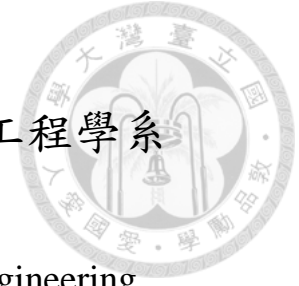


國立臺灣大學工學院工程科學及海洋工程學系
碩士論文



Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

基於疲勞理論之台灣風場風機傳動鏈壽命預測

Fatigue Theory Prediction of Remaining Life for Wind
Turbine Drive Chain in Taiwan Wind Farm

莫子賢

Tzu-Hsien Mo

指導教授：宋家驥 博士

Advisor: Chia-Chi Sung, Ph.D.

中華民國 112 年 7 月

July 2023

誌謝

感謝指導教授 宋家驥教授的指導。這篇論文能夠順利完成來自您的悉心教導，與每周不厭其煩的週會交流以及週報討論；感謝每一位口試審查委員：黃心豪教授、許榮均教授、鍾承憲博士。這篇論文有了您們的建議與提問變得更加完善，邏輯因果關係更加清晰。

我也感謝在研究所生活中陪伴我的同學與朋友。振動超音波實驗室的伯瑜學長、裕峰學長、子恩學長，還有同學：柏宏、奕忠、翊丞、華丰。待在實驗室的每一刻都因為有了你們不再沉悶無聊。也感謝同系的朋友們：立安、昶廷、煒智、昱嘉、柏邑、許晴、鴻諭、士欽，希望在未來遇見時，還能跟現在一樣開開心心聊天說地。

最後，我把我最大的感謝獻給我的爸爸、媽媽、妹妹。一直以來的支持與陪伴，才能讓我們一起走到現在。非常謝謝你們。



摘要

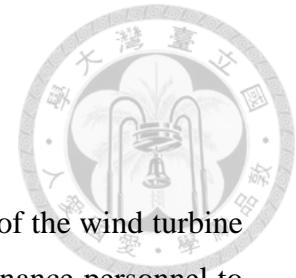
本文針對風機傳動鏈的意外損壞與剩餘壽命進行預測，提供機組維修人員有足夠可信的狀態參考依據，以最大限度避免離線停機成本，使得風機營運流程能更加完善。

本研究輔以數值模型、受力、及疲勞理論計算出軸承與齒輪等齒輪箱部件的剩餘壽命，再參考台灣風場歷史資料粗估在台灣建置風力發電機能使用的年限。本研究的成果可以利用特定的風機模型和傳動鏈規格，搭配台灣風場特性，成功推算出每月和每年齒輪和軸承的疲勞損傷。這種壽命預測方法的優點在於能夠應對不同特性和不同規格的風場和風機，並得出相對可靠的壽命預測依據。

讀者可以使用本研究提出的壽命預測模型進行數值模擬，並精算出任意風速下任意規格傳動鏈的部件動態行為，並進一步計算疲勞損傷；也可以參考仿造本研究的結果歸納方式，將歷史風場與疲勞損傷整理成盒狀圖，並歸納疲勞損傷趨勢，便於未來為機組維修團隊粗估相似風場分布的傳動鏈壽命情況。

關鍵字：風機傳動鏈、剩餘壽命、斜齒輪、滾珠軸承、疲勞理論

ABSTRACT



This thesis predicts the accidental damage and remaining life of the wind turbine drive chain, and provides a reliable reference basis for unit maintenance personnel to avoid offline shutdown costs to the greatest extent, so that the wind turbine operation process can be more complete.

This study is supplemented by numerical models, stresses, and fatigue theory to calculate the remaining life of helical gearbox components such as bearings and gears, and then refer to the historical data of Taiwan's wind farms to roughly estimate the service life of wind turbines built in Taiwan. The results of this study can be used to successfully calculate the monthly and annual fatigue damage scores of gears and bearings using specific wind turbine models and drive chain specifications, combined with the characteristics of the wind field in Taiwan. The advantage of this life prediction method is that it can deal with wind farms and wind turbines with different characteristics and specifications, and obtain relatively reliable life prediction basis.

Readers can use the life prediction model proposed in this study to perform numerical simulation, and actuate the component dynamic behavior of any drive chain specification at any wind speed, and calculate fatigue damage. Readers can also imitate this study result, organize the historical wind field and fatigue damage into a box diagram, and summarize the fatigue damage trend to roughly estimate the drive chain life in similar wind field distribution for the unit maintenance personnel.

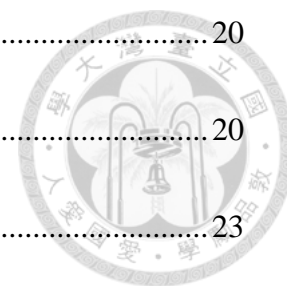
Keywords: Wind Turbine Drive Chain, Remaining Life, Helical Gear, Rolling Contact Bearing, Fatigue Theorem

CONTENTS

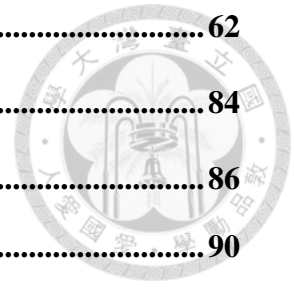


口試委員審定書	i
誌謝.....	ii
摘要.....	iii
Abstract.....	iv
CONTENTS.....	v
List of Figures.....	viii
Chapter 1 緒論	1
1.1 動機.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究架構.....	3
1.4 風機傳動鏈.....	3
1.4.1 齒輪.....	4
1.4.2 軸承.....	8
Chapter 2 理論	10
2.1 齒輪箱模型.....	10
2.2 轉動慣量.....	14
2.2.1 轉軸與齒輪.....	14
2.2.2 風機轉子.....	16
2.3 風機規格.....	19

2.3.1 風速與輸入功率	20
2.3.2 發電機反力矩	20
2.4 風速模擬	23
2.5 等效彈簧常數	26
2.5.1 轉軸	26
2.5.2 齒輪嚙合	27
2.6 齒輪疲勞分析	33
2.6.1 幾何與受力	33
2.6.2 齒根應力	36
2.6.3 高週期疲勞	40
2.6.4 變動應力	41
2.6.5 線性累積損傷	45
2.7 軸承疲勞分析	46
2.7.1 軸承負載	46
2.7.2 壽命預測	48
2.7.3 線性累積損傷	49
Chapter 3 模擬與實驗驗證	51
3.1 齒輪箱實驗	51
3.2 齒輪嚙合模擬	54
3.3 齒根應力模擬	60



Chapter 4 結果討論	62
Chapter 5 結論與未來展望	84
Reference	86
Appendix.....	90
A 2018 及 2019 年風速及部件損傷結果一覽	90





List of Figures

Fig.1.1 風機子系統故障頻率與故障導致的停機時間.....	2
Fig.1.2 基圓以及漸開線繪製輪齒形狀示意圖.....	4
Fig.1.3 齒輪之節圓、齒頂圓、齒根圓.....	5
Fig.1.4 齒輪嚙合、作用線、壓力角示意圖.....	6
Fig.1.5 (a)初始接觸-兩組輪齒接觸 (b)接觸點 A 與節點 K 重合-一組輪齒接觸 (c) 輪齒接觸離開前一刻-兩組輪齒接觸.....	6
Fig.1.6 等轉速齒輪接觸比(假設兩組輪齒接觸時間為 0.53 週期).....	7
Fig.1.7 斜齒輪與螺旋角示意圖.....	7
Fig.1.8 二階段平行齒輪組.....	8
Fig.1.9 滾珠軸承.....	9
Fig.1.10 滾柱軸承.....	9
Fig.1.11 滾針軸承.....	9
Fig.2.1 兩質塊碰撞示意圖 (a)碰撞前初始狀態 (b)碰撞期間兩質塊變形 (c)碰撞 結束.....	10
Fig.2.2 兩質塊碰撞與假想彈簧示意圖 (a)兩質塊示意圖 (b)碰撞變形可以利用 假想彈簧計算受力狀態.....	11
Fig.2.3 二階段平行軸齒輪箱部件示意圖.....	14
Fig.2.4 空心圓柱體示意圖.....	15
Fig.2.5 齒輪箱部件 CAD 三維模型.....	16
Fig.2.6 參考風機(型號：ACSA A29/225).....	17

Fig.2.7 ACSA A29/225 齒輪箱規格.....	17
Fig.2.8 風機葉片長度與葉片質量現實數據與指數函數擬合曲線.....	19
Fig.2.9 風速與輸入功率轉換關係圖.....	20
Fig.2.10 發電功率區域示意圖.....	21
Fig.2.11 發電機反力矩結果.....	23
Fig.2.12 兩種不同形狀、尺度之韋伯分布(2016年七月).....	24
Fig.2.13 混合型韋伯分布(以2016年七月風場為例).....	24
Fig.2.14 2016年七月風場分布原資料.....	24
Fig.2.15 兩種不同形狀、尺度之韋伯分布(2016年十月).....	25
Fig.2.16 混合型韋伯分布(以2016年10月為例).....	25
Fig.2.17 2016年十月風場分布原資料.....	25
Fig.2.18 圓柱體經歷扭矩 T 的邊緣弧長變形示意圖.....	27
Fig.2.19 懸臂樑受力示意圖.....	27
Fig.2.20 懸臂樑受力分析示意圖.....	28
Fig.2.21 懸臂樑根部應力型態示意圖.....	28
Fig.2.22 14T&72T 齒輪嚙合示意圖.....	31
Fig.2.23 利用卷積、單齒等效彈簧常數與輪齒接觸角計算多齒接觸等效彈簧常數.....	32
Fig.2.24 斜齒輪與正齒輪切片示意圖.....	33
Fig.2.25 正齒輪輪齒受力與壓力角示意圖.....	34
Fig.2.26 斜齒輪輪齒受力與螺旋角示意圖.....	34
Fig.2.27 齒輪箱部件示意圖.....	35



Fig.2.28 齒輪軸承對轉軸施力示意圖.....	35
Fig.2.29 齒輪箱部件造成轉軸受力示意圖.....	36
Fig.2.30 材料分析點示意圖.....	37
Fig.2.31 分析點轉向示意圖.....	37
Fig.2.32 von Mises 應力與畸變能推導示意圖.....	38
Fig.2.33 圖形化表示二軸主應力與 von Mises 應力.....	39
Fig.2.34 s-n 曲線與低週期高週期疲勞示意圖.....	40
Fig.2.35 (a) DNV-RP-C203 離岸鐵材料與結構 s-n 曲線 (b)DNV-RP-C203 B1 s-n 曲線與低週期高週期疲勞示意圖.....	41
Fig.2.36 變動應力幅值與平均值示意圖.....	42
Fig.2.37 延性材料應力與應變關係圖.....	43
Fig.2.38 多個滯後閉環示意圖.....	43
Fig.2.39 雨流記數法示意圖.....	44
Fig.2.40 經過雨流記數法整理應力前後對比示意圖.....	44
Fig.2.41 四種疲勞失效準則曲線.....	45
Fig.2.42 切向受力點轉移示意圖.....	47
Fig.2.43 軸向力、徑向力對等效負載的比值之關係圖.....	47
Fig.2.44 軸向力與徑向力轉換軸承負載係數參考圖.....	48
Fig.2.45 運轉圈數L與軸承負載F關係圖.....	49
Fig.3.1 輸入輸出端轉速與力矩數據.....	52
Fig.3.2 齒輪箱數值模型與風機傳動鏈模擬平台輸出端 10 秒內轉速對比圖(輸入 端轉速 1、5、10、15 rpm).....	54

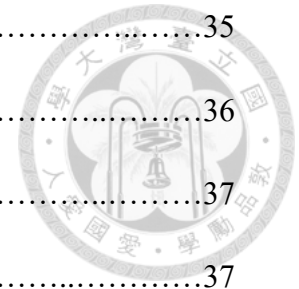


Fig.3.3 齒輪外側表面接觸示意圖 (a) 65 齒對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒.....	55
Fig.3.4 正齒輪與斜齒輪等效嚙合彈簧常數 COMSOL 模擬結果比較 (a) 65 齒對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒.....	57
Fig.3.5 正齒輪嚙合等效彈簧常數 COMSOL 模擬與理論計算結果比較 (a) 65 齒 對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒.....	58
Fig.3.6 斜齒輪嚙合等效彈簧常數 COMSOL 模擬與理論計算結果比較 (a) 65 齒 對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒.....	59
Fig.3.7 65 對 11 齒齒根應力 (a) 0 deg 單組輪齒接觸 (b) 7 deg 兩組輪齒接觸....	60
Fig.3.8 65 齒對 11 齒斜齒輪模擬(Simulation)及理論算法(Calculated)對比.....	61
Fig.4.1 平均風速 5.76 m/s 800 秒模擬風速(m/s).....	63
Fig.4.2 平均風速 5.76 m/s 800 秒 65 齒斜齒輪齒根應力(MPa).....	63
Fig.4.3 平均風速 5.76 m/s 800 秒 11 齒斜齒輪齒根應力(MPa).....	64
Fig.4.4 平均風速 5.76 m/s 800 秒 72 齒斜齒輪齒根應力(MPa).....	64
Fig.4.5 平均風速 5.76 m/s 800 秒 14 齒斜齒輪齒根應力(MPa).....	65
Fig.4.6 平均風速 5.76 m/s 800 秒 65 齒斜齒輪齒根應力經雨流記數整理直方圖 (Stress Range (MPa), Cycle Counts (次)).....	65
Fig.4.7 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6204ZZ 軸承等效負載(kN).....	66
Fig.4.8 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6204 軸承等效負載(kN).....	66
Fig.4.9 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6203 軸承等效負載(kN).....	67
Fig.4.10 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6202 軸承等效負載(kN).....	67
Fig.4.11 平均風速 15.31 m/s 800 秒模擬風速(m/s).....	68
Fig.4.12 平均風速 15.31 m/s 800 秒 14 齒斜齒輪齒根應力(MPa).....	68

Fig.4.13 平均風速 15.31 m/s 800 秒 6202 軸承等效負載(kN).....	69
Fig.4.14 2016 年每月平均風速(m/s).....	70
Fig.4.15 2016 年 65 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	70
Fig.4.16 2016 年 11 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	71
Fig.4.17 2016 年 72 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	71
Fig.4.18 2016 年 14 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	72
Fig.4.19 2016 年 6204ZZ 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	72
Fig.4.20 2016 年 6204 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	73
Fig.4.21 2016 年 6203 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	73
Fig.4.22 2016 年 6202 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	74
Fig.4.23 2017 年每月平均風速(m/s).....	74
Fig.4.24 2017 年 65 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	75
Fig.4.25 2017 年 11 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	75
Fig.4.26 2017 年 72 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	76
Fig.4.27 2017 年 14 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	76
Fig.4.28 2017 年 6204ZZ 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	77
Fig.4.29 2017 年 6204 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	77
Fig.4.30 2017 年 6203 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	78
Fig.4.31 2017 年 6202 軸承每月疲勞損傷(*10 ⁻³).....	78
Fig.4.32 2016-2017 年各齒輪與軸承疲勞損傷中位數(*10 ⁻³).....	79
Fig.4.33 2016-2017 年混合型韋伯分布擬合風速機率分布參數一覽.....	80
Fig.4.34 2016-2017 年各齒輪與軸承預估剩餘年壽命(次).....	82

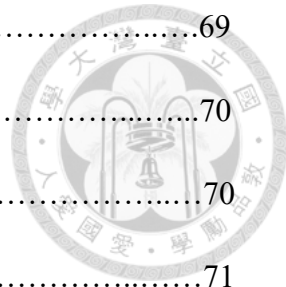
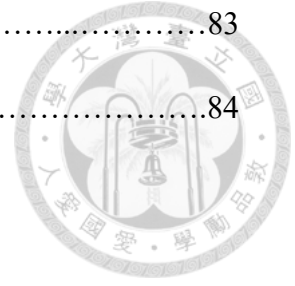


Fig.4.35 2016-2017 年各齒輪與軸承預估剩餘月壽命(次).....83

Fig.5.1 剩餘壽命與電量示意圖.....84



Chapter 1 緒論



本章介紹本研究所探討的問題以及研究的架構和方法。

本章分為三個部分：1.1 節記錄研究動機及背景；1.2 節簡介國內外相關命題的研究成果；1.3 節說明研究流程和架構；1.4 節則簡單介紹與本文相關的風機傳動鏈、齒輪和軸承的基本知識。

1.1 動機

電力是人類發展科技、便利生活不可或缺的重要資源。然而，傳統發電方式帶來的環境汙染和碳排放，以及核能災害造成的生命財產損失，促使各國至今仍積極發展再生能源，期待以安全、環保的方式供應社會的電力需求。

在眾多再生能源的選項中，台灣海峽盛行高速海風的地理優勢，使得台灣在風力發電擁有極大的潛力。近年政府也致力發展離岸風電，一步一步帶動相關產業發展，使得台灣的發電能源選項更加多元，且能提高國內綠色能源的占比，以同時滿足民生及工業用電需求，規避掉小部分傳統發電的外部成本。

然而在颱風盛行的台灣，風機的部件規格也必須相對應升級，並建立足夠可信、有效率的狀態監測系統，讓維修團隊能時刻掌握風機內部的零件運轉情形，最大限度風機的使用效率及壽命，同時避免離線停機維修造成的損失。目前風機內常見的監測系統，運用了諸如聲發射、電流、溫度、振動等方式，作為判斷葉片轉子、電力電控系統、傳動鏈等部件狀態的依據。目前除了可靠度分析、訊號處理技術，也有學者引入了人工智慧，對不同情況下的運轉信息做分類與預判，使得風機狀態監測系統實現方式變得多元。

根據文獻(Fig. 1.1)右半部紫色長條圖所示，若風力發電機的傳動系統發生故障，造成的離線成本及對應時間(約 14 天)為各個零件中最高。因此若能合理規劃和管理齒輪箱的使用，風力發電機的運營效率將能得到最大程度的提升。

因此，本研究主要研究對象為風機傳動鏈裡的斜齒輪變速箱，主要目標為建立合理、可信的傳動鏈剩餘壽命預測系統。藉由參考實驗室中風機傳動鏈模擬平台規格，利用物理公式以及數值方法模擬平台的動態行為，並以上述資料作為疲勞分析的材料，讓開發出的系統能推斷出該傳動鏈在任意風場特徵的風速下，部

件的疲勞損傷多寡。如此，風機維修團隊便能根據系統結果訂定有效率的維修內容與時程。

預期此技術的建立，對於往後風力發電產業提升維修效率的需求上，能夠提供相關系統開發的基礎，並拋磚引玉，讓更多人為能源相關科技出一份力。

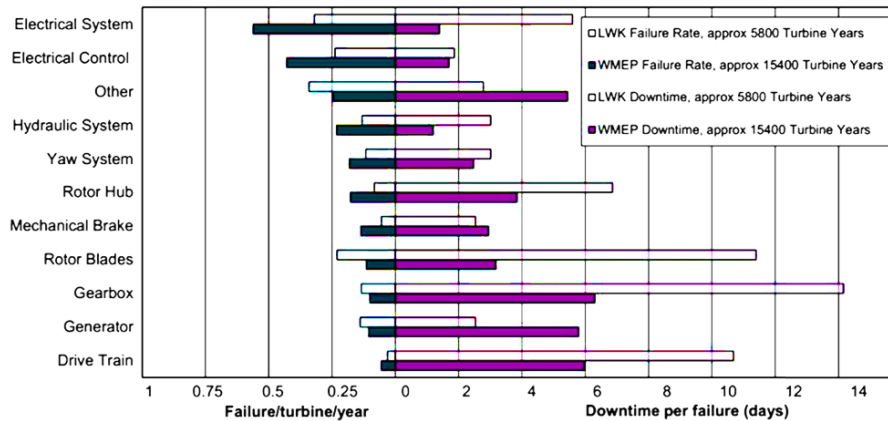


Fig.1.1 風機子系統故障頻率與故障導致的停機時間[1]

1.2 文獻回顧

本文之文獻回顧聚焦於風機的機械系統與電系統整合、齒輪箱的疲勞損傷計算，以及二階段齒輪系統的嚙合行為建模。首先，Ph. Delarue 等人的研究[2]根據風機的規格和各類動態參數，整理出了相應的方程式，成功為風機建模並整合了機械與電系統。這些方程式涵蓋了角速度、力矩、電流等物理量，能夠幫助研究者更好地理解和分析風機系統的運行狀態。接下來，Amir R. Nejad 等人[3][4]和 Haider Rahman 的研究[5]著眼於風機齒輪箱的疲勞損傷計算，成功引進疲勞理論，並運用該理論計算齒輪和軸承的疲勞損傷。這項研究的意義在於幫助預測風機齒輪箱的使用壽命和維護需求。通過估算齒輪和軸承的疲勞損傷程度，可以提前預警可能的故障情況，並進行相應的維修和保養，從而提高風機系統的可靠性和效能。最後，Lassaad Walha 等人的研究[6]針對二階段齒輪系統的嚙合行為進行建模，通過對齒輪的運動和力學特性進行系統性的分析和歸納，並提出了相應的數學模型。這項研究為理解和預測齒輪運行行為提供了依據。透過模型的應用，使用者可以評估齒輪系統的性能和可靠性，並進一步改進設計和操作策略。



1.3 研究架構

本文將分為六個章節。第一章介紹研究的背景、動機、相關文獻的回顧，以及風機傳動鏈的基本知識整理。本章的主要目的在於概括地簡介本研究的內容，讓讀者掌握研究主題的始末以及過程。

第二章介紹如何使用齒輪箱的物理模型，搭配數值方法計算各部件的受力情況，同時介紹如何將受力應用於疲勞分析，來計算出損壞得分，作為剩餘壽命的依據。另外，物理模型中使用到的部件初始參數及其推導，以及相關的機械設計理論也會整理在本章前半段。

第三章主要驗證第二章提到的物理模型、部分初始參數、受力情形的理論計算。齒輪箱模型將參考風機傳動鏈模擬平台的規格進行實驗，並與理論模型結果相互比較。齒輪嚙合常數，以及應力、負載分析則通過模擬軟體 COMSOL 在等轉速的狀態下進行驗證。本章的主要價值在於驗證建基在理論之上的動態模擬和疲勞分析的可行性，並且進一步評估第二章提出的計算方法的準確性。

第四章將介紹本研究採用的風機模型及其相關規格，並將此模型套用進第二章提出的計算方法中進行實作。在本章前半部分介紹風機基本知識及其規格訂定，而在後半部分探討根據台灣歷史風場特性的風速模擬方式，以貼近實際操作情境。

第五章則針對第四章中的實作結果進行總結和討論，並提出該風機在台灣風場下，歷年及每月的損壞得分，作為剩餘壽命的參考依據。

最後，第六章將總結前五章的內容提出結論，並討論研究假設和未來研究拓展的方向。

1.4 風機傳動鏈

風力發電機可以依據其轉軸、葉片、發電原理、額定功率等不同特徵進行分類。本文提及的風機傳動鏈，指的是將葉片及轉子轉動後的低速旋轉，通過增速步驟使轉速達到適合發電機輸入的高轉速所採用的解決方案。

傳動系統常以齒輪箱及齒輪組件組成。除了直接將風機轉子轉速輸入至後端發電機的直驅式風機外，根據增速次數以及齒輪組件的型態，可將傳動系統分為二階段、三階段、平行軸、行星齒輪組等不同類型。

一般而言，工具機的轉動元件如轉軸、齒輪、軸承都是以定轉速運轉，但是

風力發電機所使用的風能是時刻變化的，導致齒輪箱在運行過程中時常處於起伏不定的狀態。能量、力矩的持續變化，會使轉動部件比起定轉速情境下更容易達到疲勞極限。



1.4.1 齒輪

齒輪作為傳動鏈中承擔能量傳遞和增速功能的重要組件，在風力發電機中具有重要地位。本節探討在傳動鏈中較為普遍的正齒輪與斜齒輪，並簡要探討形狀、幾何、規格等相關知識[7]。

本文探討的是漸開線齒輪[8][9][10]，從基圓(Base Circle)上向外延伸漸開線即可繪製出輪齒的形狀(Fig.1.2)。

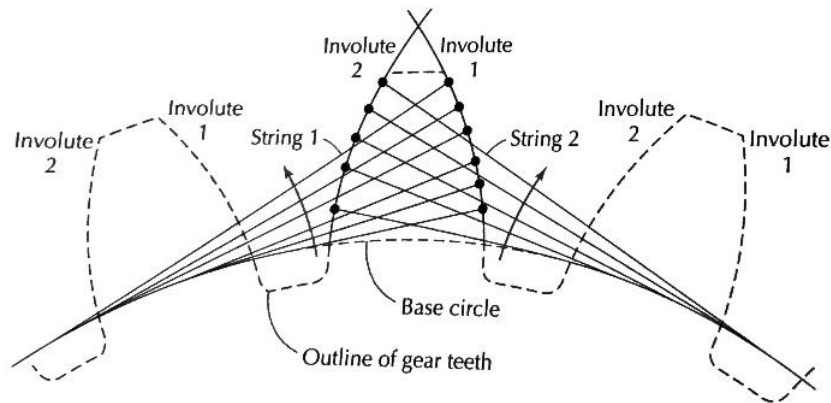


Fig.1.2 基圓以及漸開線繪製輪齒形狀示意圖[7]

此外，為了確認齒輪能否嚙合，每個齒輪都會依照特定的模數(Pitch)來決定其幾何形狀。模數是齒數與節圓直徑的比值，只要兩個齒輪的模數相同，即便齒數不同它們也能完美嚙合。

節圓(Pitch Circle)是齒輪設計中最常用到的基礎圓形，兩個嚙合齒輪的節圓彼此相切。根據節圓，可以另外設計出兩種圓來描述齒輪幾何。一個是描述輪齒頂部構成的齒頂圓(Addendum Circle)，另一個是描述輪齒根部構成的圓齒根圓(Dedendum Circle)(Fig.1.3)。這兩種圓的直徑均可由節圓直徑搭配齒數計算出來。

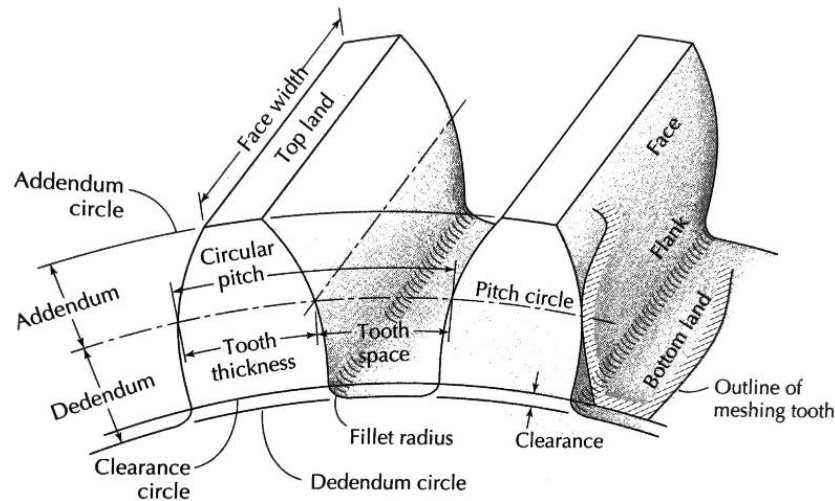


Fig.1.3 齒輪之節圓、齒頂圓、齒根圓[7]

兩個模數相同的漸開線齒輪嚙合時，它們的輪齒接觸點將沿著作用線移動，而作用線(Line of Action)恰好為兩個齒輪基圓的內公切線。當兩齒輪的中心連線並根據兩節圓的交點(Fig.1.4 中的 K 點)做出垂線時，作用線與垂線之間的夾角即為壓力角(Pressure Angle)(Fig.1.5 中的 ϕ)。壓力角也可用於定義輪齒的形狀，其值剛好為輪齒與節圓交點切線與中心連線之夾角。綜合以上漸開線齒輪性質，可以預測理想狀況下齒輪接觸點的位置。

嚙合齒輪會發生某些特定角度下僅會有一組輪齒嚙合，但在其他角度下會有兩組輪齒嚙合的現象。透過作用線計算出輪齒交點(Fig.1.4 中的 A 點)後，可以進而計算出一組或兩組輪齒嚙合的占比，結果範例可以參考 Fig.1.6。如果分析其中一個定轉速嚙合轉動中的齒輪，並統計各時間點相接觸的輪齒組數，則可以得出該齒輪的接觸比。推論出接觸比將有助於之後齒輪嚙合常數的推導。

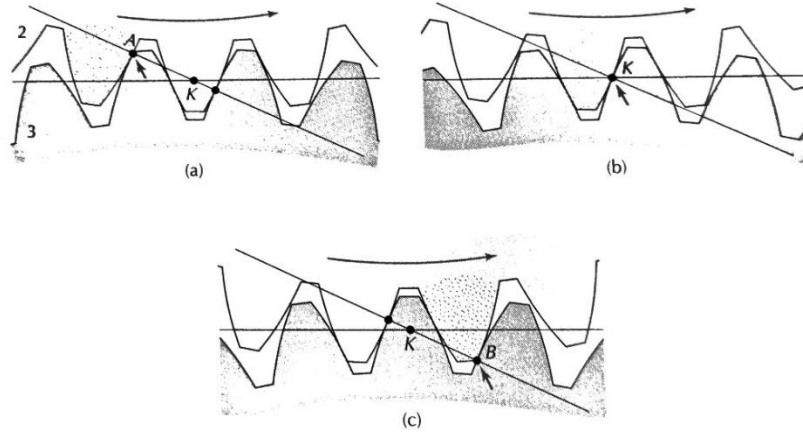


Fig.1.4 (a)初始接觸-兩組輪齒接觸 (b)接觸點 A 與節點 K 重合-一組輪齒接觸 (c) 輪齒接觸離開前一刻-兩組輪齒接觸[7]

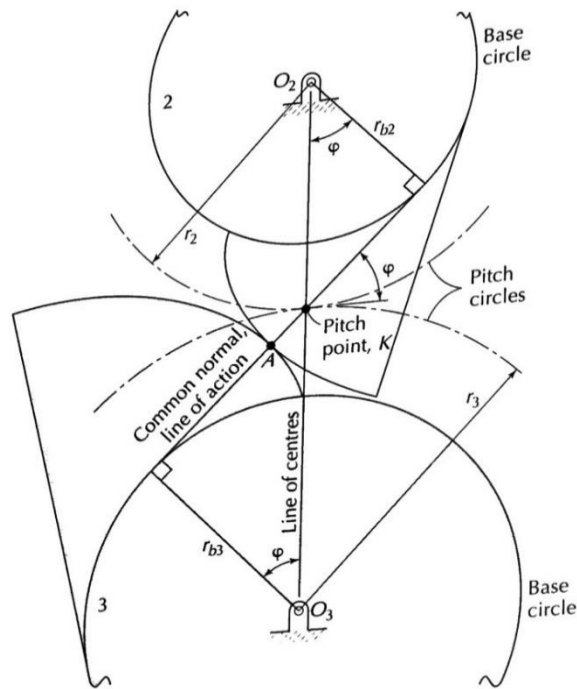


Fig.1.5 齒輪嚙合、作用線、壓力角示意圖[7]

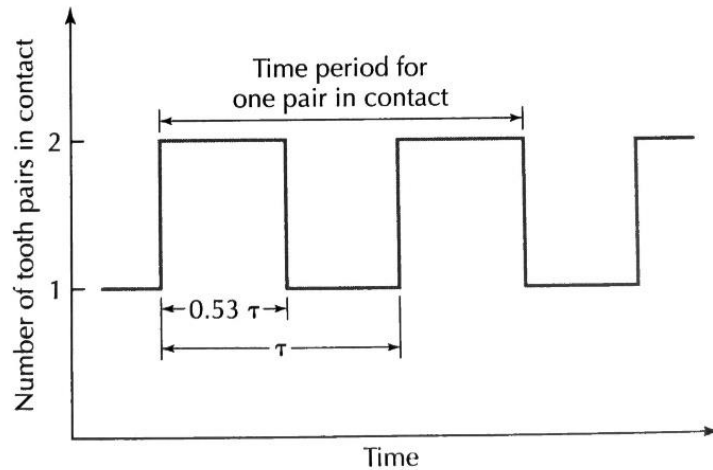


Fig.1.6 等轉速齒輪接觸比(假設兩組輪齒接觸時間為 0.53 週期)[7]

斜齒輪與正齒輪的齒型相似，但螺旋角是一個額外的幾何條件。若將斜齒輪沿著圓周方向攤平，則輪齒延伸方向與水平方向之間的夾角被稱為螺旋角(Helix Angle)(Fig.1.7 中的 ψ)。

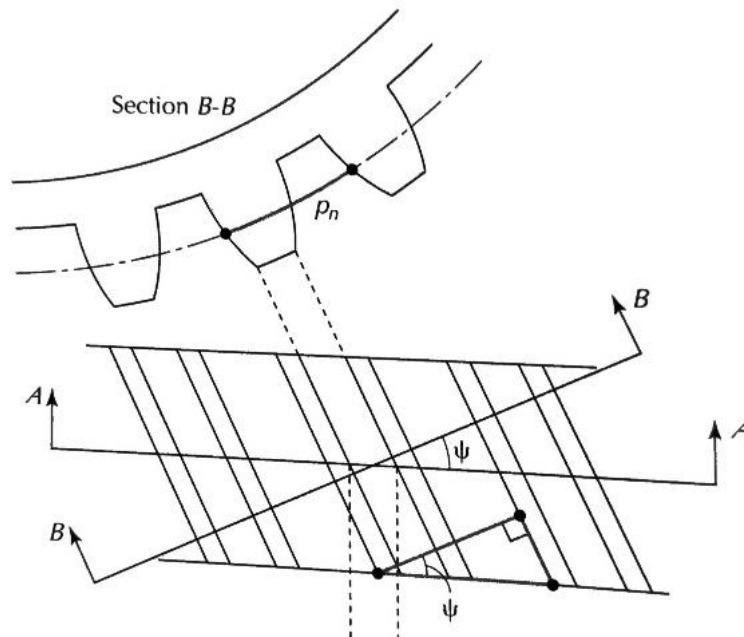


Fig.1.7 斜齒輪與螺旋角示意圖[7]

斜齒輪與正齒輪相比，嚙合時對齒根及齒面造成的應力變動幅度較小，因此斜齒輪通常比同等操作狀況下的正齒輪更加穩定耐用。這種變動應力小的特性主要源於斜齒輪兩輪齒接觸與離開的過程，具有較多緩衝空間，因此一定程度上避

免了輪齒相接時突然造成的瞬間應力飆升。此特性將會在本文討論齒輪嚙合常數的篇幅再度提及。

在設計齒輪組時，通過計算各個齒輪的齒數之間的比例，可以預測系統將會實現多少增速。本文分析的是二階段平行齒輪組(Fig.1.8)，齒數從輸入端到輸出端分別為 65、11、72、14 齒。由此可以得出增速比大約為 30。

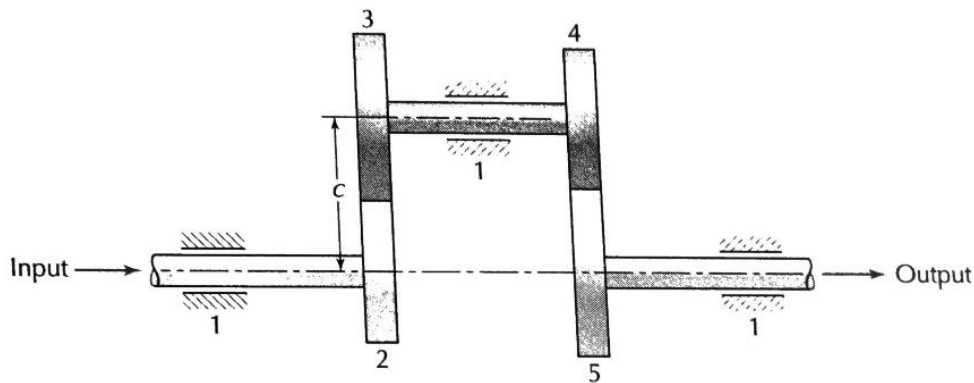


Fig.1.8 二階段平行齒輪組[7]

1.4.2 軸承

軸承主要應用於轉動機械的轉軸上，其作用在於提供徑向的抵抗力(大部分軸承也可以提供軸向抵抗力)，讓轉軸能夠在穩定的位置上旋轉。本節將介紹與本研究相關的軸承基礎知識，為後續推導提供必要的背景知識。

軸承結構主要由外環、內環、以及位於內外環之間的滾動元件所組成。滾動元件可以是滾珠(Fig.1.9)、滾柱(Fig.1.10)、或是滾針(Fig.1.11)。滾動元件可以減少內外環之間的接觸面積，有效減少摩擦力作用，降低伴隨而來的能量和材料損耗。軸承主要功能為提供徑向和軸向的抵抗力，同時降低摩擦損失。在高速旋轉下兼顧低振動及低噪音的表現。

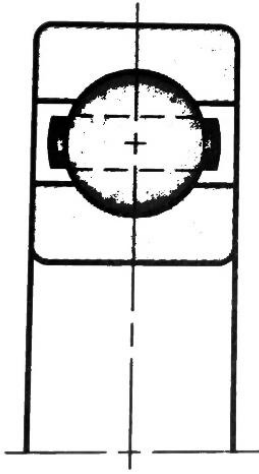


Fig.1.9 滾珠軸承[11]

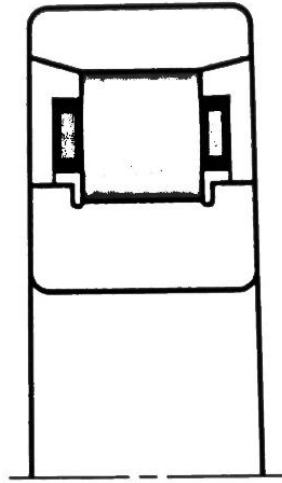


Fig.1.10 滾柱軸承[11]

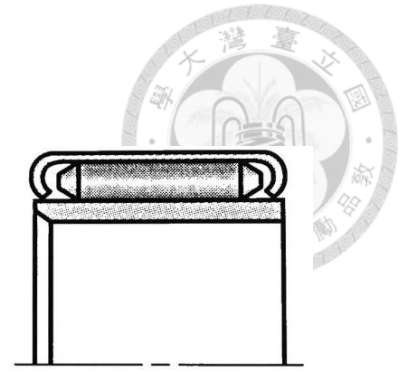


Fig.1.11 滾針軸承[11]

Chapter 2 理論



本章旨在介紹如何運用數值方法，獲取風機傳動鏈動態和部件受力的資訊，同時也會說明疲勞演算方式。

本章分為五個部分。2.1 節將演示如何利用方程式描述齒輪箱的轉動，為後續動態演算做準備；2.2 節和 2.3 節則推導了方程式中的轉動慣量與彈簧常數，以便將結果套用於 2.1 節的方程式中；2.4 節和 2.5 節則分別介紹了齒輪和軸承兩種部件的疲勞演算方式。

2.1 齒輪箱模型

本節將介紹如何使用二階常微分方程描述齒輪箱中各部件的動態行為，並進一步利用得出的結果，整理出各部件的受力情況以及扭矩。

齒輪組件主要透過輪齒之間的碰撞和轉軸的轉動來傳遞動力，這類碰撞行為可以類比成動能和彈性能之間的轉換。

從經典的兩質塊相互碰撞的問題(Fig.2.1)出發，只要得知碰撞中兩個質塊之間的彈簧常數、各自的質量大小以及碰撞前的運動狀態(Fig.2.2)，就可以推得碰撞後的運動狀態和受力。其中，兩個部件各自的受力大小剛好相等且方向相反。此外也可以計算兩部件之間的相對運動距離並搭配彈簧常數來求解受力狀態。



(a)



(b)

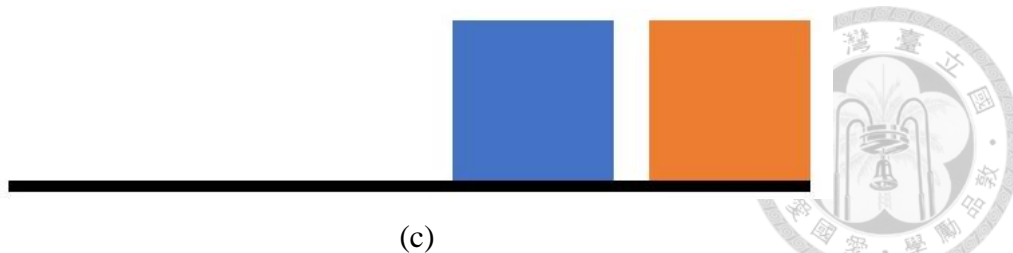
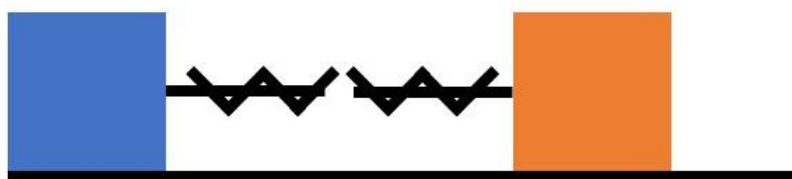


Fig.2.1 兩質塊碰撞示意圖 (a)碰撞前初始狀態 (b)碰撞期間兩質塊變形 (c)碰撞結束



(a)



(b)

Fig.2.2 兩質塊碰撞與假想彈簧示意圖

(a)兩質塊示意圖 (b)碰撞變形可以利用假想彈簧計算受力狀態

物體在現實中並非剛體，也不存在直接面對彼此的彈簧(Fig.2.2 (b))。但是，假想彈簧仍可用於描述碰撞過程中物體變形的現象。在此情境下，儲存和釋放的能量被稱為應變能，且將應變能對體積做積分，則會恰好得到假想彈簧內所儲存的彈性能(2.1)。此時，彈簧常數將取決於物體本身的材料、幾何形狀以及實際受力狀況[12][13][14]。

$$\frac{1}{2}kx^2 = \int \frac{\sigma^2}{E} dV \quad (2.1)$$

其中， k 為假想彈簧的彈簧常數(碰撞發生時兩彈簧相接視為串聯， k 則為兩

彈簧串連後的等效彈簧常數)； x 為兩物體的位移差； σ 為相互作用力分別對兩物體造成的應力(會根據分析目標、目標物體的幾何形狀、相互作用力大小變化)、 E 則為物體的楊氏模數。

齒輪傳動類似於上述質塊相互碰撞的行為，不過需要針對齒輪本身進行受力狀況和初始條件的討論。從能量角度來看，齒輪之間的碰撞能夠被簡單歸納為動能(2.3 式中的 E)、彈性能(應變能)(2.4 式中的 U)和非保守力作功(2.5 式中的 Q)三個物理量，並符合能量守恆定律。把能量守恆的結果對時間 t 微分，可以得到描述振動的二階常微分方程(2.7)(2.8)。

本文所探討的情境可分為兩大類，包括輪齒碰撞與轉軸齒輪傳動。在輪齒碰撞行為的描述上，本文將使用位移域；而在轉軸齒輪傳動的描述上，則採用角度域。

$$E + U = Q \quad (2.2)$$

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \quad (2.3)$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (2.4)$$

$$Q = F \cdot x \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt}(E + U) = F\dot{x} \quad (2.6)$$

$$m\ddot{x} + kx = F \quad (2.7)$$

$$J\ddot{\theta} + k_{\theta}\theta = T \quad (2.8)$$

$$J_{in}\ddot{\theta}_{in} = -k_{in,g1}(\theta_{in} - \theta_{g1}) + T_{in} \quad (2.9)$$

$$J_{g1}\ddot{\theta}_{g1} = k_{in,g1}(\theta_{in} - \theta_{g1}) - r_1k_{g1,g2}(r_1\theta_{g1} - r_2\theta_{g2}) \quad (2.10)$$

$$J_{g2g3}\ddot{\theta}_{g2g3} = r_2k_{g1,g2}(r_1\theta_{g1} - r_2\theta_{g2}) - r_3k_{g3,g4}(r_3\theta_{g2g3} - r_4\theta_{g4}) \quad (2.11)$$

$$J_{g4}\ddot{\theta}_{g4} = r_4k_{g3,g4}(r_3\theta_{g2g3} - r_4\theta_{g4}) - k_{g4,out}(\theta_{g4} - \theta_{out}) \quad (2.12)$$

$$J_{out}\ddot{\theta}_{out} = k_{g4,out}(\theta_{g4} - \theta_{out}) + T_{out} \quad (2.13)$$

前述五個式子使用力矩來分別描述一個二階段平行軸齒輪箱(一個輸入軸、一個輸出軸、以及四個齒輪相關部件)。這些式子即是根據 2.7 與 2.8 式，並參考齒輪箱系統寫出來的方程式。其中 J_{in} 、 J_{g1} 、 J_{g2g3} 、 J_{g4} 、 J_{out} 分別代表輸入軸、1 號齒輪(齒數 65 齒)、2 號(齒數 11 齒)與 3 號(齒數 72 齒)齒輪、4 號(齒數 14 齒)齒輪、以及輸出軸的轉動慣量； $k_{in, g1}$ 、 $k_{g4, out}$ 分別代表輸入軸與 1 號齒輪、以及 4 號齒輪與輸出軸之間連接處的等效角度域假想彈簧常數； $k_{g1, g2}$ 、 $k_{g3, g4}$ 則代表 1 號 2 號齒輪嚙合、以及 3 號 4 號齒輪嚙合的等效位移域假想彈簧常數。五個方程式主要求解的未知數為 θ_{in} 、 θ_{g1} 、 θ_{g2g3} 、 θ_{g4} 、 θ_{out} ，分別代表著輸入軸、1 號齒輪、2 號與 3 號齒輪、4 號齒輪、輸出軸的累積轉動角度；在式中等號左邊與轉動慣量相乘的二次微分項，則為上述五個部件的角加速度； T_{in} 、 T_{out} 則分別為轉子施加在輸入軸的力矩，以及發電機施加在輸出軸的反力矩；最後， r_1 、 r_2 、 r_3 、 r_4 分別對應 1 號齒輪、2 號齒輪、3 號齒輪、4 號齒輪的節圓半徑。

本研究利用數值方法(Runge-Kutta 4th order)來求解五個二階常微分方程的角度資訊 θ ，並利用角度域彈簧與部件間角度差，以及位移域彈簧與部件間轉動弧長差，來推得部件間轉動時用於相互傳動的力和力矩。計算方法可以參考下二式。

$$\sum F = F - kx \quad (2.14)$$

$$\sum T = T - k_{\theta}\theta \quad (2.15)$$

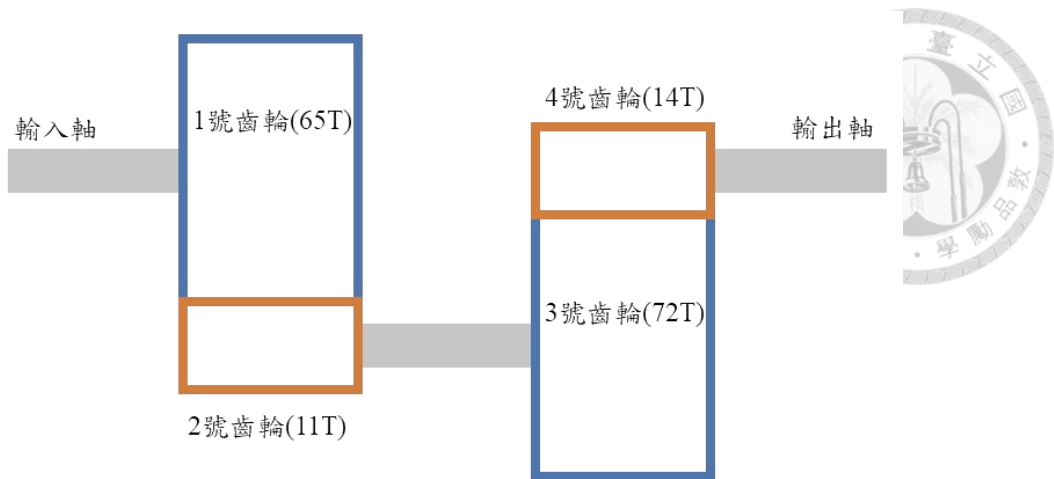


Fig.2.3 二階段平行軸齒輪箱部件示意圖

2.2 轉動慣量

為了將實際齒輪箱引入 2.1 節提出的模型中，需將各部件的轉動慣量計算後放進方程式中當作初始條件。接下來的內容將針對風機傳動鏈中常見部件(轉軸、齒輪、風機轉子)的轉動慣量做推導。

2.2.1 轉軸與齒輪

由於轉軸和齒輪的幾何形狀與圓柱體類似，因此二者的轉動慣量均可以以圓柱體(Fig.2.4)為範本概算。本研究也運用 CAD 軟體建立三維模型(Fig.2.5)，來輔助轉動慣量的計算，以及第三章的有限元素模擬。

下文將針對空心圓柱體的轉動慣量做推導，並作為本研究轉軸及齒輪轉動慣量主要使用的計算方式。

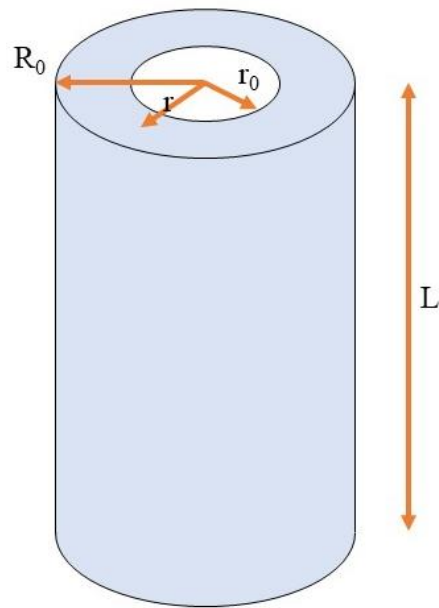
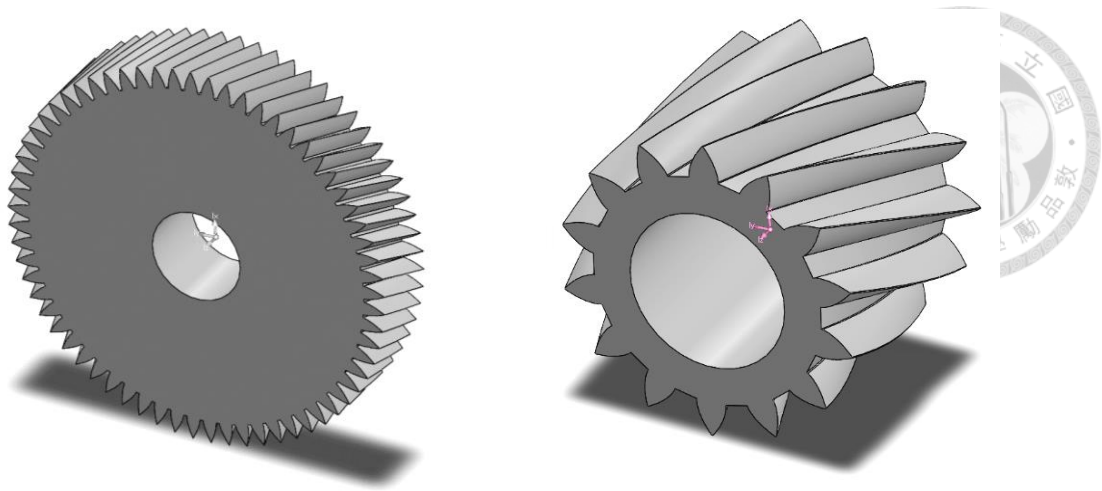


Fig.2.4 空心圓柱體示意圖

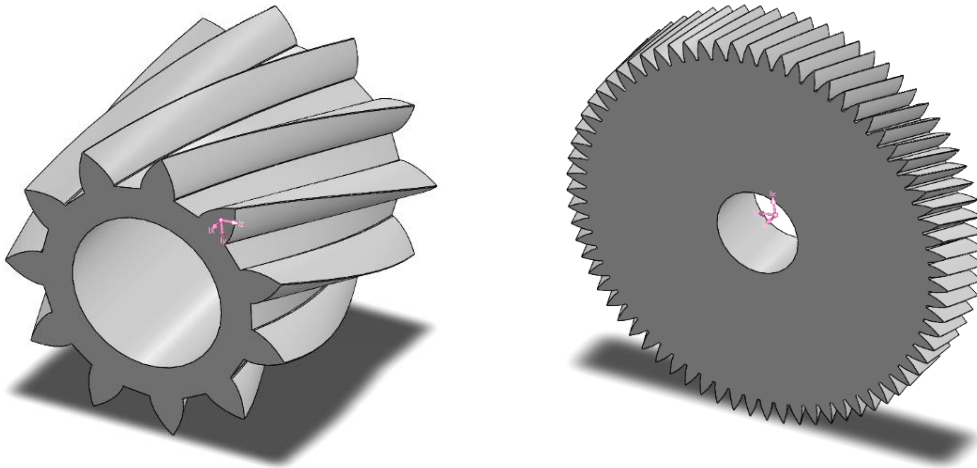
$$\begin{aligned}
 J &= \int r^2 dm \\
 &= \int r^2 \rho dV \\
 &= \int_{r_0}^{R_0} r^2 \rho (L \cdot 2\pi r \cdot dr) \\
 &= 2\pi\rho L \int_{r_0}^{R_0} r^3 dr \\
 &= 2\pi\rho L \left(\frac{R_0^4}{4} - \frac{r_0^4}{4} \right) \\
 &= \frac{\pi}{2} \rho L (R_0^4 - r_0^4) \tag{2.16}
 \end{aligned}$$

其中，J 為欲推得的轉動慣量、L 為圓柱體高、r 為半徑未知數(R_0 為圓柱體外緣半徑、 r_0 則為圓柱體內緣半徑)、dm 為半徑 r 下的圓柱體薄片質量、dV 則為薄片體積、 ρ 為圓柱體的密度。



1 號齒輪(65 齒)

4 號齒輪(14 齒)



2 號齒輪(11 齒)

3 號齒輪(72 齒)

Fig.2.5 齒輪箱部件 CAD 三維模型

2.2.2 風機轉子

本研究未能取得完整風機的零件規格(如：風機轉子轉動慣量、發電機反力矩、輸入風速與對應的輸入功率等)，因此參考現實中與 1.4.1 節介紹的實驗室中傳動鏈模擬平台增速比(約 30 倍)與增速方式(二階段平行軸)相似的风機(Fig.2.6)(Fig.2.7)[15]，以及相關文獻[16]來推算風機零件規格。



Fig.2.6 參考風機(型號：ACSA A29/225)[15]

Gear box

Type:	parallel shafts
Stages:	2.0
Ratio:	1:23
Manufacturer:	Hansen, Flender

Fig.2.7 ACSA A29/225 齒輪箱規格[15]

本研究使用的傳動鏈模擬平台為增速比約 30 的二階段平行軸斜齒輪箱；ACSA A29/225 則為本研究主要參考的實際風機，為增速比 23 的二階段平行軸齒輪箱(與模擬平台增速比 30 相近)(Fig.2.8)。

根據參考風機的轉子直徑(本研究為 29 m)或是發電機功率(本研究為 225 kW)，搭配風機機械部件規格概算文獻[15]提出的公式，可以算出與實際轉子轉動慣量相差不遠的規格。下文將針對前述的參考風機來概算出轉子的轉動慣量。

$$J = k_J M L^2 = 0.212 M L^2 \quad (2.17)$$

$$M \cong k_M L^{\alpha_M} = 2.95 L^{2.13} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}
D &\cong rel_{DL}L = 2.08L && (2.19) \\
\Rightarrow J &\cong k_J k_M \left(\frac{D}{rel_{DL}}\right)^{2+\alpha_M} \\
&= 0.0304D^{4.13} \\
&= 33310.21(kg \cdot m^2) && (2.20)
\end{aligned}$$

$$P \cong k_P D^{\alpha_P} = 310D^{2.01} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
J &= k_J k_M \left(\frac{D}{rel_{DL}}\right)^{2+\alpha_M} \\
&= k_J k_M \left(\frac{\sqrt[\alpha_P]{P}}{\sqrt{k_P}}\right)^{2+\alpha_M} \\
&= 22948.82(kg \cdot m^2) && (2.22)
\end{aligned}$$

(2.17)到(2.20)式利用轉子直徑 D 來概算葉片長度 L 以及葉片質量 M ，並根據長度 L 和質量 M 算出轉子轉動慣量 J ；(2.21)及(2.22)式則從發電機功率 P 出發，反算出轉子直徑 D ，再代進(2.17)到(2.20)式的過程重新算出轉動慣量 J 。

本文參考的風機葉片長度在 Fig.2.8 中靠近橫軸左側，因此選擇文獻中任一提出的五種不同的擬合曲線，對於計算結果並不會差異太大(本研究將使用圖中的粉色曲線)。其中，每一個規格之間都使用了指數函數的方式(Fig.2.8 中的五種曲線)，擬合到蒐集的現實風機數據(Fig.2.8 中的菱形點/Catalogues)。 k_J 為轉換葉片質量 M 以及葉片長度 L 到轉子轉動慣量 J 的係數，值約為 0.212； k_M 以及 α_M 為轉換葉片長度 L 到葉片質量 M 的係數與指數，值分別為 2.95 與 2.13； rel_{DL} 為轉換葉片長度 L 到轉子直徑 D 的係數，值為 2.08； k_P 以及 α_P 為轉換轉子直徑 D 到發電機功率 P 的係數與指數，值分別為 310 與 2.01。這些係數與指數都以擬合真實規格的方式，並以類似 Fig.2.8 的曲線形狀，形容了風機相關規格之間的轉換關係。

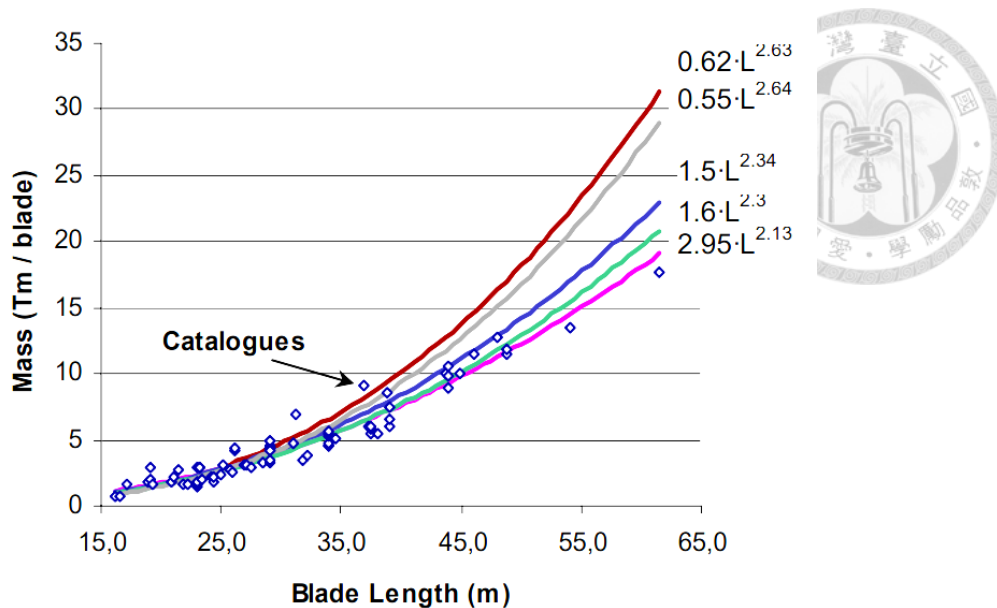


Fig.2.8 風機葉片長度與葉片質量現實數據與指數函數擬合曲線[16]

風機的發電功率為經過控制轉子輸入功率後的結果，經過控制轉速後的發電功率會比起沒有控制轉速的發電功率低。因此若僅使用發電功率回推轉子轉動慣量(2.22)，會比起直接使用轉子直徑回推轉動慣量(2.20)還要小。為了可以較為正確估算轉子的轉動慣量，本研究在之後的動態推算當中，會主要參考(2.17)式，並捨棄經過控制轉子轉速後下修的(2.20)算出的結果。如果未來其他研究參考的風機並沒有可運用的轉子直徑，依然可以使用(2.20)的方式概算出轉子轉動慣量。

2.3 風機規格

由於本研究無法取得實際風機的詳細規格，因此本文將採用風機傳動鏈模擬平台中的二階段平行軸齒輪箱規格及相對應的增速比作為基準，尋找市場上具有相似增速方法和增速比的風機，來作為壽命預測模型的參考。

本文以 ACSA A29/225 作為主要分析對象。該風機的斜齒輪箱與位於模擬平台輸出端的平行軸齒輪箱相似，皆採用平行軸二階段變速的斜齒輪設計。該風機的齒輪箱增速比為 23，在該網站列出的風機以及其傳動鏈增速比與增速方式與實驗室的模擬平台最為相近，因此選擇該風機作為數值模型實作的對象。

2.3.1 風速與輸入功率

在前文提到的風機參考資料中，包含了風速與輸入功率之間的轉換關係圖。本研究將運用該圖將模擬得出的風速轉換為相對應的輸入功率，並將其納入數值模型中進行動態模擬。

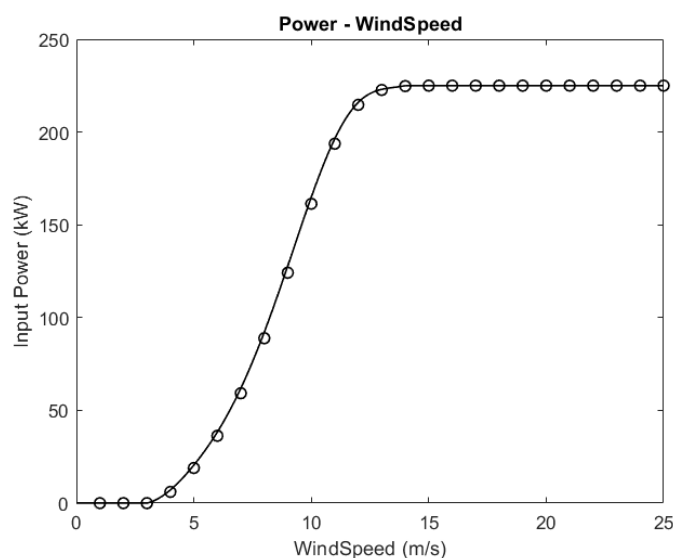


Fig.2.9 風速與輸入功率轉換關係圖[16]

2.3.2 發電機反力矩

風機所提供的資料並未包含發電機的反力矩。因此，本文將根據風機理論以及輸入功率，推導出可信的發電機規格(Fig.2.10)。

在風機操作時，根據輸入的風速，可以將發電功率分為主要的三個區域(Fig.2.10)[17][18]。首先，在風速小於切入風速的情況下（即區域一），由於風速過低，輸入的能量無法克服風機部件本身的慣性，因此無法有效地產生能源，故風機在此情況下不會運轉。在風速大於切入風速時（即區域二），發電功率將與輸入風速的三次方成正比(2.30)，同時發電機的反力矩與輸出端轉速的二次方成正比(2.28)。風機通常會透過風向感測調整轉子的面向，以維持最大發電效率。接下來，在風速大於額定風速的情況下（即區域三），風機將不再維持最大發電效率，而是通過控制葉片的俯仰角來維持發電功率在額定功率上。同時，傳動鏈的輸出端轉速也會保持在額定轉速，以保護風機的旋轉部件免於在高輸入功率下轉速過快而造成過多疲勞損壞。最後，當輸入風速超過切出風速時，由於輸入功

率過大，已無法透過調整俯仰角或葉片方向來調節發電功率和轉速，因此此輸入風速範圍不在風機的工作範圍內。

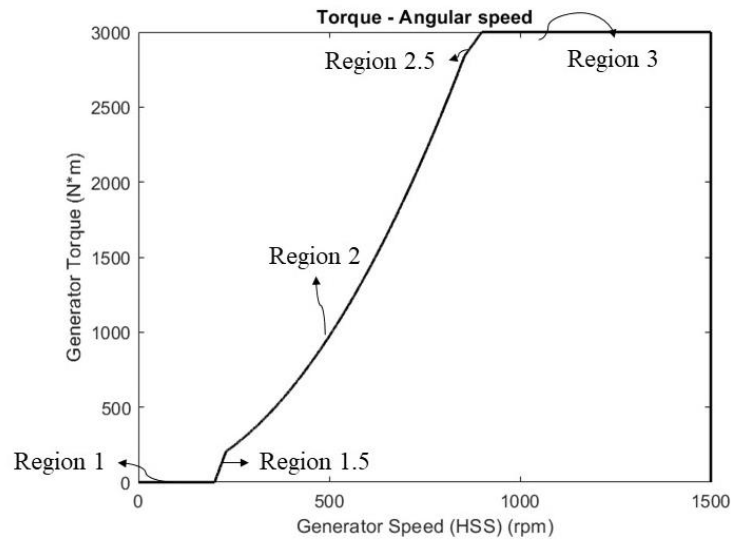


Fig.2.10 發電功率區域示意圖

風機的發電功率(4.1 式中的 P_{aero})與發電機提供給齒輪箱的反力矩(4.1 式中的 τ_{gen})密切相關。以下將根據風機的工作範圍(區域二與區域三)來討論發電機的反力矩(Fig.2.11)[19]。

$$P_{aero} = \tau_{gen} \omega_{gen} \quad (2.23)$$

$$P_{wind} = \frac{1}{2} \dot{m} v_{wind}^2 \quad (2.24)$$

$$C_p = \frac{P_{aero}}{P_{wind}} \quad (2.25)$$

$$\omega_{gen} = n \omega_{rotor} \quad (2.26)$$

$$\lambda = \frac{R \omega_{rotor}}{v_{wind}} = \frac{R \omega_{gen}}{n v_{wind}} \quad (2.27)$$

$$\tau_{gen} = \frac{P_{aero}}{\omega_{gen}} = \frac{C_p P_{wind}}{\omega_{gen}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \dot{m} C_p \frac{v_{wind}^2}{\omega_{gen}} = \frac{1}{2} \rho A C_p \frac{v_{wind}^3}{\omega_{gen}} \\
&= \frac{1}{2} \rho A C_p \frac{v_{wind}^3}{\omega_{gen}} \left(\frac{\lambda}{\lambda}\right)^3 = \frac{1}{2} \rho A R^3 \frac{C_p}{n^3 \lambda^3} \omega_{gen}^2 \\
&= K \omega_{gen}^2
\end{aligned}$$

$$K = \frac{1}{2} \rho A R^3 \frac{C_p}{n^3 \lambda^3} \quad (2.28)$$

$$\tau_{gen} = K \omega_{gen}^2$$

$$\Rightarrow P_{aero} = \tau_{gen} \omega_{gen} = K \omega_{gen}^3 \quad (2.30)$$

發電機的反力矩與風機的輸入功率有所不同，因此需要人工設計不同操作區域之間的過渡。因此，在區域一至區域二以及區域二至區域三之間，會使用斜直線來連接兩者之間的力矩差異，這即是區域 1.5 和區域 2.5(Fig.2.10)。

本研究參考文獻並依循發電效率 C_p 的公式與參數[20]，得到位於 Region 2 中發電效率最高時對應的俯仰角 β 以及尖端速度比 λ 來推算整個發電機反力矩。

$$\begin{aligned}
C_p &= 0.5176 \times \left(\frac{116}{\lambda} - 0.4\beta - 5\right) e^{\frac{-21}{\lambda}} \\
&\quad + 0.006\lambda
\end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned}
C_{P_max}@\lambda = 8.15, \beta = 0(deg), C_{P_max} \\
= 0.4735
\end{aligned} \quad (2.32)$$



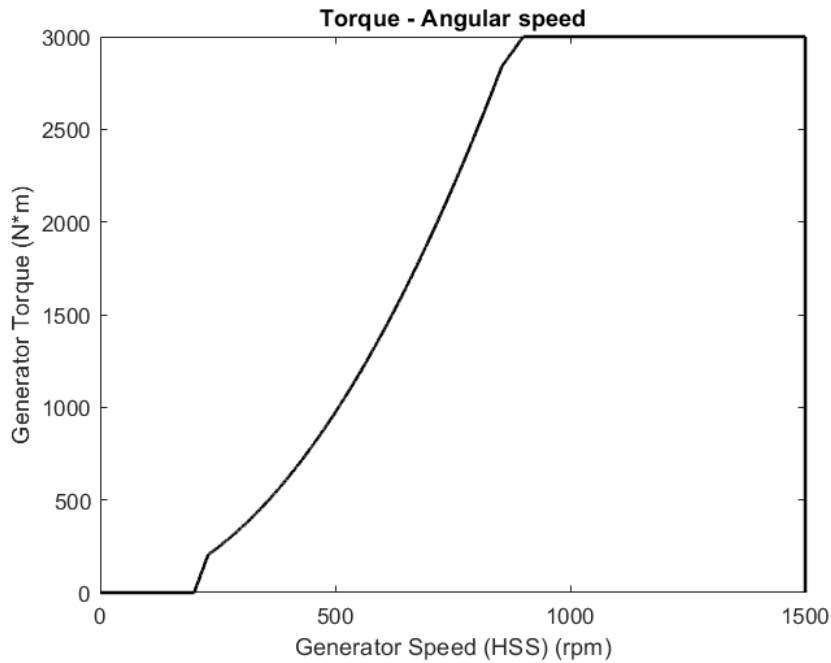


Fig.2.11 發電機反力矩結果

2.4 風速模擬

本節將參考台灣歷史風場資料(福海海氣象塔觀測資料)[21]，進行機率分布的擬合並重新生成風速資料，以作為數值模型的輸入條件。本研究使用韋伯分布以及混合型韋伯分布來擬合歷史風場的機率分布[22]。韋伯分布通常能成功地描述天氣相關現象（如降雨、河流量、風速等）的機率分布，因此常被用來描述風場特性。韋伯分布使用位置、尺度和形狀參數來描述分布的特徵。其中，位置參數表示機率分布的起始點，尺度參數表示分布的分散程度，形狀參數則描述分布的形狀特徵。在參考歷史風場的過程中，可以觀察到每個月份的風速分布都是以 0 為起始點，因此本研究中韋伯分布的位置參數皆設為 0，僅使用尺度和形狀參數進行擬合。

某些月份的歷史風場與單一韋伯分布的趨勢不符合，通常這些月份的風速機率分布呈現兩個甚至三個峰值。因此，本研究參考文獻，並採用混合型韋伯分布來描述這類風場。混合型韋伯分布可以透過權重的調節，結合多種不同尺度和形狀的韋伯分布(Fig.2.12)(Fig.2.13)。在 Fig.2.12 中，橙色與藍色分別代表兩個不同的韋伯機率分布，兩個分布透過調整權重並相加就能夠得到 Fig.2.13。如此就能夠根據台灣歷史風場的特徵，建立符合其特性的風速機率分布。

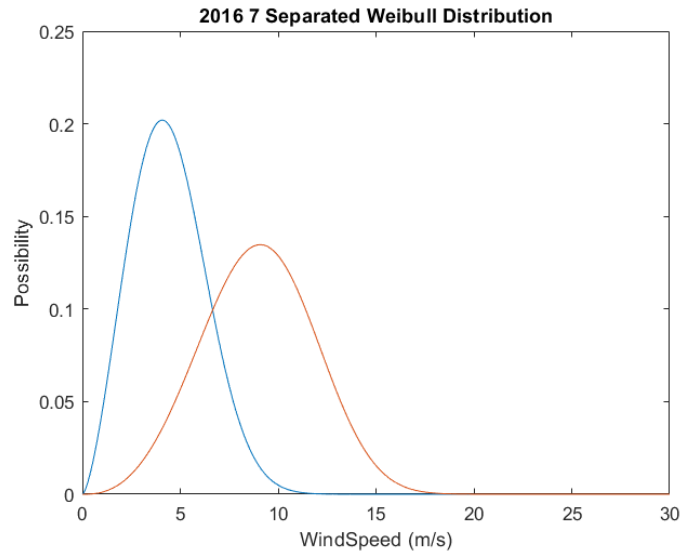


Fig.2.12 兩種不同形狀、尺度之韋伯分布(2016年七月)

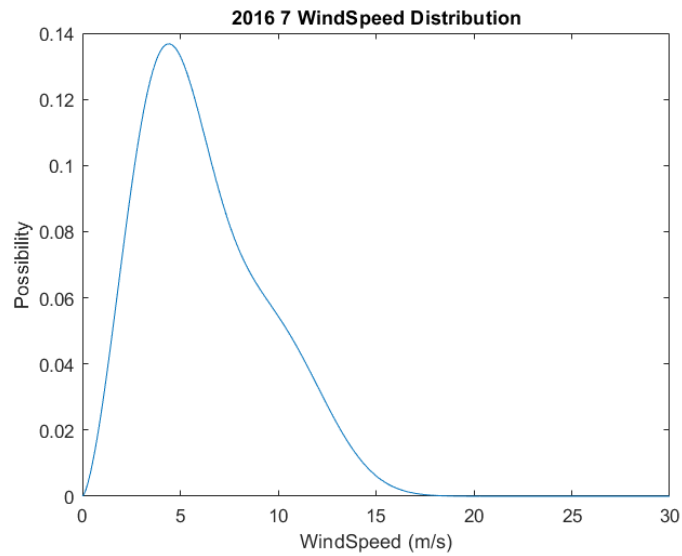


Fig.2.13 混合型韋伯分布(以 2016 七月風場為例)

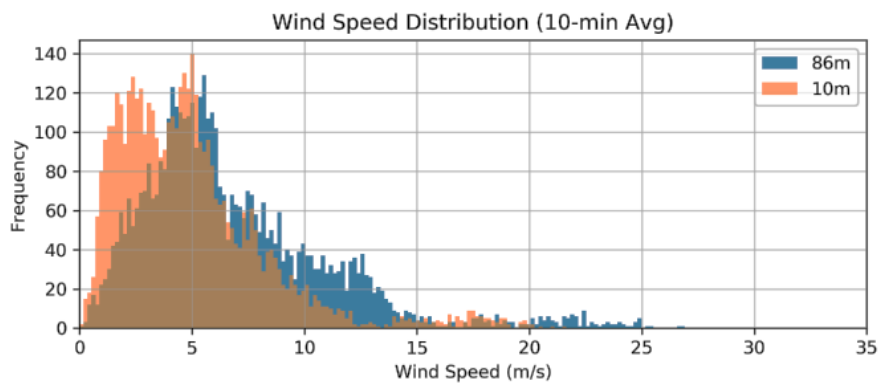


Fig.2.14 2016 年七月風場分布原資料[21]

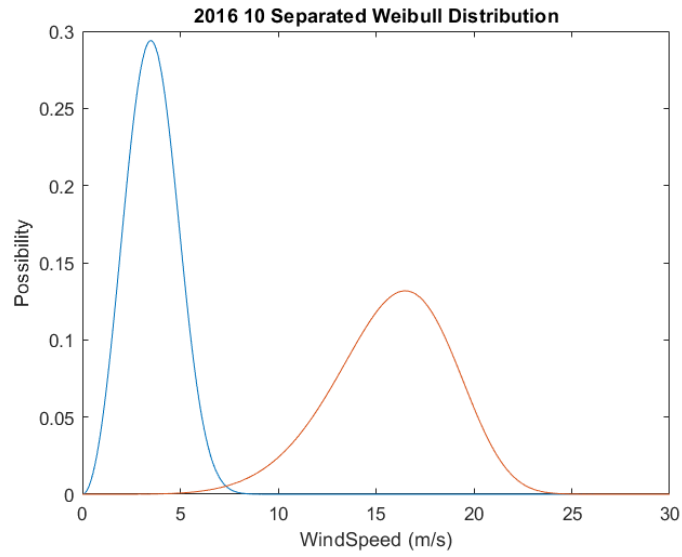


Fig.2.15 兩種不同形狀、尺度之韋伯分布(2016年十月)

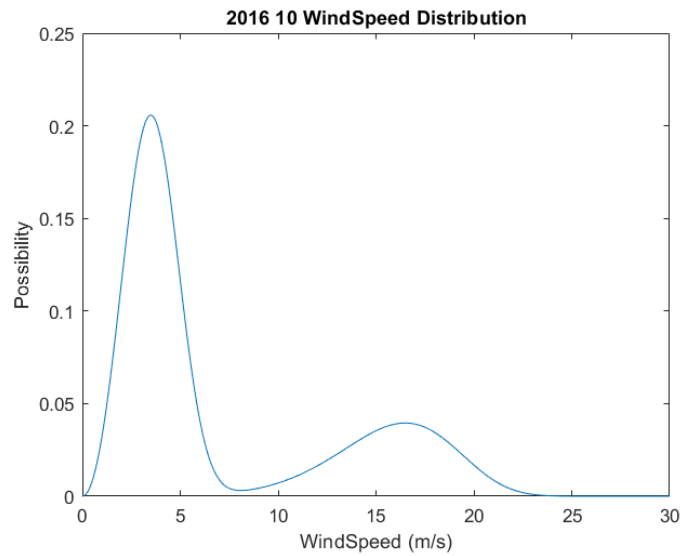


Fig.2.16 混合型韋伯分布(以2016年10月為例)

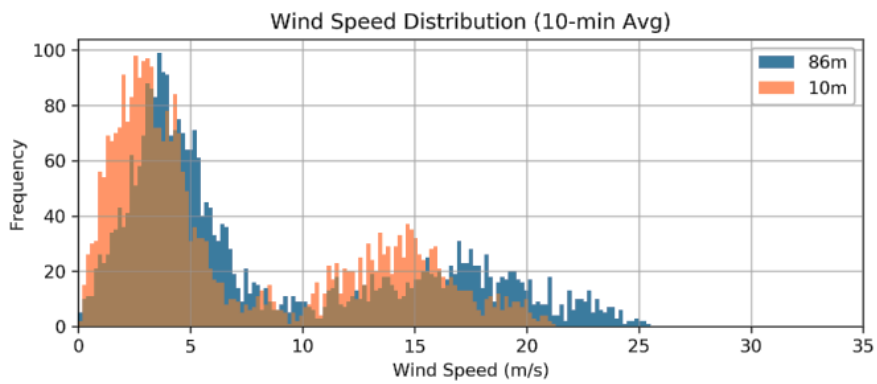


Fig.2.17 2016年10月風場分布原資料[21]

2.5 等效彈簧常數

2.1 節提出的模型也需要各部件碰撞變形的假想等效彈簧常數，以描述部件位移與受力之間的關係。本節將分為轉軸對齒輪及齒輪嚙合兩部分，進行彈簧常數的推導。



2.5.1 轉軸

轉軸齒輪傳動行為在角度域的等效彈簧常數可以用圓柱體的剛度作為範本得出。下文將結合扭矩相關理論推導角度域的圓柱體剛度。

$$\tau = G\gamma \quad (2.33)$$

$$\rho\theta = \gamma l \quad (2.34)$$

$$\tau = \frac{T\rho}{J} \quad (2.35)$$

$$T = k_{\theta} \cdot \theta \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow k_{\theta} &= \frac{T}{\theta} = \frac{\tau J}{\rho\theta} \\ &= \frac{G\gamma J}{\rho\theta} = \frac{G\gamma J}{\gamma l} = \frac{GJ}{l} \end{aligned} \quad (2.37)$$

(2.33)式為剪切應力 τ 與應變 γ 的關係(Hooke's Law)， G 則為圓柱體的剪切模數；(2.34)則描述了圓柱體在扭矩下的變形在邊緣造成的弧長相等(Fig.2.18)，其中 ρ 為截面半徑、 θ 為截面變形角度、 γ 為圓柱體側面變形角度、 l 則為柱高；(2.35)式為力矩 T 與造成的剪切應力 τ 的關係(Torsion Formula)，其中 ρ 為截面半徑、 J 為圓柱體相對截面法向量方向的極轉動慣量(Polar Moment of Inertia)；(2.36)式為角度域的彈簧常數 k_{θ} 與力矩 T 的關係， θ 為彈簧轉動的角度差。結合(2.33)到(2.36)四式，可以推得圓柱體的剛度(即角度域的彈簧常數)(2.37)。

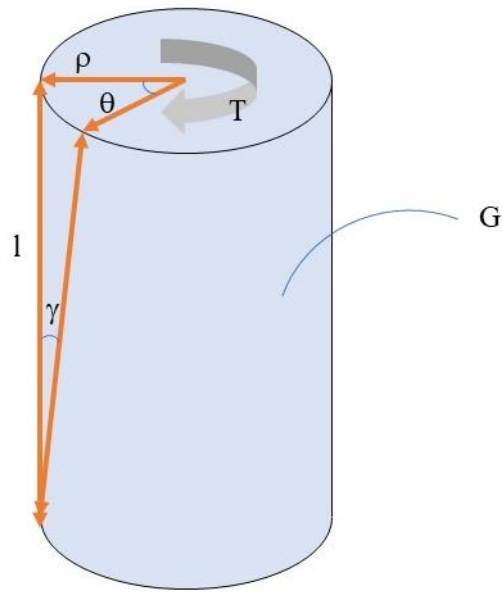


Fig.2.18 圓柱體經歷扭矩 T 的邊緣弧長變形示意圖

2.5.2 齒輪嚙合

本研究的主要方法是利用碰撞產生的應變能和假想彈簧所包含的彈性能之間的關係，來推算等效彈簧常數。為了便於計算，將正齒輪輪齒嚙合情境簡化成懸臂樑受力(Fig.2.19)的情況[23][24][25]。

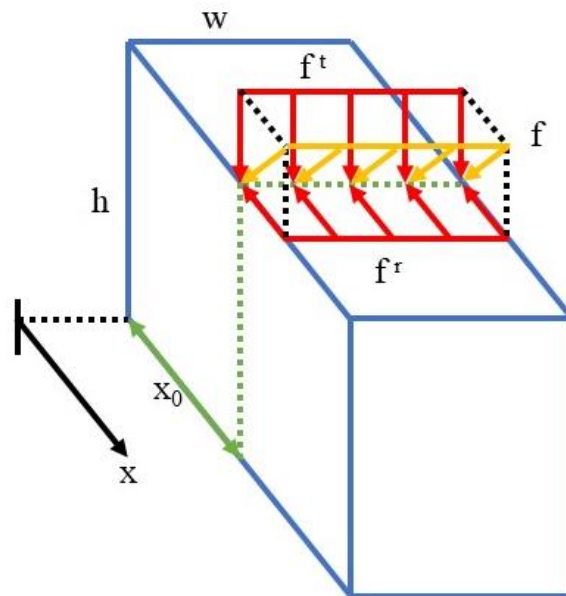
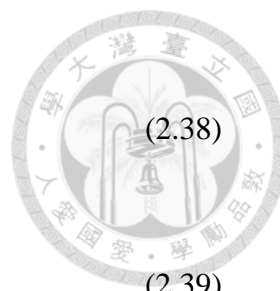


Fig.2.19 懸臂樑受力示意圖

參考 2.1 節(2.1)式，可以根據不同的應力型態(Fig.2.20)(Fig.2.21)，與其對應的彈力位能列出以下方程式。



$$\frac{F^2}{2k_a} = \int_V \frac{1}{2} \sigma_a \epsilon \, dV = \int_V \frac{\sigma_a^2}{2E} \, dV \quad (2.38)$$

$$\frac{F^2}{2k_b} = \int_V \frac{1}{2} \sigma_b \epsilon \, dV = \int_V \frac{\sigma_b^2}{2E} \, dV \quad (2.39)$$

$$\frac{F^2}{2k_s} = \int_V \frac{1}{2} \tau \gamma \, dV = \int_V \frac{\tau^2}{2G} \, dV \quad (2.40)$$

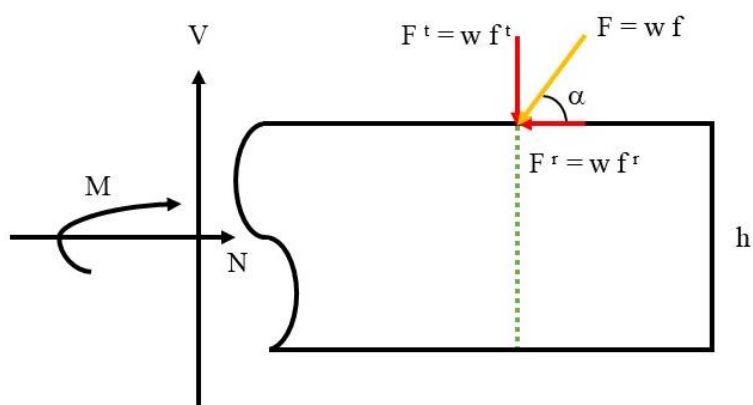


Fig.2.20 懸臂樑受力分析示意圖

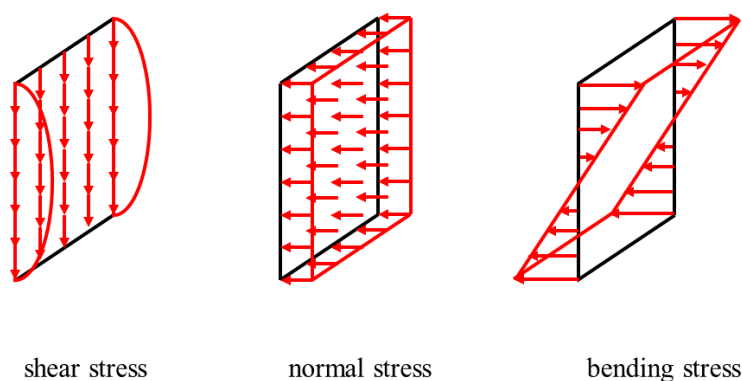


Fig.2.21 懸臂樑根部應力型態示意圖

考慮如 Fig.2.19 的受力情況[26]，可以針對樑根部(對應到實際輪齒的根部)畫出自由體圖(Fig.2.20)以及固定端對應的反作用正向力(N)、彎矩(M)、以及剪力(V)。自由體圖的力與力矩也會造成相對應的應力型態(Fig.2.21)。考慮進上述應

力型態後，(2.38)至(2.40)式則分別討論了應變能與其變形來源的作用力造成的彈力位能之間的關係。其中 F 為作用於懸臂樑上的總力， k_a 、 k_b 、 k_s 以及 σ_a 、 σ_b 、 σ_s 則為該變形來源作用力的等效彈簧常數以及對應在樑根部的應力。不論是何種應力型態，皆假設變形仍在材料的線性區間內，意即符合虎克定律($\sigma = E\varepsilon$)($\tau = G\gamma$)。

接下來將推導不同型態的應變能，並算出該應力型態的等效彈簧常數。

$$\int_V \frac{\sigma_a^2}{2E} dV = \int_0^{x_0} \int_A \frac{\sigma^2}{2E} dA dx$$

$$= (w \cdot h) \int_0^{x_0} \frac{1}{2E} \left(\frac{N}{w \cdot h} \right)^2 dx = \frac{N^2}{2Ewh} x_0 \quad (2.41)$$

$$\frac{F^2}{2k_a} = \frac{N^2}{2Ewh} x_0$$

$$\Rightarrow k_a = \frac{Ewh}{x_0 \cos^2 \alpha} \quad (2.42)$$

$$\int_V \frac{\sigma_b^2}{2E} dV = \int_0^{x_0} \int_A \frac{\sigma^2}{2E} dA dx$$

$$= \int_0^{x_0} \int_A \frac{1}{2E} \left(\frac{My}{I} \right)^2 dA dx = \int_0^{x_0} \frac{1}{2E} \frac{M^2}{I^2} \int_A y^2 dA dx$$

$$= \int_0^{x_0} \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{M^2}{2EI} x_0 \quad (I = \frac{wh^3}{12}) \quad (2.43)$$

$$\frac{F^2}{2k_b} = \frac{M^2}{2EI} x_0, \quad (M = x_0 V + \frac{h}{2} N)$$

$$\Rightarrow k_b = \frac{EI F^2}{x_0 M^2} = \frac{\frac{1}{12} Ewh^3}{x_0 (x_0 \sin \alpha + \frac{h}{2} \cos \alpha)^2} \quad (2.44)$$



$$\begin{aligned}
 \int_V \frac{\tau^2}{2G} dV &= \int_0^{x_0} \int_A \frac{\tau^2}{2G} dA dx \\
 &= \int_0^{x_0} \int_A \frac{1}{2G} \left(\frac{VQ}{It}\right)^2 dA dx = \int_0^{x_0} \frac{V^2}{2GI^2} \int_A \left(\frac{Q}{t}\right)^2 dA dx \\
 &= \int_0^{x_0} \frac{V^2}{2GI^2} f_s dx = \frac{1.2V^2}{2G(w \cdot h)} x_0
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\frac{F^2}{2k_s} = \frac{1.2V^2}{2Gwh} x_0$$

$$\Rightarrow k_s = \frac{Gwh}{1.2x_0 \sin^2 \alpha} \tag{2.46}$$

在獲得上述結果後，仍需確定不同轉角下的等效彈簧常數並計算其確切值。根據 1.4.1 節所介紹的作用線和齒輪幾何特性，可以得知在不同轉角下的受力點，進而計算出不同懸臂樑的長度。

首先列出漸開線輪齒的外型[9]。

$$(x, y) = \left(\frac{d_{base}}{2} (\cos(t + a) + t \sin(t + a)), \frac{d_{base}}{2} (\sin(t + a) - t \cos(t + a))\right) \tag{2.47}$$

$$d_{pitch} = n \times pitch \tag{2.48}$$

$$d_{addendum} = (n + 2) \times pitch \tag{2.49}$$

$$d_{base} = d_{pitch} \times \cos \alpha \tag{2.50}$$

根據(2.47)至(2.50)，可以列出特定節與齒數齒輪的漸開線外型(Fig.2.22)、節徑(Fig.2.22 藍色虛線)、齒頂圓(Fig.2.22 紅色虛線)、以及基圓直徑(Fig.2.22 綠色虛線)。本研究主要探討輪齒接觸，基圓以下到齒根圓以上的齒切部分因為不會接觸，因此將探討基圓以上到齒頂圓的漸開線外型為主。

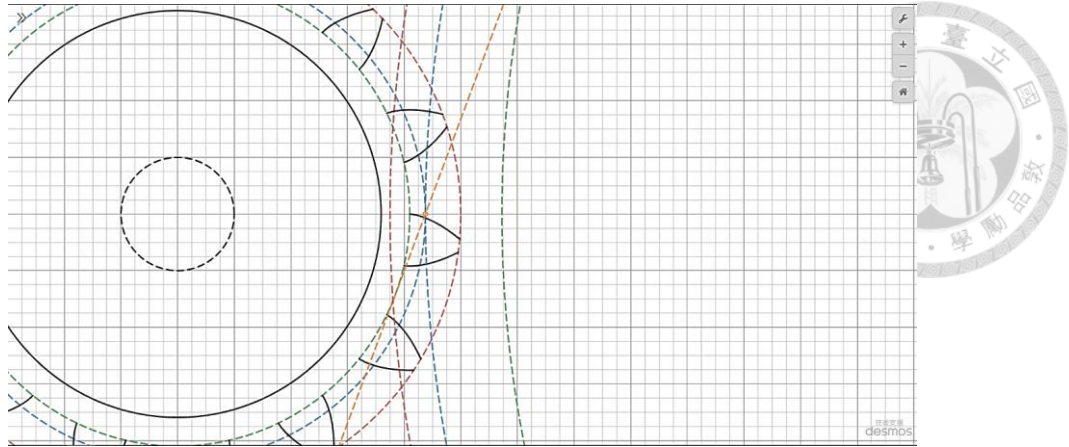


Fig.2.22 14T&72T 齒輪嚙合示意圖

其中，作用線會是兩基圓的內公切線(Fig.2.22 黃色虛線)，驅動方與被驅動方會影響內公切線的斜率正負，而漸開線與作用線的交點就是輪齒受力點。

本研究使用 matlab，以精度 0.001 (deg)調整(2.47)式中的 a (漸開線於基圓上相對於基圓圓心的轉角)，計算漸開線輪齒外型與作用線的交點，並回推隱函數中(2.47)式裡的參數 t 。最後計算受力點與齒根點(漸開線 $t=0$)的 y 垂直距離，此距離即簡化懸臂樑的長度。

另外需要注意的是，齒輪在齒輪組中所扮演的角色(例如驅動方或被驅動方)會影響到嚙合時最先接觸到的受力點以及簡化懸臂樑的長度。驅動方會先接觸到齒根，而被驅動方則是先接觸到齒頂。也可以說是驅動方與被驅動方會影響作用線的斜率正負，進而影響到齒廓與作用線最先相交的是頂部或根部。

最後，由於受彎矩、正向應力和剪切應力所產生的等效彈簧(k_b 、 k_a 、 k_s)具有相同的受力來源((2.42)(2.44)(2.46)式中的 F)，將這三個結果結合成一個等效彈簧時，正好形成串聯的結構(多個彈簧受力相同可以等效為串聯)。因此可以利用彈簧串聯的方式(2.51)整合齒根三種不同應力下的等效彈簧常數。另外二齒輪嚙合期間，兩輪齒的相互作用力也會相等，因此嚙合中兩個輪齒分別的彎矩、正向應力、和剪切應力共六個等效彈簧常數也可以利用彈簧串聯來計算嚙合等效彈簧常數。

$$\frac{1}{k_{a_1}} + \frac{1}{k_{b_1}} + \frac{1}{k_{s_1}} + \frac{1}{k_{a_2}} + \frac{1}{k_{b_2}} + \frac{1}{k_{s_2}} = \frac{1}{k_{eq}} \quad (2.51)$$

目前所得到的結果適用於單齒的正齒輪或正齒輪切片。為了考慮到 1.4.1 節中介紹的齒輪接觸比與斜齒輪的情況[26]，本研究將運用卷積的方法進行計算。

在齒輪嚙合過程中，對於某些齒輪規格和轉角，可能存在兩組甚至三組輪齒接觸的情況，但上述結果僅討論了單組輪齒的等效彈簧常數。若將單組輪齒接觸所產生的角度域響應記錄下來，並整理出所有輪齒接觸的轉角，就可以利用卷積的方式結合接觸比計算出整個正齒輪或正齒輪切片嚙合的等效彈簧常數。

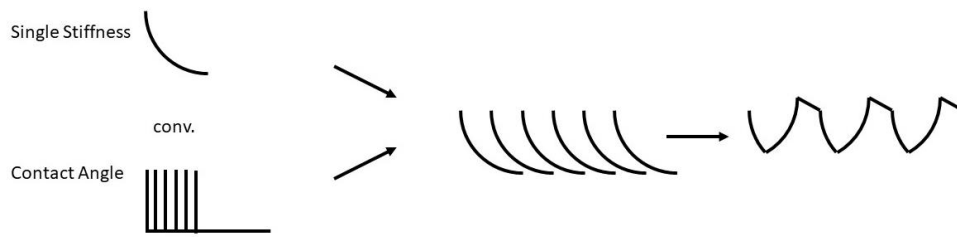


Fig.2.23 利用卷積、單齒等效彈簧常數與輪齒接觸角
計算多齒接觸等效彈簧常數

斜齒輪和正齒輪一樣，需要考慮接觸比的影響。然而，由於斜齒輪具有螺旋角，無法像之前使用懸臂樑簡化計算得到的結果一樣，直接應用於角度域響應的計算中。因此在本研究中將斜齒輪視為正齒輪切片的堆疊(Fig.2.24)，並使每個正齒輪切片相對於前一個切片旋轉了一個小角度，以形成類似斜齒輪的模型。在這種情況下，正齒輪切片的數量越多，模型就越接近真實的斜齒輪。

借助上述方法，可以利用卷積算法記錄下多組輪齒接觸的正齒輪切片響應，並利用輪齒幾何整理每個轉角下接觸到的正齒輪切片數量，從而獲得斜齒輪的單齒等效彈簧常數。最後，根據正齒輪和接觸比的算法再進行一次卷積，從而得到考慮了螺旋角和接觸比的斜齒輪等效彈簧常數。

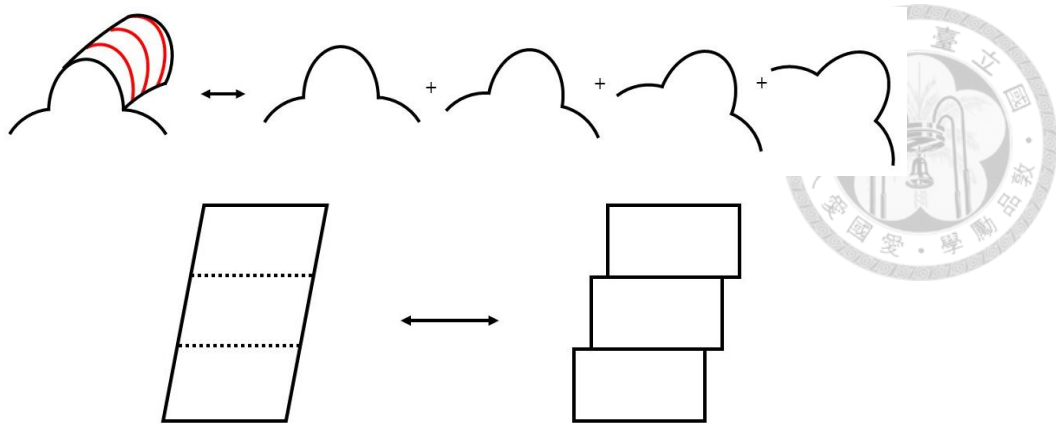


Fig.2.24 斜齒輪與正齒輪切片示意圖

2.6 齒輪疲勞分析

本節旨在介紹如何整理輪齒的受力資訊並將其轉換為損壞疲勞得分，以評估其剩餘壽命。2.4.1 節討論輪齒的受力情況，並在 2.4.2 節中將這些受力轉換為齒根應力。接下來，在 2.4.3 節介紹疲勞分析所使用的 s-n 曲線，並將 2.4.2 節中的齒根應力資訊與 2.4.4 節所介紹的兩流記數法相結合，將其應用於 2.4.3 節的 s-n 曲線中，以計算損壞得分。最後，在 2.4.5 節中，將統計損壞得分，計算出整體的疲勞損傷，並以此作為剩餘壽命的評估依據。

2.6.1 幾何與受力

當正齒輪嚙合時，兩齒輪之間的相互作用力大小相等，但方向相反，且這些力的方向與壓力角和螺旋角有關。在 2.1 節的齒輪箱模型中，碰撞變形計算出的力正好是整個轉動系統用於傳動的力，即切向分量和徑向分量的合力，相對於齒輪節圓而言。通過作用線分析輪齒接觸點，可以獲得相互作用力的切向分量和徑向分量的大小，並且由於接觸點（或稱受力點）的原因，切向分量和徑向分量的夾角恰好等於壓力角。

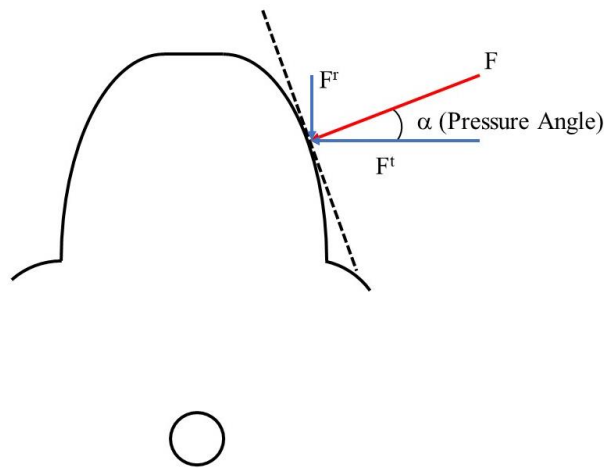


Fig.2.25 正齒輪輪齒受力與壓力角示意圖

在斜齒輪嚙合的情況下，相互作用力也包含切向和徑向分量，但由於螺旋角 (Fig.2.26 中的 ψ) 的存在，原本存在於正齒輪上的作用力切向分量會分解成軸向和切向兩個分量在斜齒輪上[27]。這兩個分量的夾角也正好等於螺旋角。軸向分量參考的是平行軸齒輪和轉軸旋轉軸的方向。換句話說，從齒輪箱模型中計算得出的力實際上是輪齒受力的切向和徑向分量的合力。通過輪齒的規格和轉角，可以推算出切向、徑向和軸向分量的大小。

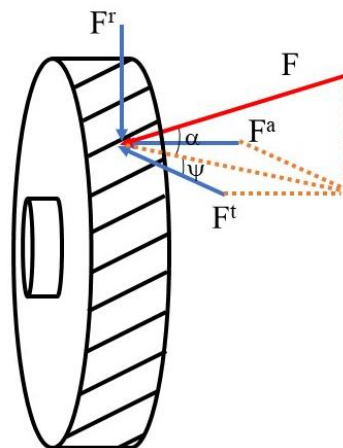


Fig.2.26 斜齒輪輪齒受力與螺旋角示意圖

在獲得輪齒受力的基礎上，下一步是根據齒輪箱的結構(Fig.2.27)繪製自由體圖(Fig.2.28)，並推導出軸承的受力情況。

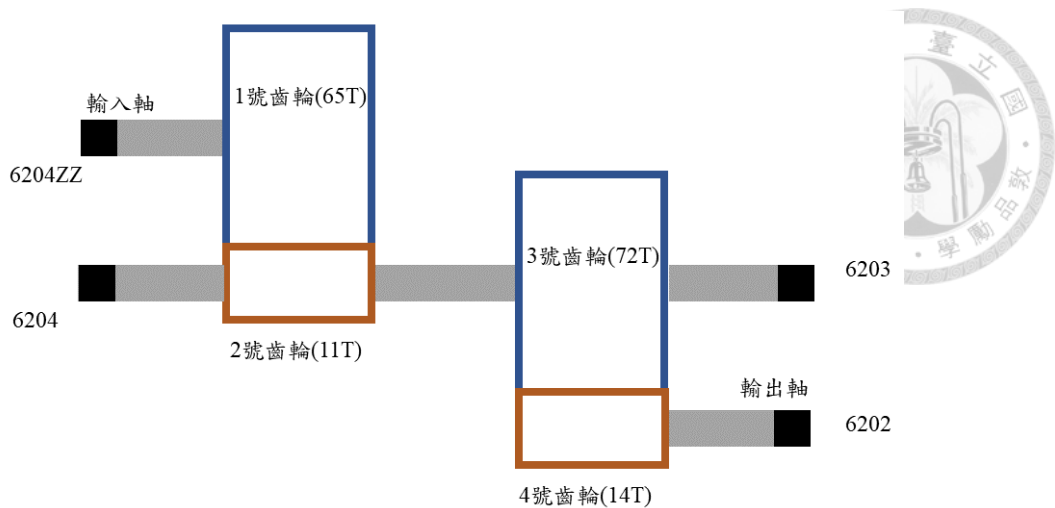


Fig.2.27 齒輪箱部件示意圖

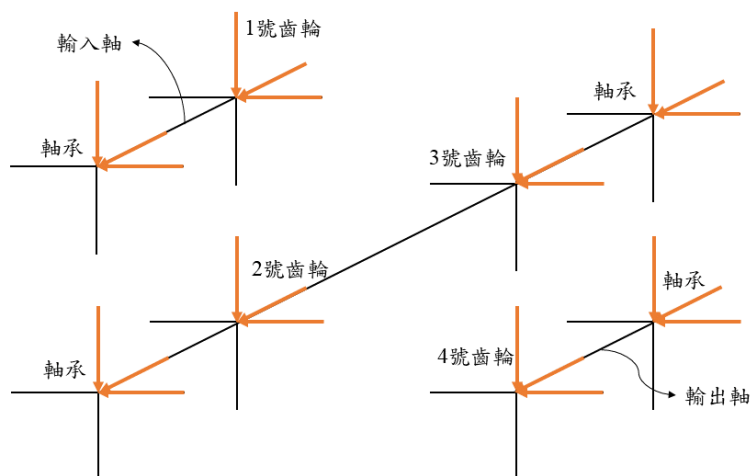


Fig.2.28 齒輪軸承對轉軸施力示意圖

在 Fig.2.27 中，左上角的黑色斜線代表 Fig.2.28 中的輸入軸；右下角的黑色斜線代表 Fig.2.28 中的輸出軸；中間的黑色斜線則代表了 Fig.2.28 中 2 號 3 號齒輪所在的轉軸。橙色向量則為齒輪箱部件(齒輪或轉軸)運轉中受力，並如 Fig.2.11 描述，向轉軸施予的反作用力。在運轉各個瞬間，可以使用力與力矩平衡求解當時轉軸受力大小(Fig.2.28 橙色向量)，並轉換為輪齒受力以及軸承受力。

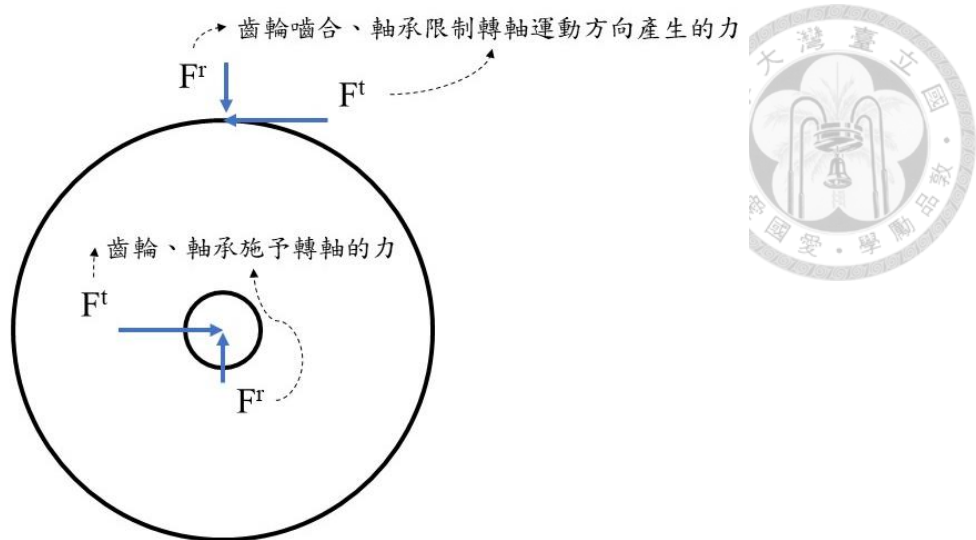


Fig.2.29 齒輪箱部件造成轉軸受力示意圖

在推導出輪齒受力和軸承受力之後，接下來的步驟將分為齒輪(Fig.2.27 藍色和橙色)和軸承(Fig.2.27 黑色)兩個部分，分別進行轉換，並各自應用疲勞分析和壽命預測模型。

2.6.2 齒根應力

輪齒最容易出現疲勞的位置是輪齒與齒根圓的交界處，也就是齒根的位置。延續上文等效嚙合常數的假設，將輪齒簡化為懸臂樑，並計算了輪齒受力對齒根處產生的應力。在簡化成懸臂樑的假設下，受力將對齒根處產生三種應力，包括彎矩應力、正向應力和剪切應力(Fig.2.21)。本研究將運用材料力學中的複合負載原理來計算齒根的應力[22]。另外，疲勞分析需要將材料分析點的正向應力和剪應力結合為一個單一的拉伸應力進行分析。因此，本研究採用了適用於延性材料的 von Mises 標準[11]，將材料分析點(Fig.2.30)的應力以畸變能的方式結合起來。

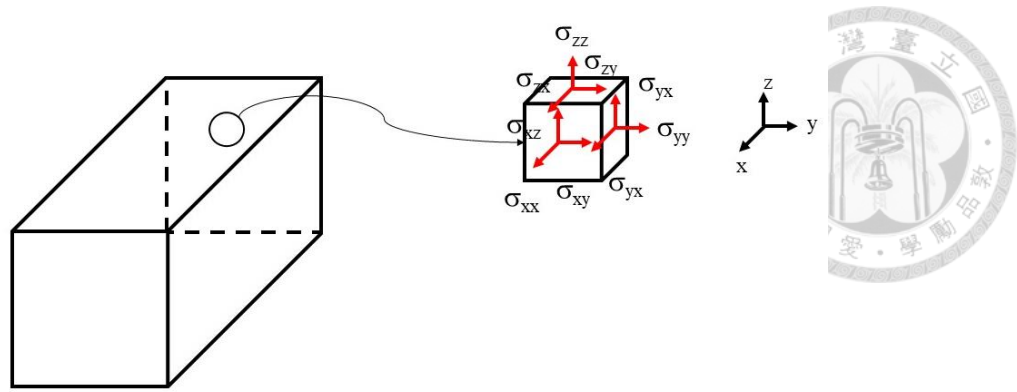


Fig.2.30 材料分析點示意圖

將分析點轉向，使剪應力變為零，得出的主應力(Fig.2.31)會方便計算 von Mises 應力。圖中僅就 x-y 平面討論，可以使用同一種方法分析 y-z 以及 z-x 平面來拓展至三維空間。其中 σ_a 與 σ_b 為分析點在 x 軸與 y 軸的主應力， θ 則為轉角。應用(2.52)式，即可結合分析點的三個主應力(σ_1 、 σ_2 、 σ_3)，變成一個拉伸應力(2.57)。另外，也可以預先使用 3*3 的應力矩陣(2.58)，代入懸臂樑根部的應力(Fig.2.21)，並求解特徵值(即三軸主應力)，進而得到對應的 von Mises 應力。另外， σ_a 、 σ_b 、以及 z 軸的主應力 σ_c ，並未決定出彼此的大小關係。三個主應力經過排列後，從大到小將重新命名為 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 ；單就 x-y 平面而言，也可以將(2.57)式以橢圓表示(Fig.2.33)，若考慮進三種主應力的情形，該橢圓將會延伸成一個圓柱。

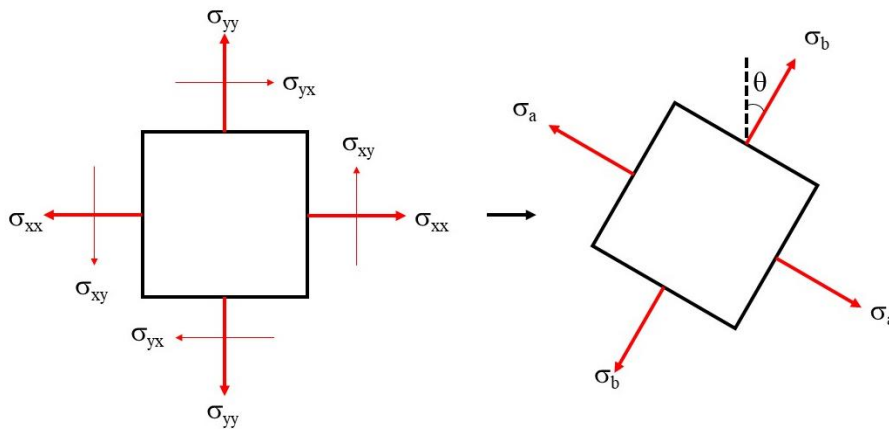


Fig.2.31 分析點轉向示意圖



$$u = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \sigma_i \epsilon_i = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)}{2E} \quad (2.52)$$

$$\sigma_{av} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.53)$$

$$u_v = u|_{\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=\sigma_{av}} = \frac{3\sigma_{av}^2}{2E} (1 - 2\nu)$$

$$= \frac{1 - 2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (2.54)$$

$$u_d = u - u_v$$

$$= \frac{1 + \nu}{3E} \left(\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right) \quad (2.55)$$

$$u_d|_{\sigma_1=S_y, \sigma_2=\sigma_3=0} = \frac{1 + \nu}{3E} S_y^2 \quad (2.56)$$

$$u_d = u_d|_{\sigma_1=S_y, \sigma_2=\sigma_3=0}$$

$$\Rightarrow \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} = S_y^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{von Mises} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (2.57)$$

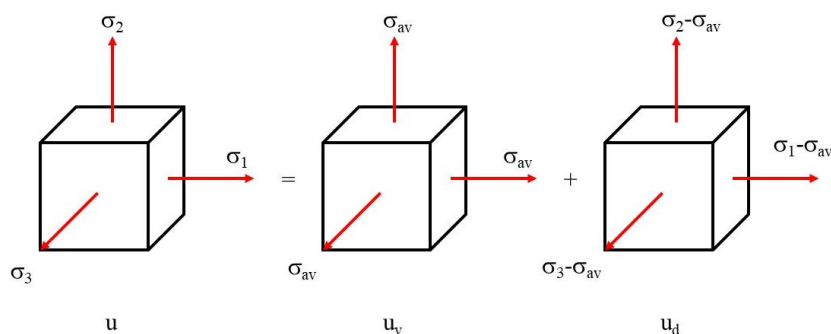


Fig.2.32 von Mises 應力與畸變能推導示意圖



$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} (\sigma_{normal}^{Fr} + \sigma_{bend}^{Fr} + \sigma_{bend}^{Ft} + \sigma_{bend}^{Fa}) & \sigma_{shear}^{Fa} & \sigma_{shear}^{Ft} \\ \sigma_{shear}^{Fa} & 0 & 0 \\ \sigma_{shear}^{Ft} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \xrightarrow{\text{solve eigenvalues}} \begin{bmatrix} \sigma_a & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_b & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix} \\
 & \xrightarrow{\text{sort } \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c} \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3) \tag{2.58}
 \end{aligned}$$

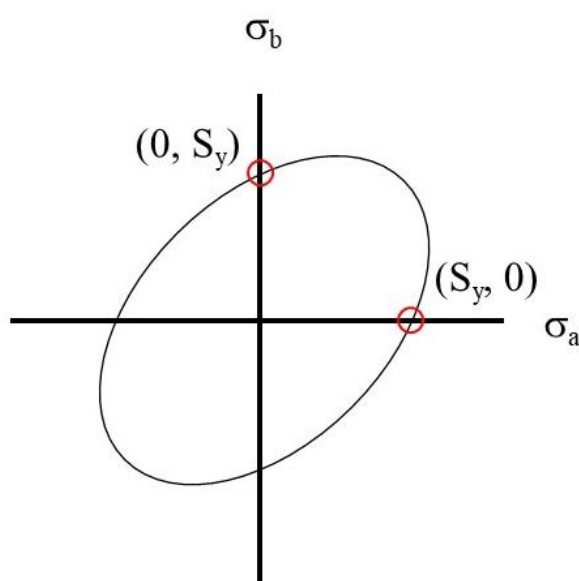


Fig.2.33 圖形化表示二軸主應力與 von Mises 應力

2.6.3 高週期疲勞

本節將介紹疲勞分析常用的工具：s-n 曲線，以及其使用方法。s-n 曲線中的「s」代表應力 (stress)，而「n」代表循環週期次數 (number)。此曲線描述了在特定變動應力幅值下，該材料能夠承受多少週期的彎折，反之亦然。

而 s-n 曲線[11][28]在統計實驗數據後，可以歸納出兩個主要區域：低週期疲勞(Fig.2.34 左半部，橫軸小於 10^3)和高週期疲勞(Fig.2.34 中間部分，橫軸介於 10^3 與 10^6 之間)。低週期疲勞對應於較大的變動應力幅值，使得材料在短時間內就達到疲勞極限；而高週期疲勞的曲線則相對較緩，表示變動應力幅值較小，需要較長時間的使用才會達到疲勞極限。若變動應力幅值太小(10^6 轉以上都無法造成疲

勞損傷)，這些應力將不會對材料造成破壞(Fig.2.34 右半部)。

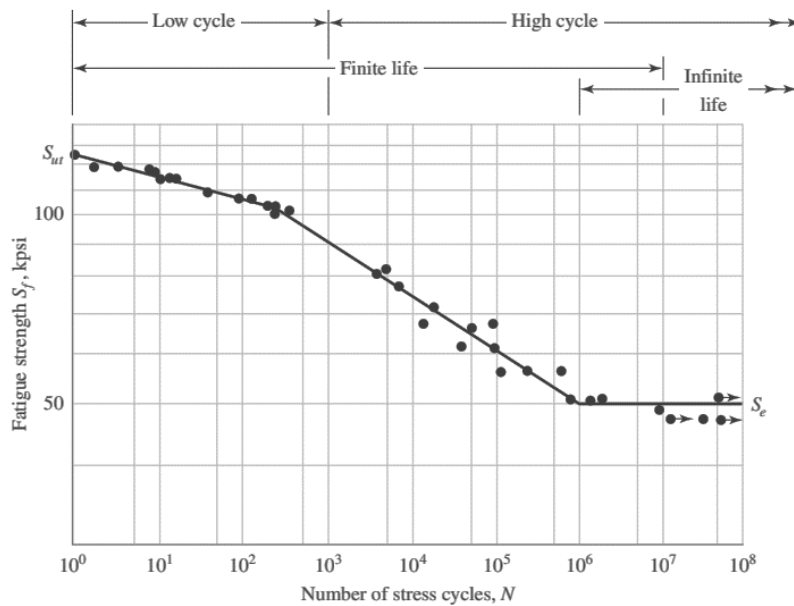
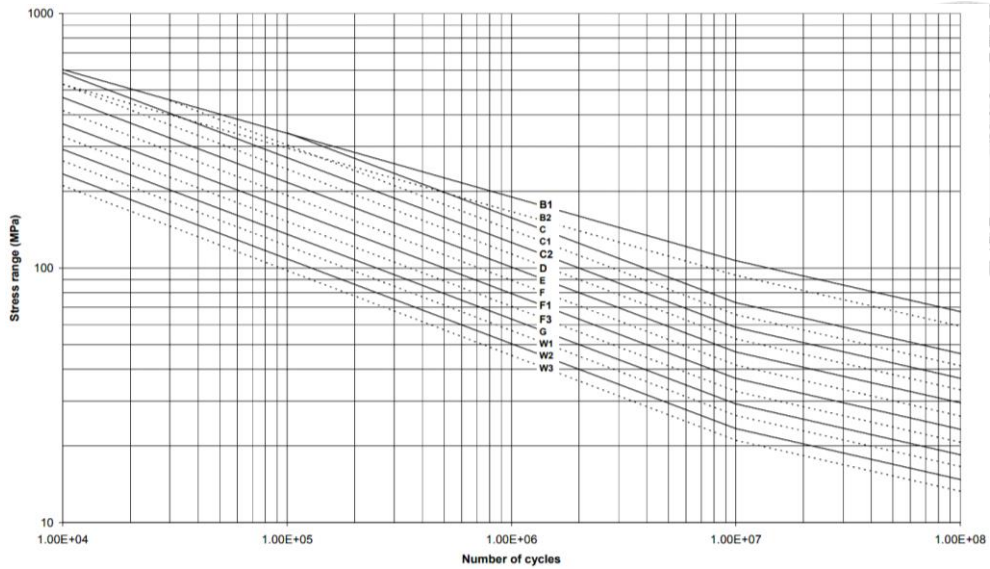
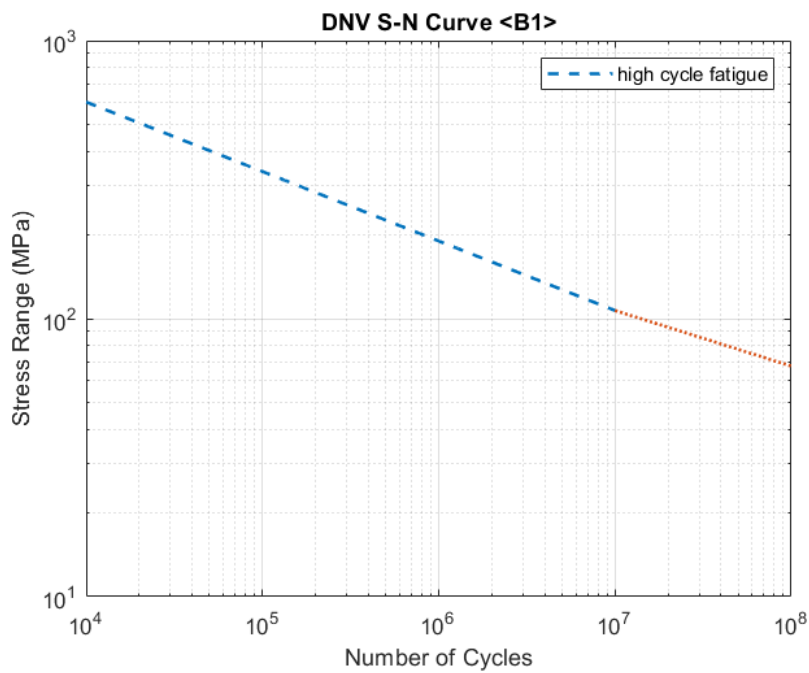


Fig.2.34 s-n 曲線與低週期高週期疲勞示意圖[11]

本文的分析目標是風機，因此引用了文獻中[29]關於離岸環境中鋼材料的 s-n 曲線(Fig.2.35)，並以此作為疲勞分析的主要依據。Fig.2.35 圖中對於低週期與高週期疲勞的界定範圍與 Fig.2.34 有些許不同，但仍為常見範圍內($n = 10^3 - 10^4$, $n = 10^6 - 10^7$)。另外實驗結果也表明在離岸環境下的鐵材料，雖然仍屬於延性材料卻沒有表現出符合 Fig.2.34 中 Infinite Life 區域的性質，意即週期次數在 10^8 轉前不論交變應力幅值大小，仍然會對材料產生疲勞損傷。Fig.2.35 中也標示了不同的加工方式、試片形狀(如：焊接、攻牙、鑽孔造成的應力集中等)適用的其他 s-n 曲線。本研究分析對象為輪齒齒根，因此選擇 Fig.2.35 中 B1 曲線(無加工長方形試片)作為疲勞分析的依據。



(a)



(b)

Fig.2.35 (a) DNV-RP-C203 離岸鋼材料與結構 s-n 曲線[29]

(b)DNV-RP-C203 B1 s-n 曲線與低週期高週期疲勞示意圖

2.6.4 變動應力

在疲勞分析中，較為重要的是應力的大小，而不是變動頻率。因此在疲勞分析中，常將變動應力整理為兩種數值表示，分別是幅值和平均值[11]。幅值代表一次變動中應力的最大值與最小值之間距離的一半；而平均值則代表該變動中最

大值和最小值的應力平均值。

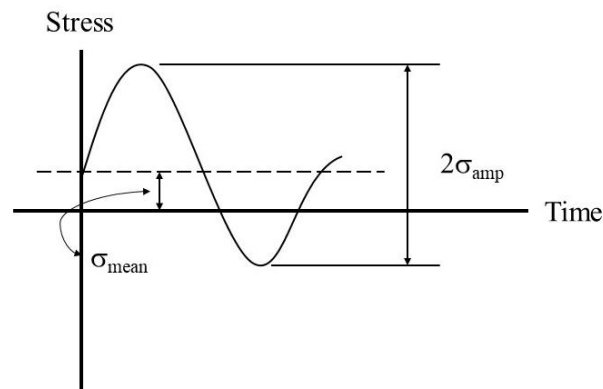


Fig.2.36 變動應力幅值與平均值示意圖

在 2.4.3 節介紹的 s-n 曲線僅適用於不同幅值下，平均應力為零的變動應力的預測。然而在實際情況中，變動應力會有大小不一的變化，且平均應力也會隨時間發生偏移。因此，在參考 s-n 曲線之前，需要對變動應力進行整理。

首先，考慮延性材料的應力-應變圖(Fig.2.37)。可以觀察到在應力作用下，當處於彈性限度內時，應變與應力成正比（此時的斜率為材料的楊氏模數），且當應力解除後，材料將恢復原狀。然而，如果應力超過降伏應力並進入塑性區域，應變將脫離與應力之間的線性關係。在塑性區域產生的變形將導致永久性破壞，這種塑性變形即是疲勞損傷的根源。塑性變形會隨著應力作用的持續累積，當作用次數達到 s-n 曲線所提示的應力週期次數時，材料將發生斷裂。此時，可以稱該材料已達到疲勞極限。

若將週期應力與應力-應變圖結合，可以整理出兩側平整、上下圓滑的軌跡（若作用應力小於降伏應力則軌跡會為一來回斜直線）。這個軌跡被稱為滯後閉環(Fig.2.38)[30]。一個滯後閉環描述了材料在一個週期內所經歷的兩次彈性變形與兩次塑性變形。若應力持續作用多個週期，應力-應變圖上也會出現多個滯後閉環。

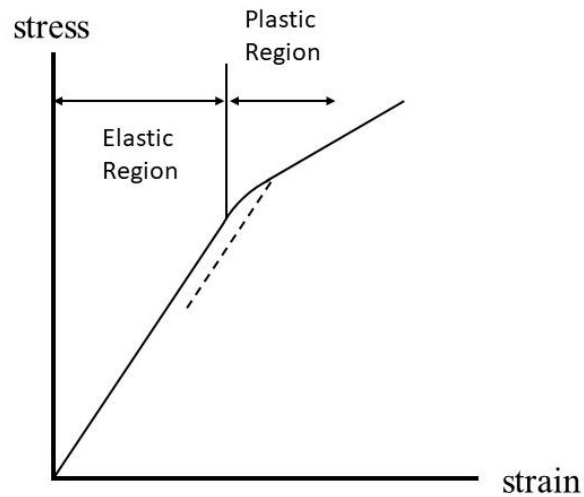


Fig.2.37 延性材料應力與應變關係圖

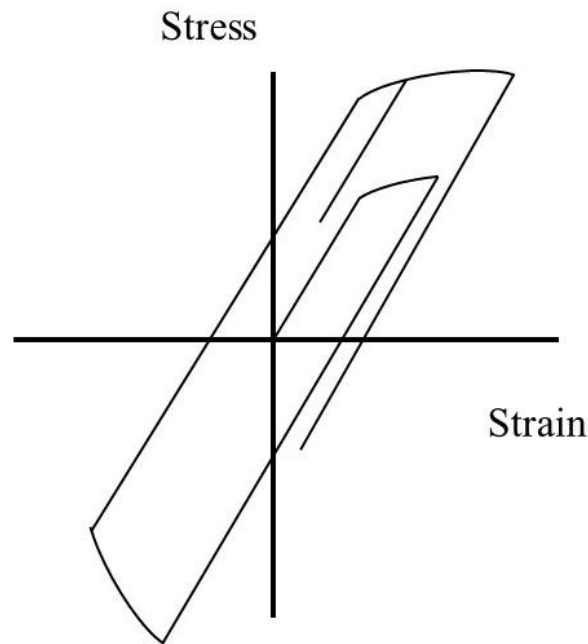


Fig.2.38 多個滯後閉環示意圖

觀察多次應力作用的應力-應變圖時，會發現不同週期的應力可能會延續先前滯後閉環的軌跡。這表示在進行疲勞計算時，不能僅考慮時間軸上每個週期的應力大小，而需要同時考慮應力-應變圖上各個應力形成的最大閉環大小。為了整理連續且嘈雜的變動應力，使其變成明確的離散週期應力，目前最常用的方法是雨流記數法[30][31]。這個演算法得名於其類似於屋頂上下雨的示意圖。

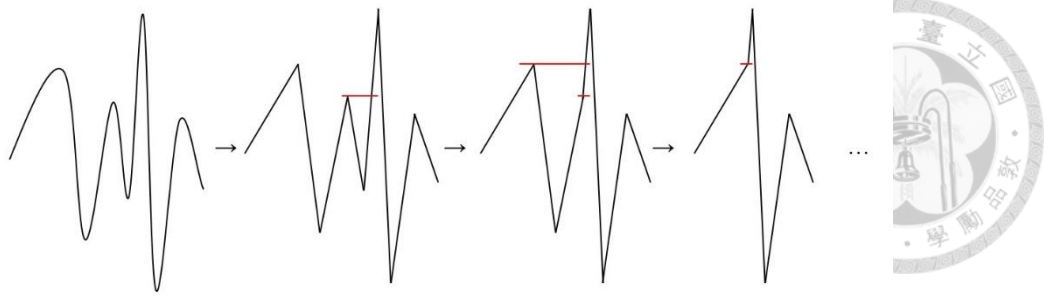


Fig.2.39 雨流記數法示意圖

在使用雨流記數法之前，需要事先得知變動應力的極值點並判斷其為峰值或谷值，接下來進行雨流記數法的操作。本研究採用的是 MATLAB 內建的雨流記數函式，且此函式使用的是三點式雨流記數法(Fig.2.39)。該算法考慮連續三個最大與最小應力值，並比較第一與第二點，以及第二與第三點之間的距離大小關係。如果第二與第三點的距離比第一與第二點的距離大，表示可以從這三點中提取出一個完整週期。根據這種判斷方法，可以將變動應力整理成明確表示在多少幅值和平均應力下作用了多少次的資訊(Fig.2.40)，就能夠套用 s-n 曲線並進行疲勞分析。

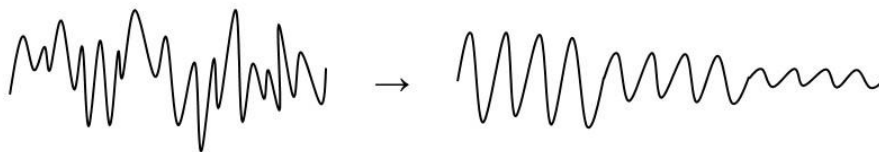


Fig.2.40 經過雨流記數法整理應力前後對比示意圖

s-n 曲線僅能針對平均應力為零的變動應力進行分析，然而經過雨流記數法整理後的變動應力資訊包含週期應力幅值、平均值以及作用次數的結果。因此，必須將應力平均值納入應力幅值的整理中，才能將應力資訊對應到 s-n 曲線進行疲勞分析。本研究參考了四個疲勞失效準則(Fig.2.41)[11]，並選擇了 Soderberg Line 作為主要參考曲線。Soderberg Line 在轉換平均應力至幅值的數值最小，有利於保守估計疲勞分析出的結果。如此便可以用平均應力(橫軸)和應力幅值(縱軸)之間的轉換關係，將平均應力等效放成交變應力(2.63)，並得到一個平均應力為零的等效變動應力。

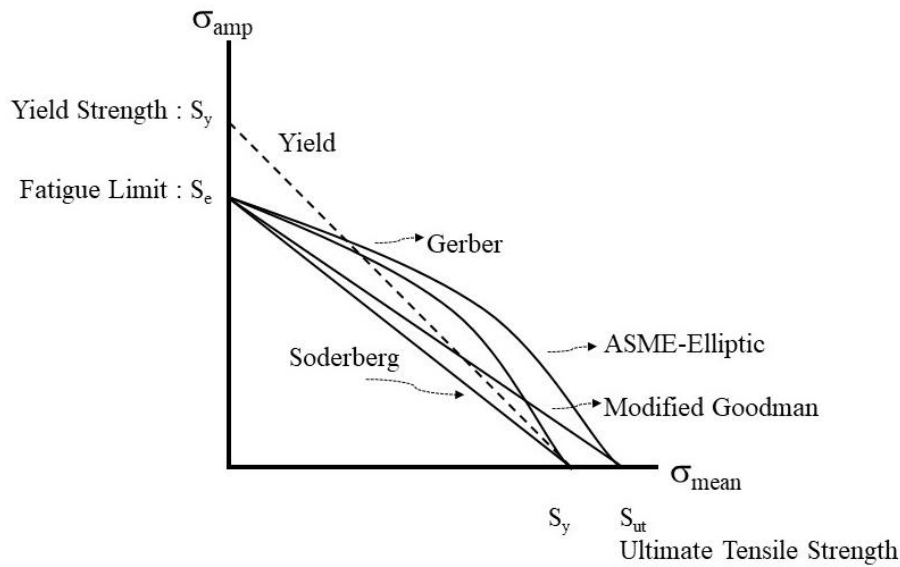


Fig.2.41 四種疲勞失效準則曲線

Soderberg :

$$\frac{\sigma_{amp}}{S_e} + \frac{\sigma_{mean}}{S_y} = 1 \quad (2.59)$$

Modified Goodman :

$$\frac{\sigma_{amp}}{S_e} + \frac{\sigma_{mean}}{S_{ut}} = 1 \quad (2.60)$$

Gerber :

$$\frac{\sigma_{amp}}{S_e} + \left(\frac{\sigma_{mean}}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (2.61)$$

ASME-Elliptic :

$$\left(\frac{\sigma_{amp}}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{mean}}{S_y}\right)^2 = 1 \quad (2.62)$$

$$\sigma_{amp_{eq}} = \frac{\sigma_{amp}}{1 - \frac{\sigma_{mean}}{S_y}} \quad (2.63)$$

2.6.5 線性累積損傷

透過 s-n 曲線、雨流記數法、以及疲勞失效準則，可以得知材料在特定幅值和平均應力下能夠重複作用多少次，才會達到疲勞極限。本研究假設在不同應力作用下，造成的疲勞損傷彼此獨立。換句話說，雨流記數法整理的結果不會因變動應力的排列前後關係而導致不同的疲勞損傷，也可以說此時的疲勞損傷是以線性方式累加的。線性方式累加的假設，使得本研究不需要實際做出與運轉時間、狀況相同的數值，也能利用短時間放大的方式來估計高運轉時長下的疲勞損傷。

透過雨流記數法整理得到的某變動應力下的作用次數(n_i)，可以進一步參考 s-n 曲線來預測在相同變動應力下作用到疲勞極限的次數(N_i)。計算兩者次數的比值並將所有過程中的結果進行累加，即可得到線性累積的損傷得分。當損傷得分越接近 1 時，該部件就越接近疲勞極限，也就是說其剩餘壽命越短。

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \quad (2.64)$$

2.7 軸承疲勞分析

考慮完齒輪的剩餘壽命預測方式後，接下來將繼續介紹軸承的剩餘壽命預測方式。儘管後續的線性累積損傷計算方式與齒輪類似，但由於軸承結構較為複雜，無法僅僅使用單一材料的 s-n 曲線來計算預計的作用次數。因此，在 2.5.1 節中將討論如何應用軸承負載理論，結合徑向和軸向受力，使用基本靜態額定負載來進行計算。而在 2.5.2 節中，將介紹如何使用基本動態額定負載來預測軸承的額定壽命。最後，在 2.5.3 節中將介紹損傷得分的累計方式，以預測軸承在變動負載下的剩餘壽命。

2.7.1 軸承負載

從 2.4.1 節所推導的自由體圖和部件受力結果出發，此時各軸承都承受著軸向力、徑向力和切向力 (F_a 、 F_r 、 F_t)。軸承本身不受扭矩限制，且主要功用在於提供徑向和軸向的抵抗力，因此只需要討論受力即可，彎矩與扭矩皆不會納入討論範圍。此時切向受力 F_t 可以移至軸承中心形成另一種徑向力(轉移受力點產生的力矩因為軸承本身不受扭矩的限制可以忽略)(Fig.2.42)。

軸承與齒根應力相似，需要將多種不同作用力整合成一個等效果量，以用於疲勞分析。在計算齒根應力時，使用的是 von-Mises 標準；而在軸承方面，需要計算等效軸承負載[11]。這個負載是考慮軸承本身的規格（本研究為深溝球滾珠軸承）、軸承的徑向和軸向受力大小、以及軸承的操作狀況等因素，作為壽命預測的基準。

軸承的軸向和徑向受力對於軸承等效負載的影響可以參考附圖。可以觀察到當軸向受力與徑向受力的比值小於特定值 e 時，等效負載將完全受到徑向受力的

影響；相反地，當比值大於 e 時，等效負載則會根據軸向和徑向受力的線性組合進行計算(e 的大小可以參考 Fig.2.44 第二欄)。本研究參考了相關文獻整理的表格(Fig.2.43)(Fig.2.44)，並依此計算等效負載所需的各項數值。



$$F_e = X_i V F_r + Y_i F_a \quad (2.65)$$

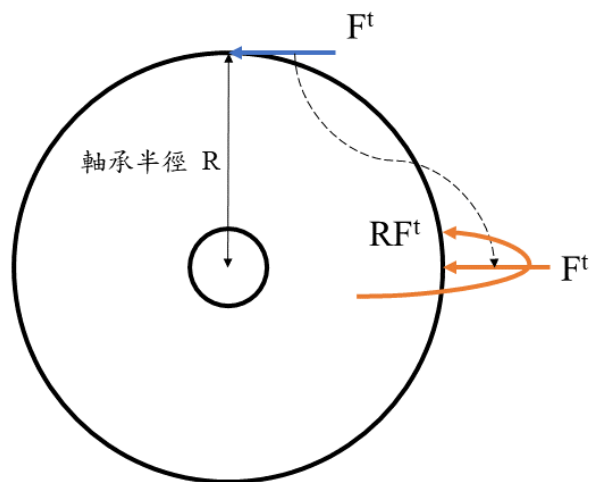


Fig.2.42 切向受力點轉移示意圖

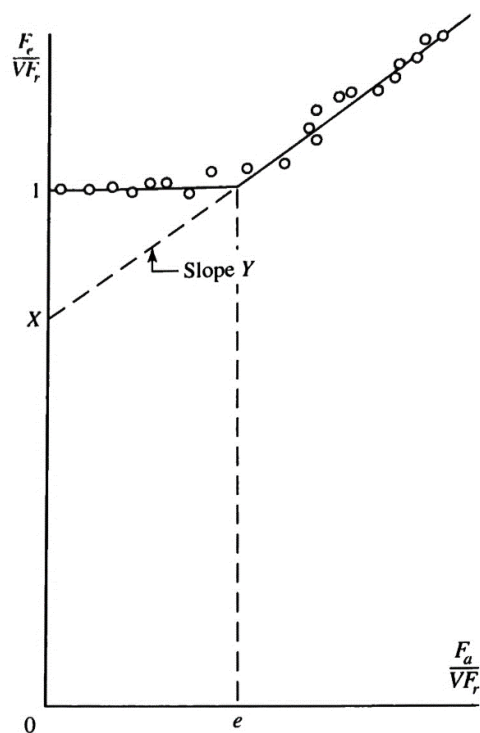


Fig.2.43 軸向力、徑向力對等效負載的比值之關係圖[11]



F_a/C_0	e	$F_a/(VF_r) \leq e$		$F_a/(VF_r) > e$	
		X_1	Y_1	X_2	Y_2
0.014*	0.19	1.00	0	0.56	2.30
0.021	0.21	1.00	0	0.56	2.15
0.028	0.22	1.00	0	0.56	1.99
0.042	0.24	1.00	0	0.56	1.85
0.056	0.26	1.00	0	0.56	1.71
0.070	0.27	1.00	0	0.56	1.63
0.084	0.28	1.00	0	0.56	1.55
0.110	0.30	1.00	0	0.56	1.45
0.17	0.34	1.00	0	0.56	1.31
0.28	0.38	1.00	0	0.56	1.15
0.42	0.42	1.00	0	0.56	1.04
0.56	0.44	1.00	0	0.56	1.00

*Use 0.014 if $F_a/C_0 < 0.014$.

Fig.2.44 軸向力與徑向力轉換軸承負載係數參考圖[11]

根據軸承使用情況，可以首先確定在等效負載公式(2.65)中 V 的值[11]。本研究所使用的軸承方式是外環固定，內環隨著轉軸轉動，因此 V 的值為 1。若使用情境為內環固定外環轉動，則 V 的值將會為 1.2。

接下來，需要確定 X 與 Y 的值。在得知軸承所受的徑向力與軸向力後，需要查閱軸承的基本靜態額定負載 C_0 。為了判斷軸向力是否足夠大以影響等效負載（是否大於 e ），首先需計算軸向力與基本靜態額定負載的比值，並參考表格 (Fig.2.43) 獲得 e 的值。

在本研究的計算過程中，若表格中沒有所得到的數值，將進行線性內插法參考前後相近的數值。接下來，計算軸向力與徑向力的比值，並將其與 e 進行比較。根據兩者的大小關係，可在表格中對應到不同的欄位，得到相應的 X 與 Y 值，進而根據前文所提供的公式(2.65)進行計算軸承的等效負載。

2.7.2 壽命預測

本節將以 2.5.1 節所計算得出的軸承等效負載為基礎，進行軸承壽命的預測計算。

軸承規格中除了基本靜態額定負載用於計算等效負載外，還包含基本動態額定負載，用以評估軸承在特定等效負載下能夠運轉的圈數。可運轉圈數 L 與相對

應的軸承負載 F 之間可透過常數 a 找到反比關係(Fig.2.45)(2.66)。每一個軸承規格中的基本動態額定負載 C_{10} 指的是當該軸承能夠運轉一百萬次時，所對應到的軸承負載。因此，透過基本動態額定負載與一百萬轉之間的反比關係，可以預測在任意負載下的可運轉圈數。

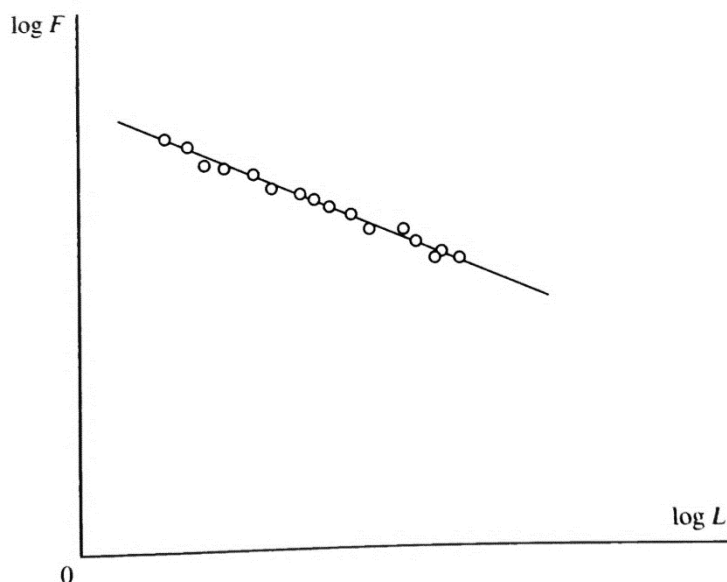


Fig.2.45 運轉圈數 L 與軸承負載 F 關係圖[11]

$$L = \left(\frac{C_{10}}{F_e}\right)^a \quad (2.66)$$

在應用反比關係時，需要將等效負載固定，因此在計算過程中假設為恆定轉速的情況（若轉速變動，負載也會相應改變）。其中，可以用圈數表示可運轉圈數 L ，或者將其除以轉速以時間表示單位(2.67)。其中， \mathbf{L} 為可運轉時間(s)、 L 為可運轉圈數(rev)、 ω 為軸承運轉角速度(rev/s)。

$$\mathbf{L} = \frac{L}{\omega} \quad (2.67)$$

2.7.3 線性累積損傷

風機在運作時與一般轉動機械有所不同，轉子的轉速會持續變化，並導致部件的受力大小不斷變動。儘管在 2.5.1 和 2.5.2 節中可以計算出可運轉的時間，但

這是在假設轉速恆定且負載不變的情況下進行的。因此，本文與 2.4.5 節中計算齒輪累積疲勞損傷時一樣，假設軸承的負載彼此獨立，並整理出軸承在實際使用狀況下所經歷的轉速、對應的使用時間，以及當時的徑向與軸向受力。這種方法將每個時間段視為獨立，假設軸承以恆定轉速的方式運轉，以符合前兩節的假設。只要時間段切分得越細，計算出的結果會越接近實際損傷。

利用 2.5.1 節介紹的方法，將徑向與軸向受力轉換為等效負載，然後利用 2.5.2 節中描述的圈數與負載之間的關係，將等效負載轉換為預計可運轉的圈數(L_i)，進而轉換為預計可運轉的時間(t_i)。接著，將該轉速下的實際使用時間除以該轉速下預計可運轉的時間，並將所有時間段的結果進行累加。此結果即為目前軸承在變動負載下所產生的損傷得分。與齒輪的損傷得分相同，分數越接近 1 表示剩餘壽命越短，越接近疲勞極限。

$$D = \sum_i \frac{t_i}{L_i} \quad (2.68)$$

Chapter 3 模擬與實驗驗證



本研究的預期應用是透過輸入所測量到的風速，利用齒輪箱的數值模型計算部件的受力並進行疲勞分析。整個分析過程建立在理論基礎之上，尚缺乏完整的風機資料可驗證理論所得結果的正確性。因此，本章的目的在於使用諸如有限元素模擬和實驗等方法，設定特定的使用情境，並對比實驗或模擬結果與理論計算結果的一致性，以增強本文理論的可信度。

本章節分為三個部分。3.1 節將使用實際的風機傳動鏈模擬平台，並運用 2.1 節提出的齒輪箱數值模型，將相同的使用情境應用於模擬平台中，進一步比對兩者之間的轉速。此實驗的目的在於驗證數值模型與模擬平台的動態是否一致。

在 3.2 節和 3.3 節中，利用有限元素軟體 COMSOL 來模擬等轉速下各部件的規格和受力情況。在 3.2 節中，將驗證齒輪嚙合常數的模擬結果；而在 3.3 節中，將進一步模擬齒根應力。這兩節的目的分別是比對理論中齒輪箱數值模型所計算的齒輪嚙合常數以及部件受力情況。特別是在推導齒根應力時，將驗證假設懸臂樑的合理性是否符合現實。

透過這三個部分的驗證，加強本文所提出的理論模型的可靠性，並進一步驗證其與實際情況的吻合程度。

3.1 齒輪箱實驗

本實驗旨在獲得物理模型與現實風機傳動鏈模擬平台之間動態的誤差，以評估兩者之間的差異。以下是實驗所使用的器材及其說明：

1. 風機傳動鏈模擬平台

該平台設計用於模擬真實風機傳動鏈的運作情況。它內含一個一階段行星齒輪箱、一個二階段平行軸齒輪箱，共三個階段的變速，以及輸入輸出端的力矩和反力矩控制系統與其感測器。第一階段齒輪增速是位於輸入端附近的行星齒輪箱，增速約為四倍。第二和第三階段齒輪增速是位於輸出端附近的平行軸齒輪箱，增速約為 30 倍。為了監測轉速，平台在輸入端和輸出端都安裝了編碼器，轉速數據會即時顯示在電腦螢幕上，更新頻率為每秒一次。

該平台僅支援等轉速運轉，輸入端的轉速範圍為 1rpm 至 15rpm，共 15 種輸入轉速。平台通過在輸入和輸出端施加力矩來控制整體轉速保持穩定。輸入和輸出端的轉速以及力矩數據都會顯示在電腦螢幕上。

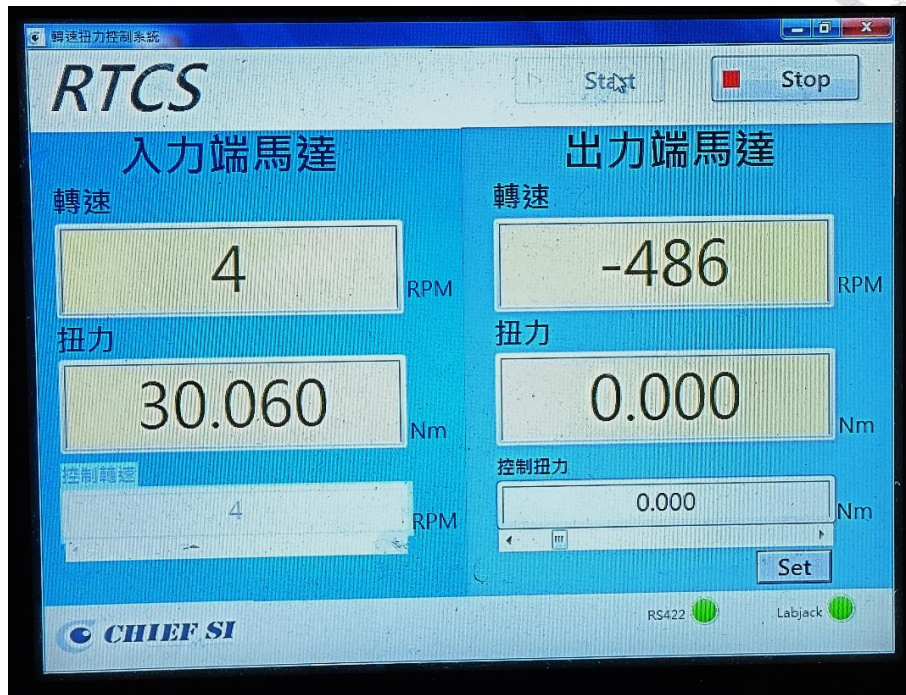


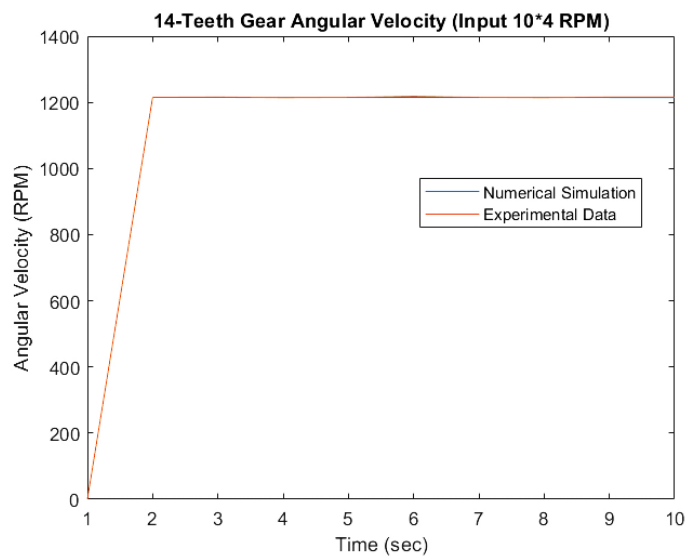
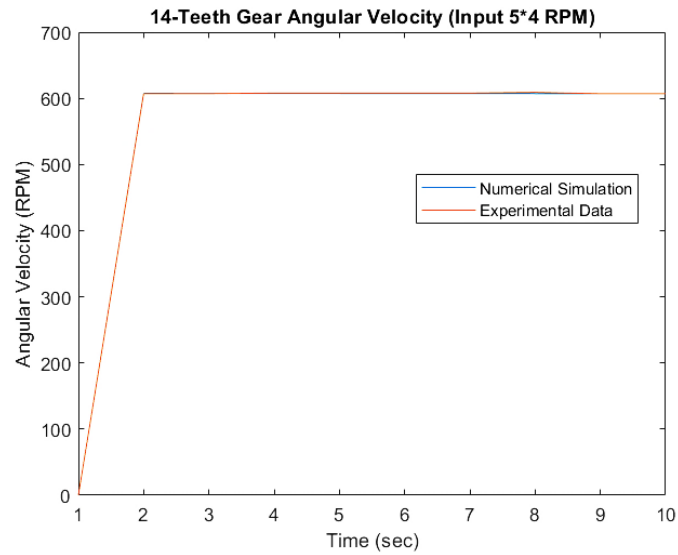
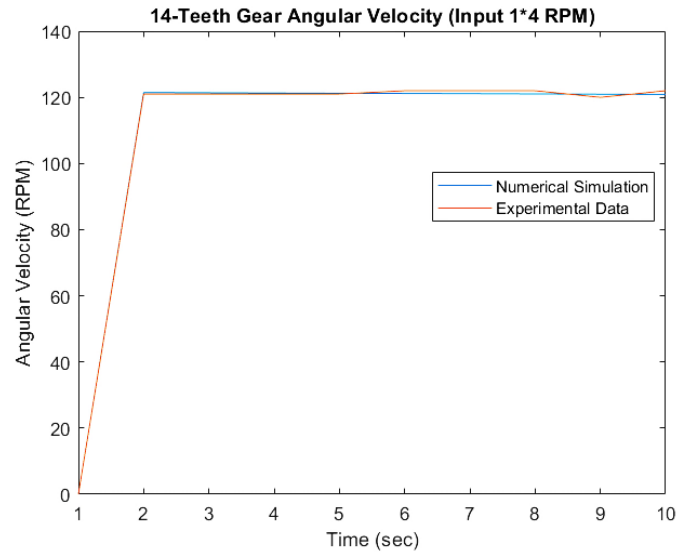
Fig.3.1 輸入輸出端轉速與力矩數據

2. 齒輪箱數值模型

本數值模型基於第二章的理論，結合風機傳動鏈模擬平台的部件規格，開發出一個理論上能夠模擬該模擬平台的數值模型。

本實驗記錄了四種操作狀況：1rpm、5rpm、10rpm 和 15rpm，並分別記錄了轉速穩定後十秒內的輸入端、輸出端的轉速和力矩數據。實驗流程如下：

- (1) 固定輸入端的轉速並記錄風機傳動鏈模擬平台的輸入端、輸出端的轉速和力矩。記錄方式為開始轉動後十秒內，每秒記錄一組數據。
- (2) 在數值模型中，使用步驟 1 記錄的輸入和輸出端的力矩資料，並以相對應的輸入端轉速作為初始速度進行數值模擬，以獲得各部件的轉速結果。
- (3) 比對記錄的轉速和數值模型的轉速結果，並計算在整個記錄時段內的最大誤差。



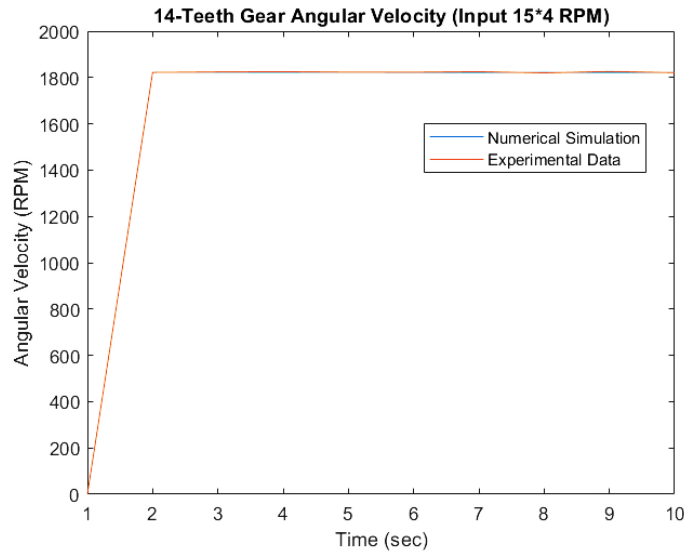


Fig.3.2 齒輪箱數值模型與風機傳動鏈模擬平台輸出端 10 秒內轉速對比圖
(輸入端轉速 1、5、10、15 rpm)

從 Fig.3.1 四個轉速對比中可以觀察到利用 Runge-Kutta 4th order 的數值解與傳動鏈模擬平台的實驗數據完全吻合，意指藉由碰撞理論以及能量守恆推導出的振動方程式(Fig.2.3)能有效預測部件的動態資訊，也證明先前推導的初始參數(如：轉動慣量、等效彈簧常數)組合後，確實與現實中的齒輪箱部件相符。

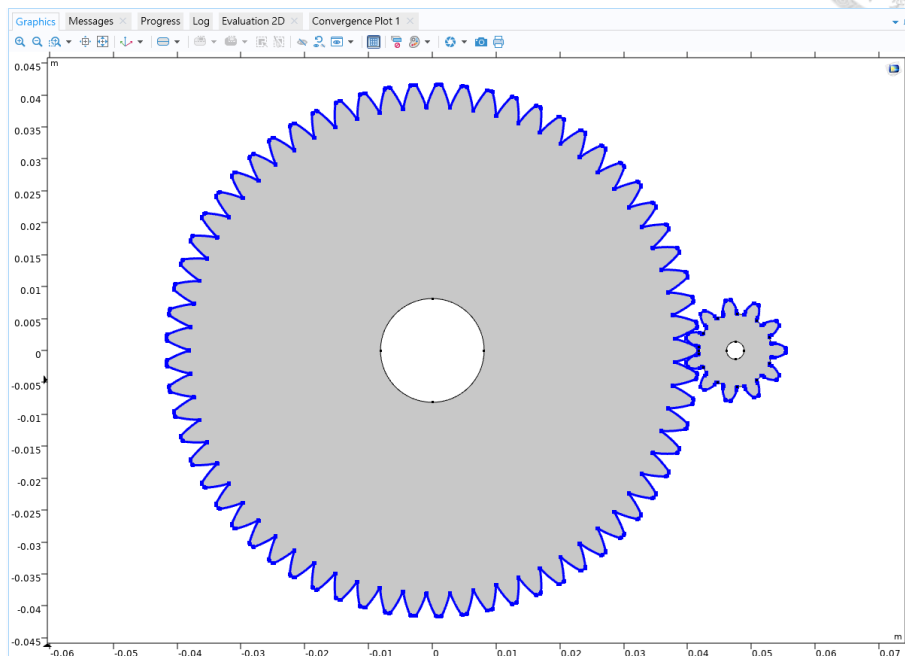
3.2 齒輪嚙合模擬

本節將運用有限元素軟體 COMSOL，以求得齒輪嚙合的等效彈簧常數[33]，並將其與 2.3.2 節所介紹的齒輪嚙合常數算法進行比對，探討兩者之間的差異。

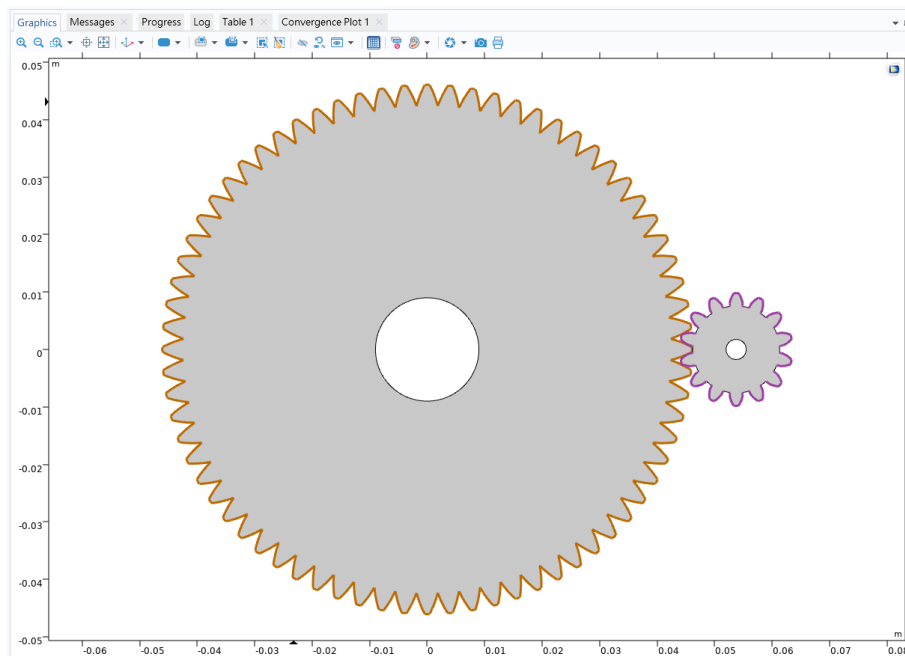
模擬使用「接觸」來計算齒輪嚙合常數，意即模擬兩齒輪外側表面的重合網格並計算變形角度(Fig.3.3)，再根據幾何形狀回推在兩轉軸上的力矩(此力矩將與兩輪齒之間作用力造成的各自力矩相同)，並將力矩與變形角度相除得到嚙合等效彈簧常數。

在此模擬中，假設驅動端齒輪以 600 rpm 的轉速旋轉，並對被驅動齒輪施加扭矩以進行傳動。被驅動端齒輪的轉動角度可分為兩部分：一部分是由於傳動獲得的動能而引起的旋轉角度，另一部分則是由於施加扭矩導致輪齒接觸而引起的變形轉角 (twist)。利用 COMSOL 計算扭矩並除以變形轉角，即可獲得轉動域的齒輪嚙合常數(3.1)。根據理論中齒輪嚙合的節圓相切特性，可以將轉動域的齒

輪嚙合常數轉換為位移域的等效嚙合常數(3.2)，並在輪齒接觸點（即齒輪外緣與作用線交點）沿著等效位移域進行計算。此嚙合常數的單位為(N/m)，相對應的位移則為輪齒距離原位置移動的圓弧長。



(a)



(b)

Fig.3.3 齒輪外側表面接觸示意圖 (a) 65 齒對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒

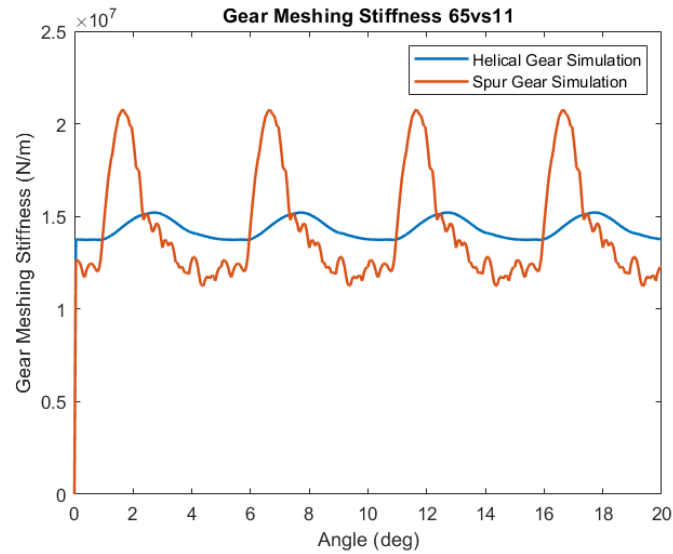
$$k_{\theta} = \frac{T}{\theta} \quad (3.1)$$

$$T = k_{\theta}\theta = r_{base}(k(r_{base}\theta))$$

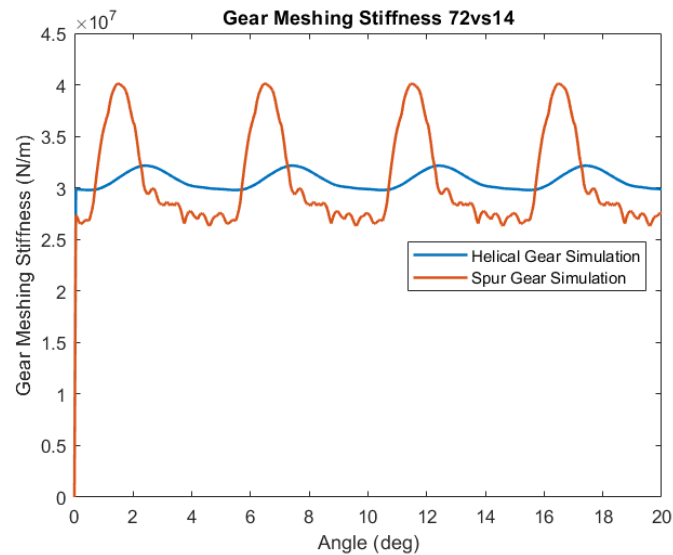
$$\Rightarrow k = \frac{k_{\theta}}{r_{base}^2} = \frac{4k_{\theta}}{(d_{pitch} \cos\alpha)^2} \quad (3.2)$$



本研究基於齒數和齒輪型態設定了六種情境。齒數根據風機傳動鏈模擬平台的規格分為 65 齒對 11 齒和 72 齒對 14 齒兩種；齒輪型態則包括正齒輪、正齒輪切片和斜齒輪。接下來，將透過模擬來獲取上述情境下的位移域等效嚙合常數，並將其與 2.3.2 節的理論結果進行比較。



(a)

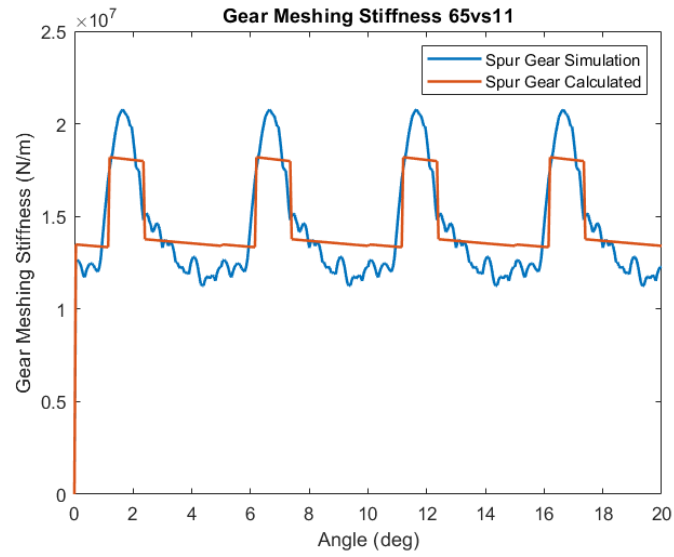


(b)

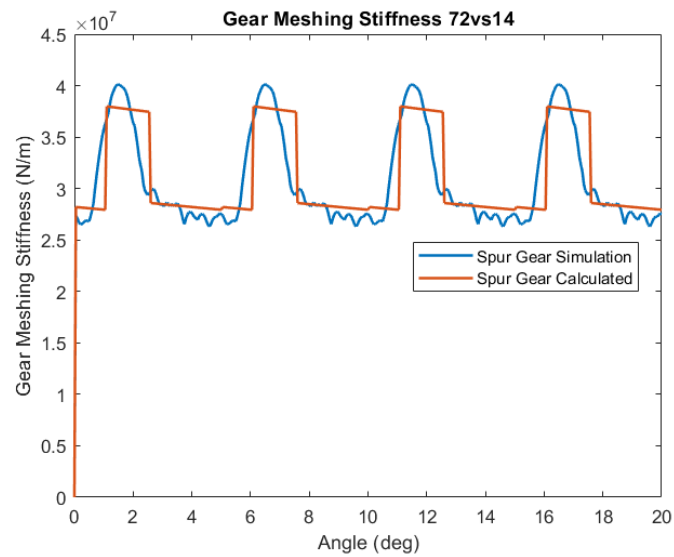
Fig.3.4 正齒輪與斜齒輪等效嚙合彈簧常數 COMSOL 模擬結果比較

(a) 65 齒對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒

觀察結果可知，相較於正齒輪，斜齒輪的變動幅度更小且更穩定，間接地說明了在平行軸轉動機械中常使用斜齒輪的現象。這是因為斜齒輪相較於正齒輪，其齒根所承受的應力幅度較小，從而導致其壽命更長且運行更穩定。



(a)



(b)

Fig.3.5 正齒輪嚙合等效彈簧常數 COMSOL 模擬與理論計算結果比較

(a) 65 齒對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒

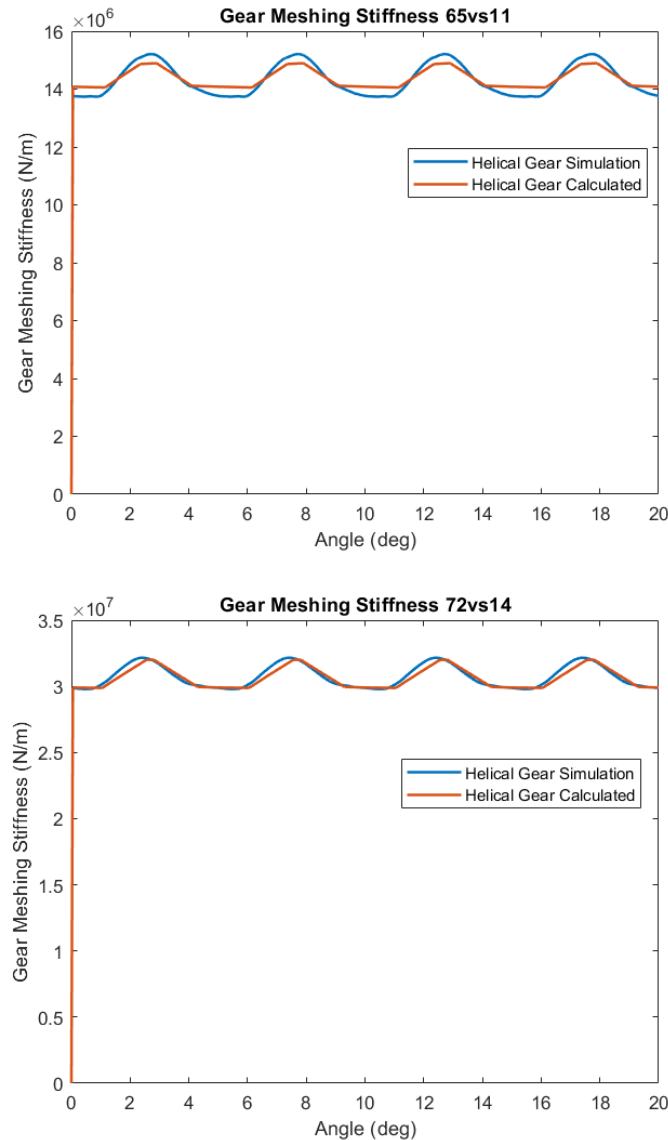


Fig.3.6 斜齒輪嚙合等效彈簧常數 COMSOL 模擬與理論計算結果比較

(a) 65 齒對 11 齒 (b) 72 齒對 14 齒

接下來是關於齒輪嚙合常數理論算法(圖中 Calculated)與 COMSOL 模擬結果(圖中 Simulation)的比較。觀察結果可知，理論算法結果與模擬結果趨勢相同，變動大小也相似。但應用懸臂樑假設簡化過後的理論算法，比模擬結果普遍小了許多，且無法很精準的算出小波動，形狀也相對方正許多。推測是因為懸臂量的假設，使原本較為圓滑的漸開線輪齒外廓簡化成方正的懸臂樑外型，造成嚙合常數在多組輪齒嚙合(嚙合常數大的區域)以及單組輪齒嚙合(嚙合常數小的區域)的過渡區段變動較模擬結果劇烈。不過對於斜齒輪而言，理論結果與模擬結果相似，且計算時間比起模擬軟體大大降低(理論計算時間僅需不到一秒，有限元素模擬

卻需要將近十分鐘)，僅需要做兩次卷積以及輸入齒輪基本規格即可。因此，雖然懸臂樑假設會使結果有所偏差，但能讓等效彈簧常數的計算以及後續的動態模擬更加有效率。



3.3 齒根應力模擬

本節延續 3.2 節的 COMSOL 模擬情形[29]，進一步探討輪齒嚙合時的接觸點，以及對應的齒根應力大小，並與第二章提出的理論算法結果進行比較，驗證理論中的懸臂樑假設是否合理。

觀察 Fig.3.7 的應力大小以及分布，除了接觸點外，應力最大的地方就是紅色箭頭標示出的齒根位置，進一步證明分析輪齒根部最能反映出一個齒輪的疲勞狀態。

另外，把紅色箭頭指向的網格的應力數據畫成 Fig.3.8 中的藍線，並與利用數值模型推算出來的應力數據畫成 Fig.3.8 中的橙線。對比利用 COMSOL 模擬以及理論算法之間的齒根應力差異(Fig.3.8)，可以發現形狀、趨勢、以及數量級都相同，唯理論算法對於齒根應力的變動大小有些保守，誤差約在 0.2 到 0.4MPa 左右。對比平均應力 57 MPa 屬於可接受的範圍(波峰處誤差約為 0.35%，波谷處誤差約為 0.7%)。因此，單以斜齒輪而言，理論算法以及懸臂樑假設是可行的。

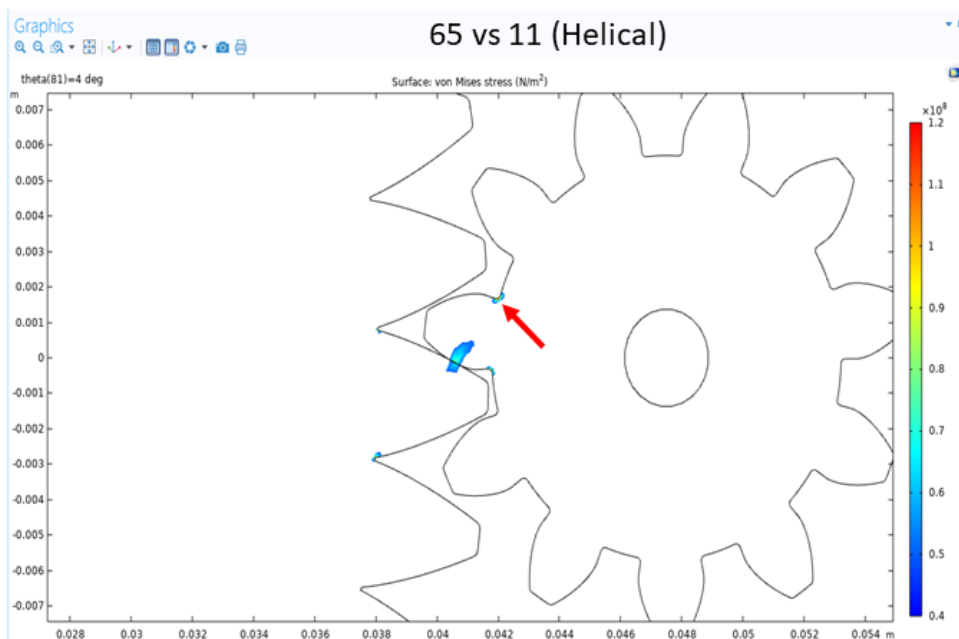


Fig.3.7 65 對 11 齒齒根應力

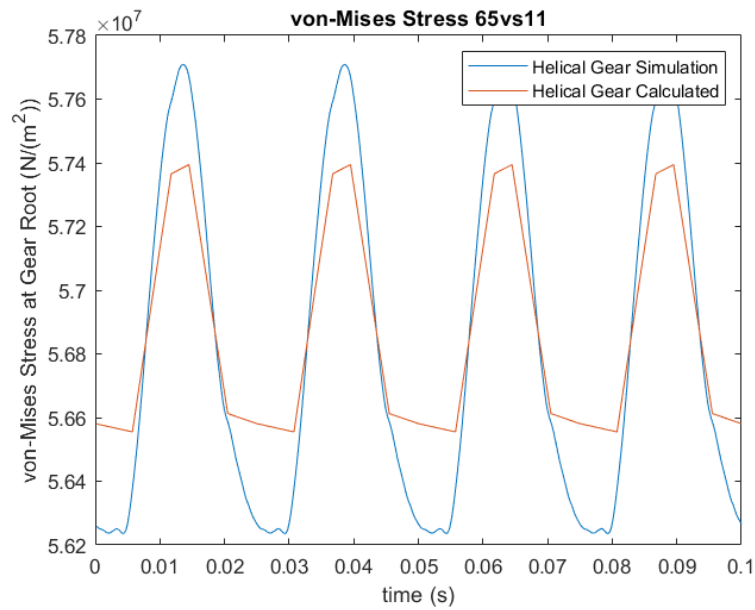


Fig.3.8 65 齒對 11 齒斜齒輪模擬(Simulation)及理論算法(Calculated)對比

因為 COMSOL 只能模擬出等轉速的操作環境，Fig.3.6 選取的時間段非常短(僅 0.1 秒)，原因與 Fig.5.12 和 Fig.5.13 類似：傳動鏈處於等轉速狀態時，部件之間的相互作用力將隨著時間推移漸漸收斂至一個定值。因此選取前段微小時間內的變動應力比較能觀察到實際操作時，輪齒受力時刻變化狀態。

Chapter 4 結果討論

本章旨在根據時間長度（以月和年為單位）以及部件種類（齒輪和軸承），分別探討傳動鏈各部件在台灣風場歷史月份中，數值模型的實作和疲勞分析結果，並以此討論台灣風場中風機傳動鏈的剩餘壽命。本研究共統計了從 2016 至 2019 年每月損傷得分(等效放大各齒輪與軸承 800 秒內應力及負載變動疲勞結果)，並比較風速平均值、風速機率分布參數、與實際損傷間的異同。其中選擇 800 秒的原因為借鑑風場常見測項：十分鐘內(即 600 秒)風速對時間圖，並且為了減少風機啟動(數值計算假設各部件從轉速 0 開始運轉)，造成的瞬間應力飆升使疲勞損傷預測失準，因此 800 秒的齒根應力以及軸承負載資訊會剔除前 200 秒的數據，僅針對後 600 秒的數據做疲勞分析。Fig.4.1 為眾多試驗中的其中一筆風速模擬資料。透過 Fig.4.1 以及齒輪箱模型的動態模擬、受力分析、懸臂樑根部 von-Mises 應力轉換，可以得到 Fig.4.2 到 Fig.4.5 的齒根應力結果；另外，也將動態模擬以及受力分析結果，結合等效軸承負載可以得到 Fig.4.7 到 Fig.4.10 的軸承負載結果。其中，齒根應力將透過雨流記數法以及失效準則，將應力資訊整理成變動應力與對應次數的型態(Fig.4.6)。實際將歷史中各個月份的風速模擬資料計算後，得出齒根應力以及軸承負載並進行疲勞分析，可以整理出對應的疲勞損傷得分(Fig.4.16 到 Fig.4.23)。此資訊即台灣風場下，等效放大成當月份的疲勞損傷得分。此得分越接近 1，該部件的剩餘壽命越短。

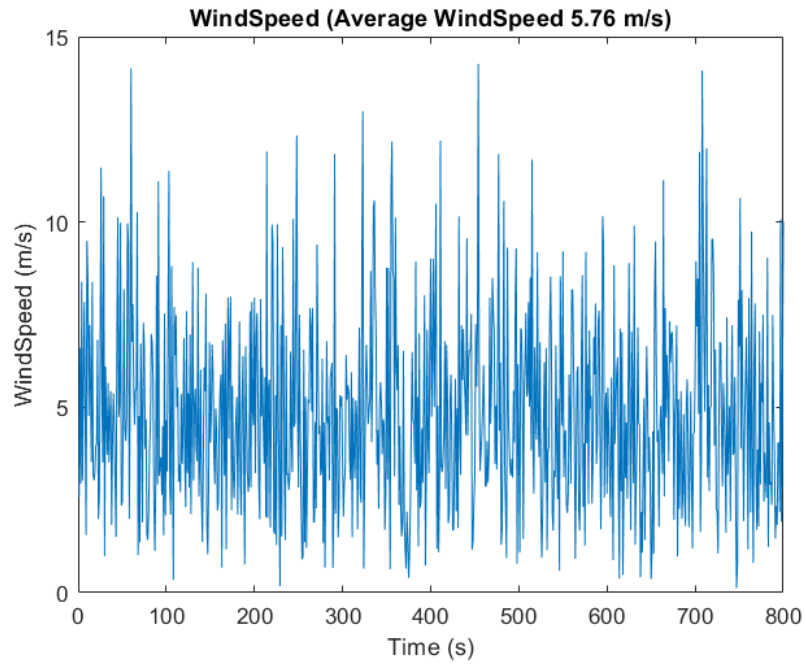


Fig.4.1 平均風速 5.76 m/s 800 秒模擬風速(m/s)

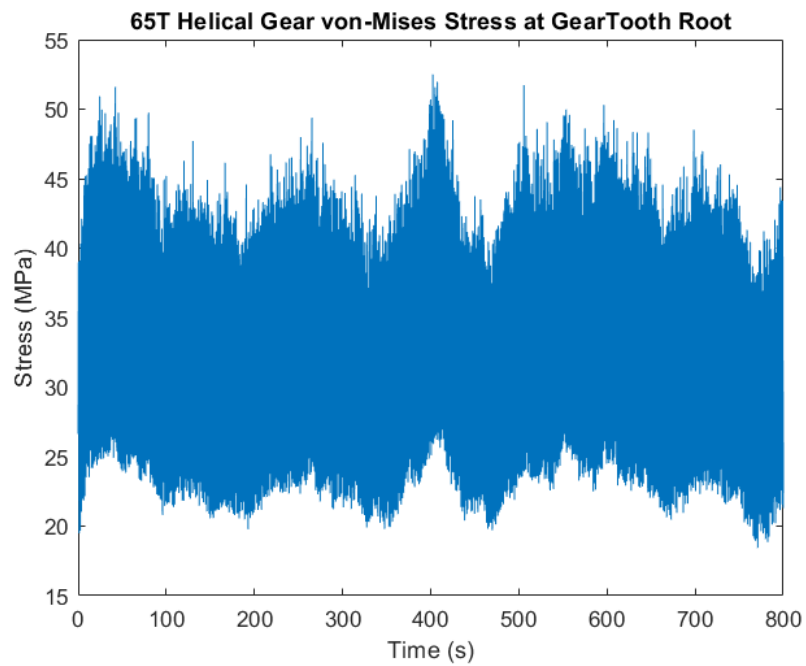


Fig.4.2 平均風速 5.76 m/s 800 秒 65 齒斜齒輪齒根應力(MPa)

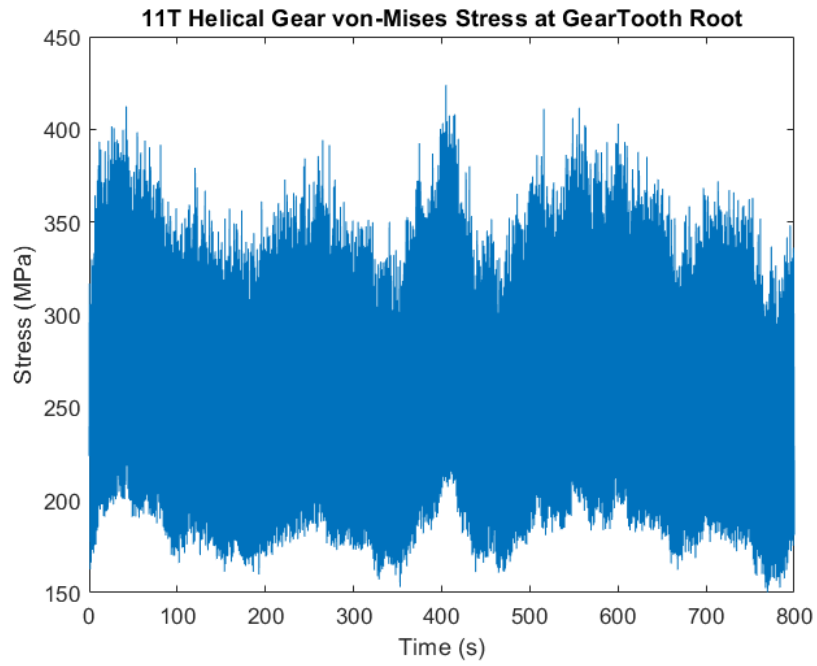


Fig.4.3 平均風速 5.76 m/s 800 秒 11 齒斜齒輪齒根應力(MPa)

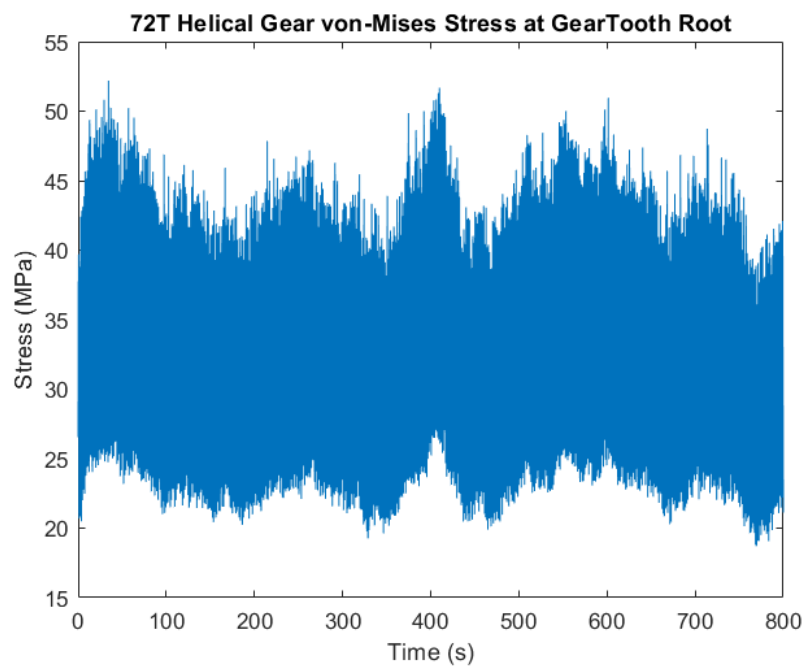


Fig.4.4 平均風速 5.76 m/s 800 秒 72 齒斜齒輪齒根應力(MPa)

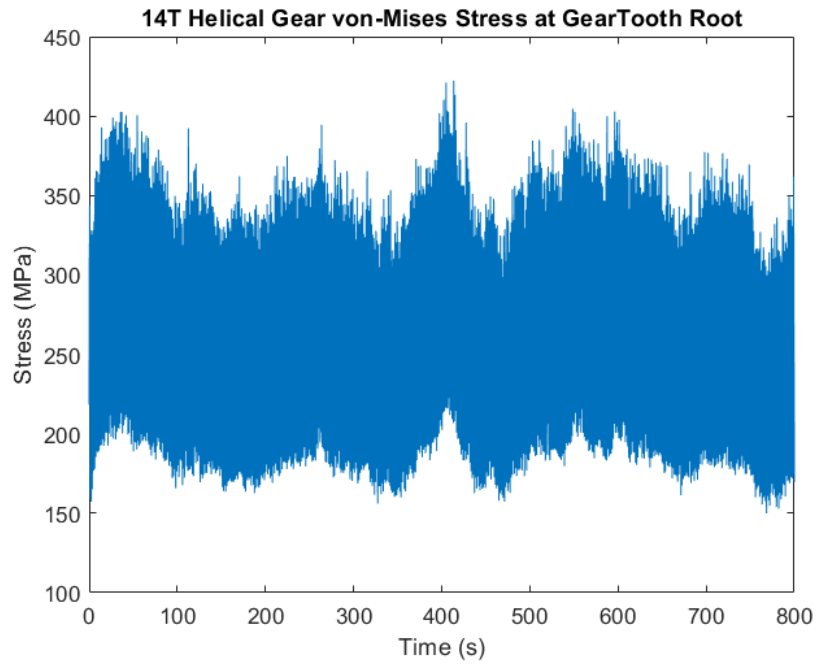


Fig.4.5 平均風速 5.76 m/s 800 秒 14 齒斜齒輪齒根應力(MPa)

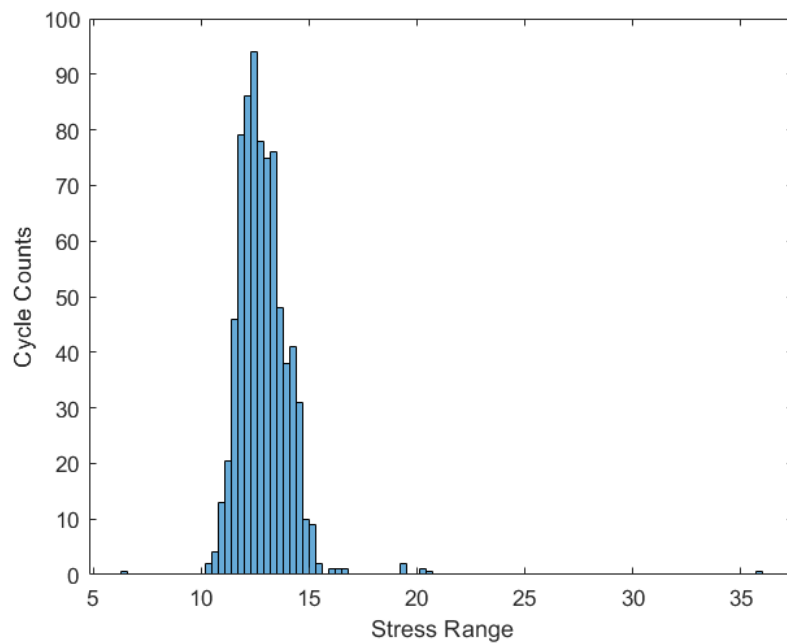


Fig.4.6 平均風速 5.76 m/s 800 秒 65 齒斜齒輪齒根應力經雨流記數整理直方圖
(Stress Range (MPa), Cycle Counts (次))

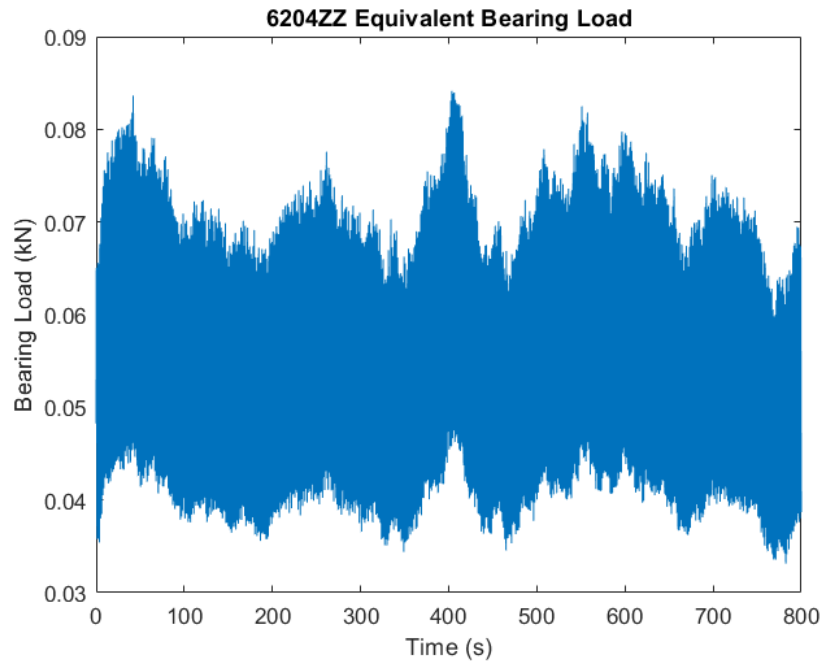


Fig.4.7 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6204ZZ 軸承等效負載(kN)

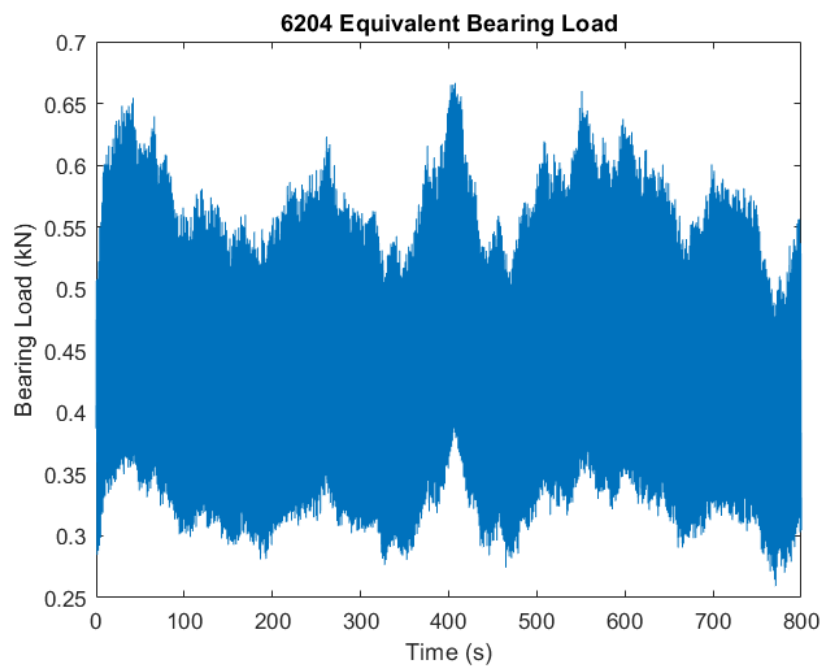


Fig.4.8 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6204 軸承等效負載(kN)

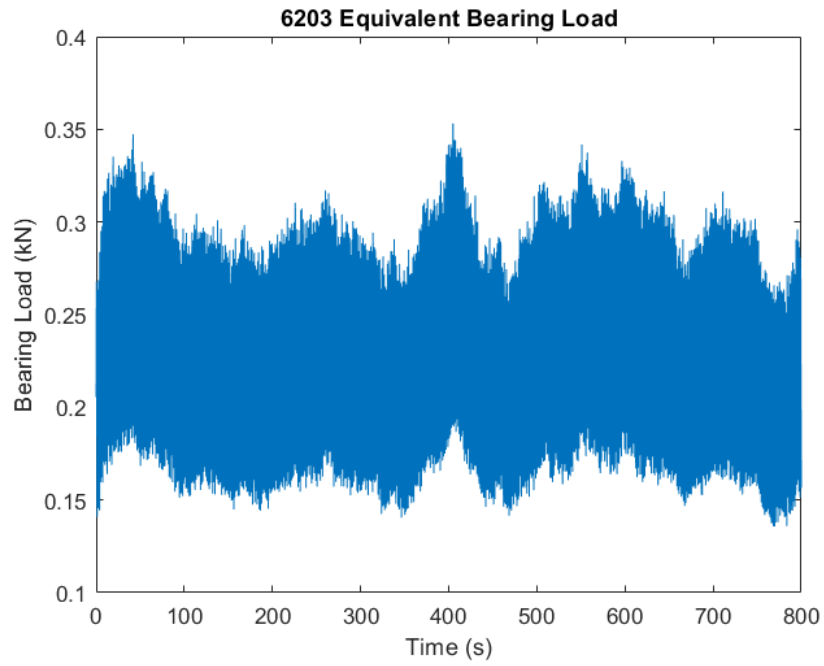


Fig.4.9 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6203 軸承等效負載(kN)

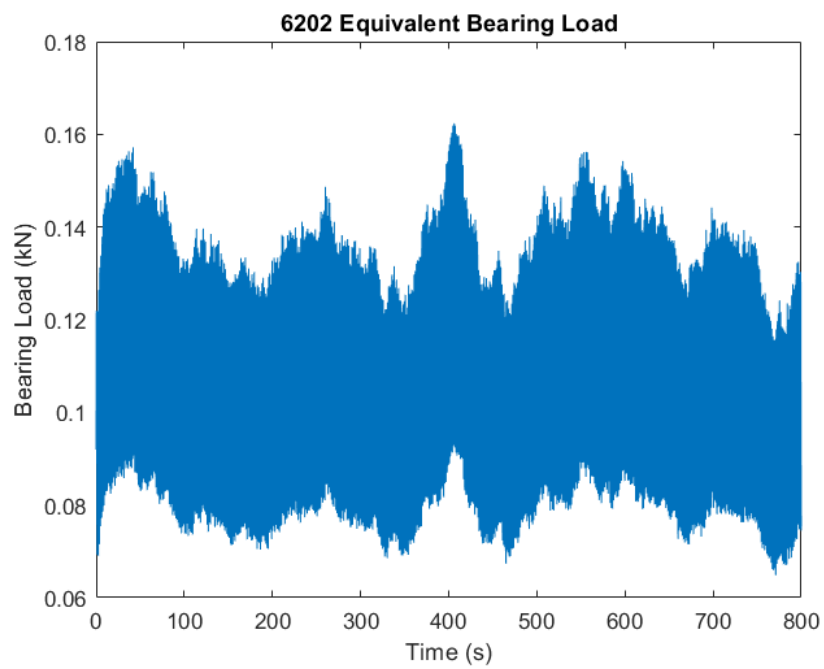


Fig.4.10 平均風速 5.76 m/s 800 秒 6202 軸承等效負載(kN)

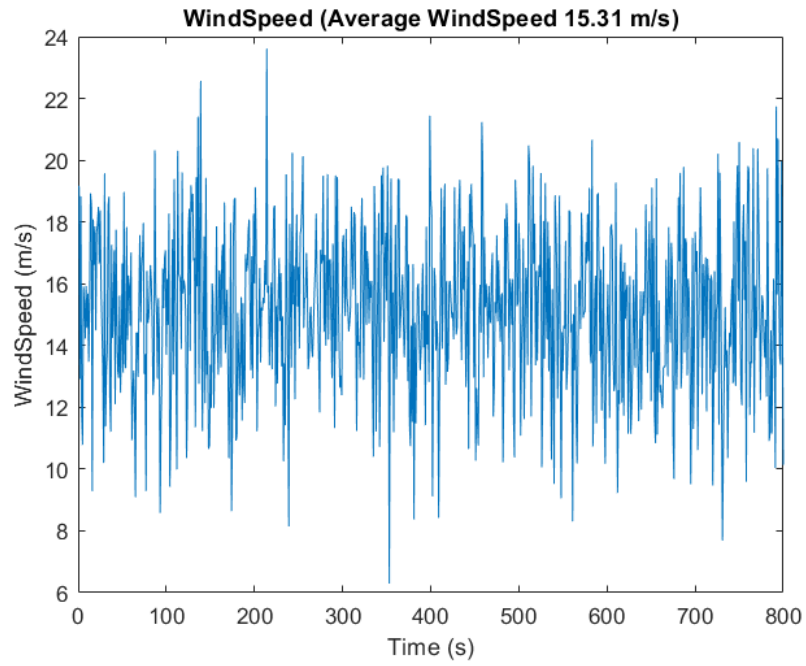


Fig.4.11 平均風速 15.31 m/s 800 秒模擬風速(m/s)

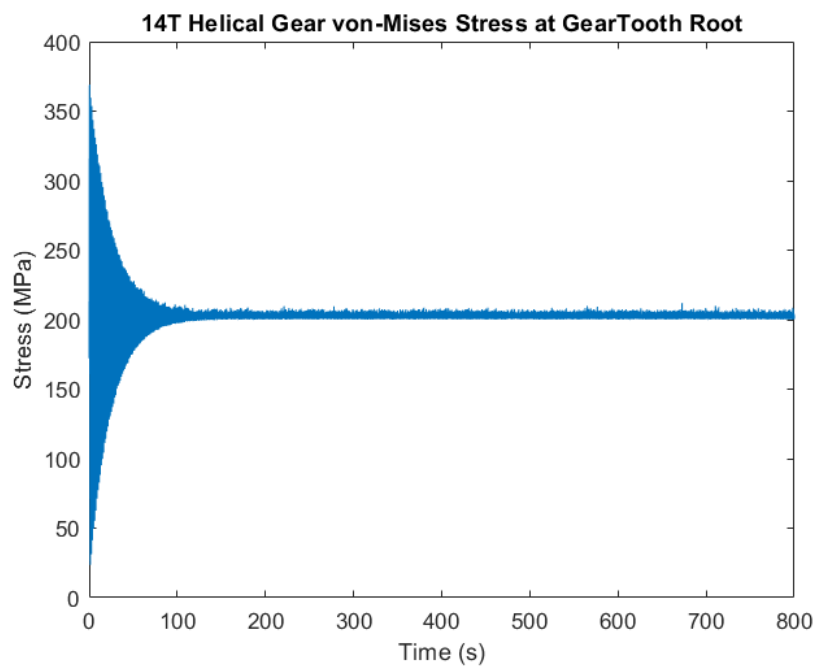


Fig.4.12 平均風速 15.31 m/s 800 秒 14 齒斜齒輪齒根應力(MPa)

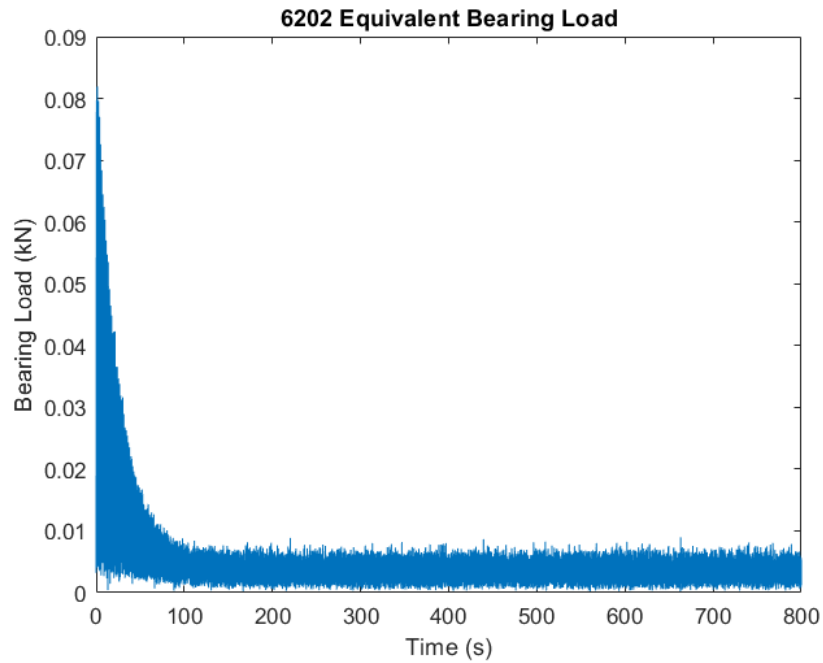


Fig.4.13 平均風速 15.31 m/s 800 秒 6202 軸承等效負載(kN)

平均風速 15.31 m/s 結果，解釋了為何在 Region 3 的輸入風速下(高風速)運轉的傳動鏈，卻可以因為風機本身額定風速後的轉速控制，保護傳動鏈不受疲勞損傷影響。觀察 Fig.4.12、Fig.4.13 的應力以及負載，會發現兩者都隨著時間收斂到一個定值(或者說定區域)。其原因為到達額定風速後，輸入及輸出力矩相互抵消，整個傳動鏈維持等轉速運轉。待等轉速運轉後，各部件之間的作用力也會下來，也因此並不會出現變動應力，變動應力造成的疲勞損傷也不存在了。因此在接近額定風速，以及輸入風速大於額定風速的 Region 3，傳動鏈並不會有疲勞損傷產生。

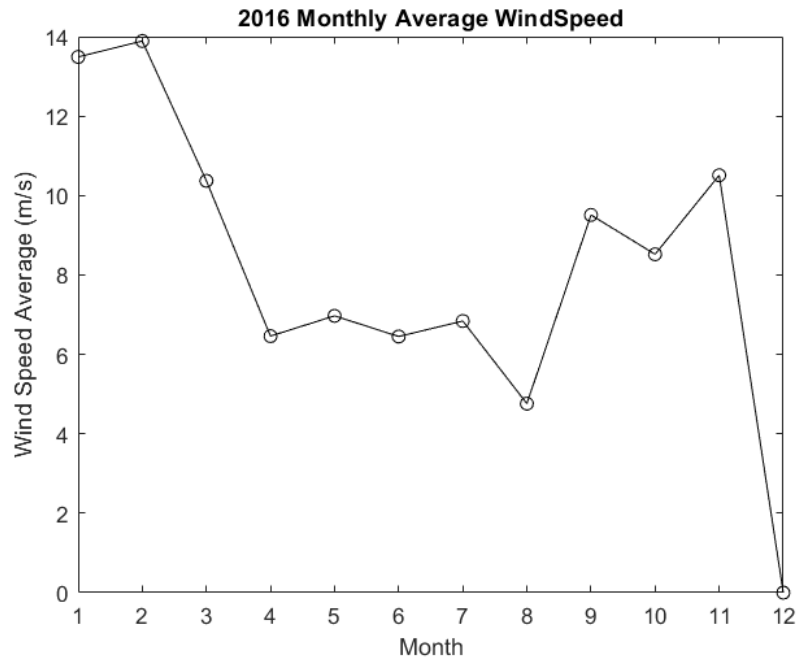


Fig.4.14 2016 年每月平均風速(m/s)

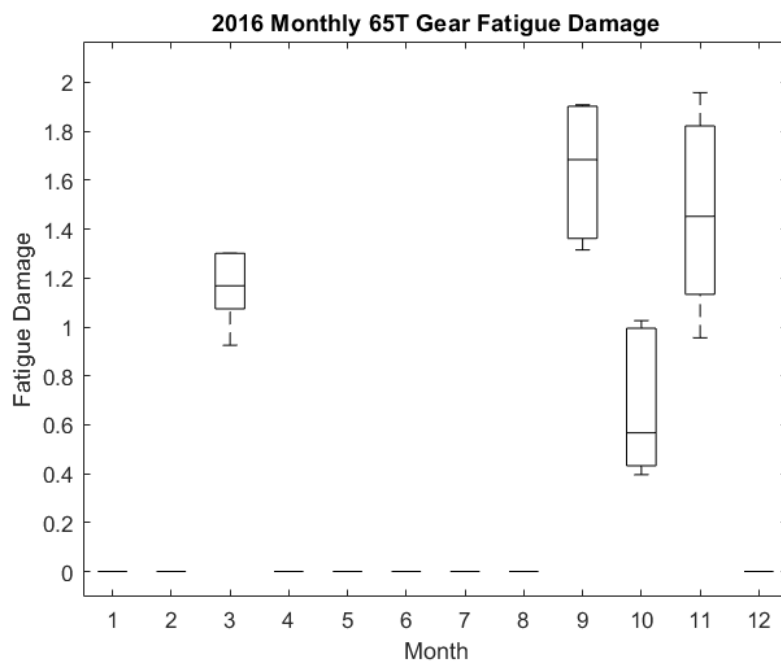


Fig.4.15 2016 年 65 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

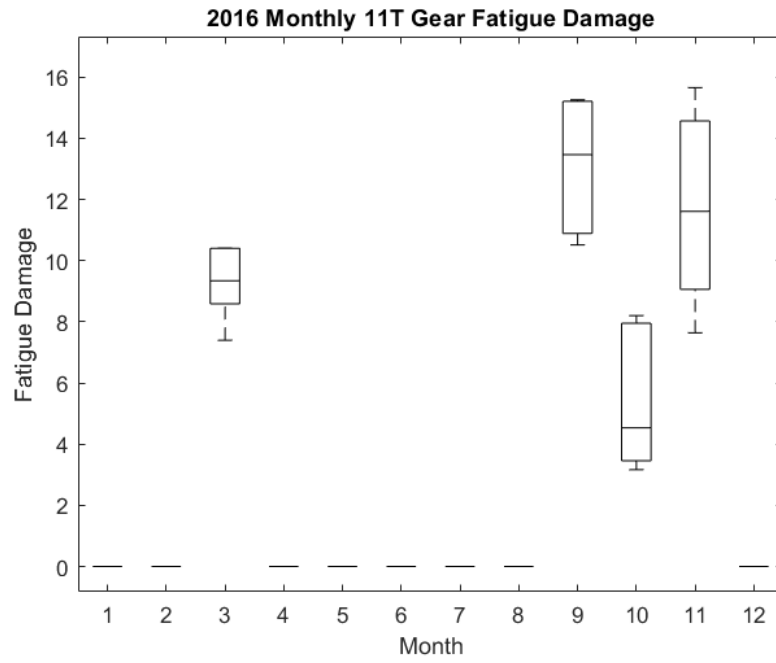


Fig.4.16 2016 年 11 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

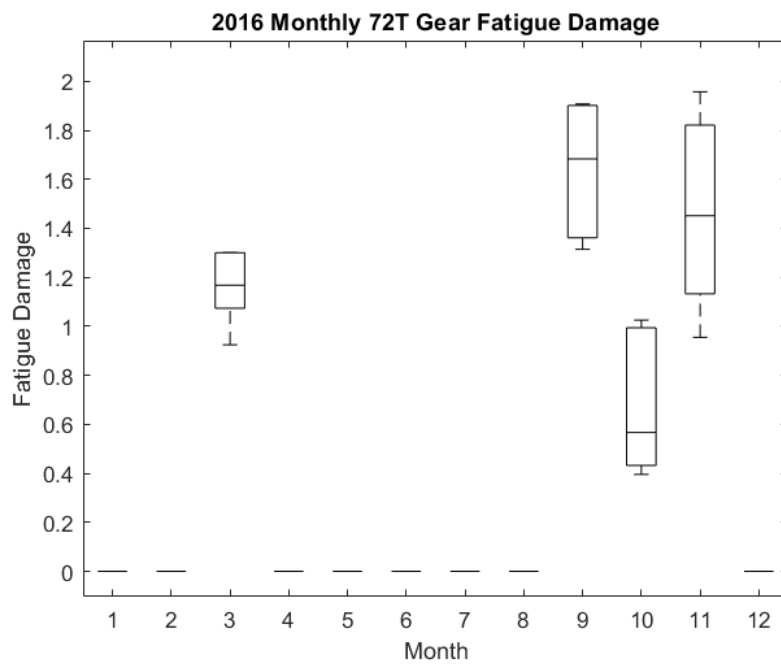


Fig.4.17 2016 年 72 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

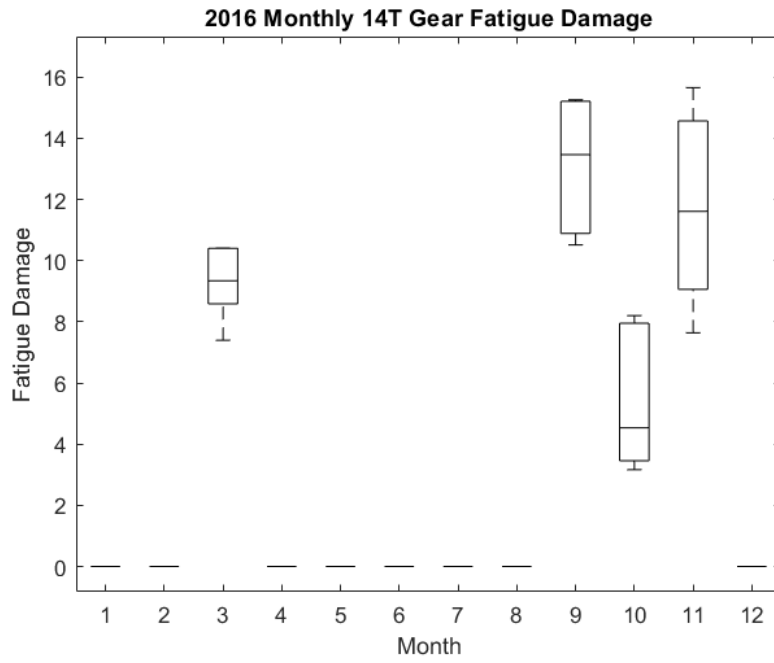


Fig.4.18 2016 年 14 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

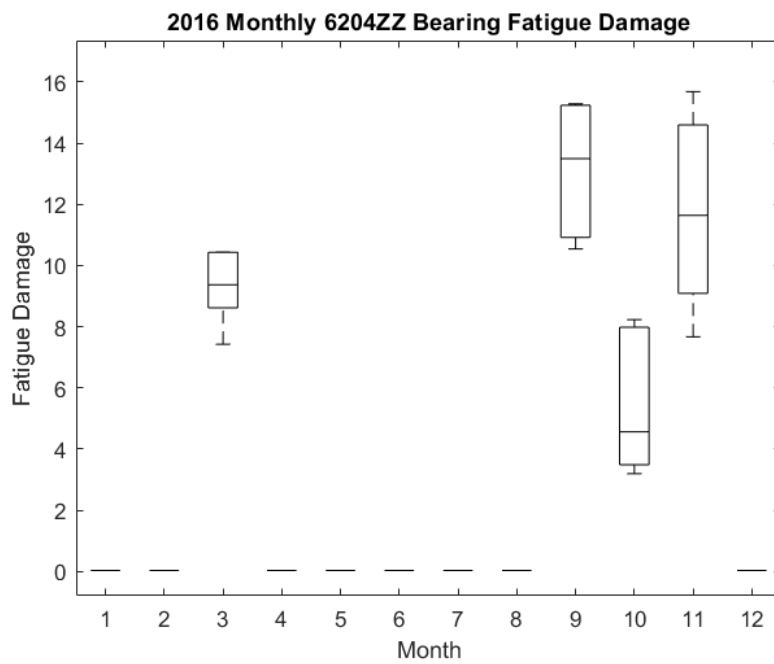


Fig.4.19 2016 年 6204ZZ 軸承每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

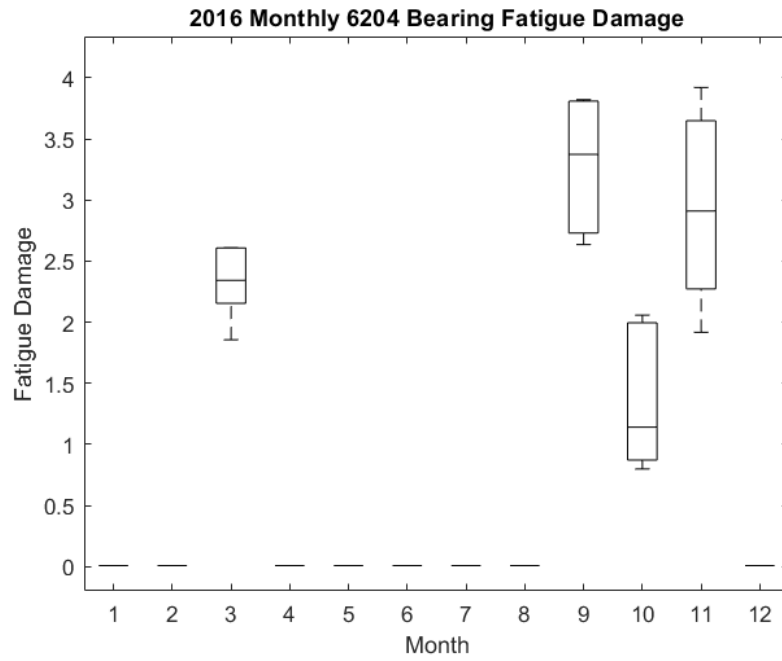


Fig.4.20 2016 年 6204 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

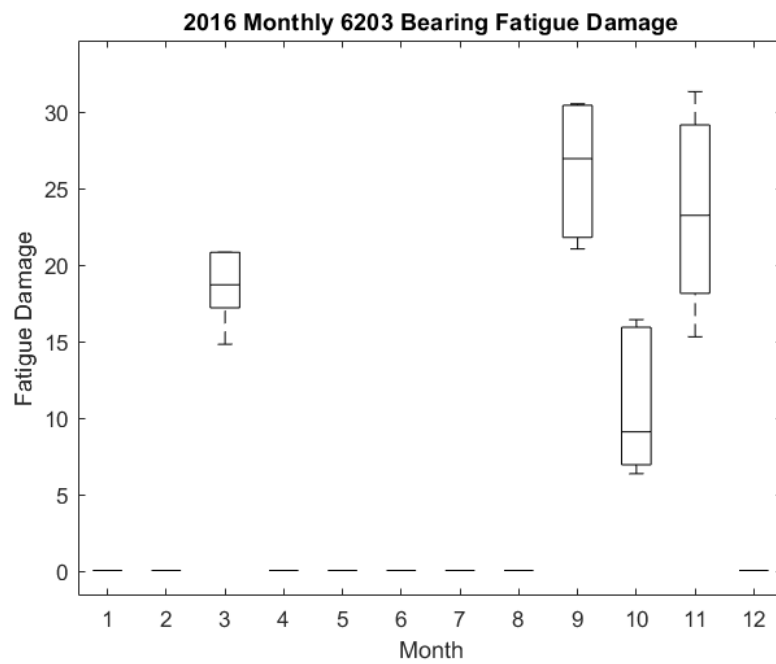


Fig.4.21 2016 年 6203 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

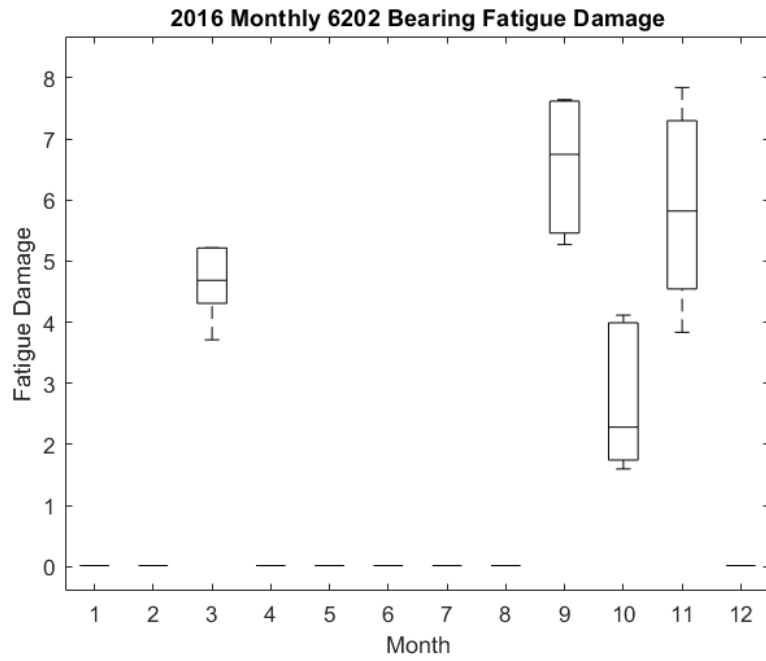


Fig.4.22 2016 年 6202 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

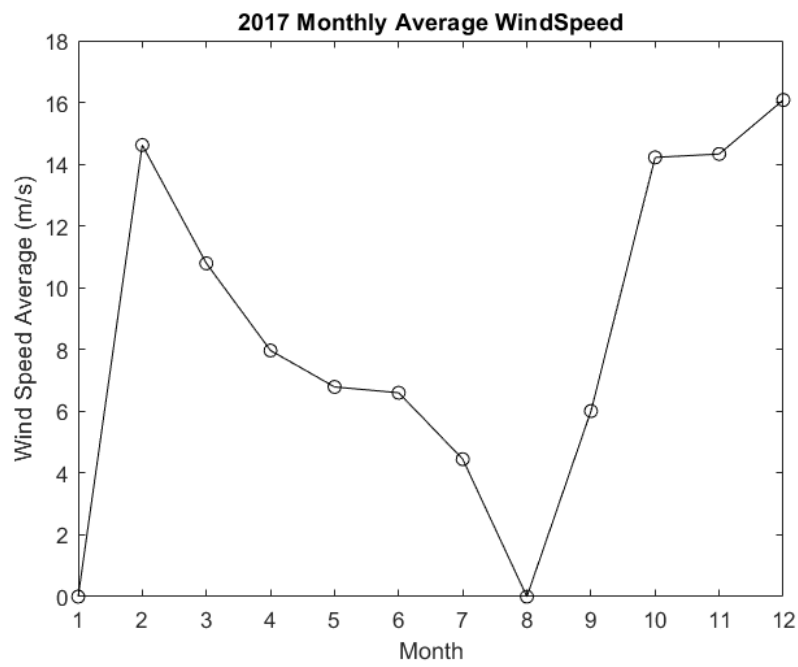


Fig.4.23 2017 年每月平均風速(m/s)

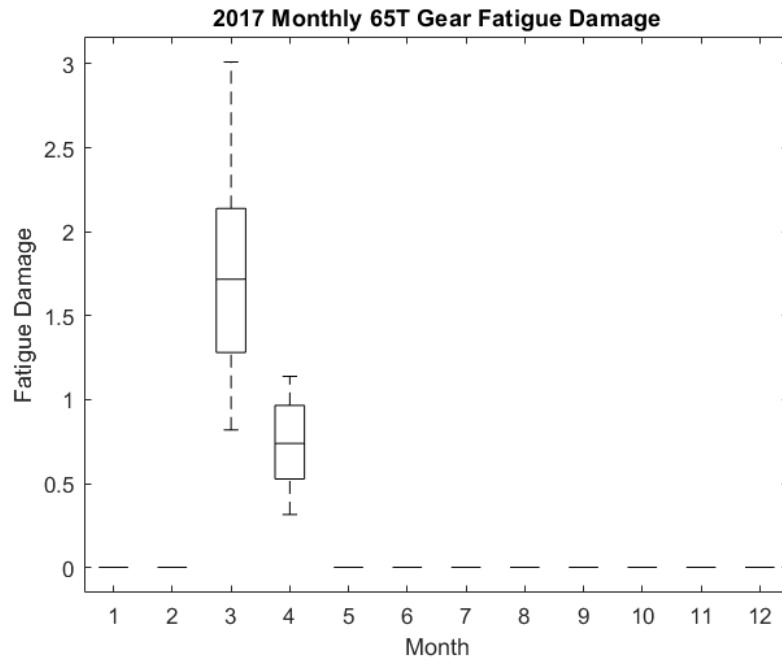


Fig.4.24 2017 年 65 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

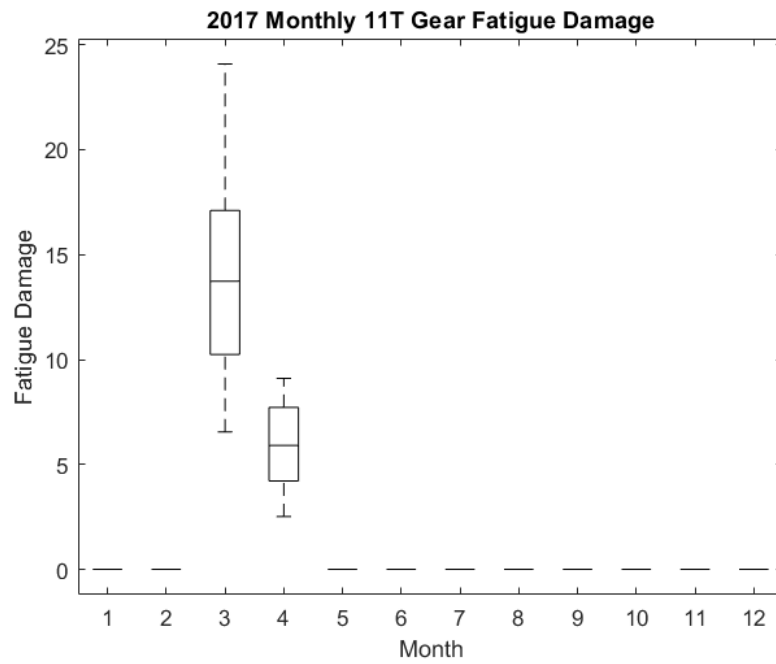


Fig.4.25 2017 年 11 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

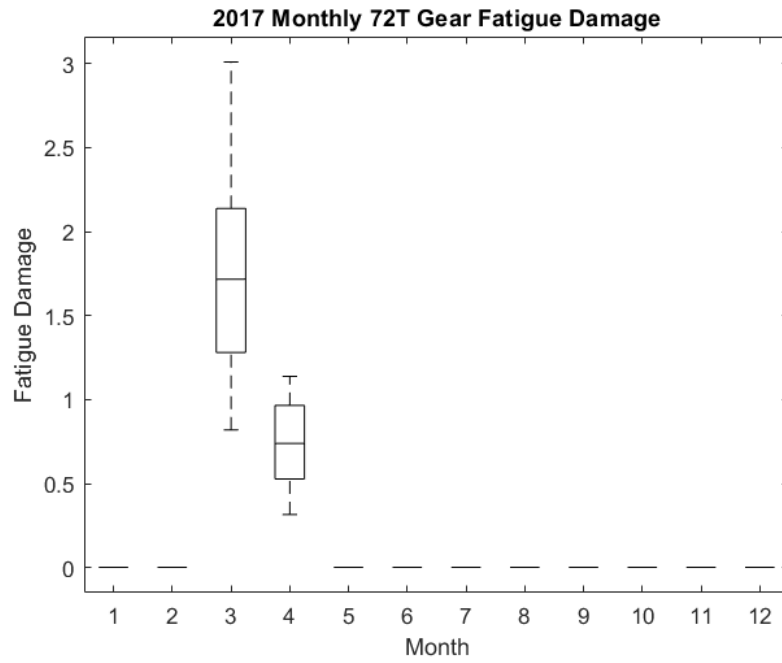


Fig.4.26 2017 年 72 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

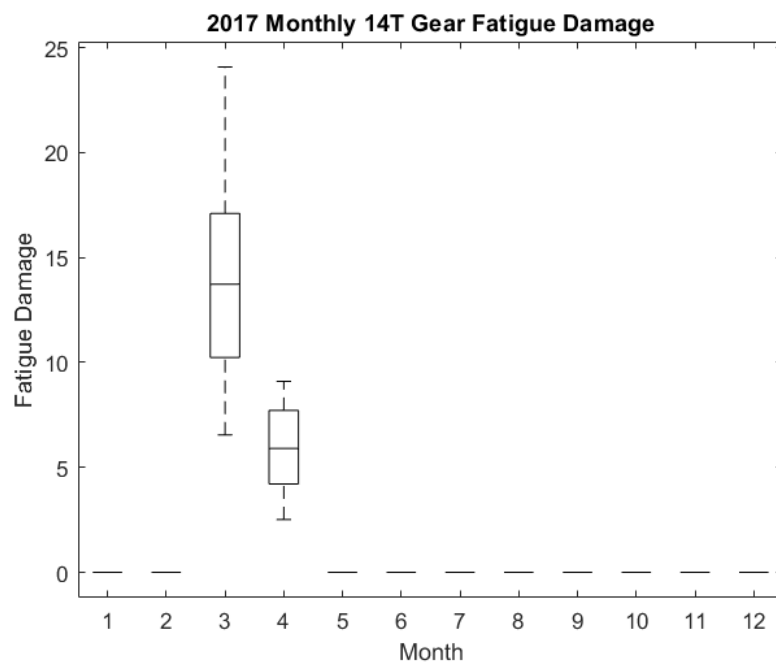


Fig.4.27 2017 年 14 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

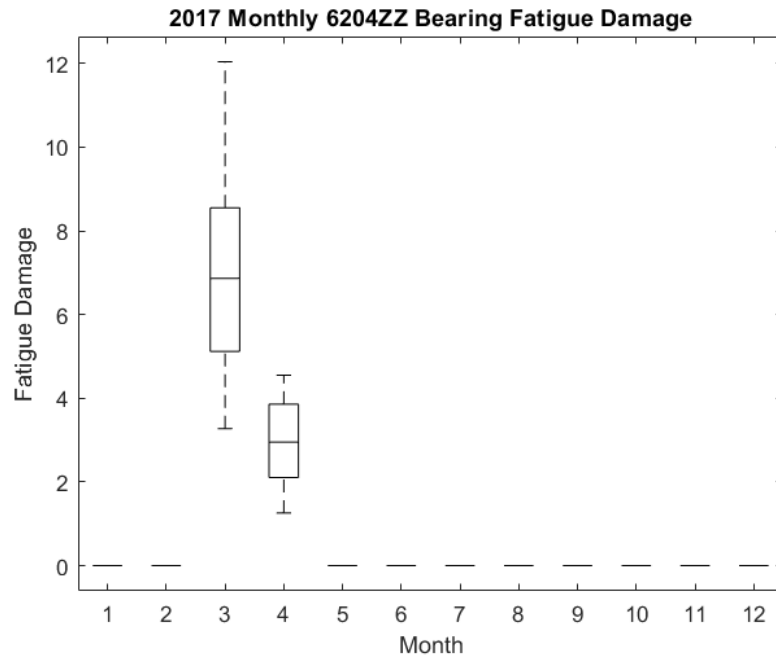


Fig.4.28 2017 年 6204ZZ 軸承每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

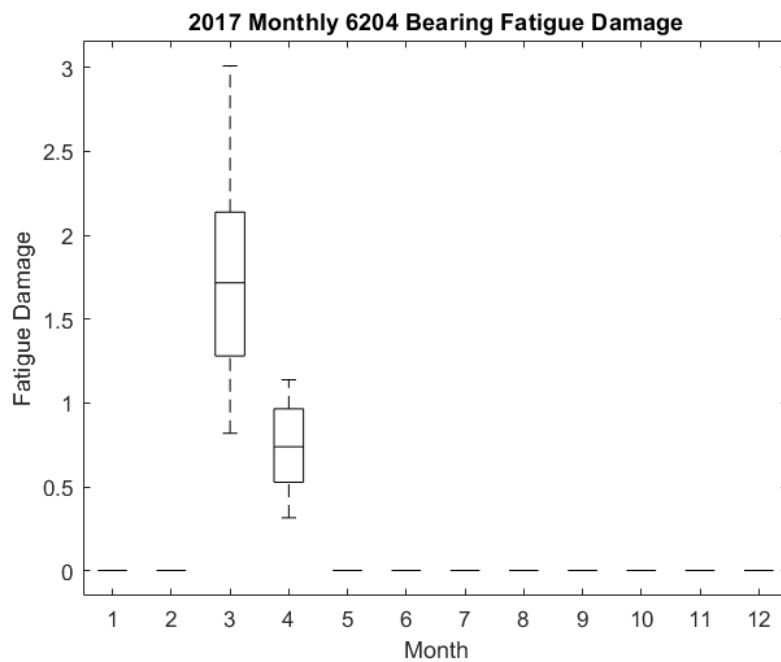


Fig.4.29 2017 年 6204 軸承每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

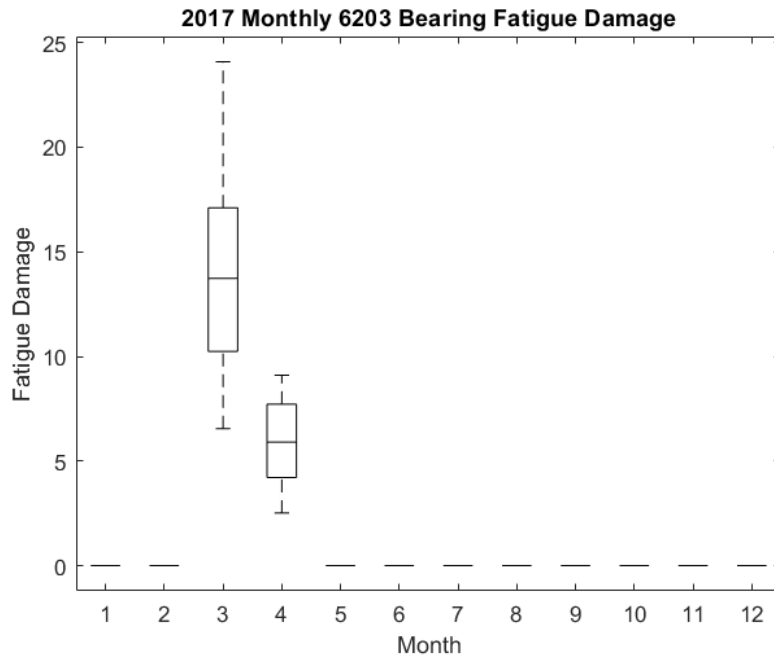


Fig.4.30 2017 年 6203 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

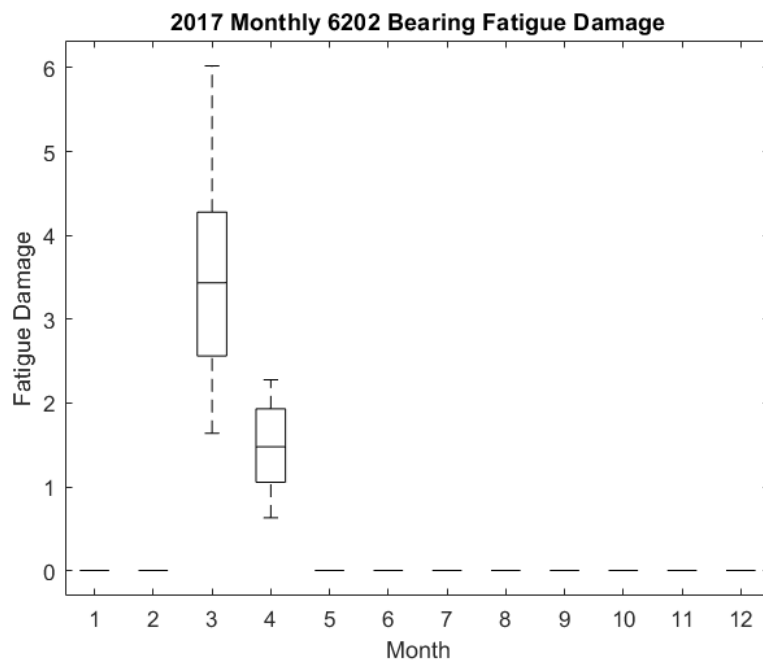


Fig.4.31 2017 年 6202 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

		65T	11T	72T	14T	6204 ZZ	6204	6203	6202
2016 年	1 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3 月	1.16	8.57	1.12	9.34	9.35	2.35	18.23	4.62
	4 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	7 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9 月	1.69	13.45	1.68	13.46	13.23	3.33	27.01	6.78
	10 月	0.48	4.22	0.53	4.53	4.78	1.02	8.21	2.24
	11 月	1.42	11.35	1.42	11.61	11.20	2.87	22.56	5.66
	12 月	0	0	0	0	0	0	0	0
2017 年	1 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3 月	1.72	13.55	1.84	14.01	7.1	1.78	13.75	1.43
	4 月	0.75	6.17	0.78	5.96	2.9	0.76	6.21	3.41
	5 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	7 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	10 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	11 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	12 月	0	0	0	0	0	0	0	0

Fig.4.32 2016-2017 年各齒輪與軸承疲勞損傷中位數(*10⁻³)

	weight 1	weight 2	scale 1	shape 1	scale 2	shape 2
2016 年 1 月	0.6	0.4	9	2	17	5
2 月	0.3	0.7	12	2	22	6
3 月	0.7	0.3	9	1.5	11	5
4 月	0.9	0.1	7	2	10	5
5 月	0.72	0.28	6	2	10	7
6 月	0.7	0.3	6	2.5	10	7.5
7 月	0.6	0.4	5	2.5	10	3.5
8 月	0.7	0.3	4	2	6	3.5
9 月	0.65	0.35	8.5	2.5	16	6
10 月	0.7	0.3	4	3	17	6
11 月	0.52	0.48	6	3	15	4
12 月	/					
2017 年 1 月	/					
2 月	0.1	0.9	7	3	17	5
3 月	0.85	0.15	13	2.8	20	10
4 月	0.6	0.4	5	1.5	10	4
5 月	0.55	0.45	5	2	13	5
6 月	0.45	0.55	3.5	2	9	4
7 月	0.8	0.2	4	2	5	1.8
8 月	/					
9 月	0.9	0.1	5	3	13	6
10 月	0.2	0.8	4	3	18	4
11 月	0.4	0.6	13	6	19	4.5
12 月	0.38	0.62	10	4	21	6

Fig.4.33 2016-2017 年混合型韋伯分布擬合風速機率分布參數一覽

為了在模型實作中能夠在一定程度上排除機率亂數的影響，每個歷史月份皆用同一機率分布下產生十次不同風速資料輸入模型實作，且選擇了損傷疲勞中位數前後最多兩筆結果納入討論中(選擇一個月份總共五筆結果)。這樣做的目的是為了確保結果更具可信度。另外，因為篇幅原因，本章先收錄 2016 至 2017 年的風速、風速機率分布參數、以及各齒輪及軸承的月份損傷統計圖。2018 年至 2019 年的結果請見附錄。另外，TOWSC 公布的風速當中，2016 年 12 月、2017 年 1 月、2017 年 8 月資料缺失，因此沒辦法擬合機率分布來預測風機壽命。這些資料在 Fig.4.35 中以左斜線表示。

觀察 2016 及 2017 年的平均風速與對應的齒輪軸承損傷可以發現，在平均風速介於約 7.5 m/s 至 11.5 m/s 之間時，才能對風機傳動鏈造成損傷。這個區間剛

好落在風機發電規格中的 Region 2 中偏後段，風速太小或風速太接近額定風速皆不會產生疲勞損傷。其中，平均風速遠超上述提及的區間的情況可以參照 Fig.4.12 及 Fig.4.13。這時候的齒輪及軸承因為風機調整發電效率維持等轉速運轉的機制，應力及負載都將趨於一定值。應力趨於定值對於齒輪及軸承來講造成的損傷比起變動應力小很多，因此雖然輸入能量及功率大，卻不會造成疲勞損傷。

另外，疲勞損傷對於判斷風機使用年限不大直觀，因此可以藉由以下方式轉換成月或年來當作剩餘壽命的依據。

$$\frac{1}{D} = Life(monthly) \quad (4.1)$$

$$\frac{1}{12 \cdot D} = Life(yearly) \quad (4.2)$$

(4.1)與(4.2)式運用了線性累積疲勞損傷的關係，將當月損傷(D)轉換成次數。以 14 齒齒輪在 2016 年 10 月造成的月損傷 0.00445 為例：藉由(4.1)式對應到的次數為 224.72，意即 14 齒齒輪組件可以經歷約 224 次 2016 年 10 月的風機使用；藉由(4.2)式對應到的次數為 18.73，意即若未來的風場機率分布與 2016 年 10 月極為相近且持續約 18 年，14 齒齒輪組件將會疲勞失效。

分析 Fig.4.34 並結合上述觀察，可以得出：平均風速適中(約為 Region 2 中後段)才會造成疲勞損傷，其原因為此區域的輸入功率比起 Region 1 以及 Region 2 前段大，且剛好在 Region 3(穩定傳動鏈轉速以保護部件不受疲勞損傷)之前；比較 2016 年及 2017 年平均風速與疲勞損傷中位數也可以觀察到雖然存在隨機性，但平均風速越高，得出的疲勞損傷也分布地越廣(Fig.4.16 等同類型統計圖中的合狀上下分布程度)。因此需要非常粗略預測風機傳動鏈的壽命時，可以結合歷史數據以及(4.1)(4.2)式，從平均風速開始分析。

		65T	11T	72T	14T	6204 ZZ	6204	6203	6202
2016年	1月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3月	72	10	74	9	9	35	5	18
	4月	0	0	0	0	0	0	0	0
	5月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6月	0	0	0	0	0	0	0	0
	7月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9月	49	6	50	6	6	25	3	12
	10月	174	20	157	18	17	82	10	37
	11月	59	7	59	7	7	29	4	15
	12月	0	0	0	0	0	0	0	0
2017年	1月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3月	48	6	45	6	12	47	6	58
	4月	111	14	107	14	29	110	13	24
	5月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6月	0	0	0	0	0	0	0	0
	7月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9月	0	0	0	0	0	0	0	0
	10月	0	0	0	0	0	0	0	0
	11月	0	0	0	0	0	0	0	0
	12月	0	0	0	0	0	0	0	0

Fig.4.34 2016-2017年各齒輪與軸承預估剩餘年壽命(次)

		65T	11T	72T	14T	6204 ZZ	6204	6203	6202
2016 年	1 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3 月	862	117	893	107	107	426	55	216
	4 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	7 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9 月	592	74	595	74	76	300	37	147
	10 月	2083	237	1887	221	209	980	122	446
	11 月	704	88	704	86	89	348	44	177
	12 月	0	0	0	0	0	0	0	0
2017 年	1 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3 月	581	74	543	71	141	562	73	699
	4 月	1333	162	1282	168	345	1316	161	293
	5 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	7 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	10 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	11 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	12 月	0	0	0	0	0	0	0	0

Fig.4.35 2016-2017 年各齒輪與軸承預估剩餘月壽命(次)

Chapter 5 結論與未來展望



本研究以數值模型以及疲勞理論建構出風機傳動鏈的壽命預測系統，並且細緻地討論了齒輪傳動系統相關初始參數以及應力負載相關推導。根據研究結果可以整理出以下結論：

1. 利用平均風速搭配歷史資料，可以粗略地猜測各部件的疲勞損傷範圍：平均風速約在 7.5 m/s 至 11.5 m/s 的區段會造成有效疲勞損傷；在這個基礎上，平均風速越大，疲勞損傷也會有變大的趨勢，且損傷分布明顯地增加，越難以精準地預測損傷及壽命。如果想要精算疲勞損傷，則可以藉由風速資料套用進壽命預測模型，並做出動態、受力、以及負載，來做出疲勞損傷。在風機剛服役的時候，可以將壽命想像成一個滿電量的電池，並且從電量中減去精算出的疲勞損傷。剩餘的電量即為傳動鏈部件的剩餘壽命。




Fig.5.1 剩餘壽命與電量示意圖

2. 本研究與現今主要流行的人工智慧研究方式不同，可以網羅不同的風場、不同的風機規格進行壽命預測。

3. 可以利用卷積來計算輪齒嚙合中多齒嚙合以及切片近似斜齒輪兩種狀況。此方法搭配原先懸臂樑的根部應力結論，可以省去模擬軟體繁瑣的計算步驟以及時間成本。

4. 以懸臂樑的方式簡化輪齒的計算是可行的。在計算等效彈簧常數以及齒根應力等應力相關計算時，與模擬出的數值趨勢相同。在計算斜齒輪順時齒根應力時的誤差最大約 0.7%，屬於可以接受的範圍。本研究也從等效彈簧常數的變動證明了使用斜齒輪，對於變動應力的幅值跳動有顯著的幫助。

本研究仍有許多未盡之處，以下將一一列出並期望給予後續相關領域研究者可能的研究方向：

- 
1. 本文探討風能的部分較為簡略。在現實中的風場將帶有風向、紊流等更為複雜的因素，且對於葉片、轉子等部件產生的疲勞損傷一樣不可忽視。風與風能對於風機壽命的影響值得繼續深挖。
 2. 齒輪與軸承到達疲勞極限後，將會產生不可預測的損壞。本文探討的損壞類型主要集中在輪齒以及滾珠的裂縫(甚至斷裂)。仍有許多與疲勞相互影響的因素以及對應損壞型態存在。諸如：崩牙、腐蝕、潤滑、轉軸不對稱、加工瑕疵等等。每一個細項都值得單獨繼續做探討。
 3. 本研究在建立齒輪箱模型時，僅考慮碰撞與變形位移的關係，因此只有探討到彈簧與質量相互作用的情形。事實上，部件之間的速度也會影響到彼此碰撞的效果，意即等效阻尼。此碰撞阻尼應與材料、幾何形狀、接觸力等等因素相關。未來也可以朝著碰撞時的等效彈簧以及阻尼的領域繼續探索，來完善碰撞行為的計算以及模擬。
 4. 本研究假設各個週期造成的損傷是相互獨立的，即線性累積損傷假設。但各個損傷之間的先後順序是否會影響彼此造成的有效應力，仍然需要去論證和實驗。
 5. 目前運用疲勞理論，只能做到預測疲勞失效時間，且缺乏實際數據做即時的監測與修正。因此本研究以及所有運用疲勞理論預測風機壽命的成果，可以更進一步去結合感測器、人工智慧分類、判斷等有別於傳統機械方法來相互對照，結合出更加準確的壽命預測系統。
 6. 本研究缺乏詳細的風機部件規格、實際風速資料、台灣運轉中或除役之風機歷史資料等可能會嚴重影響研究結果的資料。也因此，本研究也對應出諸如文獻對照轉子轉動慣量、風場機率分布重新產生風速資料、利用現存理論推導發電機反力矩等權宜作法。雖然有成功利用模擬軟體以及傳動鏈模擬平台做驗證，但與實際狀況仍然會有所差別。未來研究者可以在現今台灣發展離岸風電的政策基礎上，保留並參考多一些實際在台灣風場服過役的風機歷史資料。這將使得研究結果更具說服力，並建立出更加準確的壽命預測模型。
 7. 在人工智慧相關研究方法尚未引進壽命預測相關的研究前，可靠度分析是機械部件預測疲勞失效的重要方法。疲勞損傷得分與風場的隨機性相掛勾，也因此無法解答出太精準的解答。搭配可靠度以及機率統計相關概念，能夠讓壽命預測結果更加科學且直觀。

Reference



- [1] QIAO, Wei; LU, Dingguo. A survey on wind turbine condition monitoring and fault diagnosis—Part II: Signals and signal processing methods. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62.10: 6546-6557.
- [2] DELARUE, Ph, et al. Modelling, control and simulation of an overall wind energy conversion system. *Renewable Energy*, 2003, 28.8: 1169-1185.
- [3] NEJAD, Amir Rasekhi; GAO, Zhen; MOAN, Torgeir. On long-term fatigue damage and reliability analysis of gears under wind loads in offshore wind turbine drivetrains. *International Journal of Fatigue*, 2014, 61: 116-128.
- [4] NEJAD, Amir Rasekhi; GAO, Zhen; MOAN, Torgeir. Fatigue reliability-based inspection and maintenance planning of gearbox components in wind turbine drivetrains. *Energy Procedia*, 2014, 53: 248-257.
- [5] AL-HAMADANI, Haider Rahman Dawood. *System Dynamic Modelling of Wind Turbine Gearbox Under Normal and Transient Operating Conditions*. 2018. PhD Thesis. University of Sheffield.
- [6] WALHA, Lassâad; FAKHFAKH, Tahar; HADDAR, Mohamed. Nonlinear dynamics of a two-stage gear system with mesh stiffness fluctuation, bearing flexibility and backlash. *Mechanism and Machine theory*, 2009, 44.5: 1058-1069.
- [7] Cleghorn, W.L. and Dechev, N. (2016) *Mechanics of Machines*. Oxford: Oxford University Press.
- [8] AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASSOCIATION, et al. Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth AGMA 908-B89. *vol*, 1989, 89: 5-8.
- [9] ZHAI, Guodong; LIANG, Zhihao; FU, Zihao. A mathematical model for parametric tooth profile of spur gears. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020, 2020: 1-12.
- [10] BONORI, Giorgio, et al. Dynamics of gear meshing: Stiffness evaluation and vibration. In: *Proceedings of ISMA 2004, International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 20*. 2004. p. 933-947.



[11] BUDYNAS, Richard Gordon, et al. *Shigley's mechanical engineering design*. New York: McGraw-Hill, 2011.

[12] XUE, Song; HOWARD, Ian. Dynamic modelling of flexibly supported gears using iterative convergence of tooth mesh stiffness. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 80: 460-481.

[13] OMAR, Farag K.; MOUSTAFA, Kamal AF; EMAM, Samir. Mathematical modeling of gearbox including defects with experimental verification. *Journal of Vibration and Control*, 2012, 18.9: 1310-1321.

[14] XU, Rui, et al. New Method to Determine Dynamic Meshing Force for Spur Gears Considering the Meshing State of Multiple Pairs of Teeth. *Applied Sciences*, 2022, 12.9: 4690.

[15] ACSA A29/225 - 225,00 kW - Wind turbine. Online. Welcome to wind-turbine-models.com.[n.d.]. Available from: <https://en.wind-turbine-models.com/turbines/2376-acsa-a29-225>.

[16] RODRÍGUEZ, ÁG González; RODRÍGUEZ, A. González; PAYÁN, M. Burgos. Estimating wind turbines mechanical constants. In: *Proc. int. conf. renewable energies and power quality (icrepq '07)*. 2007. p. 27-30.

[17] SAKAMOTO, Ryosei, et al. Output power leveling of wind turbine generator for all operating regions by pitch angle control. In: *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2005*. IEEE, 2005. p. 45-52.

[18] HEIER, Siegfried. *Grid integration of wind energy: onshore and offshore conversion systems*. John Wiley & Sons, 2014.

[19] JOHNSON, Kathryn E. *Adaptive torque control of variable speed wind turbines*. University of Colorado at Boulder, 2004.

[20] SARKAR, Md Rasel, et al. Hybrid pitch angle controller approaches for stable wind turbine power under variable wind speed. *Energies*, 2020, 13.14: 3622.

[21] 離岸風電及場址分享 (no date) 永傳能源股份有限公司. Available at:

<https://www.taiwangenerations.com/publication/articles/Eb20k4> (Accessed: 30 June 2023).

[22] CHENG, Ke-Sheng; HO, Cheng-Yu; TENG, Jen-Hsin. Wind Characteristics in the Taiwan Strait: A Case Study of the First Offshore Wind Farm in Taiwan. *Energies*, 2020, 13.24: 6492.

[23] DAI, He, et al. An improved analytical model for gear mesh stiffness calculation. *Mechanism and Machine Theory*, 2021, 159: 104262.

[24] SÁNCHEZ, Miryam B.; PEDRERO, Jose I.; PLEGUEZUELOS, Miguel. Contact stress calculation of high transverse contact ratio spur and helical gear teeth. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 64: 93-110.

[25] FLEK, Jan, et al. Determination of mesh stiffness of gear—Analytical approach vs. fem analysis. *Applied Sciences*, 2021, 11.11: 4960.

[26] HIBBELER, Russell Charles. *Mecánica de materiales*. Pearson educación, 2006.

[27] WANG, Yu, et al. Mesh stiffness calculation of helical gears with profile modification. *The Journal of Engineering*, 2019, 2019.13: 225-230.

[28] OSAKUE, Edward, et al. Revised Lewis bending stress capacity model. *The Open Mechanical Engineering Journal*, 2020, 14.1.

[29] REY, G. González; MARTÍN, RJ García; FERNÁNDEZ, P. Frechilla. Estimating gear fatigue life. *Gear Solutions*, 2007, 2.6.

[30] LOTSBERG, Inge; FJELDSTAD, Arne; RONOLD, Knut O. Background for revision of DNVGL-RP-C203 fatigue design of offshore steel structures in 2016. In: *International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. American Society of Mechanical Engineers, 2016. p. V004T03A015.

[31] MCINNES, Charles H.; MEEHAN, P. A. Equivalence of four-point and three-point rainflow cycle counting algorithms. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30.3: 547-559.

[32] ARIDURU, Seçil. *Fatigue life calculation by rainflow cycle counting method*. 2004. Master's Thesis. Middle East technical university.

[33] Vibrations in a compound gear train. *COMSOL* [online]. Získáno z:
<https://www.comsol.com/model/vibrations-in-a-compound-gear-train-36291>



Appendix A



2018 及 2019 年風速及部件損傷結果一覽

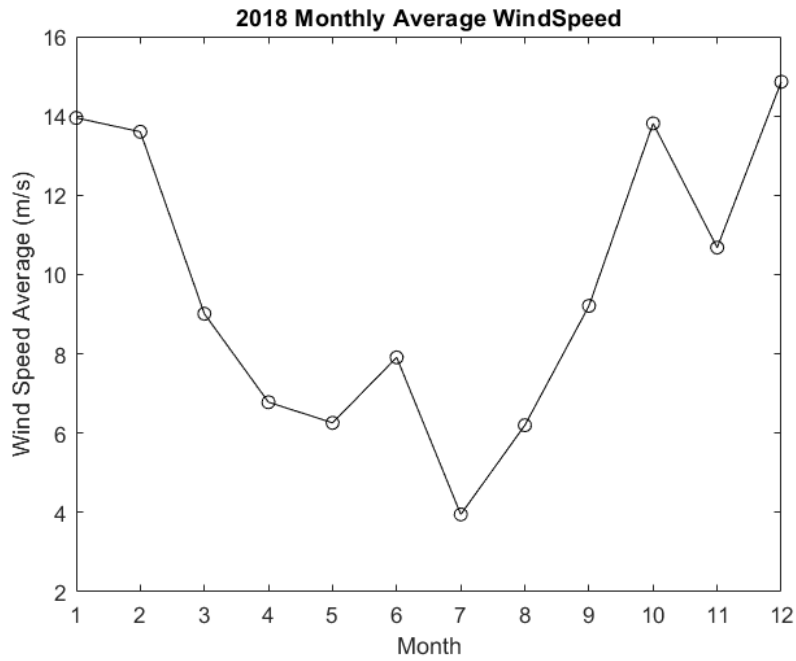


Fig.A.1 2018 年每月平均風速(m/s)

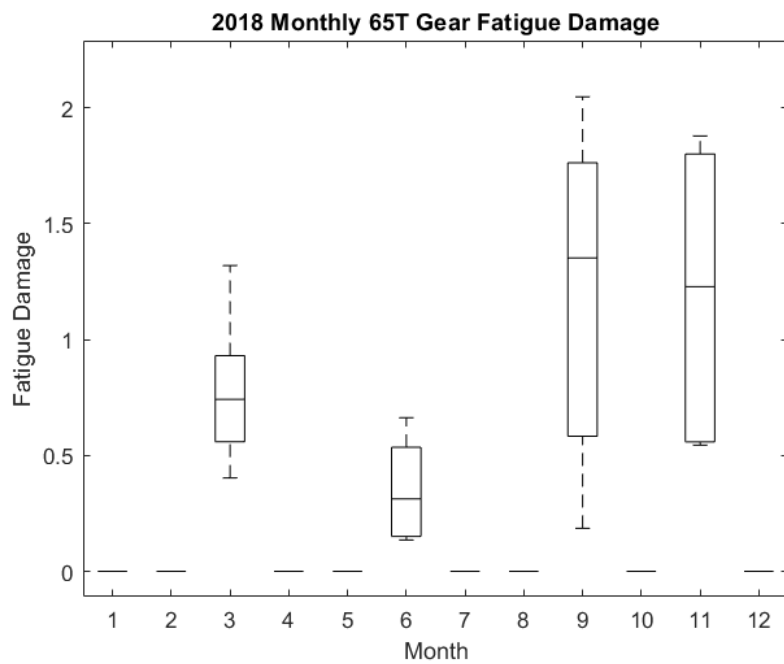


Fig.A.2 2018 年 65 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

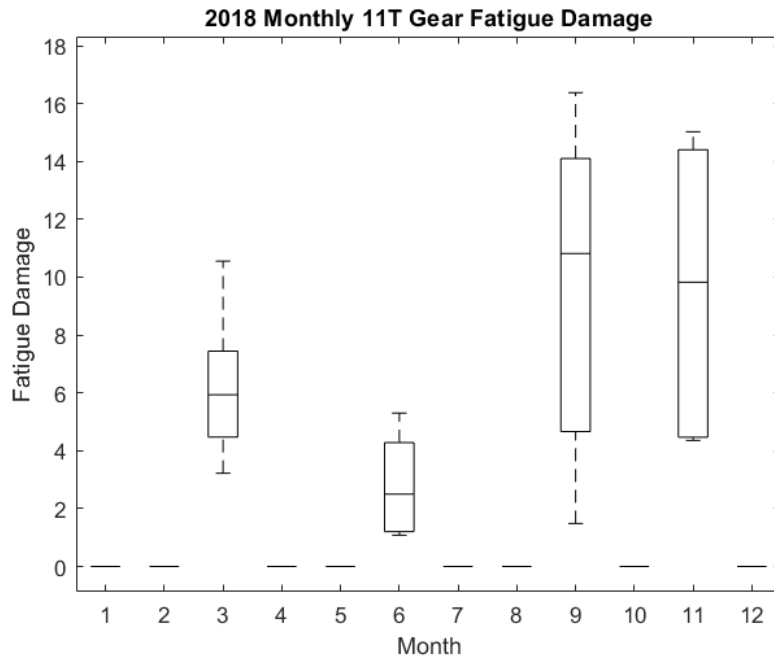


Fig.A.3 2018 年 11 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

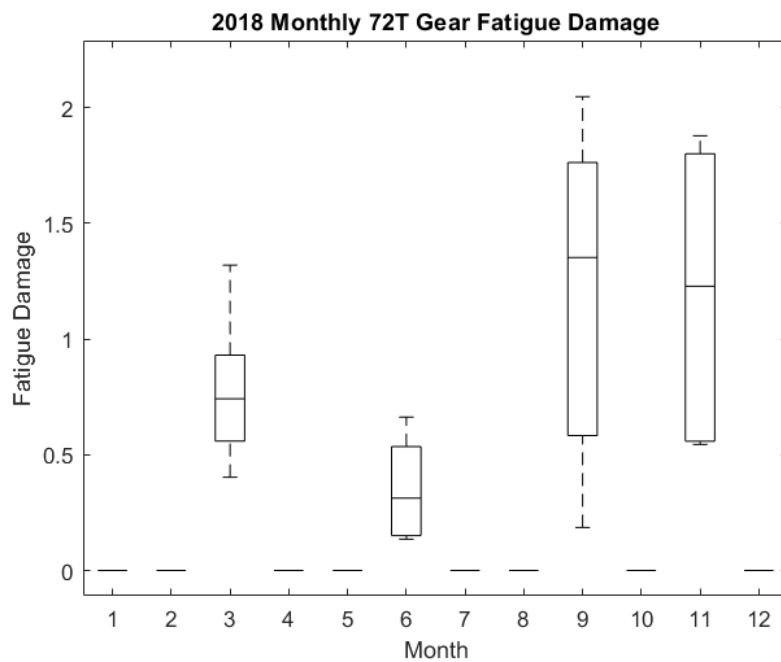


Fig.A.4 2018 年 72 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

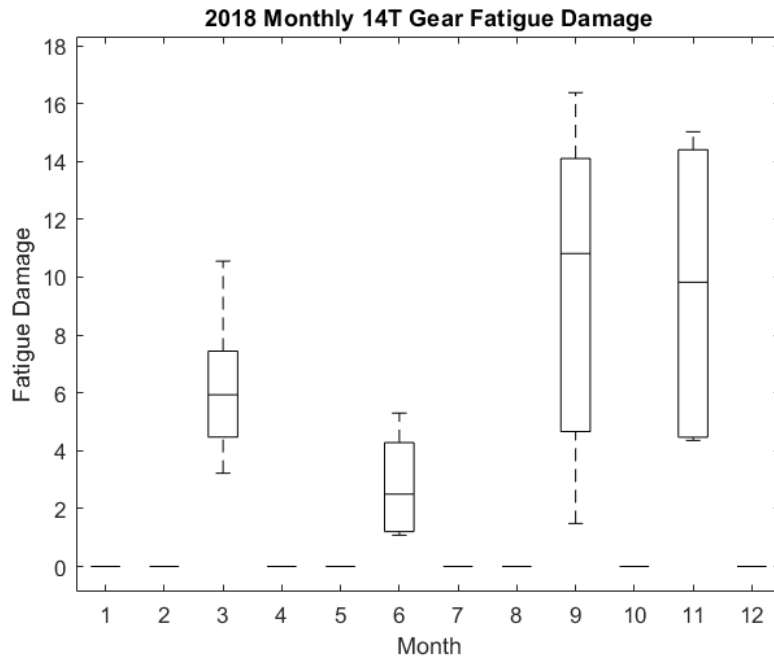


Fig.A.5 2018 年 14 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

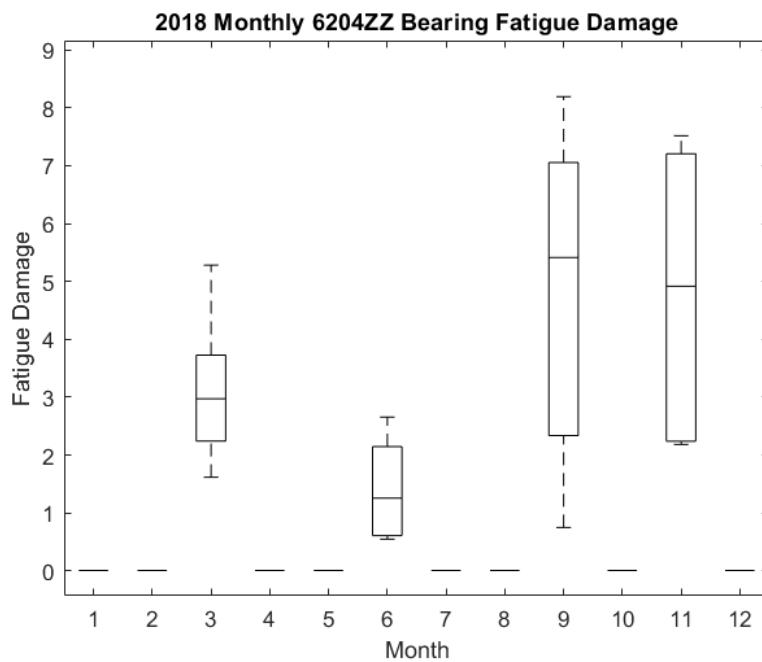


Fig.A.6 2018 年 6204ZZ 軸承每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

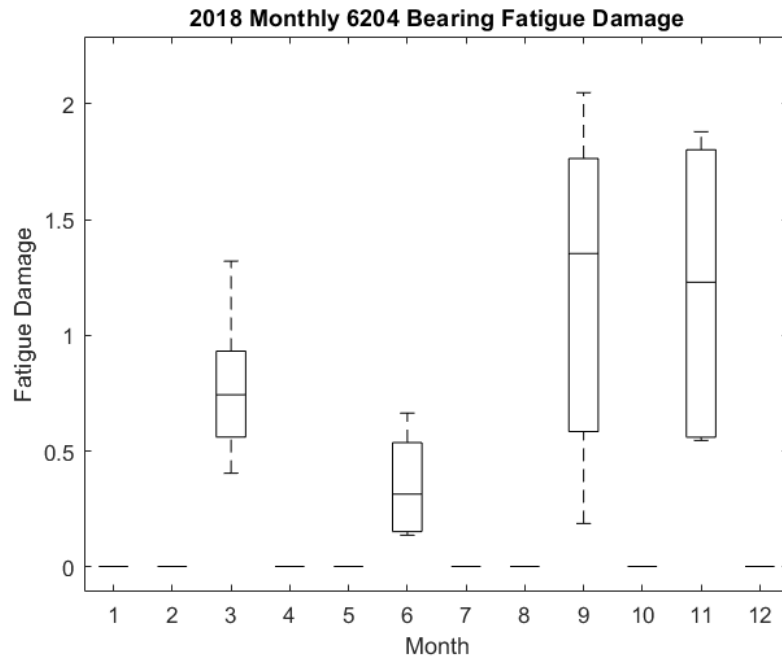


Fig.A.7 2018 年 6204 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

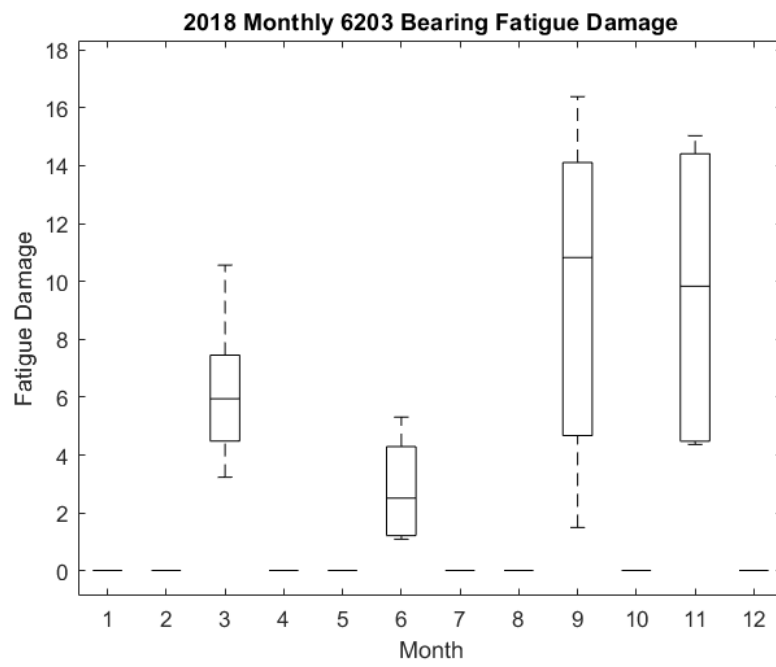


Fig.A.8 2018 年 6203 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

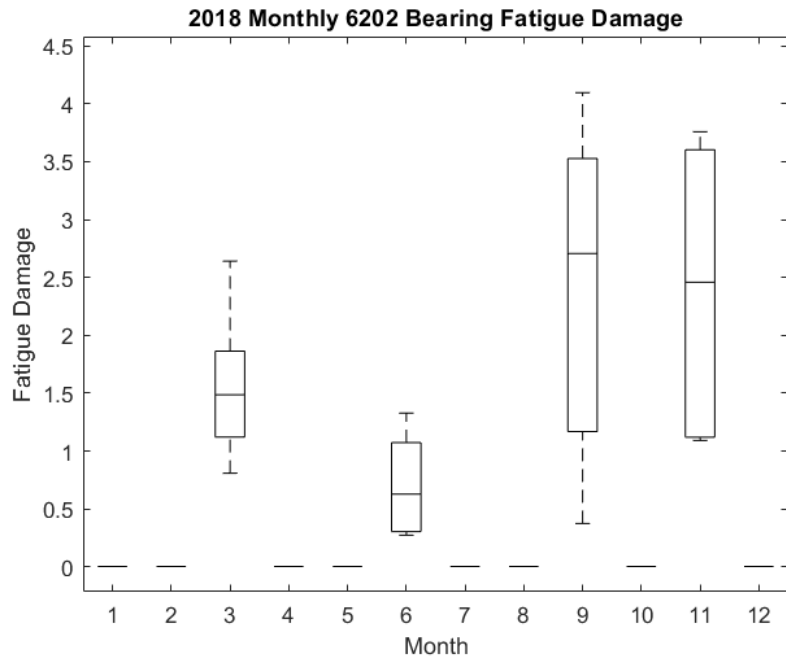


Fig.A.9 2018 年 6202 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

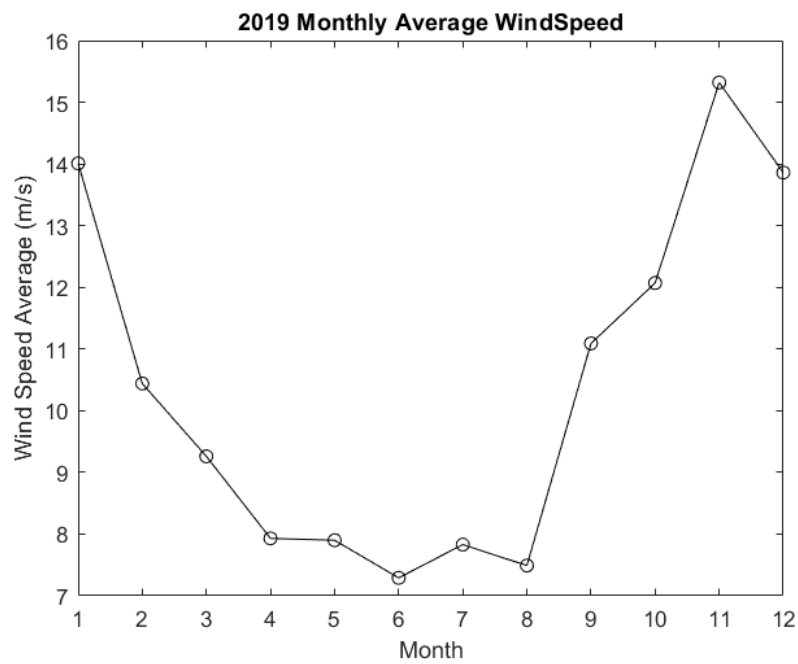


Fig.A.10 2019 年每月平均風速(m/s)

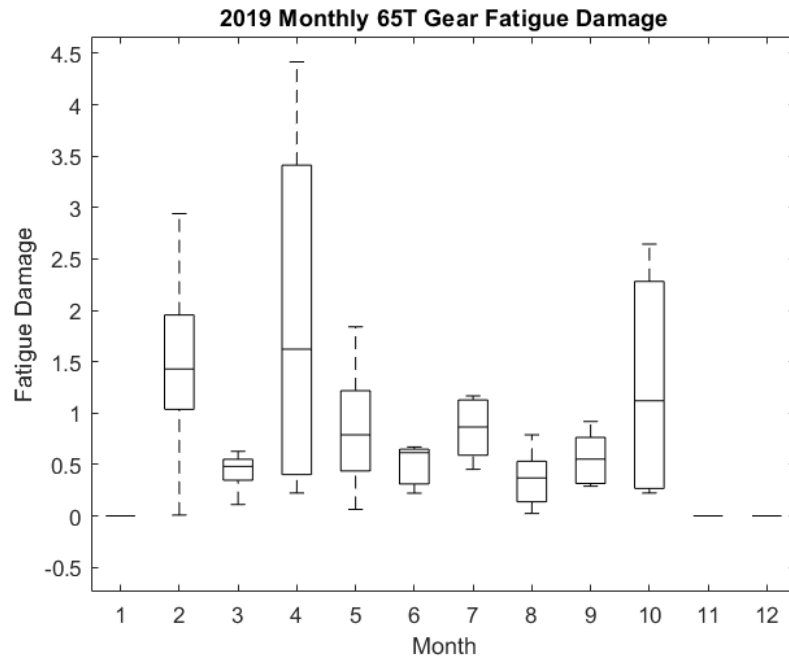


Fig.A.11 2019 年 65 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

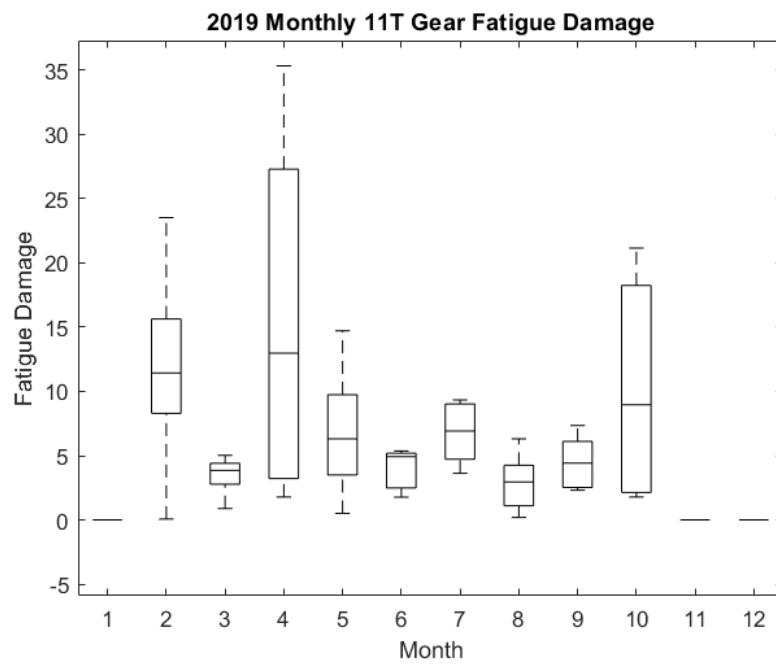


Fig.A.12 2019 年 11 齒斜齒輪每月疲勞損傷(*10⁻³)

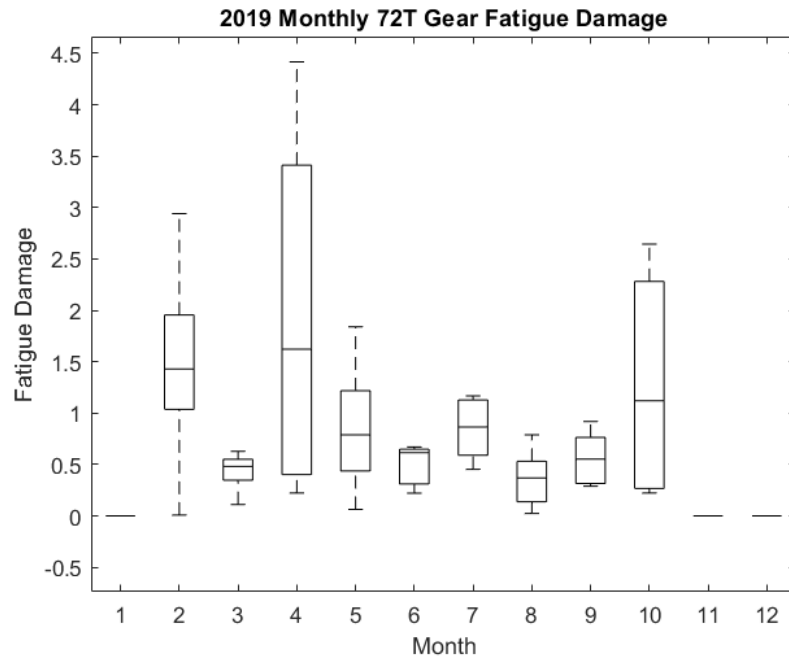


Fig.A.13 2019 年 72 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

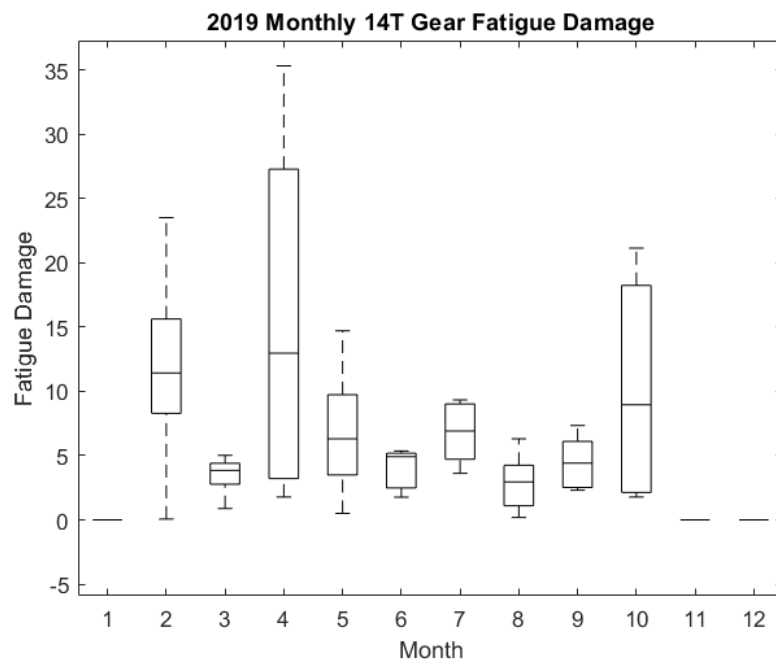


Fig.A.14 2019 年 14 齒斜齒輪每月疲勞損傷($\times 10^{-3}$)

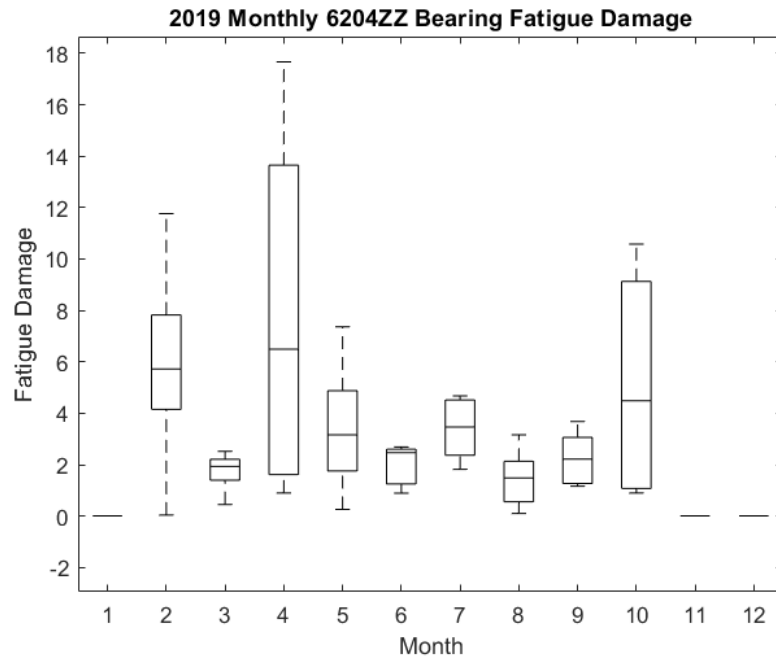


Fig.A.15 2019 年 6204ZZ 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

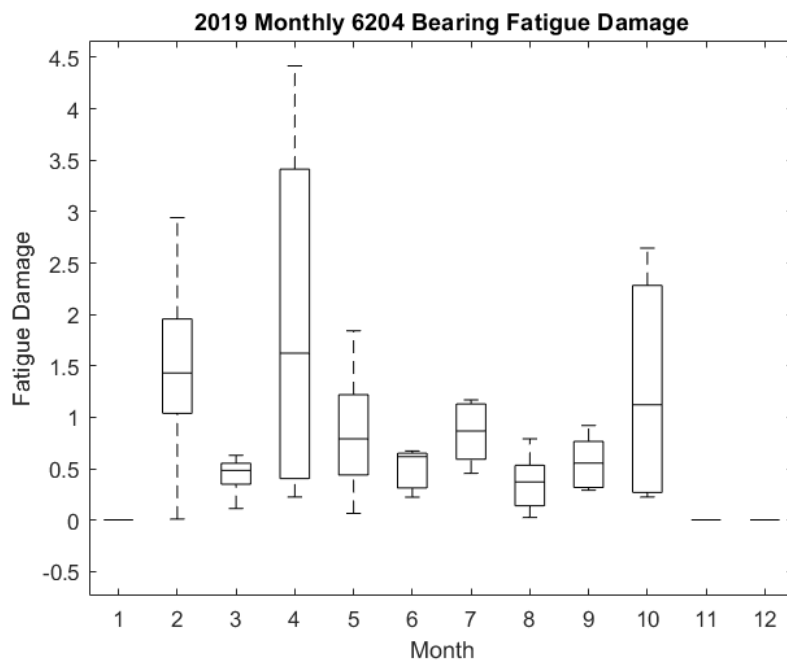


Fig.A.16 2019 年 6204 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

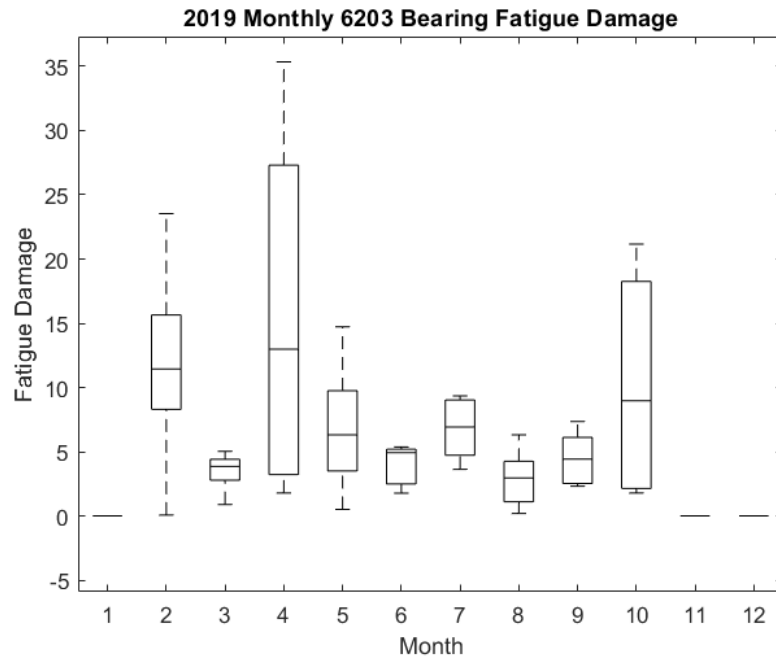


Fig.A.17 2019 年 6203 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

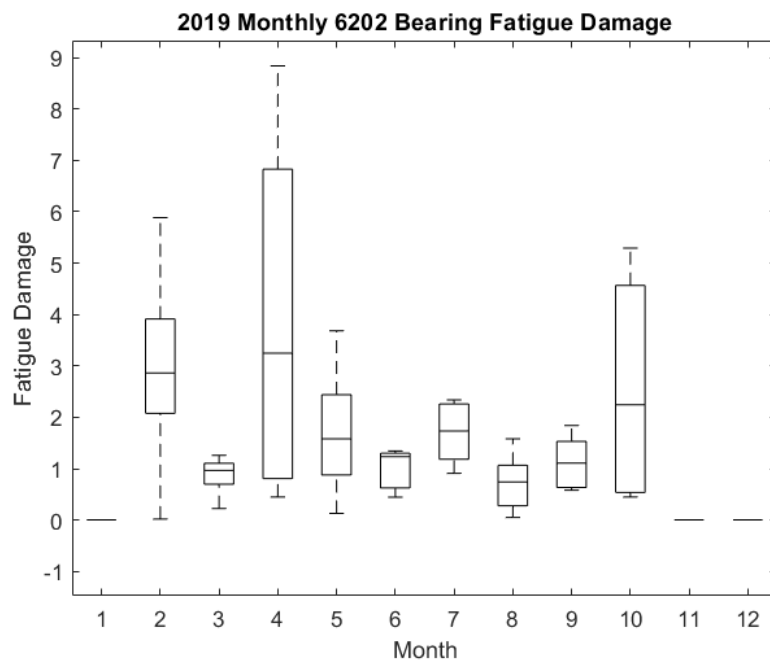


Fig.A.18 2019 年 6202 軸承每月疲勞損傷(*10⁻³)

		65T	11T	72T	14T	6204 ZZ	6204	6203	6202
2018 年	1 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	3 月	0.75	5.94	0.74	5.87	2.95	0.76	5.89	1.48
	4 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	5 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	6 月	0.31	2.65	0.37	2.88	1.32	0.32	2.49	0.71
	7 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	8 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	9 月	1.39	10.77	1.42	11.32	5.22	1.42	10.65	2.71
	10 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	11 月	1.24	9.23	1.29	9.41	4.87	1.32	9.34	2.48
	12 月	0	0	0	0	0	0	0	0
2019 年	1 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	2 月	1.46	11.32	1.42	11.44	5.79	1.45	11.28	2.89
	3 月	0.48	3.88	0.49	3.87	1.99	0.47	3.92	0.96
	4 月	1.69	13.08	1.56	12.96	6.21	1.71	13.69	3.18
	5 月	0.72	6.11	0.78	6.02	3.06	0.76	6.75	1.53
	6 月	0.59	5.46	0.62	4.67	2.75	0.67	4.89	1.39
	7 月	0.82	6.55	0.69	6.69	3.24	0.81	7.94	1.69
	8 月	0.37	3.32	0.35	3.56	1.35	0.38	3.29	0.76
	9 月	0.47	4.34	0.76	4.13	2.76	0.53	3.91	1.22
	10 月	1.06	8.22	1.23	7.22	4.23	1.18	8.22	2.27
	11 月	0	0	0	0	0	0	0	0
	12 月	0	0	0	0	0	0	0	0

Fig.A.19 2018-2019 年各齒輪與軸承疲勞損傷中位數(*10⁻³)

		weight 1	weight 2	scale 1	shape 1	scale 2	shape 2
2018 年	1 月	0.32	0.68	12	7	19	7
	2 月	0.2	0.8	8	2	19	7
	3 月	0.45	0.55	3	3	10	4
	4 月	0.8	0.2	2.5	3	5	7
	5 月	0.3	0.7	4	4	7.5	4
	6 月	0.2	0.8	4	2	12	2.5
	7 月	0.5	0.5	3	2.5	5	4
	8 月	0.8	0.2	5	2	7	2
	9 月	0.7	0.3	4	2	21	8
	10 月	0.45	0.55	11	4	20	6
	11 月	0.55	0.45	6.5	2.5	13	6
	12 月	0.75	0.25	17	4	22.5	12
2019 年	1 月	0.2	0.8	10	4	20	4
	2 月	0.85	0.15	13	4	8	4
	3 月	0.3	0.7	5	3	11	4
	4 月	0.8	0.2	8	3	16	6
	5 月	0.35	0.65	3	2.5	8	4
	6 月	0.2	0.8	3.5	3	8	4
	7 月	0.25	0.75	4	3	10.5	4
	8 月	0.25	0.75	2.5	2.5	9	2.5
	9 月	0.2	0.8	3	2.5	14	3
	10 月	0.55	0.45	9	2.5	17	6
	11 月	0.55	0.45	15	3	22	6
	12 月	0.95	0.05	15	3	4	2.5

Fig.A.20 2018-2019 年混合型韋伯分布擬合風速機率分布參數一覽