

國立臺灣大學工學院工程科學與海洋工程學研究所



碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master's Thesis

低頻圓管壓電材料之研究

Research on Low-Frequency

Cylinder Piezoelectric Materials

陳柏宏

Bo-Hong Chen

指導教授:宋家驥 博士

Advisor: Chia-Chi Sung Ph.D

中華民國 114 年 2 月

February, 2025

致謝



本論文的完成離不開許多人的支持與幫助，首先，我要向我的指導教授—宋家驥教授表達我最誠摯的感謝。在研究的過程中，宋教授悉心指導我如何進行學術研究，教導我如何客觀、嚴謹地分析問題，並鼓勵我勇於探索未知領域。他的悉心教誨讓我在學術道路上獲益匪淺，也為我未來的發展奠定了堅實的基礎。

此外，我也要感謝在學術道路上曾給予我幫助的老師、同儕與家人。特別感謝我的家人—媽媽錢惠珍、爸爸陳力嘉、哥哥陳致霖，感謝你們一直以來的支持與鼓勵，讓我能夠專心投入研究，順利完成這項學術工作。

同時，我也要感謝一路陪伴與指導我的實驗室夥伴們—林裕峰學長、曾子恩學長、黃奕忠、莫子賢、王亦丞，以及學弟、學妹：鄒華丰、卓政穎、劉涼祺。你們的幫助與交流讓我的研究過程更加順利，也讓我在學術探討中獲益良多。正是因為你們的支持與鼓勵，我才能克服種種挑戰，最終完成這項研究，在此由衷感謝！

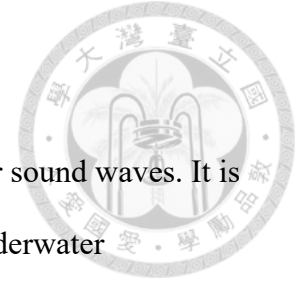
摘要



水聽器是一種專門設計用來檢測水下聲波的裝置，廣泛應用於海洋監測、聲納系統和水下通訊等領域，基於壓電效應，能夠將接收到的聲壓信號轉換為電信號，並依據不同的設計和材料呈現出不同的靈敏度和頻率響應特性。本研究以探討壓電式圓管水聽器的低頻工作頻率以及接收靈敏度為主，對其內部的壓電材料進行軟體上分析，以不同的尺寸、陶瓷和複合材料以及包覆在壓電管外的材料做一系列「阻抗分析」、「接收靈敏度」、及「指向性」的模擬與討論，最終建立的水聽器設計想法，對各種水下環境中的聲學探測需求給予應對。

關鍵字：壓電、阻抗分析、接收靈敏度、方向性、水聽器

Abstract



Hydrophone is a device specially designed to detect underwater sound waves. It is widely used in the fields of ocean monitoring, sonar systems and underwater communications. Based on the piezoelectric effect, it can convert the received sound pressure signal into an electrical signal, and exhibit different sensitivity and frequency response characteristics based on different designs and materials. This study focuses on exploring the low-frequency operating frequency and receiving sensitivity of the piezoelectric circular tube hydrophone. Conduct a series of simulations and discussions on "Impedance analysis", "Receiving sensitivity", and "Directivity" using different sizes, ceramic and composite materials, and materials covering the piezoelectric tube., and finally the hydrophone design idea was established to respond to the acoustic detection needs in various underwater environments.

Keywords: Piezoelectric, Impedance Analysis, Receiving Sensitivity, Directivity, Hydrophone

目次



致謝	I
摘要	II
Abstract	III
目次	IV
圖次	VI
表次	VIII

第一章 緒論

1.1 研究動機與目的	1
1.2 文獻探討	2
1.3 研究流程的建立	4

第二章 背景理論

2.1 壓電原理	5
2.2 壓電效應	5
2.3 壓電方程式	7
2.4 壓電之有限元素理論	10

第三章 研究方法

3.1 壓電管換能器有限元素之模擬建立	13
3.2 壓電管換能器之接收靈敏度模型建立	17
3.3 Comsol 網格之選定	19

第四章 軟體模擬分析與驗證

4.1 壓電圓管模態分析	21
--------------	----

4.2	阻抗分析之驗證	23
4.3	阻尼分析之擬合	27
4.4	指向性分析之驗證	30
4.5	材料包覆壓電管耦合分析之驗證	32
第五章 模擬結果與討論		
5.1	接收靈敏度之模擬結果	35
5.2	壓電管不同尺寸之靈敏度	36
5.3	鐵管包覆壓電管之靈敏度	43
5.4	不同壓電材料之靈敏度與工作範圍頻寬比較	46
5.5	不同包覆材料之徑向共振頻率	47
第六章 結論與未來展望		
6.1	結論	49
6.2	未來展望	49
參考文獻		50

圖次



圖 1-1、研究流程圖架構	4
圖 2-1、正壓電效應	6
圖 2-2、逆壓電效應	6
圖 2-3、(a)未極化之電偶及分布(b)極化之電偶及分布	7
圖 3-1、壓電圓管	13
圖 3-2、(a)輸入電位面 (b)接地面	14
圖 3-3、雷利阻尼比隨著頻率的變化	16
圖 3-4、接收靈敏度模型	18
圖 3-5、完美匹配層區域	18
圖 4-1、本研究模擬之徑向模態	21
圖 4-2、本研究模擬之第一軸向振動模態	22
圖 4-3、本研究模擬之第二軸向振動模態	22
圖 4-4、本研究模擬之第一彎曲振動模態	23
圖 4-5、本研究模擬之第二彎曲振動模態	23
圖 4-6、PIC-151 材料系數表	24
圖 4-7、文獻模擬 PIC-151 圓管 (20 × 18 × 40) mm 之阻抗頻譜圖	25
圖 4-8、本研究模擬 PIC-151 圓管 (20 × 18 × 40) mm 之阻抗頻譜圖	25
圖 4-9、PZT-5J 樣本(15 × 13 × 10mm)	28
圖 4-10、PZT-5J 樣本之阻抗頻普	28
圖 4-11、Comsol 模擬之阻抗頻普(未加阻尼)	29
圖 4-12、Comsol 模擬之阻抗頻普($\alpha = 301$ 、 $\beta = 1.04e - 8$)	29
圖 4-13、文獻計算徑向模態下之遠聲場模擬	30
圖 4-14、文獻計算軸向模態下之遠聲場模擬	31
圖 4-15、Comsol 計算徑向模態下之遠聲場模擬	31

圖 4-16、Comsol 計算軸向模態下之遠聲場模擬	32
圖 4-17、Comsol 模擬之阻抗頻普	33
圖 4-18、Comsol 模擬之阻抗頻普	33
圖 4-19、Comsol 模擬之阻抗頻普	34
圖 5-1、PZT-5J (15 × 13 × 10mm)之靈敏度曲線	35
圖 5-2、工作頻率範圍的選定	36
圖 5-3、(a) PZT-5J，(15 × 13 × 10mm)、(b) PZT-5J，(24.5 × 13 × 10mm)	36
圖 5-4、PZT-5J (24.5 × 13 × 10mm)阻抗頻譜(未加阻尼).....	37
圖 5-5、PZT-5J (24.5 × 22.5 × 10mm)接收靈敏度曲線.....	37
圖 5-6、(a) PZT-5J，(15 × 13 × 10mm)、(b) PZT-5J，(24.5 × 22.5 × 10mm)	38
圖 5-7、PZT-5J (24.5 × 22.5 × 10mm)阻抗頻譜(未加阻尼).....	38
圖 5-8、PZT-5J (24.5 × 22.5 × 10mm) 接收靈敏度曲線.....	38
圖 5-9，(a)徑向共振點變化比較圖，(b)軸向共振點變化比較圖.....	42
圖 5-10，(a)工作頻率範圍變化比較圖，(b)靈敏度變化比較圖	42
圖 5-11，彎曲共振點變化比較圖	42
圖 5-12，(a) PZT-5J，(15 × 13 × 10mm)、(b)包覆鐵 AISI(17 × 15 × 10mm)	43
圖 5-13、壓電管 PZT-5J 包覆鐵 AISI 之阻抗頻譜.....	43
圖 5-14、壓電管 PZT-5J 包覆鐵 AISI 之靈敏度曲線.....	44
圖 5-15、不同材料包覆壓電管之尺寸	47

表次

表 2-1 參數.....	9
表 4-1、PIC-151 圓管 ($20 \times 18 \times 40$) mm 之共振點: 文獻使用的 Abaqus 模擬以 及量測跟本研究使用的 Comsol 模擬做比較.....	26
表 4-2, 文獻數值計算以及量測跟本研究使用的 Comsol 模擬做比較.....	34
表 5-1, Data 1	39
表 5-2, Data 2	40
表 5-3, Data 3	45
表 5-4, 不同壓電材料對應接收靈敏度關係.....	46
表 5-5、不同包覆材料影響徑向共振頻率.....	48

第一章 緒論



1.1 研究動機與目的

現今社會中，由於人口急遽上升，需多資源已無法從陸地上獲取，地球表面將近 71% 被水覆蓋，進而轉之向蘊藏豐富的海洋環境進行有效的運用成為必要的工程。在海洋環境的工程開發需要水下通訊以及偵測等等以獲取重要資訊，因此迫切需要高性能的水聲探測設備，而水聽器成為核心部件，水下聲音傳感器 (Hydrophone) 又稱為水聽器扮演者海底工程、工程噪音檢測、水下設備檢測、水下聲學研究等等不可或缺的檢測工具。

由於現在國內外的研究發現，對於低頻水聽器的研究較少，大部分都是針對不同需求以製作出的換能器，以操作頻率 MHz 以上的占大多數，低頻 200kHz 圓片式壓電的水聽器已經有所製作，其中圓片式壓電材料在單一方向上的響應更為集中，會受到的方向性影響，而管狀式壓電材料因其徑向極化和多方向的響應，適合多維度振動和聲波應用。

本計畫研究主要工作內容已針對管狀式壓電材料之模擬方向為主，進行軟體模擬上的建立，並藉由文獻上之實驗數據進行比對阻抗頻譜、接收靈敏度以及指向性等等，以建立完善的模擬，並對不同尺寸、壓電材料以及管外的包覆，作一系列不同的模擬與討論，提供給未來給設計管狀式水聽器的想法與方向。



1.2 文獻探討

本研究為壓電管之模擬，故以壓電材料作為水聽器之感測元件。在 1880 年由 P.Curie 和 J.Curie 發現壓電效應，在某些礦石在受力下，便會在物體表面上產生電荷，相反的對這些礦石表面施加電壓，會因為偶極距被拉長而發生應變，從中發現正/逆壓電效應。

1948 年 Mason 為了瞭解力學能與電能的交互轉換關係，將壓電材料的暫態行為經由聲學的電路轉換建立出一維方向的等校電路，利用變壓器元件描述的特性，將力學機械端與電性端做結合，壓電材料受聲學振動，產生應變後，經由正壓電效應從機械端輸出電壓，反之對其通交流電後，經由逆壓電效應從電性端轉換到機械端使其振動。

1970 年 H. Allik 與 T. J. R. Hughes 在有限元分析領域做出了重要貢獻。他們提出了一種基於四面體單元的有限元方法，可以更好地適應複雜幾何形狀，並應用於三維彈性問題和非線性問題的分析。

1992 年 D.F. Jones、S.E. Prasad、S.R. Kavanaugh 研究了帶端蓋的徑向極化壓電陶瓷圓柱體具有的特性，設計了 BM024 水聽器，其頻寬在 10kHz，藉由添加 ended cap 的結構以增加壓電材料內部的機轉電效率，以增加水聽器之靈敏度。

1998 年 C.H. Huang、C.C. Ma 使用振幅波動電子散斑干涉測量技術 (AF-ESPI) 研究壓電圓柱體的振動特性，指出 AF-ESPI 方法可廣泛應用於壓電材料的振動特性研究，並為多維度振動模式的測量提供了一種高效且準確的技術工具。

1998 年 ~ 2004 年宋家驥研究團隊對超音波的換能器進行設計與製作，製作出不同操作頻率在 MHz 的高頻探頭，並對市售的漁探機探頭進行比較。此外還設計壓電超音波換能器脈衝發射/接收裝置，以及能驅動脈衝換能器得寬頻電路。

2009 年 成功大學李永春教授的研究團隊開發了一維陣列式的 PZT 水聽器，操作頻率分別在 1MHz、2.5MHz、5MHz，利用快速超聲波的量測分布系統讓陣列水聽器做為水中壓力的量測端，並藉配合移動平台來獲得水中壓力場的壓力分佈。

2010 年 趙儒民的研究團隊開發一種價格低廉且體積小 200kHz 的高感度低頻水聽器，其中以圓盤式的 PZT 壓電材料作為驅動元件，藉由在水聽器內部增加訊號放大電路，提升水聽器之接收靈敏度，與市售的 8104 水聽器比較下高出了 26.6dB。

2013 年 L.Shuyu ,W. Shuaijun, F. Zhiqiang,, H. Jing, W. Chenghui, M. Runyang 提出一種圓管式徑向的複合壓電陶瓷換能器，分析其徑向的振動特性，該換能器加上的陶瓷元管外包覆了金屬圓管，藉由壓電與金屬之間的耦合機械邊界條件以得出了換能器六端機電的等校電路，並由理論公式以及實際樣品所測到的徑向共振頻率，得到相互吻合的數據。

2017 年 J. Xu, S. Lin , Y. Ma and Y. Tang，使用機械偶和法分析徑向極化壓電圓環換能器的耦合振動，圓環換能器的耦合振動被認為是環的平面徑向振動與管的縱向振動的相互作用，引入了機械耦合係數並將其定義為不同方向的應力比以及壓電本夠方程成的計算以研究共振頻率和機械耦合係數對縱橫比的依賴性。

2018 年 J. Xu, S. Lin 對徑向極化圓柱形壓電換能器轉化為機電等效電路，採用等效彈性法對耦合進行分析振動。忽略剪應力和扭轉應力和應變，將耦合振動分為徑向延伸振動和縱向振動，並且模擬了換能器在水中聲壓級和遠場聲的壓力分佈，證明圓柱形換能器得輻射聲場比環形換能器的範圍大，

1.3 研究流程的建立

本研究之流程圖如圖(1-1)所示，首先為軟體上模型的建立，下一步會利用國內外發表的文獻以及理論計算來驗證軟體模擬結果的準確性，確認所建構的模型計算可靠後，便可建立接收靈敏度模型的計算，預測水聽器在不同設計上的變化，影響其性能的優劣。

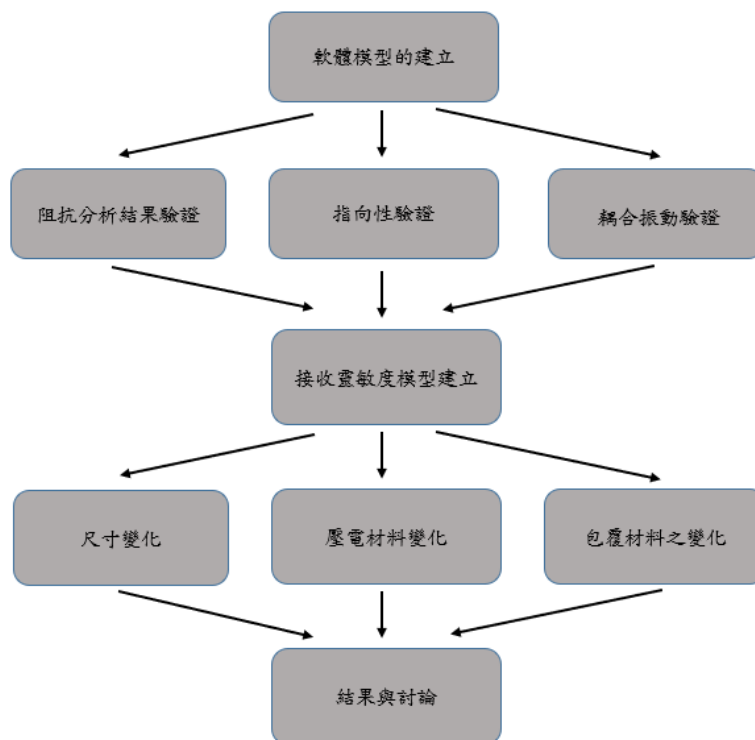


圖 1-1、研究流程圖架構

第二章 背景理論



本論文利用有限元素法來進行水下圓管壓電材料模擬之研究，對於不同的尺寸設計和不同材料呈現出不同的靈敏度和頻率響應特性，來探討不同圓管換能器性能上的優劣。因此本章會先由壓電原理、壓電方程式，由淺入深的介紹研究所需之理論，最後在對本研究所應用之壓電換能器有限元素之理論進行概述。

2.1 壓電原理

壓電原理為一種材料在受到壓力張力或者外在電場等作用下，在內部會有極化現象，原本幾何對稱的電中性單元，但是在受到形變下，會因為每個小單元的變形，導致其正負電荷中心的改變而極化產生電場，由多個小單元的極化方向規則排列的物體，可應用於許多工程上，如超音波換能器、致動器、發電機等等。

2.2 壓電效應

在 1880 年由 P.Curie 和 J.Curie 發現壓電效應，在某些礦石在受力下，便會在物體表面上產生電荷，相反的對這些礦石表面施加電壓，會因為偶極距被拉長而發生應變，從中發現正/逆壓電效應(Direct Piezoelectric Effect / Converse Piezoelectric Effect)。

(1) 正壓電效應

在正常大氣壓力下，壓電材料的內部電荷為對稱分布，且呈現電中性，當材料受到機械壓力時，會改變其內部晶格的結構，進而導致內部偶極矩的變化，在其內部產生電場。相反的，當材料受到拉伸力時，晶格內產生的偶極矩方向會與施予壓力的偶極矩的方向相反，而產生相反的電壓，如圖 2-1 所示，壓電材料將機械能轉為電能稱為正壓電效應。

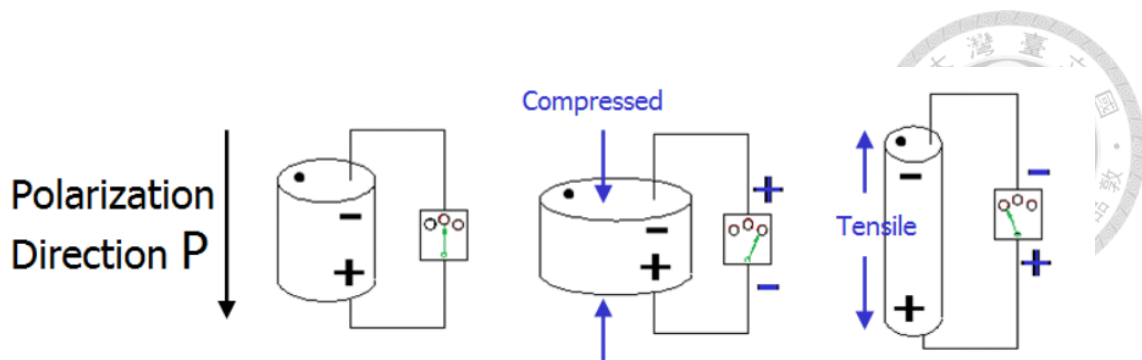


圖 2-1、正壓電效應

(2) 逆壓電效應

當施予外部電壓到壓電材料時，壓電材料會產生形變的現象，其中會根據電壓的正負與極化的方向來決定壓縮或伸展，如圖 2-2 所示，壓電材料將電能轉化為機械能稱為逆壓電效應。

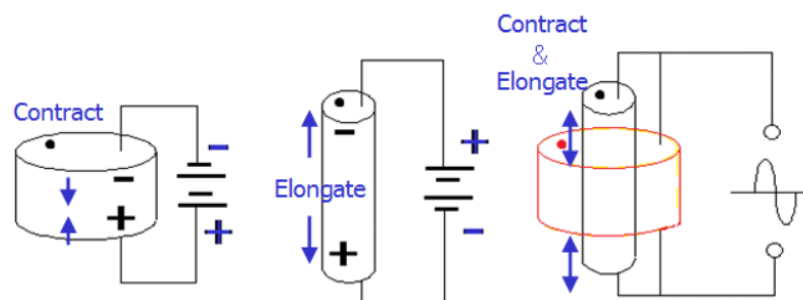


圖 2-2、逆壓電效應

以壓電材料高機電耦合因子的陶瓷(PZT)的製作方式為例：將鉛、鋅、鈦的氧化物或碳酸鹽等原料按照適當比例混合，進行高溫燒結已形成壓電相的材料結構，在未加工前為隨機排列的晶體，如圖 2-3(a)所示，經過高電壓的極化過程，以(kV/mm)的直流電壓並加熱至一定溫度，續一段時間後冷卻，材料的晶格極化方向會被固定，產生永磁化的壓電特性，如圖 2-3(b)所示。因為 PZT 的價格低廉，有高效率的機電轉換率，在現今已被廣泛使用在超音波換能器的元件上。

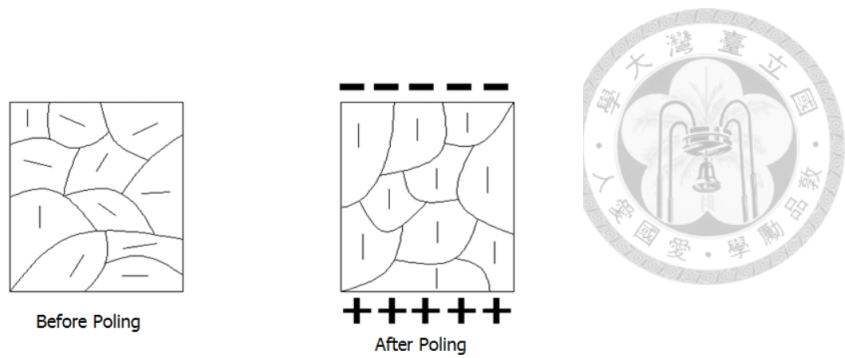


圖 2-3、(a)未極化之電偶及分布(b)極化之電偶及分布

2.3 壓電方程式

壓電材料的特性而言，包含了機械與電性之間的耦合關係，因此在機電轉換下分成兩部分來描述壓電方程，其中在機械條件下的應變 S 與應力 T 的關係可表示為(2.1)， s 為介質之彈性柔度係數(elastic compliance)。

$$S = sT \quad (2.1)$$

在電性條件下的電位移 D 與電場 E 的關係可表示為(2.2)， ϵ 為介電常數(dielectric permittivity)。

$$D = \epsilon E \quad (2.2)$$

壓電材料具有機電轉換的特性，因此可由應力、應變、電場、電位移組成壓電的本構方程(Piezoelectric Constitutive Relation)，由(2.3)~(2.10)以及表(2-1)所示。

d form(應力、電場已知):

$$D = dT + \varepsilon^T E \quad (2.3)$$

$$S = s^E T + d_t E \quad (2.4)$$

e form(應變、電場已知):

$$T = c^E S - e_t E \quad (2.5)$$

$$D = e S + \varepsilon^S E \quad (2.6)$$

g form(應力、電位移已知):

$$S = s^D T + g_t D \quad (2.7)$$

$$E = g T - \beta^T D \quad (2.8)$$

h form(應變、電位移已知):

$$T = c^D S - h_t D \quad (2.9)$$

$$E = -h S + \beta^S D \quad (2.10)$$



表 2-1 參數

參數	矩陣維度	單位	物理意義
S	6×1	無單位	應變(Strain)
T	6×1	Pa	應力(Stress)
E	3×1	V/m	電場(Electric Field)
D	3×1	C / m ²	電位移(Electric Displacement)
s	6×6	Pa ⁻¹	彈性柔度係數(Elastic Compliance Constant)
c	6×6	Pa	彈性剛度係數(Elastic Stiffness Constant)
d	3×6	C/N或m/V	壓電應變係數(Piezoelectric Constant)
e	3×6	C / m ²	壓電應力係數(Piezoelectric Constant)
g	3×6	V · m/N	壓電電壓係數(Piezoelectric Constant)
h	3×6	V/m	壓電電壓係數(Piezoelectric Constant)
ε	3×3	F/m	介電常數(Dielectric Constant)
β	3×3	m/F	反介電係數(Impermeability)

d_t 、 e_t 、 g_t 、 h_t 分別為 d 、 e 、 g 、 h 的轉置矩陣，上標的T、S、E、D分別代表固定之應力、應變、電場、電位移之常數。



2.4 壓電之有限元素理論

1970 年，H. Allik 與 T. J. R. Hughes 在有限元分析領域的研究被視為重要的里程碑。他們的工作對三維彈性問題和非線性問題的數值模擬產生了深遠影響，提出了適用於複雜幾何形狀的**四面體單元 (Tetrahedral Elements)**，對三維彈性體開發了基於應力與位移的有限元方法，顯著提高了模型在應變分佈與應力分析上的準確性，而這技術後續被廣泛的使用在壓電材料的模擬分析上。

藉由 e form 的壓電組成關係式(2.11)、(2.12)來進行推導，其中 $\{\}$ 表示向量、 $[\]$ 表示為矩陣：

$$\{T\} = [c^E]\{S\} - [e]\{E\} \quad (2.11)$$

$$\{D\} = [e]^T\{S\} + [\epsilon^s]\{E\} \quad (2.12)$$

牛頓第二定律(Newton's second law)下可表示為(2.13)式：

$$-\{T\} = \rho \partial^2 \{u\} / \partial t^2 \quad (2.13)$$

$$\{u\} = [u_x \quad u_y \quad u_z]^T \quad (2.14)$$

ρ 為密度; (2.14)式中 $\{u\}$ 為沿著直角坐標系下 x 、 y 、 z 方向之位移向量。

$\{S\}$ 應變向量與 $\{u\}$ 位移向量之關係式為(2.15)：

$$\{S\} = [B]\{u\} \quad (2.15)$$

$$\{S\} = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}]^T \quad (2.16)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (2.17)$$



其中(2.16)式， ε_x 、 ε_y 、 ε_z 分別表示沿 x 、 y 、 z 方向的法向應變(normal strain)， γ_{xy} 、 γ_{yz} 、 γ_{xz} 分別表示在 xy 、 yz 、 xz 平面上的剪切應變(shear strain); (2.17)式為應變向量與位移向量之關係矩陣。

在馬克斯威方程式中，假設壓電材料為絕緣物質，其內部無流動的電荷，可得到(2.18)式：

$$\text{div}\{D\} = 0 \quad (2.18)$$

電場向量 $\{E\}$ 與電位 ϕ 的關係式(2.19)：

$$\{E\} = -\text{grad}\phi \quad (2.19)$$

有限元素法是通過將結構或材料劃分為小單元（單元可以是三角形、四邊形、六面體等），並在每個單元內用簡化的數學模型描述材料的行為，在一個任意結構內的位置的位移，可以以 N_u (Displacement Shape Function)位移形狀函數與有限個 $\{\hat{u}_i\}$ 節點位移來近似，如(2.20)所示：

$$\{u\} = N_u\{\hat{u}_i\} \quad (2.20)$$

相似的，電位以 N_ϕ 電勢形狀函數與有限個 $\hat{\phi}_i$ 節點電位來近似，如(2.21)所示：

$$\phi = N_\phi\hat{\phi}_i \quad (2.21)$$

在真空下的壓電材料，只考慮機械與電性上的動態方程式如(2.22)所示：



$$\begin{bmatrix} M_u & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_u & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_u & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & K_{\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_u \\ Q \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

M_u 為壓電材料之質量矩陣; D_u 為壓電材料之阻尼矩陣; K_u 為機械勁度矩陣; $K_{\phi u}$ 為壓電勁度矩陣; K_{ϕ} 為介電勁度矩陣; F_u 為機械外力向量; Q 為電荷向量。

若考慮考壓電材料之流體邊界物質(空氣、水等等)，在耦合邊界上會產生振動，進而在流體中產生波動，其三維的波傳方程如(2.23)所示：

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (2.23)$$

$P(x, y, z, t)$ 為聲壓； c 為流體中傳播的速度； ∇^2 為 Laplacian 運算子； t 為時間。

壓力以 N_p 元素之壓力形狀函數與有限個 $\hat{P}_i$ 節點電位來近似

$$P = N_p \{\hat{P}_i\} \quad (2.24)$$

由鄒年棣對流體與結構之耦合有限元素之推導計算將(2.22)加入流體對結構受力面所施加的 F_p ，整理成(2.25)式所示：

$$\begin{bmatrix} M_a & 0 \\ M_{fa} & M_{pe} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_a & 0 \\ 0 & C_{pe} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a & K_{fa} \\ 0 & K_{pe} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_a \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

M_a 為結構總體質量之矩陣； C_a 為結構總體之阻尼； K_a 為結構之總體之勁度矩陣；

F_a 為施加的外力向量； $M_{fa} = \rho_0 R_e^T$ ； $K_{fa} = -R_e$ 。

$$R_e = \iint_S \{N_p\} \{n\}^T \{N_p'\}^T dS \quad (2.26)$$

$$M_{pe} = \frac{1}{c^2} \iiint_V \{N_p\} \{N_p\}^T dV \quad (2.27)$$

$$K_{pe} = \iiint_V [B]^T [B] dV \quad (2.28)$$

$\{n\}$ 為流體之垂直向量， $[B] = \mathbf{grad}\{N_p\}$ ， N_p' 元素之位移形狀函數，由(2.25)式可模擬壓電元件在流體中的耦合振動與指向性的各項特性。

第三章 研究方法



本章節之研究方法將會藉由 COMSOL 軟體進行徑向極化的壓電圓管進行建模，並使用其中壓電效應、結構力學與聲學計算等等多物理量的多重計算，藉由計算應力與應變做振動以及模態分析，電位與電流關係做阻抗分析，聲場的變化分布做指向性的分析。

3.1 壓電管換能器有限元素之模擬建立

經由 COMSOL 模擬軟體建立四面體單元作為基本離散單元的圓管模型如圖 (3-1)所示，Comsol 軟體在極化方向的建立上都朝向 Z 軸，為了建立徑向極化的壓電管，在 3D 模型的壓電管中會以公式(3.1)~(3.3)做座標系變換，得到徑向方向的極化座標系。

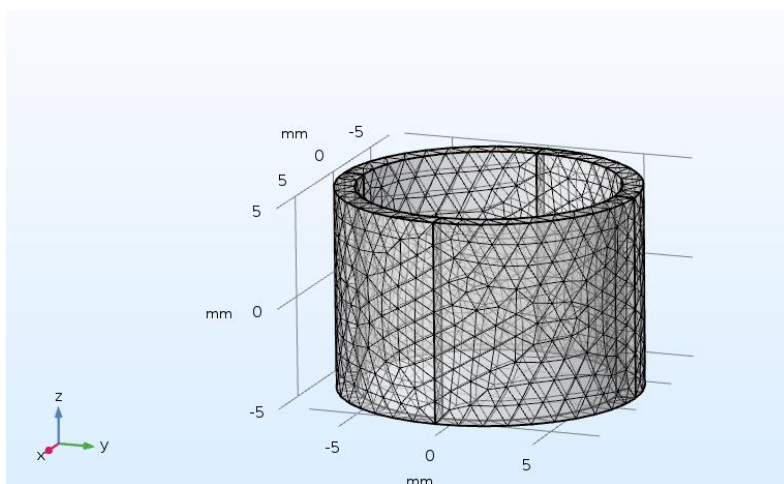


圖 3-1、壓電圓管

$$\hat{e}_\varphi = -\sin \varphi \hat{X} + \cos \varphi \hat{Y} + 0 \hat{Z} \quad (3.1)$$

$$\hat{e}_z = 0 \hat{X} + 0 \hat{Y} + 1 \hat{Z} \quad (3.2)$$

$$\hat{e}_r = \cos \varphi \hat{X} + \sin \varphi \hat{Y} + 0 \hat{Z} \quad (3.3)$$



(1) 阻抗分析

藉由輸入電位到壓電材料上，使其作逆壓電效應如圖(3-2)所示:

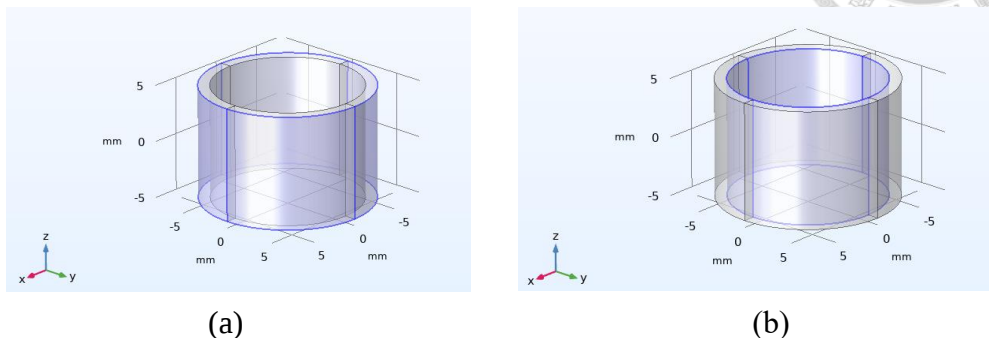


圖 3-2、(a)輸入電位面 (b)接地面

對壓電材料施加電位，會使其表面上產生電荷 Q ;當電位以響應交流電的形式作用在壓電材料上會產生電荷的變化率形成電流 $I = \frac{dQ}{dt}$ ，而電荷隨角頻率的變化可以表示為 $Q = Q_0 e^{j\omega t}$;電流 I 可以表示為 $I = j\omega Q_0 e^{j\omega t}$;而阻抗定義為 $Z = \frac{V}{I}$;由 Comsol 有限元素法之計算，設定所需之觀看壓電材料阻抗的頻率範圍，並將所有不同頻率的阻抗計算出，進而得出阻抗頻譜曲線，得知其壓電管各個位置的共振點以及不同的振動模式。

(2) 阻尼分析

在振動中，材料內的阻力會對系統不斷的在做負功，將系統的機械能轉為熱能，導致有限元素法等數值計算方法在處理複雜幾何結構時與實驗上往往會因為阻尼的關係而有誤差。透過有限元素法將能量的損失考慮進去，來擬合實驗與模擬的驗證，一班假設阻尼為質量與勁度的線性組合，其中 C 為阻尼矩陣、 M 為質量矩陣、 K 為勁度矩陣，如(3.4)式所示:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.4)$$

其中此阻尼的關係式分為四類:



- (1)當 $\alpha = 0$ ， $\beta = 0$ ；無阻尼。
- (2)當 $\alpha > 0$ ， $\beta = 0$ ；與質量成正比之阻尼。
- (3)當 $\alpha = 0$ ， $\beta > 0$ ；與勁度成正比之阻尼。
- (4)當 $\alpha > 0$ ， $\beta > 0$ ；雷利阻尼(Rayleigh damping)勁度、質量成正比之阻尼。

藉由兩個不同參數能一起調整的雷利阻尼來調整模擬的結果較為準確，應用上也較為廣泛；低頻振動中， α 參數的變化對於系統的影響較大，而高頻振動時， β 參數的變化對於系統的影響較大，藉由調整 α 和 β 參數，可以在特定範圍的阻尼行為更接近實際；由 α 和 β 參數來選定阻尼比 ξ (3.5)，通常通過兩個固有頻率點 ω_i 和 ω_j 對應到的兩點阻尼比 ξ_i 、 ξ_j 來確定 α 和 β ，如圖(4-2)，其中聯立方程如(3.6)式所示：

$$\xi(n) = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \quad (3.5)$$

設已知兩點的阻尼比 ξ_i 、 ξ_j ，則解方程組可得：

$$\alpha = 2\omega_i\omega_j \frac{\xi_i\omega_j - \xi_j\omega_i}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (3.6)$$

$$\beta = \frac{2(\xi_j\omega_j - \xi_i\omega_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (3.7)$$

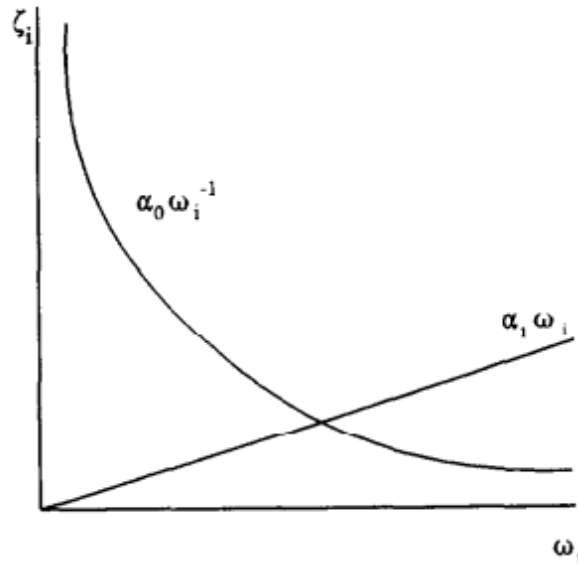


圖 3-3、雷利阻尼比隨著頻率的變化

(3) 指向性分析

以巨觀來看，壓電材料的極性方向與所接收到的聲波的方向關係重要，大部分能將聲音能量轉化為電訊號都是聲波對極性的正向分量，所以當聲波斜向入射至壓電材料時，所接收的訊號會較小。以微觀來看，當壓電材料受到壓力而釋放正電荷，張力的時候受到負電荷，如果以斜向入射的縱波來看，會造成壓電材料各個不同局部的區域受到壓力與張力，當同時有壓力與張力存在時，在壓電材料內部的機轉電就會出現正負電荷相消導致接收訊號變小。

在遠聲場輻射的 Comsol 分析上，會以圖(4-1)的 x-z 面以及 x-y 面來模擬計算，其中因為壓電管為對稱的結構由 x-z 面轉到 x-y 面上的輻射聲場圖都會一樣，由距離壓電管外 1m 繪製水下輻射聲壓級(Sound Pressure Level, SPL)公式如(3.8)所示：

$$SPL = 20 \log \left(\frac{P_{rms}}{P_{ref}} \right) (dB) \quad (3.8)$$

其中 P_{rms} 與 P_{ref} 的單位皆為 Pa(Pascal)， P_{rms} 為該點位置之聲壓方均根值如(3.9)式



所示，而參考聲壓 P_{ref} 取聽閾聲壓，在水中為 10^{-6} Pa。

$$P_{rms} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |P(r, \theta, t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

$$P(r, \theta, t) = j\rho c \frac{U_0}{2\pi} k \int_S \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} dS \quad (3.10)$$

壓電管表面對全方位作往復推動，在水中產生的聲波場，由(3.10)式以有線元素法的程式計算，算出不同位置聲壓的方均根值， ρc 為水的聲阻抗(1.5 Mrayls)， U_0 為表面振動速度， dS 作為各個位置的點聲源面。

3.2 壓電管換能器之接收靈敏度模型建立

本節之研究方法如圖(3-4)所示，由水包覆壓電管材料，將聲源放在管子的源面上以平面波的形式發射，其中發射波的壓力振幅為 1Pa，為了避免發射聲波在邊緣上反射，在球體表面以及管子上表面假設外加了聲壓輻射的吸收層，其範圍如圖(3-5)式所示，在 Comsol 裡稱為完美匹配層(Perfect Matching Layer, PML)，此邊界可以視為無限域，使此模型內不會產生回波造成干涉。壓電材料圓管與水有著聲固耦合的邊界，藉由水中聲源的振盪傳至壓電管上以產生電壓，計算接收靈敏度如(3-11)式所示，後續再以不同頻率的發射聲源來獲得靈敏度曲線。

$$\text{Sensitivity} = 20 \times \log_{10} \left(\frac{M}{M_{ref}} \right) \text{ (dB)} \quad (3.11)$$

$$M = \frac{V_{rms}}{P_{rms}} \quad (3.12)$$

M 單位為 $V/\mu Pa$ 、 V_{rms} 為壓電管所產生的電壓方均根值、 P_{rms} 為壓電管外表面(圖 3-2(a)選的區域)的平均方均根壓力、 M_{ref} 為單位以 $V/\mu Pa$ 表示，水聽器之參考靈敏度 M_{ref} 為 $1 V/\mu Pa$ ，其中靈敏度之單位為 dB re $1 V/\mu Pa$ 。

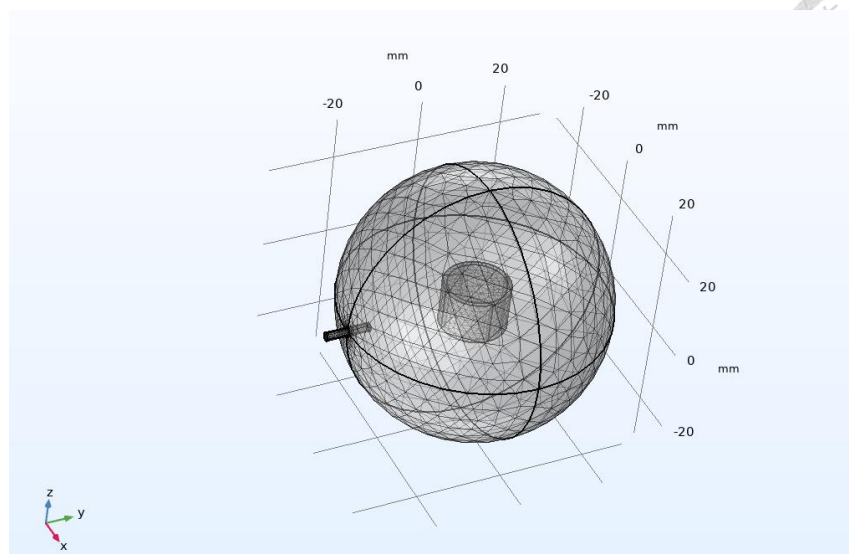


圖 3-4、接收靈敏度模型

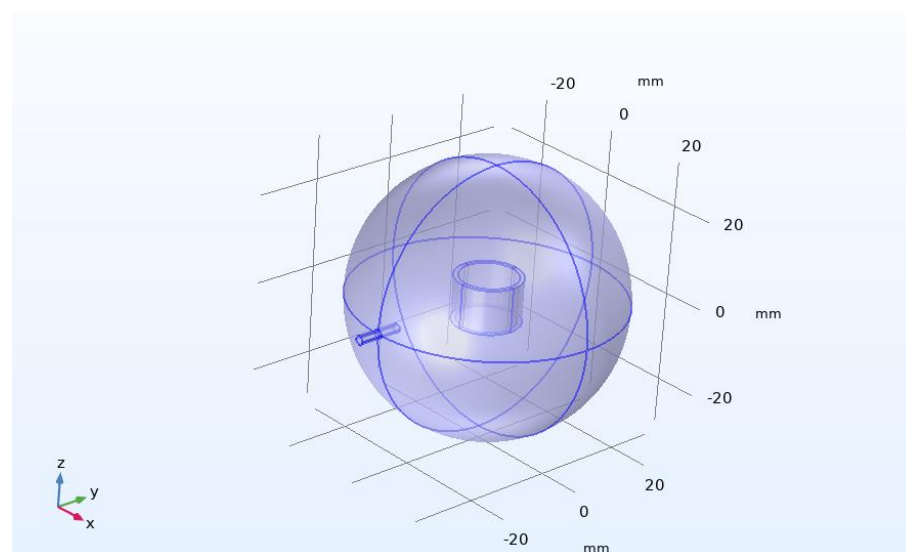


圖 3-5、完美匹配層區域



3.3 Comsol 網格之選定

在水聽器量測靈敏度的實驗上，通常以相距 1 公尺做量測，為了有效避免回波以及干涉所帶來不必要的誤差，但是在理想化的模擬模型中，並無環境中所需面臨的問題，平面波發色源與換能器上之間距離的變化並不會影響其靈敏度頻譜的結果，為了減少程式上的計算量，將水區域的球體縮減成直徑 60mm 的球體，其發射源與球體中心的距離為 35mm，壓電材料位於球體之正中心，其發射源與壓電材料之距離隨壓電材料之尺寸變化而不同；其網格的選定為根據聲波所在材料的波長而定，在每個波長之間都涵蓋到 6 到 10 個網格單位，在此研究中，所需計算之最高頻率為 300kHz，在水中之聲波波長為 5mm 左右，其網格的尺寸設在 0.5mm 左右，PZT 壓電材料系列縱波聲速大約都在 4000m/s，其網格大小設在約 0.15mm。

第四章 軟體模擬分析及模擬



壓電圓管的振動很複雜，為了將理論簡單化，Giebe 和 Blechshmidt 首次提出將圓柱換能器的振動視為動態耦合，分別看成徑向運動以及軸向振動，並採用機械耦合係數法分析了徑向極化壓電圓管的耦合振動，將徑向振動以及軸向振動聯繫起來。圓管換能器的耦合振動被認為是環的平面徑向振動和管的縱向振動的相互作用。對於徑向極化壓電圓管換能器，分別導出作為機械耦合係數和角頻率函數的徑向和縱向電導納，但是此理論因為忽略剪應力和扭轉應力和應變，而且所需計算量龐大，導致計算出來的阻抗頻譜只有徑向共振以及軸向共振的部分，進而忽略彎曲模態的振動。

水聽器第一模態共振頻率將會決定靈敏度的頻寬，其中得先得知內部圓管壓電材料的阻抗頻譜。本研究使用 COMSOL 具有高自由度，並且有對於高複雜的物理系統計算的能力，其中含有剪應力和扭轉應力和應變的模態振動，都可以在此程式中進行分析。

本節之論文分為四個部分，第一部分為壓電管阻抗頻譜圖之驗證，C.H. Huang、C.C. Ma 以有限元素法之模擬與 AF-ESPI 方法驗證其壓電材料阻抗頻譜之準確性。第二部分為阻尼參數上的選取，此部分為實際元件與模擬上的擬合。第三部分為驗證指向性之分布情形，此部分參考了 J. Xu, 和 S. Lin 所提出的文章，對於壓電管聲場的分布進行模擬，並驗證其管狀徑向振動以及軸向振動聲場的準確性。第四部分為耦合振動模擬上的驗證，L. Shuyu, W. Shuaijun, F. Zhiqiang, H. Jing, W. Chenghui, M. Runyang 等人的以金屬包覆壓電材料的換能器做了一系列的理論計算，並在實驗中得到與理論中吻合的數據。藉由此文章的數據來驗證此研究的模擬正確性。



4.1 壓電圓管模態分析

壓電管是一種應用廣泛的壓電元件，常用於超聲波換能器、振動感測器以及能量收集設備等領域。在這些應用中，壓電管的不同振動模態（縱向模態、徑向模態和彎曲模態、扭曲模態）決定了其性能與特性。其中扭曲模態屬於圓周方向極化較容易激發的中高頻共振模態，本研究低頻模擬中並未模擬出範例，本文將詳細討論三種模態的物理機制，其中縱向模態、徑向模態和彎曲模態由 Comsol 模擬徑向極化的壓電管呈現。

(1) 徑向模態(Radial Mode)

徑向模態是壓電管沿徑向方向（垂直於管軸的方向）的振動模式。應力分布以徑向應力主導，軸向應力較小，其徑向共振模態主要與管壁厚度有關，模態形狀為管壁的壓縮與膨脹，徑向振動均勻分布，無軸向上的節點，圖(4-1)為本研究有限元素法之計算。

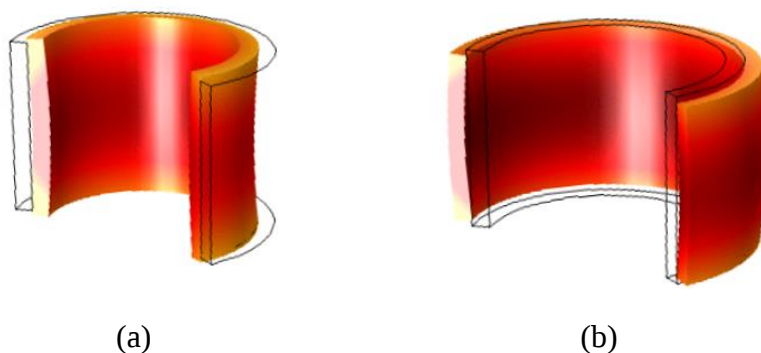


圖 4-1、本研究模擬之徑向模態



(2) 軸向模態 (Longitudinal Mode)

縱向模態是壓電管沿其軸向方向（管長方向）的振動模式，表現為管壁在軸向方向的伸縮或壓縮運動。應力分布以軸向應力為主，徑向應力較小，其軸向共振模態主要與管軸向長度有關，其模態形狀為沿者軸向呈現節點的分布，其節點的數量根據其模態而定，第一軸向共振點如圖(4-2)所示，有一個節點，第二軸向共振點如圖(4-3)所示，有兩個節點，後續的第 n 模態有 n 個節點數。

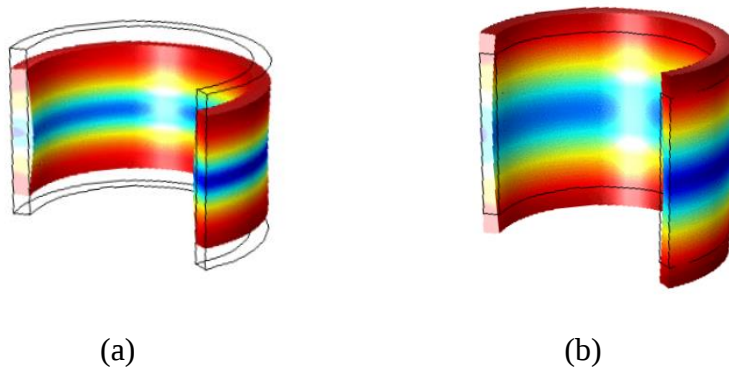


圖 4-2、本研究模擬之第一軸向振動模態



圖 4-3、本研究模擬之第二軸向振動模態

(3) 彎曲模態

彎曲模態是壓電管沿某一平面內發生的彎曲振動模式，表現為管體軸向發生側向位移。應力分布為軸向應力與徑向應力耦合，產生彎矩，其共振頻率取決於

管長與材料剛度，通常位於徑向模態地附近，其中與軸向振動相似第 n 模態有 n 個節點數。其振動行為如圖(4-4)、(4-5)所示。

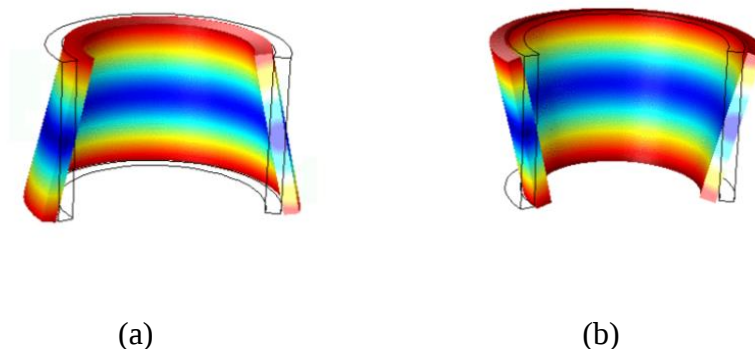


圖 4-4、本研究模擬之第一彎曲振動模態

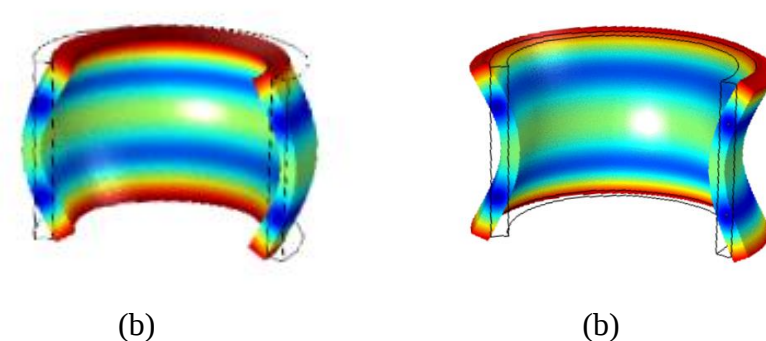


圖 4-5、本研究模擬之第二彎曲振動模態

4.2 阻抗分析之驗證

C.H. Huang、C.C. Ma 等人採用 AF-ESPI 方法，實驗研究壓電材料的三維振動特性，包括共振頻率與振動模態，並與有限元模擬和阻抗分析結果進行對比。其中使用壓電管以及 PIC-151 的陶瓷壓電材料為實驗元件，材料係數如圖(4-6)所示，(4-1)式為彈性剛度矩陣；(4-2)式為壓電應力係數；(4-3)式為介電常數矩陣，圖(4-7)為文獻使用 Abaqus 有線元素法之計算的阻抗頻譜結果，圖(4-8)為本研究 Comsol 模擬之結果，其共振點與反共振點與文獻模擬及實驗的誤差都在 2% 以內，如表(4-1)所示。隨著越高頻的模擬計算，因為各個理論參數微小的誤差，導致實驗數據與模擬數據偏差的幅度也隨之變高。



Table 1 Material properties of PIC-151

Quantity	PIC-151
$c_{11}^E, 10^{10} \text{ N/m}^2$	10.76
c_{33}^E	10.04
c_{12}^E	6.312
c_{13}^E	6.385
c_{44}^E	1.962
$c_{66}^E = (c_{11}^E - c_{12}^E)/2$	2.224
$e_{31}, \text{ N/Vm}$	-9.6
e_{33}	15.1
e_{15}	12.0
$\varepsilon_{11}^S/\varepsilon_0$	1110
$\varepsilon_{33}^S/\varepsilon_0$	852
$\rho, \text{ kg/m}^3$	7760
$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	

圖 4-6，PIC-151 材料系數表

$$c_{ij}^E = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}^E - c_{12}^E}{2} \end{bmatrix} \quad (4-1)$$

$$e_{ip} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

$$\varepsilon_{ij}^S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

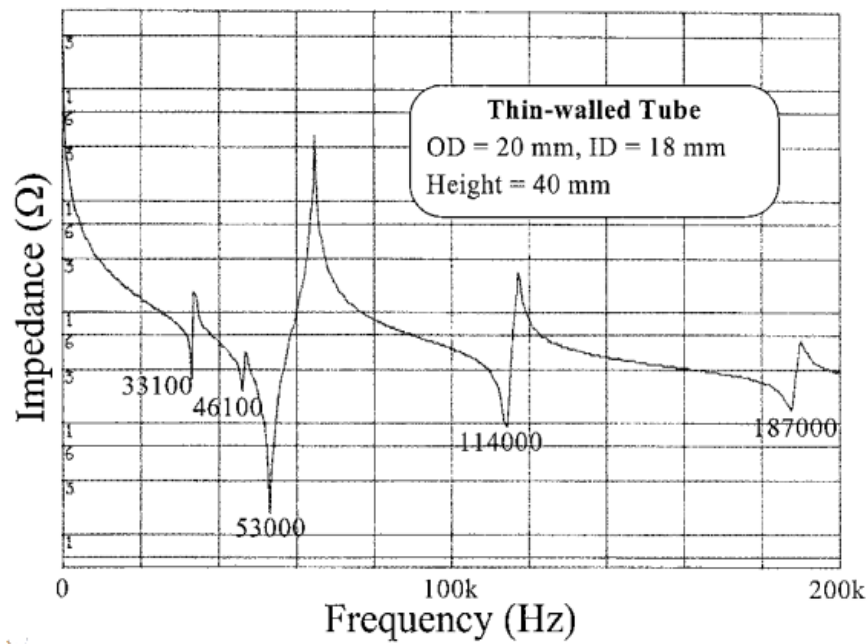
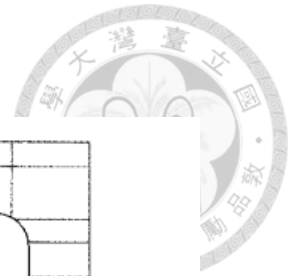


圖 4-7、文獻模擬 PIC-151 圓管 (20 × 18 × 40) mm 之阻抗頻譜圖

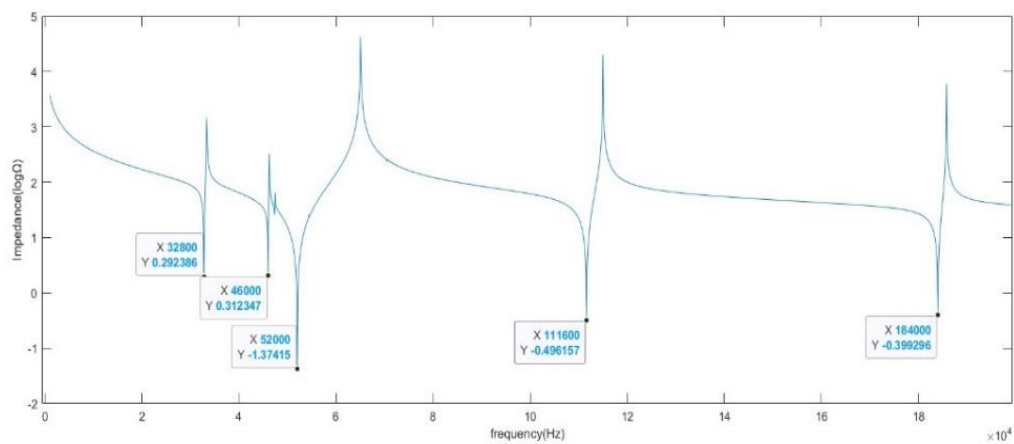


圖 4-8、本研究模擬 PIC-151 圓管 (20 × 18 × 40) mm 之阻抗頻譜圖

表 4-1、PIC-151 圓管 ($20 \times 18 \times 40$) mm 之共振點

文獻使用的 Abaqus 模擬以及量測跟本研究使用的 Comsol 模擬做比較

Resonance Point	Abaqus Predict Frequency (kHz)	Agilent Measured Frequency (kHz)	AF-ESPI Measured Frequency (kHz)	Comsol Predict Frequency (kHz)
1	33.1	32.2	33.0	32.8
2	46.1	44.3	46.0	46.0
3	53.0	51.4	52.7	52.0
4	114.0	112.8	113.4	111.6
5	187.0	186.6	186.4	184.0



4.3 阻尼分析之擬合

壓電材料之阻尼對水聽器靈敏度的影響是設計與性能分析中重要的考量，壓電水聽器通常具有特定的機械共振頻率。阻尼越小，共振峰值越高，靈敏度在共振頻率附近更為顯著。然而，過低的阻尼可能導致響應過於尖銳，降低頻率響應範圍的均勻性。在工作頻率之帶寬上，增加阻尼通常會擴展頻率響應的帶寬，但代價是共振峰值的降低，這可能減小最大靈敏度。

本研究會以 PZT-5J 之壓電管進行多樣的模擬，在後續模擬水聽器之靈敏度計算前需先得知其實際的材料不同頻率下之阻尼，以便後續模擬上有更高的準確度，首先會以樣本如圖(4-9)所示經由阻抗分析儀 Agilent4294A 阻抗分析儀量測之阻抗頻譜，量測的範圍從 10kHz 到 300kHz 如圖(4-10)所示，其徑向共振頻率為 64.7kHz、彎曲共振頻率為 73.1 kHz 以及軸向共振為 149.6kHz。

在阻尼的擬合中，選擇兩小段的阻抗頻譜進行 RLC 串聯電路的擬合，以電路 RLC 串聯經由克希荷夫電壓定律(Kirchhoffs Voltage Law, KVL)可得到(4.1)式的微分方程式，其中 $I(t)$ 為隨時間變化的電流、 R 為電阻(Ω)、 L 為電樺(H)、 C 為電容(F)、 ω_n 為固有頻率、 ξ 為阻尼比，經由(4.2)、(4.3)式子的整理獲得 ξ 阻尼比(4.4)式，藉由 ZVIEW 軟體分別將 62kHz 到 68kHz 以及 145kHz 到 155kHz 兩段阻抗頻譜曲線擬合出其 R 、 L 、 C 值，並且分別計算求出其固有頻率下之阻尼比值，帶入(3.6)、(3.7)式求得其雷力阻尼 α 及 β 值，最終將其得出 α 、 β 之值帶入 Comsol 進行有限元素之計算，其 Comsol 的計算結果如圖(4-11)、(4-12)所示，可以看出加入阻尼後的模擬與阻抗量測出來的頻譜數據吻合度高出許多。在理論中未加阻尼共振頻率的計算，會導致發散現象，但是在程式上頻譜圖的模擬，設定下為每 10Hz 計算一次阻抗值，所以在模擬計算下，跳過會準確會發散的頻率即可。



$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{LC} I(t) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{d^2 I(t)}{dt^2} + 2\gamma \frac{dI(t)}{dt} + \omega_n^2 I(t) = 0 \quad (4.2)$$

$$\gamma = \frac{R}{2L} \quad , \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.3)$$

$$\xi = \frac{\gamma}{\omega_n} \quad , \quad \xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.4)$$



圖 4-9、PZT-5J 樣本(15 × 13 × 10mm)

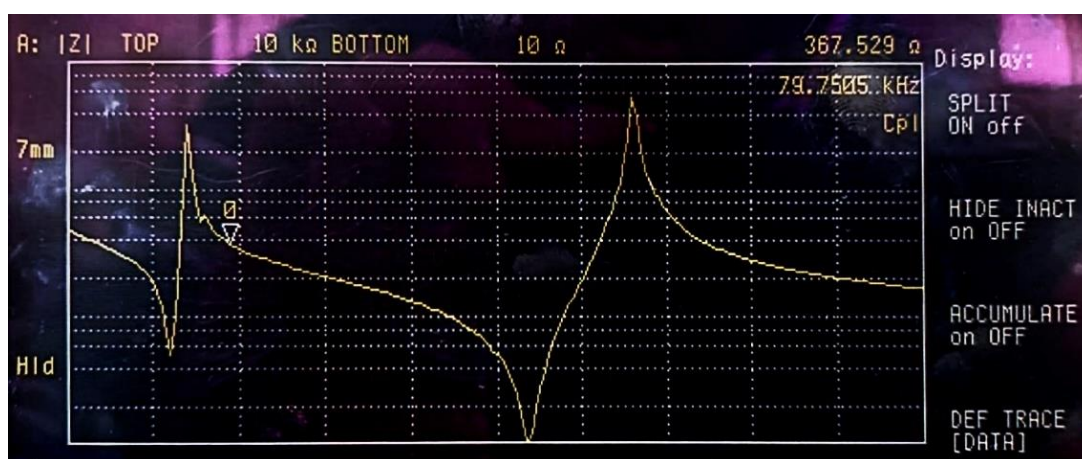


圖 4-10、PZT-5J 樣本之阻抗頻譜

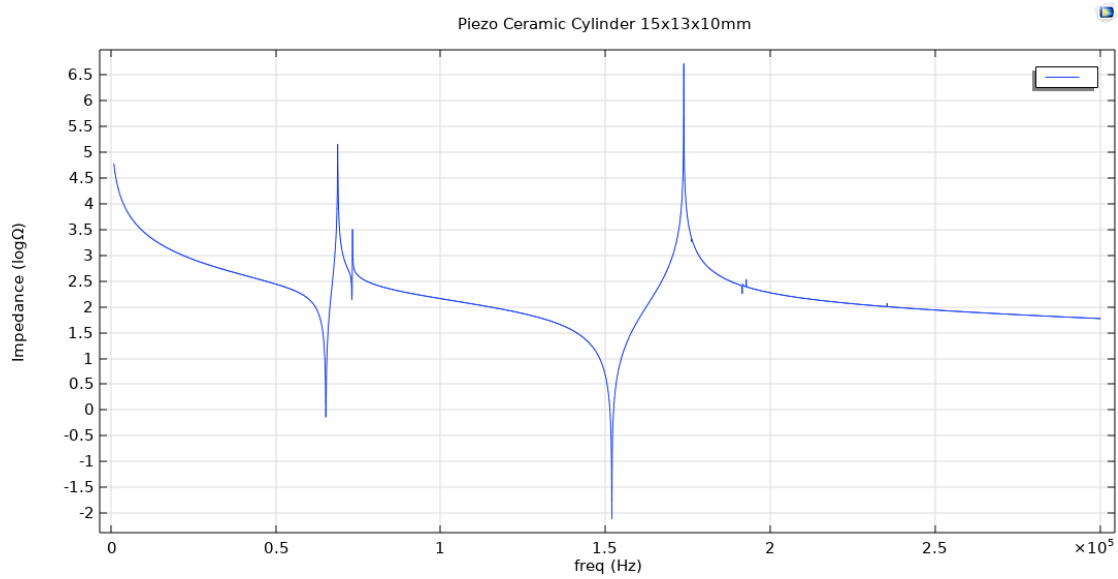


圖 4-11、Comsol 模擬之阻抗頻譜(未加阻尼)

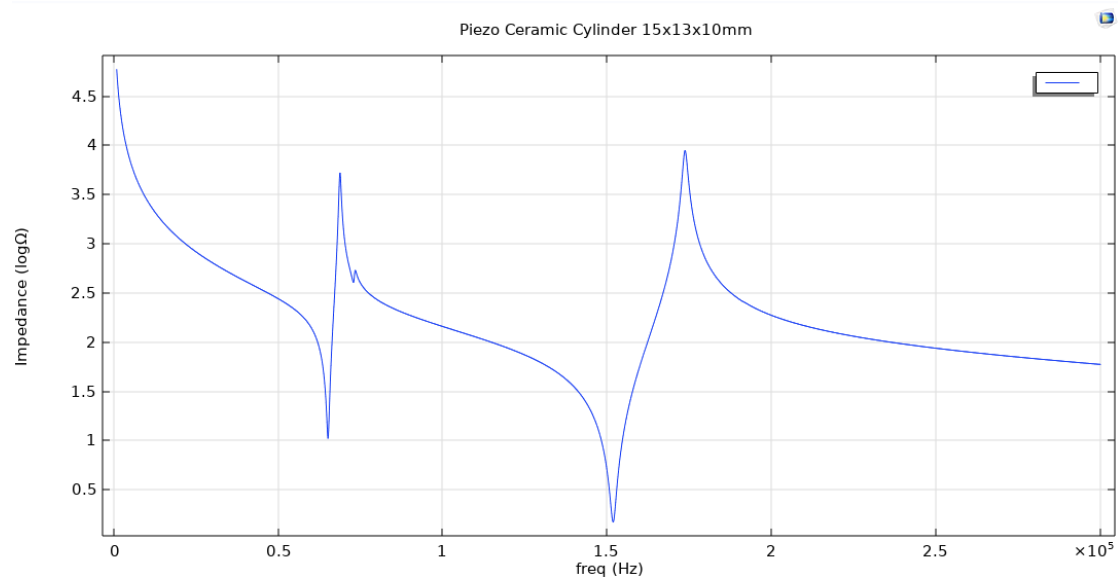


圖 4-12、Comsol 模擬之阻抗頻譜($\alpha = 301$ 、 $\beta = 1.04e - 8$)



4.4 指向性分析之驗證

X.Jie、L.Shuyu 在文章中計算壓電管在徑向共振下所輻射出的遠聲場聲壓圖如圖(4-13)、(4-14)所示，分別使用 $15 \times 11 \times 5(mm)$ 以及 $15 \times 11 \times 30(mm)$ 的 PZT-4 壓電圓管做遠聲場計算模擬，壓電管在水中以 10V 的交流電驅動，以圖(3-1)的 x-z 面作切面，其距離 1M 處每個角度點作一次聲場量測得出其壓電遠聲場圖；圖(4-15)、(4-16)為本研究模擬 $15 \times 11 \times 5(mm)$ PZT-4 壓電圓管遠聲場計算模擬，分為徑向振動(35590Hz)以及軸向振動(284860Hz)兩種模態；在徑向振動模式，遠場聲壓分佈主要集中在徑向方向，而在軸向振動模式，聲壓分佈較為複雜，主要集中在縱向方向，因為頻率較高，在聲場建設性以及破壞行的干涉下，出現較多分瓣的現象；本研究之模擬與文獻之遠聲模擬大致相同，驗證本研究聲場模擬的正確性。

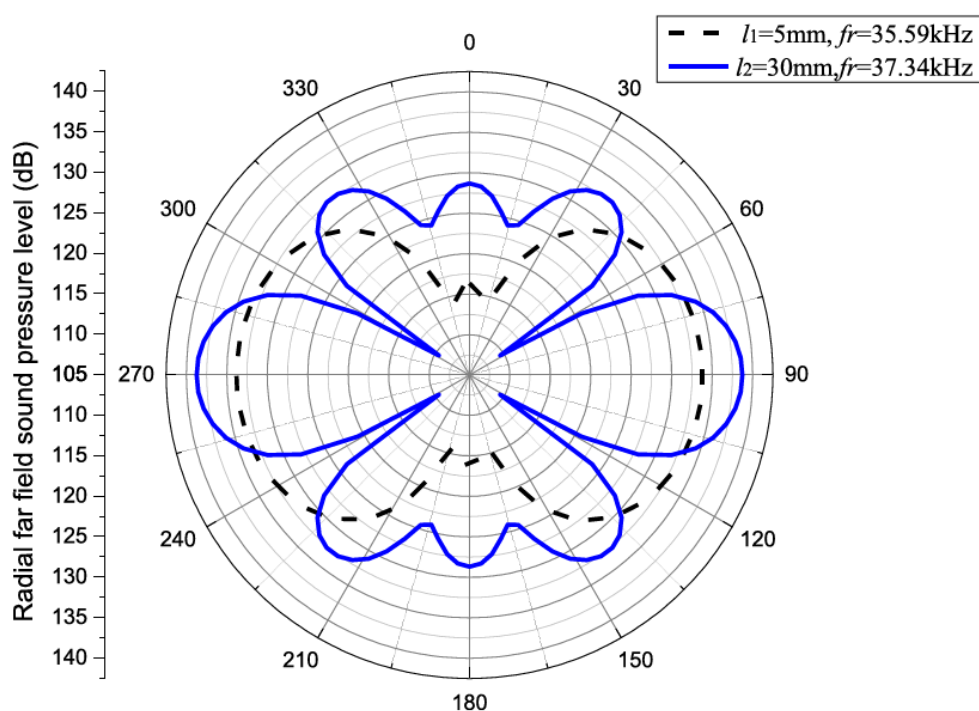


圖 4-13、文獻計算徑向模態下之遠聲場模擬

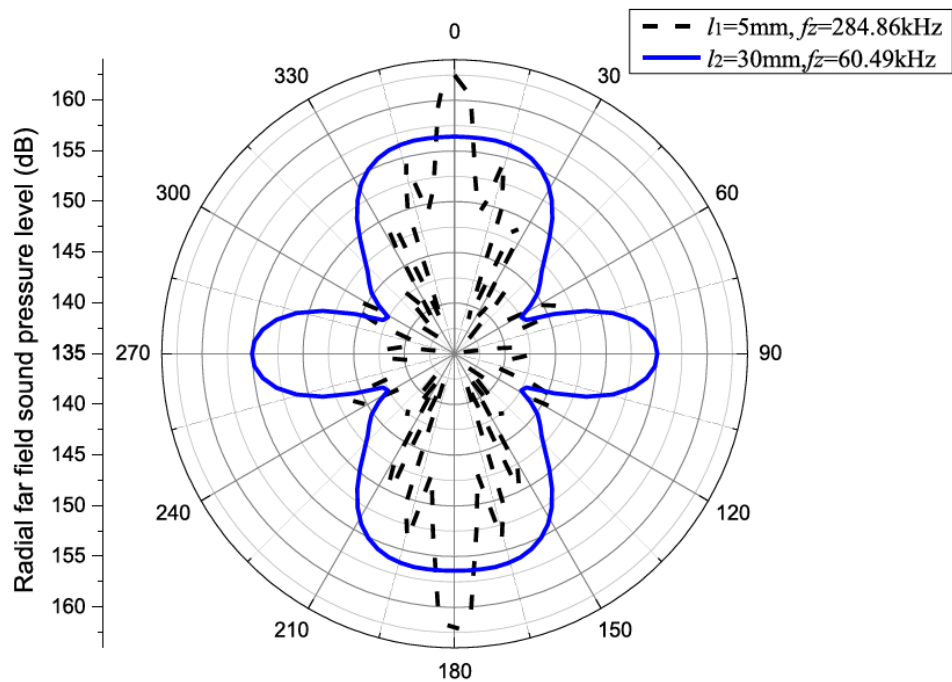


圖 4-14、文獻計算軸向模態下之遠聲場模擬

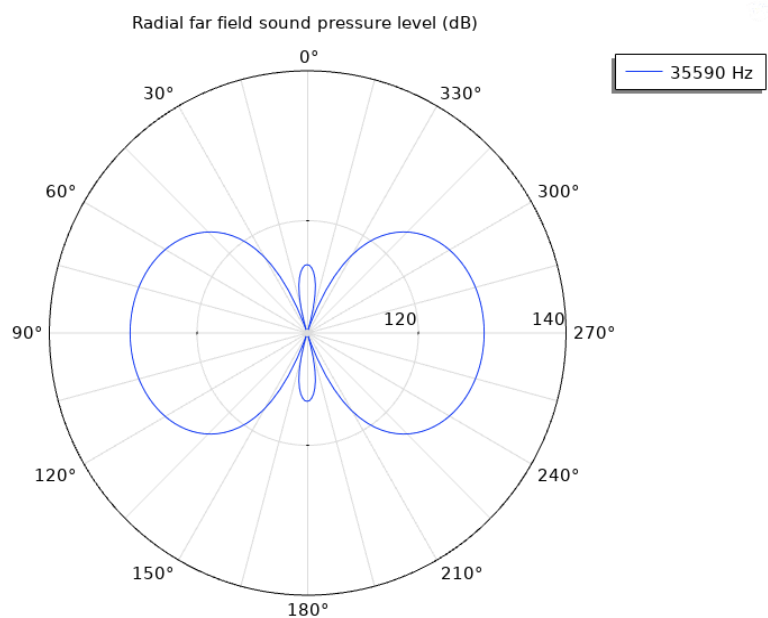


圖 4-15、Comsol 計算徑向模態下之遠聲場模擬

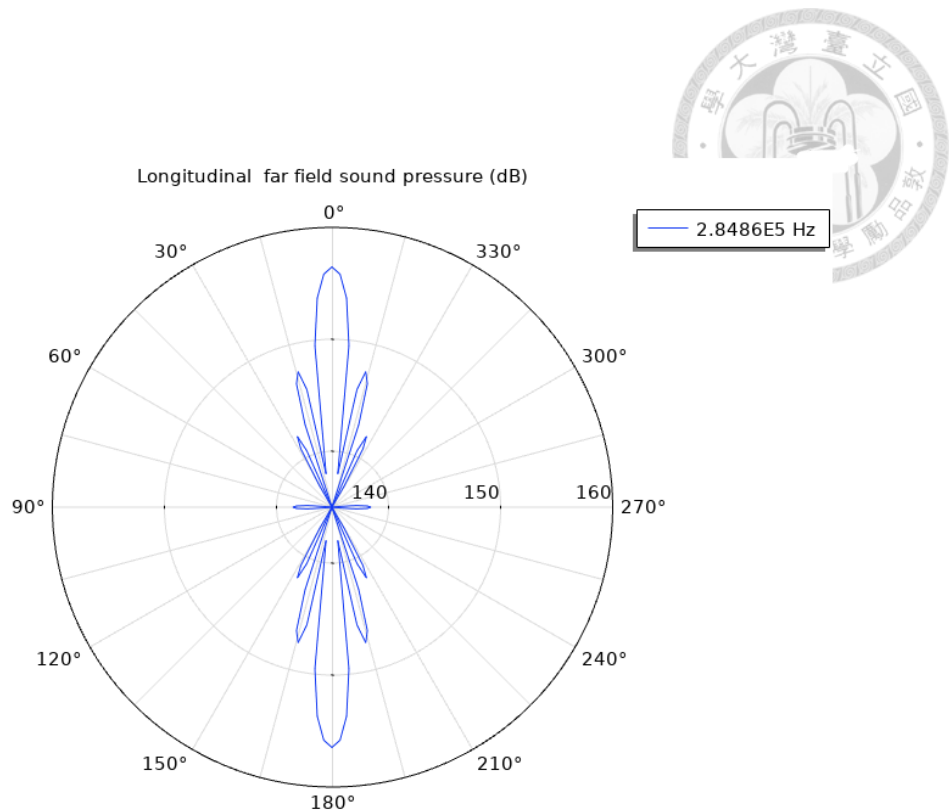


圖 4-16、Comsol 計算軸向模態下之遠聲場模擬

4.5 材料包覆壓電管耦合分析之驗證

L.Shuyu, W. Shuaijun, F. Zhiqiang,, H. Jing, W. Chenghui, M. Runyang 等人研究了一種徑向振動模式的壓電陶瓷複合管狀換能器，由徑向極化的壓電陶瓷管和金屬管組成，並提出了電-機械等效電路模型，並建立了耦合共振的計算公式，最後以 Aglient 阻抗分析儀量測，驗證其模型計算的正確性。其中圖(4-17)、(4-18)、(4-19)為本研究使用 Comsol 以鋁合金包覆壓電管不同尺寸的模擬結果，並在表(4.2)比較其徑向耦合共振之結果，其中 f_t 為文獻數值計算之結果， f_m 為文獻實驗量測之結果， f_n 為本實驗之模擬結果;在誤差方面，比文獻的數值計算還要大一些。

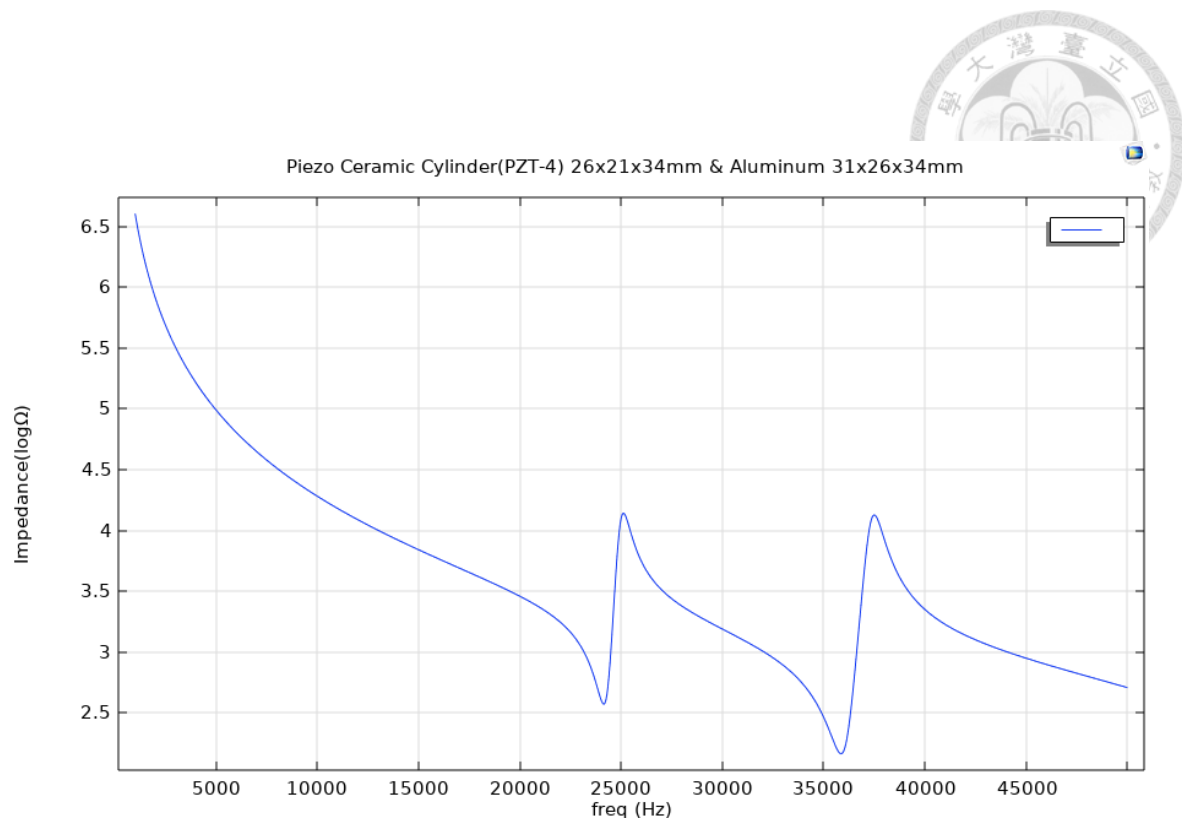


圖 4-17、Comsol 模擬之阻抗頻譜

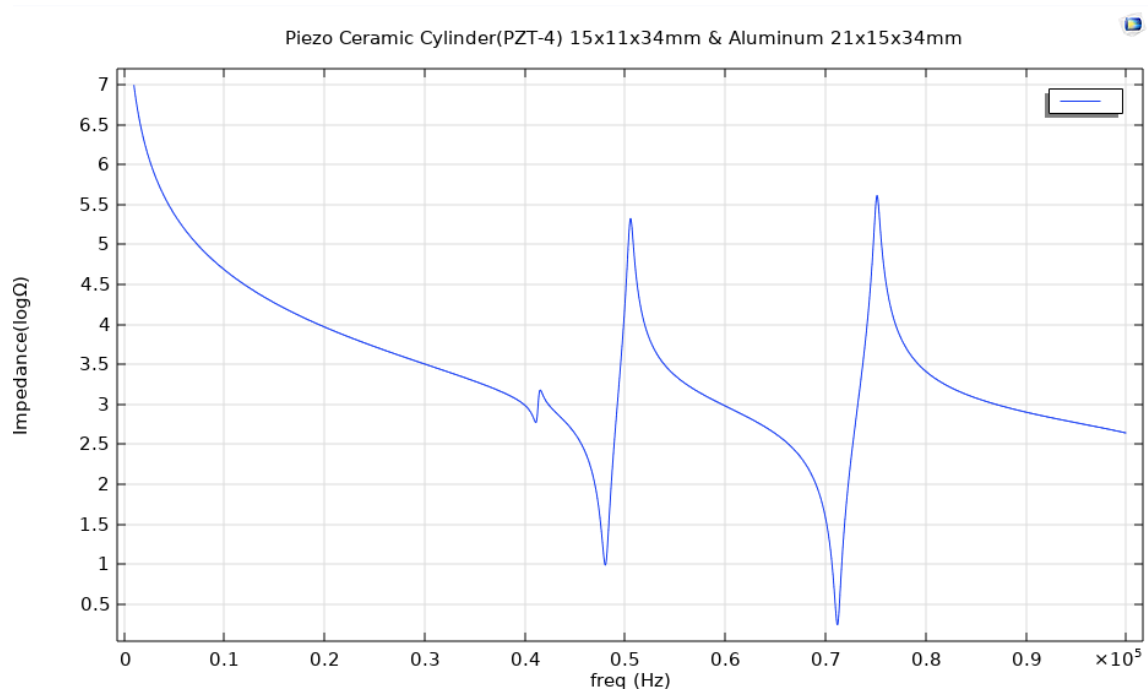


圖 4-18、Comsol 模擬之阻抗頻譜

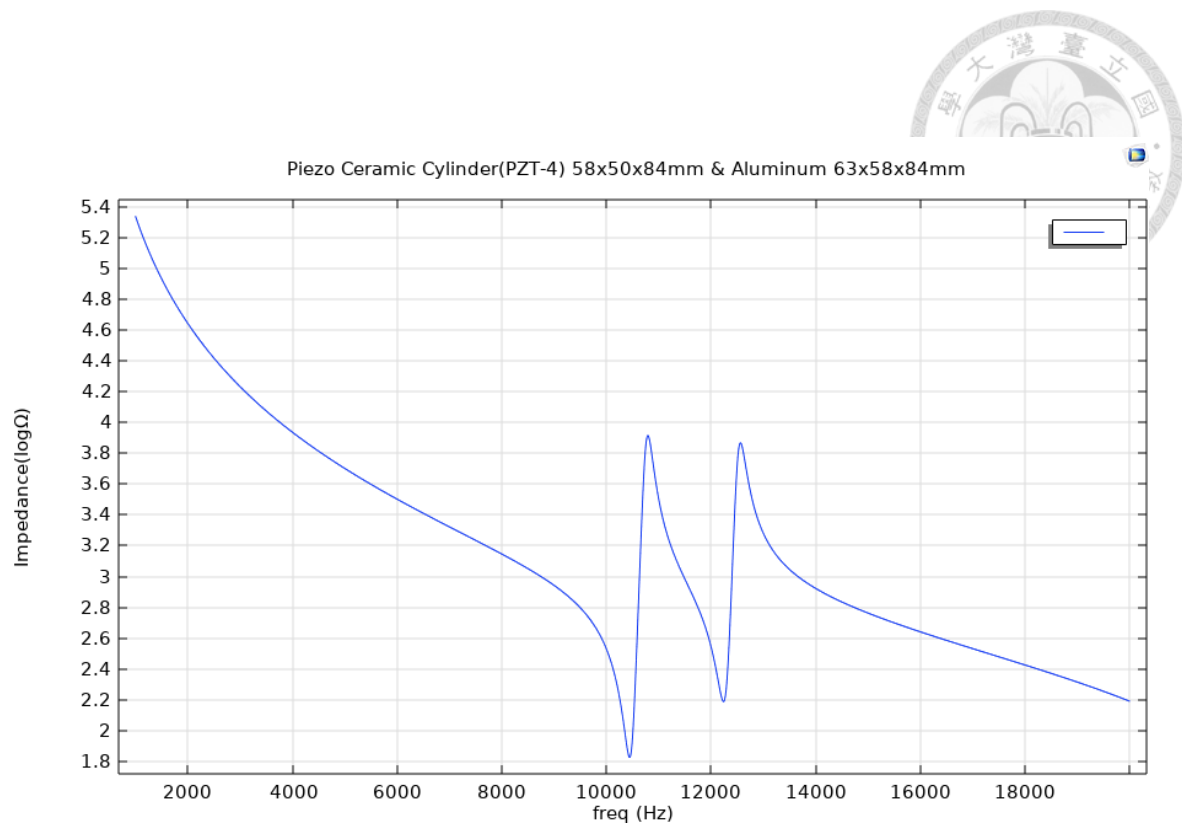


圖 4-19、Comsol 模擬之阻抗頻譜

表 4.2，文獻數值計算以及量測跟本研究使用的 Comsol 模擬做比較

NO.	f_t	f_m	f_n
1	24863	25621	24150
2	42749	43042	41100
3	10764	10851	10440

第五章 模擬結果與討論



5.1 接收靈敏度之模擬結果

在壓電效應、聲學以及邊界上材料耦合振動的各類模擬在文獻中驗證其正確性，將 PZT-5J ($15 \times 13 \times 10\text{mm}$) 壓電管進行接收靈敏度之模擬，得出其靈敏度結果如圖(5-1)所示，其徑向共振以及軸向共振的附近頻率範圍為接收信號最為敏感之區域。在壓電管與不同之介質的耦合共振下，在水中壓電管共振頻率點與空氣中壓電管相比往高頻偏移，徑向共振頻率由 64.7kHz 到 69.5kHz，而軸向共振由 149.6kHz 到 171.2kHz，而彎曲共振之結果影響不明顯。

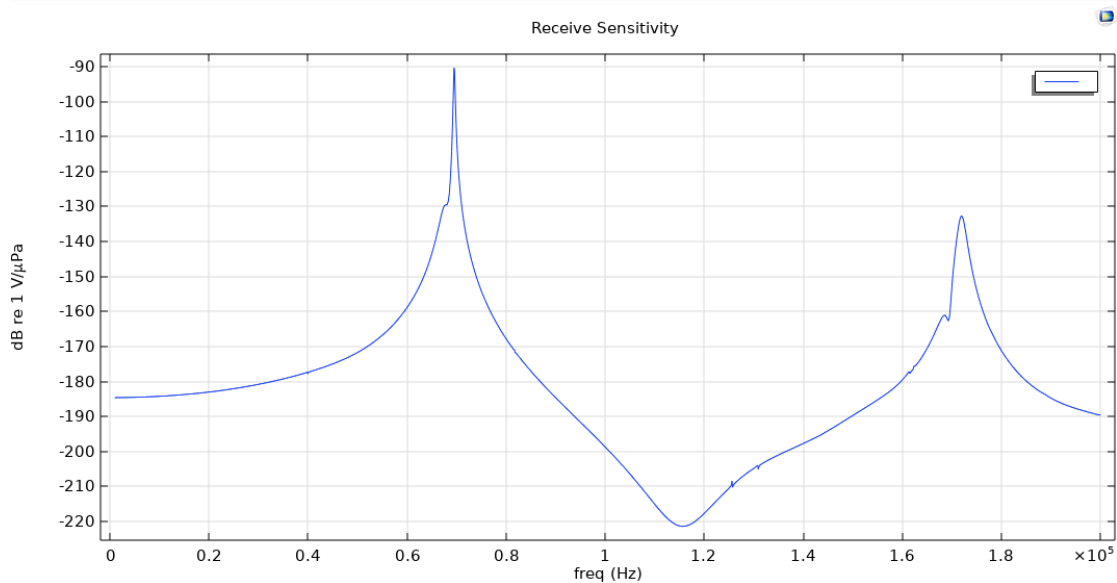


圖 5-1、PZT-5J ($15 \times 13 \times 10\text{mm}$)之靈敏度曲線

在低頻的水聽器工作頻率的選定如圖 5-2 所示，所能使用的區間為 $\pm 3\text{dB}$ 的範圍，從 1Hz 的頻率開始來得出有效的工作頻率範圍，其主要影響靈敏度工作頻率範圍為壓電材料之第一共振頻率以及其品質因子之高低，在品質因子越高的情況，靈敏度峰值就會越尖銳，降低有效的工作頻率範圍，在品質因子越低的情況，能夠接收更廣的頻率範圍信號，適合多頻段的應用。

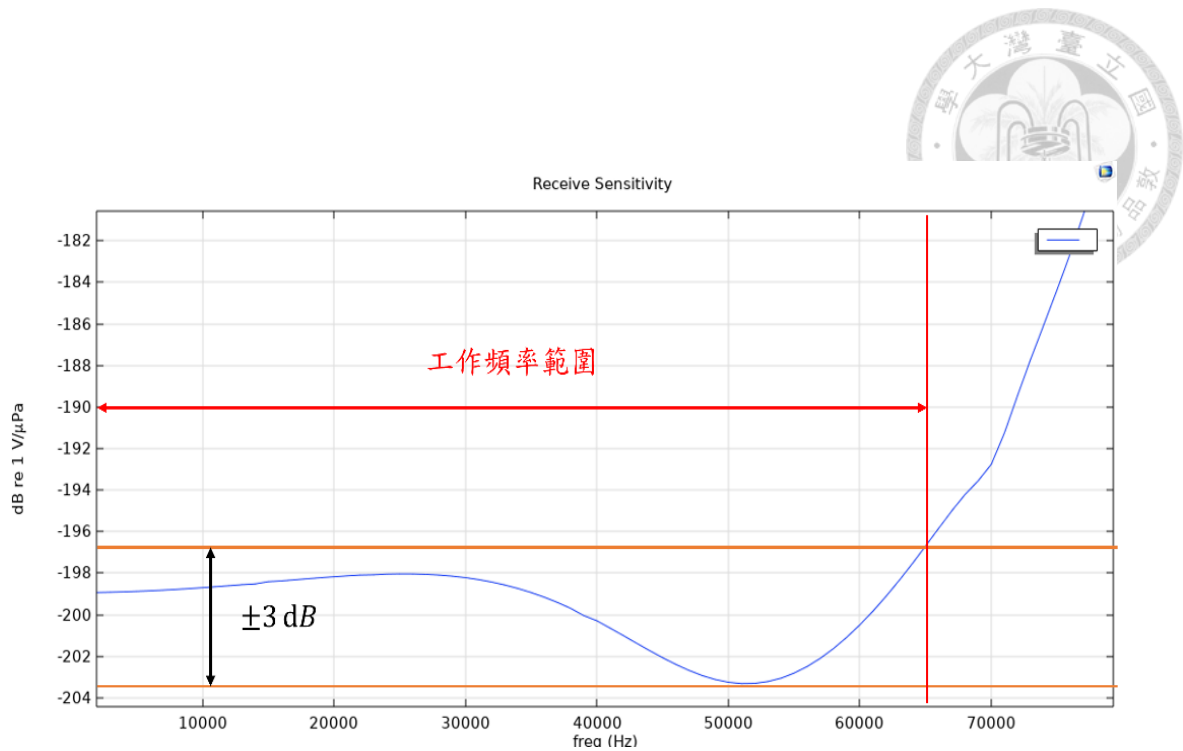


圖 5-2、工作頻率範圍的選定

5.2 壓電管不同尺寸之靈敏度

本研究利用不同尺寸，進行阻抗頻譜模擬以及接收靈敏度模擬，後續會以變化的結果進行分析。如圖(5-3)所示，(a)尺寸漸漸變化為(b)，其中有 20 組數據，表(5-1)對 20 筆數據做紀錄。圖(5-4)(5-5)為尺寸(b)之阻抗頻譜、靈敏度曲線。

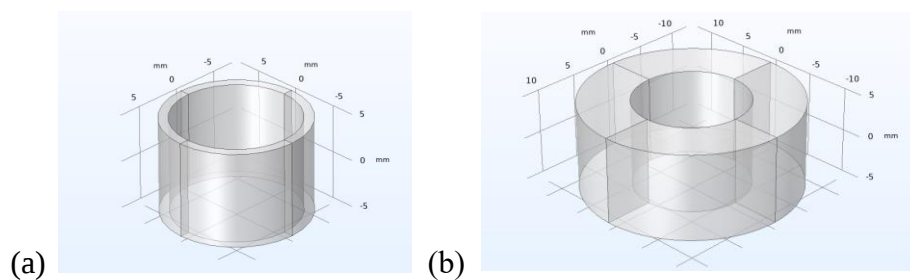


圖 5-3、(a) PZT-5J，(15 × 13 × 10mm)、(b) PZT-5J，(24.5 × 13 × 10mm)

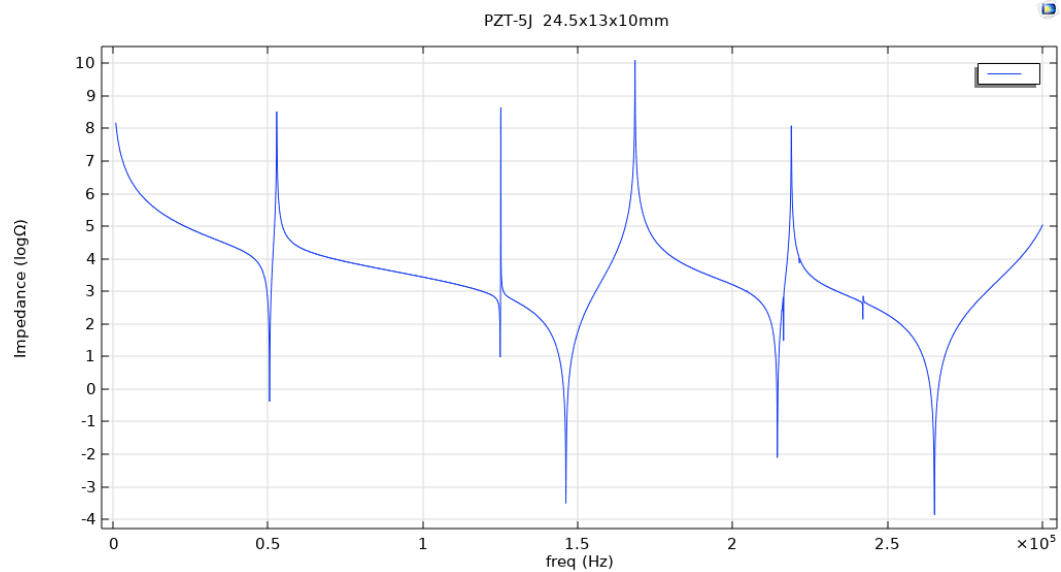


圖 5-4、PZT-5J ($24.5 \times 13 \times 10\text{mm}$)阻抗頻譜(未加阻尼)

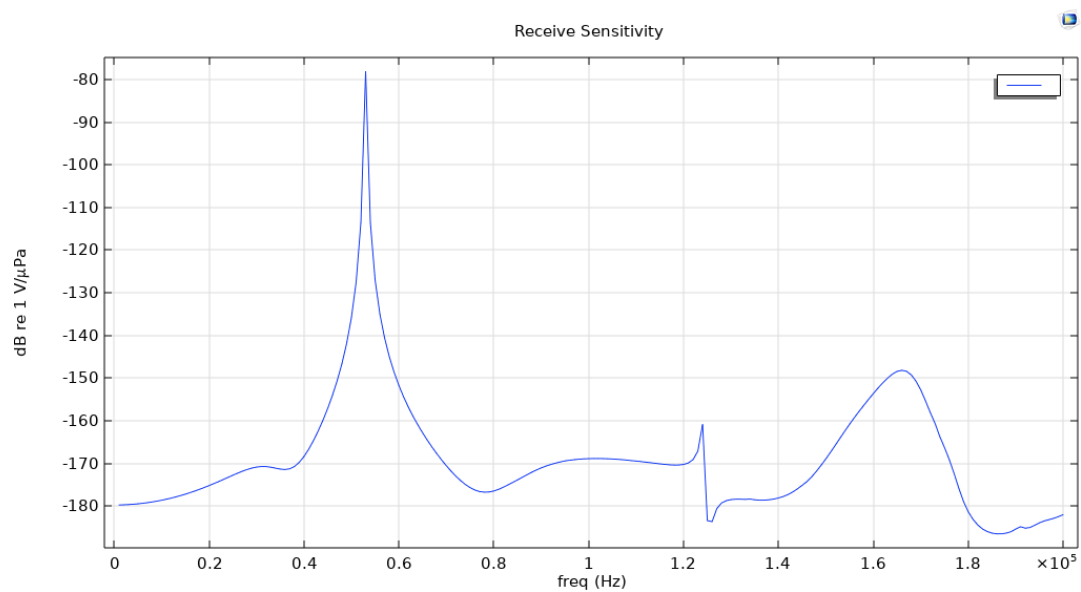


圖 5-5、PZT-5J ($24.5 \times 13 \times 10\text{mm}$)接收靈敏度曲線

如圖(5-6)所示，(a)尺寸漸漸變化為(b)，其中有 20 筆數據，表 5-2 對 20 組數據做紀錄，圖(5-7)(5-8)為尺寸(b)之阻抗頻譜、靈敏度曲線。

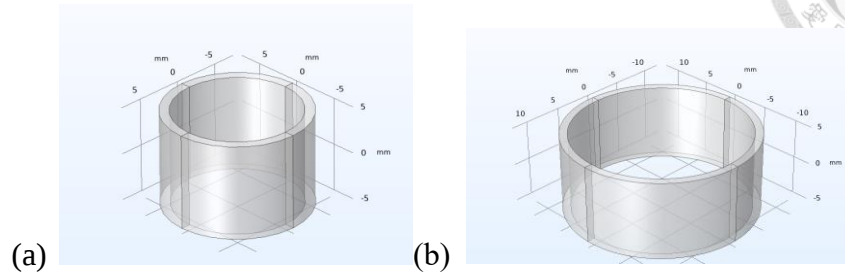


圖 5-6、(a) PZT-5J，(15 × 13 × 10mm)、(b) PZT-5J，(24.5 × 22.5 × 10mm)

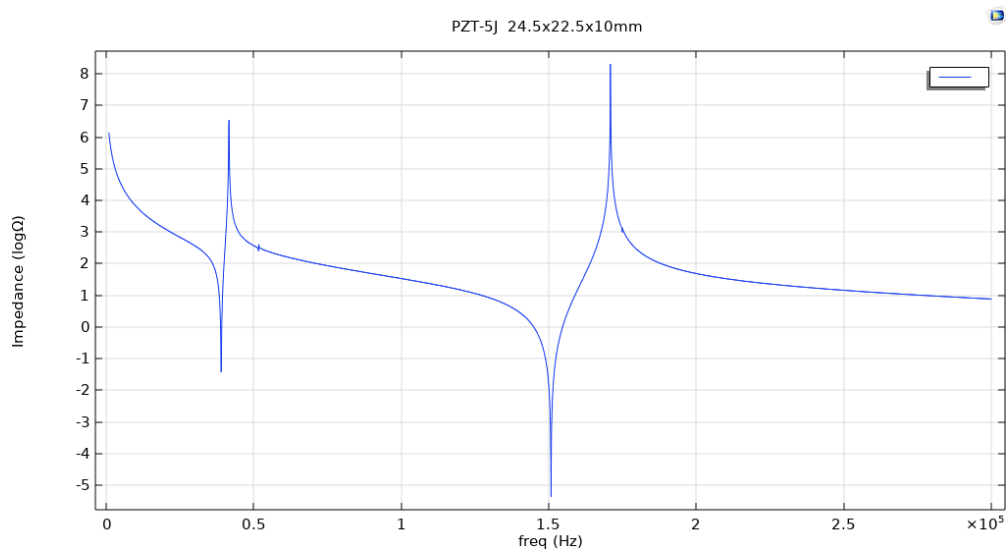


圖 5-7、PZT-5J (24.5 × 22.5 × 10mm)阻抗頻譜(未加阻尼)

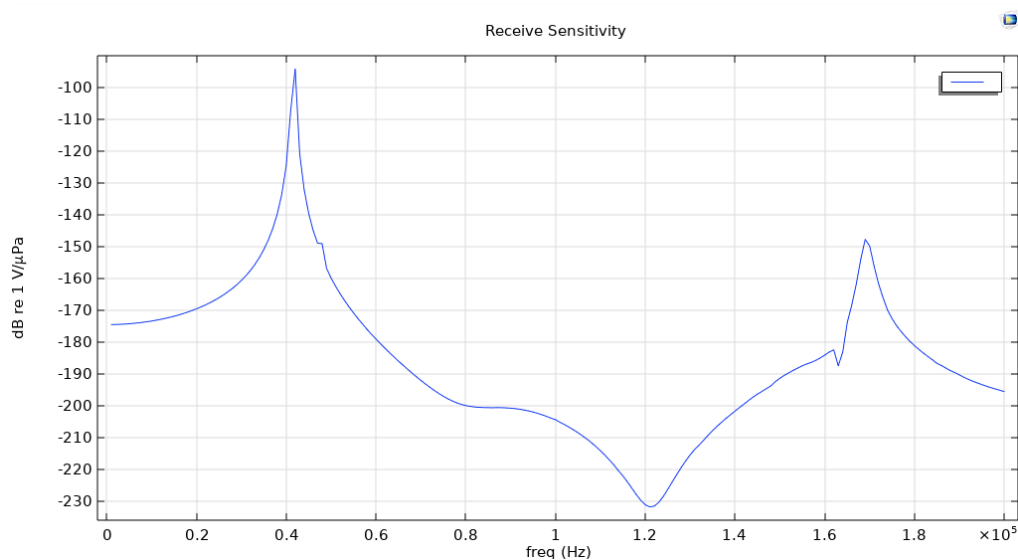


圖 5-8、PZT-5J (24.5 × 22.5 × 10mm) 接收靈敏度曲線

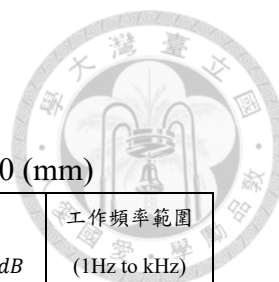


表 5-1，Data 1
(Outer Diameter/ Inner Diameter /Height) : $O \times 13.0 \times 10.0$ (mm)

材料: PZT-5J	O (mm)	徑向共振頻率 (kHz)	軸向共振頻率 (kHz)	彎曲共振頻率 (kHz)	接收靈敏度 (dB re 1V/ μ Pa) ± 3 dB	工作頻率範圍 (1Hz to kHz)
NO.1	15.0	64.7	151.4	73.1	-181.6	36.8
NO.2	15.5	63.6	151.3	74.8	-181.1	36.1
NO.3	16.0	62.6	151.1	77.4	-180.8	35.6
NO.4	16.5	61.7	151.0	81.7	-180.3	34.3
NO.5	17.0	60.8	150.9	85.2	-180.1	33.3
NO.6	17.5	59.9	150.7	88.7	-179.6	32.7
NO.7	18.0	59.0	150.5	92.1	-179.3	31.4
NO.8	18.5	58.2	150.3	95.4	-179.0	31.1
NO.9	19.0	57.4	150.1	98.7	-178.1	31.9
NO.10	19.5	56.6	149.9	102.0	-178.5	29.6
NO.11	20.0	55.9	149.6	104.6	-178.3	28.7
NO.12	20.5	55.2	149.3	106.1	-178.1	27.9
NO.13	21.0	54.5	149.0	109.0	-178.1	26.9
NO.14	21.5	53.7	148.7	112.9	-178.1	25.7
NO.15	22.0	53.1	148.3	114.3	-178.0	24.8
NO.16	22.5	52.5	147.9	117.6	-177.3	25.5
NO.17	23.0	51.9	147.5	120.0	-177.1	24.8
NO.18	23.5	51.3	147.0	122.5	-177.0	24.2
NO.19	24.0	50.7	146.4	124.1	-176.8	23.7
NO.20	24.5	50.2	145.8	126.0	-176.7	23.4

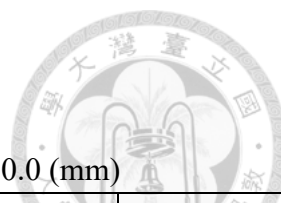


表 5-2，Data 2

(Outer Diameter/ Inner Diameter /Height) : (I+2) × I ×10.0 (mm)

材料: PZT-5J	I+2 (mm)	I (mm)	徑向共振頻率 (kHz)	軸向共振頻率 (kHz)	彎曲共振頻率 (kHz)	工作頻率中之 接收靈敏度 (dB re 1V/μPa)±3dB	工作頻率範圍 (1Hz to kHz)
NO.1	15.0	13.0	64.7	151.4	73.1	-181.6	36.8
NO.2	15.5	13.5	62.5	151.2	70.8	-181.5	37.1
NO.3	16.0	14.0	60.4	151.1	69.1	-180.3	35.1
NO.4	16.5	14.5	58.5	151.0	67.8	-179.5	34.5
NO.5	17.0	15.0	56.7	150.9	66.2	-179.0	32.1
NO.6	17.5	15.5	55.1	150.8	64.6	-178.2	31.4
NO.7	18.0	16.0	53.4	150.8	63.8	-177.9	30.1
NO.8	18.5	16.5	51.9	150.7	62.6	-177.2	29.4
NO.9	19.0	17.0	50.5	150.6	61.2	-176.7	28.5
NO.10	19.5	17.5	49.1	150.6	60.0	-176.1	27.8
NO.11	20.0	18.0	47.9	150.5	58.9	-175.5	27.2
NO.12	20.5	18.5	46.7	150.5	57.8	-175.1	26.5
NO.13	21.0	19.0	45.5	150.4	56.9	-174.6	25.8
NO.14	21.5	19.5	44.4	150.4	56.0	-173.7	26.2
NO.15	22.0	20.0	43.4	150.4	55.1	-173.8	25.4
NO.16	22.5	20.5	42.3	150.4	54.3	-173.6	24.6
NO.17	23.0	21.0	41.4	150.3	53.7	-172.8	23.4
NO.18	23.5	21.5	40.5	150.3	53.1	-172.2	22.9
NO.19	24.0	22.0	39.6	150.3	52.5	-171.9	22.1
NO.20	24.5	22.5	38.7	150.3	52.1	-171.5	21.7

由表(5-1)與(5-2)整合出圖(5-9)到(5-11)的比較關係圖，其中由圖(5-9)(a)可觀察到，當相同外徑尺寸越來越大的情況，兩者徑向共振點都隨之而降，而 Data 1 的下降較為緩慢，而 Data 2 下降較為快速。由圖(5-9)(b)可觀察到 Data 1 的軸向共振點有明顯的下降，而 Data 2 下降緩慢，由此兩圖可以由波松比的概念來解釋，Data 1 的管壁較厚，徑向應變影響之軸向應變比值較大，所以在外徑變大的情況下會影響到軸向共振點，而 Data 2 管壁不變的情況下徑向振動並無明顯影響到軸向共振點的變化。

由圖(5-10)(a)可觀察出隨者外徑尺寸的變大，兩者的工作頻率範圍下降程度並無太大的差別，雖然 Data 1 之徑向共振點以及靈敏度上第一頻率之峰值之頻率在各個相同外徑下都比 Data 2 徑向共振點高，但是 Data 1 靈敏度曲線上之品質因子高於 Data 2，導致兩者得出之工作頻率範圍相差不大，而由圖(5-10)(b)可看到 Data 2 的靈敏度上升較大，得到當管壁不變的情況下，外徑變大較為水聽器比較好提升靈敏度的設計方向。

影響水聽器的工作頻率最大要素為水聽器之第一共振頻率，本研究對彎曲共振做了一系列的觀察，到目前為止都沒有模擬出邊緣共振點頻率出現在徑向共振頻率點前，但是會十分接近徑向共振點進而影響到靈敏度的變化，由圖(5-11)，所觀察彎曲式共振之變化，發現隨外徑變大，Data 1 呈現共振點上升得趨勢而 Data 2 呈現下降的趨勢。

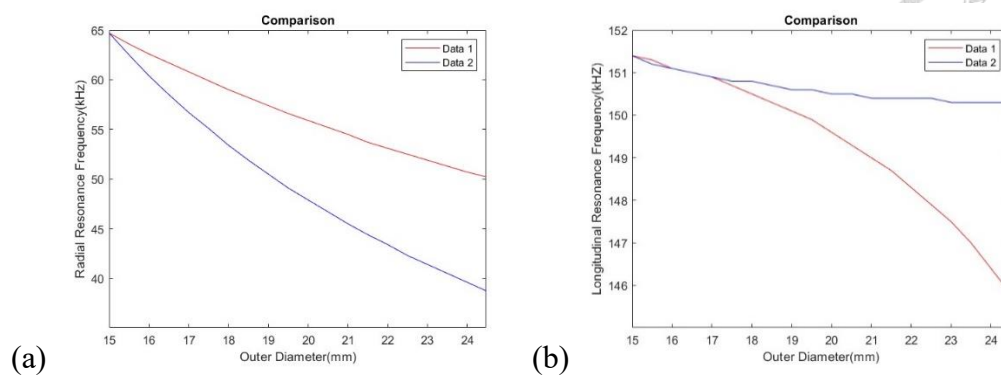


圖 5-9，(a)徑向共振點變化比較圖，(b)軸向共振點變化比較圖。

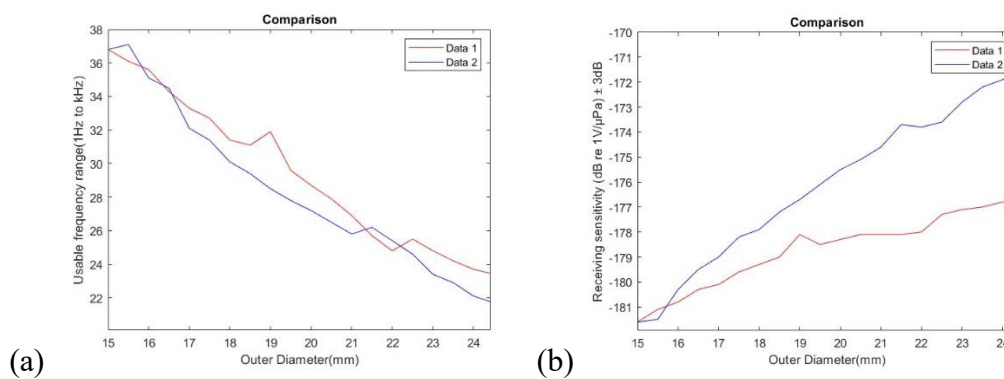


圖 5-10，(a)工作頻率範圍變化比較圖，(b)靈敏度變化比較圖。

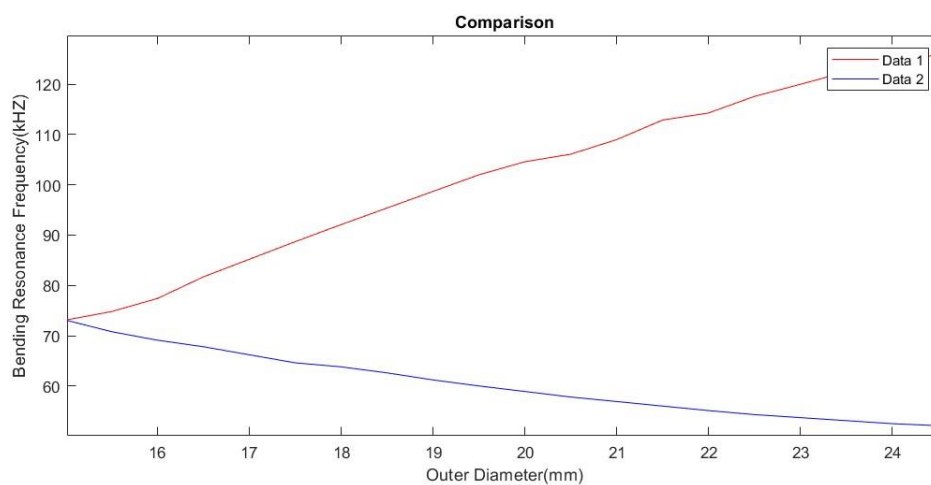


圖 5-11，彎曲共振點變化比較圖



5.3 鐵管包覆壓電管之靈敏度

如圖(5-12)所示，(a)尺寸漸漸變化為(b)，其中有 21 筆數據，表(5-3)對 21 組數據做紀錄，其中圖(5-13)(5-14)為(b)之阻抗頻譜以及靈敏度曲線。其中可觀察出在耦合振動下，隨者包覆壓電管之金屬管越厚，所得到的各項共振點都有往高頻的方向移動，其原因為鐵材料之陽世模量比壓電材料高；在鐵管材料之影響下，靈敏度之品質因子，工作頻率也隨之變寬。由於聲波在鐵材料中的衰減以及鐵材料之聲阻抗大約 46Mrayls，大約 88%的訊號由水到鐵管的聲能量被反射，造成接收到的訊號減小，以降低接收靈敏度值。

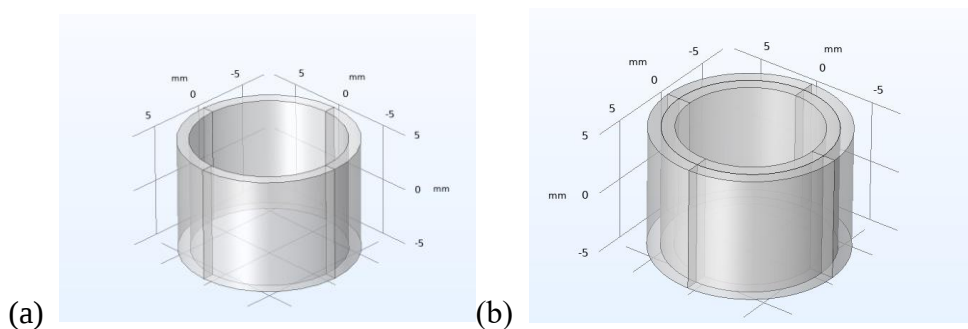


圖 5-12，(a) PZT-5J，(15 × 13 × 10mm)、(b)包覆鐵 AISI(17 × 15 × 10mm)

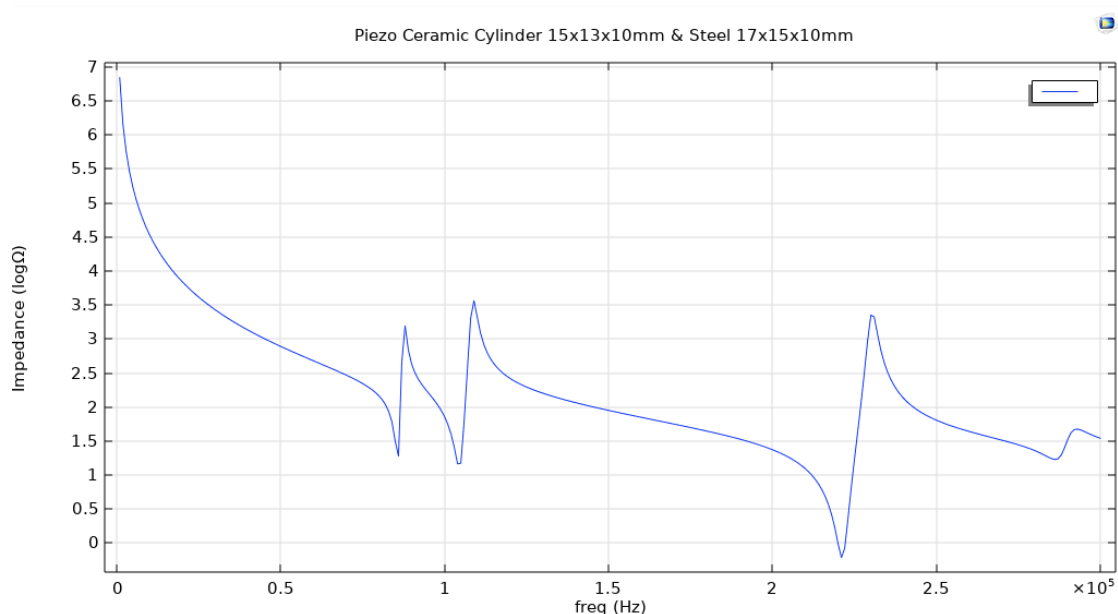


圖 5-13、壓電管 PZT-5J 包覆鐵 AISI 之阻抗頻譜

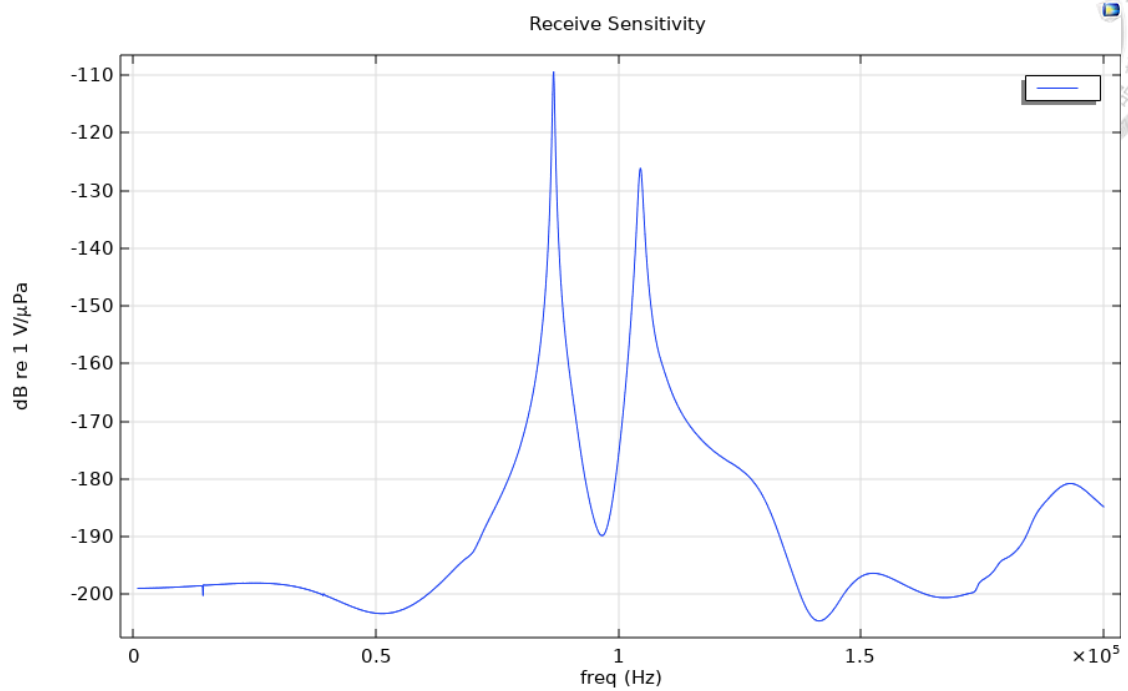


圖 5-14、壓電管 PZT-5J 包覆鐵 AISI 之靈敏度曲線



表 5-3，Data 3

PZT-5J : 15.0*13.0*10.0 (mm) (Outer Diameter/ Inner Diameter /Height)

Steel : O *15.0*10.0 (mm) (Outer Diameter/ Inner Diameter /Height)

材料: PZT-5J	O (mm)	徑向共振頻率 (kHz)	軸向共振頻率 (kHz)	彎曲共振頻率 (kHz)	接收靈敏度 (dB re 1V/ μ Pa) $\pm$ 3dB	工作頻率範圍 (1Hz to kHz)
NO.1	15.0	64.7	151.4	73.1	-181.6	36.8
NO.2	15.1	67.5	159.9	75.6	-182.9	40.8
NO.3	15.2	70.0	167.0	78.1	-184.5	45.3
NO.4	15.3	72.0	173.1	81.8	-185.8	49.6
NO.5	15.4	73.8	178.4	83.2	-186.8	52.3
NO.6	15.5	75.4	183.1	85.6	-187.7	55.2
NO.7	15.6	76.7	187.3	86.8	-188.7	57.4
NO.8	15.7	78.0	191.0	88.8	-189.6	59.1
NO.9	15.8	79.1	194.5	90.2	-190.2	61.4
NO.10	15.9	80.1	197.6	92.0	-191.0	62.3
NO.11	16.0	80.9	200.6	93.2	-191.5	63.5
NO.12	16.1	81.6	203.3	94.6	-192.4	64.8
NO.13	16.2	82.3	205.8	95.9	-192.7	66.4
NO.14	16.3	83.0	208.2	97.3	-193.6	67.9
NO.15	16.4	83.5	210.4	98.2	-193.7	67.7
NO.16	16.5	84.0	212.5	99.4	-194.0	68.1
NO.17	16.6	84.4	215.1	100.3	-194.5	68.7
NO.18	16.7	84.8	216.3	103.5	-194.9	68.9
NO.19	16.8	85.2	218.0	102.6	-195.3	69.3
NO.20	16.9	85.5	219.7	103.9	-198.4	64.3
NO.21	17.0	85.8	221.2	105.2	-201.0	65.5



5.4 不同壓電材料之靈敏度與工作範圍頻寬比較

在不同壓電材料下的壓電係數都有所不同，其中影響靈敏度最大的係數為壓電常數 $d(C/N)$ ，為受多了力而產出多少電荷的關係，其中因為有正向應力、剪切應力等等，而有 d_{31} 、 d_{33} 、 d_{15} 等等係數的出現，表(5-4)對 7 種不同的壓電材料作靈敏度的比較，得出 d_{31} 影響其靈敏度最為明顯，由 PZT-7A 為最高靈敏度，而在尺寸相同的情況所到的工作頻率範圍差不多。PVDF 雖然有最高的 d_{31} ，但相較於 PZT 系列缺少 d_{33} 及 d_{15} 的力轉電成分，所以靈敏度不為最高。

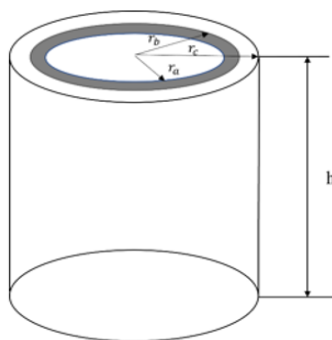
表 5-4，不同壓電材料對應接收靈敏度關係
Piezo: (15 × 13 × 10mm)&&Steel: (17 × 15 × 10mm)

材料:	接收靈敏度 (dB re 1V/ μ Pa) $\pm 3dB$	工作頻率範圍 (1Hz to kHz)	壓電常數 d_{31} 10^{-10} (C/N)	壓電常數 d_{33} 10^{-10} (C/N)	壓電常數 d_{15} 10^{-10} (C/N)
PZT-2	-191.2	65.1	-0.60	1.52	4.40
PZT-4	-192.2	65.1	-1.20	2.89	4.90
PZT-4D	-195.5	64.9	-1.38	3.15	5.50
PZT-5J	-201.0	65.5	-2.20	5.00	6.70
PZT-7A	-186.2	64.2	-0.60	1.53	3.60
PZT-8	-194.2	65.0	-0.97	2.25	3.30
PVDF	-191.6	60.4	0.13	-0.34	0



5.5 不同包覆材料之徑向共振頻率

在不同材料包覆壓電管下，所得到的徑向共振點與軸向共振點也會因為偶和共振的影響隨之變化，圖(5-15)為不同材料包覆 PZT-5J 壓電管尺寸，在未包覆前，其徑向共振頻率為 64.7kHz，表(5-5)對其做了 15 比數據，其中陽世模數越高的材料所得到的徑向共振點越高，而密度越高造成的徑向共振點越變低，此現象可由氧化鋁與鎢兩者不同的包覆材料做討論，鎢雖然陽世模數最高，但是密度太高，導致徑向共振點比密度極低的氧化鋁還低，如果想以提高水聽器之工頻寬，可以氧化鋁做包覆材料。



$$r_a = 6.5(mm) \quad r_b = 7.5(mm) \quad r_c = 8.5(mm)$$

$$l_1 = 10(mm) \quad l_2 = 10(mm)$$

圖 5-15、不同材料包覆壓電管之尺寸



表 5-5、不同包覆材料影響徑向共振頻率

材料	陽氏模數 (E)/GPa	波松比 (ν)	密度 [kg/m ³]	徑向共振頻率 (kHz)
尼龍	2	0.40	1150	59.8
紅磚	17	0.20	2000	62.1
水泥	25	0.20	2300	63.9
鎂 AZ31B	45	0.35	1770	71.5
花崗岩	60	0.25	2600	72.2
鋁	70	0.33	2700	74.5
PZT-5J	82	0.32	7400	65.6
銅	110	0.35	8960	65.6
鈹銅 UNS	128	0.3	8250	70.5
鑄鐵	140	0.25	7000	75.8
鋼鐵 AISI	205	0.28	7850	83.8
鎳合金	219	0.28	8180	84.9
氧化鋁	300	0.222	3900	113
鈾	312	0.31	10200	83.9
鎢	360	0.28	17800	80.9

第六章 結論與未來展望



6.1 結論

本研究利用軟體模擬方式，對壓電管的振動形式以及阻抗頻譜進行分析，並建立水聽器的設計方向，可以根據所需之需求規格來設計與製作以達到在水中所需之靈敏度以及低頻之工作頻率。根據本研究之模擬討論，整理出以下結果：

1. 利用 Comsol 軟體模擬方式建立一套計算不同規格壓電材料下的阻抗頻譜、方向性，並且與文獻等等數據結果吻合驗證。
2. 藉由壓電管 Data 1 與 Data 2 外徑相同尺寸設計上比較，可觀察出管壁厚度 1mm 不變的情況下，增加外徑大小，所得到的接收靈敏度較高，而工作頻率範圍差別不大，Data 2 較為水聽器設計更佳的選擇。
3. 藉由不同壓電材料下的接收靈敏度模擬，壓電常數 d_{31} ，為影響接收靈敏度最重要的材料參數。
4. 藉由不同材料包覆壓電管的模擬，楊氏模數越高的包覆材料，得到的低頻工作頻寬越寬。

6.2 未來展望

本計畫研究建立一套圓管狀水聽器設計上的模擬，其中對於水聽器之工作頻率、接收靈敏度、方向性有詳細的模擬與討論，對於往後之設計參考有一定的幫助。在往後的設計中，可以水聽器之耐壓性為研究，以計算出水聽器在大海中，可潛入的有效深度，其中得考慮壓電材料的管壁厚度影響以及包覆材料的不同所影響其耐壓的程度。在模擬方面，可進一步模擬一發一收的情況，藉由接收到的訊號進行前置電路上的模擬，以供未來實驗上更完善的模擬。

參考文獻



1. E. Giebe, E. Blechschmidt. Experimental and theoretical studies of extensional vibrations of rods and tubes. Ann. Phys, 1933.
2. W.P. Mason, Electromechanical transducers and wave filters, Van Nostrand Reinhold, 1946.
3. H. Allik and T.J.R. Hughes, "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2 : 151-155 , 1970.
4. G.R. Buchanan, J. Peddieson , Vibration of Infinite Piezoelectric Cylinders with Anisotropic Properties using Cylindrical Finite Elements , 1991 .
5. M, Liu. D,G, Gorman ,Formulation of Rayleigh damping and its extensions.
6. C.H. Huang 、C.C. Ma, Vibration Characteristics for Piezoelectric Cylinders Using Amplitude-Fluctuation Electronic Speckle Pattern Interferometry (1998).
7. 宋家驥，聲納換能器探頭測試及製作，國科會計畫成果報告，NSC88-2611-E-002-016，1999 年。
8. 趙儒民，Sensor Development and It's Applications for Underwater Acoustic Technology，國家科學委員會專題研究計畫成果報告，NSC92-2611-E-006-021-。
9. 鄒年棣，應用有限元素法模擬模擬壓電元件與超音波波傳，碩士論文，國立臺灣大學土木工學系。

- 
10. 張哲維，適用於小型水下載具使用之高感度水聽器製作與測試研究，碩士論文，國立成功大學系統及船舶機電工程學系碩博士班，(2010)。
 11. L. Shuyu ,W. Shuaijun, F. Zhiqiang,, H. Jing, W. Chenghui, M. Runyang, 徑向極化壓電陶瓷圓管複合超聲換能器的徑向振動(2012).
 12. J. Xu, S. Lin , Y. Ma and Y. Tang, Analysis on coupled vibration of a radially polarized piezoelectric cylindrical transducer, (2017).
 13. J. Xu, S. Lin Electromechanical equivalent circuit of the radially polarized cylindrical piezoelectric transducer in coupled vibration(2019).
 14. L.E. Kinsler, A.R. Frey, A.B. Coppens, and J.V. Sanders. Fundamentals of Acoustics. John Wiley& Sons, Newyork,4th edition,2000.