

國立臺灣大學理學院大氣科學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Atmospheric Sciences

College of Science

National Taiwan University

Master Thesis

正壓渦旋能量頻散之幂次律

Scaling Laws for Barotropic Vortex Energy Dispersion



指導教授： 郭鴻基 教授

Advisor : Kuo, Hung-Chi, Professor

中華民國 98 年 7 月

July 2009

致謝

回想十幾年來的學生生涯，這兩年來真的很辛苦，但也學到最多東西。這本論文能夠完成，要感謝很多的人。首先是一直在背後支持我的家人，謝謝你們讓我能夠無後顧之憂的去做我想做的事以及完成我的學業。感謝郭老師這兩年來的指導與包容，從老師身上學到的不只是專業上的知識，還有做人做事的態度，真的很高興能當老師的學生。還要感謝李清勝老師、柯文雄老師、吳清吉老師和王重傑老師的寶貴意見。感謝實驗室的花枝學長，每次我有什麼問題總是能找到你討論，感謝憶婷學姐與珮雯學姐的幫忙及鼓勵，感謝帶我學會模式的小小明，還有感謝美雲及學弟們，宇晨、富傑、牧豪、家瑋及光宇在我口試當天的幫忙，明年就輪到你們了，加油吧。感謝在台大六年來遇到的所有人、同學、球友，謝謝你們曾經在我的身邊。接下來的日子，將告別學生的身份，先當兵去，未來的事情我也不知道，唯一確定的，我還是會一直專心的去做我想做的事情吧。

吳華富 98.08.15

摘要

本研究延續 Smith(1993, 1997)的工作，在正壓模式中，植入初始渦旋為 DC 渦旋(DeMaria and Chan, 1984)及修正阮肯渦旋(modified Rankine vortex)進行模擬，探討渦旋能量頻散的幕次律以及渦旋能量頻散與移行速度間的幕次律，以及渦旋結構與水平風切對幕次律的影響。所有需要考慮的變數有七個：渦旋移行速度 V_d 、渦旋能量頻散 ΔE 、渦旋最大風速 V_m 、最大風速半徑 r_m 、行星渦度梯度 β 、積分時間 t ，背景水平風切 $d\bar{u}/dy$ 。利用因次分析將七個參數減少至五個，再加上最大風速半徑外的風速遞減率共六個無因次的參數：無因次移行速度 V_d^* 、無因次能量頻散 ΔE^* 、羅士比數 B^* 、無因次時間 τ 、背景風切 S 以及最大風速半徑外風速遞減率 b 和 α ，找出重要的無因次參數後，進一步探討：

1. 渦旋能量頻散與渦旋移行速度的幕次律
2. 不同的渦旋結構對渦旋能量頻散與渦旋移行速度的幕次律之影響
3. 不同的水平風切對渦旋能量頻散與渦旋移行速度的幕次律之影響

本研究中共三組實驗，在實驗一中令背景風切 $S=0$ ，並假設有以下函數關係： $V_d^* = V_d^*(\tau, b, B^*)$ 、 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, B^*)$ 與 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, V_d^*)$ 。實驗二與實驗一類似，但將 b 改成 α 。實驗三中，只考慮 $b=1$ 時，將實驗一中的 b 改成 S 。

由實驗結果我們得知：

1. 沒有風切，無因次時間相同時，無因次能量頻散隨羅士比數增加而減少。這表示當核心渦旋增強時，頻散能量與渦旋初始能量的比例會減少。
2. 沒有風切，無因次時間、行星渦度梯度、風速遞減率、環流相同時，半徑較大的渦旋有較明顯的能量頻散。

3. 沒有風切，積分時間、行星渦度梯度、風速遞減率、環流相同時，能量頻散隨渦旋最大風速增加而增加。
4. 沒有風切，無因次時間、行星渦度梯度、渦旋半徑、最大風速相同時，渦旋外圍渦度裙帶愈大，渦旋能量頻散也愈明顯。
5. 沒有風切，無因次時間、行星渦度梯度、渦旋半徑、最大風速相同時，阮肯渦旋比 DC 渦旋($b=1$)的能量頻散較少、 β 移行速度較快。
6. $b=1$ ，無因次時間、行星渦度梯度、渦旋半徑、最大風速相同時，渦旋能量頻散與移行速度隨風切值增加而增加。
7. 沒有風切，無因次時間相同時，渦旋能量頻散正比於 β 移行速度平方。



關鍵詞：冪次律、渦旋能量頻散、渦旋移行速度、羅士比數、水平風切

Abstract

In this research, we extend the work in Smith(1993, 1997) to generalize the scaling laws for vortex energy dispersion and drift speed to include the influences of variable vortex profile and meridional shear in the zonal environmental wind. The vortex profiles used in barotropic model are DC vortex (DeMaria and Chan, 1984) and modified Rankine vortex. The physical problem of beta-drift and vortex energy dispersion we consider here has 7 parameters; drift speed V_d , vortex energy dispersion ΔE , maximum tangential wind speed in the vortex V_m , the radius of maximum wind r_m , planetary vorticity gradient β , the integration time t and the shear in the zonal environmental wind $d\bar{u}/dy$. The use of dimensional analysis reduces these 7 parameters to 5, and a non-dimensional exponent related to the decrease of wind speed with radius in the outer part of the vortex: non-dimensional drift speed V_d^* , non-dimensional vortex energy dispersion ΔE^* , Rossby number B^* , non-dimensional time τ , non-dimensional horizontal shear S and non-dimensional exponent b and α . In this research, we attempt to obtain the following scaling laws.

1. Scaling laws for vortex energy dispersion and drift speed.
2. The influences of vortex structure on the scaling law.
3. The influences of horizontal shear on the scaling laws.

There are three groups of experiments in this research. The non-dimensional drift speed and non-dimensional vortex energy dispersion are given by $V_d^* = V_d^*(\tau, b, B^*)$, $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, B^*)$ and $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, V_d^*)$. In experiment 1, we examine the case with no horizontal shear ($S = 0$) and investigate the scaling laws for a range of Rossby number, vortex profile factor b and non-dimensional time τ . In experiment 2, we

replace b in experiment 1 with α . In experiment 3, we fix the vortex profile ($b=1$) and investigate the scaling laws for a range of Rossby number, horizontal shear S and non-dimensional time τ .

From the scaling laws we have the following conclusions:

1. When non-dimensional time are fixed with no shear, non-dimensional energy dispersion is large with small Rossby number.
2. When non-dimensional time, beta, vortex profile and circulation are fixed with no shear, energy dispersion is large with large radius of maximum wind speed.
3. When integration time, beta, vortex profile and circulation are fixed with no shear, energy dispersion is large with large vortex maximum tangential wind speed.
4. When non-dimensional time, beta, maximum tangential wind speed and radius of maximum wind speed are fixed with no shear, energy dispersion is large with small vortex profile factor.
5. When non-dimensional time, beta, maximum tangential wind speed and radius of maximum wind speed are fixed with no shear, Rankine vortex has less energy dispersion and larger drift speed than DC vortex with $b=1$.
6. When we fix non-dimensional time, beta, maximum tangential wind speed, radius of maximum wind speed and $b=1$, energy dispersion is large with large horizontal shear.
7. When non-dimensional time with are fixed no shear, non-dimensional energy dispersion is proportional to the square of drift speed.

Key words : scaling law, vortex energy dispersion, drift speed, Rossby number,
horizontal shear

目錄

致謝	I
摘要	II
Abstract.....	IV
目錄	VI
表錄	VIII
圖錄	X
第一章 前言	1
1.1 颱風連續生成機制與渦旋能量頻散之關係	1
1.2 渦旋移行速度之探討	3
1.3 研究動機與目的	5
第二章 研究方法	7
2.1 無因次分析	7
2.2 模式介紹與設定	9
2.3 實驗參數設定	11
2.4 冪次律計算步驟	14
第三章 渦旋結構對能量頻散冪次律的影響	16
3.1 DC 渦旋實驗結果	16
3.1.1 移行速度與羅士比數的關係	16
3.1.2 能量頻散與羅士比數的關係	18
3.1.3 能量頻散與移行速度的關係	19
3.2 DC 渦旋實驗總結	20
3.3 α 渦旋實驗結果	23
3.3.1 移行速度與羅士比數的關係	23

3.3.2 能量頻散與羅士比數的關係	23
3.3.3 能量頻散與移行速度的關係	24
3.4 α 渦旋實驗總結	24
第四章 背景風切對能量頻散幕次律的影響	27
4.1 DC 渦旋實驗結果	27
4.1.1 移行速度與羅士比數的關係	27
4.1.2 能量頻散與羅士比數的關係	29
4.1.3 能量頻散與移行速度的關係	29
4.2 DC 渦旋實驗結論	30
第五章 總結	32
參考文獻	36



表錄

表 1-1：1984~1992 年颱風生成大尺度背景場的個數、百分比以及平均生成位置。 (摘自 Ritchie and Holland, 1999).....	39
表 2-1：三組實驗的背景風切、渦旋結構參數及羅士比數設定值。實驗一、二與三 詳細參數設定見表 2-3、表 2-3 與表 2-4 。	40
表 2-2：表 2-1 中實驗一的詳細參數設定。 b 值為 DC 渦旋最大風速半徑外的風速 遞減率，實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m=50$ km 及最大風速 $V_m=30$ ms^{-1} ，改變行星渦度梯度 β 值調整羅士比數 B^* ，共 5 個 b 值乘 6 個 B^* 值 計 30 個實驗。最後一個實驗只考慮 $b=1$ ，以檢查冪次律是否一致。	41
表 2-3：表 2-1 中實驗二的詳細參數設定。 α 值為修正阮肯渦旋最大風速半徑外的 風速遞減率，實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m=200$ km 及最大風速 $V_m=$ 120 ms^{-1} ，改變行星渦度梯度 β 值調整羅士比數 B^* ，共 4 個 α 值乘 6 個 B^* 值計 24 個實驗。	42
表 2-4：表 2-1 中實驗三的詳細參數設定。固定 $b=1$ 時。實驗中固定渦旋最大風速 半徑 $r_m=50$ km 及最大風速 $V_m=30$ ms^{-1} ，改變行星渦度梯度 β 值調整羅士 比數 B^* ，共 6 個 S 值乘 6 個 B^* 值計 36 個實驗。	43
表 3-1：無水平風切時，改變 DC 渦旋結構參數 b 的實驗中，以最小方差法求得無 因次參數間的冪次律。 V_d^* 為無因次渦旋移行速度， $\Delta E^*/\tau$ 為無因次渦旋頻 散能量， B^* 為羅士比數。其中 $a_{1\sim 3}$ 及 $c_{1\sim 3}$ ，分別由實驗中求得。 $a_4 = a_2/a_1$ ， $c_4 = c_2 \times c_1^{-a_4}$ 。	44
表 3-2：同表 3-1，但為無因次參數間理想的冪次律。	45
表 3-3：無水平風切時，改變 α 渦旋結構參數 α 的實驗中，以最小方差法求得無因	

次參數間的冪次律。 V_d^* 為無因次渦旋移行速度， $\Delta E^*/\tau$ 為無因次渦旋頻散
 能量， B^* 為羅士比數。其中 $a_{1\sim 3}$ 及 $c_{1\sim 3}$ ，分別由實驗中求得。 $a_4 = a_2/a_1$ ，
 $c_4 = c_2 \times c_1^{-a_4}$ 。..... 46

表 4-1：DC 渦旋結構參數 $b=1$ 時，改變水平風切 S 的實驗中，以最小方差法求得
 無因次參數間的冪次律。 V_d^* 為無因次渦旋移行速度， $\Delta E^*/\tau$ 為無因次渦旋
 頻散能量， B^* 為羅士比數。其中 $a_{1\sim 3}$ 及 $c_{1\sim 3}$ ，分別由實驗中求得。

$a_4 = a_2/a_1$ ， $c_4 = c_2 \times c_1^{-a_4}$ 。..... 47

表 4-2：同表 4-1，但為無因次參數間理想的冪次律。..... 48



圖錄

- 圖 1-1：羅士比波能量頻散波列圖。交互的氣旋式-反氣旋式-氣旋式渦度擾動的波列。上圖為渦旋處在正壓線性 β 平面模擬四天的結果。黑點連線為初始渦旋的位置。實線為正渦度值，虛線為負渦度值，等值線間距為1/10的初始渦度最大值。(摘自 Hoskins, 1977)..... 49
- 圖 1-2：1958年6~9月印度南端到太平洋赤道附近700 hPa東西分界與颱風發生的關係。黑實線為東西風分界，黑色點為颱風發生的經度及時間。(摘自謝等, 1963)..... 50
- 圖 1-3：1990年8月1日~9月17日西北太平洋風場的時間序列。(摘自 Chang et al., 1996)..... 51
- 圖 1-4：1990年9月1日到9月30日 $0^{\circ}\text{N}\sim 20^{\circ}\text{N}$ 、 $100^{\circ}\text{E}\sim 180^{\circ}\text{E}$ 之紅外線衛星雲圖，截取圖形皆逆鐘向旋轉 30° ，因此雲簇向圖左側移動代表向西北行進。(摘自 Kuo et al., 2001)..... 54
- 圖 1-5：1994年8月10日、8月15日及8月20日00Z 850 hPa絕對渦度與風場時間序列。實線表示絕對渦度正值、虛線表示負值，等值線間距為 $2\times 10^{-5}\text{s}^{-1}$ ，陰影表示有西風分量。數字17、18及19為颱風位置。字母A到E為波動槽位置。(摘自 Sobel and Bretherton, 1999)..... 55
- 圖 1-6：2000年8月1日到8月9日的QuikSCAT表面風場。時間序列由左至右，由上到下。字母A代表杰拉華颱風的中心位置，字母B代表艾維尼颱風的中心位置。(摘自 Li et al., 2006)..... 56
- 圖 1-7：2000年8月1日到8月9日的雲液態水場。時間序列由左至右，由上到下。字母A代表杰拉華颱風的中心位置，字母B代表艾維尼颱風的中心位置。(摘自 Li et al., 2006)..... 57

圖 1-8: E vector 的水平分佈圖。E = $([-u'u'+v'v']/2, [-u'v'])$ ，其中 $[\]$ 代表時間平均， u' 及 v' 為 QuikSCAT 綜觀尺度的擾動風場。他們以 2000 年 8 月 5 日為中心、週期 15 天來計算 E vector。字母 A 為 2000 年 8 月 5 日杰拉華颱風的位置(摘自 Li et al., 2006)	58
圖 1-9: 在多層斜壓模式無背景場下植入理想颱風，模擬 240 小時的位渦分佈圖。(摘自 Holland, 1995).....	59
圖 1-10: 理想似季風環流背景場下，非線性模式植入季風低壓模擬(a)第 2 天(b)第 4 天(c)第 6 天(d)第 8 天之渦度場。(摘自 Kuo et al., 2001).....	60
圖 1-11: β -gyre 動力機制示意圖。.....	61
圖 1-12: 無因次移行速度 \hat{V} 對無因次 β 參數 B 。黑實線為 $\hat{V} = 0.72B^{-0.54}$ 。(摘自 Smith, 1993).....	62
圖 1-13: f 平面上不同渦旋強度 V_m 對路徑敏感度測試。地形參數 $a_0 = 400$ km， $b_0 = 600$ km， $h_m = 3500$ m。渦旋大小 $r_m = 100$ km。 $V_m = 10, 20, 30,$ 和 40 ms^{-1} 分別對應(a)、(b)、(c)和(d)。黑點代表渦旋中心位置(位渦最大值)又又為渦旋初始位置。地形等值線從 1000 km 開始每次增加 1000 km。相鄰兩黑點時間間隔為 12 h，積分至 120 小時。(摘自 Kuo et al., 2001) ...	63
圖 1-14: 與圖 1-13 類似， f 平面上不同 h_m 對路徑敏感度測試。地形參數 $a_0 = 400\text{km}$ ， $b_0 = 600$ km。渦旋大小 $r_m = 100$ km。 $V_m = 20$ ms^{-1} 。 $h_m = 1500, 2500, 3500$ 和 4500 m 分別對應(a)、(b)、(c)和(d)。(摘自 Kuo et al., 2001).....	64
圖 1-15: 典型夏季的綜觀環境場配置，存在有副熱帶高壓脊，其南方有季風槽，接近兩者處的緯向風變化大致上隨緯度成線性。在此兩者中間存在有東風噴流，此處的緯向風變化大致上隨緯度成拋物線。(摘自 Wang and Li, 1995)	65

- 圖 1-16：無因次移行速度 \hat{V} 對無因次 β 參數 B 的關係圖。數字為 DC 渦旋結構參數 b 。實線為 $\hat{V} = 0.9B^{-0.5}$ 。(摘自 Smith et al., 1997)..... 66
- 圖 1-17：無因次移行速度 \hat{V} 對無因次 β 參數 B 的關係圖。數字為無因次水平風切值 S 。實線為 $\hat{V} = 0.9B^{-0.5}$ 。(摘自 Smith et al., 1997) 67
- 圖 2-1：實驗示意圖。 V_m 為渦旋最大風速。 r_m 為渦旋最大風速半徑。 V_d 為渦旋向西北移行速度。 ΔE 為渦旋的能量頻散。 b 跟 α 為 DC 渦旋與 α 渦旋結構參數，代表最大風速半徑外的風速遞減率。 $d\bar{u}/dy$ 為背景風切。 β 為行星渦度梯度， $f = f_0 + \beta y$ 為科氏參數。..... 68
- 圖 2-2：(a)在模式中植入一初始渦旋， $E_s(0)$ 與 $E_a(0)$ 為初始渦旋最大風速半徑內軸對稱與非軸對稱的能量， $E'_s(0)$ 與 $E'_a(0)$ 為渦旋最大風速半徑外軸對稱與非軸對稱的能量，模式範圍內總能量 $E_{tot}(0) = E_s(0) + E_a(0) + E'_s(0) + E'_a(0)$ 。(b)與(a)相同，但為經過 t 時間的能量。..... 69
- 圖 2-3：無因次風速對無因次半徑之剖面圖。 b 與 α 分別為控制 DC 渦旋與 α 渦旋最大風速半徑外風速遞減率的參數。虛線為 $b=1.33$ ；點線為 $b=0.66$ ，實線為 $\alpha=1$ ；點虛線為 $\alpha=0.5$ 。..... 70
- 圖 2-4：無因次渦度對無因次半徑之剖面圖。 b 與 α 分別為控制 DC 渦旋與 α 渦旋渦度遞減率的參數。虛線為 $b=1.33$ ；點線為 $b=0.66$ ，實線為 $\alpha=1$ ；點虛線為 $\alpha=0.5$ 。..... 71
- 圖 2-5：冪次律計算流程圖。從步驟 1 到步驟 11，分別對不同的變數作圖，並以最小方差法求出變數間冪次律的冪次 $m_{0\sim 3}$ 、 $n_{0\sim 3}$ 和 $p_{0\sim 3}$ 。..... 72
- 圖 3-1：無因次移行速度 V_d^* 隨無因次時間 τ 的變化圖。黑實線為對所有的 b 及 B^* ，以最小方差法計算 $V_d^* \sim \tau^{m_1}$ ， $m_1 = 10^{-4} \sim 0$ 。圈圈及叉叉分別為 $b=1.00$ ，

$B^* = 186.5$ 與 $b = 0.66$ 、 $B^* = 1118.9$ 的實驗，是所有實驗中 V_d^* 最慢及最快的個案。..... 73

圖 3-2：無因次移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 的變化圖。圖中的數字表示不同的 DC 渦旋結構參數 b 值， b 值從 0.66~1.33。黑實線為忽略 V_d^* 隨 b 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 1.66B^{*0.42}$ 。粗黑數字為一實驗用以檢查冪次律是否一致，實驗參數設定為 $b = 1$ 、 $r_m = 50$ km 及 $V_m = 60$ ms⁻¹。..... 74

圖 3-3：(a)無因次移行速度 V_d^* 隨無因次 β 參數 B 變化圖。黑實線為 $V_d^* = 1.66B^{-0.42}$
 (b)無因次移行速度 \hat{V} 隨無因次 β 參數 B 變化圖，黑實線為 $\hat{V} = 0.9B^{-0.5}$ ，
 其中 $\hat{V} = V_d^*$ (摘自 Smith et al., 1997)..... 75

圖 3-4： $g_1(b) = V_d^* B^{*-0.5}$ 隨 DC 渦旋結構參數 b 變化圖。(a)本研究中的結果，實線為 $g_1(b) = 1.01b^{-0.61}$ 。(b)Smith et al.(1997)的結果。..... 76

圖 3-5：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨無因次時間 τ 的變化圖。黑實線為對所有的 b 及 B^* ，以最小方差法計算 $\Delta E^*/\tau \sim \tau^{m_1}$ ， $m_1 = 10^{-6} \sim 0$ 。圈圈及叉叉分別為 $b = 1.00$ 、 $B^* = 1118.9$ 與 $b = 0.66$ 、 $B^* = 186.5$ 的實驗，是所有實驗中 $\Delta E^*/\tau$ 最小及最大的個案。..... 77

圖 3-6：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 的變化圖。圖中數字表示不同 DC 渦旋結構參數 b 值。 b 值從 0.66~1.33。黑實線為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 隨 b 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 1.03B^{*-1.23}$ 。粗黑數字為一實驗用以檢查冪次律是否一致，實驗參數設定為 $b = 1$ 、 $r_m = 50$ km 及

$V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 。 78

圖 3-7： $g_2(b) = B^* \Delta E^* / \tau$ 隨 DC 渦旋結構參數 b 變化圖。黑實線為

$g_2(b) = 0.26b^{-0.68}$ 。 79

圖 3-8：無因次能量頻散 $\Delta E^* / \tau$ 隨無因次移行速度 V_d^* 的變化圖。圖中數字表示不同 DC 渦旋結構參數 b 值， b 值從 0.66~1.33。黑實線為忽略 $\Delta E^* / \tau$ 及 V_d^* 隨 b 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式為

$\Delta E^* / \tau = 4.34V_d^{*-2.91}$ 。粗黑數字為一實驗用以檢查幕次律是否一致，實驗參數設定為 $b=1$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 。 80

圖 3-9： $g_3(b) = V_d^{*2} \Delta E^* / \tau$ 隨渦旋結構參數 b 變化圖。黑實線為 $g_3(b) = 0.26b^{-1.89}$ 81

圖 3-10：無因次時間 $\tau = 24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。兩者行星渦度梯度相同 $\beta = 1.07 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ ，左圖為最大風速半徑 $r_m = 100 \text{ km}$ 、最大風速 $V_m = 15 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 5.44 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.30 \text{ ms}^{-1}$ ，右圖為 $r_m = 50 \text{ km}$ 、 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗， $\Delta E = 2.21 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ， $V_d = 0.81 \text{ ms}^{-1}$ 。 82

圖 3-11：積分時間三天的 ΔV^2 場，為第三天的 V^2 場與初始 V^2 場的差值。實線為正值，點線為負值。兩者行星渦度梯度相同 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ ，左圖為最大風速半徑 $r_m = 50 \text{ km}$ 、最大風速 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，右圖為 $r_m = 25 \text{ km}$ 、 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗， $\Delta E = 2.21 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。 83

圖 3-12：無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ 。實驗設定的行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 15 \text{ ms}^{-1}$ 。左上圖為 $b = 0.66$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 19.11 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 2.83 \text{ ms}^{-1}$ ，右上圖為 $b = 1.00$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。左下圖為 $b = 1.33$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 12.20 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 2.05 \text{ ms}^{-1}$ 84

圖 3-13：無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ 。四組實驗分別左上圖為 $b=0.66$ 、 $B^*=187$ ，左下圖為 $b=0.66$ 、 $B^*=559$ ，右上圖為 $b=1.0$ 、 $B^*=187$ ，右下圖為 $b=1.0$ 、 $B^*=559$ 。四個象限內的數字對應 $\Delta E (\text{m}^2\text{s}^{-2})$ (上)及 $V_d (\text{ms}^{-1})$ (下)。..... 85

圖 3-14：單位無因次時間的能量頻散 $\Delta E/\tau$ 隨渦旋移行速度 V_d 變化圖。數字為 DC 渦旋結構參數 b ，數字相對應的點位於數字中央。黑實線為 $\Delta E/\tau = 0.1 V_d^2$ 。..... 86

圖 3-15：無因次渦旋移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 變化圖。數字為 α 渦旋結構參數 α 值， α 值從 0.5~1.0。圖中黑實線為為忽略 V_d^* 隨 α 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 0.37 B^{*0.8}$ 。..... 87

圖 3-16： $g_1(\alpha) = V_d^* B^{*-0.8}$ 隨 α 渦旋結構參數 α 變化圖。黑實線為最小方差法得到的數學式 $g_1(\alpha) = 0.28 \alpha^{-0.74}$ 。..... 88

圖 3-17：無因次渦旋能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 變化圖。數字為 α 渦旋結構參

數 α 值， α 值從 0.5~1.0。圖中黑實線為為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 隨 α 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 3.05B^{*-1.41}$ 。..... 89

圖 3-18： $g_2(\alpha) = \Delta E^* B^{*1.41}$ 隨 α 渦旋結構參數 α 變化圖。黑實線為最小方差法得到的數學式 $g_2(\alpha) = 2.85\alpha^{-0.31}$ 。..... 90

圖 3-19：渦旋能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨渦旋移行速度 V_d^* 變化圖。數字為 α 渦旋結構參數 α 值， α 值從 0.5~1.0。圖中黑實線為為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 及 V_d^* 隨 α 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 0.53V_d^{*-1.76}$ 。..... 91

圖 3-20： $g_3(\alpha) = V_d^{*1.76} \Delta E^*/\tau$ 隨 α 渦旋結構參數 α 變化圖。黑實線為最小方差法得到的數學式 $g_3(\alpha) = 0.31\alpha^{-1.62}$ 。..... 92

圖 3-21：無因次切向風速 V^* 隨無因次半徑 r^* 變化圖。實線為 $\alpha=1$ 的 α 渦旋；點虛線為 $\alpha=0.8$ ；虛線為 $b=0.66$ 的 DC 渦旋；點線為 $b=0.8$ 。..... 93

圖 3-22：積分時間三天的 ΔV^2 場，為第三天的 V^2 場與初始 V^2 場的差值。實線為正值，點線為負值。兩者行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 。左圖為 $b=1$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}$ ，移行速度 $V_d = 1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。右圖為 $\alpha=1$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 11.51 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}$ ，移行速度 $V_d = 2.90 \text{ ms}^{-1}$ 。..... 94

圖 4-1：無因次移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 變化圖。數字為水平風切值 S 值， S 值從 -2 ~ +4。黑實線為忽略 V_d^* 隨 S 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 1.95B^{*0.42}$ 。..... 95

- 圖 4-2： $f_1(S) = V_d^* B^{*-0.5}$ 隨風切值 S 變化圖。(a)由本研究中的實驗結果，以最小方差法求得黑實線為 $f_1(S) = 258.6S^2 + 24.5S + 1.07$ 。(b) Smith et al.(1997)的結果。..... 96
- 圖 4-3：無因次能量 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 的變化圖。數字為水平風切值 S 值， S 值從 $-2 \sim +4$ 。黑實線為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 隨 S 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 0.34B^{*-0.97}$ 。..... 97
- 圖 4-4： $f_2(S) = B^* \Delta E^*/\tau$ 隨 S 變化圖。黑實線為 $f_2(S) = 195.9S^2 + 8.2S + 0.3$ 。.. 98
- 圖 4-5：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨無因次移行速度 V_d^* 的變化。數字為水平風切值 S 值， S 值從 $-2 \sim +4$ 。黑實線為為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 及 V_d^* 隨 S 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 1.39V_d^{*-2.28}$ 。..... 99
- 圖 4-6： $f_3(S) = V_d^{*2} \Delta E^*/\tau$ 隨 S 變化圖。黑實線為 $f_3(S) = 2169.9S^2 + 42.5S + 0.21$ 。..... 100
- 圖 4-7：固定的背景風切下渦旋移動路徑。反旋式風切 $C_1 = \frac{d\bar{u}}{dy} = 5.875 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ，沒有風切 $C_0 = 0 \text{ s}^{-1}$ 及氣旋式風切 $C_2 = -5.875 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 。左圖為 0 到 72 小時，每點相隔 12 小時的路徑。 $\beta = 2.15 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 。右圖摘自 Wang and Li(1995)， $r_m = 100 \text{ km}$ 及 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ ，0 到 72 小時每點相隔 6 小時的路徑。..... 101
- 圖 4-8：背景風切如何影響渦旋移行速度之示意圖。圖(左)為背景有負水平風切；圖(中)為背景沒有水平風切；圖(右)為背景有正水平風切。..... 102
- 圖 4-9： $b=1$ 時，無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。實驗設定的行星渦度梯度、最大風速半

徑及最大風速相同，分別為 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 15 \text{ ms}^{-1}$ 。左上圖為 $d\bar{u}/dy = 1.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 24.54 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 3.42 \text{ ms}^{-1}$ ，右上圖為 $d\bar{u}/dy = 0 \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。左下圖為 $d\bar{u}/dy = -1.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 10.63 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.81 \text{ ms}^{-1}$ 。..... 103



第一章 前言

由於行星渦度隨緯度的變化使渦旋向西北方移動，稱為 β 效應(β -effect)。渦旋向西北方移動的同時往西方及東南方有羅士比波能量頻散(Rossby wave energy dispersion)，而東南方的頻散會形成交互的氣旋式-反氣旋式-氣旋式渦度擾動的波列。圖 1-1 為 Hoskins(1977)渦旋處在正壓線性 β 平面的實驗模擬四天的結果，顯示一典型的羅士比波能量頻散波列，而由於非線性的渦度平流，渦旋會因 β 效應向西北方移動，同時向西方及東南方有能量頻散，在本研究中只考慮渦旋向東南方的能量頻散。渦旋向西北移行的速度與東南方的能量頻散兩者皆為研究颱風重要的課題。移行速度對颱風路徑的預報相當重要；能量頻散則與颱風的連續生成有關。



1.1 颱風連續生成機制與渦旋能量頻散之關係

首先回顧颱風生成的綜觀環境。西北太平洋夏季氣候綜觀環境場，低對流層為一季風低壓，東西方向的尺度約數千公里。此季風低壓的南側，有一條從亞洲大陸向西延伸幾千公里的熱帶西風氣流，與太平洋高壓南側的熱帶東風氣流匯流於 $140^{\circ}\text{E}\sim 160^{\circ}\text{E}$ 之間，許多熱帶波動以及颱風生成都與此合流區有關。圖 1-2 顯示了颱風生成與合流區的關係，謝等(1963)分析 1958 年 6~9 月印度南端到太平洋赤道附近 700 hPa 的風場時間序列，以及颱風生成的時間與位置，發現西太平洋的東西風分界線有低頻振盪的現象、熱帶性低壓易生成於東西風交會處的附近，以及颱風生成位置叢聚和連續生成。

就颱風連續生成的現象來探討，圖 1-3 為 Chang et al.(1996)分析 1990 年 8 月 1 日到 9 月 17 日西北太平洋風場之時間序列，他們發現向西北方向移動的熱帶性低

壓常常每隔約 7~8 天在其東南方相距約 3000 km 處出現新的擾動。這樣的現象在 Kuo et al.(2001) 1990 年 9 月 1 日到 9 月 30 日赤道~20°N、100°E~180°E 的衛星雲圖時間序列(圖 1-4)也可以發現。Sobel and Bretherton(1999)以 1985~1996 年 5 月 15 日~9 月 15 日 NCEP/NCAR(National Center for Environmental Prediction/National Center for Atmospheric Research)再分析(reanalysis)資料，探討西北太平洋綜觀尺度擾動的發展，針對 1994 年 8 月 10 日到 8 月 20 日的個案分析顯示(圖 1-5)，8 月 10 日編號 17、18 的颱風在向西北移動時，其東南方有明顯波列，其中編號 19 號的波動槽在 8 月 15 日已經生成颱風，並且往西北方向移動。此外，編號為 B 與 E 的波動槽在 8 月 10 日相距約 8000 km，到了 8 月 15 日兩波動槽距離減至約 3000 km，顯示波動尺度壓縮，同時波動槽的振幅有增加的現象。Li et al.(2006)利用 QuikSCAT 衛星的海表面風場資料，分析羅士比波能量頻散的結構及時間序列。他們分析 2000~2001 年西北太平洋由熱帶擾動發展至颱風強度的 34 個個案，其中有 6 個與先前存在的颱風能量頻散有關。圖 1-6 為其中一個案，2000 年 8 月 1 日到 8 月 9 日的 QuikSCAT 表面風場時間序列，字母 A 代表杰拉華颱風的中心位置，在 8 月 1 日到 8 月 5 日，羅士比波能量頻散波列並不清楚，隨著時間杰拉華颱風向西北移動並強度持續增強，到了 8 月 6 日，可以觀察到清楚的羅士比波能量頻散波列，此波列的波長約 2500 km，水平方向上的結構為西北-東南傾斜。到了 8 月 9 日，在先前的能量頻散波列中氣旋式環流處生成一個新的颱風艾維尼(字母 B)。而在 TRMM/TMI 雲液態水場的時間序列圖(圖 1-7)上也可以看到類似的發展過程。對照圖 1-6 中能量頻散波列的位置，從 8 月 1 日到 8 月 5 日對流的結構鬆散，8 月 6 日當能量頻散波列可以在風場圖上分辨出來時，對流結構也在氣旋式環流處組織起來。隨著能量頻散波列的發展，也可以看到清楚的有雲-無雲-有雲交互的結構，對應氣旋式-反氣旋式-氣旋式的環流。為了更清楚的表示羅士比波能量頻散所扮演的角色，他們分析杰拉華颱風的 E vector (energy propagation vector)，他們以 15 天的週期、2000 年 8 月 5 日為中心計算 E vector，結果顯示在 8 月 5 日，圖 1-8 顯示，

確實有羅士比波能量由杰拉華颱風向其東南方傳播出去。

接著探討關於能量頻散與颱風生成機制之間的關係。Ritchie and Holland(1999)利用 1984~1992 年的資料主觀分類颱風生成的環境條件，顯示在颱風生成的大尺度環境場以東西風交界的輻合區以及季風風切處兩者所佔的比例較高，其中也約有 8%與能量頻散有關(表 1-1)，雖然颱風容易生成於季風合流區(圖 1-1)，但這樣的背景場幾乎每天都可在天氣圖上看到，卻不是每天都有颱風生成，這告訴我們颱風的生成似乎還需要某種觸發的機制。其中有兩種可能的機制：第一種是先前颱風的能量頻散經由非絕熱加熱可以形成另外一個颱風(Holland,1995)；第二種是在沒有非絕熱加熱作用下，颱風可以透過非線性動力機制來生成(Kuo et al., 2001)。圖 1-9 為 Holland(1995)在多層斜壓模式中植入理想颱風，模擬 144 小時至 240 小時的位渦分佈圖。在 144 小時渦旋東南方有羅士比波能量頻散，到了 240 小時，先前能量頻散的位置出現一個新的颱風，可見先前颱風東南方的羅士比波能量頻散，經由非絕熱加熱可以形成另外一個颱風。圖 1-10 為 Kuo et al.(2001)的實驗，在理想似季風環流背景場下，非線性模式中植入季風低壓模擬，以波動及平均流作用解釋了熱帶擾動，乃至颱風以每隔 7~8 天連續生成的動力機制原理：季風合流區的波動尺度壓縮與能量頻散(非線性過程)，以及波動能量頻散與大尺度背景場作用，透過軸對稱化過程形成渦旋。

1.2 渦旋移行速度之探討

一般認為颱風的移行速度主要受到背景駛流的作用。Fiorino and Elsberry(1989)認為除了背景駛流外，背景行星渦度梯度 β 也扮演了重要的角色。Chan and Williams(1987)、Fiorino and Elsberry(1989)使用正壓模式模擬 β 效應，綜合他們的實驗結果，渦旋向西北移動之機制如圖 1-11 所示，在渦旋兩側最大風速半徑外有不對稱的結構，渦旋西邊北風帶來正的行星渦度平流，產生氣旋式的轉子(gyre)，

渦旋東邊則相反(圖 1-11(a))；接下來渦旋對稱的風場將兩個轉子做氣旋式的旋轉(圖 1-11(b))；然後這兩個轉子間的風場將渦旋向西北平移(圖 1-11(c))。

在沒有背景風場的條件下,Smith(1993)及 Kuo et al.(2001)探討因 β 效應之渦旋移行速度的幕次律。Smith(1993)利用無因次分析以及正壓數值模擬,求出渦旋向西北方移行的速度是渦旋強度、半徑以及行星渦度梯度大小三者的函數(圖 1-12)。在模式中,在 β 平面上植入一個結構固定的理想 DC 渦旋(DeMaria and Chan, 1984),經過一段時間,渦旋以 V_d 的速度向西北方移行,這兩者的大小會跟渦旋的最大風速半徑 r_m 、最大切向風速 V_m 以及行星渦度梯度 β 等參數有關。他以 $\bar{V} = \beta r_m^2$ 當作速度尺度,無因次的移行速度 $\hat{V} = V_d / \bar{V}$,以無因次 β 參數 $B = \beta r_m^2 / V_m$ 作為實驗的控制參數,得到 $\hat{V} = 0.72 B^{-0.54}$ 的函數關係。局部的地形 β 效應(β_e)對渦旋移動的影響與地球的 β 效應類似。Kuo et al.(2001)的數值實驗使用全球淺水模式,在 f 平面、 β 平面及球面座標上模擬地形對渦旋路徑產生的 β 效應。在部分模擬中,渦旋會繞著地形順鐘向旋轉,這樣的現象可以用地形的 β 效應來解釋:在地形處存在高位渦的空氣,位渦梯度指向地形的中心。當渦旋靠近地形時,受局部的地形 β 效應的影響渦旋會繞著地形順鐘向旋轉。此效應與渦旋受到地球的 β 效應影響下會往梯度方向(指向正北)的左手邊偏,也就是向西北方移動類似。圖 1-13 為 f 平面上的不同 V_m 對路徑敏感度測試,改變渦旋的最大切向風速 V_m ,實驗顯示渦旋移行速度 V_d 與 $\sqrt{V_m}$ 成正比;圖 1-14 與圖 1-13 類似,但改變地形的最大高度 h_m ,以改變地形 β 效應($\beta_e = fh_m / Ha_0$, f 為科氏參數, H 為平均水深, a_0 為地形的 e-folding 長度),實驗結果顯示 V_d 與 $\sqrt{\beta_e}$ 成正比。Kuo et al.(2001)認為渦旋移行速度 V_d 正比於不對稱的轉子強度 ζ_a ,轉子強度正比於渦度平流 βV_m 但被渦旋的移動破壞,故得到 $V_d \sim \zeta_a \sim \beta V_m / V_d$,所以 $V_d \sim \sqrt{\beta V_m}$ 。綜合實驗與理論的結果得到

$V_d \sim \sqrt{\beta_e V_m}$ ，與 Smith(1993)的幕次律一致。

接著我們考慮背景場具有風切時，風切對渦旋移行速度的影響。Wang and Li(1995)以能量分析的方式來探討線性水平風切對渦旋移行速度的影響。在背景場具有反旋式風切(正風切，緯向風隨緯度增加)時，能量由平均流傳至轉子，使轉子增強，移行速度增加；背景場具有氣旋式風切(負風切，緯向風隨緯度減少)時則反之。典型夏季的綜觀環境場，如圖 1-15 的理想示意圖所示，在接近副熱帶高壓脊處具有反旋式水平風切，而在接近季風槽處則具有氣旋式水平風切。Smith et al.(1997)延續 Smith(1993)的工作，探討無因次的水風切 S 與渦旋結構參數 b 如何影響無因次渦旋移行速度 \hat{V} 與無因次 β 參數 B 的函數關係。實驗結果見圖 1-16、圖 1-17。函數關係為： $\hat{V} = C(b, S)B^{-0.5}$ ，其中 $C(b, S) = b^{-(0.67-8|S|)}(154S^2 + 12S + 0.9)$ ，這樣的關係式代表：渦旋移行速度隨正風切增加、渦旋最大風速半徑外圍風速遞減率減小(渦旋裙帶渦度增加)以及無因次 β 參數變小(行星渦度梯度小且半徑小風速大，是小而強的渦旋)而增加。

1.3 研究動機與目的

渦旋向西北移行速度及向東南方的能量頻散皆為颱風研究的重要課題。移行速度對颱風路徑的預報相當重要，能量頻散則與颱風的連續生成有關。Smith(1993, 1997)以正壓模式模擬及無因次分析，探討不同水平風切及不同渦旋結構時移行速度與羅士比數的函數關係，但其研究中並未探討能量頻散的幕次律以及能量頻散與移行速度之間的函數關係，因此，本研究延續 Smith(1993, 1997)的工作，以正壓模式模擬，利用無因次分析，進一步探討：

1. 渦旋能量頻散與羅士比數及渦旋能量頻散與渦旋移行速度的幕次律
2. 不同的渦旋結構對渦旋能量頻散與渦旋移行速度的幕次律之影響

3. 不同的水平風切對渦旋能量頻散與渦旋移行速度的冪次律之影響

本研究共分五章，第一章為背景研究及研究動機與目的；第二章為研究方法、模式介紹與實驗設定；第三章為不同的渦旋結構對渦旋能量頻散與渦旋移行速度的冪次律之影響；第四章為不同的水平風切對渦旋能量頻散與渦旋移行速度的冪次律之影響；第五章為總結。




第二章 研究方法

當渦旋在一 β 平面上，由於非線性 β 效應(示意圖見圖 2-1)，渦旋以 V_d 的速度向西北方前進，以及渦旋西方與東南方有能量頻散 ΔE ，這兩者與行星渦度的梯度 β 、渦旋的最大風速半徑 r_m 、渦旋的最大風速 V_m 、背景場水平風切值 $d\bar{u}/dy$ 以及本研究中使用的 DC 渦旋與修正阮肯渦旋最大風速半徑外的風速遞減率分別為 b 和 α 有關。本章會先利用 Buckingham π 理論，進行無因次分析，整理出重要的無因次參數，然後解釋各變數的意義與計算方法，接著介紹所使用的二維正壓無輻散非線性渦度方程模式和實驗的設定。

2.1 無因次分析

根據 Buckingham π 理論，所有的物理定律可以表示成無因次參數間的關係，這些無因次參數可用變數間的組合表達。需要考慮的變數共有七個：



V_d	： 渦旋移行速度	(ms^{-1})
ΔE	： 渦旋能量頻散	(m^2s^{-2})
β	： 行星渦度梯度	($\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$)
r_m	： 最大風速半徑	(m)
V_m	： 最大風速	(ms^{-1})
$d\bar{u}/dy$	： 背景水平風切	(s^{-1})
t	： 渦旋移行時間	(s)

我們如果有 n 個變數，共 p 個因次，則根據 Buckingham π 理論，可以得到 $n-p$ 個無因次參數，本研究中， $n=7$ ， $p=2$ ，得到 $n-p=7-2=5$ 個無因次參數，加上渦旋最大風速半徑外的風速遞減率共六個無因次參數如下：

$$\begin{aligned}
V_d^* &= V_d/\bar{V} & : & \text{無因次渦旋移行速度} \\
\Delta E^* &= \Delta E/E_0 & : & \text{無因次渦旋頻散能量} \\
B^* &= V_m/\beta r_m^2 & : & \beta \text{ Rossby number} \\
S &= \frac{d\bar{u}}{dy} \frac{r_m}{V_m} & : & \text{無因次風切} \\
t^* &= t/\bar{t} & : & \text{無因次時間} \\
b, \alpha & & : & \text{最大風速半徑外的風速遞減率}
\end{aligned}$$

其中 V_d^* 相當於 Smith(1993、1997)所用的 \hat{V} ， $V_d(\tau) = \langle (x(t^* + \tau) - x(t^*)) / \tau \rangle$ ， $x(t^* + \tau)$

與 $x(t^*)$ 分別為渦旋在 $t^* + \tau$ 與 t^* 時的中心坐標， $\langle \rangle$ 表示對所有的 t^* 做平均。 $V_d(\tau)$

之意義為某一段無因次時間 τ 內的渦旋平均速度。假設 $t^* = 1, 2, 3, 4 = \tau$ ，則：

$$V_d(\tau=1) = \frac{1}{3} \left(\frac{x(1+1) - x(1)}{1} + \frac{x(2+1) - x(2)}{1} + \frac{x(3+1) - x(3)}{1} \right) \quad (2.1)$$

當 $\tau = 2$ 時，

$$V_d(\tau=2) = \frac{1}{2} \left(\frac{x(1+2) - x(1)}{2} + \frac{x(2+2) - x(2)}{2} \right) \quad (2.2)$$

以此類推。 $\bar{V} = \beta r_m^2$ 為一速度尺度，與 Smith(1993、1997)所使用的速度尺度相同。

$\Delta E(\tau) = \langle E_s(t^*) - E_s(t^* + \tau) \rangle$ ，為渦旋的頻散能量。 $E_s = \frac{1}{\pi r_m^2} \iint \frac{1}{2} v_s^2 r dr d\theta$ 為渦旋最大

風速半徑內軸對稱的能量， v_s 為軸對稱平均風速。由於不容易直接計算渦旋頻散

出去的能量大小，因此我們利用波譜模式總能量守恆的特性，從能量守恆方程推

導如下：

$$E_{tot}(0) = E_s(0) + E_s'(0) = E_{tot}(t) = E_s(t) + E_a(t) + E_s'(t) + E_a'(t) \quad (2.3)$$

(2.3)式為能量守恆方程，模式範圍初始總能量 $E_{tot}(0)$ 等於 t 時總能量 $E_{tot}(t)$ ，其中

各項能量所對應的位置如圖 2-2 所示。 E_s 與 E_a 分別為渦旋最大風速半徑內軸對稱

的能量與非軸對稱的能量； E_s' 及 E_a' 分別為最大風速半徑外軸對稱與非軸對稱的能

量。其中，移項整理後如下：

$$E_s(0) - E_s(t) = E_a(t) + E_s'(t) + E_a'(t) - E_s'(0) = E_{inner} + E_{outer} \quad (2.4)$$

其中 $E_s(0) - E_s(t)$ 為渦旋最大風速半徑內初始與 t 時間軸對稱能量的差值；

$E_{inner} = E_a(t)$ 為渦旋內非軸對稱能量，忽略不計； $E_{outer} = E'_s(t) + E'_a(t) - E'_s(0)$ 為渦旋頻散出去的能量，包含渦旋向西方以及向東南方的頻散能量，而其中向東南方的頻散佔大部分，且與颱風的連續生成有關，是我們最關心的重點。

$$E_{outer} \sim \Delta E = E_s(0) - E_s(t) \quad (2.5)$$

其中 $E_0 = \frac{1}{\pi r_m^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_m} \frac{1}{2} v^2 r dr d\theta = 0.25 V_m^2$ ，為一能量尺度，是初始渦旋內軸對稱的能量。

因此 ΔE^* 即為渦旋所頻散能量與渦旋初始能量之比值， $\Delta E^* = 0$ 時為渦旋沒有

能量頻散， $\Delta E^* = 1$ 時為渦旋能量全部頻散出去。羅士比數根據定義，可以看成是：

$$\frac{\text{旋轉時間尺度}}{\text{平流時間尺度}} = \frac{\tau_{rot}}{\tau_{adv}} = \frac{1/f}{L/U} = \frac{U}{fL} = \frac{U}{\beta L^2} \quad (2.6)$$

或者是

$$\frac{\text{渦旋強度}}{\text{地球行星渦度}} = \frac{\zeta}{f} = \frac{U/L}{f} = \frac{U}{fL} = \frac{U}{\beta L^2} \quad (2.7)$$

也就是說 $B^* = \frac{V_m}{\beta r_m^2}$ 即為 β 平面上的羅士比數。 $B^* = B^{-1}$ 為 Smith (1993, 1997) 中所使用的無因次 β 參數的倒數。

若 $r_m = 50 \text{ km}$ 、 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 及 $\beta = 2.15 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ，則

$B^* = 559.4 \gg 1$ ，因此我們用非線性的模式來模擬此現象。無因次時間 t^* 之意義為

渦旋旋轉的圈數。 $\bar{t} = \frac{2\pi r_m}{V_m}$ 為一時間尺度，是渦旋旋轉一圈所需時間(eddy turnover

time)，與渦旋的渦度大小有關，較強的渦旋，渦度值較大，旋轉一圈所需時間也

愈少。

2.2 模式介紹與設定

本文中使用的模式是延續 Kuo et al.(2001)的簡化動力的模式，在不考慮水氣潛熱釋放影響下模擬大氣動力。Holton(2004)中指出，在不考慮水氣條件的情況下，熱帶綜觀尺度擾動是無輻散的，並且可以使用正壓渦度方程來控制。因此，本研

究中使用二維區域正壓無輻散非線性渦度方程模式來進行數值模擬。本區域模式控制方程以通量型式表示如下：

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[(f + \zeta) \left(-\frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[(f + \zeta) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \quad (2.8)$$

$$\nabla^2 \psi = \zeta \quad (2.9)$$

(2.8)式為通量型式的渦度預報方程；(2.9)式為流函數與渦度的關係。其中 ψ 為流函數，由流函數定義 u 、 v ， $u = -\partial\psi/\partial y$ ， $v = \partial\psi/\partial x$ ； f 為科氏參數，在 β 平面上 $f = 2\Omega \sin(\theta) + \beta y$ ， Ω 為地球旋轉角速度 $7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ， θ 設定在北緯10度。

模式設定在 β 平面上，邊界條件為雙週期性邊界。空間微分使用 Fourier pseudo-spectral 方法，與 Chan and Williams(1987)使用有限差分法(finite difference scheme)不同。時間積分法使用跳蛙法(leap-frog scheme)，時間積分間距為120秒，為避免使用跳蛙法而產生的時間積分上的奇偶時步分裂現象，所以在模式中採用了羅伯特(Robert time filter)時間過濾方法，使用的係數值為0.015。初始場植入之渦旋分別為 DeMaria and Chan(1984)實驗所用的渦旋(簡稱為DC渦旋)以及修正阮肯渦旋(modified Rankine vortex，簡稱為 α 渦旋)，兩種渦旋的風速、渦度剖面圖見圖2-3、2-4，渦旋結構設定如下：

DC 渦旋：

$$V(x, y) = V_m r^* \exp \left[\frac{1}{b} (1 - r^{*b}) \right] \quad (2.10)$$

$$\zeta(x, y) = \frac{2V_m}{r_m} \left[1 - \frac{1}{2} (r^*)^b \right] \exp \left\{ \frac{1}{b} [1 - (r^*)^b] \right\} \quad (2.11)$$

(2.10)及(2.11)式中， $r^* = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{0.5} / r_m$ ， x_0 與 y_0 為渦旋初始中心位置。 V_m 為最大切向風速， r_m 為最大切向風速半徑， b 為決定切向風徑向變化率因子， b 值愈大， $r^* > r_m$ 處的風速遞減愈快。

α 渦旋：

$$V(x, y) = V_m \begin{cases} r^* & , r^* \leq 1 \\ (r^*)^{-\alpha} & , r^* > 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\zeta(x, y) = \frac{2V_m}{r_m} \begin{cases} 1 & , \text{if } 0 \leq r^* < 1.0 \\ c_0 + c_1 r^* + c_2 (r^*)^2 + c_3 (r^*)^3 & , \text{if } 1.0 \leq r^* < 1.2 \\ \frac{1}{2}(1-\alpha)(r^*)^{(-1-\alpha)} & , \text{if } 1.2 \leq r^* < \infty \end{cases} \quad (2.13)$$

(2.12)及(2.13)式中， V_m 、 r_m 和 r^* 定義同 DC 渦旋中說明， α 為渦旋結構因子，若 $\alpha=1$ ，則渦旋結構為阮肯(Rankine)渦旋；若 $\alpha < 1$ ，則渦旋結構為修正阮肯渦旋。在最大切向風速半徑外存在渦度裙帶，如圖 2-4 所示。當 $1.0 \leq r^* < 1.2$ 時，利用立方多項式內插(cubic polynomial interpolation)，將內側與外圍不連續的部分接起，使渦旋結構連續， c_j ， $j=0 \sim 3$ 即為此多項式之係數。

模式中使用的網格間距為 $1/5$ 的渦旋最大風速半徑，水平範圍為 400×400 網格點($r_m=50$ km，網格間距=10 km，水平範圍=4000 km \times 4000 km)。網格間距與 Chan and Williams(1987)的設定相同。他們所用的水平範圍為 201×201 網格點，由於我們積分時間較久，故所使用的水平範圍較大。對於渦旋移動較快的實驗($r_m=50$ km， $V_m=30 \text{ ms}^{-1}$ ， $b=0.66$)來說，積分 240 小時後渦旋向西北移動約 2500 公里，可見這樣的水平區域範圍足夠模擬渦旋的移動。實驗結果對網格間距並不敏感，唯當網格間距大於 $1/5$ 的渦旋最大風速半徑時，對實驗結果有顯著影響。

2.3 實驗參數設定

Smith(1993, 1997)的論文中，探討在背景風場具有水平風切及不同的渦旋結構時，渦旋移行速度與羅士比數的函數關係。本研究延續 Smith(1993, 1997)的工作，更進一步探討能量頻散與移行速度的函數關係，並探討背景風切、渦旋結構及羅士比數三個無因次參數改變時，對能量頻散與移行速度的函數關係的影響。共三

組實驗整理如表 2-1，實驗一與實驗二的結果將在第三章討論，實驗三的結果將在第四章討論，各實驗說明如下：

實驗一：

背景風切 S 為零，初始場為 DC 渦旋，探討不同渦旋結構參數 b ，對三個無因次參數間的函數關係之影響：

1. V_d^* 與 B^* 之函數關係，令 $V_d^* = V_d^*(\tau, b, B^*)$
2. ΔE^* 與 B^* 之函數關係，令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, B^*)$
3. ΔE^* 與 V_d^* 之函數關係，令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, V_d^*)$

實驗參數設定如表 2-2，為表 2-1 中實驗一的詳細參數設定。 b 值為 DC 渦最大風速半徑外的風速遞減率。實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m = 50$ km 及最大風速

$V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ ，行星渦度梯度 $\beta = n \times 1.0725 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ， $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，改變 β 值調整羅士比數 B^* ， β 值的實驗設定較真實地球上的 β 值範圍要大，這樣的 β 值設定方式與 Smith et al.(1997)相同。由於時間的尺度 $\bar{t} = \frac{2\pi r_m}{V_m}$ ，因此固定渦旋的渦度

值，改變 β 值來調整羅士比數 B^* 是一個較方便的方法，這樣的方法可以避免各實

驗間的時間尺度不同造成的麻煩。共 5 個 b 值乘 6 個 B^* 值計 30 個實驗。 B^* 的範

圍參考 Smith et al.(1997)的建議，取 $B^* > 100$ 的實驗。為了檢查冪次律是否一致，

增加 1 個實驗改變參數設定， $b = 1$ ， $\beta = 2.15 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ， $r_m = 50$ km，

$V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 。

實驗二：

背景風切 S 為零，初始場為 α 渦旋，探討不同渦旋結構參數 α ，對三個無因次參數間的函數關係之影響：

1. V_d^* 與 B^* 之函數關係，令 $V_d^* = V_d^*(\tau, \alpha, B^*)$
2. ΔE^* 與 B^* 之函數關係，令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, \alpha, B^*)$
3. ΔE^* 與 V_d^* 之函數關係，令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, \alpha, V_d^*)$

實驗參數設定如表 2-3，為表 2-1 中實驗二的詳細參數設定。 α 值為修正阮肯渦旋最大風速半徑外的風速遞減率，實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m = 200$ km 及最大風速 $V_m = 120 \text{ ms}^{-1}$ ，行星渦度梯度 $\beta = n \times 1.0725 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ， $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，改變 β 值調整羅士比數 B^* 。共 4 個 α 值乘 6 個 B^* 值計 24 個實驗。

實驗三：

初始場為 $b=1$ 之 DC 渦旋，探討不同背景風切 S ，對三個無因次參數間的函數關係之影響：

1. V_d^* 與 B^* 之函數關係，令 $V_d^* = V_d^*(\tau, S, B^*)$
2. ΔE^* 與 B^* 之函數關係，令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, S, B^*)$
3. ΔE^* 與 V_d^* 之函數關係，令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, S, V_d^*)$

實驗參數設定如表 2-4。表 2-1 中實驗三的詳細參數設定。只考慮 $b=1$ 。實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m = 50$ km 及最大風速 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ ，行星渦度梯度 $\beta = n \times 1.0725 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ， $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，改變 β 值調整羅士比數 B^* 。共 6 個 S 值乘 6 個 B^* 值計 36 個實驗。風切值 $d\bar{u}/dy$ 的設定參考 Smith et al.(1997)， $d\bar{u}/dy$ 大約在 10^{-5} s^{-1} 左右。而為了與 Smith(1997) 的實驗結果作比較，設定較大的 $d\bar{u}/dy = 23.5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 使無因次風切 $S = 4$ 。

2.4 幕次律計算步驟

實驗一中的幕次律計算流程如圖 2-5 所示，實驗二與實驗三的計算流程類似，唯其中的變數稍有改變。實驗一計算的步驟如下：

1. 令 $V_d^* = V_d^*(\tau, b, B^*) = m_3 b^{m_0} \tau^{m_1} B^{*m_2}$ ， $m_{0\sim 3}$ 為從實驗所得的常數。
2. 將 V_d^* 對 τ 作圖，以最小方差法尋找 $V_d^* \sim \tau^{m_1}$ ，得到幕次 m_1 。
3. 將 $V_d^* \tau^{-m_1}$ 對 B^* 作圖，以最小方差法尋找 $V_d^* \tau^{-m_1} \sim B^{*m_2}$ ，得到幕次 m_2 。
4. 將 $V_d^* \tau^{-m_1} B^{*-m_2}$ 對 b 作圖，以最小方差法尋找 $V_d^* \tau^{-m_1} B^{*-m_2} = m_3 b^{m_0}$ ，得到幕次 m_0 與 m_3 。
5. 令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, B^*) = n_3 b^{n_0} \tau^{n_1} B^{*n_2}$ ， $n_{0\sim 3}$ 為從實驗所得的常數。
6. 將 ΔE^* 對 τ 作圖，以最小方差法尋找 $\Delta E^* \sim \tau^{n_1}$ ，得到幕次 n_1 。
7. 將 $\Delta E^* \tau^{-n_1}$ 對 B^* 作圖，以最小方差法尋找 $\Delta E^* \tau^{-n_1} \sim B^{*n_2}$ ，得到幕次 n_2 。
8. 將 $\Delta E^* \tau^{-n_1} B^{*-n_2}$ 對 b 作圖，以最小方差法尋找 $\Delta E^* \tau^{-n_1} B^{*-n_2} = n_3 b^{n_0}$ ，得到幕次 n_0 與 n_3 。
9. 令 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, V_d^*) = p_3 b^{p_0} \tau^{p_1} V_d^{*p_2}$ ， $p_{0\sim 3}$ 為從實驗所得的常數。
10. 將步驟 7 的 $\Delta E^* \tau^{-p_1}$ 對步驟 3 的 $V_d^* \tau^{-m_1}$ 作圖，其中 $p_1 = n_1$ ，以最小方差法尋找 $\Delta E^* \tau^{-p_1} \sim (V_d^* \tau^{-m_1})^{p_2}$ ，得到幕次 p_2 。
11. 將 $\Delta E^* \tau^{-p_1} V_d^{*-p_2}$ 對 b 作圖，以最小方差法尋找 $\Delta E^* \tau^{-p_1} V_d^{*-p_2} = p_3 b^{p_0}$ ，得到幕次 p_0 與 p_3 。

實驗一中三個無因次參數間的函數關係整理如下：

$$V_d^* = V_d^*(\tau, b, B^*) = m_3 b^{m_0} \tau^{m_1} B^{*m_2}$$

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, B^*) = n_3 b^{n_0} \tau^{n_1} B^{*n_2}$$

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, V_d^*) = p_3 b^{p_0} \tau^{p_1} V_d^{*p_2}$$

其中 m 、 n 、 p 分別為不同的常數。

在實驗二中， $S=0$ ，將實驗一中的 b 改成 α ，重複以上流程整理出：

$$V_d^* = V_d^*(\tau, \alpha, B^*) = m_3 \alpha^{m_0} \tau^{m_1} B^{*m_2}$$

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, \alpha, B^*) = n_3 \alpha^{n_0} \tau^{n_1} B^{*n_2}$$

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, \alpha, V_d^*) = p_3 \alpha^{p_0} \tau^{p_1} V_d^{*p_2}$$

在實驗三中， $b=1$ ，將實驗一中的 b 改成 S ，重複以上流程整理出：

$$V_d^* = V_d^*(\tau, S, B^*) = f_1(S) \tau^{m_1} B^{*m_2}$$

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau_i^*, S_j, B_k^*) = f_2(S) \tau^{n_1} B^{*n_2}$$

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, S, V_d^*) = f_3(S) \tau^{p_1} V_d^{*p_2}$$

由於實驗三的背景風切 S 有負值，故 $f(S)$ 為二次多項式，而非 S 的冪次。

第三章 渦旋結構對能量頻散冪次律的影響

本章會先延續 Smith et al.(1997)的工作，並加入無因次時間的概念來定義達到穩定時的渦旋移行速度(stationary β -drift speed)來探討不同渦旋結構如何影響渦旋移行速度與羅士比數的關係，並更進一步探討不同渦旋結構如何影響能量頻散與移行速度的關係。

3.1 DC 渦旋實驗結果

本小節將探討在無背景風切 S 時，DC 渦旋結構參數 b 不同時，討論移行速度 V_d^* 與羅士比數 B^* 的關係、能量頻散 ΔE^* 與羅士比數 B^* 的關係及能量頻散 ΔE^* 與移行速度 V_d^* 的關係。並以實驗中由最小方差所得數學式，及理想公式的推導，來檢查三個無因次參數間關係的一致性。實驗設定如表 2-1 實驗一所述。

3.1.1 移行速度與羅士比數的關係

本小節中將找出(3.1)式中的冪次及常數。(3.1)式如下：

$$V_d^* = V_d^*(\tau, b, B^*) = m_3 b^{m_0} \tau^{m_1} B^{*m_2} \quad (3.1)$$

在 Smith et al.(1997)的工作中，對於不同的實驗，達到穩定的移速所需時間不同，大部分的實驗為 31 到 72 小時，也有的實驗需要 144 小時才達到穩定的移速。本研究中，定義 $V_d(\tau) = \langle (x(t^* + \tau) - x(t^*)) / \tau \rangle$ ，圖 3-1 為無因次移行速度 V_d^* 隨無因次時間 τ 的變化圖。黑實線為對所有的 b 及 B^* ，以最小方差法計算 $V_d^* \sim \tau^{m_1}$ ，得到 $m_1 = 10^{-4} \sim 0$ ，圈圈及叉叉分別為 $b=1.00$ 、 $B^*=186.5$ 與 $b=0.66$ 、 $B^*=1118.9$ 的實驗，是所有實驗中 V_d^* 最慢及最快的個案。由圖中可以看到 V_d^* 隨著 τ 增加有稍微先

上升再下降的趨勢，但 V_d^* 的變動範圍在小數點下第二位，比 V_d^* 小很多，可以忽略不計。因此我們令 $V_{d,j,k}^* = \frac{1}{N_i} \sum_i V_{di,j,k}^*$ ，將 V_d^* 對所有的 τ 取平均，做為穩定(stationary)的移速。

接下來我們先看無因次速度 V_d^* 對羅士比數 B^* 的關係。以最小方差法，對於每個 b_j ，都可求得對應的 $V_{dj}^* = c_j B^{*a_j}$ ；或是直接對所有的 b_j ，求出 $V_d^* = c B^{*a}$ ，常數 c 與 a 的值整理在表 3-1。結果顯示 $V_d^* \sim B^{*0.4 \sim 0.48}$ ，幕次的值從 0.4 到 0.48 變動，隨著 b_j 減小而 a_j 增加。而對所有資料以最小方差法求得的結果為 $V_d^* = 1.66 B^{*0.42}$ 。根據 DeMaria et al.(1992)，真實的颱風外圍風場剖面較接近 $b=0.4$ 時的剖面，以及參考 Smith et al.(1993, 1997)及 Kuo et al.(2001)的幕次律，選取 B^* 的幕次 m_2 為 0.5 做為理論值，令 $V_{dj}^* = c'_j B^{*0.5}$ ，並重新計算常數項 c'_j ，結果見表 3-2，顯示 $c'_j = 0.86 \sim 1.32$ ，隨 b 減小而增加。當 $b=1$ 時的幕次律為：

$$V_d^* = 1.0 B^{*0.5} \quad (3.2)$$

與 Smith et al.(1997)的結果相比

$$V_d^* = \hat{V} = 0.9 B^{*0.5} = 0.9 B^{*0.5} \quad (3.3)$$

(3.2)式與(3.3)式相差不大，但(3.2)式意味著以同樣的實驗設定下，本研究得到的移速要比(3.3)式快 10%。移速較快的原因，可能是由於選取穩定移速的方法不同。

圖 3-2 為 V_d^* 隨 B^* 變化圖。黑實線為 $V_d^* = 1.66 B^{*0.42}$ 。圖中粗體黑字的值為一個額外的實驗，行星渦度梯度 $\beta = 2.15 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 及最大風速半徑 $r_m = 50 \text{ km}$ ，將最大風速 V_m 由 30 ms^{-1} 增加為 60 ms^{-1} ，使兩個實驗的時間尺間不同，但無因次的時間相同，其結果顯示幕次律的一致。由圖 3-2 可以看到結構相同時， V_d^* 隨著 B^* 增加而增加；

以及羅士比數相同時， V_d^* 隨著 b 減少而增加。圖 3-3 為與 Smith et al.(1997)的比較，可以看到我們的實驗中所得移行速度比他們的實驗來得快，較大的 b 值差別更明顯。已知 $V_d^* \sim B^{*0.5}$ 的條件下，令 $g_1(b) = V_d^* B^{*-0.5}$ 對 b 作圖，得圖 3-4(a)。圖中黑實線 $g_1(b) = 1.01b^{-0.61}$ ，與圖 3-3(b)為 Smith et al.(1997)的結果 $g_1(b) = 0.9b^{-2/3}$ 相差不大。取 $g_1(b) \sim b^{-0.5}$ 近似，得到：

$$g_1(b) = 1.02b^{-0.5} \quad (3.4)$$

將(3.2)式與(3.4)式合併後得到無因次速度 V_d^* 與羅士比數 B^* 的理想函數(3.5)為：

$$V_d^* = 1.02b^{-0.5} B^{*0.5} \quad (3.5)$$

以上的實驗結果與 Smith et al.(1997)比較相差不大，故本研究中使用的模式的確有能力模擬受 β 效應的渦旋移行現象。

3.1.2 能量頻散與羅士比數的關係

本小節中將找出(3.6)式中的幕次及常數，(3.6)式如下：

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, B^*) = n_3 b^{n_0} \tau^{n_1} B^{*n_2} \quad (3.6)$$

由於能量頻散 ΔE^* 隨著經過時間 τ 愈久而愈大，在我們的資料中 ΔE^* 並未達到穩定。圖 3-5 為 $\Delta E^*/\tau$ 隨 τ 變化圖。黑實線為對所有的 b 及 B^* ，以最小方差法計算 $\Delta E^* \sim \tau^{n_1}$ ， $n_1 = 1.00$ 。圈圈及叉叉分別為 $b=1.00$ 、 $B^*=1118.9$ 與 $b=0.66$ 、 $B^*=186.5$ 的實驗，是所有實驗中 ΔE^* 最小及最大的個案。因此我們用 $\Delta E^*/\tau_{j,k} = \frac{1}{N_i} \sum_i \tau^{*-1} V_{di,j,k}^*$ 單位時間內的頻散能量作為實驗的應變數。不同的 b 的實驗結果顯示 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*-1.53 \sim -1.03}$ ，由所有資料來看趨勢則顯示 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*-1.23}$ ，詳見表 3-1。 B^* 的幕次 n_2 取整數等於 -1 。圖 3-6 為 $\Delta E^*/\tau$ 隨 B^* 的變化，圖中數字

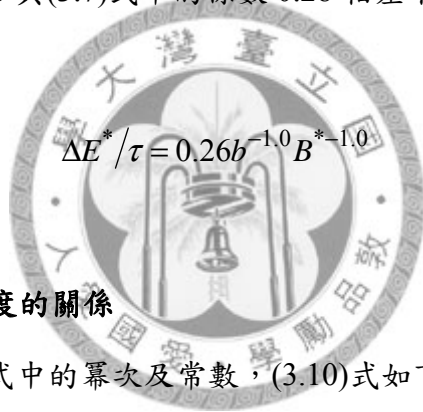
表示不同的 b 值。圖中粗體黑字的值為一個額外的實驗，結果差別不大。已知 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*-1.0}$ 的條件，對每個 b_j ，令 $\Delta E^*/\tau_j = c'_j B^{*-1.0}$ ，新的常數 c'_j 結果詳見表 3-2， $c'_j = 0.21 \sim 0.33$ ，隨 b 減小而增加。當 $b=1$ 時，幕次律為：

$$\Delta E^*/\tau = 0.28 B^{*-1} \quad (3.7)$$

我們令 $g_2(b) = B^* \Delta E^*/\tau^*$ 對 b 作圖，如圖 3-7。結果顯示 $g_2(b) = 0.26 b^{-0.68}$ ，但 $g_2(b)$ 的誤差約有正負零點一。為了簡單起見，取 $g_2(b) \sim b^{-1}$ ，得到(3.8)式：

$$g_2(b) = 0.26 b^{-1} \quad (3.8)$$

(3.8)式代入 $b=1$ 得到 0.26 與(3.7)式中的係數 0.28 相差不大。將(3.7)與(3.8)式合併得到(3.9)式：



$$\Delta E^*/\tau = 0.26 b^{-1.0} B^{*-1.0} \quad (3.9)$$

3.1.3 能量頻散與移行速度的關係

本小節將找出(3.10)式中的幕次及常數，(3.10)式如下：

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, b, V_d^*) = p_3 b^{p_0} \tau^{p_1} V_d^{*p_2} \quad (3.10)$$

並比較本節實驗求得的幕次律與由前兩節實驗結果推導出來的幕次律是否一致。

對不同的 b 來說，實驗結果顯示 $\Delta E^*/\tau \sim V_d^{*-2.13 \sim -3.82}$ ，由前兩節推導所得的結果為 $\Delta E^*/\tau \sim V_d^{*-2.14 \sim -3.80}$ ，兩者相當一致，詳細的比較見表 3-1。圖 3-8 為 $\Delta E^*/\tau$ 隨 V_d^* 的變化，數字為不同的 b 值。黑實線為將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 4.34 V_d^{*-2.91}$ 。若從所有的 b 來看， $\Delta E^*/\tau \sim V_d^{*-2.93} \sim V_d^{*-3.0}$ ，而為了保持幕次律的一致性，這裡我們選取 $p_2 = m_2/n_2 = -1.0/0.5 = -2.0$ 。令

$\Delta E^*/\tau_j = c'_j V_d^{*-2.0}$ ，重新求得 $c'_j = 0.16 \sim 0.58$ ，隨 b 減小而增加，詳見表 3-2。當 $b=1$ 時，冪次律為：

$$\Delta E^*/\tau = 0.28 V_d^{*-2} \quad (3.11)$$

再進一步令 $g_3(b) = V_d^{*2} \Delta E^*/\tau$ 對 b 做圖，得圖 3-9，結果顯示 $g_3(b) = 0.26 b^{-1.89}$ ，取近似 $g_3(b) \sim b^{-2}$ ，求得(3.12)式：

$$g_3(b) = 0.26 b^{-2} \quad (3.12)$$

(3.12)式代入 $b=1$ 得到 0.26 與(3.11)式的係數 0.28 相近。綜合(3.11)式與(3.12)式得到(3.13)式：

$$\Delta E^*/\tau = 0.26 b^{-2.0} V_d^{*-2.0} \quad (3.13)$$

現在由(3.5)式及(3.9)式推導 $\Delta E^*/\tau$ 與 V_d^* 的函數關係，將(3.5)式平方乘以(3.9)式得(3.14)式：

$$\frac{\Delta E^*}{\tau} V_d^{*2} = 0.26 b^{-1} B^{*-1} \times (1.02^2 b^{-1} B^{*1}) \quad (3.14)$$

移項整理得

$$\frac{\Delta E^*}{\tau} = 0.27 b^{-2.0} V_d^{*-2.0} \quad (3.15)$$

得到的(3.15)式與(3.13)式相當一致。

3.2 DC 渦旋實驗總結

綜合以上實驗結果，我們得到三條冪次律：

$$V_d^* = 1.02 b^{-0.5} B^{*0.5} \quad (3.5)$$

$$\Delta E^*/\tau = 0.26 b^{-1.0} B^{*-1.0} \quad (3.9)$$

$$\Delta E^*/\tau = 0.26 b^{-2.0} V_d^{*-2.0} \quad (3.13)$$

由(3.5)、(3.9)與(3.13)式可以推導出有因次的能量頻散與移行速度冪次律，

$$V_d \sim b^{-0.5} r_m \sqrt{\beta V_m} \quad (3.16)$$

$$\Delta E/\tau \sim b^{-1.0} r_m^2 \beta V_m \quad (3.17)$$

$$\Delta E/\tau \sim b^{-2} r_m^4 \beta^2 V_m^2 V_d^{-2} \quad (3.18)$$

將(3.16)代入(3.17)式或(3.18)式都可以導出(3.19)式，

$$\Delta E/\tau \sim V_d^2 \quad (3.19)$$

(3.17)式顯示 $\Delta E/\tau \sim b^{-1.0} r_m^2 \beta V_m = b^{-1.0} \beta r_m V_m \times r_m$ ，也就是當兩個相同結構渦旋的環流相同時，半徑較大的渦旋能量頻散較多。圖 3-10 為流函數場，顯示兩個渦旋行星渦度梯度及環流相同，但半徑不同的實驗，左圖為 $r_m = 100 \text{ km}$ 、 $V_m = 15 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗，右圖為 $r_m = 50 \text{ km}$ 、 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 。可以看出左圖的能量頻散較右圖明顯，其能量頻散的比值為 $5.44/2.21 = 2.46$ 倍。

將(3.17)式寫為 $\Delta E \sim b^{-1} V_m^2 \frac{\beta r_m^2}{V_m} \frac{t}{r_m/V_m} \sim t b^{-1} \beta r_m V_m \times V_m$ ，則顯示當積分時間及

環流相同時，最大風速較大的渦旋能量頻散較多。圖 3-11 顯示積分時間三天的 ΔV^2 場，為第三天的 V^2 場與初始 V^2 場的差值。實線為正值，點線為負值。兩者行星渦度梯度相同 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ ，左圖為最大風速半徑 $r_m = 50 \text{ km}$ 、最大風速 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，右圖為 $r_m = 25 \text{ km}$ 、 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗， $\Delta E = 2.21 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。

(3.17)式也顯示能量頻散與最大風速半徑外的風速遞率成反比。圖 3-12 為無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ 。實驗設定的行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 15 \text{ ms}^{-1}$ 。左上圖為 $b = 0.66$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 19.11 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 2.83 \text{ ms}^{-1}$ ，右上圖為 $b = 1.00$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。左下圖為 $b = 1.33$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 12.20 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 2.05 \text{ ms}^{-1}$

由能量方程式我們可以得到：

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{C}_g E) + E \bar{u}_x \frac{k^2 - l^2}{k^2 + l^2} \xrightarrow{\bar{u}_x=0} \frac{\Delta E}{\Delta t} \sim \frac{C_g E}{\Delta x} \quad (3.20)$$

因此

$$\Delta E \sim E \frac{C_g}{\Delta x / \Delta t} \sim E \sim V_d^2 \quad (3.21)$$

其中 C_g 為群速， $\Delta x / \Delta t$ 等於頻散能量傳播的速度，因此 $C_g \sim \Delta x / \Delta t$ ，若能量頻散大小正比於移行速度的平方，則得到(3.19)式 $\Delta E / \tau \sim V_d^2$ 。(3.19)式表示相同的無因次時間，即使渦旋結構參數 b 不同，能量頻散的量值依然只與移行速度的平方有關。為了將(3.19)式與物理空間的現象連結，圖 3-13 展示四組實驗 $\tau = 24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ 。四組實驗分別左上圖為 $b = 0.66$ 、 $B^* = 187$ ，左下圖為 $b = 0.66$ 、 $B^* = 559$ ，右上圖為 $b = 1.0$ 、 $B^* = 187$ ，右下圖為 $b = 1.0$ 、 $B^* = 559$ 。四個象限內的數字對應 $\Delta E (\text{m}^2\text{s}^{-2})$ 及 $V_d (\text{ms}^{-1})$ 。圖 3-13 可以清楚看到能量頻散的形態隨著 b 減小及 B^* 減小，能量頻散愈明顯(左上圖)，對應 ΔE 的量值由 4.65(右下圖)增加到 19.11(左上圖)，同時 V_d 由

1.21(右下圖)增加到 2.83(左上圖)，可見移行速度愈快的渦旋，其能量頻散也愈明顯。我們更進一步將所有 DC 渦旋實驗的 ΔE 對 V_d 做圖，得圖 3-14，數字為不同實驗的 b 值，數字對應的數據點在數字的中央。結果顯示相當好的函數關係：

$$\Delta E/\tau = 0.1 V_d^2。$$

3.3 α 渦旋實驗結果

本小節與 3.1 節類似，但將 DC 渦旋改成 α 渦旋，實驗設定如表 2-1 實驗二所述。

3.3.1 移行速度與羅士比數的關係

本小節將找出 $V_d^* = V_d^*(\tau, \alpha, B^*) = m_3 \alpha^{m_0} \tau^{m_1} B^{*m_2}$ 式中的常數與冪次。 $V_d^* \sim \tau^0$ ，與 DC 渦旋實驗結果相同。而 $V_d^* \sim B^{*0.72 \sim 0.88}$ ，冪次隨 α 減小而增加，詳見表 3-3。圖 3-15 為渦旋移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 變化圖，顯示 V_d^* 隨 B^* 增加而增加，隨 α 減少而增加。圖中黑實線為將所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 0.37 B^{*0.8}$ 。對每個 α_j ，令 $V_{dj}^* = c_j' B^{*0.8}$ ，計算新的常數 c_j' 。當 $\alpha = 1$ 時， $V_d^* = 0.28 B^{*0.8}$ 。接著令 $g_1(\alpha) = V_d^* B^{*-0.8}$ 對 α 作圖，得圖 3-16，圖中黑實線為以最小方差法求得的數學式： $g_1(\alpha) = 0.28 \alpha^{-0.74}$ 。綜合上述結果得到：

$$V_d^* = 0.28 \alpha^{-0.74} B^{*0.8} \quad (3.22)$$

3.3.2 能量頻散與羅士比數的關係

本小節將找出 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, \alpha, B^*) = n_3 \alpha^{n_0} \tau^{n_1} B^{*n_2}$ 式中的常數與冪次。實驗結果顯示 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*-1.20 \sim -1.71}$ ，冪次隨著 α 減少而增加，詳見表 3-3。圖 3-17 為渦旋能

量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 變化圖，顯示 $\Delta E^*/\tau$ 隨 B^* 增加而減少，隨 α 的變化趨勢則不明顯。圖中黑實線為將所有資料以最小方差法求得的數學式為

$\Delta E^*/\tau = 3.14B^{*-1.41}$ 。對每個 α_j ，令 $\Delta E_j^* = c_j' B^{*-1.41}$ ，可以計算新的常數 c_j' 。當 $\alpha = 1$

時， $\Delta E^*/\tau = 3.05B^{*-1.41}$ 。接著令 $g_2(\alpha) = \Delta E^* B^{*1.41}$ 對 α 作圖，得圖 3-18，黑實線為

最小方差法得到的數學式 $g_2(\alpha) = 2.85\alpha^{-0.31}$ ，其中的常數 2.85 與 $\alpha = 1$ 的常數 3.05

相差較大，且資料的變異度也相當大，這並不是一個適合的幕次律。綜合上述結果得到：

$$\Delta E^*/\tau = 2.85\alpha^{-0.31} B^{*-1.41} \quad (3.23)$$

3.3.3 能量頻散與移行速度的關係

本小節將找出 $\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, \alpha, V_d^*) = p_3 \alpha^{p_0} \tau^{p_1} V_d^{*p_2}$ 式中的常數與幕次。實驗結果顯示 $\Delta E^*/\tau \sim V_d^{*-1.66 \sim -1.93}$ ，詳見表 3-3，圖 3-19 為渦旋能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨渦旋移行

速度 V_d^* 變化圖。圖中黑實線為將所有資料以最小方差法求得的數學式

$\Delta E^*/\tau = 0.53V_d^{*-1.76}$ 。對每個 α_j ，令 $\Delta E_j^* = c_j' V_d^{*-1.76}$ ，可以計算新的常數 c_j' 。當 $\alpha = 1$

時得到 $\Delta E^*/\tau = 0.33V_d^{*-1.76}$ 。接著令 $g_3(\alpha) = V_d^{*1.76} \Delta E^* \tau^{-1}$ 對 α 作圖，得圖 3-20，黑

實線為最小方差法得到的數學式 $g_3(\alpha) = 0.31\alpha^{-1.62}$ 。綜合以上所述得到：

$$\Delta E^*/\tau = 0.31\alpha^{-1.62} V_d^{*-1.76} \quad (3.24)$$

3.4 α 渦旋實驗總結

α 渦旋實驗結果得到 $V_d^* \sim B^{*0.8}$ 、 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*-1.4}$ 及 $\Delta E^*/\tau \sim V_d^{*-1.76}$ 。三者之間的關係一致。羅士比數相同時，移行速度 V_d^* 隨 α 減小而增加，能量頻散 $\Delta E^*/\tau^*$ 隨

α 變化趨勢則不明顯。而移行速度相同時，能量頻散也隨 α 減小而增加。 α 渦旋實驗所得之冪次律明顯與 DC 渦旋實驗所得冪次律不同。根據 Fiorino and Elsberry(1989)的研究顯示，渦旋移速對最大風速半徑外圍的風場較敏感。當渦旋結構相同時，我們可以用最大風速半徑外的風速遞減率來參數化外圍的風場。而未來為了將不同渦旋結構的冪次律整合，可能需要重新定義一個方式來代表外圍風場。

將 α 渦旋的實驗結果與 DC 渦旋實驗結果比較，當羅士比數 $B^* = 279.7$ 時，無因次速度的大小順序為：

$$\alpha = 0.5 > \alpha = 0.8 > b = 0.66 > \alpha = 1.0 > b = 0.8 > b = 1.33$$

對應的無因次速度為：

$$44.39 > 29.96 > 22.81 > 22.79 > 17.59 > 14.74$$

由 β -gyre 動力機制中得知，轉子會位於最大風速半徑外，而轉子的強度正比於行星行渦度平流，故轉子的強度正比於渦旋半徑外的風速。根據 Fiorino and Elsberry(1989)的研究顯示，渦旋移速對最大風速半徑外圍的風場較敏感。當渦旋結構相同時，我們可以用最大風速及風速遞減率來表示渦旋外的風速。而我們將 α 渦旋的實驗結果與 DC 渦旋實驗結果比較時，就必須直接考慮外圍的風速變化。而未來為了將不同渦旋結構的冪次律整合，可能需要重新定義一個方式來代表外圍風場。圖 3-21 為無因次切向風速 V^* 隨無因次半徑 r^* 變化圖，可以看到當 $5.2 < r^* < 6.6$ 時，不同渦旋結構的切向風速大小順序與實驗結果相同，而在 Smith et al.(1997)中提到，轉子的渦度最大值也約出現在 $r^* = 5$ 的地方。因此在實驗中的參數最大風速及風速遞減率，或許可以直接用 $5.2 < r^* < 6.6$ 處的風速來取代。

雖然這兩種渦旋的結構並不同，但我們試著以給定一些已知的條件來比較當

渦旋結構不同時，渦旋能量頻散與 β 移行速度的相對大小。結果顯示當沒有風切，旋轉圈數、行星渦度梯度、渦旋半徑及最大風速相同時， $\alpha=1$ 的渦旋與 $b=1$ 的渦相比，能量頻散較少、 β 移行速度較快。圖 3-22 為積分時間三天的 ΔV^2 場，為第三天的 V^2 場與初始 V^2 場的差值。實線為正值，點線為負值。兩者行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta=6.44 \times 10^{-11} \text{s}^{-1}$ 、 $r_m=50 \text{ km}$ 及 $V_m=30 \text{ ms}^{-1}$ 。左圖為 $b=1$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=14.33 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}$ ，移行速度 $V_d=1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。右圖為 $\alpha=1$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=11.51 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}$ ，移行速度 $V_d=2.90 \text{ ms}^{-1}$ 。



第四章 背景風切對能量頻散幕次律的影響

本章先延續 Smith et al.(1997)的工作，探討不同背景風切如何影響渦旋移行速度與羅士比數的關係，並更進一步探討不同背景風切如何影響能量頻散與移行速度的關係。

4.1 DC 渦旋實驗結果

本小節將探討在渦旋結構 $b=1$ 時，無因次背景風切 S 不同時，討論移行速度 V_d^* 與羅士比數 B^* 的關係、能量頻散 ΔE^* 與羅士比數 B^* 的關係及能量頻散 ΔE^* 與移行速度 V_d^* 的關係。並以實驗中由最小方差所得數學式，及理想公式的推導，來檢查三個無因次參數間關係的一致性。實驗設定如表 2-1 實驗三所述。

4.1.1 移行速度與羅士比數的關係

在背景風場的駛流作用下，必需將駛流減掉才能得到因為 β 效應的渦旋移行速度，推導如下：

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{d_x} \\ V_{d_y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{u}(y) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

上式中 $V = (V_x, V_y)$ 為渦旋在 β 平面移動的速度， $V_d = (V_{d_x}, V_{d_y})$ 為渦旋受到 β 效應

的移動速度， $\bar{u}(y) = u_0 + \frac{d\bar{u}}{dy}(y - y_0)$ 為背景駛流。 $u_0 = 0$ 以及 $y_0 = 0$ 。假設渦旋在 t_0

到 t_1 的時間由 (x_0, y_0) 移動到 (x_1, y_1) ，推導如下：

$$\Delta y = y_1 - y_0 = \int_{t_0}^{t_1} V_y dt = \int_{t_0}^{t_1} V_{d_y} dt = \overline{V_{d_y}}(t_1 - t_0) = \overline{V_{d_y}} \Delta t \quad (4.2)$$

$$\Delta x = x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} V_x dt = \int_{t_0}^{t_1} V_{d_x} dt + \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\bar{u}}{dy}(y - y_0) dt = \overline{V_{d_x}} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{d\bar{u}}{dy} (y_1 + y_0) \Delta t \quad (4.3)$$

(4.3)式中，風切項的部分以梯形法計算。由(4.2)式及(4.3)式可以推出 \bar{V}_{d_x} 及 \bar{V}_{d_y} 。

$$\bar{V}_{d_y} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_1 - y_0}{t_1 - t_0} \quad (4.4)$$

$$\bar{V}_{d_x} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} - \frac{y_1 + y_0}{2} \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (4.5)$$

(4.4)及(4.5)式中， \bar{V}_{d_x} 與 \bar{V}_{d_y} 是由於 β 效應造成的渦旋移行速度。

接著本小節將找出(4.6)式中的常數及冪次：

$$V_d^* = V_d^*(\tau, S, B^*) = f_1(S)\tau^{m_1}B^{*m_2} \quad (4.6)$$

實驗結果顯示 $V_d^* \sim B^{*0.15 \sim 0.73}$ ，冪次值變動從 0.15 到 0.73 變動，隨著 S 增加，詳見表 4-1。將所有資料以最小方差法求得的數學式為 $V_d^* = 1.95B^{*0.42}$ ，冪次與沒有風切時一樣取 0.5，重新計算 $f_1(S) = 0.76 \sim 2.4$ ，隨著 S 增加，但 $f_1(-0.01)$ 與 $f_1(-0.02)$ 一樣，可見 V_d^* 對負風切並不敏感，詳見表 4-2。圖 4-1 為 V_d^* 隨 B^* 變化圖。圖上數字為 $S \times 100$ 的值(例如：0.0196 表示為 2)。結果顯示羅士比數相同時， V_d^* 隨正風切顯著增加， $S = -0.01$ 及 $S = -0.02$ 的 V_d^* 幾乎沒有差距。黑實線為 $S = 0$ ， $f_1(0) = 1.0$ 時，得到 $V_d^* = 1.0B^{*0.5}$ 。接著令 $f_1(S) = V_d^*B^{*-0.5}$ 對 S 作圖，得圖 4-2(a)。圖中黑實線為

$$f_1(S) = 258.6S^2 + 24.5S + 1.07 \quad (4.7)$$

圖 4-2(b)為 Smith et al.(1997)的結果 $f_1(S) = 154.2S^2 + 12.3S + 0.93$ ，與他們的結果相比，(4.7)式隨 S 增加得較快，顯示我們的實驗中移行速度 V_d^* 對背景風切 S 較他們的實驗要來得敏感。綜合(4.7)與 $V_d^* \sim B^{*0.5}$ ，得

$$V_d^* = (258.6S^2 + 24.5S + 1.07)B^{*0.5} \quad (4.8)$$

4.1.2 能量頻散與羅士比數的關係

本小節中將找出(4.9)式中的常數及冪次：

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, S, B^*) = f_2(S)\tau^{n_1}B^{*n_2} \quad (4.9)$$

實驗結果顯示 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*-0.94 \sim -1.12}$ ，冪次的值變動從 -0.94 到 -1.12 變動，詳見表 4-1，變化不大。圖 4-3 為 $\Delta E^*/\tau$ 隨 B^* 的變化，圖中數字表示不同的 S 值。黑實線為將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 0.34B^{*-0.97}$ ，取 $\Delta E^*/\tau \sim B^{*n_2}$ ， $n_2 = -1$ 。當 $S=0$ ，時得到 $\Delta E^*/\tau = 0.28B^{*-1}$ 。圖 4-3 顯示，能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨正風切增顯著增加，隨負風切增加稍微減少，但減少並不顯著， $S = -0.01$ 及 $S = -0.02$ 的 $\Delta E^*/\tau$ 幾乎沒有差距。令 $f_2(S) = B^* \Delta E^* \tau^{-1}$ 對 S 作圖，得圖 4-4，黑實線為

$$f_2(S) = 195.9S^2 + 8.2S + 0.3 \quad (4.10)$$

綜合以上結果得到：

$$\Delta E^*/\tau = (195.9S^2 + 8.2S + 0.3)B^{*-1.0} \quad (4.11)$$

4.1.3 能量頻散與移行速度的關係

本小節中將將找出(4.9)式中的常數及冪次：

$$\Delta E^* = \Delta E^*(\tau, S, V_d^*) = f_3(S)\tau^{p_1}V_d^{*p_2} \quad (4.12)$$

實驗結果顯示 $\Delta E^*/\tau \sim V_d^{*-1.31 \sim -6}$ ，冪次隨 S 減少而減少，變動幅度相當大，詳見表 4-1。圖 4-5 為 $\Delta E^*/\tau$ 隨 V_d^* 的變化，數字為不同的 S 值。黑實線為所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 1.39V_d^{*-2.28}$ ，因此取 $p_2 = m_2/n_2 = -2$ 依然是個合理的

近似。當 $S=0$ ，得到 $\Delta E^*/\tau = 0.28V_d^{*-2}$ 。再進一步令 $f_3(S) = V_d^{*2}\Delta E^*\tau^{-1}$ 對 S 做圖，得圖 4-6，黑實線為

$$f_3(S) = 2169.9S^2 + 42.5S + 0.21 \quad (4.13)$$

綜合以上結果得到(4.14)式：

$$\Delta E^*/\tau = (2169.9S^2 + 42.5S + 0.21)V_d^{*-2.0} \quad (4.14)$$

4.2 DC 渦旋實驗結論

圖 4-7 為固定的背景風切下渦旋移動路徑，並與 Wang and Li(1995)的結果比較。結果顯示，移行速度以背景風切為反氣旋式風切時最快；沒有背景風切時次之，背景風切為氣旋式風切時最慢，與其結果一致。

背景風切如何影響渦旋移行速度之示意圖(圖 4-8)，Smith et al.(1997)中提到，背景風切會將渦旋兩側的轉子旋轉，正風切將轉子順鐘向旋轉，使渦旋向北移動較多；負風切反之。渦旋移速隨背景風切改變的可能原因為，正風切將轉子順鐘向旋轉，阻止轉子被渦度路徑上的渦度趨勢抵消掉，因此使得轉子比沒有風切時強，移速也較快；負風切時則反之。

當背景風切增加時，渦旋能量頻散的大小隨之增加。圖 4-1 為 $b=1$ 時，無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ 。實驗設定的行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 15 \text{ ms}^{-1}$ 。左上圖為 $d\bar{u}/dy = 1.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 24.54 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 3.42 \text{ ms}^{-1}$ ，右上圖為 $d\bar{u}/dy = 0 \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。左

下圖為 $d\bar{u}/dy = -1.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 10.63 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d = 1.81 \text{ ms}^{-1}$ 。

由以上結果得知，本研究中實驗所得渦旋移行速度隨風切變化的趨勢與 Smith et al.(1997)中相同，但移速則較他們的實驗快。風切的影響為渦旋移行速度及渦旋能量頻隨正風切而增加，隨負風切而減少但較不敏感，風切對三個無因次參數間的冪次律不影響，僅改變常數的部分。

Wang and Li(1995)則以能量分析的方式來探討線性水平風切對渦旋移行速度的影響。夏季典型的綜觀環境場配置，在接近副熱帶高壓脊處與季風槽處，緯向風隨緯度的變化可視為理想的線性函數，副熱帶高壓脊處有反旋式水平風切，接近季風槽處則具有氣旋式水平風切。在這樣的綜觀環境場配置下，根據前人的研究以及實驗的結果，我們可以預期，當渦旋移行至副熱帶高壓附近時，由於背景場存在氣旋式的風切，渦旋移行的速度加快及渦旋能量頻散增加，而渦旋往東南方的頻散可以透過非絕熱的加熱或是非線性動力的過程，連續形成颱風。渦旋能量頻散的增加，或許有助於此一機制。

第五章 總結

由於行星渦度隨緯度的變化使渦旋向西北方移動，稱為 β 效應(β -effect)。渦旋向西北方移動的同時往西方及東南方有羅士比波能量頻散(Rossby wave energy dispersion)，而東南方的頻散會形成交互的氣旋式-反氣旋式-氣旋式渦度擾動的波列，在本研究中只考慮渦旋向東南方的能量頻散。渦旋向西北移行的速度與東南方的能量頻散兩者皆為研究颱風重要的課題。移行速度對颱風路徑的預報相當重要；能量頻散則與颱風的生成有關。

就颱風連續生成的機制與能量頻散的關係來探討。Chang et al.(1996)及 Kuo et al.(2001)發現向西北方向移動的熱帶性低壓常常每隔約 7~8 天在其東南方相距約 3000 km 處出現新的擾動，顯示颱風連續生成的現象。而能量頻散與颱風生成間的機制有兩種可能的機制，第一種是先前颱風的能量頻經由非絕熱加熱可以形成另外一個颱風(Holland, 1995)；第二種是沒有非絕熱加熱作用下，颱風可以透過非線性動力機制來生成(Kuo et al., 2001)：季風合流區的波動尺度壓縮與能量頻散(非線性過程)，以及波動能量頻散與大尺度背景場作用，透過軸對稱化過程連續形成渦旋。

關於渦旋移行速度的研究。Chan and Williams(1987)及 Fiorino and Elsberry(1989)的研究結果顯示，渦旋向西北移動機制可用 β -gyre 動力機制來解釋。在沒有背景風場的條件下，Smith(1993)及 Kuo et al.(2001)探討因 β 效應之渦旋移行速度的幕次律。Smith(1993)利用無因次分析以及正壓數值模擬，求出渦旋向西北方移行的速度是渦旋強度、半徑以及行星渦度梯度大小三者的函數：

$V_d \sim r_m \sqrt{\beta V_m}$ 。Kuo et al.(2001)探討局部的地形 β_e 效應對渦旋移動的影響與地球的

β 效應類似，其數值實驗結果顯示 $V_d \sim \sqrt{\beta_e V_m}$ 。Kuo et al.(2001)認為渦旋移行速度

V_d 正比於不對稱的轉子大小 ζ_a ，轉子大小正比於渦度平流 βV_m 但被渦旋的移動破壞，故得到 $V_d \sim \zeta_a \sim \beta V_m / V_d$ ，所以 $V_d \sim \sqrt{\beta V_m}$ ，綜合實驗與理論的結果得到 $V_d \sim \sqrt{\beta_e V_m}$ ，與 Smith(1993)的冪次律一致。Smith et al.(1997)延續 Smith(1993)的工作，探討背景風切與渦旋結構參數 b 如何影響移行速度的冪次律。實驗結果顯示，移行速度隨 b 減小而增加、隨正風切增加而增加。Wang and Li(1995)以能量分析的方式來探討線性水平風切對渦旋移行速度的影響。在背景場具有反旋式風切(正風切，緯向風隨緯度增加)時，能量由平均流傳至轉子，使轉子增強，移行速度增加；背景場具有氣旋式風切(負風切，緯向風隨緯度減少)時則反之。

夏季典型的綜觀環境場配置，在接近副熱帶高壓脊處具有反旋式水平風切，而在接近季風槽處則具有氣旋式水平風切。在這樣的綜觀環境場配置下，根據前人的研究以及實驗的結果，我們可以預期，當渦旋移行至副熱帶高壓附近時，由於背景場存在氣旋式的風切，渦旋移行的速度加快及渦旋能量頻散增加，而渦旋往東南方的頻散可以透過非絕熱的加熱或是非線性動力的過程，連續形成颱風。渦旋能量頻散的增加，或許有助於此一機制。

本研究延續 Smith et al.(1997)的工作，利用正壓模式模擬及無因次分析，更進一步探討渦旋能量頻散冪次律以及渦旋能量頻散與移行速度間的冪次律，以及不同的渦旋結構和不同的背景風切對此冪次律的影響。經由正壓數值實驗我們得到以下的冪次律：

無因次背景風切 $S=0$ 時的 DC 渦旋實驗結果得到三條無因次的冪次律：

$$V_d^* \sim b^{-0.5} B^{*0.5} \quad (4.15)$$

$$\Delta E^* / \tau \sim b^{-1.0} B^{*-1.0} \quad (4.16)$$

$$\Delta E^* / \tau \sim b^{-2.0} V_d^{*-2.0} \quad (4.17)$$

或者可以將以上三式寫成以下的型式：

$$V_d \sim b^{-0.5} r_m \sqrt{\beta V_m} \quad (4.18)$$

$$\Delta E/\tau \sim b^{-1.0} r_m^2 \beta V_m \quad (4.19)$$

$$\Delta E/\tau \sim V_d^2 \quad (4.20)$$

無因次背景風切 $S=0$ 時的修正阮肯渦旋實驗結果得到三條無因次的冪次律：

$$V_d^* \sim \alpha^{-0.74} B^{*0.8} \quad (4.21)$$

$$\Delta E^*/\tau \sim \alpha^{-0.31} B^{*-1.4} \quad (4.22)$$

$$\Delta E^*/\tau \sim \alpha^{-1.62} V_d^{*-1.76} \quad (4.23)$$

當 $b=1$ 時，風切對 DC 渦旋冪次律的影響為以下三條：

$$V_d \sim (258.6S^2 + 24.5S + 1.07) r_m \sqrt{\beta V_m} = f_1(S) r_m \sqrt{\beta V_m} \quad (4.24)$$

$$\Delta E/\tau \sim (195.9S^2 + 8.2S + 0.3) r_m^2 \beta V_m = f_2(S) r_m^2 \beta V_m \quad (4.25)$$

$$\Delta E/\tau \sim V_d^2 f_2(S) / f_1^2(S) \quad (4.26)$$

由以上的冪次律我們得到幾點重要的結果：

1. 沒有風切，旋轉圈數相同時：無因次能量頻散隨羅士比數增加而減少。不論是 DC 渦旋或是修正阮肯渦旋皆顯是如此。這表示當核心渦旋增強時(羅士比數增加，渦度值增加，最大風速增加，最大風速半徑減小，行星渦度梯度增加)，渦旋的慣性穩定度增加近似於一個剛體結構，渦旋內部與外部不易交換。這時雖然強渦旋的總能量較多，頻散出去的能量通常也較多，但無因次的能量頻散反而減少，也就是頻散出去的能量與渦旋初始能量的比例會減少。
2. 沒有風切，旋轉圈數、行星渦度梯度、風速遞減率、環流相同時：渦旋能量頻散正比於渦旋半徑。也就是半徑較大的渦旋有較明顯的能量頻散型態，能

量頻散正比於渦旋半徑大小比。

3. 沒有風切，積分時間、行星渦度梯度、風速遞減率、環流相同時：渦旋能量頻散正比於最大風速。與第二點不同處為，固定的參數由渦旋旋轉圈數改為實際的積分時間，結果顯示能量頻散隨渦旋最大風速增加而增加。
4. 沒有風切，旋轉圈數、行星渦度梯度、渦旋半徑、最大風速相同時：渦旋能量頻散正比於風速遞減率倒數。也就是渦旋外圍的風速愈大，渦度裙帶愈明顯，渦旋能量頻散也愈明顯。
5. 沒有風切，旋轉圈數、行星渦度梯度、渦旋半徑、最大風速相同時：阮肯渦旋能量頻散較少、 β 移行速度較快。雖然這兩種渦旋的徑向結構並不同，但我們試著以給定一些已知的條件來比較這兩種渦旋能量頻散與 β 移行速度的相對大小。
6. $b=1$ ，旋轉圈數、行星渦度梯度、渦旋半徑、最大風速相同時：渦旋能量頻散與 β 移行速度隨風切值增加而增加。Smith et al.(1997)提出風切影響移速的原因為，正風切阻止渦旋本身風場將轉子逆鐘向旋轉至渦旋前進的路徑上，使轉子增強，移速也增加。本研究中只考慮 $b=1$ 時風切的影響，未來將進一步考慮不同的 b 值時，風切對能量頻散冪次律的影響。
7. 沒有風切，旋轉圈數相同時：渦旋能量頻散正比於 β 移行速度平方。能量頻散與移行速度的關係，在背景風場 $\bar{u}_x = 0$ 的情況下，可由波動能量方程式推導得到 $\Delta E \sim V_d^2$ ，數值實驗的結果為 $\Delta E = 0.1V_d^2$ ，兩者的結果一致。在沒有風切時，此關係式將 DC 渦旋外圍裙帶大小不同時也包括進去。

參考文獻

謝義炳等，1963：東南亞基本氣流與颱風發生的一些事實的統計與分析。氣象學報，33，206-217。

Chan, J.C., and R. Williams, 1987: Analytical and Numerical Studies of the Beta-Effect in Tropical Cyclone Motion. Part I: Zero Mean Flow. *J. Atmos. Sci.*, 44, 1257-1265.

Chang, C. P., J. M. Chen, P. A. Harr, and L. E. Carr, 1996: Northwestward-propagating wave patterns over the tropical Western North Pacific during summer. *Mon. Wea. Rev.*, 124, 2245-2266.

DeMaria, M., and J. C. L. Chan, 1984: Comments on "A numerical study of the interactions between two tropical cyclones." *Mon. Wea. Rev.*, 112, 1643-1645.

_____, S.D. Aberson, K.V. Ooyama, and S.J. Lord, 1992: A Nested Spectral Model for Hurricane Track Forecasting. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1628-1643

Fiorino, M., and R.L. Elsberry, 1989: Some Aspects of Vortex Structure Related to Tropical Cyclone Motion. *J. Atmos. Sci.*, 46, 975-990.

Hoskins, B. J., Simmons, A. J. and Andrews, D. G., 1977: Energy dispersion in a barotropic atmosphere. *Quant. J. R. Meteorol. Soc.* 103, 553-567

Holland, G. J., 1995: Scale interaction in the Western Pacific monsoon. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 56, 57-79.

Holton J. R., 2004: An Introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press., 535 pp.

Kuo, H.C., J. H. Chen, R. T. Williams, and C. P. Chang, 2001: Rossby waves in Zonally opposing mean flow: behavior in Northwest Pacific summer monsoon. *J. Atmos. Sci.*, 58, 1035-1050.

_____, R.T. Williams, J.H. Chen, and Y.L. Chen, 2001: Topographic Effects on Barotropic Vortex Motion: No Mean Flow. *J. Atmos. Sci.*, 58, 1310-1327.

Li, T., and B. Fu, 2006: Tropical Cyclogenesis Associated with Rossby Wave Energy Dispersion of a Preexisting Typhoon. Part I: Satellite Data Analyses. *J. Atmos. Sci.*, 63, 1377-1389.

Ritchie, E. A., and G. J. Holland, 1999: Large-scale patterns associated with tropical cyclogenesis in the Western Pacific. *Mon. Wea. Rev.*, 127, 2027-2043.

Smith, R.B., 1993: A Hurricane Beta-Drift Law. *J. Atmos. Sci.*, 50, 3213-3215.

_____; Li, Xiaofan; Wang, Bin, 1997: Scaling laws for barotropic vortex beta-drift. *Tellus*, 49A, 474-485

Sobel, A. H. and C. S. Bretherton, 1999: Development of synoptic-scale disturbances over the summertime tropical Northwest Pacific. *J. Atmos. Sci.*, 56,

3106-3127.

Wang, B., and X. Li, 1995: Propagation of a Tropical Cyclone in a Meridionally Varying Zonal Flow: An Energetics Analysis. *J. Atmos. Sci.*, 52, 1421–1433.



表 1-1：1984~1992 年颱風生成大尺度背景場的個數、百分比以及平均生成位置。

(摘自 Ritchie and Holland, 1999)

Large-scale flow patterns	No. of genesis events	Avg. genesis location
Monsoon shear line	84 (42%)	13.7°N, 134.2°E
Monsoon gyre	5 (3%)	23.2°N, 152.9°E
Easterly wave	36 (18%)	12.0°N, 149.0°E
Confluence region	58 (29%)	14.1°N, 140.8°E
Energy dispersion	16 (8%)	16.3°N, 135.5°E
Total	199	14.0°N, 139.4°E



表 2-1：三組實驗的背景風切、渦旋結構參數及羅士比數設定值。實驗一、二與三
 詳細參數設定見表 2-3、表 2-3 與表 2-4。

	背景風切 $\times 100$	渦旋結構參數	羅士比數
實驗一	$S=0$	$b=1.33, 1.2, 1.0, 0.8, 0.66$	$B^*=1118.9, 559.4, 373, 279.7, 223.8, 186.5$
實驗二	$S=0$	$\alpha=1.0, 0.8, 0.6, 0.5$	$B^*=279.7, 139.9, 93.2, 69.9, 55.9, 46.6$
實驗三	$S=4, 2, 1, 0, -1, -2$	$b=1.0$	$B^*=1118.9, 559.4, 373, 279.7, 223.8, 186.5$

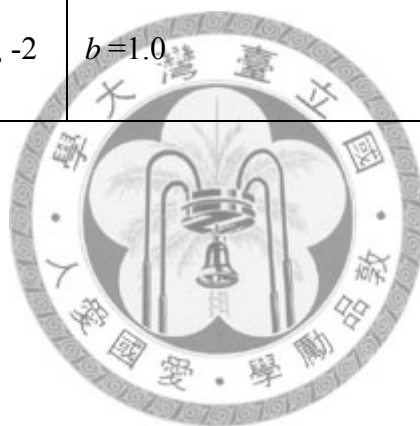


表 2-2：表 2-1 中實驗一的詳細參數設定。 b 值為 DC 渦旋最大風速半徑外的風速遞減率，實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m=50$ km 及最大風速 $V_m=30$ ms^{-1} ，改變行星渦度梯度 β 值調整羅士比數 B^* ，共 5 個 b 值乘 6 個 B^* 值計 30 個實驗。最後一個實驗只考慮 $b=1$ ，以檢查冪次律是否一致。

$b=1.33, 1.2, 1.0, 0.8, 0.66$			
$\beta(\text{m}^{-1}\text{s}^{-1})$ $\times 1.0725 \times 10^{-11}$	$r_m(\text{m})$	$V_m(\text{ms}^{-1})$	B^*
1	50	30	1118.9
2			559.4
3			373.0
4			279.7
5			223.8
6			186.5
2	50	60	1118.9

表 2-3：表 2-1 中實驗二的詳細參數設定。 α 值為修正阮肯渦旋最大風速半徑外的風速遞減率，實驗中固定渦旋最大風速半徑 $r_m=200$ km 及最大風速 $V_m=120$ ms^{-1} ，改變行星渦度梯度 β 值調整羅士比數 B^* ，共 4 個 α 值乘 6 個 B^* 值計 24 個實驗。

$\alpha=1.0, 0.8, 0.6, 0.5$			
$\beta(\text{m}^{-1}\text{s}^{-1})$ $\times 1.0725 \times 10^{-11}$	$r_m(\text{m})$	$V_m(\text{ms}^{-1})$	B^*
1	200	120	279.7
2			139.9
3			93.2
4			69.9
5			55.9
6			46.6

表 2-4：表 2-1 中實驗三的詳細參數設定。固定 $b=1$ 時。實驗中固定渦旋最大風速

半徑 $r_m=50$ km 及最大風速 $V_m=30$ ms^{-1} ，改變行星渦度梯度 β 值調整羅士

比數 B^* ，共 6 個 S 值乘 6 個 B^* 值計 36 個實驗。

$B^* = 1118.9, 559.4, 373, 279.7, 223.8, 186.5$	
$d\bar{u}/dy$ (s^{-1}) $\times 10^{-6}$	$S \times 100$
23.5	4
41.75	2
5.875	1
0	0
-5.875	-1
-11.75	-2

表 3-1：無水平風切時，改變 DC 渦旋結構參數 b 的實驗中，以最小方差法求得無

因次參數間的冪次律。 V_d^* 為無因次渦旋移行速度， $\Delta E^*/\tau$ 為無因次渦旋頻散

能量， B^* 為羅士比數。其中 $a_{1\sim 3}$ 及 $c_{1\sim 3}$ ，分別由實驗中求得。 $a_4 = a_2/a_1$ ，

$$c_4 = c_2 \times c_1^{-a_4}。$$

$$V_d^* = c_1 B^{*a_1} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_2 B^{*a_2} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_3 V_d^{*a_3} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_4 V_d^{*a_4}$$

b	c_1	a_1	c_2	a_2	c_3	a_3	c_4	a_4
1.33	1.55	0.40	4.75	-1.53	26	-3.82	25	-3.80
1.2	1.64	0.40	2.00	-1.38	10	-3.42	11	-3.45
1.0	1.82	0.40	0.36	-1.04	1.7	-2.60	1.7	-2.61
0.8	1.85	0.42	0.83	-1.17	4.2	-2.76	4.7	-2.79
0.66	1.46	0.48	0.40	-1.03	0.9	-2.13	0.9	-2.14
all	1.67	0.42	1.03	-1.23	4.3	-2.91	4.5	-2.93

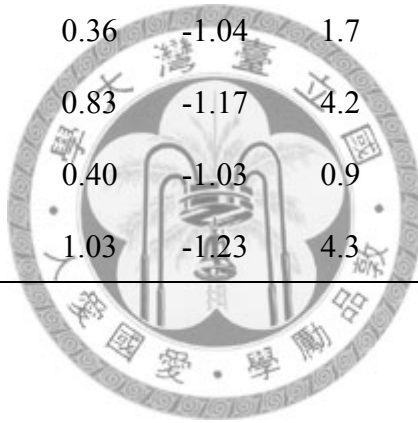


表 3-2：同表 3-1，但為無因次參數間理想的冪次律。

$$V_d^* = c_1' B^{*a_1'} \quad \Delta E^* / \tau^* = c_2' B^{*a_2'} \quad \Delta E^* / \tau^* = c_3' V_d^{*a_3'}$$

b	c_1'	a_1'	c_2'	a_2'	c_3'	a_3'
1.33	0.86	0.5	0.21	-1.0	0.16	-2.0
1.2	0.91	0.5	0.21	-1.0	0.18	-2.0
1.0	1.00	0.5	0.28	-1.0	0.28	-2.0
0.8	1.15	0.5	0.30	-1.0	0.40	-2.0
0.66	1.32	0.5	0.33	-1.0	0.58	-2.0
all	1.03	0.5	0.27	-1.0	0.29	-2.0



表 3-3：無水平風切時，改變 α 渦旋結構參數 α 的實驗中，以最小方差法求得無因

次參數間的幕次律。 V_d^* 為無因次渦旋移行速度， $\Delta E^*/\tau$ 為無因次渦旋頻

散能量， B^* 為羅士比數。其中 $a_{1\sim 3}$ 及 $c_{1\sim 3}$ ，分別由實驗中求得。 $a_4 = a_2/a_1$ ，

$$c_4 = c_2 \times c_1^{-a_4}。$$

$$V_d^* = c_1 B^{*a_1} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_2 B^{*a_2} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_3 V_d^{*a_3} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_4 V_d^{*a_4}$$

α	c_1	a_1	c_2	a_2	c_3	a_3	c_4	a_4
1.0	0.40	0.72	0.07	-1.20	0.25	-1.66	0.26	-1.66
0.8	0.39	0.77	0.32	-1.35	0.39	-1.75	0.39	-1.76
0.6	0.37	0.83	0.44	-1.37	0.47	-1.63	0.50	-1.65
0.5	0.32	0.87	14.2	-1.71	1.58	-1.93	1.60	-1.94
all	0.37	0.80	3.14	-1.41	0.53	-1.75	0.55	-1.76

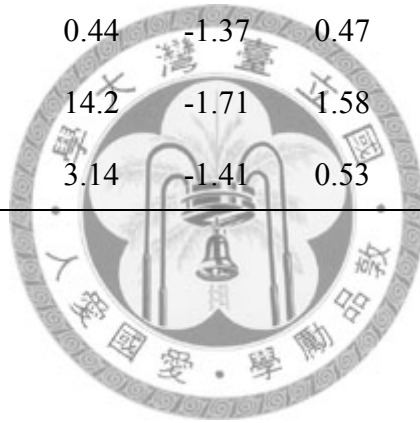


表 4-1：DC 渦旋結構參數 $b=1$ 時，改變水平風切 S 的實驗中，以最小方差法求得

無因次參數間的幕次律。 V_d^* 為無因次渦旋移行速度， $\Delta E^*/\tau$ 為無因次渦旋頻散能量， B^* 為羅士比數。其中 $a_{1\sim 3}$ 及 $c_{1\sim 3}$ ，分別由實驗中求得。

$$a_4 = a_2/a_1, \quad c_4 = c_2 \times c_1^{-a_4}。$$

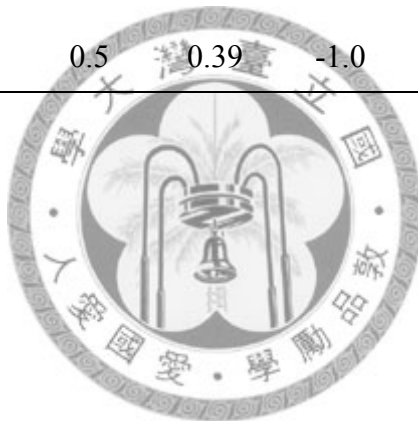
$$V_d^* = c_1 B^{*a_1} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_2 B^{*a_2} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_3 V_d^{*a_3} \quad \Delta E^*/\tau^* = c_4 V_d^{*a_4}$$

$S \times 100$	c_1	a_1	c_2	a_2	c_3	a_3	c_4	a_4
4	0.63	0.73	0.74	-0.96	0.37	-1.31	0.40	-1.32
2	1.30	0.56	0.41	-0.94	0.31	-1.49	0.63	-1.68
1	1.71	0.45	0.34	-0.97	0.65	-2.00	1.07	-2.15
0	1.82	0.40	0.36	-1.04	1.67	-2.60	1.73	-2.61
-1	3.59	0.24	0.22	-1.00	31.4	-4.04	46.4	-4.18
-2	6.10	0.25	0.25	-1.12	18195	-6.00	39828	-7.00
all	1.95	0.42	0.35	-0.97	1.39	-2.28	1.58	-2.32

表 4-2：同表 4-1，但為無因次參數間理想的冪次律。

$$V_d^* = c_1' B^{*a_1'} \quad \Delta E^* / \tau^* = c_2' B^{*a_2'} \quad \Delta E^* / \tau^* = c_3' V_d^{*a_3'}$$

$S \times 100$	c_1'	a_1'	c_2'	a_2'	c_3'	a_3'
4	2.40	0.5	0.93	-1.0	5.39	-2.0
2	1.85	0.5	0.58	-1.0	1.97	-2.0
1	1.27	0.5	0.40	-1.0	0.65	-2.0
0	1.00	0.5	0.28	-1.0	0.28	-2.0
-1	0.76	0.5	0.23	-1.0	0.13	-2.0
-2	0.76	0.5	0.24	-1.0	0.14	-2.0
all	1.22	0.5	0.39	-1.0	0.58	-2.0



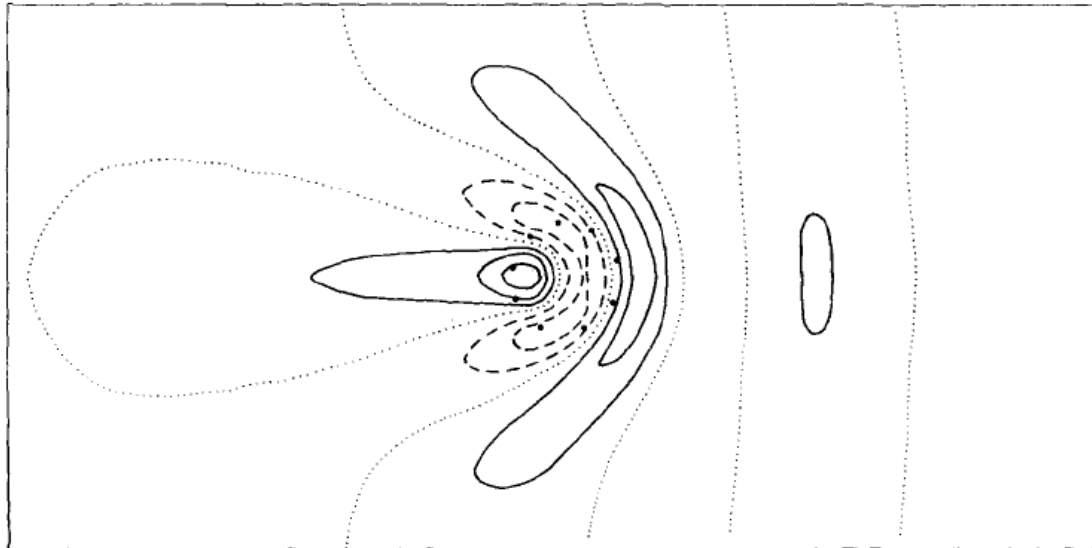


圖 1-1：羅士比波能量頻散波列圖。交互的氣旋式-反氣旋式-氣旋式渦度擾動的波列。上圖為渦旋處在正壓線性 β 平面模擬四天的結果。黑點連線為初始渦旋的位置。實線為正渦度值，虛線為負渦度值，等值線間距為 1/10 的初始渦度最大值。(摘自 Hoskins, 1977)

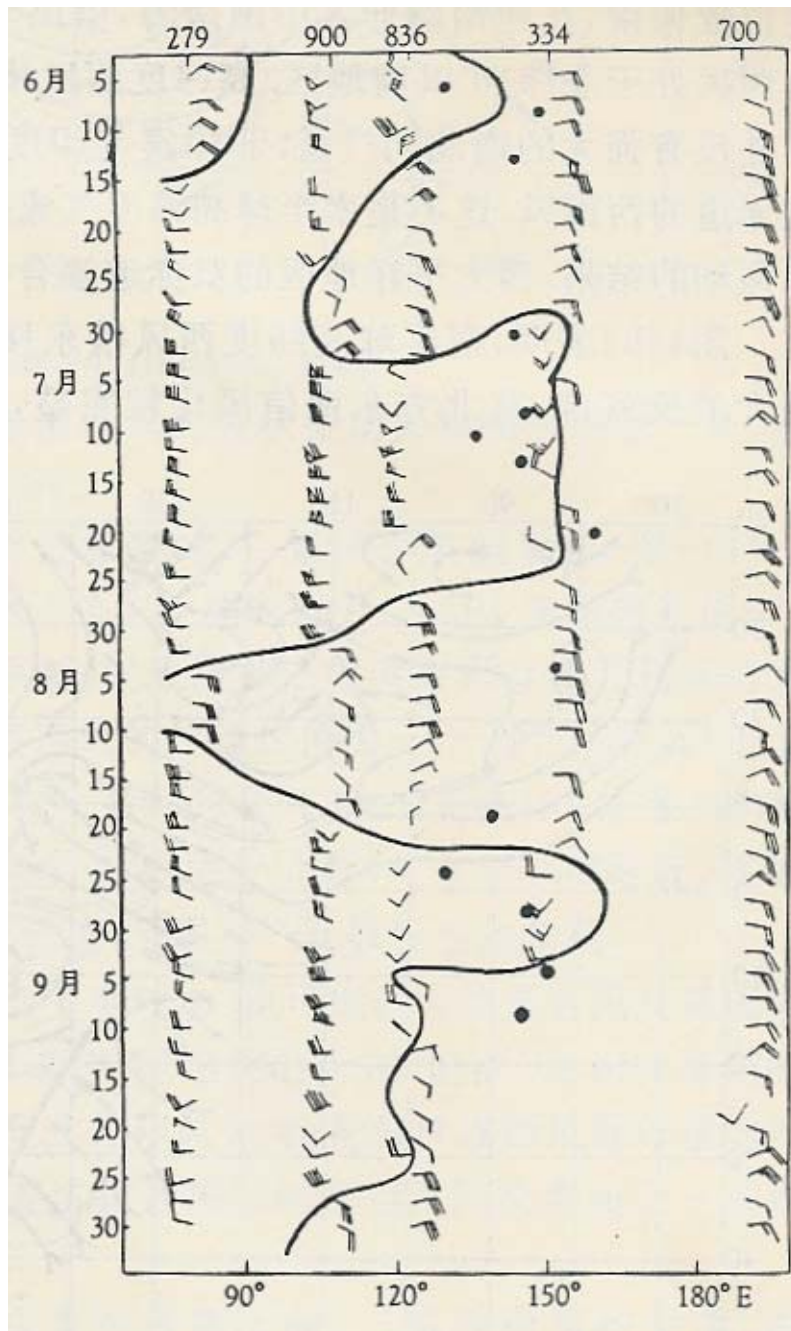


圖 1-2:1958 年 6~9 月印度南端到太平洋赤道附近 700 hPa 東西分界與颱風發生的關係。黑實線為東西風分界，黑色點為颱風發生的經度及時間。(摘自謝等, 1963)

(a)

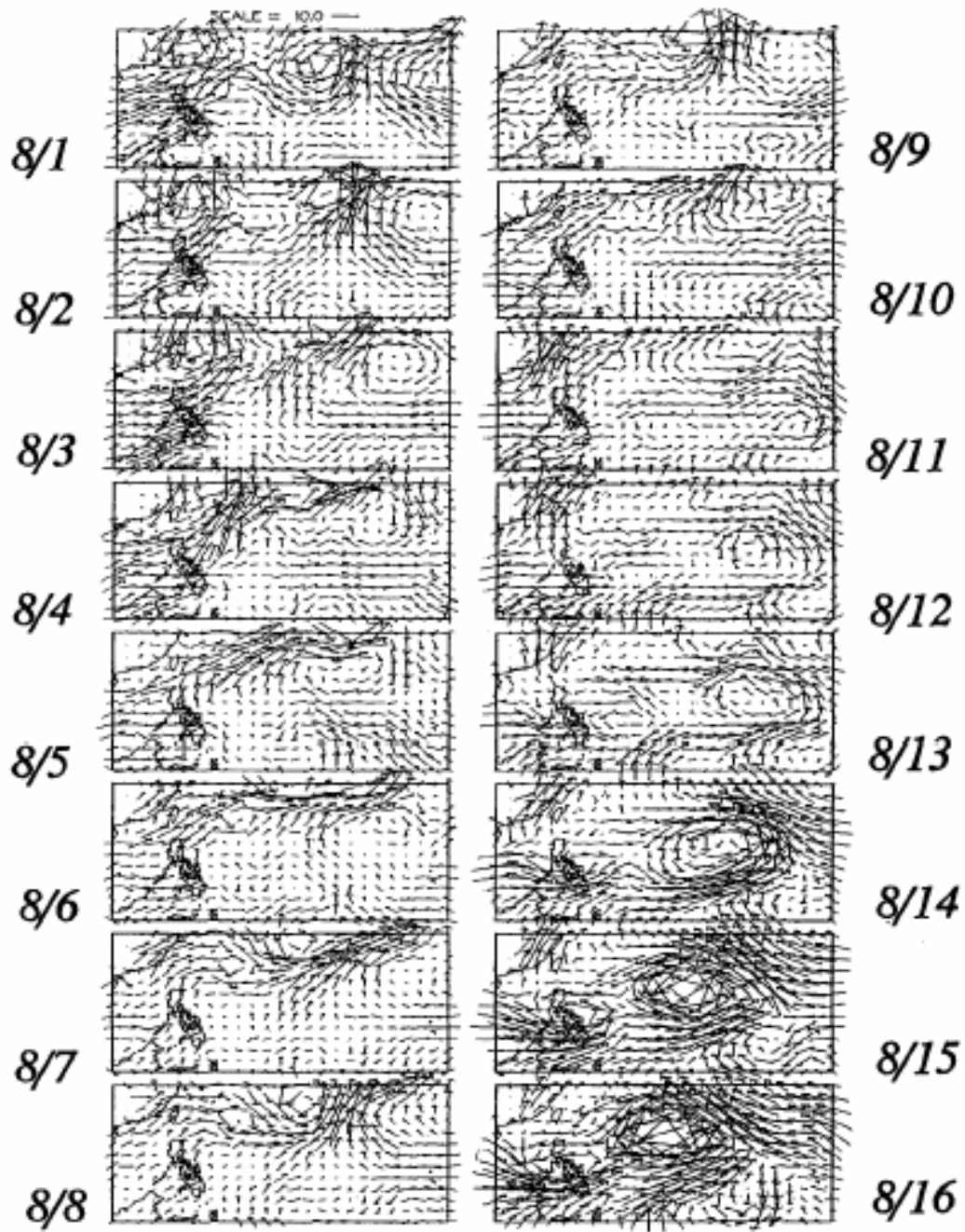


圖 1-3:(a)1990年8月1日~8月16日西北太平洋風場的時間序列。(摘自 Chang et al., 1996)

(b)

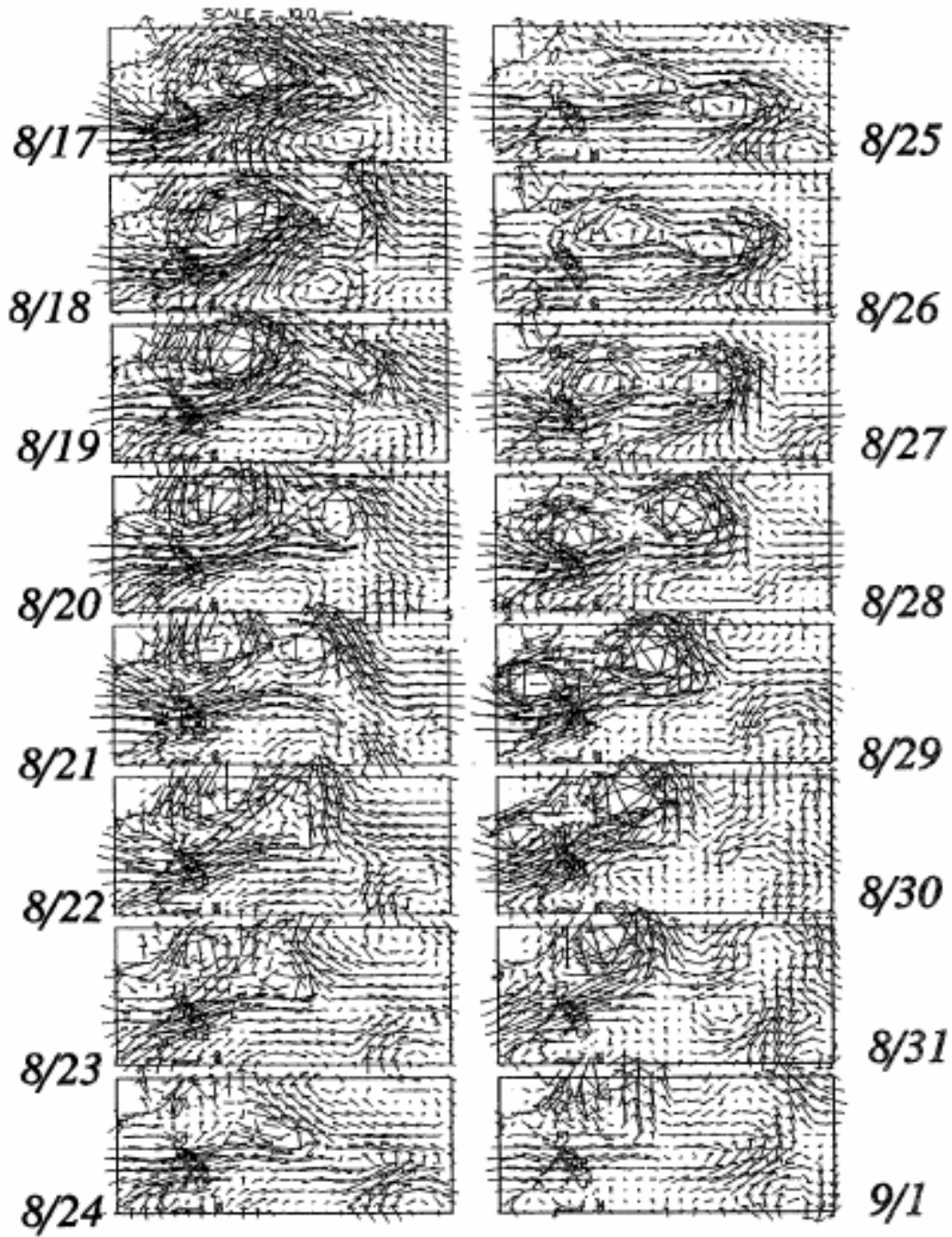


圖 1-3(續):(b)1990年8月17日~9月1日西北太平洋風場的時間序列。(摘自 Chang et al., 1996)

(c)

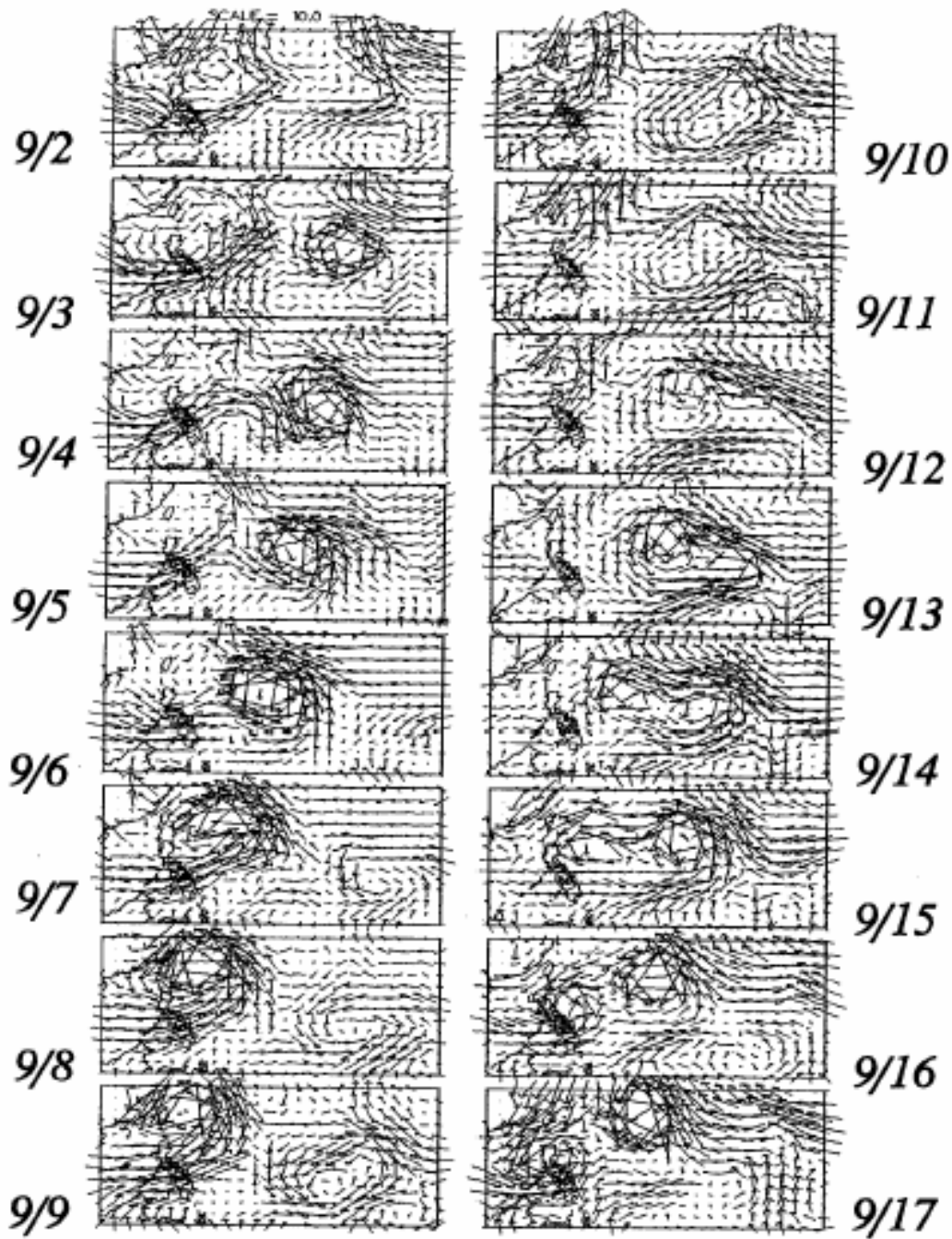


圖 1-3(續):(c)1990年9月2日~9月17日西北太平洋風場的時間序列。(摘自 Chang et al., 1996)

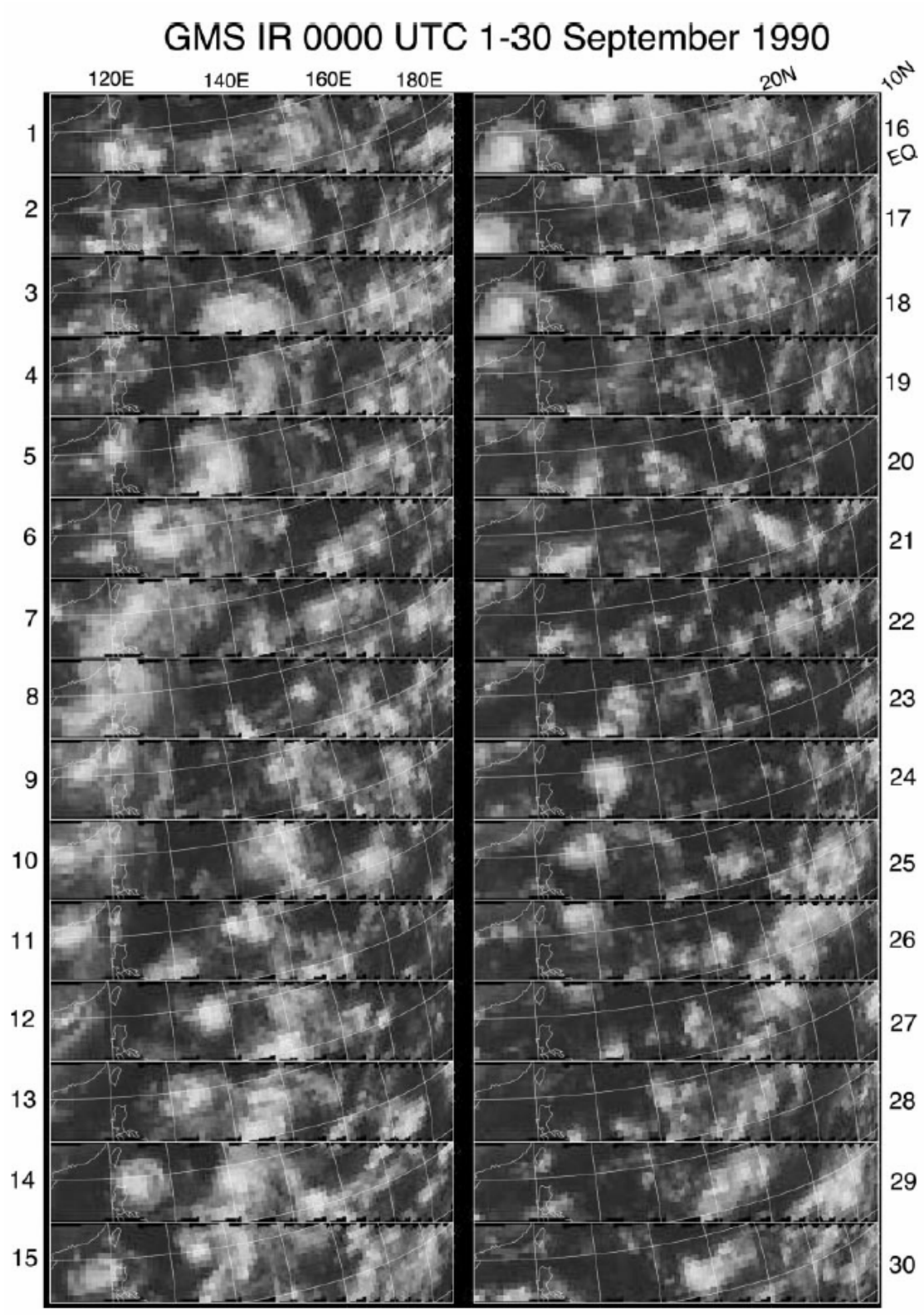
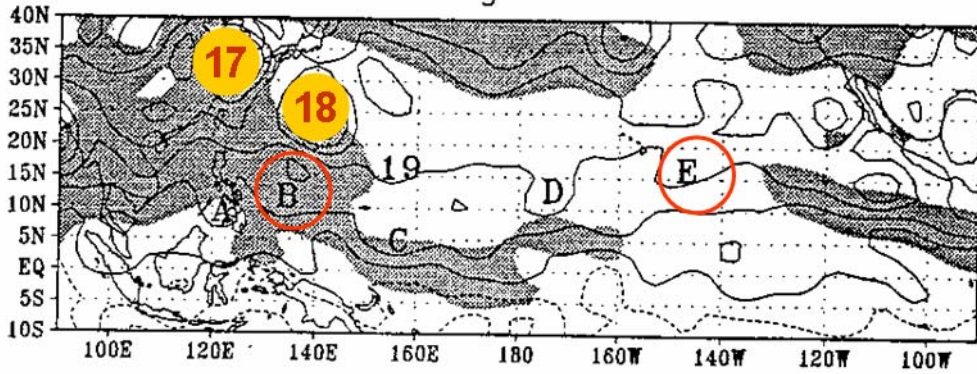
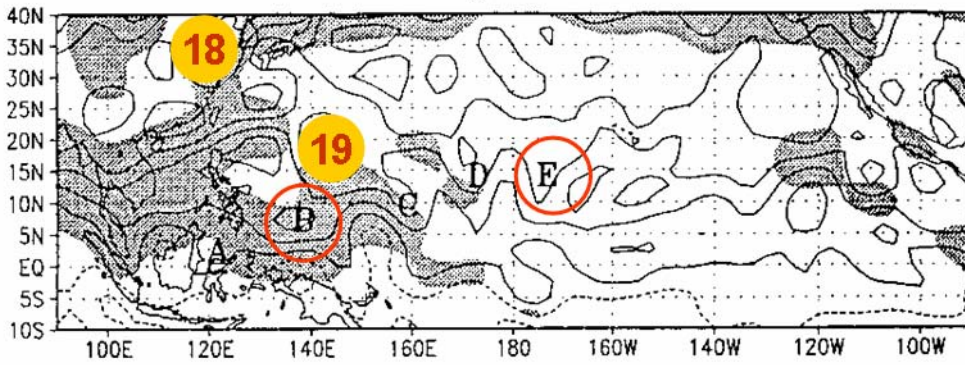


圖 1-4: 1990 年 9 月 1 日到 9 月 30 日 0°N~20°N、100°E~180°E 之紅外線衛星雲圖，
 截取圖形皆逆鐘向旋轉 30°，因此雲簇向圖左側移動代表向西北行進。(摘
 自 Kuo et al., 2001)

10 August 1994



15 August 1994



20 August 1994

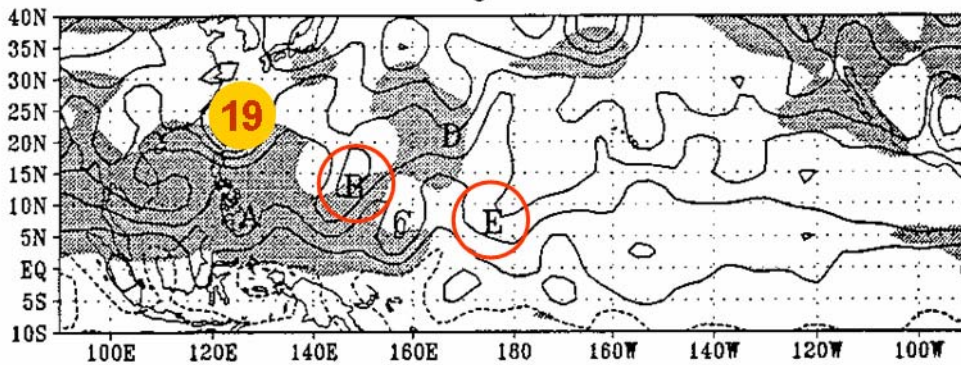


圖 1-5：1994 年 8 月 10 日、8 月 15 日及 8 月 20 日 00Z 850 hPa 絕對渦度與風場時間序列。實線表示絕對渦度正值、虛線表示負值，等值線間距為 $2 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ ，陰影表示有西風分量。數字 17、18 及 19 為颱風位置。字母 A 到 E 為波動槽位置。(摘自 Sobel and Bretherton, 1999)

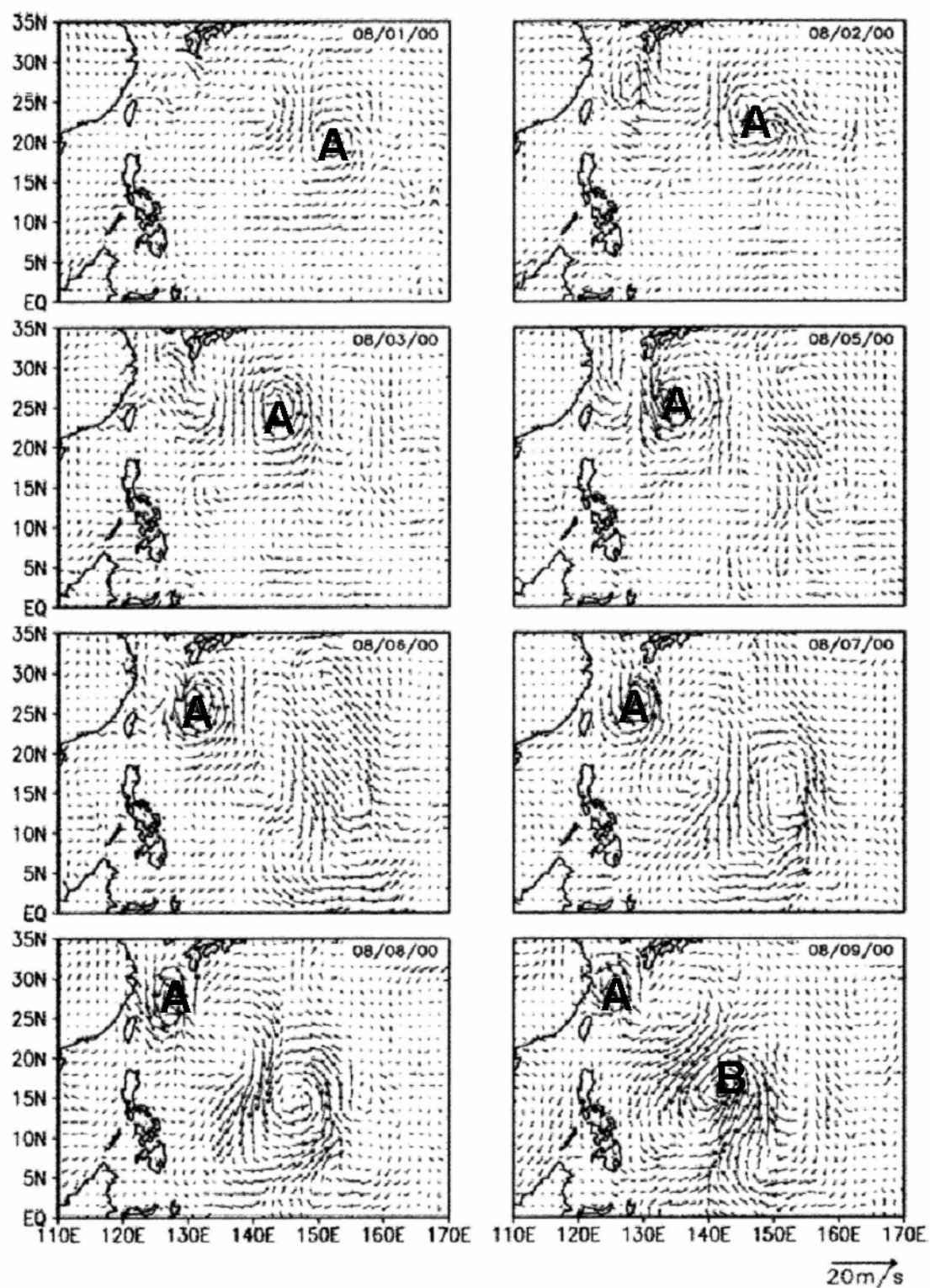


圖 1-6：2000 年 8 月 1 日到 8 月 9 日的 QuikSCAT 表面風場。時間序列由左至右，由上到下。字母 A 代表杰拉華颱風的中心位置，字母 B 代表艾維尼颱風的中心位置。(摘自 Li et al., 2006)

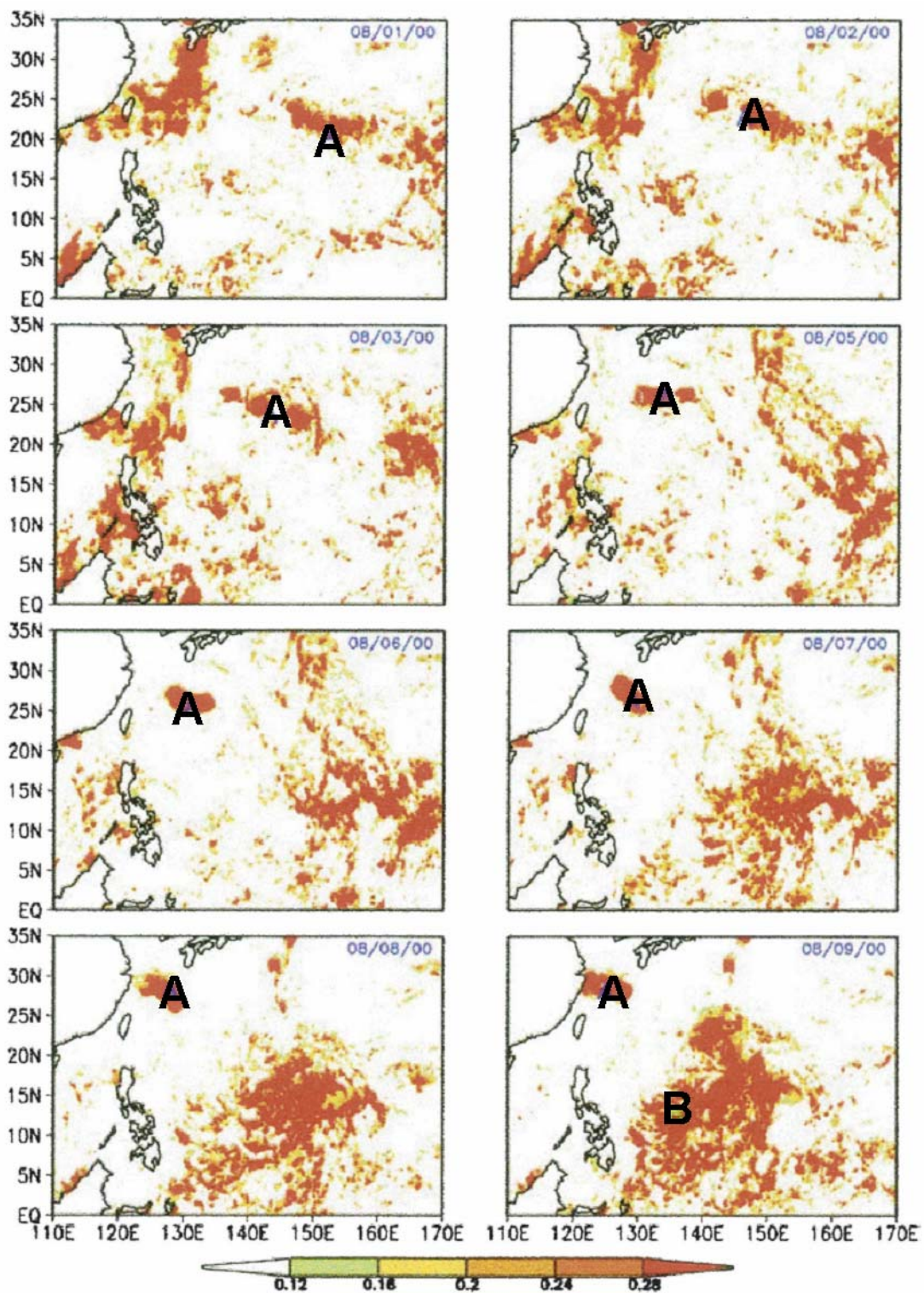


圖 1-7：2000 年 8 月 1 日到 8 月 9 日的雲液態水場。時間序列由左至右，由上到下。字母 A 代表杰拉華颱風的中心位置，字母 B 代表艾維尼颱風的中心位置。(摘自 Li et al., 2006)

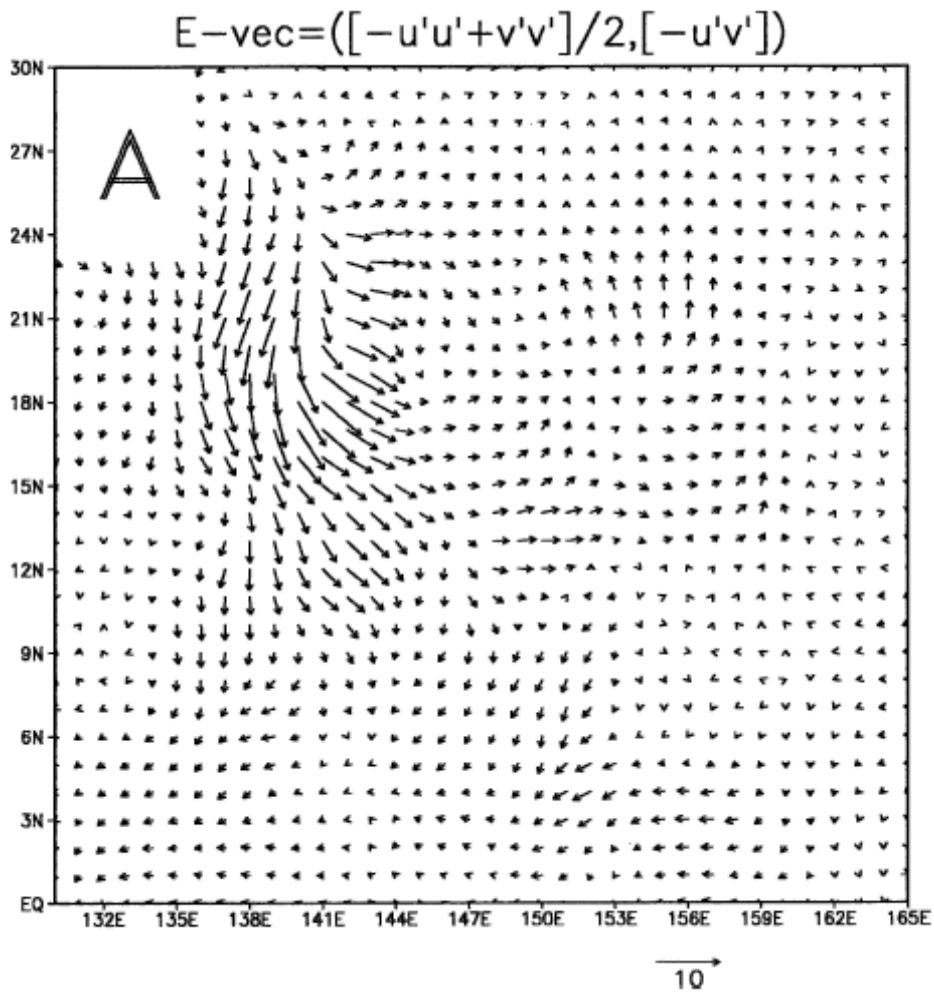


圖 1-8: E vector 的水平分佈圖。 $E = ([-u'u' + v'v']/2, [-u'v'])$ ，其中 $[\]$ 代表時間平均， u' 及 v' 為 QuikSCAT 綜觀尺度的擾動風場。他們以 2000 年 8 月 5 日為中心、週期 15 天來計算 E vector。字母 A 為 2000 年 8 月 5 日杰拉華颱風的位置(摘自 Li et al., 2006)

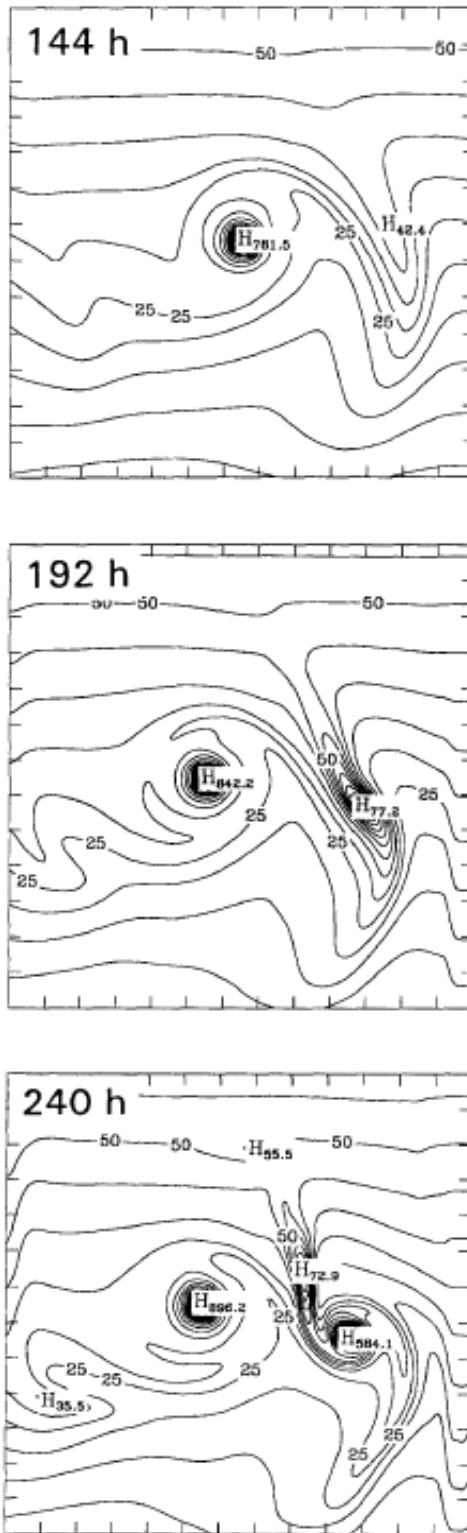


圖 1-9：在多層斜壓模式無背景場下植入理想颱風，模擬 240 小時的位渦分佈圖。

(摘自 Holland, 1995)

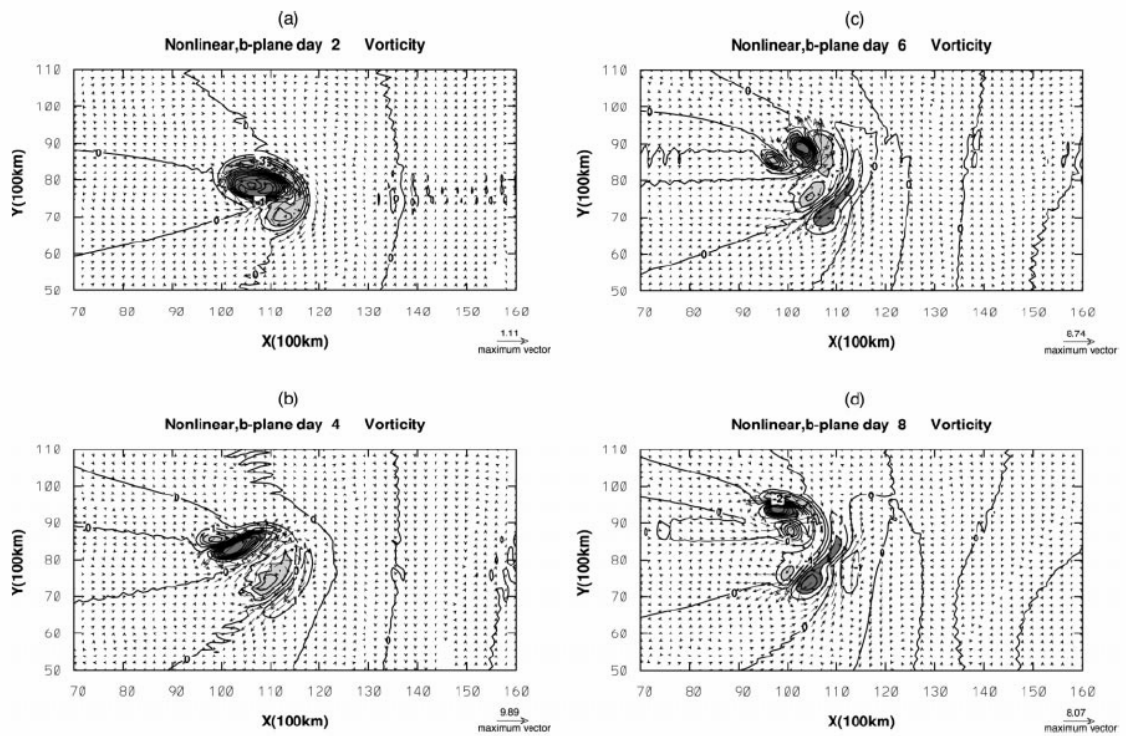


圖 1-10：理想似季風環流背景場下，非線性模式植入季風低壓模擬(a)第 2 天(b)第 4 天(c)第 6 天(d)第 8 天之渦度場。(摘自 Kuo et al., 2001)

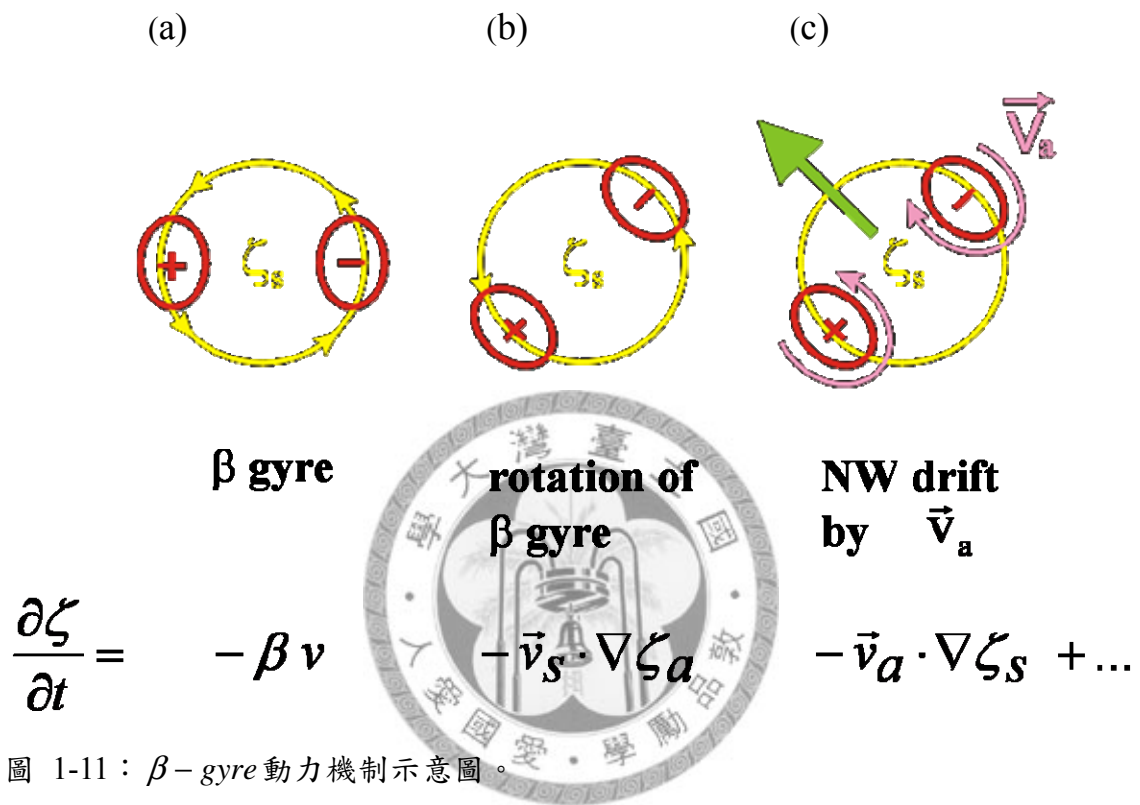


圖 1-11： β -gyre 動力機制示意圖。

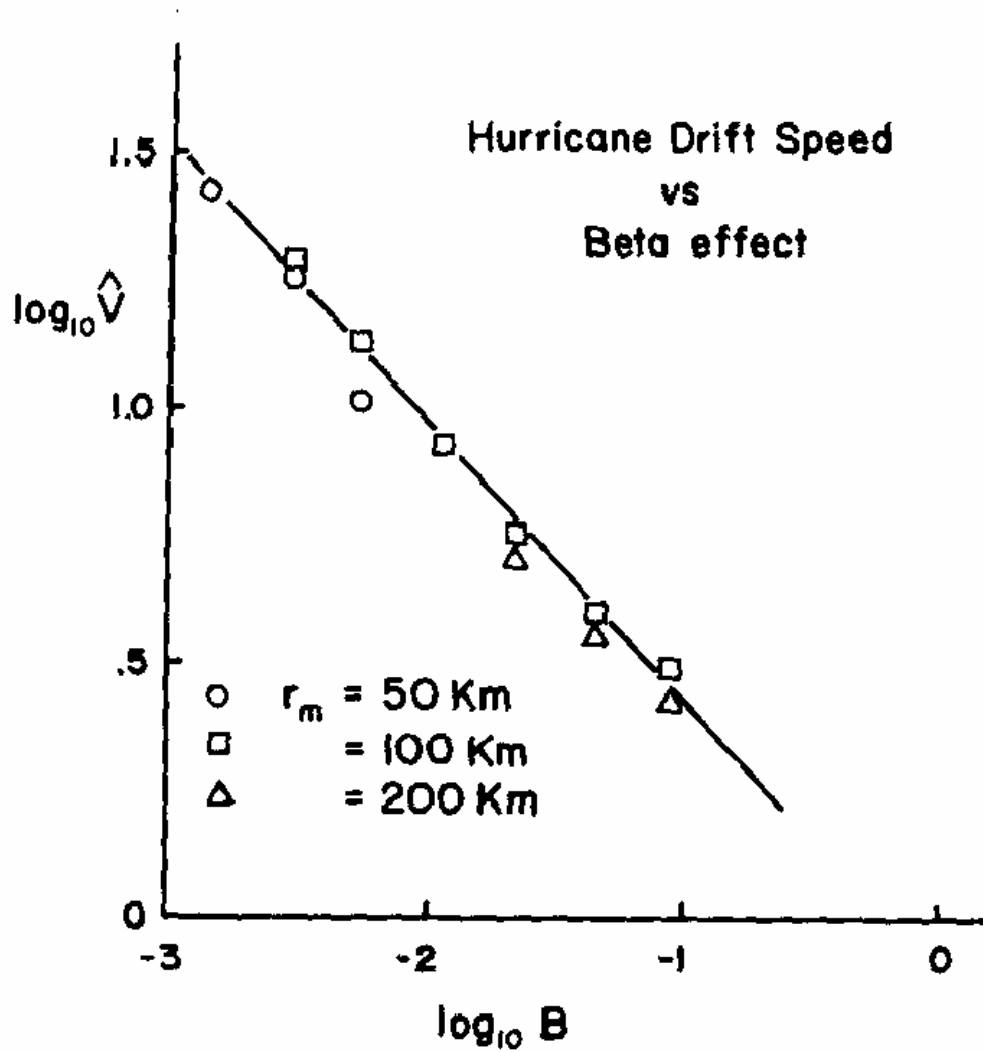


圖 1-12：無因次移行速度 \hat{V} 對無因次 β 參數 B 。黑實線為 $\hat{V} = 0.72B^{-0.54}$ 。(摘自

Smith, 1993)

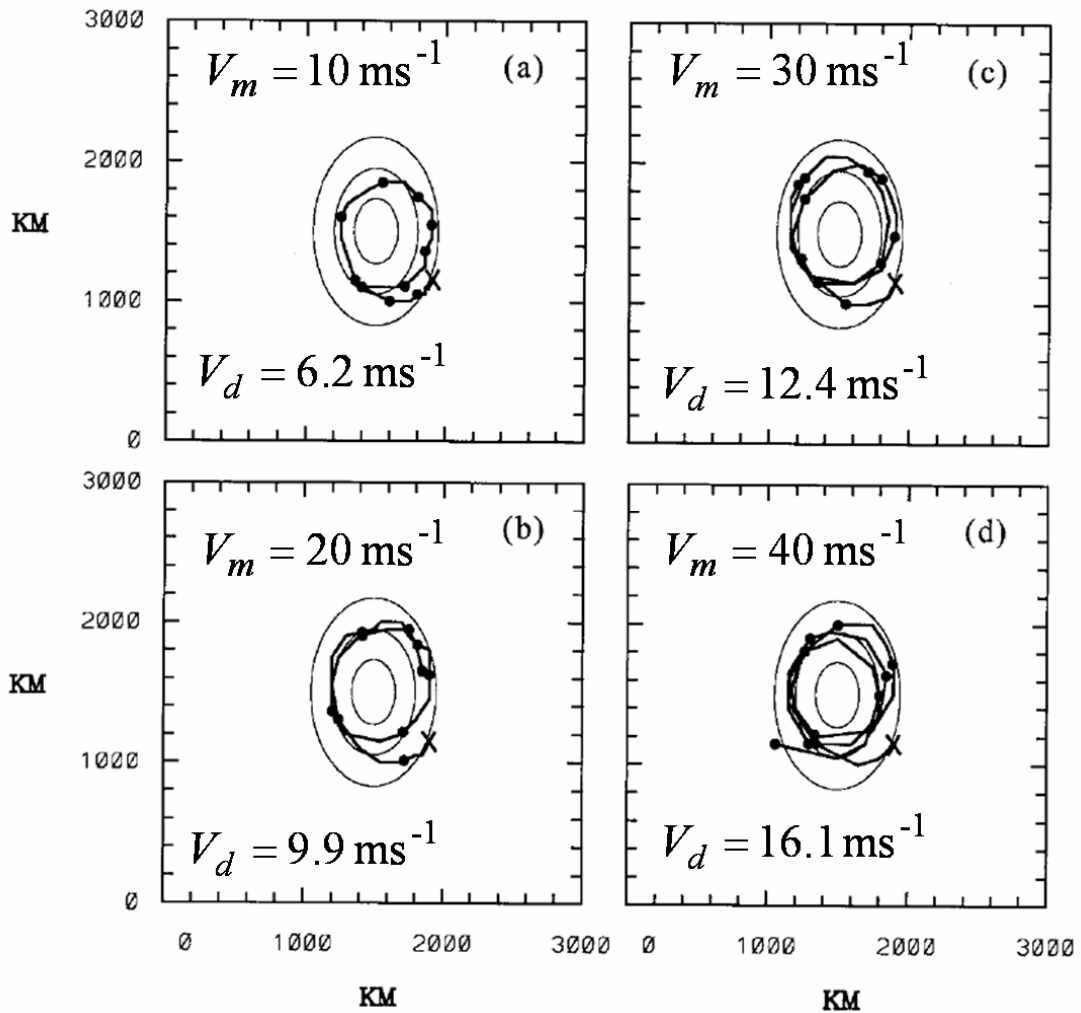


圖 1-13： f 平面上不同渦旋強度 V_m 對路徑敏感度測試。地形參數 $a_0 = 400$ km， $b_0 = 600$ km， $h_m = 3500$ m。渦旋大小 $r_m = 100$ km。 $V_m = 10, 20, 30$, 和 40 ms^{-1} 分別對應(a)、(b)、(c)和(d)。黑點代表渦旋中心位置(位渦最大值)又又為渦旋初始位置。地形等值線從 1000 km 開始每次增加 1000 km。相鄰兩黑點時間間隔為 12 h，積分至 120 小時。(摘自 Kuo et al., 2001)

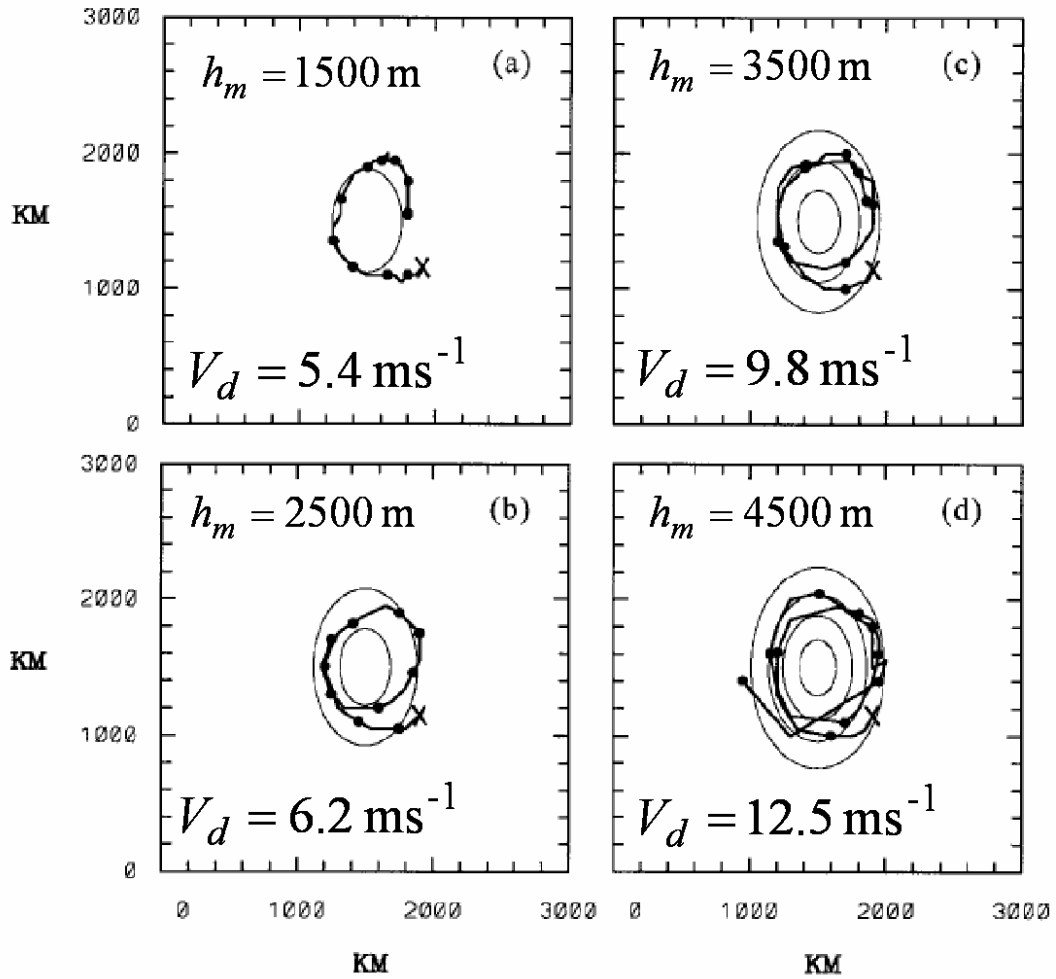


圖 1-14：與圖 1-13 類似， f 平面上不同 h_m 對路徑敏感度測試。地形參數

$a_0 = 400\text{ km}$ ， $b_0 = 600\text{ km}$ 。渦旋大小 $r_m = 100\text{ km}$ 。 $V_m = 20\text{ ms}^{-1}$ 。

$h_m = 1500, 2500, 3500$ 和 4500 m 分別對應(a)、(b)、(c)和(d)。(摘自 Kuo et al., 2001)

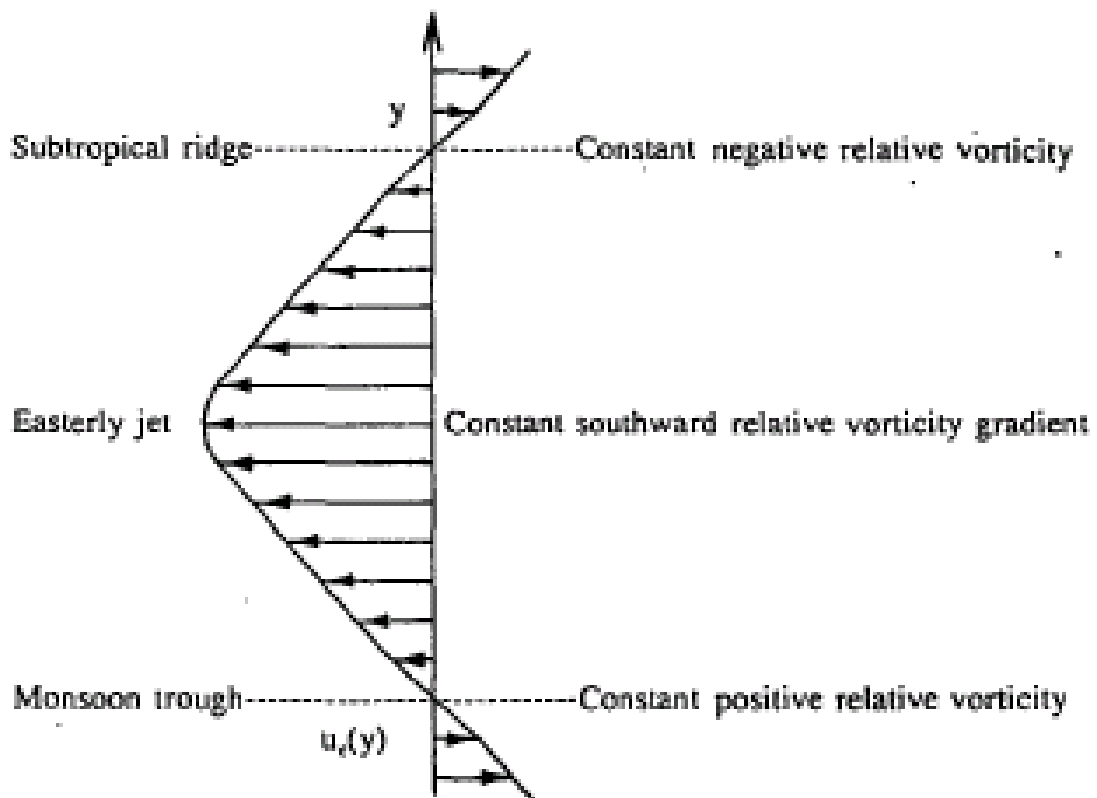


圖 1-15：典型夏季的綜觀環境場配置，存在有副熱帶高壓脊，其南方有季風槽，接近兩者處的緯向風變化大致上隨緯度成線性。在此兩者中間存在有東風噴流，此處的緯向風變化大致上隨緯度成拋物線。(摘自 Wang and Li, 1995)

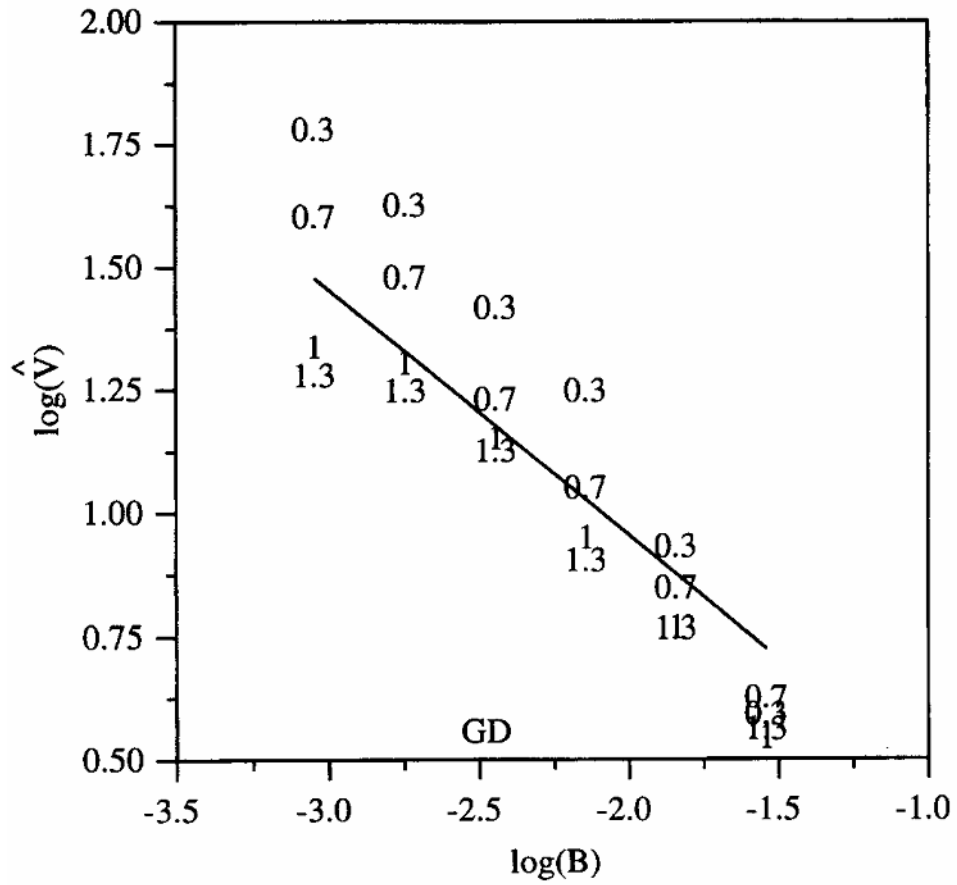


圖 1-16：無因次移行速度 \hat{V} 對無因次 β 參數 B 的關係圖。數字為 DC 渦旋結構參

數 b 。實線為 $\hat{V} = 0.9B^{-0.5}$ 。(摘自 Smith et al., 1997)

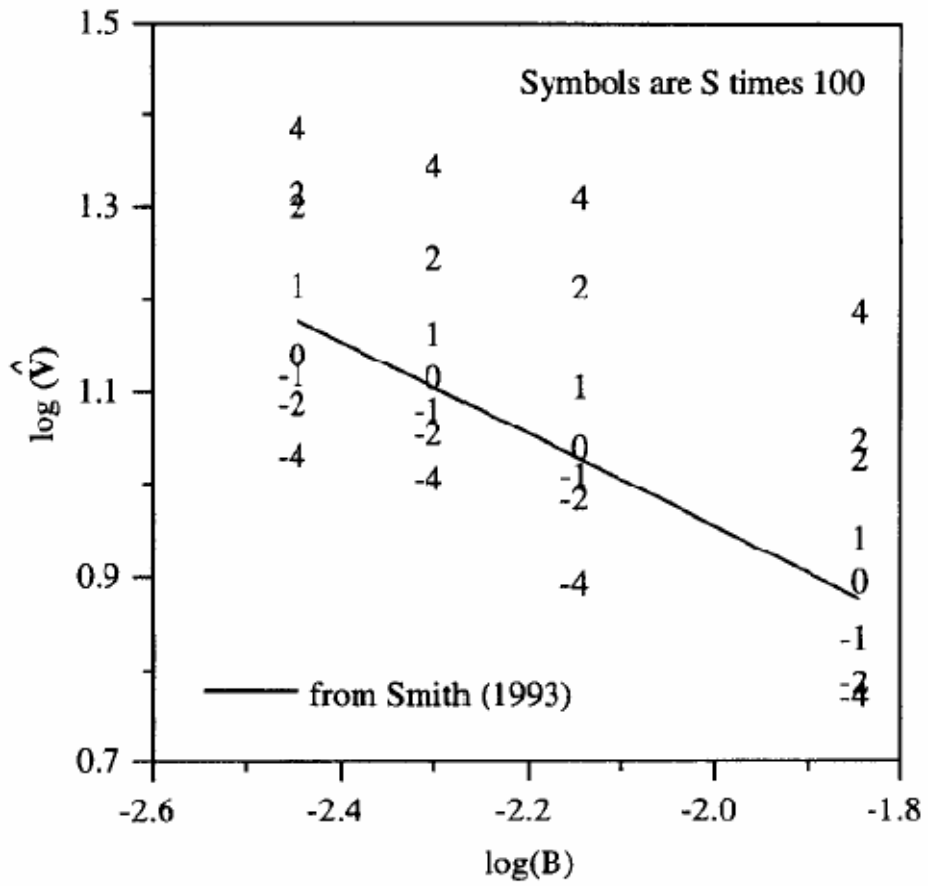


圖 1-17：無因次移行速度 \hat{V} 對無因次 β 參數 B 的關係圖。數字為無因次水平風切

值 S 。實線為 $\hat{V} = 0.9B^{-0.5}$ 。(摘自 Smith et al., 1997)

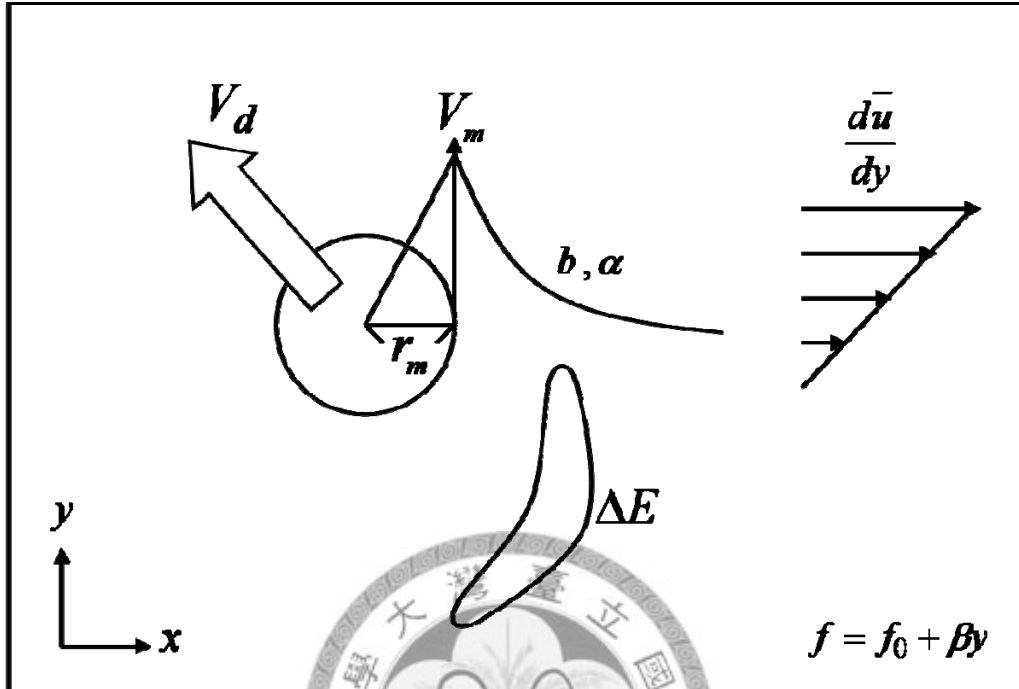


圖 2-1：實驗示意圖。 V_m 為渦旋最大風速。 r_m 為渦旋最大風速半徑。 V_d 為渦旋向西北移行速度。 ΔE 為渦旋的能量頻散。 b 跟 α 為 DC 渦旋與 α 渦旋結構參數，代表最大風速半徑外的風速遞減率。 $d\bar{u}/dy$ 為背景風切。 β 為行星渦度梯度， $f = f_0 + \beta y$ 為科氏參數。

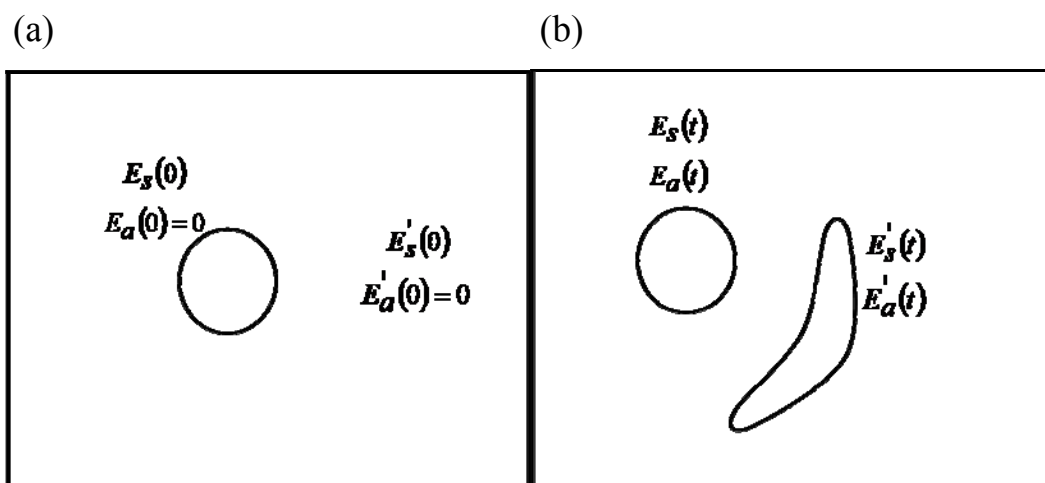


圖 2-2：(a)在模式中植入一初始渦旋， $E_s(0)$ 與 $E_a(0)$ 為初始渦旋最大風速半徑內軸對稱與非軸對稱的能量， $E'_s(0)$ 與 $E'_a(0)$ 為渦旋最大風速半徑外軸對稱與非軸對稱的能量，模式範圍內總能量 $E_{tot}(0) = E_s(0) + E_a(0) + E'_s(0) + E'_a(0)$ 。(b)與(a)相同，但為經過 t 時間的能量。



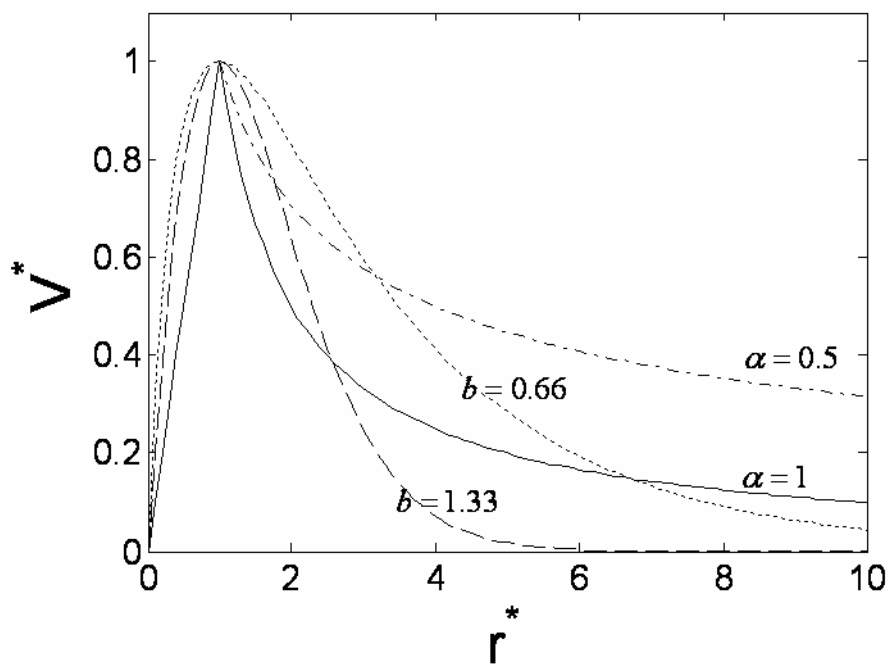


圖 2-3：無因次風速對無因次半徑之剖面圖。 b 與 α 分別為控制 DC 渦旋與 α 渦旋最大風速半徑外風速遞減率的參數。虛線為 $b=1.33$ ；點線為 $b=0.66$ ，實線為 $\alpha=1$ ；點虛線為 $\alpha=0.5$ 。

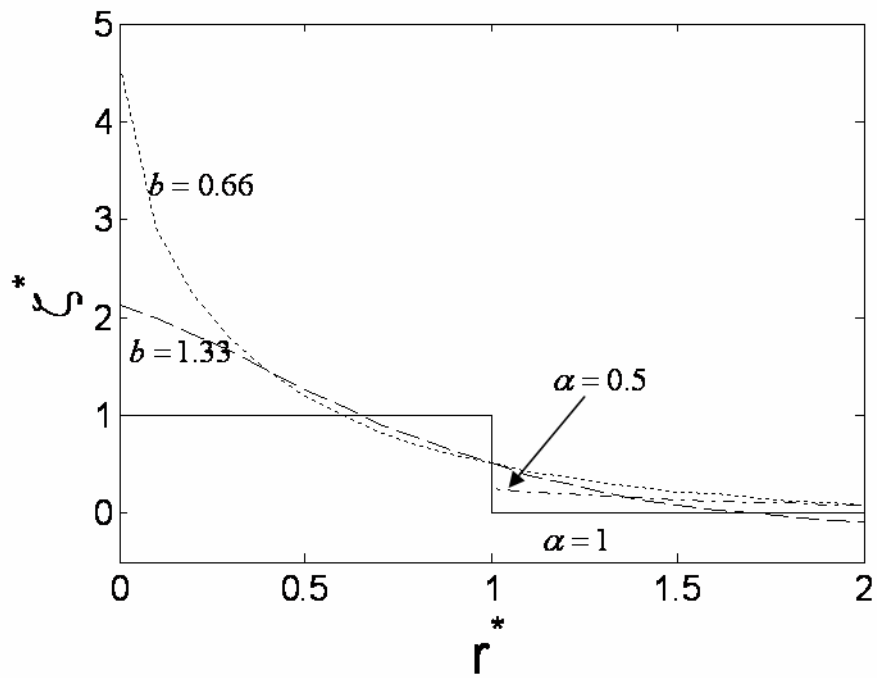


圖 2-4：無因次渦度對無因次半徑之剖面圖。 b 與 α 分別為控制 DC 渦旋與 α 渦旋渦度遞減率的參數。虛線為 $b=1.33$ ；點線為 $b=0.66$ ，實線為 $\alpha=1$ ；點虛線為 $\alpha=0.5$ 。

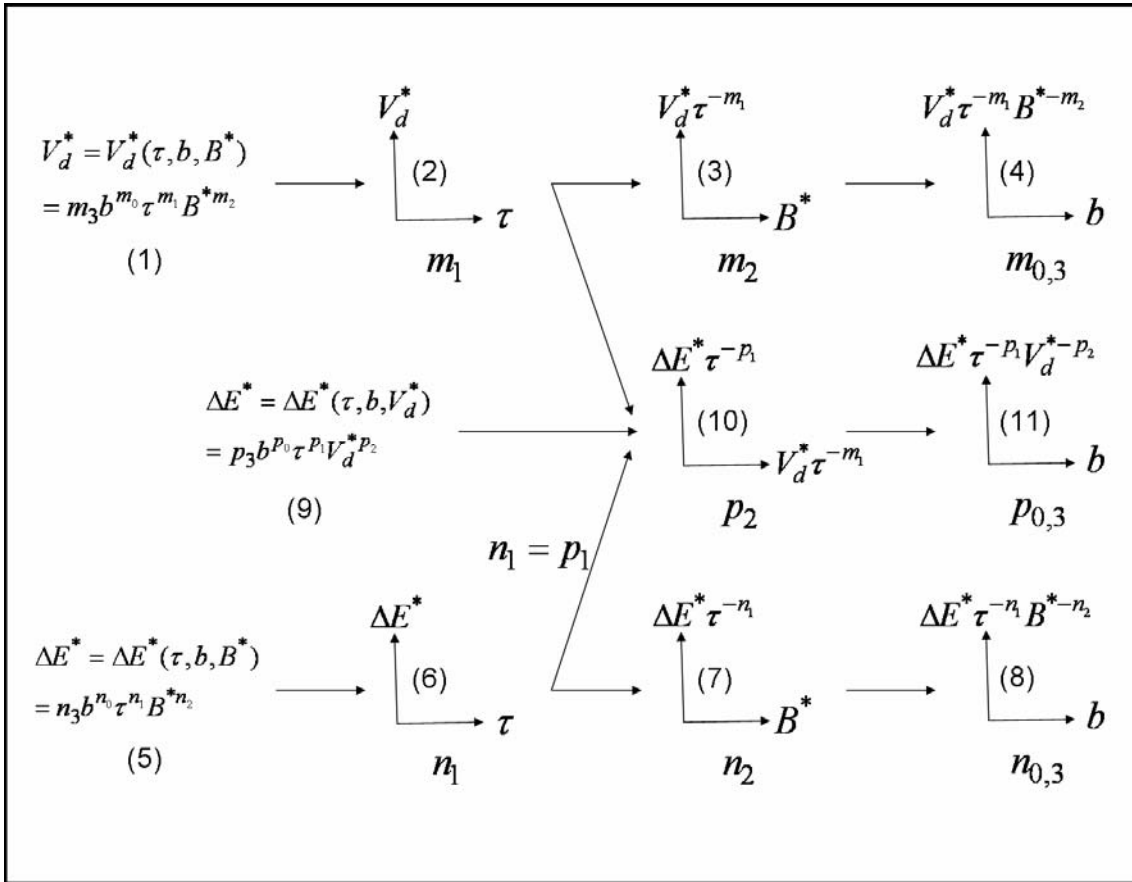


圖 2-5：冪次律計算流程圖。從步驟 1 到步驟 11，分別對不同的變數作圖，並以最小方差法求出變數間冪次律的冪次 $m_{0\sim 3}$ 、 $n_{0\sim 3}$ 和 $p_{0\sim 3}$ 。

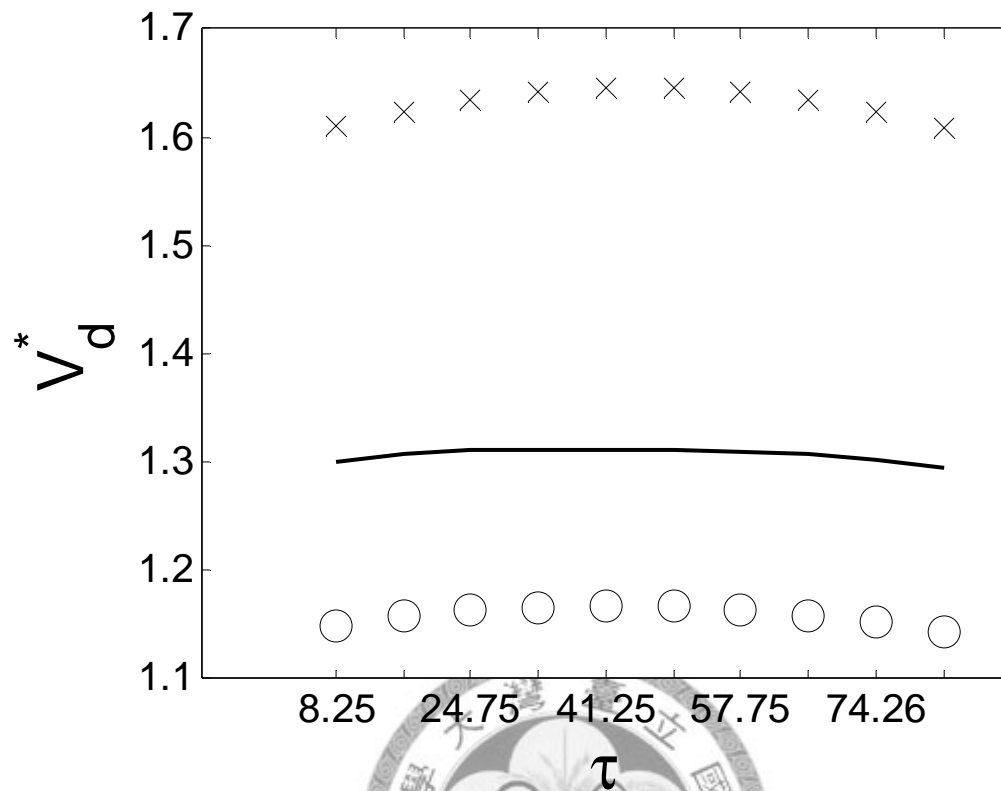


圖 3-1：無因次移行速度 V_d^* 隨無因次時間 τ 的變化圖。黑實線為對所有的 b 及 B^* ，以最小方差法計算 $V_d^* \sim \tau^{m_1}$ ， $m_1 = 10^{-4} \sim 0$ 。圈圈及叉叉分別為 $b=1.00$ ， $B^*=186.5$ 與 $b=0.66$ 、 $B^*=1118.9$ 的實驗，是所有實驗中 V_d^* 最慢及最快的個案。

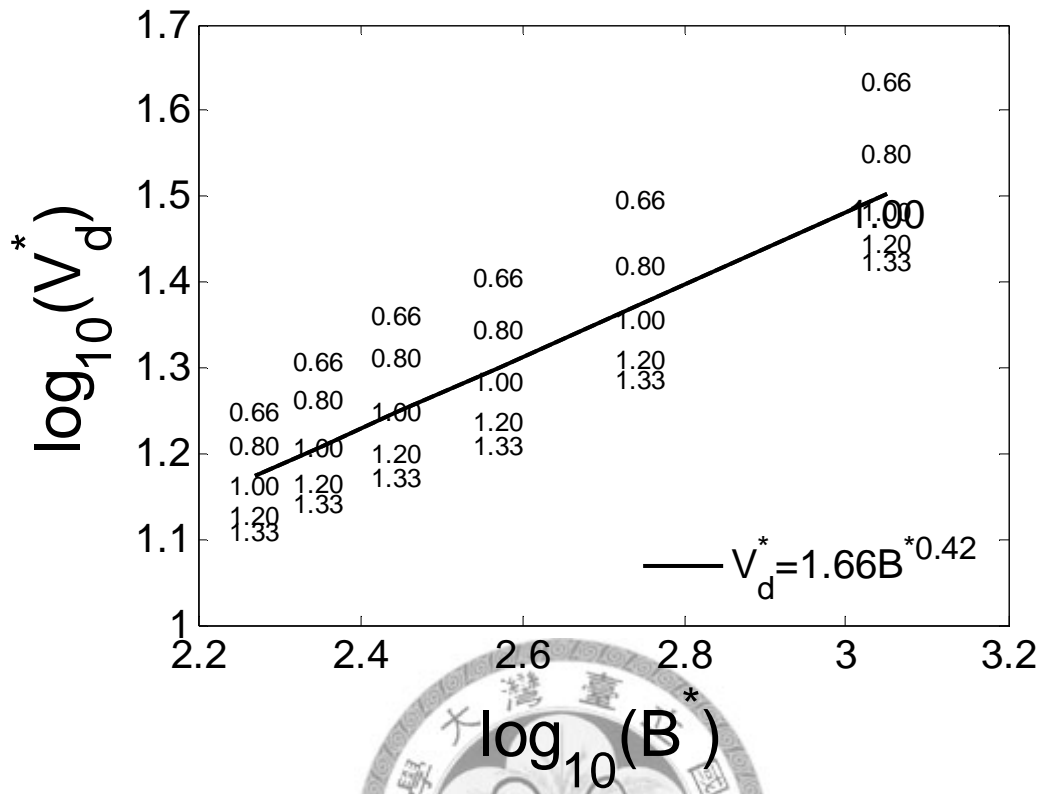


圖 3-2：無因次移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 的變化圖。圖中的數字表示不同的 DC 渦旋結構參數 b 值， b 值從 0.66~1.33。黑實線為忽略 V_d^* 隨 b 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 1.66B^{*0.42}$ 。粗黑數字為一實驗用以檢查冪次律是否一致，實驗參數設定為 $b=1$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 。

(a)

(b)

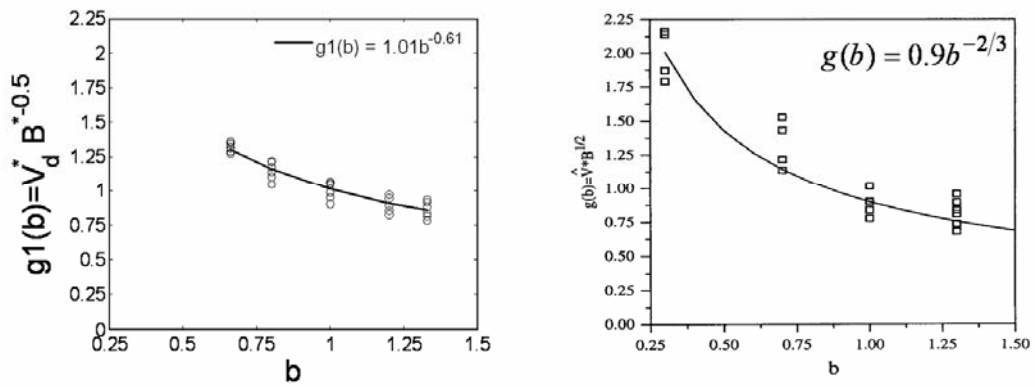


圖 3-4： $g_1(b) = V_d^* B^{*-0.5}$ 隨 DC 渦旋結構參數 b 變化圖。(a)本研究中的結果，實線

為 $g_1(b) = 1.01b^{-0.61}$ 。(b)Smith et al.(1997)的結果。

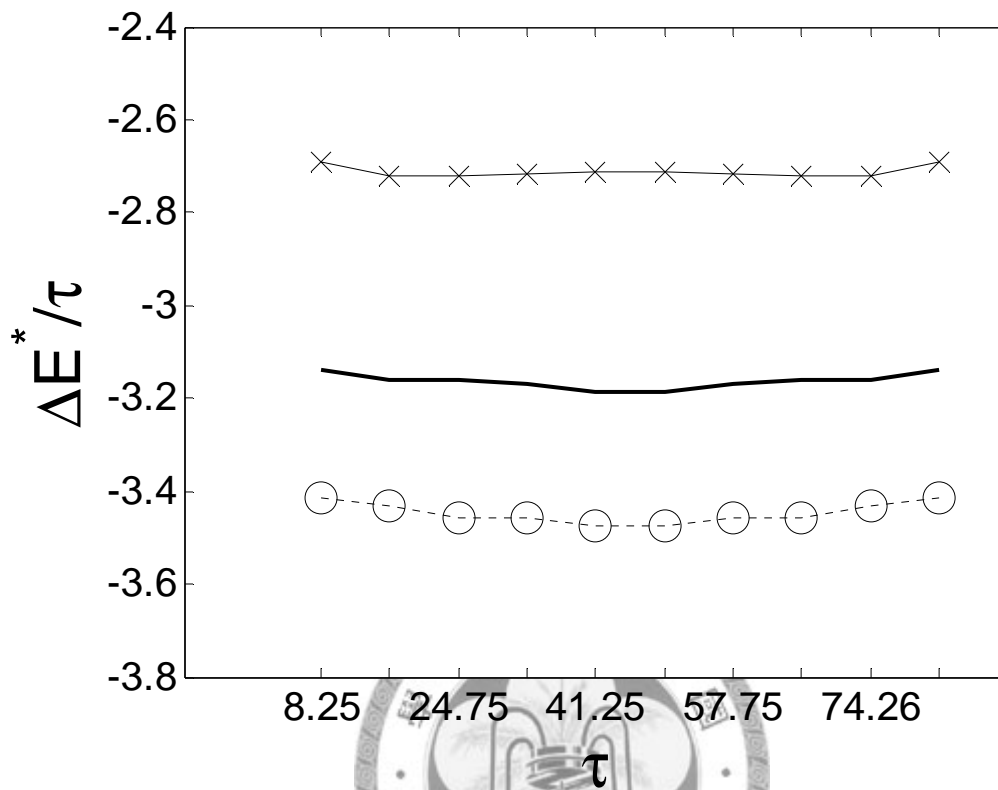


圖 3-5：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨無因次時間 τ 的變化圖。黑實線為對所有的 b 及 B^* ，以最小方差法計算 $\Delta E^*/\tau \sim \tau^{m_1}$ ， $m_1 = 10^{-6} \sim 0$ 。圈圈及叉叉分別為 $b=1.00$ 、 $B^*=1118.9$ 與 $b=0.66$ 、 $B^*=186.5$ 的實驗，是所有實驗中 $\Delta E^*/\tau$ 最小及最大的個案。

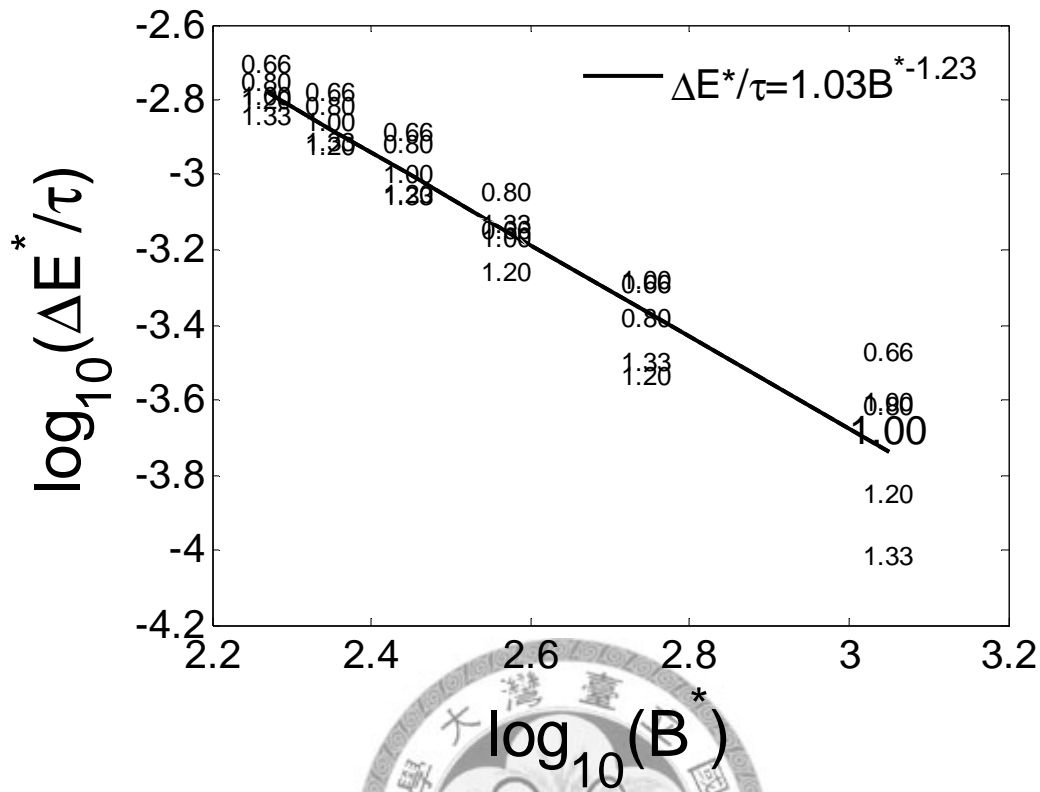


圖 3-6：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 的變化圖。圖中數字表示不同 DC 渦旋結構參數 b 值。 b 值從 0.66~1.33。黑實線為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 隨 b 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 1.03B^{*-1.23}$ 。粗黑數字為一實驗用以檢查幕次律是否一致，實驗參數設定為 $b=1$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 。

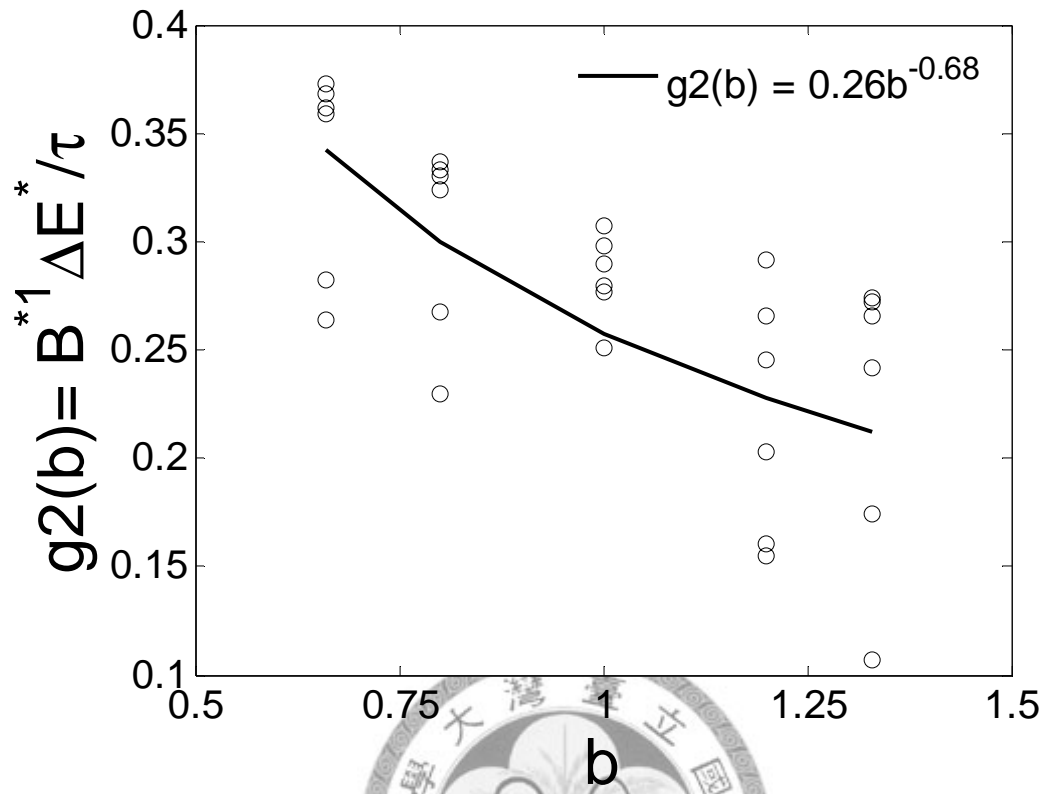


圖 3-7： $g_2(b) = B^{-1} \Delta E^* / \tau$ 隨 DC 渦旋結構參數 b 變化圖。黑實線為 $g_2(b) = 0.26b^{-0.68}$ 。

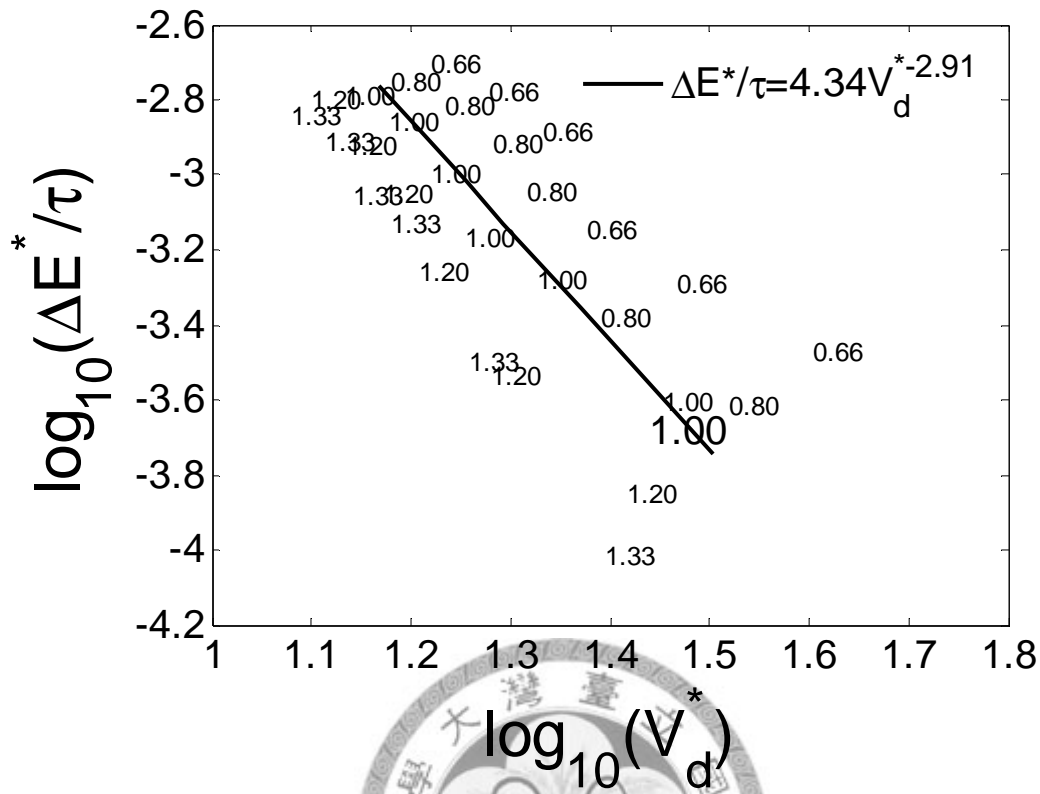


圖 3-8：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨無因次移行速度 V_d^* 的變化圖。圖中數字表示不同 DC 渦旋結構參數 b 值， b 值從 0.66~1.33。黑實線為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 及 V_d^* 隨 b 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式為 $\Delta E^*/\tau = 4.34V_d^{*-2.91}$ 。粗黑數字為一實驗用以檢查冪次律是否一致，實驗參數設定為 $b=1$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 。

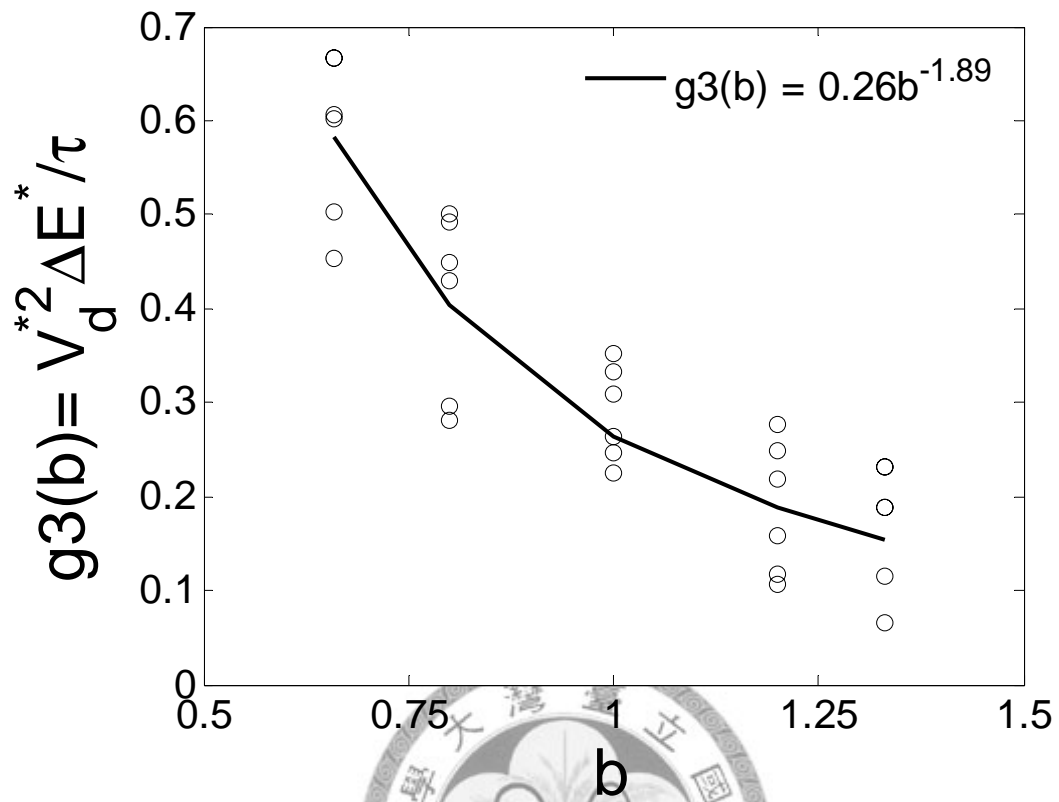


圖 3-9： $g_3(b) = V_d^{*2} \Delta E^* / \tau$ 隨渦旋結構參數 b 變化圖。黑實線為 $g_3(b) = 0.26b^{-1.89}$

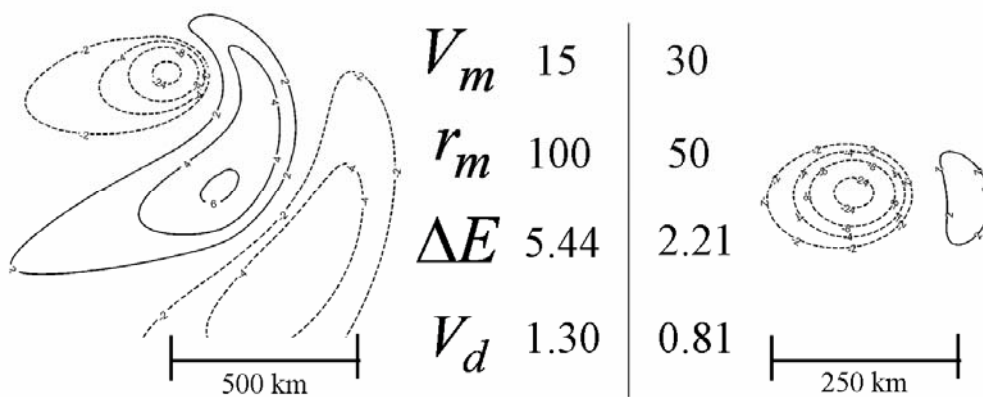


圖 3-10：無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標

示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。兩者行星渦度梯度相同 $\beta=1.07 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ ，

左圖為最大風速半徑 $r_m=100 \text{ km}$ 、最大風速 $V_m=15 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗，能量頻

散 $\Delta E=5.44 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=1.30 \text{ ms}^{-1}$ ，右圖為 $r_m=50 \text{ km}$ 、

$V_m=30 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗， $\Delta E=2.21 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ， $V_d=0.81 \text{ ms}^{-1}$ 。

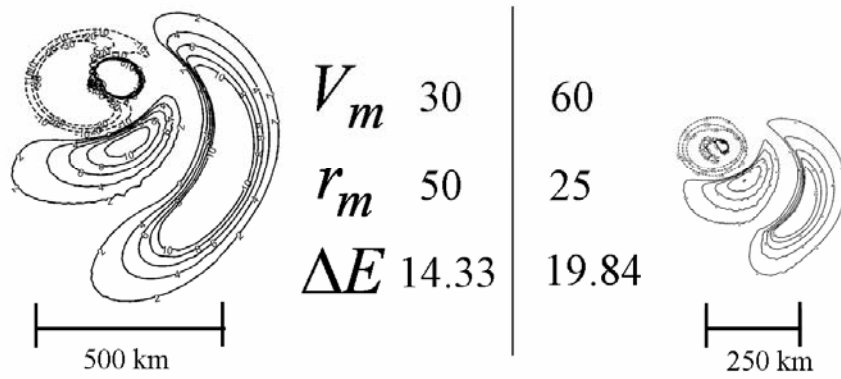


圖 3-11：積分時間三天的 ΔV^2 場，為第三天的 V^2 場與初始 V^2 場的差值。實線為正值，點線為負值。兩者行星渦度梯度相同 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{s}^{-1}$ ，左圖為最大風速半徑 $r_m = 50 \text{ km}$ 、最大風速 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，右圖為 $r_m = 25 \text{ km}$ 、 $V_m = 60 \text{ ms}^{-1}$ 的實驗， $\Delta E = 2.21 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ 。

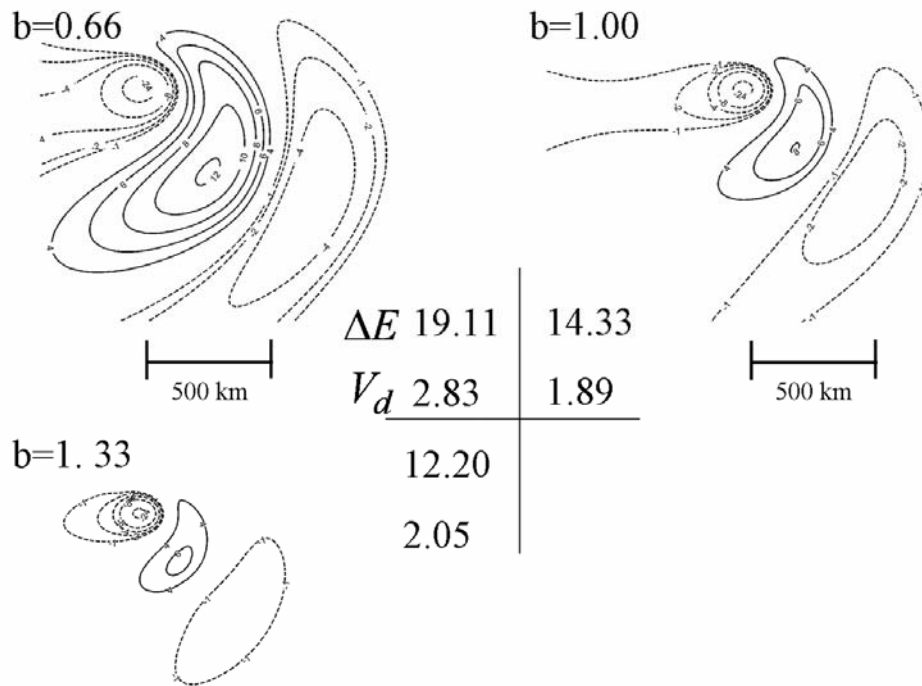


圖 3-12：無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。實驗設定的行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta=6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m=50 \text{ km}$ 及 $V_m=15 \text{ ms}^{-1}$ 。左上圖為 $b=0.66$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=19.11 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=2.83 \text{ ms}^{-1}$ ，右上圖為 $b=1.00$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。左下圖為 $b=1.33$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=12.20 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=2.05 \text{ ms}^{-1}$

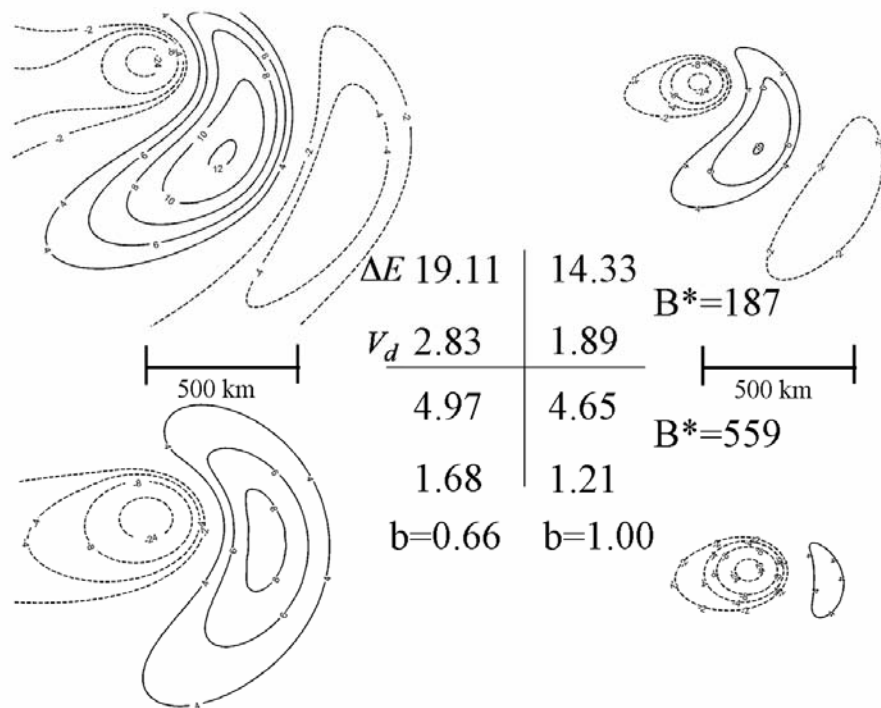


圖 3-13：無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。四組實驗分別左上圖為 $b=0.66$ 、 $B^*=187$ ，左下圖為 $b=0.66$ 、 $B^*=559$ ，右上圖為 $b=1.0$ 、 $B^*=187$ ，右下圖為 $b=1.0$ 、 $B^*=559$ 。四個象限內的數字對應 $\Delta E (\text{m}^2 \text{ s}^{-2})$ (上)及 $V_d (\text{ms}^{-1})$ (下)。

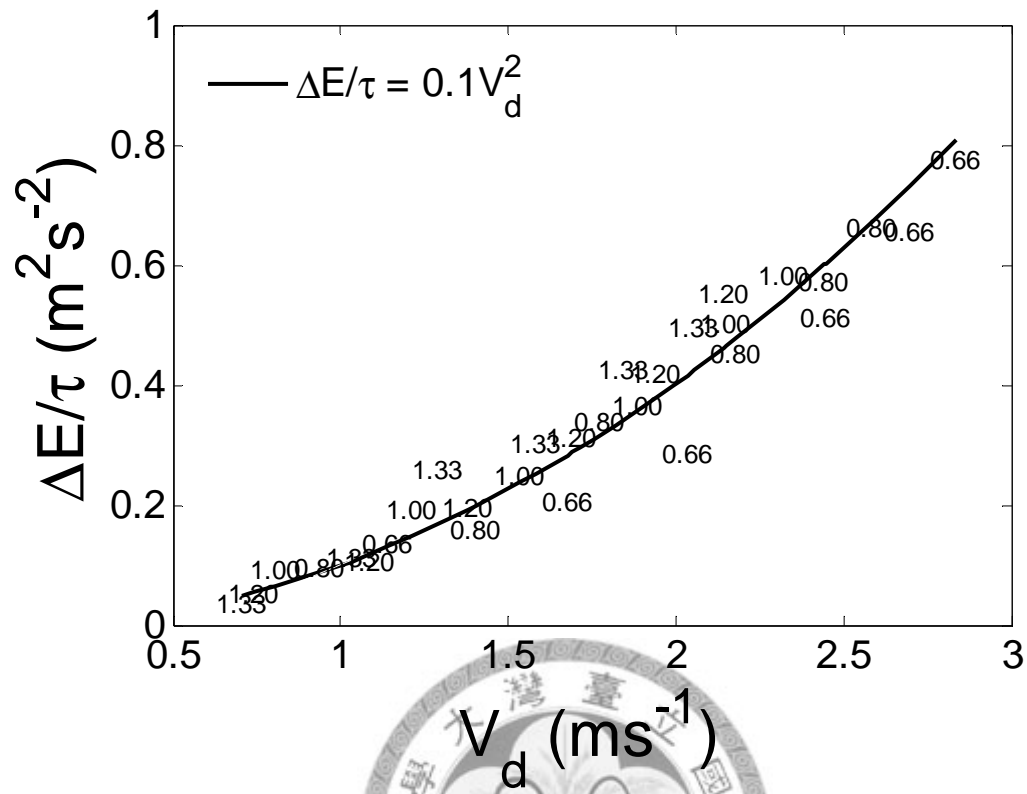


圖 3-14：單位無因次時間的能量頻散 $\Delta E/\tau$ 隨渦旋移行速度 V_d 變化圖。數字為 DC 渦旋結構參數 b ，數字相對應的點位於數字中央。黑實線為 $\Delta E/\tau = 0.1V_d^2$ 。

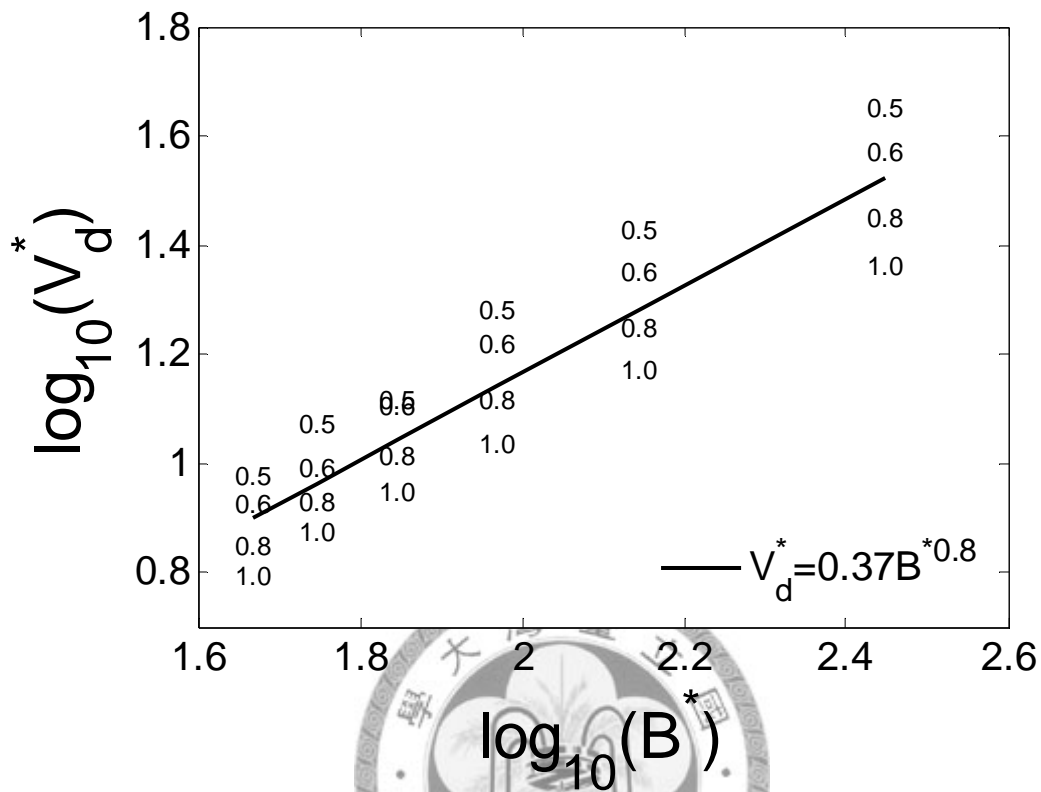


圖 3-15: 無因次渦旋移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 變化圖。數字為 α 渦旋結構參數 α 值， α 值從 0.5~1.0。圖中黑實線為為忽略 V_d^* 隨 α 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 0.37B^{*0.8}$ 。

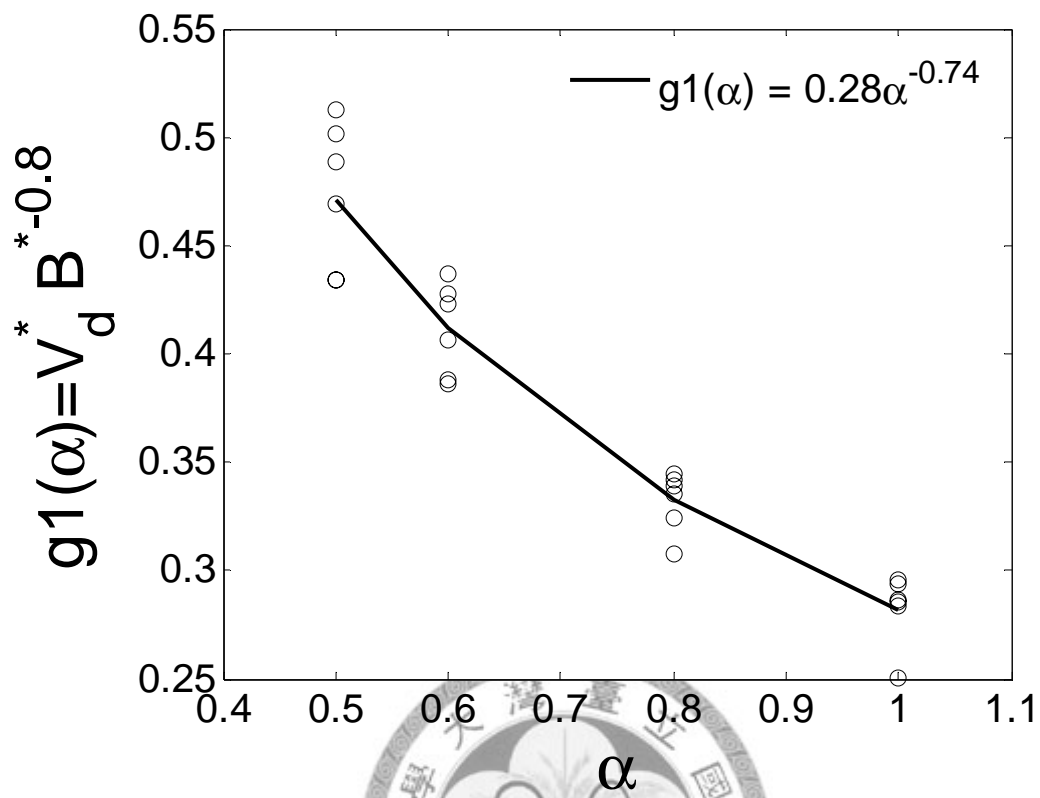


圖 3-16： $g_1(\alpha) = V_d^* B^{*-0.8}$ 隨 α 渦旋結構參數 α 變化圖。黑實線為最小方差法得到的數學式 $g_1(\alpha) = 0.28\alpha^{-0.74}$ 。

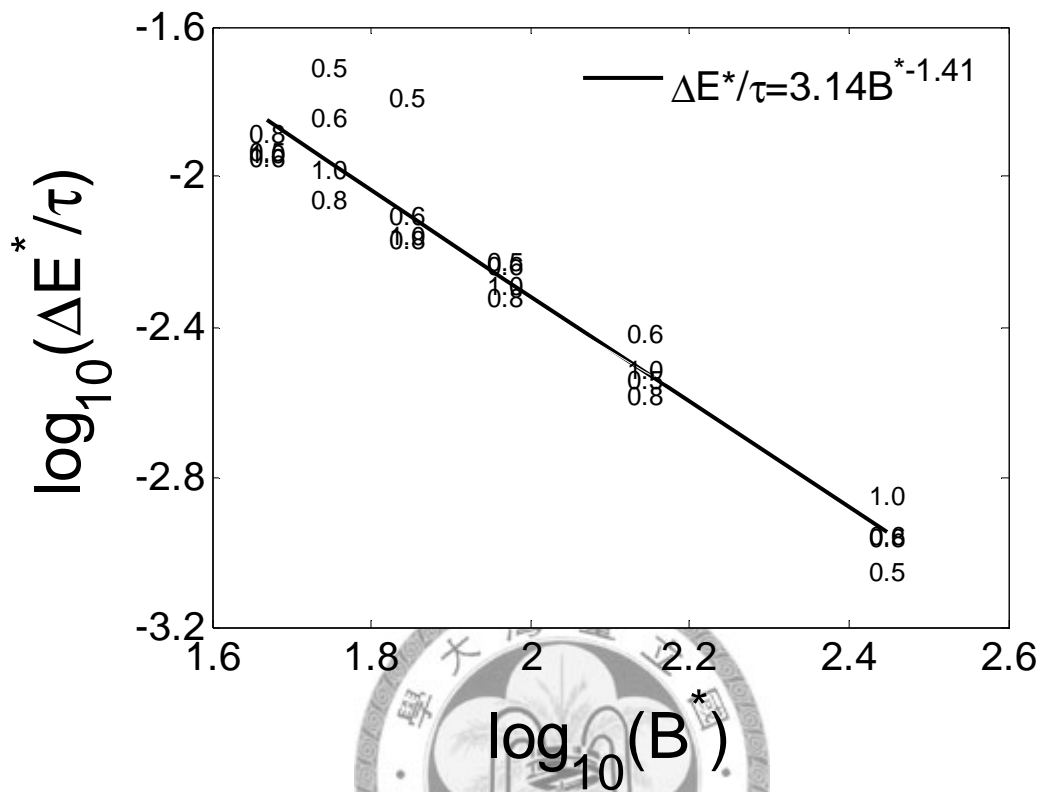


圖 3-17：無因次渦旋能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 變化圖。數字為 α 渦旋結構參

數 α 值， α 值從 0.5~1.0。圖中黑實線為為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 隨 α 的變化，將圖

上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 3.05B^{*-1.41}$ 。

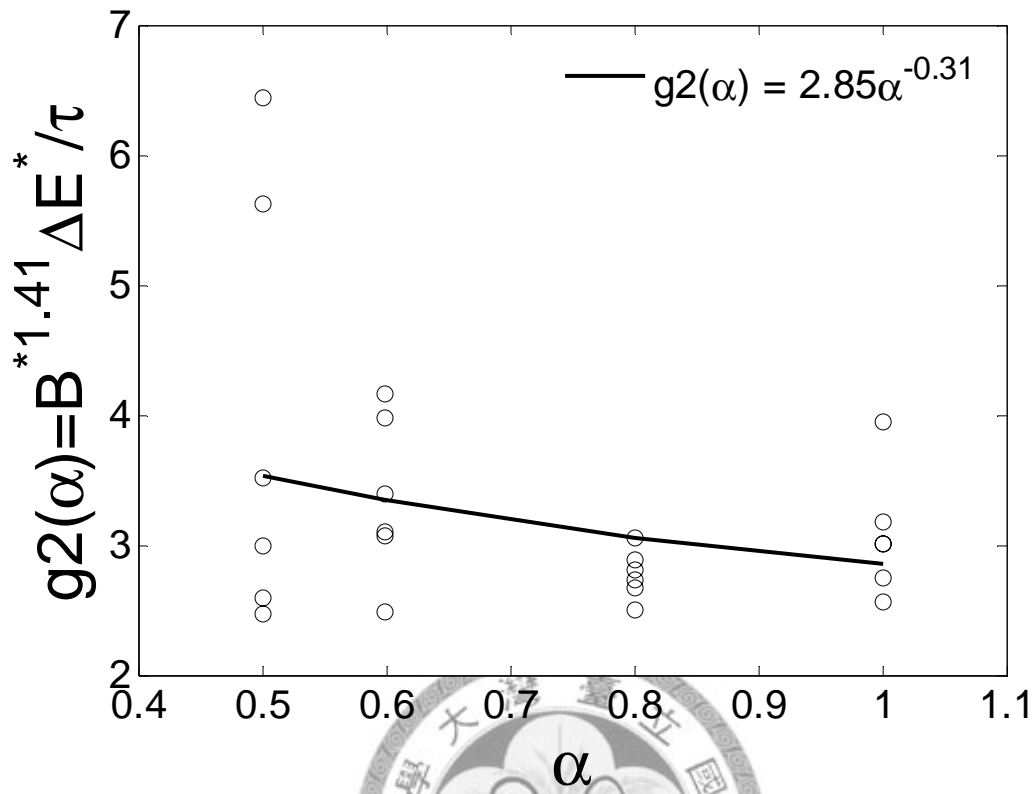


圖 3-18: $g_2(\alpha) = \Delta E^* B^{*1.41}$ 隨 α 渦旋結構參數 α 變化圖。黑實線為最小方差法得到的數學式 $g_2(\alpha) = 2.85\alpha^{-0.31}$ 。

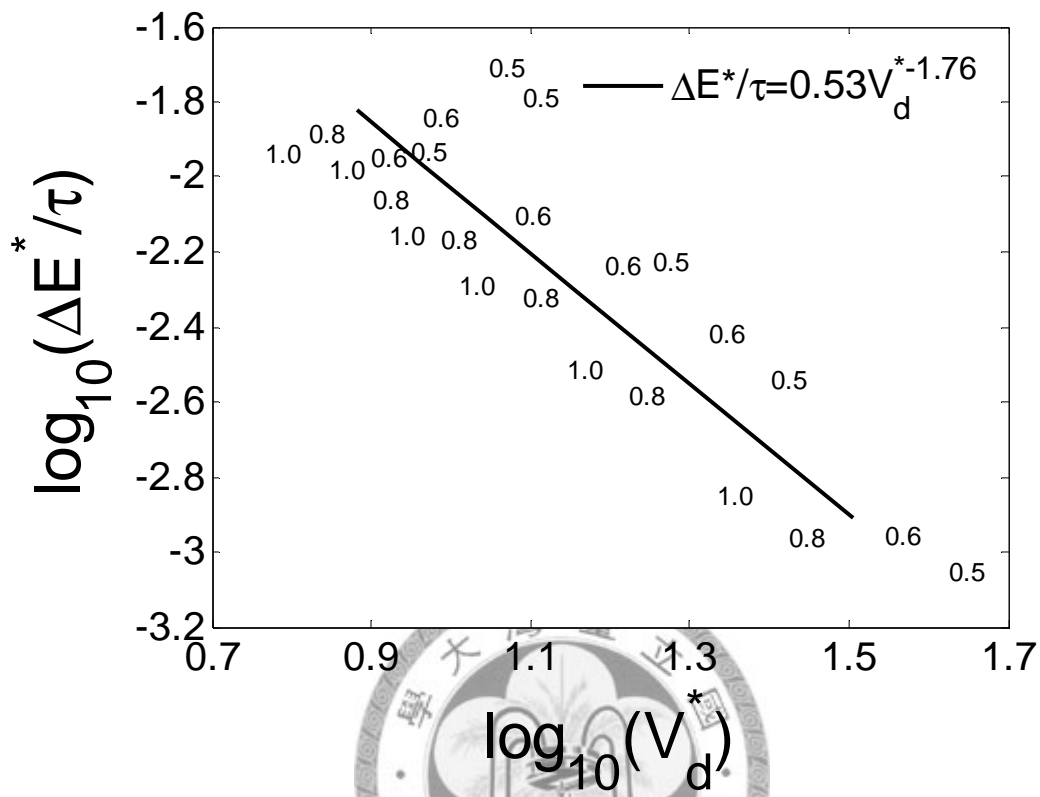


圖 3-19：渦旋能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨渦旋移行速度 V_d^* 變化圖。數字為 α 渦旋結構參數

α 值， α 值從 0.5~1.0。圖中黑實線為為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 及 V_d^* 隨 α 的變化，將

圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 0.53V_d^{*-1.76}$ 。

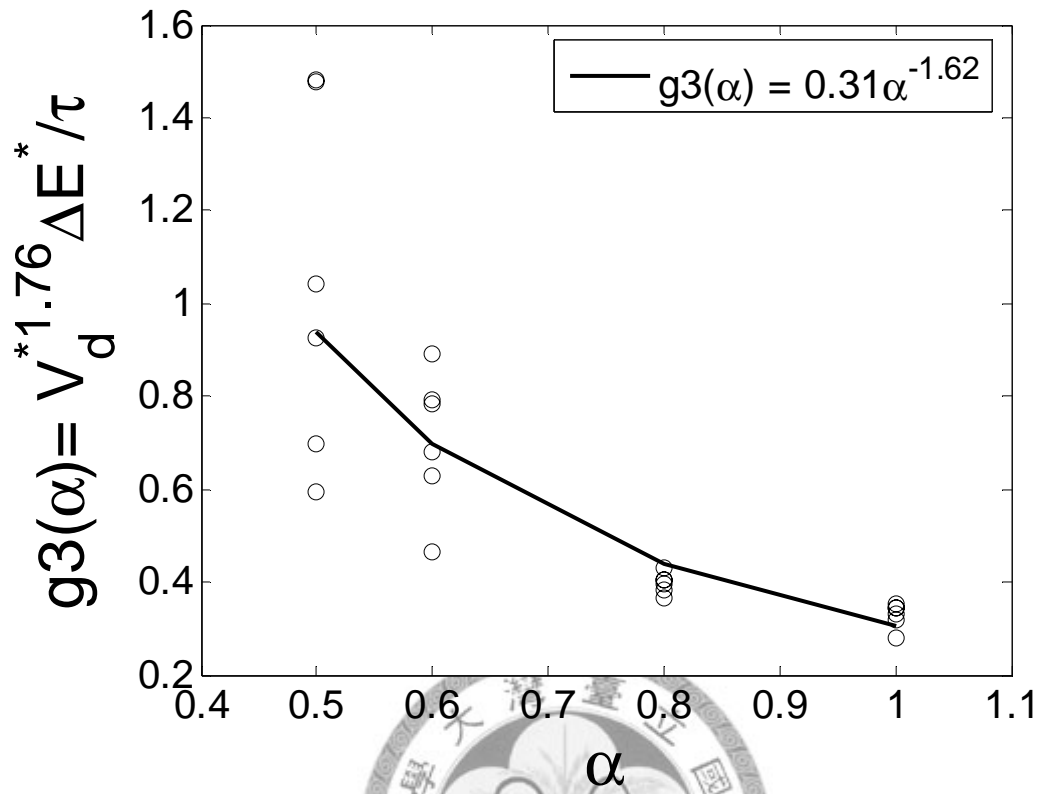


圖 3-20： $g_3(\alpha) = V_d^{*1.76} \Delta E^* / \tau$ 隨 α 渦旋結構參數 α 變化圖。黑實線為最小方差法

得到的數學式 $g_3(\alpha) = 0.31\alpha^{-1.62}$ 。

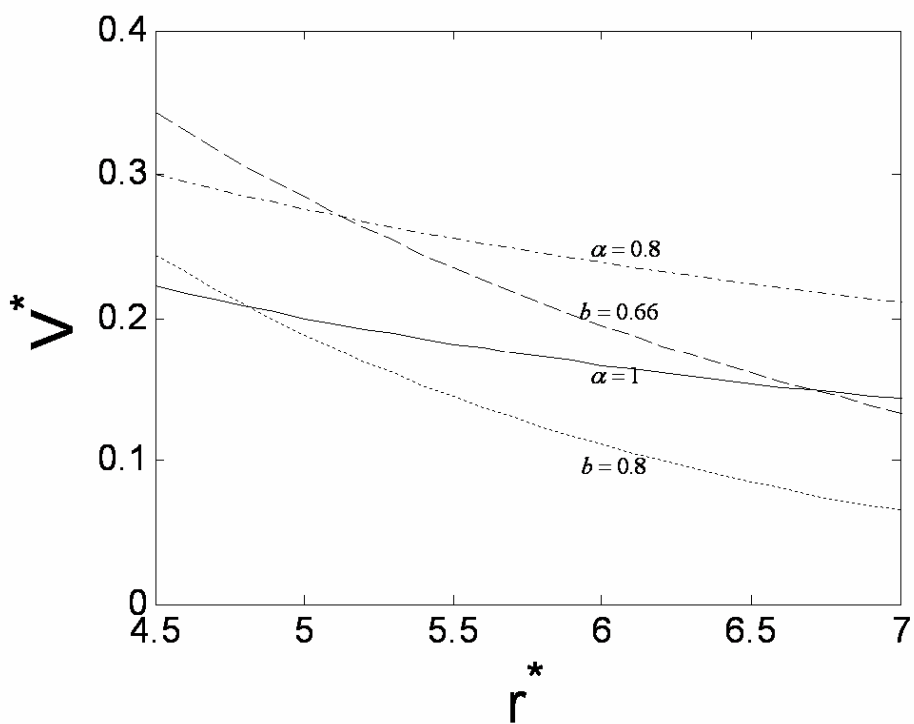


圖 3-21：無因次切向風速 V^* 隨無因次半徑 r^* 變化圖。實線為 $\alpha=1$ 的 α 渦旋；點虛線為 $\alpha=0.8$ ；虛線為 $b=0.66$ 的 DC 渦旋；點線為 $b=0.8$ 。

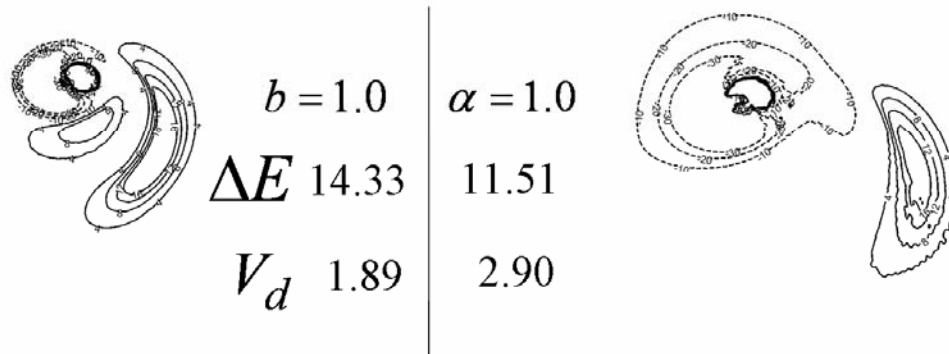


圖 3-22：積分時間三天的 ΔV^2 場，為第三天的 V^2 場與初始 V^2 場的差值。實線為正值，點線為負值。兩者行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta = 6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 。左圖為 $b=1$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，移行速度 $V_d = 1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。右圖為 $\alpha=1$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E = 11.51 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，移行速度 $V_d = 2.90 \text{ ms}^{-1}$ 。

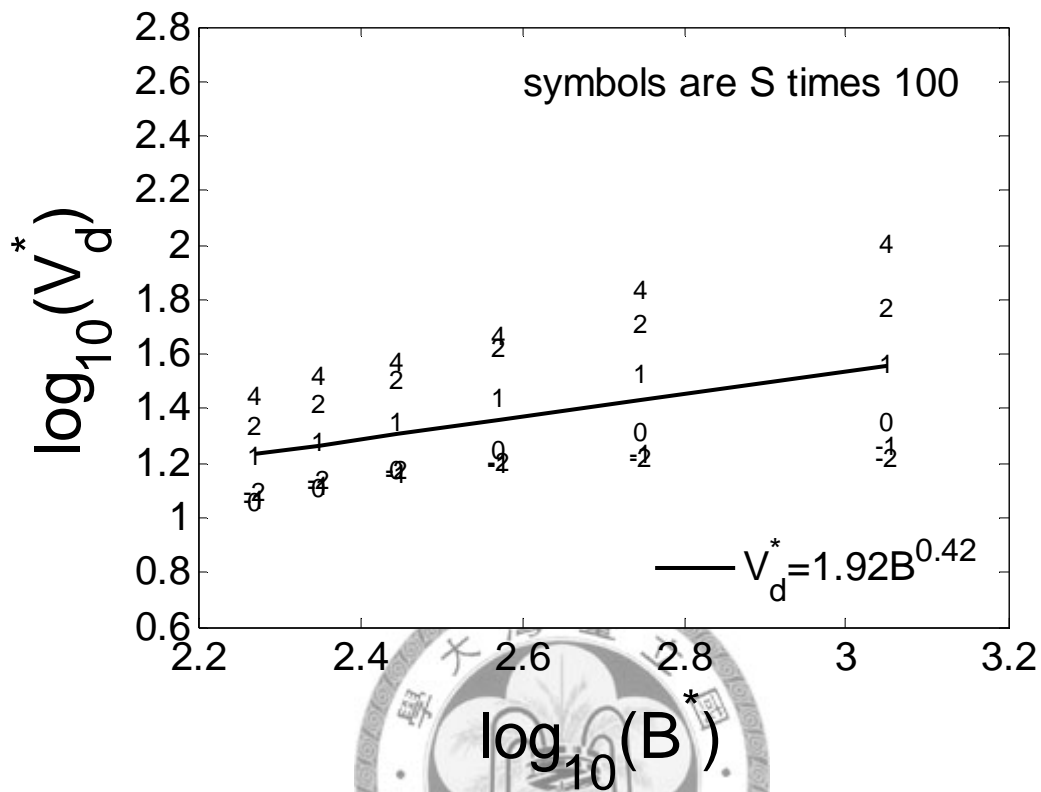


圖 4-1：無因次移行速度 V_d^* 隨羅士比數 B^* 變化圖。數字為水平風切值 S 值， S 值從 $-2 \sim +4$ 。黑實線為忽略 V_d^* 隨 S 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $V_d^* = 1.95B^{*0.42}$ 。

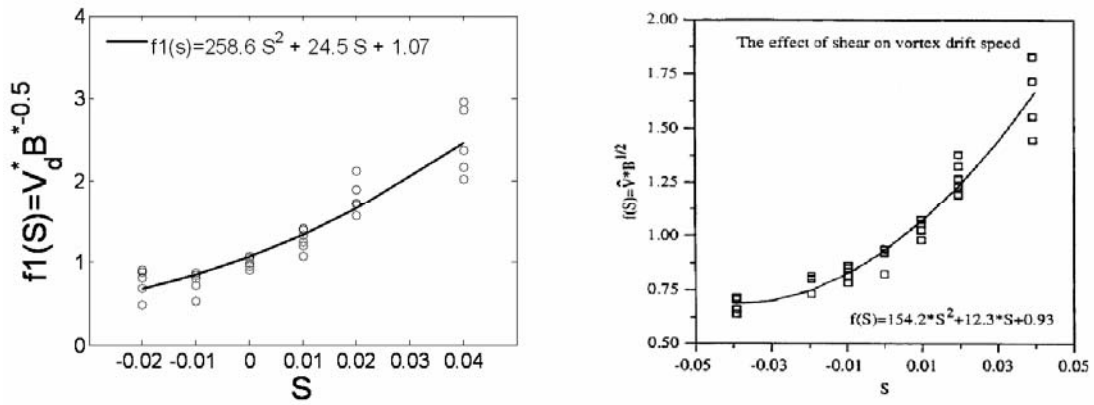


圖 4-2： $f_1(S) = V_d^* B^{*-0.5}$ 隨風切值 S 變化圖。(a)由本研究中的實驗結果，以最小方差法求得黑實線為 $f_1(S) = 258.6 S^2 + 24.5 S + 1.07$ 。(b) Smith et al.(1997)的結果。



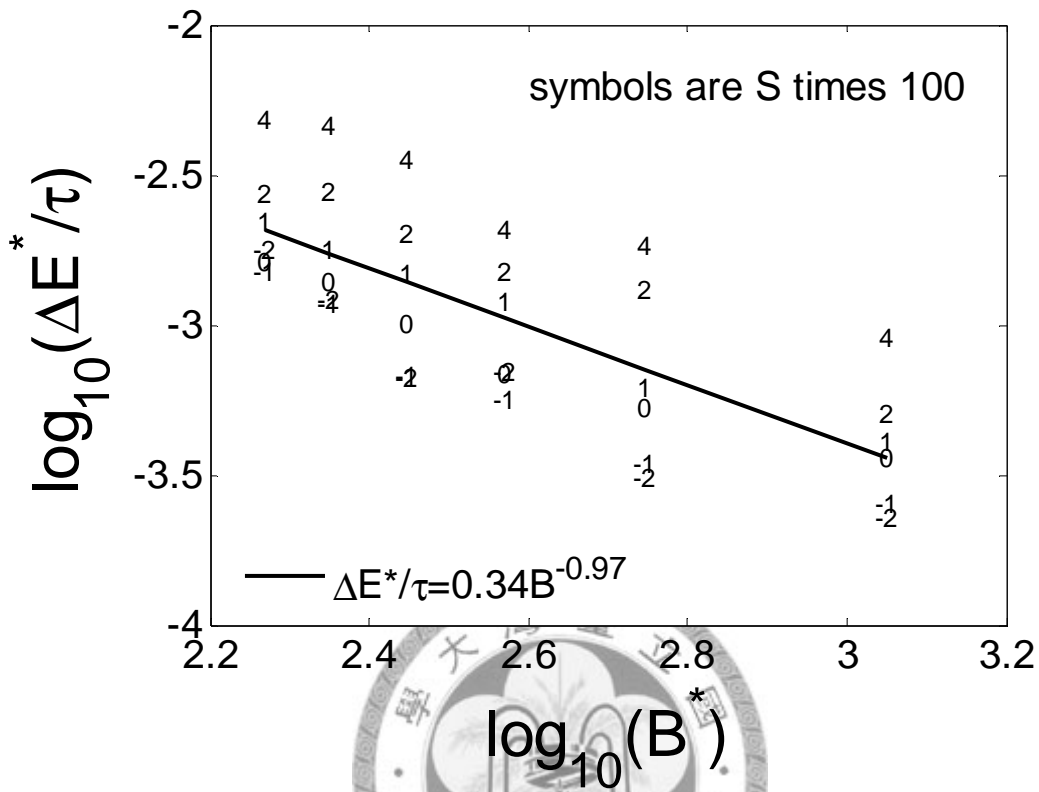


圖 4-3：無因次能量 $\Delta E^*/\tau$ 隨羅士比數 B^* 的變化圖。數字為水平風切值 S 值， S 值從 $-2 \sim +4$ 。黑實線為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 隨 S 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 0.34B^{*-0.97}$ 。

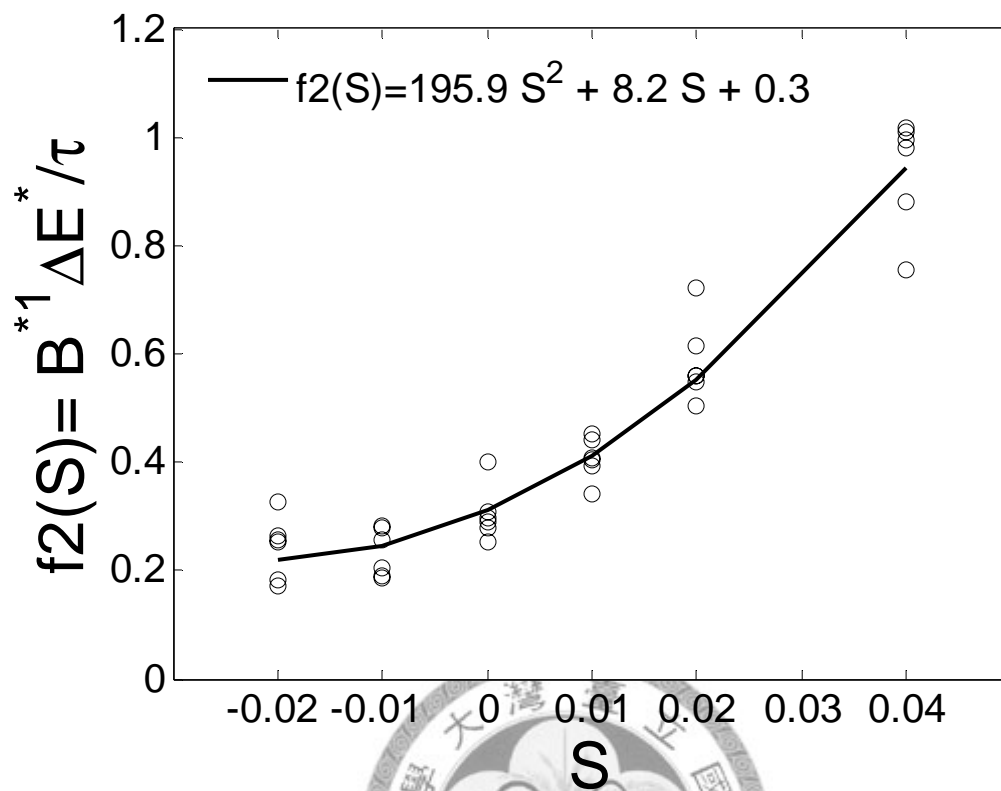


圖 4-4： $f_2(S) = B^{-1} \Delta E^* / \tau$ 隨 S 變化圖。黑實線為 $f_2(S) = 195.9 S^2 + 8.2 S + 0.3$ 。

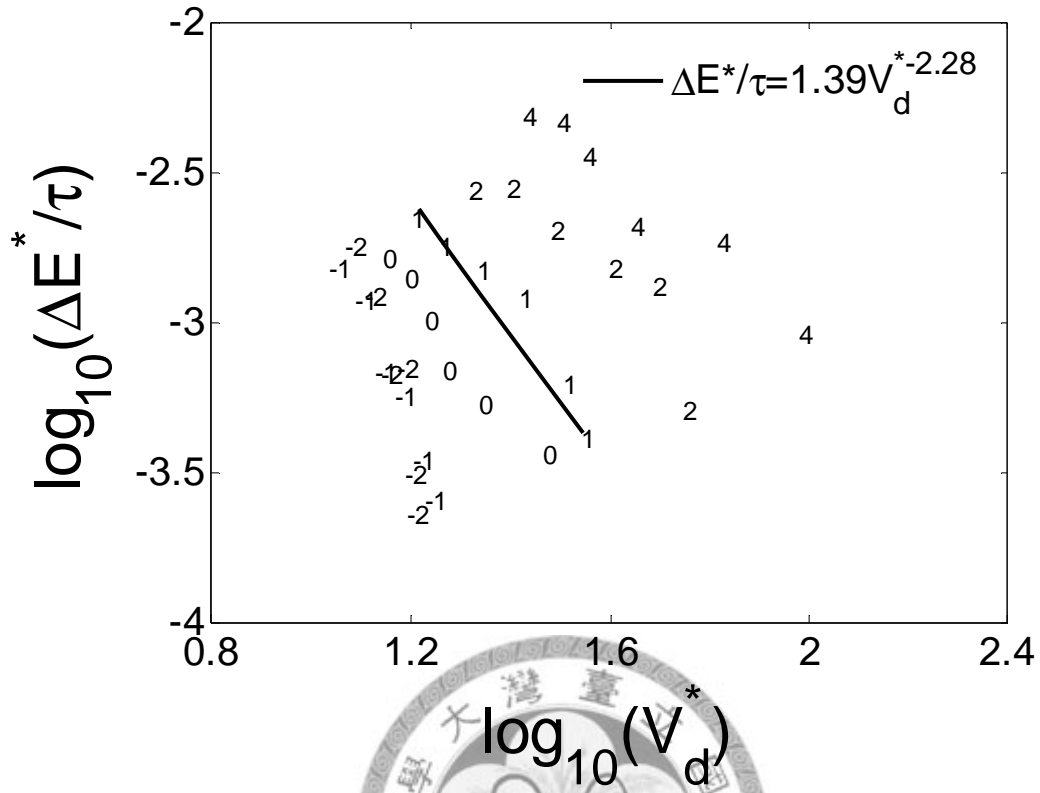


圖 4-5：無因次能量頻散 $\Delta E^*/\tau$ 隨無因次移行速度 V_d^* 的變化。數字為水平風切值 S 值， S 值從 $-2 \sim +4$ 。黑實線為為忽略 $\Delta E^*/\tau$ 及 V_d^* 隨 S 的變化，將圖上所有資料以最小方差法求得的數學式 $\Delta E^*/\tau = 1.39V_d^{*-2.28}$ 。

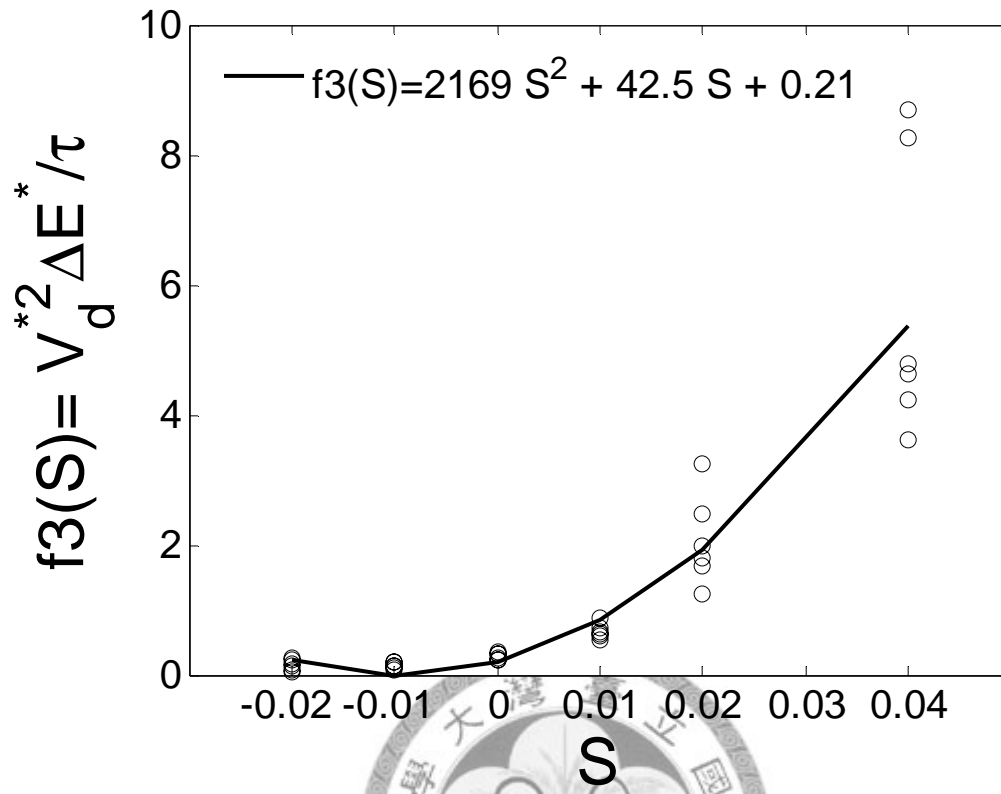


圖 4-6： $f_3(S) = V_d^{*2} \Delta E^* / \tau$ 隨 S 變化圖。黑實線為 $f_3(S) = 2169.9S^2 + 42.5S + 0.21$ 。

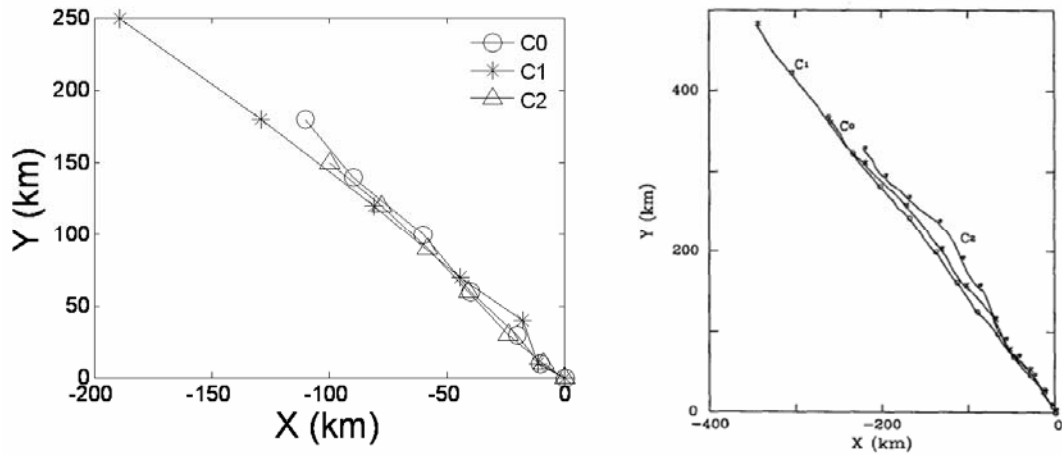


圖 4-7：固定的背景風切下渦旋移動路徑。反旋式風切 $C_1 = \frac{d\bar{u}}{dy} = 5.875 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ，

沒有風切 $C_0 = 0 \text{ s}^{-1}$ 及氣旋式風切 $C_2 = -5.875 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 。左圖為 0 到 72 小

時，每點相隔 12 小時的路徑。 $\beta = 2.15 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m = 50 \text{ km}$ 及

$V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ 。右圖摘自 Wang and Li(1995)， $r_m = 100 \text{ km}$ 及 $V_m = 30 \text{ ms}^{-1}$ ，

0 到 72 小時每點相隔 6 小時的路徑。

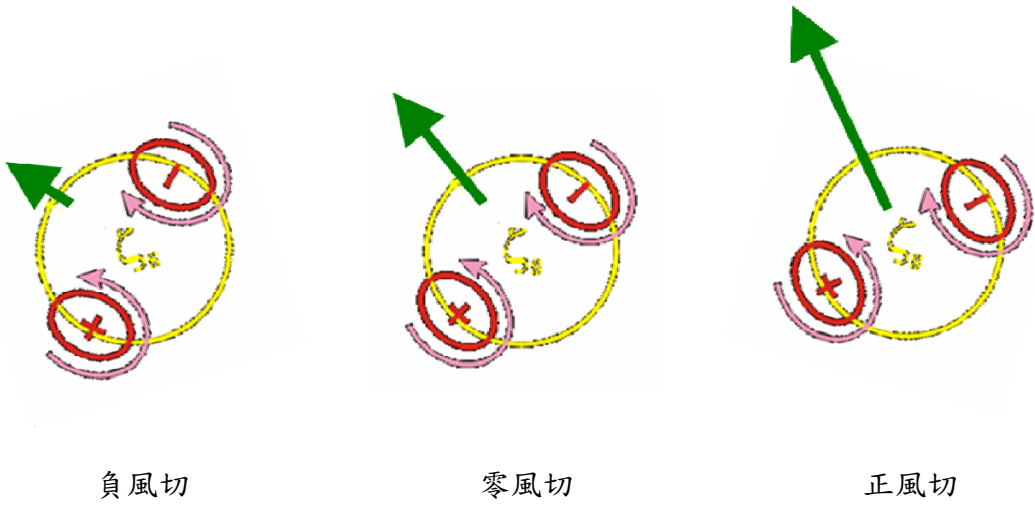


圖 4-8：背景風切如何影響渦旋移行速度之示意圖。圖(左)為背景有負水平風切；
圖(中)為背景沒有水平風切；圖(右)為背景有正水平風切。



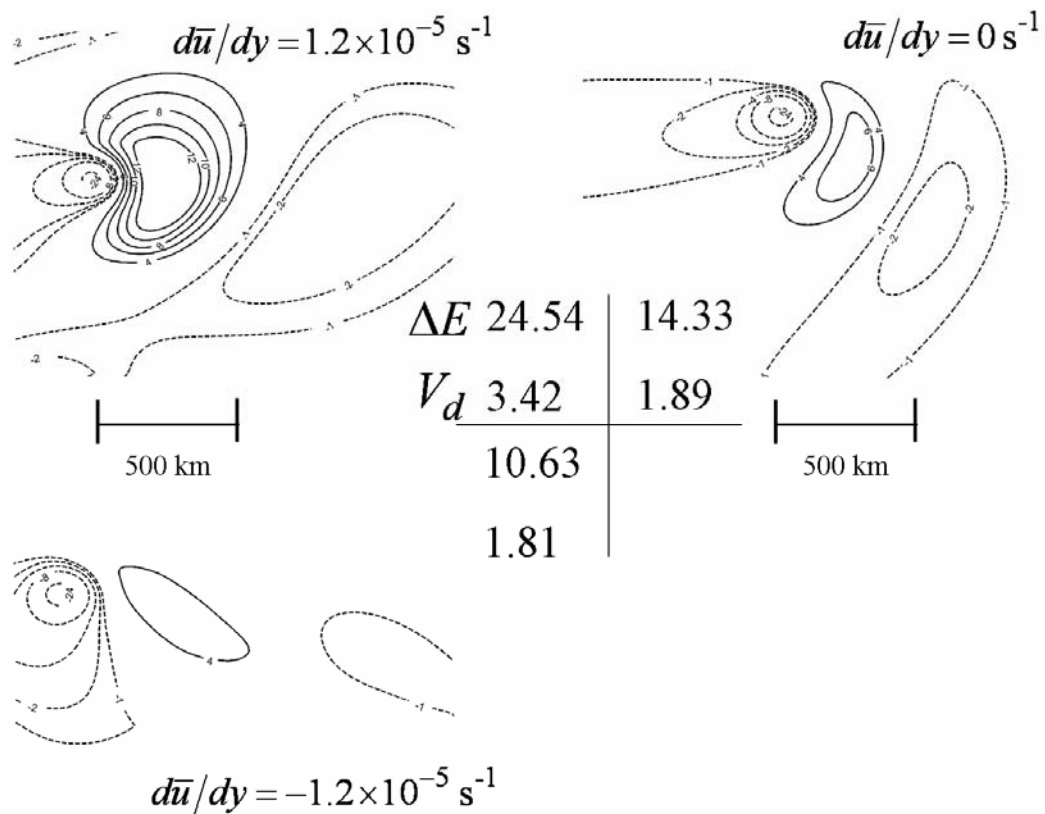


圖 4-9： $b=1$ 時，無因次時間 $\tau=24.75$ 的流函數場。實線為正值，點線為負值。等值線標示為流函數乘以 $10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 。實驗設定的行星渦度梯度、最大風速半徑及最大風速相同，分別為 $\beta=6.44 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ 、 $r_m=50 \text{ km}$ 及 $V_m=15 \text{ ms}^{-1}$ 。左上圖為 $d\bar{u}/dy=1.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=24.54 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=3.42 \text{ ms}^{-1}$ ，右上圖為 $d\bar{u}/dy=0 \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=14.33 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=1.89 \text{ ms}^{-1}$ 。左下圖為 $d\bar{u}/dy=-1.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 的實驗，能量頻散 $\Delta E=10.63 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ ，渦旋移行速度 $V_d=1.81 \text{ ms}^{-1}$ 。