

國立臺灣大學管理學院財務金融學研究所



碩士論文

Department of Finance

College of Management

National Taiwan University

Master's Thesis

加密貨幣市場泡沫特徵與檢測方法研究

A Study on the Characteristics and Detection Methods of  
Cryptocurrency Market Bubbles

黃筠凱

Yun-Kai Huang

指導教授：管中閔 博士

Advisor: Chung-Ming Kuan, Ph.D.

中華民國 113 年 8 月

August, 2024

# 致謝



在本論文完成之際，我衷心感謝在我求學路程中一路支持我的老師和親友。首先，我要感謝我的指導教授—管中閔老師。從師以來，每一次與您的面談都令我深受啟發，也讓我深刻體會到學術研究的價值。您的悉心教誨與關照，我將永遠銘記在心。

接著，我要感謝我的父母。你們無條件的愛與支持，讓我也能夠無後顧之憂地面對人生中的每一個挑戰。在我學習過程中的每一步，你們都是我最堅強的後盾。是你們的鼓勵和犧牲，讓我有機會在此致謝。

此外，感謝輔仁大學的蔡雪芳老師、魯慧中老師、林志彥老師，以及中山大學的陳冠任老師。在大學時期，您們的啟發與照拂讓我深刻體會到了學習的價值與樂趣。您們對教學的堅持與熱情，激勵了我在求學道路上不斷前行。

感謝志同道合的朋友們一路上對我的關心與鼓勵。感謝Boomi，讓我在枯燥的時光中找到樂趣。特別感謝君汶，在我混沌繁忙的研究過程中，默默地給予陪伴與照顧，體諒並包容我的無暇陪伴，讓我即使面對壓力與挫折，也能克服內心的恐懼，積極面對問題。

最後，感謝我自己，多年來堅持不懈的努力和奮鬥，終於完成了這一重要的里程碑。每一次的挫敗和成功都讓我成長，讓我學會如何在風雨中堅持自己的夢想。這份學位不僅是知識的證明，更是自我實現的標誌。

在這一路上，需要感謝的人著實太多。從你們身上所獲得的知識和幫助，我將永遠珍藏心中。

黃筠凱

謹誌於國立台灣大學財務金融學系  
中華民國 113 年 8 月

# 中文摘要



新冠疫情的爆發促進了加密貨幣市場的顯著增長，市場呈現高度波動與頻繁劇烈的價格震盪，識別和分析加密貨幣市場中的泡沫現象儼然成為投資者、研究者與監管單位的關注焦點。本研究選取市值排名前三的加密貨幣：比特幣、以太幣與幣安幣作為研究對象，並應用 Phillips, Wu 與 Yu (2011, PWY) 提出的 supremum augmented Dickey-Fuller (SADF) 檢定與 Phillips, Shi 與 Yu (2015a, PSY) 提出 generalized SADF (GSADF) 檢定方法進行泡沫檢測，並透過 backward SADF (BSADF) 檢定標記出泡沫發生日期。研究結果顯示，這些加密貨幣在樣本期間內均被檢測出多次泡沫。儘管這些檢定能有效識別部分泡沫，但在面對加密貨幣價格複雜且變化劇烈的序列特徵時，PWY(2011) 與 PSY(2015a) 所提出的泡沫偵測模式的應用價值仍有所局限，這一缺失有待進一步改進。然而，這些模型仍然為投資者提供了具有價值的預警資訊。此外，本研究亦發現，加密貨幣價格易受市場情緒、新聞事件以及政策變動的影響。

關鍵字：加密貨幣、泡沫、SADF、GSADF、BSADF

# Abstract



The COVID-19 pandemic has significantly accelerated the growth of the cryptocurrency market, characterized by high volatility and frequent dramatic price fluctuations. Identifying and analyzing bubbles in this market has become a critical concern for investors, researchers, and regulatory authorities. This study focuses on the top three cryptocurrencies by market capitalization: Bitcoin (BTC), Ethereum (ETH), and Binance Coin (BNB). We employ the supremum augmented Dickey-Fuller (SADF) test proposed by Phillips, Wu, and Yu (2011, PWY), the generalized SADF (GSADF) test by Phillips, Shi, and Yu (2015a, PSY), and the backward SADF (BSADF) test to date the occurrence of bubbles. Our findings reveal multiple bubbles in these cryptocurrencies during the sample period. Although these tests effectively identify some bubbles, the complex and highly volatile nature of cryptocurrency price sequences limits their utility, indicating a need for further investigation. Despite these limitations, these models still provide valuable early warning signals for investors. Additionally, our study finds that cryptocurrency prices are influenced by market sentiment, news events, and policy changes, highlighting the multifaceted dynamics of this emerging market.

**Keywords:** Cryptocurrency, Bubbles, SADF, GSADF, BSADF



# 目 次

	Page
致謝	i
中文摘要	ii
英文摘要	iii
目次	iv
圖次	vi
表次	vii
第一章 緒論	1
第二章 加密貨幣發展背景	3
2.1 加密貨幣緣起 . . . . .	3
2.2 區塊鏈技術 . . . . .	4
2.3 加密貨幣技術與發展 . . . . .	6
第三章 資產價格泡沫	12
3.1 泡沫之定義與概念 . . . . .	12
第四章 自我迴歸模型與單根檢定	18
4.1 自我迴歸模型定態概念 . . . . .	19
4.2 時間序列單根性質 . . . . .	24
4.3 單根檢定 . . . . .	26



<b>第五章 泡沫檢測模型</b>	<b>29</b>
5.1 單根檢定在泡沫研究之應用	29
5.2 右尾單根模型一般式設定	31
5.3 SADF 檢定	33
5.4 GSADF 檢定	34
5.5 泡沫時間戳記	35
5.6 PWY 與 PSY 模型應用與發展	38
<b>第六章 研究方法與結果</b>	<b>41</b>
6.1 樣本與研究方法	41
6.2 研究結果	44
<b>第七章 結論</b>	<b>55</b>
<b>參考文獻</b>	<b>58</b>
<b>附錄 — 密碼學技術</b>	<b>65</b>



## 圖 次

圖 4-1	定態與隨機漫步模型模擬	22
圖 4-2	AR(1) 模型爆炸序列模擬	23
圖 5-1	右尾單根檢定示意圖	32
圖 5-2	SADF 檢定示意圖	33
圖 5-3	GSADF 檢定示意圖	34
圖 5-4	BSADF 檢定示意圖	37
圖 6-1	樣本時間趨勢圖	46
圖 6-2	PWY 模式泡沫識別結果	50
圖 6-3	PSY 模式泡沫識別結果	52
圖 6-4	PWY 與 PSY 模式泡沫日期識別結果之比較	53



## 表 次

表 6-1	BTC、ETH 與 BNB 價格之敘述統計	42
表 6-2	殘差項 Ljung-Box Q 檢定結果	44
表 6-3	SADF 與 GSADF 檢定結果	45
表 6-4	PWY 模式泡沫發生日期 (顯著水準 5%)	50
表 6-5	PSY 模式泡沫發生日期 (顯著水準 5%)	52

# 第一章 緒論



自 2009 年比特幣問世以來，加密貨幣市場經歷了爆發性的增長。特別是在 2020 年後，數位支付和電子商務在新冠疫情的推波助瀾下迅速發展，加密貨幣儼然成為投資者和金融機構的關注焦點。加密貨幣以其去中心化、透明和便利的特性，吸引了大量資本湧入，並在短時間內累積了驚人的市場價值。然而，儘管加密貨幣為支付領域勾勒出了令人嚮往的未來藍圖，但其價格的高波動性和頻繁且劇烈的變動也引發了廣泛的議論。許多人開始將加密貨幣與資產價格泡沫劃上等號，對其未來的穩定性與長期發展的延續性產生質疑。

理解加密貨幣市場泡沫的形成機制是研究者和監管單位的重要課題。對於投資者而言，擁有能夠有效偵測價格變動並對未來市場變化進行即時預警的工具或模型也至關重要。有鑑於此，本文採用 Phillips et al. (2011) 提出的 supremum augmented Dickey-Fuller (以下簡稱 SADF) 檢定，以及 Phillips et al. (2015a) 所提出的 generalized SADF (以下簡稱 GSADF) 檢定作為泡沫檢測工具，並透過 Phillips et al. (2015a) 開發的反向遞迴 ADF (backward supremum ADF [BSADF]) 檢定對泡沫發生的時間進行時間戳記，旨在探討如何有效檢測和分析加密貨幣價格的暴漲與暴跌現象。具體研究問題包括：市場上主要的加密貨幣是否存在泡沫、泡沫的成因，以及如何改進現有的泡沫檢測方法以更精確地識別加密貨幣市場中的泡沫現象。

雖然在過去已有許多學者將 SADF 與 GSADF 檢定應用於加密貨幣市場，例如 Assaf et al. (2024)、Bouri, Shahzad, et al. (2019)、Cheung et al. (2015)、Corbet et al. (2018) 與 Enoksen et al. (2020) 等，但這些研究中所選取的樣本期間均未能完整涵蓋疫情後的時段。然而，加密貨幣的市場結構與效率程度在這段期間發生了顯著的變化 (Montasser et al., 2022)，因此，本文認為這段期間的研究結果將對現今的加密貨幣市場更具參考價值。此外，過去研究多僅憑 GSADF 檢定作

為泡沫的檢測工具。考量到加密貨幣市場的變化多端，以及迥異於其他傳統資產的價格序列型態，本文同時考慮 SADF 與 GSADF 檢定方法進行分析，並比較這兩種方法應用於加密貨幣的適用性，以期獲得更穩健的檢測分析結果。



具體而言，本研究與先前相關研究有以下差異：首先，本文將樣本期間延伸至後疫情時期，並同時採用 SADF 與 GSADF 檢定進行泡沫偵測。其次，在選擇估計模型時，本文特別考慮了殘差項序列相關問題，以確保檢定結果的穩健性。最後，為提升檢定結果的準確性，本研究採用 Phillips and Shi (2020) 所提出的 wild bootstrap 方法進行臨界值的模擬。

本文的主要貢獻在於深入分析加密貨幣市場極端價格波動背後的因素，並評估 SADF 與 GSADF 檢定應用於加密貨幣市場的局限性與價值。除了為加密貨幣市場的泡沫議題提供多元視角，也為 SADF 與 GSADF 檢定的後續研究提出發展方向。

本文的行文架構如下：第二章介紹加密貨幣的起源，並闡述加密貨幣與傳統支付方式的差異，簡要說明加密貨幣所使用的技術以及市場潛在的問題。第三章對泡沫進行定義與說明，並指出學術界對於泡沫定義和存在的爭議與不同看法。第四章說明時間序列的定態與單根性質，以及檢定單根的方法。第五章介紹本文所使用的研究模型，即 SADF 檢定與 GSADF 檢定。第六章和第七章則分別說明本研究選用之樣本以及實證結果。最後將研究發現在結論部分進行總結，並為後續研究提出建言。

## 第二章 加密貨幣發展背景



### 2.1 加密貨幣緣起

在網際網路持續發展以及金融不斷創新的背景下，電子商務 (e-commerce) 與數位金融 (digital finance) 等數位經濟 (digital economy) 蓬勃發展，為交易及支付方式帶來更豐富的選擇。近年來，新冠疫情的流行使人們的生活型態受到了很大程度的影響和改變，不僅電子商務比以往更加興盛，消費者也更傾向使用現金以外的支付方式，以避免與他人接觸。此外，信用卡公司與第三方支付平台提供的回饋 (cashback rewards) 嘉獎機制，亦增加了使用現金的相對成本。

在金融創新 (financial innovation) 與消費文化改變之下，消費者所選用的支付方式在近年有著顯著的變化，信用卡、金融卡以及電子錢包 (digital wallet) 等電子支付方式很大程度的取代了傳統的現金支付方式。以美國消費者為例，以現金做為支付工具的比例自 2016 年的 31% 降低至 2022 年的 18%，而更多消費者傾向使用信用卡等電子支付 (electronic payment [e-payment]) 進行交易。

每一個硬幣和紙幣等實體現金都是獨一無二的，換句話說，我們無法將同一個實體現金同時支付給兩個人，也因此使用現金支付不會陷入雙重支付詐欺 (double spending fraud) 的情況：即發生同一筆款項被兩次或多次使用支付的風險。但透過網際網路運作的數位現金卻有可能因為系統疏漏而被發動雙重支付攻擊，此項缺失其解決方式之一是透過信用卡發卡組織、支付服務提供商 (payment service provider [PSP]) 或銀行等支付仲介機構 (payment intermediaries) 擔任受信任第三方 (trusted third party [TTP])，對交易進行認證。然而，透過第三方交易也在無形中造成許多成本及限制。有鑑於此，無須仰賴第三方機構的交易平台成為許多人的理想，比特幣遂在這樣的背景下應運而生。

2008 年，一位署名為中本聰 (Satoshi Nakamoto) 的作者在網路平台上發表

了一篇主題為《比特幣：一種點對點的電子現金系統》(Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System) (Nakamoto, 2008) 的文章，文中概述了比特幣存在的目的，以及這個無需仰賴受信任第三方、去中心化 (decentralization) 交易系統的運作模式。比特幣的橫空出世也對未來金融領域產生了深遠的影響。



## 2.2 區塊鏈技術

區塊鏈是一個分散式資料庫 (distributed database)，透過密碼學的機制存取參與者的活動紀錄，<sup>1</sup>這項技術也是加密貨幣運作的基石。關於區塊鏈的概念，最早可以追溯到 Haber and Stornetta (1991)；他們提出了一個可以去中心化運作，<sup>2</sup>並為資料進行時間戳記 (timestamp) 的方法，用以鑑別資料的創建或是最新修改的時間，從而避免數位形式資料遭受竄改，以確保資料的完整性 (integrity)，並保護資料所有者的智慧財產權。

在 Haber and Stornetta (1991) 開發的方法中，主要的運作方式是發起的用戶端 (requesting client) 先將欲執行時間戳記的資料轉換成雜湊值 (hash value)，並發送給其他用戶端進行識別，識別用戶端會將收到的雜湊值、當前時間以及驗證所需的必要資訊進行結合，以完成此次的時間戳記，其中，驗證所需的必要資訊，包含前一個時間戳記的資訊以及識別用戶端的數位簽章 (digital signature)。

藉由將資料進行雜湊 (hashing)，使用者得以保有原始資料的秘密性與完整性，數位簽章則確保了時間戳記的真實性和完整性。此外，由於每一筆時間戳記的內容都包含著前一筆時間戳記的資訊，使所有時間戳記環環相扣，再加上密碼學的保護，使得竄改時間戳記資料變得十分困難。雖然 Haber and Stornetta (1991) 並未直接提及「區塊鏈」這個專有名詞，但他們所提出的時間戳記方法已為後續區塊鏈技術發展奠定了基礎。

<sup>1</sup> 密碼學部分可參閱本文附錄。

<sup>2</sup> 事實上，Haber and Stornetta (1991) 提出的系統也可以是中心化管理。



區塊鏈可依其技術及應用發展程度區分成幾個不同的世代 (generation)。較常見的劃分是將比特幣視為第一代 (Blockchain 1.0)，即加密貨幣 (cryptocurrency)。的應用，主要在於改善現有的金融支付體系，創造去中心化、安全且更有隱私 (greater anonymity) 的支付體系。

第二代 (Blockchain 2.0) 為智能合約 (smart contract)，是由以太坊 (Ethereum) 所引入，使區塊鏈提供了處理交易、支付或資金移轉以外的應用。智能合約是將合約內容轉以程式語言編入代碼中，當設定的條件隨著交易紀錄的運行被滿足，合約內容將會自動執行，無需仰賴昂貴的仲介機構進行管理。此外，開發人員也能利用智能合約的技術基礎，開發自己的加密貨幣或去中心化應用程式 (dApps)。智能合約的出現使區塊鏈的應用領域更加多元，例如去中心化金融 (decentralized finance [DeFi])、遊戲、供應鏈管理以及非同質化代幣 (Non-Fungible Token [NFT]) 等應用。<sup>3</sup>

第三代之後的世代劃分已逐漸模糊，但無論是將區塊鏈劃分成三代或者四代，無非是將現有問題進行優化，解決可擴展性 (Scability)、互操作性 (interoperability) 和可持續性 (sustainability) 等問題，並追求更廣泛的運用。

若依區塊鏈中心化的程度區分，區塊鏈可分為公有區塊鏈 (public blockchain)、私有區塊鏈 (private blockchain)、聯盟區塊鏈 (consortium blockchain) 與混合區塊鏈 (hybrid blockchain)，各類型所適用的應用領域有所不同。公有區塊鏈又稱作非許可制 (permissionless) 區塊鏈，公有區塊鏈開放任何人自由使用或參與區塊鏈的運作，無需經由任何人的批准，是去中心化程度最高的區塊鏈類型。多數的加密貨幣，如比特幣及以太坊等皆屬於此類。

私有區塊鏈又稱為許可制 (permissioned) 區塊鏈，由於私有區塊鏈是在封閉網路中運行，也因此唯有取得權限的使用者才能加入。換言之，私有區塊鏈是一種

<sup>3</sup>有別於一般加密貨幣，非同質化代幣不具有可分割性與同質性，換句話說每一個非同質化代幣皆是獨一無二的存在，我們可以將其視作數位的藝術品或收藏品。本文僅分析記錄於區塊鏈中的同質化代幣。



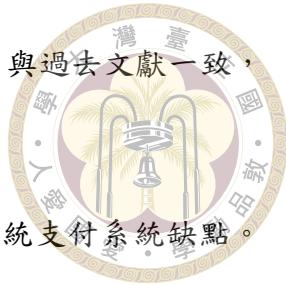
中心化的區塊鏈。由於私有區塊鏈的資訊只開放予取得授權的使用者，保障機密資訊不外流，因此廣泛被企業應用於內部管理。聯盟區塊鏈是在去中心化的區塊鏈網路上運作，但只有組織或聯盟內的成員可以使用，也因此聯盟區塊鏈的本質屬於一種私有區塊鏈，但消除了單一中心化控制的疑慮，適合用於企業與企業間 (business-to-business [B2B]) 等講求內部溝通的組織，例如同業公會、商業結盟等。混合區塊鏈，顧名思義，混合使用了公有區塊鏈與私有區塊鏈。混合區塊鏈是將資料儲存於私人區塊鏈中，只有取得授權的使用者才能讀取，但透過公開區塊鏈進行驗證，使混合區塊鏈擁有公有區塊鏈高的透明度，以及私有區塊鏈對資訊的保密性。

作為以太坊的創始人之一的 Vitalik Buterin 指出，現有的區塊鏈技術存在不可能三角 (blockchain trilemma)，即去中心化、安全性 (security)、可擴展性三種性質當中，必須捨棄其中一者以達成其他兩者。不同類型的區塊鏈網路便是提供不同程度的去中心化、安全性與可擴展性，讓欲使用區塊鏈技術的使用者或企業可以因應自身需求彈性地選擇合適的區塊鏈網路。我們可以透過 Turk and Kline (2017) 所建立的區塊鏈決策模型，了解使用者如何在三者間進行取捨，並根據選擇的結果引導至適用的區塊鏈類型。如前所述，加密貨幣絕大多數皆為公有區塊鏈，因此本文後續所探討的區塊鏈將聚焦於公有區塊鏈上。

## 2.3 加密貨幣技術與發展

區塊鏈與加密貨幣市場發展日新月異，許多名詞的用法與定義也不斷演進，造成名詞時常發生混用或誤用的情形。為避免因名詞混用而造成的誤解，本文先對相關名詞進行說明。首先，加密貨幣 (cryptocurrency) 被定義為比特幣或以太幣等原生型代幣 (native token)；加密代幣 (crypto token) 或數位代幣 (digital token) 為基於原生區塊鏈所衍生的代幣，例如即將於下文中說明的資產支撐型代幣 (asset-backed token) 與功能型代幣 (utility token)。加密貨幣、數位代幣與非同質性

代幣三者合稱為數位資產 (digital asset)。此外，為確保名詞使用與過去文獻一致，本文將加密貨幣與數位代幣統一稱為加密貨幣，不另作區分。



比特幣作為區塊鏈技術應用的先例，實際上是為了解決傳統支付系統缺點。在比特幣出現以前，電子支付的過程仰賴受信任第三方的支付仲介機構 (payment intermediaries) 對交易進行核准方能完成，此角色通常由銀行或支付服務提供商等金融機構扮演。金融機構的核心功能之一，便是緩解市場上的訊息不對稱，促進交易的達成 (Merton, 1995)。

金融機構的存在，除了避免雙重支付問題，還降低了交易雙方在進行線上支付時可能面臨的各式支付風險 (payment risk) (Summers, 1994)；例如，消費者可能面臨付款後無法取得產品或服務、帳戶被盜用以及個人資料外洩等問題，賣家則可能面臨客戶惡意退款或拒絕支付等問題。如果沒有受信任的金融機構在交易中協調，交易雙方將不得不耗費大量成本和資源來提升彼此的信任，才能完成交易。然而，透過金融機構進行交易或金錢移轉存在許多成本與限制。

首先，用戶可能因為身份條件 (例如年齡或收入等條件) 被金融機構或地方法規限制使用電子支付；其次，消費者可能需要依照當地的法律規範，向金融機構提供個人資訊，以便金融機構在交易時進行身份驗證，但金融機構用戶資訊外洩的事件卻層出不窮；再者，交易可能因為各種原因而被取消 (reversible)，最常見的原因為消費者善意詐欺 (friendly fraud)，而賣家為了降低交易被取消的風險，往往會要求顧客提供個人資訊以授予信任，然而這些被要求的資訊往往多過賣家所需；最後，金融機構在提供交易服務時，會衍生出相關的風險，承擔這些風險與風險管理的成本會以費用形式轉嫁給交易的使用者，或最小交易額度的限制 (minimum transaction size)，最終造成交易成本增加，以及交易額度受到限制等。

在比特幣出現以前，線上支付除了透過受信任第三方進行支付以外別無選擇。為了消弭傳統支付系統存在的諸多不便與疏漏，中本聰設法建立了一個去中心化、不依賴第三方，同時又可保有傳統支付系統優點的新型交易系統，即為著



名的比特幣交易系統。

比特幣系統允許任何人自行透過電腦或手機裝置建立帳戶。使用者在建立帳戶時，會取得一組私人金鑰以及公開金鑰。私人金鑰用於簽署交易以及證明帳戶的所有權，公開金鑰則用於驗證交易並作為帳戶號碼(又稱作地址)。透過密碼學的技術，使用者在創建帳戶時無需提供個人資訊，也不需要經由任何人的批准。

在交易過程中，付款者需要在系統中輸入收款者的公開金鑰以及欲轉出的比特幣數量，並指定使用帳戶中的特定比特幣進行支付。送出轉帳請求後，系統上會有一批俗稱「礦工」的使用者，會將一段時間內的交易請求包裹進一個區塊中進行驗證。驗證成功的區塊會立即在其他使用者的裝置中同步。換言之，區塊鏈就是一個分散式帳本，每個區塊都記錄著一部分的交易紀錄，並且這個「帳本」是由所有比特幣使用者共同紀錄與持有。礦工相當於傳統金融機構中的記帳員，負責交易的驗證與紀錄。比特幣平台的機制設定，大約每十分鐘會產生一個新的區塊，每個區塊大約可儲存 4,000 筆交易資料。

區塊建立的過程如同一場競賽，首先，系統會設定一個目標值，礦工則在一個區塊中，加入若干個待驗證交易、前一個區塊的雜湊值，以及一個隨機值(稱為 nonce 值)，電腦會通過運算為這些輸入資料計算出一個雜湊值。如果雜湊值大於目標值，礦工就必須更改 nonce 值並重新計算。當第一個礦工計算出小於目標值的雜湊值時，則該區塊會被認定為有效區塊，並成功添加到區塊鏈中，同步到其他礦工的電腦中。有效區塊中所包含的交易會成功記錄到所有人的帳本中，而建立有效區塊的礦工則可獲得系統贈予的比特幣作為獎勵。每當一個新區塊產生，所有礦工都必須重新開始新一輪的競賽。

由於在每一個區塊的雜湊計算中，都需要加入前一個區塊的雜湊值，確保了每一個區塊能相互串連。如果有人試圖篡改過去的交易紀錄，不僅更改後的區塊雜湊值會發生改變，後續串接的區塊也無法與之匹配，使資料篡改容易被察覺。此外，由於區塊鏈帳本是透明且廣泛儲存在所有礦工的電腦中，不僅篡改交易會

非常明顯，即便竄改成功，被篡改的區塊也不會被其他礦工所認同，這就是為何比特幣交易被認為無法篡改的原因。由此可知，在比特幣平台中，所有交易記錄都能夠公開檢查，任何變動都會被即時發現和拒絕。



此外，礦工成功建立區塊的機率事實上電腦算力成正比，這種機制被稱作工作量證明 (Proof-of-Work [PoW])。如果有人想把控所有區塊的建立，會需要耗費非常大的資源，才能確保其擁有的電腦算力能夠支配整個系統；在這種設計之下，可以有效防止比特幣系統遭受有心人士的攻擊。然而，工作量證明機制會耗費大量電力資源，每十分鐘建立一個區塊的設定也使得交易完成速度不夠即時。後續許多加密貨幣便是為了解決比特幣的不足而被開發。例如，以太坊使用其自行開發的「Ethash 演算法」，大幅降低了計算雜湊所需的算力，區塊建立的機制也調整為大約每 14 秒生成一個新的區塊。

以太坊除了改善比特幣的低效率，還透過區塊鏈運行智能合約，提供了一個加密貨幣的開發平台，使得各式各樣的加密代幣 (crypto token) 如雨後春筍般出現，每一種皆具有相異的特性與功能。根據 Lewis (2021)，同質化代幣大致可以區分為三種類型：原生型代幣、資產支撐型代幣以及功能型代幣。原生代幣，又稱作內生代幣 (intrinsic token) 或內建代幣 (built-in token)，是每個加密貨幣區塊鏈體系個別使用的加密貨幣，例如比特幣區塊鏈的比特幣，或以太坊區塊鏈的以太幣。

原生代幣一般被用以激勵參與者 (俗稱礦工) 維持區塊鏈運作，並作為支付方式以及交易的手續費，其價值由市場供需決定，並無資產支撐。資產支撐型代幣則是以實體或非實體資產 (如房地產、貴金屬、有價證券或外匯) 作為標的資產，並以數位代幣的形式發行。持有資產支撐型代幣相當於是持有其標的資產的所有權，也因此其價值與標的資產價值掛鉤。功能型代幣，不同於資產支撐型代幣與市場上的傳統資產掛鉤，功能型代幣所表彰的是向特定機構換取特定產品或服務的權利。

加密貨幣的價格動態普遍存在著劇烈波動、暴漲暴跌的情形，帶給使用者



在交易過程中許多的不便和風險。為了應對此問題，加密貨幣也發展出穩定幣(stablecoin)，試圖讓加密貨幣的價格擁有和其他資產一般的穩定性。穩定幣將其價格與某種標的資產掛鉤，並保持在固定的價格比例(通常為一比一)，這些標的資產通常為價格波動較小且流動性高的實物商品或法定貨幣，如黃金、美元、歐元等。穩定幣維持價格關係的方式之一，是發行穩定幣的平台會在發行穩定幣的同時，購入等值的連結資產作為儲備，例如泰達幣(Tether，代碼為USDT<sup>4</sup>)。另一種方式是透過區塊鏈的智能合約設定，讓系統在價格偏離時自動調整穩定幣的流通數量，以達到目標的價格關係，也因此穩定幣未必屬於資產支撐型代幣。

加密貨幣的價格波動性以及一些重大事件也引起了廣泛的關注。例如，2022年五月，身為前三大穩定幣之一的TerraClassicUSD (USTC) 與美元出現脫鉤並且救市無效，導致其區塊鏈的原生型代幣：LUNA 幣 (Terra [LUNA])，現已更名為Terra Classic [LUNC])，在短短一週從內從原先大約85 美元暴跌至不到1 美元，跌幅逾 99.9%。同年 11 月，由 Sam Bankman-Fried 創辦的全球第二大加密貨幣交易平台 FTX，被曝涉嫌與同樣由他創辦的加密貨幣量化交易公司 Alameda Research 進行不當資金往來與財務造假，引發市場投資者大量拋售和擠兌其平台發行的加密貨幣 FTX Token (FTT)。在負面消息傳出不到十天內，FTX 向美國法院申請破產保護，這個曾經市值高達 320 億美元的加密貨幣平台正式瓦解。

不僅如此，諸如交易所遭受駭客入侵、加密貨幣遭竊以及透過加密貨幣進行詐騙等負面事件也層出不窮。Foley et al. (2019) 更指出，每年大約有 760 億美元的比特幣交易(佔當時比特幣交易量約 46%)涉及非法活動。這些事件突顯了加密貨幣市場的不穩定性和潛在風險，並在媒體的渲染下，使加密貨幣在許多人心中留下了高風險、詐欺、洗錢和投機等負面印象。

加密貨幣價格受到諸多因素影響，例如社群媒體或網路論壇的討論度 (Dastgir et al., 2019; Kristoufek, 2013; Shen et al., 2019)、投資人或市場情緒

<sup>4</sup>泰達幣是市場上流通最廣泛的穩定幣，其價格設定與美元保持一比一的關係。其發行平台聲稱，每一枚已發行的泰達幣背後皆有等價的美元資產作為儲備，但這項聲稱受到許多人的質疑。



(Ahn & Kim, 2020; Bouteska et al., 2022; Kristoufek, 2013)、市場操縱與大戶操弄 (Gandal et al., 2018; Griffin & Shams, 2020)、知名人士的言論 (Shahzad et al., 2022)、羊群效應 (Bouri, Gupta, et al., 2019) 等。加密貨幣的價格便在種種因素交織下，形成詭譎多變的型態，並使得加密貨幣價格的預測和分析極具挑戰性。研究者如何量化和解釋加密貨幣的價格波動、投資人如何在這個新興且不穩定的市場中執行投資決策，政府又應如何對其進行有效的監管，已成為當前亟待解決的問題。

總而言之，加密貨幣的興起揭開了一個數字經濟時代的來臨。然而，這個新興的市場充斥著許多風險與不確定性，有待進一步的研究分析。了解加密貨幣的價格動態與趨勢不僅在學術研究方面具有價值，對於實務應用和政府監管也具有重要意涵。

# 第三章 資產價格泡沫



根據 Fama (1970) 提出的效率市場假說 (Efficient Market Hypothesis [EMH])，資產的實際價格應當實質地反映其基本價值 (fundamental value) (或稱作內含價值 [intrinsic value])。基本價值是指資產本身的真實價值，通常被定義為資產預期未來每一期現金流量經過風險調整後折現率折現至當期的總和。其中，預期現金流反映了投資人在現有資訊下對資產未來收益的預期，而折現率則反映了投資人對於該資產的要求報酬，要求報酬隱含著持有該資產的機會成本及風險。對於不同的資產類型，如股票、黃金和債券等，各自的基本價值模型在過去的文獻中有不同的描述。

在充斥著不確定性的世界中，投資人對於基本價值的看法必然會有所差異，這種意見分歧被稱作「雜訊」(noise)，雜訊的存在使得資產的市場價格與基本價值可能出現差異。對此，EMH 的支持者認為，資產價格在短期間內確實有可能偏離基本價值，但這種偏差會通過理性的套利者不斷套利使價格回歸其基本價值。然而，市場上出現繁榮 (boom) 與崩盤 (crash) 等資產價格大幅偏離基本價值的情況屢見不鮮，這使得 EMH 受到許多市場投資人的質疑，也吸引了許多經濟學家的興趣，試圖分析其發生的成因並提供合理的解釋。相關的解釋原因有太陽黑子、投資人非理性的投機活動 (De Long et al., 1990; Flood & Garber, 1991; Garber, 1989)，以及最被廣泛討論同時也最具爭議的「泡沫」(bubble)。

## 3.1 泡沫之定義與概念

每當市場上出現一個受到投資者熱議且價格不斷上漲的資產時，新聞媒體或專家學者經常會發表意見，懷疑市場上出現了新的「泡沫」，加密貨幣便是一例，其令人咋舌的價格變化顯然會令人不禁聯想到泡沫。許多知名人士如聯邦儲備銀行前任主席 Alan Greenspan、有世界上最成功投資者之美名的 Warren Buffett、諾

貝爾經濟學獎得主 Robert Shiller、James Heckman 與 Thomas Sargent 等人，就曾公開表示加密貨幣只是一場泡沫。



泡沫通常被用以描述資產價格在短期間內大幅上漲，隨後劇烈下跌的現象，又稱為資產泡沫 (asset bubble) 或價格泡沫 (price bubble)。根據過去的研究和歷史經驗，泡沫的出現往往與市場參與者的投機行為 (speculative behavior) 有關，因此也被稱作投機泡沫 (speculative bubble)。一般而言，泡沫可以被定義為資產價格顯著偏離基本價值的情形 (Blanchard & Watson, 1982; Campbell et al., 1997)。我們可以將資產價格拆解成基本價值與泡沫，三者的關係可以表達為以下關係式：

$$P_t = F_t + B_t, \quad (3.1)$$

其中， $P_t$  代表資產在第  $t$  期的價格， $F_t$  為該資產在第  $t$  期的基本價值， $B_t$  為該資產價格在第  $t$  期中的泡沫成分。

事實上，經濟學家對於泡沫的定義從未有一致的共識。部分學者將泡沫的重點放在價格持續上漲的過程。例如，Shiller (2015) 在其著作中，將泡沫定義為「價格上漲的資訊激發投資人的熱情，這種熱情會透過心理的感染在人與人之間傳播。在此過程中，促使價格上漲的故事被不斷放大，並吸引了一波接著一波的投資者進入市場，儘管這些投資者對資產的真實價值存有疑慮，但出於對其他投資者成功經驗的羨慕，或因『賭徒』的興奮感而被吸引到市場中。」

另一方面，有些學者在定義泡沫時，不僅包含價格上漲的過程，更強調泡沫的最終階段往往伴隨著市場劇烈崩潰的特點。Kindleberger and Aliber (2005) 認為泡沫是資產價格在經過一段時間的上漲後，由於市場信心崩潰或基本面因素轉變，導致價格劇烈下跌。Filardo (2004) 則將泡沫定義為資產價格持續上漲且遠離其基本面，最終以出乎意料的劇烈修正告終。

除此之外，Fama (2014) 與 Garber (1990) 則認為資產價格並不存在泡沫的現

象，所謂的泡沫只是價格反映基本面變動的調整過程。其中，Fama (2014) 更指出泡沫的存在缺乏堅實的證據支持，並直言泡沫是否存在只是一種信仰。



經濟學家對泡沫的成因也提出了多種解釋。在諸多的研究中，基本上可以根據投資人在決策時是否理性，將泡沫的成因分為理性泡沫與非理性泡沫。理性泡沫的相關研究假設市場參與者的行為遵循傳統經濟學「理性經濟人假設」(Homo economicus)，即他們的行為符合理性預期 (Muth, 1961)。泡沫的形成是市場參與者合理預期資產價格將持續上升，從而推動資產價格超出其基本價值。此外，由於投資者預期未來價格會持續上漲，因此即便知道當前價格高於基本價值，仍然願意購買資產。

形成理性泡沫的眾多因素之一為自我實現預言 (self-fulfilling prophecy) (Flood & Garber, 1980; Hamilton, 1986; Obstfeld & Rogoff, 1983)。投資人可能基於過去的價格趨勢或某些資訊，預期資產價格在未來會持續上漲，進而大量購買該資產，推動價格上升。隨著價格上漲，將吸引更多的投資人注意到該資產，並且預期資產價格會持續上升而不斷購買，造成資產價格得到進一步推升。資產價格便在這樣的正回饋 (positive feedback) 下持續上漲並偏離其基本價值，最終形成泡沫。這種泡沫反應的是投資人對未來價格上漲的信念，如同 Thomas (1928) 所言，“If men define situations as real, they are real in their consequence” (p. 572)。

理性泡沫形成的原因還有其他解釋，例如基本面錯誤定價。Froot and Obstfeld (1991) 提出的泡沫模型中，泡沫的形成是由於投資人在評價資產基本價值時，出現系統性且持續的偏誤，導致資產價格偏離基本價值。在Froot and Obstfeld (1991) 所設定的模型中，泡沫完全由資產的基本面驅動，與其他外生變數無關，因此將此類型的泡沫稱為「內含泡沫」(intrinsic bubbles)。Zeira (1999) 以投資人對「資訊過度反應」(informational overshooting) 為基礎，為內含泡沫提供了更具體的解釋，並證明內含泡沫可能導致價格長期大幅上漲，然後因資訊動態調整而崩盤。

除了上述因素外，無關於基本面的外生不確定性也可能引發理性泡沫



(Azariadis, 1981; Blanchard, 1979; Obstfeld & Rogoff, 1986)。投資人可能會面臨環境的不確定性，例如動物本能 (Animal spirits)、太陽黑子等，這種不確定性是對基本價值沒有影響的外生變數。投資人可能會賦予這些無關的外生變數價值，並錯誤的將其考慮在資產定價中，一旦投資人對這些信念取得廣泛的認同，資產價格便會基於這些信念而產生自我實現預言，使價格偏離基本價值。此類型的泡沫是由外生變數所造成，有別於內含泡沫是由基本面因素所驅動，因此有些學者又將這類型的泡沫稱為「外生泡沫」 (extrinsic bubble)。

相較於基於理性預期假設的理性泡沫模型，非理性泡沫的研究者認為泡沫的形成是由市場中廣泛存在的非理性行為 (irrational behavioural) 和套利限制 (arbitrage) 所致。這些非理性的行為偏誤 (behavioural biases) 可以透過行為財務學 (Behavioral Finance) 進行合理解釋。例如，投資人可能對資產的基本面 (例如公司未來的獲利能力) 抱有不切實際的理想，這種非理性的過度樂觀或狂熱 (fads) 會經由媒體渲染及人際互動中被放大，導致投資者因為心理因素而做出錯誤的判斷，出現羊群效應 (herd behaviour) (又稱為從眾效應)，最終推動資產價格到達異常且難以維持的高點，形成所謂的「非理性繁榮」 (Barberis et al., 1998; Daniel et al., 2002; Lux, 1995; Shiller, 2015)。

除此之外，「雜訊交易者」 (noise traders) 也可能造成非理性泡沫，雜訊交易者在執行投資決策時，憑藉的既不是內部資訊，也不是基本面資訊或理性的經濟分析，而是由證券經理人或技術分析師所獲取的特別資訊。然而，這些資訊往往是具有誤導性的虛假訊號 (pseudo signal)，但雜訊交易者卻非理性的認為這些資訊具有價值，相信這些資訊能為他們提供投資的優勢。當市場上存在大量的雜訊交易者，便可能引導資產價格偏離基本價值而形成泡沫 (Black, 1986; De Long et al., 1990)。

然而，當一位投資人對於資產價格有錯誤的認知或預期時，我們難以透過客觀的角度判斷這位投資人究竟屬於理性投資人還是非理性投資人。因此，理性泡

沫與非理性泡沫也不容易被明確界定。此外，回顧歷史上已發生的泡沫事件，上述每一個原因幾乎都同時存在於每一個事件中。因此，我們顯然無法單靠一種解釋來概括說明泡沫的形成原因，但過往的研究仍為我們提供了對於資產價格型態與市場動態的良好洞見。

跳脫理性與非理性泡沫的框架，我們可以藉由 Kindleberger and Aliber (2005) 所推廣的「明斯基模型」(Minsky model) 清楚的描繪出泡沫演變的過程。 Kindleberger and Aliber (2005) 借鑑了 Minsky (1986) 提出的「金融不穩定假說」(financial instability hypothesis)，將泡沫的演進劃分為五個階段。

- (1) 第一階段—錯置 (displacement)：投資人可能由於新技術的出現，或是總體環境、法規或政治情勢的轉變，對資產未來收益產生過於樂觀的預期。
- (2) 第二階段—繁榮 (boom)：資產價格受到市場樂觀情緒影響而攀升，展現出自 我實現預言的特徵。
- (3) 第三階段—狂熱 (euphoria)：隨著市場逐漸火熱，吸引了越來越多的投資人加入市場，市場因而出現過度交易。此時的市場參與者往往抱持著更強烈的投機動機，運用更高的槓桿進行投資，資產價格也呈現爆炸型態的指數式成長 (exponential growth)。
- (4) 第四階段—危機 (crisis)：當資產價格達到高峰，危機階段也悄然而至，部分的投資人 (通常是擁有較多市場資訊的內部人 [insiders]) 意識到資產價格過高，或發現市場的即將出現負面衝擊，開始出售持有的資產。
- (5) 第五階段—巨變 (revulsion)：其他市場參與者 (多為投機者) 意識到市場情勢轉變，開始修正原先對於市場的信心與期望，並試圖拋售所持有的資產。此時恐慌情緒逐漸在市場上蔓延，負面消息也接踵而至，隨著投資人大量拋售資產，資產價格快速崩跌。

回顧歷史上被認為是泡沫的事件，例如十七世紀的荷蘭鬱金香狂熱、十八世紀英國的南海泡沫事件、1720 年密西西比泡沫、20 世紀英國鐵路泡沫、科技泡沫。(dot-com) 與 2008 年的金融危機等，均充分體現了上述五個階段所描繪的過程。



## 第四章 自我迴歸模型與單根檢定



在研究資產價格泡沫的相關文獻中，大致可以分為三種類型。第一種是建立一般均衡模型，以探討泡沫產生的潛在原因，例如 Cass and Shell (1983)、Obstfeld and Rogoff (1983) 與 Smith et al. (1988) 等；第二種是基於泡沫理論建立模型進行實證分析，並觀察其估計結果是否支持該資產存在泡沫，相關文獻可參考 Blanchard and Watson (1982)、Flood and Garber (1980)、Meese (1986) 與 West (1987)；第三種類型，可將其視為第二種的延伸，是藉由計量經濟學或機器學習模型，對資產價格的時間序列進行分析，檢測資產價格在樣本期間是否存在泡沫的特徵，並試圖預測或標記出泡沫發生的時間點，相關研究可參閱 Bashchenko and Marchal (2020)、Diba and Grossman (1988)、Phillips et al. (2015a) 與 Phillips et al. (2011) 等著作。本研究內容則屬於第三種類型。

第二種類型與第三種類型的差異在於，前者是以理論為基礎，將能夠代表泡沫的模型參數納入實證模型，檢測資產價格是否在統計上顯著偏離基本面，直接地檢測泡沫是否存在；而後者則不單純依賴理論作為研究基礎，因此其模型毋需對資產的基本價值進行建模，僅需要判別出泡沫時期與其他時期在時間序列上的特徵差異，便可「間接」找出泡沫發生的證據。

本研究採用 Phillips et al. (2011) (以下簡稱 PWY) 所提出的 SADF 檢定以及 Phillips et al. (2015a) (以下簡稱 PSY) 所提出的 GSADF 檢定。上述方法是基於泡沫形成期間資產價格會出現指數式增長的特性，並且藉由時間序列的單根 (unit root) 性質加以解釋與捕捉。有鑑於此，我們可以通過檢測價格序列單根的變化，識別出泡沫發生的時間點。

為了更清楚地理解 SADF 和 GSADF 檢定的概念並完善定義相關專有名詞，本章將從自我回歸模型出發，說明時間序列的定態性質與條件，並解釋

單根與定態性質的關係。此外，由於 SADF 與 GSADF 檢定皆是由 Augmented Dickey-Fuller 單根檢定為基礎所建構，因此本章的最後將介紹兩個著名的單根檢定：Dickey-Fuller 單根檢定與 Augmented Dickey-Fuller 單根檢定。



## 4.1 自我迴歸模型定態概念

自我迴歸模型 (autoregressive model [AR model]) 設定變數為自身落後期與隨機誤差項的線性組合。我們可以用  $AR(p)$  代表包含  $p$  階落後項的  $p$  階自我迴歸模型，如 (4.1) 式所示：

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t = \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (4.1)$$

其中， $\{y_t\}_{t \in \mathbb{N}}$  為隨機變數， $\phi_i, \sigma^2$  為模型參數， $\varepsilon_t$  為期望值為 0、變異數  $\sigma^2$ 、無序列相關的隨機誤差。若  $\{y_t\}$  滿足以下條件：

$$(i) \quad E(y_t) = E(y_{t-k}) = \mu, \quad \mu \in \mathbb{R},$$

$$(ii) \quad Var(y_t) = \sigma_y^2 < \infty,$$

$$(iii) \quad Cov(y_t, y_{t-k}) = \gamma(k),$$

則稱此時間序列為弱定態 (weak stationary) 或共變異數定態 (covariance stationary)，反之則為非定態 (nonstationary)。<sup>5</sup> 足以見得，定態時間序列在不同時間之下雖然會有不同的實現值，但其期望值、變異數，以及自我共變異數卻不會隨著時間的不同而發生變化 (time-invariant)。此外，若定態隨機變數滿足期望值為 0、變異數  $\sigma^2$ 、自我共變異數為 0，則稱該變數為白噪音 (white noise)，又稱作白雜訊或白干擾。由此可知，(4.1) 式中的誤差項為白噪音，並可將其表示為  $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ 。

以下，我們將透過不含截距項的  $AR(1)$  模型，對時間序列的定態性質做進一步的說明。給定一組起始值為  $y_0$  的時間序列資料  $\{y_t\}_{t=1}^T$ ，其資料產生過程 (data

<sup>5</sup>下文中我們統一簡稱弱定態為定態。

generating process [DGP]) 為 (4.2) 式：

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2). \quad (4.2)$$



進一步將其改寫為 (4.3) 式：

$$\begin{aligned} y_t &= \phi y_{t-1} + \varepsilon_t = \phi(\phi y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t = \phi^2 y_{t-2} + \phi \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \phi^2(\phi y_{t-3} + \varepsilon_{t-2}) + \phi \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = \phi^3 y_{t-3} + \phi^2 \varepsilon_{t-2} + \phi \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \phi^t y_0 + \sum_{j=1}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

藉由 (4.3)，可推導出  $y_t$  的期望值  $E(y_t)$  與變異數  $Var(y_t)$  為：

$$E(y_t) = E(\phi^t y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}) = \phi^t y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \phi^j E(\varepsilon_{t-j}) = \phi^t y_0, \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} Var(y_t) &= Var\left(\phi^t y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}\right) = Var\left(\sum_{j=0}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}\right) \\ &= \sum_{j=0}^{t-1} (\phi^j)^2 Var(\varepsilon_{t-j}) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{t-1} \phi^{2j} = \sigma^2 \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

此外，我們也可以求得隨機變數  $y$  在  $t$  時間 ( $y_t$ ) 與  $t - k$  時間 ( $y_{t-k}$ ) 的自我共變異數  $Cov(y_t, y_{t-k})$ ：

$$\begin{aligned} Cov(y_t, y_{t-k}) &= Cov\left(\phi^t y_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}, \phi^{t-k} y_0 + \sum_{j=0}^{t-k-1} \phi^j \varepsilon_{t-k-j}\right) \\ &= Cov\left(\sum_{j=0}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}, \sum_{j=0}^{t-k-1} \phi^j \varepsilon_{t-k-j}\right) \\ &= Cov\left(\sum_{j=0}^{k-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}, \sum_{j=0}^{t-k-1} \phi^j \varepsilon_{t-k-j}\right) + Cov\left(\sum_{j=k}^{t-1} \phi^j \varepsilon_{t-j}, \sum_{j=0}^{t-k-1} \phi^j \varepsilon_{t-k-j}\right) \\ &= \phi^k \sum_{j=0}^{t-k-1} \phi^{2j} \sigma^2 = \phi^k \sigma^2 \frac{1 - \phi^{2(t-k)}}{1 - \phi^2}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

考慮  $|\phi| < 1$  的情況， $E(y_t)$ 、 $Var(y_t)$  與  $Cov(y_t, y_{t-k})$  仍隨著時間  $(t)$  變化而改變 (time-dependent)，然而，當  $t$  趨近於無窮大時可以得到：



$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(y_t) = \lim_{t \rightarrow \infty} E(\phi^t y_0) = 0, \quad (4.7)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Var(y_t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma^2 \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2} = \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2} = \sigma_y^2, \quad (4.8)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Cov(y_t, y_{t-k}) = \lim_{t \rightarrow \infty} \phi^k \sigma^2 \frac{1 - \phi^{2(t-k)}}{1 - \phi^2} = \frac{\phi^k \sigma^2}{1 - \phi^2}, \quad (4.9)$$

此時  $y_t$  將符合定態之定義。

當  $|\phi| = 1$  時，可推得期望值為  $y_0$ ；變異數與自我共變異數則需使用羅必達法則 (L'Hôpital's Rule) 進行推算，推導結果可見 (4.11) 式與 (4.12) 式：

$$E(y_t) = E(\phi^t y_0) = E(1^t y_0) = E(y_0) = y_0, \quad (4.10)$$

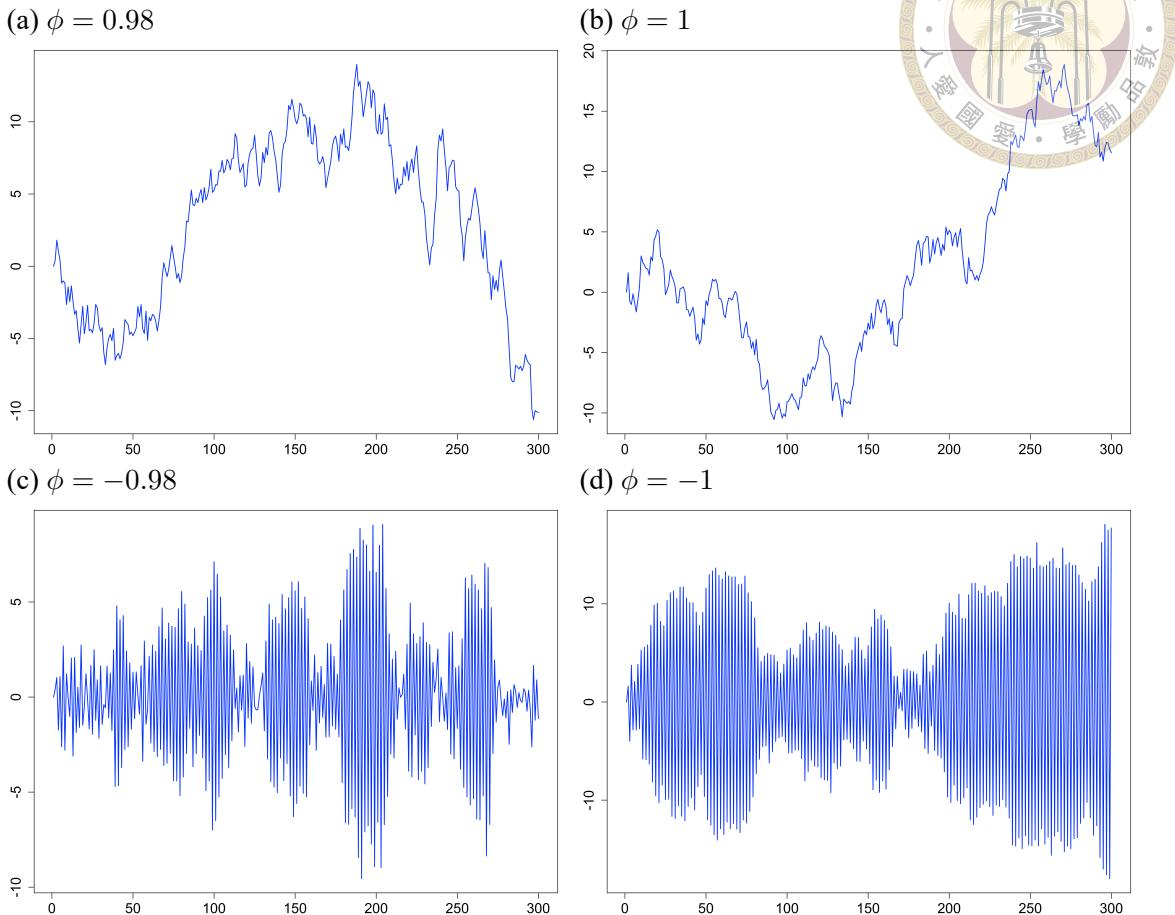
$$\begin{aligned} Var(y_t) &= \sigma^2 \frac{1 - \phi^{2t}}{1 - \phi^2} = \sigma^2 \lim_{\phi \rightarrow 1} \frac{-2t\phi^{2t-1}}{-2\phi} = \sigma^2 \lim_{\phi \rightarrow 1} \frac{t\phi^{2t-1}}{\phi} \\ &= \sigma^2 \lim_{\phi \rightarrow 1} t\phi^{2t-2} = t\sigma^2, \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} Cov(y_t, y_{t-k}) &= \phi^k \sigma^2 \frac{1 - \phi^{2(t-k)}}{1 - \phi^2} = \phi^k \sigma^2 \lim_{\phi \rightarrow 1} \frac{-2(t-k)\phi^{2(t-k)-1}}{-2\phi} \\ &= \phi^k \sigma^2 \lim_{\phi \rightarrow 1} \frac{(t-k)\phi^{2(t-k)-1}}{\phi} = \phi^k \sigma^2 \lim_{\phi \rightarrow 1} (t-k)\phi^{2(t-k)-2} \\ &= \phi^k \sigma^2 (t-k) = \sigma^2 (t-k). \end{aligned} \quad (4.12)$$

在  $|\phi| = 1$  時， $Var(y_t)$  與  $Cov(y_t, y_{t-k})$  均為  $t$  之函數，意即會隨著不同的  $t$  而發生變化，不滿足定態的定義。由 (4.11) 式可知， $Var(y_t)$  會隨著  $t$  呈現線性增加，代表序列的波動程度會隨著時間經過而加劇。此外，在 (4.2) 式的 AR(1) 模型中， $\phi$  等於 1 被視為一種的特例，稱作隨機漫步 (random walk) 模型。

我們根據 (4.2) 式所列的 AR(1) 模型進行模擬，其中參數  $\phi$  分別設定為 0.98、1、-0.98 以及 -1。模擬結果分別呈現於圖 4-1 (a)、(b)、(c) 及 (d)。其中，起始值設定為 0，誤差項之期望值與變異數分別為 0 以及 1，模擬次數為 300 次。

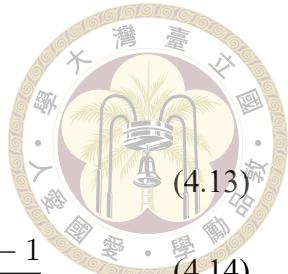
圖 4-1  
定態與隨機漫步模型模擬



分別比較圖 4-1 中的 (a)、(c) 圖和 (b)、(d)，可以觀察到，定態時間序列較為穩定，資料偏離起始值 0 的程度較小；而具有單根的時間序列則相較於定態時間序列波動較大，偏離 0 的程度更高。此外，當  $\phi < 0$ ，由於變數當期的值與前期值呈負相關，因此每一時點的值會與前期值反向變動，呈現出上下震盪的模式。然而，在財金與經濟研究中， $\phi < 0$  所呈現的序列型態相對罕見，多數變數，例如產出、匯率、物價、股價及期貨指數等，其資料型態更接近  $\phi > 0$  的序列型態，如圖 4-1 (a、b) 所示。有鑑於此，在檢測時間序列定態性質的檢定中，皆著重於  $\phi = 1$  的情況。基於此理由，在對  $|\phi| > 1$  的模型進行說明時，本文僅針對  $\phi > 1$  的情況進行討論。

當 (4.2) 式中  $\phi > 1$  時，隨機變數  $y_t$  之期望值、變異數與自我共變異數可分別

推導出以下結果：



$$E(y_t) = E(\phi^t y_0) = \phi^t y_0, \quad (4.13)$$

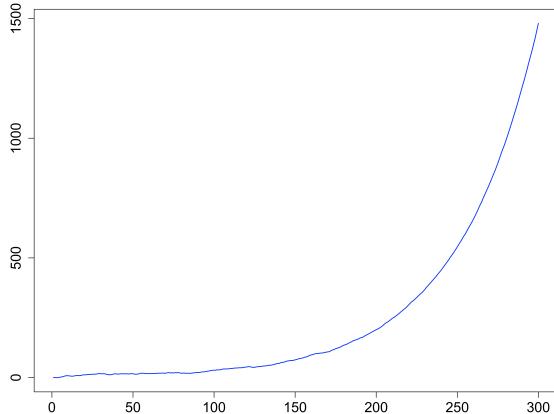
$$Var(y_t) = \sum_{j=0}^{t-1} (\phi^j)^2 Var(\varepsilon_{t-j}) = \sigma^2 \sum_{j=0}^{t-1} \phi^{2j} = \sigma^2 \frac{\phi^{2t} - 1}{\phi^2 - 1}, \quad (4.14)$$

$$Cov(y_t, y_{t-k}) = \phi^k \sum_{j=0}^{t-k-1} \phi^{2j} \sigma^2 = \phi^k \sigma^2 \frac{\phi^{2(t-k)} - 1}{\phi^2 - 1}. \quad (4.15)$$

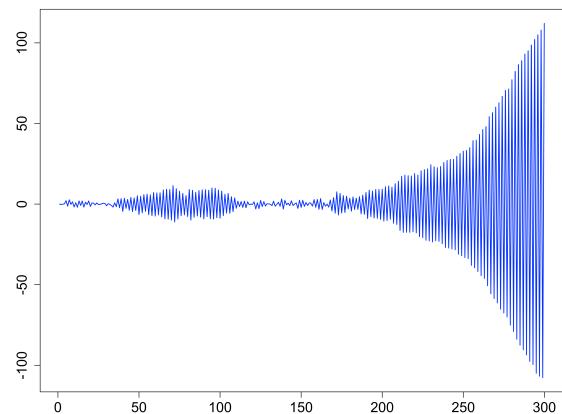
由於  $E(y_t)$ 、 $Var(y_t)$  與  $Cov(y_t, y_{t-k})$  皆為  $t$  的函數，因此會隨  $t$  的不同而有不同的結果，不滿足定態的性質，屬於非定態序列。此外，當模型中  $\phi > 1$  時，變異數  $Var(y_t)$  將隨著  $t$  的增加呈現指數式增長，其增長速度比  $|\phi| = 1$  的情況更為劇烈。圖 4-2 (a) 與 (b) 分別為模擬 (4.2) 式中，參數  $\phi$  為 1.02 與 -1.02 的時間序列圖。

圖 4-2  
AR(1) 模型爆炸序列模擬

(a)  $\phi = 1.02$



(b)  $\phi = -1.02$



我們可以觀察到，當模型中  $|\phi| > 1$ ，無論其係數正負，序列都將以極快的速度持續地偏離起始值。其中，當  $\phi > 1$  時，序列將會快速且持續地持續偏離起始值，如圖 4-2 (a) 所示，此類型的序列型態一般發生於變數出現泡沫的時期；而  $\phi < -1$  時，則序列會不斷地在正負之間來回震盪，並且擺盪幅度將隨時間經過愈發劇烈，如圖 4-2 (b) 所示。

於 (4.3) 式中，若  $t = t+k$ ，則 (4.3) 式可以改寫為  $y_{t+k} = \phi^{t+k} y_0 + \sum_{j=1}^{t+k-1} \phi^j \varepsilon_{t+k-j}$ 。



再將  $y_{t+k}$  對  $\varepsilon_t$  偏微分，則可以得到此模型的衝擊反應函數 (impulse response functions [IRF])，如 (4.16) 式所示。透過 IRF，可以觀察到誤差項在  $t$  時間點發生的變動或衝擊，在經過  $k$  期之後，對變數仍殘存多少影響。

$$\frac{\partial y_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} = \phi^k. \quad (4.16)$$

當  $|\phi| < 1$  時，外生衝擊對變數的影響會隨  $k$  增加而逐漸減少；當  $k$  趨近於無窮大時，衝擊的影響將趨近於 0，此意味著系統對於衝擊的影響為暫時性的，因此該系統為穩定 (stable)；當  $|\phi| = 1$  時，外部衝擊將會對系統產生永久性的影響 (persistent shocks)；而當  $|\phi| > 1$  時，衝擊對系統的影響將隨時間經過而不斷放大，系統將具有爆炸性 (explosive)，而具有這種特徵的序列又被稱作爆炸序列 (explosive series)。

當時間序列為非定態，則可以透過對變數取差分的方式得到定態時間序列。例如，若  $y_t$  的 DGP 為隨機漫步，即  $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ ，透過對  $y_t$  取差分，可得  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t$ ，為一定態序列。在此例中， $y_t$  原為非定態序列，但在經過一次差分後為定態序列，稱之為「一階整合變數」(integrated of order 1)，記為  $y_t \sim I(1)$ 。同理，若非定態序列  $y_t$  經過  $k$  次差分後為定態序列，以符號標示為  $\Delta^k y_t \sim I(0)$ ，則稱  $y_t$  為「 $k$  階整合變數」(integrated of order  $k$ )，並記為  $y_t \sim I(k)$ 。

## 4.2 時間序列單根性質

如 4.1 節所述，定態與非定態時間序列在統計性質和走勢形態上會有顯著差異，因此確定研究變數是否為定態極為關鍵。在計量方法中，檢定時間序列是否為定態最主流的方法為單根檢定。在討論單根檢定之前，我們先延用 (4.2) 式的 AR(1) 模型來說明單根與定態的關聯性。透過落後運算元 (lag operator)，可將

(4.2) 式改寫為 (4.17) 式。

$$y_t = \phi L y_t + \varepsilon_t \implies \phi(L) y_t = (1 - \phi L) y_t = \varepsilon_t, \quad (4.17)$$



其中， $L$  為落後運算元，使得  $L^k y_t = y_{t-k}$ 。接著，令 (4.17) 式中  $\phi(L) = 1 - \phi L$  為零，同時令  $z = L$ ，即可得到此 AR(1) 模型的特徵多項式 (characteristic equation) 為  $1 - \phi z = 0$ ，求解可得  $z = 1/\phi$ 。而特徵多項式的解即為根 (root)，又稱為特徵根 (characteristic root) 或特徵值 (eigenvalue)。當根的範數 (modulus) 大於 1，亦即  $|\phi| < 1$ ，則模型為定態序列；當範數小於 1，即  $|\phi| > 1$ ，則此序列為爆炸序列；若範數等於 1，對映於  $|\phi| = 1$ ，則稱此時間序列具有單根 (unit root)。

進一步將 AR(1) 模型拓展為 AR( $p$ ) 模型。以 (4.1) 式為例，運用落後運算元可以將其改寫為 (4.18) 式。

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \cdots - \phi_p L^p) y_t = \varepsilon_t, \quad (4.18)$$

令  $z = L$ ，可得特徵多項式為 (4.19) 式：

$$1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \cdots - \phi_p z^p = 0, \quad (4.19)$$

當特徵多項式中所有的根皆大於 1，則模型為定態；若任意一個根之範數出現小於 1，則為爆炸序列；若有任意一個根之範數等於 1，則該序列為具有單根的非定態時間序列。

此外，當 AR( $p$ ) 存在單根，代表其特徵多項式會存在一個  $z = 1$  的解，將  $z = 1$  代入 (4.19) 式，可得  $1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p = 0$ 。有此可見，當 AR( $p$ ) 模型之係數加總恰好為一時，則該模型至少存在一個單根。因此，可藉由此結果檢定 AR( $p$ ) 模型是否為非定態序列。



## 4.3 單根檢定

單根對於實證研究的影響非常深遠。例如，Granger and Newbold (1974) 指出，將兩個獨立但具有隨機趨勢的序列進行回歸，可能會錯誤地得到兩者具有顯著相關性的結論，發生虛假回歸 (spurious regression)。Nelson and Plosser (1982) 則指出，總體經濟變數普遍具有單根，若研究者忽視單根問題，將使實證結果的統計推論發生錯誤。

學術界對於單根議題的討論也十分廣泛，許多學者檢測時間序列單根的方法也相繼被提出，例如 Dickey and Fuller (1979) 提出的 Dickey-Fuller (DF) 檢定 (以下簡稱 DF 檢定)、以 DF 檢定為基礎推廣的 Augmented Dickey-Fuller (ADF) 檢定 (以下簡稱 ADF 檢定)，以及 Ng and Perron (2001) 所開發的 NP 檢定等。

DF 檢定是在模型中置入變數的一階落後項，即 AR(1) 模型，若模型中落後項的係數在統計上顯著小於一，則作出該序列為定態時間序列的結論。以先前使用之不含截距與時間趨勢的 AR(1) 模型為例，此模型即為 DF 檢定中最簡易的模型設定。<sup>6</sup>DF 檢定即是使用普通最小平方法 (ordinary least squares [OLS]) 對 (4.2) 式進行估計，並檢定回歸係數  $\phi$  是否等於一。因此，DF 檢定的虛無對立假設即為：

$$H_0: \phi = 1 \quad (\text{時間序列具有單根}),$$

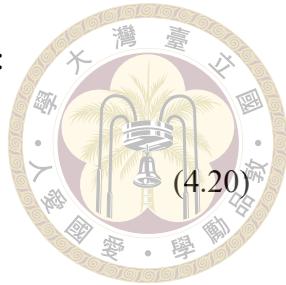
$$H_1: |\phi| < 1 \quad (\text{模型為定態}).$$

<sup>6</sup>完整的 DF 檢定分為以下三種形式，研究者可以依照不同的研究對象選取適當的模型：

- (1) 不含截距項與時間趨勢： $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ ，
- (2) 含截距項但不含時間趨勢： $\Delta y_t = \beta + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ ，
- (3) 包含截距項與時間趨勢： $\Delta y_t = \beta + \alpha t + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ 。

DF 檢定統計量的計算公式與 t 檢定相仿，如 (4.20) 式所示：

$$t_T = \frac{(\hat{\phi}_T - 1)}{SE(\hat{\phi}_T)},$$



當  $|\phi| < 1$  時，可以推得  $\sqrt{T}(\hat{\phi} - \phi) \xrightarrow{d} N(0, (1 - \phi^2))$ ，此時 DF 檢定統計量將漸進常態分配。然而，在 DF 檢定中，其虛無假設設定  $\{y_t\}$  為非定態 ( $|\phi| = 1$ )，其動差無法收斂，也因此其極限分配不為常態分配，因此無法以常態分配作為臨界值得判斷。但 Phillips (1987) 證明，DF 檢定統計量  $t_T$  在虛無為真下為布朗運動 (Brownian motion) 的函數，因此可以透過模擬的方式得到 DF 檢定的臨界值。

然而，在實務中，執行 DF 檢定通常會採取另一種估計方式，是將 AR(1) 模型改寫為差分形式進行估計，以 (4.2) 式為例，我們可以將其改寫為 (4.21) 式，再對模型係數  $\delta$  進行估計並執行檢定。使用差分形式進行估計的優點在於，能避免時間序列的隨機趨勢 (stochastic trend) 造成  $\phi$  的估計值  $\hat{\phi}$  出現低估偏誤。

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = (\phi - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (4.21)$$

在差分模型之下，DF 檢定的虛無假設與對立假設可以改寫為：

$$H_0 : \delta = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \delta < 0.$$

在 DF 檢定中，假設殘差符合白噪音的性質，但實際上殘差卻可能存在若干程度的序列相關問題 (Said & Dickey, 1984)。此外，DF 檢定的模型僅考慮一期的落後項，當變數的 DGP 不為 AR(1) 模型時，顯然不適合用 DF 檢定進行分析。因此，Said and Dickey (1984) 將 DF 檢定推廣至包含  $p$  階落後項的 AR( $p$ ) 模型，即為著名的 ADF 檢定。<sup>7</sup>以先前所展示的 AR( $p$ ) 模型為例，首先，我們可以將 (4.1) 式改寫

<sup>7</sup>同 DF 檢定，ADF 檢定可分為三種類型：

- (1) 不含截距項與時間趨勢： $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ ，
- (2) 含截距項但不含時間趨勢： $\Delta y_t = \beta + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ ，

為 (4.22) 式。

$$\begin{aligned}
 y_t &= \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t = \sum_{j=1}^p \phi_j y_{t-j} + \varepsilon_t \\
 &= (\sum_{j=1}^p \phi_j) y_{t-1} - \sum_{j=2}^p \phi_j (y_{t-1} - y_{t-2}) - \cdots - \phi_p (y_{t-p+1} - y_{t-p}) + \varepsilon_t \\
 &= \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t. \tag{4.22}
 \end{aligned}$$

其中  $\phi = \sum_{j=1}^p \phi_j$ 。ADF 檢定的虛無假設與對立假設分別為， $H_0 : \phi = 1$  與  $H_1 : |\phi| < 1$ ，而檢定統計量與臨界值的求算方式則同於 DF 檢定。此外，如同 DF 檢定，ADF 檢定在實務中多採取差分形式，如下 (4.23) 式。

$$\begin{aligned}
 \Delta y_t &= y_t - y_{t-1} = (\phi - 1) y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \\
 &= \delta_0 y_{t-1} + \delta_1 \Delta y_{t-1} + \delta_2 \Delta y_{t-2} + \cdots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + \varepsilon_t. \tag{4.23}
 \end{aligned}$$

其中  $\delta_0 = \phi - 1 = \sum_{j=1}^p \phi_j - 1$ 、 $\delta_j = -\sum_{i=j+1}^p \phi_i$ 。此模型下，ADF 檢定的虛無假設與對立假設分別為  $H_0 : \delta_0 = 0$  與  $H_1 : \delta_0 < 0$ 。(4.23) 式被稱為 (4.22) 式的 Dickey-Fuller 重新參數化 (reparameterization)，其中  $\delta_1 \Delta y_{t-1} + \delta_2 \Delta y_{t-2} + \cdots + \delta_{p-1} \Delta y_{t-p+1}$  稱作 ADF 檢定的增廣項 (augmented part)，主要用途在於控制殘差項的序列相關問題。增廣項的最適落後階數  $p$  可以透過赤池資訊準則 (Akaike information criterion [AIC]) 或貝氏資訊準則 (Bayesian information criterion [BIC]) 等資訊準則進行評選。

(3) 包含截距項與時間趨勢： $\Delta y_t = \beta + \alpha t + \delta y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ 。

# 第五章 泡沫檢測模型



## 5.1 單根檢定在泡沫研究之應用

在財務金融學中，單根不僅關乎統計結果的正確性，還具有另一層深遠的意涵。Samuelson (1965) 以數學證明了資產價格變動應為隨機且難以預測的隨機漫步型態。Fama (1970) 也指出，在一個符合效率的市場中，資產價格應該遵循隨機漫步模型。儘管 EMH 受到不少學者的質疑，但對於資產價格與總體經濟變數的時間序列具有單根或服從隨機漫步的觀點，仍普遍被大家所接受，並取得許多實證研究的支持。然而，仍有例外，例如當市場上存在泡沫時，資產價格在泡沫期間往往會呈現出指數式增長的爆炸性特徵 (PSY, 2015a; PWY, 2011)。基於此特點，單根檢定遂成為識別泡沫的一種潛在可行方法。

在 3.1 節曾提及，資產價格可以拆分為基本價值與泡沫兩個部分，如 (3.1) 式所示。沿用過去文獻設定 (例如 PSY, 2015a 、 PWY, 2011 等)，其中基本價值 ( $F_t$ ) 為非定態的  $I(1)$  過程，泡沫 ( $B_t$ ) 則為爆炸序列。因此，在無泡沫的情況下 ( $B_t = 0$ )，資產價格 ( $P_t$ ) 應與基本價值 ( $F_t$ ) 一致，並服從隨機漫步，換言之  $P_t = F_t \sim I(1)$ 。然而，當泡沫發生時，此時的價格將同時包含基本價值與泡沫，並且由於  $B_t$  為爆炸序列，因此價格也會呈現出爆炸序列的特徵。有鑑於此，我們可以將泡沫定義為時間序列發生爆炸序列特徵的現象。

據此，Diba and Grossman (1988) 指出，若股價存在泡沫，則股價在一階差分後仍應為非定態時間序列。該研究透過 ADF 檢定對 1871 年至 1986 年期間的標準普爾 500 (S&P 500) 指數年資料進行實證分析。結果顯示，股價與股利序列皆無法拒絕虛無假設，但兩者取差分後皆在統計上顯著為定態，換言之，股價與股利皆為  $I(1)$ 。基於此結果，Diba and Grossman (1988) 認為股市並不存在泡沫現象。此外，他們也透過共整合檢定，確認股價與股利的時間序列具有



共整合 (cointegration) 關係，<sup>8</sup>支持股票不存在泡沫的結論，但此結果隨即受到 Evans (1991) 的質疑。Evans (1991) 指出，當泡沫的型態並非呈現持續性上漲，而是反覆、週期性地經歷繁榮與崩跌，則傳統的 ADF 檢定與共整合檢定皆無法準確識別泡沫。尤其當泡沫的 DGP 為非線性模型時，會使得泡沫產生更複雜的特徵，使其看起來更像是由單根過程或定態序列所生成，而非爆炸序列。

Evans (1991) 的研究突顯了 ADF 檢定在面對泡沫動態時的局限性，促使後續的研究者尋求更精確的方法來辨別泡沫的存在。其中，最為主流的檢測方法為 PWY (2011) 所開發的 SADF 檢定，一般又稱作 PWY 模式，以及 PSY (2015a) 所提出的 GSADF 檢定，也稱作 PSY 模式。

SADF 檢定是基於 ADF 檢定所建構的，兩者之間的主要區別其一在於檢定的方向，SADF 與 ADF 檢定的虛無假設皆設定模型為具有單根的非定態時間序列；但是在對立假設的設定上，ADF 檢定設定模型為定態時間序列，而 SADF 則是設定模型為根大於一的爆炸序列。具體而言，ADF 檢定為左尾檢定，而 SADF 為右尾檢定。其二，SADF 檢定與 ADF 檢定的另一個顯著差異在於，前者在執行檢定的過程中採用遞迴的方式進行估計 (recursive estimation)，而後者則一次性將全部樣本置入模型中進行檢定，這使得 SADF 檢定在檢測泡沫動態時更具敏銳度。

在後續的研究中，PSY (2015a) 改良 SADF 檢定，建構出 GSADF 檢定，其允許遞迴的期間更彈性，並提出了使用向後 SADF (backward SADF [BSADF]) 的檢定方法，用以標記泡沫的起始與結束時間。

<sup>8</sup>當一組非定態時間序列的線性組合為定態，則稱該組時間序列具有共整合關係，並意味著這些變數在長期具有穩定的均衡關係 (Engle & Granger, 1987; Granger, 1981) 對於股票而言，股價的長期均衡應反映其基本價值，而基本價值是透過股利折現模式所求得，因此，在無泡沫的情況下，股價與股利應為共整合關係，相關說明可參考 Campbell et al. (1997)。



## 5.2 右尾單根模型一般式設定

用於檢測泡沫的右尾單根模型中，其基礎皆建立於 ADF 檢定之上。因此，我們可以先建立出模型的一般形式，以便後續的模型說明。首先，參考 PSY<sup>®</sup>(2015a) 的設定，在虛無假設中設定變數服從具有單根的隨機過程，對立假設則假設模型為輕度爆炸 (mildly explosive)：

$$H_0 : y_t = dT^{-\eta} + y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5.1)$$

$$H_1 : y_t = \delta_T y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \delta_T = 1 + cT^{-\theta}. \quad (5.2)$$

其中， $y_t$  為研究者感興趣的時間序列資料於第  $t$  期的樣本觀察值， $t$  為資料期數 ( $t = 1, \dots, T$ )， $T$  為樣本大小， $d$  為常數， $\eta > 0.5$ ， $c > 0$ ， $\theta \in (0, 1)$ ， $\varepsilon_t$  為獨立同分配的誤差項，可表示為  $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma^2)$ 。

在虛無假設中，截距項 ( $dT^{-\eta}$ ) 被設定為「漸進為零」(local to zero) 的「弱」截距 (weak intercept)。Phillips et al. (2014) 指出，此設定適合用以描述序列中可能存在飄移項 (drift term) 但又不顯著的「中間情況」，並且根據其經驗，多數的經濟與財金變數  $\eta$  約為 0.5。<sup>9</sup> 此外，雖然右尾檢定將研究重點聚焦於對立假設，但模型的漸進分配仍取決於虛無假設與實證模型的設定，因此本文仍將其納入說明。而在對立假設中，其模型設定相較於一般「漸進單根」(local to unity) 設定為  $\delta_T = 1 + c/T$ ，在  $\delta_T = 1 + cT^{-\theta}$  的設定之下，<sup>10</sup>隨著  $T$  增加， $\delta_T$  將以較慢的速度向 1 接近，直到  $T \rightarrow \infty$ ， $\delta_T$  將趨近於 1，模型將收斂到隨機漫步過程。

檢定上述假設所使用的模型估計式實際上與傳統 ADF 檢定相同，如 (4.23) 式所示。然而，在 (4.23) 式中，使用了全部樣本進行估計，無法適應 PWY 與 PSY 模式採用的遞迴式估計方法，因此在一般式的設定上，我們需要將 (4.23) 式稍作

<sup>9</sup> 當  $\eta \rightarrow 0$ ，虛無假設可改寫為  $H_0 : y_t = d + y_{t-1} + \varepsilon_t$ ，同 Diba and Grossman (1988) 模型所設定的虛無假設；而當  $\eta \rightarrow \infty$ ，虛無假設將同於 PWY 文中的設定，即  $H_0 : y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ 。

<sup>10</sup> 事實上  $\delta_T = 1 + c/T$  為  $\delta_T = 1 + cT^{-\theta}$  在  $\theta = 1$  時的特例。

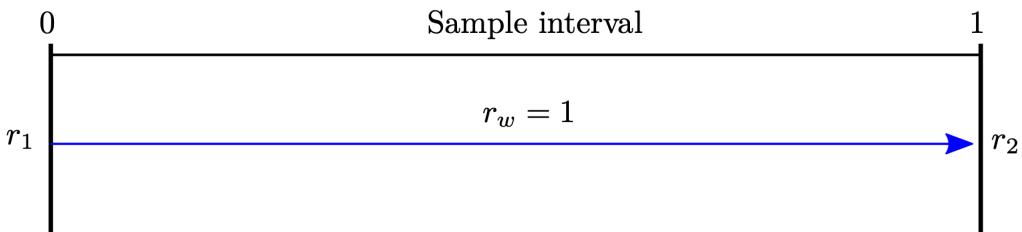
變化，調整為 (5.3) 式。<sup>11</sup>

$$\Delta y_t = \alpha_{r_1, r_2} + \beta_{r_1, r_2} y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \psi_{r_1, r_2}^i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma^2). \quad (5.3)$$



其中， $\Delta y_{t-i}$  為第一期到第  $k$  期的滯後項一階差分， $r_1$  與  $r_2$  分別代表估計視窗的起始日與終止日佔樣本數  $T$  的比例， $r_2 - r_1$  則代表估計視窗的寬度，以符號  $r_W$  表示。具體而言，估計所使用的樣本是為全體樣本中的第  $\lfloor Tr_1 \rfloor$  個至第  $\lfloor Tr_2 \rfloor$  個樣本，共  $\lfloor Tr_W \rfloor$  個樣本。其中， $\lfloor \cdot \rfloor$  代表下取整函數 (floor function)。若將  $r_1$ 、 $r_2$  分別設定為 0 和 1，則模型將等價於 (4.23) 式，如圖 5-1 所示。在下文中，我們將一次性使用全部樣本的模型稱為右尾 ADF (right-tailed ADF [RADF]) 檢定。此外，在 PWY 和 PSY 模式中，要求每次遞迴估計的視窗寬度不得小於  $r_0$ ，即  $r_W \geq r_0$  ( $\lfloor Tr_W \rfloor \geq \lfloor Tr_0 \rfloor$ )，因此  $r_0$  又稱作最小估計視窗。

圖 5-1  
右尾單根檢定示意圖



註：取自 “Rtadf: Testing for bubbles with EViews” by I. Caspi, 2017, *Journal of Statistical Software, Code Snippets*, 81(1), p. 5 (<https://doi.org/10.18637/jss.v081.c01>)。

在此估計式下，實際上在進行檢定的虛無假設與對立假設為：

$$H_0: \beta_{r_1, r_2} = 0 \quad (\text{具有單根的隨機漫步模型}), \quad (5.4)$$

$$H_1: \beta_{r_1, r_2} > 0 \quad (\text{為爆炸序列}). \quad (5.5)$$

在虛無假設下，檢定統計量如 (5.6) 式所示， $ADF_{r_1}^{r_2}$  代表的是視窗樣本由  $\lfloor Tr_1 \rfloor$  至

<sup>11</sup> 在單根檢定中，另一種常見的估計式為 Diba and Grossman (1988) 所使用的：包含飄移項的模型，即  $y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \phi_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$ 。然而，Phillips et al. (2014) 指出，當  $\delta > 1$  時，此估計式不適合用以進行右尾單根檢定，因此在此考慮的模型為無飄移項的估計式。

$[Tr_2]$  執行 ADF 檢定所得的 ADF 檢定統計量。

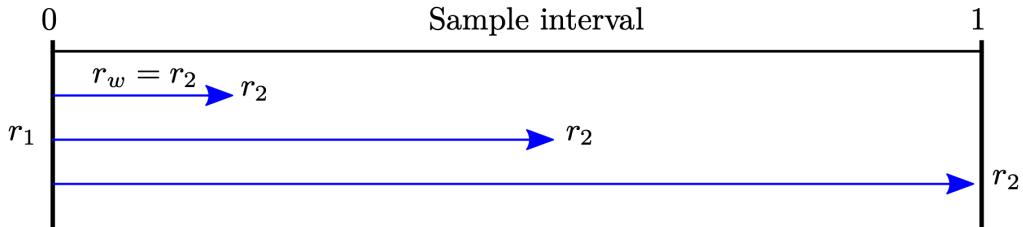


$$ADF_{r_1}^{r_2} = \frac{\widehat{\beta}_{r_1, r_2}}{SE(\widehat{\beta}_{r_1, r_2})}.$$

### 5.3 SADF 檢定

SADF 檢定使用了向前遞迴 (forward recursive) 的方式進行右尾單根檢定的估計，並將估計的起始點固定在樣本期間的第一期  $r_1 = 0$ ，估計視窗  $r_W$  由最小估計視窗  $r_0$  開始逐步加入新一期的樣本，直到全部樣本納入估計之中，即  $r_2 \in [r_0, 1]$ ，如圖 5-2 所示。此外，PSY (2015a) 建議設定  $r_0 = 0.01 + 1.8/\sqrt{T}$ ，一方面可以確保遞迴視窗在小樣本下仍可使用足夠的樣本進行檢測，另一方面，也能確保遞迴視窗在樣本數較大的情況下不至於過寬，以偵測出樣本前期的泡沫。<sup>12</sup>

圖 5-2  
SADF 檢定示意圖



註：取自 “Rtadf: Testing for bubbles with EViews” by I. Caspi, 2017, *Journal of Statistical Software, Code Snippets*, 81(1), p. 6 (<https://doi.org/10.18637/jss.v081.c01>)。

SADF 檢定的檢定統計量被定義為所有  $r_1$  至  $r_2$  期間右尾 ADF 檢定統計量的最小上界，<sup>13</sup>如 (5.7) 式所示。在虛無假設下，其極限分配為 (5.8) 式。

$$SADF(r_0) := \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} ADF_0^{r_2}, \quad (5.7)$$

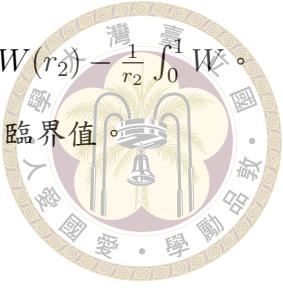
$$\sup_{r_2 \in [r_0, 1]} \left( \frac{\int_0^{r_2} \tilde{W} dW}{\left( \int_0^{r_2} \tilde{W}^2 \right)^{1/2}} \right). \quad (5.8)$$

<sup>12</sup>原先 PWY 將  $r_0$  被設定為 0.1。

<sup>13</sup>可視為取極大值的概念。

其中， $W$  為標準布朗運動 (standard Brownian motion)， $\tilde{W}(r_2) = W(r_2) - \frac{1}{r_2} \int_0^1 W$ 。

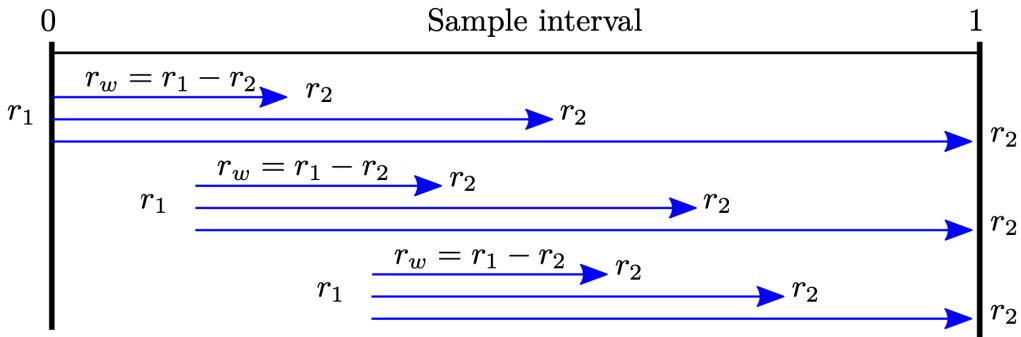
可透過抽樣方法模擬出極限分配，從而求算出給定顯著水準下的臨界值。



## 5.4 GSADF 檢定

然而，當市場變化迅速或存在多重泡沫時，SADF 將出現檢定力不足的情形。有鑑於此，PSY (2015a) 放寬 SADF 檢定將估計視窗起點限制在第一個樣本 ( $r_1 = 0$ ) 的假設，推廣出 GSADF 檢定。GSADF 檢定允許視窗變換不同的起點  $r_1 \in [0, r_2 - r_0]$ ，並在給定的  $r_1$  下，逐步將更新一期的樣本納入視窗，反覆進行 ADF 檢定，如圖 5-3 所示。

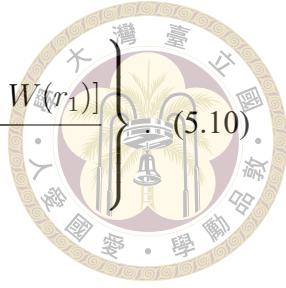
圖 5-3  
GSADF 檢定示意圖



註：取自 “Rtadf: Testing for bubbles with EViews” by I. Caspi, 2017, *Journal of Statistical Software, Code Snippets*, 81(1), p. 6 (<https://doi.org/10.18637/jss.v081.c01>)。

更有彈性的遞迴測試的視窗使 PSY 模式在面對資料存在多重泡沫時的檢測結果更加穩健。GSADF 檢定以遞迴的方式對子樣本重複進行 ADF 模型估計，其檢定統計量如 (5.9) 式所示，設定為所有  $r_1$  至  $r_2$  期間 ADF 檢定統計量的最大值。在虛無假設下，GSADF 統計量的極限分佈如 (5.10) 式所示，其中， $W$  為標準布朗運動。臨界值的計算與 SADF 檢定相同，均通過模擬抽樣獲得。當檢定統計量大於臨界值時，則可以推論資產價格在樣本期間存在泡沫。

$$GSADF(r_0) := \sup_{\substack{r_2 \in [r_0, 1] \\ r_1 \in [0, r_2 - r_0]}} ADF_{r_1}^{r_2}, \quad (5.9)$$



$$\sup_{\substack{r_2 \in [r_0, 1], \\ r_1 \in [0, r_2 - r_0]}} \left\{ \frac{\frac{1}{2} r_w [W(r_2)^2 - W(r_1)^2 - r_w] - \int_{r_1}^{r_2} W(r) dr [W(r_2) - W(r_1)]}{r_w^{1/2} \left\{ r_w \int_{r_1}^{r_2} W(r)^2 dr \left[ \int_{r_1}^{r_2} W(r) \right]^2 \right\}^{1/2}} \right\}. \quad (5.10)$$

## 5.5 泡沫時間戳記

SADF 與 GSADF 檢定的檢定統計量被用來作為判斷樣本期間是否存在泡沫的依據，但無法藉其判別出泡沫發生的日期。因此，PSY (2015a) 提出 BSADF 檢定方法，為泡沫發生的起始日與結束日進行時間戳記。BSADF 是將估計視窗終點固定於  $r_2$ ，變換不同的視窗起點  $r_1$  ( $r_1 \in [0, r_2 - r_0]$ )，反覆進行 ADF 檢定，最後再由每一個視窗終點為  $r_2$  的 ADF 檢定統計量中選取最大值作為該  $r_2$  之下的 BSADF 檢定統計量。有鑑於此，BSADF 檢定統計量定義為給定視窗終點  $r_2$  與最小視窗  $r_0$  之下，對應不同  $r_1$  的 ADF 檢定統計量之最小上界，如 (5.11) 式所示。

$$BSADF_{r_2}(r_0) := \sup_{r_1 \in [0, r_2 - r_0]} ADF_{r_1}^{r_2}. \quad (5.11)$$

得到 BSADF 的檢定統計量序列後，我們可將其與臨界值逐日進行比較，了解泡沫的發生時間。然而，基於 SADF 與 GSADF 檢定的模型設定存在差異，因此兩檢定在泡沫日期戳記的判斷方式也略有不同。

### SADF 時間戳記

在 PWY 模式下，BSADF 檢定又稱作反向 ADF 檢定 (backward ADF [BADF])，可視為 BSADF 檢定的一種特例。SADF 檢定將遞迴視窗的起點固定在第一個樣本 ( $r_1 = 0$ )，在此設定下，BSADF 檢定相當於是在每一個給定的  $r_2$  下，一次性地加入  $r_2$  以前的所有樣本進行一次 ADF 檢定，因此每一個  $r_2$  僅會對應一個  $r_W$  為

$r_2 = 0$  的 ADF 統計量。<sup>14</sup>因此，我們可以將 (5.11) 式改寫為 (5.12) 式：

$$BADF_{r_2}(r_0) := ADF_0^{r_2}.$$



比較 (5.12) 與 (5.7) 二式，可以見得 BADF 檢定的估計過程實際上只是重現 SADF 檢定的估計過程。換言之，在 SADF 檢定中，我們僅需根據原先求得的 ADF 檢定統計量序列與臨界值逐日進行比較，即可對泡沫日期進行識別，其判定標準如下所示：

$$\hat{r}_e = \inf_{r_2 \in [r_0, 1]} \{r_2 : ADF_{r_2} > cv_{r_2}^\alpha\}, \quad (5.13)$$

$$\hat{r}_f = \inf_{r_2 \in [\hat{r}_e + \delta \log T / T, 1]} \{r_2 : ADF_{r_2} < cv_{r_2}^\alpha\}. \quad (5.14)$$

其中， $cv_{r_2}^\alpha$  為第一筆樣本至  $\lfloor Tr_2 \rfloor$  筆樣本在  $100(1 - \alpha)\%$  信心水準下的臨界值； $\hat{r}_e$  與  $\hat{r}_f$  分別代表泡沫的起始日與終止日（以總樣本數  $T$  的比例表示）； $\delta \log T / T$  為泡沫最少的持續時間，即檢定統計量超過臨界值的天數至少需要持續  $\lfloor \delta \log T \rfloor$  天，始能稱之為泡沫。其中， $\delta$  為頻率相關參數 (frequency-dependent parameter)，可依照研究需求主觀地進行設定。<sup>15</sup>

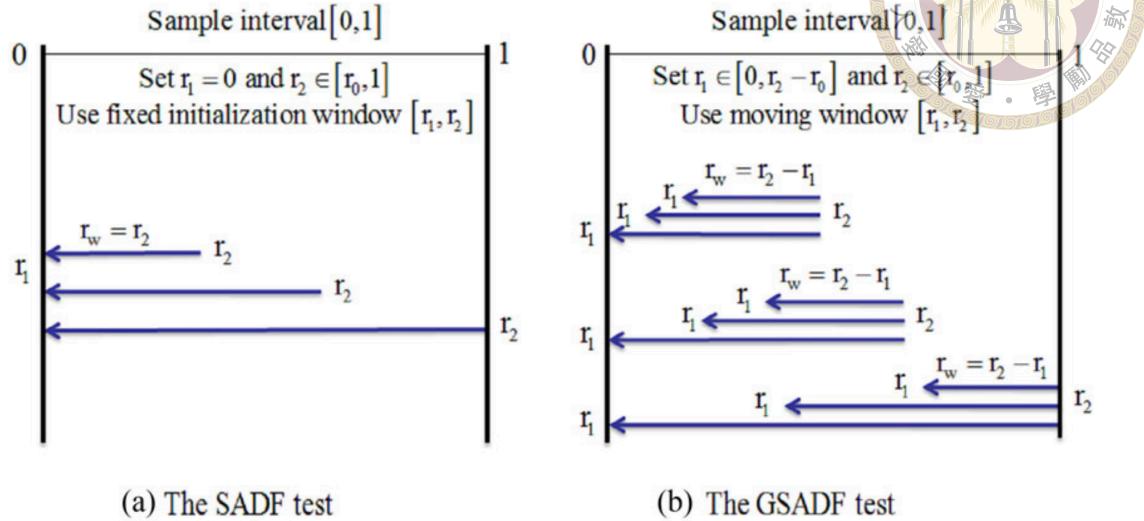
如 PSY (2015a) 文中所述，在 SADF 檢定中進行 BADF 檢定是多餘的 (superfluous)，但 BADF 仍為我們提供了另一種了解 SADF 檢定的視角。在 SADF 檢定中，如前 5.3 節所述，我們是將窗口固定在第一個樣本 ( $r_1 = 0$ )，不斷順向加入新樣本進行 ADF 檢定，如圖 5-2。此過程以 BADF 模型的觀點，相當於給定不同  $r_2$  之下 ( $r_2 \in [r_0, 1]$ )，「反向」的將  $r_2$  以前的所有樣本納入視窗進行 ADF 檢定，參考圖 5-4 (a)。

當序列中僅存在一個泡沫，Phillips et al. (2015b) 證明，在給定 (5.15) 式所列

<sup>14</sup>正常情況下，每一個  $r_2$  會對應多個不同  $r_1$  的 ADF 檢定統計量，再從中選取最大值作為該  $r_2$  的 BSADF 檢定統計量。然而，在 PWY 模式下，每一個  $r_2$  僅會對應一個 ADF 檢定統計量，因此不需要最小上界的觀念。

<sup>15</sup>PWY 的原始設定中，設定  $\delta$  為 1。

圖 5-4  
BSADF 檢定示意圖



註：取自 “Testing for multiple bubbles: Historical episodes of exuberance and collapse in the S&P 500” by P. C. B. Phillips, S. Shi, J. Yu, 2015, *International Economic Review*, 56(4), p. 1053 (<https://doi.org/10.1111/iere.12132>)。

的條件下：

$$\frac{1}{cv^\alpha} + \frac{cv^\alpha}{T^{1-\frac{\theta}{2}}} \rightarrow 0, \quad (5.15)$$

使用 (5.13) 式與 (5.14) 式所估計的泡沫日期均為一致性估計量 (當  $T \rightarrow \infty$ ， $\hat{r}_e \xrightarrow{p} r_e$  、 $\hat{r}_f \xrightarrow{p} r_f$ )。然而，當序列中存在兩個泡沫時，PWY 模式對於第一個泡沫的估計仍保有一致性，但對於第二個泡沫則無法準確識別。有鑑於此，當序列中存在泡沫出現次數在一個以上，即多重泡沫的情況下，PWY 模式將無法適用。

## GSADF 模型時間戳記

在 PSY 模式下，可直接將 BSADF 統計量與臨界值進行比較，並由 (5.16) 式與 (5.17) 式作為泡沫發生與結束的判斷標準，藉此標記出泡沫的開始與結束時間。

$$\hat{r}_e = \inf_{r_2 \in [r_0, 1]} \{r_2 : BSADF_{r_2}(r_0) > scv_{r_2}^\alpha\}, \quad (5.16)$$

$$\hat{r}_f = \inf_{r_2 \in [\hat{r}_e + \delta \log T / T, 1]} \{r_2 : BSADF_{r_2}(r_0) < scv_{r_2}^\alpha\}. \quad (5.17)$$

無論序列中存在若干數量的泡沫，Phillips et al. (2015b) 證明，在給定 (5.18) 式的條件下：

$$\frac{1}{scv^\alpha} + \frac{scv^\alpha}{T^{1-\frac{\theta}{2}}} \rightarrow 0, \quad (5.18)$$



使用 (5.16) 式與 (5.17) 式所估計的泡沫日期，皆為一致性估計量。也因此，後續研究大多選用 PSY 模式作為泡沫偵測方法。

BSADF 檢定的概念上相當於是反向的 GSADF。BSADF 檢定是將第一個樣本至  $[Tr_2]$  視為一組新樣本，並在每一組新樣本中執行 BADF 檢定。換言之，是在每一個給定的終點  $r_2$  下，「反向」的將更前一期的樣本逐步加入估計視窗執行 ADF 檢定。最後，再將每一個視窗終點為  $r_2$  的 ADF 檢定統計量的最小上界作為 BSADF 檢定統計量。據此，我們也可以將 (5.11) 式改寫為 (5.19) 式。

$$BSADF_{r_2}(r_0) := \sup_{r_1 \in [0, r_2 - r_0]} BADF_{r_1}^{r_2}. \quad (5.19)$$

經由上述說明，我們可以發現 BSADF 檢定的計算過程與 GSADF 檢定完全重複，差別僅在於執行過程的步驟不同，其概念可參考圖 5-4 (b) 與圖 5-3。因此，(5.9) 式所示的 GSADF 檢定統計量可以 (5.20) 式的方式表示。

$$GSADF(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} \{BSADF_{r_2}(r_0)\}. \quad (5.20)$$

## 5.6 PWY 與 PSY 模型應用與發展

PWY (2011) 和 PSY (2015a) 提出的泡沫偵測方法廣泛被應用於股票、債券、商品期貨、匯率、通貨膨脹、房地產以及藝術品等多項領域 (Skrobotov, 2023)。在加密貨幣市場的應用中，Corbet et al. (2018) 使用 PSY 模式對比特幣和以太幣進行檢測，結果顯示兩者皆存在泡沫。另一項研究中，Cheung et al. (2015) 應用 PSY



模式對 2010 年 7 月至 2014 年 2 月期間的比特幣價格進行檢測，結果發現比特幣在樣本期間共發生了多起泡沫，其中包含三次持續時間較長的泡沫，持續時間分別為 66 天、79 天和 106 天。Yao and Li (2021) 應用 PSY 模式對 2014 年 1 月至 2020 年 3 月期間的比特幣價格進行分析，發現比特幣在樣本期間共發生了兩次泡沫，分別持續 26 天與 7 天。

Bouri, Shahzad, et al. (2019) 採用 PSY 模式對 2015 年 8 月至 2017 年 12 月期間的加密貨幣日資料進行研究，樣本包括比特幣、以太幣、瑞波幣、萊特幣、NEM、達世幣和恆星幣，結果顯示每一種加密貨幣均存在泡沫。該研究進一步分析了各加密貨幣泡沫發生的時間，發現單一加密貨幣的泡沫會誘發增加其他加密貨幣發生泡沫的可能性，存在共同爆炸 (co-explosive) 的現象。

Enoksen et al. (2020) 以 PSY 模式對多種加密貨幣 (包含比特幣、以太幣、瑞波幣、萊特幣、門羅幣、達世幣、NEM 和狗狗幣) 進行泡沫的檢測，發現上述每一個加密貨幣都有出現泡沫，其中以 2017 年至 2018 年間尤為顯著。此外，該研究進一步使用 Google 搜尋趨勢、價格波動度、交易量及總體不確定性因素等變數，對 PSY 模式的檢定結果進行線性回歸和 Probit 回歸。結果顯示價格波動度、交易量與 VIX 指數對於泡沫具有良好的預測能力。

在 PWY 與 PSY 模式的模型設定中，均假設誤差項符合白噪音的性質。然而，Harvey et al. (2016) 指出，當誤差項不為定態的情況下，會導致 PWY 模式犯型一誤差的可能性上升。為解決此一問題，Harvey et al. (2016) 提出透過 wild bootstrap 抽樣方法求取 SADF 檢定的臨界值，降低殘差項異質性與序列相關的潛在影響。Phillips and Shi (2020) 則進一步將 wild bootstrap 抽樣方法應用於 PSY 模式中。

此外，Ng and Perron (1995, 2001) 指出，當誤差項存在序列相關，會使得 ADF 檢定的顯著水準在小樣本下出現顯著扭曲。因此，Pedersen and Schütte (2020) 認為，基於 ADF 檢定進行遞迴測試的 SADF 與 GSADF 檢定，其顯著水準的失真程度應該更為嚴重。Pedersen and Schütte (2020) 還指出，基於 AIC 與 BIC 等資訊

準則評選出的估計模型，同樣會出現嚴重的型一誤差扭曲問題。基於上述問題，Pedersen and Schütte (2020) 提出了通過過濾自體抽樣 (sieve bootstrap) 求取臨界值。的方法，有助於提升檢定的穩健性。



# 第六章 研究方法與結果



## 6.1 樣本與研究方法

### 研究樣本

本研究選取加密貨幣市場中市值排名前三的原生代幣作為樣本，包含比特幣 (Bitcoin [BTC])、以太幣 (Ethereum [ETH]) 和幣安幣 (Binance Coin [BNB])。自 2018 年起，這三種加密貨幣的市值一直穩居原生代幣的前三名。根據加密貨幣資料平台 CoinMarketCap (CMC) 的統計，<sup>16</sup>截至 2023 年 12 月 31 日，比特幣、以太幣和幣安幣的市值分別佔整體加密貨幣市場總市值約 50.02%、16.69% 和 2.91%。在後續的論述中，我們將頻繁地使用 BTC、ETH 和 BNB 等加密貨幣代碼簡稱。

本研究樣本資料取自加密貨幣資料平台 CMC，並從中收集 BTC、ETH 和 BNB 自 2020 年 1 月 1 日起至 2023 年 12 月 31 日期間的相關數據。由於加密貨幣市場全年每日 24 小時開放交易，不存在傳統市場的開盤或收盤時間。因此，本文以每日的世界協調時間 23 點 59 分 59 秒 (23:59:59 [UTC]) 的價格作為每日的收盤價格，匯總出各加密貨幣的日資料。每種加密貨幣的樣本大小均為 1461 筆。

加密貨幣市場擁有眾多交易所，<sup>17</sup>但同一種加密貨幣在不同交易所的報價可能存在顯著差異 (Crépelliére et al., 2023)，部分交易所甚至會通過竄改價格和交易量的方式誘使投資者進行交易 (Vidal-Tomás, 2022)。本研究選用的資料來源 CMC 為一個單純的加密貨幣資料提供平台，其本身並不直接參與交易。該平台匯整了來自全球 252 個加密貨幣交易所的資料，且這些交易所必須符合 CMC 所設定的品質規範，其資料才會被納入資料庫。因此，我們認為選擇 CMC 作為資料來源可以最大程度地避免使用個別交易所資料所造成的樣本偏誤。

樣本敘述統計如表 6-1 所示。在表 6-1 中，除了本研究觀察的三種加密貨幣

<sup>16</sup>CMC 平台網站：<https://coinmarketcap.com/>

<sup>17</sup>2024 年 6 月，加密貨幣資料庫平台 blockspot.io 所列出的加密貨幣交易所數量高達 1523 個。

之外，我們額外列出了樣本期間內，S&P 500 指數與 COMEX 黃金期貨的相關資料。有助於更深入地理解在樣本期間內，加密貨幣與傳統資產的序列型態差異。S&P 500 指數與黃金期貨價格的原始資料取自美國那斯達克股票交易所。



表 6-1  
**BTC、ETH 與 BNB 價格之敘述統計**

	<b>BTC</b>	<b>ETH</b>	<b>BNB</b>	<b>S&amp;P 500</b>	<b>黃金期貨</b>
<b>平均數</b>	28,890.49	1,716.08	247.50	3,966.87	1,834.62
<b>中位數</b>	27,307.44	1,677.85	269.49	4,079.52	1,831.80
<b>最大值</b>	67,566.83	4,812.09	675.68	4,796.56	2,093.10
<b>最小值</b>	4,970.79	110.61	9.39	2,237.40	1,477.90
<b>標準差</b>	15,114.15	1,108.06	165.87	524.03	115.73
<b>變異係數</b>	0.52	0.65	0.67	0.13	0.06
<b>偏態係數</b>	0.41	0.48	0.09	-0.78	-0.35
<b>超額峰態</b>	-0.71	-0.26	-0.64	-0.002	-0.14

註：平均數、中位數、最大值與最小值之單位為美元。

在分散趨勢方面，可以發現加密貨幣的變異係數顯著高於傳統資產，突顯出加密貨幣市場極高的波動性。此外，三種加密貨幣的偏態係數均呈現右偏，與傳統資產的左偏形成鮮明對比，意味著在樣本期間內，加密貨幣更頻繁地出現極端的正向報酬。在峰態係數方面，加密貨幣相比於傳統資產展現出更加瘦尾的特性，表示其出現極端價格的可能性較低。

## 研究方法

傳統的泡沫研究通常基於資產定價模型來判斷資產價格是否顯著偏離其基本價值。然而，對於原生型加密貨幣而言，投資者持有加密貨幣所能獲得的現金流入僅限於日後出售所得之價金；換言之，投資加密貨幣的報酬全部來自資本利得。此外，對於加密貨幣基本價值的決定至今仍缺乏有效的衡量方式，使加密貨

幣難以透過傳統的分析方式進行泡沫檢測。因此，本研究同時採用 PWY 和 PSY 模式作為泡沫檢測工具。如本文第五章所述，PWY 和 PSY 模式基於檢測資產價格在泡沫期間出現指數式增長的序列特徵，從而避免需要確定基本價值的困境。



關於估計模型 (5.3) 式的設定，首先，對於增廣項的期數 ( $k$ ) 設定方面，PSY (2015a) 發現，當模型引入越多期的增廣項，會增加 SADF 與 GSADF 檢定發生型一誤差的機率，而當增廣項期數為零 ( $k = 0$ ) 時，顯著水準失真的程度最小，因此 PSY (2015a) 建議在模型中放入較少的增廣項。然而，在過去的文獻中，研究者並未對其所用估計模型的增廣項落後期數進行特別說明，但我們認為，誤差項的獨立性的假設仍需被特別考慮。

因此，本研究對於增廣項的落後期數選擇方式如下：首先，透過 BIC 評選出 ADF 估計式的增廣項的最適增廣項落後期數，並根據評選結果擬合模型以得到殘差序列，最後再對殘差序列進行 Ljung-Box  $Q$  檢定。倘若檢定結果拒絕誤差項無序列相關的虛無假設，則在模型中增加一期的增廣項，直到  $Q$  檢定統計量在 5% 顯著水準下無法拒絕虛無假設。通過這種方式，以控制殘差潛在的序列相關問題。 $Q$  檢定的期數選擇參考 Tsay (2010) 文中說明，設定為  $\ln(T)$ ，根據我們的樣本大小設定為 7 期。檢定結果見表 6-2。

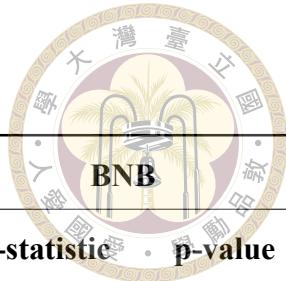


表 6-2  
殘差項 Ljung-Box Q 檢定結果

k	BTC		ETH		BNB	
	Q-statistic	p-value	Q-statistic	p-value	Q-statistic	p-value
0	8.66	0.278	33.94	0.000***	71.74	0.000***
1	7.51	0.378	22.46	0.002***	37.36	0.000***
2	7.34	0.394	22.29	0.002***	32.65	0.000***
3	6.76	0.455	20.18	0.005***	26.11	0.000***
4	4.27	0.748	17.47	0.015**	25.20	0.001***
5	4.04	0.776	10.21	0.177	5.58	0.590

註： $df = 7$

\*\*  $p < .05$

\*\*\*  $p < .01$

根據 BIC 評選結果，BTC 增廣項的最適期數為 0 期，ETH 和 BNB 為 1 期。然而，根據 Q 檢定結果，ETH 與 BNB 直到  $k$  等於 5 時才無法拒絕虛無假設。基於上述結果，在後續檢定中，檢定 BTC 所使用的估計式設定  $k$  為 0，而 ETH 與 BNB 則設定  $k$  為 5。此外，最小遞迴視窗參考 PSY (2015a) 的建議，設定為 83 日 ( $r_0 = 0.01 + 1.8/\sqrt{1461}$ )。臨界值則是以 Phillips and Shi (2020) 提出的 wild bootstrap 方法，重複抽樣 2000 次所得。此外，本研究將泡沫的最短持續時間設定為 14 天，此舉旨在避免將市場上的短期劇烈波動錯誤地認定為泡沫現象，從而提高分析的穩健性。

## 6.2 研究結果

### SADF 與 GSADF 檢定結果

本研究首先分別對 BTC、ETH 與 BNB 進行 SADF 與 GSADF 檢定，並參考 Diba and Grossman (1988) 的方法，一次性地使用全部樣本進行右尾 ADF 檢定，檢定結果見表 6-3。其中，臨界值由蒙地卡羅模擬 2000 次所得。SADF 與 GSADF 的

檢定結果顯示，三種加密貨幣的檢定統計量在 1% 顯著水準下均顯著拒絕虛無假設，顯示存在泡沫現象。然而，以全部樣本執行的右尾 ADF 檢定卻無法拒絕虛無假設。我們認為，造成上述檢定結果不一致的原因，是因為採用全部樣本的模型對於序列中的泡沫事件與極端值反應不夠敏銳，這也反映了 Evans (1991) 所指出的 ADF 檢定力弱的問題。

表 6-3  
SADF 與 GSADF 檢定結果

檢定	幣別	檢定統計量	臨界值		
			90% level	95% level	99% level
<b>RADF</b>	BTC	-1.67	-0.42	-0.06	0.71
	ETH	-1.77	-0.57	-0.26	0.47
	BNB	-1.83	-0.58	-0.25	0.47
<b>SADF</b>	BTC	8.16***	1.36	1.67	2.38
	ETH	4.68***	1.20	1.54	2.25
	BNB	8.61***	1.16	1.51	2.18
<b>GSADF</b>	BTC	8.21***	2.64	2.98	3.69
	ETH	4.68***	2.44	2.78	3.67
	BNB	8.61***	2.49	2.83	3.60

\*\*\* $p < .01$

## 樣本價格序列探討

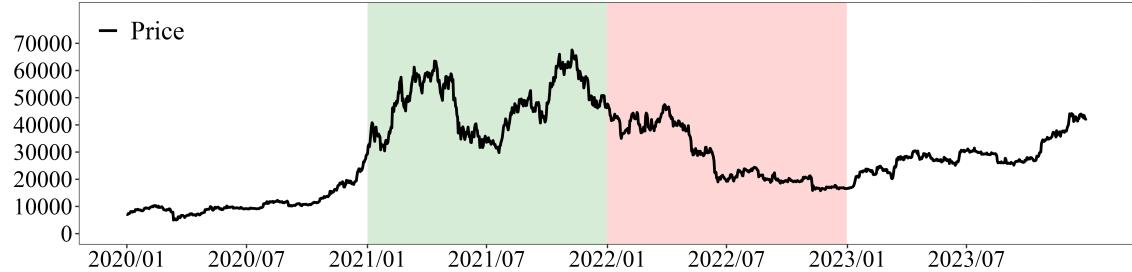
在應用 BADF 與 BSADF 方法進行時間戳記之前，本研究首先繪製出三種加密貨幣的時間趨勢圖，見圖 6-1。圖中由上至下依序為 BTC、ETH 與 BNB，黑色線段表示該加密貨幣於樣本期間的價格趨勢。綠色區域代表 2021 年，這一年加密貨幣市場經歷了爆炸性的成長，許多研究如 Chowdhury et al. (2022)、M'Bakob (2024) 和 Xu (2023) 等，均將此年視為泡沫進行了深入探討。紅色區域則代表 2022 年，該年加密貨幣市場負面消息頻傳，例如第 2.3 章所述的 Terra-LUNA

暴跌和 FTX 交易所倒閉事件，導致加密貨幣價格在 2022 年間出現劇烈波動。

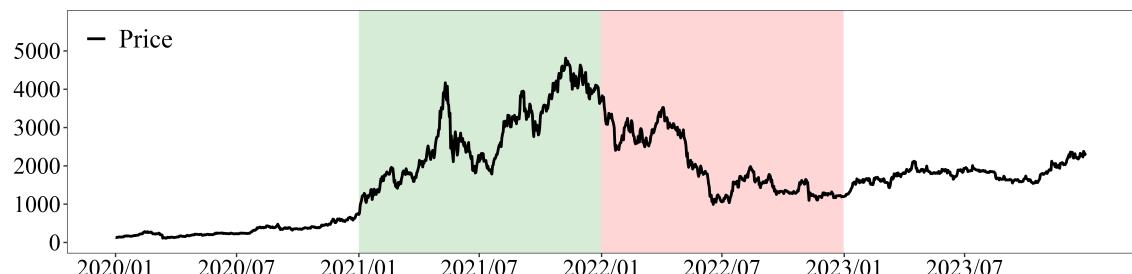


圖 6-1  
樣本時間趨勢圖

(a) BTC



(b) ETH



(c) BNB



在樣本期間內，我們觀察到 BTC、ETH 與 BNB 的價格走勢表現出高度的相似性。特別是在 2020 年末至 2021 年初，這三種加密貨幣的價格均呈現顯著的上漲趨勢。造成此次價格上漲的背景因素多樣，首先，新冠疫情的爆發顯著提升了線上支付需求，使得加密貨幣得到廣泛關注。其次，各國政府實施的寬鬆貨幣政策導致貨幣貶值和通貨膨脹，使得加密貨幣成為投資者維持資產價值與規避風險的選擇之一。再者，大型企業的參與也增加了市場對加密貨幣的信心。例如，第三方支付服務提供商 Paypal 為客戶提供加密貨幣的交易服務、電動車製造商特斯拉宣布接受 BTC 作為該品牌電動車的支付方式，以及摩根大通集團推出了其自身開發的加密貨幣。此外，市場上也傳出知名企業如 IBM、微軟、亞馬遜和沃爾瑪

等公司購買加密貨幣的消息。最後，再加上新聞媒體的催化使加密貨幣趨於繁榮，除了價格飆升，加密貨幣交易所 Coinbase 也於 2021 年 4 月在美國納斯達克證交所上市，成為首家在美國主要交易所上市的加密貨幣交易平台。



然而，在經歷近半年的上漲之後，三種加密貨幣在 2021 年 5 月相繼開始出現暴跌。我們認為，此次價格崩盤的原因是由一連串的負面事件所引發，例如，5 月 12 日，特斯拉宣布取消以 BTC 作為支付方式；同年 5 月 14 日，傳聞美國司法部與國稅局對幣安交易所展開關乎洗錢與逃漏稅的調查；5 月 21 日，中國國務院金融穩定發展委員會宣布打擊比特幣挖礦活動，並禁止所有加密貨幣交易。

本文將此次的暴漲與暴跌稱為第一次漲跌週期。在此期間，BTC 的價格從 2020 年 12 月 1 日的 18,803 美元急升至同年第二季度的高點 63,503 美元，漲幅達到 237.73%。然而，其價格隨後下跌至 37,002 美元，跌幅為 41.73%。ETH 的價格從 2021 年 1 月 1 日的 730 美元上漲至同年 5 月的高點 4,079 美元，漲幅為 458.77%，隨後下跌至 1,813 美元，跌幅達 55.55%。BNB 則是由 2021 年 1 月 27 日的 38 美元飆升至 2021 年 5 月 23 日的高點 686 美元，漲幅高達 1505.26%，隨後下跌至 267 美元，跌幅 61.08%。

大約在市場遭受打擊的一個月後，加密貨幣市場迎來第二次的暴漲行情，我們認為這一波價格上漲由一系列正向消息所驅動。例如，2021 年 6 月 9 日，薩爾瓦多立法將 BTC 作為法定貨幣，並於 2021 年 9 月 7 日正式生效；8 月 5 日，以太坊完成了「倫敦硬分叉」的重大升級；10 月 18 日，第一檔與加密貨幣相關的主動型基金 ProShares 比特幣策略主動型 ETF (交易所代碼：BITO) 在紐約證交所上市。此外，各國通貨膨脹問題持續加劇，使加密貨幣更加獲得投資人的關注。

2021 年 11 月 9 日，三種加密貨幣於同一日開始出現下跌，本研究調查了該時段的新聞與事件，發現此次的下跌並非由特定的事件所構成，但市場上的負面因素包括：2021 年 11 月 1 日，美國總統金融市場工作組發布《穩定幣報告》(Report on Stablecoins)，建議立法將穩定幣納入中央監管範圍；11 月 3 日，美國正式宣布

加速縮減購債，使加密貨幣市場上的投機資金開始退潮；2022年3月，美國聯準會宣布啟動升息。再加上負面事件頻傳，例如加密貨幣借貸平台 Celsius Network 無預警凍結客戶資金和 Terra-LUNA 暴跌事件等，造成加密貨幣市場在2022年的低靡。

在此期間，BTC 價格由2021年7月20日的29,807美元開始上漲，於2021年11月8日達到高峰65,466美元，漲幅119.63%。隨後價格持續下跌，至2022年6月18日跌至19,018美元，跌幅70.95%。ETH 價格由2021年7月20日的1,788美元上漲至2021年11月8日的高峰4,182美元，漲幅133.89%，隨後下跌至2022年6月18日的993美元，跌幅76.26%。BNB 價格由2021年7月20日的264美元上漲至2021年11月8日的高點654美元，漲幅147.73%，隨後價格持續下跌至2022年6月18日的197美元，跌幅69.88%。本文將此期間的暴漲與暴跌簡稱為第二次漲跌週期。

綜合以上所述，本研究表明，三種加密貨幣於2020年至2023年期間均經歷了兩次劇烈的漲跌週期，期間還包含了多次幅度較小但仍為劇烈的價格波動。這些價格波動是否應被定義為泡沫尚有爭議，但對於投資者或監管單位而言，能夠明確識別並預測這些價格變動無疑極其重要。因此，我們期望PWY與PSY的檢測結果能有效辨識出這些劇烈的價格變動。

此外，本文對該時期事件的整理分析顯示，加密貨幣市場興衰受到諸多因素影響，包括政府態度、貨幣政策、知名人士或企業的意見，以及加密貨幣的市場接受度。此外，消費者情緒與市場心理也是促成價格暴漲與急遽下挫的關鍵驅動因素。因為在價格飆升期間，市場上不僅有正面消息，也存在負面消息，但投資者可能出於心理因素，導致其在綜合考量市場資訊時，忽略或輕視與主流市場觀點相悖的資訊。例如，2021年3月，已經有報導指出美國商品期貨交易委員會對BNB展開有關非法交易調查，但並未引起市場的劇烈反應。



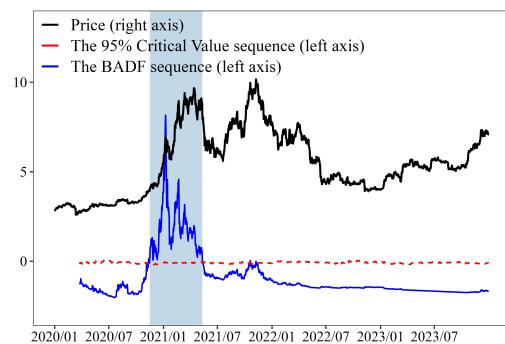


## PWY 模式檢定結果

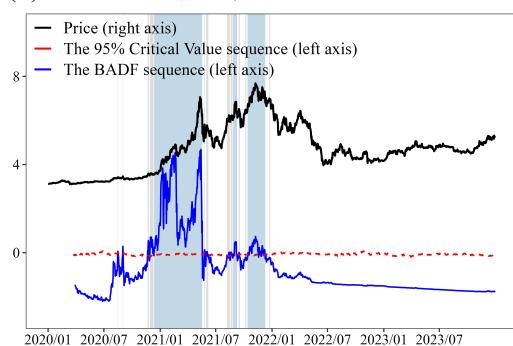
我們首先探討 PWY 模式下的泡沫時間戳記。我們將三種加密貨幣的 BADF 檢定結果繪製於圖 6-2。圖 6-2 中，由上至下依次為 BTC、ETH 與 BNB 的檢定結果；左側子圖 6-2 (a)、(b)、(c) 為 5% 顯著水準之下的檢定結果；右側圖 6-2 (d)、(e)、(f) 為 10% 顯著水準下的檢定結果。在這些圖中，黑色實線為價格的時間趨勢，紅色虛線表示臨界值序列，藍色實線則表示 BADF 統計量。若 BADF 統計量超過臨界值且持續時間超過 14 天，則認定該時期出現泡沫，並於該時段內的背景以藍色標記；若未達 14 天，則以灰色背景標記。本文後續將重點討論以 5% 顯著水準之下的檢定結果，相關泡沫發生的具體時間則詳列於表 6-4。

圖 6-2  
PWY 模式泡沫識別結果

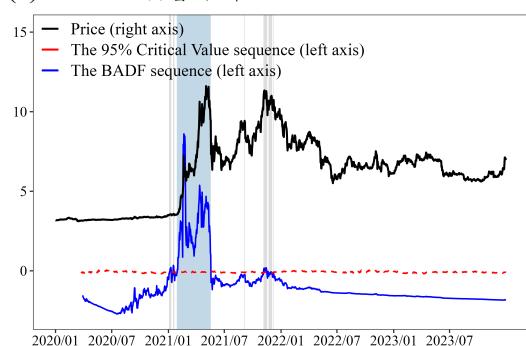
(a) BTC：顯著水準 5%



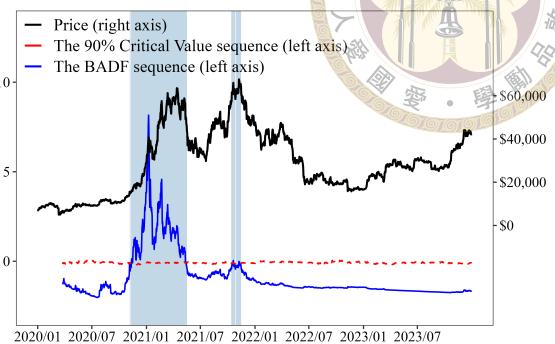
(b) ETH：顯著水準 5%



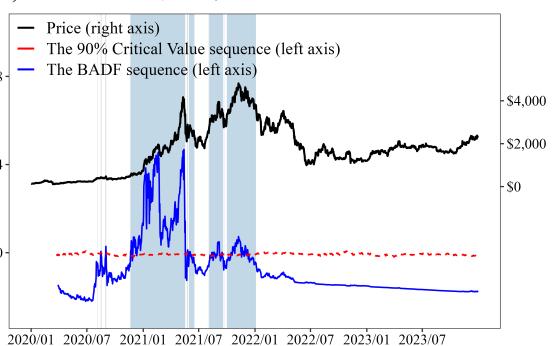
(c) BNB：顯著水準 5%



(d) BTC：顯著水準 10%



(e) ETH：顯著水準 10%



(f) BNB：顯著水準 10%

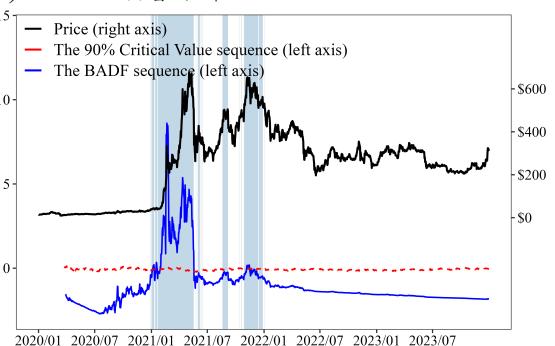


表 6-4  
PWY 模式泡沫發生日期 (顯著水準 5%)

幣別	次序	起始日	終止日	持續天數
<b>BTC</b>	1	2020-11-16	2021-05-12	177
<b>ETH</b>	1	2020-12-12	2021-05-19	158
	2	2021-08-27	2021-09-10	14
	3	2021-10-13	2021-12-10	58
<b>BNB</b>	1	2021-01-28	2021-05-19	111

註：日期格式為：西元年-月-日。泡沫最短時間設定為 14 天。泡沫起始日為該次泡沫期間，檢定統計量首次超過臨界值的日期；泡沫終止日為檢定統計量回落至臨界值內的日期。

BADF 檢測結果顯示，BTC 在樣本期間內共發生一次泡沫，持續時間為 177 日，與本文先前分析的第一次漲跌週期時間相近。然而，對於第二次漲跌週期中，BADF 並未檢測到任何泡沫現象。對於 ETH，檢測結果顯示出三次泡沫。其中，第一次泡沫的發生時間對應於第一次漲跌週期，持續時間為 158 天；後兩次的泡沫發生於第二次漲跌週期，但持續時間顯著較短，分別為 14 天和 58 天。BNB 的檢測結果則顯示在第一次漲跌週期中發生了一次泡沫，持續 111 天。

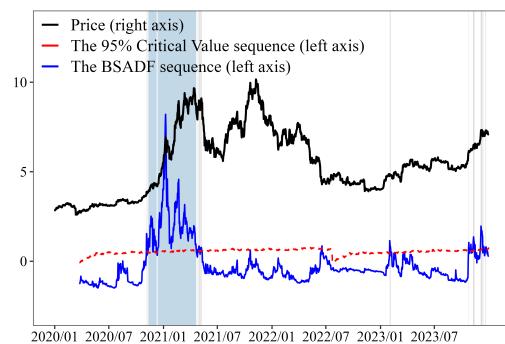
綜上所述，在 PWY 模式下，三種加密貨幣在樣本期間內均至少發生一次泡沫，其中第一次漲跌週期被普遍認定為泡沫階段。然而，對於第二次漲跌週期，僅 ETH 的檢定結果識別出短暫的泡沫事件。造成上述結果的原因可能源於樣本價格序列中存在多重泡沫現象，使得在 PWY 模式下能夠成功識別出第一個泡沫，但對於後續的泡沫則無法準確判斷，此與 PSY (2015a) 的研究結果相呼應。此外，當顯著水準設定為 10% 時，其臨界值較為寬鬆，因此會檢測出更多且持續時間更長的泡沫。

## PSY 模式檢定結果

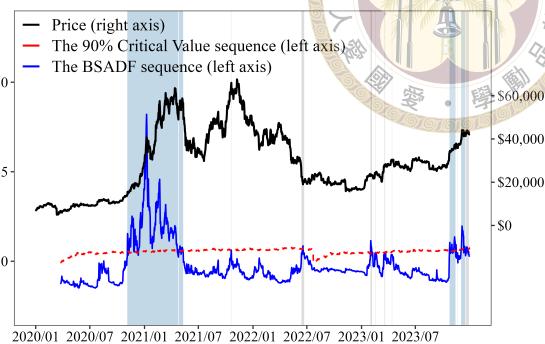
如 (5.5) 節所述，在 PSY 模式下進行泡沫時間識別時，需要使用 BSADF 方法進行分析。BSADF 的檢定結果詳列於圖 6-3 及表 6-5。圖表的編排和設定方式與前述 PWY 模式下的檢定結果呈現方式類同。

圖 6-3  
PSY 模式泡沫識別結果

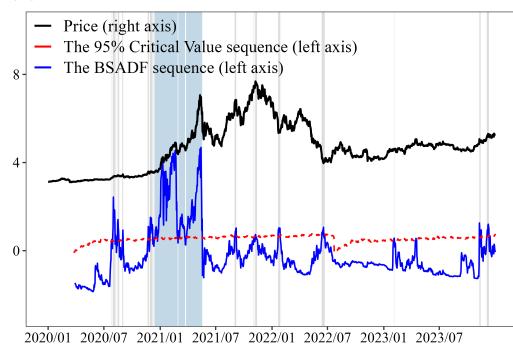
(a) BTC 顯著水準 5%



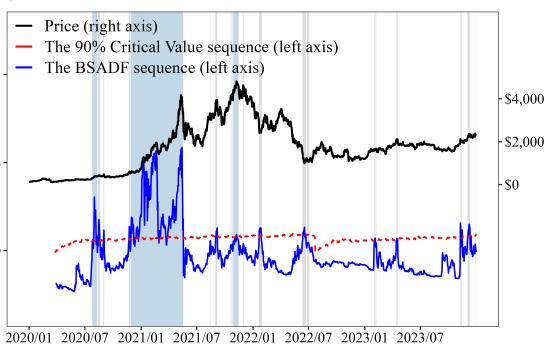
(d) BTC 顯著水準 10%



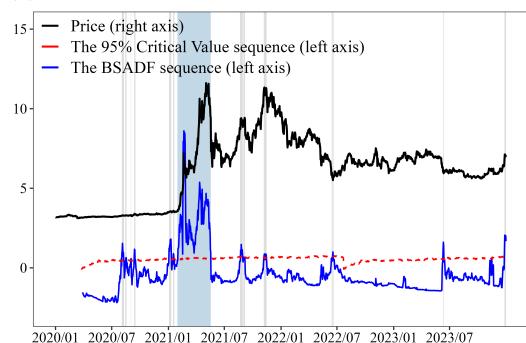
(b) ETH 顯著水準 5%



(e) ETH 顯著水準 10%



(c) BNB 顯著水準 95%



(f) BNB 顯著水準 90%

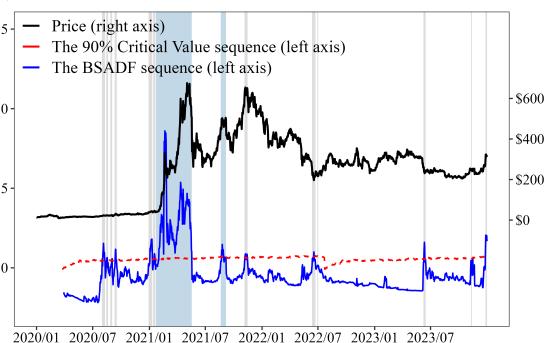


表 6-5  
PSY 模式泡沫發生日期 (顯著水準 5%)

幣別	次序	泡沫起始日	泡沫終止日	持續天數
<b>BTC</b>	1	2020-11-11	2020-12-10	29
	2	2020-12-12	2021-04-22	131
<b>ETH</b>	1	2020-12-13	2021-02-28	77
	2	2021-03-01	2021-03-24	23
	3	2021-03-26	2021-05-19	54
<b>BNB</b>	1	2021-01-30	2021-05-19	109

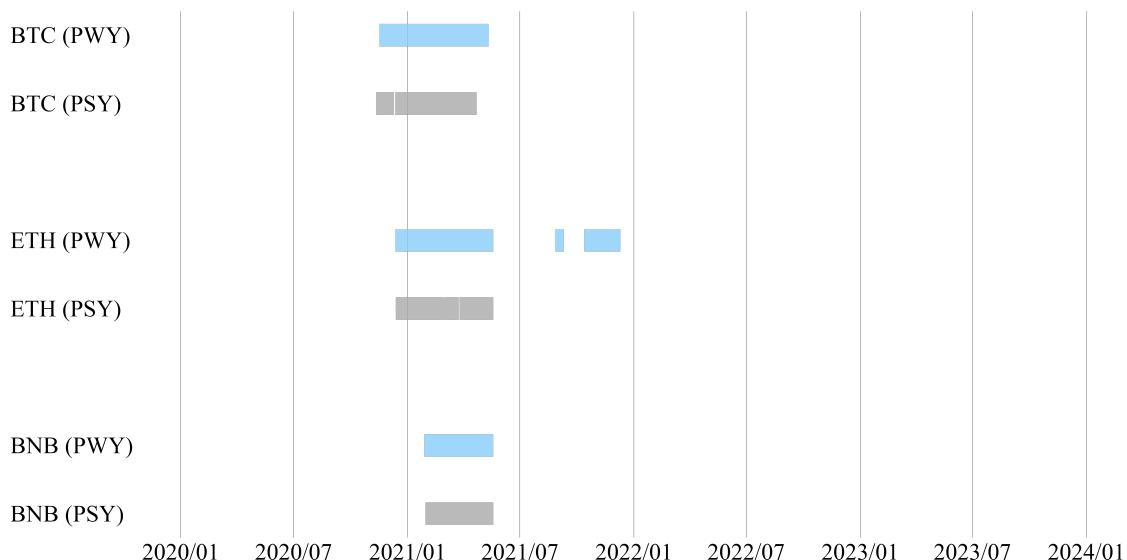
註：日期格式為：西元年-月-日。泡沫最短時間設定為 14 天。

BSADF 檢測結果顯示，BTC 在樣本期間內共發生兩起泡沫，持續時間分別為 29 天和 131 天。ETH 則出現三起泡沫，持續時間分別介於 23 天至 54 天之間。BNB 在此期間內發生一次泡沫，持續時間為 109 天。BSADF 檢測結果顯示，所有被標示出泡沫的時間區段均發生於第一次漲跌週期內，對於第二次漲跌週期，BSADF 檢測結果則未識別出任何泡沫現象。我們推測，這可能是由於兩次漲跌週期的時間間隔過於短暫，導致在第二次漲跌週期的檢定過程中，估計視窗中會包含第一次漲跌週期的樣本，從而干擾了檢定結果，降低了對泡沫的識別敏感度。此外，同理於 PWY 模式的檢測結果，當顯著水準設定為 10% 時，泡沫的發生頻率更高，持續時間也更長。

## PWY 與 PSY 模式之檢定結果比較

為了更明確地比較 PSY 模式與 PWY 模式的檢定結果，本文將兩種模式所偵測到的泡沫發生日期彙整並呈現於圖 6-4。圖中由上至下依序為 BTC、ETH 與 BNB 的檢定結果，藍色區段為 PWY 模式所識別的泡沫發生時間，灰色區段則為 PSY 模式的識別結果。

圖 6-4  
PWY 與 PSY 模式泡沫日期識別結果之比較





比較 PWY 與 PSY 模式的偵測結果，可以發現 PSY 模式所偵測出的泡沫存續時間較 PWY 模式來得短暫，且 PSY 模式所識別的泡沫時間幾乎完全被 PWY 模式的結果所涵蓋。具體而言，PSY 模式傾向於將 PWY 模式所認定的單一泡沫劃分為若干個較短的泡沫。此現象可能隱含 PWY 模式會將多個短期泡沫誤判為一個連續的泡沫，抑或是 PSY 模式過於敏感，導致其在檢測波動劇烈的加密貨幣價格產生反應過度，錯誤地將某些波動識別為泡沫的開始或結束。

值得注意的是，對於第二次漲跌週期，三種加密貨幣在 PWY 模式下的檢測結果中，檢定統計量均有出現超過臨界值的情況，特別是在 10% 顯著水準下，三種加密貨幣均識別出泡沫。然而，這些泡沫的識別多發生在價格上漲接近峰值的階段，而非價格上漲初期。此現象可能源自於第二次漲跌週期發生時間相對較長，在此情況下，PWY 模式所偵測出的泡沫起始日會出現延遲 (PSY, 2015a)，導致檢測結果無法即時反映出泡沫的形成。然而，對於多重泡沫發生日期估計保有一致性的 PSY 模式，其檢定統計量在該期間超出臨界值的情況卻明顯較少。

在先前的分析中，我們主要集中討論檢定統計量超過臨界值持續 14 天以上的情況。此設定可避免短時間內發生的價格劇烈波動被誤認為泡沫。然而，對於投資人而言，這種事後分析的參考價值有限。這是因為在現實操作中，無法事先得知任何一次檢定統計量超過臨界值將持續多長時間。因此，投資者僅能將檢定統計量首次超過臨界值作為市場波動的初步警示訊號。

儘管如此，我們發現在 PWY 與 PSY 模式的檢測結果中，每當檢定統計量超過臨界值時，市場價格均會出現顯著的變動，例如顯著價格上漲，或是由上漲快速反轉為下跌。此一現象表明，儘管這些訊號未必直接預示泡沫的形成，但對於投資者而言仍具有警示作用，提示市場可能即將出現重要的價格調整。有鑑於此，我們認為這些檢測結果對於投資者在執行風險管理或制定投資決策時，仍具有實質的參考價值。

## 第七章 結論



本研究的主軸在於瞭解加密貨幣市場急遽的價格變化是否為泡沫現象，並尋求辨識及監測的途徑。我們選取了市值排名前三的加密貨幣，即比特幣 (BTC)、以太幣 (ETH) 與幣安幣 (BNB) 作為研究對象，並採用 Phillips et al. (2011) 與 Phillips et al. (2015a) 所分別開發的 SADF 和 GSADF 檢定方法對三者分別進行泡沫檢測，研究結果揭示了這些加密貨幣在樣本期間發生多起泡沫。此外，本文也進行了使用全部樣本的右尾單根檢定，其結果無法拒絕無泡沫的虛無假設，與 Evans (1991) 的論證相符。

藉由加密貨幣價格的時間趨勢圖，發現三種加密貨幣在樣本期間皆出現兩次顯著且迅速的價格攀升與下跌，這種波動型態與 Filardo (2004) 和 Kindleberger and Aliber (2005) 所認為的泡沫現象高度吻合。分析該時期的新聞與事件，我們發現價格上升時期往往伴隨著一系列正向消息，包括政府、知名人士或企業對加密貨幣的正向態度、有利市場的貨幣政策出台，以及加密貨幣應用範圍擴大等。而造成價格下降的負面資訊主要與政府監管收緊、對市場不利的貨幣政策發布，以及加密貨幣市場上發生的詐欺事件或醜聞有關。此外，我們認為投資人與市場情緒在價格的暴漲與暴跌中扮演重要角色，反映了 Shiller (2015) 對於泡沫的描繪，即媒體報導和公眾情緒對市場影響深遠。

在 PWY 與 PSY 模式的泡沫時間戳記結果中，三種加密貨幣於樣本期間的檢定結果均將第一次漲跌週期標示為泡沫。然而，PWY 模式顯示出更長的泡沫持續時間，涵蓋的日期也更廣，而 PSY 模式則檢測出多次較為短暫的泡沫週期。推測其原因，可能是因為加密貨幣的價格波動過於劇烈，導致敏銳度較高的 PSY 模式將短暫但劇烈的價格波動視為泡沫發生或結束的訊號，從而在該期間出現頻繁但短暫的泡沫標記。此外，無論是 PSY 還是 PWY 模式，三種加密貨幣被標記出泡沫的期間高度一致，間接應證了 Bouri, Shahzad, et al. (2019) 研究所揭示的加密貨

幣市場存在共同爆炸現象。

然而，在第二次漲跌週期的期間，PWY 模式下，僅 ETH 被偵測出存在泡沫，但偵測出的泡沫時間發生於價格上漲至接近峰值的區段，且持續天數較短。我們推測，這可能是因為第二次泡沫發生時間較第一次長，導致 PWY 的估計結果產生延遲偏誤，然而，PSY 模式在此期間卻未識別出任何泡沫。此外，在我們的樣本中，PWY 模式所標記的泡沫期間幾乎完整涵蓋了 PSY 模式的檢定結果。換言之，PSY 模式並未在 PWY 模式判定的泡沫期間外偵測出任何泡沫，這是在過去研究中未曾發生的情況。

從時間趨勢圖可以發現，三種加密貨幣的價格波動極其劇烈，泡沫特徵也尤為複雜，不僅具有多重泡沫特徵，兩次暴漲暴跌的間隔時間也十分短暫，從圖形上看，更像是在同一個泡沫中同時存在著多個「子泡沫」。我們難以確定序列這究竟是一個泡沫、兩個泡沫，甚至是更多泡沫。因此，本文推測，過於複雜的序列型態可能是導致 PSY 與 PWY 模式檢測結果不盡理想不盡理想的主因。

本文的研究結果表明，雖然 PSY 與 PWY 模式能夠有效識別部分泡沫，但在面對多重泡沫和短期泡沫時，其檢定能力會有所限制，對於具有高度波動和複雜性加密貨幣市場尤為明顯。儘管如此，這兩種方法所識別的泡沫期間及檢定統計量超過臨界值的時段均伴隨著顯著的價格趨勢變化，因此能夠提供投資者關於泡沫發生或價格趨勢變動的部分資訊。

本研究僅針對比特幣、以太幣和幣安幣進行分析，儘管三者的市場價值合計共佔整體市場市值近 70%，但市場上仍有許多受到投資者青睞的加密貨幣值得進一步分析。此外，本研究在模型設定時，雖使用 Ljung-Box  $Q$  檢定對殘差項的序列相關問題進行控制。然而，在遞迴估計的過程中，殘差項仍可能違反模型假設，儘管此一問題至今仍缺乏完善的解決方式。再者，PWY 與 PSY 模式均建立在資產基本價值遵循隨機漫步過程的假設上。惟加密貨幣的基本價值難以明確衡量，其是否滿足隨機漫步過程的假設仍有待進一步研究加以驗證。



有關後續研究的建議，首先，我們認為加密貨幣市場變化過於快速，日資料無法捕捉到許多重要但短暫的價格變化，後續研究可考慮採用更高頻的資料進行分析，或針對 PSY 與 PWY 模式在更高頻資料上的檢定力進行分析。此外，在研究過程中，我們發現樣本數對估計結果有顯著影響，這可能是由於估計視窗的大小。然而，對於 PWY 與 PSY 模式是否存在一個最理想的樣本大小，缺乏明確的指標或建議，也是過去研究未曾深入探討的問題。最後，跳脫泡沫定義及其是否存在爭議，從投資人或監管單位的角度出發，如何改進 PWY 與 PSY 模型設定以獲得更理想的檢定結果，並讓這些模型能夠有效應用於實際情境，亦是值得深入思考的議題。



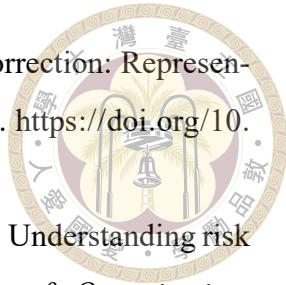
# 參考文獻



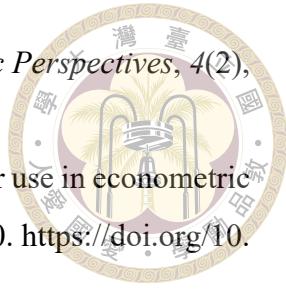
- Ahn, Y., & Kim, D. (2020). Sentiment disagreement and Bitcoin price fluctuations: A psycholinguistic approach. *Applied Economics Letters*, 27(5), 412–416. <https://doi.org/10.1080/13504851.2019.1619013>
- Assaf, A., Demir, E., & Ersan, O. (2024). Detecting and date-stamping bubbles in fan tokens. *International Review of Economics Finance*, 92, 98–113. <https://doi.org/10.1016/j.iref.2024.01.039>
- Azariadis, C. (1981). Self-fulfilling prophecies. *Journal of Economic Theory*, 25(3), 380–396. [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(81\)90038-7](https://doi.org/10.1016/0022-0531(81)90038-7)
- Barberis, N., Shleifer, A., & Vishny, R. (1998). A model of investor sentiment. *Journal of Financial Economics*, 49(3), 307–343. [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(98\)00027-0](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(98)00027-0)
- Bashchenko, O., & Marchal, A. (2020). *Deep learning for asset bubbles detection* (Research Paper No. 20-08). Swiss Finance Institute. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3531154>
- Black, F. (1986). Noise. *The Journal of Finance*, 41(3), 528–543. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1986.tb04513.x>
- Blanchard, O. J. (1979). Speculative bubbles, crashes and rational expectations. *Economics Letters*, 3(4), 387–389. [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(79\)90017-X](https://doi.org/10.1016/0165-1765(79)90017-X)
- Blanchard, O. J., & Watson, M. W. (1982). Bubbles, rational expectations and financial markets. *National Bureau of Economic Research Working Paper Series*, No. 945. <https://doi.org/10.3386/w0945>
- Bouri, E., Gupta, R., & Roubaud, D. (2019). Herding behaviour in cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 29, 216–221. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.07.008>
- Bouri, E., Shahzad, S. J. H., & Roubaud, D. (2019). Co-explosivity in the cryptocurrency market. *Finance Research Letters*, 29, 178–183. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.07.005>
- Bouteska, A., Mefteh-Wali, S., & Dang, T. (2022). Predictive power of investor sentiment for Bitcoin returns: Evidence from COVID-19 pandemic. *Technological Forecasting and Social Change*, 184, 121999. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2022.121999>



- Campbell, J. Y., Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctt7skm5>
- Cass, D., & Shell, K. (1983). Do sunspots matter? *Journal of Political Economy*, 91(2), 193–227. <http://www.jstor.org/stable/1832054>
- Cheung, A., Roca, E., & Su, J.-J. (2015). Crypto-currency bubbles: An application of the Phillips – Shi – Yu (2013) methodology on Mt. Gox Bitcoin prices. *Applied Economics*, 47(23), 2348–2358. <https://doi.org/10.1080/00036846.2015.1005827>
- Chowdhury, M. S. R., Damianov, D. S., & Elsayed, A. H. (2022). Bubbles and crashes in cryptocurrencies: Interdependence, contagion, or asset rotation? *Finance Research Letters*, 46, 102494. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102494>
- Corbet, S., Lucey, B., & Yarovaya, L. (2018). Datestamping the Bitcoin and Ethereum bubbles. *Finance Research Letters*, 26, 81–88. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2017.12.006>
- Crépellière, T., Pelster, M., & Zeisberger, S. (2023). Arbitrage in the market for cryptocurrencies. *Journal of Financial Markets*, 64, 100817. <https://doi.org/10.1016/j.finmar.2023.100817>
- Daniel, K., Hirshleifer, D., & Teoh, S. H. (2002). Investor psychology in capital markets: Evidence and policy implications. *Journal of Monetary Economics*, 49(1), 139–209. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(01\)00091-5](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(01)00091-5)
- Dastgir, S., Demir, E., Downing, G., Gozgor, G., & Lau, C. K. M. (2019). The causal relationship between Bitcoin attention and Bitcoin returns: Evidence from the Copula-based Granger causality test. *Finance Research Letters*, 28, 160–164. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.04.019>
- De Long, J. B., Shleifer, A., Summers, L. H., & Waldmann, R. J. (1990). Noise trader risk in financial markets. *Journal of Political Economy*, 98(4), 703–738. <http://www.jstor.org/stable/2937765>
- Diba, B. T., & Grossman, H. I. (1988). Explosive rational bubbles in stock prices? *The American Economic Review*, 78(3), 520–530. <http://www.jstor.org/stable/1809149>
- Dickey, D., & Fuller, W. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431. <https://doi.org/10.2307/2286348>



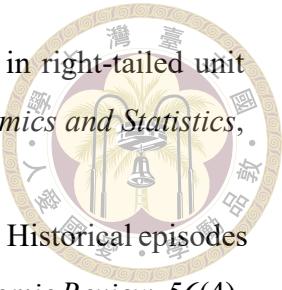
- Engle, R. F., & Granger, C. W. J. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2), 251–276. <https://doi.org/10.2307/1913236>
- Enoksen, F. A., Landsnes, C. J., Lučivjanská, K., & Molnár, P. (2020). Understanding risk of bubbles in cryptocurrencies. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 176, 129–144. <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2020.05.005>
- Evans, G. W. (1991). Pitfalls in testing for explosive bubbles in asset prices. *The American Economic Review*, 81(4), 922–930. <http://www.jstor.org/stable/2006651>
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417. <https://doi.org/10.2307/2325486>
- Fama, E. F. (2014). Two pillars of asset pricing. *American Economic Review*, 104(6), 1467–1485. <https://doi.org/10.1257/aer.104.6.1467>
- Filardo, A. (2004). *Should monetary policy respond to asset price bubbles? Some experimental results* (BIS Working Paper). Bank for International Settlements. <https://doi.org/10.2139/ssrn.285413>
- Flood, R. P., & Garber, P. M. (1980). Market fundamentals versus price-level bubbles: The first tests. *Journal of Political Economy*, 88(4), 745–770. <http://www.jstor.org/stable/1837311>
- Flood, R. P., & Garber, P. M. (1991). The linkage between speculative attack and target zone models of exchange rates. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(4), 1367–1372. <https://doi.org/10.2307/2937968>
- Foley, S., Karlsen, J. R., & Putniņš, T. J. (2019). Sex, drugs, and Bitcoin: How much illegal activity is financed through cryptocurrencies? *The Review of Financial Studies*, 32(5), 1798–1853. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhz015>
- Froot, K. A., & Obstfeld, M. (1991). Intrinsic bubbles: The case of stock prices. *The American Economic Review*, 81(5), 1189–1214. <http://www.jstor.org/stable/2006913>
- Gandal, N., Hamrick, J. T., Moore, T., & Oberman, T. (2018). Price manipulation in the Bitcoin ecosystem. *Journal of Monetary Economics*, 95, 86–96. <https://doi.org/10.1016/j.jmoneco.2017.12.004>
- Garber, P. M. (1989). Tulipmania. *Journal of Political Economy*, 97(3), 535–560. <http://www.jstor.org/stable/1830454>



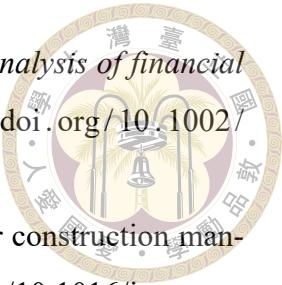
- Garber, P. M. (1990). Famous first bubbles. *The Journal of Economic Perspectives*, 4(2), 35–54. <http://www.jstor.org/stable/1942889>
- Granger, C. W. J. (1981). Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of Econometrics*, 16(1), 121–130. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(81\)90079-8](https://doi.org/10.1016/0304-4076(81)90079-8)
- Granger, C. W. J., & Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics*, 2(2), 111–120. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(74\)90034-7](https://doi.org/10.1016/0304-4076(74)90034-7)
- Griffin, J. M., & Shams, A. (2020). Is Bitcoin really untethered? *The Journal of Finance*, 75(4), 1913–1964. <https://doi.org/10.1111/jofi.12903>
- Haber, S., & Stornetta, W. S. (1991). How to time-stamp a digital document. *Journal of Cryptology*, 3(2), 99–111. <https://doi.org/10.1007/BF00196791>
- Hamilton, J. D. (1986). On testing for self-fulfilling speculative price bubbles. *International Economic Review*, 27(3), 545–552. <https://doi.org/10.2307/2526680>
- Harvey, D. I., Leybourne, S. J., Sollis, R., & Taylor, A. M. R. (2016). Tests for explosive financial bubbles in the presence of non-stationary volatility. *Journal of Empirical Finance*, 38, 548–574. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2015.09.002>
- Kindleberger & Aliber. (2005). *Manias, panics and crashes: A history of financial crises* (5th ed., Vol. 7). Palgrave Macmillan UK. <https://doi.org/10.1057/9780230628045>
- Kristoufek, L. (2013). Bitcoin meets Google trends and Wikipedia: Quantifying the relationship between phenomena of the Internet era. *Scientific Reports*, 3(1), 3415. <https://doi.org/10.1038/srep03415>
- Lewis, A. (2021). *The basics of Bitcoins and blockchains: An introduction to cryptocurrencies and the technology that powers them*. Mango Media. <https://books.google.com.tw/books?id=C8YpzgEACAAJ>
- Lux, T. (1995). Herd behaviour, bubbles and crashes. *The Economic Journal*, 105(431), 881–896. <https://doi.org/10.2307/2235156>
- M'Bakob, G. B. (2024). Bubbles in Bitcoin and Ethereum: The role of halving in the formation of super cycles. *Sustainable Futures*, 7, 100178. <https://doi.org/10.1016/j.sfr.2024.100178>
- Meese, R. A. (1986). Testing for bubbles in exchange markets: A case of sparkling rates? *Journal of Political Economy*, 94(2), 345–373. <http://www.jstor.org/stable/1837408>



- Merton, R. C. (1995). A functional perspective of financial intermediation. *Financial Management*, 24(2), 23–41. <https://doi.org/10.2307/3665532>
- Minsky, H. P. (1986). *Stabilizing an unstable economy* (Vol. 1). Yale University Press.
- Montasser, G. E., Charfeddine, L., & Benhamed, A. (2022). COVID-19, cryptocurrencies bubbles and digital market efficiency: Sensitivity and similarity analysis. *Finance Research Letters*, 46, 102362. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102362>
- Muth, R. F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica*, 29(3), 315–335. <https://doi.org/10.2307/1909635>
- Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system.
- Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139–162. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(82\)90012-5](https://doi.org/10.1016/0304-3932(82)90012-5)
- Ng, S., & Perron, P. (1995). Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag. *Journal of the American Statistical Association*, 90(429), 268–281. <https://doi.org/10.1080/01621459.1995.10476510>
- Ng, S., & Perron, P. (2001). Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. *Econometrica*, 69(6), 1519–1554. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00256>
- Obstfeld, M., & Rogoff, K. (1983). Speculative hyperinflations in maximizing models: Can we rule them out? *Journal of Political Economy*, 91(4), 675–687. <http://www.jstor.org/stable/1831073>
- Obstfeld, M., & Rogoff, K. (1986). Ruling out divergent speculative bubbles. *Journal of Monetary Economics*, 17(3), 349–362. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(86\)90062-0](https://doi.org/10.1016/0304-3932(86)90062-0)
- Pedersen, T. Q., & Schütte, E. C. M. (2020). Testing for explosive bubbles in the presence of autocorrelated innovations. *Journal of Empirical Finance*, 58, 207–225. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2020.06.002>
- Phillips, P. C. B. (1987). Time series regression with a unit root. *Econometrica*, 55(2), 277–301. <https://doi.org/10.2307/1913237>
- Phillips, P. C. B., & Shi, S. (2020). Real time monitoring of asset markets: Bubbles and crises. In H. D. Vinod & C. R. Rao (Eds.), *Handbook of statistics* (pp. 61–80). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/bs.host.2018.12.002>



- Phillips, P. C. B., Shi, S., & Yu, J. (2014). Specification sensitivity in right-tailed unit root testing for explosive behaviour. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 76(3), 315–333. <https://doi.org/10.1111/obes.12026>
- Phillips, P. C. B., Shi, S., & Yu, J. (2015a). Testing for multiple bubbles: Historical episodes of exuberance and collapse in the S&P 500. *International Economic Review*, 56(4), 1043–1078. <https://doi.org/10.1111/iere.12132>
- Phillips, P. C. B., Shi, S., & Yu, J. (2015b). Testing for multiple bubbles: Limit theory of real-time detectors. *International Economic Review*, 56(4), 1079–1134. <https://doi.org/10.1111/iere.12131>
- Phillips, P. C. B., Wu, Y., & Yu, J. (2011). Explosive behavior in the 1990s NASDAQ: When did exuberance escalate asset values? *International Economic Review*, 52(1), 201–226. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2010.00625.x>
- Said, E. S., & Dickey, D. A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*, 71(3), 599–607. <https://doi.org/10.2307/2336570>
- Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *IMR; Industrial Management Review (pre-1986)*, 6(2), 41.
- Shahzad, S. J. H., Anas, M., & Bouri, E. (2022). Price explosiveness in cryptocurrencies and Elon Musk's tweets. *Finance Research Letters*, 47, 102695. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2022.102695>
- Shen, D., Urquhart, A., & Wang, P. (2019). Does twitter predict Bitcoin? *Economics Letters*, 174, 118–122. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.11.007>
- Shiller, R. J. (2015). *Irrational exuberance revised and expanded third edition (REV - Revised, 3)*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctt1287kz5>
- Skrobotov, A. (2023). Testing for explosive bubbles: A review. *Dependence Modeling*, 11(1). <https://doi.org/10.1515/demo-2022-0152>
- Smith, V. L., Suchanek, G. L., & Williams, A. W. (1988). Bubbles, crashes, and endogenous expectations in experimental spot asset markets. *Econometrica*, 56(5), 1119–1151. <https://doi.org/10.2307/1911361>
- Summers, B. J. (1994). *The payment system: Design, management, and supervision*. International Monetary Fund. <https://doi.org/10.5089/9781557753861.071>
- Thomas, W. I. (1928). *The child in America: Behavior problems and programs*. Knopf.



- Tsay, R. (2010). Linear time series analysis and its applications. In *Analysis of financial time series* (3rd ed., p. 33). John Wiley Sons, Ltd. <https://doi.org/10.1002/9780470644560.ch2>
- Turk, Ž., & Klinec, R. (2017). Potentials of blockchain technology for construction management. *Procedia Engineering*, 196, 638–645. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.08.052>
- Vidal-Tomás, D. (2022). Which cryptocurrency data sources should scholars use? *International Review of Financial Analysis*, 81, 102061. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2022.102061>
- West, K. D. (1987). A specification test for speculative bubbles. *The Quarterly Journal of Economics*, 102(3), 553–580. <https://doi.org/10.2307/1884217>
- Xu, Y. (2023). Behavioral finance: An introduction of herd effect - Take the dotcom bubble in 2000s as an example. *Proceedings of the 8th International Conference on Financial Innovation and Economic Development (ICFIED 2023)*, 216–224. [https://doi.org/10.2991/978-94-6463-142-5\\_25](https://doi.org/10.2991/978-94-6463-142-5_25)
- Yao, C.-Z., & Li, H.-Y. (2021). A study on the bursting point of Bitcoin based on the BSADF and LPPLS methods. *The North American Journal of Economics and Finance*, 55, 101280. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2020.101280>
- Zeira, J. (1999). Informational overshooting, booms, and crashes. *Journal of Monetary Economics*, 43(1), 237–257. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(98\)00042-7](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(98)00042-7)

# 附錄 — 密碼學技術



密碼學是一門研究資訊安全的數學技術，其核心目標包括保密 (confidentiality)、資料完整性 (data integrity)、實體鑑別 (entity authentication) 和訊息驗證 (message authentication) 等。

在通訊過程中，密碼學的應用旨在保護資訊不被未經授權的第三方窺視或竄改。這通常涉及到將明文 (人類可讀的信息) 透過加密技術轉換為密文 (即不可讀的信息)，以確保資訊在傳輸過程中的安全性。接收方在收到密文後，再使用解密技術將其還原為明文。根據使用原理，現代密碼學主要分為三種類型：對稱加密 (symmetric encryption)、非對稱加密 (asymmetric encryption) 以及雜湊函數 (hash functions)。

## 對稱式加密

對稱式加密是一種將資訊進行加密與解密的方法，此種加密方法在進行加密與解密時使用的是同一把金鑰 (或稱作密鑰)。使用者在使用此種加密方法進行傳訊時，必須先將金鑰以安全的方式給予另一方，確保對方可還原密文，待對方取得金鑰後始可進行加密傳訊。凱薩密碼 (Caesar cipher)、資料加密標準 (data encryption standard [DES]) 與進階加密標準 (advanced encryption standard [AES]，又稱作 Rijndael 加密法) 皆屬於對稱式加密方法。

對稱式加密方法相較於非對稱式加密較為簡單，因此在加密與解密過程中所需的計算量較小，速度也較快。對稱式加密的弱點在於金鑰的傳輸和管理，由於加密與解密使用的是同一把金鑰，一旦交換密鑰的過程中被他人取得，或任一方出現金鑰洩漏，將使傳訊的安全性無法得到保障。



## 非對稱式加密

非對稱式加密又稱作公開金鑰加密法 (public key cryptograph)，其目的同於對稱式加密，在於對資訊進行加密與解密，唯非對稱式加密在加密與解密所使用的一組具有數學關聯性，但不相同的兩把金鑰，分別為私密金鑰 (private key，簡稱私鑰) 與公開金鑰 (public key，簡稱公鑰)，合稱金鑰對 (Keypair)。任何經過私鑰加密的訊息，皆必須透過其對應的公鑰進行解密；反之，經過公鑰加密的訊息也必須透過對應私鑰解密。RSA 加密演算法、Diffie-Hellman 演算法以及橢圓曲線密碼學 (elliptic curve cryptography [ECC]) 皆為此類。

非對稱式加密的使用方式為：使用者會先從非對稱加密演算法中取得一組金鑰對。公鑰是透過私鑰經過複雜的數學運算而得，因此私鑰可以推得對應的公鑰，但公鑰無法逆推回私鑰。使用者必須對私鑰進行保密，並將公鑰發送予另一方，取得公鑰的任何人皆可透過此公鑰進行加密傳訊給私鑰持有者，並且唯有私鑰持有者才能讀取訊息內容。由於公鑰可以被公開，只有對應的私鑰需要受到保密，解決了對稱式加密密鑰傳輸安全性的問題。然而，非對稱加密在加密與解密的過程涉及複雜的數學運算，因此相較於對稱加密更耗時、效率較低。

## 雜湊

雜湊 (hashing) 是一種將輸入的訊息或資料 (稱為原像 [preimage])，經過雜湊演算法壓縮為摘要，並映射為具有固定長度的值或字串 (稱為雜湊值 [hash value]) 的過程。雖然雜湊最初並非為密碼學而設計，而是作為資料處理的一種方法，但無論是何雜湊函數，其核心概念均是將資料量較大的原始資料映射至較小的範圍。由於本節旨在探討密碼學，因此以下僅就加密雜湊函數 (cryptographic hash function) 進行說明。

加密雜湊函數 (cryptographic hash function) 以下簡稱雜湊函數依照使用金鑰

與否可分為兩大應用：未使用金鑰的雜湊函數主要應用為訊息摘要碼 (Message Digest Code [MDC])，用途是將龐大的資訊進行摘要，目的是確認資訊的完整性；使用金鑰的雜湊函數主要應用為訊息鑑別碼 (Message Authentication Code [MAC]) 及數位簽章。

一個安全的加密雜湊函數，最主要需具備以下三大基本性質，這些性質是美國國家標準暨技術研究院 (National Institute of Standards and Technology [NIST]) 在批准雜湊函數時會進行驗證的性質：

- (i) 原像抗性 (pre-image resistance)：給定一雜湊值，難以計算 (computationally infeasible) 找到任何可以生成此輸出值的輸入值。
- (ii) 第二原像抗性 (second pre-image resistance)，也稱作弱抗碰撞性 (weak collision resistance)：對於給定的輸入值，難以通過計算找到具有相同輸出值的其他輸入值。
- (iii) 抗碰撞性 (collision resistance)，也稱作強抗碰撞性 (strong collision resistance)：在給定的雜湊函數中，很難找到有兩個不同的輸入值具有相同的輸出值。

簡言之，最理想的雜湊函數應該能夠確保每個輸入值對應一個唯一的輸出值，即一對一關係。以上三種性質對雜湊函數的安全性至關重要，若雜湊函數的抗碰撞程度低，代表兩個不同的文件可以產生相同雜湊值，將使有心人士有機會偽造文件。

## 數位簽章

數位簽章 (digital signature) 是結合公開金鑰加密法與雜湊的應用。在比特幣的應用中，數位簽章在確保交易安全性和完整性方面扮演重要的角色。首先，當付款者發出交易請求時，同時會使用私鑰對交易訊息進行簽章。這一過程相當於

將交易訊息加密，並生成一個唯一的數位簽章。交易請求一旦送出，任何擁有對應公鑰的節點都可以使用該公鑰來驗證數位簽章，確認交易訊息確實是由該私鑰的所有者所發送。



這種驗證過程依靠的是雜湊函數的特性。相同的交易訊息經由不同的私鑰簽章後會生成不同的雜湊值，而不同的交易訊息即使使用同一私鑰簽章也會產生不同的雜湊值。因此，任何嘗試篡改交易內容的行為都會導致驗證失敗，從而保障交易的完整性和不可否認性。

特定交易訊息與私人金鑰會生成出特定的雜湊值，因此私鑰持有者無法否認已發出的交易請求，確保了交易的不可否認性。公開金鑰則用於其他節點或用戶進行查驗，確保交易的透明性和安全性。透過數位簽章技術，使比特幣交易可以有效防止冒名使用和偽造交易，並確保交易雙方在事後無法否認交易發生的事實，使交易過程更加安全可信。