國立臺灣大學工學院土木工程學系

碩士論文

Department of Civil Engineering College of Engineering National Taiwan University Master Thesis

受壓與明渠圓管之不恆定水流數值模擬

整合模式之研究

An Integrated Numerical Model for Unsteady Flows in Pressurized and Open-Channel Circular Pipes

林正偉

Lin, Cheng-Wei

指導教授:蔡丁貴 教授

Advisor: Tsay, Ting-Kuei

中華民國 99 年1月

January, 2010

誌 謝

於動筆的此刻起,也代表著我的研究生活正逐步在倒數著,兩年多的歲月裡, 追逐著,逃避著,任何事情,發生了太多事,哭著笑著,但終究是要將這些變數 化為動力,讓自己繼續前進。

研究所生活中,感謝蔡丁貴老師一路的細心指導,讓本論文得以順利完成, 無論在研究上亦或個性上,老師時常提醒我的缺點,讓我總是思考著許多事情, 自己雖然無法全然改善,但我知道,沒有最好,只有更好;還有研究室的學長姐 學弟妹,感謝宜嶺學長在程式與生活上的幫助,謝謝福如學長總是適時給我意見, 還有智文、美蓮、穎彰對我的照顧與關心,水工所頂樓的好夥伴億哲,當然也不 能忘記同窗與水利組的同學琛哥、阿杜、小邱、文立等,那平時一起趕作業、打 混的日子,還有學弟妹們瘦甫、趙伯、簡郁、敦琪在平日的幫忙,在台大這段時 光的的歡笑與淚水,永遠在我心中。

中壢的那群死黨,我們總是一起歡笑一起難過,也謝謝克林常陪我亂喝,多 年的好友小絜,大學的紅粉知已孟孟,一直持續的給我鼓勵,讓我倍感溫馨;感 謝小洪哥對我的視如已出,總是不想辜負你們對我的期待。

最後,我最愛的家人,在天上的外婆,終於能履行對您的承諾;關懷我的父母親、老妹,生命中最重要的老姊,如果你們也感同身受,我想這份喜悅與成就 亦同屬於你們,因為你們,總是,天下無雙。

2010/02/10 正偉

摘要

圓管下水道系統流況之複雜,在於常發生明渠流與滿管流交替發生亦或同時 存在之情形,而兩種流況在水理特性上的差異在於前者由重力引起,後者則靠壓 力驅動,故在計算上無法以單一流況來進行,必須發展可以兼顧明渠管流及受壓 管流之數值模式,方能滿足下水道水理分析之需要。

本文旨在於建立一套可同時處理下水道管線中之明渠流況與壓力流況之模式, 主要以一維不恆定流方程式配合第二類多方式特徵法的數值模式;前人在滿管流 況時常以普里斯曼細縫(Preissmann Slot)法處理,如此一來可避免渠頂寬度為零之 困擾,持續以明渠流況處理之,而本研究以管壁材料之彈性討論滿管流時管壁受 壓後面積之微小變化以取代細縫法,且對於滿管流況時之壓力波速,假設其等於 常溫下之聲速,來模擬下水道管線可能發生的種種流況,如由明渠流轉變至壓力 管流以及管線中發生局部滿管等情形。在網路水流系統方面,考慮匯、分流點之 流量守恆及能量守恆原理,亦可有效處理網路水流管線中發生局部滿管之流況及 管線逆向坡之問題。

關鍵字:不恆定流、明渠流、壓力管流、壓力波速、迪聖凡南方程式、網路水流、 逆向坡

I

Abstract

Analysis of flows in drainage or sewer system with circular pipes is complicated, due to open channel and pressurized flows often occur alternatively or exist simultaneously.

The difference between these two flow conditions is that open channel flow is drived by gravity force and pressurized flow is induced by pressure differences. It is impossible to analyse pipe system based on only one individual flow condition. An integrated numerical model for simultaneous pressurized and open-channel flows is needed.

The objective of this thesis is to develop an integrated model to simultaneously deal with open-channel and pressurized flows. One dimensional unsteady flow equations and multimode method of characteristics of the second kind are employed. To overcome the difficulty of the zero width at the top of circular pipes, a novel approach based on material elastic area deformation under pressures is used to replace previously popular Preissmann slot. Assuming that pressure velocity in pressurized flows is equal to sound velocity in normal temperature in order to simulate all possible conditions in sewer system. An example of open-channel flow converts to fully or partial pressurized flows is given. For a pipe network system , validity of present model is assured by checking with conservation and energy conservation in junction problem. It is shown that present model can efficiently deal with integrated flow problems in network system with reversed pipe slopes.

Key words : unsteady flow, open-channel flow, pressurized pipe flow, celerity of pressure wave, de Saint Venant. equation, network flow, reversed pipe slope

目 錄

圖 金	彖
-----	---

啚	2.1 普里斯曼隙縫示意圖	8
啚	2.2 圓管斷面受力圖	. 10
啚	2.3 圓管受壓後之微小面積變化示意圖	. 10
啚	2.4 二管線交會示意圖	. 11
圖	2.5 三管線交會示意圖	. 12
圖	2.6 四管線交會示意圖	. 12
圖	3.1 特徵曲線示意圖	. 15
圖	3.2 第二類多方式特徵法示意圖	. 15
啚	3.3 邊界條件特徵線示意圖	. 17
圖	4.1 單一管線計算例一上下游邊界條件	. 20
啚	4.2 計算例一水平管線之明渠流況恆定後各斷面速度	. 20
圖	4.3 計算例一水平管線由明渠流演變至滿管流之測壓管水頭高程變化	. 21
圖	4.4 計算例一水平管線之滿管流況恆定後各斷面速度	. 21
圖	4.5 計算例一水平管線由滿管流演變至明渠流之測壓管水頭高程變化	. 22
圖	4.6 單管計算例一水平管線之各斷面逐時流量歷線	. 22
圖	4.7 計算例一逆向管線之明渠流況恆定後各斷面速度	. 23
啚	4.8 計算例一逆向坡管線由明渠流演變至滿管流之測壓管水頭高程變化	. 23
啚	4.9 計算例一逆向坡管線之滿管流況恆定後各斷面速度	. 24
啚	4.10 計算例一逆向坡管線由滿管流演變至明渠流之測壓管水頭高程變化	. 24
圖	4.11 單管計算例一逆向坡管線之各斷面逐時流量歷線	. 25
啚	4.12 單一管線計算例二上下游邊界條件	. 26
啚	4.13 計算例二之明渠流況恆定後各斷面速度	. 27
啚	4.14 單管計算例二由明渠流演變至滿管流之測壓管水頭高程變化	. 27
啚	4.15 計算例二之滿管流況恆定後各斷面速度	. 28
啚	4.16 計算例二之局部滿管流況恆定後各斷面速度	. 28
啚	4.17 單管計算例二由滿管流演變至局部滿管之測壓管水頭高程變化	. 29
啚	4.18 單管計算例二各斷面逐時流量歷線	. 29
啚	4.19 網路水流管線配置圖	. 31
啚	4.20 網路水流計算例入流口及出流口邊界條件	. 32
啚	4.21 網路水流計算例主流之測壓管水頭高程變化	. 32
圖	4.22 網路水流計算例支流1之測壓管水頭高程變化	. 33
圖	4.23 網路水流計算例支流 2 之測壓管水頭高程變化	. 33
圖	4.24 網路水流計算例入、出流口之逐時流量歷線	. 34
圖	4.25 網路水流計算例 A 匯流點流量歷線	. 34
啚	4.26 網路水流計算例 B 匯流點流量歷線	. 35

圖 4.27	7 網路水流計算例(: 匯流點流量歷線	
--------	------------	-----------	--



第一章 序論

1-1 前言

近年來人口分佈幾乎以都市為主,一個現代化都市的生活品質水準,首要可 由下水道系統的建設情況作為衡量標準,也是先進國家評定都市環境的重要指標, 下水道的建設除了改善河川污染、提升水資源利用外,對於維持環境衛生與生活 品質更為重要。

下水道系統可依照使用性質分為雨水及污水下水道,雨水下水道除專供排除 雨水、解決都市積水外,對於水質改善、生態基流量的保持亦相當重要;而污水 下水道則著重在家庭污水、工業廢水等的收集處理及排放;早期對於水源分類處 理的觀念較薄弱,皆一律排入河川,隨著都市化與工業化興起,生活周遭的河川 環境早已不堪入目,更別談何謂與水共存、親水的生活品質,現今由於環保觀念 普遍被社會接受及先進國家已將雨、污水處理問題列為評比都市環境的重要指標 之一,故國內對此也更加重視。

目前除了污水下水道用户接管的普及率提昇及管線的增設外,污水處理廠的 設置、級數、接管處理方式、北中南的差異也存在許多問題;而昔日污水管線之 處理方式為接管至靠近下游再由污水處理廠集中處理,但此種方式有個缺點,倘 若管線破裂,就會造成直接污染,所以若是多加設立小型污水處理系統、污水處 理廠,處理完直接排進河川會是更好的方式,目前國內外已有許多新興的處理方 法值得學習;而在談到下水道系統的設置,首要問題就是設計排水量,以往使用 合理化公式或恆定流的方式計算,雖迅速、簡單,但在水文、水理原理上的考慮 較少,其結果也常與實際情況有許多出入,如今計算機普遍且發達,已有多種不 恆定模式針對此類問題而研發,其探究之物理現象亦不盡相同,以都市排水動態 模擬模式為例,最著名的模式為美國環境保護署的 Storm Water Management Model (SWMM) (Huber et al.,1981),但仍然存在許多問題,例如管線坡度與水流方向逆向

1

時,則無法順利計算等,都值得深入探討。

1-2 文獻回顧

水流在封閉管線之流況會如此難以計算,在於管內流況錯綜複雜,因流況可 能不僅是單一流況,通常為明渠流況或壓力流況,亦或同時存在,故在封閉管線 之計算上並非僅考慮單一流況即可,一般在未滿管時以明渠流況計算時常以迪聖 凡南方程式為主,而水深至滿管時則以壓力流況討論之,而其中存在著滿管時壓 力流況之波速難以處理的問題,而實際狀況下滿管流之壓力波速亦難以估計,一 般以普里斯曼細縫(Preissmann Slot)模擬明渠流來處理此類問題,在滿管時渠頂寬 度須視隙縫之假設而定,此寬度會直接影響波速的變化,若假設不當則造成結果 不穩定與準確性不足,目前無論是藉由模型實驗或者數值計算的方式,國內外已 有不少學者致力於此類問題的研究。

(Capart et al., 1997)採用 Pavia Flux Predictor Scheme(P.F.P)模擬封閉管線中之 穿臨界流、明渠流與滿管流交替之暫態流況,並以實驗數據驗證其模擬結果,而 在滿管流的部分以普里斯曼隙縫法處理;在多種流況整合部份,林(Lin, 2000)以一 維不恆定流方程式(1-D unsteady flow equation)及多方式特徵線法,分別模擬下水道 可能發生的明渠流況與壓力管流況,其中明渠水流在管線存在逆向坡時,會因通 水面積大小不同而造成流速的不同,再依據匯流點能量守恆觀念,可有效處理單 一洪峰進入網路水流系統後之消減與分流;而在地下管線之設計排水量,一般會 以明渠流為主,但當暴雨超過設計流量,流況會由明渠流轉變為由壓力水頭向前 輸送之 air-water 移動界面,(Politano et al., 2005)利用 Interface tracking method(ITM) 與 Characteristics method 模擬在入流區急遽之流況轉變,並將模式應用於實際之 都市雨水下水道排水系統;許(Hsu, 2001)經由實驗結果探討正波、負波兩種流況之 波速與相關參數如雷諾數、福祿數等之關係,並以影像記錄斷面壓力隨時間演變 之波形,藉以瞭解暫態流況水力轉換過程與實際的流動現象。

1-3 研究動機與目的

下水道系統流況之特性,在於可能同時存在明渠流況與滿管流況之局部滿管 情形,亦或是交替發生,這些情形都較穩態管流或明渠流複雜許多;至目前為止 已有許多相關研究,如震波擬合法(shock fitting method) (Politano et al., 2005)等,而 在模擬閉合管線中未滿管況演變至滿管流況時,常以震波擬合法處理此現象,但 此法須由震波躍差關係式來處理震波,如此將構成一內部移動邊界條件,意即我 們必須去猜測震波之位置,倘若流況中有數個震波同時出現則會變得非常不好處 理;再者,以下水道如此龐大的水流系統,要預測何時、何地發生滿管流況實有 其困難處,是故如何以簡便合理之假設與方程式,建立一套可同時處理兩種流況 之不恆定水流模式,對於工程之設計與分析具有重大意義及其必要性。



第二章 理論背景

2-1 數學控制方程式

在處理一維不恆定明渠水流的問題時,通常會以迪聖凡南方程式(de Saint Venant. equation)為控制方程式,此由迪聖凡南氏(St. Venant)在 1871 年所提出,依 質量守恆及動量守恆方程式以沿水流方向之距離座標 x 與時間座標t 作為自變數所 建立,又因所選取變數的不同有數種組合,在此選定 h(x,t)及 u(x,t) 作為因變數所 組成的運動方程組於明渠流況時如方程式(2.1)所示(Lai, 1986),而壓力管流流況之 運動方程組為方程式(2.2)(Chaudhry,1987):

(2.1)

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{A}{b} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases}$$

$$\vec{x} + h : \vec{x} \approx u : \vec{x} \approx g \\ g : \equiv f f \text{ Im } \vec{x} \approx g \\ S_0 : \# \vec{u} \text{ is } \pi \text{ th } \# \text{ for } g \\ S_f = \frac{n^2 u |u|}{R^{4/3}} : \# \text{ for } \pi \text{ th } g \end{cases}$$

A:通水斷面面積

b:管線斷面頂寬

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x} = 0\\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases}$$
(2.2)

式中
$$H = P/\gamma$$
:壓力水頭
 $S_f = \frac{fu|u|}{2D}$:摩擦坡度
 $a:壓力波速$

4

本文以迪聖凡南方程式來描述明渠流與壓力管流的物理現象,在此將上述 (2.1)~(2.2)式整合成一維流體運動統一方程式(Unified equations for one-dimensional flows),如方程式(2.3),而差別在於 c 與 Ø 在兩種流況時所代表的不同含意,故在 此作一說明。

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \phi}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases}$$

$$(2.3)$$

$$\downarrow \psi , \quad \triangleq h < D , \qquad \begin{cases} \phi = h \\ c = \sqrt{g} \frac{A}{b} \\ \phi = H = \frac{P}{\gamma} \\ c = a \end{cases}$$

$$2-2 + 2 + 2 + 2 + 3 \end{cases}$$

在此將一維流體運動統一方程式以一組合因子µ作轉換,且令方程式(2.3)為 J₁及J₂作線性組合,如方程式(2.4):

$$J = J_1 + \mu J_2$$

= $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \phi}{\partial x} - g(S_0 - S_f)\right) = 0$ (2.4)

$$\Rightarrow \qquad J = \left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + u\frac{\partial\phi}{\partial x} + \mu g\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{c^2}{\mu g}\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \mu g\left(S_0 - S_f\right) = 0 \qquad (2.5)$$

$$\diamondsuit \qquad \frac{dx}{dt} = u + \mu g = u + \frac{c^2}{\mu g}$$
(2.6)

將方程式(2.6)代入式(2.5)可得式(2.7):

$$J = \frac{D\phi}{Dt} + \mu \frac{Du}{Dt} + F = 0$$
(2.7)

其中
$$\frac{D}{Dt} = \frac{dx}{dt}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}$$
, $F = -\mu g(S_0 - S_f)$

接著化簡式(2.6) 可得

$$\mu_{\pm} = \pm \frac{c}{g} \tag{2.8}$$

將(2.8)式代入(2.6)式及(2.7)式得到微分方程式如(2.9)式,此即一組一維流體運 動統一特徵方程式,其中 $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\pm}$ 為x-t平面上兩條特徵曲線 C_{+} 和 C_{-} ,表示一微小 擾動波在水中之傳播速度: "纪录

$$\begin{cases} \left(\frac{dx}{dt}\right)_{\pm} = u \pm c \\ \left(\frac{D\phi}{Dt}\right)_{\pm} \pm \frac{c}{g} \left(\frac{Du}{Dt}\right)_{\pm} + F_{\pm} = 0 \end{cases}$$

$$\vec{x} \neq \quad F_{\pm} = \mp c(S_0 - S_f) \circ$$

$$\vec{u} \times \texttt{Kn} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \neq \mathbf{k} \times \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}$$

2-3 通水斷面面積之計算方式

2-3-1 明渠流況

在此說明於明渠流況時,由水深轉換為通水斷面面積之方式,而未滿管時的 通水斷面面積、濕周、渠頂寬度等,皆由水深決定,且依圓管半徑(R)作一區分, 其關係式如方程式(2.10) (Politano et al., 2005):

當 h ≤ R

$$\begin{cases}
\alpha = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{h}{R}\right) \\
A = \frac{R^{2}}{2}\left(\alpha - \sin\left(\alpha\right)\right) \\
WP = R \cdot \alpha
\end{cases}$$
(2.10)

$$B = 2R \cdot \sin\left(\alpha/2\right)$$

為了使模式能同時處理明渠流與壓力管流兩種流況,於滿管流時在管線上方 開一條虛擬隙縫的概念,計算上可持續以明渠流況計算之,稱普里斯曼隙縫法 (Preissmann slot)(Cunge, 1964),以直徑為4ft 之圓管為例,其斷面積、渠頂寬度、 濕周、水力半徑隨水深之變化如圖2.1,(Capart et al., 1997)隙縫之寬度取圓管直 徑的十分之一,此隙縫寬度在波速的計算上亦可避開滿管流渠頂寬度極小的困難; 而(Sjöberg, 1976)則建議 $\frac{b}{D} = 10^{-6} + \frac{1}{18.44}e^{-24(h/D)}$,其通水面積之關係式如方程式 (2.11)。

$$A = A_f + (H - D)b \tag{2.11}$$

式中 A_f :满管時的通水面積

A:通水斷面積 H:水深 D:圓管管徑 B:虛擬隙縫之寬度



圖 2.1 普里斯曼隙縫示意圖(Chaudhry, 1987)

2-3-2-2 管壁彈性應力

壓力水頭 $H = P/\gamma$,假設所使用為彈性材質管壁,且水壓僅對圓周造成影響, 以固體彈性力學的觀點,在滿管流況時圓管斷面會隨壓力水頭上升而微幅增加, 圓形管斷面受力情形如圖 2.2 ,先依力平衡求出沿圓周方向之環應力 σ_h (hoop stress)如(2.12)式,而環應力隨壓力水頭產生之微小變化如(2.13)式,(2.14)式為楊式 彈性係數之定義,若管壁為混凝土材質,楊氏係數值介於 2.9×10⁶ psi~4.35×10⁶ psi (Wylie and Streeter,1993),如此可推得只考慮環應力下之單位變形量(2.15)式與管壁 受壓後斷面面積的微小變化量(2.17)式(Wylie and Streeter,1993),於壓力流況下之通 水斷面面積如(2.19)式,本文於滿管流況時的通水斷面面積以此法為計算方式,此 時渠面頂寬為 0,而圖 2.3 為管徑受壓後微小面積變化示意圖;若以圓管受壓後面 積之微小變化量為考慮,可導出使用普里斯曼隙縫計算之細縫寬度關係式如(2.19) 式,其中楊氏彈性細數值E為一常數,可經查表取得。

 $\sigma_h \cdot 2 \cdot e \cdot L = P \cdot D \cdot L$

$$\Rightarrow \qquad \sigma_h = \frac{P \cdot D}{2e} \tag{2.12}$$

$$\Delta \sigma_h = \frac{\Delta P \cdot D}{2e} \tag{2.13}$$

$$E = \frac{\sigma_h}{\varepsilon} \tag{2.14}$$

$$\Rightarrow \qquad \varepsilon = \frac{\sigma_h}{E} = \frac{P \cdot D}{2 \cdot E \cdot e}$$

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma_h}{E} = \frac{\Delta P \cdot D}{2 \cdot E \cdot e} \tag{2.15}$$

$$\Delta D = D \cdot \Delta \varepsilon = \frac{\Delta P \cdot D^2}{2E \cdot e}$$
(2.16)

$$\Delta A = \frac{\pi D}{2} \Delta D = \frac{\pi D^3 \cdot \Delta P}{4Ee}$$
(2.17)

$$A = A_f + \frac{\pi D^3 \cdot \Delta P}{4Ee}$$
(2.18)

$$\frac{\Delta A}{\Delta P/\gamma \cdot D} = \frac{b}{D} = \frac{\pi D^2 \cdot \gamma}{4Ee}$$
(2.19)

式中
$$\sigma_h$$
 (hoop stress):環應力
 e (wall thickness):管壁厚度
 E (Young's modulus of elasticity): 楊氏彈性係數
 ε (unit strain): 單位變形量
 γ (specific weight of fluid):流體單位重
 $L:圓管管線長度$
 $D:圓管直徑$
 $\Delta D:微小直徑變化量$
 $P = \gamma \cdot H:壓力$
 $H:壓力水頭$
 $\Delta A:微小面積變化量$
 A_f :滿管之通水面積
 $b:渠面頂寬$

如前文所述,在普里斯曼隙縫的假設下,當水深大於圓管直徑時,仍以明渠

流況視之,(Sjöberg, 1976)建議隙縫寬與管徑之關係 $\frac{b}{D} = 10^{-6} + \frac{1}{18.44}e^{-24(y/D)}$,其主 要影響在 10^{-6} 項,是故 $\frac{b}{D} = 10^{-6}$;而在受壓管流的觀念裡,壓力水頭 $H = P/\gamma$,本 文假設在當水深大於等於圓管管徑時即視為滿管,於滿管流況時,混凝土材質管 壁依(2.19)式 $\frac{b}{D} = \frac{\pi D^2 \cdot \gamma}{4Ee} = 1.87 \times 10^{-5}$ 。



2-4 管網之匯流點處理方式

管線網路系統中之節點若為多管線匯流,以匯流點流量守恆及能量守恆原理 處理之,且將匯流點視為內部邊界點作計算,依二管線、三管線、四管線交會分 別滿足方程式(2.20)~(2.22),圖 2.4 ~圖 2.6 表示管線交會示意圖(Lai, 1999)。

$$\begin{cases} Q_A + Q_B = 0\\ h_A + Z_A + \frac{u_A^2}{2g} = h_B + Z_B + \frac{u_B^2}{2g} \end{cases}$$
(2.20)

$$\begin{cases} Q_A + Q_B + Q_C = 0\\ h_A + Z_A + \frac{u_A^2}{2g} = h_B + Z_B + \frac{u_B^2}{2g}\\ h_A + Z_A + \frac{u_A^2}{2g} = h_C + Z_C + \frac{u_C^2}{2g} \end{cases}$$
(2.21)

$$\int Q_{A} + Q_{B} + Q_{C} = 0$$
or
$$\begin{cases}
Q_{A} + Q_{B} + Q_{C} = 0$$

$$h_{B} + Z_{B} + \frac{u_{B}^{2}}{2g} = h_{A} + Z_{A} + \frac{u_{A}^{2}}{2g}$$

$$h_{C} + Z_{C} + \frac{u_{C}^{2}}{2g} = h_{A} + Z_{A} + \frac{u_{A}^{2}}{2g}$$

$$\begin{cases}
Q_{A} + Q_{B} + Q_{C} + Q_{D} = 0$$

$$h_{A} + Z_{A} + \frac{u_{A}^{2}}{2g} = h_{B} + Z_{B} + \frac{u_{B}^{2}}{2g}$$

$$h_{C} + Z_{C} + \frac{u_{C}^{2}}{2g} = h_{B} + Z_{B} + \frac{u_{B}^{2}}{2g}$$

$$h_{D} + Z_{D} + \frac{u_{D}^{2}}{2g} = h_{B} + Z_{B} + \frac{u_{B}^{2}}{2g}$$

$$A : \dot{m} \equiv$$

(2.22)

- 式中 $Q=u\cdot A$:流量
 - *h*:水深
 - Z:管線高程
 - u:流速
 - g:重力加速度



圖 2.4 二管線交會示意圖(Lai, 1999)



圖 2.6 四管線交會示意圖(Lai, 1999)

第三章 數值方法

3-1 多方式特徵法

本研究以有限差分法(Finite Difference Method)的方式,將所得一維流體運動統 一方程式之特徵曲線方程式(2.9)轉為差分形式(3.1)式~(3.4)式(Lai, 1986),以供計算 使用:

$$x_{P} - x_{L} = (u + c)_{LP} \cdot (t_{P} - t_{L})$$
(3.1)

$$\left(\phi_{P} - \phi_{L}\right) + \frac{c_{LP}}{g}\left(u_{P} - u_{L}\right) + \left(F_{+}\right)_{LP} \cdot \left(t_{P} - t_{L}\right) = 0$$
(3.2)

$$x_{p} - x_{R} = (u - c)_{RP} \cdot (t_{P} - t_{R})$$
(3.3)

$$(\phi_{P} - \phi_{R}) - \frac{c_{RP}}{g} (u_{P} - u_{R}) + (F_{-})_{RP} \cdot (t_{P} - t_{R}) = 0$$
(3.4)

欲求得一般計算式,在此將(3.2)式及(3.4)式相加,可由(3.5)式求得特徵曲線C₊ 與C₋交點之速度,再將(3.2)式及(3.4)式相減得(3.6)式,如此(3.5)式計算出之速度 代入(3.6)式,可求得水深;而式中單下標表特徵線之交點,雙下標則表相對因變數 所屬曲線段。

$$u_{P} = \frac{g}{c_{LP} + c_{RP}} \left[\left(\phi_{L} - \phi_{R} \right) + \frac{1}{g} \left(c_{LP} u_{L} + c_{RP} u_{R} \right) - \left(F_{+} \right)_{LP} \cdot \Delta T_{L} + \left(F_{-} \right)_{RP} \cdot \Delta T_{R} \right]$$
(3.5)

$$\phi_{P} = \frac{1}{2} \left[(\phi_{L} + \phi_{R}) - \frac{u_{P}}{g} (c_{LP} - c_{RP}) + \frac{1}{g} (c_{LP} u_{L} - c_{RP} u_{R}) - (F_{+})_{LP} \cdot \Delta T_{L} - (F_{-})_{RP} \cdot \Delta T_{R} \right]$$
(3.6)

$$\vec{x} \neq (u+c)_{LP} = \frac{1}{2} \Big[(u+c)_P + (u+c)_L \Big] \cdot (u-c)_{RP} = \frac{1}{2} \Big[(u-c)_P + (u-c)_R \Big] \\ (F_+)_{LP} = \frac{1}{2} \Big[(F_+)_P + (F_+)_L \Big] \cdot (F_-)_{RP} = \frac{1}{2} \Big[(F_-)_P + (F_-)_R \Big]$$

$$c_{LP} = \frac{1}{2} \left(c_p + c_L \right) , \quad c_{RP} = \frac{1}{2} \left(c_p + c_R \right)$$
$$\Delta T_L = t_P - t_L , \quad \Delta T_R = t_P - t_R$$

本研究使用定時間間隔法(specified-time-interval scheme; STI scheme),此法固 定了時間間隔 Δt ,由下一個演算時間的待求網格點P沿時間方向往回投射兩特徵 線 $C_+ \alpha C_-$,與目前時間網格交於L、R處圖(3.1),沿兩條特徵線,依此建立已知 點L、R與待求點P之關係式,進而計算待求點之值。而在 Δx 與 Δt 的設定上,則 遵守可蘭條件(Courant condition), $|u \pm c| \leq \Delta x / \Delta t$,本文以 $\tau (= dx/dt = u \pm c)$ 表示物理 波傳播速度,數值傳播速度 $r(=\Delta x / \Delta t)$,則可蘭數 C_r (Courant number)為:

其主要目的在於保持數值的穩定性,依據數值傳播速度不能小於物理波傳播 速度,意即可蘭數小於等於1,由P點往回投射之特徵線交於非網格點的機率極大, 所以必須由臨近網格點之值內插求得,若用外插則會違反可蘭條件造成數值不穩 定。

 $C_r = \frac{\tau}{r} = \frac{(u \pm c)}{(\Delta x / \Delta t)}$

特徵法就是以定時間間隔法為基礎,發展出多種數值技巧,不同方法處理內 插之方式也不同,一般可分為時間內插與空間內插兩種,為不受上述可蘭條件所 限制,在計算時可同時考慮數個時間方向與空間方向之網格,讓必須做外插處亦 可用內插方式處理;而多方式特徵法(Multimode Method of Characteristics; MMOC) 就是將多種特徵法融合在一起,類別則依選取組合而定,特徵線法包含(1)傳統法 (classical scheme)、(2)隱式法(implicit scheme)、(3)時間延後法(temporal reachback scheme)、(4)空間延後法(spatial reachback scheme)、(5)空間延外法(spatial reachbut scheme)、(6)時間延外法(temporal reachbut scheme)等(Lai, 1988)。

而在內插方式的選用方面,傳統法、空間延後法、空間延外法等屬空間內插

法,隱式法、時間延後法、時間延外法等屬時間內插法,其中隱式法、空間延外法、時間延外法之可蘭數*C*_r>1。

上述之多方式特徵法依其組合方式分為兩類,第一類多方式特徵法為(1)~(4) 法之組合,特性為其包含隱式法,第二類則為上述(1)、(3)~(6)等五種方法之組合, 圖 3.2 為第二類多方式特徵法示意圖。本研究所使用的類別為第二類多方式特徵 法(Multimode Method of Characteristics of the second kind; MMOC-II),是一個總括 且功能強的數值方法,不但可適用於任何特徵線,快或慢的傳播,且均以顯示方 式(Explicit Scheme)求解。



圖 3.2 第二類多方式特徵法示意圖(Lai, 1988)

3-2 邊界與初始條件

本研究乃是使用多方式特徵法作計算,對於初始條件與邊界條件的給定方式 也依據多方式特徵法,在此作一說明。本文所設定之流況流速不快,皆為亞臨界 流,意即重力淺水波波速與壓力波速皆會大於水流流速,此時水中之波動會同時 往上游及下游傳遞,若要計算某格點某一時刻之流況,是由此格點往回投射之特 徵線與目前時間網格相交,沿特徵線建立關係式求解;而在邊界條件方面,上、 下游等外部邊界點需同時給定邊界條件,由上、下游邊界點所投射之特徵線如圖 3.3 所示,而本研究選擇(h,u)作為因變數,是故在上、下游之水深或流速可依實 際需要自行給定,再由(3.2)式及(3.4)式推導上、下游邊界方程式如(3.7)式 ~(3.10)式來進行計算。

於上游邊界,如圖 3.3 (a),若給定條件為流速
$$u_p$$
,可得

$$\phi_p = \phi_R + \frac{c_{RP}}{g} (u_p - u_R) - (F_-)_{RP} \cdot \Delta T_R$$
(3.7)
反之,若給定條件為水深 ϕ_p ,可得

$$u_{P} = u_{R} + \frac{g}{c_{RP}} \left[\left(\phi_{P} - \phi_{R} \right) + \left(F_{-} \right)_{RP} \cdot \Delta T_{R} \right]$$
(3.8)

於下游邊界,如圖 3.3 (b),若給定條件為流速u,,可得

$$\phi_P = \phi_L - \frac{c_{LP}}{g} \left(u_P - u_L \right) + \left(F_+ \right)_{LP} \cdot \Delta T_L$$
(3.9)

反之,若給定條件為水深 ø, 可得

$$u_{P} = u_{L} - \frac{g}{c_{LP}} \left[\left(\phi_{P} - \phi_{L} \right) - \left(F_{+} \right)_{LP} \cdot \Delta T_{L} \right]$$
(3.10)

而初始條件的給定依據多方式特徵法,本研究以φ(x,t)及u(x,t)作為因變數組 成運動方程組,故於各計算點設定 t=0 時的水深及流速。



圖 3.3 邊界條件特徵線示意圖



第四章 數值模式之設計與結果分析

管線內流況由初始不滿管流演變至滿管流,亦或反之,均屬於暫態流(transient flow)之特性,而明渠流與壓力管流在水理特性上的差異,在於明渠流況主要靠重力引起,而壓力管流則為壓力之驅動,為觀察前文對於滿管流況時壓力波速所作的假設,本研究之計算流況由明渠流演變至滿管流再回到明渠流況或局部滿管,藉此觀察於暫態流況時測壓管水頭(piezometric head)高程的變化,並於管線中加入逆向坡,探討此流況在管線中存在逆向坡之影響,其中圓管管徑皆為4ft 之管線且管壁厚度為1in, 楊氏彈性係數(Young's modulus of elasticity) $E = 3.5 \times 10^6 psi$, 壓力波速假設為常溫下的聲速, $a = 1115.49 \frac{ft}{s}$ 。

對於摩擦坡度 S_f 於計算時的設定,在此作一說明,明渠流況時摩擦坡度 $S_f = \frac{n^2 u |u|}{R^{\frac{4}{3}}}, 其中曼寧 n = 0.013, 而壓力管流流況時<math>S_f = \frac{fu |u|}{2D}$,依據達西-韋士伯 公式(Darcy-Weisbach equation),摩擦係數設定f = 0.002。

4-1 單一管線計算例

4-1-1 單一管線計算例一

為觀察欲模擬之流況在單一管線中存在逆向坡的影響,在單管計算例一,以 相同之邊界條件,分別設計了水平無坡度變化及存在逆向坡之管線,而上下游之 測壓管水頭高程變化如圖 4.1,模擬流況由明渠流轉變至滿管流再回到明渠流況。

在初始條件方面,各斷面均給定一流量等於10(cfs)之初始流量,本文以 $\phi(x,t)$ 及u(x,t)作為因變數組成一維流體運動統一方程式,故在設定初始條件時須輸入水 深及流速,而各斷面速度分佈則根據方程式(2.10)依水深求得斷面積後反推之, 計算時間間距 $\Delta t = 0.01(s)$,斷面間距 $\Delta x = 62.5(ft)$,管線總長度為6000(ft),模擬 時間共5小時。 水平管線內之坡度均為0,開始之明渠流況經50分鐘達恆定狀態,各斷面速 度分佈如圖4.2,依通水斷面積小而速度較大,呈一直線;圖4.3表示從達到恆 定(Steady State)的明渠流況演變至滿管流況之整體測壓管水頭高程變化,當上下游 水頭不再變化,即滿管流況達到恆定狀態,各斷面速度分佈如圖4.4,結果如預期 可得到各斷面速度一致的結果;而後再由上下游水頭控制轉變為明渠流況,其管 內各斷面之整體測壓管水頭高程變化情形如圖4.5,各斷面流量歷線如圖4.6。

如前所述,逆向坡管線設計之邊界條件同水平管線,流量、計算時間間距、 斷面間距、管線總長度等條件均同於水平管線,差別在兩種管線不同的底床高程 得到不同水深(測壓管水頭高程等於水深加上底床高程),再由方程式(2.10)得各 斷面面積,推求出各斷面之速度分佈。

逆向坡管線之管底坡度為 0、0.0005、0,管線長度各為 2000(ft),開始之明渠 流況經 50 分鐘達恆定狀態,各斷面速度分佈如圖 4.7,因底床高程的變化,可明 顯看出流速分佈依通水斷面積大小而不同;圖 4.8 表示從恆定(Steady State)狀態的 明渠流況演變至滿管流況之整體測壓管水頭高程變化,當滿管流況達到恆定狀態, 各斷面速度分佈如圖 4.9,結果如預期可得到各斷面速度一致的結果;而後再由上 下游水頭控制轉變為明渠流況,其管內各斷面之整體測壓管水頭高程變化情形如 圖 4.10,各斷面流量歷線如圖 4.11。

由上下游測壓管水頭高程之升降,可清楚看到波傳動的情形,而上下游邊界 條件固定後,流況亦趨於恆定,管線中測壓管水頭高程則呈一直線;當滿管流達 到恆定狀態後,水平管線與逆向坡管線各斷面流量及速度分佈之數值完全相同, 符合壓力管流之特性,顯示在完全滿管的情形下,流況不會受到逆向坡的影響; 而明渠流況達到恆定狀態後,逆向坡的影響只在於各通水斷面積大小不同造成流 速分佈不同;在水平管線與逆向坡管線的計算例中雖都經過兩次的流況轉變,但 可看出第一段與第二段明渠流況之模擬達恆定後結果一致,並不受流況轉換影響, 可見本文模式在計算上相當穩定。



圖 4.2 計算例一水平管線之明渠流況恆定後各斷面速度



圖 4.4 計算例一水平管線之滿管流況恆定後各斷面速度



圖 4.6 單管計算例一水平管線之各斷面逐時流量歷線



圖 4.8 計算例一逆向坡管線由明渠流演變至滿管流之測壓管水頭高程變化



圖 4.10 計算例一逆向坡管線由滿管流演變至明渠流之測壓管水頭高程變化



圖 4.11 單管計算例一逆向坡管線之各斷面逐時流量歷線

巚

4-1-2 單一管線計算例二

此計算例中模擬之流況由明渠流演變至滿管流,最後管線內有部分斷面為滿 管流,即局部滿管之流況,而上下游測壓管水頭高程變化如圖 4.12;在初始條件 方面,各斷面均給定一流量等於 7.5(cfs)之初始流量,而各斷面速度分佈則根據方 程式(2.10)依水深求得斷面積後反推之,計算時間間距 $\Delta t = 0.01(s)$,斷面間距 $\Delta x = 62.5(ft)$,管線總長度為 6000(ft),模擬時間共 5 小時。

管線內之管底坡度依序為0、0.001、0、-0.002、0、0.0015、0,管線長度分別 是1000(ft)、1000(ft)、1000(ft)、1000(ft)、500(ft)、1000(ft)、500(ft),於後 段加入底床高程小於零之管線;開始之明渠流況經50分鐘達恆定狀態,各斷面速 度分佈如圖4.13,依通水斷面積小而速度較大;圖4.14表示從達到恆定(Steady State) 的明渠流況演變至滿管流況之整體測壓管水頭高程變化,當上下游水頭不再變化, 即滿管流況達到恆定狀態,各斷面速度分佈如圖4.15,可得到各斷面速度一致的 結果;而後再由上下游水頭控制轉變為局部滿管流況,管線內存在局部滿管時之 各斷面速度分佈如圖 4.16,其管內各斷面之整體測壓管水頭高程變化情形如圖 4.17, 各斷面流量歷線如圖 4.18。

由計算結果可看出即使管線內存在底床高程小於零等更複雜之管線,當上下 游測壓管水頭高程不再變化,模擬之明渠流況、滿管流況、局部滿管流況達恆定 後,模擬時間分別在 50 分鐘、163 分鐘、300 分鐘時,管線中各測壓管水頭高程 呈一直線,仍可得到良好的模擬結果;在滿管流況時,本文考慮管壁受壓後造成 面積的微小變化非常小,得到各斷面速度分佈均相同的結果,而明渠流況與局部 滿管流況時,亦可得流速分佈因通水斷面面積愈大則流速愈小的結果,可有效且 合理的模擬局部滿管的流況,如此似可推論將壓力波速設定為常溫下之聲速這項 假設的可行性。



圖 4.12 單一管線計算例二上下游邊界條件



圖 4.14 單管計算例二由明渠流演變至滿管流之測壓管水頭高程變化



圖 4.16 計算例二之局部滿管流況恆定後各斷面速度



圖 4.18 單管計算例二各斷面逐時流量歷線

網路水流各管線配置如圖 4.19,系統中有 A、B、C 三個匯流點,模擬流況由 明渠流演變至系統內局部滿管,入、出流口測壓管水頭高程變化如圖 4.20;主流 管線內管底坡度依序是 0、-0.0005、0.0005、-0.0005、0.00025、0,管線長度皆為 2000(*ft*);支流 1 管線內管底坡度依序是 0、0.0005、0、-0.0005、0、0.0005、0、 0,管線長度皆為1000(*ft*);支流 2 管線內管底坡度依序是 0、0.0005、-0.0005、0, 管線長度皆為1000(*ft*)。

在初始條件方面,初始流量之給定,管線1、2為11(cfs),管線3、4為5.2(cfs), 管線5、6為5.5(cfs),管線7、8為5.8(cfs),管線9、10為5.5(cfs),管線11、12 為0.3(cfs),而各斷面速度分佈則根據方程式(2.10)依水深求得斷面積後反推之; A點水流方向由管線2分流至管線3及管線7,B點由管線4及管線12匯流至管 線5,C點由管線8分流至管線9及管線11;計算時間間距 $\Delta t = 0.01(s)$,斷面間 距 $\Delta x = 125(ft)$,主流管線總長度為12000(ft),支流1管線總長度為8000(ft),支 流2管線總長度為4000(ft),模擬時間共5小時。

開始之明渠流況經100分鐘達恆定狀態,而後控制上下游水頭使轉變為局部 滿管流況,圖4.21~圖4.23表示主流、支流1、支流2從達到恆定(Steady State)的 明渠流況演變至局部滿管流況之整體測壓管水頭高程變化,可看出整個網路水流 系統中何處存在滿管,主流中當流況達恆定後,在匯流點A可明顯看出測壓管水 頭高程呈現折線狀,此乃因為經過分流,分流點前後流量不同導致,匯流點B亦 然,但結果表現較不明顯乃因流量數值相近,故圖中無法明顯看出;圖4.24表示 入流口、出流口1、出流口2的流量歷線,流況達恆定後,無論在的明渠流況或局 部滿管流況,雖經過流況的轉變,但結果顯示出口流量總和與入口流量差異甚小, 相對誤差值小於1.0%;圖4.25表示在匯流點A的流量歷線,分流流量相加等於入 流流量(管線2=管線3+管線7);圖4.26表示在匯流點B的流量歷線,匯流流量相 加等於出流流量(管線 5=管線 4+管線 12);圖 4.27 表示在匯流點 C 的流量歷線, 分流流量相加等於入流流量(管線 8=管線 9+管線 11);以質量守恆的觀念檢視管線 入口和出口流量,本文壓力波速所作的假設,無論經過數個匯流點及流況的轉變, 仍能模擬出合理且不錯的結果,故此項假設不僅在單一管線的數值計算是可行的, 亦似可適用於複雜的管網水流。



圖 4.19 網路水流管線配置圖(林,2000)



圖 4.21 網路水流計算例主流之測壓管水頭高程變化



圖 4.23 網路水流計算例支流 2 之測壓管水頭高程變化



圖 4.25 網路水流計算例 A 匯流點流量歷線



圖 4.27 網路水流計算例 C 匯流點流量歷線

第五章 結論與建議

5-1 結論

- 本文在滿管流況時假設壓力波速等於常溫下的聲速,壓力波速與重力波速相 差甚大,選取適當計算時間間距Δt,數值計算之震盪問題即可獲得解決,而 計算時間間距Δt建議選取 0.01~0.05 秒;在本研究所設計的計算例中,無論是 管線中存在逆向坡或是匯流管線,皆可合理且穩定的模擬各種流況以及流況 的轉變,似可推論將壓力波速假設成聲速之可行性,本研究所建立的模式可 同時適用於明渠流況與滿管流況。
- 2. 滿管流況時,本文以管壁材料的彈性討論管徑受壓後造成面積的微小變化取 代普里斯曼隙縫,除符合實際的物理現象外,應用於受壓管流中亦可得到合 理的模擬結果。以管徑受壓後所得的面積變化量為考慮時,選定各參數後, 可依方程式(2.19)推算得到隙縫的寬度,與文獻中之建議寬度(Sjöberg, 1976) 甚為接近。
- 3. 於各計算例中,當上下游邊界條件固定後,流況亦趨於恆定;明渠流況與局部滿管流況之各斷面測壓管水頭高程呈一直線,管線中逆向坡的影響只在於通水斷面面積小而流速較快;滿管流況之各斷面速度分佈與流量一致,各斷面測壓管水頭高程呈一直線,符合一般壓力管流之解析解,顯示在完全滿管的情形下,流況亦不會受到逆向坡的影響。
- 在管網水流的模擬中,即使經過數個匯流點與流況的轉變,流況達恆定後, 結果顯示出口流量總和與入口流量差異甚小,相對誤差值小於1.0%,模式可 輕易模擬管線中同時存在明渠流與滿管流兩種流況。

5-2 建議

- 本文可處理在管線內存在逆向坡以及管線的匯流等情形,但排水管渠的管徑 不可能都是同一尺寸,底床突降和管線斷面束縮、突擴等幾何不連續問題在 下水道系統中相當常見,若能加入討論之,可讓模式的功能更全面。
- 2. 受限於下水道實際資料的取得不易,本研究所設計的計算例得到的結果,以 恆定流況時入流與出流的流量守恆檢視模擬結果,所模擬的各種流況未來若 可取得實際案例資料進行模擬核對或者以物理模型實驗比較,相信更能驗證 模式的可信度。



- Chow, V. T. (1959). "Open-Channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Co., New York.
- Cunge, J. A. and Wegner, M. (1964), "Integration numerique des equations d'ecoulement de Barre de Saint-Venant par un schema implicit de differences finies: Application au cas d'une galerie tantoten change, tantot a surface libre.", La Houille Blanche, 1; pp. 33-39
- Chaudhry, M. H. (1987), "Applied hydraulic transients", Van Nostrand Reinhold, New York; pp. 422-426
- **4.** Capart, H. and Sillen, X. and Zech, Y. (1997), "Numerical and experimental water transients in sewer pipes", Journal of Hydraulic Research, 35(5); pp. 659-672
- Huber, W. C. and Heaney, J. P. and Nix, S. J. and Dickinson, R. E. and Polmann, D. J. (1983), "Storm Water Management Model", User's Manual, Version & Addendum I., EXTRAN, Environment Protection Technology Service, EPA-600/2-84-109a&b, 6th Printing, Ohio.
- Lai, C.(1986). "Numercial modeling of unsteady open-channel flow,"Advances in Hydroscience; Eds., V.T. Chow and B.C. Yen, 14, Academic Press, Orlando, FL; pp. 161-133
- Lai, C.(1988). "Two multimode schemes for flow simulation by the method of characteristics", Proc., 3rd Int'l Symp. On Refined Flow Modeling and Turbulence Measurement. July 26-28, 1988, Tokyo; pp. 159-166
- Lai, C. (1999). "Simulation of unsteady flows in a river system", Operation Manual, Hydrotech Res. Inst., Nat'l Tawan University.
- **9.** Politano, M. and Odgaard, J. and Klecan, W. (2005). "Numerical simulation of hrdraulic transients in drainage systems", MECOM 2005-VIII Congreso Argentino

de Mecánica Computacional; pp.299-300

- Sjöberg, A. (1976) Sewer network models DAGVLA-A and DAGVL-DIFF. In "Urban Storm water Hydraulics and Hydrology", Water Resource Publ., Littleton, Colorado; pp. 127-136
- Sharp, B. B. (1981), "Water Hammer: Problems and Solutions", E. Arnold, London; pp. 4-7
- Wylie, E. B. and Streeter, V. L. (1993), "Fluid Transients in System", Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ ; pp. 5-6
- Yen, B. C.(1986). "Hydraulics of sewers", Advances in Hydroscience, Eds., Academic Press, Orlando, FL, (14); pp. 1-122
- 林克韋,"不恆定明渠水流與壓力管流網路分析之整合",國立台灣大學土木工 程學研究所碩士論文,2000。
- 15. 許正昇,"排水涵管暫態流況分析",國立成功大學水利與海洋工程研究所碩士 論文,2000。

個人簡歷

