

國立臺灣大學工學院土木工程學系

碩士論文

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master's Thesis



拉脹超材料之縮尺試驗及簡化模型研究

Experimental Study and Simplified Model Development
of Auxetic Metamaterials

楊蒞帆

Chih-Fan Yang

指導教授：張國鎮 教授

Advisor: Prof. Kuo-Chun Chang

共同指導教授：吳東諭 助理教授

Co-Advisor: Asst. Prof. Tung-Yu Wu

中華民國 113 年 7 月

July, 2024



口試委員會審定書



國立臺灣大學碩士學位論文 口試委員會審定書 NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE

拉脹超材料之縮尺試驗及簡化模型研究

Experimental Study and Simplified Model Development of Auxetic Metamaterials

本論文係 楊泓帆 (R11521219) 在國立臺灣大學土木工程學系結構工程組
完成之碩士學位論文，於民國113年6月24日承下列考試委員審查通過及口試
及格，特此證明。

The undersigned, appointed by the Department of Civil Engineering Structural Engineering on
June 24, 2024 have examined a Master's Thesis entitled above presented by YANG, CHIH-FAN
(R11521219) candidate and hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

張國鎮

(指導教授 Advisor)

張國鎮

吳東諭

(共同指導 Co-Advisor)

吳東諭

汪向榮

汪向榮

林子剛

林子剛

系主任 Director:

葛宇甯

葛宇甯



誌 謝



能夠在此刻將論文完成，歷經兩年的學習，我想由衷的感謝張國鎮教授。感謝老師從我大學時期就以導師的身分鼓勵我、幫助我，並在碩士班擔任最棒的指導教授，提供非常多的協助與支持，為我奠定專業知識的基礎並在我徬徨時為我指引道路。

感謝我的共同指導教授吳東諭教授，另外還有台大土木系吳日騰教授、台科大營建工程系汪向榮教授、交大土木系林子剛教授、林其穎教授、國震中心陳家漢博士、彭聖凱博士與參與超材料會議的所有教授與博士每次給予的建議以及鼓勵，讓我能夠精進我的研究以及排除困難。

特別感謝研究室學長謝享浩，在我論文研究不知所措時提供了非常多的幫助，也一起完成辛苦的縮尺試驗，以專業知識以及過往研究經驗給予協助。感謝黃振宇學長，也感謝同為超材料研究團隊的同學們：鄧煒霖、林冠汶、黃揚升、邱國銓，謝謝你們能夠和我一起相關研究領域打拼，讓我在遇到困難時有伙伴可以求助及討論。

縮尺試驗的試驗過程感謝國震中心技術人員的幫助，也感謝所有超材料研究團隊同學們百忙中的協助，才能使試驗順利完成。

感謝我的家人們讓我衣食無憂的埋首研究，他們一直以來的鼓勵及愛護成為了我的避風港。也感謝我的朋友們，他們豐富我的生活，陪伴我度過所有快樂、悲傷或是焦慮的時期，謝謝所有研究路上貴人們的相助及陪伴，由衷的感謝一切。



中文摘要



全世界大部分的地震均發生於活躍的環太平洋地震帶，而坐落於上的臺灣每年平均發生約上萬次的地震，令抗震技術的研究與精進持續成為非常重要的議題。近年興起一種新抗震概念稱作地震超材料(Seismic metamaterials)，利用阻擋地震波之傳遞的方式避免災害，透過此概念有望達成在不改動既有建物的情況下保護整個目標區域之理想。

本研究持續先前對樁型拉脹地震超材料之探索，進行比例 1/15 之縮尺試驗證實樁型拉脹地震超材料符合試驗前數值掃頻分析得到之帶隙位置且在帶隙範圍內具波傳折減效果。另外進行排數試驗證實週期性排列確實為超材料展現波傳折減特性的基本假設，亦觀察針對此樁型拉脹地震超材料，為使帶隙效果開始明顯展現，所需之最小排列行數為三排。

另外，樁型拉脹地震超材料之設計帶隙範圍符合地震超材料之設計目標：具有低帶隙下界以及寬帶寬，因此本研究認為此設計單元晶格具未來進行更多延伸研究之可行性。基於樁型拉脹地震超材料的複雜結構，為使後續延伸模擬之可行性提升，本研究致力發展運用於此超材料之層疊排列拉脹結構等值模型，簡化原設計樁型拉脹地震超材料，目標使數值模擬過程簡單化並降低計算成本。

關鍵詞：地震超材料、拉脹結構、等值研究、縮尺試驗



ABSTRACT



The majority of seismic events worldwide occurred within the Pacific Ring of Fire, also known as Circum- Pacific belt, where Taiwan is located in. Tens of thousands of earthquakes strikes Taiwan annually, making ongoing research and advancement in earthquake-resistant technology a crucial topic. In recent years, a new passive control technology, Seismic Metamaterials has aroused. These metamaterials aim to block seismic waves from passing, offering the potential to protect the entire target area without altering the current states of already- existing structures.

This study extends the exploration of auxetic pile- type seismic metamaterials, conduct 1/ 15 scale- down experiments in order to validate that the range of band gap is actually the same as where previous studies have predicted by numerical analysis, and also observe whether the input waves are attenuated while the frequencies of the waves are within the designed band gap. On top of that, row tests are also carried out to prove that periodic arrangement is indeed a crucial precondition for wave attenuation characteristic of metamaterial to show, while the minimum rows of periodic arrangement of auxetic pile- type seismic metamaterials to exhibit band gap were observed to be three rows.

In addition, since the designed band gap of auxetic pile- type seismic metamaterials actually fits the design goal quite well: possesses relatively low lower

bound frequency and decent width of band gap, this study consider auxetic pile- type seismic metamaterials feasible for conducting extended research. Limited by the complicated structures of auxetic pile- type seismic metamaterial unit cell, in order to improve the feasibility of follow- up extended numerical analyses, this study aims to use equivalent model of this non-typical arrangement of auxetic structures for the development of simplified model, intent to simplify the process and modeling of numerical analyses and reduce the computation cost.

Keywords: Seismic metamaterials; Auxetic structures; Equivalent studies; Scale- down experiment

目次



口試委員會審定書.....	II
誌謝.....	IV
中文摘要.....	VI
ABSTRACT.....	VIII
目次.....	X
圖次.....	XIV
表次.....	XVIII
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機與目的.....	2
1.3 本文架構.....	3
第二章 文獻回顧.....	5
2.1 超材料理論回顧.....	5
2.2 地震超材料回顧.....	6
2.2.1 地震超材料數值掃頻分析研究方法.....	7
2.2.2 地震超材料設計目標.....	9
2.2.3 基礎型地震超材料.....	10
2.2.4 屏障型地震超材料.....	12
2.3 樁型地震超材料設計回顧.....	13
2.3.1 樁型地震超材料參數分析.....	14
2.3.2 樁型地震超材料單元晶格設計.....	16

2.4	拉脹材料與拉脹結構簡介.....	20
2.4.1	拉脹材料簡介.....	20
2.4.2	拉脹結構簡介.....	21
2.4.3	拉脹地震超材料回顧.....	22
2.5	地震超材料縮尺試驗回顧.....	24
2.6	文獻回顧啟發.....	24
第三章	樁型拉脹地震超材料縮尺試驗.....	27
3.1	試驗目的.....	27
3.2	試驗對象.....	27
3.2.1	試驗目標超材料單元晶格設計.....	27
3.2.2	縮尺尺度設計.....	31
3.2.3	縮尺試體製作.....	32
3.3	縮尺試驗規劃與配置.....	34
3.3.1	試驗環境及試驗方法.....	34
3.3.2	試驗組合規劃.....	36
3.3.3	試驗步驟.....	38
3.4	試驗結果與討論.....	40
3.4.1	SDSC 試驗組.....	40
3.4.2	RNAC 試驗組	42
3.4.3	試驗結果討論與修正.....	44
3.5	縮尺試驗設計討論.....	47
第四章	拉脹結構等值模型.....	49

4.1	典型拉脹結構等值模型.....	49
4.2	層疊拉脹結構等值模型.....	51
4.3	層疊排列拉脹結構等值模型計算驗證.....	55
4.3.1.	單元數值模擬驗證.....	55
4.3.2.	二維數值模擬與抗拉試驗驗證.....	58
4.3.3.	三維數值模擬與抗壓試驗驗證.....	62
4.4	層疊拉脹結構排列方式優勢.....	65
第五章	拉脹超材料單元簡化模型.....	67
5.1	拉脹結構的頻散曲線.....	67
5.1.1	單一拉脹結構的帶隙展現.....	67
5.1.2	非拉脹結構的帶隙展現.....	68
5.2	樁型拉脹地震超材料簡化模型.....	70
5.2.1	等值柏松比的公式修正.....	70
5.2.2	原樁型拉脹地震超材料簡化模型發展.....	72
5.2.3	原樁型拉脹地震超材料簡化模型驗證.....	73
5.3	樁型拉脹地震超材料簡化模型驗證.....	77
5.3.1	排數驗證.....	77
5.3.2	厚度驗證.....	79
5.3.3	幾何驗證.....	80
5.3.4	章節小結.....	81
5.4	簡化模型的優勢.....	82
第六章	拉脹超材料簡化模型單元時間域分析.....	86

6.1	樁型拉脹地震超材料簡化模型二維時間域分析.....	86
6.2	簡化模型時間域分析的材料阻抗.....	88
6.3	樁型拉脹地震超材料簡化模型三維時間域分析.....	91
第七章	結論與未來建議.....	93
7.1	本文結論.....	93
7.1.1	縮尺試驗結果討論.....	93
7.1.2	樁型拉脹地震超材料簡化模型發展結果討論.....	93
7.2	建議與未來展望.....	94
7.2.1	樁型拉脹地震超材料.....	94
7.2.2	簡化模型.....	95
7.2.3	未來現地試驗規劃建議.....	95
	參考文獻.....	97

圖 次



圖 1-1 研究流程圖.....	4
圖 2-1 超材料歷史回顧示意圖.....	6
圖 2-2 軟木樁型超材料單元晶格數值掃頻分析重現結果.....	8
圖 2-3 頻散曲線及定義示意圖.....	9
圖 2-4 地震超材料阻隔波傳效果示意圖.....	10
圖 2-5 一維基礎型地震超材料.....	11
圖 2-6 二維基礎型地震超材料(擷取自 GUPTA ET AL.[16]並加註).....	11
圖 2-7 三維基礎型地震超材料(擷取自 YAN ET AL.[17]).....	11
圖 2-8 以樹木作為屏障型地震超材料.....	12
圖 2-9 鑽孔式屏障型地震超材料現地試驗 (擷取自 BRÛLÉ ET AL.[20])	13
圖 2-10 鑽孔式屏障型地震超材料現地試驗 (擷取自 ACHAOU ET AL.[24])	13
圖 2-11 三層彈簧質量模型系統以及材料參數表 (擷取自簡廷宇等人[25])	14
圖 2-12 單位六角晶格幾何參數及材料設定示意圖.....	15
圖 2-13 單位四方晶格幾何參數及材料設定示意圖 (擷取自謝享浩[4])	16
圖 2-14 回顧部分樁型地震超材料單元設計結果整理	19
圖 2-15 正、負泊松比材料受拉變形行為.....	20
圖 2-16 凹向性拉脹結構.....	21
圖 2-17 旋轉性拉脹結構.....	21
圖 2-18 手性拉脹結構.....	22
圖 2-19 拉脹結構夾角對帶隙位置影響 (擷取自 UNGUREANU ET AL.[11]並加註)	22
圖 2-20 拉脹幾何超材料 (擷取自張雯桂[31]並加註)	23
圖 2-21 樁型拉脹地震超材料 (擷取自謝享浩[4]並加註)	23
圖 2-22 樁型拉脹地震超材料之材料與邊界條件設定.....	25

圖 2-23 樁型拉脹地震超材料定頻時間域分析（擷取自謝享浩[4]）	26
圖 3-1 試驗目標實尺單元晶格示意圖	28
圖 3-2 熱塑性聚氨酯硬度表[34]	29
圖 3-3 試驗目標實尺單元晶格頻散曲線	30
圖 3-4 試驗目標實尺單元晶格模態圖（擷取自 HsIEH ET AL.[33]）	30
圖 3-5 5 噸油壓致動器位移性能曲線圖（擷取自鄧煒霖[30]並加註）	31
圖 3-6 1/15 縮尺模型與其頻散曲線	32
圖 3-7 縮尺單元試體分層材料	33
圖 3-8 縮尺單元試體組裝	33
圖 3-9 鋼箱 3D 示意圖	34
圖 3-10 鋼箱與軟木邊界截面示意圖	35
圖 3-11 試驗用加速規及資料擷取系統	36
圖 3-12 頻率反應函數定義示意圖	36
圖 3-13 SDSC 試驗組合示意圖	37
圖 3-14 RNAC 試驗組合示意圖	38
圖 3-15 試驗程序圖	39
圖 3-16 試驗邊界及環境設置狀況	39
圖 3-17 理想正弦波波型示意圖（2 MM, 25 Hz）	40
圖 3-18 加速規擺放點位示意圖	40
圖 3-19 SDSC 試驗組全測試結果與比較	41
圖 3-20 SDSC 試驗照片	42
圖 3-21 加速規擺放點位示意圖	42
圖 3-22 RNAC 試驗組全測試結果與比較	43
圖 3-23 RNAC 試驗照片	44
圖 3-24 兩加速規加速度歷時比較圖	45

圖 3-25 純砂體特徵分析邊界條件設置	46
圖 3-26 SDSC-PC 誤差來源	47
圖 3-27 RNAC 1 × 6 排試驗結果比較	47
圖 4-1 典型拉脹結構排列方式及結構單元示意圖(擷取自 WANG ET AL.[41])	49
圖 4-2 典型拉脹結構受力與變形狀況示意圖 (擷取自 WANG ET AL.[41]並加註)	50
圖 4-3 拉脹結構層疊排列形式示意圖	52
圖 4-4 典型及層疊拉脹結構排列形式變形比較	52
圖 4-5 三維拉脹單元	53
圖 4-6 層疊排列拉脹結構受力與變形狀況示意圖	53
圖 4-7 拉脹結構模型材料及邊界條件設置示意圖	56
圖 4-8 拉脹結構單元數值模擬結果	57
圖 4-9 試體製作機器[44]、列印耗材[45]以及測試機器	59
圖 4-10 ASTM D638 TYPE I 尺寸[47]	59
圖 4-11 基本抗拉材料試驗	60
圖 4-12 典型排列拉脹結構拉伸試驗及數值模擬	61
圖 4-13 層疊排列拉脹結構拉伸試驗及數值模擬	61
圖 4-14 試驗、理論計算及數值模擬結果比較圖	62
圖 4-15 基本材料試驗	63
圖 4-16 拉脹結構模型試驗	64
圖 4-17 典型排列拉脹結構材料參數與 Z 向排數關係圖	65
圖 4-18 層疊排列拉脹結構材料參數與 Z 向排數關係圖	66
圖 5-1 單一拉脹結構單元邊界條件設定示意圖	67
圖 5-2 單一拉脹結構單元頻散曲線圖	68
圖 5-3 中空結構單元掃頻	68
圖 5-4 負柏松比材料效果展示	69

圖 5-5 層疊拉脹結構排列排數定義示意圖	70
圖 5-6 負柏松比材料效果展示	71
圖 5-7 等值均質材料單元頻散曲線圖	73
圖 5-8 新拉脹結構分層等值方式示意圖	73
圖 5-9 簡化超材料單元晶格模型與材料	74
圖 5-10 簡化拉脹結構分層等值單元頻散曲線圖	75
圖 5-11 簡化超材料單元晶格頻散曲線	75
圖 5-12 簡化模型實尺單元晶格模態圖	76
圖 5-13 排數驗證結構單元模型圖	77
圖 5-14 3×5 排拉脹結構單元頻散曲線圖比較	78
圖 5-15 5×5 排拉脹結構單元頻散曲線圖比較	78
圖 5-16 厚度驗證拉脹結構超材料單元晶格示意圖	79
圖 5-17 厚度驗證超材料單元頻散曲線圖比較	80
圖 5-18 幾何驗證超材料單元頻散曲線圖比較	81
圖 5-19 各簡化程度單元晶格模型頻散曲線圖	83
圖 5-20 樁型拉脹地震超材料簡化流程圖	84
圖 5-21 不同網格細緻度掃頻結果比較	85
圖 6-1 二維時間域分析模型尺寸與邊界條件示意圖	87
圖 6-2 15 Hz 理想正弦波	87
圖 6-3 簡化模型二維時間域分析結果	88
圖 6-4 波傳傳遞於不同介質之透射與反射示意圖	89
圖 6-5 輸入波傳遞介質示意圖	90
圖 6-6 二維縮尺試驗配置時間域分析結果（簡化環境模型）	91
圖 6-7 三維時間域分析模型尺寸與邊界條件示意圖	92
圖 6-8 三維時間域分析結果	92

表 次



表 2-1 參數 K 對應掃描路徑表	8
表 2-2 李宇軒[27]設計單元晶格材料參數	17
表 2-3 羅川琇[28]設計單元晶格材料參數	17
表 2-4 許巧臻[29]設計單元晶格材料參數	18
表 2-5 鄧煒霖[30]設計單元晶格材料參數	18
表 2-6 張雯桂[31]設計單元晶格材料參數	18
表 2-7 謝享浩[4]設計單元晶格材料參數	18
表 3-1 超材料單元晶格組成材料參數表	29
表 3-2 縮尺因子參數表（擷取自 NICOREAC ET AL.[36]並加註）	32
表 3-3 砂土相對密度計算表	35
表 3-4 試驗組合統整表	37
表 4-1 設計拉脹結構之幾何參數表	55
表 4-2 設計拉脹結構之材料參數表	55
表 4-3 鋼板材料參數表	56
表 4-4 計算及數值模擬結果比較表	57
表 4-5 延伸測試計算及數值模擬結果比較表	58
表 4-6 計算及數值模擬結果比較表	59
表 4-7 試驗、理論計算及數值模擬結果比較表（典型拉脹結構排列）	62
表 4-8 試驗、理論計算及數值模擬結果比較表（層疊拉脹結構排列）	62
表 4-9 3D 列印處理 PLA 材料參數表	63
表 4-10 試驗、理論計算及數值模擬結果比較表	64
表 5-1 負柏松比材料影響比較材料參數表	69
表 5-2 負柏松比材料影響比較材料參數表	71
表 5-3 拉脹結構等值部分之材料參數表	74

表 5-4 原拉脹結構模型與簡化模型帶隙比較表	76
表 5-5 3 × 5 排拉脹結構模型與簡化模型帶隙比較表	78
表 5-6 5 × 5 排拉脹結構模型與簡化模型帶隙比較表	79
表 5-7 厚度驗證原超材料模型與簡化模型帶隙比較表	80
表 5-8 幾何驗證原超材料模型與簡化模型帶隙比較表	81
表 5-9 各簡化程度單元晶格模型主要帶隙比較表	83
表 6-1 材料參數統整表	87
表 6-2 簡化模型介質材料參數表	90

第一章 緒論



1.1 研究背景

根據世界災害報告[1]統計，從 1960 至 2020 年，地震造成的重大災害共計 1284 件，佔據所有災害類型的第四名。臺灣位處環太平洋地震帶，歐亞大陸板塊與菲律賓海板塊交界處，地震活動相當頻繁，根據中央氣象局[2]，從開始啟用地震觀測系統後，每年可觀測高達四萬多次地震，包括近千次之有感地震。又根據內政部消防署[3]，從 1958 年統計至 2022 年，被記錄於天然災害損失統計表中之嚴重地震有足足 30 筆。在已經廣為人知，造成大量人員傷亡及經濟損失之 1999 年南投集集大地震發生之後，近年來臺灣也發生了幾次重大的地震，包括 2016 年美濃地震、2022 年花蓮地震及臺東地震等等，芮氏規模大於 6 之大地震多達 31 件，由此可見抗震方面的技術精進對臺灣以及全球都非常重要且急迫。

因地震頻繁釀成建物、橋樑毀損，目前已有多種隔、減震工法被研發且已大量投入實際應用。除了利用增加結構物自身之韌性之傳統型工法外，常見的制震工法包括加裝遲滯阻尼元件以及速度型阻尼器等消能裝置，利用增加結構阻尼來應對地震的到來。例如鋼板消能裝置(TADAS)或剪力連桿消能器(SLEA)等均為遲滯阻尼元件，而黏性、黏彈性阻尼器以及調諧質量阻尼器則屬於速度型阻尼器的範疇。此外，利用延長建物週期以降低結構反應的隔震工法也廣泛被使用。

縱然以上之隔、減震工法均展現顯著效果且各具優勢，新建建築還是較易投入施做之目標，老舊建物耐震補強並不容易，隔震工法對既有建築更是不可能的任務。此外，目前應尚未有同時能減緩大範圍地震災害之工程方法。為回應以上提及之困難及期待，近年興起一種新抗震概念稱作地震超材料(Seismic metamaterials)，藉由從源頭阻擋地震波傳，有望達成在不改動既有建物的情況下保護整個目標區域之理想。

超材料並非是特指某種全新的特殊材料，它可以以傳統的材料，例如混凝土、鋼鐵、橡膠等，以特定結構與排列組成，展現欲設計之力學行為。透過週期性排列超材料單元，具特定頻率段帶隙之特性將觸發，有效干擾及減弱該頻率段入射波之傳遞。超材料所能影響波傳之頻率段由其組合材料及方法決定，其中地震超材料，顧名思義，為特別配合地震波極低頻率段之設計成果。

1.2 研究動機與目的

地震超材料的設計目標為壓低其所能阻隔之入射波頻率段，也就是帶隙的下界，同時維持足夠被應用於實際工程的帶隙寬度。地震超材料的設計帶隙下界具極低的需求之原因除了地震波波長較長，主要頻率段多低於 10 Hz 以外，亦考慮降低高樓建物因共振效應破壞的目的。當地震災害發生時，若建築物自然震動頻率與地震波頻率一致而引發共振效應，將使震盪增強，破壞力加劇。現今新建住宅逐漸向上發展，高度在 50 m 以上之高層建築日亦增多，意味著若想保護未來大多為高層建物的社區不受地震災害及共振效應影響，理想的設計帶隙下界至少需低於 0.8 Hz，甚至越低越好。

為使地震超材料的設計盡量滿足目標，謝享浩[4]將拉脹結構導入設計，創造出極低頻帶隙之超材料單元晶格。為驗證此設計超材料單元之波傳衰減效果，本研究進行實驗室尺度之縮尺試驗，配合數值模擬結果證實樁型拉脹地震超材料之實際可行性。

此外，因判斷此樁型拉脹地震超材料之設計效果卓越，極低帶隙以及實用性高之帶寬組合形成具相當程度未來進行更多延伸實尺工程實務研究的潛力，為克服往後進行大範圍複雜數值模擬時計算成本過高的困境，本研究經文獻啟發，目標為發展樁型拉脹地震超材料之數值簡化模型，以期簡化未來建模、計算及設計的流程及耗時程度。



1.3 本文架構

本文將由七個章節組成，延續以往對樁型拉脹地震超材料之研究，以縮尺試驗證實其效果，並為提供更簡易的數值模擬方法發展簡化模型，以期降低未來大規模模擬計算成本。

本研究章節分節敘述如下：

第一章 緒論：

介紹地震超材料研究背景，提出研究目的並簡述本研究之研究流程。

第二章 文獻回顧：

本章將簡述超材料之歷史發展及基礎理論，且將著重於樁型地震超材料之研究發展；此外，亦將回顧拉脹材料及拉脹結構的相關文獻，討論其對超材料之影響，詳述啟發本研究之參考文獻。

第三章 樁型拉脹地震超材料縮尺試驗：

本章將詳述超材料實驗室等級縮尺試驗之試驗設備、過程及結果。

第四章 拉脹結構等值模型：

回顧等值拉脹拉脹結構之參考文獻，發展新排列形式凹向性拉脹結構之等值模型，並佐以數值模擬及實際小型材料力學試驗驗證結果。

第五章 樁型拉脹地震超材料等值模型：

本章將利用第四章之等值模型結果，應用於樁型拉脹地震超材料中簡化整體模型，並以數值模擬結果驗證簡化效果。

第六章 地震超材料簡化模型之實際應用：

本章將利用 COMSOL Multiphysics 有限元素軟體，導入第五章之簡化模型結果，模擬與第三章相似之縮尺試驗環境，對比及修正、討論數值模擬結果。

第七章 結論與未來建議：

本研究之研究結果及討論將整理於本章節，並將提出與未來可規劃之大型現地試驗以及其他形式簡化模型之相關建議。

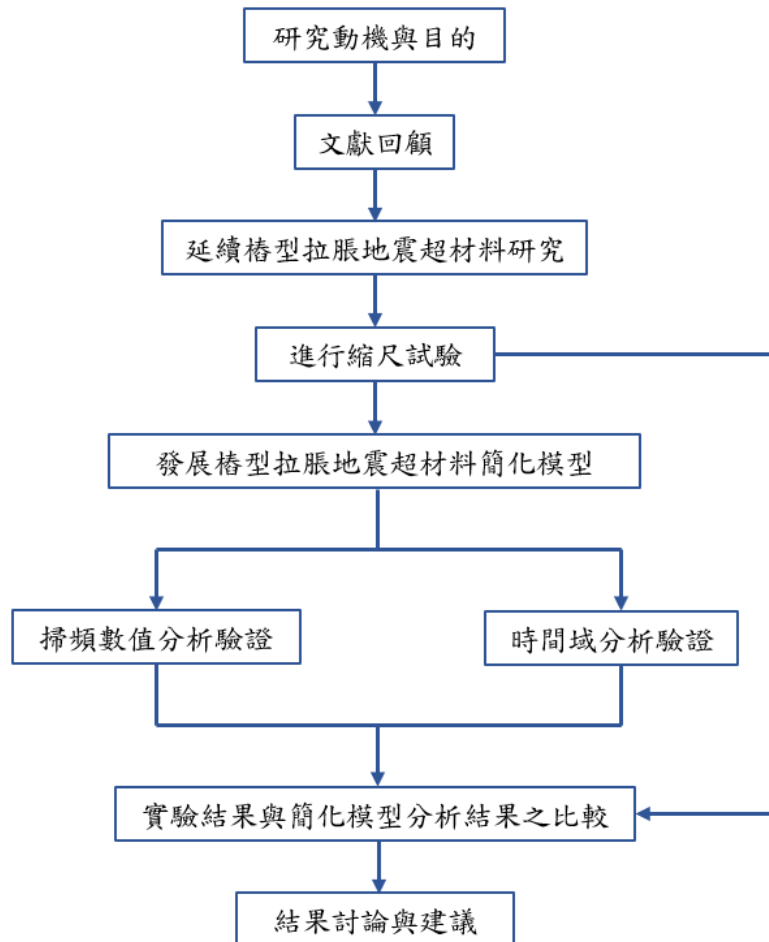


圖 1-1 研究流程圖

第二章 文獻回顧



2.1 超材料理論回顧

超材料顧名思義為能超越自然材料特性的材料，為人為設計的獨特材料，但其並非特指某種具全新材料參數的特殊物質，它能以傳統常見的材料，例如混凝土、鋼鐵、橡膠等組成，其所發展出之嶄新力學行為則是透過其組成的幾何結構與排列方式達成。透過週期性排列超材料單元晶格，將會發展出在一定範圍頻率中濾波之特性。基於此阻隔波傳之特性，超材料可被應用在隔絕聲音、光線，甚至被發展至工程領域中。

超材料初始概念從人造負值材料特性的創造開始，首次在 1968 年應用於電磁波領域的左手材料，Veselago *et al.*[5]以負的磁導率（Magnetic permeability）及負的介電係數（Dielectric constant）推導出負折射率，如圖 2- 1(a)所示。這種反直覺的負值材料特性後續經由更多研究及試驗證實其可行性後，受到重視並推廣至其他研究領域。利用負值材料特性創造超材料的例子包括 Huang *et al.*[6]探討在具負值有效質量密度聲學超材料中的波傳衰減效果及形式；Chan *et al.*[7]透過尋找雙負值（負密度和負體積模數）的聲學超材料激發全新之聲學性質。

超材料以消能機制進行分類，可分為布拉格散射、局部共振以及材料轉化機制。布拉格散射（Bragg Scattering）為超材料其中一種重要消能機制，在光學領域中，1987 年，Yablonovitch *et al.*[8]提出三維週期性排列之介電質散射體（Dielectric Scatterers）能依靠布拉格散射產生之帶隙抑制自發輻射，光子晶體帶隙於理論被預測，也後續透過實驗獲得驗證。布拉格散射[9]指的是在特定條件下，將會觸發入射波與反射波間因相位差產生破壞性干涉的現象。參考圖 2- 1(b)，布拉格散射條件如式(2- 1)，

$$n\lambda = 2d\sin\theta \quad (2- 1)$$

根據此條件，週期性排列之晶格大小需與入射波波長相近，因此此消能機制較適合應用於光學或聲學領域等高頻率波傳阻隔問題；波長可達數百公尺至數公里之地震波則較不適用。

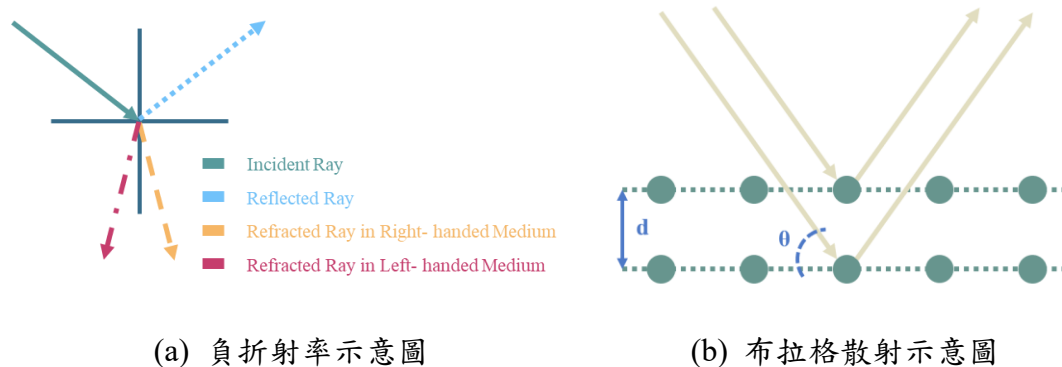


圖 2-1 超材料歷史回顧示意圖

另一種可適用於地震波阻隔之消能機制為透過局部共振(Local Resonance)。*Liu et al.*[10]將外層包覆矽膠之鉛材球體在環氧樹脂環境中以週期性排列，發展出以局部共振機制觸發帶隙之聲子晶體 (Phononic Crystal)，並執行試驗驗證帶隙效果。局部共振機制系透過觸發週期性排列結構之共振單元的共振效應，捕獲振動能量並透過週圍材料消散，與布拉格散射不同，局部共振機制使超材料晶格大小不必直接受入射波波長控制，令經濟之地震超材料有發展及實際應用的可能。

目前已知之最後一種超材料消能機制為材料轉化機制。材料轉化機制為廣義總稱，其中利用拉脹結構性質構成之超材料便屬於此類。*Ungureanu et al.*[11]提出透過凹向性拉脹結構地震超材料，可影響 1 至 40 Hz 之地震波傳。此時此超材料所展開之帶隙同時受材料阻抗、局部共振以及布拉格散射影響。另外，提及同時受兩種以上消能機制影響，*Sharma et al.*[12]以週期性排列內嵌共振單元組合成一同時展現局部共振以及布拉格散射消能機制的夾心型態梁。

2.2 地震超材料回顧

地震超材料可視為超材料為滿足特定條件的延伸研究，該特定條件包括針對

阻隔包含橫波、縱波以及表面波等之機械波；還有須阻擋相對電磁波、光波和聲波來說極低頻率的波傳。地震超材料作為阻隔地震波破壞受保護區域如同護城河般的存在，為未來地震工程可持續研究發展的一大目標。



2.2.1 地震超材料數值掃頻分析研究方法

週期性排列的超材料單元晶格能夠展現出帶隙的特性，帶隙內頻率之波傳會受到干擾或阻隔。觀察帶隙的方法為透過頻散曲線（Dispersion Curve），一種用來研究週期性結構中頻散現象的圖像化結果。其中頻散現象指的是波群，地震波也包含在內，傳播於不同介質時，產生波速差異所以分散開來的現象。頻散曲線圖可以包含很多種不同資訊，而可以方便用來圖像化超材料效果的頻散曲線圖則是利用波向量對頻率作圖。

以有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 進行單元晶格數值掃頻分析，以 Wu *et al.*[13]所設計之軟木樁型超材料單元晶格為例重現其結果，邊界條件參考圖 2-2(b)，設定 Floquet 週期性邊界條件，其中週期性邊界條件的參數以 k_x 及 k_y 表示。令 k 為波數， a 為單元晶格常數，則 k_x 及 k_y 兩者條件式如式(2-2)，又參數 k 所對應之單元晶格掃描路徑參考圖 2-2(a)及表 2-1。數值掃頻分析結果繪製成頻散曲線圖如圖 2-2(c)，第一帶隙範圍為 4.91 Hz- 8.34 Hz，第二帶隙範圍則為 9.16 Hz- 9.89 Hz。

頻散曲線圖中每條不同顏色的線條代表著不同模態，若將頻散曲線圖中波數（ x 軸）固定， y 軸上對應的即為求解之特徵頻率，而圖上沒有任何曲線生成的位置即代表此時特徵值為並非實數，意思是波傳到這個方向及頻率時能量會快速消耗，無法完整傳遞。另外，圖 2-2(c)中塗色的區塊稱為全向性帶隙，在這個頻率區間任何方向的波傳都會快速衰減。

$$(2-2) \quad \begin{cases} \text{if } k < 1, k_x = k \times \left(\frac{\pi}{a}\right); k_y = 0 \\ \text{if } 1 < k < 2, k_x = \left(\frac{\pi}{a}\right); k_y = (k-1) \times \left(\frac{\pi}{a}\right) \\ \text{if } 2 < k < 3, k_x = -(k-3) \times \left(\frac{\pi}{a}\right); k_y = -(k-3) \times \left(\frac{\pi}{a}\right) \end{cases}$$

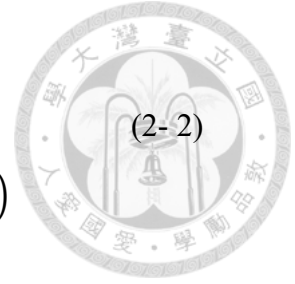
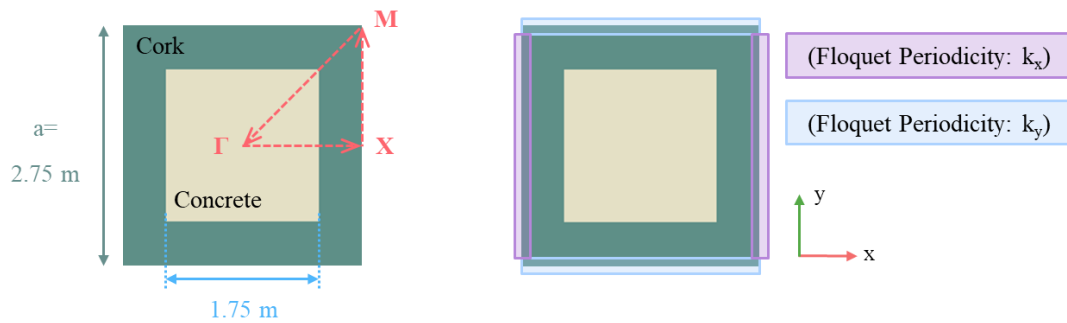


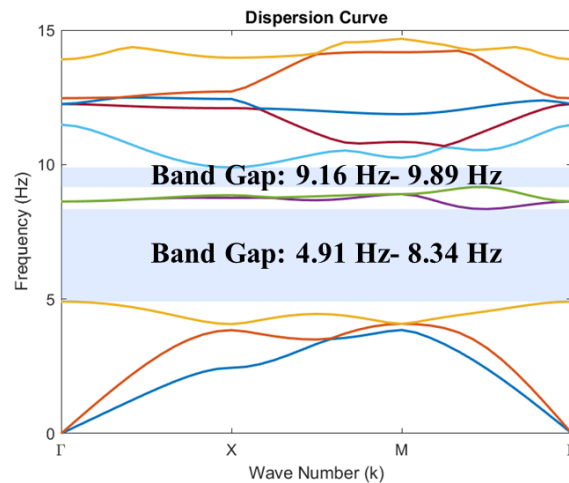
表 2-1 參數 k 對應掃描路徑表

參數 k 值範圍	$k < 1$	$1 < k < 2$	$2 < k < 3$
對應掃描路徑	$\Gamma \rightarrow X$	$X \rightarrow M$	$M \rightarrow \Gamma$



(a) 軟木樁型超材料單元晶格

(b) 單元晶格邊界條件



(c) 軟木樁型超材料頻散曲線圖

圖 2-2 軟木樁型超材料單元晶格數值掃頻分析重現結果

2.2.2 地震超材料設計目標

地震超材料目標為屏蔽地震波傳，保護結構物，地震超材料於設計時須配合地震主要頻率段等其他因素，為方便探討設計需求及效果，參考圖 2-3，定義帶隙下界頻率為 LBF(Lower Bound Frequency)、帶隙上界頻率為 UBF(Upper Bound Frequency) 還有帶隙範圍為 WAZ (Wave Attenuation Zone)。地震超材料於設計時欲滿足之設計目標整理如下：

1. 極低之 LBF：主要地震波頻率多落於 10 Hz 以下，因此 LBF 越低使帶隙涵蓋 10 Hz 以下範圍為佳；另外，為同時避免現在越來越常見之高樓建築於地震下觸發共振效應加劇結構破壞，以 50 m (16 層樓) 作為高層建築物之最低高度計算，LBF 至少需低於 0.8 Hz。
2. 足夠寬之 WAZ 寬度：WAZ 寬度為該設計超材料單元晶格可以阻隔的波傳頻率範圍，因此若帶隙寬度範圍過小會使此設計之實用性較低。
3. 較小的單元晶格常數：晶格常數 (Lattice Constant) 為超材料單元晶格的物理尺寸，以符號 a 代表，如圖 2-2(a)中單元晶格常數 $a = 2.75$ m。為使超材料不會占用過多建地面積，單元晶格常數較小時土地利用較為經濟。

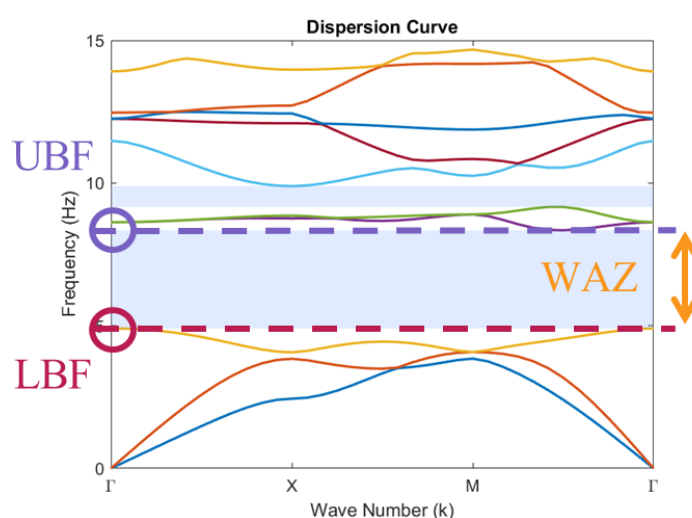


圖 2-3 頻散曲線及定義示意圖

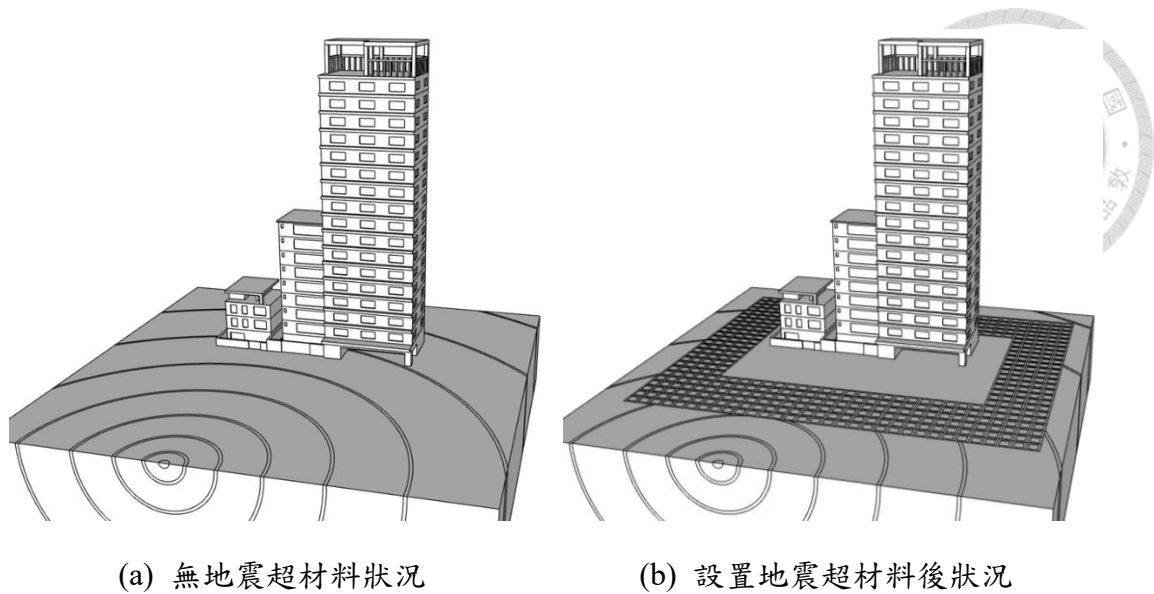
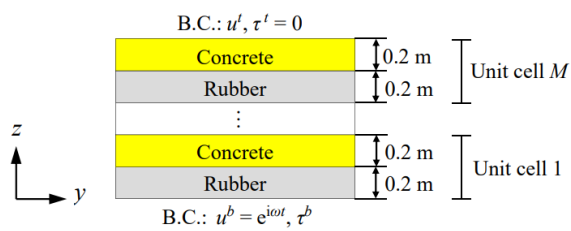


圖 2-4 地震超材料阻隔波傳效果示意圖

2.2.3 基礎型地震超材料

目前被廣泛研究的地震超材料以波傳阻擋方向為分類可分為基礎型地震超材料以及屏障型超材料，其中基礎型地震超材料顧名思義為擺放在欲保護建築物的正下方，是如同原本建物底層基礎般的存在。基礎型地震超材料可以以一維、二維或三維的形式存在，例如 2012 年 Xiang *et al.*[14]和 2018 年 Witarto[15]以混凝土和橡膠層層堆疊出之一維形式基礎型地震超材料；Gupta[16]以橡膠包覆鋼材以及鉛週期性排列設計二維形式基礎型地震超材料；Yan *et al.*[17]於 2015 年以橡膠包覆鐵製核心，最後再以混凝土塊包覆至最外層創造出三維形式基礎型地震超材料。

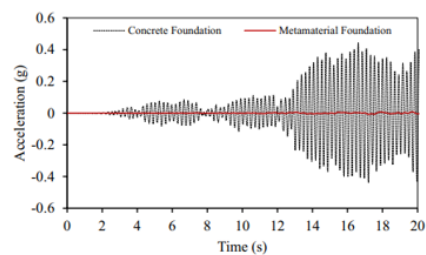
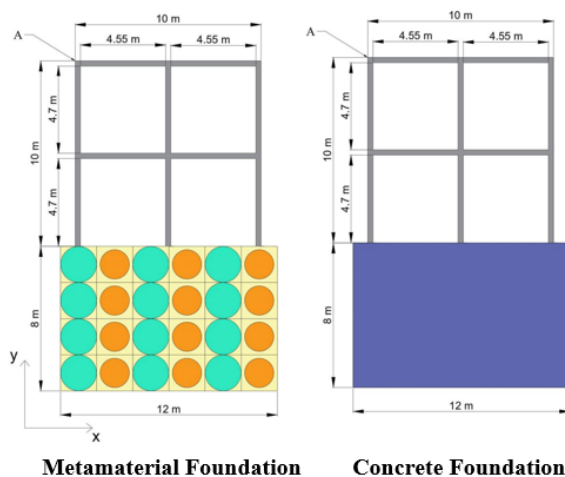
根據上述研究，基礎型地震超材料可以有效的阻擋地震波從底層傳入目標建物，但是為達到針對地震波的低頻帶隙以及良好的波傳衰減效果，超材料中軟材料層是必要的存在，例如圖 2-7 中的三維超材料單元晶格使用楊氏模數僅為 147 kPa 的橡膠材料，可能無法承受基礎超材料上方建築物自身的重量，導致超材料的永久破壞以及不穩定性發生的可能性較高。



(a) 基礎型地震超材料一維堆疊 (擷取自 Witarto[15])

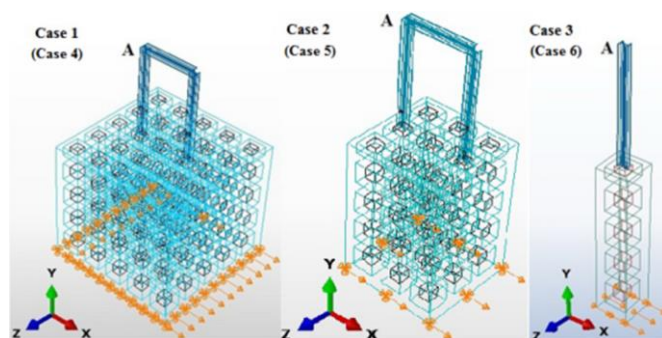
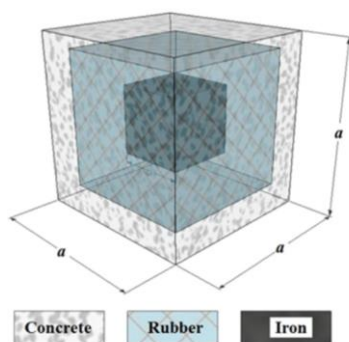
(b) 基礎型地震超材料一維試驗 (擷取自 Xiang *et al.*[14])

圖 2-5 一維基礎型地震超材料



Horizontal acceleration response at point A under Kobe earthquake

圖 2-6 二維基礎型地震超材料(擷取自 Gupta *et al.*[16]並加註)



(a) 三維設計單元晶格

(b) 三維基礎型地震超材料設計示意圖

圖 2-7 三維基礎型地震超材料(擷取自 Yan *et al.*[17])



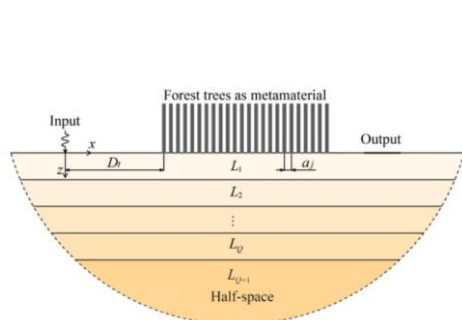
2.2.4 屏障型地震超材料

與基礎型不同，屏障型地震超材料是以開挖壕溝、進行鑽孔或是擺放基樁型超材料等方式，透過圍繞欲保護建物的形式阻隔地震波傳入。

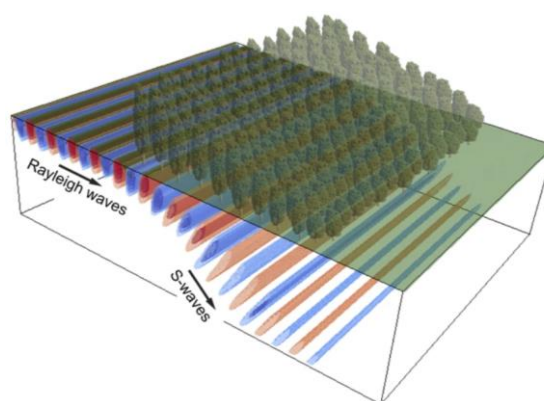
屏障型地震超材料可以分為地表型以及地下型，地表型地震超材料的著名案例包括利用森林樹木週期性排列作為超材料[18]，或是甚至利用高低不同之超材料展現針對地表雷利波之寬帶隙[19]，減弱地震波對超材料後方地面的影響。

地下型地震超材料包括向下開挖之壕溝型、鑽孔型等，利用在波源及欲保護目標範圍間向下開挖達到波傳折減的效果。Brûlé *et al.*[20]以週期性地鑽深度達 5 公尺之孔洞證實鑽孔屏障型地震超材料之可行性。壕溝型超材料剛開始是直接以挖空一明渠作為阻隔波傳的方式，經過實際測試確定可行後，在壕溝中回填砂土或膨土漿（Bentonite Slurry）[21]、以鋼材進行支撐[22]、甚至填滿水的研究[23]大量出現。

以上提及之屏障型地震超材料均須進行開挖，Brûlé *et al.* [20]之鑽孔屏障型地震超材料甚至是以 2.1 小節所提及之布拉格散射機制觸發超材料帶隙效果，均占地甚廣且其尚無法進行妥善土地利用，因此現行較多學者著重於研究類似於建築基樁形式之樁型地震超材料。



(a) (擷取自 He *et al.*[18])



(b) (擷取自 Colombi *et al.*[19])

圖 2-8 以樹木作為屏障型地震超材料

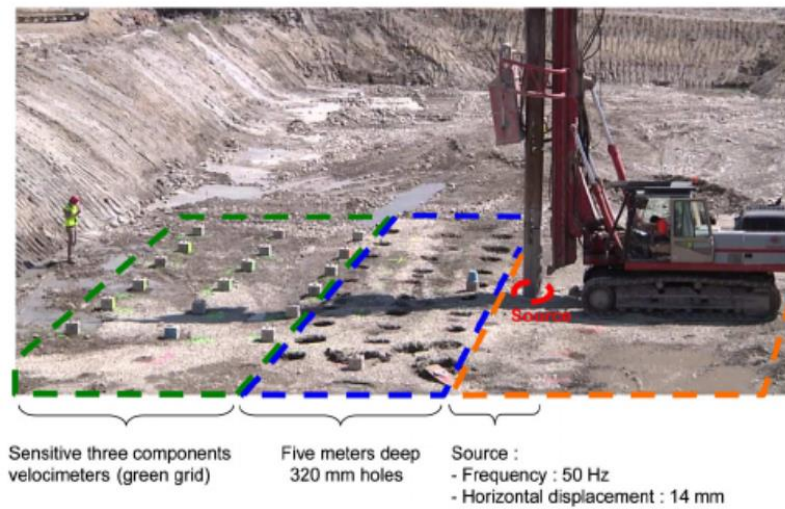


圖 2- 9 鑽孔式屏障型地震超材料現地試驗（擷取自 Brûlé *et al.*[20]）

在樁型地震超材料的研究領域中，Achaoui *et al.*[24]於 2017 年提出一樁型地震超材料設計，利用混凝土樁擺入土層抵擋地震波傳，其帶隙範圍可以完美的涵蓋 0 至 30 hz。但為達此低頻且帶寬極寬之效果，須滿足該混凝土樁群皆直接嵌入地底岩盤之條件，條件苛刻且現今不易在實際工程上達成。

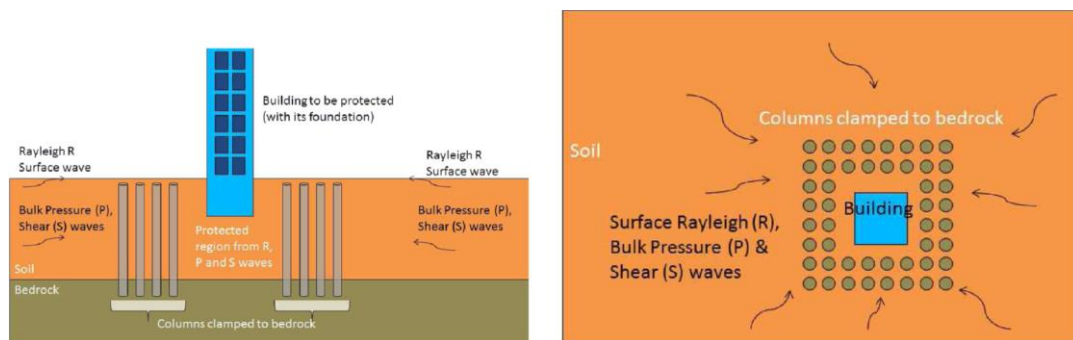


圖 2- 10 鑽孔式屏障型地震超材料現地試驗（擷取自 Achaoui *et al.*[24]）

2.3 樁型地震超材料設計回顧

第 2.2 小節結論提及現行較多學者著重於研究樁型地震超材料，因此本小節將整理樁型地震超材料單元晶格設計之相關參數分析及回顧過往部分實際研究之設計和數值模擬結果。

2.3.1 樁型地震超材料參數分析

樁型地震超材料於後續的研究發展較著重於超材料單元的設計方式。簡廷宇等人[25]提出三層彈簧質量模型系統，並排列組合土壤、橡膠及鋼材，參考，以決定超材料單元設計最適當的組合順序。根據模擬分析結果，外層材料為土壤、隔層材料為橡膠、內層材料為鋼材能展現最低之帶隙下界以及相對寬之帶隙寬度。

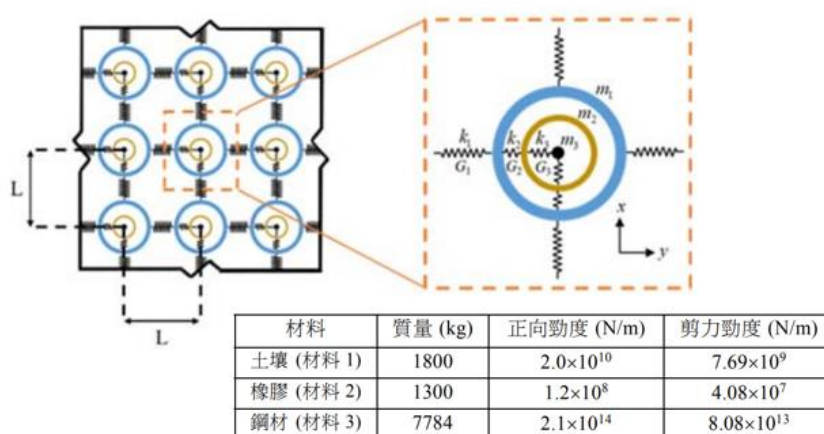


圖 2- 11 三層彈簧質量模型系統以及材料參數表（擷取自簡廷宇等人[25]）

接續以上研究，吳逸軒等人[26]確定了在上述超材料內材料組合的順序下，帶隙的頻率上、下界位置僅取決於橡膠（隔層材料）的軟硬度以及超材料單元的總質量大小，和單元結構分層數量無關。

為探討尺寸與材料因素對超材料設計帶隙下界頻率 (Lower Bound Frequency, LBF)、帶隙上界頻率 (Upper Bound Frequency, UBF) 以及帶隙寬度 (Wave Attenuation Zone, WAZ) 的影響，吳逸軒等人[26]亦利用對稱性高之六角形幾何如圖 2- 12 為基準進行討論。分析及整理結果如下：

1. 單元尺寸影響：

當單元整體尺寸越大，單元結構的整體質量上升，共振頻率下降導致其 LBF、UBF 會同時降低，但 WAZ 也會隨之窄化。

2. 各層尺寸影響：

當土壤（外層材料）的尺寸相對增加時，LBF 不太變動，但 UBF 與 WAZ 會隨著下降；橡膠（隔層材料）的尺寸相對增加時，會造成帶隙整體範圍頻率以及 WAZ 下降；鋼材（內層材料）的尺寸小幅度增加時會提升 LBF 以及壓低 UBF，但當鋼材相對尺寸增加幅度達一定程度後反而會使 UBF 轉而提升。

3. 材料性質影響：

土壤（外層材料）的密度變化對 WAZ 的影響甚微；橡膠（隔層材料）的密度對帶隙範圍不構成明顯影響，但隨著橡膠楊氏模數下降，LBF、UBF 以及 WAZ 將會顯著降低；WAZ 隨著鋼材（內層材料）密度提升而略微窄化，但鋼材之密度及楊氏模數對帶隙位置的影響均不明顯。

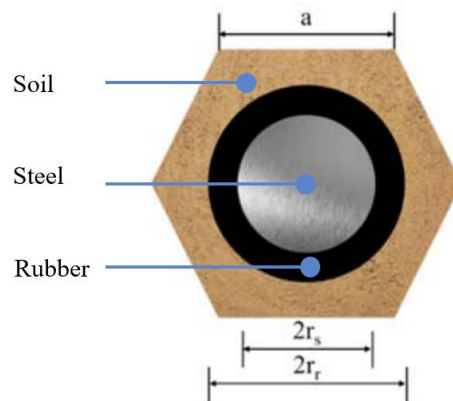


圖 2-12 單位六角晶格幾何參數及材料設定示意圖

（擷取自吳逸軒等人[26]並加註）

隨後，謝享浩[4]接續於 2023 年進行更加廣義之參數分析，選擇以工程實際運用上更加容易製造及排列施工之正方晶格作為基礎，如圖 2-13，分別對超材料單元晶格內核以及外部軟材料層之對稱性、內外層楊氏模數比例、外部軟材料層柏松比以及密度進行分析以及討論。分析及整理結果如下：

1. 內核以及外部軟材料層之對稱性影響：

超材料單元晶格之內、外部旋轉角度與帶隙範圍並無明顯變化趨勢。

2. 內、外層楊氏模數比例影響：

當內、外層楊氏模數比例越低，即當相對於超材料內核，外部軟材料層越軟

時，LBF 及 UBF 均會顯著的下降，但同時會使 WAZ 也急遽窄化。

3. 外部軟材料層柏松比影響：

當外部軟材料層柏松比越低，甚至轉為負柏松比且數值越大時，LBF 會成些微趨勢上升，UBF 則會較劇烈的提升，進而導致 WAZ 顯著的被拓寬。

4. 外部軟材料層密度影響：

LBF 並不受外部軟材料層密度的影響，但 UBF 及 WAZ 會隨著密度下降而顯著提升及拓寬。

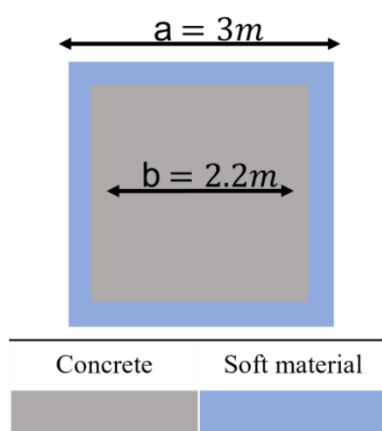


圖 2-13 單位四方晶格幾何參數及材料設定示意圖（擷取自謝享浩[4]）

2.3.2 樁型地震超材料單元晶格設計

根據多種參數分析結果以及研究，多個樁型地震超材料單元晶格在近幾年被設計出來並佐以數值掃頻分析或甚至縮尺試驗驗證。整理部分樁型地震超材料單元設計結果於圖 2-14 並敘述於下，各設計之材料參數表列於表 2-2 至表 2-7：

1. 2020 年李宇軒[27]以二維晶格中對稱性最高之六角晶格為基本幾何進行設計，材料由外到內為沙土、橡膠以及鋼材，且晶格常數為 1 m。透過數值掃頻分析，得此超材料單元晶格帶隙範圍為 1.86 Hz- 3.30 Hz。
2. 2021 年羅川琇[28]將超材料單元改為四方晶格，內核材料改採較經濟之混凝土並於中央適度挖空節省材料，且晶格常數為 2 m。此超材料單元晶格帶隙

範圍為 2.80 Hz- 4.14 Hz。

3. 2022 年許巧臻[29]參考吳逸軒等人[26]之超材料單元配置，惟將超材料單元改為四方晶格，且晶格常數為 3 m。此超材料單元晶格帶隙範圍為 6.2 Hz- 6.8 Hz。
4. 2024 年鄧煒霖[30]移除外層土壤，僅以雙層材料進行設計。利用楊氏模數較低之聚合軟木作為外部軟層材料，並在軟木層進行適當挖空設計，晶格常數為 2.75 m。此超材料單元晶格帶隙範圍為 4.11 Hz- 7.56 Hz。
5. 2022 年張雯桂[31]以凹向性拉脹結構中正方形族系設計地震超材料單元，晶格常數為 10 cm。此超材料單元晶格第一帶隙範圍為 6.4 Hz- 29.1 Hz。
6. 2023 年謝享浩[4]將凹向性拉脹結構導入典型樁型地震超材料設計作為軟材料層使用，晶格常數為 3 m 且此超材料單元晶格主要帶隙範圍為 1.1 Hz- 2.6 Hz。

表 2-2 李宇軒[27]設計單元晶格材料參數

	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m^3)	柏松比 ν
土壤	3×10^4	1800	0.3
橡膠	16	800	0.47
鋼材	2.1×10^8	8750	0.3

表 2-3 羅川琇[28]設計單元晶格材料參數

	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m^3)	柏松比 ν
土壤	3×10^4	1800	0.3
橡膠	16	800	0.47
混凝土	2.46×10^7	2400	0.2

表 2-4 許巧臻[29]設計單元晶格材料參數

	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
土壤	3×10^4	1800	0.33
橡膠	120	1110	0.47
混凝土	2.46×10^7	2400	0.2

表 2-5 鄧煒霖[30]設計單元晶格材料參數

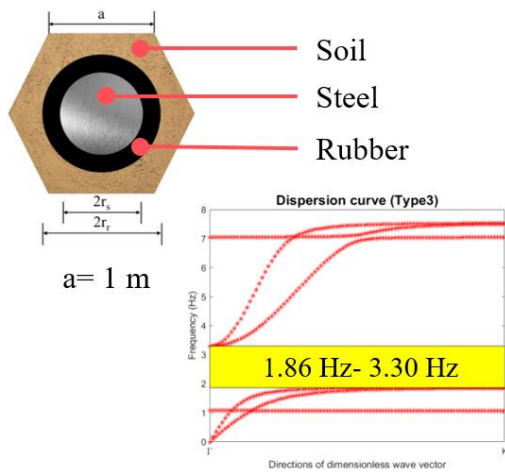
	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
混凝土	2.46×10^7	2400	0.2
聚合軟木	500	710	0.19

表 2-6 張雯桂[31]設計單元晶格材料參數

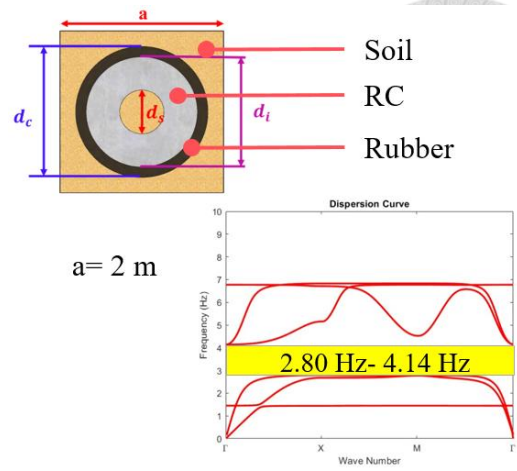
	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
TPU95A	2.6×10^4	1220	0.48

表 2-7 謝享浩[4]設計單元晶格材料參數

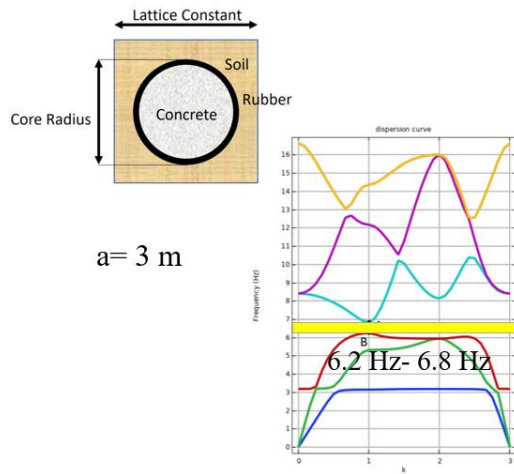
	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
混凝土	2.46×10^7	2400	0.2
TPU95A	2.3×10^3	1100	0.4



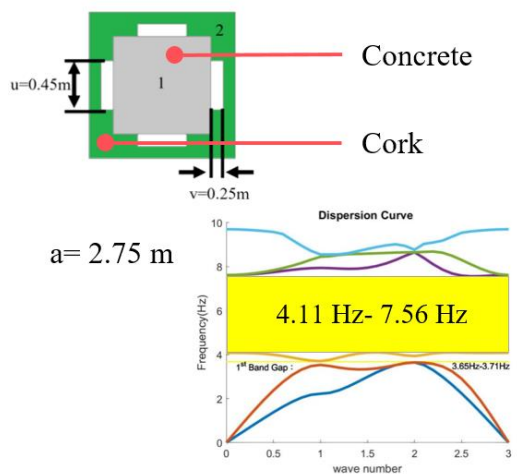
(a) (擷取自李宇軒[27]並加註)



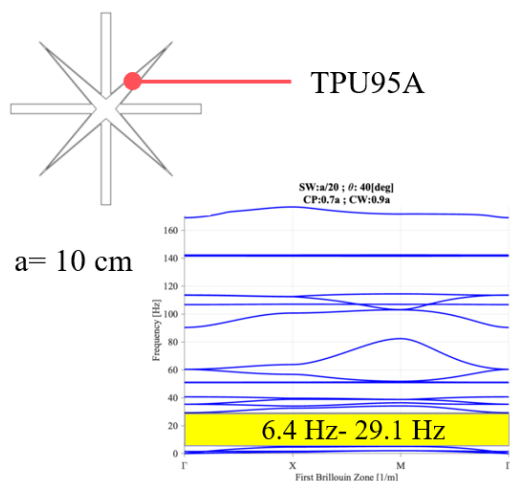
(b) (擷取自羅川琇[28]並加註)



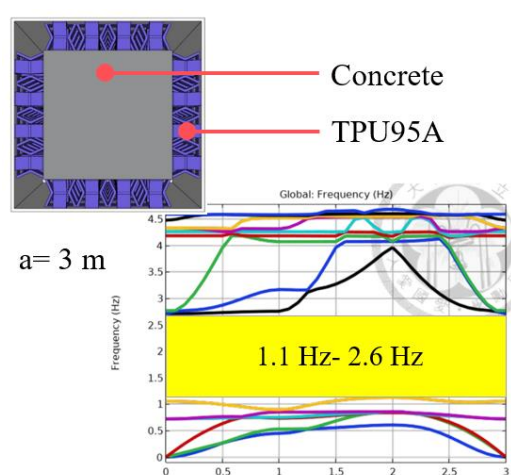
(c) (擷取自許巧臻[29]並加註)



(d) (擷取自鄧煒霖[30]並加註)



(e) (擷取自張雯桂[31]並加註)



(f) (擷取自謝享浩[4]並加註)

圖 2- 14 回顧部分樁型地震超材料單元設計結果整理



2.4 拉脹材料與拉脹結構簡介

根據 2.3 小節，在設計超材料單元晶格時，能夠顯著壓低 LBF 以達到針對低頻地震波傳之設計目標的方法為將外部軟材料層相對內層的楊氏模數調降，但同時也須處理 WAZ 會極度窄化的問題。根據柏松比材料分析，可以從結果觀察到若以負柏松比材料替代外部軟材料層，將會在不明顯提升 LBF 的前提下顯著拓寬 WAZ。

2.4.1 拉脹材料簡介

柏松比定義為材料受外力拉伸或壓縮時，該材料 x 向應變與 y 向（即受力方向）應變的比值。大部分的常見材料，包括混凝土、橡膠、鋼材等等在軸向（圖 2-15(a) y 向）受拉時，橫向（圖 2-15(a) x 向）將會收縮；相反的，拉脹材料在軸向受拉時，橫向反而膨脹，使其在柏松比的定義公式計算展現負柏松比（Negative Poisson's Ratio, NPR）的材料特性。

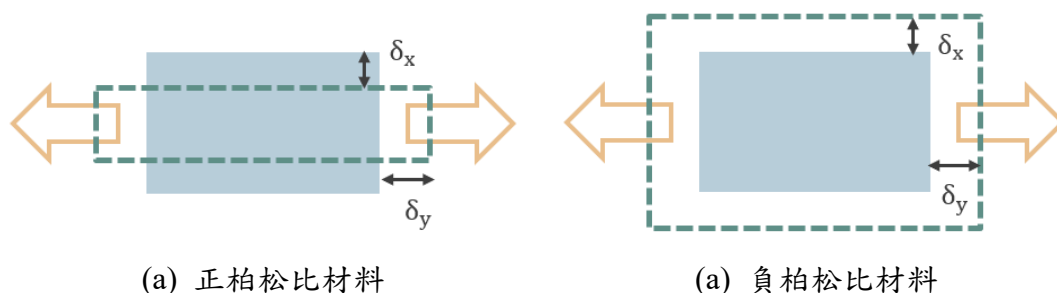


圖 2-15 正、負柏松比材料受拉變形行為

拉脹材料在自然界中存在，也可以人為製造[32]，自然界中很多物質都存在拉脹力學性質，包括部分動物的皮膚、陶瓷、石墨、部分種類金屬、黃鐵礦單晶、沸石以及矽酸鹽礦物等。另外，人為合成之拉脹材料則包含一維的人造拉脹纖維、二維拉脹結構以及三維的拉脹泡棉或其他聚合物。

2.4.2 拉脹結構簡介

英文術語 Auxetics 事實上可同時指稱拉脹材料以及拉脹結構，拉脹結構為拉脹材料的微觀結構，其為拉脹材料展現特殊力學行為起到很大的作用[32]。拉脹結構有很多不同之幾何形態，其中較常見的包括凹向性拉脹結構（Re-entrant Structures）如圖 2- 16；旋轉性拉脹結構（Rotating Structure）如圖 2- 17；以及手性拉脹結構（Chiral Structure）如圖 2- 18。參考圖 2- 16 至圖 2- 18 中三種拉脹結構幾何形態的變形情況，可觀察當結構軸向（圖中箭頭方向）受拉時，整體結構於橫向有明顯的膨脹現象。

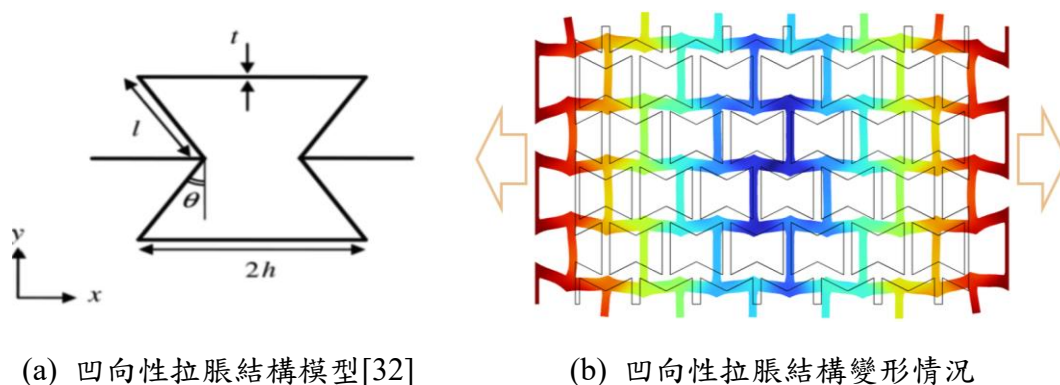


圖 2- 16 凹向性拉脹結構

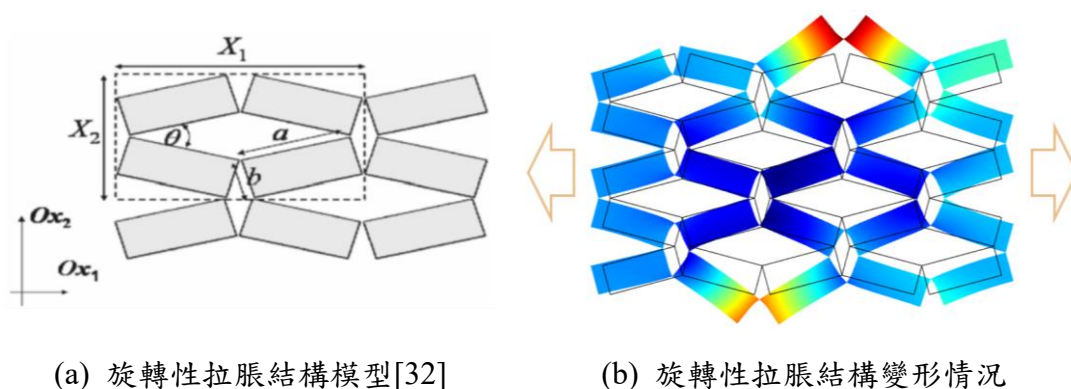


圖 2- 17 旋轉性拉脹結構

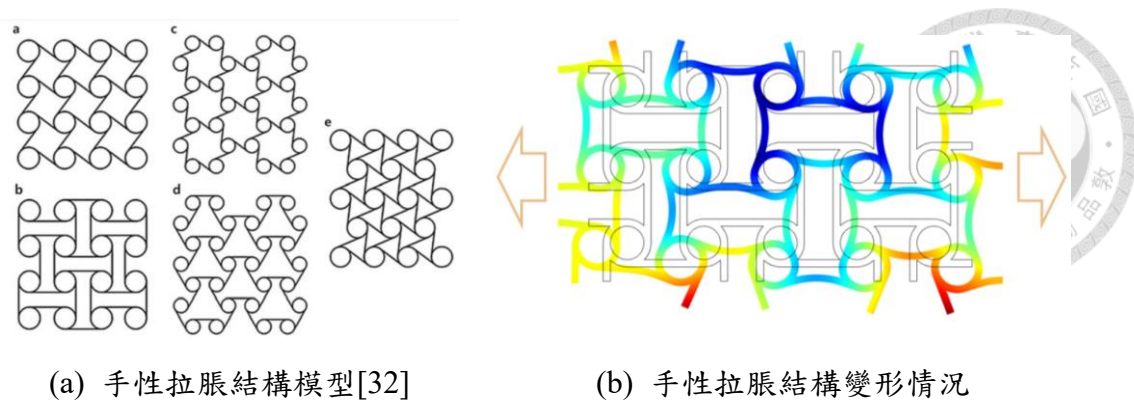


圖 2- 18 手性拉脹結構

2.4.3 拉脹地震超材料回顧

Ungureanu *et al.*[11]在 2015 年以一單元晶格常數 10 公尺之凹向性拉脹結構單元作為地震超材料進行研究，如圖 2- 19，並研究凹向性拉脹結構夾角對帶隙位置的影響。張雯桂[31]於 2022 年以 TPU95A 以及橡膠製成如圖 2- 20(a)所示之拉脹幾何超材料，縮尺模型單元晶格常數為 12 公分，其所對應之頻散曲線圖及帶隙如圖 2- 20(b)。除單元設計與進行數值模擬外，亦執行縮尺試驗。

謝享浩[4]於 2023 年將拉脹結構導入一般樁型地震超材料的設計中，以拉脹層替代傳統軟材料層部分，結合局部共振及材料轉化消能機制，單元晶格設計及材料設定參考圖 2- 21。拉脹結構在此超材料單元中扮演著維持低 LBF 以及展現足夠寬 WAZ 寬度的角色，從此超材料單元晶格所對應之頻散曲線圖中可看出其帶隙位置及範圍表現符合 2.2.2 節所提及之地震超材料設計目標。

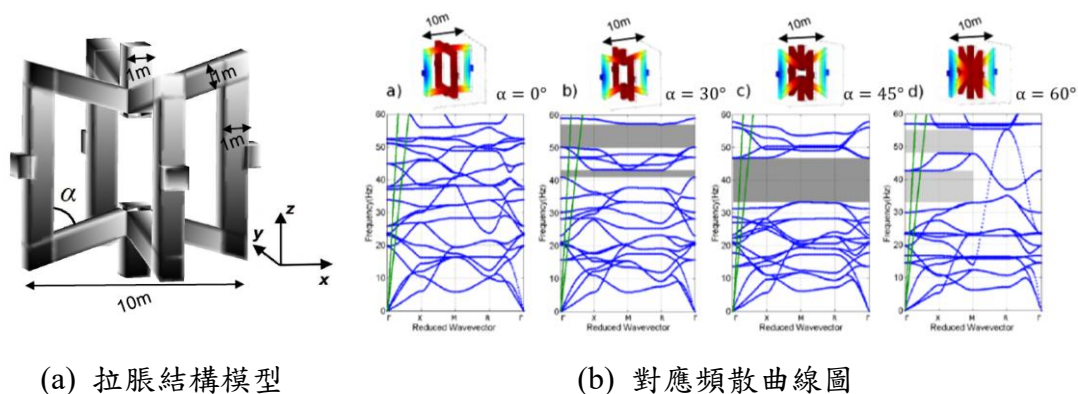
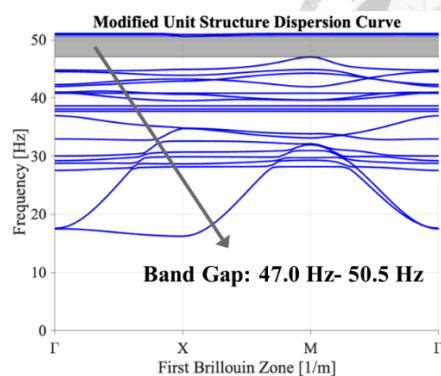
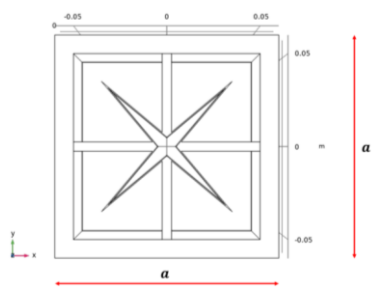


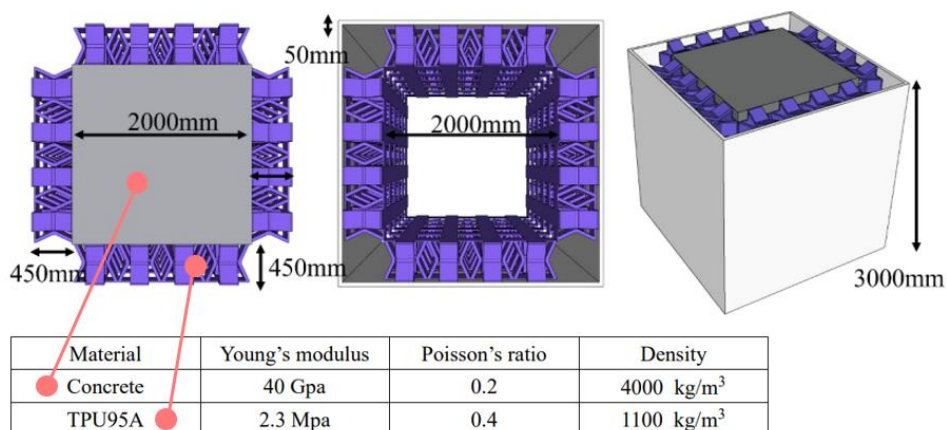
圖 2- 19 拉脹結構夾角對帶隙位置影響（擷取自 Ungureanu *et al.*[11]並加註）



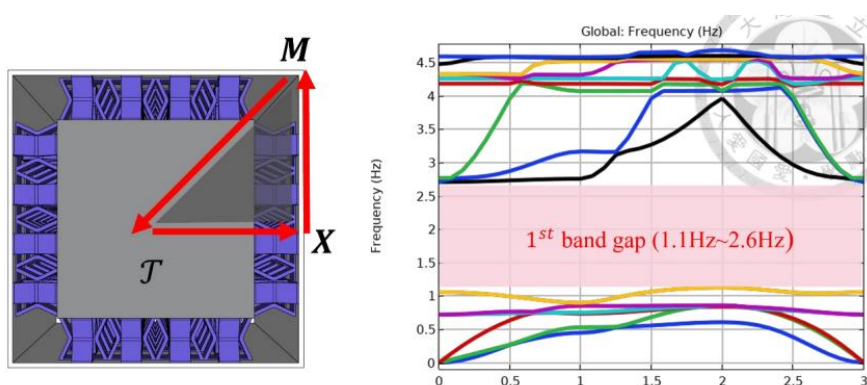
(a) 拉脹結構模型

(b) 對應頻散曲線圖

圖 2- 20 拉脹幾何超材料（擷取自張雯桂[31]並加註）



(a) 樁型拉脹地震超材料單元晶格模型



(b) 對應之頻散曲線圖

圖 2- 21 樁型拉脹地震超材料（擷取自謝享浩[4]並加註）



2.5 地震超材料縮尺試驗回顧

許巧臻[29]於 2022 年為了解樁型超材料的工程可行性以及波傳衰減之效益，執行 1/10 及 1/20 之縮尺試驗。為參與設計及執行本次樁型拉脹地震超材料之縮尺試驗，整理 2022 年縮尺試驗相關資訊如下：

1. 使用鋼製容器作為試驗場所，設置於國家地震工程研究中心（NCREE）中的 6 m 反力牆區，波源以 1.5 噸致動器激發。超材料單元之土壤材料採用乾燥的越南石英沙。
2. 試驗前準備工作：完成鋼製容器的組裝後，於容器內側邊界黏貼泡棉模擬低反射邊界；輸入波源端以膠布及矽膠模封閉鋼板孔洞及鋼板接合處避免試驗過程中有漏沙現象發生。
3. 完成超材料試體製作後將試體於鋼製容器中定位，同時於指定點位埋置加速規，並佐以氣泡水準儀定平。
4. 試驗組別設計：使用粗掃、細掃以及定頻方式進行試驗。粗掃範圍分別為 20 Hz- 100 Hz 以及 10 Hz- 80，利用快速分析粗掃結果觀察帶隙區域並針對該範圍進行細掃，最後執行定頻的位移控制輸入，確認詳細各固定頻率下波傳折減效果以及超材料局部共振效果。

2.6 文獻回顧啟發

本研究深受謝享浩[4]啟發，欲了解於掃頻數值模擬分析中具有非常優良表現的帶隙範圍之樁型拉脹地震超材料之可行性，參考先前研究中縮尺試驗方法及經驗，執行樁型拉脹地震超材料之實驗室尺度縮尺試驗，探討於模擬現實之環境下波傳是否於掃頻數值模擬分析之帶隙範圍內衰減。

改採有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 進行模型建置與計算，重現樁型拉脹地震超材料之數值掃頻分析結果。邊界條件設定如圖 2- 22，未標示之 z 向

邊界為自由邊界 (Free)。利用軟體中網格自動生成 (Finer) 生成網格，將會產生約 38 萬個網格元素，計算時間長達 30 小時。

此超材料單元設計完成後，謝享浩[4]於有限元素軟體 ABAQUS 中進行模型建置並執行定頻時間域分析，模型建置與反應量測位置參考圖 2- 23(a)，帶隙內及帶隙外單一頻率超材料前後位移反應比較圖則展示於圖 2- 23 (b)和圖 2- 23 (c)。數值模擬模型於國家高速網路與計算中心 (NCHC) 提供之伺服器中計算，定頻時間域分析每一頻率約需耗時 5 至 6 小時進行計算，確切計算時間依計算核心數量而定。

本文受拉脹結構相關研究文獻影響，透過了解拉脹結構之相關性質，嘗試發展樁型拉脹地震超材料簡化模型單元。從前述中可得知，因拉脹結構之幾何複雜性，數值模擬於模型建置及計算上充滿了挑戰且運算時間長，為滿足節省數值模擬運算成本之需求，本研究認為可從樁型拉脹地震超材料簡化模型單元著手。

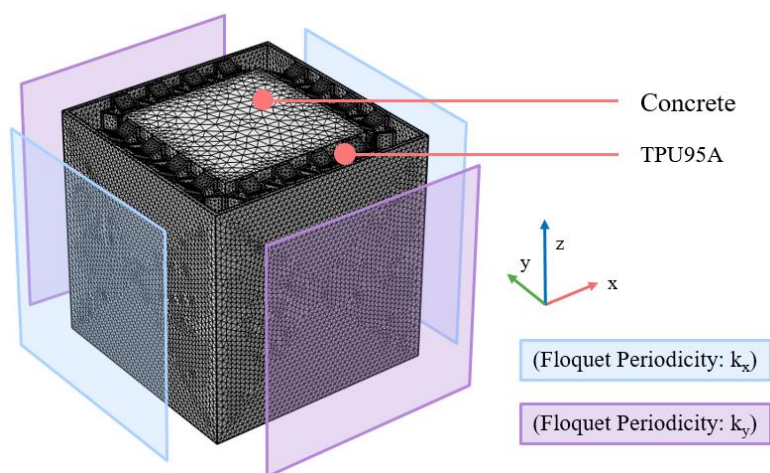
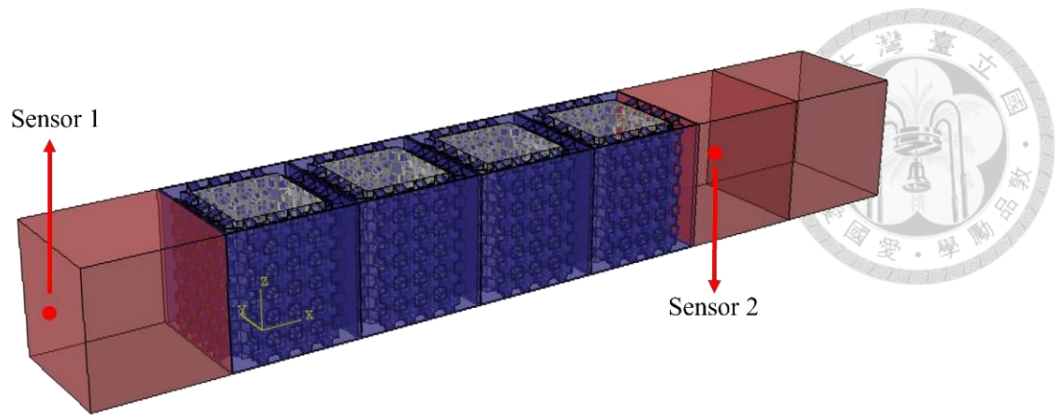
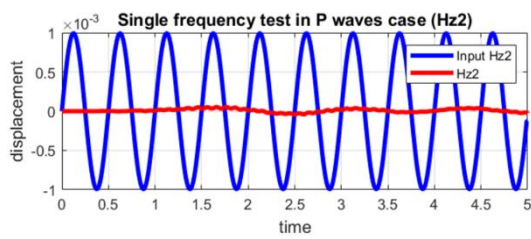


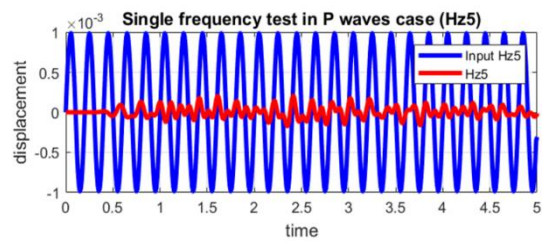
圖 2- 22 樁型拉脹地震超材料之材料與邊界條件設定



(a) 時間域分析 ABAQUS 模型建置示意圖



(b) 帶隙內超材料前後位移反應圖



(c) 帶隙外超材料前後位移反應圖

圖 2-23 樁型拉脹地震超材料定頻時間域分析（擷取自謝享浩[4]）

第三章 樁型拉脹地震超材料縮尺試驗



3.1 試驗目的

根據文獻回顧，謝享浩[4]於 2023 年將拉脹材料的概念導入樁型地震超材料的設計，以拉脹結構作為典型超材料外部軟層之替代品，開啟了樁型拉脹地震超材料之研究。樁型拉脹地震超材料於數值模擬展現出良好的帶隙下界及帶寬，於時間域數值模擬結果中亦於帶隙內呈現顯著的波傳折減效果。為進一步驗證數值模擬結果以及證實此超材料單元晶格設計之可行性，本研究偕同 Hsieh *et al.*[33] 進行實驗室尺度之縮尺試驗，此次縮尺試驗之目的如下：

1. 驗證此樁型拉脹地震超材料設計是否展現與數值模擬相同之特性，能夠在設計帶隙範圍中有效的阻隔入射波的傳遞。
2. 以純砂土試驗以及純混凝土塊試驗作為對照組，證實樁型拉脹地震超材料的減震效果。
3. 進行超材料的排數試驗，驗證超材料之基本週期性排列假設；同時也進行純混凝土塊排數試驗，證實僅對純材料進行週期性排列並無法達到相同效果。

3.2 試驗對象

此次縮尺試驗對象為改變設計之樁型拉脹地震超材料，其單元晶格特性、縮尺比例以及試體製作方法將在本章詳述。

3.2.1 試驗目標超材料單元晶格設計

根據以往研究及文獻回顧[4][26]，當超材料單元之堅硬內核與外部軟材料層之楊氏模數及密度比值較大，亦即軟材料外層相對於內核越軟時，能發展越低、越符合設計目標之帶隙下界。同時，為避免設計超材料單元時帶隙下界越低，帶隙寬度傾向窄化的缺點，導入具拉脹效果的材料作為外部軟材料層可在不顯著提

升帶隙下界的同時大幅拓寬帶隙寬度。

此次試驗的實尺目標樁型拉脹地震超材料單元晶格如圖 3- 1(a)所示，晶格常數為 3 公尺，中央內核材料（藍色部分）為混凝土。外部拉脹結構層（黑色部分）以及可避免外部環境，例如砂土，影響拉脹結構力學行為之最外層薄殼（白色部分）則是以熱塑性聚氨酯（TPU30A）構成，材料參數表列於表 3- 1。外部拉脹結構層由四組拉脹結構組成，一組拉脹結構層則是由 24 個拉脹結構單元排列而成，詳見圖 3- 1(a)及圖 3- 1(b)。

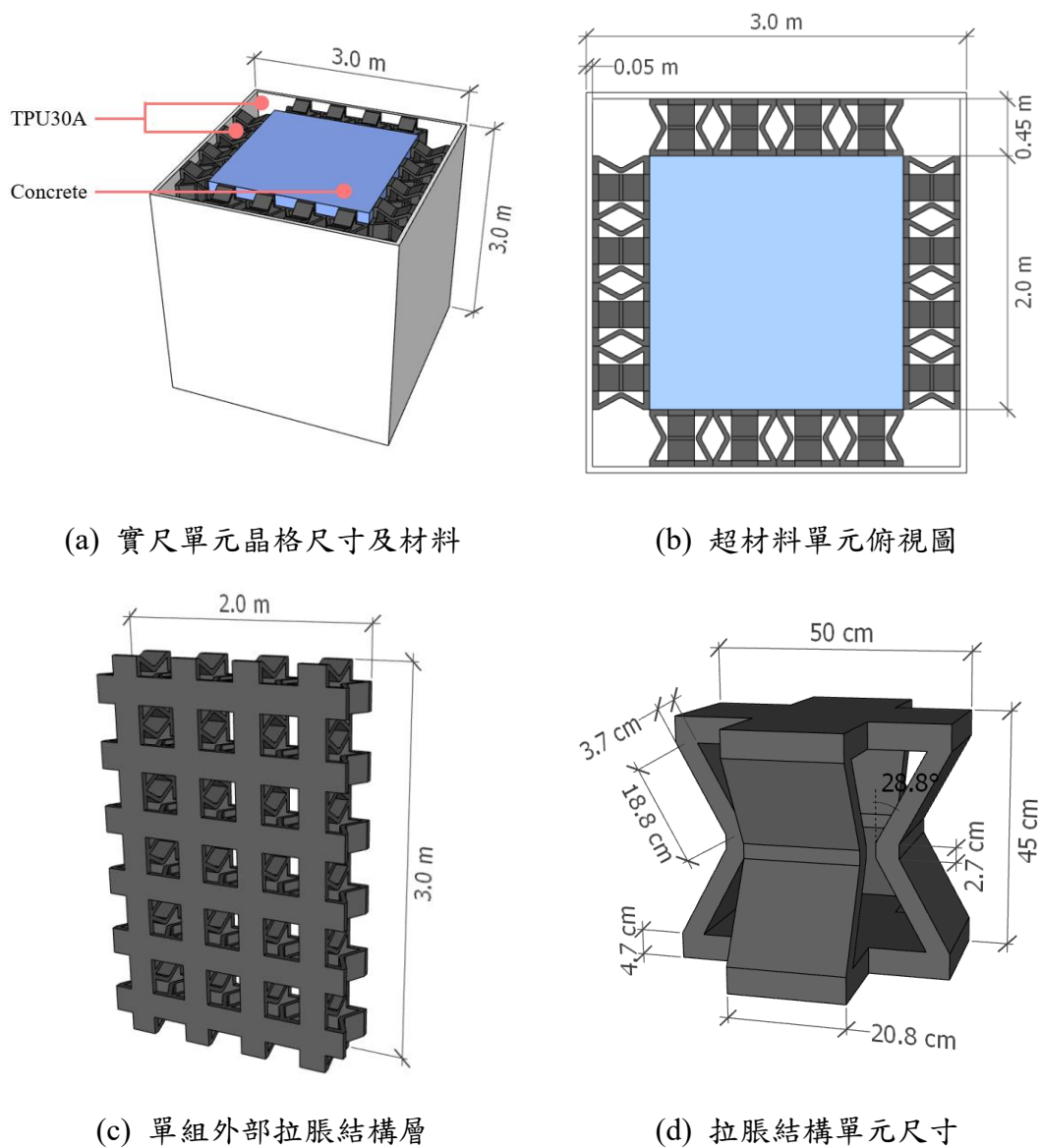


圖 3- 1 試驗目標實尺單元晶格示意圖

表 3-1 超材料單元晶格組成材料參數表

	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
混凝土	2.46×10^7	2400	0.2
TPU30A	900	990	0.4

此單元幾何設計與 2023 年謝享浩[4]之設計相同，惟拉脹結構層材料採用不同硬度之熱塑性聚氨酯。相較於原先設計所使用之材料 TPU95A，改以硬度較低的 TPU30A 替代，根據先前設計經驗，更換材料會使此單元晶格展現較低之 LBF 以及較窄之 WAZ。熱塑性聚氨酯（TPU）為韌度高、容易列印又表面光滑之 3D 列印材料，參考圖 3- 2，TPU 分類中 A 系列為較軟的族群，而材料名稱中的數字則是數值越小代表硬度越低，同時 3D 列印之難易度也越高。

因為材料的改變，透過 COMSOL Multiphysics 有限元素軟體重新對此單元晶格進行掃頻數值分析，得其頻散曲線圖如圖 3- 3，主要帶隙範圍落於 0.97 Hz- 1.89 Hz，除主要帶隙外，亦存在一個極小帶隙落於 0.740 Hz- 0.742 Hz，但由於此微小帶隙 WAZ 僅為 0.002 Hz，本研究主要著重討論第二帶隙。又參考圖 3- 4，兩帶隙下界模態均展現明顯的局部共振機制。值得注意的是，第一帶隙，如圖 3- 4(a)所示，內核透過和外層反向剛體運動觸發局部共振機制；第二帶隙模態則展現與前者不同之形態，如圖 3- 4(b)所示，則是外層幾乎維持不動，內核相對外層旋轉。

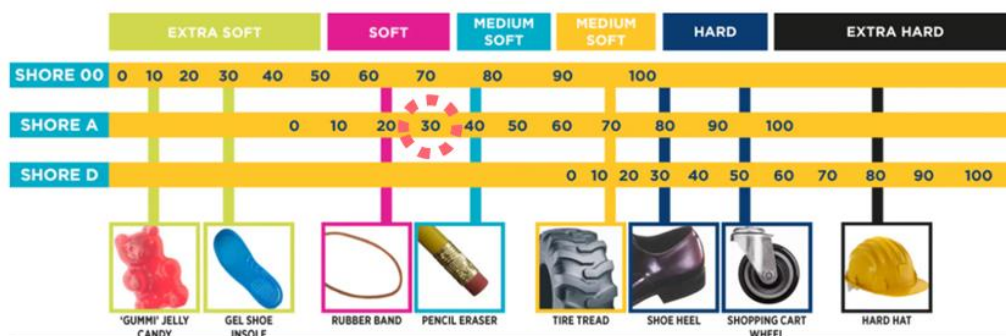


圖 3-2 熱塑性聚氨酯硬度表[34]

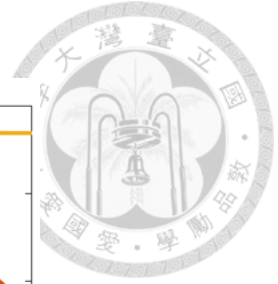
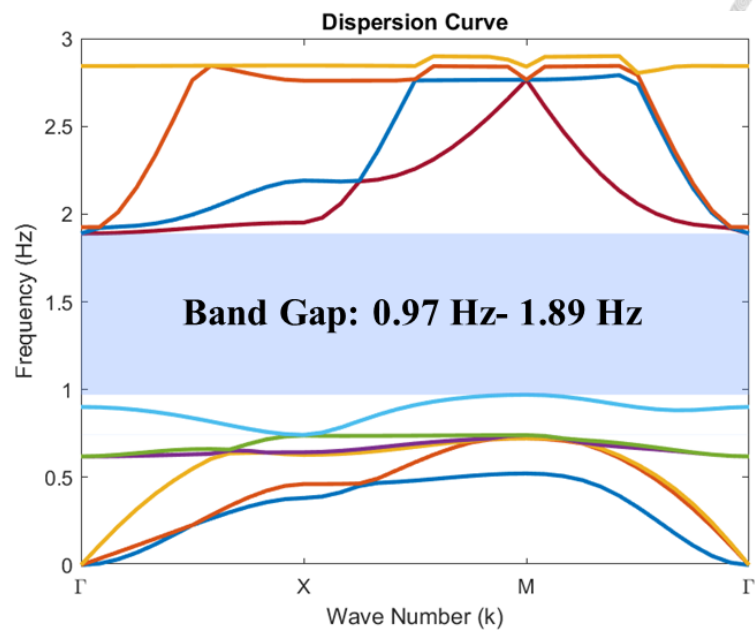
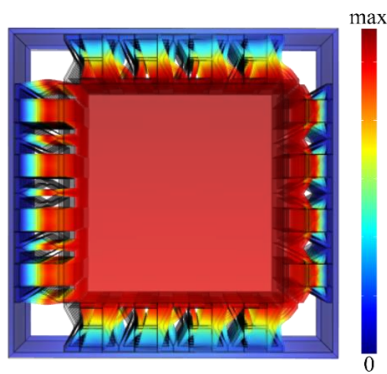
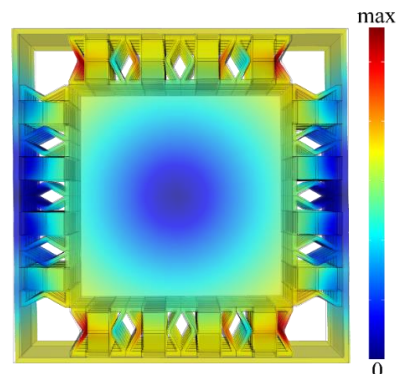


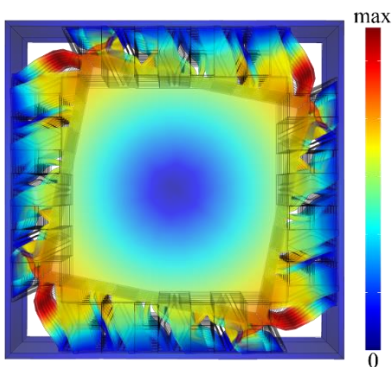
圖 3-3 試驗目標實尺單元晶格頻散曲線



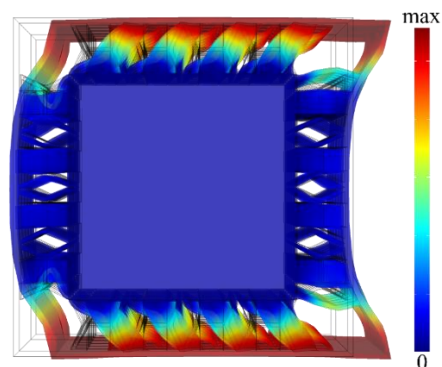
(a) 第一帶隙下界模態圖



(b) 第一帶隙上界模態圖



(c) 第二帶隙下界模態圖



(d) 第二帶隙上界模態圖

圖 3-4 試驗目標實尺單元晶格模態圖 (擷取自 Hsieh *et al.*[33])

3.2.2 縮尺尺度設計

此次試驗的實尺目標樁型拉脹地震超材料單元晶格常數長達 3 公尺，為使實驗場尺度之試驗可行，此試驗尺度必然需經適當程度之縮小。此試驗於國家地震工程研究中心 (National Center for Research on Earthquake Engineering, NCREE[35]) 進行，該試驗場所提供為激發試驗入射縱波之 5 噸油壓致動器位移性能曲線圖如圖 3-5。為使入射波之波傳能夠確實傳至鋼箱砂土環境的最後方，同時也為將整個試驗過程保持在材料的彈性範圍內，縱波波源設定為振幅 2 mm 的正弦波。從致動器位移性能曲線圖中可看出若想利用此油壓致動器穩定輸出振幅為 2 mm 之輸入波，應控制最高輸出頻率不得高過 50 Hz。

參考縮尺因子參數表[36]，當試體被放大 S_L 倍時，帶隙上、下界頻率將約等比例的下降為 S_L^{-1} 倍。為將試驗控制於上述振幅 2 mm、頻率 50 Hz 的條件以內，判斷應將此樁型拉脹地震超材料單元晶格縮尺為 1/15 倍，晶格常數從 3 公尺降為 20 公分，此時主要帶隙範圍，如圖 3-6(b)，將提升至 14.3 Hz- 28.3 Hz，符合試驗環境需求。

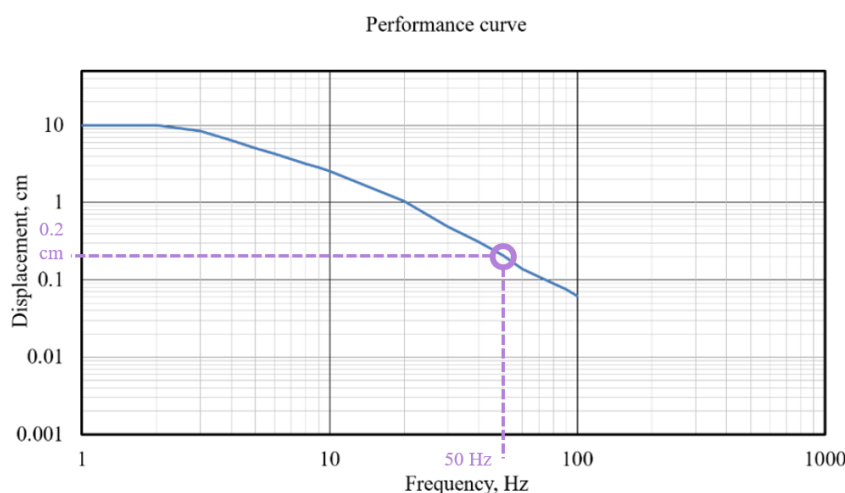
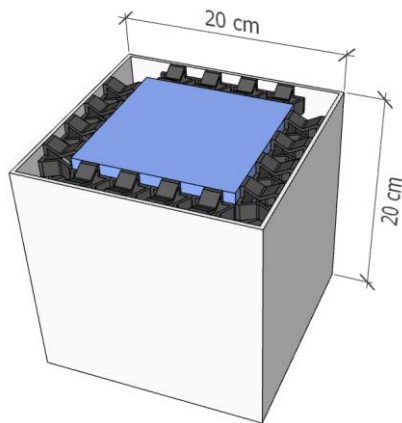


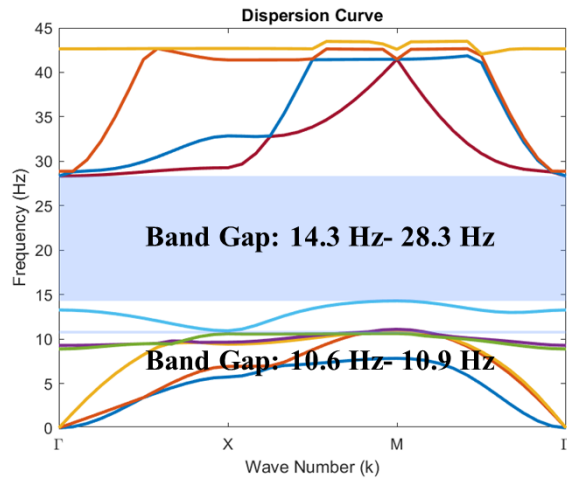
圖 3-5 5 噸油壓致動器位移性能曲線圖 (擷取自鄧煒霖[30]並加註)

表 3-2 縮尺因子參數表（擷取自 Nicoreac *et al.*[36]並加註）

Fluidelastic Model	Dim.	Scale Factors		Earthquake modeling	Dim.	Scale Factors		
		Reynold no. neglected	Froude no. neglected			True Replica Model	Artif. Mass Sim.	Grav. forces neglected
Loading				Loading				
Force Q	MLT^{-2}	$S_p S_L^{-3}$	$S_p S_L^{-1}$	Force Q	F	$S_g S_L^{-2}$	S_L^{-2}	S_L^{-2}
Pressure q	$ML^{-1}T^{-2}$	$S_p S_L$	$S_p S_L$	Pressure q	FL^{-2}	S_g	S_g	1
Time t	T	$S_L^{1/2}$	$S_p S_L^{-1}$	Acceleration a	LT^{-2}	1	1	S_L^{-1}
Gravit. acc. G	LT^{-2}	1	1	Time t	T	$S_L^{1/2}$	$S_L^{1/2}$	S_L
Velocity v	LT^{-1}	$S_L^{1/2}$	S_p	Gravit. acc. G	LT^{-2}	1	1	neglected
Geometry				Velocity v	LT^{-1}	$S_L^{1/2}$	$S_L^{1/2}$	1
Linear dim. L	L	S_L	S_L	Geometry				
Displacement δ	L	S_L	S_L	Linear dim. L	L	S_L	S_L	S_L
Frequency ω	T^{-1}	$S_L^{-1/2}$	$S_p S_L^{-1}$	Displacement δ	L	S_L	S_L	S_L
Material prop.				Frequency ω	T^{-1}	$S_L^{-1/2}$	$S_L^{-1/2}$	S_L^{-1}
Modulus E	$ML^{-1}T^{-2}$	$S_p S_L$	$S_p S_L$	Material prop.				
Stress σ	$ML^{-1}T^{-2}$	$S_p S_L$	$S_p S_L$	Modulus E	FL^{-2}	S_g	S_g	1
Poisson's ratio μ	-	1	1	Stress σ	FL^{-2}	S_g	S_g	1
Mass density ρ	ML^{-3}	S_p	S_p	Poisson's ratio μ	-	1	1	1
				Mass density ρ	$FL^{-3}T^{-2}$	S_g/S_L	a^*	1
				Energy EN	FL	$S_g S_L^{-3}$	$S_g S_L^{-3}$	S_L^{-3}



(a) 縮尺單元晶格尺寸



(b) 試驗目標縮尺單元晶格頻散曲線

圖 3-6 1/15 縮尺模型與其頻散曲線

3.2.3 縮尺試體製作

試驗目標樁型拉脹地震超材料縮尺單元晶格內核為尺寸 $13.33\text{ cm} \times 13.33\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ 的混凝土長方體，混凝土材料抗壓強度為 420 kgf/cm^2 。外層包覆之黑色拉脹結構以及最外層之白色薄殼均為光固化 3D 列印製作，材料均為熱塑性聚氨酯 (TPU30A)。縮尺單元試體之混凝土內核、拉脹結構層以及最外層包覆薄殼間皆以西卡萬用膠[37] (SikaBond Construction Adhesive) 互相接合。

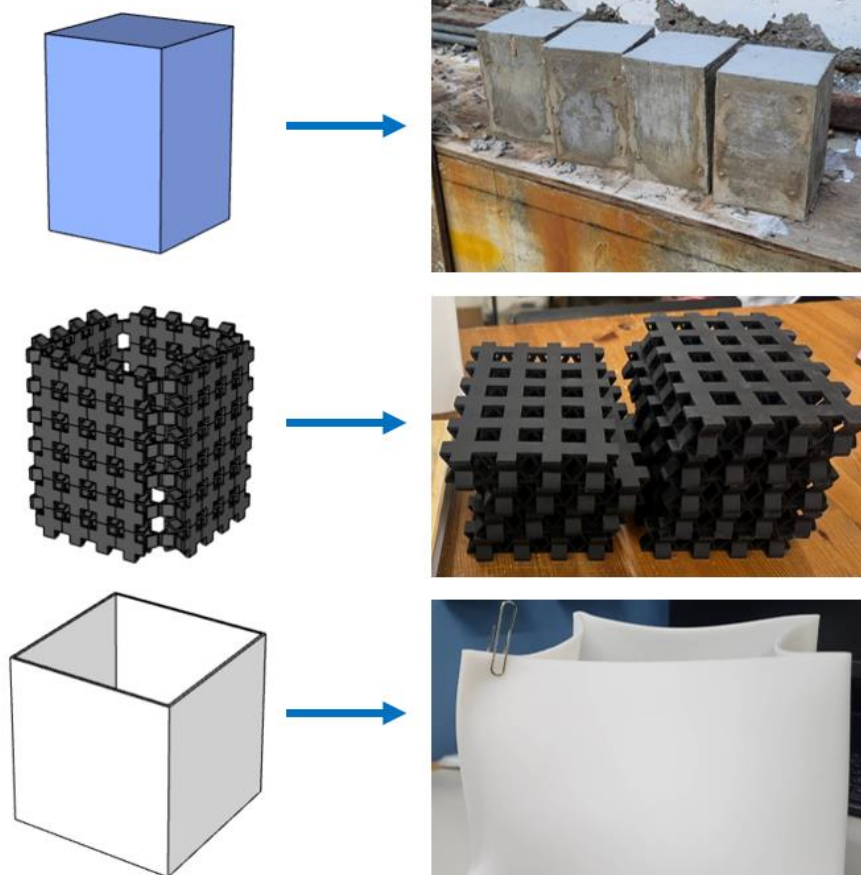
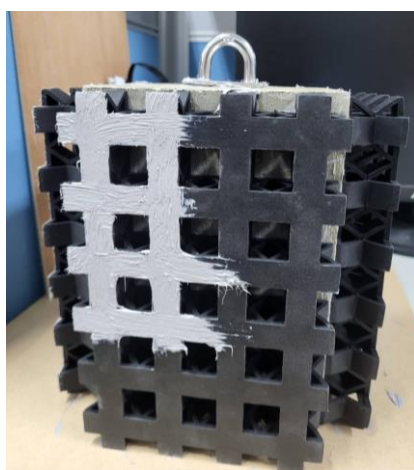


圖 3-7 縮尺單元試體分層材料



(a) 縮尺單元試體上膠及組裝



(b) 縮尺單元試體完成品

圖 3-8 縮尺單元試體組裝



3.3 縮尺試驗規劃與配置

3.3.1 試驗環境及試驗方法

本研究的超材料縮尺試驗於鋼箱中進行，鋼箱中填入石英砂模擬實際工程上真實的土壤環境。參考圖 3- 9，鋼箱尺寸長 2.995 m、寬 1.1 m、高 0.9 m，鋼箱前端（波輸入端）為一開放式活動鋼板，由 5 噸油壓致動器（ASEC- 5t）[38]作為整體環境之縱波輸入波源。

鋼箱非活動鋼板的其他邊緣，包括底部，均擺放多層軟木作為邊界，以期模擬低反射邊界的效果，避免試驗結果因波傳於鋼箱邊緣的反射而受到干擾。本試驗所使用的低反射邊界材料為厚 5 cm 之聚合軟木，鋼箱後方之軟木邊界總厚 15 cm（共三層），底部總厚 5 cm（單層），兩側邊緣軟木層數則根據試驗組別有所變化，最少為 4 層。軟木層數亦可達到控制土壤環境寬度的效果，避免因超材料單元側邊土壤過寬產生波傳統射的困境。

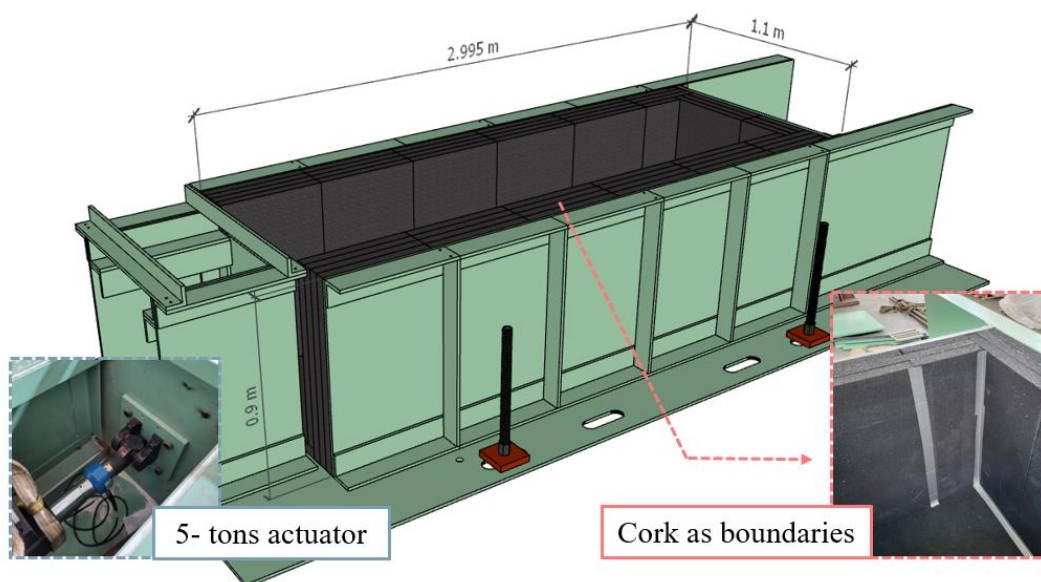


圖 3- 9 鋼箱 3D 示意圖

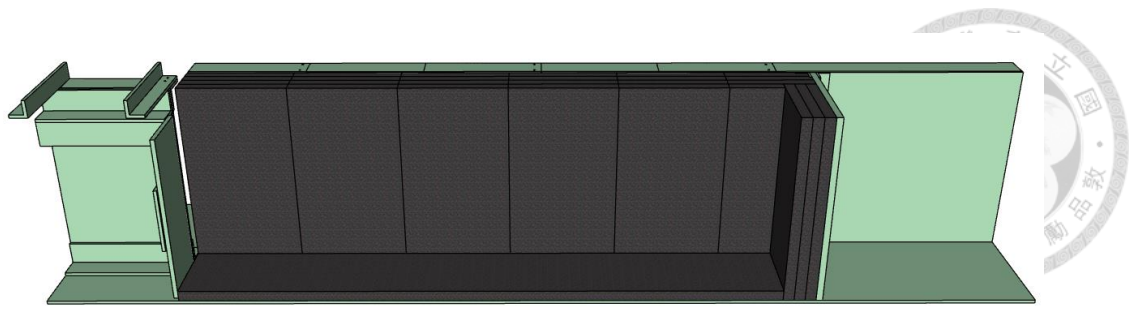


圖 3-10 鋼箱與軟木邊界截面示意圖

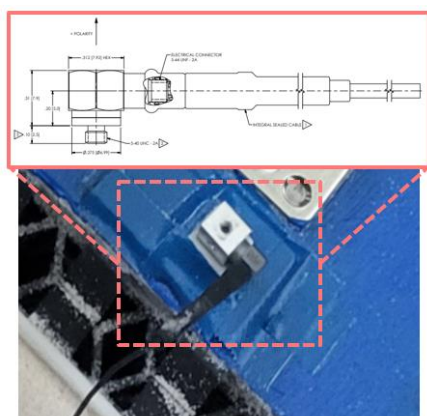
作為模擬環境使用之砂土採用石英砂，使用相對密度公式(3- 1)計算本研究試驗之砂土密度，其中 $\gamma_{d,max}$ 為最大乾土單位重， $\gamma_{d,min}$ 為最小乾土單位重，上述兩單位重之數值均參考鄧煒霖[30]之砂土相對密度試驗結果，紀錄及計算相對密度結果列於表 3- 3。

$$D_r = \frac{\gamma_{d,max}(\gamma_d - \gamma_{d,min})}{\gamma_d(\gamma_{d,max} - \gamma_{d,min})} \times 100\% \quad (3- 1)$$

表 3- 3 砂土相對密度計算表

$\gamma_{d,max}$ (kg/m ³)	$\gamma_{d,min}$ (kg/m ³)	γ_d (kg/m ³)	D_r (%)
1684	1500	1578	45

為測量及量化樁型拉脹地震超材料之試驗結果，本研究於砂土環境內以及超材料試體上方設置多組加速規以獲取需求點位之加速度資料。此試驗使用單軸加速規，型號 PCB Model W352C65[39]，資料擷取系統則採用型號 DEWEsoft model IOLiteR12[40]。為量化試驗結果以及描述樁型拉脹地震超材料之減震效果，本研究利用頻率反應函數（Frequency Response Function, FRF）式(3- 2)以分貝（db）為單位進行量化計算。參考圖 3- 12，入射波波源自鋼箱前端箭頭處激發， A_0 為試體前方試驗期間穩態振幅最大值， A_1 則為試體後方試驗期間穩態振幅最大值。定義 $FRF = -20$ db 為有效過濾波傳，其中 $FRF = -20$ db 意味著入射波傳通過超材料之後，位移振幅最大值下降 90 %，為顯著折減效果的展現。



(a) 加速規



(b) 資料擷取系統

(部分擷取自使用手冊[39])

圖 3-11 試驗用加速規及資料擷取系統

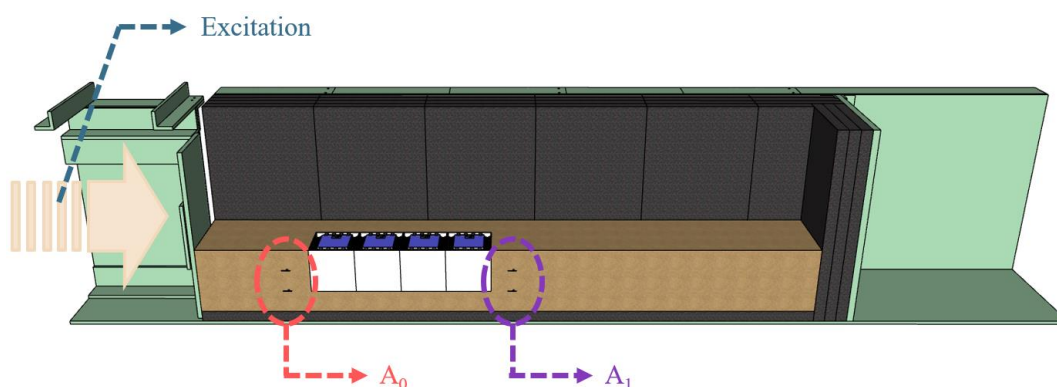


圖 3-12 頻率反應函數定義示意圖

$$\text{FRF (db)} = 20 \times \log_{10} \frac{A_1}{A_0} \quad (3-2)$$

3.3.2 試驗組合規劃

本研究試驗組合規劃分為兩個部分，第一部分著重於驗證樁型拉脹地震超材料於數值分析帶隙內波傳衰減的效果。該組試驗被稱為縮尺標準配置試驗組 (Scaled-down Standard Configuration, SDSC)，該試驗組合中又分別執行三種試驗，第一種為純砂試驗 (Pure Sand Test, PS)，參考圖 3-13(a)，作為土壤中無任何外加屏障之基本對照組；第二種為純混凝土試驗 (Pure Concrete Test, PC)，參考圖 3-13(b)，在純砂環境中擺放週期性排列純混凝土塊形成屏障，作為比較均

存在屏障的狀況下，凸顯超材料效果之對照組；第三種則為超材料試驗（Metamaterials Test, MM），參考圖 3-13(c)，即為本研究重點試驗對象，將與 PC 組相同之混凝土塊位置抽換成目標縮尺試驗樁型拉脹地震超材料單元進行試驗與比較。

第二部分則著重於驗證地震超材料週期性排列的假設。該組試驗被稱為排數分析配置試驗組（Row Number Analysis Configuration, RNAC），此組試驗以 1×1 排之單元超材料逐排擴增至 1×8 排之週期性排列超材料（參考圖 3-14），從其試驗結果驗證超材料週期性排列的假設正確，且決定針對此種超材料所需之最少週期性排列排數。與 SDSC 組相同，RNAC 亦包含逐排擴增之週期性排列純混凝土塊試驗以及作為重要基本對照組之純砂試驗。所有試驗組合均統整於表 3-4。

表 3-4 試驗組合統整表

試驗編號	試驗目的	試驗項目	試體排數
SDSC- PS	超材料 效果驗證	純砂試驗	-
SDSC- PC		純混凝土試驗	2×4
SDSC- MM		超材料試驗	2×4
RNAC- PS	超材料 排數試驗	純砂試驗	-
RNAC- PC		純混凝土試驗	$1 \times 1 - 1 \times 8$
RNAC- MM		超材料試驗	$1 \times 1 - 1 \times 8$

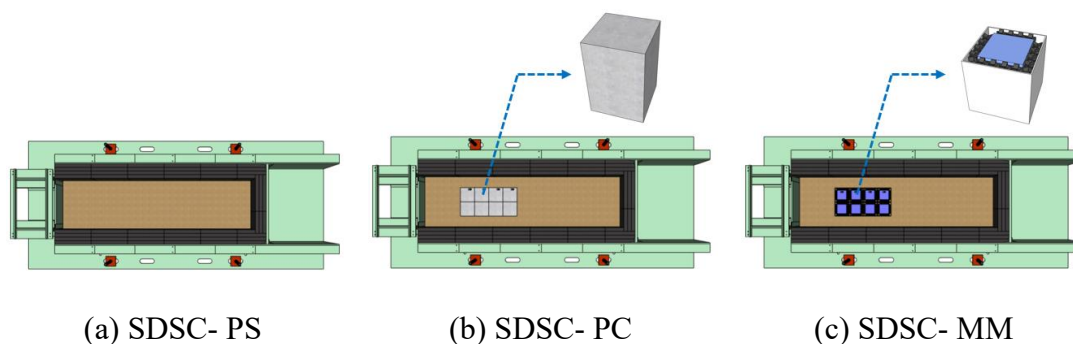


圖 3-13 SDSC 試驗組合示意圖

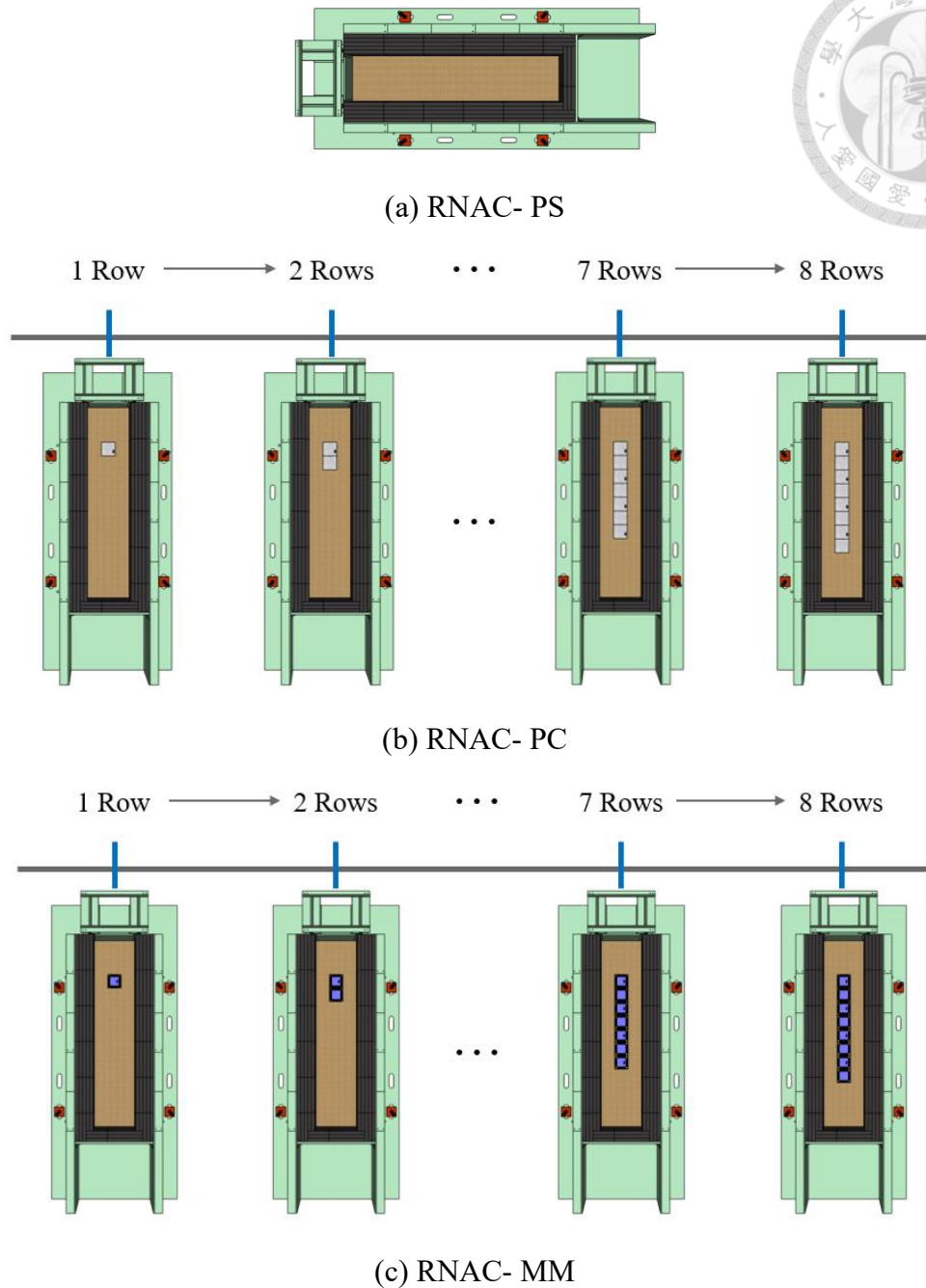


圖 3- 14 RNAC 試驗組合示意圖

3.3.3 試驗步驟

試驗過程可以分為三個階段，分別為鋼箱設置階段、環境與試體設置階段以及試驗進行階段。首先鋼箱設置階段從組合鋼箱開始，再於鋼箱內部除可活動端外貼上軟木邊界，並以大力膠帶加以固定及填補交界，最後為在不影響入射波波

傳的情況下防止漏砂，於鋼箱可活動版邊緣處填補塑膠薄膜。環境與試體設置階段從填入試體下方砂土開始，填充砂土時均充分分層夯實，儘量使砂土環境維持相同相對密度。擺放試體以及填充剩餘砂土時於設計點位埋置多組加速規。最後啟動油壓致動器開始進行定頻試驗，輸入波為振幅 2 mm 之正弦波，理想波型如圖 3- 17 所示；以 1 Hz 為頻率間隔由 10 Hz 漸增紀錄至 40 Hz，涵蓋目標超材料單元晶格之縮尺後帶隙範圍。

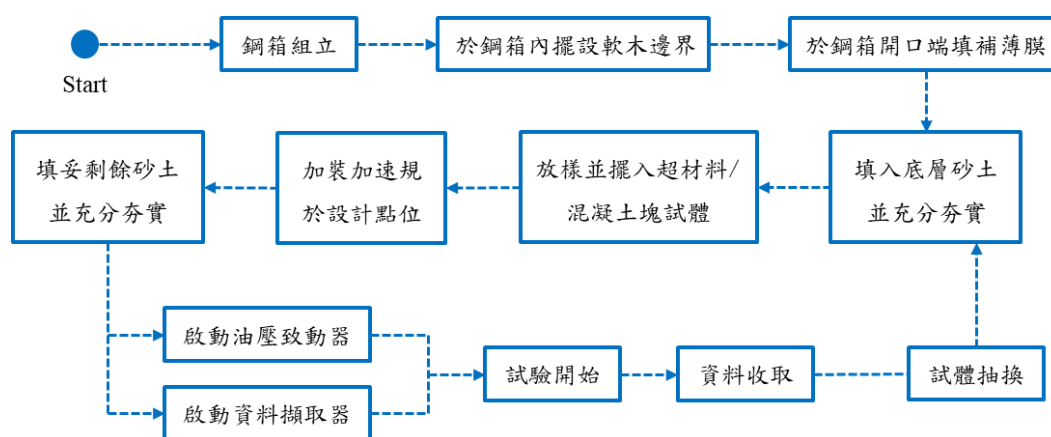
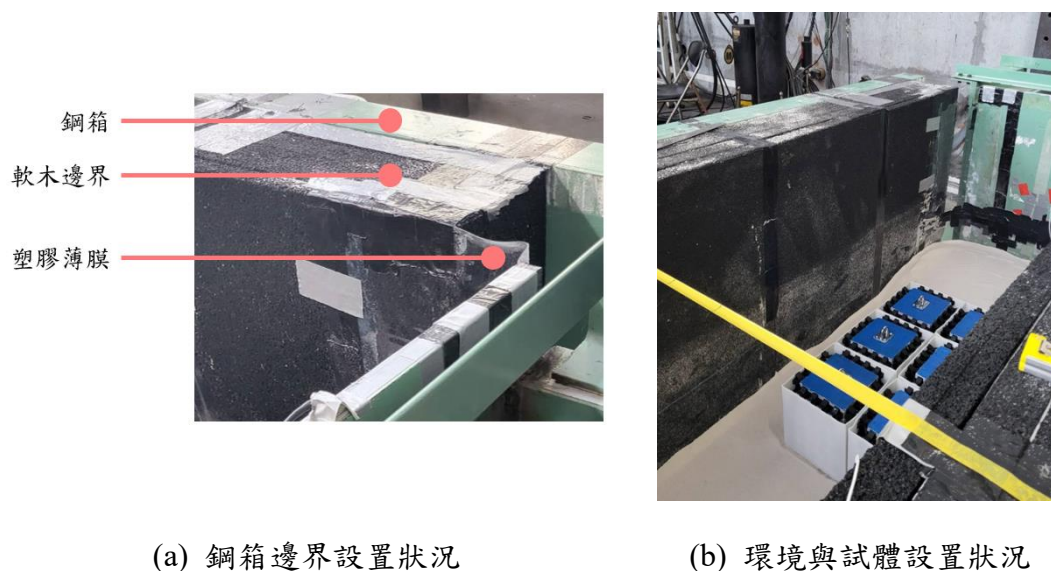


圖 3- 15 試驗程序圖



(a) 鋼箱邊界設置狀況

(b) 環境與試體設置狀況

圖 3- 16 試驗邊界及環境設置狀況

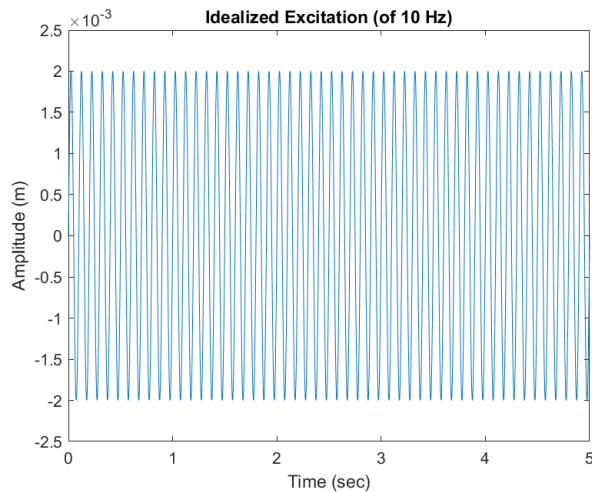


圖 3-17 理想正弦波波型示意圖 (2 mm, 25 Hz)

3.4 試驗結果與討論

本小結將分別展示各組試驗之試驗結果，以及比對各結果進行觀察以及討論。

3.4.1 SDSC 試驗組

SDSC 組 PS、PC 及 MM 之測試結果繪製於圖 3-19。其中如圖 3-18 所示，多組加速規被設置於試體或砂土之前方與後方，本次試驗結果均取相同距離之不同加速規組合結果進行平均而得。

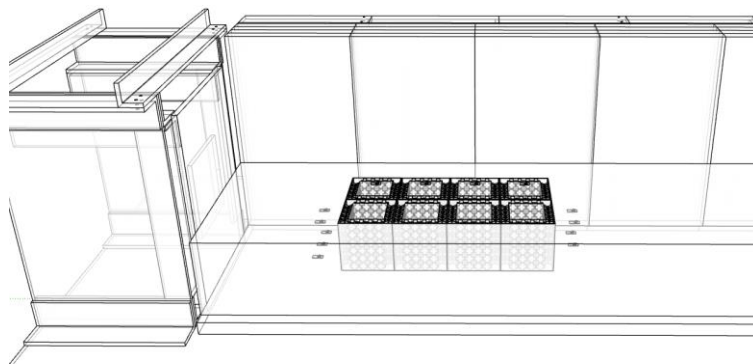
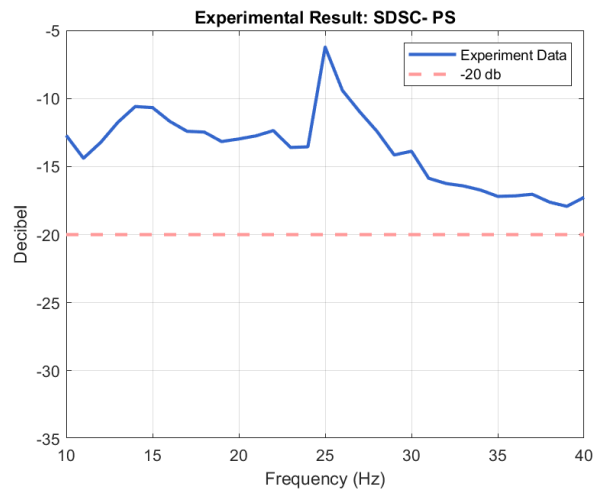
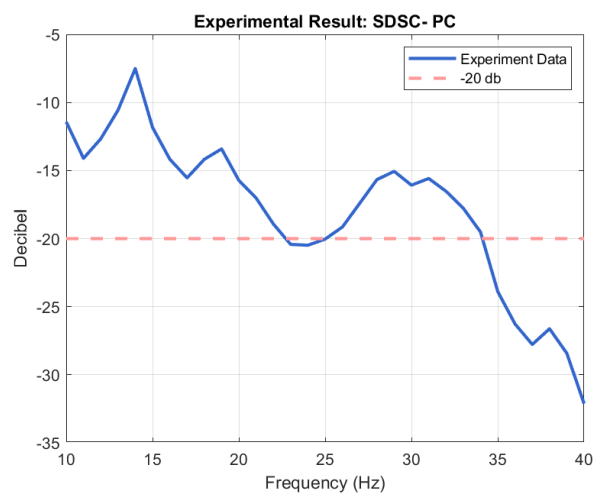


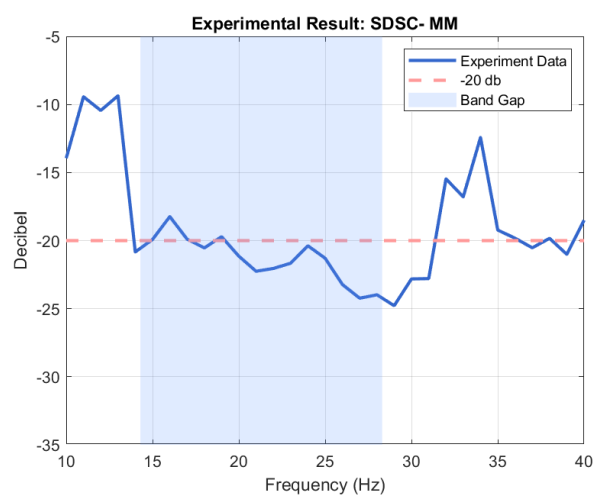
圖 3-18 加速規擺放點位示意圖



(a) SDSC- PS



(b) SDSC- PC



(c) SDSC- MM

圖 3- 19 SDSC 試驗組全測試結果與比較



(a) SDSC- PC



(b) SDSC- MM

圖 3- 20 SDSC 試驗照片

3.4.2 RNAC 試驗組

RNAC 組 PS、PC 及 MM 之測試結果繪製於圖 3-22。其中如圖 3-21 所示，多組加速規被設置於試體或砂土之前方與後方，本次試驗結果均取相同距離之不同加速規組合結果進行平均而得。

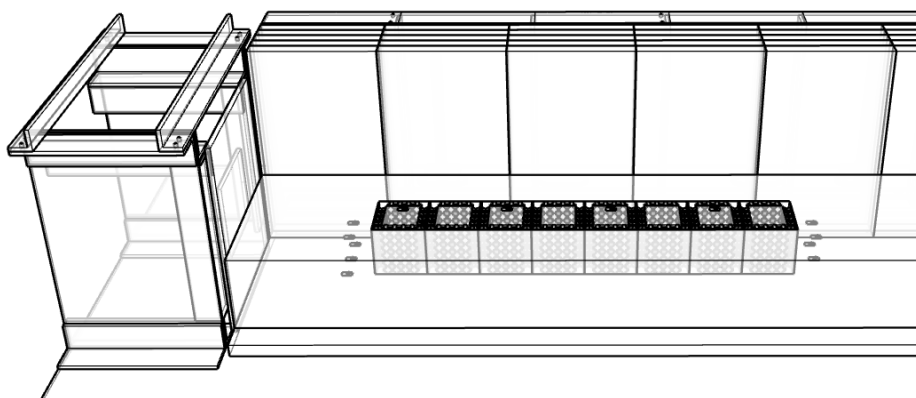
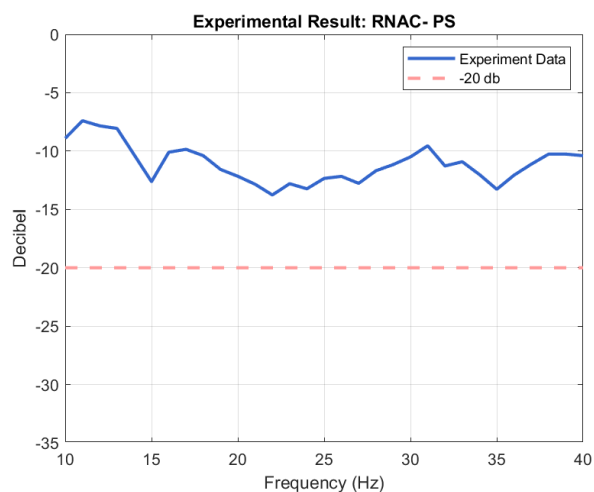
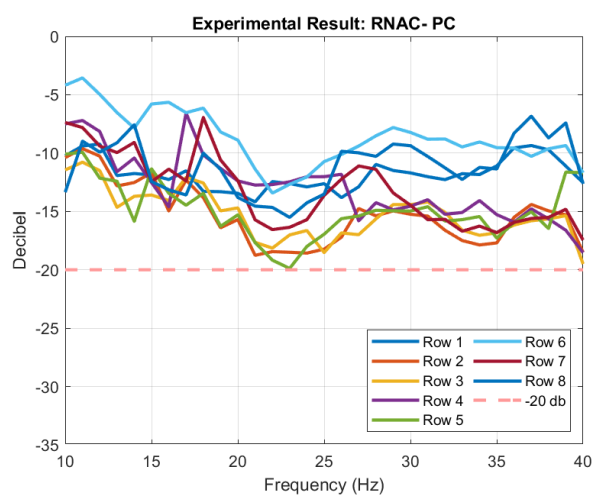


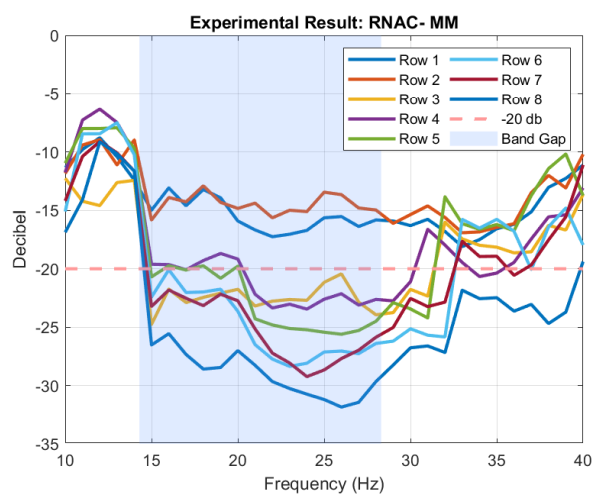
圖 3- 21 加速規擺放點位示意圖



(a) RNAC- PS



(b) RNAC- PC



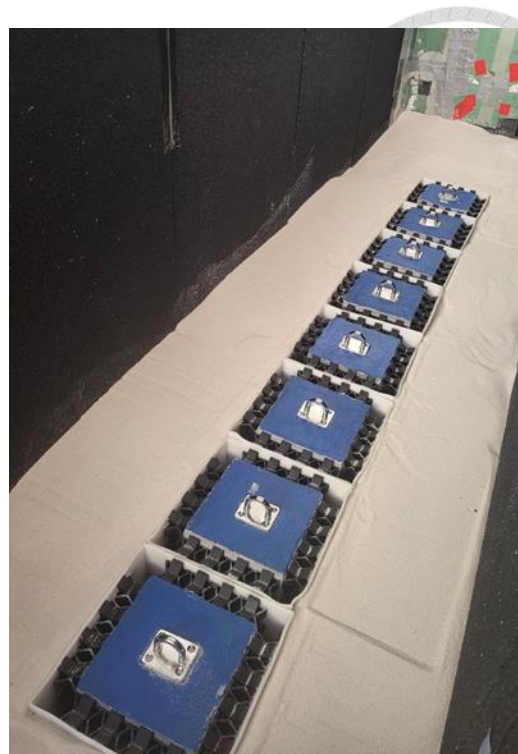
(c) RNAC- MM

圖 3- 22 RNAC 試驗組全測試結果與比較





(a) RNAC- PC



(b) RNAC- MM

圖 3- 23 RNAC 試驗照片

3.4.3 試驗結果討論與修正

1. 在開始討論 SDSC 以及 RNAC 試驗組試驗結果前，可先從不同位置之加速規反應驗證軟木邊界作為低反射邊界的效果。參考圖 3- 18，取鋼箱正中線之超材料後方加速規測量之加速度反應對較靠近邊界之加速規加速度反應作圖如圖 3- 24，可觀察到量測點位置的改變並不影響波型，意即軟木邊界作為避免波於鋼箱邊界反射之邊界材料的確有效。
2. 透過純砂試驗中輸入及輸出加速規點位所取得之波型時間差，得此次試驗純砂環境之波速為 166.5 m/s，透過理論縱波波速公式式(3- 3)可計算純砂之楊氏係數。其中參考表 3- 3 已知密度 $\rho = 1578 \text{ kg/m}^3$ ，且柏松比 $\nu = 0.33$ ，則計算出楊氏係數 $E = 28.9 \text{ MPa}$ 。

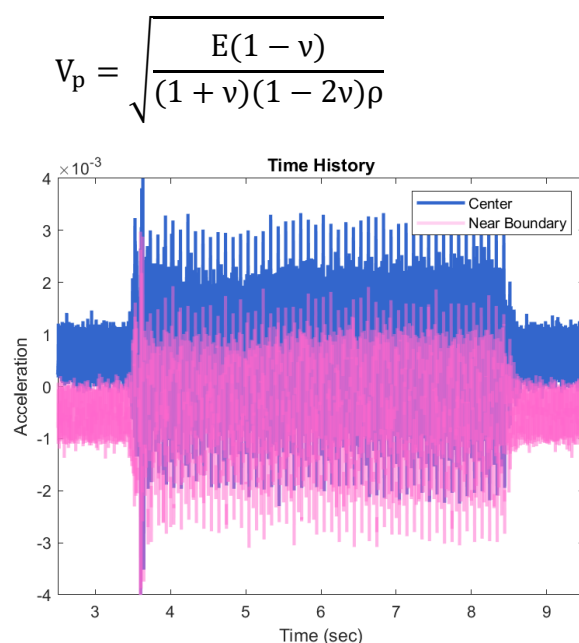


圖 3- 24 兩加速規加速度歷時比較圖

3. SDSC 試驗結果：

根據圖 3- 19(c)，可觀察到試驗結果中雖然 UBF 的位置些微向較高頻方向移動，數值掃頻分析得到之 LBF 與試驗結果近乎相同，且帶隙內樁型拉脹地震超材料減弱波傳的效果也非常明顯。

純砂試驗的結果圖 3- 19(a)具水平趨勢且於輸入波為高頻率時略微降低，惟 25 Hz 左右時反應明顯增加。因此本研究利用本章節計算出之砂土材料參數，透過有現元素軟體 COMSOL Multiphysics 進行純砂體特徵分析，邊界條件設置如圖 3- 25，得特徵頻率落於約 24 Hz，因此判斷此為造成 SDSC- PS 結果突然出現鋒值的原因。

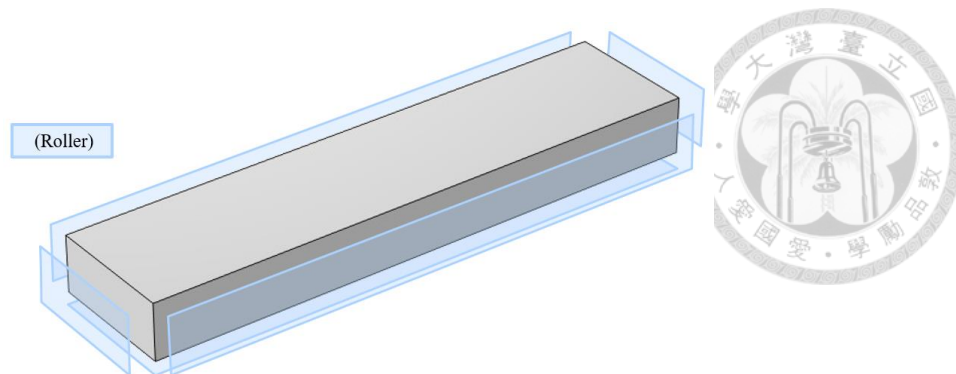


圖 3-25 純砂體特徵分析邊界條件設置

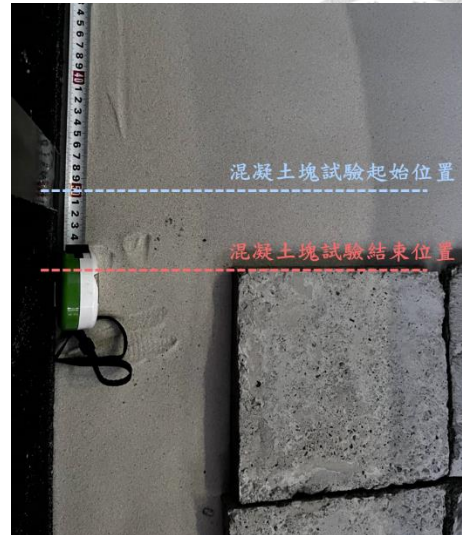
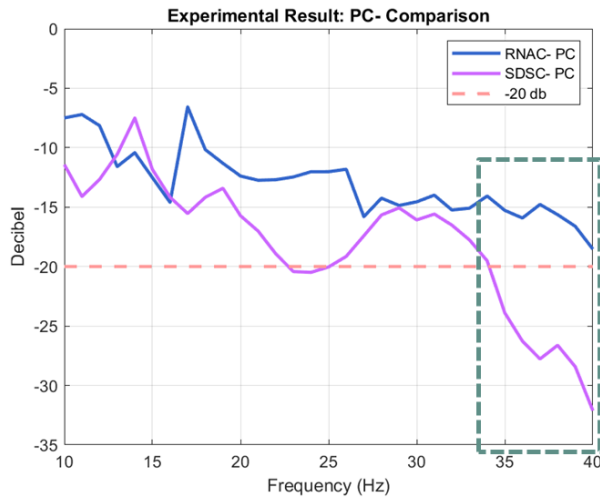
最後，觀察純混凝土試驗圖 3-19(b)，輸入波為高頻率時波傳折減效果突然大幅提升，甚至波傳折減效果較超材料組的結果更顯著，造成此現象的原因將與 RNAC 之純混凝土試驗一同比較與討論。

4. SDSC 試驗結果：

觀察 RNAC-MM (圖 3-22(c)) 結果，可很明顯的看出此樁型拉脹地震超材料設計需至少週期性排列三排以上才能於數值掃頻分析帶隙範圍中看到明顯的波傳折減效果，因此確定超材料的確需經週期性排列才會達到預期效果，且針對此試體最少排數為三排。與前述觀察不同的是，圖 3-22(b)之 RNAC-PC 試驗結果就無法看出任何純混凝土塊排數與干擾波傳效果有關的趨勢。

將 SDSC-PC (2×4 排) 試驗結果與 RNAC-PC 中 1×4 排試驗結果畫在一起作比較，觀察到圖 3-26(a)除綠色框中入射波較高頻之範圍外，兩者之試驗結果趨勢沒有太顯著差異，均可視為折減效果不夠顯著且差異不大之斜線，因此認為此段出現誤差的原因為入射波較高頻時，造成砂土環境鬆散，如圖 3-26(b)之試驗結束後照片所示，混凝土塊有較大位移且相鄰混凝土塊間產生縫隙並進砂，進而影響波傳效果。

最後，為更清楚的觀察樁型拉脹地震超材料的波傳折減效果，以 RNAC 試驗組中各試驗 1×6 排試驗結果作圖比較。參考圖 3-27，可明顯觀察到相較於作為基準的純砂試驗以及作為對照組的純混凝土試驗，樁型拉脹地震超材料於設計帶隙範圍對衰減波傳有顯著的效果。



(a) SDSC- PS 與 RNAC- PS 比較

(b) 混凝土塊位移情形

圖 3- 26 SDSC- PC 誤差來源

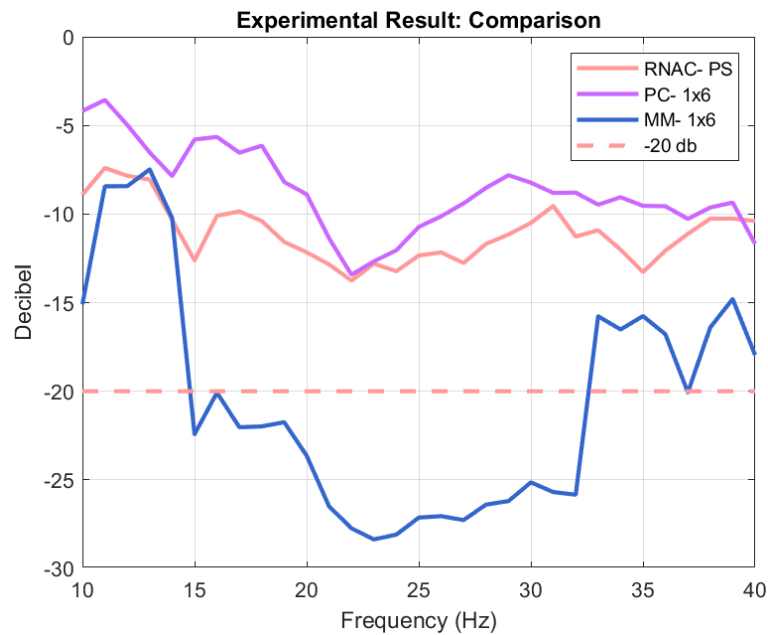


圖 3- 27 RNAC 1 × 6 排試驗結果比較

3.5 縮尺試驗設計討論

如文獻回顧章節所述，本試驗參考以往研究之縮尺試驗配置，惟有進行適當改進，並將於此小節提出未來可改進之方向。

首先，相較先前的試驗設計，本次試驗採用 5 噸之油壓致動器，在相同設計位移下，能夠使穩定波傳頻率範圍提升[29]。其次，因應同文獻於執行縮尺試驗後結論所建議，作為低反射邊界之泡棉壓縮性過大導致無法對砂土進行夯實，本次試驗低反射邊界採用變形較小且阻隔反射效果也非常顯著的聚合軟木材料。再者，針對鋼箱容器邊緣漏砂問題，本次試驗於可活動鋼板縫隙補上塑膠薄膜，並於所有軟木邊界裁切及黏貼交界處補上大力膠布使漏砂的可能性最小化。

經由此次試驗經驗，本研究欲提出針對超材料縮尺試驗安排及配置之建議。首先，試驗時需同時注意各種輸入波頻率下油壓致動器的性能以及砂土緊實程度，避免波於砂土中傳播不如預期導致試驗結果失真。其次，砂土之確實分層夯實可以有效避免試驗中途砂土鬆散或下陷情況發生；同時為不使週期性排列試驗試體分離狀況產生，需確保試體間固定牢固。最後，因試驗過程需更換試體，更換時需將試驗環境全部清空，再重新填入石英砂及埋置加速規，耗時較長，因此建議可設計更具效率之替代方式。

第四章 拉脹結構等值模型



4.1 典型拉脹結構等值模型

如同文獻回顧章節所介紹，由微觀尺度建立拉脹結構的方式有許多種形式，其中這些可表現出拉脹行為之幾何結構均較為複雜，導致進行有限元素模擬時須配合較細緻之網格劃分，同時增加數值模擬之計算成本。為節省計算時間以利後續進行實尺寸模擬，本研究導入拉脹結構等值模型替代原設計單元晶格之拉脹結構層。拉脹結構的等值模型至今已有多篇研究著墨，例如 Wang *et al.*[41]及 Chen *et al.*[42]利用拉脹結構幾何關係推導出凹向性拉脹結構之相關機械性質，另外 Mousanezhad *et al.*[43]利用能量法推估手性、反手性及分層蜂窩結構的彈性性質。

本篇研究主要參考文獻中凹向性拉脹結構等值方式，此篇文獻所計算之典型拉脹結構排列方式以及其二維結構單元定義如圖 4-1(a)所示，而圖 4-1(b)為其三維結構單元。

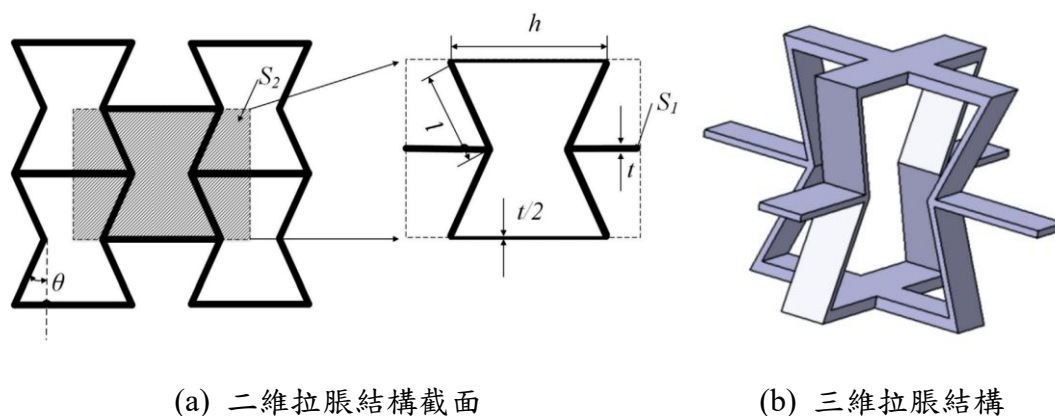


圖 4-1 典型拉脹結構排列方式及結構單元示意圖(擷取自 Wang *et al.*[41])

根據文獻，本章節之所有公式推導均需滿足以下假設：

- (1) 拉脹結構單元假設為三方向無限排列以消除邊界條件的影響。
- (2) 不考慮結構扭轉效應。
- (3) 拉脹結構之斜邊段行為滿足尤拉梁理論(Euler Beam Theory)。

拉脹等值模型的計算分為三個部分，分別為柏松比、楊氏模數及密度。其中二維結構等值密度採用面積比計算，三維結構則採用體積比計算，公式如式(4-1)及式(4-2)所示，

$$\rho_{2D} = \frac{t/l(h/l + 2)}{2\cos\theta(h/l - \sin\theta)} \rho_s \quad (4-1)$$

$$\rho_{3D} = \frac{(t/l)(b/l)(h/2l + 1)}{\cos\theta(h/l - \sin\theta)^2} \rho_s \quad (4-2)$$

其中符號定義參考圖 4-1(a)， h 為此拉脹單元之橫向寬度， t 為單元斜邊壁厚， l 為單元斜邊長，未標註於上之 b 為單元壁深，角度 θ 定義為單元斜邊與垂直方向之夾角。 ρ_s 以及 E_s 則分別為組成此拉脹結構之原材料密度及楊氏模數。

該文獻假設於 Y 軸方向施加垂直力，參考圖 4-2，拉脹結構二維斷面可進一步簡化為圖中紅圈標示部分，以一彈性梁的受力行為表現之。根據彈性梁理論，此時該結構段之 X 向應變可寫作式(4-3)，Y 向應變則如式(4-4)。將式(4-3)及式代入柏松比定義得二維柏松比如式(4-5)，又因結構對稱性質，三維柏松比等同二維結果。

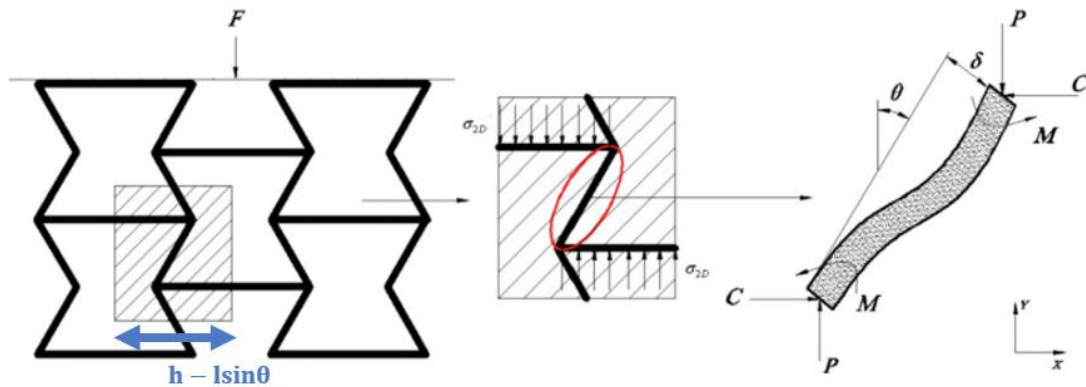


圖 4-2 典型拉脹結構受力與變形狀況示意圖 (擷取自 Wang *et al.*[41]並加註)

$$\varepsilon_x = \frac{\delta \cos\theta}{h - l \sin\theta} = \frac{Pl^3 \sin\theta \cos\theta}{12E_s I (h - l \sin\theta)} = \frac{\sigma_{2D} b l^3 \sin\theta \cos\theta}{12E_s I} \quad (4-3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\delta \sin\theta}{l \cos\theta} = \frac{Pl^2 \sin^2\theta}{12E_s I \cos\theta} = \frac{\sigma_{2D} (h - l \sin\theta) b l^2 \sin^2\theta}{12E_s I \cos\theta} \quad (4-4)$$

$$\nu_{3D} = \nu_{2D} = -\frac{\cos^2\theta}{(h/l - \sin\theta)\sin\theta} \quad (4-5)$$

假設此處僅考慮 Y 向變形及楊氏模數的關係，二維拉脹結構之等值楊氏模數可寫作式(4-6)的形式。以外力作用面積大小作為標準，按照比例將二維拉脹結構之等值楊氏模數結果縮放至三維，其等值楊氏模數結果如式(4-7)所示。

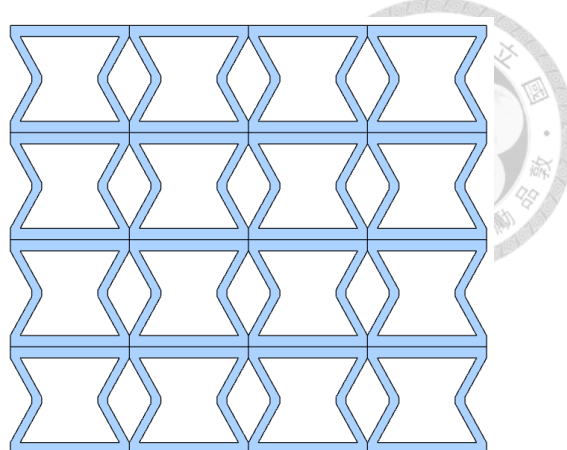
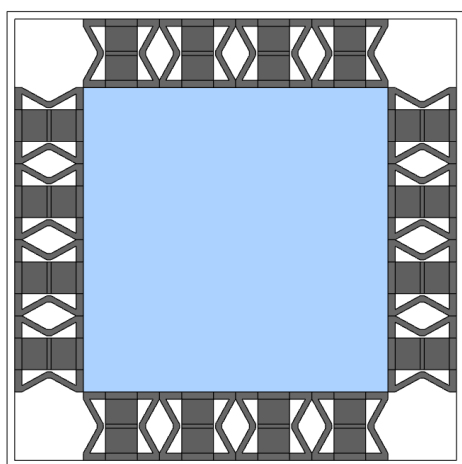
$$E_{2D} = \frac{\sigma_{2D}}{\varepsilon_Y} = \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{E_s \cos\theta}{(h/l - \sin\theta)\sin^2\theta} \quad (4-6)$$

$$E_{3D} = \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{2E_s b \cos\theta}{l(h/l - \sin\theta)^2 \sin^2\theta} \quad (4-7)$$

4.2 層疊拉脹結構等值模型

經謝享浩[4]所設計，於本研究第三章試驗驗證的單元晶格中，中間軟材料層所使用之拉脹結構排列方式與上一小節描述之典型凹向性拉脹結構排列有所不同。此設計超材料單元晶格俯視圖如圖 4-3(a)，新設計之拉脹結構排列形式，本研究稱之為層疊排列形式，其示意圖參考圖 4-3(b)。上一小節描述之典型凹向性拉脹結構排列方式各單元間互鎖，相反的此次使用之層疊排列拉脹結構單元之間互相獨立，結構受到壓縮以及拉伸的力學行為皆不影響相鄰單元，上述兩者之受壓變形方式比較如圖 4-4(a)、(b)所示。

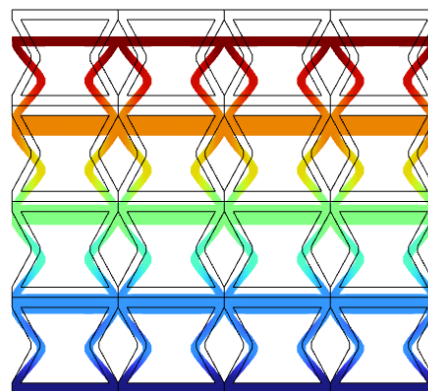
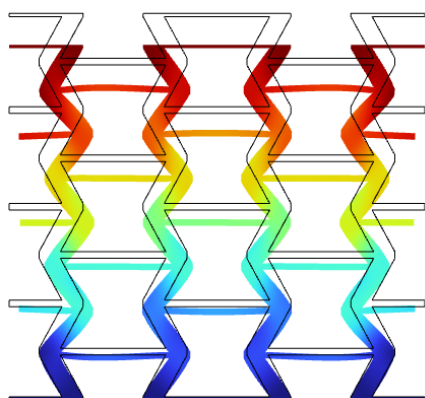
將拉脹結構單元設計為此結構排列方式的原因為施工方便性。考慮需進行實驗室尺度之縮尺試驗以及未來可能操作之實尺現地試驗，單元製作的方便性及可重覆性為一個設計之重要考慮因素。參考第三章關於試驗試體製作的描述，此層疊排列形式可使拉脹結構單元更容易以 3D 列印製成及組合。此外，層疊排列形式亦下降數值模擬中模型建立的難度及複雜度。



(a) 樁型拉脹超材料單元晶格俯視圖

(b) 二維拉脹結構排列方式示意圖

圖 4-3 拉脹結構層疊排列形式示意圖



(a) 典型拉脹結構排列方式變形圖

(b) 層疊拉脹結構排列方式變形圖

圖 4-4 典型及層疊拉脹結構排列形式變形比較

參考 4.1 小節的計算流程，先定義出此種排列方式的單一拉脹單元，二維單元如圖 4-3(b)所示，而圖 4-5 為其三維單元。其中定義符號 h 為此拉脹單元之橫向寬度， t_1 為單元斜邊壁厚， b 為單元壁深， l 為單元斜邊長， w 為單元總高，角度 θ 則定義為單元斜邊與垂直方向之夾角。

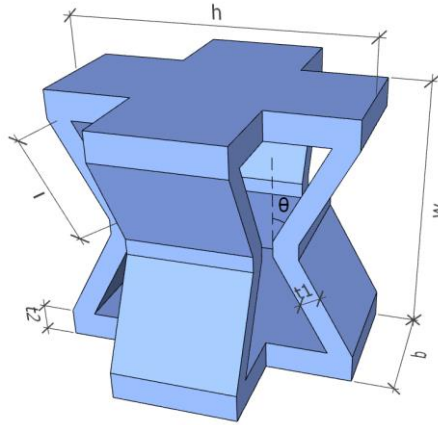


圖 4-5 三維拉脹單元

首先計算此拉脹單元之等值密度，二維結構等值密度採用面積比計算，三維結構則採用體積比計算，公式如式(4- 8)及式(4- 9)所示。其中 ρ_s 為組成此拉脹結構之原材料密度。

$$\rho_{2D,new} = \frac{(2t_1l + t_2h)\rho_s}{l\cos\theta h} \quad (4- 8)$$

$$\rho_{3D,new} = \frac{2(2t_1l + t_2h)b\rho_s}{l\cos\theta h^2} \quad (4- 9)$$

參考圖 4-6，假設於 Y 軸方向施加垂直力，同 4.1 小節，層疊排列拉脹結構二維斷面可進一步簡化至以單一彈性梁的受力行為表現之。基於小變形假設以及彈性梁理論，此結構段所受外力及彎矩如式(4- 10)及式(4- 11)，

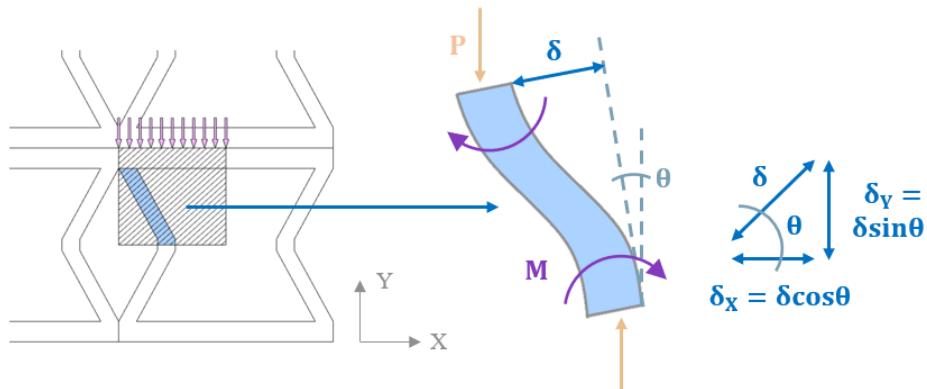


圖 4-6 層疊排列拉脹結構受力與變形狀況示意圖



$$P = \frac{1}{2} \sigma_{2D} h b \quad (4-10)$$

$$M = \frac{Pl \sin \theta}{2} = \frac{\sigma_{2D} h b l \sin \theta}{4} \quad (4-11)$$

此時該結構段之整體變形可寫作式(4-12)，代入極慣性矩公式改寫為式(4-14)。參考圖 4-6，X 向應變可寫作式(4-15)，Y 向應變則如式(4-16)。將式(4-15)及式(4-16)帶入柏松比定義得二維柏松比如式(4-17)，又因結構對稱性質，三維柏松比等同二維結果。

$$\delta = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I} \quad (4-12)$$

$$I = \frac{1}{12} b t_1^3 \quad (4-13)$$

$$\delta = \frac{\sigma_{2D} h l^3 \sin \theta}{2E_s t_1^3} \quad (4-14)$$

$$\varepsilon_x = \frac{2\delta \cos \theta}{h} = \frac{\sigma_{2D} l^3 \sin \theta \cos \theta}{E_s t_1^3} \quad (4-15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\delta \sin \theta}{l \cos \theta} = \frac{\sigma_{2D} h l^2 \sin^2 \theta}{2E_s t_1^3 \cos \theta} \quad (4-16)$$

$$\nu_{3D, new} = \nu_{2D, new} = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} = -\frac{2l \cos^2 \theta}{h \sin \theta} \quad (4-17)$$

假設此處僅考慮 Y 向變形及楊氏模數的關係，二維拉脹結構之等值楊氏模數可寫作式(4-18)的形式。為將二維拉脹結構拓展為三維尺度，計算三維原拉脹單元受外力面積如式(4-19)，將其與三維等值單元受外力面積式(4-20)之比值作為縮放比例，得到三維層疊排列拉脹結構等值楊氏模數如式(4-21)。

$$E_{2D, new} = \frac{\sigma_{2D}}{\varepsilon_y} = \frac{2E_s t_1^3 \cos \theta}{h l^2 \sin^2 \theta} \quad (4-18)$$

$$C_1 = 2hb - b^2 \quad (4-19)$$

$$C_2 = h^2 \quad (4-20)$$

$$E_{3D, new} = \frac{C_1}{C_2} E_{2D, new} = \frac{2E_s t_1^3 \cos \theta b (2h - b)}{h^3 l^2 \sin^2 \theta} \quad (4-21)$$



4.3 層疊排列拉脹結構等值模型計算驗證

為驗證 4.2 小節推導之公式，本研究對此拉脹結構進行數值模擬以及力學試驗的驗證。數值模擬透過有限元素軟體 COMSOL Multiphysics 建立模型進行抗壓試驗；力學試驗則是以 3D 列印實際印出以層疊排列方式組合之拉脹結構單元，透過萬能試驗機進行抗拉及壓試驗對照 4.2 小節推導之公式以及數值模擬結果。

4.3.1. 單元數值模擬驗證

參考圖 4-3(a)，此樁型拉脹地震超材料中所使用的拉脹結構設計為本研究簡化重點，因此本研究以與該設計相同幾何參數之拉脹結構作為單元驗證對象。此設計拉脹結構計算所需幾何參數表列於表 4-1，構成此結構之原材料採用與實驗相同之 3D 列印材料熱塑性聚氨酯 (TPU30A)，其原材料參數以及透過 4.2 小節推導之等值公式計算出之等值材料參數列於表 4-2。

表 4-1 設計拉脹結構之幾何參數表

參數	h	l	b	t_1	t_2	θ
數值	0.5 m	0.188 m	0.208 m	0.037 m	0.047 m	28.8°

表 4-2 設計拉脹結構之材料參數表

原材料材料參數		計算等值材料參數	
楊氏模數 E (kPa)	900	楊氏模數 E (kPa)	12.8
密度 ρ (kg/m ³)	990	密度 ρ (kg/m ³)	374
柏松比 ν	0.4	柏松比 ν	-1.2

為驗證推導公式之計算結果，本研究於 COMSOL Multiphysics 建立三維四向性拉脹結構模型，於結構上、下兩端擺放薄鋼板，鋼板材料參數列於表 4-3。結構下端設置為固定端，由結構上方向下（負 Z 向）給予逐漸增加之均勻應力。

表 4-3 鋼板材料參數表

楊氏模數 E (kPa)	2.1×10^8	密度 ρ (kg/m ³)	8750	柏松比 ν	0.3
----------------	-------------------	--------------------------------	------	-----------	-----

此數值模擬模型無法測試該結構之等值密度，因此本章節將僅探討等值楊氏模數以及等值柏松比的比較。假設此抗壓試驗全程保持結構小變形，材料仍保持於彈性階段。為求等值楊氏模數，參考圖 4-7，取 T 點的 z 向變形求得 z 向應變 ε_z ，對應外加之均勻應力繪製應力應變圖如圖 4-8(b)所示，得楊氏模數為 12.6 kPa。

此外，為求等值柏松比，取 S 點之 x 向變形求得 x 向應變 ε_x ，此處以 x 向應變與 z 向應變比值作為等值柏松比數值。以 4.2 小節推導之公式計算之等值材料參數與本章節數值模擬得到之材料參數結果與比較紀錄於表 4-4。

另外，本研究亦改動部分幾何參數以進行相同之計算與數值模擬結果比較，測試結果紀錄於表 4-5。從試驗結果中可看出，當幾何參數改動並不大時，計算結果尚可與數值模擬結果相符合。

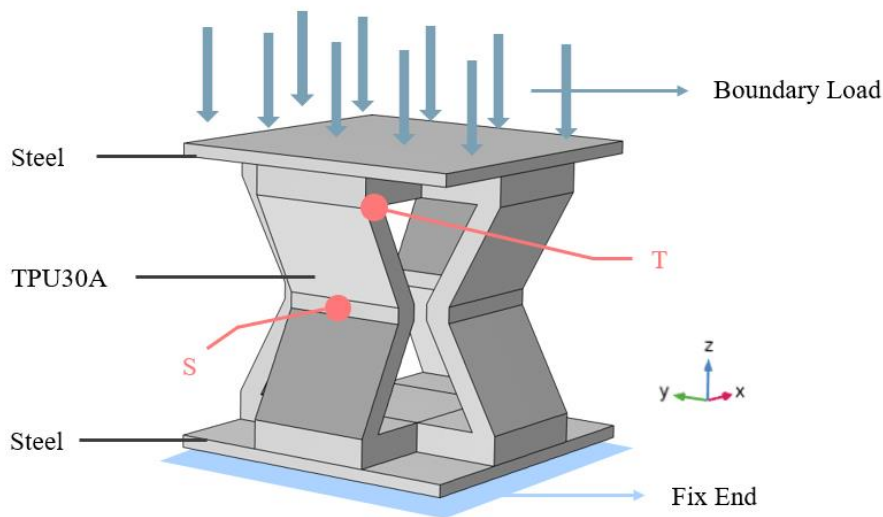
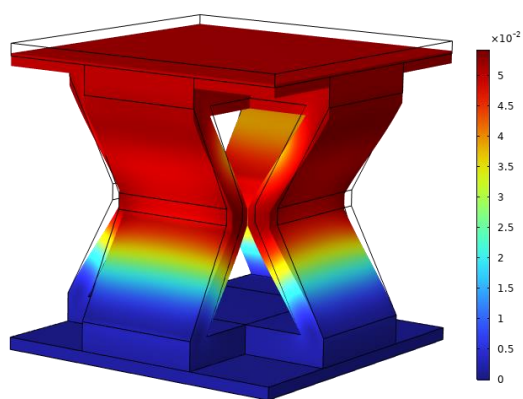


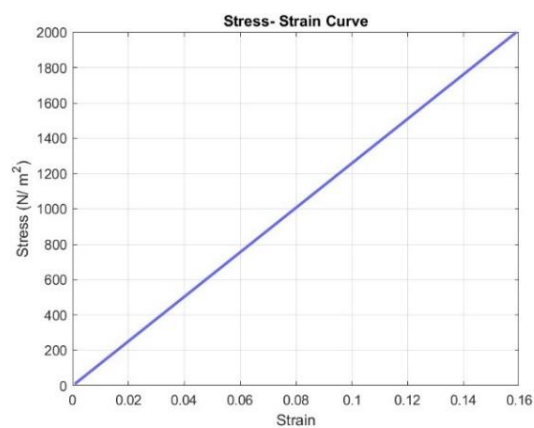
圖 4-7 拉脹結構模型材料及邊界條件設置示意圖

表 4-4 計算及數值模擬結果比較表

計算等值材料參數		數值模擬等值材料參數		誤差 (%)
楊氏模數 E (kPa)	12.8	楊氏模數 E (kPa)	12.6	1.6
柏松比 ν	-1.2	柏松比 ν	-1.1	8.3



(a) 拉脹結構模型變形狀況



(b) 應力應變曲線結果

圖 4-8 拉脹結構單元數值模擬結果

表 4-5 延伸測試計算及數值模擬結果比較表

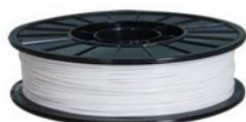
測試一	參數	h	l	b	t_1	t_2	θ
	數值	0.5 m	0.190m	0.208 m	0.037 m	0.047 m	30°
	計算等值材料參數			數值模擬等值材料參數			誤差 (%)
	楊氏模數 E (kPa)		11.5	楊氏模數 E (kPa)		11.7	1.7
	柏松比 ν		-1.1	柏松比 ν		-1.0	10
測試二	參數	h	l	b	t_1	t_2	θ
	數值	0.5 m	0.190 m	0.16 m	0.037 m	0.047 m	30°
	計算等值材料參數			數值模擬等值材料參數			誤差 (%)
	楊氏模數 E (kPa)		9.4	楊氏模數 E (kPa)		8.9	5.6
	柏松比 ν		-1.1	柏松比 ν		-1.0	10
測試三	參數	h	l	b	t_1	t_2	θ
	數值	0.45 m	0.190 m	0.15 m	0.037 m	0.047 m	30°
	計算等值材料參數			數值模擬等值材料參數			誤差 (%)
	楊氏模數 E (kPa)		10.8	楊氏模數 E (kPa)		10.2	5.9
	柏松比 ν		-1.3	柏松比 ν		-1.2	8.3

4.3.2. 二維數值模擬與抗拉試驗驗證

為進一步驗證 4.2 小節推導之公式，本研究實際將目標拉脹結構以層疊形式設計排列方式製作出縮尺模型，透過萬能試驗機進行抗壓及抗拉試驗並比對結果。

實驗試體透過 3D 列印製作，製作所使用之 3D 印表機為國立臺灣大學醫學圖書館所有之 UP! Box+工業級 3D 印表機[44]。填充材料採用聚乳酸 (PLA)，PLA 為生物降解材料，環保、高強度且容易列印。因為拉脹結構較為複雜，考慮其列印時不易因堆疊時翹曲而失敗之特性，選擇 PLA 作為填充耗材。所有試體皆固定以 65 %之填充密度列印。測試試體之機具為電子萬能試驗機 Autograph

AGS-X Series[46]，該試驗機可透過更換專用之夾具分別進行各種合適尺度之抗壓或抗拉測試。此外，該試驗機亦可提供低負載量試驗，可配合此試驗之基本小變形假設。



(a) UP! Box+工業級

(b) PLA 線材

(c) 電子萬能試驗機

3D 印表機

圖 4- 9 試體製作機器[44]、列印耗材[45]以及測試機器

為了解經 3D 列印處理後填充材料 PLA 之抗拉材料特性，本研究參考 ASTM D638 製作抗拉標準試體[47]進行材料試驗，該試體之詳細尺寸參考圖 4- 10。經抗拉試驗得 3D 列印後之 PLA 楊氏模數約為 994 MPa。此外，考慮採 65 %之填充密度列印，材料密度和柏松比[48]透過等比例降低及內插求取，PLA 材料參數紀錄於表 4- 6。

表 4- 6 計算及數值模擬結果比較表

楊氏模數 E (kPa)	9.94×10^5	密度 ρ (kg/m ³)	800	柏松比 ν	0.4
----------------	--------------------	--------------------------------	-----	-----------	-----

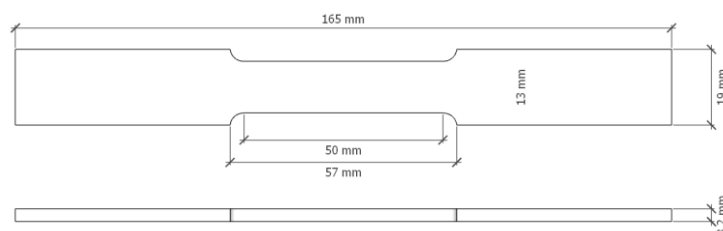
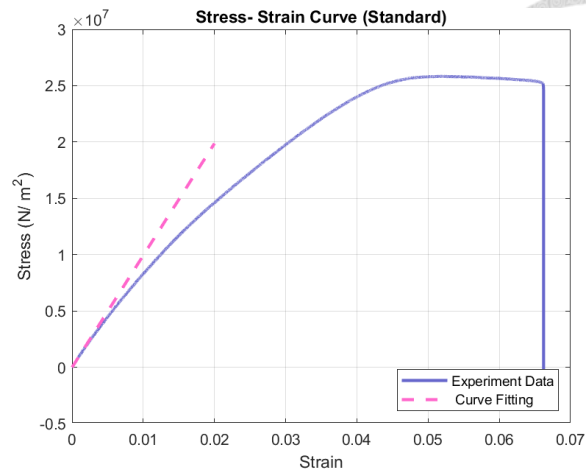


圖 4- 10 ASTM D638 Type I 尺寸[47]



(a) 材料試驗試體

(b) 抗拉材料試驗應力應變曲線

圖 4- 11 基本抗拉材料試驗

本研究為比較抗拉試驗、理論推導及數值模擬的等值楊氏模數結果，首先以與材料試驗相同之材料以及相同之列印設定方式分別製作一個二維典型排列拉脹結構如圖 4- 12(a)和一個二維層疊排列拉脹結構如圖 4- 13(a)，利用萬能試驗機進行抗拉試驗獲取應力應變曲線；理論推導的部分則是利用式(4- 6)及式(4- 18)，計算等值楊氏模數理論值；此外，以相同之幾何形式建模，透過指定材料試驗得到的材料參數同時進行數值模擬驗證。

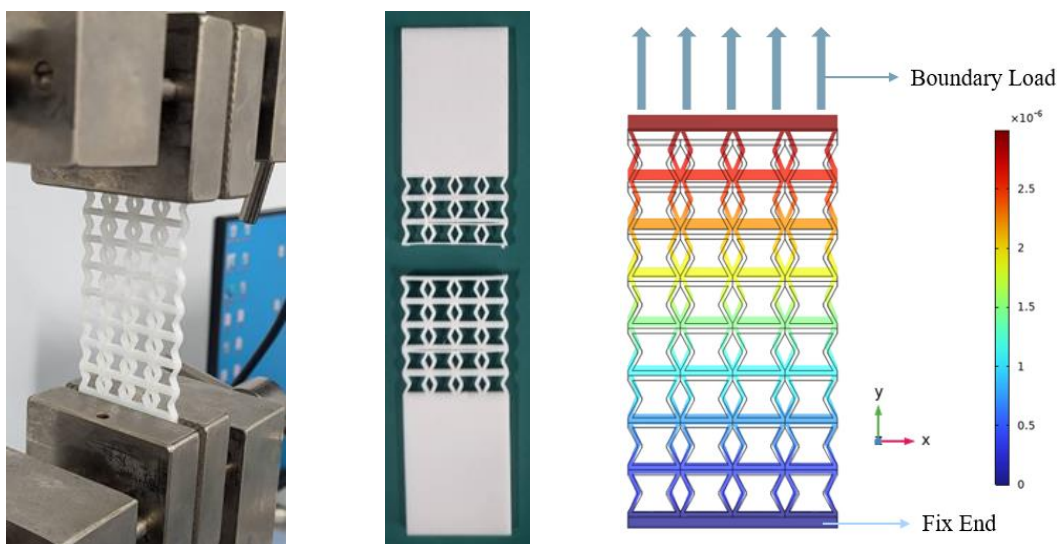
典型排列拉脹結構試驗、理論計算及數值模擬結果比較紀錄於表 4- 7。因典型排列拉脹結構理論計算已有學者進行證實，從結果中可看出誤差皆小於 10 %，所以判斷接下來之試驗及驗證方法可行。

層疊排列拉脹結構試驗、理論計算及數值模擬結果比較紀錄於表 4- 8，推斷理論推導部分具較高誤差值的原因可能是源自 4.2 節開頭提及之結構中央的垂直轉折處，為求方便此結構段並未被考慮進公式推導，相對的在數值模擬以及 3D 列印建模時此處轉折有被如實繪出。



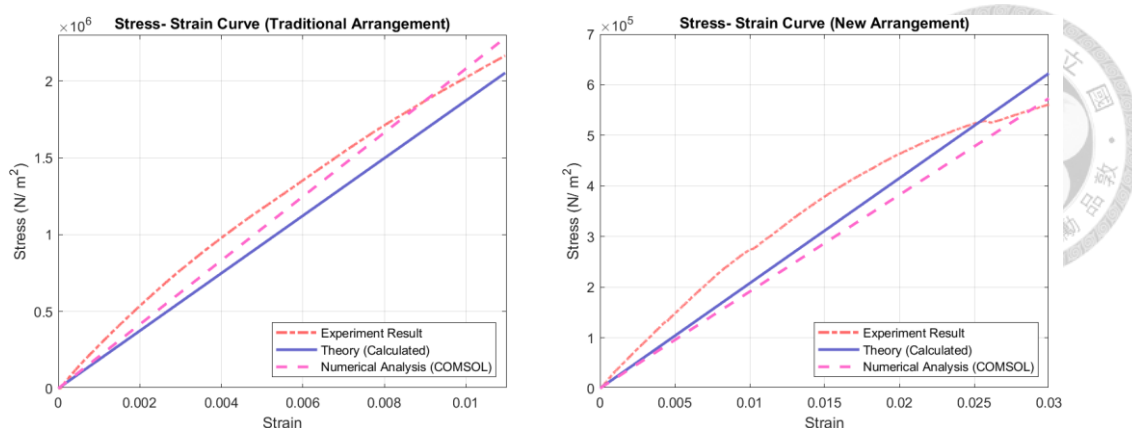
(a) 試驗試體 (b) 試體破壞狀況 (c) 數值模擬變形及邊界設定

圖 4- 12 典型排列拉脹結構拉伸試驗及數值模擬



(a) 試驗試體 (b) 試體破壞狀況 (c) 數值模擬變形及邊界設定

圖 4- 13 層疊排列拉脹結構拉伸試驗及數值模擬



(a) 典型排列拉脹結構

(b) 層疊排列拉脹結構

圖 4-14 試驗、理論計算及數值模擬結果比較圖

表 4-7 試驗、理論計算及數值模擬結果比較表（典型拉脹結構排列）

	拉伸試驗	理論推導	數值模擬
等值楊氏模數 (MPa)	193.1	187.2	208.1
誤差 (%)	-	3.1	7.8

表 4-8 試驗、理論計算及數值模擬結果比較表（層疊拉脹結構排列）

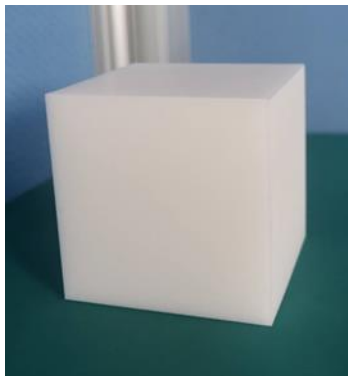
	拉伸試驗	理論推導	數值模擬
等值楊氏模數 (MPa)	18.6	20.8	19.1
誤差 (%)	-	11.8	2.7

4.3.3. 三維數值模擬與抗壓試驗驗證

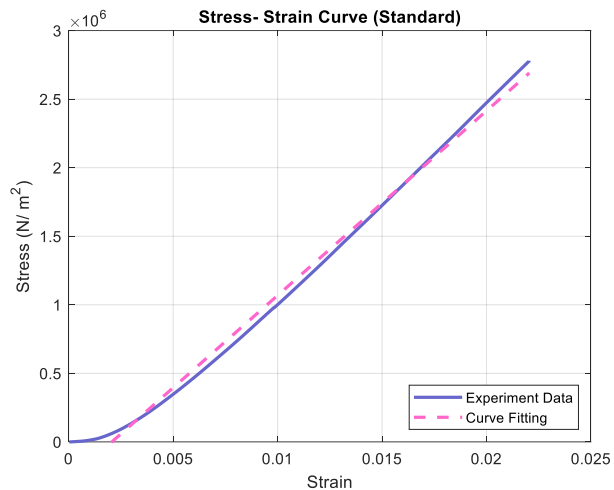
為了解經 3D 列印處理後填充材料 PLA 之抗壓材料特性，製作一個均質材料方塊如圖 4-15(a)，試體大小為每邊 6 cm 之立方體，經抗壓試驗得 3D 列印後之楊氏模數約為 135 MPa。此外，考慮採 65 %之填充密度列印，材料密度和柏松比透過等比例降低及內插求取，PLA 材料參數紀錄於表 4-9。

表 4-9 3D 列印處理 PLA 材料參數表

楊氏模數 E (kPa)	1.35×10^5	密度 ρ (kg/m ³)	800	柏松比 ν	0.4
----------------	--------------------	--------------------------------	-----	-----------	-----



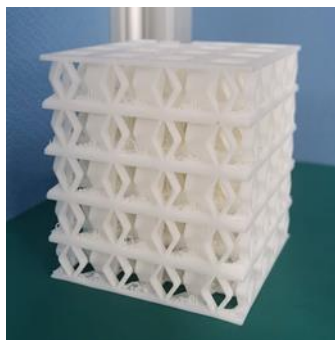
(a) 材料試驗試體



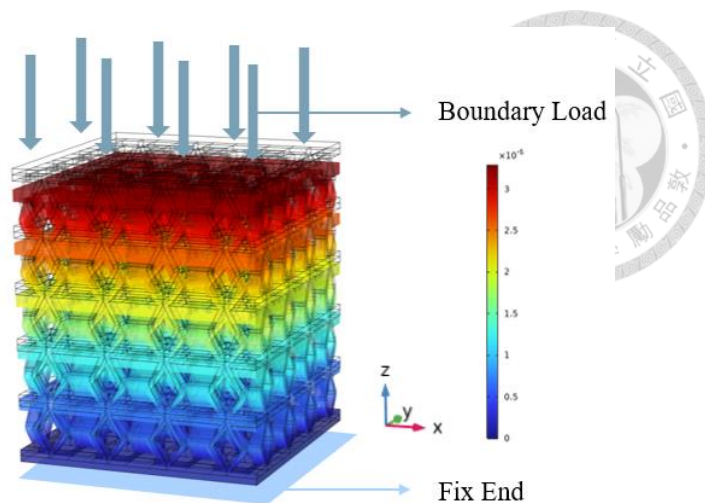
(b) 材料試驗應力應變曲線

圖 4-15 基本材料試驗

以相同方法及材料列印一個層疊排列目標拉脹結構，此試體單元結構為表 4-1 描述之相同幾何組成的 1/25 縮尺模型，堆疊成為 8 cm × 8 cm × 9 cm 的試體大小。層疊排列三維拉脹結構抗壓試驗透過萬能試驗機獲得應力應變曲線；理論計算參考式(4-21)；數值模擬於 COMSOL 進行，邊界條件設定參考圖 4-7。結果比較紀錄於表 4-10。



(a) 拉脹試驗試體



(b) 拉脹結構模型變形狀況及邊界設定



(c) 三種試驗結果比較

圖 4- 16 拉脹結構模型試驗

表 4- 10 試驗、理論計算及數值模擬結果比較表

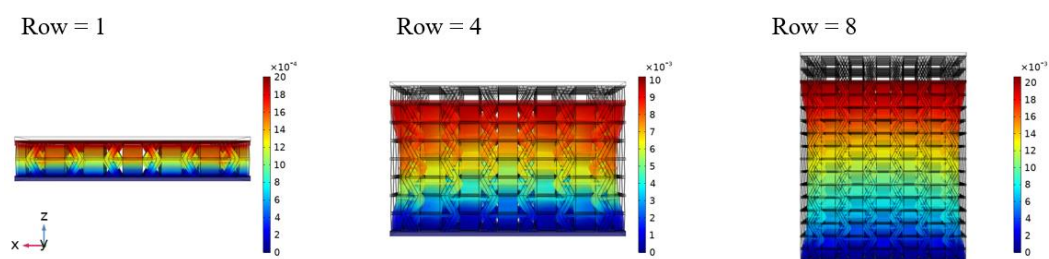
	拉伸試驗	理論推導	數值模擬
等值楊氏模數 (MPa)	1.8	2.0	2.2
誤差 (%)	-	11.1	22.2



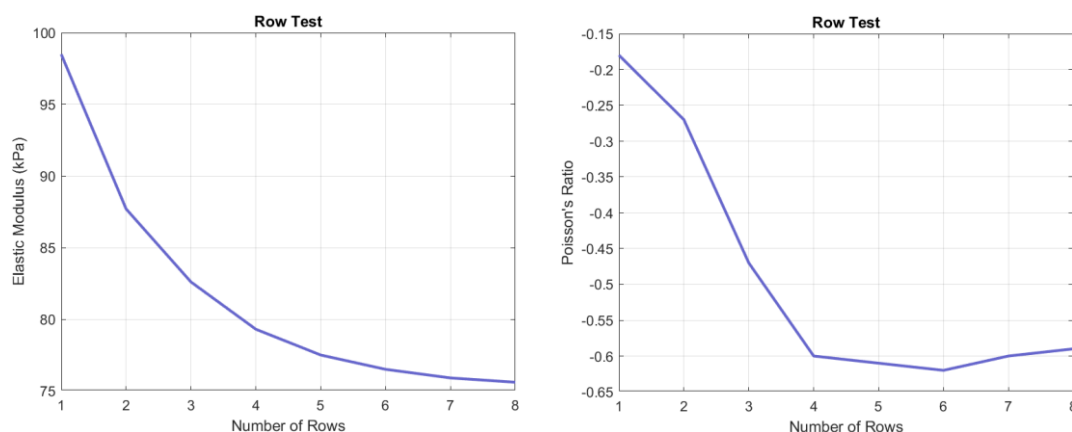
4.4 層疊拉脹結構排列方式優勢

除了 4.2 章節開頭提到的施工性增加外，層疊拉脹結構排列方式亦可能使拉脹系統的設計更加方便且迅速。典型拉脹結構排列方式的公式推導前提為拉脹結構單元無限排列，這意味著若想獲得與計算結果相同之材料參數，需滿足一定程度之排列數量。如圖 4- 17 所示，當進行數值模擬時，以典型排列方式組成之拉脹結構其等值楊氏模數圖 4- 17 (b)及柏松比圖 4- 17(c)會隨 Z 向排數數量呈較劇烈之變化，且在此特定幾何設計下需達五排以上其整體材料參數才會趨於穩定。

與前述不同，參考圖 4- 18，以層疊排列方式組成之拉脹結構其等值楊氏模數及柏松比不隨 Z 向排數數量呈明顯變化。採用層疊排列方式可免除拉脹結構的設計階段需考慮排數多寡的困擾。



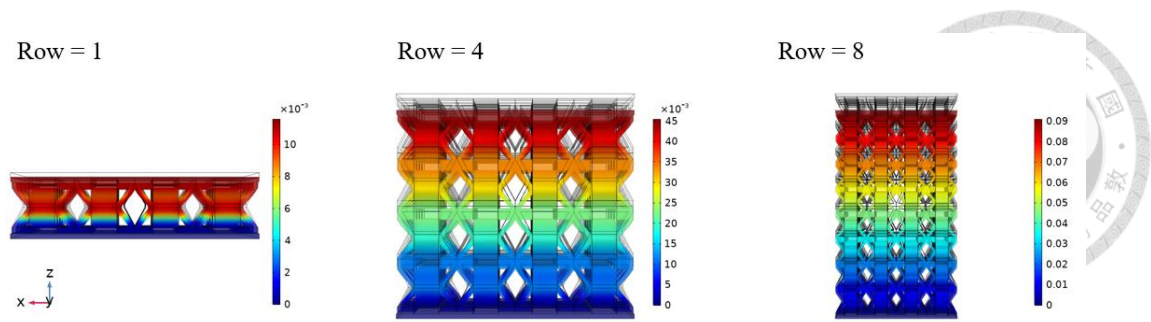
(a) Z 向排數數值模擬變形狀況示意圖



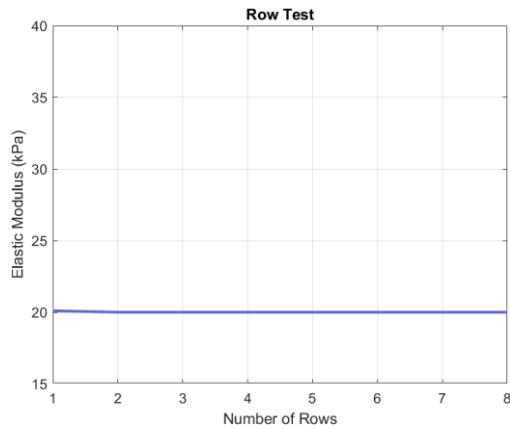
(b) Z 向排數與等值楊氏模數關係圖

(c) Z 向排數與等值柏松比關係圖

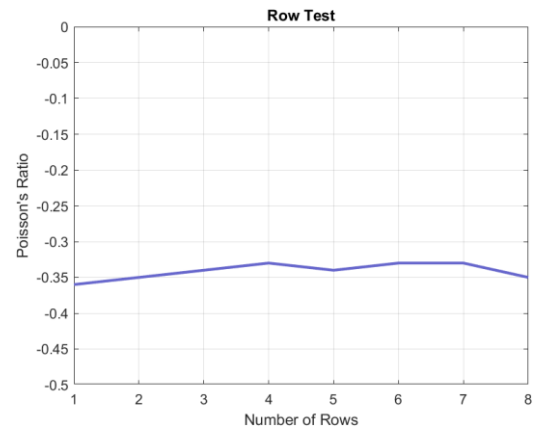
圖 4- 17 典型排列拉脹結構材料參數與 Z 向排數關係圖



(a) Z 向排數數值模擬變形狀況示意圖



(b) Z 向排數與等值楊氏模數關係圖



(c) Z 向排數與等值柏松比關係圖

圖 4- 18 層疊排列拉脹結構材料參數與 Z 向排數關係圖



5.1 拉脹結構的頻散曲線

5.1.1 單一拉脹結構的帶隙展現

根據文獻回顧紀錄，單一拉脹結構本身經數值掃頻分析即可展現帶隙[31]。如圖 5-1，取任一拉脹結構單元，在波傳方向（圖中 x 向）以布洛赫週期性排列邊界設定進行掃頻；y、z 方向則設定為連續週期性排列邊界，此邊界設定方式目的為將此拉脹結構於 y、z 方向無限延伸堆疊，形成拉脹材料薄殼；整體模形材料採用 TPU30A，材料參數參考表 3- 1。利用 COMSOL 進行此條件下之拉脹結構單元掃頻數值分析，獲取頻散曲線圖如圖 5-2，可見凹向性拉脹結構本身的確可產生帶隙。

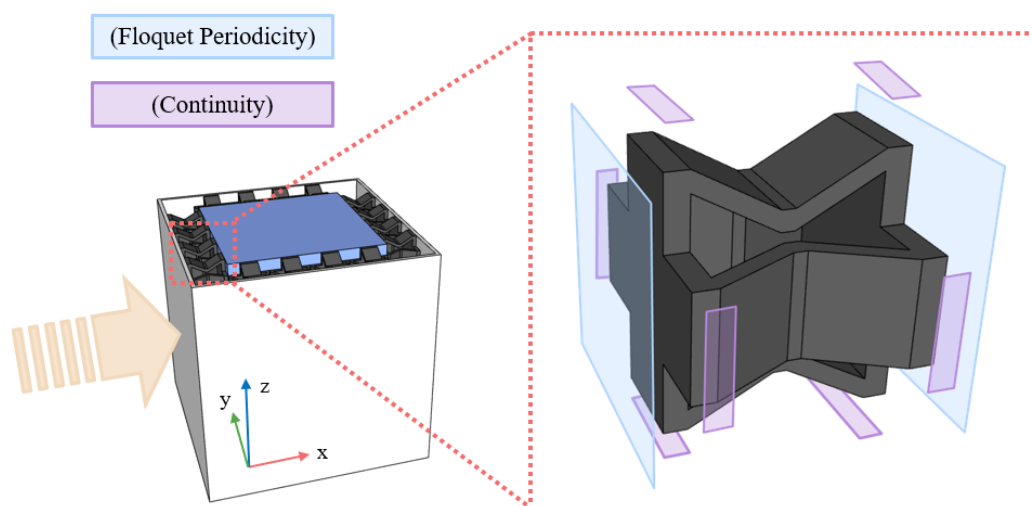


圖 5-1 單一拉脹結構單元邊界條件設定示意圖

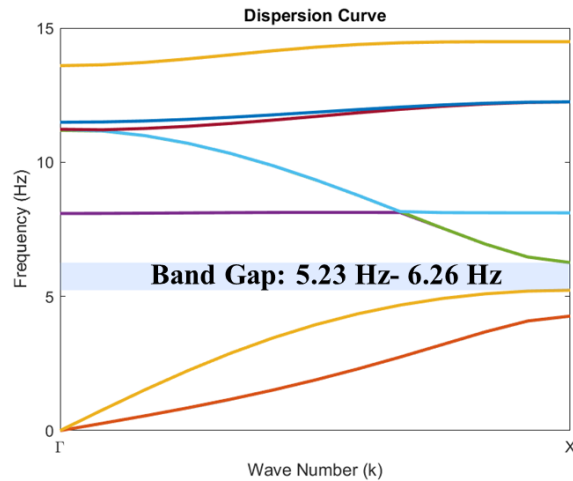
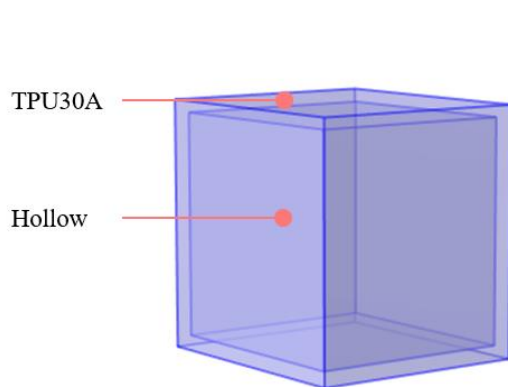


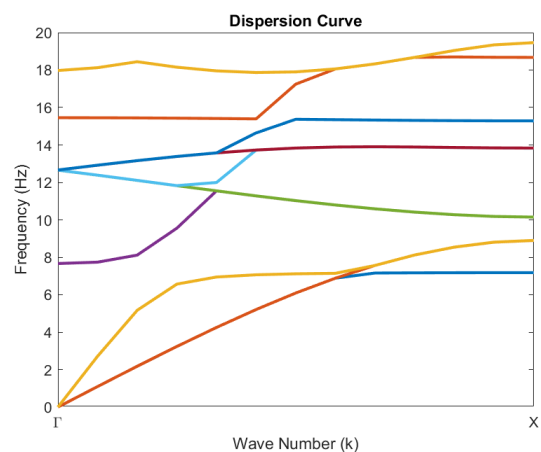
圖 5-2 單一拉脹結構單元頻散曲線圖

5.1.2 非拉脹結構的帶隙展現

從第四章等值模形的計算中可看出，拉脹結構可顯著降低該區域之等值楊氏模數、密度等材料參數。為探討拉脹結構於波傳問題下之貢獻，本研究建立與圖 5-1 拉脹結構單元具相同等值密度之中空方塊進行同樣之數值掃頻分析，邊界條件維持不變。中空方塊模形如圖 5-3(a)所示，外部尺寸為 $0.5\text{ m} \times 0.5\text{ m} \times 0.45\text{ m}$ ，內部中空部分尺寸為 $0.45\text{ m} \times 0.45\text{ m} \times 0.42\text{ m}$ 。從頻散曲線結果圖中可看出該單元僅展現出一帶寬僅為 0.02 Hz 之小帶隙。



(a) 中空結構單元模形示意圖



(b) 中空結構單元頻散曲線圖

圖 5-3 中空結構單元掃頻

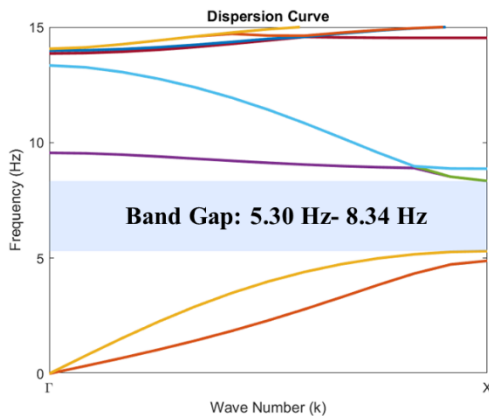
綜合以上結果，拉脹結構具有可使單一材料展現出明顯帶隙的特殊特性，若僅將材料整體等效楊氏模數及密度下降，於掃頻分析中無法達到相同效果。

此外，本章節亦想討論負柏松比材料對拉脹結構的影響。上述拉脹結構單元以及中空結構單元掃頻數值分析材料均使用 TPU30A，其柏松比為 0.4；此處取此材料之材料參數，惟將柏松比從 0.4 改變為-0.4，表 5- 1 中將其命名為 NPR（Negative Poisson's Ratio），原材料則稱之為 PPR（Positive Poisson's Ratio）。

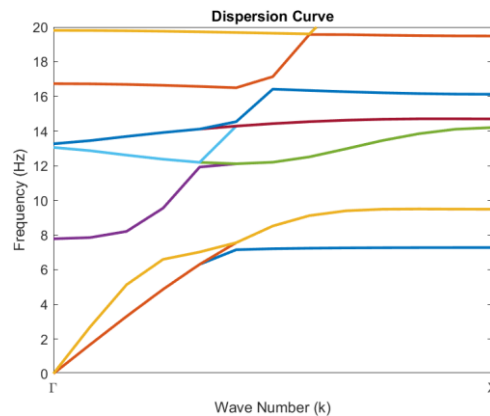
本研究取圖 5- 1 及圖 5- 3 之相同模型重新進行掃頻分析，惟將材料參數改為表 5- 1 中之 NPR，得頻散曲線圖結果如圖 5- 4 所示。

表 5- 1 負柏松比材料影響比較材料參數表

	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
PPR	900	990	0.4
NPR	900	990	-0.4



(a) 拉脹結構單元頻散曲線圖



(b) 中空結構單元頻散曲線圖

圖 5- 4 負柏松比材料效果展示

比較拉脹結構單元結果圖 5- 2 以及圖 5- 4(a)，得到與預期相當的結果，將組成材料改為負柏松比材料時可在僅小幅度提升帶隙下界時將帶隙寬度加寬接近三倍；若比較中空結構單元結果圖 5- 3(b)以及圖 5- 4(b)，可看出因為原先此結構之單元晶格幾乎不產生帶隙，雖然導入負柏松比材料的確具增寬帶隙寬度的效果，

但程度並不明顯。因此判斷若想透過負柏松比材料顯著加寬設計帶寬，超材料單元晶格本身的結構組成就需能展現一定寬度的帶隙。



5.2 樁型拉脹地震超材料簡化模型

根據 5.1 節結論，在拉脹結構本身進行掃頻後所得到之頻散曲線中即可觀察到帶隙，這種特性是無法於非拉脹結構之單一材料單元中觀察到的。因此，在超材料研究領域之波傳問題下，含拉脹結構之中間層無法單純以力學角度計算之等值模型直接替代。

本小節將嘗試將單一拉脹結構單元以修正第四章所推導公式的方式從結構尺度轉變至材料尺度，並提出超材料波傳問題下可能可簡化拉脹結構的方法。

5.2.1 等值柏松比的公式修正

為形成超材料之簡化模型，本研究欲將原拉脹單元等值為均勻材料。當以材料角度描述拉脹結構時，需假設此拉脹單元進行無限堆疊延伸，使拉脹結構成為此材料之微觀尺度。根據本研究 4.4 節結論，典型之凹向性拉脹結構排列無限排列後會近似於公式解；本研究之層疊拉脹結構排列方式則不然，4.4 小節中專注於討論垂直向（即圖 5-5 中 R 向），而本章節則是著重於討論圖 5-5 中 N 向之排列對層疊拉脹結構排列方式等值柏松比的影響。

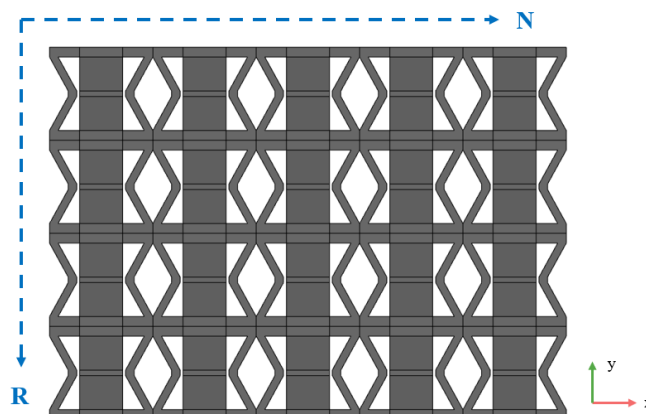


圖 5-5 層疊拉脹結構排列排數定義示意圖

層疊排列拉脹結構的受壓變形狀況參考圖 5-6，圖中藍色實線部分為尚未加壓的原拉脹單元，而綠色虛線則為加壓後拉脹單元的變形情況，柏松比定義為式 (4-17)，其中定義 x 向應變為：

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_x}{h} \quad (5-1)$$

觀察圖 5-6，可以看到當凹向性拉脹結構單元以本研究著重之層疊排列方式排列後，拉脹結構單元受力後變形彼此獨立，不互相影響，因此整體來說增加單元結構的排數會導致式(5-1)中 h 倍數增加，但變形量 δ_x 維持不變，造成其整體等效之柏松比數值下降。

利用 COMSOL 進行數值模擬，分別建立排數一排到五排之模型，得其各自對應之等值柏松比列於表 5-2，根據上述觀察以及數值模擬驗證結果，本章節導入排數因子 N ，提出修正後的等效柏松比計算公式如式(5-2)。並且發現若將以新排列方法組成之拉脹結構視為材料，也就是排數無限增加，會使整體柏松比趨近於零。

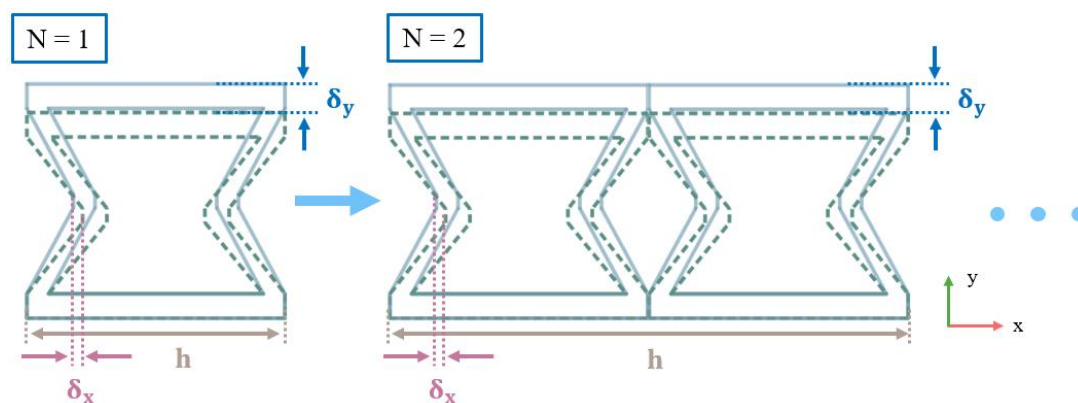


圖 5-6 負柏松比材料效果展示

表 5-2 負柏松比材料影響比較材料參數表

橫向排數 N	1	2	3	4	5
柏松比 ν	-1.17	-0.58	-0.39	-0.29	-0.23

$$v_{3D,new} = v_{2D,new} = -\frac{\varepsilon_X/N}{\varepsilon_Y} = -\frac{2l\cos^2\theta}{h\sin\theta N} \quad (5-2)$$



5.2.2 原樁型拉脹地震超材料簡化模型發展

根據先前章節整理之計算結果，簡化目標樁型拉脹地震超材料之拉脹結構部分於力學角度應可視為能等值為一均質材料，材料參數如表 4-2 所示，惟柏松比應視為零。但又如同 5.1 小節所描述，此均質材料單向掃頻結果將不符合原結構於波傳問題下之預期。

既然於波傳問題角度下無法使用單一均質材料模擬此拉脹結構，本研究將此欲等值區域拆分為三個區塊，改以兩種均質材料替代。材料分區的方式參考第 4.1 及 4.2 小節，拉脹等值楊氏模數在計算時，其實僅將結構中央斜邊部分納入考量當作一彈性梁計算，該部分即為圖 5-8 中填色部分，因此將此填色區域與其上方和下方之非填色部分以 B（填色區域）及 A（非填色區域）兩種不同材料參數區分。決定上述分層方法的基本因素是因為圖 5-8 中非填色區域因在入射波傳遞方向（即該圖中垂直方向）無特殊幾何造型，考慮到其在波傳問題中波速並不會與製作此拉脹結構之原材料不同，因此非填色區塊之 A 材料維持原材料參數不作更動。相反的，填色區域則為構成拉脹結構導致其幾何上具明顯角度轉折，波速因此受到影響而改變。B 材料採用公式計算之等值楊氏模數，計算方式參考第 4.2 小節；柏松比採用 5.2.1 小節結論。

另外，4.2 小節單一拉脹結構單元等值密度的計算方式為利用體積比，其中體積比的計算採用原拉脹結構單元總體積以及等值後該區域體積。因本章節將欲等值區域拆分為三個區塊，在計算中央 B 材料區域之材料參數時應僅將該區域之體積納入考量。僅該區原拉脹結構單元之體積定義為式(5-3)，而僅 B 材料區域等值後體積定義為式(5-4)，分別代入原計算式即可修正中央 B 材料區域之等值密度如式(5-5)。

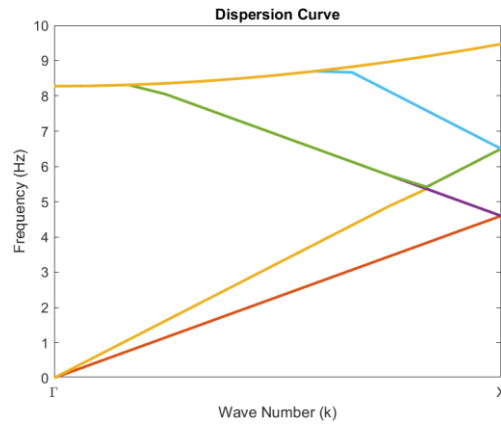


圖 5-7 等值均質材料單元頻散曲線圖

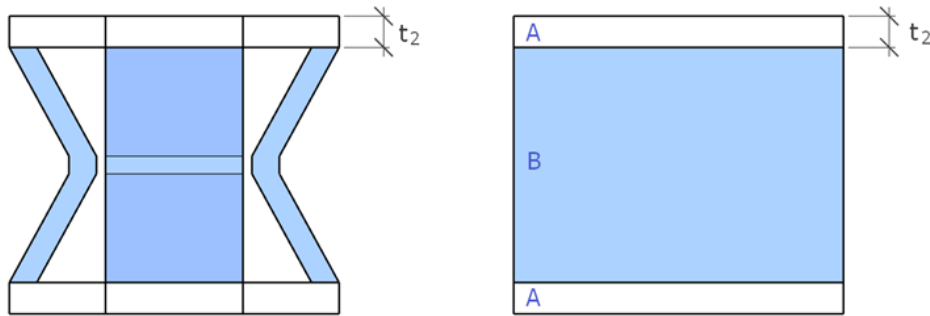


圖 5-8 新拉脹結構分層等值方式示意圖

$$V_{or} = 8 \frac{t_1}{\cos(\theta)} l \cos(\theta) b = 8t_1 lb \quad (5-3)$$

$$V_{Eq} = (w - 2t_2)h^2 \quad (5-4)$$

$$\rho_{3D,Eq} = \frac{8t_1 lb \rho_s}{(w - 2t_2)h^2} \quad (5-5)$$

5.2.3 原樁型拉脹地震超材料簡化模型驗證

綜合並整理上述所有公式推導、觀察結果及設計修正，得最終簡化模型樣式如圖 5-9 所示，原本為拉脹結構之區域現以兩種均質材料代替，其中材料 A 維持為原熱塑性聚氨酯（TPU30A）材料，材料 B 則透過式(4-21)計算等值楊氏模數、式(5-5)計算等值密度，且柏松比因將整體拉脹結構視作材料而取零。等值部分之材料參數表列於表 5-3。

透過將此拉脹結構區域拆分為三個區塊，並以兩種均質材料替代，進行數值掃頻分析所獲得之頻散曲線，如圖 5- 10(b)所示，即可與原凹向性拉脹結構單元相同於單方向掃頻結果展現帶隙，因此判斷此簡化方式合理。

為驗證此簡化超材料模型的正確性，利用 COMSOL 對此簡化超材料模型進行掃頻數值分析，並將其所展現之頻散曲線與原樁型拉脹地震超材料的頻散曲線進行比較。對比的内容包括比較帶隙下界頻率（Lower Bound Frequency, LBF）、帶隙上界頻率（Upper Bound Frequency, UBF）以及帶隙寬度（Wave Attenuation Zone, WAZ），並計算兩者間的誤差。主要帶隙計算與比對結果詳列於表 5- 4。

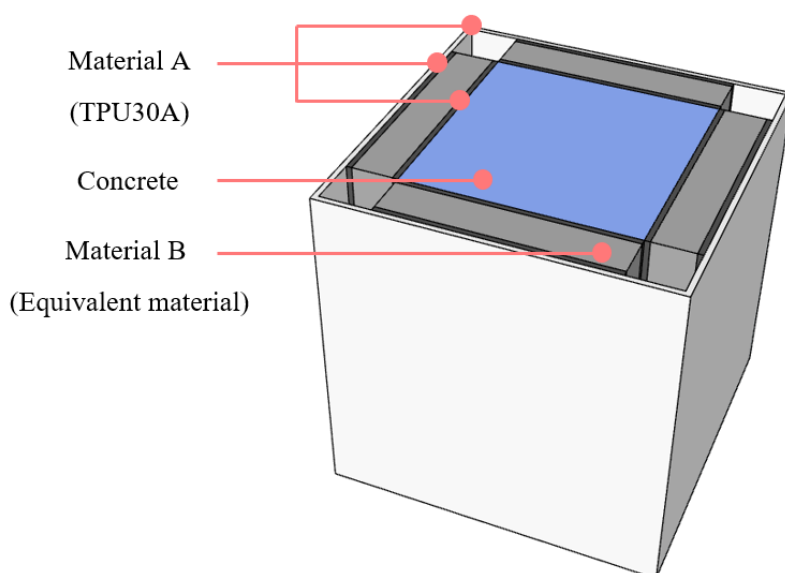
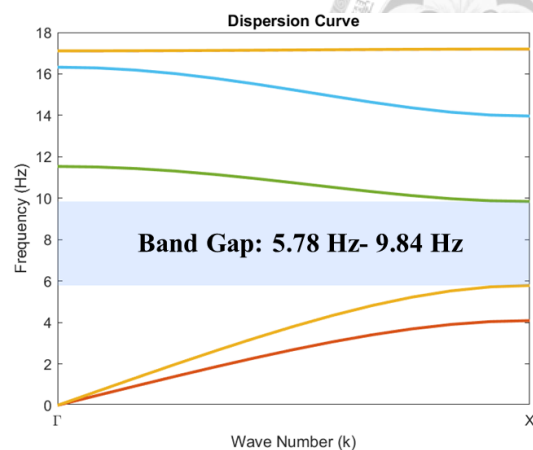
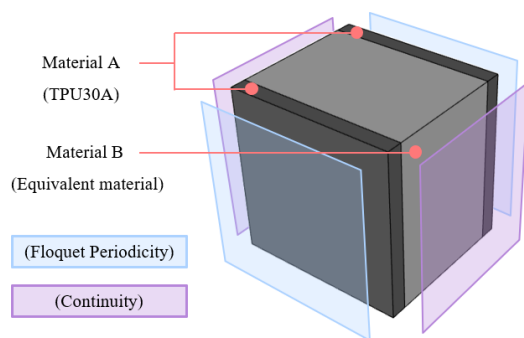


圖 5- 9 簡化超材料單元晶格模型與材料

表 5- 3 拉脹結構等值部分之材料參數表

材料參數	數值	
	A	B
楊氏模數 (kPa)	900	12.8
密度 (kg/m^3)	990	129
柏松比	0.4	0



(a) 簡化單元模形示意圖

(b) 簡化單元模形頻散曲線圖

圖 5- 10 簡化拉脹結構分層等值單元頻散曲線圖

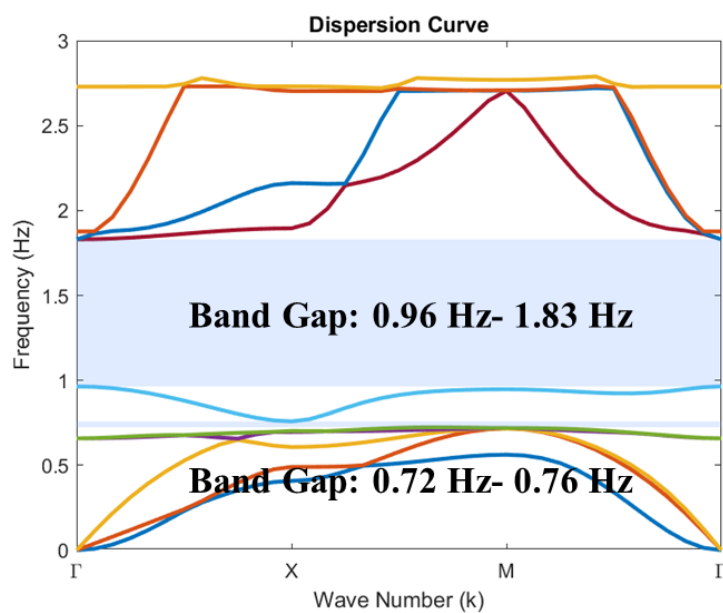


圖 5- 11 簡化超材料單元晶格頻散曲線

繪製此簡化模型單元晶格模態圖，對比圖 3- 4，可觀察到簡化模型與原拉脹結構模型展現類似之局部共振機制。兩帶隙下界模態均展現明顯局部共振機制，第一帶隙，如圖 5- 12(a)所示，內核透過和外層反向剛體運動觸發局部共振機制；第二帶隙，如圖 5- 12(c)所示，則是內核相對外層旋轉。

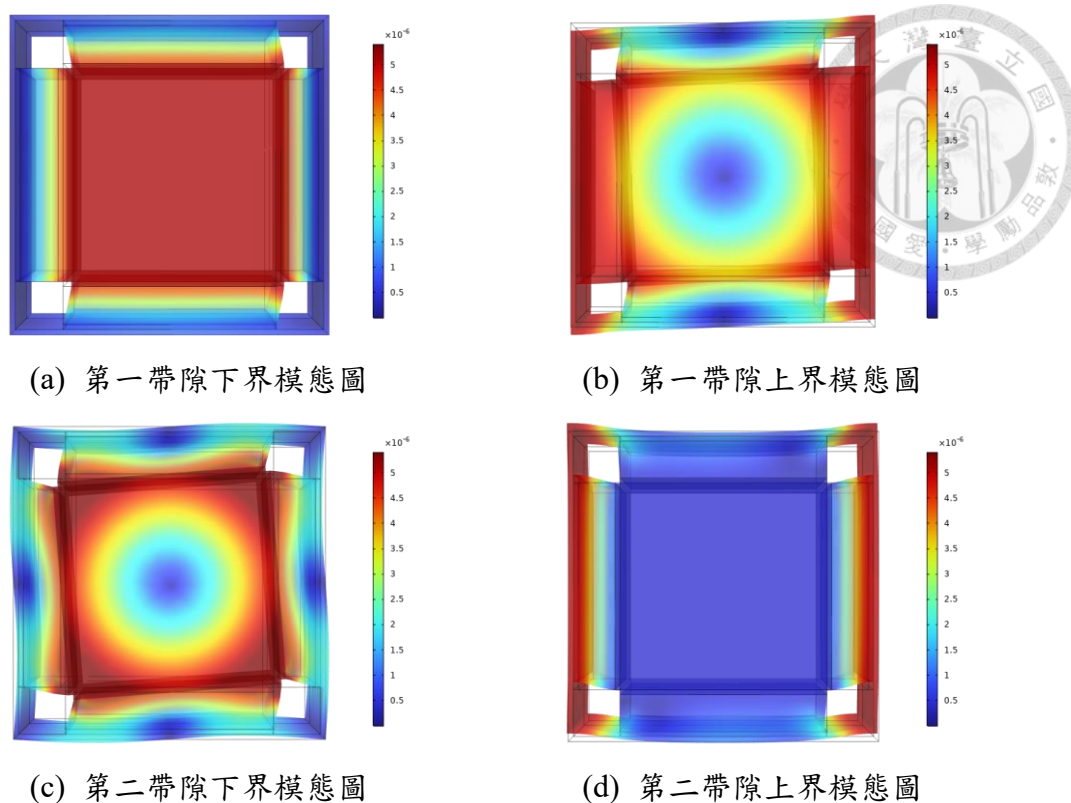


圖 5-12 簡化模型實尺單元晶格模態圖

表 5-4 原拉脹結構模型與簡化模型帶隙比較表

	LBF (Hz)	UBF (Hz)	WAZ (Hz)
原結構晶格	0.97	1.89	0.92
簡化晶格	0.96	1.83	0.87
誤差 (%)	1.03	3.17	5.43

透過表 5-4 結果，可觀察此樁型拉脹地震超材料簡化模型可在 4% 以內之誤差預測其真實結構模型之帶隙下界頻率及帶隙上界頻率，以 6% 以內之誤差預測其真實帶寬。根據比較表格，簡化模型預測較重要之帶隙下界頻率之準確率較高，且帶隙寬度的預測結果顯示較為保守。縱上所述，可判斷此簡化模型針對於簡化本研究所著重之樁型拉脹地震超材料為可接受之替代模型。



5.3 樁型拉脹地震超材料簡化模型驗證

為驗證此樁型拉脹地震超材料之簡化方式是否為合理，本研究將以改變原拉脹結構單元組成排數、改變拉脹結構單元 t_2 厚度以及改變拉脹結構幾何三種方式與簡化模型加以比較，並進行結果比較及討論。

5.3.1 排數驗證

參考圖 3-1，簡化目標樁型拉脹地震超材料單元晶格外拉脹結構層由四組拉脹結構（圖 3-1(c)）組成，一組拉脹結構層則是由 24 個拉脹結構單元排列而成，排列方式以圖 5-5 定義之 $N \times R$ 排數形式表示為 4×6 排。為驗證此樁型拉脹地震超材料簡化模型的準確性，本章節分別於 COMSOL 中建立 3×5 排拉脹結構單元以及 5×5 排拉脹結構單元兩種樁型拉脹地震超材料單元晶格，如圖 5-13 超材料晶格剖面圖所示。圖 5-14 及圖 5-15 分別為 3×5 排以及 5×5 排樁型拉脹結構地震超材料以及其簡化模型經數值掃頻分析所獲得之頻散曲線圖，其中原結構模型與簡化模型之帶隙下界頻率 (LBF)、帶隙上界頻率 (UBF)、帶隙寬度 (WAZ) 以及兩者間的誤差比較結果詳列於表 5-5 及表 5-6。

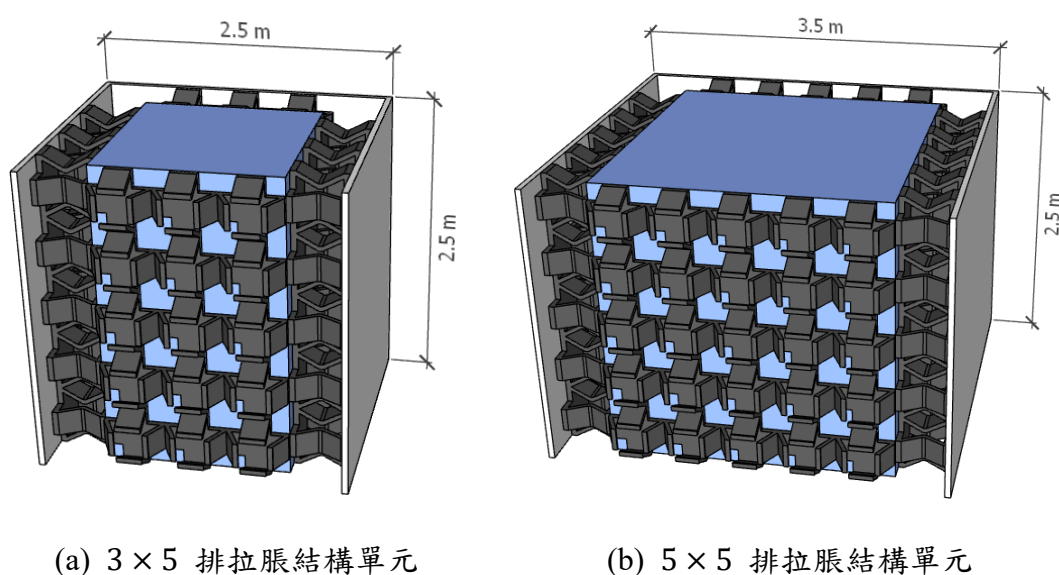
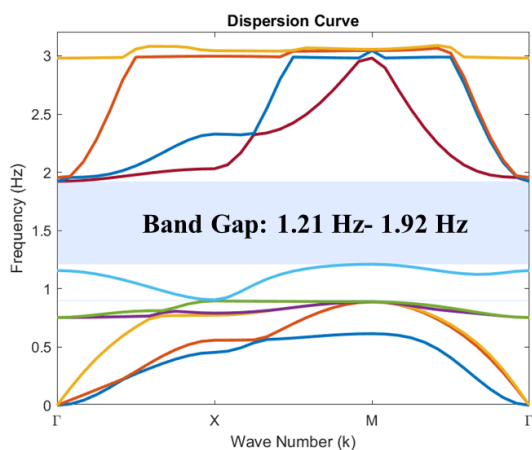
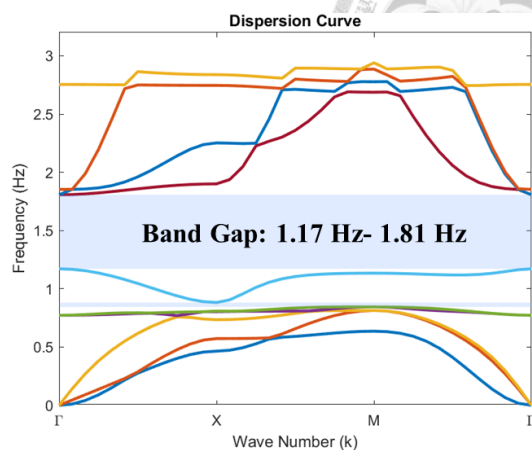


圖 5-13 排數驗證結構單元模型圖



(a) 原拉脹結構超材料單元

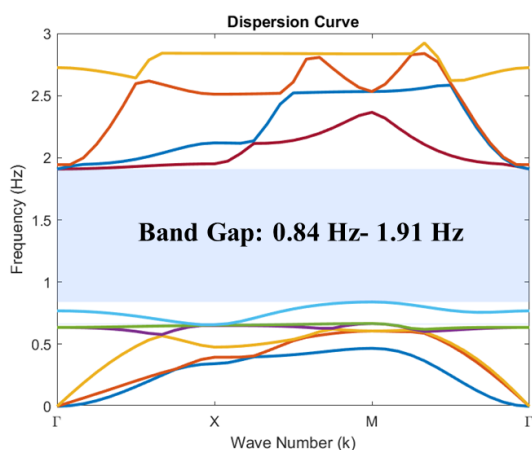


(b) 簡化超材料單元

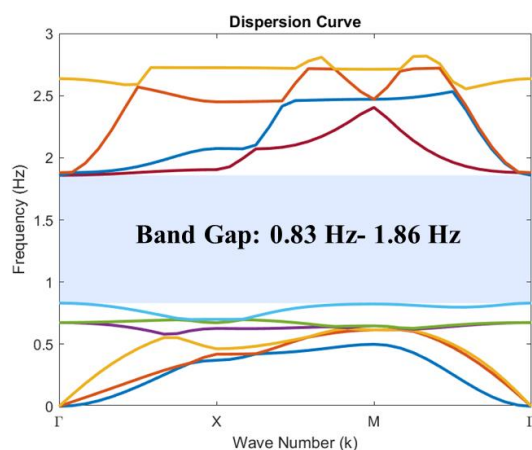
圖 5- 14 3 × 5 排拉脹結構單元頻散曲線圖比較

表 5- 5 3 × 5 排拉脹結構模型與簡化模型帶隙比較表

	LBF (Hz)	UBF (Hz)	WAZ (Hz)
原結構晶格	1.21	1.92	0.71
簡化晶格	1.17	1.81	0.64
誤差 (%)	3.31	5.73	9.86



(a) 原拉脹結構超材料單元



(b) 簡化超材料單元

圖 5- 15 5 × 5 排拉脹結構單元頻散曲線圖比較

表 5-6 5×5 排拉脹結構模型與簡化模型帶隙比較表

	LBF (Hz)	UBF (Hz)	WAZ (Hz)
原結構晶格	0.84	1.91	1.07
簡化晶格	0.83	1.86	1.03
誤差 (%)	1.19	2.62	3.74

5.3.2 厚度驗證

為探討 5.2.2 小節中新拉脹結構排列分層等值方式是否準確，本章節欲改變圖 5-8 中 A、B 材料寬度的比例作為驗證。參考圖 4-5 及表 4-1，簡化目標樁型拉脹地震超材料單元晶格幾何參數中，A 區寬度 $t_2 = 0.047 \text{ m}$ ，本章節於 COMSOL 建立一 $t_2 = 0.072 \text{ m}$ 之新超材料單元晶格，拉脹結構單元總高 w 為 0.5 m ，如圖 5-16 單元晶格尺寸示意圖所示。圖 5-17 為 $t_2 = 0.072 \text{ m}$ 樁型拉脹結構地震超材料以及其簡化模型經掃頻數值分析所獲得之頻散曲線圖，其中原結構模型與簡化模型之帶隙下界頻率(LBF)、帶隙上界頻率(UBF)、帶隙寬度(WAZ)以及兩者間的誤差比較結果詳列於表 5-7。

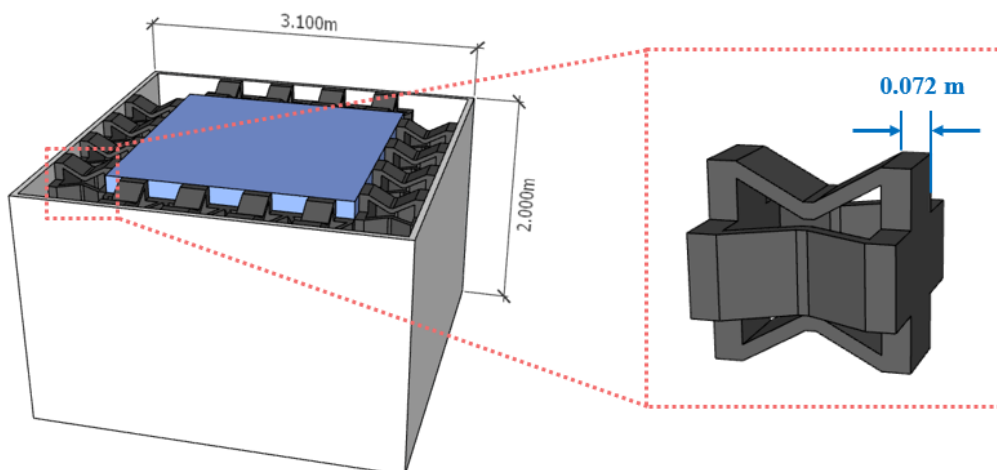
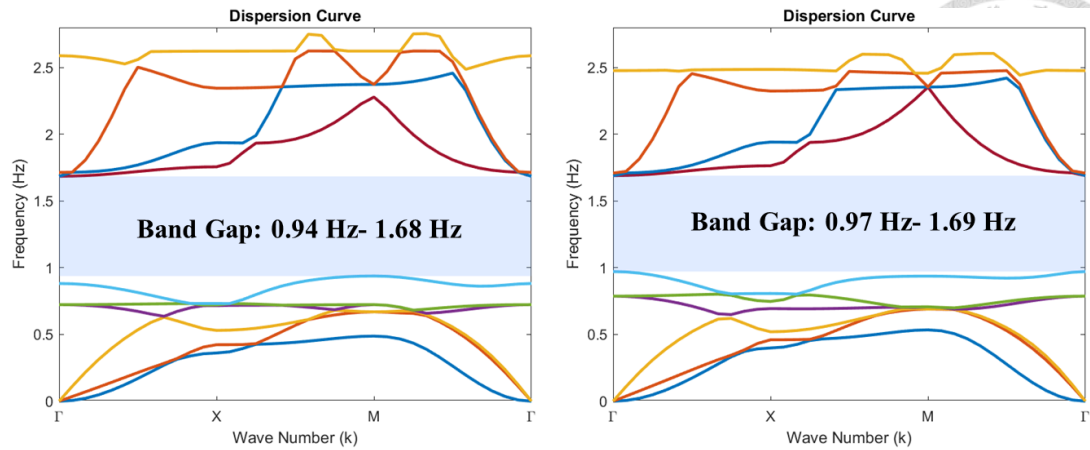


圖 5-16 厚度驗證拉脹結構超材料單元晶格示意圖



(a) 原拉脹結構超材料單元

(b) 簡化超材料單元

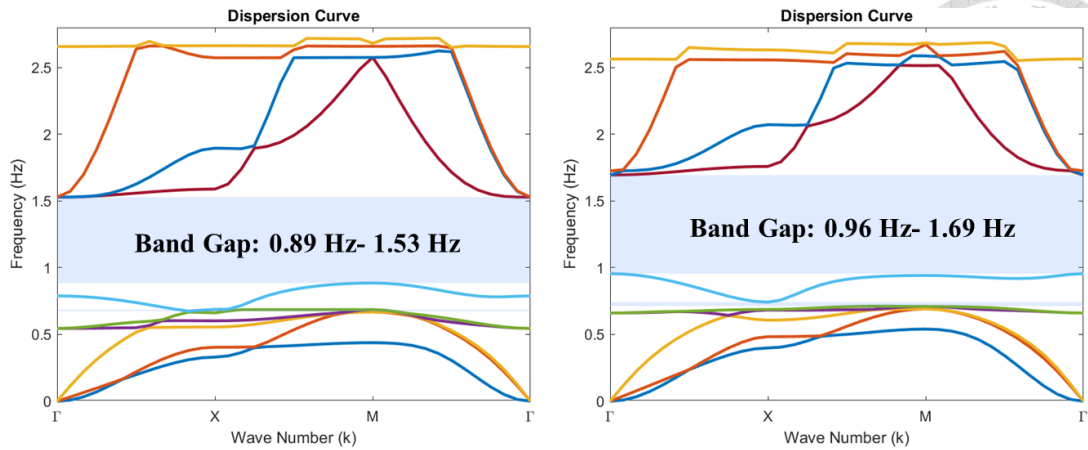
圖 5-17 厚度驗證超材料單元頻散曲線圖比較

表 5-7 厚度驗證原超材料模型與簡化模型帶隙比較表

	LBF (Hz)	UBF (Hz)	WAZ (Hz)
原結構晶格	0.94	1.68	0.74
簡化晶格	0.97	1.69	0.72
誤差 (%)	3.19	0.60	2.70

5.3.3 幾何驗證

為檢測簡化樁型拉脹地震超材料模型是否能應用於小幅變化之拉脹結構幾何，本章節採用表 4-5 測試三之拉脹結構幾何作驗證。建立改變幾何之樁型拉脹地震超材料模型，單元晶格常數為 2.8 公尺，原結構地震超材料以及其簡化模型經掃頻數值分析所獲得之頻散曲線圖如圖 5-18 所示，其中原結構模型與簡化模型之帶隙下界頻率（LBF）、帶隙上界頻率（UBF）、帶隙寬度（WAZ）以及兩者間的誤差比較結果詳列於表 5-8。



(a) 原拉脹結構超材料單元

(b) 簡化超材料單元

圖 5- 18 幾何驗證超材料單元頻散曲線圖比較

表 5- 8 幾何驗證原超材料模型與簡化模型帶隙比較表

	LBF (Hz)	UBF (Hz)	WAZ (Hz)
原結構晶格	0.89	1.53	0.64
簡化晶格	0.96	1.69	0.73
誤差 (%)	7.87	10.46	14.06

5.3.4 章節小結

從排數驗證得結果中可看出， 5×5 排拉脹結構簡化模型的表現明顯較 3×5 排拉脹結構簡化模型好。根據 5.2.1 節柏松比修正的概念，本研究假設此拉脹結構無限排列形成一均質材料，因此決定令柏松比為零，但是事實上目前探討之樁型拉脹超材料單元拉脹結構層都以少量的凹向性拉脹結構組成，以本章 5×5 排拉脹結構模型舉例，其實際等值柏松比參考表 5- 2 以及式(5- 2)，應為 -0.23 ，此為本研究為求一可被廣泛使用之簡化模型而造成之誤差。綜上所述，可總結當樁型拉脹地震超材料單元其拉脹層由越多且越平均分布之拉脹單元構成，此簡化模型之準確性應越高。



5.4 簡化模型的優勢

本研究發展簡化模型最重要的目標為儘量將設計效果卓越、帶隙下界頻率極低、以及實用性合理之樁型拉脹地震超材料在未來進行大範圍實尺數值模擬分析時的計算成本降低。減少數值模擬建模及計算耗時的元素可以整理為以下三點：

1. 模型結構複雜程度：

原樁型拉脹地震超材料單元晶格中軟材料層為複雜凹向性拉脹結構堆疊而成，若採用 COMSOL 中網格自動生成 (Finer) 生成網格，將會產生約 38 萬個網格元素。使用拉脹等值系統發展出簡化超材料單元晶格後，可大量降低建模所耗費之時間成本。根據本章節之研究結論，此簡化過程合理可行。

2. 模型網格尺寸細緻程度：

根據過往分析經驗，COMSOL 中網格自動生成的設定會大幅度影響模型計算時間。若將網格自動生成細緻程度從 Finer 降低為 Coarser，網格元素數量將會降至約 5 萬。參考圖 5-19 中圖 5-19(b)與圖 5-19(c)的掃頻數值分析結果，判斷於簡化模型中網格細緻度造成的計算誤差不會大幅影響帶隙位置，此簡化過程合理可行。

3. 模型維度：

原樁型拉脹地震超材料單元晶格中拉脹結構層是以三維拉脹結構組成，然而因簡化超材料單元晶格中均以均質材料參數代替，該模型於垂直向（即 Z 軸向）無結構角度變化，可再進一步將三維簡化超材料單元晶格壓縮為二維模型。此時總網格元素數量將會降至約 4 千。參考圖 5-19 中圖 5-19(c)與圖 5-19(d)的掃頻數值分析結果，雖然二維模型會改變模態以及頻散曲線的樣貌，但由於帶隙位置預測對比三維模型依然準確，固判斷此簡化過程合理可行。

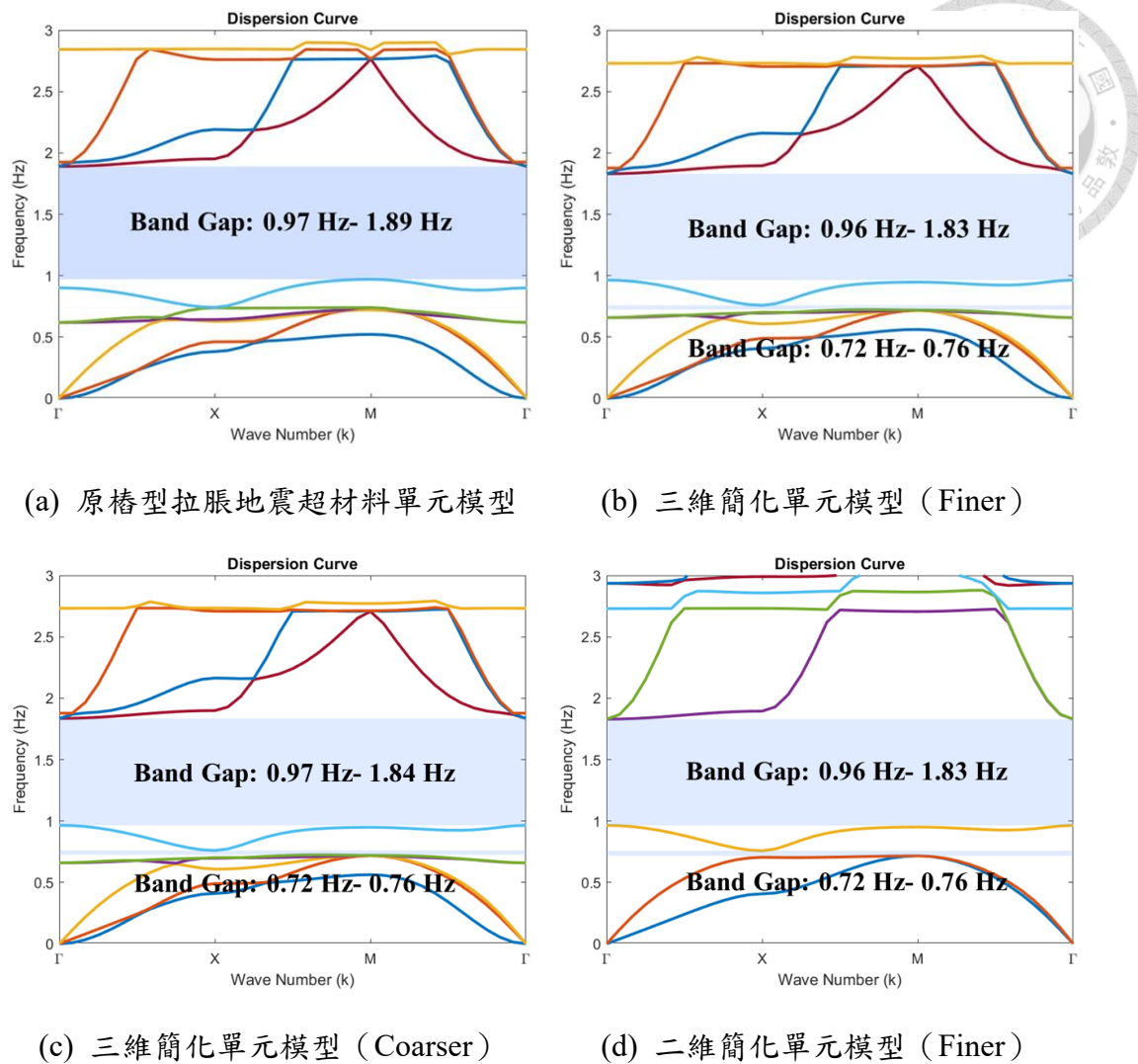


圖 5- 19 各簡化程度單元晶格模型頻散曲線圖

表 5- 9 各簡化程度單元晶格模型主要帶隙比較表

	LBF (Hz)	UBF (Hz)	WAZ (Hz)
三維簡化單元模型 (Finer)	0.96	1.83	0.87
三維簡化單元模型 (Coarser)	0.97	1.84	0.87
誤差 (%)	1.04	0.55	0
二維簡化單元模型 (Finer)	0.96	1.83	0.87
誤差 (%)	0	0	0

樁型拉脹地震超材料簡化模型降低數值模擬計算成本的成果可參考簡化流程圖如圖 5- 20，利用 COMSOL 進行掃頻數值分析所需之計算成本從原樁型拉脹地震超材料模型之 30 小時，降低為二維簡化超材料模型的 2 分鐘。

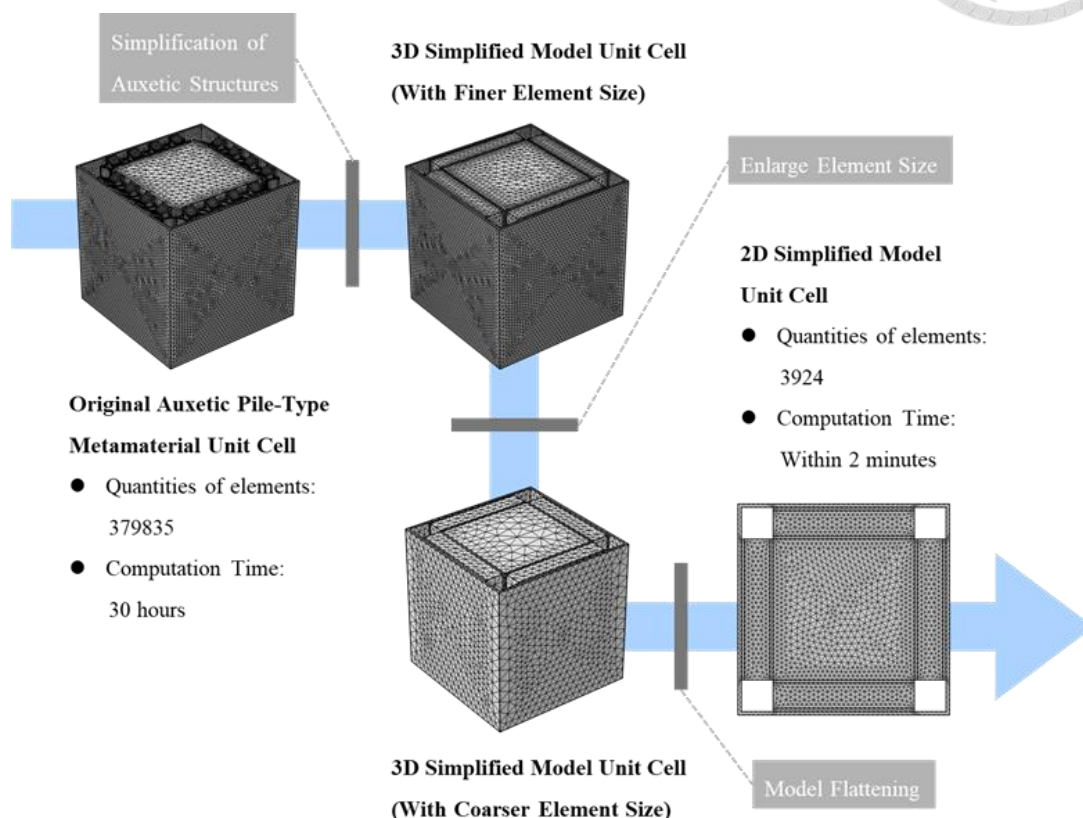


圖 5- 20 樁型拉脹地震超材料簡化流程圖

另外，雖然根據文獻資料，利用 COMSOL 進行掃頻數值分析時，網格自動生成細緻度設定對頻散曲線圖中帶隙位置的影響甚微，但此現象僅存在於結構相對簡單之模型。參考圖 5- 21，圖中紫色虛線線段為原結構縮尺樁型拉脹地震超材料單元晶格對不同網格細緻度之掃頻結果，從結果線段可觀察到此模型帶隙位置會隨網格數量下降而上升，且幅度不小。可能發生這種現象的原因可能是該模型的結構過於複雜，調整網格數量產生之計算誤差也會較大。

圖 5- 21 中藍色實線線段則為縮尺簡化超材料單元晶格對不同網格細緻度之掃頻結果，從結果線段可觀察到此模型帶隙位置保持一定，不隨網格數量變動改變。綜合以上論述，簡化模型的優勢除了降低數值模擬計算成本外，亦能消除網

格細緻度設定帶來的計算結果差異。

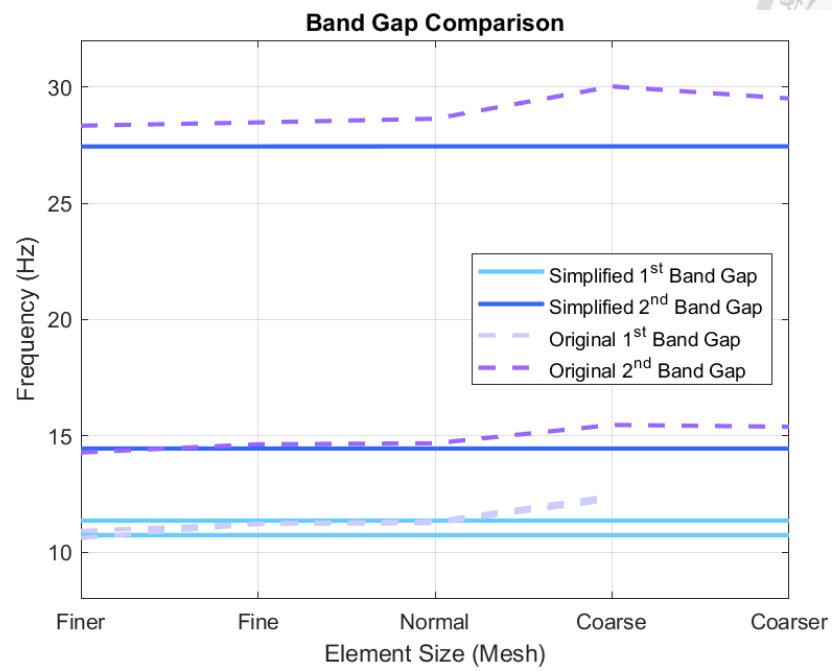


圖 5- 21 不同網格細緻度掃頻結果比較

第六章 拉脹超材料簡化模型單元時間域分析



6.1 樁型拉脹地震超材料簡化模型二維時間域分析

針對此樁型拉脹地震超材料設計，簡化模型在數值掃頻分析中已經於前一章節驗證為可行之替代模型，且確實於數值掃頻分析能節省很多計算成本。除了掃頻分析外，進行超材料單元晶格研究也需執行耗時較掃頻分析更長之時間域分析，為了解是否亦可將簡化模型的概念應用於時間域分析，本章節將從二維時間域模型開始進行驗證以及環境修正。

二維時間域分析模型選擇縮尺尺度，利用有限元素軟體 COMSOL Multiphysics，模型配置比照縮尺試驗組 SDSC-MM，建立長 300 公分、寬 70 公分的砂土環境，並於砂土間設置 2×4 排共八個縮尺樁型拉脹地震超材料簡化模型單元。二維時間域分析模型配置及邊界條件設定標示於圖 6-1，砂土環境側邊及後方均設置低反射邊界 (Low-Reflecting Boundary, LRB) 以避免入射波於邊界反射干擾數值模擬結果；砂土環境前端則設定為預定位移邊界 (Prescribed Displacement Boundary) 作為縱波波源。該模型中所有材料參數參考第三章縮尺試驗之實際數據以及第五章之等值計算成果，材料參數表列於表 6-1。

本研究數值模擬均採定頻分析，分析頻率範圍與縮尺試驗相同，落於 10 Hz-40 Hz，頻率間隔為 1 Hz，振幅均為 2 mm。以 15 Hz 為例，圖 6-2 為輸入波之理想波型示意圖。

為量化二維時間域分析試驗結果，於超材料前、後各設置一監測點，如圖 6-1 中橘色點位所示。量測該點位於各頻率波段下最大穩態位移反應以計算簡化超材料之減震效果，計算方式參考式(3-2)，頻率反應函數圖繪製於圖 6-3。

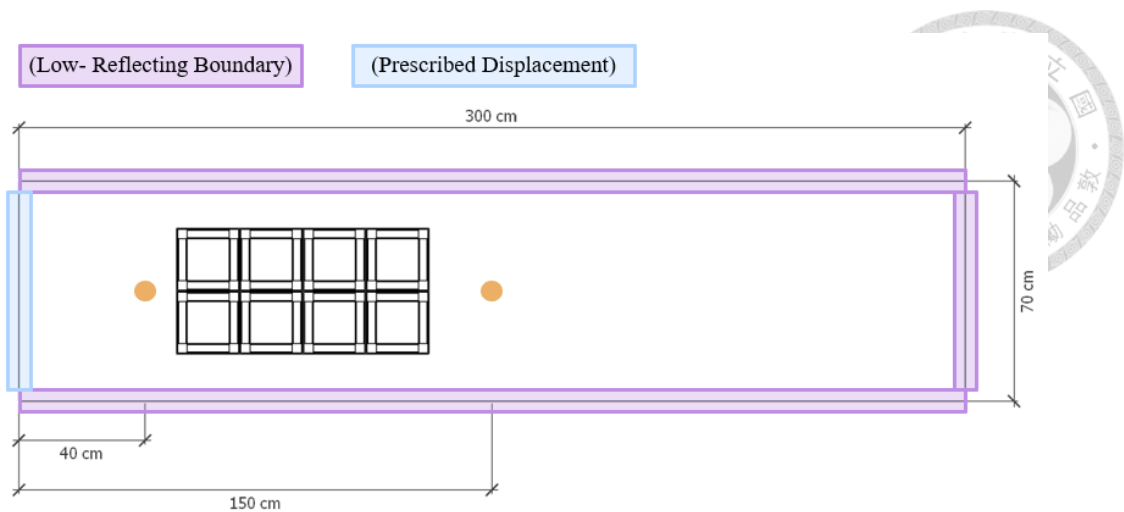


圖 6-1 二維時間域分析模型尺寸與邊界條件示意圖

表 6-1 材料參數統整表

	楊氏模數 E (kPa)	密度 ρ (kg/m ³)	柏松比 ν
混凝土	24.6×10^6	2400	0.2
TPU30A	900	990	0.4
拉脹結構等值材料	12.8	129	0
純砂環境	28.9×10^3	1578	0.33

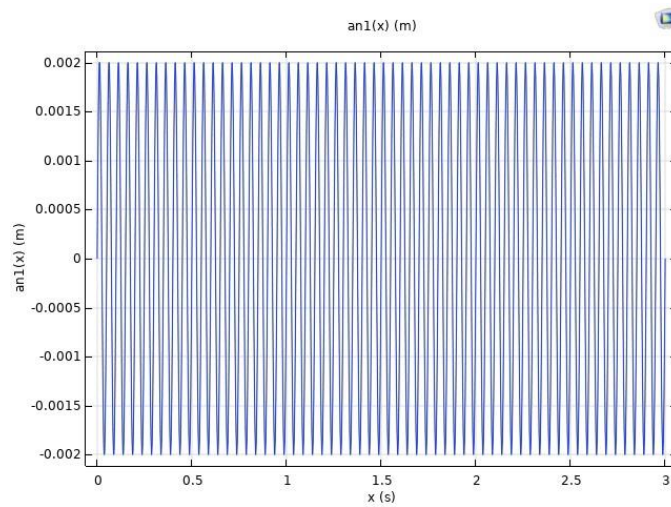


圖 6-2 15 Hz 理想正弦波

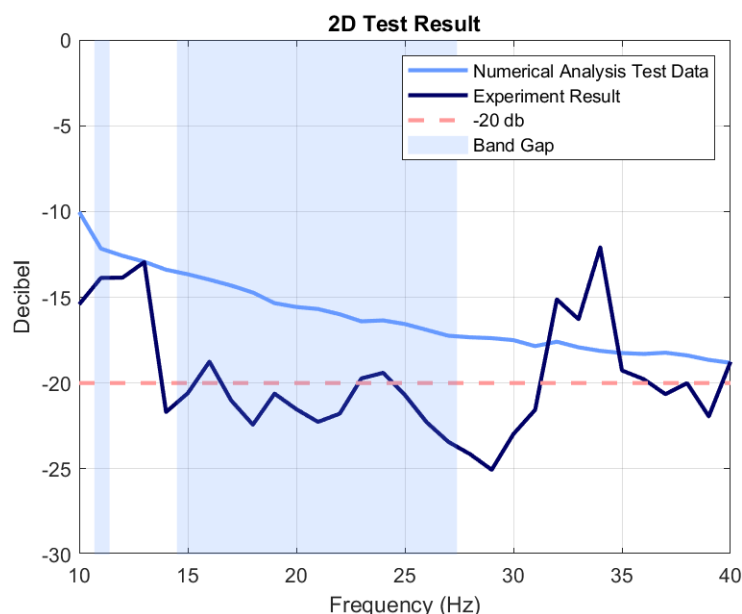
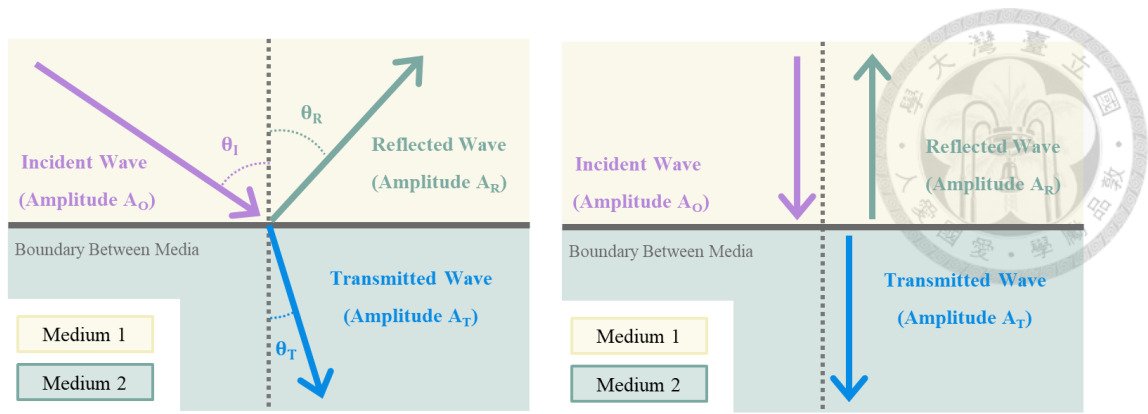


圖 6-3 簡化模型二維時間域分析結果

6.2 簡化模型時間域分析的材料阻抗

觀察圖 6-3 分析結果，發現波傳的確於單元晶格帶隙範圍內折減，但是折減幅度相當小，且當輸入波頻率高過帶隙上界後並沒有觀察到反應上升的趨勢。本研究判斷此現象可能為材料阻抗的因素所造成，根據文獻[4][49]，當波傳遞於不同介質時，部分波傳會傳入新介質，部分則反射回到原介質中，此現象會於傳遞介質界面處同時發生，如同圖 6-4(a)所示。為更加了解波傳於介質中的能量傳遞關係，須先了解針對特定介質之波傳阻抗，並比對兩相鄰介質之阻抗程度以決定能量的透射比例。

波傳阻抗 (Acoustic Impedance)，或稱材料阻抗，定義為特定介質中波速以及介質材料密度的乘積，單位為 $\text{kg/s} \cdot \text{m}^2$ ，如式(6-1)所示。其中，因此章節僅專注於探討 P 波的傳遞，因此計算波速時採用求取 P 波波速之公式式(6-2)。



(a) 一般狀況波傳示意圖

(b) 入射波垂直交界面波傳示意圖

圖 6-4 波傳傳遞於不同介質之透射與反射示意圖

$$z = C_d \rho \quad (6-1)$$

$$C_d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (6-2)$$

式(6-2)中 λ 及 μ 分別為第一、第二拉梅常數 (Lamé constants)，其定義為式(6-3)以及式(6-4)，與介質之材料參數有關，

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (6-3)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (6-4)$$

材料阻抗 z 為決定波傳於不同介質傳遞時能量分配上重要的依據。假設入射波波傳方向完美垂直兩不同介質交界面，即 $\theta_I = 0^\circ$ ，如圖 6-4(b)，且忽略所有介質之能量吸收率 (Absorption)，則此配置之振幅反射係數 (Amplitude Reflection Coefficient) 如式(6-5)，而透射係數則定義為式(6-6)。

$$\frac{A_R}{A_O} = R_{12} = \frac{z_1 - z_2}{(z_1 + z_2)} \quad (6-5)$$

$$\frac{A_T}{A_O} = \frac{2z_1}{(z_1 + z_2)} \quad (6-6)$$

式(6-5)及式(6-6)中正負號僅代表反射波或透射波相對入射波之方向。

參考第三章之試驗配置，已知縮尺試驗中入射波透過純砂環境傳入超材料單元中以 TPU30A 構成之拉脹層；但於簡化模型之時間域分析模型中，波源則是傳入楊氏模數較低、密度亦較低之簡化拉脹層，如圖 6- 5 所示。透過式(6- 5)以及式(6- 6)，計算使入射波從純砂環境傳入 TPU30A 材料層之透射波傳能量比例與模擬中入射波傳入簡化層之比例相同，同時使兩者波速比例固定，計算及測試介質材料參數如表 6- 2。

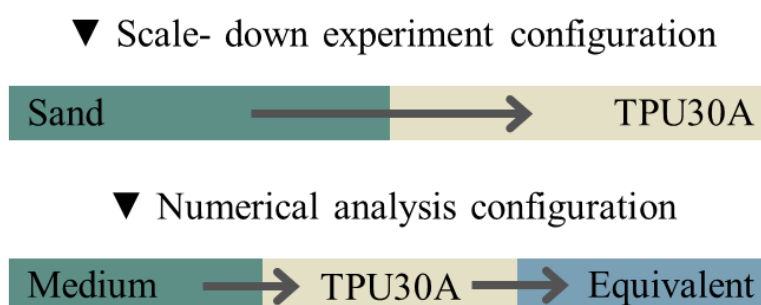


圖 6- 5 輸入波傳遞介質示意圖

表 6- 2 簡化模型介質材料參數表

楊氏模數 E (kPa)	1251	密度 ρ (kg/m ³)	926	柏松比 ν	0.1
----------------	------	--------------------------------	-----	-----------	-----

利用本章計算結果，重新進行二維縮尺試驗時間域分析，配置同樣參考圖 6- 1 重現 SDSC-MM 試驗組合。其中砂土環境之材料參數改採表 6- 2 之材料參數。試驗結果如圖 6- 6 所示，淺藍色線段為此設置下簡化樁型拉脹地震超材料頻率反應函數圖，可觀察到帶隙範圍內明顯的波傳衰減現象，且當輸入波頻率高過帶隙上界後亦可觀察到反應回升的情形。深藍色線段為第三章真實縮尺試驗結果，對比縮尺試驗結果以及數值模擬結果，可見兩者結果趨勢一致，且波傳折減效果差異不大。

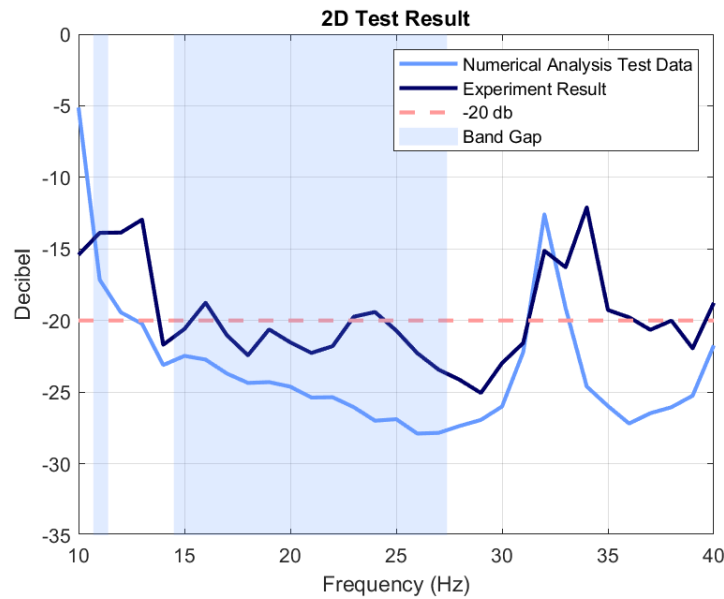


圖 6-6 二維縮尺試驗配置時間域分析結果（簡化環境模型）

6.3 樁型拉脹地震超材料簡化模型三維時間域分析

三維時間域分析模型同樣採縮尺尺度，模型建立亦參考 SDSC- MM 之試驗配置，於環境介質間設置 4 排縮尺樁型拉脹地震超材料簡化模型單元。該模型中所有材料參數參考第三章縮尺試驗之實際數據以及 6.2 節之成果。

為驗證樁型拉脹地震超材料簡化模型於時間域分析中阻隔波傳之有效範圍是否能對應簡化單元晶格數值掃頻分析結果，於時間域模型砂土環境左右兩邊及後方設置低反射邊界（Low- Reflecting Boundary, LRB）以避免入射波於邊界反射干擾數值模擬結果；模型正下方維持自由邊界（Free）；砂土環境前端則設定預定位移邊界（Prescribed Displacement Boundary），作為縱波波源。此數值模擬同樣採定頻分析，分析範圍從 10 Hz- 40 Hz，頻率間隔為 1 Hz。輸入波型為時長固定為 3 秒之理想正弦波，振幅均為 2 mm。三維時間域分析模型尺寸與邊界條件如圖 6- 7 所示。

三維時間域分析試驗結果如圖 6- 8 所示，淺藍色線段為本研究設置下簡化樁型拉脹地震超材料頻率反應函數圖，而深藍色線段為第三章真實縮尺試驗結果。從試驗結果中可觀察到於帶隙範圍內，簡化超材料模型具明顯的波傳衰減效果；

若將真實縮尺試驗結果以及數值模擬結果進行比較，可見兩者結果趨勢一致，但是數值模擬結果於帶隙內明顯的具較好之波傳折減效果。

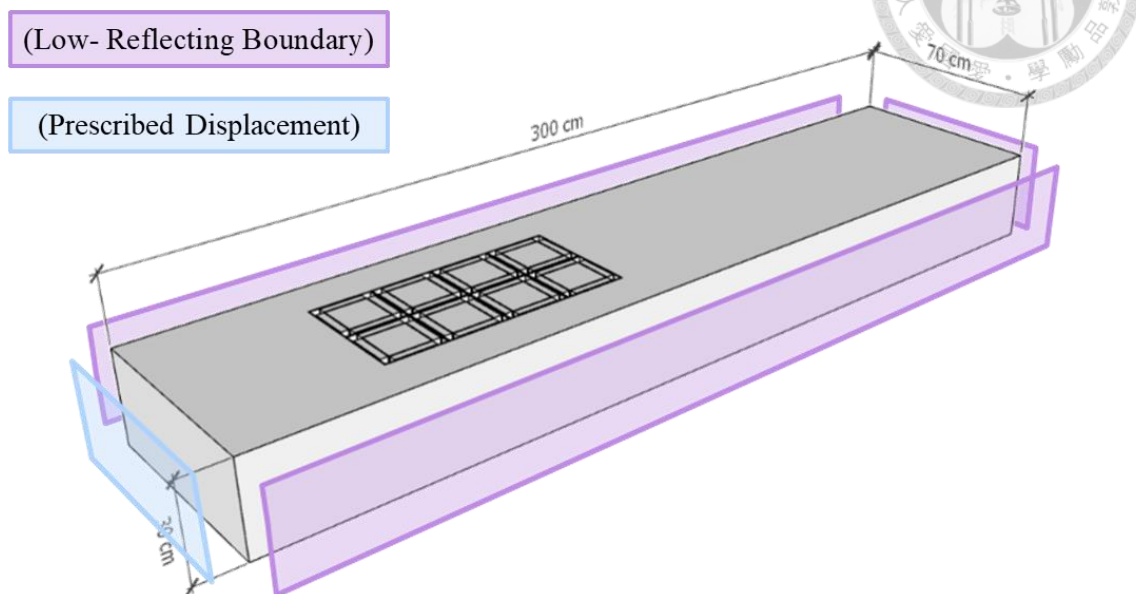


圖 6-7 三維時間域分析模型尺寸與邊界條件示意圖

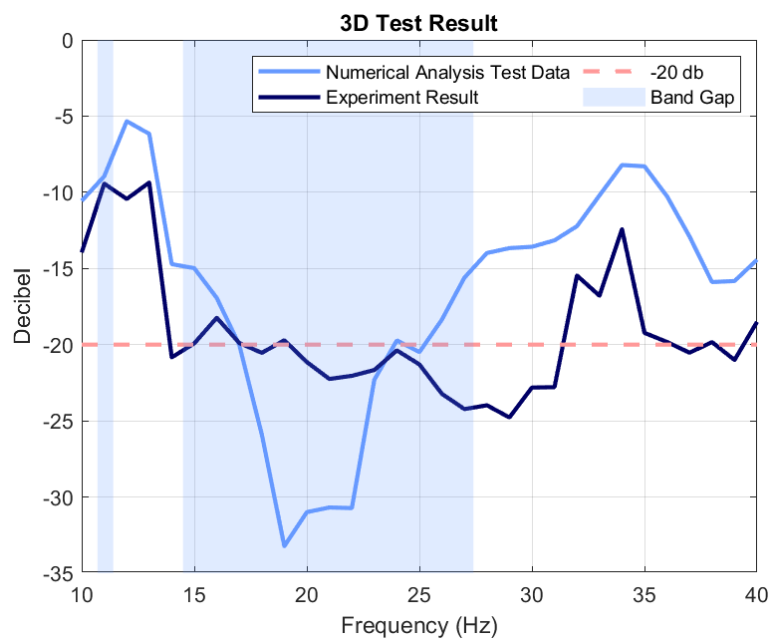


圖 6-8 三維時間域分析結果

第七章 結論與未來建議



7.1 本文結論

本文結論統整為兩部分，第一部分為整理樁型拉脹地震超材料縮尺試驗的成果，第二部分則是針對超材料簡化模型的發展做出討論。

7.1.1 縮尺試驗結果討論

1. 樁型拉脹地震超材料縮尺試驗結果證實該設計超材料單元晶格之實際帶隙範圍確實大致符合數值掃頻分析結果，帶隙下界位置預測非常準確，有效阻擋波傳之頻率範圍甚至比預期寬度更寬。
2. 以純砂試驗以及純混凝土試驗作為對照組，兩組試驗結果均展示其波傳折減效果不佳且衰減效果不會根據輸入波頻率高低而具大幅度變動；相反的，樁型拉脹地震超材料則於數值模擬帶隙範圍內展現明顯的波傳折減效果。
3. 樁型拉脹地震超材料之排數試驗結果證實超材料需週期性排列方能展現明顯阻隔波傳效果之前提理論假設，另觀察此設計超材料單元晶格，至少需排列三排以上才能觸發帶隙產生。此外，純混凝土塊之排數分析試驗結果中無法觀察到其試驗結果與排數變動間有明顯相關性，表明週期性排列非超材料單元並不會改變其波傳衰減性質。
4. 透過縮尺試驗，證明以鋼箱以及石英砂作為環境進行縮尺試驗的配置的確可行；另外，亦證實以多層軟木模擬低反射邊界之效果良好，且鋼箱開放端貼上塑膠薄膜能有效防止漏砂，日後若有進行縮尺試驗的必要，可考慮沿用此試驗配置方式以及試驗流程。

7.1.2 樁型拉脹地震超材料簡化模型發展結果討論

1. 謝享浩[4]於 2023 年所設計之樁型拉脹地震超材料單元晶格中使用排列方式

與典型不同之凹向性拉脹結構排列，層疊拉脹結構排列具有方便施作以及材料參數不受波傳方向排列數量影響等優勢。不過，層疊拉脹結構排列方式之整體柏松比會受垂直波傳方向（圖 5-5 中 N 向）排列數量影響，使其無限排列後形成一種接近零柏松比之材料。

2. 樁型拉脹地震超材料單元可透過等值拉脹結構單元進行簡化。透過簡化模型，可觀察到拉脹結構對超材料設計的優勢：
 - (1) 根據以往研究結果與觀察，外部軟材料層相較內核材料之楊氏模數越低，能夠造就具備越低 LBF 的帶隙。經由拉脹結構等值模型計算，得知利用拉脹結構可降低區域整體之等值楊氏模數以及密度，借此降低超材料單元的 LBF。
 - (2) 透過單向掃頻數值模擬，得知以單一材料構成之拉脹結構實際上於波傳角度可達到兩種材料疊加的效果，且拉脹單元本身即可展現帶隙。
3. 本研究針對縮尺試驗目標設計樁型拉脹地震超材料發展之簡化模型單元目前於數值掃頻分析下能以較低誤差預測此原結構超材料之設計帶隙範圍，且能夠顯著降低數值掃頻分析之模型建立與計算成本。
4. 針對此設計簡化模型單元，於時間域分析中波傳媒介尚須考慮材料阻抗問題，方能觀察到設計帶隙內明顯之波傳折減效果及趨勢。

7.2 建議與未來展望

7.2.1 樁型拉脹地震超材料

樁型拉脹地震超材料單元於數值掃頻分析以及本研究偕同進行之縮尺試驗結果中具低頻之帶隙下界，且於帶隙中展現明顯之波傳衰減效果。根據以往研究，若將超材料混凝土核心更換為密度更高之材料，例如鋼材，即可顯著壓低設計 LBF[4]；又六角單元晶格於二維具有比現行設計之方型晶格更高的對稱性，可於

些微拓寬 WAZ 範圍的同時使數值模擬計算更容易進行[50]。未來建議可圍繞樁型拉脹地震超材料單元進行延伸單元設計，透過改變其材料參數、選擇其他拉脹結構型式或是改變整體的晶格形狀等方式更加貼近地震超材料設計目標。

此外，本研究縮尺試驗模型採用非常柔軟的 3D 列印材料 TPU30A 製作拉脹結構層，而於數值模擬以及縮尺試驗階段拉脹結構均假設維持小變形，不過考慮到真實地震事件可能造成較大之變形，甚至導致超材料破壞，因此建議未來模擬計算時，可將材料之非彈性變形以及軟材料層的破壞考慮在內。

7.2.2 簡化模型

目前本研究所發展之簡化模型僅針對本次進行縮尺試驗驗證之樁型拉脹地震超材料幾何進行設計，因此未來可考慮針對其他種類、幾何之拉脹結構進行類似之簡化，或者甚至發展出能夠廣義代表大部分超材料之模型單元，讓未來數值模擬的計算成本及設計成本大幅下降。

另外，本研究所發展之簡化模型於時間域分析中僅能觀察到帶隙中波傳折減之效果且與真實試驗結果趨勢一致，卻於折減數值上無法準確預測縮尺試驗結果，未來建議可更深入研究材料阻抗與時間域分析的關係，並更準確的預測三維時間域分析結果。

7.2.3 未來現地試驗規劃建議

現今樁型超材料的研究多以數值模擬為主，而進行縮尺試驗時，也以純砂土作為土壤環境，並以完美正弦波作為激發波源來簡化試驗環境，另外亦利用軟木作為低反射邊界模擬真實狀況中不具邊界反射狀況之土壤環境。綜上所述，執行超材料之現地試驗具其挑戰性。

參考目前部分執行超材料現地試驗之文獻[51][52][53]，簡單統整現地試驗規劃及步驟如下：

1. 現地勘查：

透過表面波譜法 (Spectral Analysis of Surface Wave method, SASW)、標準貫入試驗 (Standard Penetration Test, SPT) 等方式取得欲試驗區域土壤之波速、剪力模數以及承载力等資訊，選擇合適之現地試驗場域以及獲取必要環境基本資料。

2. 試體及試驗器材配置：

製作並於現地放置欲測試之超材料試體，且於需求設計點位埋置加速規以及地震檢波器 (Geophone) 等資料擷取器材。至於用於激發波源之試驗機台，目前已被應用於現地試驗之方法包括利用夯實機 (Vibratory Plate Compactor)、地震模擬車 (Triaxial Shaker Truck, T-Rex)、電動震動機 (Electrodynamic Shaker) 等等，不過以上提及之震源模擬最佳僅能提供低至 10 Hz 之振動頻率，能夠提供低於 1 Hz 震源模擬之波源尚待探尋。

3. 執行試驗：

試驗過程通常進行三組激發震源形式，分別為掃頻 (Frequency Sweep Excitation)、定頻 (Fix Frequency Harmonic Excitation) 以及真實地震歷時測試 (Earthquake Excitation)。

4. 資料收取與分析。

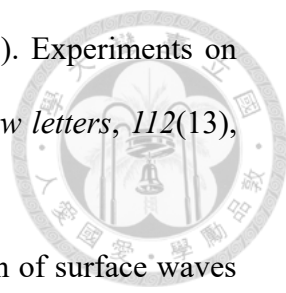
若未來有機會進行超材料現地試驗，除了可觀察超材料於真實土壤環境下的運作效果外，亦可通過測試結果驗證縮尺試驗以及數值模擬分析方法的可行性及準確度。

參考文獻



- [1] World Disasters Report 2020. (n.d.). IFRC.
<https://www.ifrc.org/document/world-disasters-report-2020>.
- [2] 地震測報中心，中央氣象局，
<https://scweb.cwa.gov.tw/zh-TW/Guidance/FAQdetail/55>。
- [3] 天然災害統計，內政部消防署，
<https://www.nfa.gov.tw/cht/index.php?code=list&ids=233>。
- [4] 謝享浩 (2023)。樁型拉脹地震超材料之減振研究 [碩士論文，國立臺灣大學土木工程學系]。
- [5] Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Soviet Physics Uspekhi*, 10(4), 509-514.
- [6] Huang, H. H., & Sun, C. T. (2009). Wave attenuation mechanism in an acoustic metamaterial with negative effective mass density. *New Journal of Physics*, 11(1), 013003.
- [7] Chan, C. T., Li, J., & Fung, K. H. (2006). On extending the concept of double negativity to acoustic waves. *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A*, 7(1), 24-28.
- [8] Yablonovitch, E. (1986). Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Physical Review Letters*, 58(20), 2059-2062.
- [9] Bragg, W. H, & Bragg, W. L. (1913). The reflection of X-rays by crystals. *Proceedings of the Royal Society of London-Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 88(605), 428-438.
- [10] Liu, Z. Y., Zhang, X., Mao, Y., Zhu, Y. Y., Yang, Z., Chan, C. T., & Sheng, P. (2000). Locally resonant sonic materials. *Science*, 289(5485), 1734-1736.
- [11] Ungureanu, B., Achaoui, Y., Enoch, S., Brûlé, S., & Guenneau, S. (2015). Auxetic-

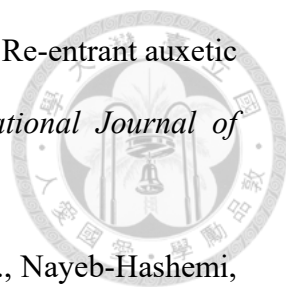
- like metamaterials as novel earthquake protections. *EPJ Applied Metamaterials*, 2(17), 17-24.
- [12] Sharma, B., & Sun, C.T. (2016). Local resonance and Bragg bandgaps in sandwich beams containing periodically inserted resonators. *Journal of Sound and Vibration*, 364, 133-146.
- [13] Wu, T. Y., Teng, W. L., Hsieh, H. H., Wang, S. J., & Chang, K. C. (2024). Feasibility studies in applying cork to pile-type two-layered seismic metamaterials. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 182(1), 108698.
- [14] Xiang, H. J., Shi, Z. F., Wang, S. J., & Mo, Y. L. (2012). Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations: experimental validation. *Smart Materials and Structures*, 21(11), 1-10.
- [15] Witarto, W. (2018). Periodic materials for seismic base isolation: theory and applications to small modular reactors [Doctoral dissertation, University of Houston].
- [16] Gupta, A., Sharma, R., Thakur, A., & Gulia, P. (2023). Metamaterial foundation for seismic wave attenuation for low and wide frequency band. *Scientific Reports*, 13(1), 2293.
- [17] Yan, Y., Cheng, Z., Menq, F., Mo, Y. L., Tang Y., & Shi, Z. (2015). Three dimensional periodic foundations for base seismic isolation. *Smart Materials and Structures*, 24(7), 075006.
- [18] He, C., Zhou, S. H., Li, X. X., Di, H. G., & Zhang, X. H. (2023). Forest trees as a natural metamaterial for surface wave attenuation in stratified soils. *Construction and Building Materials*, 363.
- [19] Colombi, A., Colquitt, D., Roux, P., Guenneau, S., & Craster, R. V. (2016). A seismic metamaterial: The resonant metawedge. *Scientific Reports*, 6(1), 27717.

- 
- [20] Brûlé, S., Javelaud, E. H., Enoch, S., & Guenneau, S. (2014). Experiments on seismic metamaterials: molding surface waves. *Physical review letters*, 112(13), 133901.
- [21] Segol, G., Lee, P. C., & Abel, J.F. (1978). Amplitude reduction of surface waves by trenches. *Journal of Engineering Mechanics-asce*, 104(3), 621-641.
- [22] Gao, L., Cai, C., Ming Mak, C., He, X., Zou, Y., & Wu, D. (2022). Surface wave attenuation by periodic hollow steel trenches with Bragg band gap and local resonance band gap. *Construction and Building Materials*, 356, 129289.
- [23] Ju S., & Li H. C. (2011). 3D Analyses of Open Trench Barriers Filled with Water. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 137(11), 1114-1120.
- [24] Achaoui, Y., Antonakakis, T., Brûlé, S., Craster, R. V., Enoch, S., & Guenneau, S. (2017). Clamped seismic metamaterials: ultra-low frequency stop bands. *New Journal of Physics*, 19(6).
- [25] 簡廷宇、黃瑜琛、吳逸軒、李冠慧、翁崇寧、陳東陽 (2019)。新型態外部隔減震技術-地震超材料之設計與分析。中國土木水利工程學刊，31(4)，395-410。
- [26] 吳逸軒、汪向榮、張國鎮、陳東陽 (2019)。多類型複合地震超結構之寬頻帶設計與分析。中國土木水利工程學刊，31(1)，103-118。
- [27] 李宇軒 (2020)。有限元素法於樁型地震超材料之數值模擬 [碩士論文，國立臺灣大學 土木工程學系]。
- [28] 羅川琇 (2021)。樁型地震超材料與共振簡單元之可行性研究 [碩士論文，國立臺灣大學 土木工程學系]。
- [29] 許巧臻 (2022)。樁型地震超材料的隔減振效益：單元晶格分析、設計與實驗 [碩士論文，國立臺灣大學 土木工程學系]。
- [30] 鄧煒霖 (2024)。軟木於樁型地震超材料應用之可行性研究 [碩士論文，國立

臺灣大學 土木工程學系]。



- [31] 張雯桂 (2022)。拉脹幾何地震超材料可行性研究 [碩士論文，國立陽明交通大學 土木工程學系]。
- [32] Shukla, S., & Behera, B. K. (2022). Auxetic fibrous structures and their composites: A review. *Composite Structures*, 290(1), 115530.
- [33] Hsieh, H. H., Yang, C. F, Wu, T. Y., Wang, S. J., & Chang, K. C. (2024). Experimental Study on a Subwavelength Auxetic Pile-type Metamaterial for Seismic Wave Attenuation. Manuscript submitted for publication.
- [34] Ranking of the Best TPU Filaments According to Shore Hardnes. (n.d.). x3d. <https://x3d.com.au/blogs/tips-and-tricks/ranking-of-the-best-tpu-filaments-according-to-shore-hardness>.
- [35] 國家地震工程研究中心，<https://www.ncree.narl.org.tw/>
- [36] Nicoreac, M., Pârv, B., Petrina, M., & Petrina, T. (2010). Similitude theory and applications. *Acta Technica Napocensis: Civil Engineering and Architecture*, 53(1), 1-11.
- [37] Sika. (n.d.). SikaBond® Construction Adhesive. <https://usa.sika.com/en/construction-products/residential-homeimprovement/multipurpose-adhesives/sikabond-constructionadhesive.html>.
- [38] Advanced Simulation Enterprise Company. (n.d.). Product. <http://www.ase-company.com.tw/03301-7075-/web-/index-2-tw>.
- [39] PCB Piezotronics. (n.d.). <https://www.pcb.com/>.
- [40] DEWESoft. (n.d.). IOLITE® Rack (R8, R8R, R12). <https://dewesoft.com/products/iolite>.
- [41] Wang, T., An, J., He, H., Wen, X., & Xi, X. (2021). A novel 3D impact energy absorption structure with negative Poisson's ratio and its application in aircraft crashworthiness. *Composite Structures*, 262(3), 113663.

- 
- [42] Chen, Z., Wu, X., Xie, Y. M., Wang, Z., & Zhou, S. W. (2020). Re-entrant auxetic lattices with enhanced stiffness: A numerical study. *International Journal of Mechanical Sciences*, 178, 105619.
- [43] Mousanezhada, D., Haghpanaha, B., Ghosha, R., Hamouda, A., Nayeb-Hashemi, H., & Vaziri, A. (2016). Elastic properties of chiral, anti-chiral, and hierarchical honeycombs: A simple energy-based approach. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 6(2), 81-96.
- [44] UP! Box+工業級 3D 印表機. (n.d.).
<https://www.idea-diy.com/products/3d-printer/141-up-3d-printer-box-2>.
- [45] UP!原廠-PLA 線材. (n.d.).
<https://www.idea-diy.com/products/supplies/pla/35-up-3d%E5%8D%B0%E8%A1%A8%E6%A9%9F%E8%80%97%E6%9D%90pla>.
- [46] Autograph AGS-X Series. (n.d.).
<https://www.shimadzu.com.tw/products/materials-testing/uni-ttm/autograph-ags-x-series/index.html>.
- [47] Tensile Test Methods for Plastics: ASTM D638. SHIMADZU. (n.d.).
<https://www.shimadzu.com.tw/industries/engineering-materials/film/plastics-astm/index.html>.
- [48] Gawel, A., Kuciel, S., Liber-Kneć, A., & Mierzwiński, D. (2023). Examination of Low-Cyclic Fatigue Tests and Poisson's Ratio Depending on the Different Infill Density of Polylactide (PLA) Produced by the Fused Deposition Modeling Method. *Polymers*, 15(7), 1651.
- [49] E.C., G., & G.L., P. (1969). Acoustic Impedance of Tissue. *Investigative Radiology*, 4(6), 357-363.
- [50] 吳逸軒 (2018)。寬頻帶地震超材料設計與模擬 [碩士論文，國立成功大學]

土木工程研究所]。

- 
- [51] Toygar, O., & Ulgen, D. (2021). A full-scale field study on mitigation of environmental ground vibrations by using open trenches. *Building and Environment*, 203, 108070.
- [52] Huang, H., Zhang, B., Wang, J., Menq, F. Y., Nakshatrala, K. B., Mo, Y. L., & Stokoe, K. (2021). Experimental study on wave isolation performance of periodic barriers. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 144(114), 106602.
- [53] Ramaswamy, N., Joshi, B., Wang, J., Li, X., Menq, F. Y., Shan, X., Babu Nakshatrala, K., Stokoe, K., & Mo, Y. L. (2023). Experimental study of passive seismic vibration isolation by trench-type periodic barrier. *Engineering Structures*, 276, 115308.