

國立臺灣大學管理學院財務金融學系



碩士論文

Department of Finance

College of Management

National Taiwan University

Master's Thesis

槓桿型 ETF 的投資組合分散效益分析

Analysis of Portfolio Diversification Effect of Leveraged ETFs

李律寬

Lu-Kuan Lee

指導教授：張森林 博士

Advisor: San-Lin Chung, Ph.D.

中華民國 113 年 7 月

July 2024

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書
MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY

槓桿型ETF的投資組合分散效益分析

Analysis of Portfolio Diversification Effect of Leveraged ETFs

本論文係李律寬 (R11723027) 在國立臺灣大學財務金融學系暨研究所完成之碩士學位論文，於民國113年7月8日承下列口試委員審查通過及口試及格，特此證明。

The undersigned, appointed by the Department of Finance on 8th July 2024 have examined a Master's Thesis entitled above presented by Lee, Lu-Kuan (R11723027) candidate and hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

張森林

(指導教授 Advisor)

何耕宇

吳仁國

財金系(所)主任 Director:

王紅智

摘要



近年來槓桿型 ETF 發展迅速，成為投資人熱門的標的之一。本研究旨在探討槓桿型 ETF 在投資組合中的分散效益，並具體分析了標普 500 指數、美國 20 年期以上公債、房地產和黃金四個主題的槓桿型 ETF。研究的主要目標是檢驗將槓桿型 ETF 納入投資組合是否能夠擴張效率前緣曲線，並探討不同主題類型對此效果的影響。

本研究對槓桿型 ETF 進行平均數變異數擴張檢定，結果顯示，加入槓桿型 ETF 能顯著擴展投資組合的效率前緣曲線，特別是對全域最小變異數投資組合，而切點投資組合的改善則相對不顯著。然而，若將原型 ETF 納入基準投資組合並加入槓桿型 ETF，則切點投資組合和全域最小變異數投資組合皆能獲得顯著擴張，且任一基準投資組合結果一致。同時，夏普比率和 M2 測度變化量也顯示，投資組合的效益得到了顯著改善。

本研究進一步探討了切點投資組合中槓桿型 ETF 和原型 ETF 的配置權重，發現多數情況下，槓桿型 ETF 與相應原型 ETF 在投資組合中的最佳配置為近似-1：2 比例的權重，這種配置策略能有效降低整體投資組合風險，同時提高風險調整後的報酬。此外，研究發現波動率和無風險利率皆會影響該配置策略的報酬率，並根據 ETF 主題影響程度有所不同。最後，樣本外測試結果與平均數變異數擴張檢定結果多數一致，進一步證實了槓桿型 ETF 的分散效益。

總體而言，本研究表明槓桿型 ETF 在投資組合中，透過特定的配置，能顯著提升投資組合的分散效益，為投資者提供了有價值的參考，協助其做出更明智的投資決策。

關鍵字：槓桿型 ETF、效率前緣曲線、投資組合、平均數變異數擴張檢定、夏普比率、M2 測度

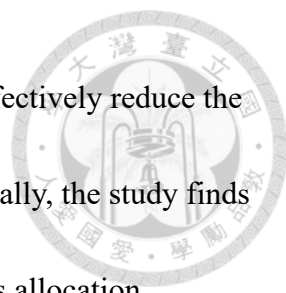
ABSTRACT



In recent years, leveraged ETFs have developed rapidly and become a popular investment choice for investors. This study aims to explore the diversification benefits of leveraged ETFs in investment portfolios through analyzing leveraged ETFs tracking the S&P 500 Index, U.S. 20+ year Treasury bonds, real estate, and gold. The primary objective is to examine whether incorporating leveraged ETFs into investment portfolios can expand the efficient frontier and to investigate the effects of different thematic types on this outcome.

This study conducted mean-variance spanning tests on leveraged ETFs. The results indicate that adding leveraged ETFs can significantly expand the efficient frontier of investment portfolios, particularly for the global minimum variance portfolio, whereas the improvement for the tangency portfolio is relatively insignificant. However, if prototype ETFs are included in the benchmark portfolio along with leveraged ETFs, both the tangency portfolio and the global minimum variance portfolio can achieve significant expansion, with consistent results across various benchmark portfolios. Additionally, changes in the Sharpe ratio and M2 measure demonstrate significant improvements in portfolio performance.

Further analysis of the allocation weights of leveraged and prototype ETFs in the tangency portfolio reveals that, in most cases, the optimal allocation is approximately a



-1:2 ratio of leveraged to prototype ETFs. This allocation strategy effectively reduce the overall portfolio risk while improving risk-adjusted returns. Additionally, the study finds that both volatility and risk-free interest rates affect the returns of this allocation strategy, with varying impacts depending on the ETF theme. Finally, the out-of-sample test results are largely consistent with the mean-variance spanning test results, further confirming the diversification benefits of leveraged ETFs.

Overall, this study demonstrates that leveraged ETFs, when appropriately selected and allocated in investment portfolios, can significantly enhance the diversification benefits of the portfolio, providing valuable insights for investors to make more informed investment decisions.

Keywords: Leveraged ETFs, Efficient Frontier, Portfolio Management, Mean-Variance Spanning Test, Sharpe Ratio, M2 Measure

目次



口試委員會審定書	i
摘要	ii
ABSTRACT	iii
目次	v
圖次	vii
表次	ix
第一章 緒論	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 研究目的	5
1.3 論文架構	6
第二章 文獻探討	7
2.1 槓桿型 ETF 之現況和相關研究	7
2.2 檢定方法	10
2.3 基準投資組合	11
第三章 研究方法	15
3.1 研究資料	15
3.1.1 資料來源	15
3.1.2 資料期間與頻率	16
3.2 平均數變異數擴張檢定	17
3.2.1 基本假設	18
3.2.2 檢定方法	19
第四章 研究結果	22
4.1 敘述性統計	22
4.2 平均數變異數擴張檢定	28
4.3 樣本外測試	60
第五章 結論與後續研究	62
5.1 結論	62
5.2 後續研究	64
參考文獻	65
附錄一、圖	69

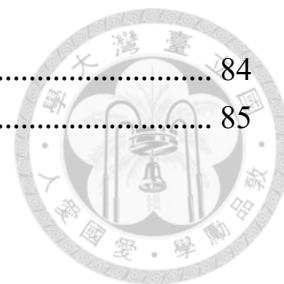
附錄二、表	86
-------------	----



圖次

圖 1、全球上市的槓桿型/反向型 ETF 和 ETP 檔數與資產	3
圖 2、標普 500 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	36
圖 3、標普 500 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	36
圖 4、標普 500 ETF 與全球投資組合效率前緣圖	37
圖 5、美長期公債 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	69
圖 6、美長期公債 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖 ...	69
圖 7、房地產 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	70
圖 8、房地產 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	70
圖 9、黃金 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	71
圖 10、黃金 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	71
圖 11、標普 500 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	72
圖 12、標普 500 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	72
圖 13、美長期公債 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖 ...	73
圖 14、美長期公債 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	73
圖 15、房地產 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	74
圖 16、房地產 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	74
圖 17、黃金 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖	75
圖 18、黃金 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖	75
圖 19、標普 500 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	76
圖 20、標普 500 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	76
圖 21、美長期公債 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	77
圖 22、美長期公債 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	77
圖 23、房地產 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	78
圖 24、房地產 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	78
圖 25、黃金 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	79
圖 26、黃金 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	79
圖 27、標普 500 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	80
圖 28、標普 500 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	80
圖 29、美長期公債 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	81
圖 30、美長期公債 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	81
圖 31、房地產 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	82
圖 32、房地產 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	82
圖 33、黃金 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖	83
圖 34、黃金 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖	83
圖 35、美長期公債 ETF 與全球投資組合效率前緣圖	84

圖 36、房地產 ETF 與全球投資組合效率前緣圖	84
圖 37、黃金 ETF 與全球投資組合效率前緣圖	85





表次

表 1、基準投資組合列表：Fama-French 投資組合	13
表 2、基準投資組合列表：全球投資組合	14
表 3、測試資產 ETF 列表	17
表 4、槓桿型 ETF 和原型 ETF 月報酬敘述性統計表	22
表 5、FF 投資組合及全球投資組合月報酬敘述性統計表	24
表 6、槓桿型 ETF 與基準投資組合月報酬相關係數表	26
表 7、原型 ETF 與基準投資組合月報酬相關係數表	27
表 8、標普 500 ETF 平均數變異數擴張檢定	31
表 9、美國長期公債 ETF 平均數變異數擴張檢定	32
表 10、房地產 ETF 平均數變異數擴張檢定	33
表 11、黃金 ETF 平均數變異數擴張檢定	34
表 12、加入標普 500 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量	39
表 13、加入美國長期公債 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量	40
表 14、加入房地產 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量	41
表 15、加入黃金 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量	41
表 16、加入標普 500 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量	42
表 17、加入美國長期公債 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量	43
表 18、加入房地產 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量	43
表 19、加入黃金 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量	44
表 20、標普 500 ETF 切點投資組合座標	45
表 21、美國長期公債 ETF 切點投資組合座標	46
表 22、房地產 ETF 切點投資組合座標	46
表 23、黃金 ETF 切點投資組合座標	47
表 24、標普 500 ETF 基準風險投資組合座標	48
表 25、美國長期公債 ETF 基準風險投資組合座標	49
表 26、房地產 ETF 基準風險投資組合座標	49
表 27、黃金 ETF 基準風險投資組合座標	50
表 28、標普 500 ETF 切點和基準風險投資組合權重	51
表 29、美國長期公債 ETF 切點和基準風險投資組合權重	52
表 30、房地產 ETF 切點和基準風險投資組合權重	52
表 31、黃金 ETF 切點和基準風險投資組合權重	52
表 32、標普 500 槓桿型 ETF 公式報酬率與實際報酬率	54
表 33、美國長期公債槓桿型 ETF 公式報酬率與實際報酬率	54
表 34、標普 500 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表	56
表 35、標普 500 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表	57

表 36、美國長期公債 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表 ..	57
表 37、美國長期公債 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表 ..	58
表 38、房地產 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表	58
表 39、房地產 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表	58
表 40、黃金 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表	59
表 41、黃金 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表	59
表 42、樣本外測試夏普比率及變化量	60
表 43、標普 500 ETF 平均數變異數擴張檢定	86
表 44、美國長期公債 ETF 平均數變異數擴張檢定	87
表 45、房地產 ETF 平均數變異數擴張檢定	88
表 46、黃金 ETF 平均數變異數擴張檢定	89

第一章 緒論



1.1 研究背景與動機

ETF (Exchange Traded Fund) 的歷史可以追溯到 1990 年 3 月 9 日，加拿大多倫多證券交易所首次發行了 Toronto Index Participation Fund (TIP 35)，追蹤多倫多證券交易所 35 指數 (TSX 35 Index)。¹此後，1993 年 1 月 22 日，美國市場也推出了首支 ETF，即 SPDR S&P 500 ETF (SPY)，該 ETF 追蹤標普 500 指數 (S&P 500 Index)。²

槓桿型 ETF (Leveraged Exchange-Traded Funds) 的出現則標誌著 ETF 市場的進一步創新。槓桿型 ETF 是一種旨在放大基礎指數或資產回報的金融工具，透過借貸資金並投資於衍生工具來實現槓桿效果，例如，兩倍槓桿型 ETF 旨在實現基礎指數每日報酬的兩倍。槓桿型 ETF 可以分為追蹤指數和追蹤個股兩類，而追蹤指數的槓桿型 ETF 可以進一步細分為追蹤股票、債券、房地產、商品等多種資產。例如，ProShares Ultra S&P500 (SSO) 旨在放大標普 500 指數的報酬；ProShares Ultra 20+ Year Treasury (UPT) 追蹤的是美國 20 年期以上國債的報酬；ProShares Ultra Real Estate (URE) 則放大房地產相關指數的報酬；而 ProShares Ultra Gold (UGL) 則專注於黃金商品的報酬。至於追蹤個股的槓桿型 ETF，例如 GraniteShares 2x Long NVDA Daily ETF (NVDL)，則旨在放大特定股票（如 Nvidia 公司）的報酬。此外，反向型 ETF (Inverse Exchange-Traded Funds) 是另一類相關產品，其目的是實現基礎指數或資產報酬的相反方向，但非本文章討論之範疇。

¹Vanguard 網站 (<https://www.vanguard.ca/en/investor/learn/featured-group/basics/history-of-etfs>)。查詢日期：2024 年 6 月 20 日。

²Investopedia 網站 (<https://reurl.cc/dnbdzq>)。查詢日期：2024 年 6 月 20 日。



2006 年 6 月，美國的 ProShares 公司推出了 ProShares Ultra S&P500 (SSO)，這是市場上第一支槓桿型 ETF，並以標普 500 指數為追蹤指數，開創了槓桿型 ETF 的先河。亞洲市場則在 2010 年由韓國首先推出 Samsung KODEX Leverage ETF，接著日本於 2012 年發行了 Simplex TOPIX Bull 2x ETF。台灣市場方面，首支槓桿型 ETF 是元大投信於 2014 年推出的元大台灣 50 正 2 (00631L)，進一步促進了台灣 ETF 市場的發展。

根據 ETFGI 網站的槓桿型/反向型 ETF 和 ETP 市場概況報告中的全球上市的槓桿型/反向型 ETF 和 ETP 檔數與資產圖表（見圖 1），³截至 2023 年 7 月，全球槓桿與反向 ETF/ETP 的發行上市數量達到 1,237 檔，總資產管理規模約為 1,321 億美元。其中，槓桿型 ETF 占據主導地位，占總發行數量的 50.69%，且總資產占比達到 73.96%。

此外，槓桿型 ETF 的發行數量與資產規模均呈現顯著的上升趨勢。具體而言，2009 年底市場上僅有 143 檔槓桿型 ETF，但截至 2023 年 7 月，這一數字已增至 627 檔，增幅達到 338.46%。2009 年底，槓桿型 ETF 的總資產規模為 167 億美元，低於槓桿反向型 ETF。然而，至 2023 年 7 月，槓桿型 ETF 的總資產已大幅上升至 977 億美元，增幅達到 485.03%。無論是從發行數量還是總資產規模來看，投資者對槓桿型 ETF 的需求呈現持續增長的趨勢，反映了槓桿型 ETF 市場日益繁榮和發展的態勢。

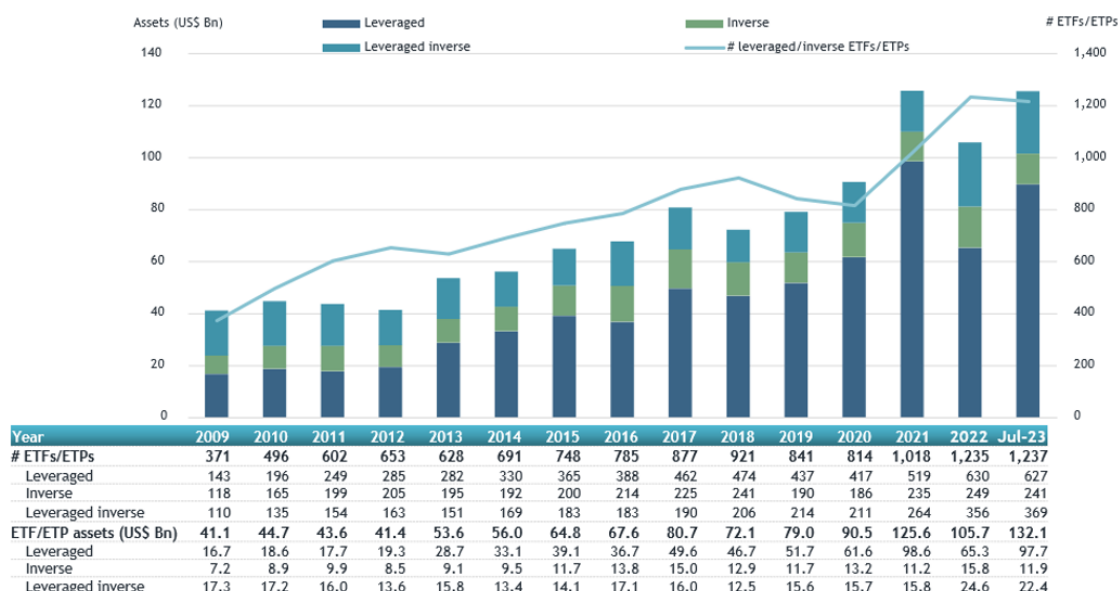
隨著市場需求的增加，槓桿型 ETF 後續推出了多種主題產品，主要分為股票型、債券型和商品型的槓桿型 ETF。主題型槓桿 ETF 使投資者能夠在特定行業或主題上實現放大倍數的投資報酬，進一步吸引了更多投資者的關注。例如，債券型的美國公債槓桿 ETF 如 ProShares Ultra 20+ Year Treasury (UBT)，專注於長期美國公債，為投資者提供了放大債券市場收益的機會；商品型的原油槓桿 ETF

³ETFGI 網站 (<https://etfgi.com/news/press-releases/2023/08/etfgi-reports-today-assets-invested-leveraged-and-inverse-etfs-listed>)。查詢日期：2024 年 6 月 20 日。

如 ProShares Ultra Bloomberg Crude Oil (UCO)，追蹤原油價格，為投資者提供了放大能源商品收益的工具。



圖 1、全球上市的槓桿型/反向型 ETF 和 ETP 檔數與資產



註：引自 ETFGI Leveraged/Inverse ETFs and ETPs Landscape report，ETFGI，2023（<https://etfgi.com/news/press-releases/2023/08/etfgi-reports-today-assets-invested-leveraged-and-inverse-etfs-listed>）。

槓桿型 ETF 的顯著特點在於其每日再平衡機制，追蹤指數的日內變動，即每天重新調整市值。因此，若持有期間超過一天，槓桿型 ETF 的累積報酬可能不等於該槓桿型 ETF 倍數乘以指數同期報酬，而長期持有的結果可能會導致槓桿型 ETF 淨值與其追蹤的指數走勢不一致，稱為波動傷害（volatility drag）。在市場處於震盪階段時，槓桿及反向型 ETF 的風險會高於直接操作指數，經過複利效應後，長期持有這類 ETF 可能會導致其表現與指數產生顯著偏差。因此，儘管槓桿型 ETF 能放大投資報酬，卻可能帶來了更高的風險。

傳統的投資組合和資產配置研究中，研究人員主要關注於將不同的資產類別



納入投資組合以實現分散化和風險管理。過往的研究主要專注於各類股票和債券資產。例如，股票方面，Abuaf, Ayala, and Sinclair (2019) 探討了全球哪些股票市場能提供更好的分散投資效益。該研究使用七個全球主要股票市場指數構建不同權重的投資組合，以離散的方式繪製效率前緣曲線圖，並觀察位於效率前緣曲線上的投資組合。研究發現，可以通過加入與美國經濟獨立性較高的市場（如墨西哥、巴西和中國）的指數來實現更好的分散投資效益。由於這些市場與美國的相關性較低，因此能在投資組合中提供更好的分散效益，然而，分散投資的效益和資產配置在不同時期會有所變化。債券方面，Kothari and Shanken (2004) 探討了抗通膨債券（TIPS）的引入對投資者資產配置決策的影響，通過平均數變異數分析來決定最優投資組合，找到在不同資產配置下能夠最大化投資組合的夏普比率（Sharpe Ratio）或 M^2 值（M-squared measure）的資產權重。該研究發現，抗通膨債券在投資組合中的比例較高時（40%至 60%），能顯著降低投資組合的整體風險，特別是對於保守、以債券配置為主的投資組合。

隨著金融市場的發展，槓桿型 ETF 的種類日益多元且市場規模不斷擴大，顯示出投資者對高槓桿產品需求的增加，也反映了槓桿型 ETF 在市場上的接受度和應用範圍的擴展。然而，縱使槓桿型 ETF 已成為投資者進行多樣化投資和策略性配置的重要工具，且具有特殊的每日再平衡機制和波動損失效應，關於將槓桿型 ETF 納入投資組合的研究卻仍然相對稀少，特別是在探討其對投資組合效率前緣曲線的影響和分散效益方面。因此，探討槓桿型 ETF 在投資組合中的應用和影響，並檢驗其是否能夠提高投資組合的效率，提升績效並降低風險，成為本研究的主要動機。本研究希望能夠通過這項研究拓展現有的投資組合理論，為投資者提供新的投資策略和風險管理方法。



1.2 研究目的

關於槓桿型 ETF 的探討，過去研究顯示槓桿型 ETF 的長期表現並不是簡單的基礎資產表現的多倍，因為槓桿型 ETF 每日再平衡所產生的波動性損失和交易成本可能會侵蝕長期報酬 (Giese, 2010)。目前槓桿型 ETF 的研究多半著重探討槓桿型 ETF 長期報酬表現 (Lu, Wang, and Zhang, 2009)、複利效應與波動性對槓桿型 ETF 的影響 (Holzhauer, Lu, McLeod, and Mehran, 2013) (Shum, 2012)、槓桿型 ETF 的風險 (Jarrow, 2010) 等。然而，探討將槓桿型 ETF 加入投資組合的研究，僅有數篇，譬如，DiLellio, Hesse, and Stanley (2014) 利用蒙特卡羅模擬分析了反向型和槓桿型 ETF 在投資組合中的長期影響。該研究模擬了三種不同風險承受能力的投資者，每年對投資組合進行再平衡，並分別將一小部分資金分配到反向型或槓桿型 ETF。通過模擬結果，計算出每個投資組合的終端財富分配 (Terminal Wealth Distribution) 和夏普比率，以量化風險調整後的報酬。結果顯示，在某些情況下，反向型 ETF 能夠提供多樣化效益，但槓桿型 ETF 的長期效果並不顯著。

然而，DiLellio et al. (2014) 的研究並未深入探討效率前緣曲線 (Efficient Frontier) 的變化，且僅在投資組合中加入低比例的槓桿型 ETF。因此，本研究旨在從效率前緣曲線的角度探討槓桿型 ETF 是否能提升投資組合的效益。為此，本研究以投資組合理論中廣泛使用的方法，即由 Markowitz 提出的平均數-變異數效率投資組合理論 (Mean-Variance Efficient Portfolio) 進行效率性分析。通過分析報酬率和風險構成的效率前緣曲線，檢測引入槓桿型 ETF 前後效率前緣曲線的變化，以評估槓桿型 ETF 是否能提升投資組合的分散效益。

綜上所述，本研究旨在探討槓桿型 ETF 在投資組合中的分散效益，並以標普 500、美國 20 年期以上公債、房地產和黃金這四個主題的槓桿型 ETF 為研究對象。這些主題涵蓋了現代投資組合中常配置的主要資產類別，包含股票、債券、房地產和另類資產。研究的主要核心議題為：(一) 探討將槓桿型 ETF 加入投資組合是否

能擴張效率前緣曲線。(二)探討不同的主題類型是否會影響槓桿型 ETF 投資組合擴張效益的效果。(三)槓桿型 ETF 最佳的投資組合配置方式。本研究希望通過對美國市場的實證研究，幫助投資者深入了解槓桿型 ETF 產品，從而構建更優化的投資組合，並開發更高效的交易策略。

1.3 論文架構

本研究的架構如下所述：第一章是緒論，旨在說明研究的動機和目的，介紹研究背景，並概述本研究的整體框架。第二章是文獻探討，系統化整理與本研究有關之文獻和過往研究的主要發現，內容涵蓋槓桿型 ETF 的交易行為、對市場的影響、影響報酬率的因素以及交易策略的制定，並介紹本研究方法的基礎理論。此外，第二章還涵蓋了投資組合研究中基準投資組合的使用情況及其過往研究成果，為本研究提供參考和借鑒。第三章是研究方法，詳細介紹整個研究的實驗流程，包括資料來源、研究樣本的選取，以及研究所採用的統計檢定方法，確保研究設計的嚴謹性與科學性。第四章是研究結果，呈現並解釋各項檢定結果，對結果進行延伸分析，探討其對投資理論與實務的啟示。最後，第五章是結論與未來後續研究方向，總結本研究的主要結論，並提出未來研究可能的發展方向，以期對後續研究提供參考與借鑒。

第二章 文獻探討



2.1 槓桿型 ETF 之現況和相關研究

槓桿型 ETF 與傳統指數型基金相似，旨在追蹤特定指數的表現，並且具有操作簡便和資訊透明的優點。然而，槓桿型 ETF 的獨特之處在於它能放大指數的定向報酬倍數，普遍為兩倍或三倍。槓桿型 ETF 作為本研究的核心，本節將整理過去有關槓桿型 ETF 不同面向的研究，以幫助讀者全面理解這類金融產品的特性與應用。

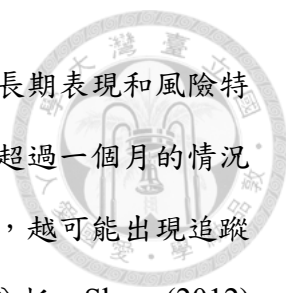
本研究首先探討槓桿型 ETF 複製指數倍數報酬的運作機制。Avellaneda and Zhang (2010) 以 ProShares Ultra Financial ETF (UYG) 為例，探討其實現倍數報酬的方法。該 ETF 的目標為複製道瓊美國金融指數的兩倍報酬，為實現此目標，基金經理人將每一美元的 UYG 淨資產價值投資兩美元於追蹤指數的一籃子股票，並借用額外的一美元，以達到兩倍槓桿效果。Cheng and Madhavan (2009) 則表示，多數槓桿型 ETF 利用總報酬交換 (total return swaps) 來產生倍數報酬，雖然期貨合約也可以被使用，但總報酬交換允許基金經理根據特定需求設計交易條件，且因通過交換協議進行結算，基礎風險較小。Trainor Jr. (2010) 和 Dulaney, Husson, and McCann (2012) 指出，槓桿型 ETF 使用金融衍生工具，如交換合約、期貨合約和選擇權來實現槓桿目標，因為這些工具允許 ETF 管理者以較低的資本投入進行槓桿操作。此外，槓桿型 ETF 通常會在每日收盤時進行持倉再平衡。至於在臺灣的金融市場，莊蕎安 (2018) 指出，由於指數期貨具有流動性高和透明度高的特點，因此臺灣發行的槓桿型 ETF 主要是透過股價指數期貨來實現其槓桿效果。

槓桿型 ETF 的投資人行為方面，Guedj, Li, and McCann (2010) 通過交易數據發現，部分槓桿型 ETF 投資者的持有期超過一個月，甚至有投資者的持有期超過一個季度。然而，隨著時間的推移，後續研究顯示投資者行為發生了變化。Charupat



and Miu (2011) 的研究指出，槓桿型 ETF 主要由短期零售交易者所交易，平均持有期少於 15 天，且單筆交易金額較傳統 ETF 更小。Schubert and Schubert (2017) 提出了一種獨立於觀察時間間隔的持有期估算方法，並分別估算了 2010 年和 2012 年兩倍槓桿型 ETF 的持有期，結果顯示前者的平均持有期為 83.92 天，而後者為 51.86 天，表明投資者持有槓桿型 ETF 的期間呈現縮短趨勢。Jiang and Yan (2012) 以及 da Costa Neto, Klotzle, and Figueiredo Pinto (2019) 發現，槓桿型 ETF 的交易頻率高於原型 ETF，且槓桿倍數越高，平均每月週轉率越高，同樣顯示槓桿型 ETF 投資者更傾向於短期持有。總結來說，槓桿型 ETF 投資者的行為從較長期持有逐漸轉向短期交易，且交易頻率與槓桿倍數呈正相關，反映出投資者對這類產品的短期投機性需求增強。

由於槓桿型 ETF 具有獨特的每日再平衡機制和交易行為，後續有許多研究探討了槓桿型 ETF 對金融市場結構的影響。Cheng and Madhavan (2009) 透過理論和實證證據表明，槓桿型 ETF 的每日再平衡機制對市場流動性和波動性具有顯著影響，尤其在市場收盤時段。由於這些基金的再平衡需求高度可預測，可能會導致市場操縱和提前交易的風險。Bai, Bond, and Hatch (2012) 採用迴歸模型估算再平衡需求對尾盤報酬率的直接影響，證實槓桿型 ETF 的尾盤再平衡機制顯著影響成分股的價格，並增加其波動性，尤其對小規模、交易不活躍及波動性較高的股票影響最為顯著。Shum, Hejazi, Haryanto, and Rodier (2016) 同樣利用迴歸模型分析槓桿 ETF 再平衡交易對尾盤 15 分鐘內波動性的影響，並證明槓桿 ETF 的再平衡交易確實增加了市場尾盤的波動性，其影響程度與市場波動呈正相關，而當槓桿 ETF 再平衡交易佔總交易量比例較高時，其影響在經濟上亦顯著。Yagi and Mizuta (2016) 則通過人工市場模擬驗證槓桿型 ETF 再平衡交易對市場資產價格波動的影響，結果顯示槓桿型 ETF 的再平衡交易量與市場波動性呈正相關。這些研究結果強調了槓桿型 ETF 在市場結構中扮演的複雜角色，其每日再平衡機制可能影響市場的交易價格和波動性，並對小規模及交易不活躍的股票產生顯著影響。



槓桿型 ETF 旨在提供基準指數每日報酬的特定倍數，但其長期表現和風險特徵亦引發了大量的研究和討論。Lu et al. (2009) 發現在持有期不超過一個月的情況下，槓桿型 ETF 提供的報酬與基準的兩倍相符，但持有期越長，越可能出現追蹤誤差。後續許多研究也對造成槓桿型 ETF 追蹤誤差的因素進行分析。Shum (2012) 針對槓桿型 ETF 在金融危機期間的表現進行研究，並指出槓桿型 ETF 在該期間的偏差主要由管理因素和交易溢價/折價引起，複利效應並非唯一原因。Holzhauer et al. (2013) 研究了槓桿型 ETF 在不同持有期內的表現，發現波動性、管理費用和正反向性質對長期報酬具有顯著影響。Jarrow (2010) 研究表明，在有限的投資期間內， k 倍槓桿型 ETF 的報酬並不是簡單地乘以 k 倍，還受到波動性、借款利息和每日再平衡所產生的交易成本的影響。Avellaneda and Zhang (2010) 更進一步提出了主要變數為波動性、無風險利率、借款成本、總費用率，由標的資產或 ETF 的報酬率推導出槓桿型 ETF 報酬率的公式。

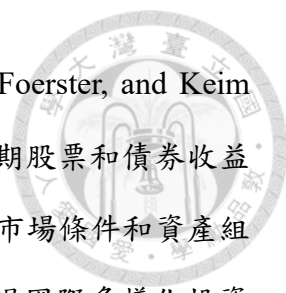
有鑑於此，許多研究致力於提出最佳的槓桿型 ETF 設計方法和投資策略。Giese (2010) 建議改進槓桿型 ETF 的設計，根據市場條件動態調整槓桿程度，以避免在不利市場中遭受過大的損失。Jiang and Peterburgsky (2017) 利用迴歸分析結果和追蹤誤差特性，模擬生成三倍槓桿型 ETF 和三倍反向型 ETF 的報酬，並比較多種不同的配置策略。他們提出最佳策略是以 33.3%：66.6% 比例做空三倍槓桿型 ETF 和三倍反向型 ETF。由於其使用的槓桿型和反向型 ETF (UPRO 和 SPXU) 追蹤指數為標普 500 指數，這樣的配置可以使該投資組合獲得約略一倍的股票市場平均報酬。Peterburgsky (2018) 則改用實證分析代替模擬數據，結果顯示，該投資組合在長期內可實現優於基準指數的風險調整後報酬。Peterburgsky (2018) 的配置策略除了賺取追蹤指數的約一倍報酬，其餘主要報酬來源為槓桿型和反向型 ETF 因恆定槓桿陷阱 (Constant Leverage Trap) 和高費用而產生的長期價值減損，以藉此提升做空策略的報酬。其研究內也引述了 Avellaneda and Zhang (2010), Jarrow (2010), Charupat and Miu (2011) 等多項研究，說明恆定槓桿陷阱主要源自波動性的影響。

綜上所述，槓桿型 ETF 運用衍生性金融商品以達到槓桿效果，其持有週期較短，且再平衡機制對金融市場的交易價格和波動性產生顯著影響。此外，槓桿型 ETF 的長期表現不如傳統投資工具，導致長期持有損失的追蹤誤差可能由多種因素引起，包括複利效應、管理費用、波動性、借款利息（無風險利率）及交易溢價/折價等。然而，透過特定的投資策略，投資者仍有機會通過槓桿型 ETF 獲利。

由於過往研究並未著重於將槓桿型 ETF 納入投資組合，基於此，本研究欲從投資組合的觀點出發，檢驗槓桿型 ETF 是否能擴展效率前緣曲線，並觀察投資組合的配置，以深入探討這一議題。

2.2 檢定方法

Markowitz (1952) 首次提出了平均數變異數分析法，並透過圖像化的方式繪製出效率前緣曲線 (efficient frontier)，奠定了投資組合理論的基礎。而為了克服僅僅通過繪製效率前緣曲線圖來評估投資組合效率的局限，Huberman and Kandel (1987) 提出了平均數變異數擴張理論 (Mean-Variance Spanning Test)，理論的核心在於檢測當新的風險資產組合加入到已有的風險資產組合中後，效率前緣曲線是否會擴展。在此之後，出現許多協助此理論更加完善的研究。DeRoos and Nijman (2001) 探討了如何使用迴歸檢定來檢驗效率前緣曲線的擴張和交集，以及迴歸檢定與效率前緣曲線的效率、績效衡量、最佳投資組合選擇和誤差邊界的關聯性；Glabadanidis (2009) 提出了一個基於切點投資組合和最小變異投資組合的報酬率、變異數和夏普比率，進行平均數變異數擴張統計檢定的統一框架，也在實證中衡量了平均數變異數擴張檢定的統計和經濟意義；Cheung, Kwan, and Mountain (2009) 指出，當投資組合加入新資產後，若新舊效率前緣曲線有所重疊，則不應投資新資產，因為新資產會帶來剩餘風險。



平均數變異數擴張理論也被許多研究拿來做應用。Ferson, Foerster, and Keim (1993) 將平均數變異數擴張檢測應用於潛變量模型，以檢驗預期股票和債券收益所需的風險溢酬數量；DeRoos and Nijman (2001) 探討了在不同市場條件和資產組合下平均數變異數擴張檢測的應用，包括美國投資者是否能通過國際多樣化投資提高投資組合效率，以及在開發中市場中投資是否能帶來顯著效益；Christiansen, Joensen, and Nielsen (2007) 利用平均數變異數擴張檢定探討人力資本投資的風險與報酬特性；Chen, Chung, and Ho (2011) 透過平均數變異數擴張檢定探討將 VIX 相關資產添加到各種基準投資組合的分組中是否能改善投資機會集。

此外，也有許多基於平均數變異數擴張理論發展出的檢定方法。Peñaranda and Sentana (2012) 提出了評估初始資產和新增資產是否共享經濟上有意義的成本和市場報酬率的新擴張檢定方法；Kan and Zhou (2012) 基於平均數變異數擴張檢定的迴歸模型提供了概似比檢定 (Likelihood Ratio Test)、沃式檢定 (Wald Test)、拉格朗日乘數檢定 (Lagrange Multiplier Test) 統計量的幾何解釋和功效分析，並提出「逐步檢定法」。由於本研究欲透過統計模型來檢驗效率前緣曲線的擴張，因此本研究的統計檢定，決定使用 Kan and Zhou (2012) 的研究成果。

綜上所述，採用數值化方法來判斷效率前緣曲線的擴張是較為科學化和客觀的作法。以下本研究即使用沃式檢定 (Wald Test) 和逐步檢定法來檢驗槓桿型 ETF 能否擴張效率前緣曲線，增加投資機會集。

2.3 基準投資組合

許多投資組合相關研究會設立基準投資組合 (Benchmark portfolio)，以進行模型或策略的比較，或是評估和比較其他投資組合和資產的績效。Fama and French (1992) 發現，市值 (ME)、淨值市價比 (BE/ME) 兩個變量能夠捕捉到大部分股票平均報酬的橫斷面差異，Fama and French (1995) 的研究進一步支持市值和淨值市



價比作為風險代理變量。因此，Fama 與 French 針對美國市場建立了基於市場規模和淨值市價比的投資組合。Lam (2002) 和 Brailsford, Gaunt, and O'Brien (2012) 皆採用了 Fama and French (1992) 的方法進行投資組合構建，將股票按市值和淨值市價比率排序，形成 25 個投資組合（5 個規模組別 × 5 個淨值市價比組別）。前者以建構的投資組合進行迴歸分析，得到淨值市價比率對香港股票報酬具有顯著的解釋力的結論，後者則利用了建構的投資組合來驗證三因子模型在澳洲市場中的適用性。DeMiguel, Garlappi, and Uppal (2009) 在他們的研究中使用了七個不同的投資組合作為測試數據集，來探討各種資產配置模型的表現，並與簡單的 1/N 策略進行比較，其中，三個測試投資組合直接使用了 Fama-French size and book-to-market 投資組合加上其他因子投資組合進行模型的檢驗。Chen et al. (2011) 也在其研究中使用了 6 個和 25 個等權重及市值加權的 Fama-French size and book-to-market 投資組合作為基準投資組合，測試 VIX 相關資產是否能優化投資組合，結果發現加入 VIX 相關資產確實提升了投資組合的績效。

除了市值和淨值市價比的分類方式，Fama 與 French 也建立了以產業進行分類的投資組合。DeMiguel et al. (2009) 的研究使用了 Fama-French industry 投資組合再加上美國股票市場投資組合做為測試投資組合，比較各種資產配置模型的表現，結果表明，多數模型無法勝過簡單的 1/N 策略。Tai (2003) 使用 5 個等權重及市值加權的 Fama-French industry 投資組合進行穩健性檢驗，得到產業投資組合中的主要風險溢酬來自市場風險和規模風險。McNevin and Nix (2018) 使用了 49 個等權重及市值加權的 Fama-French industry 投資組合作為產業分類依據和研究標的，得到不同產業的平均報酬率有顯著差異，且多數產業的報酬率呈高狹的分佈。Elhadary (2021) 針對產業投資組合的報酬，分別使用傳統 Fama-French 三因子模型和基於產業的 Fama-French 模型進行比較，發現將基於產業的 Fama-French 模型與傳統 Fama-French 模型結合使用，有助於評估投資組合的表現，從而提供更加準確的投資建議。

隨著全球金融市場的快速發展和投資工具的多樣化，全球資產配置成為投資者追求風險分散和收益優化的重要策略。全球資產配置不僅限於股票和債券，還涵蓋另類資產、房地產、商品等多種資產類別，旨在通過地域和資產類別的分散來降低投資組合的總體風險。隨著技術的進步和投資需求的變化，機器人理財公司如 Betterment、Schwab 和 Wealthfront 等迅速崛起，成為全球資產配置的重要推動力。機器人理財公司利用算法和大數據分析，為投資者提供自動化、個性化的投資組合管理服務，不僅提高了全球資產配置的效率和精確度，還使得普通投資者能夠輕鬆地進行跨地域、跨資產類別的投資，從而實現更加穩定和可持續的投資收益。

綜上所述，依 Fama 與 French 的方法創建的 size and book-to-market 投資組合和 industry 投資組合被許多研究廣泛使用，且在實證研究中經過了嚴格的檢驗和考驗，證明其在評估和比較不同投資策略與資產績效方面的有效性與可靠性。此外，全球資產配置也逐漸受到重視，其設計理念亦影響了現代投資組合理論。因此，本研究將使用 Fama-French size and book-to-market、Fama-French industry 投資組合（見表 1）和仿照機器人理財公司選用的資產主題創建的全球投資組合（見表 2）作為基準投資組合進行檢定，確保研究結果的穩健性和可信度。

表 1、基準投資組合列表：Fama-French 投資組合

投資組合	縮寫	權重分配	<i>N</i>
Size and book-to-market 投資組合	FF size and BE/ME 投資組合	等權重	6
		市值加權	6
		等權重	25
		市值加權	25
Industry 投資組合	FF industry 投資組合	等權重	5
		市值加權	5
		等權重	49

表 2、基準投資組合列表：全球投資組合

主題	資產	代號	N
全美股市	Vanguard Total Stock Market ETF	VTI	
發達市場國際股票	iShares MSCI EAFE ETF	EFA	
新興市場股票	Vanguard FTSE Emerging Markets ETF	VWO	
美國綜合債券	iShares Core U.S. Aggregate Bond ETF	AGG	
國際綜合債券	PIMCO International Bond Fund Class A	PFOAX	9
美國抗通膨債券	iShares TIPS Bond ETF	TIP	
房地產	Vanguard Real Estate ETF ^a	VNQ ^a	
全球不包括美國房地產	Vanguard Global ex-U.S. Real Estate ETF	VNQI	
黃金	SPDR Gold Shares ^b	GLD ^b	

註：因本研究測試資產與基準投資組合資產有部分重複，^a若測試資產為房地產槓桿型 ETF (URE) 和其相對應原型 ETF (VNQ)，則全球投資組合為扣除 VNQ 後之投資組合；^b若測試資產為黃金槓桿型 ETF (UGL) 和其相對應原型 ETF (GLD)，則全球投資組合為扣除 GLD 後之投資組合。

第三章 研究方法



3.1 研究資料

3.1.1 資料來源

本研究選取兩倍槓桿型 ETF 作為槓桿型 ETF 代表。選擇兩倍槓桿型 ETF 的原因在於其歷史最為悠久，數據資料較為豐富，有助於進行更全面的分析。如表 2 所示，選取的標的分別為 ProShares Ultra S&P500 (SSO)、ProShares Ultra 20+ Year Treasury (UBT)、ProShares Ultra Real Estate (URE) 和 ProShares Ultra Gold (UGL)，而其對應的原型 ETF 為 SPDR S&P 500 ETF Trust (SPY)、iShares 20+ Year Treasury Bond ETF (TLT)、Vanguard Real Estate ETF (VNQ) 和 SPDR Gold Shares (GLD)。這些 ETF 為本研究研究之標的，稱為測試資產，分別追蹤標普 500 指數、美國 20 年期以上公債、房地產和黃金四個主題，並涵蓋了股票、債券、房地產和商品四種資產配置的主要類別。本研究全球投資組合的部分亦使用到 ETF 和共同基金的資料，標的分別為 Vanguard Total Stock Market ETF (VTI)、iShares MSCI EAFE ETF (EFA)、Vanguard FTSE Emerging Markets ETF (VWO)、iShares Core U.S. Aggregate Bond ETF (AGG)、iShares TIPS Bond ETF (TIP)、Vanguard Real Estate ETF (VNQ)、Vanguard Global ex-U.S. Real Estate ETF (VNQI)、SPDR Gold Shares (GLD) 和 PIMCO International Bond Fund Class A (PFOAX)。ETF 歷史股價和報酬率資料來自於 Center for Research in Security Prices (CRSP)，⁴而共同基金 PIMCO Income Fund Class A (PFOAX) 的歷史股價、報酬率的資料來自 yahoo! finance。⁵

此外，本研究採用了多組 Fama-French 投資組合資料，包括：6 個市值加權 (Value-Weighted) 和 6 個等權重 (Equal-Weighted) 的 size and book-to-market 投

⁴Center for Research in Security Prices 官網 (<https://www.crsp.org/>)

⁵yahoo! finance (<https://finance.yahoo.com/>)

資組合；5 個市值加權和 25 個等權重的 size and book-to-market 投資組合；5 個市值加權和 5 個等權重的 industry 投資組合；49 個市值加權和 49 個等權重的 industry 投資組合，資料取自 Kenneth R. French 網站。⁶

無風險利率（Risk-Free Rate）採用一個月期美國國庫券利率（1-Month US Treasury Bill Rate），資料同樣來自於 Kenneth R. French 網站。

3.1.2 資料期間與頻率

本研究所使用的測試資產 ETF 資料範圍涵蓋各槓桿型 ETF 發行日至 2023 年 12 月 31 日，原型 ETF 的資料期間和頻率與對應的槓桿型 ETF 相同，如表 3 所示。具體資料期間如下：SSO 與 SPY 的資料期間為 2006 年 6 月 19 日至 2023 年 12 月 31 日；UBT 與 TLT 的資料期間為 2010 年 1 月 19 日至 2023 年 12 月 31 日；URE 與 VNQ 的資料期間為 2007 年 1 月 30 日至 2023 年 12 月 31 日；UGL 與 GLD 的資料期間為 2008 年 12 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日。

基準投資組合的部分，Fama-French 投資組合和一個月期美國國庫券利率的整體資料期間為 1926 年 7 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日，而在本研究中使用的資料期間為 2006 年 6 月 19 日至 2023 年 12 月 31 日。由於全球投資組合內的 Vanguard Global ex-U.S. Real Estate ETF（VNQI）成立日期最晚，為 2010 年 11 月 1 日，因此全球投資組合的 ETF 和基金的資料期間皆為 2010 年 11 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日。

本研究使用的資料包括月資料和週資料。月資料能提供更長期的觀察，適合用來分析投資組合的長期趨勢和變化，多數投資組合相關研究亦以月資料進行分析，因此本研究將月資料作為主要數據來源，用於敘述性統計分析以及平均數變異數擴張檢定。週資料則用於樣本外測試，旨在增加樣本數量並驗證模型在不同時間頻率下的適用性和一致性，以提高測試結果的穩健性。受限於 Kenneth R. French 網

⁶Kenneth R. French 網站 (<https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/index.html>)

站網站上提供的資料，Fama-French 投資組合僅使用 6 個市值加權和 6 個等權重的 size and book-to-market 投資組合的週資料。



表 3、測試資產 ETF 列表

主題	槓桿型 ETF	原型 ETF	資料期間
標普 500	ProShares Ultra S&P 500 (SSO)	SPDR S&P 500 ETF Trust (SPY)	06/2006-12/2023
美國長期公債	ProShares Ultra 20+ Year Treasury (UBT)	iShares 20+ Year Treasury (TLT)	01/2010-12/2023
房地產	ProShares Ultra Real Estate (URE)	Vanguard Real Estate ETF (VNQ)	01/2007-12/2023
黃金	ProShares Ultra Gold (UGL)	SPDR Gold Shares (GLD)	12/2008-12/2023

3.2 平均數變異數擴張檢定

傳統上，僅靠繪製效率前緣曲線難以有明確的評估標準，因此需要通過統計檢定來輔助。Huberman and Kandel (1987) 的平均數變異數擴張檢定 (Mean-Variance Spanning Test) 提供了一種統計方法來評估新增資產對既有基準資產組合的影響。此方法的核心是判斷在加入新資產後，投資組合的效率前緣曲線是否得到了提升。

具體而言，平均數變異數擴張檢定分析當新資產加入後，整體投資組合的效率前緣曲線是否較原有基準資產組合有所擴張。若擴張後的效率前緣曲線與原基準資產組合的曲線重合，即稱之為「Spanning」，這意味著新資產對投資組合的效率沒有任何改進。然而，如果擴張後的效率前緣曲線超過了原有曲線，這表明新資產擴大了投資機會集，為投資者帶來了多樣化的收益。

當市場中存在無風險性資產且借貸利率一致時，投資者通常只關注切點投資組合的變化；相反，若無風險性資產不存在或借貸利率不同，則投資者將更關注整體效率前緣曲線的變化。平均數變異數擴張檢定通過比較加入新資產前後，投資組合的切點投資組合和最小變異投資組合的權重變化，來判斷新資產是否提升了原有投資組合的效率及其多樣化效益。

接下來，本文將概略描述平均數變異數擴張檢定的基本假設和檢定方法。

3.2.1 基本假設

假設存在 K 個基準資產組合 (Benchmark Asset)， R_{1t} 為包含 K 個基準資產報酬率的向量，以及存在 N 個資產所組成的測試資產組合 (Test Asset)， R_{2t} 為包含 N 個測試資產報酬率的向量。Huberman and Kandel (1987) 接著定義在時間 t 上 $N+K$ 個風險資產的原始報酬率： $R_t = [R'_{1t}, R'_{2t}]'$ ，並定義 $N+K$ 個風險資產的期望報酬率：

$$\mu = E[R_t] = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \quad (3.2.1)$$

以及 $N+K$ 個風險資產的共變異數矩陣：

$$V = Var[R_t] = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.2.2)$$

並透過普通最小平方法 (Ordinary Least Squares, OLS)，估計以下模型：

$$R_{2t} = \alpha + \beta R_{1t} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3.2.3)$$

其中 $E[\epsilon_t] = 0_N$ 且 $E[\epsilon_t R'_{1t}] = 0_{N \times K}$ ， 0_N 為 N 維的零向量， $0_{N \times K}$ 為 $N \times K$ 的零矩陣。由此可推得 $\alpha = \mu_2 - \beta \mu_1$ 和 $\beta = V_{21} V'_{11}$ ，再令 $\delta = 1_N - \beta 1_K$ ，其中 1_N 是一個 N 維的全為 1 的向量。根據 Huberman and Kandel (1987)，「Spanning」的虛無假設為：

$$H_0: \alpha = 0_N, \delta = 0_N \quad (3.2.4)$$

其中，檢驗 $\alpha = 0_N$ 用意是檢驗 N 個測試資產在切點投資組合中是否權重為零，而

檢驗 $\delta = 0_N$ 則是檢驗測試資產在全域最小變異投資組合中是否權重為零。

當存在兩個不同的最小變異投資組合，且其中 N 個測試資產所佔的權重皆為零時，根據 Tobin (1958) 的兩資金分離理論 (Two-fund separation theorem)， $N+K$ 個資產的效率前緣曲線上的全部投資組合，其 N 個測試資產所佔的權重也將為零。

3.2.2 檢定方法

本研究的檢定方法採用 Kan and Zhou (2012) 中的沃式檢定 (Wald test，簡稱 W)，該檢定為一種卡方檢定 (Chi-Squared Test)。為了檢定虛無假設 (3.2.4)，本研究將使用模型 (3.2.3) 的矩陣形式以簡化表示，並假設 α 和 β 為常數：

$$Y = XB + E, \quad (3.2.5)$$

其中， Y 為 R_{2t} 的 $T \times N$ 矩陣； X 為 $T \times (K+1)$ ，每行為 $[1, R'_{1t}]$ 的矩陣； $B = [\alpha, \beta]'$ ； E 為 $T \times N$ ，每行為 ϵ'_t 的矩陣。

B 和變異數 Σ 的無約束最大概似估計量 (Unconstrained maximum likelihood estimators) 為

$$\hat{B} \equiv [\hat{\alpha}, \hat{\beta}]' = (X'X)^{-1}(X'Y), \quad (3.2.6)$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T}(Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta}), \quad (3.2.7)$$

定義 $\theta = [\alpha, \delta]'$ ，而 $\theta = AB + C$ ，其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0'_K \\ 0 & -1'_K \end{bmatrix}, \quad (3.2.8)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0'_N \\ 1'_N \end{bmatrix}, \quad (3.2.9)$$

因此 θ 的最大概似估計量為 $\hat{\theta} \equiv [\hat{\alpha}, \hat{\delta}]' = A\hat{B} + C$ 。接著便可以定義



$$\hat{G} = TA(X'X)^{-1}A' = \begin{bmatrix} 1 + \hat{\mu}'_1 \hat{V}_{11}^{-1} \hat{\mu}_1 & \hat{\mu}'_1 \hat{V}_{11}^{-1} \mathbf{1}_K \\ \hat{\mu}'_1 \hat{V}_{11}^{-1} \mathbf{1}_K & \mathbf{1}'_K \hat{V}_{11}^{-1} \mathbf{1}_K \end{bmatrix}, \quad (3.2.10)$$

$$\hat{H} = \hat{\theta} \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\theta}' = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha} & \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\delta} \\ \hat{\alpha}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\delta} & \hat{\delta}' \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\delta} \end{bmatrix}, \quad (3.2.11)$$

其中， $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{1t}$ 且 $\hat{V}_{11} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{1t} - \hat{\mu}_1)(R_{1t} - \hat{\mu}_1)'$ 。本研究以 λ_1 和 λ_2 分別代表 $\hat{H} \hat{G}^{-1}$ 的兩個特徵根，而根據 Berndt and Savin (1977)，Wald 檢定統計量由以下公式得出：

$$W = T(\lambda_1 + \lambda_2) \sim X_{2N}^2. \quad (3.2.12)$$

如果無法拒絕虛無假設，代表基準投資組合加入測試資產後，其效率前緣曲線很可能不會超過原有基準投資組合的效率前緣曲線。因此，當虛無假設無法被拒絕時，投資者可能無法通過新增測試資產來擴大其投資機會集。

上述沃式檢定為聯合檢定，僅能針對效率前緣曲線是否擴張進行檢定。為了進一步識別擴張來源，Kan and Zhou (2012) 提出了逐步檢定法。逐步檢定法的基本假設為針對原先的虛無假設 (3.2.4)，首先檢定 $\alpha = 0$ ，接著在此基礎上，於 $\alpha = 0$ 的條件下檢定 $\delta = 0_N$ 。若 $\alpha = 0$ 的虛無假設被拒絕，則兩個效率前緣曲線的切點投資組合在統計上有顯著的差異。若在 $\alpha = 0$ 的條件下檢定 $\delta = 0_N$ 的虛無假設被拒絕，則兩個效率前緣曲線的全域最小變異數投資組合在統計上有顯著的差異。

從幾何角度來看，平均數變異數擴張檢定可以分為兩個部分：(1) 切點投資組合的「Spanning」及 (2) 全域最小變異數 (GMV) 投資組合的「Spanning」。因此，Wald 檢定統計量可以重新寫成

$$W = T \left(\frac{1 + \hat{\theta}_R (R_1^{GMV})^2}{1 + \hat{\theta}_{R1} (R_1^{GMV})^2} - 1 \right) + T \left(\frac{(\hat{\sigma}_{R1})^2}{(\hat{\sigma}_R)^2} - 1 \right), \quad (3.2.13)$$

其中， $\hat{\theta}_{R1} (R_1^{GMV})$ 和 $\hat{\theta}_R (R_1^{GMV})$ 分別是以 R_1^{GMV} 作為參考點，基準資產組合和加入測試資產後的基準資產組合的效率前緣曲線切線斜率。 $(\hat{\sigma}_{R1})^2$ 和 $(\hat{\sigma}_R)^2$ 則分別是基準資產組合和加入測試資產後的基準資產組合的全域最小變異數。逐步檢定法的

檢定方法為，由公式 (3.2.13) 的第一項則衡量添加測試資產後，切點斜率的平方的變化，檢定 $\alpha = 0$ 的虛無假設。接著由公式 (3.2.13) 的第二項衡量添加測試資產導致的全域最小變異數投資組合的變化，檢定 $\delta = 0_N$ 的虛無假設。在逐步檢定下，必須連續不拒絕兩個檢定才不拒絕原先的虛無假設 (3.2.4)。

第四章 研究結果



4.1 敘述性統計

由於所有資產中最晚成立的為 Vanguard Global ex-U.S. Real Estate ETF (VNQI)，成立日期為 2010 年 11 月 1 日，因此敘述性統計的資料期間統一採 2010 年 11 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日，共收集了月資料 157 筆。表 4 為槓桿型 ETF 及相對應原型 ETF 月報酬的敘述性統計表。表 5 為 Fama-French 各投資組合及全球投資組合月報酬的敘述性統計表。

根據表 4 的結果，房地產主題 ETF (URE 和 VNQ) 的標準差高於其他主題的 ETF，且最大值和最小值顯著偏高和偏低，反映了房地產主題 ETF 波動性大、高風險的特徵。整體而言，兩倍槓桿型 ETF 的平均報酬均低於相應原型 ETF 平均報酬的兩倍，顯示出槓桿效果並未完全體現預期的倍數報酬，反而可能因高波動性增加了風險，導致報酬不如預期。以 SSO 和 SPY 為例，SSO 的平均月報酬為 0.0202，而 SPY 的平均月報酬為 0.0114，SSO 的平均月報酬明顯未達到預期的兩倍報酬。同樣的，UBT 和 TLT、URE 和 VNQ、UGL 和 GLD 的比較也顯示出類似的情況，UBT 的平均月報酬為 0.0043，低於 TLT 的 0.0030 的兩倍；URE 的平均月報酬為 0.0125，也低於 VNQ 的 0.0078 的兩倍；UGL 的平均月報酬為 0.0038，也低於 GLD 的 0.0032 的兩倍。

表 4、槓桿型 ETF 和原型 ETF 月報酬敘述性統計表

	平均數	標準差	中位數	最小值	最大值
槓桿型 ETF					
SSO	0.0202	0.0856	0.0296	-0.2981	0.2518
UBT	0.0043	0.0813	-0.0024	-0.1788	0.2684
URE	0.0125	0.0991	0.0156	-0.4332	0.2686
UGL	0.0038	0.0919	-0.0083	-0.2200	0.2449

原型 ETF					
SPY	0.0114	0.0419	0.0170	-0.1252	0.1270
TLT	0.0030	0.0403	-0.0004	-0.0941	0.1317
VNQ	0.0078	0.0505	0.0113	-0.1927	0.1429
GLD	0.0032	0.0462	-0.0032	-0.1106	0.1227

註：資料期間為 2010 年 11 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日。

根據表 5 的結果，在 Fama-French 投資組合中，等權重 (Equal-weighted) 投資組合的表現不如市值加權 (Value-weighted) 投資組合，具體體現在等權重投資組合的平均報酬較低且標準差較大。在 Fama-French size and book-to-market 投資組合中，6 個等權重投資組合的平均報酬為 0.0099，標準差為 0.0594，而 6 個市值加權投資組合的平均報酬為 0.0109，標準差為 0.0544；25 個等權重投資組合的平均報酬為 0.0102，標準差為 0.0609，而 25 個市值加權投資組合的平均報酬為 0.0105，標準差為 0.0581。在 Fama-French industry 投資組合中，5 個等權重投資組合的平均報酬為 0.0091，標準差為 0.0642，而 5 個市值加權投資組合的平均報酬為 0.0113，標準差為 0.0463；49 個等權重投資組合的平均報酬為 0.0092，標準差為 0.0738，而 49 個市值加權投資組合的平均報酬為 0.0106，標準差為 0.0629。以上數據皆顯示市值加權投資組合在風險調整後的報酬方面表現更優異。

此外，全球投資組合的平均數、中位數、標準差相較 Fama-French 投資組合較低，最大值和最小值的區間也較窄，顯示全球投資組合的風險相對較低，波動性較小。由於全球投資組合涵蓋了不同類型的資產，包括股票、債券、大宗商品等，以及來自不同地區和國家的國際資產，多樣化資產配置使其可以有效分散風險，提高投資組合的穩定性，也更適合風險承受能力較低的投資者，或用於分散投資組合風險。

表 5、FF 投資組合及全球投資組合月報酬敘述性統計表

	平均數	標準差	中位數	最小值	最大值
FF size and BE/ME 投資組合					
6 等權重	0.0099	0.0594	0.0114	-0.2276	0.1979
6 市值加權	0.0109	0.0544	0.0136	-0.2059	0.1790
25 等權重	0.0102	0.0609	0.0124	-0.2306	0.2137
25 市值加權	0.0105	0.0581	0.0132	-0.2179	0.1971
FF industry 投資組合					
5 等權重	0.0091	0.0642	0.0106	-0.2299	0.2233
5 市值加權	0.0113	0.0463	0.0141	-0.1421	0.1464
49 等權重	0.0092	0.0738	0.0076	-0.2443	0.3081
49 市值加權	0.0106	0.0629	0.0125	-0.2008	0.2032
全球投資組合					
9 資產	0.0046	0.0368	0.0052	-0.1285	0.1115
8 資產 (扣除 VNQ)	0.0043	0.0351	0.0044	-0.1205	0.1075
8 資產 (扣除 GLD)	0.0048	0.0356	0.0063	-0.1308	0.1100

註：表內統計數值皆為投資組合內整體資產數據的算術平均值，資料期間為 2010 年 11 月 1 日至 2023 年 12 月 31 日。

本研究於表 6 和表 7 進一步呈現各 ETF 與基準投資組合的月報酬平均相關係數結果，資料期間如章節 3.1.2 所述。本研究首先針對各 ETF 與 Fama-French 投資組合的結果進行分析。

標普 500 主題的 ETF (SSO 和 SPY) 與 Fama-French 投資組合報酬之間的平均相關係數均為正，顯示與 Fama-French 投資組合的表現趨勢相似。具體來說，SPY 與 6 個市值加權 Fama-French size and book-to-market 投資組合的月報酬平均相關係數為 0.8980，最大值達到 0.9724 (見表 7)；SSO 與同一投資組合的平均相關係數更是高達 0.8994，最大值為 0.9688 (見表 6)。標普 500 主題的 ETF 與 Fama-French industry 投資組合的相關性相對較弱。例如，SPY 與 49 個等權重 Fama-French industry 投資組合的平均相關係數為 0.7305 (見表 7)，明顯低於其與 size and book-to-market 投資組合的相關性，然而，最低的平均相關係數依舊高於 0.7。

房地產主題的 ETF (URE 和 VNQ) 與 Fama-French 投資組合的報酬相關性也相對較高。URE 與 6 個市值加權 Fama-French size and book-to-market 投資組合的平均相關係數為 0.7332 (見表 6)，VNQ 與相同投資組合的平均相關係數為 0.7173 (見表 7)，與其餘 Fama-French 投資組合的平均相關係數也至少高於 0.6。

黃金主題的 ETF (UGL 和 GLD) 與 Fama-French 投資組合的報酬相關性較低，平均相關係數接近於零。例如，UGL 與 6 個等權重 Fama-French size and book-to-market 投資組合的平均相關係數僅為 0.0296 (見表 6)，GLD 與相同投資組合的平均相關係數僅為 0.0341 (見表 7)，同樣顯示出黃金主題 ETF 與 Fama-French 投資組合的低相關性。

美國長期公債主題的 ETF (UBT 和 TLT) 與 Fama-French 投資組合的報酬則呈現負相關。UBT 與相同投資組合的平均相關係數為 -0.2194 (見表 6)，TLT 與 6 個市值加權 Fama-French size and book-to-market 投資組合的平均相關係數為 -0.2157 (見表 7)，顯示其與 Fama-French 投資組合之間的走勢相反。

至於各 ETF 與全球投資組合報酬的平均相關係數，分佈區間顯得更加集中。由於全球投資組合內包含多種資產，包括股票、債券、房地產、黃金等，而 Fama-French 投資組合僅包含股票，因此導致了各 ETF 與基準投資組合的相關性變化。具體而言，標普 500 主題 ETF SSO 的平均相關係數為 0.5297 (見表 6)，SPY 的平均相關係數為 0.5298 (見表 7)，相較與 Fama-French 投資組合至少 0.7 的平均相關係數有所落差。

房地產主題 ETF 的相關性則未顯著變化，保持在穩定水平。相比之下，美國長期公債和黃金主題 ETF 的平均相關係數有所上升。例如，UBT 與全球投資組合的平均相關係數為 0.1974 (見表 6)，TLT 的平均相關係數為 0.2022 (見表 7)，相較於與 Fama-French 投資組合的負相關性，有了明顯提升。同樣的，UGL 與全球投資組合的平均相關係數為 0.2544 (見表 6)，GLD 的平均相關係數為 0.2581 (見表 7)，相較於與 Fama-French 投資組合趨近於零的相關性，也有了顯著提升。

表 6、槓桿型 ETF 與基準投資組合月報酬相關係數表

	SSO	UBT	URE	UGL
FF size and BE/ME 投資組合				
6 等權重	0.8717	-0.2004	0.7297	0.0296
	(0.9470)	(-0.1070)	(0.7934)	(0.1020)
	[0.8033]	[-0.2908]	[0.6588]	[-0.0191]
6 市值加權	0.8994	-0.2194	0.7332	0.0152
	(0.9688)	(-0.0484)	(0.7736)	(0.1307)
	[0.8403]	[-0.3323]	[0.6928]	[-0.0447]
25 等權重	0.8611	-0.2047	0.7231	0.0267
	(0.9612)	(-0.0509)	(0.7980)	(0.1422)
	[0.7343]	[-0.3179]	[0.5934]	[-0.0414]
25 市值加權	0.8663	-0.2177	0.7136	0.0109
	(0.9634)	(-0.0223)	(0.7743)	(0.1600)
	[0.7343]	[-0.3645]	[0.6173]	[-0.0541]
FF industry 投資組合				
5 等權重	0.8225	-0.1874	0.6894	0.0285
	(0.8635)	(-0.0616)	(0.7489)	(0.0707)
	[0.7025]	[-0.2994]	[0.5653]	[-0.0414]
5 市值加權	0.8966	-0.1346	0.7034	0.0783
	(0.9374)	(-0.0189)	(0.7643)	(0.1237)
	[0.7863]	[-0.3080]	[0.6022]	[-0.0245]
49 等權重	0.7336	-0.1670	0.6354	0.0521
	(0.8655)	(0.0798)	(0.7541)	(0.6018)
	[0.3783]	[-0.3725]	[0.2605]	[-0.1362]



49 市值加權	0.7561 (0.9247) [0.1816]	-0.1382 (0.1754) [-0.4079]	0.6273 (0.8299) [0.1244]	0.0823 (0.7331) [-0.1055]
全球投資組合				
	0.5297 (0.9959) [-0.0620]	0.1974 (0.8424) [-0.0981]	0.5126 (0.7740) [-0.0094]	0.2544 (0.4683) [0.0677]

註：此表呈現槓桿型 ETF 與基準投資組合的平均相關係數、最大相關係數（括號內）和最小相關係數（方括號內）。

表 7、原型 ETF 與基準投資組合月報酬相關係數表

	SPY	TLT	VNQ	GLD
FF size and BE/ME 投資組合				
6 等權重	0.8687 (0.9475) [0.7959]	-0.1978 (-0.0978) [-0.2935]	0.7179 (0.7740) [0.6518]	0.0341 (0.1071) [-0.0154]
6 市值加權	0.8980 (0.9724) [0.8362]	-0.2157 (-0.0368) [-0.3339]	0.7173 (0.7468) [0.6817]	0.0186 (0.1355) [-0.0416]
25 等權重	0.8588 (0.9629) [0.7317]	-0.2021 (-0.0403) [-0.3220]	0.7125 (0.7751) [0.5870]	0.0309 (0.1466) [-0.0379]
25 市值加權	0.8643 (0.9669) [0.7279]	-0.2146 (-0.0099) [-0.3663]	0.6997 (0.7518) [0.6098]	0.0145 (0.1649) [-0.051]

FF industry 投資組合				
5 等權重	0.8187	-0.1852	0.6791	0.0332
	(0.8606)	(-0.0590)	(0.7484)	(0.0749)
	[0.7007]	[-0.2976]	[0.5616]	[-0.0387]
5 市值加權	-0.1346	-0.1272	0.6836	0.0818
	(-0.0189)	(-0.0080)	(0.7450)	(0.1259)
	[-0.3080]	[-0.3041]	[0.5983]	[-0.0225]
49 等權重	0.7305	-0.1648	0.6267	0.0558
	(0.8649)	(0.0850)	(0.7549)	(0.6033)
	[0.3719]	[-0.3745]	[0.2438]	[-0.1362]
49 市值加權	0.7562	-0.1335	0.6120	0.0850
	(0.9239)	(0.1794)	(0.8165)	(0.7309)
	[0.1895]	[-0.4015]	[0.1411]	[-0.1039]
全球投資組合				
	0.5298	0.2022	0.5066	0.2581
	(0.9961)	(0.8454)	(0.7544)	(0.4717)
	[-0.0600]	[-0.0915]	[0.0075]	[0.0675]

註：此表呈現原型 ETF 與基準投資組合的平均相關係數、最大相關係數（括號內）和最小相關係數（方括號內）。

4.2 平均數變異數擴張檢定

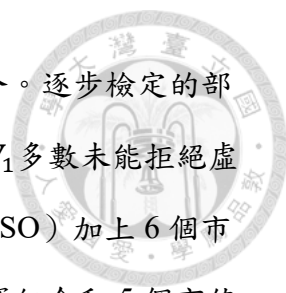
本研究分別針對四種不同主題的槓桿型 ETF 和原型 ETF 進行三次平均數變異數擴張檢定。第一次檢定以原型 ETF 作為測試資產，並分別以不同基準投資組合作為基準資產。第二次檢定以槓桿型 ETF 作為測試資產，並分別以不同基準投

資組合作為基準資產。第三次檢定則以槓桿型 ETF 作為測試資產，並分別以原型 ETF 加上不同基準投資組合作為基準資產。三次平均數變異數擴張檢定分別檢驗單純加入原型 ETF、單純加入槓桿型 ETF 以及槓桿型 ETF 加入原型 ETF 加上基準投資組合的情況下，是否能夠擴大投資機會集。標普 500、美國長期公債、房地產和黃金主題的 ETF 三次平均數變異數擴張檢定的實證結果呈現於表 8 至表 11 和表 43 至表 46。⁷

本研究首先探討第一次平均數變異數擴張檢定的結果（以原型 ETF 作為測試資產，並以不同基準投資組合作為基準資產）。在 1%顯著水平下，美國長期公債和黃金主題原型 ETF 於沃式檢定 W 中僅黃金原型 ETF（GLD）加入全球投資組合未拒絕虛無假設，其餘皆通過擴張檢定。標普 500 主題原型 ETF 九個組合中有三個未能拒絕虛無假設，房地產主題的原型 ETF 則多數未能拒絕虛無假設。逐步檢定的結果呈現更具體的細節，在 1%顯著水平下，無論何種主題的原型 ETF 於逐步檢定 W_1 （針對切點投資組合）多數未能拒絕虛無假設。拒絕虛無假設的投資組合僅有標普 500 原型 ETF（SPY）加上 6 個市值加權、25 個市值加權 Fama-French size and book-to-market 投資組合和 49 個市值加權 Fama-French industry 投資組合。逐步檢定 W_2 （針對全域最小變異數投資組合）則與沃式檢定 W 呈現相似的結果，美國長期公債和黃金主題原型 ETF 皆通過擴張檢定，標普 500 主題原型 ETF 九個組合中有四個未能拒絕虛無假設，房地產主題的原型 ETF 同樣多數未能拒絕虛無假設。

本研究接著探討第二次平均數變異數擴張檢定的結果（以槓桿型 ETF 作為測試資產，並以不同基準投資組合作為基準資產）。在 1%顯著水平下，多數槓桿型 ETF 加入基準投資組合於沃式檢定 W 中皆拒絕虛無假設，未能拒絕虛無假設的僅有黃金槓桿型 ETF（UGL）加入 6 個市值加權 Fama-French size and book-to-

⁷由於多數結果相似，因此正文僅呈現部分檢定結果於表 8 至表 11，表 43 至表 46 則收錄於附錄二。



market 投資組合和 49 個市值加權 Fama-French industry 投資組合。逐步檢定的部分，在 1%顯著水平下，無論何種主題的原型 ETF 於逐步檢定 W_1 多數未能拒絕虛無假設。拒絕虛無假設的投資組合僅有標普 500 槓桿型 ETF (SSO) 加上 6 個市值加權、25 個市值加權 Fama-French size and book-to-market 投資組合和 5 個市值加權、49 個市值加權 Fama-French industry 投資組合；以及房地產槓桿型 ETF (URE) 加上 6 個等權重 Fama-French size and book-to-market 投資組合和 49 個等權重 Fama-French industry 投資組合。逐步檢定 W_2 則與沃式檢定 W 呈現相似的結果，多數槓桿型 ETF 加入基準投資組合拒絕虛無假設，未能拒絕虛無假設的僅有黃金槓桿型 ETF (UGL) 加入 49 個市值加權 Fama-French industry 投資組合。

最後，本研究探討第三次平均數變異數擴張檢定的結果（以槓桿型 ETF 作為測試資產，並以原型 ETF 加上不同基準投資組合作為基準資產）。所有槓桿型 ETF 的沃式檢定 W 在 1%顯著水平下均拒絕了虛無假設，顯示基準投資組合與加入測試資產後的投資組合並無「Spanning」的現象，也代表效率前緣曲線有所擴張。逐步檢定的部分，逐步檢定 W_1 和 W_2 皆顯示，在 1%顯著水平下，所有槓桿型 ETF 皆拒絕虛無假設，表明在切點和全域最小變異數投資組合方面，所有主題的槓桿型 ETF 都能夠有效擴展投資機會集。

綜合以上三次平均數變異數擴張檢定的結果，可以得出以下結論：第一，以 Fama-French 投資組合或全球投資組合作為基準資產，單純加入原型 ETF 在某些情況下能夠擴張效率前緣曲線，但其效果不如槓桿型 ETF 明顯；第二，以 Fama-French 投資組合或全球投資組合作為基準資產，單純加入槓桿型 ETF 在大多數情況下能夠顯著擴張效率前緣曲線，然而，主要擴張來源來自全域最小變異數投資組合，切點投資組合則未有顯著改善；第三，以 Fama-French 投資組合或全球投資組合再加上原型 ETF 作為基準資產時，加入槓桿型 ETF 後的效率前緣曲線擴張效果尤為突出，切點和全域最小變異數投資組合的投資機會集皆有所擴展，且在不同主題的槓桿 ETF 上，均能表現出優異的擴張效果。

表 8、標普 500 ETF 平均數變異數擴張檢定

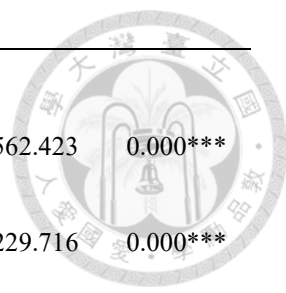
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (SPY)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重 FF size and BE/ME	97.699	0.000***	0.003	0.956	97.695	0.000***
6 市值加權 FF size and BE/ME	8.543	0.014**	8.421	0.004***	0.118	0.731
5 等權重 FF industry	173.542	0.000***	5.114	0.024**	164.423	0.000***
5 市值加權 FF industry	11.340	0.003***	1.016	0.314	10.275	0.001***
全球投資組合	2.610	0.271	2.564	0.109	0.045	0.831
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (SSO)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重 FF size and BE/ME	409.787	0.000***	4.107	0.043	397.898	0.000***
6 市值加權 FF size and BE/ME	6170.786	0.000***	67.068	0.000***	4626.235	0.000***
5 等權重 FF industry	46.448	0.000***	1.091	0.296	45.122	0.000***
5 市值加權 FF industry	2847.434	0.000***	30.752	0.000***	2456.903	0.000***
全球投資組合	215.021	0.000***	6.689	0.0097	199.818	0.000***
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (SSO)，基準資產：原型 ETF (SPY) + 基準投資組合						
SPY+6 等權重 FF size and BE/ME	13934.093	0.000***	98.764	0.000***	9409.841	0.000***
SPY+6 市值加權 FF size and BE/ME	13765.835	0.000***	78.827	0.000***	9951.525	0.000***
SPY+5 等權重 FF industry	13533.025	0.000***	88.947	0.000***	9444.003	0.000***
SPY+5 市值加權	11429.558	0.000***	83.011	0.000***	8132.038	0.000***

FF industry						
SPY +						
全球投資組合	765.900	0.000***	53.521	0.000***	531.271	0.000***

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

表 9、美國長期公債 ETF 平均數變異數擴張檢定

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (TLT)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重						
FF size and BE/ME	209.259	0.000***	1.271	0.260	206.417	0.000***
6 市值加權						
FF size and BE/ME	288.021	0.000***	1.021	0.312	285.256	0.000***
5 等權重						
FF industry	500.216	0.000***	2.907	0.088*	488.800	0.000***
5 市值加權						
FF industry	215.323	0.000***	0.681	0.409	213.769	0.000***
全球投資組合	147.210	0.000***	0.016	0.900	147.180	0.000***
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (UBT)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重						
FF size and BE/ME	54.173	0.000***	0.781	0.377	53.143	0.000***
6 市值加權						
FF size and BE/ME	80.192	0.000***	0.609	0.435	79.294	0.000***
5 等權重						
FF industry	160.909	0.000***	1.987	0.159	157.053	0.000***
5 市值加權						
FF industry	52.151	0.000***	0.336	0.562	51.711	0.000***
全球投資組合	244.594	0.000***	0.140	0.708	244.594	0.000***
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (UBT)，基準資產：原型 ETF (TLT) + 基準投資組合						
TLT+6 等權重	8583.631	0.000***	18.981	0.000***	7690.568	0.000***



FF size and BE/ME						
TLT+6 市值加權	7326.769	0.000***	18.968	0.000***	6562.423	0.000***
FF size and BE/ME						
TLT+5 等權重	7219.258	0.000***	25.834	0.000***	6229.716	0.000***
FF industry						
TLT+5 市值加權	6792.956	0.000***	16.701	0.000***	6160.203	0.000***
FF industry						
TLT+	382.648	0.000***	13.608	0.000***	339.606	0.000***
全球投資組合						

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

表 10、房地產 ETF 平均數變異數擴張檢定

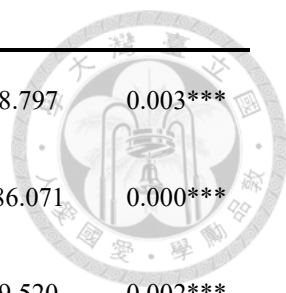
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (VNQ)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重						
FF size and BE/ME	2.356	0.308	1.311	0.252	1.039	0.308
6 市值加權						
FF size and BE/ME	0.766	0.682	0.766	0.381	0.000	0.997
5 等權重						
FF industry	14.626	0.001***	0.000	0.991	14.626	0.000***
5 市值加權						
FF industry	1.239	0.538	0.381	0.410	0.556	0.4558
全球投資組合	12.851	0.002***	1.404	0.236	11.345	0.001***
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (URE)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重						
FF size and BE/ME	66.923	0.000***	6.749	0.009***	58.228	0.000***
6 市值加權						
FF size and BE/ME	60.021	0.000***	4.463	0.035**	54.356	0.000***
5 等權重						
FF industry	26.244	0.000***	1.408	0.235	24.664	0.000***
5 市值加權						
FF industry	57.003	0.000***	4.202	0.040**	51.725	0.000***

全球投資組合	33.116	0.000***	3.434	0.064*	29.047	0.000***
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (URE)，基準資產：原型 ETF (VNQ) + 基準投資組合						
VNQ+6 等權重 FF size and BE/ME	751.101	0.000***	21.888	0.000***	657.922	0.000***
VNQ+6 市值加權 FF size and BE/ME	544.095	0.000***	15.653	0.000***	490.439	0.000***
VNQ+5 等權重 FF industry	709.693	0.000***	13.901	0.000***	650.995	0.000***
VNQ+5 市值加權 FF industry	411.672	0.000***	14.893	0.000***	369.534	0.000***
VNQ+ 全球投資組合	88.378	0.000***	9.036	0.003***	75.025	0.000***

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

表 11、黃金 ETF 平均數變異數擴張檢定

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (GLD)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重 FF size and BE/ME	124.830	0.000***	0.394	0.530	124.165	0.000***
6 市值加權 FF size and BE/ME	80.539	0.000***	0.433	0.510	79.913	0.000***
5 等權重 FF industry	306.187	0.000***	2.739	0.098*	298.899	0.000***
5 市值加權 FF industry	82.263	0.000***	1.009	0.315	80.800	0.000***
全球投資組合	7.196	0.028**	0.346	0.557	6.835	0.009***
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (UGL)，基準資產：基準投資組合						
6 等權重 FF size and BE/ME	16.903	0.000***	0.072	0.789	16.824	0.000***



6 市值加權 FF size and BE/ME	8.881	0.012**	0.080	0.778	8.797	0.003***
5 等權重 FF industry	88.436	0.000***	1.600	0.206	86.071	0.000***
5 市值加權 FF industry	9.929	0.007***	0.388	0.533	9.520	0.002***
全球投資組合	16.578	0.000***	0.047	0.829	16.5261	0.000***

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：槓桿型 ETF (UGL)，基準資產：原型 ETF (GLD) + 基準投資組合						
GLD+6 等權重 FF size and BE/ME	11602.503	0.000***	50.773	0.000***	9010.200	0.000***
GLD+6 市值加權 FF size and BE/ME	10101.860	0.000***	57.458	0.000***	7613.963	0.000***
GLD+5 等權重 FF industry	10117.399	0.000***	61.741	0.000***	7487.419	0.000***
GLD+5 市值加權 FF industry	9644.726	0.000***	57.487	0.000***	7266.509	0.000***
GLD+ 全球投資組合	693.900	0.000***	43.917	0.000***	507.909	0.000***

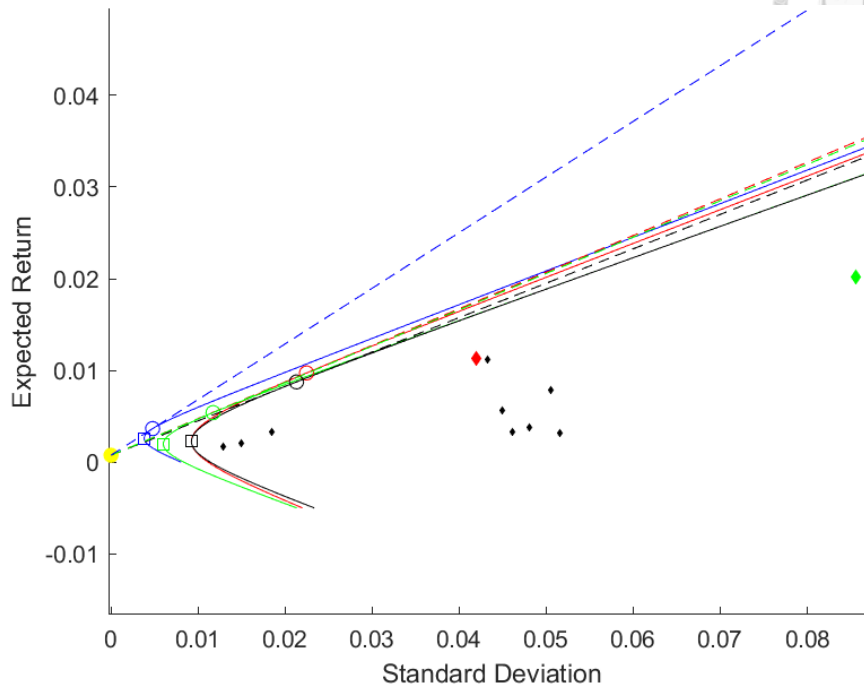
註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

除了平均數變異數擴張檢定，槓桿型 ETF 的分散化效益也可以通過加入槓桿型 ETF 前後效率前緣曲線的變化來觀察，如圖 2 至圖 37 所示。⁸觀察效率前緣曲線圖可以發現，多數投資組合在加入槓桿型 ETF 後，整體效率前緣曲線有所擴張，符合表 8 至表 11 沃式檢定 W 的檢定結果。觀察切點投資組合則可以發現，多數投資組合加入槓桿型 ETF 後資本配置線（Capital Allocation Line）斜率有明顯上升，符合表 8 至表 11 逐步檢定 W_1 的結果。最後，可以發現多數投資組合在加入槓桿型 ETF 後，全域最小變異數投資組合的風險皆顯著下降（往左移），同

⁸正文僅呈現圖 2 至圖 4 作為代表，圖 5 至圖 37 收錄於附錄一。



圖 4、標普 500 ETF 與全球投資組合效率前緣圖



圖例					
—	效率前緣曲線 (基準投組)	- - -	資本配置線 (基準投組)	○	切點投組 (基準投組)
—	效率前緣曲線 (ETF+基準投組)	- - -	資本配置線 (ETF+基準投組)	○	切點投組 (ETF+基準投組)
—	效率前緣曲線 (LETF+基準投組)	- - -	資本配置線 (LETF+基準投組)	○	切點投組 (LETF+基準投組)
—	效率前緣曲線 (LETF+ETF+基準投組)	- - -	資本配置線 (LETF+ETF+基準投組)	○	切點投組 (LETF+ETF+基準投組)
●	無風險利率	◆	槓桿型ETF	◆	原型ETF
		◆	基準投組資產		

表 8 至表 11 和表 43 至表 46 的平均數變異數擴張檢定檢驗了效率前緣曲線擴張在統計上是否顯著，而為了評估經濟上的顯著性，本研究根據 Sharpe, W. F. (1966) 提出的夏普比率以及 Modigliani and Modigliani (1997) 提出的 M2 測度進行評估。夏普比率 (Sharpe ratio) 為一衡量績效的指標，測量了從無風險利率到平均數-標準差平面中任一投資組合的斜率，其概念為承擔每單位風險所得的超額報酬。M2 測度 (M-squared measure)，又稱為 Modigliani-Modigliani 測度，旨在

將投資組合的績效與基準投資組合進行比較，通過調整投資組合的風險，使其與基準投資組合具有相同的風險水平，然後比較這兩者的報酬。透過這種作法，投資者可以更直接的比較不同投資組合或策略的績效，而不需要考慮風險水平的差異。

表 12 至表 15 為基準投資組合和先後加入原型 ETF 和槓桿型 ETF 後的切點投資組合夏普比率及夏普比率變化量的結果，表 16 至表 19 為基準投資組合和先後加入原型 ETF 和槓桿型 ETF 後的 M2 測度及 M2 測度變化量的結果。首先，本研究比較原型 ETF 加上基準投資組合與加入槓桿型 ETF 後的夏普比率和 M2 測度：加入標普 500 槓桿型 ETF (SSO) 後夏普比率變化百分比範圍為 31.85% 至 145.04% (見表 12)，M2 測度變化百分比範圍為 31.10% 至 137.25% (見表 16)；加入黃金槓桿型 ETF (UGL) 的夏普比率變化百分比範圍為 25.45% 至 92.98% (見表 15)，M2 測度變化百分比範圍為 25.02% 至 89.75% (見表 19)；加入房地產槓桿型 ETF (URE) 的夏普比率變化百分比範圍為 10.39% 至 81.50% (見表 14)，M2 測度變化百分比範圍為 10.15% 至 76.45% (見表 18)。至於加入美國長期公債槓桿型 ETF (UGL) 的變化量則相對較小，夏普比率變化百分比範圍為 1.45% 至 31.75% (見表 13)，M2 測度變化百分比範圍為 1.43% 至 30.42% (見表 17)。夏普比率和 M2 測度變化百分比的結果與表 8 至表 11 和表 43 至表 46 逐步檢定 W_1 的結果相符。

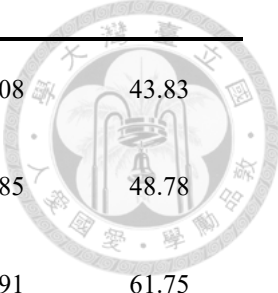
接著，本研究比較基準投資組合和加入原型 ETF 及槓桿型 ETF 後的夏普比率和 M2 測度，結果顯示夏普比率和 M2 測度的變化量進一步提升：加入標普 500 ETF (SSO 和 SPY) 後夏普比率變化百分比範圍為 43.83% 至 230.91% (見表 12)，M2 測度變化百分比範圍為 42.14% 至 214.46% (見表 16)；加入黃金槓桿型 ETF (UGL 和 GLD) 的夏普比率變化百分比範圍為 25.55% 至 110.65% (見表 15)，M2 測度變化百分比範圍為 25.11% 至 106.47% (見表 19)；加入房地產槓桿型 ETF (URE 和 VNQ) 的夏普比率變化百分比範圍為 11.34% 至 81.61% (見表

14)，M2 測度變化百分比範圍為 11.08%至 76.56%（見表 18）；加入美國長期公債槓桿型 ETF（UGL 和 TLT）的變化百分比範圍為 3.64%至 45.05%（見表 13），M2 測度變化百分比範圍為 3.58%至 42.98%（見表 17）。

綜合以上結果，無論是基準投資組合或是基準投資組合加上原型 ETF，加入槓桿型 ETF 後，夏普比率和 M2 測度均顯著提高。此外，本研究發現，當 Fama-French 投資組合內含更多投資組合時（25 個、49 個），其夏普比率和 M2 測度改善效果低於 Fama-French 投資組合內含較少投資組合的情況（6 個、5 個）。其中，夏普比率和 M2 測度變化量最大的投資組合皆出現在以 5 個等權重 Fama-French industry 投資組合作為基準投資組合時。最後，多數等權重 Fama-French 基準投資組合的夏普比率和 M2 測度改善幅度大於市值加權 Fama-French 基準投資組合，這與敘述性統計結果中等權重 Fama-French 投資組合表現較差的結果相符。

表 12、加入標普 500 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量

基準投資組合	①SSO+SPY +基準投組	②SPY+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
	夏普比率	夏普比率	夏普比率	夏普比率 變化量(%)	夏普比率 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.6363	0.3530	0.3529	80.23	80.31
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.5785	0.3546	0.2877	63.14	101.09
25 等權重 FF size and BE/ME	0.7930	0.5502	0.5487	44.13	44.52
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.8027	0.5981	0.5545	34.20	44.76
5 等權重 FF industry	0.5156	0.2104	0.1558	145.04	230.91
5 市值加權 FF industry	0.5443	0.2856	0.2749	90.54	97.99



49 等權重 FF industry	0.7701	0.5382	0.5354	43.08	43.83
49 市值加權 FF industry	0.8782	0.6661	0.5903	31.85	48.78
全球投資組合	0.6069	0.3995	0.3752	51.91	61.75

表 13、加入美國長期公債 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量

	①UBT+TLT +基準投組	②TLT+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	夏普比率	夏普比率	夏普比率	夏普比率 變化量(%)	夏普比率 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.4868	0.4492	0.4444	8.38	9.54
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.3743	0.3302	0.3224	13.34	16.09
25 等權重 FF size and BE/ME	0.6666	0.6095	0.6071	9.37	9.81
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.6277	0.5814	0.5789	7.98	8.43
5 等權重 FF industry	0.3529	0.2679	0.2433	31.75	45.05
5 市值加權 FF industry	0.3440	0.3055	0.3020	12.60	13.91
49 等權重 FF industry	0.6951	0.6776	0.6707	2.60	3.64
49 市值加權 FF industry	0.7766	0.7655	0.7480	1.45	3.82
全球投資組合	0.4114	0.3852	0.3752	6.80	9.65

表 14、加入房地產 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量

	①URE+VNQ +基準投組	②VNQ+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	夏普比率	夏普比率	夏普比率	夏普比率 變化量(%)	夏普比率 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.4834	0.3651	0.3547	32.40	36.28
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.3932	0.2978	0.2909	32.03	35.17
25 等權重 FF size and BE/ME	0.6325	0.5535	0.5462	14.27	15.80
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.6644	0.5639	0.5627	17.82	18.07
5 等權重 FF industry	0.2815	0.1551	0.1550	81.50	81.61
5 市值加權 FF industry	0.3742	0.2777	0.2714	34.75	37.88
49 等權重 FF industry	0.6421	0.5486	0.5414	17.04	18.60
49 市值加權 FF industry	0.6597	0.5976	0.5925	10.39	11.34
全球投資組合	0.4246	0.3752	0.3667	13.17	15.79

表 15、加入黃金 ETF 後之夏普比率和夏普比率變化量

	①UGL+GLD +基準投組	②GLD+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	夏普比率	夏普比率	夏普比率	夏普比率 變化量(%)	夏普比率 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.6374	0.4627	0.4609	37.77	38.29
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.5521	0.3280	0.3255	68.35	69.62
25 等權重 FF size and BE/ME	0.8263	0.6202	0.5487	33.25	50.60



25 市值加權 FF size and BE/ME	0.7402	0.5896	0.5545	25.54	33.48
5 等權重 FF industry	0.5346	0.2770	0.2538	92.98	110.65
5 市值加權 FF industry	0.5548	0.3290	0.3221	68.62	72.25
49 等權重 FF industry	0.8245	0.6290	0.6225	31.10	32.46
49 市值加權 FF industry	0.8758	0.6981	0.6976	25.45	25.55
全球投資組合	0.5491	0.3752	0.3694	46.35	48.65

表 16、加入標普 500 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量

	①SSO+SPY +基準投組	②SPY+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	M2 測度	M2 測度	M2 測度	M2 測度 變化量(%)	M2 測度 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.0385	0.0218	0.0218	76.63	76.70
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.0354	0.0221	0.0181	60.34	95.62
25 等權重 FF size and BE/ME	0.0544	0.0381	0.0380	43.00	43.37
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.0625	0.0468	0.0434	33.48	43.75
5 等權重 FF industry	0.0432	0.0182	0.0138	137.25	214.46
5 市值加權 FF industry	0.0265	0.0144	0.0139	84.38	91.08
49 等權重 FF industry	0.0361	0.0255	0.0254	41.42	42.14
49 市值加權 FF industry	0.0544	0.0415	0.0369	31.10	47.48
全球投資組合	0.0137	0.0093	0.0087	47.71	56.45

表 17、加入美國長期公債 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量

	①UBT+TLT +基準投組	②TLT+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	M2 測度	M2 測度	M2 測度	M2 測度 變化量(%)	M2 測度 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.0267	0.0247	0.0245	8.14	9.27
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.0196	0.0174	0.0170	12.79	15.42
25 等權重 FF size and BE/ME	0.0375	0.0344	0.0342	9.18	9.60
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.0409	0.0379	0.0378	7.83	8.28
5 等權重 FF industry	0.0221	0.0169	0.0154	30.42	42.98
5 市值加權 FF industry	0.0170	0.0152	0.0150	12.01	13.25
49 等權重 FF industry	0.0389	0.0379	0.0376	2.55	3.58
49 市值加權 FF industry	0.0430	0.0424	0.0414	1.43	3.76
全球投資組合	0.0095	0.0090	0.0087	6.23	8.82

表 18、加入房地產 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量

	①URE+VNQ +基準投組	②VNQ+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	M2 測度	M2 測度	M2 測度	M2 測度 變化量(%)	M2 測度 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.0301	0.0229	0.0223	31.19	34.89
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.0258	0.0197	0.0193	30.65	33.61



25 等權重 FF size and BE/ME	0.0462	0.0405	0.0400	13.97	15.46
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.0539	0.0459	0.0458	17.49	17.74
5 等權重 FF industry	0.0244	0.0138	0.0138	76.45	76.56
5 市值加權 FF industry	0.0188	0.0142	0.0139	32.65	35.54
49 等權重 FF industry	0.0314	0.0270	0.0266	16.50	18.00
49 市值加權 FF industry	0.0412	0.0374	0.0371	10.15	11.08
全球投資組合	0.0109	0.0098	0.0097	12.15	13.30

表 19、加入黃金 ETF 後之 M2 測度和 M2 測度變化量

	①UGL+GLD +基準投組	②GLD+基準投組	③基準投組	①和②	①和③
基準投資組合	M2 測度	M2 測度	M2 測度	M2 測度 變化量(%)	M2 測度 變化量(%)
6 等權重 FF size and BE/ME	0.0343	0.0251	0.0250	36.77	37.27
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.0278	0.0168	0.0167	65.65	66.84
25 等權重 FF size and BE/ME	0.0477	0.0360	0.0319	32.63	49.55
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.0473	0.0378	0.0356	25.09	32.86
5 等權重 FF industry	0.0363	0.0191	0.0176	89.75	106.47
5 市值加權 FF industry	0.0270	0.0163	0.0159	65.81	69.24
49 等權重 FF industry	0.0376	0.0289	0.0286	30.38	31.70
49 市值加權 FF industry	0.0489	0.0391	0.0391	25.02	25.11

全球投資組合	0.0115	0.0081	0.0080	42.04	44.06
--------	--------	--------	--------	-------	-------

為了了解為何加入槓桿型 ETF 後，夏普比率和 M2 測度變化百分比能顯著提高，本研究進一步分析了切點投資組合在平均數-標準差平面上的座標。表 20 至表 23 呈現基準投資組合、原型 ETF 加上基準投資組合以及槓桿型 ETF、原型 ETF 加上基準投資組合的切點投資組合座標。由表 20 至表 23 可見，將槓桿型 ETF、原型 ETF 與基準投資組合結合後，其預期報酬和標準差均顯著下降，然而，由於預期報酬的下降幅度小於標準差，因此整體投資組合的夏普比率和 M2 測度有所提升。該變化也可以透過圖 2 至圖 37 中觀察到，加入槓桿型 ETF 後的切點投資組合向平均數-標準差平面的左側大幅移動。

表 20、標普 500 ETF 切點投資組合座標

基準投資組合	SSO+SPY+ 基準投資組合		SPY+ 基準投資組合		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重 FF size and BE/ME	0.0045	0.0056	0.0223	0.0603	0.0218	0.0589
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.0045	0.0060	0.0253	0.0685	0.0181	0.0594
25 等權重 FF size and BE/ME	0.0056	0.0058	0.0368	0.0651	0.0380	0.0674
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.0060	0.0063	0.0459	0.0752	0.0434	0.0766
5 等權重 FF industry	0.0037	0.0052	0.0113	0.0492	0.0138	0.0820
5 市值加權 FF industry	0.0040	0.0056	0.0160	0.0524	0.0139	0.0469
49 等權重 FF industry	0.0048	0.0050	0.0268	0.0480	0.0254	0.0456
49 市值加權	0.0060	0.0057	0.0439	0.0644	0.0369	0.0608

FF industry						
全球投資組合	0.0037	0.0048	0.0097	0.0225	0.0087	0.0213

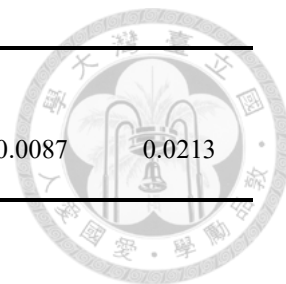
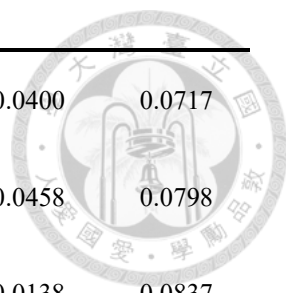


表 21、美國長期公債 ETF 切點投資組合座標

基準投資組合	UBT+TLT+ 基準投資組合		TLT+ 基準投資組合		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重						
FF size and BE/ME	0.0048	0.0083	0.0205	0.0440	0.0245	0.0535
6 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0034	0.0071	0.0136	0.0391	0.0170	0.0504
25 等權重						
FF size and BE/ME	0.0056	0.0073	0.0298	0.0478	0.0342	0.0552
25 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0057	0.0080	0.0324	0.0545	0.0378	0.0640
5 等權重						
FF industry	0.0026	0.0054	0.0100	0.0345	0.0154	0.0605
5 市值加權						
FF industry	0.0033	0.0074	0.0128	0.0396	0.0150	0.0473
49 等權重						
FF industry	0.0082	0.0108	0.0295	0.0425	0.0376	0.0550
49 市值加權						
FF industry	0.0108	0.0130	0.0286	0.0364	0.0414	0.0545
全球投資組合	0.0048	0.0098	0.0178	0.0441	0.0087	0.0213

表 22、房地產 ETF 切點投資組合座標

基準投資組合	URE+VNQ+ 基準投資組合		VNQ+ 基準投資組合		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重						
FF size and BE/ME	0.0135	0.0261	0.0239	0.0632	0.0223	0.0605
6 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0113	0.0264	0.0201	0.0647	0.0193	0.0634



25 等權重	0.0194	0.0294	0.0412	0.0729	0.0400	0.0717
FF size and BE/ME						
25 市值加權	0.0201	0.0290	0.0454	0.0791	0.0458	0.0798
FF size and BE/ME						
5 等權重	0.0087	0.0278	0.0140	0.0849	0.0138	0.0837
FF industry						
5 市值加權	0.0102	0.0249	0.0142	0.0482	0.0139	0.0480
FF industry						
49 等權重	0.0152	0.0224	0.0259	0.0457	0.0266	0.0476
FF industry						
49 市值加權	0.0182	0.0263	0.0371	0.0606	0.0371	0.0612
FF industry						
全球投資組合	0.0061	0.0126	0.0087	0.0213	0.0096	0.024

表 23、黃金 ETF 切點投資組合座標

基準投資組合	UGL+GLD+		GLD+		基準投資組合	
	基準投資組合		基準投資組合			
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重	0.0044	0.0059	0.0233	0.0490	0.0250	0.0528
FF size and BE/ME						
6 市值加權	0.0035	0.0051	0.0154	0.0449	0.0167	0.0492
FF size and BE/ME						
25 等權重	0.0050	0.0053	0.0296	0.0467	0.0351	0.0570
FF size and BE/ME						
25 市值加權	0.0051	0.0060	0.0311	0.0516	0.0372	0.0630
FF size and BE/ME						
5 等權重	0.0032	0.0048	0.0125	0.0425	0.0176	0.0666
FF industry						
5 市值加權	0.0035	0.0051	0.0143	0.0413	0.0159	0.0474
FF industry						
49 等權重	0.0047	0.0049	0.0249	0.0386	0.0286	0.0448
FF industry						
49 市值加權	0.0056	0.0056	0.0374	0.0527	0.0391	0.0550
FF industry						

全球投資組合	0.0035	0.0051	0.0087	0.0213	0.008	0.0195
--------	--------	--------	--------	--------	-------	--------

除了切點投資組合，本研究也分析了效率前緣曲線上的另一個投資組合，即納入測試資產後，效率前緣曲線上與基準投資組合的切點投資組合標準差相同的點，並稱之為「基準風險投資組合」。表 24 至表 27 展示了基準投資組合、原型 ETF 加上基準投資組合，以及槓桿型 ETF、原型 ETF 加上基準投資組合的基準風險投資組合於平均數-標準差平面上的具體座標。結果顯示，無論是加入槓桿型 ETF 還是原型 ETF，基準風險投資組合的預期報酬提升幅度均有限。

表 24、標普 500 ETF 基準風險投資組合座標

基準投資組合	SSO+SPY+ 基準投資組合		SPY+ 基準投資組合		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重 FF size and BE/ME	0.0221	0.0589	0.0218	0.0589	0.0218	0.0589
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.0225	0.0594	0.0219	0.0594	0.0181	0.0594
25 等權重 FF size and BE/ME	0.0383	0.0674	0.0381	0.0674	0.0380	0.0674
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.0470	0.0766	0.0468	0.0766	0.0434	0.0766
5 等權重 FF industry	0.0169	0.0820	0.0166	0.0820	0.0138	0.0820
5 市值加權 FF industry	0.0148	0.0469	0.0143	0.0469	0.0139	0.0469
49 等權重 FF industry	0.0259	0.0456	0.0255	0.0456	0.0254	0.0456
49 市值加權 FF industry	0.0419	0.0608	0.0415	0.0608	0.0369	0.0608
全球投資組合	0.0103	0.0213	0.0093	0.0213	0.0087	0.0213

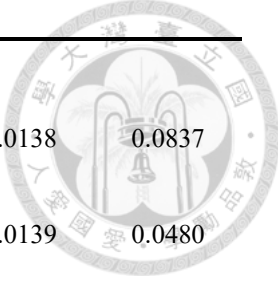


表 25、美國長期公債 ETF 基準風險投資組合座標

基準投資組合	UBT+TLT+ 基準投資組合		TLT+ 基準投資組合		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重						
FF size and BE/ME	0.0246	0.0535	0.0245	0.0535	0.0245	0.0535
6 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0172	0.0504	0.0171	0.0504	0.0170	0.0504
25 等權重						
FF size and BE/ME	0.0343	0.0552	0.0343	0.0552	0.0342	0.0552
25 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0378	0.0640	0.0378	0.0640	0.0378	0.0640
5 等權重						
FF industry	0.0163	0.0605	0.0156	0.0605	0.0154	0.0605
5 市值加權						
FF industry	0.0151	0.0473	0.0150	0.0473	0.0150	0.0473
49 等權重						
FF industry	0.0379	0.0550	0.0378	0.0550	0.0376	0.0550
49 市值加權						
FF industry	0.0422	0.0545	0.0419	0.0545	0.0414	0.0545
全球投資組合	0.0093	0.0213	0.0088	0.0213	0.0087	0.0213

表 26、房地產 ETF 基準風險投資組合座標

基準投資組合	URE+VNQ+ 基準投資組合		VNQ+ 基準投資組合		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重						
FF size and BE/ME	0.0244	0.0605	0.0229	0.0605	0.0223	0.0605
6 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0215	0.0634	0.0197	0.0634	0.0193	0.0634
25 等權重						
FF size and BE/ME	0.0423	0.0717	0.0405	0.0717	0.0400	0.0717
25 市值加權						
	0.0464	0.0798	0.0450	0.0798	0.0458	0.0798



FF size and BE/ME						
5 等權重						
FF industry	0.0171	0.0837	0.0138	0.0837	0.0138	0.0837
5 市值加權						
FF industry	0.0155	0.0480	0.0142	0.0480	0.0139	0.0480
49 等權重						
FF industry	0.0286	0.0476	0.0270	0.0476	0.0266	0.0476
49 市值加權						
FF industry	0.0386	0.0612	0.0374	0.0612	0.0371	0.0612
全球投資組合	0.0104	0.0240	0.0097	0.0240	0.0096	0.0240

表 27、黃金 ETF 基準風險投資組合座標

基準投資組合	UGL+GLD+		GLD+		基準投資組合	
	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差	預期報酬	標準差
6 等權重						
FF size and BE/ME	0.0250	0.0528	0.0250	0.0528	0.0250	0.0528
6 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0168	0.0492	0.0167	0.0492	0.0167	0.0492
25 等權重						
FF size and BE/ME	0.0357	0.0570	0.0357	0.0570	0.0351	0.0570
25 市值加權						
FF size and BE/ME	0.0376	0.0630	0.0376	0.0630	0.0372	0.0630
5 等權重						
FF industry	0.0182	0.0666	0.0179	0.0666	0.0176	0.0666
5 市值加權						
FF industry	0.0161	0.0474	0.0161	0.0474	0.0159	0.0474
49 等權重						
FF industry	0.0288	0.0448	0.0287	0.0448	0.0286	0.0448
49 市值加權						
FF industry	0.0392	0.0550	0.0391	0.0550	0.0391	0.0550
全球投資組合	0.0089	0.0195	0.0081	0.0195	0.0080	0.0195

根據切點投資組合和基準風險投資組合的座標結果，本研究進一步分析了槓桿型 ETF 和原型 ETF 加上基準投資組合的切點投資組合和基準風險投資組合內槓桿型 ETF 和原型 ETF 所佔權重。在切點投資組合中，槓桿型 ETF 的權重皆為負，而原型 ETF 的權重皆為正，且除了房地產 ETF 外，大多數情況下兩者的比重呈現接近-1：2 的結果。這表明，投資者需要做空槓桿型 ETF，同時增加原型 ETF 的持倉，以實現風險對沖的目的。從表 4 的敘述性統計中可以觀察到槓桿型 ETF 與原型 ETF 風險對沖策略的報酬來源，兩倍槓桿型 ETF 的平均報酬率在實證資料中並未達到原型 ETF 平均報酬率的兩倍，導致做空兩倍槓桿型 ETF 所帶來的負報酬並不會完全抵消原型 ETF 的正報酬，同時，由於兩者之間具有高度相關性，這種風險對沖策略能夠顯著降低投資組合的標準差，從而提升夏普比率。至於基準風險投資組合，標普 500 ETF 方面，SSO 多為負權重，而 SPY 則呈現出更高且更不穩定的正權重或負權重；美國長期公債 ETF 方面，UBT 多為正權重，而 TLT 的權重無明顯規律；房地產 ETF 方面，URE 皆為正權重，VNQ 皆為負權重；黃金 ETF 方面，UGL 的權重無明顯規律，而 GLD 多為正權重。整體而言，基準風險投資組合中，槓桿型 ETF 與原型 ETF 並沒有特定的權重配置規律。

表 28、標普 500 ETF 切點和基準風險投資組合權重

	切點投資組合		基準風險投資組合	
	SSO	SPY	SSO	SPY
6 等權重 FF size and BE/ME	-0.9139	1.8163	-0.2054	-0.3036
6 市值加權 FF size and BE/ME	-0.9198	1.1104	-0.2986	-12.3742
25 等權重 FF size and BE/ME	-0.9149	1.8796	-0.1925	0.7295
25 市值加權 FF size and BE/ME	-0.9219	1.3321	-0.2277	-9.9787
5 等權重 FF industry	-0.9271	1.9116	0.3687	1.7111
5 市值加權 FF industry	-0.9158	1.6059	-0.2710	-3.2711
49 等權重 FF industry	-0.8950	1.8079	-0.2979	0.1646
49 市值加權 FF industry	-0.9133	1.4089	-0.3183	-6.3878
全球投資組合	-0.8863	1.8983	-1.0807	4.1083

表 29、美國長期公債 ETF 切點和基準風險投資組合權重

	切點投資組合		基準風險投資組合	
	UBT	TLT	UBT	TLT
6 等權重 FF size and BE/ME	-0.8152	1.6853	0.1329	-0.1235
6 市值加權 FF size and BE/ME	-0.8330	1.7303	0.1859	-0.1466
25 等權重 FF size and BE/ME	-0.8507	1.7520	0.0057	0.0586
25 市值加權 FF size and BE/ME	-0.8665	1.7800	0.0093	0.0814
5 等權重 FF industry	-0.8539	1.7783	0.5680	-0.5852
5 市值加權 FF industry	-0.8268	1.7075	0.0990	-0.0700
49 等權重 FF industry	-0.7487	1.5751	0.1723	-0.1103
49 市值加權 FF industry	-0.6558	1.4392	0.3927	-0.3505
全球投資組合	-0.8301	1.7938	-0.9459	2.3223

表 30、房地產 ETF 切點和基準風險投資組合權重

	切點投資組合		基準風險投資組合	
	URE	VNQ	URE	VNQ
6 等權重 FF size and BE/ME	-0.7040	1.0907	-0.3993	0.1966
6 市值加權 FF size and BE/ME	-0.6878	1.0764	-0.5784	0.6141
25 等權重 FF size and BE/ME	-0.6671	1.0410	-0.5344	0.5790
25 市值加權 FF size and BE/ME	-0.6940	1.1499	-0.5105	0.4959
5 等權重 FF industry	-0.9053	1.5951	-1.1590	1.5950
5 市值加權 FF industry	-0.6582	1.0361	-0.5041	0.5722
49 等權重 FF industry	-0.6105	0.9337	-0.5827	0.8032
49 市值加權 FF industry	-0.6232	0.8906	-0.4999	0.5285
全球投資組合	-0.5523	0.9160	-0.7220	1.1896

表 31、黃金 ETF 切點和基準風險投資組合權重

	切點投資組合		基準風險投資組合	
	UGL	GLD	UGL	GLD
6 等權重 FF size and BE/ME	-0.9235	1.8521	-0.0273	0.0682
6 市值加權 FF size and BE/ME	-0.9365	1.8780	-0.0677	0.1643
25 等權重 FF size and BE/ME	-0.8984	1.8177	0.0330	0.1592
25 市值加權 FF size and BE/ME	-0.8972	1.8168	0.0077	0.1773
5 等權重 FF industry	-0.9440	1.9098	0.3154	-0.2344

5 市值加權 FF industry	-0.9386	1.8899	0.0053	0.1143
49 等權重 FF industry	-0.9053	1.8209	-0.1087	0.3184
49 市值加權 FF industry	-0.9323	1.8605	-0.2341	0.4112
全球投資組合	-0.8667	1.7435	-0.9868	2.1076

本研究接著進一步探討槓桿型 ETF 與原型 ETF 風險對沖策略的報酬來源。

Avellaneda and Zhang (2010) 的研究針對槓桿型 ETF 的報酬率提出了

$$\frac{L_t}{L_0} \approx \left(\frac{S_t}{S_0}\right)^\beta \exp\left\{\frac{\beta - \beta^2}{2} V_t + \beta H_t + ((1 - \beta)r - f)t\right\}, \quad (4.2.1)$$

其中， L_t 和 L_0 分別為槓桿型 ETF 在 t 和 0 時間點的股價； S_t 和 S_0 分別為槓桿型 ETF 在 t 和 0 時間點的股價； β 為槓桿乘數； H_t 為標的股票或 ETF 的累計借款成本； r 為無風險利率； f 為槓桿型 ETF 的總費用比率；而 V_t 為槓桿型 ETF 標的資產報酬率的已實現變異數，計算方式為

$$V_t = \sum_{i=1}^N (R_i^S - \overline{R^S})^2, \quad \overline{R^S} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i^S, \quad (4.2.2)$$

R_i^S 為標的股票或 ETF 的日報酬率。本研究將實際資料代入公式 (4.2.1) 及公式 (4.2.2)，以標普 500 ETF (SSO 和 SPY) 和美國長期公債 ETF (UBT 和 TLT) 作為研究標的，在假設 H_t 和 f 為零的情況下，以近十年的資料計算。ETF 的報酬率為平均月報酬率， β 為兩倍槓桿， r 為平均無風險利率， V_t 則以定義之日報酬率進行計算再轉換為月變異數。表 32 呈現運用公式 (4.2.1) 及 (4.2.2) 和上述參數計算出的槓桿型 ETF 報酬率，得到與實際槓桿型 ETF 報酬率相近的結果，證明了該公式的可靠性，同時也可以觀察到，波動性 V_t 和無風險利率 r 的變動皆會對槓桿型 ETF 的最終報酬造成顯著影響。

表 32、標普 500 槓桿型 ETF 公式報酬率與實際報酬率

	$\left(\frac{S_t}{S_0}\right)^\beta$	$e^{\frac{\beta-\beta^2}{2}V_t}$	$e^{-(1-\beta)rt}$	槓桿型 ETF 公式報酬率	槓桿型 ETF 實際報酬率
2014	1.0218	0.9990	1.0000	0.0207	0.0202
2015	1.0035	0.9980	1.0000	0.0015	0.0019
2016	1.0198	0.9986	0.9998	0.0182	0.0181
2017	1.0334	0.9996	0.9993	0.0323	0.0313
2018	0.9941	0.9976	0.9985	-0.0098	-0.0094
2019	1.0476	0.9987	0.9982	0.0444	0.0444
2020	1.0336	0.9908	0.9996	0.0236	0.0284
2021	1.0439	0.9986	1.0000	0.0425	0.0421
2022	0.9711	0.9951	0.9988	-0.0347	-0.0323
2023	1.0412	0.9986	0.9960	0.0355	0.0357

註：槓桿型 ETF 公式報酬率計算方式參考 Avellaneda and Zhang (2010) 之公式， β 為 2， t 為一個月。槓桿型 ETF 實際報酬率計算方式為該年度月報酬率之平均值。

表 33、美國長期公債槓桿型 ETF 公式報酬率與實際報酬率

	$\left(\frac{S_t}{S_0}\right)^\beta$	$e^{\frac{\beta-\beta^2}{2}V_t}$	$e^{-(1-\beta)rt}$	槓桿型 ETF 公式報酬率	槓桿型 ETF 實際報酬率
2014	1.0414	0.9991	1.0000	0.0405	0.0411
2015	0.9986	0.9980	1.0000	-0.0034	-0.0036
2016	1.0035	0.9986	0.9998	0.0019	0.0034
2017	1.0149	0.9992	0.9993	0.0135	0.0130

2018	0.9981	0.9993	0.9985	-0.0042	-0.0040
2019	1.0239	0.9988	0.9982	0.0209	0.0218
2020	1.0297	0.9961	0.9996	0.0253	0.0262
2021	0.9933	0.9984	1.0000	-0.0083	-0.0084
2022	0.9414	0.9966	0.9988	-0.0629	-0.0616
2023	1.0078	0.9972	0.9960	0.0009	0.0034

註：槓桿型 ETF 公式報酬率計算方式參考 Avellaneda and Zhang (2010) 之公式， β 為 2， t 為 1 個月。槓桿型 ETF 實際報酬率計算方式為該年度月報酬率之平均值。

若假設投資人放空一元的槓桿型 ETF，買入 β 元的標的資產 ETF，並同樣假設借款成本和費用率為零，則投資者帳戶中的淨資產等於

$$E(t) = \beta \frac{S_t}{S_0} - \left(\frac{S_t}{S_0} \right)^\beta e^{\frac{\beta - \beta^2}{2} V_t - rt} - (\beta - 1)。 \quad (4.2.3)$$

透過此公式 (4.2.3) 可以進一步了解以 -1：2 比例配置的槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合中報酬的來源。根據公式，若變異數和無風險利率越高，則槓桿型 ETF 與原型 ETF 以 -1：2 的比例配置於整體投資組合中能貢獻的報酬越高。因此，本研究以表 28 至表 31 切點投資組合的權重，以年為單位，計算自槓桿型 ETF 發行日至 2023 年底，各年份投資組合中槓桿型 ETF 與原型 ETF 組合的平均報酬率，並分別對各年份之變異數 (公式 4.2.2)、無風險利率和變異數與無風險利率加總進行相關性分析和迴歸分析，得到結果如表 34 至表 40。迴歸分析之迴歸式為

$$R_t = \alpha + \beta_1 V_t + \beta_2 rt + \epsilon_t, t = 1, 2, \dots, T, \quad (4.2.4)$$

其中， R_t 為各年份投資組合中槓桿型 ETF 與原型 ETF 組合的平均報酬率。

本研究發現，標普 500 ETF 組合的報酬率和房地產 ETF 組合的報酬率與變異數加上無風險利率的相關係數特別高，例如，標普 500 ETF 組合在 6 個等權重

Fama-French size and book-to-market 投資組合中的報酬率，與變異數加上無風險利率的相關係數為 0.9086，而房地產 ETF 組合在 5 個等權重 Fama-French industry 投資組合中的報酬率，與變異數加上無風險利率的相關係數為 0.8870。從迴歸分析來看，可以發現 β_1 的顯著性多數高於 β_2 ，顯示報酬率對變異數的敏感度較顯著。同時，調整後的 R 平方值 (Adj. R²) 多數高於 0.7，反映模型對資料的解釋力高。值得注意的是，標普 500 ETF 組合在全球投資組合中，無風險利率的相關性高於變異數，與 Fama-French 投資組合的結果相反，且調整後的 R 平方值僅 0.166，顯示該投資組合的迴歸模型解釋力不足。

另一方面，美國長期公債 ETF 組合和黃金 ETF 組合的報酬率，與無風險利率的相關係數顯著高於與變異數的相關係數。美國長期公債 ETF 組合在 6 個等權重 Fama-French size and book-to-market 投資組合中的報酬率，與無風險利率的相關係數為 0.5981，而與變異數的相關係數僅為 0.2679。同樣，黃金 ETF 組合在 5 個等權重 Fama-French industry 投資組合中的報酬率，與無風險利率的相關係數為 0.5383，而與變異數的相關係數為-0.0191。從迴歸分析來看，亦可以發現 β_2 的顯著性多數高於 β_1 ，顯示報酬率對無風險利率的敏感度較顯著。然而，調整後的 R 平方值 (Adj. R²) 多數較低，反映模型對資料的解釋力低。

表 34、標普 500 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表

	變異數	無風險利率	變異數加無風險利率
6 等權重 FF size and BE/ME	0.6663	0.5263	0.9086
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.6759	0.1042	0.7186
25 等權重 FF size and BE/ME	0.5268	0.6560	0.8317
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.6870	0.1395	0.7463
5 等權重 FF industry	0.5012	0.6672	0.8116
5 市值加權 FF industry	0.7102	0.2479	0.8204
49 等權重 FF industry	0.6167	0.5920	0.8905
49 市值加權 FF industry	0.6932	0.1619	0.7630
全球投資組合	0.1127	0.5332	0.4223

註：計算相關係數之報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2006 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 35、標普 500 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表

	β_1	p 值	β_2	p 值	Adj. R ²
6 等權重 FF size and BE/ME	0.071	0.000***	1.041	0.000***	0.807
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.347	0.002***	1.723	0.301	0.428
25 等權重 FF size and BE/ME	0.047	0.000***	0.984	0.000***	0.790
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.264	0.001***	1.521	0.208	0.463
5 等權重 FF industry	0.045	0.000***	0.991	0.000***	0.774
5 市值加權 FF industry	0.153	0.000***	1.245	0.045**	0.574
49 等權重 FF industry	0.058	0.000***	0.992	0.000***	0.823
49 市值加權 FF industry	0.227	0.001***	1.423	0.160	0.486
全球投資組合	0.012	0.601	0.809	0.068*	0.166

註：報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2006 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 36、美國長期公債 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表

	變異數	無風險利率	變異數加無風險利率
6 等權重 FF size and BE/ME	0.2679	0.5981	0.6092
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.2505	0.5612	0.5727
25 等權重 FF size and BE/ME	0.2821	0.6278	0.6385
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.2907	0.6460	0.6563
5 等權重 FF industry	0.2405	0.5399	0.5515
5 市值加權 FF industry	0.2717	0.6060	0.6170
49 等權重 FF industry	0.2047	0.4636	0.4757
49 市值加權 FF industry	0.1017	0.2414	0.2536
全球投資組合	0.1406	0.2943	0.3119

註：計算相關係數之報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2010 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 37、美國長期公債 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表

	β_1	p 值	β_2	p 值	Adj. R ²
6 等權重 FF size and BE/ME	0.020	0.401	0.580	0.032**	0.290
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.020	0.449	0.582	0.049**	0.233
25 等權重 FF size and BE/ME	0.021	0.361	0.613	0.022**	0.339
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.022	0.336	0.630	0.017**	0.369
5 等權重 FF industry	0.020	0.476	0.591	0.061*	0.202
5 市值加權 FF industry	0.020	0.391	0.590	0.029**	0.303
49 等權重 FF industry	0.017	0.567	0.499	0.120	0.101
49 市值加權 FF industry	0.012	0.800	0.363	0.444	-0.106
全球投資組合	0.017	0.735	0.475	0.375	-0.083

註：報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2006 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 38、房地產 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表

	變異數	無風險利率	變異數加無風險利率
6 等權重 FF size and BE/ME	0.7825	0.2993	0.8063
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.7880	0.2961	0.8119
25 等權重 FF size and BE/ME	0.7863	0.2971	0.8101
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.8224	0.8468	0.8468
5 等權重 FF industry	0.8620	0.2402	0.8870
5 市值加權 FF industry	0.7911	0.2943	0.8150
49 等權重 FF industry	0.7746	0.3037	0.7982
49 市值加權 FF industry	0.7397	0.3212	0.7626
全球投資組合	0.8412	0.0850	0.7755

註：計算相關係數之報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2007 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 39、房地產 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表

	β_1	p 值	β_2	p 值	Adj. R ²
6 等權重 FF size and BE/ME	0.160	0.000***	2.425	0.072*	0.651
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.155	0.000***	2.310	0.072*	0.659
25 等權重 FF size and BE/ME	0.151	0.000***	2.255	0.072*	0.657
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.151	0.000***	1.972	0.074*	0.708

5 等權重 FF industry	0.187	0.000***	2.035	0.082*	0.765
5 市值加權 FF industry	0.148	0.000***	2.180	0.072*	0.663
49 等權重 FF industry	0.140	0.000***	2.175	0.072*	0.640
49 市值加權 FF industry	0.149	0.000***	2.571	0.073*	0.592
全球投資組合	0.108	0.001***	0.223	0.649	0.657

註：報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2006 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 40、黃金 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率相關係數表

	變異數	無風險利率	變異數加無風險利率
6 等權重 FF size and BE/ME	-0.0188	0.5518	0.5335
6 市值加權 FF size and BE/ME	-0.0188	0.5520	0.5337
25 等權重 FF size and BE/ME	-0.0191	0.5381	0.5181
25 市值加權 FF size and BE/ME	-0.0191	0.5368	0.5166
5 等權重 FF industry	-0.0191	0.5383	0.5183
5 市值加權 FF industry	-0.0190	0.5460	0.5269
49 等權重 FF industry	-0.0189	0.5475	0.5286
49 市值加權 FF industry	-0.0186	0.5580	0.5408
全球投資組合	-0.0766	0.5978	0.5342

註：計算相關係數之報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2009 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。

表 41、黃金 ETF 投資組合報酬率與變異數、無風險利率迴歸分析表

	β_1	p 值	β_2	p 值	Adj. R ²
6 等權重 FF size and BE/ME	0.051	0.286	1.193	0.021**	0.265
6 市值加權 FF size and BE/ME	0.052	0.285	1.210	0.021**	0.265
25 等權重 FF size and BE/ME	0.051	0.305	1.198	0.026**	0.243
25 市值加權 FF size and BE/ME	0.051	0.307	1.200	0.026**	0.241
5 等權重 FF industry	0.054	0.305	1.258	0.025**	0.244
5 市值加權 FF industry	0.053	0.294	1.230	0.023**	0.256
49 等權重 FF industry	0.051	0.292	1.182	0.022**	0.258
49 市值加權 FF industry	0.051	0.277	1.184	0.019**	0.275
全球投資組合	0.012	0.601	0.809	0.068*	0.166

註：報酬率為槓桿型 ETF 與原型 ETF 於投資組合內貢獻之各年分平均月報酬率。Fama-French 投資組合資料期間為 2006 至 2023 年，全球投資組合資料期間為 2011 至 2023 年，以年為單位。



4.3 樣本外測試

為了檢驗前述基於月報酬的實證結果的穩健性，本研究進行了基於週報酬的樣本外測試，測試期間如 3.1.2 所述。由於 Kenneth R. French 網站網站上週報酬率的統計僅提供 Fama-French 6 個等權重和 6 個市值加權 size and book-to-market 投資組合，因此樣本外測試的基準投資組合僅使用此兩種 Fama-French 投資組合和全球投資組合。本研究參考 Chen et al. (2011) 樣本外測試使用的滾動視窗法，以 240 週（約五年）的窗口期作為樣本內資料，估計最佳投資組合權重。隨後，將估計出的權重應用於接下來 48 週（約一年）的樣本外資料，計算投資組合的夏普比率，並最終計算所有結果的平均夏普比率。

表 42 展示了分別以 Fama-French 6 個等權重和 6 個市值加權 size and book-to-market 投資組合作為基準投資組合，並先後加入原型 ETF 與槓桿型 ETF 進行樣本外測試的結果。結果顯示，除了房地產槓桿型 ETF 加上任一基準投資組合，以及美國長期公債槓桿型 ETF 加上全球投資組合外，其餘投資組合的夏普比率相較原型 ETF 加上基準投資組合和基準投資組合本身，均有所提升。最顯著的結果出現在將標普 500 槓桿型 ETF（SSO）納入原型 ETF 加上 6 個市值加權 Fama-French 投資組合的情況下，夏普比率相較於不含 SSO 的投資組合提高近 100%，相較於基準投資組合也提高了近 80%。此外，將 SSO 納入全球投資組合的情況下，夏普比率也顯著提升，變化量超過 65%。

綜合以上，除了房地產槓桿型 ETF 外，樣本外測試的結果與平均數變異數擴張檢定的結果幾近一致，進一步驗證了槓桿型 ETF 具有分散化效益的實證結果的穩健性。

表 42、樣本外測試夏普比率及變化量

	①槓桿型 ETF+ 原型 ETF+ 基準投組 夏普比率	②原型 ETF+ 基準投組 夏普比率	③基準投組 夏普比率	①和② 夏普比率 變化量(%)	①和③ 夏普比率 變化量(%)
小表 A： SSO、SPY					
FF 6 等權重 size and BE/ME	0.2760	0.1610	0.1871	71.37	47.53
FF 6 市值加權 size and BE/ME	0.2443	0.1223	0.1365	99.74	79.02
全球投資組合	0.2152	0.1254	0.1284	71.57	67.57
小表 B： UBT、TLT					
FF 6 等權重 size and BE/ME	0.1892	0.1729	0.1807	9.41	4.73
FF 6 市值加權 size and BE/ME	0.1457	0.1357	0.1375	7.44	6.02
全球投資組合	0.1185	0.1223	0.1284	-3.14	-7.71
小表 C： URE、VNQ					
FF 6 等權重 size and BE/ME	0.1911	0.1927	0.1918	-0.82	-0.35
FF 6 市值加權 size and BE/ME	0.1259	0.1323	0.1406	-4.82	-10.42
全球投資組合	0.1273	0.1284	0.1284	-0.89	-0.89
小表 D： UGL、GLD					
FF 6 等權重 size and BE/ME	0.2022	0.1731	0.1772	16.79	14.10
FF 6 市值加權 size and BE/ME	0.1671	0.1461	0.1442	14.31	15.85
全球投資組合	0.1743	0.1284	0.1284	35.76	35.77

第五章 結論與後續研究



5.1 結論

本研究旨在探討槓桿型 ETF 在投資組合中的分散效益，尤其是其是否能擴展效率前緣曲線並提升投資組合效益。本研究選取了追蹤標普 500 指數、美國 20 年期以上公債、房地產、黃金走勢的四個主題槓桿型 ETF，並進行 Kan and Zhou (2012) 的平均數變異數擴張檢定和延伸分析。

研究結果顯示，多數情況下，加入槓桿型 ETF 能顯著擴展投資組合的效率前緣曲線。然而，逐步檢定表明，效率前緣曲線的擴張來源主要來自全域最小變異數投資組合，切點投資組合並未顯著被改善。而若是將對分散效益沒有貢獻的原型 ETF 納入基準投資組合，並加入槓桿型 ETF，則切點投資組合和全域最小變異數投資組合皆能獲得明顯的擴張。同時，無論是使用 Fama-French size and book-to-market 投資組合、Fama-French industry 投資組合或是全球投資組合作為基準投資組合，其結果都一致。後續的夏普比率和 M2 測度的變化量也顯示投資組合的效益獲得了顯著改善。以上結果顯示，加入槓桿型 ETF 在全域最小變異數投資組合的層面上，顯示出良好的分散效益，然而，結合原型 ETF 的策略才能於切點投資組合達到最佳改善效果。

本研究進一步探討切點投資組合中槓桿型 ETF 和原型 ETF 的配置權重，發現除了房地產 ETF 外，多數是以做空一單位的槓桿型 ETF 並持有兩單位的相應原型 ETF 的權重進行配置。做空槓桿型 ETF 並增加原型 ETF 的持倉，在降低整體投資組合風險方面具有顯著效果，並且在標準差顯著下降的同時，報酬率不會完全被抵消。由於同一主題的槓桿型 ETF 和原型 ETF 之間具有高相關性，投資者可以有效抵消槓桿型 ETF 高波動性對投資組合的影響，並提高風險調整後的報酬。Jiang and Peterburgsky (2017) 認為槓桿型 ETF 在長期內往往表現不如基準指

數，但通過做空槓桿型 ETF 的策略可以顯著提高風險調整後的報酬，與本研究結果相似。

此外，本研究根據 Avellaneda and Zhang (2010) 的槓桿型 ETF 報酬率公式，利用月資料對槓桿型 ETF 在投資組合內的報酬率貢獻進行分析，發現波動率和無風險利率皆會影響槓桿型 ETF 的報酬率，與 Holzhauer et al. (2013) 提出的波動性以及 Jarrow (2010) 提出的無風險利率對槓桿型 ETF 報酬率影響顯著的結論一致。本研究亦發現，標普 500 和房地產主題槓桿型和原型 ETF 的風險對沖策略報酬來源主要來自於變異數，且統計顯著性高。至於美國長期公債和黃金主題槓桿型和原型 ETF 的風險對沖策略報酬來源則主要來自於無風險利率，但統計顯著性較低。此結果與 Peterburgsky (2018) 以標普 500 主題槓桿型和反向型 ETF 為標的進行投資配置，並認為其策略報酬來源為波動性效應所產生的恆定槓桿陷阱的結果相符。

最後，除房地產 ETF 外，樣本外測試結果與平均數變異數擴張檢定結果一致。本研究推測，由於房地產投資組合在槓桿型 ETF 和原型 ETF 的權重配置上未採取接近-1:2 的權重配置策略，導致其樣本外測試結果不如預期。其未配置該權重的原因，是因為房地產槓桿型 ETF (URE) 和原型 ETF (VNQ) 追蹤不同的基準指數。然而，多數樣本外測試結果與平均數變異數擴張檢定結果一致，驗證了槓桿型 ETF 在提高投資組合風險調整後報酬方面的穩健性。

總體而言，本研究證實了槓桿型 ETF 在適當資產選擇和配置下，能夠有效地提升投資組合的分散效益和風險調整後報酬。然而，投資人若欲將本研究提出的槓桿型 ETF 投資配置策略實際應用於現實股票市場，仍需將交易成本納入考量，並實際評估其可行性。



5.2 後續研究

本研究探討了槓桿型 ETF 在投資組合中的分散效益，基於研究結果，本研究提出以下後續研究方向，以進一步深化對槓桿型 ETF 及其投資策略的理解。

首先，使用不同主題的 ETF 進行測試。本研究主要聚焦於四個特定主題的槓桿型 ETF（標普 500 指數、美國 20 年期以上公債、房地產、黃金），未來的研究可以擴展至其他主題的 ETF，例如科技、醫療保健、原油等，來檢驗不同主題 ETF 在投資組合中的分散效益。

第二，使用日資料進行分析。本研究主要使用月資料進行分析，未來的研究可以考慮使用日資料進行更高頻率的分析，這將有助於捕捉市場短期波動對槓桿型 ETF 表現的影響。日資料的使用還可以幫助理解槓桿型 ETF 在短期高波動時期的表現，如在市場崩盤或快速反彈期間。

第三、測試反向型 ETF 的效果。本研究聚焦於槓桿型 ETF，未來可以以反向型 ETF 進行分析，探討其在投資組合中的分散效益和風險管理效果。反向型 ETF 旨在與標的指數的表現相反，因此可以提供不同的對沖策略和市場觀點。

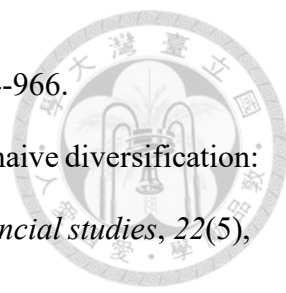
最後，基於其他基準投資組合的研究。本研究使用 Fama-French 投資組合和全球投資組合作為基準資產，未來的研究可以考慮使用其他基準投資組合，來檢驗槓桿型 ETF 的分散效益，這將有助於了解不同資產組合下槓桿型 ETF 的表現差異。

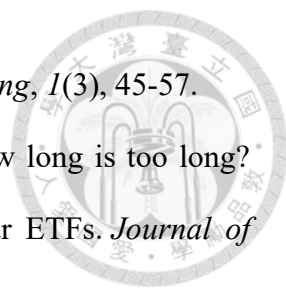
這些後續研究將有助於投資者更加全面地了解槓桿型 ETF 的特性及其在不同投資組合中的應用效果，為投資者提供更加豐富的實證支持和理論依據。

參考文獻



- [1] 莊蕎安 (2018)。指數投資交易策略。會計研究月刊，(389)，80-83。
[https://doi.org/10.6650/ARM.201804_\(389\).0013](https://doi.org/10.6650/ARM.201804_(389).0013)
- [2] Abuaf, N., Ayala, T., & Sinclair, D. (2019). Global equity investing: An efficient frontier approach. *International finance*, 22(1), 70-85.
- [3] Bai, Q., Bond, S. A., & Hatch, B. C. (2012, August). The impact of leveraged and inverse ETFs on underlying stock returns. In *46th Annual AREUEA Conference Paper*.
- [4] Berndt, E. R., & Savin, N. E. (1977). Conflict among criteria for testing hypotheses in the multivariate linear regression model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1263-1277.
- [5] Brailsford, T., Gaunt, C., & O'Brien, M. A. (2012). Size and book-to-market factors in Australia. *Australian Journal of Management*, 37(2), 261-281.
- [6] Charupat, N., & Miu, P. (2011). The pricing and performance of leveraged exchange-traded funds. *Journal of Banking & Finance*, 35(4), 966-977.
- [7] Chen, H. C., Chung, S. L., & Ho, K. Y. (2011). The diversification effects of volatility-related assets. *Journal of Banking & Finance*, 35(5), 1179-1189.
- [8] Cheng, M., & Madhavan, A. (2009). The dynamics of leveraged and inverse exchange-traded funds. *Journal of investment management*, 16(4), 43.
- [9] Cheung, C. S., Kwan, C. C., & Mountain, D. C. (2009). On the nature of mean-variance spanning. *Finance Research Letters*, 6(2), 106-113.
- [10] Christiansen, C., Joensen, J. S., & Nielsen, H. S. (2007). The risk-return trade-off in human capital investment. *Labour Economics*, 14(6), 971-986.
- [11] da Costa Neto, A. F., Klotzle, M. C., & Figueiredo Pinto, A. C. (2019). Investor behavior in ETF markets: A comparative study between the US and emerging

- 
- markets. *International Journal of Emerging Markets*, 14(5), 944-966.
- [12] DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *The review of Financial studies*, 22(5), 1915-1953.
- [13] DeRoos, F. A., & Nijman, T. E. (2001). Testing for mean-variance spanning: a survey. *Journal of empirical finance*, 8(2), 111-155.
- [14] DiLellio, J. A., Hesse, R., & Stanley, D. J. (2014). Portfolio performance with inverse and leveraged ETFs. *Financial Services Review*, 23(2), 123-149.
- [15] Dulaney, T., Husson, T., & McCann, C. J. (2012). Leveraged, Inverse, and Futures-Based Etf's. *PIABA Bar Journal*, 19(1).
- [16] Elhadary, O. (2021). Using the industry-based fama-french model to evaluate industry portfolios. *Journal of Accounting and Finance*, 21(2), 24-40.
- [17] Eugene, F., & French, K. (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, 47(2), 427-465.
- [18] Fama, E. F., & French, K. R. (1995). Size and book-to-market factors in earnings and returns. *The journal of finance*, 50(1), 131-155.
- [19] Ferson, W. E., Foerster, S. R., & Keim, D. B. (1993). General Tests of latent variable models and mean-variance spanning. *the Journal of Finance*, 48(1), 131-156.
- [20] Giese, G. (2010). On the performance of leveraged and optimally leveraged investment funds. *Available at SSRN 1510344*.
- [21] Giese, G. (2010). On the risk-return profile of leveraged and inverse ETFs. *Journal of Asset Management*, 11(4), 219-228.
- [22] Glabadanidis, P. (2009). Measuring the economic significance of mean-variance spanning. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 49(2), 596-616.
- [23] Guedj, I., Li, G., & McCann, C. (2010). Leveraged and Inverse ETFs, Holding

- 
- Periods, and Investment Shortfalls. *The Journal of Index Investing*, 1(3), 45-57.
- [24] Holzhauser, H., Lu, X., McLeod, R., & Mehran, J. (2013). How long is too long? Volatility-based holding strategies for leveraged bull and bear ETFs. *Journal of Finance Issues*, 12(1), 35-52.
- [25] Huberman, G., & Kandel, S. (1987). Mean-variance spanning. *The Journal of Finance*, 42(4), 873-888.
- [26] Jarrow, R. A. (2010). Understanding the risk of leveraged ETFs. *Finance Research Letters*, 7(3), 135-139.
- [27] Jiang, W., & Yan, H. (2012). Financial innovation, investor behavior, and arbitrage: Implications from levered ETFs. Working paper.
- [28] Jiang, X., & Peterburgsky, S. (2017). Investment performance of shorted leveraged ETF pairs. *Applied Economics*, 49(44), 4410-4427.
- [29] Kan, R., & Zhou, G. (2012). Tests of mean-variance spanning. *Annals of Economics and Finance*, 13(1), 145–193.
- [30] Kothari, S. P., & Shanken, J. (2004). Asset allocation with inflation-protected bonds. *Financial Analysts Journal*, 60(1), 54-70.
- [31] Lam, K. S. (2002). The relationship between size, book-to-market equity ratio, earnings–price ratio, and return for the Hong Kong stock market. *Global finance journal*, 13(2), 163-179.
- [32] Lu, L., Wang, J., & Zhang, G. (2009). Long term performance of leveraged ETFs. Available at SSRN 1344133.
- [33] Markowitz, H. (1952). The utility of wealth. *Journal of political Economy*, 60(2), 151-158.
- [34] McNevin, B. D., & Nix, J. (2018). An Application of Wavelets to Finance: The Three-Factor Fama/French Model. In *Wavelet Theory and Its Applications*.

IntechOpen.



- [35] Modigliani, F., & Modigliani, L. (1997). Risk-adjusted performance. *Journal of portfolio management*, 23(2), 45-54.
- [36] Peñaranda, F., & Sentana, E. (2012). Spanning tests in return and stochastic discount factor mean–variance frontiers: A unifying approach. *Journal of Econometrics*, 170(2), 303-324.
- [37] Peterburgsky, S. (2018). Leveraged ETF pairs: An empirical evaluation of portfolio performance. *Available at SSRN 3264865*.
- [38] Schubert, L., & Schubert, D. (2017). Estimation of holding periods applied to the case of short and leveraged ETFs. *Atlantic Review of Economics*, 1.
- [39] Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of business*, 39(1), 119-138.
- [40] Shum Nolan, P. (2012). The long and short of leveraged ETFs: The financial crisis and performance attribution. *Available at SSRN 1646160*.
- [41] Shum, P., Hejazi, W., Haryanto, E., & Rodier, A. (2016). Intraday share price volatility and leveraged ETF rebalancing. *Review of Finance*, 20(6), 2379-2409.
- [42] Tai, C. S. (2003). Are Fama–French and momentum factors really priced?. *Journal of Multinational Financial Management*, 13(4-5), 359-384.
- [43] Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The review of economic studies*, 25(2), 65-86.
- [44] Trainor Jr, W. J. (2010). Do leveraged ETFs increase volatility. *Technology and Investment*, 1(3), 215.
- [45] Yagi, I., & Mizuta, T. (2016, September). Analysis of the impact of leveraged etf rebalancing trades on the underlying asset market using artificial market simulation. In *12th Artificial Economics Conference* (pp. 1-11).

附錄一、圖

圖 5、美長期公債 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

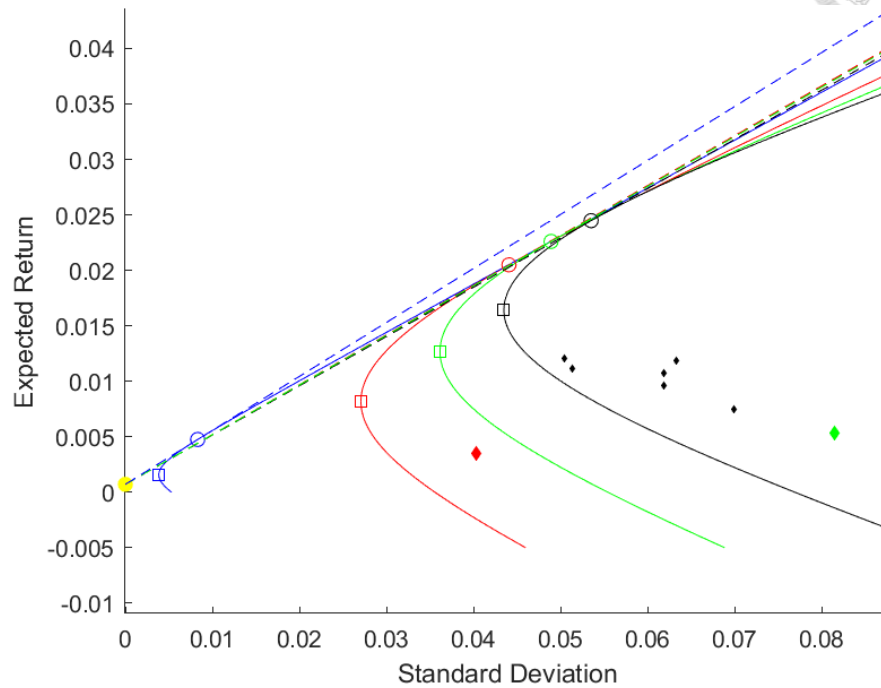


圖 6、美長期公債 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

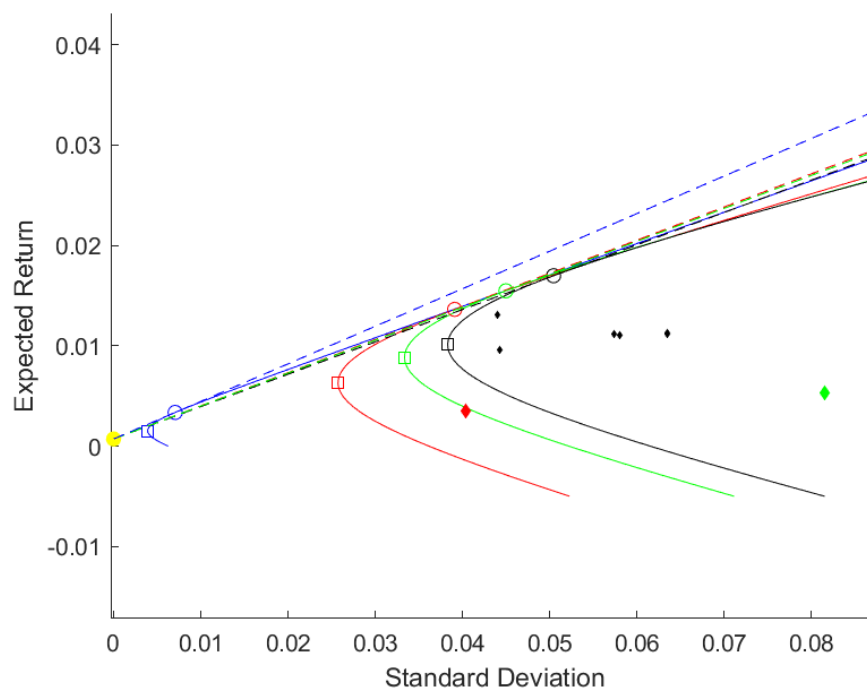


圖 7、房地產 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

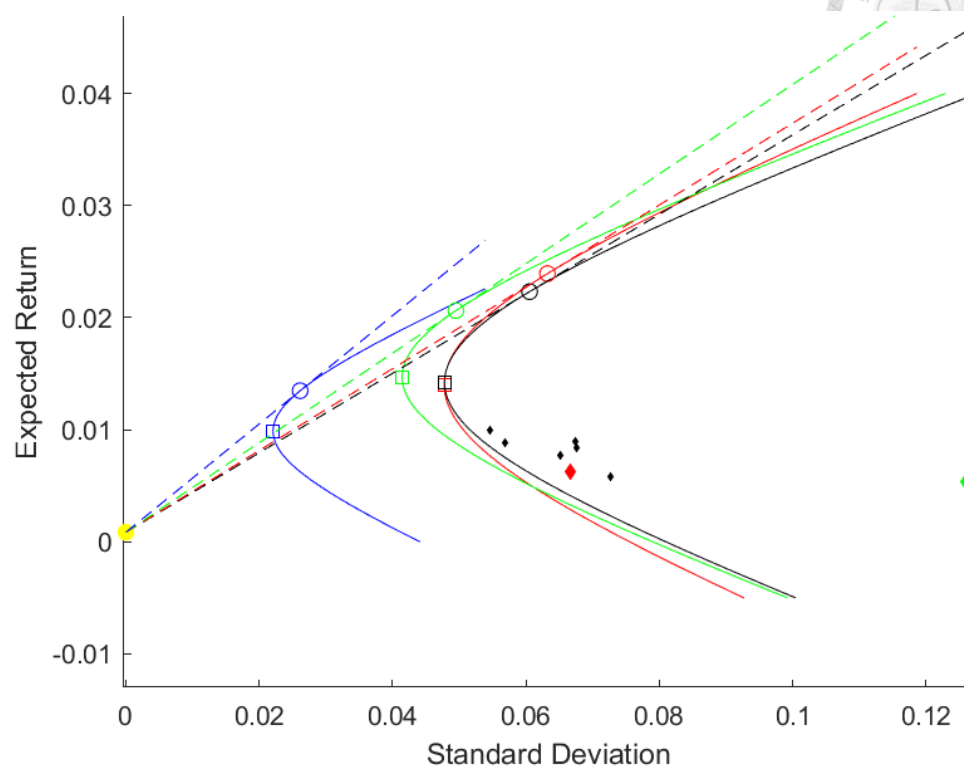


圖 8、房地產 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

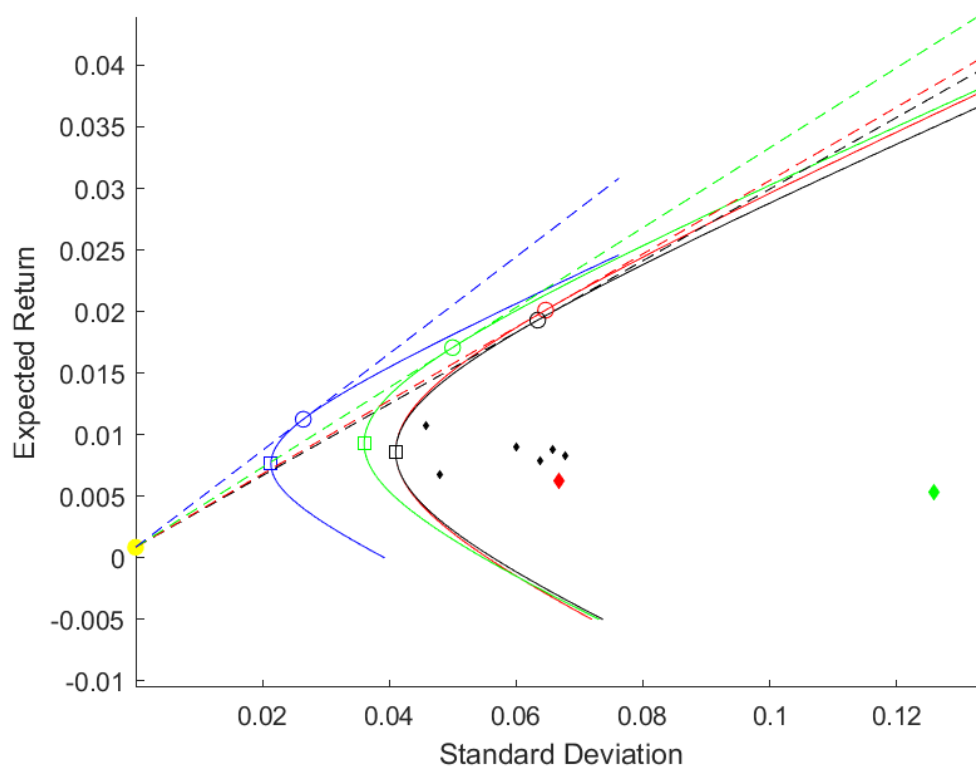


圖 9、黃金 ETF 與 6 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

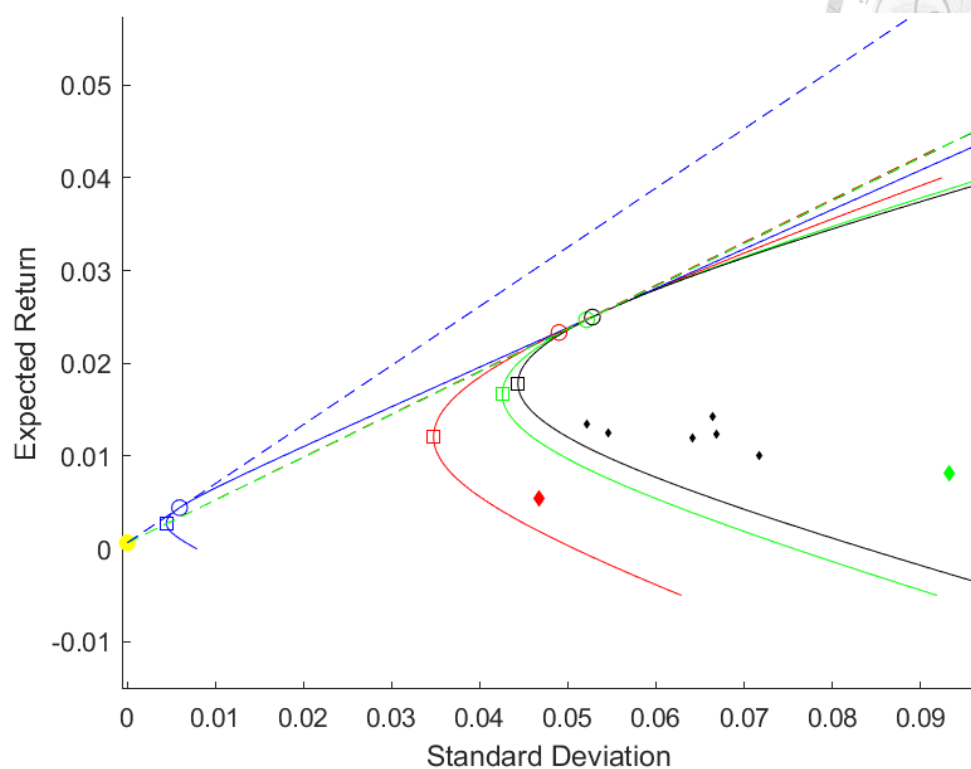


圖 10、黃金 ETF 與 6 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

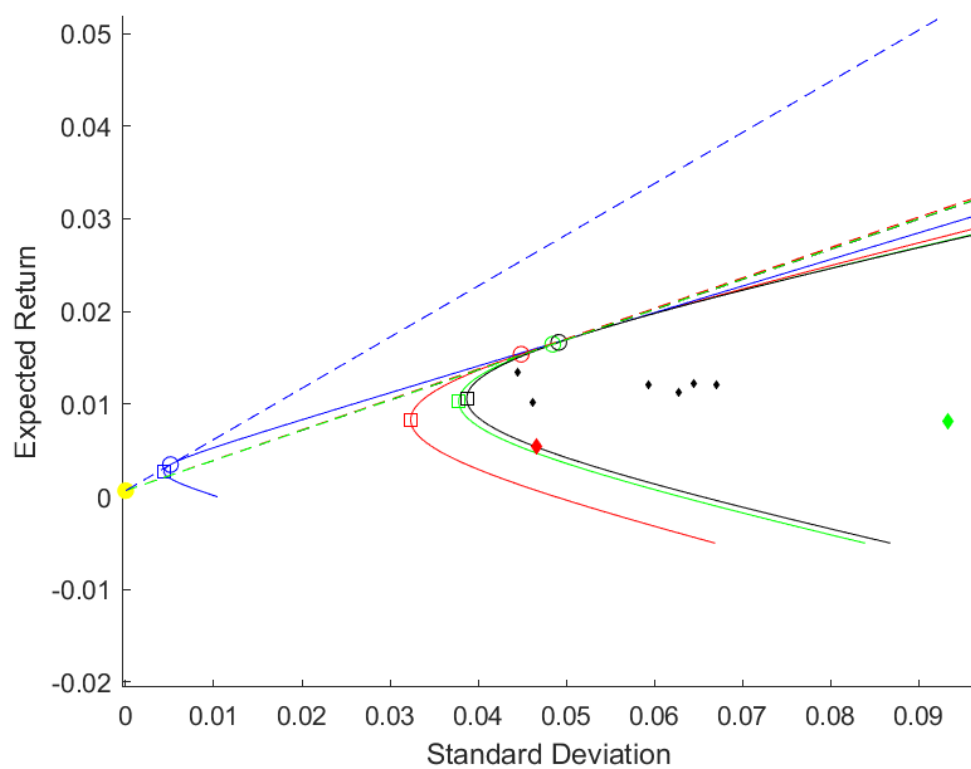


圖 11、標普 500 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

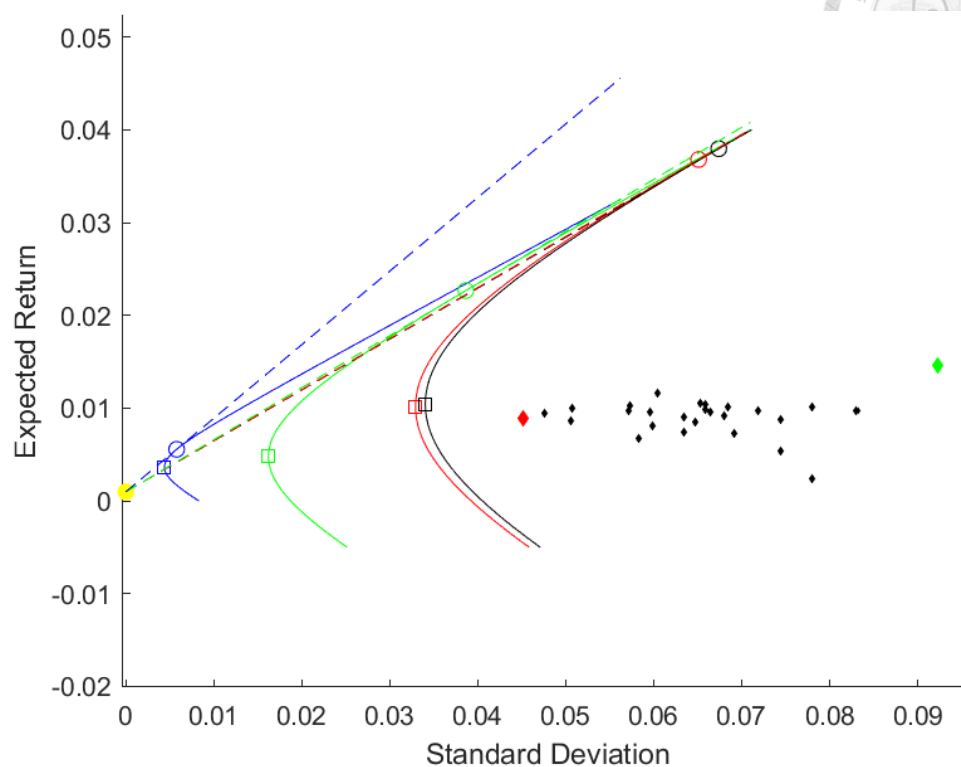


圖 12、標普 500 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

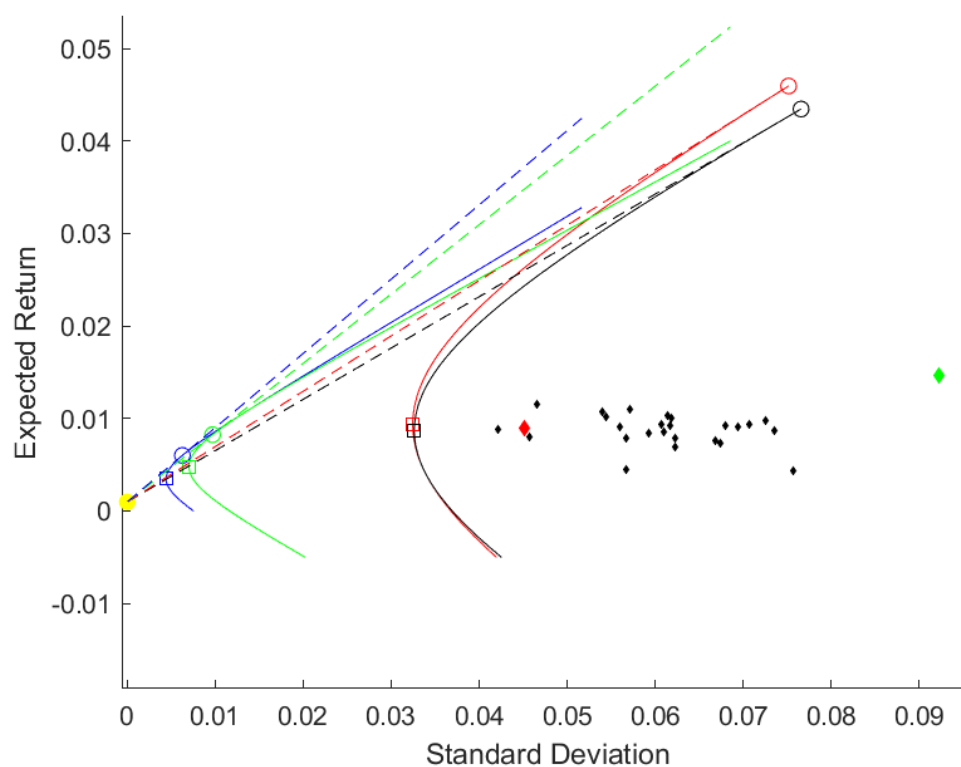


圖 13、美長期公債 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

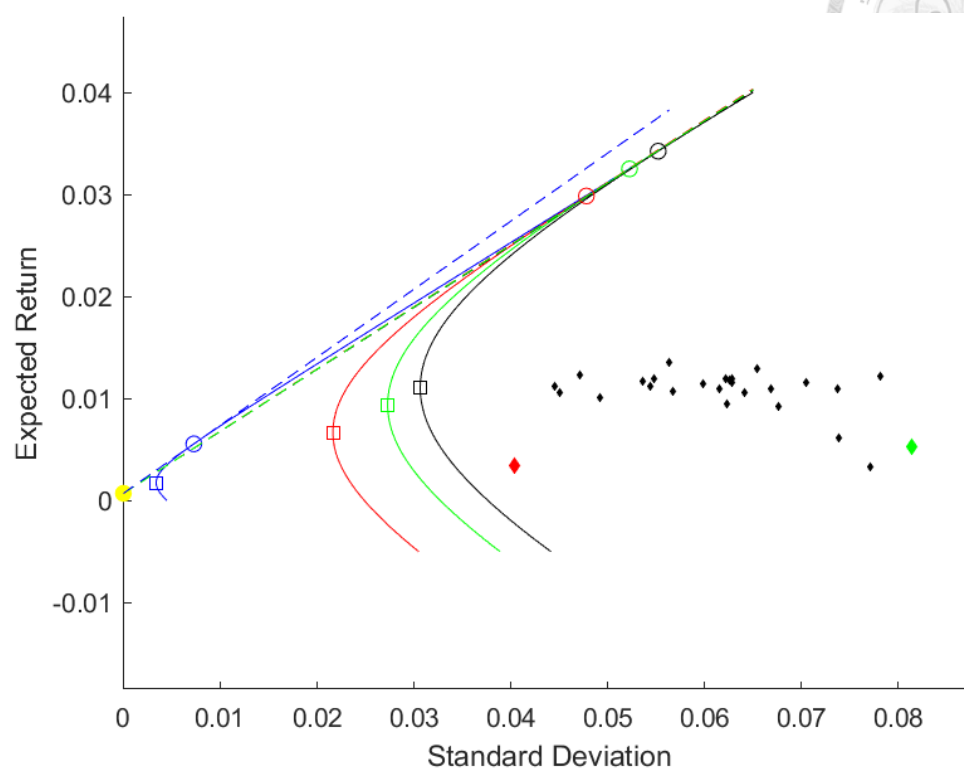


圖 14、美長期公債 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

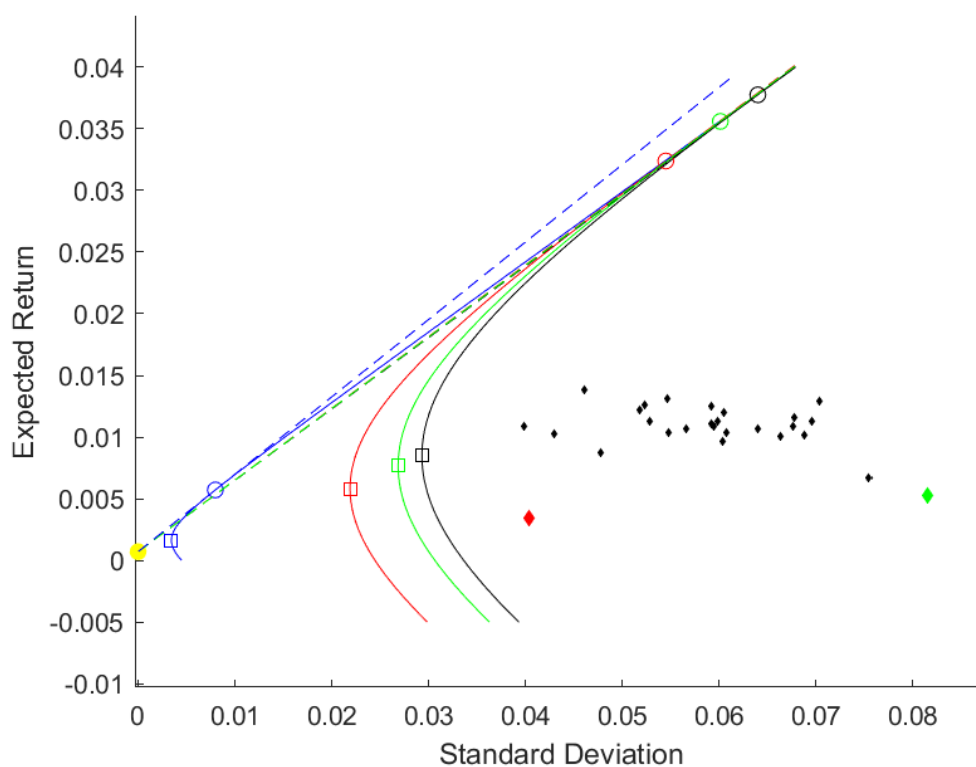


圖 15、房地產 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

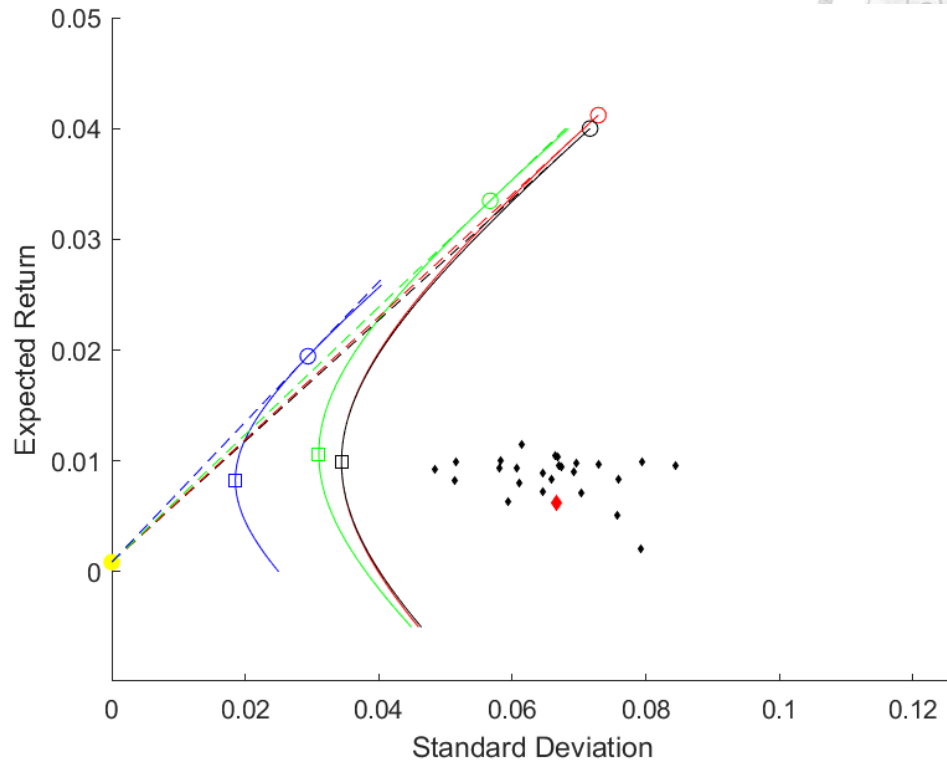


圖 16、房地產 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

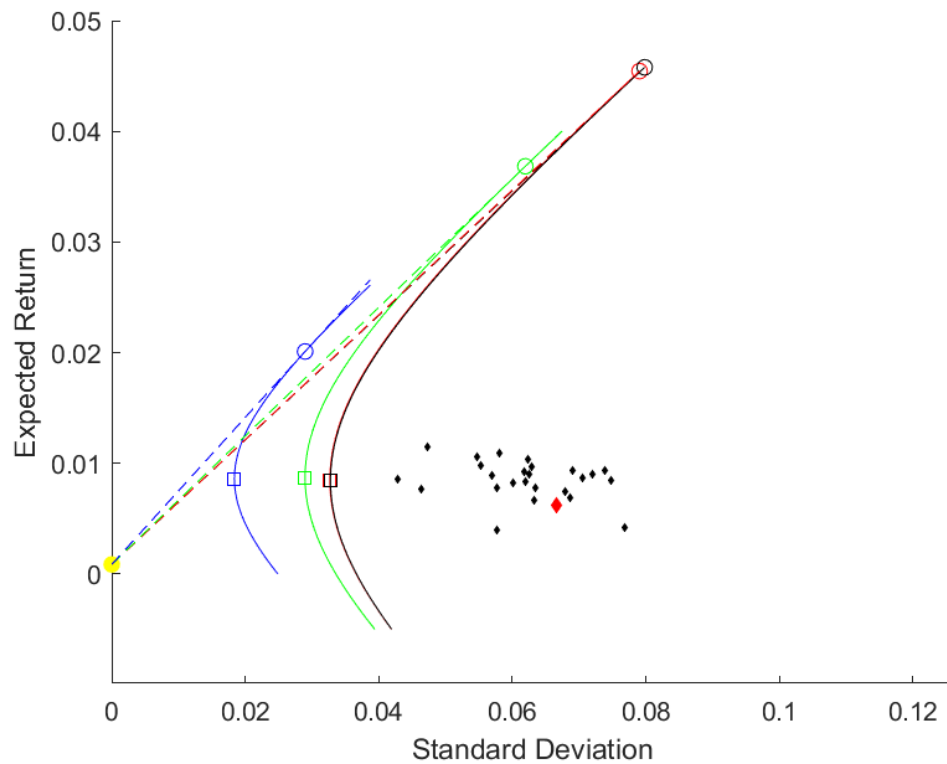


圖 17、黃金 ETF 與 25 FF size and BE/ME 等權重投資組合效率前緣圖

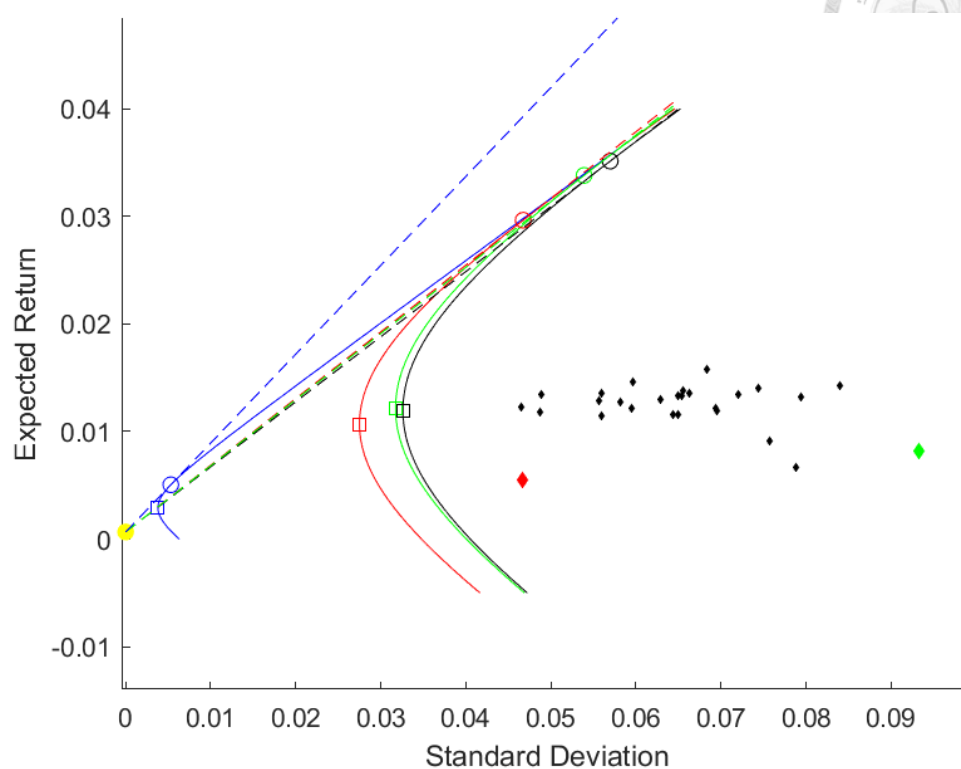


圖 18、黃金 ETF 與 25 FF size and BE/ME 市值加權投資組合效率前緣圖

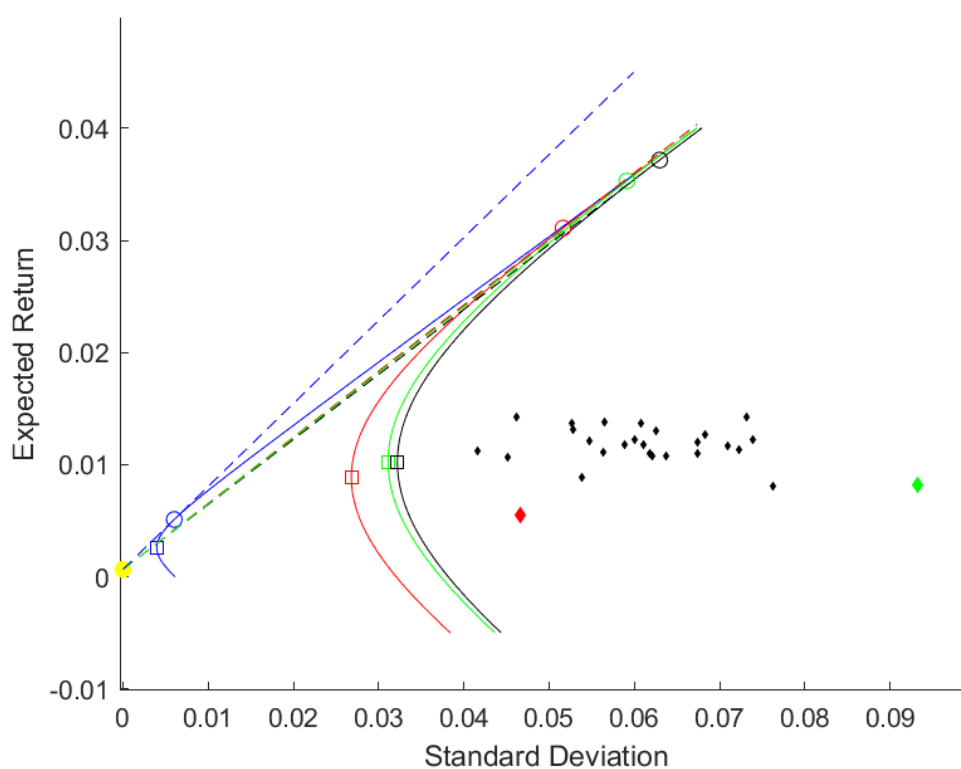


圖 19、標普 500 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖

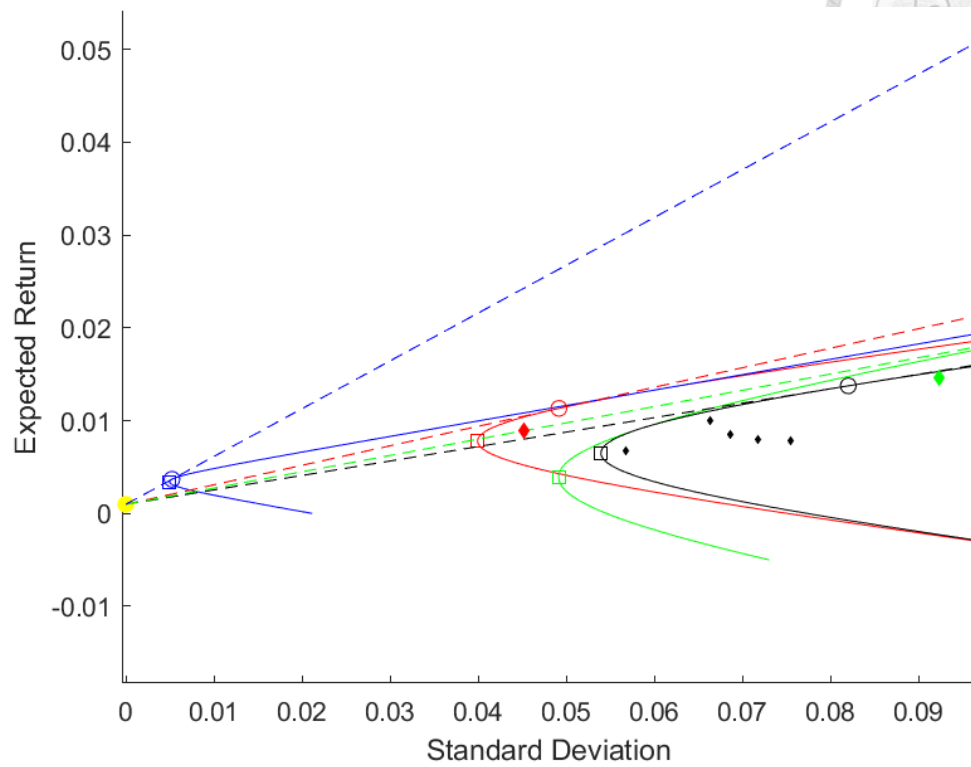


圖 20、標普 500 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

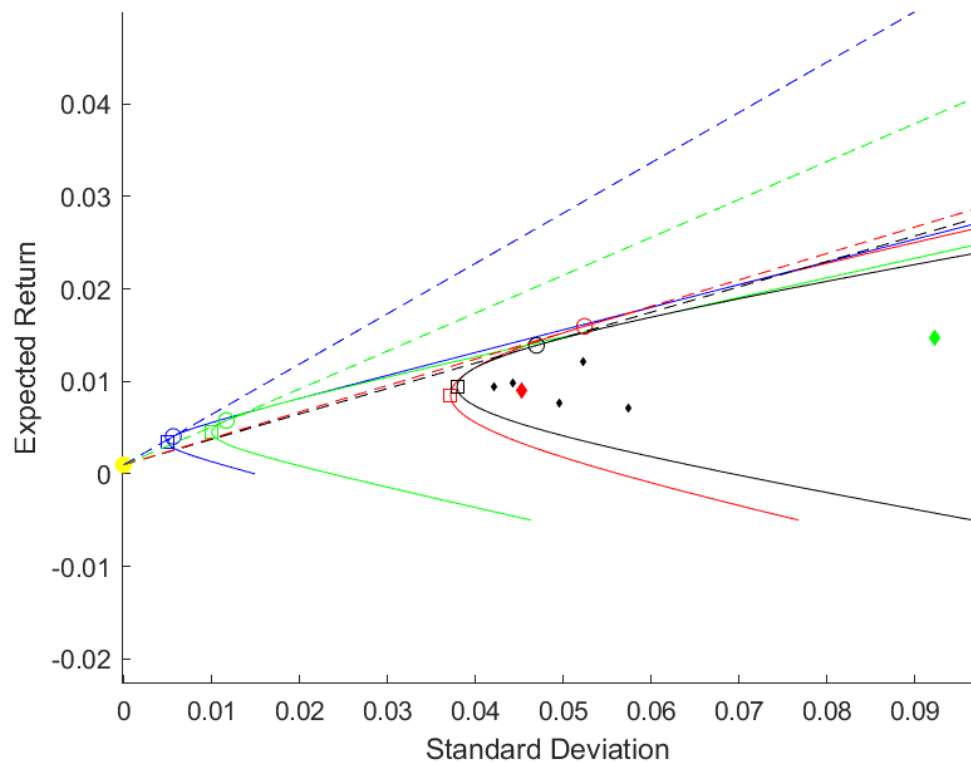


圖 21、美長期公債 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖

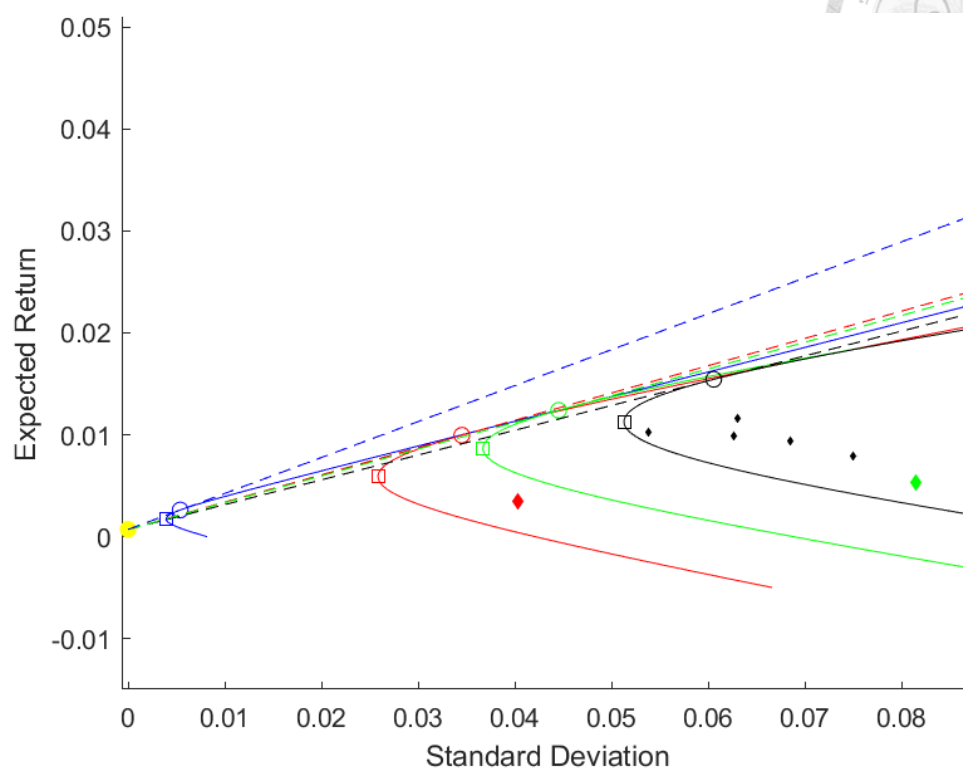


圖 22、美長期公債 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

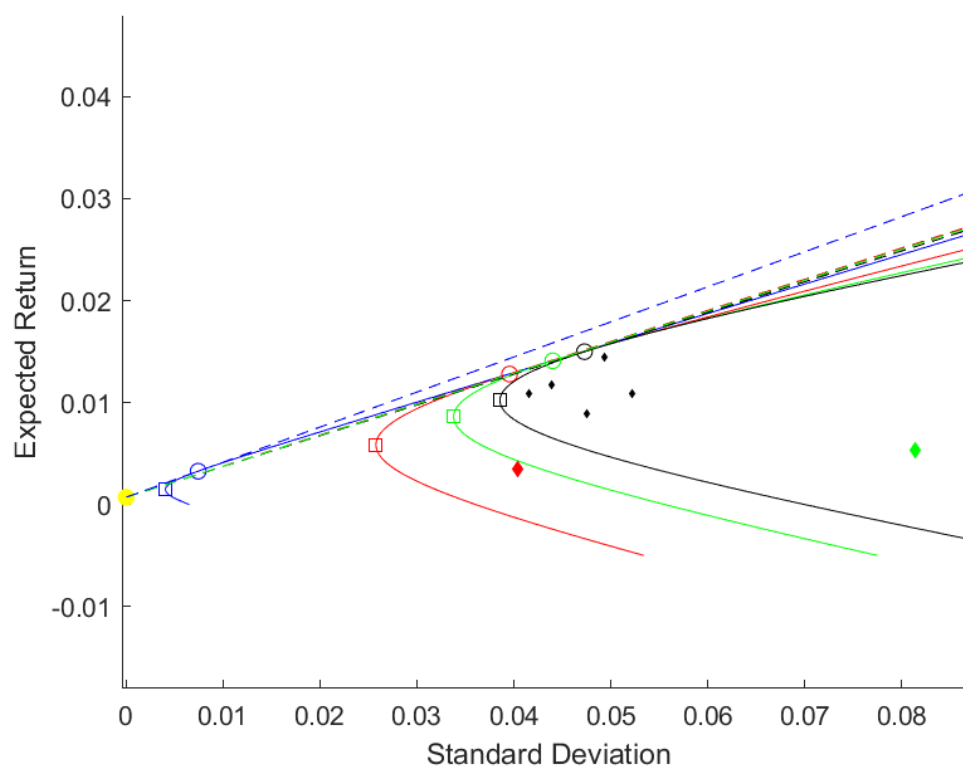


圖 23、房地產 ETF 與 5 FF industry 等權投資組合效率前緣圖

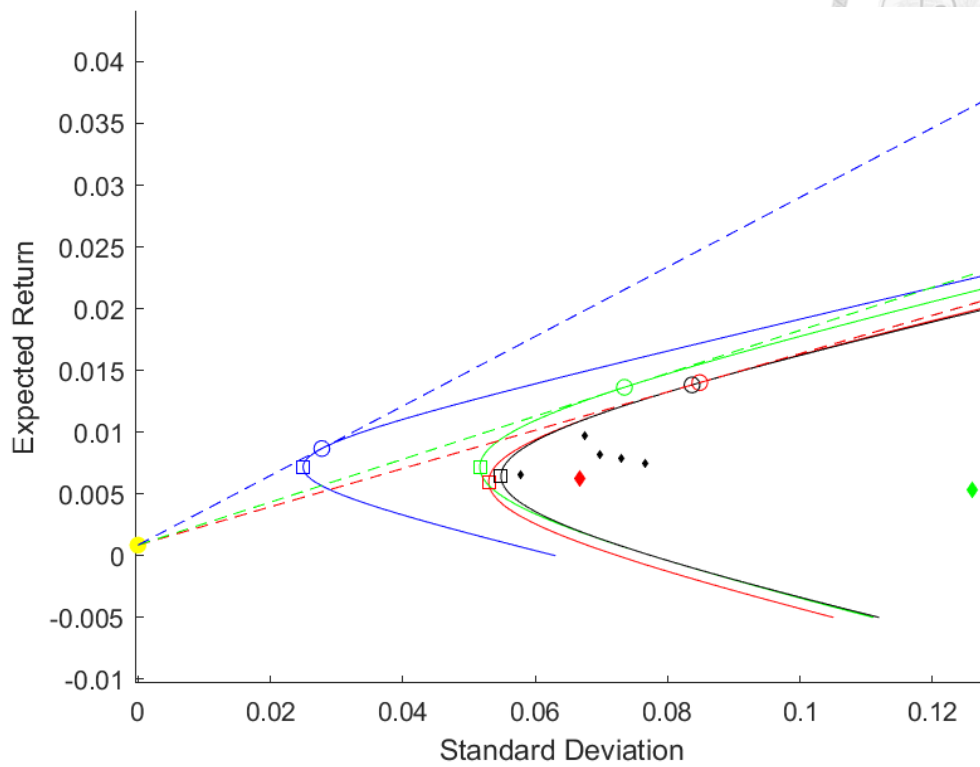


圖 24、房地產 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

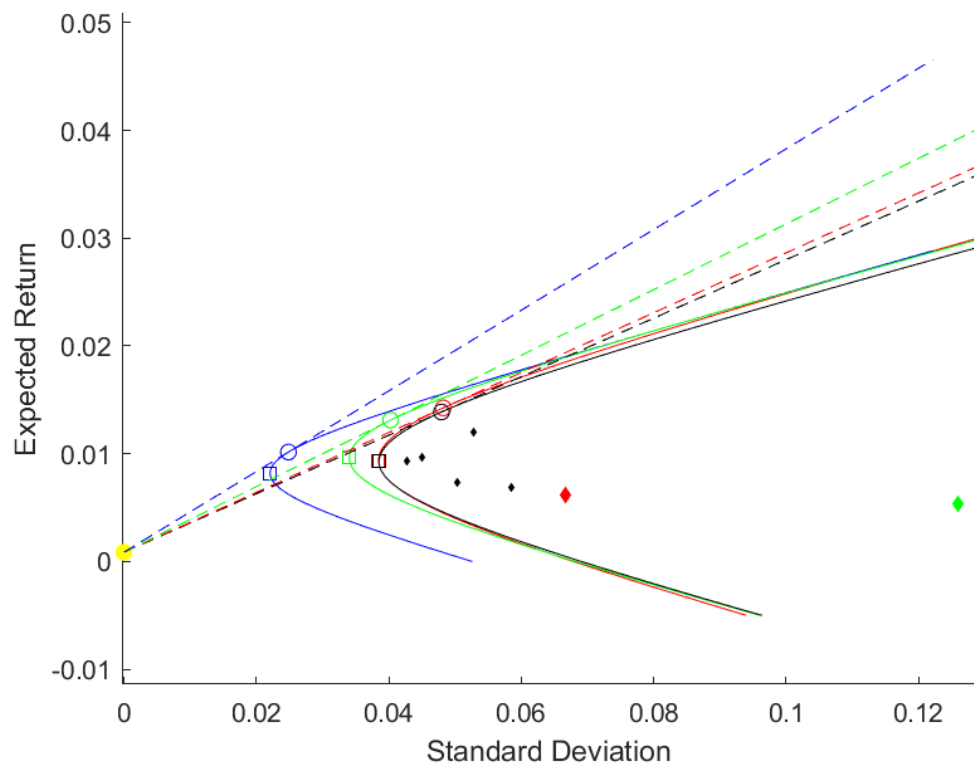


圖 25、黃金 ETF 與 5 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖

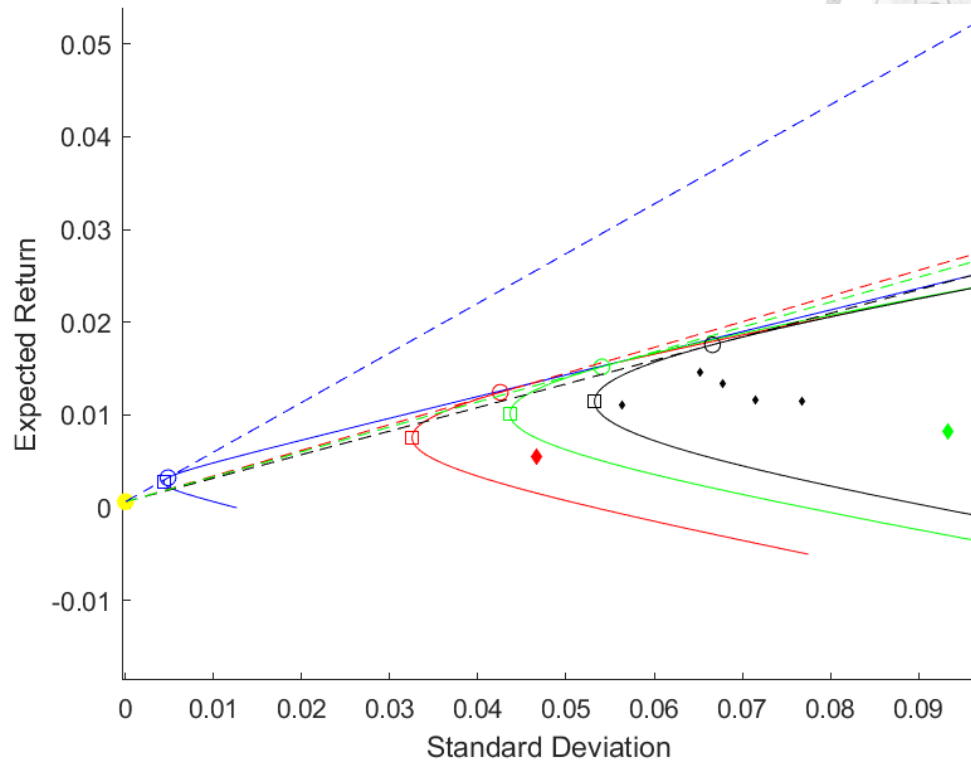


圖 26、黃金 ETF 與 5 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

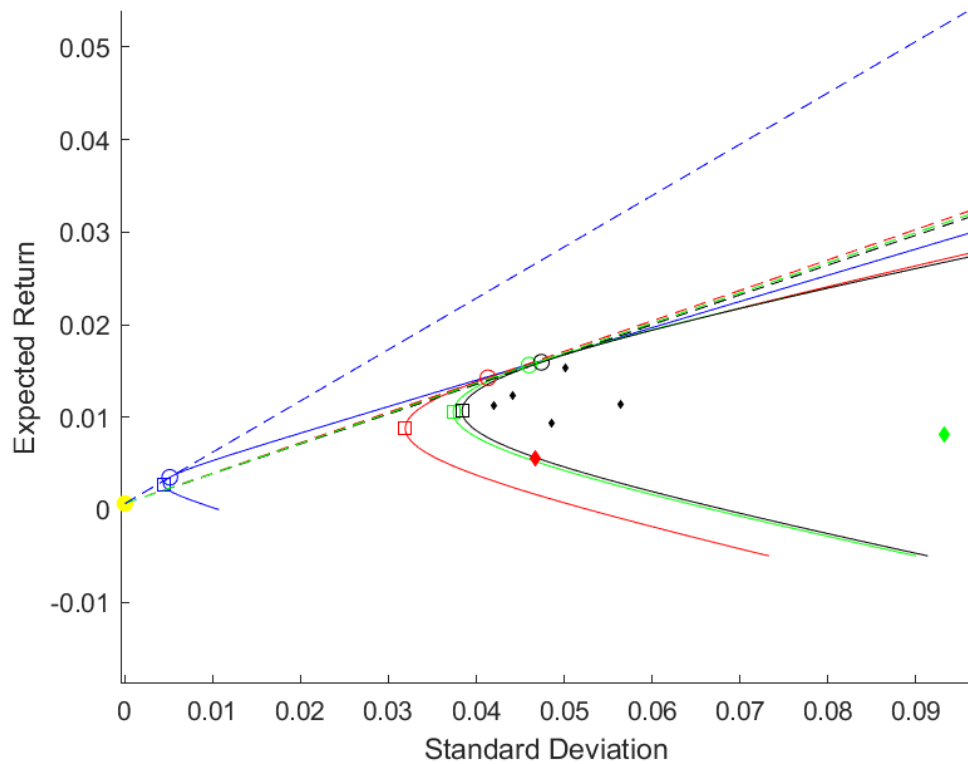


圖 27、標普 500 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖

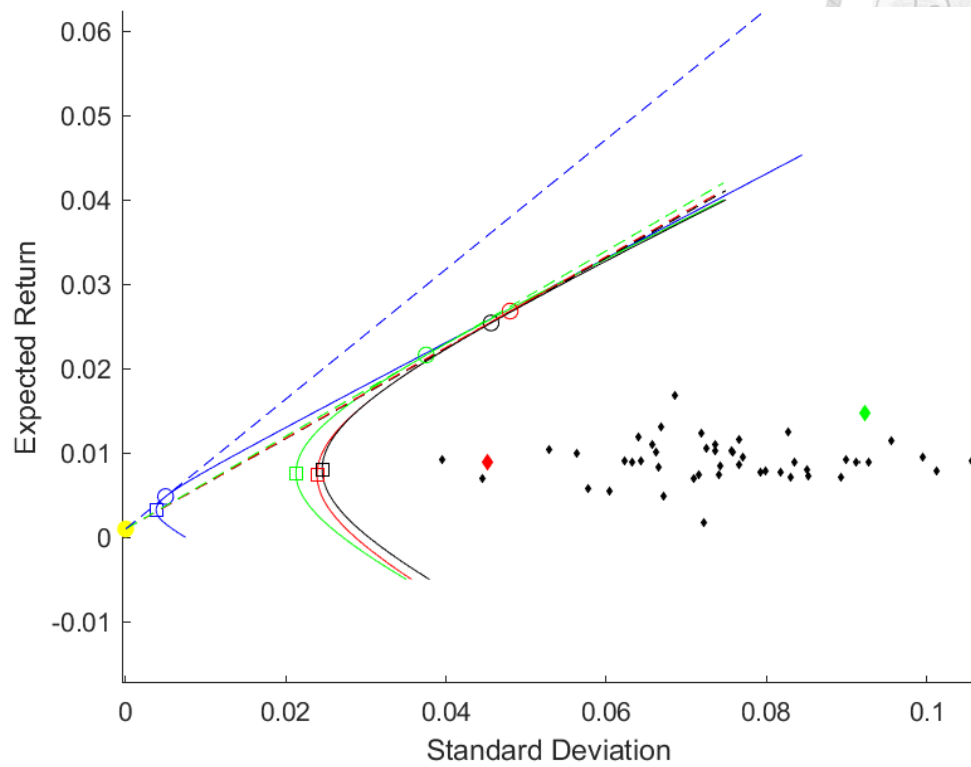


圖 28、標普 500 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

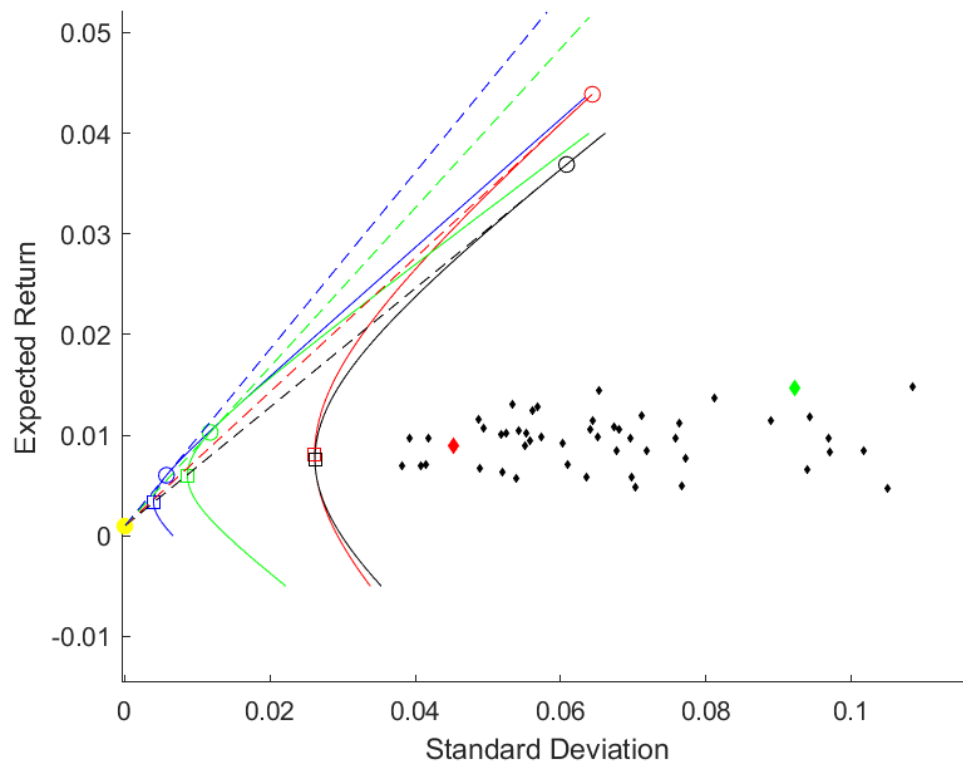


圖 29、美長期公債 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖

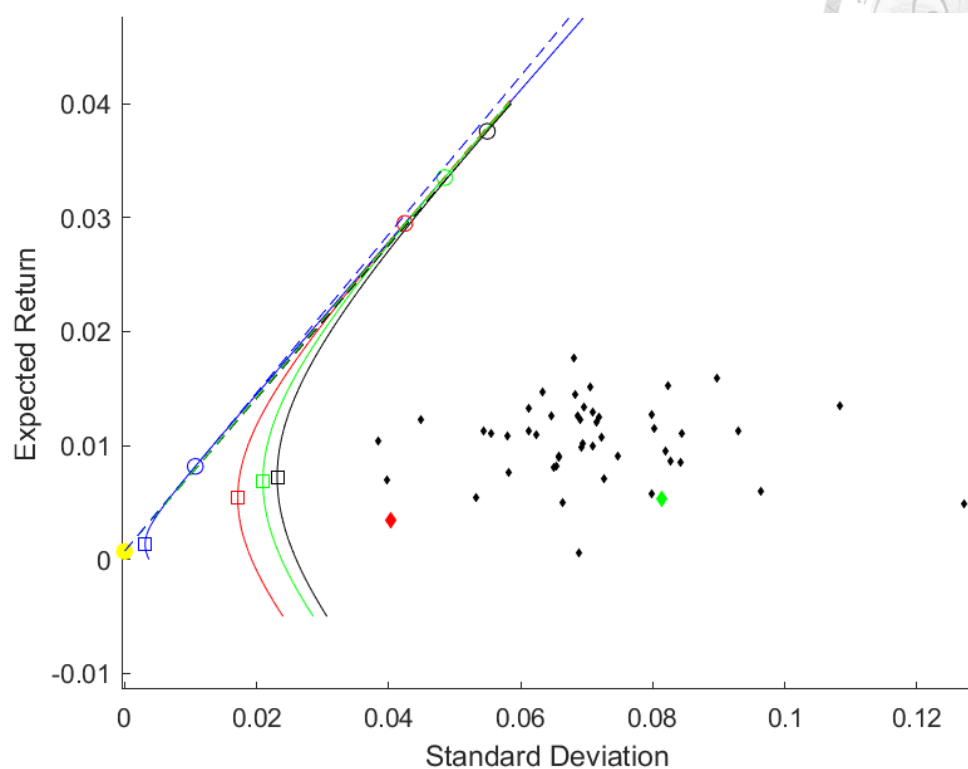


圖 30、美長期公債 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

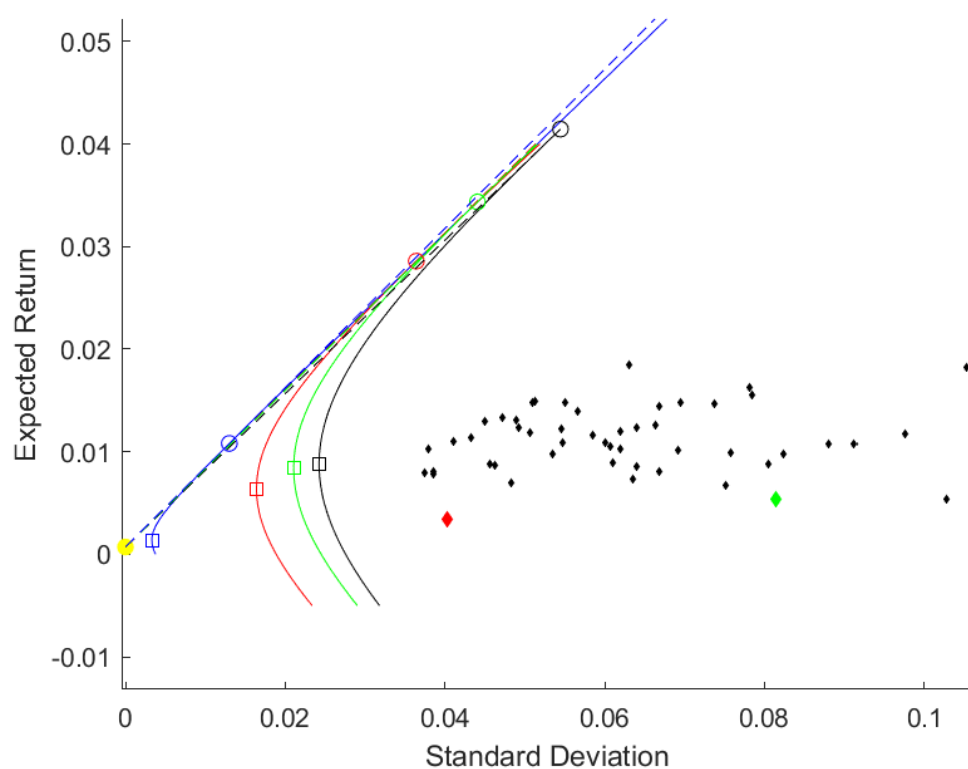


圖 31、房地產 ETF 與 49 FF industry 等權投資組合效率前緣圖

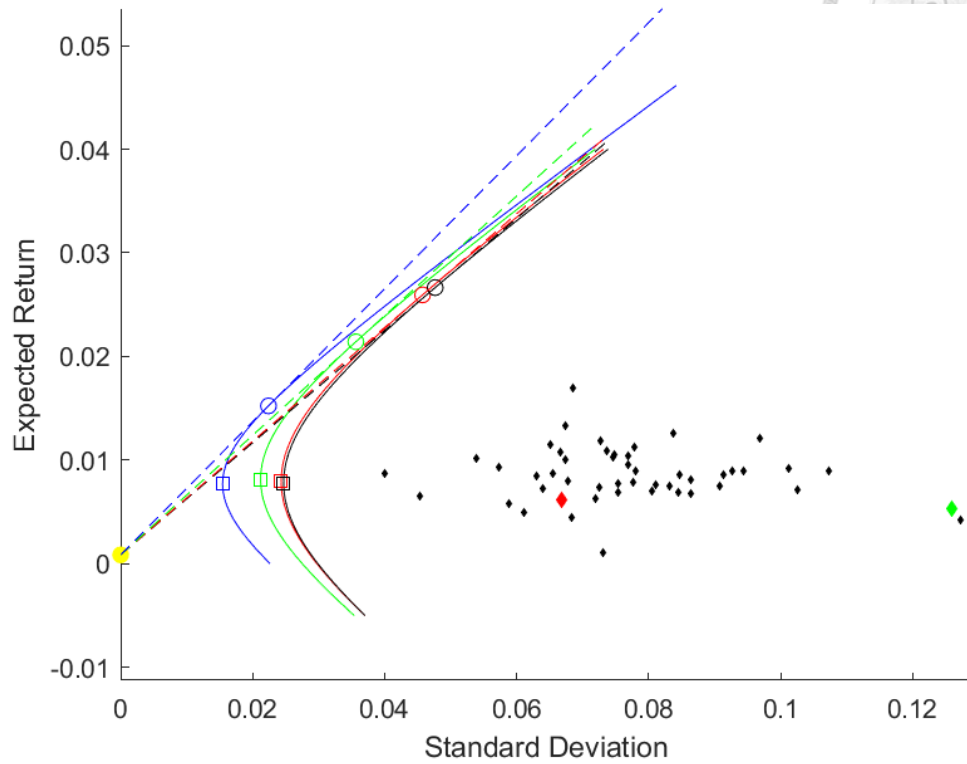


圖 32、房地產 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

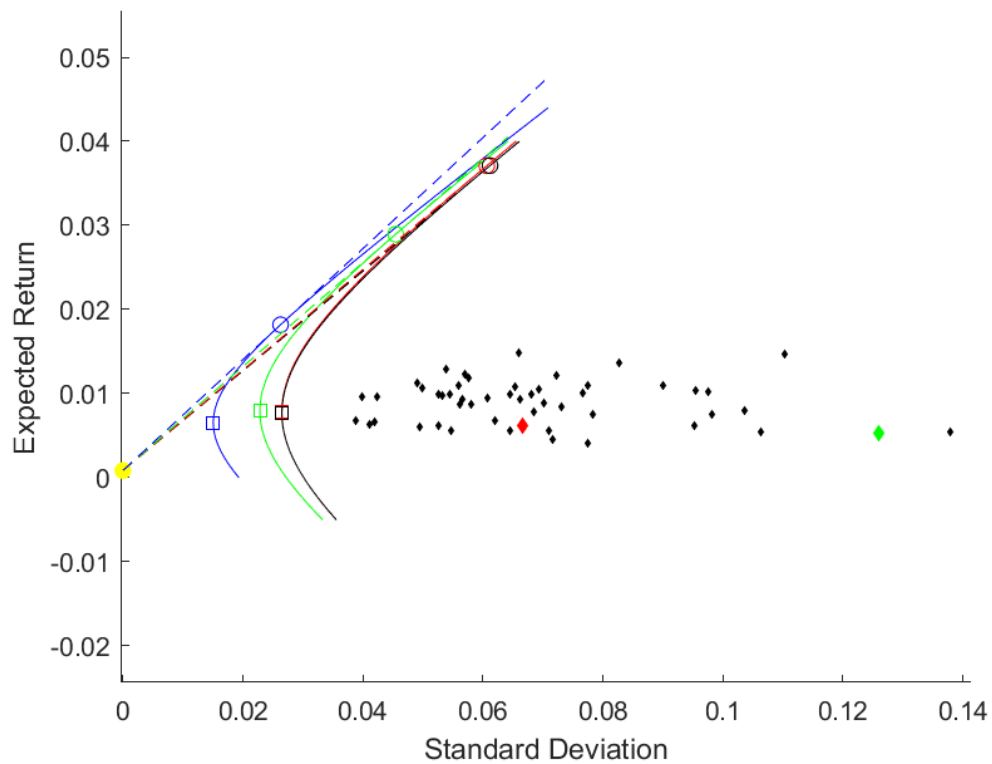




圖 33、黃金 ETF 與 49 FF industry 等權重投資組合效率前緣圖

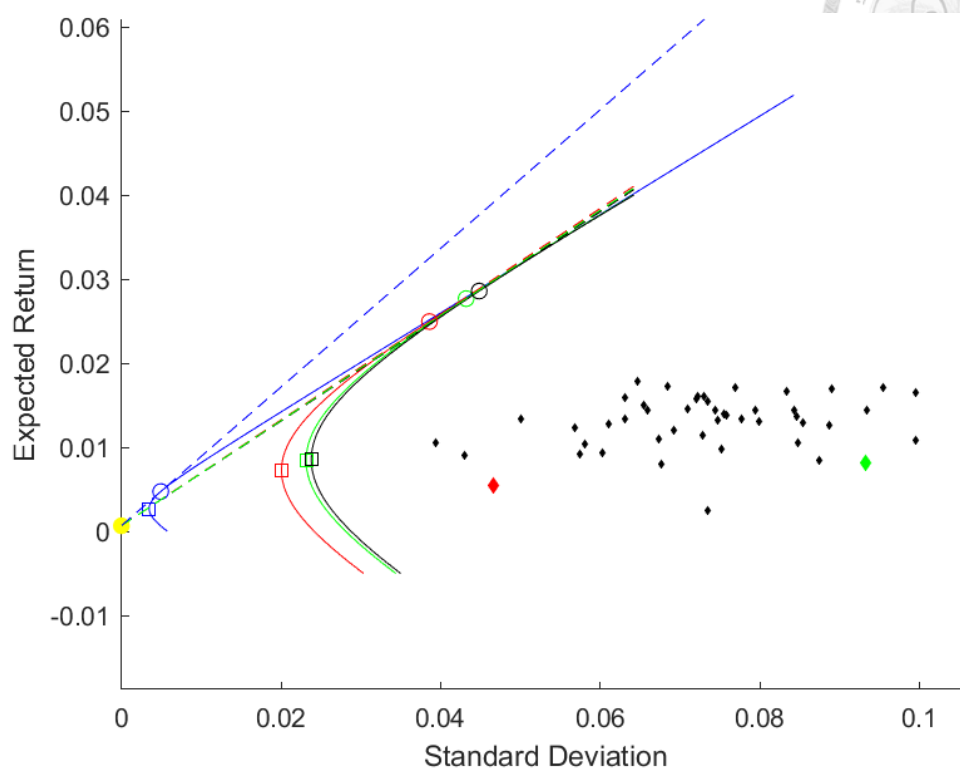


圖 34、黃金 ETF 與 49 FF industry 市值加權投資組合效率前緣圖

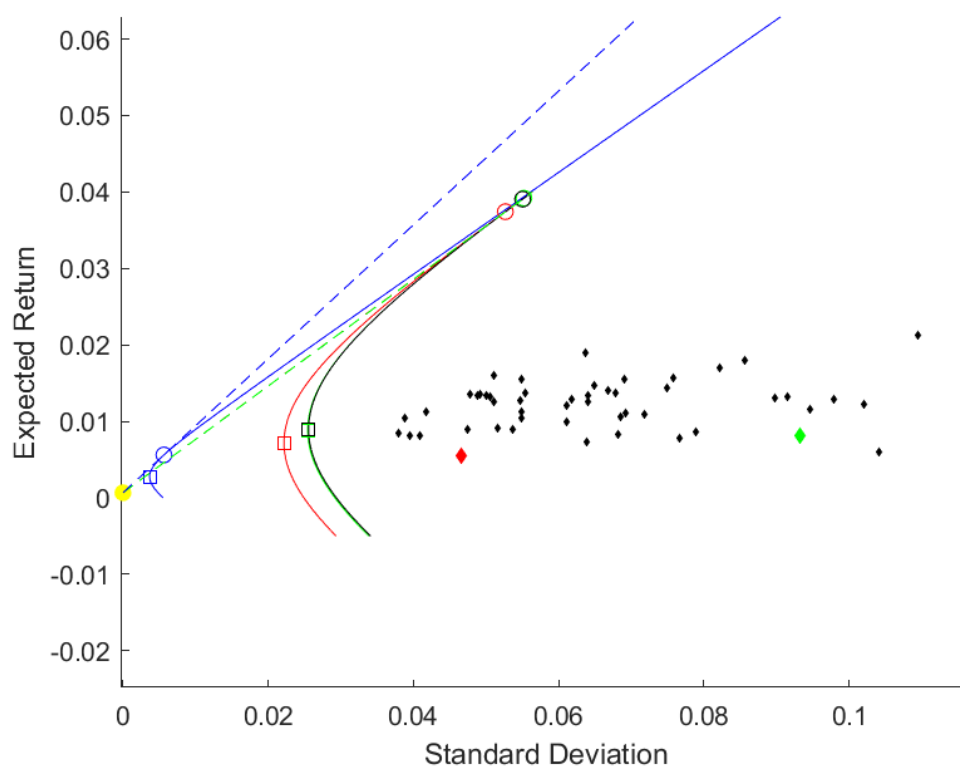


圖 35、美長期公債 ETF 與全球投資組合效率前緣圖

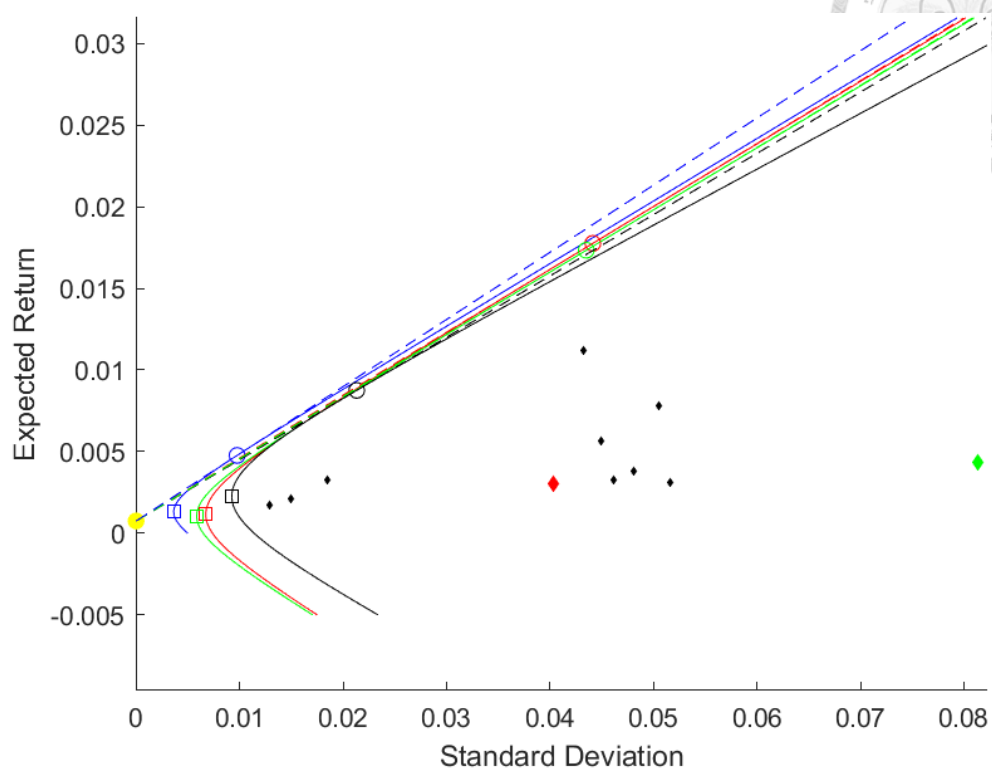


圖 36、房地產 ETF 與全球投資組合效率前緣圖

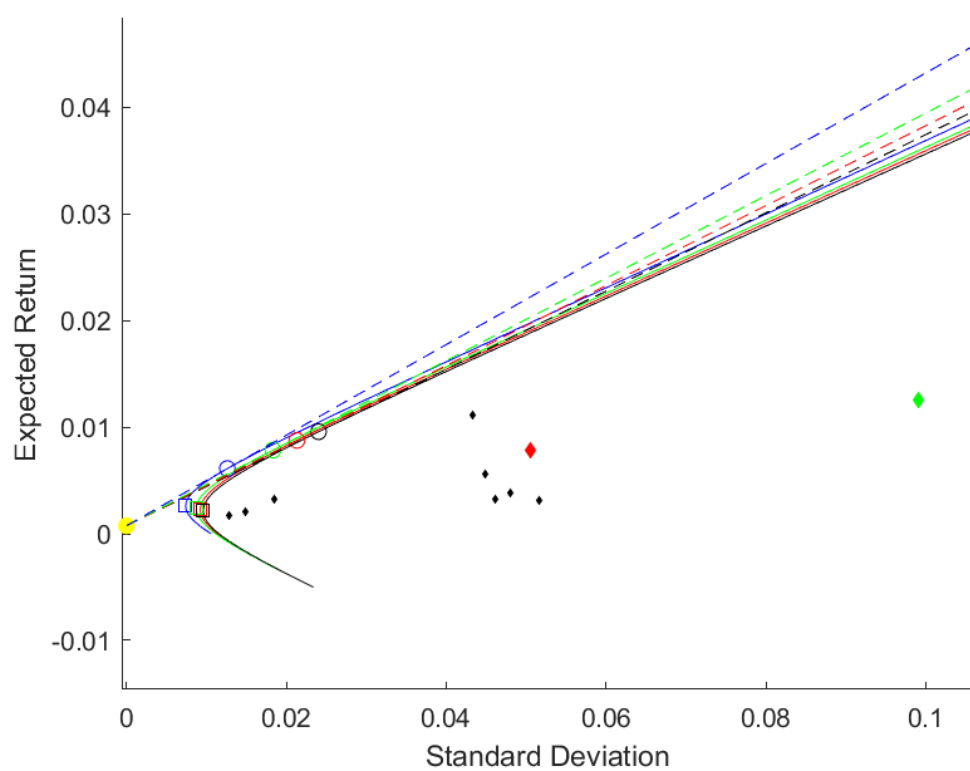
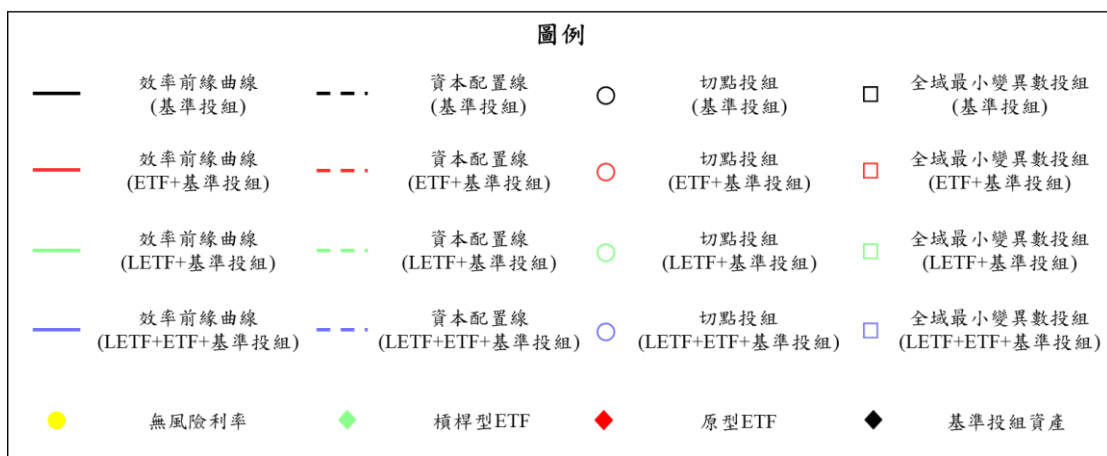
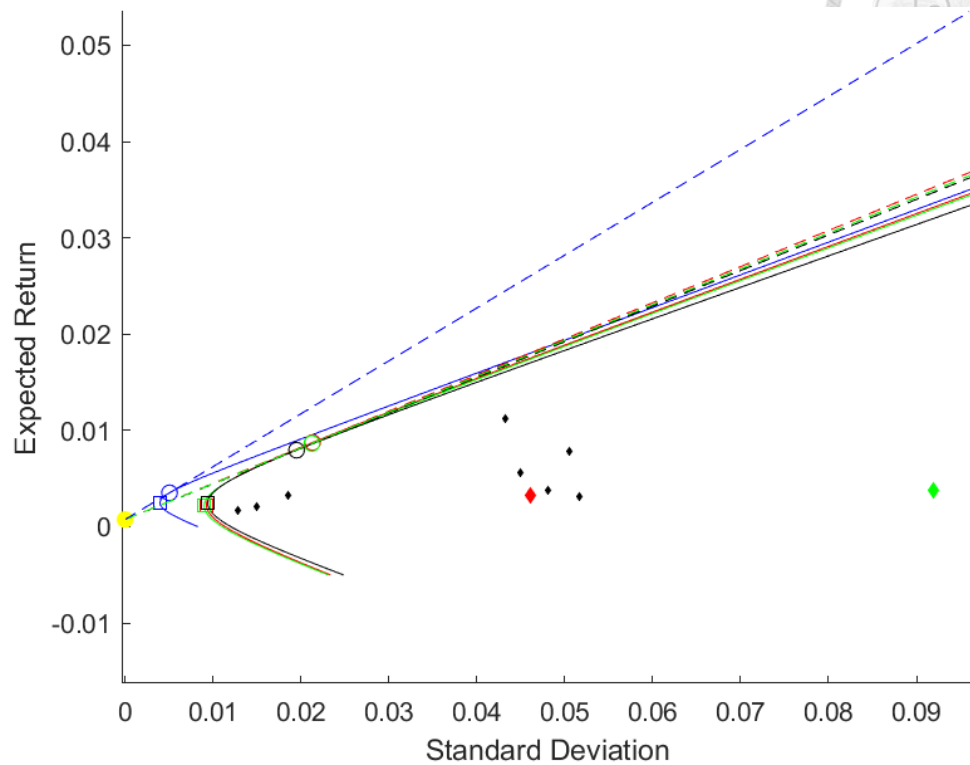


圖 37、黃金 ETF 與全球投資組合效率前緣圖



附錄二、表

表 43、標普 500 ETF 平均數變異數擴張檢定

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (SPY)，基準資產：基準投資組合						
25 等權重	14.646	0.001***	0.363	0.547	14.259	0.000***
FF size and BE/ME						
25 市值加權	8.988	0.011**	8.233	0.004***	0.726	0.394
FF size and BE/ME						
49 等權重	14.184	0.001***	0.331	0.565	13.831	0.000***
FF industry						
49 市值加權	14.882	0.001***	14.851	0.000***	0.029	0.864
FF industry						
測試資產：槓桿型 ETF (SSO)，基準資產：基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
25 等權重	742.913	0.000***	4.659	0.031	722.233	0.000***
FF size and BE/ME						
25 市值加權	4375.192	0.000***	65.215	0.000***	3288.681	0.000***
FF size and BE/ME						
49 等權重	69.975	0.000***	3.476	0.062*	65.417	0.000***
FF industry						
49 市值加權	1731.143	0.000***	61.607	0.000***	1290.843	0.000***
FF industry						
測試資產：槓桿型 ETF (SSO)，基準資產：原型 ETF (SPY) + 基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
SPY+25 等權重	11974.255	0.000***	100.161	0.000***	8039.566	0.000***
FF size and BE/ME						
SPY+25 市值加權	11432.206	0.000***	87.444	0.000***	8009.568	0.000***
FF size and BE/ME						
SPY+49 等權重	8334.388	0.000***	104.154	0.000***	5501.601	0.000***
FF industry						
SPY+49 市值加權	9129.446	0.000***	95.836	0.000***	6202.866	0.000***
FF industry						

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

表 44、美國長期公債 ETF 平均數變異數擴張檢定

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (TLT)，基準資產：基準投資組合						
25 等權重	136.838	0.000***	0.700	0.403	135.571	0.000***
FF size and BE/ME						
25 市值加權	178.934	0.000***	0.716	0.397	177.457	0.000***
FF size and BE/ME						
49 等權重	139.561	0.000***	1.750	0.186	136.383	0.000***
FF industry						
49 市值加權	202.130	0.000***	4.009	0.045**	193.477	0.000***
FF industry						
測試資產：槓桿型 ETF (UBT)，基準資產：基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
25 等權重	32.676	0.000***	0.326	0.568	32.287	0.000***
FF size and BE/ME						
25 市值加權	46.114	0.000***	0.311	0.577	45.718	0.000***
FF size and BE/ME						
49 等權重	36.367	0.000***	1.160	0.282	34.964	0.000***
FF industry						
49 市值加權	54.399	0.000***	3.045	0.08*	50.435	0.000***
FF industry						
測試資產：槓桿型 ETF (UBT)，基準資產：原型 ETF (TLT) + 基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
TLT+25 等權重	6956.032	0.000***	27.527	0.000***	2948.062	0.000***
FF size and BE/ME						
TLT+25 市值加權	6799.952	0.000***	24.091	0.000***	5921.622	0.000***
FF size and BE/ME						
TLT+49 等權重	5081.302	0.000***	16.238	0.000***	4616.218	0.000***
FF industry						
TLT+49 市值加權	4204.673	0.000***	12.048	0.001***	3910.514	0.000***
FF industry						

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

表 45、房地產 ETF 平均數變異數擴張檢定

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (VNQ)，基準資產：基準投資組合						
25 等權重 FF size and BE/ME	1.435	0.488	1.233	0.267	0.201	0.654
25 市值加權 FF size and BE/ME	1.192	0.551	0.223	0.637	0.968	0.325
49 等權重 FF industry	6.500	0.039**	1.397	0.237	5.068	0.024**
49 市值加權 FF industry	1.300	0.522	0.938	0.333	0.360	0.548
測試資產：槓桿型 ETF (URE)，基準資產：基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
25 等權重 FF size and BE/ME	47.183	0.000***	5.758	0.016**	40.277	0.000***
25 市值加權 FF size and BE/ME	56.814	0.000***	3.791	0.052*	52.046	0.000***
49 等權重 FF industry	72.120	0.000***	7.531	0.006***	62.268	0.000***
49 市值加權 FF industry	70.403	0.000***	5.621	0.018**	63.028	0.000***
測試資產：槓桿型 ETF (URE)，基準資產：原型 ETF (VNQ) + 基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
VNQ+25 等權重 FF size and BE/ME	497.388	0.000***	18.296	0.000***	439.301	0.000***
VNQ+25 市值加權 FF size and BE/ME	436.539	0.000***	23.149	0.000***	370.885	0.000***
VNQ+49 等權重 FF industry	298.667	0.000***	21.716	0.000***	250.069	0.000***
VNQ+49 市值加權 FF industry	422.968	0.000***	15.687	0.000***	377.933	0.000***

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$

表 46、黃金 ETF 平均數變異數擴張檢定

	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
測試資產：原型 ETF (GLD)，基準資產：基準投資組合						
25 等權重 FF size and BE/ME	74.145	0.000***	2.883	0.09*	70.139	0.000***
25 市值加權 FF size and BE/ME	81.046	0.000***	1.949	0.163	78.249	0.000***
49 等權重 FF industry	75.280	0.000***	1.490	0.222	73.184	0.000***
49 市值加權 FF industry	62.545	0.000***	0.200	0.654	62.275	0.000***
測試資產：槓桿型 ETF (UGL)，基準資產：基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
25 等權重 FF size and BE/ME	10.042	0.007***	1.708	0.191	8.255	0.004***
25 市值加權 FF size and BE/ME	12.915	0.002***	1.089	0.297	11.755	0.001***
49 等權重 FF industry	10.415	0.006***	0.544	0.461	9.841	0.002***
49 市值加權 FF industry	1.878	0.391	0.008	0.927	1.870	0.17
測試資產：槓桿型 ETF (UGL)，基準資產：原型 ETF (GLD) + 基準投資組合						
	W		逐步檢定 W_1		逐步檢定 W_2	
	統計量	p 值	統計量	p 值	統計量	p 值
GLD+25 等權重 FF size and BE/ME	9861.510	0.000***	66.668	0.000***	7147.564	0.000***
GLD+25 市值加權 FF size and BE/ME	8426.699	0.000***	49.866	0.000***	6559.603	0.000***
GLD+49 等權重 FF industry	6068.540	0.000***	66.317	0.000***	4386.224	0.000***
GLD+49 市值加權 FF industry	6573.310	0.000***	60.002	0.000***	4884.951	0.000***

註：* $p < .1$, ** $p < .05$, *** $p < .01$