

國立臺灣大學社會科學院經濟學系在職專班

碩士論文

Mid-Career Master Program

Department of Economics

College of Social Sciences

National Taiwan University

Master Thesis

GARCH模型對匯率風險值之估計

Using GARCH Models to Estimate

Value at Risk of Exchange Rates



劉錫山

Hsi-Shan Liu

指導教授：林建甫 博士

Advisor: Chien-Fu Lin, Ph.D

中華民國 98 年 11 月

November, 2009

## 誌謝

首先感謝恩師林建甫教授，除於學生修習碩士課程期間，多所教導外，更於本論文撰寫時，給予最大的助力與鼓勵，不但悉心斧正論文的每一細節，且不厭其煩逐字記載各章節應行改正之處，讓學生在每次向教授請益時，都有新的啟發與領悟，且恩師不只在學問的研究上，更在做人處事與生活態度上讓學生有許多足堪效法的地方，恩師的付出，在在感動心弦，令學生永生難忘。願藉卷首表以謝意，並祝福恩師與師母闔家平安、幸福快樂。

此外，承蒙吳中書院長、林金龍主任、郭平欣主任與姚睿主任的厚愛擔任學生的口試委員，並對學生指導不遺餘力，大從論文題目、架構，小至細微內容的論就，均深入且切中要點的指正，著實令學生大開眼界，也獲益良多，頗有醍醐灌頂之效，受教之恩，銘感五內。

最後，更感謝吾敬愛的父母親，自幼給予無微不至的呵護與照顧，至今未曾稍減，親恩浩瀚，三世難以回報。愛妻月麗及小犬宣徹，對於工作及求學期間的寬容與體諒，讓吾深感愧疚與不忍。今日學位之完成，要是有何榮耀，吾願將此獻給最摯愛的家人。

劉錫山 謹誌於

台灣大學經濟學系

中華民國九十八年十一月

## 摘要

近期的財務金融文獻，普遍同意波動性變化具有因時而異且有叢聚的特性，包括 Morgan (1976)、Engle (1982)、Bollerslev (1986)、Engle and Manganelli (2000)...等，因此本研究採用最能描繪自我相關條件異質變異的 GARCH 族模型進行匯率報酬率之風險值估計。至於樣本大小之選擇，因本研究是利用滾動程序(rolling)方法來估計風險值，故使用三種不同的視窗長度 1 年、3 年和 5 年來預測同一組樣本外觀值，藉以觀察不同的視窗長度對於風險值模型的績效結果影響。

Pritsker (1997)認為在風險管理實務上，風險值應兼具準確性及即時性，但往往兩者會呈一抵換關係。本研究於績效評估上，是依據 Engel and Gizecki (1999)所提出三個評估準則—準確性、保守性及效率性，以藉由不同的角度衡量各風險值模型之優缺。以往大部分文獻皆直接比較評估模型何者較具準確性、保守性或效率性，而本文較為不同的是鎖定同一視窗長度，比較各模型的績效，或鎖定同一模型，比較視窗長度對風險值模型的績效影響，以期望使用交叉方式能發現較明確的結果。

本研究利用滾動程序(rolling)方法來預測風險值，結果發現以 1 年的視窗長度，並無法讓其移動視窗所估計出之係數皆符合參數約束條件，而使計算出的風險值失去有效性，且在相同的風險值模型之保守性或效率性方面，易受到視窗長度的影響。另外，本研究亦發現使用 GARCH 模型估計風險值時，在均數方程式引入「風險貼水」項，或變異數方程式採用自然對數形式，皆無法改進風險值模型之績效。

**【關鍵字】：**自我相關條件異質變異、GARCH、滾動程序、風險值、視窗長度。

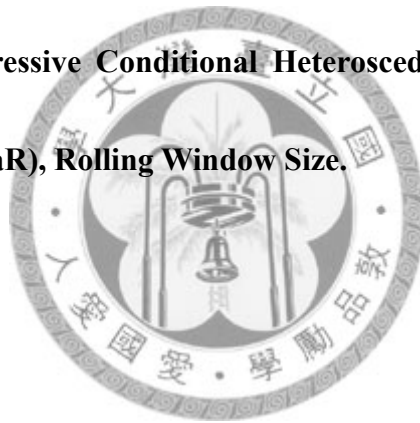
## Abstract

Recent financial/risk management papers indicates that the finance market liquidity is time variant and tends to be cluster (Morgan (1976) 、Engle (1982) 、Bollerslev (1986) 、Engle and Manganelli (2000)). Thus this research use GARCH model as VaR model since GARCH model is best to describe autoregressive conditional heteroscedasticity. We used rolling process to evaluate the value of risk and we selected the window size of 1 year, 3 years, and 5 years for the same samples to estimate the observation value out side the window. Through the estimate, we can evaluate the effect on the VaR model from different window size.

When risk management applied in practice, value at risk (VaR) should reflect the risk precisely and promptly. However, often real time results can hardly precise (Pritsker 1997). Based on the guide line from Engel and Gizycki (1999), accuracy, stability, and performance, we present this paper a different view of evaluating the pro and con of varies VaR model. In the past, most of the reports compare Value at Risk model directly in term of accuracy, stability, and performance. This paper presents a different approach by fixing the window size to compare the performance or by fixing the model to compare the valuation of different window size. From the above approach, we expect to obtain a much detail comparison.

In this paper, we use rolling process to estimate Value at Risk. Our results show that using one year window, we can't let all the estimates from the rolling window converge to their restrictions, therefore the estimates become invalid. At the same time, our results also show that under the same model, stability and the performance are both very sensitive to window size as well. We also found neither by adding risk premium to the mean equation, nor by using LOG-GARCH can improve the valuation of the VaR model.

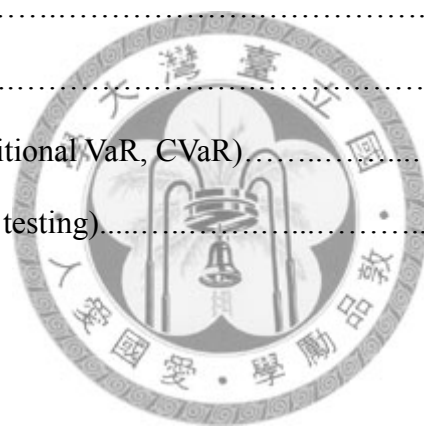
**【Keywords】 : Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, GARCH, Rolling Process, Value at Risk (VaR), Rolling Window Size.**



# 目 錄

口試委員會審定書.....	i
誌謝.....	ii
中文摘要.....	iii
英文摘要.....	iv
第一章 緒論.....	1
1.1 研究背景與動機.....	1
1.2 研究問題與目的.....	3
1.3 研究流程與架構.....	4
第二章 風險值之文獻探討.....	6
2.1 風險值之定義.....	6
2.2 風險值之估計方法.....	7
2.3 風險值之驗證方法.....	10
第三章 理論模型與研究方法.....	14
3.1 GARCH 模型.....	14
3.1.1 AR(1)-GARCH(1,1)模型.....	15
3.1.2 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型.....	15
3.1.3 AR(1)-EGARCH(1,1)模型.....	16
3.2 評估風險值之績效方法.....	17
3.2.1 準確性.....	18
3.2.2 保守性.....	19
3.2.3 效率性.....	19
第四章 實證結果與分析.....	21
4.1 樣本的取決與考量.....	21
4.2 敘述統計.....	23

4.3 實證步驟.....	28
4.4 實證資料之使用限制.....	32
4.5 估計結果.....	33
4.6 實證分析.....	39
4.6.1 風險值之回溯測試結果.....	40
4.6.2 準確性、保守性及效率性之評估.....	43
4.7 綜合結果分析.....	48
第五章 結論與建議.....	49
5.1 結論.....	49
5.2 建議.....	51
參考文獻.....	52
附錄 1 條件風險值(Conditional VaR, CVaR).....	55
附錄 2 壓力測試法(stress testing).....	56



## 圖目錄

圖 1.1	研究流程圖.....	5
圖 2-1	風險值定義圖.....	6
圖 2-2	回溯測試移動視窗.....	11
圖 4-1	樣本觀察值分配情形.....	22
圖 4-2	視窗長度 1250 天的每日收盤價走勢圖及日報酬率波動圖.....	23
圖 4-3	樣本資料處理流程圖.....	28
圖 4-4	實證研究流程圖.....	39
圖 4-5	信賴水準 95%、持有一期的風險值與實際報酬率之比.....	41
圖 4-6	$n=250$ 之概似比率統計量.....	43





## 表目錄

表 4-1	匯率(直接報價)在視窗長度 1250 天之樣本期間內敘述統計.....	24
表 4-2	匯率報酬率在視窗長度 1250 天之樣本期間內敘述統計.....	24
表 4-3	匯率報酬率在視窗長度 750 天之樣本期間內敘述統計.....	25
表 4-4	匯率報酬率在視窗長度 250 天之樣本期間內敘述統計.....	25
表 4-5	模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 750 天).....	29
表 4-6	以 ARCH-LM 檢定 ARCH 效果(2 lags).....	30
表 4-7	視窗長度 750 天匯率報酬率 AR(1)-GARCH(p,q)模型估計結果(只表現變異數方程式之係數部分).....	31
表 4-8	視窗長度 1250 天之 GARCH 模型參數估計結果.....	33
表 4-9	視窗長度 750 天之 GARCH 模型參數估計結果.....	34
表 4-10	視窗長度 250 天之 GARCH 模型參數估計結果.....	35
表 4-11	模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 1250 天).....	36
表 4-12	模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 750 天).....	37
表 4-13	模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 250 天).....	37
表 4-14	以回溯測試法評量單一匯率之穿越次數.....	40
表 4-15	以條件概似比例檢定第一次失敗觀察值之序列獨立.....	42
表 4-16	以非條件概似比率檢定法衡量各模型準確性之結果.....	44
表 4-17	以 MRB 評估各風險值模型之保守性.....	45
表 4-18	以 MRB 評估保守性之排序.....	46
表 4-19	以 MRSB 評估各風險模型之效率性.....	47
表 4-20	以 MRSB 評估效率性之排序.....	47

# 第一章 緒論

近期的財務金融文獻，普遍認為金融資產的實際報酬率往往具有兩種特性，分別為不符合常態分配及變異數有波動叢聚性(volatility clustering)。因此本文想利用不同的視窗長度及不同的 GARCH 族模型，包括 AR(1)-GARCH 模型、AR(1)-GARCH-M 模型與 AR(1)-EGARCH 模型來補捉匯率報酬率的特徵，進而以滾動程序(rolling)方法來估計風險值，最後再以交叉方式比較各模型何者較具準確性、保守性或效率性。

## 1.1、研究背景與動機

金融海嘯後，各國為了刺激市場紛紛採取低利率政策，而全球投資環境又不佳之下，讓許多持有外幣的民眾很擔心，因此投資人為求較高的投資收益，多偏好投資存款和衍生性金融商品所結合之結構型商品。尤其現在不少銀行推行雙元貨幣存款(dual currency deposit, DCD)，不僅收益高於定存牌告利率，投資期間也較具彈性，吸引不少投資人搶進，而雙元貨幣存款為何收益高於定存牌告利率，主要因為它隱含套利風險，其報價與一般存款並不相同，保息卻不保本，投資人應小心投資。

我們先來瞭解何謂雙元貨幣存款，它是一種結合「外幣定存」與「外幣幣別選擇權」的衍生性商品，雖名為存款，但不具保本的特性，以最常見的美元本金雙元貨幣存款為例，即是一筆美金定存，搭配賣出一個相同金額的美金買權，由於權利金的收入亦反映在收益上，所以可獲得比傳統定存更優惠的利率，但是必需承受本金及利息可能被轉換成弱勢貨幣的風險。譬如，本來基準貨幣是美金存款，但有可能被轉換為其他對作之兌換貨幣，例如：歐元、英鎊、澳幣、紐幣、日幣…等，所以這是一個保息卻不保本的產品，以下舉例兩種情況，分別為到期市價大於履約價格與到期市價小於履約價格。

### 例子一 到期不執行選擇權

與銀行約定履約價為 1.4450，年利率為 12%(客戶可自行設定匯率價格，愈接近市場即期價格利率愈高，但被轉換的機率及承受的風險當然也愈大)。在 9/15 銀行將不會執行這個合約，因為銀行在市場上可用 1 歐元換 1.4599 的美元，而向客戶僅能換 1.4450 的美元，因此客戶保有原來的本金，亦獲得比定存更高的利率。

### 例子二 到期執行選擇權

與銀行約定以市價 1.4800 為履約價，年利率為 36%。在 9/15 銀行將執行這個合約，因為銀行可向客戶用 1 歐元換 1.4800 的美金，而在市場上 1 歐元僅可換到 1.4599 的美元。所以客戶的美元本金將被依合約價轉換為歐元 ( $10,000/1.4800=6756.76$ )，且美元利息 ( $10,000 \times 36\% \times 7/360=70$ ) 亦被轉換為歐元 ( $70/1.4800=42.30$ )，總共拿到 EUR6799.06，若馬上換回美元( $6799.06 \times 1.4599=9925.95$ )，已損失 74.05，因此客戶拿到弱勢貨幣產生虧損，且若歐元持續貶值則損失擴大。

鑒於此種結構型商品報償與一般存款不同，且避免投資人重蹈連動債糾紛的覆轍，金管會特別提醒投資人，投資上述商品時應客觀評估投資風險，商品投資報酬率愈高，隱含投資風險也愈高，投資人應審慎考量謹慎理財，以避免造成本身資產之嚴重損失。當然還有很多的金融商品、各種衍生性商品或投資標的，也皆以外幣計價，例如：黃金、美股、ETF、連動式債券、外幣終身保險…等，所以現在的投資人，不僅要知道操作金融商品的風險，更不能忽略匯率風險的重要性。

適當的量化風險是管理風險的重要工作之一，1988 年 6 月國際清算銀行(Bank for International Settlements)所提出的「銀行自有資本與風險性質本比率之計算標準」，對從事國際交易行為的銀行，提出風險基準資本比例須達百分之八，以作為資本適足性的準備(Jorion, 2000)。而風險值的觀念被明確的肯定是在 1993 年 G30<sup>1</sup> 的 Practices and Principles 報告中被提出，強力建議風險值為實務上測量風險的最

<sup>1</sup> G30 是由主要工業國家中的銀行家、金融家與學者所組成的國際顧問公司。

佳工具，且風險值不僅能提供給財務報表使用者，以了解特定期間內，持有部位所暴露的風險量化值，也能提供給企業的管理階層，了解因市場變動所造成的資產價格波動而影響企業價值減損的問題。另外，風險值亦是目前世界各主要銀行與金融機構所普遍使用的財務風險之評估方法，因此要如何更適當的估計風險值，即成為當前最重要的課題。

## 1.2、研究問題與目的

從統計的觀點來看，在正常狀況下，風險值與未來資產報酬之條件分配上有某百分位數之關係，因此對於未來資產報酬之條件分配的設定，便會影響到所估計之風險值。在一般應用上，通常假設不同時期的資產報酬彼此互相獨立且擁有相同的常態分配，所以可以利用資產過去報酬的樣本平均數及樣本變異數作為預測資產未來報酬的平均數及變異數，接著求算分配上 $\alpha$ 比例的百分位數，推估在 $1-\alpha$ 的信賴水準下，未來某段期間內報酬的最大損失。

如果將常態分配之假設去除，則須運用模擬的方法，然而模擬的方法未考慮報酬率的條件分配可能因時間不同而改變，因此未必優於單純由常態分配設定出發的分析。除此之外，若以短期的預測來看，在沒有重大結構改變發生的情形下，常態分配的假設仍可適用。故本研究仍由常態分配之簡單設定出發，但進而考慮到報酬率之條件變異數隨時間而變動的可能性。

本研究之問題與目的歸納如下：

1. 利用不同的視窗長度 250 天(約 1 年)、750 天(約 3 年)、1250 天(約 5 年)，以 AR(1)-GARCH(1,1) 模型、AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型及 AR(1)-EGARCH(1,1)模型配適目前國人較常跟美元對作之貨幣，包括歐元(EUR)、紐幣(NZD)與日圓(JPY)，藉以了解其匯率報酬率的特徵。再利用滾動程序(rolling)方法，求得連續 250 個 1 期的變異數預測值，進而求得 250 個持有期間為 1 期、其信賴水準為 95%的單一貨幣之風險值。

2. 以視窗長度 750 天求出連續 250 個 1 期的風險值作為對照組，而以視窗長度 250 天和 1250 天求出連續 250 個 1 期的風險值作為實驗組，接著利用回溯測試法(back testing)，並輔以概似比率檢定(LR test)來檢驗各模型之穿越次數是否符合理論失敗次數，以作為準確性之標準。再使用平均相對偏差(MRB)與平均相對規模偏差(MRSB)，作為衡量各模型保守性及效率性之指標。
3. 探討以滾動程序(rolling)方法所求之風險值，是否會因「樣本內」資料筆數過多，而造成其新加入的一筆訊息影響力過小；或採用太少「樣本內」資料筆數，而使模型估計出的係數無法充分表達過去的資訊，進而影響風險值的有效性，故本文藉以不同的視窗長度 250 天(約 1 年)、750 天(約 3 年)和 1250 天(約 5 年)來進行迴歸分析並估計風險值。

### 1.3、研究流程與架構

本研究之組織結構如下：

1. 第一章緒論，主要在說明本文的研究背景、研究問題及研究目的。
2. 第二章文獻探討，先以介紹各種風險值模型及不同的估計方法，再回顧國內外學者對於風險值應用之實證文獻。
3. 第三章研究方法，內容為論證 GARCH 模型在條件異質變異下預測變異數的方法，並介紹各模型所估計之風險值的績效評估。
4. 第四章實證研究，說明研究對象與樣本期間之資料來源及處理，並列出各種方法所得到的結果，再加以討論及分析。
5. 第五章結論與建議，針對本文所得出之結果歸納出綜合性的結論與發現，並針對後續研究方向提出想法與建議。

本文之研究流程如下圖所示：

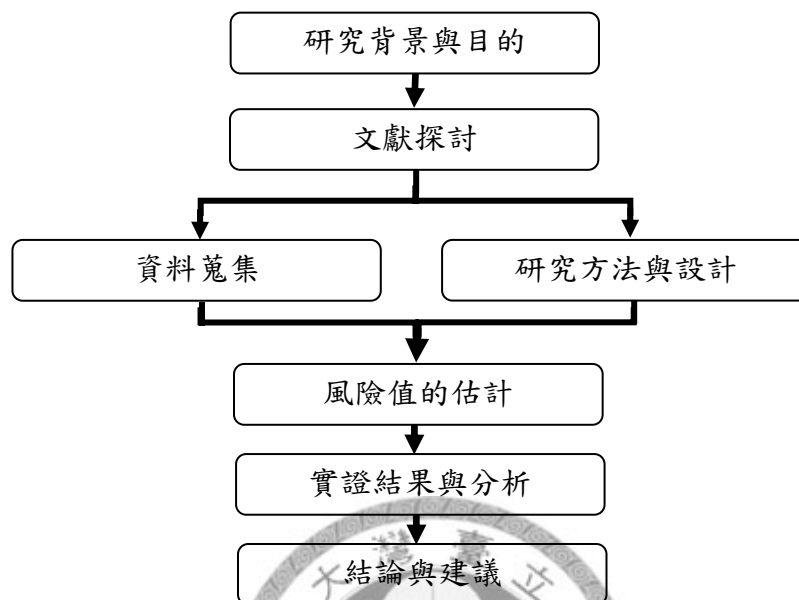


圖 1-1 研究流程

## 第二章 風險值之文獻探討

「低風險低報酬，高風險高報酬」，這句話告訴我們獲利的後面隱含著我們應該要面對的風險，至於我們願意且足夠承受的風險，那就非常重要了。首先應先了解的事，風險管理之目的並不在於使投資人完全不承擔任何風險，而是使投資人在追求獲利時，知道自己所應該面對的風險，也就是獲利與風險之間的取捨，所以我們必須去了解如何估計風險。本章將對於風險值的過去文獻作探討，內容分成風險值的定義、風險值的估計方法和風險值的驗證，分別敘述如下。

### 2.1、風險值之定義

「先立於不敗之地」，應該是所有投資者心中的首要策略，想立於不敗之地，我們應該先來瞭解何謂風險值。風險值是根據所有已知的訊息 $\Omega_t$ 下，於時間點 $t$ 時的資產價值假設為1元，並認定一個信賴水準 $1-\alpha$ 之下，預測時間 $t+1$ 期以零為基準之風險值定義為

$$P(R_{t+1} < -VaR_t | \Omega_t) = \alpha \quad (2-1)$$

其中 $R_{t+1}$ 為 $t+1$ 期的實際報酬率（負表示損失），而 $VaR_t$ 為第 $t$ 期預期 $t+1$ 期的資產報酬之風險值。以圖 2-1 來表示，根據當期為止所有可用的訊息集合 $\Omega_t$ ，所預測出來於信賴係數 $\alpha$ 的最大損失。

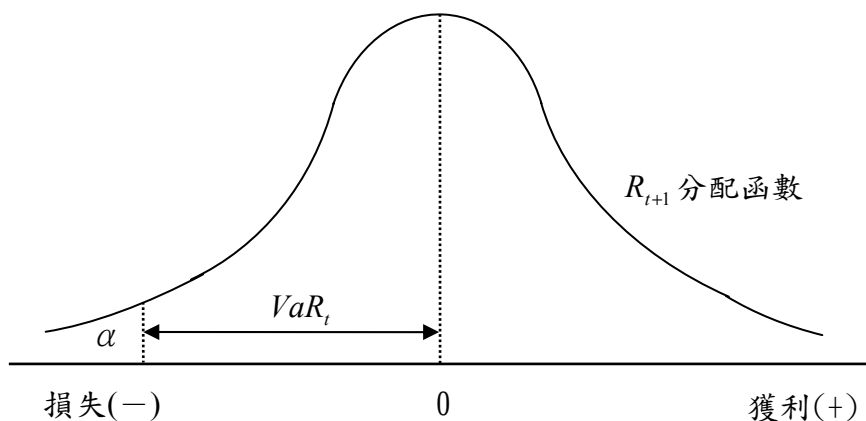


圖 2-1 風險值定義圖

Hull and White(1998)也提出風險值的定義為：「我們有 $(1-\alpha)$ 100%的信心在未來 T 天內的損失不會超過 K 元」。由此可知，估計風險值必須考慮  $1-\alpha$  和 T，也就是信賴水準和持有期間，因為在不同大小的信賴水準及不同長短的持有期間都將影響風險值 K 的估計。而信賴水準和風險值的關係，我們亦可以從圖 2-1 知累積機率函數  $F(x)=\int_{-\infty}^{-K} f(x)dx=\alpha$ ，其中信賴水準  $1-\alpha$  越大，表示  $\alpha$  越小，即 K 越大；至於持有期間越長，表示波動程度更大，即標準差( $\sigma$ )變大，這些意指信賴水準越高或持有期間越長，則估計之風險值也必定越大。

## 2.2、風險值之估計方法

風險值較常使用之估計的方法，若以有無母體分配區分，則可分為有母數法與無母數法，以下依不同的估計方法介紹各種模型，並探討有關估計方法之實證文獻。

### (一) 有母數法

有母數模型常假設資產報酬為隨機、獨立之常態分配，而分配中未知的平均數和標準差，可以由資料中做估計，進而計算其風險值。比較具代表性的均等權數移動平均法(sample moving average, SMA)，其特點是對於過去近遠期之歷史資料給予相同的權數，此特性忽略了較近的觀察值通常具有較高的相關性，且在有極端值出現時，其效果將以相同的權數持續影響，極易造成很大的誤差。

另外一種是指數權數移動平均法(exponential weighted moving average, EWMA)，為 J.P.Morgan (1996)以 RiskMetrics<sup>2</sup>模型估計變異數與共變異數矩陣的模型，其計算的方式是以指數加權移動平均法估計標準差，以近期的資料有較重的權數，來捕捉短期性波動的變化。其中模型所引入的衰退因子，通常介於 0.9~1.0 之間，其值若越小，表示衰退的速度越快，亦即近期資料影響力越大；而越接近 1

<sup>2</sup> RiskMetrics 一詞，已經成為全球在市場風險衡量方法的代名詞，全球更是已經有超過六百家金融機構、證券交易市場，以及中央銀行，皆採用 RiskMetrics Group 的金融風險管理解決方案。



時，表示事件的衝擊衰退的速度越慢。根據 Jackson, Maude and Perraudin (1997) 建議衰退因子以 0.94 或 0.97 較合適，而 J. P. Morgan 之 RiskMetrics 的處理方式是在使用月資料時衰退因子為 0.97，而使用日資料時衰退因子為 0.94。

然而，在許多文獻中得知，包括 Morgan (1976)、Engle (1982)、Bollerslev (1986)、Engle and Manganelli (2000)...等，金融資產的實際報酬率往往具有兩種特性，分別為不符合常態分配及變異數有波動叢聚性(volatility clustering)。Duffie and Pan (1997)認為其高峰態厚尾的主因來自於混合常態和變異數波動隨機性所造成，而為了解決這些問題，Venkataraman (1997)將八種貨幣以混合常態分配(mixture of normal distribution)取代常態分配，使用「準貝氏最大概似函數估計法」(QBMLE)來估計混合常態分配，並以 Kupies (1995)所提出的概似比率檢定法來檢定，其實證結果得到比常態分配有更好之績效。

至於在變異數的叢聚性，早在 1982 年 Engle 就發現時間數列的模型當中，殘差之變異數常有不穩定現象，且大波動往往會伴隨著大波動，而小波動也常常跟隨著小波動，於是提出 ARCH(autoregressive conditional heteroscedasticity)模型來解釋這種現象。其學生 Bollerslev (1986)更以 ARCH 模型延伸出更一般化的 GARCH 模型，其設定當期之條件變異數為過去誤差項平方與過去條件變異數的函數。Engle and Manganelli (2000)也指出，在實務上，財務市場的資產報酬皆有叢聚的情況，以統計的觀點來看，若忽略報酬的自我相關性，則估計出之係數並不具備有效性<sup>3</sup>，且風險值極易產生跳躍式的變化，而造成不合理的情況。

由於 GARCH 模型除了能掌握自我相關條件異質變異的特性之外，在參數的設定上，也比 ARCH 模型更沒有限制，且為了驗證 Hopper 所言，是否需要增加樣本數或拉長估計期間後，才能較準確地計算變異數方程式的參數，而使估計之風險值更具有效性。因此本研究以歐元、紐幣和日圓之報酬率作為樣本，取用三個不同的視窗長度，分別為 1250 天(約 5 年)、750 天(約 3 年)和 250 天(約 1 年)來估

<sup>3</sup> 有效性必需具備不偏性且不偏推定量之變異數必需小於等於任何其他的不偏推定量(Kmenta, 1986)。

計風險值，然後再評估各模型之績效，以期望發現視窗長度對風險值估計的影響，即為本研究之精神所在。

最後，以母數法估計風險值的還有蒙地卡羅模擬法，也是一個常被使用的方法，其假設資產價格的變動服從某種隨機過程的型態，在目標時間範圍內利用電腦模擬，產生隨機價格的路徑，並依此建構資產報酬之分配，進而推估該資產風險值的方法。因該方法可涵蓋變數的所有可能狀況，所以是一種最完整的方式，且可以對線性以及非線性部位做全面性的評價，還能模擬出多種風險。但其缺點主要是需要煩雜的電腦技術和大量的重覆抽樣，過程相當耗時，而且對於代表價格變動的隨機模型，若是選擇不當，易導致模型風險的產生，且模擬所需的樣本數必須要大且足夠，才能使估計出之分配得以與真實的分配接近。

## (二) 無母數法

無母數法的好處是不需對資產報酬率做任何的假設分配，主要有歷史資料模擬法及壓力測試法。其中歷史資料模擬法是利用所持有的資產之過去一段期間的歷史價格時間序列，再搭配目前所持有資產的部位，重新建構資產未來報酬的分配之後，再經過由小到大順序排列依百分位數求算特定信賴水準下之風險值，且其可以對線性以及非線性部位做全面性的評價，還能模擬出多種風險。

在過去的文獻中，Alexander and Leigh (1997)認為歷史模擬法通常使用市場過去數年的資料來觀察過去的損益分配，使得風險值的計算不需任何分配的假設便可達成，此較其他估計方法為優。Hendricks (1996)使用歷史資料模擬法分別以四種觀察天數 125、250、500、1250 天做估計，實證結果發現以 1250 天期所估計出來的風險值與實際資料較為符合。Pritsker (1997)指出運用歷史資料模擬法估計風險值時，歷史資料期間長度的選擇，將會影響估計的績效。Danielsson and De Vries (1997)在研究中指出，以歷史資料模擬法估計風險值，若在觀察期較少時，因所涵蓋的極端事件也較少，將無法準確地估計而造成嚴重的誤差。

然而，當歷史資料模擬法選取長時期的資料時，易忽略太過久遠的歷史資料對於近期的資訊影響較小的問題，因而降低風險值估計的準確性。Hull and White (1998)提出一個修正歷史資料模擬法的方式，其使用指數加權移動平均法(EWMA)計算 12 種匯率及 5 種股價指數的近期波動，並應用所求的波動來修正較久遠的歷史資料，以獲得一組新的歷史資料，其實證結果發現，確實可以改善歷史資料模擬法估計風險值的績效。

至於壓力測試法<sup>4</sup>又稱為情境分析法(scenario analysis)，其主要是在認定市場極端狀況之情境，並量化在此情境下資產可能發生的最大損失金額，以彌補風險值對於風險管理機制上的不足。雖然市場發生極端狀況的機率不高，但投資人應確實了解極端狀況發生時可能的損失狀況，來決定是否需要結清或修正其投資部位，因此壓力測試法最主要是在彌補風險值於風險管理中的不足，而不是在取代風險值的定位。

### 2.3、風險值之驗證方法

至於風險值驗證的方法，大致可以分為操作性風險的衡量及統計上的驗證方法，以下依序介紹。

#### (一) 操作性風險的衡量

最主要操作性風險的衡量是由巴塞爾委員會(Basle Committee)在 1996 年提議採用的回溯測試和前向測試。

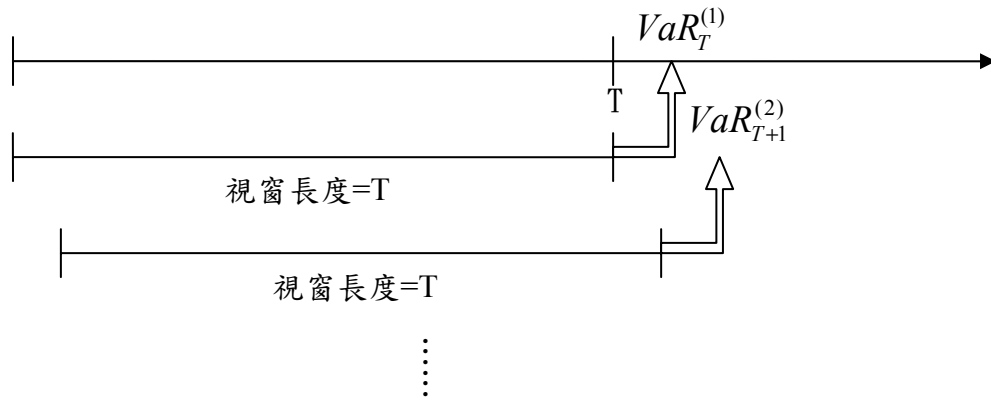
##### 1. 回溯測試(back testing)

回溯測試是以比較過去一年的投資部位之每日實際損失金額超過所估計之風險值的次數(稱為穿越次數)，作為評估風險值的估算是否確實符合市場實際狀況，並依據此穿越次數之多寡來決定資本提列乘數之大小，其操作方式如下：

---

<sup>4</sup> 壓力測試法(stress testing)本文附錄 2 有提供 AUL 及 MUL 方法(劉美纓，2003)。

過去發生之 T 期的「樣本內」資料作為移動視窗(moving window)，計算出持有一期且信賴水準為 95% 的風險值，進而與下一期之實際值作比較，並重複操作 250 次(約 1 年)，如下圖。



重複操作 250 次，即可預測出  $VaR_T^{(1)} \sim VaR_{T+249}^{(250)}$

圖 2-2 回溯測試移動視窗

因此當  $-R_{i,t+s} < VaR_{T+s-1}^{(s)}$ ，計  $x_i = 0$ ；當  $-R_{i,t+s} \geq VaR_{T+s-1}^{(s)}$ ，計  $x_i = 1$  (失敗)。然後將失敗次數加總，所得到的值即為該風險值模型之穿越次數，值太大或太小皆代表該模型之預測能力不佳，至於各模型之穿越次數對總次數比例是否與理論失敗率<sup>5</sup>具有顯著差異，將以條件概似比率檢定和非條件概似比率檢定作評估。

## 2. 前向測試(forward test)

而前向測試是將每天的風險值和當天的損益直接做比較，如果當天的損失落在風險值之外，就被記一次離位點(outlier)，如此重複每天比較直到一年，再以得到的離位點之總數，作為判斷風險值模型的績效比較。

### (二) 統計上的驗證方法

在統計上的驗證方法，依採取不同的方法檢驗風險值模型之不同的效力，以下將依據 Engel and Gizycki (1999) 所提出三個評估準則—準確性、保守性及效率性逐一討論。

<sup>5</sup> 理論失敗率即為給定的信賴係數  $\alpha$ 。

在準確性方面，最主要衡量實際損失超越風險值所產生的失敗次數，亦即檢驗穿透率<sup>6</sup>是否與理論失敗率相等，故計算出的失敗次數，我們必須利用統計的檢定方法，來檢驗其失敗次數是否可靠及準確。

Christoffersen (1998)提出獨立性  $LR_{ind}$  統計量，來檢定實際損失穿越風險值的獨立性，亦即虛無假設為每次的失敗都是序列獨立，藉以判定風險值模型的準確性。其  $LR_{ind}$  統計量為：

$$LR_{ind} = -2\ln L_0 + 2\ln L_1 \quad (2-1)$$

上式中  $L_0 = (1-\pi)^{T_{00}+T_{10}} \pi^{T_{01}+T_{11}}$ ， $L_1 = (1-\pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1-\pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}}$ ， $\pi_{01} = \frac{T_{01}}{(T_{00}+T_{01})}$ ， $\pi_{11} = \frac{T_{11}}{(T_{10}+T_{11})}$ ， $\pi = \frac{(T_{01}+T_{11})}{(T_{00}+T_{01}+T_{10}+T_{11})}$ ，其中  $T_{ij}$  為上一期是  $i$  本期是  $j$  的次數，而 0 表示成功、1 表示失敗。當虛無假設為真且樣本數若夠大時， $LR_{ind}$  統計量之分配趨近於自由度為 1 的卡方分配。

Kupiec (1995)提出條件概似比率檢定及非條件概似比率檢定，亦是基於二項分配所求出的一個 LR 統計量，其前項是檢定其第一次失敗的觀測值是否獨立地分佈在測試區間，而後項是檢定實際的失敗比率是否符合事前設定的理論失敗比率。本文考慮 Christoffersen 提出的獨立性概似比率檢定相較於 Kupiec 所提出條件概似比率檢定為嚴格，易造成型 I 誤差<sup>7</sup>，故在檢定風險值模型的準確性上，將採用劉美纓(2003)、林楚雄等(2005)和張簡彰程等(2008)所使用的 Kupiec 檢定法來檢驗之(3.2.1 節介紹)。

另外規模乘數(scaling factor)的大小，亦是一個可以衡量風險值模型之準確性的方法。其為風險值相對於實際損失的偏差程度改以相對應的等量乘數，它是利用事後觀點來計算，當穿透率不等於所設定的理論失敗率時，則風險值應該乘上多少的乘數才會等於理論失敗率，亦即在給定的顯著水準，反求模型的規模乘數。

<sup>6</sup> 穿透率=穿越次數/測試期間實驗次數

<sup>7</sup> 型 I 誤差表示在虛無假設為真的情況下,而拒絕虛無假設。

其計算方式如下：

$$F_i = T_i \alpha$$
$$F_i = \sum_{t=1}^{T_i} \begin{cases} 1 & \text{if } -R_{i,t+1} \geq X_i VaR_{i,t} \\ 0 & \text{if } -R_{i,t+1} < X_i VaR_{i,t} \end{cases} \quad (2-2)$$

其中  $X_i$  即為規模乘數，且計算式可知當規模乘數小於 1 時(穿透率小於理論失敗率)，表示風險估計值高估；規模乘數大於 1 時(穿透率大於理論失敗率)，表示風險估計值較為低估；亦表示乘數越接近 1，該風險模型越具準確性。

在保守性方面，Hendricks (1996) 提出以平均相對偏差(mean relative bias, MRB) 作為保守性的衡量指標，而 MRB 主要目的是以衡量模型估計的風險值，相較於全部評估模型之平均風險值的偏離程度，表示若所求得的數值越大，即表示該模型保守性相對較高。本文在比較各風險值模型之保守性，亦採取 Hendricks 所提之衡量指標來評估，其計算方式將於 3.2.2 節詳細討論。

在效率性方面，最主要是以在給定的準確性上，來衡量所需提列的自有資金成本大小作為效率性的比較，即表示所需提列的成本越小，該風險值模型效率越高，而所需提列的自有資本大小，又決定在所估計的風險值大小，因此在效率性的評估，大都採用平均相對規模偏差(mean relative scaled bias, MRSB)。風險值本身不只是為了量化風險，更希望讓投資人能在控制風險中，追求投資績效的提升，故本文在效率性的評估方面，亦採用劉美纓(2003)、林楚雄等(2005)和林曉菁等(2006)所使用的 MRSB 指標，以求在相同的基礎下比較各模型的效率性，其計算方式將於 3.2.3 節詳細討論。

### 第三章 理論模型與研究方法

解析模式法(analytical model)假設所有資產報酬率的分配型態皆為常態分配，但是在計算風險值時，這極可能會因為輕視重大變動發生而造成低估真正的風險，所以本文以 GARCH 模型改善常態分配理論上的缺點，以捕捉實際分配具厚尾的情形。在計算風險估計值時，變異數的估計是計算風險值的一個必要的步驟，因為風險值主要是利用價格的波動性來顯現報酬異常的下方風險，所以代表價格波動性的變異數之預測是非常重要的。另外，在財務金融市場研究上，常有高預期報酬伴隨著高風險的特性，以及資產價格變動與波動變動成反向關係，即風險貼水與槓桿效果，因此本研究分別使用 AR(1)-GARCH(1,1) 模型、AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型及 AR(1)-EGARCH(1,1)模型等三種作為風險值模型，以下則是本文會使用之理論模型和研究方法的介紹。

#### 3.1、GARCH 模型

Bollerslev (1986)將 ARCH 過程擴充為一般化過程，簡稱 GARCH 過程，其 GARCH(p,q)模型為：

$$\begin{aligned}R_t &= \gamma_0 + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= v_t \sigma_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2\end{aligned}\tag{3-1}$$

其中 $(v_t | \Omega_{t-1}) \sim i.i.d. N(0,1)$ <sup>8</sup>，且為了保證 $\sigma_t^2 > 0$ ，我們必須限制 $\alpha_0 > 0$ ， $\alpha_i$ 、 $\beta_j \geq 0$  ( $i=1, \dots, q, j=1, \dots, p$ )、且 $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$ ，此為參數約束條件。若 GARCH 過程是共變異數平穩的，具有  $E[\varepsilon_t] = 0$ (無條件地)，於是其無條件變異數為 $\frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j}$ ，以及對所有  $t \neq s$  都有  $Cov[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0$ 。

<sup>8</sup> 其中 *i.i.d.* (independent and identically distributed) 為獨立且具有相同分配。

至於 GARCH 模型之參數估計，本文使用準最大概似估計法(quasi maximum likelihood estimation，簡稱 QMLE)，其假設  $\varepsilon_t$  的條件分配為一常態分配，T 次觀察之樣本的對數概似函數為(3-2)式，再對參數的一階導數為零求解。

$$\ln L = \sum_{t=1}^T -\frac{1}{2} \left[ \ln(2\pi) + \ln \sigma_t^2 + \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right] \quad (3-2)$$

### 3.1.1、AR(1)-GARCH(1,1)模型

Bollerslev, Chou and Kroner (1992)等認為在金融市場資產報酬的波動行為具有可預測性，其實證結果更顯示 GARCH(1,1)模型即能充分描述資產報酬率異質變異的現象，此為本文選用  $p=1, q=1$  的理由之一。

假設在已知的過去資訊  $\Omega_{t-1}$  下， $t$  期的報酬率為  $R_t$ ， $t$  代表持有期間，其中  $t=1, \dots, T$ ，則 AR(1)-GARCH(1,1)模型可表示如下：

$$\begin{aligned} R_t &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= v_t \sigma_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中  $(v_t \mid \Omega_{t-1}) \sim i.i.d. N(0,1)$ ，且為了保證  $\sigma_t^2 > 0$ ，我們必須限制  $\alpha_0 > 0$ 、 $\alpha_1 \geq 0$ 、 $\beta_1 \geq 0$ 、且  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ，此為參數約束條件。由式 3-3 我們可以得知，若過程是共變異數平穩的，其對所有  $t \neq s$  都有  $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ ，所以非條件變異數為  $\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$ ，代表  $\alpha_1 + \beta_1$  越大，則非條件變異數就會越大，表示波動持續性越強。一般在財務應用上會假設落後期係數  $\alpha_1 > 0.7$ ，而誤差係數  $\beta_1$  則較小，其經濟意涵為較大的  $\alpha_1$  表示波動會緩慢地消失，較小的  $\beta_1$  指出波動對市場趨勢反應快速。

### 3.1.2、AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型

金融市場中，持有具風險之資產往往會要求風險貼水(risk premium)，表示資



產報酬率會由波動所決定，亦即隱含資產報酬率和變異數有著關聯性，這樣的模型係由 Engle et al.(1987)所提出，稱之為 GARCH-in-mean 模型。他們研究中指出，由於經濟理論未告訴風險貼水的函數形式，所以他們在均數方程式分別採用  $\sigma_t$ 、 $\log(\sigma_t^2)$  或  $\exp(\sigma_t)$  項，再觀察其係數是否顯著、對數概似值是否明顯增加，及使用 LM 檢定均數方程式是否遺漏  $\sigma_t$ 、 $\log(\sigma_t^2)$  或  $\exp(\sigma_t)$  項，最後決定採用  $\log(\sigma_t^2)$  的估計項，所以本文在均數方程式直接引入  $\log(\sigma_t^2)$  項，作為「風險貼水」的估計項。

假設在已知的過去資訊  $\Omega_{t-1}$  下， $t$  期的報酬率為  $R_t$ ， $t$  代表持有期間，其中  $t=1, \dots, T$ ，且在均數方程式多  $\log(\sigma_t^2)$  項，代表風險貼水與殘差之變異數的對數有關，則 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型可表示如下：

$$\begin{aligned} R_t &= \mu \log(\sigma_t^2) + \gamma_0 + \gamma_1 R_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= v_t \sigma_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (3-4)$$

當然這次迴歸模型的估計不能像前面對異質變異數模型那樣把估計問題進行分割，而必須同時估計所有參數才行。其中  $(v_t \mid \Omega_{t-1}) \sim i.i.d. N(0,1)$ ，且為了保證  $\sigma_t^2 > 0$ ，我們必須限制  $\alpha_0 > 0$ 、 $\alpha_1 \geq 0$ 、 $\beta_1 \geq 0$ 、且  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ，此為參數約束條件，且過程若是共變異數平穩，其非條件變異數為  $\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$ ，以及對所有  $t \neq s$  都有  $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ 。

在金融市場中，這是一個值得關注的表達形式，因為很自然地投資人會假定資產的預期報酬與資產的風險是成某種比例且緊密相關，所以估出的係數( $\mu$ )反映了風險與報酬的替代關係。

### 3.1.3、AR(1)-EGARCH(1,1)模型

對於某些金融市場的研究發現，當下跌和上漲相同幅度時，下跌過程往往會

伴隨著更劇烈的波動性。為了解釋這種現象，Nelson(1991)提出(exponential) GARCH 模型，稱為 EGARCH，此模型的特色在於捕捉正面與負面之衝擊對於金融資產報酬率的不對稱性效果。

假設在已知的過去資訊  $\Omega_{t-1}$  下， $t$  期的報酬率為  $R_t$ ， $t$  代表持有期間，其中  $t=1, \dots, T$ ，則 AR(1)-EGARCH(1,1)模型可表示如下：

$$\begin{aligned} R_t &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{t-1} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= v_t \sigma_t \\ \ln(\sigma_t^2) &= \alpha_0 + \theta \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \lambda \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta_1 \ln(\sigma_{t-1}^2) \end{aligned} \quad (3-5)$$

模型中其變異數採用自然對數<sup>9</sup>形式，意味著  $\sigma_t^2$  非負，且槓桿效果是指數形態。再來分析模型如何表現出槓桿效果，假如當上一期是好消息時  $\varepsilon_{t-1} > 0$ ，取絕對值和不取絕對值之結果相同，即  $\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| = \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$ ；而上一期如果是壞消息的話， $\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right|$  和  $\frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$  這兩項之值相同，但符號相反。因此槓桿效果如果存在的話，必須(3-5)式中的  $\lambda < 0$ ，因為  $\varepsilon_{t-1} < 0$ (壞消息)且  $\lambda < 0$  同時成立時，代表上一期的壞消息相對於好消息其條件變異數會較大。

### 3.2、評估風險值之績效方法

在對各風險值模型及不同視窗長度使用滾動程序(rolling)方法求出的風險值，其績效之驗證方法，本文使用 Engle and Gizycki (1999)所提出的準確性、保守性及效率性作為風險值模型的績效評估。先以給定的信賴水準下衡量模型的準確性，再以保守性和效率性來探討不同視窗長度的 GARCH 族模型之績效，以供不同風險偏好的投資人，能正確地選擇屬於自己屬性之模型估計風險值。

<sup>9</sup> 以無理數  $e$  為底的對數稱為自然對數，其中  $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ 。

### 3.2.1、準確性

自有資本的提列，若過低會有破產的危機，過高又影響資金調度的效率。因此，模型的準確性對於所有風險值的使用者是非常重要的，也是對於模型的選擇最基本的要求，唯有符合信賴水準之準確性，模型的保守性及效率性的比較才會可靠。

Engle and Giszky (1999)指出準確性的衡量在於風險值模型之失敗次數的檢定，若模型的穿透率與理論失敗率在統計上一致的話，表示該模型是在給定的信賴水準之下是準確的，本文採用條件概似比率檢定及非條件概似比率檢定：

#### (一) 條件概似比率檢定(LR test of conditional coverage)

基本上，失敗次數發生與否是屬於二項分配，故在樣本數為  $n$ ，失敗次數為  $x$ ，理論失敗率為  $P_0$  的二項機率為  $C_x^n (1-P_0)^{n-x} P_0^x$ 。

而條件概似比率檢定是由 Kupiec(1995)所提出，是基於二項分配所導出的一個 LR 統計量，檢定到達第一次失敗的觀察次數是否與實際失敗次數相符合的條件檢定法，即測試第一次失敗的觀測值是否獨立地分佈在測試區間，其中  $n'$  表第一次出現失敗的觀察數目，且 LR 統計量服從自由度為 1 的卡方分配。其計算方式為：

$$LR = -2 \ln \left[ \left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n'-1} \left(\frac{x}{n}\right) \right] + 2 \ln \left[ \left(1 - \frac{1}{n'}\right)^{n'-1} \left(\frac{1}{n'}\right) \right] \quad (3-6)$$

#### (二) 非條件概似比率檢定(LR test of unconditional coverage)

由 Kupiec(1995)所提出，非條件概似比率是檢定實際失敗比率是否符合事前設定的理論失敗比率之檢定法，其虛無假設為  $H_0 : P = P_0$ ，且 LR 統計量分配服從自由度為 1 的卡方分配。其計算方式為：

$$LR = -2 \ln \left[ (1 - P_0)^{n-x} P_0^x \right] + 2 \ln \left[ \left(1 - \frac{x}{n}\right)^{n-x} \left(\frac{x}{n}\right)^x \right] \quad (3-7)$$

由查表可知，顯著水準 1% 下，其拒絕值為 6.635；顯著水準 5% 下，其拒絕值為 3.841，所以當 LR 統計量不拒絕虛無假設時，代表此風險值模型的準確性高。

當然，回溯測試法是較容易受到樣本外資料筆數之多寡而影響結果，Kupiec(1995)以歷史資料的實際損益來驗證風險值，結果發現驗證風險值的最大困難，其實是在於需要有很大的樣本，才能產生一個可靠的驗證結果。所以本文以回溯測試法來評量各風險值模型時，特別使用條件概似比率及非條件概似比率的檢定，希望可使回溯測試法能夠更有效地衡量模型的準確性。

### 3.2.2、保守性

本文在相對保守性檢驗方面，採用 Hendricks (1996)所提出的平均相對偏差 (mean relative bias, MRB)。其計算方式為：

$$MRB_i = \frac{1}{n} \sum_{t=T+1}^{T+n} \frac{VaR_{i,t} - \overline{VaR}_i}{\overline{VaR}_i} \quad (3-8)$$

其中  $\overline{VaR}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N VaR_{i,t}$  (N 為欲評估之風險值模型個數)，MRB 為衡量模型所

估測之風險值的相對偏差程度，亦即衡量模型估計的風險值相較於所有欲評估模型在不同之視窗長度的平均風險值之偏離程度，相當於標準差的概念，若所求得的數值越大，表示該模型保守性相對較高。

### 3.2.3、效率性

一個有效率的模型所估計的風險值應該與投資組合真實的損益具有高度的相關性。因此若所估計之風險值，只具保守性而不具效率性，則有可能因為波動較小時產生高估的現象，而造成所需要的成本過高。故本文依照在給定的準確性上，衡量各模型的風險值大小(風險值越小，所需提列的自有資金成本越小)作為效率性的比較，何者所需提列的成本越小，即表示該風險值模型越具效率性。

而在模型相對效率性的比較，本文使用平均相對規模偏差(mean relative scaled bias, MRSB)，在計算 MRSB 前，我們必須先計算出各個模型之規模乘數(scaling factor)  $X_i$ ，再以規模乘數乘於風險值而得模化風險值，最後計算各個模型的規模化風險值之相對差異程度：

$$MRSB_i = \frac{1}{n} \sum_{t=T+1}^{T+n} \frac{Y_{i,t} - \bar{Y}_t}{\bar{Y}_t} \quad (3-9)$$

其中規模化風險值為  $Y_{i,t} = X_i VaR_{it}$ ，且  $\bar{Y}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_{i,t}$ 。從(3-8)和(3-9)式可以看出 MRSB 與 MRB 公式相似，只差在 MRSB 是使用風險值乘於規模乘數的規模化風險值，最主要是為了要在同一基礎下比較效率。所以 MRSB 是在風險值模型的穿透率等於理論失敗率之條件下，何種模型的風險值估計相對較小，所需提列的自有資本較少，效率性相對較佳。



## 第四節 實證結果與分析

本研究欲利用不同的匯率報酬率、不同的視窗長度以及不同的 GARCH 族模型來估計不同條件下之風險值，並利用回溯測試法、平均相對偏差與平均相對規模偏差評估以滾動程序(rolling)方法所求之風險值，何者較具準確性、保守性及效率性。

假設於第  $t$  期初時持有單一貨幣(歐元、紐幣及日圓)部位，其價值金額為  $W_t$  (單位：美元)，簡單設定持有之部位將於第  $t$  期末(或  $t+1$  期初)以市價在市場上賣出，亦即  $W_{t+1} = W_t(1 + R_t)$ ， $R_t$  代表在  $t$  期的報酬率，且  $R_t$  之值亦有可能為負數，也就是投資人有可能在  $t$  期投資而蒙受損失。為了探討投資人在  $t$  期的下方風險(downside risk)，從風險值理論可知，根據給定之信賴水準為單尾 95%，即在常態分配下單尾的 1.645 個標準差寬度的拒絕域，便可計算出相對應的風險值。

### 4.1、樣本的取決與考量

在評估期間與信賴係數方面，依照 Derivative Policy Group(DPG)的 OTC 衍生性商品操作規模，建議評估期間為 10 天及信賴係數  $\alpha$  為 0.01；而國際清算委員會(Bank for International Settlements)認定評估期間為 10 天是較恰當的資本適足衡量方法，且  $\alpha$  同樣設定為 0.01；J.P.Morgan 在內部風險控管上採用  $\alpha$  為 0.05 及評估期間為 1 天，亦即為一個隔夜的風險值(Jorion, 2000)。還有 Beder (1995)比較評估期間為一天和兩週及  $\alpha$  為 0.01 和 0.05 之風險值；Hendricks (1996)以不同的估計期間， $\alpha$  為 0.01 和 0.05 及不同的遞減因子作衡量。而本文主要為了提供持有短期外幣的投資人作投資參考，因此採用跟 J.P.Morgan 一樣，採用  $\alpha$  為 0.05 及持有期間為 1 天之風險值作為模型的準確性、保守性及效率性之比較。

本文因以滾動程序(rolling)方法求得風險值，對於視窗長度的選擇是非常重要的，且文獻上對於視窗長度的長短並無定論(Ashley, 2003)。因此在決定視窗長度

時，有先嘗試以 300 筆、500 筆、800 筆、1200 筆、1700 筆的樣品長度作 GARCH 模型迴歸，發現以 800 筆做 GARCH 模型迴歸的殘差較為乾淨。故本研究會以 750 筆(約 3 年)資料之「樣本內」觀察值作為對照組(the control group)，並以 1250 筆(約 5 年)資料和 250 筆(約 1 年)資料作為實驗組(the treatment group)。

本文主要是針對台灣金融市場投資民眾以美元經常對作的貨幣為主，資料取自台灣經濟新報(TEJ)，包含歐元(EUR)、紐幣(NZD)及日圓(JPY)的紐約市場匯率之每日收盤價格，並皆以直接報價法(price quotation U.S. terms 價格報價法)顯示。其估計樣本期間為 2003/11/13 至 2009/09/30 止，每一種貨幣各有 1500 個樣本觀察值，其中 2003/11/13 至 2008/10/06 止共計 1250 個樣本觀察值(約 5 年)作為第一組「樣本內」資料；2005/10/25 至 2008/10/06 止共計 750 個樣本觀察值(約 3 年)作為第二組「樣本內」資料；2007/10/12 至 2008/10/06 止共計 250 個樣本觀察值(約 1 年)作為第三組「樣本內」資料；而預測樣本期間為 2008/10/07 至 2009/09/30 止共計 250 個樣本觀察值(約 1 年)，將作為這三組共同的「樣本外」觀察值，其「樣本外」筆數約占總樣本筆數為 16.7%，如圖 4-1。

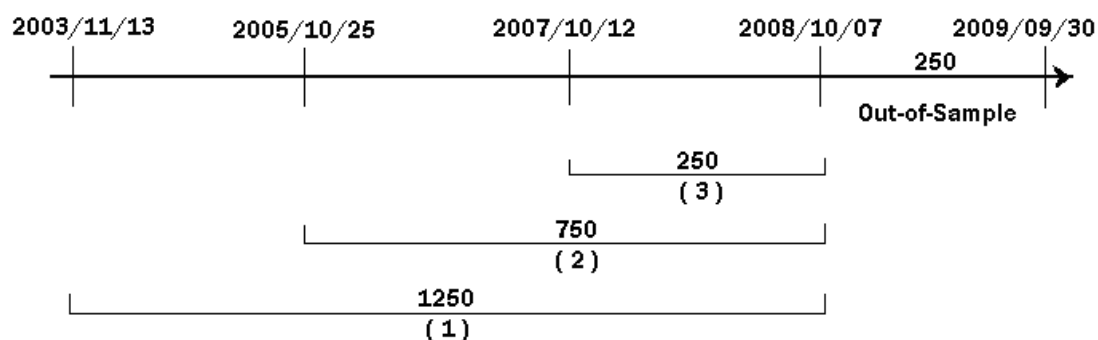


圖 4-1 樣本觀察值分配情形

本文所定義的報酬率，採取以每一區間指數的變動率，所以為：

$$R_{i,t} = [\ln(P_{i,t}) - \ln(P_{i,t-1})] \times 100 \quad (4-1)$$

其中  $R_{i,t}$  為匯率  $i$  在第  $t-1$  期末(第  $t$  期初)到第  $t$  期末收盤價之報酬率，

$i=EUR$ 、 $NZD$  與  $JPY$ ； $P_{i,t}$  代表匯率  $i$  在第  $t$  期對美元的收盤價。

## 4.2、敘述統計

本文使用 EViews 統計軟體<sup>10</sup>進行實證部分的研究，圖 4-2 畫出 2003/11/13 至 2008/10/06「樣本內」資料 (1250 筆觀察值)的歐元、紐幣、日圓直接報價之每日收盤價走勢圖及日報酬率波動圖。而表 4-1 為「樣本內」資料 (1250 筆觀察值)歐元、紐幣、日圓直接報價之每日收盤價的基礎統計量。表 4-2、4-3、4-4 分別說明在樣本觀察期間(1250 筆觀察值、750 筆觀察值、250 筆觀察值)歐元報酬率 (EUR\_R)、紐幣報酬率(NZD\_R)及日圓報酬率(JPY\_R)的基礎統計量。

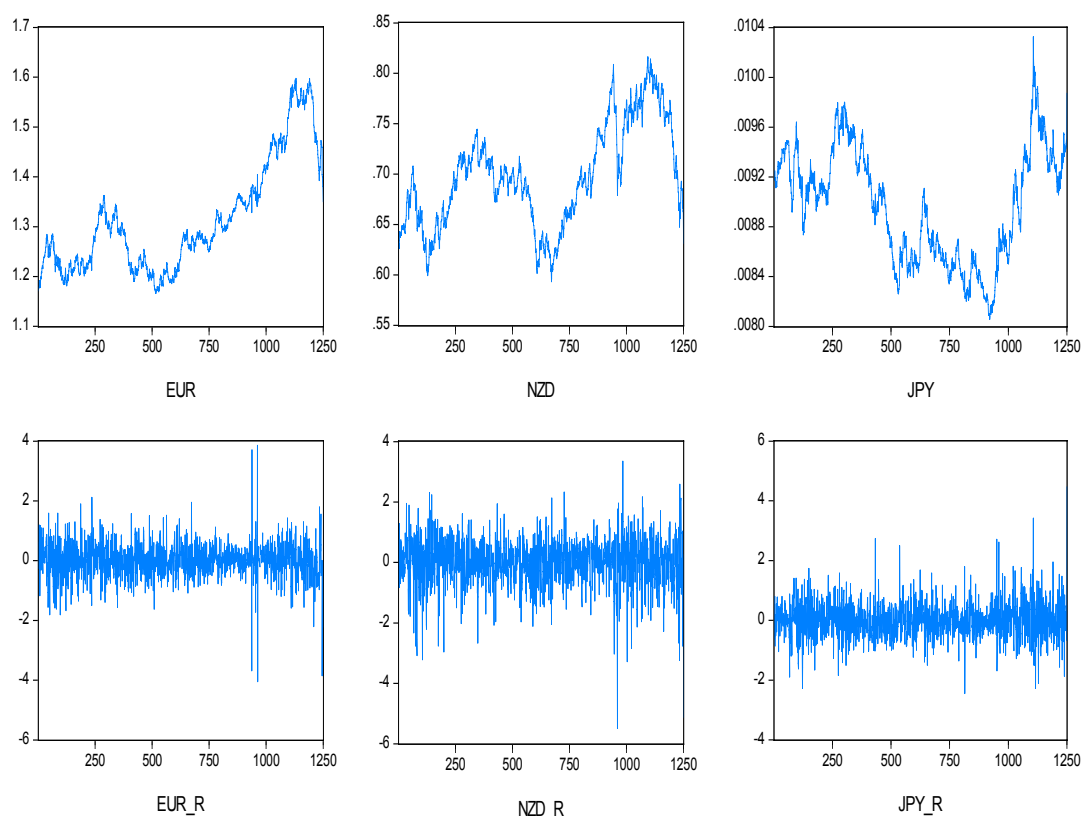


圖 4-2 視窗長度 1250 天的每日收盤價走勢圖及日報酬率波動圖

<sup>10</sup> EViews 是一種統計使用的套裝軟體，較常使用於時間序列、橫斷面或縱向數據，可進行統計分析和計量、生成預測或模擬測試。



表 4-1 匯率(直接報價)在視窗長度 1250 天之樣本期間內敘述統計

	EUR	NZD	JPY
平均數	1.3145	0.6981	0.008967
中位數	1.2825	0.6948	0.009018
最小值	1.1663	0.5933	0.008058
最大值	1.5977	0.8163	0.010326
標準差	0.1117	0.0505	0.000453
偏態係數	0.9637	0.2434	0.0588
峰態係數	2.9428	2.2877	2.0234
Jarque-Bera	193.6529*** (0.0000)	38.7675*** (0.0000)	50.3920*** (0.0000)
ADF(4 lags)	-1.7387	-1.6607	-1.7023
P-P(4 lags)	-1.6578	-1.7019	-1.5047
Q(4)	4940.6*** (0.000)	4824.8*** (0.000)	4808.8*** (0.000)

註：(1)ADF 及 P-P 單根檢定，於 1%、5%、10%的顯著水準下，臨界值分別為-3.9654、-3.4134、-3.1287。  
 (2)Q(4)為檢定第 1 階至第 4 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。  
 (3)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

表 4-2 匯率報酬率在視窗長度 1250 天之樣本期間內敘述統計

	EUR_R	NZD_R	JPY_R
平均數	0.0118	0.0007	0.0055
中位數	0.0256	0.0652	-0.0131
最小值	-4.0468	-5.4841	-2.4526
最大值	3.8578	3.3519	4.4692
標準差	0.6081	0.8260	0.6371
偏態係數	-0.3218	-0.8697	0.5410
峰態係數	9.2034	6.7780	6.5320
Jarque-Bera	2025.861*** (0.0000)	900.9668*** (0.0000)	710.7326*** (0.0000)
ADF(4 lags)	-37.7480***	-33.5424***	-36.6699***
P-P(4 lags)	-37.7560***	-33.4757***	-36.6732***
Q(4)	8.9576* (0.062)	4.2246 (0.376)	5.3378 (0.254)

註：(1)ADF 及 P-P 單根檢定，於 1%、5%、10%的顯著水準下，臨界值分別為-3.9654、-3.4134、-3.1287。  
 (2)Q(4)為檢定第 1 階至第 4 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。  
 (3)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

表 4-3 匯率報酬率在視窗長度 750 天之樣本期間內敘述統計

	EUR_R	NZD_R	JPY_R
平均數	0.0159	-0.0141	0.0173
中位數	0.0259	0.0629	-0.0316
最小值	-4.0468	-5.4841	-2.4526
最大值	3.8578	3.3519	4.4692
標準差	0.5993	0.8443	0.6624
偏態係數	-0.5054	-0.9580	0.7759
峰態係數	13.7043	7.7513	7.3744
Jarque-Bera	3612.633*** (0.0000)	820.1694*** (0.0000)	673.2461*** (0.0000)
ADF(4 lags)	-30.0055***	-25.9286***	-28.2667***
P-P(4 lags)	-29.9279***	-25.9347***	-28.2730***
Q(4)	10.360** (0.035)	2.6637 (0.616)	5.7595 (0.218)

註：(1)ADF 及 P-P 單根檢定，於 1%、5%、10%的顯著水準下，臨界值分別為-3.9703、-3.4158、-3.1302。  
 (2)Q(4)為檢定第 1 階至第 4 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。  
 (3)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

表 4-4 匯率報酬率在視窗長度 250 天之樣本期間內敘述統計

	EUR_R	NZD_R	JPY_R
平均數	-0.0212	-0.0810	0.0597
中位數	0.0073	0.0116	0.0571
最小值	-3.8513	-5.1227	-2.2734
最大值	1.7986	2.5839	4.4692
標準差	0.6704	0.9877	0.8182
偏態係數	-0.9407	-0.8926	0.7765
峰態係數	7.2103	5.9005	6.6218
Jarque-Bera	221.5207*** (0.0000)	120.8275*** (0.0000)	161.7628*** (0.0000)
ADF(4 lags)	-15.4018***	-16.2095***	-16.1623***
P-P(4 lags)	-15.5399***	-16.2102***	-16.1714***
Q(4)	9.1815* (0.057)	3.1805 (0.528)	4.9032 (0.297)

註：(1)ADF 及 P-P 單根檢定，於 1%、5%、10%的顯著水準下，臨界值分別為-3.9952、-3.4279、-3.1373。  
 (2)Q(4)為檢定第 1 階至第 4 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。  
 (3)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

根據表 4-2 的敘述統計顯示，樣本期間 1~1250(約 5 年)之平均日報酬率以歐元為最高，平均有 0.0118%；最低的是紐幣，平均每日有 0.0007%。而在標準差方面，最高的為紐幣之 0.8260；最低的是歐元的 0.6081，這說明在這段期間內持有歐元的報酬最高，而報酬率的波動程度以歐元相對較小。至於偏態係數<sup>11</sup>方面，歐元與紐幣都小於零，故為左偏分配，日圓的偏態係數是大於零，故為右偏分配。而從峰態係數<sup>12</sup>觀察，其峰態係數都遠大於 3，表示皆為高狹峰分配。

根據表 4-3 的敘述統計顯示，樣本期間 501~1250(約 3 年)之平均日報酬率以日圓為最高，平均有 0.0173%；最低的是紐幣，平均每日有-0.0141%。而在標準差方面，最高的為紐幣之 0.8443；最低的是歐元的 0.5993，這說明在這段期間內持有日圓的報酬最高，而報酬率的波動程度以歐元相對較小。至於偏態係數方面，歐元與紐幣都小於零，故為左偏分配，日圓的偏態係數是大於零，故為右偏分配。而從峰態係數觀察，其峰態係數都遠大於 3，表示皆為高狹峰分配。

根據表 4-4 的敘述統計顯示，樣本期間 1001~1250(約 1 年)之平均日報酬率以日圓為最高，平均有 0.0597%；最低的是紐幣，平均每日有-0.0810%。而在標準差方面，最高的為紐幣之 0.9877；最低的是歐元的 0.6704，這說明在這段期間內持有日圓報酬最高，而報酬率的波動程度以歐元相對較小。至於偏態係數方面，歐元與紐幣都小於零，故為左偏分配，日圓的偏態係數是大於零，故為右偏分配。而從峰態係數觀察，其峰態係數亦都遠大於 3，表示皆為高狹峰分配。

因此可以從視窗長度 5 年、3 年、1 年觀察到幾個特徵，歐元、紐幣、日圓的標準差都是以紐幣較大歐元較小，也就是紐幣報酬率波動是最大的，歐元相對較為穩定。在偏態係數方面，歐元與紐幣的都小於零，為左偏分配，而日圓是大於零，為右偏分配，如此可以推想歐元和紐幣於較大的負報酬，其相對於日圓較多。

<sup>11</sup> 偏態係數為三階主要動差，主要是衡量一群數值資料或某一次數分配之偏斜情況。若係數大於 0 時，為右偏分配；等於 0 時，為對稱分配；小於 0 時，表示為左偏分配。

<sup>12</sup> 峰態係數為四階主要動差，主要是衡量一群數值資料或某一次數分配之高峰形狀。若係數大於 3 時，為高狹峰分配；等於 3 時，為常態峰分配；小於 0 時，表示為低闊峰分配。

而從峰態係數觀察，歐元、紐幣、日圓報酬率不管視窗長度 5 年、3 年、1 年，其峰態係數都遠大於 3，由機率密度函數<sup>13</sup>(probability density function)定義可知，函數  $f(x)$  必須滿足  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ ，故峰態係數較大的分配，其分配的兩尾就會比較厚，極端值實際發生的機率會遠超過常態分配假設下的機率，所以歐元、紐幣與日圓都屬高狹峰厚尾型態。

對各別貨幣報酬率之資料進行波動預測之前，必須先對樣本資料做些檢定，進而分析樣本資料的基本性質。由於本研究使用時間數列來進行實證分析，因此樣本資料必須要符合定態<sup>14</sup>(stationary)的假設。根據表 4-2、4-3、4-4 之 ADF(augmented Dickey-Fuller)及 P-P(Phillips-Pearson)值來檢定單根的虛無假設，發現歐元、紐幣與日圓的每日收盤價都不拒絕虛無假說，判定這三種貨幣之每日收盤價具有單根性質，亦即為一非恆定(nonstationary)的 I(1)過程；另外，歐元、紐幣與日圓之日報酬率採取以最少限制之可能模型(包括趨勢項及常數項)的單根檢定，而在檢定力較低之下，虛無假設皆被拒絕，可知這三種貨幣之日報酬率為一恆定數列。

此外，本研究採用 Ljung-Box(1986)Q 統計量來檢定資料是否存在自我相關，及 Jarque-Bera 統計量來檢定變數是否為常態分配。本文在敘述統計表上只顯示 Q(4)，即表示檢定虛無假設為此變數從第 1 階到第 4 階皆無自我相關，資料顯示歐元之日報酬率皆具有顯著的自我相關。而日圓在視窗長度 5 年和 3 年的 Q(1)都拒絕虛無假設，但在視窗長度 1 年上是不顯著的。至於紐幣在三組樣本內都沒有顯著拒絕虛無假設。除此之外，這三種匯率日報酬率之 Jarque-Bera 檢定，在不同視窗長度結果都拒絕樣本資料為常態分配的虛無假設，因此可以推論此三種貨幣之報酬率皆不為 i.i.d. 常態分配。

<sup>13</sup>  $x$  為一連續隨機變數，若函數  $f(x) \geq 0$ ， $\forall x \in R$ ，且滿足  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ ，則  $f(x)$  為機率密度函數。

<sup>14</sup> 定態指時間序列要有穩定之結構，因此，我們必須要求一階動差為常數且二階動差為有限數。

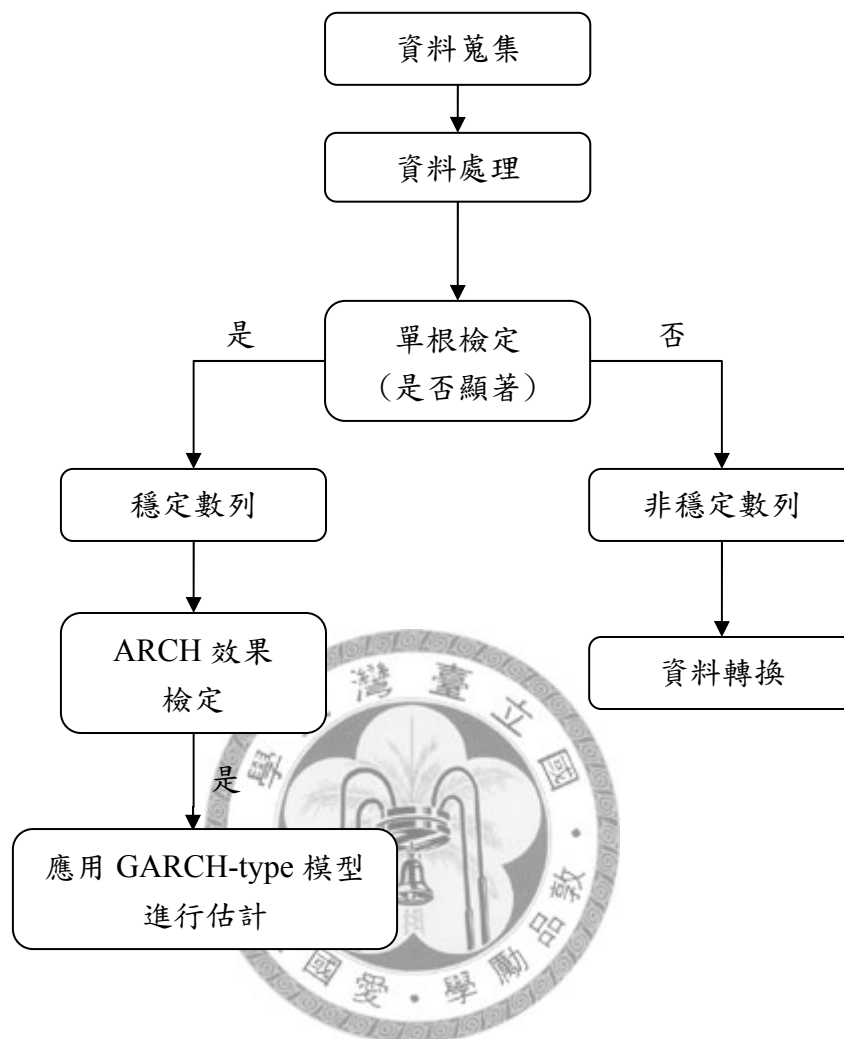


圖 4-3 樣本資料處理流程圖

### 4.3、實證步驟

從圖 4-2 觀察，其時間序列的資料產生過程(data generating process, DGP)可能不含截距項，嘗試以低階 ARMA(p,q)模型作迴歸分析，發現截距項的 p-value 皆顯示「無法拒絕截距項為零」的虛無假設，因此模型中不加入截距項。再來選擇落後期數(lag) p 和 q，從歐元、紐幣與日圓之報酬率各自的自我相關函數<sup>15</sup> (autocorrelation function, ACF)和偏自我相關函數<sup>16</sup>(partial autocorrelation function,

<sup>15</sup> 階次 s 的自我相關函數  $\rho(s) = \gamma_s / \gamma_0$ ，其中  $\gamma_s = \text{cov}(y_s, y_{t-s})$ 。

<sup>16</sup> 階次 s 的偏自我相關函數為去除變數所有落後期小於 s 的落運項的影響後，當期變數與落後 s 期變數之關係。

PACF)的函數圖，似乎無特別明顯的階次且落後期並不連續，所以要判斷 p、q 階次並不容易，因此我們嘗試使用低階 ARMA(p,q)模型，再利用 AIC 與 SBC 來選擇配適度較佳的模型。其 AIC 與 SBC 計算方式如下：

$$AIC = T \ln(SSE) + 2k \quad (4-2)$$

$$SBC = T \ln(SSE) + k \ln(T) \quad (4-3)$$

其中 T 是視窗長度，SSE 是殘差平方和，k 是待估參數總數。由  $SST=SSR+SSE$ <sup>17</sup> 可知，在 SST 固定情況下，SSE 越小，則 SSR 越大，表示模型樣本資料的解釋能力越好，故從(4-2)和(4-3)式可知，AIC 和 SBC 所計算出來的值越小，則表示模型配適度較佳。因本研究以視窗長度 750 天為對照組，故選擇模型時，皆以視窗長度 750 天作為樣本。表 4-5 為由 AIC 和 SBC 對模型所計算出來的值，以 AIC 所計算出來的值來觀察，歐元報酬率以 AR(1)模型較佳，紐幣和日圓報酬率以 ARMA(2,2)模型較佳；而以 SBC 所計算出來的值來觀察，歐元、紐幣與日圓皆以 AR(1)模型配適度較佳，因此我們依據模型的簡約性原則選擇 AR(1)來解釋變數自我相關的部分。

表 4-5 模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 750 天)

	AR(1)	ARMA(1,1)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)
EUR_R	1.8064*	1.8074	1.8089	1.8114
	1.8126*	1.8197	1.8274	1.8361
NZD_R	2.5002	2.5018	2.5028	2.4874*
	2.5064*	2.5141	2.5213	2.5121
JPY_R	2.0125	2.0128	2.0152	2.0037*
	2.0187*	2.0251	2.0337	2.0284

註：(1)上面為 AIC，下面為 SBC。\*代表三個模型中計算出來的值相對較小。

(2)為了使樣本長度一致，在模型若包含 AR(1)，則樣本前面會多放一個觀察值；模型若包含 AR(2)，則樣本前面會多放二個觀察值。

為了要先了解 GARCH 模型之適用性，因此我們先對變數估計 AR(1)的均數方程式，再利用 ARCH-LM 檢定模型殘差項中是否有 ARCH 效果<sup>18</sup>。而 ARCH-LM

<sup>17</sup>  $SST=SSR+SSE$  即 總變數=已解釋變異+未解釋變異。

<sup>18</sup> Engle(1982)建議以殘差來檢定 ARCH 效果。

檢定方法是利用殘差項平方與殘差項落後期之平方作線性迴歸。其計算方式為：

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 \quad (4-4)$$

ARCH-LM 即是檢定條件變異數是否存在 ARCH 效果，其虛無假設為  $H_0$ ：

$a_1 = a_2 = \dots = a_q = 0$ ，若樣本數夠大，其 ARCH-LM 統計量服從自由度  $q$  的卡方分配。表 4-6 可知 ARCH-LM 統計量在 5% 顯著水準皆拒絕虛無假設，即表示皆具有自我相關變異數不齊一的現象。

表 4-6 以 ARCH-LM 檢定 ARCH 效果(2 lags)

	EUR_R	NZD_R	JPY_R
AR(1)	80.0835***	8.4994**	6.2026**
(不含截距項)	(0.0000)	(0.0143)	(0.0450)

註：(1) 值為包含 4 個落後期的 LM 統計量，服從自由度為 4 的  $\chi^2$  分配，而括弧內為 P-Value。

(2) \*\*\*代表 1% 顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5% 顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10% 顯著水準下，拒絕虛無假說。

在經過樣本資料的整理、檢驗後，確認適合以 GARCH 模型進行參數估計，再來選擇 GARCH(p,q) 模型。表 4-7 我們先以歐元報酬率來看，以 LR test 可知 ( $LR = -2(L_R - L_U) \sim X^2(m)$ ，其中  $m$  為限制式數目)，因為 AR(1)-GARCH(1,2) 模型的對數概似值為 -634.6929、AR(1)-GARCH(2,1) 模型為 -634.7955，相較於 AR(1)-GARCH(1,1) 模型的對數概似值 -635.0916，並沒有因為引入新的解釋變數，而明顯地增加模型的解釋能力。且 AR(1)-GARCH(1,2) 模型中係數  $\beta_2$  的估計值之 P-Value 為 0.3422，AR(1)-GARCH(2,1) 模型中係數  $\alpha_2$  的估計值之 P-Value 為 0.2895，就一般的統計顯著水準而言，並無法拒絕係數值為零的虛無假設。同理得知，紐幣報酬率跟歐元報酬率結果相同；至於日圓報酬率，AR(1)-GARCH(1,2) 模型相較於 AR(1)-GARCH(1,1) 模型，並沒有因為新增  $\beta_2$  而明顯增加模型解釋能力，而在 AR(1)-GARCH(2,1) 模型其  $\alpha_2$  係數顯著拒絕虛無假設。但考量比較基準的原則上，採用 AR(1)-GARCH(1,1) 作為風險值模型，在落後期階次的選取上，相對較為適當。

$$\begin{aligned}
R_t &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{t-1} + \varepsilon_t \\
\varepsilon_t &= v_t \sigma_t \\
\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \\
\varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_t^2)
\end{aligned}
\tag{4-5}$$

表 4-7 視窗長度 750 天匯率報酬率 AR(1)-GARCH(p,q)模型估計結果(只表現變異數方程式之係數部分)

估計參數	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,2)	AR(1)-EGARCH(2,1)	
EUR_R	$\alpha_0$	0.0134*** (0.0000)	0.0172*** (0.0001)	0.01126*** (0.0007)
	$\alpha_1$	0.0715*** (0.0000)	0.0833*** (0.0001)	0.0841*** (0.0001)
	$\alpha_2$			-0.0249 (0.2895)
	$\beta_1$	0.8955*** (0.0000)	0.5588 (0.1047)	0.9083*** (0.0000)
	$\beta_2$		0.3138 (0.3422)	
	Log likelihood	-635.0916	-634.6929	-634.7955
	NZD_R	$\alpha_0$	0.0118*** (0.0093)	0.0112* (0.0607)
$\alpha_1$		0.0692*** (0.0000)	0.0656** (0.0326)	0.0612** (0.0486)
$\alpha_2$				0.0095 (0.7887)
$\beta_1$		0.9206*** (0.0000)	0.9823** (0.0478)	0.9188*** (0.0000)
$\beta_2$			-0.0576 (0.9012)	
Log likelihood		-892.6388	-892.6293	-892.6164
JPY_R		$\alpha_0$	0.0087*** (0.0016)	0.0102** (0.0215)
	$\alpha_1$	0.0435*** (0.0000)	0.0521*** (0.0068)	0.0813** (0.0011)
	$\alpha_2$			0.1227*** (0.0017)
	$\beta_1$	0.9400*** (0.0000)	0.7026 (0.1290)	0.0549 (0.8200)
	$\beta_2$		0.2260 (0.6082)	
	Log likelihood	-733.2775	-733.0864	-744.7971

註：(1)括弧內之數值為 P-Value。

(2)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。



因此本研究選擇以 AR(1)-GARCH(1,1)模型、AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型與 AR(1)-EGARCH(1,1)模型進行迴歸分析，然後再採取不同的視窗長度樣本，對各別模型進行風險值之估計。而在本文之風險值是以相對風險值來定義，即為於第  $t$  期，以選定的視窗長度，使用風險值模型求出 1 期樣本外預期報酬率及標準差，再以預期報酬率減去 1.645 倍之標準差(只探討左尾情況)，而求得一期  $VaR_t$ ，並以滾動程序(rolling)方法，進而求得 250 個持有期間為 1 期，其信賴水準為 95% 的單一貨幣報酬率之風險值，最後將求出之風險值與實際報酬率做回溯測試，並輔以條件概似比率與非條件概似比率檢定各風險值模型的準確性，再於給定的信賴水準之準確性下，使用平均相對偏差(MRB)與平均相對規模偏差(MRSB)評估其保守性與效率性。

#### 4.4、實證資料之使用限制

本研究之實證資料的限制如下：

1. 為了方便計算，假設在進行投資時沒有任何的交易成本，而且下一個交易日可以完全市價成交。
2. 為了方便討論，未將影響匯率的所有因素考慮在內，此舉可能會對實際研究結果產生影響。
3. 實證的資料為 2003/11/13 至 2009/10/12 共 1500 筆，均為事後之資料，對於研究結果的預測能力易受到限制，且若採用不同的時間資料做分析，有可能會有不同的結果。
4. GARCH 模型是一個完全單純的統計軟體，它只是捕捉匯率報酬之序列特徵，卻無法用來解釋為何序列有這些特徵。

#### 4.5、估計結果

表 4-8 至表 4-10 是利用準最大概似估計法(QMLE)對 AR(1)-GARCH(1,1)模型、AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型與 AR(1)-EGARCH(1,1)模型所求參數之估計結果，表中之  $Q(10)$  與  $Q^2(10)$  值分別代表  $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$  及  $\tilde{\varepsilon}_{i,t}^2$  之 Ljung-Box 統計值，其中  $\tilde{\varepsilon}_{i,t} = \varepsilon_{i,t} / \sigma_{i,t}$ ， $Q(10)$  與  $Q^2(10)$  值分別可用來檢定 GARCH 族模型中之均數方程式 (mean equation) 與變異數方程式 (volatility equation) 的效力，並據以檢定模型的適用性。

表 4-8 視窗長度 1250 天之 GARCH 模型參數估計結果

	估計參數	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
EUR R	$\mu$	--	-0.0139 (0.2829)	--
	$\gamma_1$	-0.0499 (0.1201)	-0.0512 (0.1097)	-0.0466 (0.1225)
	$\alpha_0$	0.0127*** (0.0000)	0.0134*** (0.0000)	-0.1812*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0538*** (0.0000)	0.0546*** (0.0000)	--
	$\beta_1$	0.9137*** (0.0000)	0.9109*** (0.0000)	0.9394*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	0.1620*** (0.0000)
	$\lambda$	--	--	-0.0085 (0.4420)
	Log likelihood	-1107.424	-1106.835	-1110.867
	Q(10)	3.0147 (0.964)	3.0662 (0.962)	3.3825 (0.947)
	Q <sup>2</sup> (10)	14.313 (0.112)	13.719 (0.133)	23.525*** (0.005)
NZD_R	$\mu$	--	-0.0082 (0.8087)	--
	$\gamma_1$	0.0442 (0.1539)	0.0438 (0.1580)	0.0534* (0.0866)
	$\alpha_0$	0.0102*** (0.0028)	0.0103*** (0.0035)	-0.0911*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0496*** (0.0000)	0.0496*** (0.0000)	--
	$\beta_1$	0.9380*** (0.0000)	0.9379*** (0.0000)	0.9751*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	0.1062*** (0.0000)
	$\lambda$	--	--	-0.0506*** (0.0000)
	Log likelihood	-1480.014	-1479.982	-1477.795

	Q(10)	9.6193 (0.382)	9.6542 (0.379)	10.130 (0.340)
	Q <sup>2</sup> (10)	7.6412 (0.571)	7.6328 (0.572)	2.9834 (0.742)
JPY_R	$\mu$	--	0.0002 (0.9906)	--
	$\gamma_1$	-0.0501* (0.0965)	-0.0501* (0.0965)	-0.0537* (0.0679)
	$\alpha_0$	0.0097*** (0.0001)	0.0097*** (0.0001)	-0.0824*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0410*** (0.0000)	0.0410*** (0.0000)	--
	$\beta_1$	0.9372*** (0.0000)	0.9372*** (0.0000)	0.9702*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	0.0729*** (0.0094)
	$\lambda$	--	--	0.0489*** (0.0000)
	Log likelihood	-1177.403	-1177.403	-1173.173
	Q(10)	2.3355 (0.985)	2.3341 (0.985)	2.0548 (0.991)
	Q <sup>2</sup> (10)	8.1058 (0.524)	8.1042 (0.524)	7.3235 (0.603)

註：(1)括弧內之數值為 P-Value。

(2)Q(10)為檢定殘差項第 1 階至第 10 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。

(3)Q<sup>2</sup>(10)為檢定殘差項第 1 階至第 10 階皆無 ARCH 效果之 Ljung-Box Q<sup>2</sup> 統計量。

(4)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

表 4-9 視窗長度 750 天之 GARCH 模型參數估計結果

	估計參數	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
EUR_R	$\mu$	--	-0.0138 (0.3349)	--
	$\gamma_1$	-0.0688 (0.1174)	-0.0709 (0.1064)	-0.0511 (0.1729)
	$\alpha_0$	0.0134*** (0.0000)	0.0141*** (0.0000)	-0.2139*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0715*** (0.0000)	0.0709*** (0.0000)	--
	$\beta_1$	0.8955*** (0.0000)	0.8938*** (0.0000)	0.9501*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	0.2230*** (0.0000)
	$\lambda$	--	--	0.0240 (0.1207)
	Log likelihood	-635.0916	-634.5899	-636.5849
	Q(10)	2.5624 (0.996)	2.6169 (0.978)	3.4705 (0.943)
	Q <sup>2</sup> (10)	6.9772 (0.639)	6.7637 (0.662)	11.309 (0.255)
NZD_R	$\mu$	--	0.0088 (0.8127)	--
	$\gamma_1$	0.0382 (0.3733)	0.0387 (0.3681)	0.0465 (0.2886)
	$\alpha_0$	0.0118*** (0.0093)	0.0117** (0.0160)	-0.1035*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0692*** (0.0000)	0.0690*** (0.0000)	--

	$\beta_1$	0.9206*** (0.0000)	0.9208*** (0.0000)	0.9752*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	0.1240*** (0.0000)
	$\lambda$	--	--	-0.0581*** (0.0005)
	Log likelihood	-892.6388	-892.6099	-890.1069
	Q(10)	11.700 (0.231)	11.720 (0.230)	9.8225 (0.365)
	Q <sup>2</sup> (10)	9.1461 (0.424)	9.1758 (0.421)	7.4822 (0.587)
JPY_R	$\mu$	--	-0.0082 (0.7268)	--
	$\gamma_1$	-0.0524 (0.1892)	-0.0521 (0.1965)	-0.0486 (0.2256)
	$\alpha_0$	0.0087*** (0.0016)	0.0086*** (0.0017)	-0.0616*** (0.0012)
	$\alpha_1$	0.0437*** (0.0000)	0.0432*** (0.0000)	--
	$\beta_1$	0.9400*** (0.0000)	0.9403*** (0.0000)	0.9692*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	0.0411* (0.0600)
	$\lambda$	--	--	0.1146*** (0.0000)
	Log likelihood	-732.2775	-733.2008	-718.4385
	Q(10)	5.7549 (0.764)	5.7720 (0.762)	5.2402 (0.813)
	Q <sup>2</sup> (10)	6.7816 (0.660)	6.8225 (0.656)	6.2320 (0.716)

註：(1)括弧內之數值為 P-Value。

(2)Q(10)為檢定殘差項第 1 階至第 10 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。

(3)Q<sup>2</sup>(10)為檢定殘差項第 1 階至第 10 階皆無 ARCH 效果之 Ljung-Box Q<sup>2</sup> 統計量。

(4)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

表 4-10 視窗長度 250 天之 GARCH 模型參數估計結果

	估計參數	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
EUR_R	$\mu$	--	-0.0439 (0.2005)	--
	$\gamma_1$	-0.0142 (0.8188)	-0.0024 (0.9658)	0.0594 (0.2427)
	$\alpha_0$	0.0005 (0.8417)	0.0005 (0.2212)	-1.6837*** (0.0000)
	$\alpha_1$	-0.0340** (0.0224)	-0.0174*** (0.0000)	--
	$\beta_1$	1.0408*** (0.0000)	1.0221*** (0.0000)	-0.9748*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	-0.1740*** (0.0007)
	$\lambda$	--	--	-0.0660* (0.0618)
	Log likelihood	-234.2863	-238.2956	-241.1799
	Q(10)	2.9876 (0.965)	12.327 (0.195)	4.7407 (0.856)
	Q <sup>2</sup> (10)	7.8347 (0.551)	14.765* (0.098)	6.4858 (0.690)

NZD_R	$\mu$	--	0.2806** (0.0472)	--
	$\gamma_1$	-0.0245 (0.7424)	-0.031 (0.6859)	-0.0562 (0.4261)
	$\alpha_0$	0.0196 (0.3716)	0.0152 (0.4391)	0.0340*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0667** (0.0168)	0.0693** (0.0173)	--
	$\beta_1$	0.9182*** (0.0000)	0.9209*** (0.0000)	0.9911*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	-0.0621*** (0.0000)
	$\lambda$	--	--	-0.1145*** (0.0000)
	Log likelihood	-342.2194	-340.2616	-339.4065
	Q(10)	7.3076 (0.605)	7.7798 (0.556)	7.4012 (0.595)
	Q <sup>2</sup> (10)	12.831 (0.170)	15.546* (0.077)	3.9506 (0.915)
JPY_R	$\mu$	--	-0.1902** (0.0260)	--
	$\gamma_1$	-0.0778 (0.2908)	-0.0875 (0.2485)	-0.1101 (0.1417)
	$\alpha_0$	0.0374 (0.1962)	0.0276 (0.1460)	0.0537*** (0.0000)
	$\alpha_1$	0.0173 (0.3494)	0.0214 (0.2878)	--
	$\beta_1$	0.9311*** (0.0000)	0.9431*** (0.0000)	0.9790*** (0.0000)
	$\theta$	--	--	-0.0879*** (0.0000)
	$\lambda$	--	--	0.0832*** (0.0000)
	Log likelihood	-301.2209	-298.3193	-289.0838
	Q(10)	4.5270 (0.873)	4.5880 (0.869)	5.1046 (0.825)
	Q <sup>2</sup> (10)	1.6984 (0.995)	1.5995 (0.996)	2.7174 (0.974)

註：(1)括弧內之數值為 P-Value。

(2)Q(10)為檢定殘差項第 1 階至第 10 階皆無自我相關之 Ljung-Box Q 統計量。

(3)Q<sup>2</sup>(10)為檢定殘差項第 1 階至第 10 階皆無 ARCH 效果之 Ljung-Box Q<sup>2</sup> 統計量。

(4)\*\*\*代表 1%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*\*代表在 5%顯著水準下，拒絕虛無假說；\*代表 10%顯著水準下，拒絕虛無假說。

表 4-11 模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 1250 天)

	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
EUR_R	1.7797* 1.7961*	1.7804 1.8009	1.7868 1.8073
NZD_R	2.3763 2.3928*	2.3779 2.3984	2.3744* 2.3949
JPY_R	1.8918 1.9082	1.8934 1.9139	1.8866* 1.9071*

註：上面為 AIC，下面為 SBC。\*代表三個模型中相對的值較小。

表 4-12 模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 750 天)

	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
EUR_R	1.7042*	1.7056	1.7109
	1.7289*	1.7364	1.7417
NZD_R	2.3910	2.3936	2.3870*
	2.4157*	2.4244	2.4178
JPY_R	1.9661	1.9685	1.9292*
	1.9907	1.9993	1.9600*

註：上面為 AIC，下面為 SBC。\*代表三個模型中相對的值較小。

表 4-13 模型選擇準則 AIC 與 SBC(視窗長度 250 天)

	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
EUR_R	1.9063*	1.9464	1.9694
	1.9626*	2.0168	2.0399
NZD_R	2.7698	2.7621	2.7553*
	2.8261	2.8325	2.8257*
JPY_R	2.4418	2.4266	2.3527*
	2.4981	2.4970	2.4231*

註：上面為 AIC，下面為 SBC。\*代表三個模型中相對的值較小。

為了保證  $\sigma_{i,t}^2 > 0$ ，我們必須限制  $\alpha_0 > 0$ 、 $\alpha_1 \geq 0$ 、 $\beta_1 \geq 0$  且  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ，即符合參數約束條件。首先從檢驗視窗長度 1250 天歐元的 AR(1)-GARCH(1,1)模型所估計出來的參數開始，其中  $\alpha_0 = 0.0127 > 0$ 、 $\alpha_1 = 0.0538 \geq 0$ 、 $\beta_1 = 0.9137 \geq 0$ ， $\alpha_1 + \beta_1 = 0.9675 < 1$ ，滿足參數約束條件，且  $\alpha_1$  與  $\beta_1$  的估計值皆統計顯著。再來檢驗歐元的 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型所估計出來的參數，其中  $\alpha_0 = 0.0134 > 0$ 、 $\alpha_1 = 0.0546 \geq 0$ 、 $\beta_1 = 0.9109 \geq 0$ ， $\alpha_1 + \beta_1 = 0.9655 < 1$ ，滿足參數約束條件，且  $\alpha_1$  與  $\beta_1$  的估計值也皆統計顯著。而在 AR(1)-EGARCH(1,1)模型，因其變異數方程式 GARCH 採取以自然對數，故係數不受此約束。隨後並對紐幣與日圓的報酬率作同樣的動作，可發現三種貨幣皆滿足參數約束條件。再來檢驗視窗長度 750 天，我們可以發現三種貨幣都滿足參數約束條件。接著檢驗視窗長度 250 天，發現歐元之  $\alpha_1 = -0.034$  為負，且  $\beta_1 = 1.0408$  大於 1，不符合 GARCH 模型之參數約束條件。至於紐幣和日圓估計出的參數都滿足參數約束條件。

至於模型殘差項的檢驗，我們以 Ljung-Box  $Q$  統計值檢查殘差項是否具有自我相關，其過程為  $H_0$ ：此變數從第 1 階至第 10 階皆無自我相關，且  $Q(10)$  屬於自由度 10 的卡方分配。另外以 Ljung-Box  $Q^2$  統計量檢驗殘差項是否具有自我相關條件異質變異(ARCH)，其過程為  $H_0$ ： $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_{10} = 0$ ，且  $Q^2(10)$  屬於自由度 10 的卡方分配。從表 4-8 至表 4-10 其檢驗模型殘差項之  $Q(10)$  和  $Q^2(10)$ ，在顯著水準 5% 下，只有視窗長度 1250 天歐元之 AR(1)-EGARCH(1,1) 模型的  $Q^2(10)$  拒絕虛無假設，其餘的都不拒絕虛無假設，表示 GARCH 模型為一合適的模型。

再來我們探討 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型中的係數  $\mu$ ，其表示著每位投資人都期望資產報酬率是與風險緊密聯繫的，而  $\log(\sigma_t^2)$  項即代表期望風險的大小。從表 4-8 至表 4-10，可以發現只有視窗長度 250 天的紐幣和日圓顯著外，其餘包括視窗長度 1250 天與視窗長度 750 天都不顯著，且從表 4-11 至表 4-13 其 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型之 AIC 和 SBC 值並無比 AR(1)-GARCH(1,1) 模型的較小，即表示在此樣本內，並沒有因為引入  $\log(\sigma_t^2)$  項而使模型配適度提高。接著我們探討 AR(1)-EGARCH(1,1) 模型中的係數  $\lambda$ ，在 3.1.3 節我們有討論到如果槓桿效果存在的話，必須  $\lambda < 0$ ，因為  $\varepsilon_{i,t-1} < 0$  (壞消息) 且  $\lambda < 0$  同時成立時，代表上一期的壞消息相對於好消息其條件變異數較大。先從歐元觀察，發現若以 5% 的顯著水準，其並無槓桿效果，且 AIC 和 SBC 值並無較小；在紐幣方面，發現其  $\lambda$  係數為負且顯著，表示紐幣在視窗長度 1250 天、750 天與 250 天都存在槓桿效果；至於日圓方面，其  $\lambda$  係數顯著但為正，而 AIC 和 SBC 值卻明顯較小，表示日圓在視窗長度 1250 天、750 天與 250 天有不對稱性但無槓桿效果，且 AR(1)-EGARCH(1,1) 模型對其他兩個模型具有改進的作用。

再來就以滾動程序(rolling)方法求其各模型之風險值，並採用回溯測試法評量各風險模型何者較具準確性，及使用平均相對偏差(MRB)與平均相對規模偏差(MRSB)評估其保守性與效率性，其實證分析將在 4.6 節介紹。

#### 4.6、實證分析

經過樣本資料的整理、檢驗及模型參數估計後，確認適合以 GARCH 模型進行自我相關條件異質之變異數的預測。本研究採用滾動程序(rolling)方法求得連續 250 個(約 1 年)1 期的變異數預測值，進而求得 250 個持有期間為 1 期、信賴水準為 95%的單一貨幣報酬率之風險值，圖 4-4 為整個實證研究的流程圖。

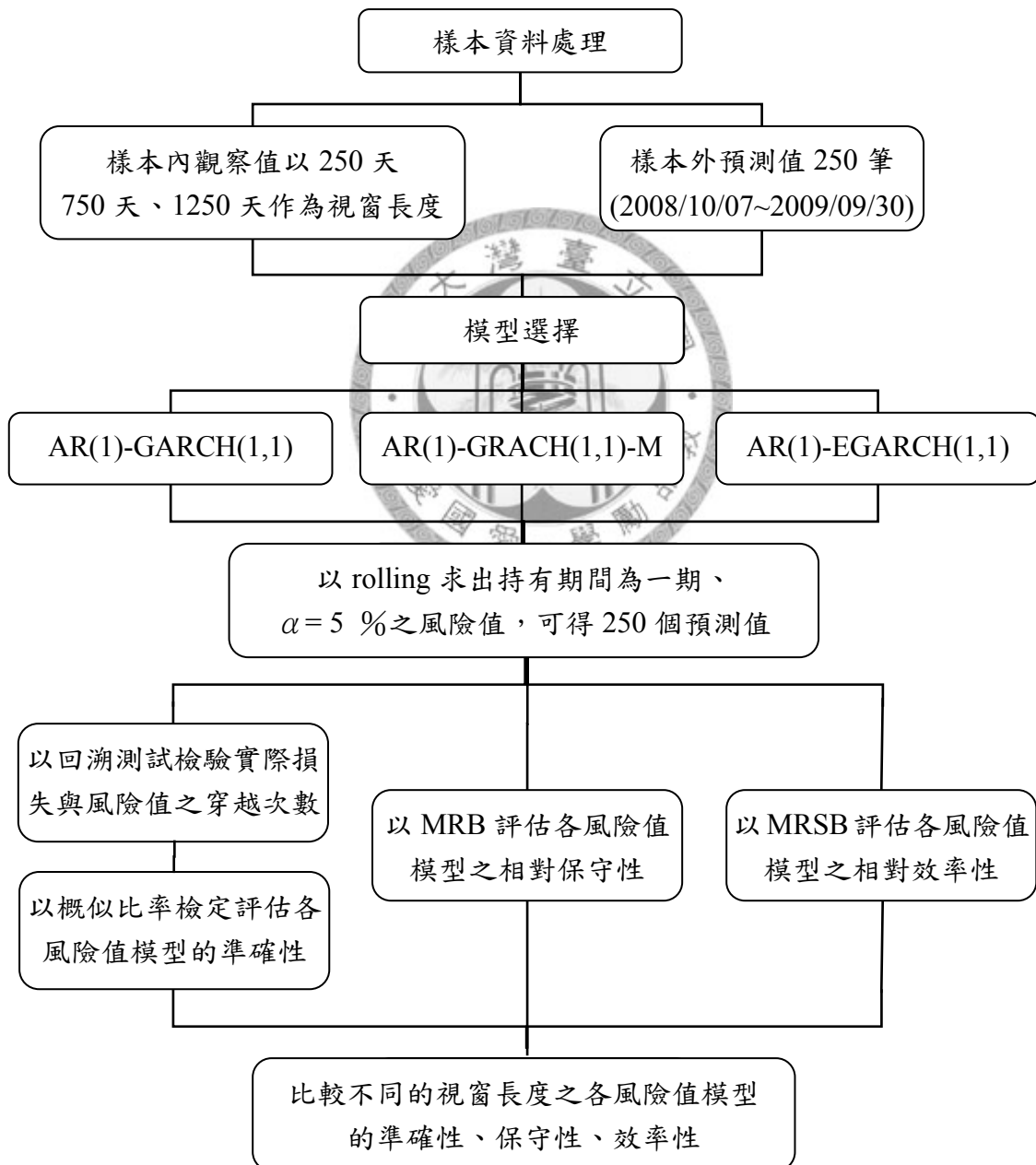


圖 4-4 實證研究流程圖



#### 4.6.1、風險值之回溯測試結果

本研究利用「樣本外」250天的單一貨幣實際報酬率，與不同視窗長度及各模型所預測之風險值作比較，若實際發生之報酬率落在預測的風險值範圍內(只探討左尾情形)，代表成功的預測；反之，若實際發生之報酬率落在預測之風險值範圍外，即稱為穿越次數或失敗次數。穿越次數太多或太少都不好，須視顯著水準而定，次數太多代表風險值模型之預測能力不佳有低估現象，使得實際損失常常大於投資人所認定之最大損失；次數太少亦表示模型的預測能力一樣不好有高估現象，代表常常會造成投資人在做投資決策時過於保守。

風險值之穿越次數整理成表 4-14，而各模型之風險值與實際報酬率繪製成圖 4-5(其中 G 表示 AR(1)-GARCH(1,1)、M 表示 AR(1)-GARCH(1,1)-M、E 表示 AR(1)-EGARCH(1,1)，5 表示「樣本內」資料 5 年、3 表示「樣本內」資料 3 年、1 表示「樣本內」資料 1 年)。其結果如下：

表 4-14 以回溯測試法評量單一匯率之穿越次數

	視窗長度	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
歐 元	1250 天	12	12	14
	750 天	9	10	11
	250 天	--	--	15
紐 幣	1250 天	11	11	15
	750 天	10	10	14
	250 天	--	--	11
日 圓	1250 天	9	9	13
	750 天	6	6	11
	250 天	--	--	10

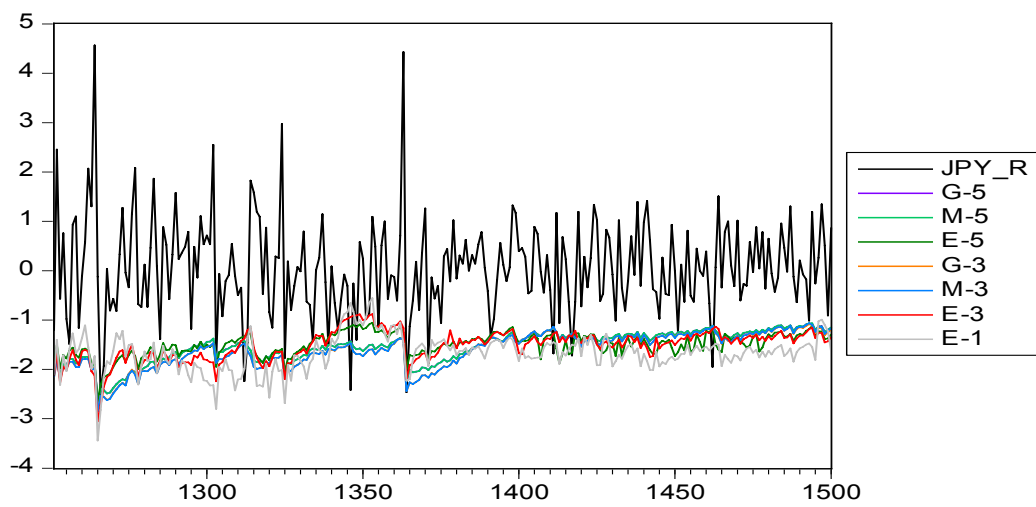
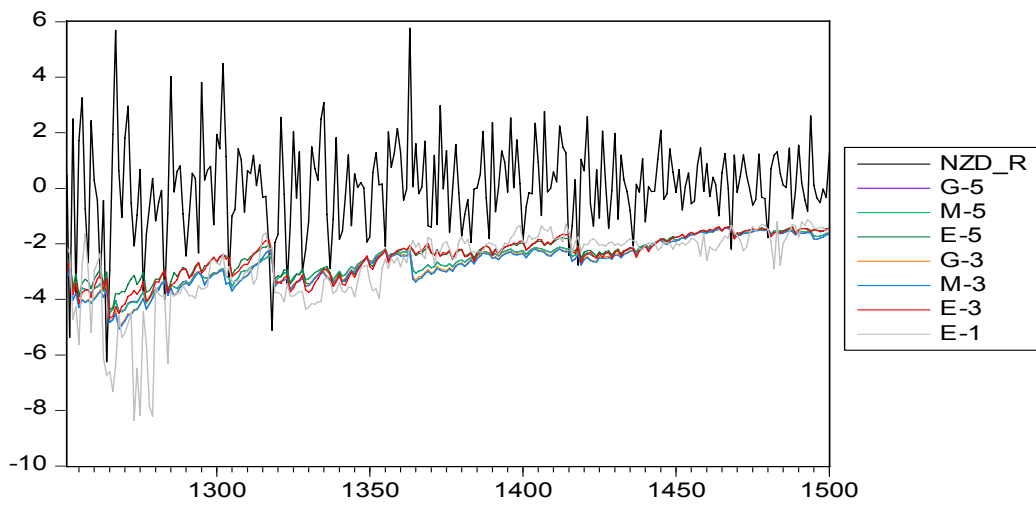
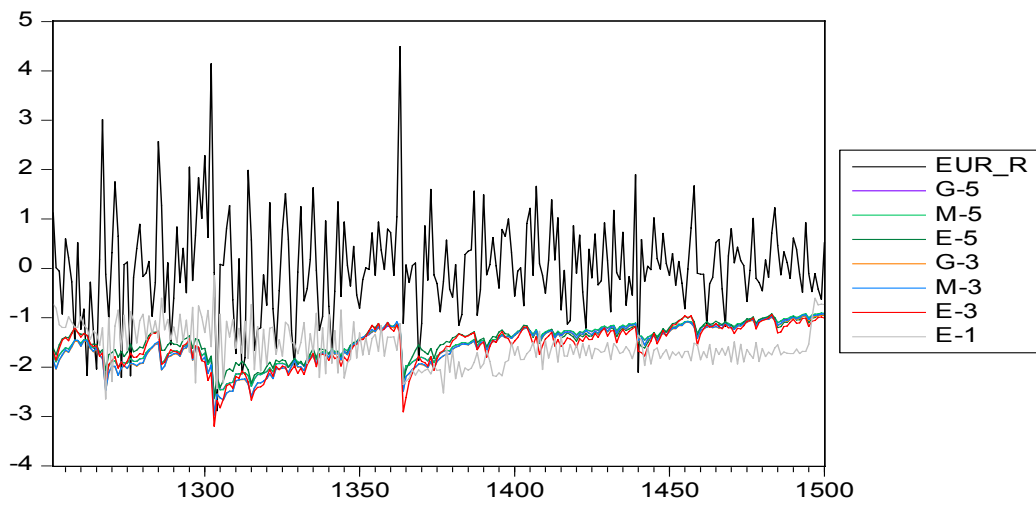


圖 4-5 信賴水準 95%、持有一期的風險值與實際報酬率之比較

要探討穿越次數前，我們先以條件概似比例檢定法來檢驗其穿越次數結果的可靠性，其方法是利用檢定到達第一次失敗的觀測次數是否與實際失敗次數相符合的條件檢定法，而求出的 LR 統計量服從自由度為 1 的卡方分配。查表可知，在顯著水準 5% 下，其拒絕值為 3.841，由表 4-15 可以觀察到其 LR 統計量皆在拒絕值內，即表示模型失敗次數是可靠的。

表 4-15 以條件概似比例檢定第一次失敗觀察值之序列獨立

	視窗長度	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
歐 元	1250 天	0.7334(8)	0.7334(8)	0.5433(8)
	750 天	0.5710(12)	0.9809(8)	0.8488(8)
	250 天	--	--	0.4648(8)
紐 幣	1250 天	3.5645(2)	3.5645(2)	2.9780(2)
	750 天	3.7468(2)	3.7468(2)	3.1075(2)
	250 天	--	--	3.5645(2)
日 圓	1250 天	0.2671(16)	0.2671(16)	0.0337(16)
	750 天	0.1851(62)	0.1851(62)	1.4988(62)
	250 天	--	--	1.1800(62)

註：(1) LR 統計量服從自由度為 1 的卡方分配，括號內為第一次失敗的觀察次數。

(2) 由查表知，自由度 1 之卡方分配其顯著水準 5% 之拒絕值為 3.841。

本研究是以視窗長度 750 天為對照組，而視窗長度 1250 天和 250 天為實驗組，故在探討時都會以 750 天為比較對象，以如此方法來分析結果。由表 4-14 和圖 4-5 可以觀察到下面五點：

1. 以各模型來看，AR(1)-GARCH(1,1)和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型的穿越次數沒有明顯差異，而 AR(1)-EGARCH(1,1)模型的穿越次數都有比前兩種模型多。
2. 視窗長度 1250 天的各模型穿越次數皆比視窗長度 750 天的穿越次數多。

3. 視窗長度 250 天的 AR(1)-GARCH(1,1)和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型無法估計出風險值，或在 rolling 當中無法讓其估計出的係數皆符合參數約束條件，所以風險值不採納。
4. 由圖 4-5 可以發現歐元、紐幣或日圓在視窗長度 1250 天或 750 天，AR(1)-EGARCH(1,1) 模型的風險值波動都較 AR(1)-GARCH(1,1) 和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型大，也可以說 AR(1)-GARCH(1,1) 和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型的風險值曲線相對較平滑。
5. 由圖 4-5 可以發現不管是歐元、紐幣或日圓，其視窗長度 250 天的 AR(1)-EGARCH(1,1)模型預測的風險值，相較於其他風險值模型顯示其波動特別大。

#### 4.6.2、準確性、保守性及效率性之評估

##### (一) 準確性

為了深入比較表 4-14 中各風險值模型之穿越次數的差異性，本文採用 Kupiec(1995)所提出之非條件涵蓋比率檢定(LR test)進行檢驗。因本研究在不同的視窗長度及各模型都採用共同的「樣本外」250 天觀察值，所以我們可以先計算 LR 統計量，並繪出圖 4-6。由查表可知，顯著水準 1%下，其拒絕值為 6.635(穿越次數 5~22 內表示不拒絕虛無假設)；顯著水準 5%下，其拒絕值為 3.841(穿越次數 7~19 內表示不拒絕虛無假設)，所以當 LR 統計量不拒絕虛無假設( $H_0 : P = P_0$ )時，代表模型的準確性高。

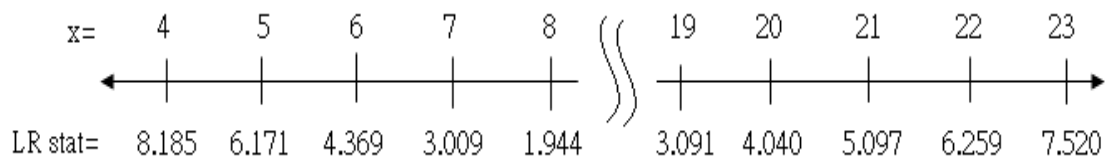


圖 4-6 n=250 之概似比率統計量

因此，由表 4-14 可以對照  $n=250$  之概似比率統計量，而得結果如表 4-16。

表 4-16 以非條件概似比率檢定法衡量各模型準確性之結果

	視窗長度	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
歐 元	1250 天	▲	▲	▲
	750 天	▲	▲	▲
	250 天	--	--	▲
紐 幣	1250 天	▲	▲	▲
	750 天	▲	▲	▲
	250 天	--	--	▲
日 圓	1250 天	▲	▲	▲
	750 天	△	△	▲
	250 天	--	--	▲

註：△表示顯著水準 1%下；▲表示顯示水準 5%下。

結果如表 4-16 所示，在單一匯率報酬率，其視窗長度 1250 天和 750 天在統計上顯示水準 1%下，以 LR test 皆不拒絕虛無假設，表示實際失敗的次數符合理論失敗的次數，即可說各風險值模型皆可達到模型的準確度。而若以顯示水準 5%下，發現日圓在視窗長度 750 天之風險值不適合使用 AR(1)-GARCH(1,1)和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型，其模型準確性不夠。

## (二) 保守性

在保守性的比較，本研究以各模型在符合統計的準確性之下，使用平均相對偏差(MRB)指標，即是所求之 MRB 值為對所有評估模型在不同視窗長度的平均風險值之相對偏離程度，所以 MRB 值越大，表示相對於其他評估之風險值模型更具保守性。而表 4-17 及表 4-18 分別為各風險值模型之 MRB 值及 MRB 值之排序，下面五點為比較後之結果：

1. 歐元、紐幣與日圓報酬率在使用同一種 GARCH 模型之下，其樣本視窗長度較短者皆比較長者更具保守性。
2. 在給定的相同視窗長度之下，其 AR(1)-GARCH(1,1)之 MRB 值皆比 AR(1)-EGARCH(1,1) 為大，表示 AR(1)-GARCH(1,1) 相對於 AR(1)-EGARCH(1,1)較具保守性。
3. 除了歐元報酬率之視窗長度 750 天之外，AR(1)-GARCH(1,1)-M 皆較 AR(1)-EGARCH(1,1)相對保守。
4. 在給定的相同視窗長度之下，歐元報酬率與日圓報酬率之 AR(1)-GARCH(1,1)較 AR(1)-GARCH(1,1)-M 相對保守；而紐幣報酬率之 AR(1)-GARCH(1,1)-M 較 AR(1)-GARCH(1,1)相對保守。
5. 在給定的不同之視窗長度及各風險值模型，其 MRB 值皆以視窗長度 1250 天 AR(1)-EGARCH(1,1)最小，表示相對於其他較不具保守性。

表 4-17 以 MRB 評估各風險值模型之保守性

	視窗長度	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
歐 元	1250 天	-0.0217	-0.0274	-0.0552
	750 天	0.0153	0.0096	0.0136
	250 天	--	--	0.0658
紐 幣	1250 天	-0.0014	0.0002	-0.0666
	750 天	0.0368	0.0456	-0.0468
	250 天	--	--	0.0321
日 圓	1250 天	-0.0205	-0.0207	-0.0396
	750 天	0.0221	0.0208	-0.0347
	250 天	--	--	0.0727

註：MRB(平均相對偏差)值越大，表示風險值模型較具保守性。

表 4-18 以 MRB 評估保守性之排序

排序	EUR_R	NZD_R	JPY_R
1	250-AR(1)-EGARCH(1,1)	750-AR(1)-GARCH(1,1)-M	250-AR(1)-EGARCH(1,1)
2	750-AR(1)-GARCH(1,1)	750-AR(1)-GARCH(1,1)	750-AR(1)-GARCH(1,1)
3	750-AR(1)-EGARCH(1,1)	250-AR(1)-EGARCH(1,1)	750-AR(1)-GARCH(1,1)-M
4	750-AR(1)-GARCH(1,1)-M	1250-AR(1)-GARCH(1,1)-M	1250-AR(1)-GARCH(1,1)
5	1250-AR(1)-GARCH(1,1)	1250-AR(1)-GARCH(1,1)	1250-AR(1)-GARCH(1,1)-M
6	1250-AR(1)-GARCH(1,1)-M	750-AR(1)-EGARCH(1,1)	750-AR(1)-EGARCH(1,1)
7	1250-AR(1)-EGARCH(1,1)	1250-AR(1)-EGARCH(1,1)	1250-AR(1)-EGARCH(1,1)

註：(1)250-AR(1)-GARCH(1,1)前項為視窗長度，後項為採用模型，其餘相同。

(2)排序依 MRB 值由大到小。

### (三) 效率性

至於風險值模型之效率性評估，本研究使用平均相對規模偏差(MRSB)，即在相等的顯著水準條件之下，求其規模化風險值對於所有評估模型在不同視窗長度的平均規模化風險值之相對偏差程度，所以 MRSB 值越小，表示相對於其他評估之風險值模型更具效率性。而表 4-19 及表 4-20 分別為各風險值模型之 MRSB 值及 MRSB 值之排序，下面四點為比較後之結果：

1. 歐元、紐幣與日圓報酬率在相同的視窗長度之下，其 AR(1)-EGARCH(1,1) 相較於 AR(1)-GARCH(1,1)及 AR(1)-GARCH(1,1)-M 效率相對較差，且於不同的視窗長度，其 AR(1)-EGARCH(1,1)也較其他風險值模型效率相對較差。
2. 在相同的風險值模型之下，其歐元報酬率與日圓報酬率以視窗長度較長者較具效率，而紐幣報酬率以視窗長度較短者較具效率。
3. 在相同的視窗長度之下，歐元報酬率之 AR(1)-GARCH(1,1)-M 相較於 AR(1)-GARCH(1,1)有效率性；日圓報酬率之 AR(1)-GARCH(1,1)相較於 AR(1)-GARCH(1,1)-M 有效率性；而紐幣報酬率於視窗長度 750 天時，

AR(1)-GARCH(1,1)與 AR(1)-GARCH(1,1)-M 效率無差異，於視窗長度 1250 天時，AR(1)-GARCH(1,1)-M 相較於 AR(1)-GARCH(1,1)有效率性。

4. 歐元和日圓的報酬率在視窗長度 250 天的 AR(1)-EGARCH(1,1)之 MRSB 值相對於其他所有之 MRSB 值大非常多，表示對於其他評估模型而言，其效率性有較遠的差距。

表 4-19 以 MRSB 評估各風險模型之效率性

	視窗長度	AR(1)-GARCH(1,1)	AR(1)-GARCH(1,1)-M	AR(1)-EGARCH(1,1)
歐 元	1250 天	-0.0279	-0.0299*	-0.0179
	750 天	-0.0256	-0.0279	-0.0053
	250 天	--	--	0.1345
紐 幣	1250 天	-0.0107	-0.0118	0.0233
	750 天	-0.0166*	-0.0166*	0.0230
	250 天	--	--	0.0093
日 圓	1250 天	-0.0246*	-0.0239	0.0091
	750 天	-0.0184	-0.0102	0.0092
	250 天	--	--	0.0587

註：MRSB(平均相對規模偏差)值越小，表示風險值模型較具效率性。

表 4-20 以 MRSB 評估效率性之排序

排序	EUR_R	NZD_R	JPY_R
1	1250-AR(1)-GARCH(1,1)-M	750-AR(1)-GARCH(1,1)	1250-AR(1)-GARCH(1,1)
2	1250-AR(1)-GARCH(1,1)	750-AR(1)-GARCH(1,1)-M	1250-AR(1)-GARCH(1,1)-M
3	750-AR(1)-GARCH(1,1)-M	1250-AR(1)-GARCH(1,1)-M	750-AR(1)-GARCH(1,1)
4	750-AR(1)-GARCH(1,1)	1250-AR(1)-GARCH(1,1)	750-AR(1)-GARCH(1,1)-M
5	1250-AR(1)-EGARCH(1,1)	250-AR(1)-EGARCH(1,1)	1250-AR(1)-EGARCH(1,1)
6	750-AR(1)-EGARCH(1,1)	750-AR(1)-EGARCH(1,1)	750-AR(1)-EGARCH(1,1)
7	250-AR(1)-EGARCH(1,1)	1250-AR(1)-EGARCH(1,1)	250-AR(1)-EGARCH(1,1)

註：(1)250-AR(1)-GARCH(1,1)前項為視窗長度，後項為採用模型，其餘相同。

(2)排序依 MRSB 值由小到大。



#### 4.7、綜合結果分析

綜合模型估計結果和回溯測試法、MRB 與 MRSB 的準確性、保守性及效率性比較之後，結果分析如下：

1. 歐元、紐幣與日圓在視窗長度 250 天，用 AR(1)-GARCH(1,1)模型和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型以 rolling 方法估計風險值時，並無法讓其移動視窗所估計出的係數皆符合參數約束條件。
2. 使用視窗長度 250 天的 AR(1)-EGARCH(1,1)來評估歐元和日圓的報酬率之風險值時，發現對於其他所有評估模型而言，其效率性有較遠之差距。
3. 以模型之配適度及風險值之績效來看，AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型對 AR(1)-GARCH(1,1)模型而言，並不具有改進的作用。
4. 除了歐元報酬率之視窗長度 750 天的 AR(1)-EGARCH(1,1)較 AR(1)-GARCH(1,1)-M 較保守之外，其餘的在相同的視窗長度之下，皆以 AR(1)-EGARCH(1,1)較不具保守。在不同的視窗長度或相同的視窗長度，AR(1)-EGARCH(1,1)相對較不具效率性。
5. 在相同的風險值模型之下，視窗長度較短者比較長者較具保守性。至於效率性方面，其歐元報酬率與日圓報酬率以視窗長度較長者較具效率，而紐幣報酬率以視窗長度較短者較具效率。
6. 以回溯測試輔以概似比率檢定其風險值模型之準確性時，可以發現只要視窗長度不要太短，其 GARCH 族模型的準確性是統計上顯著的。

## 第五章 結論與建議

您持有甲貨幣而原本您是需要乙貨幣的，這表示您對甲貨幣做多，而對乙貨幣放空相等的價值。簡言之，持有貨幣，已經代表您已經存在於風險中，這是一個相對的問題。近年來經濟的環境更趨國際化與自由化，很多的金融商品、金融衍生性商品或投資標的皆以外幣計價，所以現在的投資人更需要去了解風險、計算風險。

風險是一個極具抽象的名詞，而風險值卻是一個很明確的數字，想將一個明確的數字，表達出一個抽象型態是非常困難的。因此我們必須簡化考量的條件，即給定一個明確的信賴水準和持有期間，並選擇一個符合自己風險偏好程度之模型才能有效地量化風險。

本文主要是想探討匯率報酬率之風險值，在很多文獻表示金融資產報酬率常常存在自我相關條件異質變異，且從 Engle(1982)提出 ARCH 模型以來，已經有二十多年了，實證上也有相當多的文獻探討關於 ARCH 族的應用，是屬於相當成熟的模型。而在金融市場上又常會有「風險貼水」和「槓桿效果」，因此本研究嘗試以不同的視窗長度(1250 天、750 天和 250 天)及利用 AR(1)-GARCH(1,1)模型、AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型與 AR(1)-EGARCH(1,1)模型作為風險值模型，來比較何種狀況條件所估計之風險值績效較佳。

### 5.1 結論

本文嘗試在不同視窗長度以 GARCH 族為風險值模型，接著使用滾動程序(rolling)方法求得 250 個持有期間為 1 期、其信賴水準為 95%的匯率報酬率(歐元、紐幣與日圓)之風險值，再利用回溯測試法與實際損益做比較，並輔以條件概似比率與非條件概似比率檢定各模型之準確性，最後使用平均相對偏差(MRB)與平均相對規模偏差(MRSB)，作為評估各模型之保守性及效率性的指標。

經本文實證研究後顯示，視窗長度對於風險值模型的預測影響非常大。在 AR(1)-GARCH(1,1)模型及 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型於視窗長度 250 天發現當以滾動程序(rolling)方法求各期風險值時，並非每一次移動窗口所求之模型係數皆符合參數約束條件，且歐元和日圓的報酬率，在 AR(1)-EGARCH(1,1)模型視窗長度 250 天發現對於其他所有評估模型而言，其效率性有明顯較遠之差距，所以推論使用 GARCH 模型預測其匯率報酬率之風險值時，在視窗長度 250 天是較不適用的。另外，使用 GARCH 模型在視窗長度 750 天與視窗長度 1250 天，其預測的風險值之準確性，皆是統計上顯著的，這正回答 1.2 節的問題三，也符合統計的抽樣理論，此為本文之貢獻之一。

以歐元、紐幣與日圓的報酬率為變數，使用 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型估計，並沒有因為在均數方程式引入  $\log(\sigma_t^2)$  項(風險貼水)，而使模型的配適度提高。且在視窗長度為 1250 天、750 天和 250 天來估計風險值時，以回溯測試法發現 AR(1)-GARCH(1,1)和 AR(1)-GARCH(1,1)-M 模型的穿越次數並無明顯差異，其保守性與效率性也無法分出優劣。而在 AR(1)-EGARCH(1,1)模型，不管匯率報酬率是否有不對稱性，以 LR 檢定其穿越次數，雖可達到模型的準確性，但在評估模型之保守性與效率性時，AR(1)-EGARCH(1,1)模型相較於 AR(1)-GARCH(1,1)模型皆有不足的地方，推測其變異數方程式採用自然對數形式，並無法改進估計風險值的績效，此為本文貢獻之二。

就一般而言，若設定以回溯測試法作為比較基準，須注意具有較高的信賴水準，其所預測出的風險值會相對較大，雖然回溯測試之穿越次數會較少，但是較高的風險值對於一般投資人而言，可能會導致過度保守的投資行為而犧牲獲利的機會。至於評估各風險值模型之保守性與效率性何者較為重要，國內外相關文獻並無一致性的結論，端視投資人的風險偏好、資金成本及衡量風險值之目的為主。

## 5.2 建議

最後，在整個研究過程中，發現幾點心得，作為未來的研究方向與參考：

1. 本研究只考慮變異數隨時間改變的問題，並沒有特別去探討變異數在這段期間是否有結構性的轉變，在未來研究或許可以對變異數進行 Chow test。
2. 資料的選取只採用每日收盤價為依據，當日的振幅並沒有加以考量，未來研究或許可以採用 Parkinson(1980)所提出的變幅作為樣本，來嘗試是否更能夠描繪出條件異質變異。
3. GARCH 模型是被認為較能描述自我相關條件異質變異的模型，有些文獻也常以 GARCH 模型與不同之風險值模型做績效比較，但由本研究發現視窗長度太短時，應注意移動視窗所估計之風險值的有效性。
4. 在檢驗風險值的方法上，雖然回溯測試法為文獻上常用之評估準則，但是此法只考量穿越次數，未能考慮到投資人所關切的投資損失金額。而 MRB 值與 MRSB 值只能做「數值」大小的相對比較，卻無法進行統計的顯著性檢定，因此風險值的績效比較方法，亦是值得後續的研究。

## 參考文獻

### [中文部分]

- 李存修與陳若鈺(2000)，「台灣股匯市風險值(VaR)模型之估計、比較與測試」，《金融財務》，第 5 期，頁 51-75。
- 林建甫(1996)，「ARCH 族模型估計與檢定的問題」，《經濟論文叢刊》，第 24 卷第 3 期，頁 339-355。
- 林建甫(2000)，「因應金融風暴之風險控管」，瞭望公元 2000 年焦點研究，國家發展文教基金會。
- 林曉菁等(2006)，「市場風險值模型之驗證與比較分析」，《貨幣觀測與信用評等》，2006 年 3 月。
- 林楚雄等(2006)，「三種修正歷史模擬法估計風險值模型之比較」，《風險管理學報》，第七卷第二期，頁 183-201。
- 易丹輝(2008)，《數據分析與 EViews 應用》，北京：中國人民大學出版社，頁 363-376。
- 周雨田等(2004)，「動態波動模型預測能力之比較與實證」，《財金論文叢刊》，2004 年 6 月第一期，頁 1-23。
- 周業熙(2002)，「GARCH-type 模型在 VaR 之應用」，東吳大學經濟研究所碩士論文。
- 陳旭昇(2007)，《時間序列分析》，台北：東華書局，頁 273-281。
- 張簡彰程等(2008)，「風險矩陣波動修正之風險值估計」，《輔仁管理評論》，第 15 卷第 2 期，頁 61-82。

楊奕農(2006)，《時間序列分析》，台北：雙葉書廊，頁 165-172。

劉美纓(2003)，「銀行風險值模型之回顧測試與壓力測試—保守性、準確度及效率性」，2003「商情資料庫分析與建置之研究」成果發表會。

#### [英文部分]

Alexander, C. O. & C. T. Leigh (1997), On the Covariance Matrices Used in Value at Risk Models. *Journal of Derivatives* 4(3) : 50-62.

Bollerslev, T. (1986), “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Christoffersen, P. (1998), “Evaluation Interval Forecasts.” *International Economic Review*, 39 : 841-62.

Danielsson, J. and De Vries, C. G. (1997a), “Value at Risk and extreme returns,” *Working Paper*.

Danielsson, J and De Vries, C. G. (1997b), “Tail Index and Quantile Estimation with Very High Frequency Data,” *Journal of Empirical Finance*, 4, 241-257.

Duffie, D and Pan, J. (1997), “An Overview of Value at Risk,” *Journal of Derivatives*, 4(3), 7-49.

Engle, R. F. (1982), “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation,” *Econometrical*, 50, 987-1007

Engel, J. & M. Gizycki, 1999. Conservatism, Accuracy & Efficiency: Comparing Value-at-Risk Models. *Working Paper 2*, Australian Prudential Regulation Authority.

- Engle, R. F. and S. Manganelli (2000), "CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles." *Working Paper*, NBER.
- Hendricks, D. (1996), "Evaluation of Value at Risk Model Using Historical data," *Economic Policy Review*, Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review, 2, 39-69.
- Hopper, G. P. (1996), "Value at risk: A New Methodology for Measuring Portfolio Risk", *Business Review*, Federal Reserve Bank of Philadelphia, July-August, pp.19-31.
- Hull, J. and White, A. (1998), "Value at Risk When Daily Changes in Market Variables Are Not Normally Distributed," *Journal of Derivatives*, 5, 9-19.
- J.P. Morgan (1996), "RiskMetrics Technical Document" Fourth Edition, <http://www.jpmorgan.com>.
- Jackson, P., Maude, D. and Perraudin, W. (1997), "Bank Capital Value at Risk," *Journal of Derivatives*, 4, 73-89.
- Jorion, P. (2000), *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*. Chicago: Irwin.
- Kupiec, P. H. (1995), "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivatives*, 2, 73-84.
- Pritsker, M. (1997), Evaluation Value at Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time, *Journal of Financial Services Research*, 12, 3, 201-243.
- Venkataraman, S. (1997), "Value at Risk for a Mixture of Normal Distributions: The use of Quasi-Bayesian Estimation Techniques," Federal Reserve Bank of Chicago Economics Perspectives, 21(2), 2-13.

## 附錄 1 條件風險值(Conditional VaR, CVaR)

風險值是一個資產風險量化的數字，它可以協助我們了解未來損失超過此門檻的機會為多少，但若當損失超過此一界限時，風險值便無法進一步提供任何量化資訊告知可能發生的損失有多大。因此 Artzner et al. (1997)提出修正風險值的模型，稱做條件風險值(CVaR)，即表示當損失超過風險值時，可能發生的損失期望值，其計算方式如下：

$$CVaR_{\alpha} = E[-X \mid -X \geq VaR_{\alpha}]$$

其中  $X$  代表損益金額、 $VaR_{\alpha}$  代表在  $(1-\alpha)$  信賴水準下所預估之風險值。





## 附錄 2 壓力測試法(stress testing)

### (一) 平均未覆蓋損失比率(Average Uncovered Losses to VaR Ratio, AUL)

當實際損失超越風險估計值時，先將實際損失除以風險值，此即風險值欲完全覆蓋損失所需的乘數，然後再求該所有乘數的平均值，即估算條件風險值(CVaR)與風險值之比率，所以AUL計算方式如下：

$$AUL_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M X_m \frac{CVaR_{i,t}}{VaR_{i,t}}$$

當  $\Delta P_{i,t+1} < VaR_{i,t} \Rightarrow X_m = \frac{\Delta P_{i,t+1}}{VaR_{i,t}}$ ， $M$ ：實際損失大於VaR的次數。AUL 特性在

於捕捉高狹峰分配的尾部極端風險，可應用於發生極端重大事件之情況，而進行壓力測試時，其資產價值變動幅度的衡量。

值得注意的事，風險值估計的正確性將影響AUL指標的有效性，如果資產報酬率服從常態分配，且風險值模型能完全正確捕捉資產市值波動風險時，則在風險值模型顯著水準5%之下，其AUL指標值應為1.25；在顯著水準1% 之下，其AUL指標值應為1.14 (Engel & Gizycki, 1999)。若所求得的AUL值大於上述的指標值，即可推論資產的損益分配具有厚尾特性；反之，若AUL值小於指標值，則資產損益分配的尾端較常態分配薄。(劉美纓，2003)

### (二) 最大未覆蓋損失比率(Maximum Uncovered Loss to VaR Ratio, MUL)

MUL則是考量樣本觀察期間發生最壞的情況，所產生的最大損失金額，亦即衡量風險估計值無法涵蓋損失的最大界限，其計算方式如下：

$$MUL_i = \max\left(\frac{\Delta P_{i,t+1}}{VaR_{i,t}}\right)$$

對此衡量指標而言，樣本期間較長所估計出來的MUL會較為保守及準確，且如同AUL指標，MUL也能檢驗損益分配的尾端厚薄程度，提供壓力測試的參考訊息。(劉美纓，2003)