

國立臺灣大學工學院機械工程學系

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master's Thesis



即時金屬板導電率與導磁率及厚度估測之脈衝渦電流

感測系統開發

Development of a Real-Time Pulsed Eddy Current Sensing

System for Metal Plate Conductivity, Permeability and

Thickness Estimation

楊彥泰

Yen-Tai Yang

指導教授：林峻永 博士

Advisor: Chun-Yeon Lin, Ph.D.

中華民國 114 年 9 月

September 2025

致謝



回顧在台大七年的學習歷程，機械所的兩年時光尤為鮮明，承蒙許多師長與同儕的指導與鼓勵，方能順利完成本篇碩士論文，在此謹向一路上幫助與支持我的人致上誠摯的感謝。

首先，向我的指導教授林峻永博士表達最深的敬意，感謝您在整個研究歷程中不吝指導，於我面臨研究瓶頸與困難時，總能以深入的見解與豐富的經驗指引方向，對研究細節的重視訓練我具備分析問題與建立系統化思考的能力。同時誠摯感謝口試委員黃漢邦教授、楊士進教授、鍾添淦教授及林佑儒博士，在口試過程中提供寶貴的意見與建議，使論文內容更臻完善，論述亦更加嚴謹而具說服力。

接著要感謝機電與智慧自動化實驗室的所有成員。感謝同儕昊揆、晏瑋、泓庭、雨瀚，在課業與研究上共同努力，彼此討論交流知識，並在研究過程遇到困難時互相勉勵，成為我持續前進的重要力量。感謝易秦與韋辰學長在研究與課業上的悉心指導，並分享寶貴的研究經驗與人生體悟。特別感謝學妹筱鈺在實驗執行與資料整理上的協助，順利進行額外研究，同時感謝學弟妹勁旗、承煥、國恩、國葷、秉儒、莉華、沅錡與宇韜，在實驗室行政事務與環境維護上的協助與付出，讓實驗環境始終保持良好有序。亦感謝專題生友鈞與禹安，在指導與討論過程中帶給我教學相長的經驗，使我在傳授中也不斷反思與成長。

最後，謹向一直以來支持與愛護我的家人們表達最深的感謝。感謝父母給予我聰慧的頭腦與健康的身體，並在求學過程中悉心栽培，使我得以在各方面不斷成長，並給予我無盡的支持勇於追求夢想，讓我的學生成長充滿色彩。謝謝我的女朋友若涵，在我實驗停滯不前時為我加油打氣，以前輩的身份給予我論文上的指導。能順利完成碩士學位，過程中亦受許多素未謀面的熱心人士幫助與啟發，雖無法一一致謝，仍在此致上最誠摯的感謝。

願以此為新章之始，思不倦、行不息，懷遠志以濟世、秉初心以求真。

中文摘要



本研究提出即時脈衝渦電流感測系統，結合理論模型建立、參數估測、訊號處理與硬體設計，即時估測金屬板之厚度、導電率與導磁率。理論部分將傳統僅應用於頻域的截斷區域本徵函數展開模型擴展至時域應用，建立金屬材料電磁響應與激勵訊號之對應關係，並針對方波階躍響應引入簡單修正方法去除吉布斯效應對時域曲線邊緣的影響，透過有限元素法模擬進行驗證，證實此模型可有效描述材料參數與磁場變化之物理關聯，並可在短時間內生成大量資料，使用於建立機器學習模型的訓練資料集。在估測方法中探討多種機器學習方法，並整合其優點提出混合式神經網路架構，能直接由量測訊號進行厚度、導電率與導磁率的多參數估測，展現多元應用潛力。

訊號處理部分針對高頻雜訊與有限取樣率造成的誤差提出多項改良策略，大幅提升訊號穩定度並降低隨機雜訊影響，此序列式訊號處理流程確保了後續估測過程的可靠性，硬體設計方面，本研究以穿隧磁阻感測器搭配最佳化激勵線圈為核心，設計一體化線圈支架，使感測器盡可能靠近金屬表面，提升感測靈敏度與訊噪比，同時以資料擷取系統即時進行資料取樣與顯示，在厚度 0.2 至 5.0 毫米、導電率 1.29 至 58.3 MS/m、導磁率 1 至 150 的範圍內，完成多參數即時估測，平均誤差僅 3.83%，而單次反算時間僅約 80 毫秒，兼具準確度與可攜性。

關鍵字：脈衝渦電流、即時估測、穿隧磁阻感測器、神經網路、多參數估測

ABSTRACT



This paper proposes a real-time pulsed eddy current sensing system that integrates theoretical modeling, parameter inversion, signal processing, and hardware design for accurate estimation of thickness, electrical conductivity, and relative permeability of metallic plates. In terms of theory, the conventional Truncated Region Eigenfunction Expansion model, which has traditionally been limited to the frequency domain, is successfully extended to the time domain to establish a direct correspondence between the electromagnetic response of metallic materials and the excitation signals. A simple correction method is further introduced to eliminate the Gibbs phenomenon at the step edges of square wave excitation, thus improving the applicability of the time-domain response. Finite element analyses are performed for validation, validating that the proposed model effectively captures the physical relationship between material parameters and magnetic field variations. Moreover, the model can rapidly generate large datasets within a short computation time, which are subsequently employed to construct training data for machine learning models. In the inversion stage, multiple machine learning approaches are compared, and a hybrid neural network architecture that combines their advantages is proposed. This framework enables direct multi-parameter inversion of thickness, conductivity, and permeability from the measured signals, demonstrating strong potential for extensive applications.

For signal processing, several stages are designed to mitigate high-frequency noise and sampling limitations, significantly enhancing the stability of the processed signals and reducing the influence of random noise. This sequential signal-processing workflow ensures the reliability of the subsequent inversion process. For hardware design, a Tunneling Magnetoresistance sensor combined with an optimized excitation coil is adopted as the core of the system. An integrated coil–sensor chassis is designed to minimize the distance between the sensor and the sample surface, thereby improving sensitivity and signal-to-noise ratio. The system utilize data acquisition system and MATLAB, enabling real-time sampling, processing, and visualization of the measured signals. Experimental validation demonstrates that the proposed system is capable of performing multi-parameter real-time estimations within the ranges of thickness from 0.2 to 5.0 mm, conductivity from 1.29 to 58.3 MS/m, and relative permeability from 1 to 150. The system achieves an average estimation error of only 3.83%, with each estimaion requiring merely 80 ms, thus presenting both high accuracy and portability.

Keywords: Pulsed eddy current sensing system, Real-time estimation, Tunneling magnetoresistance sensor, Neural network, Multi-parameter estimation

目次

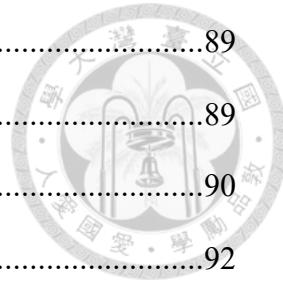


致謝	i
中文摘要	ii
ABSTRACT	iii
目次	v
表次	viii
圖次	ix
符號與縮寫解釋	xii
1 第一章 前言	1
1.1 研究動機	1
1.2 文獻回顧	1
1.2.1 涡電流感測	1
1.2.2 脈衝渦電流	3
1.2.3 最佳化與訊號處理	5
1.3 問題描述	5
1.4 研究貢獻	6
1.5 論文架構	6
2 第二章 脈衝渦電流即時感測系統設計	7
2.1 感測器系統設計	7
2.2 正向模型	8
2.2.1 涡電流物理模型	8
2.2.2 時域渦電流模型	12
2.2.3 集膚效應	18
2.2.4 線圈最佳化	19



2.3 逆向模型	22
2.3.1 反射係數的展開與多重反射邊界條件	22
2.3.2 暫態響應	23
2.3.3 基於特徵值與神經網路的電磁與幾何參數估測	25
2.3.4 基於階躍響應的導電與導磁估測	26
2.4 系統架構	29
3 第三章 數值模擬驗證	30
3.1 線圈最佳化	30
3.2 激勵頻率穿透性與暫態磁場響應分析	34
3.3 有限元素模擬與時域 TREE 方法之驗證與比較	37
3.4 時域響應上升沿及穩態之變量分析	39
3.5 導電率、導磁率與厚度之神經網路反算	49
3.6 導電率、導磁率之網格反算	55
4 第四章 實驗架構與結果	58
4.1 脈衝渦電流感測系統硬體設計	58
4.1.1 磁感測器選用	58
4.1.2 電路設計	60
4.1.3 機構設計	61
4.2 實驗結果	64
4.2.1 幾何與電磁參數驗證	64
4.2.2 實驗架設	66
4.2.3 神經網路厚度、導電率及導磁率估測	72
4.2.4 網格導電率及導磁率估測	78
4.2.5 重複性測試	82
4.3 結果比較	85

5 第五章 結論與未來展望	89
5.1 結論	89
5.2 未來展望	90
參考文獻	92



表次



表 3.1 有限元素軟體 COMSOL 激勵線圈最佳化設計參數	31
表 3.2 激勵頻率驗證模擬參數.....	34
表 3.3 時域驗證有限元素軟體 COMSOL 模擬參數	37
表 3.4 有限元素模擬與時域 TREE 比較	38
表 3.5 時域 TREE 參數	40
表 3.6 金屬導電率與導磁率參數	46
表 3.7 模型訓練及驗證之金屬	49
表 3.8 反算模型抽樣平均誤差、標準差與性能比較	51
表 3.9 混和神經網路架構估測結果	54
表 3.10 本論文提出之方法與反算模型抽樣平均誤差、標準差與性能比較.....	54
表 3.11 導磁率對低中高導電金屬計算參數	55
表 3.12 導磁率與導電率估測誤差	57
表 4.1 CT100 穿遂式磁阻感測器規格	59
表 4.2 CT100 TMR 與 HMC1051 AMR 比較	60
表 4.3 儀器驗證之厚度、導電率與導磁率.....	66
表 4.4 電腦硬體與軟體	68
表 4.5 實驗與時域 TREE 模型之誤差比較.....	75
表 4.6 實驗厚度、導電率與導磁率估測結果.....	77
表 4.7 實驗厚度、導電率與導磁率估測結果.....	81
表 4.8 訊號重複性測試變異性指標	83
表 4.9 估測重複性變異性指標.....	84
表 4.10 與實驗室論文比較.....	86
表 4.11 各文獻誤差之比較.....	88

圖次



圖 2.1 脈衝渦電流感測系統示意圖	7
圖 2.2 多層金屬板反射模型	11
圖 2.3 方波逆傳立葉變換示意圖	13
圖 2.4 窗函數之頻率響應	15
圖 2.5 套用窗函數之時域響應	15
圖 2.6 動態移動平均濾波示意圖	16
圖 2.7 激勵脈衝方波示意圖	18
圖 2.8 時域特徵值	26
圖 2.9 反算二維網格示意圖	27
圖 2.10 脈衝渦電流系統流程圖	29
圖 3.1 線圈最佳化有限元素網格配置	31
圖 3.2 設計參數最佳解	32
圖 3.3 100 Hz 之磁通密度分佈與集膚深度比較	35
圖 3.4 激勵通電後不同時間下導體內部磁通密度分佈之時域演化	36
圖 3.5 時域驗證有限元素法模擬網格配置	37
圖 3.6 有限元素法模擬與 TREE 計算驗證	38
圖 3.7 金屬渦電流時域響應計算結果	42
圖 3.8 峰值對參數掃描	44
圖 3.9 上升時間對參數掃描	44
圖 3.10 面積差對參數掃描	44
圖 3.11 0.2 ms 斜率對參數掃描	44
圖 3.12 脈衝時域響應耦合圖	47
圖 3.13 完整反算流程圖	50



圖 3.14 混合神經網路架構.....	53
圖 3.15 不同導電率、導電率之階躍響應	56
圖 3.16 導電率、導磁率之反算網格	57
圖 4.1 PCB 電路設計	61
圖 4.2 線圈外殼三維立體與工程圖	62
圖 4.3 感測器機構設計	63
圖 4.4 訊號處理模組機構與電路設計	63
圖 4.5 幾何與電磁參數驗證之儀器	65
圖 4.6 LCR meter 導磁率測試分布	65
圖 4.7 脈衝渦電流實驗架設.....	67
圖 4.8 MATLAB GUI.....	67
圖 4.9 原始與傅立葉變換重建時域訊號	68
圖 4.10 多段週期切割與對齊之原始波形	69
圖 4.11 疊合平均波形與雜訊抑制	72
圖 4.12 各金屬材料與厚度組合之實驗量測時域響應	73
圖 4.13 實驗與時域 TREE 模型之響應比較.....	74
圖 4.14 導磁金屬實驗時域響應	79
圖 4.15 訊號重複性統計圖.....	83
圖 4.16 估測重複性箱型圖.....	84

符號與縮寫解釋

符號

A	磁向量勢
B	磁通量密度
E	電場
H	磁場
I	電流
J	電流密度
\mathbf{e}_θ	方位方向單位向量
\mathbf{g}	粒子群最佳化全域最佳解
\mathbf{p}_i	粒子群最佳化個體最佳解
\mathbf{v}_i	粒子群最佳化第 i 個粒子速度向量
\mathbf{x}_i	粒子群最佳化第 i 個粒子位置向量
Θ	粒子群最佳化之設計空間變數
Θ^*	粒子群最佳化之最佳解
A_n	軸向解中指數衰減項之展開係數
A_φ	磁向量勢方位角分量
B_n	軸向解中指數增長項之展開係數
B_z	磁通密度 z 方向分量
C	展開權重函數
C_1	軸向展開指數增長權重函數
C_2	軸向展開指數衰減權重函數
C_n	離散展開第 n 模態展開係數
D_I	徑向展開指數增長權重函數





D_2	徑向展開指數衰減權重函數
D_N	第 N 階狄利克雷核
D_w	線圈線徑
G	儀表放大器電壓增益
J_0	零階第一類貝索函數
J_1	一階第一類貝索函數
M	粒子群最佳化粒子數
N	線圈匝數
N_0	以候選點為中心所取資料區段樣本數
N_L	每層線圈匝數
$P_H^{(E)}$	實驗訊號第 95 百分位平臺值
$P_H^{(M)}$	模型訊號第 95 百分位平臺值
$P_L^{(E)}$	實驗訊號第 5 百分位平臺值
$P_L^{(M)}$	模型訊號第 5 百分位平臺值
Q	多層介質邊界條件反射函數
R	徑向函數
R_G	用於放大器增益之外接電阻值
S_N	原始函數與狄利克雷核卷積之解
T_0	基頻週期長度
U_j	第 j 層金屬中正向傳播振幅分量
V_j	第 j 層金屬中反向傳播振幅分量
W_n	移動平均視窗長度
Y_I	一階第二類貝索函數
Z	軸向函數
a	徑向模態展開本徵值



a_I	第 1 層介質複數波數
a_i	第 i 個徑向模態展開本徵值
a_j	第 j 層介質複數波數
b_I	第 1 層介質歸一化複數波數
b_j	第 j 層介質歸一化複數波數
c_I	粒子群最佳化認知因子
c_2	粒子群最佳化社會因子
c_n	第 n 項傅立葉展開係數
d	金屬樣本厚度
d_j	第 j 層介質厚度
d_n	第 n 取樣點與階躍邊緣之間時間差
f	頻率
f_0	方波基頻
f_s	取樣頻率
g	一階微分之原始離散訊號
h	徑向邊界條件長度
k	等效反射係數
k_I	粒子群最佳化個體隨機數
k_2	粒子群最佳化群體隨機數
n	傅立葉級數諧波數
n_c	跳變點中心索引
n_i	第 i 次量測之隨機雜訊
r_0	感測器 r 座標
r_1	線圈內徑
r_2	線圈外徑



s	理想訊號
t	時間
v	原始離散訊號
w	粒子群最佳化慣性權重
x_i	第 i 次量測之訊號
w_n	第 n 項窗函數權重
y_E	實驗訊號
y_M	模型訊號
z_0	感測器 z 標
z_1	線圈底部高度
z_2	線圈頂部高度
α	複數特徵根
α_n	第 n 個徑向本徵值
α_m	第 m 個徑向本徵值
δ	集膚深度
ε	容許誤差
ε_0	真空介電常數
ζ	軸向邊界函數
θ	傅立葉級數展開的相位變數
ζ	徑向積分核函數
μ	導磁率
μ_0	真空導磁率
μ_r	相對導磁率
μ_I	第一層介質之導磁率
μ_j	第 j 層介質之導磁率

σ	導電率
σ_I	第一層介質之導電率
τ	卷積運算中的時間延遲變數
φ	圓柱座標系方位角
ω	角頻率
ω_0	基準角頻率
Ω	最大角頻率



縮寫

AMR	Anisotropic Magneto Resistance (異向性磁阻)
BLAS	Basic Linear Algebra Subprograms (基本線性代數子程式)
BMS	Battery Management System (電池管理系統)
CNN	Convolutional Neural Network (卷積神經網路)
COV	Covariance (共變異數)
CR	Characteristic Ratio (特徵比值)
DAQ	Data Acquisition (資料擷取系統)
D-ATC	Dynamic Apparent Time Constant (動態表觀時間常數)
DCS	Distributed Current Source (分散式電流源)
DNN	Deep Neural Network (深度神經網路)
ELM	Extreme Learning Machine (極限學習機)
EMD	Empirical Mode Decomposition (經驗模態分解)
FFC	Flexible Flat Cable (柔性扁平排線)
FFTW	Fastest Fourier Transform in the West (最快傅立葉轉換)
FT	Fourier Transform (傅立葉轉換)
GMR	Giant Magnetoresistance (巨磁阻效應)
GUI	Graphical User Interface (圖形化使用者介面)
IACS	International Annealed Copper Standard (國際退火銅標準)
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform (反快速傅立葉轉換)
IFT	Inverse Fourier Transform (反傅立葉轉換)
IQR	Interquartile Range (四分位距)
LOI	Lift-off Point of Intersection (提離距離交點)
MAD	Median Absolute Deviation (中位數絕對偏差)
ME	Magnetoelectric Sensor (磁電)



NI	National Instruments (美國國家儀器公司)
PCB	Printed Circuit Board (印刷電路板)
PCHIP	Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial (三次單調插值)
PEC	Pulsed Eddy Current (脈衝渦電流)
PLA	Polylactic Acid (聚乳酸)
PSO	Particle Swarm Optimization (粒子群演算法)
RF	Random Forest (隨機森林)
RFEC	Remote Field Eddy Current (遠場渦電流檢測技術)
SD	Standard Deviation (標準差)
SLOC	Slope of Lift-off Curve (提離距離曲線斜率)
SNR	Signal-to-Noise Ratio (訊噪比)
STFT	Short-Time Fourier Transform (短時傅立葉轉換)
SVD	Singular Value Decomposition (奇異值分解)
SVR	Support Vector Regression (支援向量迴歸)
TMR	Tunneling Magnetoresistance (穿隧磁阻效應)
TREE	Truncated Region Eigenfunction Expansion (截斷區域本徵函數展開)
VMD	Variational Mode Decomposition (變分模態分解)





第一章 前言

本章節詳細介紹本論文及相關研究領域之初步說明，1.1 節描述渦電流感測系統於各個領域的應用重要性以及研究動機；1.2 節說明相關研究成果以及技術的發展過程；1.3 節提出本論文之脈衝渦電流感測系統欲解決的問題；1.4 節為本論文的學術貢獻；1.5 節簡介後續章節之大綱。

1.1 研究動機

磁感測器在非破壞檢測技術於工業製造、結構安全監測及材料科學等領域有著廣泛應用，渦電流感測器憑藉其非接觸、高靈敏度及適用於多種導電材料的特性成為可靠技術[1][2]。渦電流感測亦被用於材料物性之辨識與分類，包括非鐵磁金屬導電率分類、非接觸量測多孔鋁泡棉等特殊結構材料的導電率[3][4]，甚至是材料裂痕分布[5]，並時進行幾何參數與導電率的多參數估測[5][6]。此外，遠場渦電流 (Remote Field Eddy Current, RFEC) 技術亦被證明適用於複合材料碳纖維斷裂檢測及非導磁管材外壁缺陷診斷[7][8]，渦電流感測器設計多以差分線圈結構搭配阻抗或相位特徵，量測金屬薄膜與板材的厚度[9][10]。

渦電流感測技術隨著時間推移已從單一參數檢測，逐漸邁向多參數、跨材料類型物理性質的同時精準量測，因此研究提出一套可同時應用於導磁與非導磁金屬之厚度、導電率及導磁率多參數量測的渦電流感測方法與系統。

1.2 文獻回顧

1.2.1 渦電流感測

渦電流量測理論的經典模型奠定此感測系統的基礎，Dodd 與 Deeds 提出渦電流於空間中及導體間的閉合解析解模型，至今仍被廣泛應用於感測器的數值模

擬與設計，也以交流電模型描述電磁場在平行導體間的分佈，提供詳細的數學模型與基礎理論[11][12]，此外，Li 提出基於磁場的多層結構渦電流建模方法，有效提升了感測器在多層材料分析中的空間解析度與快速反算能力[13]。

近年來，許多創新方法為解決渦電流厚度量測中的提離距離干擾問題，Lu 利用補償峰值頻率計算，有效減少提離距離影響，大幅提升厚度測量準確度[14]，Yin 與 Xu 則提出三線圈電磁感測器架構，以峰值頻率差異為特徵，克服提離距離變化造成的誤差，提升了非接觸式量測的穩定性[15]，Wang 開發雙線圈渦電流方法，利用阻抗比值 (Characteristic Ratio, CR) 作為抗提離距離特徵，簡化了距離校正並提高量測精確度[16]。

在薄膜與微米尺度的厚度量測領域，也有許多重要應用，Wang 提出利用提離距離曲線斜率 (Slope of Lift-off Curve, SLOC)，成功非接觸式快速量測薄膜厚度，免除距離補償問題[10]，Li 採用相位偵測技術，將厚度轉換成相位差訊號，提升量測系統的穩定性與準確性[17]，Qu 則開發印刷型渦電流線圈搭配高靈敏電路，達到奈米級的厚度量測精度[18]，Qiu 則使用高效能磁電感測器 (Magnetolectric Sensor, ME Sensor)，實現廣泛厚度範圍的精確量測，提供了抗干擾能力與更高的靈敏度[19]。

多頻與多參數感測技術也逐漸成為電渦流檢測的重要方向，Lee 發展出多頻電渦流感測系統，同步估測導電率、厚度與提離距離，有效解決參數間非線性耦合的問題[20]，Zhang 則利用多頻渦電流技術量測多層導電塗層的厚度，透過反算演算法提升量測準確度與穩定性[21]，Cheng 提出掃頻渦電流與阻抗正規化結合的方法，成功解決未知導電率與導磁率下的厚度量測難題[22]，Loete 開發寬頻反射式系統，以反射係數為基礎的多頻測量法，可快速精準估算半導體材料的導電率，具有極佳的工業應用潛力[23]。

另外，渦電流檢測技術也不斷引入創新的建模與分析方法，Huang 採用機器學習技術，將渦電流檢測中的導磁率、導電率、厚度及提離距離參數有效分離，

大幅提高材料特性的準確預測能力[24]，實驗室先前開發之磁場導向的渦電流感測系統，可同時精確量測非鐵磁金屬的厚度與導電率，達到更精細的材料特性分析[25]，Hao 等人聚焦導磁金屬的三維渦電流建模，透過分散式電流源(Distributed Current Source, DCS) 提升數值計算的效率與準確性[26]。

1.2.2 脈衝渦電流

脈衝渦電流 (Pulsed Eddy Current, PEC) 技術相較傳統頻域渦電流，具有更深的穿透能力、更豐富的訊號與更高的靈敏性，特別適合多層結構與複雜材料的非破壞檢測，其短脈衝激發能同時提供時域與頻域資訊，有助處理多參數耦合、距離干擾及材料特性變化等問題。

在解析理論模型的研究中，Fan 首先提出完整的 PEC 探頭暫態響應解析模型，透過變量分離與數值反轉有效分析瞬態響應，並與有限元素法吻合，此外還開發 Filon-spline 方法解決 IFFT 模型的時間解析度問題，進一步使用傅立葉展開和階層積分法建立高速高精度的 PEC 解析模型，適合即時應用[27][28][29]。

厚度量測方面，Wang 提出 D-ATC 時間特徵法，在大間隙下亦可達毫米級解析度[30]，此外 Fan 應用短時傅立葉變換 (Short-Time Fourier Transform, STFT) 之相位特徵，有效克服提離距離干擾，大幅提升厚度量測的穩定性與精度[31]，Angani 等針對帶保溫層不鏽鋼管壁減薄，開發差分式 PEC 探頭，利用雙霍爾感測器與 LabVIEW 掃描，無需移除保溫層即可量化厚度[32]，Park 對核能管線，結合霍爾感測器與訊號能量分析，辨識厚度變化[33]，Lei 分析方波、三角波及多階脈衝波形提出最佳設計，提升鐵磁金屬板厚度量測精度[34]，Wang 基於提離距離交點 (Lift-off Point of Intersection, LOI) 特徵，提出非接觸塗層厚度量測方法，免疫提離距離的影響[35]，實驗室先前開發之結合短長脈衝的 PEC 感測器，實現非鐵磁金屬板導電率與厚度階層估測[36]。

在材料特性及多層材料檢測領域，Zheng 等開發了基於 PEC 數據的 1D-

ResNet 深度學習模型，準確預測多層材料導磁率分布[37]，Takagi 等研發了快速模擬器，大幅縮短局部缺陷模擬時間，提升核能工業管道檢測效率[38]，Chen 等透過時域逆問題建模，測量鐵磁金屬導電率，與四點探針法比較，驗證非接觸量測可靠性[39]，Desjardins 等利用瞬態訊號面積積分，同時估測導磁率與導電率[40]，Morozov 等探討應力對鋁合金對 PEC 訊號影響，建立應力與電磁特性關聯[41]。

缺陷分類、腐蝕檢測與特徵辨識研究，He 利用矩形線圈 PEC 系統，透過不同掃描方向及時域特徵，成功區別表面與次表面缺陷，也針對碳鋼腐蝕，提取時域特徵並以多項式回歸預測腐蝕深度[42][45]，Qian 則將 PEC 應用於偽鈔辨識，利用紙鈔內金屬線及導電油墨特徵，有效辨別紙鈔真偽[43]，Chen 亦將 PEC 和超音波感測器應用於結合控制系統進行厚度評估，提出感測器融合與控制決策與 PEC 訊號的創新方法[43]，Latif 以數值模擬與實驗驗證 PEC 於缺陷評估，分析激發電壓與線圈參數影響[46]，Sophian 綜述 PEC 原理及在腐蝕與厚度檢測的應用[47]。

特性解耦領域中，Adewale 與 Tian 提出頻域正規化方法，解耦導磁率與導電率影響，改善 PEC 量測準確性[48]，此外 Theodoulidis 與 Xie 透過反拉普拉斯轉換及頻域總和法和時域積分法，提升暫態渦電流模擬的效率與準確性[38][49]，並開發高效數值模擬器，結合頻域總和與插值，降低運算時間[50]，Zhu 以奇異值分解 (Singular Value Decomposition, SVD) 去雜 PEC 訊號，提升缺陷分類精度[51]，Safizadeh 以 Wigner-Ville 時頻分析，實現金屬損失與提離效應視覺化辨識[52]，Tsuboi 比較傅立葉基有限元素法，顯示其在瞬態 PEC 分析優勢[53]，Meng 結合 TMR 感測器與深度學習，開發即時 PEC 系統，克服干擾並實現低延遲厚度辨識[54]。



1.2.3 最佳化與訊號處理

訊號處理與線圈設計為脈衝渦電流測試的重要步驟，在去除雜訊方面，Srivastava 提出以奇異熵與互感知指標自適應選擇小波分解層級與閾值的方法[55]，Luo 則結合變分模態分解 (Variational Mode Decomposition, VMD) 與小波閾值法，並進行參數優化以提升訊號品質，此外也將經驗模態分解 (Empirical Mode Decomposition, EMD) 與小波重建結合，提升訊噪比並解決模態混疊問題[56][57]。

Pan 探討了吉布斯現象 (Gibbs phenomenon) 對脈衝訊號解析的影響，提出結合快速傅立葉轉換的濾波技術，有效抑制震盪與雜訊[58]，Chen 等則應用一維深度卷積神經網路進行單週期脈衝識別，提高了特徵分類準確率[59]。

在探頭與線圈優化方面，Wild 與 Yu 利用有限元素法優化渦電流感測器的幾何設計，有效提升對缺陷的靈敏度[60][61]，Su 研究多層結構下的探頭線圈設計，分析其磁場分布與深度響應特性[62]。

針對線圈形狀與結構優化，Rekanos 等提出針對圓柱形探頭的形狀設計法，成功控制渦電流分布區域[63]，Sawicki 等則探討使用蒙地卡羅方法結合雲端運算平台，進行線圈幾何結構的大規模優化[64]，在靈敏度與縱向應變方面，Trakic 研究了長軸梯度線圈在暫態渦電流下的最佳配置[65]，而 Li 透過拓樸靈敏度分析，提出基於穩態模型的線圈結構調整策略[66]，Zhou 也進行了線圈與缺陷檢測靈敏度的系統性優化研究，建立了線圈設計與辨識能力間的對應關係[67]。

1.3 問題描述

經由上述討論，雖然脈衝渦電流響應的多頻多樣化特徵對於金屬探測有著極大的潛力，但很少應用於導磁金屬，且鮮少著重於同時多參數的即時測量之研究。本論文欲建立一種可量測包括非導磁及導磁金屬之渦電流量測系統，實現非接觸式之無損量測，為克服傳統有限元素方法數值解在正向模擬及多參數同步反算時

的複雜度與計算時間負擔，由頻域渦電流公式推導出時域解析解，並利用有限元素模擬驗證時域解析解的可行性，以模擬結果為依據實現整體系統，藉由實驗量測到的數據驗證模擬假設之正確性，進而估測金屬的幾何與性質。



1.4 研究貢獻

本論文提出脈衝渦電流即時感測系統的正逆向模型，由解析解取代有限元素模擬進行快速訓練，將獲得的時域多特徵資料作為神經網路模型輸入，結合厚度分類與導電率、導磁率迴歸之多任務學習架構，提升預測準確性與系統實用性，並以穿隧式磁阻感測器為感測系統基礎量測金屬渦電流產生的磁通量密度，以更大的線性範圍和更高的靈敏度增加磁場的訊噪比，驗證所提方法於不同金屬材料與多參數條件下之可行性與穩定度。

1.5 論文架構

本論文分為五個章節，第一個章節為序論，其餘章節之摘要如下：

第二章：介紹用於脈衝渦電流即時感測系統的數學模型以及系統架構設計。

第三章：基於第二章提出的理論，建立正逆向模型並驗證。

第四章：以理論架設系統並探討效果。

第五章：針對本論文內容進行總結討論，並探討未來可能的發展。

第二章 脈衝渦電流即時感測系統設計

渦電流感測系統為一種基於電磁感應原理的非接觸式檢測裝置，透過激勵線圈施加時變電流，在導電材料內部誘發感應渦電流，這些渦電流會產生反向次級磁場，由穿隧式磁阻 (Tunnel magnetoresistance, TMR) 感測器接收磁通量密度訊號。系統由激勵電壓源、激勵線圈、穿隧式磁阻感測器與訊號處理單元所構成。當金屬材料存在時，渦電流強度會根據材料的導電率、導磁率、提離距離及厚度發生變化，穿隧式磁阻感測器根據放大的訊號、濾波與解調後進行數據分析，進而量測金屬板的導磁率、檢測表面與內部缺陷，及重建導電率、導磁率分佈圖。

2.1 感測器系統設計

脈衝渦電流感測系統基於穿隧式磁阻感測器開發，系統設計及金屬板之幾何與電磁參數如圖 2.1(a)所示。圖 2.1(b)為感測系統本體組裝爆炸圖，由一個激勵線圈 (Excitation Coil)，與位於座標 (r_0, z_0) 穿隧式磁阻感測器所組成。系統可簡化為二維沿 Z 方向的軸對稱模型如圖 2.1(c)， (r_1, r_2, z_1, z_2) 分別為激勵線圈的內徑、外徑、底部高度及頂部高度。

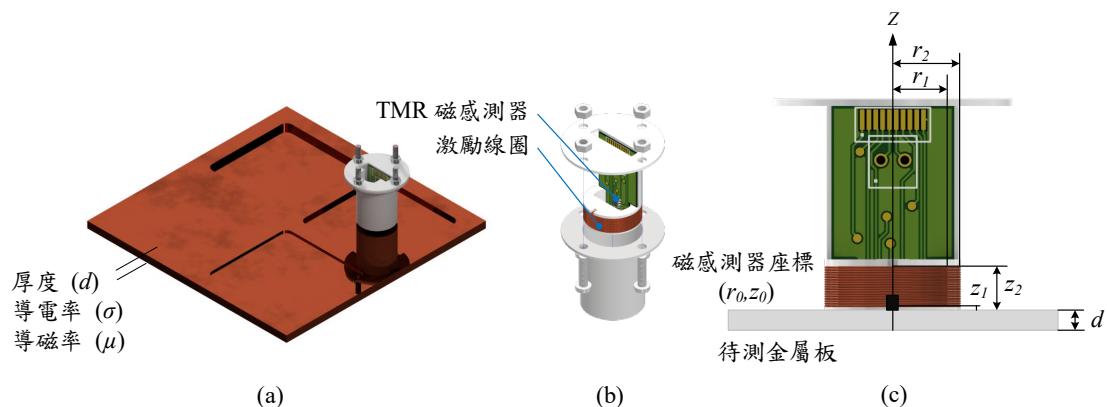


圖 2.1 脈衝渦電流感測系統示意圖 (a)感測系統設計與電磁參數 (b)感測系統元件組裝圖 (c)感測系統幾何參數



2.2 正向模型

本節建立渦電流電磁場的正向模型，描述磁感測器在空間中不同位置接收到的磁通量密度訊號，使用卜瓦松方程式 (Équation de Poisson) 計算空間中磁場的分佈，並將其簡化為二維軸對稱圓柱座標系統，為了加速計算，進一步應用截斷區域本徵函數展開法，隨後將單一頻率之渦電流問題擴展至時域，並對訊號加以處理以消除吉布斯效應的影響，本節後續將敘述正向模型及設計最佳化之原理和方法。

2.2.1 涡電流物理模型

空間中的電磁場通常由磁場強度 \mathbf{H} 、電場強度 \mathbf{E} 、磁通量密度 \mathbf{B} 所描述，根據高斯磁定律 (Gauss's law for magnetism)，磁場是無源螺旋向量場，因此在空間中任意位置其散度均為零，而法拉第電磁感應定律 (Faraday's law of induction) 描述磁場隨時間變化時，會在空間中產生環形電場，馬克士威-安培定律 (Maxwell-Ampère's Circuital Law) 則描述電流在時空中建立的磁場，其中 μ_0 為真空導磁率， ϵ_0 為介電常數， \mathbf{J} 為電流密度：

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.3)$$

又根據亥姆霍茲分解 (Helmholtz decomposition) 與庫倫規範 (Coulomb gauge)，必存在磁向量勢 \mathbf{A} 滿足：

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.5)$$

在小於 10 MHz 的中低頻範圍內，由於位移電流項之數量級遠小於導電電流項，且本研究均基於低頻時域響應，因此位移電流可以被忽略：

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.6)$$

由二次微分向量恆等式可以推導出正弦穩態下的電流密度 \mathbf{J} ，得到磁向量勢的微分方程及可解析的卜瓦松方程，說明當電流源存在時，磁場被電流密度所驅動，並在空間中產生相應的磁場分佈， \mathbf{I} 為電流， ω 為角頻率， σ 為導電率：

$$\mathbf{J} = \frac{\mathbf{M}}{(r_2 - r_1)(z_2 - z_1)} \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.9)$$

$$\partial / \partial t = j\omega \quad (2.10)$$

$$\mathbf{J} = -j\omega \sigma \mathbf{A} \quad (2.11)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - j\omega \mu_0 \sigma \mathbf{A} = 0 \quad (2.12)$$

由於簡化此電磁場問題使其具有圓柱對稱性，磁場僅有徑向和軸向分量，且假設只有 ϕ 方向的磁向量勢分量存在，令電流源為位於 (r_0, z_0) 的單匝線圈，以狄拉克 δ 函數 (Dirac delta function) 表示其分佈，由(2.12)解出磁向量勢的二階偏微分方程：

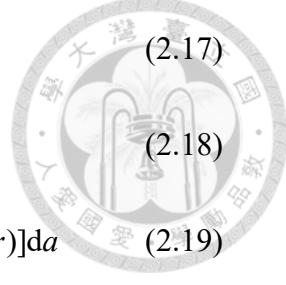
$$\mathbf{A} = A_\phi(r, z) \mathbf{e}_\phi \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial r} - \frac{A_\phi}{r^2} + \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} - j\omega \mu_0 \sigma A_\phi = -\mu_0 I_0 \delta(r - r_0) \delta(z - z_0) \quad (2.14)$$

接著引入 Dodd and Deeds[11]基於分離變數法分別得到徑向與軸向的微分方程，對於軸向分量 $Z(z)$ ，其解為兩個指數函數的線性組合，反映隨著軸向的指數增長或衰減，徑向分量 $R(r)$ 解為第一類及第二類貝索函數 (Bessel function) $J_l(ar)$ 和 $Y_l(ar)$ 的線性組合：

$$A_\phi(r, z) = R(r)Z(z) \quad (2.15)$$

$$\frac{1}{R} (r^2 R'' + r R' - R) + \frac{r^2}{Z} Z'' - j\omega \mu_0 \sigma r^2 = 0 \quad (2.16)$$



$$\frac{d^2Z}{dz^2} - (a^2 + j\omega\mu_0\sigma)Z = 0, \quad r^2 \frac{d^2R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + (a^2r^2 - 1)R = 0 \quad (2.17)$$

$$Z(z) = C_1 e^{+\alpha z} + C_2 e^{-\alpha z}, \quad R(r) = D_1 J_1(ar) + D_2 Y_1(ar) \quad (2.18)$$

$$A_\phi(r, z) = \int_0^\infty [C^+(a)e^{+\alpha z} + C^-(a)e^{-\alpha z}] [D_1(a)J_1(ar) + D_2(a)Y_1(ar)] da \quad (2.19)$$

其中 r 為邊界長度，並定義複根 α 為：

$$\alpha = \sqrt{a^2 + j\omega\mu\sigma} \quad (2.20)$$

由於第二類貝索函數 Y_1 會在無窮遠邊界處發散，為了避免不穩定解存在，僅保留滿足邊界條件的基本解 J_1 ，且根據貝索函數正交性，(2.19)經由截斷區域本徵函數展開 (Truncated Region Eigenfunction Expansion, TREE)[13]可表示為：

$$\int_0^\infty J_1(a_n r) J_1(a_m r) r dr = 0 \quad \forall n \neq m \quad (2.21)$$

$$C(a)e^{-\alpha z} \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\alpha_n z} J_1(a_n r) \quad (2.22)$$

$$A_\phi(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n e^{-\alpha_n z} + B_n e^{+\alpha_n z}] J_1(a_n r) \quad (2.23)$$

$$\alpha_n = \sqrt{a_n^2 + j\omega\mu\sigma} \quad (2.24)$$

在分層平板導體中，空間中任意點座標的磁場大小滿足疊加特性，沿 z 方向的磁通量密度由自由空間響應與導體響應所組成，(2.23)經由 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ 可得：

$$B_z(r, z) = (\nabla \times \mathbf{A})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r A_\phi(r, z)] \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r J_1(ar)] = a J_0(ar) \quad (2.26)$$

$$B_{z,total}(r, z) = B_{z,coil}(r, z) + B_{z,ec}(r, z) \quad (2.27)$$

在頻域角頻率 ω (對應頻率 $f=\omega/2\pi$) 激勵下，線圈產生的磁通量密度 $B_{z,coil}(r, z)$ 及 L 層金屬板所產生渦電流的響應 $B_{z,ec}(r, z)$ 可表示為：

$$B_{z,coil}(r, z) = \mu_0 J(\omega) \sum_{i=1}^{\infty} J_0(a_i r) \frac{\xi(a_i r_1, a_i r_2)}{a_i^3} \zeta(z, z_1, z_2) \frac{1}{[h J_0(a_i h)]^2} \quad (2.28)$$

$$B_{z,ec}(r, z) = \mu_0 J(\omega) \sum_{i=1}^{\infty} J_0(a_i r) e^{-a_i z} \frac{\xi(a_i r_1, a_i r_2)}{a_i^3} (e^{-a_i z_1} - e^{-a_i z_2}) \frac{Q(a)}{[h J_0(a_i h)]^2} \quad (2.29)$$



$$\xi(a_i r_1, a_i r_2) = \int_{a_i r_1}^{a_i r_2} x J_1(x) dx \quad (2.30)$$

$$\zeta(z, z_1, z_2) = \begin{cases} e^{a_i(z_2-z)} - e^{a_i(z_1-z)} & z \geq z_2 \\ 2 - e^{a_i(z_2-z)} - e^{a_i(z_1-z)} & z \leq z_2, z \geq z_1 \\ e^{a_i(z-z_1)} - e^{a_i(z-z_2)} & z \leq z_1 \end{cases} \quad (2.31)$$

其中 J_0 和 J_1 分別為第 0 階與第 1 階之第一類貝索函數，特徵值 a_i 則為

$J_l(a_i h)=0$ 的正根， h 為邊界長度， $Q(a)=V_j/U_j$ 為金屬導體的反射係數，如圖 2.2 所示， U_j, V_j 分別為在共 L 層金屬結構的第 j 層中，沿 z 軸正向入射波和負方向反射波傳遞的振幅分量：

$$U_j = \left(\frac{\alpha_{j-1}}{\mu_{j-1}} - \frac{\alpha_j}{\mu_j} \right) e^{-2\alpha_j(d_j-d_{j-1})} V_{j+1} + \left(\frac{\alpha_{j-1}}{\mu_{j-1}} + \frac{\alpha_j}{\mu_j} \right) U_{j+1} \quad (2.32)$$

$$V_j = \left(\frac{\alpha_{j-1}}{\mu_{j-1}} + \frac{\alpha_j}{\mu_j} \right) e^{-2\alpha_j(d_j-d_{j-1})} V_{j+1} + \left(\frac{\alpha_{j-1}}{\mu_{j-1}} - \frac{\alpha_j}{\mu_j} \right) U_{j+1} \quad (2.33)$$

(2.32), (2.33) 中， a_j, b_j 與該層金屬板的材料性質有關：

$$\alpha_j = \sqrt{a_i^2 + j\omega\mu_0\mu_j\sigma_j} \quad (2.34)$$

$$b_j = \frac{\alpha_j}{\mu_j} \quad (2.35)$$

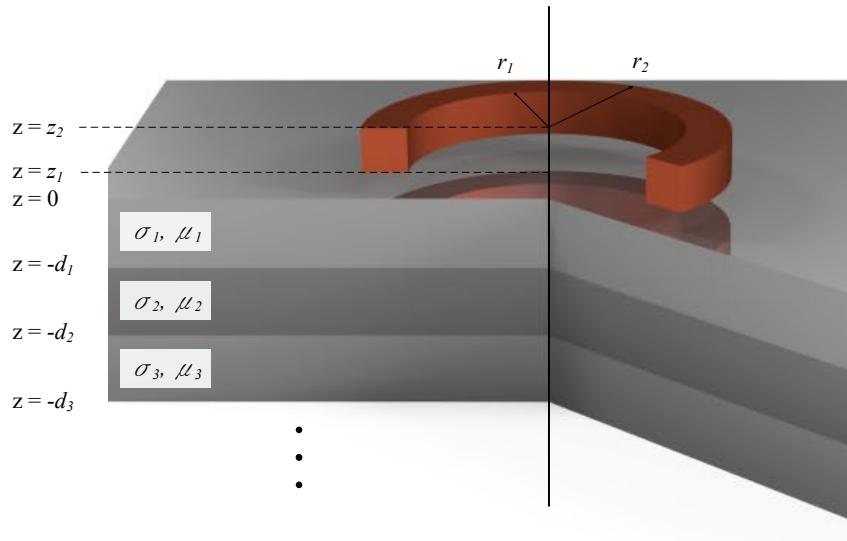


圖 2.2 多層金屬板反射模型

本研究僅考慮單層金屬板模型，因此將厚度為 d 的均質金屬導體以下結構視為半無限空間的非導電、非導磁自由空間，反射係數 $Q(a)$ 可簡化為：

$$Q(a) = \frac{(a_i + b_l)(b_l - a_i)e^{-2\alpha_1 d} + (a_i - b_l)(a_i + b_l)}{(a_i - b_l)(b_l - a_i)e^{-2\alpha_1 d} + (a_i + b_l)(a_i + b_l)} \quad (2.36)$$

$$\alpha_1 = \sqrt{a_i^2 + j\omega\mu_0\mu_1\sigma_1} \quad (2.37)$$

$$b_l = \frac{\alpha_1}{\mu_1} \quad (2.38)$$

2.2.2 時域渦電流模型

在電磁場與渦電流問題的分析中，時域與頻域兩種表述各有其不可取代的優勢，時域分析能直接呈現出實驗可觀察的暫態波型變化，然而從數學的角度而言，時域方程通常以偏微分形式出現，直接求解往往因邊界條件與時變激勵的複雜性而難以獲得封閉型式的解析解。利用傅立葉變換 (Fourier Transform, FT) 得到頻域系統響應函數後，將時間微分運算轉化為複數代數方程運算，令方程組與邊界連續條件得以在每一頻率分量上獨立處理，再以逆傅立葉變換 (Inverse Fourier Transform, IFT) 重構瞬態時域響應，正逆變換分別表示為：

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.39)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.40)$$

由於本研究欲採用方波激勵以滿足即時量測的需求，必須直接量測磁通密度的時域瞬態響應，然而現有時域解析多使用等效電路模型之感應電壓解，尚無使用磁感測器將磁通量密度在平板金屬結構中完整表達的解析公式。本研究先對原始訊號做傅立葉變換得到各諧波頻率分量的電流大小及相位，在頻域利用(2.28)及(2.29) TREE 模型計算得到多層金屬板結構下各頻率分量的頻域響應，再經由逆傅立葉變換得到其時域響應，精確重構為時域磁通密度波形，兼具頻域分析的求解便利性與時域重建的瞬態直觀性，進而實現對金屬板中渦電流磁通的完整時



域模擬與驗證。

根據(2.40), (2.27)在時域中可以表示為：

$$B_z(t) = \left(\frac{1}{\pi}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} (B_z^{(s)}(\omega) + \Delta B_z(\omega)) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.41)$$

由於數值模擬無法直接計算連續積分，本研究改以計算其對應的快速傅立葉變換形式，在 MATLAB 中輸入頻率向量 $\{F[k]\}$ 至 IFFT 函數執行蝶形運算 (Butterfly Diagram)，運算複雜度從 $O(N^2)$ 下降至 $O(N \log N)$ ，即在一段有限頻寬 $[-\Omega_{max}, +\Omega_{max}]$ 內等間距取樣 N 點 $\{\omega_k\}$ 將積分近似為求和：

$$B_z[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [B_z^{(s)}(\omega) + \Delta B_z(\omega)] e^{i2\pi \frac{kn}{N}} \quad (2.42)$$

理想方波在時域應有無限多次諧波才能完美達到階躍，然而，電腦及各種計算機只能處理不連續的離散數值資料，在頻域必須截取有限頻寬，直接以 IFFT 重構時域波形會在諧波截斷處形成高頻振盪，且組成諧波越多，此振盪發生位置愈靠近方波邊緣，此一現象如圖 2.3 所示稱為吉布斯現象。

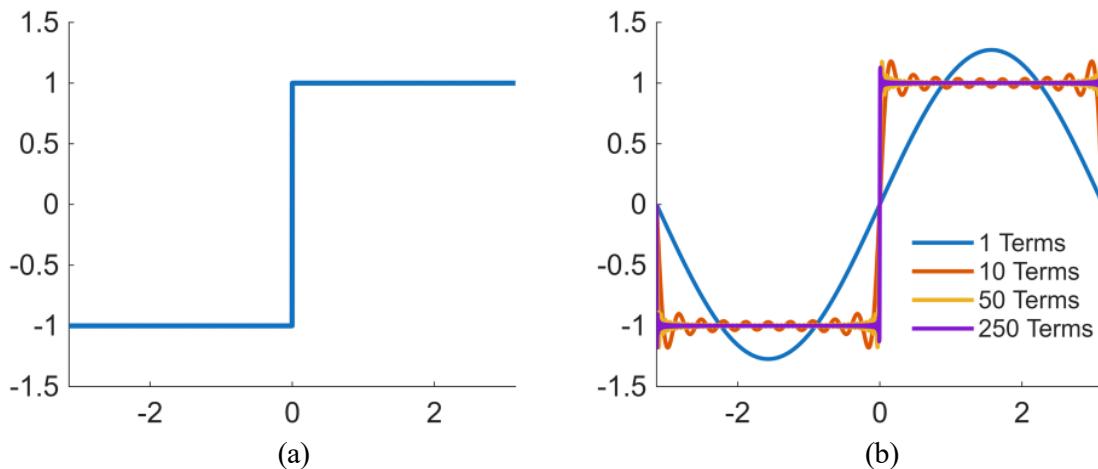


圖 2.3 方波逆傅立葉變換示意圖 (a)理想方波 (b)不同諧波數量重構之方波

若將一個基頻 $f_0 = 1/T_0$ 的方波表示為有限 n 個弦波的部分和：

$$S_N(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ odd}}}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(2\pi n f_0 t) \quad (2.43)$$

在做有限 n 逆傅立葉變換時，可以表示為原始函數與 Dirichlet Kernel $D_N(\tau)$ 卷積而得：

$$S_N(t) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(\tau) D_N(t-\tau) d\tau$$

(2.44)

$$D_N(\theta) = \sum_{n=-N}^N e^{i2\pi n f_0 \theta} = \frac{\sin((2\pi+1)\pi f_0 \theta)}{\sin(\pi n f_0 \theta)}$$

(2.45)

在 $\theta=0$ 附近時除了有高振幅主瓣，還帶有多個振盪副瓣，將原始訊號與狄拉克函數相乘並積分，無可避免會在不連續點附近留下振盪痕跡，這段振盪幅度對於方波而言則在接近階躍位置 $t = T_0/2$ 或其他任意不連續點 $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$ ，雖然部分和 $S_N(t)$ 會隨 $N \rightarrow \infty$ 還原成接近 ± 1 的值，但在有限 N 下卻始終會產生一個約為階躍高度 $\Delta f = 2$ (從 -1 跳到 $+1$) 的 9% 左右的過衝與振盪，當 N 增大，振盪的頻率會升高、波峰會更靠近階躍點，但其最大過衝幅度卻不會消失，而是趨近於常數：

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\sup_{t \in (x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)} |S_N(t) - f(x_0^-)| \right] = 0.08949 \Delta f$$

在實務計算中，可以透過窗函數 (window function) 如 Hann Window、Hamming Window、Blackman Window 等方式，減少高頻振盪幅度，對有限長度的傅立葉係數 c_n 乘上各自窗權重 w_n ，其頻率響應如圖 2.4 所示，三個窗函數的第一側瓣約衰減至 -31 dB、 -41 dB 及 -74 dB，不同窗函數在側瓣抑制與主瓣寬度間的權衡效果，Hann 與 Hamming Window 在保留較窄主瓣寬度的同時，能適度抑制側瓣振幅，適合需要兼顧頻率解析度與雜訊抑制的應用，而 Blackman Window 雖能顯著壓低側瓣能量，但主瓣寬度相對增加，導致轉換回時域後解析度下降：

$$c_n' = w_n c_n, \quad n = 0, 1, \dots, N,$$

$$w_{n,\text{Hanning}} = 0.5 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \right)$$

$$w_{n,\text{Hamming}} = 0.53836 - 0.46164 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$$

$$w_{n,\text{Blackmann}} = 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$$

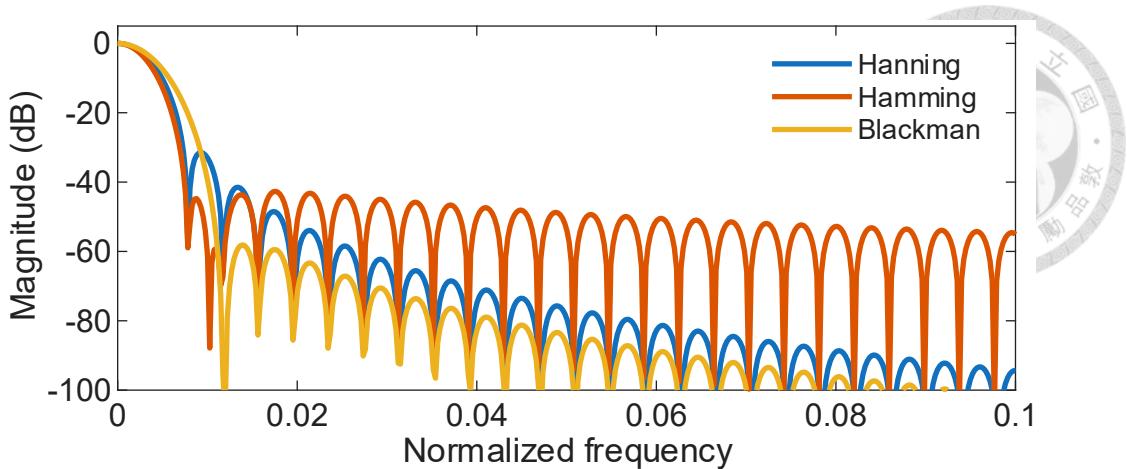


圖 2.4 窗函數之頻率響應

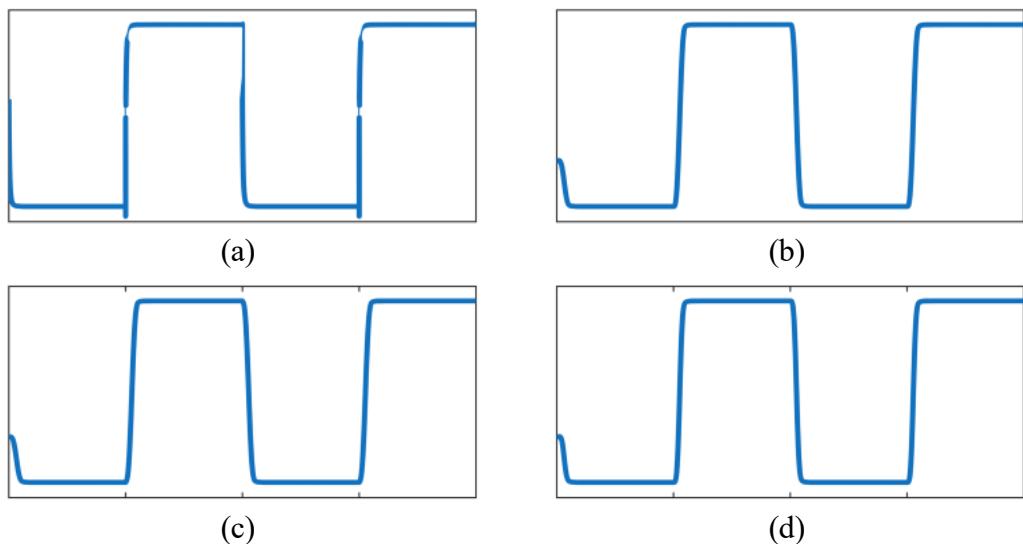


圖 2.5 套用窗函數之時域響應 (a)原始訊號 (b)Hann Window (c)Hamming Window (d)Blackmann Window

這些窗函數的加權會衰減最接近 Ω_{\max} 處的高頻分量，使階躍邊緣被鈍化，原訊號在時域的階躍邊緣變得圓滑，斜率與真實值都產生偏離，導致階躍不再垂直如圖 2.5 所示，對渦電流磁通密度 $B_z(t)$ 的模擬將會失真，因此本研究提出局部化的方法，只對每個半週期最後會產生振鈴的樣本，採用因果移動平均濾波 (Causal Moving Average Filter)，並在濾波長度上動態調整，以兼顧去振鈴與保留階躍銳利的需求。

之所以採用動態調整濾波點數，有鑑於金屬板表面磁通密度時域響應的特性，

於階躍接近後期，響應逐漸進入相對平穩的狀態，因此無須於整個半週期內採用相同平滑強度，無須自始即將移動平均窗口設定為極大值以避免上升階段曲線失真，僅保留最少量之取樣點進行微幅平滑，以消弭殘存細微不連續點，而進入穩定平台期後，為最大限度抑制高頻震盪，逐步增加平均的樣本數，且不引用任何階躍後的未來樣本，以保證階躍處的最高斜率。首先，確定半週期內的濾波範圍， Δt 為預先選定的濾波區域：

$$\text{mask} = \left\{ t \bmod T_0 \in \left[\left(T_0 / 2 - \Delta t \right), T_0 / 2 \right] \right\} \quad (2.51)$$

對每一個符合 mask 條件的取樣點 n ，計算其距離階躍結尾的時間差 d_n ，此
差值隨著取樣點越靠近階躍邊緣而減小，將該時間差 d_n 乘上取樣率 f_s ，得到距離
邊緣的代表樣本數，即目標窗口長度 W_n ，則對此動態窗口做移動平均：

$$B_{z,\text{filtered}}[n] = \frac{1}{W_n} \sum_{k=n-W_n+1}^n B_z[k] \quad (2.52)$$

經過上述改良後的時域重構結果如圖 2.6 所示，既可避免逆傅立葉變換在階躍點前後出現顯著振盪，也可以在階躍瞬間保持高度銳利，提升整體模擬的平滑度，從而提高後續參數擬合與物理分析的實用性。

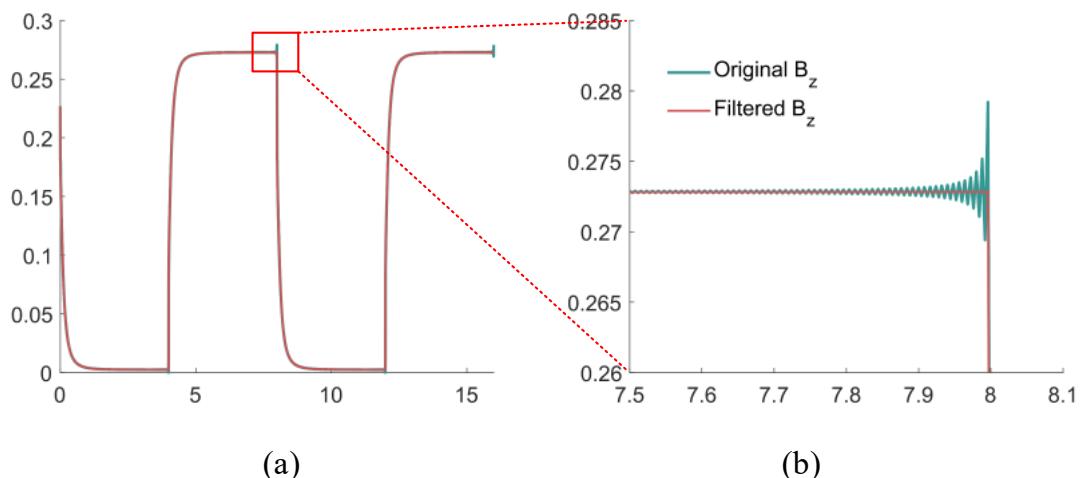


圖 2.6 動態移動平均濾波示意圖 (a)濾波前後響應圖 (b)階躍邊緣局部放大

算法總結如 Algorithm 1 :

Algorithm 1 Time-Domain Eddy Current Response and Causal Filtering

Input:

$B_z^{(s)}$, dB_z , f_0

Output:

t_vec , Bz_time , $Bz_filtered$



```
1: Perform IFFT to reconstruct time domain:  
2:  $B_{pos} \leftarrow Bzs + dBz$   
3:  $B_{neg} \leftarrow \text{conj}(B_{pos}[N_f - 1 : -1 : 2])$   
4:  $B_{full} \leftarrow [B_{pos}, B_{neg}]$   
5:  $\Delta f \leftarrow \text{freq\_vec}[2] - \text{freq\_vec}[1]$   
6:  $Bz\_time \leftarrow \text{real}(\text{ifft}(B_{full}, \text{'symmetric'})) \times N_{full} \times \Delta f / \pi$   
7: Define base period and half-period:  
8:  $T_0 \leftarrow 1/f_0$     $T_{half} \leftarrow T_0/2$   
9: Identify segments for causal averaging:  
10:  $\text{mask} \leftarrow (t \geq T_{half} - \Delta_{half}) \& (t < T_{half})$   
11: Apply causal averaging on mask interval:  
12: for each index  $n$  in indices(mask) do  
13:    $\text{dist\_sec} \leftarrow t[n] - (T_{half} - \Delta_{half})$   
14:    $Wn \leftarrow \text{round}(\text{dist\_sec} \times f_s)$   
15:    $Wn \leftarrow \min(\max(Wn, W_{\min}), W_{\max})$   
16:   if  $n - (Wn - 1) < 1$  then  
17:      $Bz\_filtered[n] \leftarrow \text{mean}(Bz\_time[1 : n])$   
18:   else  
19:      $Bz\_filtered[n] \leftarrow \text{mean}(Bz\_time[n - (Wn - 1) : n])$   
20:   end if  
21: end for  
22: Return  $t\_vec$ ,  $Bz\_time$ ,  $Bz\_filtered$ 
```



2.2.3 集膚效應

集膚深度，又稱穿透深度，是電磁波在導體材料中傳播時，其電場強度或電流密度衰減至表面值的 $1/e$ (約 0.368) 時的深度，它是描述電磁波在導體內衰減特性的重要參數，與材料的導電率、導磁率以及電磁波的頻率密切相關，該深度表示為：

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \quad (2.53)$$

其中 δ 表示集膚深度， ω 為電磁波的角頻率， μ 為材料的導磁率， σ 為材料的導電率。頻率越高或材料的導電率、導磁率越大，集膚深度越小，代表電磁波的傳遞主要集中在導體表面，這一現象被稱為集膚效應。

當方波渦電流輸入至導電與導磁材料時，其每一次階躍邊緣同時包含無限多個奇次正弦波激發，圖 2.7(a)為方波的時域波形，圖 2.7(b)則為該方波的離散諧波頻譜，清晰標出基頻及後續各奇次諧波在頻域中的分佈，並可由傅立葉展開表示為：

$$I(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4I_0}{n\pi} \sin(n\omega_0 t) \quad (2.54)$$

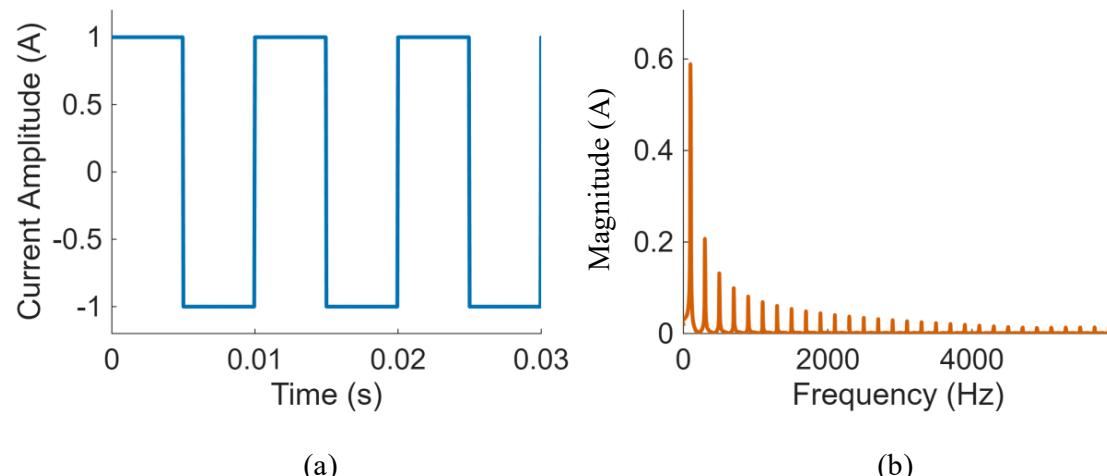


圖 2.7 激勵脈衝方波示意圖 (a) 100 Hz 方波時域波形 (b) 對應之離散諧波頻譜

這種特性使方波激勵在渦電流檢測中具有顯著優勢：傳統多頻渦電流檢測

需逐一改變激勵頻率以獲得不同深度的材料回應，過程耗時且需要額外的頻率切換控制，而方波因其天然的寬頻頻譜，在單次激勵內即可同時包含多種頻率成分，於一個波形中同時取得淺層與深層的檢測訊號，從而有效縮短量測時間並提升檢測效率，為快速且高靈敏度的渦電流檢測提供了一種可行且高效的技術途徑。

2.2.4 線圈最佳化

為了讓整體探頭體積最小化，內徑設定為最小能放入 TMR 感測器的尺寸，外徑設定為能讓渦電流完全覆蓋待測物的最大長度[70]，為了得到給定內徑及外徑條件下能最大化磁場的線圈幾何，使用蒙地卡羅抽樣與樣本平均近似方法，以隨機採樣為基礎進行數值估計與全域最佳化。

本研究將線圈設計變數向量定義為 $\boldsymbol{\theta} = [r_1, r_2, z_1, z_2, N]^T$ ，分別代表線圈的內徑、外徑、下緣高度、上緣高度與總匝數，設計目標函數 $g(\boldsymbol{\theta}, \xi)$ 則同時包含製造公差、材料導電率與環境變異 ξ (random perturbations) 的影響，其期望效能定義為：

$$f(\boldsymbol{\theta}) = E_{\xi} [g(\boldsymbol{\theta}, \xi)] \quad (2.55)$$

要對 $f(\boldsymbol{\theta})$ 進行估計，首先以 N 組獨立隨機樣本 $\{\xi_i\}_{i=1}^N$ 來近似其期望：

$$\hat{f}_N(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\boldsymbol{\theta}, \xi_i) \quad (2.56)$$

在整個設計空間 $\boldsymbol{\theta}$ 內，首先利用均勻取樣 (Uniform Sampling) 或拉丁超立方取樣 (Latin Hypercube Sampling) 產生 K 組候選 $\{\boldsymbol{\theta}^{(k)}\}_{k=1}^K$ ，逐一計算 \hat{f}_N ，並保留前 5–10% 表現最好的組合以縮小搜尋範圍。接著，為了提升收斂速度與解的精度，採用樣本平均近似 (Sample-Average Approximation) 方法，將上述估計結果視為一個確定性目標，並結合擬牛頓法 (Quasi-Newton) 或隨機梯度法 (Stochastic Gradient Descent) 進行迭代優化，其中步長序列 $\{\alpha_t\}$ 隨迭代次數遞減，以確保最終收斂：



$$\boldsymbol{\theta}_{t+1} = \boldsymbol{\theta}_t + \alpha_t \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \hat{f}_N(\boldsymbol{\theta}_t), \quad \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \hat{f}_N(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nabla_{\boldsymbol{\theta}} g(\boldsymbol{\theta}, \xi_i) \quad (2.57)$$

由於蒙地卡羅估計本身具有 $O(N^{-1/2})$ 的收斂速率，為了在有限運算資源下獲得較小的估計方差，本研究同時引入了多種變異數降低 (Variance Reduction) 技術：重要性抽樣 (Importance Sampling)，藉由改變樣本分布並加權修正、控制變量法 (Control Variates)，利用已知期望的輔助函數來減少波動以及分層抽樣 (Stratified Sampling)，將隨機空間劃分多個子區域各自採樣並加權合併，這些技術可以大幅降低對樣本數的需求，並提高全域與局部搜尋效率。

然而，考慮蒙地卡羅抽樣與樣本平均近似方法在高維設計空間中，若要減少一半的誤差，必須增加平方倍的樣本數 N ，使整體最佳化過程極度耗時，因此使用粒子群最佳化 (Particle Swarm Optimization, PSO)，並與前述方法進行最佳化結果與計算時間的比較。

粒子群最佳化為一種靈感來源於鳥群同步飛行、魚群協調游動，快速且有效地尋找食物或躲避天敵，形成複雜的隊形以躲避捕食者或尋找更佳的覓食地點等自然界對資源共享的社會行為。各單位在空間中視為無重量的粒子，每個粒子都有自己的位置和速度，展現自主性、社會性與記憶性，群體中的每個個體都根據自身的經驗和當前的環境進行決策和移動，也會受到其鄰居的影響，特別是表現突出的個體，此外個體會記住自己曾經達到的最佳位置，並受到群體曾到達的最佳位置所影響。對於線圈設計問題，設計變量定義為 $\boldsymbol{\theta} = [r_1, r_2, z_1, z_2, N]^T$ ，首先，假設種群大小為 M 個粒子，第 i 顆粒子在第 t 次迭代時的位置 \mathbf{x}_i 與速度 \mathbf{v}_i 分別以向量表示：

$$\mathbf{x}_i^{(t)} = [r_{1,i}^{(t)}, r_{2,i}^{(t)}, z_{1,i}^{(t)}, z_{2,i}^{(t)}, N_i^{(t)}]^T \quad (2.58)$$

$$\mathbf{v}_i^{(t)} = [v_{r_1,i}^{(t)}, v_{r_2,i}^{(t)}, v_{z_1,i}^{(t)}, v_{z_2,i}^{(t)}, v_{N,i}^{(t)}]^T \quad (2.59)$$

每顆粒子會記錄兩個關鍵向量，個體最佳位置 \mathbf{p}_i 代表過去自己曾發現的最佳解，全域最佳位置 \mathbf{g} 代表所有粒子到目前為止找到的最優結果：



$$\mathbf{p}_i = \arg \min_{\tau < t} f(\mathbf{x}_i^{(\tau)}) \quad (2.60)$$

$$\mathbf{g} = \arg \min_{i=1,\dots,M} f(\mathbf{p}_i) \quad (2.61)$$

在每一次迭代中，速度採用慣性項、個體認知項與社會項的線性組合更新：

$$\mathbf{v}_i^{(t+1)} = w\mathbf{v}_i^{(t)} + c_1 k_1 (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i^{(t)}) + c_2 k_2 (\mathbf{g} - \mathbf{x}_i^{(t)}) \quad (2.62)$$

其中慣性權重 w 用來控制粒子保留上一代速度的能力，通常分為固定權重、衰減權重、隨機分配及自適應權重四種方法，認知因子 (Cognition factor) c_1, c_2 分別決定個體向自己最佳與群體最佳的靠攏速度，並乘以均勻分布隨機數 k_1, k_2 以增加搜尋多樣性。

由於設計變數 r_1, r_2, z_1, z_2 有上下界限制，且 N 必須為正整數，因此每次迭代完成後計算所有粒子的目標函數值 $f(x_i^{(t)})$ ，若超出上下界，就設為最接近的邊界值，接著對 N 做四捨五入以符合物理可製造性，並更新各自的 \mathbf{p}_i 與全域最佳 \mathbf{g} ，當連續多次迭代後目標函數低於誤差 ε ，或迭代次數達到上限時，表示搜尋已趨於穩定，停止演算法並輸出最佳參數 $\mathbf{\Theta}^*=\mathbf{g}$ 。



2.3 逆向模型

利用脈衝渦電流磁感測系統量測之磁場訊號可以用於估測待測金屬電磁與幾何參數，本論文由物理解釋方波訊號，並分別提出基於物理場特徵訓練，可同時估測導電率、導磁率及厚度的神經網路，該方法的核心在於利用神經網路的非線性解耦能力，有效克服參數之間的相互依賴性。及第二種基於數學推導的方法，在已知厚度情況下同時估測導電率與導磁率的網格方法。

2.3.1 反射係數的展開與多重反射邊界條件

對(2.36)展開後經由因式分解與平方差公式可以整理為：

$$Q(a) = \frac{-(a_i + b_l)(a_i - b_l)e^{-2a_id} + (a_i + b_l)(a_i - b_l)}{-(a_i - b_l)(a_i - b_l)e^{-2a_id} + (a_i + b_l)(a_i + b_l)} \quad (2.63)$$

$$Q(a) = \frac{(a_i^2 - b_l^2)(1 - e^{-2a_id})}{-(a_i - b_l)^2 e^{-2a_id} + (a_i + b_l)^2} \quad (2.64)$$

定義係數 k 後可化簡為：

$$Q(a) = \frac{k(1 - e^{-2a_id})}{1 - k^2 e^{-2a_id}} \quad (2.65)$$

$$k = \frac{a_i - b_l}{a_i + b_l} \quad (2.66)$$

當金屬板厚度 d 無限大時，與假設單層金屬板的反射率一致[13]，而當導體等效消失時，反射率為 0，也吻合實際世界沒有不連續介質而無反射，可以進一步驗證多重反射機制：

$$\lim_{d \rightarrow \infty} Q(a) = \frac{k(1 - 0)}{1 - k^2 \cdot 0} = k \quad (2.67)$$

$$\lim_{d \rightarrow 0} Q(a) = \frac{k(1 - 1)}{1 - k^2 \cdot 1} = 0 \quad (2.68)$$

反射係數分子 $k(1 - e^{-2a_id})$ 相當於半反射空間，電磁波穿透金屬板厚度後從下



表面洩漏的部分， e^{-2a_1d} 表示電磁波經歷一次往返板厚內的衰減， $1-e^{-2a_1d}$ 則表示沒有穿透而剩餘在導體內的部分。分母 $1-k^2e^{-2a_1d}$ 可展開為無窮級數的倒數其對應電磁波於導體內多次反射的累積結果[68]：

$$\frac{1}{1+k^2e^{-2a_1d}+\left(k^2e^{-2a_1d}\right)^2+\dots} \quad (2.69)$$

厚度 d 在整個時域解析解中僅出現在反射係數的指數項 e^{-2a_1d} 中，厚度相當於電磁波在導體中的衰減長度，較大的厚度會使其反射而使指數項非常小，較薄的金屬板則使 e^{-2a_1d} 趨近於 1，代表薄板允許更多的電磁波穿透。此外 a_1 項中(2.37)還包含導電率與頻率的影響，若導電率與頻率提高，固定厚度下 e^{-2a_1d} 會隨之減小，反射係數更接近半空間狀態，符合(2.53)集膚效應對於穿透深度的描述。

導磁率 μ_1 的影響同時出現在 k 及 a_1 中，若金屬板材料本身具有磁性如鐵磁性材料（即 $\mu_1 \gg 1$ ），假設存在低導電材料使 $\sigma_1 \approx a_i$ ， $k=(\mu_1-1)/(\mu_1+1)$ ，即使在無渦流的靜態情況，金屬介面也存在由導磁率差異引起的反射，對於 $\mu_1 > \mu_0$ 的金屬， $k > 0$ 表示入射場與反射場向量同向，另外在動態條件下，鐵磁材料的磁化效應會在方波突變瞬間造成磁疇內自旋電子同向排列，產生額外的正向磁通，符合磁性材料對磁力線的吸引作用[69]。

當考慮導電性和頻率時，導磁率 μ_1 在 $a_1 = \sqrt{a_i^2 + j\omega\mu_0\mu_1\sigma_1}$ 中影響 e^{-2a_1d} 的大小：高磁導率會增強導體的感應電流效果，將會使相同厚度下 e^{-2a_1d} 更小、反射更完全，綜合導電與導磁影響的雙重性質：導電性決定了反射的頻率依賴特性和衰減深度，導磁性決定了反射的初始幅度與相位偏移。

2.3.2 暫態響應

對於單線圈方波激勵而言，激勵電流可分解為直流分量和諧波，因此 $B_z(t)$ 隨時間可同時表現出暫態響應和穩態響應的特徵，暫態響應又可分為初始的瞬變階段與中期擾動階段。

在初始瞬變階段時間 t 趨近於 0^+ ，根據傅立葉變換，此時線圈電流突變包含了非常高的頻率成分，在這階段期間磁場開始在導體中建立，根據(2.3)，感應渦電流磁場與線圈磁場相反，時域表現為金屬板強烈抗拒磁場建立，如前述高頻下金屬會出現強烈的集膚效應和近乎完美的鏡面反射特性，兩者幾乎相互抵消於線圈下方空間，使感測器量測得的磁場極少。

隨著時間推移至中期上升階段，系統剩下中低頻的分量在起作用， a_I 與 $Q(a)$ 隨時間降低，因此次級磁場的抵銷作用減弱，總磁通量開始增加，隨著時間增加使集膚深度與金屬板厚度 d 相當時，部分磁通始能穿透金屬板底部並擴散到空氣中，因此厚度的影響主要發生在此階段。若為薄金屬板，電磁波能在短時間內穿透底部，不再有更多反射，若為厚金屬板，電磁波需要更長時間才能擴散至底面，多次反射延長暫態，呈現在 $B_z(t)$ 上為薄板的暫態曲線上升較快，反之則較緩。

在相對長時間穩定後，高頻與中頻的暫態響應已結束，剩下極低頻甚至直流分量主導 $B_z(t)$ ，對應頻率 $f=0$ 的響應，在此理想條件下導體中不再有感應電流，此時 $a_I=a_i$ ，反射係數 $k=(\mu_I-1)/(\mu_I+1)$ ，若為非導磁金屬 $\mu_I=\mu_0$ ，反射係數 $Q(a)=0$ 表示無反射，經過足夠長時間後，線圈所建立的磁通完全穿透金屬板，板內磁場與板外相同，該值幾乎等同於線圈在無金屬存在時所產生的磁感應強度。反之若為導磁金屬 $\mu_I \gg 1$ ，反射係數 $Q(a)=1$ 表示完全反射，因導磁率高導致磁力線更集中於線圈與金屬板之間，因此在穩態非無反射即為全反射，由此可知此階段應由導磁率差異主導。

在一個方波週期的下降沿，又會有類似上升沿的反向暫態發生，其原理相同，都是由頻譜的高低頻成分與導體響應的關係決定時域行為，下降沿相當於將電流從峰值突降至零，導體中已有的磁通開始消失，引發反向電流。由於線圈電流下降時磁場試圖減小，感應渦流會試圖維持原磁通。因此在下降暫態中，可以預期 $Q(a)$ 的作用與上升沿類似，只是感應場方向相反，但幅度和時間特性均遵循相同特性。

上述關係對逆向參數選擇具有重要意義，藉由暫態磁通密度 $B_z(t)$ 響應，本研究從響應曲線的不同部分提取對導電率、導磁率和厚度最敏感的特徵，在瞬態開始的幾個微秒內， $B_z(t)$ 的變化率與導體的導電率和初始渦電流阻尼有關，在曲線趨近平坦時，穩態值偏離自由空間值的比例直接反映導磁率 μ_I ，而整個上升過程的時間長短則與厚度 d 、導磁率 μ_I 及導電率 σ_I 耦合。

2.3.3 基於特徵值與神經網路的電磁與幾何參數估測

根據 2.3.2 分析時域磁通量密度響應曲線中各參數造成的影响，選擇能夠對厚度、導電率與導磁率三個參數產生可觀察、同時具有明確物理意義的四項關鍵特徵，並將它們作為神經網路模型輸入，突破傳統解析反算中因參數耦合造成的非線性問題。這四項特徵如圖 2.8 時域特徵值所示：激勵上升初期的瞬態斜率、從穩態峰值 10%開始到達穩態峰值的 90%所需時間（上升時間）、金屬樣品與自由空間情況下磁通響應曲線的面積差以及在渦電流徹底衰減後的最終穩態磁通量峰值，它們共同組成包含時間區段、頻率尺度、物理機制的特徵空間，為機器學習模型提供了豐富且高維度的輸入資料，將實驗量測到的磁通量密度經由校正後轉換為正向模型計算出的理論值，提取時域響應中的特徵參數作為訓練資料，以機器學習來解決非線性逆向問題。

首先，初始瞬態斜率代表了線圈電流在方波上升沿突變時，金屬板表面渦電流對磁場變化的即時抑制能力。根據 2.3.1 與 2.3.2 描述的物理意義，磁通量的大小與導電率和導磁率產生競合，導電率較高時金屬中感應電流較強，更強的渦電流致使初始 B_z 上升更緩，而較高導磁率的金屬內磁疇重新排列使其磁化，導致 B_z 在初期陡峭上升。

其次，上升時間描述了磁場響應從初始逐漸趨於穩態所需的時間長度。對於厚度有限、導電導磁材料，根據 2.2.3 磁場擴散正比於 $\sigma \mu d$ ，代表隨著 σ, μ, d 增大，擴散過程會顯著拖長， $B_z(t)$ 也就需要更久才能接近穩定值，但也因三個參數

對響應影響方向相同而形成共線性問題，難以僅靠此單一特徵區分各參數的作用。

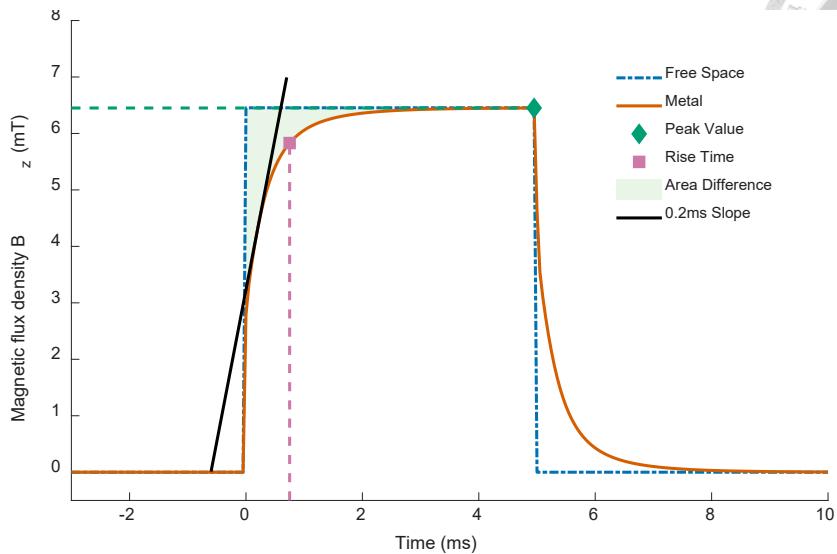


圖 2.8 時域特徵值

再者，響應面積差作為對比特徵，將有待測物時的 $B_{z,\text{metal}}(t)$ 與無待測物時的 $B_{z,\text{free}}(t)$ 曲線在上升時間區間內積分後相減，得到了金屬板對磁通滯留的總和量。就可分離性而言，這項全程統計特徵同時反映了初始渦流阻滯效應與中後期多次反射與耗散過程的綜合結果，能夠平滑局部雜訊並強化材料參數變化帶來的整體差異。在物理意義上，導電率和厚度增加，面積差將隨暫態延長和負值累積而增加，當提高導磁率時，後期對磁場的正向吸引將使面積為正，這種非共線性特徵有助於模型分離部分參數耦合。

最後，在渦電流系統進入穩態時， $B_z(t)$ 幾乎不再受導電率影響，而僅由材料的導磁率決定。對非磁性金屬而言，穩態值與自由空間時大致相同，而對於高磁導材料，穩態值可顯著高於自由空間，並隨厚度的增加趨近於飽和。此特徵在學習上具備高度可分離性，能將材料的磁性效應從渦流動力和幾何效應中獨立出來，為反算模型提供了一個解耦 σ, μ 與 d 影響的直覺量化指標。

2.3.4 基於階躍響應的導電與導磁估測

由(2.36)和 2.3.1 的描述，當電流趨近於直流電時，反射係數 $Q(a)$ 可化簡為：



$$Q(a) = \frac{(a_i + b_1)(b_1 - a_i)e^{-2a_1 d} + (a_i - b_1)(a_i + b_1)}{(a_i - b_1)(b_1 - a_i)e^{-2a_1 d} + (a_i + b_1)(a_i + b_1)}$$

$$a_1(\omega) = \sqrt{a_i^2 + j\omega\mu_0\mu_1\sigma_1}, \quad b_1(\omega) = \frac{a_1(\omega)}{\mu_1}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} a_1(\omega) = a_i, \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} b_1(\omega) = \frac{a_i}{\mu_1} \quad (2.72)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} Q(\omega) = \frac{(\mu_1^2 - 1)(1 - e^{-2a_1 d})}{(\mu_1 + 1)^2 - (\mu_1 - 1)^2 e^{-2a_1 d}} \quad (2.73)$$

此時反射係數僅包含導磁率 μ 與厚度 d 兩項，徹底免疫導電率 σ 的影響，因此能在已知厚度的條件下，通入階躍響應使其同時保有脈衝與直流的特性，藉由渦電流感測系統模擬或是實驗的階躍時域響應構成的二維網格關係如圖 2.9 所示，圖 2.9(a)為已知不同厚度條件下導磁率和峰值的關係，圖 2.9(b)為已知導磁率下，導電率和上升時間的關係。

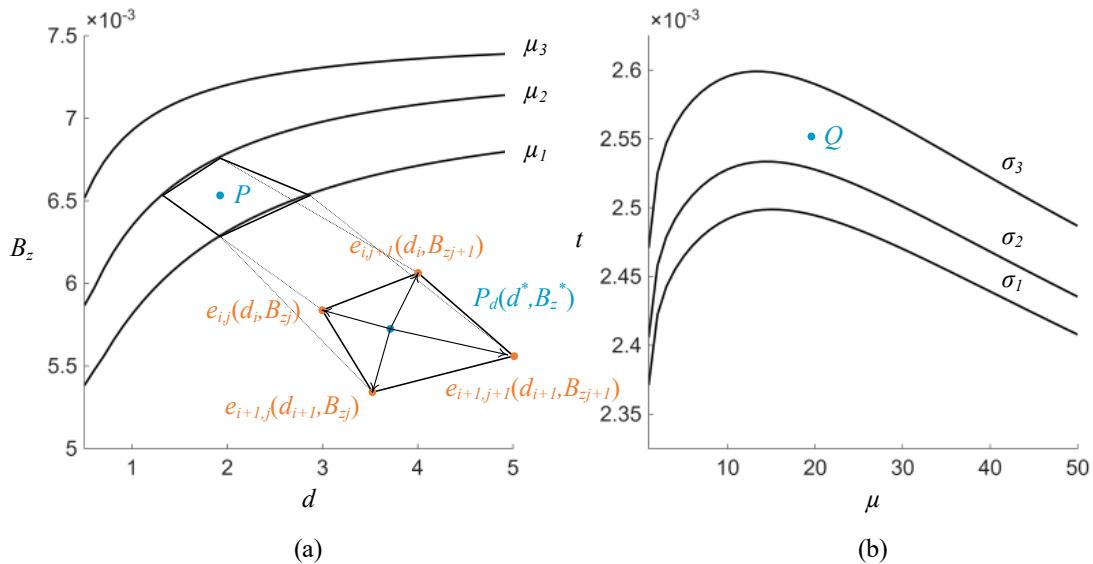


圖 2.9 反算二維網格示意圖 (a)峰值對導磁率關係 (b)上升時間對導電率關係

為了由量測數據反求未知材料參數，採用序列式線性內插法 (Sequential Linear Interpolation) 處理兩組以不同物理參數為條件變數的曲線族，由圖 2.9(a)計算得到 μ^* ，再由圖 2.9(b)計算 σ 。在已知 P 點金屬厚度 d^* 與量測峰值 B_z^* 條件下，首先選擇厚度包夾 P 點的兩條曲線 $\mu_k < \mu^* < \mu_{k+1}$ ，由水平延伸得到水平線與兩



曲線的交點 $e_{i,j}(d_i, B_{zj})$, $e_{i+1,j}(d_{i+1}, B_{zj})$ ，再透過垂直線得到交點 $e_{i,j+1}(d_i, B_{zj+1})$, $e_{i+1,j+1}(d_{i+1}, B_{zj+1})$ ，此四個角點即形成 $[d_i, d_{i+1}] \times [B_{zj}, B_{zj+1}]$ 的矩形局部網格，先沿 d 方向內插到 d^* ：

$$s_d = \frac{d^* - d_j}{d_{j+1} - d_j} \quad (2.74)$$

$$\hat{B}_{z,i}(d^*) = (1 - s_d)B_{z,i,j} + s_d B_{z,i,j+1} \quad (2.75)$$

$$\hat{B}_{z,i+1}(d^*) = (1 - s_d)B_{z,i+1,j} + s_d B_{z,i+1,j+1} \quad (2.76)$$

再沿 μ 方向反內插：

$$s_\mu = \frac{B_z^* - \hat{B}_{z,i}(d^*)}{\hat{B}_{z,i+1}(d^*) - \hat{B}_{z,i}(d^*)} \quad (2.77)$$

$$\mu^* = \mu_i + s_\mu (\mu_{i+1} - \mu_i) \quad (2.78)$$

同理可計算 σ^* ，由於每一步僅在局部網格單元內進行線性插值，計算簡單且易於控制誤差，並可透過加密網格進一步提升精度，因此非常適合應用於不同厚度條件下之導電率及導磁率估測。



2.4 系統架構

脈衝渦電流感測系統架構如圖 2.10 所示，由訊號產生器產生方波電壓 V_{in} ，激勵線圈後在金屬板內部產生感應渦電流，穿隧式磁阻感測器接收到訊號 V_S 後經過儀表放大器放大得到 V_{out} ，最後由資料採集系統接收後進行後續校正及反算。

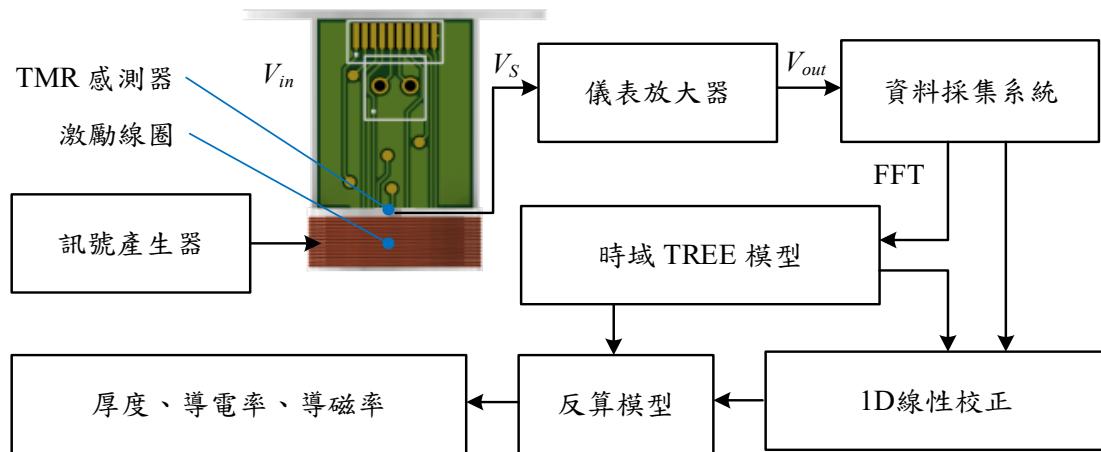


圖 2.10 脈衝渦電流系統流程圖

由於穿隧式磁阻感測器並非直接量測磁通量密度，實際為由磁通量密度線性轉換得到的電壓訊號，其中包含感測器的磁通量密度與輸出電壓的線性關係、差分訊號的倍率關係、放大器電路的放大倍率等影響，為了考量校正的準確度，設計校正模組位於資料擷取與參數反算中的步驟，同時補償這些不確定增益，並濾除量測雜訊，採用一維卷積神經網路 (1D Convolutional Neural Network, CNN) 作為核心架構，相當於在時間序列上局部卷積得到波形中包括暫態上升與穩態平坦的關鍵特徵，神經網路末端的全連接層則學習放大倍率的反向補償及非線性誤差校正，將帶雜訊、放大失真的實驗波形映射回以時域 TREE 計算的響應曲線以進行反算。

第三章 數值模擬驗證



本章節利用商用有限元素模擬軟體 COMSOL Multiphysics，首先對線圈幾何做有限元素模擬與最佳化結果比較，提出感測器的最佳設計，隨後驗證 TREE 模型在時域下的可靠性，接著以此建立模擬數據，探討不同變量對於時域響應的影響，最後評估校正網路及不同反算模型的性能，驗證整個感測系統的可行性與準確度。

3.1 線圈最佳化

線圈最佳化的動機包含感測系統對磁場強度與空間覆蓋範圍的雙重需求，在感測器尺寸受限的前提下，提高線圈中心的磁通量密度，才能提升整體靈敏度與訊號雜訊比 (Signal to Noise Ratio, SNR)，進而滿足高精度量測或成像等應用需求。若線圈體積過大，雖可在短距離內獲得較強磁場，卻將犧牲系統的可攜性，且感測系統整體體積及被量測金屬板至少要為線圈半徑的 3 倍[70]。反之，若僅追求小型化，則可能導致磁場強度不足，使系統在雜訊或干擾環境中缺乏穩定性，因此必須在體積最小化與磁通量密度最大化之間尋求最佳平衡。

為了驗證線圈設計模型的正確性與搜索策略的有效性，本節採用三種方法分別進行最佳化：一為以 COMSOL Multiphysics 執行多物理場全域掃描，其幾何規格與網格分布分別表示於表 3.1 及圖 3.1，二為蒙地卡羅隨機採樣，三為基於粒子群最佳化演算法，各方法所構建的參數空間包括內徑 r_1 、總匝數 N 與每層匝數 N_L ，並以軸向磁場強度 B_z 作為目標函數，同時限制 N 必須為正整數，每層匝數為其所有因數，而其他幾何參數如外徑、線圈高度則可分別由層數及每層參數乘以線徑計算得出。圖 3.2 為三種方法的比較，圖 3.2(a)、圖 3.2(b)分別顯示 COMSOL 參數掃描結果與局部放大，圖 3.2(c)為蒙地卡羅採樣方法所有採樣點，圖 3.2(d)則為 PSO 粒子迭代軌跡，線圈中心所測得 B_z 由藍至黃白漸層表示磁場

強度由弱至強。

表 3.1 有限元素軟體 COMSOL 激勵線圈最佳化設計參數

幾何規格	電流
線圈線徑 $D_w = 0.29 \text{ mm}$	
匝數 $N \in \mathbb{Z}, N < 500$	
每層匝數 $N_L \in \mathbb{Z}^+, N_L N$	$I_0 = \begin{cases} 0\text{A}, & 0 < t < 3 \text{ ms} \\ 1\text{A}, & 3 < t < 8 \text{ ms} \end{cases}$
內徑 $r_I \in \mathbb{R}^+, r_I > 8 \text{ mm}$	
外徑 $r_2 = r_I + D_w \times N / N_L$	
線圈高度 $z_2 - z_1 = D_w \times N_L$	

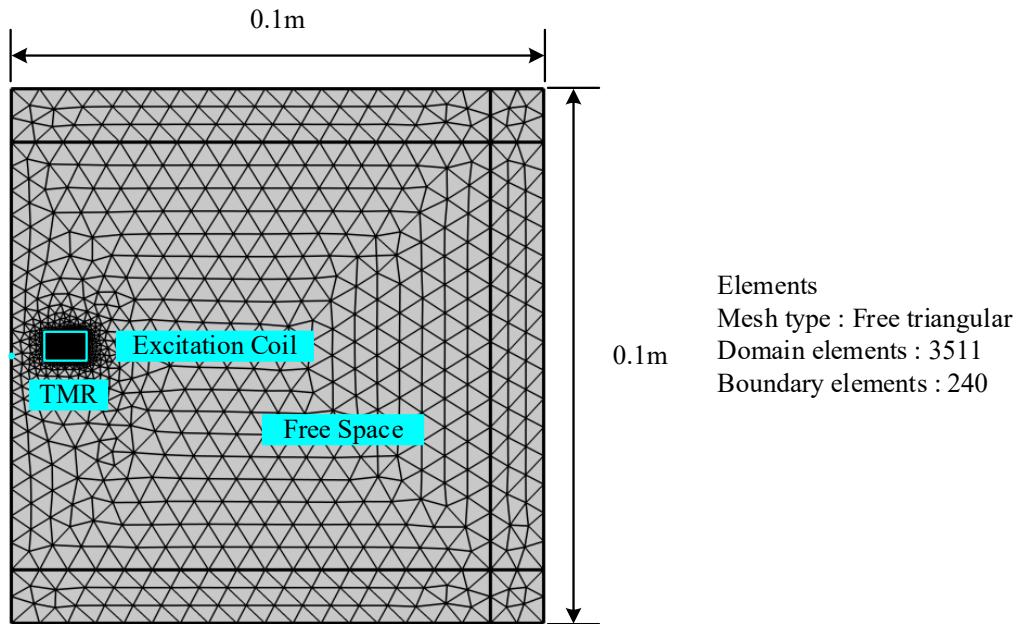


圖 3.1 線圈最佳化有限元素網格配置

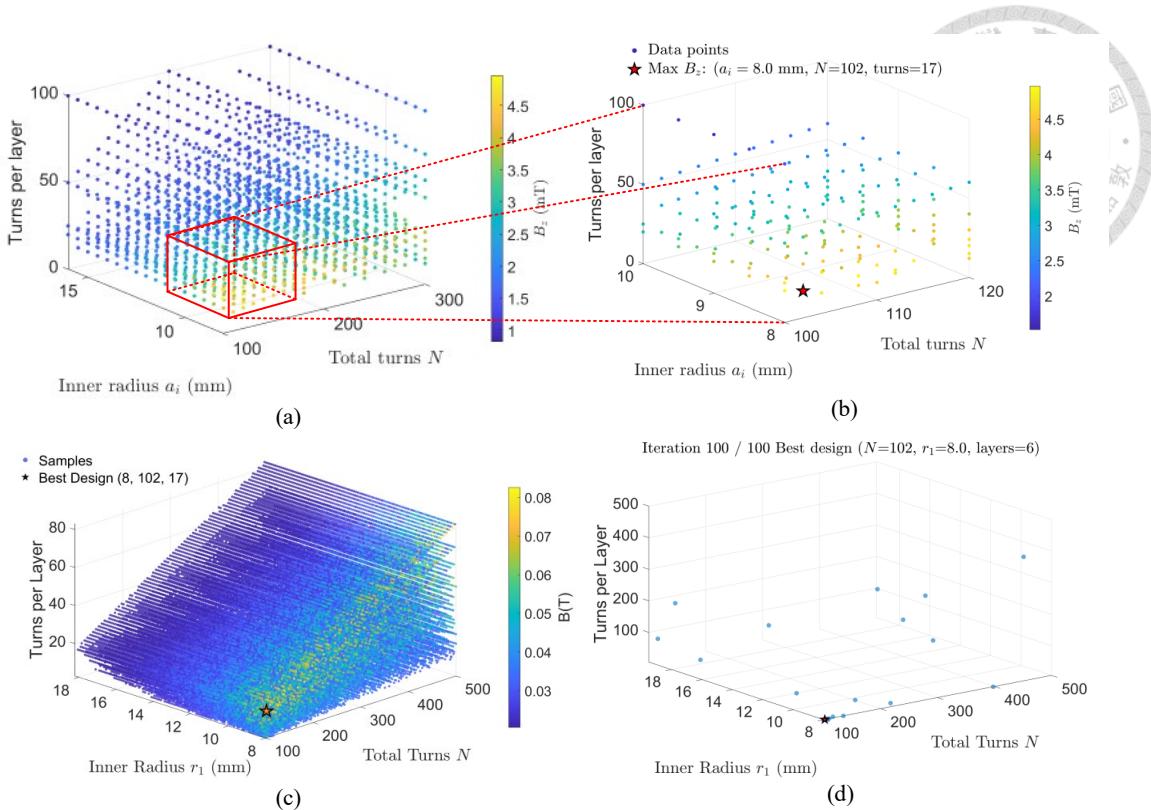


圖 3.2 設計參數最佳解 (a) COMSOL 全域 (b) COMSOL 局部放大 (c) 蒙地卡羅隨機抽樣法 (d) 粒子群演算法

從上方模擬結果得知, COMSOL Multiphysics 執行全域最佳化過程耗時共計 8 小時 41 分 4 秒，在三維參數空間中以格點方式密集掃描各參數組合，並記錄對應的 B_z 值。結果顯示當內徑趨近最小值 8 mm、總匝數約為 100-120 匝、每層匝數介於 10-50 匝的範圍時，中心磁場達到最高，為呈現最優解位置，放大該區域並以紅色星號標示出全域最優組合 $r_I=8.0\text{mm}$ 、 $N=102$ 匝、每層 17 匝，該設計參數組合的磁場強度在所有格點中為最大值。

蒙地卡羅隨機採樣方法相對之下僅耗時約 3.1115 秒即完成對相同參數空間的計算，圖 3.2(c)所示的藍色散點即為十萬組隨機產生的樣本點，各點同樣以顏色刻度顯示 B_z 強度，在有限隨機樣本中，仍可在內徑 8mm 附近發現最黃樣本，並且對應的設計參數與 COMSOL 最優解一致，代表蒙地卡羅方法在粗略搜尋階段有可靠的有效性。

粒子群最佳化演算法於單次執行中僅需約 0.0435 秒即可在 100 次迭代內完

成收斂，各粒子初始於參數空間中隨機分布，隨著迭代次數增加，粒子位置逐漸聚集到最佳磁場所在區域，最終也集中到與前述兩法相同之最優解。

綜合比較三種方法，可見 COMSOL 提供最完整的物理場耦合精度，但運算時間遠超實務需求，蒙地卡羅隨機抽樣方法雖為同樣模型的簡化版本，仍能在秒級時間內捕捉全域最優區域，PSO 則進一步藉由粒子群體同步運算，更能在毫秒階段完成定位，上述結果相互驗證參數空間與模型設定的正確性，因此可以確定線圈最佳設計參數 $\theta = [r_1, r_2, z_1, z_2, N, N_L]^T = [8, 10, 0.5, 6, 102, 17]^T$ 。



3.2 激勵頻率穿透性與暫態磁場響應分析

為確保脈衝渦電流系統中所選擇之激勵頻率能有效穿透不同導電率與導磁率之金屬，本節以有限元素法進行頻率穿透性模擬分析。透過模擬結果可獲得各材料在不同激勵頻率下的磁場分佈與感應電流密度，由此推估對應的集膚深度，並驗證所設定頻率範圍能覆蓋所有受測金屬之有效穿透深度。

由 3.1 最佳化所得之線圈幾何參數作為本節模擬之激勵源，以確保磁場分佈與實際系統設計相符，為便於評估不同材料在低頻端之穿透能力，並兼顧數值穩定性與運算負擔，本研究選擇 100 Hz 代表性激勵頻率進行分析，該頻率對於導電率介於 $10^6\text{-}10^7 \text{ S/m}$ 且相對導磁率 1-200 的金屬而言，能產生可觀察之集膚效應，同時具足夠穿透深度以反映不同材料的導磁與導電特性差異，模擬參數整理如表 3.2。

表 3.2 激勵頻率驗證模擬參數

幾何規格	電流
$D_w = 0.29 \text{ mm}$	$I = \begin{cases} 0\text{A}, & \text{else} \\ 1\text{A}, & 5 < t < 15 \text{ ms} \end{cases}$
$N = 102$	
$r_1 = 8 \text{ mm}$	待測金屬板
$r_2 = 10 \text{ mm}$	$d = 5 \text{ mm}$
$z_1 = 0.5 \text{ mm}$	電磁參數
$z_2 = 6.5 \text{ mm}$	$\sigma_I = 59.6 \text{ MS/m}$
$z_0 = 1.7 \text{ mm}$	$\mu_I = 200$

圖 3.3 顯示在激勵頻率 100 Hz 下，不同材料之磁通密度分佈差異。圖 3.3(a)為高導電率非導磁之銅材，其磁場線集中於線圈下方並平滑進入導體內部，磁通密度隨深度呈指數衰減，但由於相對導磁率接近空氣，磁場在邊界處的折射效應不明顯，因此磁通能較均勻地分佈於導體上方與內部。此現象顯示在低頻條件下，高導電材料雖會產生顯著渦電流，但其磁場仍可穿透數毫米厚度的金屬層。

相較之下，圖 3.3(b)之低碳鋼樣本具有較低導電率極高的相對導磁率，由於其導磁性顯著，磁場線傾向集中於材料表層並沿著表面傳遞，使得磁通密度在導



體內部急速衰減，此高導磁性造成的磁通聚集效應，使磁場侷限於材料表層區域而不易深入內部，雖形成典型的集膚現象，但這兩類金屬的穿透深度皆大於 5 mm，顯示所選頻率能涵蓋本研究金屬樣本之導電率與導磁率變化範圍，驗證該頻率為後續脈衝分析的合理基準。

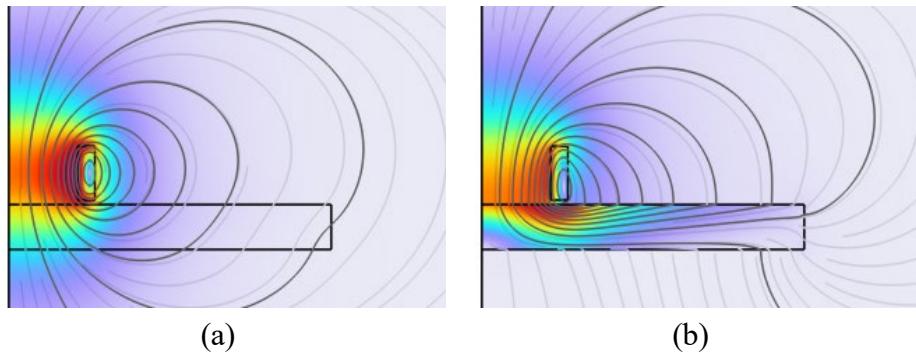


圖 3.3 100 Hz 之磁通密度分佈與集膚深度比較 (a)高導電金屬 (b)高導磁金屬

此外，為進一步探討脈衝激勵初期磁場的動態響應，本節同時模擬激勵瞬間磁通密度隨時間變化之行為，觀察其在導體內部的傳遞與衰減過程。該分析有助於理解脈衝激勵條件下磁場穿透與能量分佈的時間特性，並作為後續實驗量測與特徵提取之數值模擬依據。

圖 3.4 顯示在激勵頻率 100 Hz 下，脈衝電流通電後導體內部磁通密度 $B_z(r,t)$ 每隔 0.001 s 隨時間的演化情形。由圖 3.4(a)至圖 3.4(f)可觀察到，激勵初始瞬間 $t = 0$ s，磁場主要集中於線圈內部與導體表面上方，磁通尚未深入樣本內部。隨時間推進至 $t = 0.001$ s 與 $t = 0.002$ s，磁通開始沿垂直方向進入導體，磁力線在樣本內逐漸擴散，同時伴隨感應渦電流產生之反向磁場效應，使得表面磁通密度略為增強。

當時間進一步到 $t = 0.003$ s 與 $t = 0.004$ s，磁通密度分佈趨於穩定，導體內部磁場強度逐漸減弱並達到準穩態，顯示此時外部激勵與內部反應場達到穩態平衡。最終 $t = 0.005$ s 時，激勵電流關閉，外部磁場迅速消失，導體內部由於存在殘餘感應電流，產生反向磁場以維持磁通連續性，使得磁通密度出現短暫反向變化，此階段可視為磁場能量由導體逐步釋放回空間的過程，磁場邊界逐漸恢復至

初始靜磁狀態。

時域模擬結果成功描述脈衝激勵下磁場在導體內的暫態響應過程。由初始磁通滲入、內部能量平衡至激勵關閉後的反向釋放，均可觀察到典型的磁場擴散特性。此分析驗證了在 100 Hz 代表頻率下，系統所選線圈與激勵條件能有效產生可穿透樣本厚度之磁場分佈，同時顯示瞬態響應與理論預測相符，該模擬結果為後續脈衝渦電流訊號時域分析與特徵參數提取提供物理依據。

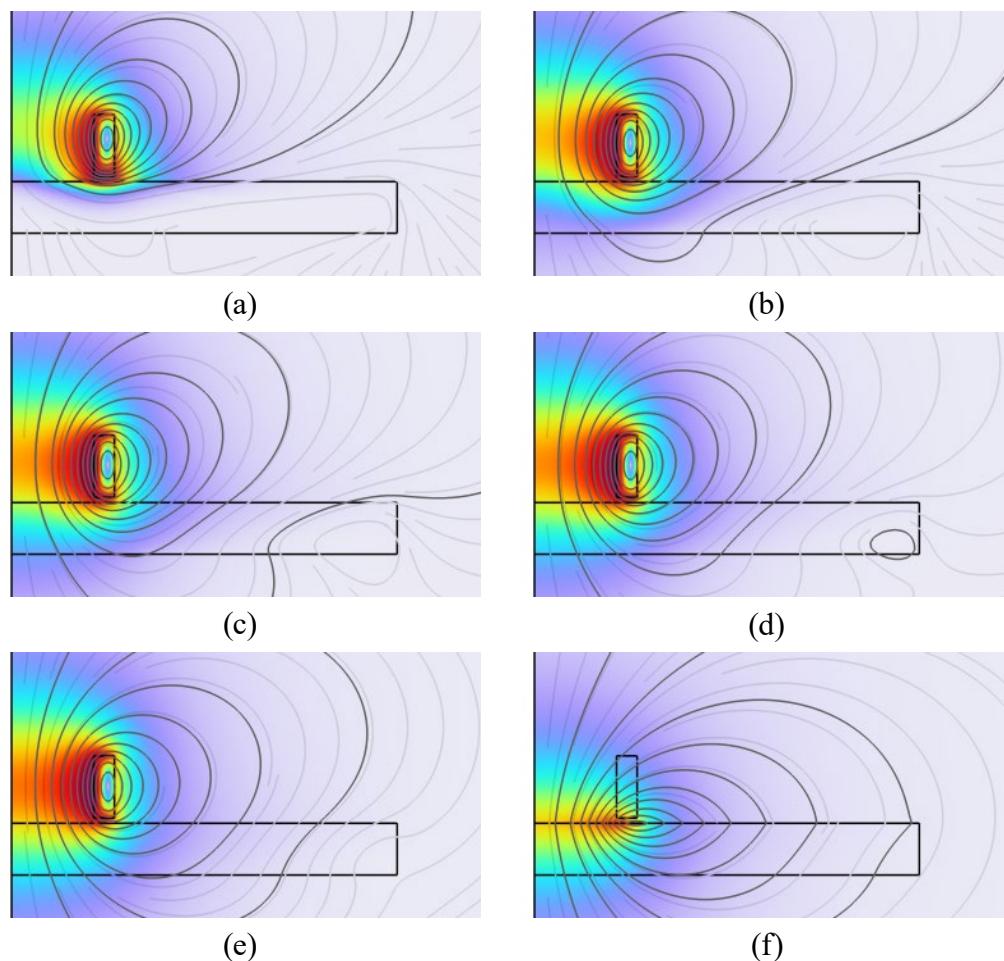


圖 3.4 激勵通電後不同時間下導體內部磁通密度分佈之時域演化 (a)0 s (b)0.001 s (c)0.002 s (d)0.003 s (e) 0.004 s (f)0.005 s



3.3 有限元素模擬與時域 TREE 方法之驗證與比較

本節將驗證時域 TREE 在磁通量響應上預測的可行性和精準度，以便作為後續神經網路訓練資料的來源，參考(2.42)，比較計算的磁通量響應與有限元素法模擬，模擬設定的參數與幾何分別呈現於表 3.3 與圖 3.5；而在 TREE 模型方面，參考表 3.3 的幾何參數，將線圈大小、感測器座標、待測物電磁參數帶入(2.42)中，對比兩者的時域響應如圖 3.6，並進行誤差討論呈現於表 3.4 有限元素模擬與時域 TREE 比較，在 COMSOL 的計算時間為 TREE 的 345 倍，同時 TREE 各項指標誤差均小於 1%。

表 3.3 時域驗證有限元素軟體 COMSOL 模擬參數

幾何規格	電流
$D_w = 0.29 \text{ mm}$	$I = \begin{cases} 0\text{A}, & \text{else} \\ 1\text{A}, & 5 < t < 15 \text{ ms} \end{cases}$
$N = 102$	
$r_1 = 8 \text{ mm}$	待測金屬板
$r_2 = 10 \text{ mm}$	$d = 1 \text{ mm}$
$z_1 = 0.5 \text{ mm}$	電磁參數
$z_2 = 6.5 \text{ mm}$	$\sigma_I = 59.6 \text{ MS/m}$
$z_0 = 1.7 \text{ mm}$	$\mu_I = 1$

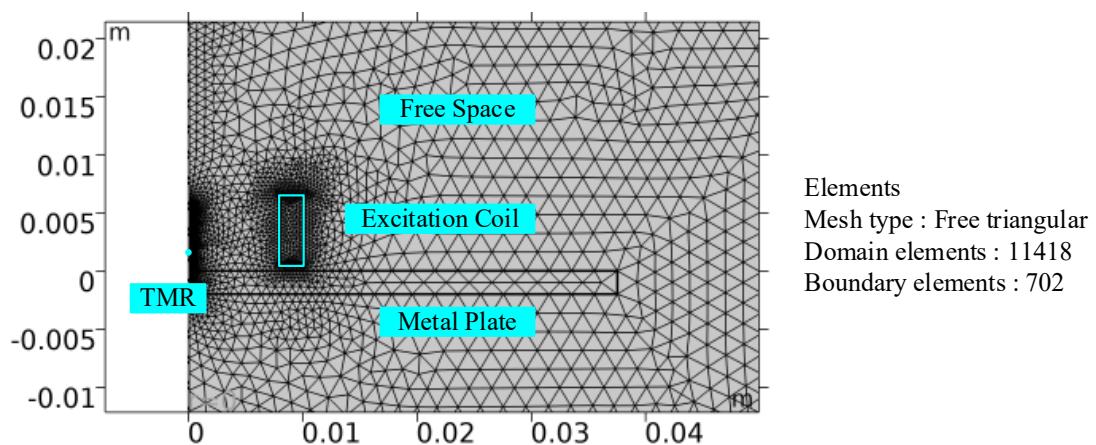


圖 3.5 時域驗證有限元素法模擬網格配置

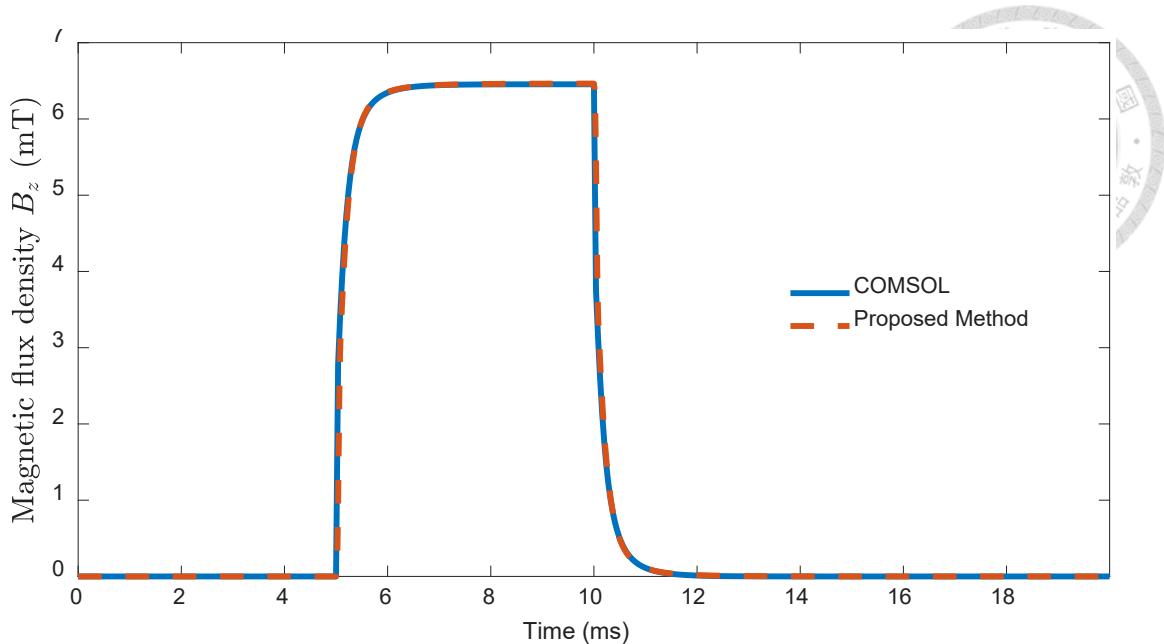


圖 3.6 有限元素法模擬與 TREE 計算驗證

表 3.4 有限元素模擬與時域 TREE 比較

	上升時間(s)	峰值(mT)	0.1ms 斜率(mT/s)	計算時間(s)
FEA	0.400	6.4659	14433.20	91
TREE	0.397	6.4643	14412.06	0.263
誤差與時間差	0.75%	0.025%	0.146%	0.29%

TREE 的計算過程中，對於以 Bessel function J_1 為核心的運算，以及整段訊號由頻域轉為時域所需的 IFFT 均採用向量化運算方法，在 MATLAB 或類似運算環境下，向量化不僅能避免冗長的迴圈運算，也能充分利用底層基本線性代數子程式 (Basic Linear Algebra Subprograms, BLAS) 或最快傅立葉轉換 (Fastest Fourier Transform in the West, FFTW) 等的高效多執行緒優化，因而大幅縮短整體計算時間。經過這樣的驗證確認時域 TREE 模型不僅能提供與 COMSOL 幾乎相同的物理準確度，且更具備顯著的計算效率優勢，足以作為後續神經網路訓練中大量資料生成的來源。



3.4 時域響應上升沿及穩態之變量分析

本節聚焦於方波激勵磁場的時域響應，其中上升沿階段尤為關鍵，根據 2.3.2 的理論分析可知，方波激勵訊號的上升沿對於材料的電磁特性變化最為敏感，因此本節對金屬的導電率、導磁率、厚度三種性質，固定其他兩種變量，對此三種性質分別做模擬討論。

在響應初始階段，金屬會抗拒外加時變磁場並產生相應的感應渦電流，由於導電率較高的材質能夠更有效地讓自由電子流動，導致渦電流密度增強，因而對磁場建立造成更強的抵抗，從時域波形角度而言，在這一短暫的瞬變區段中， $B_z(t)$ 的起始斜率會隨著導電率的增大而明顯下降，反之，若導電率較低，則渦電流較弱，磁場能較快突破金屬的屏蔽效應。本研究針對導電率變化，根據國際退火銅標準 (International Annealed Copper Standard, IACS)，設定 100%、61%、28%、17% 等 4 個不同的樣本導電率分別代表純銅、鋁、黃銅、鐵。

隨著時間推移至中期擾動階段，頻率逐步降低，中低頻成分開始主導磁場的響應特性，此時集膚效應逐漸減弱，磁場開始逐漸穿透進入金屬板內部並擴散，當磁場穿透的深度逐漸接近或超過金屬板厚度時，材料厚度對磁場響應的影響變得明顯。根據理論推導，此階段 $B_z(t)$ 的上升速度與厚度 d 呈現明顯的負相關：越薄的金屬板由於磁場擴散快速，磁通量的上升速度相對較快，而較厚的金屬板則因磁場多次反射延遲磁通量的擴散，造成上升沿的延緩。為進一步驗證該理論推導的有效性，本研究針對厚度變化設定 0.5 mm 至 5 mm 等六種不同的樣本厚度，透過模擬結果分析並比對厚度變化與 $B_z(t)$ 上升速度之間的關聯性。

而在中後期至穩態階段，則主要由導磁率 μ_r 主導響應曲線的最終形態。從理論推導可知，若材料導磁率極高 ($\mu_r=100, 1000$)，則磁場的集中效應更強，金屬內部磁疇的分佈將發生明顯變化，並呈現出吸引磁場的現象，從而導致穩態時的 $B_z(t)$ 響應曲線峰值較高。因此，本研究在上升沿分析中選擇了導磁率 1、10、100 及 1000 的不同材料進行模擬，進一步確認理論推導關於導磁率影響的準確性。

總結以上理論推導與分析，本研究的模擬計畫參數如表 3.5，設定了四種不同的導電率 (100%, 61%, 28%, 17%)，六種不同的厚度 (0.5, 1, 2, 3, 4, 5mm) 與四種不同的導磁率 (1, 10, 100, 1000) 進行交叉比較，根據時域 TREE 響應計算，針對不同材料特性對上升沿響應的敏感性進行深入探討與驗證，作為後續建立神經網路模型的重要數據基礎。

表 3.5 時域 TREE 參數

線圈幾何規格	電流
$D_w = 0.29\text{mm}$, $N = 102$ $(r_1, r_2, z_1, z_2) = (8, 10, 0.5, 6.5)\text{ mm}$ $z_0 = 1.7\text{mm}$	$I = \begin{cases} 0\text{A}, & \text{else} \\ 1\text{A}, & 5 < t < 15\text{ ms} \end{cases}$
待測金屬板	
<ol style="list-style-type: none"> 相同導磁率、厚度之金屬板 ($\mu_r=1$, $d=2\text{ mm}$)，不同導電率($\sigma=100\%$, 61%, 28%, 17% IACS) 相同導磁率、導電率之金屬板 ($\mu_r=1$, $\sigma=5.96\times 10^7\text{ S/m}$)，不同厚度 ($d=0.5, 1, 2, 3, 4, 5\text{ mm}$) 相同導電率、厚度之金屬板 ($\sigma=5.96\times 10^7\text{ S/m}$, $d=2\text{ mm}$)，不同導磁率 ($\mu_r=1, 10, 100, 1000$) 	

計算結果如圖 3.7(a)、(b)可知，於固定金屬板厚度及導磁率的條件下，由時域響應曲線可見當導電率越高時， $B_z(t)$ 的上升速率顯著降，當 $\sigma = 5.96\times 10^7\text{ S/m}$ 時，曲線緩慢抬升直到約 8 ms 才接近穩定峰值，而當 $\sigma = 1.01\times 10^7\text{ S/m}$ 時則接近於 5.5 ms 即快速攀升至穩態峰值，此趨勢驗證了高導電率材料在高頻暫態階段具有更強的渦電流阻尼作用，進而顯著延緩磁場穿透金屬板的過程，且不同導電率均能收斂至相同的最終穩態值。

圖 3.7(c)、(d)中為金屬板厚度對時域響應的影響，當固定導電率與導磁率的情況下，金屬板厚度愈薄， $B_z(t)$ 上升至穩態所需時間愈短，金屬板越厚，暫態延遲越明顯，0.5 mm 的薄板於約 5 ms 後即快速達到 0.24 mT，而 5 mm 厚板則需至約 8 ms 之後才能逐步逼近相似值且峰值略低於 0.5 mm 的薄板，此現象發生原因為中期擾動階段隨著頻率降低，集膚深度逐漸與板厚度匹配，較厚金屬板需多次反射與更長時間使中低頻成分穿透，導致上升時間延長，且金屬板的厚度不

僅影響上升沿的時間，同時，越厚的金屬板峰值越低。

圖 3.7(e)為導磁率對時域響應的影響，隨著 μ_r 增加，金屬板對磁通量的集中效應更加明顯，最終穩態 $B_z(t)$ 峰值亦隨之提高，當 $\mu_r = 1$ 時， $B_z(t)$ 於約 6 ms 左右達到 0.24 mT；而 $\mu_r = 1000$ 時，則迅速攀升至約 0.40 mT，此波形說明與導磁金屬相比，非導磁金屬不僅能在暫態階段快速聚集磁通量，亦會顯著提高穩態磁場強度。

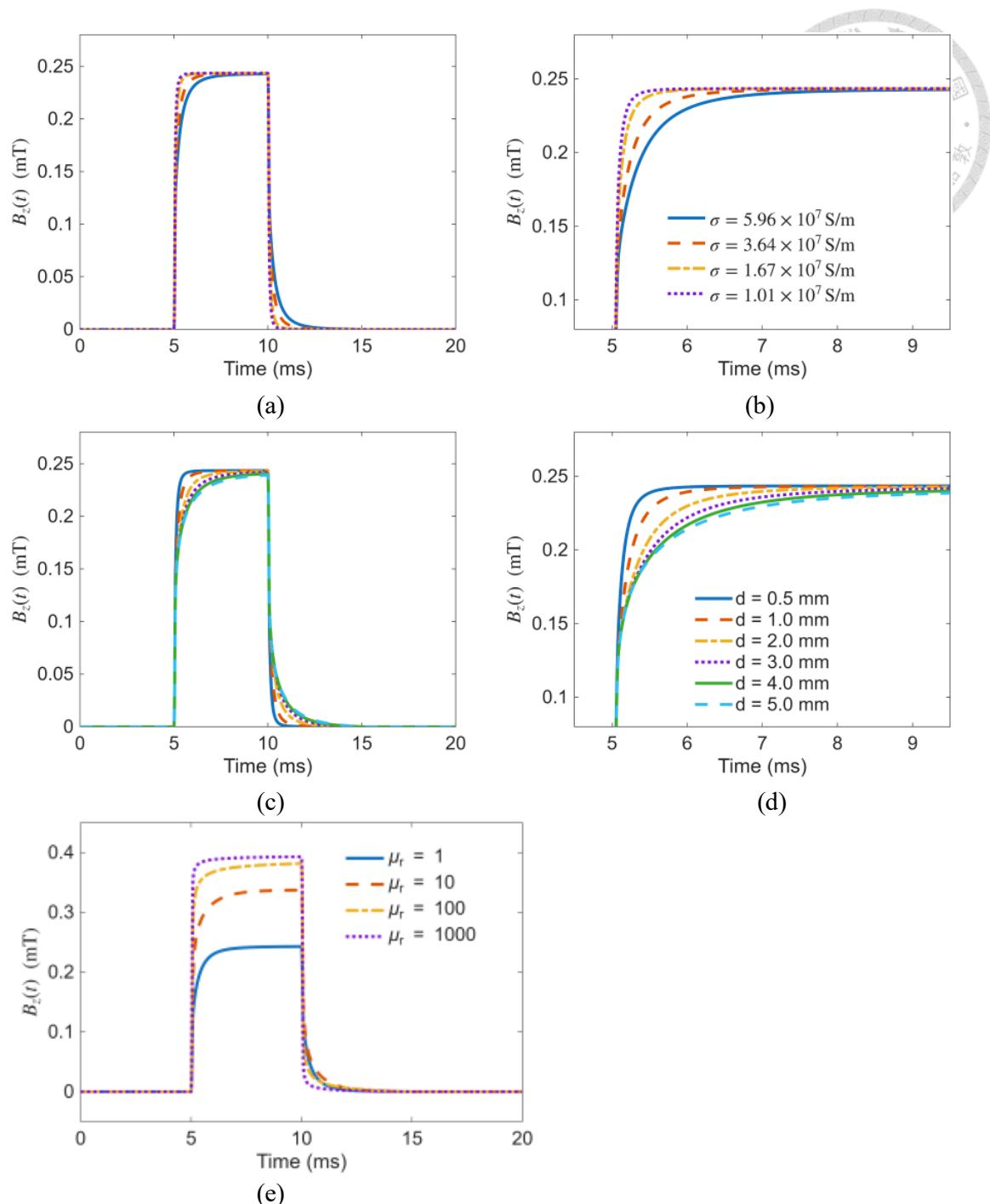


圖 3.7 金屬渦電流時域響應計算結果 (a)固定導磁率、厚度之脈衝響應 (b)
上升階段局部放大 (c)固定導磁率、導電率之脈衝響應 (d)上升階段局部放大
(e)固定導電率、厚度之脈衝響應

為了量化呈現金屬性質對各選擇參數的影響，分別再對峰值、上升時間與面積差做個別參數的掃描，其中厚度及導電率變化分別以導磁率 100 及 1 代表導磁與非導磁金屬，其結果如圖 3.8 至圖 3.10 所示，這些指標將原時域曲線的整體趨勢進一步簡化為具代表性的量化曲線，更直觀的方式呈現不同材料性質的影響。

圖 3.8 為峰值對參數掃描的變化，結果顯示峰值的主導因素為導磁率，隨著 μ_r 增加，磁場的集中效應越顯著，使最終響應峰值呈現持續上升並逐漸趨於平緩的趨勢。厚度與導電率對峰值的影響較小，變化趨勢相對平緩，不論是否為具導磁性，峰值均隨導電率增加而些微降低。厚度對非導磁金屬也呈單調下降趨勢，然而在導磁金屬卻呈現先上升，直到達到集膚深度後平穩，此結果與理論一致，證實穩態響應主要由導磁率決定。

圖 3.9 顯示上升時間隨不同參數的變化，厚度是最主要的控制變因，隨著厚度增加，上升時間顯著延長，說明磁場穿透較厚金屬板需要更長的暫態歷程。導電率也會造成一定程度的延遲，但其影響幅度相對較小，趨勢並不如厚度明顯，和厚度的影響均為嚴格單調遞增。導磁率則呈現相反效果，愈高的導磁率使磁場更快速聚集，因而縮短上升時間，因此厚度、導電率與導磁率在上升時間的影響呈現相斥關係，一者延緩、一者促進。

圖 3.10 為面積差的比較，反映暫態與穩態之間的能量落差，結果顯示非導磁金屬的厚度增加會使面積差向負方向增加，而導磁金屬則隨厚度增加而向正方向上升直到集膚深度，導電率提高則均使面積差往負方向增加，說明厚板與高導電率材料均會在磁場建立過程中造成更強的渦電流阻尼效應，延長暫態並增加能量耗散。然而，導磁性越強的金屬會使面積差逐漸增加，代表高導磁材料能快速聚集磁通量、縮短暫態區間，此趨勢與前述時域曲線中觀察到的磁通聚集效應相互印證。

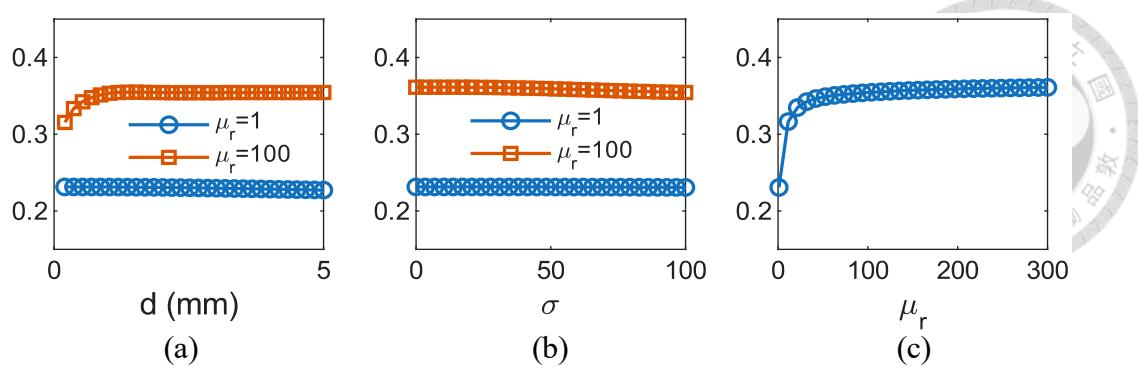


圖 3.8 峰值對參數掃描 (a)厚度 (b)導電率 (c)導磁率

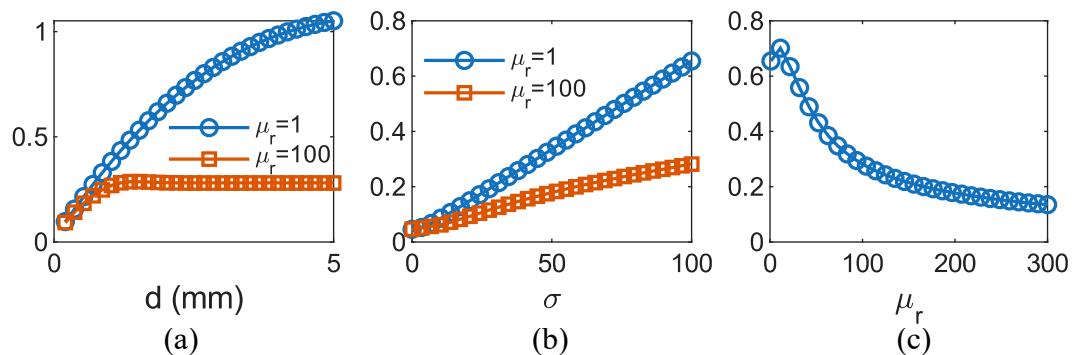


圖 3.9 上升時間對參數掃描 (a)厚度 (b)導電率 (c)導磁率

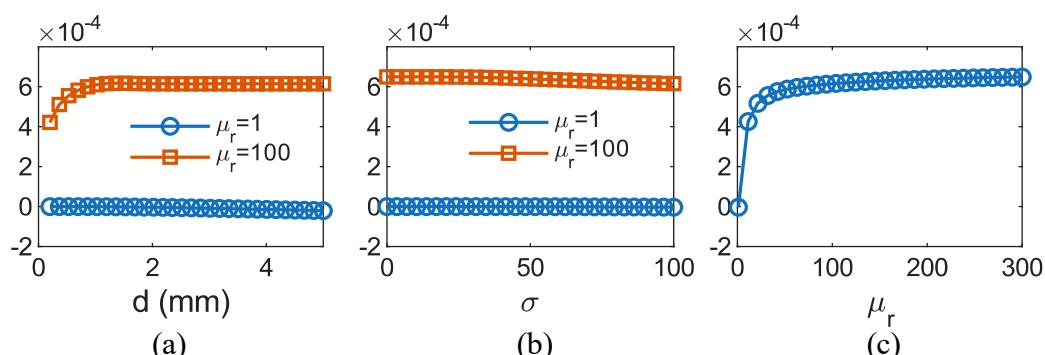


圖 3.10 面積差對參數掃描 (a)厚度 (b)導電率 (c)導磁率

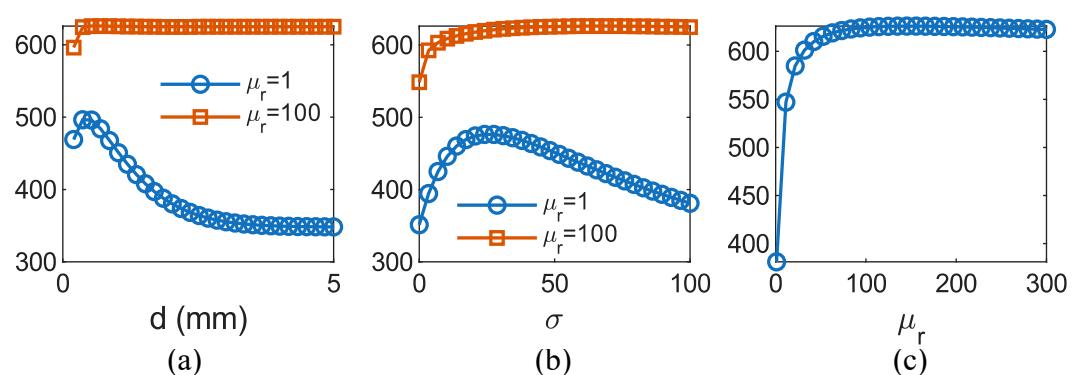


圖 3.11 0.2 ms 斜率對參數掃描 (a)厚度 (b)導電率 (c)導磁率

圖 3.11 為 0.2 ms 時刻斜率對參數掃描之結果，可反映暫態初期磁場建立速度的變化。由結果可見導磁率仍為主導變數，隨 μ_r 增加，磁通集中效應使感測磁場變化率明顯上升並逐漸趨於飽和。厚度與導電率皆呈現先上升後下降的非單調趨勢，當厚度或導電率較低時，渦電流尚不足以形成有效屏蔽，磁場能快速穿透而使斜率上升；當厚度或導電率進一步提高後，渦電流增強導致磁場擴散受限、屏蔽效應主導，使磁場建立速度反而下降。此結果說明在固定早期時刻下，暫態響應的初始變化率同時受到導磁集中與渦電流抑制兩效應交互影響。

根據此結果可確定導電率、厚度與導磁率分別對 $B_z(t)$ 上升沿之速度、暫態時程及穩態峰值具有顯著影響：導電率越高，渦電流抑制更強，上升沿延遲；板厚越厚，暫態延長；導磁率越高，穩態磁場強度更大且暫態上升更迅速。

然而，如果不將其他兩項參數保持恆定，不同參數組合所對應的時域響應曲線可能會重合，導致無法明顯區分出各變量對上升沿特徵的獨立影響，如圖 3.12 所示。換言之，當同時改變兩種以上的參數時，上述針對單一變量所觀察到的曲線斜率、延遲時間或穩態峰值等特徵都有可能相互疊合，導致僅靠單一波形難以判別是哪一個物理量在主導暫態響應，因此必須加入其他特徵，如 2.3.3 描述的上升時間、穩態值、上升斜率、面積差，作為實現參數解耦合的依據，以精準區隔不同材料特性對暫態響應的貢獻。

因此本研究以四種有不同性質、具代表性和常見的金屬材料，其材料性質標示於：C110 純銅、A6061 鋁合金、SS2205 雙相鋼及 N02200 鎳鐵合金在相同線圈激發條件下，測量其不同板厚 (0.5, 1, 3, 5 mm) 所產生的時域 $B_z(t)$ 韻應曲線，繪製於圖 3.12。如圖 3.12(a)，從時域響應的完整曲線可觀察到，在通電期間 (5-10 ms) 各材料的磁通量上升與穩態行為具有顯著差異，且在斷電後 (10 ms 之後) 出現殘響衰減階段的特徵，本段落局部放大各區域，分析通電階段中不同金屬的斜升特性及穩態高度，並特別針對 SS2205 與 N02200 這兩種導磁率相近的導磁材料在不同厚度及同厚度比較細微差異。

由圖 3.12(a)完整曲線可知，四種金屬的響應明顯分為兩類，SS2205 與 N02200 這兩種導磁合金，導磁率分別為 40 及 30，金屬內部磁通能夠迅速被集中，感測點在通電瞬間即跳升至接近穩態值，並且其上升速度遠快於 C110 與 A6061 這兩種有導電率差異的非導磁金屬，穩態值也顯著較高，相較於導磁材料在上升階段差異較小，非導磁材料在上升階段受到導電率差異及厚度的影響呈現明顯差異，故首先對此區域放大作討論及分析。

表 3.6 金屬導電率與導磁率參數

	導電率 (%IACS)	導磁率
C110	100	1
A6061	61	1
SS2205	2	40
N02200	24	30

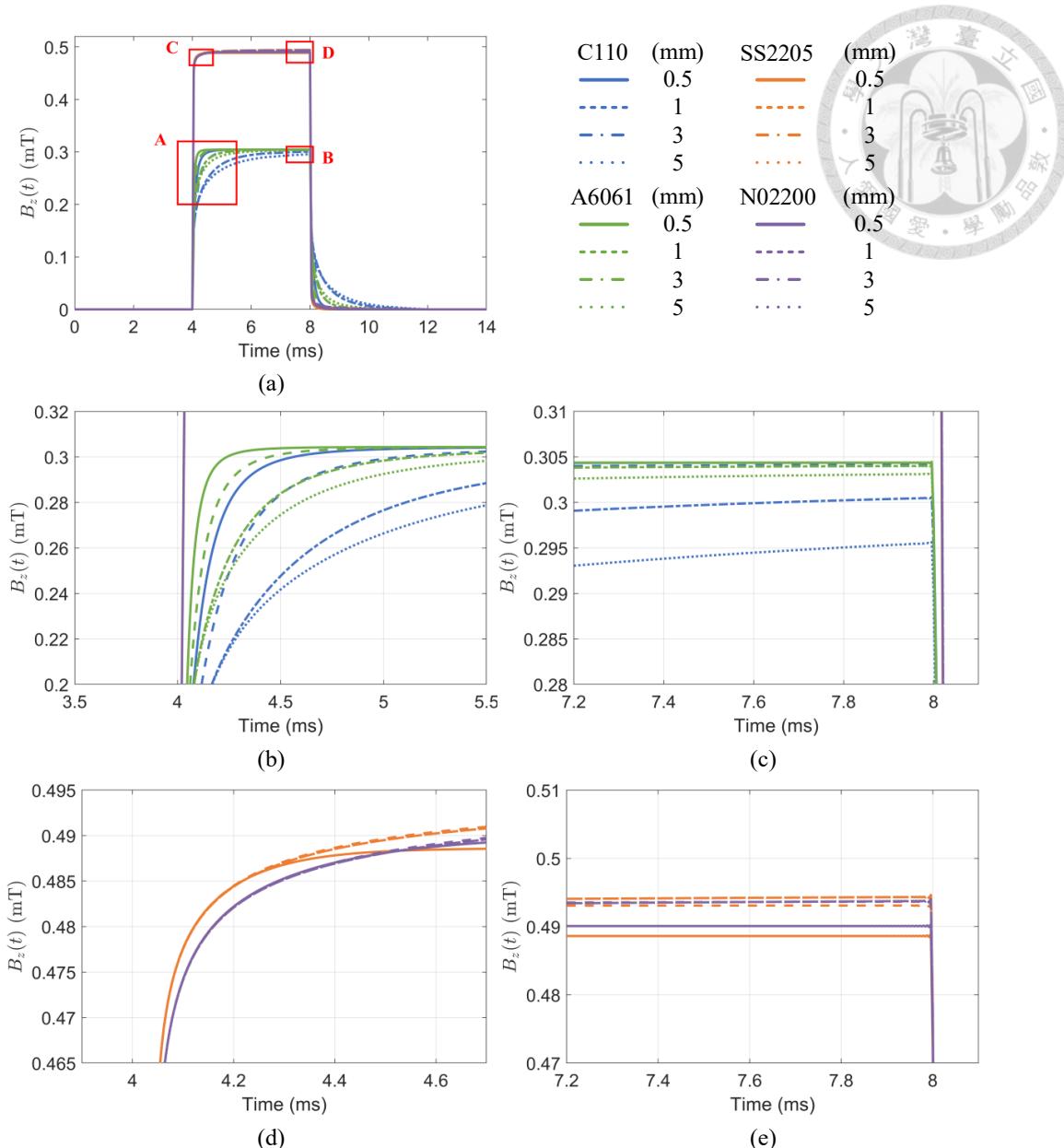


圖 3.12 脈衝時域響應耦合圖 (a)整體脈衝時域響應圖 (b)區域 A 局部放大圖 (c)
區域 B 局部放大圖 (d)區域 C 局部放大圖 (e)區域 D 局部放大圖

圖 3.12(b)為非導磁金屬 C110 與 A6061 在通電後 1.5 毫秒內的上升階段，其
磁場上升速率並非僅由導電率決定，板材厚度亦對整體行為產生顯著影響。其中
C110 由於導電率最高，0.5 mm 最薄的銅板上升最快，在約 5.0 ms 時能達到 0.30
mT，當厚度增加到 1 mm 時，銅板的上升斜率因為深層渦電流屏蔽而進一步趨
緩，在 5.0 ms 才攀升至約 0.295 mT，至於 3 mm 與 5 mm 的曲線在 5.0 ms 時分
別僅 0.28 及 0.27 mT，這種厚度與導電率交互作用所導致的延遲，代表更厚的銅

板內部需要更長的時間才能將渦電流抑制的磁通擴散到感測位置，使上升斜率明顯放緩。

A6061 也有類似的趨勢，但因鋁合金的導電率僅約銅的 40%，其 0.5 mm 薄板在約 4.25 ms 便已攀升至穩態 0.30 mT 左右，比同厚度的銅板提前約 0.7 ms 抵達類似磁場強度，其他厚度相比起純銅也更早抵達穩態，由此可見 A6061 的上升斜率雖較銅更為陡峭，但厚度對延遲效果亦無法忽略。圖 3.12(b)的局部放大明確說明在非導磁金屬中，斜升階段的速率必須同時考量導電率與板厚，這種複合效應直接影響了感測點磁場到達穩態前的時間常數 τ (由 10% 峰值上升到 90% 所需的時間)。

由 2.3.2 推導可知，理論上相同導電率的金屬應均收斂至相同的穩態值，若觀察圖 3.12(c)非導磁金屬的最終階段，5 mm 的鋁及 3、5 mm 的銅均無法達到峰值，仍處於緩慢上升階段，因此可以假設穩態值可以判斷集膚深度較小的低導電率、非導磁金屬的導電率，而對於導電率較高的金屬，峰值同前述的上升時間均為厚度與導電率所共同影響，若不降低方波頻率使所有金屬都能達到穩態，則必須仰賴後續神經網路以解決此類非線性耦合問題。

圖 3.12(d)及圖 3.12(e)為 SS2205 與 N02200 這兩種導磁金屬的上升階段與穩態局部放大，四種厚度下的曲線在 4.2 ms 前均以相同速度攀升，表示導磁率對初期上升階段佔有主導性，穩態值則與前一節模擬結果相似，相同厚度下導磁率較高的金屬有較高的穩態值。另外，雖然上升斜率對厚度影響甚微，但最終平台高度仍呈現薄板的穩態值略高於厚板。



3.5 導電率、導磁率與厚度之神經網路反算

綜合 2.3.3 的分析與 3.4 的模擬結果，本研究首先針對金屬厚度、導電率與導磁率三項參數，採取由最小值至最大值的全域粗取樣 (Global Coarse Sampling)，以涵蓋整體參數空間，接著針對表 3.7 模型訓練及驗證之金屬中的七種金屬，進行重點微取樣 (Local Fine Sampling)，以取得各材料在實際應用中的細緻分布。為提升模型的泛化能力，於目標金屬樣本中亦引入正負 10% 的隨機誤差，代入 (2.41) 計算所有(厚度、導電率、導磁率)組合的四項響應特徵：上升斜率、上升時間、響應曲線面積差以及穩態磁通量峰值作為訓練模型的輸入，以金屬厚度、導電率與導磁率三項性質作為模型預測的目標輸出，分別建構訓練不同類的模型，並針對各模型在預測輸出參數時的誤差表現進行比較與分析，以評估用於實驗的模型適用性與預測精度，完整流程示意於圖 3.13。

表 3.7 模型訓練及驗證之金屬

	導電率 (%IACS)	導磁率
C110	100	1
A6061	61	1
AZ31	18	1
SUS304	2.5	1
SS2205	2	40
N02200	24	30
S15C	11	100

厚度：0.2, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5 mm

本研究分別選用深度神經網路 (Deep Neural Network, DNN)、一維卷積神經網路 (1D Convolutional Neural Network, 1DCNN)、支援向量回歸 (Support Vector Regression, SVR) 以及隨機森林 (Random Forest, RF) 等四種機器學習模型，取 100 筆測試資料進行金屬厚度、導電率與導磁率的預測，作各模型的平均誤差、標準差及反算時間如表 3.8 所示，各模型的表現均有優缺點可以採納。

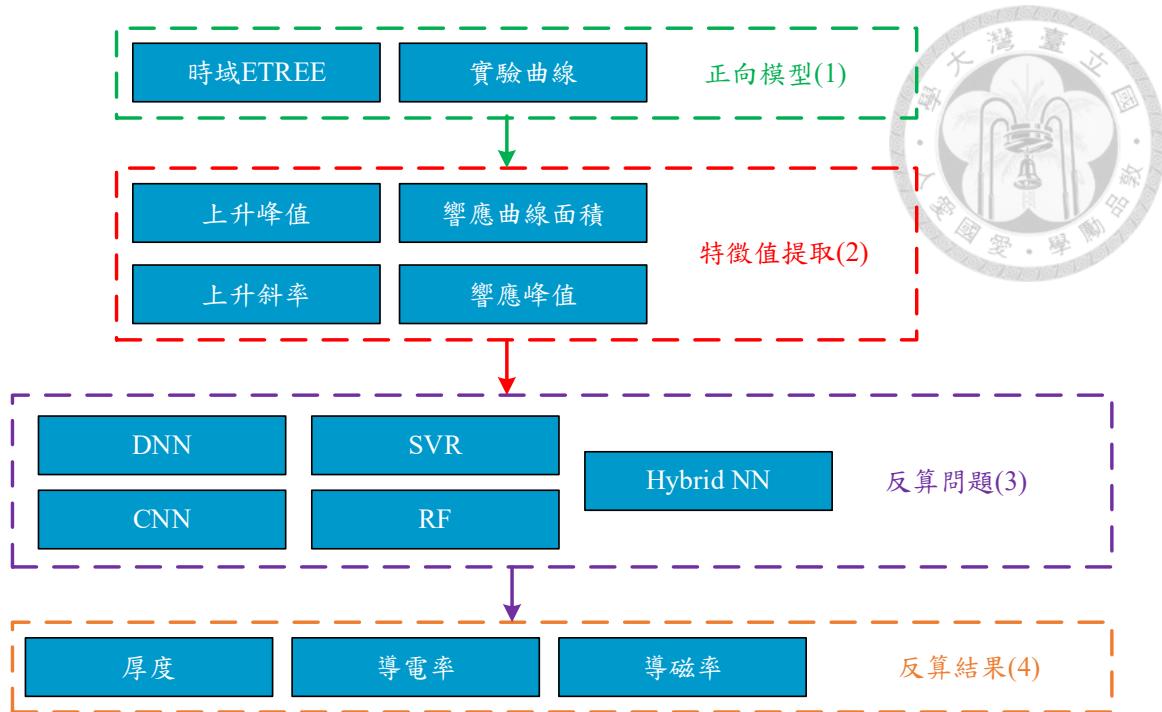


圖 3.13 完整反算流程圖

DNN 模型在預測三項金屬性質方面表現均衡，平均誤差分別均不超過 5%且標準差小於 4%的同時，以最快推論時間僅 42.8 ms 領先其他模型，顯示其在精度與運算效率之間取得良好平衡。

CNN 模型雖然在影像識別與空間結構的領域具有優異表現，然而本研究採用的特徵為一維數值型態，資料間缺乏明顯的區域性連續特徵，導致卷積運算難以有效捕捉電磁與幾何參數對響應特徵的影響，導致模型在預測導磁率時，對於非導磁金屬無法準確定義導磁率為 1，因此出現預測不準與誤差波動大的現象。

SVR 模型在厚度與導磁率的預測雖然準確度尚可，但導電率的誤差 7.81%及標準差 18.54%偏高，對於高維、非線性複雜關係的表現有限，與 DNN 有相似的誤差，107.9 ms 的反算時間卻為 DNN 的 2 倍以上，與 DNN 相比，SVR 完全不存在取代的相對優勢。

RF 模型在模擬反算中表現最為突出，三項性質預測的平均誤差分別僅為厚度 0.84%、導電率 1.77%、導磁率 1.98%，標準差亦為各模型中最低，兼具預測穩定性與準確性，RF 透過多棵決策樹進行學習，有效減少單一模型的過擬合風

險，對於異質性高、特徵關係複雜的情境具備良好表現，然而 461.1 ms 相對較長的反算時間，注定限制其在即時量測應用上的可行性。

表 3.8 反算模型抽樣平均誤差、標準差與性能比較

	統計資料	厚度	導電率	導磁率	時間(ms)
DNN	平均誤差	3.31	4.07	1.47	42.8
	標準差	3.28	1.47	2.42	
1D CNN	平均誤差	70.23	245.91	154.62	343.5
	標準差	89.68	407.45	134.16	
SVR	平均誤差	2.59	7.81	1.08	107.9
	標準差	2.49	18.54	1.65	
RF	平均誤差	0.84	1.77	1.98	461.1
	標準差	1.42	1.73	1.35	

為了兼顧預測精度、模型穩定性及運算效率，本研究採用分階段的混和神經網路，首先針對金屬導磁率的分類任務，利用 RF 模型進行預測，在處理具有高異質性與複雜特徵能有效捕捉不同參數間的交互影響，降低過擬合風險。導磁率分類完成後，在各導磁率分類內再以原始導磁率做回歸，採 softmax 做為激勵函數 (Activation Function)，將結果轉化為明確的機率分布，提升分類決策的可靠性。接著將原始多維響應特徵一同輸入至神經網路，以預測其餘兩項物理性質：導電率及厚度，此 stacking ensemble 架構有效結合了不同模型的優點，使各模型專注於其最擅長的任務，提高整體預測的泛化能力與穩定性。

資料前處理與標準化 (Standardization) 決定神經網路的預測精準度與收斂速度，由於金屬厚度、導電率、導磁率三項物理參數的數值範圍差距過大，若直接輸入神經網路，將導致數值最大的單一變數主導損失函數 (Loss Function)，影響模型收斂與預測精度。因此將所有輸入特徵皆以 z-score 標準化處理，將各參數集合轉換成均值為零、標準差為一的分布，對輸出參數厚度、導磁率採用線性標準化，數值較大的導電率則先取對數轉換 (Log Transform) 後再進行標準化，有助於降低高斯分布外部離群值 (Outliers) 對訓練過程的干擾，並穩定模型學習動態。

然而，標準化導電率後仍面臨一項挑戰，當原始導電率數值經對數轉換及標準化後，其分布重心容易趨近於零，導致部分樣本在回歸過程中呈現高壓縮分布，神經網路容易發生梯度消失 (Gradient Vanishing)，進而造成模型在極值區間反算時誤差瞬間增加，為處理此問題，本研究於標準化前加入微小常數以避免 $\log(0)$ 的不確定性，並持續調整批次大小 (Batch Size) 及學習率 (Learning Rate)，平衡訓練過程中的數值收斂性。

模型架構繪製如圖 3.14，前端 RF 厚度分類結果與原始響應特徵經過串連後共同輸入混和神經網路，分支進行導電率與導磁率的多任務迴歸訓練，混和神經網路主體架構包含多層全連接層 (Fully Connected Layers) 與 ReLU 激勵函數，結合提前停止 (Early Stopping)、交叉驗證 (Cross-Validation)，有效抑制過擬合並提升泛化能力。採用此混合模型預測紀錄於表 3.9，七種金屬的預測厚度差都在 $100 \mu\text{m}$ 內，非導磁金屬的導電率預測也都在 3% 內，導磁金屬的導電率及導磁率均僅有小於 3% 的誤差，與其他反算模型的比較彙整於表 3.10 中，有著比 DNN 更佳的估測能力，同時也維持僅 47.6 ms 的計算時間，達成多目標反算的需求。

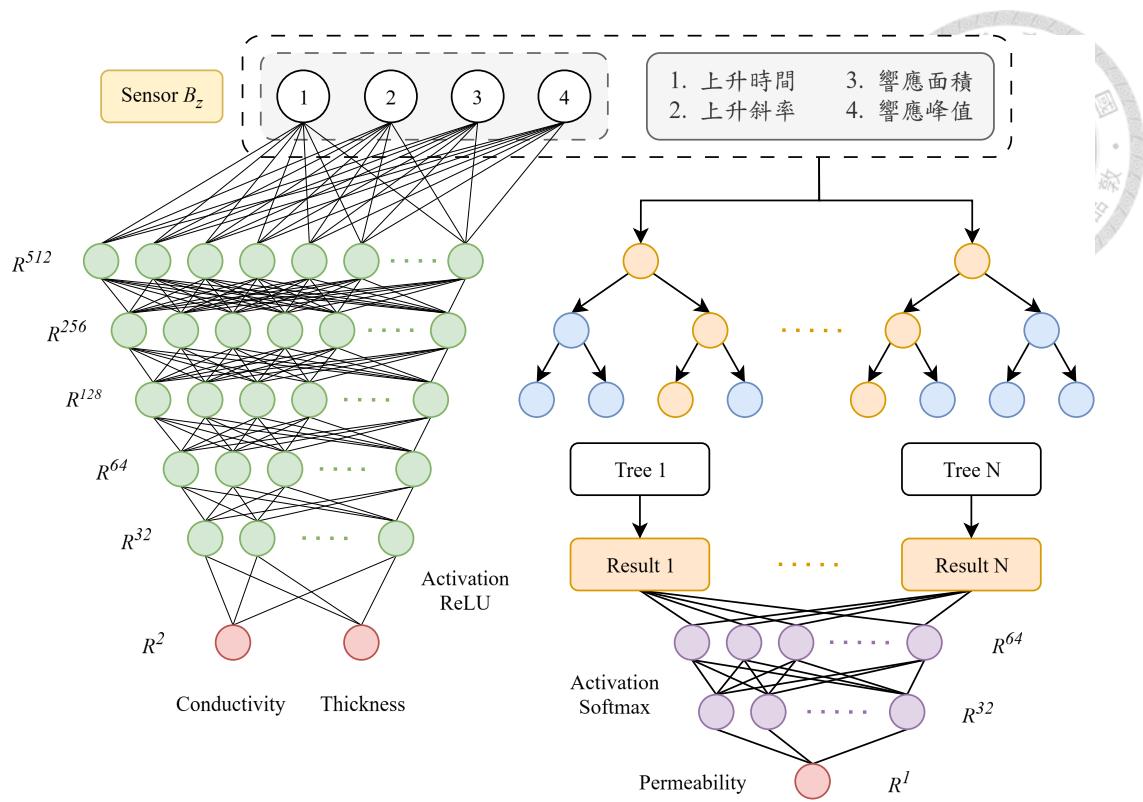


圖 3.14 混合神經網路架構

表 3.9 混和神經網路架構估測結果

金屬	參數	估測	模擬	誤差(%)
C110	厚度(mm)	1.8179	1.8000	1.00
	導電率(Ms/m)	60.022	60.975	1.56
	導磁率	1	1	NaN
A6061	厚度(mm)	5.1672	5.1000	1.32
	導電率(Ms/m)	33.550	34.538	2.86
	導磁率	1	1	NaN
AZ31	厚度(mm)	0.5000	0.5000	0.01
	導電率(Ms/m)	9.5759	9.7391	1.68
	導磁率	1	1	NaN
SUS304	厚度(mm)	0.9760	1.0000	2.40
	導電率(Ms/m)	1.4681	1.4569	0.77
	導磁率	1	1	NaN
N02200	厚度(mm)	0.5000	0.5000	0.01
	導電率(Ms/m)	13.681	13.896	1.55
	導磁率	7.52	7.61	1.18
SS2205	厚度(mm)	4.9888	5.2000	4.06
	導電率(Ms/m)	1.2840	1.2700	1.10
	導磁率	9.31	9.49	1.86
S15C	厚度(mm)	0.5000	0.5000	0.01
	導電率(Ms/m)	6.6235	6.7214	1.46
	導磁率	102.43	104.61	2.08

表 3.10 本論文提出之方法與反算模型抽樣平均誤差、標準差與性能比較

	統計資料	厚度	導電率	導磁率	時間(ms)
DNN	平均誤差	3.31	4.07	1.47	42.8
	標準差	3.28	1.47	2.42	
1D CNN	平均誤差	70.23	245.91	154.62	343.5
	標準差	89.68	407.45	134.16	
SVR	平均誤差	2.59	7.81	1.08	107.9
	標準差	2.49	18.54	1.65	
RF	平均誤差	0.84	1.77	1.98	461.1
	標準差	1.42	1.73	1.35	
Hybrid NN	平均誤差	2.42	2.76	1.49	47.6
	標準差	2.80	1.87	3.18	



3.6 導電率、導磁率之網格反算

為驗證(2.73)對導磁率與峰值的關係及建立反算網格的可行性，本節以 TREE 模型分別計算固定厚度條件下，低、中、高導電率對不同導磁率通入階躍電流的時域響應，計算參數列於表 3.11，計算結果繪製於圖 3.15。

表 3.11 導磁率對低中高導電金屬計算參數

幾何規格	電流
$D_w = 0.29 \text{ mm}$	$I = \begin{cases} 0\text{A}, & \text{else} \\ 1\text{A}, & t > 250 \text{ ms} \end{cases}$
$N = 102$	待測金屬板
$r_1 = 8 \text{ mm}$	$d = 1 \text{ mm}$
$r_2 = 10 \text{ mm}$	電磁參數
$z_1 = 0.5 \text{ mm}$	
$z_2 = 6.5 \text{ mm}$	$\sigma = \text{range}(0.1, 1.0, 30) \times 5.96^7$
$z_0 = 1.7 \text{ mm}$	$\mu_r = \text{range}(1, 500, 30)$

圖 3.15(a)呈現固定板厚下，線圈通入階躍電流時的完整時域響應。可以觀察到，所有曲線在階躍施加後由零迅速上升並逐漸趨於穩態，同一導磁率 μ_r 的多條曲線雖然對應不同導電率 σ ，其最終峰值卻保持一致，反映在穩態電流條件下峰值僅由幾何與 μ_r 決定，而不受 σ 影響。相較之下，空氣參考曲線提供了無金屬板時的基準，可視為整組曲線的下界， μ_r 越大對應的穩態 B_z 越高，並隨 μ_r 增加而上升並逐漸趨於飽和，且如圖 3.15(d)呈現明顯的單調上升，不同 σ 的多條曲線幾乎重疊，證明(2.64)之推論合理性。

圖 3.15(b)為完整響應中區域 A 的局部放大，能明顯觀察非導磁與導磁金屬大相逕庭的上升曲線，此時非導磁金屬已趨近峰值，且較高導電率的金屬產生較強的渦電流次級磁場抑制了 B_z 上升，相對地，導磁金屬仍處於高速攀升階段，其暫態特徵主要受導磁率主導，顯示此區段對材料性質的敏感度極高，能有效區分不同類別金屬的動態響應行為。

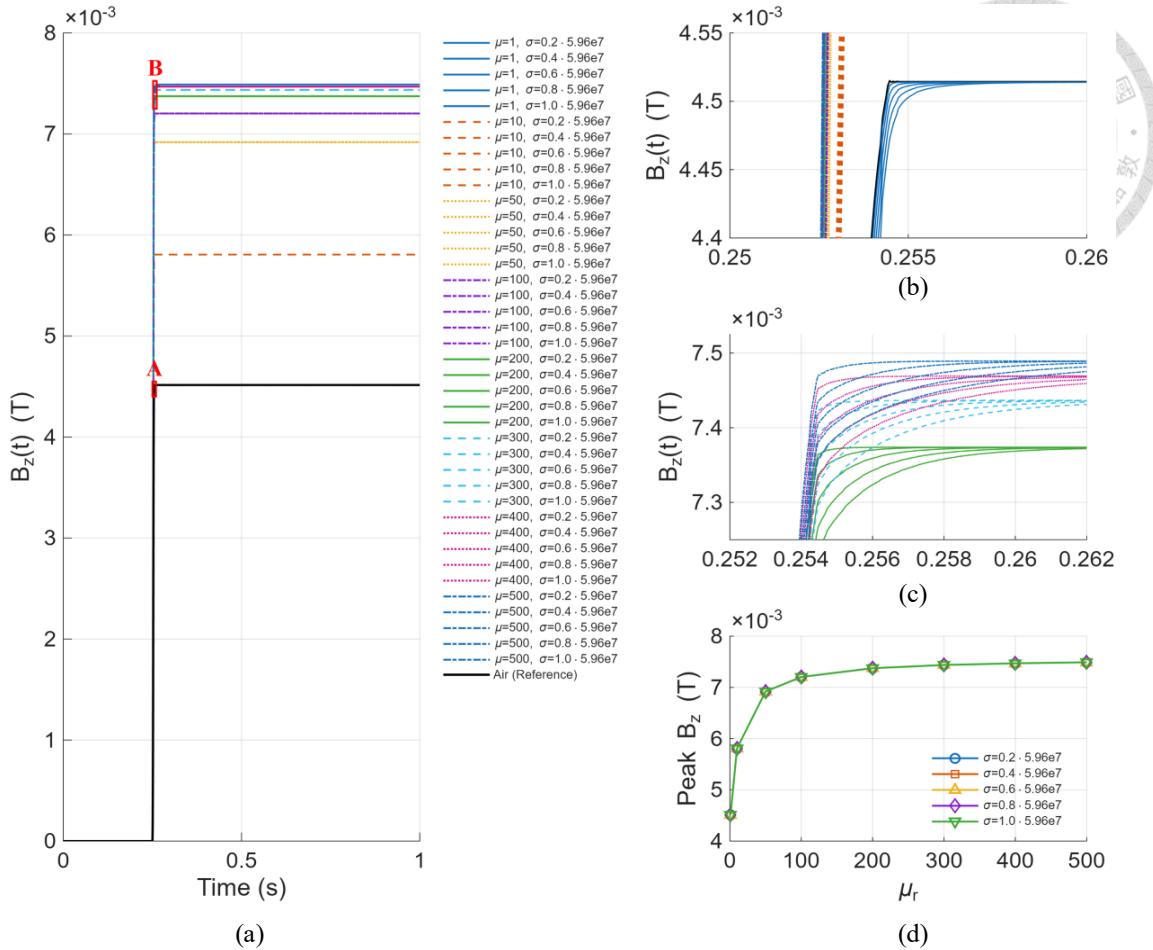


圖 3.15 不同導電率、導電率之階躍響應 (a)完整響應 (b)區域 A 局部放大 (c)區域 B 局部放大 (d)不同導電率之峰值對導磁率圖

圖 3.15(c)為高導磁金屬階躍上升後的初期暫態，如同非導磁金屬，此時不同導電率對上升速率的影響非常明顯， σ 越大，磁通量滲入導體的速度越慢，曲線離開初值的斜率較緩； σ 越小，較弱的暫態抑制使上升較為迅速。由於此階段磁場尚未完全穿透與重新分布，各 μ_r 曲線之間的幅度差距並不顯著，說明即使導磁金屬上升較快，導電率的差異仍能以上升時間常數作為判斷依據。

因此可得出結論，在已知厚度下測量階躍激發所得的 $B_z(t)$ 同時具備對材料兩個關鍵參數的可分辨性：穩態峰值完全由導磁率 μ_r 所主導，對於相同 μ_r ，不同導電率 σ 的曲線在長時間極限下收斂至一致的峰值，並進一步量化了峰值隨 μ_r 上升且漸趨飽和的關係，且暫態上升階段對 σ 高度敏感，並以此特性在本節後續段落提出有別於 3.5 神經網路方法的網格比對法。

使用表 3.11 相同參數建立峰值對導磁率、上升時間對導電率的網格如圖 3.16，並以 2.3.4 之雙線性插值建立查找表如圖 3.16(a)及圖 3.16(b)，分別為峰值對導磁率、上升時間對導磁率及導電率，並隨機取 5 個測試點，驗證此網格的精度與誤差，由於 μ_r 偏高時峰值與導磁率關係呈現飽和，使敏感度下降，導致估測對雜訊較為脆弱，因此採用對數尺度建立網格，其估測與真實誤差呈現於表 3.12， μ_r 的誤差介於 0.25%-1.05%，平均 0.68%， σ 的誤差介於 0.002%-0.16%，平均 0.079%，驗證本網格比對法在所考慮的參數範圍內具備良好的可行性與精度。

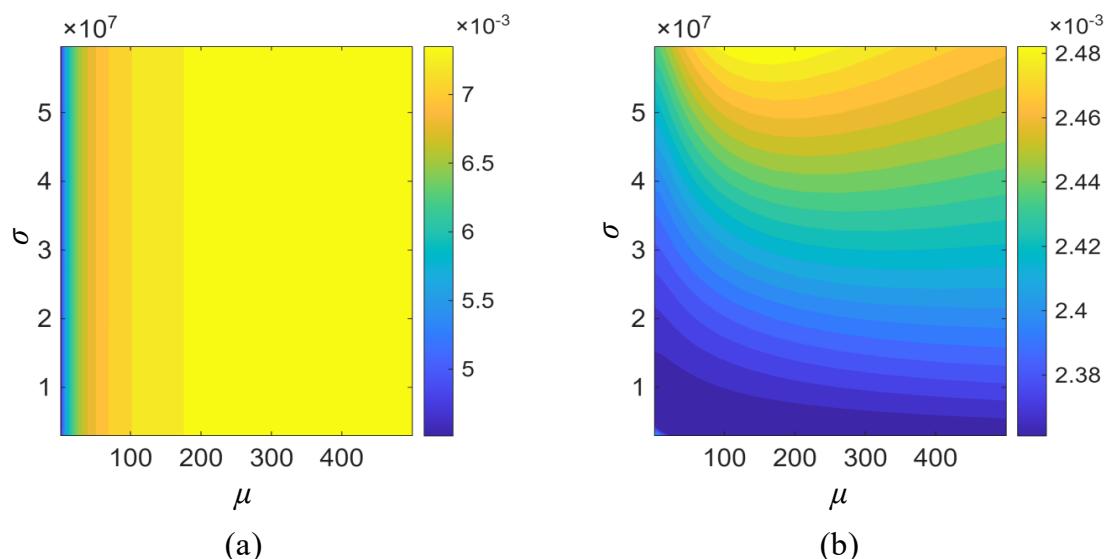


圖 3.16 導電率、導磁率之反算網格 (a)峰值對導磁率 (b)上升時間對導電率

表 3.12 導磁率與導電率估測誤差

Index	估測 μ_r	真實 μ_r	μ_r % 誤差	估測 σ	真實 σ	σ % 誤差
1	219.93	211.34	0.6412	29.190	29.213	0.0778
2	191.4	193.42	1.0545	26.557	26.568	0.0415
3	382.99	385.94	0.7690	38.520	38.581	0.1586
4	397.8	398.8	0.2513	42.278	42.326	0.1126
5	94.249	94.917	0.7083	44.979	44.989	0.0021

第四章 實驗架構與結果



4.1 脈衝渦電流感測系統硬體設計

本研究之脈衝渦電流感測系統，硬體設計部分主要由磁感測器、訊號處理電路與感測模組機構三大要素組成。其中，磁感測器負責量測渦電流激發的磁場變化，電路設計則確保訊號能以低雜訊、高穩定度的方式擷取與傳輸，而機構設計則提供感測線圈與感測器的定位與固定，以維持量測過程的一致性。後續各小節將依序說明感測器的選用原則、電路配置規劃，以及整體機構設計。

4.1.1 磁感測器選用

本研究針對非接觸式渦電流量測系統的磁場感測需求，評估多種穿隧式磁阻 (TMR) 感測器，此技術為鐵磁-絕緣-鐵磁的三明治結構，利用自旋穿隧效應獲得高磁阻變化率及高靈敏度，特別適用於微型化、高準確度與低功耗使用情境，與傳統的霍爾效應 (Hall Effect)、異向性磁阻 (Anisotropic Magnetoresistance, AMR) 與巨磁阻效應 (Giant Magnetoresistance, GMR) 感測器相比，TMR 能在極小封裝下仍維持極高靈敏度。

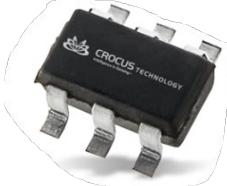
本研究最終選用 Allegro 公司開發之 CT100 一維 TMR 磁場感測器，並採用 SOT23 封裝形式以提升實驗裝置的佈局彈性，其參數如表 4.1 所示。CT100 於 $\pm 20\text{ mT}$ 範圍內維持 $\pm 0.5\%$ 低線性誤差、磁滯極低，且在 -40°C 至 $+150^\circ\text{C}$ 廣溫度範圍下運作穩定。其 SOT23 封裝結構不僅利於高密度電路板設計，也便於開發微型化量測系統。差分訊號輸出大幅提升抗雜訊能力，但由於其輸出電壓僅 $\pm 605\text{ mV}$ ，必須搭配高增益差分放大電路，才能發揮完整量測性能。

針對市場主要競品，本研究亦分析多維科技 (Doway/MDT) 的 TMR2103，其全橋式結構，靈敏度高達 6 mV/V/Gs ，磁場量測範圍為約 $\pm 3\text{ mT}$ ，能對弱磁場變化做出快速反應，但與 CT100 相同封裝尺寸及其最大量測範圍相比略有限制。

TMR2625 則強調可程式化最高 ± 50 mT 的高磁場量測，適合需要大動態範圍的應用，不過其 DFN8L 封裝與高成本在微型化量測系統中未必有優勢。雖然這兩款 TMR 感測器具有良好的線性度與溫度穩定性，但在磁場範圍、頻率響應以及微型放大電路的整合度上，CT100 仍然保有明顯工程實用優勢。

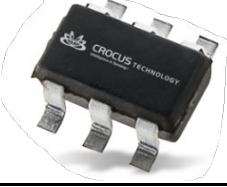
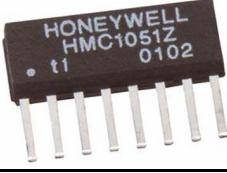
此外，Allegro CT220 與 CT455 等新一代 TMR 感測器雖具備更寬廣的量測範圍與高精度表現，如 CT220 在 ± 1.5 至 ± 15 mT 範圍內維持 $\pm 0.5\%$ 線性誤差，靈敏度最高可達 450 mV/mT，供應電流約 1.2 mA；CT455 則支援高達 ± 40 mT 的磁場量測，靈敏度約 200 mV/mT，供應電流約 1.6 mA，封裝為較大型的 SOIC 形式，設計上更適合高電流或強磁場監測，但其封裝體積較大，功耗及系統整合需求也相對提高。對於僅需精密磁場微量變化偵測、且系統空間極度有限的應用場景，CT100 僅 150 μ A 的低功耗、極小尺與高雜訊抑制力更為適合。

表 4.1 CT100 穿遂式磁阻感測器規格

CT100LW-FS6	一般規格		電磁性能	
	感測技術	TMR 全橋	量測範圍	± 50 mT
	封裝形式	SOT23-6	線性誤差	$\pm 0.5\%$
	輸入電壓	1.0~5.5 V	靈敏度	3.8~5.2 mV/V/mT
	功耗	0.30 mW	溫度特性	-250 ppm/ $^{\circ}$ C
	操作溫度	-40 $^{\circ}$ C~150 $^{\circ}$ C	偏移電壓	$\pm 4 \mu$ V/V/ $^{\circ}$ C
	輸出型態	差分輸出	雜訊	700 nV/ \sqrt{Hz}

本實驗室過去所開發的渦電流感測系統中，使用的磁感測器為一維的各向異性磁電阻感測器 HMC1051，雖然其靈敏度相較 CT100 感測器更高，然而其磁滯特性必須在感測器電路中額外裝設重啟電路，在每一次測量時進行歸零，且靈敏度不夠高的問題可以透過後續儀表放大器來補償，因此本研究改用穿遂式磁阻感測器，將能有效提升整體實驗的精準度，較小的感測器體積與精簡的電路設計也提升此感測系統在工業應用上的價值。將 CT100 TMR 與 HMC1051 各向異性磁電阻感測器之參數比較整理如表 4.2：

表 4.2 CT100 TMR 與 HMC1051 AMR 比較

	CT100LW-FS6	HMC1051Z
感測器		
是否需要重啟電路	否	是
靈敏度(mV/V/mT)	3.8~5.5	8~12
溫度係數(ppm/°C)	-250	-2700
線性誤差	±0.5%	0.1~1.8%

4.1.2 電路設計

如前段落所述，本研究使用之 TMR 具有差分輸出的特性，因此需要將訊號相減後再輸出，此時使用 Texas Instruments 所生產之 INA128 儀表放大器便能同時輸入兩個差分訊號後再放大輸出，此種差分訊號處理方式，不僅有助於抑制共模雜訊，亦能抵銷原始訊號偏移，且放大倍率 G 可直接以電阻 R_G 進行調整，其關係式滿足：

$$G = 1 + \frac{50k\Omega}{R_G} \quad (4.1)$$

CT100 TMR 之感測軸為 z 軸，即垂直於封裝平面，僅有平行於該軸之磁場分量能夠有效激發感測訊號，由於本研究旨在量測金屬板於渦電流作用下所產生的軸向磁通量變化，因此 CT100 必須安裝於激勵線圈中央使其感測軸垂直於金屬板表面。

考量到 CT100 感測器需置於激勵線圈中央且垂直於金屬板安裝，其本體結構受限於線圈內部空間，為使感測器整體體積最小化，且避免過多元件堆疊於感測區域而產生電磁及熱干擾，本研究將 TMR 本體獨立設計於一塊專屬印刷電路板 (Printed Circuit Board, PCB) 如圖 4.1(a)，其尺寸與形狀皆依據激勵線圈內部可用空間精確設計，邊緣切角與曲線過渡處可確保在安裝時不會干涉線圈支撐結構。

構，電路走線採用短距離且盡量平行的方式佈局，以減少訊號傳輸過程中的雜訊耦合，並特別將感測器安裝區域周圍預留淨空區 (Clearance Area)，降低鄰近導體對感測磁場的影響，電路圖中也預留第二顆感測器的焊接位置以利後續延伸運用，其餘如激勵線圈驅動、儀表放大器供電及訊號處理等電路，則集中於第二塊獨立 PCB 如圖 4.1(b)所示，對外線路以焊接於 PCB 上的端子連接，以簡化結構並利於模組化維護，兩塊 PCB 均有 10 Pin 排針座之焊接位置。

兩塊 PCB 之間採用排線 (Flexible Flat Cable, FFC) 進行連接，與傳統直接焊線或使用多芯硬質導線相比，排線具有高度柔軟性，可隨著感測探頭位置調整而彎曲，提升整體裝置的移動與安裝彈性，適用於需頻繁調整感測位置或進行多點掃描的實驗環境，此外排線結構扁平且佈線規則，有助於減少訊號線間串擾，維持訊號傳輸品質，並降低接觸不良或因長時間使用導致的斷線風險，另外排線標準化連接設計便於快速拆裝與維修，較傳統硬板焊線結構更為可靠，亦有助於 PCB 的設計，確保連接穩固且具備良好的可重複插拔性。

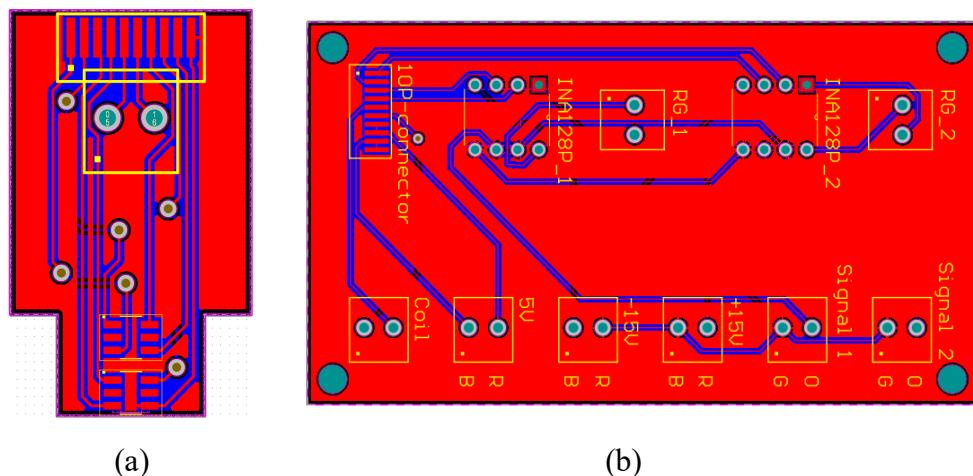


圖 4.1 PCB 電路設計 (a)磁感測器電路 (b)訊號處理電路

4.1.3 機構設計

線圈外殼的設計需同時兼顧電磁性能與機構安裝需求，幾何參數如可容納的線圈匝數、總高度、內徑與外徑皆會直接影響線圈的電流密度與磁場分佈。其中，

內徑必須大於內部電路板的最大寬度，方能將感測器與電路板一同置入線圈中央，以確保感測器位置精確並減少安裝誤差。此外，骨架的一側設計有窄縫，作為漆包線纏繞時的起點與終點出口，以利繞製並降低線材彎折應力。其外殼結構向上延伸，使線圈外殼與感測器內層殼體能穩固結合，形成一體化結構，減少額外固定零件並提升整體剛性。圖 4.2 所示為該線圈外殼的三維立體示意圖與工程尺寸圖，所有尺寸設計均依據 3.1 所計算線圈最佳化結果之內徑、外徑及匝數參數，確保電磁效能最佳化與實際製作的可行性。

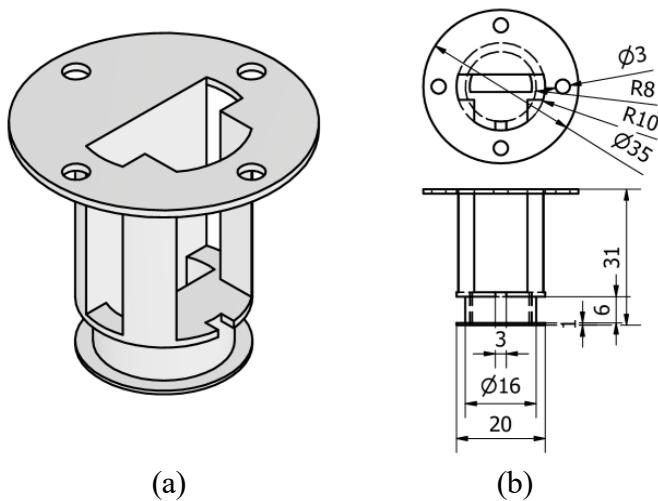


圖 4.2 線圈外殼三維立體與工程圖 (a)三維立體示意圖 (b)工程尺寸圖

磁感測器端外殼的結構設計採用內外雙層配置如圖 4.3(a)所示，內層結構如圖 4.3(b)，其主要功能為提供線圈與圖 4.1(a)電路板的固定及定位，確保感測元件在運作過程中能保持穩定，避免因震動或位移而影響量測精度，外層結構如圖 4.3(c)，則主要作為保護殼體，避免內部零件直接裸露於外界環境中，以防止灰塵、水氣或其他異物進入造成系統性能下降或損壞。由於金屬材料可能會對感測系統的電磁場分佈產生干擾，進而影響導電率與導磁率的量測結果，因此內外層外殼均採用高韌性聚乳酸 (Tough Polylactic Acid, PLA) 材質進行 3D 列印製作，並利用頂部的 M3 塑膠螺絲進行固定，以確保結構穩固且不引入額外的電磁影響，此外，雙層結構的設計亦有助於降低外界機械衝擊對感測元件的影響，同時方便拆卸與維護，在保護性能與使用便利性之間取得良好平衡。

圖 4.4 所示為訊號處理模組之機構與電路設計，其主要功能為將磁感測器端所輸出的微小差分訊號進行放大，並提供後續資料擷取系統穩定且低雜訊的輸入訊號。圖 4.4(a)顯示模組外殼的組裝外觀，外殼採用 Tough PLA 材質製作，以避免對感測系統產生電磁干擾，同時具備良好的結構強度與耐用性，並於側面預留輸入/輸出端口位置，方便與感測系統連接。圖 4.4(b)則為外殼內部的 PCB 本體，其佈局包含儀表放大器、穩壓電容及外部電源供應端子，元件位置經過優化排列以減少互相干擾並縮短訊號走線長度，降低訊號損失與外來雜訊的耦合可能性。電路板四角設有固定鎖孔，可透過銅柱與外殼內壁鎖固，確保在運作時具備良好的機械穩定性。

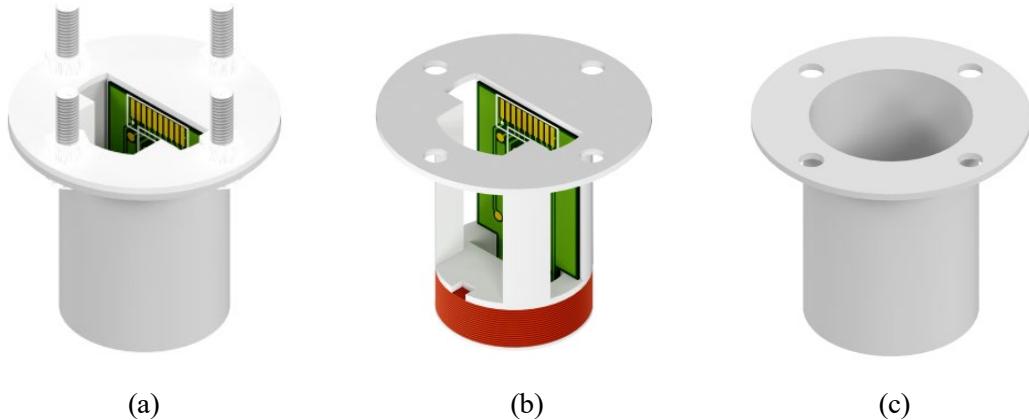


圖 4.3 感測器機構設計 (a)內外層整體組裝圖 (b)內層 (c)外層

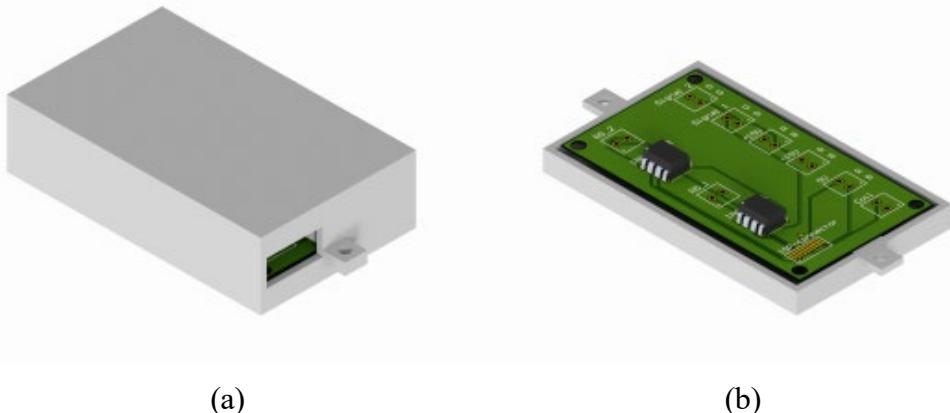


圖 4.4 訊號處理模組機構與電路設計 (a)訊號處理模組外殼 (b)電路板本體



4.2 實驗結果

本節為了驗證脈衝渦電流感測系統的可行性，首先介紹實驗驗證與實驗架設。配置之相關儀器，接續為實驗數據訊號處理，應用前述之幾何參數與材料電磁參數之反算方法，驗證系統於不同材料條件下之感測能力，最後利用多次實驗結果，統計分析所獲得之特徵參數與反算結果的變異性，驗證感測器的可重現性與穩定性。

4.2.1 幾何與電磁參數驗證

為驗證所建立之脈衝渦電流感測模型能有效反映不同材料的物理性質與幾何特徵，須對樣品的幾何參數及電磁參數進行量測與校正，透過實際測得之材料參數作為反算模型的基準，以此驗證系統估測的準確性，因此，本研究針對所用金屬樣品之幾何與電磁參數進行前處理量測，所使用之量測設備如圖 4.5 所示。

圖 4.5(a)為 GW Insteek GOM-805 四點探針低阻計，用於導磁金屬樣品之電導率量測，具備高解析度之電壓與電流讀取模組，提供穩定的低電阻率檢測能力。圖 4.5(b)為渦電流導電率測試儀，應用於非導磁金屬樣品之導電率估測。圖 4.5(c)為 Microtest LCR meter，使用自製之測試磁環，用於導磁金屬之有效導磁率量測。圖 4.5(d)為螺旋測微儀，用於量測樣品之實際厚度，量測精度達 0.05 mm。

此外，由於 LCR meter 搭配測試磁環量測導磁率時，系統受限於感應耦合、材料非線性之磁性特徵與接觸狀態微小變化，其讀值常呈現一定程度的波動。因此，本研究於每筆樣品進行多次重複量測，並以統計方式剔除明顯離群值後，取其平均值作為該金屬之導磁率代表值。圖 4.6 所示為 N02200、SS2205 與 S15C 等三種導磁金屬樣品之量測結果分佈，其中中位數、平均值與離群點皆可觀察樣品磁性穩定度與變異性，可見材料導磁率存在略微差異，經由儀器量測後，所有金屬樣本的幾何與電磁參數彙整於表 4.3。

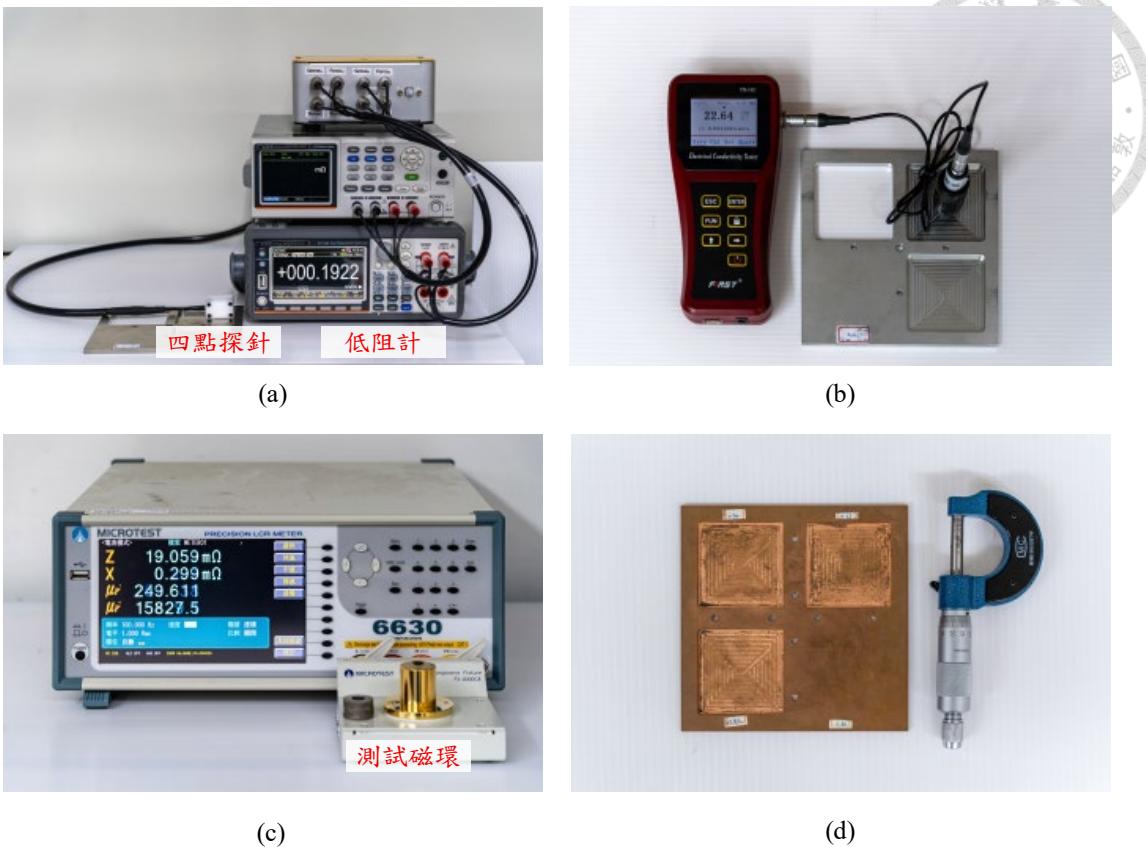


圖 4.5 幾何與電磁參數驗證之儀器 (a)四點探針低阻計 (b)渦電流導電率測試儀

(c) Microtest LCR meter (d) 螺旋測微儀

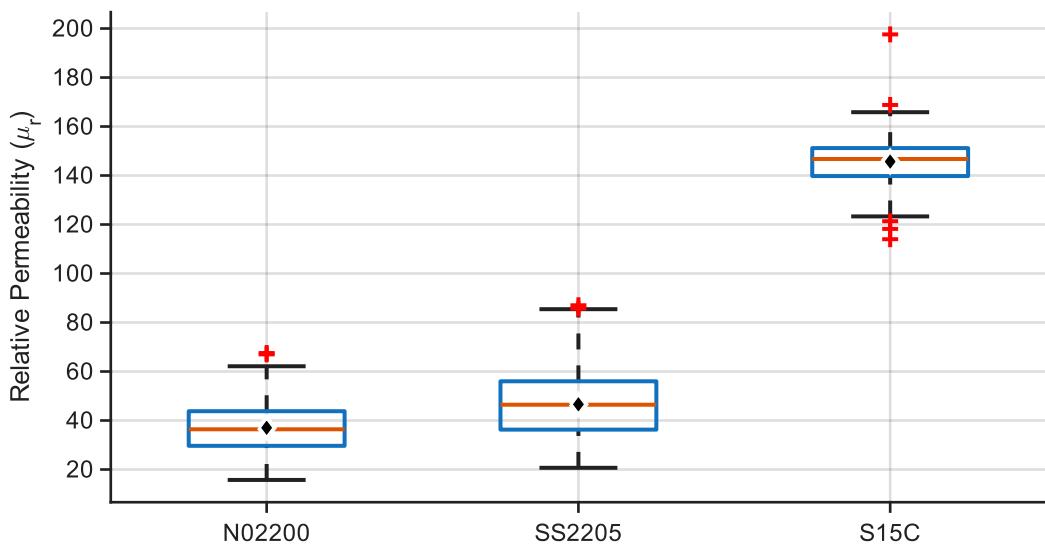


圖 4.6 LCR meter 導磁率測試分布

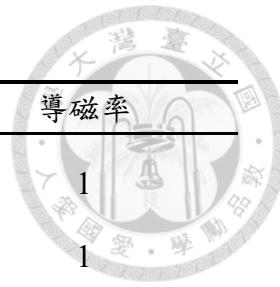


表 4.3 儀器驗證之厚度、導電率與導磁率

	厚度	導電率 (Ms/m)	導磁率
C110	0.21, 0.46, 1.02, 1.99, 3.00, 3.99, 4.92	58.56	1
A6061	0.495, 0.99, 5.02	24.96	1
AZ31	0.49, 0.98, 5.06	10.8	1
SUS304	0.49, 0.98, 4.98	1.58	1
SS2205	0.49, 0.98, 4.87	1.29	46.599
N02200	0.49, 0.985, 5.07	10.3	37.032
S15C	0.5, 0.995, 4.98	7.26	145.69

4.2.2 實驗架設

脈衝渦電流感測系統架設如圖 4.7 所示，使用國家儀器 (National Instrument, NI) 的 cDAQ-9178 模組化資料擷取機箱作為資料擷取平台 (Data Acquisition, DAQ)，並使用 NI-9223 高速類比輸入模組以 10^6 Hz 擷取 TMR 感測器所接收到之電壓訊號。系統所有控制與訊號處理流程皆由 MATLAB 所整合執行，包含資料擷取控制、時域波形分析、快速傅立葉轉換、雜訊濾除與訊號去偏移等處理步驟，最終之量測波形及其反算之材料參數，亦皆於 MATLAB 中即時顯示與分析，由其編譯之圖形使用者介面 (Graphical User Interface, GUI) 如圖 4.8 所示，提供即時且一致的資料處理流程，PC 規格與軟體版本列於表 4.4 中。

為有效處理脈衝渦電流感測器所接收到之週期性訊號，本研究設計一套結合頻域濾波、週期對齊與統計去噪之訊號處理流程，並於圖 4.9、圖 4.10、圖 4.11 展示各階段之處理結果與演算法原理。整體流程分為三個步驟，分別為頻域濾波與訊號重建、週期切割與精準對齊、時域平均與雜訊抑制。



圖 4.7 脈衝渦電流實驗架設

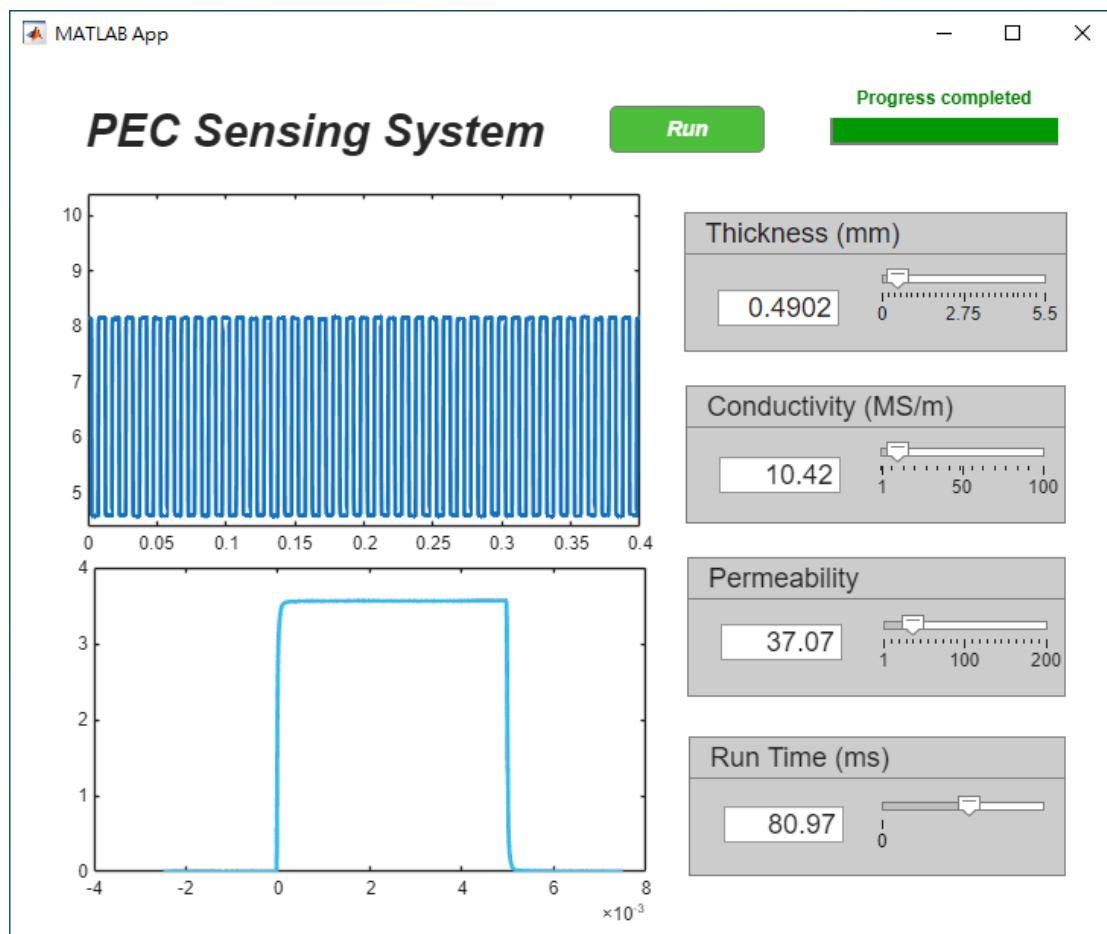


圖 4.8 MATLAB GUI

圖 4.9 為資料擷取系統採集之原始脈衝渦電流感測訊號與經頻域濾波重建後之時域波形。首先將原始資料載入並扣除直流偏移後，透過快速傅立葉變換進行頻域分析，並以 100 Hz 為基頻建立奇次諧波遮罩，僅保留主要激發頻率與其三次、五次等奇次倍頻成分，以濾除其餘高頻雜訊，經遮罩濾波處理後再反轉換回時域，即可重建出一具有理想方波形貌之純淨波形。圖 4.9(a)、(c)分別為原始波形之完整與局部區間，顯示原始訊號雖具週期性躍升結構，但受高頻雜訊干擾，平台與邊緣均不平穩，反之圖 4.9(b)(d)為濾波後之波形，可明顯觀察到平臺趨於平滑，上升緣亦更加銳利清晰，有助於後續之週期切割與跳變邊緣對齊，為提升感測訊號可解析性與穩定性的重要前處理步驟。

表 4.4 電腦硬體與軟體

CPU	Intel® Core™ i9 14900K
RAM	64GB DDR5 6000Mhz
GPU	NVIDIA GeForce RTX5070 Ti
OS	Windows 10 22H2 19045.6216
MATLAB Version	R2025a
DAQmx firmware Version	2025 Q2 Patch 1

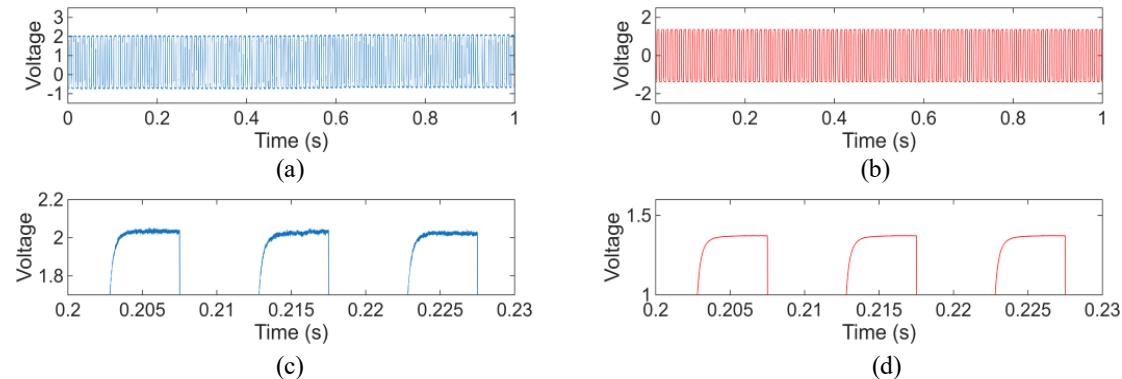


圖 4.9 原始與傅立葉變換重建時域訊號 (a)原始波形 (b)原始波行局部放大
(c)濾波後之波形 (d)濾波後之波形局部放大

圖 4.10 所示為多段感測波形經本研究所開發之週期切割與時間對齊處理後的疊合結果，此處所應用之函式目的在於從整段週期性訊號中，精確擷取每一個激發週期並統一對齊至同一時間基準點，為後續統計處理與參數反算建立一致且

具可比性之輸入資料。該函式首先透過斜率變化進行上升緣偵測，對原始訊號 $v[n]$ 取一階差分，以取得訊號的變化率：

$$g[n] = v[n] - v[n-1] \quad (4.2)$$

並對其進行移動平均濾波以抑制高頻雜訊干擾，再於斜率訊號 $g[n]$ 中尋找局部極大值作為跳變候選點，作為潛在上升緣之跳變點候選。為避免重複擷取，設定候選點間需具備最小間隔長度，以濾除過密偵測所造成之誤判，確保偵測結果穩定。對於通過篩選之每一候選點 n_c ，取其為中心、總長度為 N_0 之資料區段作為一完整週期波形，組成初步資料集。

為提升對齊精度，進一步於每段波形中分析遠離中心之上下平台區段，分別取其中位數估算高低電位 V_{high} 與 V_{low} ，再以其中間值作為跳變基準：

$$V_{mid} = \frac{V_{high} + V_{low}}{2} \quad (4.3)$$

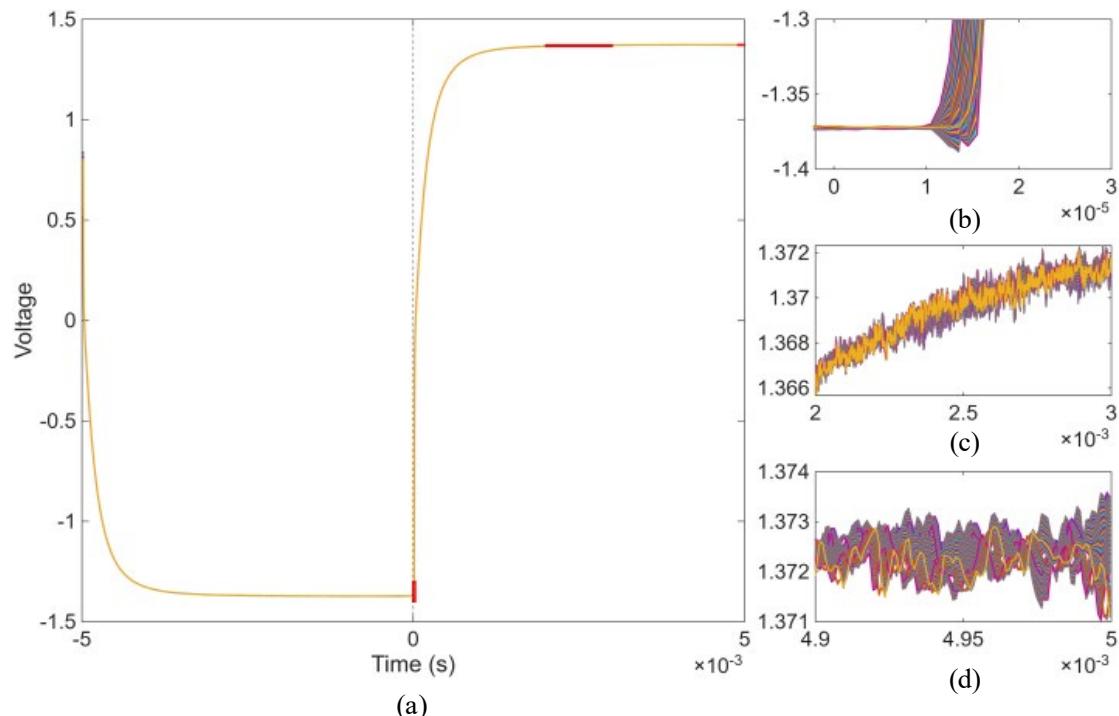


圖 4.10 多段週期切割與對齊之原始波形

接續於跳變區域附近搜尋穿越該中位電壓之穿越點索引，即滿足 $v[k] \leq V_{mid}$ 且 $v[k+1] > V_{mid}$ 之索引 k ，作為進行插值的區域，本研究採用單調性三次插值 (Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial, PCHIP) 於電壓域中計算時間值，求得精確穿越點所對應之時間位置 t_0 ，且將躍升中心統一對齊至時間軸中心。

最後，為確保週期一致性，若波形在躍升區段之平均斜率為負，則將波形旋轉半週期，統一轉換為上升形式，使所有波形皆以躍升點為基準向上跳變，完成週期正規化。處理後之波形疊合如圖 4.10(a)所示，可見所有段落之躍升緣已齊聚於時間 $t=0$ ，顯示對齊效果精準一致。圖 4.10(b)–(d)則針對上升緣邊緣、過渡段與穩態區段進行局部放大觀察，即使於高解析時間尺度下，各段波形間仍呈現高度一致性，證實本方法於時間對齊與形貌正規化方面具高精度與穩定性，然而在局部放大階段仍可觀察到訊號存在微幅波動與隨機擾動，顯示在感測訊號經傅立葉變換後仍無法完全消除之雜訊。

為進一步抑制這類雜訊並提升資料的解析度與重現性，本研究接續進行跨段疊合與統計平均處理，對所有對齊完成之週期波形進行橫向統計平均，以抑制殘留之非結構性雜訊並建立具代表性的響應曲線。基於各分割週期對齊後的共同時間軸，將所有週期分段堆疊成矩陣 $S \in R^{N_0 \times N_s}$ ，其中 N_0 為每段資料長度， N_s 為週期數，接著對每一時間點進行橫向降噪處理，可用之統計方法包括平均值、中位數與修剪平均值 (Trimmed Mean)，本研究於本段分析中採用修剪平均作為降噪方式，對每一時間點上之所有波形值進行大小排序後，去除上下各 10% 固定比例之極端值，再對中間 80% 之樣本進行平均運算，有效抑制由雜訊、過衝 (Overshoot) 或偶發擾動所產生之離群值對平均結果的影響：

$$\bar{v}[n] = \frac{1}{N_s - 2k} \sum_{i=k+1}^{N_s-k} S_{(i)}[n] \quad (4.4)$$

令理想之訊號為 $s(t)$ ，每次量測所得的實際訊號可表示為：

$$x_i(t) = s(t) + n_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.5)$$

其中 $n_i(t)$ 為加入於第 i 次量測的隨機雜訊，假設其為零均值、變異數為 σ^2 的獨立同分布隨機變數，將 N 條訊號進行逐點平均後，所得平均波形為：

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) = s(t) + \sum_{i=1}^N n_i(t) \quad (4.6)$$

由於平均操作不影響理想訊號 $s(t)$ ，故平均後仍保留相同的訊號成分，根據隨機變數加總後之變異數性質，平均後的雜訊項變異數與標準差為：

$$\text{Var}[\bar{x}(t)] = \text{Var}\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t)\right] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \text{Var}[n_i(t)] = \frac{N \cdot \sigma^2}{N^2} = \frac{\sigma^2}{N} \quad (4.7)$$

$$\text{Std}[\bar{x}(t)] = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (4.8)$$

因此藉由疊合 N 筆獨立量測資料，其雜訊標準差將下降為原始的 \sqrt{N} 倍，進而有效提升量測訊號之穩定性與可靠度。

圖 4.11 呈現修剪平均後之代表性波形與其各區段之放大觀察結果。圖 4.11(a) 顯示整體波形具良好平滑性且不失真，能保留脈衝渦電流感測中關鍵的非線性響應特徵。圖 4.11(b)為上升緣初期之細節，明顯可見原先圖 4.10 之多段波形中所觀察到的過衝已完全消除，證明修剪平均對非對稱性雜訊具有良好抑制效果，圖 4.11(c)顯示上升段曲線趨於連續單調無突兀起伏，便於後續導數特徵擷取，圖 4.11(d)則為穩態平台區段，其電壓波動幅度進一步壓縮，波形幾乎呈水平穩定，代表能更準確地量測穩態峰值。

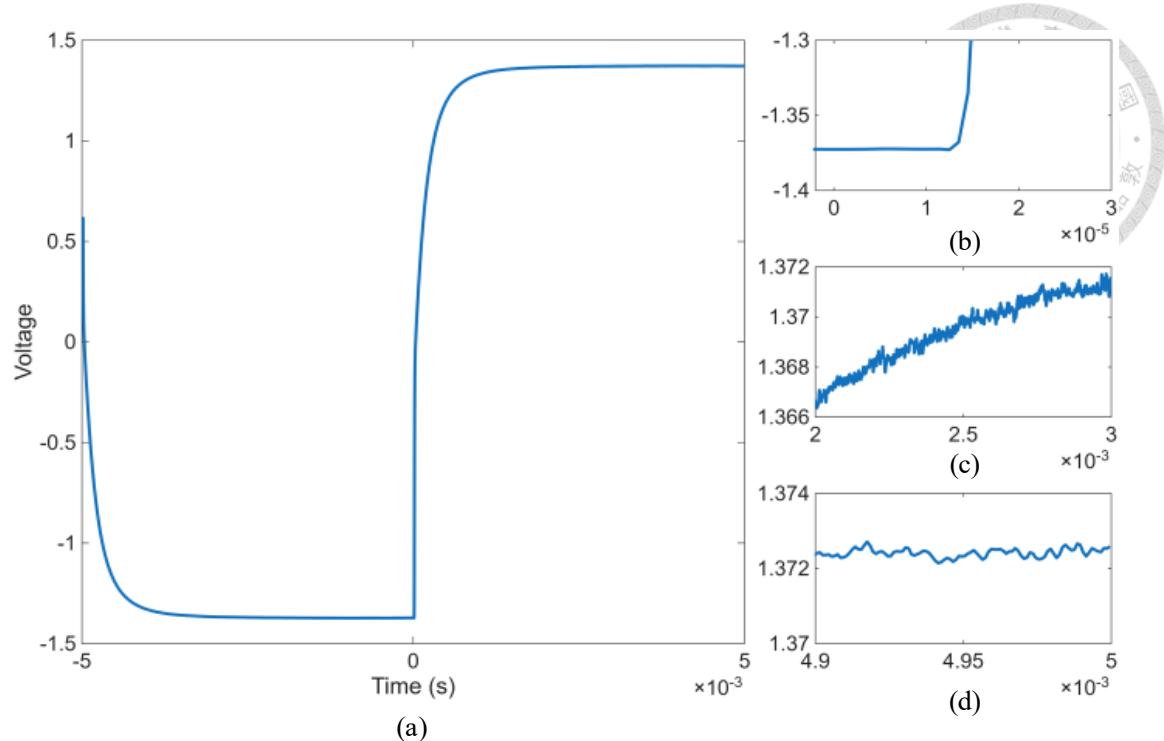


圖 4.11 疊合平均波形與雜訊抑制

4.2.3 神經網路厚度、導電率及導磁率估測

圖 4.12 所示為表 4.3 中列出之七種金屬材料，搭配各自厚度組合所量測之原始時域電壓波形彙整圖，涵蓋從高度導電非導磁之 C110 純銅 (58.56 MS/m) 到弱導電導磁之 S15C (7.26 MS/m 、導磁率 145.69) 等完整材料參數空間。每組波形均對應一組特定之導電率與導磁率組合，並於相同實驗硬體架設與感測器配置下獲取，經由 4.2.2 開發之訊號降噪技術處理後，得到各金屬厚度組合的時域響應訊號，作為本研究所開發之脈衝渦電流感測系統之基礎驗證資料。

將各金屬之時域響應除以根據(4.1)計算之放大倍率及 TMR 線性度 11.85 倍後，與 TREE 模型計算結果進行比較如圖 4.13 所示，四組對照材料分別為 S15C、N02200、C110 及 SUS304，此挑選涵蓋了不同的導磁率、導電率與厚度組合，以反映系統對多元材料參數的敏感度與分辨率，其中 S15C 為具中等導電率與高導磁率之低碳鋼，代表在導磁材料中導磁率主導的情境，N02200 為具導磁性之純

鎳材料，具高導電率且厚度中等，同時呈現導磁與電導共同影響的時域響應，C110 則為非導磁純銅，其極高導電率與大厚度使得訊號主要受電導與幾何效應影響，而 SUS304 為導電率最低且厚度最薄之非導磁不鏽鋼，其時域響應振幅與斜率皆相對較小，對系統解析度為一項極具挑戰性之樣本，四者涵蓋了從高導磁至非導磁、從高導電至低導電，以及從厚件至薄件的多組合排列，具有完整性與代表性。

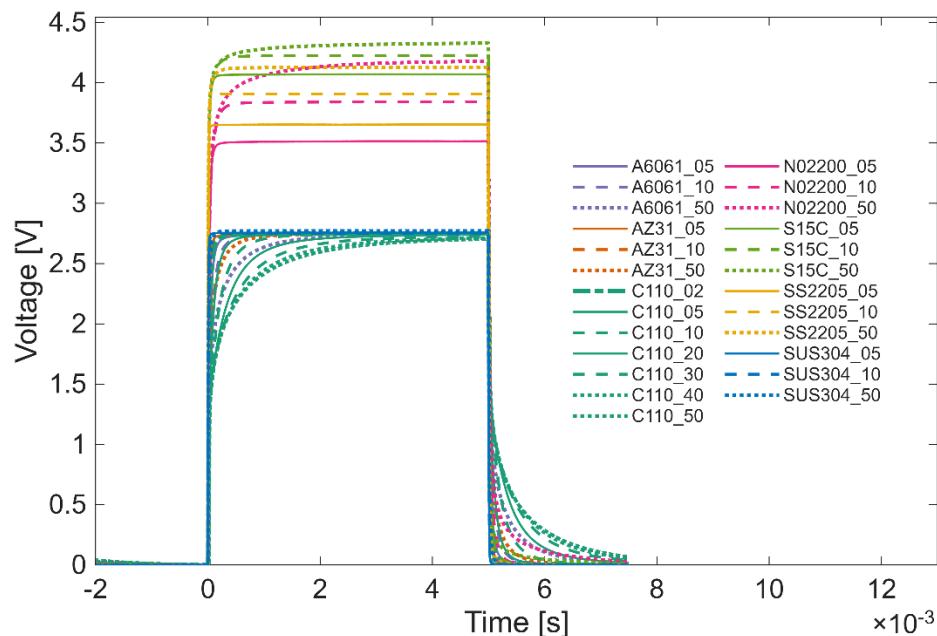


圖 4.12 各金屬材料與厚度組合之實驗量測時域響應

由圖 4.13 可見，實驗與模擬波形於主要特徵區段皆呈現高度重疊，不論在上升沿、穩態段或下降沿，實驗模型均能有效重現 TREE 模型波形的主要動態特徵。為進一步量化比較差異，表 4.5 彙整了三關鍵時域特徵，包括 10-90% 穩態值上升時間、峰值電壓與 0.1 ms 處的瞬時斜率，TREE 模型所預測之各項指標與實驗值大致上呈高度接近，絕大多數之百分比誤差皆低於 10%，上升時間也均約為 30 ms，此數值也可以於後續校正階段補償。唯有 SUS304 於斜率與上升時間之誤差相對偏高，主因為其導電率低且厚度極薄，波形在上升區段趨於平坦，對微幅雜訊較為敏感，導致定義區間不易準確辨識。

本研究所提出之多層次神經網路模型以多特徵量為輸入，包含上升時間、穩態峰值、波形斜率與自由空間面積差等綜合資訊，而非依賴單一指標進行推論，

即使在個別特徵中出現相對較大之誤差，其他參數仍可形成有效補償機制，使整體預測仍維持高度穩定與準確，此多特徵輸入策略有效提升了模型對不同材料條件下參數反算的穩定性，亦顯示本研究所推導之 TREE 模型及設計之脈衝渦電流感測系統在模擬材料電磁響應時可提供足夠準確且具分辨率之時域特徵。

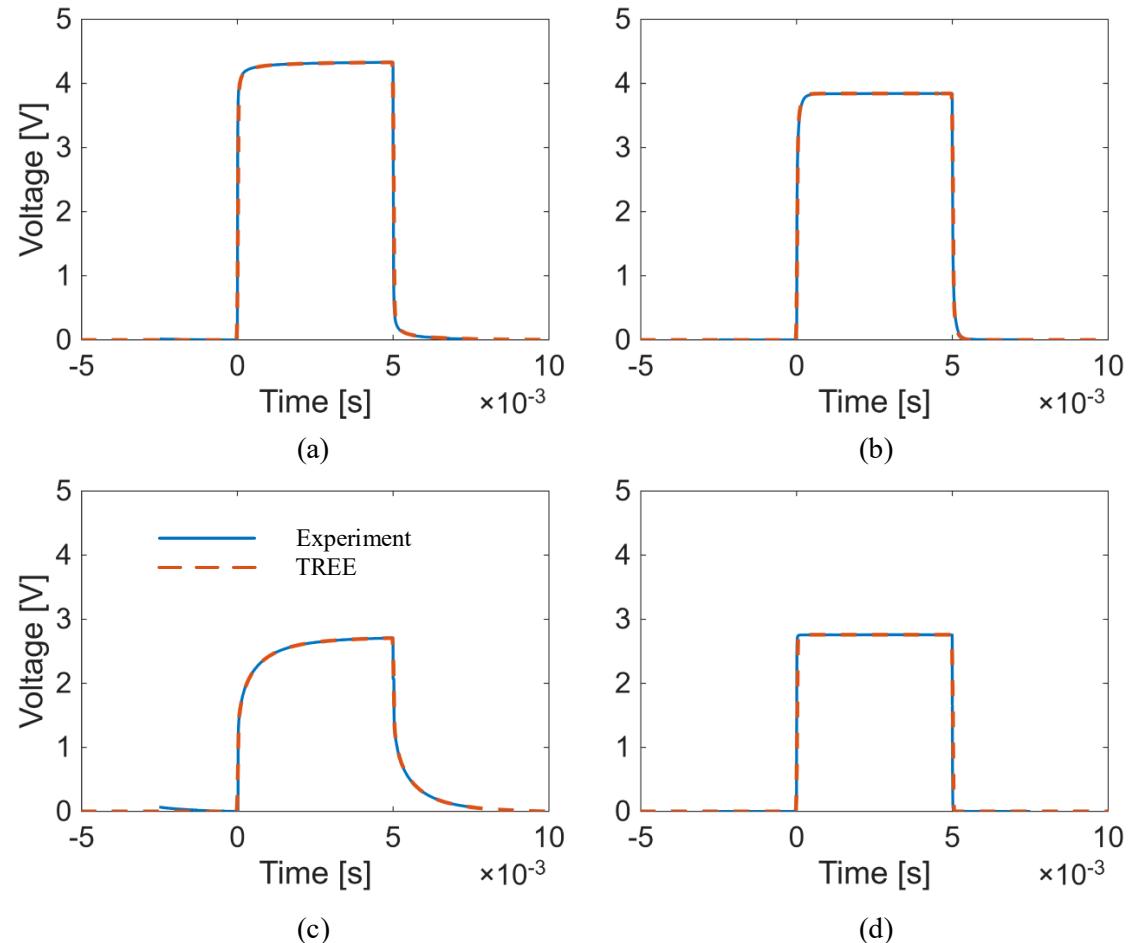
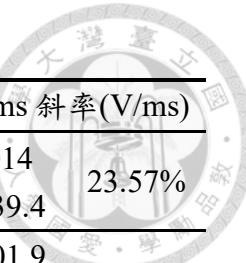


圖 4.13 實驗與時域 TREE 模型之響應比較 (a)5.0mm S15C (b)1.0mm N02200
(c)5.0mm C110 (d)0.5mm SUS304

表 4.5 實驗與時域 TREE 模型之誤差比較



金屬		上升時間(ms)		峰值(V)		0.1ms 斜率(V/ms)	
S15C	實驗	0.06503	$23.03\ \mu s$	4.3144	0.32%	2014	23.57%
	模型	0.042		4.3283		1539.4	
N02200	實驗	0.085043	$2.957\ \mu s$	3.8263	0.42%	4101.9	3.77%
	模型	0.088		3.8423		4256.4	
C110	實驗	1.0605	$24.5\ \mu s$	2.683	0.84%	2859.6	9.99%
	模型	1.036		2.7054		3144.9	
SUS304	實驗	0.045023	$32.023\ \mu s$	2.7305	0.96%	16.953	27.43%
	模型	0.013		2.7568		21.604	

表 4.6 為各金屬試片的厚度、導電率以及導磁率的量測與估測結果，並列出相對於實際值的誤差，由表中可觀察到，非導磁金屬如 C110、A6061、AZ31 與 SUS304 之導磁率估測均無誤差，顯示神經網路在處理非導磁材料時能準確辨識其磁特性。導電率部分則隨厚度與材料性質呈現不同程度的偏差，例如 C110 在中厚度區域的估測誤差較高，推測與厚度和導電率的耦合相關，使得反算過程對特徵變化更敏感，而 A6061 與 AZ31 的導電率誤差多落在 5-10%範圍內，顯示本系統在中低導電率非導磁材料上也具良好準確度，然而極低導電率材料 SUS304 在導電率估測誤差卻高達 67.30%，尤其出現在最薄的試片，反算結果易受到訊號雜訊比的影響，導致準確度顯著下降。

導磁金屬如 SS2205、N02200 與 S15C，可見導磁率估測誤差相對明顯，SUS304 的導磁率在薄片時出現大幅偏差，而 SS2205 與 S15C 亦因導磁率隨外加磁場及材料組織而波動，使誤差提升至數個百分比以上，N02200 則在厚度較大時導磁率估測誤差顯著，顯示其導磁特性較難以穩定估測，另外，在使用 LCR meter 進行獨立量測時，也觀察到其數值存在約 10%的標準差波動，顯示導磁性質本身對外加交流磁場高度敏感，並同時受到渦電流損耗與磁滯行為所引起的能力損耗影響，因此不論實驗量測或系統反算，導磁率的重建皆具有較高不確定性，這也解釋導磁材料在本系統中普遍出現較大估測誤差的原因。另一方面，厚度的估測在各金屬中整體誤差大致維持於 0.01-0.6 mm 的範圍，顯示系統對幾何量測

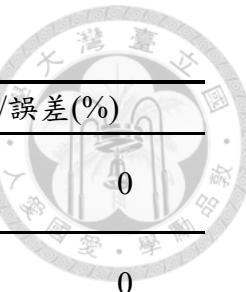


的靈敏度較高。

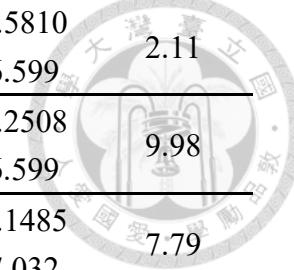
整個反算過程平均僅耗時約 80 ms，因此可以得出本系統對於非導磁金屬能提供穩定的導電率與厚度的即時估測，而在導磁金屬上雖然厚度計算依然可靠，但導磁率的估測誤差較大，需進一步改善模型或補償量測方式。

此外，雖然 C110 屬於高導電率且純度接近 99.9% 的純銅，理論上應具有最穩定且可預期的渦電流響應，然而其導電率估測誤差卻反而高於其他合金。此現象主要源自高導電率材料在激磁脈衝下的集膚特性，即使本研究已選用 100 Hz 激勵以確保磁場能有效穿透 5 mm 銅板，但渦電流仍主要集中於表層數毫米範圍，使量測訊號對表面狀態高度敏感。另外保存方式造成表面氧化也是影響因素之一，當銅表面生成氧化亞銅 (Cu_2O) 與氧化銅 (CuO) 時，這兩者多呈現 p 型半導體行為，以空孔傳導為主，伴隨銅空位受體缺陷，其等效表面導電率遠低於母材，且與金屬銅基體之間易形成類整流接面與介面電位階，導致在交變磁場作用下出現頻率相依且非線性的表面阻抗。此一半導體性氧化層使金屬基體的界面效應引起局部電流中斷與渦電流密度重新分配，使時域響應的早期相位與振幅產生漂移，進而造成反算模型與實際量測之間的誤差。相較之下鋁與鎂合金的氧化膜 (Al_2O_3 與 MgO) 較為緻密且穩定，可視為均勻介電阻隔層，對渦電流的影響較可預期，模型可透過有效表面阻抗近似修正；鋼類材料 SUS304、SS2205 之表層氧化物以 Cr_2O_3 與 Fe_2O_3 為主，雖導電性低，但因母材本就屬中低導電率，渦電流穿透深度相對更大，氧化層對整體訊號形貌的影響比例小，加上純銅常見較大晶粒與晶向各向異性，使局部渦電流路徑對表面微結構差異更為敏感，因而出現高於其他合金的估測誤差。

表 4.6 實驗厚度、導電率與導磁率估測結果



金屬	$d(\text{mm})/\text{誤差}(\text{mm})$	$\sigma(\text{MS/m})/\text{誤差}(\%)$	$\mu_r/\text{誤差}(\%)$
C110	0.223 0.21	57.0130 58.56	2.64 1 1
	0.486 0.46	56.7047 58.56	3.17 1 1
	1.275 1.02	54.9311 58.56	6.20 1 1
	2.628 1.99	50.7648 58.56	13.31 1 1
	3.559 3.00	57.3376 58.56	2.09 1 1
	3.861 3.99	58.5040 58.56	0.10 1 1
	4.886 4.92	58.4640 58.56	0.16 1 1
	0.491 0.495	27.3749 24.96	9.67 1 1
	0.968 0.99	26.3694 24.96	5.65 1 1
	4.905 5.02	26.2169 24.96	5.04 1 1
A6061	0.535 0.49	11.1979 10.8	3.68 1 1
	0.920 0.98	12.1650 10.8	12.64 1 1
	5.044 5.06	11.6365 10.8	7.75 1 1
	0.477 0.49	2.6433 1.58	67.30 1 1
SUS304	1.018 0.98	1.6536 1.58	4.66 1 1
	4.925 4.98	2.2024 1.58	39.39 1 1
	0.490 0.49	1.4142 1.29	9.63 48.7168 46.599
			4.54
SS2205			



	0.976	0.004	1.3158	2.00	47.5810	2.11
	0.98		1.29		46.599	
	4.802	0.068	1.3003	0.80	51.2508	9.98
	4.87		1.29		46.599	
	0.490	0.000	9.6362	6.44	34.1485	7.79
	0.49		10.3		37.032	
N02200	0.984	0.004	11.1282	8.04	34.7598	6.14
	0.98		10.3		37.032	
	5.069	0.199	9.4213	8.53	34.1190	7.87
	4.87		10.3		37.032	
	0.610	0.110	6.9556	4.19	152.6215	4.76
	0.5		7.26		145.69	
S15C	1.138	0.143	7.6458	5.31	134.9530	7.37
	0.995		7.26		145.69	
	4.972	0.008	7.4875	3.13	144.7426	0.65
	4.98		7.26		145.69	

4.2.4 網格導電率及導磁率估測

為了收集足夠多的資料進行降噪與分析，由於導磁金屬能極快達到峰值，且 2 Hz 足以完全穿透 5.0 mm 厚的金屬，因此本研究以 2 Hz 之方波取代階躍響應，圖 4.14(a)為 3 種厚度的 3 種導磁金屬，經過 4.2.2 後處理後之完整時域響應，取其中最薄且導磁率最低之金屬 0.5 mm N02200 與模型對照繪製於圖 4.14(b)，雖然實驗波形與模型波形在整體趨勢上相符，但於上升段末端約 90% 峰值處仍存在極細微的時間差異，局部放大如圖 4.14(c)所示，由於網格估測法的導電率估測主要依賴上升時間作為判斷指標，因此即便是數十微秒等級的偏差，會經由短時間尺度的放大效應，在反算導電率時造成明顯的誤差。

為了使實驗量測訊號與由理論模型建立的網格在相同時間尺度下進行比較與特徵計算，本研究建立一個基於時間映射的轉換方式，實驗波形 $y_E(t)$ 經過奇次諧波濾波、週期切片對齊與堆疊修剪平均後，得到一組在公共時間軸上具有良好訊噪比的平均響應，模型波形 $y_M(t)$ 則由解析模型在給定厚度、導電率與導磁率下

求得，由於實驗與模型之間可能不固定延遲或差異，因此必須透過時間映射修正，以確保後續特徵比較的一致性。

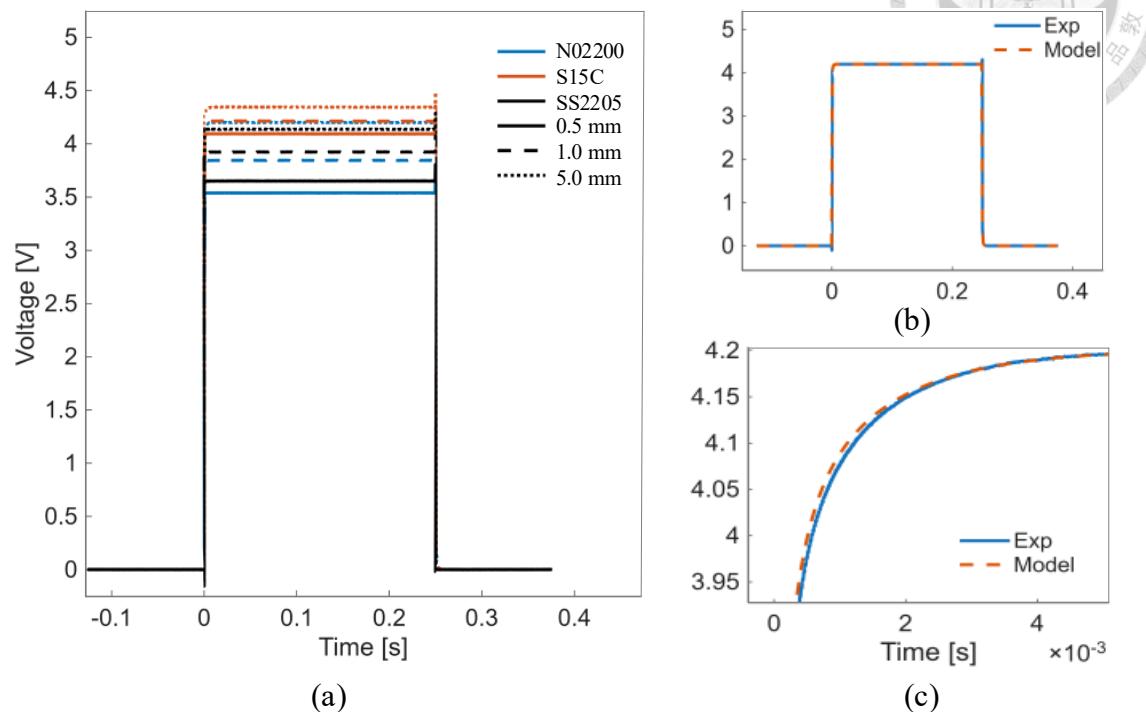


圖 4.14 導磁金屬實驗時域響應 (a)所有金屬與厚度 (b)N02200 實驗模型對照
(c)90%峰值上升階段局部放大

為了消除圖 4.14(a)上升與下降邊緣之過衝與雜訊對特徵時間的干擾，採用百分位基準的正規化方式，實驗訊號的低、高平臺分別由第 5 與第 95 百分位數近似，記為 $p_L^{(E)}$ 與 $p_H^{(E)}$ ，並定義實驗幅值 $A^{(E)}$ ，將訊號平移：

$$A^{(E)} = \max(p_H^{(E)} - p_L^{(E)}) \quad (4.9)$$

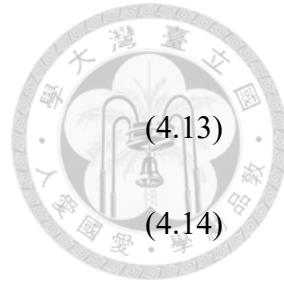
$$\tilde{y}_E(t) = y_E(t) - p_L^{(E)} \quad (4.10)$$

模型訊號則定義為：

$$A^{(M)} = \max(p_H^{(M)} - p_L^{(M)}) \quad (4.11)$$

$$\tilde{y}_M(t) = y_M(t) - p_L^{(M)} \quad (4.12)$$

接著在上升段選取比例集合 $\mathcal{L} = \{0.10, 0.20, \dots, 0.90\}$ ，對於任一 $\ell \in \mathcal{L}$ ，定義



實驗與模型的穿越時間分別為：

$$\tilde{y}_E(t_E^{(\ell)}) = \ell A^{(E)} \quad (4.13)$$

$$\tilde{y}_M(t_M^{(\ell)}) = \ell A^{(M)} \quad (4.14)$$

令實驗與模型時間軸滿足映射關係 $t' = st + d$ ，其中 s 為時間縮放係數， d 為延遲，映射目標是令所有時間錨點對齊，再將所有錨點以矩陣形式描述，並以最小平方法求解 (s, d) ：

$$st_E^{(\ell)} + d \approx t_M^{(\ell)}, \quad \forall \ell \in \mathcal{L} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} t_E^{(\ell_1)} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ t_E^{(\ell_K)} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} t_M^{(\ell_1)} \\ \vdots \\ t_M^{(\ell_K)} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\begin{bmatrix} s \\ d \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^\top \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^\top \mathbf{b} \quad (4.17)$$

為了直接將整條時域曲線進行線性變換，將映射表示為時間座標的矩陣：

$$\mathbf{Tt} = \begin{bmatrix} s & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} t' \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{Tt} \begin{bmatrix} t \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

對於每組厚度的金屬樣本，皆依照上述方法計算出其專屬的時間映射矩陣 \mathbf{Tt} ，將所有實驗波形經過校正後，時間座標統一對齊至模型時間軸，確保各厚度與材料的響應能在相同基準下進行比較，透過將映射參數以矩陣形式表示，校正流程不僅在數學上具有一致性，也方便於後續批次處理與不同厚度之應用，降低反算過程的誤差，進一步確保本研究估測導電率與導磁率的精確度與重現性。

表 4.7 為 N02200、SS2205 與 S15C 三種導磁金屬於不同厚度下，經時間映射後之導磁率與導電率估測結果，由於本研究採用序列式參數網格反算，需先由時域響應之峰值求得導磁率，再以其結果作為已知條件進一步反算導電率，因此若導磁率的估測存在偏差，將不可避免影響導電率的估算，放大其誤差，即使導

磁率的誤差僅為數個百分比，導電率的誤差仍可能達到數百個百分比。N02200 的導磁率及導電率估測誤差均約 20%，厚度 0.5 mm 的 SS2205，導磁率的誤差雖低於 20%，但導電率誤差卻達到 115%，同樣的情況也發生在 1.0 mm 的 S15C 上，而隨厚度增加至 5.0 mm 時，導磁率高估達 46%，導電率則維持在 15% 以內，由此可知厚度的影響並非主要因素，而是採樣時的干擾與雜訊對整個估測流程的影響更為顯著。

此外，本研究中導電率的主要判斷指標為波形上升時間，其時間尺度僅約 1-2 ms，由於時間窗極短，DAQ 取樣頻率的限制，且上升時間主要反映感應電流建立初期的高頻分量，而高頻訊號容易受到環境與外部雜訊干擾，使上升時間對於雜訊與抖動高度敏感，進而導致導電率的穩定度遠低於導磁率估測。

此外，本研究為了使反算模型在涵蓋寬廣的參數範圍內仍能維持數值可解性，於離散化過程中採用了對數網格 (Logarithmic Grid) 進行導磁率與導電率的取樣，此設計雖能在高數值區間保有良好的解析度，但在低導電率或低導磁率區間，網格分布相對稀疏，導致插值精度不足，進而造成估測誤差的偏移。此一效應在 SS2205 低導磁率材料的估測中尤為明顯，連續測得相同的導磁率與導電率，因此網格設計本身也是影響估測精度的重要因素。

表 4.7 實驗厚度、導電率與導磁率估測結果

	$d(\text{mm})$	μ_r	誤差(%)	σ	誤差(%)
N02200	0.5	27.34	26.172	8.112	21.243
	1.0	30.64	17.260	12.38	20.194
	5.0	34.34	7.269	12.47	21.068
SS2205	0.5	38.49	17.402	2.781	115.581
	1.0	46.6	0.002	1.29	0
	5.0	37.03	20.534	1.29	0
S15C	0.5	145.7	0.007	7.26	0
	1.0	151.3	3.850	2.071	71.474
	5.0	213.1	46.269	6.185	14.807



4.2.5 重複性測試

對於磁感測器而言，環境中的磁場容易影響每次實驗結果，雖然已將晶片設計於電路板上，感測端與訊號處理端也已經以排線連接，但在 DAQ 採樣頻率 10^6 Hz 條件下每次量測仍會產生誤差。圖 4.15 為所有金屬樣本組合之中量測相對最不穩定的 5 mm C110 在脈衝渦電流感測器激發下，多週期量測資料對齊後之重複性統計結果。圖 4.15(a)中為所有週期的平均波形，每隔 0.1 ms 取樣一次做箱型圖 (Boxchart)，圓點則為離群值，由於進行 200 週期之重複性試驗後結果問定，箱型顯示不明顯，故將右上角紅框穩態區段放大顯示於圖 4.15(b)，可視化呈現穩態區段於每一時間點的電壓變異範圍與穩定性。

表 4.8 為箱型圖中每隔 1 ms 的統計量，包含標準差 (Standard Deviation, SD)、共變異數 (Covariance, COV)、四分位 (Interquartile Range, IQR) 及中位數絕對偏差 (Median Absolute Deviation, MAD)。除了初始對齊點 0ms 處因對齊存在波形交疊外，其餘時間點之統計變異數均遠小於 0.1%，MAD 亦維持在 0.001 以下，證實此系統在訊號採集具有良好的一致性與可重複性。

在完成訊號重複性驗證後，進一步針對逆向模型的估測穩定性進行分析。圖 4.16 為以訓練完成之混合式神經網路模型對隨機金屬樣本進行 100 次隨機取樣估測後的結果，分別繪製厚度 d 、導電率 σ 與導磁率 μ_r 之估測分佈與誤差箱型圖，圖中可觀察到三項參數的估測結果皆集中於真值附近，離群值數量有限，顯示模型對輸入訊號微小擾動具有良好的抗雜訊能力與穩定性。

表 4.9 整理各參數估測結果的統計變異性指標，其中厚度的 COV 僅 11.33%，導電率為 4.86%，導磁率為 10.95%，整體均維持在 15% 以內。厚度的分佈最為集中，IQR 與中位數重合度高，反映模型在幾何特徵參數的辨識上具高穩定性。導電率估測雖受訊號振幅微幅變動影響而呈現略寬的分佈，但仍維持對稱且無明顯偏移，顯示模型對材料導電性之非線性響應學習已趨收斂。導磁率的離群值相對較多，推測與導磁金屬樣本在高頻激發下的磁滯特性有關，造成估測值於高 μ_r

區域的變異略大。然而整體仍呈現明顯集中趨勢，顯示模型在相同環境條件下進行多次估測時，輸出變異性極低，對應至物理量誤差分佈亦無明顯偏移，驗證本研究所提出之即時估測流程具高度再現性與穩定性。

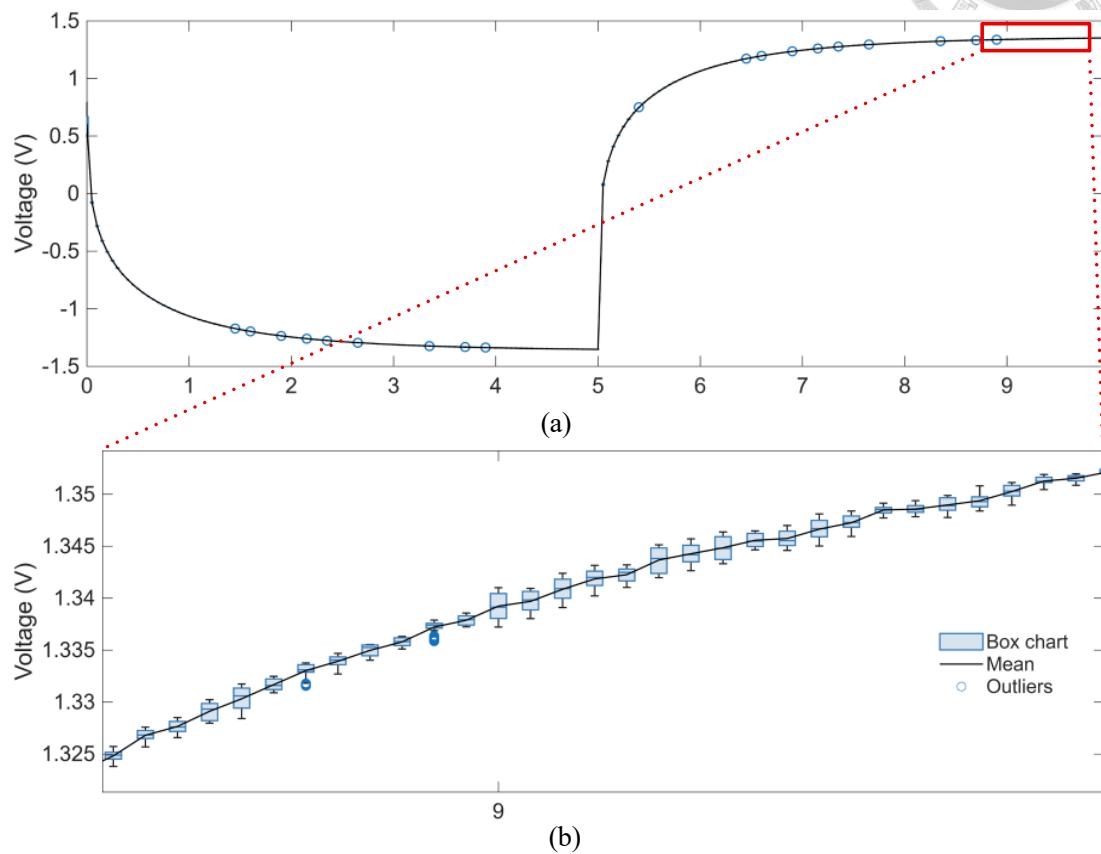


圖 4.15 訊號重複性統計圖 (a)完整時域 (b)局部放大

表 4.8 訊號重複性測試變異性指標

時間(ms)	SD	COV(%)	IQR	MAD
0	0.085659	14.155	0.14642	0.11353
1	0.00058043	0.054544	0.0008837	0.00066963
2	0.0002888	0.023189	0.0004444	0.00029204
3	0.00047854	0.036505	0.00087952	0.00052837
4	0.0012419	0.092729	0.0024036	0.0017574
5	0.00042288	0.031265	0.00067897	0.00036836
7	0.00057949	0.054456	0.00088897	0.0006808
8	0.00028884	0.023187	0.00044629	0.0002901
9	0.00047794	0.036459	0.00087941	0.00052679
10	0.0012422	0.092758	0.0023975	0.00017482

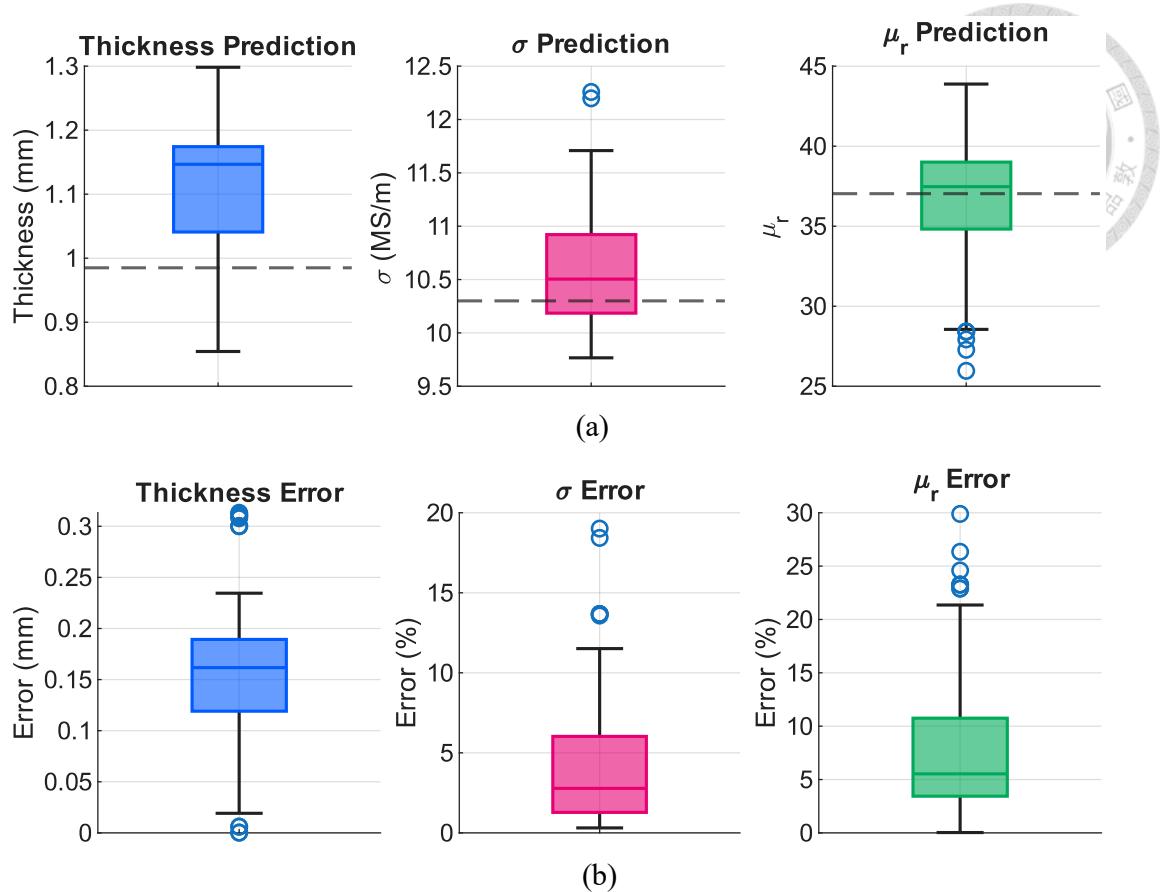


圖 4.16 估測重複性箱型圖 (a)厚度、導電率與導磁率估測值 (b)估測誤差值

表 4.9 估測重複性變異性指標

性質	SD	COV(%)	IQR	MAD
d	0.125	11.33	0.133	0.050
σ	0.516	4.86	0.737	0.339
μ_r	3.976	10.95	4.189	1.748



4.3 結果比較

表 4.10 為本論文與實驗室過去自 2020 年至 2024 年所發表之碩士論文比較，依序由年份近至遠排序。在第一代的渦電流感測系統中，使用分散式電流源模型進行開發，成功估測非導磁金屬的導電率[71]；第二代系統新增重啟電路、改良放大器電路等，提升訊號穩定性與放大倍率，除了能更精準的估測非導磁金屬的厚度與導電率，也能以導電率來分辨不同的生物組織[72]；第三代系統利用商用有限元素分析軟體 COMSOL 模擬非導磁金屬的時域響應，基於長短脈衝序列式求得非導磁金屬之厚度與導電率，並將此感測器裝設於移動平台，應用於金屬缺陷之成像[73]；第四代系統將導磁率列入估測參數，解決了網格反算的初始值問題，並且引入 TREE 方法作為物理模型[74]；第五代系統以 TREE 方法進行開發，以特徵的方式討論了非導磁金屬板之厚度、導電率與提離距離對於磁通量密度的影響，對頻率偏微分求得特徵參數，並以粒子群最佳化方式成功建立一套用以估測以上三種參數的渦電流感測系統[75]；本論文進一步擴展 TREE 之應用至時域響應，以此模型取代耗時的有限元素分析軟體，並從集膚深度、物理模型之角度探討各參數對時域特徵的影響，以模型的計算結果作為神經網路的訓練資料，成功在 80 ms 內估測高低導磁、高低導電金屬之厚度、導電率與導磁率，同時比較另一種非神經網路的方式，基於網格反算的導電率與導磁率估測方式。

表 4.10 與實驗室論文比較

實驗室論文	本論文	[75]	[74]
分析方法	時域	頻域	頻域
感測器	TMR	TMR	AMR
物理模型	TREE	TREE	DCS, TREE
估測方法	特徵參數神經網路	掃頻特徵參數 PSO 求解	最佳化初始值對應網格座標
目標待測物	高低導磁與高低導電金屬	非導磁金屬	低導磁低導電金屬板
目標參數	厚度、導電率與導磁率	厚度、導電率與提離距離	厚度、導電率與導磁率
即時估測	是	否	否

實驗室論文	[73]	[72]	[71]
分析方法	時域	頻域	頻域
感測器	AMR	AMR	AMR
物理模型	FEM	DCS	DCS
估測方法	時域響應對應峰值與上升時間	頻率響應對應網格座標	頻率響應對應網格座標
目標待測物	非導磁金屬	非導磁金屬與生物組織	非導磁金屬
目標參數	厚度、導電率	厚度、導電率	厚度、導電率
即時估測	是	否	否

表 4.11 為本論文及其他參考資料之比較，可看到本研究吸收並整合了既有方法的優點，且在估測效率方面展現出可與參考研究相當的表現。

Huang 採用頻域分析方法，感測硬體為同軸感應線圈，並以有限元素模型建立物理描述，再透過結合粒子群最佳化的極限學習機 (Particle Swarm Optimization – Extreme Learning Machine, PSO-ELM) 進行參數反算，其主要估測對象為導磁與非導磁金屬，估測參數包含厚度、導電率與導磁率，並同時考慮提離距離 (Lift-Off)，其平均誤差約 2.4%，估測時間為 8.3 s [24]，相較之下，本研究以時域分析搭配 TREE 模型與 TMR 感測器，能顯著減少資料建立所需時間，

雖有稍高 3.8% 的平均誤差，但估測時間大幅縮短至 80 ms，展現了即時性上的優勢。

Meng 等人之研究與本文皆採用時域響應與 TMR 感測器，藉由 ResNet-1D 深度神經網路進行特徵學習與參數估測，其目標材料為鋁合金與結構鋼，估測參數包含厚度與距離距離，平均誤差約 4.6% 的同時，估測時間為 229 ms [54]，雖然在方法上與本研究同樣使用 TMR 與神經網路，但其主要著重於厚度與距離補償，而本研究則能同時輸出厚度、導電率與導磁率，參數範圍更廣且計算時間更短。

Lee 與 Adewale 皆採用頻域與時域混合方法，感測硬體分別為感應線圈及霍爾感測器，物理模型則分別基於阻抗法及 FEM，均透過同時在時域及頻域捕捉對應的特徵進行估測，以鋁合金與鋼合金作為研究材料的平均誤差小於 1%，估測時間約 1 ms，顯示他們在精度與計算時間上均具大幅優勢[20][48]。

Desjardins 採用時域分析，感測器為同軸感應線圈，以等效電路模型為理論基礎，並採用曲線下面積作為特徵，其目標為非導磁與導磁長圓管，估測參數包含導電率與導磁率，平均誤差小於 8%，估測時間約 25 ms [40]，雖然其在速度上略優於本研究，但僅能估測兩個參數，本研究則以此參考資料為借鑒，採用面積做為神經網路之特徵之一，可同時獲得厚度、導電率與導磁率，具備更廣泛的應用價值。

Adewale 採用頻域掃頻法，感測硬體為同軸雙感應線圈，物理模型沿用 Dodd and Deeds 之經典解析解，並利用零交越頻率作為估測特徵，研究金屬為雙相鋼，估測參數包含導電率與導磁率，平均誤差約 2.6%，估測時間約 1 s [76]，本研究與其相較，雖然在精度上接近，但在估測時間上更快，並且能額外同時量測厚度，提升了系統的應用價值。

表 4.11 各文獻誤差之比較

參考資料	本論文	[24]	[54]	[20]
分析方法	時域	頻域	時域	頻域、時域
感測硬體	TMR	同軸感應線圈	TMR	同軸感應線圈
物理模型	TREE	FEM	集膚深度	阻抗
估測方法	混和神經網路	極限學習機	ResNet-1D	頻率、相位
目標待測物	導磁與非導磁	導磁與非導磁	鋁合金、	鋁合金、鈦合
	金屬	金屬	S355 結構鋼	金
目標參數	厚度、導電率 與導磁率	厚度、導電 率、導磁率與 提離距離	厚度、提離距 離	導電率、厚 度、提離距離
平均誤差	3.8038%	2.425%	4.565%	<1%
估測時間	80 ms	8.3 s	229 ms	1 ms

參考資料	[40]	[48]	[76]
分析方法	時域	時域、頻域	頻域
感測硬體	同軸感應線圈	Hall Sensor	雙同軸感應線圈
物理模型	等效電路	3D FEM	Dodd-Deeds
估測方法	曲線下面積	上升緣、掃頻	零交越頻率
目標待測物	非導磁與導磁長 圓管	低磁性圓盤	雙相鋼
目標參數	導電率及導磁率	導電率及導磁率	導電率及導磁率
平均誤差	<8%	3.9856%	2.6%
估測時間	25 ms	<10 ms	>1 s

第五章 結論與未來展望



本章節以結論總結各章之敘述，並提出脈衝渦電流感測系統改進方法，及後續研究方向。5.1 為脈衝渦電流感測系統之結論，5.2 為脈衝渦電流感測系統之未來展望。

5.1 結論

本研究開發一套即時脈衝渦電流感測系統，整合數學模型推導、訊號處理演算法與硬體實作，成功估測厚度 0.2 至 5.0 毫米、導電率範圍 1.29 至 58.3 Ms/m、導磁率範圍 1 至 150 之金屬板厚度、導電率與導磁率，在估測參數僅耗時 80 毫秒的速度下，仍保有平均僅 3.83% 的誤差。理論部分，成功將 TREE 模型擴展至時域應用，並採用簡單方法去除方波階躍邊緣的吉布斯效應，與有限元素軟體數值模擬對照驗證其正確且可用性，比較材料參數與磁場之物理關聯，且相比有限元素法省下約 99.7% 計算時間，以此模型短時間內建立大量用於神經網路的訓練資料，同時比較多種機器學習模型後，取其優點建立混合式神經網路進行參數估測。

感測器硬體研發方面，本研究借鑑過去實驗室五代硬體設計之優缺點，改善前幾代感測器因需配合電流放大器使用而使系統整體體積過大，也改進上一代因電路板缺乏經驗的設計導致晶片焊接方法錯誤，以及將訊號處理電路與感測器電路合而為一的設計使體積過大且重心太靠上而使其無法穩定放置。本研究使用排線取代單芯線連接兩塊電路板，設計並製作以 CT100 TMR 感測器與經過多種方法比較之最佳化激勵線圈作為核心的量測平臺，並將線圈支架與感測器本體合而為一，有效降低多零件製造與組合的公差，且能讓 TMR 感測器更貼近金屬表面，使其中心距離金屬表面僅 2.4 毫米，創造更高的訊噪比，模組化的設計也改善前一代過難維修且更動設計的問題，並搭配 NI DAQ 及 MATLAB 取代先前的 SR830

鎖相放大器進行即時資料擷取。

針對訊號處理部分本研究提出奇次諧波濾波、週期分段對齊與多次疊合降噪等技術，有效降低 TMR 感測器的高頻雜訊與 DAQ 採樣限制造成的誤差，透過序列式估測流程，先行反算導磁率再推導導電率，雖可展現多參數估測的可行性，但亦顯示導磁率誤差會累積影響後續導電率估測，尤其導電率估測依賴上升時間，時間尺度落在毫秒等級，對雜訊與取樣率高度敏感，因此對估測精度產生一定限制。本研究採用神經網路反算方法進行實驗驗證，涵蓋多種金屬材料，成功估測其厚度、導電率與導磁率。結果顯示該方法具備良好的可行性與準確性，並與既有文獻方法相比，在反算策略與估測效率上展現出明顯優勢。然而，由於感測器的雜訊與疊合次數限制，整體系統在訊雜比與估測穩定性上仍有改進空間。

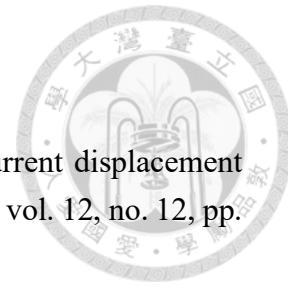
5.2 未來展望

本論文經由實驗實現符合正逆向模型之估測方法。然而，在模型與訊號處理方面，本研究的時域 TREE 模型之振幅會被頻率影響，尤其是低頻設定下衰減過大的問題，此外，對於 TREE 模型應用於導磁性金屬計算磁通量密度變化時會產生誤差，未能充分反映磁滯效應與感應磁電場分佈的非線性關係，顯示尚有改善空間。未來可嘗試將模型以二階系統表示，藉由 Laplace 轉換計算極點得到更嚴謹的封閉解析解，描述時域響應的特徵，以更直接地對應導電率與導磁率及厚度之物理現象。此外，TMR 感測器固有之雜訊雖可藉由保留奇次諧波與多次疊合平均降低，但其運算與量測時間仍偏長，且目前的雜訊程度仍需經校正後套入模型，未來需要更有效率的訊號處理方式，並同步優化量測網格分佈，以提升估測精度並縮短運算時間。

硬體方面，縮小感測器體積將是提升系統可攜性與應用靈活性的關鍵，可考慮使用三維 TMR 感測器，以提升感測靈敏度與方向辨識能力。此外，系統電源架構可進一步簡化，例如以單一 5 V 電源搭配升壓晶片即可提供正負 15 V，甚

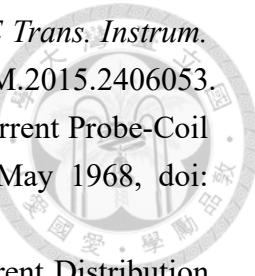
至導入電池管理系統 (Battery Management System, BMS) 或外接行動電源，使系統具備獨立供電能力，並配合嵌入式處理器取代電腦平台，將可大幅縮減系統體積與功耗，進一步實現真正可攜式的脈衝渦電流感測平台，拓展至異地檢測與工業應用中的實際可行性。





參考文獻

- [1] J. B. Kim and E. Toyserkani, “Design strategies for eddy-current displacement sensor systems: review and recommendations,” *IEEE Sens. J.*, vol. 12, no. 12, pp. 3346–3355, Dec. 2012, doi: 10.1109/JSEN.2012.2204321.
- [2] T. Yamaguchi, Y. Iwai, S. Inagaki, and M. Ueda, “A method for detecting bearing wear in a drain pump utilizing an eddy-current displacement sensor,” *Meas.*, vol. 33, no. 3, pp. 207–215, Apr. 2003, doi: 10.1016/S0263-2241(02)00067-2.
- [3] Y. Du, Z. Zhang, W. Yin, S. Zhu, Z. Chen, and H. Xu, “Conductivity classification of non-magnetic tilting metals by eddy current sensors,” *Sensors*, vol. 20, no. 9, Art. no. 2608, May 2020, doi: 10.3390/s20092608.
- [4] Y. Yu, Y. Zou, M. Al Hosani, and G. Tian, “Conductivity invariance phenomenon of eddy current NDT: Investigation, verification, and application,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 1, Art. no. 6200207, Jan. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2016.2616328.
- [5] K.-M. Lee, C.-Y. Lin, B. Hao, and M. Li, “Coupled parametric effects on magnetic fields of eddy-current induced in non-ferrous metal plate for simultaneous estimation of geometrical parameters and electrical conductivity,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 53, no. 10, Art. no. 6202209, Oct. 2017, doi: 10.1109/TMAG.2017.2715831.
- [6] X. Ma, A. J. Peyton, and Y. Y. Zhao, “Measurement of the electrical conductivity of open-celled aluminium foam using non-contact eddy current techniques,” *NDT&E Intl.*, vol. 38, no. 5, pp. 359–367, Jul. 2005, doi: 10.1016/j.ndteint.2004.10.003.
- [7] Z. Zeng, Y. Liao, X. Liu, J. Lin, and Y. Dai, “Detection of fiber fracture in unidirectional CFRP by remote field eddy-current testing,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 69, no. 8, pp. 5755–5762, Aug. 2020, doi: 10.1109/TIM.2019.2957914.
- [8] H. Fukutomi, T. Takagi, and M. Nishikawa, “Remote field eddy current technique applied to non-magnetic steam generator tubes,” *NDT&E Intl.*, vol. 34, no. 1, pp. 17–23, Jan. 2001, doi: 10.1016/S0963-8695(00)00026-8.
- [9] W. Yin and A. J. Peyton, “Thickness measurement of metallic plates with an electromagnetic sensor using phase signature analysis,” in *Proc. IEEE Instrum. Meas. Technol. Conf. (IMTC)*, 2007, Warsaw, Poland, May 2007, doi: 10.1109/IMTC.2007.379258.
- [10] H. Wang, W. Li, and Z. Feng, “Noncontact thickness measurement of metal films



- using eddy-current sensors immune to distance variation," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 64, no. 9, pp. 2557–2564, Sep. 2015, doi: 10.1109/TIM.2015.2406053.
- [11] C. V. Dodd and W. E. Deeds, "Analytical Solutions to Eddy-Current Probe-Coil Problems," *J. Appl. Phys.*, vol. 39, no. 6, pp. 2829–2838, May 1968, doi: 10.1063/1.1656680.
- [12] J. W. Luquira, W. E. Deeds, and C. V. Dodd, "Alternating Current Distribution Between Planar Conductors," *J. Appl. Phys.*, vol. 41, no. 10, pp. 3983–3991, Sep. 1970, doi: 10.1063/1.1658399.
- [13] Y. Li, T. Theodoulidis, and G. Y. Tian, "Magnetic Field-Based Eddy-Current Modeling for Multilayered Specimens," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 11, pp. 4010–4015, Nov. 2007, doi: 10.1109/TMAG.2007.904930.
- [14] M. Lu, L. Yin, A. J. Peyton, and W. Yin, "A Novel Compensation Algorithm for Thickness Measurement Immune to Lift-Off Variations Using Eddy Current Method," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 65, no. 12, pp. 2773–2779, Dec. 2016, doi: 10.1109/TIM.2016.2600918.
- [15] W. Yin and K. Xu, "A Novel Triple-Coil Electromagnetic Sensor for Thickness Measurement Immune to Lift-Off Variations," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 65, no. 1, pp. 164–169, Jan. 2016, doi: 10.1109/TIM.2015.2479106.
- [16] C. Wang, T. Wang, B. Liu, F. Tian, and X. Lu, "Metal Thickness Measurement System Based on a Double-Coil Eddy-Current Method With Characteristic Ratio Detection," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 70, no. 12, pp. 12904–12912, Dec. 2023, doi: 10.1109/TIE.2023.3239881.
- [17] W. Li, Y. Ye, K. Zhang, and Z. Feng, "A Thickness Measurement System for Metal Films Based on Eddy-Current Method With Phase Detection," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 64, no. 5, pp. 3940–3949, May 2017, doi: 10.1109/TIE.2017.2650861.
- [18] Z. Qu, W. Wang, Z. Yang, Q. Bao, and Y. Zheng, "High-Precision Thickness Measurement of Cu Film on Si-Based Wafer Using Erasable Printed Eddy Current Coil and High-Sensitivity Associated Circuit Techniques," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 69, no. 9, pp. 9556–9565, Sep. 2022, doi: 10.1109/TIE.2021.3111570.
- [19] Y. Qiu et al., "A Metal Film Thickness Measurement System With a Large Range Based on High-Performance ME Sensors," *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, pp. 1–10, 2025, doi: 10.1109/TMECH.2024.3517698.
- [20] K.-M. Lee, B. Hao, M. Li, and K. Bai, "Multiparameter Eddy-Current Sensor Design for Conductivity Estimation and Simultaneous Distance and Thickness Measurements," *IEEE Trans. Ind. Inf.*, vol. 15, no. 3, pp. 1647–1657, Mar. 2019, doi: 10.1109/TII.2018.2843319.

- [21] D. Zhang, Y. Yu, C. Lai, and G. Tian, "Thickness measurement of multi-layer conductive coatings using multifrequency eddy current techniques," *Nondestr. Test. Eval.*, vol. 31, no. 3, pp. 191–208, Jul. 2016, doi: 10.1080/10589759.2015.1081903.
- [22] W. Cheng, "Thickness Measurement of Metal Plates Using Swept-Frequency Eddy Current Testing and Impedance Normalization," *IEEE Sensors J.*, vol. 17, no. 14, pp. 4558–4569, Jul. 2017, doi: 10.1109/JSEN.2017.2710356.
- [23] F. Loete, Y. Le Bihan, and D. Mencaraglia, "Novel Wideband Eddy Current Device for the Conductivity Measurement of Semiconductors," *IEEE Sensors J.*, vol. 16, no. 11, pp. 4151–4152, Jun. 2016, doi: 10.1109/JSEN.2016.2544403.
- [24] P. Huang et al., "Decoupling Permeability, Conductivity, Thickness, Lift-Off for Eddy Current Testing Using Machine Learning," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 72, pp. 1–10, 2023, doi: 10.1109/TIM.2023.3293565.
- [25] C.-Y. Lin, Y.-C. Wu, and M. Teng, "Development of a Magnetic/Eddy-Current Sensing System For Simultaneous Estimation of Electrical Conductivity and Thickness in Non-Ferrous Metal Plates," *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, vol. 28, no. 1, pp. 360–371, Feb. 2023, doi: 10.1109/TMECH.2022.3199821.
- [26] B. Hao, K.-M. Lee, and K. Bai, "Distributed current source modeling method for 3D eddy current problem in magnetic conductor with discrete state-space $J\cdot\varphi$ formulation," *J. Comput. Phys.*, vol. 401, p. 109027, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.jcp.2019.109027.
- [27] M. Fan, P. Huang, B. Ye, D. Hou, G. Zhang, and Z. Zhou, "Analytical modeling for transient probe response in pulsed eddy current testing," *NDT&E Intl.*, vol. 42, no. 5, pp. 376–383, Jul. 2009, doi: 10.1016/j.ndteint.2009.01.005.
- [28] Z. Xue, M. Fan, B. Cao, and B. Ye, "Analytical model of pulsed eddy current signal with variable time resolution," *J. Nondestr. Eval.*, vol. 41, no. 3, p. 54, Sep. 2022, doi: 10.1007/s10921-022-00885-y.
- [29] Y. Li, G. Y. Tian, and A. Simm, "Fast analytical modelling for pulsed eddy current evaluation," *NDT&E Intl.*, vol. 41, no. 6, pp. 477–483, Sep. 2008, doi: 10.1016/j.ndteint.2008.02.001.
- [30] H. Wang, J. Huang, L. Liu, S. Qin, and Z. Fu, "A Novel Pulsed Eddy Current Criterion for Non-Ferromagnetic Metal Thickness Quantifications under Large Liftoff," *Sensors*, vol. 22, no. 2, p. 614, Jan. 2022, doi: 10.3390/s22020614.
- [31] M. Fan, B. Cao, A. I. Sunny, W. Li, G. Tian, and B. Ye, "Pulsed eddy current thickness measurement using phase features immune to liftoff effect," *NDT&E Intl.*, vol. 86, pp. 123–131, Mar. 2017, doi: 10.1016/j.ndteint.2016.12.003.
- [32] C. S. Angani, D. G. Park, G. D. Kim, C. G. Kim, and Y. M. Cheong, "Differential

- pulsed eddy current sensor for the detection of wall thinning in an insulated stainless steel pipe," *J. Appl. Phys.*, vol. 107, no. 9, p. 09E720, May 2010, doi: 10.1063/1.3337725.
- [33] D. G. Park, C. S. Angani, G. D. Kim, C. G. Kim, and Y. M. Cheong, "Evaluation of Pulsed Eddy Current Response and Detection of the Thickness Variation in the Stainless Steel," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 10, pp. 3893–3896, Oct. 2009, doi: 10.1109/TMAG.2009.2024219.
 - [34] X. Chen and Y. Lei, "Excitation current waveform for eddy current testing on the thickness of ferromagnetic plates," *NDT&E Intl.*, vol. 66, pp. 28–33, Sep. 2014, doi: 10.1016/j.ndteint.2014.04.006.
 - [35] Y. Wang, M. Fan, B. Cao, B. Ye, and D. Wen, "Measurement of coating thickness using lift-off point of intersection features from pulsed eddy current signals," *NDT&E Intl.*, vol. 116, p. 102333, Dec. 2020, doi: 10.1016/j.ndteint.2020.102333.
 - [36] C.-Y. Lin, R.-Y. Huang, M. Teng, and Y.-C. Wu, "Pulsed Eddy Current Sensor for Cascade Electrical Conductivity and Thickness Estimation in Nonferrous Metal Plates," *IEEE Sensors J.*, vol. 23, no. 8, pp. 8323–8334, Apr. 2023, doi: 10.1109/JSEN.2023.3257316.
 - [37] X. Zheng et al., "Analyzing the permeability distribution of multilayered specimens using pulsed eddy-current testing with multi-scale 1D-ResNet," *NDT&E Intl.*, vol. 149, p. 103247, Jan. 2025, doi: 10.1016/j.ndteint.2024.103247.
 - [38] S. Xie, Z. Chen, T. Takagi, and T. Uchimoto, "Development of a very fast simulator for pulsed eddy current testing signals of local wall thinning," *NDT&E Intl.*, vol. 51, pp. 45–50, Oct. 2012, doi: 10.1016/j.ndteint.2012.06.002.
 - [39] X. Chen and Y. Lei, "Electrical conductivity measurement of ferromagnetic metallic materials using pulsed eddy current method," *NDT&E Intl.*, vol. 75, pp. 33–38, Oct. 2015, doi: 10.1016/j.ndteint.2015.06.005.
 - [40] D. Desjardins, T. W. Krause, and L. Clapham, "Transient eddy current method for the characterization of magnetic permeability and conductivity," *NDT&E Intl.*, vol. 80, pp. 65–70, Jun. 2016, doi: 10.1016/j.ndteint.2016.02.010.
 - [41] M. Morozov, G. Yun Tian, and P. J. Withers, "The pulsed eddy current response to applied loading of various aluminium alloys," *NDT&E Intl.*, vol. 43, no. 6, pp. 493–500, Sep. 2010, doi: 10.1016/j.ndteint.2010.05.004.
 - [42] Y. He, F. Luo, M. Pan, X. Hu, J. Gao, and B. Liu, "Defect classification based on rectangular pulsed eddy current sensor in different directions," *Sens. Actuators A Phys.*, vol. 157, no. 1, pp. 26–31, Jan. 2010, doi: 10.1016/j.sna.2009.11.012.
 - [43] S. Qian, X. Zuo, Y. He, G. Tian, and H. Zhang, "Detection technology to identify money based on pulsed eddy current technique," in *Proc. 17th Int. Conf. Autom. Comput., Huddersfield, U.K., Sep. 2011*.

- [44] D. Chen, Q. Ji, L. Zhao, and H. Zhang, “Application of pulsed eddy current and ultrasonic sensors in paint film thickness measuring,” in *Proc. Chinese Control Decis. Conf. (CCDC)*, *Guilin, China*, Jun. 2009, pp. 4461–4464, doi: 10.1109/CCDC.2009.5192349.
- [45] Y. He, G. Tian, H. Zhang, M. Alamin, A. Simm, and P. Jackson, “Steel Corrosion Characterization Using Pulsed Eddy Current Systems,” *IEEE Sensors J.*, vol. 12, no. 6, pp. 2113–2120, Jun. 2012, doi: 10.1109/JSEN.2012.2184280.
- [46] N. A. Ahmad Latif, I. M. Zainal Abidin, and N. Jamaludin, “Simulation and Experimental Investigation of Pulsed Eddy Current Technique for Defect Evaluation,” *IJEEI*, vol. 6, no. 3, pp. 317–322, Sep. 2018, doi: 10.11591/ijeei.v6i3.503.
- [47] A. Sophian, G. Tian, and M. Fan, “Pulsed eddy current non-destructive testing and evaluation: A review,” *Chin. J. Mech. Eng.*, vol. 30, no. 3, pp. 500–514, May 2017, doi: 10.1007/s10033-017-0122-4.
- [48] I. D. Adewale and G. Y. Tian, “Decoupling the Influence of Permeability and Conductivity in Pulsed Eddy-Current Measurements,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 3, pp. 1119–1127, Mar. 2013, doi: 10.1109/TMAG.2012.2225634.
- [49] T. Theodoulidis, “Developments in Calculating the Transient Eddy-Current Response From a Conductive Plate,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 7, pp. 1894–1896, Jul. 2008, doi: 10.1109/TMAG.2008.919482.
- [50] S. Xie, Z. Chen, T. Takagi, and T. Uchimoto, “Efficient Numerical Solver for Simulation of Pulsed Eddy-Current Testing Signals,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 11, pp. 4582–4591, Nov. 2011, doi: 10.1109/TMAG.2011.2151872.
- [51] H. Zhu, C. Wang, H. Chen, and J. Wang, “Pulsed eddy current signal denoising based on singular value decomposition,” *J. Shanghai Jiaotong Univ. (Sci.)*, vol. 21, no. 1, pp. 121–128, Feb. 2016, doi: 10.1007/s12204-015-1691-y.
- [52] M. S. Safizadeh, B. A. Lepine, D. S. Forsyth, and A. Fahr, “Time–frequency analysis of pulsed eddy current signals,” *J. Nondestr. Eval.*, vol. 20, pp. 73–86, Jun. 2001, doi: 10.1023/A:1012244208475.
- [53] H. Tsuboi, N. Seshima, I. Sebestyen, J. Pavo, S. Gyimothy, and A. Gasparics, “Transient Eddy Current Analysis of Pulsed Eddy Current Testing by Finite Element Method,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 1330–1333, Mar. 2004, doi: 10.1109/TMAG.2004.825009.
- [54] T. Meng, L. Xiong, X. Zheng, Y. Tao, and W. Yin, “Real-Time Tunnel-Magnetoresistive-Based Pulsed Eddy Current Testing With Deep Learning,” *IEEE Sensors J.*, vol. 24, no. 9, pp. 15540–15550, May 2024, doi: 10.1109/JSEN.2024.3373756.

- [55] M. Srivastava, C. L. Anderson, and J. H. Freed, “A New Wavelet Denoising Method for Selecting Decomposition Levels and Noise Thresholds,” *IEEE Access*, vol. 4, pp. 3862–3877, 2016, doi: 10.1109/ACCESS.2016.2587581.
- [56] T. Wu and S. Zhang, “A Signal Denoising Method for Pulsed Eddy Current Testing Based on Parameter Optimization of VMD Combined with Wavelet Threshold,” in *Proc. Int. Conf. Adv. Control Syst. Autom. Technol. (ACSAT)*, Nanjing, China, Nov. 2024, pp. 283–290. doi: 10.1109/ACSAT63853.2024.10824033.
- [57] B. Luo, Y. Shi, W. Zhang, and Y. Li, “Denoising Algorithm for Pulsed Eddy Current Response Signals Based on Empirical Mode Decomposition,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Electron. Meas. Instrum. (ICEMI)*, 16th, Harbin, China, Aug. 2023, pp. 406–410. doi: 10.1109/ICEMI59194.2023.10270249.
- [58] Cheh Pan, “Gibbs phenomenon removal and digital filtering directly through the fast Fourier transform,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 2, pp. 444–448, Feb. 2001, doi: 10.1109/78.902128.
- [59] J. Chen, X. Geng, F. Yao, X. Liao, Y. Zhang, and Y. Wang, “Single-Cycle Pulse Signal Recognition Based on One-Dimensional Deep Convolutional Neural Network,” *Electronics*, vol. 13, no. 3, p. 511, Jan. 2024, doi: 10.3390/electronics13030511.
- [60] J. Wilde and Y. Lai, “Design optimization of an eddy current sensor using the finite-elements method,” *Microelectron. Rel.*, vol. 43, no. 3, pp. 345–349, Mar. 2003, doi: 10.1016/S0026-2714(02)00341-4.
- [61] Y. Yating and Du Pingan, “Optimization of an Eddy Current Sensor Using Finite Element Method,” in *Proc. Int. Conf. Mechatronics Autom. (ICMA)*, Harbin, China, Aug. 2007, pp. 3795–3800. doi: 10.1109/ICMA.2007.4304179.
- [62] Z. Su, C. Ye, A. Tamburrino, L. Udpa, and S. Udpa, “Optimization of coil design for eddy current testing of multi-layer structures,” *JAE*, vol. 52, no. 1–2, pp. 315–322, Dec. 2016, doi: 10.3233/JAE-162030.
- [63] I. T. Rekanos, C. S. Antonopoulos, and T. D. Tsiboukis, “Shape design of cylindrical probe coils for the induction of specified eddy current distributions,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp. 1797–1800, May 1999, doi: 10.1109/20.767380.
- [64] B. Sawicki and A. Krupa, “Optimization of coil geometry using Monte Carlo method with HTCondor and Microsoft Azure technologies,” *Przeglqd Elektrotechniczny*, vol. 95, no. 5, pp. 114–118, May 2019, doi: 10.15999/48.2019.05.28.
- [65] A. Trakic, F. Liu, H. S. Lopez, H. Wang, and S. Crozier, “Longitudinal gradient

- coil optimization in the presence of transient eddy currents," *Magn. Reson. Med.*, vol. 57, no. 6, pp. 1119–1130, Jun. 2007, doi: 10.1002/mrm.21243.
- [66] . Li and D. A. Lowther, "Topological Sensitivity Analysis for Steady State Eddy Current Problems With an Application to Nondestructive Testing," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 5, pp. 1294–1297, May 2011, doi: 10.1109/TMAG.2010.2091717.
- [67] H. T. Zhou, K. Hou, H. L. Pan, J. J. Chen, and Q. M. Wang, "Study on the Optimization of Eddy Current Testing Coil and the Defect Detection Sensitivity," *Procedia Eng.*, vol. 130, pp. 1649–1657, 2015, doi: 10.1016/j.proeng.2015.12.331.
- [68] W. C. Chew, Lecture 16: Waves in Layered Media, ECE 604 Electromagnetic Theory, Purdue University, p. 167, Fall 2020. [Online]. Available: <https://engineering.purdue.edu/wcchew/ece604f20/Lecture%20Notes/Lect16.pdf>
- [69] R. A. Serway and J. S. Faughn, *College Physics*, 4th ed. Fort Worth, TX: Saunders College Publishing, 1995, ch. 19, pp. 590
- [70] W. Yin, R. Huang, M. Lu, Z. Zhang, and A. Peyton, "Measurements of thickness for metallic plates with co-axial holes using a novel analytical method with the modified integration range," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 198380–198389, Nov. 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3035333.
- [71] 黃士誠, “應用於非導磁金屬導電率量測之磁電渦流感測器開發”, 臺灣大學機械工程學系碩士論文, 2020.
- [72] 吳易秦, “幾何及材料特性估測之單點式磁電渦流感測器開發”, 臺灣大學機械工程學系碩士論文, 2021.
- [73] 黃仁淵, “嵌入式脈衝渦電流感測掃描系統開發”, 臺灣大學機械工程學系碩士論文, 2022.
- [74] 林俊宇, “應用於導電率、導磁率及厚度估測之多頻率渦電流感測方法”, 臺灣大學機械工程學系碩士論文, 2023.
- [75] 蔡承祐, “應用於非導磁金屬板厚度與導電率及提離距離估測之渦電流感測系統開發”, 臺灣大學機械工程學系碩士論文, 2024.
- [76] Ibukun D. Adewale and G. Y. Tian, "Decoupling the Influence of Permeability and Conductivity in Pulsed Eddy-Current Measurements," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 3, pp. 1119–1127, Mar. 2013, doi: 10.1109/TMAG.2012.2228296.