



國立臺灣大學工學院工程科學及海洋工程學系

碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

應用聲音訊號進行纜索張力值估算

Cable Tension Estimation Using Acoustic Signals

楊立安

Li-An Yang

指導教授：黃維信 博士

Advisor: Wei-Shien Hwang, Ph.D.

中華民國 112 年 1 月

January, 2023



## 致謝

誠摯感謝恩師黃維信博士在碩士生涯給予我親切的指導與寬大的包容，在學術上的嚴謹精神讓我學習到面對研究以及未來進入職場時應該具備的能力與態度，邏輯思維上也有很大的助益和加強，在生活上對學生也非常關心，遇到困難亦或是無法處理的課題時，黃老師也總是給予我們關心和幫助，讓我在求學過程面對困境能受到支持，勇於突破。

感謝王昭男教授、宋家驥教授、張國鎮教授於論文口試期間給予寶貴的意見，讓學生得以反思，使論文的內容更加充實、完整。

感謝聲音實驗室的蔡耀仲學長在實驗上盡心盡力協助，幫助我從許多設置與理論上的錯誤進行改善，讓實驗得以順利進行。

感謝實驗室的同期昶廷，學弟妹煒智、許晴、鴻諭，總是在我需要幫助時陪伴在旁，與我一同早起搬運實驗器材、一起熬夜確保實驗穩定，完成階段性目標或遇到瓶頸時，我們也總是相約飲酒慶祝和舒壓，充滿能量朝下個目標前進，也非常感謝同系的好朋友們，子恩、柏邑、昱嘉、品佑、許彤、耘均、華丰、子賢、柏宏、翊丞、佳業、俊鋐，以及生工系可昀與交通大學的子恒，在求學過程陪伴我經歷風風雨雨，不論是研究上的困難或是生活上的大小事，都因為他們有了更多歡笑和突破的勇氣。

感謝家人在我漫長的求學過程一路上給予支持鼓勵，以包容理解的態度放手讓我做出所有選擇，並給予溫暖的陪伴，使我無後顧之憂，盡力完成本分。

最後感謝女友惠柔從大學到碩士生涯與我互相扶持，幫我打理生活上的大小事，並給予我最好的建議和陪伴，無怨無求，如此真摯的感情必會好好珍惜。



## 摘要

本文探討使用麥克風測量振動纜索之聲壓訊號並求取張力值的可行性。在張力計算方面，分別使用弦理論帶入兩端固定邊界條件以及梁理論帶入簡支梁邊界條件來推導出纜索自然頻率值與張力值之間的關係式，由聲壓訊號識別出自然頻率值後進行反算，實驗設置方面，將固定於結構物之受張力鐵線模擬為實際纜索進行聲壓訊號測量，並驗證在不同結構參數下此方法求得之張力值皆可靠，再進一步對鐵線做加速腐蝕處理以探討纜索受到腐蝕損害時可能反映之跡象。

關鍵字：纜索張力、振動法、聲壓訊號、自然頻率、非破壞性檢測



## ABSTRACT

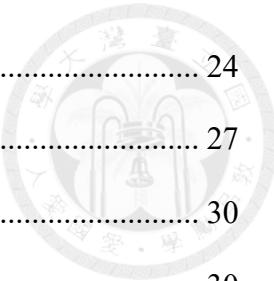
This thesis explores the feasibility of using a microphone to measure the sound pressure signal of a vibrating cable and to obtain the tension value. In terms of tension calculation, the relationship between the natural frequency value and tension value of the cable is derived using string theory with fixed boundary conditions at both ends and beam theory with simple-supported beam boundary conditions. After identifying the natural frequency value from the sound pressure signal, the tension value is calculated. In terms of experimental setup, the tension iron wire fixed to the structure is simulated as an actual cable to measure the sound pressure signal, and the reliability of the tension values obtained under different structural parameters is verified. Further, the iron wire is subjected to accelerated corrosion treatment to explore the possible indications of cable damage due to corrosion.

**Keywords:** Cable Tension, Vibration Method, Sound Pressure Signal, Natural Frequency, Nondestructive Testing.

# 目錄



致謝 .....	i
摘要 .....	ii
ABSTRACT .....	iii
目錄 .....	iv
圖目錄 .....	vi
表目錄 .....	x
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究動機 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	2
1.3 研究方法 .....	4
第二章 基本理論 .....	6
2.1 繩索張力計算 .....	6
2.1.1 弦理論 .....	6
2.1.2 雙振頻法理論 .....	8
2.2 由聲壓訊號獲得結構振動的響應 .....	9
2.2.1 聲音原理 .....	9
2.2.2 結構動力響應 .....	9
2.2.3 振動結構附近之聲壓訊號 .....	11
第三章 實驗架構 .....	15
3.1 實驗架構與方法 .....	15
3.2 實驗設備與儀器 .....	18
3.3 實驗流程 .....	22
3.4 腐蝕樣品製作以及抗拉試驗 .....	24



3.4.1	腐蝕試驗結果 .....	24
3.4.2	抗拉試驗結果 .....	27
第四章	實驗結果與討論 .....	30
4.1	實驗模型設計與張力反算式驗證 .....	30
4.2	不同結構參數之量測結果 .....	37
4.2.1	自然頻率測量結果 .....	38
4.2.2	張力值計算結果 .....	43
4.3	鏽蝕纜索檢測 .....	47
4.3.1	腐蝕後鐵線的自然頻率測量結果 .....	47
4.3.2	腐蝕後鐵線的張力值計算結果 .....	56
4.4	小結 .....	60
第五章	結論與展望 .....	61
5.1	結論 .....	61
5.2	展望 .....	62
參考文獻 .....	63	
附錄(一) 聲音訊號頻譜圖 .....	65	

# 圖 目 錄



圖 2.1 結構參考點附近的聲壓測量示意圖[15].....	13
圖 2.2 將纜索視為一細長圓柱形聲源進行聲壓測量示意圖 .....	14
圖 3.1 加速規測量安裝示意圖 .....	16
圖 3.2 麥克風擺放位置，以角鋼架為例 .....	17
圖 3.3 架子 A.....	19
圖 3.4 架子 B.....	19
圖 3.5 加速規 .....	20
圖 3.6 加速規所使用之資料擷取器 .....	20
圖 3.7 麥克風 .....	21
圖 3.8 麥克風所使用之資料擷取器 .....	21
圖 3.9 恒溫水槽 .....	22
圖 3.10 實驗流程圖 .....	23
圖 3.11 腐蝕試驗設置 .....	25
圖 3.12 七天腐蝕試驗結束後水槽內之鏽水 .....	25
圖 3.13 抗拉試驗設置圖 .....	27
圖 3.14 試體斷裂照 .....	28
圖 3.15 拉伸機夾具夾持及固定試體之工件 .....	28
圖 4.1 粗鐵線與架子 A 橫桿振動訊號比較.....	31
圖 4.2 粗鐵線與架子 B 橫桿振動訊號比較.....	31
圖 4.3 以角鋼對鐵線下方端點進行簡單支撐示意圖 .....	32
圖 4.4 加裝角鋼之實驗設置圖 .....	33
圖 4.5 設置簡單支撐後，裝置不同重量鉛塊時之感測器測量頻率值比較圖 .....	34

圖 4.6 雙振頻法式(2.12)之張力反算相對誤差圖 .....	36
圖 4.7 弦振動理論式(2.5)之張力反算相對誤差圖 .....	36
圖 4.8 粗鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖 .....	40
圖 4.9 細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖 .....	40
圖 4.10 粗鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖 .....	42
圖 4.11 細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖 .....	42
圖 4.12 粗鐵線之張力值反算誤差比較圖 .....	46
圖 4.13 細鐵線之張力值反算誤差比較圖 .....	46
圖 4.14 腐蝕後粗鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖	49
圖 4.15 腐蝕後細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖	49
圖 4.16 腐蝕後粗鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖	51
圖 4.17 腐蝕後細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖	51
圖 4.18 腐蝕前後之粗鐵線裝置於架子 A 的第一、二振態自然頻率值比較 圖 .....	52
圖 4.19 腐蝕前後之細鐵線裝置於架子 A 的第一、二振態自然頻率值比較 圖 .....	52
圖 4.20 腐蝕前後之粗鐵線裝置於架子 b 的第一、二振態自然頻率值比較 圖 .....	53
圖 4.21 腐蝕前後之細鐵線裝置於架子 b 的第一、二振態自然頻率值比較 圖 .....	53
圖 4.22 腐蝕粗鐵線裝置於架子 b 之第一振態自然頻率隨腐蝕天數之變化 .....	54
圖 4.23 腐蝕粗鐵線裝置於架子 b 之第二振態自然頻率隨腐蝕天數之變化 .....	54
圖 4.24 腐蝕粗鐵線裝置於架子 b 之第一振態自然頻率上升比率與重量損 失率之關係 .....	55

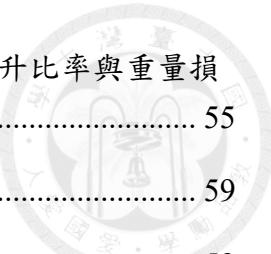


圖 4.25 腐蝕粗鐵線裝置於架子 b 之第二振態自然頻率上升比率與重量損失率之關係 .....	55
圖 4.26 腐蝕後粗鐵線之張力值反算誤差比較圖 .....	59
圖 4.27 腐蝕後細鐵線之張力值反算誤差比較圖 .....	59
附 1.1 架子 A 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	65
附 1.2 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	65
附 1.3 架子 A 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖 .....	66
附 1.4 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖 .....	66
附 1.5 架子 A 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖 .....	67
附 1.6 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖 .....	67
附 1.7 架子 A 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	68
附 1.8 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	68
附 1.9 架子 A 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖 .....	69
附 1.10 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖 .....	69
附 1.11 架子 B 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	70
附 1.12 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	70

附 1.13 架子 B 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖 .....	71
附 1.14 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖 .....	71
附 1.15 架子 B 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖 .....	72
附 1.16 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖 .....	72
附 1.17 架子 B 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	73
附 1.18 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖 .....	73
附 1.19 架子 B 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖 .....	74
附 1.20 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖 .....	74



## 表目錄

表 3.1 粗、細鐵線之線密度 .....	22
表 3.2 粗鐵線之腐蝕試驗結果紀錄 .....	26
表 3.3 細鐵線之腐蝕試驗結果紀錄 .....	26
表 3.4 抗拉試驗結果 .....	29
表 4.1 模型設置簡單支撐後之加速規訊號張力反算結果 .....	35
表 4.2 模型設置簡單支撐後之聲音訊號張力反算結果 .....	35
表 4.3 自然頻率測量實驗中不同鐵線所欲測量之拉力 .....	38
表 4.4 粗、細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率.....	39
表 4.5 粗、細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率 .....	41
表 4.6 架子 A-聲音訊號張力反算結果.....	44
表 4.7 架子 B-聲音訊號張力反算結果.....	45
表 4.8 腐蝕後粗、細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率.....	48
表 4.9 腐蝕後粗、細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率 .....	50
表 4.10 架子 A-腐蝕後鐵線聲音訊號張力反算結果.....	57
表 4.11 架子 B-腐蝕後鐵線聲音訊號張力反算結果.....	58



# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機

臺灣因地形多山脈、河流，在早期山區的交通時常因山谷以及溪流的阻隔，需要耗費時間精力繞路才能抵達目的地，而吊橋相較其他橋梁結構，優點在於所需的材料以及人力少，便能實現跨越長距離地形阻隔的目的，且造橋時不需在橋面下方建造支撐用的橋墩，因此可以在較為湍急或是水深的河流上方建造，船隻也可以從其下方通過。完工的吊橋可供行人及腳踏車使用，也能承載機車等小型貨運車，使山區農產品得以運輸，因此吊橋對於早期台灣居民無論在交通還是農產品輸送皆是賴以維生的命脈。在經濟成長以後，吊橋的運輸功能逐漸被更為穩固的混凝土橋與鋼橋等替代，但優美簡潔的外觀使吊橋適合與壯麗的風景共存，因此其觀光價值備受各地區重視，搭建新吊橋的目的不再只是為了交通運輸，更多的是發展觀光景點之用。

然而即使吊橋建築技術發展已非常悠久，事故的發生仍層出不窮，民國 102 年 11 月 17 日新北市三芝區根德水車園區吊橋，因建造環境屬於高鹽害腐蝕區，導致垂吊索在完工 6 年便因鏽蝕斷裂，造成 4 人輕重傷；民國 108 年 10 月 1 日宜蘭縣南方澳大橋斷裂，因鋼絞線、錨頭長期直接與具鹽分的積水接觸，全體吊索能承受的總拉力大幅下降，致使橋體包括橋面板、橋拱等塌落，造成 6 人罹難，13 人輕重傷，而南方澳大橋位於漁港出海口也屬高鹽害地區。纜索做為支撐橋面板及上方行人、車輛載重的主要受力結構，若受到損傷和變形將對整座吊橋的結構安全性有嚴重的影響，前述的兩個倒塌事故若排除人為因素，皆是因吊橋建於高鹽、高濕度地區使得垂吊索加速腐蝕，又未被及時檢測出所導致，除了極端鹽害地區之外纜索本身在長期使用下空氣中濕氣的腐蝕，以及施加各式外力造成的振動而變得鬆弛，都將使得纜索能承受的張力低於原先所預期的值，因此除了定期目視檢測外，

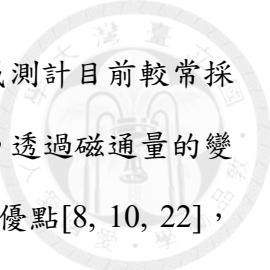


若能準確測量出纜索當下承受的張力，便能監測張力值是否處於安全範圍內，在災害來臨之前預先整修並避免生命財產損失。

本研究主要使用振動法做為求取纜索張力的方法，做法為先以感測器測量纜索在自然情況下或是人為敲擊所產生的時間域振動訊號，接著將振動訊號轉換為頻率域訊號後識別出其自然振動頻率，最後使用纜索振動自然頻率與張力的關係式，來求出纜索的張力。目前普遍用作測量纜索自然頻率的感測器為加速規，測量時需先使用雙面膠或是螺栓固定於纜索上，本研究提出使用麥克風做為測量纜索自然頻率的方法，直接敲擊纜索使其振動並記錄聲音訊號，在測量上可省去安裝固定感測器的步驟，配合筆記型電腦的即時訊號處理將可以更為快速的獲得纜索張力值。在此方法應用於現地測量前，吾人先在實驗室建構簡易的物理模型模擬吊橋纜索，並分別使用加速規與麥克風測量振動訊號，以了解麥克風測量纜索自然頻率的可行性以及所接收的訊號用於張力反算的誤差。

## 1.2 文獻回顧

在所有的橋樑結構中，吊橋具有跨越能力最長的優點，跨徑可以達到 1900 公尺以上；吊橋由主索、垂吊索、錨定基礎、橋塔與橋面板等部分組成，主要由纜索承受張力，將橋面板與上方荷重傳遞至橋塔[19]，因此纜索是否因時間、環境等因素，導致所受張力值改變，將直接關乎整座吊橋的結構安全性，故在實時檢測與長期檢測項目中，纜索的張力值皆是我們關心的重點項目[7, 11]，如何快速、準確地測量纜索和各種弦結構的張力成為一個至關重要的問題。目前對於纜索的張力量測，可以大致分為直接量測和間接量測，用作直接量測纜索張力的儀器中，常見的有油壓千斤頂、荷重計、磁通量感測計等[9]，各儀器測量方法如下：使用油壓千斤頂張拉纜索後，讀取油壓表值轉換為張力，每次的測量都需要重新張拉纜索，耗時長且不便。荷重計則需在纜索施拉時將其安裝於錨頭與錨定板間，透過壓力值來求得張力，使用壓力傳感器和壓力表讀取的方法存在儀器價格昂貴、體積大，且測量



過程較繁瑣的缺點，僅適用於施工階段的張力測量[1]。磁通量感測計目前較常採用中空穿透圓柱設計，纜索從中穿過並使用環氧樹脂將兩者黏貼，透過磁通量的變化與纜索應力之間的關係來求取張力，具有性能穩定，精度高的優點[8, 10, 22]，但施做相當昂貴，需要根據結構尺寸對感測器進行繞線，在實際工程中沒有得到廣泛應用[5]，除了常見的直接量測儀器，Li 等人[4]使用光纖應變計透過測量鋼絞線的應變量計算出張力，此方法雖能適應較惡劣的環境條件且精確度高，但已施工完成的纜索便無法安裝。上述對張力進行直接量測的方法除了面臨設備價格昂貴的問題外，需要於施工階段配合安裝的缺點使其在應用上缺乏彈性。而間接量測的方式主要以振動法(vibration method)為主，振動法在感測器的安裝上具有彈性快速且非侵入性的優點，為現今工程廣泛使用。

振動法求取纜索張力值的流程為，先使用感測器量測纜索的振動訊號，再將振動訊號進行處理並識別出自然頻率值，最後帶入張力與自然頻率的關係式便可反算出纜索的張力值。振動法中用於量測振動訊號的方式可以分為接觸式與非接觸式兩種，接觸式量測一般使用加速規，量測時須使用雙面膠或螺栓等固定在纜索表面，因加速規的價格較昂貴，在研究上邱繼正等人[21]提出以電阻式應變計替代加速規，最大的優點為價格便宜，但纜索為凹凸不平的複雜表面，安裝應變計需先用AB 膠施做一層平整面，導致靈敏度發生折減，不過做為加速規之替代感測器依然有很大的潛力；在非接觸式量測方面，雷射振動感測器、微波雷達、高速攝像機等儀器以其方便的架設和快速的響應速度受到越來越多的關注[3, 12]，Du 等人[2]使用相機對振動的纜索進行單點與多點圖像的捕捉拍攝後，透過數位影像處理的方式來識別張力，識別結果相當良好。

而振動與聲音息息相關，在機械結構的領域，振動聲輻射法(vibration acoustic radiation method)作為一種非接觸式測量方法，主要是透過聲學感測器(如:麥克風)

量測物體振動發出的聲壓訊號並從中識別結構模態參數，夏茂龍等人[16]利用測量振動結構附近的聲壓訊號識別出鋼板的自然頻率和模態阻尼比，Pierro 等人[6]使用聲壓訊號來取得結構的自然頻率和模態形狀後，得出了麥克風可以代替結構感測器的結論，本文由此作為延伸發想，將麥克風作為間接量測纜索張力的感測器應極具潛力，但此方法鮮少被應用於橋梁工程領域。2021 年 Yu 等人[14]首次提出以聲輻射技術(Acoustic Radiation Technology, 簡稱 ART)來取得纜索張力值，透過麥克風與智慧型手機測量預應力鋼絞線的自然頻率後估計張力值，本文則是先將吊橋與纜索簡化為受張力而繃緊的鐵線後進行測量，並對鏽蝕的纜索可能出現的跡象進行記錄，結果皆顯示使用麥克風作為非接觸式感測器可以為各種張拉弦結構的張力測試提供一種有效且簡單的新方法。

在張力反算關係式方面，吾人普遍將纜索視作兩端固定的繃緊弦，並使用弦理論對張力與自然振動頻率進行計算，但此理論假設相當精簡，往往會有不小的誤差，若需改善張力計算的準確性，則需透過梁理論對纜索振動行為做進一步的分析，而所推導出的表示式需要纜索的材料特性參數[13]，由於纜索需使用 HDPE(High Density Polyethylene)外管套包覆鋼絞線，故纜索本身的截面積、彈性模數、慣性矩等參數不容易取得，巫文勝等人[17]以簡支梁模型為例，推導出不需撓曲剛度即可反算張力值的關係式，減少了可能需透過實驗獲得的參數，大大增加了張力反算的方便性。

### 1.3 研究方法

本研究分別以剛性較低(鐵管架)與剛性較高(角鋼架)的兩種架子作為橋塔結構，將不同線徑的鐵線(粗、細)一端固定於架子，另一端連接鎢金鋼鉤後掛上鉛塊，使鐵線受張力後呈現繃緊的狀態，用於模擬吊橋上支撐橋面板的纜索，並進一步對鐵線做加速腐蝕處理以模擬纜索受到鏽蝕損傷的情況。在實驗方面分別使用加速規

及麥克風兩種感測器，來測量鐵線在不同張力下(不同重量鉛塊)的自然振動訊號，並將兩種感測器擷取到的訊號帶入張力表示式進行張力反算與誤差分析。

張力計算方面，使用兩種公式對張力進行反算，第一種為將纜索視作一根繩緊弦的弦理論，第二種為將纜索視作一簡支梁的梁理論。其中第二種公式為巫文勝等人[17]從振動頻率的表示式出發，透過不同振態之表示式皆包含張力與撓曲剛度等參數的特性，推導出只需纜索任意兩振態頻率條件，便可不需撓曲剛度計算出張力的表示式。從上述流程逐步研究並實現本文使用麥克風測量聲音訊號並對纜索張力值進行識別的目的。



## 第二章 基本理論

### 2.1 繩索張力計算

#### 2.1.1 弦理論

參考文獻[18]，將繩索視作一繩緊於兩固定端之間的弦，弦長為 L。弦承受均勻的張力 T，並且不考慮撓曲剛度 EI，因此弦不承受彎矩。在此情況下的自然振動方程式為：

$$\rho \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - T(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (2.1)$$

其中  $y(x, t)$  為垂直繩索方向的振動， $T(x)$  為繩索在 x 處的張力， $\rho$  為繩索單位長度的重量， $t$  為時間。繩索振動的邊界條件為  $y(0, t) = y(L, t) = 0$ ，假設  $T(x) = T$ ，令  $y(x, t) = Y(x)e^{i\omega t}$  帶入式(2.1)可化成：

$$\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} + \beta^2 Y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad \beta^2 = \frac{\rho\omega^2}{T} \quad (2.2)$$

上式的解析解為：

$$y(x) = A \sin(\beta x) + B \cos(\beta x) \quad (2.3)$$

將邊界條件  $y(0, t) = y(L, t) = 0$  帶入可得到自然振動頻率為：

$$\omega_n = \beta_n \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} ; \quad \omega_n = 2\pi f_n \quad (2.4)$$

其中 n 為繩索振動第 n 個模態。整理式(2.4)可得到張力表示式：

$$T = \frac{4L^2\rho}{n^2} f_n^2 \quad (2.5)$$

其中 T 為繩索張力，L 為繩索長度， $\rho$  為繩索單位長度的質量， $f_n$  為第 n 模態之自然振動頻率值，n 為繩索振動第 n 個模態。



使用弦理論的優點為，透過纜索各個模態的自然振動頻率與纜索長度、單位長度的質量等參數，便可計算出張力值，但此理論簡化了纜索實際受張力會發生的情況，如纜索在實際情形因自重必定會有垂度，不過本文中採用鐵線模擬實際纜索，因此將更為貼近理論做出的假設。



## 2.1.2 雙振頻法理論

由梁理論為基礎對纜索以軸力梁之模式進行力學分析，將纜索視作平面上簡支梁承受軸向拉力，可推導出控制方程式為：

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} - T(x) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6)$$

其中  $EI$  為撓曲剛度， $y(x, t)$  為垂直纜索方向的振動， $T(x)$  為纜索在  $x$  處的張力， $\rho$  為纜索單位長度的質量， $t$  為時間。

上式與弦振動理論公式相比，增加了撓曲剛度的效應，將簡支梁的邊界條件  $y(0, t) = y(L, t) = 0$ ， $y''(0, t) = y''(L, t) = 0$ ，帶入式(2.6)可得張力  $T$  的表示式：

$$T = \frac{4\rho L^2 f_n^2}{n^2} - \frac{n^2 EI \pi^2}{L^2} \quad (2.7)$$

巫文勝[17]透過式(2.7)纜索之張力與自然頻率的關係式在任意模態皆成立的特性，提出以任意兩模態頻率之公式聯立可將特定變數消除，本研究中使用的便是消除撓曲剛度後的張力表示式，任意選取第  $n$  與第  $p$  模態之自然頻率  $f_n$ 、 $f_p$  分別帶入式(2.7)可得：

$$T = \frac{4\rho L^2 f_n^2}{n^2} - n^2 \pi^2 \left( \frac{EI}{L^2} \right) \quad (2.8)$$

$$T = \frac{4\rho L^2 f_p^2}{p^2} - p^2 \pi^2 \left( \frac{EI}{L^2} \right) \quad (2.9)$$

將兩式分別乘上  $\frac{1}{n^2}$  與  $\frac{1}{p^2}$  可得：

$$\frac{T}{n^2} = \frac{4\rho L^2 f_n^2}{n^4} - \pi^2 \left( \frac{EI}{L^2} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{T}{p^2} = \frac{4\rho L^2 f_p^2}{p^4} - \pi^2 \left( \frac{EI}{L^2} \right) \quad (2.11)$$

將式(2.10)與式(2.11)相減便可整理出不含撓曲剛度之張力計算式：

$$T = 4\rho L^2 \left[ \frac{f_n^2 p^4 - f_p^2 n^4}{n^2 p^2 (p^2 - n^2)} \right] \quad (2.12)$$



## 2.2 由聲壓訊號獲得結構振動的響應

### 2.2.1 聲音原理

聲音由物體振動產生，而振動發聲的物體稱為聲源，聲音需通過介質（氣體、固體、液體）傳播，在不同的介質中傳播速度不同，一般為固體>液體>氣體，聲音的傳播速度與介質的種類以及介質的溫度有關。物體一秒鐘振動的次數稱為頻率，單位為 Hz。人的耳朵可以接收到 20~20000Hz 的聲音，高於這個範圍的波動稱為超音波，而低於這一範圍的稱為次聲波。

聲音是一種壓力波，會引起介質有節奏的振動，若是在空氣中，則使周圍的空氣產生疏密變化，形成疏密相間的縱波，而聲音作為波的一種，頻率與振幅就成了描述波的重要參數，頻率的高低與我們通常所說的音高對應，而振幅則表示聲音的大小。聲音訊號可以透過傅立葉轉換(Fourier Transform)分解為不同頻率不同強度正弦波的疊加，並從中識別所需之資訊。

### 2.2.2 結構動力響應

參考文獻[14, 15]，多自由度系統的結構動力學方程式可表示為：

$$MX''(t) + CX'(t) + KX(t) = F(t) \quad (2.13)$$

其中  $M$  代表結構的質量， $C$  代表阻尼， $K$  代表剛度矩陣(stiffness matrix)， $X$  代表結構的位移響應， $F$  代表脈衝力。

假設結構具有正則模態，則結構的位移和加速度響應可以表示為各階模態響應的線性疊加：

$$X(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_j q_j(t), X''(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_j q_j''(t) \quad (2.14)$$

其中  $\Phi_j$  表示結構的第  $j$  個模態形狀，它是一個正交矩陣(orthogonal matrix)。 $q_j(t)$  表示結構的第  $j$  個模態坐標。



假設結構的阻尼是比例阻尼(proportional damping)，將(2.14)代入(2.13)，解耦後的結構運動方程式可以用模態坐標表示：

$$q_j'' + 2\xi_j \omega_j q_j' + \omega_j^2 q_j = \Phi_j^T \frac{F(t)}{m_j} \quad (2.15)$$

其中結構第  $j$  個模態頻率為  $\omega_j$ ， $\xi_j$  代表結構第  $j$  個模態阻尼比， $m_j$  代表結構第  $j$  個模態質量(modal mass)。作用在結構的點  $h$  上的脈衝激勵為  $f_k(t) = F_0 \delta(t)$ 。其中  $f_j(t)$  是矩陣  $F(t)$  的第  $j$  個元素，則結構的第  $j$  個加速度響應由模態坐標表示為：

$$q_j''(t) = \frac{F_0 \Psi_{kj} \omega_j}{m_j \sqrt{1 - \xi_j^2}} e^{-\xi_j \omega_j t} \cos(\omega_{dj} t + \varphi_j + \frac{\pi}{2}) \quad (2.16)$$

$$\omega_{dj} = \omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2} \quad (2.17)$$

$$\varphi_j = \arctan[2\xi_j \sqrt{1 - \xi_j^2} / (1 - 2\xi_j^2)] \quad (2.18)$$

其中  $\omega_{dj}$  表示結構的第  $j$  個阻尼頻率， $\varphi_j$  表示第  $j$  個模態的相位滯後， $\Psi_{kj}$  表示  $\Phi_j$  的第  $k$  個元素。

結構上  $p$  點在脈衝激勵下的加速度響應表示為：

$$x_p''(t) = \sum_{j=1}^n \Psi_{pj} q_j'' = \sum_{j=1}^n x_{pj}''(t) \quad (2.19)$$

式(2.20)中， $\varphi_{pj,k}$  表示結構第  $j$  模態中  $p$  點與  $h$  點的相位差。

$$\begin{aligned} x_{pj}''(t) &= \Psi_{pj} q_j''(t) \\ &= B_{pj,k} e^{-\xi_j \omega_j t} \cos(\omega_{dj} t + \varphi_j + \frac{\pi}{2} + \varphi_{pj,k}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$B_{pj,k} = \frac{F_0 |\Psi_{kj}| |\Psi_{pj}| \omega_j}{m_j \sqrt{1 - \xi_j^2}} \quad (2.21)$$

結構瞬時脈衝激勵下某點的加速度響應  $x_p''(t)$  如(2.19)所示。模態坐標  $q_j$  用於表示結構的加速度響應，其中包含頻率訊息  $\omega_{dj}$ 。在大多數情況下，加速度感測器通常用於測量結構的動態響應以獲得自然頻率。

基於(2.19)得到的結構加速度響應，從理論上推導出加速度響應與結構振動輻射聲壓響應的關係如下，為直接利用結構輻射聲壓訊號估算纜索張力提供理論支持。



### 2.2.3 振動結構附近之聲壓訊號

將自由場麥克風放置在測試結構表面參考點附近，距離為  $d$ ，如圖 2.1 所示，結構振動時麥克風與結構無接觸。假設麥克風前方的微小面積結構可視為點聲源，點聲源附近空氣粒子的速度等於聲源的法向表面速度，而麥克風僅會測量到點聲源產生的壓力，將聲壓以  $p$  表示，振動結構的法向速度和加速度表示為[14]:

$$v(t) = \tilde{v}_n e^{i\omega t} \quad (2.22)$$

$$a(t) = v'(t) = i\omega \tilde{v}_n e^{i\omega t} \quad (2.23)$$

其中  $i = \sqrt{-1}$ ， $\tilde{v}_n$  為結構表面的法向速度振幅(vibration normal velocity amplitude of the structural surface)， $\omega$  為振動頻率。

結構的近場聲壓表示為[15]:

$$p(d, t) = i\omega \rho_0 \frac{\tilde{Q}}{4\pi d} e^{i(\omega t - kd)} \quad (2.24)$$

其中  $\rho_0$  為空氣密度， $\tilde{Q}$  為結構振動體積速度的幅值(amplitude of structure vibration volume velocity)， $k$  為波數。

設振動源的表面積為  $S$ ， $\tilde{Q}$  可表示為:

$$\tilde{Q} = 2\tilde{v}_n S \quad (2.25)$$

將式(2.25)代入式(2.24)，並結合式(2.22)和式(2.23)的關係，得到  $\tilde{a}_n = i\omega \tilde{v}_n$ ，結構的近場聲壓可表示為:

$$p(d, t) = \tilde{a}_n \rho_0 \frac{S}{2\pi d} e^{i(\omega t - kd)} = x''(t) d_e \quad (2.26)$$

其中  $d_e$  為常數項。

由式(2.26)可發現結構附近的聲壓信號與振動源的加速度響應之間存在線性正比關係，說明了結構附近的聲壓變化可以反映結構的振動響應。並且此方法還避免了加速度感測器本身的質量對結構自然頻率測量的影響。



有了以上結論，現我們將纜索假設為一個長度為  $L$ 、半徑為  $a$  的細長圓柱形聲源，將此圓柱切割為微小元素  $dx$ ，每個元素皆可視為一個點聲源，並在  $(r, \theta)$  處對聲壓進行測量，如圖 2.2 所示：

由(2.24)可知， $dx$  元素在  $(r, \theta)$  處產生的聲壓增量為：

$$d\tilde{p} = i\omega\rho_0 \frac{d\tilde{Q}}{4\pi r'} e^{i(\omega t - kr')} \quad (2.27)$$

每個元素的表面積為  $2\pi a dx$ ，則  $dQ$  可表示為：

$$d\tilde{Q} = \tilde{v}_n 2\pi a dx \quad (2.28)$$

將式(2.28)代入式(2.27)可得：

$$d\tilde{p} = i\omega\rho_0 \frac{a\tilde{v}_n dx}{2r'} e^{i(\omega t - kr')} \quad (2.29)$$

因此，通過在聲源的長度上積分  $d\tilde{p}$  可以求得  $(r, \theta)$  處的總聲壓：

$$\tilde{p}(r, \theta, t) = i\omega\rho_0 \frac{a\tilde{v}_n}{2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{r'} e^{i(\omega t - kr')} dx \quad (2.30)$$

由幾何關係可得  $r' = \frac{r - x \sin \theta}{\cos \theta}$ ，帶入式(2.30)可得：

$$\begin{aligned} & \tilde{p}(r, \theta, t) \\ &= i\omega\rho_0 \frac{a\tilde{v}_n}{2} e^{i(\omega t - \frac{kr}{\cos \theta})} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\cos \theta}{r - x \sin \theta} e^{i(kx \tan \theta)} dx \end{aligned} \quad (2.31)$$

由(2.26)的結果， $(r, \theta)$  處的總聲壓可表示為：

$$\begin{aligned} & \tilde{p}(r, \theta, t) \\ &= \tilde{a}_n \rho_0 \frac{a}{2} e^{i(\omega t - \frac{kr}{\cos \theta})} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\cos \theta}{r - x \sin \theta} e^{i(kx \tan \theta)} dx \\ &= x''(t) d_f \end{aligned} \quad (2.32)$$

其中  $d_f$  為常數項。

由式(2.32)可發現，將整條纜索視為一線聲源時，聲壓信號與振動源的加速度響應之間同樣存在線性正比關係，因此將纜索振動的聲壓訊號用於計算張力值為可行之作法。

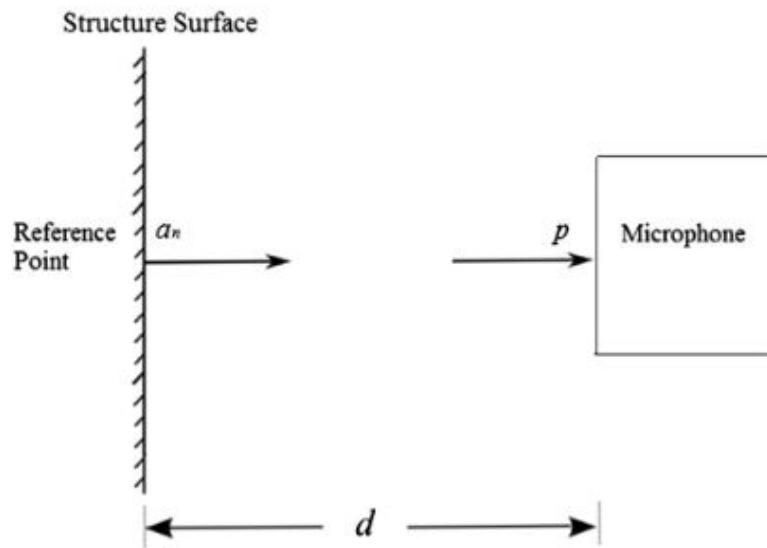


圖 2.1 結構參考點附近的聲壓測量示意圖[15]

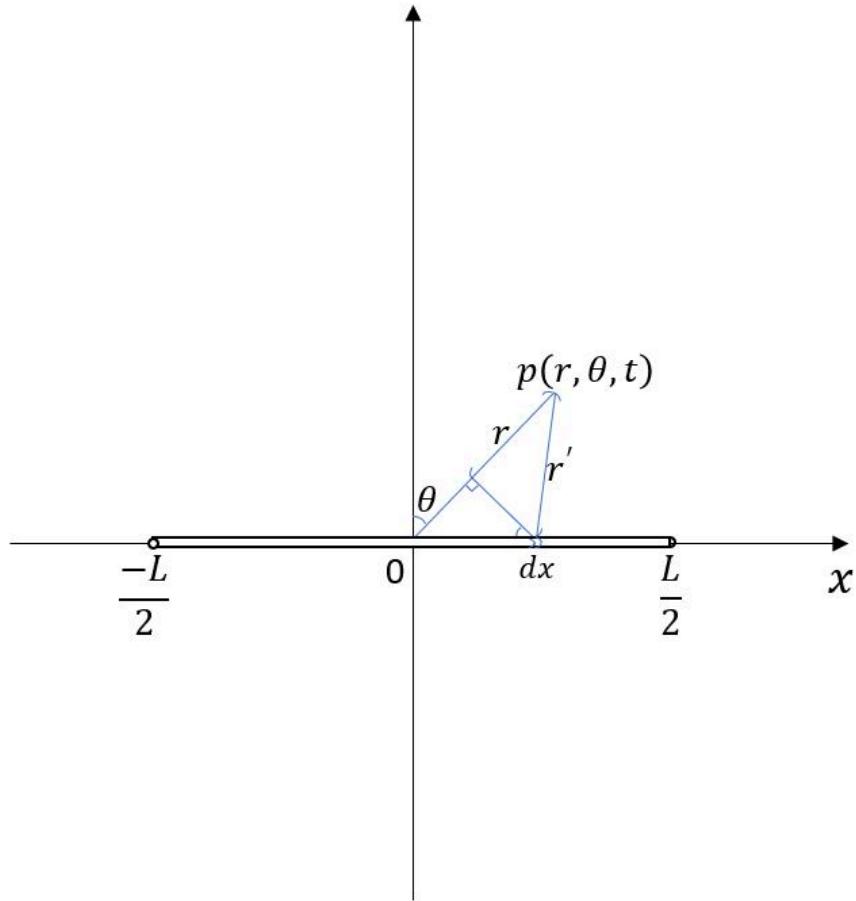


圖 2.2 將纜索視為一細長圓柱形聲源進行聲壓測量示意圖



## 第三章 實驗架構

### 3.1 實驗架構與方法

本研究將實際吊橋上承受張力的纜索化為簡易的物理模型，分別以兩種不同堅固程度的架子代替橋塔主結構，以鐵線模擬纜索，將弦一端固定於架子，並在另一端加上不同重量的鉛塊，以模擬吊橋上的纜索於橋面載重變化時之物理情形，接著分別透過現今測量纜索振動訊號普遍選用的接觸式感測器加速規，及本研究希望發展的非接觸式感測器麥克風，測量並分析用於模擬吊橋纜索的弦之振動訊號，再將兩者測量結果帶入理論推導出之張力表示式進行計算與比較，期望能透過聲音訊號發展出更為簡易快速的測量方式，提供日後檢測纜索張力更為快捷的方法。

實驗做法為將鐵線的一端以纏繞的方式固接於結構物之橫桿正中央，另一端也以纏繞的方式連接鎢金鋼鉤，再將鉛塊掛上鎢金鋼鉤，使鐵線呈現如吊橋之垂吊索般繃緊的狀態，並透過不同重量的鉛塊，來改變弦所受之張力，這樣的配置下鐵線結構物端為固定，鉛塊端可自由擺盪。且根據研究歷程，近一步於鉛塊端設置簡單支撐以改變其邊界條件，以利後續試驗之比較與分析。



使用加速規及麥克風兩種感測器測量弦在不同張力下的振動訊號，測量方式如下：

加速規測量：為避免加速規對鐵線振動影響過大，在鐵線距離上方固定點 6 公分處安裝加速規[20]，如圖 3.1 所示，以手指撥動弦中心位置使其振動，將弦之振動訊號經由資料擷取器儲存於筆記型電腦中。

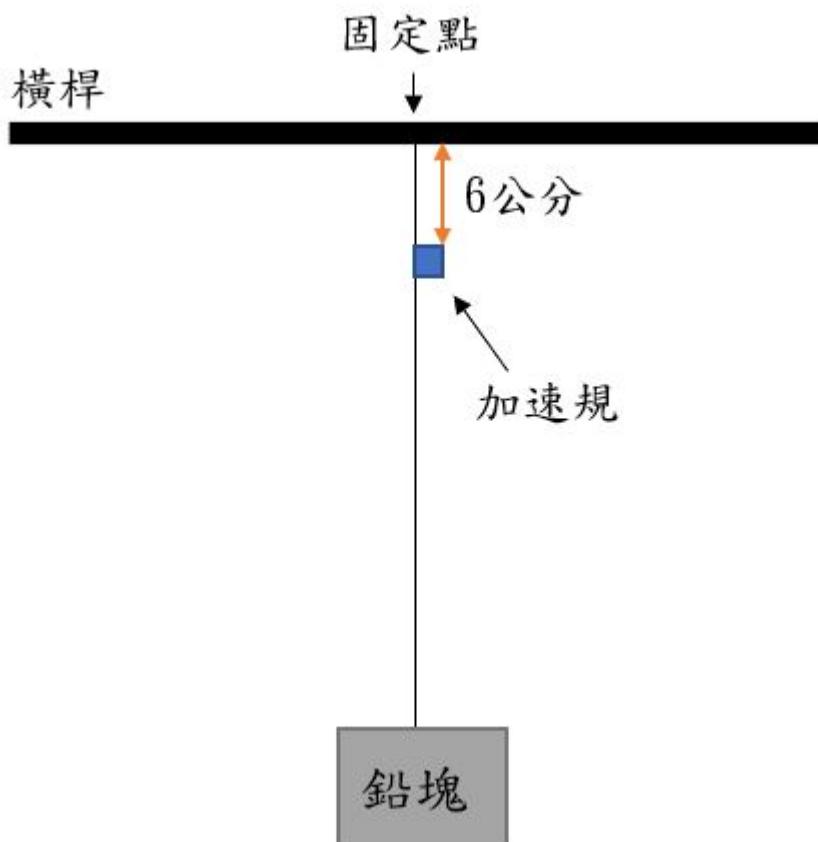


圖 3.1 加速規測量安裝示意圖

麥克風測量:麥克風所測量的訊號為弦振動後發出的聲音，同樣以手指撥動弦中心位置的方式使弦強迫振動並發聲，為避免撥動弦時手指撞擊到麥克風，吾人將麥克風以麥克風架固定後置於距離弦中心 5 公分以內的位置，如圖 3.2 所示;因實驗中的弦在不同拉力下強迫振動後所發出的聲音振幅相較於環境中的人為噪音與自然環境噪音皆來的小，為使測量結果能準確識別避免受到影響，使用麥克風作為感測器的測量在台大工程科學及海洋工程學系聲學實驗室的無響室中進行，弦振動所發出之聲音訊號由麥克風接收後透過聲音實驗室之資料擷取器儲存於筆記型電腦中。

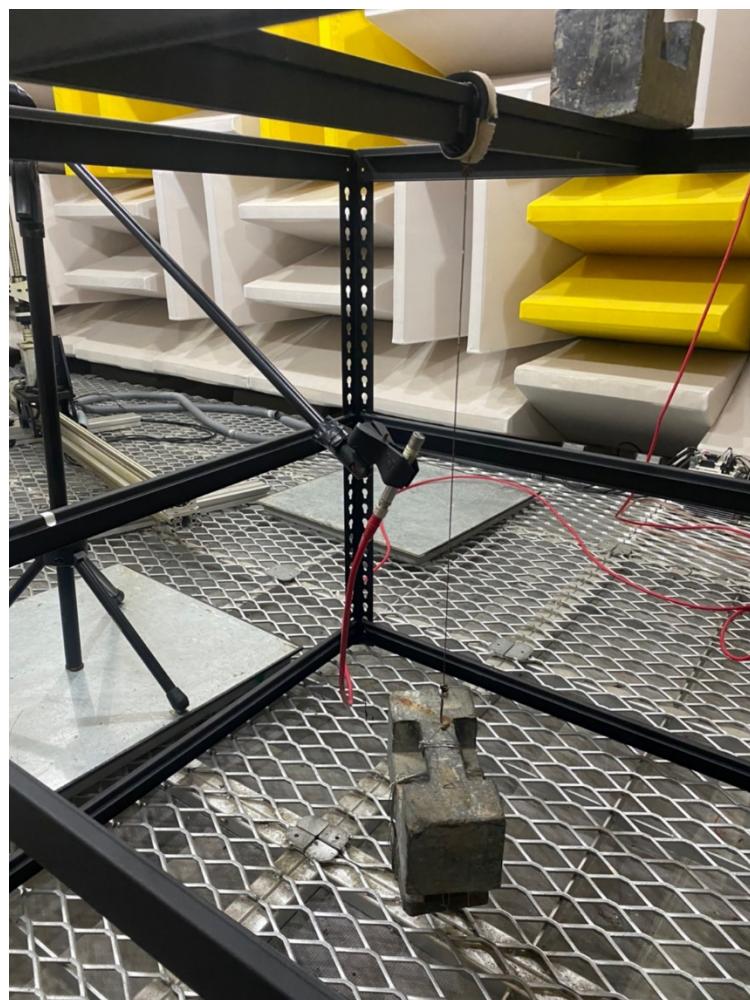


圖 3.2 麥克風擺放位置，以角鋼架為例

將上述測量方式所得之加速規時間域訊號，透過 MATLAB 進行快速傅立葉轉換得到頻率域訊號並繪製成頻譜圖；麥克風時間域訊號則是透過分析軟體 HEAD Acoustics Artemis 做快速傅立葉轉換為頻率域訊號後，繪製為符合人耳對聲音強度感知的對數型頻譜圖。再從頻譜圖之峰值識別弦的振態頻率值，但因實驗架構中的弦一端固定於結構物之橫桿，故弦本身在振動時也會導致橫桿受迫振動，此種非弦振動所發出的訊號將會一併被感測器所測量到，因此必須經由頻譜圖相互比對排除結構受迫振動所產生的峰值頻率，進而準確獲得弦之自然頻率及諧振頻率，以利後續帶入公式進行張力反算，並透過與實際值比較之誤差，來針對兩種感測器之量測結果進行比較與討論。

### 3.2 實驗設備與儀器

本實驗使用寬 91.5 公分、高 138 公分之鐵管架作為堅固程度相對較低的結構物，後稱架子 A，上方橫桿中央為弦固定處，如圖 3.3 所示，相較於前述的鐵管架，吾人訂製了長寬高皆為 90 公分的三層加固立方體角鋼架作為相對穩固的結構物，後稱架子 B，最上層橫桿中央為弦固定處，如圖 3.4 所示：



圖 3.3 架子 A



圖 3.4 架子 B

本實驗使用的加速規為 PCB Piezotronics, Inc. 所製造，型號為 352C65，靈敏度為 98.9mV/g，如圖 3.5 所示：



圖 3.5 加速規

資料擷取器為 National Instruments 公司製造，型號為 NI 9234，如圖 3.6 所示，資料擷取器接收加速規的訊號，將其存於筆記型電腦。



圖 3.6 加速規所使用之資料擷取器

本實驗使用音強探測 1/2”麥克風，型號為 PCB 37802 SN /10674，如圖 3.7 所示，量測範圍 63Hz~8kHz，在 50Hz 以下會有內部零件所產生的固有噪聲。



圖 3.7 麥克風

麥克風所使用的資料擷取器為 HEAD Acoustics 公司製造，型號為 SQuadriga II(SN/33201426)如圖 3.8 所示：



圖 3.8 麥克風所使用之資料擷取器



本實驗使用粗、細兩種線徑，相同材質的鐵線作為模擬纜索物理現象的弦，並為了後續張力反算的參數定量以及避開麥克風於 50Hz 以下時的固有噪聲，將實驗中弦之長度定為 50 公分。

粗、細鐵線的線密度如表 3.1 所示，線密度定義為單位長度下的質量，單位為公斤每公尺(kg/m)。

表 3.1 粗、細鐵線之線密度

鐵線種類	粗鐵線	細鐵線
線密度(kg/m)	$9.32 \times 10^{-3}$	$3.85 \times 10^{-3}$

本實驗用於腐蝕鐵線試體之恆溫水槽為祥泰精機股份有限公司製造，型號為 B206-T2，如圖 3.9 所示：



圖 3.9 恒溫水槽

### 3.3 實驗流程

實驗流程為，先將該組實驗欲使用的鐵線固定在架子上，下方連接鎢金鋼鉤並掛上鉛塊，簡單支撐邊界則在這時將角鋼橫放並在兩側夾持固定，以支撐鐵線下端，並以水平儀量測確保鐵線維持垂直，確認物理模型各連接處穩固無鬆脫滑動後，開

始安裝感測器，加速規的部分是以雙面膠緊貼黏於鐵線上，接著調整下方連接的訊號線不與鐵線接觸以免影響鐵線的振動情形，確認加速規訊號線與資料擷取器以及筆記型電腦皆連結並裝設完畢後，開啟 LabVIEW 介面設定資料儲存位置(採樣頻率 2560Hz)，按下開始鍵，以手指撥動鐵線中心位置使其強迫振動，接收振動訊號；麥克風則是先夾持於麥克風架上後，透過伸縮麥克風架將麥克風置於適當量測位置，待裝設完畢並確認資料擷取器與筆記型電腦各連接線均已接上後，開啟軟體 HEAD Acoustics Artemis 設定資料儲存位置(採樣頻率 3278Hz)，按下開始錄音鍵，以手指撥動鐵線中心位置使其強迫振動，接收聲音訊號。本實驗中的每筆資料擷取時間皆為 10 秒，待擷取完畢後即可更換鉛塊重量、鐵線種類並重複上述步驟進行實驗。

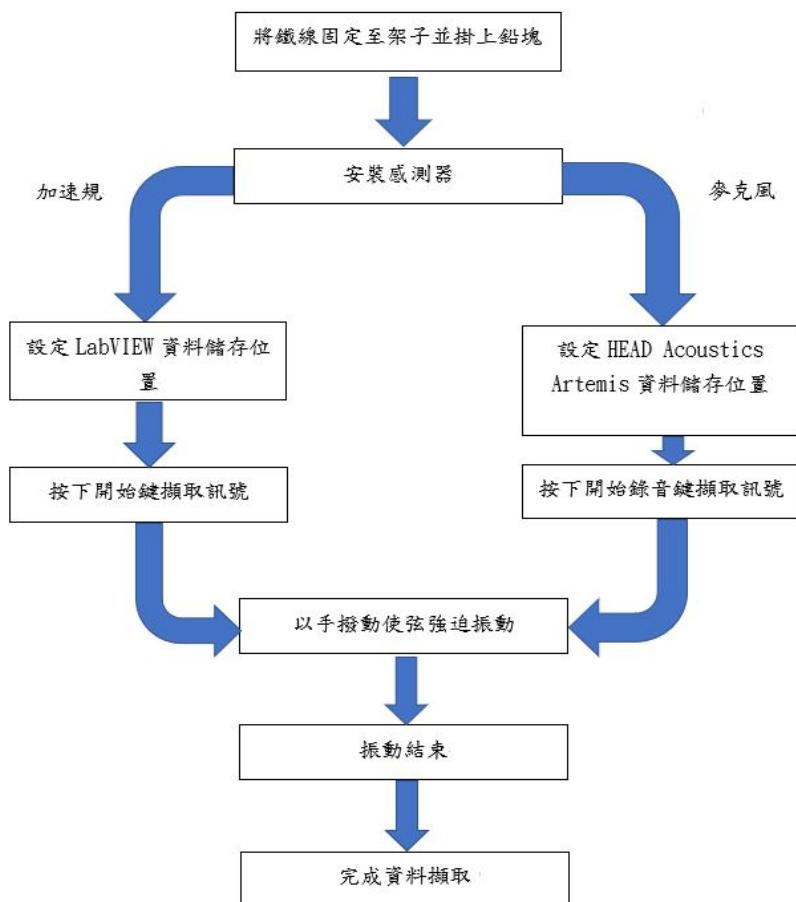


圖 3.10 實驗流程圖



### 3.4 腐蝕樣品製作以及抗拉試驗

吊橋的纜索在常年的使用下，會因環境中的水氣導致生鏽、腐蝕，若在維護時沒有察覺，甚至將鏽蝕至無法承重而斷裂。因此本研究除了使用粗、細鐵線作為健康無受損的纜索並量測振動訊號及聲音訊號外，也將這兩種鐵線透過加速腐蝕用以模擬鏽蝕情況下的纜索並且進行相同的實驗量測，目的在於了解纜索鏽蝕後可能產生的現象，本節將說明腐蝕試體的製作方法與粗、細鐵線腐蝕前後的抗拉試驗結果。

#### 3.4.1 腐蝕試驗結果

取長度為 80 公分的粗鐵線六條及 90 公分的細鐵線六條，個別秤重後標上號碼。兩次試驗分別將六條為一組的粗、細兩組試體放入設定溫度為 85 攝氏度的恆溫水槽中，水槽內裝滿重量百分濃度 20%(20wt%) 的食鹽水溶液，為使水溶液蒸發的速度不至於過快，水槽上方的開口使用保鮮膜覆蓋約四分之三；對試體進行為期七天的腐蝕，每隔 8 小時往水槽內補充清水，以維持食鹽水溶液的重量百分濃度，實驗設置如圖 3.11 所示：



圖 3.11 腐蝕試驗設置



圖 3.12 七天腐蝕試驗結束後水槽內之鏽水

七天的腐蝕試驗結束後，由圖 3.12 可看出食鹽水溶液因混合了試體腐蝕之鏽水而使得顏色呈現紅褐色。將試體取出並用清水清洗掉試體上方附著的鏽蝕物，接著將試體逐一秤重，並計算其個別的重量損失率，試驗結果紀錄於表 3.2 與表 3.3。其中重量損失率的定義為

$$\text{重量損失率} = \frac{(\text{腐蝕前試體之重量} - \text{腐蝕後試體之重量})}{\text{腐蝕前試體之重量}} \times 100\%$$

以此表示試體之平均截面積損失率。

表 3.2 粗鐵線之腐蝕試驗結果紀錄

重量(kg)\試體	試體 1	試體 2	試體 3	試體 4	試體 5	試體 6
腐蝕前試體	7.456g	7.564g	7.530g	7.508g	7.608g	7.590g
腐蝕後試體	7.081g	7.358g	7.312g	7.284g	7.387g	7.123g
重量損失率	5.87%	2.72%	2.89%	2.98%	2.9%	6.15%

表 3.3 細鐵線之腐蝕試驗結果紀錄

重量(kg)\試體	試體 1	試體 2	試體 3	試體 4	試體 5	試體 6
腐蝕前試體	3.528g	3.508g	3.541g	3.558g	3.534g	3.528g
腐蝕後試體	3.378g	3.362g	3.414g	3.401g	3.374g	3.416g
重量損失率	4.25%	4.16%	3.59%	4.41%	4.53%	3.17%



由表 3.2 與表 3.3 的數據上來看，細鐵線試體的重量損失率較為平均，每個試體的腐蝕情況較為一致，而粗鐵線試體則是試體 1 及試體 6 腐蝕後所損失的重量較多，其餘四個試體的重量損失率相對平均。

### 3.4.2 抗拉試驗結果

在決定後續實驗要給予鐵線的張力大小參數之前，需先瞭解鐵線在健康狀態以及腐蝕過後的抗拉強度。本實驗使用拉伸機對腐蝕前後之粗、細鐵線分別進行八次抗拉試驗，固定弦長為 10 公分，並將結果平均後作為該試體之抗拉強度，實驗結果紀錄於表 3.4。



圖 3.13 抗拉試驗設置圖



圖 3.14 試體斷裂照



圖 3.15 拉伸機夾具夾持及固定試體之工件

表 3.4 抗拉試驗結果



	粗鐵線(N)	腐蝕粗鐵線(N)	細鐵線(N)	腐蝕細鐵線(N)
試體 1	435.9	381.9	182.5	137.7
試體 2	425.7	399.2	182	105.8
試體 3	427.8	304.3	182.1	139
試體 4	428.3	295.2	180.4	145
試體 5	423.0	345.4	182.1	151.8
試體 6	432.8	382.5	178.3	135
試體 7	424.1	377.0	178.5	136.2
試體 8	421.1	392.7	179.2	147.7
平均抗拉強度	427.3	359.8	180.6	137.3

由表 3.4 的結果得知，健康狀態的粗、細鐵線每次試驗的抗拉強度相對平均，證明實驗數據的可靠性，而腐蝕過後的試體可以看出能承受的最大拉力明顯下降，但由於試體截面積並非均勻的縮減，每次的試驗結果皆有不小的差異，因此仰賴多次的試驗平均值來得到其抗拉強度。



## 第四章 實驗結果與討論

### 4.1 實驗模型設計與張力反算式驗證

本節為實驗模型設計與張力反算值驗證，目的在於設計出合適的簡易模型，將其替代為實際纜索進行測量，並使用與實驗模型的物理行為相符之張力表示式來計算張力。初步的實驗設計為簡單地將鐵線一端固定於結構物，另一端掛上鉛塊，測量此受張力鐵線的自然頻率並帶入張力表示式進行反算後與實際值比較，就結果來修正實驗模型設置使其符合張力表示式的邊界條件，達到本文以簡化模型模擬實際吊橋纜索，搭配合適的理論帶入聲音訊號並求得張力的目的。

選用架子 A 做為結構物，實驗設置如圖 3.1 所示，鐵線種類為粗鐵線，用於改變鐵線承受拉力所懸掛之鉛塊重量分別為 10 公斤、20 公斤、25 公斤。使用加速規及麥克風量測弦振動訊號並識別出自然頻率值後，透過弦振動理論來反算張力值。由結果我們發現因實驗設置與理論假設差異過大，故此種簡化模型(圖 3.1)的作法無法達到測量振動訊號並反算張力的目的。但由加速規測量結果的頻譜圖可以看出，因架子 A 材質及結構皆較為脆弱，當固定於其上的弦振動時，直接作為固定點的橫桿也會受迫振動，使得鐵線由加速規測量到的振動訊號頻譜圖中也會出現架子振動的頻率。圖 4.1 為加速規分別裝設於鐵線上 6 公分處以及橫桿上時，受相同振動做的疊圖比較。

而當結構物替換成架子 B 時，可以發現更換相對穩固的角鋼架後，弦振動所導致橫桿受迫振動的振幅大幅度降低，如圖 4.2 所示，使得加速規測量結果受架子振動的影響減小，有助於辨識頻譜上弦的模態自然頻率。因此在實驗設置上，較為不穩固的結構物自身會振動影響測量結果，在自然頻率值辨識上須先剔除由結構物產生之訊號，其餘的才是鐵線振動訊號，而使用較為穩固之結構物則可減低此一干擾的發生。

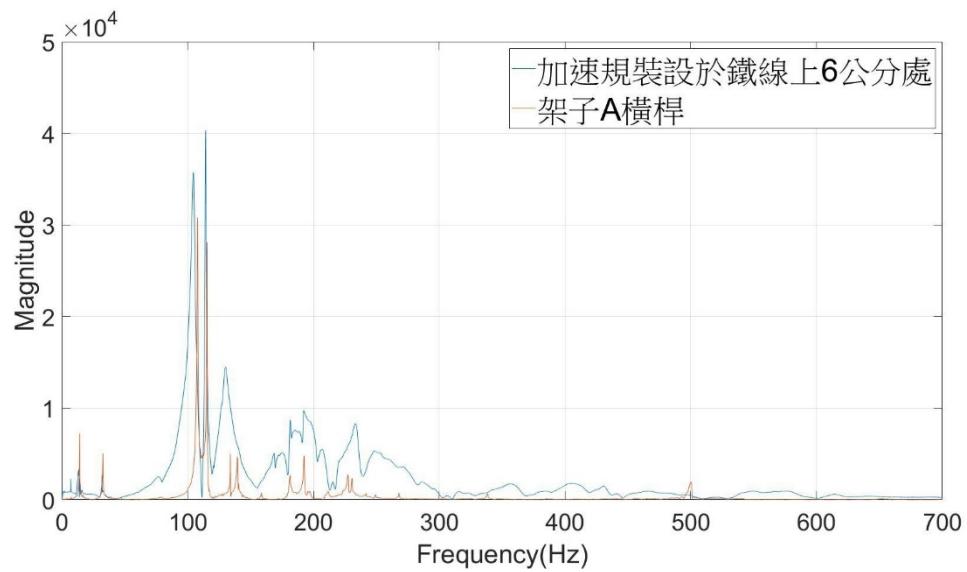


圖 4.1 粗鐵線與架子 A 橫桿振動訊號比較

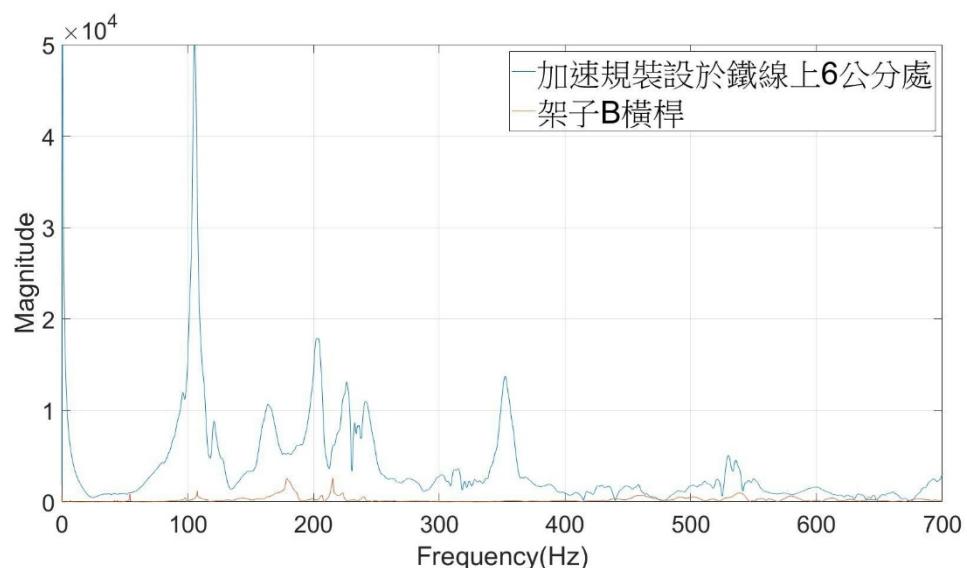


圖 4.2 粗鐵線與架子 B 橫桿振動訊號比較

由此了解到結構物之剛性對於振動訊號測量的影響後，將前述之實驗模型做為基礎並改善其邊界條件設置，結構物改為相對穩固的架子 B，在鐵線下方連接鉛塊端加裝角鋼形成簡單支撐，使模型更為貼近理論假設。實際作法為將角鋼以砂輪機切割出能將鐵線卡入之缺口，橫擺於弦與鎢金鋼鉤的連結端，並在角鋼兩端使用器具夾持的方式固定住，設置情形如圖 4.3 及圖 4.4 所示，以簡單支撐的方式使鐵線的兩端點皆為固定。



圖 4.3 以角鋼對鐵線下方端點進行簡單支撐示意圖

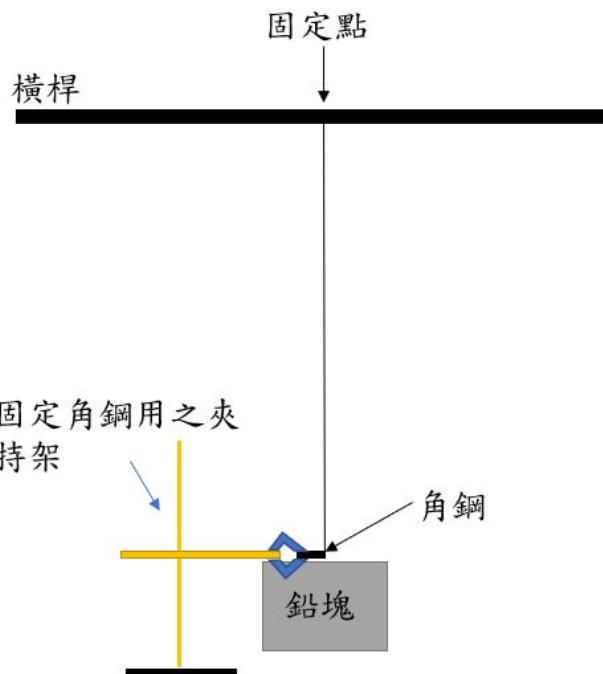


圖 4.4 加裝角鋼之實驗設置圖

再以加速規及麥克風兩種感測器測量弦之振動訊號並識別出自然頻率值後，依鉛塊重量分組繪製成比較圖，如圖 4.5 所示。將頻率代入弦振動理論解出之式(2.5)及雙振頻法理論解出之式(2.12)反算張力值，張力反算結果記錄於表 4.1 及表 4.2，並將二式的相對誤差繪製成圖，如圖 4.6、圖 4.7 所示。

由表 4.2、圖 4.6 及圖 4.7 可以發現，使用麥克風測量得到的聲音自然頻率值，帶入雙振頻法式(2.12)及弦振動理論式(2.5)所反算出之張力值相當可靠，故判斷此模型的振動情形符合式(2.12)及式(2.5)所假設之邊界條件，而從表 4.1 的加速規測量訊號可以看出，諧振頻率不是以倍頻的方式出現，這顯示出即使排除邊界條件的誤差，使用加速規對鐵線進行測量導致的影響仍舊存在，使得張力反算結果的誤差值不一，無法如聲音訊號結果來的一致，故判斷加速規並不適用於鐵線振動訊號測量，因此後續只選用麥克風作為量測之感測器。不過實際在吊橋纜索的振動測量上，因纜索的質量足夠，加速規依然是可靠度高且普遍選用的感測器；模型經過改善後與解出之式(2.12)及式(2.5)物理情形相互吻合，而此兩式皆為目前工程上用於估算



纜索張力值的理論，因此我們可以將此實驗模型視為吊橋纜索的簡化模型，進行測量反算的結果皆可以應用在實際纜索上，由此也驗證，使用麥克風作為纜索張力值的非接觸式測量技術是合理且可行的。

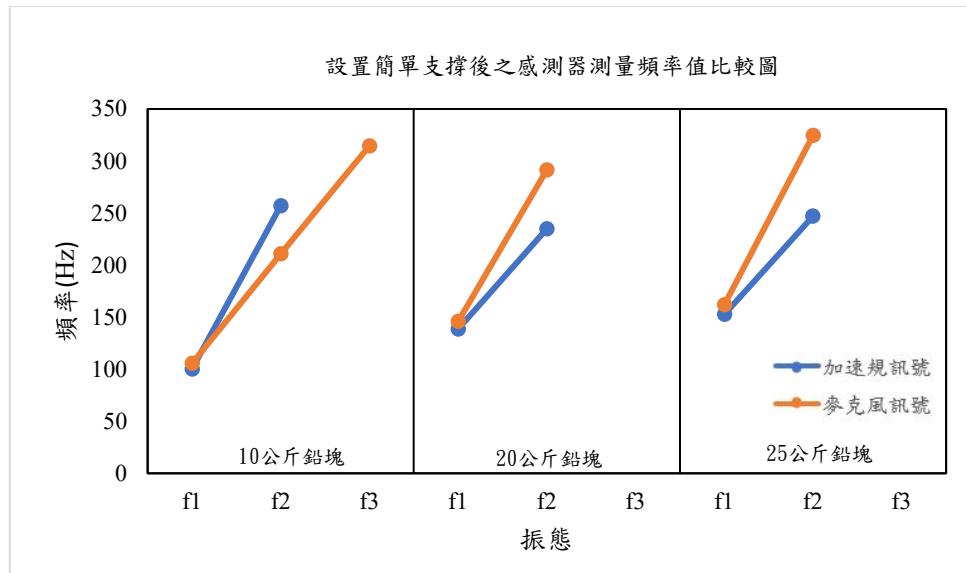


圖 4.5 設置簡單支撐後，裝置不同重量鉛塊時之感測器測量頻率值比較圖

表 4.1 模型設置簡單支撐後之加速規訊號張力反算結果

鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	100.1	257.1	73.18	-25.4	93.39	-4.8
20kg(196.2N)	138.7	234.9	196.2	0	179.3	-8.62
25kg(245.25N)	152.6	247	242	-1.33	217.03	-11.5

表 4.2 模型設置簡單支撐後之聲音訊號張力反算結果

鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	105.5	210.9	103.77	5.78	103.73	5.74
20kg(196.2N)	145.8	291.5	198.17	1	198.12	0.98
25kg(245.25N)	161.9	324.6	243.89	-0.56	244.29	-0.39

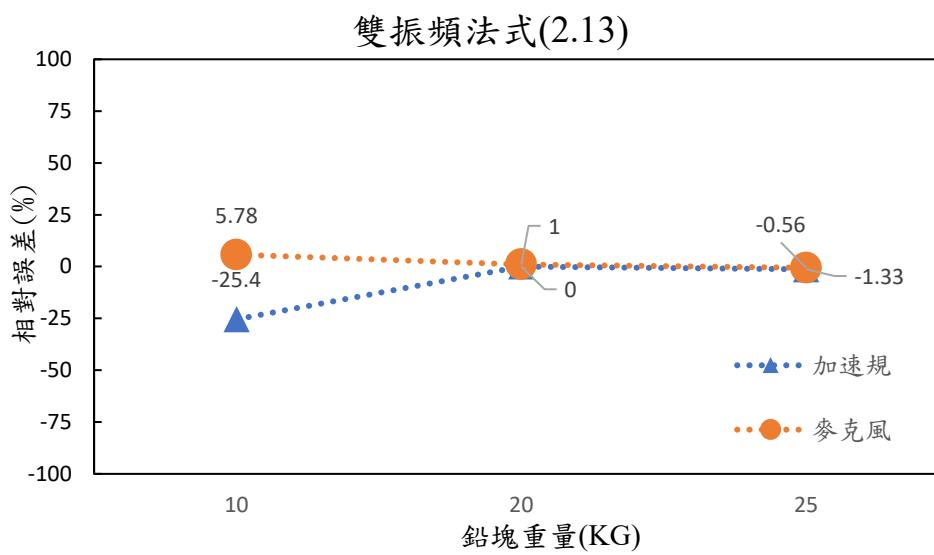


圖 4.6 雙振頻法式(2.12)之張力反算相對誤差圖

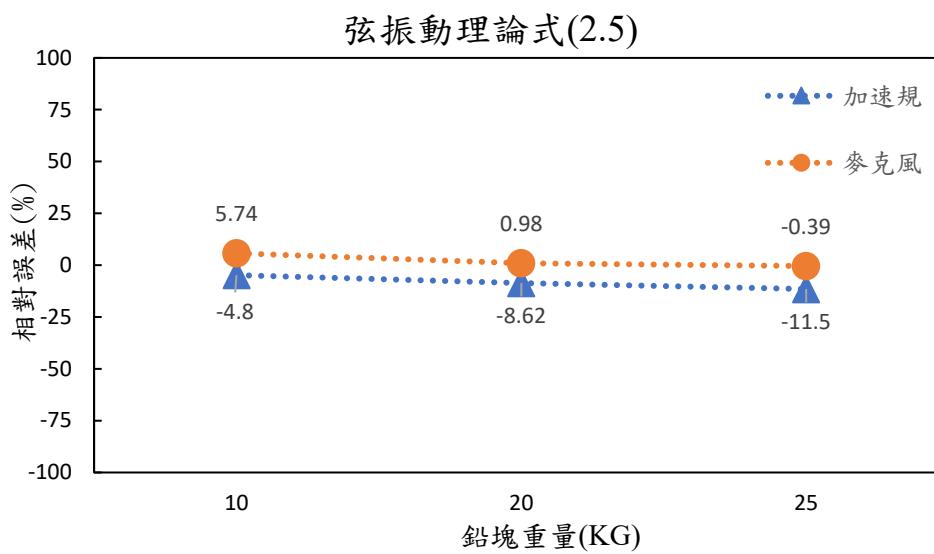


圖 4.7 弦振動理論式(2.5)之張力反算相對誤差圖



## 4.2 不同結構參數之量測結果

在節 4.1 的結果中，驗證了使用麥克風作為纜索張力值估算的非接觸式感測器之可行性，並設計出可與實際纜索之物理情形對應的實驗模型與合適的張力表示式，在實驗模型中為了減低結構物晃動對於自然頻率值識別的影響，我們選用了剛性較高的架子 B，但在實際吊橋上，垂吊索一端固定於橋面板(對應於實驗模型的鉛塊端)，另一端則連接於主索，主索在行人走動與環境影響下容易產生晃動，若要對垂吊索進行張力值估算，在實驗模型上則可使用架子 A 來模擬其主索情形；因此在本實驗節中依然會將鐵線裝置於兩種架子進行量測，而纜索受到結構設計和載重影響承受的張力值會隨之改變，實驗中透過改變鉛塊的重量來給予鐵線正常載重至過載時的張力值，並進一步更換鐵線的粗細來代表不同線徑的纜索，目的在於改變實驗參數來類比實際吊橋的各種設置後進行麥克風測量，以了解此方法是否適用於所有情況。

實驗模型邊界設置同節 4.1 之結論，分別使用架子 A 及架子 B 作為結構物，粗、細兩種線徑的鐵線作為受張力之弦，用於改變承受拉力所懸掛之鉛塊重量如表 4.3 所示，鉛塊重量設定之依據為吊橋的纜索容許張力通常設定成 0.45 倍的極限拉力[19]，由拉伸試驗可得到粗、細鐵線之極限張力數據；故選定 20 公斤為容許值，再選擇 10 公斤作為安全範圍內之載重，25 公斤則為超出容許張力時的載重；細鐵線則因實驗室鉛塊重量最小為 10 公斤，以 10 公斤作為其容許張力之載重，12 公斤作為過載時的重量。

表 4.3 自然頻率測量實驗中不同鐵線所欲測量之拉力

鐵線種類\結構物	架子 A	架子 B
粗鐵線	10KG/20KG/25KG	10KG/20KG/25KG
細鐵線	10KG/12KG	10KG/12KG

#### 4.2.1 自然頻率測量結果

本節紀錄使用麥克風作為感測器所測量到之自然頻率結果，待測物為粗鐵線選用的張力為 10 公斤、20 公斤、25 公斤，細鐵線則選用張力為 10 公斤、12 公斤，並分別裝置於架子 A 與架子 B。從測量結果之頻譜圖尖峰辨識出振態頻率值，將各 case 之振態頻率整理於表 4.4 與表 4.5，圖 4.8~圖 4.11 為對應於表 4.4 及表 4.5 之折線圖，聲音頻譜圖見附錄。

從表 4.4 及表 4.5 可以看出，粗、細鐵線在相同長度下當張力值越大，自然頻率也隨之提高，而主要頻率(第一振態)及諧振頻率呈現倍頻的趨勢，與理論相符。在自然頻率的振態數方面，頻譜圖是將測量到的訊號由 0~24000Hz 的頻率範圍做 FFT 後繪製而成，預期從第一振態到高階的振態自然頻率值都可以被測量並於頻譜峰值辨識出，但從結果上來看，最高僅測量到第四階振態自然頻率值，最少則只有第二階自然振態，推測無法識別高階頻率的主要原因是待測鐵線表面積很小，在振動時發出的聲音強度很弱使得麥克風無法準確接收，不過仍然可以透過弦理論與梁理論來求得其張力值。單就自然頻率值與頻譜圖無法觀察到鐵線在承受安全範圍內拉力與超出容許拉力時有明顯的區別，不過若可以藉由測量的訊號準確計算出目前的鐵線或是實際吊橋上的纜索承受的張力值，我們也可以判斷出當下是否有過載或其他異常情況出現，及時避免可能發生的危險。

表 4.4 粗、細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率

架子 A			
弦種類	粗鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	20 公斤	25 公斤
1	104	145.8	162.6
2	207.3	290	323.7
3	328.1	440.2	489.3
4	X	582	647.5
5	X	X	X
弦種類	細鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	12 公斤	
1	164.8	178.7	
2	329.8	356.7	
3	484.9	531.7	
4	665	X	
5	X	X	

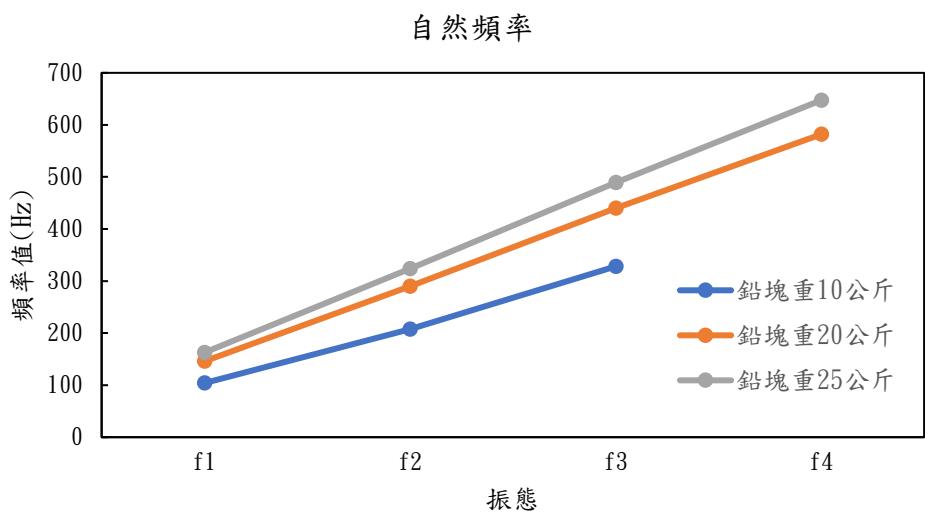
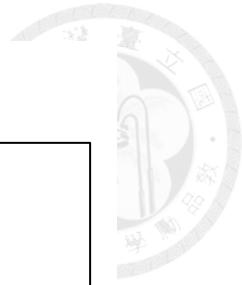


圖 4.8 粗鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

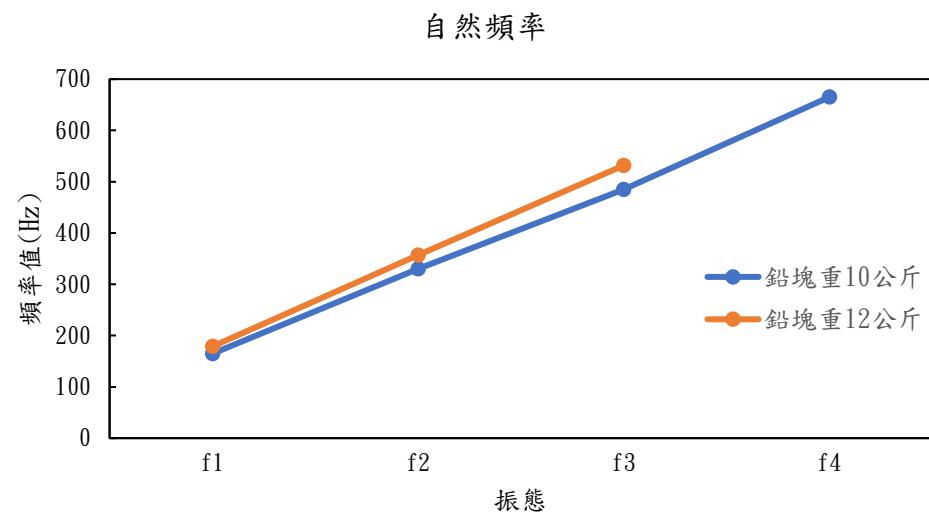


圖 4.9 細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

表 4.5 粗、細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率

架子 B			
弦種類	粗鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	20 公斤	25 公斤
1	105.5	145.8	161.9
2	210.9	291.5	324.6
3	327.4	X	X
4	X	602.1	X
5	X	X	X
弦種類	細鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	12 公斤	
1	156.7	172.9	
2	313.5	345	
3	X	X	
4	X	X	
5	X	X	

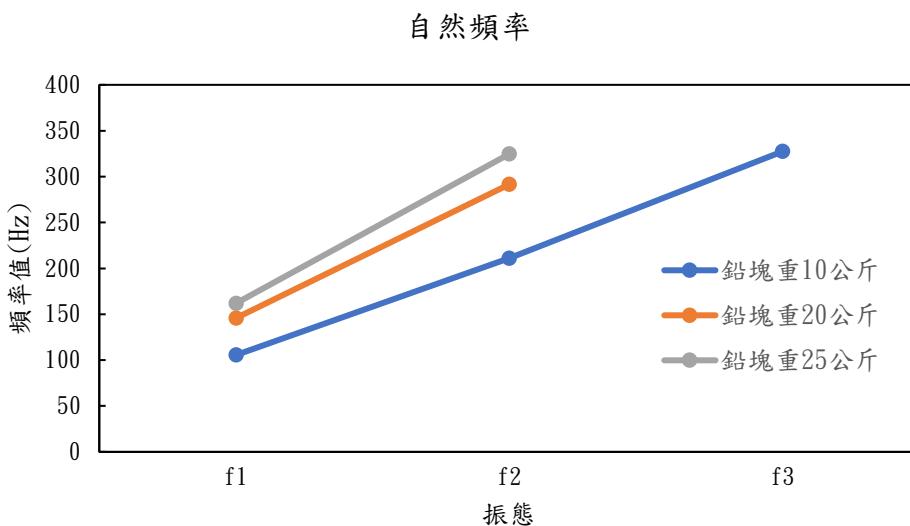


圖 4.10 粗鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

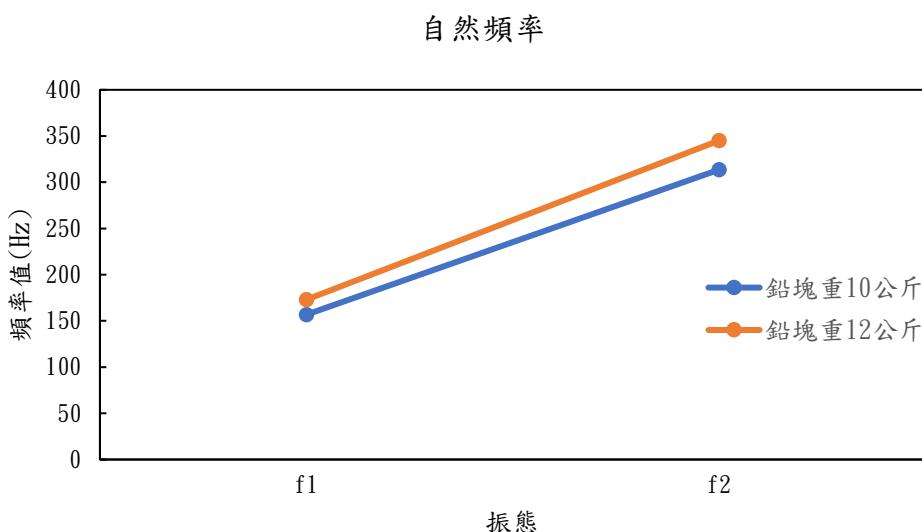


圖 4.11 細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖



## 4.2.2 張力值計算結果

本小節將 4.2.1 麥克風測量到的自然頻率，帶入弦理論及雙振頻法之張力表示式反算張力，並將反算值與實際值進行誤差分析。考量到自然頻率振態的測量結果有少數 case 僅能辨識出第一振態(f1)與第二振態(f2)，為使反算結果具有一致性，選用第一振態值作為弦理論表示式反算張力之自然頻率參數；第一振態值與第二振態值作為雙振頻法表示式反算張力之自然頻率參數。求出張力值後與實際值，也就是所使用的鉛塊重量進行相對誤差計算，其中相對誤差定義為(實驗值-實際值)/實際值，張力反算結果如表 4.6 及表 4.7 所示，圖 4.12 與圖 4.13 為對應於表 4.6 及表 4.7 之粗、細鐵線誤差值示意圖。

從圖 4.12 與圖 4.13 來看，同一條鐵線在不同 case 下由雙振頻法與弦振動理論反算出的張力值誤差，除了粗鐵線裝置在架子 A 上由雙振頻法求得的相對誤差值略高於弦振動法，其餘情況使用兩種式子所得之張力值差異不大，由此結果可以發現，使用麥克風測得主要頻率(第一振態自然頻率)帶入弦理論已經可以很好的反算出張力值，與梁理論需任意兩模態頻率值來求解相比，較少的參數一樣能達到相同的效果。

在所有反算結果中，當鐵線承受最低張力 98.1N(10kg)的反算誤差值皆是相對最高的，從相對誤差值的趨勢來看，可以推測張力值的降低使得麥克風接收到的自然頻率產生偏差，而張力的反算與頻率值的精確度息息相關，因此在最小的張力值下產生相對最大的誤差。架子的剛性對於張力反算結果沒有可觀察到的規律，在能夠從頻譜圖上準確辨識自然頻率值的情況下，結構物剛性對於張力反算結果的影響不大。粗鐵線組別之平均誤差值低於細鐵線，在相同張力條件下反算結果較為一致，而細鐵線在相同張力條件下，於不同架子之張力反算結果較為迥異，其原因來自細線徑導致線體本身較軟，在固定至架子並張拉時會產生滑動，無法精準將長度控制在 50 公分而產生的實驗誤差，但整體而言在所有 case 下使用麥克風測量自然

頻率並反算張力值之結果皆很可靠，因此可以驗證此種測量方法適用於不同設計的吊橋及其他張拉弦結構，預期在實際工程上若透過麥克風可以清楚接收到纜索振動時發出的聲音訊號，搭配合適的張力表示式，便能及時求得張力值。

表 4.6 架子 A-聲音訊號張力反算結果

架子 A						
鐵線種類	粗鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	104	207.3	101.03	2.99	100.8	2.76
20kg(196.2N)	145.8	290	198.84	1.35	198.12	0.98
25kg(245.25N)	162.6	323.7	247.17	0.78	246.41	0.47
鐵線種類	細鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	164.8	329.8	104.52	6.54	104.56	6.59
12kg(117.72N)	178.7	356.7	123.1	4.57	122.95	4.44

表 4.7 架子 B-聲音訊號張力反算結果

架子 B						
鐵線種類	粗鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	105.5	210.9	103.77	5.78	103.73	5.74
20kg(196.2N)	145.8	291.5	198.17	1	198.12	0.98
25kg(245.25N)	161.9	324.6	243.89	-0.56	244.29	-0.39
鐵線種類	細鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	156.7	313.5	94.52	-3.65	94.54	-3.63
12kg(117.72N)	172.93	345	115.32	-2.04	115.13	-2.2

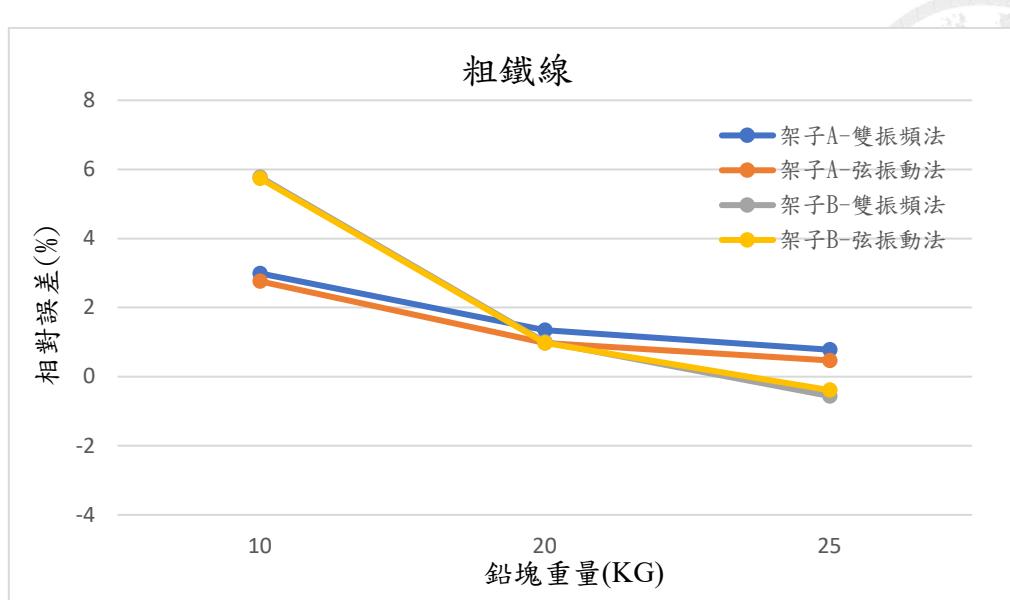


圖 4.12 粗鐵線之張力值反算誤差比較圖

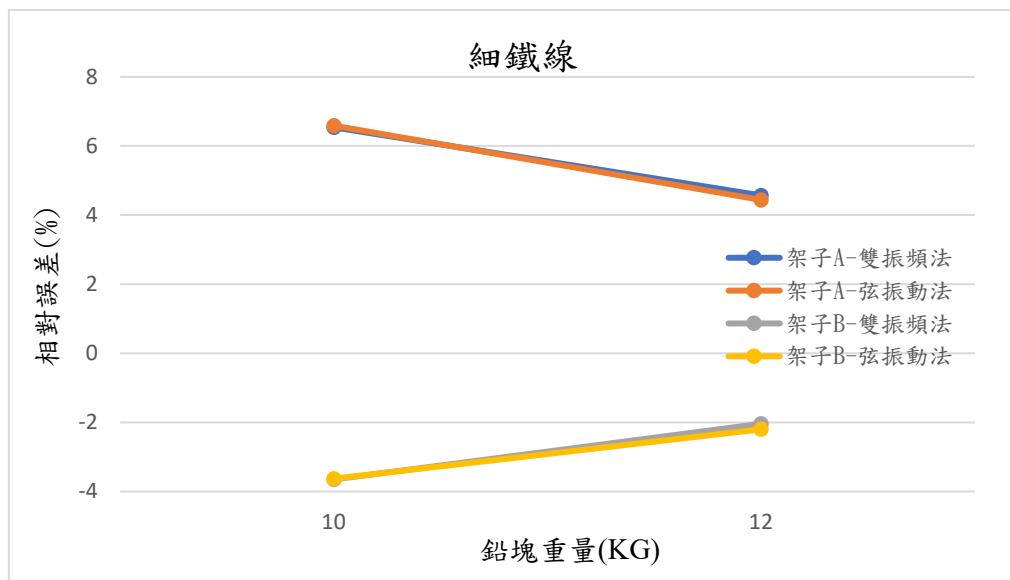


圖 4.13 細鐵線之張力值反算誤差比較圖



## 4.3 鐹蝕纜索檢測

從節 4.2 的結果可以確定麥克風作為吊橋纜索張力值估算的非接觸式感測器是相當具有潛力的方法，而除了監測張力值是否在安全範圍內，纜索的鏽蝕也是導致吊橋結構產生坍塌危險的主因，建造在高鹽環境下的橋梁將承受結構部件遭侵蝕的風險，尤其纜索若未做好防水防鏽處理，將在經年使用下產生無法察覺的安全隱憂，因此若能經由測量聲音訊號找出可能發生鏽蝕問題的跡象，便可以在危險發生前進行預防與補救。本節將實驗中選用的粗、細鐵線進行加速鏽蝕處理後再進行一次前述之實驗測量，目的在於模擬吊橋纜索受鏽蝕後強度下降的情形，並將測量結果及張力值反算結果與健康狀態時進行比較與討論，找出是否有可以應用於工程上對於吊橋纜索鏽蝕進行評估的條件。

### 4.3.1 腐蝕後鐵線的自然頻率測量結果

本節紀錄對腐蝕後鐵線進行測量的自然頻率結果，腐蝕後粗鐵線實驗的張力為 10 公斤、20 公斤、25 公斤，腐蝕後細鐵線實驗的張力為 10 公斤、12 公斤，並分別裝置於架子 A 與架子 B。從測量結果之頻譜圖尖峰辨識出振態頻率值，將各 case 之振態頻率整理於表 4.8 與表 4.9，圖 4.14~圖 4.17 為對應於表 4.8 及表 4.9 之折線圖，聲音頻譜圖見附錄。

將表 4.8 及表 4.9 測量結果的自然頻率值與表 4.4 及表 4.5 比較後可以發現，不論結構物使用架子 A 亦或是架子 B，在相同的長度及張力下，鐵線經過腐蝕處理後的各振態自然頻率值會比其在健康狀態下的自然頻率值高，圖 4.18 及圖 4.19 為腐蝕前後之粗、細鐵線裝置於架子 A 在各組張力條件下的第一、二振態自然頻率值比較圖，圖 4.20 及圖 4.21 則是裝置於架子 B 的比較圖，各圖中以第一、二振態自然頻率值為例進行比較，可看出腐蝕後鐵線的頻率值皆有提高的現象，判斷原因為鐵線經腐蝕後導致質量下降，而張力與長度等參數不變時線密度降低將使得

頻率上升，於是我們選用粗鐵線進行更長天數的腐蝕，並將不同天數的腐蝕樣本裝置於架子 B 進行自然頻率值的測量，將第一振態以及第二振態自然頻率值變化紀錄於圖 4.22 與圖 4.23，並進一步將腐蝕鐵線樣本的重量損失率與頻率上升的比率繪製成折線圖，以了解重量損失率對應於頻率值上升的程度，如圖 4.24 與圖 4.25 所示。觀察結果可以發現，隨著腐蝕天數的增加，自然頻率值逐漸上升，重量損失率對於頻率上升的影響整體也呈現一致的趨勢，僅在圖 4.25 中受 7 天腐蝕的粗鐵線樣本受 10 公斤張力時的第二振態頻率上升的比率高於第 10 天與第 14 天，推測其原因為該鐵線樣本腐蝕程度不均勻時所反映的測量結果。於實際應用方面若能預先測量吊橋纜索完工時的自然頻率值，後續進行檢測時，在排除其他外在影響下再進行測量，自然頻率如有異常的提高，則纜索可能存在鏽蝕問題。

表 4.8 腐蝕後粗、細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率

架子 A			
弦種類	腐蝕粗鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	20 公斤	25 公斤
1	111.3	157.5	172.1
2	219.7	317.1	367.7
3	X	468.8	X
4	X	X	X
5	X	X	X
弦種類	腐蝕細鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	12 公斤	
1	165.5	180.2	
2	332.5	367.7	
3	502.4	542.7	
4	X	X	
5	X	X	

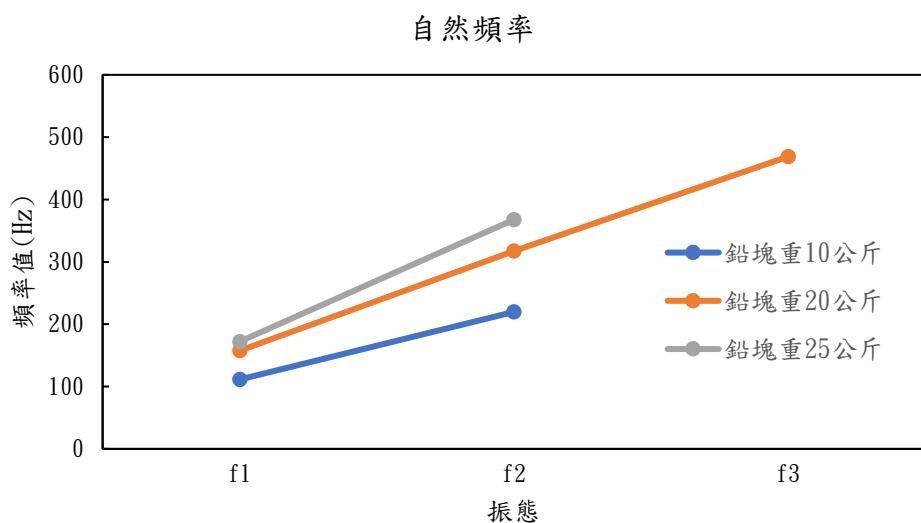
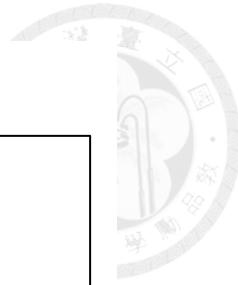


圖 4.14 腐蝕後粗鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

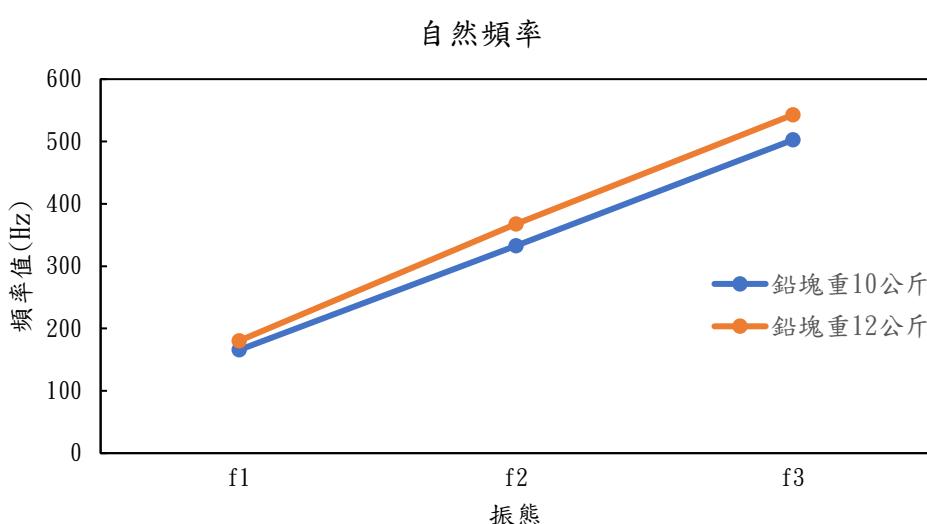


圖 4.15 腐蝕後細鐵線裝置於架子 A 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

表 4.9 腐蝕後粗、細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率

架子 B			
弦種類	腐蝕粗鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	20 公斤	25 公斤
1	106.9	147.9	164.1
2	218.3	295.2	328.9
3	314.6	436.5	X
4	X	X	X
5	X	X	X
弦種類	腐蝕細鐵線		
振態頻率(Hz)\張力	10 公斤	12 公斤	
1	169.9	187.5	
2	340.2	375.1	
3	514.2	580.1	
4	X	X	
5	X	X	

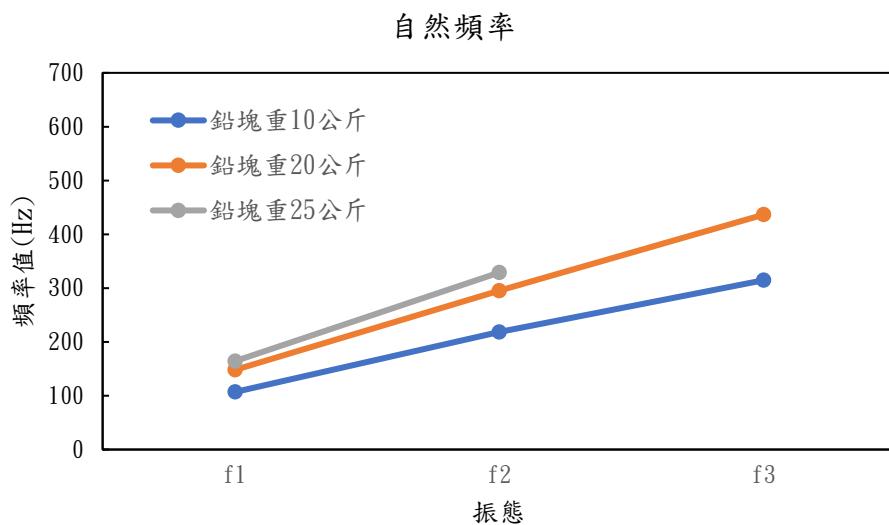
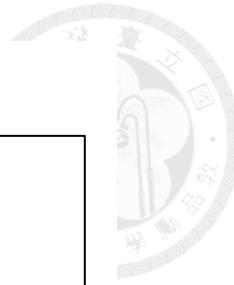


圖 4.16 腐蝕後粗鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

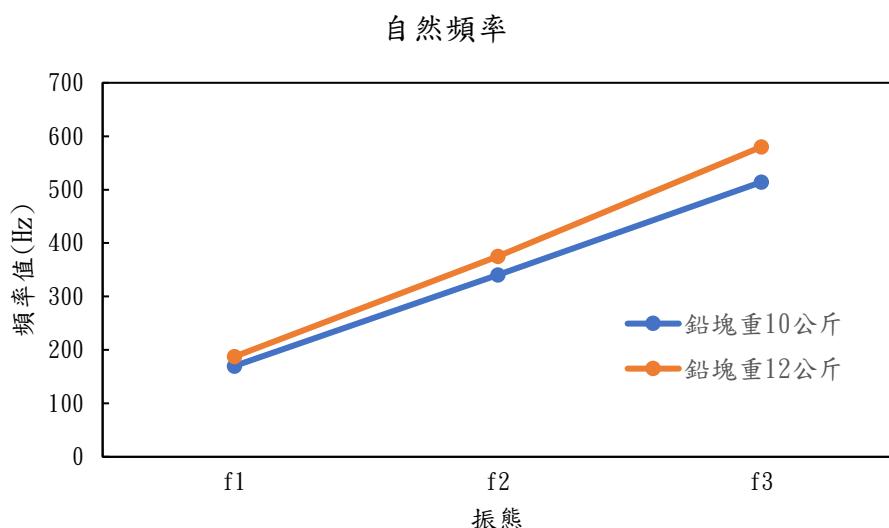


圖 4.17 腐蝕後細鐵線裝置於架子 B 受不同張力之聲音自然頻率折線圖

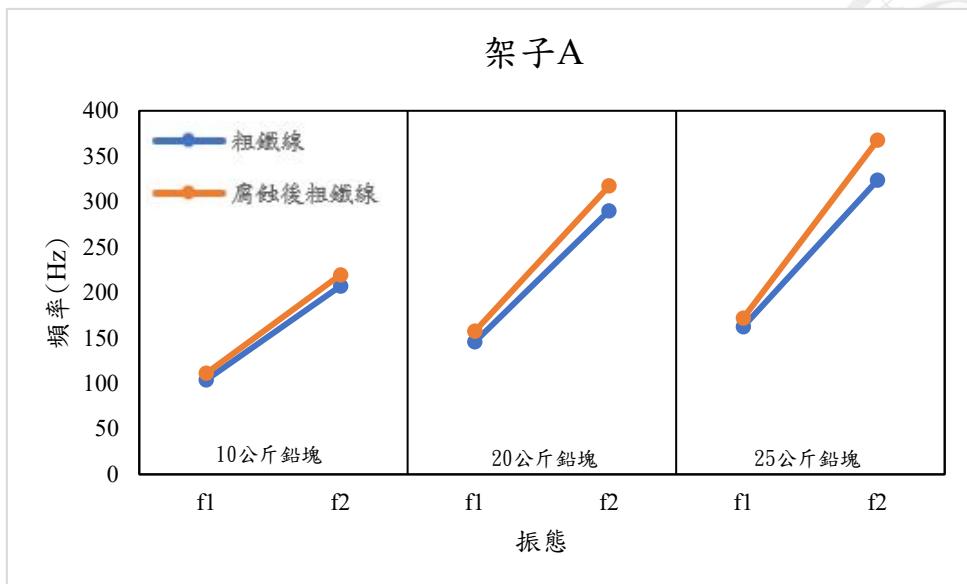


圖 4.18 腐蝕前後之粗鐵線裝置於架子 A 的第一、二振態自然頻率值比較圖

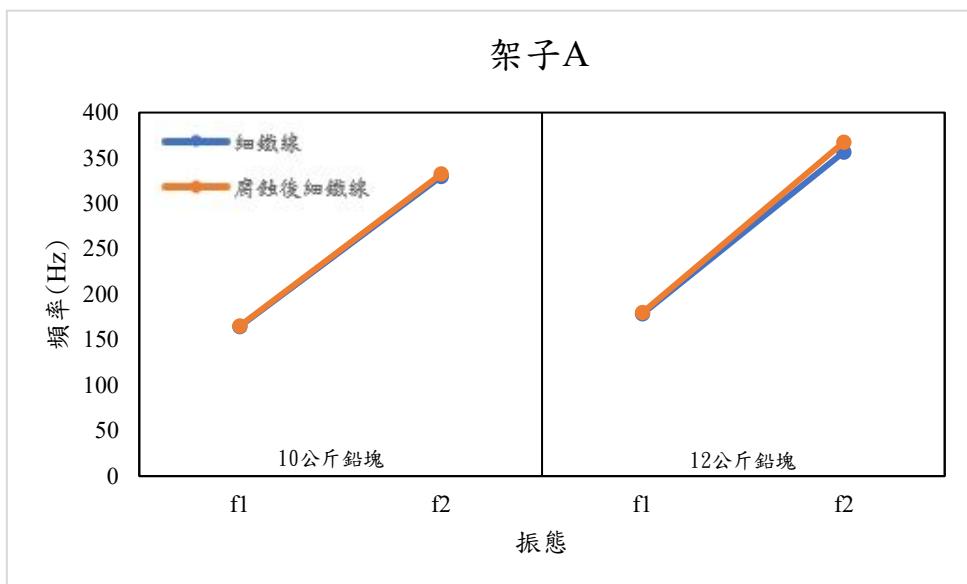


圖 4.19 腐蝕前後之細鐵線裝置於架子 A 的第一、二振態自然頻率值比較圖

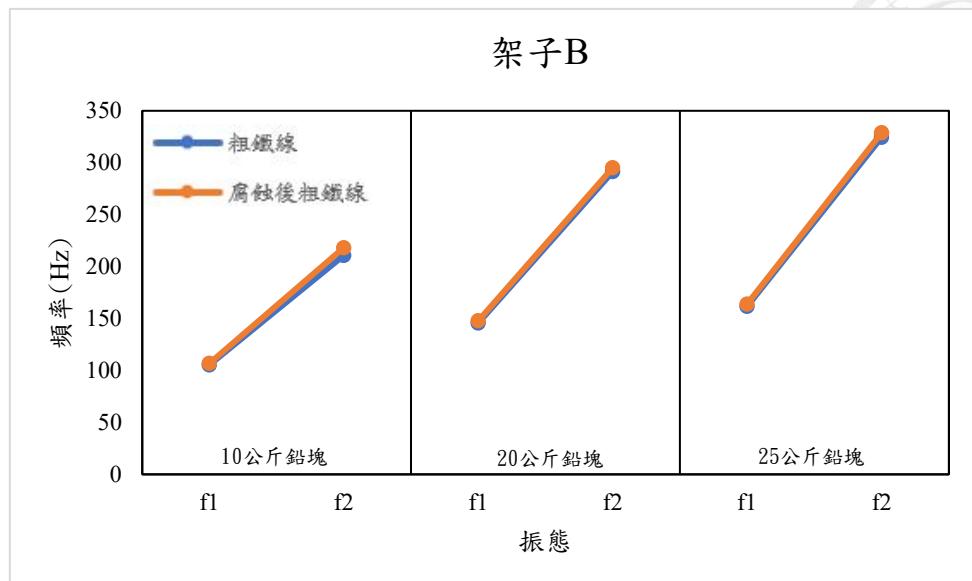
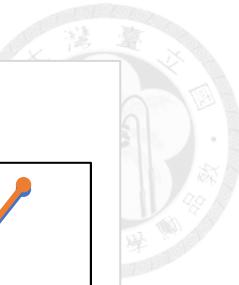


圖 4.20 腐蝕前後之粗鐵線裝置於架子 B 的第一、二振態自然頻率值比較圖

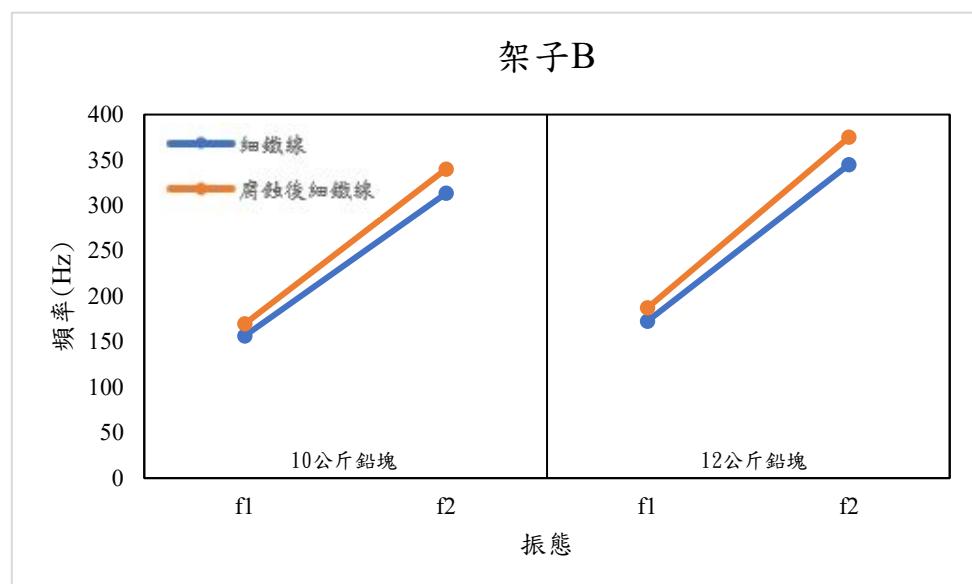


圖 4.21 腐蝕前後之細鐵線裝置於架子 B 的第一、二振態自然頻率值比較圖

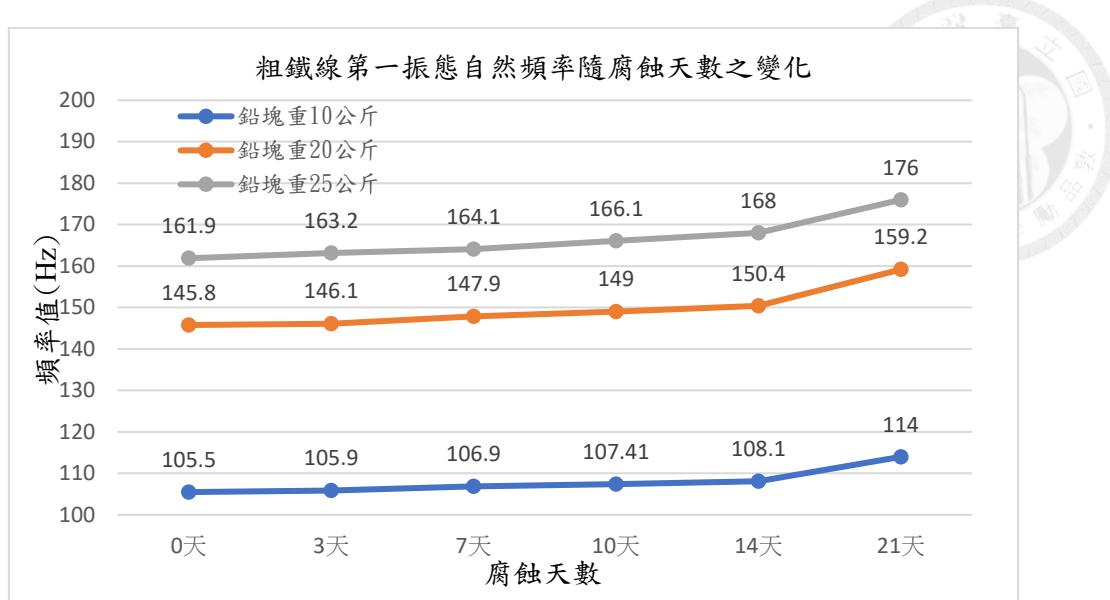


圖 4.22 腐蝕粗鐵線裝置於架子 B 之第一振態自然頻率隨腐蝕天數之變化

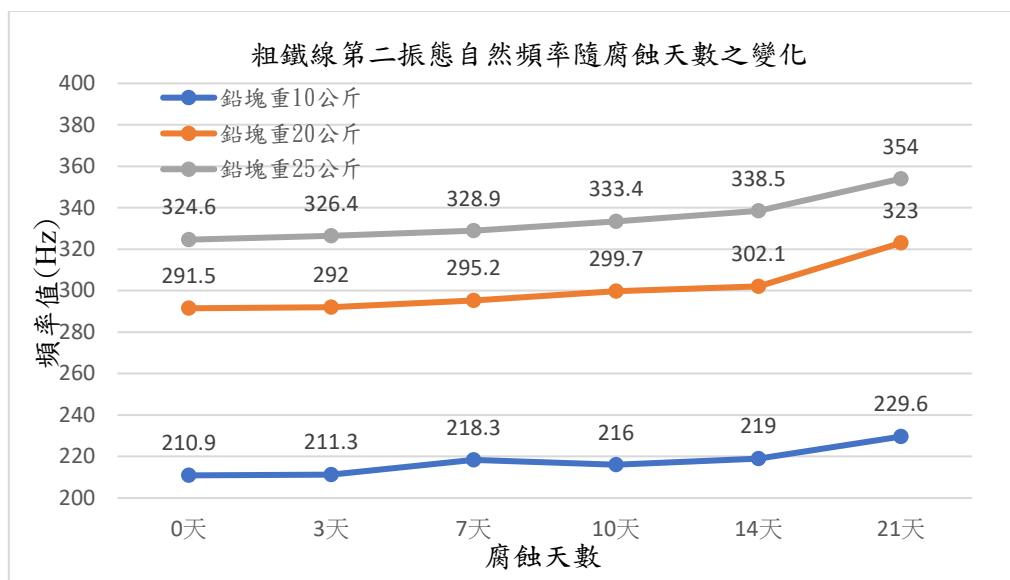


圖 4.23 腐蝕粗鐵線裝置於架子 B 之第二振態自然頻率隨腐蝕天數之變化

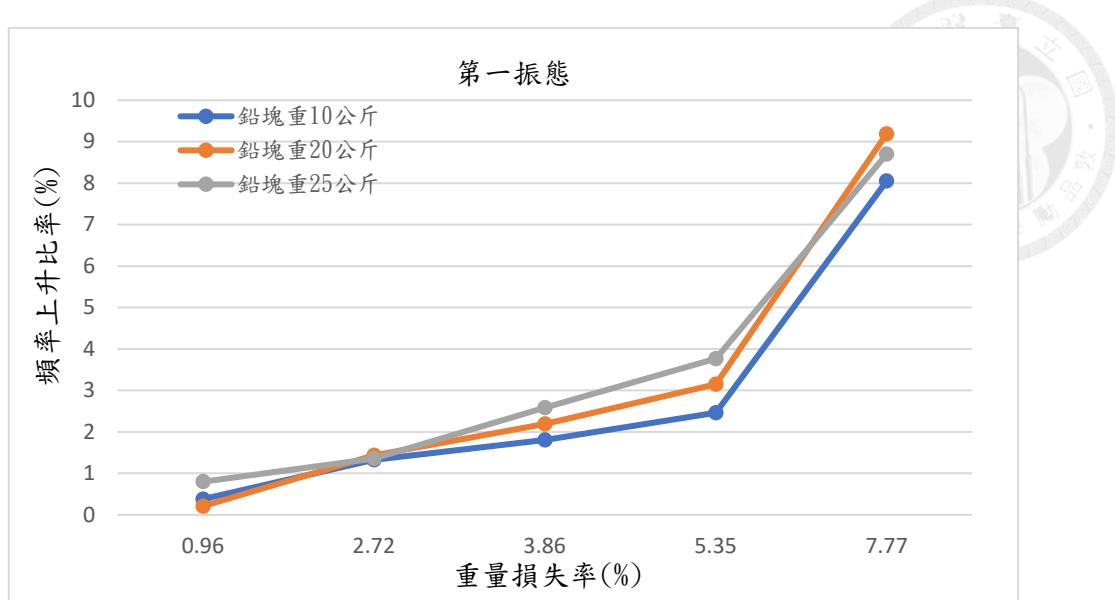


圖 4.24 腐蝕粗鐵線裝置於架子 B 之第一振態自然頻率上升比率與重量損失率之關係

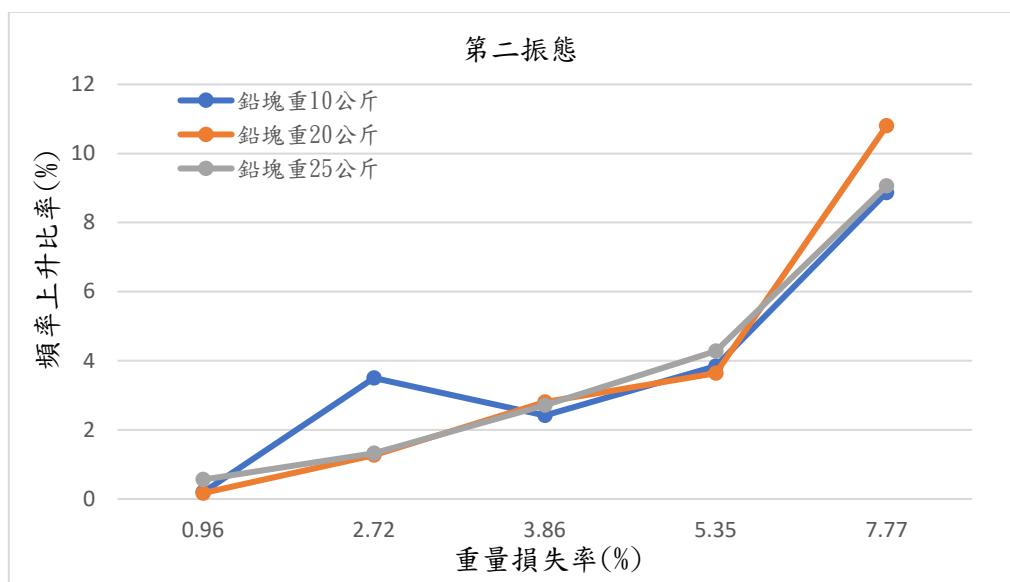


圖 4.25 腐蝕粗鐵線裝置於架子 B 之第二振態自然頻率上升比率與重量損失率之關係



### 4.3.2 腐蝕後鐵線的張力值計算結果

本小節將 4.3.1 腐蝕後鐵線的測量結果，帶入式(2.5)及式(2.12)反算張力，並將反算值與實際值進行誤差分析後，與原鐵線結果比較並討論。張力反算結果如表 4.10 及表 4.11 所示，圖 4.26 與圖 4.27 為對應於表 4.10 及表 4.11 之粗、細鐵線誤差值示意圖。

由表 4.10 及表 4.11 的反算結果可以發現，在結構物為架子 A 的腐蝕粗鐵線受張力 10、20、25 公斤與結構物為架子 B 的腐蝕細鐵線受張力 10、12 公斤等 case 測量結果所反算出的張力值皆高估許多，對張力表示式而言，腐蝕後的鐵線樣本所改變的參數為單位長度的質量以及自然頻率值，在假設這兩項數據皆準確的情況下，透過自然頻率與張力的關係預期應可以估算出所受的張力值，這點在腐蝕後粗鐵線裝置於架子 B 與腐蝕後細鐵線裝置於架子 A 的反算結果與小節 4.2.2 得出的結論相符可以印證，但開頭提到的兩組 case 反算結果並不理想的原因推測為，此兩組實驗鐵線受到腐蝕影響的程度較大，振動時的情況也會因此與原來健康狀態時不同，測量到的自然頻率值與理論不相符，從而反算結果產生較大的誤差值。

綜合自然頻率值與張力反算討論所得到的結果可以推測受腐蝕之纜索可能發生的現象為自然頻率值升高，可透過定期追蹤測量並與完工時測量到的頻率值進行比較後判斷。張力值反算方面，實際工程上我們在不知道纜索因腐蝕而質量下降時，自然頻率值的升高將使得振動法反算的張力值高於實際值，進而察覺異常，纜索所受張力值一直是吊橋健康監測所關心的重點項目，故若在檢測時發現張力值存在異常，維護時也須將纜索鏽蝕列入關注的項目。

表 4.10 架子 A-腐蝕後鐵線聲音訊號張力反算結果

架子 A						
鐵線種類	腐蝕後粗鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	111.3	219.7	114.93	17.15	113.94	16.15
20kg(196.2N)	157.5	317.1	227.15	15.77	228.17	16.29
25kg(245.25N)	172.1	367.7	259.6	5.85	272.43	11.08
鐵線種類	腐蝕後細鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	165.5	332.5	102.48	4.47	102.8	4.79
12kg(117.72N)	180.2	367.7	120.2	2.11	121.87	3.52

表 4.11 架子 B-腐蝕後鐵線聲音訊號張力反算結果

架子 B						
鐵線種類	腐蝕後粗鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	106.9	218.3	102.97	4.96	104.45	6.47
20kg(196.2N)	147.9	295.2	200.2	2.04	199.93	1.9
25kg(245.25N)	164.1	328.9	245.78	0.22	246.13	0.36
鐵線種類	腐蝕後細鐵線					
鉛塊重量 (張力)	頻率		雙振頻法式(2.12)		弦振動理論式(2.5)	
	f1(Hz)	f2(Hz)	張力(N)	誤差(%)	張力(N)	誤差(%)
10kg(98.1N)	169.9	340.2	107.76	9.85	107.84	9.93
12kg(117.72N)	187.5	375.1	131.32	11.55	131.34	11.57

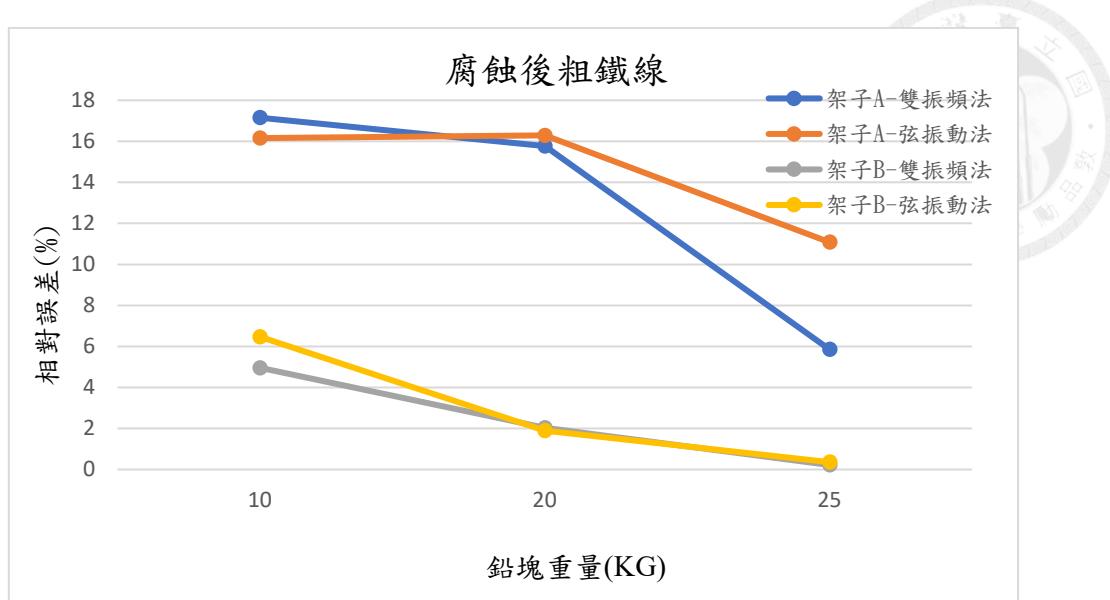


圖 4.26 腐蝕後粗鐵線之張力值反算誤差比較圖

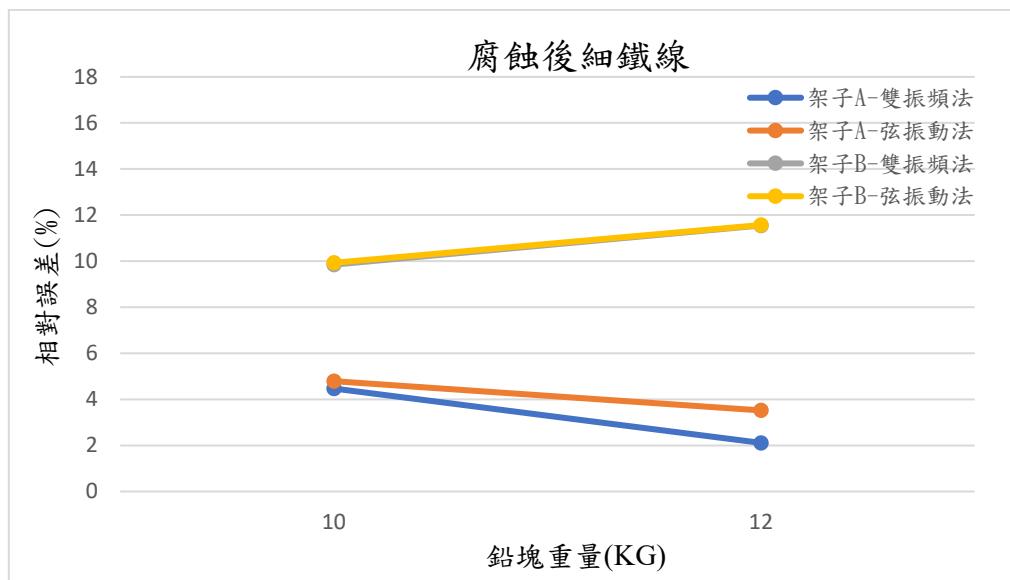
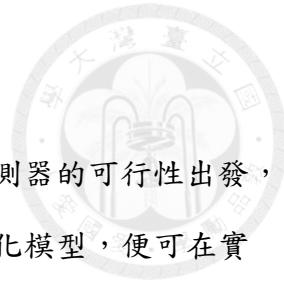


圖 4.27 腐蝕後細鐵線之張力值反算誤差比較圖



## 4.4 小結

本章實驗從探討麥克風作為估算纜索張力值之非接觸式感測器的可行性出發，建立一個適用目前工程上用於估算吊橋纜索張力值之理論的簡化模型，便可在實驗室中透過麥克風測量此模型來了解是否能應用於實際吊橋，確定了麥克風作為非接觸式感測器為可行且可以應用於實際纜索後，針對不同吊橋設計在結構與部件上產生的多樣性，經由調整模型的各個參數進行測量後，由結果我們可以判斷是否皆適用於此種測量技術，從節 4.2 的結果顯示在結構物的不同剛性、纜索的不同粗細以及其所承受的不同張力下，透過聲音訊號反算張力值的結果皆是相當可靠的，因此可以判斷此種方法適用於各式吊橋甚至是其他張拉弦結構的張力值估算上。

而張力值估算的目的在於對吊橋結構的安全監測，從分析歷史上吊橋意外發生原因可以得知，纜索的鏽蝕往往是導致吊橋塌陷的直接或間接因子，因此節 4.3 將鐵線進行腐蝕後進行量測，目的是模擬纜索受鏽蝕之情形並找出可應用於實際工程評估的跡象，將結果與原鐵線進行比較後發現，在相同設置下，受到鏽蝕之鐵線自然頻率值會高於健康狀態之鐵線，其原因是纜索因鏽蝕而導致重量損失，在實際工程上若能預先測量吊橋纜索完工時的自然頻率值，後續進行檢測時，自然頻率如有異常的提高，則纜索可能存在鏽蝕問題，而鏽蝕影響也使張力值的估算可能高於實際值，因此當透過振動法檢測出張力值異常時，也須考慮纜索鏽蝕之可能性。



## 第五章 結論與展望

### 5.1 結論

本文透過與實際吊橋受張力纜索物理行為相符之實驗模型及與之邊界條件匹配的張力表示式，確認了使用麥克風測量振動訊號並對纜索張力值進行估算為可行之技術。從加速規與麥克風訊號的張力反算結果可以得知，聲音訊號求得之張力值雖存在些許誤差，但整體而言結果相當可靠，加速規訊號則受限於感測器對受測鐵線的干擾，因此有無可避免的巨大誤差，無法作為麥克風訊號的比較基準，也由此可見使用麥克風這樣的非接觸量測方式，確實具有相當的研究價值。

透過改變實驗模型之部件參數來驗證此方法在不同情況下的適用性實驗中，使用剛性較高的架子有助於減少結構振動在頻譜辨識上帶來的干擾，在改變張力值進行測量方面，給予最小張力時測量到的訊號，用於反算張力值會有相對最大的誤差，其來源於鐵線承受較小的張力時發出的聲音訊號會因麥克風靈敏度的緣故導致產生偏差，進而影響自然頻率值使反算結果產生誤差，比較粗、細兩種鐵線的實驗結果可以發現，細鐵線因實驗設置誤差導致張力值反算結果較不一致，但整體而言在各 case 中測量到的麥克風訊號進行反算之誤差皆在可靠範圍內，可以驗證此種方法廣泛適用於各式吊橋與張拉弦結構。

比較腐蝕前後鐵線的張力反算結果與自然頻率訊號可以發現：某幾組腐蝕鐵線的張力反算值呈現較大的誤差，其原因為受到腐蝕影響之程度不同，導致振動訊號與原先均勻材質的情況相比存在差異而產生誤差，另外鐵線因腐蝕導致質量下降將使得頻率值上升，進而導致張力值估算高於實際值。若上述現象在現地纜索測量時皆能觀測到，將可用於實際工程上評估纜索是否受到腐蝕損害。

整體而言使用麥克風測量聲音訊號獲得自然頻率資料並反算張力是相當具有潛力的做法，為纜索張力值估算提供一更為快速、簡捷的方法，但在實際測量時需

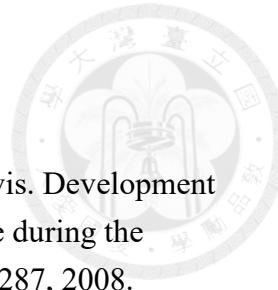


要考慮到環境噪音對於聲音訊號的影響，是否能濾除背景噪音亦或是準確辨別纜索振動的訊號成為此方法應用於橋樑工程的關鍵。

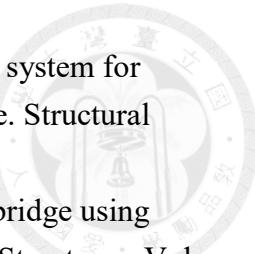
## 5.2 展望

本文使用鐵線模擬吊橋纜索受張力之情形，然而實驗中鐵線長度固定為 50 公分且鐵線本身的重量較輕，無法忠實表現出實際上纜索因長度與自重會產生的中垂效應，故於現地測量可能會發生使用簡化物理模型無法預估的誤差原因。此外本文中麥克風的測量地點選在無響室內進行，可以排除外界噪音對實驗結果的干擾，但鐵線本身面積小導致振動發出的聲音振幅偏低，無法像其他如小提琴、吉他等弦樂器在頻譜圖上輕鬆辨識自然頻率峰值，若能使用音箱或其他手段放大鐵線振動時的音量，在測量與實驗結果分析上將會更加方便，而將環境噪音加入實驗可更加貼近現地橋梁情形，此外也可以考慮使用預拉張力的多股鋼絞線進行實驗，使模型物理行為與實際纜索的吻合度更高。

## 參考文獻

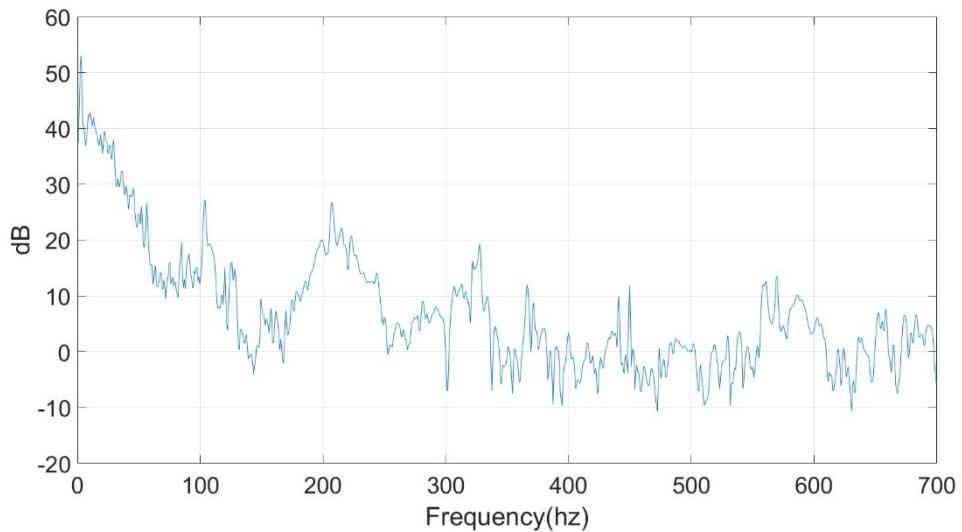


- [1] S. M. Brice, K. F. Ness, D. Rosemond, K. Lyons, and M. Davis. Development and validation of a method to directly measure the cable force during the hammer throw. *Sports Biomechanics*, Vol. 7, No. 2, pp. 274–287, 2008.
- [2] W. Du, D. Lei, P. Bai, F. Zhu, and Z. Huang. Dynamic measurement of stay-cable force using digital image techniques. *Measurement*, Vol. 151, pp. 3-9, 2020.
- [3] C. Gentile and A. Cabboi. Vibration-based structural health monitoring of stay cables by microwave remote sensing. *Smart Structures and Systems*, Vol. 16, No. 2, pp. 263–280, 2015.
- [4] H. Li, J. Ou, and Z. Zhou. Applications of optical fibre bragg gratings sensing technology-based smart stay cables. *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 47, No. 10, pp. 1077–1084, 2009.
- [5] S. Park, J. W. Kim, C. Lee, and J. J. Lee. Magnetic flux leakage sensing-based steel cable nde technique. *Shock and Vibration*, Vol. 2014, pp. 3-7, 2014.
- [6] E. Pierro, E. Mucchi, L. Soria, and A. Vecchio. On the vibro-acoustical operational modal analysis of a helicopter cabin. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23, No. 4, pp. 1205–1217, 2009.
- [7] X. Ru-cheng, J. Li-jun, S. Xin, and X. Hai-Fan. Influence matrix method of cable tension optimization for long-span cable-stayed bridges. In *IABSE Symposium Report*, Vol. 84, pp. 1–5, 2001.
- [8] S. Sumitro, S. Kurokawa, K. Shimano, and M. L. Wang. Monitoring based main-tenance utilizing actual stress sensory technology. *Smart Materials and Structures*, Vol. 14, No. 3, pp. 68, 2005.
- [9] J. B. Sun, Z. Z. Zhao, and H. H. Zhao. Measuring methods of cable tension in cable-stayed bridges. In *Advanced Materials Research*, Vol. 295, pp. 1230–1235, 2011.
- [10] M. L. Wang, G. Wang, and Y. Zhao. Application of EM stress sensors in large steel cables. In *Sensing Issues In Civil Structural Health Monitoring*, pp. 145–154, 2005.
- [11] R. Wang, Q. Gan, Y. Huang, and H. Ma. Estimation of tension in cables with intermediate elastic supports using finite-element method. *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 675–678, 2011.

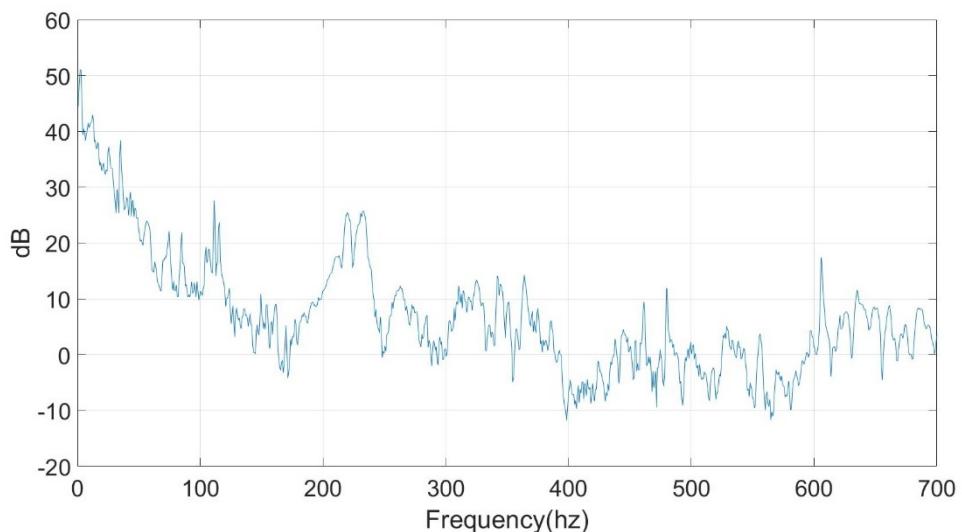


- [12] Y. Xu, J. Brownjohn, and D. Kong. A non-contact vision-based system for multipoint displacement monitoring in a cable-stayed footbridge. *Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 25, No. 5, pp. 3-20, 2018.
- [13] C. P. Yu and C. C. Cheng. Dynamic analysis of a cable-stayed bridge using continuous formulation of 1-d linear member. *Earthquakes and Structures*, Vol. 3, No. 3, pp. 271–295, 2012.
- [14] Z. Yu, S. Shao, N. Liu, Z. Zhou, L. Feng, P. Du, and J. Tang. Cable tension identification based on near field radiated acoustic pressure signal. *Measurement*, Vol. 178, pp. 2-14, 2021.
- [15] Y.F. Xu, W.D. Zhu, Operational modal analysis of a rectangular plate using noncontact excitation and measurement. *Sound and Vibration*, Vol. 332, pp. 4927–4939, 2013.
- [16] 夏茂龍、黎勝. 基於聲壓測量的結構模態參數辨識. *振動與衝擊*, Vol. 36, No. 22, pp. 232–238, 2017.
- [17] 巫文勝. 以軸力梁理論提昇預力鋼纜傳統評估公式實用性之研究. *朝陽科  
技大學營建工程系碩士論文*, 2014.
- [18] 李保宏. 斜張橋纜索拉力量測與分析. *中原大學土木工程學系碩士論文*, 2006.
- [19] 王仲宇、陳志賢. 人行吊橋之橋梁安全監測. *土木水利*, Vol. 43, No. 1, pp. 27–33, 2016.
- [20] 王栢村、蘇集銘. 吉他弦之振動與聲音特性探討. *中華民國音響學會第十九屆學術研討會發表之論文*, 2006.
- [21] 邱繼正. 人行吊橋背拉鋼索索力之動態應變式監測計. *國立中央大學土木  
工程學系碩士論文*, 2019.
- [22] 陳建州、吳文華、魏端延. 磁通量感測器應用於預力構材應力量測之研究.  
*中國土木水利工程學刊*, Vol. 24, No. 2, pp. 157–167, 2012.

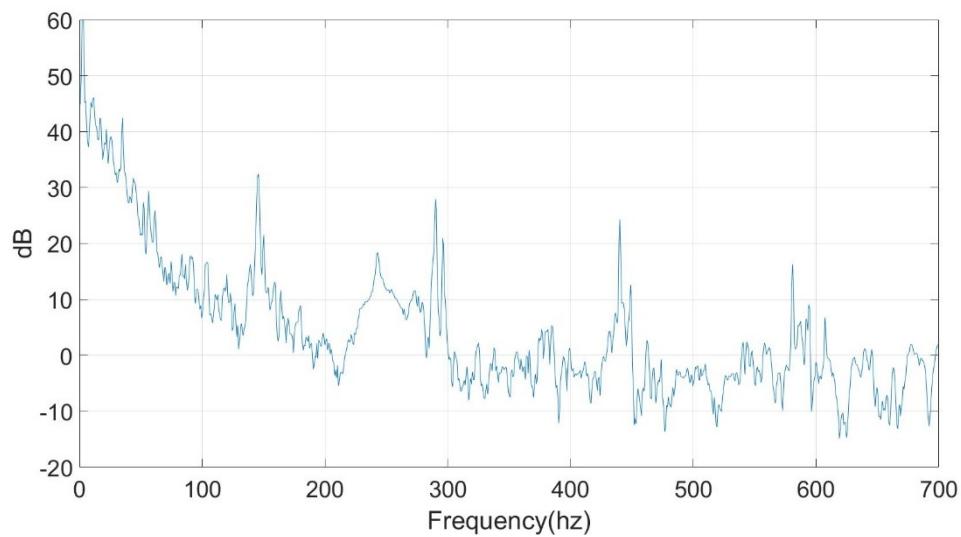
## 附錄(一) 聲音訊號頻譜圖



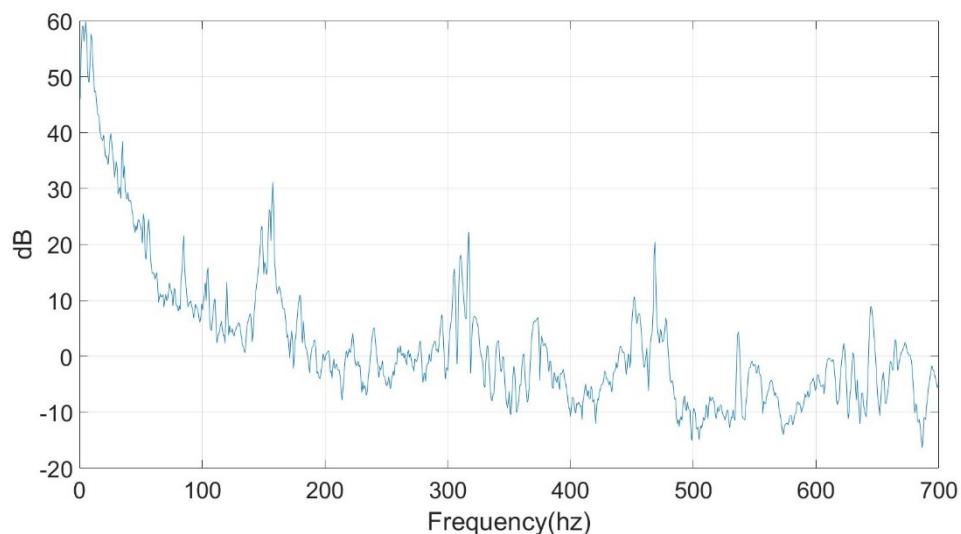
附 1.1 架子 A 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



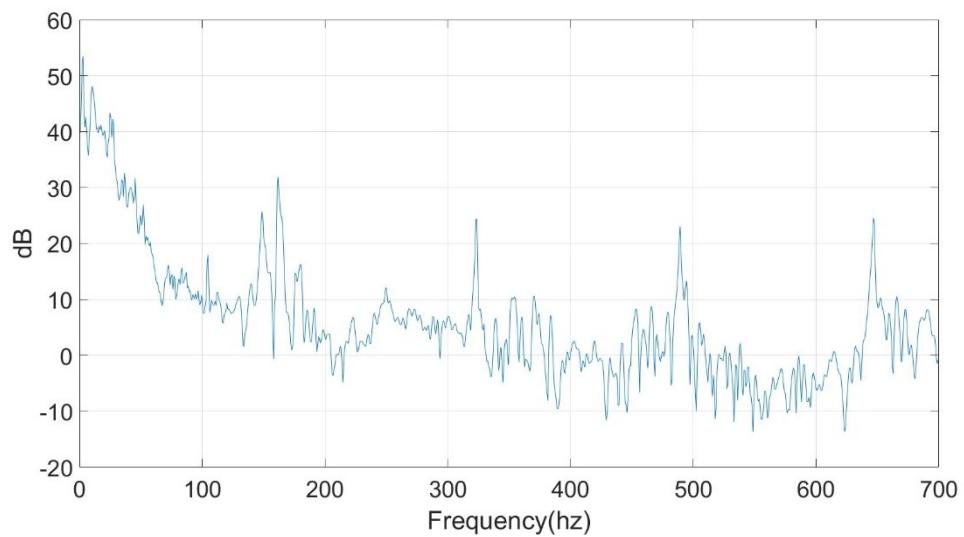
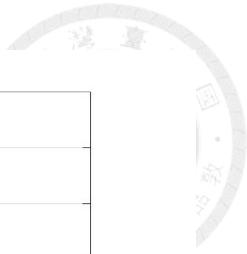
附 1.2 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



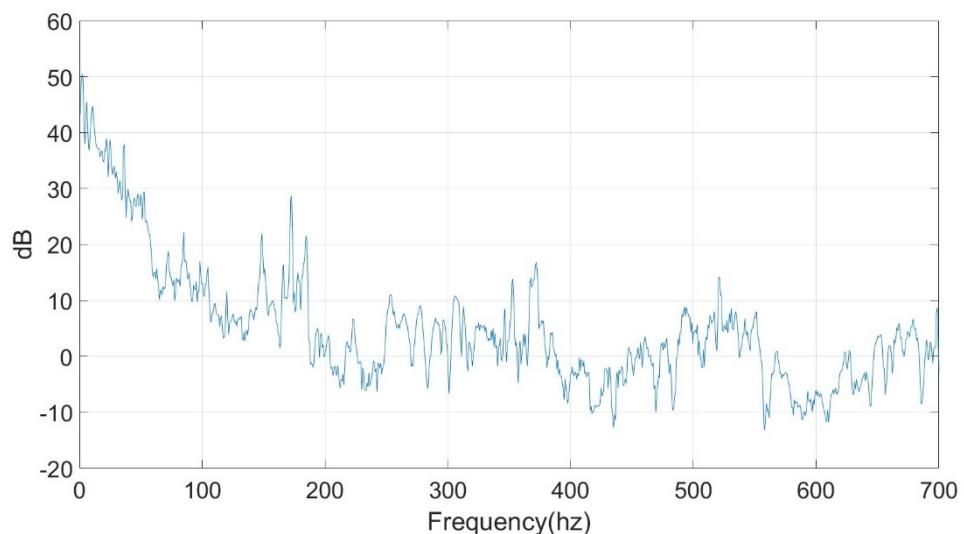
附 1.3 架子 A 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖



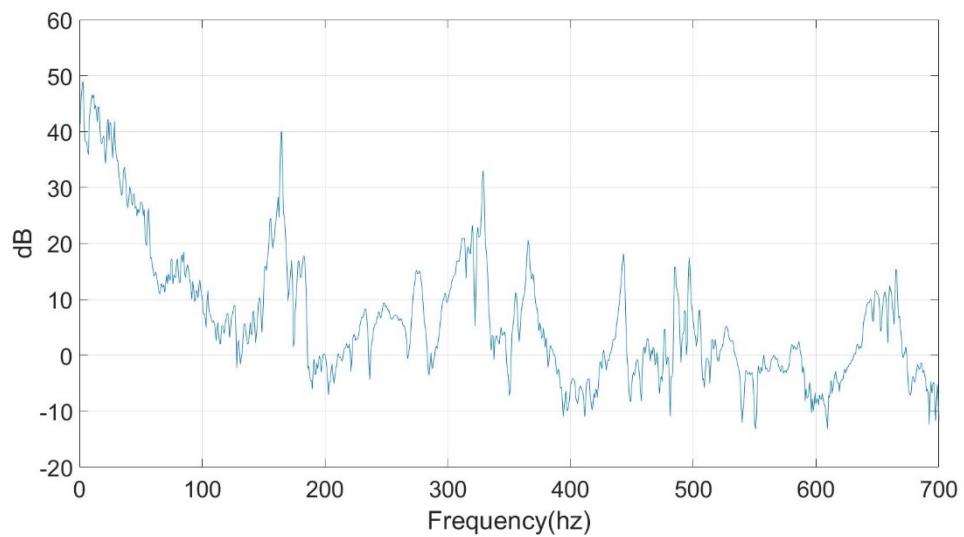
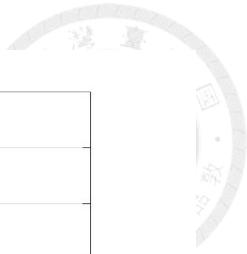
附 1.4 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖



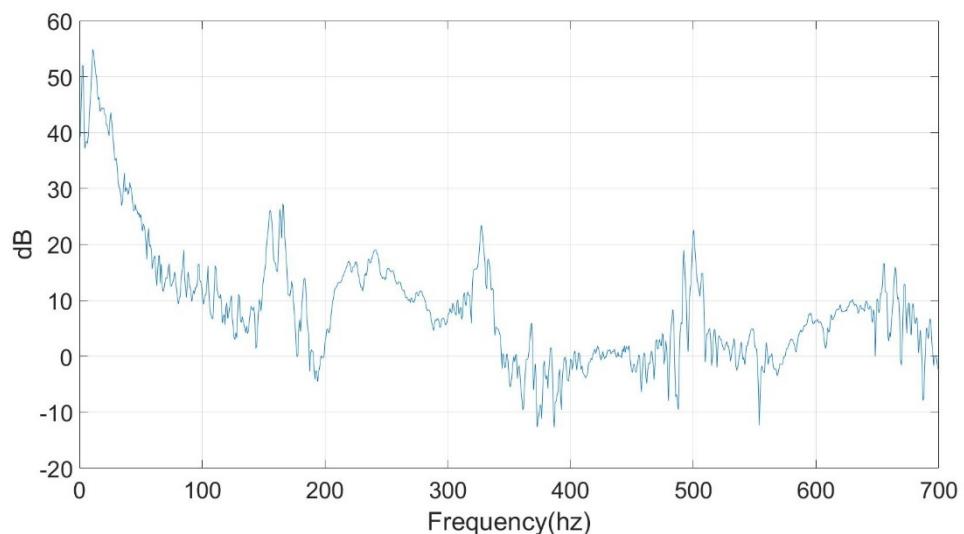
附 1.5 架子 A 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖



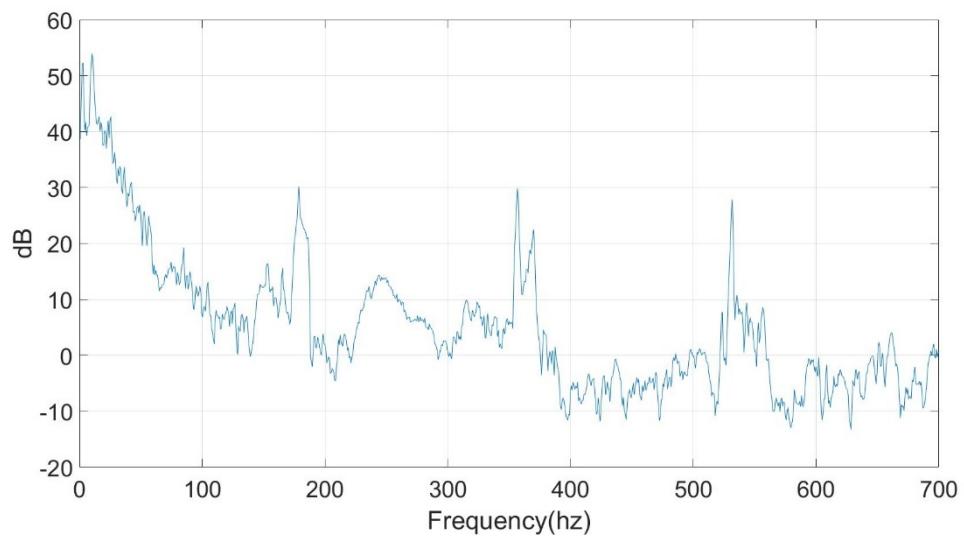
附 1.6 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖



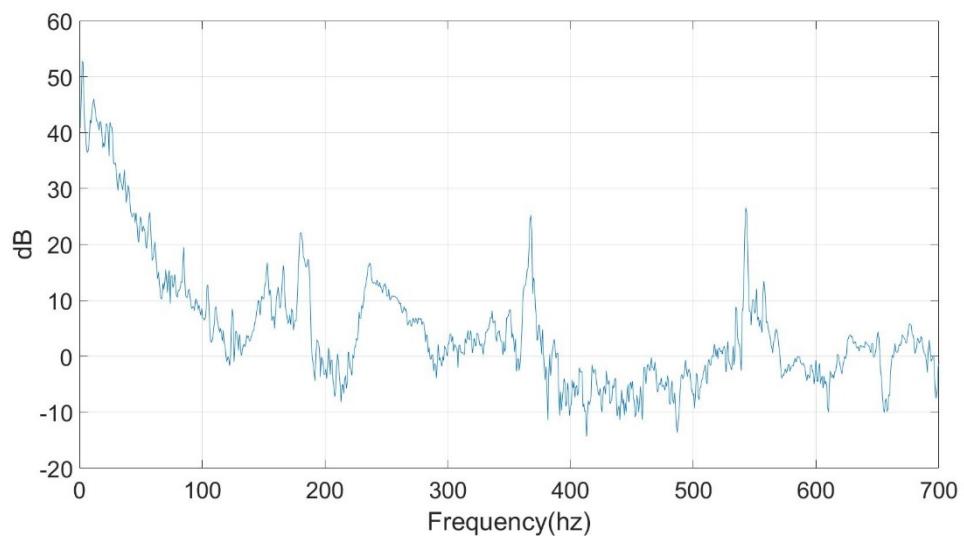
附 1.7 架子 A 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



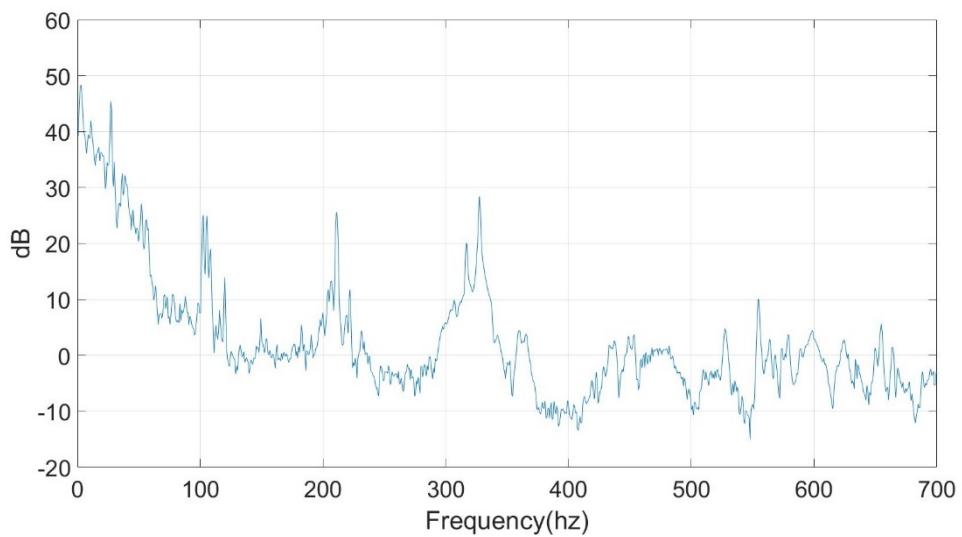
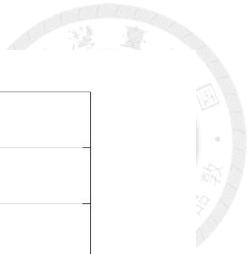
附 1.8 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



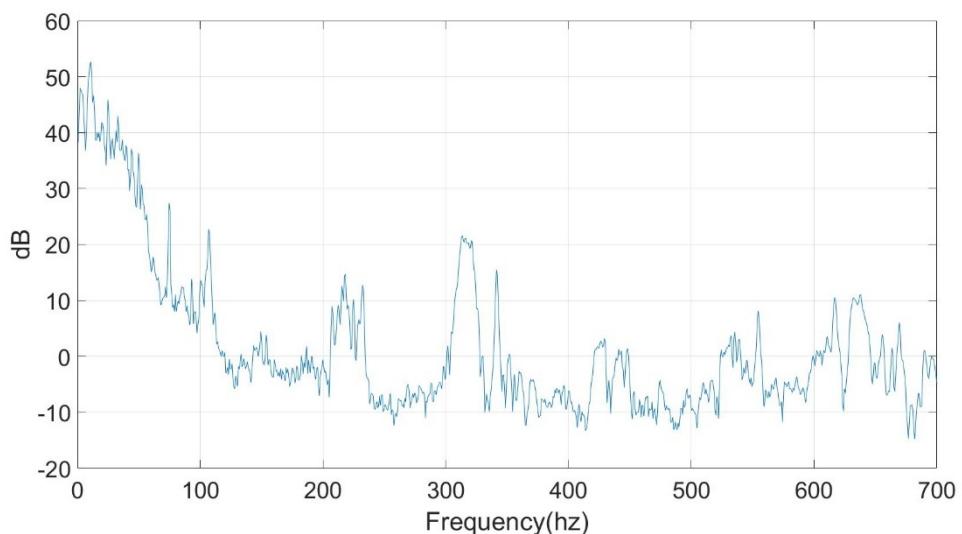
附 1.9 架子 A 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖



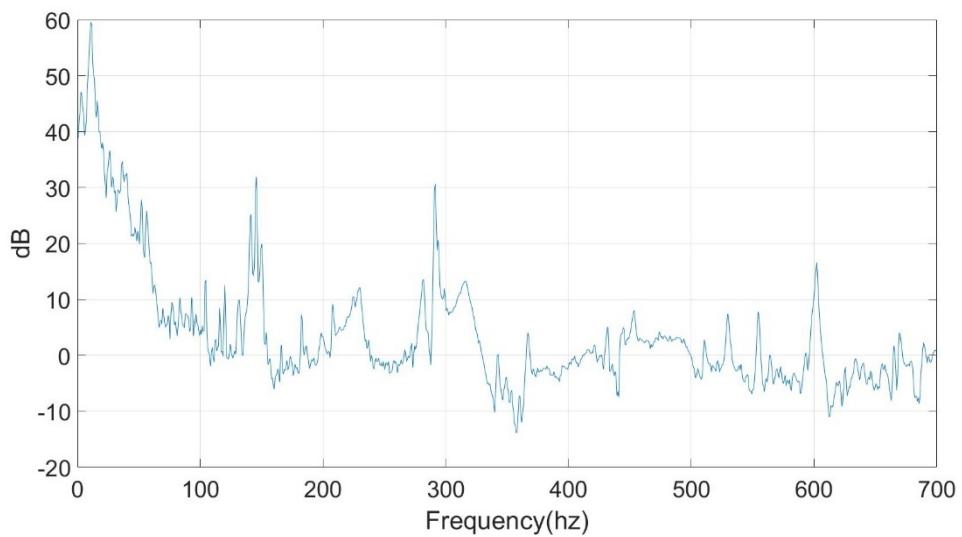
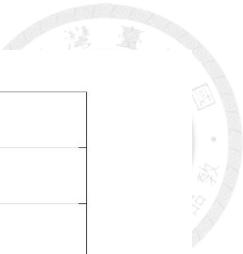
附 1.10 架子 A 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖



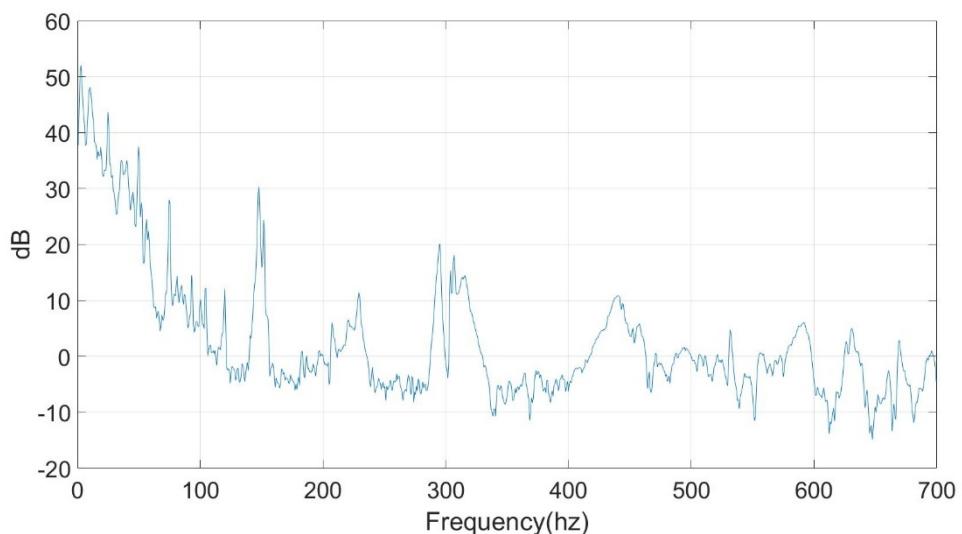
附 1.11 架子 B 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



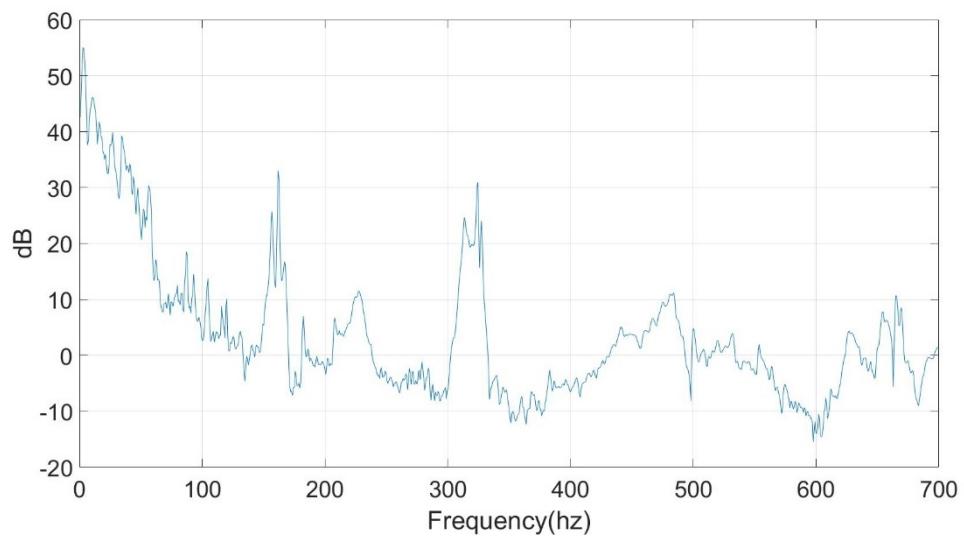
附 1.12 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



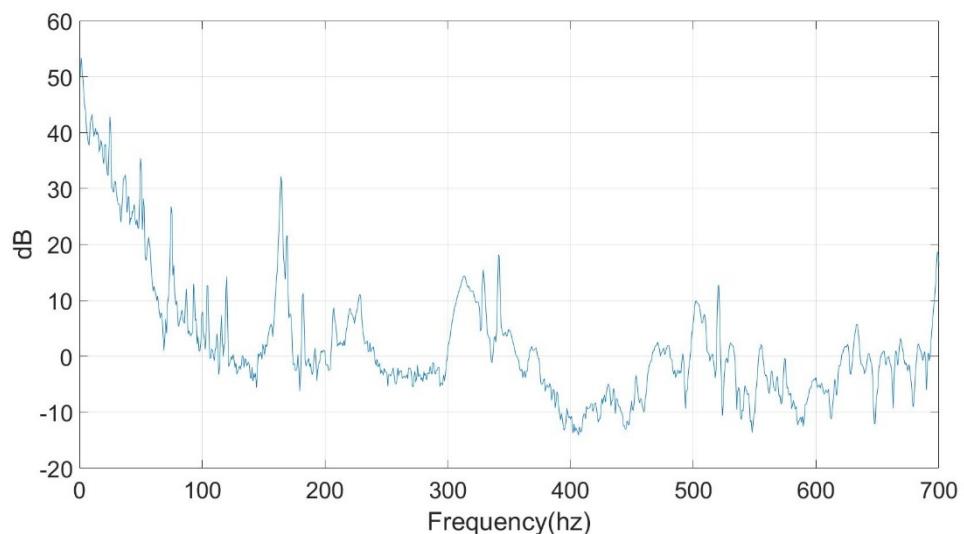
附 1.13 架子 B 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖



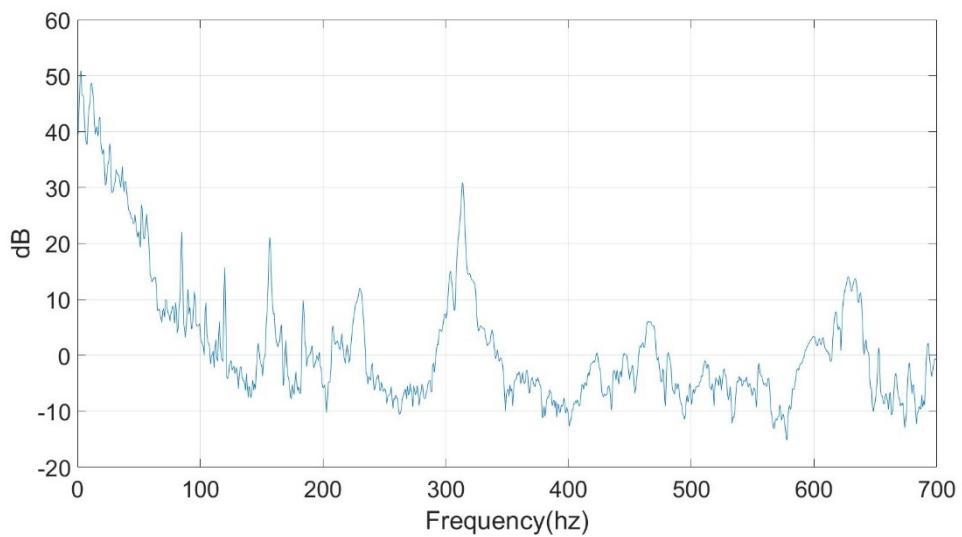
附 1.14 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 20 公斤之聲音頻譜圖



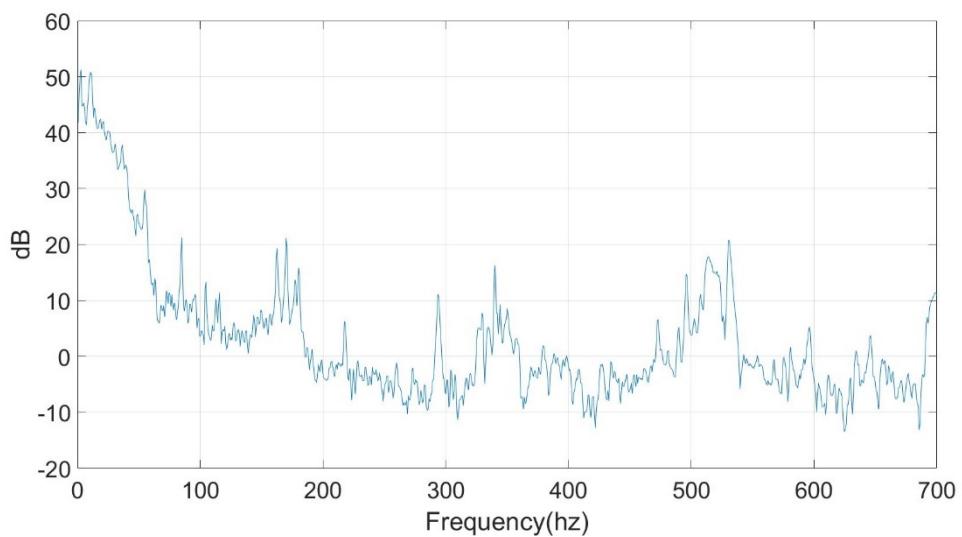
附 1.15 架子 B 改善邊界後之長 50 公分粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖



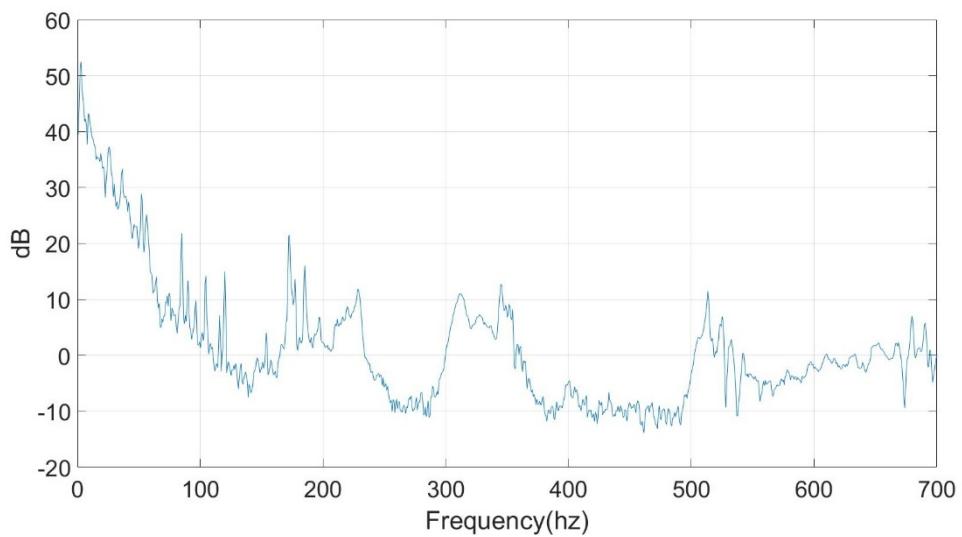
附 1.16 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕粗鐵線受張力 25 公斤之聲音頻譜圖



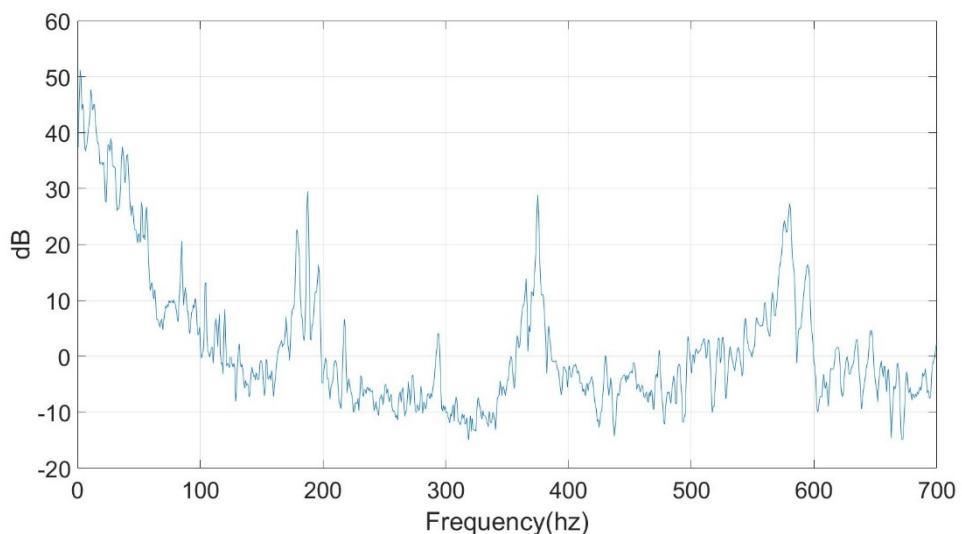
附 1.17 架子 B 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



附 1.18 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 10 公斤之聲音頻譜圖



附 1.19 架子 B 改善邊界後之長 50 公分細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖



附 1.20 架子 B 改善邊界後之長 50 公分腐蝕細鐵線受張力 12 公斤之聲音頻譜圖