

國立臺灣大學工學院機械工程學系

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis



均溫板的理論分析與參數討論

Theoretical Analysis and Parameter Discussion

of Vapor Chamber

林君翰

Chun-Han Lin

指導教授：黃美嬌 博士

Advisor: Mei-Jiau Huang, Ph.D.

中華民國 112 年 6 月

June 2023



國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書
MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY

均溫板的理論分析與參數討論

Theoretical Analysis and Parameter Discussion of Vapor chamber

本論文係林君翰 (R09522330) 在國立臺灣大學機械工程學系完成之
碩士學位論文，於民國 112 年 6 月 13 日承下列考試委員審查通過及
口試及格，特此證明。

The undersigned, appointed by the Department of Mechanical Engineering on 13/6/2023 have
examined a Master's thesis entitled above presented by Chun-Han Lin (R09522330) candidate and
hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

黃文娟

(指導教授 Advisor)

陳幸鴻

呂明輝

賴君亮

系主任/所長 Director:

林志群

致謝



經過兩年多的研究所即將結束，首先要感謝的是我的指導教授黃美嬌老師，感謝老師即使再忙碌，每個星期都會召開進度會議，關心我們的研究進度，同時也可以吸收其他同學分享的論文擴充知識廣度，這不僅鞭策我們按時完成工作，也培養了我們表達能力和對問題的敏銳度，並藉此深入理解問題的本質。研究所期間也讓我理解過去讀書方法的不足以及不夠細膩的地方，這段期間我盡力修改以前不好的壞習慣，雖然目前為止仍有不足，但我想學習不僅止於研究所，而是一輩子的事情，並需要終生努力。

感謝口試委員許華倚教授、賴君亮教授和呂明璋教授百忙中撥空參與學位考試，指導與提點研究內容，在此至上真摯的感謝。

感謝實驗室的學長姐的幫忙，從我剛進實驗室時的一開始詢問君儒、紹文研究所的大概念，到孟凡學長在我整個研究上時常幫助我也和我討論研究上不順利的部分，並得到很多 ANSYS 方面的協助，也常與潔茵、浩羽、舫儀在實驗室閒聊，以及得到很多論文撰寫的協助，平時最常和士昕、昱豪、皓南、皓展一起吃飯和討論研究內容，對我的幫助很大，也祝博翔、佑君、詠茗的研究順利。

還有很重要要感謝的 DC 群中神奇小圈圈的大家，謝謝 KonaKona、周博、しう、火寶、香蕉、彩虹姐姐、Citra、希希，每次研究不順利時，真的很感謝這些朋友的幫忙與陪伴，其中特別要感謝火寶幫助我很多，另外也想感謝ミ夕跟所有ボ力口相關的創作者，不管是研究、寫論文、放鬆時，最常陪伴我完成這些事的就是這些創作者的作品了。

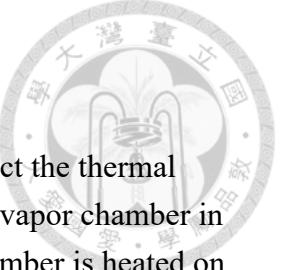
最後也要感謝老媽，在老爸三年前過世後一肩扛起重任，長輩們的身體也不好，需要很多時間的照顧，在家裡與工作間來回奔波，沒有老媽的協助也不可能走完研究所的路途，最後希望老爸在天上過的好。

中文摘要

本研究針對五層結構、一面受熱、另一面對流冷卻之均溫板建構兩個極端數學模型，以了解並預測均溫板之極限熱傳性能與內部流場特徵。其中金屬壁乃配合非均勻加熱條件求解三維溫度場，液體與蒸氣層之流場皆假設為二維，根據介面熱通量計算得相變化質量通量後，再求得相關壓力場及速度場。本文提出之模型分別稱之為完全均溫模型與完全非均溫模型，其差別在於假設蒸氣是否在蒸氣區域充分混和，並使用商業軟體 ANSYS 驗證簡化的合理性與數學推導過程的正確性。最後將模型預測與實驗數據比較，發現大多數的預測值與實驗值皆落於 25% 以內。

本研究接著利用數學模型探討各項因子對均溫板性能的影響。研究發現，在固定均溫板面積與熱源功率下，當熱源面積越來越大時，熱阻會越來越低，並且在熱源面積和均溫板面積相等時，兩種模型會獲得相同數值；在不同長寬比下，隨著長寬比逐漸加大時，此二種模型呈現相反趨勢，當長寬比較小時且蒸氣區域之蒸氣能達到均溫混和時，均溫板反應出更優良的性能。當環境熱對流係數與毛細組織等效熱傳導係數逐漸上升時，熱阻的降低幅度與總流路壓降的上升幅度逐漸不明顯。本研究還比較四種工作流體（水、甲醇、乙醇、丙酮）的毛細極限，其中水作為工作流體的均溫板具有最高的極限熱通量，而後依序為甲醇、丙酮及乙醇，此結果與文獻中觀察到的現象吻合。

關鍵字：均溫板、壓降、熱阻、毛細極限、極限熱通量



Abstract

In this study, two mathematical models were constructed to predict the thermal performance and internal flow characteristics of a five-layer structure vapor chamber in two limiting cases, fully uniform and fully nonuniform, where the chamber is heated on one side and convectively cooled on the other side. The three-dimensional temperature fields of copper plates under non-uniform heating conditions were solved first. The flow fields in the liquid and vapor core regions are assumed to be two-dimensional. Mass fluxes due to phase change are computed according to the interface heat flux, and used for solving the pressure and velocity fields. The main difference between the two models lies in the assumption whether heat is fully mixed or completely unmixed in the vapor core region. The commercial software ANSYS is used to examine the rationality of some assumptions and most of all the accuracy of the mathematic derivations. The model predictions were finally compared with experimental measured. It is found that the relative error falls within 25%.

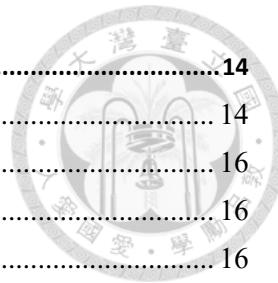
The mathematical models were then employed to investigate the influence of various factors on the thermal performance of the vapor chamber. The results show that under a fixed vapor chamber cross-sectional area and heat source power, the thermal resistance decreases with increasing heating area. Both models reach the same value when the heating area is equal to the vapor chamber cross-sectional area. As the aspect ratio of the vapor chamber increases, the two models yield opposite results. When vapor is uniformly mixed in the vapor core, a smaller aspect ratio leads to a better performance. When the environmental heat transfer coefficient and effective thermal conductivity of the capillary structure increase, the reduction in thermal resistance and the increase of pressure drop become less significant. This work also compares the capillary limits of four working fluids: water, methanol, ethanol, and acetone. The result shows that water has the highest maximum heat flux, followed by methanol, acetone, and ethanol, which is consistent with the research results mentioned in the literature.

Key words: vapor chamber, pressure drop, thermal resistance, capillary limit, maximum heat flux.

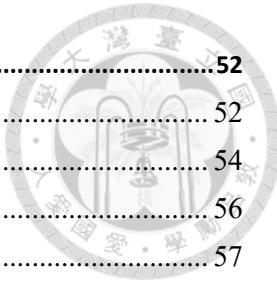
目錄



口試委員會審訂書	I
致謝	II
中文摘要	III
ABSTRACT	IV
目錄	V
表目錄	VIII
圖目錄	IX
符號說明	XIII
第 1 章 緒論	1
1-1 研究背景	1
1-2 文獻回顧	2
1-2-1 實驗研究	2
1-2-2 模擬研究	5
1-2-3 理論分析	7
1-3 研究動機及目的	10
1-4 論文架構	11
第 2 章 均溫板的基本原理	12
2-1 均溫板工作原理	12
2-1-1 密閉腔體	12
2-1-2 毛細組織	13
2-1-3 工作流體	13



2-2	均溫板之操作極限	14
2-2-1	毛細極限(Capillary Limit).....	14
2-2-2	沸騰極限(Boiling Limit).....	16
2-2-3	音速極限(Sonic Limit)	16
2-2-4	飛散極限(Entrainment limit)	16
2-2-5	黏性極限(Viscous Limit).....	17
 第 3 章 均溫板模型及假設		18
3-1	均溫板模型概要	18
3-2	完全均溫模型	19
3-2-1	第一層銅板層	19
3-2-2	第五層銅板層	21
3-2-3	第二層毛細組織 (飽和液體)	23
3-2-4	第三層蒸氣層 (飽和蒸氣)	27
3-2-5	第四層毛細組織 (飽和液體)	29
3-3	完全均溫模型之模型驗證	30
3-3-1	第一層銅板層	30
3-3-2	第二層毛細組織 (飽和液體)	31
3-3-3	第三層蒸氣區域 (飽和蒸氣)	33
3-3-4	第四層毛細組織 (飽和液體)	34
3-4	完全非均溫模型	35
3-4-1	第五層銅板層	36
3-4-2	第四層毛細組織 (飽和液體)	37
3-5	完全非均溫模型之模型驗證	39
3-5-1	第五層銅板層	39
3-5-2	第四層毛細組織 (飽和液體)	39
3-6	均溫板極限比較	40
 第 4 章 單熱源均溫板熱傳性質		43
4-1	無因次化	43
4-1-1	完全均溫模型	45
4-1-2	完全非均溫模型	49



4-2	幾何形狀與邊界條件	52
4-2-1	熱源面積	52
4-2-2	均溫板長寬比	54
4-2-3	熱對流係數	56
4-2-4	毛細組織等效熱傳導係數	57
4-2-5	工作流體	58
第 5 章 結論與未來展望		60
5-1	結論	60
5-1-1	均溫板的兩種模型	60
5-1-2	單熱源的參數討論	61
5-2	未來展望	61
附錄		63
參考資料		66
圖表		78



表目錄

表 1.1 均溫板驗文獻比較	77
表 1.2 本論文研究均溫板與文獻中理論分析之均溫板整理與比較	82
表 2.1 工作流體與腔體相容性[62]	82
表 2.2 常見毛細結構之等效毛細管半徑[65]	82
表 3.1 完全均溫模型測試例幾何及環境參數[33].....	83
表 3.2 完全均溫模型測試例流體參數[33]	83
表 3.3 以 LU ET AL. [33]之參數計算之飽和溫度、熱阻與其實驗值	84
表 3.4 以 ZHOU ET AL. [13]之參數計算之飽和溫度、熱阻與其實驗值	84
表 3.5 以 WIRIYASART ET AL. [19]之參數計算之飽和溫度、熱阻與其實驗值 ..	85
表 4.1 均溫板測試例參數，水 300K 下之流體性質	86
表 4.2 均溫板測試例無因次參數	87
表 4.3 均溫板測試例無因次參數	88
表 4.4 長寬比參數變動範圍	88
表 4.5 Bi_5 參數變動範圍	89
表 4.6 Bi_1 參數變動範圍	89

圖目錄



圖 1.1 均溫板熱源冷凝平面示意圖(灰色為均溫板，藍色為冷凝端，紅色為熱源)	90
圖 2.1 均溫板之操作極限示意圖[64]	90
圖 2.2 氣液介面示意圖[64]	91
圖 2.3 池沸騰的熱通量與過熱度關係圖[66]	91
圖 3.1 均溫板模型示意圖	92
圖 3.2 第一層測試例熱源示意圖	92
圖 3.3 第一層模擬網格設定	93
圖 3.4 第一層模擬邊界設定	93
圖 3.5 $z = z_0$ 的溫度場	94
圖 3.6 $z = z_1$ 的溫度場	94
圖 3.7 解析解與模擬解在 $z = z_1$ 的溫度比較	95
圖 3.8 式(3.61)之源項分布	95
圖 3.9 第二層方法一模擬結果 (壓力場)	96
圖 3.10 第二層方法二模擬結果 (壓力場)	96
圖 3.11 第二層解析解 (黑色實線)、方法一 (紅色虛線)、方法二 (黃色點線) 模擬解結果比較 (壓力場, PA)	97
圖 3.12 第二層解析解及方法一的壓力差值	97
圖 3.13 第三層源項之分布	98
圖 3.14 第三層方法二模擬結果 (壓力場)	98
圖 3.15 第三層解析解 (黑色實線)、方法二 (紅色虛線) 模擬解結果比較 (壓力 場, PA)	99
圖 3.16 第三層方法一模擬結果 (壓力場)	99

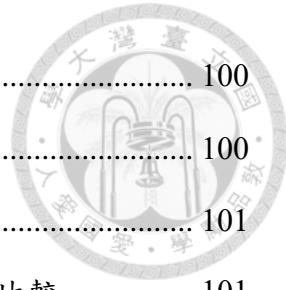


圖 3.17 第三層方法一 $y=0$ 之壓力分佈	100
圖 3.18 第三層解析解之速度向量圖	100
圖 3.19 第三層模擬解方法一之速度向量圖	101
圖 3.20 第三層 $y=0$ 之 X 方向速度向量解析解與模擬解方法一比較	101
圖 3.21 第三層近壁流場與解析解與模擬解方法一比較	102
圖 3.22 第四層方法一與方法二模擬結果 (壓力場)	102
圖 3.23 第四層解析解 (黑色實線)、方法一 (紅色虛線)、方法二 (黃色點線) 模擬解結果比較	103
圖 3.24 $q''_1(x, y)$ 之分布	103
圖 3.25 完全非均溫模型 $z=z_4$ 的溫度場	104
圖 3.26 完全非均溫模型 $z=z_5$ 的溫度場	104
圖 3.27 解析解 (黑色實線) 與模擬解 (紅色虛線) 在 $z=z_1$ 的溫度比較	105
圖 3.28 第四層方法一模擬結果 (壓力場)	105
圖 3.29 第四層方法二模擬結果 (壓力場)	106
圖 3.30 第四層解析解 (黑色實線)、方法一 (紅色虛線)、方法二 (黃色點線) 模擬解結果比較	106
圖 3.31 飽和溫度計算程式邏輯	107
圖 3.32 完全均溫模型與完全非均溫模型和實驗值之熱阻比較	107
圖 4.1 水之流體性質對飽和溫度關係 [62]。	108
圖 4.2 無因次化熱阻 (R^*) 與熱源面積 (c^*d^*/a^*b^*) 關係圖。	109
圖 4.3 飽和溫度與熱源面積 (c^*d^*/a^*b^*) 關係圖。	109
圖 4.4 無因次化壓降 (ΔP_{max}^*) 與熱源面積 (c^*d^*/a^*b^*) 關係圖。	110
圖 4.5 無因次化熱阻與均溫板長寬比關係圖。	110



圖 4.6 飽和溫度與均溫板長寬比關係圖。	111
圖 4.7 均溫板長寬比 $a/b = 1, 0.1$ 下 $z = z_1$ 完全均溫模型下的無因次溫度分布， $(T - T_\infty)/T_\infty$ 。 (A) $a/b = 1, z = z_1$ (B) $a/b = 0.1, z = z_1$	111
圖 4.8 均溫板長寬比 $a/b = 1, 0.1$ 下 $z = z_1, z_4$ 完全非均溫模型下溫度分布 $(T - T_\infty)/T_\infty$ 。 (A) $a/b = 1, z = z_1$ (B) $a/b = 1, z = z_4$ (C) $a/b = 0.1, z = z_1$ (D) $a/b = 0.1, z = z_4$	112
圖 4.9 長邊 (黃色區域，Y 軸方向)、短邊 (綠色區域，X 軸方向) 热阻示意 圖。	112
圖 4.10 無因次化壓降與均溫板長寬比關係圖。	113
圖 4.11 無因次化及有因次熱阻與 Bi_5 關係圖。	113
圖 4.12 最高溫度 (T_{max})、飽和溫度 (T_{sat})、冷凝端溫度 (T_{con}) 與 Bi_5 關係圖。 ...	114
圖 4.13 無因次化熱阻與 Bi_1 數關係圖。	114
圖 4.14 飽和溫度 $(T_{sat}/T_\infty)/T_\infty$ 與 Bi_1 數關係圖。	115
圖 4.15 無因次化壓降與 Bi_1 數關係圖。	115
圖 4.16 丙酮之流體性質對飽和溫度關係[69] 。	116
圖 4.17 乙醇之流體性質對飽和溫度關係[70] 。	117
圖 4.18 甲醇之流體性質對飽和溫度關係[71] 。	118
圖 4.19 工作流體為水時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比較。	119
圖 4.20 工作流體為丙酮時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比 較。	119
圖 4.21 工作流體為乙醇時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比 較。	120



圖 4.22 工作流體為甲醇時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比較。 120

圖 4.23 四種工作流體的毛細極限熱通量。 121

符號說明

一般符號



a, b	均溫板長寬
A, B	溫度場係數
A_s	面積
Bi	畢奧數(Biot number)
Bo	邦德數(Bond number)
c, d	熱源長寬
C_{mn}, D_{mn}	傅立葉級數係數
C	積分常數
d	微小量
E	能量
g	重力常數
G_{mn}	無因次參數
h	熱對流係數
h_{fg}	汽化潛熱
k	熱傳導係數
K	滲透率
l_1, l_2	曲面長度
\dot{m}	蒸發或冷凝的質量流率
M	優值
n	粒子數
P	壓力



q''	熱通量
\dot{q}	內部熱源
Q_0	熱源功率
r	毛細管半徑
R	熱阻
R_1, R_2	曲率半徑
R_{eff}	等效毛細管半徑
S	面積
t	厚度
T	溫度
u, v	x, y 方向的速度
w	溝槽寬度
x, y, z	x, y, z 座標方向

希臘字母

β	熱源面積比
ε	孔隙率
θ	無因次溫度場
μ	黏滯係數
π	圓周率
σ	表面張力
ρ	密度
ϕ	無因次參數
φ	接觸角



上下標

*

無因次量

1,2,3,4,5

第一、二、三、四、五層的幾何參

數、物理性質或係數

cap

毛細

ci

冷凝端內平面

cooling

冷凝端

cr

極限

e

蒸發

eff

等效

ei

蒸發端內平面

l

液體

max

最大

min

最小

s

固體

sat

飽和

tot

總

v

氣體

∞

環境

第1章 緒論



1-1 研究背景

近年來，對高性能電子元件的需求增加，導致其尺寸變小和功率密度變高。這些元件單位面積上產生的熱量日益增加，若不能有效將熱量散出會導致熱量積累，使元件損壞，從而導致系統故障。良好的熱管理可以防止元件過熱，延長其壽命並提高系統的整體效率，因此，熱管理已成為電子元件設計和製造中的關鍵因素之一。

熱管理技術可以大致分為兩類：被動和主動。主動散熱涉及使用外部設備，如風扇、微流道等，需額外耗費能量來帶走電子元件產生的熱。風扇驅動空氣流動，簡易且成本低，缺點是體積過大，無法適用於手機、智慧手錶等小型裝置；微流道可以提供更高的熱對流係數，但缺點是壓降過大使得幫浦需求高且製造難度大，長期使用後會有堵塞結垢等問題。被動散熱則無需外部干預，藉由設計使熱量可以自然散發，包括：散熱片、熱管、均溫板等。散熱片通過增加電子元件的表面積，使熱量能夠更有效地散發，通常選擇具有高熱傳導性的材料，包括鋁、銅和石墨烯等。金屬的熱傳導係數在 $100 - 400 \text{ W/m}^2\text{K}$ 左右，現已無法負荷日漸增加的熱管理需求，而石墨烯則能提升至 $2000 \text{ W/m}^2\text{K}$ 以上，但由於其熱傳導係數隨厚度增加而下降的特性，使得石墨烯的總熱傳量無法提升，也無法做為好的散熱材料[1]。

均溫板為使用相變化為主要作動機制的被動散熱元件，熱從熱源先傳導至均溫板的金屬封閉腔體後，再熱傳至內部的工作流體引起相變化，藉由內部壓力差的驅動將氣體均勻地散布至冷凝端後凝結，凝結後之液體再經由毛細組織提供毛細力回到蒸發端，均溫板的等效熱傳導係數可達 $10000 \text{ W/m}^2\text{K}$ 以上無石墨烯的熱



傳量限制，且由於主要以相變化傳遞熱量，高熱通量更能發揮其相變化之優勢使其有更好表現，因此均溫板成為電子元件的熱管理方案中有利的候選之一，並且相較於圓柱形熱管其幾何形狀更貼合平面的熱源，長方體的外型比起熱管可以達到更小的厚度，這些優勢也使均溫板被廣泛應用在各種領域。熱管與均溫板的差異是熱管為一維管狀結構，而熱端與冷端通常是在長度兩側，均溫板為二維為平板結構，冷熱兩端通常為厚度兩側[2]，Liu et al.[3]提出由於均溫板使用擴散接合製造，有比起熱管更薄且幾何形狀自由度更高的優勢。除前述所說之電子封裝[4]-[6]方面的應用，還有 5G 基地台[7]、電動車電池[8][9]、資料中心[10]等。

1-2 文獻回顧

均溫板雖然是近 20 年來提出的詞彙，但因熱管應用於電子散熱領域已有一段時間，均溫板為其衍生產品，因此早期多稱為平板熱管。

1-2-1 實驗研究

均溫板內部性能受到下列因素影響：毛細組織結構、支撐柱結構、工作流體、填充率、重力等。常見的毛細結構有下列幾種：燒結粉末式、編織銅網式、溝槽式，泡沫銅網式，或是將前述幾種結合得到複合式毛細組織。Chen et al.[11]研究鋁合金 6061 的均溫板，比較徑向凹槽毛細結構和燒結鋁粉毛細結構的鋁製均溫板，在工作液體為丙酮時不同填充率下的熱傳表現；研究結果顯示燒結粉末均溫板具有更好的溫度均勻性與更低的熱阻，並且在當內部液體填充量為 2.69 g 時有最低的熱阻。Li et al.[12]實驗研究冷凝端為銅燒結粉末和銅編織網對均溫板的影響，由於燒結粉末具有較大的毛細管性能參數和較小的接觸熱阻，燒結粉末的均溫板有更好的熱傳性能，在熱通量 180W/cm^2 下冷端最大溫差是銅編織網的一半。Zeng et al.[13]實驗研究微槽毛細組織的鋁製均溫板，發現此毛細組織能使均溫板提早發生相變化進而使均溫板更快達到穩態，且熱阻最小可以到達 0.055



K/W，冷端溫度會隨著流速的增加而降低，對熱阻的影響卻很小。Liu et al.[14]使用數值和實驗研究多層燒結粉末毛細組織對增強液體回流和蒸發後的液體逸散，進而提升均溫板性能的效果，其毛細組織之燒結粉末採用大小顆粒的雙層結構，發現顆粒直徑組合為 $50/100\mu\text{m}$ 時有最小的熱阻 0.1426 K/W 與最大的極限熱通量 262 W/cm^2 。Zhou et al.[15]實驗研究三種毛細組織：雙孔徑燒結粉末、一般燒結粉末和將兩者結合的複合式燒結粉末。複合式毛細組織能結合兩者的優點有最低的熱阻、延遲沸騰開始時間和更高的極限熱通量，其熱阻比文獻中低約 28%，極限熱通量為 450 W/cm^2 。Weibel et al.[16][17]使用燒結粉末或是奈米碳管製作不同的毛細結構，並使用半經驗公式預測沸騰曲線；發現奈米碳管在低熱通量時有更低的熱阻，當毛細結構能提供空隙給液體沸騰及氣體逸散時，能使熱阻降低。Yu et al.[18]實驗研究使用螺旋編織網作為毛細結構的超薄均溫板的熱傳影響，藉由改變螺旋編織網的數量分析毛細組織與蒸氣區域面積之比值對均溫板極限熱通量的影響，並實驗研究螺旋編織網數量和重力方向對均溫板熱性能的影響；結果發現在不同重力方向下，均溫板的最大熱傳量變化小於 10%，最優的面積比為 62.5%。Mizuta et al.[19]實驗研究採用放射狀分布的毛細結構，藉由引導氣體的流動方向提高工作液體的循環；他們發現均溫板有比銅板更均勻的溫度分佈，在熱通量超過 200 W/cm^2 時，均溫板熱阻維持在 0.08 K/W ，是純銅板四分之一，另外作者也提出了均溫板與熱源面積比 β 作為變數預測均溫板的熱阻並得到預測曲線。

部分均溫板會在毛細組織中增加實心或是多孔隙結構的支撐柱，其優點是可以提高機械強度，防止均溫板內部壓差過大而使均溫板損壞。Tang et al.[20]以實驗方法研究在蒸氣層增加支撐柱且外側輔以燒結粉末環評估其熱傳表現，其優勢是提供液體有更短的回流路徑並使均溫板有更高的機械強度；研究發現在熱通量為 300 W/cm^2 且 1 mm^2 的熱源面積下，最低熱阻約為 0.08 K/W ，並且在此狀態下並沒有達到乾涸。Songkran 和 Paisarn [21]實驗及模擬研究了有鰭片的均溫板的熱



阻、溫度場和流場，建立帶有毛細組織及支撐柱的均溫板三維熱傳模型，發現功率輸入和熱源面積對降低沸騰和冷凝熱阻有明顯的影響，而對降低對流熱阻的影響很小，支撐柱有助於毛細管力對均溫板內部的工作流體循環、蒸發速度和流體的流動方向。而後 Paisarn 和 Songkran [22]模擬和實驗研究有、無燒結粉末柱的均溫板的三維熱傳和質傳模型，發現有燒結柱的熱阻與最大壓降比沒燒結柱小，但會略為增加溫度不均勻性，且當有燒結柱的情況下，燒結柱數量越多，熱阻和壓降越低。上述論文皆指出燒結柱可以提供較短的回流路徑，Muneeshwaran et al.[23]進一步實驗研究支柱分佈對均溫板性能的影響，改變編織網層數、編織網尺寸、支柱分佈和蒸氣區域高度。結果顯示 2 層編織網有小的熱阻並且在 161 W 下，熱阻為 0.18 K/W；另外，增加支柱數量不一定能降低熱阻，支柱分佈合適才能幫助引導蒸汽流。Liu et al.[24]嘗試將固體銅條嵌進燒結粉末支撐柱中，實驗結果顯示確實增強了毛細管的極限熱通量，幫助反重力位置下工作液體流向蒸發端；在高熱通量下，填充率較大的均溫板熱阻更低，但在垂直位置下且高熱通量時，溫度均勻性最差。

工作流體與其填充量也是影響均溫板的一大因素，Ji et al.[25]實驗研究具有銅泡沫結構毛細組織的圓形均溫板，比較水、丙酮和乙醇三種工作液體後，發現使用水為工作流體的熱阻最小，而乙醇的熱阻最大，水作為工作流體時的最小熱阻為 0.09 K/W，極限熱通量為 216 W/cm^2 。Attia 和 El-Assal [26]實驗研究圓形均溫板的熱性能，比較了不同填充量及四種工作流體，水、甲醇、15%和 50%的水和丙二醇溶液，研究在工作流體中添加界面活性劑的效果；發現丙二醇做為界面活性劑加入水中可以使熱阻降低，濃度越高熱阻越低，其次是純水熱阻最低的則是甲醇，其中蒸發熱阻是均溫板熱阻的最大的部分，約占總熱阻 90%。Hassan 和 Harmand[27]實驗研究長方形均溫板，並在工作液體中參雜了銅、氧化銅和氧化鋁顆粒改變工作流體的流體性質，其中在液體中參雜銅顆粒的對溫度下降的影響最大，增加顆粒體積濃度也會使均溫板冷端的最大溫差下降。Antao et al.[28]使用矽



微柱陣列作為毛細組織結構研究薄膜蒸發，其極限熱通量可以高達 6 kW/cm^2 ，高熱通量下是藉由優化矽微柱陣列的參數使微結構表面保持著一層薄薄的液體膜，並且只流入維持蒸發所需的液體量來實現。Li 和 Wong [29] 實驗研究高度為 0.38、0.48、0.58mm 的均溫板，三者差異僅有蒸氣區域高度不同，不同填充率和蒸氣區域高度下大部分的熱阻皆在 0.25 - 0.4 K/W 且當填充率大於 1 時，在均溫板四周容易形成毛細管堵塞並且發生低溫區。Wang et al.[30] 實驗研究徑向溝槽與微柱兩種毛細結構的均溫板，得到以下結論：擴散熱阻是決定總熱阻的主要因素，而填充率越大且均溫板功率越大時會有較小的擴散熱阻。以上文獻皆指出當工作流體較少時容易發生乾涸，極限熱通量較低，而工作流體較多時均溫板熱阻會較高，但極限熱通量通常也會增加，且在高功率輸入下熱阻會降低。以上實驗文獻中的均溫板之尺寸毛細組織特色、熱阻、極限熱通量整理於表 1.1。

1-2-2 模擬研究

由於均溫板不但製作成本高昂，在參數討論中變因控制也很困難，因此難以釐清變因與結果的關係，比較經濟的做法是透過模擬進行參數探討與均溫板結構的優化。Famouri et al.[31] 使用有限體積法建立二維模型模擬平板熱管，將數值結果與文獻中的實驗數據進行比較，發現熱量主要由蒸氣區域藉蒸發和冷凝的循環完成傳遞，且當熱量增加時，界面處的蒸發部位會擴大。Ranjan et al.[32] 使用商業軟體 Ansys，建構毛細組織和液體蒸發的數值模型，並比較了四種不同的幾何形狀，研究接觸角、孔隙率和液面高度對熱傳表現的影響。發現超過 80% 的蒸發熱傳遞發生在液體彎月面(meniscus)的薄膜區域，彎月面的薄膜面積會因接觸角的增加而減少，使得熱傳能力減少。Ranjan et al.[33] 建立均溫板的數值模型，並對毛細結構中的沸騰對熱性能的影響進行了建模，並將模型預測與實驗結果進行比較。作者考慮 1mm 厚的均溫板與 0.2mm 厚的蒸汽區域，當環境溫度從 293K 提升至 333K 時，熱阻和壓降大幅下降；較薄的毛細組織在熱通量小時熱阻較小，

較厚的毛細組織在熱通量大時熱阻較小。Cho 和 Joshi[34]實驗研究銅板和均溫板作為印刷電路板的散熱裝置，模擬上將均溫板分為銅柱、印刷電路板、毛細組織等區域並且設立相應的邊界條件，得到在較高的熱通量下均溫板才會有低於銅板的熱阻之結論。Lu et al.[35]模擬研究具有中心銅柱均溫板的熱傳能力，並分析燒結柱直徑對熱導板熱傳能力的影響；由燒結粉末組成的中心銅柱雖然能促進液體循環，但會增加熱阻和溫度不均勻性，若使用實心銅柱和燒結柱混合使用的複合燒結柱可以進一步提高均溫板性能。Parida et al.[36]使用二維數值模型再度驗證文獻中的結果，研究均溫板側壁對均溫板整體的影響，並提出當長寬與高的比例在 10:1 以上時側壁的影響是可以忽略的。Chen et al.[37]提出三維模擬模型研究方形均溫板，其模擬範圍包括了鰭片和熱源，蒸氣區域假設為均溫，並假設蒸發端與冷凝端相變化的熱通量等於均溫板內液體的熱量傳遞，藉此簡化了計算；模擬獲得的最高溫與實驗量測值僅相差 6.3%。Wang et al.[38]使用 Chen et al.[37]的概念建立數值模型，分析燒結柱對均溫板的影響，並且針對具有凹槽毛細組織均溫板分析其冷端平均溫度、液體氣體最大速度和壓力分佈；結果顯示增加溝槽寬度與數量有助液體蒸發進而降低熱阻。Wang et al.[39]使用相同的模型進一步搭配響應曲面法（Response Surface Methodology）及基因演算法以降低模擬計算量，並以此得出最佳化參數，使用了更少的計算成本獲得與[38]相近的結果。

模擬求解的時間成本仍然高，使用均溫板的模擬結果修正理論與半經驗公式的參數可更進一步節省計算成本，Kim et al.[40]作者使用 ANSYS 建立均溫板的模擬模型並計算 4800 個測試例，使用模擬結果修正近似解的參數，使模擬和經驗公式預測結果的平均誤差降至 5.4%，提供了更快速預測均溫板熱阻的方法，並評估使用 100 W/mK 或 1000 W/mK 計算均溫板熱阻的平均差異在 0.01 K/W 以內。Shuang et al.[41]作者建立六個不同的簡化數值模型並比較相同條件下的熱阻，研究發現隨著熱通量增加熱阻越小，最後穩定在 0.2 K/W，而在六種簡化數值模型中，將均溫板簡化成殼狀的兩層結構且並將其視為非等向性是最合適的簡化模



型。Wang et al.[42]使用因次分析決定均溫板的等效熱傳導係數，並以實驗決定相應的未知參數，使用因次分析獲得的公式計算熱阻，計算誤差不超過 3%。

1-2-3 理論分析

理論計算均溫板的熱傳模型通常分為兩類，一是均溫板內部各結構個別計算熱阻並將其串並聯，其優點是能計算較複雜的均溫板結構，但在熱阻的預測上準確性較差，而且因無法獲得溫度場與流場，無法針對均溫板可能發生的熱點做結構上的改進。熱阻模型最早由 Sauciuc et al.[43]提出，將均溫板簡化為均勻材料並以等效熱傳導係數計算溫升與最大熱傳量；他們發現均溫板只有在一個適當的厚度範圍內才比純銅板熱阻小，太薄或太厚都會使均溫板的熱阻比銅板高。Kim et al.[44]理論和實驗研究以去離子水為工作流體的盤狀矽晶片薄型均溫板的熱傳特性，並以雷射作為熱源，實驗測量了均溫板的最大傳熱率、最高溫度和熱阻；同時建立二維流場模型，計算最大壓降及對應的極限熱通量，並使用熱阻串並聯計算均溫板等效熱阻，結果與實驗值相差 10%以內。Liu et al.[45]作者以熱阻串並聯來預測熱通量和填充率對均溫板熱傳性能的表現；他們得出毛細組織的熱阻占比最大，當填充量大於 100%時熱阻會急劇增加，熱通量大於 60W/mm^2 時均溫板比 1mm 厚的矽板有更好的溫度均勻性等結論。Chen et al.[46]將均溫板視為異向性材料，使用實驗獲得的各方向的等效熱傳導係數，求解單熱源三維熱擴散方程的解析解。當畢奧數(Biot number)與無因次化厚度的比值大於 0.1 時，均溫板的熱阻受到外部對流傳熱係數的影響很大。Huang et al.[47]研究不同直徑的銅燒結粉末毛細組織的均溫板，將均溫板化成熱阻網絡，並個別計算熱阻；發現粉末直徑為 $75\mu\text{m}$ 的均溫板熱阻最低，另外在加熱面積相同、結構相似的情況下，均溫板的極限熱通量會隨著蒸氣區域高度的降低而降低。

另一種方法是推導出均溫板各個區域的統御方程式與邊界條件求解溫度場及預測熱阻、壓力場，以獲得最大流路壓降，當最大流路壓降等於最大毛細管壓力



時即得到極限熱通量。毛細組織與工作流體的等效熱傳導係數通常為影響均溫板性能最重要的參數。Hsu et al.[48]簡化複合材料為週期性的幾何模型，得到了二維和三維的等效熱傳導係數。作者並認為雖然固液界面附近的熱傳導在微觀層面上是多維的，但整合後的等效熱傳導係數的總體影響可近似為一維。Carson et al.[49]使用等效介質理論將多孔隙材料區分為內部孔隙率和外部孔隙率，以預測其等效熱傳導係數，以材料結構的最佳熱傳途徑作為分析的出發點可以避免因分類錯誤而導致預測失準。Xu et al.[50]認為使用熱阻網路簡化三維複合材料的方式並不準確，因此提出基於統計方法推導出的公式來預測等效熱傳導係數。Wang 和 Peterson[51]對均勻加熱的毛細組織提出一個二維蒸發模型，得出壓力分佈並由此計算最大蒸發熱通量，同時評估了毛細結構的厚度、孔隙率和滲透性對最大傳熱能力和過熱的影響。他們認為毛細結構的特性可以用邦德數(Bond number, Bo)來表示，定義為 $g(\rho_l - \rho_v)K/\sigma\varepsilon$ ，其中 g 為重力常數， ρ_l, ρ_v 為液體與氣體密度， K 為滲透率， σ 為表面張力， ε 為孔隙率，極限熱通量會隨著邦德數的增加而增加；當厚度增加時會增強毛細作用，也會增加極限熱通量。Adera[52]使用理論推導求解單熱源的毛細組織的三維熱擴散方程。在其研究的熱通量範圍內，熱通量的模型預測與實驗誤差在 $\pm 20\%$ 內。在給定的微柱芯厚度和擴散半徑兩個參數下，存在有最佳的柱子直徑一間距比，能最大化毛細管的熱傳量。

而後均溫板的理論模型也被大量提出，許多文獻先將均溫板簡化為二維，並以等效熱對流係數簡化蒸發與冷凝大幅簡化求解難度。Li et al.[53]提出超薄均溫版的二維溫度、速度、壓力場解析解，並驗證其數學模型計算之熱阻與實驗吻合，此數學模型考慮了支撐柱對蒸汽流動的影響和馬蘭戈尼效應(Marangoni effect)對液體流動的影響。根據理論計算，蒸氣區域的最佳厚度為 0.3 毫米，將毛細組織厚度減小可以提高溫度的均勻性，而流道上的支撐柱數量過多反而會使均溫板氣體壓降增加使極限熱通量下降。Velardo et al.[54]將均溫板視為二維圓柱座



標系模型，計算熱阻與溫度分布，並與銅板散熱器比較。不同均溫板半徑與熱傳導係數下，其熱阻比銅板降低約 20%，而半徑從 4cm 增加為 8cm 後熱阻僅有 7% 的降低，因此認為在未來研究方向應該著重於提升熱傳係數方面，提升熱導板的半徑對散熱表現幫助不大。Aghvami 和 Faghri[55]提出多熱源的平板熱管的解析解包括二維壁內溫度分布、氣液速度場與壓力場，並使用最大毛細管壓力決定熱管的極限熱通量。研究發現，蒸發和冷凝在接觸面上均勻的假設，只有在固體熱傳導係數較小時可成立，即壁面的熱傳導影響可忽略。

在許多二維模型被提出後，許多文獻將其延伸至三維穩態甚至三維暫態之解析解。Lefèvre 和 Lallemand[56]提出熱源與冷端在相同面的平板熱管的數學模型，其特色是將蒸發熱傳簡化成熱對流熱傳，與壁內熱傳導的三維熱擴散方程相結合，得到二維液氣流動與壁內溫度的解析解，並可以計算多熱源和不同的冷端邊界條件，研究發現內部液體壓降佔總壓降最多，另外增加壁面的熱傳導可以提升平板熱管的極限熱通量。Subedi et al.[57]使用了相同的模型，將毛細組織層改為三維並重新計算後修正液體壓降，從而提出了能增加極限熱通量的銅編織網直徑、間距與毛細組織厚度的建議值。Revellin et al.[58]則在相同的模型下進行修改，針對蒸發區和冷凝區的等效熱對流係數，利用文獻中的溝槽式毛細組織的數據進行擬合，提出矩形微槽內蒸發和凝結過程中等效熱導率的經驗方程式。Hsieh et al.[59]將均溫板拆解為多個長方體並分別求解三維熱擴散方程，以熱對流方式代替均溫板中的蒸發現象，求解無毛細組織但有中心柱的均溫板三維穩態解析解，發現計算值與實驗誤差在 1K 以內，且與無中心柱的均溫板相較，有中心柱的最高溫會上升並且溫度均勻度會下降。Lurie et al.[60]使用 Lefèvre 的模型並提出以拓撲學優化平板熱管內毛細組織幾何形狀，使毛細組織結構能引導蒸氣流動、降低壓降、進而使極限熱通量增加。研究發現在平板熱管厚度固定下，最佳化後的毛細組織為短軸方向中間毛細組織較厚，兩側毛細組織較薄，中間主要傳輸液體，兩側主要傳輸蒸氣，與毛細組織固定厚度的平板熱管相較，能提高兩倍

的極限熱通量。Harmand et al.[61]使用含有布里克曼-達西定律(Brinkman extend Darcy's law)的納維斯托克斯方程組提出了數值解，為了簡化計算複雜度將，他們納維斯托克斯方程中的黏滯力項與布里克曼項(Brinkman term)假設近似可抵消。研究發現針對同樣厚度的平板熱管與銅板，在週期性熱通量輸入下，均溫板對電子元件冷卻效果較好，有助於避免局部熱點，且有更低的熱阻可以減少溫升。Lips 和 Lefèvre[62]提出了線性映射的方式，可將均溫板內的流場假設為週期性邊界進而使得均溫板、平板熱管、圓柱型熱管可以適用同一組方程式，並得出內部溫度場與流場，模型可以直接用來優化熱管參數以及熱源和散熱器的位置，還可以逆向推導出最大熱傳量。Patankar et al.[63]提出三維均溫板的暫態模型，此模型考慮了質量、動量和能量在均溫板壁、毛細組織和蒸氣區域中的傳輸，以及毛細組織-蒸氣介面的相變化，使用尺度分析將方程式簡化為線性微分方程組，與使用有限體積法計算的方法相比，此模型的計算成本降低了三到四個數量級。

1-3 研究動機及目的

由前述文獻回顧得知，由於均溫板實驗上因製造成本高且變因不易控制，使得均溫板不易釐清不同物理機制對均溫板性能的影響，而在模擬方面又因需同時計算溫度場與速度（壓力）場，計算時間較長，也難以探討均溫板大量的變數對於均溫板性能的影響。而文獻中提出的理論模型大多皆考慮是由熱管變形而成的平板熱管，使得討論熱源與冷凝端通常是位均溫板同一面沿長度方向的兩側，而熱源和冷凝端在厚度方向的兩側的理論模型則較為稀少。因此本研究企圖針對熱源與冷凝端坐落於均溫板厚度方向的兩側之情況建立理論模型，同時此種邊界條件也較貼近均溫板作為晶片封裝、伺服器熱管理方案的實際情況。文獻中的理論分析模型與本研究設定之分析模型比較整理於表 1.2。



1-4 論文架構

本論文共分為五個章節和附錄：第一章為緒論，第二章介紹均溫板原理與操作極限；第三章提出兩個均溫板理論模型，分別為完全均溫模型與完全非均溫模型，用以探討均溫板熱傳效果的兩個極限情形，並利用商業軟體 ANSYS 驗證理論推導與程式撰寫的正確性，最後和文獻的實驗解做比較；第四章則基於上一章提出的兩個理論，探討均溫板的變數對於均溫板性能的影響，其中我們挑選了熱阻與總壓降作為評價均溫板性能的指標；第五章為結論及未來展望。



第2章 均溫板的基本原理

2-1 均溫板工作原理

均溫板為以相變化為主要熱傳機制的被動散熱裝置，別稱均熱板、平板熱管等，其命名原因是因均溫板係由熱管改變幾何形狀演變而來，並且後來發現可以利用其均溫的特性有效避免電子元件之熱點產生，因此而得名。均溫板為一個中空的金屬腔體，內壁附有一層毛細組織，在內部抽至低壓後填入工作流體。熱由熱源經過腔體熱傳至均溫板內部毛細組織中的工作流體，使其透過相變化將熱帶走；接著相變化成蒸氣的流體在冷凝端凝結成液體，並藉由毛細組織的毛細力回流至蒸發端，以此往復循環達到高效將熱從熱源(heat source)傳至熱沉(heat sink)的目的。

以下章節簡介均溫板幾個主要的結構特徵。

2-1-1 密閉腔體

均溫板的腔體通常是由高導熱性的材料所製成，這是因為均溫板必須能夠快速地將熱傳遞到腔體內部以促進相變化。常見的高導熱性材料包括銅、鋁、矽等，此外腔體結構必須是密閉的，以將工作流體與外界環境隔離，防止工作流體洩漏出來。其次，腔體需要提供足夠的機械強度以承受內部工作壓力與外部大氣壓力的壓差，避免均溫板無法承受壓差而損壞，有時均溫板內部會輔以實心金屬柱或是燒結金屬柱以加強其機械強度，但為了強化均溫板的相變化機制，必須在機械強度許可下使壁厚盡量薄，以求加速流固之間的熱傳。除此之外還必須考慮和工作流體的相容性，某些流體可能會與腔體的金屬材質反應侵蝕壁面，或是生成非凝結氣體，嚴重影響熱傳效率，工作流體與金屬相容性的對照表可參見表 2.

1。



2-1-2 毛細組織

均溫板中的毛細組織主要提供驅動工作流體流動的毛細力，並且可增加金屬與液體的接觸面積，增加蒸發熱傳效率。好的毛細組織的設計要使液體能更快完成循環，增加極限熱通量，亦即要能提供較大的毛細力與較小的流阻，同時好的毛細結構熱傳性質要好，即毛細組織的熱阻要越小越好，而且通常均溫板中熱阻最大的地方即在毛細組織，因為毛細組織由液體與金屬所組成，其中液體的熱傳導係數很小，使得毛細組織等效熱傳導係數也會較小，使得毛細組織的熱阻最大。另外，蒸氣區域的蒸氣雖然熱傳導係數比起液體更小，但由於蒸氣區域是流體相變化的發生區域，因此溫差很小，使蒸氣區域反而不是均溫板中熱阻最大的區域，因此降低毛細組織的熱阻是降低整體均溫板熱阻的關鍵之一。

2-1-3 工作流體

均溫板利用工作流體相變化的機制達到熱傳目的，工作流體的選擇除了需考慮和密閉腔體的相容性之外，液體的潛熱、黏滯係數等流體性質都有很強的關聯性。Chi[65]在 1976 年提出了優值(figure of merit)來衡量：

$$M = \frac{\sigma \rho_l h_{fg}}{\mu_l} \quad (2.1)$$

其中 σ 為表面張力， ρ_l 為液體密度， h_{fg} 為潛熱， μ_l 為液體黏滯係數。較大的表面張力可以使工作流體更快的藉由壓差在毛細組織內傳輸，因此可以獲得更高的熱傳效率，較高的液體密度可以使得相同質量的液體有較小的體積，而較高的潛熱也可以較少的流體質量帶走較多的熱量，黏滯係數小則可以使流體在毛細組織內流動時有更小的阻力。



2-2 均溫板之操作極限

均熱板之操作與熱管相似，因此評估均熱板性能時，可以熱管的操作極限做為參考，熱管的操作極限可分為毛細極限(Capillary Limit)、沸騰極限(Boiling Limit)、音速極限(Sonic Limit)、飛散極限(Entrainment limit)、黏性極限(Viscous Limit)，各種極限的極限熱通量與溫度關係如圖 2.1 所示，分別簡介如下。

2-2-1 毛細極限(Capillary Limit)

當施加的熱通量增加時，毛細組織中的液體蒸發速度增加，流動所需要的驅動力跟著增加；當毛細力無法提供足夠的液體從冷凝端回流時，蒸發端毛細結構內會發生乾涸現象(Dry out)，甚至發生燒損(Burn out)，此即構成均溫板的毛細極限。為了確保均溫板內的流體能夠如預期循環，毛細結構內工作流體的總流路壓降需小於毛細結構所能提供的壓降

$$\Delta P_{tot} \leq \Delta P_{cap} \quad (2.2)$$

其中 ΔP_{tot} 為流路過程中的總壓降，取決於熱管或均溫板的結構設計及蒸發端與冷凝端的位置， ΔP_{cap} 可由楊—拉普拉斯方程(Young-Laplace equation)計算而得。考慮氣液介面上很小的曲面如圖 2.2，其面積為 dS ，而任意的彎曲曲面可由兩個曲率半徑 R_1, R_2 描述。假設曲面受壓力推至 dS' ，增加的面積為

$$dS = (l_1 + dl_1)(l_2 + dl_2) - l_1 l_2 \quad (2.3)$$

將其展開後取領頭項(leading order term)：

$$dS = l_1 dl_2 + l_2 dl_1 \quad (2.4)$$

由熱力學可知，表面張力的定義為等溫等粒子數條件下，增加單位氣液介面面積所增加的能量，即



$$\sigma = \left(\frac{\partial E}{\partial A_s} \right)_{T,n}$$

其中 σ 為表面張力， E 為能量， A_s 為面積。因此合併(2.4)(2.5)可以得到

$$dE = \sigma (l_1 dl_2 + l_2 dl_1) \quad (2.6)$$

因氣液介面僅受壓力作用，因此能量差又可寫為

$$dE = l_1 l_2 dl_3 \cdot \Delta P \quad (2.7)$$

再利用圖 2.2 顯示的幾何關係可知

$$\frac{l_1 + dl_1}{R_1 + dl_3} = \frac{l_1}{R_1} \quad (2.8)$$

整理得到

$$dl_1 = \frac{l_1 dl_3}{R_1} \quad (2.9)$$

同理得

$$dl_2 = \frac{l_2 dl_3}{R_2} \quad (2.10)$$

因此合併(2.6)(2.7)(2.9)(2.10)後整理得到

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.11)$$

當面積很小或曲面為球形時， $R_1 = R_2 = R$ ，上式可再簡化為

$$\Delta P_{cap} = \frac{2\sigma}{R} \quad (2.12)$$

其中 R 又可寫為

$$R = \frac{r_{eff}}{\cos \varphi} \quad (2.13)$$

其中 r_{eff} 為等效毛細管半徑，取決於毛細組織結構， φ 為接觸角，取決於液體性質

與毛細結構的材料，常見毛細組織的等效毛細管半徑整理於表 2.2。



2-2-2 沸騰極限(Boiling Limit)

沸騰極限是指當輸入熱通量大到一定程度時，液體和毛細結構的溫差過大，使其超過圖 2.3 中的 A 點，此時液體開始發生相變化，熱傳模式會由單純熱對流轉變為成核沸騰(Nucleate boiling)，毛細組織內開始出現氣泡。若出現的氣泡無法隨著流體逸散至蒸氣區域而佇留在毛細組織內，會使液體與蒸發區域的毛細組織的接觸面積減少而發生乾涸；當熱通量繼續增加超過 C 點後，核沸騰轉變為薄膜沸騰(film boiling)，此時加熱面上形成一層蒸氣薄層，使得液體與金屬表面無法接觸，而 C 點對應的熱通量稱為臨界熱通量(critical heat flux, CHF)。

2-2-3 音速極限(Sonic Limit)

均溫板中的工作流體在蒸發端吸收熱量汽化後，藉由均溫板蒸氣區域內部的壓力差將蒸氣傳送至冷凝端。均溫板中蒸氣區域截面積通常保持恆定，蒸氣速度因為工作流體在蒸發時氣體質量增加而加速，在冷凝時質量減少而減速。當通過蒸氣區域的蒸氣流量增加到一定程度，蒸氣速度達到音速時，會發生塞流(choking)現象，此時增加壓差不會再加速氣體流速。

2-2-4 飛散極限(Entrainment limit)

由於均溫板內部氣體和液體是共用同一個空間並沒有刻意作區隔，僅利用毛細力引導液體流動方向，用壓力引導氣體流動方向，因此當液體和蒸汽移動方向相反時，會使氣液介面處於不穩定的狀態，飛散極限是指此不穩定狀態下蒸汽對液汽界面施加的剪切力超過表面張力，會使液滴被帶入蒸汽並流向冷凝端，因此使得均溫板的熱傳能力降低，並且由於氣體內夾帶液體會使得蒸氣速度下降，進一步降低熱通量。若均溫板內部工作流體量過多，也容易因為工作流體淹沒毛細



組織，使得飛濺的現象更容易發生。

2-2-5 黏性極限(Viscous Limit)

蒸氣區域中的氣體受壓力差驅動而流動時，同時也會受到摩擦阻力。當蒸發區域的壓力過小時，氣體可能無法順利流至冷凝端，形成黏性極限又稱為蒸氣壓力極限。黏性極限通常發生在使用的工作流體在環境溫度接近熔化溫度時，因為此時工作流體的飽和蒸汽壓過低，使得蒸發端和冷凝端的壓力過小，無法產生足夠的驅動力運送氣體；或是發生在冷熱端距離很遠，使得壓力差不足以輸送氣體，以至於熱管或均溫板僅剩熱傳導傳遞能量。

上述五種極限中，通常使均溫板無法繼續提升熱通量的極限為毛細極限，因此本研究主要以毛細極限作為研究均溫板性能的評估指標。



第3章 均溫板模型及假設

3-1 均溫板模型概要

均溫板是利用內部中空區域使蒸發的氣體充分均溫散布在冷卻端的毛細組織上，以達到均溫的目的，本研究針對均溫板的兩個極限狀態提出理論模型進行分析，「完全均溫模型」以及「完全非均溫模型」。「完全均溫模型」假設均溫板能在中空區域充分均溫，在冷凝端均勻冷凝釋熱；「完全非均溫模型」則是假設均溫板中的蒸汽完全沒有在平面方向運動及混和，在蒸發端吸熱汽化後，直接在原處之冷凝端凝結。在這兩個模型中，流體溫度皆假設為均勻飽和溫度，包括液體和蒸氣，由於毛細組織通常很薄因此假設毛細組織為均勻飽和溫度，若毛細組織較厚會違反此假設，使得模型失效，並在毛細組織以及蒸氣區域的部分使用了 Lefèvre[56]的數學模型來敘述；假設側壁很薄，其造成的影響可忽略[36]，數學模型中將不予考慮。

如圖 3-1 所示，簡化均溫板由五層長方體所組成，其長寬為 $2a \times 2b$ ，由下而上厚度分別為下層金屬壁 t_1 、下層毛細組織 t_2 、蒸氣區域 t_3 、上層毛細組織 t_4 、上層金屬壁 t_5 ，而為了後續敘述方便定義底部座標為 $z_0 = 0$ 、下層金屬壁和下層毛細組織之介面為 z_1 ，下層毛細組織和蒸氣區域之介面為 z_2 ，以此類推至 z_5 對應為上層金屬壁的上表面。底層 z_0 位置為熱通量邊界，輸入之熱通量 $q_0''(x, y)$ 可為 x, y 的任意函數，頂部 z_5 設為對流邊界，熱對流係數為 h_∞ ，周圍溫度為 T_∞ ，且整個系統假設處於穩態。

在均溫板的分層結構中，金屬壁層視為等向均質的材料，其熱傳導係數為



k_1 ，和毛細組織相接的介面 z_1 及 z_4 常簡化為對流邊界條件，其熱對流係數分別為 h_1 和 h_4 。在毛細組織層中的結構則視為等向均勻，其滲透率分別為 K_2 和 K_4 ，等效熱傳導係數分別為 k_2 和 k_4 ，且由於毛細組織幾何結構之高相對於其長和寬而言很小，因此內部的流體可假設為二維不可壓縮層流。在毛細結構內液體的密度為 ρ_l ，液體動黏滯度為 μ_l ；在蒸氣區域氣體的密度為 ρ_v ，氣體動黏滯度為 μ_v 。最後，下層金屬壁 z_1 向上傳遞的熱通量定義為 $q_1''(x, y)$ ，上層毛細組織 z_4 向上傳遞的熱通量定義為 $q_4''(x, y)$ ，藉由 z_1 及 z_4 的介面熱傳邊界條件可將金屬壁的三維熱傳模型和毛細組織的二維流場耦合在一起。

3-2 完全均溫模型

在完全均溫模型中，假設在蒸氣區域內蒸汽能充分均勻混和，並在 z_4 位置均勻凝結，因此 $q_4''(x, y)$ 热通量為常數。

3-2-1 第一層銅板層

三維傅立葉熱傳導定律下的方程式為

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = 0 \quad (3.1)$$

其中 T 為溫度場， k_x, k_y, k_z 分別為 x, y, z 三個方向的熱傳導係數，而 \dot{q} 為內部熱源，由於模型假設金屬壁為均質等向且無熱源，即 $k_x = k_y = k_z = k_1$ 且 $\dot{q} = 0$ ，因此 (3.1) 可以簡化為



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (3.2)$$

假設四周為絕熱條件

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=-a} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=a} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=-b} = \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0 \quad (3.4)$$

而上方對流邊界為

$$-k_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_1} = h_1 (T(x, y, z_1) - T_{sat}) \quad (3.5)$$

其中 k_1 為金屬壁的熱傳導係數， h_1 為 z_1 介面上的等效熱對流係數，使用

Lefèvre[56]的建議，將其定義為 $h_1 = k_2 / t_1$ ， T_{sat} 為飽和溫度。下方熱通量邊界為

$$-k_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = q_0''(x, y) \quad (3.6)$$

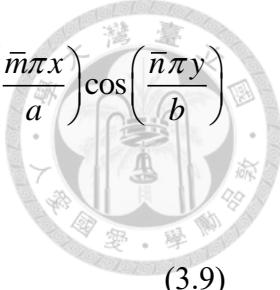
其中 $q_0''(x, y)$ 為施加的熱通量，施加的總熱流量為 $Q_0 \equiv \int_{-a}^a \int_{-b}^b q_0''(x, y) dy dx$ 。使用

分離變數法並帶入四周邊界條件(3.3)(3.4)後，得到

$$T(x, y, z) - T_{sat} = A_1 + B_1 z + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.7)$$

其中

$$G_{mn} = \sqrt{\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2}} \quad (3.8)$$



且 $D_{1,00} = 0, E_{1,00} = 0$ 。帶入上方邊界條件(3.6)後，左右式同乘 $\cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right)$

並積分，當 $\bar{m} = \bar{n} = 0$ 時解得係數

$$B_1 = -\frac{Q_0}{4abk_1} \quad (3.9)$$

當 $\bar{m} \neq 0$ 或 $\bar{n} \neq 0$ 時解得係數

$$\begin{cases} E_{1,0\bar{n}} = \frac{-1}{2abk_1 G_{0\bar{n}}} \int_{-a}^a \int_{-b}^b q_0''(x, y) \cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right) dy dx, & \text{for } \bar{m} = 0, \bar{n} \neq 0 \\ E_{1,\bar{m}0} = \frac{-1}{2abk_1 G_{\bar{m}0}} \int_{-a}^a \int_{-b}^b q_0''(x, y) \cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right) dy dx, & \text{for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} = 0 \\ E_{1,\bar{m}\bar{n}} = \frac{-1}{abk_1 G_{\bar{m}\bar{n}}} \int_{-a}^a \int_{-b}^b q_0''(x, y) \cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right) dy dx, & \text{for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} \neq 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

帶入由下方邊界條件(3.5)後，左右式同乘 $\cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right)$ 並積分，當

$\bar{m} = \bar{n} = 0$ 時解得係數

$$A_1 = -B_1 \left(\frac{k_1}{h_1} + z_1 \right) \quad (3.11)$$

當 $\bar{m} \neq 0$ 或 $\bar{n} \neq 0$ 時解得係數

$$D_{1,\bar{m}\bar{n}} = -\frac{k_1 G_{\bar{m}\bar{n}} \cosh(G_{\bar{m}\bar{n}} z_1) + h_1 \sinh(G_{\bar{m}\bar{n}} z_1)}{k_1 G_{\bar{m}\bar{n}} \sinh(G_{\bar{m}\bar{n}} z_1) + h_1 \cosh(G_{\bar{m}\bar{n}} z_1)} E_{1,\bar{m}\bar{n}} \quad (3.12)$$

由(3.7)可進一步求得在 z_1 處的熱通量分布

$$q_1'' = \frac{Q_0}{4ab} + h_1 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.13)$$

3-2-2 第五層銅板層

三維傅立葉熱傳導定律下的方程式同(3.1)，由於模型假設金屬壁為均質



等向且無熱源，因此此層的統御方程式為

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (3.14)$$

並假設四周為絕熱條件

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=-a} = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=a} = 0 \quad (3.15)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=-b} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=b} = 0 \quad (3.16)$$

上層對流邊界條件寫為

$$-k_5 \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=z_5} = h_\infty (T(x, y, z_5) - T_\infty) \quad (3.17)$$

如同 3-1 提到的，第四層毛細組織向上傳的熱通量為 q_4'' ，若利用等效熱對流係數

h_4 ，則下層邊界條件可寫為

$$q_4''(x, y) = -k_5 \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=z_4} = h_4 (T_{sat} - T(x, y, z_4)) \quad (3.18)$$

因為在完全均溫模型中假設 $q_4''(x, y)$ 為常數，觀察(3.15)-(3.18)之邊界條件，可知

穩態解僅為 z 的函數，解可寫為

$$T(z) = A_5 + B_5 z \quad (3.19)$$

將(3.19)帶入(3.18)可知 $h_4 = q_4'' / (T_{sat} - A_5 - B_5 z_4)$ 也是一常數，搭配(3.17)(3.18)解得

$$A_5, B_5$$



$$B_5 = -\frac{q''_4}{k_5} \quad (3.20)$$

$$A_5 = q''_4 \left(\frac{1}{h_\infty} + \frac{z_5}{k_5} \right) + T_\infty \quad (3.21)$$

至於 q''_4 的值可由能量守恆定理求出，因在蒸氣區域的能量淨流出應為零，故

$$\int_{-a}^a \int_{-b}^b (q''_1 - q''_4) dy dx = 0 \quad (3.22)$$

將(3.13)代入積分整理後可得 $q''_4 = Q_0 / 4ab$ ，因此最後得到溫度分布為

$$T(x, y, z) = \frac{Q_0}{4abk_5} (z_5 - z) + \frac{Q_0}{4abh_\infty} + T_\infty \quad (3.23)$$

同時得到 z_4 處的等效熱對流係數為

$$h_4 = \frac{1}{\left(\frac{(z_5 - z_4)}{k_5} - \frac{1}{h_\infty} + \frac{4ab}{Q_0} (T_{sat} - T_\infty) \right)} \quad (3.24)$$

3-2-3 第二層毛細組織（飽和液體）

此層為工作流體以及毛細組織的多孔隙層，內部流場以經驗公式 Darcy law 敘述

$$u = -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.25)$$

其中 K_2 為滲透率， μ_l 為黏滯係數， P 為壓力場。而液體的質量守恆方程式可以寫為(推導過程詳見附錄 A)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{q''_1}{t_2 \rho_l h_{fg}} \quad (3.26)$$



其中 u 為 x 方向的速度分量， v 為 y 方向的速度分量， t_2 為毛細組織層的厚度， ρ_l 為液體密度， h_{fg} 為汽化潛熱， q''_1 為介面 z_1 上的熱通量。另外由能量守恆，在 z_1 介面上因蒸發帶走的總熱量等於 z_0 處施加的總熱流量，故

$$Q_0 = \dot{m}_2 h_{fg} \quad (3.27)$$

而蒸發掉的質量 \dot{m}_2 要由四周補進液體，利用均溫板 x 及 y 方向的對稱性，並忽略角落效應，假設四周邊界液體流入的速度大小 U 為均勻，則

$$\dot{m}_2 = 4\rho_l U (a+b) t_2 \quad (3.28)$$

因此(3.28)可以獲得第二層流場的邊界條件：

$$u(a, y) = -\frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, \quad u(-a, y) = \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2} \quad (3.29)$$

$$v(x, b) = -\frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, \quad v(x, -b) = \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2} \quad (3.30)$$

將(3.25)(3.13)帶入(3.26)得到第二層流場的統御方程式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} &= \frac{\mu_l Q_0}{4abK_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \\ &+ \frac{\mu_l h_1}{K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

由於(3.31)為線性方程式，因此可利用線性疊加將壓力拆為兩項

$$P(x, y) = P_a(x, y) + P_b(x, y) \quad (3.32)$$

其中為 $P_a(x, y)$ 之統御方程式和邊界條件為



$$\frac{\partial^2 P_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_a}{\partial y^2} = \frac{\mu_l Q_0}{4ab K_2 t_2 \rho_l h_{fg}}$$

$$\begin{aligned} -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P_a}{\partial x} \bigg|_{x=a} &= -\frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, & -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P_a}{\partial x} \bigg|_{x=-a} &= \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2} \\ -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P_a}{\partial y} \bigg|_{y=b} &= -\frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, & -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P_a}{\partial y} \bigg|_{y=-b} &= \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

而 $P_b(x, y)$ 之統御方程式和邊界條件為

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_b}{\partial y^2} &= \\ \frac{\mu_l h_1}{K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} & \left[D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1) \right] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$-\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P_b}{\partial x} \bigg|_{x=\pm a} = 0, \quad -\frac{K_2}{\mu_l} \frac{\partial P_b}{\partial y} \bigg|_{y=\pm b} = 0 \quad (3.36)$$

對於(3.33)(3.34)考慮統御方程式為二階微分，且邊界條件為常數，故取一特解為

$$P_a(x, y) = \frac{\mu_l Q_0}{8(a+b)K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \right) + C \quad (3.37)$$

在 $x=a$ 其一次微分為

$$\frac{\partial P_a}{\partial x} \bigg|_{x=a} = \frac{\mu_l Q_0}{4(a+b)K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} = \frac{\mu_l}{K_2} \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)t_2 \rho_l} \quad (3.38)$$

和(3.34)相符，因此(3.37)即為符合(3.33)(3.34)的解。

對於(3.35)(3.36)，假設

$$P_b(x, y) = \frac{\mu_l h_1}{K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[D_{2,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{2,mn} \sinh(G_{mn} z_1) \right] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.39)$$

帶入(3.35)後，方程式左右同乘 $\cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right)$ 並積分，做正交化整理後可



得到係數

$$\begin{cases}
 D_{2,\bar{m}0} = -\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^{-2} D_{1,\bar{m}0} \\
 E_{2,\bar{m}0} = -\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^{-2} E_{1,\bar{m}0}
 \end{cases}, \text{ for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} = 0$$

$$\begin{cases}
 D_{2,0\bar{n}} = -\left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^{-2} D_{1,0\bar{n}} \\
 E_{2,0\bar{n}} = -\left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^{-2} E_{1,0\bar{n}}
 \end{cases}, \text{ for } \bar{m} = 0, \bar{n} \neq 0$$

$$\begin{cases}
 D_{2,\bar{m}\bar{n}} = -\frac{1}{\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^2} D_{1,\bar{m}\bar{n}} \\
 E_{2,\bar{m}\bar{n}} = -\frac{1}{\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^2} E_{1,\bar{m}\bar{n}}
 \end{cases}, \text{ for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} \neq 0$$
(3.40)

以上已求得 $P_a(x, y)$ 和 $P_b(x, y)$ ，相加即可獲得(3.31)之解，因此得第二層流場之壓力場為

$$\begin{aligned}
 P(x, y) = & \frac{\mu_l Q_0}{8(a+b)K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \right) + C \\
 & + \frac{\mu_l h_l}{K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{2,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{2,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)
 \end{aligned}$$
(3.41)

進而可由(3.25)求得第二層之速度場

$$\begin{aligned}
 u = & -\frac{Q_0}{4(a+b)t_2 \rho_l h_{fg}} \frac{x}{a} \\
 & + \frac{h_l}{t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{2,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{2,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)
 \end{aligned}$$
(3.42)

$$\begin{aligned}
 v = & -\frac{Q_0}{4(a+b)t_2 \rho_l h_{fg}} \frac{y}{b} \\
 & + \frac{h_l}{t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{2,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{2,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)
 \end{aligned}$$
(3.43)



3-2-4 第三層蒸氣層（飽和蒸氣）

此層為蒸氣流動，參考 Lefèvre et al.[56]的做法，內部流場以 Couette flow 敘述

$$u = -\frac{t_3^2}{12\mu_v} \frac{\partial P}{\partial x}, v = -\frac{t_3^2}{12\mu_v} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.44)$$

其中 t_3 為蒸氣層厚度， μ_v 為黏滯係數， P 為壓力場。而蒸氣層的質量守恆方程式可以寫為(推導過程詳見附錄 B)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{q''_1 - q''_4}{t_3 \rho_v h_{fg}} \quad (3.45)$$

其中 u 為 x 方向的速度分量， v 為 y 方向的速度分量， t_3 為毛細組織層的厚度， ρ_v 為氣體密度， h_{fg} 為汽化的潛熱， q''_1 為介面 z_1 上的熱通量， $q''_4 = Q_0 / 4ab$ 為介面 z_4 上的熱通量。

將(3.44)(3.13)帶入(3.45)得到

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{12\mu_v}{t_3^3 \rho_v h_{fg}} \left(\frac{Q_0}{4ab} - q''_4 \right) + \frac{12\mu_v h_1}{t_3^3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1) \right] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.46)$$

假設在均溫板側壁並沒有發生蒸發或是凝結現象，因此側邊界並不會有質量進出，設為無滑移條件寫為

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=\pm a} = \left. \frac{\partial P}{\partial y} \right|_{y=\pm b} = 0 \quad (3.47)$$

(3.46)右式第一項為從第一層下方傳上來的熱量使液體蒸發而增加這層中的蒸



氣量的平均值，減掉因凝結釋放出熱量而減少的蒸氣量的局部值。至於第二項是熱源分布的波動項所增減的蒸氣量，其所造成的蒸氣淨變化量為零。因此在完全均溫模型下，質量守恆要求第一項應為零，故(3.46)可改寫為

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{12\mu_v h_1}{t_3^3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.48)$$

對於(3.48)假設

$$P(x, y) = -\frac{12\mu_v h_1}{t_3^3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{3,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{3,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.49)$$

將(3.49)帶入(3.48)，並左右同乘 $\cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right)$ 後進行積分，做正交化整理

後可得到係數

$$\begin{cases} D_{3,\bar{m}0} = \left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^{-2} D_{1,\bar{m}0} \\ E_{3,\bar{m}0} = \left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^{-2} E_{1,\bar{m}0} \end{cases}, \text{ for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} = 0$$

$$\begin{cases} D_{3,0\bar{n}} = \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^{-2} D_{1,0\bar{n}} \\ E_{3,0\bar{n}} = \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^{-2} E_{1,0\bar{n}} \end{cases}, \text{ for } \bar{m} = 0, \bar{n} \neq 0$$

$$\begin{cases} D_{3,\bar{m}\bar{n}} = \frac{1}{\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^2} D_{1,\bar{m}\bar{n}} \\ E_{3,\bar{m}\bar{n}} = \frac{1}{\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^2} E_{1,\bar{m}\bar{n}} \end{cases}, \text{ for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} \neq 0 \quad (3.50)$$

進而可由(3.44)求得第三層之速度場

$$u = \frac{h_1}{t_3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{3,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{3,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.51)$$

$$v = \frac{h_l}{t_3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{3,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{3,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \left(\frac{n\pi}{b} \right) \cos \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{n\pi y}{b} \right) \quad (3.52)$$

3-2-5 第四層毛細組織（飽和液體）

此層為工作流體以及毛細組織的多孔隙層，與第二層類似，內部流場以經驗公式 Darcy law 敘述，而液體的質量守恆方程式可以寫為(推導過程詳見附錄 A)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{q_4''}{t_4 \rho_l h_{fg}} \quad (3.53)$$

其中 q_4'' 為介面 z_4 上的熱通量。同上節，基於能量守恆，在 z_4 介面上因冷凝釋放出來的總熱量應等於總輸入熱，故單位時間冷凝的質量 $\dot{m}_4 = Q_0 / h_{fg}$ ，此亦為均溫板第四層中由中心流向四周的總質量流率；假設四周邊界速度大小相同，則第四層流場的邊界條件可寫為

$$u(a, y) = \frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4}, \quad u(-a, y) = -\frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4} \quad (3.54)$$

$$v(x, a) = \frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4}, \quad v(x, -a) = -\frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4} \quad (3.55)$$

將(3.25)帶入(3.53)得到

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{\mu_l q_4''}{K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \quad (3.56)$$

並將 $q_4'' = Q_0 / 4ab$ 帶入，考慮統御方程式為二階微分，且邊界條件為常數，故取一特解為



$$P(x, y) = -\frac{\mu_l Q_0}{8(a+b)K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \right) + C \quad (3.57)$$

在 $x=a$ 其一次微分為

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=a} = -\frac{\mu_l Q_0}{4(a+b)K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} = \frac{\mu_l}{K_2} \frac{\dot{m}_4}{4(a+b)t_4 \rho_l} \quad (3.58)$$

和(3.54)(3.55)相符，因此(3.57)即為符合(3.54)-(3.56)的解。

進而可由(3.25)求得第四層之速度場

$$u = \frac{Q_0}{4(a+b)t_4 \rho_l h_{fg}} \frac{x}{a} \quad (3.59)$$

$$v = \frac{Q_0}{4(a+b)t_4 \rho_l h_{fg}} \frac{y}{b} \quad (3.60)$$

3-3 完全均溫模型之模型驗證

在 3-2 節中已經將完全均溫模型的解析解推導完畢，本節使用商用有限元素分析軟體 ANSYS 與自行撰寫之 Python 程式碼，比較上節解析解推導及程式的正確性。

3-3-1 第一層銅板層

模型驗證使用 Lu et al.[35]的均溫板($80mm \times 80mm$)作為測試例，幾何及環境參數如表 3.1 所示，流體皆以飽和溫度 $T_{sat} = 323.8K$ 下的參數計算，由於此處只模擬第一層因此高為 1mm，底面的熱源設定如圖 3.2、參數則如表 3.2 所示，頂面的熱對流邊界之熱對流係數設為 $h_1 = 17180W/m^2K$ ，飽和溫度 $T_{sat} = 323.8K$ 。

使用的網格如圖 3.3，網格數為 $80 \times 80 \times 20$ ，平面網格邊長設定為 1mm，網



格寬高比(Aspect ratio)為 20.0。圖 3.4 為其餘的邊界設定，藍色為對流邊界，綠色為絕緣邊界，底面紅色部分為均勻熱源。由於網格皆為正方形網格且邊界條件簡單，能量的殘值(residual)很快的在 20 次疊代後即達到 8.5×10^{-17} 並在此浮動，後續取疊代 30 次的計算結果進行比較。

圖 3.5 為 $z = z_0$ 的溫度場，中間的虛線方框為熱源位置，可以看到熱源中心溫度最高，熱向四周傳出，溫度也向四周漸漸變低。圖 3.6 為 $z = z_1$ 處的溫度場，溫度分布與 $z = z_0$ 處的分佈雷同，但中心溫度比較低。

圖 3.7 中為 $z = z_1$ 平面的溫度比較，其中黑色實線為使用 Python 撰寫程式碼得出(3.7)的解析解，紅色虛線為 ANSYS 模擬之結果，可以看到兩者完美疊合，由此可以驗證解析解程式的正確性。

3-3-2 第二層毛細組織（飽和液體）

本層採用了兩個方法來檢驗解析解，方法一是使用 ANSYS 模擬均質多孔隙材料求解壓力場，求解的質量守恆方程式及動量守恆方程為(3.61)及(3.62)，動量方程中比起(3.25)多包含了對流項（左式）以及動量擴散項（右式第二項），(3.63)則是速度邊界條件。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{h_l Q_0}{4ab t_2 \rho_l h_{fg}} - \frac{h_l}{t_2 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.61)$$

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} - \frac{\mu}{K} \vec{u} \quad (3.62)$$



$$\begin{aligned}
 u(a, y) &= -\frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, & u(-a, y) &= \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, \\
 v(x, b) &= -\frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}, & v(x, -b) &= \frac{\dot{m}_2}{4(a+b)\rho_l t_2}
 \end{aligned} \tag{3.63}$$

方法二是利用 ANSYS 求解能量守恆方程式的求解器求解(3.31)及邊界條件

(3.29)(3.30)。

已知 ANSYS 求解的能量方程式為

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} H) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S \tag{3.64}$$

其中 H 為熱焓(enthalpy)， ρ 為密度， \vec{v} 為流體速度， k 為熱傳導係數， T 為溫度， S 為源項。當計算範圍為固體且熱傳導係數為常數時，方程式可以簡化為

$$k \nabla^2 T = -S \tag{3.65}$$

此方程式與(3.31)形式完全相同，可套用求解(3.31)。

此次的測試例如同假設僅計算二維流場，範圍為 $80 \times 80 \text{ mm}^2$ ，網格尺寸為 0.2 mm ，四周的邊界設定為速度入口(velocity inlet)條件。相關幾何及材料性質係參考 Lu et al.[35]文獻設定，詳列於表 3.1 與表 3.2 中。質量守恆方程式(3.61)右式之源項是使用 ANSYS Fluent 中使用者自訂函數(User-Defined Function, UDF)的功能自行撰寫程式輸入，在方法一中(3.61)的源項如圖 3.8，而方法二(3.31)之源項分布則類似於圖 3.8，差異僅為一個倍數而已。

方法一的結果如圖 3.9，中心位置壓力最小而四周最大，這是由於中心的質量蒸發流失，四周液體因毛細力向內流入補充；方法二的結果如圖 3.10，有相同的現象發生。

對比結果如圖 3.11，黑色實線為解析解，紅色虛線為方法一，黃色點線為方法二，三者有良好的重合。從方法二和解析解吻合可以驗證解析解推導過程和程式撰寫是沒有錯誤的，而從方法一同樣吻合可以驗證先前提到的對流項和動量擴散項對於壓力場的影響很小可以忽略的假設，解析解和方法一的模擬解的差值如



圖 3.12 所示。

3-3-3 第三層蒸氣區域（飽和蒸氣）

本層一樣採用兩個方法來檢驗解析解，方法一是使用 ANSYS 模擬飽和蒸汽區域求解壓力場，求解的質量守恆方程式為(3.66)，而動量守恆方程為(3.67)，邊界條件為(3.68)。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{h_1}{t_3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.66)$$

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (3.67)$$

$$u(\pm a, y) = v(x, \pm b) = 0 \quad (3.68)$$

其中(3.66)之源項在此測試例下的分布如圖 3.13 所示。從圖可以看出在 20mm 處開始轉為負值，表示在 20mm 以內， $q_1'' > q_4''$ ，生成的蒸氣多於冷凝的質量，蒸氣愈多壓力越大；20mm 以外情況相反，蒸氣量不增反減。故判斷壓力應該愈往外愈小。

方法二是將動量守恆方程式(3.44)帶入質量守恆方程式(3.66)後，得到

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{12\mu_v h_1}{t_3^3 \rho_v h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.69)$$

再利用 ANSYS 求解此方程式。

測試系統的資訊與蒸氣性質同表 3.2。方法二的模擬結果如圖 3.14 所示，解析解與方法二的對比結果則如圖 3.15 所示，黑色實線為解析解，紅色虛線為方法二，二者有良好的重合。從方法二和解析解吻合可以驗證推導過程和程式撰寫是沒有錯誤的。



方法一的模擬結果如圖 3.16 所示，由圖可以直接看出分布不完全相同，且最大壓力差也不同，解析解與方法一最大壓差的相對誤差為 47.97%，方法一壓力的最大值如解析解一樣受加熱區域影響在幾何中心，但壓力最小值卻出現在 $x, y = \pm 10mm$ 附近，而非如模型預期的在四個角落，從圖 3.17 可以更清楚的看出最小值的位置。圖 3.18 為解析解之速度向量圖，速度從均溫板中心向四周先由零增加到最大值，再漸變小，速度最大值出現在 10–15mm 附近；圖 3.19 為第三層模擬解方法一之速度向量圖，速度變化與圖 3.18 速度雷同，速度最大值也出現在相近的位置，但速度大小不同，速度最大值的相對誤差為 23.85%。圖 3.20 可以更清楚的看出差異。圖 3.21 可以看到解析解有捕捉到蒸氣由內向外流動的現象，同時也有捕捉到在近壁處的流場轉向。方法一的壓力場由中心往外先下降至最低但在尾部略為上升的原因估計是因為方法一有考慮慣性力，流體流向側壁時，動能轉換為壓力能，因而壓力不減反增。雖然如此，但解析解依然有將流場大部分特徵表現出來，且解析解預測的總壓降也大於方法一，可做一個較保守的預估。

3-3-4 第四層毛細組織（飽和液體）

本層採用了和第二層相同的兩個方法來檢驗解析解，方法一是使用 ANSYS 模擬均質多孔隙材料求解壓力場，求解的質量守恆方程式及動量守恆方程為(3.70) 及(3.62)。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{Q_0}{4abt_4\rho_l h_{fg}} \quad (3.70)$$

速度邊界條件則與第二層雷同



$$u(a, y) = \frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4}, \quad u(-a, y) = -\frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4}$$

$$v(x, b) = \frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4}, \quad v(x, -b) = -\frac{\dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4}$$

方法二是將動量守恆方程式(3.25)帶入質量守恆方程式(3.70)後，得到(3.72)

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{\mu_l Q_0}{4abK_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \quad (3.72)$$

並搭配邊界條件(3.73)

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=a} = -\frac{\mu_l \dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4 K_4}, \quad \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=-a} = \frac{\mu_l \dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4 K_4}$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial y} \right|_{y=b} = -\frac{\mu_l \dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4 K_4}, \quad \left. \frac{\partial P}{\partial y} \right|_{y=-b} = \frac{\mu_l \dot{m}_4}{4(a+b)\rho_l t_4 K_4} \quad (3.73)$$

再利用 ANSYS 求解此方程式

測試系統的資訊與流體性質同表 3.2。為使比較方便，將正中心 $(0,0)$ 位置定為壓力參考點壓力為 $0 Pa$ ，方法一的結果如圖 3.22，中心位置壓力最大而四周最小，流體因毛細作用由中心向四周流出；方法二與圖 3.22 相同。

對比結果如圖 3.23，黑色實線為解析解，紅色虛線為方法一，黃色點線為方法二，三者有良好的重合。從方法二和解析解吻合可以驗證推導過程和程式撰寫是沒有錯誤的，而從方法一同樣吻合可以驗證先前提到的對流項和動量擴散項對於壓力場的影響很小可以忽略的假設。

3-4 完全非均溫模型

在完全非均溫模型中使用的模型與完全均溫模型相似，唯一不同之處在於假設均溫板的熱量經過蒸氣區域在水平方向並沒有任何混和，直接在原處冷凝端凝結，因此 $q''_1(x, y) = q''_4(x, y)$ 。實際的均溫板應界於「完全均溫模型」以及「完全



不均溫模型」的兩個極限之間。

受到 q''_4 影響的統御方程式有第五層之式(3.18)、第四層之式(3.53)、以及第三層之式(3.45)，第一層及第二層則維持不變。第三層在完全非均溫模型之假設下，在第二層的每個位置上蒸發的量會完全等於冷凝的量，式(3.45)右式源項會相消為零，故流體不會流動，即壓力場為常數且速度場為零。

3-4-1 第五層銅板層

將完全非均溫模型下的第五層之下方邊界條件修改為

$$-k_5 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_4} = q''_1(x, y) \quad (3.74)$$

其餘統御方程式與邊界條件同式(3.14)~(3.17)， q''_1 見式(3.13)

類似於第一層式(3.2)~(3.4)可以得到類似式(3.7)之解如下式

$$T(x, y, z) - T_\infty = A_5 + B_5 z + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{5,mn} \cosh(G_{mn} z) + E_{5,mn} \sinh(G_{mn} z)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.75)$$

將式(3.75)帶入式(3.17)後左右式同乘 $\cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right)$ 並積分，當 $\bar{m}=0$ 或

$\bar{n}=0$ 時解得係數

$$A_5 = -B_5 \left(\frac{k_5}{h_\infty} + z_5 \right) \quad (3.76)$$

當 $\bar{m} \neq 0$ 且 $\bar{n} \neq 0$ 時解得

$$D_{5,mn} = -\frac{k_5 G_{mn} \cosh(G_{mn} z_5) + h_\infty \sinh(G_{mn} z_5)}{h_\infty \cosh(G_{mn} z_5) + k_5 G_{mn} \sinh(G_{mn} z_5)} E_{5,mn} \quad (3.77)$$



將式(3.75)帶入式(3.74)後，左右式同乘 $\cos\left(\frac{\bar{m}\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{\bar{n}\pi y}{b}\right)$ 並積分，當 $\bar{m}=0$ 或 $\bar{n}=0$ 時解得係數

$$B_5 = -\frac{h_1}{k_5} (A_1 + B_1 z_1) \quad (3.78)$$

當 $\bar{m} \neq 0$ 且 $\bar{n} \neq 0$ 時解得

$$E_{s,mn} = \frac{h_1 D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + h_1 E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1)}{k_5 G_{mn} \phi_{mn} \sinh(G_{mn} z_4) - k_5 G_{mn} \cosh(G_{mn} z_4)} \quad (3.79)$$

其中

$$\phi_{mn} = \frac{k_5 G_{mn} \cosh(G_{mn} z_5) + h_\infty \sinh(G_{mn} z_5)}{h_\infty \cosh(G_{mn} z_5) + k_5 G_{mn} \sinh(G_{mn} z_5)} \quad (3.80)$$

3-4-2 第四層毛細組織（飽和液體）

完全非均溫模型下之第四層統御方程式(3.53)因假設變更改寫為

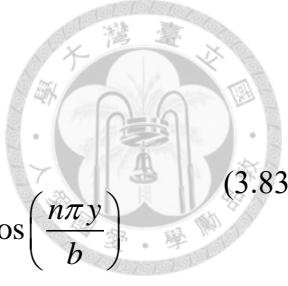
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{q''_1}{t_4 \rho_l h_{fg}} \quad (3.81)$$

將(3.13)(3.25)帶入(3.53)得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} &= -\frac{\mu_l Q_0}{4ab K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \\ &- \frac{\mu_l h_1}{K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (3.82)$$

邊界條件同式(3.54)(3.55)，由於完全非均溫模型假設之緣故，式(3.82)與式(3.31)

差異僅有一個負號，邊界條件也與式(3.29)(3.30)相差僅一個負號，因此使用 3-2-3 的方法解得



$$P(x, y) = -\frac{\mu_l Q_0}{8(a+b)K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \right) + C \\ + \frac{\mu_l h_1}{K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{4,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{4,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.83)$$

其中

$$\begin{cases} D_{4,\bar{m}0} = \left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^{-2} D_{1,\bar{m}0} \\ E_{4,\bar{m}0} = \left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^{-2} E_{1,\bar{m}0} \end{cases}, \text{ for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} = 0 \\ \begin{cases} D_{4,0\bar{n}} = \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^{-2} D_{1,0\bar{n}} \\ E_{4,0\bar{n}} = \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^{-2} E_{1,0\bar{n}} \end{cases}, \text{ for } \bar{m} = 0, \bar{n} \neq 0 \\ \begin{cases} D_{4,\bar{m}\bar{n}} = \frac{1}{\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^2} D_{1,\bar{m}\bar{n}} \\ E_{4,\bar{m}\bar{n}} = \frac{1}{\left(\frac{\bar{m}\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\bar{n}\pi}{b}\right)^2} E_{1,\bar{m}\bar{n}} \end{cases}, \text{ for } \bar{m} \neq 0, \bar{n} \neq 0 \quad (3.84)$$

進而可由(3.25)求得完全非均溫模型第四層之速度場

$$u = \frac{Q_0}{4(a+b)K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \frac{x}{a} \\ + \frac{h_1}{t_4 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{4,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{4,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.85)$$

$$v = \frac{Q_0}{4(a+b)K_4 t_4 \rho_l h_{fg}} \frac{y}{b} \\ + \frac{h_1}{t_4 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{4,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{4,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.86)$$



3-5 完全非均溫模型之模型驗證

3-5-1 第五層銅板層

測試例為長寬高為 $80 \times 80 \times 1 mm^3$ 的長方體，底面的熱源邊界條件使用 UDF 計算 q''_1 其分布如圖 3.24，幾何環境與材料參數詳列於表 3.1 與表 3.2， z 方向將網格加密至 $0.05 mm$ ， x, y 方向為 $1 mm$ ，長寬比為 20，小於 ANSYS 使用者手冊提及之若長寬比超過 35 網格可能會無法收斂。

圖 3.25 為 $z = z_4$ 的溫度場，熱源中心溫度最高，熱向四周傳出，溫度也向四周漸漸變低，且相對於圖 3.6 溫度梯度更趨緩一些。圖 3.26 為 $z = z_5$ 處的溫度場，溫度分布與 $z = z_4$ 處的分佈雷同，但中心溫度較低。

圖 3.27 中為 $z = z_4$ 平面的溫度比較，其中黑色實線為(3.75)的解析解，紅色虛線為 ANSYS 模擬之結果，可以看到兩者完美疊合，由此可以驗證解析解程式之正確性。

3-5-2 第四層毛細組織（飽和液體）

本層採用了和 3-2-3 相同的方法檢驗解析解，方法一是使用 ANSYS 模擬為均質多孔隙材料求解壓力場，求解的質量守恆方程式為式(3.87)，下而動量守恆方程為式(3.62)。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{h_l Q_0}{4ab t_4 \rho_l h_{fg}} + \frac{h_l}{t_4 \rho_l h_{fg}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn} \cosh(G_{mn} z_1) + E_{1,mn} \sinh(G_{mn} z_1)] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (3.87)$$



方法二是將動量守恆方程式(3.25)帶入質量守恆方程式(3.81)後，得到(3.82)，再利用 ANSYS 求解此方程式

測試系統的資訊與流體性質同表 3.2。為使比較方便，將正中心 $(0,0)$ 位置定為壓力參考點壓力 (0 Pa) 。方法一的結果如圖 3.28，中心位置壓力最大，四個角落最小，流體受毛細作用流向四周；方法二如圖 3.29，有相同的現象發生。

對比結果如圖 3.30，黑色實線為解析解，紅色虛線為方法一，黃色點線為方法二，三者有良好的重合。從方法二和解析解吻合可以驗證推導過程和程式撰寫是沒有錯誤的，而從方法一同樣吻合可以驗證先前提到的對流項和動量擴散項對於壓力場的影響很小可以忽略的假設。

3-6 均溫板極限比較

本節蒐集文獻中的實驗數據與兩種模型進行比較。由於飽和溫度為此數學模型的重要參數，而模擬與實驗論文大多沒有給予其數值，因此本研究參考了 Ahmed et al.[26]提供的建議將蒸氣的飽和溫度由下式獲得

$$T_{sat} = \frac{T_{ei} + T_{ci}}{2} = \frac{T(0,0,z_1) + T(0,0,z_4)}{2} \quad (3.88)$$

其中 T_{ei} 代表蒸發端內表面的幾何中心溫度，當熱量均勻集中於中心區域施加時，相當於 $T(0,0,z_1)$ ； T_{ci} 代表冷凝端內表面的幾何中心溫度，此模型中相當於 $T(0,0,z_4)$ 。由於模型需使用 T_{sat} 及此溫度下的流體性質，才能計算溫度場及壓力場，因此設計一個程式迭代，先猜測飽和溫度，再求解溫度場，繼而利用式(3.88)計算飽和溫度，不斷迭代直至收斂，程式邏輯如圖 3.31。

參考多數文獻中熱阻的計算方法，本研究也定義均溫板熱阻為



$$R = \frac{T_{e,max} - \bar{T}_{cooling}}{Q} = \frac{T(0,0,0) - \bar{T}(z_5)}{Q} \quad (3.89)$$

其中 Q 為功率， $T_{e,max}$ 為蒸發端最高溫，由於比較的實驗數據之熱源皆為中心方形熱源，因此 $T_{e,max}$ 相當於此模型中 $T(0,0,0)$ 的溫度， $\bar{T}_{cooling}$ 則為冷卻面之平均溫度，即 $\bar{T}(z_5)$ ，而將式(3.7)(3.23)帶入式(3.89)後可以得到

$$R = \frac{1}{4abh_1} - \frac{1}{4abk_1} z_1 - \frac{1}{4abh_\infty} + \frac{1}{Q_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn}] + \frac{T_{sat} - T_\infty}{Q_0} \quad (3.90)$$

圖 3.32 為完全均溫模型、完全非均溫模型和實驗值之熱阻比較結果。其中 Lu et al.[35]使用的如表 3.2 之材料參數，由於 Zhou et al.[15]、Wiriyasart[21] 和 Naphon[21]中沒有提供毛細組織之等效熱傳導係數，因此參考 Faghri[64]一書中之毛細組織經驗公式計算

$$k_{eff} = k_l \frac{(2k_l + k_s) - 2(1-\varepsilon)(k_l - k_s)}{(2k_l + k_s) + (1-\varepsilon)(k_l - k_s)} \quad (3.91)$$

而其餘的材料參數皆為使用 Faghri[64]一書附錄所提供之各項隨溫度變化之參數。由此，三組實驗使用的參數值及模型計算出來對應的飽和溫度條列於表 3.3-表 3.5 中。圖 3.32 縱軸為文獻提供之實驗值，橫軸為兩種模型的預測值，實心圓點為完全均溫模型，空心圓點為完全非均溫模型；實橘色線為模型預測與實驗值相同的直線，左右兩條虛線則為 $\pm 25\%$ 之誤差線。由於兩個模型代表的是均溫板的兩種極限，因此我們預期實際的實驗值會介於兩個極限之間，也就是實心圓點和空心圓點會分布在 $y=x$ 直線的兩側。大部分的實驗值比較接近完全均溫模型（實心點），幾乎所有的完全均溫模型皆座落於 $\pm 25\%$ 之誤差範圍內。Lu et al. [35]與預測較為接近的原因是直接使用文獻提供的毛細組織等效熱傳導係數，而毛細組織熱傳導係數對熱阻的影響很大，同時本研究提出的之假設與此論文實驗條件也大

多相近。而 Zhou et al. [15]的數據分布較散，但確實分布在 $y=x$ 的兩側；這主要是因為 Zhou et al. 設計的均溫板結構與本研究之數學模型完全一樣，內部並沒有支撑柱的分布，流體如預期的從均溫板側壁處回流，因此實際的熱阻能剛好介於兩個模型預測之間。與 Wiriyasart 和 Naphon[21]的實驗值相較下模型預測之熱阻偏向高估，或許是因為 Wiriyasart et al. 設計的均溫板內有支撑柱，因此在液體回流可以藉由支撑柱回流來提高相變化發生，當均溫板內的相變化之熱傳量的佔比越多就能使熱阻更低，但在本研究的數學模型中忽略了支撑柱的影響，假設流體是由側壁回流至蒸發端的，因此預測出的熱阻會略高。



第4章 單熱源均溫板熱傳性質

本章節利用所提出的兩理論模型探討在單熱源情況下，均溫板各個參數對均溫板性能（熱阻與壓降）之影響，包括幾何參數、邊界條件、工作流體等。

4-1 無因次化

為了後續討論與比較，本研究針對相關參數、熱阻以及壓降進行無因次化，並鎖定均溫板的底部為單一中心熱源，位於均溫板的幾何中心並為長方形，其長寬分別為 $2c$ 及 $2d$ （如圖 3.2）。底下依據參數類型分別介紹。

(i) 幾何參數：

$$x^* = \frac{x}{a}, y^* = \frac{y}{b}, z^* = \frac{z}{z_5} \quad (4.1)$$

$$a^* = \frac{a}{z_5}, b^* = \frac{b}{z_5}, c^* = \frac{c}{z_5}, d^* = \frac{d}{z_5} \quad (4.2)$$

$$z_1^* = \frac{z_1}{z_5}, z_2^* = \frac{z_2}{z_5}, z_3^* = \frac{z_3}{z_5}, z_4^* = \frac{z_4}{z_5} \quad (4.3)$$

$$t_1^* = \frac{t_1}{z_5}, t_2^* = \frac{t_2}{z_5}, t_3^* = \frac{t_3}{z_5}, t_4^* = \frac{t_4}{z_5} \quad (4.4)$$

其中 a, b 為均溫板的長寬， z_5 為均溫板整體厚度， c, d 則為單一熱源的長寬，

z_1, z_2, z_3, z_4 為均溫板底部至第一、二、三、四層頂面分別的高度座標， t_1, t_2, t_3, t_4

為均溫板第一、二、三、四層的厚度。

(ii) 邊界條件與固體性質：

$$Bi_1 = \frac{h_1 z_1}{k_1}, Bi_5 = \frac{h_\infty z_5}{k_5} \quad (4.5)$$



$$Q_0^* = \frac{Q_0}{4abh_\infty(T_{sat} - T_\infty)}, \quad q_0''^*(x^*, y^*) = \frac{q_0''(x, y)}{Q_0/4ab} \quad (4.6)$$

$$h^* = \frac{h_\infty}{h_1} \quad (4.7)$$

$$K_2^* = \frac{K_2}{z_5^2}, K_4^* = \frac{K_4}{z_5^2} \quad (4.8)$$

其中 $h_1 = k_2/t_2$ 為 z_1 位置上的等效熱對流係數， h_∞ 為環境的熱對流係數， k_1, k_5 分別為第一層與第五層金屬壁的熱傳導係數； Q_0 為輸入功率， K_2 為第二層的滲透率， K_4 為第四層的滲透率， Bi_1, Bi_5 為第一層與第五層的畢奧數(Biot number)。

(iii) 流體性質：

$$\rho^* = \frac{\rho_v}{\rho_l}, \mu^* = \frac{\mu_v}{\mu_l} \quad (4.9)$$

其中 ρ_l 為液體密度， ρ_v 為氣體密度， μ_l 為液體黏滯係數， μ_v 為氣體黏滯係數，特別注意的是所有流體性質都是飽和溫度的函數。

(iv) 均溫板性能：

$$\theta = \frac{T(x, y, z) - T_\infty}{T_{sat} - T_\infty} \quad (4.10)$$

$$R^* = 4abh_\infty R \quad (4.11)$$

$$P^* = \frac{P}{\mu_l Q_0 / K_2 t_2 \rho_l h_{fg}} \quad (4.12)$$

其中 T_{sat} 為飽和溫度， T_∞ 為環境溫度，此無因次化參數是觀察解析解式(3.7)與式(3.39)而得，有因次及無因次化變數之數學式、意義與轉換後之參考值整理如



表 4.1 及表 4.2 所示。

4-1-1 完全均溫模型

利用上一節的無因次化參數，可以將上一章所求得的解改寫如下

第一層溫度場：

$$\begin{aligned}\theta_1 &= Q_0^* h^* + 1 + \frac{Q_0^* h^* Bi_1}{z_1^*} (z^* - z_1^*) \\ &+ \frac{Q_0^* h^* Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{1,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{1,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*)] \cos(m\pi x^*) \cos(n\pi y^*)\end{aligned}\quad (4.13)$$

其中

$$D_{1,mn}^* = -\frac{G_{mn}^* + \frac{Bi_1}{z_1^*} \tanh(G_{mn}^* z_1^*)}{G_{mn}^* \tanh(G_{mn}^* z_1^*) + \frac{Bi_1}{z_1^*}} E_{1,mn}^* \quad (4.14)$$

$$\begin{cases} E_{1,0n}^* = \frac{-1}{G_{0n}^*} \int_{-1}^1 q_0''^* (x^*, y^*) \cos(n\pi y^*) dy^* & , \text{ for } m = 0, n \neq 0 \\ E_{1,m0}^* = \frac{-1}{G_{m0}^*} \int_{-1}^1 q_0''^* (x^*, y^*) \cos(m\pi x^*) dx^* & , \text{ for } m \neq 0, n = 0 \\ E_{1,mn}^* = \frac{-1}{G_{mn}^*} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 q_0''^* (x^*, y^*) \cos(m\pi x^*) \cos(n\pi y^*) dy^* dx^* & , \text{ for } m \neq 0, n \neq 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

$$G_{mn}^* = \sqrt{\frac{m^2 \pi^2}{a^{*2}} + \frac{n^2 \pi^2}{b^{*2}}} \quad (4.16)$$

第二層壓力場：

$$\begin{aligned}P_2^* (x^*, y^*) &= \frac{a^* x^{*2} + b^* y^{*2}}{8(a^* + b^*)} + C^* \\ &+ \frac{1}{4a^* b^*} \frac{Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [D_{2,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{2,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*)] \cos(m\pi x^*) \cos(n\pi y^*)\end{aligned}\quad (4.17)$$

係數為



$$\begin{cases}
 D_{2,m0}^* = -\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^{-2} D_{1,m0}^* & , \text{ for } m \neq 0, n = 0 \\
 E_{2,m0}^* = -\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^{-2} E_{1,m0}^* \\
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 D_{2,0n}^* = -\left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^{-2} D_{1,0n}^* & , \text{ for } m = 0, n \neq 0 \\
 E_{2,0n}^* = -\left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^{-2} E_{1,0n}^* \\
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 D_{2,mn}^* = -\frac{1}{\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^2} D_{1,mn}^* & , \text{ for } m \neq 0, n \neq 0 \\
 E_{2,mn}^* = -\frac{1}{\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^2} E_{1,mn}^* \\
 \end{cases}$$
(4.18)

第三層壓力場：

$$P_3^*(x, y) = -3 \frac{\mu^*}{\rho^*} \frac{K_2^* t_2^*}{t_3^* t_3^*} \frac{1}{a^* b^*} \frac{Bi_1}{z_1^*} \times$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[D_{3,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{3,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*) \right] \cos(m\pi x^*) \cos(n\pi y^*)$$
(4.19)

係數為

$$\begin{cases}
 D_{3,m0}^* = \left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^{-2} D_{1,m0}^* & , \text{ for } m \neq 0, n = 0 \\
 E_{3,m0}^* = \left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^{-2} E_{1,m0}^* \\
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 D_{3,0n}^* = \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^{-2} D_{1,0n}^* & , \text{ for } m = 0, n \neq 0 \\
 E_{3,0n}^* = \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^{-2} E_{1,0n}^* \\
 \end{cases}$$
(4.20)



$$\begin{cases} D_{3,mn}^* = \frac{1}{\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^2} D_{1,mn}^* \\ E_{3,mn}^* = \frac{1}{\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^2} E_{1,mn}^* \end{cases}, \text{ for } m \neq 0, n \neq 0$$

第四層壓力場：

$$P_4^*(x^*, y^*) = -\frac{K_2^* t_2^*}{K_4^* t_4^*} \frac{a^* x^{*2} + b^* y^{*2}}{8(a^* + b^*)} + C^* \quad (4.21)$$

第五層溫度場：

$$\theta_5 = Q_0^* + Q_0^* Bi_5 (1 - z^*) \quad (4.22)$$

此外，可將式(3.90)之熱阻改寫為：

$$R^* = h^* - h^* Bi_1 - 1 + \frac{h^* Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} D_{1,mn}^* + \frac{1}{Q_0^*} \quad (4.23)$$

此外，我們也定義等效熱阻作為性能參數如下：

$$R_{eff}^{-1} = \int_{-b-a}^b \int_{-a}^a \frac{q_5''(x, y)}{(T_{max} - T_5)} dx dy \quad (4.24)$$

其中 $q_5''(x, y)$ 為均溫板冷凝端表面 $z = z_5$ 之熱通量， T_{max} 為均溫板最高溫，通常為

$$T(0, 0, 0), \quad T_5 = T(x, y, z_5) .$$

均溫板的毛細極限發生在均溫板中流路總壓降與楊—拉普拉斯(Young-Laplace)壓力相等時，當輸入功率過大時，毛細力不足以驅動流體，將發生乾涸的現象。由於目前考慮的是單熱源的均溫板，因此毛細組織層的最大及最小壓力會發生於中心 $(0, 0)$ 以及角落處 (a, b) ；流體最長的流路評估由冷凝端（第四層）



中心 $P_4(0,0)$ 藉由毛細力往第四層四個角落流去 $P_4(a,b)$ ，接著流向蒸發端（第二層）的角落 $P_2(a,b)$ ，最後再流向蒸發端中心 $P_2(0,0)$ ，於該處蒸發，再凝結回到冷凝端，達到流體往復循環的功能。因此流路內總壓降為

$$\Delta P_{tot} = P_4(0,0) - P_2(0,0) \quad (4.25)$$

拉普拉斯壓力計算公式如下：

$$P_v - P_l = \frac{2\sigma}{R_{eff}} \quad (4.26)$$

其中 P_v 為氣體壓力， P_l 為液體壓力， σ 為表面張力， R_{eff} 為毛細組織的等效毛細管半徑。令 R_{min} 為均溫板的最小等效毛細管半徑，因此均溫板要不乾涸的條件為

$$\Delta P_{max} \leq \frac{2\sigma}{R_{min}} \quad (4.27)$$

即

$$R_{min} \leq \frac{2\sigma}{\Delta P_{max}} \equiv R_{cr} \quad (4.28)$$

考慮在冷凝端第四層中心位置，

$$P_v - P_l = P_3(0,0) - P_4(0,0) = \frac{2\sigma}{R_4(0,0)} \quad (4.29)$$

現假設液體在冷凝端第四層 $(0,0)$ 的位置等效毛細半徑 $R_4(0,0)$ 為無限大，則

$$P_3(0,0) = P_4(0,0) \quad (4.30)$$

另一方面蒸發端的氣液壓力差也可由楊一拉普拉斯方程式寫為



$$P_3(0,0) - P_2(0,0) = \frac{2\sigma}{R_2(0,0)} \quad (4.31)$$

式(4.25)可改寫為

$$\begin{aligned} \Delta P_{tot} &= P_4(0,0) - P_2(0,0) \\ &= [P_4(0,0) - P_4(a,b)] + [P_4(a,b) - P_2(a,b)] + [P_2(a,b) - P_2(0,0)] \end{aligned} \quad (4.32)$$

再進一步假設側壁效應可忽略，也就是忽略壓降 $P_4(a,b) - P_2(a,b)$ ，可將無因次

化總壓降寫為

$$\Delta P_{tot}^* = P_2^*(1,1) - P_2^*(0,0) + P_4^*(0,0) - P_4^*(1,1) \quad (4.33)$$

將式(4.17)(4.21)帶入式(4.33)中即可獲得完全均溫模型的總壓降：

$$\Delta P_{tot}^* = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{K_2^* t_2^*}{K_4^* t_4^*} \right) - \frac{1}{4a^* b^*} \frac{Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[D_{2,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{2,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*) \right] \quad (4.34)$$

4-1-2 完全非均溫模型

完全非均溫模型的第一層之溫度場、第二層之壓力場與完全均溫模型相同，即式(4.13)及(4.17)；第三層壓力場為常數，所以第三層的總壓降為零。

第四層壓力場：

$$\begin{aligned} P_4^*(x^*, y^*) &= -\frac{K_2^* t_2^*}{K_4^* t_4^*} \frac{1}{8(a^* + b^*)} (a^* x^{*2} + b^* y^{*2}) + C^* \\ &+ \frac{K_2^* t_2^*}{K_4^* t_4^*} \frac{1}{4a^* b^*} \frac{Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[D_{4,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{4,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*) \right] \cos(m\pi x^*) \cos(n\pi y^*) \end{aligned} \quad (4.35)$$

係數為



$$\begin{cases}
 D_{4,m0}^* = \left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^{-2} D_{1,m0}^* & , \text{ for } m \neq 0, n = 0 \\
 E_{4,m0}^* = \left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^{-2} E_{1,m0}^* & \\
 \end{cases} \quad (4.36)$$

$$\begin{cases}
 D_{4,0n}^* = \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^{-2} D_{1,0n}^* & , \text{ for } m = 0, n \neq 0 \\
 E_{4,0n}^* = \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^{-2} E_{1,0n}^* & \\
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 D_{4,mn}^* = \frac{1}{\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^2} D_{1,mn}^* & , \text{ for } m \neq 0, n \neq 0 \\
 E_{4,mn}^* = \frac{1}{\left(\frac{m\pi}{a^*}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b^*}\right)^2} E_{1,mn}^* & \\
 \end{cases}$$

第五層溫度場：

$$\begin{aligned}
 \theta_5(x^*, y^*, z^*) = & Q_0^* - Q_0^* Bi_5 (z^* - 1) + \\
 & \frac{Q_0^* Bi_5 Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left[D_{5,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z^*) + E_{5,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z^*) \right] \cos(m\pi x^*) \cos(n\pi y^*) \quad (4.37)
 \end{aligned}$$

其中係數為

$$D_{5,mn}^* = -\phi_{mn}^* E_{5,mn}^* \quad (4.38)$$

$$E_{5,mn}^* = \frac{D_{1,mn}^* \cosh(z_1^* G_{mn}^*) + E_{1,mn}^* \sinh(z_1^* G_{mn}^*)}{G_{mn}^* \phi_{mn}^* \sinh(z_4^* G_{mn}^*) - G_{mn}^* \cosh(z_1^* G_{mn}^*)} \quad (4.39)$$

$$\phi_{mn}^* = \frac{G_{mn}^* + Bi_5 \tanh(G_{mn}^*)}{Bi_5 + G_{mn}^* \tanh(G_{mn}^*)} \quad (4.40)$$

將式(3.90)帶入非均溫模型中，得無因次化熱阻如下



$$R^* = \frac{h^* Bi_1}{z_1^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} D_{1,mn}^* + h^* - 1 - h^* Bi_1 + \frac{1}{Q_0^*} \quad (4.41)$$

同時也可得無因次化等效熱阻：

$$R_{eff}^* = 4abh_{\infty} R_{eff} = \left\{ Q_0^* \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{q_5''^*(x^*, y^*)}{\theta_1(0, 0, 0) - \theta_5(x^*, y^*, 1)} dx^* dy^* \right\}^{-1} \quad (4.42)$$

利用式(4.33)總壓降可寫為

$$\Delta P_{tot}^* = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{K_2^* t_2^*}{K_4^* t_4^*} \right) - \frac{1}{4c^* d^*} \frac{Bi_1}{z_1^*} \left(\begin{array}{l} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} D_{2,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{2,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*) \\ - \frac{K_2^* t_2^*}{K_4^* t_4^*} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} D_{4,mn}^* \cosh(G_{mn}^* z_1^*) + E_{4,mn}^* \sinh(G_{mn}^* z_1^*) \end{array} \right) \quad (4.43)$$



4-2 幾何形狀與邊界條件

4-2-1 热源面積

首先，熱源面積大小對於均溫板性能的影響很大，因此本研究先探討熱源面積對於均溫板的影響。由於式(4.11)中無因次熱阻與均溫板面積相關，因此採用固定均溫板長寬 a^*, b^* ，並且固定輸入功率，令 $c^* = d^*$ （熱源為正方形），討論改變熱源面積對均溫板性能的影響。表 4.3 為熱源面積大小無因次參數之改變範圍，其餘未列於表中之變數皆固定採用表 4.2 之參考值設定。工作流體為水，流體性質為飽和溫度的函數，如圖 4.1 所示，紅色圓圈為取自 Faghri[64] 實驗測量之流體性質，黑色實線為使用三次樣條插值法（cubic spline）計算得到，提供理論模型所需飽和溫度下之流體性質。

圖 4.2 為固定輸入功率下熱源面積—均溫板面積比 (c^*d^*/a^*b^*) 與無因次化熱阻關係圖，紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，藍線為與均溫板厚度和邊界條件皆相同的銅板所計算出的熱阻，作為均溫板與純銅板散熱片的比較，實線為依冷凝面平均值 \bar{T}_s 所計算得出的熱阻 (R^*) ，虛線為熱阻並聯等效計算而得之等效熱阻 (R_{eff}^*) 。所有曲線整體趨勢皆隨著面積比上升而下降，這是因為當加熱面積增加且輸入功率固定時，熱源處之熱通量下降使得最高溫下降，熱阻因而下降。兩種模型之差異在冷凝面之熱通量是否分布均勻，因此當熱源面積與均溫板面積相等時，兩個模型預測結果會相同，圖上也能觀察到此現象。而紅色實線和虛線分別代表的是等效熱阻與平均熱阻，由圖可以看出在完全非均溫模型下等效熱阻略小於平均熱阻，兩者差異不大；而在完全均溫模型下兩者值完全相同，由於完全均溫模型中冷凝面的溫度為均勻分布，因此兩種熱阻必然相等，純銅板



散熱片的熱阻則大致落於在兩種模型之間，顯示出若均溫板能達到冷凝端完全均勻冷凝，使用均溫板的熱阻會比純銅板小，但若均溫板的均勻冷凝效果較差會使得均溫板的熱阻比起純銅板更大。

圖 4.3 為固定輸入功率下，無因次化熱源面積與飽和溫度關係圖，紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，兩種模型的飽和溫度與熱阻的變化趨勢大致相同。當面積比小時熱阻與飽和溫度皆較高，這是因為面積比較小時，式(3.88)中蒸發端中心溫度(T_{ei})較高，使得迭代出的飽和溫度較大；至於完全均溫模型與完全非均溫模型的差異則是因為式(3.88)中冷凝端溫度(T_{ci})是取中心值溫度計算，因此完全非均溫模型迭代出的飽和溫度會比完全均溫模型高。

圖 4.4 為無因次化熱源面積與總壓降關係圖。紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，相對應的虛線則是用來無因次化壓力的參考壓力($P_{ref} = \mu_l Q / K_2 t_2 \rho_l h_{fg}$)。計算結果顯示非均溫模型的無因次化總壓降會大於均溫模型，檢查均溫模型與非均溫模型之壓力場解析解可知差異在於第二項的傅立葉級數項，此項與總熱量無關，而是受到 $z = z_1$ 熱源分布非均勻性的影響，因此完全非均溫模型之總壓降大於完全均溫模型，應是歸因於受熱不均勻之故。由式(3.10)可以知道當傅立葉級數項底部熱源大小與均溫板大小相同時，熱通量分布均勻，前述傅立葉級數項即為 0，且由於探討參數時蒸發端與冷凝端厚度與滲透率皆相同，使得 $K_2^* t_2^* / K_4^* t_4^* = 1$ ，因此兩種模型之總壓降會相等，如圖 4.4 所見。參考壓力與流體性質有關，也就是與飽和溫度有關。圖 4.3 顯示飽和溫度隨熱源面積增加而下降，圖 4.1 顯示當飽和溫度下降時 $\mu_l / \rho_l h_{fg}$ 的值會上升， P_{ref} 亦然。惟參考壓力上升速度並未有 ΔP_{tot}^* 下降的快，因此有因次化的總壓降也是隨熱源面積占比增加而下降。



4-2-2 均溫板長寬比

由於文獻中均溫板之長寬尺寸不盡相同，少有文獻比較改變均溫板之長寬比對於均溫板性能的影響，本節嘗試探討長寬比對均溫板性能的影響，無因次參數變化範圍如表 4.4，其餘未列於表中之變數皆採用表 4.2 之參考值，工作流體為水。為了摒除熱通量大小對均溫板的影響，我們對幾何形狀做了以下限制，

(1)均溫板面積 $a \times b$ 為定值，

(2)固定熱源 Q_0 與熱源區域的長度比例，令 $c = 0.25a, d = 0.25b$ 。

在這兩點限制下探討均溫板長寬比 a^*/b^* 對於均溫板性能的影響。

圖 4.5 為無因次化熱阻對均溫板長寬比關係圖，紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，藍線為與均溫板厚度和邊界條件皆相同的銅板得出的熱阻，實線為平均熱阻，虛線為等效熱阻。完全均溫模型與完全非均溫模型呈現了相反的趨勢，透過完全非均溫模型預測之熱阻隨長寬比增加而下降，完全均溫模型預測之熱阻則是隨著長寬比增加而上升。圖 4.6 為飽和溫度 $((T_{sat} - T_\infty)/T_\infty)$ 與均溫板長寬比之關係圖，圖中顯示兩種模型的飽和溫度變化呈現相反趨勢。由圖 4.7 及圖 4.8 溫度分布比較可以看出，雖然熱源與均溫板的長度比相同但是熱源與均溫板的形狀差異對溫度分布造成了影響，完全均溫模型在長寬比小的時候，由於熱源形狀也相同變為長方形，因為長邊（圖 4.9 中黃色區域）熱阻可以寫為

$$R_y = \frac{(b - 0.25b)}{k_1(a - 0.25a)t_1} = \frac{1}{k_1 t_1} \frac{b}{a} \quad (4.44)$$

同理短邊（圖 4.9 中綠色區域）可寫為

$$R_x = \frac{1}{k_1 t_1} \frac{a}{b} \quad (4.45)$$



將兩式相除後，

$$\frac{R_x}{R_y} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \quad (4.46)$$

因此長寬比變小時， R_x 比起 R_y 會以二次方降低，長邊(b)的熱阻較大，因此熱量向短邊(a)傳遞，又由於熱量必須完全從蒸發端傳遞出去，使得更多的熱量從短邊的方向向上傳遞，使得溫度場的等高線圖呈現橢圓的形狀。長寬比較小時，熱源附近的溫度梯度反而較為平緩，同時溫度的最大最小值的差值也較小，又因為飽和溫度是由蒸發端的幾何中心點計算，使得飽和溫度較低；而在圖 4.7(a)中均溫板長寬比為 1 時，並不會有上述熱量往短邊散布的現象，因此使溫度分布最大值最小值的差值較大，使得飽和溫度較高。純銅板顯示出和完全均溫模型相同的趨勢，但熱阻略高於完全均溫模型，這是由於純銅板同樣受到了熱源與均溫板形狀的影響，因此趨勢和完全均溫模型相同，比起均溫板在內部蒸氣區域使用相變化加強熱傳，銅板熱量僅由熱傳導主導，使得熱阻較高。

完全非均溫模型假設蒸發端的熱通量分布與冷凝端相同，使得長寬比小時，冷凝端溫度分布會與蒸發端有類似中間高四周低的溫度分布發生，如圖 4.8，又由於飽和溫度是由蒸發端與冷凝端的幾何中心的溫度計算，使得飽和溫度較高。在完全非均溫模型也會發生因熱源形狀差異使熱量傾向於往短邊分布的情況，但從兩種模型趨勢變化可以看出，冷凝端的不均勻性影響遠大於熱源形狀差異的影響。在長寬比接近於 1 時，蒸氣分布比起長寬比小時較為均勻，因此溫度分布趨於平緩，使得飽和溫度較低，由於兩種現象的差異，使得兩種模型在長寬比變化時的趨勢相反。另外，在完全非均溫模型的等效熱阻上可以看出在長寬比較小時等效熱阻與平均熱阻的差異較大，等效熱阻能反映出溫度不對稱性的影響；當長寬比接近於 1 時，即不對稱性微小時，兩者計算出的值幾乎一樣。

圖 4.10 為無因次化總壓降與均溫板長寬比關係圖。壓降隨長寬比增加而下



降，兩者皆在長寬比接近 1 時趨於定值，由於蒸發端與冷凝端的最大流路為

$$2\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{ab} \sqrt{a/b + 1/(a/b)}$$
，且先前已經設定面積固定，因此當長寬比 a/b

增加時，流路會相對應縮短，使得總壓降下降。非均溫模型總壓降大於均溫模型，原因同上節。

4-2-3 热對流係數

Zhou et al. [15]提到均溫板強制風冷的熱對流係數約在 $62.5 - 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$ ，

因此我們將參數設定至同樣範圍做為探討，以觀察無因次變數 Bi_5 對熱阻與總壓

降之影響，無因次參數變化範圍如表 4.5，其餘未列於表中之變數皆採用表 4.2

之參考，工作流體為水。

圖 4.11 為無因次化熱阻與 Bi_5 關係圖，紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，藍線為與均溫板厚度和邊界條件皆相同的銅板得出的熱阻，另外也畫出三種條件下有因次之熱阻；實線為平均熱阻，虛線為等效熱阻。由圖可以觀察

到無因次化熱阻皆隨 Bi_5 增加而上升，這是因為無因次計算方法式(4.11)的緣故

(特徵值 $4abh_\infty$ 與 Bi_5 成正比)，實則有因次熱阻隨著 Bi_5 增大而減小，但幅度不

大。這是因為最高溫與冷凝端溫度同時受到熱對流係數影響，如圖 4.12 可以看

到最高溫 $T_{max} = T(0,0,0)$ 、飽和溫度 $T_{sat} = (T(0,0,z_1) + T(0,0,z_4))/2$ 、冷凝端溫

度 $T_{con} = T(0,0,z_5)$ 隨著熱對流係數上升都有明顯的下降，但最高溫與冷凝端溫度

的下降速率幾乎相同，使得 Bi_5 對熱阻的影響不大。銅板的熱阻則類似於前兩節

中，同樣坐落於兩種模型之中，並且由於無因次熱阻的計算方法，隨著熱對流係

數增加熱阻上升，但從有因次熱阻的圖可以看出熱阻並無變動，這是由於冷端的

對流同時影響最高溫與最低溫，兩者溫度同時下降，使熱阻得到相同的值。

無因次化壓降如式(4.34)(4.43)所示並未出現 Bi_5 ，故此節不將圖繪出。有因次的總壓降則仍有變化，因為飽和溫度不同，流體性質隨之不同，壓力特徵值 $P_{ref} = \mu Q_0 / K_2 t_2 \rho_l h_{fg}$ 也就不同。

4-2-4 毛細組織等效熱傳導係數

Wei et al.[70]在文獻中探討了毛細組織的等效熱傳導係數對於均溫板熱阻的敏感度分析，並指出毛細組織應有的等效熱傳導係數之上下界為 $1.2 - 160$ W/mK ，且等效熱傳導係數的值對於均溫板熱阻的影響很大。在本研究中，等效熱傳導係數 k_{2eff} 與熱對流係數 h_1 相關，變數範圍參考 Wei et al. 提出之上下界以探討毛細組織之等效熱傳導係數對於均溫板之影響，即觀察無因次變數 Bi_1 對熱阻與總壓降之影響，無因次參數變化範圍如表 4.6，其餘未列於表中之變數皆採用表 4.2 之參考值，工作流體為水。

圖 4.13 為無因次化熱阻與 Bi_1 關係圖，紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，藍線為與均溫板厚度和邊界條件皆相同的銅板得出的熱阻，由於銅板中無毛細組織結構，因此藍線為定值；實線為平均熱阻，虛線等效熱阻，兩者差異皆不大。由圖可以觀察到所有熱阻隨著 Bi_1 增加而下降，這是因為毛細組織熱傳能力增強，使得溫度降低，因此均溫板之熱阻會下降。兩種模型與銅板的熱阻比較後可以發現，當毛細組織熱傳導係數很小時，銅板的熱阻反而會小於均溫板的熱阻，因此均溫板作為散熱片並非絕對比銅板好，需搭配良好的設計以及不同的使用情況，而在毛細組織熱傳導係數較大時，銅板的熱阻介於兩種模型之間，再次凸顯均溫板需要達到均溫的效果才能使均溫板有比銅板更低的熱阻。

圖 4.14 為飽和溫度 $((T_{sat} - T_{\infty})/T_{\infty})$ 與 Bi_1 關係圖，比起熱阻更早達到飽和，



意味著大大提高毛細組織的熱傳能力並無必要，獲益有限。

圖 4.15 為無因次化總壓降與 Bi_1 數關係圖。兩種模型總壓降皆隨 Bi_1 增加而上升，最後趨於定值。由式(4.34)(4.43)可以看出當 Bi_1 增加時熱源分布對於壓降的影響更明顯，而 Bi_1 增加代表蒸發更趨強烈，使得液體的循環速度增加，從達西定律的假設中可以看出當速度增加時壓降也會隨之上升，因此當 Bi_1 增加時壓降會隨之上升。另外在完全非均溫模型下，冷凝端的溫度不均勻性會更進一步增加熱源分布對於壓降的影響程度，使得其總壓降比完全均溫模型來得高。

4-2-5 工作流體

工作流體也是影響均溫板的關鍵因素之一，如 2-1-3 節所提，較高的液體密度可以使得相同質量的液體有較小的體積，而較高的潛熱也可以較少的流體質量帶走較多的熱量，黏滯係數小則可以使流體在毛細組織內流動時有更小的阻力。在此我們選出四種均溫板中常見的液體作為比較，水、丙酮、乙醇及甲醇，水、丙酮、乙醇、甲醇使用的流體性質分別如圖 4.1、圖 4.16、圖 4.17、圖 4.18。

本研究假設毛細組織為最常見的燒結粉末，在表 2.2 中可以得到毛細組織的平均顆粒半徑來求得等效半徑，而燒結粉末的顆粒半徑與滲透率的關係通常用下列布萊克－柯澤尼方程(Blake-Kozeny equation)[65]表示

$$K = \frac{r_s \varepsilon^3}{37.5(1-\varepsilon)^2} \quad (4.47)$$

其中 K 為滲透率， r_s 為燒結粉末顆粒半徑， ε 為孔隙率，而這裡我們採用立方最密堆積的 0.74 作為計算，因此我們可以獲得在固定的滲透率下所需的燒結粉末顆粒半徑，並使用楊－拉普拉斯公式(4.26)得到毛細力作為預測毛細極限的指標。

圖 4.19—圖 4.22 分別為工作流體為水、丙酮、乙醇、甲醇的熱通量與兩種模型得出的總壓降，紅線為完全非均溫模型，黑線為完全均溫模型，藍線則是由

式(4.26)求得毛細組織能提供的最大毛細壓力，圖中的交點則為均溫板的毛細極限。完全非均溫模型的總壓降整體大於完全均溫模型，是由於完全非均溫模型的冷凝端的流場受到熱源分布的影響，而完全均溫模型的冷凝端為均溫。毛細壓力受到毛細組織等效毛細半徑與工作流體表面張力影響，其中毛細組織等效毛細半徑不變，而工作流體的表面張力則因飽和溫度上升而下降，因此圖上的毛細力隨著熱通量增加而下降。

圖 4.23 為四種工作流體在兩種模型下的毛細極限比較。圖 4.19—圖 4.22 可以看出由於完全非均溫模型的總壓降會比完全均溫模型高，因此完全均溫模型預估的毛細極限會比完全非均溫模型高。不同工作流體比較下，水為最高、甲醇次之，而後為丙酮和乙醇，Ji et al.[25]在論文中的實驗數據與提出的理論分析也得到水的毛細極限大於丙酮，丙酮的毛細極限則又大於乙醇，Zohuri[67]使用優值估計能提供毛細壓力的大小為水>甲醇>丙酮，與本研究的結論相同。



第5章 結論與未來展望

本研究提出了均溫板的理論模型，求解均溫板的溫度場、流場以及壓力場，並以熱阻分析均溫板的熱傳性質、以最大流路壓降分析內部流場的流況，並以模擬驗證數學推導的準確性，最後再以解析解探討諸參數對於均溫板性能的影響，試圖釐清其中的物理機制。5-1 節分別整理完全均溫模型與完全非均溫模型的理論模型與實驗數據比較結論，以及單熱源均溫板下影響熱阻與總壓降的參數探討之研究結論，5-2 節則會提出本研究尚可改進之處或未來可行的研究方向。

5-1 結論

5-1-1 均溫板的兩種模型

- (1) 在本研究中將均溫板的數學模型分為完全均溫模型和完全非均溫模型兩個部分。完全均溫模型假設蒸氣均勻混和，使得冷凝端的溫度均勻分佈，為均溫板的一種極限；另一方面，完全非均溫模型模擬均溫板的另一種極限，即在蒸氣區域蒸氣完全沒有混和。
- (2) 在本研究中將均溫板中複雜的蒸發冷凝現象簡化為熱對流係數，以便更容易求解解析解。
- (3) 為了預測均溫板中的飽和溫度以此獲得均溫板的溫度場，本研究提出了一種迭代計算方法以獲得飽和溫度。
- (4) 研究使用 ANSYS 軟件進行了模擬和分析。通過與 ANSYS 的結果進行比較，確認了理論模型中將毛細組織忽略對流項與黏滯項的簡化是合理的，並驗證了理論推導的推導過程無誤。
- (5) 在比較理論模型和實驗結果之間的差異時，我們發現實驗結果大多偏向於完

全均溫模型，顯示實驗的均溫板發揮良好的功效，使冷凝端溫度較為均勻。



5-1-2 單熱源的參數討論

- (1) 本研究提出了均溫板最大流路壓降的計算方法，在忽略蒸氣區域的厚度影響下，與熱管的區別是總壓降並非是氣體壓降與液體壓降串聯，而是僅與液體壓降有關。
- (2) 固定熱源功率下，當熱源面積越大時熱阻越小，並且在熱源面積與均溫板面積相等下，完全均溫模型與完全非均溫模型會達到相同的預測。
- (3) 均溫板的長寬比較小時完全非均溫模型的熱阻較大，當長寬比開始增大時會迅速下降而超過 0.4 之後的變化就不大；反之，完全均溫模型則是在長寬比較小時熱阻較小，而在長寬比接近一時較大，這顯示了如果可以使均溫板的蒸氣充分混和，在長寬比小時反而熱阻能下降。
- (4) 均溫板中的環境熱對流係數與毛細組織等效熱傳導係數在值較小時，二者對降低均溫板熱阻與總壓降的效果較好，當值逐漸上升時，對於均溫板熱阻降低與總壓降增加的效果不顯著。
- (5) 對四種工作流體的毛細極限熱通量的比較，水的毛細極限熱通量最高，其次為甲醇，而後為丙酮，最後為乙醇，與文獻中的研究結果相符合。

5-2 未來展望

- (1) 本論文所簡化的蒸發及冷凝熱對流係數並未考慮工作流體的影響，未來可以考慮將流體性質加入影響蒸發冷凝的熱對流係數中。
- (2) 本研究採用蒸發端與冷凝端的平均值作為飽和溫度，可以考慮使用蒸發端和冷凝端平面的平均值，或不將蒸氣溫度視為定值，而是設法求解蒸氣區域溫度場，這樣也會更符合均溫板內部的物理現象。
- (3) 本研究僅探討了單個變因對於均溫板的熱阻與最大流路壓降的影響，從單變

因的分析中大多都是單調遞增或是單調遞減，當兩個或多個變因同時改變時或許能捕捉到不同物理機制的轉換點。

- 
- (4) 本研究僅探討了單熱源下的均溫板性能，然而實際的應用情況可能會有多個熱源，未來可以研究如何優化的熱源分布，在多個給定熱源下得到最低的熱阻與最小的總壓降。
 - (5) 本研究假設毛細組織為均勻飽和溫度，當毛細組織厚度增加時，此假設較不適用，若加入計算毛細組織的飽和溫度，能更貼近均溫板的實際情況。
 - (6) 本研究直接假設毛細組織的動量守恆方程式為達西定律，並無考慮表面張力，未來可以將表面張力加入動量守恆方程式計算。

附錄

附錄 A：毛細組織（飽和液體層）



首先考慮第二層，假設毛細層為均質，熱量由第一層向上傳遞至 $z = z_2$ ，所有的

熱量只使用於相變化，且蒸發只發生在此界面。對 $dx \times dy \times t_2$ 取控制體積並由質

量守恆得到

$$M_x - M_{x+dx} + M_y - M_{y+dy} - M_{z_2} = 0 \quad (A-1)$$

其中 M 代表截面的質量流率。再對同一空間取能量守恆得如圖 A-1，得

$$q_l'' dx dy - M_{z_2} h_g + M_x h_f - M_{x+dx} h_f + M_y h_f - M_{y+dy} h_f = 0 \quad (A-2)$$

將(A-1)帶入(A-2)整理得到

$$M_{z_2} = \frac{q_l'' dx dy}{h_{fg}} \quad (A-3)$$

另一方面 $M_x = \rho_l u dy t_2$ 且 $M_y = \rho_l v dx t_2$ 故

$$M_x - M_{x+dx} = -\frac{\partial M}{\partial x} dx = -\rho_l \frac{\partial u}{\partial x} dy t_2 dx \quad (A-4)$$

$$M_y - M_{y+dy} = -\frac{\partial M}{\partial y} dy = -\rho_l \frac{\partial v}{\partial y} dx t_2 dy \quad (A-5)$$

將(A-3)~(A-5)帶入(A-1)得

$$-\rho_l \frac{\partial u}{\partial x} dy t_2 dx - \rho_l \frac{\partial v}{\partial y} dx t_2 dy - \frac{q_l'' dx dy}{h_{fg}} = 0 \quad (A-6)$$

整理後得

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{q_l''}{t_2 \rho_l h_{fg}} \quad (A-7)$$

且同理可得第四層在 $z = z_3$ 之冷凝速率為



$$M_{z_3} = \frac{q''_{4}dxdy}{h_{fg}} \quad (A-8)$$

及流場統御方程為

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{q''_4}{t_4 \rho_l h_{fg}} \quad (A-9)$$

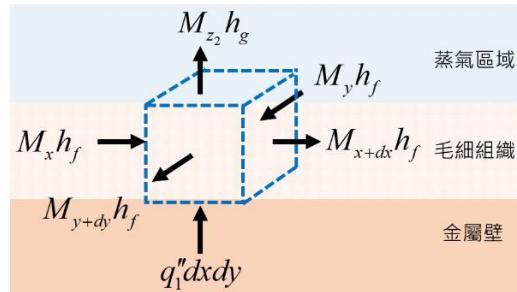


圖 A-1 毛細組織控制體積能量進出示意圖

附錄 B：第三層飽和蒸汽層

假設蒸氣層為均質，蒸氣帶有的能量由第二層向上傳遞至此層，並只在 $z = z_3$ 的介面發生凝結，所有熱量只使用於相變化，並將熱量傳往第四層。對 $dx \times dy \times t_3$ 取控制體積由質量守恆得

$$M_x - M_{x+dx} + M_y - M_{y+dy} + M_{z_2} - M_{z_3} = 0 \quad (B-1)$$

對同一空間取能量守恆得如圖二

$$M_{z_2} h_g - M_{z_3} h_g + M_x h_g - M_{x+dx} h_g + M_y h_g - M_{y+dy} h_g = 0 \quad (B-2)$$

同時除 h_g 後得到和(B-1)相同的式子。

如同(A-4)，蒸氣層內的質量流量可寫為 $M_x = \rho_v u dy t_3$ 且 $M_y = \rho_v v dx t_3$ ，故



$$M_x - M_{x+dx} = -\rho_v \frac{\partial u}{\partial x} dy t_3 dx \quad (B-3)$$

$$M_y - M_{y+dy} = -\rho_v \frac{\partial v}{\partial y} dx t_3 dy \quad (B-4)$$

將(A-3)(A-8)(B-3)(B-4)帶入(B-1)

$$-\rho_v \frac{\partial u}{\partial x} dy t_3 dx - \rho_v \frac{\partial v}{\partial y} dx t_3 dy + \frac{q'' dx dy}{h_{fg}} - \frac{q'' dx dy}{h_{fg}} = 0 \quad (B-5)$$

整理得到

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{q'' - q''}{t_3 \rho_v h_{fg}} \quad (B-6)$$

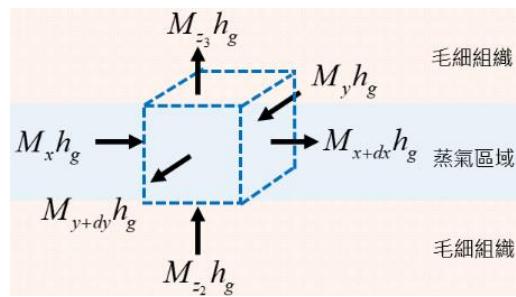
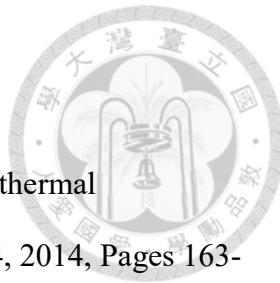
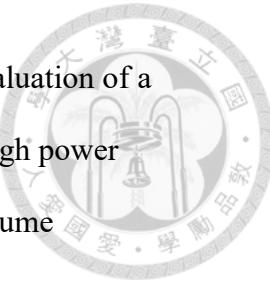


圖 B-1 蒸氣區域控制體積能量進出示意圖

參考資料



- [1] Arden L. Moore, Li Shi, Emerging challenges and materials for thermal management of electronics, *Materials Today*, Volume 17, Issue 4, 2014, Pages 163-174, ISSN 1369-7021, <https://doi.org/10.1016/j.mattod.2014.04.003>.
- [2] Xianping Chen, Huaiyu Ye, Xuejun Fan, Tianling Ren, Guoqi Zhang, A review of small heat pipes for electronics, *Applied Thermal Engineering*, Volume 96, 2016, Pages 1-17, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.11.048>.
- [3] Tengqing Liu, Wentao Yan, Wei Wu, Shuangfeng Wang, Thermal performance enhancement of vapor chamber with modified thin screen mesh wick by laser etching, *Case Studies in Thermal Engineering*, Volume 28, 2021, 101525, ISSN 2214-157X, <https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.101525>.
- [4] Tong Hong Wang, Chang-Chi Lee, Yi-Shao Lai, Thermal characteristics evaluation for board-level high performance flip-chip package equipped with vapor chamber as heat spreader, *Microelectronic Engineering*, Volume 87, Issue 12, 2010, Pages 2463-2467, ISSN 0167-9317, <https://doi.org/10.1016/j.mee.2010.05.002>.
- [5] P. Naphon, S. Wiriyasart, S. Wongwises, Thermal cooling enhancement techniques for electronic components, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 61, 2015, Pages 140-145, ISSN 0735-1933, <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2014.12.005>.
- [6] Maziar Aghvami, Amir Faghri, Analysis of flat heat pipes with various heating and cooling configurations, *Applied Thermal Engineering*, Volume 31, Issues 14–15, 2011, Pages 2645-2655, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.04.034>.



- [7] Ji Li, Xingping Li, Guohui Zhou, Yang Liu, Development and evaluation of a supersized aluminum flat plate heat pipe for natural cooling of high power telecommunication equipment, *Applied Thermal Engineering*, Volume 184, 2021, 116278, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.116278>.
- [8] Weiping Li, Longjian Li, Wenzhi Cui, Mengting Guo, Experimental investigation on the thermal performance of vapor chamber in a compound liquid cooling system, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 170, 2021, 121026, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121026>.
- [9] Jin Sub Kim, Dong Hwan Shin, Seung M. You, Jungho Lee, Thermal performance of aluminum vapor chamber for EV battery thermal management, *Applied Thermal Engineering*, Volume 185, 2021, 116337, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.116337>.
- [10] Guohui Zhou, Jingzhi Zhou, Xiulan Huai, Feng Zhou, Yawen Jiang, A two-phase liquid immersion cooling strategy utilizing vapor chamber heat spreader for data center servers, *Applied Thermal Engineering*, Volume 210, 2022, 118289, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.118289>.
- [11] Yu-Tang Chen, Shung-Wen Kang, Yu-Hsun Hung, Chun-Hsien Huang, Kun-Cheng Chien, Feasibility study of an aluminum vapor chamber with radial grooved and sintered powders wick structures, *Applied Thermal Engineering*, Volume 51, Issues 1–2, 2013, Pages 864-870, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2012.10.035>.
- [12] Yong Li, Wenjie Zhou, Zixi Li, Zhaoshu Chen, Yunhua Gan, Experimental analysis of thin vapor chamber with composite wick structure under different cooling

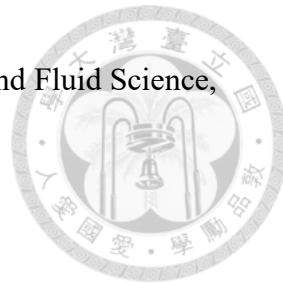
conditions, Applied Thermal Engineering, Volume 156, 2019, Pages 471-484, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.04.094>.

- [13] Jian Zeng, Shiwei Zhang, Gong Chen, Lang Lin, Yalong Sun, Lin Chuai, Wei Yuan, Experimental investigation on thermal performance of aluminum vapor chamber using micro-grooved wick with reentrant cavity array, Applied Thermal Engineering, Volume 130, 2018, Pages 185-194, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.11.031>.
- [14] Chao Liu, Dinghua Hu, Qiang li, Xuemei Chen, Zhiwei Zhang, Fan Zhou, Vapor chamber with two-layer liquid supply evaporator wick for high-heat-flux devices, Applied Thermal Engineering, Volume 190, 2021, 116803, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116803>.
- [15] Zhou, F., Liu, Y., and Dede, E. M. (June 12, 2019). "Design, Fabrication, and Performance Evaluation of a Hybrid Wick Vapor Chamber." ASME. J. Heat Transfer. August 2019; 141(8): 081802. <https://doi.org/10.1115/1.4043797>
- [16] Justin A. Weibel, Suresh V. Garimella, Visualization of vapor formation regimes during capillary-fed boiling in sintered-powder heat pipe wicks, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 55, Issues 13–14, 2012, Pages 3498-3510, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.03.021>.
- [17] Justin A. Weibel, Suresh V. Garimella, Mark T. North, Characterization of evaporation and boiling from sintered powder wicks fed by capillary action, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 53, Issues 19–20, 2010, Pages 4204-4215, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.05.043>.
- [18] Jiu Yu, Yong Li, Zhaoshu Chen, Qiliang Luo, Hanyin Chen, Xinkai Tang, Effect of the passage area ratio of wick on an ultra-thin vapour chamber with a spiral woven

mesh wick, Applied Thermal Engineering, Volume 196, 2021, 117282, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.117282>.

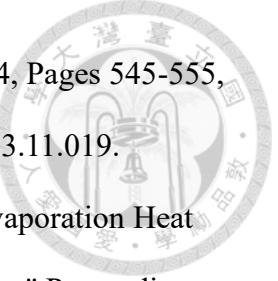
- [19] Kei Mizuta, Rinkoh Fukunaga, Kenji Fukuda, Susumu Nii, Tanemasa Asano, Development and characterization of a flat laminate vapor chamber, Applied Thermal Engineering, Volume 104, 2016, Pages 461-471, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.05.080>.
- [20] Yong Tang, Dong Yuan, Longsheng Lu, Zhenyong Wang, A multi-artery vapor chamber and its performance, Applied Thermal Engineering, Volume 60, Issues 1–2, 2013, Pages 15-23, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.06.014>.
- [21] Wiriyasart Songkran, Naphon Paisarn. Effect of heat source area on the thermal resistance of the wick columns vapor chambers. *J Mech Sci Technol* 30, 933–942 (2016). <https://doi.org/10.1007/s12206-016-0147-0>
- [22] Naphon Paisarn, Wiriyasart Songkran, Effect of sintering columns on the heat transfer and flow characteristics of the liquid cooling vapor chambers. *Heat Mass Transfer* 52, 1807–1820 (2016). <https://doi.org/10.1007/s00231-015-1699-8>
- [23] M. Muneeshwaran, Yu-Feng Lin, Leon Lin, Vanness Lin, Chi-Chuan Wang, A parametric study on the performance of vapor chamber in association with pillar distribution, Applied Thermal Engineering, Volume 207, 2022, 118217, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.118217>.
- [24] Wangyu Liu, Jingren Gou, Yuanqiang Luo, Min Zhang, The experimental investigation of a vapor chamber with compound columns under the influence of gravity, Applied Thermal Engineering, Volume 140, 2018, Pages 131-138, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2018.05.010>.
- [25] Xianbing Ji, Jinliang Xu, Aime Marthial Abanda, Copper foam based vapor

chamber for high heat flux dissipation, Experimental Thermal and Fluid Science, Volume 40, 2012, Pages 93-102, ISSN 0894-1777, <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2012.02.004>.



- [26] Ahmed A.A. Attia, Baiumy T.A. El-Assal, Experimental investigation of vapor chamber with different working fluids at different charge ratios, Ain Shams Engineering Journal, Volume 3, Issue 3, 2012, Pages 289-297, ISSN 2090-4479, <https://doi.org/10.1016/j.asej.2012.02.003>.
- [27] Hamdy Hassan, Souad Harmand, 3D transient model of vapour chamber: Effect of nanofluids on its performance, Applied Thermal Engineering, Volume 51, Issues 1–2, 2013, Pages 1191-1201, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2012.10.047>.
- [28] S. Adera, D. S. Antao, R. Raj and E. N. Wang, "Hotspot Thermal Management via Thin-Film Evaporation—Part I: Experimental Characterization, " in IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology, vol. 8, no. 1, pp. 88-98, Jan. 2018, doi: 10.1109/TCPMT.2017.2757463.
- [29] Yuan-Chun Li, Shwin-Chung Wong, Effects of vapor duct thickness on the capillary blocking and thermal performance of ultra-thin vapor chambers under natural convection cooling, Applied Thermal Engineering, Volume 195, 2021, 117148, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.117148>.
- [30] Mengyan Wang, Wenzhi Cui, Yuepan Hou, Thermal spreading resistance of grooved vapor chamber heat spreader, Applied Thermal Engineering, Volume 153, 2019, Pages 361-368, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.03.025>.
- [31] Mehdi Famouri, Gerardo Carbajal, Chen Li, Transient analysis of heat transfer and fluid flow in a polymer-based Micro Flat Heat Pipe with hybrid wicks,

International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 70, 2014, Pages 545-555,
ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.019>.

- 
- [32] Ranjan, R, Murthy, JY, & Garimella, SV. "Numerical Study of Evaporation Heat Transfer From the Liquid-Vapor Interface in Wick Microstructures." Proceedings of the ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Volume 9: Heat Transfer, Fluid Flows, and Thermal Systems, Parts A, B and C. Lake Buena Vista, Florida, USA. November 13–19, 2009. pp. 1323-1333. ASME. <https://doi.org/10.1115/IMECE2009-11326>
- [33] R. Ranjan, J. Y. Murthy, S. V. Garimella, D. H. Altman and M. T. North, "Modeling and Design Optimization of Ultrathin Vapor Chambers for High Heat Flux Applications, " in IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology, vol. 2, no. 9, pp. 1465-1479, Sept. 2012, doi: 10.1109/TCPMT.2012.2194738.
- [34] Cho, S., and Joshi, Y. (March 27, 2019). "Thermal Performance of Microelectronic Substrates With Submillimeter Integrated Vapor Chamber." ASME. J. Heat Transfer. May 2019; 141(5): 051401. <https://doi.org/10.1115/1.4042328>
- [35] Longsheng Lu, Yingxi Xie, Feixiang Zhang, Huosheng Liao, Xiaokang Liu, Yong Tang, Influence of a sintered central column on the thermal hydraulic performance of a vapor chamber: A numerical analysis, Applied Thermal Engineering, Volume 103, 2016, Pages 1176-1185, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.05.018>.
- [36] P. R. Parida et al., "Thermal Modeling of Vapor Chamber Heat Spreaders and Model Validation, " 2020 19th IEEE Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems (ITherm), Orlando, FL, USA, 2020, pp. 134-142, doi: 10.1109/ITherm45881.2020.9190467.



- [37] Yen-Shu Chen, Kuo-Hsiang Chien, Tzu-Chen Hung, Chi-Chuan Wang, Yuh-Ming Ferng, Bau-Shei Pei, Numerical simulation of a heat sink embedded with a vapor chamber and calculation of effective thermal conductivity of a vapor chamber, Applied Thermal Engineering, Volume 29, Issue 13, 2009, Pages 2655-2664, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2008.12.009>.
- [38] Qing-Hui Wang, Hao Zhao, Zhi-Jia Xu, Jing-Rong Li, Da-Xiang Deng, Ying-Jun Wang, Influence of groove parameters on the thermal hydraulic performance of a composite porous vapor chamber: A numerical study, Applied Thermal Engineering, Volume 172, 2020, 115149, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.115149>.
- [39] Qing-Hui Wang, Zhan-Hui Wu, Zhi-Jia Xu, Xiao-Lin Fang, Hao Zhao, Ying-Jun Wang, Da-Xiang Deng, Optimization of the coupling groove parameters of composite porous vapor chamber, Applied Thermal Engineering, Volume 205, 2022, 118007, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.118007>.
- [40] Myeongjin Kim, Kyun Ho Lee, Dong In Han, Joo Hyun Moon, Numerical case study and modeling for spreading thermal resistance and effective thermal conductivity for flat heat pipe, Case Studies in Thermal Engineering, Volume 31, 2022, 101803, ISSN 2214-157X, <https://doi.org/10.1016/j.csite.2022.101803>.
- [41] Han, Shuang, Lixin Yang, Zihao Tian, Xiaofei Yuan, and Hongyan Lu. 2020. "Research on a Simplified Model of an Aluminum Vapor Chamber in a Heat Dissipation System" Entropy 22, no. 1: 35. <https://doi.org/10.3390/e22010035>
- [42] Wang, Rong-Tsu; Wang, Jung-Chang; and Chang, Tien-Li (2011) "EXPERIMENTAL ANALYSIS FOR THERMAL PERFORMANCE OF A VAPOR CHAMBER APPLIED TO HIGH-PERFORMANCE SERVERS, "Journal

of Marine Science and Technology: Vol. 19: Iss. 4, Article 3. DOI: 10.51400/2709-6998.2175.

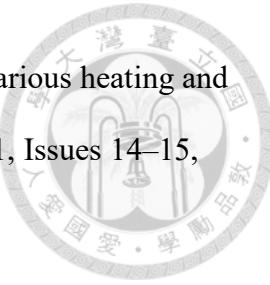
- 
- [43] I. Sauciuc, G. Chrysler, R. Mahajan and R. Prasher, "Spreading in the heat sink base: phase change systems or solid metals??, " in IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, vol. 25, no. 4, pp. 621-628, Dec. 2002, doi: 10.1109/TCAPT.2002.807994.
- [44] Soo Bin Kim, Kyu Han Kim, Seok Pil Jang, M.A. Kedzierski, Thermal characteristics of silicon wafer-based TVCs (thin vapor chambers) with disk-shape using DI water, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 127, Part A, 2018, Pages 526-534, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.06.100>.
- [45] Tanya Liu, Marc T. Dunham, Ki Wook Jung, Baoxing Chen, Mehdi Asheghi, Kenneth E. Goodson, Characterization and thermal modeling of a miniature silicon vapor chamber for die-level heat redistribution, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 152, 2020, 119569, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119569>.
- [46] Chen, Y., Chien, K., Wang, C., Hung, T., Ferng, Y., and Pei, B. (December 19, 2006). "Investigations of the Thermal Spreading Effects of Rectangular Conduction Plates and Vapor Chamber." ASME. J. Electron. Packag. September 2007; 129(3): 348–355. <https://doi.org/10.1115/1.2753970>
- [47] Huang, D., Jia, L., Wu, H. et al. Experimental Investigation on the Vapor Chambers with Sintered Copper Powder Wick. J. Therm. Sci. 30, 1938–1950 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11630-020-1366-3>
- [48] Hsu, C. T., Cheng, P., and Wong, K. W. (May 1, 1995). "A Lumped-Parameter Model for Stagnant Thermal Conductivity of Spatially Periodic Porous Media."

ASME. J. Heat Transfer. May 1995; 117(2): 264–269.

<https://doi.org/10.1115/1.2822515>

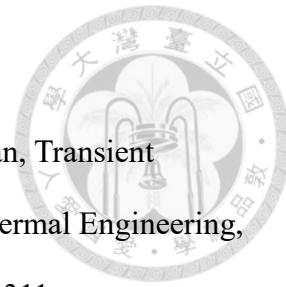
- [49] James K. Carson, Simon J. Lovatt, David J. Tanner, Andrew C. Cleland, Thermal conductivity bounds for isotropic, porous materials, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 48, Issue 11, 2005, Pages 2150-2158, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.12.032>.
- [50] Jinzao Xu, Benzheng Gao, Hongda Du, Feiyu Kang, A statistical model for effective thermal conductivity of composite materials, International Journal of Thermal Sciences, Volume 104, 2016, Pages 348-356, ISSN 1290-0729, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2015.12.023>.
- [51] Y. X. Wang, G. P. Peterson, Analytical Model for Capillary Evaporation Limitation in Thin Porous Layers, 2003, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 145-149, 17, 2, 10.2514/2.6769 , <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/2.6769>
- [52] S. Adera, D. S. Antao, R. Raj and E. N. Wang, "Hotspot Thermal Management via Thin-Film Evaporation—Part II: Modeling, " in IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology, vol. 8, no. 1, pp. 99-112, Jan. 2018, doi: 10.1109/TCMT.2017.2757461.
- [53] Deqiang Li, Zhe Huang, Jing Zhao, Qifei Jian, Yangyang Chen, Analysis of heat transfer performance and vapor–liquid meniscus shape of ultra-thin vapor chamber with supporting columns, Applied Thermal Engineering, Volume 193, 2021, 117001, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.117001>.
- [54] Jason Velardo, Randeep Singh, Ashwin Date, Abhijit Date, An Investigation into the Effective Thermal Conductivity of Vapour Chamber Heat Spreaders, Energy Procedia, Volume 110, 2017, Pages 256-261, ISSN 1876-6102, <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2017.03.136>.





- [55] Maziar Aghvami, Amir Faghri, Analysis of flat heat pipes with various heating and cooling configurations, *Applied Thermal Engineering*, Volume 31, Issues 14–15, 2011, Pages 2645-2655, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.04.034>.
- [56] F. Lefèvre, M. Lallemand, Coupled thermal and hydrodynamic models of flat micro heat pipes for the cooling of multiple electronic components, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 49, Issues 7–8, 2006, Pages 1375-1383, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.10.001>.
- [57] Bimal Subedi, Sung Hyoun Kim, Seok Pil Jang, M.A. Kedzierski, Effect of mesh wick geometry on the maximum heat transfer rate of flat-micro heat pipes with multi-heat sources and sinks, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 131, 2019, Pages 537-545, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.11.086>.
- [58] Rémi Revellin, Romuald Rullière, Frédéric Lefèvre, Jocelyn Bonjour, Experimental validation of an analytical model for predicting the thermal and hydrodynamic capabilities of flat micro heat pipes, *Applied Thermal Engineering*, Volume 29, Issues 5–6, 2009, Pages 1114-1122, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2008.06.002>.
- [59] Shou-Shing Hsieh, Ron-Yu Lee, Jin-Cherng Shyu, Shao-Wen Chen, Analytical solution of thermal resistance of vapor chamber heat sink with and without pillar, *Energy Conversion and Management*, Volume 48, Issue 10, 2007, Pages 2708-2717, ISSN 0196-8904, <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2007.04.022>.
- [60] S.A. Lurie, L.N. Rabinskiy, Y.O. Solyaev, Topology optimization of the wick geometry in a flat plate heat pipe, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 128, 2019, Pages 239-247, ISSN 0017-

9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.08.125>.



- [61] Souad Harmand, Raymond Sonan, Michel Fakès, Hamdy Hassan, Transient cooling of electronic components by flat heat pipes, *Applied Thermal Engineering*, Volume 31, Issues 11–12, 2011, Pages 1877-1885, ISSN 1359-4311, <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.02.034>.
- [62] Stéphane Lips, Frédéric Lefèvre, A general analytical model for the design of conventional heat pipes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 72, 2014, Pages 288-298, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.12.068>.
- [63] Gaurav Patankar, Justin A. Weibel, Suresh V. Garimella, A validated time-stepping analytical model for 3D transient vapor chamber transport, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 119, 2018, Pages 867-879, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.11.135>.
- [64] Faghri, A. (1995). *Heat pipe science and technology*. Washington, DC: Taylor & Francis.
- [65] Chi, S. W. (1976). *Heat pipe theory and practice*. New York: McGraw-Hill.
- [66] Munonyedi Egbo, A review of the thermal performance of vapor chambers and heat sinks: Critical heat flux, thermal resistances, and surface temperatures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 183, Part B, 2022, 122108, ISSN 0017-9310, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.122108>.
- [67] Zohuri, B. (2016). *Heat Pipe Theory and Modeling*. In: *Heat Pipe Design and Technology*. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-29841-2>
- [68] Amir Faghri, Yuwen Zhang, 10 - BOILING, *Transport Phenomena in Multiphase Systems*, Academic Press, 2006, Pages 765-852, ISBN 9780123706102, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-370610-2.50015-5>.

[69] Fluent, ANSYS (2009). ANSYS Fluent 12.0 user's guide. Ansys Inc, 15317, 1-2498.

[70] Xiaojin Wei and K. Sikka, "Modeling of vapor chamber as heat spreading devices," Thermal and Thermomechanical Proceedings 10th Intersociety Conference on Phenomena in Electronics Systems, 2006. ITHERM 2006., San Diego, CA, USA, 2006, pp. 578-585, doi: 10.1109/ITHERM.2006.1645397.

[71] http://www.thermalfluidscentral.org/encyclopedia/index.php/Thermophysical_Properties: Acetone

[72] http://www.thermalfluidscentral.org/encyclopedia/index.php/Thermophysical_Properties: Ethanol

[73] http://www.thermalfluidscentral.org/encyclopedia/index.php/Thermophysical_Properties: Methanol



表 1.1 均溫板實驗文獻比較

表 1.1 均溫板實驗文獻比較

作者	材料 (mm×mm×mm)	毛細組織結構	支撐柱結構	討論參數 ^a	最小熱阻 (K/W)	最大熱通量 (W/cm ²)
Chen et al.[9]	鋁 58×58×6	燒結粉末、溝槽	燒結粉末柱	填充率	0.69	41.34 ^b
Li et al.[10]	銅 90×90×2.51	燒結粉末、編織 網、複合結構	燒結粉末柱與 實心銅柱	填充率、冷端溫度	0.152	180
Zeng et al.[11]	鋁 90×90×0.5	溝槽	無	冷端流率、重力	0.055	25.4 ^b
Liu et al.[12]	銅 70×120×4	燒結粉末、編織 網	燒結粉末柱	燒結粉末顆粒直徑	0.1426	262
Zhou et al.[13]	銅 107×99×5.5	燒結粉末	無	燒結粉末顆粒直徑	0.15	450
Yu et al.[16]	銅 100×15×0.4	螺旋編織網	無	毛細組織與蒸氣區域面 積比	0.25	2.67 ^b
Mizuta et al.[17]	銅 50×50×2	細微柱	無	—	0.08	200
Tang et al.[18]	銅 90×90×3	燒結粉末	實心銅柱外包 燒結粉末	加熱面積	0.08	300 ^b
Songkran et al.[19]	銅 100×100×4.4	燒結粉末	燒結粉末柱與 實心銅柱	加熱面積、冷端流率	0.4	— ^c
Paisarn et al.[20]	銅 100×100×4.5	燒結粉末	燒結粉末柱	加熱面積、冷端流率	0.75	— ^c
Muneeshwaran et al.[21]	銅 60×60×2.7	燒結粉末、編織 網	實心銅柱外包 燒結粉末	毛細組織厚度、支撐柱 排列方式	0.18	9.1 ^b



作者	材料	均溫板尺寸 (mm×mm×mm)	毛細組織結構	支撐柱結構	討論參數	最小熱阻 (K/W)	最大熱通量 (W/cm ²)
Liu et al.[22]	銅	66×66×5	燒結粉末	泡沫銅柱	毛細組織結構、重力	0.08	6
Ji et al.[23]	銅	φ100×1	泡沫結構	泡沫銅柱	工作流體、重力	0.09	216 ^b
Attia et al.[24]	銅	φ50×4	燒結粉末	無	工作流體	0.076	3 ^b
Li et.al.[27]	銅	140×80×0.38	燒結粉末	無	蒸氣區域厚度、填充率	0.25	1.5
Wang et al.[28]	銅	120×120×7.5	溝槽、細微柱	實心銅柱	填充率	0.085	38.89
Ranjan et al.[31]	銅錳 合金	30×30×6	燒結粉末	無	蒸氣區域與毛細組織厚 度、飽和溫度	0.65	480
Cho et al.[32]	銅	152×152×9	細微柱	實心銅柱	—	17.5	160
Kim et al.[42]	矽	Φ10×0.3	細微柱	無	均溫板半徑、毛細組織 厚度、微柱直徑	0.21	— ^c
Liu et al.[43]	矽	15×15×1.5	細微柱	無	填充率	0.95	103

- a.所有的論文皆有討論熱量/熱通量對熱阻的影響，因此熱通量不列入討論參數中。
- b.最大熱通量並非發生在熱阻最低的部分
- c.文獻中沒有提到熱源面積



表 1.2 本論文研究之均溫板與文獻中理論分析之均溫板整理與比較

作者	維度		假設		熱源 型態	熱源與 冷端位置 ^a	計算範圍	特色
	固 體	液 體	暫 態/ 穩 態	相 變 化				
本研究	3D	2D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 不同平面	計算溫度、 流、壓力場
Li et al.[51]	2D	2D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	單熱源 相同平面	計算溫度、 流、壓力場
Velardo et al.[52]	2D	—	—	穩態	將蒸氣區域 以固體熱傳 導計算	—	單熱源 不同平面	僅計算溫度場 —
Aghvami 和 Faghri[53]	2D	2D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 相同平面	計算溫度、 流、壓力場 —
Lefèvre 和 Lallemand[54]	3D	2D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 相同平面	計算溫度、 流、壓力場 —
Subedi et al.[55]	3D	3D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 相同平面	計算溫度、 流、壓力場 —



作者	維度		假設		熱源 型態	熱源與 冷端位置 ^a	計算範圍	特色
	固 體	液 體	暫 態/ 穩 態	相 變 化				
Revellin et al.[56]	3D	2D	2D	穩態	視為熱對流	假設為 飽和溫度	多熱源 相同平面	計算溫度、 流、壓力場 針對蒸發和冷凝的熱 對流係數修正
Hsieh et al.[57]	3D	—	—	穩態	視為熱對流	—	單熱源 不同平面	僅計算溫度場 考慮中心柱對於溫度 場的影響
Lurie et al.[58]	3D	2D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 相同平面	計算溫度、 流、壓力場 毛細組織與蒸氣區域 不需為分層結構
Harmand et al.[59]	3D	2D	2D	暫態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 不同平面	計算溫度、 流、壓力場 —
Lips 和 Lefèvre[60]	3D	2D	2D	穩態	視為熱對流	皆為 飽和溫度	多熱源 不同平面	計算溫度、 流、壓力場 同時可以將同組方程 式應用至圓形熱管
Patankar et al.[61]	2D	2D	3D	暫態	使用空氣動 力學以質量 流率計算	毛細區域視為固 體、蒸氣區域則 計算飽和溫度場	多熱源 不同平面	計算溫度、 流、壓力場 考慮流體蒸發和冷凝 的質量流率的暫態步 進模型

a 热源與冷端是否同平面的示意圖如圖 1.1 所示，圖中僅為示意，確切熱源與冷端位置依各論文所述。



表 2.1 工作流體與腔體相容性[64]

工作流體	相容	不相容
水	不鏽鋼、銅、二氧化矽、鎳、鈦	鋁、鎳鉻合金
氮	鋁、不鏽鋼、鐵、鎳	銅
丙酮	鋁、不鏽鋼、銅、黃銅、二氧化矽	無
甲醇	不鏽鋼、銅、黃銅、鎳	鋁

表 2.2 常見毛細結構之等效毛細管半徑[67]

結構	R_{eff}	符號意義
毛細管	r	$r =$ 毛細管半徑
方形溝槽	w	$w =$ 溝槽寬度
編織網	$\frac{w + d_w}{2} = \frac{1}{2N}$	$w =$ 線寬間距 $d_w =$ 線寬 $N =$ 網目數
燒結粉末	$0.41r_s$	$r_s =$ 粉末半徑

表 3.1 完全均溫模型測試例幾何及環境參數[35]

幾何	值
均溫板尺寸	$80 \times 80 \times 4 \text{ mm}^3$
銅壁厚度	1 mm
毛細組織厚度	0.5 mm
蒸氣區域厚度	1 mm
熱源面積	$20 \times 20 \text{ mm}^2$
熱通量	22.5 W/cm^2
均溫板表面熱對流係數	$587.4 \text{ W/m}^2\text{K}$
環境溫度	300 K

表 3.2 完全均溫模型測試例流體參數[35]

區域	變數	值
	流體飽和溫度	323.8 K
飽和液體	密度	979.355 kg/m^3
	黏滯係數	$4.2464 \times 10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
	潛熱	$2406 \times 10^7 \text{ J/kg}$
飽和氣體	密度	0.186 kg/m^3
	黏滯係數	$1.0774 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
銅壁、 毛細組織	熱傳導係數	$401 \text{ W/m}\cdot\text{K}$
	毛細組織等效熱傳導係數	$8.59 \text{ W/m}\cdot\text{K}$
	滲透率	$4.9 \times 10^{-13} \text{ m}^2$
邊界條件	速度入口	$2.453 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

表 3.3 以 Lu et al. [35] 之參數計算之飽和溫度、熱阻與其實驗值

q_1'' (W/cm ²)	T _{sat} (K)	R _{完全均溫} (K/W)	T _{sat} (K)	R _{完全非均溫} (K/W)	R _{實驗值} (K/W)
22.5	324.758	0.1291	334.912	0.1399	0.131

表 3.4 以 Zhou et al. [15] 之參數計算之飽和溫度、熱阻與其實驗值

q_1'' (W/cm ²)	T _{sat} (K)	R _{完全均溫} (K/W)	T _{sat} (K)	R _{完全非均溫} (K/W)	R _{實驗值} (K/W)
20	305.188	0.4224	318.660	1.5041	0.597
40	307.711	0.2892	325.405	0.9072	0.508
60	310.223	0.2443	332.137	0.7069	0.302
80	312.747	0.2216	338.863	0.6063	0.271
100	315.271	0.2077	345.581	0.5455	0.250
120	317.795	0.1983	352.290	0.5045	0.240
140	320.319	0.1915	358.999	0.4753	0.233
160	322.843	0.1862	365.703	0.4531	0.226
180	325.368	0.1819	372.401	0.4357	0.221
200	327.892	0.1784	379.108	0.4221	0.215

表 3.5 以 Wiriyasart et al. [21] 之參數計算之飽和溫度、熱阻與其實驗值

q''_1 (W/cm ²)	h_∞ (W/m ² K)	T_{sat} (K)	$R_{\text{完全均溫}}$ (K/W)	T_{sat} (K)	$R_{\text{完全非均溫}}$ (K/W)	$R_{\text{實驗值}}$ (K/W)
5.55	555.56	323.214	0.5161	326.977	0.6296	0.5550
	892.86	322.790	0.5142	322.647	0.5606	0.5460
	1165.50	322.627	0.5118	320.469	0.5239	0.5412
	1412.43	322.533	0.5080	319.016	0.4988	0.5442
	1633.99	322.473	0.5014	317.982	0.4807	0.5368
	1872.66	322.425	0.4844	317.067	0.4645	0.5166
4.08	606.06	322.800	0.5029	324.075	0.5592	0.4450
	917.43	322.451	0.5015	320.487	0.5019	0.4320
	1149.43	322.314	0.4988	318.729	0.4724	0.4290
	1436.78	322.205	0.4944	317.124	0.4449	0.4174
	1700.68	322.138	0.4889	316.002	0.4253	0.4112
	1872.66	322.104	0.4749	315.396	0.4146	0.4106
3.125	636.94	322.440	0.4914	322.001	0.5660	0.4070
	970.87	322.103	0.4903	318.559	0.5646	0.4070
	1344.09	321.925	0.4881	316.884	0.5619	0.4096
	1633.99	321.842	0.4847	315.364	0.5574	0.3978
	1915.71	321.786	0.4776	314.307	0.5518	0.3918
	2083.33	321.760	0.4640	313.739	0.5377	0.3880

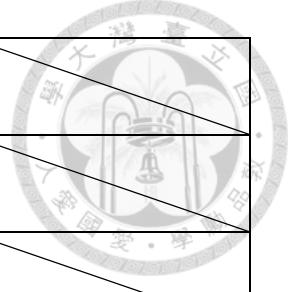
表 4.1 均溫板測試例參數，水 300K 下之流體性質

數學符號	物理意義	值	數學符號	物理意義	值
a	均溫板長度	0.04 m	t_5	第五層厚度	0.002 m
b	均溫板寬度	0.04 m	k_1	第一層熱傳導係數	400 W/mK
z_5	均溫板厚度	0.007 m	k_{2eff}	第二層毛細組織熱傳導係數	5 W/mK
c	熱源長度	0.01 m	k_5	第五層熱傳導係數	400 W/mK
d	熱源寬度	0.01 m	K_2	第二層滲透率	10^{-11} m^2
Q_0	熱源功率	200 W	K_4	第四層滲透率	10^{-11} m^2
T_∞	周圍溫度	300 K	ρ_l	液體密度	996.96 kg/m ³
t_1	第一層厚度	0.002 m	ρ_v	氣體密度	0.028 kg/m ³
t_2	第二層厚度	0.0005 m	μ_l	液體黏滯係數	8.8156×10^{-4} kg/ms
t_3	第三層厚度	0.002 m	μ_v	氣體黏滯係數	9.1274×10^{-6} kg/ms
t_4	第四層厚度	0.0005 m	h_{fg}	汽化潛熱	2437 kJ/kg

表 4.2 均溫板測試例無因次參數



Π	數學式	物理意義	固定值
x^*	$\frac{x}{a}$	x 方向位置與均溫板長度比例	
y^*	$\frac{y}{b}$	y 方向位置與均溫板長度比例	
a^*	$\frac{a}{z_5}$	均溫板長度與厚度比例	5.7143
b^*	$\frac{b}{z_5}$	均溫板寬度與厚度比例	5.7143
c^*	$\frac{c}{z_5}$	熱源長度與均溫板厚度比例	1.4286
d^*	$\frac{d}{z_5}$	熱源寬度與均溫板厚度比例	1.4286
z_1^*	$\frac{z_1}{z_5}$	底部至第一層厚度與厚度比例	0.2857
z_2^*	$\frac{z_2}{z_5}$	底部至第二層厚度與厚度比例	0.3571
z_3^*	$\frac{z_3}{z_5}$	底部至第三層厚度與厚度比例	0.6428
z_4^*	$\frac{z_4}{z_5}$	底部至第四層厚度與厚度比例	0.7142
K_2^*	$\frac{K_2}{z_5^2}$	第二層滲透率	2.0408×10^{-8}
K_4^*	$\frac{K_4}{z_5^2}$	第四層滲透率	2.0408×10^{-8}
h^*	$\frac{h_\infty}{h_1}$	熱源與對流面熱對流係數比值	0.05
Bi_1	$\frac{h_1 z_1}{k_1}$	第一層畢奧數	0.5
Bi_5	$\frac{h_\infty z_5}{k_5}$	第五層畢奧數	0.0875
Q_0^*	$\frac{Q_0}{4ab h_\infty (T_{sat} - T_\infty)}$	無因次化輸入功率	3.5



q''_0^*	$\frac{q''_0(x, y)}{Q_0/4ab}$	無因次化熱通量	
θ	$\frac{T - T_\infty}{T_{sat} - T_\infty}$	無因次化溫度	
R^*	$4abh_\infty R$	無因次化熱阻	
P^*	$\frac{P}{\mu_l Q_0 / K_2 t_2 \rho_l h_{fg}}$	無因次化總壓降	

表 4.3 均溫板測試例無因次參數

數學符號	固定值	變動範圍
a^*	5.7143	
b^*	5.7143	
c^*	1.4286	$1.4286 \leq c^* \leq 5.7143$
d^*	1.4286	$1.4286 \leq d^* \leq 5.7143$
$\frac{c^* d^*}{a^* b^*}$	0.0625	$0.0625 \leq \frac{c^* d^*}{a^* b^*} \leq 1$

表 4.4 長寬比參數變動範圍

數學符號	固定值	參數範圍
a^*	5.7143	$1.8069 \leq a^* \leq 5.7143$
b^*	5.7143	$5.7143 \leq b^* \leq 18.069$
c^*	1.4286	$0.4517 \leq c^* \leq 1.4286$
d^*	1.4286	$1.4286 \leq d^* \leq 4.5175$
$\frac{a^*}{b^*}$	1	$0.1 \leq \frac{a^*}{b^*} \leq 1$



表 4. 5 Bi_5 參數變動範圍

數學符號	固定值	參數範圍
Bi_5	0.0875	$0.0011 \leq Bi_5 \leq 0.0175$

表 4. 6 Bi_1 參數變動範圍

數學符號	固定值	參數範圍
Bi_1	0.05	$0.012 \leq Bi_1 \leq 1.6$

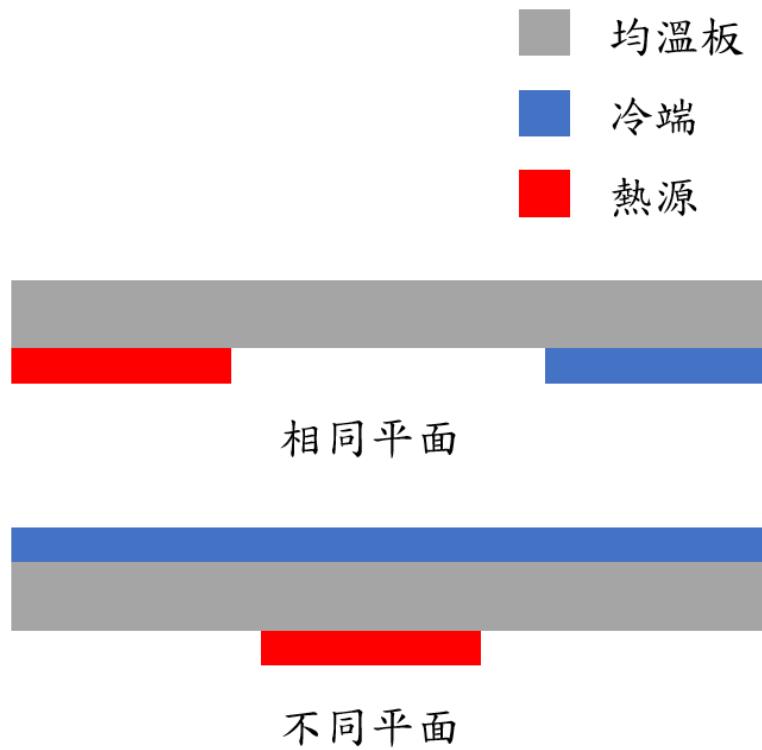


圖 1.1 均溫板熱源冷凝平面示意圖(灰色為均溫板，藍色為冷凝端，紅色為熱源)

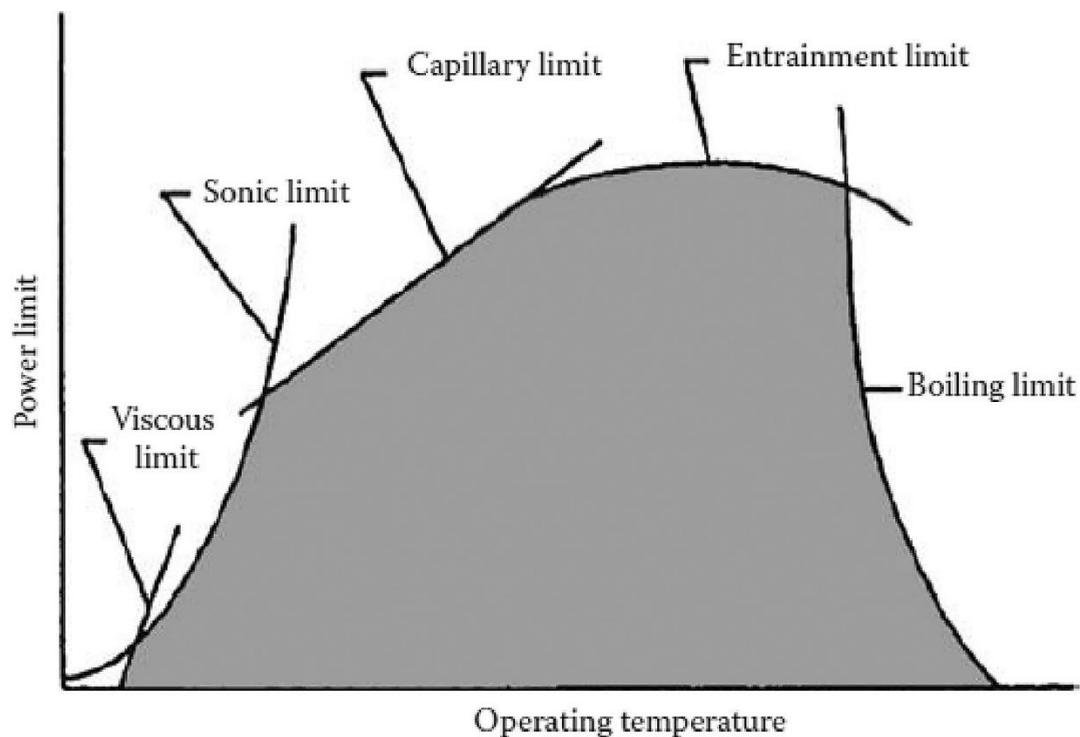


圖 2.1 均溫板之操作極限示意圖[66]

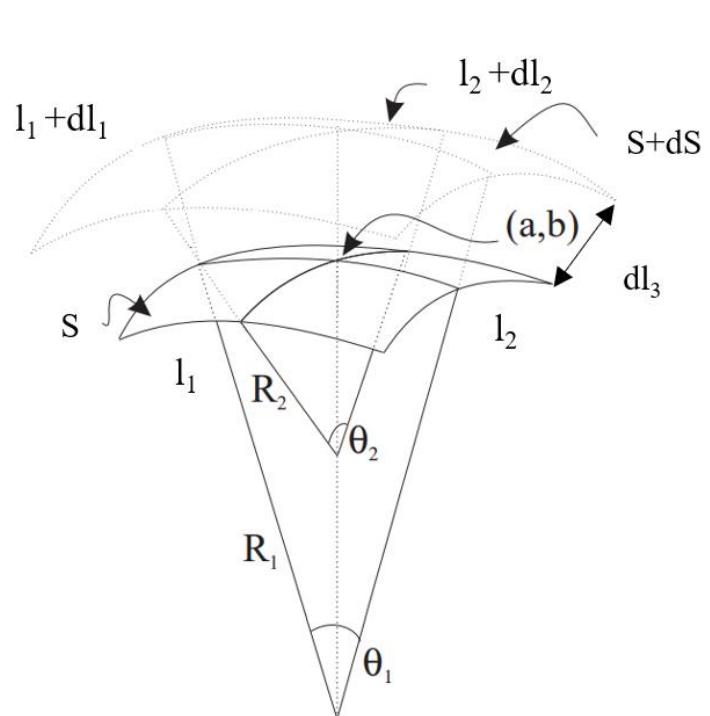


圖 2.2 氣液介面示意圖[66]

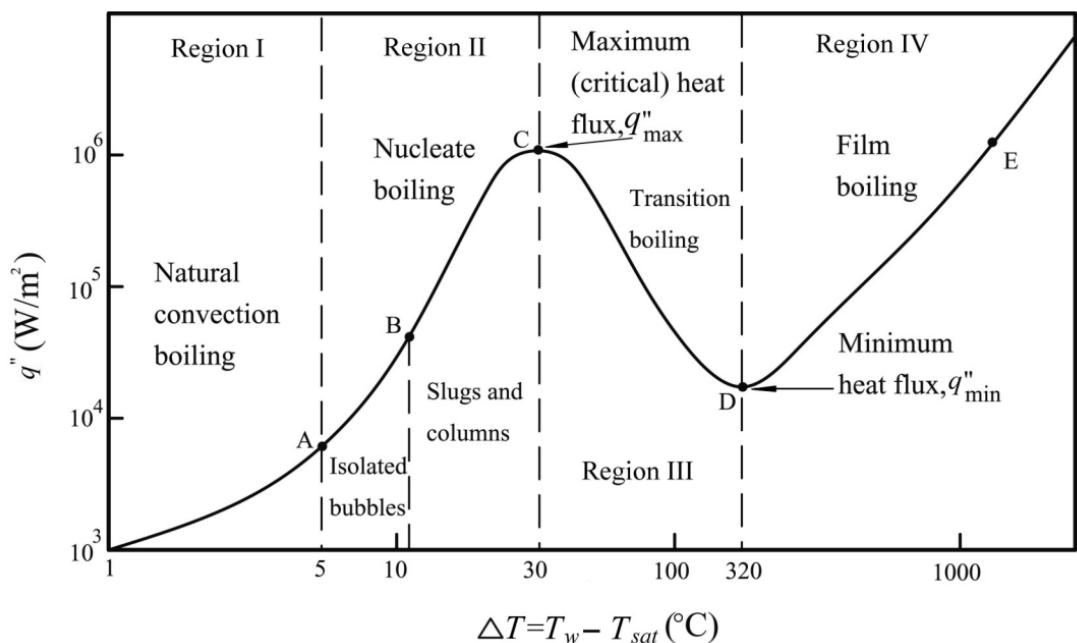


圖 2.3 池沸騰的熱通量與過熱度關係圖[68]

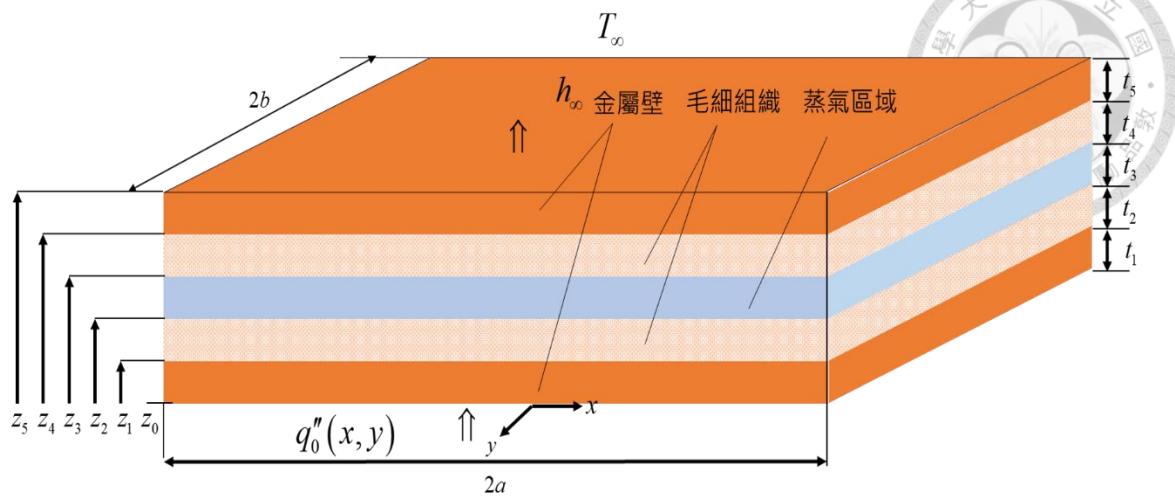


圖 3.1 均溫板模型示意圖

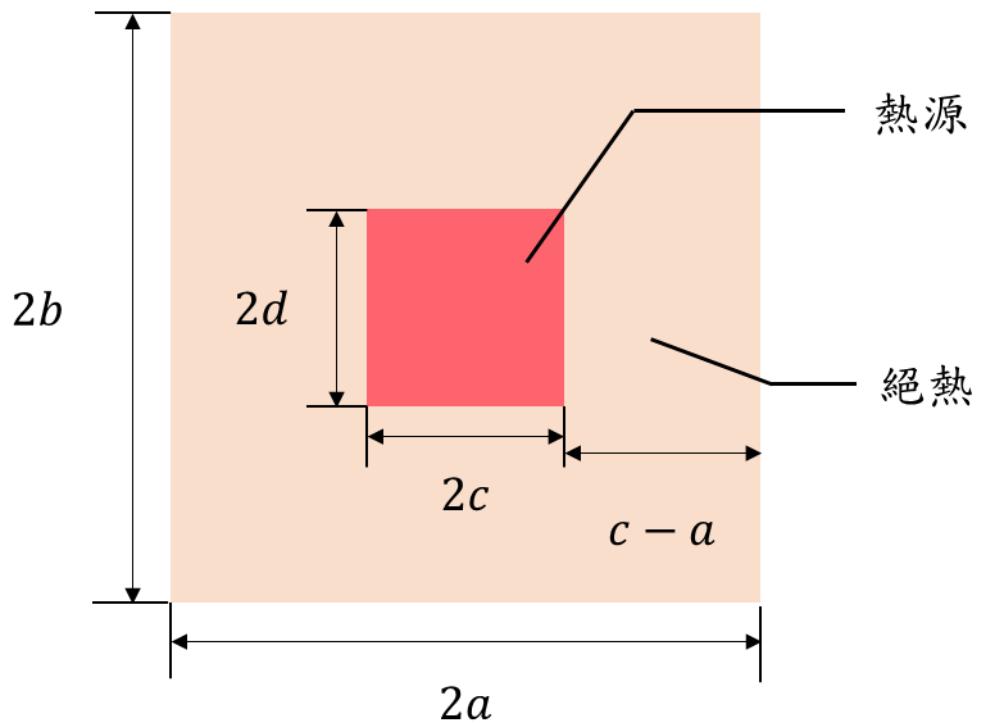


圖 3.2 第一層測試例熱源示意圖

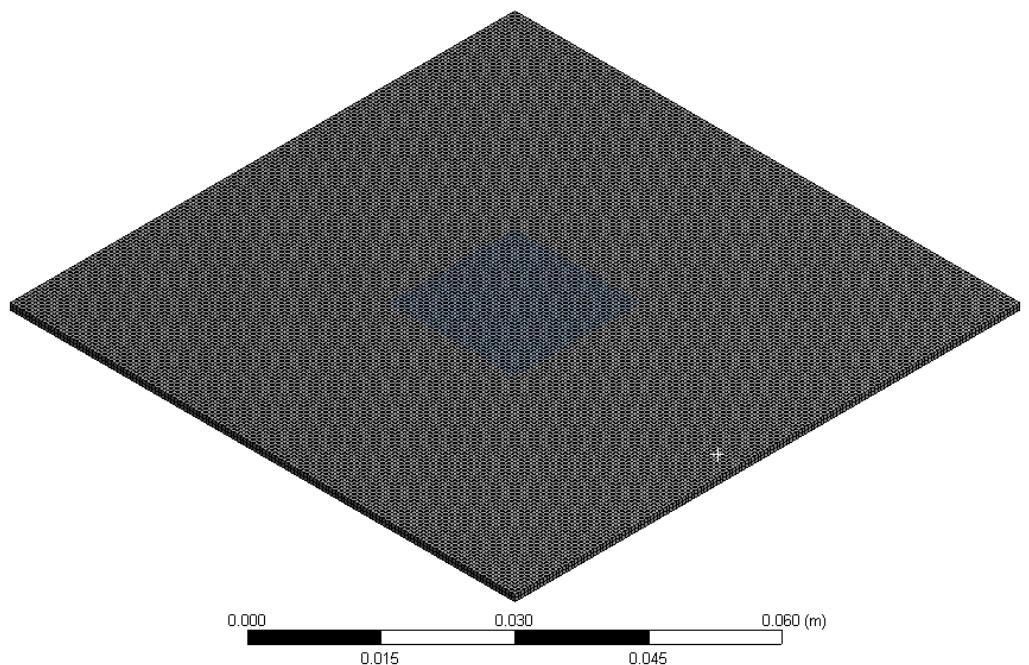


圖 3.3 第一層模擬網格設定

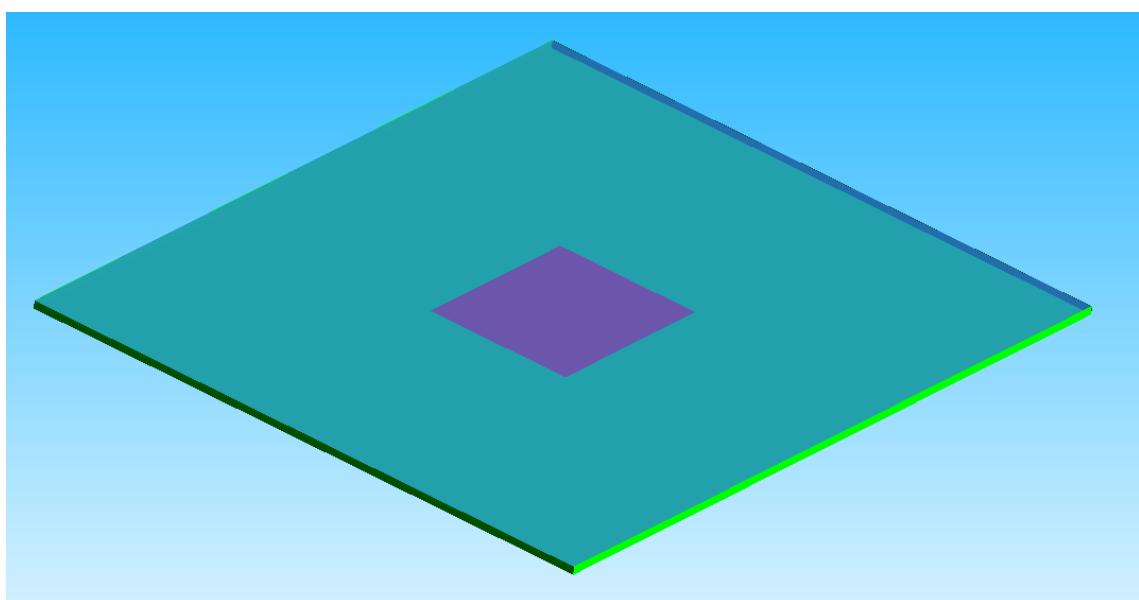


圖 3.4 第一層模擬邊界設定

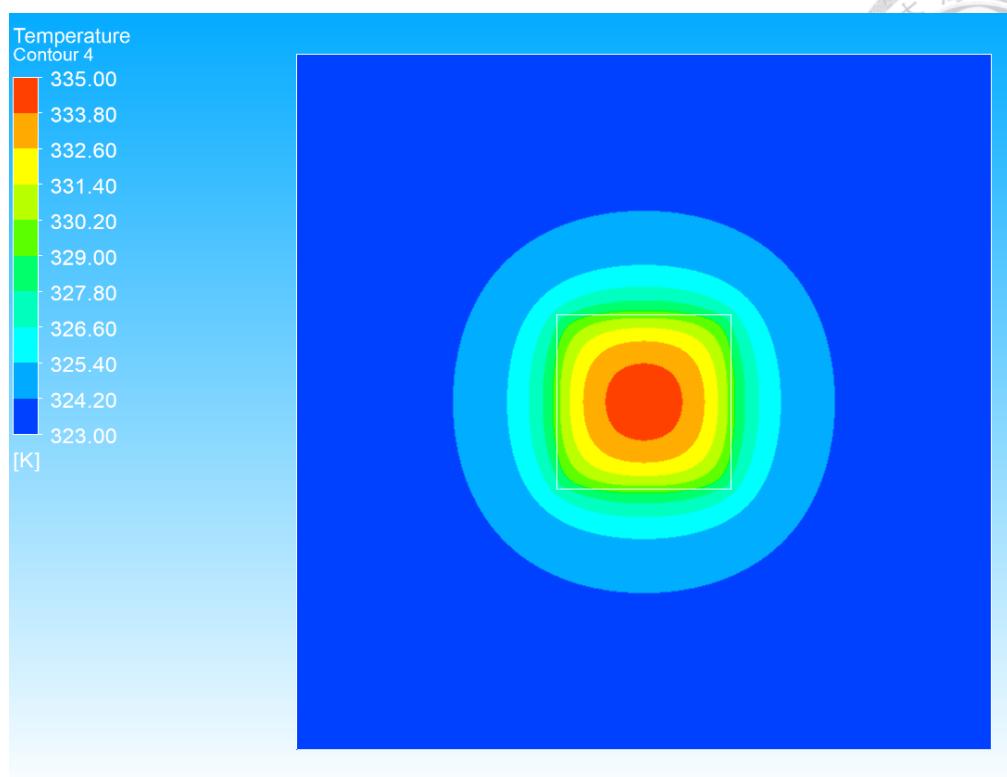


圖 3.5 $z = z_0$ 的溫度場

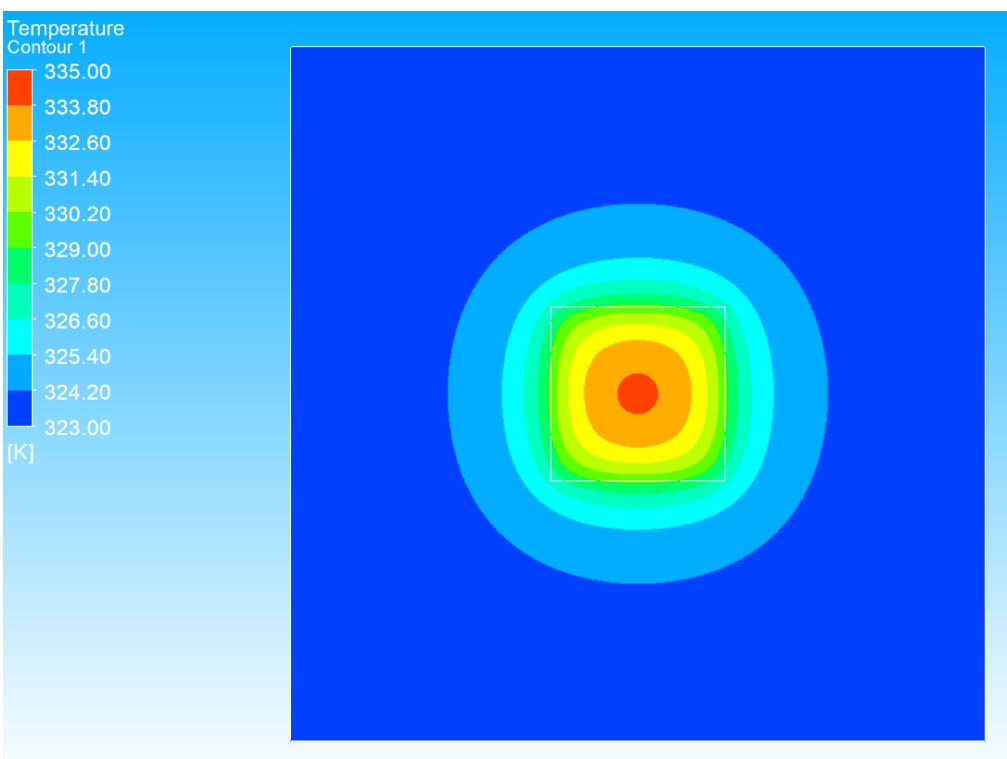


圖 3.6 $z = z_1$ 的溫度場

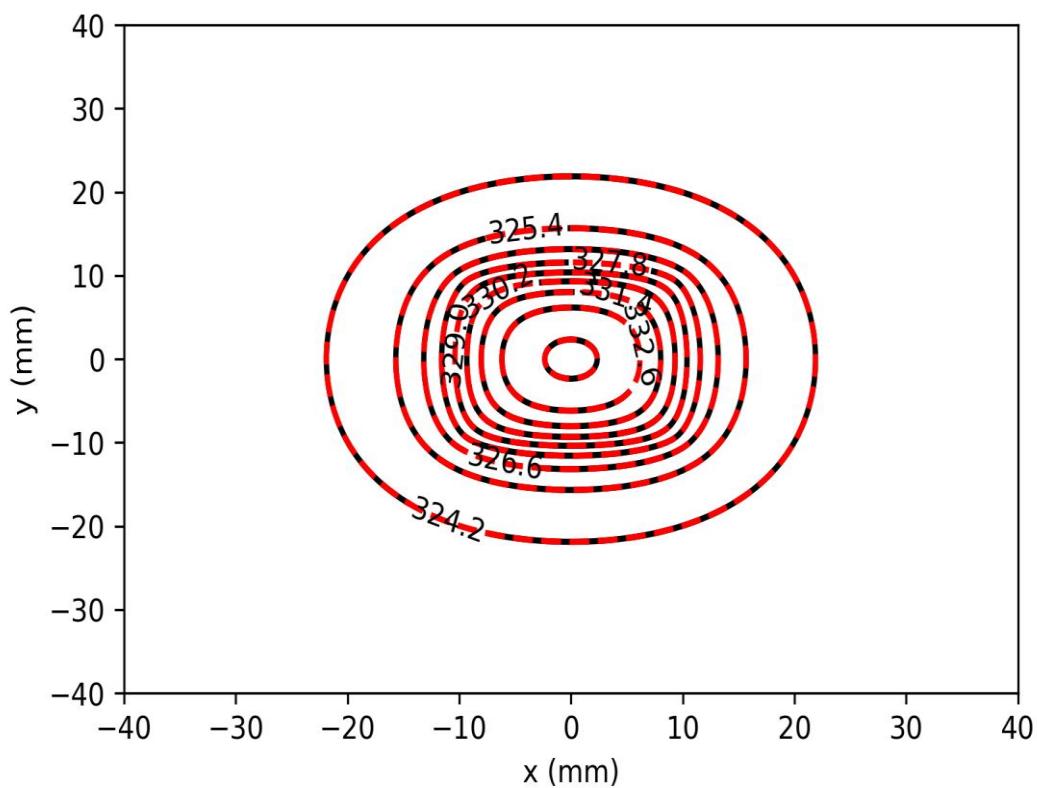


圖 3.7 解析解與模擬解在 $z = z_1$ 的溫度比較

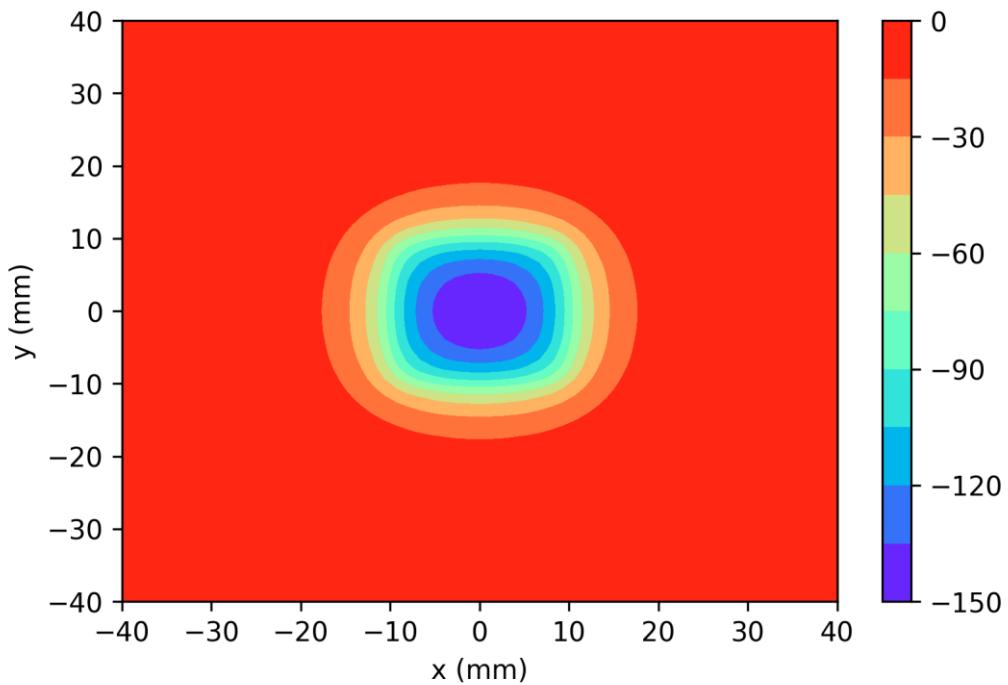


圖 3.8 式(3.61)之源項分布

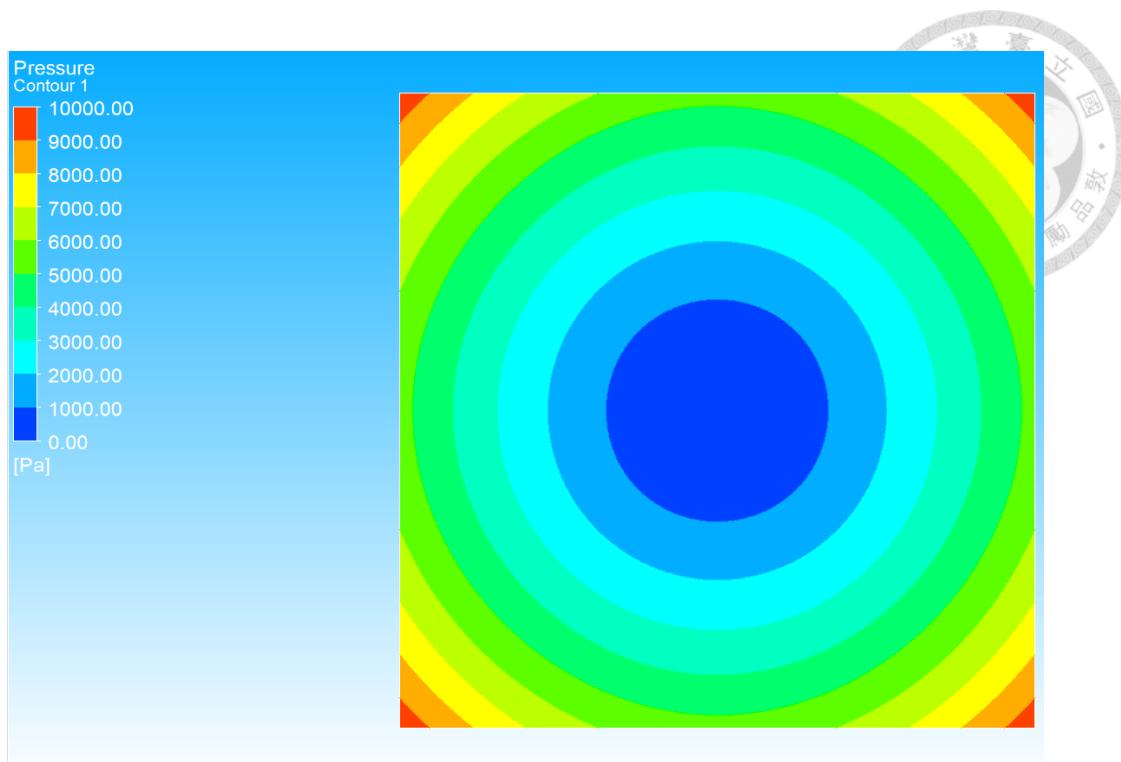


圖 3.9 第二層方法一模擬結果（壓力場）

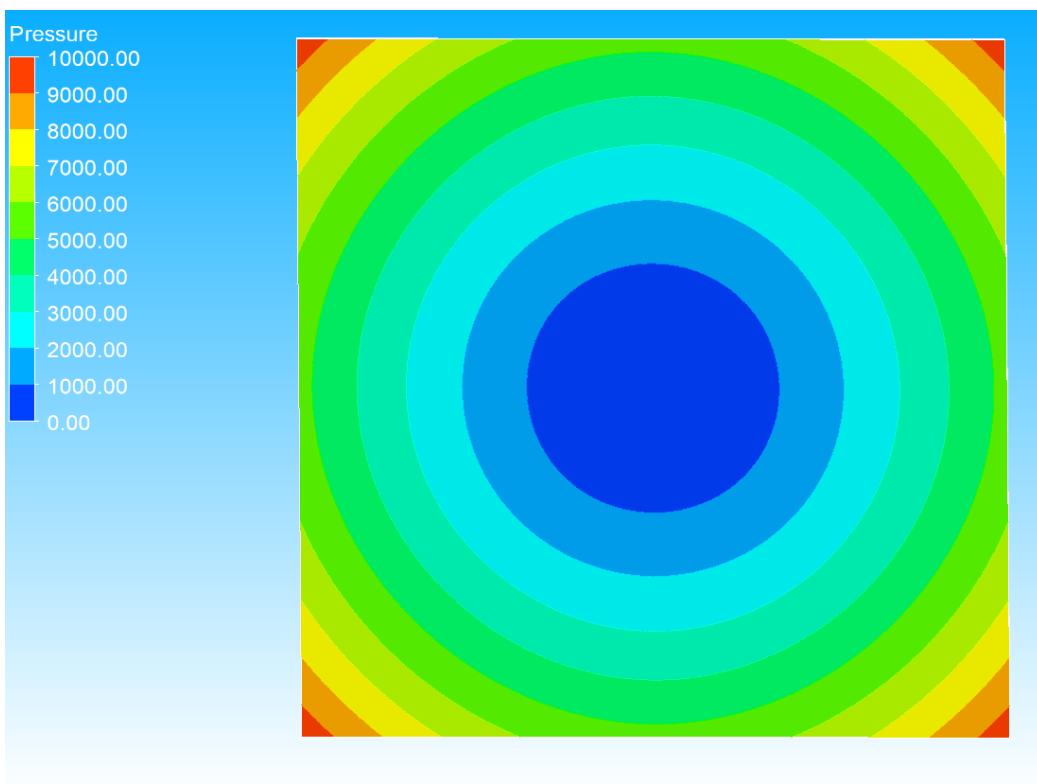


圖 3.10 第二層方法二模擬結果（壓力場）

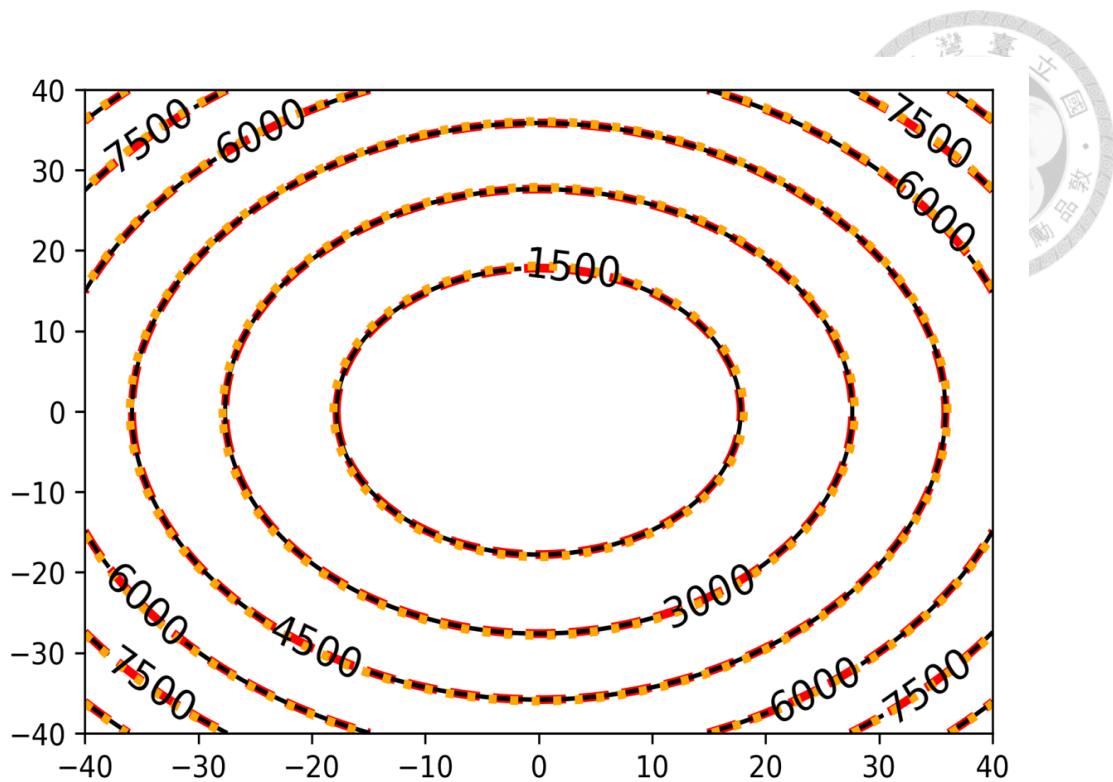


圖 3.11 第二層解析解（黑色實線）、方法一（紅色虛線）、方法二（黃色點線）
模擬解結果比較（壓力場，Pa）

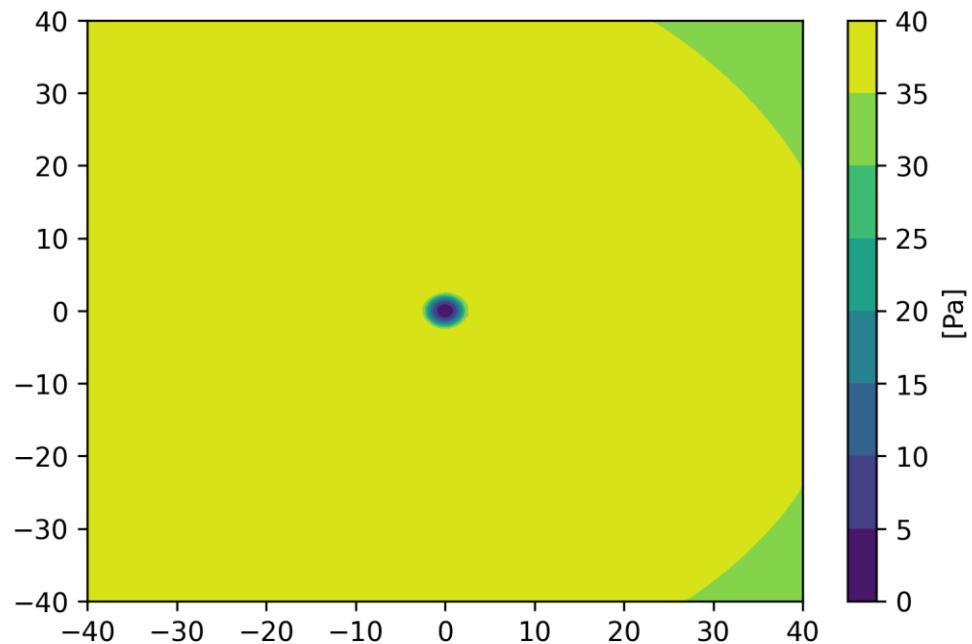
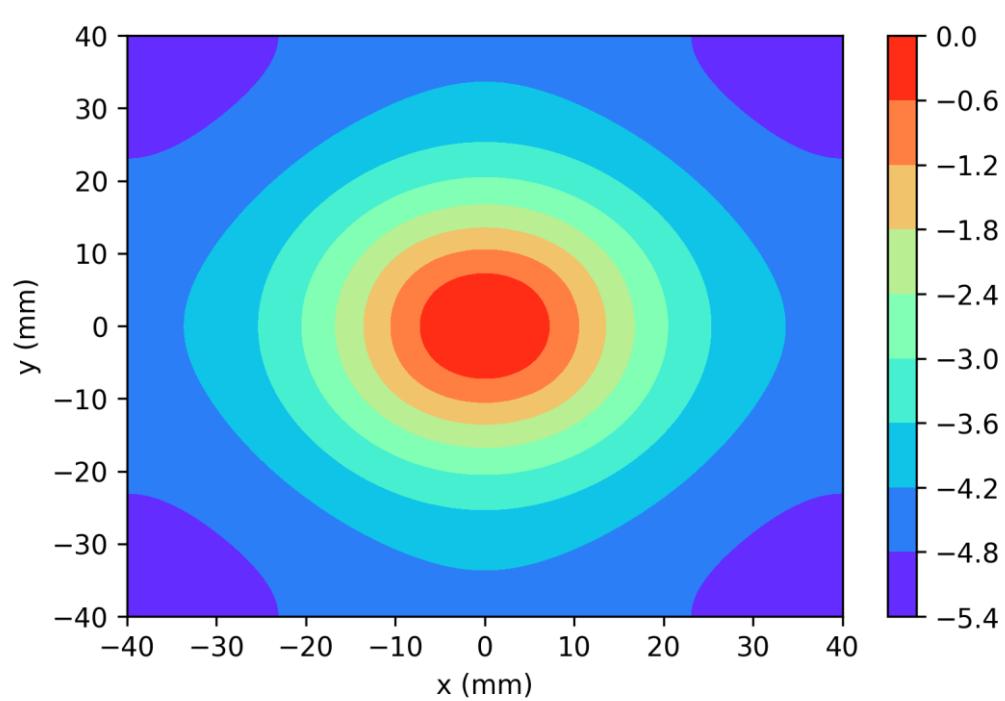
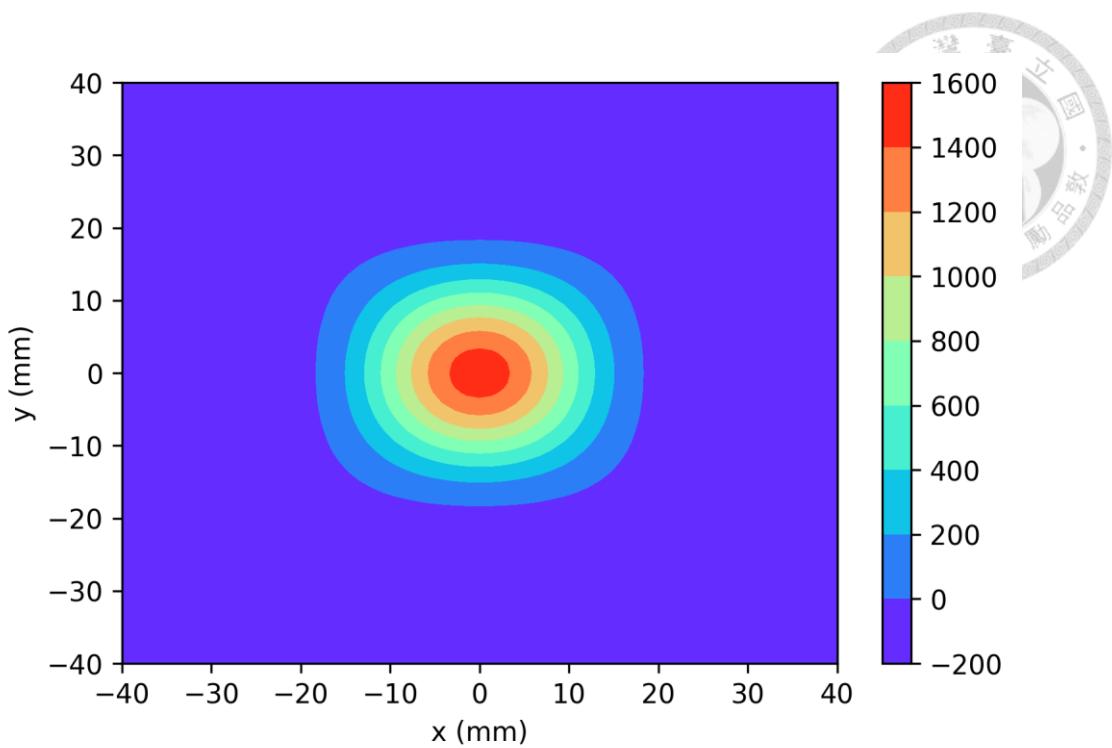


圖 3.12 第二層解析解及方法一的壓力差值



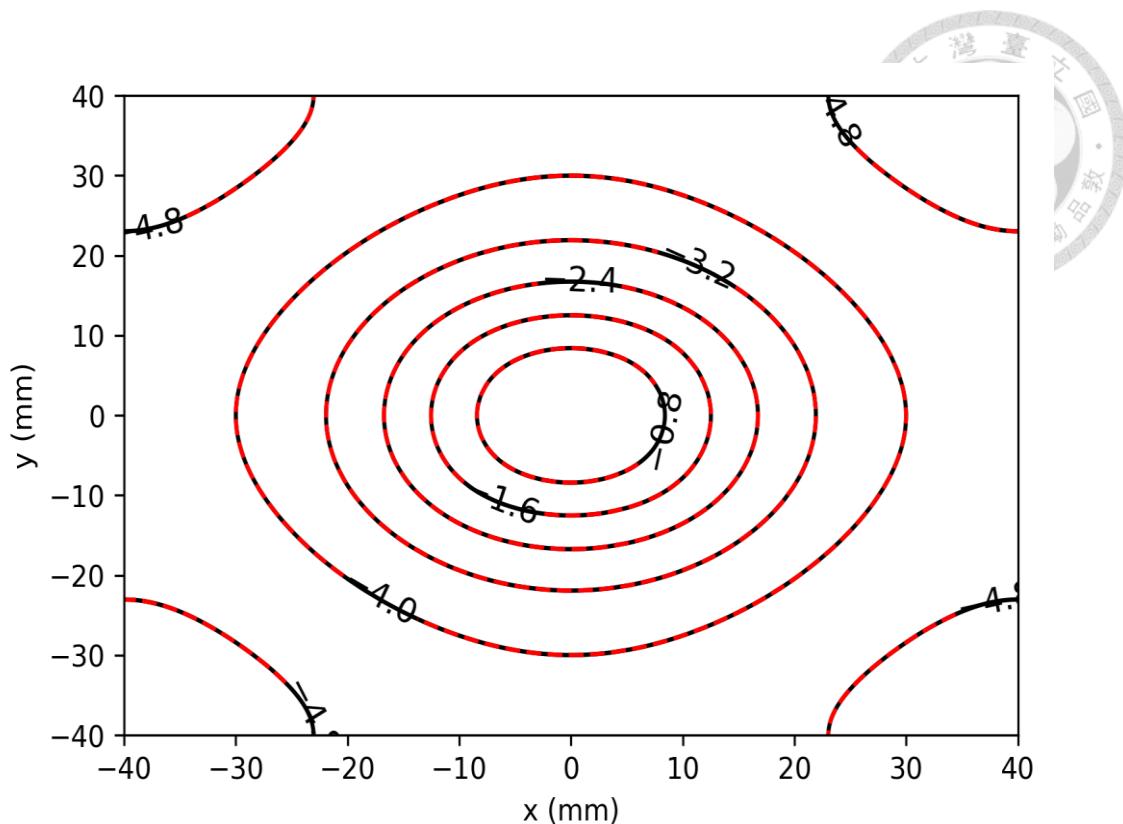


圖 3.15 第三層解析解（黑色實線）、方法二（紅色虛線）模擬解結果比較（壓力場，Pa）

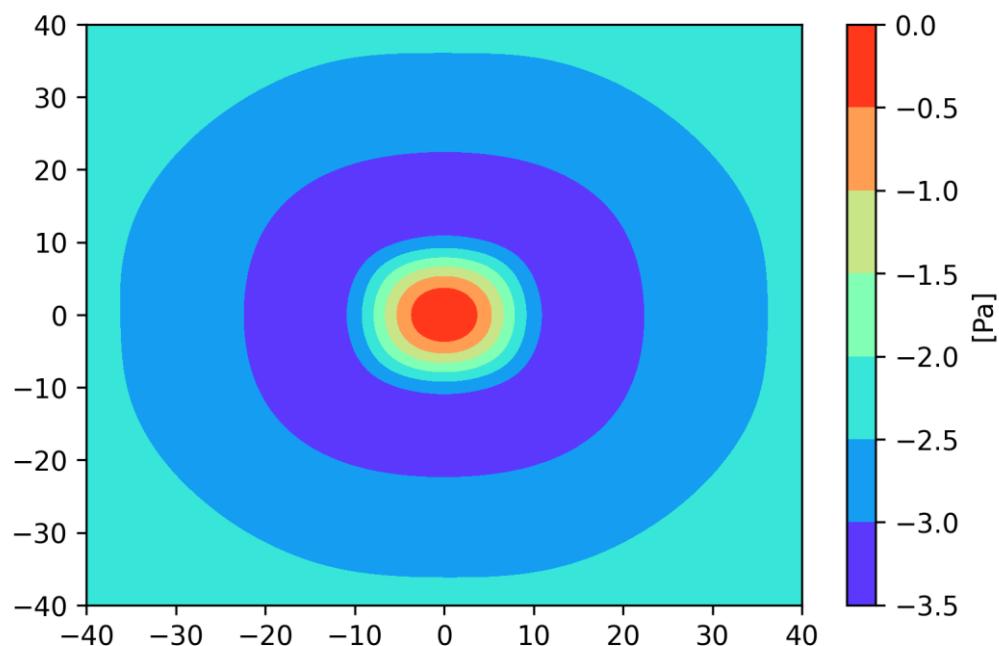


圖 3.16 第三層方法一模擬結果（壓力場）

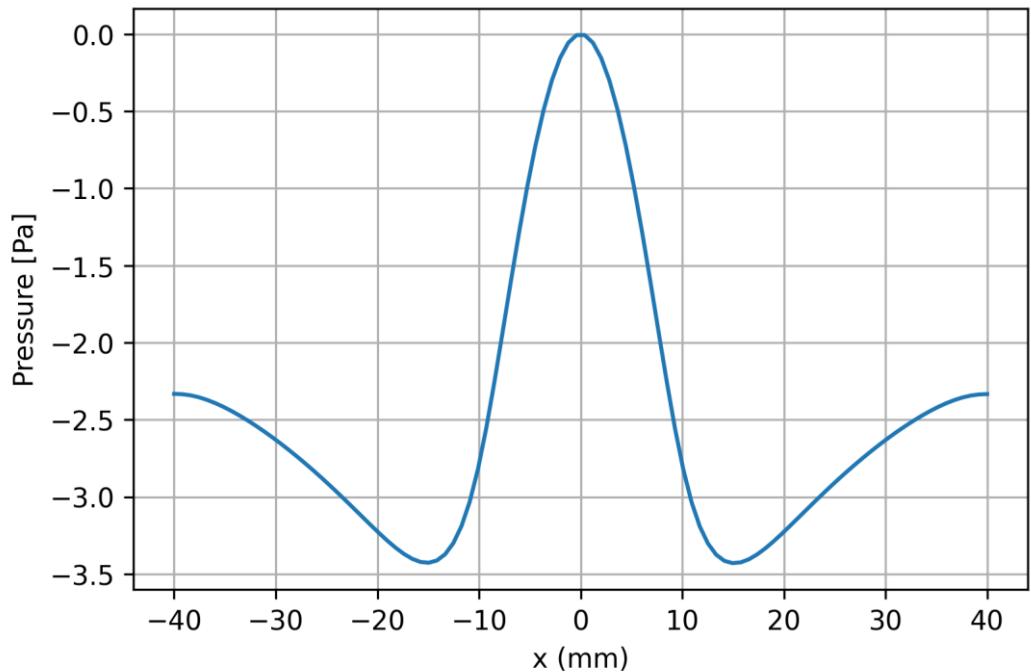
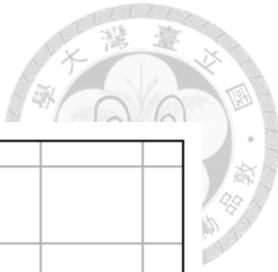


圖 3.17 第三層方法一 $y=0$ 之壓力分佈

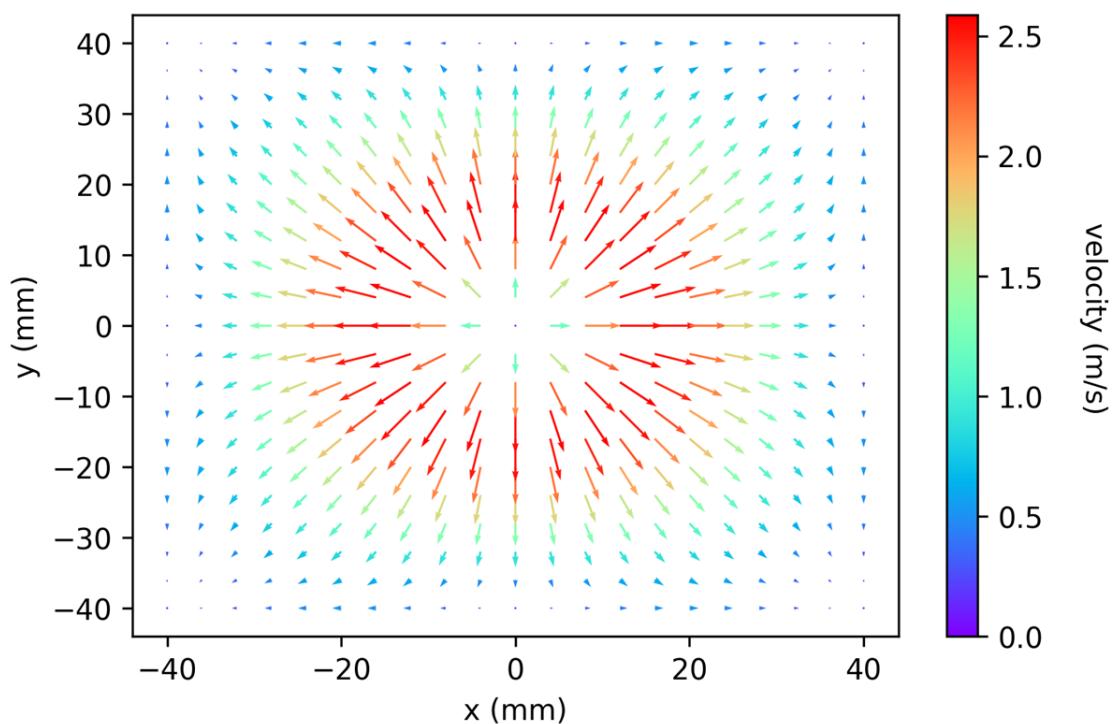


圖 3.18 第三層解析解之速度向量圖

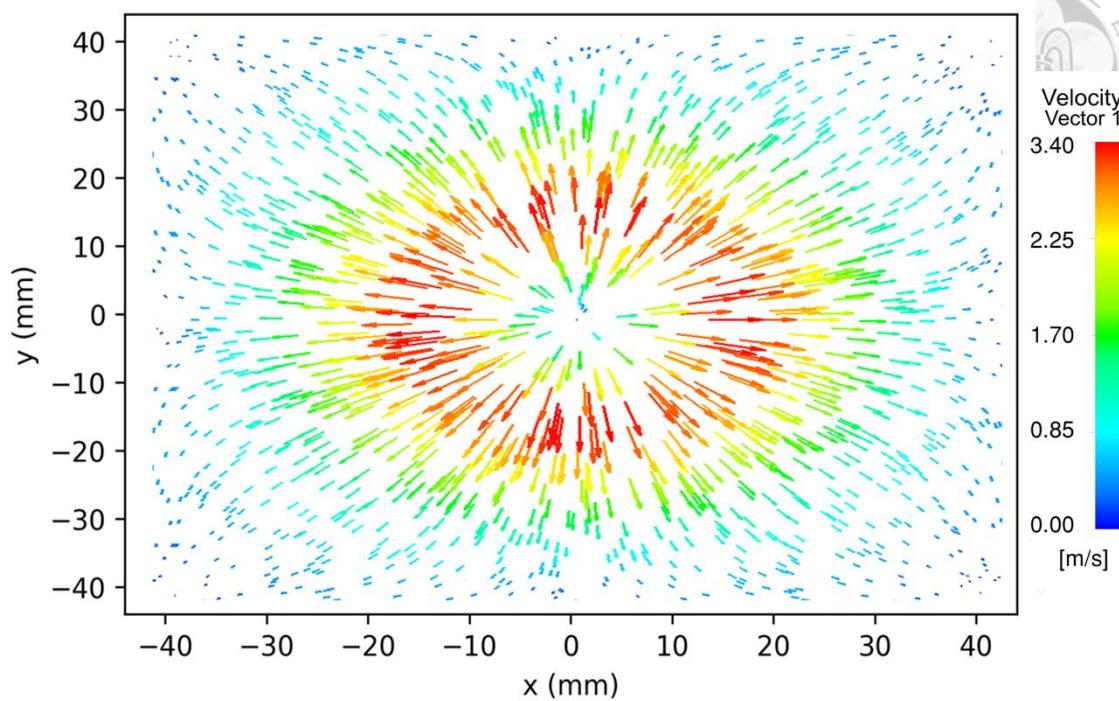


圖 3.19 第三層模擬解方法一之速度向量圖

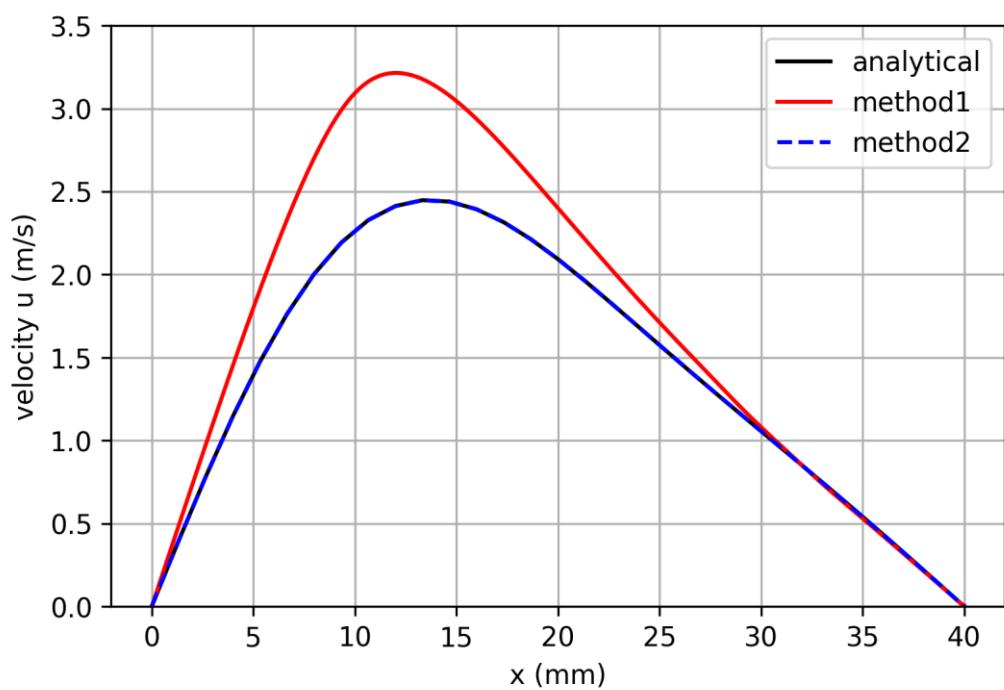


圖 3.20 第三層 $y=0$ 之 x 方向速度向量解析解與模擬解方法一比較

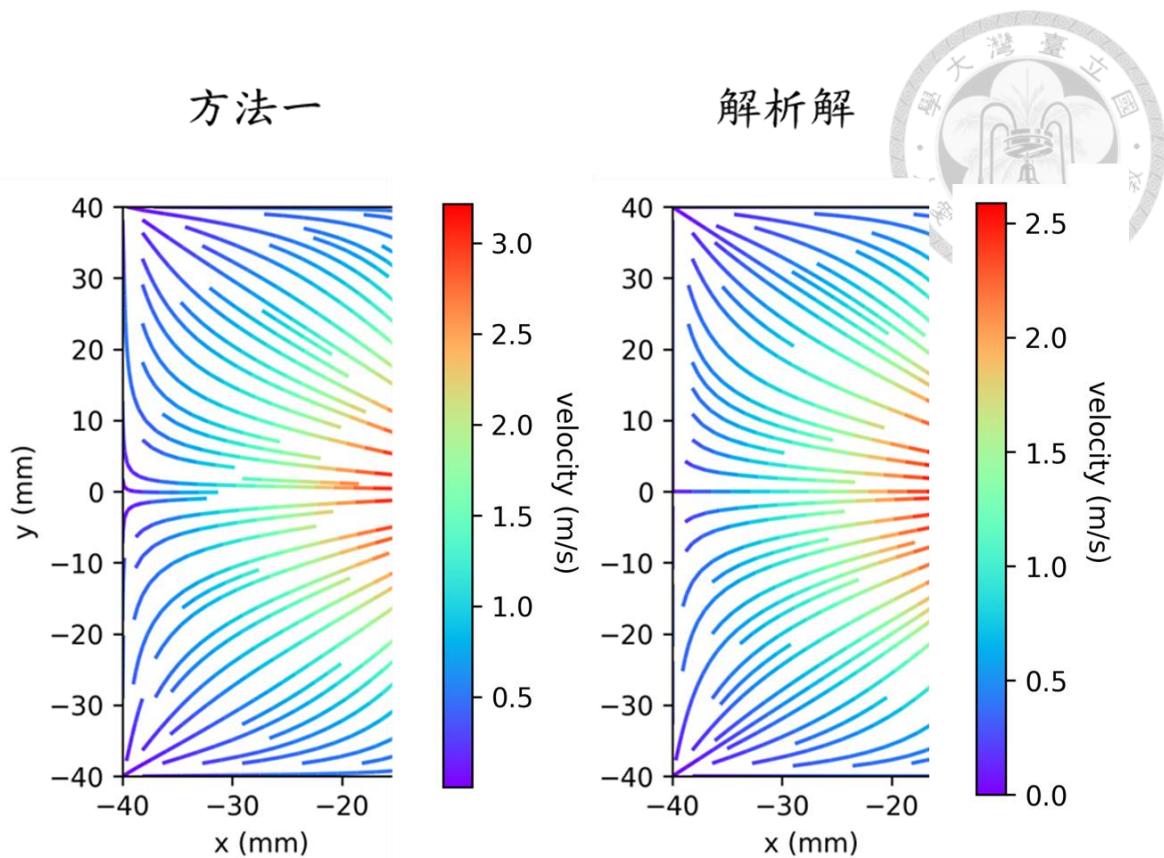


圖 3.21 第三層近壁流場與解析解與模擬解方法一比較

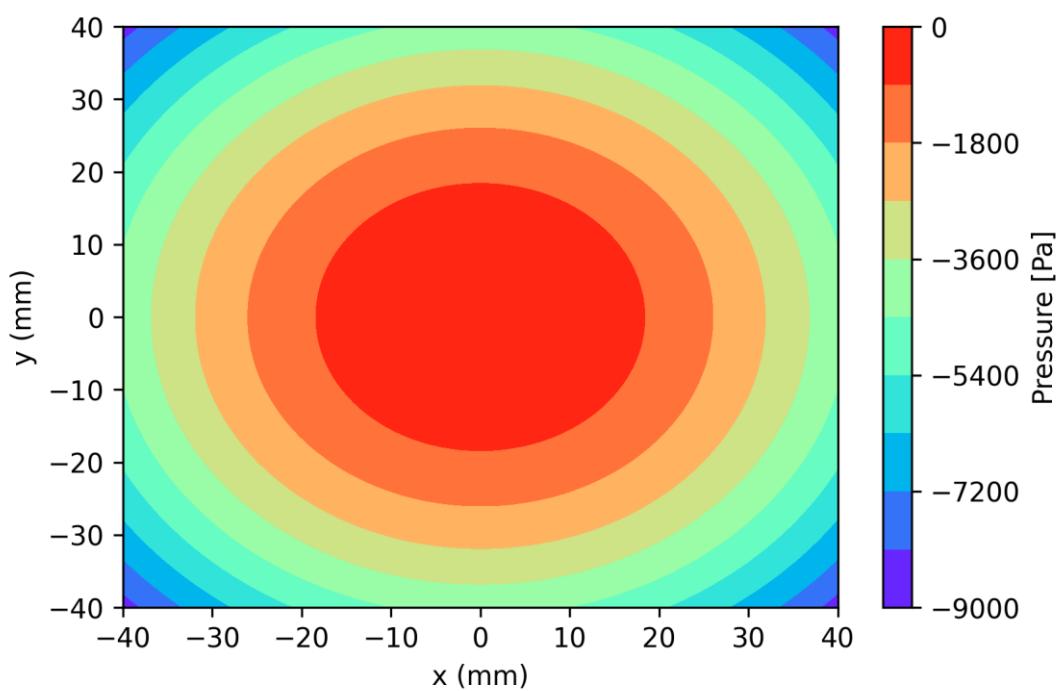


圖 3.22 第四層方法一與方法二模擬結果 (壓力場)

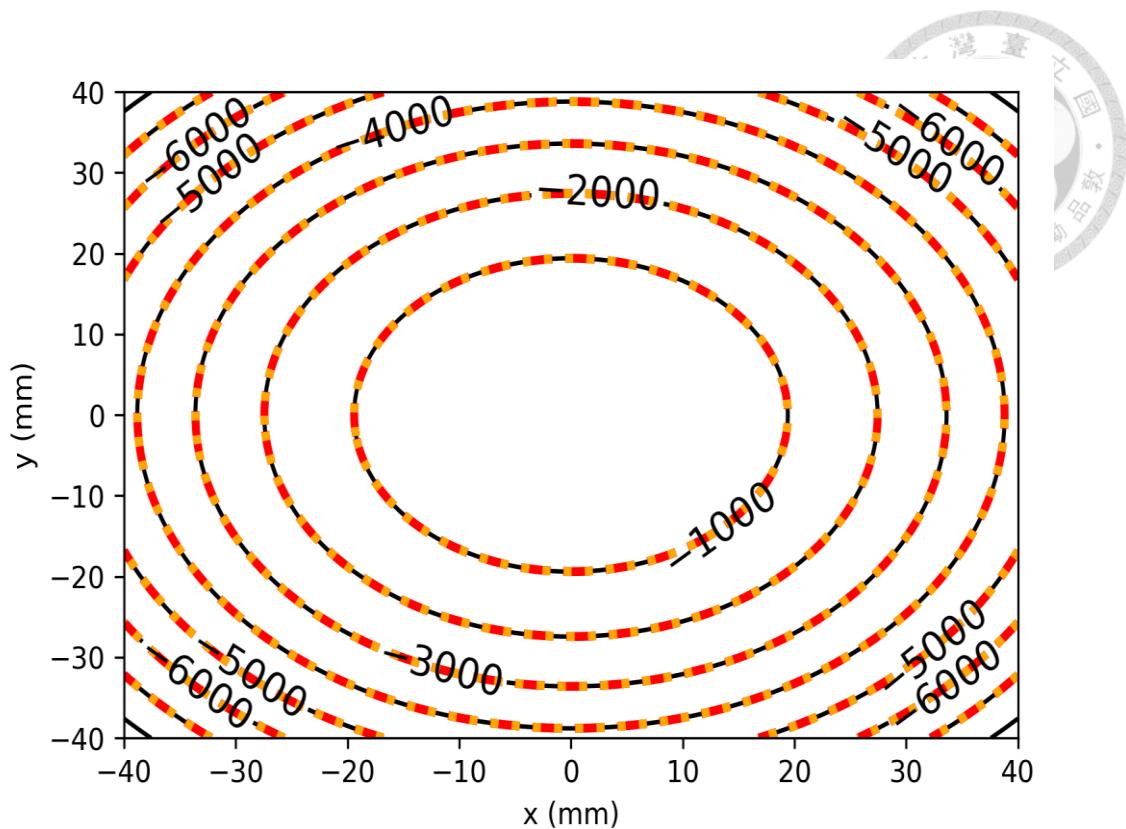


圖 3.23 第四層解析解（黑色實線）、方法一（紅色虛線）、方法二（黃色點線）

模擬解結果比較

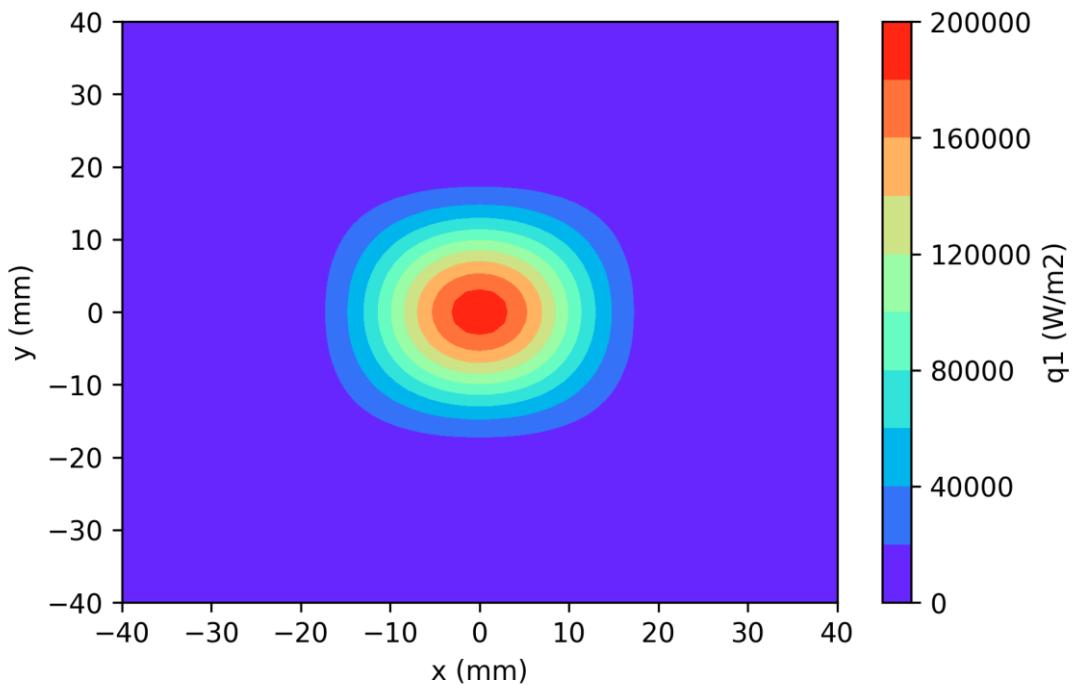


圖 3.24 $q''_l(x, y)$ 之分布

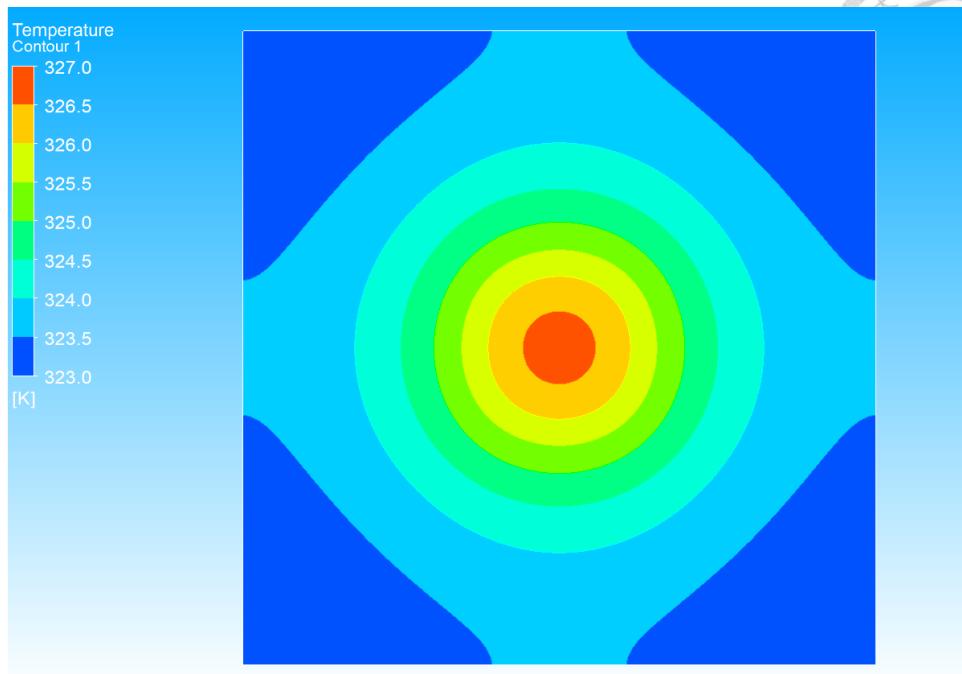


圖 3.25 完全非均溫模型 $z = z_4$ 的溫度場

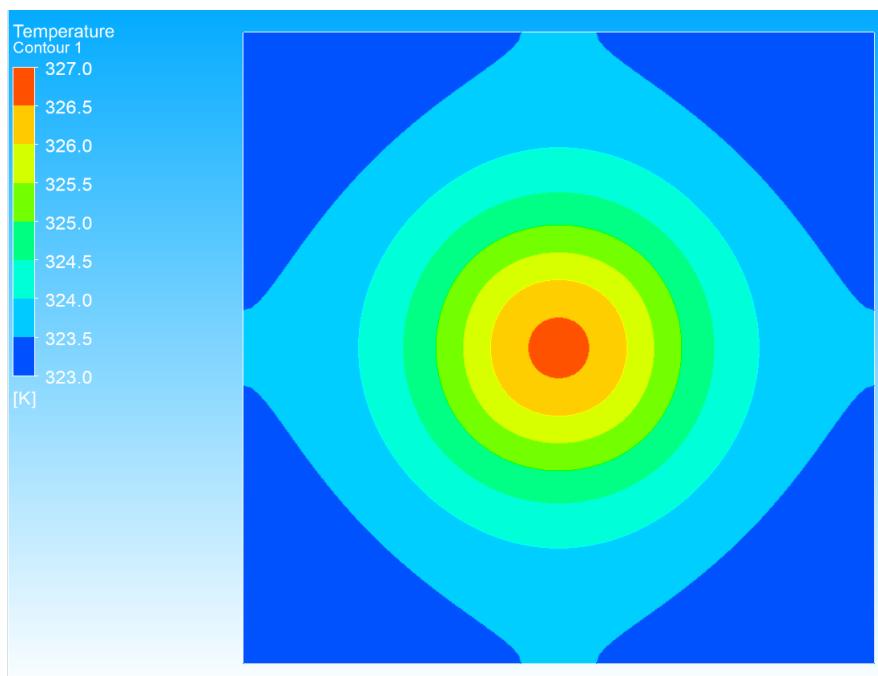


圖 3.26 完全非均溫模型 $z = z_5$ 的溫度場

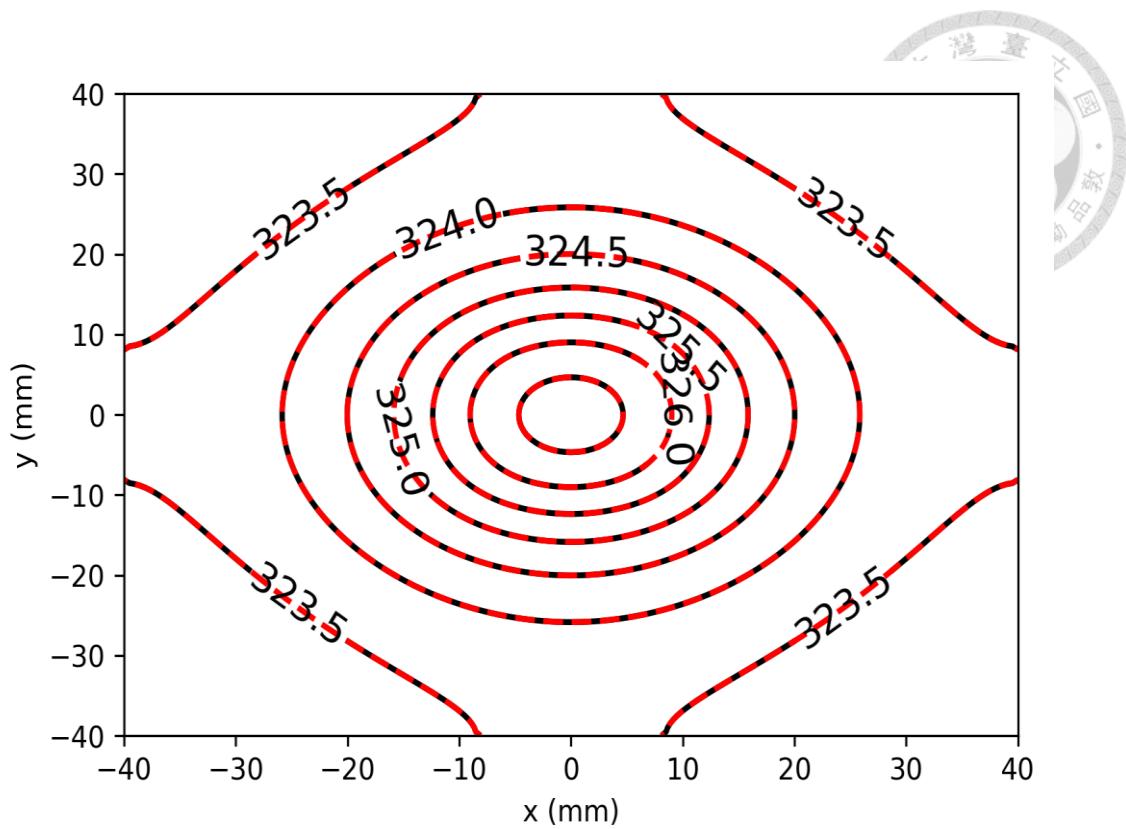


圖 3.27 解析解（黑色實線）與模擬解（紅色虛線）在 $z = z_1$ 的溫度比較

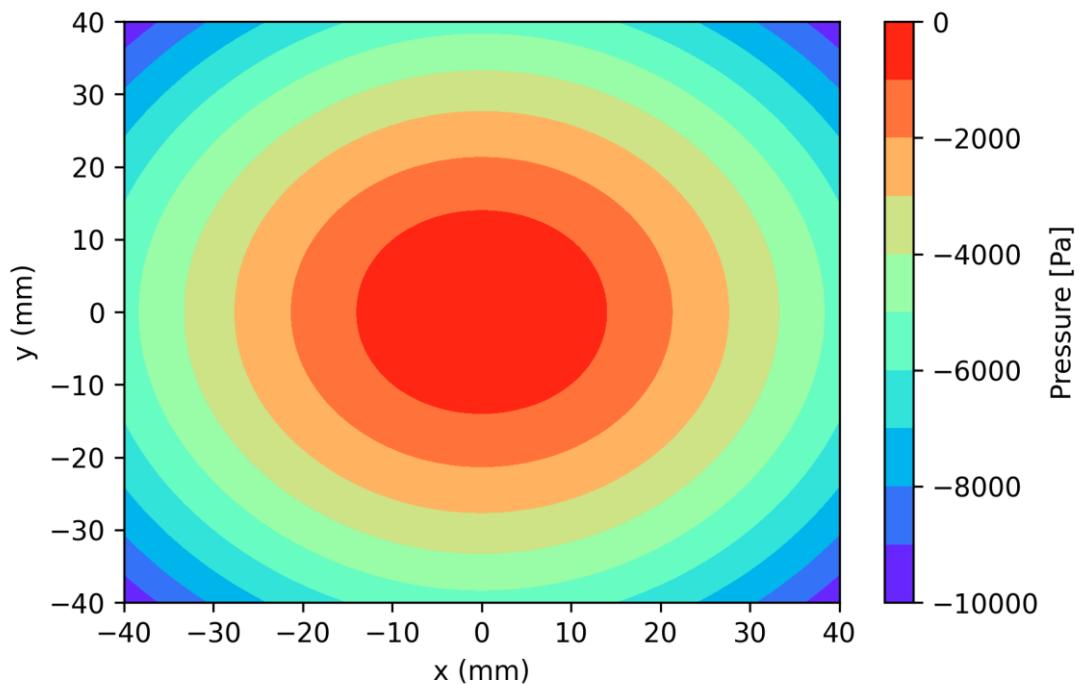


圖 3.28 第四層方法一模擬結果（壓力場）

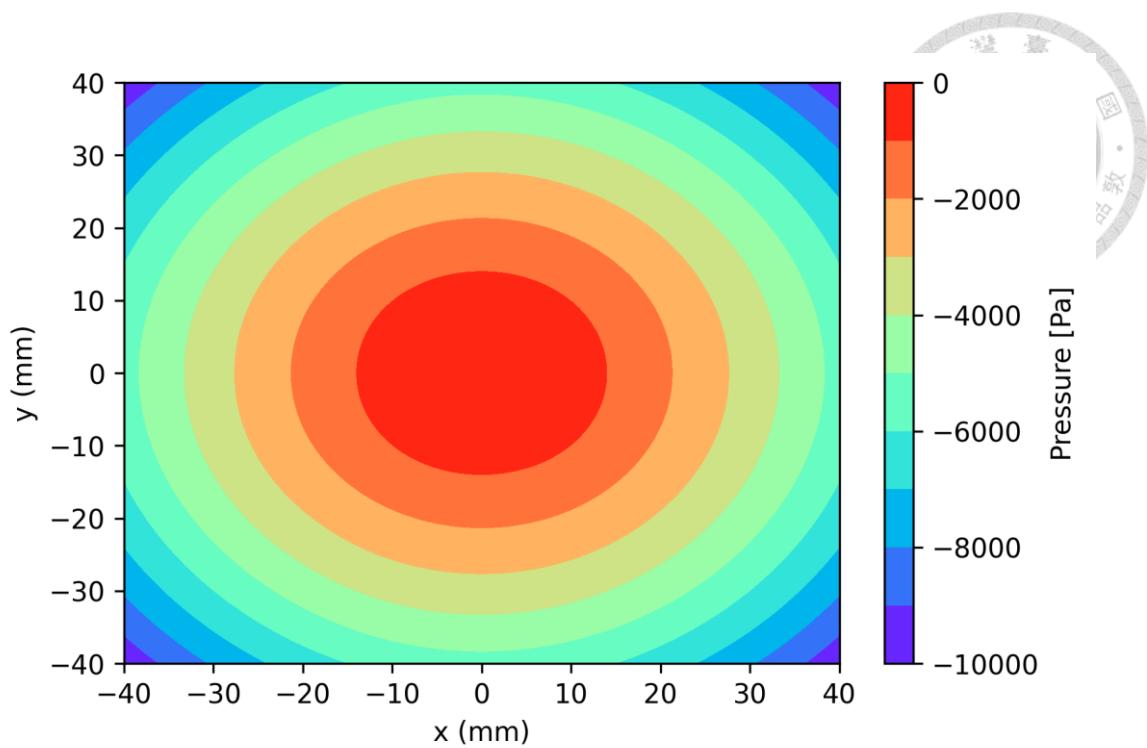


圖 3.29 第四層方法二模擬結果（壓力場）

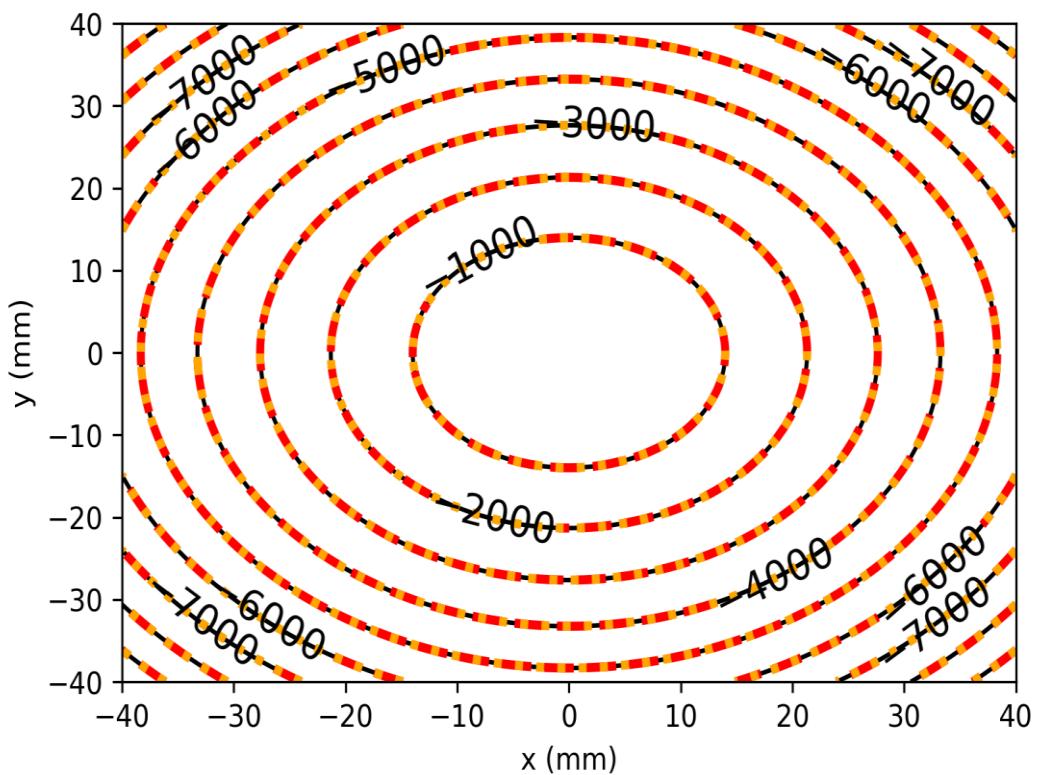


圖 3.30 第四層解析解（黑色實線）、方法一（紅色虛線）、方法二（黃色點線）

模擬解結果比較

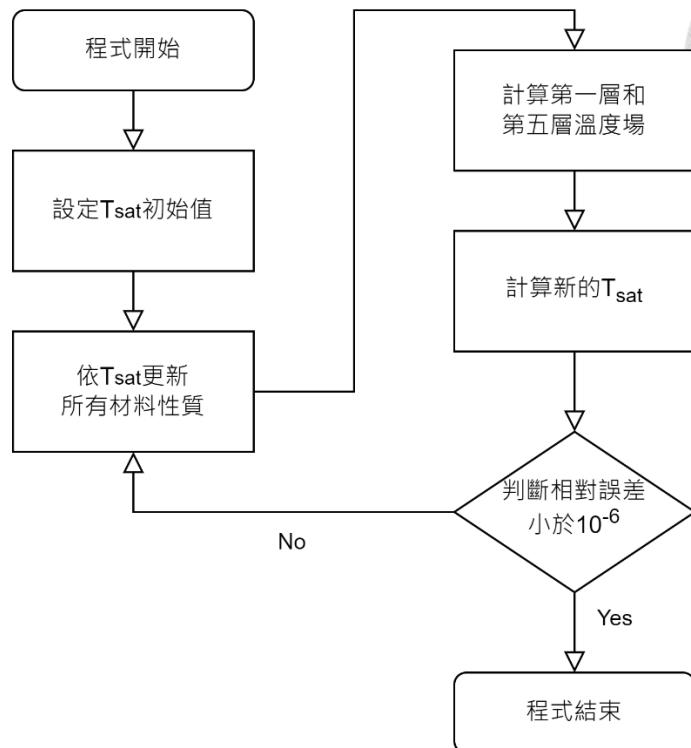


圖 3.31 飽和溫度計算程式邏輯

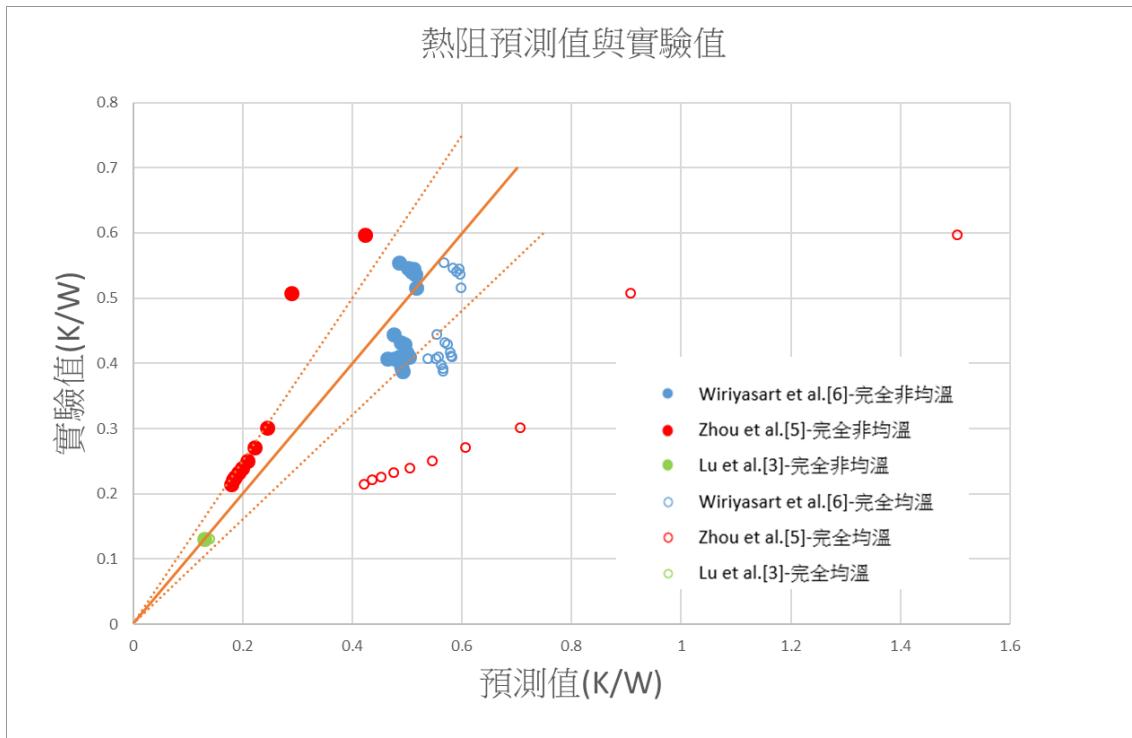


圖 3.32 完全均溫模型與完全非均溫模型和實驗值之熱阻比較

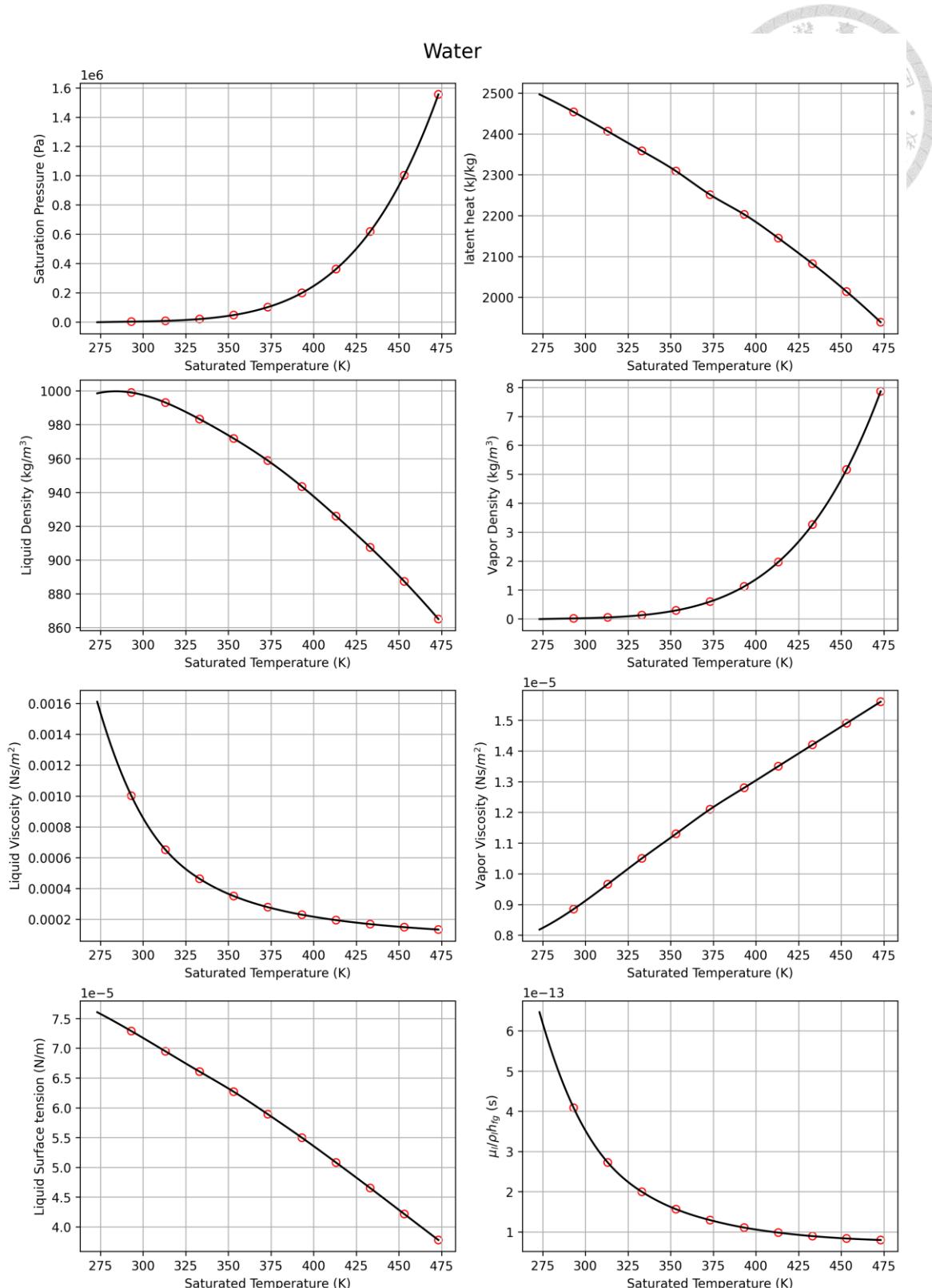


圖 4.1 水之流體性質對飽和溫度關係[64]。

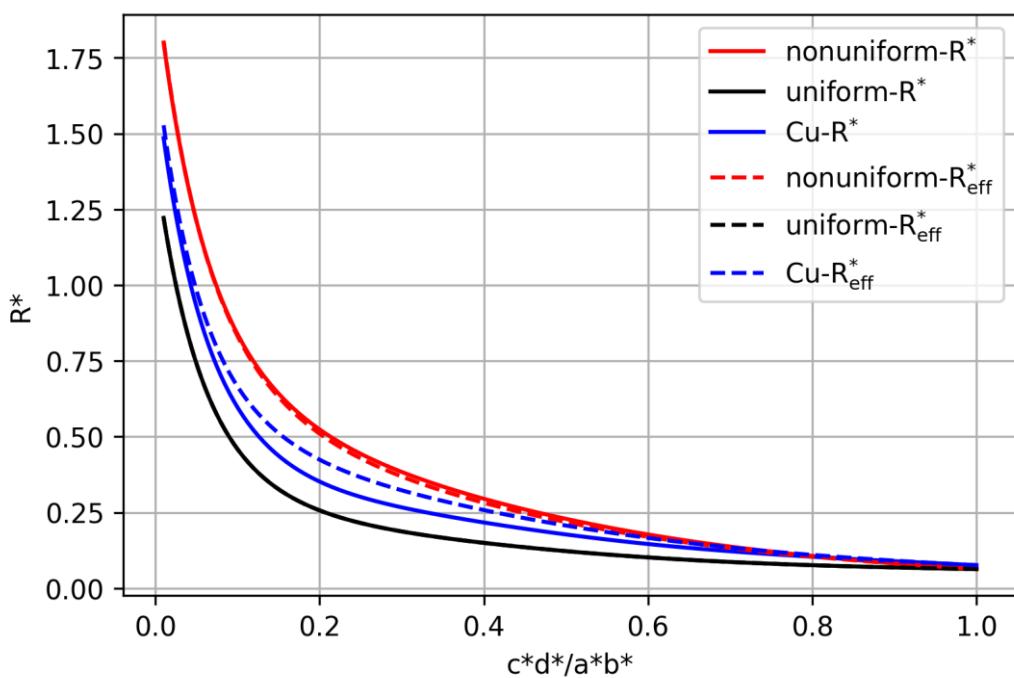


圖 4.2 無因次化熱阻(R^*)與熱源面積(c^*d^*/a^*b^*)關係圖。

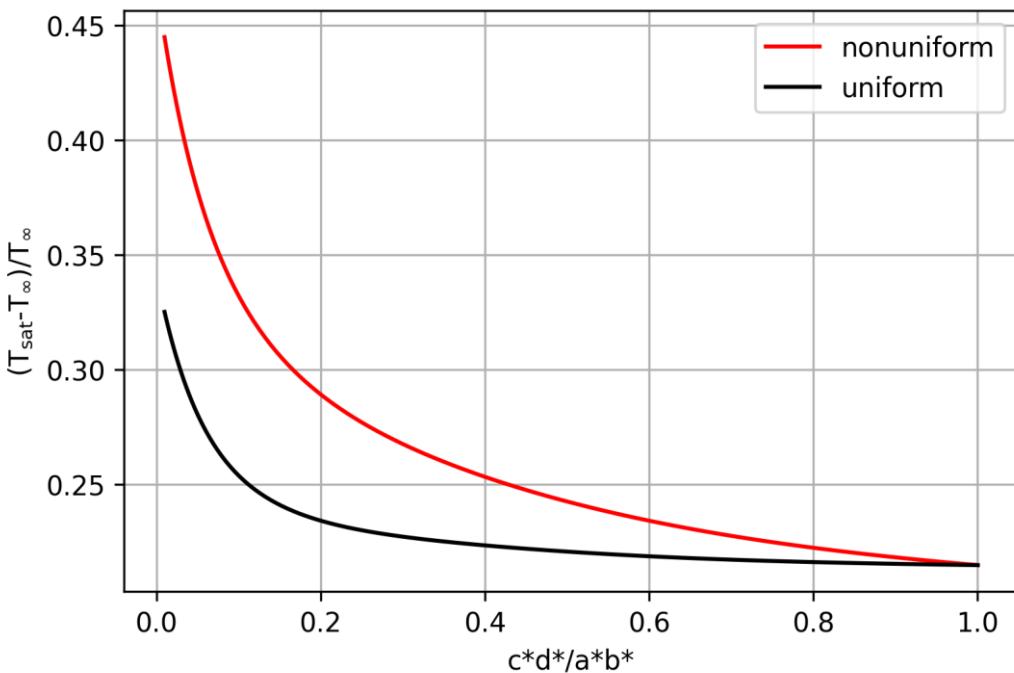


圖 4.3 飽和溫度與熱源面積(c^*d^*/a^*b^*)關係圖。

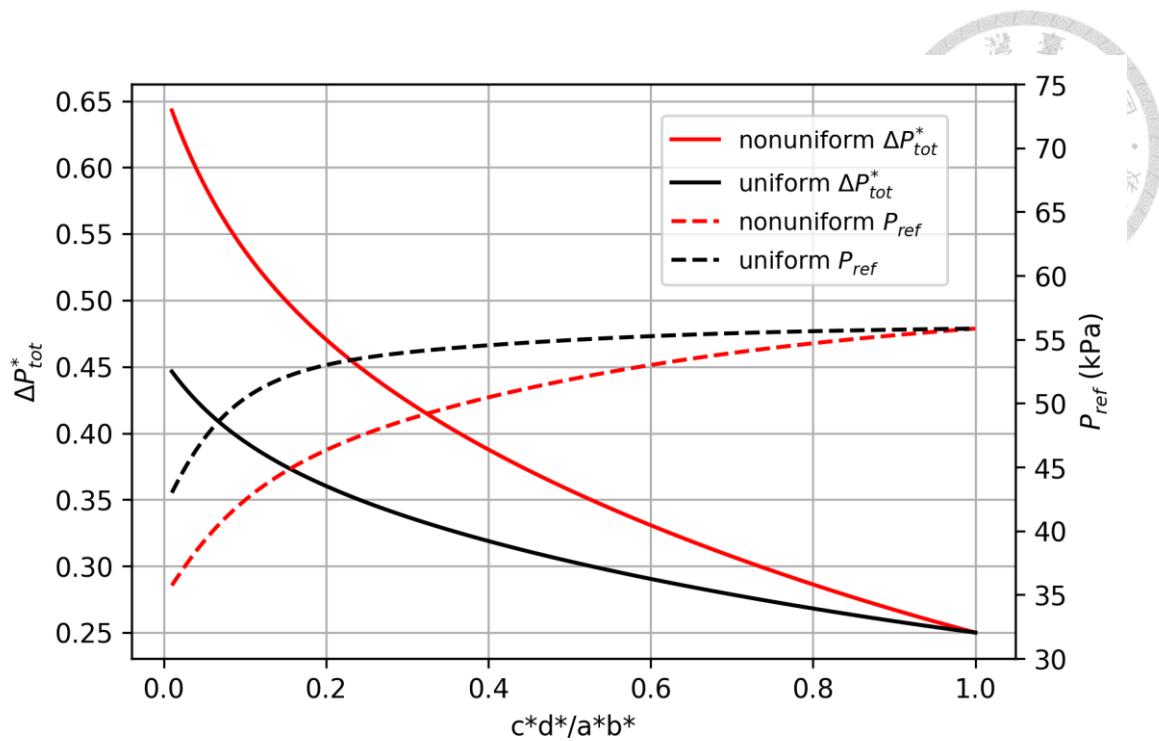


圖 4.4 無因次化壓降 (ΔP_{max}^*) 與熱源面積 (c^*d^*/a^*b^*) 關係圖。

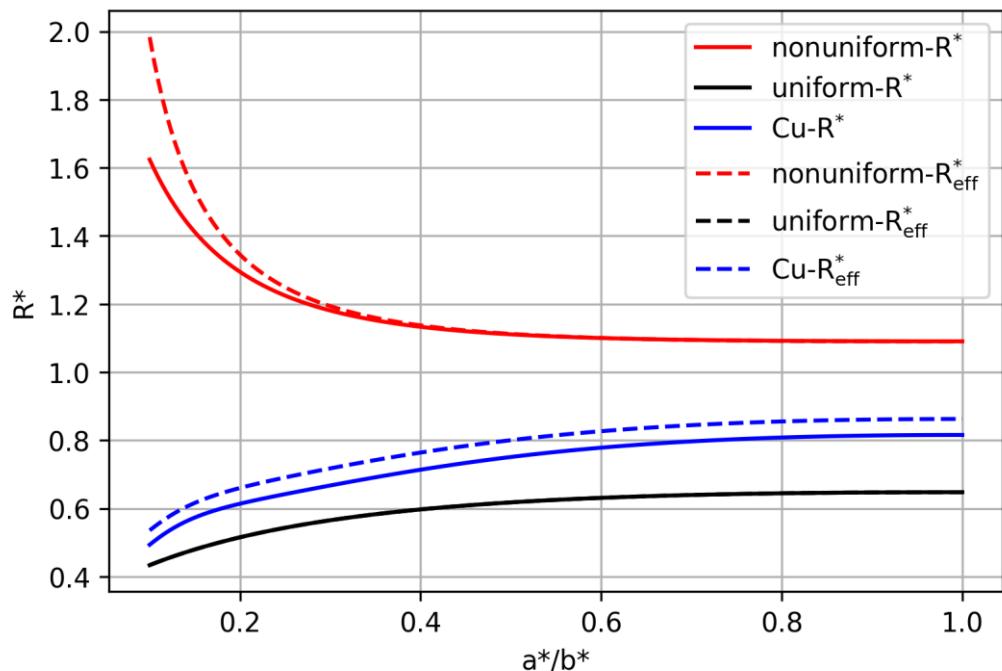


圖 4.5 無因次化熱阻與均溫板長寬比關係圖。

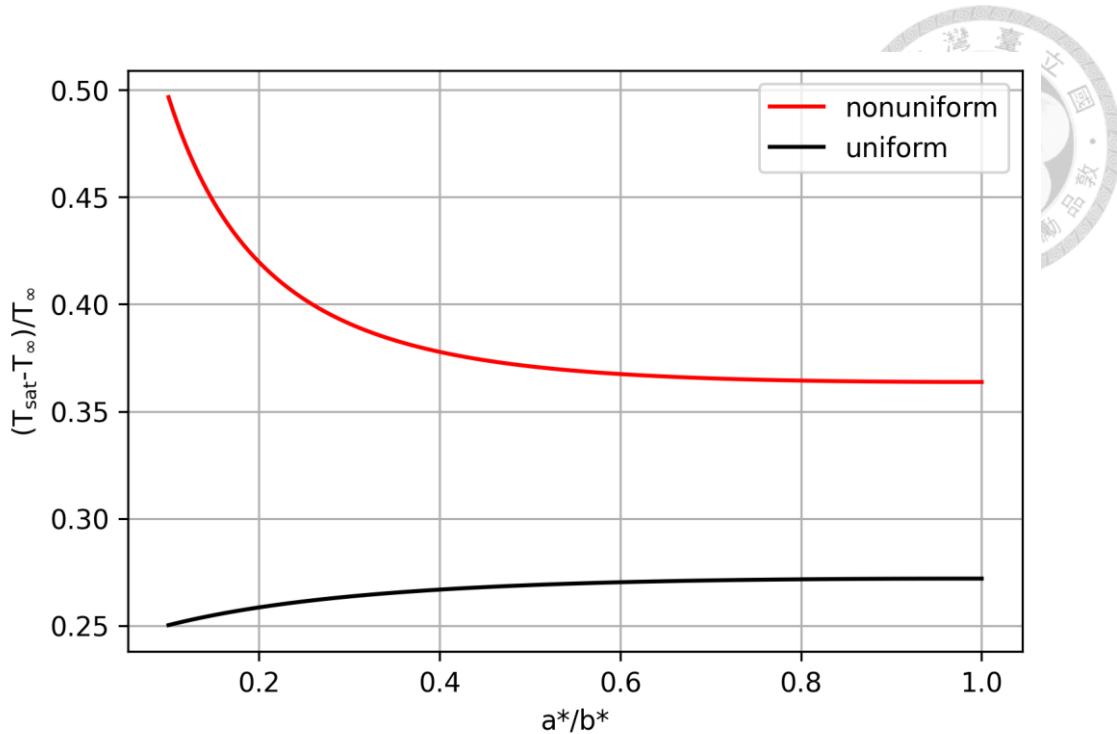


圖 4.6 飽和溫度與均溫板長寬比關係圖。

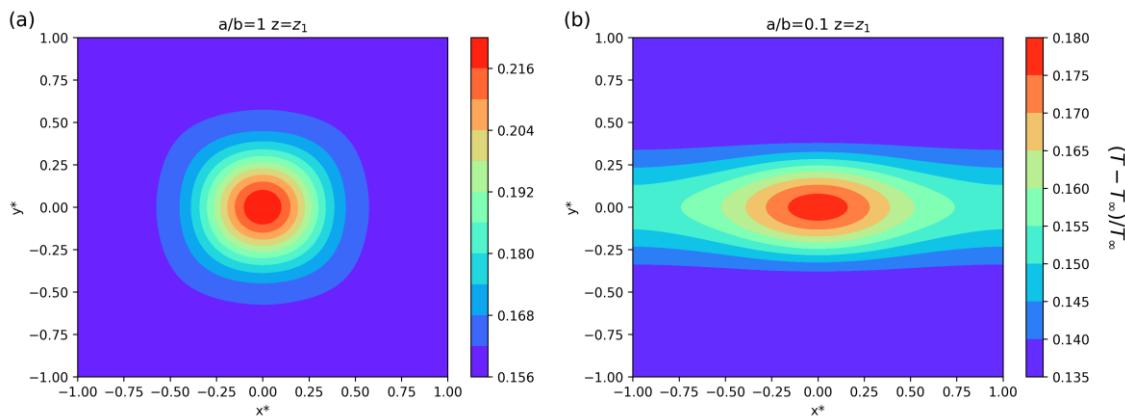


圖 4.7 均溫板長寬比 $a/b = 1, 0.1$ 下 $z = z_1$ 完全均溫模型下的無因次溫度分布，

$$(T - T_{\infty}) / T_{\infty} \circ (a) a/b = 1, z = z_1 \quad (b) a/b = 0.1, z = z_1$$

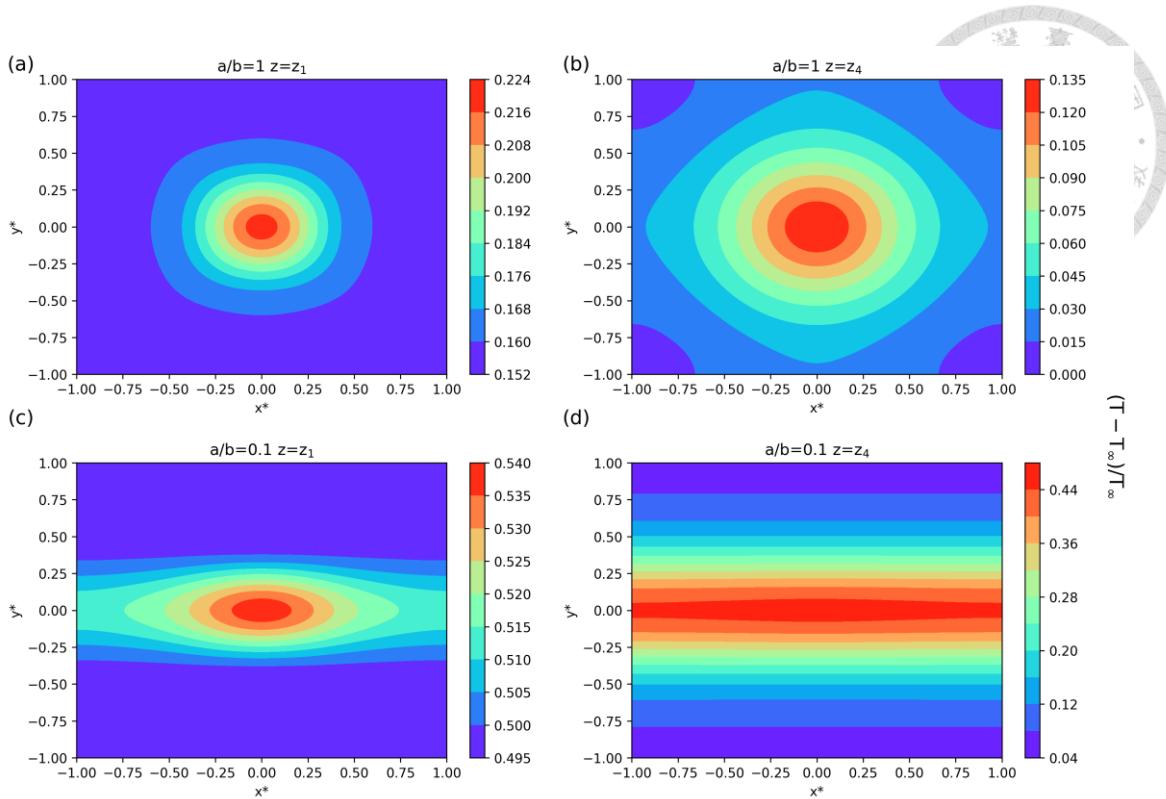


圖 4.8 均溫板長寬比 $a/b = 1, 0.1$ 下 $z = z_1, z_4$ 完全非均溫模型下溫度分布

$(T - T_\infty)/T_\infty$ 。 (a) $a/b = 1, z = z_1$ (b) $a/b = 1, z = z_4$ (c) $a/b = 0.1, z = z_1$ (d)

$a/b = 0.1, z = z_4$

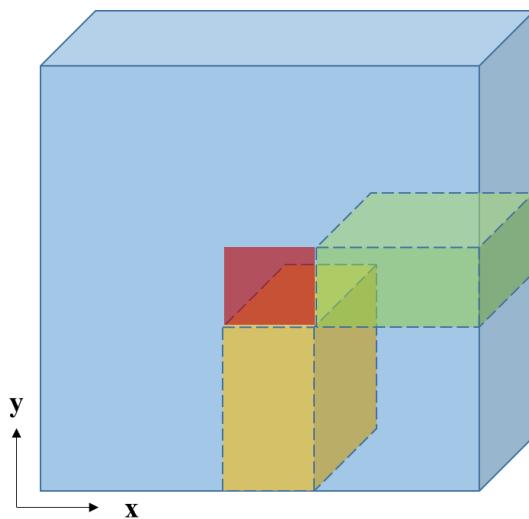


圖 4.9 長邊（黃色區域，y 軸方向）、短邊（綠色區域，x 軸方向）熱阻示意圖。

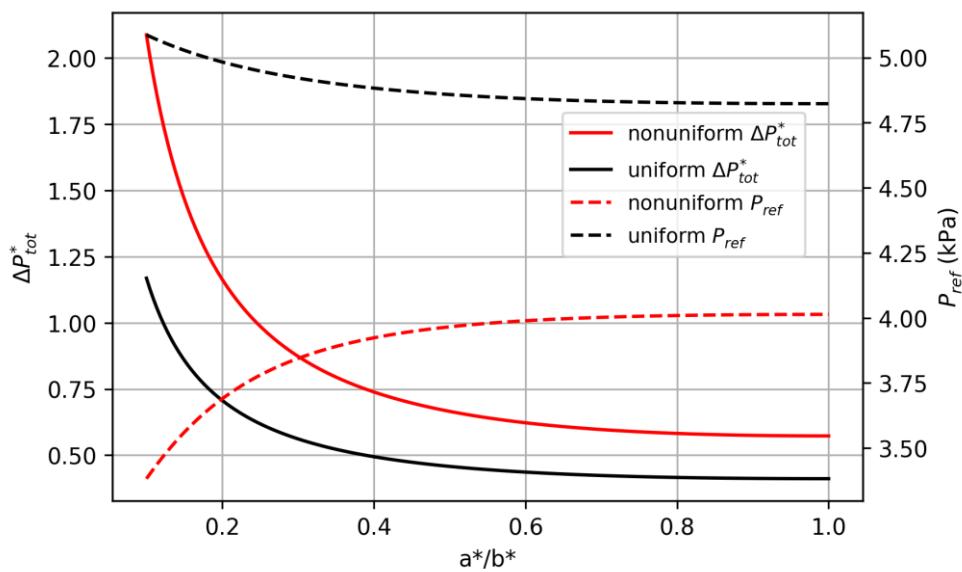


圖 4.10 無因次化壓降與均溫板長寬比關係圖。

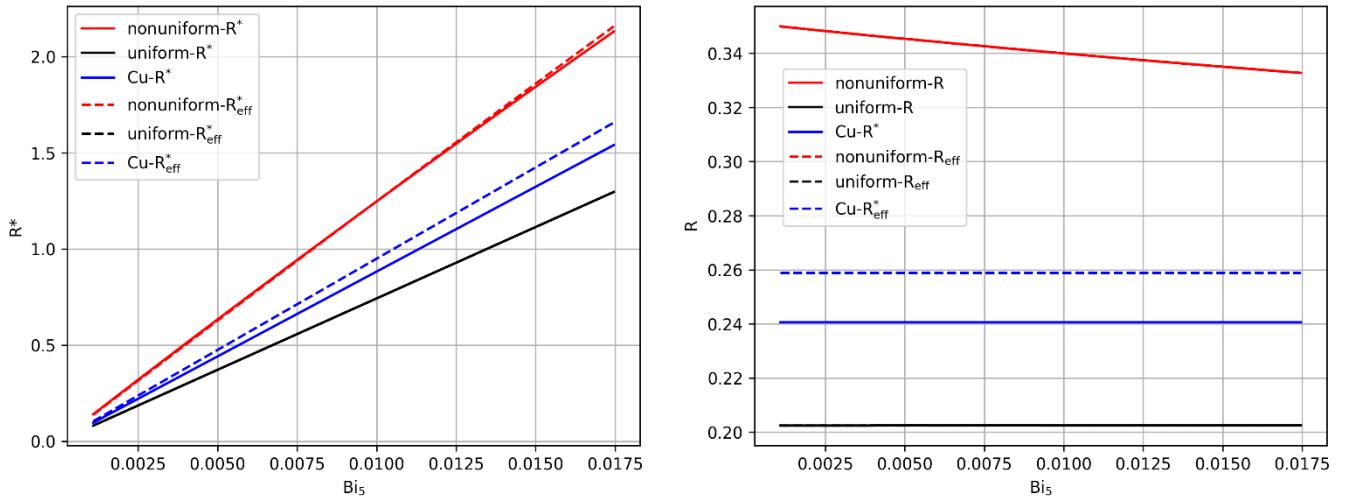


圖 4.11 無因次化及有因次熱阻與 Bi_5 關係圖。

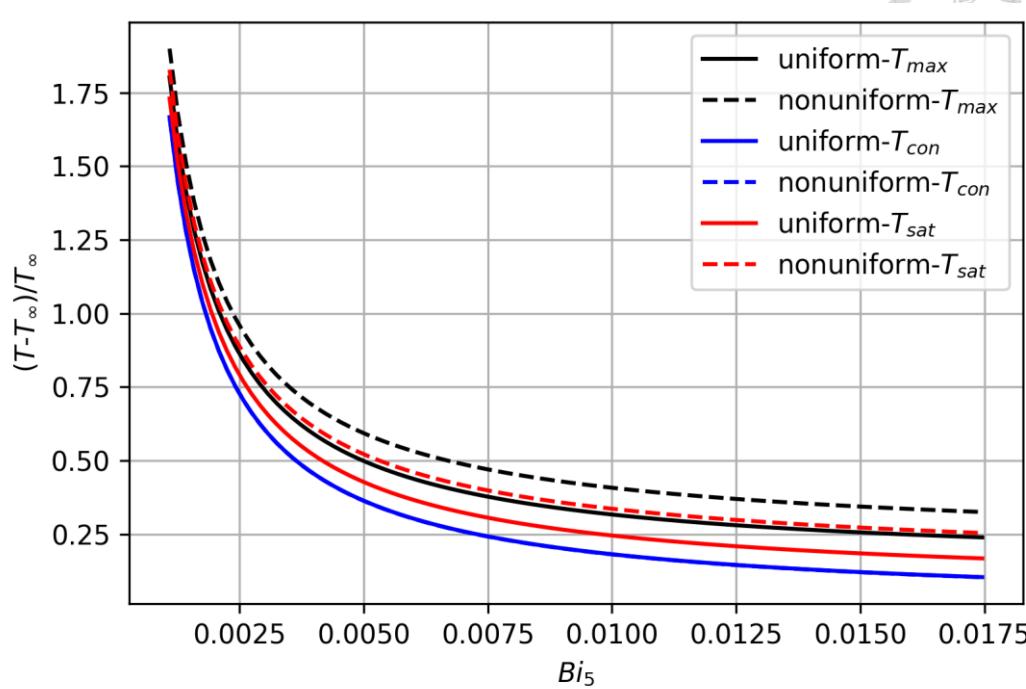


圖 4.12 最高溫度(T_{max})、飽和溫度(T_{sat})、冷凝端溫度(T_{con})與 Bi_5 關係圖。

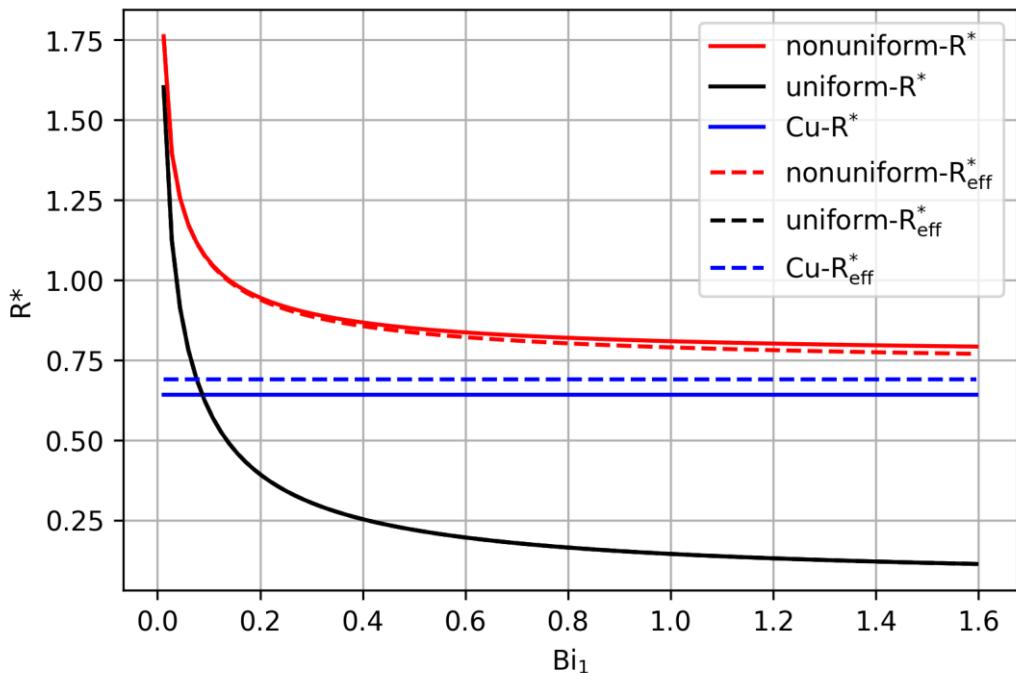


圖 4.13 無因次化熱阻與 Bi_1 數關係圖。

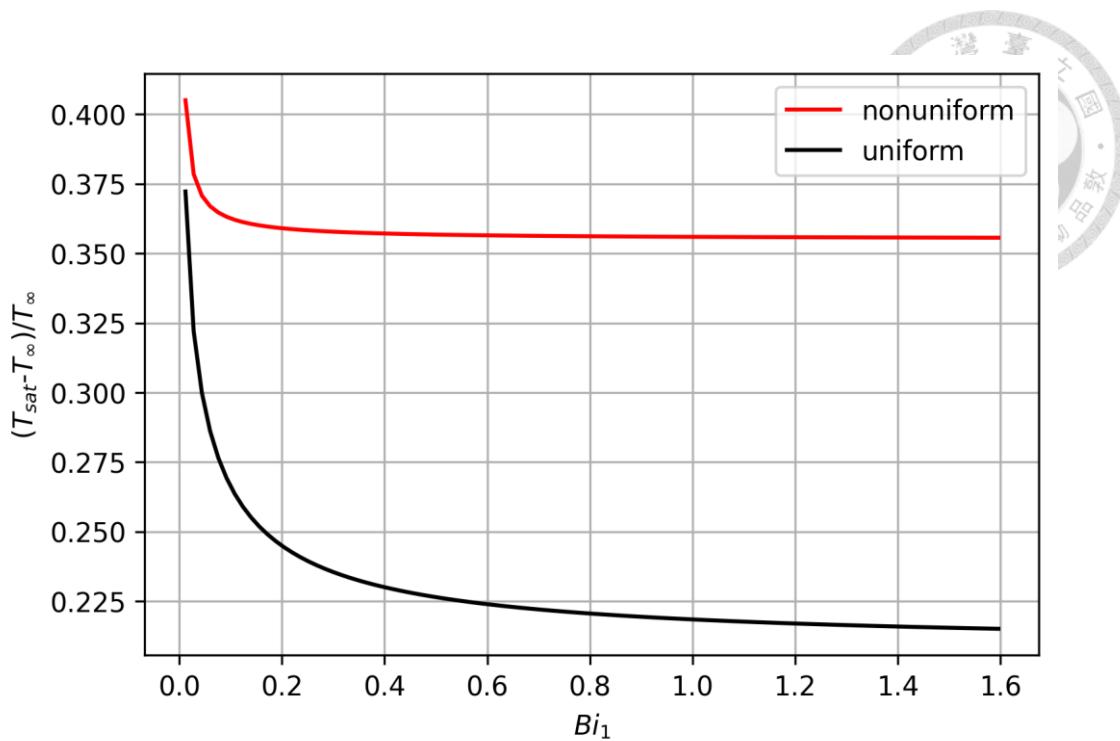


圖 4.14 飽和溫度 $(T_{sat}/T_{\infty})/T_{\infty}$ 與 Bi_1 數關係圖。

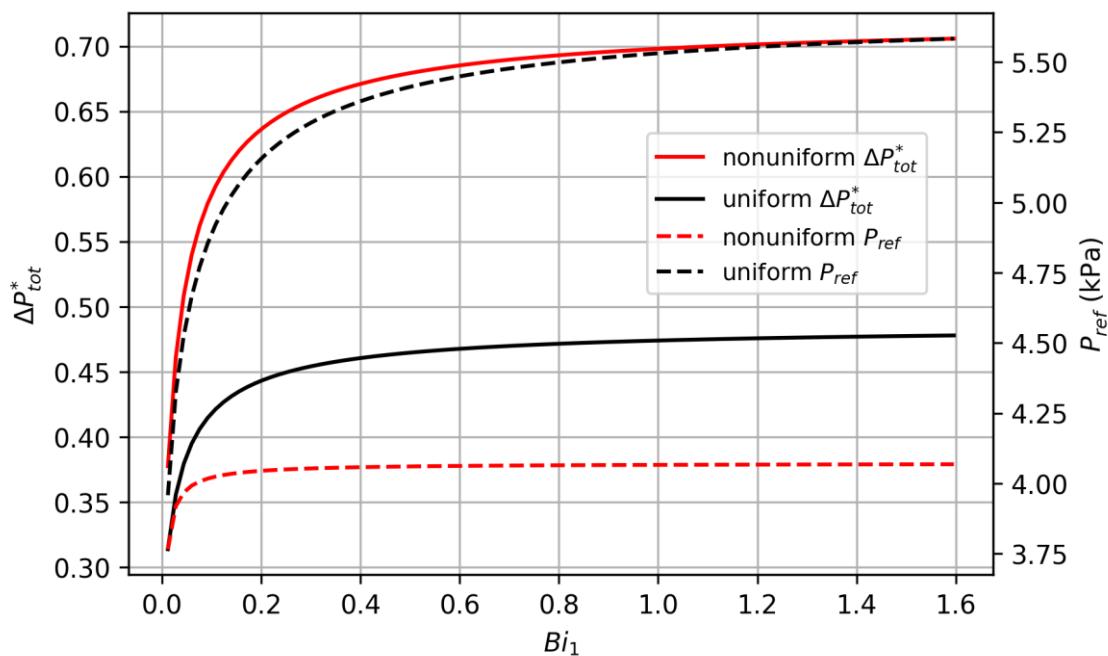


圖 4.15 無因次化壓降與 Bi_1 數關係圖。

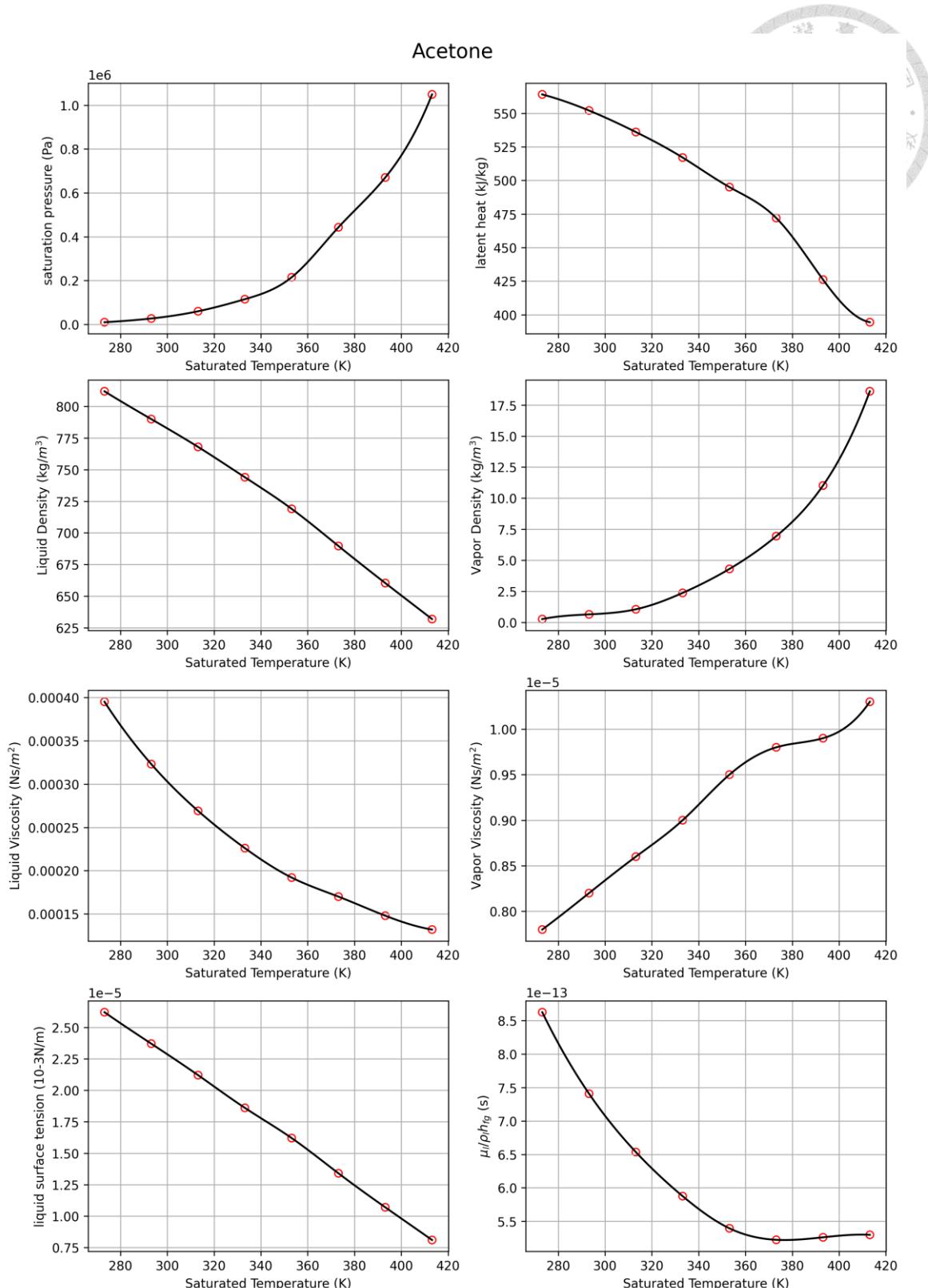


圖 4.16 丙酮之流體性質對飽和溫度關係[71]。

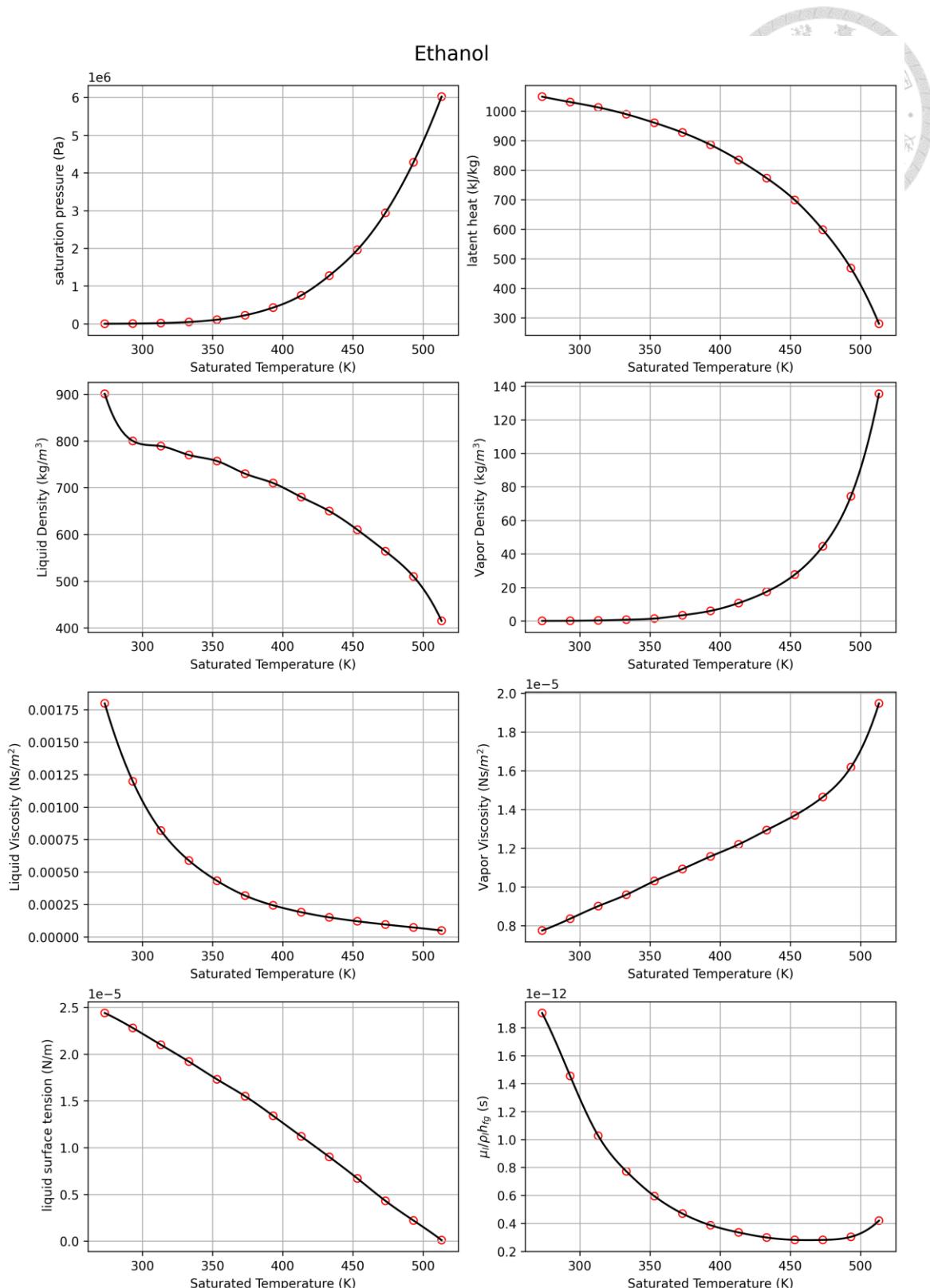


圖 4.17 乙醇之流體性質對飽和溫度關係[72]。

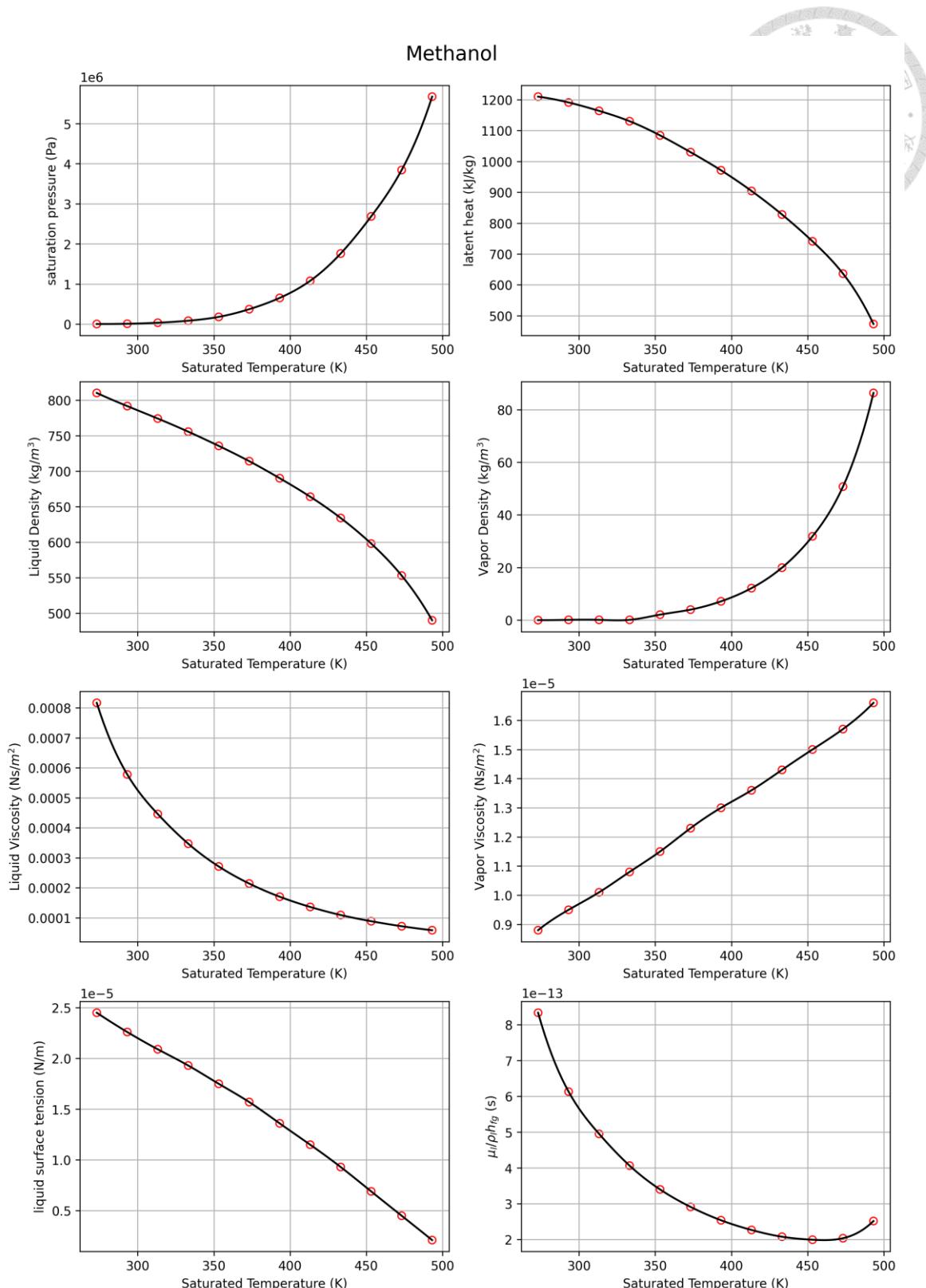


圖 4.18 甲醇之流體性質對飽和溫度關係[73]。

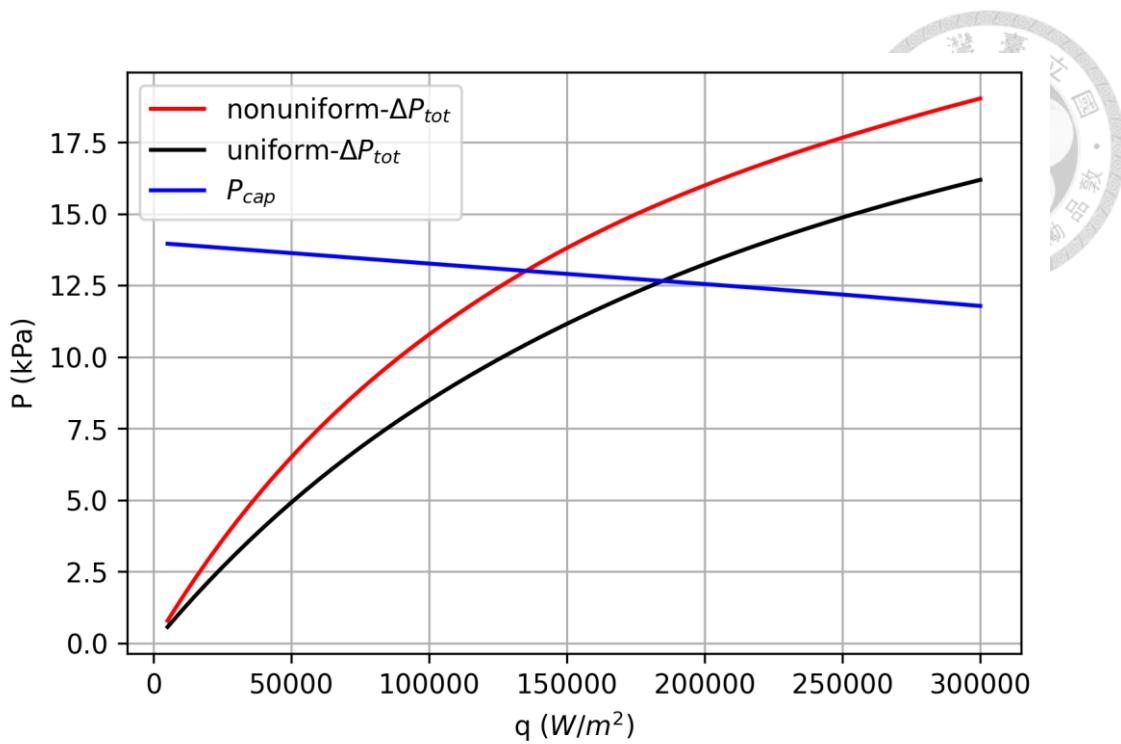


圖 4.19 工作流體為水時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比較。

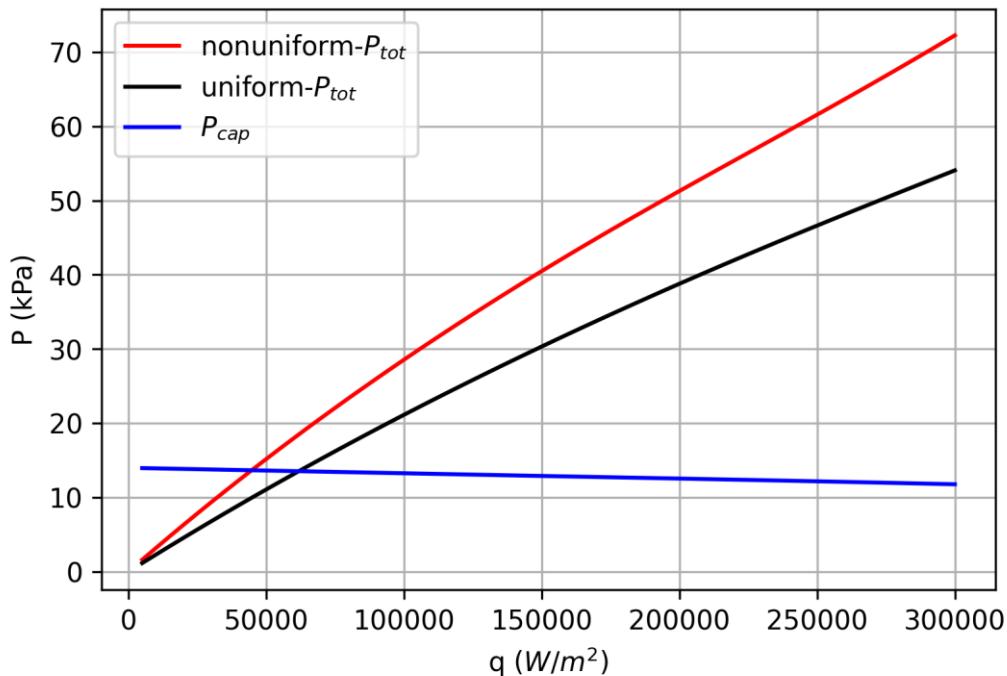


圖 4.20 工作流體為丙酮時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比較。

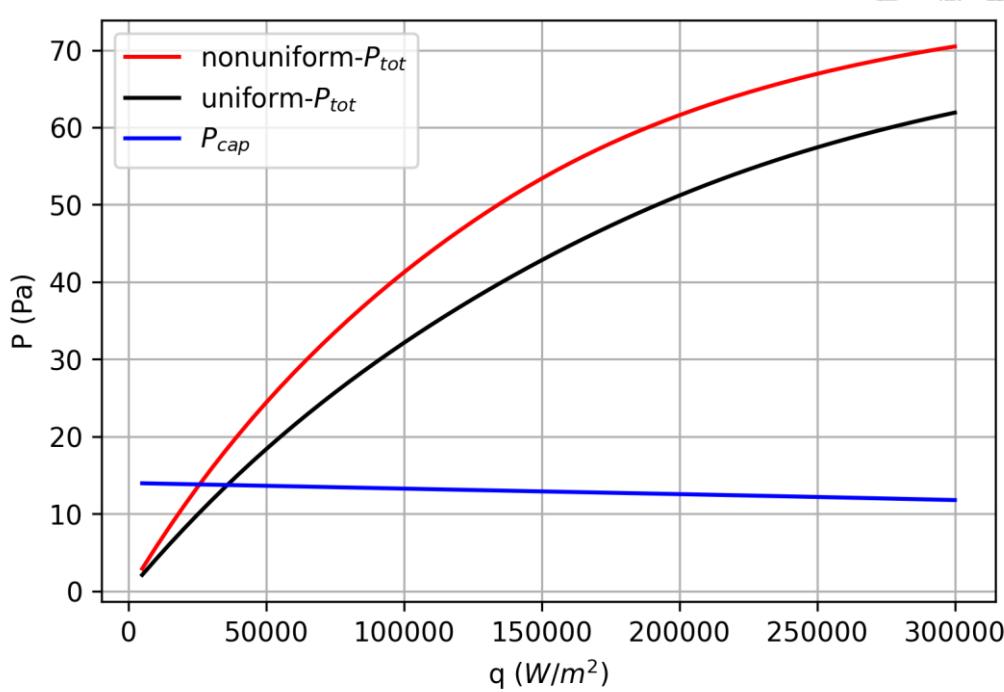


圖 4.21 工作流體為乙醇時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比較。

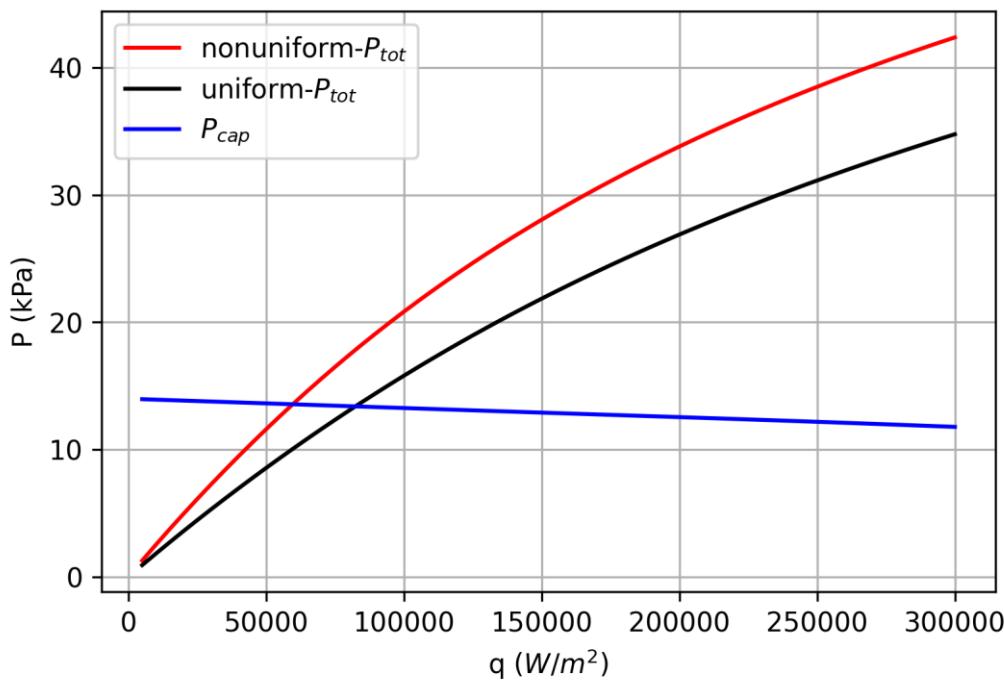


圖 4.22 工作流體為甲醇時兩種模型總壓降與最大毛細力在不同熱通量下的比較。

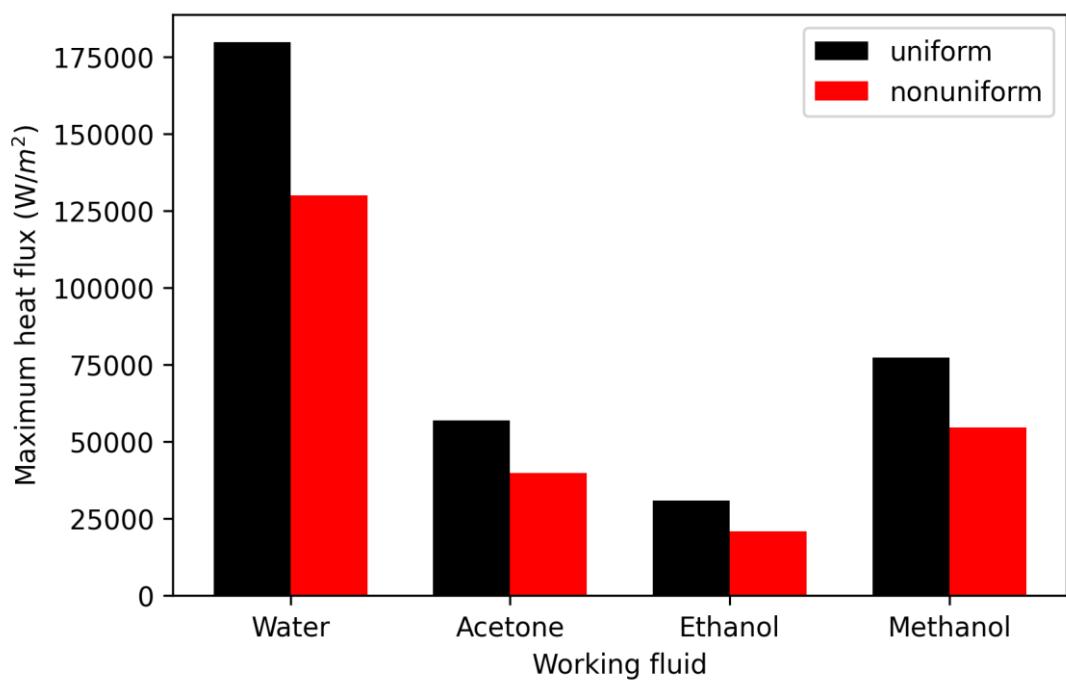


圖 4.23 四種工作流體的毛細極限熱通量。