

國立臺灣大學工學院土木工程學系

碩士論文



Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

樁型地震超材料的隔減振效益：

單元晶格分析、設計與試驗

Effectiveness of Vibration Reduction

by Using Pile-type Seismic Metamaterials:

Analysis, Design and Experiments

許巧臻

Chiao-Chen Hsu

指導教授：張國鎮 教授

Advisor: Prof. Kuo-Chun Chang

中華民國 111 年 9 月

September, 2022

## 誌謝



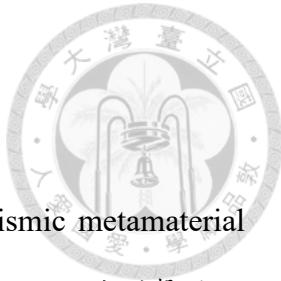
能夠順利完成本論文的研究與撰寫，首先由衷感謝指導教授 張國鎮教授的支持與悉心教導，以及老師提供豐富的學習與研究資源，在這碩士兩年的求學路程中，雖是有諸多艱險、挫折與意外，但仍可謂收穫良多，不虛此行。另有團隊中諸位老師和研究人員的專業知識、經驗與溫暖的勉勵，特別感謝本系 吳東諭助理教授、臺灣科技大學 汪向榮教授、成大 張文忠教授以及交大 林子剛教授於研究上的一路細心指導及協助；國家地震工程中心 陳家漢研究員及諸位協助實驗進行的技術人員慎佑、柏嘉、豪哥，讓這個新型的超材料研究能夠從美好的藍圖走向逐步實現。於師長身上學習到的堅持與對學術的熱情，令人深省。能夠為結構學術領域付出自己微小且棉薄的心力，與有榮焉。

此外感謝超材料團隊中，吳庭雅與張雯桂同學的齊心協力，為我原先毫無把握的研究，灌注更堅定的信心，讓研究的過程與模型模擬努力臻於完美。承蒙川琇、柏全、子修、豐選、宣傑、緯達、孟霖、功困、沛欣等學長姊、同學及朋友的勉勵、陪伴與照顧，順利度過在疫情中求學的這兩年，雖說偶有遺憾，但也留下了許多珍貴的共同回憶。特別感謝學弟們的支援，研究室人力短缺，不論疫情與風雨還願意支援我的實驗進行，感激不盡。感謝科技部計畫補助(計畫編號：MOST110-2221-E-002-037-MY3)，讓我也能夠規劃與進行如此特別的研究，拙於表達，僅能以此聊表感謝之情。要感恩的人事物，族繁不及備載，點點滴滴，皆感恩於心。

過去人生黃金的六年，都給了土木系，感謝當中所有經歷以及擁有的種種，面對畢業的焦慮，帶著大家給予的祝福與愛，踏上前所未有的新旅程。最後的感謝，獻給我的家人們。感謝爸爸媽媽在比我大不了幾歲的年紀，願意生養、拉拔我們兄弟姊妹長大成人，給我充足的自由活在世界上，沒有後顧之憂地追求所愛的事物。所有字裡行間以及研究路上的汗水與淚水，都獻給你們。

謹以此文獻給所有求學路上的貴人。

## 摘要



近年來地震工程領域開始關注與探討「地震超材料結構(seismic metamaterial structure)」的研發與應用。從左手材料與光子晶體之概念做為起點，延伸到聲子晶體與彈性波傳上的應用，以人造方式(man-made)設計超材料結構中之單元結構，透過週期性排列，以及採用幾何形狀與材料等參數進行設計，當晶體進入頻率帶隙產生局部共振以阻隔特定頻率的入射波，避免結構物與地震波產生共振而破壞。因此地震超材料在並非採用新穎材料的方式下，即可輕易改變超材料所表現之行為，達到控制波傳或能量傳遞之效果，與傳統的地震工程技術相比，既不用進行複雜的建模與動力分析，保護對象也從單一建築物進一步到可以變成指定的範圍。

本論文主要利用有限元素分析軟體 COMSOL 進行研究與分析。前半部分藉由前人模型的重現，釐清與驗證單元晶格的相關參數分析和理論，以及確立數值模型的建模細節，方能進行樁型單元晶格的設計，以達到地震波最具有破壞力的目標帶隙 0-10 Hz。又由頻散圖上超材料共振頻率之解析解顯示了不同頻率下的波傳遞減幅度，且單元晶格發展到全域模型存在有邊界條件無法完全一致的問題，因此針對設計完的超材料分別進行二維及三維的排數分析，作為實驗設計的參考依據。

因地震超材料結構之模擬方式與頻散曲線之計算與過往傳統實驗相比較為特殊，在有限元素軟體中的模擬可能過於理想，缺乏與實際實驗數據之驗證，且從單元晶格發展到全域模型、二維數值模擬發展至三維，處處都有模擬上的灰色地帶。因此論文後半部，希望透過實驗的設計與進行，除了能更加瞭解模擬與實驗上邊界條件與接觸面之設置差異、驗證超材料在縮尺的行為上是否有可信的結果外，探討超材料在工程上的可行性。另外為了能確認樁型超材料的帶隙表現能從二維發展到三維，本試驗試體也針對不同的樁深度以及同體積之砂土進行試驗，並對數據結果分析探討並觀察其隔減振之效益。最後，提出實驗試體製作與流程之優化建議。

**關鍵字：**地震超材料、局部共振、有限元素法、帶隙、縮尺試驗

# Abstract



In recent years, scholars have begun to focus and do research on the developments and applications of seismic metamaterial structures which are composed of common material and purposely designed to shield waves at a certain range of frequencies. Compared with traditional seismic engineering technology, it protects a single structure and also designated area from serious structural damage caused by earthquakes. Local resonance occurs when waves at frequencies around and within the band gap propagate to metamaterials, which prevents the propagation of waves and dissipates energy.

By reproducing the model results of previous research using finite element analysis software COMSOL, we can verify the related parameter analysis and theory about unit cell and also establish the numerical modeling detail. When we try to apply designed unit cells to the global numerical model, however, it is observed that the boundary conditions of them are partially inconsistent. Moreover, the numerical simulation model might be too ideal and lack practical verification; thus, aiming to understand when and how the mechanism is triggered and the difference of applied boundary conditions of the unit cell and global model, pile-type seismic metamaterials with different height will be tested in a lab-scale experiment under different planned sweeping sinusoidal input motions. The experimental results demonstrate that responses at frequencies within the designed bandgap are significantly reduced up to 80%-90%, which proved the effectiveness and validity of the pile-type seismic metamaterials structure in attenuating pressure waves. More importantly, the prediction accuracy of the numerical simulation results can be further verified, and full-scale model and field test will be further discussed and schemed.

**Keywords:** Seismic metamaterial, local resonant, finite element analysis, band gap, scaled structural systems, numerical simulation

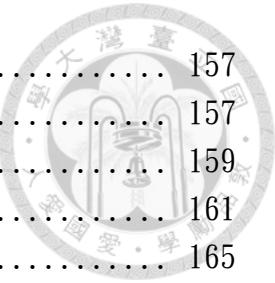
# 目錄



誌謝 .....	i
摘要 .....	ii
Abstract .....	iii
目錄 .....	iv
圖目錄 .....	vii
表目錄 .....	xv
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究背景與動機 .....	1
1.2 研究流程與研究目標 .....	3
1.3 論文架構 .....	4
第二章 文獻回顧 .....	6
2.1 地震超材料的起源與發展歷程 .....	6
2.2 超材料背景理論 .....	10
2.2.1 晶體結構 .....	10
2.2.2 倒晶格(reciprocal lattice) .....	12
2.2.3 布里淵區 .....	13
2.2.4 布洛赫定理 .....	15
2.2.5 週期性邊界 .....	16
2.2.6 頻散曲線 .....	17
2.3 椽型地震超材料單元之研究回顧 .....	18
2.4 文獻回顧之啟發 .....	30
第三章 研究方法 .....	31
3.1 COMSOL 軟體簡介 .....	31
3.2 椽型單元晶格數值模型基本設定與分析方法 .....	32
3.2.1 椽型單元晶格二維模型基本設定與邊界條件 .....	32
3.2.1.1 元素種類與網格尺寸 .....	34
3.2.1.2 單元晶格掃頻分析 .....	35
3.2.2 椽型單元晶格三維模型基本設定與邊界條件 .....	38
3.2.2.1 元素種類與網格尺寸 .....	38
3.2.2.2 相同深度之單元晶格掃頻分析 .....	40
3.3 參數分析 .....	43
3.3.1 縮尺因子 .....	43
3.3.2 橡膠楊氏模數 .....	45
3.3.3 內外核含量比 .....	46
3.3.4 深度因子 .....	47

3.3.5	小結	48
<b>第四章</b>	<b>縮尺試驗數值模型</b>	<b>52</b>
4.1	縮尺數值模型之建立	52
4.1.1	模型建立	52
4.1.2	動力分析之邊界條件	53
4.1.2.1	固定端	53
4.1.2.2	低反射邊界	54
4.1.2.3	面波	55
4.1.2.4	自由端	55
4.1.2.5	頻率域分析與結果	59
4.2	隔減振效益之量化方法	61
4.3	排數分析	62
4.3.1	二維排數分析	64
4.3.1.1	實尺模型基本設定與邊界條件	64
4.3.1.2	元素種類與網格尺寸	65
4.3.1.3	頻率域分析結果與帶隙	67
4.3.2	三維排數分析	74
4.3.2.1	縮尺模型基本設定與邊界條件	74
4.3.2.2	元素種類與網格尺寸	75
4.3.2.3	時間域分析結果與帶隙	77
4.3.3	排數分析結果討論與比較	90
<b>第五章</b>	<b>縮尺試驗</b>	<b>91</b>
5.1	試驗目的	91
5.2	試驗規劃	91
5.2.1	試驗配置	91
5.2.2	試驗準備流程	96
5.2.3	低反射邊界條件設置與材料選擇	109
5.2.4	量測儀器與監測點設置	110
5.2.5	試驗程序與試驗組別設計	115
<b>第六章</b>	<b>試驗結果與數值模型討論與比較</b>	<b>122</b>
6.1	試驗結果	122
6.1.1	鋼製容器敲擊試驗	125
6.1.2	超材料試體掃頻試驗	127
6.1.3	純砂土掃頻試驗	143
6.1.4	邊界條件之效應	150
6.1.5	深度效應之試驗結果	150
6.1.6	理論帶隙與縮尺試驗之帶隙結果比較	153
6.2	試驗建議	154

第七章	結論與建議	157
7.1	結論	157
7.2	建議與未來展望	159
參考文獻		161
附錄 A.	鋼製容器設計圖	165



# 圖目錄



圖 1.1 研究步驟之流程圖 .....	3
圖 2.1 帶隙示意圖[6] .....	7
圖 2.2 鑽孔空心型超材料現地試驗[8] .....	8
圖 2.3 一維彈簧質量系統模型示意圖[10] .....	8
圖 2.4 氯化鈉晶體排列示意圖[12] .....	10
圖 2.5 晶體經放射線生成圖形[13] .....	11
圖 2.6 二維週期單位晶格種類及幾何特性[12] .....	11
圖 2.7 不同結構形式晶格正晶格(上)與倒晶格(下)[14] (a)斜方晶格 (b)長方晶格 正方晶格 (d)六角晶格 .....	12
圖 2.8 四方晶格布里淵區示意圖[15] .....	13
圖 2.9 (a)四方晶格(b)六角晶格 第一布里淵區 .....	14
圖 2.10 四方晶格高對稱點與不可約化布里淵區[15] .....	14
圖 2.11 布洛赫波特徵函數示意圖[15].....	15
圖 2.12 二維四方晶格週期性邊界條件設置示意圖 .....	16
圖 2.13 週期排列晶體分類(a)一維(b)二維(c)三維[6] .....	19
圖 2.14 地震超材料阻隔波傳示意圖[16] .....	20
圖 2.15 基礎型地震超材料 .....	20
圖 2.16 球形超材料設置於基礎建設外部屏蔽波傳示意圖[16] .....	20
圖 2.17 深入底岩之樁型超材料示意圖[8] .....	21
圖 2.18 深入底岩之樁型超材料近零寬頻帶隙[8] .....	21
圖 2.19 三維基礎型超材料試驗結果[6] .....	22
圖 2.20 PVC 空心管材縮尺試驗與結果[19].....	22
圖 2.21 縮尺試驗裝置實際配置與示意圖[20] .....	22



圖 2.22 單元晶格試體與縮尺試驗裝置配置[21].....	23
圖 2.23 六角晶格材料配置示意圖[14] .....	24
圖 2.24 寬頻帶隙之複合地震超材料排列示意圖[14] .....	25
圖 2.25 重現吳逸軒等人模型之全域配置圖 .....	25
圖 2.26 全域模型 5.9Hz 諧波位移場 (a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全域 模型之分析結果[14] .....	26
圖 2.27 全域模型 5.9Hz 諧波局部位移場 (a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全 域模型之分析結果[14] .....	27
圖 2.28 全域模型 3.3Hz 諧波局部位移場 (a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全 域模型之分析結果[14] .....	28
圖 2.29 全域模型 2Hz 諧波局部位移場 (a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全 域模型之分析結果[14] .....	29
圖 3.1 四方單元晶格配置示意圖[23] .....	33
圖 3.2 二維樁型單元晶格頻散分析之週期性邊界條件示意圖 .....	33
圖 3.3 二維樁型單元晶格網格生成示意圖 .....	34
圖 3.4 四方晶格參數掃描路徑圖 .....	36
圖 3.5 四方單元晶格頻散圖 .....	36
圖 3.6 二維樁型單元晶格頻散圖 帶隙上界A點之模態形狀 .....	37
圖 3.7 二維樁型單元晶格頻散圖 帶隙下界B點之模態形狀 .....	37
圖 3.8 三維樁型單元晶格頻散分析之邊界條件示意圖 .....	38
圖 3.9 三維相同深度不同高度之單元晶格網格生成示意圖 .....	39
圖 3.10 重現羅川琇不同高度三維晶格頻散圖 .....	41
圖 3.11 固定深度模型含高度(a)30cm 高(b)60cm 高(c)80cm 高 樁型超材料之頻散 曲線圖 .....	42
圖 3.12 三維單元晶格共振模態上視圖與鳥瞰圖(a) B 點共振模態(b) A 點共振模態	

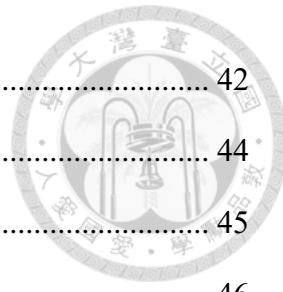


圖 3.13 不同縮尺因子之單元晶格頻散圖 .....	42
圖 3.14 不同橡膠楊氏模數之單元晶格頻散圖 .....	44
圖 3.15 不同內外核含量比之單元晶格頻散圖 .....	45
圖 3.16 7.5Hz 正弦波下深度十米之超材料模型結果圖[22].....	46
圖 3.17 7.5Hz 正弦波下含三米超材料之深度十米模型結果圖[22].....	48
圖 3.18 40-100Hz 定頻輸入面波歷時最大位移 30cm 試體 .....	49
圖 3.19 40-100Hz 定頻輸入面波歷時最大位移 60cm 試體 .....	50
圖 3.20 40-100Hz 定頻輸入面波歷時最大位移 80cm 試體 .....	51
圖 4.1 縮尺模型邊界條件設置示意圖 固定端 .....	55
圖 4.2 近固定端邊界之位移歷時圖 .....	56
圖 4.3 近 LRB 邊界之位移歷時圖 .....	56
圖 4.4 使用不同邊界條件之位移效果比較圖 100Hz .....	57
圖 4.5 使用不同邊界條件之位移效果比較圖 45Hz .....	57
圖 4.6 三維縮尺模型邊界條件設置示意圖 .....	58
圖 4.7 帶隙內頻率 47Hz 位移場.....	60
圖 4.8 帶隙外頻率 75Hz 位移場.....	60
圖 4.9 一維單原子晶格頻散關係圖[26] .....	62
圖 4.10 排數分析概念示意圖 .....	63
圖 4.11 單元晶格排數之能量衰減示意圖 .....	63
圖 4.12 二維排數分析單元晶格示意圖 .....	64
圖 4.13 二維排數分析全域模型示意圖 n=5 為例 .....	65
圖 4.14 二維排數分析全域模型網格生成示意圖 .....	66
圖 4.15 二維頻率域排數分析帶隙範圍圖 .....	68
圖 4.16 二維排數分析 6.2Hz 位移場 .....	69

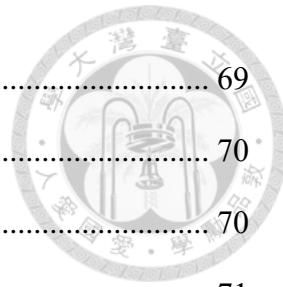


圖 4.17 二維排數分析 6.4Hz 位移場 .....	69
圖 4.18 二維排數分析 6.7Hz 位移場 .....	70
圖 4.19 二維排數分析 7.2Hz 位移場 .....	70
圖 4.20 二維排數分析 8.1Hz 位移場 .....	71
圖 4.21 二維排數分析 8.7Hz 位移場 .....	71
圖 4.22 二維排數分析 $n=3$ 帶隙內 6.4Hz 局部共振位移場 .....	72
圖 4.23 二維排數分析 $n=4$ 帶隙內 6.3Hz 局部共振位移場 .....	72
圖 4.24 二維排數分析 $n=5$ 帶隙內 6.2Hz 局部共振位移場 .....	73
圖 4.25 二維排數分析 $n=6$ 帶隙內 6.3Hz 局部共振位移場 .....	73
圖 4.26 三維排數分析全域模型示意圖 .....	75
圖 4.27 三維排數分析全域模型手動網格生成示意圖 .....	76
圖 4.28 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_1$ 加速度場 .....	78
圖 4.29 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_2$ 加速度場 .....	78
圖 4.30 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_1$ 位移場 .....	79
圖 4.31 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_2$ 位移場 .....	79
圖 4.32 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_1$ 應變場 .....	80
圖 4.33 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_2$ 應變場 .....	80
圖 4.34 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_1$ 應力場 .....	81
圖 4.35 三維排數分析(帶隙內) 50Hz $t_2$ 應力場 .....	81
圖 4.36 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_1$ 加速度場 .....	82
圖 4.37 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_2$ 加速度場 .....	82
圖 4.38 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_1$ 位移場 .....	83
圖 4.39 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_2$ 位移場 .....	83
圖 4.40 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_1$ 應變場 .....	84
圖 4.41 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_2$ 應變場 .....	84



圖 4.42 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_1$ 應力場 .....	85
圖 4.43 三維排數分析(帶隙外) 65Hz $t_2$ 應力場 .....	85
圖 4.44 三維時間域排數分析 $n=2$ 歷時最大位移與帶隙判斷：未有帶隙 .....	86
圖 4.45 三維時間域排數分析 $n=3$ 歷時最大位移與帶隙判斷：61-68Hz .....	87
圖 4.46 三維時間域排數分析 $n=4$ 歷時最大位移與帶隙判斷：60-71Hz .....	88
圖 4.47 三維時間域排數分析 $n=5$ 歷時最大位移與帶隙判斷：59-72Hz .....	89
圖 5.1 縮尺試驗配置示意圖 .....	92
圖 5.2 縮尺試驗配置示意圖 上視圖 .....	92
圖 5.3 國震中心 244.11 致動器規格 .....	93
圖 5.4 MTS FlexTest GT Controllers 系統控制介面 .....	94
圖 5.5 控制系統內建位移偵測結果 .....	95
圖 5.6 理想正弦波掃頻位移歷時圖 .....	95
圖 5.7 致動器與鋼製容器、反力牆轉接示意圖 .....	96
圖 5.8 泡棉貼裝位置示意圖 .....	97
圖 5.9 鋼製容器系統共振 加速規三向裝設圖 .....	97
圖 5.10 致動器轉接情形(a)轉接至反力牆(b)轉接至鋼製容器之可移動鋼板 .....	98
圖 5.11 鋼製容器組立完成後視圖 .....	98
圖 5.12 混凝土圓柱與橡膠接合(a)初步固定完成圖(b)水性壓克力樹脂黏著劑[28] .....	100
圖 5.13 混凝土圓柱與橡膠接合 (a)最終固定完成側視圖 (b)雙液型環氧樹脂接著劑[29] .....	100
圖 5.14 混凝土圓柱與橡膠接合與最終固定完成俯視圖 .....	101
圖 5.15 試體加速規定平 .....	101
圖 5.16 試驗實際使用之越南石英砂 .....	103
圖 5.17 混凝土圓柱實際澆注情形 .....	103

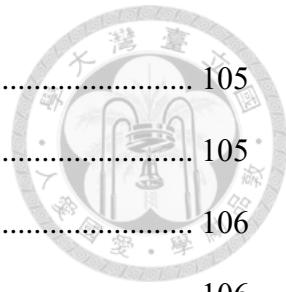


圖 5.18 橡膠試片受壓之應力應變曲線 .....	105
圖 5.19 橡膠試片受壓之應力應變曲線 curve 1 線性回歸結果 .....	105
圖 5.20 橡膠試片受壓之應力應變曲線 curve 2 線性回歸結果 .....	106
圖 5.21 萬用試驗機放置橡膠試片情形 .....	106
圖 5.22 橡膠試片規格 35cm×65cm .....	107
圖 5.23 橡膠試片規格 30cm×35cm .....	107
圖 5.24 1/20 縮尺超材料試體完成圖 .....	109
圖 5.25 模擬低反射邊界之泡棉 規格厚度 5cm .....	109
圖 5.26 加速規校正係數報告 .....	111
圖 5.27 加速規放置示意圖 80m 試體 超材料試體 x,z 向 .....	112
圖 5.28 加速規放置示意圖 80m 試體 超材料放置前後 x 向 .....	112
圖 5.29 加速規放置示意圖 純砂 x 向 .....	113
圖 5.30 加速規放置示意圖 空箱 x,y,z 向 .....	113
圖 5.31 裝設於可移動鋼板上之加速規 .....	114
圖 5.32 試驗使用微型加速規 .....	114
圖 5.33 理想定頻 10Hz 正弦波位移歷時圖 .....	115
圖 5.34 試驗程序簡圖 .....	116
圖 5.35 致動器加速度性能曲線 .....	118
圖 5.36 致動器速度性能曲線 .....	119
圖 5.37 致動器位移性能曲線 .....	119
圖 6.1 30cm 試體 10-80Hz 粗掃頻之致動器力量歷時 .....	122
圖 6.2 30cm 試體 10-80Hz 粗掃頻之可移動鋼板加速度歷時 .....	123
圖 6.3 理想正弦波掃頻 10-80Hz FFT 結果 .....	123
圖 6.4 30cm 試體試驗粗掃頻致動器位移歷時 .....	124
圖 6.5 30cm 試體試驗粗掃頻致動器位移歷時 FFT 結果 .....	124



圖 6.6 鋼製容器 x 向敲擊點位與監測點位 .....	125
圖 6.7 鋼製容器敲擊試驗數據結果(a)加速度歷時 (b)加速度歷時之 FFT .....	126
圖 6.8 鋼製容器敲擊試驗前後點位加速度 FRF(a)同側點 2、4 (b)異側點 1、3 ..	126
圖 6.9 試驗後砂土高度隨距離變化圖 .....	129
圖 6.10 30cm 試體 粗掃頻 1-3 排加速度結果 x 向 FFT 函數疊加 .....	130
圖 6.11 30cm 試體 粗掃頻 1-3 排加速度結果 z 向 FFT 函數疊加 .....	130
圖 6.12 60cm 試體 粗掃頻 1-3 排加速度結果 x 向 FFT 函數疊加 .....	131
圖 6.13 致動器定頻率 20Hz 輸入波之(a)加速度歷時 (b)FFT 轉換所得頻率內涵 .....	131
圖 6.14 粗掃頻試驗前後監測點加速度歷時 .....	132
圖 6.15 粗掃頻試驗之頻率響應函數 .....	133
圖 6.16 定頻正弦波加速度反應歷時 輸入振幅 1mm[22] (a)帶隙內頻率含超材料縮 尺模型(b)帶隙頻率內同尺寸土體 .....	134
圖 6.17 定頻試驗帶隙外頻率 70Hz 前後監測點加速度歷時 .....	135
圖 6.18 定頻試驗帶隙內頻率 40Hz 前後監測點加速度歷時 .....	136
圖 6.19 定頻試驗前後監測點加速度最大值比值 .....	137
圖 6.20 定頻試驗前後監測點加速度方均根比值 .....	138
圖 6.21 30cm 試體 加速度反應 FFT 峰值比值 第三排與第一排 .....	139
圖 6.22 60cm 試體 加速度反應 FFT 峰值比值 第三排與第一排 .....	139
圖 6.23 定頻試驗加速度反應 FRF 取值結果 .....	140
圖 6.24 1/20 縮尺超材料試體試驗後上視圖 .....	141
圖 6.25 1/20 縮尺試體試驗後局部上視圖 .....	141
圖 6.26 30cm 試體 試驗前上視圖 .....	142
圖 6.27 30cm 試體 試驗後砂土陷落情形 .....	142
圖 6.28 土壤波速計算 加速規點位選取示意圖 .....	145



圖 6.29 土壤波速計算時間點選取 .....	146
圖 6.30 純砂土試驗後陷落情形 .....	146
圖 6.31 砂土定頻試驗前後監測點加速度最大值比值與方均根比值 .....	147
圖 6.32 砂土與超材料試體定頻試驗加速度最大值比值 .....	148
圖 6.33 砂土與超材料試體定頻試驗加速度方均根比值 .....	149
圖 6.34 前後監測點位之加速度歷時 .....	151
圖 6.35 粗掃頻各深度前後監測點頻率響應函數 .....	152
圖 6.36 單元晶格頻散圖與試驗帶隙比較 .....	153
圖 6.37 可移動鋼板偏轉情形 .....	156
圖 6.38 可移動鋼板底部漏砂情形 .....	156

# 表目錄



表 2.1 地震超材料消能機制 .....	9
表 2.2 吳逸軒[14]設計六角晶格材料參數表 .....	24
表 3.1 單元晶格材料參數 .....	32
表 3.2 有限元素分析選用之基本單位系統 .....	34
表 3.3 掃頻參數 $k$ 與掃描路徑之關係表 .....	35
表 3.4 1/10 縮尺因子相關參數對應表 .....	44
表 3.5 不同縮尺因子頻散圖帶隙整理 .....	44
表 3.6 不同橡膠楊氏模數頻散圖帶隙整理 .....	45
表 3.7 不同內外核質量比頻散圖帶隙整理 .....	46
表 4.1 彈性震動因次分析所得縮放因子[24] .....	53
表 4.2 二維頻率域與三維時間域排數分析之帶隙結果比較 .....	90
表 5.1 ASTM A36 結構用碳鋼材料參數 .....	93
表 5.2 天然橡膠試片尺寸表 .....	104
表 5.3 橡膠硬度與彈性常數的關係(Lindley 理論)[32] .....	104
表 5.4 雙水性壓克力樹脂黏著劑物理性質[28] .....	108
表 5.5 雙液型環氧樹脂接著劑物理性質及強度 .....	108
表 5.6 試驗組別設計 .....	116
表 5.7 致動器輸入振動模式 X Direction .....	117
表 5.8 加速規校正係數與實驗裝設編號對照表 .....	120
表 6.1 試驗後砂土陷落高度紀錄表 .....	129
表 6.2 土壤壓力波速計算 .....	145
表 6.3 不同分析方法之帶隙對照表 .....	153

# 第一章 緒論



## 1.1 研究背景與動機

坐落於地震頻繁的環太平洋火山帶，又作為歐亞大陸板塊與菲律賓海板塊之交界碰撞下的產物，臺灣的地理位置無疑有著特殊之條件，每年深淺不一、或大或小的地震平均高達數萬餘次[1]，對於人口高度密集又地質條件脆弱的台灣，實為一大威脅，而耐震法規在台灣的土地經歷了各種的災害後不斷的演進，終於有了今日成熟的應用。

現行之抗震技術約可分為三大類型，依序為傳統型、消能型以及隔震型。傳統型之抗震技術為利用增加結構物自身之韌性(Toughness)，使結構物本身透過變形以吸收地震之能量，進而減少結構物整體崩塌之情形，延長使用者逃離時間。多數應用情形為對既有結構物耐震評估後進行補強，而常見使用工法為增設剪力牆、擴柱等。因其應用於既有建物，除了空間上之限制，也將對原有使用者造成動線、環境與使用上的不便，使其增加應用之難處。

消能型抗震技術為在建物結構中安裝減震阻尼器，透過額外增加系統阻尼以耗散並降低整體結構物受地震之反應。常見可分為速度型及位移型阻尼器，而速度型阻尼器中，又以黏滯型阻尼器(Viscous Damper)、黏彈性(Viscoelastic Damper)以及調諧質量阻尼器(Tuned Mass Damper)較為常見，其中之力學機制為其阻尼與結構物之速度反應正相關而產生阻抗，有效降低結構物受外力下之速度反應，惟當速度為零時，速度型阻尼器無法有效產生阻抗力量抑制結構物之反應，是為此方法缺點之一；位移型阻尼器則包含三角型鋼板消能器(Triangular-Plate Added Damping and Stiffness, TADAs)、剪力連桿消能器(Shear Link Energy Absorber, SLEA)以及挫曲束制支撐(Buckling Restrained Brace, BRB)。位移型阻尼器之阻尼來自於系統受力產生之變形，因此於強震下也有優良的減震性能，然而面對中小型之地震作用下，若所設置之阻尼區域無大變形量產生，則其無法產生變形進行能量消散，效能



將無法完整發揮。

與上述阻尼器消能機制不同，隔震型減震技術為藉由於結構物之低樓層處增設隔震層 (super-floor)，將結構分為上部結構 (superstructure) 與下部結構 (substructure)，使得地震橫向力無法完整傳遞至上部結構，以此改變結構物之動力特性。隔震層中主要發揮隔震效益之構件為支承墊，常見支承墊類型如橡膠支承墊 (Rubber Bearing)、鉛心橡膠支承墊 (Lead Rubber Bearing, LRB)、摩擦單擺系統 (Friction Pendulum System, FPS) 以及滾動式隔震平台 (Roller-Type Bearing)。由於其消能保護機制主要來自於支承系統之變形，因此在強震下，隔震層的側位移若過大，將可能導致下部結構產生二次彎矩效應造成結構之破壞，且層間位移角檢核與位移檢核常難以過關，需額外搭配斜撐進行設計。

綜上所述，目前廣泛應用之抗震技術對於減低地震對結構帶來的危害與損傷有相當的效果、各有其優勢，惟要將之施作於既有建物上卻有一定的難度，且也只能對單一建物進行保護，同時影響到施工期間建築物的使用，對使用者將帶來極大的不便。

因此近年來興起之抗震概念：地震超材料 (Seismic Metamaterials) 之相關研究，就如雨後春筍般發展。超材料字面上意指超凡、特殊之材料，然而並非特指特殊結構之材料，其組成可以是常見之材料，透過其組成之幾何結構與相關參數，產生特殊之力學行為。超材料是由多個單元晶格 (unit cell) 以週期性排列的方式組成，且因此特性使超材料有濾波之特性，因此若入射波為具有頻散特性的組合波，其於超材料中之傳遞便會被干擾，特定頻率範圍中的能量將無法穿透，此特定頻率範圍又稱為帶隙 (band gap)。由於地震波中主要對建築物造成危害之波傳為 1-10Hz，因此若能設計出能具濾波 1-10Hz 之力學波傳超材料，就可將其應用於地震工程，設置於建物周圍，作為阻擋地震波之屏障，將可解決上述地震工程技術上面臨之窘境。



## 1.2 研究流程與研究目標

本論文考量施工之方便性及實務應用之可能性，將針對樁型地震超材料進行研究，研究流程如圖 1.1。首先以週期性結構角度出發，瞭解週期性結構與布里淵區(Brillouin Zone)之關聯，以及說明頻散曲線之生成，爾後對樁型地震超材料之單元晶格進行二維單元晶格頻散曲線之分析，透過變動相關參數釐清各參數對帶隙之影響，以期設計出可行、低頻帶隙之材料配置，使用最少材料、最小量體達到最佳之效益；再將其結果推廣至三維單元晶格，並使用此單元結構，設計不同縮尺因子及深度之單元晶格，進行縮尺試驗設計與建立數值分析模型，在時間域及頻率域對排數進行減振效益評估，以驗證單元晶格掃頻之帶隙結果是否與全域模型相符；最後進行縮尺試驗以驗證樁型地震超材料之真實減振效益，透過初步數據分析歸納試驗裝置與數值模型之差異，以利後續優化試驗之流程與設置，並期許能進一步推行至實尺與現地試驗進行驗證，逐步以此設計形態之超材料邁向工程應用。

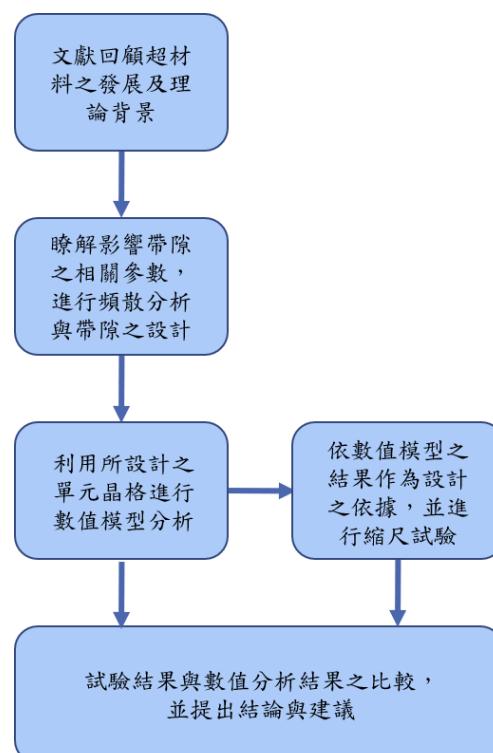


圖 1.1 研究步驟之流程圖



### 1.3 論文架構

為了探討超材料在試驗上的可行性以及相關參數對隔減振效益之影響，本研究內容共分為七個章節，各章節之內容概述如下：

- 第一章、緒論：

本章節闡述論文主要研究動機與目標，並針對超材料之起源與傳統地震工程之優劣進行簡介，說明研究流程並概述各章節之內容。

- 第二章、文獻回顧：

介紹超材料之發展與單元晶格相關理論，並回顧地震超材料之相關文獻，著重研究主題主要參考之研究。

- 第三章、研究方法：

簡述本篇所使用之有限元素分析軟體 COMSOL，並簡述各項目研究之研究方式，包含單元晶格參考之公式、模型基本設定及分析方法，從二維單元晶格推及至三維，最後進入縮尺試驗之數值模擬。

- 第四章、縮尺試驗模型：

延續前一章節之模型設定與分析方法，進行前人模型之重現，確立相關參數之關係。並利用此模型，針對縮尺效應與深度參數進行參數分析，並對最後選用之單元晶格做頻散圖進行比較。

- 第五章、縮尺試驗：

前半部以有限元素軟體 COMSOL 進行縮尺數值模型建置，探討單元晶格週期性邊界條件進入試驗與實務之轉換，並對隔減振效益提出量化方法，進行二維與三維數值模擬的排數分析。本章後段對縮尺試驗之規劃、裝置與試體配置進行介紹，以及為順應邊界條件所做出的材料選擇。

- 第六章、試驗結果與數值模擬之比較：

將試驗與數值模擬之結果進行比較，釐清超材料之力學機制與消能行為，藉此驗證前人理論之正確性及超材料工程上的可行性。最後確認縮尺效應之帶隙

與理論帶隙之比較，以及超材料深度對隔減振效益之影響。

- **第七章、結論與建議：**

對本文之研究內容與主要研究參數做一內容之總結，歸納數值模擬與試驗之成果，並針對試驗流程與模型設置提出改進方法。最後總結此研究未盡之處與困難，提出可能方案與對未來研究方向之建議。



## 第二章 文獻回顧



本章文獻回顧共分為四個部分，首先回顧超材料之起源與概念，針對其消能機制與特性進行簡述；第二部分將針對超材料之背景理論分別進行簡介，以利瞭解頻散曲線分析之意義；第三部分對於本研究著重之地震超材料類型—樁型地震超材料進行相關文獻重點回顧，統整樁型地震超材料目前可能遇到之困境，並後續探討是否有進一步發展之可行性。最後，針對文獻回顧之內容，提出可能之假設，並將透過數值分析模型與試驗進行驗證。

### 2.1 地震超材料的起源與發展歷程

「超材料」一詞最初是用來形容一種非存在於自然界特性的人造材料，最早的起源始至於電磁學領域，也就是電磁超材料，其目的在於利用超材料的特殊性質控制或屏蔽預先選定頻率的電磁波，進而影響波傳遞或是能量流動的行為，後續亦有學者不斷地將此發想延伸至其他物理問題與尺度，因此地震超材料的議題也逐步成形。

超材料最早起源於光學左手材料的概念(Veselago,1968)，其提出若可以同時存在負值的磁導率(Negative Magnetic Permeability)和負值的介電係數(Negative Electric Permittivity)，就可能使材料擁有原先違反既定思維的負值折射率(Negative Refractive Index)，並在 Pendry et al.[2]等人的努力下，證明了負值的磁導率與負值的介電係數確實能夠同時存在，此舉為製造出左手材料帶來了可能性，也因為此突破性的發現，超材料與等效物理負參數的研究在多個領域迸發。

對於地震工程的領域來說，除了透過控制等效負參數之外，最需要在意的就是如何能夠將特定頻率的波屏蔽，而能夠抵擋此特定範圍的波，我們稱之為帶隙(band gap)，帶隙是一種波傳能量與超材料之間的互制反應，其最早的概念出自於光子晶體(photon crystal)，光子晶體為一種能夠控制波傳遞的週期性排列結構，且該技術也被利用於聲波的傳遞(Wilcox 1978[3], Conca et al. 1995[4], Gazelet et al. 2013[5])，

此種週期性結構被稱為聲子晶體(Phononic Crystal)。而 John(1987)與 Yablonovitch(1987)認為，這種特殊現象不只能夠在光學領域中適用，只要處於週期性介質，此種性質就可以利用於各種物理類型的波傳，也就是地震工程中我們所關心的地震波，也可以透過此特殊物理性質來獲得好處，但由於電磁、光學的尺度與土木工程相距甚大，因此在實際應用上仍有許多限制。

透過上述的方法理論上確實能夠產生帶隙，但所生成的帶隙頻率只能用於阻擋高頻率的震動，例如車輛進行所生成的波。但對於我們所關注的地震波傳中，又以頻率低於 10Hz 的表面波對結構物有較大之殺傷力，卻會因為所需使用週期性材料尺寸太大而較難實現，這便是超材料概念要利用在現實中最大的困境之一。

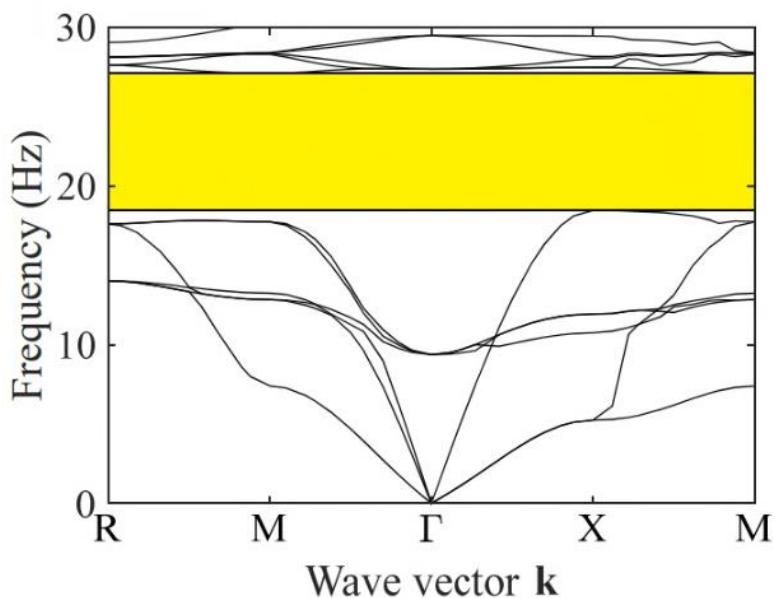


圖 2.1 帶隙示意圖[6]

上述所提及的消能方式，起源至光子晶體與聲子晶體，多數是透過布拉格散射(Bragg Scattering Mechanism)的性質去產生破壞性干涉，進而使特定頻率的波可以被抵銷產生帶隙。在 2013 年 Brûlé et al.[7]就設計實驗，利用土壤自身支撐力，以週期性排列方式開挖空心孔洞，並對其輸入設計頻率來擾動，發現這些孔洞能有效降低地表反應。且此一系列實驗與分析中的頻散曲線帶隙吻合，說明了高頻之彈性波於土壤中，布拉格散射的機制依舊有效。

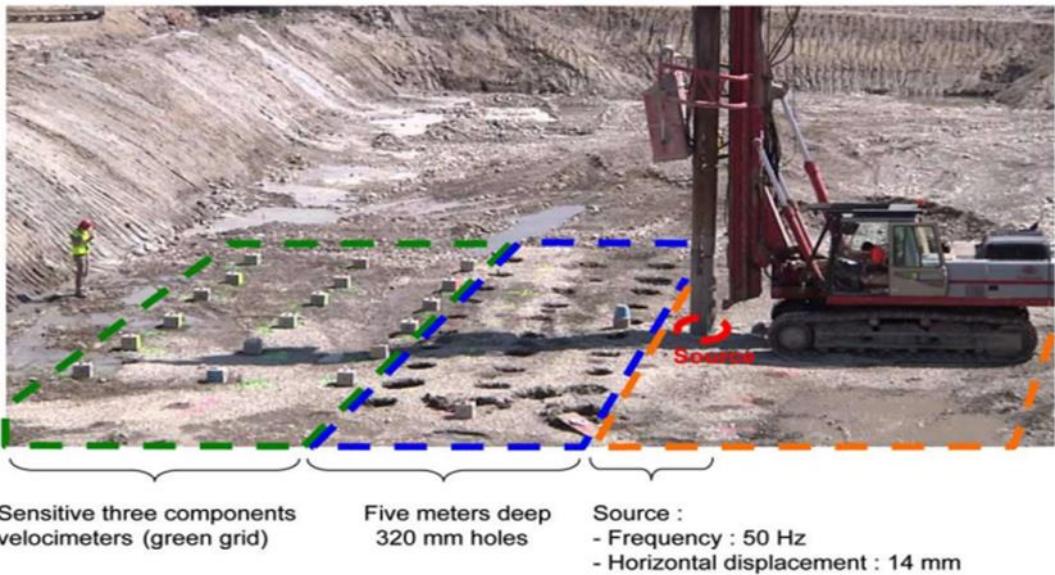


圖 2.2 鑽孔空心型超材料現地試驗[8]

但即使證實可以透過布拉格散射機制來消除地震波，其所需面對問題仍一致，就是對於低頻且具殺傷力的表面波在尺度上仍束手無策，因此學者們將目標放置於另外一種地震超材料消能機制—局部共振(Local Resonation)。

局部共振於 2000 年由 Liu et al.[9]研究聲子晶體於低頻行為時所發現，當彈性波經過週期結構物時，與週期結構之共振單元產生共振，而共振的發生會耗散彈性波傳遞來的能量，使彈性波傳遞之能量快速衰減，此消能方式可於一維彈簧質量模型系統中得到驗證，如圖 2.3，局部共振就是透過紅色箭頭所標示的小質量  $m_2$  幫助整體系統震動消能，且此概念近似於被動控制中調諧質量阻尼器(Tuned Mass Damper)。

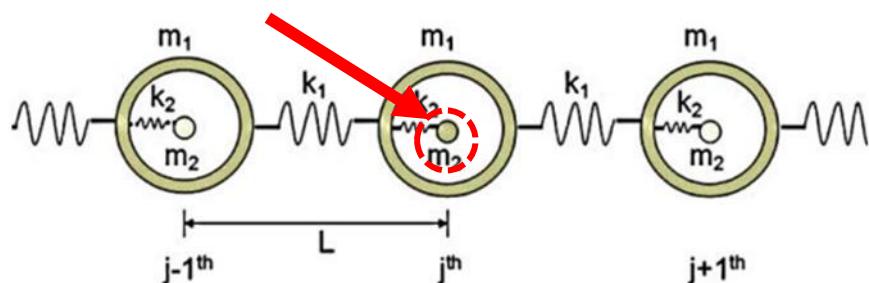


圖 2.3 一維彈簧質量系統模型示意圖[10]

另外，Colombi et al.[10]也發現森林對於地震波有折減的效應，其原因為深入地表的莖因為於森林中有規則性的排列方式進而發生局部共振，其研究使用等效圓木棒模擬樹幹，發現當雷利波傳播過週期排列的樹幹時，雷利波會使樹幹產生撓曲或壓縮變形進而引發局部共振因此而耗散能量，並降低位移反應。使用此機制之優點為能夠於有限空間內生成低頻段帶隙，不受到單元晶格常數的限制，且能夠施作於既有建築物周圍，並不會對建築物本身產生額外影響，符合結構被動控制的宗旨，而使用此一機制對帶隙生成之關鍵在於，能否使共振單元有效與彈性波耦合共振，若能夠有系統地控制所要生成的低頻帶隙，將能為此地震超材料的發展前進一大步。後續小節，將會介紹材料參數、排列方式，帶隙特性等性質與交互影響。

隨著地震超材料發展，不僅只局部共振機制為低頻帶隙的生成帶來曙光，另一種地震消能機制—材料轉化機制也是許多學者努力的地方。材料轉化機制是一廣泛總稱，彈性波與電磁波存在許多相似之處，舉凡電磁波領域中的司乃爾折射定律(Snell's Law)、赫姆霍茲方程式(Helmholtz Equation)皆能夠有所對應，彈性波領域的學者們陸續研究何種材料與其他物理性質能夠控制彈性波之波傳，其中，發現幾何特徵對於聲波或是熱傳有一定的影響力與獨特的物理行為，而利用此一幾何特徵來影響物理性質我們稱之為晶體變相學(Transformation Crystallography)，拉張材料之設計即屬此原理。而透過晶體變相學的基礎，以控制材料性質來發展與設計不同地震超材料，為地震工程帶來希望。

綜觀地震超材料的發展，地震超材料的消能機制約可分成三種，見表 2.1。其中，在吻合空間與經濟條件下，可以涉及到地震工程領域的消能方式有局部共振與材料轉化機制，本論文將利用局部共振機制進行超材料單元研究與設計。

表 2.1 地震超材料消能機制

聲學、光學尺度	布拉格散射(Bragg Scattering Mechanism)
可到結構工程尺度	局部共振(Local Resonance)
可到結構工程尺度	材料轉化機制(Transform Mechanism)



## 2.2 超材料背景理論

### 2.2.1 晶體結構

在自然界中，固體材料可以被分成晶體、準晶體、非晶體三大類，其中本論文所關注的部分為晶體。晶體對於原子尺度中，可以觀察到內部原子的排列方式具備週期性，因此在外部呈現規則化的形狀，如氯化鈉晶體，見圖 2.4。

晶體週期性結構排列方式與外型種類繁多，從最早的勒內·朱斯特·阿維(René Just Haüy, 1743–1822)，就先對方解石的排列提出幾何模型，並提出最早的晶胞學說的雛形；再者，著名的科學家馬克斯·馮·勞厄(Max von Laue, 1879–1960)透過 X 射線繞射方式觀察晶體內部的排列方式，如圖 2.5，進而獲得諾貝爾物理學獎。在眾多晶格描述的方式中，本論文採用的系統為布拉菲晶格，又稱之為布拉菲點陣(Bravais Lattices)，此法描述二維與三維空間中由一個或多個原子所組成的基底所形成的無限點陣，每個晶格點上都能找到對應同樣的基底，或者定向移動晶格常數整數倍到另一個點時也能找到同樣的基底，透過最簡化的又具象徵性排列的表示方法對於後續頻率域分析以及其他定理的引用更具方便性。而本論文主要探討之樁型超材料晶格形式應屬二維晶格，圖 2.6 為二維晶格種類與其向量特性。

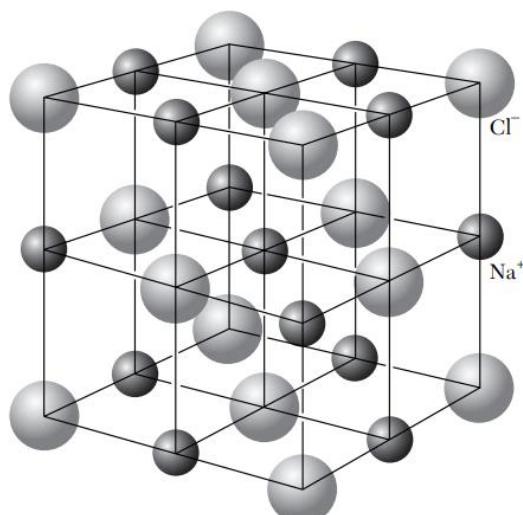


圖 2.4 氯化鈉晶體排列示意圖[12]

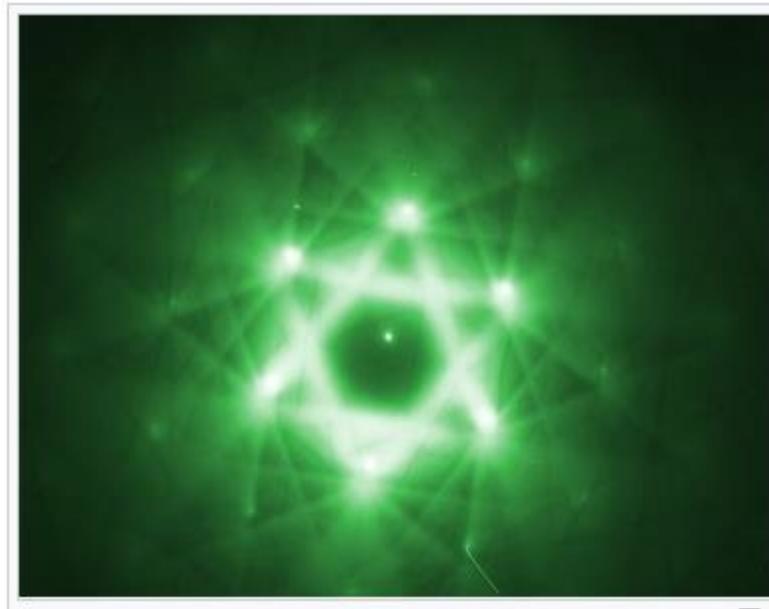


圖 2.5 晶體經放射線生成圖形[13]

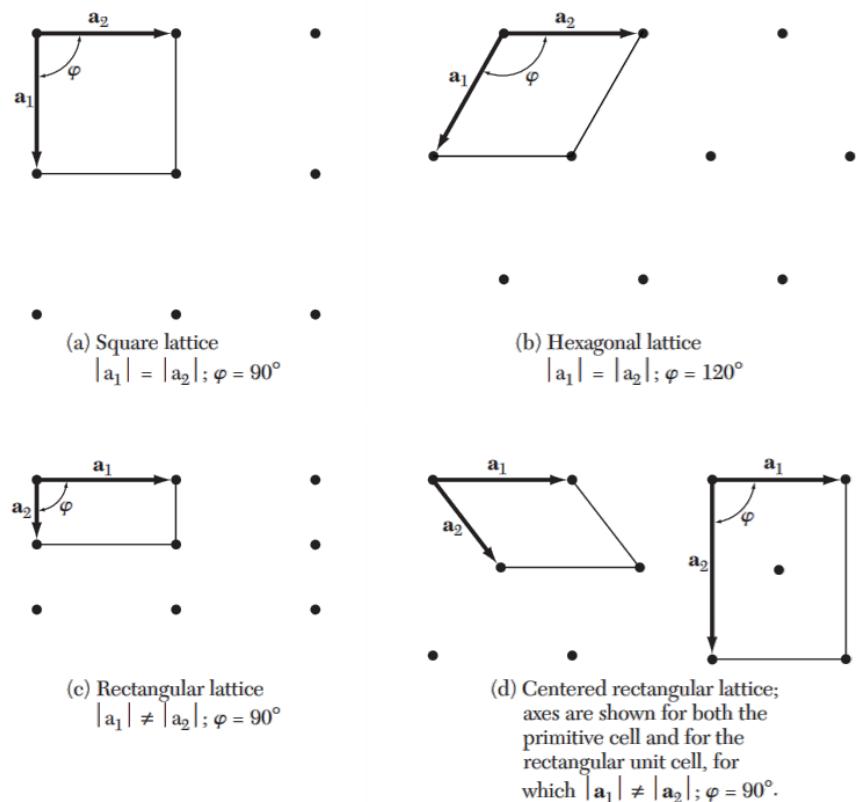


圖 2.6 二維週期單位晶格種類及幾何特性[12]



## 2.2.2 倒晶格(reciprocal lattice)

相對於正晶格所描述存在於真實空間中即為晶體本身，倒晶格描述的是動量空間，是一種透過數學轉換方式用以描述晶格的一種方法，為繞射空間的點陣，其為一種想像出來的虛擬系統，並非真實存在於空間。但對於研究週期性、對稱特性相當重要，倒晶格向量可以描述其波函數在動量空間中的週期性，換句話說，其波函數應該為布洛赫波，其最小可重複的單元就是倒晶格的晶胞，因此倒晶格的建立對於後續呈現布里淵區以及引用布洛赫定理有重要的因果關係，常見二維晶格及其倒晶格如圖 2.7，定義一存在於真實空間中正晶格向量為

$\mathbf{R} = m_1 \mathbf{a}_1 + m_2 \mathbf{a}_2 + m_3 \mathbf{a}_3$ ，倒晶格向量與正晶格之關係式如式 2.1。

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}; \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1)}; \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_3 \cdot (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2)} \quad \text{式 2.1}$$

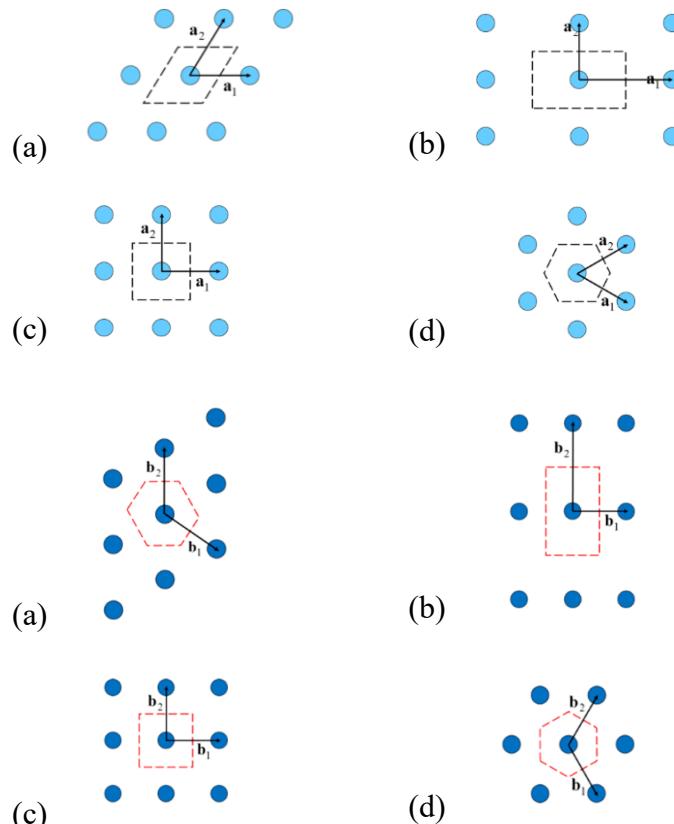


圖 2.7 不同結構形式晶格正晶格(上)與倒晶格(下)[14]

(a)斜方晶格 (b)長方晶格正方晶格 (d)六角晶格



### 2.2.3 布里淵區

根據先前所介紹的晶格、倒晶格的定義與物理意義，可以解釋布里淵區為在倒晶格空間中，作某一個晶格點與其所有相鄰晶格點的垂直平分面，這些平面包圍的空間就是包含前述點的第一布里淵區，透過數學表示可等價地定義為在倒晶格動量空間中，從原點出發，不穿越任何布拉格衍射面所能到達的點的集合，透過上述定義，倒晶格中之為維格納-賽茲原胞等價於第一布里淵區。

維格納-賽茲原胞使我們可以找出不具有任何間隙的原胞，在數學模型的概念裡面，週期性介質中的所有布洛赫波能在此空間中完全確定。

根據上述定義，若作的是某陣點和它所有次近鄰晶格點的垂直平分面，則得到的是第二布里淵區，若採取次次近鄰晶格點的垂直平分面，則得到的是第三布里淵區，依此類推，以四方晶格為例，如圖 2.8 所示。但高階布里淵區應用機會相當少，因此「布里淵區」常常僅指「第一布里淵區」，對於高科技產業的發產，它提供了一些判定物質是否為導體、半導體、絕緣體的物理資訊。

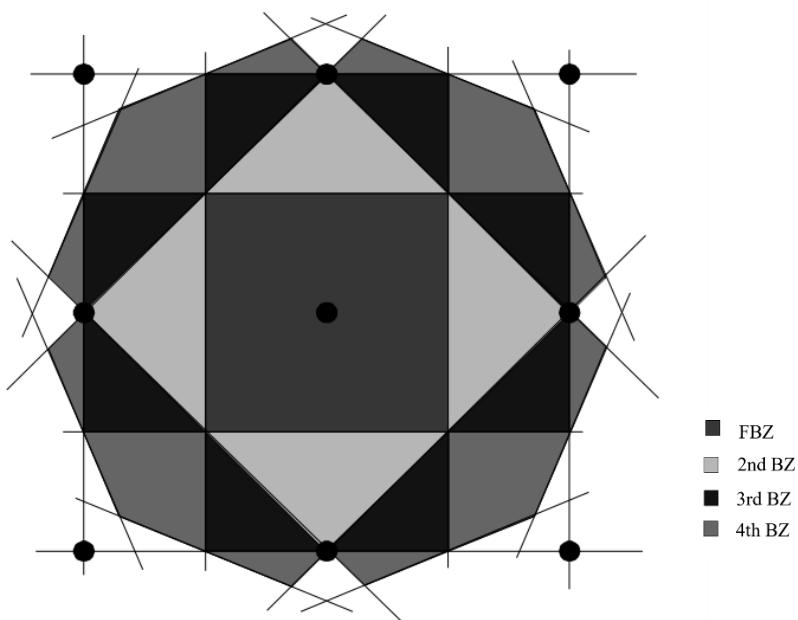


圖 2.8 四方晶格布里淵區示意圖[15]

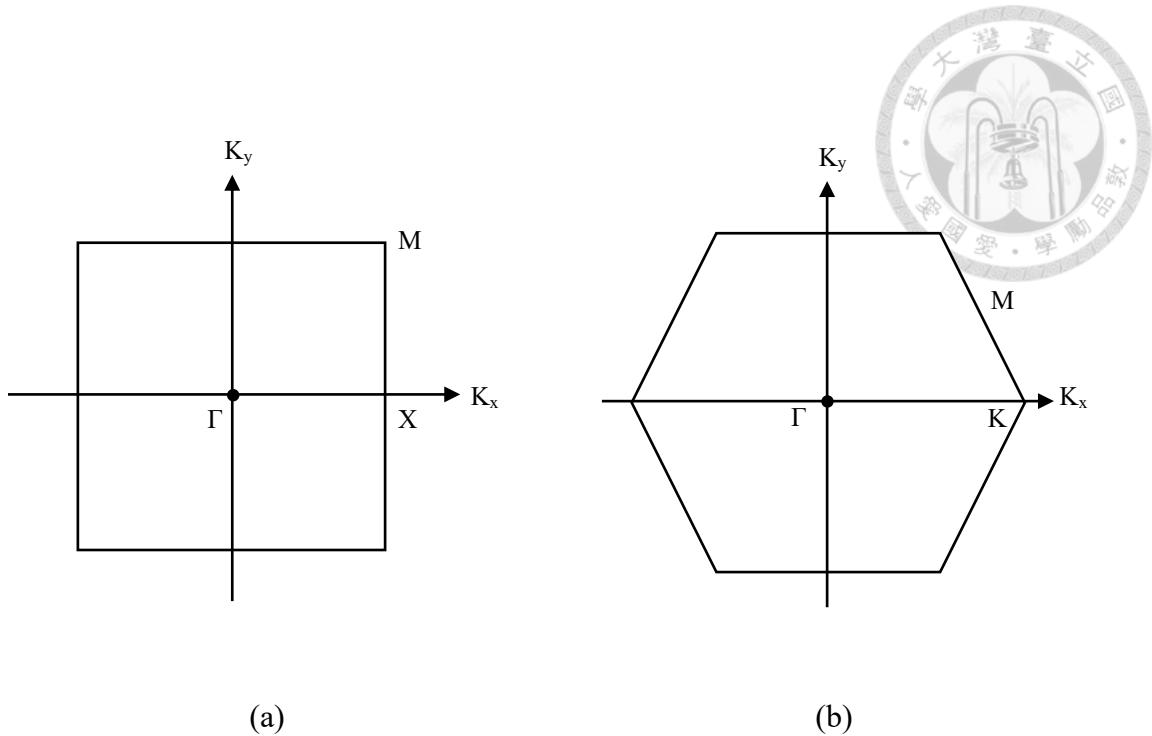


圖 2.9 (a)四方晶格(b)六角晶格 第一布里淵區

- 不可約化布里淵區(Irreducible Brillouin Zones)

在第一布里淵區中，將所有對稱性特徵的晶格點從晶格群空間中抽離，及可以得出不可約化布里淵區，並且對此不可約化布里淵區的周圍根據定義圍繞的封閉向量即可以包含所有經過此晶格的波傳特質，換句話說，對於研究而言不可約化布里淵區不僅具備象徵性、也可以簡化研究上的複雜性。

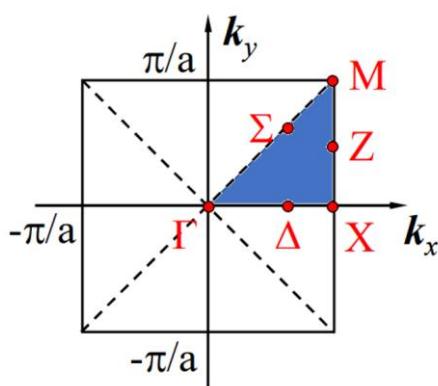


圖 2.10 四方晶格高對稱點與不可約化布里淵區[15]



## 2.2.4 布洛赫定理

此定理為美籍瑞士裔科學家菲立克斯·布洛赫所提出，對於固態物理的領域中，布洛赫波(Bloch wave)，是描述週期性位能場中目標的波函數，又稱之為布洛赫態(Bloch state)。布洛赫定理其精神為在無限延伸的週期結構中，其特徵函數 $\psi_k$ 為 $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 與晶格之週期性函數 $u_k(\mathbf{r})$ 之乘積，如式 2.2。其中， $u_k(\mathbf{r})$ 具有晶體晶格之週期性，如式 2.3， $\mathbf{a}$ 代表晶體平移向量。因此透過諧波的位移形式取代，一維週期波動位移場可以式 2.4 表示，其中， $n+s$ 表示單元結構位移。

$$\psi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad \text{式 2.2}$$

$$u_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \quad \text{式 2.3}$$

$$u_a x^n = B_a x e^{i(k_x x - \omega t)} \rightarrow u_a x^{n+s} = B_{ax} e^{i(k_x x + s k_x L - \omega t)} \quad \text{式 2.4}$$

參考圖 2.11，行進波因子 $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 描述晶體中電子的共有化運動，如圖中虛線所示，而週期函數因子 $u_k(\mathbf{r})$ 則描述電子的原子內運動，取決於原子內電子的勢場，如圖中實線所示。歸結布洛赫定理，當位能場中具備晶格週期性排列的環境時，其中所滿足的波動方程式解也具備週期性，而此週期性與晶格常數相關，此定理之引用直接體現在有限元素軟體當中模型的設定依據，並對於超材料單元設計與邊界條件影響甚鉅。

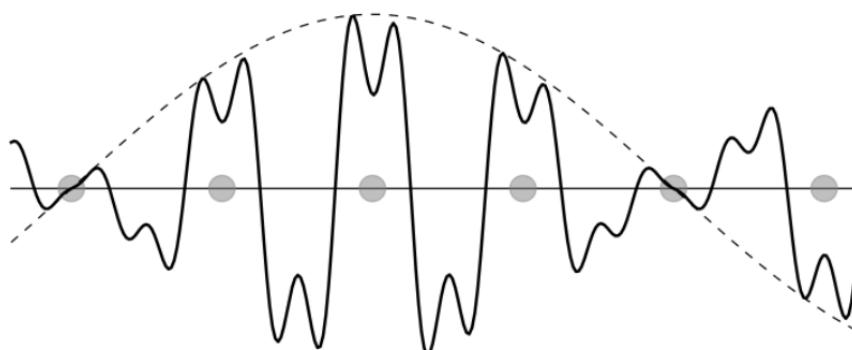


圖 2.11 布洛赫波特徵函數示意圖[15]



## 2.2.5 週期性邊界

本研究於有限元素軟體當中採用的週期性邊界條件是配合上述布洛赫定理的條件，因為已知在布洛赫週期性的條件下，我們只需要分析單元結構即可，其中於 COMSOL 有限元素軟體當中，我們所採用的數學模組為 Floquet Theorem 所控制的 Floquet Periodic Boundary Condition，若以微分方程式類別之解形態表示如式 2.5，

$$x = A(t)x \quad \text{式 2.5}$$

其中， $A(t)$ 是一個連續週期函數，則此定理給出一座標轉換，如式 2.6，

$$y = Q^{-1}(t)x \quad \text{式 2.6}$$

其中， $Q(t+T) = Q(t)$ ，用以轉換週期系統到常實數線性系統，此方程式表示與固態物理中布洛赫定理一致。

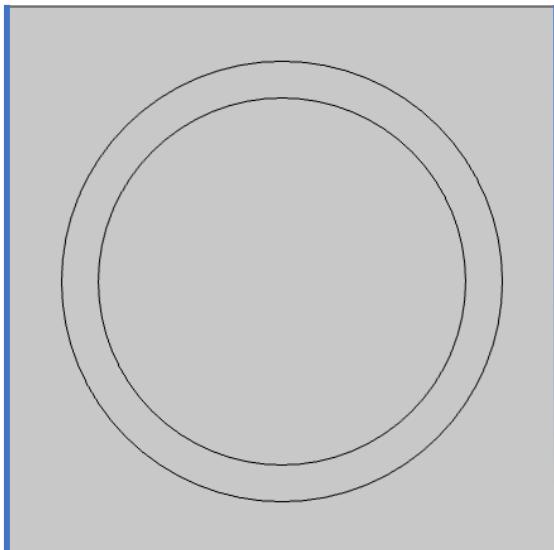


圖 2.12 二維四方晶格週期性邊界條件設置示意圖



## 2.2.6 頻散曲線

根據上述所描述的週期性邊界、布洛赫定理以及許多理論其最終的目的都是希望可以得出材料單元之帶隙，然而想要透過圖像的方式表現出超材料的帶隙範圍就必須透過頻散的方式來繪製出所需的頻散曲線圖。單就一般物理學的定義而言，頻散曲線圖的組成可以分成三個部分，分別為波速(可為相位速度、波群速度)、角頻率( $\omega$ )、波數( $\kappa$ )三者，任由三種中取兩種性質作圖皆可以被稱之為頻散曲線，但本論文之研究範圍而言，採用頻率與波數來繪製頻散圖可以有效看出帶隙的寬度與範圍，以下以一維週期性結構、本研究頻散曲線生成之彈性波控制方程式來表示頻散關係，如式 2.7。其中  $m$  為質量， $\mu$  為波數  $k$  之函數，關係如式 4.5 所示。

一維週期結構之頻散方程式：

$$-\omega^2 m + 2(1 - \cos(\mu)) = 0 \quad \text{式 2.8}$$

進一步研究二維頻散曲線生成之彈性波控制方程式，如式 2.9。

$$-\rho\omega^2 \mathbf{u} = \frac{E}{2(1+\nu)} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad \text{式 2.9}$$

其中  $\omega$  為頻率、 $E$  為材料楊氏模數， $\nu$  為材料柏松比、 $\rho$  為材料密度、 $\mathbf{u}$  為位移場，由上述方程式所得出的特徵值則為我們所需的頻率，特徵向量則為我們的模態，因此我們於有限元素法軟體中所設定的波數( $\kappa$ )，也就是波向量沿著所設定的路徑發射，就可以透過有限數量的解當中繪製出不同模態(特徵向量)下所對應的特徵值(頻率)，將此有限數量解連線即可得出頻散曲線。

綜上所述，可知帶隙的生成，是因不同波向量傳遞於此方向時，頻率特徵值並非為實數，而是以複數型態表示出來，因此對於此路徑與範圍上能量的消散非常迅速，同時透過頻散曲線的判讀，也可以初步判斷波的群速度、相速度。



## 2.3 桁型地震超材料單元之研究回顧

地震超材料利用常見材料，透過採用不同幾何形狀與排列方式進行設計，當特定頻率內涵之波傳通過時，透過超材料週期性單元晶格排列產生局部共振而達到阻擋波傳能量的效果，此頻率範圍稱為帶隙，與傳統地震工程不同的是，透過於結構物外圍設置地震超材料，能更有效保護大範圍區域而非單一結構物，如圖 2.14，效益極高，因此近年來許多學者紛紛投入此新興領域，相關研究從此如雨後春筍般出現。

若按照超材料之排列方向，可分為一維、二維及三維，如圖 2.13；而依照地震超材料應用形式，約可將其分為基礎型(Foundation)與屏障型(Barrier)，其中基礎型超材料為超材料週期性排列之應用，用於設置於結構物基礎，有材料沿  $z$  向一維週期性排列[6]，藉由阻隔垂直到之地震波能量以達到效果，也有三維週期性排列之基版型[6]，能有效阻擋各向波傳，但仍需於建築物之設計階段架設，無法應用於既有建築物；而屏障型地震超材料則有壕溝型、鑽孔與基樁型，主要概念為於建物外部阻隔波傳，可保護一定範圍，也能對既有建物周圍施作，以概念上而言有相當之可看性，然而壕溝與鑽孔型之設計對人口密集之都市而言，將間接導致土地使用效率降低，間接失去經濟價值，因此不論以經濟面或工程應用層面而言，形式接近基樁之基樁型地震超材料，有較高之可行性。

將地震超材料埋入土壤之理念，由 Achaoui[17]等人 2016 年提出，將材料製成球形，使震波傳入此超材料形成之介面時激發球體共振進行消能，概念如圖 2.16；Miniaci[18]等人則提出將橡膠包覆於鋼材料與混凝土外圍，還利用有限元素軟體分析後得到 10Hz 以內的帶隙頻率，於地震波傳頻率應用層面上取得大幅度進展；Achaoui 等人[8]更於 2017 年提出將樁嵌入底岩中，示意如能使頻散曲線出現從零開始之寬頻帶隙，成功涵蓋 10Hz 以下之低頻範圍，如圖 2.17，有相當卓越之成果，然而實務上，要將樁深入至底岩之可能性微乎其微，還有待後人進行驗證。

本論文著眼於地震樁型超材料之應用，相關文獻資源豐富，然而多數卻停留於



數值模擬階段，許多邊界與條件過於理想，難以確認真實應用之效益，因此本論文將與台灣科技大學 吳庭雅同學進行縮尺試驗之設計，利用試驗結果確認超材料是否能如數值模型發揮其效果。相關試驗如 Witarto[6]於 2018 年利用將縮尺簡易結構物裝置於一維及三維基礎型地震超材料上，並放置於振動台上進行試驗，對其先後進行不同頻率正弦波以及數筆過去地震所量測加速度歷時之測試，結果顯示結構物之加速度反應有顯著折減，如圖 2.19 所示，相當有啟發性與參考價值；另外，Pu 等人[19]利用空心 PVC 管作為樁型屏障埋設於土壤中，數據結果顯示即便是空心管材，也有顯著折減效果；而 Chen 等人[20]同樣進行縮尺試驗規劃，設計一四周及底部封閉之容器，放置試體於容器內部，並於容器長向設計一端為可移動面，設置振盪器與可移動端相接以此輸入振源，量測方式則以加速感測器架設於振盪器與經過超材料之後方點位，其數據分析結果顯示單元晶格頻散曲線帶隙與試驗結果極度吻合，初步驗證縮尺試驗與樁型超材料之可行性；同年，Zeng 等人[21]也利用玻璃箱進行縮尺試驗，單元晶格與試驗配置如圖 2.22，雖此試驗之試驗數據與數值模擬帶隙範圍有些許差異，但具有相同消能趨勢，仍值得參考與借鏡。此外，由於本論文對樁型材料之深度是否影響帶隙有所疑慮，因此有關深度參數之文獻，將於 3.2.2.2 節與 3.3.4 節中詳加探討。

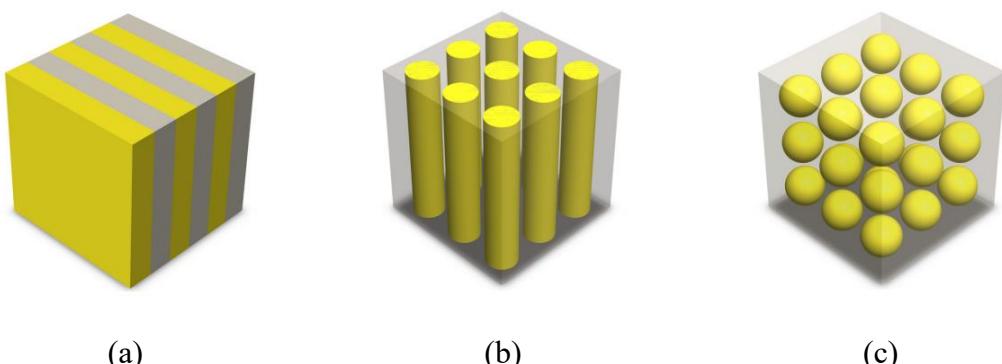


圖 2.13 週期排列晶體分類(a)一維(b)二維(c)三維[6]

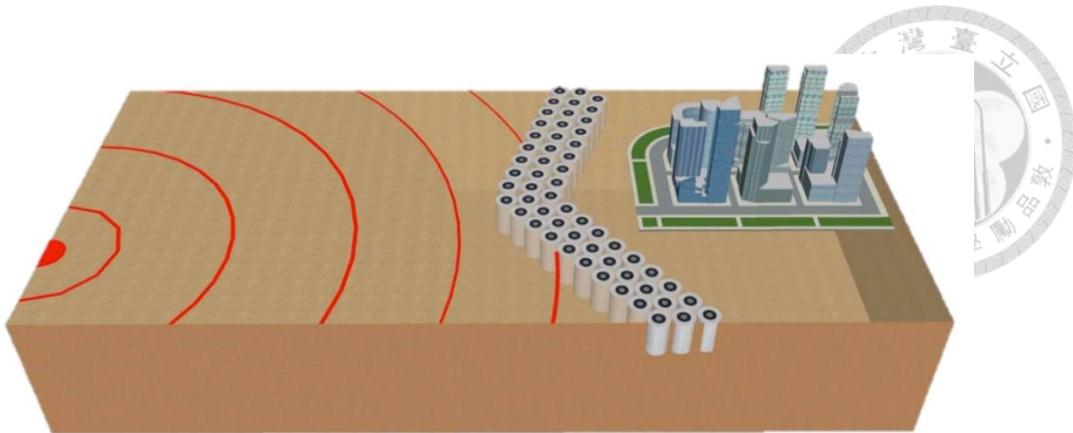
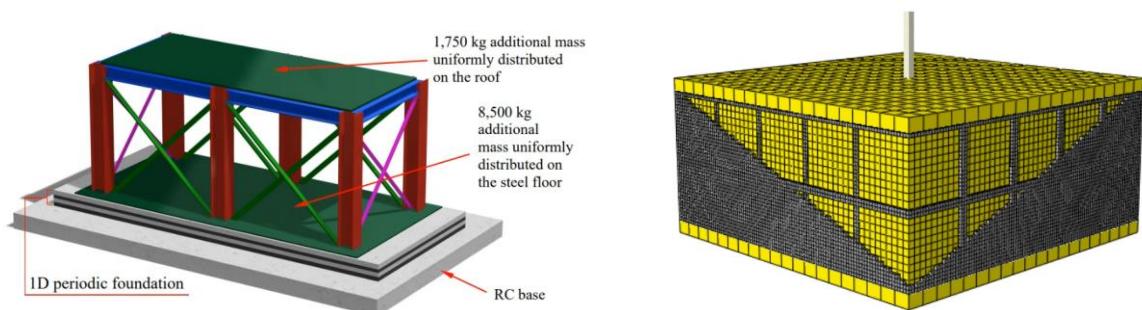


圖 2.14 地震超材料阻隔波傳示意圖[16]



一維週期性排列[6]

三維週期性排列[6]

圖 2.15 基礎型地震超材料

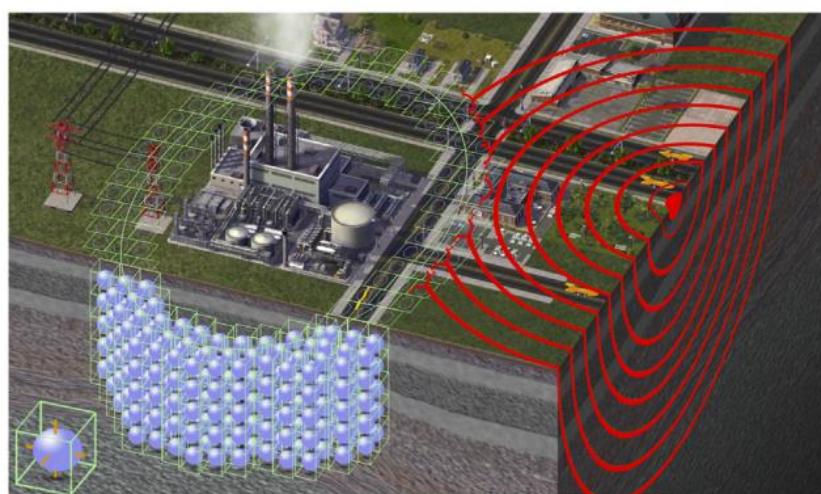


圖 2.16 球形超材料設置於基礎建設外部屏蔽波傳示意圖[16]

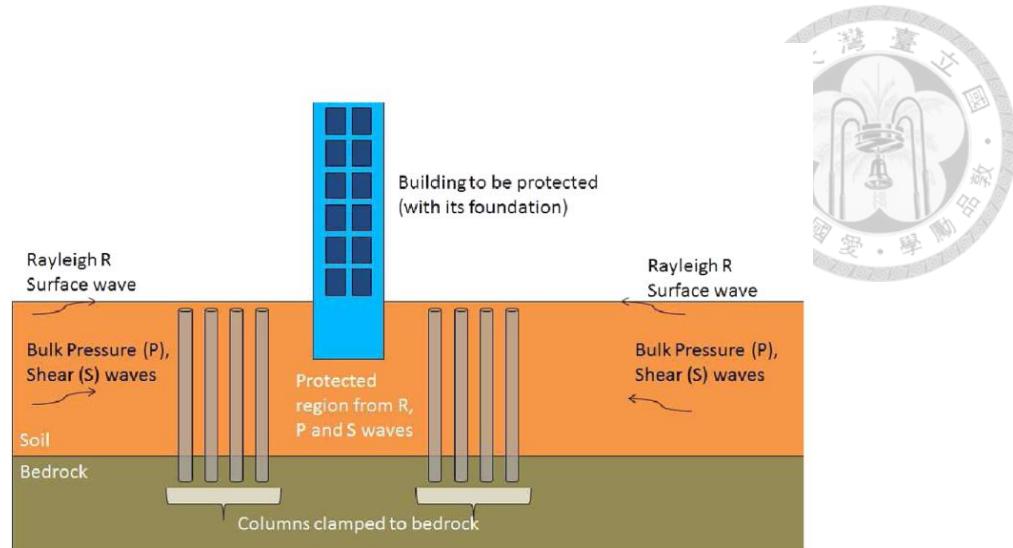


圖 2.17 深入底岩之樁型超材料示意圖[8]

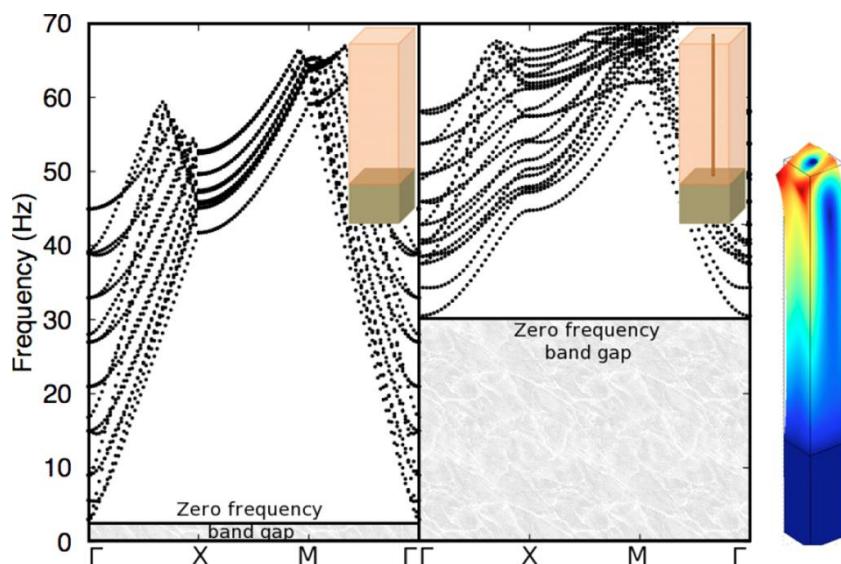


圖 2.18 深入底岩之樁型超材料近零寬頻帶隙[8]

Earthquake	3D periodic foundation structural system							
	Shake table (g)	RC base (g)	Top of 3D periodic foundation		Steel floor of superstructure		Roof of superstructure	
			Acc (g)	Reduction (%)	Acc (g)	Reduction (%)	Acc (g)	Reduction (%)
Anza	0.4	0.4120	0.0421	89.77	0.0435	89.43	0.0508	87.68
Bishop	0.4	0.3925	0.0303	92.28	0.0301	92.32	0.0439	88.82
Gilroy	0.4	0.4088	0.0397	90.28	0.0424	89.63	0.0479	88.29
Oroville	0.4	0.4154	0.0258	93.80	0.0277	93.33	0.0273	93.42
Loma Prieta	0.4	0.4057	0.1407	65.32	0.1430	64.75	0.1666	58.93
Imperial Valley	0.4	0.4010	0.3150	21.45	0.3172	20.89	0.3193	20.37
Northridge	0.4	0.4055	0.1212	70.12	0.1196	70.50	0.1730	57.32
San Fernando (Pacoima Dam)	0.4	0.4057	0.2357	41.89	0.2355	41.96	0.2656	34.53
Ancona	0.4	0.4075	0.0334	91.80	0.0349	91.44	0.0303	92.57
Helena	0.4	0.4088	0.0414	89.88	0.0391	90.44	0.0724	82.28
Whittier	0.4	0.4025	0.0400	90.05	0.0405	89.93	0.0352	91.26
San Fernando (St. Anita)	0.4	0.4057	0.0627	84.54	0.0636	84.33	0.0758	81.33
Kobe	0.4	0.3981	0.3712	6.77	0.3757	5.63	0.4026	-1.12 (amplify)
Code Anza	0.4	0.3967	0.4017	-1.27 (amplify)	0.4014	-1.19 (amplify)	0.3981	-0.35 (amplify)
Code Imperial Valley	0.4	0.3988	0.3408	14.53	0.3424	14.1371	0.3747	6.0260
Code San Fernando	0.4	0.4032	0.3436	14.7694	0.3420	15.1673	0.4292	-6.44 (amplify)

圖 2.19 三維基礎型超材料試驗結果[6]

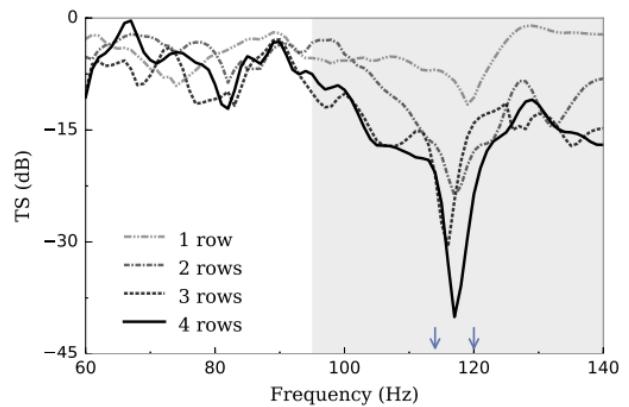


圖 2.20 PVC 空心管材縮尺試驗與結果[19]

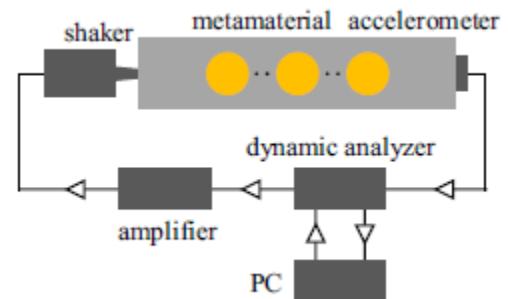


圖 2.21 縮尺試驗裝置實際配置與示意圖[20]

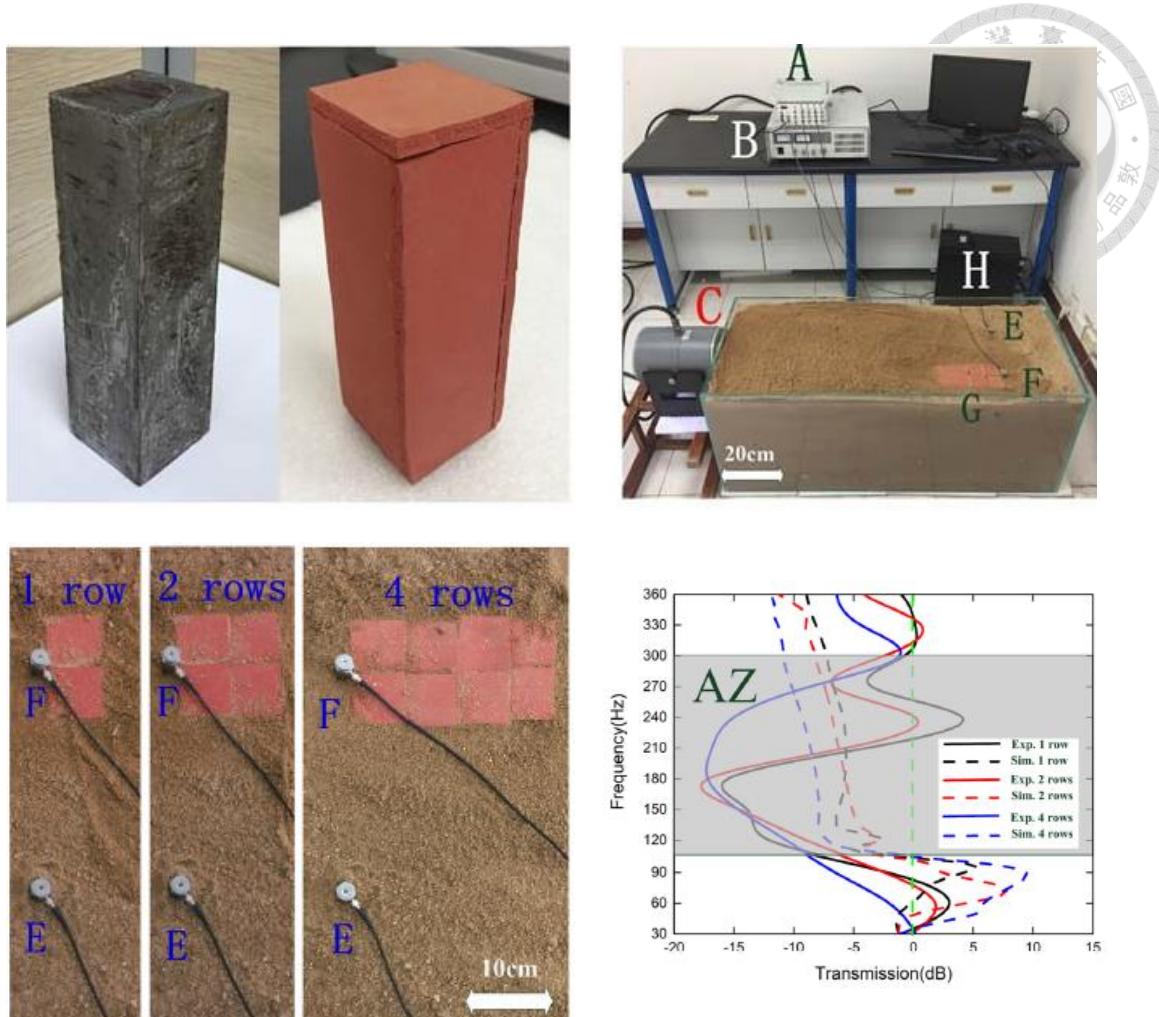


圖 2.22 單元晶格試體與縮尺試驗裝置配置[21]

由於地震超材料之模擬方式至今未有一定之形式與流程，因此透過重現前人模型結果，以確保後續研究分析使用之模型設定有一定之可靠度，本節將參考吳逸軒[14]等人之全域數值模型進行重現。

以晶格對稱性而言，六角晶格具有最高之對稱性，因此吳逸軒[14]等人選擇使用單位六角晶格為基礎，如圖 2.23，設計三種不同帶隙寬度之單元六角晶格，以期能透過複合材料達到寬頻帶之效果。全域模型長寬各為 200 及 300 公尺，模型周圍邊界設定 20 公尺之完美匹配層，最外層則設定為固定端，其餘則設定為自由端。模型中央設置欲使用晶格長度為 1 公尺之超材料，並利用三種超材料依序排列，圍出六邊形指定區域，其餘區域設置為土壤，示意如圖 2.24，並於左方設置振幅為 0.1m 之位移控制點波源，振動方向為 x 向，使用之材料參數如表 2.2，建立實尺全域二維模型，如圖 2.25。

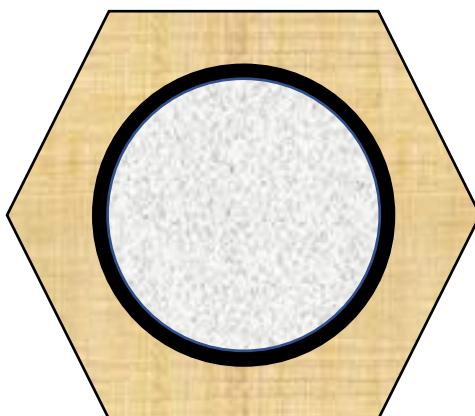


圖 2.23 六角晶格材料配置示意圖[14]

表 2.2 吳逸軒[14]設計六角晶格材料參數表

材料	密度 $\frac{kg}{m^3}$ (I 型)	密度 $\frac{kg}{m^3}$ (II 型)	密度 $\frac{kg}{m^3}$ (III 型)	楊氏模數 (I 型)	楊氏模數 (II 型)	楊氏模數 (III 型)	柏松比
土壤	1800	1800	1800	30MPa	30MPa	30MPa	0.3
橡膠	1300	1100	800	147kPa	40kPa	20 kPa	0.47
鋼材	7850	8400	8750	210GPa	210GPa	210GPa	0.3

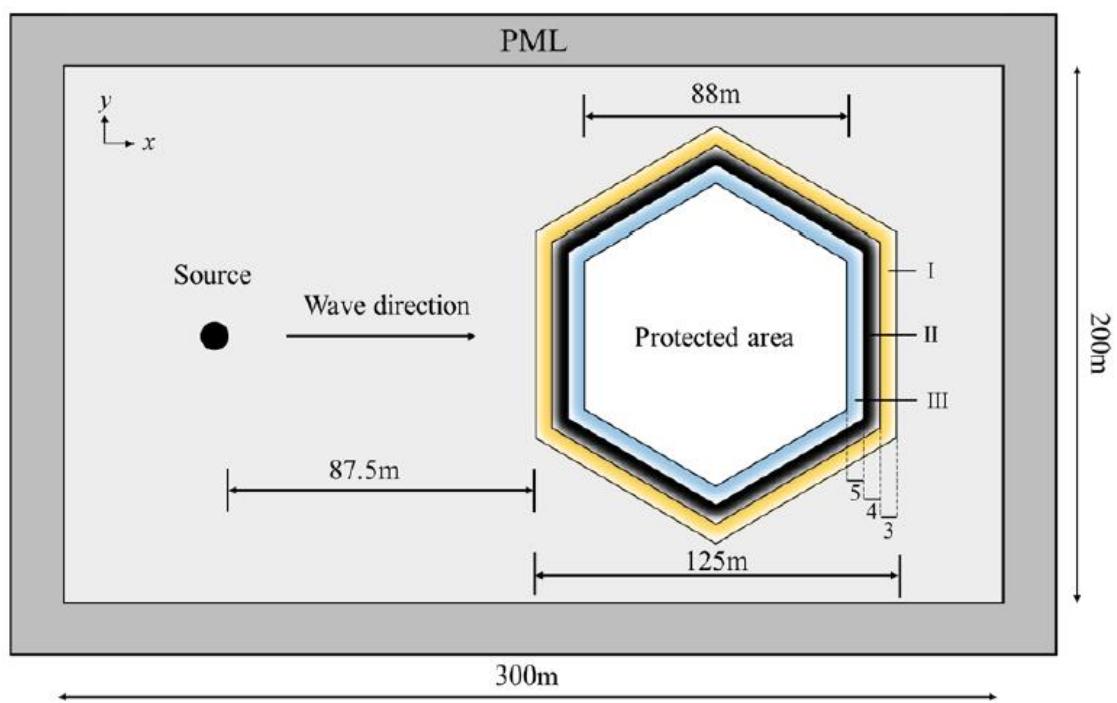


圖 2.24 寬頻帶隙之複合地震超材料排列示意圖[14]

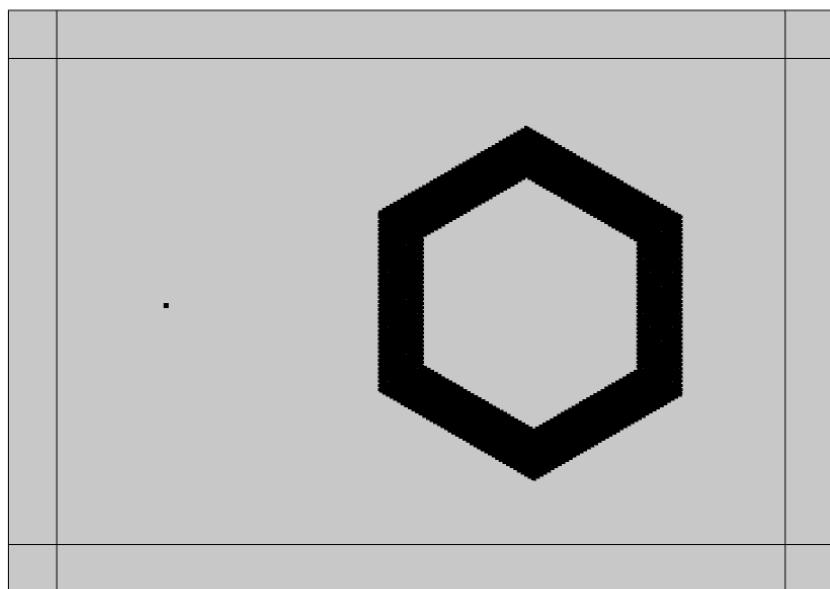
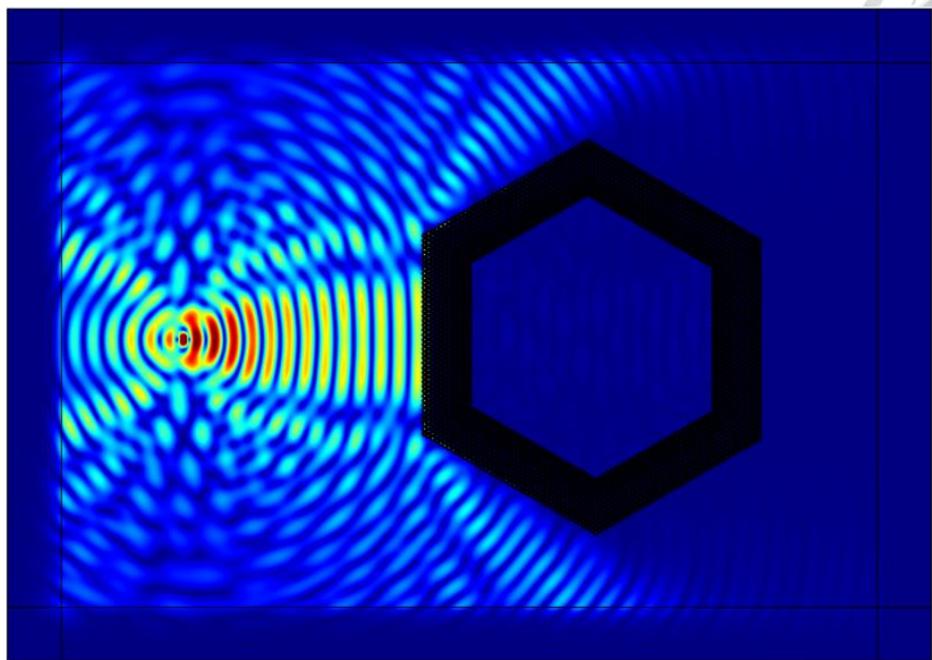
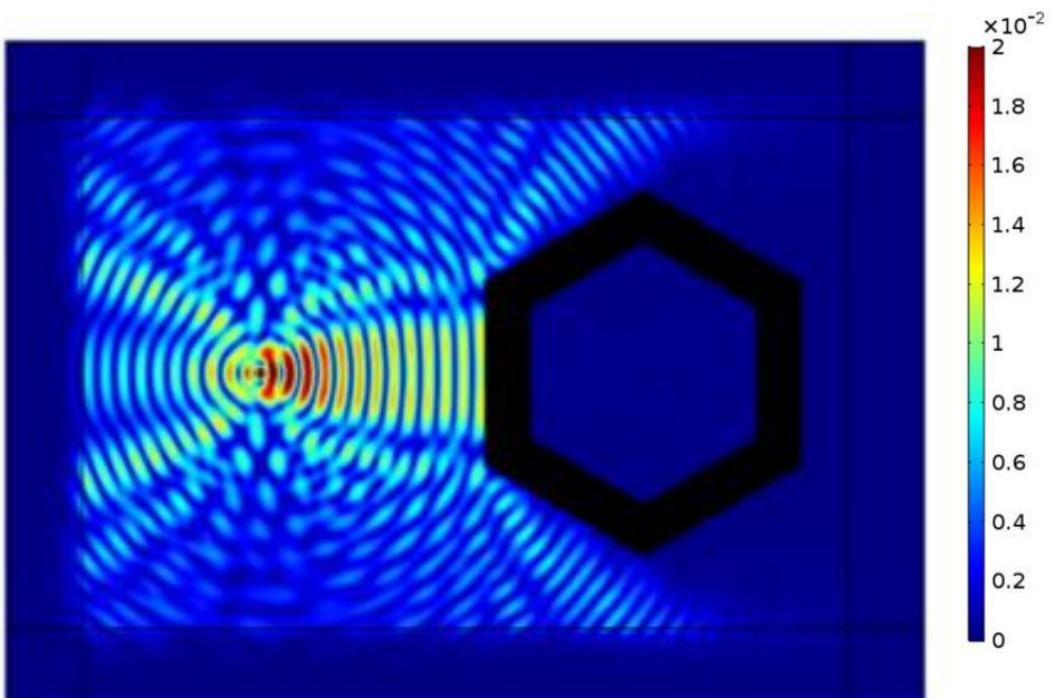


圖 2.25 重現吳逸軒等人模型之全域配置圖



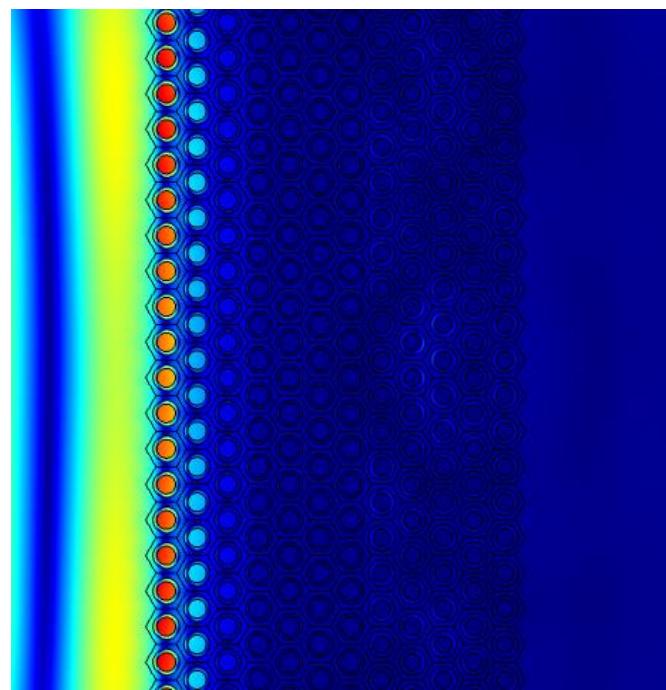
(a)



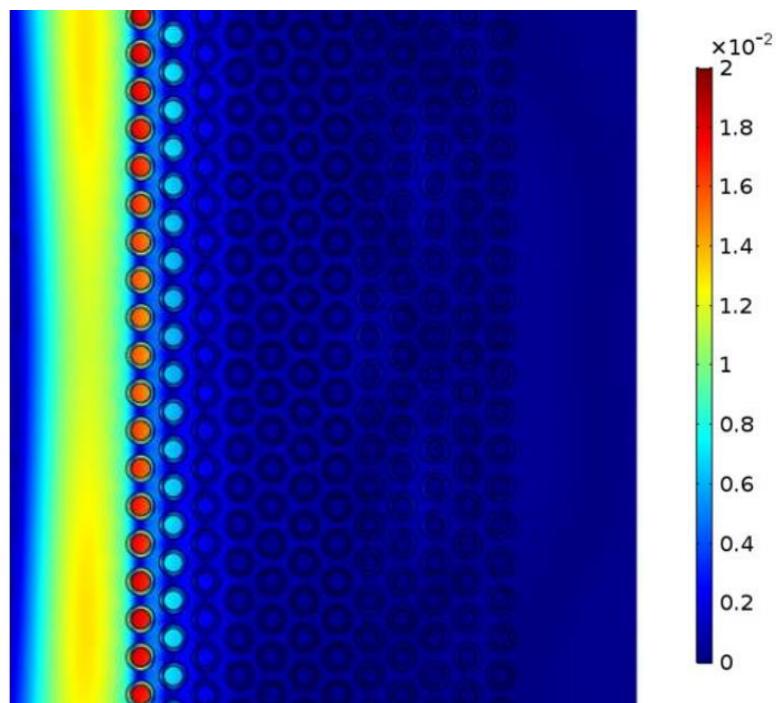
(b)

圖 2.26 全域模型 5.9Hz 諧波位移場

(a)重現全域模型之分析結果 (b)吳逸軒全域 模型之分析結果[14]



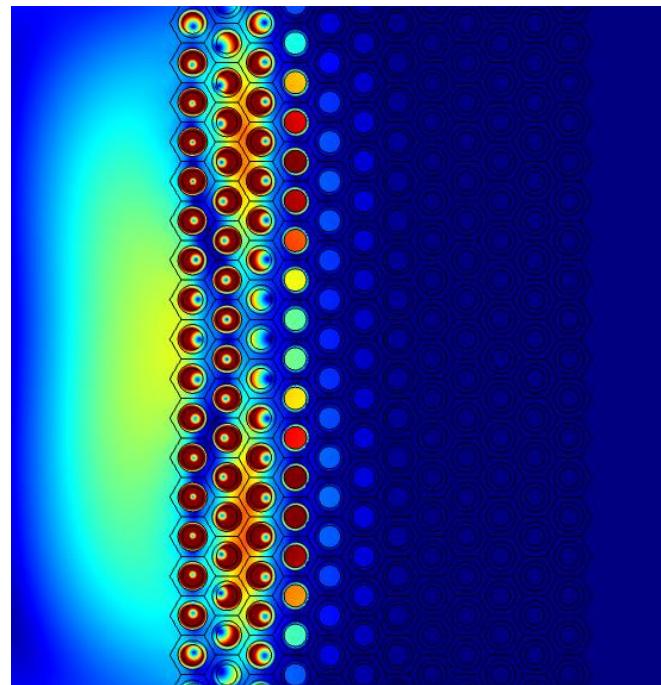
(a)



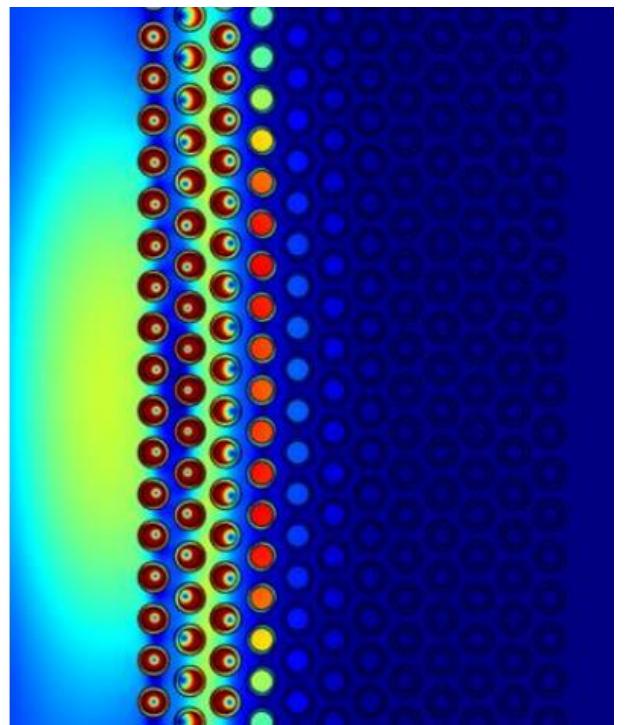
(b)

圖 2.27 全域模型 5.9Hz 諧波局部位移場

(a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全域模型之分析結果[14]



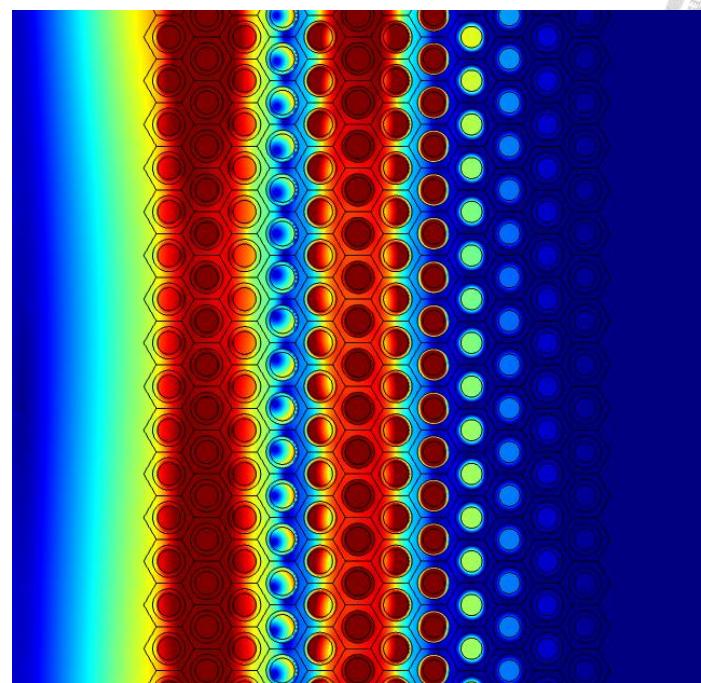
(a)



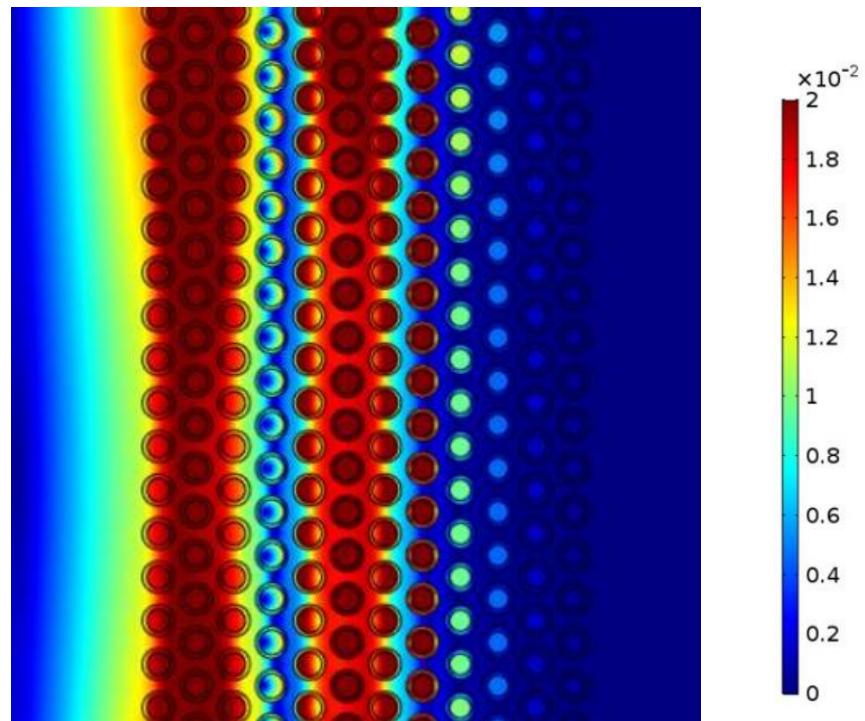
(b)

圖 2.28 全域模型 3.3Hz 諧波局部位移場

(a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全域模型之分析結果[14]



(a)



(b)

圖 2.29 全域模型 2Hz 諧波局部位移場

(a)重現全域模型之分析結果(b)吳逸軒全域模型之分析結果[14]



## 2.4 文獻回顧之啟發

藉由前人模型之重現，吾人可發現在二維頻率域之分析中，樁型超材料確實於帶隙頻率內有良好之表現，且不同設計之超材料，的確能複合組成並形成寬頻帶之效果；且超材料之帶隙範圍，因對輸入源為位移控制時才能有效對應。

本研究使用之樁型地震超材料單元係依據李宇軒[22]等人所設計之四方晶格單元為模板，進行二維與三維單元晶格之參數分析。其中，羅川琇[23]研究指出樁型地震超材料在深度越深時，全向性帶隙將會封閉而失去減振之效益，與其利用分層土壤概念去設計混凝土層作為超材料底部基礎之直覺相違背，因此在本論文中將對深度參數進行主要探討。

為瞭解超材料單元晶格推展至全域是否也有相同帶隙及出現局部共振模態進行消能，參考吳逸軒[14]、簡廷宇[16]等人之全域模型設置，進行二維頻率域排數分析；又為瞭解其在三維空間中時間域之消能行為，進行三維時間域排數分析，詳見第四章。最終，為驗證數值分析模型之準確性與樁型地震超材料之有效性，設計不同縮尺因子與深度之樁型地震超材料進行試驗，以期能更加準確模擬其力學行為。

### 第三章 研究方法



本研究選用有限元素軟體 COMSOL 進行單元晶格掃頻分析、二維全域模型及三維縮尺試驗模型之排數減振效益分析。本章節開頭將就使用的有限元素軟體 COMSOL 進行簡易介紹，並說明本研究採取之分析流程與方法。爾後，對所使用之樁型超材料單元詳述如何求得單元晶格頻散圖，並透過重現前人模型，輔助確認建立數值分析方法之正確性與一致性，針對會影響帶隙之相關參數進行參數掃描，並對所選用之樁型地震超材料建立數值全域模型及數值縮尺模型，設計與進行一系列縮尺試驗，將分析結果與試驗結果相互比較並驗證。

#### 3.1 COMSOL 軟體簡介

本研究所選用之有限元素軟體為 COMSOL Multiphysics 5.6(以下簡稱 COMSOL)，進行頻散曲線、實尺排數頻率域分析以及縮尺試驗時域分析。相較於其他有限元素軟體，COMSOL 應用領域相當廣泛，包含電磁學、結構學、聲學、流體熱傳及化工化學，在多重物理耦合模擬有優勢，能同時考慮並觀察多種不同物理現象之影響，如電磁與結構、流體與固體之交互作用，且介面使用友善、符合使用者直覺，同時能針對不同參數進行掃描，節省計算時間。除此之外還與多種軟體介面整合，邊界條件之選擇性也較多元，符合本論文分析超材料結構之週期性邊界條件需求以求得晶格之頻散關係，與傳統的有限元素軟體相比優勢與通用性更高，為文獻回顧中多篇研究期刊選用。



## 3.2 檺型單元晶格數值模型基本設定與分析方法

### 3.2.1 檺型單元晶格二維模型基本設定與邊界條件

為瞭解參數實際對檺型地震超材料之影響，參考吳逸軒[14]等人之使用之單元晶格材料配置，惟為利後續實驗進行改採四方晶格，配置如圖 3.1，進行單元晶格之頻散曲線參數分析，分析結果將作為後續縮尺模型與縮尺試驗設計基礎。

使用 COMSOL 中之二維模組，而檺型地震超材料因  $z$  向上斷面一致，設定為平面應變，材料假設為等向性線彈性材料，建立一晶格常數為 3 公尺之實尺二維單元晶格，並設定四方晶格之倒晶格第一布里淵區空間向量  $k_x$ 、 $k_y$ ，設置週期性邊界條件，如圖 3.2，其中使用之各材料參數如表 3.1。在研究能帶關係時，由於晶格假設為週期性排列且向外無限擴展之系統，因此常利用 Floquet 週期性邊界條件來簡化晶格結構進行分析，所得之頻散關係則能代表整個週期性系統受波傳之行為。

Material parameter	Young's modulus	Poisson's ratio	Density(kg/m <sup>3</sup> )
Concrete	24.6GPa	0.2	2400
Soil	30MPa	0.33	1800
Rubber	120kPa	0.47	1110

表 3.1 單元晶格材料參數

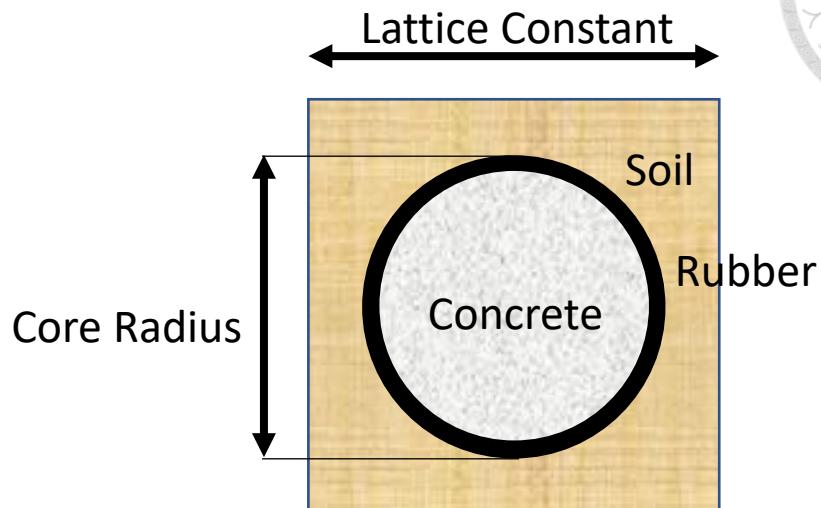


圖 3.1 四方單元晶格配置示意圖[23]

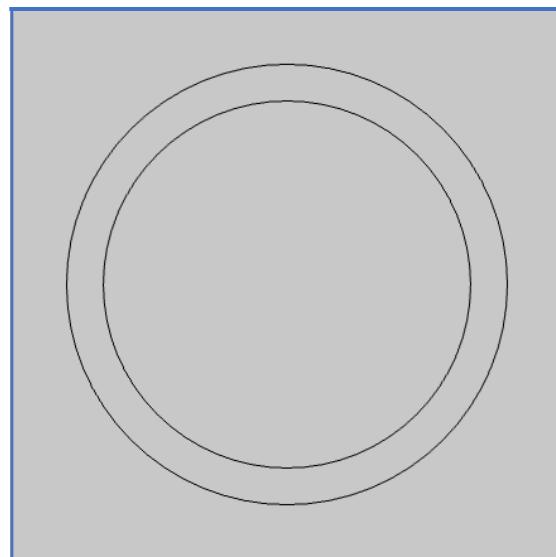


圖 3.2 二維樁型單元晶格頻散分析之週期性邊界條件示意圖

### 3.2.1.1 元素種類與網格尺寸

幾何與材料參數建置完畢後，進行網格與元素之建置。由於二維模型計算較為簡單，且特徵頻率分析計算量較低，因此一般建議網格網格尺寸小於晶格常數  $1/10$  左右即可，為能更加清楚觀察單元晶格之力學行為，除了選取內建網格並使用自動網格生成(Normal)產生網格，此處設計之樁型超材料邊長為 3 公尺，但限制最大元素尺寸 0.2 公尺，最大元素成長率 1.3，元素種類使用二維任意四邊形，網格生成如圖 3.3，使用之基本單位系統如表 3.2。

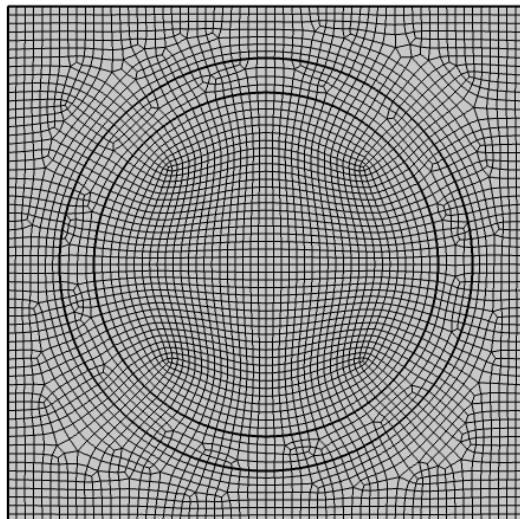


圖 3.3 二維樁型單元晶格網格生成示意圖

表 3.2 有限元素分析選用之基本單位系統

Mass	Length	Time	Force	Stress	Energy
kg	m	s	N	Pa	N-m



### 3.2.1.2 單元晶格掃頻分析

元素選用及網格設置完畢後，新增特徵頻率分析，參數掃描自訂變數  $k$ ，進行四方晶格之路徑掃描，參數  $k$  與掃描路徑之關係如表 3.3 與圖 3.4，從而得到頻散曲線如圖 3.5。頻散圖中每一顏色代表一種模態，由每個不同波數向量對應之頻率解組成曲線，從下而上依序為單元晶格前六種共振模態，觀察可得第一全向性帶隙約為 6.2-6.8Hz，帶隙寬度約為 0.5 Hz。由於第一帶隙由單元晶格之第三模態及第四模態組成，將全向性帶隙之上界頻率定義為 A 點，下界頻率定義為 B 點，觀察其共振模態如圖 3.6 及圖 3.7，可供後續全域與縮尺模型數值分析之結果參照是否產生局部共振。

表 3.3 掃頻參數  $k$  與掃描路徑之關係表

掃描參數	範圍		
	$k$	$<1$	$<2$
對應路徑	$\Gamma \rightarrow X$	$X \rightarrow M$	$M \rightarrow \Gamma$

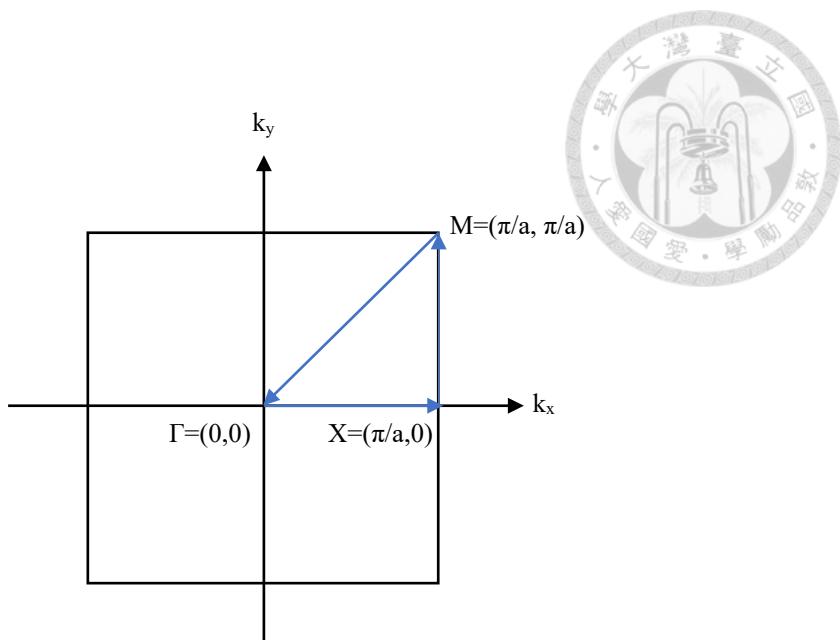


圖 3.4 四方晶格參數掃描路徑圖

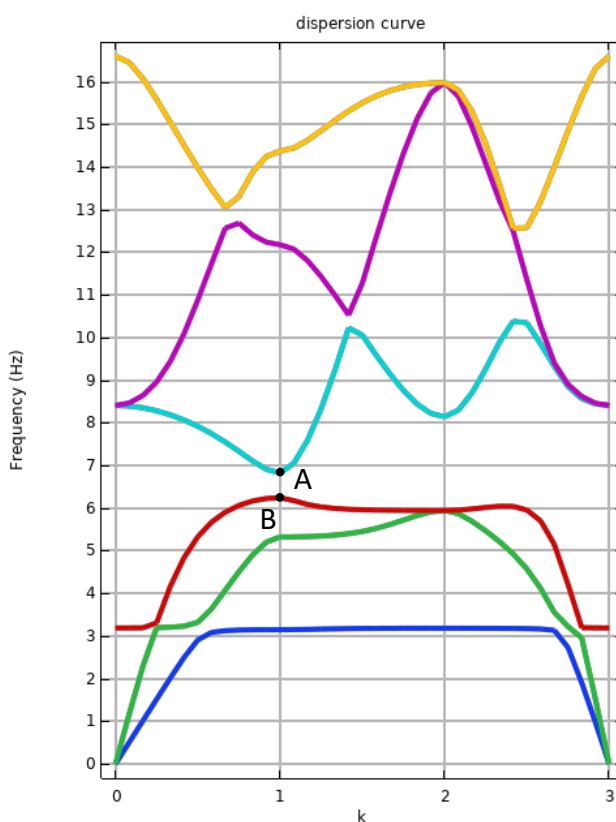


圖 3.5 四方單元晶格頻散圖

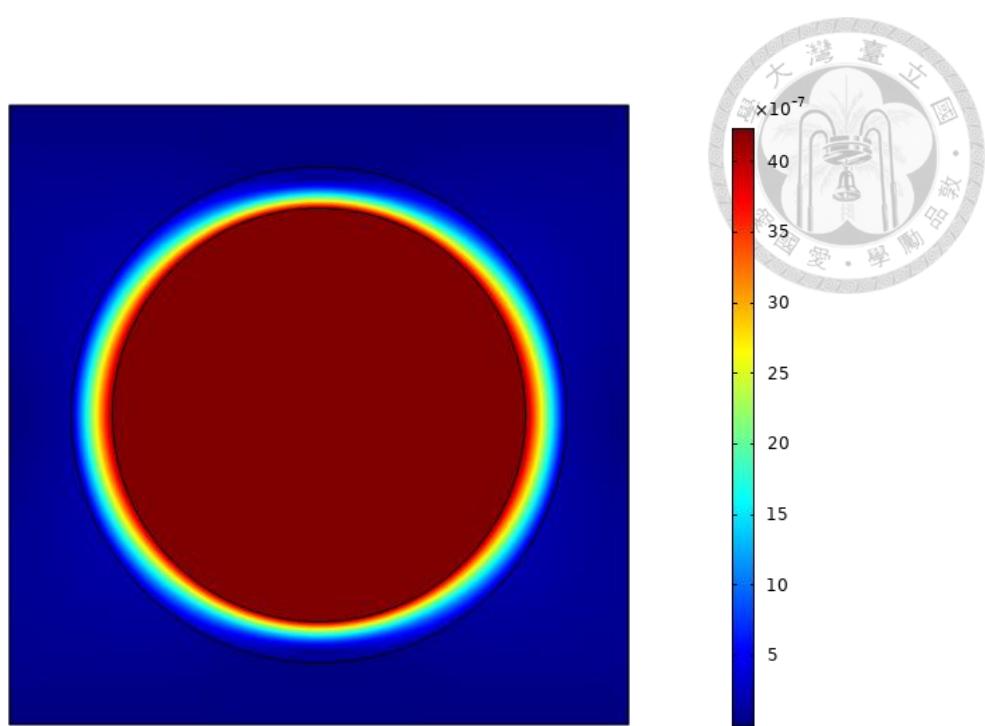


圖 3.6 二維樁型單元晶格頻散圖 帶隙上界A點之模態形狀

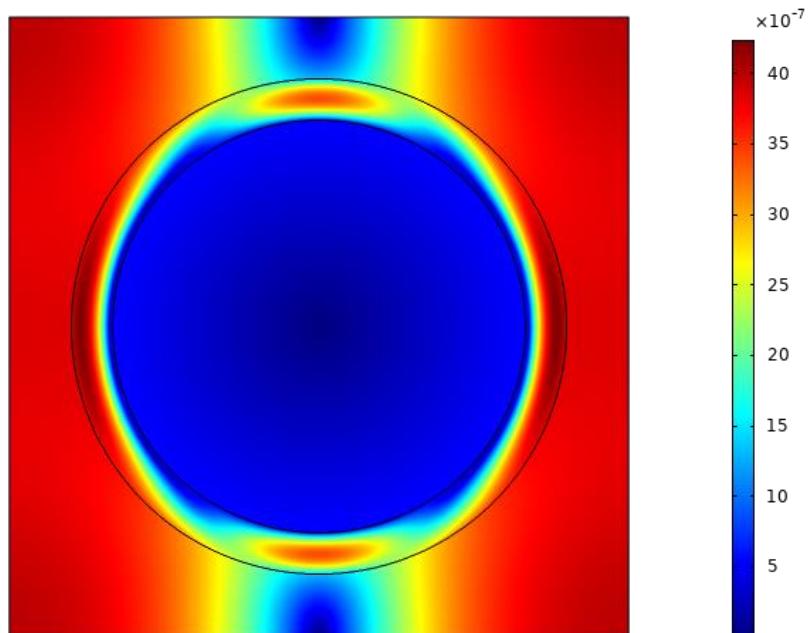


圖 3.7 二維樁型單元晶格頻散圖 帶隙下界B點之模態形狀



### 3.2.2 檺型單元晶格三維模型基本設定與邊界條件

延續前一小節之二維晶格設定，本節將利用二維晶格推展至三維晶格，並針對不同參數進行頻散分析，以利更加瞭解參數與全向性帶隙之關係。三維單元晶格採用 COMSOL 中之三維固體力學模組，使用材料也均假設為等向線彈性材料。與二維單元晶格不同之處為三維單元晶格有表面與底面之分，為模擬較接近實際情況之邊界條件，表面延續使用自由平面(Free)，而本研究為針對檳型超材料於 xy 平面的反應進行主要探討，不考慮檳底面於垂直方向的反應，故假設為平面滾動(Roller)，詳細設置邊界條件如圖 3.8。

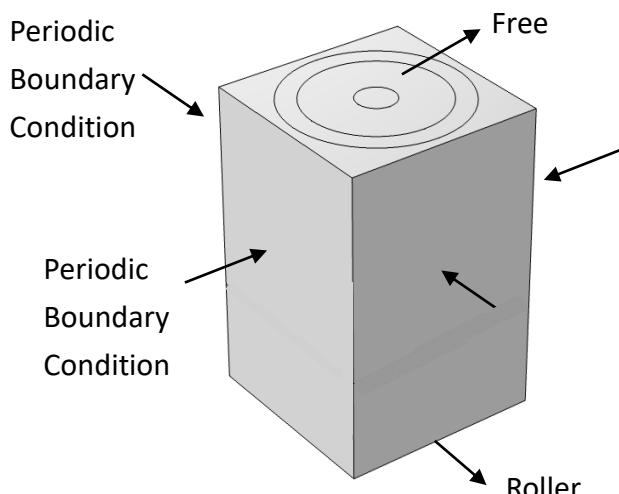
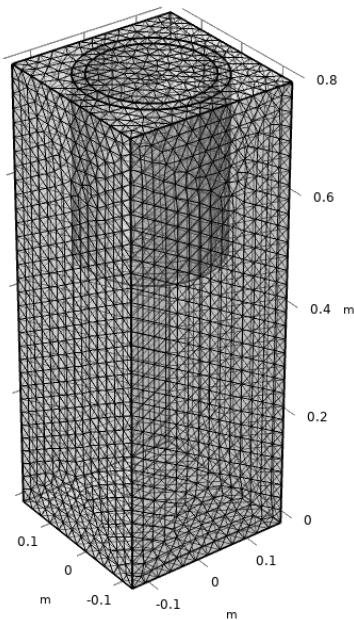


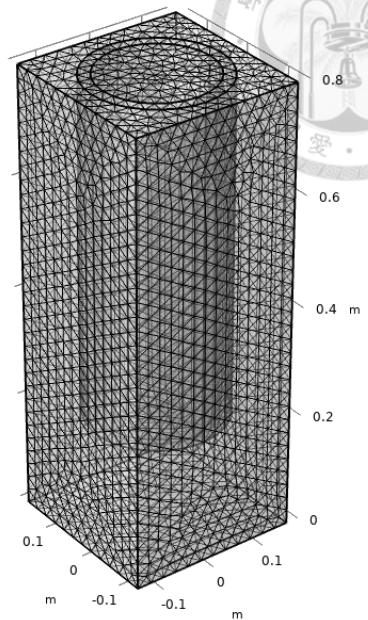
圖 3.8 三維檳型單元晶格頻散分析之邊界條件示意圖

#### 3.2.2.1 元素種類與網格尺寸

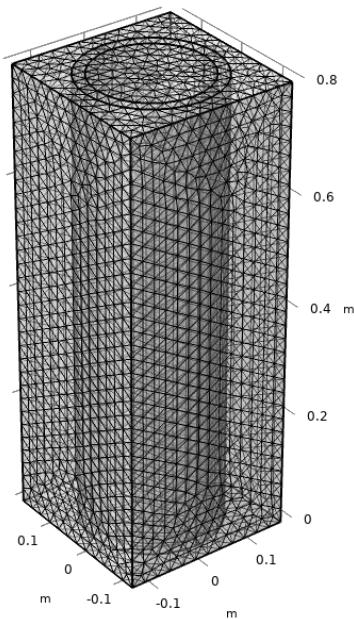
COMSOL 中常用之三維元素幾何種類有四面體及六面體，而因 COMSOL 中未能如另一有限元素軟體 ABAQUS 能針對每個元素與節點進行編輯與查找，再者，六面體元素之建置環節較為複雜，也難以確認其建置情形，因此參考羅川琇[23]單元晶格模型網格分析結果，在網格尺寸可滿足一定精度之條件下，使用四面體元素進行掃頻分析。限制四面體元素最大邊長 0.025，最大元素成長率 1.45，網格生成如圖 3.9。相同深度含高度 30cm 檳型超材料之單元晶格共 73898 個四面體元素，含高度 60cm 檳型超材料之單元晶格共 69210 個四面體元素，含高度 80cm 檳型超材料之單元晶格則共有 66536 個四面體元素。



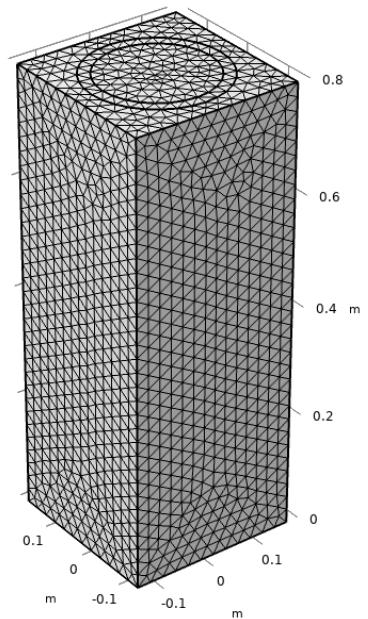
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 3.9 三維相同深度不同高度之單元晶格網格生成示意圖

(a)30cm 高 (b)60cm 高 (c)80cm 高 (d)單元晶格表面網格生成圖



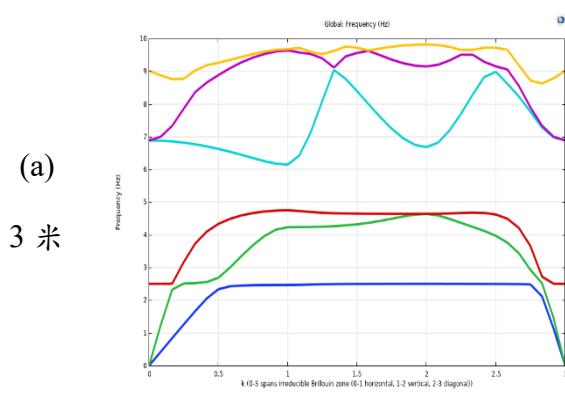
### 3.2.2.2 相同深度之單元晶格掃頻分析

從 Mandal[25]與羅川琇[23]的研究中，可看出在三維樁型超材料之設計中，若單純加大  $z$  方向之深度，帶隙會有下降且寬度變窄之趨勢，重現如圖 3.10。而此現象與 Achaoui[8]提出之論述概念不相符，也與力學直覺相違背，因此，對於不同樁型單元之深度如何影響消能效果及帶隙，還有待更多實驗與模擬進行佐證。

然而若只針對超材料進行掃頻，將忽略現實中以及實驗時底部將受到填充土壤之影響，因此對固定深度之模型設計含不同高度樁型超材料，並對其做頻散曲線分析觀察其結果。從圖 3.11 中可看出，相同體積下土壤含量越高、超材料含量越少之模型，越難以設計出全向性帶隙，觀察其第三、第四共振模態，如圖 3.12，可觀察出底部之土壤因勁度遠比橡膠大，因此進入共振時僅含有超材料之部分產生較大之位移量以進行消能。

綜上兩種分析結果，不難看出不論哪種情形，加深超材料之深度，都將使得頻散曲線中沒有全向性帶隙，推測可能原因為：若延續二維單元晶格之平面掃頻路徑，將有失公平，因從動力方程式中可看出，若系統增加質量，共振頻率將會隨之下降，因此增加模型之深度而得到較低之共振頻率為必然之情形；然而，若將之視為並使用三維晶格之掃頻路徑，將與實際使用晶格之情形有所違背，因樁型地震超材料在斷面上維持一致， $z$  方向並無週期性排列，並無法視其為三維單元晶格。因此推測二維平面之單元晶格，即使有三維方向上的延伸，應無進行三維單元晶格掃頻之必要，後續將利用縮尺試驗數值模型進行帶隙之對照，驗證此推論之正確性。

重現之頻散圖



羅川琇[23]模型頻散圖

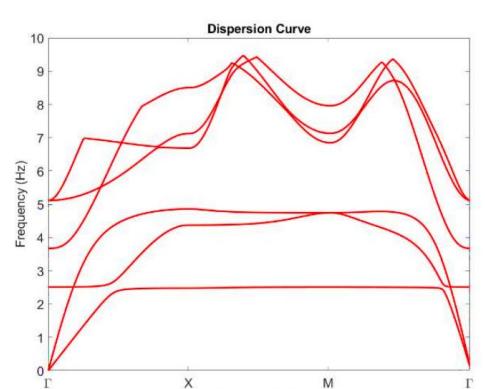
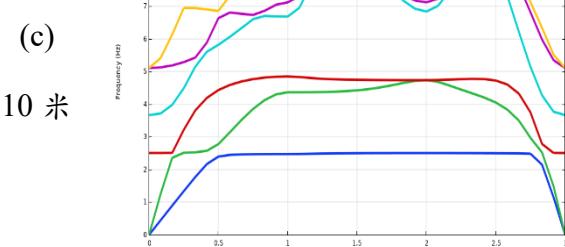
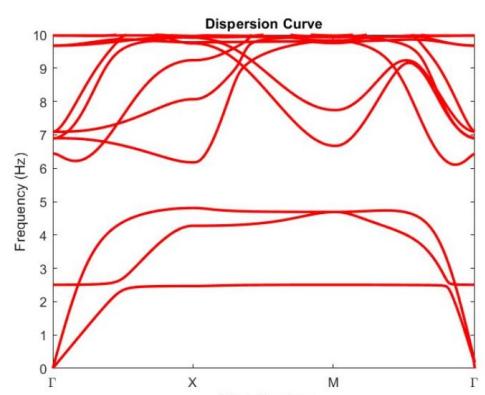
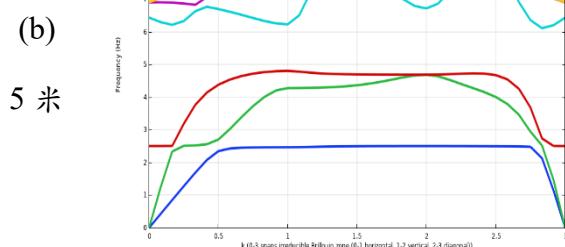
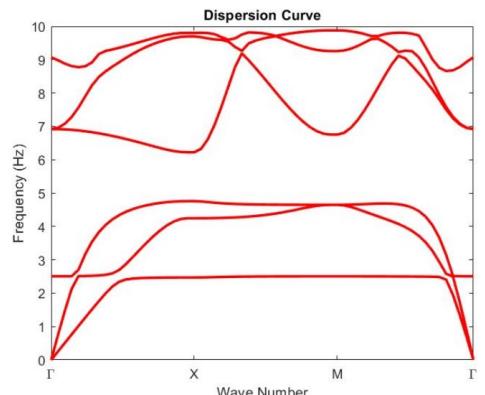


圖 3.10 重現羅川琇不同高度三維晶格頻散圖

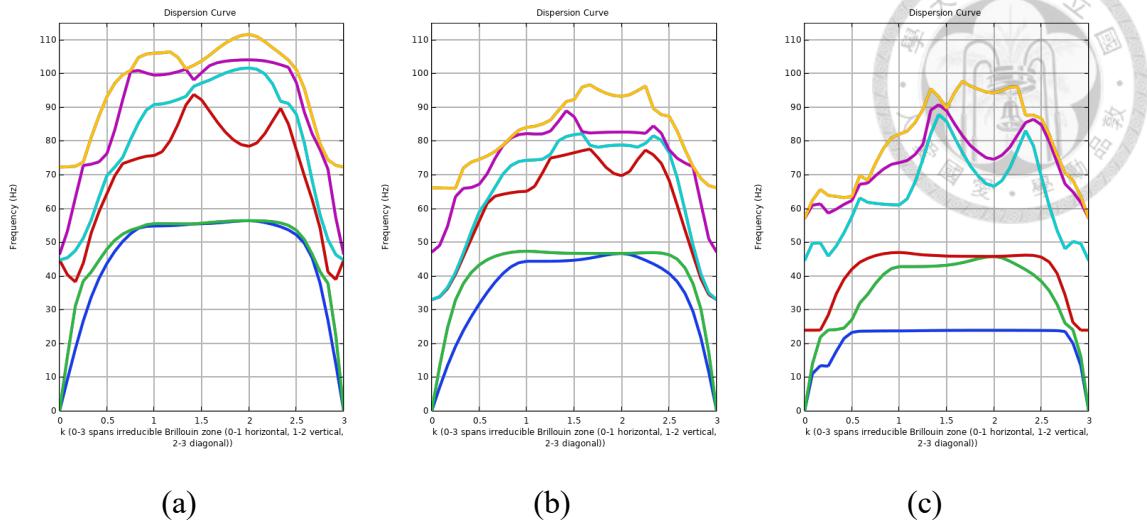


圖 3.11 固定深度模型含高度(a)30cm 高(b)60cm 高(c)80cm 高

## 樁型超材料之頻散曲線圖

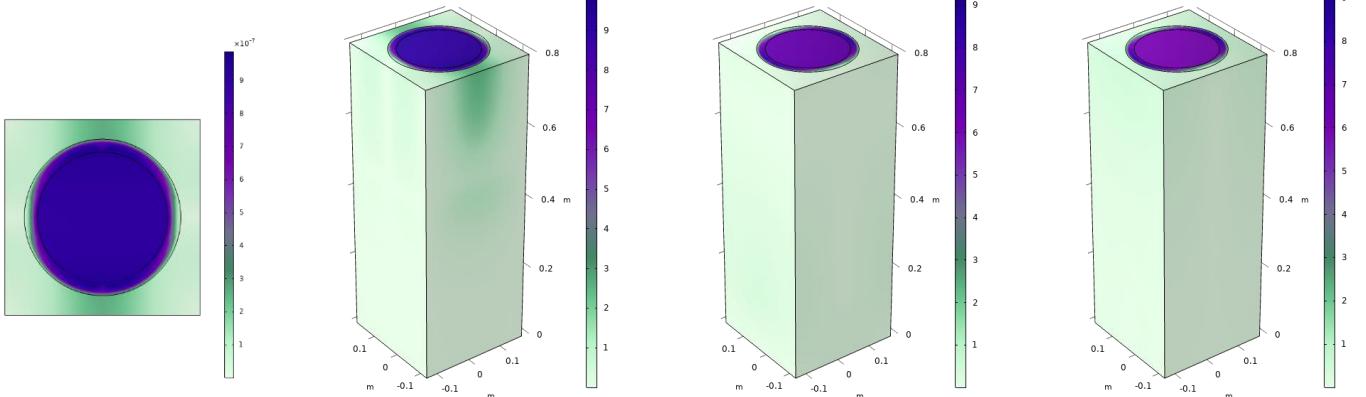
## 超材料高度

30cm

60cm

80cm

(a) B 點共振模態



(b) A 點共振模態

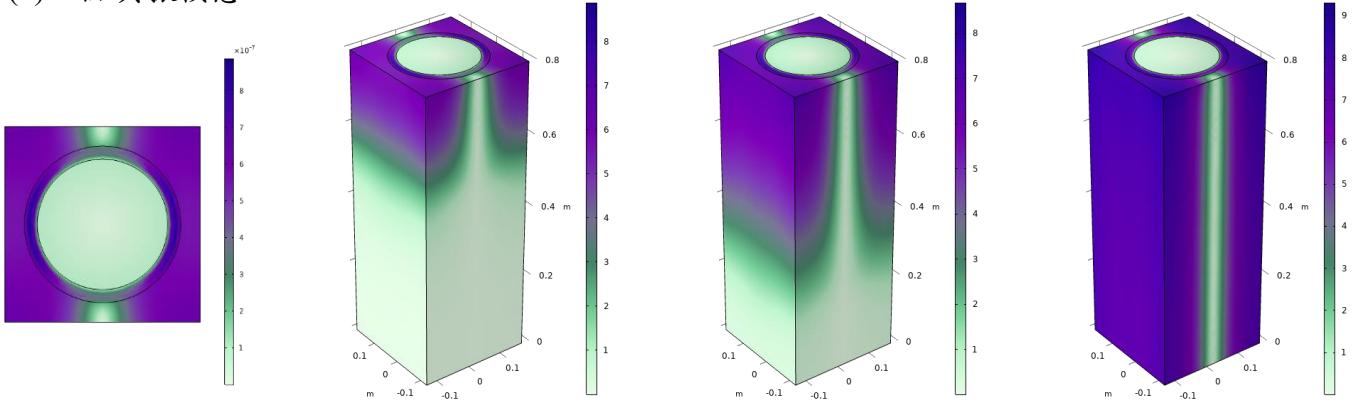


圖 3.12 三維單元晶格共振模態上視圖與鳥瞰圖(a) B 點共振模態(b) A 點共振模態



### 3.3 參數分析

由於影響超材料帶隙範圍之參數相當多，如縮尺因子、單元晶格幾何、材料性質、內外核質量比、材料排列順序等。以樁型地震超材料而言，其中又以縮尺因子、橡膠楊氏模數及內外核含量影響較為顯著，故此章節將簡單重現前人對上述四個參數以及本論文欲探討之深度因子將如何影響帶隙。為避免深度影響帶隙之寬度，此節利用二維單元晶格進行參數分析。

#### 3.3.1 縮尺因子

由於超材料結構要產生局部共振，需要入射波長遠大於晶格常數才可能發生，且因後續縮尺試驗之場地限制，需對超材料之縮尺效應進行探討。縮尺效應是藉著改變晶格常數而使頻散曲線之帶隙頻率與之改變之現象，本節將利用 COMSOL 軟體進行縮尺因子之參數分析，而縮尺因子  $S_L$  定義為長度上之縮尺因子，使用上縮尺因子之分母為實尺尺寸。本章節使用之單元晶格與 3.2.1 節中之單元晶格相同，選取 COMSOL 研究介面中之特徵分析進行計算，參數掃描布里淵區之路徑，且將每段路徑取 1/12 為增量步，共求取 36 個特徵頻率做頻散圖，圖 3.13 為對不同縮尺因子 1/5、1/10、1/20 求取之頻散曲線及帶隙，並整理其結果如表 3.5。

吾人可從頻散圖結果及帶隙整理表中觀察出，縮尺因子與帶隙範圍有著等比例縮放之反比關係，亦即縮尺因子為 1/10 時，縮尺後之帶隙(46.76-54.77Hz)將會呈現原單元晶格帶隙(4.68-5.48)之 10 倍。若由頻散曲線控制方程式之角度觀察，如式 2.10，其中  $\zeta$  為晶格常數縮尺因子，與  $S_L$  有相同作用。將式 2.10 代入式 2.9 之彈性波控制方程式，即可得式 2.11。觀察式 2.11 中， $\frac{\omega^2}{\zeta^2}$  即為此方程式之特徵值，且為頻散曲線之特徵頻率，可發現若將晶格放大，亦即  $\zeta$  大於 1，則特徵值縮小，故若將晶格放大則帶隙頻率將隨之下降，反之則上升，與上述縮尺因子  $S_L$  之帶隙觀察結論相符。

此結論將為縮尺試驗設計帶隙範圍設計之基礎。然而，亦可從此縮尺效應之結論得知，放大晶格常數雖能壓低帶隙頻率，卻將犧牲帶隙之寬度，成本與效益考量



上大打折扣，因此若需依照帶隙進行超材料單元之設計，調整縮尺因子將不會是最佳之選擇。由於後續需進行縮尺試驗之規劃，因此利用縮尺因子 1/10 列出相關參數如表 3.4，詳見 4.1 節。

$$\mathbf{u}_k(\mathbf{r} + \zeta \mathbf{a}) = \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) e^{ik \cdot \zeta \mathbf{a}} \quad \text{式 2.10}$$

$$\left( \mathbf{K} - \frac{\omega^2}{\zeta^2} \mathbf{M} \right) \mathbf{U} = 0 \quad \text{式 2.11}$$

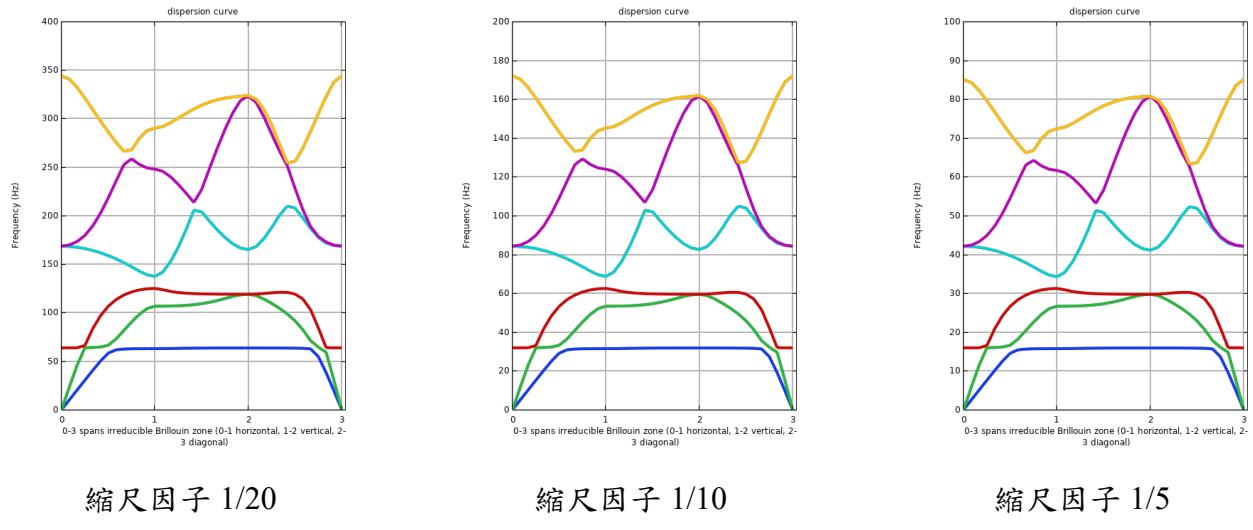


圖 3.13 不同縮尺因子之單元晶格頻散圖

表 3.4 1/10 縮尺因子相關參數對應表

縮尺因子 $S_L$	波速	帶隙頻率	波長	晶格邊長	砂土密度
1/10	120 m/s	4-8Hz→40-80Hz	15-30m→1.5-3m	3m→0.3m	1800 kg/m <sup>3</sup>

表 3.5 不同縮尺因子頻散圖帶隙整理

縮尺因子	帶隙上界	帶隙下界	帶隙頻率寬度
1/20	137.38 Hz	125.05 Hz	12.33 Hz
1/10	68.69 Hz	62.52 Hz	6.17 Hz
1/5	34.27 Hz	31.25 Hz	3.02 Hz
1	6.82 Hz	6.24 Hz	0.58 Hz



### 3.3.2 橡膠楊氏模數

由於使用之單元模型中，橡膠之楊氏模數大小為主導帶隙頻率範圍重要因素，雖其有大變形之性質，較不適用後續模型之線彈性假設，且受溫度與環境影響會有劣化之情形，不過相較於混凝土與砂土已有較大之材料性質調整空間，此處將針對不同橡膠楊氏模數進行頻散曲線作圖，如圖 3.14，並整理帶隙如表 3.6。

觀察橡膠楊氏模數與帶隙之關係，可得知橡膠楊氏模數越大，則帶隙越往高頻率移動，且寬度隨之變窄。在不改變尺寸之情況下，單純更改材料參數對工程應用來說，會是相對明智之作法，本論文後續縮尺試驗之橡膠選擇，也將以楊氏模數越小之橡膠為優先考量。

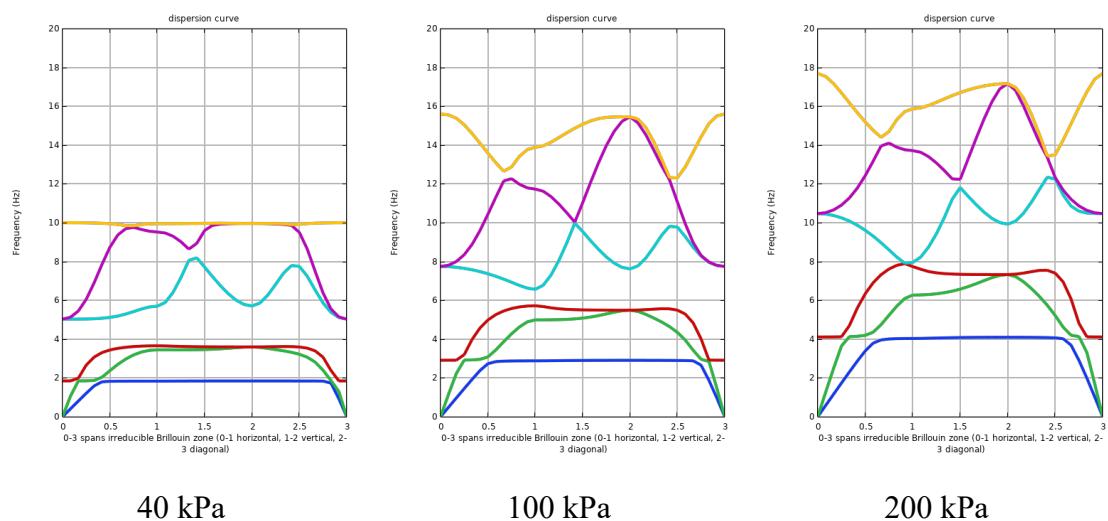


圖 3.14 不同橡膠楊氏模數之單元晶格頻散圖

表 3.6 不同橡膠楊氏模數頻散圖帶隙整理

橡膠楊氏模數	帶隙上界	帶隙下界	帶隙頻率寬度
40 kPa	5.03 Hz	3.66 Hz	1.37 Hz
70 kPa	6.16 Hz	4.81 Hz	1.34 Hz
100 kPa	6.57 Hz	5.72 Hz	0.85 Hz
150 kPa	7.19 Hz	6.95 Hz	0.24 Hz
200 kPa	7.91 Hz	7.89 Hz	0.02 Hz



### 3.3.3 內外核含量比

除了更改超材料單元之晶格常數觀察尺寸之效應，考量實際應用上單元設計材料包含土壤，若土壤含量過低將造成施工上之困難，因此針對土壤(外核)與橡膠組合混凝土(內核，inner core)之不同比例進行帶隙之探討，頻散曲線如圖 3.15，帶隙整理如表 3.7。由表 3.7 可知，若單獨將內核之尺寸縮放，帶隙上下界迅速往高頻移動，帶隙寬度也隨之變窄，甚至沒有帶隙產生。內核尺寸比例為 1/4 時，全向性帶隙已消失，可理解為超材料之含量越少，可發生大變形之材料—橡膠也受到越多周圍土壤之影響，無法順利進入局部共振，因此無法產生全向性之帶隙。

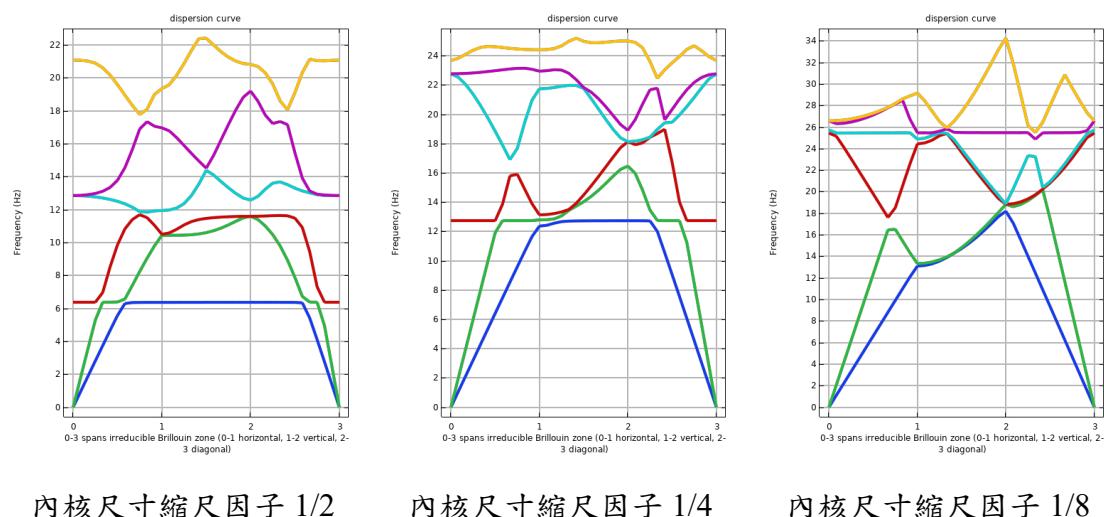


圖 3.15 不同內外核含量比之單元晶格頻散圖

表 3.7 不同內外核質量比頻散圖帶隙整理

內外核比	帶隙上界	帶隙下界	帶隙頻率寬度
1	6.82 Hz	6.24 Hz	0.58 Hz
1/2	11.87 Hz	11.69 Hz	0.18 Hz
1/4	-	-	-
1/8	-	-	-



### 3.3.4 深度因子

在文獻回顧中，參考羅川琇[23]論文，針對樁型超材料設計不同樁深進行頻散分析並整理出其帶隙，可明顯看出帶隙隨樁長增加而有變窄的趨勢，詳見 3.2.2.2 節，但卻與力學上之直覺不符，且也與 Achaoui[8]研究中將樁深入底岩(bed rock)而得到近零之寬帶隙之結果相違背。而參考李宇軒[22]。針對不同樁深(3、5、10m)進行全域數值分析之結果，如圖 3.16 及圖 3.17，可得知當帶隙範圍內之波通過時，僅在含超材料之深度下反應有明顯之衰減情形，顯示超材料在特定頻率下，透過局部共振機制將波傳能量侷限於單元晶格中，產生濾波之效果，且越深之樁型超材料則有越佳之能量衰減能力。且參考 Du 等人[24]之研究中，對於樁型地震超材料隨  $z$  方向上深度增長而帶隙變窄與無帶隙之現象進行解釋，利用建置一有限深度樁型地震超材料，底部設置厚土層並將其邊界設定為 PML 進行頻散曲線作圖，而後使用 sound cone 概念於頻散曲線上做出一錐狀區域，並解釋為在錐狀區域之外的解，只存在比表面波波速還要來的快的體波及漏面波之間，但因工程應用層面較為關心表面波之破壞，因此只需做出錐狀區域，並針對區域內沒有線條經過的地方即可視為帶隙。至此，對增加深度將造成頻散曲線帶隙變窄與消失之情形，除了不符合直覺外，還可利用 sound cone 概念對頻散曲線之帶隙作出不同解釋。

由於針對深度參數之效果有所疑慮，因此本論文欲將不同深度之樁型超材料進行三維時間域下不同輸入頻率之動力分析，觀察並取其時間歷時上之最大位移進行作圖，並將單元晶格之帶隙結果放於圖中進行比較與觀察，又欲瞭解整個縱剖面上之位移情形，故於表面、中點及底部分別取值，如圖 3.18 至圖 3.20，圖中黃色色塊為二維單元晶格所得設計帶隙，從中可發現若樁型超材料在縱剖面上含量比例較高、亦即擁有較深之樁長，則縱剖面上整體反應會與頻散曲線分析之帶隙區間較為吻合，而未有超材料經過之深度則無法將設計帶隙頻率內之反應有效衰減。



### 3.3.5 小結

在重現前人參數分析之結論以及文獻回顧之整理中，可發現帶隙上界之 A 點共振模態，主要為橡膠產生變形使得內核產生共振，可判斷上界之頻率應受到內核之質量以及橡膠材料參數影響；而帶隙下界之 B 點共振模態變形主要來源為外部之土壤，可推得下界頻率應主要受到外核之基質運動及橡膠含量影響。綜上所述，若要有效率且同時使上下界往低頻範圍移動，透過調整橡膠楊氏模數與厚度去設計單元晶格帶隙，應為最佳之選擇。

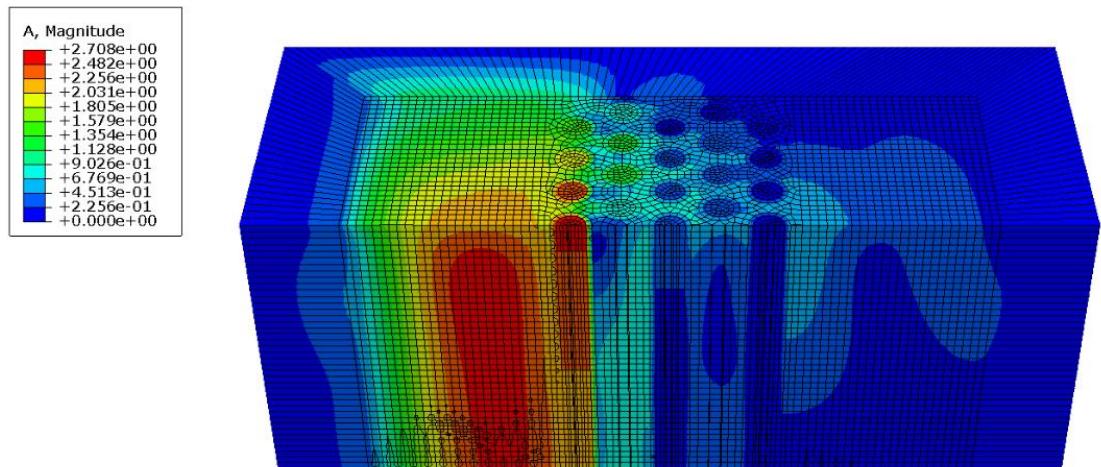


圖 3.16 7.5Hz 正弦波下深度十米之超材料模型結果圖[22]

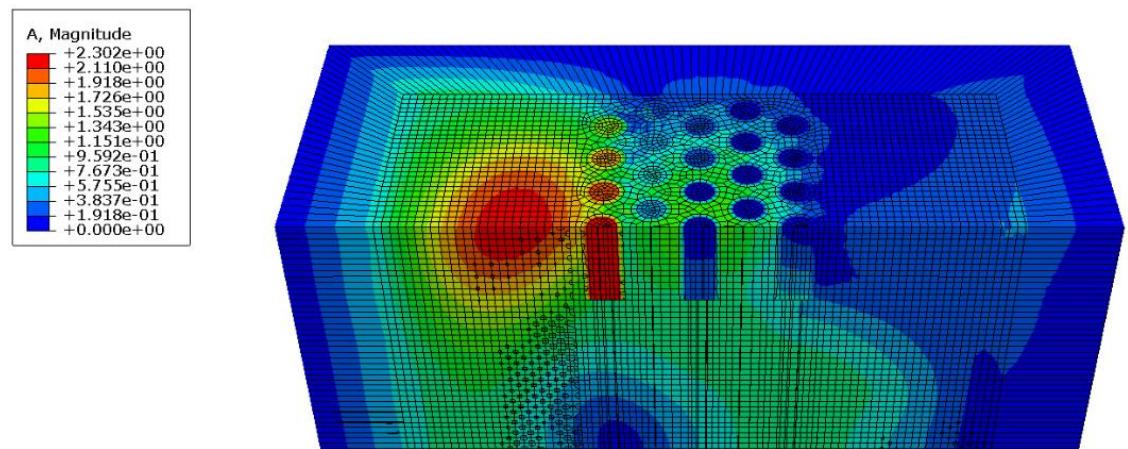


圖 3.17 7.5Hz 正弦波下含三米超材料之深度十米模型結果圖[22]

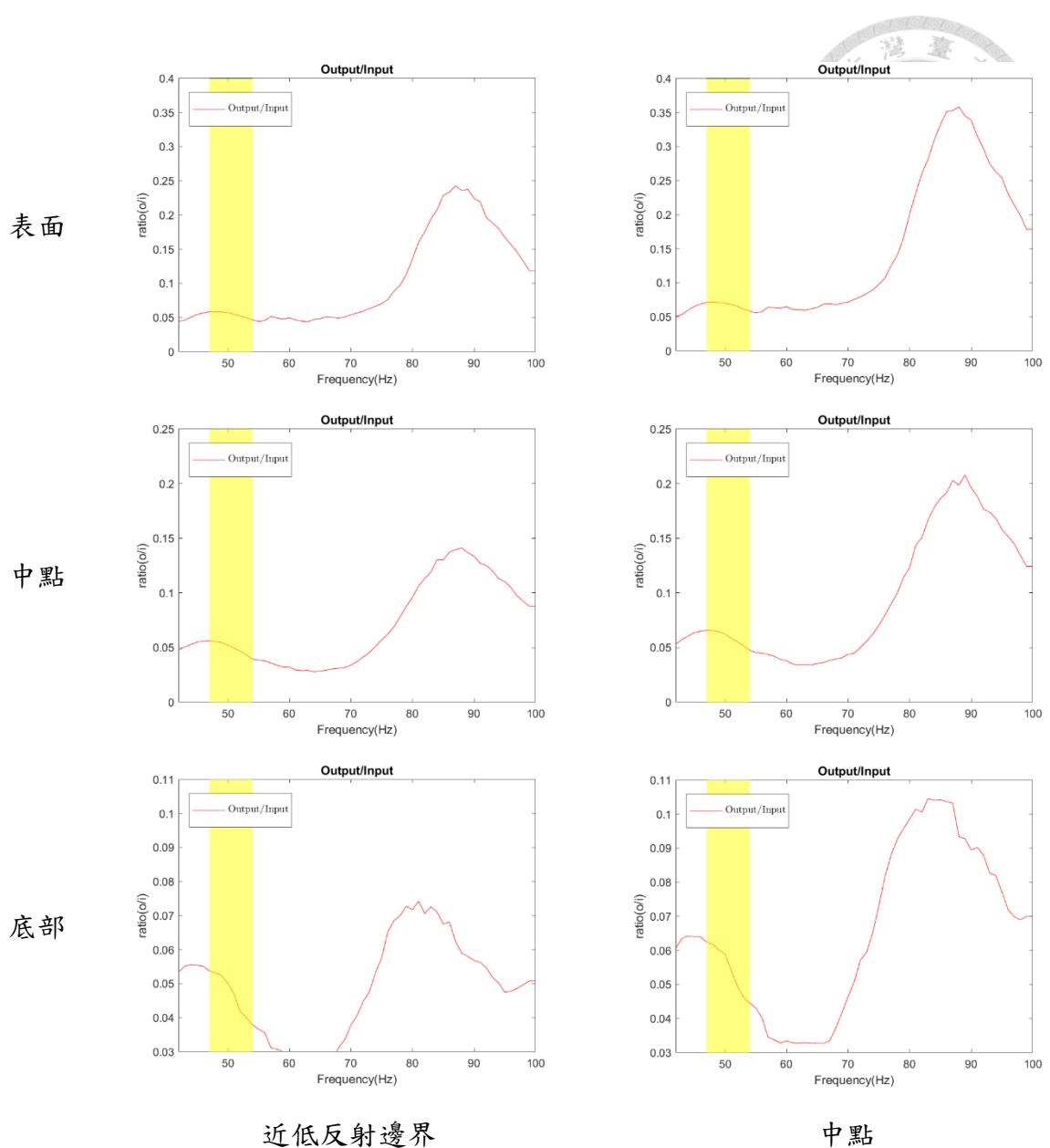


圖 3.18 40-100Hz 定頻輸入面波歷時最大位移 30cm 試體

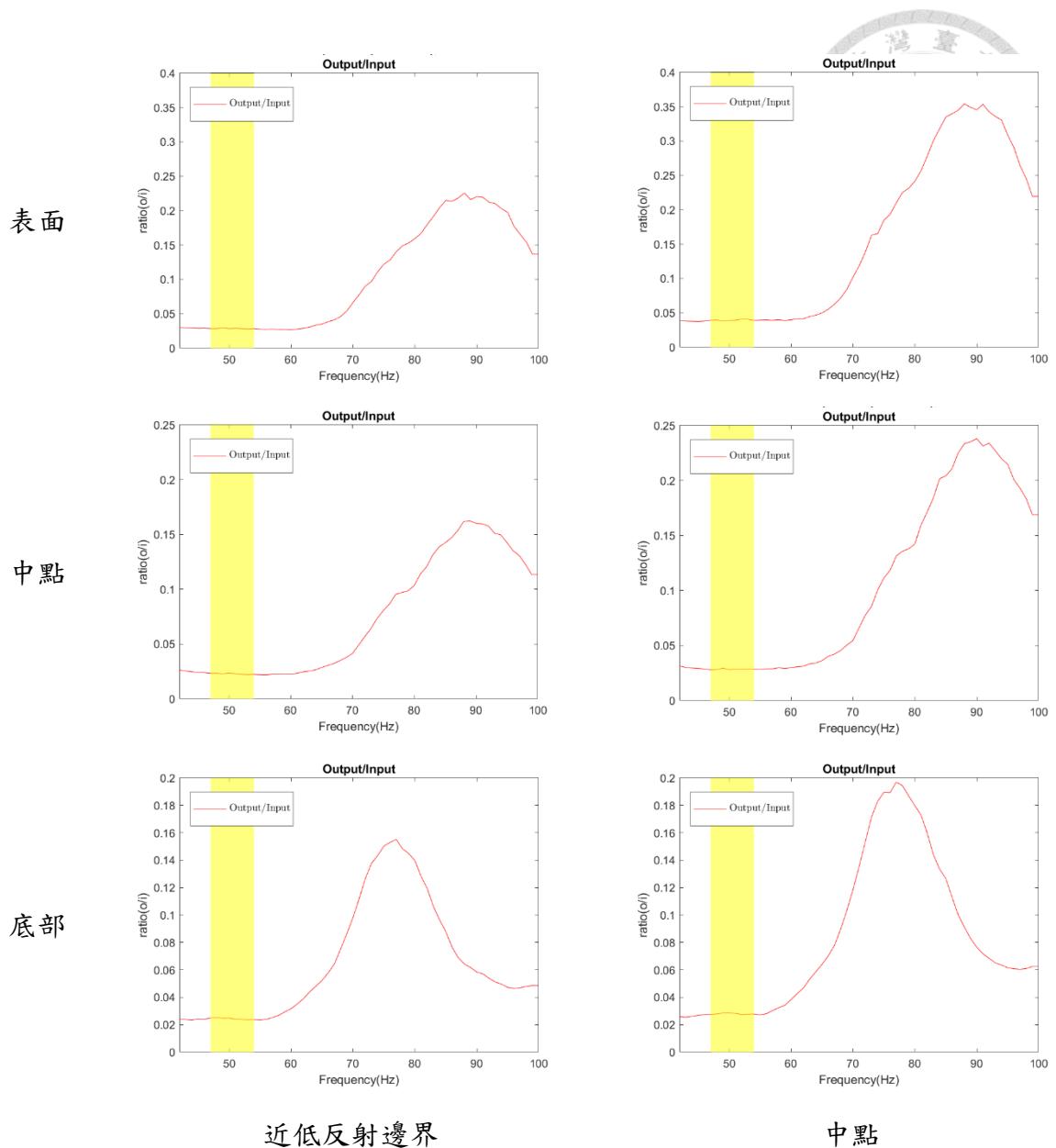


圖 3.19 40-100Hz 定頻輸入面波歷時最大位移 60cm 試體

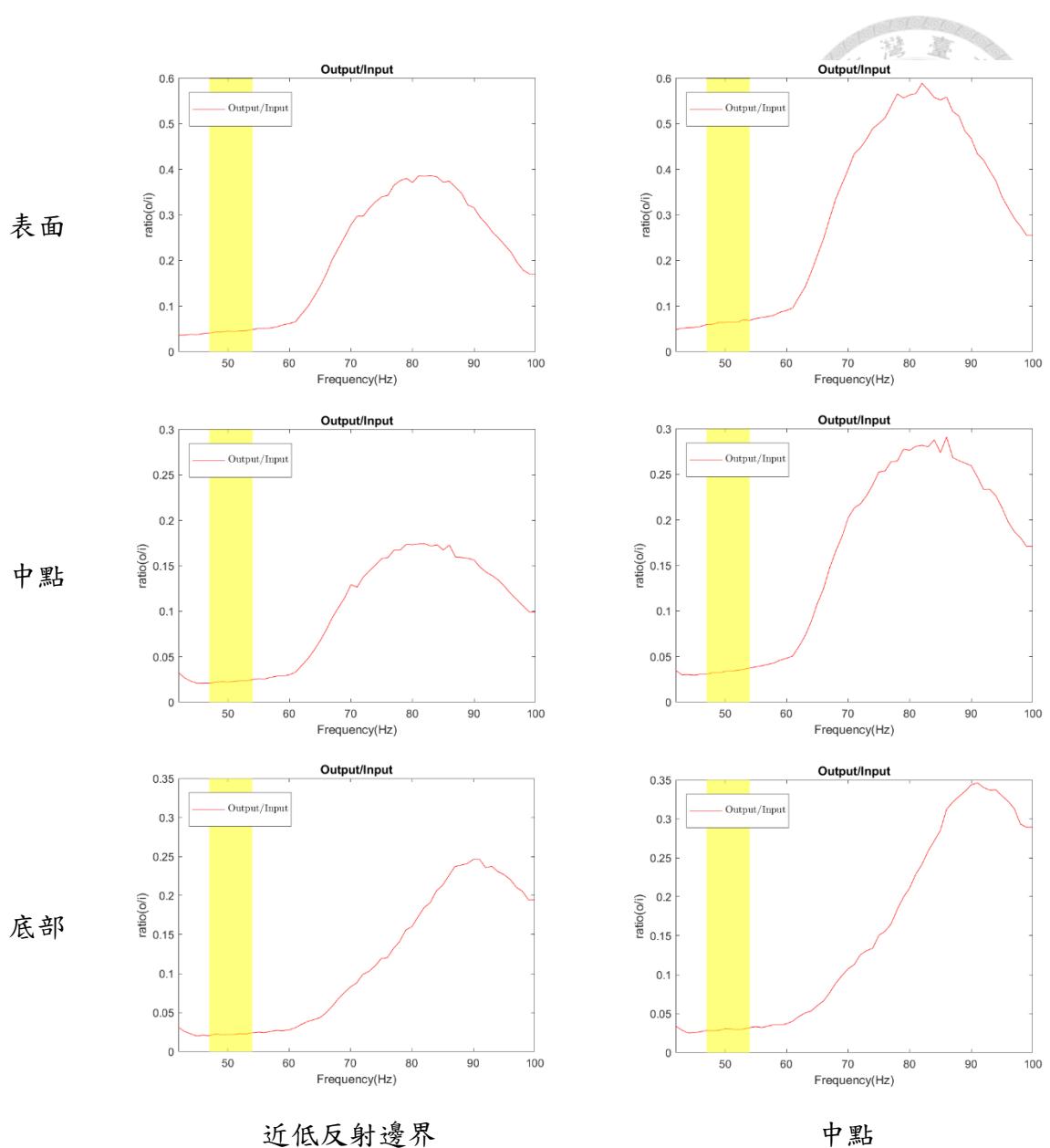


圖 3.20 40-100Hz 定頻輸入面波歷時最大位移 80cm 試體

## 第四章 縮尺試驗數值模型



為利後續縮尺試驗之規劃，建立縮尺數值模型測試欲進行之試驗，觀察未來試驗結果之趨勢是否符合預期。由於模型縮尺後會造成自然共振頻率改變，影響帶隙頻率範圍(詳見 3.3.1 節中，縮尺效應對帶隙之影響)，因此透過數值模型觀察帶隙頻率範圍變化，並比較樁型地震超材料帶隙內與帶隙外之反應差異，確認其是否產生局部共振消散能量，同時觀察不同樁深在同樣的輸入波源下，是否有不同程度之波傳衰減效果。

### 4.1 縮尺數值模型之建立

#### 4.1.1 模型建立

全域模型與縮尺試驗模型之關係，參考表 4.1 地震模擬相似性要求縮放因子，其中  $S_L$  為 3.3.1 節中所提之長度縮尺因子， $S_E$  為材料楊氏模數縮放因子，由於吾人使用之地震樁型超材料帶隙設計受到橡膠楊氏模數控制，為驗證此設計結果，因此不考慮透過調整材料參數進行縮尺試驗，因而選擇採用忽略重力之模型進行縮尺試驗設計與模型建立之基礎，且為使超材料週期性排列總長能夠對應土壤中完整一段波長，利用式 4.1 與使用之材料參數進行計算，且利用  $S_L = 1/10$  按照表 4.1 計算出表 3.2，帶隙頻率將變為原本 10 倍，因此從原設計帶隙為 6.2-6.8Hz 縮放為 62-68Hz，晶格常數與波長則變為原先 1/10 倍，而砂土、橡膠以及混凝土等材料參數則保持不變。

而若要使樁型超材料長度至少能涵蓋一個波長以上，加上預留之土壤寬度，對鋼製容器設計總長 4.6m，另外為避免單排超材料受過多邊界影響，因此 y 向設計雙排進行試驗設計。

縮尺試驗模型中由於實際試驗考量，因此幾何選用四方晶格以便切齊晶格邊界，元素選用、邊界條件及分析方法詳見後續章節，且此數值分析模型中假設材料完全線彈性，且不考慮阻尼及溫度效應，使用參數皆為理想值。

表 4.1 彈性震動因次分析所得縮放因子[26]

		Scale Factors		
<u>Earthquake modeling</u>	Dim.	<u>True Replica Model</u>	<u>Artif. Mass Sim.</u>	<u>Grav. forces neglected</u>
<u>Loading</u>				
Force Q	F	$S_E S_L^2$	$S_L^2$	$S_L^2$
Pressure q	$FL^{-2}$	$S_E$	$S_E$	1
Acceleration a	$LT^{-2}$	1	1	$S_L^{-1}$
Time t	T	$S_L^{1/2}$	$S_L^{1/2}$	$S_L$
Gravit.l acc. G	$LT^{-2}$	1	1	neglected
Velocity v	$LT^{-1}$	$S_L^{1/2}$	$S_L^{1/2}$	1
<u>Geometry</u>				
Linear dim. L	L	$S_L$	$S_L$	$S_L$
Displacement $\delta$	L	$S_L$	$S_L$	$S_L$
Frequency $\omega$	$T^{-1}$	$S_L^{-1/2}$	$S_L^{-1/2}$	$S_L^{-1}$
<u>Material prop.</u>				
Modulus E	$FL^{-2}$	$S_E$	$S_E$	1
Stress $\sigma$	$FL^{-2}$	$S_E$	$S_E$	1
Poisson's ratio $\mu$	-	1	1	1
Mass density $\rho$	$FL^{-4}T^2$	$S_E/S_L$	a *	1
Energy EN	FL	$S_E S_L^3$	$S_E S_L^3$	$S_L^3$



$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-v)}{(1+v)(1-2v)\rho}} \quad \text{式 4.1}$$

## 4.1.2 動力分析之邊界條件

### 4.1.2.1 固定端

縮尺模型中雖然在超材料後面已預留部份之土壤，且在前人研究中，使用 COMSOL 軟體模擬地震超材料之模型，分析方法多半採用頻率域分析，適用邊界為完美匹配層(PML，Perfectly Matched Layer)，然而適用動力分析之邊界為低反射邊界(LRB，Low-Reflecting Boundary)，設置如圖 4.1，為瞭解此邊界之使用效果，輸入固定頻率為 100Hz 之位移面波，比較固定端與低反射邊界兩邊界條件輸出之位移。由圖 4.2 觀察可知，固定端會反射回波傳使反應不斷疊加，難以透過數據觀察單一力學行為，且不符合實際地震波傳向外傳播之行為，將影響模擬之結果，因此後續之縮尺試驗數值模型不採用 fixed-end 與 roller 作為模型末端之邊界條件。



#### 4.1.2.2 低反射邊界

為模擬地震波傳向外傳播不回傳之特性，且避免回傳之波傳折射干擾訊號或反射波傳產生疊加，影響數據與與消能行為之判斷，數值分析模型中選用 COMSOL 軟體內建之低反射邊界(LRB，Low-Reflecting Boundary)，設置於前一小節中邊界為固定端之相同面，輸入相同頻率為 100Hz 之位移面波，作位移歷時如圖 4.3。

低反射邊界適用於 COMSOL 軟體中時間相依之分析，主要用意在於使波傳通過材料後，針對設置該邊界沿平面法向量與切線向量不產生反射之情形，符合對波傳向外傳播之假設，也符合後續實驗中進行動力歷時加載之需求。其機制為針對鄰近區域之材料，產生對壓力波與剪力波的完美阻抗匹配(perfect impedance match)，以避免訊號判讀時因波傳反彈導致失真，其運算參考式 4.2[27]。

$$\sigma \square \mathbf{n} = -\rho c_p \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} - \rho c_s \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{t} \right) \mathbf{t} \quad \text{式 4.2}$$

其中， $\mathbf{n}$  與  $\mathbf{t}$  分別為法線與切線向量， $c_p$  與  $c_s$  則分別為壓力波速與剪力波速，當波傳方向近乎垂直於設定平面有最佳效果。

觀察使用低反射邊界之位移歷時圖，波傳位移隨時間無明顯增加，可推知低反射邊界吸收位移效果良好，沒有波傳回彈之現象，符合地震波傳持續向外傳遞之情形；對使用固定端與低反射邊界兩組位移歷時作比較如圖 4.4，可發現若使用固定端之設定，於帶隙外之頻率 100Hz 會嚴重高估實際波傳位移反應，可能造成數據的錯誤判讀；若於近帶隙或帶隙內之頻率，以 45Hz 為例，作比較如圖 4.5，則兩邊界之效果無明顯差異，但頻率內涵卻可能有所改變，因此可判定使用低反射邊界應為較佳之選擇。



#### 4.1.2.3 面波

由於在地震發生時，相較於存在於地表之結構物來說，地表波傳之振幅相當大，因此在試驗與分析中，假設波源為面輸入較為符合實際之情形。且從前人模型重現之過程中，發現全域模型之超材料帶隙能夠對應至單元晶格之帶隙結果，應為輸入源為位移時，因此設置數值分析模型之位移正弦面波如圖 4.6。

#### 4.1.2.4 自由端

地震來臨時，地表之土壤除建物之外無特定之束制，因此假設縮尺試驗模型為自由端，可任意變形，如圖 4.6 所示。實際邊界選用則除了面波源外，四周使用低反射邊界，底部則因土壤壓力線性增加，會造成一定之束制，因此應選用固定端或滾支承之邊界，但地震力對超材料之影響明顯大於此束制，因此選用滾支承邊界進行分析，與樁型超材料單元晶格一致。實際設定之邊界參考圖 4.6。

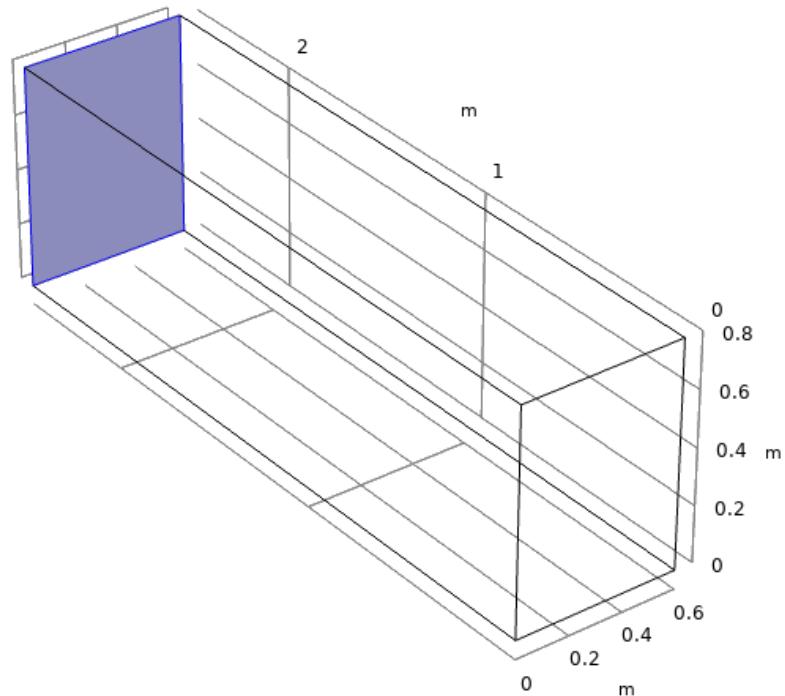


圖 4.1 縮尺模型邊界條件設置示意圖 固定端

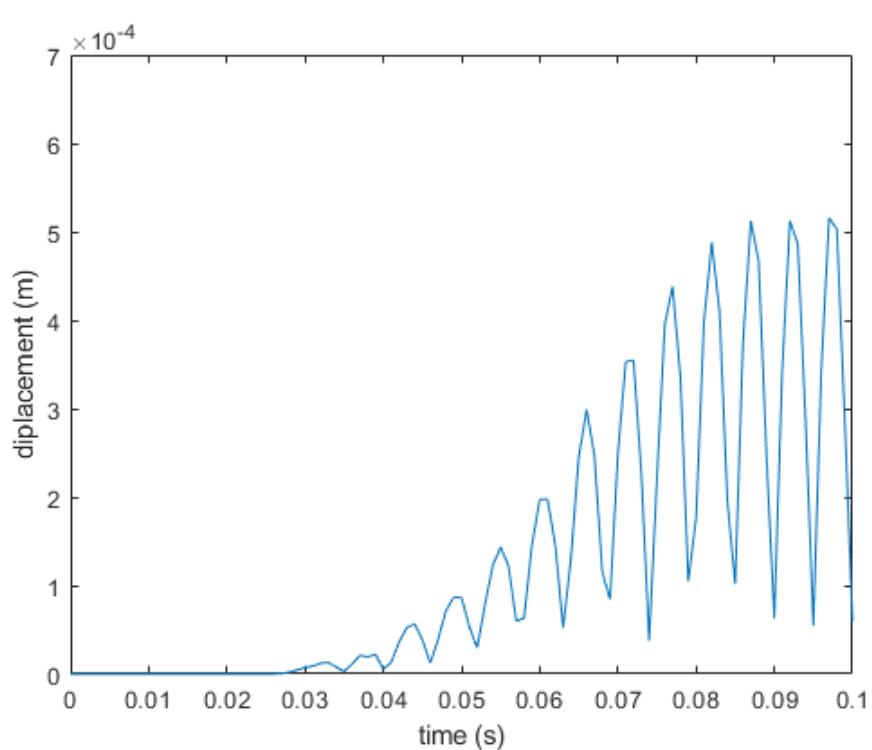


圖 4.2 近固定端邊界之位移歷時圖

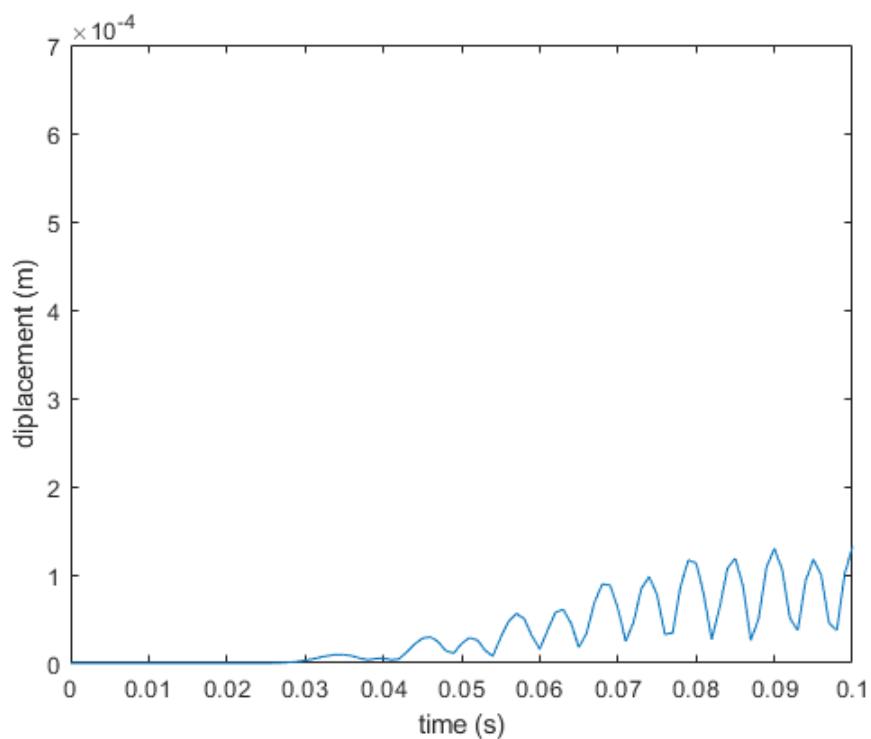


圖 4.3 近 LRB 邊界之位移歷時圖

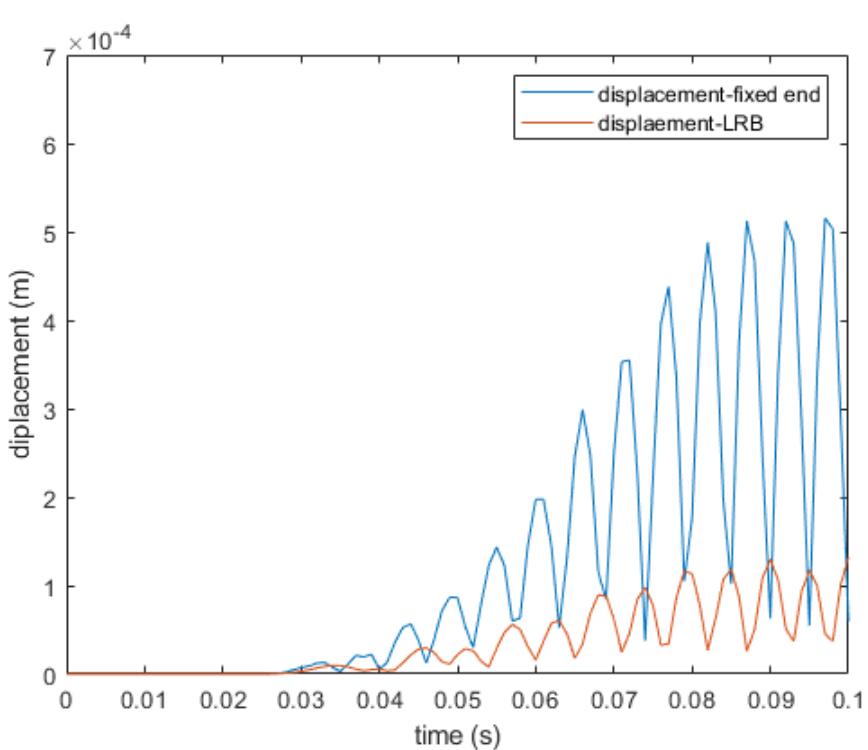


圖 4.4 使用不同邊界條件之位移效果比較圖 100Hz

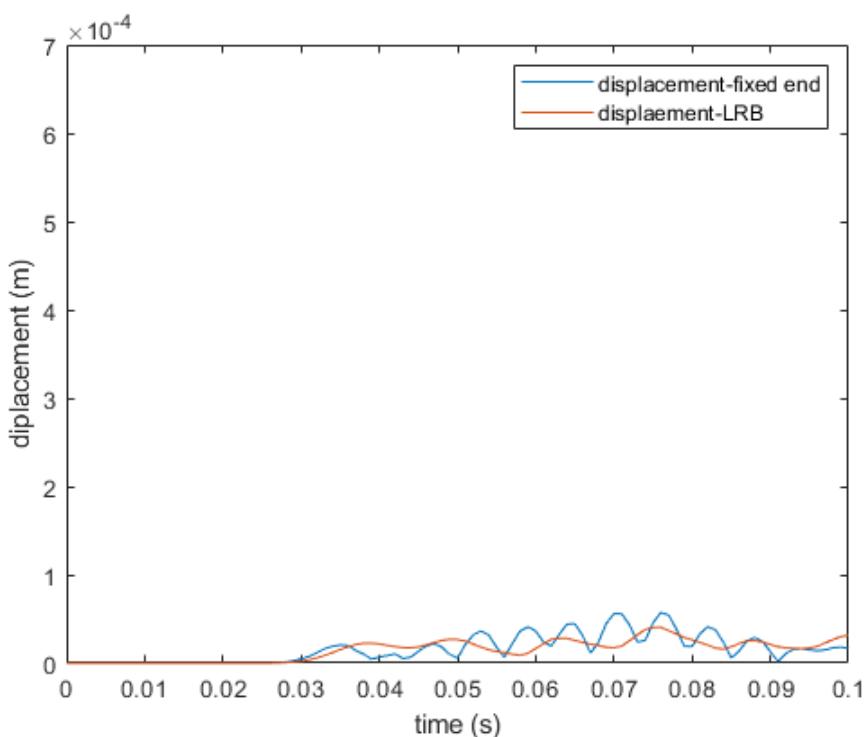


圖 4.5 使用不同邊界條件之位移效果比較圖 45Hz

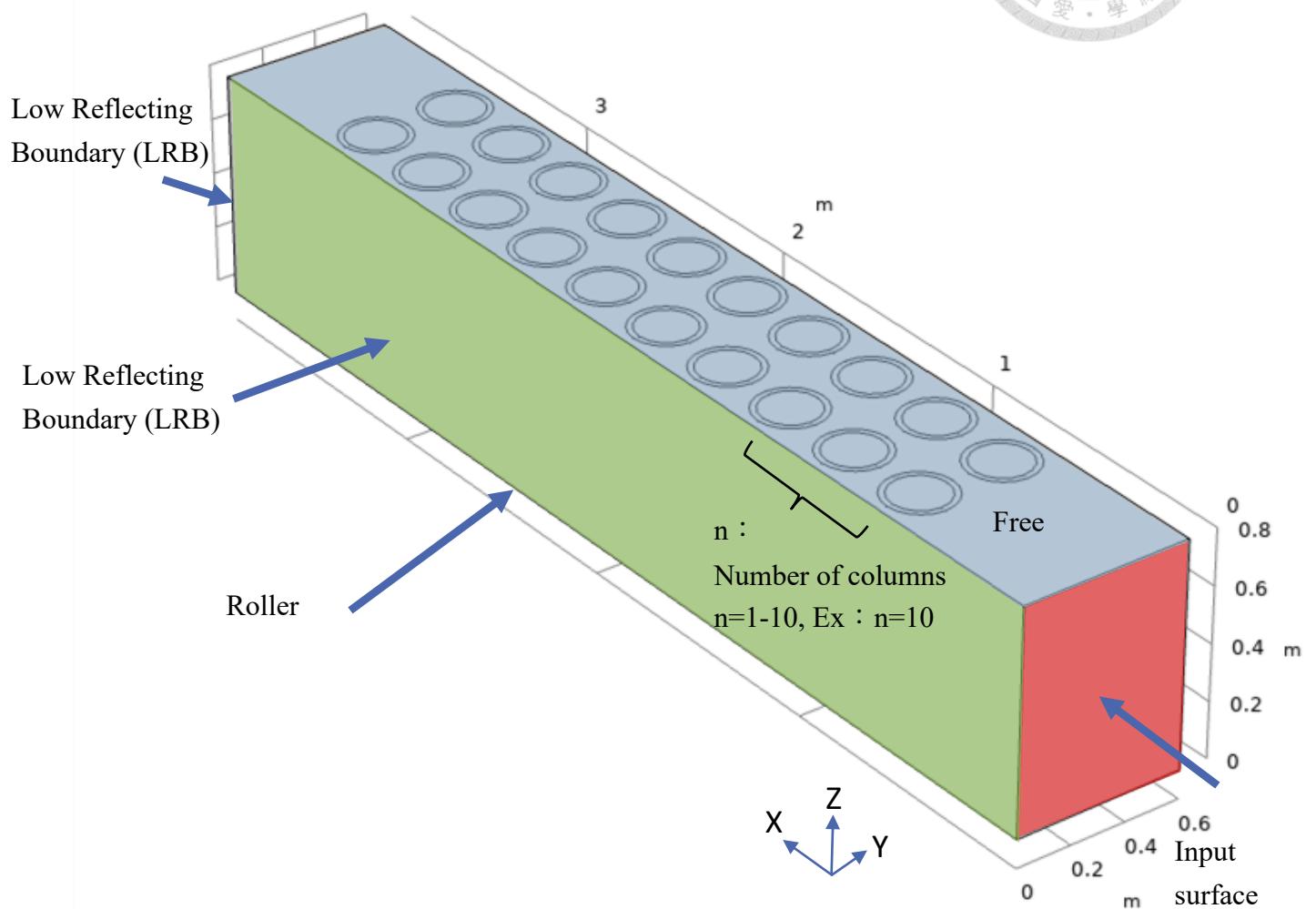


圖 4.6 三維縮尺模型邊界條件設置示意圖



#### 4.1.2.5 頻率域分析與結果

由於文獻回顧中之數值模擬多採用頻率域研究進行數值分析，且後續將參考並重現吳逸軒[14]等人之數值模型分析結果，因此本小節將對頻率域研究進行簡要之介紹。

COMSOL 軟體中配置一特殊邊界—完美匹配層，此處簡稱 PML。最初 PML 用以模擬於聲學能量發散現象，此邊界允許波傳向外傳遞但不產生反射，且表示邊界條件趨向無窮遠，吸收所有的出射波。雖然理論上該邊界並無反射，但由於數值離散性，因此還是會表現出部分反射，若要將該現象改善，網格劃分時建議使用與材料各異向性對其的網格。

頻率域研究(Frequency Domain Study)用於模擬波傳行為，適用於線性化流體動力(p 波)與結構動力(彈性波)之範疇。參考 COMSOL 官方網站[27]提供之假設，模型中任意物理場(field)  $p(t)$  皆可以式 4.3 作表示：

$$p(t) = p e^{i\omega t} \quad \text{式 4.3}$$

原式雖與時間相依，但會得到相同頻率且同為簡諧之反應，因此時間將可從式中被消除。因此頻率域研究可計算線性模型受到一個或多個頻率的諧波擾動時之響應，可正確解析特徵模態之影響，不必使用費時之動力方程式，有相當高之效率，可視為系統之穩態解。惟後續將進行縮尺試驗之設計，而頻率域研究只能得到受特定頻率擾動下之簡諧形式解，難以瞭解時間軸上模型之反應，因此頻率域研究之結果只能用來做初步觀察，以預測時間域分析可能之反應情形。圖 4.7 與圖 4.8 為利用三維縮尺試驗模型進行頻率域研究所得之結果，此分析使用之單元帶隙範圍為 47-55Hz，也可觀察出樁型超材料受到於帶隙內頻率之擾動時，有明顯之局部共振情形產生，而帶隙外頻率之擾動，則明顯穿越過超材料傳遞至模型後端。時間域分析結果則可參考 4.3.2 節。

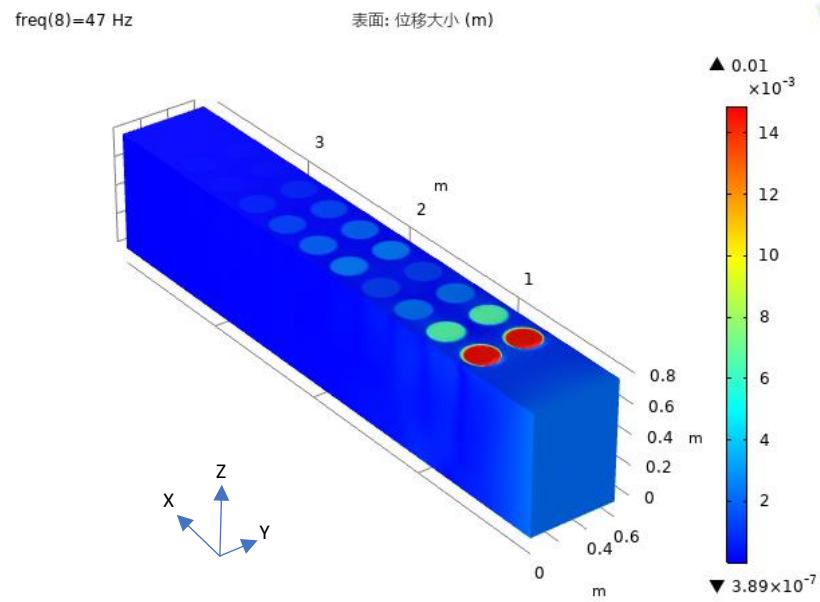


圖 4.7 帶隙內頻率 47Hz 位移場

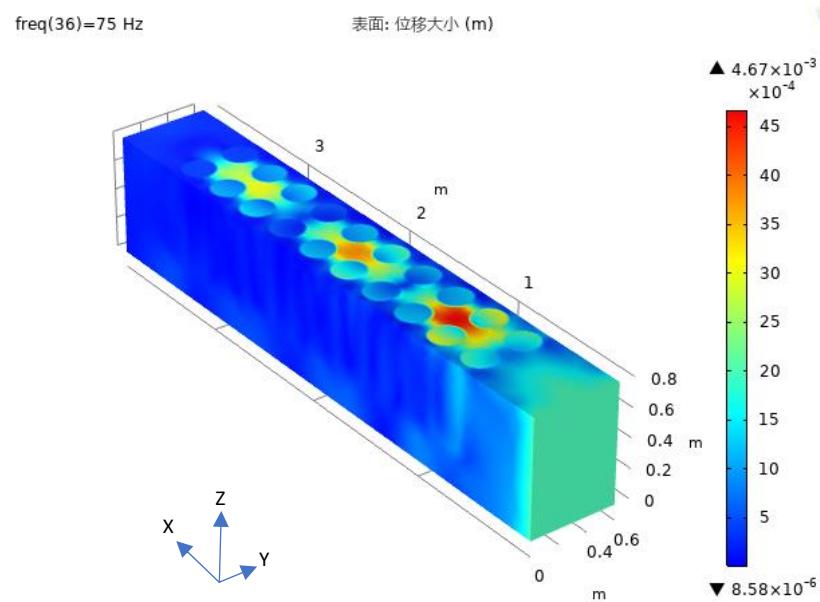


圖 4.8 帶隙外頻率 75Hz 位移場



## 4.2 隔減振效益之量化方法

若簡單利用一維系統，以背景理論為基礎推導，可得頻率與波數之關係，如式

4.4。其中， $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ ，且  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 。 $\mu$ 為波數  $k$  之函數，如式 4.5，其中  $d$  為晶格常

數。在給定波數的條件下，即  $\Omega \in [0, 2]$ ，頻率域的頻散關係提供了有限範圍內的解，而透過求解頻率與波數之關係，可透過波數之實部解與虛部解進行衰減情形之量化，繪製如圖 4.9。虛線部分代表波數之虛部，實線則代表波數之實部，而虛線除了於帶隙範圍內不為零，其餘頻率下皆為零，可視波數  $k$  之虛部即代表波傳的衰減行為，波傳遞減幅度隨虛部大小而增加；實部則表示出波傳之疏密程度，相當於波傳中的頻率概念，實部波數越大而波長越短。

$$\Omega^2 = 2(1 - \cos \mu) \quad \text{式 4.4}$$

$$\mu = kd \quad \text{式 4.5}$$

從上述之觀察瞭解波數解之含義後，除了透過不同參數設計出超材料的帶隙，又因頻散圖上帶隙之虛數大小所代表不同衰減效率，另需針對超材料進行不同頻率下的動力歷時分析，在能發揮預期之效果下，找出最佳排數配置設計。而為判斷「發揮預期效果」，定義傳遞率 TS(transmissibility)，如式 4.6，量化排數分析為當波傳於週期性單元結構排列至第  $n$  個時，位移反應小於輸入波源振幅 10%，則定義為有效排數，若取其傳遞率，應為小於  $-20dB$ ，定義為有效概念示意如圖 4.10。

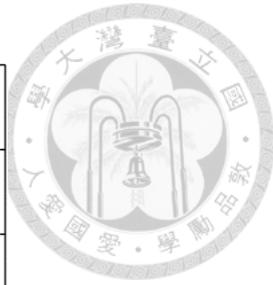
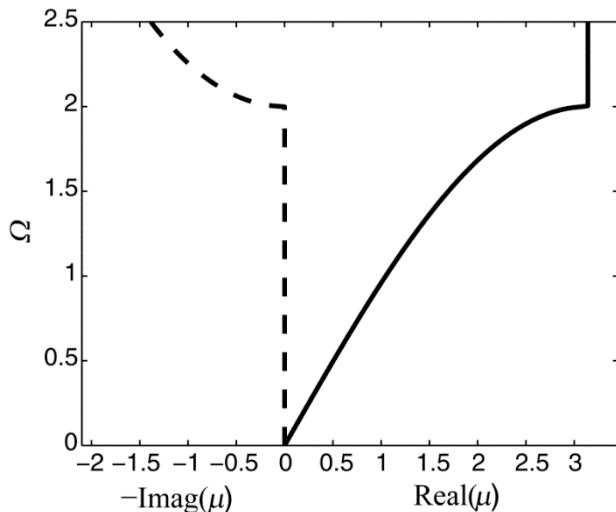


圖 4.9 一維單原子晶格頻散關係圖[26]

$$TS = 20 \times \log\left(\frac{A_{output}}{A_{input}}\right) \quad \text{式 4.6}$$

### 4.3 排數分析

從頻散曲線中，吾人可得知頻率之虛部解物理意義為週期性結構衰減波傳之能力，亦即對相同的超材料單元而言，即使落於全向性帶隙但不同頻率波傳，也具有不同之衰減效果；對不同設計之單元晶格而言，衰減能力更加有所差異。再者，雖於理論假設超材料單元具有週期性排列且無限延伸，工程實務上卻難以達成，因此在一定程度之衰減效果下，找出最具效率之排數配置，如圖 4.11，是本研究之重要方向，延續前面 4.3 節之隔減振效益之量化方法，進行二維與三維排數分析。

本章之流程由於此實驗選用之地震超材料為斷面一致之設計，因此分析方法首先為透過二維頻率域快速得到初步最佳排數計算結果，且得到此步之帶隙範圍，再利用三維模型輸入正弦面波，也得到最佳排數與帶隙範圍，進行兩者之結果比較，判斷頻散圖之帶隙與何種分析結果較為相符。

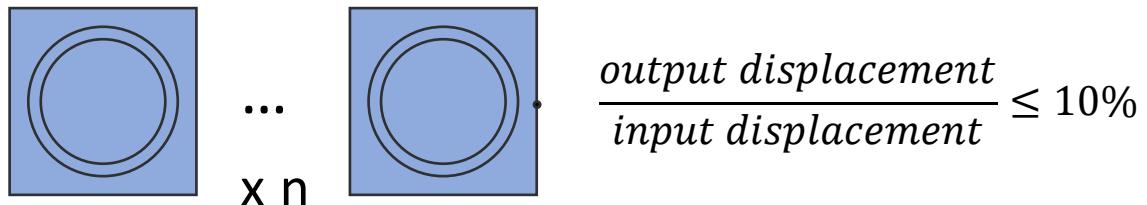


圖 4.10 排數分析概念示意圖

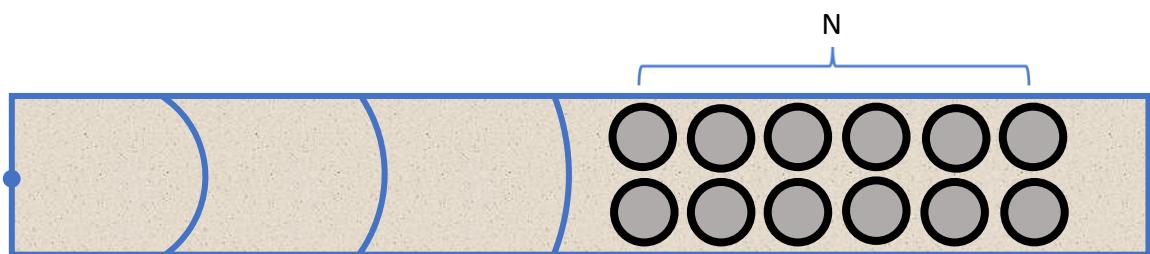


圖 4.11 單元晶格排數之能量衰減示意圖



### 4.3.1 二維排數分析

#### 4.3.1.1 實尺模型基本設定與邊界條件

參考吳逸軒[14]等人中之全域配置，建立實尺二維模型如圖 4.13，其長寬各為 100 公尺，模型周圍邊界為固定端，表面則為自由端，並於四周設置 9.5 公尺厚之完美匹配層 PML(Perfectly Matched Layer)作為波傳向外無限傳遞之行為模擬 (COMSOL 中頻率域分析建議設置 PML)。全域數值模型中央設置欲使用晶格長度為 3 公尺之超材料，配置如圖 4.12，y 向進行結構週期性無限延伸，x 向進行不同排數設置；除設置超材料之區域外，其餘區域設置為土壤，並在超材料左方 3m 處設置振幅 0.1m 之正弦位移線波源，以模擬實際情形中超材料受到面波之行為。超材料單元使用之材料參數如表 3.1，其中橡膠之楊氏模數經過參數分析可知能有效將帶隙下降，因後續縮尺試驗之規劃設計受限於致動器性能範圍於 100Hz 以內，尋找市面上提供之橡膠成品最低 IRHD 硬度，參考表 5.3，單元晶格初步選擇橡膠楊氏模數為 120kPa，詳見 5.2.2 節。

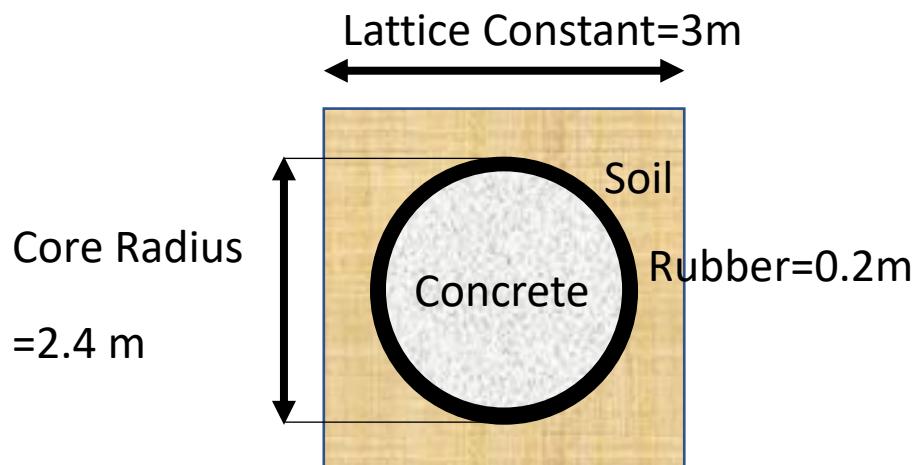


圖 4.12 二維排數分析單元晶格示意圖

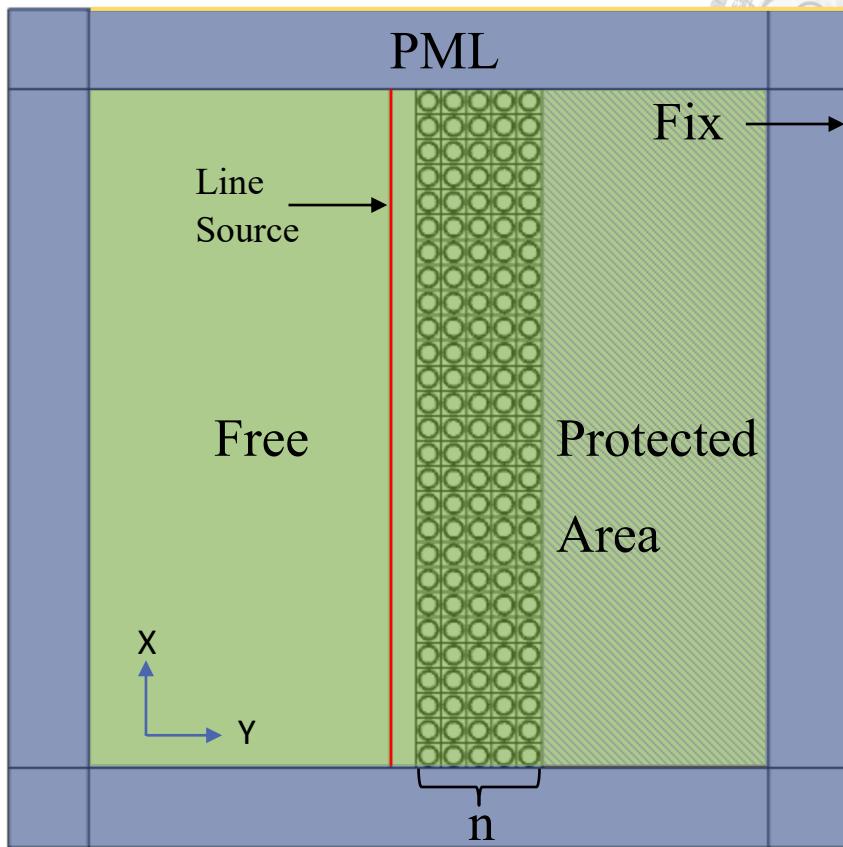


圖 4.13 二維排數分析全域模型示意圖  $n=5$  為例

#### 4.3.1.2 元素種類與網格尺寸

全域模型建置完畢後，進行網格與元素之建置。由於頻率域計算之時間成本與時間域相比明顯來得低，能夠輔助分析快速得到初步結果，但仍須注意網格大小與元素之選用。COMSOL 軟體中雖然有更為簡易的網格建立方式能自動生成，但為更明顯觀察波傳遞行為，建議全域網格尺寸至少需小於晶格常數  $1/10$ ，由於此處設計之樁型超材料邊長為 3 公尺，因此限制最大元素尺寸 0.3 公尺，最大元素成長率 1.3，元素種類使用二維任意四邊形，手動自訂網格生成結果如圖 4.14。元素選用及網格設置完成後，基於頻散曲線之全向性帶隙結果約為 6.2-6.8Hz，因此對模型新增頻率域分析，參數掃描不同頻率( $f$ ，掃描範圍：4-10Hz)及排數( $n$ ，掃描範圍：2-6 排)，即可得到全域位移場如圖 4.16 至圖 4.21。根據 4.2 節定義之量化方法，選用超材料單元晶格邊界上之位移作為 output，與輸入之位移線波源大小進行比較與作圖，作為判斷是否如頻散曲線之帶隙頻率相符之依據。

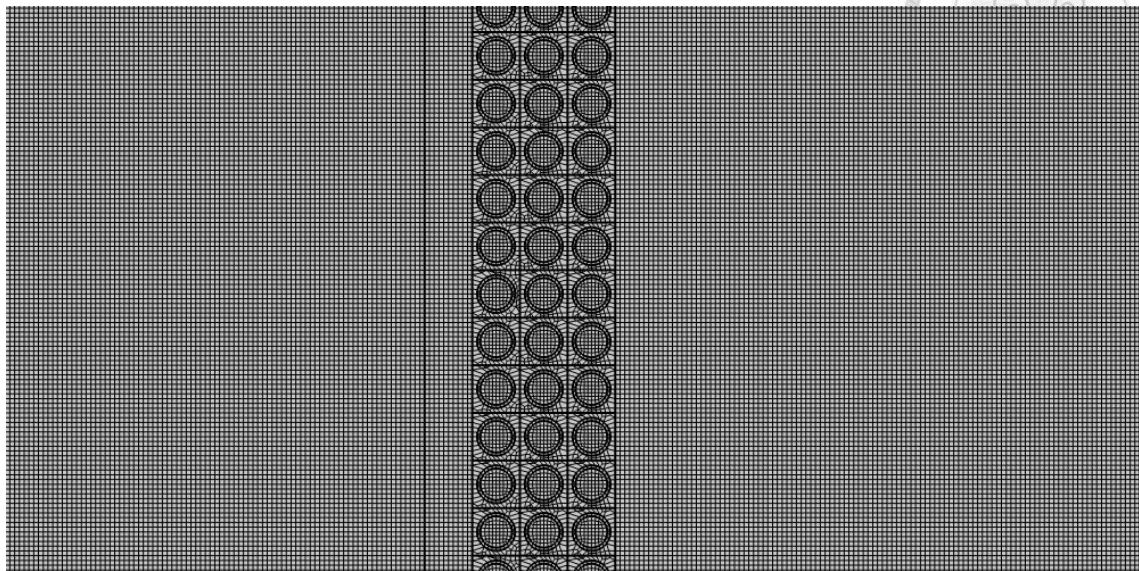


圖 4.14 二維排數分析全域模型網格生成示意圖



### 4.3.1.3 頻率域分析結果與帶隙

利用 4.2 節中之定義，將不同排數取位移可作圖 4.15，整理其帶隙結果如表 4.2。從表 4.2 能清楚發現，除了設計帶隙外，超材料在其他頻率下之之表現似乎也有相當良好的效果，與頻散曲線之結果略微不同，為釐清超材料實際消能範圍，以  $n=2$  為例，將掃頻結果顯示如圖 4.16 至圖 4.21 進行觀察。

由於應用於此全域模型之二維單元晶格之設計帶隙為 6.2-6.8Hz，依 4.2 節之定義，帶隙則為 6.5-7.5、7.9-8.4Hz，其餘排數位移反應帶隙範圍判斷如圖 4.15，其中藍色色塊為設計帶隙，黃色色塊為全域模型判斷帶隙，綠色則為相互重疊帶隙範圍。為更瞭解地震超材料是否有進入局部共振產生消能，選取進出帶隙前後之位移場確認超材料之反應。由圖 4.16 頻率為 6.2Hz 之位移場中可看出，指定點位之位移雖沒有辦法折減至輸入位移之 90%，但大致有局部共振模態產生之趨勢；而觀察圖 4.17 頻率為 6.4Hz 之位移場中，後排之超材料單元確實產生預期之局部共振型態，至頻率為 6.7Hz 時，除了明顯的共振模態產生，位移反應在經過第一排超材料單元後，至第二排時有明顯下降，顯示位移反應會隨排數有衰減之情形；然而，同樣位於分析帶隙中之 7.2Hz 位移場，如圖 4.19，雖有非常小的位移反應，超材料並沒有產生局部共振之消能機制，推測可能原因為選取點位之因素，因此即使未有消能，卻可能因其位移反應而被誤認為帶隙，此結論也可應用於位於分析帶隙中之 8.1Hz 位移場；最後，由位於帶隙外之 8.7Hz 位移場，可發現位移反應逐漸從晶格邊緣溢漏，直至毫無衰減效果，而排數  $n=3$  到  $n=6$  之帶隙內頻率局部共振位移場則如圖 4.22 至圖 4.25。

從表 4.2 可得知，以二維全域模型進行分析，超材料單元之位移反應約在排數  $n=3$  時收斂，依照設定之規則進行帶隙判斷卻有部分頻段難以解釋，僅與設計帶隙勉強符合，且顯現出若使用頻率域研究，選取位移之點位將會嚴重影響結果；然而與時間域相比，頻域分析之時間成本遠小於時間域，有快速得到結果之優勢，因此建議若需進行超材料單元之排數分析，可利用頻域分析快速得到初步之結論，並以此作為進行時間域分析之排數參考。

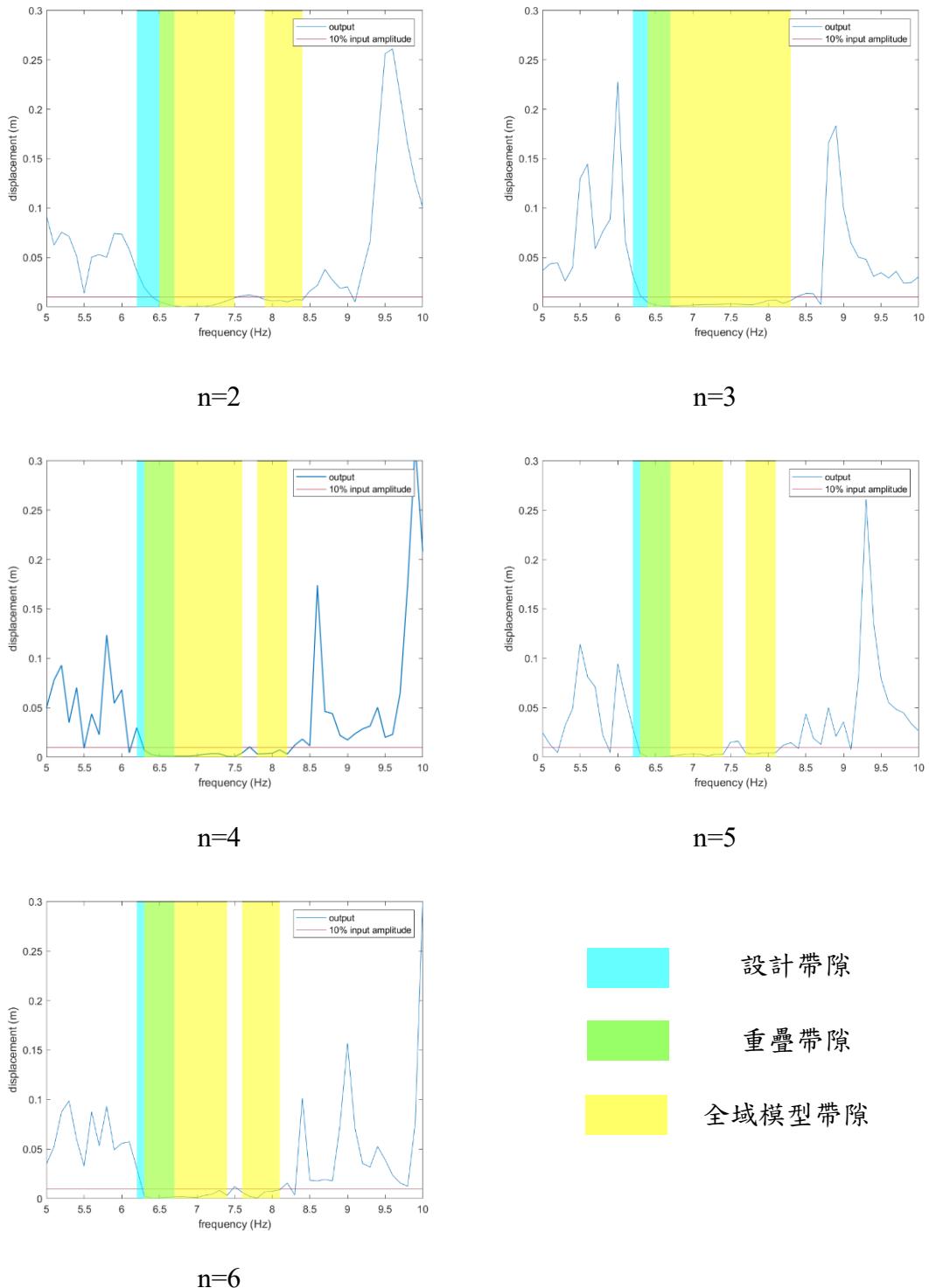
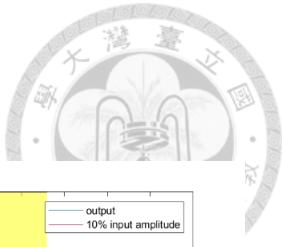


圖 4.15 二維頻率域排數分析帶隙範圍圖

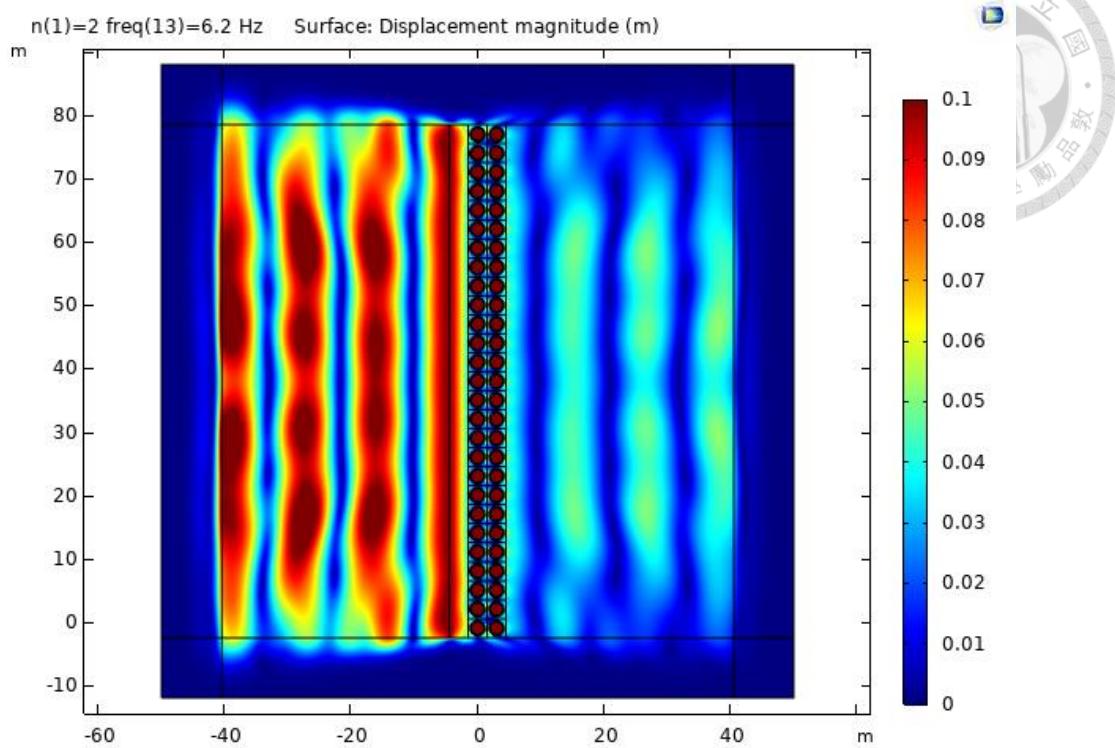


圖 4.16 二維排數分析 6.2Hz 位移場

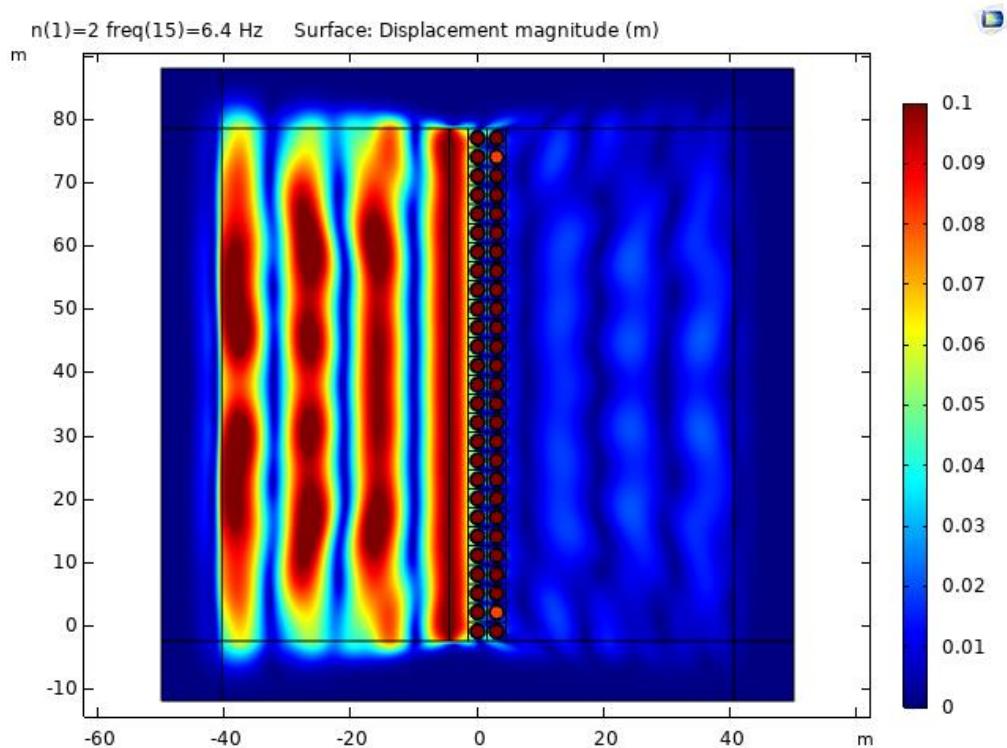


圖 4.17 二維排數分析 6.4Hz 位移場

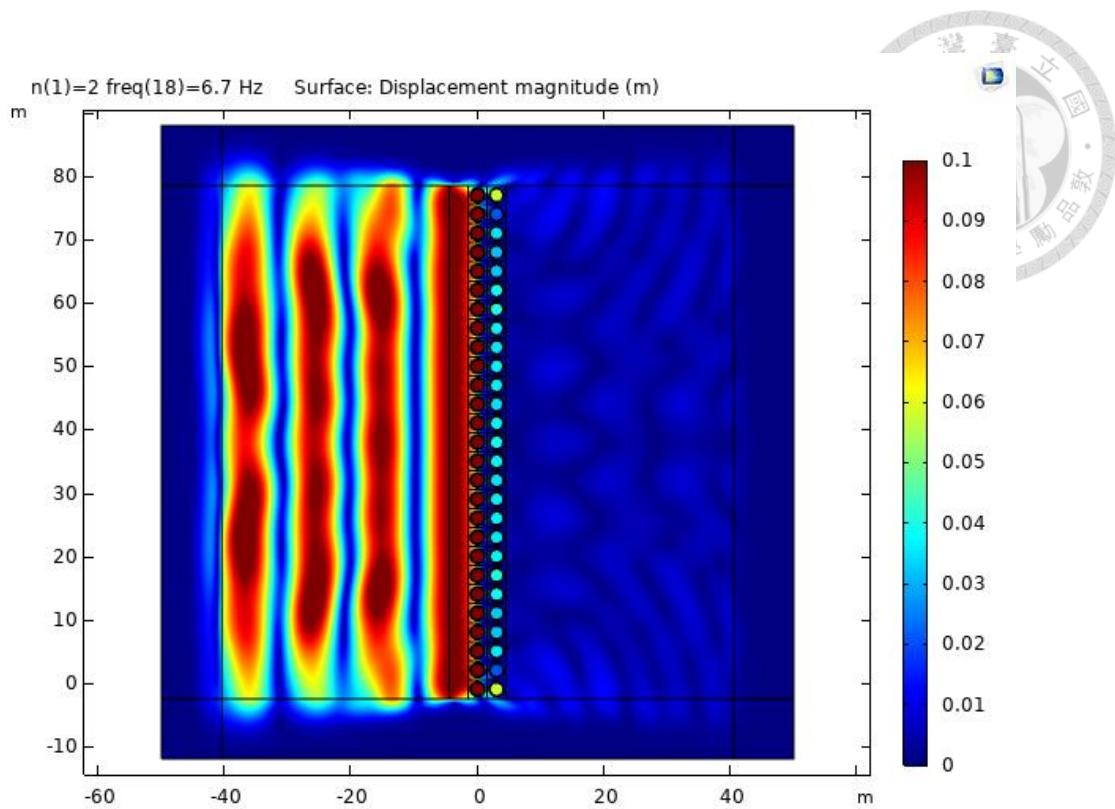


圖 4.18 二維排數分析 6.7Hz 位移場

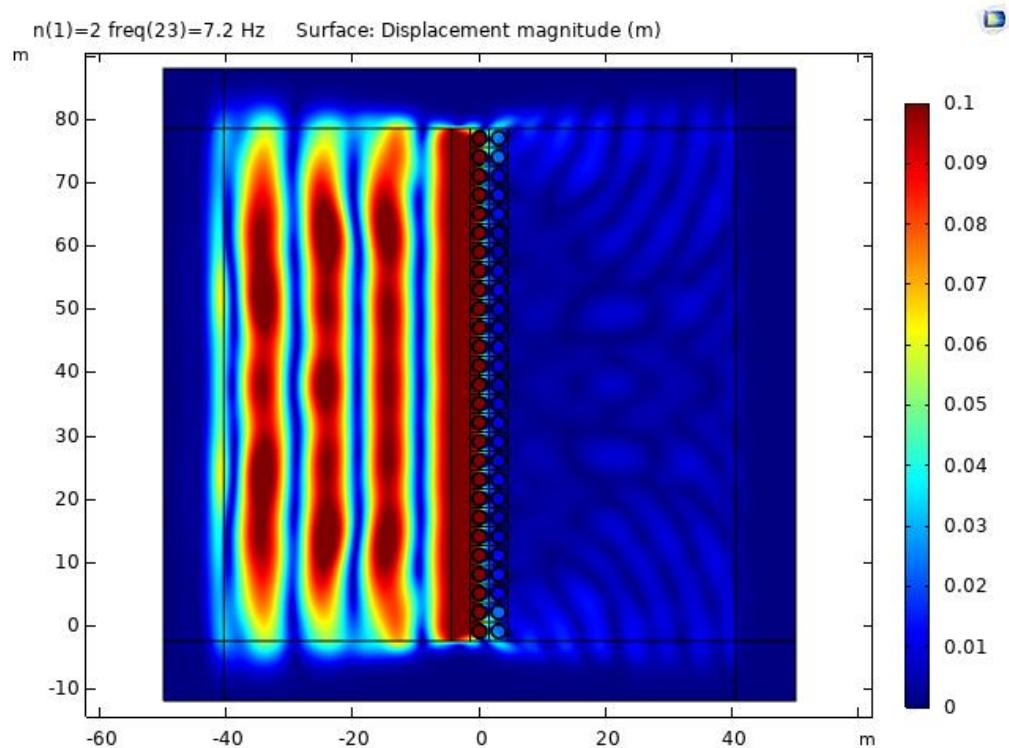


圖 4.19 二維排數分析 7.2Hz 位移場

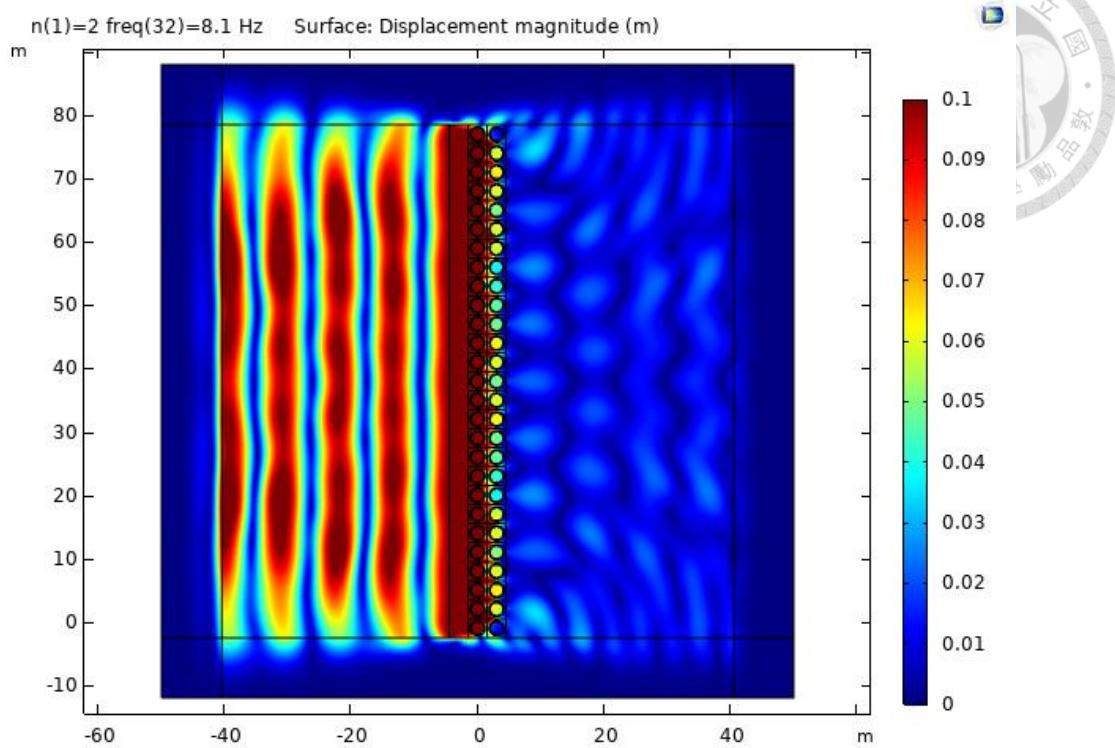


圖 4.20 二維排數分析 8.1Hz 位移場

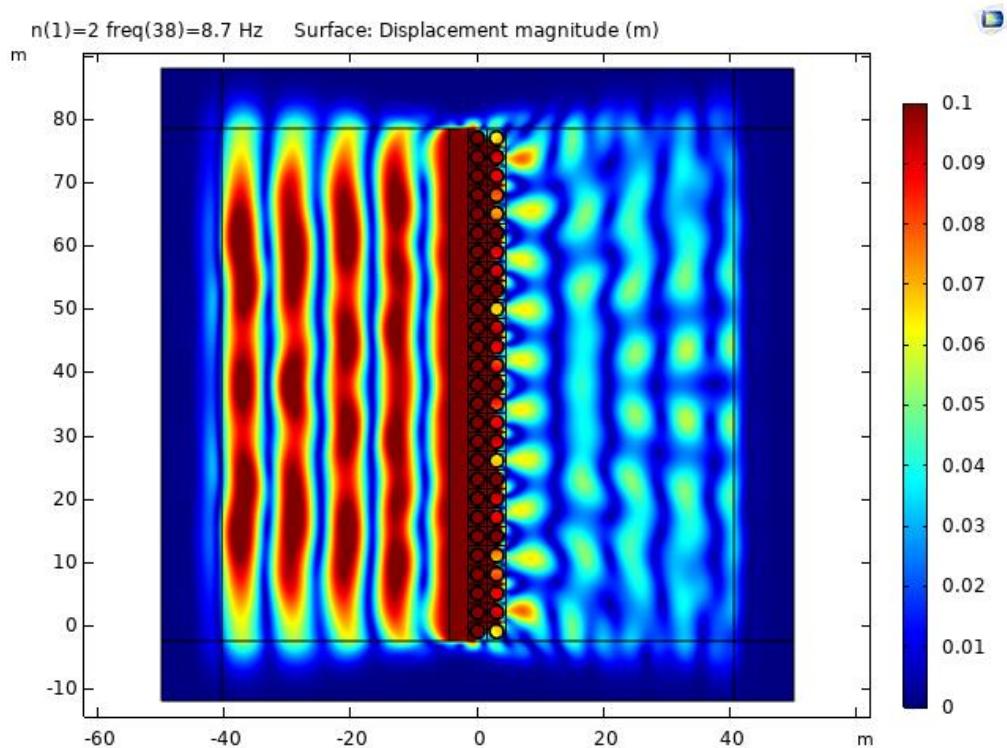


圖 4.21 二維排數分析 8.7Hz 位移場

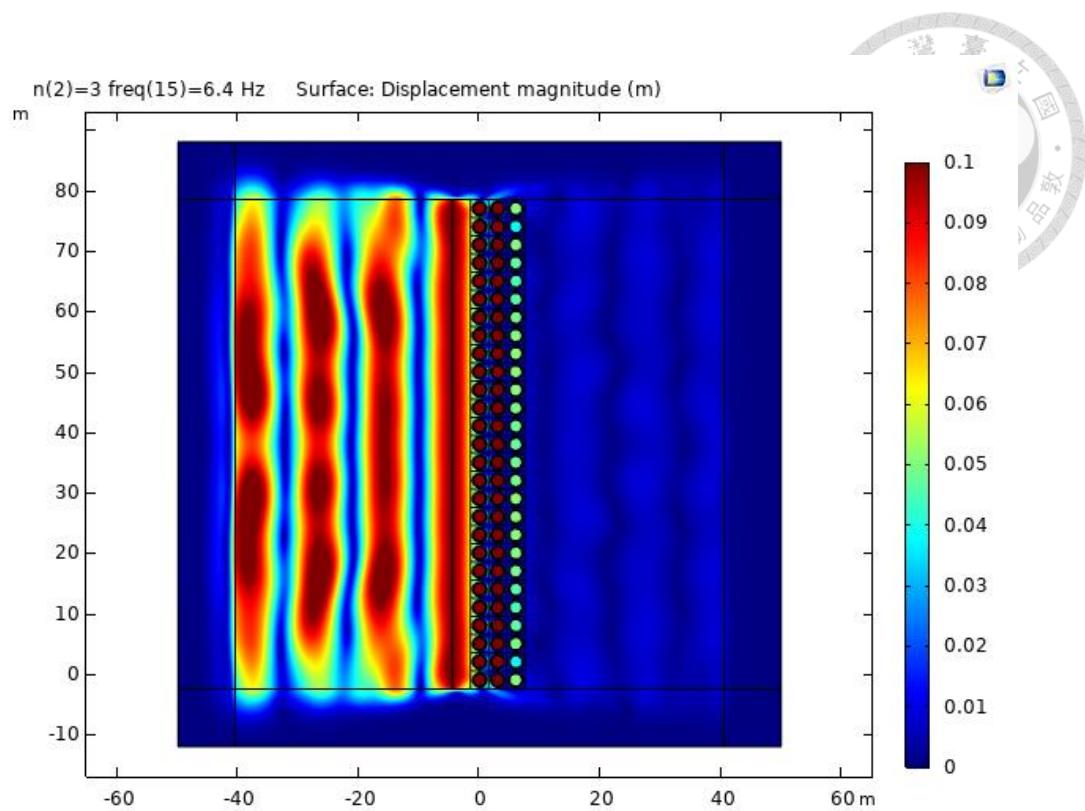


圖 4.22 二維排數分析  $n=3$  帶隙內 6.4Hz 局部共振位移場

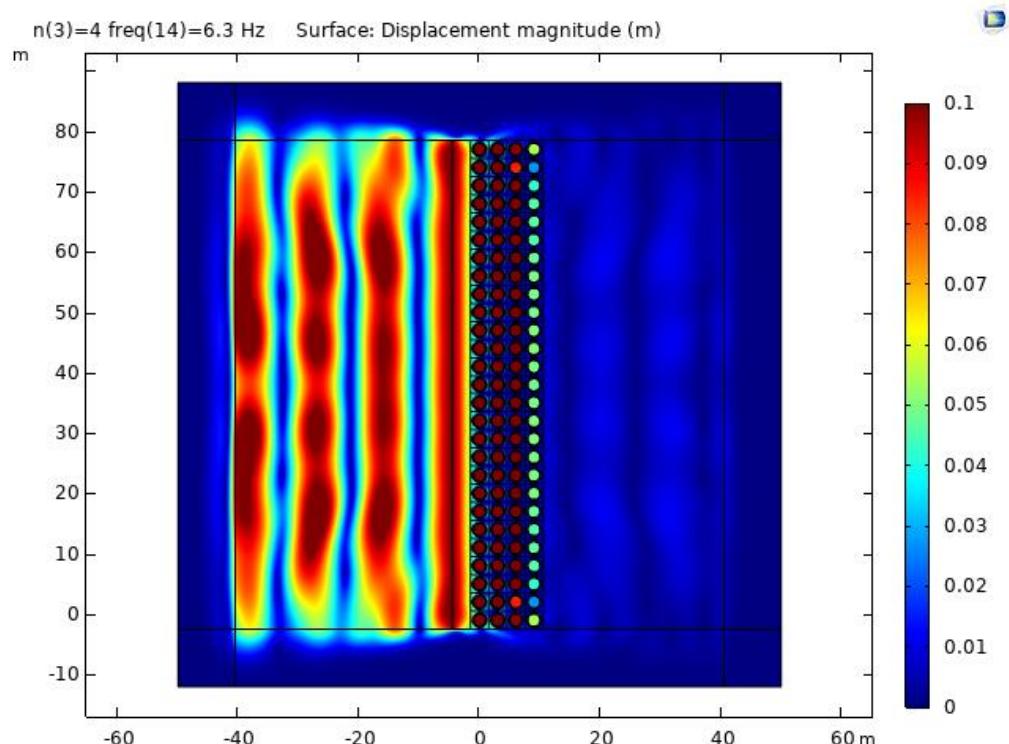


圖 4.23 二維排數分析  $n=4$  帶隙內 6.3Hz 局部共振位移場

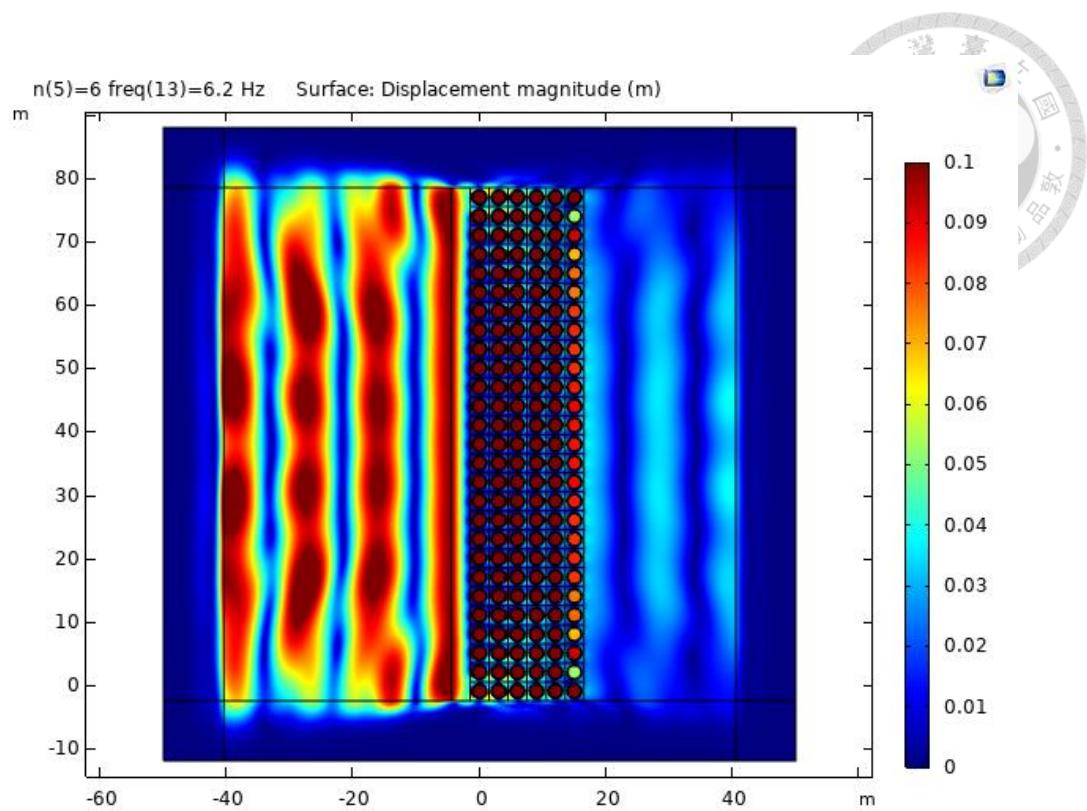


圖 4.24 二維排數分析  $n=5$  帶隙內 6.2Hz 局部共振位移場

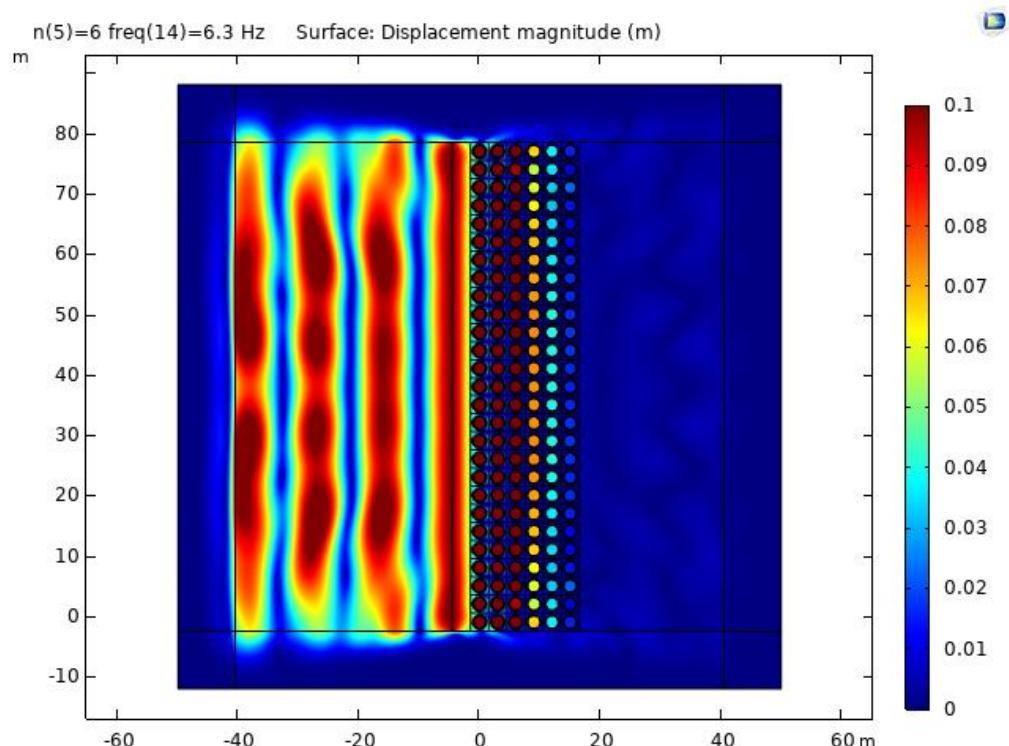


圖 4.25 二維排數分析  $n=6$  帶隙內 6.3Hz 局部共振位移場



### 4.3.2 三維排數分析

#### 4.3.2.1 縮尺模型基本設定與邊界條件

延續排數分析二維模型之建置，建立縮尺三維模型如圖 4. 26，由於此三維模型將時間域動力分析，模型周圍邊界選擇 COMSOL 中適用動力分析之低反射邊界 LRB(Low-Reflecting Boundary)，以模擬波傳在空間中向外傳遞而不回傳之特性，模型表面則為自由端，允許其自由變形；模型底部則延續樁型超材料之單元晶格分析時所設置之邊界設為 Roller，束制其 z 方向之變形，其中主要原因為透過觀察超材料於發生共振模態時，並無 z 向之明顯變形，且 z 向之運動並不在此次實驗規劃主要關注之波傳—壓力波(P wave)中佔重要影響角色，故在前段內容中之二維模型中也選擇了平面應變(Plane-strain)，忽略其 z 向變形，進行全域模擬，三維模型則續用此假設進行分析。

三維排數分析模型中，以深度參數之結果為參考，採用深度為 80 公分之樁型超材料試體進行排數分析。且為更瞭解樁型超材料單元晶格之消能力學機制，避免其受到周圍土體運動之影響，模型寬度設計貼齊超材料晶格邊界上，x 向上設計雙排避免邊界條件干擾其運動，y 向上進行週期性延伸，分析排數(n)範圍為一至十排。並於超材料前方一個晶格常數(30 公分)處設置振幅為 2mm 之正弦位移面波源，以模擬實際情形中超材料受到面波之行為，並按照縮尺因子參數所得之結論，推算出超材料之設計帶隙為 62-68Hz，進行時間域動力分析，針對一定範圍之定頻掃頻(40-100Hz)，每個頻率各輸入五個波長進行觀察不同反應之歷時。

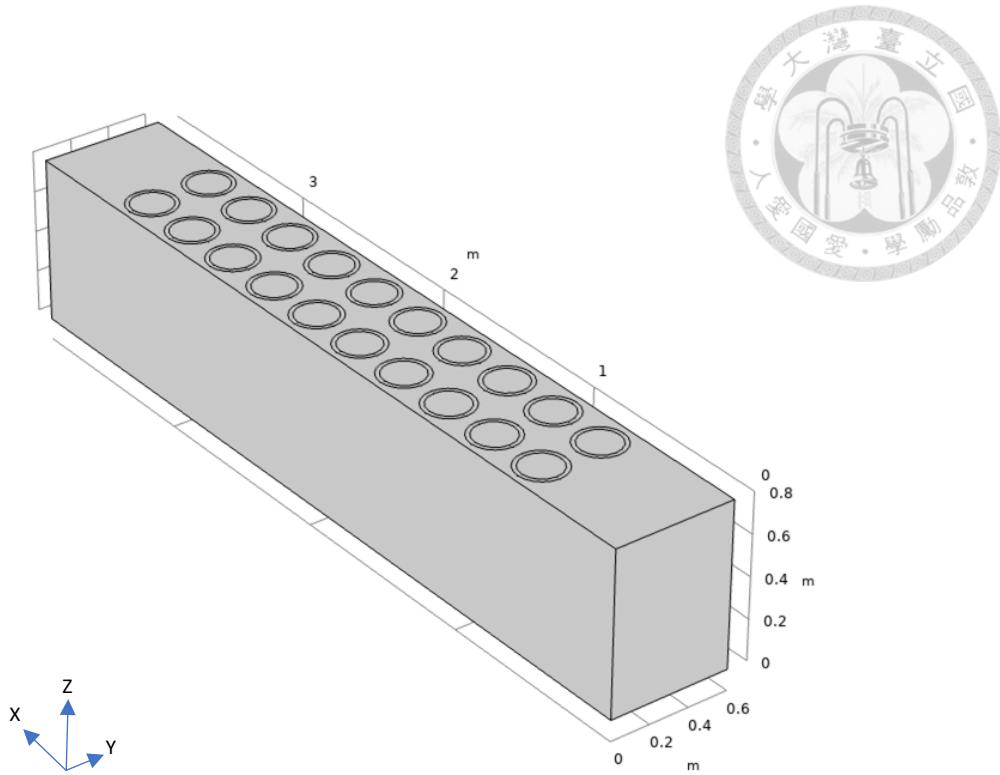


圖 4.26 三維排數分析全域模型示意圖

#### 4.3.2.2 元素種類與網格尺寸

縮尺試驗模型之幾何與材料參數建置完畢後，進行網格與元素之選用。由於時間域計算之時間成本相比頻率域分析要高出很多，元素的數量將決定計算時間多寡，考量整體觀察之重點在於樁型地震超材料之內部質量運動模態，以及三維數值模型排數分析結果帶隙最寬且為利試驗有足夠反應觀察點，因此縮尺試驗最後採取排數設計為六排。三維縮尺數值模型使用軟體中自動網格生成(normal)，再將內部質量之橡膠與混凝土部分進行局部細化，使用方法為切割最長邊，細化等級為 2，網格劃分後如圖 4.27，共計 618206 個任意四邊形元素。

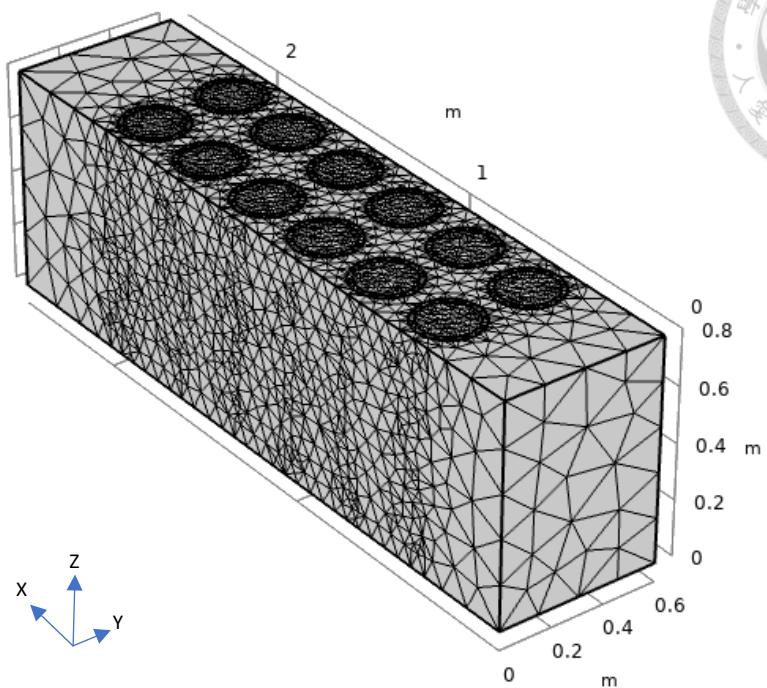


圖 4.27 三維排數分析全域模型手動網格生成示意圖



### 4.3.2.3 時間域分析結果與帶隙

帶隙判定延續 4.2 節中之定義，將不同排數取位移作圖，與二維排數分析不同之處為，三維數值模型目的在於進行縮尺試驗之設計，因此使用低反射邊界於模型四周(詳見 4.1.2 節)，為能確保所設計之排數能夠有效折減能量，除了於晶格邊長上取其位移反應，在深度上也挑選表面、中點與底部之點位，取各點位時間域中之位移最大值進行作圖，確保縱剖面上皆能有充足之折減效果，帶隙之上下界則以縱剖面選取之各點位中上界之最小、下界之最大頻率為取捨。

利用上述之原則，選取縱剖面上共六點進行做圖，如圖 4.44 至圖 4.47，其中藍色色塊為設計帶隙，黃色色塊為全域模型判斷帶隙，綠色則為相互重疊帶隙範圍，並整理帶隙結果如表 4.2。從表 4.2 能清楚發現，三維時間域之模型之帶隙結果相當符合單元晶格所得出之設計帶隙外，帶隙寬度也隨排數有些微增加，顯示樁型地震超材料在有限排數內，有效將能量侷限在晶格內，達到濾波之效果；但若選擇將排數持續增加，則所得之效果有限，因此若進行排數分析之設計，建議可採用時間域分析之結果，不宜過度設計。

其中，針對帶隙內外及時間先後之加速度、位移、應變及應力場，以  $n=3$  為例，作圖 4.28 至圖 4.43。吾人可從加速度與位移場在帶隙頻率內之不同時間下，觀察波傳如何傳遞至超材料中，且可透過比較帶隙內外之反應，看出超材料明顯產生局部共振機制進行消能，與圖 3.12 中所展現之模態反應相似；而從應變場中，可看出系統之最大變形始終生發生在橡膠上，於帶隙頻率外之反應則能看出波傳明顯從樁型超材料中間徑直通過，因此所有超材料上之橡膠均有明顯之應變，反觀帶隙頻率內之應變場，因局部共振之機制，能量快速於隨排數有效衰減，因此最大之應變出現在反應最大之第一排超材料上，若轉而觀察應力場，也將明顯看到此現象。

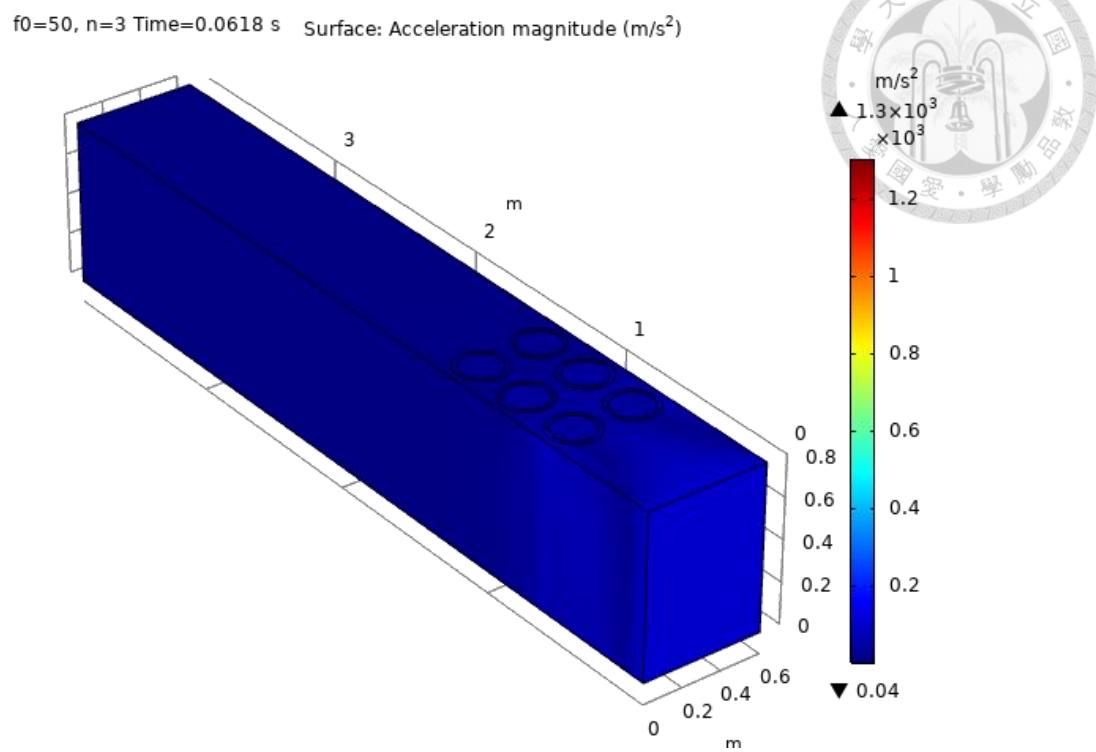


圖 4.28 三維排數分析(帶隙內) 50Hz  $t_1$  加速度場

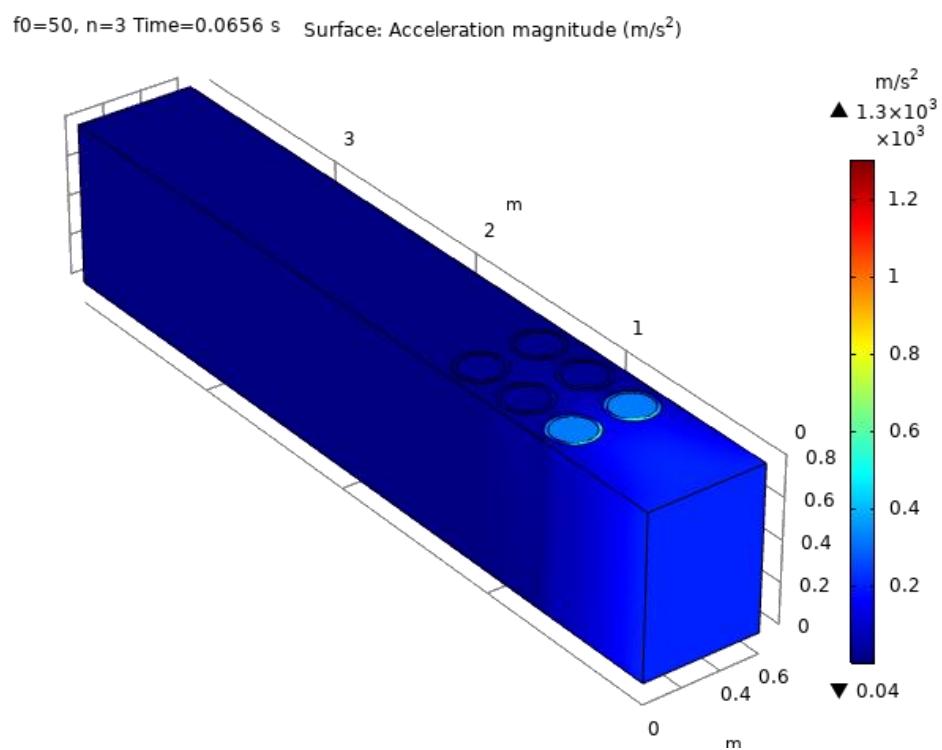


圖 4.29 三維排數分析(帶隙內) 50Hz  $t_2$  加速度場

$f_0=50$ ,  $n=3$  Time=0.0618 s Surface: Displacement magnitude (m)

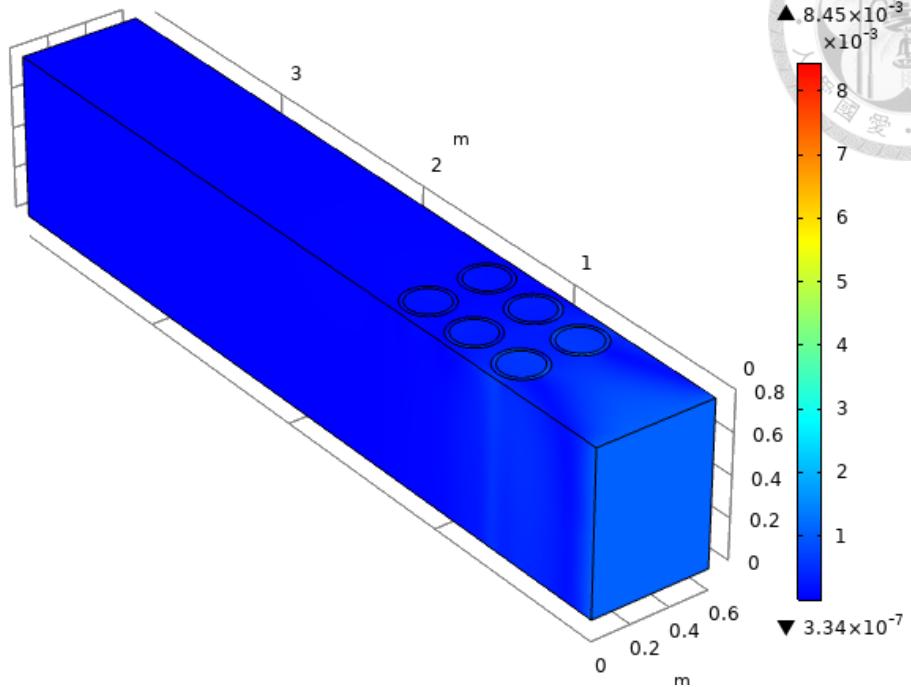


圖 4.30 三維排數分析(帶隙內) 50Hz  $t_1$  位移場

$f_0=50$ ,  $n=3$  Time=0.0656 s Surface: Displacement magnitude (m)

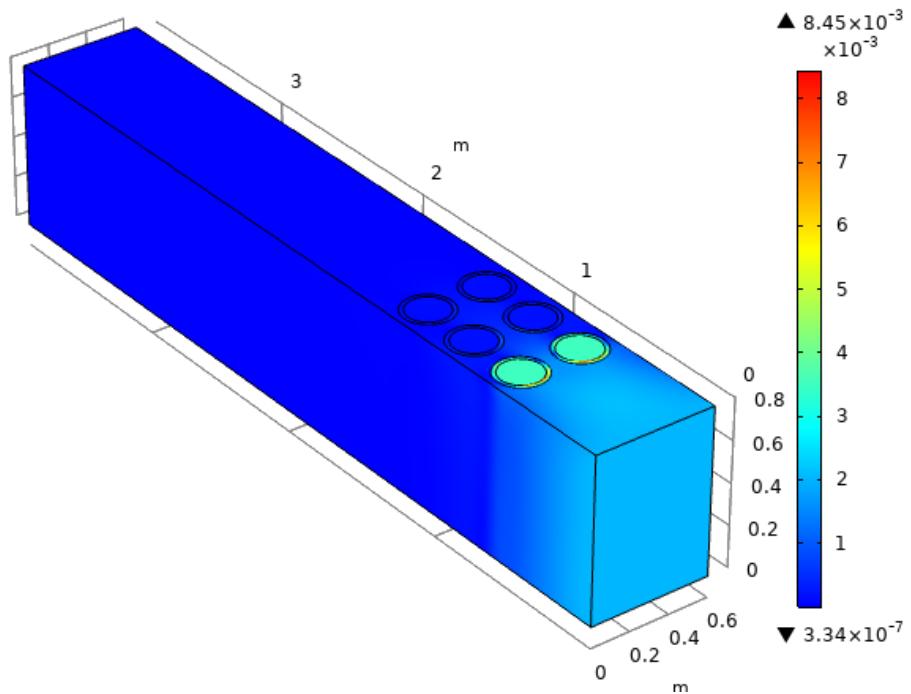


圖 4.31 三維排數分析(帶隙內) 50Hz  $t_2$  位移場

$f_0=50, n=3$  Time=0.0618 s Surface: Equivalent deviatoric strain (1)

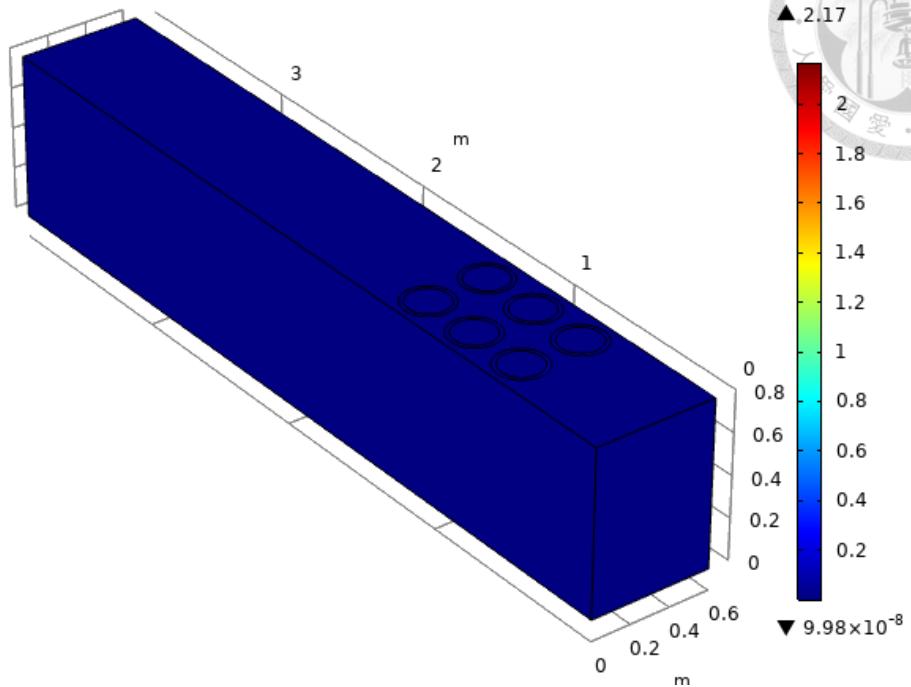


圖 4.32 三維排數分析(帶隙內) 50Hz  $t_1$  應變場

$f_0=50, n=3$  Time=0.0656 s Surface: Equivalent deviatoric strain (1)

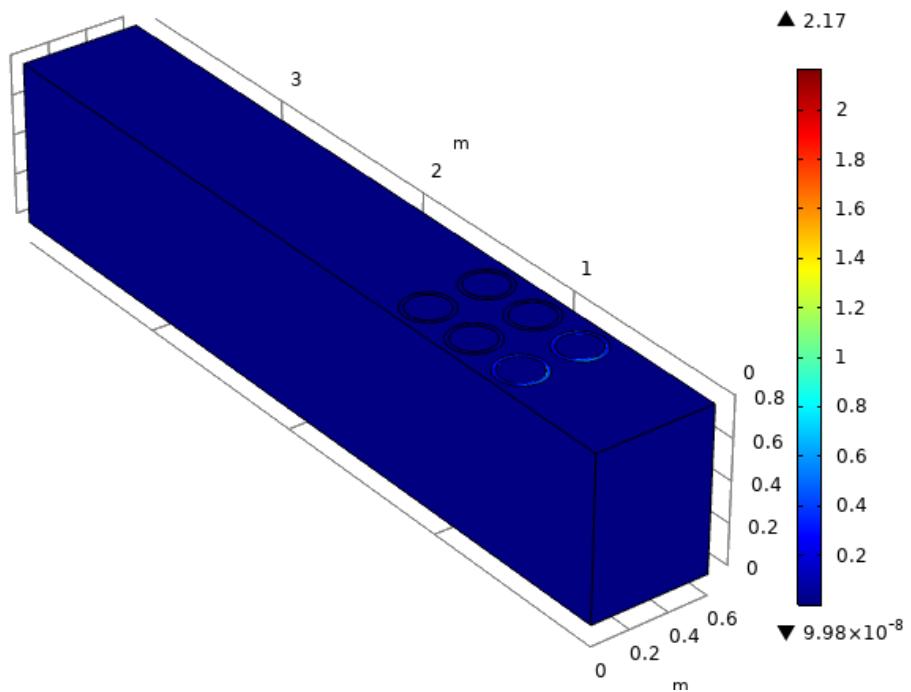


圖 4.33 三維排數分析(帶隙內) 50Hz  $t_2$  應變場

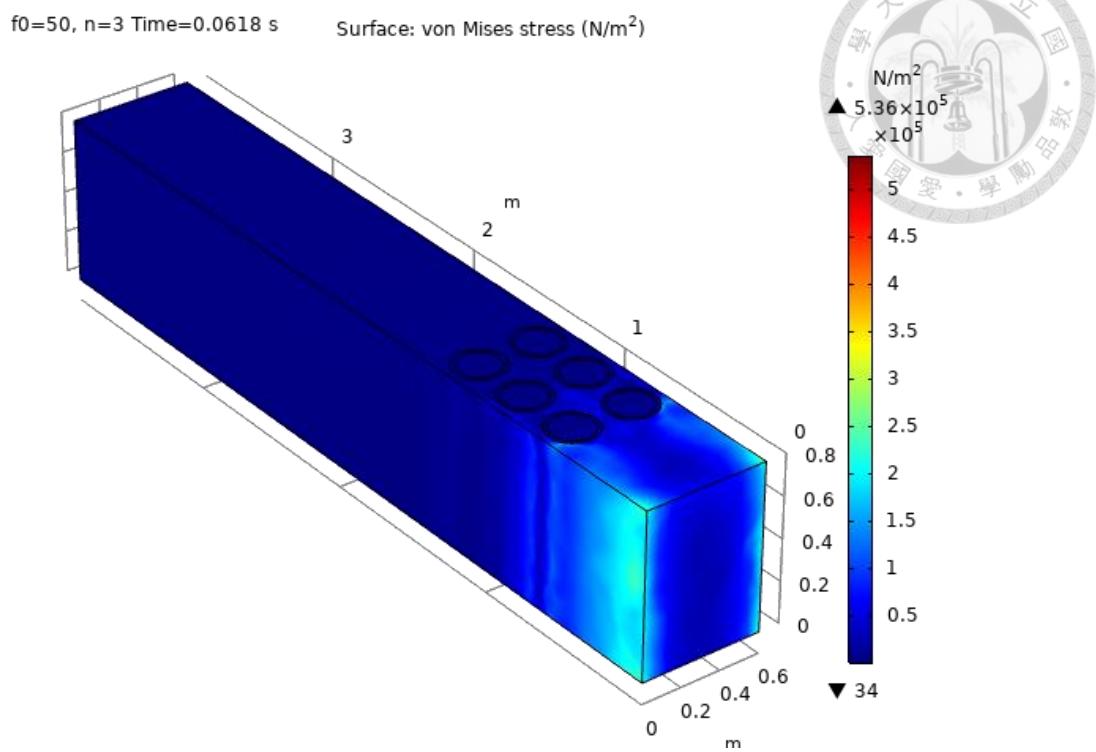


圖 4.34 三維排數分析(帶隙內) 50Hz t<sub>1</sub> 應力場

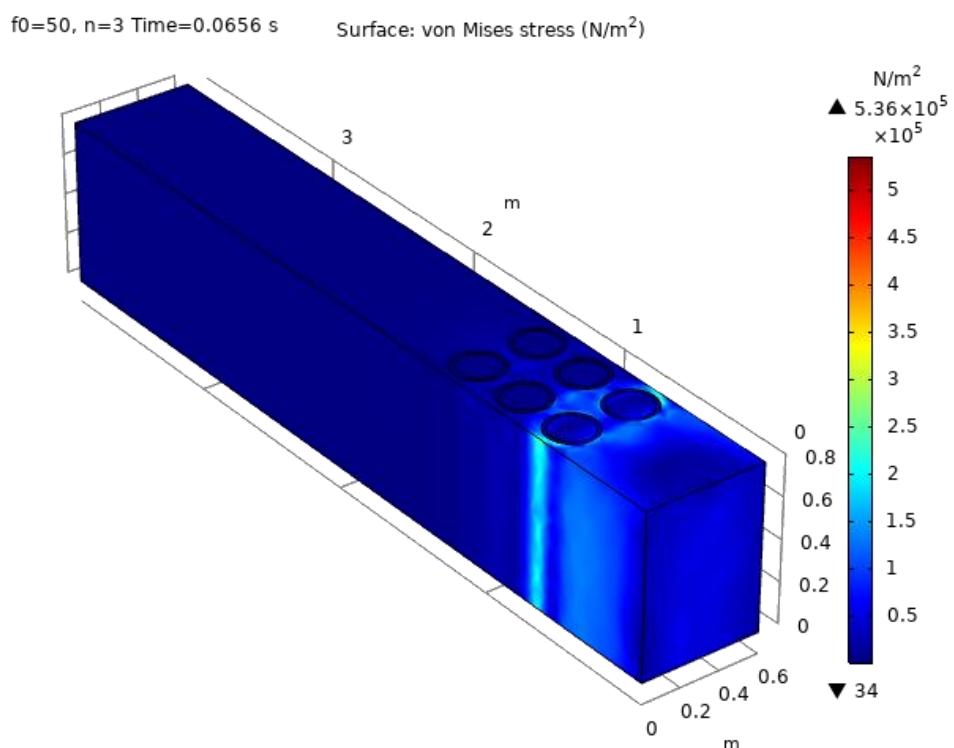


圖 4.35 三維排數分析(帶隙內) 50Hz t<sub>2</sub> 應力場

$f_0=65, n=3$  Time=0.061846 s Surface: Acceleration magnitude ( $m/s^2$ )

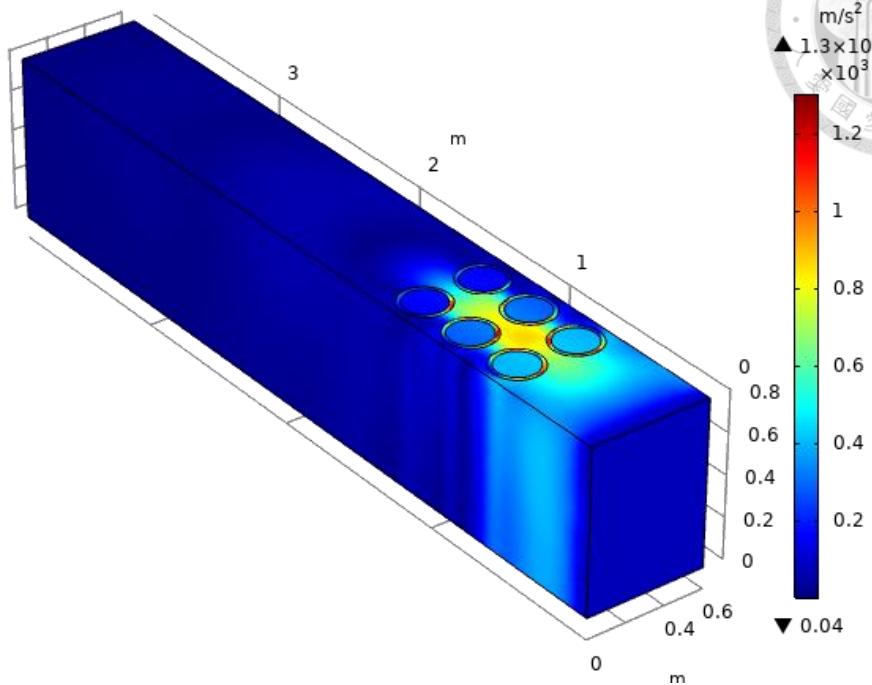


圖 4.36 三維排數分析(帶隙外) 65Hz  $t_1$  加速度場

$f_0=65, n=3$  Time=0.065692 s Surface: Acceleration magnitude ( $m/s^2$ )

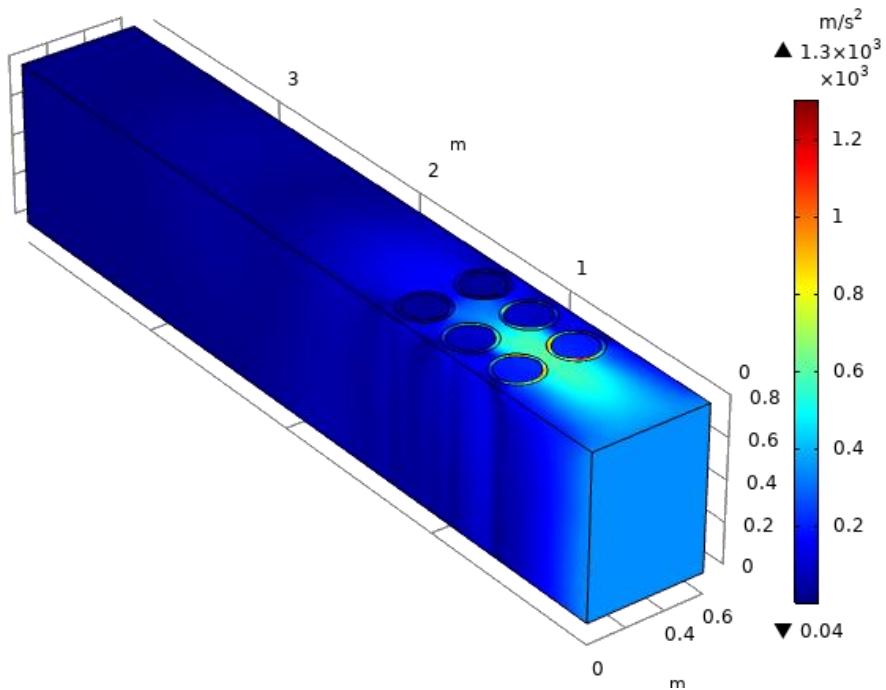


圖 4.37 三維排數分析(帶隙外) 65Hz  $t_2$  加速度場

$f_0=65$ ,  $n=3$  Time=0.061846 s Surface: Displacement magnitude (m)

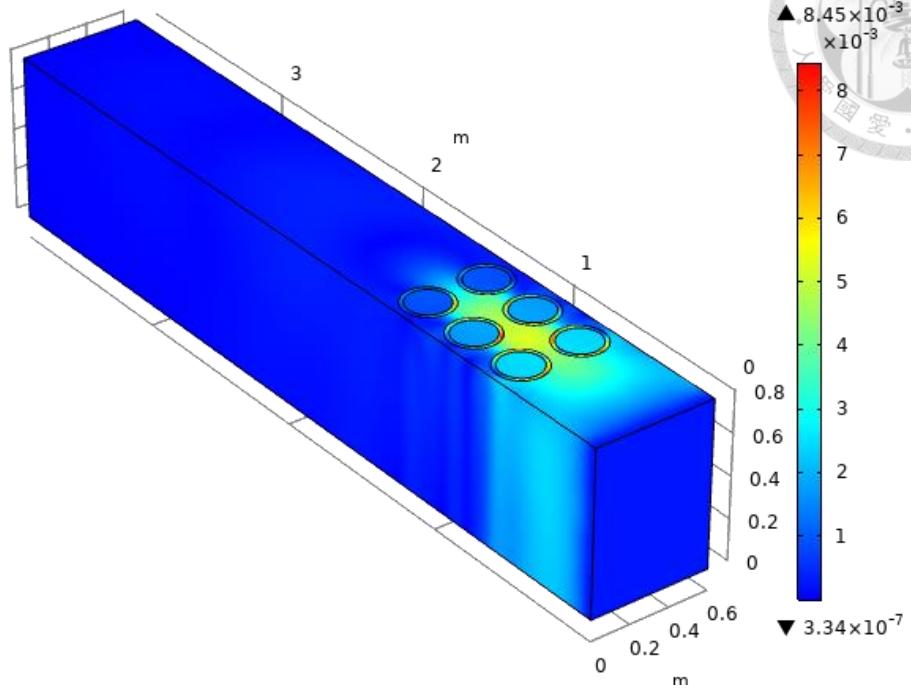


圖 4.38 三維排數分析(帶隙外) 65Hz  $t_1$  位移場

$f_0=65$ ,  $n=3$  Time=0.065692 s Surface: Displacement magnitude (m)

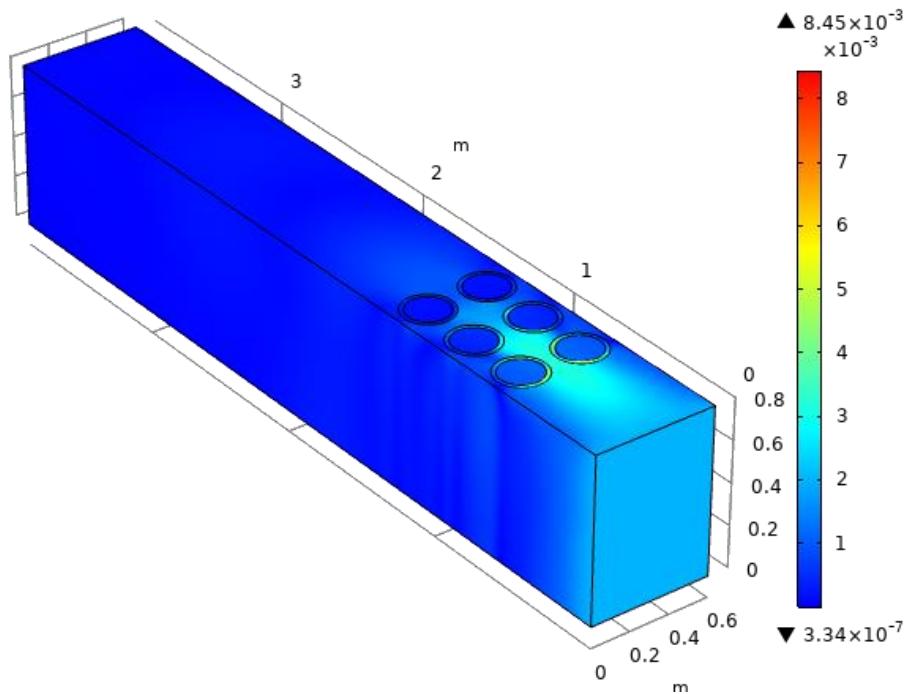


圖 4.39 三維排數分析(帶隙外) 65Hz  $t_2$  位移場

$f_0=65, n=3$  Time=0.061846 s Surface: Equivalent deviatoric strain (1)

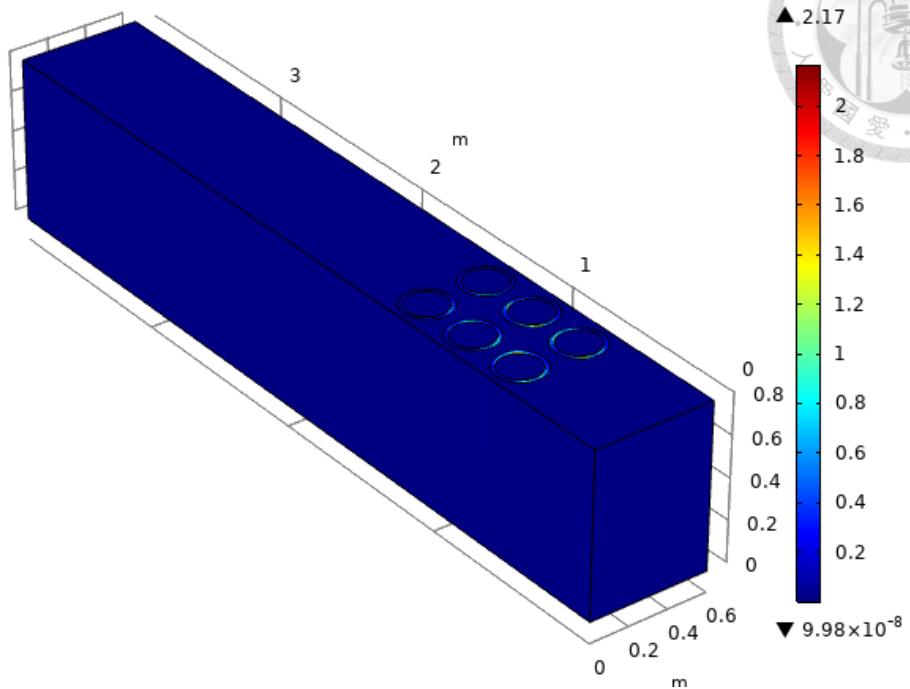


圖 4.40 三維排數分析(帶隙外) 65Hz  $t_1$  應變場

$f_0=65, n=3$  Time=0.065692 s Surface: Equivalent deviatoric strain (1)

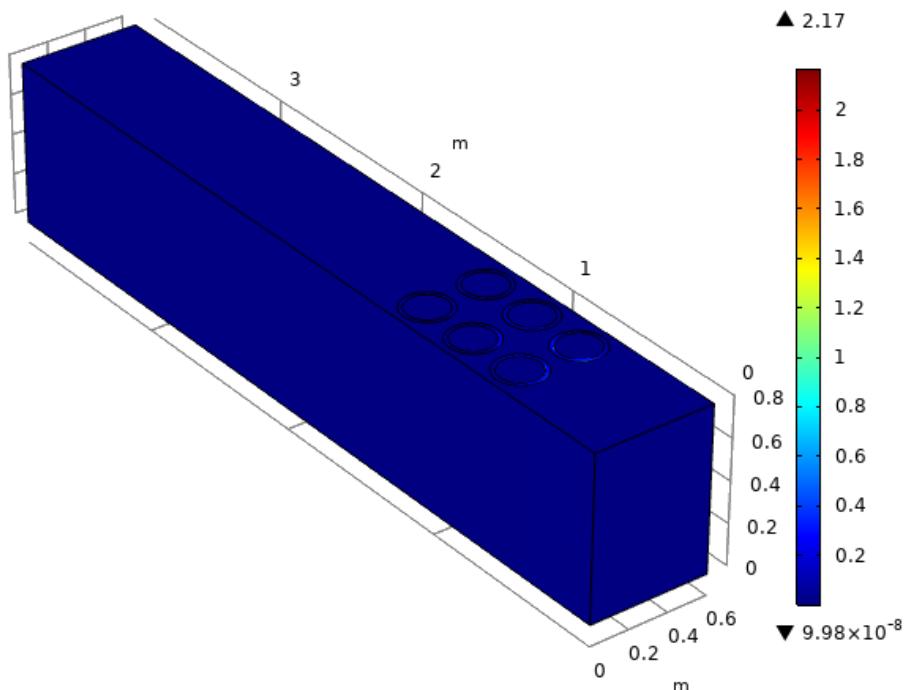


圖 4.41 三維排數分析(帶隙外) 65Hz  $t_2$  應變場

f0=65, n=3 Time=0.061846 s Surface: von Mises stress (N/m<sup>2</sup>)

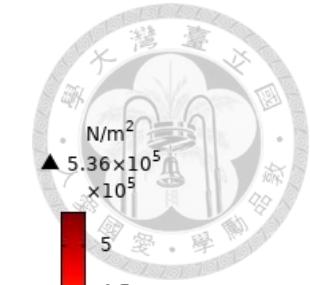
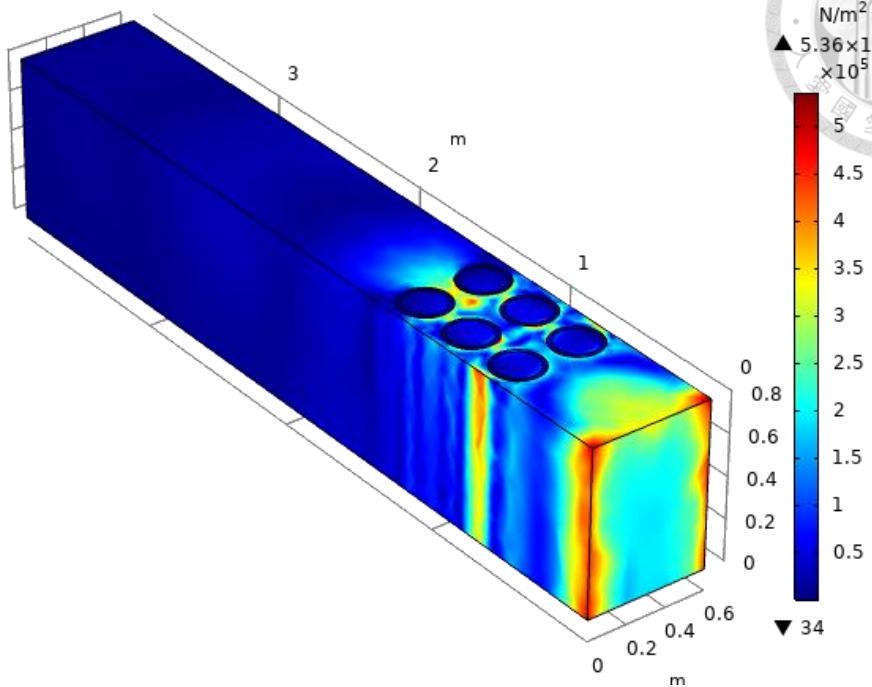


圖 4.42 三維排數分析(帶隙外) 65Hz t<sub>1</sub> 應力場

f0=65, n=3 Time=0.065692 s Surface: von Mises stress (N/m<sup>2</sup>)

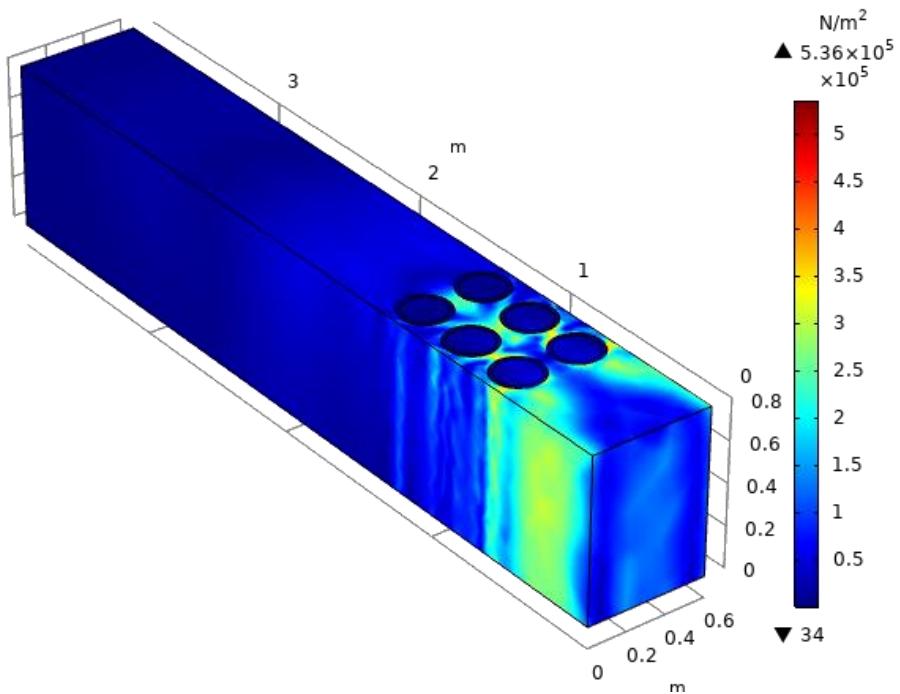
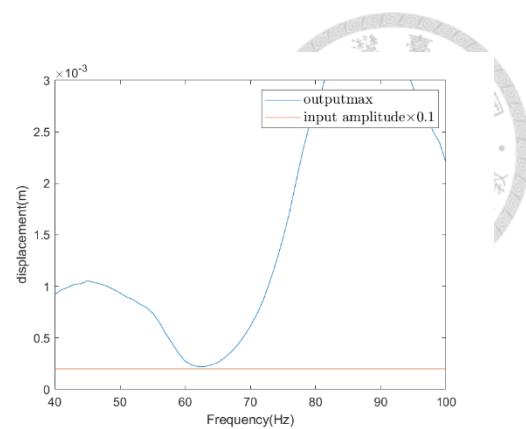
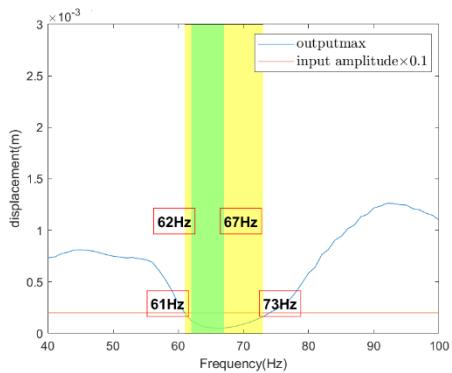
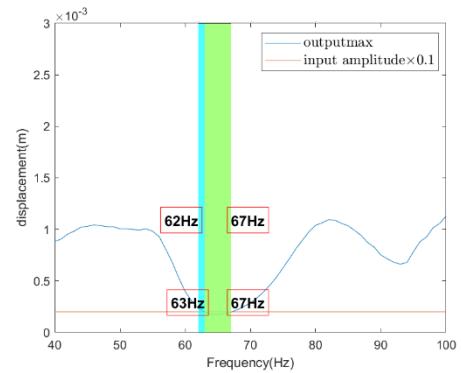
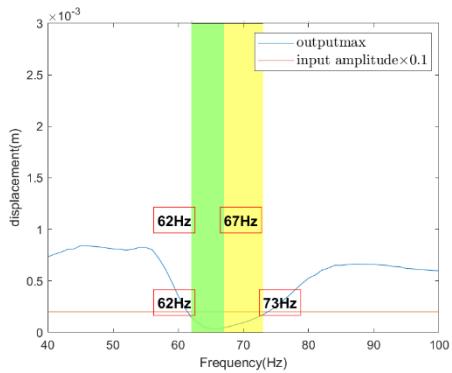


圖 4.43 三維排數分析(帶隙外) 65Hz t<sub>2</sub> 應力場

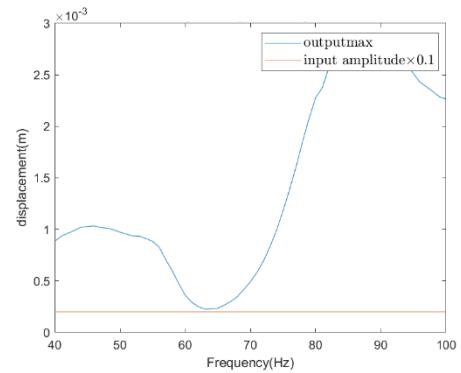
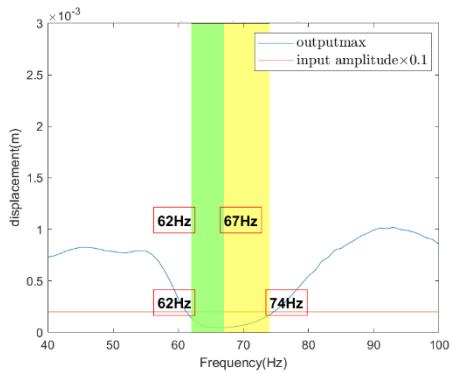
表面



中點



底部



近泡棉

y 向中點

圖 4.44 三維時間域排數分析  $n=2$  歷時最大位移與帶隙判斷：未有帶隙

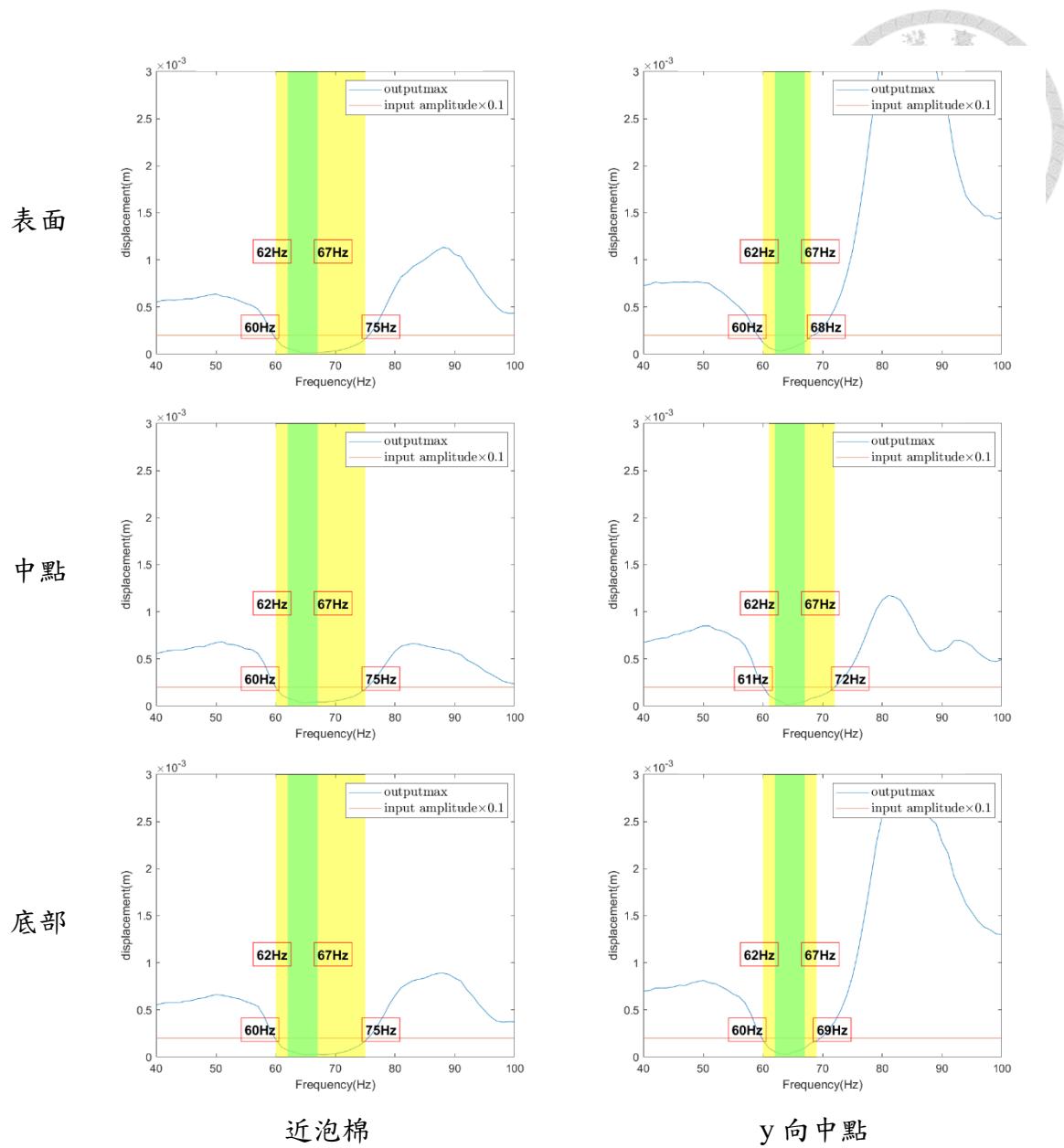


圖 4.45 三維時間域排數分析  $n=3$  歷時最大位移與帶隙判斷：61-68Hz

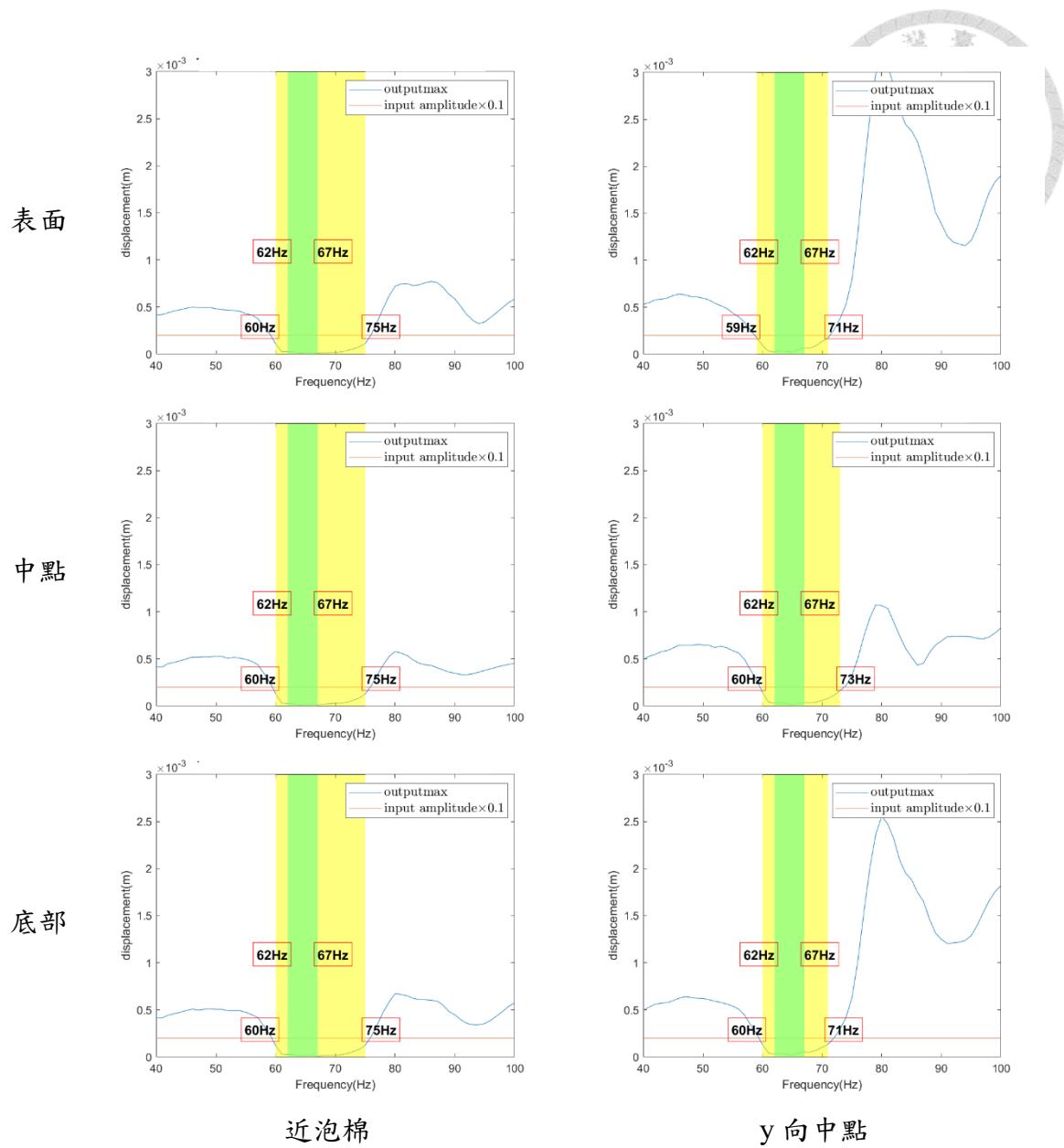


圖 4.46 三維時間域排數分析  $n=4$  歷時最大位移與帶隙判斷：60-71Hz

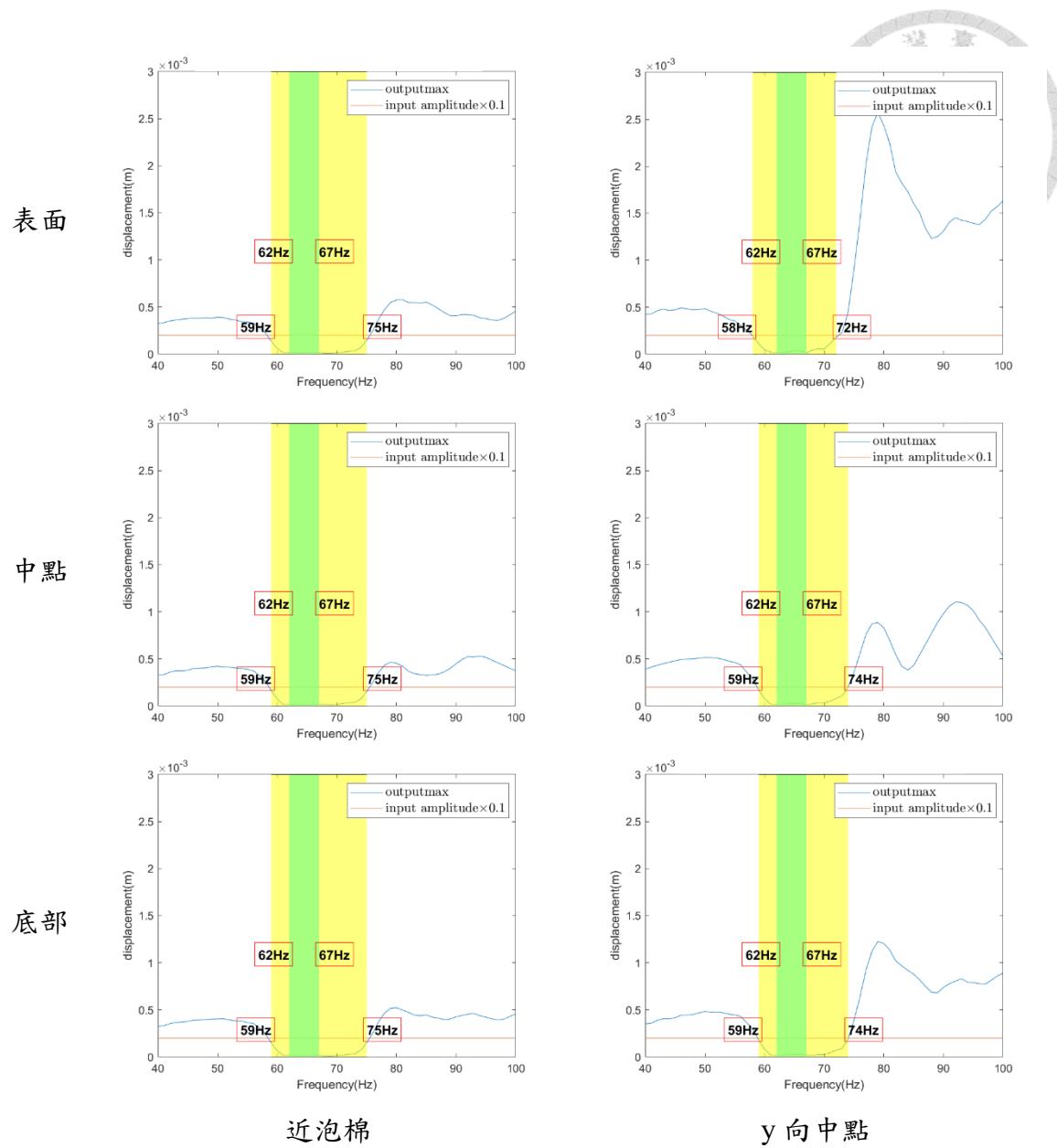


圖 4.47 三維時間域排數分析  $n=5$  歷時最大位移與帶隙判斷：59-72Hz



### 4.3.3 排數分析結果討論與比較

從二維頻率域排數分析之帶隙結果與三維時間域動力歷時排數分析之帶隙結果中相互比較，如表 4.2，可明顯看出時間域之分析與單元晶格之設計頻率帶隙較為相符，且有明顯的收斂結果，除了初步肯定實驗的可行性，也表示讓地震樁型超材料從單元晶格轉換到縮尺模型後，在邊界的轉換與使用上，具有一定的參考價值。雖使用時間域之分析得到較好之結果，但使用頻率域分析之結果並非完全不值得採納，因其計算時間上有大幅的優勢，因此能有效讓超材料單元在概估效益與力學行為觀察上，能有立即的初步驗證，加速整體設計超材料單元帶隙之流程。

基於排數分析結果，雖於模型中可得樁型超材料設置排數為三排即能有效將位移反應降低，但為利縮尺試驗取樣點足夠且帶隙寬度表現最佳，因此選擇設置排數六排為最終設計。

表 4.2 二維頻率域與三維時間域排數分析之帶隙結果比較

Number of columns	Band gap frequency		
	2D, Full Scale, Frequency domain study	3D, Lab Scale, Time domain study	2D, Full Scale Unit cell Eigenfrequency
n=2	6.5-7.5, 7.9-8.4Hz	-	<b>6.2-6.8Hz</b>
n=3	<b>6.4-8.3Hz</b>	<b>61-68Hz</b>	
n=4	6.3-7.6, 7.8-8.2Hz	60-71Hz	
n=5	6.3-7.4, 7.7-8.1Hz	59-72Hz	
n=6	<b>6.3-7.4, 7.6-8.1Hz</b>	<b>58-73Hz</b>	

## 第五章 縮尺試驗



### 5.1 試驗目的

為更瞭解樁型超材料在全域模型之局部共振消能機制會確實發生，同時驗證前人研究之可行性，設計縮尺試驗觀察樁型超材料在動力歷時之反應，並確認其工程可行性與衰減震波之效益。最後將其與數值分析模型之結果進行比較與探討，確認數值模型之正確性。

### 5.2 試驗規劃

考量致動器性能範圍、實驗設備與縮尺效應，設計能容納 1/10 及 1/20 縮尺超材料單元之鋼製容器，設置於國家地震工程研究中心之六米反力牆系統，並使用最大力量為 1.5 噸之致動器，連接 MTS FlexTest GT Controllers 作為輸入面波之控制系統，如圖 5.4 至圖 5.5，理想輸入波形應如圖 5.6 所示。並依照設計之加速規點位進行埋設，除鋼製容器敲擊求取共振頻率，也對純砂土進行試驗求取其波速與波傳情形，而後對每組設計之超材料試體進行掃頻求取帶隙，並確認其消能機制。

#### 5.2.1 試驗配置

參考 Chen[20]之地震超材料縮尺試驗及第四章中之縮尺試驗數值模型之結果，設計  $460\text{cm} \times 220\text{cm} \times 90\text{cm}$  之鋼製容器，實際容積為  $400\text{cm} \times 70\text{cm} \times 90\text{cm}$ ，側板與底板厚度分別為 1cm 及 2cm，完整配置參考圖 5.1 與圖 5.2。其中鋼製容器採用 ASTM A36 結構用碳鋼，材料參數如表 5.1。於鋼製容器前端板處設置滑軌，使得試驗過程中保持致動器能產生 x 軸單向無扭轉之運動作為輸入源。由於致動器本身性能之限制，設計出實尺帶隙為 6.2-6.8Hz 之樁型超材料單元，縮尺效應後帶隙為 62-68Hz 之試體進行縮尺試驗，選擇之致動器規格如圖 5.3。惟此試驗之裝置設計較為特殊，數值模型中材料參數假設為完全線彈性，不符合實際試驗之情形，且鮮少前人參考資料作為材料強度模型，因此後續會針對實驗使用之材料實際情形取得相關參數，期未來能將模型優化，進行更完整之分析，並提供設計與試驗建議。

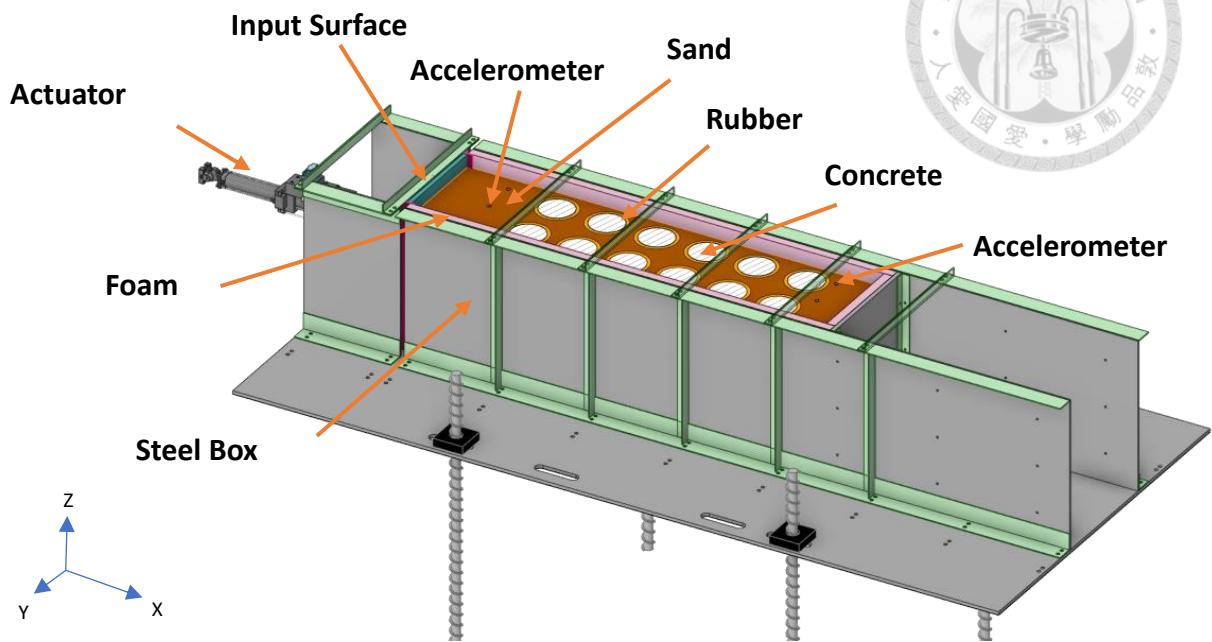


圖 5.1 縮尺試驗配置示意圖

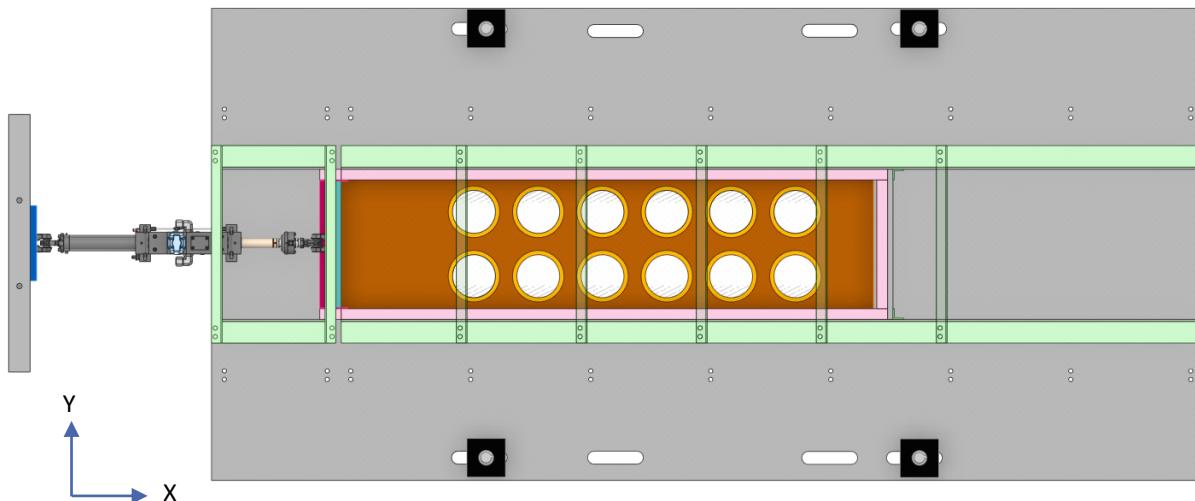


圖 5.2 縮尺試驗配置示意圖 上視圖

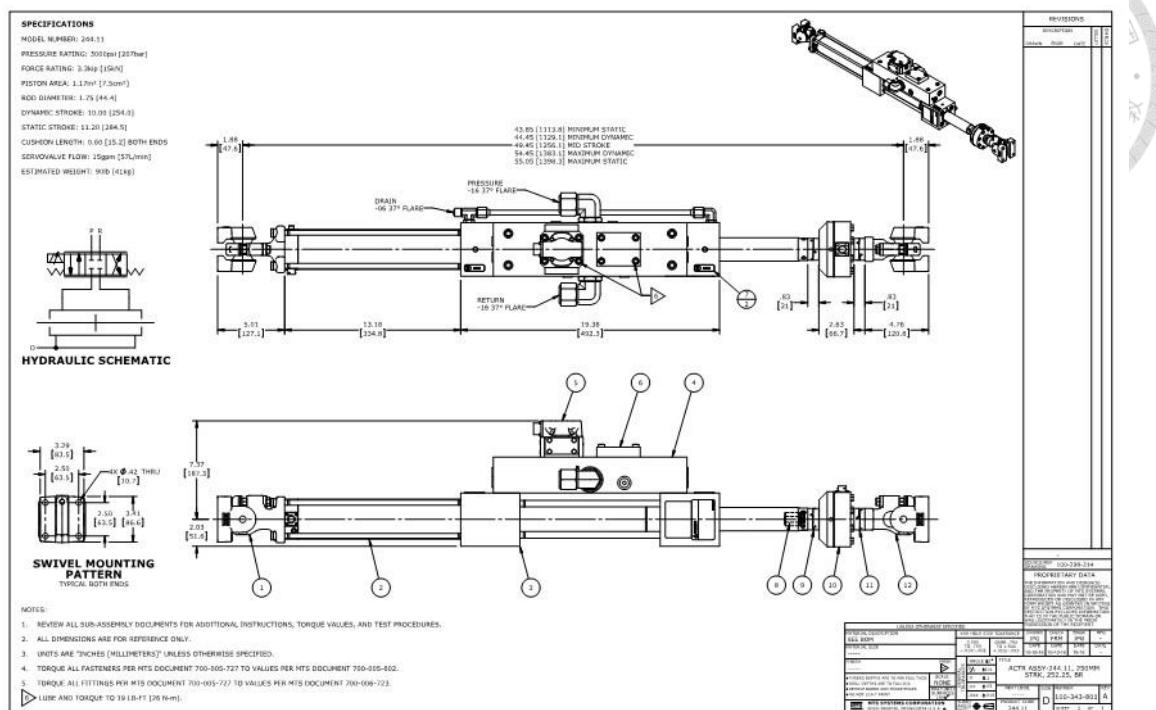
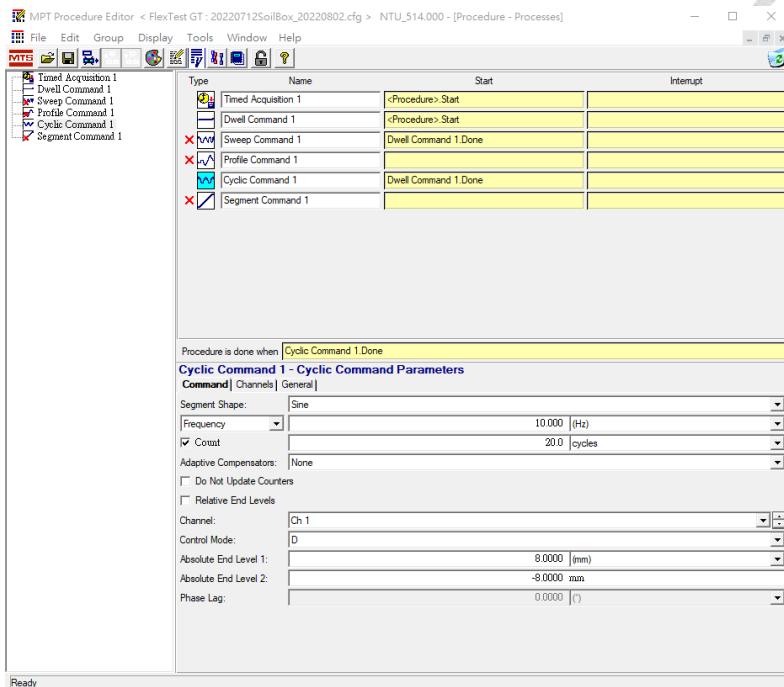


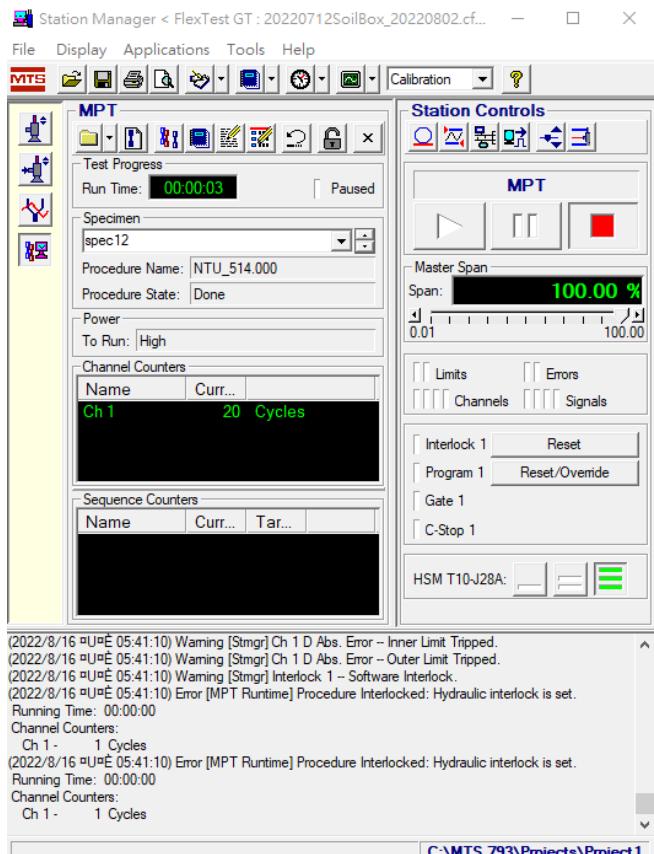
圖 5.3 國震中心 244.11 致動器規格

表 5.1 ASTM A36 結構用碳鋼材料參數

降伏強度	250MPa
抗拉強度	400-550MPa
伸長率	≥20%
硬度	Shore D 83
抗壓強度	11000psi



(a) procedure editor



(b) station manager

圖 5.4 MTS FlexTest GT Controllers 系統控制介面

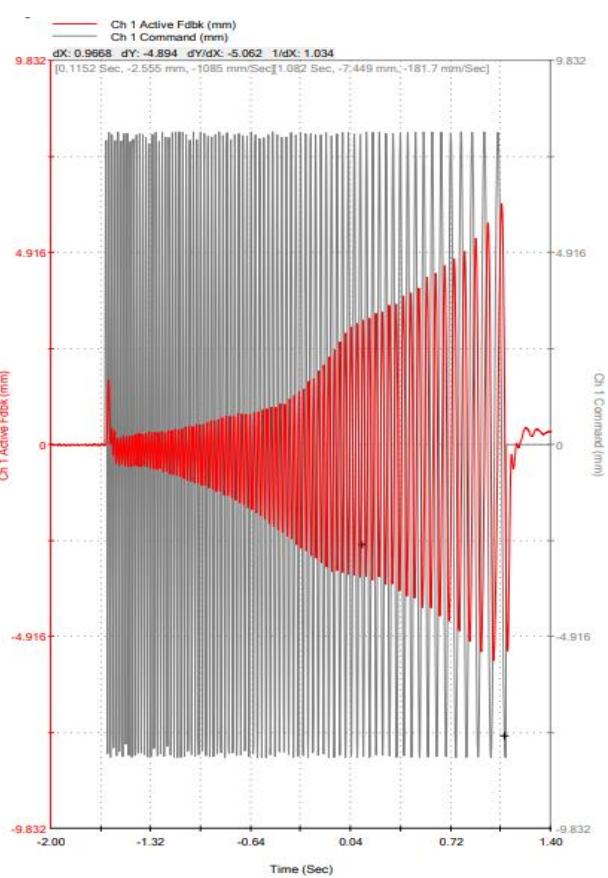


圖 5.5 控制系統內建位移偵測結果

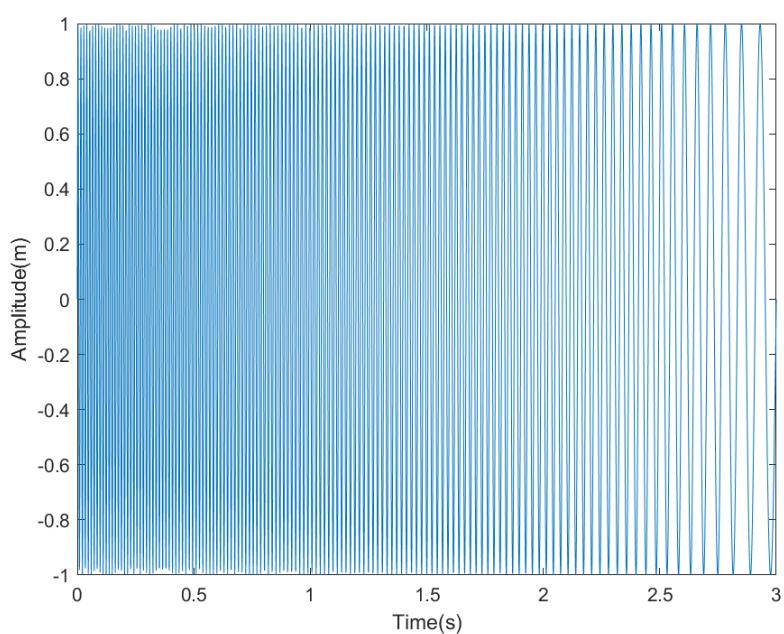


圖 5.6 理想正弦波掃頻位移歷時圖



### 5.2.2 試驗準備流程

#### ➤ 試驗前準備工作

1. 鋼製容器進場：組成鋼製容器之鋼板進場，放置於國家地震中心六米反力牆處，進行定位與組裝，致動器轉接示意如圖 5.7，轉接完成如圖 5.10 及圖 5.11。
2. 邊界條件設置：定位完成後於底板施加預力固定鋼製容器，並於側板、後端板及容器內側底部黏貼泡棉以模擬低反射邊界，貼裝位置如圖 5.8；多餘開孔使用膠布封孔處理，避免漏砂；前端板(位移面波輸入源處)與外側板接合處使用矽膠膜黏貼，避免其移動過程中嚴重漏砂。
3. 系統共振測試：為更加理解實驗數據之反應，設置三向加速規於空箱上，如圖 5.9，並分別對三項進行敲擊試驗得到各項之共振頻率。

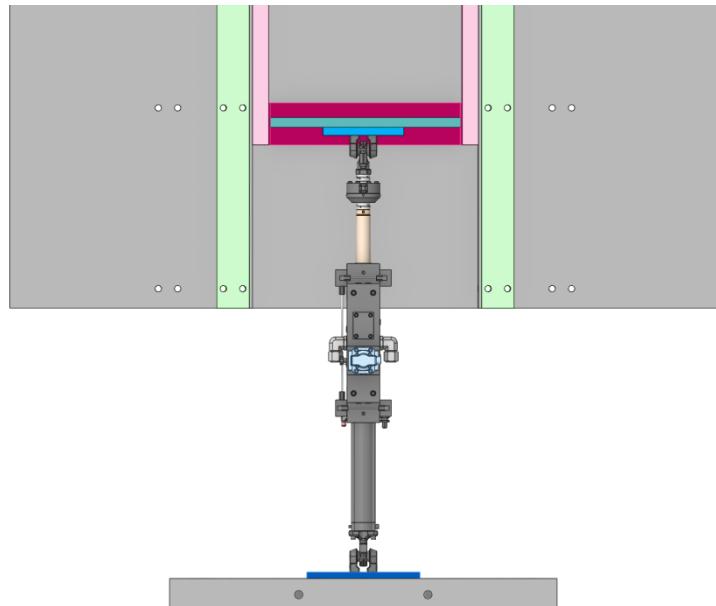


圖 5.7 致動器與鋼製容器、反力牆轉接示意圖

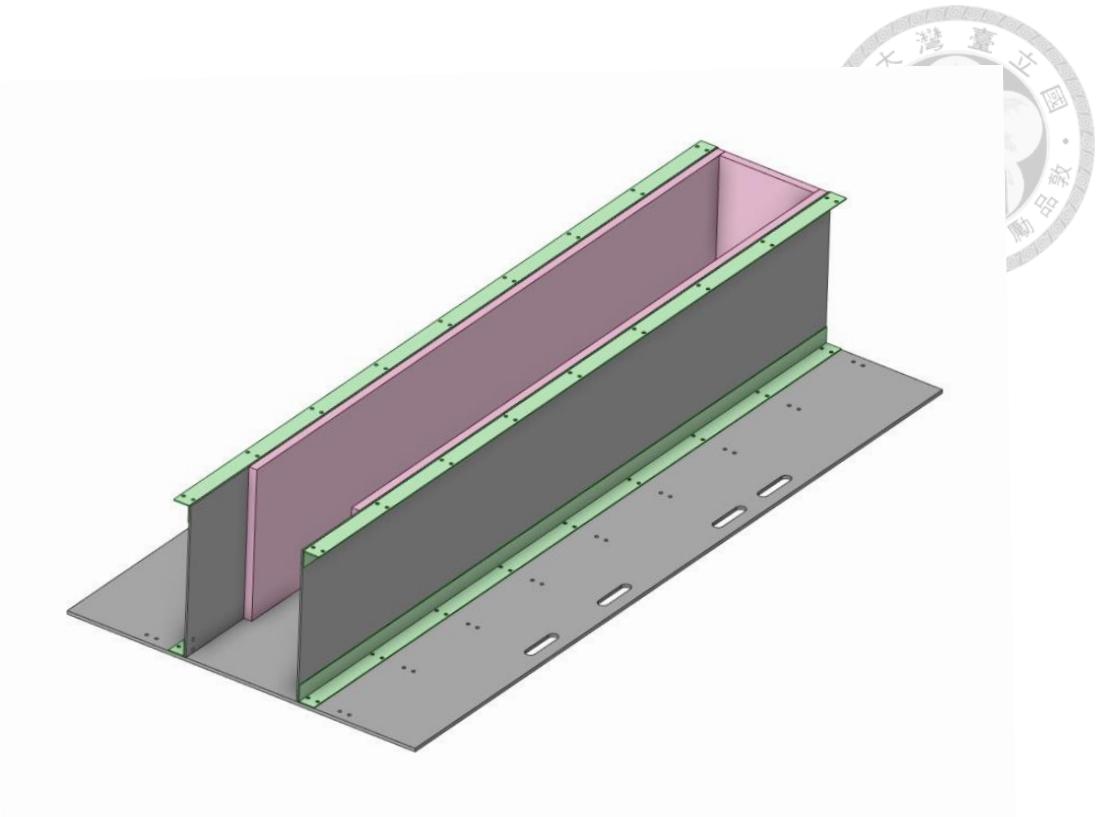


圖 5.8 泡棉貼裝位置示意圖

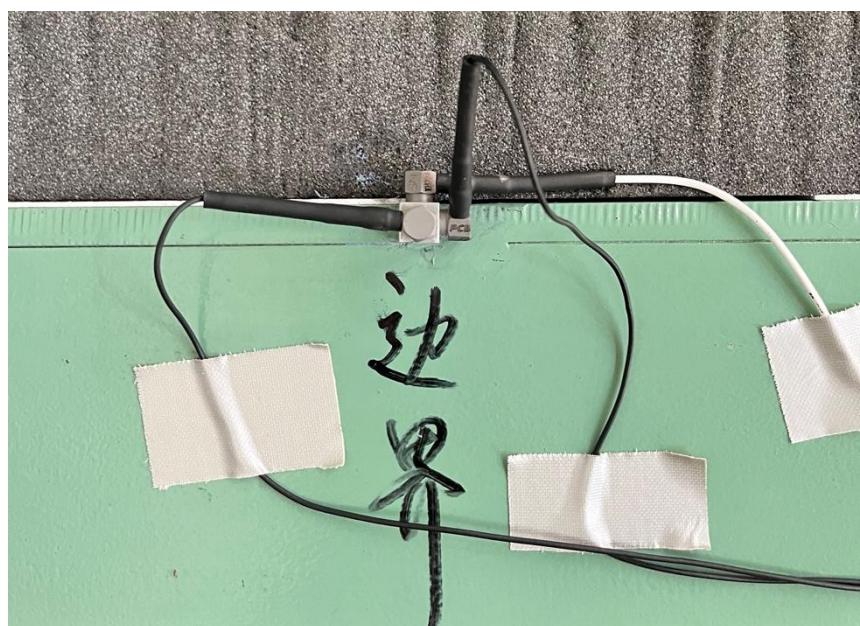


圖 5.9 鋼製容器系統共振 加速規三向裝設圖



(a)



(b)

圖 5.10 致動器轉接情形(a)轉接至反力牆(b)轉接至鋼製容器之可移動鋼板



圖 5.11 鋼製容器組立完成後視圖



### ➤ 超材料試體準備之流程

1. 混凝土與橡膠接合與初步固定：塗抹水性壓克力樹脂黏著劑於混凝土與橡膠表面，等候約十五分鐘待其由白色變透明出現黏性時貼合，使用白鐵管束與紮線帶固定，使其接觸面密合並加強接著強度後，利用自重滾壓增加黏性再直立靜置約二十四小時，如圖5. 12。
2. 試體縫隙處接合與最終固定：將前一天製作之試體管束拆除，並使用雙液型環氧樹脂接著劑將橡膠空隙處黏合，如圖5. 13與圖5. 14。
3. 拆除試體束制：等待約五分鐘膠化完成，確認接著強度足夠後及接合情形良好，即可取下白鐵管束與紮線帶。
4. 試體標記：使用藍色壓克力顏料標記試體上方混凝土面，方便進行錄影時觀察試體行為。
5. 加速規埋置與超材料試體定位：按照加速規設計之配置點位，在鋼製箱體上作定位記號，砂土填充並夯實至指定高程，單軸加速規旋轉加裝於立方塊，並用快乾膠黏貼於 $1\text{ in} \times 1\text{ in}$ 之鋁片上固定以模擬質點運動，讀取指定方向上之加速度。再將加速規擺放至指定點位，進行下一層夯實直至結束。裝設於樁型超材料上之加速規，使用氣泡水準儀輔助定平，如圖5. 15。

### ● 振動試驗之進行

1. 振動試驗：確認內外量測儀器皆有訊號後，為避免正弦波試驗時土壤試體承受拉應力，將致動器以力控制至 $4\text{kN}$ ，使土壤產生預壓應力。依照規劃的振動模式進行振動試驗。主要為單向不同頻率的正弦波，分為粗掃、細掃及定頻掃三種模式。
2. 錄影：將每一次振動試驗之情形以攝影機進行一般及高速攝影拍攝。
3. 沉陷量測：在每一次振動試驗後量測砂面高程，並藉此計算出振動前後之石英砂相對密度。



(a)

(b)

圖 5.12 混凝土圓柱與橡膠接合(a)初步固定完成圖(b)水性壓克力樹脂黏著劑[28]



(a)



(b)

圖 5.13 混凝土圓柱與橡膠接合

(a)最終固定完成側視圖 (b)雙液型環氧樹脂接著劑[29]



圖 5.14 混凝土圓柱與橡膠接合與最終固定完成俯視圖

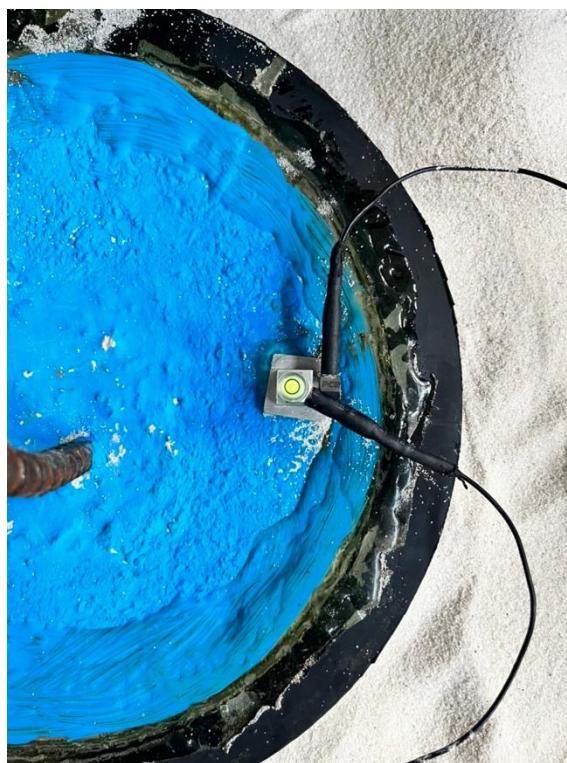


圖 5.15 試體加速規定平



- 試驗實際使用材料：

- 石英砂：本實驗超材料單元晶格之土壤使用材料為乾燥越南石英砂，如圖 5.16，以填充鋼製砂箱，箱體高度為 90 公分，各組試驗填充高度設計為 80 公分，總填充體積約為 1.3 立方公尺。
- 混凝土：混凝土在超材料結構中主要為質量來源的提供，強度對帶隙影響不大，因此不對其進行抗壓強度試驗，僅帶入設計強度  $420\text{kg}/\text{cm}^2$ 。實際澆注情形如圖 5.17。
- 橡膠：由於超材料單元設計之橡膠楊氏模數及厚度需求較為特殊，市面成品難以購得，需特別訂製鋼模製作成品，橡膠試片需求如表 5.2，考量製作時可能會有所損耗，因此額外增加 5cm，規格驗收參考圖 5.22 與圖 5.23。為達到較低的設計帶隙以符合縮尺試驗中致動器之性能曲線範圍，參考表 5.3，可知 IRHD 硬度 30 以下之橡膠較符合實驗需求。

從第四章縮尺試驗數值模型結果中，觀察橡膠之應變與變形率最大值約為 220%，約可落在天然橡膠(NR, natural rubber)彈性範圍內，同時可發現橡膠試驗過程中多為受壓，因此於國震中心使用萬能試驗機，對  $10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 1\text{cm}$  之橡膠試片進行壓力試驗，如圖 5.21。

數據計算後所作之應力應變曲線如圖 5.18，依照橡膠受不同應力之範圍，可選擇出兩段曲線，對其作迴歸曲線得橡膠 E 值約為 44.3kPa 及 104.5kPa，圖 5.19 及圖 5.20，再將此楊氏模數進行頻散曲線分析，以對照縮尺試驗之數據分析結果。若參考 4.3.2.3 節中應力場，當輸入面波為 2mm 時，最大應力約為 180kPa，且發生於第一排樁型超材料底部，其餘部分橡膠所受應力皆小於 140kPa。但若考慮致動器之實際性能，輸入波幾乎皆難以達到 2mm，因此楊氏模數若使用 44.3kPa 也屬合理之範圍。



(a)



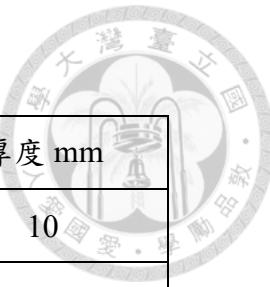
(b)

圖 5.16 試驗實際使用之越南石英砂



圖 5.17 混凝土圓柱實際澆注情形

表 5.2 天然橡膠試片尺寸表



試體尺寸	長 mm	寬 mm	厚度 mm
1:20 30cm 高	350	300	10
1:10 35cm 高	650	350	20
1:10 65cm 高	650	650	20
1:10 85cm 高	650	850	20

表 5.3 橡膠硬度與彈性常數的關係(Lindley 理論)[32]

Hardness IRHD $\pm$ 2	Young's modulus $E_0$ MN/m <sup>2</sup>	Shear modulus $G$ MN/m <sup>2</sup>	k numerical factor	Bulk modulus $E_\infty$ MN/m <sup>2</sup>
30	0.92	0.30	0.93	1000
35	1.18	0.37	0.89	1000
40	1.50	0.45	0.85	1000
45	1.80	0.54	0.80	1000
50	2.20	0.64	0.73	1030
55	3.25	0.81	0.64	1090
60	4.45	1.06	0.57	1150
65	5.85	1.37	0.54	1210
70	7.35	1.73	0.53	1270
75	9.40	2.22	0.52	1330

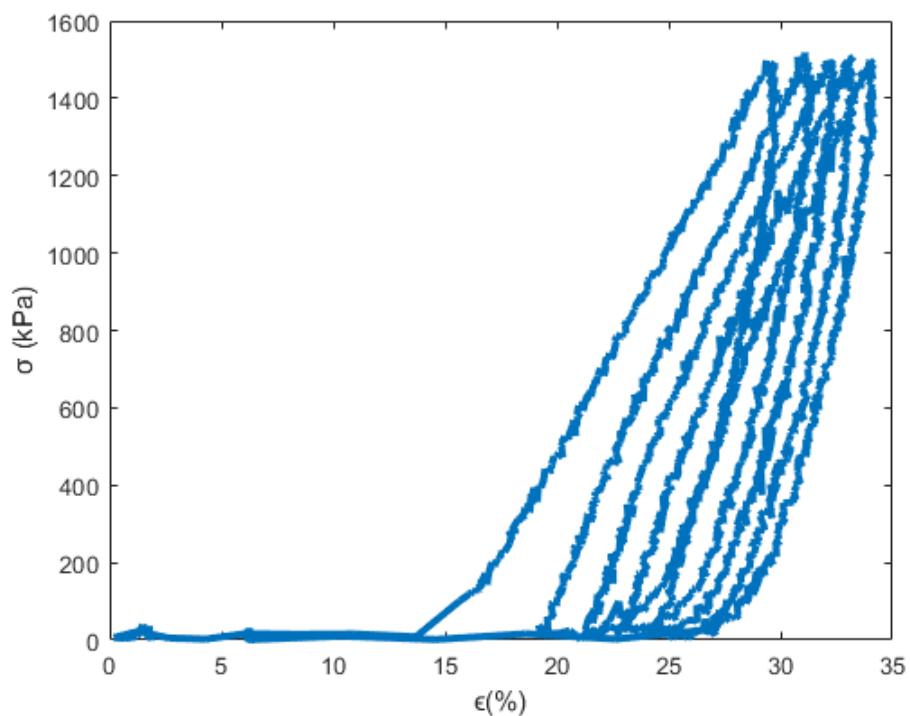


圖 5.18 橡膠試片受壓之應力應變曲線

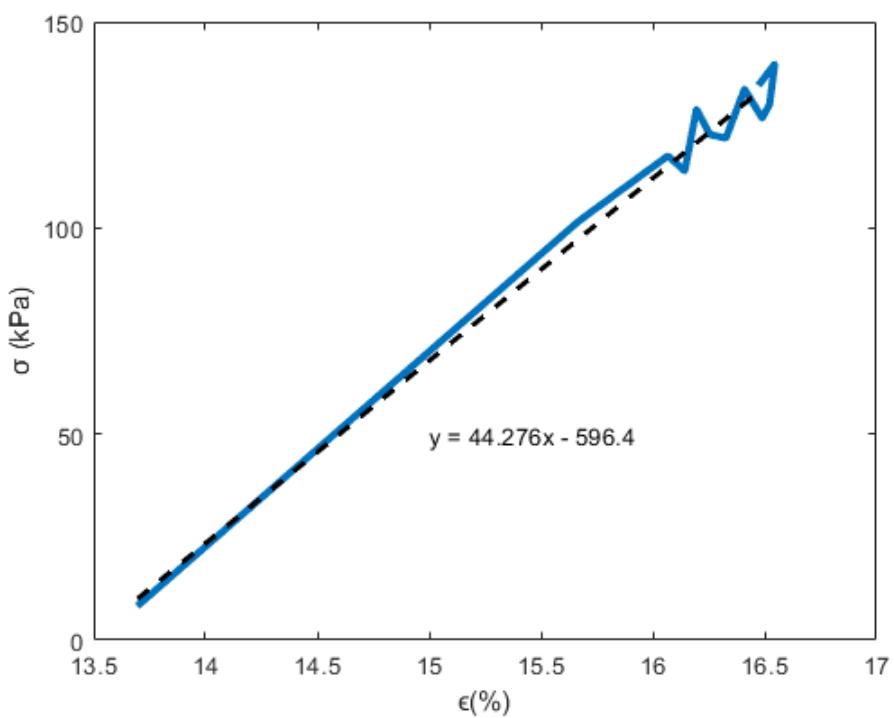


圖 5.19 橡膠試片受壓之應力應變曲線 curve 1 線性回歸結果

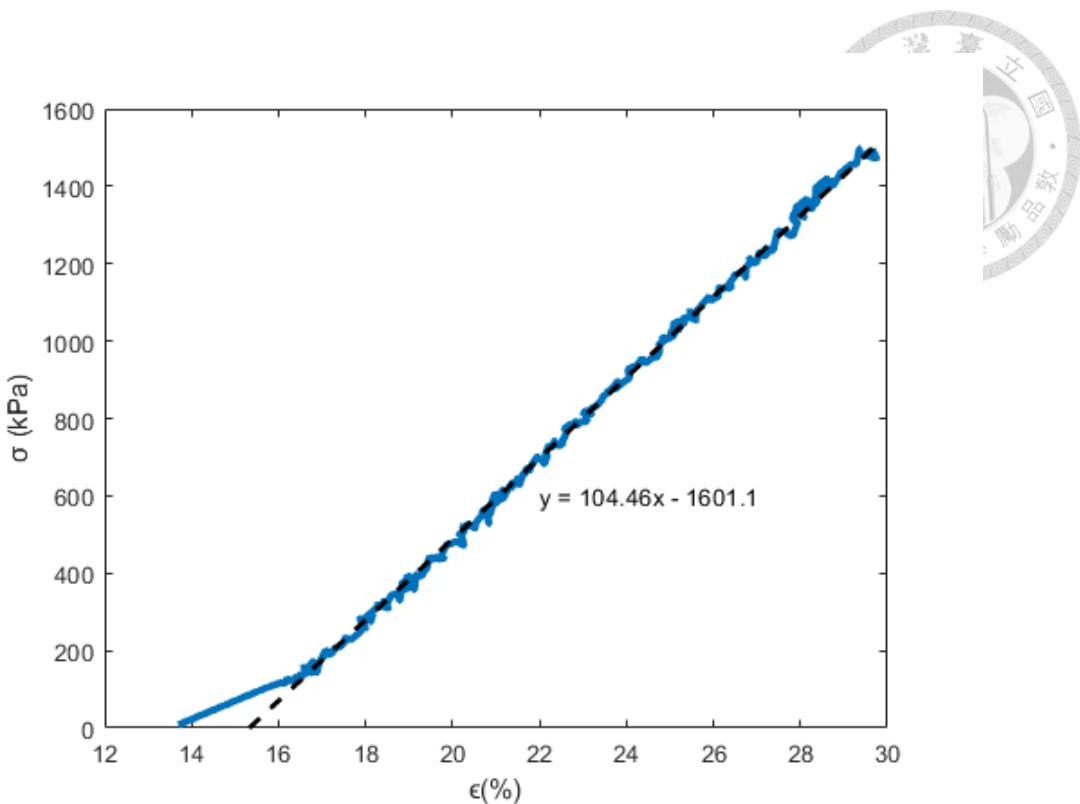


圖 5.20 橡膠試片受壓之應力應變曲線 curve 2 線性回歸結果



圖 5.21 萬用試驗機放置橡膠試片情形



圖 5.22 橡膠試片規格 35cm×65cm



圖 5.23 橡膠試片規格 30cm×35cm



- 水性壓克力樹脂黏著劑：水性壓克力樹脂黏著劑(簡稱地板膠)特色為具優越之感壓接著性，提升施工效率，黏著力強可重複貼合。應用範圍廣，適用塑膠地磚、地毯等項目。詳細物理性參考表 5. 4。

表 5. 4 雙水性壓克力樹脂黏著劑物理性質[28]

等候(膠化)時間	20 分鐘
操作時間	60 分鐘
黏度(cps/25°C)	25000~30000
黏著強度力(kgf/cm <sup>2</sup> )	1.2
PH 值	5.0~7.0

- 雙液型環氧樹脂接著劑：雙液型環氧樹脂接著劑(簡稱 ab 膠)特徵為固化快速，5 分鐘膠化，30 分鐘即可達初步強度，膠化後體積不易收縮，適用材料廣泛，耐化性及耐衝擊性佳。詳細物理性參考表 5. 5。

表 5. 5 雙液型環氧樹脂接著劑物理性質及強度

操作時間	4 分鐘 (室溫 25°C)
熱變形溫度	100°C
比重	1.01
硬度	Shore D 83
抗壓強度	11000psi
抗拉強度	5700psi
接著強度	2400psi
抗彎強度	12500psi
伸長率	3.5%



圖 5. 24 1/20 縮尺超材料試體完成圖

### 5.2.3 低反射邊界條件設置與材料選擇

由於在數值模型之資料輸出結果中，能觀察出低反射邊界(LRB)在避免波傳反射之方面上，起了相當顯著之作用，因此為能在縮尺試驗中也能將此邊界重現，於鋼製容器與樁型超材料之接觸面選用了低反射、高反彈之泡棉，如圖 5. 25。



圖 5. 25 模擬低反射邊界之泡棉 規格厚度 5cm



### 5.2.4 量測儀器與監測點設置

為了能瞭解試驗之各點加速度，本研究利用加速規設置於土體中不同高度和位置、鋼製容器之可移動鋼板，如圖 5.31，以及超材料試體上，如圖 5.15，進行不同 input motion 下之加速度量測。完整量測儀器如下：

- 1.PCB 加速度計數個(視不同組試驗有所區別，詳細點位佈置參考圖 5.27 至圖 5.30，圖中紅色圓點即代表加速規)
- 2.致動器(作為震波來源)
- 3.PCB 加速度訊號調節器
- 4.資料擷取器( Model 6032, 4-Channel Strain/Bridge Transducer Amplifier-Filter-Digitizer)

其中，加速規為 PCB Piezotronics 公司製造之型號 W352C65 微型防水加速規，如圖 5.32，儀器量測頻率範圍為 0.8Hz-10Hz，用以量測試體受振時的加速度歷時。而資料擷取系統之取樣頻率為 10kHz，設定資料擷取範圍為 0-50g。其中，因加速規性能也受到頻率影響，故部分加速規附有詳細校正係數報告如圖 5.26，而實際使用之加速規及其校正係數記錄如表 5.8，用以轉換訊號成加速度。

~ Calibration Certificate ~

Model Number: 483C05

Customer: \_\_\_\_\_

Serial Number: 772

\_\_\_\_\_

Description: 8 Channel Signal Conditioner

P.O.: \_\_\_\_\_

Manufacturer: PCB

Method: Comparison Method (AT104-30)

**Calibration Data**

Temperature: 74 °F (23 °C)

Humidity: 42%

Channel	Volts	Current (mA)	Gain X1	Gain X10	Gain X100
1	25.7	4.19	1.001	N/A	N/A
2	25.7	4.10	1.000	N/A	N/A
3	25.7	4.08	1.000	N/A	N/A
4	25.7	4.10	0.995	N/A	N/A
5	25.7	4.17	1.000	N/A	N/A
6	25.7	4.18	1.000	N/A	N/A
7	25.7	4.18	1.000	N/A	N/A
8	25.7	4.18	0.990	N/A	N/A

**Condition of Unit**

As Found: n/a  
As Left: New unit, in tolerance

**Notes**

1. Calibration is N.I.S.T. traceable through PCB control number QC-726.
2. This certificate shall not be reproduced, except in full, without written approval from PCB Piezotronics, Inc.
3. Calibration is performed in compliance with ISO 10012-1, ANSI/NCSL Z540.3 and ISO 17025.
4. Measurement uncertainty (95% confidence level with a coverage factor of 2) for the sensitivity reading is  $\pm 0.2\%$ .
5. See Manufacturer's Specification Sheet for a detailed listing of performance specifications.

Technician: Mark Moorhouse *MM*

Date: 03/30/18

Due Date: \_\_\_\_\_



Calibration Cert. #1982-01

**PCB PIEZOTRONICS**

3425 Walden Avenue

Depew, New York 14043

TEL: 888-684-0013

FAX: 716-685-3886

[wwwpcb.com](http://wwwpcb.com)

Page 1 of 1

ELE22-3605278805

圖 5.26 加速規校正係數報告

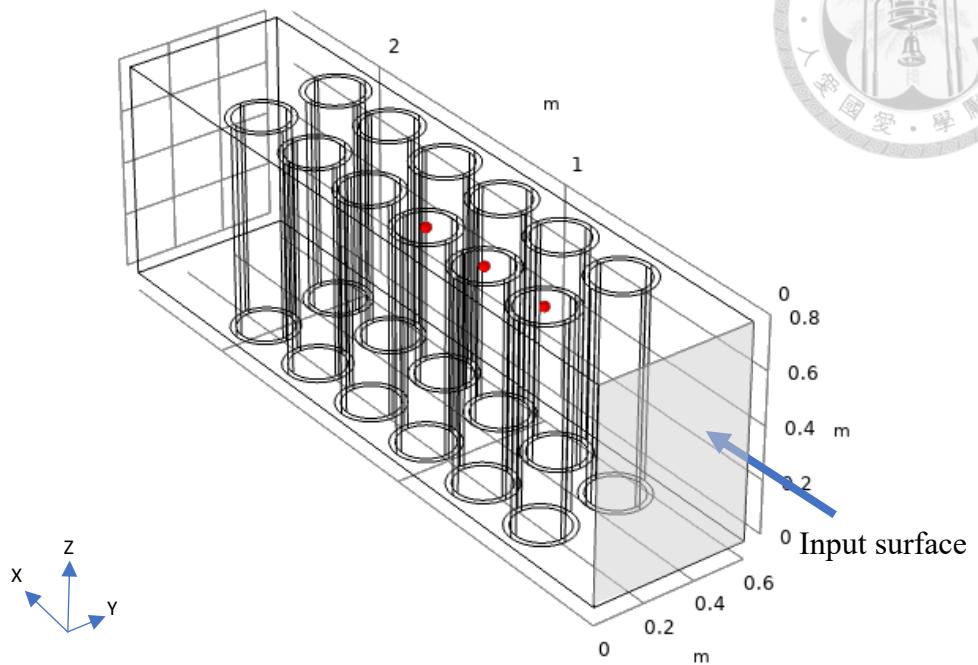


圖 5.27 加速規放置示意圖 80m 試體 超材料試體 x,z 向

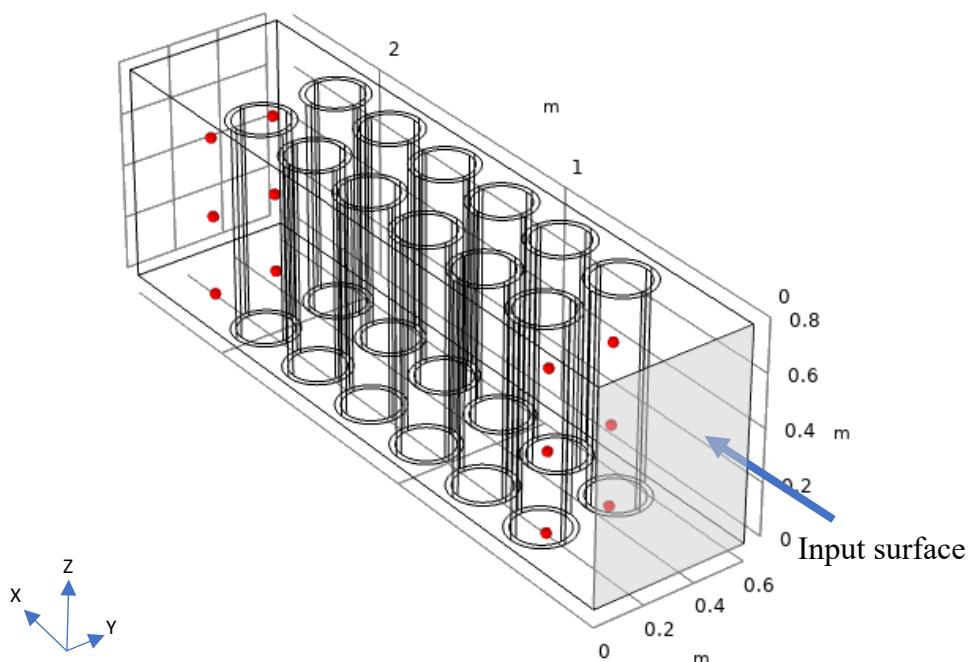


圖 5.28 加速規放置示意圖 80m 試體 超材料放置前後 x 向

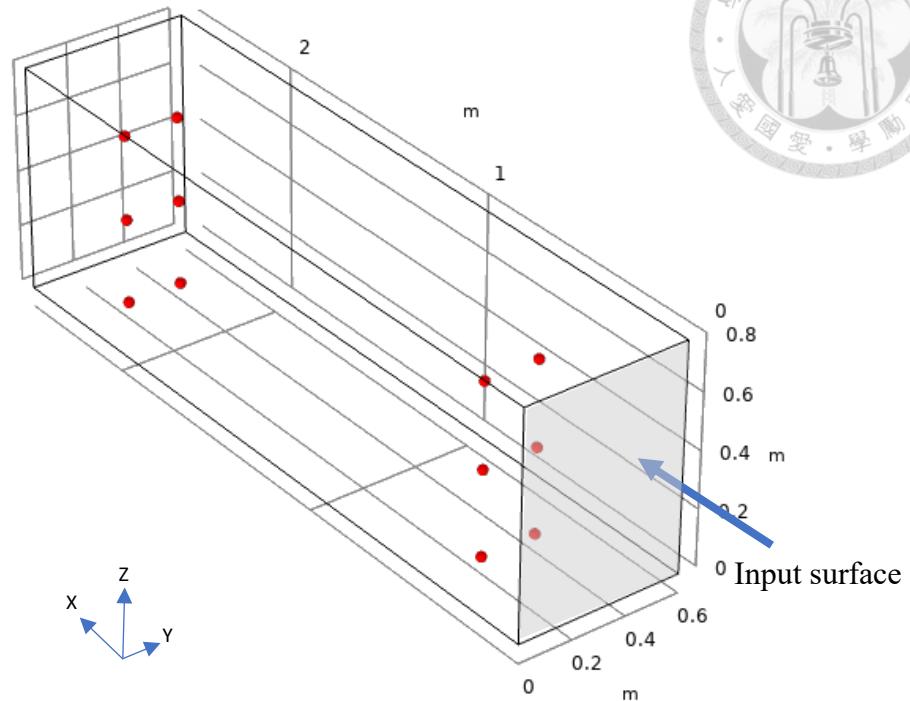


圖 5.29 加速規放置示意圖 純砂 x 向

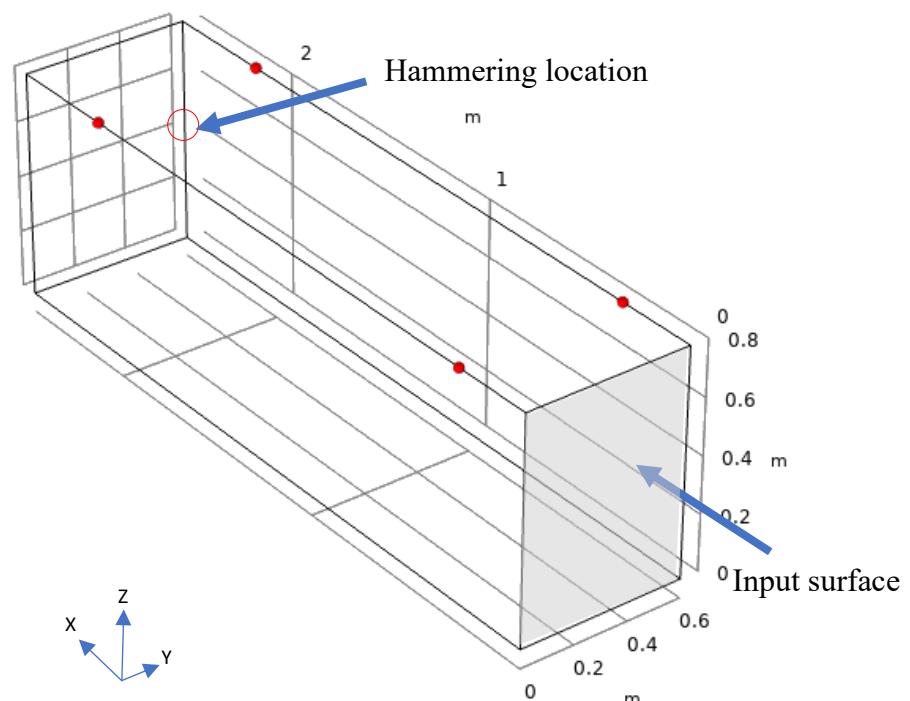


圖 5.30 加速規放置示意圖 空箱 x,y,z 向



圖 5.31 裝設於可移動鋼板上之加速規



圖 5.32 試驗使用微型加速規



### 5.2.5 試驗程序與試驗組別設計

為求超材料單元在縮尺試驗中之帶隙，依序利用粗掃(Sine Sweep)、細掃(Adaptive Sine Sweep)、定頻(Single Frequency Sine Wave)之手法，其中粗掃頻波形如圖 5.6，定頻波形如圖 5.33。控制致動器對鋼製容器之可移動鋼板輸入位移面波，詳細使用之掃頻範圍如表 5.7。雖然致動器波可控制高達 100Hz，但礙於其性能有限，可能將無法輸出完美波形，位移、速度與加速度之性能曲線如圖 5.35 至圖 5.37。

規劃之試驗進行程序如圖 5.34，每組試驗粗掃結束將試驗資料進行濾波處理與 FRF 分析，得到初步帶隙後再針對所感興趣之範圍進行細掃，最後進行定頻率之位移輸入，確認是否於特定頻率下樁型地震超材料發生局部共振，使用相機進行每秒 960 張、共歷時 3.5 秒之高速攝影進行影像紀錄，並與數值分析模型之帶隙分析結果做討論與比較。為驗證深度參數、縮尺效應及超材料之衰減效益，試驗組別設計共有四組，順序如表 5.6 所示。為能更佳處理實驗數據，試體試驗前，對鋼製容器進行 x 向之敲擊試驗，瞭解此裝置於 x 向之共振頻率約為 17Hz，因落於掃頻之範圍，若進行 FFT 函數須留意此頻率可能為系統之反應。

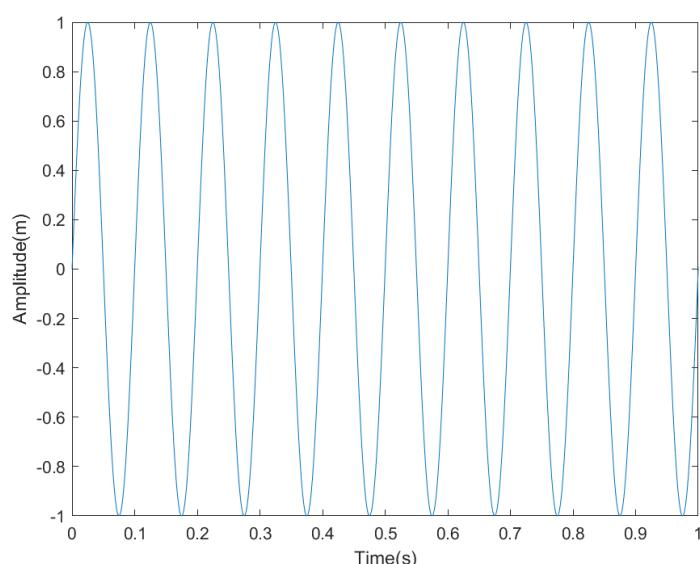


圖 5.33 理想定頻 10Hz 正弦波位移歷時圖

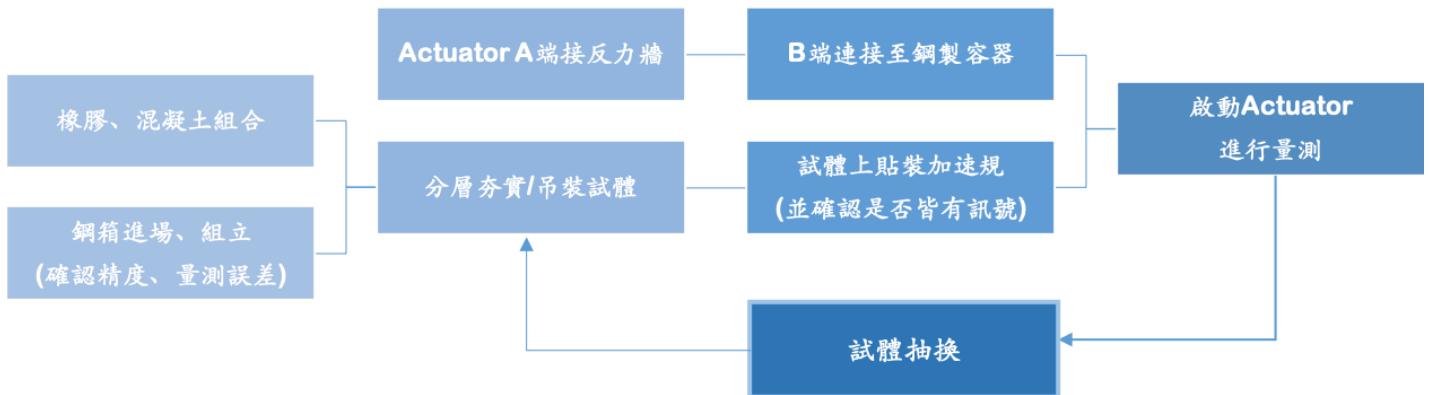


圖 5.34 試驗程序簡圖

表 5.6 試驗組別設計

組別	一	二	三	四
測試試體	1/20 縮尺 樁型超材料	1/10 縮尺 樁型超材料	1/10 縮尺 樁型超材料	純砂土
超材料尺寸 (長×寬×高)	15×15×30 (公分)	30×30×30 (公分)	30×30×60 (公分)	填充體積： $2.5m \times 0.6m \times 0.8m$

表 5.7 致動器輸入振動模式 X Direction



Input Motion	Sine Sweep		Adaptive Sine Sweep		Single Frequency Sine Wave		Duration(sec)
	Range (Hz)	$\Delta f$	Range (Hz)	$\Delta f$	Range (Hz)	$\Delta f$	
Case1 1/20 30cm	100-20	-26.67 Hz/sec					3
			50-10	-13.33 Hz/sec			3
					40-20	-1 Hz	2
Case2 1/10 30cm	80-10	-23.33 Hz/sec					3
			80-10	-2.5 Hz/sec, $\Delta f=5\text{Hz}$			2
					80-10	-1 Hz	3
Case3 1/10 60cm	80-10	-23.33 Hz/sec					3
			80-10	-2.5 Hz/sec, $\Delta f=5\text{Hz}$			2
					80-10	-1 Hz	3

Case4 soil	100-20	-26.67 Hz/sec					3
			80-10	-2.5 Hz/sec, $\Delta f=5\text{Hz}$			2
					40-10	-1 Hz	2
					80-40	-5Hz	2

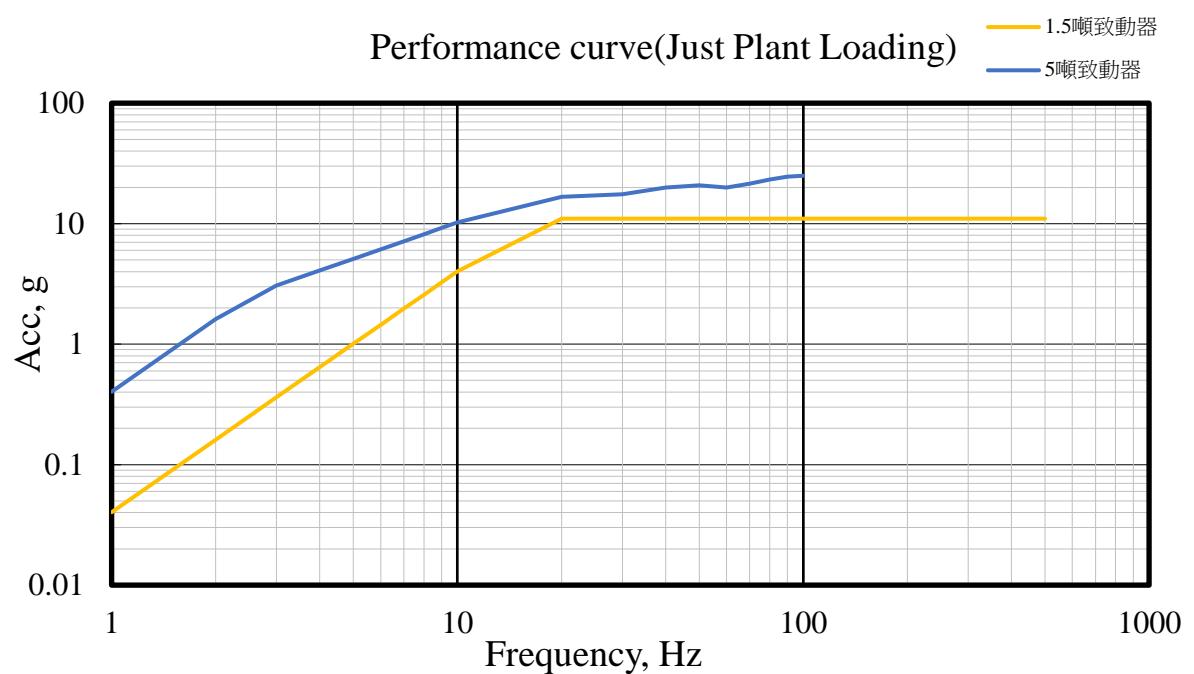


圖 5.35 致動器加速度性能曲線

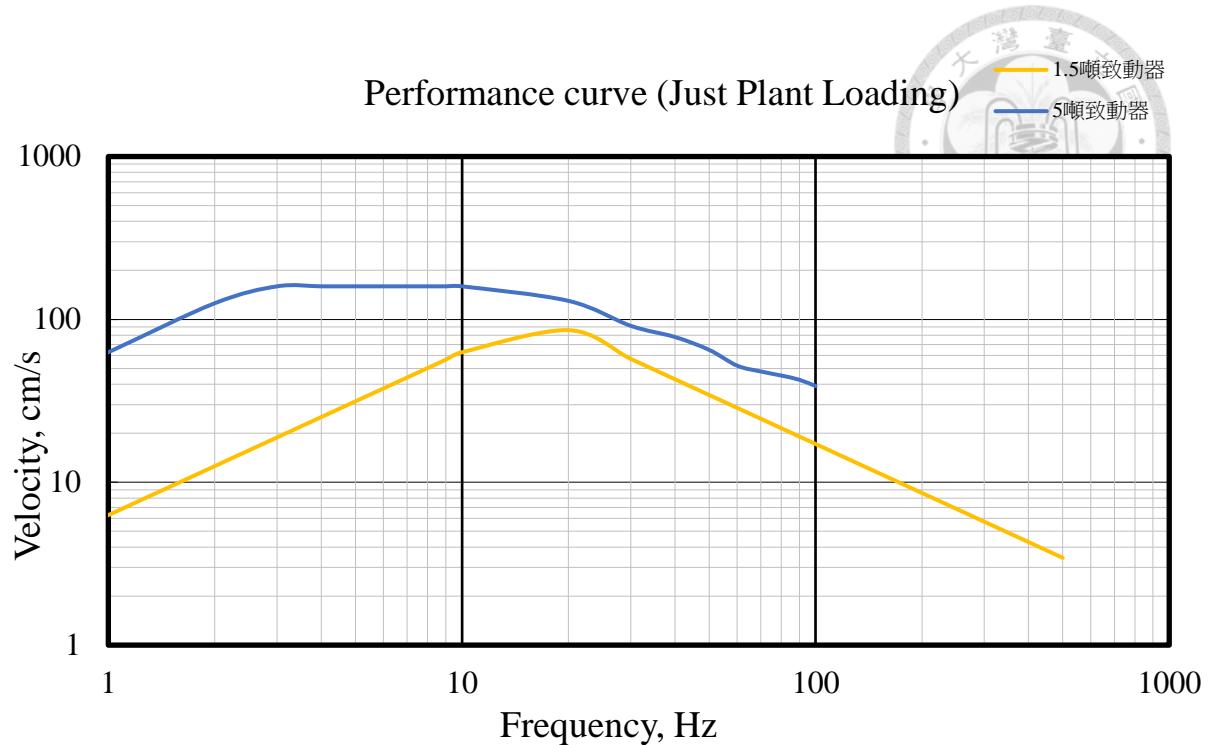


圖 5.36 致動器速度性能曲線

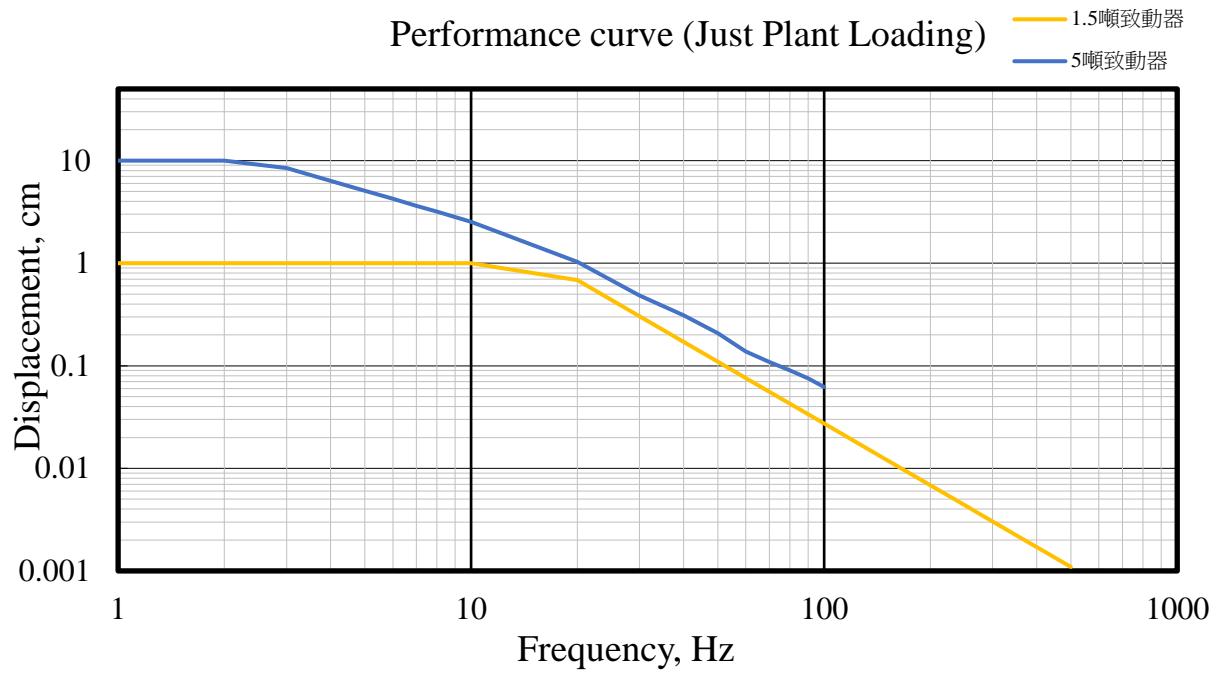
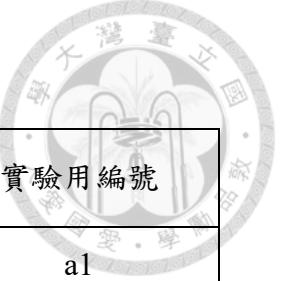


圖 5.37 致動器位移性能曲線

表 5.8 加速規校正係數與實驗裝設編號對照表



加速規序號	$mV/g$	$mV/\frac{m}{s^2}$	實驗用編號
126610	101.4	10.34	a1
110963	101.9	10.39	a2
112323	100.2	10.22	a3
103226	108.2	10.52	a4
126611	99	10.09	a5
112320	99.9	10.18	a6
126569	99.1	10.11	a7
114578	100.6	10.26	a8
126568	97.5	9.94	a9
126566	100.6	10.26	a10
103224	102.6	10.47	a11
126612	102.8	10.43	a12
LW246494	詳見校正報告書	1	
LW246506		2	
LW244087		3	
LW244086		4	
LW246502		5	
LW246418		6	
LW245759		7	
LW246500		8	
LW246512		9	
LW245760		10	

LW244085	詳見校正報告書	11
LW246524		12
103222		1/20 X <sub>1</sub>
112322		1/20 X <sub>2</sub>
112324		1/20 X <sub>3</sub>
103223		1/20 Z <sub>1</sub>
112325		1/20 Z <sub>2</sub>
112321		1/20 Z <sub>3</sub>

## 第六章 試驗結果與數值模型討論與比較



### 6.1 試驗結果

進行試驗結果討論之前，由於致動器性能隨頻率有明顯下降，因此將致動器回饋訊號與可移動鋼板所收訊號進行作圖，觀察圖 5.5、圖 6.4 及圖 6.5，即可發現輸入波傳尚未傳入受試試體，就已無法依照所要求波形進行位移控制，若以 FFT 轉換進行比較，理想正弦波掃頻 FFT 轉換結果如圖 6.3，致動器位移歷時反應(圖 6.4)FFT 轉換結果如圖 6.5，更能明顯發現其頻率內涵遠不如預期，因此粗掃頻之試驗結果只能進行初步帶隙判斷，較高頻率範圍之數據結果較難以採用，需仰賴定頻試驗或未來其他試驗結果進行更進一步驗證。

此外，可移動鋼板受力不均，試驗過程中有明顯偏轉情形，此現象將有可能間接導致試驗結果之誤差，然而為了避開此受限於設備之缺失，後續試驗結果呈現除了常見的頻率響應函數，將不對單一加速度歷時反應進行探討，而選用其他方式進行結果呈現。

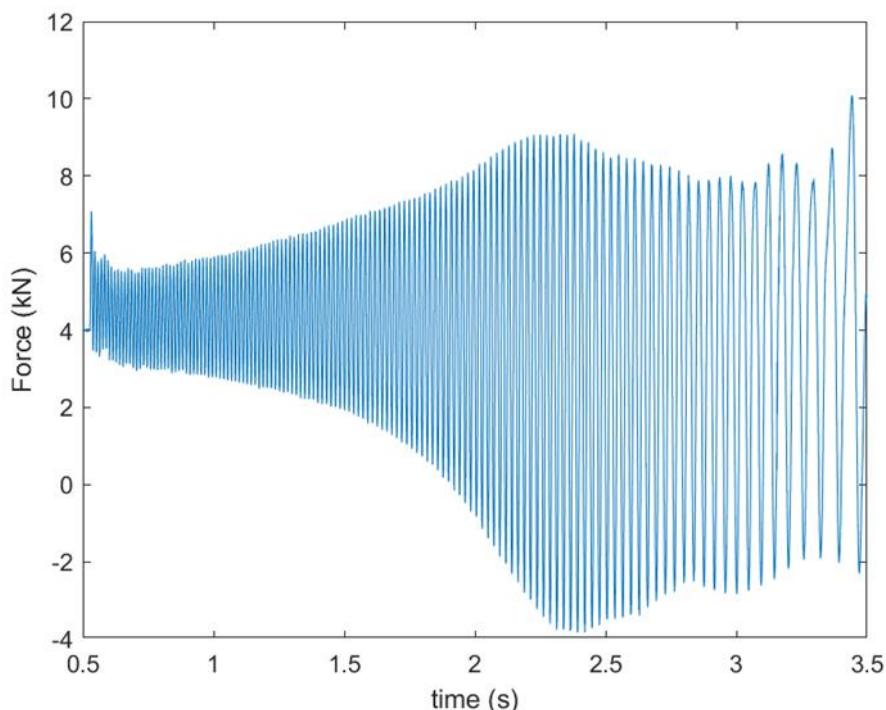


圖 6.1 30cm 試體 10-80Hz 粗掃頻之致動器力量歷時

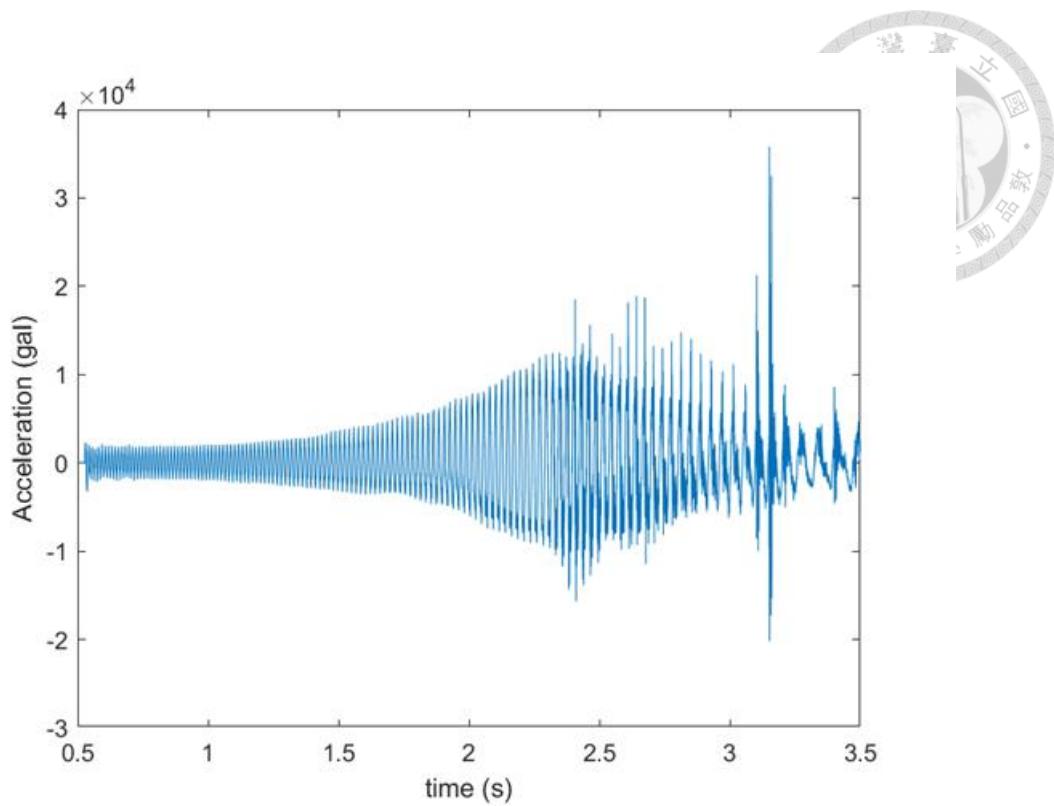


圖 6.2 30cm 試體 10-80Hz 粗掃頻之可移動鋼板加速度歷時

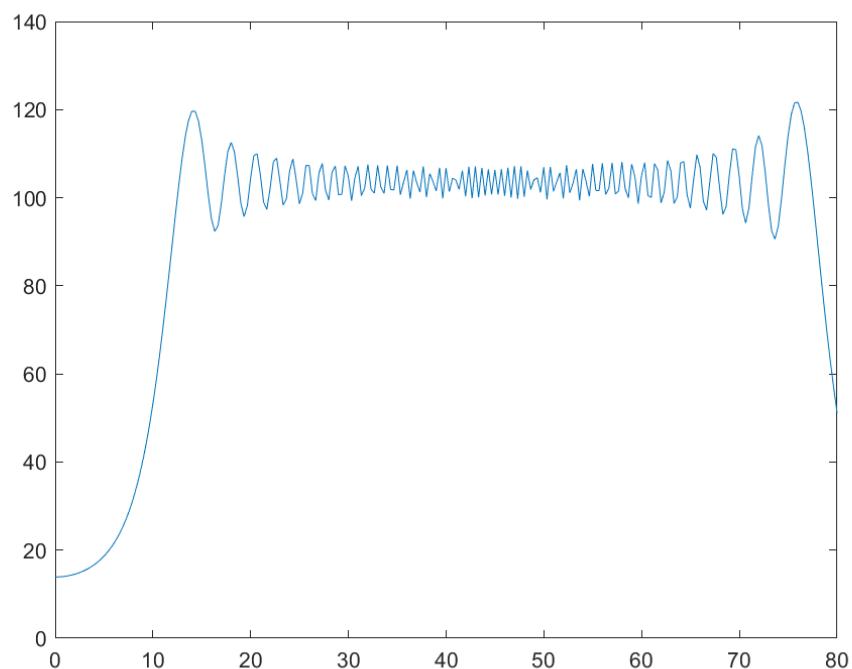


圖 6.3 理想正弦波掃頻 10-80Hz FFT 結果

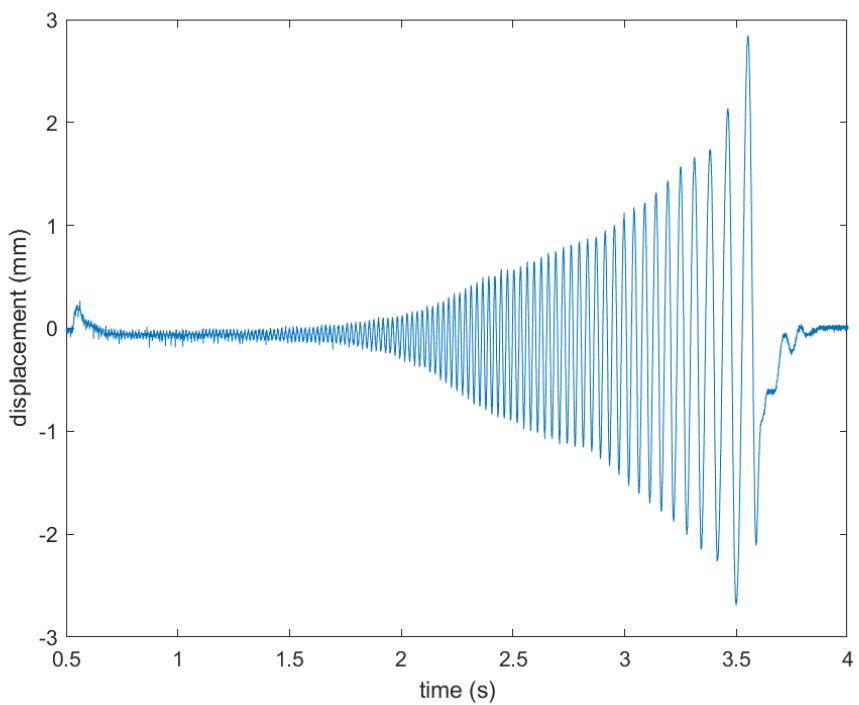


圖 6.4 30cm 試體試驗粗掃頻致動器位移歷時

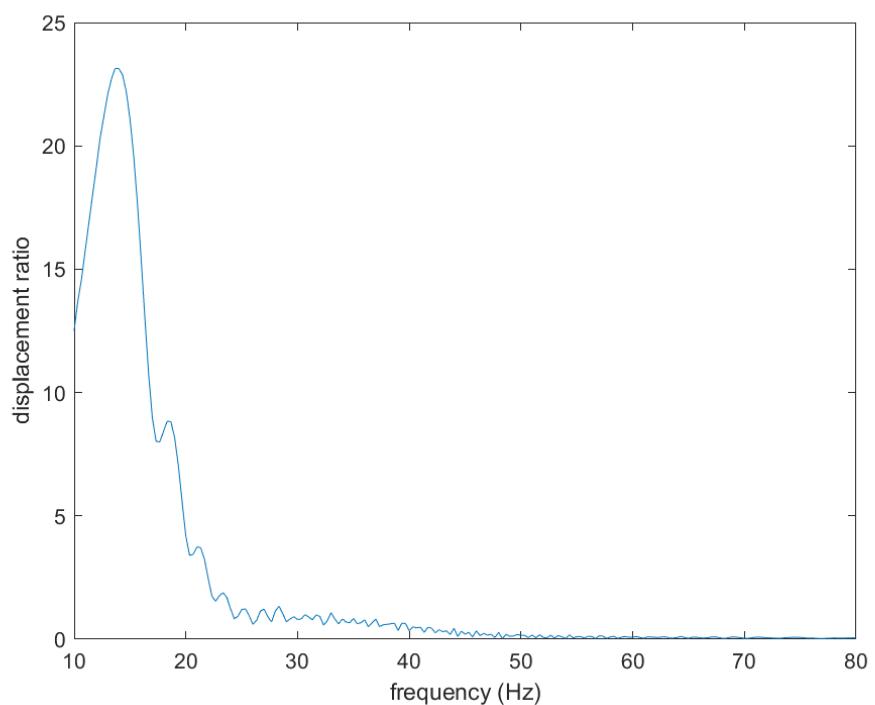


圖 6.5 30cm 試體試驗粗掃頻致動器位移歷時 FFT 結果



### 6.1.1 鋼製容器敲擊試驗

為更加瞭解系統之特性，且以利後續數據之判讀，因此針對鋼製容器於 x 向進行 20 次敲擊試驗，使用鐵鎚朝 x 向做敲擊，敲擊點位如圖 6.6，觀察其反應之傅立葉轉換函數，尋找鋼製容器之主要共振頻率。由圖 6.7 中可觀察出，傅立葉轉換後可得主要共振頻率約為 800-900Hz，然而此試驗主要關切頻率範圍為 0-100Hz，因此可推測鋼製容器共振行為較不會對試驗數據產生影響；若分別將敲擊點位同側與異側前後點位作頻率反應函數，如圖 6.8，觀察 100Hz 以內(掃頻及致動器性能範圍)，可發現約 17Hz、51Hz、附近有較明顯之能量衰減情形，因此若將數據以 FFT 之結果進行觀察，需注意以上特定頻率可能為系統之反應。



圖 6.6 鋼製容器 x 向敲擊點位與監測點位

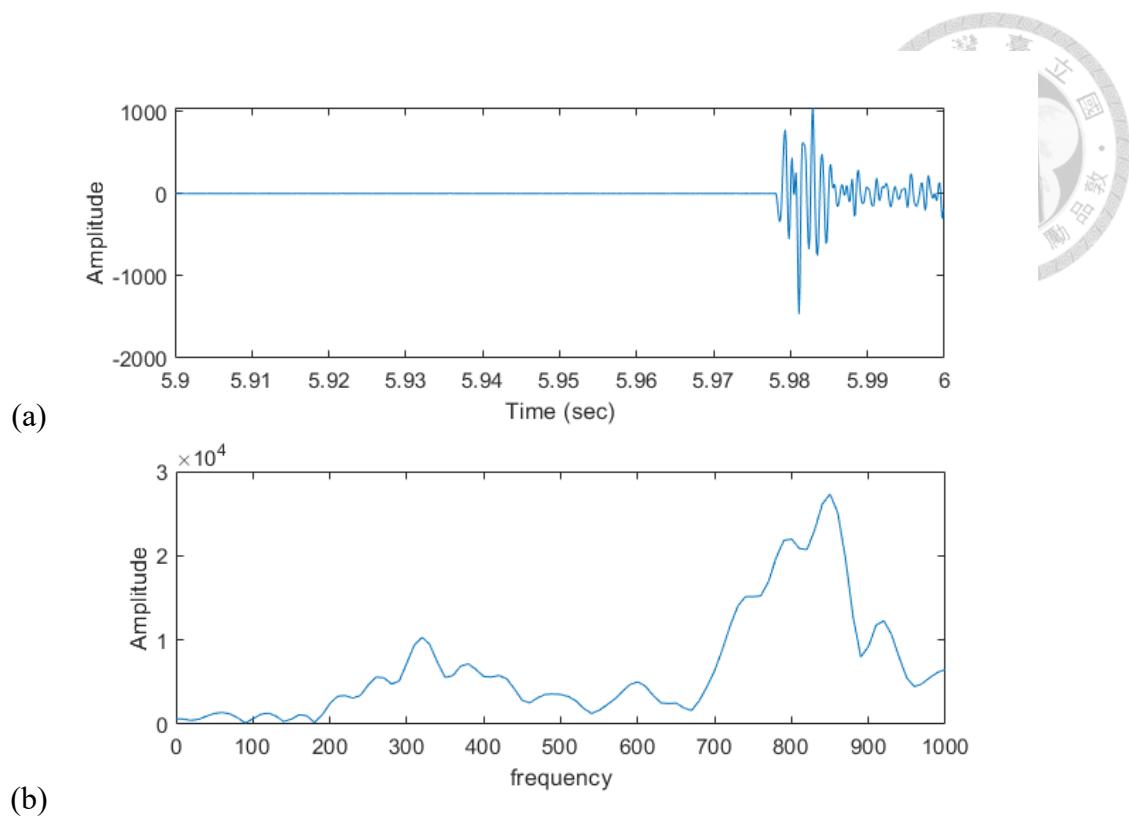


圖 6.7 鋼製容器敲擊試驗數據結果(a)加速度歷時 (b)加速度歷時之 FFT

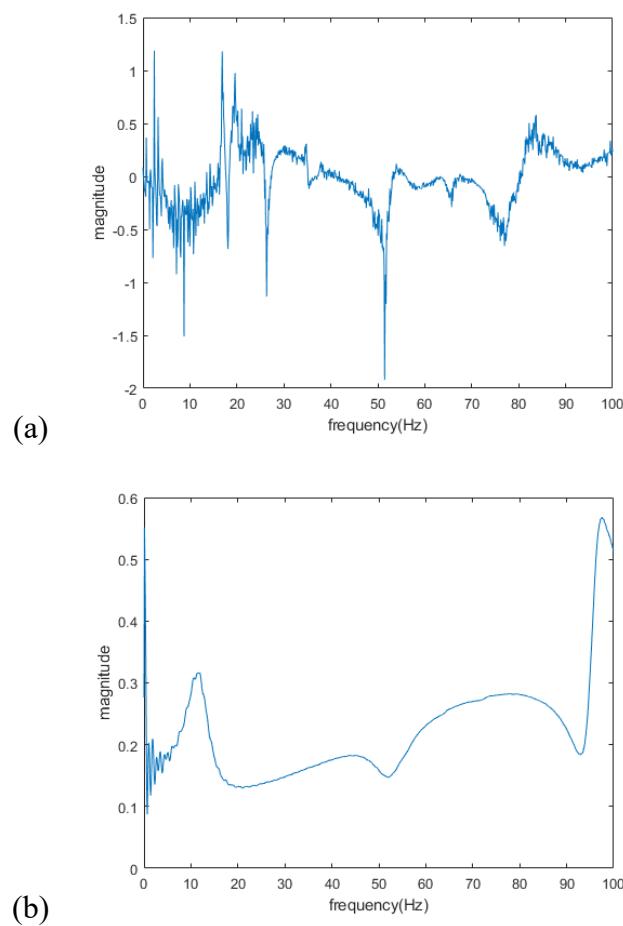


圖 6.8 鋼製容器敲擊試驗前後點位加速度 FRF(a)同側點 2、4 (b)異側點 1、3



### 6.1.2 超材料試體掃頻試驗

#### ➤ 粗掃頻試驗

由於粗掃頻之輸入波振幅相當難以控制，兩組試驗難以透過加速度反應歷時，如圖 6.14，進行帶隙與折減效益的量化，因此將粗掃頻之試驗結果作前後監測點頻率反應函數(式 6.1)，如圖 6.35，可得到初步之帶隙範圍約為 30Hz-55Hz；且為驗證樁型超材料反應會隨排數有所遞減，將裝設於超材料上與試驗輸入波源相同之 x 向數據進行 FFT 轉換，並將結果依排數進行繪製，如圖 6.10 與圖 6.12。由圖可明顯看出加速度反應會隨排數而遞減，相反若觀察針對 z 向之數據作圖結果，如圖 6.11，則相對沒有明顯折減的情形產生。選擇縱剖面中點數據作頻率響應函數，進行 y 向中點及近泡棉邊界之比較，如圖 6.15，可發現 y 向中點之消能效果較近泡棉邊界點位來得佳，且較深之試體有較明顯帶隙產生。

$$FRF = TS = 20 \times \log\left(\frac{A_{output}}{A_{input}}\right) \quad \text{式 6.1}$$

#### ➤ 定頻試驗

因致動器之輸入波並非由單一頻率構成，而是透過原頻率之倍數頻率波傳進行疊加而得的輸入波形，如圖 6.13，此現象稱為倍頻。由於單次輸入波之頻率為特定頻率，因此提出  $AR_i^{RMS}$  計算如式 6.2 與  $A_{max,ratio}(\%)$  計算如式 6.3 對定頻範圍之頻率進行作圖，以期有更加準確的結果呈現。

$$AR_i^{RMS} = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n (A_{ij}^{output})^2 / n}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (A_{ij}^{input})^2 / n}} \quad \text{式 6.2}$$

$$A_{max,ratio}(\%) = \frac{A_{max,output}}{A_{max,input}} \quad \text{式 6.3}$$

參考李宇軒[22]數值模型分析結果之加速度歷時，如圖 6.16，可明顯看出於帶隙內外，含超材料模型與相同尺寸土體模型是否有折減之表現相當明顯；然而，若將兩組試體試驗數據之加速度歷時也作類似呈現，如圖 6.17 與圖 6.18，卻難以得出相同趨勢。因此對兩組試體試驗結果分別對  $AR_i^{RMS}$  與  $A_{max,ratio}(\%)$  作圖如圖 6.19 與圖 6.20。觀察最大值比值之圖形，發現其表現較為不平滑，研判因致動器為油壓系統，在產生指定訊號前後皆會有不穩定表現，將影響最大值產生。接著分別觀察不同深度數據表現，可觀察出表面點位並沒有明顯帶隙產生，推斷可能因點位近表面，缺乏周圍土壓束制，甚至於砂土顆粒束制不足而造成噴土噴濺。且數值模型中假設砂土為線彈性材料，實際上砂土通常為非線性材料，受壓力而不受拉力，若受壓力傳遞能量，則砂土因波傳能量用以改變顆粒間孔隙，以致陷落情形發生，部分砂土趨向緊密，加速規點位可能因此改變，近表面點位尤其明顯，推測因此表面數據對帶隙消能而言並沒有太大參考價值；反觀位於高程中點之呈現結果，皆有較明顯帶隙產生，範圍約落在 15Hz-55Hz；而接近高程底部之點位，反而是 30cm 試體有較一致消能帶隙表現，與數值分析模型結果稍有衝突，研判可能為 60cm 試體因埋設時試體過重，難以靠人力定位，使設置於底部加速規有受擠壓與陷落過多因此緊貼底部泡棉之可能性產生。

定頻試驗另一種呈現方式為利用裝設於超材料上之加速規訊號，進行 FFT 函數疊圖，如圖 6.13，並取該定頻率前後排最大值進行相除。因從時間歷時之數值模擬結果中可發現若輸入頻率並非落於帶隙內，則波傳會徑直穿越超材料傳遞至模型後方，輸入頻率若落於帶隙範圍附近，則反應將隨排數而遞減，因此此方式能作為輔助確認超材料帶隙範圍方法之一，且驗證排數分析存在必要性，作圖結果如圖 6.21 與圖 6.22，得共同帶隙範圍約為 30Hz-55Hz；若更進一步將定頻試驗每筆數據進行頻率響應函數轉換並取該頻率所對應之值，且將之繪製於同一張圖中做呈現，如圖 6.23，明顯觀察出其趨勢與前三種呈現方式高度相似，除驗證試驗結果不論在時間域或轉換到頻率域上之結果有一致性且與設計帶隙相符，也

間接肯定該四種數據呈現方式具有一定代表性，可作為後續試驗數據處理方式之參考。

觀察掃頻試驗結束後之試體情形，因 1/20 縮尺試體排列至四排，位於中間兩排超材料沒有邊界輔助吸收能量，因此明顯受力而位移，如圖 6.24，而從局部觀察，如圖 6.25，砂土明顯陷落範圍約停止於第三排；圖 6.26 為 1/10 30cm 試體試驗前裝設完成圖，而試驗完成後也有明顯程度不一的陷落情形，如圖 6.27，陷落範圍約停止於第二排。含超材料試體之試驗透過砂土沉陷距離，可輔助驗證波傳遞距離，與砂土試驗後陷落情形圖 6.30 有明顯差距，顯示超材料能有效將能量限制於一定數量晶格內進行消能，驗證排數分析可有效收斂的結論。

若將試驗後砂土高度與距離(從可移動鋼板為原點起算)紀錄作表 6.1，並計算為高度繪圖如圖 6.9，可觀察出超材料試體約於第三排後迅速收斂，於第六排開始趨於穩定，且銅製容器內整體範圍均有約 4 公分之陷落。

表 6.1 試驗後砂土陷落高度紀錄表

距離(cm)	0(原點)	30(晶格前)	45(第一排中點)	105(第三排中點)	205(晶格後)
30 公分試體	26	23.5	16	14.5	14
60 公分試體	24	23	18	14	14

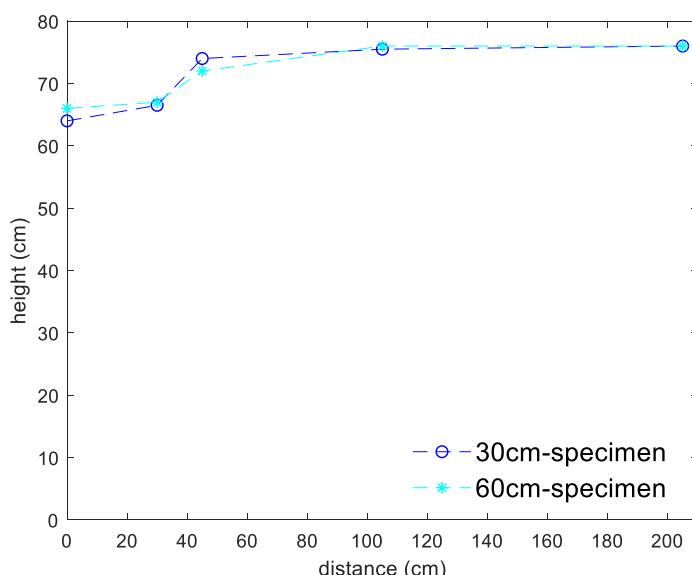


圖 6.9 試驗後砂土高度隨距離變化圖

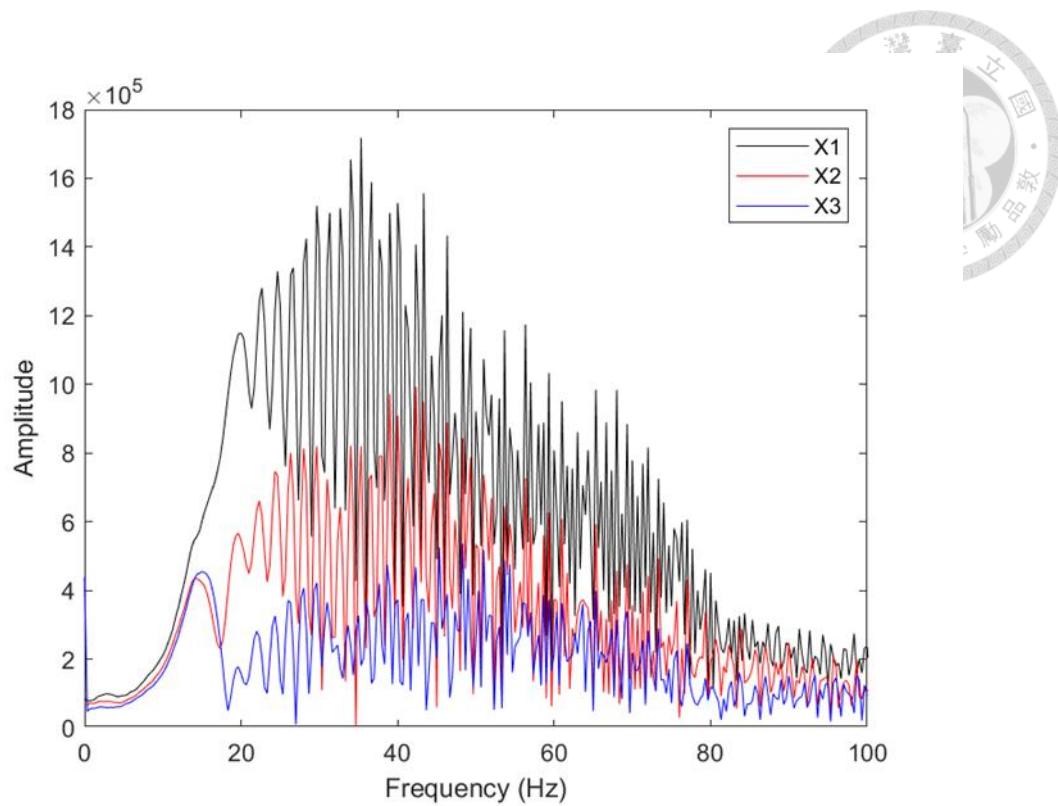


圖 6.10 30cm 試體 粗掃頻 1-3 排加速度結果 x 向 FFT 函數疊加

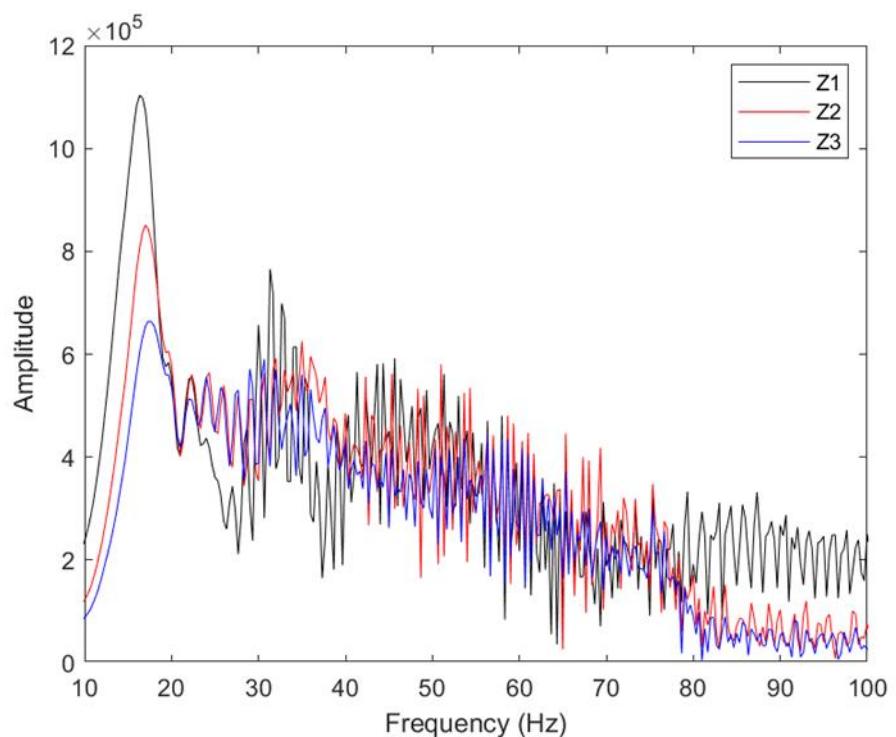


圖 6.11 30cm 試體 粗掃頻 1-3 排加速度結果 z 向 FFT 函數疊加

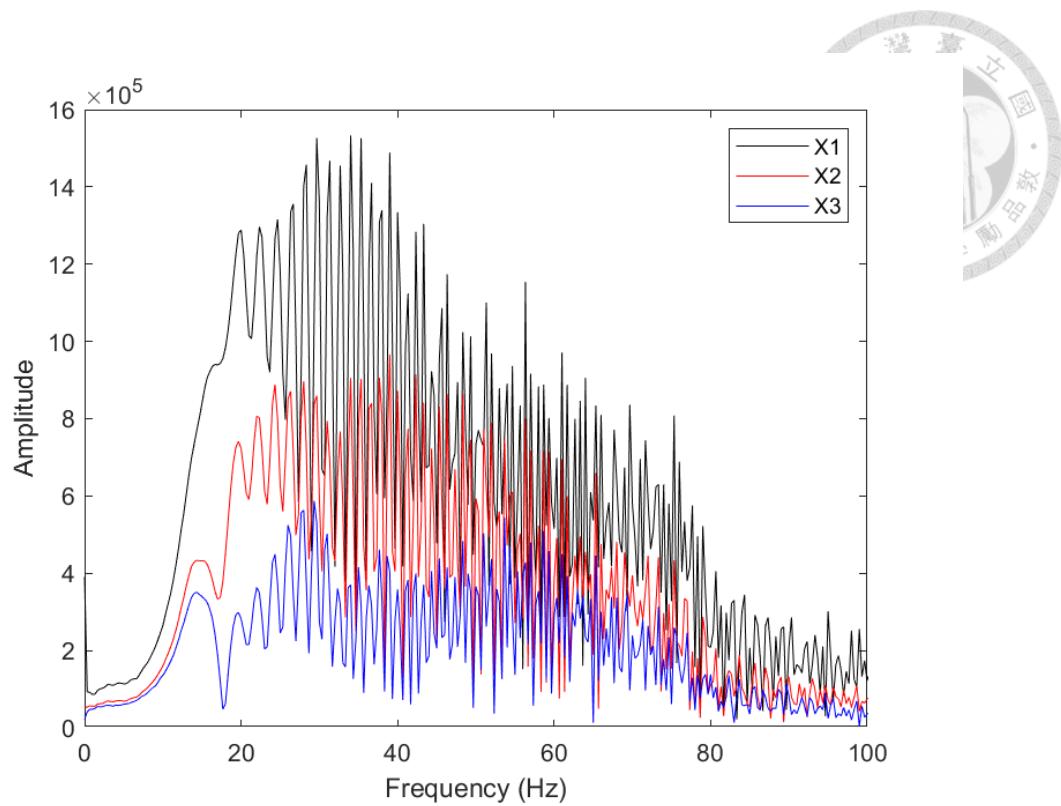


圖 6.12 60cm 試體 粗掃頻 1-3 排加速度結果 x 向 FFT 函數疊加

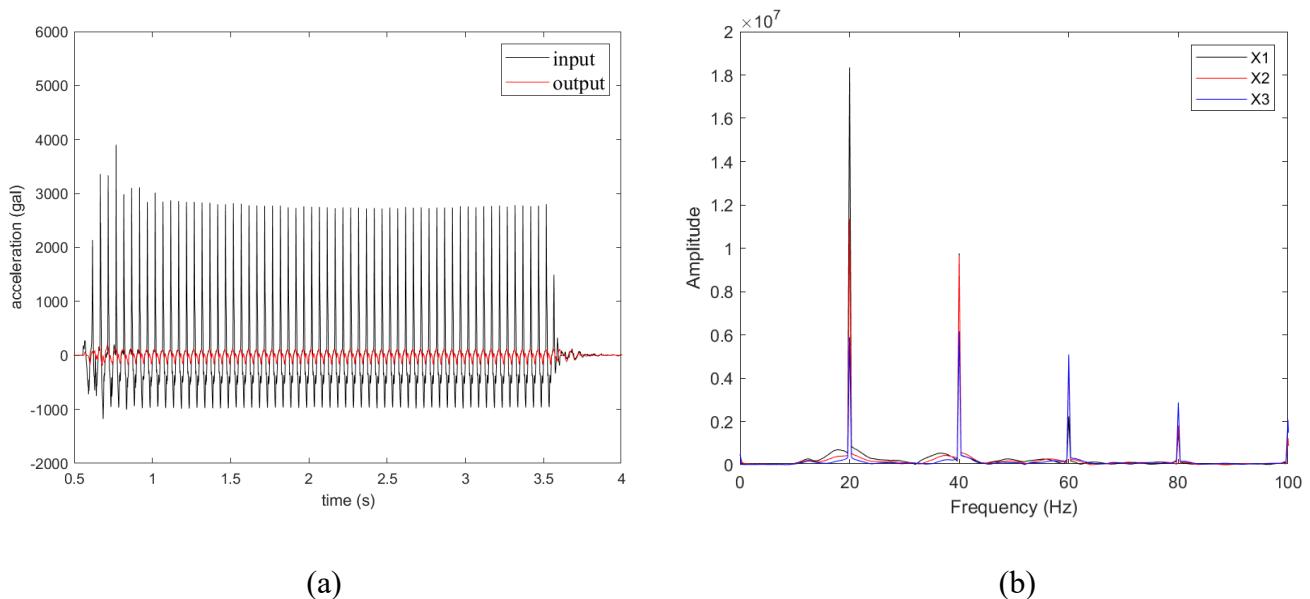


圖 6.13 致動器定頻率 20Hz 輸入波之(a)加速度歷時 (b) FFT 轉換所得頻率內涵

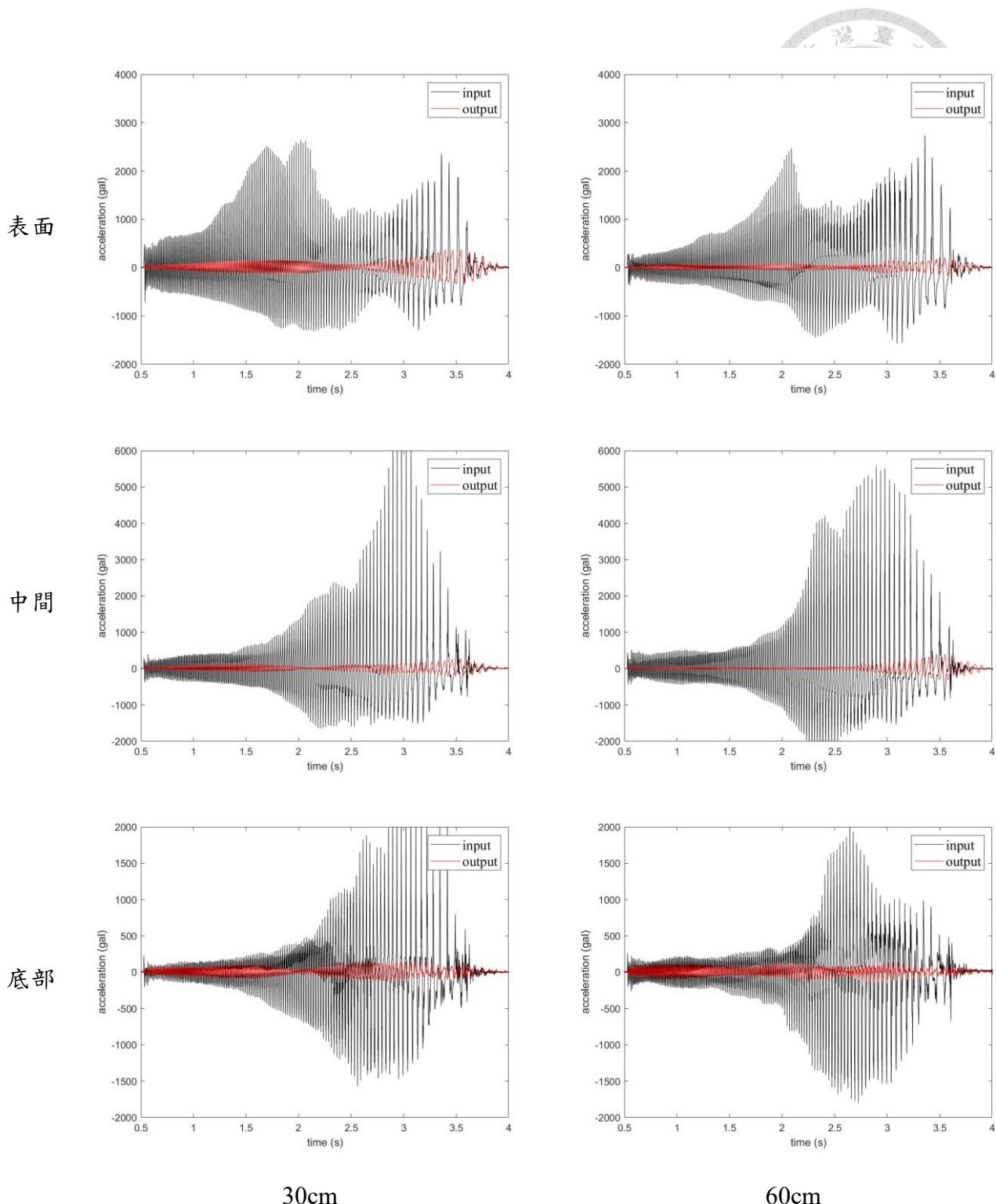
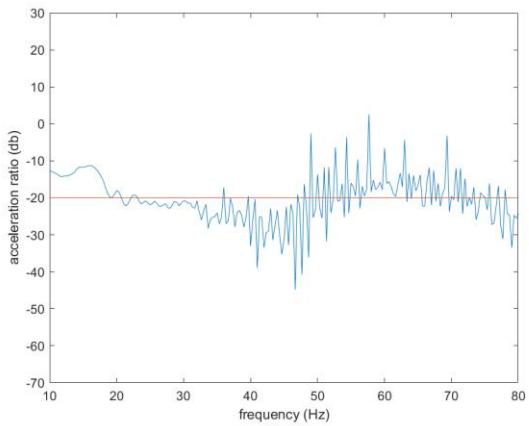
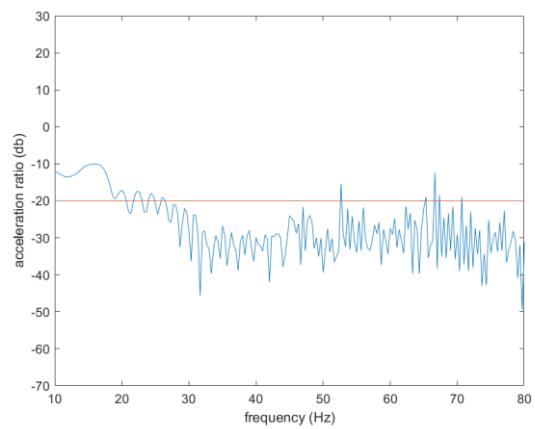
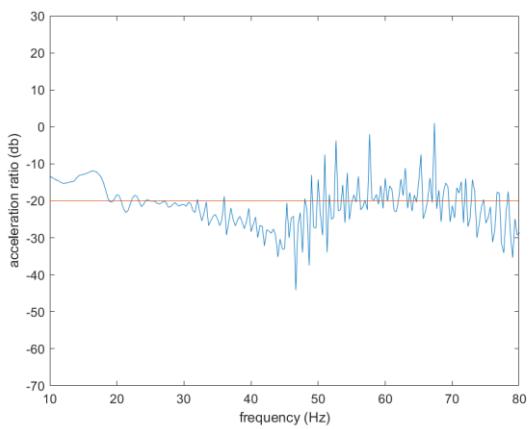
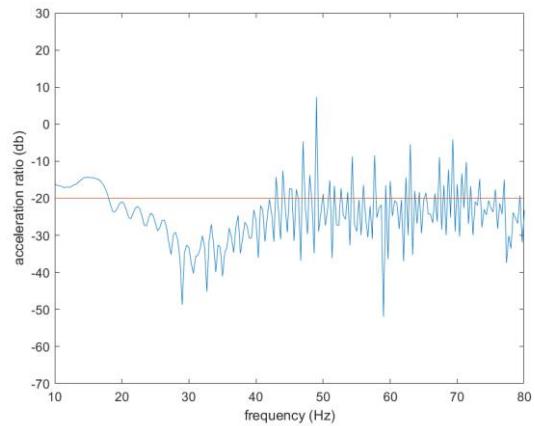


圖 6.14 粗掃頻試驗前後監測點加速度歷時



1/10 30cm 試體

上：y 向中點 下：近泡棉



1/10 60cm 試體

上：y 向中點 下：近泡棉

圖 6.15 粗掃頻試驗之頻率響應函數

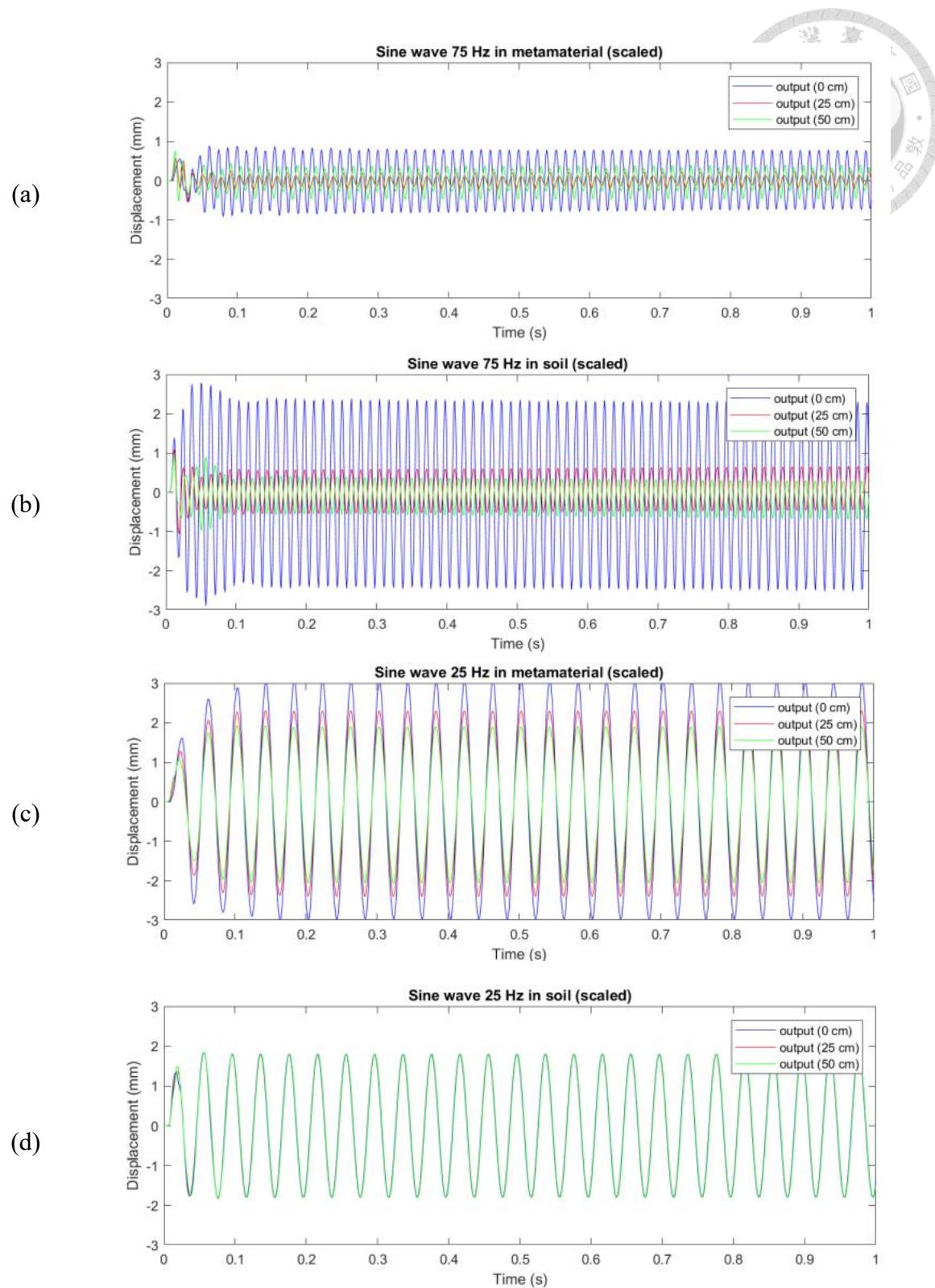


圖 6.16 定頻正弦波加速度反應歷時 輸入振幅 1mm[22]

- (a)帶隙內頻率含超材料縮尺模型
- (b)帶隙頻率內同尺寸土體
- (c)帶隙外頻率含超材料縮尺模型
- (d)帶隙頻率外同尺寸土體

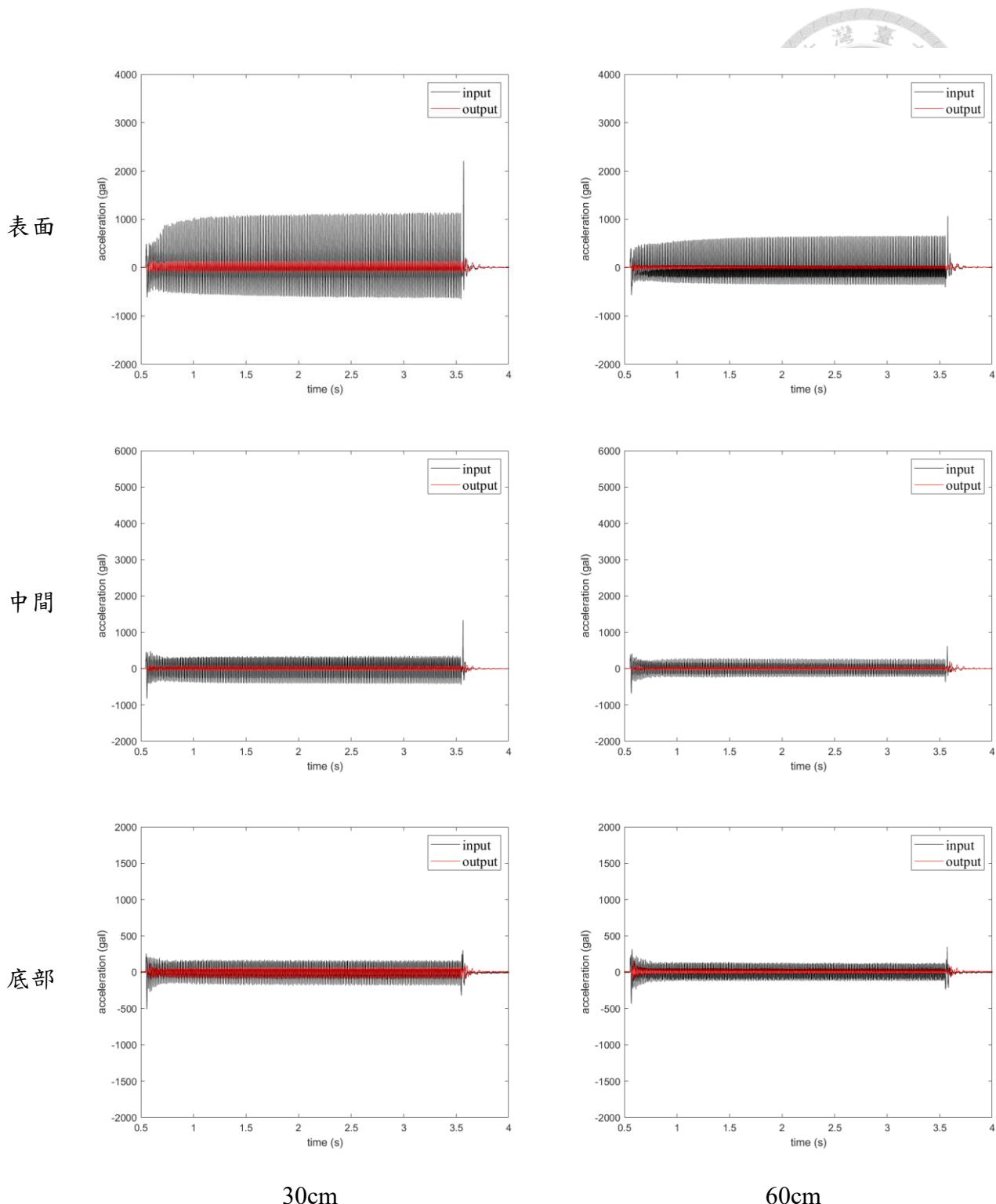


圖 6.17 定頻試驗帶隙外頻率 70Hz 前後監測點加速度歷時

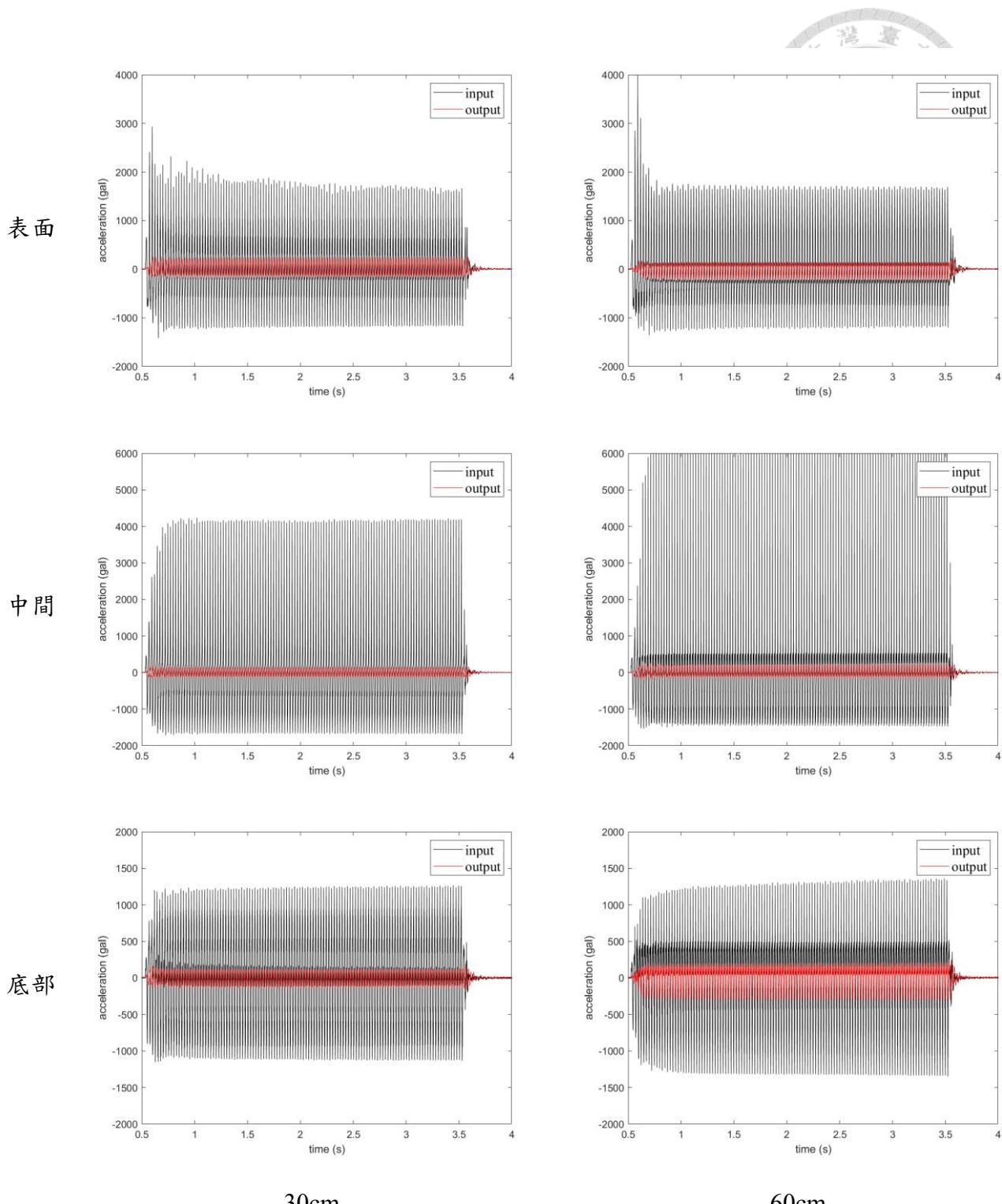


圖 6.18 定頻試驗帶隙內頻率 40Hz 前後監測點加速度歷時

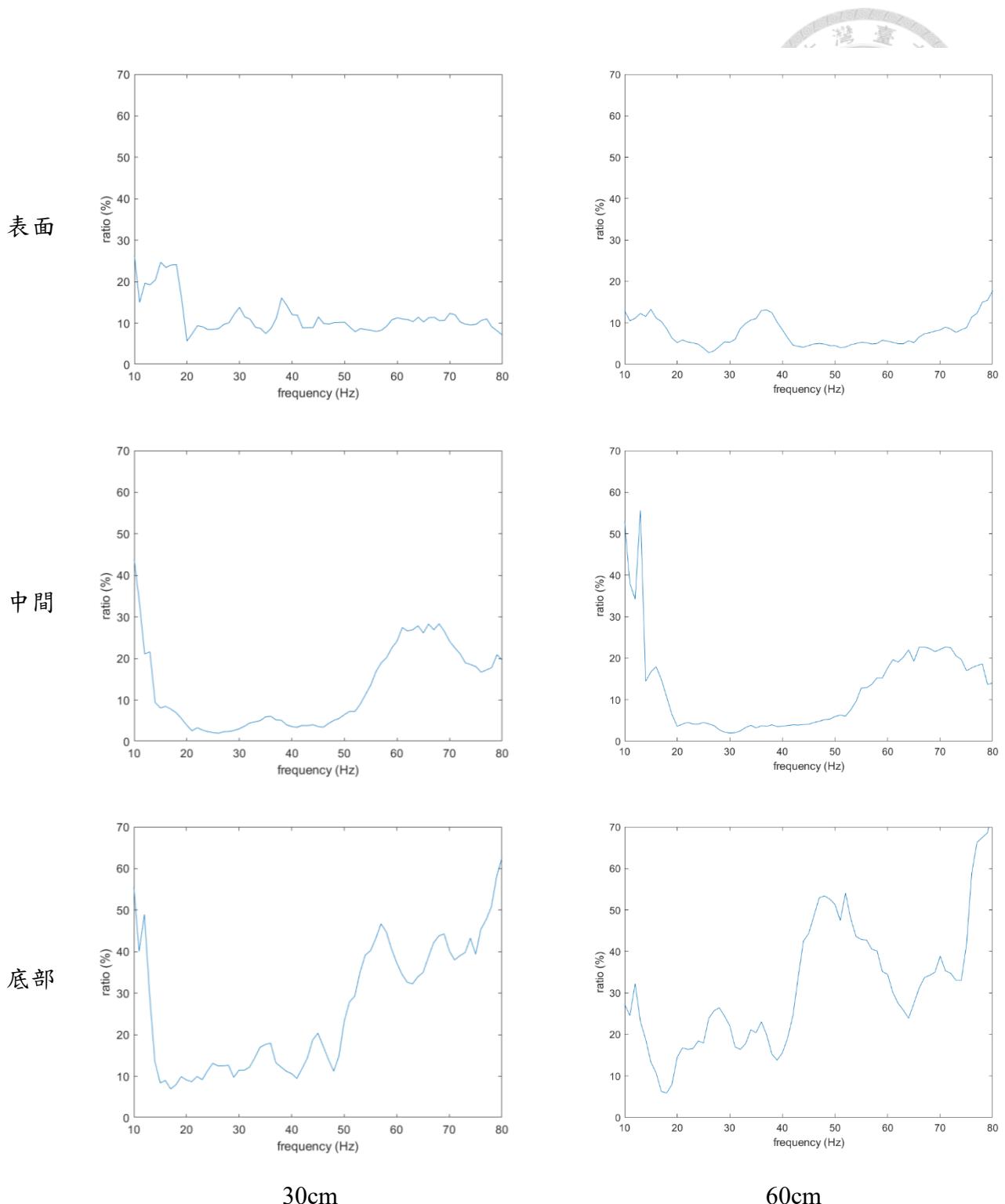


圖 6.19 定頻試驗前後監測點加速度最大值比值

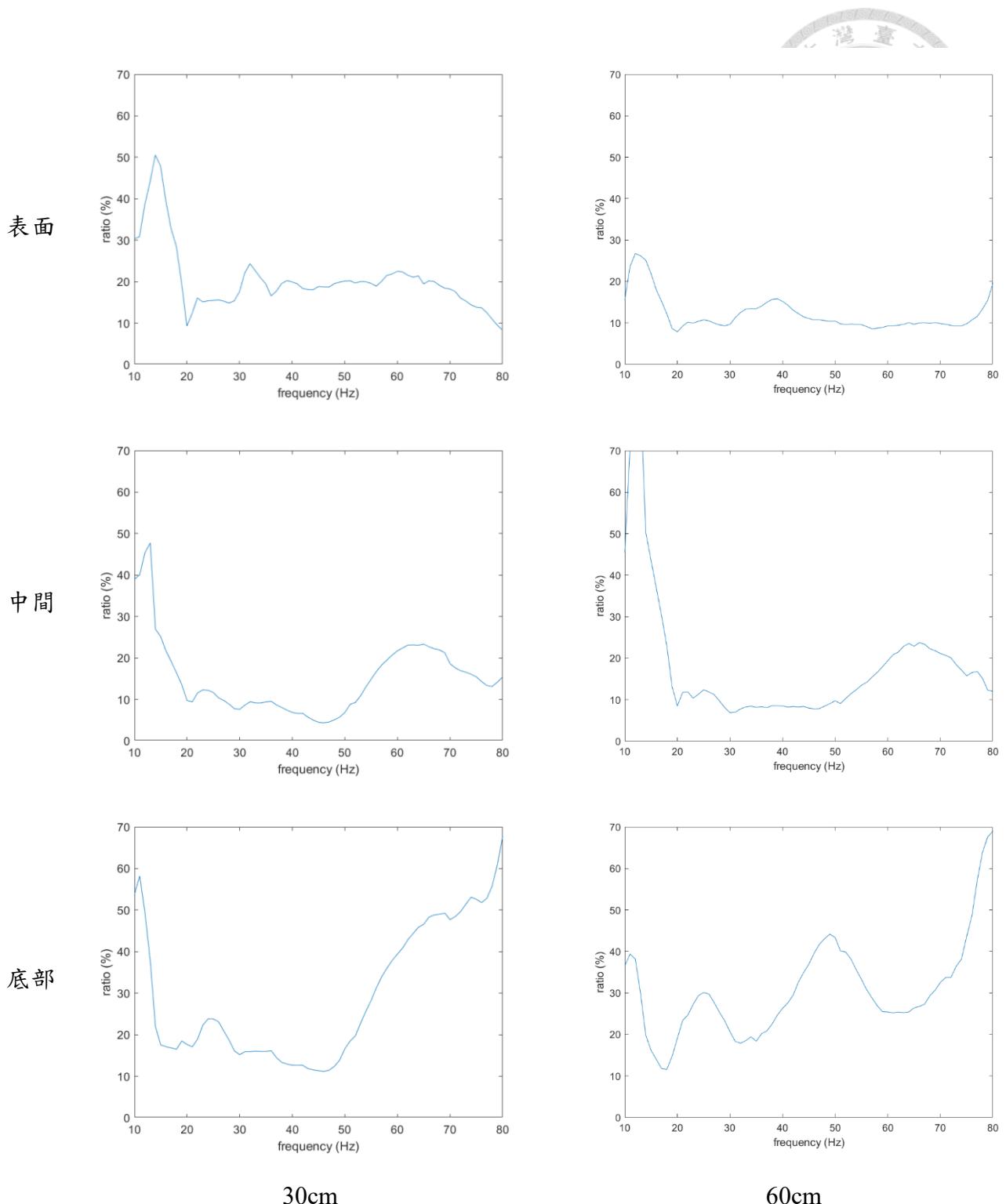


圖 6.20 定頻試驗前後監測點加速度方均根比值

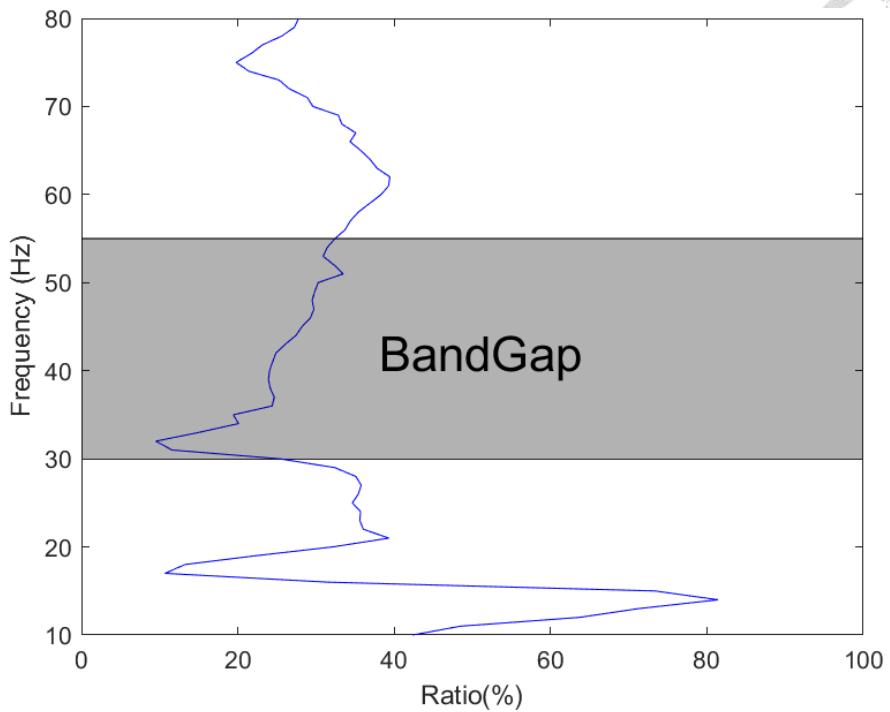


圖 6.21 30cm 試體 加速度反應 FFT 峰值比值 第三排與第一排

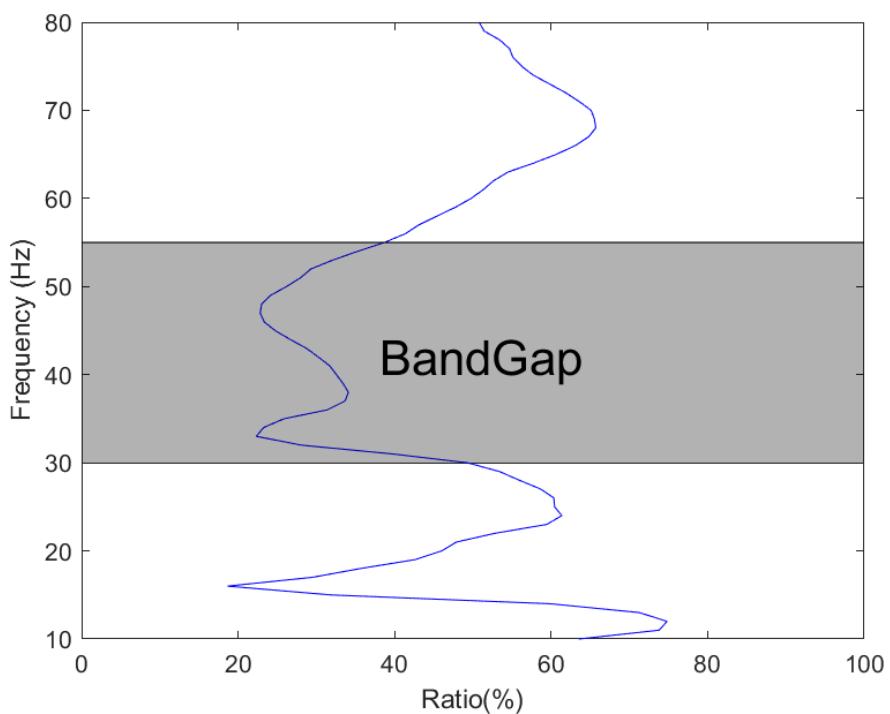
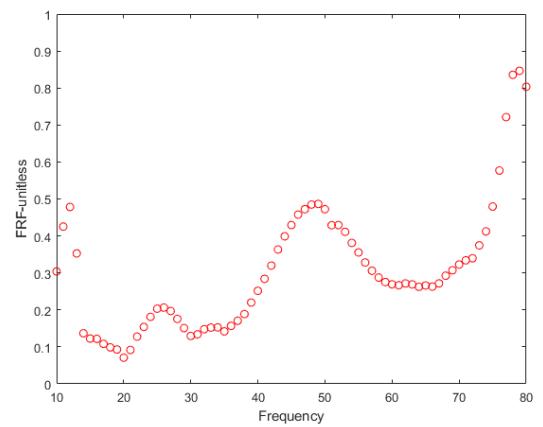
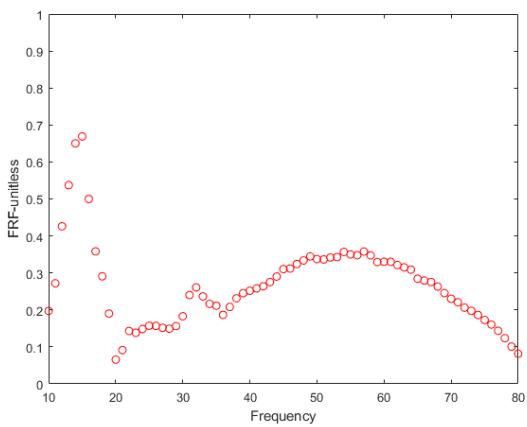
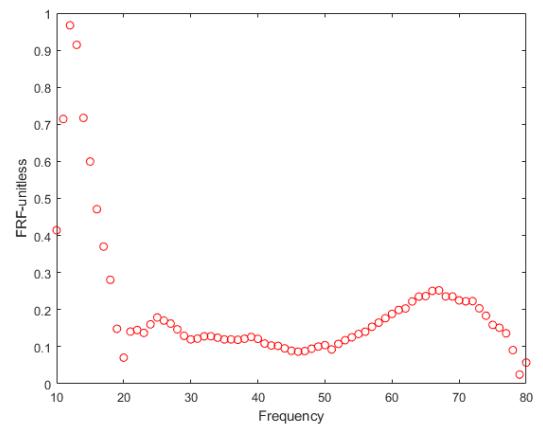
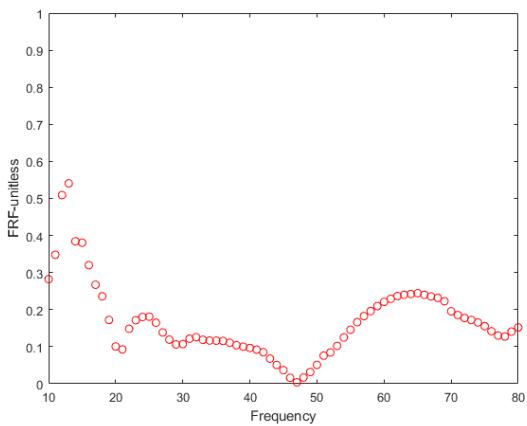


圖 6.22 60cm 試體 加速度反應 FFT 峰值比值 第三排與第一排

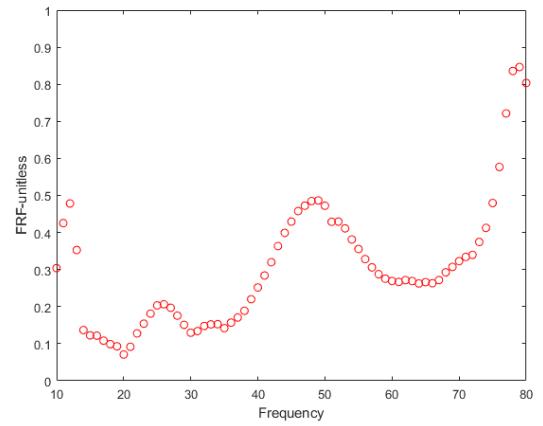
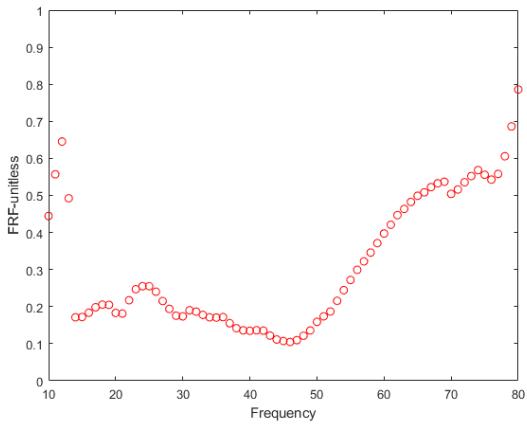
表面



中間



底部



30cm

60cm

圖 6.23 定頻試驗加速度反應 FRF 取值結果

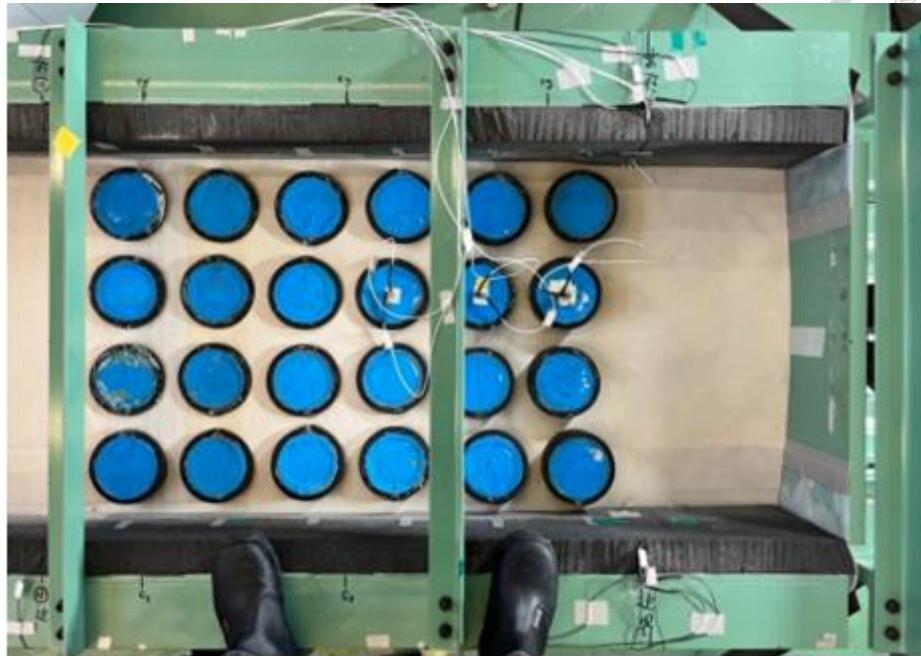


圖 6.24 1/20 縮尺超材料試體試驗後上視圖

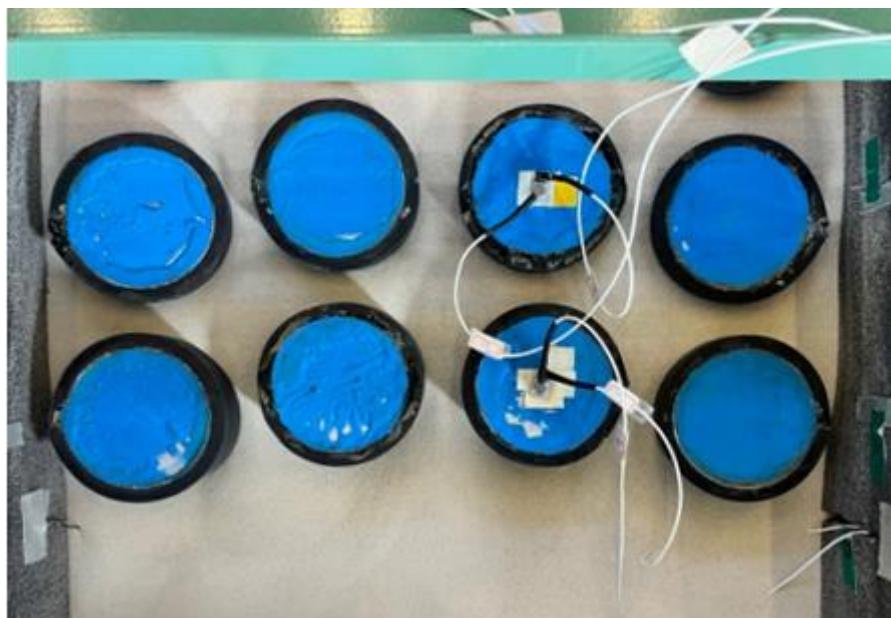


圖 6.25 1/20 縮尺試體試驗後局部上視圖

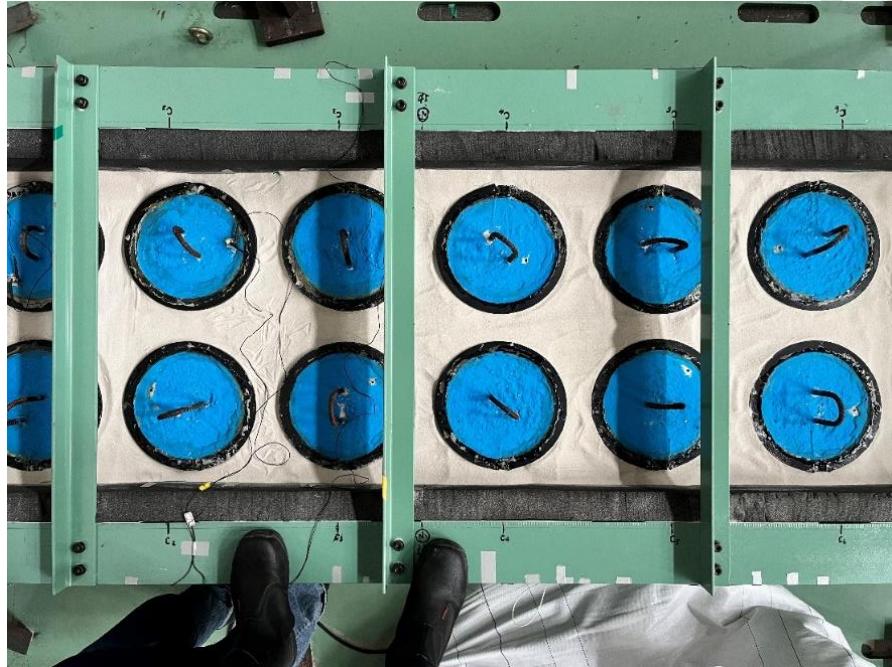


圖 6.26 30cm 試體 試驗前上視圖



圖 6.27 30cm 試體 試驗後砂土陷落情形



### 6.1.3 純砂土掃頻試驗

砂土掃頻試驗之主要設計目的，一為驗證波傳於砂土中是否已有一定之衰減效果，二來，求取其波傳之速度，作為理論假設縱波公式之驗證。

然而不論從各點加速度歷時抑或頻率響應函數來看，純砂土試驗結果皆有良好消能效果，且從也可觀察出砂土陷落距離雖較含有超材料試體試驗來的長，卻無法順利傳遞之試驗鋼製容器後端，推測土壤有太多孔隙，以致波傳能量多用以使顆粒緊密，無法如數值分析模型所假設線彈性材料，因此也有明顯消能情形。

砂土壓力波速之求得，為利用波傳遞之時間差與已知距離相除可求得。當波傳遞至設置於試體前段之點位，令其初達波波峰之時間為  $t_1$ ，至波傳傳至後段之加速規收到初達波波峰之時間  $t_2$ ，利用時間差  $t_2-t_1$ ，即可得出壓力波傳於砂土中所傳導之時間，再與已知儀器設置前後距離進行計算，進而得到此壓力波在試體水平向傳導的波速，輔助壓力波傳公式之驗證。其中試驗所得波速為使用砂土粗掃頻試驗數據進行計算，取點位置如圖 6.28，試驗波素、數值模型波宿及理論公式波速詳細計算如表 6.2，其中理論波速為利用常見兩組楊氏係數與柏松比進行計算。

從計算結果中可發現，縮尺試驗土體模型之結果與試驗結果有些差距，可能原因為：取樣頻率不足，導致時間選取難以精準；傳遞距離短，且訊號有背景雜訊，導致初達波難以判斷，間接造成計算誤差。然而兩者所得計算值皆與理論公式各有較相近的結果，其中縮尺試驗模型所算之波速與使用相同材料參數  $E = 30MPa, v = 0.333$  之理論公式計算質相當接近，然而縮尺試驗計算結果則與使用  $E = 20MPa, v = 0.3$  之理論公式計算結果較為相似，判斷因縮尺試驗實際並無夯實，因此試驗結果與使用第二組參數之計算結果有較高的相似。

若將砂土定頻試驗之加速度歷時進行整理如圖 6.31，可觀察出純砂土試體本身消能效果非常顯著，而其主要消能帶隙約略介於 17Hz-35Hz 之間，且較高頻率範圍約 60Hz 以後消能效果明顯下降。然而，因其消能帶隙與超材料試體消能帶

隙有些許重合，因此利用後端監測點數據，將超材料試體與土壤加速度反應進行相除得到比值，分別作圖如圖 6.32 及圖 6.33。從兩張圖的比較中，若單從觀察點位置角度出發，整體可觀察出：超材料試體在表面的數據明顯比砂土試體反應大，而中點的數據則有較明顯的帶隙結果，而底部數據看似消能範圍寬廣，主要原因因為土壤對較高頻率約 60Hz 以上消能效果較差，因此比值相對看起來會有較小的情形；在超材料與土壤的比值中，除了表面的反應較大，整體而言 60cm 試體較 30cm 試體所呈現的結果佳，與 6.1.2 節之結論相同。

觀察數據結果後，同樣可觀察砂土試驗後之陷落情形如圖 6.30，可發現砂土雖也有明顯陷落情形，與超材料試體不同處為，其陷落除接近可移動鋼板處因漏砂而有較大高差，隨距離增加而陷落的高差較趨近於直線，與含超材料試體試驗組別試驗後情形明顯不同，且陷落距離也不及鋼製容器長向距離之一半，因此合理推測由致動器輸入系統之能量多用於對砂土作功，將孔隙中空氣擠壓出，使其體積減少而密度增加。

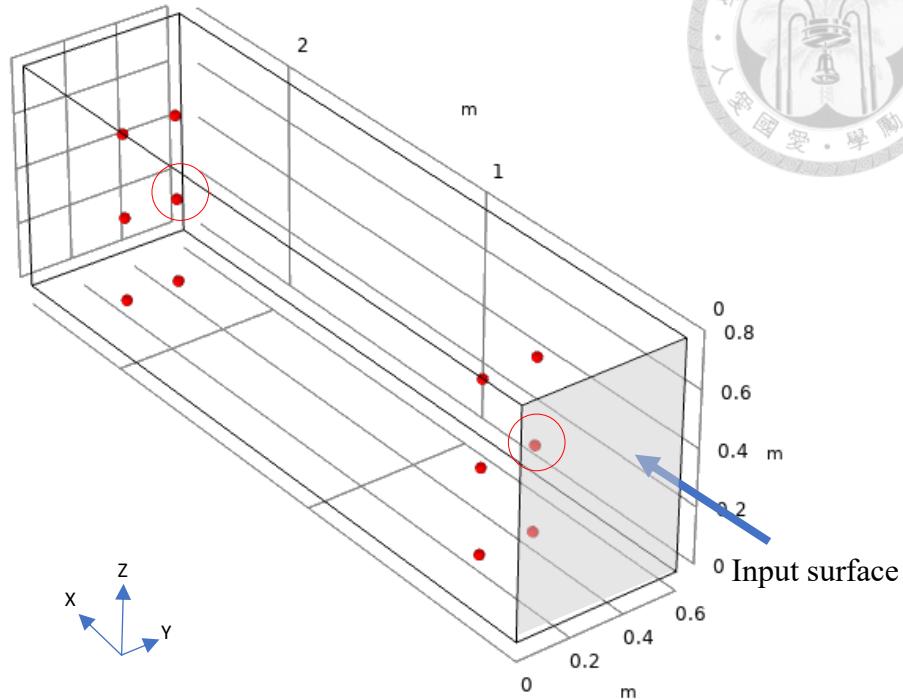


圖 6.28 土壤波速計算 加速規點位選取示意圖

表 6.2 土壤壓力波速計算

試驗所得波速：

$$V_p = \frac{d}{t_2 - t_1} \frac{(m)}{(s)} = \frac{2.1-0.3}{0.5755-0.5615} = \frac{1.8}{0.014} = 128.6 \frac{m}{s}$$

縮尺土體模型計算波速： $E = 30 MPa, \nu = 0.33$

$$V_p = \frac{d}{t_2 - t_1} \frac{(m)}{(s)} = \frac{2.1-0.3}{0.0135-0.0022} = \frac{1.8}{0.0113} = 159.3 \frac{m}{s}$$

理論公式：

$$\begin{aligned} V_p &= \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} = I. \sqrt{\frac{30 \times 10^6 (1-0.333)}{(1+0.333)(1-2 \times 0.333) \times 1800}} = 158.1 \frac{m}{s} \\ &= II. \sqrt{\frac{20 \times 10^6 (1-0.3)}{(1+0.3)(1-2 \times 0.3) \times 1800}} = 122.3 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

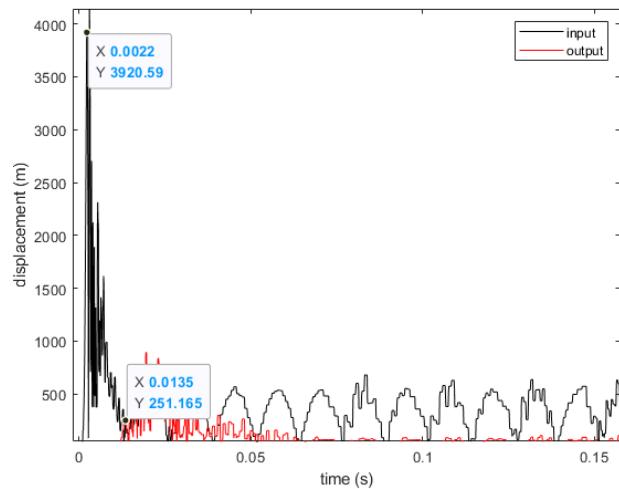
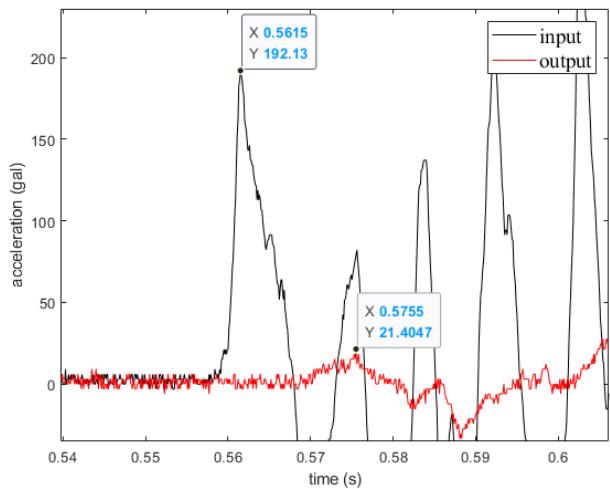


圖 6.29 土壤波速計算時間點選取

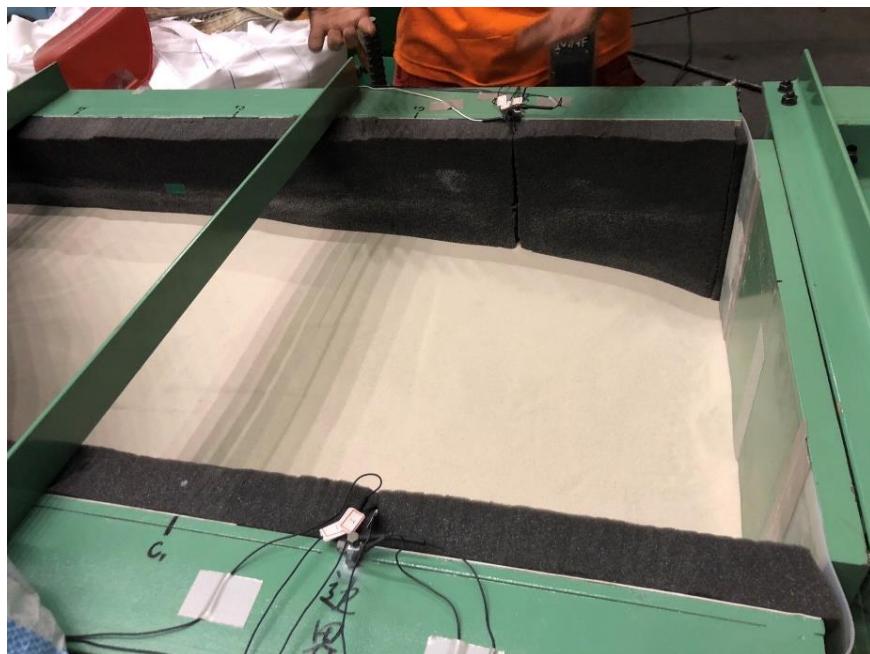


圖 6.30 純砂土試驗後陷落情形

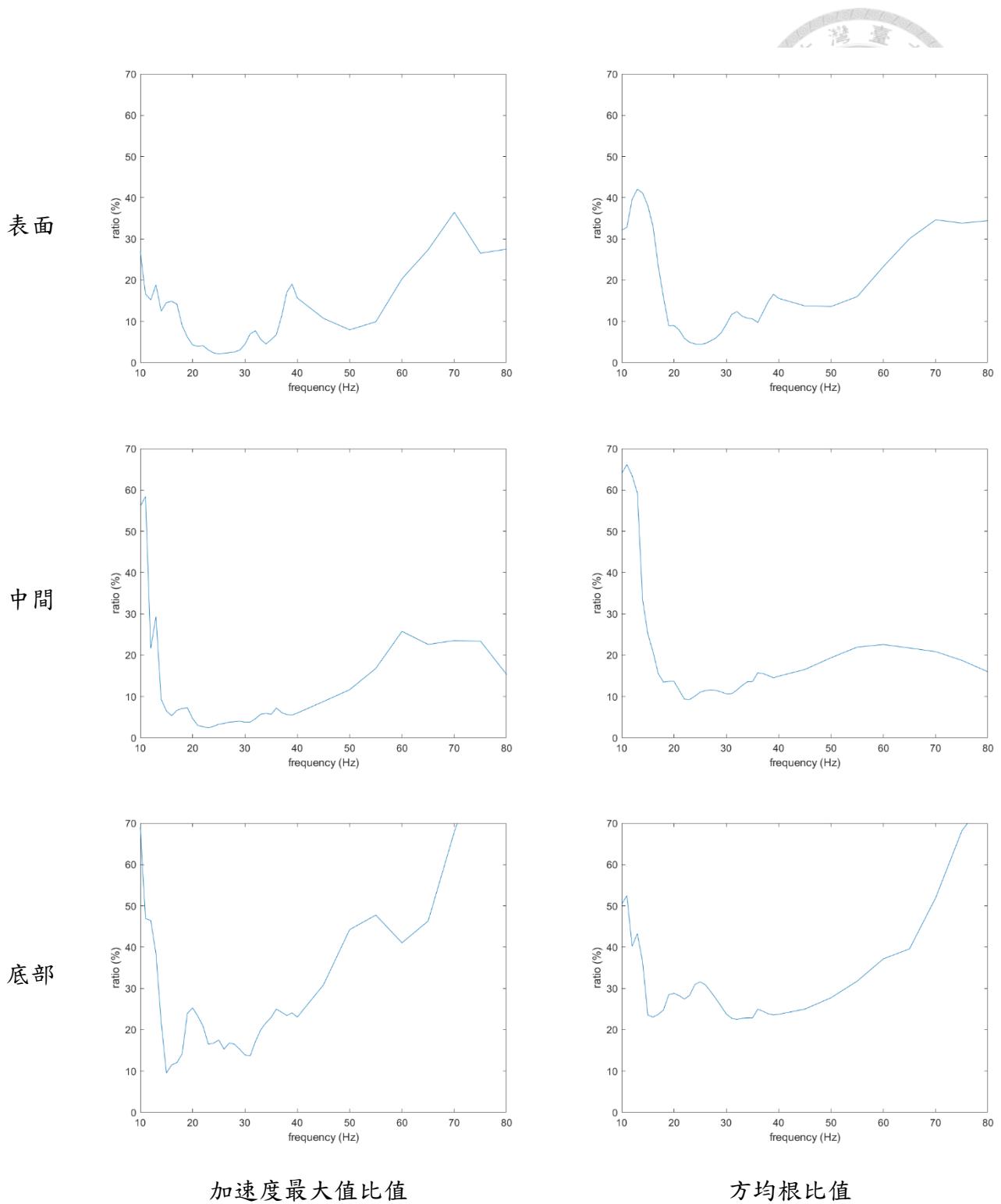


圖 6.31 砂土定頻試驗前後監測點加速度最大值比值與方均根比值

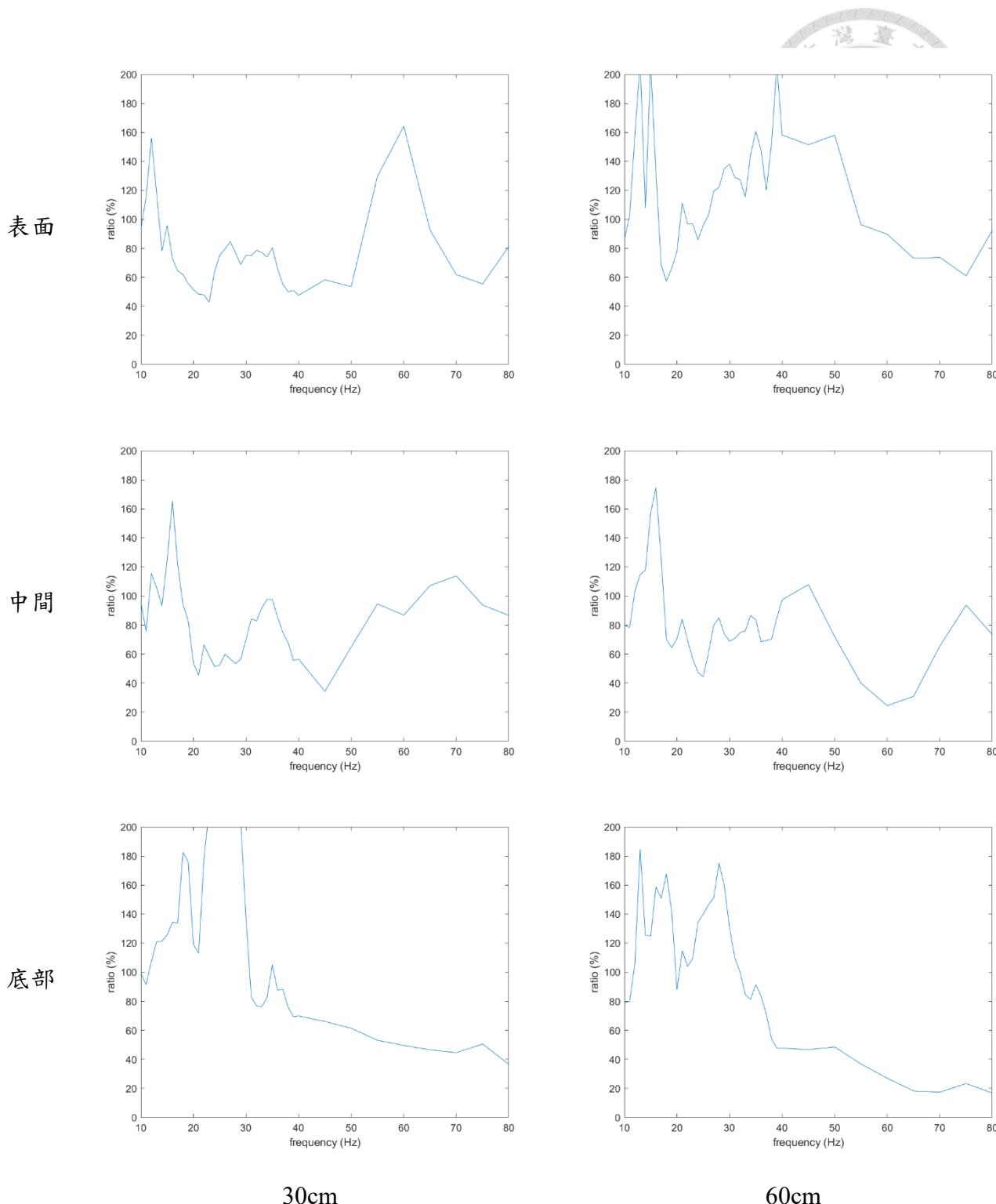


圖 6.32 砂土與超材料試體定頻試驗加速度最大值比值

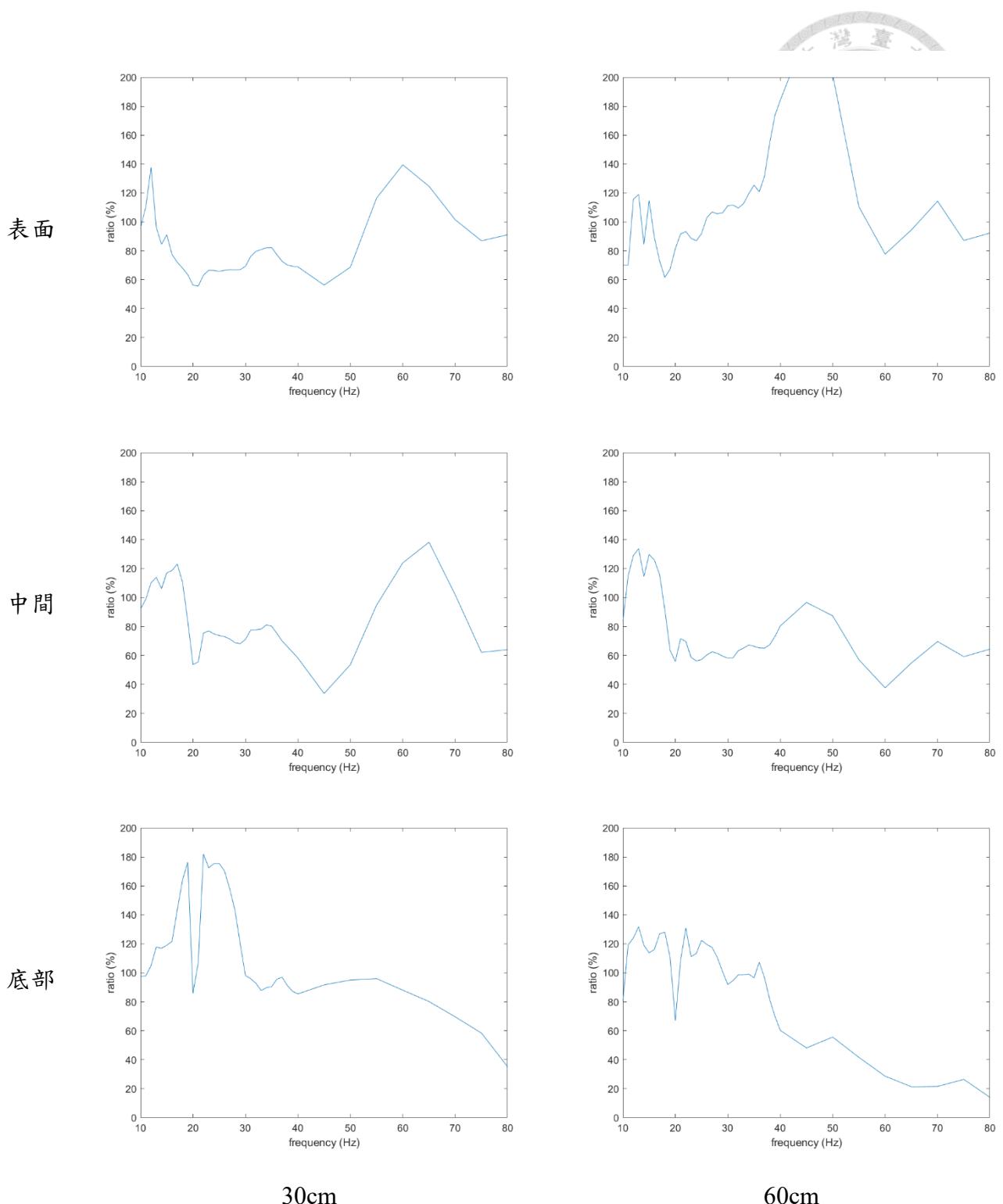


圖 6.33 砂土與超材料試體定頻試驗加速度方均根比值



#### 6.1.4 邊界條件之效應

先前於 4.1.2.2 節中，針對動力邊界條件—低反射邊界進行數值模型分析，探討其吸收能量之效果，可謂相當良好。於真實試驗中，為驗證使用泡棉是否也能重現預期之效果，以 1/10 60cm 試體之定頻 46Hz 之加速度歷時為例作圖 6.34，觀察其效果。由圖中可明顯發現，靠近泡棉點位之加速度反應，在中間與底部都相較於 y 向中點點位之反應小，顯示使用泡棉作為低反射邊界，有相當顯著的效果，符合地震波傳持續向外傳遞並不回傳之特性。因此，若利用近泡棉點位之數據進行頻率分析，應可得較符合因系統內部作用而產生反應之頻率內涵，然而單以消能效率之角度而言，靠近中點之加速度反應則有較佳之折減效果，後續數據呈現也將以位於中點之點位進行討論。

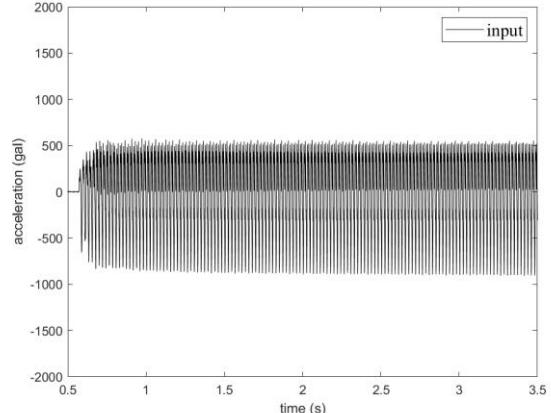
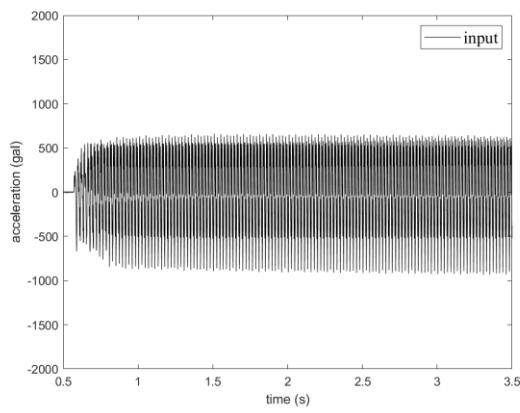
#### 6.1.5 深度效應之實驗結果

從 6.1.2 節中圖 6.21、圖 6.22 可得知，1/10 30 公分與 1/10 60 公分之試體消能帶隙幾乎一致，並無帶隙變窄之情形，因此可初步推論二維單元晶格應無進行三維頻散分析之必要。

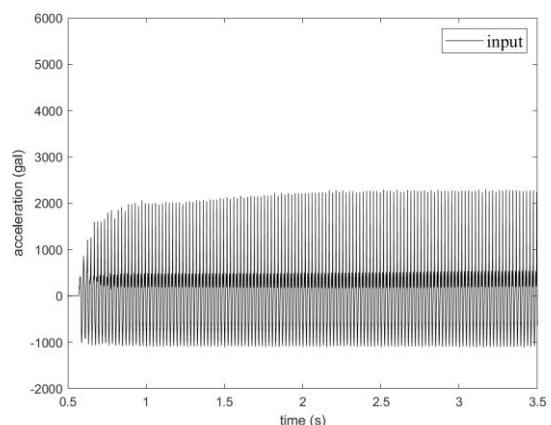
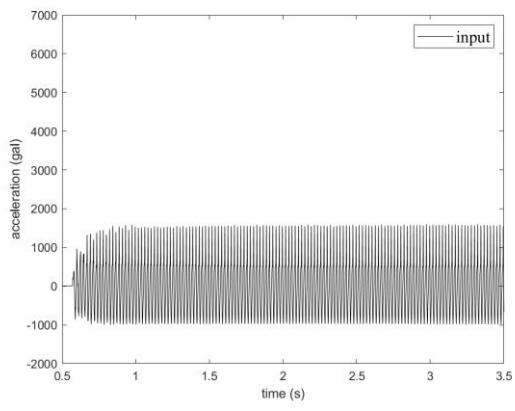
然而為瞭解不同設計高度之樁型超材料在高度上是否有不相同之消能效果，對各深度中點前後監測點作頻率響應函數如圖 6.35。從中間圖形可觀察出，由於中間之點位有經過超材料，因此帶隙較為明顯，約為 30Hz-55Hz，且 60 公分之試體有更佳的消能效果及寬廣的帶隙；而依底部之圖形角度，則能更加明顯觀察出較深的 60 公分試體於底部也有明顯的帶隙，而較淺的 30 公分試體因底部並無超材料經過，因此無法得出明顯帶隙。



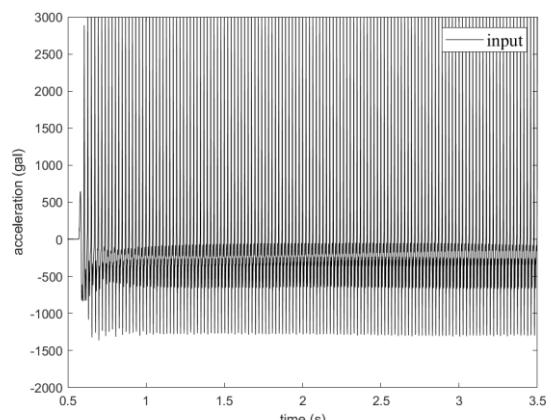
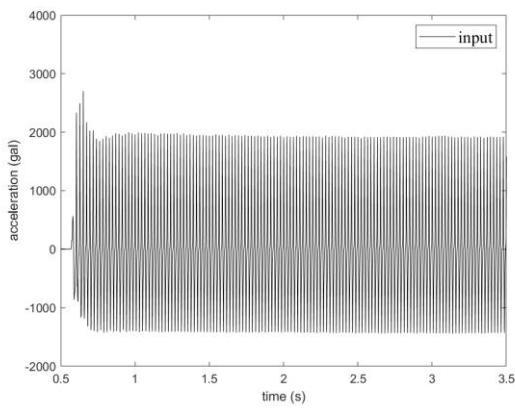
表面



中點



底部

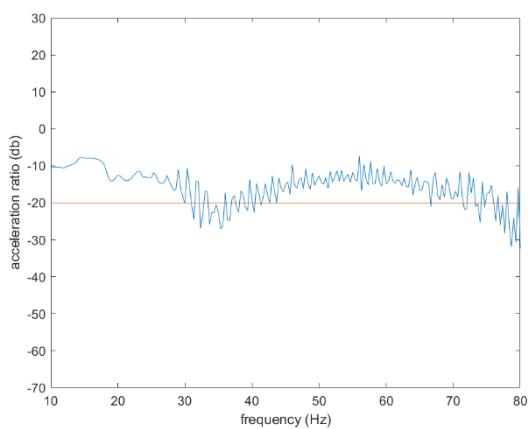


近泡棉

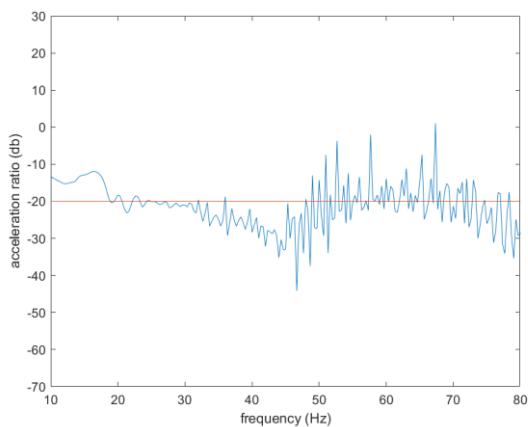
y 向中點

圖 6.34 前後監測點位之加速度歷時

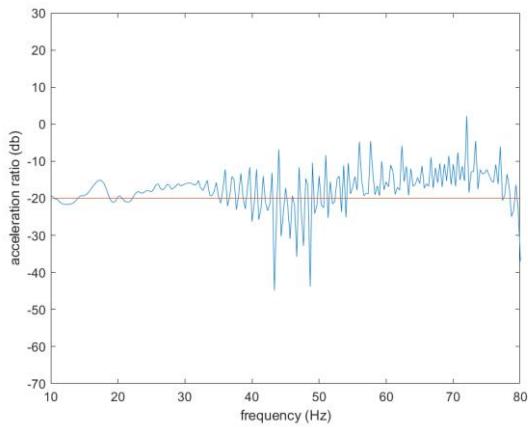
表面



中點

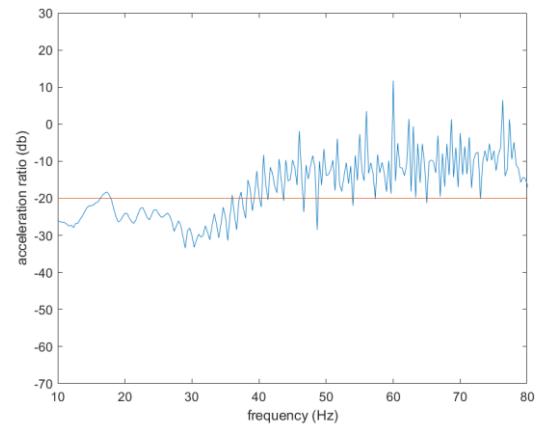
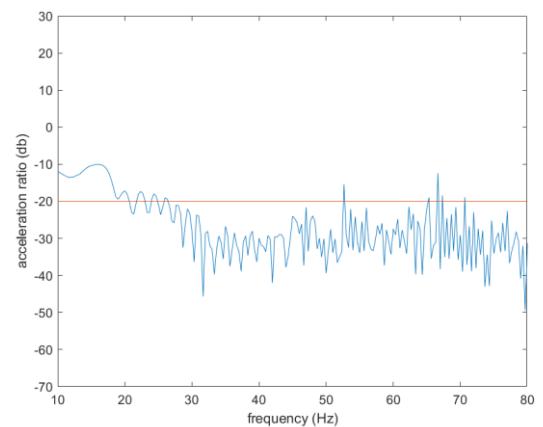
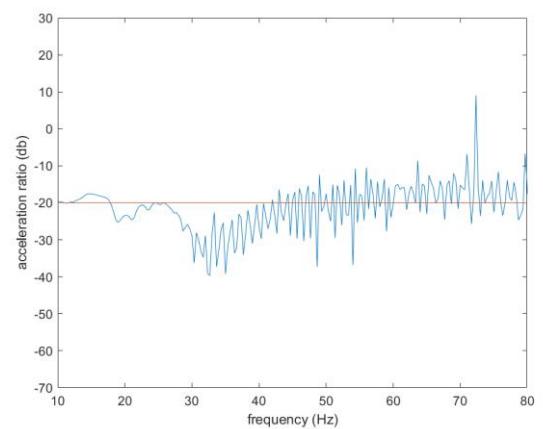


底部



30cm

圖 6.35 粗掃頻各深度前後監測點頻率響應函數

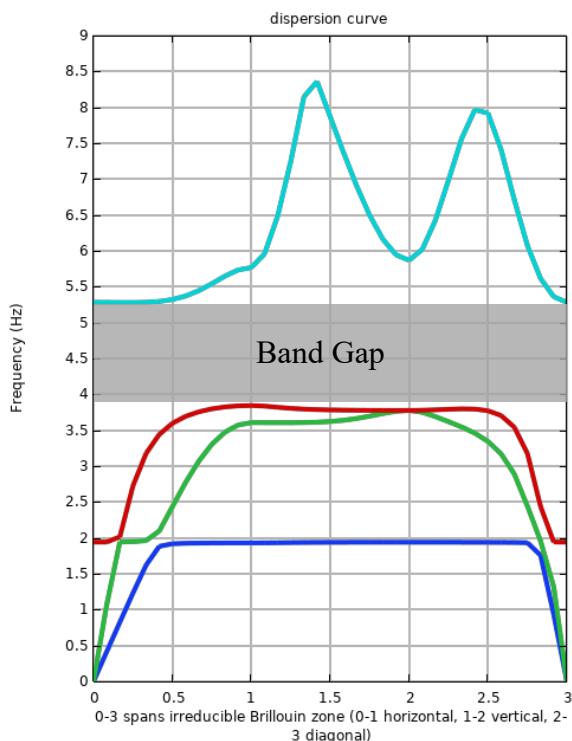


60cm

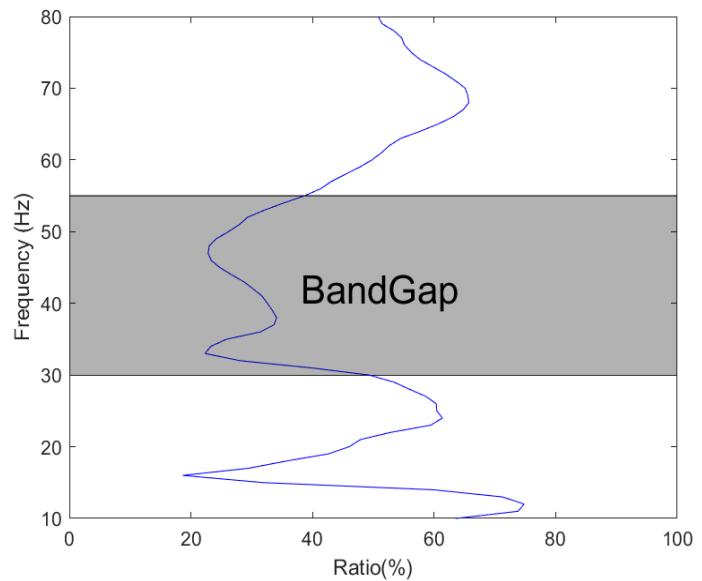


### 6.1.6 理論帶隙與縮尺試驗之帶隙結果比較

利用試驗橡膠所得之楊氏模數，作二維單元晶格之頻散曲線並標示出帶隙範圍，與試驗結果分析後的推估帶隙範圍作比較，如圖 6.36，可明顯看出兩者之帶隙範圍大致相似，顯示出試驗結果與頻散曲線所得理論帶隙有相同趨勢。若更進一步將單元晶格、縮尺試驗模型時間域動力分析及縮尺試驗定頻掃頻之帶隙範圍製成表 6.3，可發現三者之帶隙範圍相近，且數值分析與縮尺試驗皆有涵蓋單元晶格分析之帶隙，證明單元晶格推廣至全域模型與試驗也可得相同結果。



試驗用橡膠楊氏模數之頻散曲線圖



縮尺試驗 60cm 試體定頻試驗 FFT ratio

圖 6.36 單元晶格頻散圖與試驗帶隙比較

表 6.3 不同分析方法之帶隙對照表

	帶隙範圍
單元晶格頻散圖	3.84-5.28Hz
縮尺試驗模型時間域動力分析	36-60Hz
縮尺試驗定頻掃頻	30-55Hz



## 6.2 試驗建議

由於試驗之環境、設備及許多人為因素未能如數值模型之假設般盡善盡美，因此針對試驗之細節與流程，提出可能之誤差來源及更佳之流程。

1. 致動器之能量傳遞過程可能因介面傳遞不良而無法完整傳入至試體中，且可移動鋼板於試驗過程中，有明顯之偏轉現象，如圖 6.37，推測可能為致動器之可轉動方向上受力不均，且其於高頻率之性能不佳，放大此受力不均之情形；多次試驗後，螺栓可能於多次試驗後有稍微鬆脫之現象，以及底部為減少摩擦而放置之鐵氟龍也因試驗多次後有所移動甚至斷裂，可移動鋼板底部也出現漏砂之情形，如圖 6.38。
2. 試體誤差。由於超材料製作未有成熟流程可供參考，且橡膠實際需求為空心圓柱，較為特殊難以市面購得，因此使用橡膠試片進行組裝。橡膠試片受彎矩，斷面將分別在中性軸兩側產生拉、壓應力，除了產生難以計算之應力、造成橡膠固定於混凝土圓柱外側之困難，滾壓過程中因不同製作者則會產生不同程度之形變，以致於難以完美貼合，需進行小部分裁切。黏貼大面積接觸面使用之地板膠因強度不足，接合處皆使用 ab 膠做最後固定，此接觸之強度也難以進行模擬，是為可能之誤差來源。
3. 因泡棉容易壓縮，造成夯實之體積難以計算，故本實驗埋設試體過程中並無進行夯實，然而波傳進入砂土後，因受力產生陷落而更密實，改變砂土之密度將進而改變波速，此現象可能造成些微波傳行為之改變，且加速規可能於過程中偏轉，使得量測之數據有預期以外方向之分量產生。建議後續可針對實驗用砂進行基本試驗，以便更加瞭解土壤波傳行為，且於試驗時可針對用砂量進行估計，可概估土壤密度以便驗證壓力波速理論公式。
4. 因控制樁型地震超材料帶隙之參數除了橡膠之材料性質外，其餘材料性質並無顯著影響，因此本試驗未針對所有材料得到完整材料參數，然而從數值模型之應力與應變進行觀察，部分材料應力應變應已進入非線性段，將可能造



成試驗之誤差；且砂土為高度非線性材料，並不如數值模擬中假設般完全線彈性，因此輸入波傳之能量明顯對砂土作功而造成陷落，使得含超材料與純砂土試驗數據之比較結果較不理想。

5. 試驗裝置及周遭設備將產生許多訊號之干擾，可預期之來源如交流電之頻率為 60Hz，以及鋼製容器於 x 向除了主要共振頻率約為 800-900Hz，100Hz 以內(主要掃頻及致動器性能範圍)也於約 17Hz 附近有較明顯之共振情形，因此若將數據以 FFT 進行觀察，需注意以上特定頻率可能為系統之反應，以頻率響應函數進行數據探討會是較佳之方法。
6. 本實驗礙於試驗設計頻率範圍屬於高頻，因此實驗儀器會有取樣頻率之限制，然後為能更加確認超材料之局部共振情形如數值分析顯示之模態位移場，建議應新增適當取樣頻率之位移量測儀器，以便用實際數據佐證樁型超材料之局部共振情形。
7. 本試驗因部分疫情影響，材料進場時間不一，導致試驗進行時間難以掌控；試體製作多為人工方式，除了混凝土圓柱、橡膠試片厚重難以人工搬運，且橡膠試片黏貼時常造成誤差，以致佔據試驗大部分時程。而除鋼製容器所放置的六米反力牆，製作試體也需要場地，整體所需使用空間多，動線上需多加調整與安排。完成後試體也大多需要技術人員協助吊裝與清運，由於超材料使用數量上較多，建議後續可於其他場地製作試體，完成後統一搬運進場。
8. 由於加速規點位布設不相同，因此不同試驗組別在進行時需將鋼製容器內部人工清空，相當耗時費力，因此後續試驗組別應以加速規理設列入優先考量，避免應組別規劃造成多餘人力花費。



圖 6.37 可移動鋼板偏轉情形



圖 6.38 可移動鋼板底部漏砂情形

## 第七章 結論與建議



### 7.1 結論

由於文獻回顧中，在單元晶格分析上的頻帶分析結果與工程直覺有所不符，為探討此困境，本論文除了旨在探討樁型地震超材料在單元晶格頻散分析結果如何延伸發展其邊界條件至全域模型，發揮隔減振效益，更著重在探討超材料深度上之消能行為。在第一章中描述了本論文的架構，依循此處流程邏輯，於第三、四章詳細說明建模之基本資料與其他細節，透過前人模型的重現，確認超材料的消能機制及帶隙與相關參數之關係，並探討全域部分邊界條件之使用情況。其中，樁型超材料在三維頻散曲線的分析中，呈現深度越深則帶隙越窄的現象，與工程直覺不符，因此第四、五章之縮尺試驗模型與縮尺試驗，除了為隔減振效益進行量化，進行排數分析找出最佳配置，同時針對樁型超材料的深度，設計了不同深度的樁型超材料單元，並在縮尺模型中進行分析，並提出可能的解釋。最後為確認縮尺模型之可靠度，進行縮尺試驗之規劃設計，使用鋼製砂箱及最大軸力1.5噸致動器，模擬地震壓力波傳，觀察超材料之消能機制，並與縮尺模型結果進行比較。

- (1) 進行單一樁型超材料單元頻散曲線分析所使用之邊界設置，雖難以在全域模型中滿足其條件，也與本論文中三維縮尺試驗模型不盡相同，但從模擬結果觀察，使用三維時域分析之數據結果，與單元之設計帶隙較有一致性的表現。
- (2) 斷面一致之超材料因其在  $z$  方向上並無週期性排列，因此除了進行二維超材料單元晶格之頻散曲線分析得到全向性帶隙，三維單元晶格並無進行頻散曲線分析之必要，加深樁深因其質量增加，只會使頻散圖無帶隙產生，使設計者可能於初步設計階段因帶隙過窄而將其排除。



- (3) 改變樁深進行頻散分析之頻散圖雖得不到較寬之全向性帶隙，但數值分析結果顯示越深的樁型單元有更佳的表現，且縱剖面上含有超材料之比例越高，整體在消能表現與帶隙範圍上更加一致，符合一般之力學直覺。
- (4) 含不同樁深之超材料試體試驗結果顯示兩者之消能帶隙範圍幾乎一致，與頻散曲線分析所得樁深將令使帶隙變窄之結果不相符，而與 3.2.2.2 節中之推論：樁型地震超材料為二維單元晶格，毋須將單元晶格進行三維分析，即便將之放入三維空間進行頻散曲線分析，也必須透過其他方式分析其真實帶隙，如利用 sound cone 於頻散曲線繪製錐樁區域。且樁深越深，縱剖面上有經過超材料之高度，其頻率響應函數有較符合帶隙範圍之消能結果。
- (5) 定頻試驗能確認地震超材料是否產生局部共振進行消能，且放置於超材料上之加速規所測得之加速度反應隨排數有明顯之非線性折減效果，證明排數分析之重要性，且可輔助對照數值模型中之排數分析結果。
- (6) 因邊界之泡棉有極大之可壓縮性，使得夯實之進行相對困難，本試驗於埋置試體時並無夯實。因此完整掃頻試驗結束後，每組試體在沿波傳方向，砂土都有不同程度之陷落，且最大沉陷量均發生在前三排超材料試體之範圍，因此能量傳遞造成之沉陷除了使砂土密度之改變，也可輔助判斷波傳之消散距離。
- (7) 試驗數據結果顯示泡棉可有效模擬低反射邊界，未來實驗可繼續沿用此材料。
- (8) 藉由兩組不同縮尺因子之試驗結果，可觀察出消能帶隙約有兩倍之關係，符合頻散圖中縮尺效應參數分析之預期，同時顯示實驗之結果與數值分析模型有相當程度的吻合。
- (9) 由二維單元晶格頻散曲線、三維時域縮尺試驗模型至縮尺試驗不同樁深樁型地震超材料之數據，透過帶隙範圍比較，結果顯示三者間有相同趨勢，且試驗帶隙約為全域帶隙之 10 倍，顯示縮尺因子轉換之模型結果確實有可參考性，以上分析流程也可繼續沿用。



## 7.2 建議與未來展望

- (1) 數值分析模型除了輸入位移面波對樁型超材料掃頻之外，可在超材料後方放置簡易建築物，進行結構物非線性動力歷時分析觀察其反應是否有明顯下降。
- (2) 若需使用地震歷時作為輸入波，須考量其為加速度歷時，樁型超材料之設計帶隙對位移之頻率才有明顯的對照關係，因此分析時需額外對位移或加速度進行轉換。
- (3) 由於 COMSOL 非土木工程常用之有限元素分析軟體，其內建設定雖使用上對使用者友善，但由於超材料理論才週期性結構出發，因此許多數值分析於邊界上的選用與土木工程領域常用選項相差甚大，因此透過觀察實驗結果更加瞭解邊界條件後，建議此縮尺模型可利用 ABAQUS 再行建置，以利能完全預測地震超材料之消能行為以及材料間之接觸影響。
- (4) 透過設計單一頻帶消能之樁型地震超材料之實驗，可知超材料之消能效果顯著，未來可進行不同超材料單元之設計並進行複合頻帶之縮尺試驗，以期達到寬帶隙消能之效果。
- (5) 數值分析模型中之 input 波形完美，然而縮尺試驗中受限於致動器性能影響，粗掃頻與細掃頻之輸入波在不同頻率下有極大的落差，變頻率下難以對試體均勻輸入相同之位移，後續實驗若需進行此類輸入波形，應更慎重考慮輸入源之性能，並概估其誤差，定頻試驗應是較佳之選擇。
- (6) 超材料試體製作於橡膠與混凝土膠合階段耗費大量時間與人力，且片狀橡膠圍繞於混凝土上時會受彎矩產生內應力，同時受到製作過程影響，會有不同程度的擠壓，是一項難以估計的誤差來源，因此在此次數值分析中忽略此項，但後續應需將製成造成之變形與應力列入考量；又本實驗縮尺數值模型將材料假設為完全線彈性，若能將橡膠與系統之實際阻尼進行求取與模擬，將能更加符合真實情形。



- (7) 因超材料針對不同種類之波傳與入射方向有不同之反應，因此除了本實驗規劃之壓力面波，建議後續實驗可針對剪力波傳以及不同方向入射之壓力波進行試驗，甚至可進行至剪力波傳之試驗，以驗證前人之理論。
- (8) 粗掃頻、細掃頻在加速度歷時中看似有良好之折減效果，但 FRF 却未有明顯帶隙，推斷試驗中有太多干擾之訊號以及誤差需排除，或需要更細緻之訊號處理方法來分析數據。
- (9) 參考縮尺試驗之結果進行試驗設計之優化，未來希望能進行至實尺超材料設計及大型現地試驗。

## 參考文獻



- [1] 中央氣象局，地震測報中心
- [2] JB Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters* 2000; 85(18): 3966-3969.
- [3] C.H., Wilcox Theory of Bloch waves. *J. Anal. Math.* 33, 146–167 (1978).
- [4] C. Conca, J. Planchard, and M. Vanninathan, *Fluids and Periodic Structures*, John Wiley & Sons, New York, NY, USA, 1995.
- [5] J. Gazalet, S. Dupont, J.C. Kastelik, Q. Rolland, B. Djafari-Rouhani, A tutorial survey on waves propagating in periodic media: Electronic, photonic and phononic crystals. Perception of the Bloch theorem in both real and Fourier domains. *Wave Motion* 50 (2013) .
- [6] W. Witarto, "Periodic materials for seismic base isolation: theory and applications to small modular reactors," PhD diss., University of Houston, 2018.
- [7] S. Brûlé, E. Javelaud, S. Enoch, and S. Guenneau, "Experiments on seismic metamaterials: molding surface waves," *Physical review letters*, vol. 112, no. 13, p. 133901, 2014.
- [8] Y. Achaoui, T. Antonakakis, S. Brûlé, R. Craster, S. Enoch, S. Guenneau, "Clamped seismic metamaterials: ultra-low frequency stop bands," *New Journal of Physics*, vol. 19, no. 063022, 2017.
- [9] Liu ZY, XX, Mao YW, Zhu YY, Yang ZY, Chan CT, Sheng P. Locally resonant sonic materials. *Science* 2000; 289(5485): 1734-1736.
- [10] H., Huang, C., Sun, and G., Huang, "On the negative effective mass density in acoustic metamaterials," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 47, No. 4, pp. 610-617(2009).
- [11] A. Colombi, D. Colquitt, P. Roux, S. Guenneau, RV. Craster, "A seismic metamaterial: the resonant metawedge. " *Scientific Reports* 2016; 6(1): 27717.
- [12] Kittel, Charles. *Introduction to Solid State Physics*. 8th ed., John Wiley & Sons, 2004.



[13] P. Fraundorf, own work

[https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Brillouin-zone\\_construction\\_by\\_300keV\\_electrons.jpg&oldid=477996144](https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Brillouin-zone_construction_by_300keV_electrons.jpg&oldid=477996144)

[14] 吳逸軒、汪向榮、張國鎮、陳東陽,多類型複合地震超結構之寬頻帶設計與分析,中國木水利工程學刊,31 卷 1 期 , pp.103-118,2019

[15] 中國科學技術大學課程講義

[http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Crystal\\_Structure\\_4.pdf](http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Crystal_Structure_4.pdf)

[http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Energy%20Band\\_1.pdf](http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Energy%20Band_1.pdf)

[http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Energy%20Band\\_3.pdf](http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Energy%20Band_3.pdf)

[http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Energy%20Band\\_4.pdf](http://staff.ustc.edu.cn/~gzwang/Energy%20Band_4.pdf)

[16] 簡廷字、黃瑜、吳逸軒、李冠慈、翁崇寧、陳東陽,新型態外部隔減震技術-地震超材料之設計與分析,中國土木水利工程學刊,31 卷 4 期,p.395-410 ,2019.

[17] Y. Achaoui, B. Ungureanu, S. Enoch, S. Brûlé, and S. Guenneau, “seismic waves damping with arrays of inertial resonators,” Extreme Mechanics Letters, vol.8, pp. 30-38, 2016.

[18] M. Miniaci, A. Krushynska, F. Bosia, and N. M. Pugno, "Large scale mechanical metamaterials as seismic shields," New Journal of Physics, vol. 18, no. 8, p.083041,2016.

[19] Pu, X., Meng, Q., and Shi, Z., “Experimental studies on surface-wave isolation by periodic wave barriers”, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 130, (2020), 106000

[20] Y. Chen, F. Qian, F. Scarpa, L. Zuo, and X. Zhuang, “Harnessing multi-layered soil to design seismic metamaterials with ultralow frequency band gaps,” Materials and Design, vol. 175, no. 107813, 2019.

[21] Y Zeng, Y Xu, K Deng, P Peng, H Yang, M Muzamil, Q Du, “A broadband seismic metamaterial plate with simple structure and easy realization,” Journal of Applied Physics, vol.125, no. 224901, 2019



- [22] 李宇軒,有限元素法於樁型地震超材料之數值模擬,國立台灣大學土木工程學系碩士論文,2020
- [23] 羅川琇,樁型地震超材料與共振簡單元之可行性研究分析,國立台灣大學土木工程學系碩士論文,2021
- [24] Du, Q., Zeng, Y., Huang, G., and Yang, H. (2017). Elastic Metamaterial-Based Seismic Shield for Both Lamb and Surface Waves. *AIP Adv.* 7 (7), 075015.
- [25] P. Mandal, S.N. Somala, 2020. “Periodic Pile-Soil System as A Barrier for Seismic Surface Waves”, *SN Applied Sciences* 2, 1-8
- [26] H.G. Harris, G.M. Sabnis, “Structural Modeling and Experimental Techniques”, CRC Press, 1999.
- [27] COMSOL manual
- Low-Reflecting Boundary  
[https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.sme/sme\\_ug\\_theory.06.57.html](https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.sme/sme_ug_theory.06.57.html)
- Perfectly Matched Layer  
[https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.aco/aco\\_ug\\_pressure.05.106.html](https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.aco/aco_ug_pressure.05.106.html)
- Frequency Domain Study  
[https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.aco/aco\\_ug\\_study\\_types.15.04.html](https://doc.comsol.com/5.5/doc/com.comsol.help.aco/aco_ug_study_types.15.04.html)
- [28] 水性壓克力樹脂黏著劑 <http://www.nanya-adhesive.com/flooring-adhesive.html>
- [29] 雙液型環氧樹脂接著劑  
<https://www.perma.com.tw/zh-tw/product-447650/%E9%9B%99%E6%B6%B2%E7%92%B0%E6%B0%A7%E6%A8%B9%E8%84%82%E6%8E%A5%E8%91%97%E5%8A%91%E5%BF%AB%E9%80%9F%E5%9E%8B-911.html>
- [30] MI Hussein, MJ Leamy, M. Ruzzene “Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook. ”*Applied Mechanics Reviews*, 2014; 66(4): 040802.

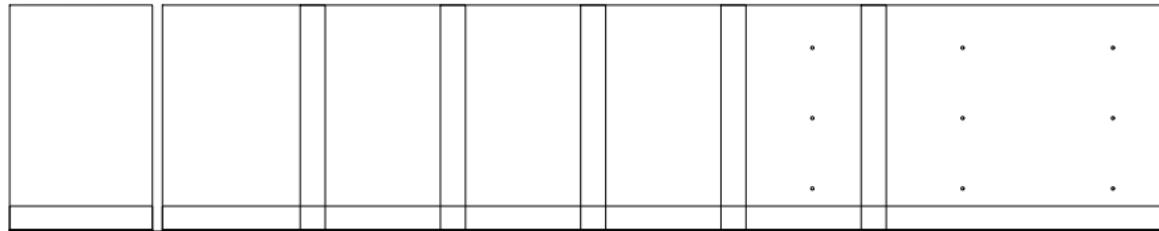


- [31] 翁作新、陳家漢、彭立先、李偉誠，「大型振動台剪力盒土壤液化試驗(II)－大型砂試體之準備與振動台初期試驗」，國家地震工程研究中心研究報告(報告編號：NCREE-03-042)，2003.
- [32] Lindley, P.B., "Engineering design with natural rubber", NZ Technical Bulletin. The Malaysian Rubber Producer's Research Association, Hertfordshire, England.

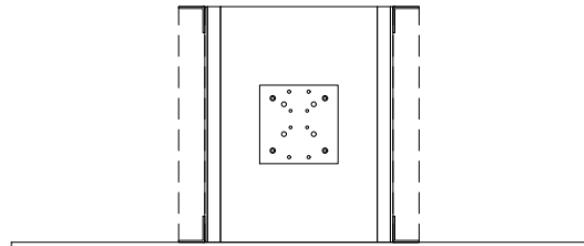
## 附錄A. 鋼製容器設計圖



側視圖



正視圖



上視圖

