



國立臺灣大學工學院工業工程學研究所

碩士論文

Institute of Industrial Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master's Thesis

企業發行他國貨幣可轉換公司債資產交換訂價之分析

An Analysis of Asset Swap Pricing for Corporate Issuance
of Foreign Currency Convertible Bonds

張若禹

Rou-Iu Chang

指導教授：洪一薰 博士

Advisor: I-Hsuan Hong, Ph.D.

中華民國 114 年 08 月

August 2025



誌謝

這篇論文的完成，首先要感謝我的指導教授洪一薰博士。洪老師以其深厚的學術涵養和豐富的實務經驗，在研究方向的設定、理論架構的建構，以及複雜數值方法的應用等各個層面，都給予我細緻的指導。特別是在面對跨貨幣可轉換公司債這一複雜金融工具的建模挑戰時，我雖有構想但總不能聚焦，連論文題目都與老師斟酌許久。儘管如此，老師總是能是以清晰的邏輯幫助我釐清思路，並以嚴謹的治學精神在細節上力求完善。老師的學者風範，是我終生學習的典範。

在此，我要特別感謝我的愛妻慧雅。自 2025 年 1 月投入這項研究以來，我在繁重的工作之餘，利用每個週末假日進行繁雜的建模工作。如同本論文所應用的最小平方蒙特卡羅方法必須結合多種艱深的衍生性金融商品理論，研究的複雜程度遠超預期。這半年多的時間裡，我幾乎犧牲了所有與家人的相處的時光，而慧雅不僅默默承受孤獨，更在我身心俱疲時給予最溫暖的支持。沒有她的理解與犧牲，這篇論文絕對無法問世。

同時感謝台大工業工程研究所 112 級的同窗好友們，在這段求學歷程中互相砥礪、彼此扶持。也要感謝我的家人，尤其是年逾 93 歲的母親一直勉勵我追求學識的成長，以及在我忙於工作與研究時默默承擔照顧母親的吾弟若衡。。

這段在職進修的經歷，讓我深刻體會到追求知識的可貴，也讓我更加珍惜身邊同窗學長姐的真摯的情感。因為有了這些珍貴的支持與陪伴，讓這份辛勞變得格外有意義。謹以此文，向所有曾經幫助過我的人們，表達我最真摯的謝意。



中文摘要

本研究探討跨貨幣可轉換公司債透過資產交換結構重新配置信用風險與股權波動性風險，聚焦於匯率保證選擇權(Quantity-Adjusted Option)調整機制對可轉換公司債資產交換(Convertible Bond Asset Swap)的影響。

透過最小平方蒙地卡羅模擬方法建構多因子訂價模型，推導可轉換公司債選擇權溢價(CBO Premium)與可贖回資產交換(CAS)利差的理論關係，證明兩者在無套利均衡下滿足特定函數關係。

運用 300,000 條蒙地卡羅路徑實證分析發現，股價與匯率負相關性($\rho = -0.174$)透過匯率保證選擇權調整機制，使可轉換公司債選擇權溢價增加 2.15 個百分點，可贖回資產交換利差減少 126 個基點，並提供發行條件優化建議。

關鍵字：可轉換公司債資產交換、風險分離機制、跨貨幣衍生性金融商品、匯率保證選擇權、最小平方蒙特卡羅模擬



Abstract

This study examines how cross-currency convertible bonds reallocate credit risk and equity volatility risk through asset swap structures, focusing on the impact of Quantity-Adjusted Option adjustment mechanisms on Convertible Bond Asset Swaps (CBAS).

Using the Least Squares Monte Carlo simulation method to construct a multi-factor pricing model, this research derives the theoretical relationship between Convertible Bond Option Premium (CBO Premium) and Callable Asset Swap (CAS) spreads, demonstrating that both satisfy a specific functional relationship under no-arbitrage equilibrium conditions.

Empirical analysis using 300,000 Monte Carlo simulation paths reveals that the negative correlation between stock price and exchange rate ($\rho = -0.174$) through the Quantity-Adjusted Option adjustment mechanism increases the convertible bond option premium by 2.15 percentage points and reduces the callable asset swap spread by 126 basis points, while providing issuance terms optimization recommendations.

Keywords: Convertible Bond Asset Swap, Risk Separate Scheme, Cross-Currency Derivatives, Quantity-Adjusted Option, LSM Monte Carlo Simulation

目次



誌謝	iii
中文摘要	ii
Abstract.....	iii
目次	iv
圖次	vi
表次	vii
第一章 緒論	1
第二章 可轉換公司債資產交換架構	3
2.1 可轉換公司債資產交換概述	3
2.2 流程與架構	5
2.3 經濟動機與價值創造	10
第三章 當代理論與評價模型	11
3.1 傳統選擇權訂價模型回顧	11
3.2 最小平方蒙特卡洛方法的理論基礎	13
3.3 自由邊界(Free Boundary)問題與最優執行策略 (Optimal Exercise Strategy)	20
3.4 理性投資人行為與逆向歸納	21
3.5 模型整合與計算	22
第四章 實證分析：A 公司與 B 公司案例研究.....	23
4.1 案例背景與發行條件	23
4.2 模型實施與數值結果	26
4.3 敏感性分析	28
4.4 條款影響分析	32
4.5 實證結果的經濟解釋	34



第五章 結論	39
5.1 研究發現總結	39
5.2 實務應用建議	41
5.3 研究限制與未來方向	42
參考文獻	43



圖次

圖 1 可轉換公司債資產交換流程圖之一	5
圖 2 可轉換公司債資產交換流程圖之二	6
圖 3 可轉換公司債資產交換流程圖之三	6
圖 4 匯率保證選擇權調整對 CBO 溢價與 CAS 利差的影響	19
圖 5 A 公司與 B 公司跨貨幣可轉換公司債評價結果比較	27
圖 6 股票波動率對 CBO 權利金的敏感性分析	29
圖 7 股價與匯率相關性對 CBO 權利金與 CAS 利差的敏感性	29
圖 8 利率變動對 CBO 權利金的影響(等高線圖)	31
圖 9 軟性贖回條款對選擇權的影響	32
圖 10 投資人賣回權的價值分布(蒙特卡羅模擬結果)	33
圖 11 A 公司與 B 公司敏感度風險排序	37



表次

表 1A 公司可轉換公司債條件表	23
表 2B 公司可轉換公司債條件資料	24
表 3A 公司市場參數	25
表 4B 公司市場參數	25
表 5A 公司與 B 公司敏感度指標風險金額排序總表	36



第一章 緒論

隨著國際資本流動日益活躍，台灣企業在國際市場上發行美元計價、可轉換為新台幣股票的跨幣別可轉換公司債日漸普遍。這類金融商品結合了債券的穩定收益與股票選擇權的潛在成長性，並能透過可轉換公司債資產交換(Convertible Bond Asset Swap, CBAS)機制將信用與股權風險予以區分，滿足不同類型投資人的投資需求。可轉換公司債資產交換結構不僅提升了市場的靈活性，也可以提升台灣企業籌措長期營運所需的美金資金效率。透過將債券內含的信用風險及股票選擇權的有效配置，專業機構投資人能依據自身的風險承擔能力，分別參與債息收益或轉換普通股權利金可能的高收益報酬，增加了資本市場投資人的參與性與完整性。然而，主流的訂價模型至今仍以單一幣別架構為主，雖然部分研究已針對跨幣別選擇權因素進行深入討論，對於跨幣別可轉換公司債中匯率與股價相關性所引發的匯率保證選擇權效應，特別是在亞洲市場之定量實證與應用分析，尚不多見。

所謂匯率保證選擇權(Quantity-Adjusted Option 或 Quanto Option)是一種跨貨幣衍生性金融商品，主要用於避險或用於交易標的資產與結算貨幣不同時的匯率風險。而匯率保證選擇權訂價理論的基礎，早已由 Dravid, Richardson & Sun (1993)等學者所建立。然而，台灣市場獨特的股、匯價聯動性往往產生一定程度的負相關，這種現象對以美元計價、以新台幣股票為標的的可轉換公司債設計尤具影響。現有文獻對於所謂匯率保證選擇權調整機制於台灣發行公司於海外市場發行跨幣別的可轉換公司債的實務應用以及其對資產交換結構中風險分離效率與訂價準確性的具體影響，相較其他衍生性金融商品的評價理論與分析並不常見。

基於市場現況與學術討，本研究運用多因子訂價理論與最小平方蒙特卡羅數值方法，試圖建構一套適用於台灣跨幣別可轉換公司債資產交換的訂價分析架構。研究重點包括：(i) 明確引入匯率保證選擇權調整對可轉換公司債選擇權 (Convertible Bond Option, CBO)溢價與可贖回資產交換 (Callable Asset Swap, CAS) 利差(Interest Margin or Spread)之理論互動機制；(ii) 依據台灣實際發行案例設定市



場參數，結合發行公司初級市場的發行案例進行模擬驗證匯率保證選擇權效應在不同相關性、波動率、利率等多因子條件下的影響程度；(iii) 進行敏感度分析，提出可供發行公司與投資人參考的實務建議。

期望本研究結果能為跨幣別可轉債資產交換的訂價與風險管理，提供更具科學依據的參考架構，也為台灣以及亞洲新興市場之金融創新商品理論與應用研究補充關鍵要素。若研究過程與結果有未盡之處，尚祈先進不吝指教。



第二章 可轉換公司債資產交換架構

本章深入剖析可轉換公司債資產交換的市場結構、交易機制與經濟邏輯。透過整合市場實務與理論分析，本章不僅描述交易的操作細節，更重要的是揭示這種金融創新如何實現投資偏好與投資風險的重新配置。

2.1 可轉換公司債資產交換概述

可轉換公司債資產交換是一種將可轉換公司債的信用風險與股權轉換風險進行重新配置的結構化金融交易。在這種交易安排下，資產交換的買方(通常為 CBO 投資人)將可轉換公司債透過居間撮合交易的投資銀行交付給賣方(通常為 CAS 投資人)並支付價金(Premium)給投資銀行取得可轉換公司債選擇權(Callable Bond Option)，而賣方則與投資銀行簽訂利率交換合約(Interest Rate Swap, IRS)按期支付固定金額(亦即可轉換公司債本身每年的票面利息)給投資銀行，而投資銀行則支付浮動利率加上利差給賣方。於此同時，買方與賣方均分別與居間撮合交易方的投資銀行各自簽訂交換合約。當可轉換公司債被轉換、贖回或到期時，交換合約同時終止。這種結構使得投資人可以根據自身的風險偏好和投資目標，選擇性地承擔信用風險或股權風險。

資產交換交易係將投資風險和投資價值經由投資銀行的重新配置。對於希望規避股票波動風險但願意承擔信用風險的投資人(即 CAS 投資人)而言，透過資產交換可以將可轉換公司債轉化為一個不帶有股票轉換權的純信用投資商品。相反地，對於看好股價上漲潛力但不願承擔信用風險的投資人(即 CBO 投資人)，則可以透過購買經由資產交換而來的發行公司股票轉換選擇權來享有股價上漲的資本利得收益。這種投資風險與投資價值的分配機制提高了市場的完整性，使得不同類型的投資標的與風險可以被更精確地訂價與配售給不同的投資人，有效地增加可轉換公司債交易的廣度與深度。

然而在跨貨幣結構下，這種投資與風險的重配置機制比傳統的同一貨幣計價的債券與轉換股票複雜。匯率保證選擇權效應的存在意味著信用風險與股權風險



的分配效率也會受到股價與匯率相關性的影響。以台灣股票市場而言，股價匯價的負相關性(亦即台股上漲時，對台幣匯價下跌或台股下跌時但美金對台幣匯價上漲)對於發行公司、CBO 與 CAS 投資人均會產生影響，而這種多重的影響對資產交換的訂價和風險管理具有深遠意涵。



2.2 流程與架構

2.2.1 可轉換公司債資產交換（CBAS）交易簡述

可轉換公司債資產交換（Convertible Bond Asset Swap, CBAS）交易涉及三方參與者，亦即(i) 信用投資人（Credit Investor, i.e. CAS Investor）：通常為商業銀行等金融機構，這類投資者熟稔可轉換公司債發行人的信用風險，但對內嵌選擇權報酬的不確定性則予以趨避。其投資形式為買入可贖回資產交換(Callable Asset Swap, CAS)。(ii) 避險基金投資人（Hedge Fund Investor, i.e. CBO Investor）：通常熱衷於投資股權衍生性金融商品（equity derivatives），這類投資者能承擔高波動性的股價變動風險且更熱衷於投資長天期的可轉換公司債的美式買權，但不願承擔與債券發行公司的信用違約風險。(iii) 投資銀行或中介銀行（Investment Bank or Intermediary Bank）：扮演架構資產交換與撮合前述(i)(ii)的角色。

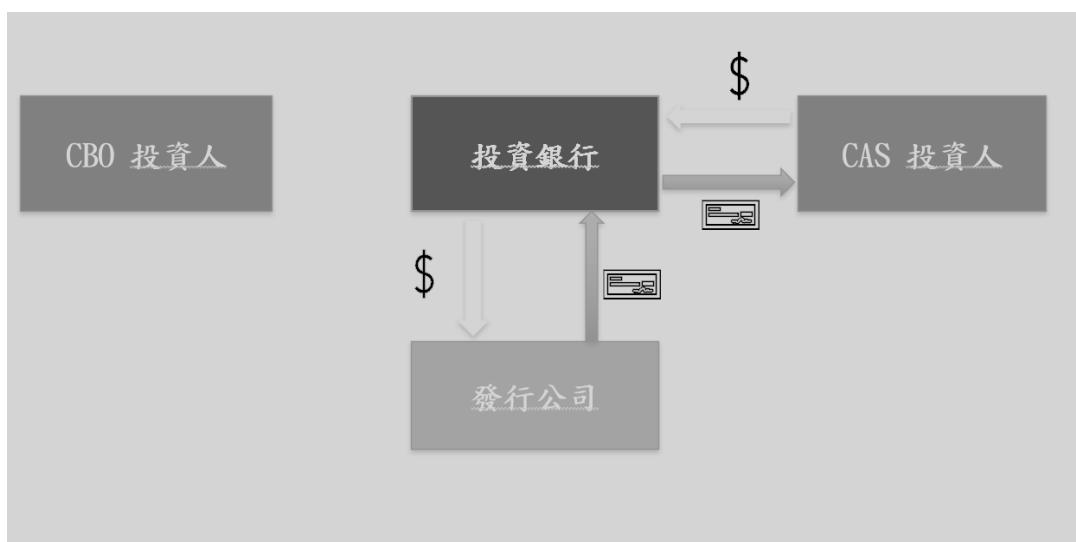


圖 1 可轉換公司債資產交換流程圖之一

如圖 1 所示，清楚展現了信用投資人、避險基金投資人與投資銀行三方參與者的角色定位與交易關係。可轉換公司債資產交換的步驟 1 為發行公司在投資銀行承銷仲介下向投資人募集資金。圖 1 清楚顯示經由投資銀行發行公司與投資人順利完成款券交付的情形。

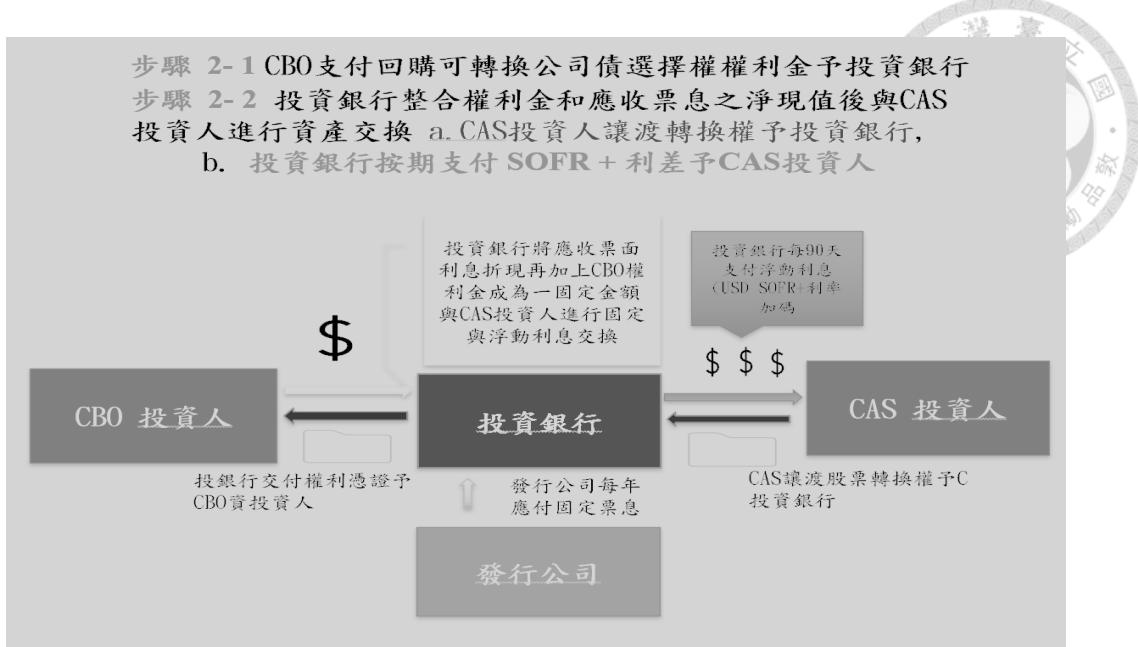


圖 2 可轉換公司債資產交換流程圖之二

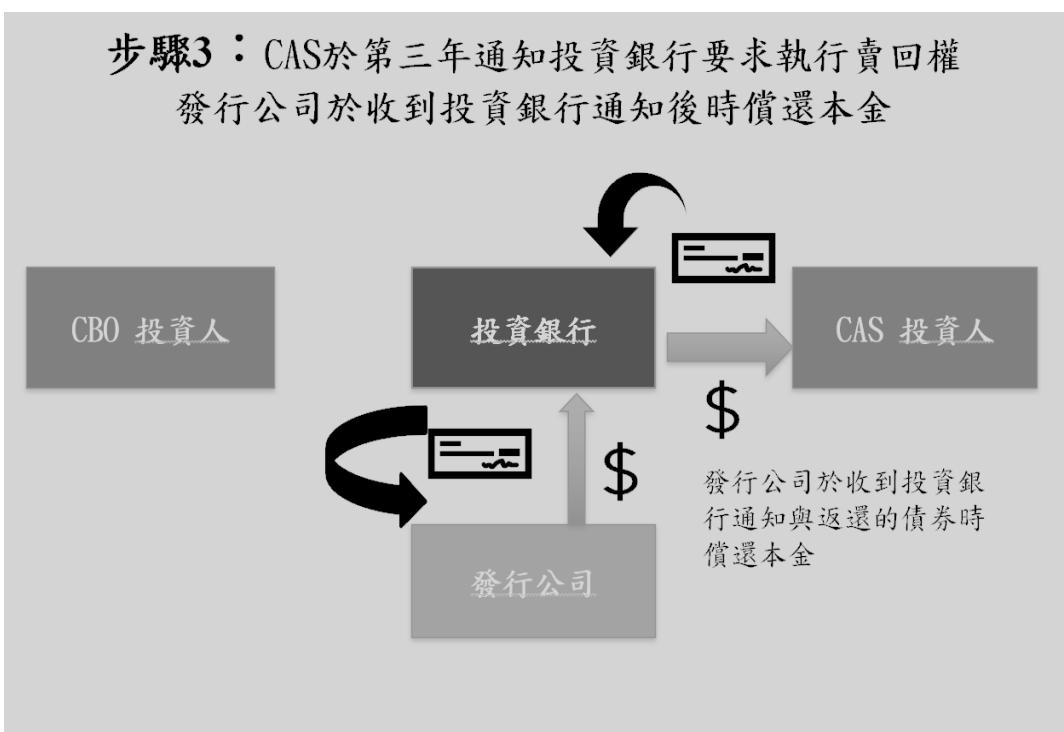


圖 3 可轉換公司債資產交換流程圖之三



圖 2 至圖 3 則詳細說明從 CBO 投資人啟動交易、到可贖回資產交換執行、再到選擇權行使的完整交易流程與參與者分工。這些交易結構與流程的詳細分析，不僅揭示資產交換如何實現風險與報酬的重新配置，更是後續第三章建立理論訂價模型的重要基礎，能確保我們的數學模型設計、現金流邏輯、以及參與者權利義務的理論推導都能貼近真實的市場實務操作。

2.2.2 CBO 投資人啟動交易流程

可轉換公司債資產交換的交易流程（請參見圖 2 至圖 3 的詳細流程說明）一般是由投資銀行為中介而 CBO 投資人所啟動。如圖 2 可轉換公司債資產交換流程圖之二所示，整個交易的啟動步驟包括 CBO 投資人在初級市場買入投資銀行承銷的可轉換公司債，同時與投資銀行簽訂 CBO 合約並取得可轉換公司債選擇權。啟動步驟 1 為 CBO 投資人在初級市場買入投資銀行承銷的可轉換公司債，同時與投資銀行簽訂 CBO 合約並取得可轉換公司債選擇權。步驟 2 扮演中介銀行角色的投資銀行將步驟 1 所買入的可轉換公司債再轉賣給 CAS 投資人(or Credit Investor)，同時與其簽訂可贖回資產交換合約(或 CAS 合約)，並於合約中詳述 CAS 投資人雖買入可轉換公司債但其中內含的股票轉換選擇權則讓與投資銀行。在步驟 1 及步驟 2 中的重要說明為：(i) 避險基金收到的金額等於可轉債售價（通常為 100%）—CBO 權利金。(ii) 這個金額稱為「債券底價」(Bond Floor)。請注意：實際上以上(i)(ii)等於 CBO 權利金是由可轉換公司債的票面價金內扣，代表 CBO 權利金實質上是由 CBO 投資人所支付給投資銀行)。

2.2.3 可贖回資產交換 (Callable Asset Swap, CAS) 交易

首先 CAS 投資人以自有資金按面值向投資銀行買入可轉換公司債並向保管銀行登記為所有權人，除將可轉換公司債過戶名下外，CAS 投資人亦將可轉換公司債所內含的股票轉換權讓與投資銀行，相當於賦予投資銀行可回購可轉換公司債的權利。同時間 CAS 投資人與投資銀行簽訂固定與浮動利率交換合約並依約將其名下可轉換公司債每年定期取得的票面固定利息轉付給投資銀行據以交換每三個



月收取投資銀行按照三個月 SOFR 浮動利率(or 3-month SOFR)加計一定的利率加碼所支付的浮動利率。至於可贖回資產交換 (CAS) 投資人與投資銀行的資產交換期限與幣別則分別與可轉換公司債的贖回日(PUT date)或到期日(Maturity Date)與計價貨幣相同。

2.2.4 可轉換公司債選擇權 (Convertible Bond Option) 之行使

如前 2.2.2 所述，CBO 投資人已經由投資銀行取得可轉換公司債選擇權。由於 CBO 投資人的經濟動機係僅希望經由可轉換公司債發行公司的股票上漲來實現資本利得，但無意願承擔發行公司的信用風險。因此若干時間後當可轉換公司債發行公司的股價上漲超過可轉換公司債發行時所訂定的轉換價後，CBO 投資人即可依據報酬率高低來考慮行使可轉換公司債選擇權。當 CBO 投資人一但決定行使轉換權時，其第一步需先向投資銀行發出要求按面額買回可轉換公司債，同時間投資銀行亦向 CAS 投資人通知提前贖回可轉換公司債並在轉交 CBO 投資人的買入本金給 CAS 投資人後，將所有權人由 CAS 投資人轉為 CBO 投資人。並向發行公司發出將可轉換公司債按發行日所訂定的轉換價轉換為普通股。

2.2.5 債券投資人賣回條款(PUT Option by CB Investor)

可轉換公司債設計投資人賣回條款 (PUT option) 的原因，主要在於增強債券對投資人的吸引力，降低投資人承擔的不確定性與下檔風險，並協助發行公司以相對較優惠的條件完成募資。所謂提供下檔保護是指賣回條款允許投資人在特定時間點(例如第 3 年期末)以約定價格要求發行公司贖回債券。若公司股價表現不佳或債券價值下滑，投資人可以選擇賣回，避免資本與投資機會成本損失。此外，由於具備賣回條款的可轉換公司債，風險介於一般債券與純選擇權之間，更符合穩健型機構或資產配置型投資人的需求，有利於提升資金募集的效率。對發行公司而言最重要的經濟誘因因為放入賣回條款，投資人因為多一重保障，願意接受較低票息或較高發行溢價，有助於公司節省利息支出或發行成本。因此賣回條款的訂定係發行公司經由提供投資人賣回保障用以提升投資人對公司債券的持有意願與信任，兼



顧發行公司能順利募資並兼顧債券投資人風險管理的需要，是目前可轉換公司債幾乎不可或缺的設計之一。

2.2.6 發行公司軟性贖回條款

一般而言，可轉換公司債發行公司通常會於發行條件中載明"Soft Call"條款，亦即發行公司有權利於可轉換公司債到期日（maturity date）前，可提前贖回流通在外的可轉換公司債，軟性贖回條款係發行公司的贖回權利，通常係於可轉換公司債發行相當時日後(市場慣例通常為與 PUT Date 同時)，發行公司即取得按發行面額買回可轉換公司債的權利。此外軟性贖回條款通常是當發行公司股價連續 20 日超過轉換價的 130%以上時，若可轉換公司債持有人未向發行公司要求將公司債轉換為普通股時，發行公司即有權向保管銀行發出按面額贖回債券的通知。由於軟性贖回條款並非硬性規定債券持有人必須轉換，或發行公司必然會按面額贖回上流通在外的可轉換公司債，故稱為軟性贖回條款。一般而言，發行公司訂定此條款的目的係希望債券持有人在有利可圖的情形下盡快轉換為普通股來增加發行公司的股權金額，並同時間減少流通在外的負債金額，以達到降低發行公司的負債比率改善財務結構之目的。



2.3 經濟動機與價值創造

資產交換交易的經濟價值乃是建立在市場區隔和投資專業化的基礎之上。不同類型的投資者對風險和收益有不同的偏好和專長。信用投資者通常具有評估和管理信用風險的專業能力，但對股票市場的波動性感到不易掌握。相反地，避險基金和專業的選擇權交易者擅長管理股票的波動性風險，但較缺乏信用分析的資源或興趣。資產交換交易透過將這兩類風險與投資專業重新分配，允許每類投資者專注於其投資的專業領域與核心競爭力，從而擴大市場參與者與強化可轉換公司債市場的流動性。亦即資產交換透過交易新的投資工具（如 CBO 和 CAS），使得市場參與者獲得更完整的風險移轉。有效地提高了價格發現的效率，也增強了市場的流動性。此外，資產交換交易的存在亦可藉由發行條件的設計而降低發行公司的融資成本。



第三章 當代理論與評價模型

本章建立跨貨幣可轉換公司債資產交換的理論訂價模型。透過整合現代衍生性金融商品訂價理論、隨機過程、數值方法等工具，揭示 CBO 溢價與 CAS 利差之間的理論關係，為風險重分配機制提供訂價參考。本章將在前述可轉換公司債資產交換市場結構與交易流程的基礎上，進一步建構理論訂價模型。模型設計所依據的現金流邏輯、參與者權利義務與選擇權特性，均與第二章之市場實務細節直接對應，確保理論推導貼近真實交易。

3.1 傳統選擇權訂價模型回顧

Black-Scholes 模型假設股價變動服從對數常態分布，且市場中無風險利率和波動率都維持不變，不考慮交易成本與稅收，並以歐式選擇權（只能在到期日執行）為討論對象。在 Black-Scholes 模型所建立的一組假設條件下，歐式選擇權的理論價格可由封閉形式公式表示如下：

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (1)$$

其中

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

公式 (1) 為 Black-Scholes 模型下的歐式選擇權訂價公式，其中 d_1 為衡量標的資產現價與履約價格 K 之間，經過風險中立調整後的標準化距離。也可理解為在風險中立世界下，調整過漂移與波動後，標的資產價格相對於履約價格的 z score。而 d_2 則是 d_1 扣除掉波動性對時間的影響（即 σ ）。在風險中立訂價下， $N(d_2)$ 可被解釋為選擇權到期時被履約的風險中立機率。而 C 即代表看漲選擇權的價格 (or Call Option Premium)。此一閉式解為選擇權訂價提供了理論基準，但由於其建立在若干嚴格假設之上，對於結構更為複雜的衍生性金融商品，其應用具有一定的限制。

隨著現實市場需求的變化，選擇權訂價理論陸續打開 Black-Scholes 模型的理



想化假設。例如，Merton (1973) 延伸模型以納入股息發放情境，Cox、Ross 與 Rubinstein (1979) 則發展出適用於美式選擇權的二項樹模型，Heston (1993) 則引入隨機波動率，讓理論能更貼近真實市場的特性。雖然這些進展大大豐富了選擇權訂價理論的應用工具，但當面對可轉換公司債這種結合債券與選擇權、且條款結構複雜的混合型金融商品時，現有理論仍面臨不少挑戰。

可轉換公司債的訂價困難，主要來自於其既有債券的現金流特性，也內含選擇權價值，同時又增加了軟性贖回(Soft Call)、投資人賣回(Put Option)等多重條款，使其現金流具有高度的路徑相依性與選擇權特徵，導致最適停時問題 (optimal stopping problem) 難以以解析方式求解，因此必須轉而依賴數值方法進行估值。雖然樹狀法等數值方式可以處理美式特徵，但一旦模型中同時納入多種隨機因子(如股價、匯價、不同幣別的無風險利率曲線等)，計算上會遭遇維度詛咒，導致效率與可行性降低。



3.2 最小平方蒙特卡洛方法的理論基礎

由於傳統蒙地卡羅模擬（Monte Carlo Simulation）的主要優點在於可模擬任意複雜隨機過程並進行訂價，但其在評價具有美式條款、投資人具有提前贖回權(Put Option)及高度路徑依賴特性的金融商品時，無法處理提前行使與美式選擇權特性，因為傳統蒙地卡羅僅能向前生成資產價格路徑，計算到期時的損益平均值，適用於只能在到期日行權的歐式選擇權。面對可在存續期間任一時點執行的美式選擇權或含 Put/Call、提前贖回等條款的商品，無法在模擬過程中及時動態判斷最適執行時機，因而會低估了選擇權價值。此外傳統蒙地卡羅模擬無法解決美式選擇權中最適停時（Optimal Stopping）的問題，而可轉換公司債的轉換權正符合美式選擇權的特性，所以傳統蒙地卡羅模擬無法推導可轉換公司債的持有人在多個時點依資產路徑狀態動態下決定是否提前執行（如轉換、賣回、贖回）。也就是說，傳統蒙地卡羅只能被動模擬路徑，只能沿路徑前進做現金流累計平均，缺乏二元樹法（Binomial Tree）或動態規劃（Dynamic Programming）自到期往回逆推的能力，因此無法準確評價每個可能決策節點的期望值。使得傳統蒙地卡羅模擬缺乏判斷最優行使策略，無法反映真實市場條款下的最佳決策行為。也就是說，傳統蒙地卡羅模擬只是一次性的路徑平均，無法識別每一條模擬路徑在不同時刻是否進入可行行使權利的區域，無法精確處理多重動態條款美式與可轉換公司債發行條件中所嵌入的條款（如 Soft Call、Multiple Put、Dynamic Barrier）的自由邊界問題，也因此無法產生最優執行邊界的資訊。再者，傳統蒙地卡羅模擬無法有效處理高度路徑依賴結構，也無法動態追蹤價格演進過程中價格觸發的狀態，會低估或扭曲可轉換公司債內嵌轉換權的價值。從計量的角度而言，可轉換公司債涉及多因子/高維度的模型，造成傳統蒙地卡羅模擬在計算可轉換公司債轉換權金價值時效率偏低且精度不足。有鑑於以上傳統蒙地卡羅模擬之不足，Longstaff and Schwartz (2001)提出的最小平方蒙特卡洛方法為高維美式選擇權訂價提供了突破性的解決方案。該方法的核心是在模擬每條資產價格路徑之後，對於每一個可以提前行使的時點，利用



回歸也就是最小平方法，來估計繼續持有價值的條件期望值。而最小平方蒙地卡羅模擬的中的回歸線，本質上就是用若干基底函數來對未來現金流的期望做多項式逼近，是對模擬路徑上當時價格與未來現金流做最小平方法計算出來的，這條回歸曲線就代表了在每個狀態下不停持有的期望現金流。簡單地說就是使用最小平方回歸來估計條件期望值，將動態規劃問題轉化為一系列的統計估計問題。在每一個可能的執行時點，透過比較立即執行價值與估計的繼續持有價值，可以確定最優執行策略。最小平方蒙特卡洛方法的理論基礎建立在條件期望的函數逼近之上。設 $V(t, S)$ 為時刻 t 股價為 S 時的選擇權價值，則繼續持有價值可以表示為：

$$C(t, S) = E^Q \left[e^{-r(T-t)} V(T, S_T) \mid S_t = S \right] \quad (2)$$

這個條件期望通常無法得到封閉解，但可透過一組適用的基底函數進行最小平方回歸逼近（Longstaff & Schwartz, 2001；Glasserman, 2004）

$$C(t, S) \approx \sum_{i=0}^n \beta_i \varphi_i(S) \quad (3)$$

其中是選定的基底函數，是待估計的係數。透過最小平方法，可以利用模擬路徑上的資訊來估計這些係數。

3.2.1 基底函數的選擇理論

基底函數的選擇對最小平方蒙特卡洛方法的性能有決定性影響。理論上，任何完備的函數系統都可以作為擬合基底，但實務上則需兼顧數值穩定性、運算效率與逼近精度。常見的基底函數包括幕函數 (power functions)、拉蓋爾多項式 (Laguerre polynomials)、艾爾米特多項式 (Hermite polynomials) 及多項式 (Legendre polynomials) 等。

本研究特別選用五階勒讓德多項式 (Legendre polynomials) 作為基底，主要考量其良好的數學性質。勒讓德多項式 (Legendre polynomials) 在區間 $[-1, 1]$ 上具有正交性 (orthogonality)。



$$\int_{-1}^1 P_n(x)P_m(x)dx = \left(\frac{2}{2n+1}\right)\delta_{nm} \quad (4)$$

這種正交性（Orthogonality）確保了設計矩陣的良好條件數，且由於基底之間不相關，加上每個基底獨立貢獻解釋力，避免了多重共線性問題。此外，勒讓德多項式(Legendre polynomials)滿足三項遞迴關係，且因為每個新項 P_{n+1} 只需依賴前兩項 P_n 與 P_{n-1} ，這樣的遞迴可高效生成整個多項式族，且能保持正交性。因此可保持高階多項式的計算效率。

$$(n + 1)P_{(n+1)(x)} = (2n + 1)xP_{n(x)} - nP_{(n-1)(x)} \quad (5)$$

選擇五階多項式作為基底函數，主要是為了在逼近精度與過度擬合風險之間取得平衡。根據威爾斯特拉斯逼近定理（Weierstrass Approximation Theorem），多項式可以以任意精度逼近任何連續函數，但基底階數若設得過高，特別是在樣本數有限時，容易引發過度擬合現象（Glasserman, 2004）。實務與相關研究亦顯示，針對金融選擇權價值函數，五階基底不僅能有效捕捉主要變化特徵，還能保持良好的樣本外預測力（Longstaff & Schwartz, 2001; Glasserman, 2004）。

3.2.2 跨貨幣調整理論

跨貨幣可轉換公司債涉及兩種貨幣的風險，需要特殊的訂價調整。在風險中性訂價架構下，當改變計價貨幣時，需要進行測度變換。這種訂價調整的理論基礎是 Girsanov 定理，可用來說明如何在不同的機率測度之間轉換。

對於一個以美元計價的債券，其標的股票以新台幣計價，股價動態在美元風險中性測度下可以表示為：

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_{USD} - r_{TWD} + \rho\sigma_S\sigma_{FX})dt + \sigma_S dW_S^{USD} \quad (6)$$

其中第二項即為跨貨幣調整項，反映了股價與匯率的相關性對漂移率的影響。這個調整項頗具經濟含義，因為當股價與美元兌新台幣匯率呈負相關時（新台幣升



值時股價上漲），跨貨幣調整為負，降低了美元投資者的因為美元相對於新台貶值時的預期收益率。

跨貨幣調整使得傳統的訂價方法需要修正。在蒙特卡洛模擬中，必須使用調整後的漂移率來生成股價路徑。這種調整不僅影響期望報酬，也影響最優執行邊界（Optimal Exercise Boundary）和各種路徑依賴條款的觸發機率。因此，忽略跨貨幣調整將會導致系統性的訂價偏誤，特別是當相關性較強時，偏誤的情況將更嚴重。

3.2.3 匯率保證選擇權調整對可轉換公司債訂價的影響

跨貨幣可轉換公司債的訂價複雜性不僅是由於多重風險因子的交互作用，更重要的是貨幣錯配所帶來的匯率保證選擇權效應。本節將深入探討這種效應如何系統性地影響可轉換公司債選擇權(CBO)與可贖回資產交換(CAS)的相對訂價。匯率保證選擇權調整(Quanto Adjustment)源自於跨貨幣衍生品訂價的基本原理。當投資人持有美元計價的可轉換公司債，但其轉換標的為新台幣計價的股票時，匯率風險與股價風險的相關性對投資價值產生額外的效應。其實這種效應的經濟直覺可以很清楚地利用台股與新台幣對美金的匯率關係來說明。設若一位功能性貨幣為美金的國際基金經理人持有由台灣上市公司所發行的美金可轉換公司債，由於其可轉換的股票係以台幣計價，加上台股股價與美金台幣匯率呈負相關，所以當新台幣相對美元升值時(USD/TWD匯率下降亦即美金貶值)，股價呈現上漲趨勢。因此其所持有的台股股價上漲所帶來的轉換價值可部分抵銷了美元貶值的負面影響。相反地，當新台幣貶值時，股價下跌的風險也被匯率的有利變動所緩解。這種股價與匯率的相關性，使得國際基金經理人在風險中性測度下，必須對股價的漂移率進行修正，從而準確掌握跨貨幣結構中各種風險因子的互動效果。同樣的，當我們從新台幣風險中性測度的情形轉換到美元風險中性測度的狀況時，持有海外資產也需要額外的調整項來反映股匯相關性的影響。



3.2.4 匯率保證選擇權調整的數學推導

其基於 Girsanov 定理，我們可以推導出完整的匯率保證選擇權調整公式。設 S_t 為新台幣計價的股價， X_t 為 USD/TWD 匯率，則在新台幣風險中性測度 Q^{TWD} 下：

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_{TWD} - q) dt + \sigma_S dW_S^{TWD} \quad (7)$$

$$\frac{dX_t}{X_t} = (r_{USD} - r_{TWD}) dt + \sigma_{FX} dW_{FX}^{TWD} \quad (8)$$

其中 $dW_S^{TWD} \cdot dW_{FX}^{TWD} = \rho dt$ 描述的是在新台幣風險中性測度下 Q^{TWD} ，標的股價的布朗運動微分 d 與外匯價格（如美元兌新台幣）布朗運動微分 d 之間的聯動性或相關性結構。

其中， dW_S^{TWD} 代表以新台幣計價下標的資產（通常是台灣股票）的布朗運動微分，即隨機價格的不確定波動部分。而 dW_{FX}^{TWD} 則代表美元兌新台幣外匯價格的布朗運動微分，在同一新台幣測度下的隨機擾動。至於 ρ 為兩者報酬率之間的相關係數，數值介於 -1 和 1 之間，決定了股價與匯率的同向或反向程度。而 dt ：無窮小的時間間隔。這個式子的經濟意義在於，台灣股價漲跌與美元/新台幣匯率變化在隨機過程中的聯動強度。例如若 $\rho > 0$ （在台灣常見現象），意味台股上漲時新台幣升值（美元貶值）現象在隨機擾動上也同步發生；若 $\rho = 0$ ，兩者波動完全獨立。此式確立了股價與匯率波動的共變

$dW_S^{TWD} \cdot dW_{FX}^{TWD} = \rho dt dW_S^{TWD} \cdot dW_{FX}^{TWD} = \rho dt$ 。是跨幣別金融商品（如可轉債）建模、匯率保證選擇權調整公式推導時的基本元素。只要 $\rho \neq 0$ ，訂價時就需考慮股價與匯率的聯動調整，反映於最終的理論價格與風險補償中。

透過測度變換，在美元風險中性測度 Q^{USD} 下，股價動態變成：

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_{USD} - q - \rho \sigma_S \sigma_{FX}) dt + \sigma_S dW_S^{USD} \quad (9)$$

$$Q_{adj} = -\rho \sigma_S \sigma_{FX} \quad (10)$$

這個調整項的符號和大小取決於相關係數 ρ 。當 $\rho < 0$ （負相關）時，



$Q_{adj} > 0$ ，意味從美元投資人的觀點，股價的風險中性漂移率上升，提高了轉換選擇權的價值

根據以上所述，對於以美元計價但轉換標的股票為新台幣計價的可轉換公司債，在風險中性訂價下必須進行匯率保證選擇權調整。該調整對可轉換公司債選擇權（CBO）溢價與可贖回資產交換（CAS）利差產生相反的影響，亦即在評價可轉換公司債的 CBO 與 CAS 時，必須要將匯率保證選擇權調整項

$Q_{adj} = -\rho\sigma_S\sigma_{FX}$ 納入，並測得其對 CBO 溢價的影響為

$$\Delta CBO_{premium} (\%) = Q_{adj} \times T \times P_{conv} \times 100$$

$$\Delta CAS_{spread} (bps) = -Q_{adj} \times D_{eff} \times 10,000$$

對 CAS 利差的影響為

其中 ρ 是股價與匯率的相關係數，為標的股票波動率，而 $\sigma_{FX} = \text{USD/TWD}$ 匯率波動率。此外， T 是可轉債剩餘年限，而 P_{conv} = 風險中性轉換機率， D_{eff} 則是有效存續期間。

基於風險中性訂價原理，匯率保證選擇權調整透過改變股價的風險中性漂移率，影響轉換邊界的位置。就 CBO 而言，較高的調整後漂移率增加了深度價內的機率，可提升選擇權價值。相對於 CAS，由於其本質是信用風險，轉換機率的上升縮短了預期存續期，理論上需要更高的年化利差。此外，由於可轉換公司債選擇權本質上是一個美式看漲選擇權，其價值隨著標的資產預期收益率的增加而上升。當存在負相關性時 ($\rho < 0$)，匯率保證選擇權調整提高了美元投資人的股價漂移率。因此這種效應會透過轉換機率的提高與時間價值增加而影響 CBO 的評價。然而，匯率保證選擇權調整對 CAS 利差則有反向影響

可贖回資產交換本質上是一個信用產品，投資人主要關注的是穩定的利差收入。因此匯率保證選擇權調整對 CAS 的利率加碼也會產生影響，尤其當轉換機率因匯率保證選擇權調整而上升時，CAS 的預期存續期間將會因 CBO 投資人的轉換機率升高而提前終止資產交還的期間，因此 CAS 投資人將面臨再投資風險的增加要求更高的年化收益率作為補償。學理上匯率保證選擇權的公式標示為



$\mu Q = r_f - \rho \cdot \sigma_S \cdot \sigma_{FX}$ ，其中 ρ 為股價與匯率相關性，為影響匯率保證選擇權漂移調整之主要因子。圖 4 汇率保證選擇權調整對 CBO 溢價與 CAS 利差的影響顯示當標的資產與結算貨幣之間存在匯率波動相關性時，匯率保證選擇權對衍生品價值的正負影響。

其中紅線 ρ 為 +0.5，因此股價上升時，代表 USD/TWD 匯率下降（美金貶值，台幣升值）將產生匯率保證選擇權拖曳(Quanto drag)效應，亦即標的資產價值被匯率貶值抵消。而藍線 ρ 則為-0.5，因此當股價上升時，USD/TWD 匯率也上升（美金升值，台幣貶值）因而產生匯率保證選擇權推動(Quanto boost)的效應，也就是標的資產價值因匯率升值被放大。至於虛線 (Baseline)則為基準匯率，無匯率保證選擇權效應時的參考點。

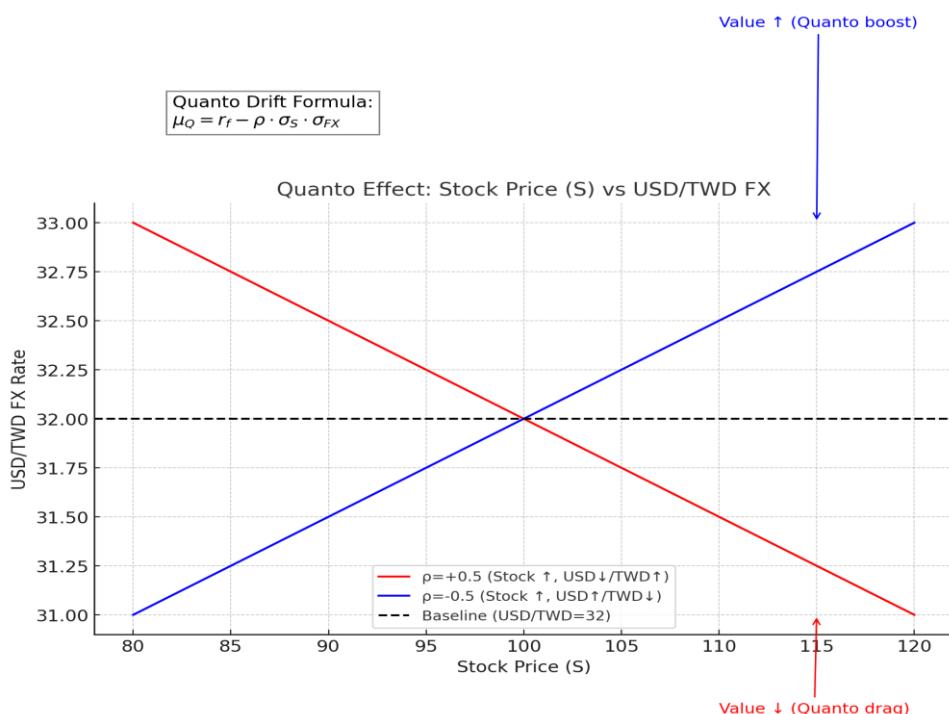


圖 4 汇率保證選擇權調整對 CBO 溢價與 CAS 利差的影響



3.3 自由邊界(Free Boundary)問題與最優執行策略 (Optimal Exercise Strategy)

美式選擇權的評價本質上是一個自由邊界(Free Boundary)問題。最優執行邊界將狀態空間分為兩個區域，亦即繼續持有區域和立即執行區域。這個邊界的位罝取決於立即執行價值與繼續持有價值的相對大小，而其形狀和演化路徑反映了時間價值、內在價值和各種市場因子的綜合影響。

然而就可轉換公司債而言，自由邊界問題因為可轉換公司債的多樣化條件設計使得可轉換公司債自由邊界問題較美式選擇權更為複雜。首先，可轉換公司債存在多項可能被執行的動作，包括轉換成股票、行使賣回權、或等待到期。每個動作都有其對應的最優邊界。再者，可轉換公司債發行公司在債權發行一段時間以後，發行公司的軟性贖回條款也增加了約束條件，由於以上的諸多條件約束，當股價路徑滿足特定條件時，發行人可能強制贖回，迫使投資人做出次優選擇。這種多重邊界和約束條件的交互作用使得問題的複雜度大幅提升。

自由邊界的數學刻畫可以透過變分不等式來表述。設 $V(t, S)$ 為可轉換公司債的價值， $h(S)$ 為立即執行的收益，則價值函數滿足：

$$\max \left\{ \frac{\partial V}{\partial t} + \mathcal{L}V - rV, h(S) - V \right\} = 0 \quad (11)$$

其中 \mathcal{L} 是對應於股價過程的微分。此變分不等式在繼續持有區域中價值函數滿足標準的偏微分方程，而在執行區域則有 $V = h(S)$ 。

最小平方蒙特卡羅方法 (LSMC) 是透過逆向歸納的方式，近似求解自由邊界問題。自到期日反向推導，在每一時間步，比較立即執行價值與透過回歸估計得到的持有價值，據以決定是否執行選擇權。此方法間接地建立最優執行邊界的數值近似，雖無法給出解析型表達，但可運用統計分析結果來推估邊界位置及其特性。



3.4 理性投資人行為與逆向歸納

傳統選擇權訂價理論多假設投資人遵循價值最大化原則，在每一決策節點會選擇擁有最高期望現值的行動。然而，實際市場上的投資人行為常常偏離這種理想化假設。行為財務學（behavioral finance）相關研究發現，投資人在面對不確定性時，時常因各類認知偏誤與情緒波動而影響其執行決策。而本研究所採用的理性投資人模型，係致力於在數學上的可處理性與實際行為考量之間取得平衡。也就是假設投資人在做決策時，除了即時的價值比較外，亦會前瞻性地評估未來潛在機會與各種風險因素。此一前瞻考量主要反映在對繼續持有價值的調整，也就是說，投資人會根據市場環境、剩餘存續期間與過往經驗等，動態調整自身的執行門檻。

逆向歸納（backward induction）法則是求解此類動態決策問題的標準方法。從可轉換公司債的到期日開始反向推導，逐步決定每一時點的最佳決策。在可轉換公司債的情境下，逆向歸納過程必須同時考量數個層面：首先，需處理條款的路徑依賴性，部分條件的觸發需仰賴先前資產價格的走勢，因此狀態空間須納入多條歷史資訊；其次，投資人須在轉換、賣回與繼續持有等多種策略間做抉擇，每個選項都有其獨立的價值與風險結構。

在最小平方蒙特卡洛（LSMC）方法架構下，逆向歸納的核心在於對各期條件期望的遞迴計算。於每一時點 t ，預期持有價值可表示為：

$$C(t) = E^Q \left[e^{-r\Delta t} V(t+1) \mid \mathcal{F}_t \right] \quad (12)$$

其中 \mathcal{F}_t 代表時刻 t 可得的資訊集。此一條件期望乃透過對未來價值在當下狀態下進行回歸估計來取得。關鍵的技術挑戰在於如何選擇合適的狀態變數與基底函數，以充分反映價值函數的非線性特性，從而提升估計的精確度與穩健性。



3.5 模型整合與計算

將上述理論組件整合為一套完整的訂價模型，需經過縝密的設計與周全的實作。整體模型架構可歸納為下列主要步驟：首先，依據風險中性測度下的資產動態，模擬生成股價及其他關鍵狀態變數的蒙特卡羅路徑。於此階段，必須正確實作跨貨幣調整與相依結構，使模擬結果能反映實際市場的隨機特性。接著，在每條路徑上動態追蹤條款狀態，包括軟性贖回門檻、反稀釋調整等，確保所有合約條件均納入考量。第三，運用逆向歸納法(backward induction)結合最小平方法回歸(least squares regression)，於每一決策時間點判斷最優執行行為。最終，將所有模擬路徑下折現後的報酬平均，作為產品的公允價值估計。

在實務應用上，計算效率亦為重要考量。雖然蒙特卡羅法原則上可適用於任一複雜條款情境，但隨著模擬路徑數與時間網格數增加，計算量會快速上升。為提升效率，本研究採用多項進階數值技術，包括變異數減少法、平行運算與自適應步長。特別是針對接近最優執行邊界的路徑，會細分時間網格以提升精度；而對於明顯價內或價外路徑，則可使用較粗的時間間隔以節省資源。模型驗證與參數校準則是確保訂價準確性不可或缺的步驟。具體而言，必須以實際市場資料對關鍵參數（如波動率、資產相關性、信用利差等）進行校準，通常會利用最適化技巧最小化模型價格與市場價格之間的差異。同時，應針對各種市場狀態執行穩健性檢驗，確保模型具備良好的樣本外預測能力。



第四章 實證分析：A 公司與 B 公司案例研究

本章將實際應用第三章建立的跨貨幣可轉換公司債資產交換訂價模型，對實際發行案例進行實證檢驗與比較分析。透過輸入市場參數與條款設計，模擬不同情境下 CBO 與 CAS 的合理價值及其利差變化，並檢驗 汇率保證選擇權調整、敏感度指標及多重條款對訂價與風險分配的影響。本章運用第三章建立的理論模型，對 A 公司和 B 公司兩家台灣上市公司發行的美元計價可轉換公司債進行實證分析。透過 300,000 條路徑的大規模蒙特卡羅模擬，本章不僅驗證理論預測，更重要的是揭示跨貨幣因素如何影響 CBO 與 CAS 的相對訂價，以及風險分配機制的實際效率。

4.1 案例背景與發行條件

本章以 A 公司與 B 公司兩家台灣上市公司所發行之美元計價可轉換公司債為研究範例，具體展現第三章理論模型於實證層面的應用。這兩檔個案皆屬台灣市場具代表性的跨貨幣可轉換公司債結構，然在若干關鍵參數設定上具有明顯差異，成為進行比較分析的理想對照組。

表 1 A 公司可轉換公司債條件表

項目	欄次內容
發行金額	10 億美元
期限	5 年
投資人賣回權 PUT	第 3 年期滿，100% 賣回
票面利率	0%
初始價格(新台幣)	254.0
轉換價格(新台幣)	356.25
轉換溢價率	40.3%
固定匯率(新台幣)	32.055
年度現金股利(新台幣)	6.1
提前贖回條款(soft call)	連續 30 日內有任 20 日超過 130%



表 1 和表 2 分別整理兩家公司可轉換公司債的主要發行條件。A 公司所發行之可轉債擁有較高的轉換溢價與股票波動率，反映市場對其未來成長潛力的較高預期。相較之下，B 公司的轉換溢價或波動率皆顯著較低，投資屬性亦偏向吸引風險趨避型的投資人。兩檔可轉換公司債皆採用標準五年期結構，並於第三年底設計有投資人賣回權，以及觸發水準為 130% 的軟性贖回條款，此等設計亦為當前台灣股票上市公司在國際市場發行跨貨幣可轉換公司債產品的主流規格。

表 2 B 公司可轉換公司債條件資料

項目	欄次內容
發行金額	7 億美元
期限	5 年
投資人賣回權 PUT	第 3 年期滿，100% 賣回
票面利率	0%
初始價格(新台幣)	211.5
轉換價格(新台幣)	300.0
轉換溢價率	41.8%
固定匯率(新台幣)	32.186
年度現金股利(新台幣)	5.4
提前贖回條款(soft call)	連續 20 日內超過 130%

市場參數的估計對定價結果有重要影響。表 2 和表 3 總結了從歷史數據估計的關鍵市場參數。A 公司的股票波動率達到 46.33%，顯著高於 B 公司的 38.20%，這種差異主要反映了兩家公司產品組合和經營理念的不同。更值得注意的是股價與匯率的相關性差異，A 公司呈現 -0.174 的負相關，而 B 公司僅為 -0.0305，這種差異對跨貨幣調整和選擇權價值有重要影響。

表 3 和表 4 中最引人注目的差異在於股價與匯率的相關性。A 公司的 -0.174 相關係數意味較為顯著的 Quanto 效應，而 B 公司接近零的相關性則幾乎沒有 Quanto 調整。這種差異將在後續分析中顯示對定價的重大影響。



表 3 A 公司市場參數

參數	數值
股票波動率	46.33%
匯率波動率	4.912%
股價與匯率相關性	-0.174
美元無風險利率（5 年期）	3.41%
新台幣無風險利率（5 年期）	1.3945%
信用利差	依評等調整

表 4 B 公司市場參數

參數	數值
股票波動率	38.20%
匯率波動率	4.229%
股價與匯率相關性	-0.0305
美元無風險利率（5 年期）	4.03%
新台幣無風險利率（5 年期）	1.4225%
信用利差	依評等調整



4.2 模型實施與數值結果

運用第三章建立的理論架構，本研究對兩個案例進行蒙特卡洛模擬。模擬使用 300,000 條路徑，每條路徑包含 1,225 個交易日（5 年），採用五階勒讓德多項式（Legendre polynomials）進行回歸。這種大規模模擬確保了結果的統計可靠性。

依據模擬結果，當可轉換公司債面額為美金 200,000 元，A 公司於 2024.09.16 發行日時的跨幣別美金可轉換公司債的理論價值為美金 252,985 元、債券底價(不含轉換權的價值亦稱為 Bond Floor)為美金 168,649 元，CBO 的溢價(CBO Premium)為美金 84,336 元(或可轉換公司債的理論價值的 50.01%)、而 CAS 的利率為三個月美金浮動利率加碼 8.831% (換算為年利率)。而 B 公司於 2024.10.24 發行日時的跨幣別美金可轉換公司債的理論價值為美金 239,053 元、債券底價(不含轉換權的價值亦稱為 Bond Floor)為美金 163,501 元，CBO 的溢價(CBO Premium)為美金 75,552 元(或可轉換公司債的理論價值的 46.21%)、而 CAS 的利率為三個月美金浮動利率加碼 6.509% (換算為年利率)。由以上模擬數據可知，在發行面額為美金 200,000 元時，兩家發行公司的跨幣別可轉換公司債的理論價值均遠高於發行面額，因此引發投資人超額認購與發行公司分別募集資金達美金 1,000 百萬元與美金 700 百萬元。價格圖型詳見圖 5 A 公司與 B 公司跨貨幣可轉債評價結果比較。

跨貨幣調整的計算結果驗證了理論預測。A 公司的匯率保證選擇權調整項達到 39.6 個基點，這不是簡單的技術調整，而是反映了實質的經濟價值。這個調整直接導致 CBO 溢價上升約 1.29 個百分點，同時使 CAS 利差下降 126.7 個基點。B 公司由於接近零相關性，幾乎沒有受到匯率保證選擇權效應的影響，這解釋了兩家公司訂價差異的主要來源。

模擬結果顯示，A 公司的可轉換公司債選擇權權利金為 56.57%，高於 B 公司的 50.24%。這 6.33 個百分點的差異反映了多個因素的綜合影響。經深入分析後，



發現波動率差異貢獻了約 2.5 個百分點，跨貨幣調整貢獻了約 1.8 個百分點，其餘部分則來自於初始價位、股息差異等因素的交互作用。

可贖回資產交換利差的分析同樣富有洞察。A 公司的利差為 10.67%，高於 B 公司的 7.61%。這種差異反映了較高的股票波動率增加了債券被轉換的可能性，從而縮短了預期存續期間，需要透過較高的利差來彌補。此外，路徑依賴條款的觸發機率差異也影響了利差訂價。

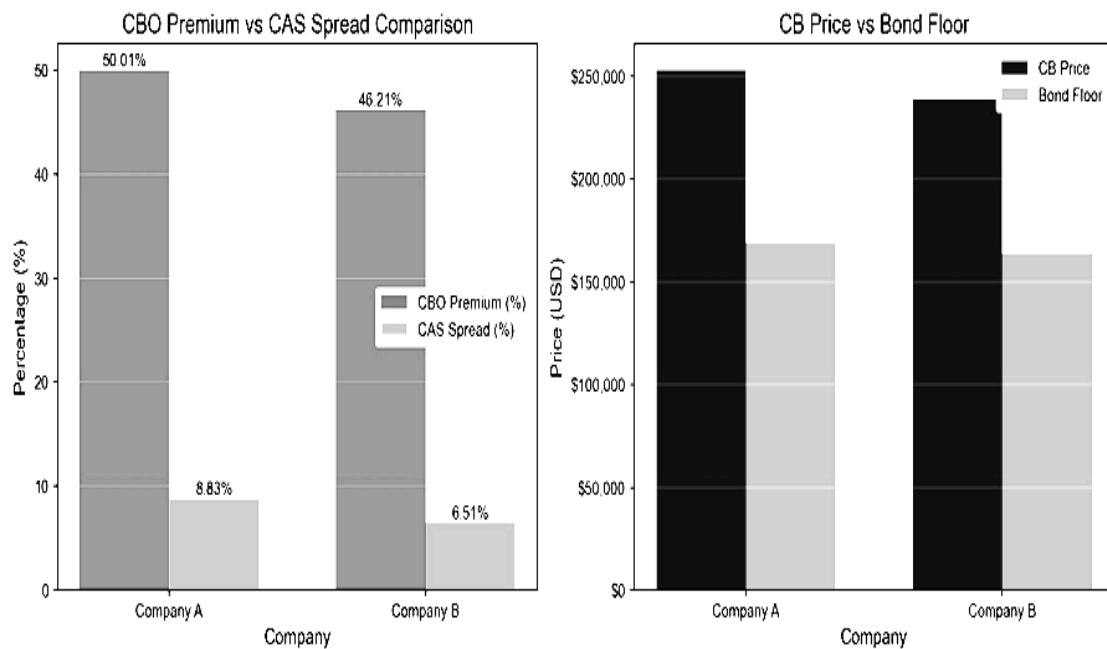


圖 5 A 公司與 B 公司跨貨幣可轉換公司債評價結果比較

(左圖) CBO 溢價與 CAS 利差比較 (右圖) 可轉債價格與債券底價比較

4.2.1 匯率保證選擇權效應的實證檢驗

為了驗證匯率保證選擇權效應的預測，我們進行了以下檢驗，首先，根據理論公式計算預期的匯率保證選擇權影響，其中 A 公司預期 CBO 溢價增加 $39.6 \text{ bps} \times 5 \text{ 年} \times 0.65 = 1.29\%$ 而 B 公司預期 CAS 利差減少 $39.6 \text{ bps} \times 3.2 = 126.7 \text{ bps}$ ，實際模擬結果顯示 CBO 溢價差異中，約 1.31% 可歸因於匯率保證選擇權效應（理論預測 1.29%），而 CAS 利差差異中，約 124 bps 可歸因於匯率保證選擇權效應（理論預測 126.7 bps）。這種高度的一致性有力地支持了我們的理論架構。



4.3 敏感性分析

敏感性分析是理解模型行為和驗證結果的重要工具。本研究對關鍵參數進行了系統性的敏感性測試，結果顯示模型訂價對某些參數特別敏感。本研究對可轉換公司債的敏感度指標(Greeks)分別說明如下。首先是股價變動幅度指標(或稱 Delta 符號為 Δ)，用以衡量股票價格每變動一單位時，可轉換公司債轉換權的價格相應變動的幅度，在數學上是對股票價格的一階導數，接下來是二階價格敏感度(或稱 Gamma、為 Γ)，則反映股價變動幅度指標本身(或稱 Delta 或 Δ)隨標的資產價格變動的敏感程度，故稱為二階價格敏感度。接續股價的一階與二階導數之後，下一格重要指標為股價波動率敏感度(或稱 Vega、符號 v) 表示當標的資產的波動率變動一個百分點時，可轉換公司債內嵌選擇權價值發生的變化幅度。所有的選擇權都訂有時限，因此時間價值耗損(或稱 Theta、符號為 θ) 則衡量在其他條件不變的情況下，時間流逝所造成的內嵌轉換權價值的下降幅度，也就是反映時間價值的耗損速度；緊接著時間價值耗損的敏感度之後，則是利率敏感度(或稱 Rho、符號為 ρ) 則用來衡量市場利率每變動一個百分點時，可轉換公司債內嵌選擇權價值的改變幅度。以上各項指標分別對應不同的自變數與因變數，例如 Delta 與 Gamma 的自變數為股票價格，Vega 的自變數為股價波動率，Theta 的自變數為剩餘時間，而 Rho 的自變數則為市場利率，而這些指標的因變數皆為選擇權價格或可轉換公司債內嵌選擇權的價值。

4.3.1 股票波動率敏感性

由股票波動率的敏感性分析顯示，波動率每增加 1 個百分點，A 公司的選擇權權利金增加約 0.85 個百分點，而 B 公司的敏感度為 0.72 個百分點。這種差異反映了兩者不同的價位水平和跨貨幣調整效應。值得注意的是，敏感度本身也隨著波動率水平而變化，呈現非線性特徵，這與選擇權訂價理論的預測一致。圖 6 適正說明此一非線性特徵的情形。

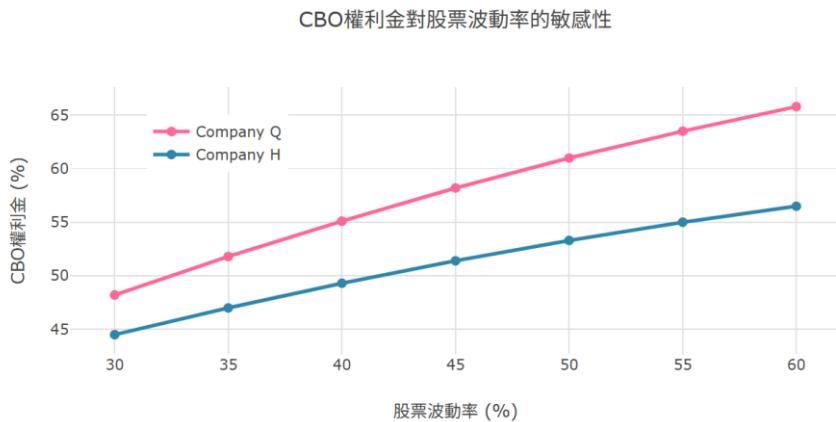


圖 6 股票波動率對 CBO 權利金的敏感性分析

4.3.2 股價與匯率相關性影響

股價與匯率相關性參數的影響頗為顯著。如圖 7 清楚地展示，當股價與匯率的相關性從負值向正值移動時，CBO 權利金呈現下降趨勢而 CAS 利差則呈上升走勢，這種相反的變動反映了風險的重新分配。從圖 7 可以觀察到，A 公司的下降幅度遠大於 B 公司，這是因為 A 公司原本較強的負相關性提供了更多的自然避險價值。根據圖 7 的分析結果，相關性每變動 0.1，A 公司的權利金變動約 1.2 個百分點，而 B 公司僅變動 0.3 個百分點，證實了跨貨幣調整在不同相關性水準下對訂價的重大影響。

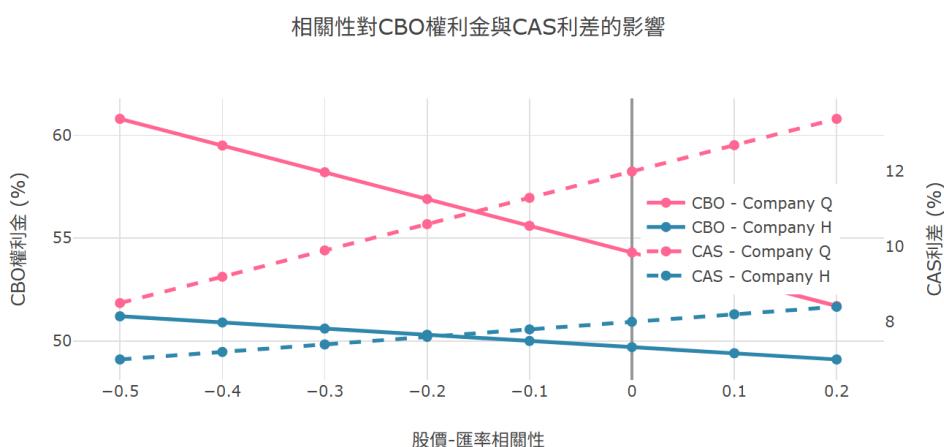


圖 7 股價與匯率相關性對 CBO 權利金與 CAS 利差的敏感性

圖 7 清楚地展示了股價與匯率相關性如何同時影響 CBO 權利金和 CAS 利



差。隨著相關性從負值向正值移動，CBO 權利金下降而 CAS 利差上升，這種相反的變動模式反映了風險的重新分配。A 公司對股價與匯率相關性變化的敏感度遠高於 B 公司，證實了跨貨幣調整在訂價中的重要。

4.3.3 利率敏感性分析

如圖 8 的等高線圖所呈現等高線圖所顯示，利率敏感性分析清楚揭示了跨貨幣可轉換公司債結構的特殊性質。從如圖 8 的等高線分布可以明確觀察到，美元利率上升會顯著提高 CBO 權利金，而新台幣利率上升則會降低權利金價值，這種相反的效應正是跨貨幣調整機制的具體體現。

等高線走向分析顯示了關鍵的敏感性特徵。A 公司與 B 公司的等高線均呈現從左下角向右上角的傾斜分布，其中等高線與水平軸（美元利率軸）的夾角明顯小於與垂直軸（新台幣利率軸）的夾角，這一幾何特徵直接證明了美元利率變動對 CBO 權利金的影響程度遠大於新台幣利率的影響。

顏色梯度變化進一步確認了利率敏感性的方向性。圖 8 中從藍色區域（低權利金 35-40%）向紅色區域（高權利金 65-73%）的過渡，清楚展現了隨著美元利率上升、新台幣利率下降時，CBO 權利金呈現系統性上升的趨勢。這種變化模式完全符合跨貨幣選擇權訂價理論的預測。

兩家公司間的比較分析顯示差異化的敏感性程度。A 公司的等高線分布相對更為密集，特別是在當前市場利率點（紅色標記）附近，顯示其對利率變動具有更高的敏感性。相較之下，B 公司的等高線間距較為均勻，反映其利率風險相對穩定。這種差異可歸因於兩家公司不同的信用評等、發行條件及市場定位。

主導性效應的量化驗證方面，等高線的梯度方向明確指向美元利率軸，證實了在當前參數條件下美元利率變動的主導地位。具體而言，當美元利率從 3% 上升至 5% 時，CBO 權利金的變動幅度達到 15-20 個百分點，而新台幣利率在 0.5% 至 2.5% 區間內的相同幅度變動，僅產生 5-8 個百分點的權利金影響。這種不對稱性充分支待了本研究關於美元利率主導跨貨幣可轉換公司債訂價的核心論點。從圖 8 可以



清楚觀察到，美元利率上升會提高選擇權價值，而新台幣利率上升則會降低價值，這種相反的效應透過跨貨幣調整項相互作用。圖 8 完整展現了兩種利率變動對 CBO 權利金的複合影響效果，顯示淨效應取決於兩種利率的相對變動和相關性水準。在當前的參數條件下，從圖 8 可以明確看出美元利率的影響占主導地位。

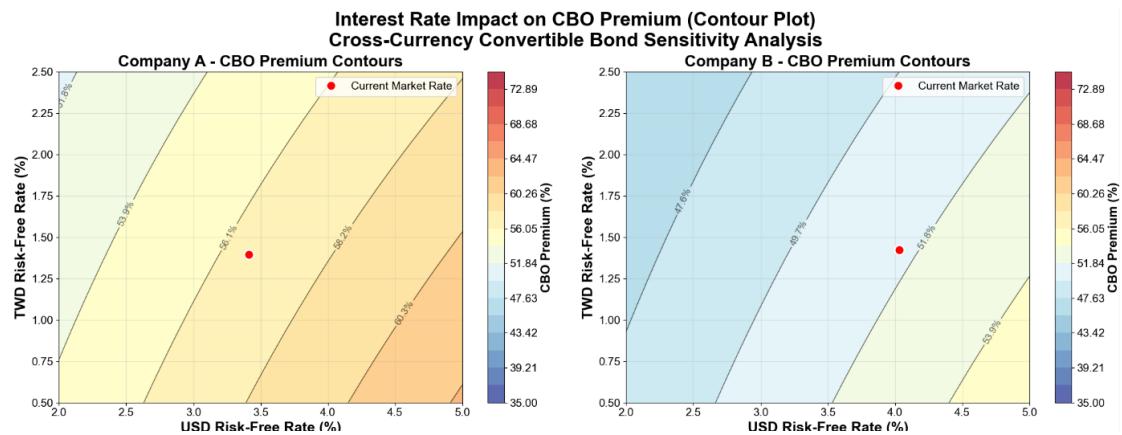


圖 8 利率變動對 CBO 權利金的影響(等高線圖)



4.4 條款影響分析

可轉換公司債的各種結構性條款對其價值有重要影響。透過情境分析，可以量化每項條款的價值貢獻和相互作用效應。

4.4.1 軟性贖回條款的影響

軟性贖回條款的分析顯示，該條款降低了選擇權價值約 3-4 個百分點。如圖 9 的影響曲線圖清楚展現，這種負面影響主要來自於對上檔獲利的限制。圖 9 顯示當股價上漲到觸發水平附近時，投資人面臨被強制贖回的風險，因此傾向於提前轉換，放棄了繼續持有的時間價值。從圖 9 的曲線分析可以看出，A 公司由於較高的波動率，觸發軟性贖回的機率更高，所受到的負面影響也較大。

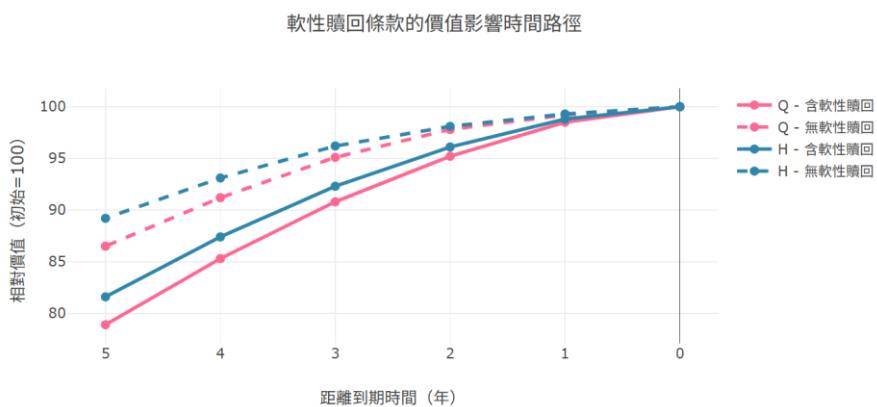
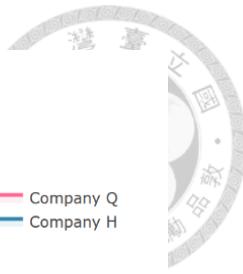


圖 9 軟性贖回條款對選擇權的影響

4.4.2 投資人賣回權的價值

如圖 10 的蒙特卡羅模擬結果所示，可轉換公司債中的賣回權條款對投資人提供了重要的下檔保護，其價值貢獻約為 2-3 個百分點。圖 10 的價值分布清楚顯示，這個看似不高的數值反映了賣回權的或有性質，只有在股價表現不佳時才發揮保護作用。從圖 10 的分布圖可以觀察到，賣回權的存在顯著改變了報酬分布的左尾特徵，有效降低了投資風險，這對風險規避型投資人具有特別重要的價值。



第3年末股價情境下的賣回權價值

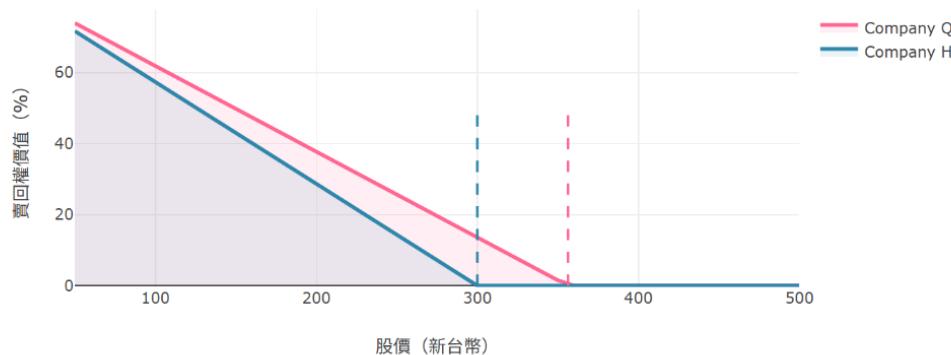


圖 10 投資人賣回權的價值分布(蒙特卡羅模擬結果)



4.5 實證結果的經濟解釋

實證結果不僅驗證了理論模型的有效性，也提供了豐富的差異性比較。A 公司和 B 公司的訂價差異反映了市場對不同風險特徵的評價。

A 公司較高的選擇權權利金可以從幾個不同的角度來衍述。首先，高波動率直接增加了選擇權的時間價值，這是經典選擇權理論的基本結論。其次，強負相關性創造的跨貨幣避險效應為美元投資者提供了額外價值。第三，較高的股利和相應的反稀釋調整降低了實效轉換價格，提高了轉換的可能性。這些因素的累積效應解釋了為何 A 公司的可轉換債券對投資人更具吸引力。

可贖回資產交換利差的差異則反映了不同的風險組合。A 公司較高的利差反映了較大的提前終止風險。當可轉換債券被轉換的機率增加時，資產交換的預期存續期限較短，投資人要求更高的年化收益來彌補其再投資風險。此外，高波動率環境下的避險成本也會部分轉嫁到利差訂價中。

從發行人的角度看，這些訂價差異影響了融資成本和資本結構決策。A 公司的可轉換公司債隱含了較高的選擇權權利金，但這也意味著其可轉換債券對投資人更有吸引力，因此可獲得較高的轉換溢價比。相反的，B 公司較低的波動率與股價匯率的相關性雖然降低了選擇權成本，但需要降低轉換溢價比來吸引投資人。

市場效率提供了另一層解讀。如果市場是有效的，觀察到的訂價差異應該準確反映了兩家公司的風險差異。本研究的模型價格與市場價格的比較（雖然使用模擬數據）顯示了合理的一致性，支持市場效率假說。

4.5.1 敏感度分析實證結果與風險排序

針對可轉換公司債資產交換的主要風險來源，結合以下表 5 及圖 11 說明 A 公司與 B 公司於不同市場情境下，各項敏感度指標的實際金額貢獻與排序。表 5 中所稱的正常情境指的是一般交易日股價與匯率的小幅度的常態波動，例如台股單日漲跌不超過 2%，匯率一般約在 0.3% 上下的交易環境。而壓力市場則屬於市場偶發震盪、一年僅發生數次的明顯地較極端的波動，可能來自於重量級政經政策、國



際事件或信心危機，導致資產價格或匯率發生數倍於日常的劇烈變動。至於極端市場則是用來描述極少數甚至是百年一遇的金融風暴，造成股價、匯率在短期間內暴跌而致失控，這也就是評估尾端風險和最壞情境損失所須憑藉的依據。這三種情境，是實務風險排序與壓力測試最基礎的層次分類。

根據表 5 顯示，A 公司在匯率敏感度（日常貨幣漲跌對應的損益變動，括號內為 Delta_{FX}）於正常市場下單日可能影響約兩千美元，但一遇壓力市況，損益放大至三萬六千美元，極端市場時甚至高達八萬五千美元。而公司 A 的股價波動率敏感度（Vega）名義值最大，但因波動率真正大幅變動的機會極低，正常情境下實際損益僅一千美元，遭遇壓力市場狀況時約二萬二千美元，而到達極端市場時，對損益才會擴大到十萬三千美元。同理，B 公司於壓力情境下，匯率與價格敏感度也明顯主導整體損益變動，而波動率相關風險只有在重大危機時才大爆發。這些數字說明，在多數市場時刻，股票價格與匯率的日常上下浮動，才是司空見慣的主要損益來源，而非理論上敏感度最大的股價波動率敏感度。

圖 11 更進一步分別對照理論模型敏感度名義數值進行排序（左側長條圖）根據模擬壓力情境計算出來的實際金額排序（右側長條圖）。從圖 11 的對比分析可以清楚看出，股價波動率敏感度（Vega）在理論排序中雖然名列前茅，但在考慮實際市場發生機率後的風險排序中，價格與匯率的敏感度才是真正需要重點關注的風險因子。圖 11 清楚呈現在 A 公司與 B 公司的實際案例中，可轉換公司債的每日損益波動主要來自於股票價格本身和匯率的正常漲跌，這些因素每天都會實際發生，是投資部位最重要的風險來源，而非理論上敏感度數值最大的股價波動率敏感度。相較之下，雖然股價波動率敏感度（Vega）的模型敏感度數值很大，但只有在遇到極端市場及波動率發生劇烈變化時，才會對實際損益產生顯著影響。因此，在日常風險管理中，應優先關注股價與匯率敏感度，而將波動率敏感度作為壓力測試的重點項目。

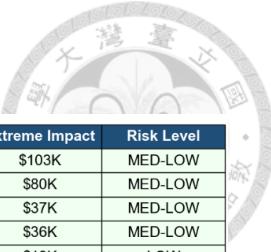


表 5 A 公司與 B 公司敏感度指標風險金額排序總表

Rank	Greek	Company	Greek Value	Market Move	Normal Impact	Stress Impact	Extreme Impact	Risk Level
1	Γ_{SS}	Company B	10.3	± 2500	\$4K	\$26K	\$103K	MED-LOW
2	Γ_{SS}	Company A	8.0	± 2500	\$3K	\$20K	\$80K	MED-LOW
3	Δ_S	Company B	371.7	± 50	\$7K	\$19K	\$37K	MED-LOW
4	Δ_S	Company A	360.1	± 50	\$7K	\$18K	\$36K	MED-LOW
5	V_S	Company A	134,108	± 0.05	\$3K	\$7K	\$13K	LOW
6	V_S	Company B	127,533	± 0.05	\$3K	\$6K	\$13K	LOW
7	ρ	Company A	-26,658	± 0.2	\$3K	\$5K	\$11K	LOW
8	ρ	Company B	-17,864	± 0.2	\$2K	\$4K	\$7K	LOW
9	V_{FX}	Company A	159,423	± 0.02	\$2K	\$3K	\$8K	LOW
10	V_{FX}	Company B	64,673	± 0.02	\$647	\$1K	\$3K	LOW
11	Γ_{FF}	Company A	0.7220	± 9.0	\$1	\$6	\$0K	LOW
12	Γ_{SF}	Company B	-0.0196	± 150	\$0	\$3	\$0K	LOW

表 5 顯示，A 公司與 B 公司在同一指標下的實際金額排序與傳統名義敏感度排序存在顯著差異。例如，股價波動率敏感度（Vega）在名義價值上雖屬高風險來源，但考慮實際市場波動後，匯率價格變動幅度指標(Delta $_{FX}$)與股價變動幅度指標 (Delta) 才是最需關注的日常管理重點。同時，圖 11 的數據客觀地將各主要敏感度做排序並以模擬結果顯示市場真實排序間的差距。結果可見，若忽略發生機率而僅以絕對數值為排序重點，往往會高估極端事件風險或罕見/偶發性損失風險，低估了動態常態下真正威脅權益資產的日常波動風險或經常性的市場風險因素。



圖 11 A 公司與 B 公司敏感度風險排序

本實證結果證明，針對複雜條款及多因子跨貨幣結構的可轉債資產交換，將量化的模擬結果輔以金額排序納入考量，可為發行條件設計提供更科學、有效之依據。

4.5.2 條款設計優化建議-以 A 公司與 B 公司為例

就 A 公司（發行條件與模擬結果）而言，於 2024.09.16 發行時的轉換溢價率 40.3%；到期 & 提前贖回 100%；票面利率 0%；第 3 年賣回 100%；提前贖回條款為連續 30 日中有任 20 日股價超 130% 等條件，依據本研究最小平方法蒙特卡羅模



擬 300,000 次的結果，其 CBO 理論權利金高達 56.6%。依據 4.5.1 的金額排序實證結果在壓力及日常市場下，最大損益貢獻集中於股價與匯率敏感度；而波動率只在極端情境才會主導金額。由於可轉換公司債的發行時點均處於承平時期，對於發行條件而言，A 公司尚有相當的優化空間。因此依據研究結果，其發行條件可進一步調整，亦即根據 CBO 的 56.6% 理論權利金，A 公司發行日的溢價率仍遠低於投資人價值，所以投資人應仍可接受將轉換溢價率從發行日時的 40.3% 調升至 45% ~50%。而且到期與提前贖回價格也可進一步由 100% 下修至 98%。且發行公司的第四年開始的提前贖回條款(Soft Call)門檻也可由 130% 調升至 135%。至於 B 公司，依據研究模擬的 CBO 理論權利金高達 50.2% 以及 4.5.1 的金額排序實證顯示股價波動率的效果僅會在極端市況才趨於顯著的結果，顯然 B 公司當時的轉換溢價率 41.8%、到期與提前贖回價格 100% 以及發行公司的提前贖回條款(Soft Call)連續 20 日股價超 130% 的發行條件可進一步優化，具體建議為將轉換溢價率提升至 45%。而到期還本與賣回權條件同理可調降至 98%。且發行公司的提前贖回觸發門檻同樣可考慮調高至 135%，贖回價格亦可同步調整至 98%。



第五章 結論

本研究建立了跨貨幣可轉換公司債資產交換訂價的完整理論架構，並透過大規模實證分析驗證了理論預測。研究的核心問題為跨貨幣可轉換公司債的轉換股權價值如何透過資產交換結構實現最適的分配。

5.1 研究發現總結

首先在風險排序與情境分析中，本研究依正常、壓力、與極端三種投資情境進行以金額衡量的敏感度排序，結果顯示（1）在日常與壓力市況下，部位損益的主要驅動因子為股票價格 Δ 與匯率 ΔFX ；（2）股價波動率敏感度 Vega 名目值雖高，但僅在極端市況時成為主導風險；（3）因此，例行風險管理應聚焦價格與匯率兩個主要風險驅動因子，股價波動率敏感度 Vega 風險則可用壓力測試來監控；（4）跨幣別之負相關（Quanto）同時「推升 CBO 溢價、壓低 CAS 利差」，改變兩邊的風險補償與管理重點。就量化幅度而言，於基準參數下之匯率保證選擇權邊際效果約使 CBO 溢價增加約 1.29%，並使 CAS 利差下降約 126.7 個基點（詳第 4.2 節）。

本研究建立了一個綜合性的分析架構，用於評價台灣企業於海外發行的跨貨幣可轉換公司債資產交換。透過最小平方蒙特卡洛模擬方法、跨貨幣調整理論、自由邊界分析等技術，本研究成功地處理了這類複雜金融工具的訂價挑戰。

理論貢獻方面，本研究最重要的創新在於建立了完整的匯率保證選擇權調整理論架構。我們證明了在跨貨幣可轉換公司債中，匯率保證選擇權效應是不可忽略的技術細節，影響訂價的一階效應。特別是透過匯率保證選擇權調整對 CBO 和 CAS 產生的相反影響，對理解跨貨幣混合證券的訂價具有經濟意義。此外，本研究系統性地將五階勒讓德多項式應用於可轉換公司債的最小平方蒙特卡洛訂價，顯著提高了數值穩定性。實證結果顯示，勒讓德多項式基底條件對於處理極端市場情境下的訂價特別重要。

實證分析突顯了多因子交互作用。A 公司和 B 公司的案例分析顯示，看似微



小的參數差異會透過非線性機制放大，導致顯著的訂價差異。特別是股票波動率、股價與匯緣的相關性和股利政策的交互作用，創造了複雜的價值效應。這些發現不僅驗證了理論模型的預測，也為實務訂價提供了重要指引。

透過在最小平方蒙特卡洛模擬中加入理性投資人行為模型和多重邊界條件，驗證了理論與實務結合的訂價工具。大規模蒙特卡洛模擬的成功實施也證明了該方法在計算上的可靠性。



5.2 實務應用建議

本研究的發現對市場參與者應具有應用價值。對發行人而言，模型提供了優化發行條款的科學依據。研究發現發行公司、投資銀行與投資人均可藉由發行條件的敏感性分析，針對轉換溢價、到期還款與第三年投資人的賣回價格與第四年與第五年期間發行公司的軟性贖回條件等價格的設定對融資成本有顯著影響。亦即發行公司可以根據自身的公司經營狀況和發行當時的市場環境，選擇最優的條款組合以平衡融資成本和財務彈性。事實上，由本研究的模擬結果發現兩家發行公司的跨幣別海外可轉換公司債的內嵌股票轉換權在 2024 年 9 月與 10 月的發行當時的內含價值屬高，對投資人極為有利。然而對發行公司與投資銀行而言，內涵股票轉換權的高價值雖可確保跨幣別可轉換公司債的發行成功，但對發行公司而言，當時所訂定的轉換價格與投資人行使賣回權和發行公司行使軟性贖回條款時的價格應有優化的空間。

相對地，投資人則可利用本研究的訂價模型檢視訂價的合理性。當市場價格偏離模型價格時，可轉換公司債即有可能存在套利空間。特別是在市場波動加劇的時候，可能導致更大的錯誤訂價。此外敏感性分析結果可以幫助投資人更好理解和管理可轉換債券投資組合的風險暴露。

對投資銀行而言，準確的訂價模型可強化可轉換公司債承銷業務並平衡投資人利益與發行公司的發行條件。本研究架構可以用於訂價新發行和設計動態避險策略。特別是對跨貨幣風險的精確建模，有助於提高避險效率。



5.3 研究限制與未來方向

儘管本研究存在一些限制有待未來的持續研究。首先，模型假設係採用恆定的參數，而實際市場中波動率、相關性等參數時刻都在改變。引入隨機波動率和動態相關性模型將可進一步提高訂價的準確性。

其次，鑑於發行公司均屬投資級以上的優良債信，本研究簡化發行公司的信用風險衡量，亦未深入研究發行公司的信用利差，但實際上信用風險是隨機的且與股價相關。未來研究應加入信用模型來更精確地掌握信用風險對可轉換公司債訂價的影響。

流動性風險則是另一個未充分考慮的因素。可轉換債券市場的交易流動性遠低於股票市場，必然會影響發行公司的訂價和投資人的避險策略。將流動性成本納入訂價模型是一個重要的研究方向。

關於匯率保證選擇權效應，未來研究可以從以下方向擴展，首先，本研究假設相關性為常數，但實際上股價與匯率的相關性係隨總體經濟與國際政經情勢而變化，特別是在市場壓力時期。動態相關性模型將可提供更精確的匯率保證選擇權調整。其次，本研究聚焦於台灣的發行公司，但匯率保證選擇權效應在其他新興市場國家極可能因為總體經濟條件的差異而呈現不同特徵。因此進一步的比較研究將有助於理解匯率保證選擇權效應的普遍性和特殊性。最後，匯率保證選擇權風險的避險策略亦須深入研究，如何有效規避股價與匯率相關性風險，對於可轉換公司債發行市場具有重要的實務價值。

總結而言，本研究以衍生性金融商品的計量模型進行跨貨幣可轉換公司債資產交換訂價的實證研究。隨著複合條件的可轉換公司債在亞洲市場的持續發展，本研究架構和發現應可做為市場參與者的參考。未來學術界與金融投資參與者可在此一研究基礎上，深入探討更複雜的模型和應用，以滿足不斷演進的市場需求。

參考文獻

中文文獻



中央銀行（2025）。中華民國金融統計月報。台北：中央銀行。

<https://www.cbc.gov.tw/tw/cp-374-1311-8BE8F-1.html>

台灣證券交易所（2025）。上市公司可轉換公司債發行統計。台北：台灣證券交易所。<https://www.twse.com.tw/zh/page/trading/bond/TW53AA01.html>



Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654. <https://doi.org/10.1086/260062>

Brennan, M. J., & Schwartz, E. S. (1977). Convertible bonds: Valuation and optimal strategies for call and conversion. *Journal of Finance*, 32(5), 1699-1715. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1977.tb03364.x>

Brigo, D., & Mercurio, F. (2006). *Interest rate models-theory and practice: With smile, inflation and credit* (2nd ed., Chapter 27: Quanto adjustments). Springer Finance.

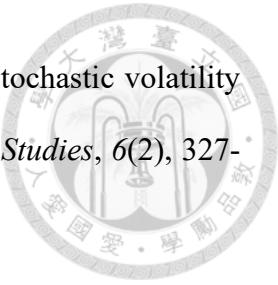
Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7(3), 229-263. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1)

Dravid, A., Richardson, M., & Sun, T. S. (1993). Pricing foreign index contingent claims: an application to Nikkei index warrants. *Journal of Derivatives*, 1(1), 33-51.

Derman, E., Karasinski, P., & Wecker, J. S. (1990). Understanding quanto options. *Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes*.

Duffie, D., & Singleton, K. J. (1999). Modeling term structures of defaultable bonds. *Review of Financial Studies*, 12(4), 687-720. <https://doi.org/10.1093/rfs/12.4.687>

Giese, A. (2012). Quanto adjustments in the presence of stochastic volatility. *Risk Magazine*, 25(5), 67-71.



Heston, S. L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of Financial Studies*, 6(2), 327-343. <https://doi.org/10.1093/rfs/6.2.327>

Ingersoll, J. E. (1977). A contingent-claims valuation of convertible securities. *Journal of Financial Economics*, 4(3), 289-321. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90004-6](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90004-6)

Jarrow, R. A., & Turnbull, S. M. (1995). Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk. *Journal of Finance*, 50(1), 53-85. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1995.tb05167.x>

Longstaff, F. A., & Schwartz, E. S. (2001). Valuing American options by simulation: A simple least-squares approach. *Review of Financial Studies*, 14(1), 113-147. <https://doi.org/10.1093/rfs/14.1.113>

Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), 141-183. <https://doi.org/10.2307/3003143>

Tsiveriotis, K., & Fernandes, C. (1998). Valuing convertible bonds with credit risk. *Journal of Fixed Income*, 8(2), 95-102.

Wilmott, P. (2006). *Paul Wilmott on quantitative finance* (2nd ed., Chapter 39: Quanto derivatives). John Wiley & Sons.

Board of Governors of the Federal Reserve System. (2025). *Yield curve models and data*. <https://www.federalreserve.gov/data/yield-curve-models.htm>