

國立臺灣大學工學院工程科學與海洋工程學系

碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master's Thesis

頻移式都普勒換能器研析

Research and Analysis on Frequency Shift

Doppler Transducer

鄒華丰

Hua-Feng Tsou

指導教授：宋家驥 博士

Advisor: Chia-Chi Sung Ph.D.

中華民國 113 年 9 月

September, 2024



致謝

誠摯感謝恩師宋家驥教授，在我研究過程中，於超音波技術、振動理論及換能器設計等專業領域，給予了極具價值的指導與建議，幫助我深入理解這些複雜的技術概念。定期的週報及會議，也讓我更清楚研究過程中問題的所在，老師也很常補充相關知識，使我獲益良多，讓我能夠順利完成本論文。

感謝林益煌教授、王昭男教授及黃翊君博士在論文口試期間所提供的寶貴意見，讓我能夠深刻反思並進一步充實與完善論文內容。

感謝實驗室的學長裕峰、柏宏、子賢、奕忠、George、學弟政穎，會議完一起討論各自研究的問題還有午餐要吃甚麼，特別感謝學長陳柏宏，一起進行了許多實驗，模擬方面共同討論解決許多技術難題。以及感謝大熊學長，學長對探頭製程的經驗讓我受益匪淺，學長學弟的協助對於本論文的順利進行功不可沒。

此外，我也想感謝其他實驗室的朋友，煒智、許晴、安哥、光頭、才哥、品佑、許彤、柏邑、昱嘉等還有許多人，大家組成的里民服務中心，一起唱歌、喝酒、野餐、露營，讓我的碩士生活除了研究還有許多休閒活動。

感謝我的父母，二十多年來的支持與包容，給予我無限的愛與鼓勵，更在我研究的路上，始終陪伴在側，沒有他們的栽培，我無法走到今天這一步。最後，特別感謝我的女友涼祺，在我撰寫論文的過程中，無論是情感上的支持，還是在研究中提出不一樣的見解，都給予了我極大的鼓舞與動力，這段時間的陪伴與支持對我而言意義重大，我會好好珍惜這段感情。



摘要

在工業感測控制系統的測量和驗證中，流量計是最關鍵的技術，而非侵入式超音波流量計是不可或缺的應用工具。目前常見的超音波流量計多為時間差超音波流量計，缺點是不太容易設定，準確性受測量距離的影響，需要手動找到特定的距離來發射和接收訊號，且只適用於乾淨的流體。本研究主要設計一種流量計，利用都普勒原理測量懸浮在流體中的運動顆粒或氣泡反射回感測器的訊號，並根據聲波的頻移差計算出流速和流量。所使用的超音波換能器是利用壓電片、波導、背膠層製成的，材料的選用、尺寸關係到聲阻抗匹配、訊號的乾淨程度以及良好的頻寬。以 FEA 模擬為基礎，研究方面包括換能器角度的變化、波導長度的調整以及換能器的架設位置，背膠層的部分參考文獻，實驗不同配比的背膠層，設計出測量結果更準確穩定的都普勒流量計。

關鍵字：都普勒流量計、超音波換能器、壓電片、波導、背膠層

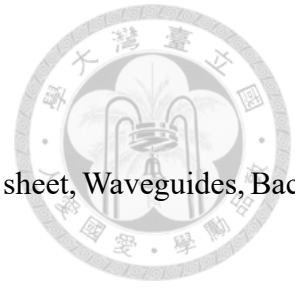
Abstract



In the measurement and verification of industrial sensor control systems, flow meters are the most critical technology, and non-invasive ultrasonic flow meters are indispensable tools in this application. Currently, the most common ultrasonic flow meters are transit-time ultrasonic flow meters, which have the drawbacks of being difficult to set up, with accuracy affected by the measurement distance. They require manual adjustment to find a specific distance for signal transmission and reception and are only suitable for clean fluids. This research mainly focuses on designing a flow meter that uses the Doppler principle to measure signals reflected by particles or bubbles moving in the fluid, and calculates the flow velocity and flow rate based on the Doppler frequency shift. The ultrasonic transducer used is made of piezoelectric sheets, waveguides, and backing layers. The choice of materials and dimensions is crucial for acoustic impedance matching, signal clarity, and achieving a good bandwidth. Based on FEA simulations, the research includes studying the effects of transducer angle variation, waveguide length adjustment, and transducer installation position. The backing layer references literature, and experiments with different ratios of backing material are conducted to design a Doppler flow

meter that provides more accurate and stable measurement results.

Keywords: Doppler flowmeters, Ultrasonic transducer, Piezoelectric sheet, Waveguides, Back-ing layers



目次



	Page
口試委員審定書	i
致謝	ii
摘要	iii
Abstract	iv
目次	vi
圖次	ix
表次	xiii
第一章 緒論	1
1.1 研究動機與目的	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 論文架構	5
第二章 背景理論	6
2.1 壓電效應	6
2.2 換能器基礎構造	7
2.2.1 壓電陶瓷	8
2.2.2 匹配層	8
2.2.3 背膠層	10

2.2.4	黏著劑	15
2.3	近聲場距離計算	16
2.4	流量計原理	17
2.4.1	都普勒效應公式	18
2.4.2	頻率差計算	19
2.4.3	流速計算	20
2.4.4	體積流量計算	20
2.5	利用 I/Q 演算法計算主頻	21
第三章	研究方法與實驗架構	24
3.1	實驗流程	24
3.1.1	理論設計與軟體模擬	24
3.1.2	自製換能器與實驗設計	24
3.2	實驗儀器	25
3.2.1	實驗架構	27
3.2.2	氣泡上升速度估算	29
第四章	換能器模擬分析與驗證	36
4.1	壓電片模態分析及聲學特性模擬	36
4.1.1	壓電片模態分析模擬與文獻比較	36
4.1.2	壓電片阻抗分析及輻射聲場分析	42
4.1.3	壓電片一發一收模擬	46
4.2	自製換能器聲學特性模擬	51

4.2.1	自製換能器阻抗分析及輻射聲場分析模擬	51
4.2.2	自製換能器一發一收模擬	60
第五章 結果與討論		63
5.1	換能器設計改良	63
5.1.1	換能器角度影響	63
5.1.2	波傳路徑計算	69
5.1.3	換能器波導長度影響	69
5.1.4	換能器背膠層鎢粉混膠比例之影響	71
5.1.5	換能器黏著劑受溫度變化後性能影響	77
5.2	市售換能器與自製換能器聲學特性比較	81
5.3	市售換能器與自製換能器對氣泡上升速度之計算	90
5.3.1	不同深度測得的氣泡速度	90
5.3.2	比較市售換能器及自製換能器測速之誤差值	94
第六章 結論與未來展望		98
6.1	結論	98
6.2	未來展望	99
參考文獻		101



圖次

圖 2.1	機械能轉電能	7
圖 2.2	電能轉機械能	7
圖 2.3	換能器基本構造	8
圖 2.4	背膠層對換能器餘波的抑制影響	11
圖 2.5	環氧樹脂和鎢粉混膠的理論和實驗縱波速度比較	14
圖 2.6	環氧樹脂和鎢粉混膠的理論與實驗聲阻抗的比較	15
圖 3.1	ZX80A	25
圖 3.2	JSR Ultrasonics DPR300	26
圖 3.3	Keysight DSOX3034A	27
圖 3.4	氣泡產生示意圖	27
圖 3.5	(a) 為實驗一所使用之塑膠水管; (b) 為實驗二所使用之塑膠水管	28
圖 3.6	氣泡上升實驗示意圖	28
圖 3.7	實驗架構圖	29
圖 4.1	徑向模態	36
圖 4.2	本研究模擬的徑向模態	37
圖 4.3	邊緣模態	37
圖 4.4	本研究模擬的邊緣模態	37
圖 4.5	厚度剪切模態	38
圖 4.6	本研究模擬的厚度剪切模態	38
圖 4.7	厚度擴展模態	38

圖 4.8	本研究模擬的厚度擴展模態	38
圖 4.9	高頻徑向模態	39
圖 4.10	本研究模擬的高頻徑向模態	39
圖 4.11	高頻徑向模態變化	39
圖 4.12	文獻中測量與預測 PZT5A 圓盤 ($D/T=20$) 的電阻抗響應	40
圖 4.13	本研究模擬 PZT5A 圓盤 ($D/T=20$) 的電阻抗響應	40
圖 4.14	PZT5A 圓盤 ($D/T=20$) 的模態頻率比較	41
圖 4.15	圓形活塞於空間中之聲壓計算示意圖	43
圖 4.16	1MHz 壓電片的聲場理論解	45
圖 4.17	1MHz 壓電片的 COMSOL 聲場模擬	45
圖 4.18	壓電片聲場模擬模型	46
圖 4.19	本研究模擬 1 MHz 壓電片的電阻抗分析圖	47
圖 4.20	使用 ZX80A 阻抗分析儀量測 1 MHz 壓電片的電阻抗分析圖	47
圖 4.21	1.03MHz 激發壓電片的聲壓高度圖	48
圖 4.22	1.03MHz 激發壓電片的聲壓輻射圖	48
圖 4.23	壓電片一發一收模型	49
圖 4.24	壓電片發射與接收超聲波信號時域圖	50
圖 4.25	壓電片發射與接收超聲波信號頻域圖	50
圖 4.26	壓電片一發一收信號	50
圖 4.27	不同直徑與長度的波導模型	52
圖 4.28	直徑 3cm、長度 1cm 波導的換能器阻抗 (0.984MHz)	52
圖 4.29	直徑 4cm、長度 1cm 波導的換能器阻抗 (0.984MHz)	53
圖 4.30	直徑 3cm、長度 2cm 波導的換能器阻抗 (0.938MHz)	53
圖 4.31	直徑 3cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓高度	54
圖 4.32	直徑 4cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓高度 (直徑增加 1cm)	54
圖 4.33	直徑 3cm、長度 2cm 波導的換能器聲壓高度 (長度增加 1cm)	55
圖 4.34	直徑 3cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓級輻射	55
圖 4.35	直徑 4cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓級輻射 (直徑增加 1cm)	56

圖 4.36 直徑 3cm、長度 2cm 波導的換能器聲壓級輻射（長度增加 1cm）	56
圖 4.37 壓電片側緣有無包覆模型示意圖	57
圖 4.38 模擬背膠層無包覆壓電片側緣之阻抗分析圖	58
圖 4.39 模擬背膠層有包覆壓電片側緣之阻抗分析圖	58
圖 4.40 模擬背膠層無包覆壓電片側緣之聲壓級輻射	59
圖 4.41 模擬背膠層有包覆壓電片側緣之聲壓級輻射	59
圖 4.42 自由和夾緊 PZT 的聲壓級輻射	60
圖 4.43 加上匹配層發射與接收超聲波信號時域圖	61
圖 4.44 加上匹配層發射與接收超聲波信號頻域圖	61
圖 4.45 加上理想背膠層發射與接收超聲波信號時域圖	62
圖 4.46 加上理想背膠層發射與接收超聲波信號頻域圖	62
圖 5.1 不同 f_0 與 α 折射角對頻率差的影響	64
圖 5.2 不同流速 v 與 α 折射角對頻率差的影響	65
圖 5.3 入射及折射示意圖	66
圖 5.4 打入塑膠管時不同換能器 α 角對頻率差的影響	67
圖 5.5 無背膠層換能器之阻抗分析圖	73
圖 5.6 加上背膠層換能器之阻抗分析圖	73
圖 5.7 無背膠層換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 1.29V)	74
圖 5.8 混膠體積比 0.25 換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 940mV)	74
圖 5.9 混膠體積比 0.27 換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 710mV)	75
圖 5.10 混膠體積比 0.3 換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 680mV)	75
圖 5.11 鎢粉混膠體積比 0.25 背膠層換能器之相對頻寬百分比 (17.6%)	76
圖 5.12 鎢粉混膠體積比 0.27 背膠層換能器之相對頻寬百分比 (19.5%)	76
圖 5.13 鎢粉混膠體積比 0.3 背膠層換能器之相對頻寬百分比 (21.0%)	77
圖 5.14 室溫下回波訊號的峰對峰值	79
圖 5.15 110°C 下回波訊號的峰對峰值	79
圖 5.16 70°C 下的回波訊號	80

圖 5.17 經過 90°C 烘烤後降回室溫後的回波訊號	80
圖 5.18 上圖: 自製換能器的阻抗頻率響應; 下圖: 自製換能器的主要工作 頻率	82
圖 5.19 上圖: 市售換能器的阻抗頻率響應; 下圖: 市售換能器的主要工作 頻率	83
圖 5.20 上圖: 背膠不均換能器的阻抗頻率響應; 下圖: 背膠不均換能器的 主要工作頻率	84
圖 5.21 市售換能器換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 540mV)	85
圖 5.22 市售換能器之相對頻寬百分比 (24.7%)	85
圖 5.23 市售換能器內部構造	86
圖 5.24 未反射上升氣泡時的信號	87
圖 5.25 開啟氣泡機後反射的氣泡信號	87
圖 5.26 時間軸拉開至每格 20 μ s(縱軸 1V/格)	88
圖 5.27 市售換能器其他次擷取到的信號	88
圖 5.28 自製換能器反射的氣泡信號 (縱軸 2V/格)	89
圖 5.29 自製換能器其他次擷取到的信號	89
圖 5.30 無氣泡下反射自另一側管壁的訊號	90
圖 5.31 I/Q 圖	91
圖 5.32 瞬時頻率	92
圖 5.33 反射自不同深度的氣泡訊號	92



表次

表 4.1	PZT5A 圓盤 ($D/T=20$) 的電阻抗響應：文獻中理論值、量測值與 本研究使用 COMSOL 模擬的比較	41
表 5.1	流速 3m/s 下角度誤差 2° 造成的量測誤差	66
表 5.2	PEI、管道和水的折射角度數據（單位：度）	68
表 5.3	溫度對換能器性能的影響	78



第一章 緒論

1.1 研究動機與目的

在現代工業領域中，流速測量是確保各種生產過程穩定運行的關鍵技術之一，無論是石油化工、製造業，還是環境監測，都需要精確且可靠的流速數據進行過程控制與優化。頻率差(都普勒)流量計因其非接觸、快速響應及可測量含有顆粒物的流體（如泥漿、礦漿、粉塵氣流等）等特點，成為工業領域中常用的流速測量工具。

然而，隨著工業系統的日益複雜化，對於流速測量的需求也變得更加多樣和嚴苛，例如，需要測量不同介質（如液體、氣體）中的流速，或是在高溫、高壓等極端環境下進行測量。此外，對於層流中不同深度的流速測量也是工業應用中的重要需求，在層流條件下，不同深度的流體具有不同的流速分布，而同為測流速的時間差流量計無法測得層流中的速度梯度，所以頻率差流量計的研究倍加重視。

目前市面上現有的換能器技術在應用中仍然存在一些限制，例如頻帶寬度不足、能量損耗較高以及在不同介質中的傳輸效率不穩定，又或著是在深度測量時面臨靈敏度不足或分辨率不夠的問題，因此本論文研究會以市售換能器的構造為基礎，藉由有限元素分析軟體模擬各個構造的性質，研究相關理論並實驗驗證，盡可能維持各項聲學特性平衡的前提下，進行改良。



1.2 文獻回顧

都普勒效應 (Doppler Effect) 最早由奧地利物理學家克里斯蒂安·都普勒 (Christian Doppler) 於 1842 年首次提出，當波源靠近觀察者時，接收到的頻率會增加；反之當波源遠離觀察者時，接收到的頻率會降低。這一現象隨後被稱為“都普勒效應”，並在聲學、光學、天文學以及醫學成像等領域中得到了廣泛應用。

1961 年 Redwood[1] 探討了壓電換能器的瞬態響應問題，利用變換積分法來解決壓電換能器在接收瞬態電氣或機械信號時的響應行為，並將其結果與傳輸線的精確電氣等效電路進行比較，提出了簡化的等效電路模型，這些模型不涉及傳輸線，卻能夠在不進行全理論分析的情況下確定換能器瞬態響應的許多特徵。

1978 年 Desilets et al.[2] 介紹了一種設計具有高效能、寬頻帶和良好脈衝響應的聲學薄盤換能器的方法，此方法基於在壓電材料與聲學負載之間使用四分之一波長匹配層，並考慮了壓電材料的有限厚度對匹配層設計的重要性，文章還提出用背膠層優化寬頻換能器設計的標準，並強調了高電機械耦合係數的重要性。

1980 年 Sayers[3] 探討超聲波在高濃度混合物和懸浮液中的傳播行為，特別是關於多重散射對超聲波傳播的影響，研究詳細討論了一個密度和剪切模量相同但縱波速度不同的雙組分介質範例。

1984 年 Bar-Cohen et al.[4] 研究開發多相高阻抗阻尼材料，用於寬帶壓電換能器的背膠材料，文章中所描述的簡單模型可預測多相混合物的阻抗，並通過實驗驗證了二相和三相混合物的有效性。

1984 年 Sayers 和 Tait[5] 研究了超聲換能器背膠材料的聲學特性。他們比較常用的鎢/環氧樹脂背膠與由鎢粉末和塑性金屬粉末壓製而成的複合材料的聲學性質。研究利用自洽散射理論計算了由鎢顆粒引起的超聲速度和衰減的變化,並確定了其頻率依賴性。文章探討了不同材料組合(如鎢/鋁、鎢/銅等)的聲學阻抗與體積分數的關係,為優化背膠材料提供了理論基礎。

1985 年 Persson 和 Hertz[6] 針對脈衝回波系統的超聲換能器進行了理論和實驗研究,文中使用了 Mason 模型來分析具有不同配置的厚度模式圓盤換能器,包括有無背膠層和匹配層的情況。通過實際製作和測試多種理論設計的換能器配置,證明了理論預測與實驗結果的高度一致性,研究顯示,厚重背膠層的換能器雖然具有短脈衝和寬頻帶,但靈敏度較低。通過使用匹配層可以提高靈敏度,但脈衝長度會有所增加。此外,更多的匹配層數量對性能改善有限,空氣背襯的換能器具有更高的靈敏度,特別是當匹配層選擇得當時,可以實現相對較短的脈衝。

1990 年 Kunkel et al.[7] 通過有限元素法計算壓電陶瓷圓盤的振動模式,這些圓盤用於壓縮波的超聲換能器中。研究探討了直徑與厚度比在 0.2 到 10.0 之間的圓盤振動模式的依賴性,並通過本徵頻率分析確定每個模式的串聯和並聯共振頻率。研究結果包括對壓電陶瓷 PZT-5H 的徑向、邊緣、厚度剪切和厚度擴展振動的完整頻譜分析,並討論了最佳的直徑與厚度比,以優化換能器性能。

1992 年 Guo et al.[8] 利用有限元素法來預測壓電圓盤的振動特性,研究中引入了將電氣項視為額外機械自由度的方法,並且可以使用標準有限元素套件來解決問題,研究結果表明,不同的振動模式對壓電圓盤的頻率響應具有重要影響,並提出了一種基於模態常數來評估每個模式激發強度的方法。

2000 年 Brown[9] 提出壓電聚合物超聲換能器設計中的七個重要考慮因素，包括材料選擇、換能器結構與封裝需求、材料特性和建模、薄膜厚度與有效面積設計、電極選擇、背襯材料設計以及前保護/匹配層設計。



2005 年 Panametrics-NDT[10] 所撰寫的超聲波換能器詳細指南，列出了多種超聲波換能器的應用範例，包括接觸式換能器、延遲線換能器、角度波換能器、浸入式換能器等，並討論各種換能器在不同材料、頻率和測試環境中的性能表現。

2005 年 Franco et al.[11] 利用超聲波透射技術測定鎢/環氧樹脂和鎢/聚氨酯複合材料的聲學特性。作者通過測量這些複合材料的密度、縱波速度、衰減和聲阻抗，探討了鎢的體積比對材料聲學性能的影響，鎢的體積比增加會線性提升複合材料的密度，而聲阻抗的測量結果顯示最大聲阻抗為 8 MRayls。

2017 年 Chillara et al.[12] 使用耦合機電有限元模型來研究壓電圓盤換能器在低頻超聲波準直束生成中的應用以及圓盤換能器的共振模態和振動特性，並使用數值模擬和實驗進行比較，研究發現，自由壓電圓盤會生成具有多個側瓣的貝索束，而通過夾緊圓盤側邊可以減少側瓣並生成更準直的中心波束。

2024 年 Hidayat et al.[13] 探討了利用振動式球磨法製備的鎢粉-環氧樹脂複合材料的可控聲學特性，研究的主要目的是通過改變鎢粉與環氧樹脂的重量比來調整複合材料的聲學阻抗，尤其是針對低於 10 MRayl 的聲學阻抗，隨著鎢粉含量的增加，複合材料的相速度和聲學阻抗會減小，同時阻尼增加，表明鎢粉的負載量對複合材料的聲學性能有顯著影響，並且可以通過調整鎢粉含量來優化這些材料的性能。



1.3 論文架構

- **第一章 緒論**

此章節介紹研究動機與目的，相關研究的文獻回顧，與各章節內容的簡介。

- **第二章 背景理論**

介紹換能器的構成的要件，以及本研究的理論依據，包含匹配層傳遞能量相關的阻抗計算、背膠層複合材料性質的計算、近聲場與遠聲場的計算、都普勒效應、流速的計算，以及 I/Q 演算法計算主要工作頻率的原理。

- **第三章 研究方法與實驗架構**

介紹研究流程，自製換能器及設計實驗測試，包含實驗儀器、實驗架構。

- **第四章 換能器模擬分析與驗證**

此章節模擬壓電片不同的聲學特性，包含模態分析、阻抗分析等，與文獻結果相符後再進行聲場的延伸，最後模擬換能器一發一收的情形，比對實際實驗的結果，作為自製換能器設計的雛形。

- **第五章 結果與討論**

討論換能器設計的改良，包括換能器角度對頻率差的影響及其計算分析，接著探討不同波導長度對波傳播的影響，以及背膠層中鎢粉比例對換能器性能的影響。此外，分析實驗升溫對性能的影響，並比較市售與自製換能器的聲學特性，最後討論兩者在氣泡上升速度計算中的誤差差異。

- **第六章 結論與未來展望**

第六章針對本研究模擬、實驗結果進行歸納，並提出未來可改善方向。



第二章 背景理論

2.1 壓電效應

壓電效應 (Piezoelectric Effect) 是指在某些材料上施加機械壓力時，會產生電荷分離現象，導致兩端出現電位差。這一效應最早由法國物理學家皮埃爾·居里 (Pierre Curie) 和雅克·居里 (Jacques Curie) 於 1880 年發現。他們觀察到在石英和其他晶體材料上施加壓力後，會出現電荷分離現象。這些發現為壓電材料的應用打下了基礎，包括壓電傳感器、致動器和發電裝置等，其中壓電效應的基本理論分為兩類，分別為正壓電效應 (Direct Piezoelectric Effect) 及逆壓電效應 (Converse Piezoelectric Effect)

(1) 正壓電效應

在正常狀態下，壓電晶體內的電荷分佈是對稱的，正壓電效應是指壓電材料在特定方向受到機械壓力或應變時，晶格內部的正負電荷中心發生相對位移，產生極化電場，內部晶格結構改變時，將導致電偶極矩變化，從而在材料表面產生電荷；施加張力時，晶格內部的正負電荷中心相對位移的方向與施加壓力相反，產生相反極性的極化電場，機械能轉換為電能的過程稱為正壓電效應，如圖 2.1 所示。

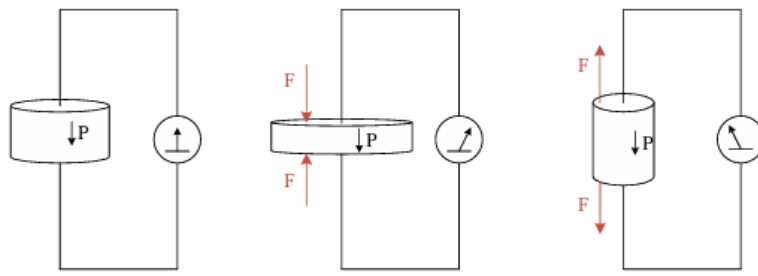


圖 2.1 機械能轉電能

(2) 逆壓電效應

逆壓電效應是指當在壓電材料上施加電場時，材料會發生形變（如壓縮或伸展）的現象。這種現象是正壓電效應的反向過程，電能轉換為機械能的過程稱為逆壓電效應，如圖 2.2 所示。

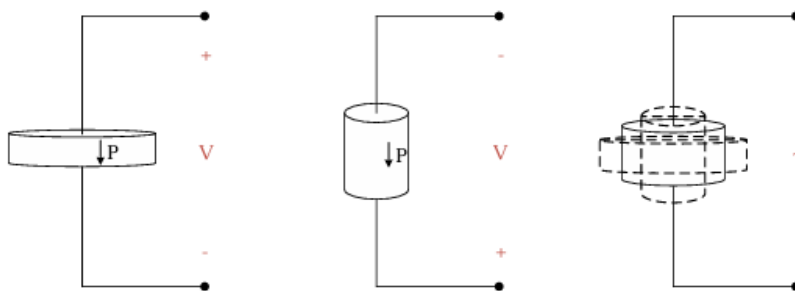


圖 2.2 電能轉機械能

2.2 換能器基礎構造

超音波換能器是一種利用壓電效應來產生和接收超音波的元件，其結構主要由壓電陶瓷 (Piezoelectric ceramics)、聲學匹配層 (Matching layer) 和背膠層 (Backing layer) 組成，結構如圖 2.3 所示，以下將說明各部分核心原理。

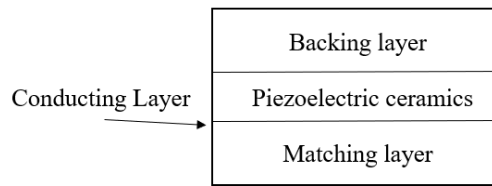


圖 2.3 換能器基本構造

2.2.1 壓電陶瓷

壓電陶瓷是換能器的核心元件，通常由鈦酸鋯鉛（PZT）製成，兩側塗有導電層，能夠在施加電壓時使陶瓷產生機械變形，進而產生高頻振動，振動頻率受壓電片的厚度及直徑影響，本篇研究的換能器主要作用頻率為厚度方向，其主頻受壓電片厚度影響，理論上，壓電片的厚度共振頻率可以通過以下簡單的公式來估算 $f_0 = \frac{c_p}{2d_p}$ ， c_p 是聲波在壓電片材料中的聲速， d_p 是壓電片的厚度，PZT 材料的性能取決於其化學成分中鉛、鋯和鈦的比例，不同比例的 PZT 會展現出不同的壓電特性和機械性質，這些特性通常通過晶體的結構和微結構來調控和優化，本研究選用厚度 2mm 的 PZT5H，厚度共振頻率約為 1MHz。

2.2.2 匹配層

匹配層在聲學和超聲波應用中起著重要作用，特別是在優化聲波傳輸效率方面，用於改善不同介質間聲阻抗的巨大差異，如超音波換能器與水，在沒有匹配層的情況下，聲波在壓電片（聲阻抗 30 MRayls）和水（聲阻抗 1.48 MRayls）之間傳播時會產生顯著的能量損失。這個能量損失主要是由於聲波在兩種材料交界

面處的反射和透射，反射係數 R 和透射係數 T 可以運用以下公式計算：

$$R = \left(\frac{Z_{pzt} - Z_{water}}{Z_{pzt} + Z_{water}} \right)^2 \quad (2.1)$$

$$T = 1 - R \quad (2.2)$$

其中， Z_{pzt} 和 Z_{water} 分別是壓電片和水的聲阻抗

$$R = \left(\frac{30 - 1.48}{30 + 1.48} \right)^2$$

$$R \approx 0.821$$

反射係數 $R \approx 0.821$ ，即 82.1% 的聲能量被反射回去。

接著計算透射係數：

$$T = 1 - R$$

$$T \approx 0.179$$

因此，在沒有匹配層的情況下，大約 82.1% 的聲能量會在壓電片和水的界面處被反射，只有大約 17.9% 的聲能量能傳輸到水中，所以應使用目的不同，匹配層的設計涉及選擇合適的材料和厚度，以確保最佳的聲阻抗匹配增加能量的穿透，Rewood[1] 在 1961 年將超音波類比成電磁波在傳輸線中的波傳理論中，可以推導出不同材質間特性阻抗的關係式為：



$$Z_{in} = Z_m \frac{Z_L + jZ_m \tan \theta}{Z_m + jZ_L \tan \theta} \quad (2.3)$$

Z_{in} 是輸入阻抗、 Z_L 是負載阻抗、 Z_m 是傳輸線的特性阻抗，當匹配層的厚度為四分之一波長時 ($\theta = \frac{\pi}{2}$)， $\tan \theta$ 變為無限大，傳輸線的輸入阻抗公式可以簡化如下：

$$Z_{in} = Z_m \frac{Z_m}{Z_L} = \frac{Z_m^2}{Z_L} \quad (2.4)$$

滿足特定頻率及特定匹配層厚度可以得到匹配層的特性阻抗 $Z_m = \sqrt{Z_{pzt} Z_L}$ ，將其代入上式：

$$Z_{in} = \frac{(\sqrt{Z_{pzt} Z_L})^2}{Z_L} = \frac{Z_{pzt} Z_L}{Z_L} = Z_{pzt} \quad (2.5)$$

$Z_{in} = Z_{pzt}$ 時反射係數 R 為零，聲波能量可以有效穿透，獲得最佳靈敏度，四分之一波長匹配層的設計理念，目的就是通過適當選擇匹配層的厚度和特性阻抗來實現輸入阻抗與特性阻抗的匹配。

2.2.3 背膠層

背膠層具有衰減與阻尼的作用，用於調諧換能器的頻寬，其成分也影響著換能器的靈敏度和信噪比，且背膠層應具有與壓電材料匹配的聲阻抗，以確保良好的波傳輸，避免介面產生反射波對壓電片造成干擾的訊號，它還應具有高衰減係數，以確保波完全被吸收，防止其反射回壓電材料產生干涉，同時減少換能器的餘波，提升換能器的頻寬，如圖 2.4 所示。

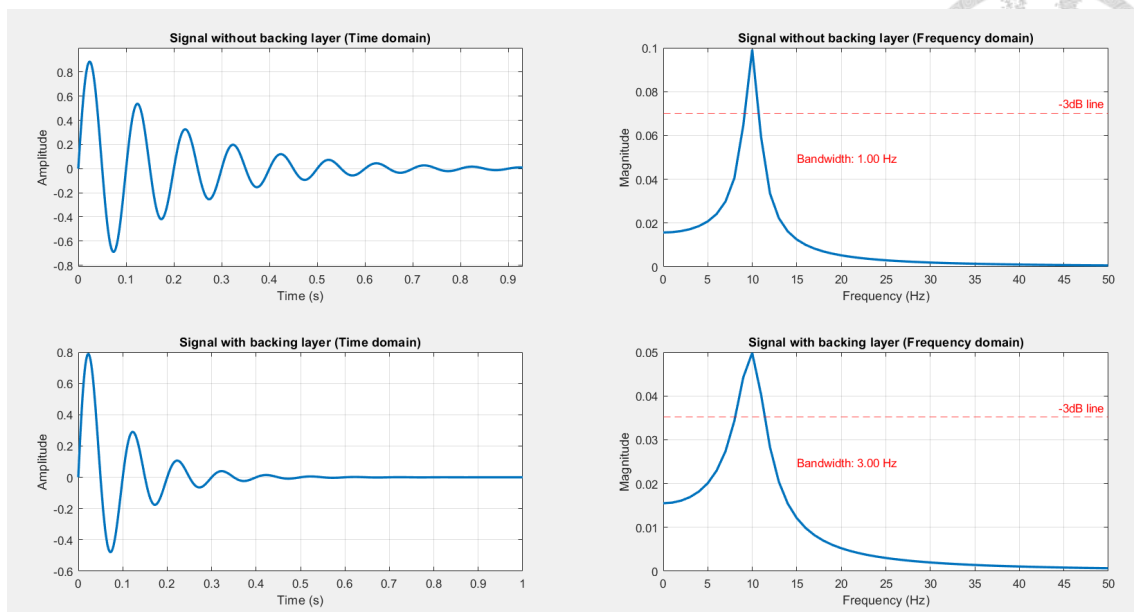


圖 2.4 背膠層對換能器餘波的抑制影響

複合材料的聲學特性

環氧樹脂作為常用的聚合物材料，具有良好的機械性能與化學穩定性，然而其聲阻抗與損耗因子較低，這在特定應用中可能導致能量的反射或損耗。另一方面，鎢具有極高的密度與聲阻抗，能有效提高複合材料的聲學吸收性能，將這兩種材料結合成為複合材料，預期能在聲學性能上達到協同增效的效果，Franco et al. (2005)[11] 基於 Bar-Cohen(1984)[4] 及 Sayers 和 Tait (1984)[5] 的論文推導出了一個分析模型，用於計算由兩種材料組成的複合材料的聲學性質，計算如下：

$$\rho = \rho_1(1 - \delta) + \rho_2\delta \quad (2.6)$$

根據理論模型，複合材料的密度可以表示為兩種材料密度的加權平均，上式中， δ 為第二種材料的體積分數， ρ_1 和 ρ_2 分別表示第一種和第二種材料的密度，接著根據 Sayers 和 Tait (1984)[5] 推導的公式可以得到剪切模量、等效體積模量及橫波速度，公式如下。

$$\left[3 \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{K_1}{k_1} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_1}{\mu} - 1 \right) \right] \left[3 \frac{\mu_2}{\mu} \left(\frac{K_2}{k_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_2}{\mu} - 1 \right) \right] \left[5 \delta \left(\frac{\mu_1}{\mu} - \frac{\mu_2}{\mu} \right) - \left(\frac{\mu_1}{\mu} - 1 \right) \left(2 \frac{\mu_2}{\mu} + 3 \right) \right] - 4 \left(\frac{\mu_1}{\mu} - 1 \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu} - 1 \right) \left[3 \frac{\mu_2}{\mu} \left(\frac{K_1}{k_1} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_2}{\mu} - 1 \right) + \delta \left(3 \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{K_1}{k_1} \right)^2 - 3 \frac{\mu_2}{\mu} \left(\frac{K_2}{k_2} \right)^2 + 4 \left(\frac{\mu_1}{\mu} - \frac{\mu_2}{\mu} \right) \right) \right] = 0 \quad (2.7)$$

式 (2.7)[5] 用來計算兩種材料的綜合剪切模量 μ ，其中 μ_1 和 μ_2 是兩種複合材料的剪切模量， K_1 和 K_2 分別代表材料中的橫波波數， k_1 和 k_2 分別代表材料中的縱波波數。

$$\left(\frac{K}{k} \right)^2 = \frac{\frac{1}{3} \left[\left(3 \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{K_1}{k_1} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_1}{\mu} - 1 \right) \right) \left[3 \frac{\mu_2}{\mu} \left(\frac{K_2}{k_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_2}{\mu} - 1 \right) \right] \right]}{\left[3 \frac{\mu_2}{\mu} \left(\frac{K_2}{k_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_2}{\mu} - 1 \right) \right] + \delta \left[3 \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{K_1}{k_1} \right)^2 - 3 \frac{\mu_2}{\mu} \left(\frac{K_2}{k_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{\mu_1}{\mu} - \frac{\mu_2}{\mu} \right) \right]} \quad (2.8)$$

式 (2.8)[5] 用於計算複合材料的等效體積模量 $\left(\frac{K}{k} \right)^2$ ，考慮到剪切模量和波數的影響，計算兩種材料體積模量之間的加權平均。

$$v_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.9)$$

式 (2.9)[5] 描述了橫波速度 v_t ，它是剪切模量 μ 與密度 ρ 的平方根的比值。

這些方程描述了兩種複合材料中聲波的傳播特性，包括密度、波數和波速，考慮了兩種材料的不同物理性質（如密度和剪切模量）以及它們在複合材料中的體積比，所以可以根據這三條式子用 MATLAB 做環氧樹脂和鎢粉的數值模擬：

設 ρ_1 、 v_{l1} 、 v_{t1} 和 μ_1 分別表示環氧樹脂的密度、縱波速度、橫波速度和剪切模量。同樣地，設 ρ_2 、 v_{l2} 、 v_{t2} 和 μ_2 分別表示鎢粉的對應性質，兩相的剪切模量可由下式計算：

$$\mu_1 = v_{t1}^2 \cdot \rho_1 \quad \mu_2 = v_{t2}^2 \cdot \rho_2 \quad (2.10)$$

其中， v_{t1} 和 v_{t2} 分別是橫波速度， ρ_1 和 ρ_2 分別是兩相的密度。

複合材料中鎢粉的體積比例記為 V_w ，則環氧樹脂的體積比例為 $1 - V_w$ 。複合材料的密度 ρ 可以表示為各相密度的加權平均：

$$\rho = (1 - V_w) \cdot \rho_1 + V_w \cdot \rho_2 \quad (2.11)$$

為了確定複合材料的剪切模量，使用 fzero 函數求解式 2.7 的非線性方程

經過解方程後，可以計算出混合材料的橫波速度 $v_{t,mixture}$ 和縱波速度 $v_{l,mixture}$ ：

$$v_{t,mixture} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.12)$$

$$v_{l,mixture} = \sqrt{\left(\frac{K}{k}\right)^2 \cdot v_{t,mixture}^2} \quad (2.13)$$

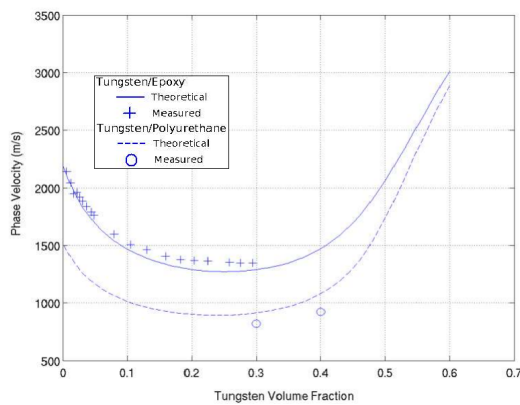
根據橫波速度和縱波速度，我們還可以計算出混合材料的楊氏模數、泊松比及聲阻抗等其他材料性質：

$$E_{\text{mixture}} = \frac{v_{l,\text{mixture}}^2 \cdot \rho \cdot (1 + \nu_{\text{mixture}}) \cdot (1 - 2\nu_{\text{mixture}})}{1 - \nu_{\text{mixture}}} \quad (2.14)$$

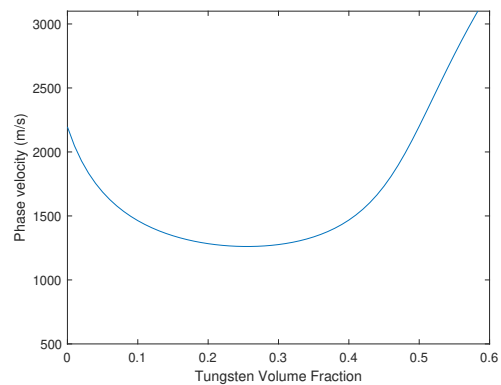
$$Z_{\text{acoustic, mixture}} = \frac{v_{l,\text{mixture}} \cdot \rho}{1 \times 10^6} \quad (2.15)$$

E_{mixture} 是楊氏模數， ν_{mixture} 是泊松比， $Z_{\text{acoustic, mixture}}$ 是聲阻抗（MRayls）

以上公式提供了混合材料的聲學特性，這些計算的參數可用於後續本研究使用 COMSOL 模擬添加材料時的調整。圖 2.5、2.6 為 Franco et al.[11] 的實驗數據與本研究用 MATLAB 計算結果的比對：

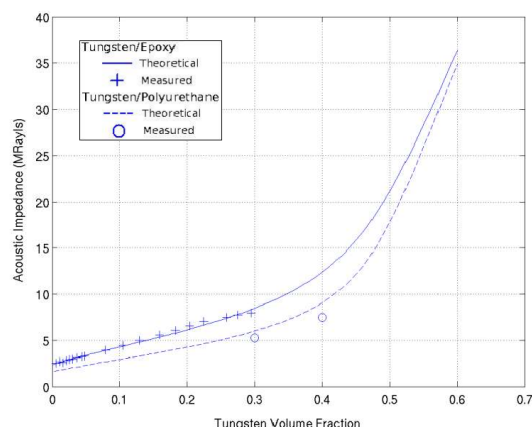


(a) 文獻實驗數據結果

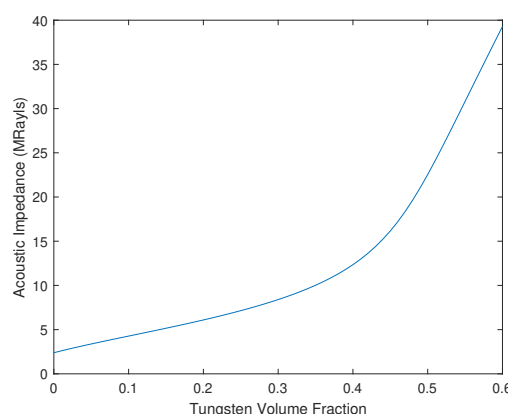


(b) 本研究以 MATLAB 計算結果

圖 2.5 環氧樹脂和鎢粉混膠的理論和實驗縱波速度比較



(a) 文獻實驗數據結果



(b) 本研究以 MATLAB 計算結果

圖 2.6 環氧樹脂和鎢粉混膠的理論與實驗聲阻抗的比較

2.2.4 黏著劑

在製作換能器時，需黏合壓電片與聚醚酰亞胺（Polyetherimide）又稱 PEI，選擇合適的黏著劑是非常重要的，常見的黏著劑，如：環氧樹脂（Epoxy Resins）、聚氨酯（Polyurethane）、丙烯酸（Acrylic Adhesives）、硅膠（Silicone Adhesives），黏著劑需要有一定強度，必須提供足夠的機械強度以確保壓電片和 PEI 之間的穩固黏合，承受工作中的振動和應力，而壓電片的兩側通常需要絕緣，以防止電流泄漏，確保電信號的正常傳遞，所以需要良好的電絕緣性，其中還有一點很重要，就是良好的熱穩定性，不論是在製作背膠層，又或是工作環境，都有可能需要經歷溫度的變化，黏著劑需要在高溫下保持穩定，不變質，因此，根據具體的應用需求和操作環境，選擇合適的黏著劑至關重要。



2.3 近聲場距離計算

超音波換能器工作原理主要依賴壓電效應，壓電材料在受到電壓時會變形，當交流電壓施加到壓電材料上時，材料會隨著電壓的變化而振動，這種振動以聲波的形式傳遞到周圍介質中來產生超音波，在接收端則是利用逆壓電效應，將從介質收到的超音波視為作用力，由機械能轉電能，獲得訊號。

換能器產生超音波後，表面到某一距離之間的區域為近聲場，又稱為菲涅耳區（Fresnel Zone），在這個區域內，由於聲波來自換能器表面不同點，聲波路徑長度不同，導致相位差異，會在某些位置產生建設性干涉（相位相同，聲壓增強）或破壞性干涉（相位相反，聲壓減弱），這使得近聲場的聲壓分布非常複雜和混亂，近聲場的長度 N 可以通過以下公式估算 [14]：

$$N = \frac{D^2}{4\lambda} \quad (2.16)$$

其中， D 是換能器的直徑， λ 是聲波的波長，超出長度 N 的區域稱為遠聲場，又稱為夫琅禾費區（Fraunhofer Zone），是指從近聲場終點開始延伸到無限遠的區域，在這個區域內，聲波逐漸變得非相干，波前趨於平坦，聲壓場分佈相對均勻且衰減規律明顯。遠聲場的聲壓隨距離 r 的增加而衰減，其衰減特性可以近似為：

$$P \propto \frac{1}{r} \quad (2.17)$$

在研究超音波換能器的聲場特性時，減小換能器的直徑或降低頻率（即波長變大），均能縮短近聲場的長度，反之增加頻率會加長近聲場區域，而在近聲場範圍內，由於聲波的干涉效應，會出現許多聲強度極小的節點，如果接收來自這些區域的回波訊號，將不利於分析結果。

2.4 流量計原理

流量計是用來測量流體速度的裝置，依據不同的測量技術，流量計可分為不同的類型。其中，都普勒流量計是一種基於都普勒效應的測量裝置，主要用於檢測流體的流速。此技術依賴於超聲波在流體中的傳播，當超聲波與移動流體中的粒子（氣泡、微生物等）發生相互作用時，反射波的頻率會發生偏移，根據這種頻率的變化，通過都普勒效應的計算，可以推導出流體的速度。

除了都普勒流量計之外，還有其他原理的流量計，如基於傳播時間差異的時間差流量計。時間差流量計與都普勒效應無關，其依賴於超聲波在順流和逆流方向傳播的時間差來計算流速。

(1) 時間差流量計

時間差流量計是一種基於超聲波信號傳播時間差異來測量流體速度的裝置，通常在管道的上游和下游各安裝一個超聲波換能器，交替發射順流和逆流方向的超聲波信號，通過比較兩個方向的時間差，可以消除部分干擾因素。例如，傳播時間中因溫度或管道幾何形狀引起的偏差會在兩個方向的測量中被相互抵消，從而更準確地反映流體的實際流速。

由於流體的流動，順流傳播的超聲波信號到達接收器的時間會比逆流傳播的信號更短，這個時間差是流速的函數，通過精確測量這個時間差，再結合管道的幾何參數，時間差流量計可以計算出流體的平均流速。進一步，通過流速與管道截面積的關係，可以計算出流體的體積流量，缺點是只能測量乾淨的流體，若水中有顆粒會引響接收信號時的時間。

(2) 頻率差流量計

頻率差流量計，又稱都普勒流量計，是基於都普勒效應的頻率偏移來測量流體的流速。當超聲波與流體中的移動粒子或散射體相互作用時，反射回來的波會發生頻率偏移，根據這種頻率偏移的大小，可以計算出流體的流速。

此方法的優點在於可以應對多樣化的流體狀態，包括湍流或不穩定流動，特別是在含有顆粒物或氣泡的混合流體中，頻率差都普勒流量計仍能提供有效的測量。不過，其測量結果的準確性依賴於流體中散射體的數量和性質，因此在某些情況下結果可能會受到干擾，例如，散射體的數量過少，反射信號會變弱或不穩定，導致測量精度降低，散射體過多，會多次反射和散射，增加噪聲和干擾，使得反射信號的解析變得困難。

2.4.1 都普勒效應公式

根據都普勒效應，當波源與觀察者之間存在相對運動時，觀察到的頻率會發生變化，其表達式為：

- f_0 ：發射波頻率



- f' ：接收到的反射波頻率
- c ：波在介質中的傳播速度
- v ：流體速度
- θ ：發射波與流動方向的夾角

$$f' = f_0 \cdot \frac{c + v \cos \theta}{c - v \cos \theta} \quad (2.18)$$

2.4.2 頻率差計算

頻率差 f_d 為接收到的反射波頻率與發射波頻率之差：

$$f_d = f' - f_0 \quad (2.19)$$

將 f_0 的表達式代入得到：

$$f_d = f_0 \cdot \left(\frac{c + v \cos \theta}{c - v \cos \theta} - 1 \right) \quad (2.20)$$

化簡為：

$$f_d = f_0 \cdot \frac{2v \cos \theta}{c - v \cos \theta} \quad (2.21)$$



2.4.3 流速計算

由頻率差公式解出流體速度 v ：

$$v = \frac{f_d \cdot c}{2f_0 \cos \theta + f_d \cos \theta} \quad (2.22)$$

此公式表示當已知頻率差 f_d 、波速 c 、發射頻率 f_0 及夾角 θ 時，流體速度 v 可被計算出來。在實際應用中，流體速度 v 相對於波速 c 較小，即 $v \ll c$ ，因此可以對上述公式進行簡化。假設 $c - v \cos \theta \approx c$ ，則頻率差 f_d 的近似公式為：

$$f_d \approx \frac{2f_0 v \cos \theta}{c} \quad (2.23)$$

進而流體速度 v 的近似解為：

$$v \approx \frac{f_d \cdot c}{2f_0 \cos \theta} \quad (2.24)$$

2.4.4 體積流量計算

假設管道的截面積為 A ，則體積流量 Q 可表示為：

$$Q = v \cdot A \approx \frac{f_d \cdot c \cdot A}{2f_0 \cos \theta} \quad (2.25)$$

此公式顯示體積流量與頻率差 f_d 、波速 c 、截面積 A 以及夾角 θ 之間的關係。



2.5 利用 I/Q 演算法計算主頻

常見使用示波器看頻譜圖的方式是將時域訊號做快速傅立葉變換 (Fast Fourier Transform, FFT)，而在做頻率差流速計算時，需要頻率差的準確提取，因此需要在頻譜圖上準確識別都普勒效應引起的頻率偏移，這要求頻譜圖的信噪比足夠高，並且 FFT 的頻率間隔足夠細，能夠精確計算出頻率偏移的數值，這關係到頻率分辨率，頻率分辨率是指在進行頻域分析時，所能區分的最小頻率間隔，以 1MHz 的壓電片作為發射源為例，計算流速所需的頻率分辨率，不可以大於 0.1kHz，否則無法用頻率差計算流速，頻率分辨率的計算如下：

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{f_s}{N} \quad (2.26)$$

其中 Δf 為頻率分辨率， T 為時間長度， f_s 為取樣頻率， N 為取樣點數

要提高頻率分辨率，通常需要透過延長時間窗來實現。然而，對於處理動態變化的流速或振動信號時，如果我們只想觀察特定時間段內的信號，就會面臨時間窗過短導致頻率分辨率降低的問題，因此我選擇採用 Barber et al.[15] 提出的 I/Q 演算法來分析主頻，一種能夠直接在時域中運作的精確頻譜平均估計方法，即使在低信噪比的情況下，也能提供準確的平均頻率估計結果。

I/Q 演算法從頻域中頻率的定義開始，頻率分佈描述信號中的各個頻率成分及其相應的能量，對於一個信號，其平均頻率是對整個頻率範圍內的頻率成分進行加權平均的結果，而 Barber et al. 證明了該演算法，時域處理與頻域處理是等價的，I/Q 演算法是一種基於信號的同相 (I, In-phase) 和正交 (Q, Quadrature) 分

量來分析和處理信號的技術，使用 Hilbert 變換（Hilbert filter）可以從訊號中提取 I/Q 分量，I 分量和原始信號是同相的，即與原始信號在相位上對齊，Q 分量與原始信號相位相差 90° （即正交），分別代表信號的實部和虛部，通過對 I 和 Q 信號進行微分和積分運算，I/Q 演算法能夠計算出瞬時頻率的平均值，原理如下：

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega f(\omega) f^*(\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \omega^* f^*(\omega) f(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) f^*(\omega) d\omega} \quad (2.27)$$

- $\bar{\omega}$ 表示平均角頻率，代表了整個信號或頻譜的平均頻率。
- ω 表示瞬時角頻率，在積分中，代表頻譜中的每一個頻率分量。
- $f(\omega)$ 表示信號的頻譜，它可以對應於實部 I
- $f^*(\omega)$ 則是信號的複共軛，它可以對應於虛部 Q

權重由信號的頻譜密度決定，這種表示是以一個值來概括整個信號的頻率特性，利用 Parseval 定理和微分性質，Parseval 定理說明時域和頻域的能量是相等的，頻域中的頻率變量 ω 的乘積可以轉換為時域中對信號的微分，因此可整理成：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega f(\omega) f^*(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} i f(t) \frac{d}{dt} f^*(t) dt \quad (2.28)$$

代入式 2.27，分子變為：

$$\int_{-\infty}^{\infty} i \left(f(t) \frac{d}{dt} f^*(t) - f^*(t) \frac{d}{dt} f(t) \right) dt \quad (2.29)$$

上式負號的出現是因為共軛複數的微分，最終得到時域表達式：

$$\bar{\omega} = \frac{i}{2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left[f(t) \frac{d}{dt} f^*(t) - f^*(t) \frac{d}{dt} f(t) \right] dt}{\int_{-\infty}^{\infty} f^*(t) f(t) dt} \quad (2.30)$$

將時間函數以實部和和虛部表示，經過代入和簡化，得到：

$$\bar{\omega} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(I \frac{dQ}{dt} - Q \frac{dI}{dt} \right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} (I^2 + Q^2) dt} \quad (2.31)$$

通過對 I 和 Q 信號進行微分和積分運算，I/Q 演算法能夠計算出瞬時頻率的平均值。具體來說，頻率的變化可以通過 $I(t)$ 和 $Q(t)$ 隨時間的變化來捕捉到，從而得出信號的平均頻率，但在脈衝都普勒系統中，時間信號不是連續的，而是離散採樣的數據信號，所以使用向後差分來近似導數，從而尋求微分方程式的近似解：

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\sum_{i=1}^M (Q_i I_{i-1} - I_i Q_{i-1})}{\sum_{i=1}^M (I_i^2 + Q_i^2)} \quad (2.32)$$

其中 Δt 是採樣之間的時間間隔，分子部分計算了相鄰採樣點之間的交叉項差異，這個差異反映了信號在相鄰採樣點之間的相位變化，分母部分計算了信號能量，歸一化使估計值不受信號振幅影響，整體而言是計算平均瞬時頻率，瞬時來自於它考慮了相鄰樣本之間的變化，平均是因為它對多個樣本進行了求和。



第三章 研究方法與實驗架構

3.1 實驗流程

本研究的主要流程分為軟體模擬與實驗兩個階段，旨在深入探討自製換能器的設計、模擬驗證及實際性能測試。以下將分別介紹理論設計、模擬驗證、自製換能器的過程，以及實驗設計與數據處理方法。

3.1.1 理論設計與軟體模擬

本研究首先基於壓電換能器的基本理論進行設計，針對不同的應用需求，考慮換能器的材料選擇、幾何結構及其阻抗特性。理論設計完成後，使用 COMSOL 多物理場模擬軟體進行仿真，模擬的內容包括換能器的輻射聲場、阻抗響應、以及添加匹配層與背膠層後的系統性能變化，模擬的結果將作為實際製造自製換能器的重要依據，並用來優化換能器的設計參數。

3.1.2 自製換能器與實驗設計

在軟體模擬驗證理論設計的可行性之後，根據模擬結果製造出自製換能器。實驗設計的核心內容包括對市售換能器與自製換能器的阻抗分析、回波訊號測試及其性能比較、以及設計了一項測量氣泡上升速度的實驗，使用脈衝產生器發出聲波，並通過示波器收集氣泡上升過程中的時域訊號。實驗中，換能器作為傳感器，探測氣泡上升時的聲學反應，收集到的時域訊號將使用 MATLAB 進行後處

理，透過 I/Q 演算法分析出主頻，並根據頻率差計算出氣泡的上升速度。



3.2 實驗儀器

(1) ZX80 阻抗分析儀 (Impedance Analyzer)

ZX80A 阻抗分析儀專為各類超音波與水聲元件的阻抗特性測量而設計，適用範圍包括壓電陶瓷、換能器、超音波清洗機、超音波測距儀及超音波馬達等所有使用超音波技術的設備。該系列儀器具有高效能測試能力，頻率範圍為 20Hz 至 5MHz，測試精度 0.1%，頻率精度可達到 1mHz 的精確度，測量速度 4 秒內完成 400 點測量，能夠支持高速測試系統，每秒可進行 100 次測試適合高速測試系統的應用需求，如圖 3.1 所示。

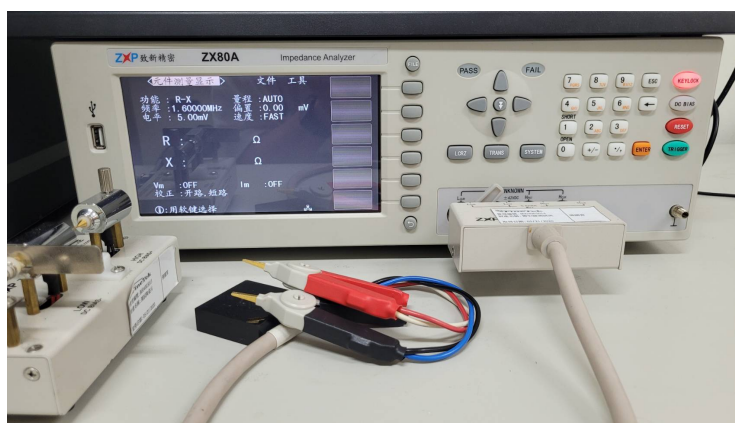


圖 3.1 ZX80A

(2) JSR Ultrasonics DPR300 脈衝產生器 (Pulse Generator)

JSR Ultrasonics DPR300 可產生脈衝類型為負尖峰脈衝，脈衝幅度可變，最大範圍為 100V 至 475V，振幅取決於能量、阻尼、振幅和阻抗控制設定，接收頻寬 (-3 dB bandwidth) 為 0.001 MHz 至 35 MHz，脈衝重複率為 100 Hz 至 5 kHz (可選擇 16 個等級)，衰減為 13dB 至 66 dB，步長 1 dB，儀器控制包括接收器增益、高通和低通濾波器截止頻率選擇、脈衝能量、脈衝振幅、脈衝產生器阻抗、阻尼電平、脈衝回波或透過傳輸模式選擇、脈衝重複率和脈衝產生器觸發源選擇，如圖 3.2 所示。



圖 3.2 JSR Ultrasonics DPR300

(3) Keysight DSOX3034A 數位訊號示波器 (Digital Signal Oscilloscope)

Keysight DSOX3034A 數位訊號示波器具有 4 個類比通道、350MHz 的頻寬，取樣率為 4Gs/s，提供 33 種自動量測功能，每秒高達 1,000,000 個波形的更新率能查看更多信號細節，如圖 3.3 所示。

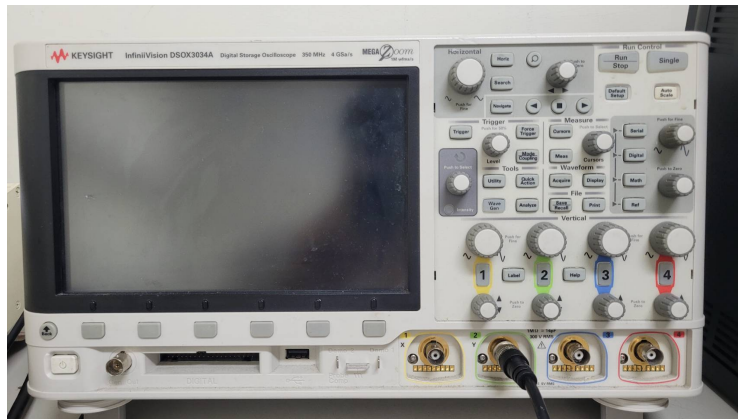


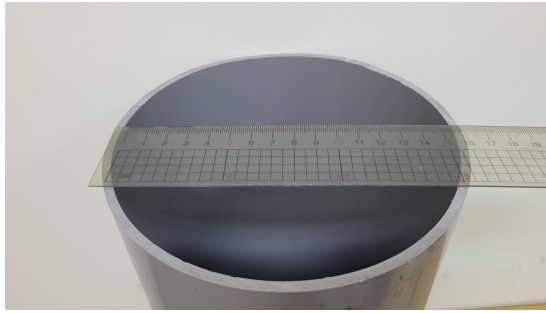
圖 3.3 Keysight DSOX3034A

3.2.1 實驗架構

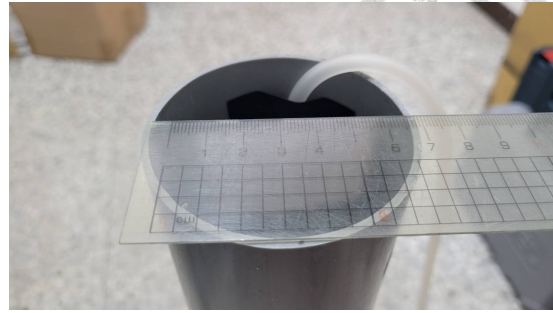
氣泡上升速度的實驗中會使用濾泡石生成固定大小的大量氣泡(圖 3.4)，並進行時域數據量測，若不使用濾泡石，單顆氣泡的大小會過大且移動過程會變形，氣泡上升速度難以估計，實驗分別測量兩種不同直徑的水管，15.8cm 及 6.8cm(圖 3.5)，管壁厚度為 3mm，長度為 1m，以粗管為例，換能器發射端會架設在發泡處上方 10cm，確保氣泡已達終端速度，距離液面 60cm，接收端架設於液面下 50cm 處(圖 3.6)，實驗架構如圖 3.7 所示：



圖 3.4 氣泡產生示意圖



(a) 直徑 15.8cm



(b) 直徑 6.8cm

圖 3.5 (a) 為實驗一所使用之塑膠水管; (b) 為實驗二所使用之塑膠水管

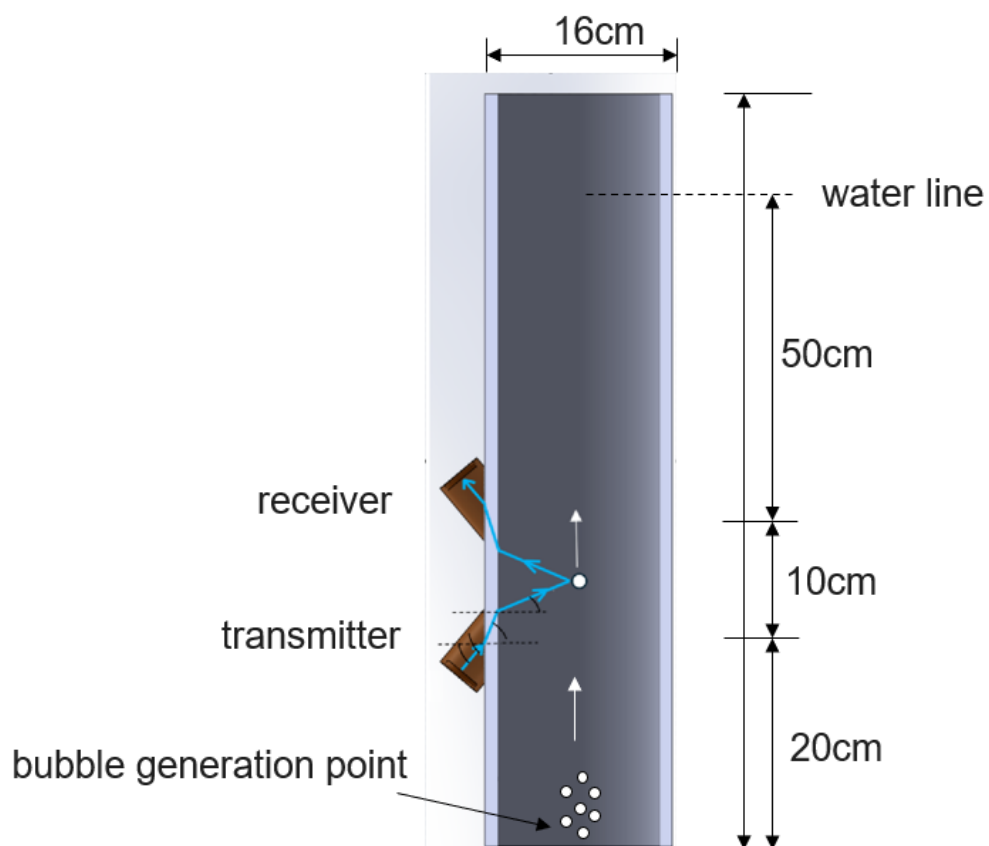


圖 3.6 氣泡上升實驗示意圖

Digital Signal Oscilloscope

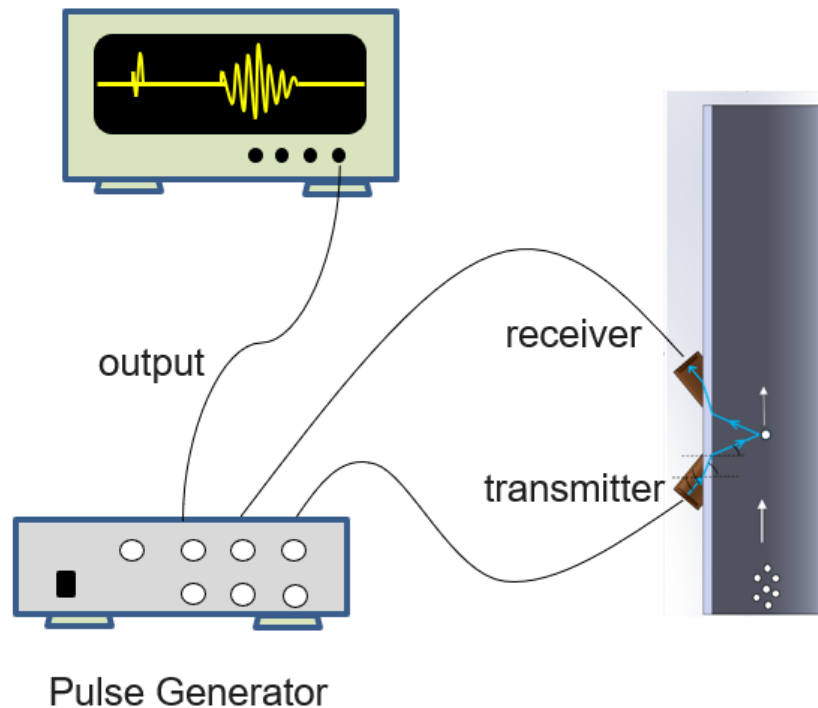


圖 3.7 實驗架構圖

3.2.2 氣泡上升速度估算

在頻率差流量計的原理中已知當超聲波與流體中的移動粒子或散射體相互作用時，反射回來的波會發生頻率偏移，其中的關鍵在移動粒子，氣泡屬於一種量測時常見的散射體，為了測試頻率差流量計的性能，推算氣泡上升的速度與使用流量計測量的速度做比較。

氣泡的上升速度受到浮力、重力和流體的粘性阻力共同影響，這些力之間的相互作用取決於氣泡的尺寸、形狀以及流體的性質，根據雷諾數（Reynolds number）的不同，我們可以分別討論小氣泡和大氣泡在流體中的運動行為。



(1) 斯托克斯定律下的終端速度計算

對於半徑較小的氣泡，其上升過程中主要受流體的黏滯力影響，此時氣泡的運動遵循斯托克斯定律 (Stokes' Law)。斯托克斯定律描述了在黏性流體中，小球體在受重力和浮力作用下的終端速度 v_t ，該定律適用於低雷諾數 ($Re < 1$) 的情況下，即流體的慣性力可忽略不計，而黏滯力為主要作用，斯托克斯定律的推導基於力的平衡，其中包括重力、浮力和粘性阻力，推導如下：

- P_0 是大氣壓力，約為 $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
- ρ_w 是水的密度，約為 1000 kg/m^3
- ρ_a 是空氣的密度，約為 1.2 kg/m^3
- g 是重力加速度，約為 9.81 m/s^2
- h 是水深
- μ 是水的動態黏度，約為 $0.001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$
- r 是氣泡半徑，約為 $2.5 \text{ mm} = 0.0025 \text{ m}$
- v 是氣泡上升速度

在靜止流體中，半徑為 r 的小球體所受的力有三種：

- **浮力 (F_b)**：流體密度與球體體積差異產生的向上力。其表達式為：

$$F_b = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_w g \quad (3.1)$$

- **重力 (F_g)**：作用於球體質量上的向下力。其表達式為：

$$F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a g \quad (3.2)$$



- **黏性阻力 (F_d)**：流體黏性對球體運動的阻力。根據斯托克斯摩擦力公式，其表達式為：

$$F_d = 6\pi\mu r v \quad (3.3)$$

在終端速度 v_t 下，此時浮力和重力之和等於粘性阻力，即：

$$F_b - F_g = F_d \quad (3.4)$$

終端速度的推導代入各力的表達式可得：

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_w g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a g = 6\pi\mu r v_t \quad (3.5)$$

將方程化簡：

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_w - \rho_a) g = 6\pi\mu r v_t \quad (3.6)$$

進一步化簡可得：

$$v_t = \frac{2r^2(\rho_w - \rho_a)g}{9\mu} \quad (3.7)$$

此式即為斯托克斯定律的終端速度公式，適用於低雷諾數條件下的小球體。

(2) 高雷諾數下的終端速度估算

當氣泡的尺寸增大時，流體中的慣性力開始對氣泡的運動產生重要影響，雷

諾數也相應增大。在高雷諾數 ($Re > 1$) 條件下，氣泡的運動不再遵循斯托克斯定律，而是受牛頓流體的阻力定律所支配，此時粘性阻力與速度的平方成正比，阻力係數 C_d 也會隨著氣泡的形狀和速度變化。大氣泡的上升速度通常較快，但也受到流體阻力的限制。

對於較大的氣泡，高雷諾數下的阻力可由下式計算：

$$F_d = \frac{1}{2} \rho_w v^2 C_d A \quad (3.8)$$

假設氣泡達到終端速度時，浮力與阻力達到平衡，此時浮力、重力與阻力分別為：

$$F_b = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_w g, \quad F_g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_a g \quad (3.9)$$

代入阻力平衡方程：

$$\frac{4}{3} r (\rho_w - \rho_a) g = \frac{1}{2} \rho_w v^2 C_d \quad (3.10)$$

進一步化簡可得：

$$v^2 = \frac{8r(\rho_w - \rho_a)g}{3\rho_w C_d} \quad (3.11)$$

(3) 氣泡上升過程中的體積變化

考慮到氣泡上升過程中所受壓力變化，估算其大小的變化。整個計算分為以下幾個步驟：

首先，測量氣泡靜止狀態下的直徑大小。當氣泡上升時，根據換能器接收信號的位置 (水面下 60 cm 至 50 cm)，估算壓力變化，並考慮氣泡受到的液體壓力影響，對計算結果進行修正

水壓的公式為：

$$P = P_0 + \rho_w gh \quad (3.12)$$

在 60cm 處，壓力 P_{60cm} 為：

$$P_{60cm} = 101325 \text{ Pa} + 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 0.60 \text{ m}$$

$$P_{60cm} \approx 101325 \text{ Pa} + 5886 \text{ Pa} = 107211 \text{ Pa}$$

在 50cm 處，壓力 P_{50cm} 為：

$$P_{50cm} = 101325 \text{ Pa} + 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 0.50 \text{ m}$$

$$P_{50cm} \approx 101325 \text{ Pa} + 4905 \text{ Pa} = 106230 \text{ Pa}$$

根據理想氣體定律，氣泡的體積與壓力成反比：

$$\frac{V_{60cm}}{V_{50cm}} = \frac{P_{50cm}}{P_{60cm}} \quad (3.13)$$

因此體積比為：

$$\frac{V_{60cm}}{V_{50cm}} = \frac{107211}{106230} \approx 1.0092$$

這表示氣泡在上升到 50cm 處時，體積會增大約 0.92%。

由於氣泡體積的變化非常小，半徑的變化也很小。因此，終端速度的變化幾乎可以忽略不計。在 60cm 到 50cm 的上升過程中，氣泡的速度增幅會非常微小，理論上略有增加，但不足以顯著影響運動行為。

(4) 實驗上氣泡上升速度估算

本研究接下來將針對直徑約 5mm 的氣泡進行流速的計算，並在氣泡打出時讓其經過濾泡石來控制氣泡大小。具體計算如下：

代入參數進行計算，斯托克斯定律下的終端速度 v_t 為：

$$v_t = \frac{2 \times (0.0025)^2 \times (1000 - 1.2) \times 9.81}{9 \times 0.001} \quad (3.14)$$

簡化後可得：

$$v_t \approx 13.61 \text{ m/s} \quad (3.15)$$

這一結果顯示了斯托克斯定律不適用於此直徑為 5mm 的氣泡，因為斯托克斯定律適用於低雷諾數 ($Re < 1$) 的情況，而此處氣泡的雷諾數較高，接著用高雷諾數下的終端速度估算



設阻力係數 $C_d = 0.5$ ，代入數值進行計算：

$$v^2 = \frac{8 \times 0.0025 \times (1000 - 1.2) \times 9.81}{3 \times 1000 \times 0.5} \quad (3.16)$$

化簡後得：

$$v^2 \approx 0.131 \quad (3.17)$$

因此，終端速度 v 為：

$$v \approx \sqrt{0.131} \approx 0.36 \text{ m/s} \quad (3.18)$$

在高雷諾數下，直徑為 5mm 的氣泡上升至穩定狀態時的終端速度大約為 0.36 m/s。在上升過程中，氣泡會逐漸加速，並最終接近此終端速度，此計算結果也與 Zawala 與 Malysa[16] 的實驗結果相符。





第四章 換能器模擬分析與驗證

4.1 壓電片模態分析及聲學特性模擬

4.1.1 壓電片模態分析模擬與文獻比較

在文獻中，Guo et al.[8] 用有限元素法計算了壓電陶瓷圓盤在不同直徑厚度比 (D/T) 下的結果，並針對模態振型 (Mode Shape) 歸納出五種不同的振動特性，本研究使用 COMSOL 模擬壓電陶瓷圓盤，比對這 5 種不同的特性，確定了模型設置正確後改變不同的直徑厚度比來協助分析。

(1) 徑向模態

透過有限元素分析計算出的第一種共振模態是徑向方向伸縮而引起厚度方向擴張的運動模式。這種模態的特點是沿著圓盤表面存在徑向位移，並在上下表面會出現節點環。軸向位移的情況下，圓盤表面中心的位移最大，而圓盤周圍的位移趨近於零。隨著模態階數的增加，節點環的數量也會增多。



圖 4.1 徑向模態 [8]



圖 4.2 本研究模擬的徑向模態

(2) 邊緣模態

根據有限元素分析所計算出的第二種模態，這種模態的特徵是圓盤中心及邊緣的軸向位移程度相當。除了這一差異外，邊緣模態的振型與徑向模態大致相似。儘管邊緣模態附近的徑向模態在邊緣處也呈現相當大的軸向位移，但在本研究中，僅將邊緣處具有最大軸向位移的情況定義為邊緣模態。



圖 4.3 邊緣模態 [8]



圖 4.4 本研究模擬的邊緣模態

(3) 厚度剪切模態

根據有限元素分析所計算出的第三種共振模態，在此模態中，圓盤內部有顯著的徑向變形，並且該變形隨著厚度而變化。此模態的振型特徵是在圓盤內部沿厚度方向出現徑向位移為零的圓柱形節點環。



圖 4.5 厚度剪切模態 [8]



圖 4.6 本研究模擬的厚度剪切模態

(4) 厚度擴展模態

根據有限元素分析所計算出的第四種共振模態，是壓電圓盤中極為重要的模態。相比於徑向模式，軸向位移的平均值為零，從而產生節點圓。然而，在厚度延伸模式（TE 模式）中，平均值不為零，因此軸向位移模式的疊加可藉由一維分析類比為活塞運動。因此，厚度擴展模態具有高階徑向及一維厚度運動的特性。



圖 4.7 厚度擴展模態 [8]

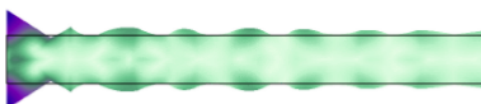


圖 4.8 本研究模擬的厚度擴展模態



(5) 高頻徑向模態

這組模態是指在高頻率下的徑向振動模態。在這些模態中，軸向表面位移實際上是低階 R 模態和高階 R 模態位移的疊加。



圖 4.9 高頻徑向模態 [8]



圖 4.10 本研究模擬的高頻徑向模態

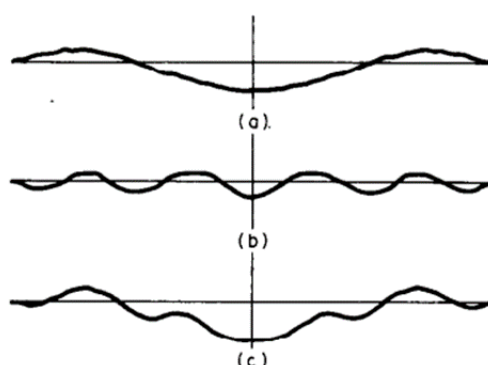


圖 4.11 高頻徑向模態變化 [8]

從文獻 [8] 及模擬的結果發現，雖然大多數用於分析壓電圓盤振動特性的研究是假設壓電圓盤僅在厚度方向振動，並經歷類似「活塞」的運動，但這種假設僅適用於直徑與厚度比 (D/T) 大於 20 的圓盤。實際上，許多換能器和其他壓電器件所使用的圓盤具有中間 D/T 比，這使得上述假設不適用。

由圖 4.12 及圖 4.13 中可以發現在低頻率的徑向模態範圍內，諧振模態彼此分離良好，且在諧振後有相應的反諧振。然而，在高階徑向模態的諧振頻率值中存在一些偏移(表 4.1 顯示的前 12 個模態)，隨著徑向模態順序的增加，在諧振頻率中，預測值和測量值之間逐漸增加的差異可能來源於幾個因素，例如徑向方向的彈性常數，可能不夠準確，這會影響高階徑向諧振頻率的準確性，並可能改變模態的順序。同時，有限元模型在模式順序增加時，其準確性也會降低。表 4.1 所選擇比較的模態為參考文獻 [8] 中列出的模態 (1-12 為徑向模態；22-26 為厚度剪切模態；32 為厚度擴展模態)，圖 4.14 則根據表 4.1 中的數據繪製。

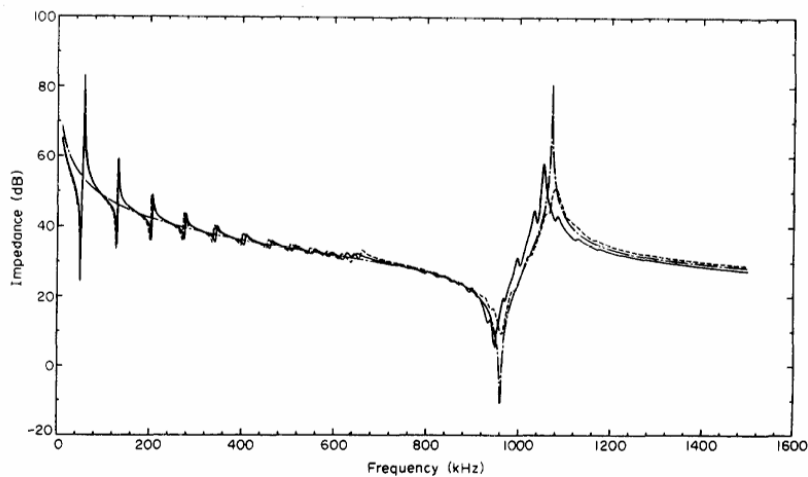


圖 4.12 文獻中測量與預測 PZT5A 圓盤 ($D/T=20$) 的電阻抗響應 [8]



圖 4.13 本研究模擬 PZT5A 圓盤 ($D/T=20$) 的電阻抗響應

表 4.1 PZT5A 圓盤 (D/T=20) 的電阻抗響應：
文獻中理論值、量測值與本研究使用 COMSOL 模擬的比較

(kHz) Mode No.	Predicted frequency[8]	Measured frequency[8]	Comsol predicted frequency (from this thesis)
1	49.56	50.2	49.37
2	128.1	129.9	127.56
3	201.6	204.8	200.83
4	272.1	276.7	271.06
5	338.5	344.6	337.49
6	399.9	407.4	399.18
7	455.2	463.7	455.37
8	503.8	512.8	505.95
9	545.9	555.5	551.73
10	582.3	592.8	593.83
11	614.0	623.2	629.51
12	640.6	639.2	654.28
22	873.2	872.0	846.57
23	876.4	NaN	855.10
24	880.0	NaN	863.30
25	887.0	NaN	872.50
26	893.2	NaN	881.35
32	964.9	951.1	957.48

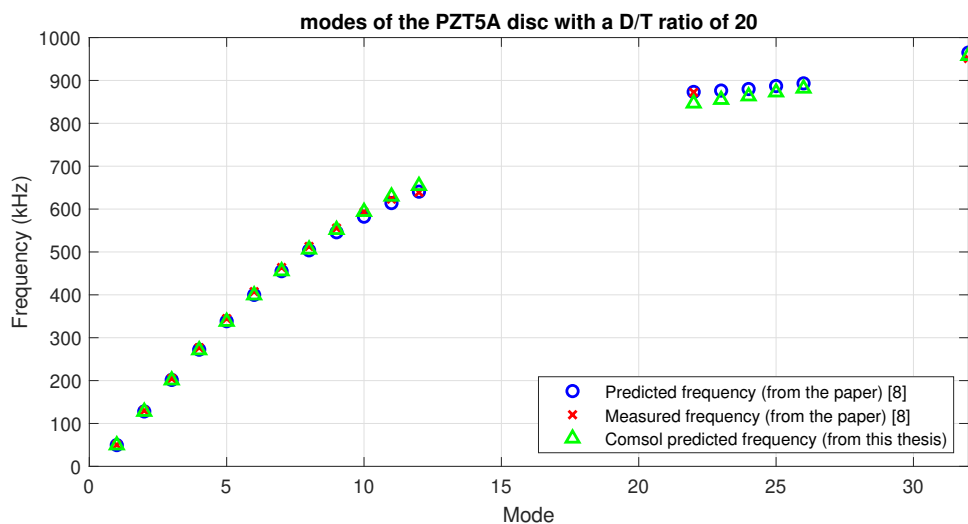


圖 4.14 PZT5A 圓盤 (D/T=20) 的模態頻率比較



4.1.2 壓電片阻抗分析及輻射聲場分析

為了驗證指向性模擬的正確性，使用 MATLAB 做一個對照，程式寫的條件是厚度 2mm，直徑 25mm 的 PZT5H 壓電圓盤在水中用 1MHz 激發，距離壓電片 1m 處繪製輻射聲壓級，使用了圓形活塞輻射模型和遠場近似，圓形活塞輻射模型如圖 4.15 所示，圓盤做 Z 方向的往復運動，半徑是 a 。 dS (Small element) 作為點聲源， $dQ = U_0 dS$ ， U_0 是活塞表面的振動速度，強度造成的壓力，定義如下 [14]：

$$p(r, \theta, t) = j\rho c \frac{U_0}{2\pi} k \int_S \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r'} dS \quad (4.1)$$

Field point(r, θ) 在 $x - z$ 平面，由圖 4.15 可以得知源強度 dQ 是由圓形活塞在 x 軸上小段 dx 產生的聲源強度，計算遠場 $r \gg$ 半徑 a 的聲壓大小

$$dQ = 2 U_0 a \sin \theta dx \quad (4.2)$$

計算 dx 在遠場 $r \gg a$ 處產生的聲壓增量 dp

$$dp = j\rho c \frac{U_0}{\pi r} k a \sin \theta e^{j(\omega t - kr')} dx \quad (r' \approx r(1 - \frac{x}{r} \sin \theta \cos \theta)) \quad (4.3)$$

通過積分小元素的聲壓增量，得到整個圓形活塞在觀察點 (r, θ) 產生的聲壓 $p(r, \theta, t)$ 。此處對 x 在 $-a$ 到 a 之間積分



$$p(r, \theta, t) = j\rho c \frac{U_0}{\pi r} k a e^{j(\omega t - kr)} \int_{-a}^a e^{j k x \sin \theta \cos \theta} \sin \theta dx \quad (4.4)$$

用貝塞爾函數 (Bessel functions) J_1 ，對積分結果整理，遠場聲壓的表示為

$$p(r, \theta, t) = j\rho c \frac{U_0 a}{2 r} k a e^{j(\omega t - kr)} \frac{2J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta} \quad (4.5)$$

$$\text{遠場指向因子 (direction factor) } D(\theta) = \frac{2J_1(k a \sin \theta)}{k a \sin \theta}$$

這個指向因子 $D(\theta)$ 描述了聲壓隨角度 θ 的變化情況，接著將理論及參數設置帶入 Matlab 做一個理論計算及繪製圖形

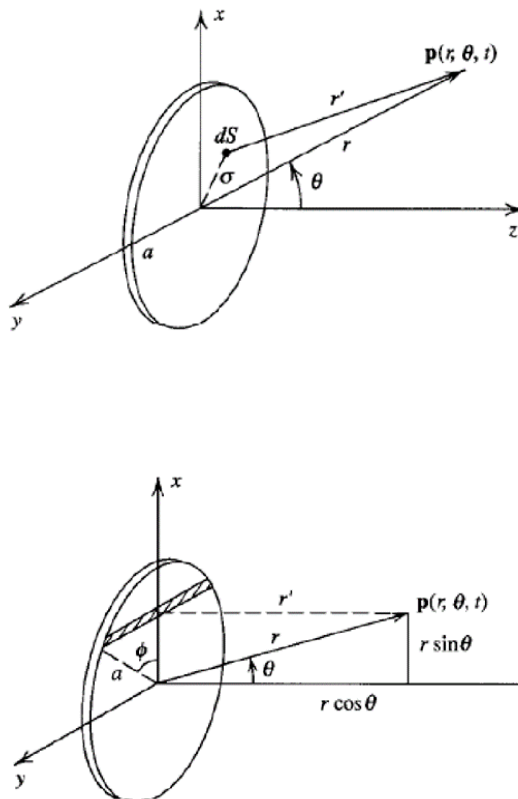


圖 4.15 圓形活塞於空間中之聲壓計算示意圖 [14]

圖 4.16 為厚度 2mm，直徑 25mm 的 PZT5H 壓電圓盤在水中的聲壓級，主軸（0° 方向）會顯示最高的聲壓級。隨著角度增加，可以看到側瓣，而在厚度模式下，壓電圓盤的特徵頻率 f 由以下公式決定 [7]：

$$f = c / (2 * t) \quad (4.6)$$

其中 c 是材料中的聲速， t 是圓盤厚度，程式碼中給了一個單位表面速度振幅（ $V_0 = 1 \text{ m/s}$ ），實際的振幅會依賴於 PZT5H 的具體特性和驅動電壓，且這是一個理想化模型，沒有考慮實際環境中的損耗和散射。

圖 4.17 是本研究用 COMSOL 有限元素模擬的圖形，網格的設置是根據聲波波長細化壓電片網格，通常每個波長應包含 6 到 10 個網格單元，假設聲波在壓電片中的波長為 λ 則網格尺寸應該設置為 $\lambda/6$ 到 $\lambda/10$ 之間，為了確保模擬精度，我們選擇每個波長包含 8 個網格單元，則每個單元的網格尺寸約為 0.495mm。比對圖 4.16 以 MATLAB 用圓形活塞輻射模型和遠場近似繪出的圖形及圖 4.17 使用 COMSOL 自行設置的模擬，可以驗證這個模型設置是正確的。

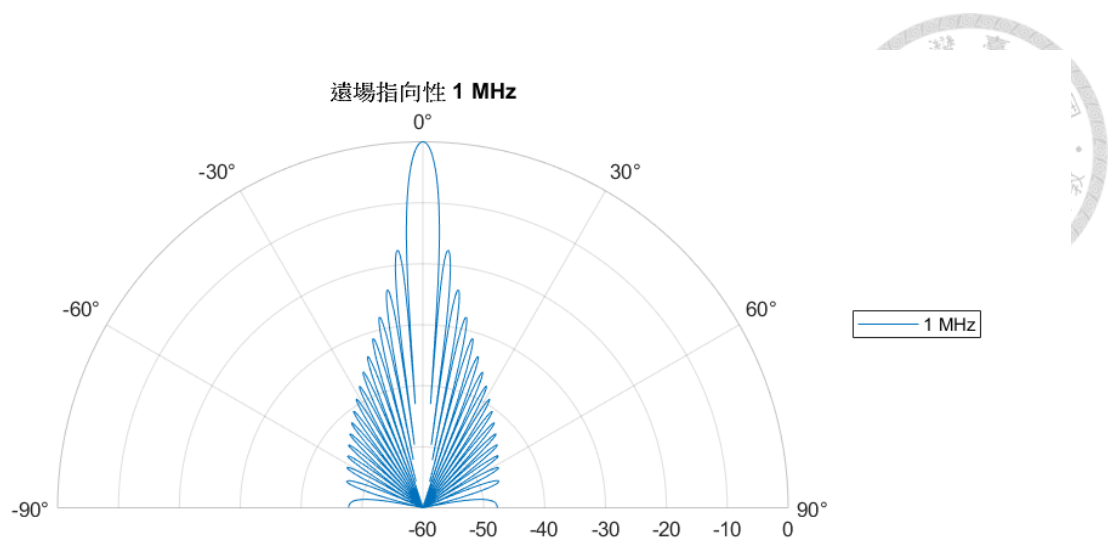


圖 4.16 1MHz 壓電片的聲場理論解

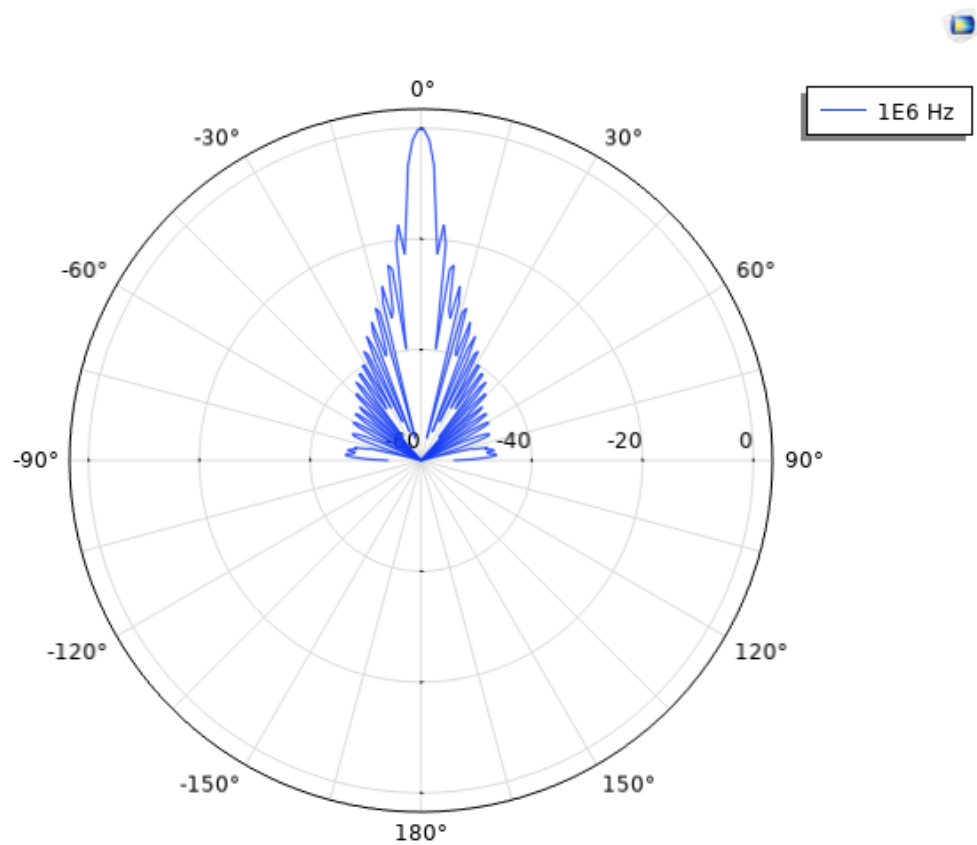


圖 4.17 1MHz 壓電片的 COMSOL 聲場模擬



4.1.3 壓電片一發一收模擬

在本研究中，使用 COMSOL Multiphysics 來模擬 1 MHz 壓電片的行為，模擬的壓電片由內建的 PZT 材料構成，直徑 25mm、厚度 2mm，並在兩側塗有導電層，以便在施加高頻交變電壓時產生逆壓電效應，在 2.21 節中對壓電陶瓷的介紹可知厚度共振頻是由材料中的聲速及壓電片的厚度決定的，在邊界條件方面，設置了電極的電壓激發，並且採用了適當的機械邊界條件來模擬壓電片在固定情況下運行，模擬的目的是觀察壓電片在 1 MHz 頻率下的振動特性，並分析其聲場分佈，圖 4.18 為壓電片打入水中的模型，在分析壓電片在不同頻率下的機電耦合效應時，會使用邊界探針對 1 MHz 壓電片進行阻抗分析，如圖 4.19 所示，圖 4.20 為阻抗分析儀量測 1 MHz 壓電片的電阻抗分析圖，再以 1V 激發壓電片觀察厚度共振頻率 1.03MHz 時聲場及聲壓的模擬，如圖 4.21、圖 4.22 所示聲壓高度圖可以看出近聲場與遠聲場大約的界線在 10cm，可用 2.3 節近聲場與遠聲場距離的理論計算，模擬與理論值相符。

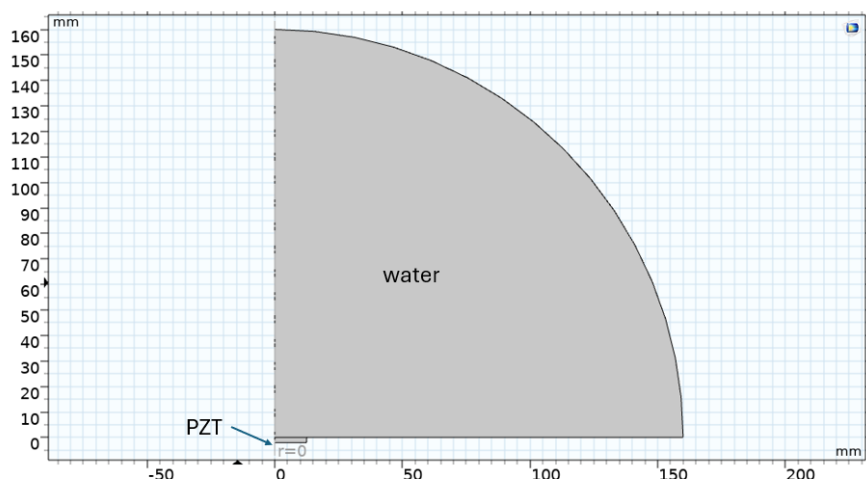


圖 4.18 壓電片聲場模擬模型

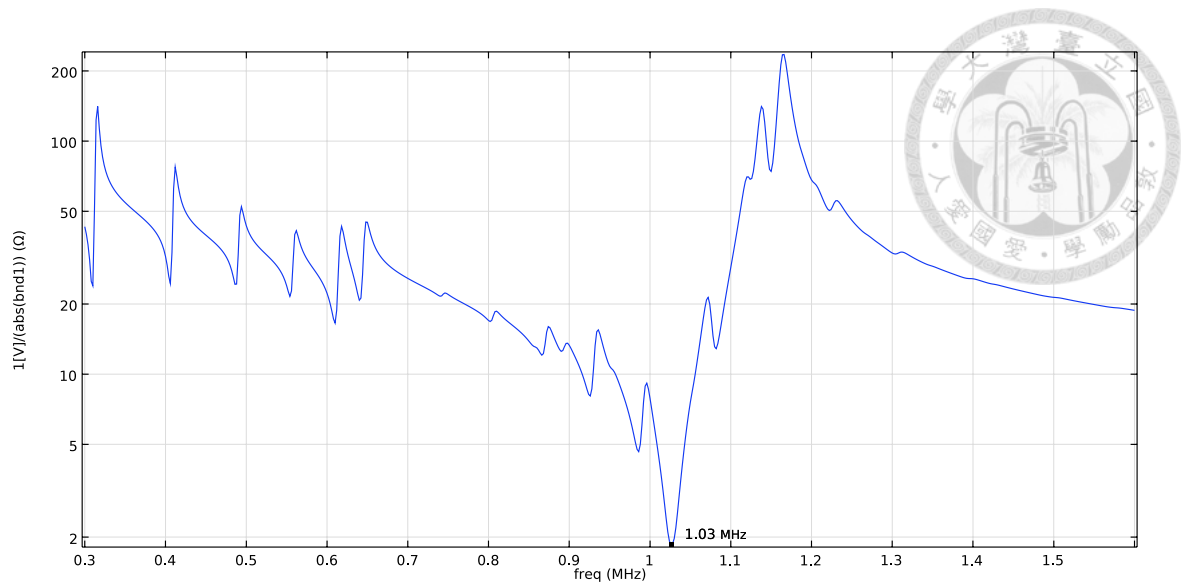


圖 4.19 本研究模擬 1 MHz 壓電片的電阻抗分析圖

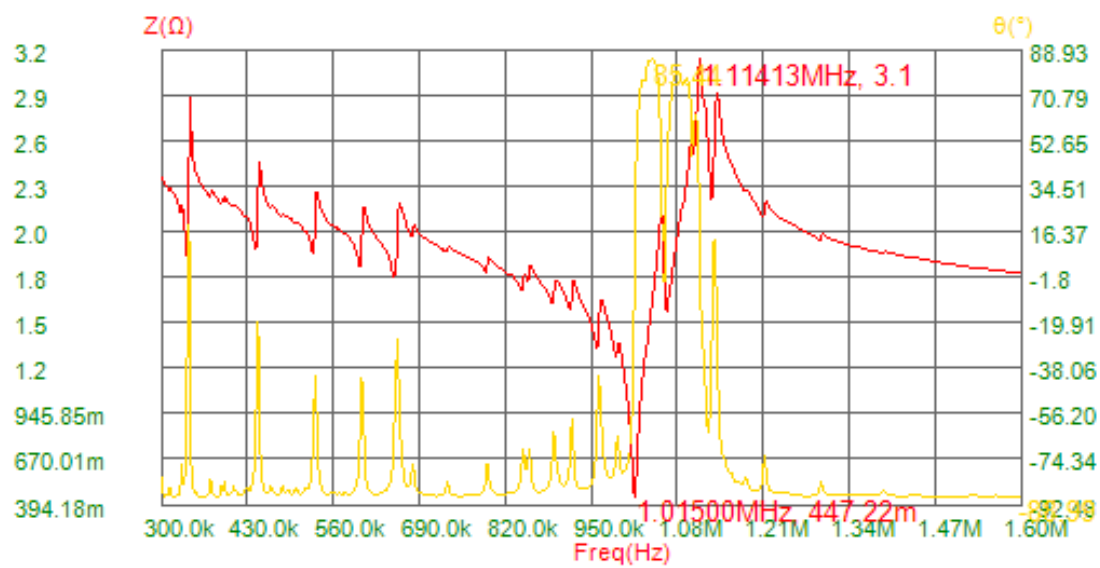


圖 4.20 使用 ZX80A 阻抗分析儀量測 1 MHz 壓電片的電阻抗分析圖

freq(1)=1.03E6 Hz

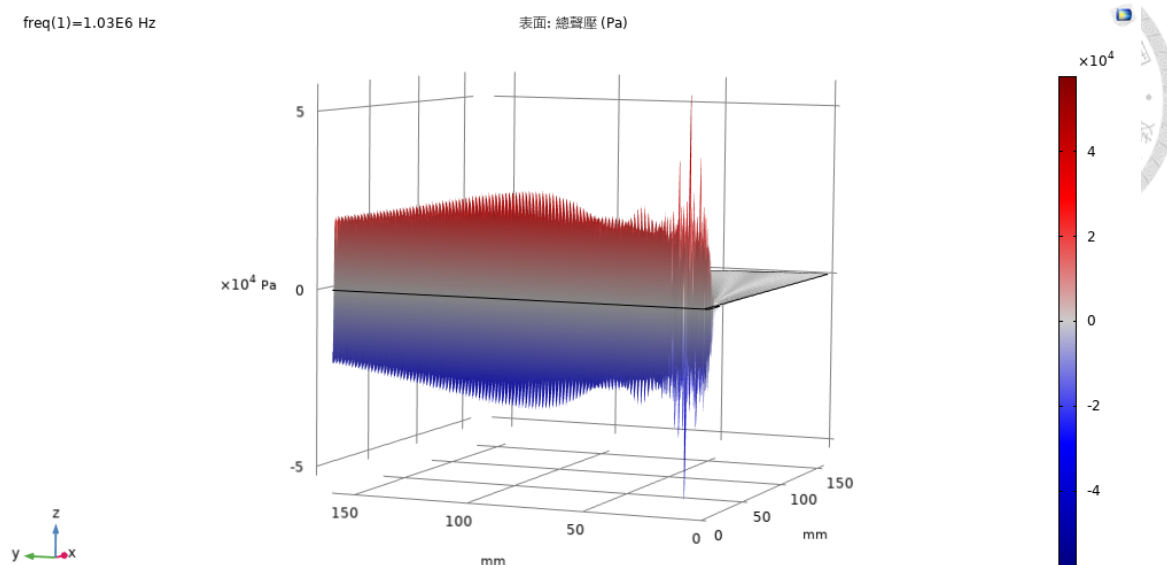


圖 4.21 1.03MHz 激發壓電片的聲壓高度圖

freq(1)=1.03E6 Hz

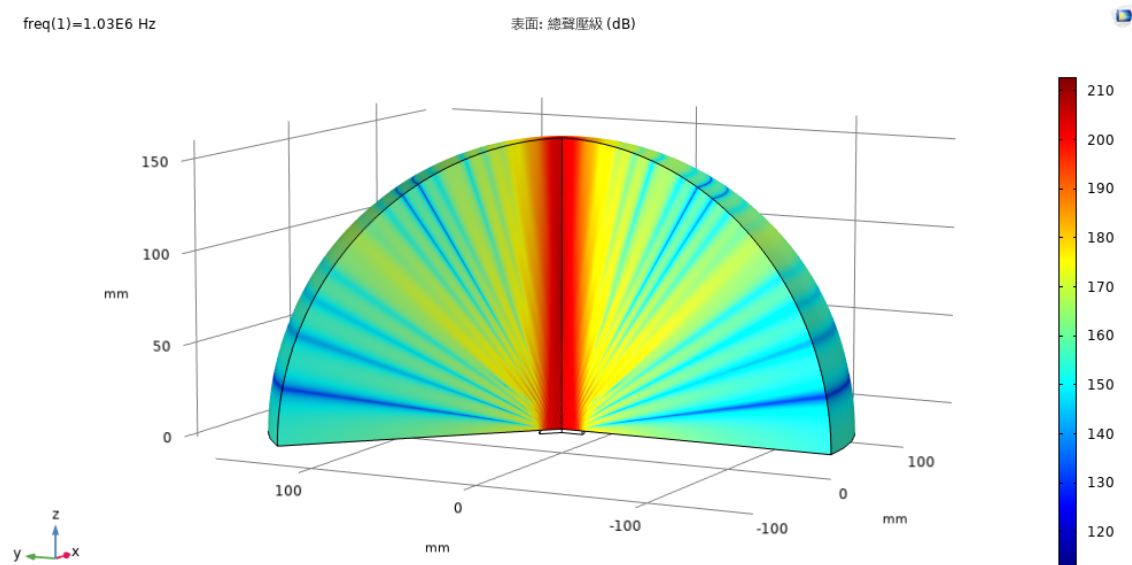


圖 4.22 1.03MHz 激發壓電片的聲壓輻射圖

接著模擬一個發射和接收功能的系統，該系統浸入水中進行超聲波的傳輸和接收，這項模擬主要關注壓電片在水中的發射與接收超聲波信號，在模擬設置中，建立了水域模型，以模擬壓電片發出的超聲波在水中的傳播過程，利用 COMSOL 中的壓電模組和聲學模組，耦合壓電效應和彈性波模擬，確保聲波能夠在水域中有效傳播並被接收壓電片接收，考慮到水的聲速和密度對聲波傳播的影響，側邊設置無反射邊界條件來模擬開放水域的效果。

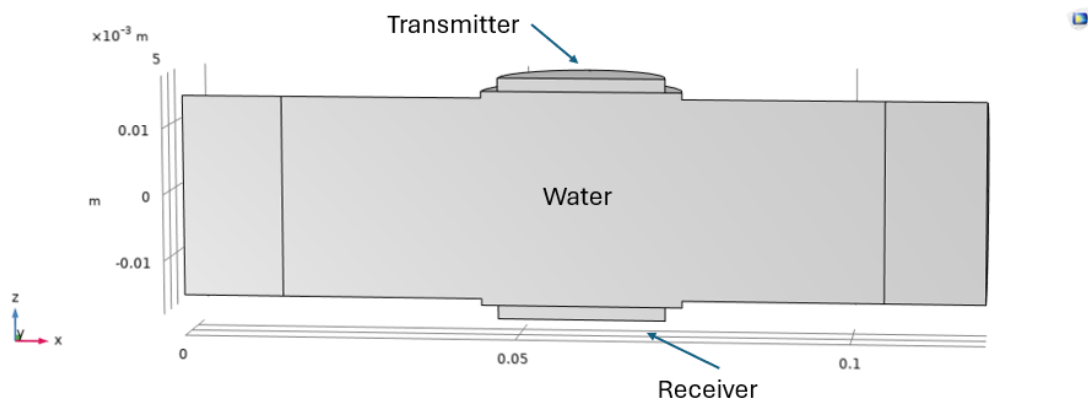


圖 4.23 壓電片一發一收模型

通過時間域及頻域分析，我們能夠模擬發射壓電片在水中產生的聲場，並觀察接收壓電片所獲得的回波信號，該模擬提供了壓電片在水中傳輸和接收超聲波的詳細數據，這些數據可用於優化換能器的設計，圖 4.24、4.25 為本研究模擬的發射與接收信號，可與實際量測到的發射與接收信號 (圖 4.26) 做比較。

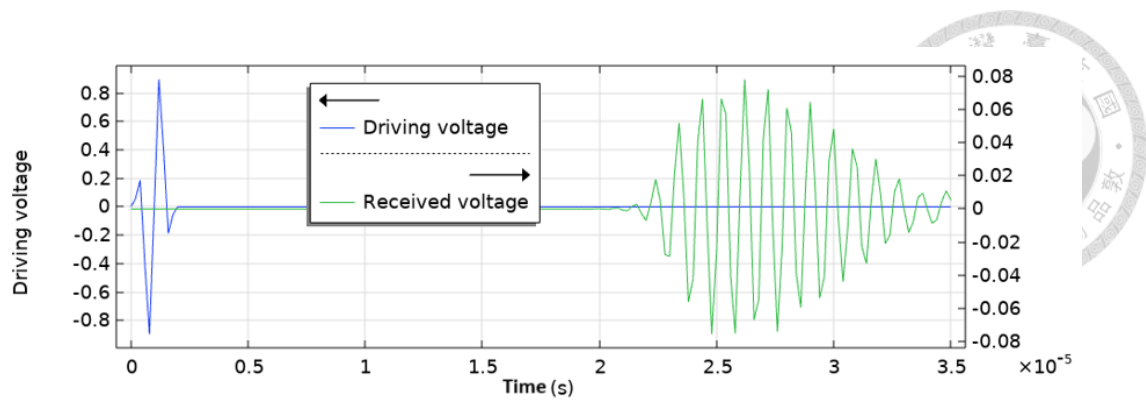


圖 4.24 壓電片發射與接收超聲波信號時域圖

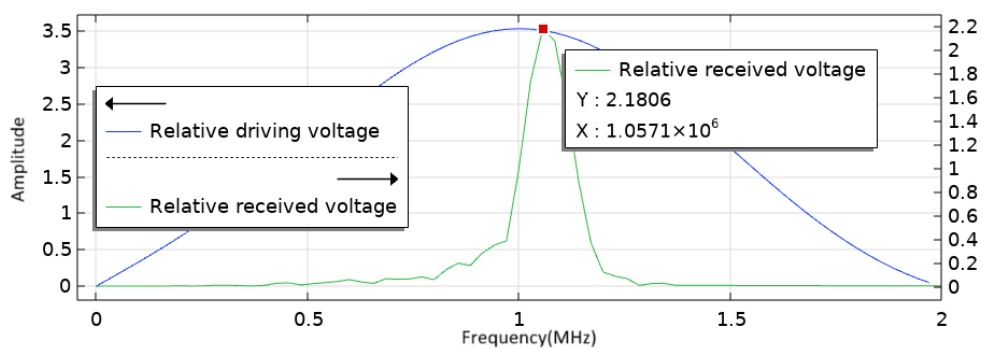


圖 4.25 壓電片發射與接收超聲波信號頻域圖

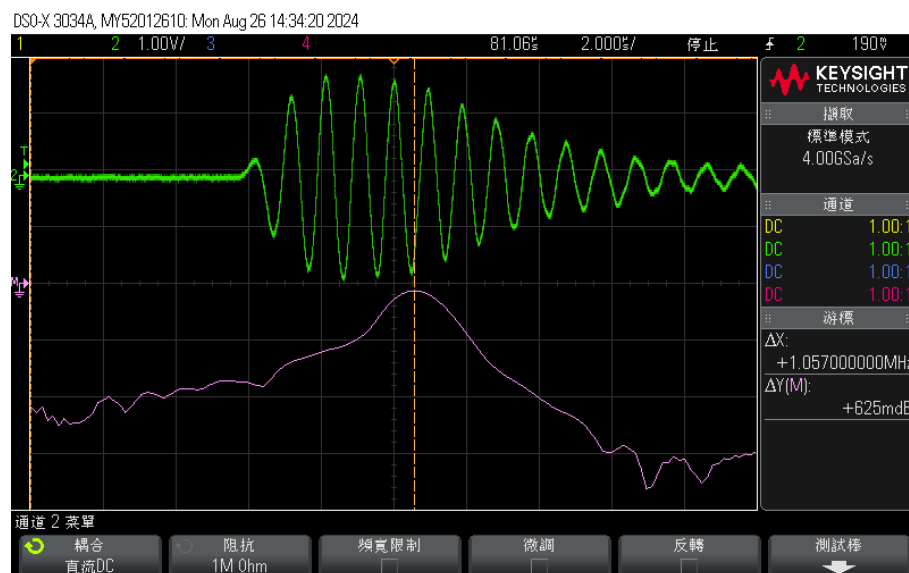


圖 4.26 壓電片一發一收信號



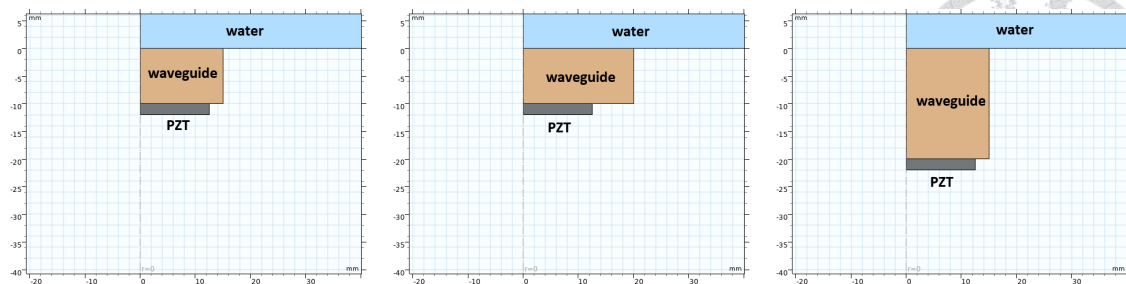
4.2 自製換能器聲學特性模擬

4.2.1 自製換能器阻抗分析及輻射聲場分析模擬

前一章節探討了壓電片的模擬，並分析了其響應特性。為了進一步研究換能器的性能，本章將在壓電片上加入波導及背膠層，旨在探討這些結構對換能器系統的影響。論文中會比較不同波導的長度與直徑，從而評估其對換能器性能的潛在影響，減少後續設計中不必要的耗材及時間浪費。

(1) 波導幾何之影響

圖 4.27 為相異幾何的波導，以圖 (a) 為基準，圖 (b) 的波導直徑增加 1cm，圖 (c) 波導的長度增加 1cm。圖 4.28 至 4.30 為本研究模擬不同波導參數的電阻抗分析。結果顯示，增大波導直徑對厚度模態共振頻率的影響較小，而增加波導長度則顯著降低了厚度模態的共振頻率。接著以 1V 激發壓電片觀察厚度共振頻率時聲場及聲壓的模擬，圖 4.31 至 4.33 為本研究以此模型模擬的聲壓高度圖，發現直徑較小能量會更集中，波導較長，會讓超音波在進入水中後縮短近聲場的距離，相對的聲壓衰減也比較多。圖 4.34 至 4.36 為本研究以此模型模擬的聲壓級輻射圖，發現波導直徑變大，分辨能量擴散的較遠，指向性較差。



(a) 波導直徑 3cm、長度 1cm (b) 波導直徑 4cm、長度 1cm (c) 波導直徑 3cm、長度 2cm

圖 4.27 不同直徑與長度的波導模型

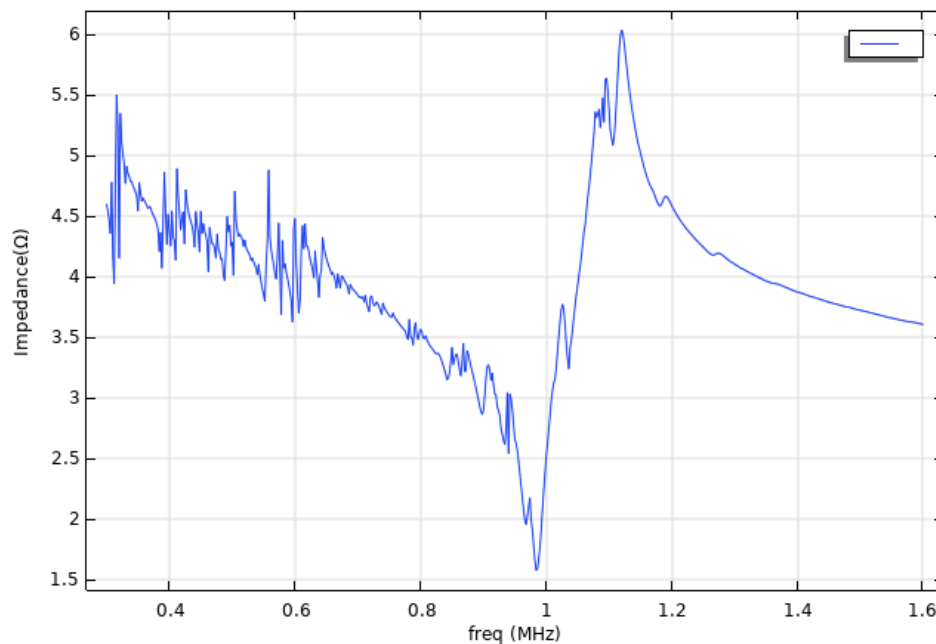


圖 4.28 直徑 3cm、長度 1cm 波導的換能器阻抗 (0.984MHz)

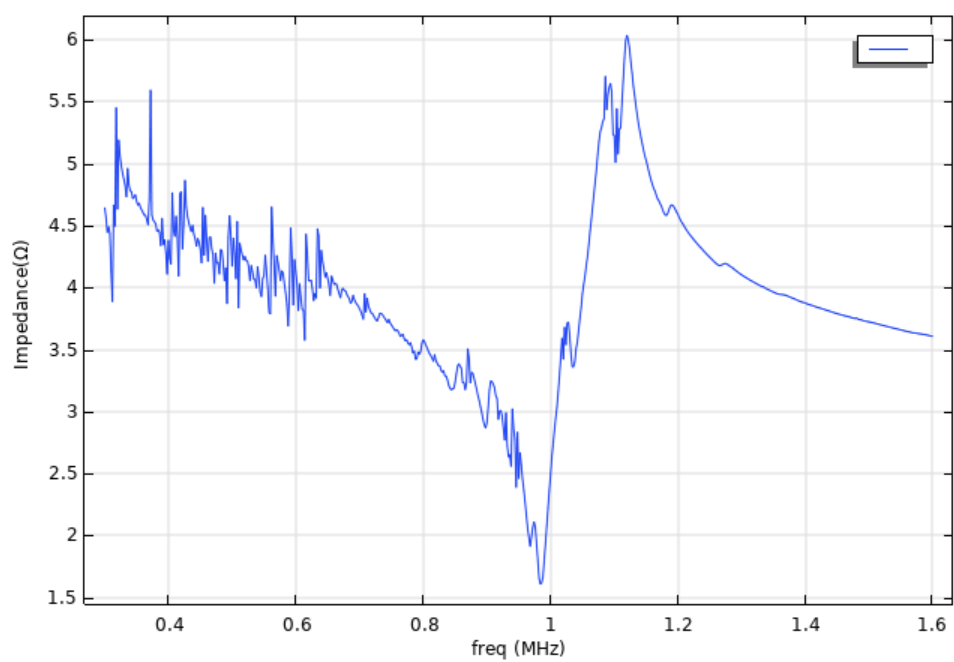


圖 4.29 直徑 4cm、長度 1cm 波導的換能器阻抗 (0.984MHz)

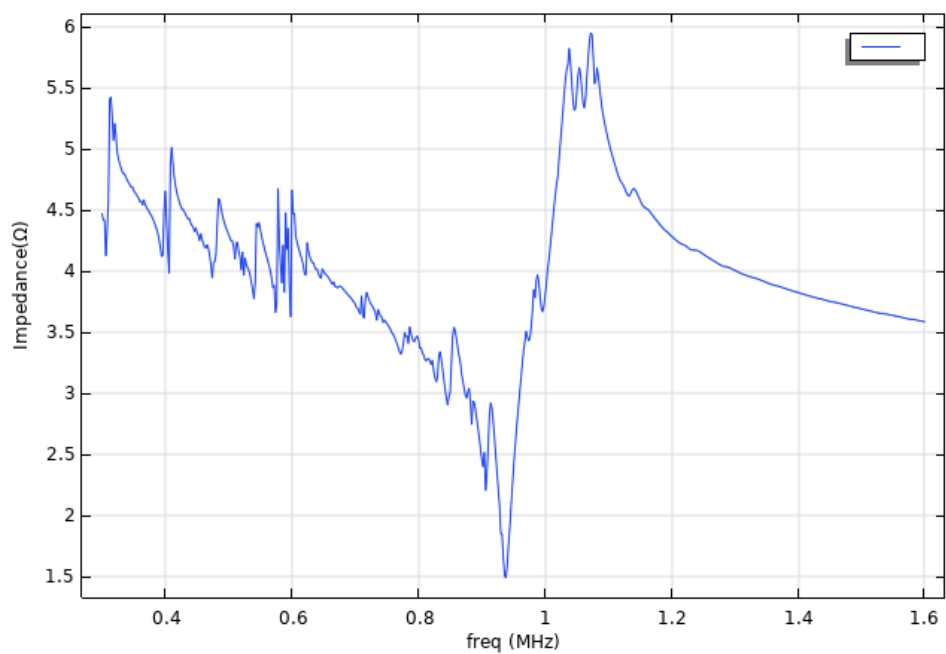


圖 4.30 直徑 3cm、長度 2cm 波導的換能器阻抗 (0.938MHz)

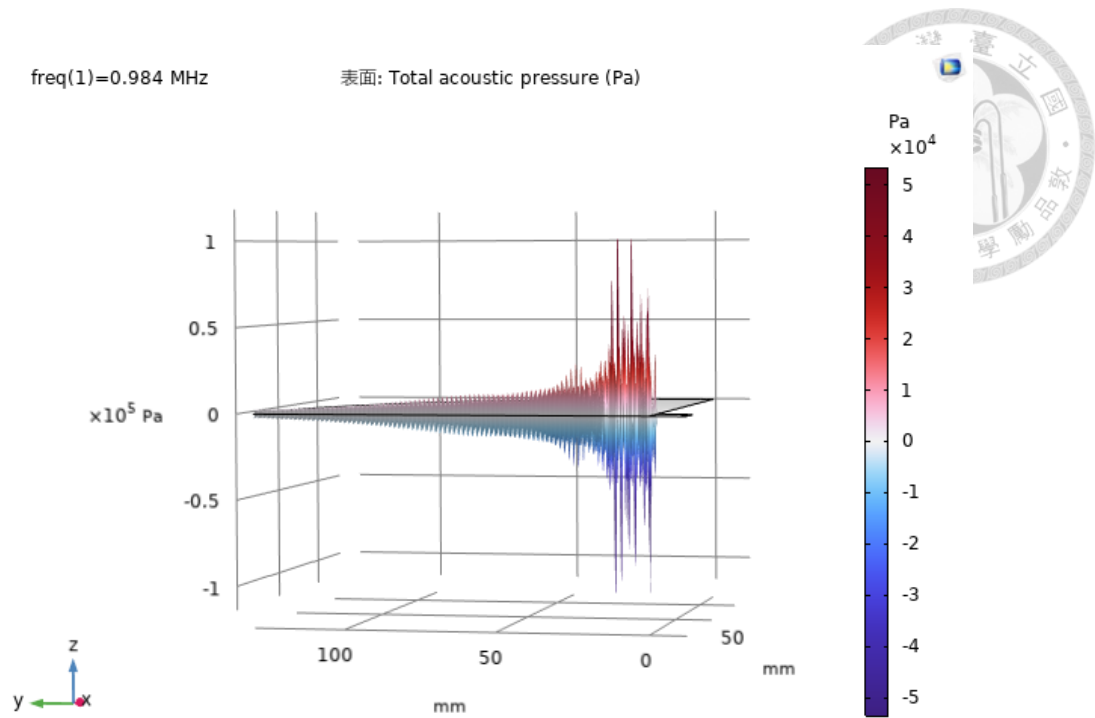


圖 4.31 直徑 3cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓高度

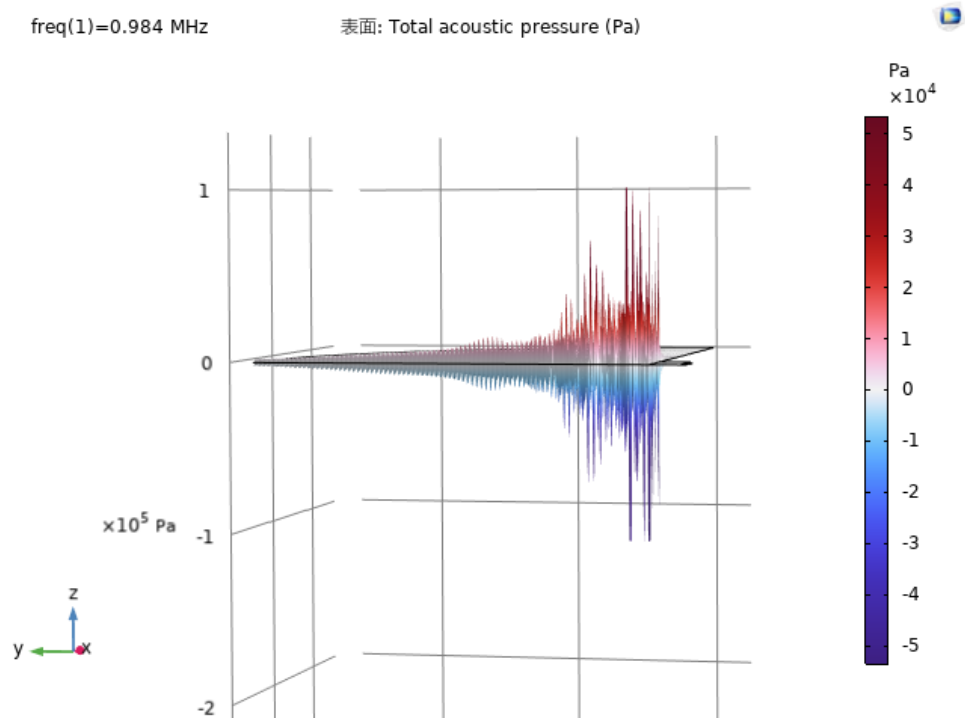


圖 4.32 直徑 4cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓高度（直徑增加 1cm）

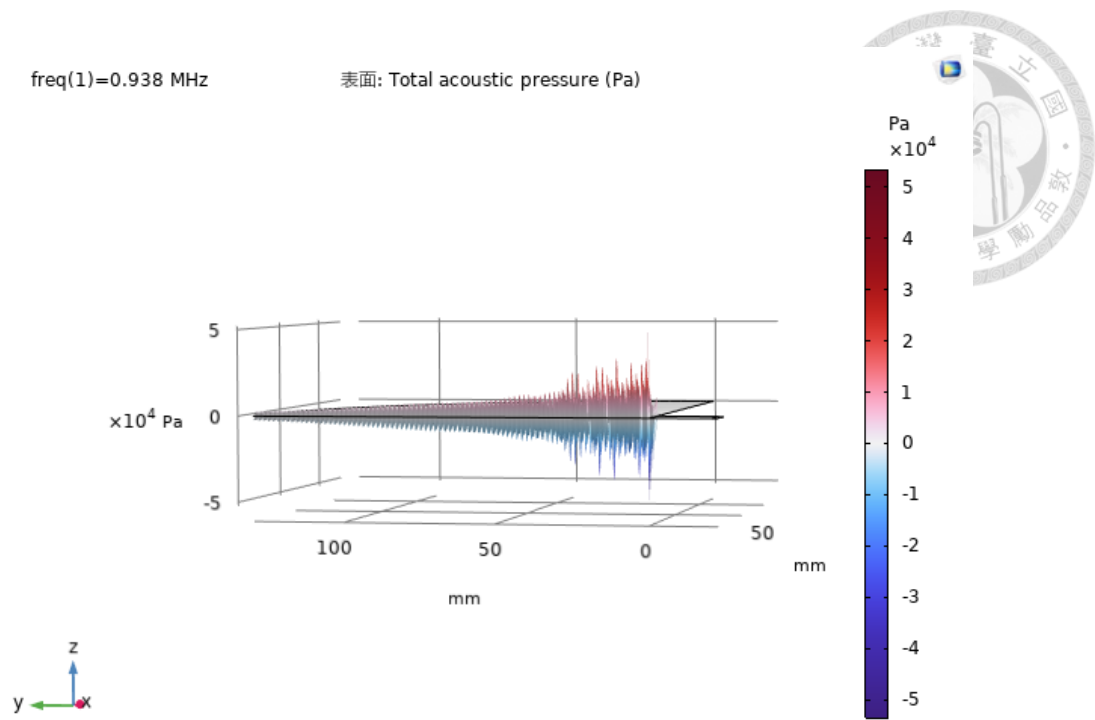


圖 4.33 直徑 3cm、長度 2cm 波導的換能器聲壓高度（長度增加 1cm）

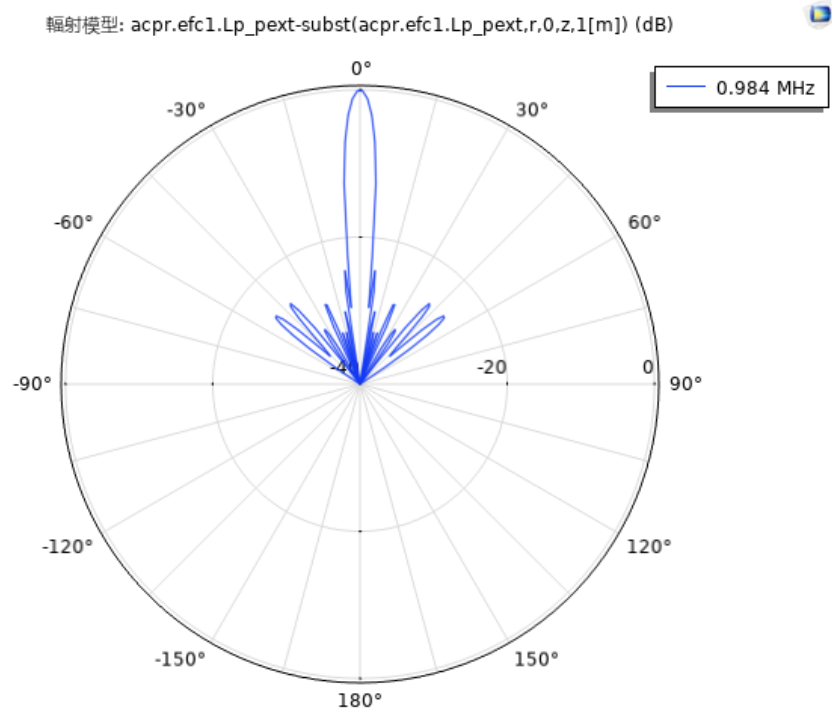


圖 4.34 直徑 3cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓級輻射

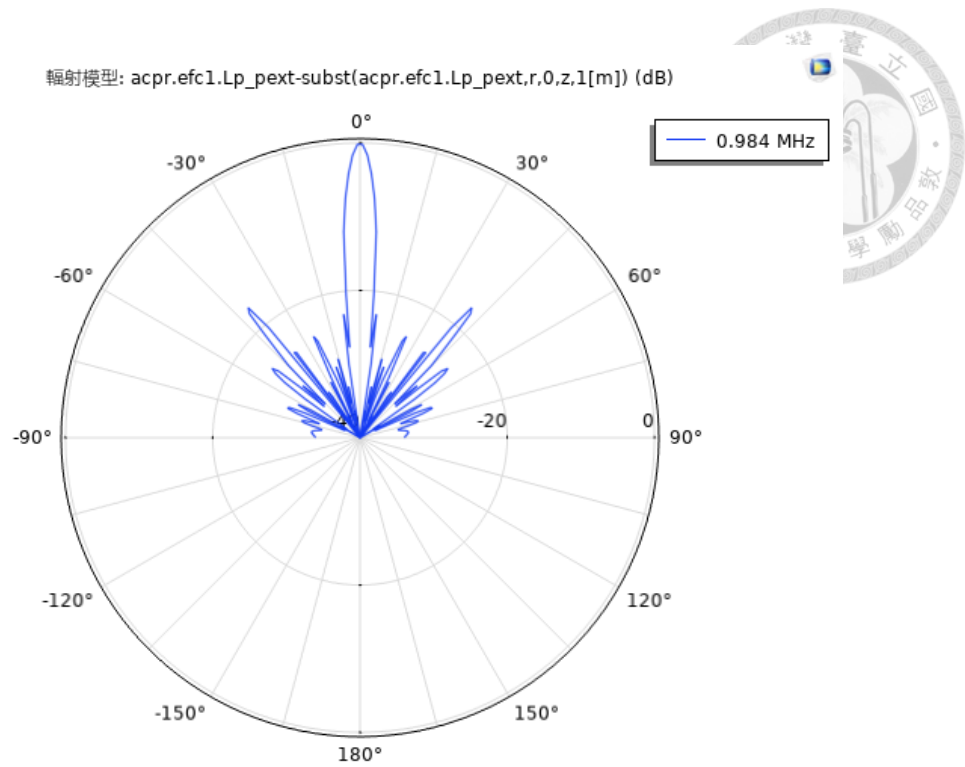


圖 4.35 直徑 4cm、長度 1cm 波導的換能器聲壓級輻射（直徑增加 1cm）

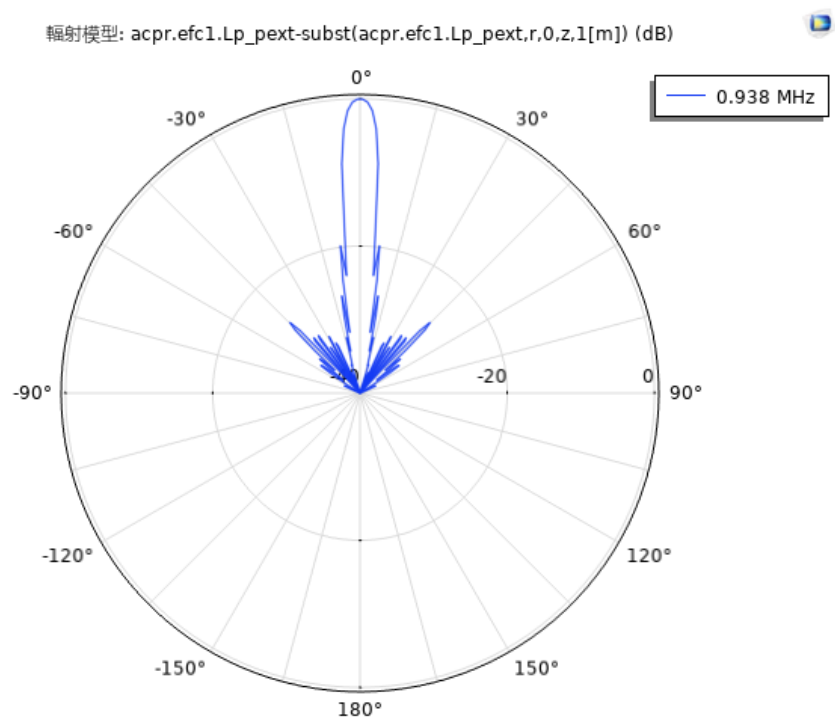


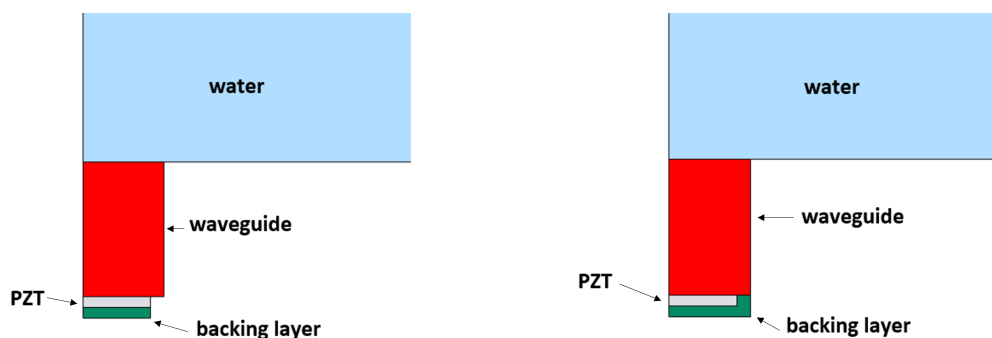
圖 4.36 直徑 3cm、長度 2cm 波導的換能器聲壓級輻射（長度增加 1cm）



(2) 背膠層覆蓋方式

根據前述文獻探討，本研究參考了 Chillara et al. 的研究 [12]，他們透過夾緊 PZT 壓電片來觀察聲壓級輻射的變化。本研究則在壓電片側邊灌注背膠，以達到類似夾緊的效果，目的是限制徑向高階模態，減少旁瓣並產生更準直的波束。

本研究使用 COMSOL 模擬來觀察其效果，圖 4.37 展示了模擬換能器的模型，圖 4.38 和 4.39 則為阻抗分析圖，結果顯示徑向共振點被平滑，減少了對厚度共振頻率的影響，圖 4.40 和 4.41 為遠場聲壓級的輻射圖，顯示出旁瓣強度顯著降低，聲束更加集中，實際應用中，這種側緣固定壓電片的覆蓋方式有助於提升測量準確性，使得測量信號更加清晰，並減少流速計的頻繁校準需求，節省了時間和成本。本研究的模擬結果顯示，這種背膠層固定壓電片側緣的設計在聲壓級輻射上與文獻中所述的夾緊 PZT 結果相似（見圖 4.42）。



(a) 背膠層無包覆壓電片側緣之模型

(b) 背膠層有包覆壓電片側緣之模型

圖 4.37 壓電片側緣有無包覆模型示意圖

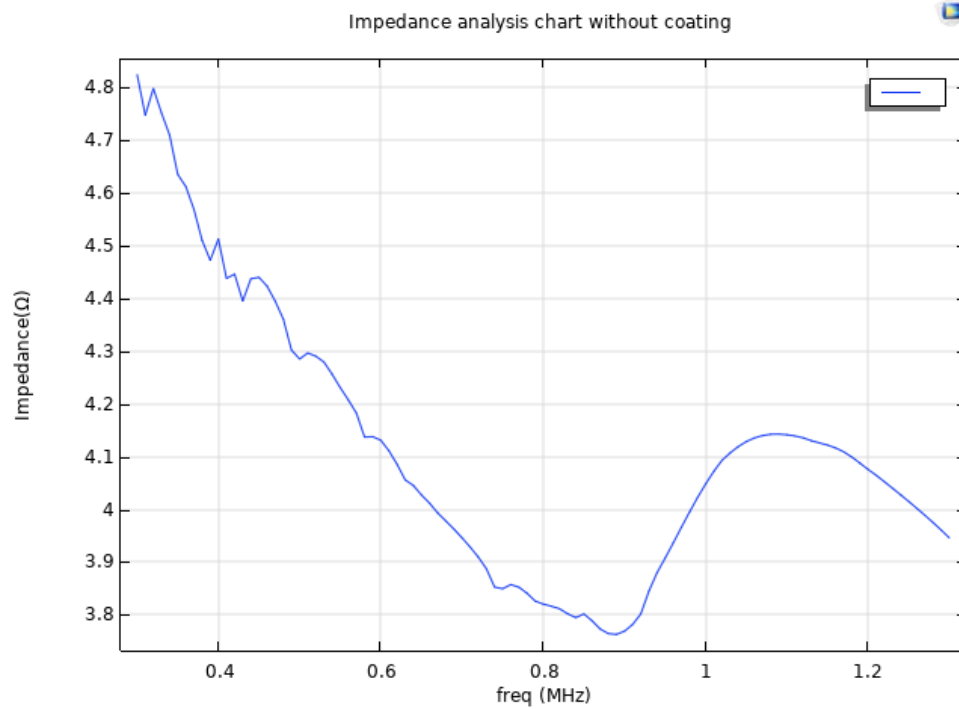


圖 4.38 模擬背膠層無包覆壓電片側緣之阻抗分析圖

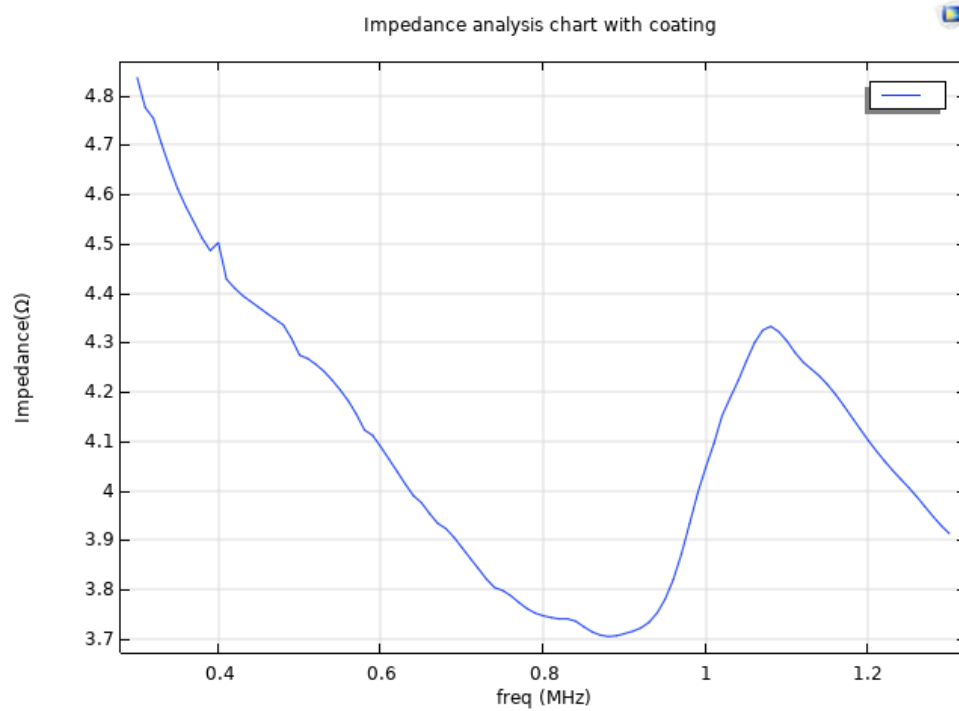


圖 4.39 模擬背膠層有包覆壓電片側緣之阻抗分析圖

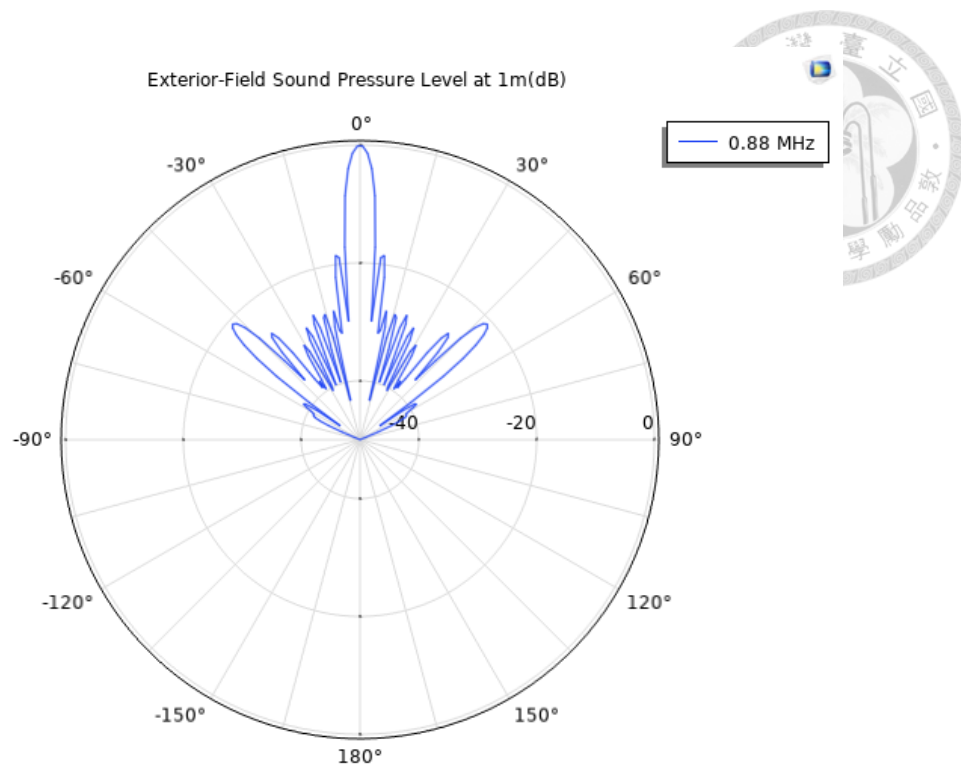


圖 4.40 模擬背膠層無包覆壓電片側緣之聲壓級輻射

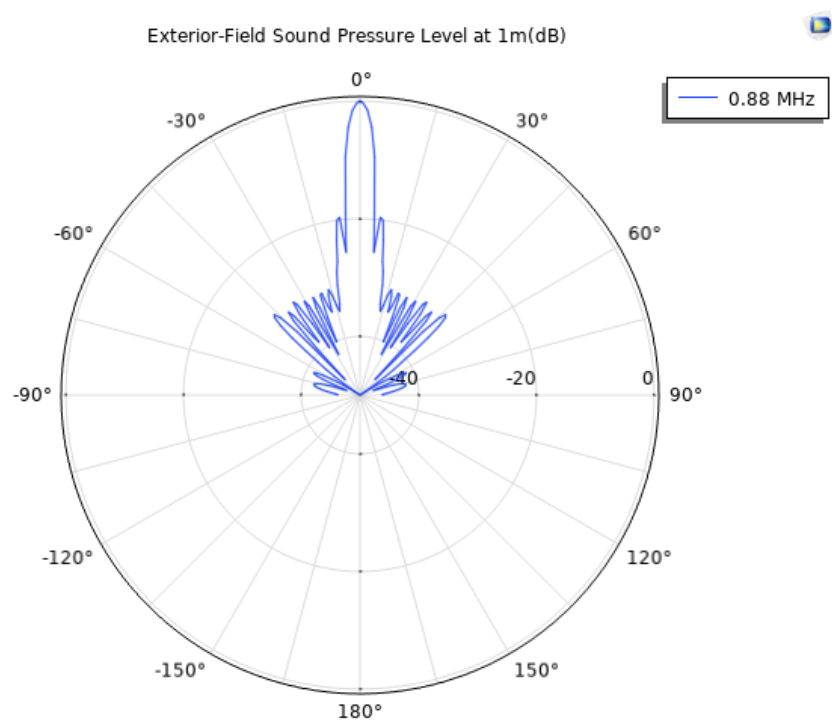


圖 4.41 模擬背膠層有包覆壓電片側緣之聲壓級輻射

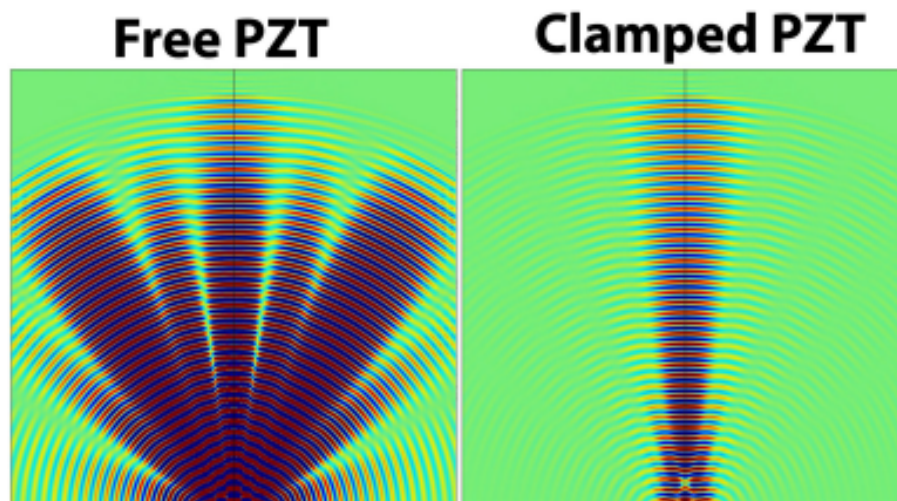


圖 4.42 自由和夾緊 PZT 的聲壓級輻射 [12]

4.2.2 自製換能器一發一收模擬

根據先前模擬中探討的一發一收模型（如圖 4.23 所示），進一步探討在換能器中加入波導及背膠層對整體系統性能的影響，比較本研究的模擬結果，圖 4.24 及 4.43 可以得知波導因聲阻抗不完全匹配的關係，信號的峰對峰值有所下降，圖 4.25 及 4.44 可以發現工作的主頻有稍微下降。

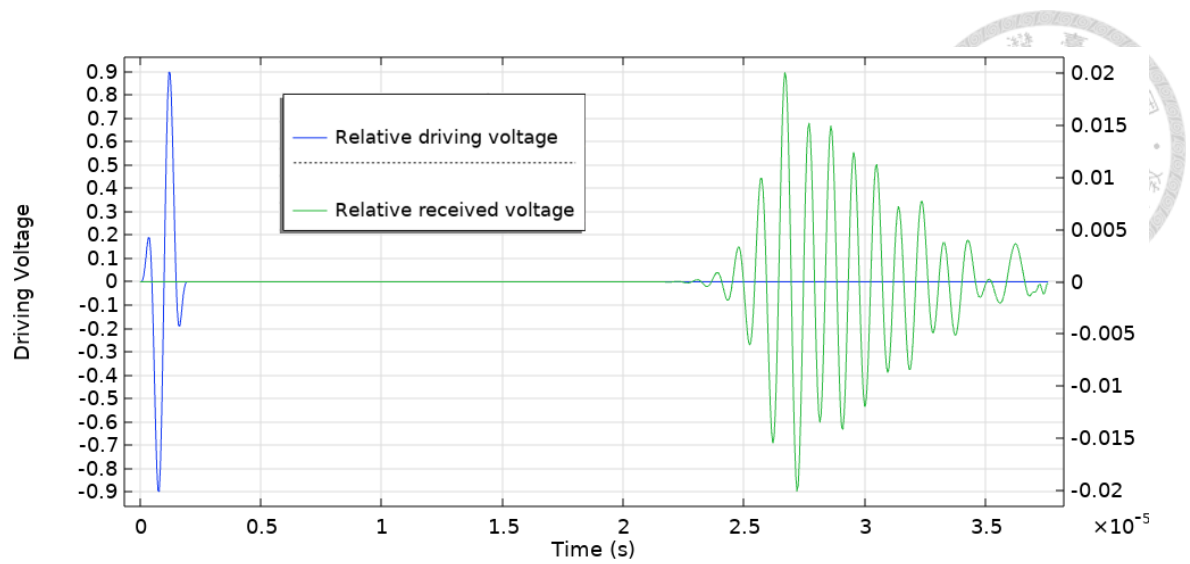


圖 4.43 加上匹配層發射與接收超聲波信號時域圖

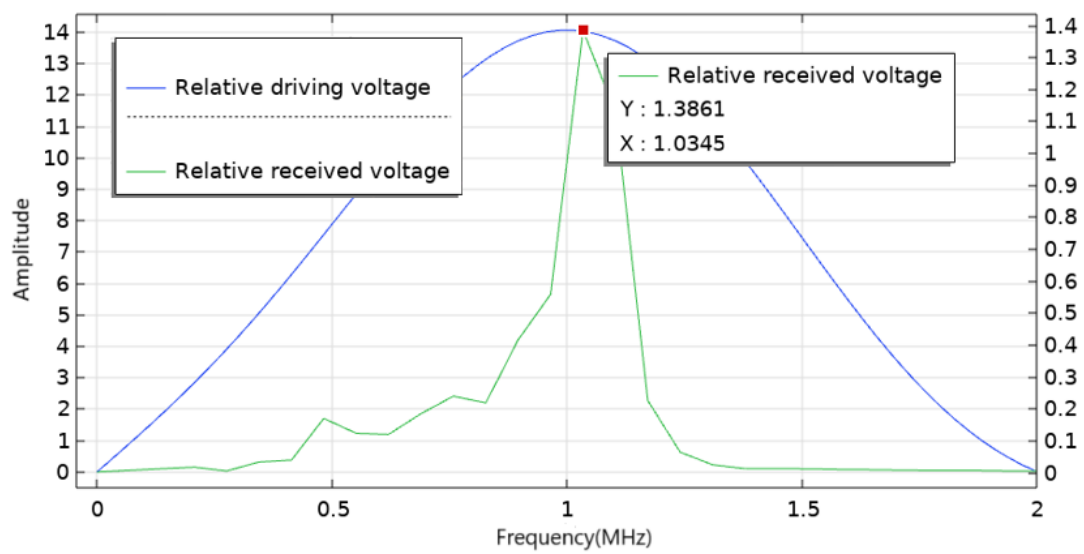


圖 4.44 加上匹配層發射與接收超聲波信號頻域圖

圖 4.45、4.46 加上的背膠層是代入 2.23 節中計算出的理想背膠層的數據模擬出來的結果，可以發現餘波大幅減少，頻寬明顯上升，但這邊的模擬背膠層屬於完美融合，與實際的組成結構可能有所不同。

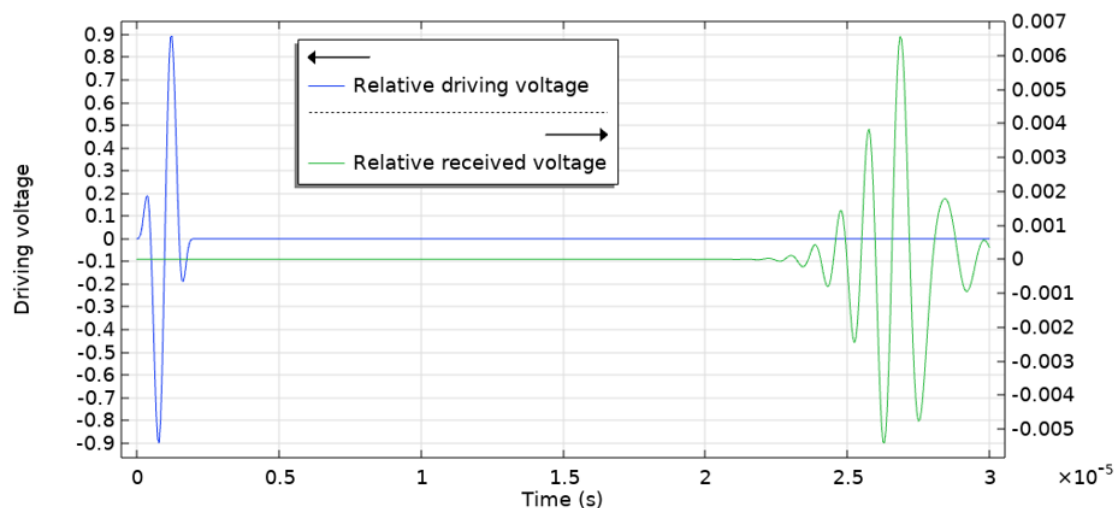


圖 4.45 加上理想背膠層發射與接收超聲波信號時域圖

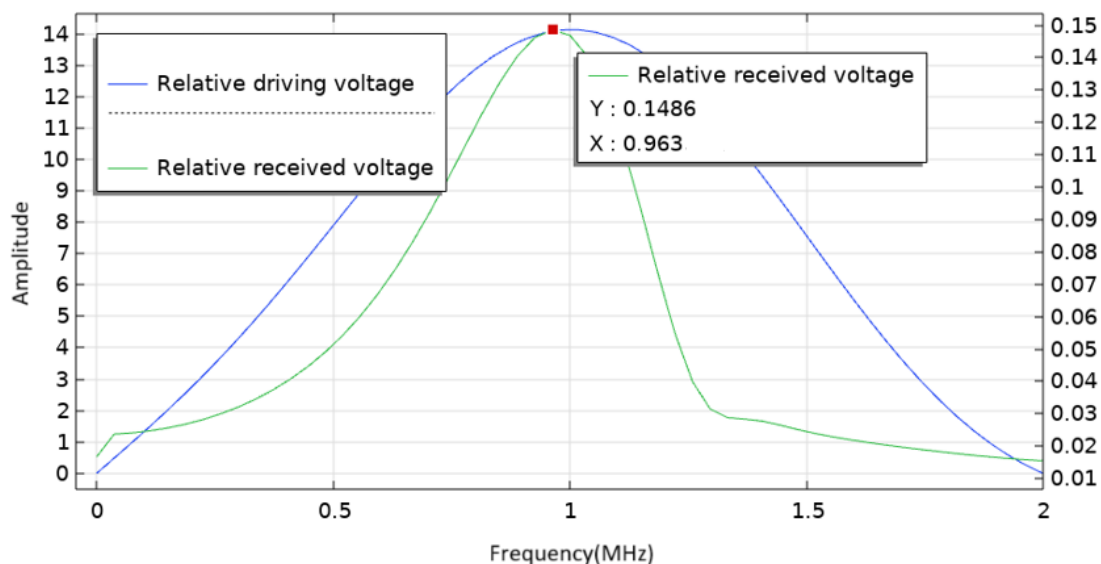


圖 4.46 加上理想背膠層發射與接收超聲波信號頻域圖

第五章 結果與討論



5.1 換能器設計改良

5.1.1 換能器角度影響

超音波換能器的角度會對都普勒效應及波傳的路徑產生重要影響，在章節 2.4.2 提到都普勒效應會根據入射波的角度改變，當超音波波束與流體運動方向平行時（0 度角），都普勒頻移最大，隨著角度增加，都普勒頻移減小，而在實際應用中，會考慮到角度補償來校正都普勒頻移，通常使用 $\cos(\alpha)$ 進行補償，其中 α 為波束與流體運動方向之間的夾角。

無論波束在進入流體還是經過管壁，通過不同介質時皆會發生折射及反射，計算超音波在介質界面上的反射與折射時，是根據斯涅爾定律 (Snell's Law)，斯涅爾定律中入射角 θ 通常指的是超音波波束與界面法線之間的夾角 ($\alpha = 90^\circ - \theta$)，折射率與介質中的聲速成反比，所以可以整理為：

$$\frac{c_{PEI}}{\sin \theta_{PEI}} = \frac{c_{pipe}}{\sin \theta_{pipe}} = \frac{c_{fluid}}{\sin \theta_{fluid}} \quad (5.1)$$



(1) 不同共振頻率的壓電片對頻率差的影響

根據 (5.1) 式，本研究以 MATLAB 繪製出流速為 3 m/s 時，發射頻率會影響測得的頻率差，在圖 5.1 中分別顯示了當共振頻率為 1 MHz 和 500 kHz 的壓電片時，所測得的頻率差。

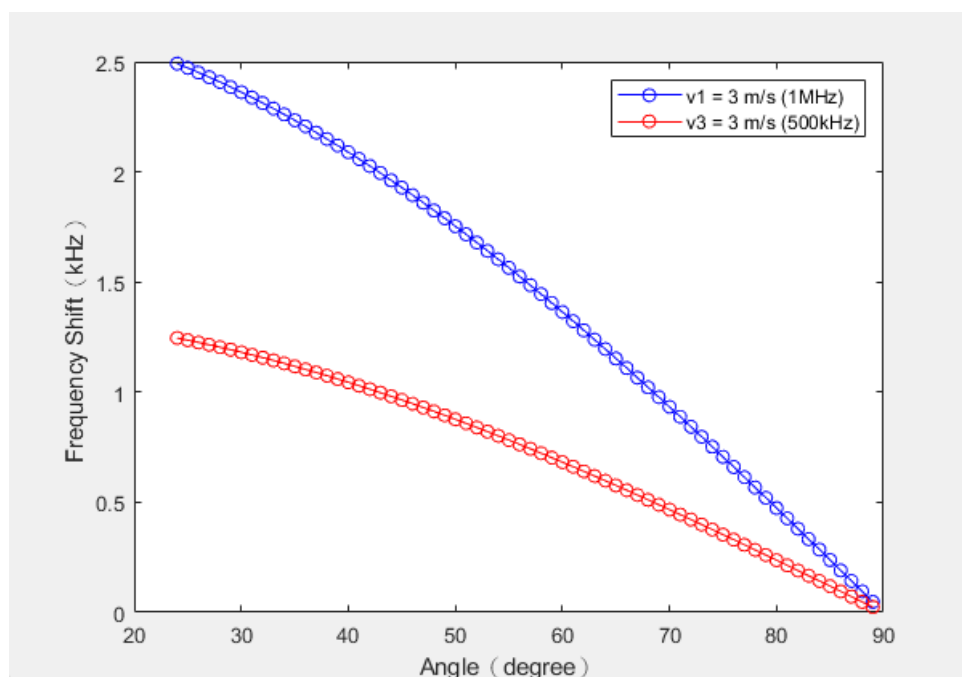


圖 5.1 不同 f_0 與 α 折射角對頻率差的影響

(2) 折射角與流速的關係

已知待測流體（水）及換能器波導（PEI）的聲速，可以透過入射角度來換算折射角度，再結合 2.4.3 節中的流速計算公式，可以得到不同流速下，在不同入射角 α 時產生的頻率差，如圖 5.2 所示，該圖中的壓電片共振頻率為 1 MHz。

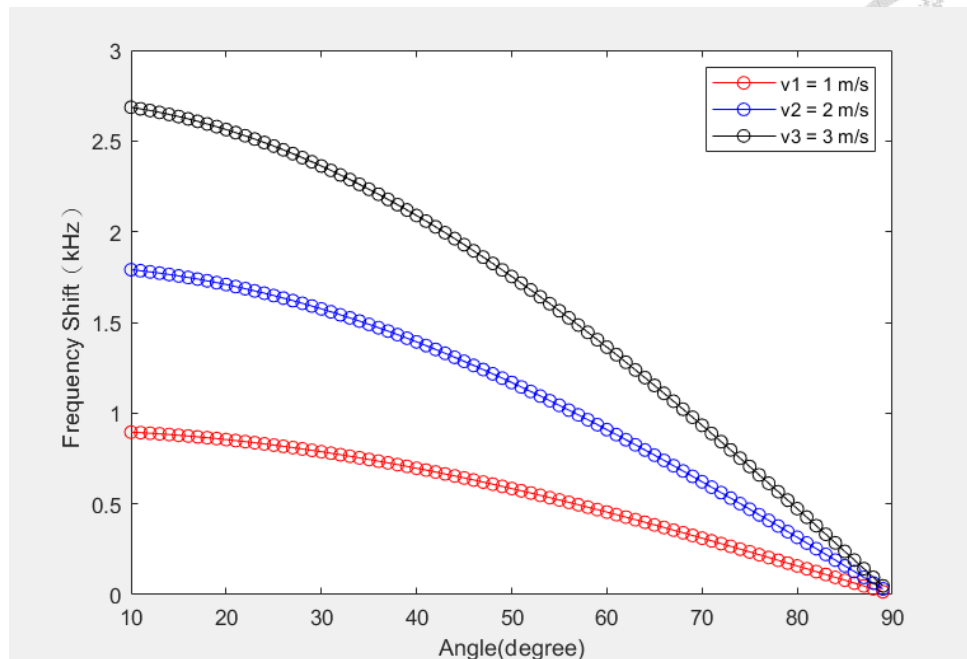


圖 5.2 不同流速 v 與 α 折射角對頻率差的影響

這張圖可以看出來 α 角越小，與流體運動方向接近平行時，頻率差越明顯，相鄰角度間的差距也越小，可以減少量測時的誤差，而流速越大，誤差也會放大，對角度的要求需要更精準，本研究以表 5.1 為例，測量流速 3m/s，計算了 2° 的量測誤差造成的流速誤差，可以得知 α 角越小，越不受量測誤差影響。

表 5.1 流速 3m/s 下角度誤差 2° 造成的量測誤差

Actual Angle	Difference in Frequency Shift (kHz) at Doppler Angle +2°	Velocity (m/s)	Error(%)
10°	0.01816	2.98	0.676
20°	0.03412	2.96	1.331
30°	0.04903	2.94	2.076
40°	0.06245	2.91	2.989
50°	0.07398	2.87	4.220
60°	0.08326	2.82	6.106
70°	0.09001	2.71	9.649
80°	0.09402	2.40	19.853

量測示意圖如圖 5.3，當接收器接收到聲波在流體中碰到粒子所產生的反射波時，聲速較大的介質會導致折射角變大，從而影響接收器的放置位置。儘管換能器發出的波主要以波束形式傳播，但仍會產生其他方向的發散波，如果接收器接收到的是這些發散波的反射波，在利用 $\cos(\alpha)$ 來補償角度計算都普勒頻移時，可能會導致誤差，因此，必須仔細考慮這些因素，以確保都普勒頻移計算的準確性。

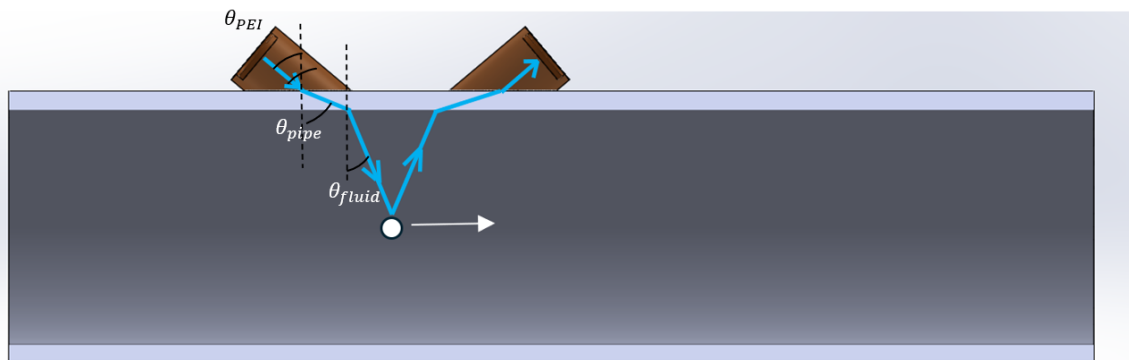


圖 5.3 入射及折射示意圖

由於聲速較大的介質會導致折射角變大，所以必須注意全內反射的問題，以波導是 PEI 為例，聲速約 2200 m/s，假設管材為塑膠，計算其折射的關係式為：

$$\frac{2200}{\sin \theta_{PEI}} = \frac{2400}{\sin \theta_{pipe}} \quad (5.2)$$

從表 5.2 可以得知 PEI 打入塑膠管時與入射介面法線角度超過 $66^\circ (\alpha < 24^\circ)$ ，就會發生全反射，換能器角度與頻率差如圖 5.4 所示，對照表 5.1、5.2，管材為塑膠時， $\theta_{PEI} > 50^\circ (\alpha < 40^\circ)$ ，測量流速 3m/s，量測誤差 2° 導致測得的流速誤差小於 3%，而 θ_{PEI} 為 50° 不會太斜以至於量測聲速較大的介質就發生全反射，也不會受量測誤差影響很大，屬於一個較適當的角度。

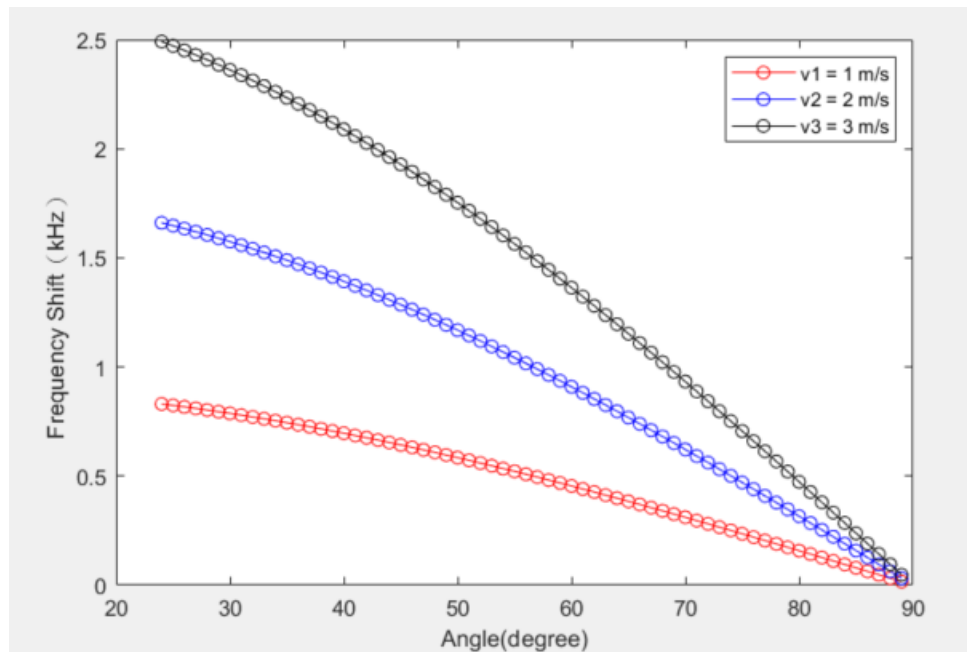


圖 5.4 打入塑膠管時不同換能器 α 角對頻率差的影響

表 5.2 PEI、管道和水的折射角度數據（單位：度）

$\theta_{\text{PEI}}(^{\circ})$	$\theta_{\text{pipe}}(^{\circ})$	$\theta_{\text{water}}(^{\circ})$
1	1.091	0.680
2	2.182	1.360
3	3.273	2.039
4	4.364	2.719
5	5.456	3.398
6	6.548	4.076
7	7.640	4.754
8	8.733	5.430
9	9.826	6.106
10	10.920	6.781
11	12.014	7.455
12	13.109	8.128
13	14.206	8.799
14	15.302	9.469
15	16.400	10.137
16	17.499	10.803
17	18.599	11.468
18	19.701	12.130
19	20.804	12.790
20	21.908	13.449
21	23.013	14.104
22	24.121	14.758
23	25.230	15.408
24	26.341	16.056
25	27.454	16.701
26	28.569	17.343
27	29.687	17.982
28	30.807	18.617
29	31.930	19.249
30	33.056	19.877
31	34.185	20.501
32	35.317	21.121
33	36.452	21.737
34	37.592	22.349

$\theta_{\text{PEI}}(^{\circ})$	$\theta_{\text{pipe}}(^{\circ})$	$\theta_{\text{water}}(^{\circ})$
35	38.735	22.956
36	39.883	23.559
37	41.035	24.157
38	42.193	24.749
39	43.356	25.337
40	44.525	25.919
41	45.701	26.495
42	46.883	27.066
43	48.073	27.630
44	49.271	28.188
45	50.479	28.740
46	51.696	29.285
47	52.924	29.823
48	54.165	30.354
49	55.418	30.877
50	56.687	31.393
51	57.973	31.901
52	59.277	32.401
53	60.603	32.893
54	61.953	33.376
55	63.332	33.850
56	64.743	34.315
57	66.193	34.771
58	67.690	35.217
59	69.243	35.653
60	70.866	36.079
61	72.579	36.494
62	74.411	36.899
63	76.411	37.293
64	78.667	37.675
65	81.378	38.046
66	85.270	38.405
67	90.000	NaN



5.1.2 波傳路徑計算

確認折射及反射的角度後，可以計算出接收器適當的架設位置，以實驗的設置為例，使用 1MHz 的壓電片，PEI 作為波導 (聲速 2200 m/s)，貼合塑膠管 (聲速 2400 m/s)，換能器發射端 θ_{PEI} 為 50° ，塑膠管 θ_{pipe} 為 56.69° ，管壁厚 3mm， θ_{fluid} 為 31.39° ，管內半徑 80mm(管中央)，計算如下：

$$(3 \times \tan \theta_{pipe} + 80 \times \tan \theta_{fluid}) \times 2 \approx 106.7 \quad (5.3)$$

接收端架設在發射端距離約 10.6 公分的位置可以獲得反射自管中央流動粒子較明顯的訊號，相同位置也可能收到來自不同深度的反射訊號，這部分可以從時域圖判斷，而確定接收器位置的好處是有助於信號處理時，特定深度獲得較大的峰對峰值。

5.1.3 換能器波導長度影響

在非波壞檢測中，超音波換能器需架設在待測流速管壁外側，而頻移式都普勒流量計入射的角度關係到流速的計算，這部分就需要依靠波導的設計，波導能有效地引導超音波的傳播，減少聲波在傳播過程中的損失和散射，使得超音波能集中傳遞到指定的區域，但控制角度的同時也就無法製成理論中四分之一波長長度的匹配層，不過仍然可以在選擇材料上讓換能器和介質之間的聲阻抗接近匹配，這樣可以最大限度地減少聲波在界面上的反射，增加傳輸效率。

波導長度會影響近聲場的長度，章節 2.3 有提到近聲場的聲壓分布非常複雜

和混亂，接收來自這些區域的回波訊號，不利於分析結果，加長波導可以在波進行反射前就到遠聲場的區域，而在近聲場和遠聲場碰到物體反射時，對接收的影響是不同的，近聲場內，聲壓場因為干涉和波動現象而非常複雜，這些干涉現象會導致聲壓場中存在許多極大值和極小值，這樣的聲壓分布使得接收反射波時可能會有顯著的變化和不穩定，在遠聲場內，聲壓場相對均勻且穩定，波束發散角度小，聲波能量集中，指向性高，反射波的測量結果更準確，信號質量更好，單純 1MHz 壓電片打入水中的近場距離計算如下：

1MHz 壓電片直徑為 25mm，水的聲速為 1496m/s

$$\lambda_{water} = \frac{1496}{1 \times 10^6} = 0.001496$$

代入式 2.16，可得近聲場距離 N

$$N_{water} = \frac{0.025^2}{4 \times 0.001496} \approx 0.104$$

距離 104mm 才會進入遠聲場，換能器的實用性明顯不高，若加上波導 (PEI)，聲速為 2200m/s，計算如下：

$$N_{PEI} = \frac{0.025^2}{4 \times 0.0022} \approx 0.071$$

當壓電片（直徑 25mm，厚度 2mm，共振頻率 1MHz）貼合的 PEI 厚度超過了近聲場距離 71mm 時，聲波在 PEI 內部傳播時已經過渡到遠聲場區域，當聲波進入水中後，會保持遠聲場的特性，因此，這樣的設置下，聲波在水中會直接以遠聲場的形式傳播，但波導的長度越長，聲壓的衰減越多，導致信噪比降低，不利於

訊號分析，所以可以折衷波導長度，假設 PEI 長度 25mm，根據 PEI 中的近聲場距離 71mm，減去後，剩餘的近聲場距離是 46mm，將剩餘的近聲場距離轉換到水中的波長來重新計算，轉換後的近聲場距離 $N_{converted}$ 計算如下：

$$N_{converted} = 0.046 \times \frac{0.001496}{0.0022} \approx 0.031$$

當聲波進入水中後，傳播約 31mm 即進入遠聲場。

5.1.4 換能器背膠層鎢粉混膠比例之影響

背膠層通常用於超聲波換能器，影響最大的部分在於訊號的頻寬，以測量流速的都普勒探頭為例，窄頻、寬頻所對應的需求在背膠層材料、厚度、覆蓋方式的設計也有所不同，以下是頻寬在超音波換能器中幾個主要的影響：

(1) 解析度

較寬的頻寬通常意味著較短的脈衝寬度，這可以提高時間解析度，從而產生多個頻率成分，使頻率分辨率提高，在頻譜分析中有助於在不同深度處更準確地區分目標。例如，在醫學超音波成像中，較寬的頻寬有助於獲得更清晰的圖像；在海中不同深度的流速對頻率差的影響也較易辨識。

(2) 信號強度和穿透力

較窄的頻寬通常意味著較高的信號強度和較好的穿透力，這在需要探測較深部位的應用中很有用，另一方面，提高對特定頻率信號的靈敏度和選擇性，有助

於濾除背景噪聲或干擾提高信噪比，從而得到更穩定的測量結果。例如在無損檢測中探測厚材料。

頻寬是超音波換能器設計和應用中一個關鍵的參數，會影響到解析度、信噪比、穿透力以及整體性能，本研究中製作的背膠層是以控制鎢粉及環氧樹脂混膠的比例，調整成所需的背膠層。

在第二章背景理論中有鎢粉混膠不同比例與聲阻抗關係的推導，理想情況下，鎢粉與膠體的體積比例為 0.54，調配成聲阻抗為 15 MRayl 的背膠層，為壓電片聲阻抗的一半，匹配的同時避免過度降低信噪比，但實際實驗時，調製出鎢粉混膠體積比例 0.3 已經很極限，鎢粉過重，在混膠固化前就已沉澱，所以實驗上最多採用 0.3 的背膠層製作換能器。

圖 5.5 是使用阻抗分析儀量測未加背膠層之換能器的阻抗分析圖，圖 5.6 是加上體積比例為 0.3 的鎢粉混膠的阻抗分析圖，圖中可以發現有加背膠層的厚度共振點頻率有些微下降，與反共振點拉開距離，拉開兩者的距離工作頻率會較穩定，減少干擾，使換能器的工作頻率更加純淨。

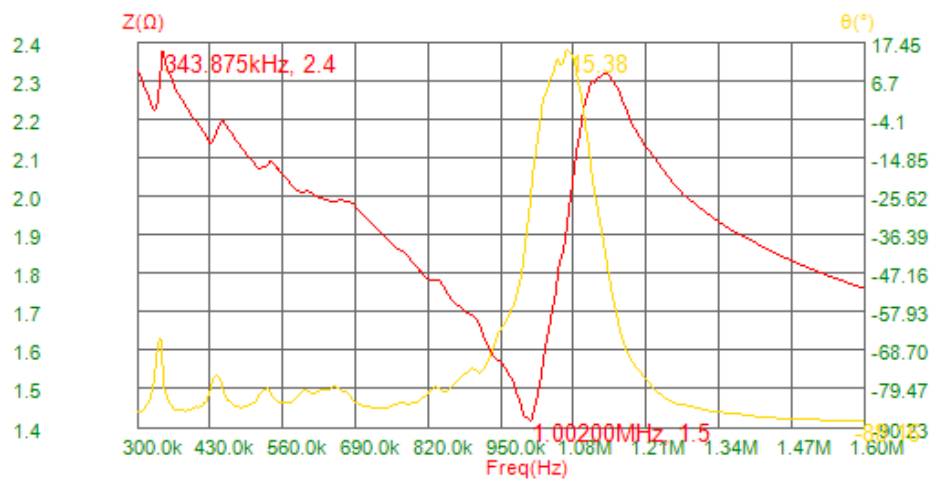


圖 5.5 無背膠層換能器之阻抗分析圖

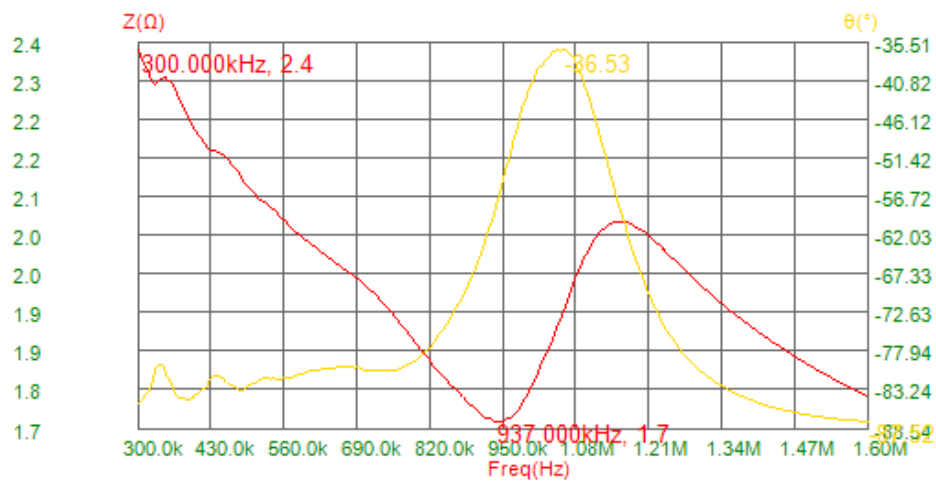


圖 5.6 加上背膠層換能器之阻抗分析圖

圖 5.7 為無背膠層的換能器做自發自收時量測到的的回波時域圖，圖 5.8 至 5.10 分別顯示不同鎢粉比例背膠層的回波時域圖，體積比 0.25 的背膠層因阻抗不匹配產生反射波，干擾壓電片，這是因為製作背膠層的能力有限，無法做出理論中體積比 0.54 的混膠，雖無法完全吸收反射波，但背膠層能減少餘波，增加頻寬，並拉開第一次回波與反射波的距離，避免干涉。

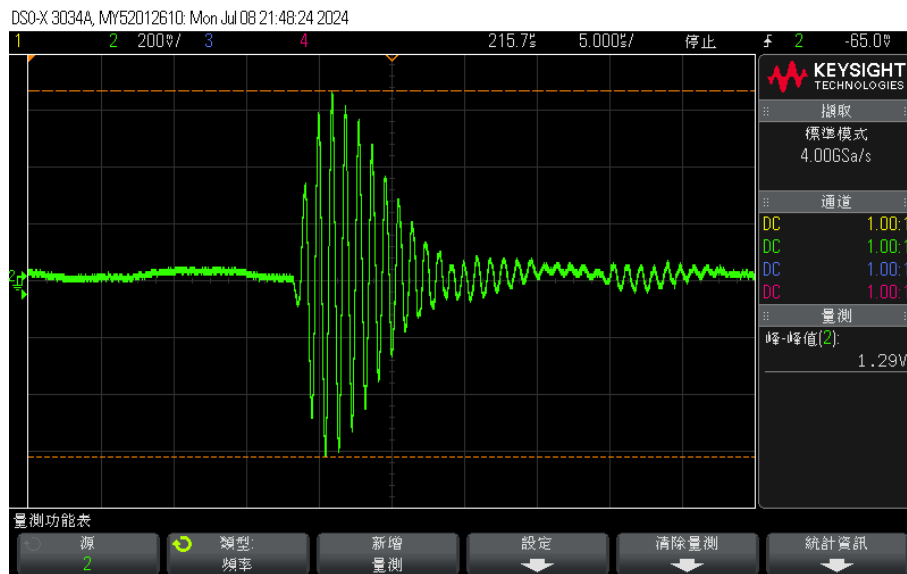


圖 5.7 無背膠層換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 1.29V)

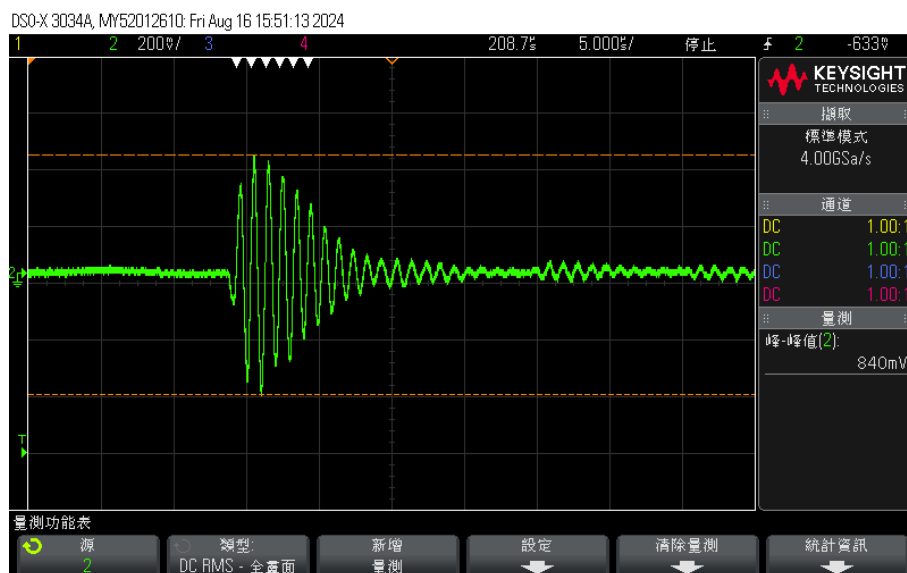


圖 5.8 混膠體積比 0.25 換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 940mV)

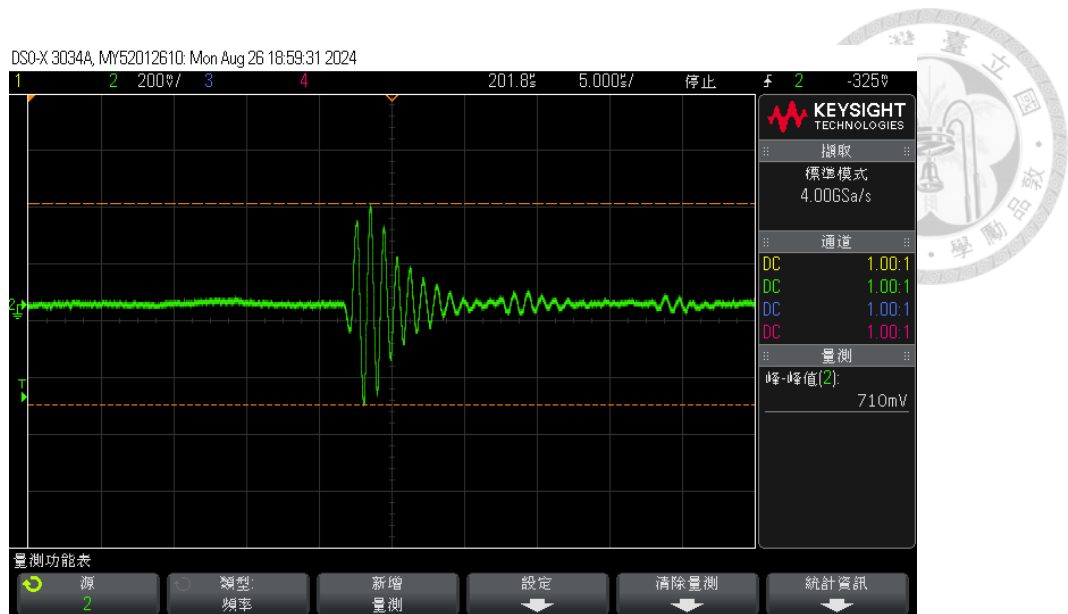


圖 5.9 混膠體積比 0.27 換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 710mV)

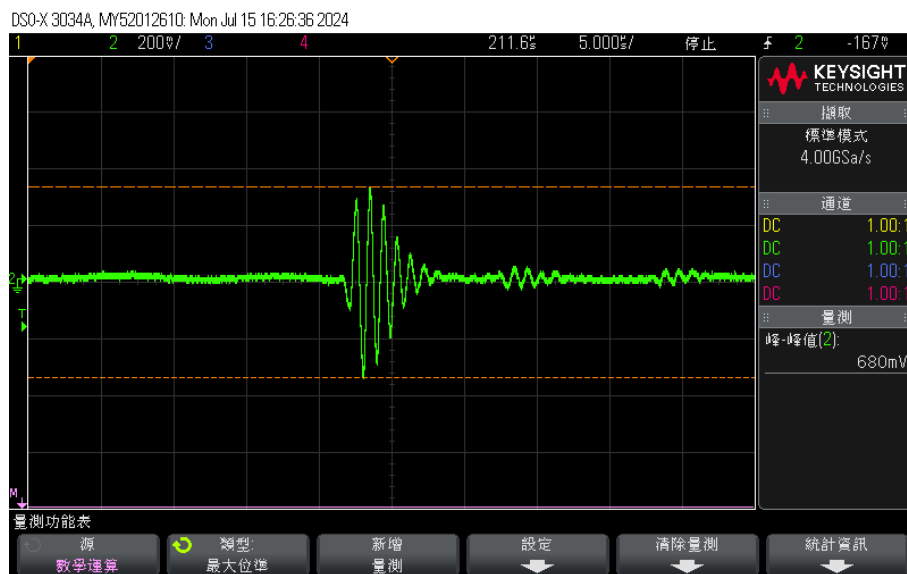


圖 5.10 混膠體積比 0.3 換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 680mV)

背膠層在吸收餘波的同時也會降低峰對峰值，影響信噪比。若過度吸收導致能量損耗過大，將得不償失。理想情況是能拉開介面反射波的距離，避免干擾並保留足夠能量。本研究發現，體積比 0.27 的鎢粉背膠層效果最佳，如圖 5.9 所示。

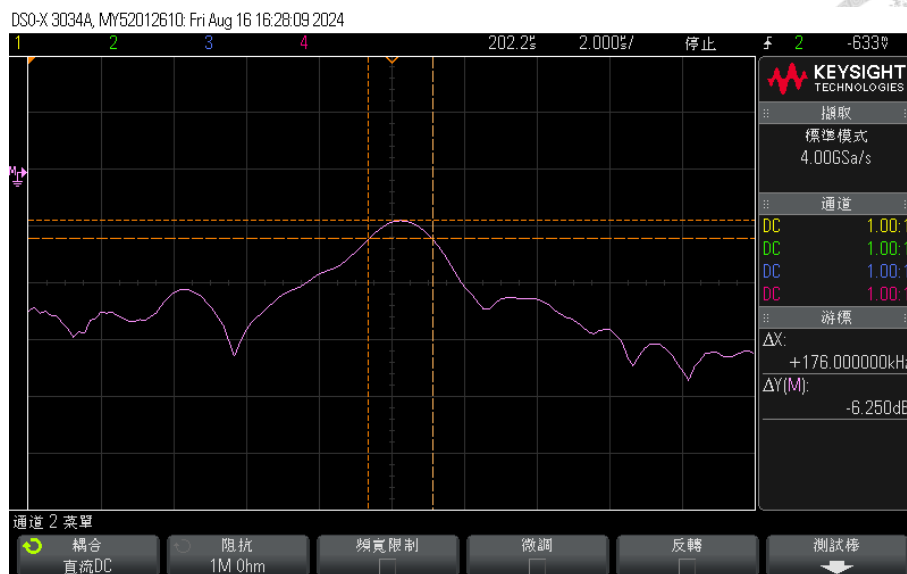


圖 5.11 鎢粉混膠體積比 0.25 背膠層換能器之相對頻寬百分比 (17.6%)

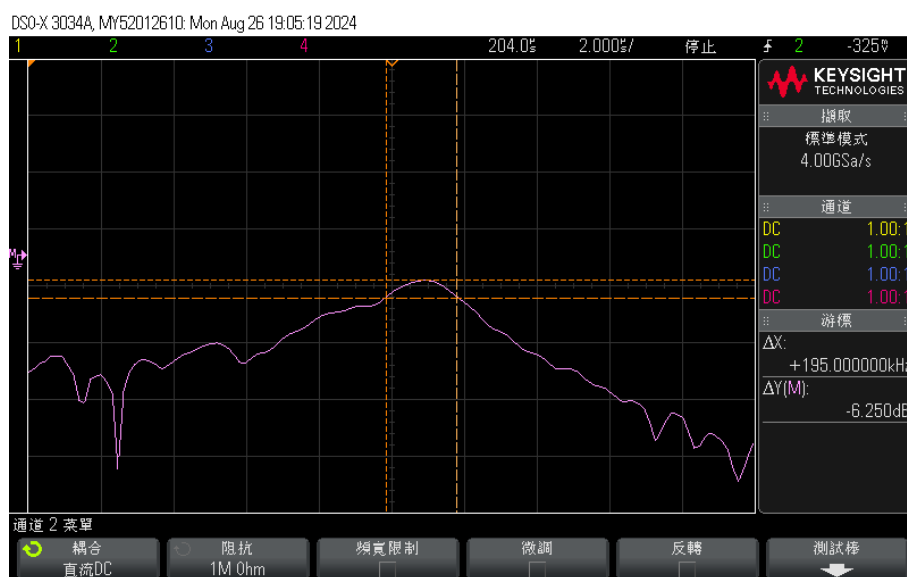


圖 5.12 鎢粉混膠體積比 0.27 背膠層換能器之相對頻寬百分比 (19.5%)



圖 5.13 錫粉混膠體積比 0.3 背膠層換能器之相對頻寬百分比 (21.0%)

5.1.5 換能器黏著劑受溫度變化後性能影響

考慮到應用時的環境溫度、接觸管壁的溫度，可能會需要在高溫的環境工作，換能器的穩定性至關重要，PZT 壓電陶瓷的工作溫度範圍通常介於 -40°C 到 150°C 之間，而其居里溫度（材料失去壓電效應的溫度）通常在 200°C 到 400°C 之間，具體取決於材料的配方，隨著溫度升高，壓電片的壓電常數會下降，導致其壓電性能逐漸衰減，在接近居里溫度時，壓電效應幾乎完全消失。經過實驗，將壓電片直接放在 120°C 的烤盤上再進行自發自收測量峰對峰值，發現影響不大，而整顆換能器在經過高溫後，性能卻會大幅降低，甚至損毀，推測為黏著劑導致。

換能器的黏著劑在不同溫度下會影響整體性能，主要體現在聲學性能和機械穩定性兩個方面，受熱時，黏著劑和換能器各組成部分（例如壓電陶瓷、匹配層、

背膠層等)的熱膨脹係數不同，溫度變化會導致這些材料之間產生熱應力，如果應力過大，可能會導致換能器內部材料的變形或黏著劑脫落，且黏著劑在不同溫度下可能會變得更硬或更軟，當溫度升高時，某些黏著劑可能會失去其固有的彈性，從而降低換能器的振動效率；而在低溫下，黏著劑可能會變脆，增加了開裂的風險。

本研究會透過烤箱升溫，達指定溫度後維持一小時，升溫後立即測量信號的峰對峰值，回到室溫再重新升到更高溫，避免中途提早損壞，測量到錯誤的結果，實驗的黏著劑有 LOCTITE 272(中強度厭氧膠)、SB-1625(SMT 元件接著用環氧樹脂)兩種黏著劑。

實驗發現升溫會使換能器性能下降(表 5.3)，且使用 LOCTITE 272 黏著的換能器在升溫至 90 度時，黏著介面可能有些微開膠的情形，內部有氣泡後就接收不到回波訊號了，即使回到室溫也無法使用，如圖 5.16、5.17 所示。

表 5.3 溫度對換能器性能的影響

Temperature	LOCTITE 272 (V)	SB-1625 (V)
25°C	2.15	2.95
50°C	1.89	2.65
70°C	1.75	2.31
90°C	NaN	1.93
110°C	NaN	1.45

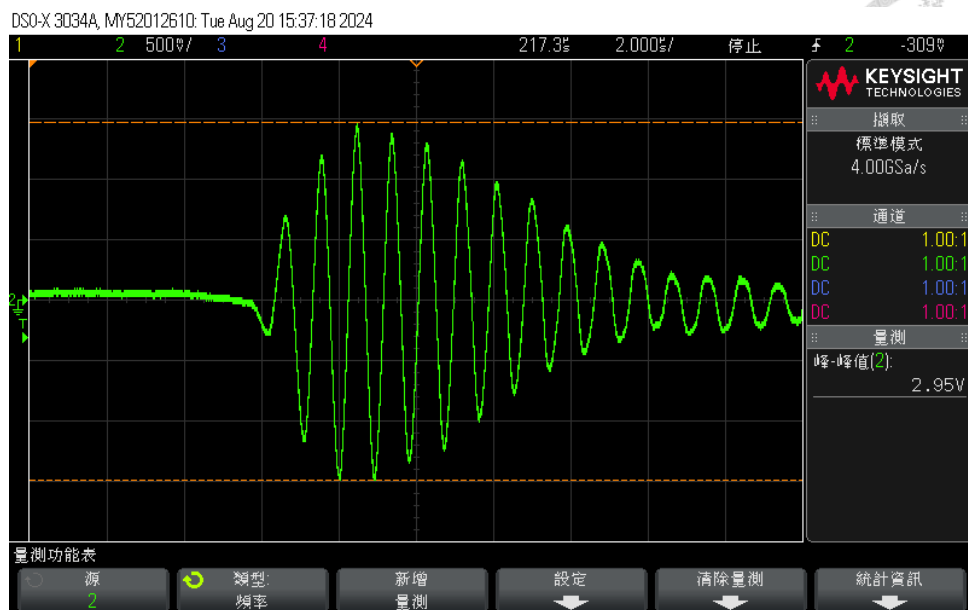


圖 5.14 室溫下回波訊號的峰對峰值

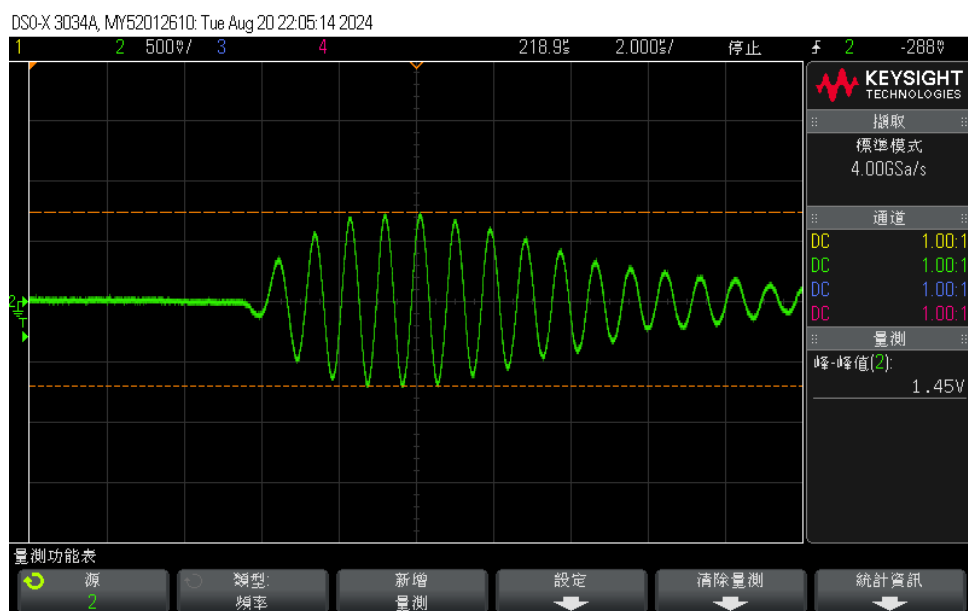


圖 5.15 110°C 下回波訊號的峰對峰值

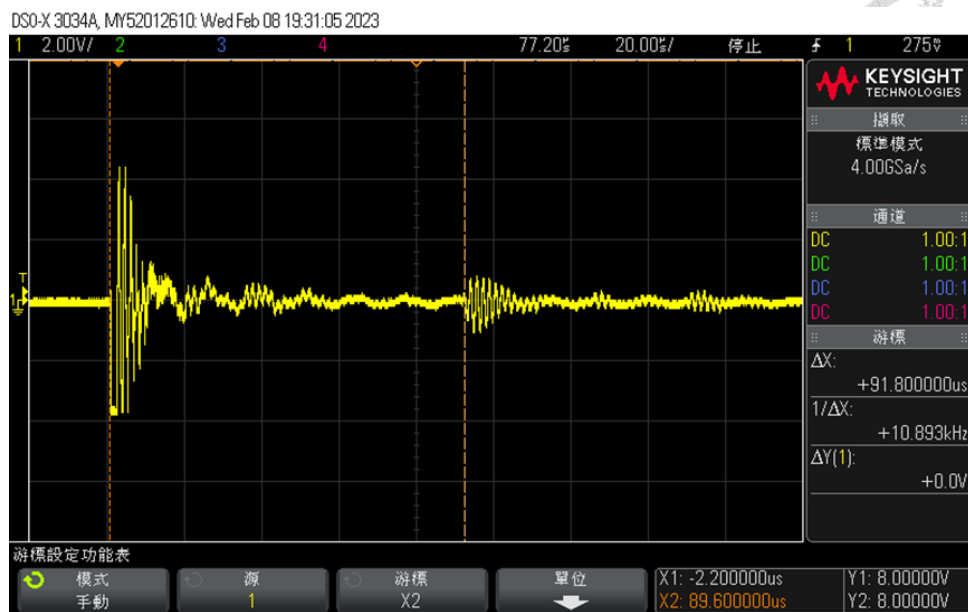


圖 5.16 70°C 下的回波訊號

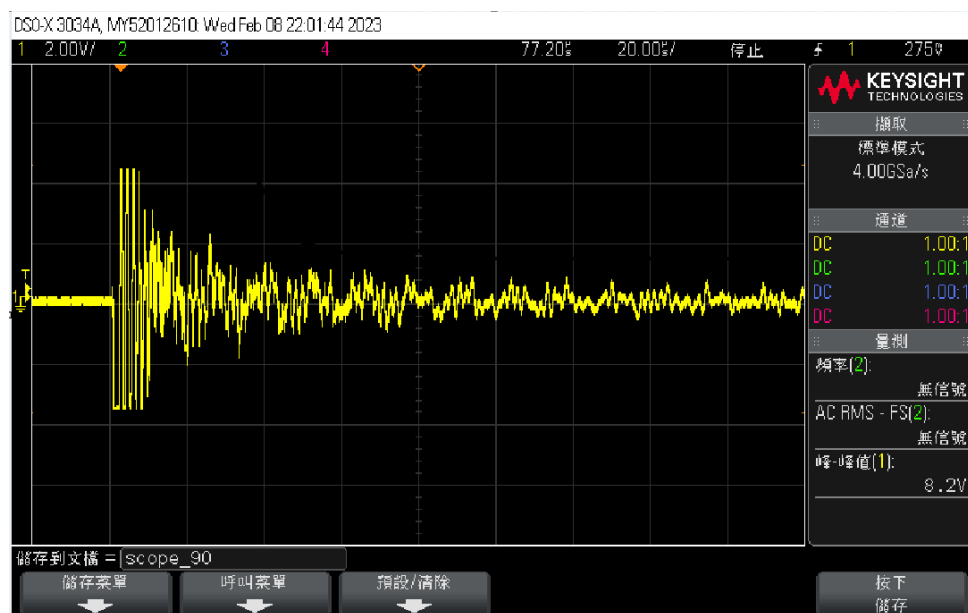


圖 5.17 經過 90°C 烘烤後降回室溫後的回波訊號

5.2 市售換能器與自製換能器聲學特性比較



本研究針對市售的換能器進行聲學特性的量測，並與自制的換能器比較，首先進行換能器的阻抗電性分析，並比較了市售與自製換能器的阻抗圖，接著在水中進行換能器的自發自收實驗，通過回波信號做 FFT 找出工作的主要頻率，以及觀察信號的乾淨度和餘振情形。最後是將換能器貼在水管外壁，超音波經過管壁進入水中再反射回來的信號測量，目的是觀察波導設計及架設位置的影響。

(1) 阻抗分析與自發自收主要工作頻率

使用 ZX80 阻抗分析儀，進行阻抗電性分析，圖 5.18 為自製換能器的阻抗頻率響應，圖 5.19 為市售換能器的阻抗頻率響應，圖 5.20 為失敗的自製換能器的阻抗頻率響應，有兩個反共振點，這會影響接收時頻率的誤差以及聲壓的幅值，問題出在灌注背膠層後，沒有維持水平擺放，外部的膠雖然已凝固，但內部未完全凝固，導致固化後內部分布不均，市售換能器的阻抗頻率響應雖然在 600kHz 及 890kHz 出現共振點，但在自發自收測試中，壓電元件通常會在並聯諧振頻率(反共振點)下發射並接收信號。在這個頻率下，並聯諧振頻率更多反映了壓電元件與外部電路之間的交互效應，儘管阻抗較高，但因為能量傳輸效率在這個頻率下達到某種平衡，導致信號的能量主要集中在這個頻率。

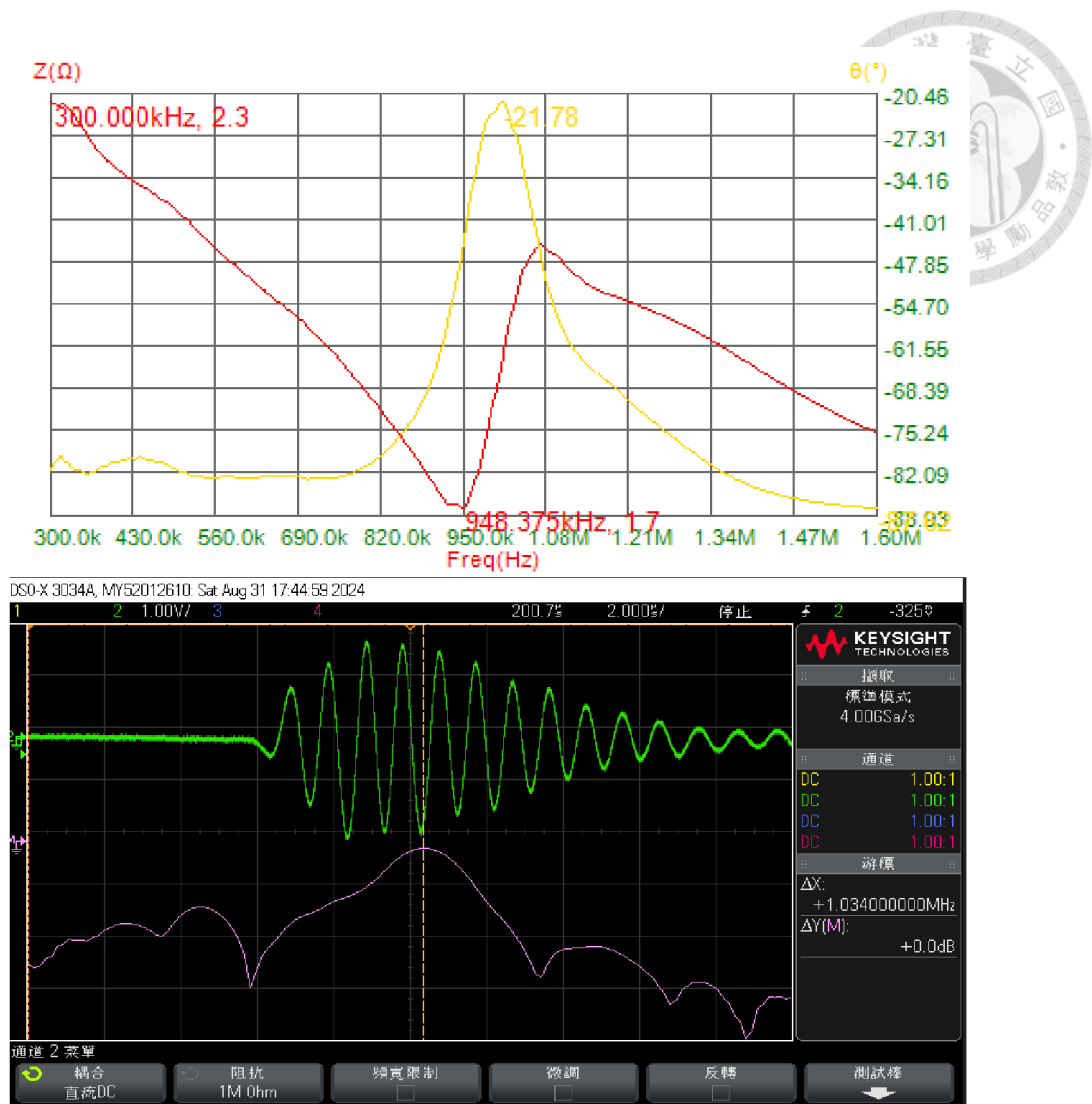


圖 5.18 上圖: 自製換能器的阻抗頻率響應; 下圖: 自製換能器的主要工作頻率

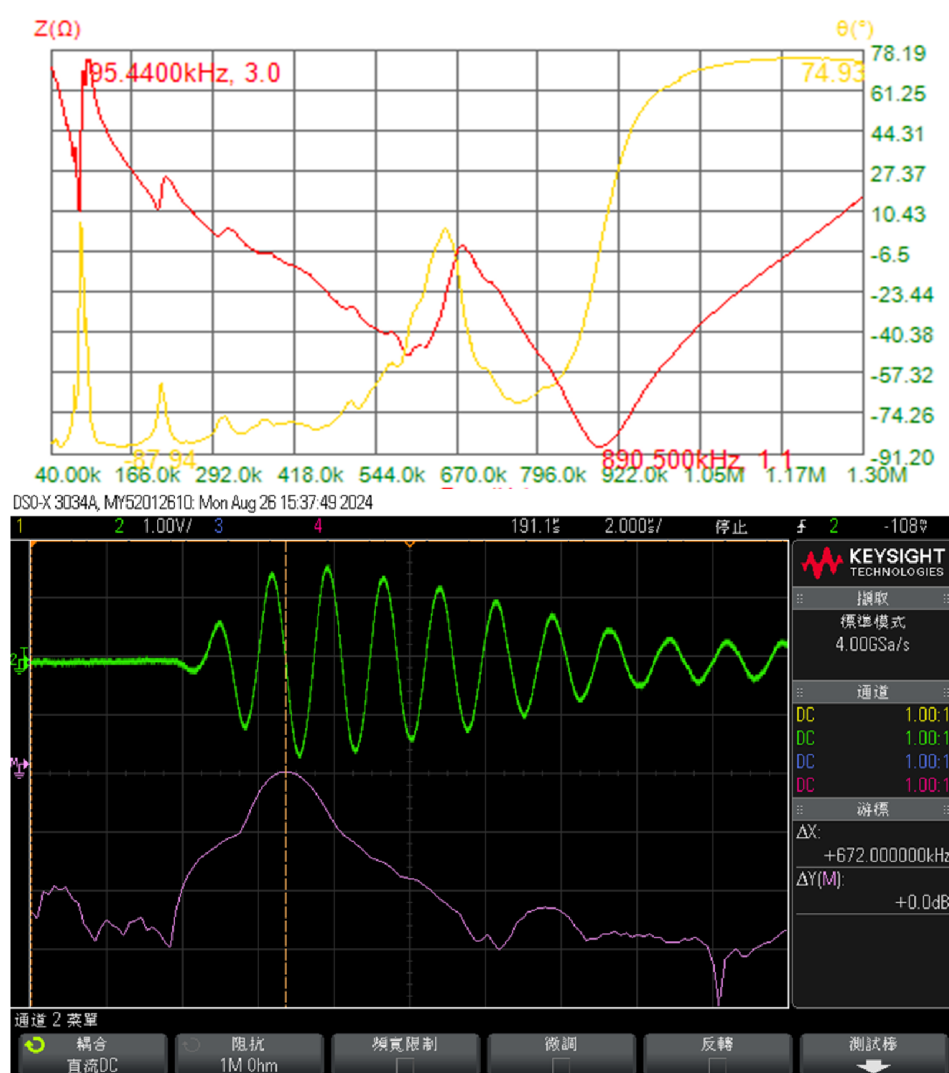


圖 5.19 上圖: 市售換能器的阻抗頻率響應; 下圖: 市售換能器的主要工作頻率

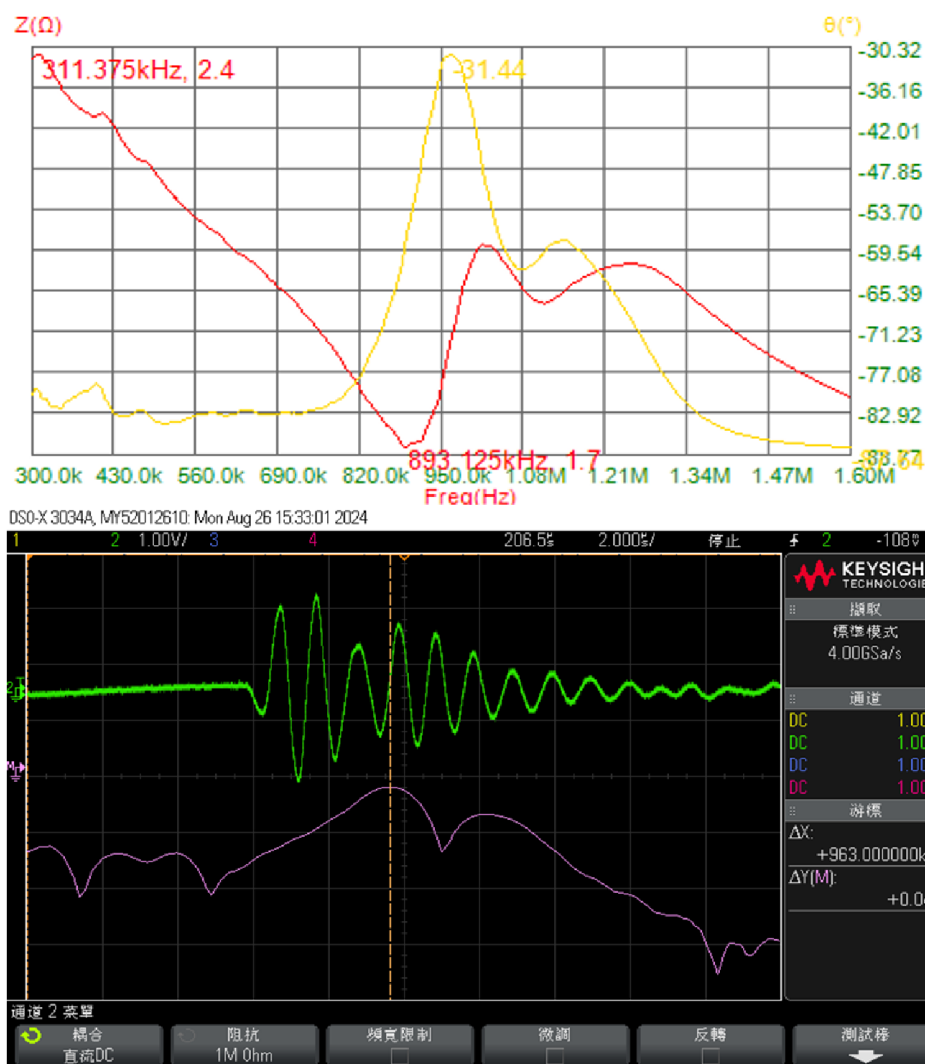


圖 5.20 上圖: 背膠不均換能器的阻抗頻率響應; 下圖: 背膠不均換能器的主要工作頻率

(2) 餘波長度及回波峰對峰值

圖 5.21 中可以發現市售換能器的餘波較長與介面的反射波有干涉的情形，可以與圖 5.9 有降餘波拉開反射波的圖做比較，且市售換能器峰對峰值為 $540mV$ ，而自製換能器峰對峰值為 $710mV$ (圖 5.9)，可知自製換能器有較高的信噪比及較短的餘波。

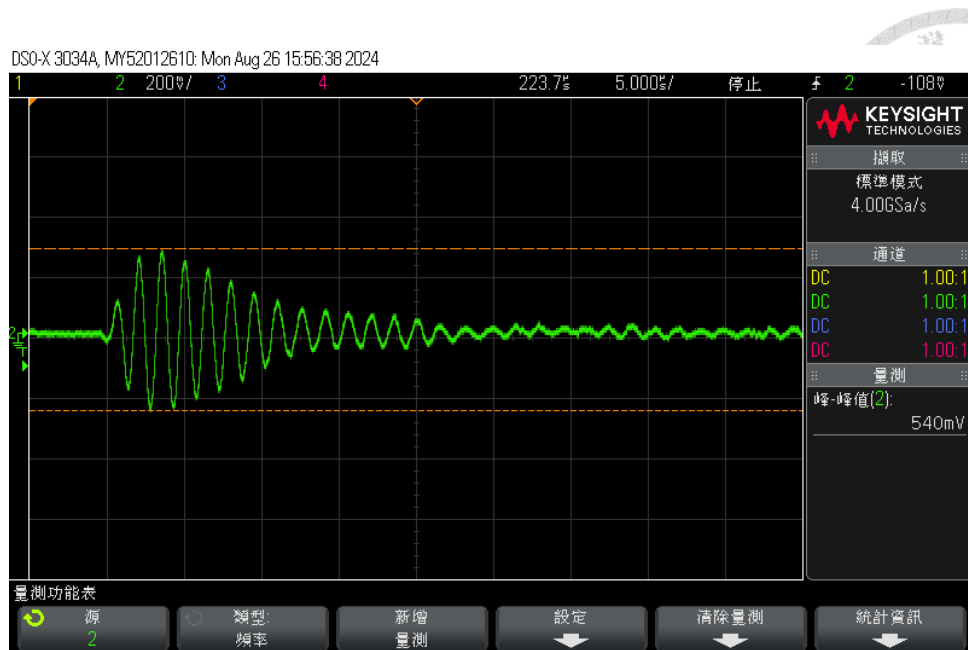


圖 5.21 市售換能器換能器之自發自收回波圖 (峰對峰值 540mV)

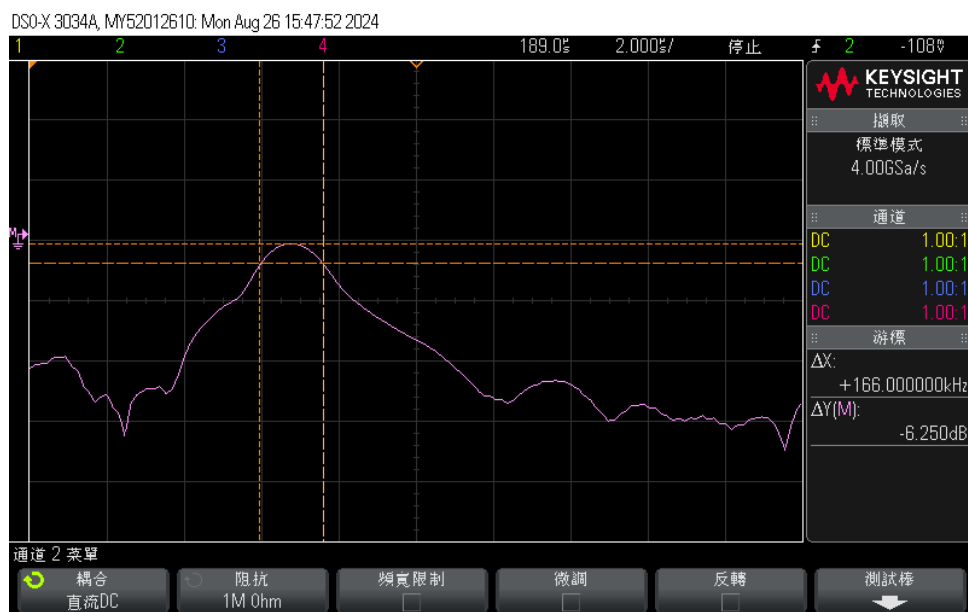


圖 5.22 市售換能器之相對頻寬百分比 (24.7%)

(3) 換能器設置對反射信號的影響

將換能器貼在管壁外進行測量時會因為材質的不同，導致折射，進而影響波導角度的設計，根據代測的深度，接收端的位置會影響信號的幅值，市售換能器構造如圖 5.23 所示，這種設計方式的優點是節省空間、輕便，但能接收信號的範圍所小，信號的峰對峰值也會大幅減少，信噪比較低，對後處理的要求較高，如圖 5.24 至 5.27 所示，且接收端會接收到由發射端直接沿管壁傳遞過來的波，雜訊很大。自製換能器的架設方式如圖 3.6 所示，反射信號如圖 5.28、5.29 所示，比較市售換能器與自製換能器的信號可以發現，自製換能器的信號乾淨很多，峰對峰值也較大(市售約 2V; 自製約 3.5V)

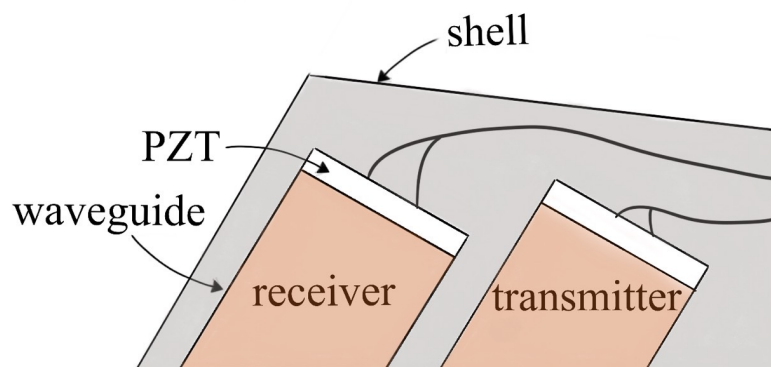


圖 5.23 市售換能器內部構造

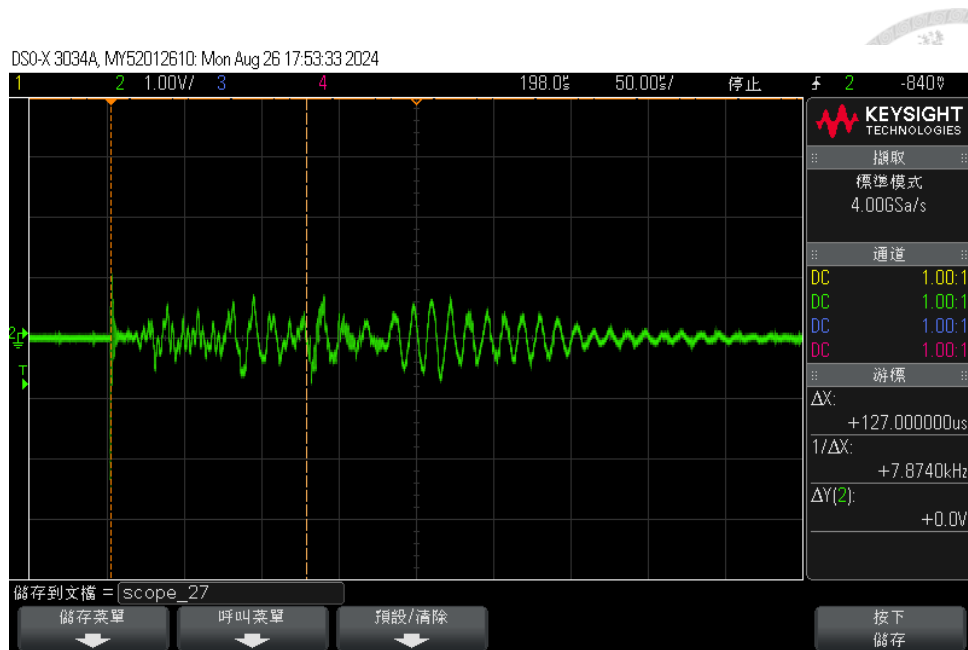


圖 5.24 未反射上升氣泡時的信號

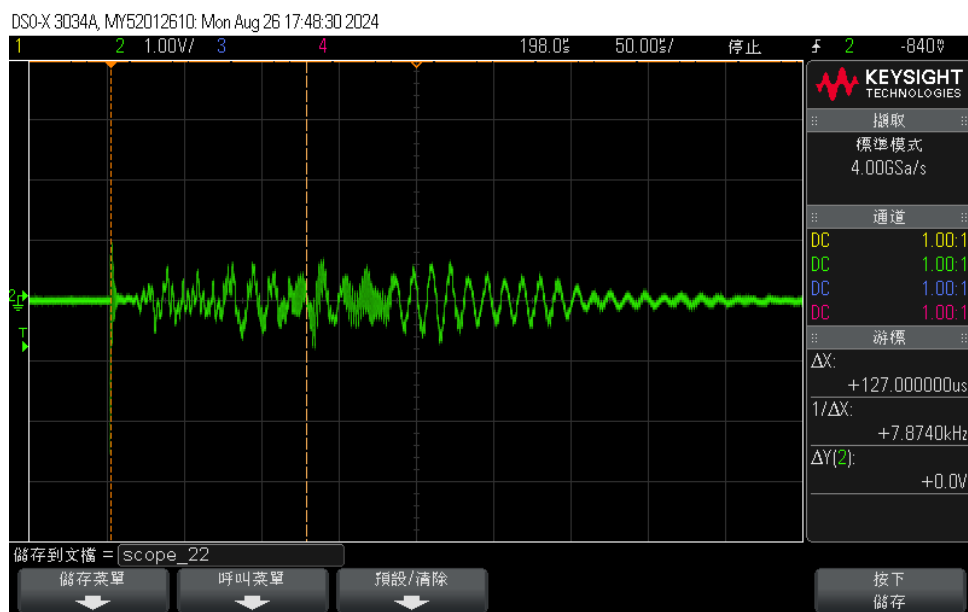


圖 5.25 開啟氣泡機後反射的氣泡信號

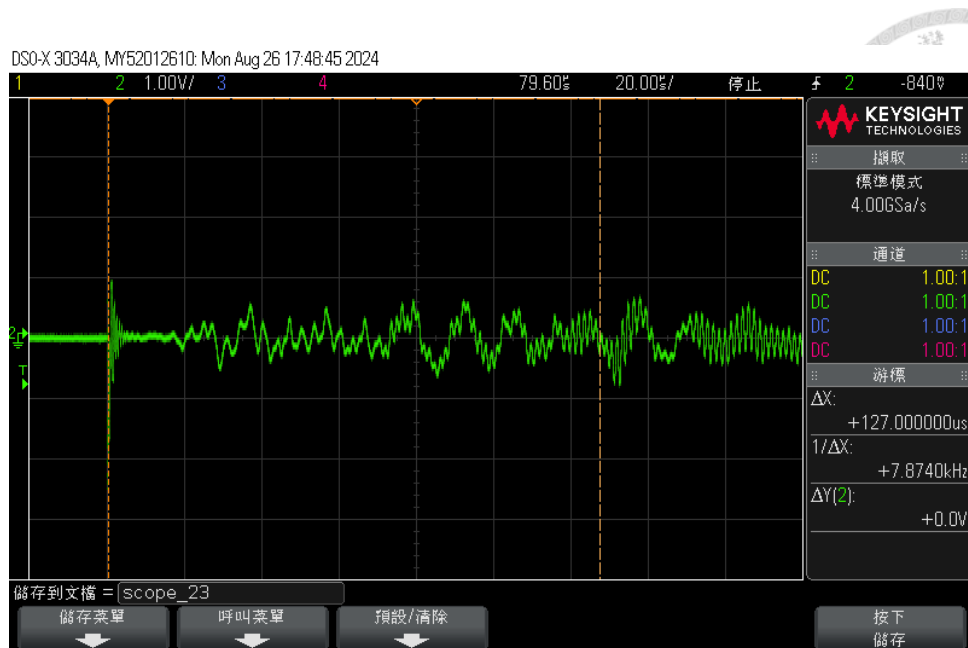


圖 5.26 時間軸拉開至每格 $20\mu s$ (縱軸 1V/格)

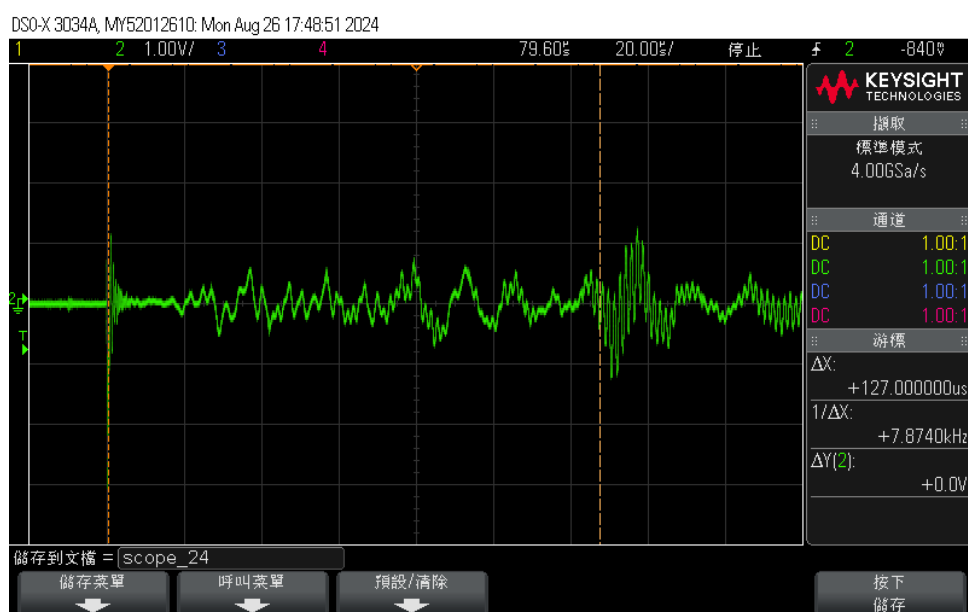


圖 5.27 市售換能器其他次擷取到的信號

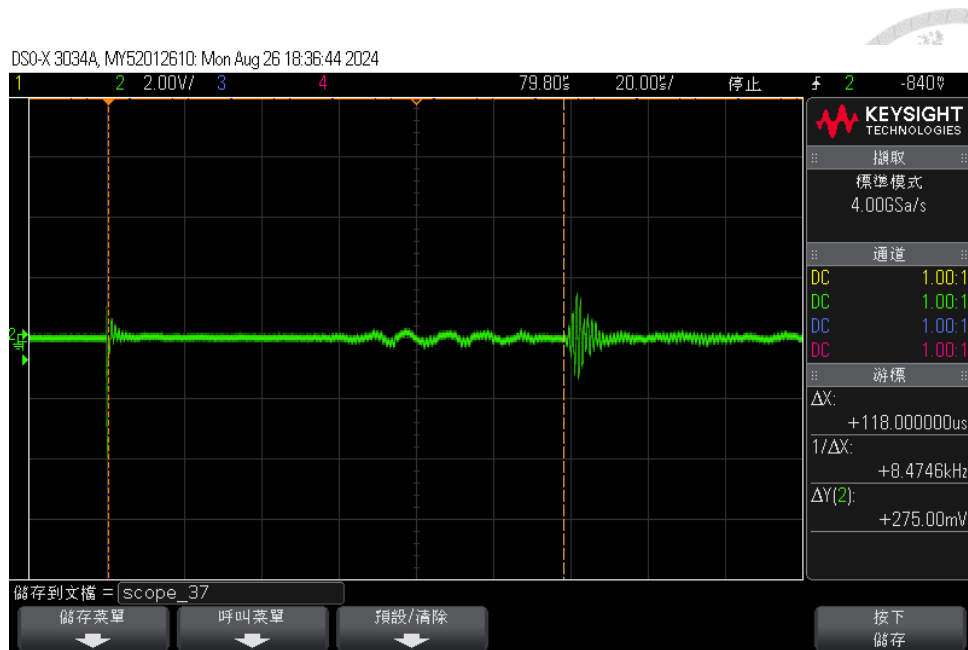


圖 5.28 自製換能器反射的氣泡信號 (縱軸 2V/格)

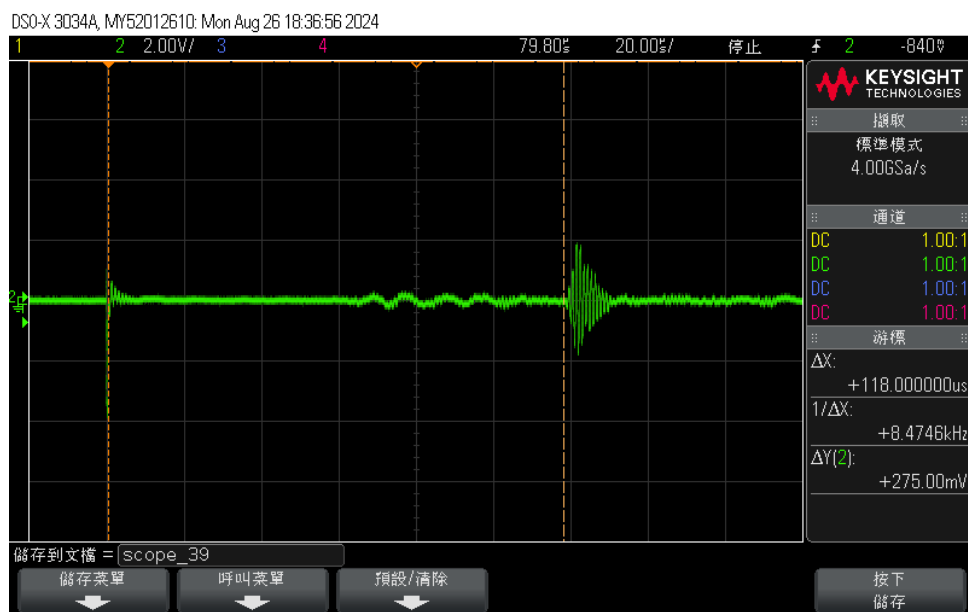


圖 5.29 自製換能器其他次擷取到的信號

5.3 市售換能器與自製換能器對氣泡上升速度之計算

實驗分別測量兩種不同直徑的水管，15.8cm 及 6.8cm，第一種粗管實驗的目的是想從時域圖中看到不同深度時反射的訊號，但僅自製的換能器能測量到，市售換能器的信噪比太低，反射訊號卡在雜訊中，不易分離，除了與其設計的接收位置有關，也與背膠層的設計有影響，實驗過程會先做整段的訊號分析，計算頻率差，再分別取個別氣泡的時域訊號拉開做訊號分析；第二種細管實驗是同一位置分別取五次訊號做分析，目的是比較市售換能器及自製換能器測量氣泡上升速度的誤差值。

5.3.1 不同深度測得的氣泡速度

首先測得無氣泡時，反射自另一側管壁的訊號，作為之後頻率差計算時的 f_0 ，由示波器將時域訊號 FFT 後得到的頻率為 1.042(8)MHz，如圖 5.30 所示。

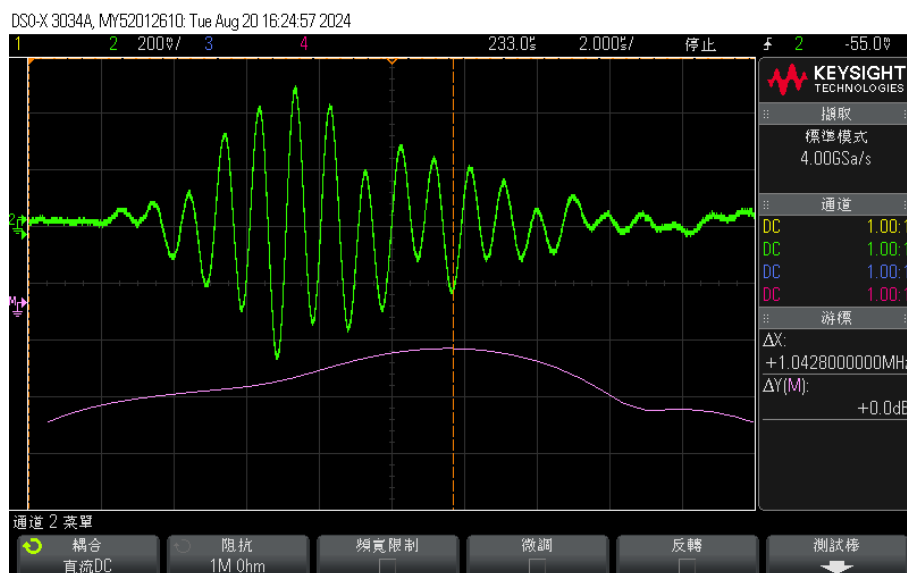


圖 5.30 無氣泡下反射自另一側管壁的訊號

將時域信號匯入 MATLAB，使用 I/Q 演算法計算瞬時頻率的平均值。選取三個相鄰的時間點進行計算，然後對結果取平均值，如圖 5.31、5.32 所示。



$$\text{start time} = 2.2441 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 2.3971 \times 10^{-4}$$

$$\text{start time} = 2.2466 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 2.3974 \times 10^{-4}$$

$$\text{start time} = 2.2500 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 2.4000 \times 10^{-4}$$

自製換能器 f_0 平均: 1.040138 MHz

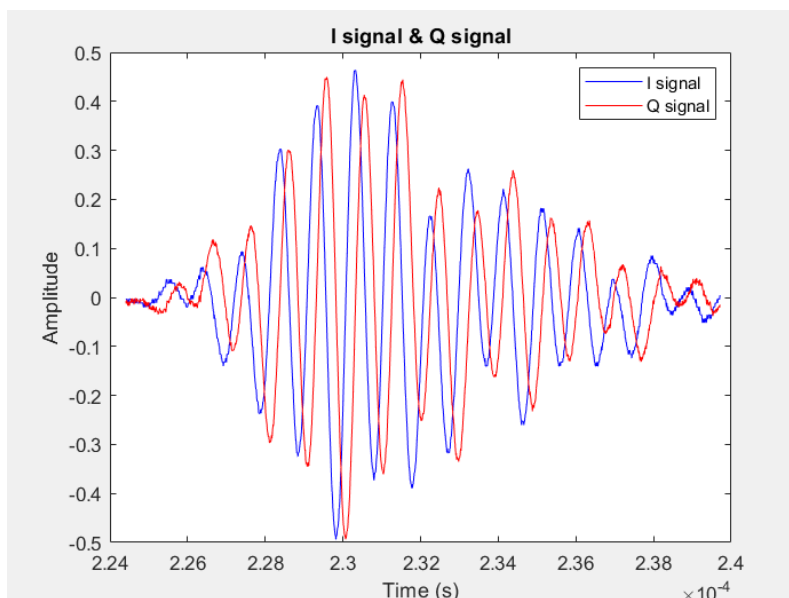


圖 5.31 I/Q 圖

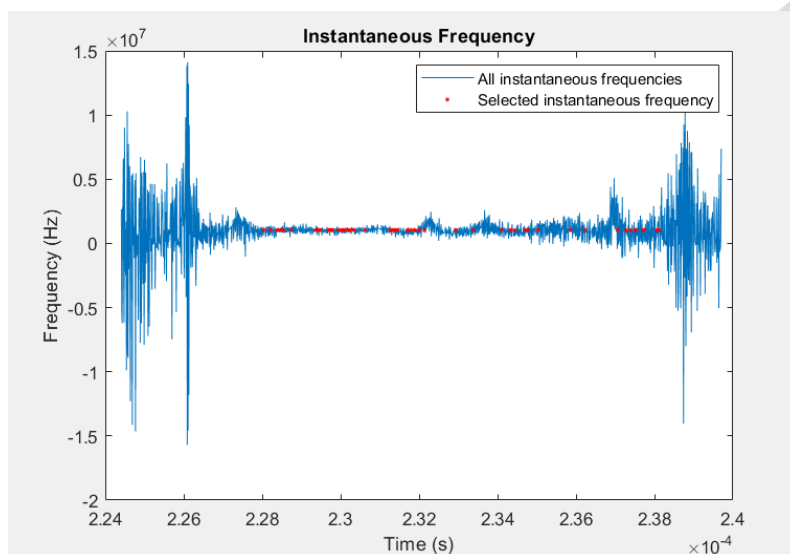


圖 5.32 瞬時頻率

圖 5.33 為反射氣泡後接收到的時域訊號，不同時間收到的反射訊號代表不同深度的氣泡，本篇研究會根據圖中頻率較密集的時域區間個別匯入 MATLAB 做計算，最終在做整體時域的計算。

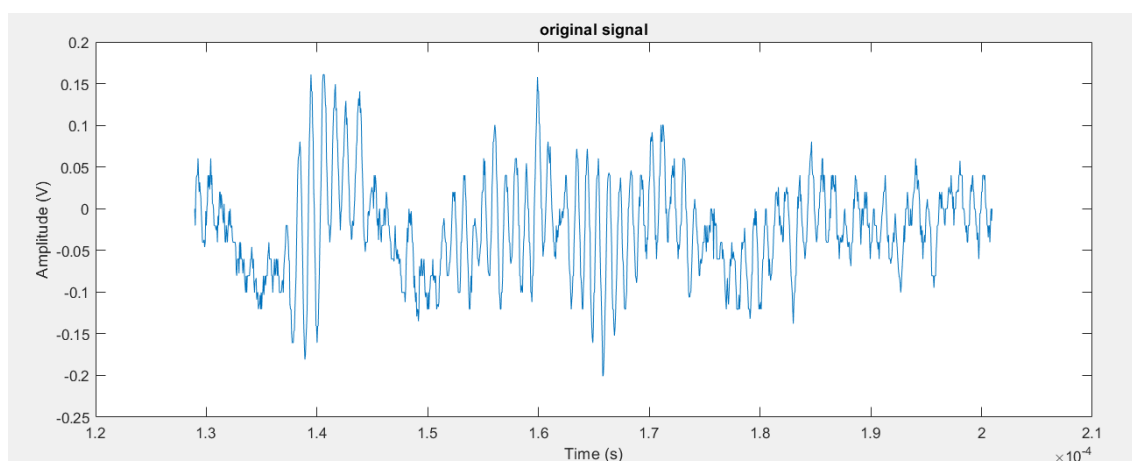


圖 5.33 反射自不同深度的氣泡訊號

當波導與入射法線夾角 θ_{PEI} 為 50° ， f_0 為 1.040138MHz 時，氣泡上升速度 0.36m/s 的頻率差理論值為 260.766kHz:



氣泡一

$$\text{start time} = 1.3465 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.4535 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 412.61 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.5696 \text{ m/s}$$

氣泡二

$$\text{start time} = 1.512 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.612 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 122.44 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.1690 \text{ m/s}$$

氣泡三

$$\text{start time} = 1.627 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.7155 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 261.37 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.3608 \text{ m/s}$$

部分時域計算

$$\text{start time} = 1.37 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.7525 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 235.45 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.3250 \text{ m/s}$$

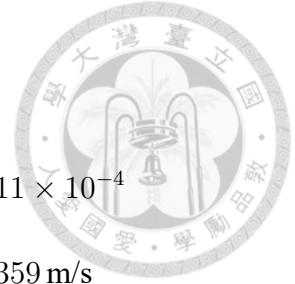
整體時域計算

$$\text{start time} = 1.2895 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 2.011 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 388.19 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.5359 \text{ m/s}$$



計算得到的平均流速為: 0.3921 m/s

5.3.2 比較市售換能器及自製換能器測速之誤差值

第二種細管實驗會在同一位置分別取五次訊號做分析，自製換能器發射端及接收端的間距調成 4.5cm(可由式 5.3 計算得出)，其餘實驗流程同時驗一，市售換能器測量的結果如下：

(1) 市售換能器

取三次訊號算得的 f_0 平均: 670.958 kHz，當波導與入射法線夾角 θ_{PEI} 為 30° ，氣泡上升速度 0.36m/s 的頻率差理論值為 109.794kHz:

氣泡一

$$\text{start time} = 1.23675 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.48825 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 215.99 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.7082 \text{ m/s}$$

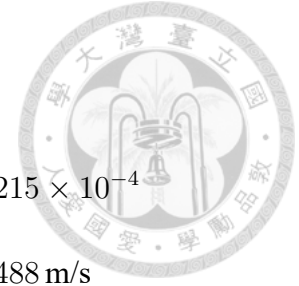
氣泡二

$$\text{start time} = 1.27925 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 228.36 \text{ Hz}$$

$$\text{end time} = 1.4215 \times 10^{-4}$$

$$\text{流速} = 0.7488 \text{ m/s}$$



氣泡三

$$\text{start time} = 1.216 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 280.41 \text{ Hz}$$

$$\text{end time} = 1.44 \times 10^{-4}$$

$$\text{流速} = 0.9194 \text{ m/s}$$

氣泡四

$$\text{start time} = 1.23673 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 142.81 \text{ Hz}$$

$$\text{end time} = 1.48832 \times 10^{-4}$$

$$\text{流速} = 0.4683 \text{ m/s}$$

氣泡五

$$\text{start time} = 1.194 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 312.69 \text{ Hz}$$

$$\text{end time} = 1.416 \times 10^{-4}$$

$$\text{流速} = 1.0251 \text{ m/s}$$

計算得到的平均流速為: 0.7739 m/s

(2) 自製換能器



自製換能器於同一位置分別取五次訊號做分析的結果如下：

氣泡一

$$\text{start time} = 1.1946 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.2338 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 308.30 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.4319 \text{ m/s}$$

氣泡二

$$\text{start time} = 1.170 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.2313 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 221.09 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.3098 \text{ m/s}$$

氣泡三

$$\text{start time} = 1.1691 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.2306 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 326.56 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.4575 \text{ m/s}$$

氣泡四

$$\text{start time} = 1.1708 \times 10^{-4}$$

$$\text{end time} = 1.2308 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 303.99 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.4259 \text{ m/s}$$

氣泡五

$$\text{start time} = 1.171 \times 10^{-4}$$

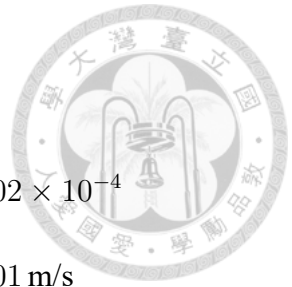
$$\text{end time} = 1.2302 \times 10^{-4}$$

$$\text{頻率差} = 435.44 \text{ Hz}$$

$$\text{流速} = 0.6101 \text{ m/s}$$

計算得到的平均流速為: 0.4470 m/s

從結果可以看出，市售換能器因為主要工作頻率較低、換能器角度較小，都普勒效應較小，導致誤差較明顯，且因為雜訊大的關係，每次測量的速度不穩定，相較之下自製換能器換能器測得的速度較接近理論值且每次測量的速度較接近，準確性較高。



第六章 結論與未來展望



6.1 結論

在本論文的研究中，我們通過壓電片模擬、換能器模擬以及各種設計參數的改變，對換能器的聲學性能進行了系統的探討，提供後續設計的構思，在一些理論的基礎上，設計出合理可行的換能器，研究方面包括換能器角度的變化、波導長度的調整以及換能器的架設位置，這些因素直接影響了換能器的聲場分布和阻抗特性。論文中進一步研究了背膠層錫粉混膠比例的影響，得出不同比例的混膠對換能器的回波信號和頻寬的影響。此外，本研究也探討了換能器黏著劑在不同溫度下性能的變化，驗證了不同黏著劑對換能器性能的維持能力，這對換能器在極端工作條件下的應用有重要的實驗意義。

實際做出換能器後，透過測量氣泡上升速度的實驗，與市售換能器進行比較。綜合本文關於自製頻率差都普勒換能器模擬及實驗，整理出以下結果：

1. 在波導長度的設計上，利用 COMSOL Multiphysics 模擬 1MHz 換能器中波導不同的直徑及長度對阻抗及聲場強度的影響，配合理論計算近聲場的距離來設計波導的長度。
2. 理論結合材料參數推導出不同 f_0 與流速對頻率差的影響，以及整理不同折射角下，量測誤差造成實際流速誤差的大小，得到適合塑膠管類的換能器角度， θ_{PEI} 為 50° 可以達到較佳的都普勒效應又不至於過度侷限特定管材。

- 
3. 背膠層的部分先用模擬的方式模擬背膠層包覆壓電片側面的設計，達到類似文獻中夾緊壓電片的情形，以及實驗上使用鎢粉體積比 0.27 的背膠層可以在 1MHz 換能器中有效的提升頻寬且維持較高的信噪比。
 4. 探討黏著劑在升溫環境下的變化，以致換能器聲學性質的衰減，發現在換能器中使用黏著劑 SB-1625 的性能比 LOCTITE 272 佳。
 5. 比較市售換能器及自製換能器的性能上，換能器呈現平行且合併的設計方式雖然可以減少體積，但會導致較低的信噪比還有許多不明的雜訊產生，使較近的反射波受雜訊影響，較遠的反射波能量又不足。
 6. 氣泡速度實驗的結果可以看出自製換能器相較市售換能器，測得的速度較接近理論值且穩定性較高。

6.2 未來展望

(1) 聲阻抗的改善

在換能器製作的過程中，本研究將重點放在背膠層的材料比例調整與波導的角度設計，選擇使用市場上常見的 PEI（聚醚酰亞胺）作為波導材料，主要因其便於切割，且其聲阻抗為 2.8 MRayls，介於壓電片與水之間，雖然 PEI 的聲阻抗尚未達到理想的阻抗匹配值 6.8 MRayls，但它提供了一個較為實際的選擇，然而，為了實現理想的聲阻抗匹配，單靠調整材料本身還不足以解決問題，還必須考量波導的厚度和角度等參數，根據四分之一波長的理論，長度的調整是實現阻抗匹配的一個重要方法，但理論中的完美匹配往往與實際情況存在差異，尤其是當長

度與角度等因素變得更加複雜時。在現有文獻中，已有研究探討了通過改變波導長度來改善聲阻抗匹配的可能性，這些研究多集中於材料特性與長度的調整，然而對於波導角度的影響則少有涉獵。進一步深入研究波導角度如何影響聲阻抗匹配，將可能為此領域提供新的突破。

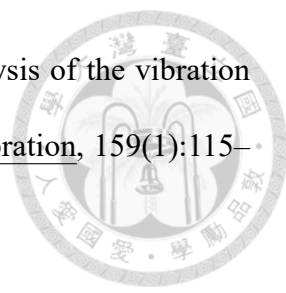
(2) 訊號處理

在本研究中，主要精力集中於換能器聲學性質的改善，特別是對材料、結構及設計參數的優化。然而，在訊號的後處理上，並未深入探討。這部分的潛在研究空間很大，例如可通過應用訊號處理技術進行進一步的優化，以提升最終結果的準確性和解析度，例如降噪、平滑等技術可以有效消除環境噪聲及其他非預期信號的干擾，或在頻域上進行濾波等，未來的研究可以考慮引入這些後處理技術，並與前端的換能器設計相結合，實現更全面的聲學系統優化。這樣無論是訊號的捕捉還是最終的數據分析，整體性能都能得到進一步提升。

參考文獻



- [1] M. Redwood. Transient performance of a piezoelectric transducer. Journal of the Acoustical Society of America, 33:527–536, 1961.
- [2] C. S. Desilets, J. D. Fraser, and G. S. Kino. The design of efficient broad-band piezoelectric transducers. IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, 25(3):115–125, May 1978.
- [3] C. M. Sayers. On the propagation of ultrasound in highly concentrated mixtures and suspensions. Journal of Physics D: Applied Physics, 13(2):179–184, 1980.
- [4] Y. Bar-Cohen, D. A. Stubbs, and W. C. Hoppe. Multiphase backing materials for piezoelectric broadband transducers. The Journal of the Acoustical Society of America, 75(5):1629–1633, 1984.
- [5] C. M. Sayers and C. E. Tait. Ultrasonic properties of transducer backings. Ultrasonics, 22(2):57–60, March 1984.
- [6] H. W. Persson and C. H. Hertz. Acoustic impedance matching of medical ultrasound transducers. Ultrasonics, 23(2):83–89, Mar 1985.
- [7] H. A. Kunkel, S. Locke, and B. Pikeroen. Finite-element analysis of vibrational modes in piezoelectric ceramic disks. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 37(4):316–326, 1990.

- 
- [8] N. Guo, P. Cawley, and D. Hitchings. The finite element analysis of the vibration characteristics of piezoelectric discs. Journal of Sound and Vibration, 159(1):115–138, 1992.
- [9] L. F. Brown. Design considerations for piezoelectric polymer ultrasound transducers. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 47(6):1377–1387, 2000.
- [10] Panametrics-NDT. Ultrasonic Transducers for Nondestructive Testing. Waltham, MA, USA, April 2005. Olympus NDT.
- [11] E. E. Franco, M. A. B. Andrade, J. E. San Miguel, F. Buiocchi, and J. C. Adamowski. Determination of the acoustic properties of tungsten/epoxy and tungsten/polyurethane composites using ultrasonic transmission technique. In Proceedings of COBEM 2005, Ouro Preto, MG, November 2005. 18th International Congress of Mechanical Engineering.
- [12] V. K. Chillara, C. Pantea, and D. N. Sinha. Coupled electromechanical modeling of piezoelectric disc transducers for low-frequency ultrasonic collimated beam generation. In Health Monitoring of Structural and Biological Systems 2017, volume 10170, pages 446–452. SPIE, 2017.
- [13] D. Hidayat, N. S. Syafei, S. Setianto, and Y. Rosandi. Controllable acoustic properties of tungsten-epoxy composites prepared using a shaker-type ball milling process. Results in Materials, 21:100503, 2024.

- 
- [14] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders. Fundamentals of Acoustics. John Wiley & Sons, New York, 4th edition, 2000.
- [15] W. D. Barber, J. W. Eberhard, and S. G. Karr. A new time domain technique for velocity measurements using doppler ultrasound. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, BME-32(3):213–229, March 1985.
- [16] J. Zawala and K. Malysa. Influence of the impact velocity and size of the film formed on bubble coalescence time at water surface. Langmuir, 27(6):2075–3212, 2011.