

國立臺灣大學工學院機械工程學研究所



碩士論文

Graduate Institute of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

基於球形連桿之手術機器人的誤差與敏感度分析

Error and Sensitivity Analysis of a Spherical Linkage Based  
Surgical Robot

林于傑

Yu-Jie Lin

指導教授：蘇偉儁 博士

Advisor: Wei-Jiun Su, Ph.D.

中華民國 111 年 9 月

September, 2022

## 誌謝



在碩士兩年當中學習到更多機械專業，因為研究的緣故也開始接觸其他領域，包括機器學習等，當中成長最多的應該是面對問題，尋求資源並自學的能力。此篇論文仰賴許多人的幫助，當中最感謝的就是蘇偉儒老師，老師總是細心地教學並提供許多研究上的想法，並給予大家充分的時間思考如何解決問題。此外，感謝實驗室的大家，包括學長雨融、子洋、皓林以及鉅翔、文波、政儒，總是在學業上遇到問題時提供建議，還有同屆的夥伴們士寬、昭宇、馥菱和振衣，一起修課、解決課業難題、討論研究，還有學弟妹毓倫、信傑、厚勳、添祥以及科潤，讓實驗室更加熱鬧。另外，感謝吳昌彥、柳紹民對於機器學習上的建議，更要感謝家人在就讀研究所時的支持，這篇論文是仰賴大家的協助才得以完成。

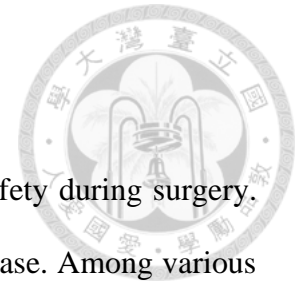
## 中文摘要



由於手術機器人的定位精度對病患安全至關重要，因此設計過程中，需要控制各個誤差來源的範圍。在眾多的誤差來源中，接頭間隙對定位精度造成的影響更甚於組裝誤差以及加工誤差，因為接頭間隙造成的誤差受到端效器受力影響，難以利用校準改善，因此本文將著重在接頭間隙對定位精度的影響。間隙由於受到接頭幾何限制，因此可以推算轉軸坐標系與軸承坐標系兩者之間位移以及旋轉的最大值，進一步結合順向運動學以及最佳化，求得端效器在不同方向的最大誤差。但是執行一次最佳化僅能獲取手術機器人在一個姿勢下的最大誤差，無法確保在手術範圍內，手術機器人的設計公差可以達到精度要求。此外，無法達成精度要求時，各個旋轉接頭的幾何限制對於定位精度的影響是未知的，因此需要多次調整公差來改善定位精度。針對上述問題，本文使用最佳化取得不同姿勢下的最大誤差後，將各個幾何限制以及機械手臂姿勢作為輸入，最大誤差作為輸出，利用機器學習擬合兩者的關係函數，並進一步透過機器學習模型分析各個接頭幾何限制以及姿勢對定位精度的影響力，利用敏感度分析結果作為之後調整的依據。本文以球型連桿之手術機器人作為範例，根據分析結果並聯機構的誤差表現並不完全優於串聯機構，與[1]中的分析結果相同，並聯機構並不全然能限制端接器誤差。此外，就工作空間中最大位移誤差而言，肩關節的間隙影響力大於肘關節的間隙。

關鍵字：手術機器人、間隙誤差、敏感度分析、球形連桿

## ABSTRACT



Positioning accuracy of surgical robots is critical to patient safety during surgery. Hence, it is necessary to control different error sources in design phase. Among various error sources, clearance shows stronger influence on positioning accuracy than assembly error and manufacturing error. The reason is that positioning error caused by clearance is affected by resultant force on end-effector, and it is difficult to resolve this problem with calibration. Therefore, this thesis focuses on how clearance influences positioning error of a surgical robot. Clearance error is constrained by joint geometry. Therefore, the maximum translation and rotation between frames attached to shaft and bearing can be obtained. In combination with forward kinematics and optimization, the maximum positioning error in different directions can be derived. However, conducting optimization once can only provide the maximum error at a certain pose. It doesn't guarantee that the surgical robot meets positioning accuracy in workspace. Besides, the relation between different joint geometry constraints and positioning accuracy is unknown, and thus, engineers have to make several adjustments to improve positioning accuracy. Due to aforementioned reasons, a method based on machine learning is proposed to find the relation between various joint geometry constraints and positioning accuracy. It takes the value of joint geometry constraints and maximum error as input and output, respectively. Furthermore, the machine learning model is used to analyze the influence of geometry constraints on positioning error, that is, the sensitivity analysis of surgical robot to geometry constraints is presented and it can be viewed as a guideline on joint tolerance adjustment. Spherical linkage based surgical robot is taken as an example in the thesis. On the basis of the analysis result, the positioning error of parallel mechanism in the workspace is not completely lower than serial mechanism, which is same as the conclusion in [1]. This phenomenon indicates that parallel surgical robot can't

constrain end-effector error in some poses. In addition, clearance of shoulder joints affects maximum translation error more than one of elbow joints.



**Keywords:** surgical robot, clearance error, sensitivity analysis, spherical linkage

# 目錄



口試委員會審定書 .....	#
誌謝 .....	i
中文摘要 .....	ii
ABSTRACT .....	iii
目錄 .....	v
圖目錄 .....	viii
表目錄 .....	xi
符號表 .....	xii
Chapter 1 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 研究動機與方法 .....	2
1.3 文獻回顧 .....	3
1.4 論文架構 .....	7
Chapter 2 誤差分析模型 .....	8
2.1 接頭間隙 .....	8
2.2 接頭幾何限制 .....	10
2.3 端接器誤差 .....	11
2.4 求取最大端接器誤差 .....	14
Chapter 3 敏感度分析 .....	18
3.1 類神經網路 .....	18
3.2 敏感度分析 .....	20

Chapter 4	機構介紹 .....	22
4.1	機構簡介 .....	22
4.2	機構坐標系配置 .....	24
4.3	運動學分析 .....	28
4.3.1	逆向運動學 .....	28
4.3.2	順向運動學 .....	31
Chapter 5	結果驗證與討論 .....	32
5.1	最大端接器誤差模擬參數 .....	32
5.1.1	機構型態 .....	32
5.1.2	接頭公差組合 .....	34
5.1.3	工作空間 .....	36
5.2	端接器誤差驗證 .....	37
5.3	最大端接器誤差結果 .....	40
5.3.1	最大旋轉誤差 .....	40
5.3.2	最大位移誤差 .....	49
5.4	敏感度分析 .....	61
5.4.1	旋轉敏感度分析 .....	61
5.4.2	位移敏感度分析 .....	65
Chapter 6	結論與未來展望 .....	70
6.1	結論 .....	70
6.2	未來展望 .....	71
	參考文獻 .....	72



附錄 A

Simulink 手術機器人模塊圖 .....75





# 圖目錄



圖 1.1 RCM 機構具備四個自由度 [2].....	3
圖 1.2 包含 RCM 機制的手術機器人 [2].....	4
圖 1.3 S-surge 手術機器人 [4] .....	4
圖 1.4 撓性 RCM 機構簡圖 [5].....	4
圖 2.1 接頭間隙上視圖 .....	8
圖 2.2 旋轉接頭 (a)上視圖 (b)剖面圖 .....	10
圖 3.1 類神經網路架構 .....	18
圖 3.2 機器學習模型示意圖 .....	19
圖 3.3 計算參數敏感度 .....	20
圖 3.4 輸出數值與圖像比例因子關係圖 [27] .....	21
圖 4.1 範例機構實體圖 [28] .....	22
圖 4.2 並聯機構簡圖 .....	23
圖 4.3 串聯機構簡圖 .....	23
圖 4.4 機構整體坐標系 .....	24
圖 4.5 桿件區域坐標系 .....	25
圖 4.6 球形五連桿逆向運動學的四種可能構型 [29] .....	30
圖 4.7 球形五連桿順向運動學的两个構型 [29] .....	31
圖 5.1 球型手術機器人兩種型態 .....	32



圖 5.2 旋轉接頭 (a)上視圖 (b)剖面圖 .....	35
圖 5.3 範例機構工作空間 .....	36
圖 5.4 Simulink 手術機器人姿勢一模擬結果 .....	37
圖 5.5 Simulink 手術機器人姿勢二模擬結果 .....	39
圖 5.6 手部驅動串聯球形機構最大旋轉誤差 .....	41
圖 5.7 馬達驅動串聯球形機構最大旋轉誤差 .....	42
圖 5.8 馬達驅動串聯球形機構各個限制之數值 .....	44
圖 5.9 手部驅動並聯球形機構最大旋轉誤差 .....	45
圖 5.10 馬達驅動並聯球形機構最大旋轉誤差 .....	46
圖 5.11 馬達驅動並聯球形機構各限制之數值 .....	47
圖 5.12 馬達驅動並聯球形機構限制數值小於-0.001 之姿勢 .....	48
圖 5.13 手部驅動串聯機構最大位移誤差 .....	49
圖 5.14 馬達驅動串聯球形機構最大位移誤差 .....	51
圖 5.15 馬達驅動串聯球形機構各個限制之數值 .....	52
圖 5.16 手部驅動並聯球形機構最大位移誤差分布圖 .....	54
圖 5.17 馬達驅動並聯球形機構最大位移誤差分布圖 .....	55
圖 5.18 馬達驅動並聯與串聯球形機構之最大位移誤差差值 .....	56
圖 5.19 馬達驅動並聯球形機構左臂肩關節各個限制之數值 .....	56
圖 5.20 馬達驅動並聯球形機構右臂肩關節各個限制之數值 .....	57

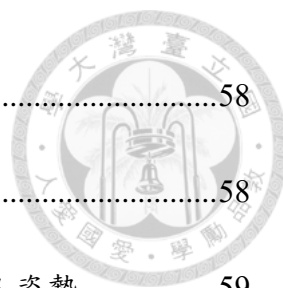


圖 5.21 馬達驅動並聯球形機構左臂肘關節各個限制之數值 .....	58
圖 5.22 馬達驅動並聯球形機構右臂肘關節各個限制之數值 .....	58
圖 5.23 馬達驅動並聯球形機構限制數值小於-0.05 之手術機器人姿勢 .....	59
圖 5.24 接頭接觸模式 .....	60
圖 5.25 機器學習誤差趨勢圖 .....	62
圖 5.26 機器學習預測值與標籤比較 .....	63
圖 5.27 幾何限制以及旋轉角度對比例因子梯度趨勢圖 .....	64
圖 5.28 機器學習誤差趨勢圖 .....	66
圖 5.29 機器學習預測值與標籤值比較 .....	66
圖 5.30 幾何限制以及旋轉角度對比例因子梯度趨勢圖 .....	68

## 表目錄



表 4.1 左臂區域坐標系 D-H 參數 .....	27
表 4.2 右臂區域坐標系 D-H 參數 .....	27
表 5.1 主動接頭公差表 .....	34
表 5.2 被動接頭公差表 .....	35
表 5.3 工作空間旋轉接頭運動範圍 .....	36
表 5.4 姿勢一端接器誤差之旋轉角度結果比較 .....	38
表 5.5 姿勢一端接器誤差之位移距離結果比較 .....	38
表 5.6 姿勢二端接器誤差之旋轉角度結果比較 .....	39
表 5.7 姿勢二端接器誤差之位移距離結果比較 .....	39
表 5.8 fmincon 函式參數 .....	40
表 5.9 機器學習資料數值範圍 .....	61
表 5.10 機器學習模型超參數 .....	62
表 5.11 最大旋轉誤差對各參數之敏感度 .....	63
表 5.12 機器學習資料數值範圍 .....	65
表 5.13 機器學習模型超參數 .....	65
表 5.14 最大位移誤差對各參數之敏感度 .....	67

## 符號表



符號	敘述
$Adj({}^j T_i)$	齊次轉換矩陣對應之伴隨矩陣( $i$ 為串聯運動鏈編號, $j$ 為桿件編號)
$F_{i,j}(i = 1 \sim l, j = 1 \sim m)$	機構上區域坐標系( $i$ 為串聯運動鏈編號, $j$ 為桿件編號)
$I$	單位矩陣
$L$	損失函數
$L_i(i = 0 \sim 5)$	左臂區域坐標系
${}^j N_i$	旋轉矩陣對應之伴隨矩陣( $i$ 為串聯運動鏈編號, $j$ 為桿件編號)
$O_{Li}(i = 0 \sim 5)$	左臂區域坐標系原點
$O_{Ri}(i = 0 \sim 5)$	右臂區域坐標系原點
$P_i$	端接器相對於世界坐標系之理想齊次轉換矩陣( $i$ 為串聯運動鏈編號)
$P'_i$	考慮間隙下端接器相對於世界坐標系之齊次轉換矩陣( $i$ 為串聯運動鏈編號)
$P_L$	點 P 透過左臂坐標轉換計算之世界坐標
$P_R$	點 P 透過右臂坐標轉換計算之世界坐標
$R_i(i = 0 \sim 5)$	右臂區域坐標系
${}^j R_i$	旋轉矩陣( $i$ 為串聯運動鏈編號, $j$ 為桿件編號)



符號	敘述
${}^j{}_{j-1}T_i$	齊次轉換矩陣( $i$ 為串聯運動鏈編號, $j$ 為桿件編號)
$X_{Li}(i = 0\sim5)$	左臂區域坐標系 X 軸
$X_{Ri}(i = 0\sim5)$	右臂區域坐標系 X 軸
$Y_{Li}(i = 0\sim5)$	左臂區域坐標系 Y 軸
$Y_{Ri}(i = 0\sim5)$	右臂區域坐標系 Y 軸
$Z_{Li}(i = 0\sim5)$	左臂區域坐標系 Z 軸
$Z_{Ri}(i = 0\sim5)$	右臂區域坐標系 Z 軸
$a$	D-H 參數中桿件長度
$b$	機器學習模型之偏差
$b^*$	機器學習模型更新後之偏差
$d$	D-H 參數中桿件長度
$e$	機器學習模型輸出誤差
$e^{\delta r}$	微小位移螺旋旋轉部分對應之旋轉矩陣
$e^{\delta s}$	微小位移螺旋對應之齊次轉換矩陣
$g$	比例因子
$l$	並聯機構中串聯運動鏈數量
$l_b$	球形桿件半徑
$l_p$	桿件 E 長度



---

符號	敘述
$m$	並聯機構中串聯運動鏈上桿件數
$r_i$	機器學習模型線性層輸出
$r_{max}$	端接器誤差最大旋轉角度
$s$	桿件 E 滑動距離
${}^{j-1}_j t_i$	坐標系原點之間距離向量( $i$ 為串聯運動鏈編號, $j$ 為桿件編號)
${}^{j-1}_j \hat{t}_i$	坐標系原點之間距離向量對應之反對稱矩陣
$t_{max}$	端接器誤差最大位移
$w$	機器學習模型之權重
$w^*$	機器學習模型更新後之權重
$x_i$	機器學習模型輸入
$x_{i,max}$	機器學習模型輸入在訓練資料中最大值
$x_{i,min}$	機器學習模型輸入在訓練資料中最小值
$x_{i,normal}$	機器學習模型輸入正規化後之數值
$y_i$	機器學習模型輸出
$\hat{y}$	訓練資料之標籤
$\Delta P_{in Fi,m}$	端接器誤差轉換矩陣(相對於端接器區域坐標系)
$\Delta b_{xy}$	轉軸 XY 方向最大位移量

---

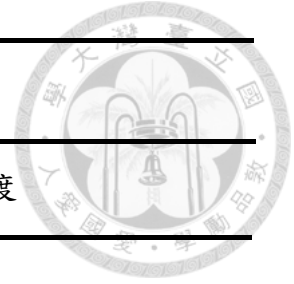


符號	敘述
$\Delta b_z$	轉軸 Z 方向最大位移量
$\Delta e$	機器學習模型輸出誤差變化量
$\Delta x$	機器學習模型輸入變化量
$\Delta y$	機器學習模型輸出變化量
$\Delta\beta_{xy}$	轉軸對於 X 以及 Y 軸最大旋轉角度
$\Delta\beta_z$	轉軸對於 Z 軸最大旋轉角度
$\alpha$	D-H 參數中桿件轉軸夾角
$\alpha_0$	地桿轉軸夾角
$\alpha_1$	上臂桿件轉軸夾角
$\alpha_2$	前臂桿件轉軸夾角
$\delta P_{in Fi,1}$	端接器誤差螺旋(相對於世界坐標系)
$\delta P_{in Fi,m}$	端接器誤差螺旋(相對於端接器區域坐標系)
$\delta \hat{P}_{in Fi,m}$	端接器誤差螺旋(矩陣形式)(相對於端接器區域坐標系)
$\delta p_{rx}$	端接器誤差螺旋旋轉部分 X 分量
$\delta p_{ry}$	端接器誤差螺旋旋轉部分 Y 分量
$\delta p_{rz}$	端接器誤差螺旋旋轉部分 Z 分量
$\delta p_{tx}$	端接器誤差螺旋位移部分 X 分量



符號	敘述
$\delta p_{ty}$	端接器誤差螺旋位移部分 Y 分量
$\delta p_{tz}$	端接器誤差螺旋位移部分 Z 分量
$\delta \vec{r}$	微小位移螺旋旋轉部分
$\delta \hat{r}$	微小位移螺旋旋轉部分對應之反對稱矩陣
$\delta r_x$	微小位移螺旋旋轉部分 X 分量
$\delta r_y$	微小位移螺旋旋轉部分 Y 分量
$\delta r_z$	微小位移螺旋旋轉部分 Z 分量
$\delta s$	微小位移螺旋
$\delta \hat{s}$	微小位移螺旋(矩陣形式)
$\delta \vec{t}$	微小位移螺旋位移部分
$\delta t_x$	微小位移螺旋位移部分 X 分量
$\delta t_y$	微小位移螺旋位移部分 Y 分量
$\delta t_z$	微小位移螺旋位移部分 Z 分量
$\eta$	機器學習模型之學習率
$\theta$	D-H 參數中桿件角度
$\theta_A$	左臂肩關節旋轉角度
$\theta_B$	右臂肩關節旋轉角度
$\theta_C$	左臂肘關節旋轉角度

符號	敘述
$\theta_D$	右臂肘關節旋轉角度



# Chapter 1 緒論



## 1.1 前言

手術過程中需要透過器械割除組織、縫補傷口等。在人體表面製造切口，雖然可以根治部分疾病，但因為失血以及感染等風險，所以手術通常被視為最後手段，並需要許多術前評估。這些原因促使微創手術(MIS, minimally invasive surgery)發展，此類型的手術將切口減少到數公分並透過穿過切口的內視鏡來解決無法看到體內的問題，並搭配手術器械完成手術。由於微創手術大幅縮小切口尺寸並減少人體組織受到破壞，所以能減少出血以及預後時間並增進預後結果。

雖然微創手術具備上述優點，但由於切口相比於傳統手術較小，因此更加考驗醫生執行手術的能力。切口限制手術工具的運動，且器械在病患體內的移動方向與醫生手部的移動方向相反，與直覺不同造成手術時的困難。此外，為了不拉扯到切口，醫生必須確保器械的軌跡是繞著切口，以上的限制導致微創手術不易執行，更耗費醫生精神，也因此許多研究人員提出各種手術機器人，期望能透過機器端使手術工具即便有切口的限制下，仍然能讓醫生靈活地操縱以減輕醫生負擔並達到良好手術品質。



## 1.2 研究動機與方法

雖然手術機器人可以協助醫生讓手術器械繞著切口移動，但當手術機器人的定位精度不良時，會造成 RCM (remote center of motion) 在手術過程中不斷移動，這對於人體脆弱的組織，例如眼球等會造成傷害，因此瞭解誤差對於 RCM 的影響是必要的。在許多的誤差來源中，由於間隙誤差不易以校準解決，因此本文的研究重點為間隙誤差對手術機器人中 RCM 的影響。

雖然間隙誤差與定位誤差之間的關聯已經有豐富的相關文獻，但在敏感度分析方面文獻相當有限，部分論文先計算誤差與定位精度的函式後，利用函式對其中一項誤差微分，但微分結果會受自變量影響，在不同的自變量下取微分會得到不同數值，因此難以量化每一個誤差來源對定位精度的影響程度。部分論文則是分析端接器各個方向的誤差對於接頭間隙的敏感度，但缺乏同一個接頭對於各方向誤差的影響程度分析。

上述方法的敏感度分析，都不盡完善，難以透過結果全面瞭解定位精度對於間隙誤差來源的敏感度，因此本文透過機器學習擬合間隙誤差與定位精度之間的函數後，利用積分梯度的方法，分析每一個誤差來源對定位精度的影響程度，期望透過敏感度分析得知對精度影響較多的誤差來源，提供改善方向。



### 1.3 文獻回顧

為了減輕醫生負擔並增進手術精確度，許多不同類型的 MIS 機械手臂相繼被提出。由於醫療器械必須繞著切口移動，因此手術機器人需要具備 RCM 機制。此機制讓手術工具以切口為中心旋轉，避免拉扯切口，並且具備四個自由度，包含旋轉、偏擺、俯仰和軸向平移，如圖 1.1。

實現 RCM 機制包含機械式以及控制式，如圖 1.2，Kuo 等人[2]所提到的機械式 RCM 包含等角中心、圓弧導軌[3]、平行四邊形、同步帶傳動、萬向桿、並聯腕機構、齒輪系和球形連桿。其中圓弧導軌、平行四邊形、同步帶僅能達到一個方向的旋轉，因此會在底座以及端接器尾端裝設馬達補齊手術所需的自由度。目前醫院常用的達文西手術機器人，正是利用平行四邊形機構。因為需要將機構的 RCM 與病患切口對齊，因此機器人的組成是串聯機構加上平行四邊形，由串聯機構移動 RCM 位置。此外，有不少機構是以上述機構為基礎發展，例如 Kim 等人[4]提出的機構主體為平行四邊形並在側邊加上並聯機構，如圖 1.3 所示。亦有撓性機構採用平行四邊形架構，但將原本的旋轉接頭換成撓性接頭[5]，避免摩擦以及背隙等機械接頭會產生的問題，如圖 1.4 所示。

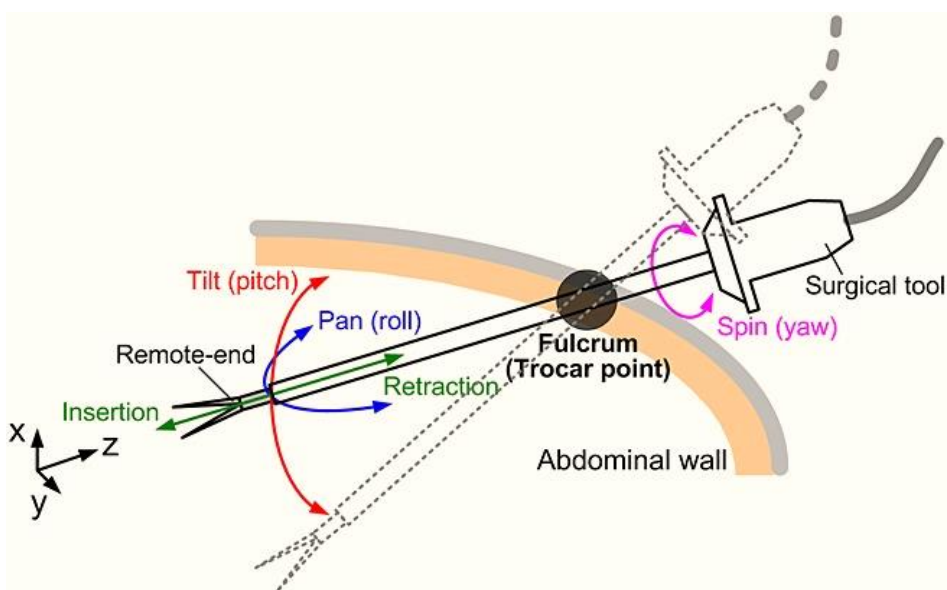


圖 1.1 RCM 機構具備四個自由度 [2]



控制式[6]則是透過控制讓具備多自由度的機構，滿足 RCM 機制。機械式 RCM 機器人的好處為在斷電等緊急狀況下，由於機構本身限制因此不會對切口產生影響，若機構本身具有靜平衡設計更讓手術工具保持姿勢，確保病患安全。對於設計目的為遠距手術的機器人，應對緊急狀況的能力尤其重要，因為病患端缺乏專業醫生，若機器人造成病患嚴重受傷，將難以處理。控制式 RCM 機器人透過控制，使工業機械手臂具備 RCM 機制，不需要再設計新機構，可以節省成本，並且可以改變 RCM 位置，運用狀況比較靈活。

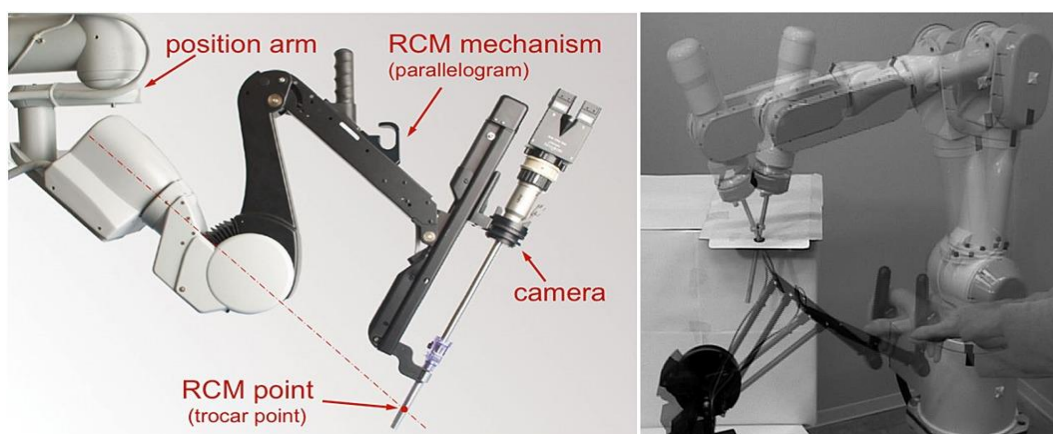


圖 1.2 包含 RCM 機制的手術機器人 [2]

(a)機械式 RCM-達文西機器人 (b)控制式 RCM- MARGE 機器人

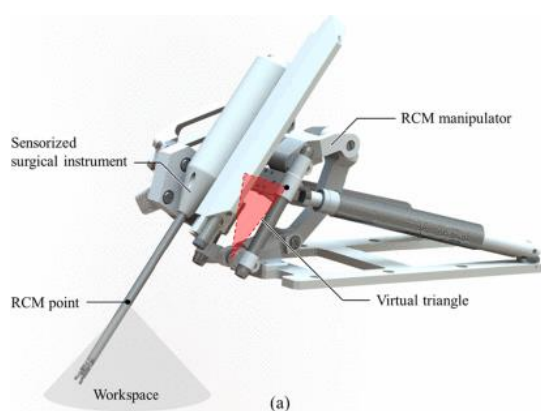


圖 1.3 S-surge 手術機器人 [4]

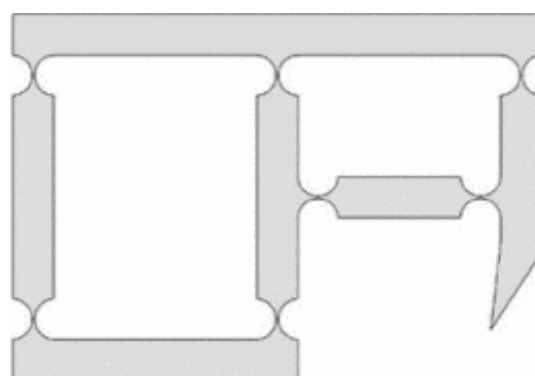



圖 1.4 撓性 RCM 機構簡圖 [5]




當執行精確度要求較高的手術，例如眼科手術等，手術機器人的精確度會大幅影響手術結果，因此必須注意各項誤差來源，例如加工誤差、組裝誤差、接頭間隙、齒輪背隙以及馬達解析度等。其中加工誤差以及組裝誤差可以藉由校準以及控制改善[7, 8]，但接頭間隙由於重複性較低，因此較難透過校準解決，因此本文將會著重在接頭間隙對機械手臂定位精確度的影響。

在接頭有間隙的情況下，軸承以及轉軸之間的關係，受到端接器受力影響會不斷變化。但是因為間隙受到接頭幾何限制，因此可以得知轉軸以及軸承之間旋轉以及位移的最大值。過往至今，有許多學者提出不同方法研究接頭間隙對端接器誤差的影響，可以依據作者如何評估軸承與轉軸之間的關係，歸類為以下五種。

- (1) 統計學分析：將間隙造成的誤差以平均數以及標準差表示，並透過順向運動學計算對端接器的影響[9-12]，誤差值一樣以平均數及標準差表示。
- (2) 區間分析：透過區間表示軸承以及轉軸之間的坐標關係[13]，並利用區間運算推得端接器的誤差範圍。
- (3) 力學分析：根據接頭的受力計算轉軸以及軸承之間的旋轉以及位移[14-16]，不同於以上兩者，結果為定值。
- (4) 運動學分析：將間隙造成的誤差以新的轉換矩陣或是改變既有的幾何參數表示[17-20]，並透過順向運動學計算端接器誤差。
- (5) 虛擬桿件：將間隙的部分視為虛擬桿件 (virtual link)，用來表示間隙造成機構自由度增加 [21, 22]。

此外，Wang 與 Roth[23]當中分析接頭可能的數種接觸模式，也可以用來分析軸承與轉軸之間的關係。

透過上述方法可以評估設計公差下端接器的誤差，但無法得知各個接頭間隙對機構定位精度的影響程度。當機構的定位精度不符合要求時，若能知道主要的誤差來源，便能快速確定需要改善的接頭，並且以較低的精度要求與加工成本達到設計精度。然而文獻中端接器對於接頭間隙的敏感度分析相當有限，Chebbi 等人[24]中使用虛功定理建立桿件誤差、間隙誤差與端接器誤差之間的關係，並透過微分進行



敏感度分析，但是僅針對軸向間隙與徑向間隙對端接器誤差的影響，缺乏接頭之間的比較，而且端接器誤差中只考慮旋轉誤差。Yang 等人[25]中使用反應曲面函數(Response Surface Function)分析機構的可靠度對於各個接頭間隙的敏感度，但由於經過正規化處理，因此無法得知其中一個接頭間隙對於位移以及旋轉誤差的個別影響程度。

本文以[17]為基礎，透過運動學建立間隙與端接器誤差之間的關聯，並透過最佳化求取最大誤差，分析間隙對端接器定位精度的影響，並進一步藉由類神經網路進行敏感度分析。





## 1.4 論文架構

本論文共分為六章節，編排如下：

第一章：緒論，回顧手術機器人與誤差分析相關文獻，並說明研究動機與方法。

第二章：簡介接頭模型與定位精度誤差分析方法。

第三章：介紹機器學習中類神經網路架構，以及如何應用類神經網路對定位精度進行敏感度分析。

第四章：介紹作為分析範例的機構，以及其順向和逆向運動學。

第五章：將第三章以及第四章的誤差以及敏感度分析方法套用在範例機構，並說明模擬結果與討論。

第六章：總結與未來展望。



## Chapter 2 誤差分析模型

本章說明如何利用螺旋理論描述具有間隙的接頭中軸承與轉軸之間的關係，並且建立接頭間隙誤差與端接器誤差之間的關聯，之後使用此關聯與最佳化分析接頭幾何下端接器會產生的最大誤差，以分析機構的誤差表現。

### 2.1 接頭間隙

當機械手臂定位精度要求低時會採用比較寬鬆的公差配合，或者為了方便並聯機構組裝，也會在接頭內預留空間。上述兩種情況都會使得接頭內有間隙，如圖 2.1 所示，間隙使得機構具有額外的自由度。以理想旋轉接頭為例，由旋轉接頭所連接的兩個桿件，原本只能以 Z 軸相對旋轉，但因為接頭間隙，因此桿件之間能夠相對移動並以 x 軸以及 y 軸旋轉，這些額外的自由度會造成端接器實際位置與理想位置之間的偏移。

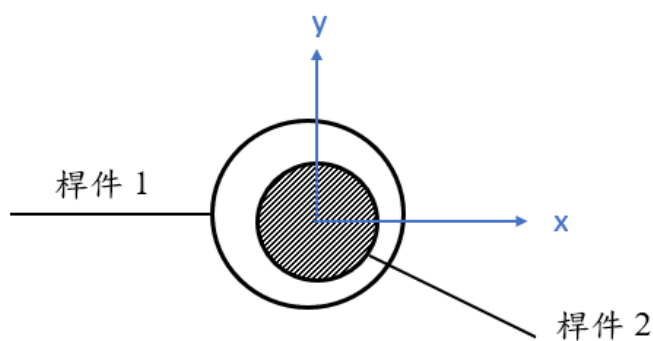


圖 2.1 接頭間隙上視圖

為了要描述間隙造成的位移以及旋轉，本文與[17]相同，利用微小位移螺旋表示轉軸坐標系以及軸承坐標系之間的關係，如式(2.1)

$$\delta s = [\delta \vec{r}_{1 \times 3}^T \quad \delta \vec{t}_{1 \times 3}^T]^T = [\delta r_x \quad \delta r_y \quad \delta r_z \quad \delta t_x \quad \delta t_y \quad \delta t_z]^T \quad (2.1)$$

螺旋前三項表示兩個坐標系之間的旋轉，由單位長度的旋轉軸乘上旋轉角度 $\theta$ 構成，因此前三項分別是單位旋轉軸的 x、y 和 z 分量乘上旋轉角度 $\theta$ ，因為旋轉軸為單



位長度，因此前三項平方和為旋轉角度的平方。後三項表示兩個坐標系的原點距離，因此第四項到第六項分別代表原點之間的 x、y 和 z 分量。

依據螺旋中的分量，可以計算對應的齊次轉換矩陣，如式(2.2)

$$e^{\delta\hat{s}} = \begin{bmatrix} e^{\delta\hat{r}} & (I - e^{\delta\hat{r}}) \left( \frac{\delta\vec{r} \times \delta\vec{t}}{\theta^2} \right) + \delta\vec{r}\delta\vec{r}^T\delta\vec{t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

其中符號 $\hat{\cdot}$ 套用在向量代表反對稱矩陣，若向量 $\vec{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$ ，則

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

符號 $\hat{\cdot}$ 套用在螺旋上代表

$$\delta\hat{s} = \begin{bmatrix} \delta\hat{r} & \delta\vec{t} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\delta r_z & \delta r_y & \delta t_x \\ \delta r_z & 0 & -\delta r_x & \delta t_y \\ -\delta r_y & \delta r_x & 0 & \delta t_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$e^m$ 代表矩陣指數， $I$ 代表單位矩陣。因為間隙的空間僅能讓轉軸小角度旋轉，因此式(2.2)可以近似為

$$e^{\delta\hat{s}} \approx \begin{bmatrix} 1 & -\delta r_z & \delta r_y & \delta t_x \\ \delta r_z & 1 & -\delta r_x & \delta t_y \\ -\delta r_y & \delta r_x & 1 & \delta t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_{4 \times 4} + \delta\hat{s} \quad (2.5)$$

透過上述的微小位移螺旋可以表示間隙造成的坐標系偏移，下節將利用螺旋表示接頭幾何對間隙誤差之限制。



## 2.2 接頭幾何限制

接頭間隙雖然會增加自由度，但可以運動的範圍受到接頭的幾何限制。以下對於旋轉接頭進行分析，說明接頭幾何對間隙誤差產生的限制：

桿件在三維空間中具有六個自由度，旋轉接頭理想上只具有 Z 軸旋轉的自由度，但因為接頭間隙，因此轉軸相對於軸承增加五個自由度，分別是沿著 X、Y 和 Z 軸的位移，以及 X、Y 軸的旋轉。上述五個自由度受到幾何條件限制，結合 2.1 節的螺旋表示法，可以藉由不等式表示。如圖 2.2 所示，沿著 X、Y 軸的位移，不得超過  $\Delta b_{xy}$ ，沿著 Z 軸位移最大值為  $\Delta b_z$ 。旋轉方面，X、Y 軸方向的旋轉會造成 Z 軸傾斜，而傾角最大值為  $\Delta\beta_{xy}$ ，上述三個條件能以式(2.6) - (2.8)表示，而  $\Delta\beta_z$  屬於致動器造成的誤差，因此在間隙分析中視為零，若將此項納入考慮則以式(2.9)表示。

$$\delta t_x^2 + \delta t_y^2 \leq \Delta b_{xy}^2 \quad (2.6)$$

$$\delta t_z^2 \leq \Delta b_z^2 \quad (2.7)$$

$$\delta r_x^2 + \delta r_y^2 \leq \Delta\beta_{xy}^2 \quad (2.8)$$

$$\delta r_z^2 \leq \Delta\beta_z^2 \quad (2.9)$$

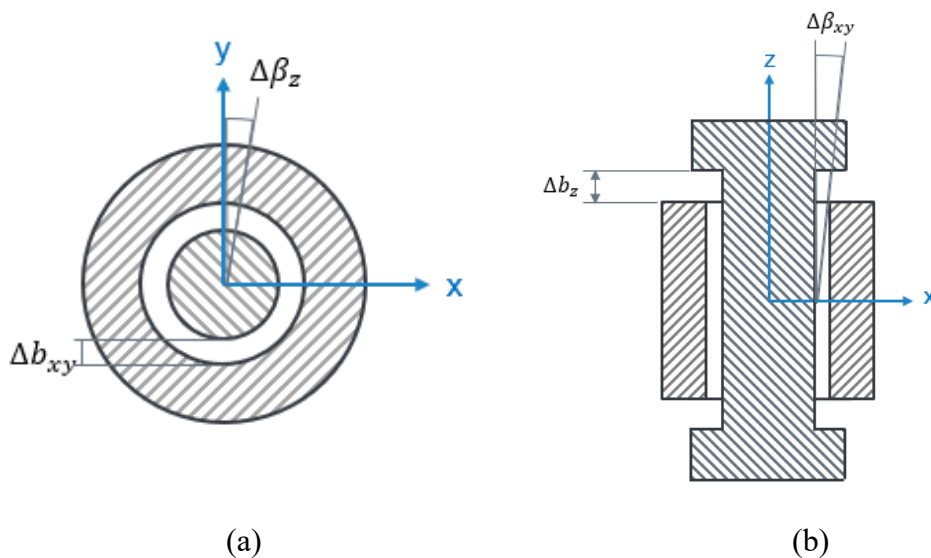


圖 2.2 旋轉接頭 (a)上視圖 (b)剖面圖



## 2.3 端接器誤差

在理想狀態下，所有接頭都沒有間隙，世界坐標與端接器坐標的關係可以透過桿件的幾何參數表示。考慮一並聯機構，具有地桿、移動平台(端接器)且兩者之間具有  $l$  條串聯運動鏈，一條串聯運動鏈上具有  $m_i$  個桿件(包含地桿與移動平台)，第  $i$  條運動鏈上第  $j$  個桿件有一坐標系  $F_{i,j}$ ，桿件從地桿開始編號，因此  $F_{i,1}, i = 1 \dots l$  皆是地桿上的坐標系，而  $F_{i,m} = P_i, i = 1 \dots l$  都是移動平台上的坐標系。根據 Denavit-Hartenberg 參數[26]計算桿件長度  $a$ 、轉軸之間扭角  $\alpha$ 、桿件角度  $\theta$  和桿件距離  $d$ ，可以得出  $F_{i,j-1}$  與  $F_{i,j}$  之間的齊次轉換矩陣，如式(2.10)。

$${}_{j-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & -\cos \alpha_j \sin \theta_j & \sin \alpha_j \sin \theta_j & a_j \cos \theta_j \\ \sin \theta_j & \cos \alpha_j \cos \theta_j & -\sin \alpha_j \cos \theta_j & a_j \sin \theta_j \\ 0 & \sin \alpha_j & \cos \alpha_j & d_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

世界坐標與端接器坐標之間的轉換矩陣則為

$${}^1T_i = P_i = \prod_{k=1}^{m-1} {}^kT_i \quad (2.11)$$

由於並聯機構中所有串連運動鏈都連接到同一個端接器，因此

$${}^1T_1 = {}^1T_2 = \dots = {}^1T_l \quad (2.12)$$

當接頭內有間隙時，式(2.11)需要將間隙內的位移以及旋轉納入考慮，因此可以改寫成式(2.13)

$${}^1T'_i = P'_i = \prod_{k=1}^{m-1} (e^{\delta \hat{s}_{i,j}}) {}^kT_i \quad (2.13)$$

其中  $e^{\delta \hat{s}_{i,j}}$  代表運動鏈  $i$  上第  $j$  個接頭因為間隙產生的坐標轉換。



間隙造成的端接器偏移可以透過式(2.11)與(2.13)計算

$$\Delta P_{in F_{i,m}} = P_i^{-1} P'_i = \prod_{k=m-1}^1 {}^{kT_i-1} {}_{k+1} \prod_{k=1}^{m-1} (e^{\delta \hat{s}_{i,j}})_{k+1} {}^{kT_i} \quad (2.14)$$

式(2.14)的坐標轉換是相對於端接器坐標，將式(2.5)代入(2.14)可以簡化為

$$\begin{aligned} \Delta P_{in F_{i,m}} &\approx \prod_{k=m-1}^1 {}^{kT_i-1} {}_{k+1} \prod_{k=1}^{m-1} (I_{4 \times 4} + \delta \hat{s}_{i,j})_{k+1} {}^{kT_i} \\ &\approx \prod_{k=m-1}^1 {}^{kT_i-1} {}_{k+1} \prod_{k=1}^{m-1} ({}^{kT_i} + \delta \hat{s}_{i,j} {}^{kT_i}) \end{aligned} \quad (2.15)$$

將式(2.15)後半部展開，並省略 $\delta \hat{s}_{i,j}$ 高次項

$$\begin{aligned} \Delta P_{in F_{i,m}} &\approx \prod_{k=m-1}^1 {}^{kT_i-1} {}_{k+1} \left( \prod_{k=1}^{m-1} {}^{kT_i} + \delta \hat{s}_{i,1} {}^1 T_i {}^2 T_i \dots {}^{m-1} T_i \right. \\ &\quad \left. + {}^1 T_i \delta \hat{s}_{i,2} {}^2 T_i \dots {}^{m-1} T_i + {}^1 T_i {}^2 T_i \dots \delta \hat{s}_{i,m-1} {}^{m-1} T_i \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

將式(2.16)整理後可推導出

$$\begin{aligned} \Delta P_{in F_{i,m}} &\approx I_{4 \times 4} + {}^{m-1} T_i^{-1} \dots {}^2 T_i^{-1} {}^1 T_i^{-1} \delta \hat{s}_{i,1} {}^1 T_i {}^2 T_i \dots {}^{m-1} T_i \\ &\quad + {}^{m-1} T_i^{-1} \dots {}^3 T_i^{-1} \delta \hat{s}_{i,2} {}^2 T_i \dots {}^{m-1} T_i + {}^{m-1} T_i^{-1} \delta \hat{s}_{i,m-1} {}^{m-1} T_i \\ &= I_{4 \times 4} + \sum_{j=1}^{m-1} \left( \left( \prod_{k=m-1}^j {}^{kT_i-1} \right) \delta \hat{s}_{i,j} \left( \prod_{k=j}^{m-1} {}^{kT_i} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

觀察式(2.17)後可以發現，端接器誤差近似所有接頭間隙螺旋的線性疊加，因為間隙螺旋的數值小，因此線性疊加後仍可以透過微小位移螺旋表示，如式(2.18)。

$$\delta \hat{P}_{in F_{i,m}} \approx \sum_{j=1}^{m-1} \left( \left( \prod_{k=m-1}^j {}^{kT_i-1} \right) \delta \hat{s}_{i,j} \left( \prod_{k=j}^{m-1} {}^{kT_i} \right) \right) \quad (2.18)$$

式(2.18)利用矩陣表示端接器誤差，矩陣中有 16 個元素相對於剛體在三維空間中的 6 個自由度顯得過多，因此以下將矩陣轉換成 6 個元素的螺旋向量，而螺旋向量進行空間轉換時需要使用伴隨映射，若空間轉換矩陣為：



$${}^{j-1}_j T_i = \begin{bmatrix} {}^{j-1}_j R_i \ 3 \times 3 & {}^{j-1}_j t_i \ 3 \times 1 \\ 0 \ 1 \times 3 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

則伴隨矩陣為

$$Adj({}^{j-1}_j T_i) = \begin{bmatrix} {}^{j-1}_j R_i \ 3 \times 3 & 0_{3 \times 3} \\ {}^{j-1}_j \hat{t}_i \ 3 \times 3 & {}^{j-1}_j R_i \ 3 \times 3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

將螺旋向量乘上式(2.20)中的伴隨矩陣，就能將 $F_{i,j}$ 中的螺旋向量在 $F_{i,j-1}$ 中表示。由

於式(2.18)中需要讓 $F_{i,j-1}$ 中的螺旋在 $F_{i,j}$ 中表示，因此使用 $Adj({}^{j-1}_j T_i^{-1})$ 改寫為

$$\delta p_{in F_{i,m}} \approx \sum_{j=1}^{m-1} \left( \prod_{k=m-1}^j Adj({}_{k+1}^k T_i^{-1}) \delta s_{i,j} \right) \quad (2.21)$$

式(2.21)中端接器誤差是相對於理想狀況下的端接器坐標系，但誤差需要以世界座標的方向表示，因為只取世界坐標系的方向，而不需要將誤差轉移到世界坐標系表示，因此只就旋轉部分進行轉換，螺旋進行旋轉時，使用式(2.22)。

$${}^{j-1}_j N_i = \begin{bmatrix} {}^{j-1}_j R_i \ 3 \times 3 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & {}^{j-1}_j R_i \ 3 \times 3 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

透過(2.22)將端接器誤差以世界坐標系的方向表示為

$$\begin{aligned} \delta p_{in F_{i,1}} &\approx \prod_{q=1}^{m-1} {}^q_{q+1} N_i \sum_{j=1}^{m-1} \left( \prod_{k=m-1}^j Adj({}_{k+1}^k T_i^{-1}) \delta s_{i,j} \right) \\ &= \sum_{j=1}^{m-1} \left( \prod_{q=1}^{m-1} {}^q_{q+1} N_i \prod_{k=m-1}^j Adj({}_{k+1}^k T_i^{-1}) \delta s_{i,j} \right) \\ &= Q_i s_i \end{aligned} \quad (2.23)$$

其中

$$Q_i = [Q_{i,1} \quad Q_{i,2} \quad \dots \quad Q_{i,j} \quad \dots \quad Q_{i,m-1}] \quad (2.24)$$

$$Q_{i,j} = \prod_{q=1}^{m-1} {}^q_{q+1} N_i \prod_{k=m-1}^j Adj({}_{k+1}^k T_i^{-1}) \quad (2.25)$$

$$s_i = [\delta s_{i,1} \quad \delta s_{i,2} \quad \dots \quad \delta s_{i,j} \quad \dots \quad \delta s_{i,m-1}]^T \quad (2.26)$$

經由式(2.23)可以由各接頭の間隙誤差螺旋向量計算出端接器的誤差螺旋向量。



## 2.4 求取最大端接器誤差

結合 2.2 節中接頭的幾何限制以及 2.3 節各接頭誤差與端接器誤差的關係式，可以求得在特定公差條件下，端接器誤差的最大值，並以最佳化問題處理，以下分別就旋轉誤差以及位移誤差進行探討。

旋轉誤差方面，當端接器誤差為

$$\delta p_{in F_{i,1}} = [\delta p_{rx} \quad \delta p_{ry} \quad \delta p_{rz} \quad \delta p_{tx} \quad \delta p_{ty} \quad \delta p_{tz}]^T \quad (2.27)$$

時，前三項平方和為角度誤差的平方，因此可以定義一最佳化問題如式(2.28)

$$\text{minimize} \quad -r_{max}^2 = -(\delta p_{rx}^2 + \delta p_{ry}^2 + \delta p_{rz}^2) \quad (2.28)$$

$$\text{subject to} \quad \delta p_{in F_{i,1}} = Q_i S_i$$

$$\delta p_{in F_{1,1}} = \delta p_{in F_{2,1}} = \dots = \delta p_{in F_{l,1}}$$

$$\delta r_{x i,j}^2 + \delta r_{y i,j}^2 - \Delta \beta_{xy i,j}^2 \leq 0$$

$$\delta r_{z i,j}^2 - \Delta \beta_{z i,j}^2 \leq 0$$

$$i = 1 \dots l, j = 1 \dots m - 1$$

將角度誤差平方作為目標函數，尋找最大角度誤差，限制條件中第一項為端接器誤差與各接頭間隙誤差關係式。第二項則是並聯機構組裝條件，所有串聯運動鏈所計算出的端接器誤差必須相等，此並聯機構才能組裝。第三項為所有接頭的幾何限制，因為本文將主動接頭中的致動器誤差納入分析範圍。因此以第四項表示致動器誤差的限制。此外，因為接頭位移並不影響旋轉角度，因此計算最大角度誤差時，不需要考慮位移上的幾何限制。





位移誤差方面，端接器誤差中後三項平方和為位移距離的平方，同樣可以定義一最佳化問題為

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad -t_{max}^2 = -(\delta p_{tx}^2 + \delta p_{ty}^2 + \delta p_{tz}^2) \\
 & \text{subject to} \quad \delta p_{in F_{i,1}} = Q_i s_i \\
 & \quad \quad \quad \delta p_{in F_{1,1}} = \delta p_{in F_{2,1}} = \dots = \delta p_{in F_{l,1}} \\
 & \quad \quad \quad \delta r_{x i,j}^2 + \delta r_{y i,j}^2 - \Delta \beta_{xy i,j}^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \delta r_{z i,j}^2 - \Delta \beta_{z i,j}^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \delta t_{x i,j}^2 + \delta t_{y i,j}^2 - \Delta b_{xy i,j}^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \delta t_{z i,j}^2 - \Delta b_{z i,j}^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad i = 1 \dots l, j = 1 \dots m - 1
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

目標函數為位移距離的平方，尋找端接器位移誤差的最大值，限制條件與旋轉誤差最佳化問題相似，唯須多考慮接頭幾何對於轉軸位移的限制。

為了簡化式(2.28)與(2.29)並移除限制條件中的等式，本文採用[17]中的參數轉換，以改寫最佳化問題。首先，對 $Q_i$ 轉置矩陣進行QR分解，如式(2.30)所示

$$\begin{aligned}
 Q_i^T &= V_i U_i \\
 &= [V_{i,1} \quad V_{i,2}] \begin{bmatrix} U_{i,1} \\ 0_{(6m_i-6) \times 6} \end{bmatrix} \\
 &= V_{i,1} U_{i,1}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

其中 $V_{i,1}$ 為一 $6(m_i - 1) \times 6$ 矩陣， $V_{i,2}$ 為一 $6(m_i - 1) \times (6m_i - 12)$ 矩陣， $U_{i,1}$ 為一 $6 \times 6$ 矩陣。

之後，定義一變數

$$\delta h_i = \begin{bmatrix} \delta h_{i,1} \\ \delta h_{i,2} \end{bmatrix} = V_i^T \delta s_i \tag{2.31}$$

其中 $\delta h_{i,1}$ 為一長度為6的向量， $\delta h_{i,2}$ 為一長度為 $6m_i - 12$ 的向量。

將最佳化問題之設計參數(design variables)定義為

$$\delta u = [\delta p^T \quad \delta h_{1,2}^T \quad \dots \quad \delta h_{l,2}^T]^T \tag{2.32}$$

其長度為 $6 + 6 \sum_{k=1}^l (m_k - 2)$ ，為求方便後續說明將此長度定義為 $\mu$ 。



設計參數 $\delta u$ 與 $\delta s_i$ 關係為

$$\delta s_i = Y_i \delta u \quad (2.33)$$

當並聯機構中的串聯運動鏈編號 $i = 1$

$$Y_i = [V_{i,1} U_{i,1}^{-T} \quad V_{i,2} \quad 0_{6(m_i-1) \times 6 \sum_{k=i+1}^l (m_k-2)}] \quad (2.34)$$

其中 $U_{i,1}^{-T}$ 為 $U_{i,1}$ 轉置矩陣的逆矩陣。

當串聯運動鏈編號 $i = 2 \dots l - 1$

$$Y_i = [V_{i,1} U_{i,1}^{-T} \quad 0_{6(m_i-1) \times 6 \sum_{k=1}^{i-1} (m_k-2)} \quad V_{i,2} \quad 0_{6(m_i-1) \times 6 \sum_{k=i+1}^l (m_k-2)}] \quad (2.35)$$

當串聯運動鏈 $i = l$

$$Y_i = [V_{i,1} U_{i,1}^{-T} \quad 0_{6(m_i-1) \times 6 \sum_{k=1}^{i-1} (m_k-2)} \quad V_{i,2}] \quad (2.36)$$

上述 $Y_i$ 維度皆為 $6(m_i - 1) \times \mu$ 。

藉由式(2.32) - (2.36)，可以將求取最大旋轉誤差之式(2.28)改寫如下：

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & -r_{max}^2 = -\delta u^T C_{r0} \delta u \quad (2.37) \\ \text{subject to} \quad & \delta u^T C_{i,j,1} \delta u - \Delta \beta_{xy}^2 \leq 0 \\ & \delta u^T C_{i,j,2} \delta u - \Delta \beta_z^2 \leq 0 \\ & i = 1 \dots l, j = 1 \dots m - 1 \end{aligned}$$

其中

$$C_{r0} = \sum_{k=1}^3 I_{\mu,k} I_{\mu,k}^T \quad (2.38)$$

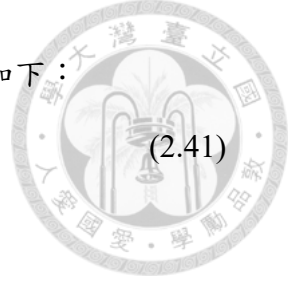
$I_{\mu,k}$ 為單位矩陣 $I_{\mu \times \mu}$ 中第 $k$ 行構成之行向量。

$$\begin{aligned} C_{i,j,1} = & Y_i^T (I_{6(m_i-1),6j-5} I_{6(m_i-1),6j-5}^T + \\ & I_{6(m_i-1),6j-4} I_{6(m_i-1),6j-4}^T) Y_i \quad (2.39) \end{aligned}$$

$$C_{i,j,2} = Y_i^T (I_{6(m_i-1),6j-3} I_{6(m_i-1),6j-3}^T) Y_i \quad (2.40)$$

求取最大位移誤差之式(2.29)同樣可以藉由式(2.32) - (2.36)改寫如下：

$$\begin{aligned}
 & \text{minimize} \quad -t_{max}^2 = -\delta u^T C_{t0} \delta u \\
 & \text{subject to} \quad \delta u^T C_{i,j,1} \delta u - \Delta \beta_{xy i,j}^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \delta u^T C_{i,j,2} \delta u - \Delta \beta_z^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \delta u^T C_{i,j,3} \delta u - \Delta b_{xy i,j}^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad \delta u^T C_{i,j,4} \delta u - \Delta b_z^2 \leq 0 \\
 & \quad \quad \quad i = 1 \dots l, j = 1 \dots m - 1
 \end{aligned} \tag{2.41}$$



其中

$$C_{t0} = \sum_{k=4}^6 I_{\mu,k} I_{\mu,k}^T \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
 C_{i,j,3} = & Y_i^T (I_{6(m_i-1),6j-2} I_{6(m_i-1),6j-2}^T + \\
 & I_{6(m_i-1),6j-1} I_{6(m_i-1),6j-1}^T) Y_i
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

$$C_{i,j,4} = Y_i^T (I_{6(m_i-1),6j} I_{6(m_i-1),6j}^T) Y_i \tag{2.44}$$



## Chapter 3 敏感度分析

本章將說明如何利用機器學習中的類神經網路，擬合接頭間隙與端接器最大誤差之間的函數，並善用模型進行敏感度分析，瞭解各方向の間隙對於定位精度的影響，以提供調整公差設計之依據。

### 3.1 類神經網路

近年來類神經網路蓬勃發展，應用場域包括影像辨識、語音助理等，主要透過訓練資料讓神經網路抓取訓練資料中的特徵，並期望類神經網路能達到精準預測，因此類神經網路的訓練過程，可以視為尋找輸入與輸出之間的函數。

圖 3.1 為類神經網路的基本架構， $x_1$  以及  $x_2$  為輸入， $y_1$  以及  $y_2$  為輸出，結構中將輸入乘上權重  $w$  加總後，加上偏差  $b$  得到  $r_1$  以及  $r_2$ ，如式(3.1)並將計算結果代入啟動函數(activation function)得到輸出，其中啟動函數主要功用為描述函數中的非線性關係，常用的啟動函數包括 ReLU、Sigmoid 等，而訓練過程就是不斷更新權重以及偏差，使得模型輸出值與訓練資料中的標籤，也就是正確值間的誤差減小。

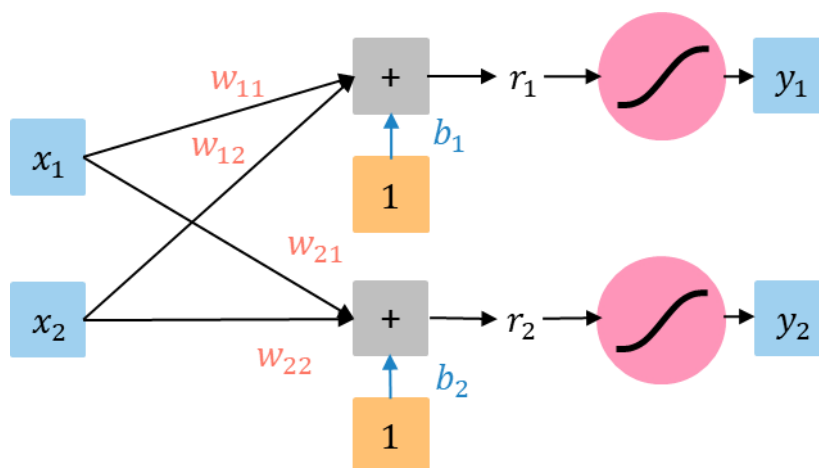


圖 3.1 類神經網路架構

$$\begin{aligned} r_1 &= w_{11}x_1 + w_{12}x_2 + b_1 \\ r_2 &= w_{21}x_1 + w_{22}x_2 + b_2 \end{aligned} \tag{3.1}$$

上述的參數更新仰賴損失函數(loss function)以及優化器(optimizer)。當模型產生輸出時會利用損失函數來評估目前模型的預測能力，損失函數會計算輸出值與標籤之間的誤差，常見的計算方法包含方均根誤差等。方均根誤差是將數筆模型輸出值與訓練資料中的標籤相減後，將誤差平方相加取平均值後開根號，而參數的更新主要建構在損失函數在各個參數的梯度上，以式(3.2)計算新的參數：

$$w(b)^* = w(b) - \eta \frac{\partial L}{\partial w(b)} \quad (3.2)$$

其中 $L$ 代表損失函數而 $\eta$ 為學習率。學習率可以避免參數一次更新的幅度過大，造成訓練過程中難以找到讓損失函數為最小值的參數，式(3.2)為基礎的參數更新方法。而優化器的選擇讓參數更新方法具備更多選擇。以 ADAM 為例，每次更新參數不僅僅考慮當前梯度，也會考慮過往更新參數時的梯度以及更新的方向。

端接器最大誤差受到機械手臂姿勢以及接頭幾何限制影響。然而幾何限制並不是順向運動學中的參數，無法藉由運動學直接瞭解幾何限制與最大誤差之間的關聯。因此本文透過機器學習擬合兩者之間的函數，以亂數產生數組手術機器人幾何限制，並從手術機器人的工作空間中隨機挑選手臂姿勢。將手臂姿勢及幾何限制作為模型輸入，透過最佳化找出每一組輸入對應的最大誤差，作為訓練資料中的標籤，以訓練類神經模型，求得兩者之間的函數，如圖 3.2 所示。而後透過下一節中的敏感度分析，比較每一個幾何限制對端接器誤差的影響。

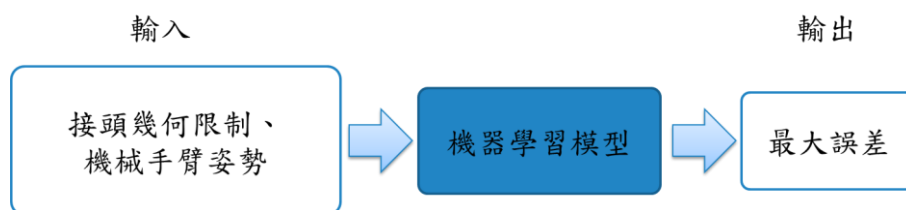


圖 3.2 機器學習模型示意圖



## 3.2 敏感度分析

分析模型輸出對於輸入參數的敏感度，最基礎的方式就是運用微分的概念，如圖 3.3 所示。首先，將一組參數 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 輸入機器學習模型並得到輸出  $y$  後，將  $y$  與標籤 $\hat{y}$ 相減算出誤差  $e$ ，之後，將其中一項參數加上 $\Delta x$ 並輸入模型，因為輸入的數值不同，因此模型輸出和誤差也會有變化量 $\Delta y$ 及 $\Delta e$ ，而 $\frac{\Delta e}{\Delta x}$ 即是輸出相對於輸入參數的敏感度。

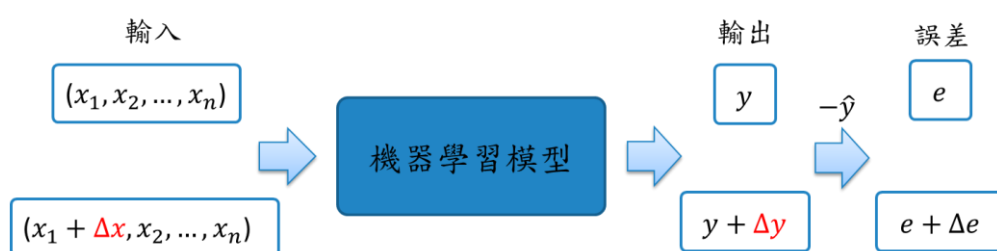


圖 3.3 計算參數敏感度

然而，微分的結果會隨著取微分的位置改變，造成敏感度分析的困難，因此本文決定以其他方式進行敏感度分析。在機器學習的領域中，部分文獻針對模型的可解釋性做研究，目的是釐清模型如何做出正確預測，因為瞭解模型預測的依據可以進一步確保模型的正確性。Sundararajan 等人[27]中主要分析影像辨識模型如何正確分類，以及影像中的哪一部分在預測中具備決定性的角色。此研究將要分析的影像中所有像素乘上介於 0 至 1 之間的比例因子，當比例因子為 0 時，所有像素都為 0 對應到全黑影像；而比例因子為 1 時，像素數值與原圖相同即為原始影像。當比例因子由 0 變化到 1 時，像素的數值會逐漸增大，藉由許多比例因子所產生的多個圖像，分析輸入數值大小與輸出之間的關聯。圖 3.4 所示為不同比例因子下的輸出數值，每一條線代表一張圖隨著像素數值變大時的輸出變化，可以觀察到當比例因子小於 0.2 時，輸出數值快速增加，對應的梯度較大，但是比例因子大於 0.2 後像素數值較大，輸出變化反而較小，對應的梯度較小，顯現出梯度數值難以用來分析各個像素的重要程度。

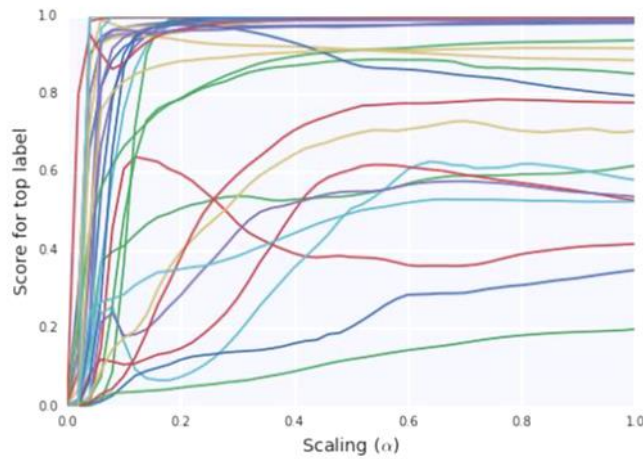


圖 3.4 輸出數值與圖像比例因子關係圖 [27]

面對上述問題，此研究提出積分梯度(Integrated gradient)的概念，計算比例因子由 0 變化到 1 時，輸出相對於各個像素的梯度，並將梯度對比例因子積分作為重要性的指數。圖像本質為許多數值所組成的矩陣，因此本文將利用積分梯度的方法，分析各個接頭幾何對於端接器誤差的影響力，如式(3.3)

$$sensitivity\ index = \int_{g=0}^1 \frac{\partial y}{\partial x_i(g)} \frac{\partial x_i}{\partial g} dg \quad (3.3)$$

其中  $x_i(g)$  表示當比例因子為  $g$  時，第  $i$  個輸入參數  $x_i$  的數值， $y$  為輸出。

為了使模型訓練過程順利找到最佳權重以及偏差等參數，因此所有輸入參數都經過正規化，也就是利用式(3.4)對輸入參數進行處理：

$$x_{i,normal} = \frac{x_i - x_{i,min}}{x_{i,max} - x_{i,min}} \quad (3.4)$$

其中  $x_{i,min}$  以及  $x_{i,max}$  分別為該參數在訓練資料中的最小值和最大值， $x_{i,normal}$  則是正規化後的數值。

因此計算積分梯度時，當比例因子為 0 時，對應的是所有參數在訓練資料中的最小值。幾何限制在訓練資料中的最小值為 0，代表不允許任何間隙造成的相對運動，也就是理想接頭。而手術機器人的姿勢在訓練資料中的最小值，便是工作空間中所有接頭參數(旋轉角度、平移距離等)的最小值而並非為 0。



## Chapter 4 機構介紹

本章將介紹作為分析範例的球形手術機器人，並在後續章節套用第二章與第三章的最大誤差與敏感度分析在此手術機器人上，以下就機構以及運動學方面進行探討。

### 4.1 機構簡介

本文採用 Chen[28]中提出的機構作為分析範例，圖 4.1 為實體圖，圖 4.2 為機構簡圖。此機構為五連桿構成的球形機構，包含地桿、兩支上臂(圖 4.2 中桿件 A、桿件 B)以及兩支前臂(圖 4.2 中桿件 C、桿件 D)。底座裝有兩個馬達，肘部接頭為被動旋轉接頭。因此球面連桿的運作皆由底座馬達驅動。

機構整體具有三個自由度，分別是俯仰、偏航以及平移。原先設計的俯仰角度為 $\pm 45^\circ$ ，偏航角度為 $\pm 45^\circ$ ，平移範圍為 $-10\sim 60$  mm，但由於桿件干涉，因此實際的俯仰以及偏航角度皆為 $\pm 43^\circ$ 。桿件半徑為 210 mm，可以容納人體頭部，進行頭部相關手術。圖 4.2 中 $\alpha$ 為桿件轉軸延伸線的夾角，地桿轉軸夾角 $\alpha_0$ 為 $90^\circ$ ，上臂桿件轉軸夾角 $\alpha_1$ 為 $90^\circ$ ，前臂桿件轉軸夾角 $\alpha_2$ 則為 $45^\circ$ ， $s$ 為桿件 E 滑動距離， $l_b$ 為桿件半徑， $\theta$ 為各個旋轉接頭的旋轉角度。

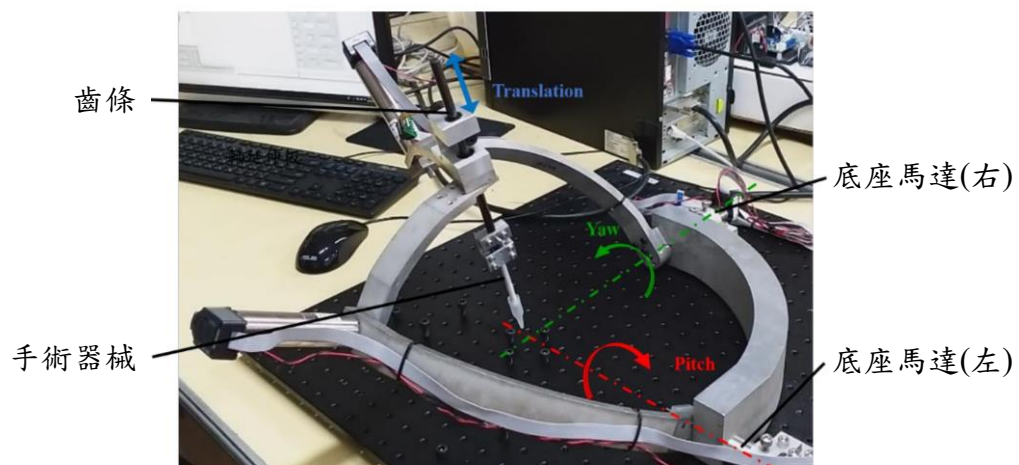


圖 4.1 範例機構實體圖 [28]



上述機構主要透過所有桿件之旋轉軸交於一點的特性，使得手術器械能夠以 RCM 為中心運動。同樣的運動效果亦能由串聯球形機構達成，簡圖如圖 4.3 所示，串聯球形機構形同並聯機構中的左臂，由三個桿件組成，分別為地桿、桿件 A 以及桿件 C，並在肩關節以及軸關節裝設馬達，以達成手術器械的俯仰和偏行兩個自由度。為求比較串聯機構以及並聯機構的誤差表現，本文將對此兩種型態進行分析。

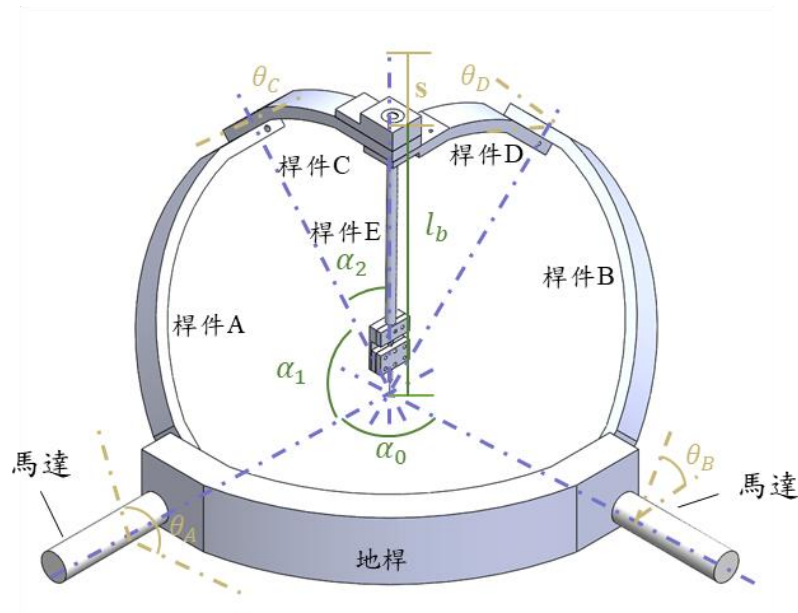


圖 4.2 並聯機構簡圖

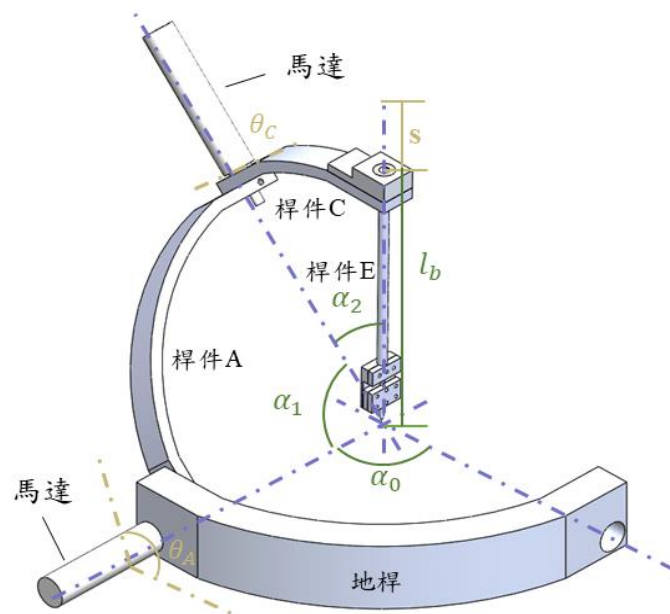


圖 4.3 串聯機構簡圖



## 4.2 機構坐標系配置

在計算端接器誤差時，需要透過坐標系轉換，分析接頭與端接器的關聯，因此此節介紹機構上設置的坐標系，以及相關參數。圖 4.4 為機構上的世界坐標系以及區域坐標系，世界坐標系中的 X 軸為 RCM 至左馬達，Y 軸則為 RCM 至右馬達，Z 軸則是依據右手法則設立。

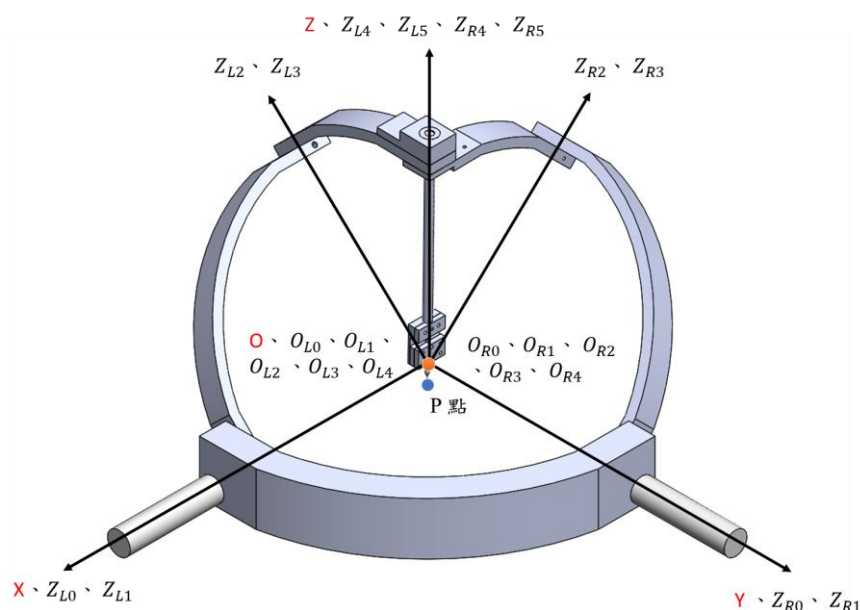


圖 4.4 機構整體坐標系

區域坐標系部分，以下分為左右臂介紹。左臂由桿件 A、C、E 組成，其區域坐標系如圖 4.5 中的(d)、(b)以及(a)。左臂中所有桿件與地桿於旋轉軸處皆有配置一坐標系，且 Z 軸都貼齊旋轉軸。地桿左馬達設有區域坐標系 L0，桿 A 於兩個旋轉接頭處分別設坐標系 L1、L2。桿件 C 於兩個旋轉接頭處設有坐標系 L3、L4，上述坐標系因為球形連桿的特性。因此 Z 軸都交於 RCM，而桿件 E 則是於桿件頂端設有坐標系 L5。在世界坐標系之外額外設置 L0 坐標系可以讓左臂空間轉換的計算更為方便，而各坐標系之間的轉換關係如下：坐標系 L0 對於  $Z_{L0}$  旋轉  $\theta_A$  轉換至 L1 坐標系，坐標系 L1 與 L2 之間是對於  $X_{L1}$  軸旋轉  $\alpha_1$ ，坐標系 L2 對於  $Z_{L2}$  旋轉  $\theta_C$  轉換至 L3 坐標系，坐標 L3 與 L4 之間是對於  $X_{L3}$  軸旋轉  $\alpha_2$ ，坐標系 L4 沿著  $Z_{L4}$  位移  $s + l_b$  至坐標系 L5。

右臂由桿件 B、D 組成，區域坐標系如圖 4.5(e)、(c)。與左臂相同，各桿件於旋轉接頭處都設有區域坐標系。地桿右馬達設有坐標系 R0，桿件 B 設有坐標系 R1、R2，桿件 D 設有坐標系 R3、R4，R0 坐標系主要功能為方便右臂運動學的計算。各坐標之間轉換關係如下：坐標系 R0 對於  $Z_{R0}$  旋轉  $\theta_B$  轉換至 R1 坐標系，坐標系 R1 與 R2 之間是對於  $X_{R1}$  旋轉  $\alpha_1$ ，坐標系 R2 對於  $Z_{R2}$  旋轉  $\theta_D$  轉換至 R3 坐標系，坐標系 R3 與 R4 之間是對於  $X_{R3}$  旋轉  $\alpha_2$ 。由於左臂與右臂相連，因此桿件 E 上亦有坐標系 R5，而 R4 與 R5 坐標系之間是沿著  $Z_{R4}$  位移  $s + l_b$ 。

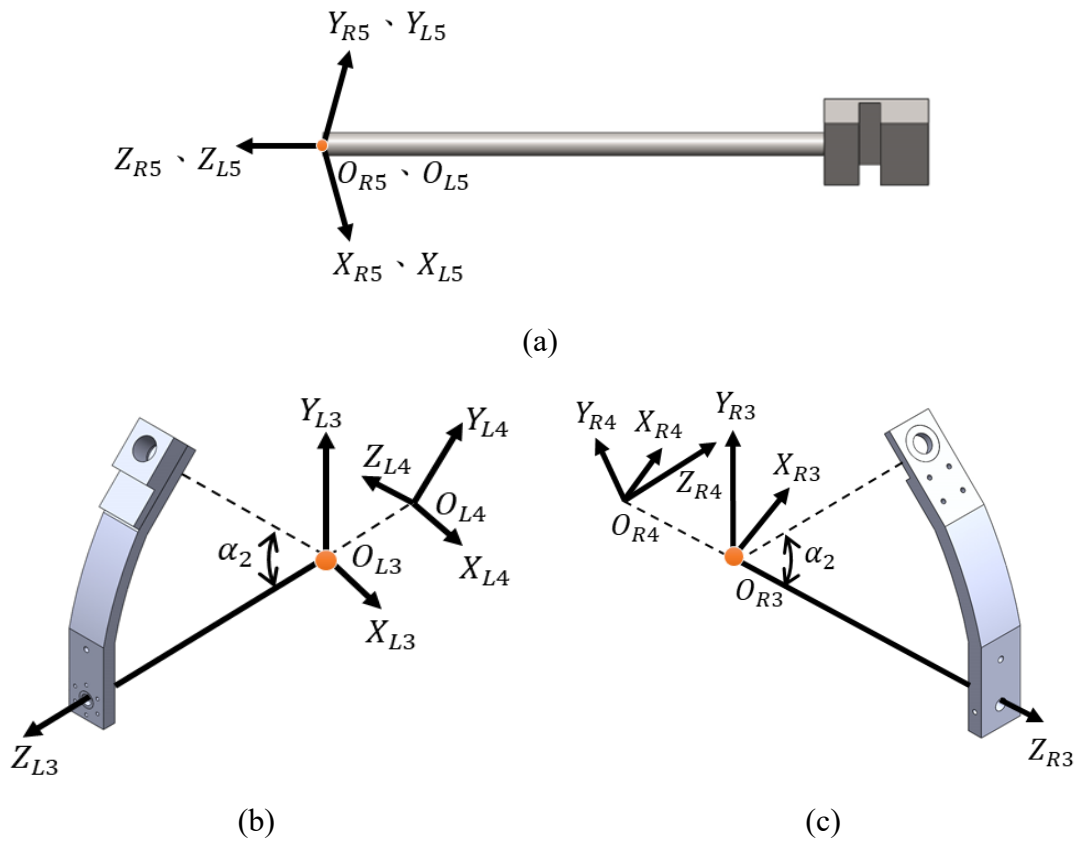


圖 4.5 桿件區域坐標系

(a)桿件 E (b)桿件 C (c)桿件 D

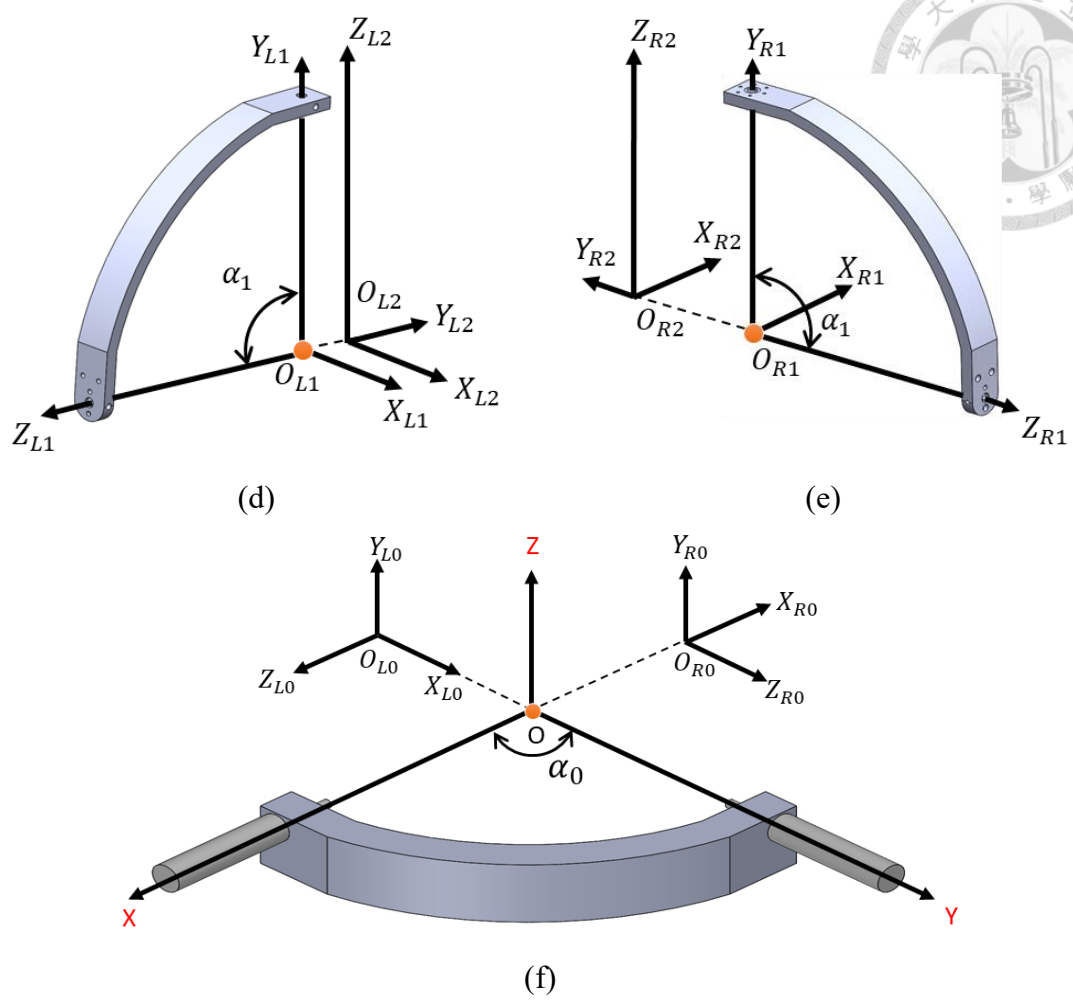


圖 4.5 桿件區域坐標系(續)  
 (d)桿件 A    (e)桿件 B    (f)地桿



透過以上建立的區域坐標系，桿件之間的轉換矩陣與 D-H 參數，如式(4.1)、式(4.2)、表 4.1 和表 4.2，D-H 參數與齊次轉換矩陣之間對應關係可參照式(2.10)。

$${}_{L_0}^0T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$${}_{R_0}^0T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

表 4.1 左臂區域坐標系 D-H 參數

坐標系統	$\theta_i$	$d_i$	$\alpha_i$	$a_i$
$L_1$	$\theta_A$	0	0	0
$L_2$	0	0	$-\alpha_1 = -90^\circ$	0
$L_3$	$\theta_C$	0	0	0
$L_4$	0	0	$-\alpha_2 = -45^\circ$	0
$L_5$	0	$s + l_b$	0	0

表 4.2 右臂區域坐標系 D-H 參數

坐標系統	$\theta_i$	$d_i$	$\alpha_i$	$a_i$
$R_1$	$\theta_B$	0	0	0
$R_2$	0	0	$-\alpha_1 = -90^\circ$	0
$R_3$	$\theta_D$	0	0	0
$R_4$	0	0	$-\alpha_2 = -45^\circ$	0
$R_5$	0	$s + l_b$	0	0



## 4.3 運動學分析

### 4.3.1 逆向運動學

由於此機構的左右臂相接，L4、R4 坐標系 Z 軸重合，L5、R5 坐標系 Z 軸重合。因此這四個區域坐標系中 Z 軸上的任一點，經由左臂轉換至世界坐標系所算出的坐標應與經由右臂轉換至世界坐標系獲得相同的結果。另外，桿件 E 前端點 P 正落在 L5 坐標系的 Z 軸上，因此可以透過前述的特性進行逆向運動學分析，以已知的 P 點坐標計算對應的旋轉接頭角度，若 P 點在世界坐標系中的坐標為：

$$P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$P_R$ 、 $P_L$  分別為 P 點從區域坐標經由右臂與左臂轉換至世界坐標系的坐標，則

$$P = P_L = P_R \quad (4.4)$$

透過式(2.10)、(4.1)、(4.2)以及表 4.1 和表 4.2 中的參數可推得式(4.5)與式(4.9)

$$P_L = \begin{bmatrix} P_{Lx} \\ P_{Ly} \\ P_{Lz} \\ 1 \end{bmatrix} = {}_{L^5}^0T L^5 P = {}_{L^5}^0T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

其中  $l_p$  為桿件 E 長度， ${}_{L^5}^0T$  為點 P 在 L5 坐標系中的坐標， ${}_{L^5}^0T$  為坐標系 L5 與世界坐標系間的轉換矩陣

$$P_{Lx} = (s + l_b - l_p)(-\sin \alpha_2 \cos \theta_C) \quad (4.6)$$

$$P_{Ly} = (s + l_b - l_p)(-\sin \alpha_2 \cos \theta_A \sin \theta_C - \cos \alpha_2 \sin \theta_A) \quad (4.7)$$

$$P_{Lz} = (s + l_b - l_p)(-\sin \alpha_2 \sin \theta_A \sin \theta_C + \cos \alpha_2 \cos \theta_A) \quad (4.8)$$

$$P_R = \begin{bmatrix} P_{Rx} \\ P_{Ry} \\ P_{Rz} \\ 1 \end{bmatrix} = {}_{R^5}^0T R^5 P = {}_{R^5}^0T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

其中 ${}^{R5}p$ 為點 P 在 R5 坐標系中的坐標， ${}_{R5}^0T$ 為坐標系 R5 與世界坐標系間的轉換矩陣

$$P_{Rx} = (s + l_b - l_p)(\sin \alpha_2 \cos \theta_B \sin \theta_D + \cos \alpha_2 \sin \theta_B) \quad (4.10)$$

$$P_{Ry} = (s + l_b - l_p)(-\sin \alpha_2 \cos \theta_D) \quad (4.11)$$

$$P_{Rz} = (s + l_b - l_p)(-\sin \alpha_2 \sin \theta_B \sin \theta_D + \cos \alpha_2 \cos \theta_B) \quad (4.12)$$

因為有 $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、 $\theta_C$ 、 $\theta_D$ 以及  $s$  等五個變數，因此透過式(4.4)挑選五個方程式求解如下

$$P_x = P_{Lx} \quad (4.13)$$

$$P_y = P_{Ly} \quad (4.14)$$

$$P_z = P_{Lz} \quad (4.15)$$

$$P_{Rx} = P_{Lx} \quad (4.16)$$

$$P_{Ry} = P_{Ly} \quad (4.17)$$

根據[29]給定一端接器坐標，有四個可能的構型，如圖 4.6 所示，因為初始位置會決定機構在特定端接器坐標下的構型，因此本文利用 MATLAB 中的 fsolve 函數對式(4.13)-(4.17)求解，並且輸入初始角度 $\theta_A = 45^\circ$ 、 $\theta_B = -45^\circ$ 、 $\theta_C = -90^\circ$ 、 $\theta_D = 90^\circ$ 、 $s = 0$  mm，以計算出唯一解。

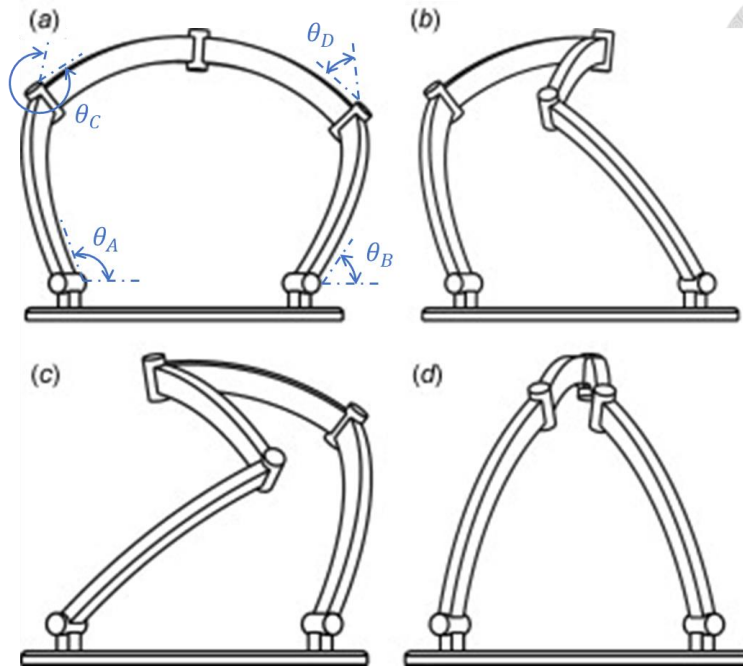


圖 4.6 球形五連桿逆向運動學的四種可能構型 [29]





### 4.3.2 順向運動學

此機構的輸入為 $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 與 $s$ ，根據[29]此機構給定 $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 下，共有兩個可能的構型以及對應的端接器位置，如圖 4.7 所示，因此需要透過初始位置決定正確的構型。由於機構的 R5、L5 坐標系以外 R4、L4 坐標系的 Z 軸也具備重合特性，所以式(4.4)可以改寫為：

$${}_{L4}^0T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = {}_{R4}^0T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

式(4.18)為各個旋轉角度的關係式，本文利用 MATLAB 的 fsolve 函式，代入 $\theta_A$ 、 $\theta_B$ ，並給定初始位置 $\theta_C = -90^\circ$ 、 $\theta_D = 90^\circ$ ，可以求得特定馬達輸入角度時，正確構型下的 $\theta_C$ 及 $\theta_D$ 。求得所有接頭角度後，即可以將 $\theta_A$ 、 $\theta_C$ 和 $s$ 代入式(4.6)-(4.8)求得 P 點位置。

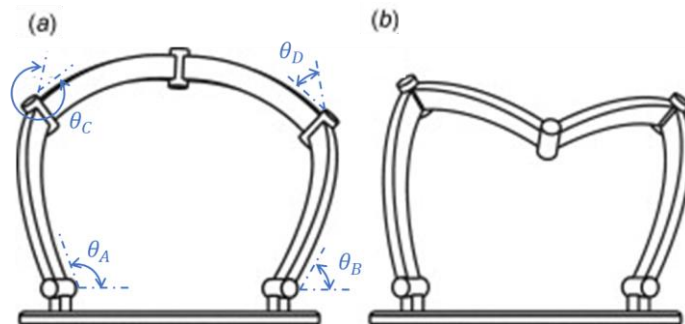


圖 4.7 球形五連桿順向運動學的两个構型 [29]



## Chapter 5 結果驗證與討論

本章將第二章的最大端接器誤差分析以及第三章的敏感度分析套用於範例機構，以瞭解旋轉接頭間隙對於機構定位精度的影響，在說明分析過程中所使用的參數以及進行第二章推導結果的驗證之後，分為兩大部分呈現最大端接器誤差與敏感度分析結果。

### 5.1 最大端接器誤差模擬參數

求取最大端接器誤差所對應的最佳化問題，受到機構型態(串聯、並聯)、接頭幾何以及機構姿態影響，以下分作三小節說明本文所分析的型態，如何訂定接頭幾何以及如何從工作空間選擇姿態進行分析。

#### 5.1.1 機構型態

並聯機構為了方便組裝，在設計時會在各個接頭配置適當的間隙，而間隙會造成端接器誤差影響機構的精確度，而端接器最終位置又會受到多個運動鏈影響，使得端接器誤差受到限制，不同於串聯機構具有累積誤差的特性。基於上述理由，本文將範例機構分為串聯以及並聯兩種使用情況，企圖瞭解機構型態對於定位精度的影響，如圖 5.1。

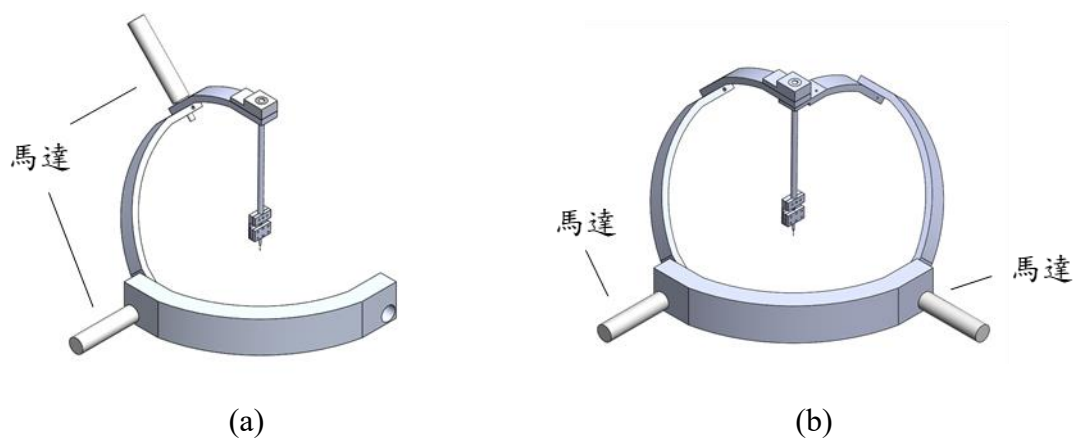


圖 5.1 球型手術機器人兩種型態

(a)串聯型 (b)並聯型

串聯型機構形同並聯型的左臂，包括桿件 A、C 與 E，在地桿與端接器之間有三個接頭，分別是兩個旋轉接頭與一個平移接頭，有鑑於本文著重於間隙與定位精度的關聯，因此僅考慮肩關節與肘關節的間隙，而間隙與端接器誤差的關係如式(5.1)所示，其中左臂串聯運動鏈編號為 1，因此 $\delta p$ 第一個下標為 1，第二個 1 代表端接器誤差相對於世界座標。

$$\delta p_{in F_{1,1}} \approx {}^0L_0N \left( \prod_{i=0}^4 {}^{L_i}N \right) \left( \prod_{k=4}^0 Adj \left( {}^{L_k}T^{-1} \right) \delta S_A + \prod_{k=4}^2 Adj \left( {}^{L_k}T^{-1} \right) \delta S_C \right) \quad (5.1)$$

其中 $\delta S_A$ 以及 $\delta S_C$ 分別代表左臂肩關節以及肘關節間隙所造成的微小位移螺旋。

並聯機構與串聯機構相同，考慮肩關節與肘關節的間隙，由式(5.1)計算左臂端接器誤差，而右臂端接器誤差為式(5.2)，因為右臂串聯運動鏈編號為 2，故 $\delta p$ 第一個下標為 2。

$$\delta p_{in F_{2,1}} \approx {}^0R_0N \left( \prod_{i=0}^4 {}^{R_i}N \right) \left( \prod_{k=4}^0 Adj \left( {}^{R_k}T^{-1} \right) \delta S_B + \prod_{k=4}^2 Adj \left( {}^{R_k}T^{-1} \right) \delta S_D \right) \quad (5.2)$$

其中 $\delta S_B$ 以及 $\delta S_D$ 分別代表右臂肩關節以及肘關節間隙所造成的微小位移螺旋。



### 5.1.2 接頭公差組合

模擬分析中，本文給定兩種使用情境，分別是醫生手執手術工具，利用人力驅動，以及透過驅動馬達以達到正確位置，不同的使用情境會影響接頭所選用的公差，人力驅動時因為所有旋轉接頭都是被動接頭，因此採用較寬鬆的公差以達成轉軸與軸承之間自由轉動，而馬達驅動時則可採用較緊密的公差。

表 5.1 為主動接頭所採用的公差，本文中公差採用基孔制，因為透過改變轉軸公差達到不同的鬆緊程度較容易，而主動接頭中軸孔採用的公差為 H7，轉軸公差為 js5，分析機構的軸徑為 8 mm，可得上偏差、下偏差與最大餘隙。

表 5.1 主動接頭公差表

	孔	軸
公差	H7	js5
上偏差	+0.015 mm	+0.003 mm
下偏差	0 mm	-0.003 mm
最大限界尺度	8.015 mm	8.003 mm
最小限界尺度	8 mm	7.997 mm
最大餘隙	8.015 - 7.997 = 0.018 mm	

機構中的旋轉接頭孔高為 30 mm，如圖 5.2 所示，根據表 5.1 中的最大餘隙，可以計算主動接頭的 $\Delta\beta_{xy}$ 為 $6.00 \times 10^{-4}$  rad( $0.0344^\circ$ )，而 $\Delta b_{xy}$ 為 $9.00 \times 10^{-3}$  mm，而本文假定 Z 方向最大位移 $\Delta b_z$ 與 $\Delta b_{xy}$ 相同為 $9.00 \times 10^{-3}$  mm，致動器誤差也就是 Z 方向的旋轉最大值 $\Delta\beta_z$ 與 $\Delta\beta_{xy}$ 相同為 $6.00 \times 10^{-4}$  rad。

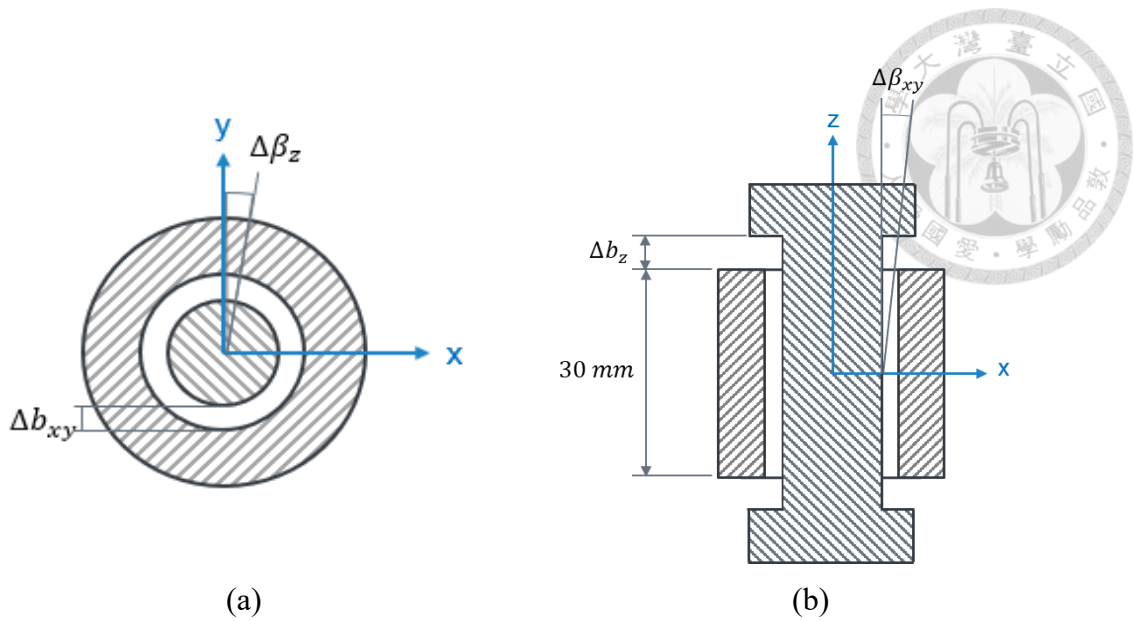


圖 5.2 旋轉接頭 (a)上視圖 (b)剖面圖

表 5.2 為被動接頭所使用的公差，軸孔所採用的公差為 H7，轉軸的公差為 g6，機構旋轉接頭軸徑為 8 mm，可得上偏差、下偏差與最大餘隙。

表 5.2 被動接頭公差表

	孔	軸
公差	H7	g6
上偏差	+0.015 mm	-0.005 mm
下偏差	0 mm	-0.014 mm
最大限界尺度	8.015 mm	7.995 mm
最小限界尺度	8 mm	7.986 mm
最大餘隙	8.015 - 7.986 = 0.029 mm	

旋轉接頭孔高為 30 mm，依據表 5.2 中的最大餘隙，可以計算出被動接頭  $\Delta\beta_{xy}$  為  $9.00 \times 10^{-4}$  rad ( $0.0515^\circ$ )，而  $\Delta b_{xy}$  為  $1.45 \times 10^{-2}$  mm，而本文假定 Z 方向最大位移  $\Delta b_z$  與  $\Delta b_{xy}$  相同為  $1.45 \times 10^{-2}$  mm。此外，被動接頭並無致動器所以  $\Delta\beta_z$  為 0 rad。



### 5.1.3 工作空間

最大誤差受到手術機器人的姿勢影響，因此必須先對工作空間進行分析。範例機構的工作空間是以患者切口為尖端的圓錐體，因為平移接頭並不在本文的分析範圍內，因此可以在固定桿件 E 平移距離的情況下分析工作空間。當桿件 E 上升到極限時，桿件 E 尖端與桿件 C 表面貼齊，對應的工作空間為一球面，且球體半徑與桿件半徑相同為 210 mm，如圖 5.3 所示，其中紅點為機構 RCM 的位置。

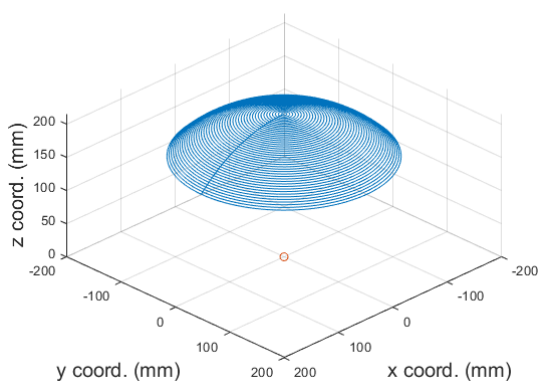


圖 5.3 範例機構工作空間

透過不同的 Z 軸傾角可以將工作空間切分為數個圓形軌跡，本文在圓心軌跡上每 2.5 mm 取一點作為分析姿勢。當 Z 軸傾角接近 0 時，由於圓周較短不適合以固定距離取樣，因此固定在圓周上取 10 點，而且每點之間的距離均等。並聯型態手術機器人以上述方法取樣，而串聯手術機器人取樣方式將在後續另外說明。

在工作空間中，各個旋轉接頭的運動範圍可以由端接器位置配合 4.3.1 節中的逆性運動學計算得出，結果如表 5.3。

表 5.3 工作空間旋轉接頭運動範圍

旋轉接頭	運動範圍 (rad)
$\theta_A$	$0 \sim \pi/2$
$\theta_B$	$-\pi/2 \sim 0$
$\theta_C$	$-\pi \sim 0$
$\theta_D$	$0 \sim \pi$



## 5.2 端接器誤差驗證

在運用第二章分析機構之最大誤差之前，本文透過在 Simulink 中建立手術機器人左臂模型分析旋轉接頭間隙以及端接器誤差，以瞭解透過線性疊加誤差螺旋所計算出的端接器誤差與實際誤差之間的相差程度。

Simulink 中的模塊圖詳見附錄 A，以下透過兩個手術機器人姿勢以及三種不同的間隙誤差情形分析，三種情況分別是僅有肩關節有間隙誤差、僅有肘關節有間隙誤差以及兩個關節都有間隙誤差。本文假定接頭間隙誤差螺旋為  $[\frac{\pi}{360} \quad \frac{\pi}{360} \quad \frac{\pi}{180} \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1]$ ，轉軸相對於軸承以單位旋轉軸(0.4, 0.4, 0.8)旋轉 0.021 rad，並且沿著 X、Y 以及 Z 軸平移 0.1 mm，總移動量為 0.17 mm。

(1) 姿勢一 ( $\theta_A = 0, \theta_C = 0$ ):

圖 5.4 為 Simulink 中姿勢一模擬結果，表 5.4 為姿勢一利用螺旋線性疊加之端接器誤差與模擬結果比較，可以觀察到無論單個關節具有間隙誤差，或者兩個關節都有誤差時，端接器誤差之旋轉角度透過線性疊加與模擬結果相同。

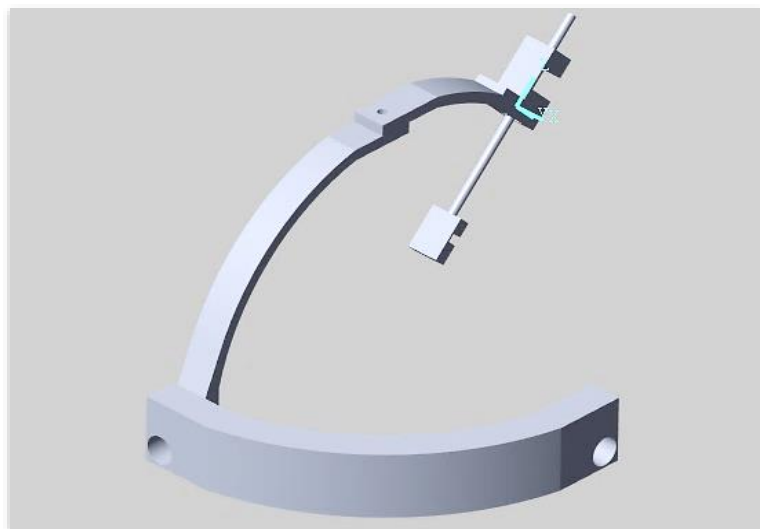


圖 5.4 Simulink 手術機器人姿勢一模擬結果

表 5.4 姿勢一端接器誤差之旋轉角度結果比較

端接器誤差之旋轉角度 (rad)			
	螺旋線性疊加結果	Simulink 模擬結果	誤差
僅有肩關節有誤差	0.0214	0.0214	0%
僅有肘關節有誤差	0.0214	0.0214	0%
兩關節皆有誤差	0.0327	0.0327	0%

表 5.5 為姿勢一使用兩種方法所計算出的端接器位移誤差結果比較，當兩個接頭都有誤差時，線性疊加結果與實際值誤差較大，但也僅有千分之一。此外，此節所假定的接頭誤差值大於 5.1.2 小節所計算出的接頭幾何限制，因此實際分析時螺旋線性疊加結果將更準確。

表 5.5 姿勢一端接器誤差之位移距離結果比較

端接器誤差之位移距離 (mm)			
	螺旋線性疊加結果	Simulink 模擬結果	誤差
僅有肩關節有誤差	6.788	6.788	0%
僅有肘關節有誤差	3.383	3.383	0%
兩關節皆有誤差	10.00	10.01	-0.1%

(2) 姿勢二 ( $\theta_A = -\frac{4\pi}{9}, \theta_C = \frac{3\pi}{4}$ )

圖 5.5 為手術機器人姿勢二於 Simulink 中的模擬結果，表 5.6 為誤差螺旋線性疊加與實際誤差值之比較，結果與姿勢一相同，透過線性疊加誤差螺旋所計算出的端接器旋轉誤差與實際值相同。



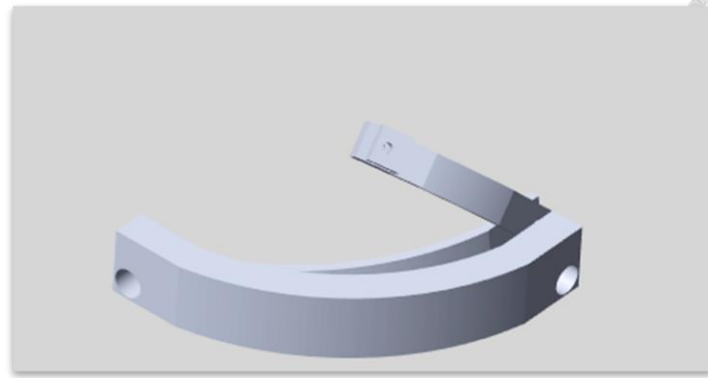


圖 5.5 Simulink 手術機器人姿勢二模擬結果

表 5.6 姿勢二端接器誤差之旋轉角度結果比較

端接器誤差之旋轉角度 (rad)			
	螺旋線性疊加結果	Simulink 模擬結果	誤差
僅有肩關節有誤差	0.0214	0.0214	0%
僅有肘關節有誤差	0.0214	0.0214	0%
兩關節皆有誤差	0.0290	0.0290	0%

表 5.7 為端接器位移誤差線性疊加與模擬結果比較，與姿勢一相同，單一關節有間隙誤差時線性疊加結果與模擬結果較接近。雖然肩關節與肘關節都有誤差時線性疊加結果與模擬結果相差較大，但僅為千分之六。

表 5.7 姿勢二端接器誤差之位移距離結果比較

端接器誤差之位移距離			
	螺旋線性疊加結果	Simulink 模擬結果	誤差
僅有肩關節有誤差	4.580	4.578	0.04%
僅有肘關節有誤差	2.007	2.008	-0.05%
兩關節皆有誤差	3.635	3.612	0.64%



### 5.3 最大端接器誤差結果

求取手術機器人的端接器誤差時，由於式(2.37)、(2.41)中的目標函數以及限制條件皆為二次函數，因此本文利用 MATLAB 中的 fmincon 函式配合隨機產生之起始點求解。表 5.8 為 fmincon 函式所使用的重要參數，此外迭代過程中額外提供函式協助計算目標函數以及限制條件之梯度以加速 MATLAB 計算。

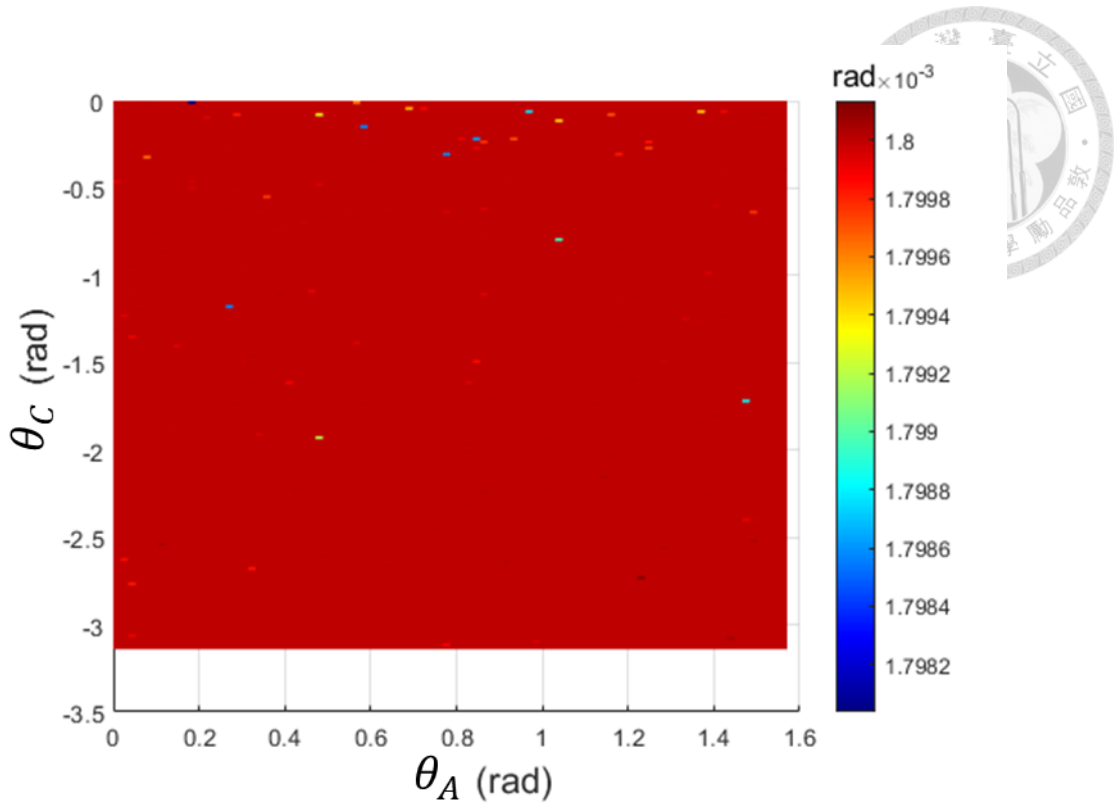
表 5.8 fmincon 函式參數

參數名稱	數值
演算法	SQP
限制容許值	1e-9
步長容許值	1e-6
最大迭代次數	400

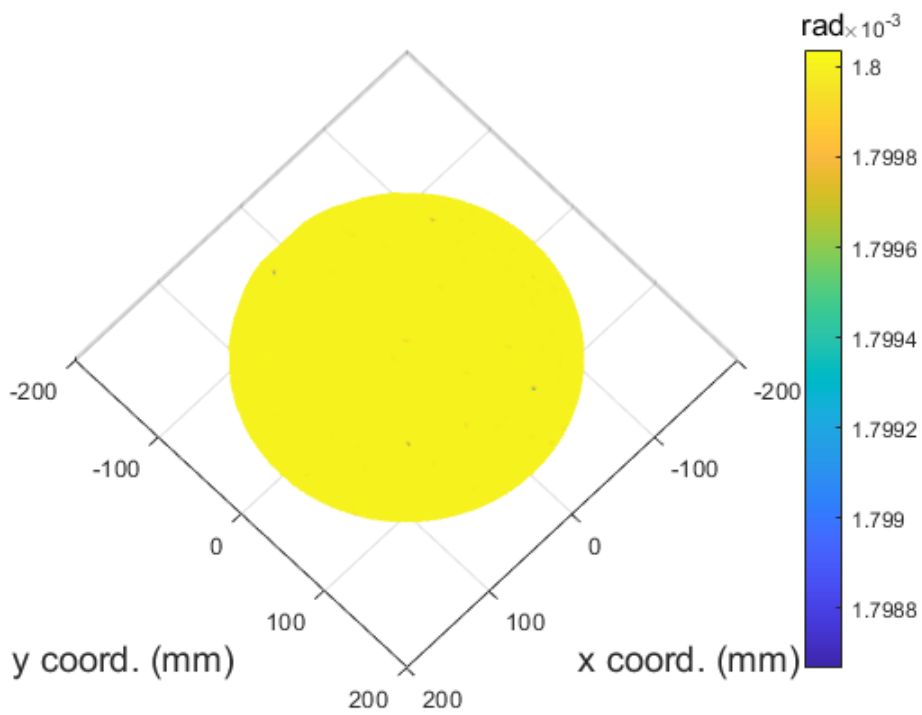
#### 5.3.1 最大旋轉誤差

##### (1) 手部驅動串聯球形機構

此機型由醫生手持手術工具直接進行手術，因此所有旋轉接頭皆採用被動接頭公差，不考慮制動器誤差。由於旋轉誤差不受間隙位移影響，因此僅考慮接頭幾何限制中的旋轉部分。圖 5.6 為機構的最大旋轉角度誤差分布圖，各個姿勢下最大誤差稍有不同，但仍然可以用於判讀最大旋轉角度誤差的變化趨勢。圖 5.6 中(a)是相對於肩關節以及肘關節的旋轉角度，本文在肩關節以及肘關節每隔一度取一樣本點，因此肩關節以及肘關節構成 16471 個姿勢樣本。由於部分姿勢並不在手術機器人設計的工作範圍中，因此圖 5.6(b)工作範圍中僅有 11138 個姿勢樣本，以下串聯機構的取樣數皆同。從圖 5.6(a)可觀察到角度誤差不受到關節旋轉角度影響，而圖 5.6(b)是將上述結果以工作空間世界坐標呈現，其中原點為機構 RCM 位置(底座位於圖之下方)。同樣可以觀察到最大旋轉角度誤差不隨著工作空間中的位置而改變，在工作空間中最大角度誤差的最小值為  $1.7986 \times 10^{-3}$  rad，最大值為  $1.8000 \times 10^{-3}$  rad，最大值比最小值大 0.08%，推估是程式小數運算誤差所造成。



(a)



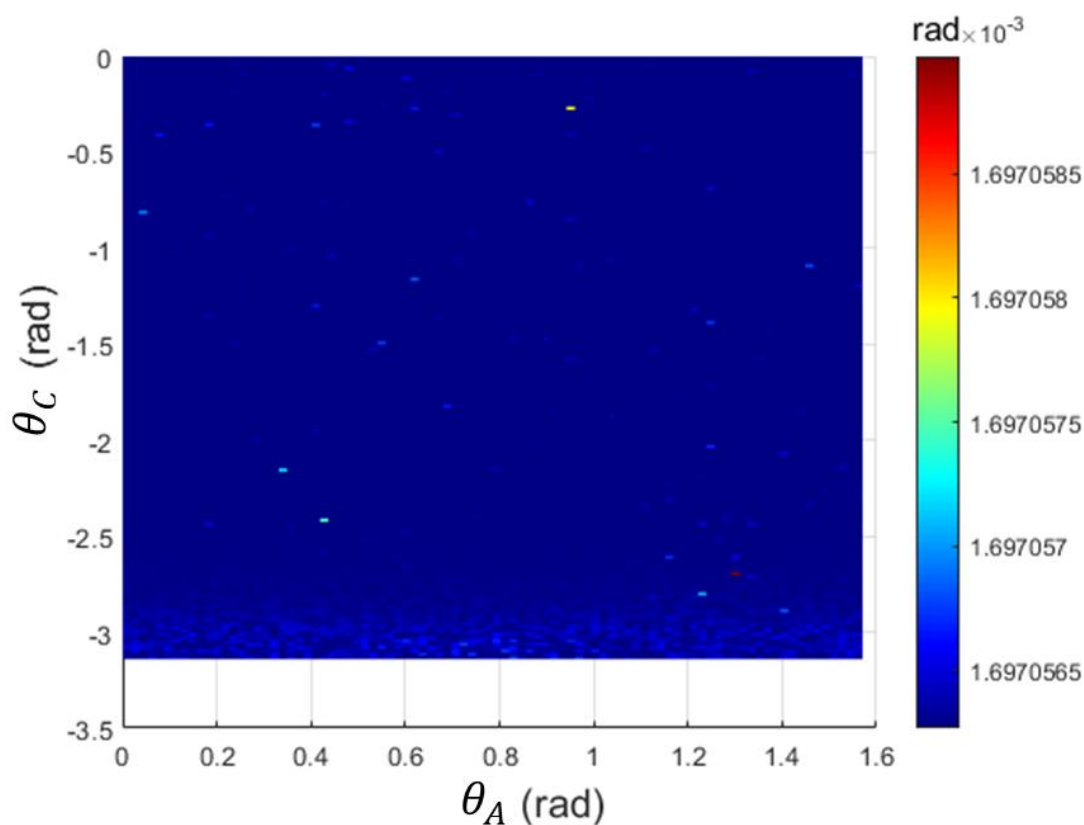
(b)

圖 5.6 手部驅動串聯球形機構最大旋轉誤差  
(a)相對於關節旋轉角度 (b)相對於工作空間



## (2) 馬達驅動串聯球形機構

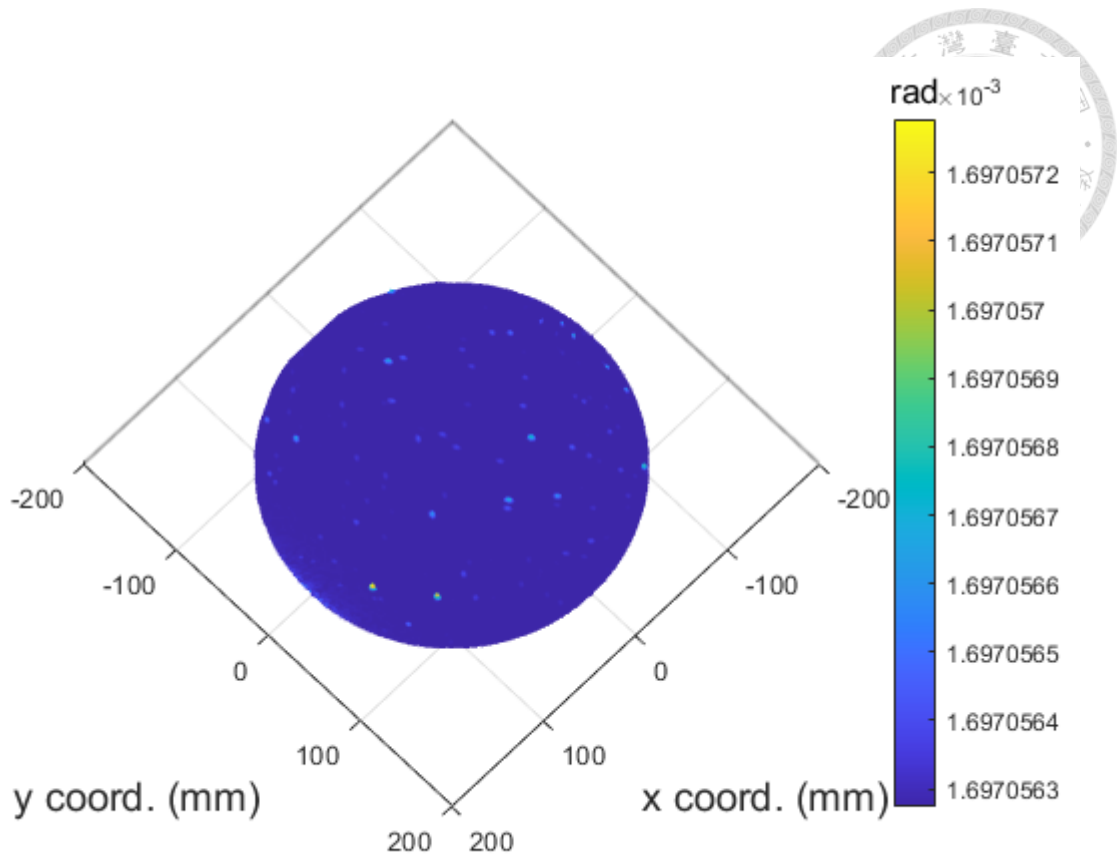
此機型由馬達控制手術器械的姿勢，肩關節以及肘關節皆安裝馬達，因此皆採用主動接頭公差，並將制動器誤差納入考慮。圖 5.7 為最大旋轉角度誤差相對於各關節旋轉角度以及工作空間中的分布圖，圖 5.7(a)顯示最大旋轉角度誤差不受到關節旋轉角度影響，與手部驅動串聯機構相同，因此在圖 5.7(b)工作空間中亦無明顯變化，工作空間中最大旋轉誤差的最小值與最大值皆為 $1.6971 \times 10^{-3}$  rad，在圖中出現的數值變化由小數計算誤差造成。雖然此機型將制動器誤差納入考慮，增加誤差來源應會造成最大誤差大於手部驅動串聯機構，但因為 Z 軸旋轉以外的誤差來源較小，因此在誤差上的表現，馬達驅動的型態比手部驅動更佳。



(a)

圖 5.7 馬達驅動串聯球形機構最大旋轉誤差

(a) 相對於關節旋轉角度

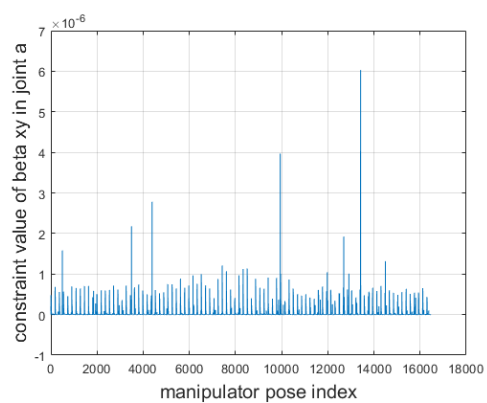
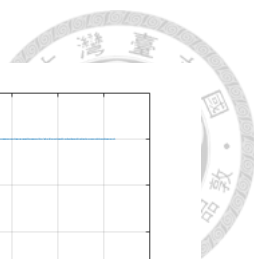


(b)

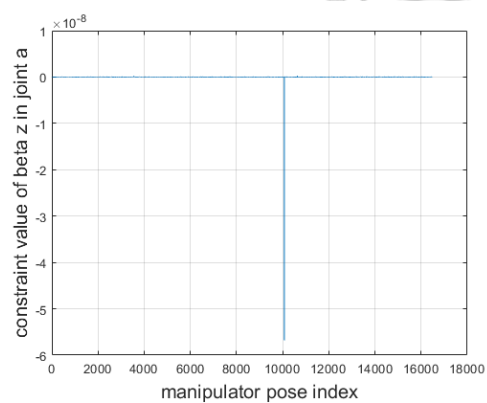
圖 5.7 馬達驅動串聯球形機構最大旋轉誤差(續)

(b) 相對於工作空間

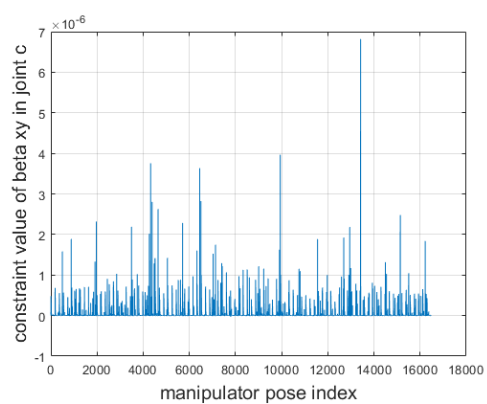
此外，為求瞭解最大誤差下各個接頭幾何限制與各方向間隙誤差之間的關係，本文分析最佳化結果中各個限制條件的數值，如圖 5.8 所示，其中縱軸為各限制條件之數值，橫軸為手術機器人姿勢編號。圖 5.8(a)及(b)分別為肩關節 $\Delta\beta_{xy}$ 以及 $\Delta\beta_z$ 方向的限制數值，而(c)、(d)分別為肘關節在 $\Delta\beta_{xy}$ 以及 $\Delta\beta_z$ 方向的限制數值。可以發現各個限制條件在最大角度誤差下數值都相當接近 0，代表這些條件都為有效約束 (active constraint)，當手術機器人具有最大角度誤差時，所有方向的誤差都到達極值，也代表訂定公差即可得知對應的最大旋轉誤差。



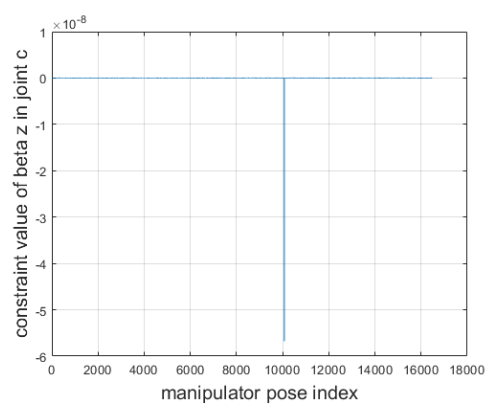
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 5.8 馬達驅動串聯球形機構各個限制之數值

(a) 肩關節 $\Delta\beta_{xy}$  (b) 肩關節 $\Delta\beta_z$  (c) 肘關節 $\Delta\beta_{xy}$  (d) 肘關節 $\Delta\beta_z$



### (3) 手部驅動並聯球形機構

此機構由醫生手執手術器械直接操縱，因此所有旋轉接頭皆採用被動接頭公差，不考慮致動器方向的誤差。圖 5.9 為最大旋轉誤差在工作區域中分布圖，採用 5.1.3 節中的取樣方式，共有 9281 個姿勢樣本。雖然並聯手臂為了組裝，桿件為上下交錯，但左右臂旋轉接頭的中心點與 RCM 之間的距離仍然是左右對稱，因此就誤差分析方面機構仍是對稱，故誤差分布同樣呈現左右對稱。此外，工作空間中靠近底座側的最大旋轉誤差較小，而遠離底座端較大，不同於單臂在工作空間中均一的最大誤差。另外，最大旋轉誤差的最小值與最大值分別為  $1.3867 \times 10^{-3}$  rad 與  $1.7526 \times 10^{-3}$  rad，工作空間中所有最大旋轉誤差皆低於手部驅動串聯機構，顯示在此公差條件下，並聯機構在最大旋轉誤差上的表現優於串聯機構。

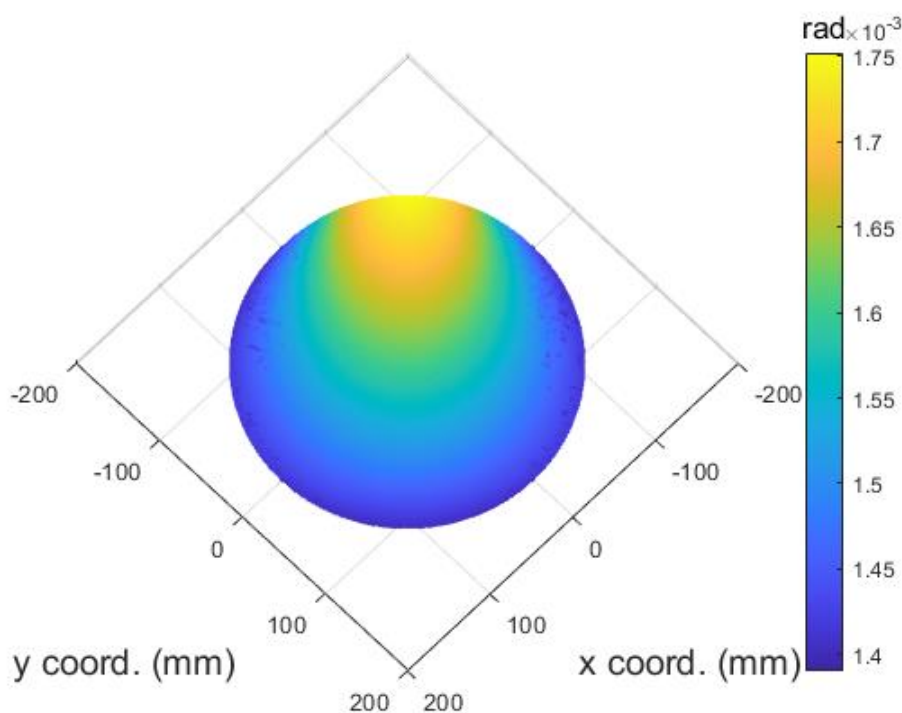


圖 5.9 手部驅動並聯球形機構最大旋轉誤差



#### (4) 馬達驅動並聯球形機構

此機構型態中肩關節裝設馬達因此採用主動接頭公差，而肘關節採用被動接頭公差，圖 5.10 為最大旋轉誤差在工作空間中的分布，同樣可以觀察到對稱現象。但與手部驅動不同的是，最大誤差主要分布於靠近底座側，而靠近機構可到達範圍邊緣的誤差較小。最大旋轉誤差的最小值與最大值分別為  $1.6134 \times 10^{-3}$  以及  $1.7485 \times 10^{-3}$ ，僅有部分區塊的誤差值低於馬達驅動的串聯型態機構，工作區域中 50.8% 的姿勢旋轉誤差大於馬達驅動的串聯球型手術機器人。

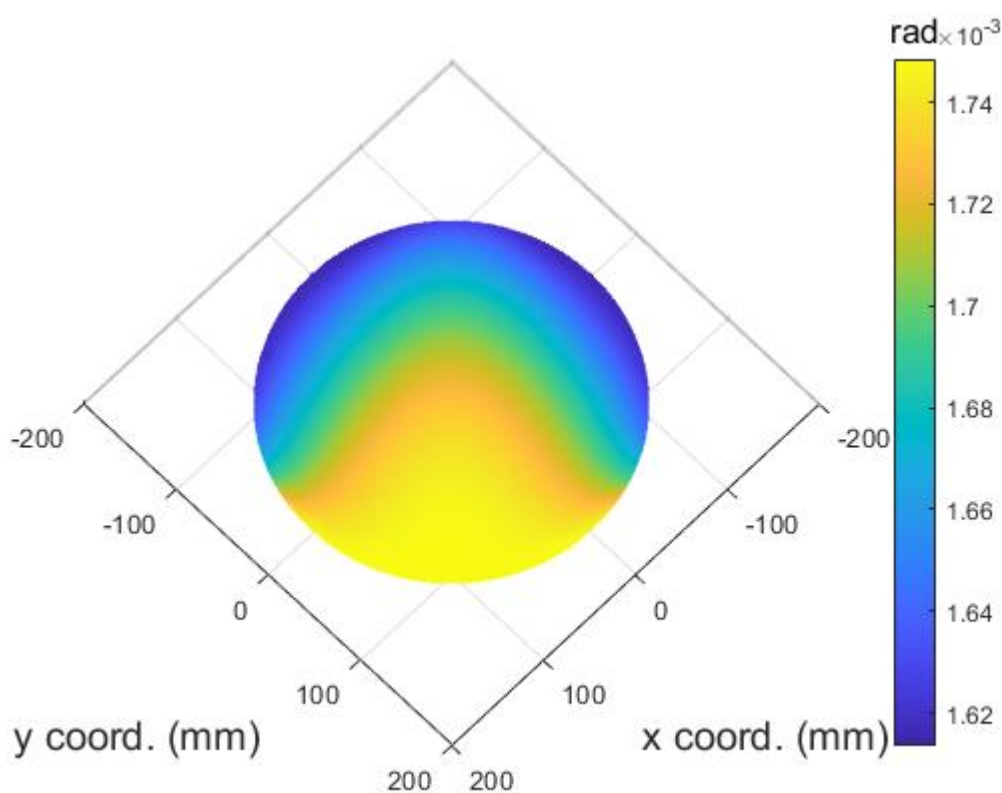


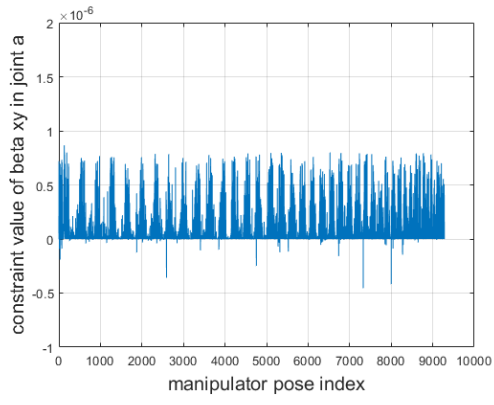
圖 5.10 馬達驅動並聯球形機構最大旋轉誤差

由於馬達驅動串聯球形機構(圖 5.7(b))在工作空間中最大旋轉誤差為一定值，因此推斷圖 5.10 的分布是由左右臂之間互相約束所造成，但分布方式與手部驅動並聯球形機構(圖 5.9)不同。因此本文將最大旋轉誤差下各限制條件之數值繪成圖 5.11 以分析原因，其中(a)、(c)、(e)以及(g)為各關節 $\Delta\beta_{xy}$ 限制數值，而(b)、(d)、(f)以及(h)為各關節 $\Delta\beta_z$ 限制數值，其中 $\Delta\beta_{xy}$ 限制數值都相當接近 0，代表在最大旋轉誤差下此方向的間隙誤差到達極值，並且不受到左右臂互相限制這點影響。 $\Delta\beta_z$ 限

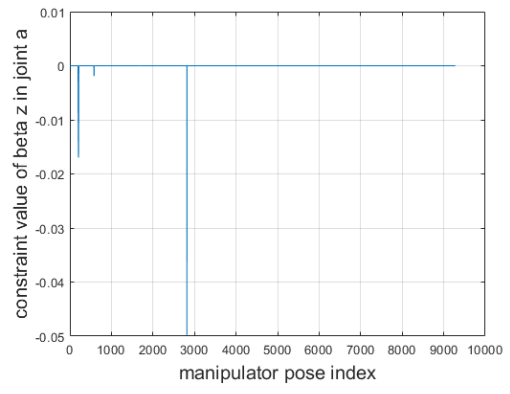




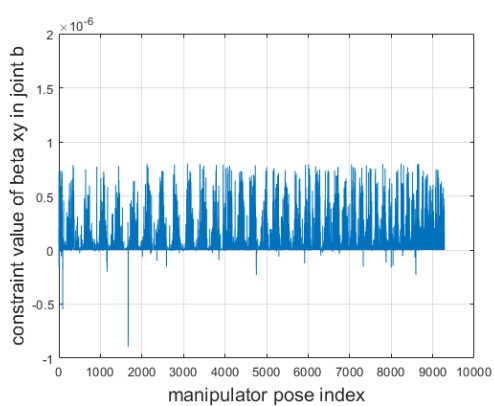
制數值則是在部分姿勢下為負數，代表此方向的間隙誤差受到箝制，且肘關節受到限制的姿勢較多。



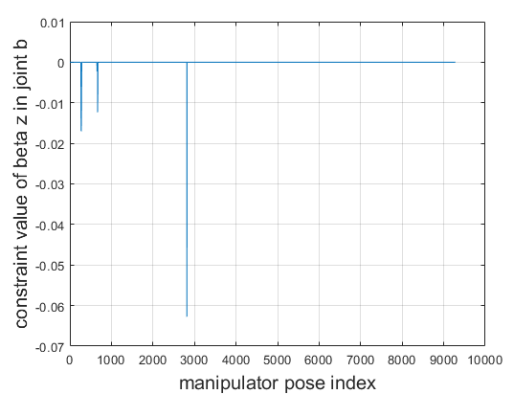
(a)



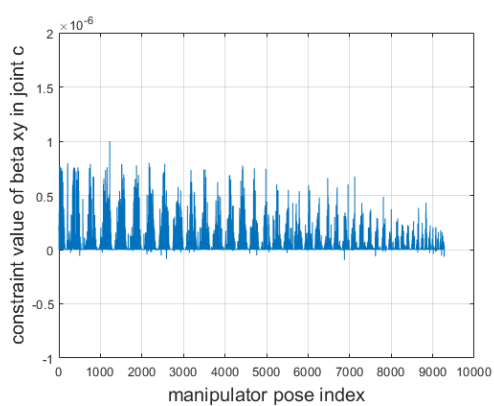
(b)



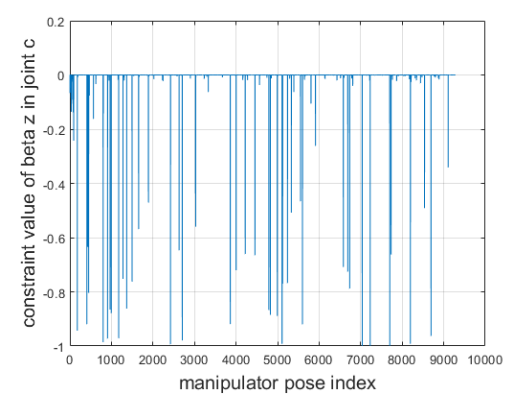
(c)



(d)



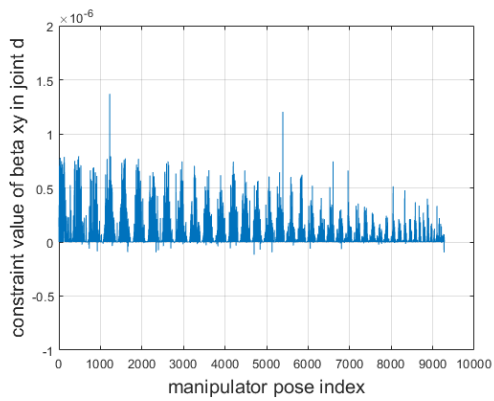
(e)



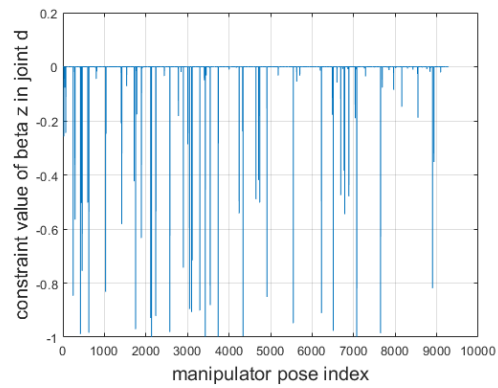
(f)

圖 5.11 馬達驅動並聯球形機構各限制之數值

- (a)左臂肩關節 $\Delta\beta_{xy}$  (b)左臂肩關節 $\Delta\beta_z$  (c)右臂肩關節 $\Delta\beta_{xy}$   
 (d)右臂肩關節 $\Delta\beta_z$  (e)左臂肘關節 $\Delta\beta_{xy}$  (f)左臂肘關節 $\Delta\beta_z$



(g)

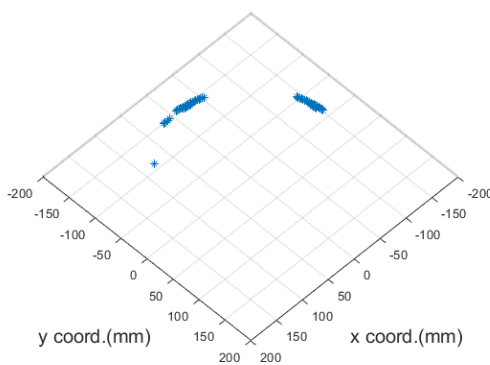


(h)

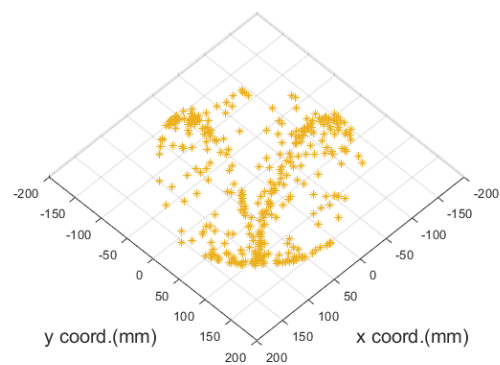
圖 5.11 馬達驅動並聯球形機構各限制之數值(續)

(g)右臂肘關節 $\Delta\beta_{xy}$  (h)右臂肘關節 $\Delta\beta_z$ 

將肩關節 $\Delta\beta_z$ 以及肘關節 $\Delta\beta_z$ 限制數值小於-0.001之姿勢繪成圖 5.12, 圖 5.12(a)為肩關節之姿勢分布圖, 圖 5.12(b)為肘關節之姿勢分布圖。將圖 5.12 與 5.10 進行比較可以得知最大旋轉誤差之最小值主要是因為肩關節致動器誤差受到限制。此外, 因為手部驅動並聯機型並未考慮致動器誤差, 因此兩者分布不同。



(a)



(b)

圖 5.12 馬達驅動並聯球形機構限制數值小於-0.001之姿勢

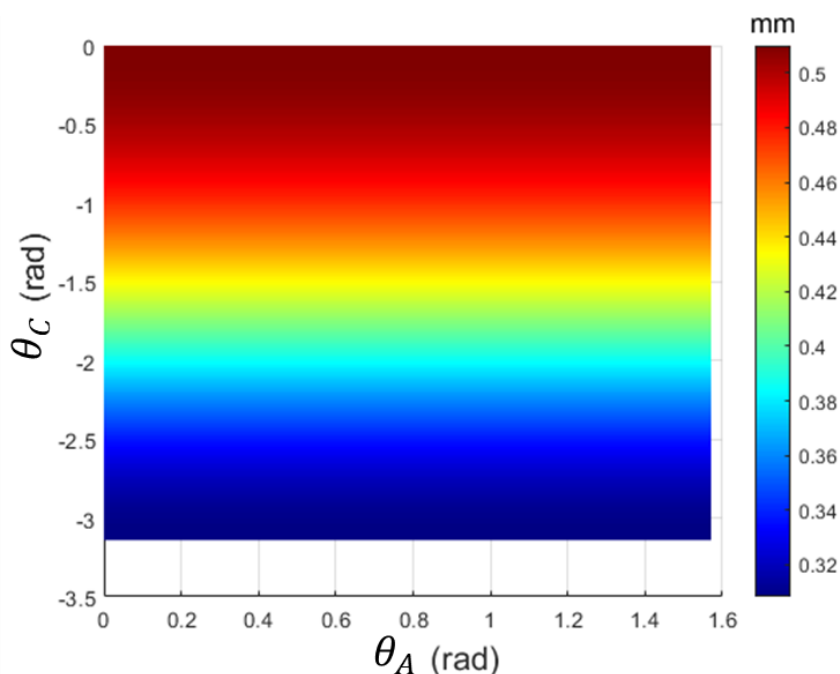
(a) 肩關節 (b) 肘關節



### 5.3.2 最大位移誤差

#### (1) 手部驅動串聯球形機構

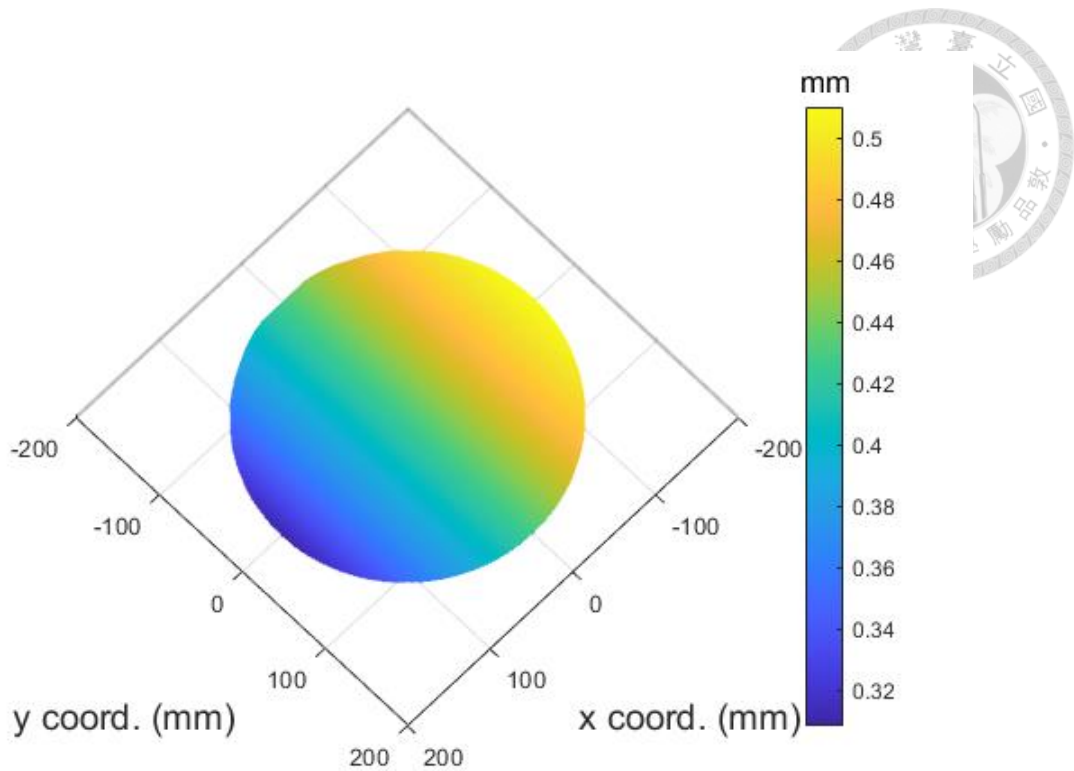
所有旋轉接頭皆採用被動接頭公差，因為端接器的位移誤差，同時受到間隙內的旋轉以及位移影響，因此需要考慮所有接頭幾何限制。圖 5.13 中(a)為不同關節角度下的最大位移誤差，可以觀察到誤差值不隨肩關節旋轉角度改變。但當肘關節旋轉角度從 $-\pi$ 變化至 0 度時，最大位移誤差也跟著增大。其中肘關節為 $-\pi$ 時，桿件 A 與桿件 C 重疊；而肘關節為 0 時，手術機器人處於伸長至極限的狀態。圖 5.13(b)為最大位移誤差對工作空間中世界坐標作圖，肩關節馬達位於 X 軸上。透過圖 5.13(b)可以發現當端接器尾端愈接近肩關節馬達時最大位移愈小。隨著手術機器人桿件逐漸伸至極限，愈接近機構可觸及空間的邊緣時最大位移逐漸增大。這同時對應圖(a)中的變化，因肩關節旋轉時端接器的尾端與馬達距離不變，故誤差值維持定值。肘關節旋轉會造成端接器尾端與馬達之間的距離改變，因此誤差值跟著改變，最大位移誤差中最小值為 0.3084 mm，最大值為 0.5100 mm。



(a)

圖 5.13 手部驅動串聯機構最大位移誤差

(a) 相對於關節旋轉角度



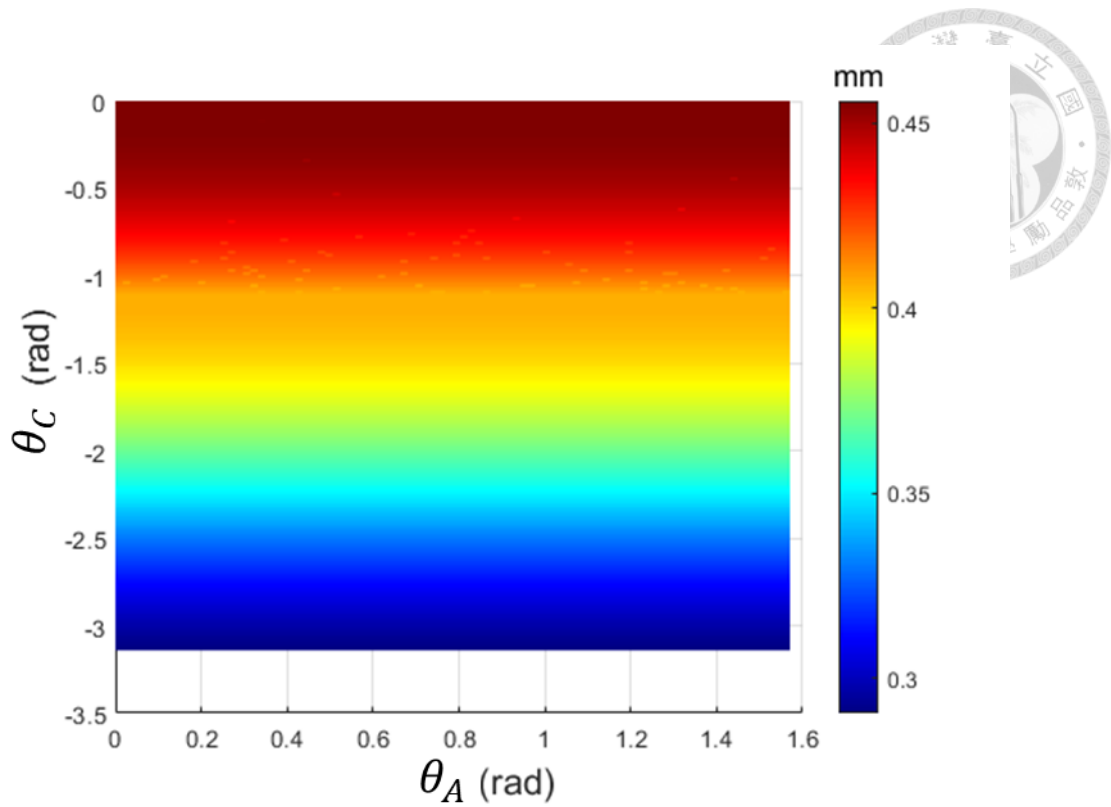
(b)

圖 5.13 手部驅動串聯機構最大位移誤差(續)

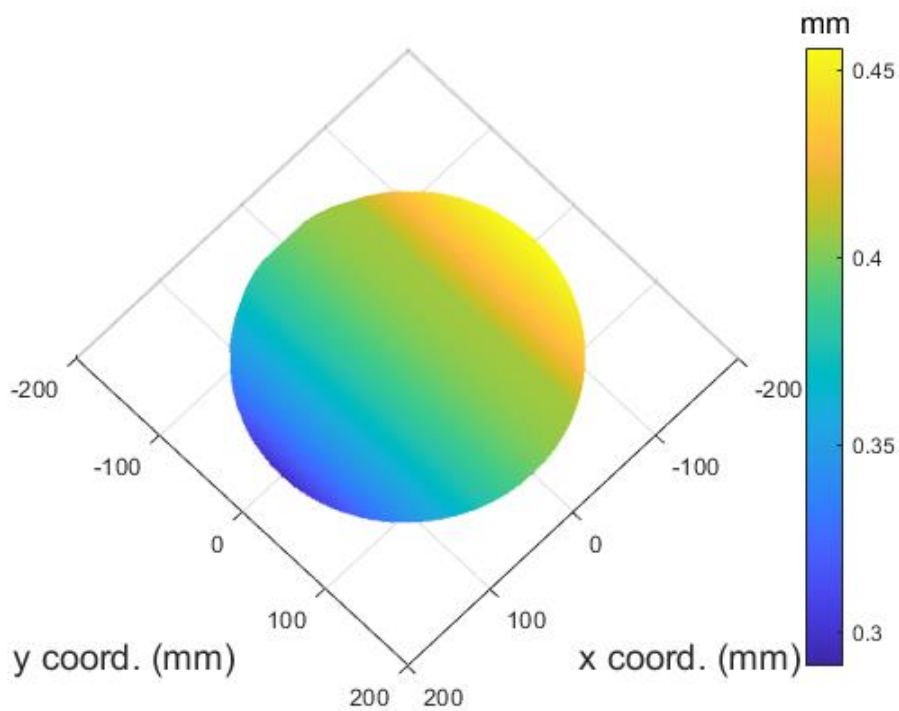
(b) 相對於工作空間

## (2) 馬達驅動串聯球形機構

此機型所有旋轉接頭都採用主動接頭公差，考慮接頭幾何限制中的旋轉以及位移部分，並將致動器誤差納入考慮。圖 5.14 中(a)為最大位移誤差相對於關節旋轉角度的結果。與手部驅動具有相同趨勢，誤差不受肩關節旋轉角度影響。隨著肘關節旋轉角度變化，而圖(b)為最大位移誤差在工作空間中的趨勢，同樣可以觀察到當端接器在靠近肩關節馬達時具有較小的最大誤差。當端接器離馬達愈遠時誤差隨之增加，最大位移誤差中最小值為 0.2905 mm，最大值為 0.4559 mm。雖然限制條件中比手部驅動的情況多考慮致動器誤差，但因為公差較緊，各個方向容許的最大間隙誤差較小，所以誤差的表現優於手部驅動的機型。



(a)

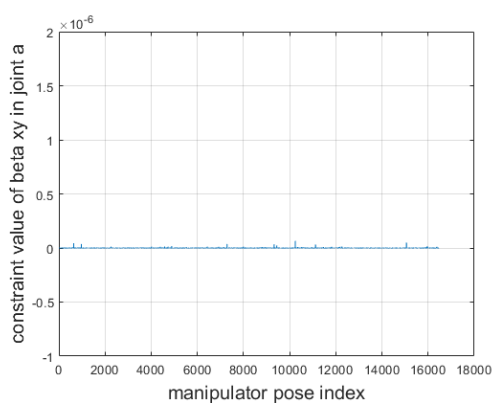


(b)

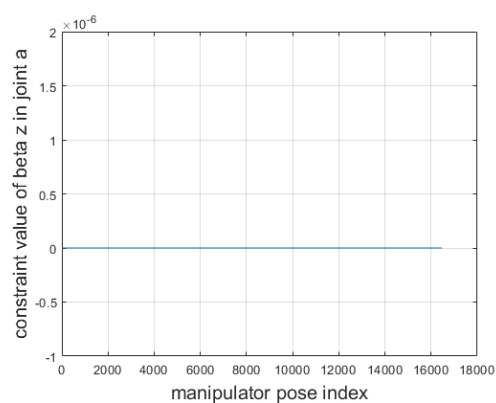
圖 5.14 馬達驅動串聯球形機構最大位移誤差

(a) 相對於關節旋轉角度 (b) 相對於工作空間

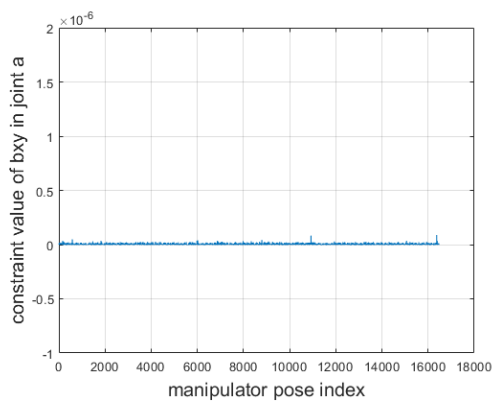
圖 5.15 為手術機器人處於最大位移誤差時各個限制的數值，其中(a) - (d)為肩關節的 $\Delta\beta_{xy}$ 、 $\Delta\beta_z$ 、 $\Delta b_{xy}$ 以及 $\Delta b_z$ 的限制數值，(e) - (h)為肘關節的 $\Delta\beta_{xy}$ 、 $\Delta\beta_z$ 、 $\Delta b_{xy}$ 以及 $\Delta b_z$ 的限制數值，橫軸為工作空間中手術機器人各個姿態的編號，縱軸為最佳化問題中拘束條件的數值。圖中所有拘束條件的數值都接近 0，代表這些拘束條件都是有效拘束。當手術機器人的位移誤差到達該姿態下的最大值時，間隙內所有方向的位移以及旋轉都到達最大值。



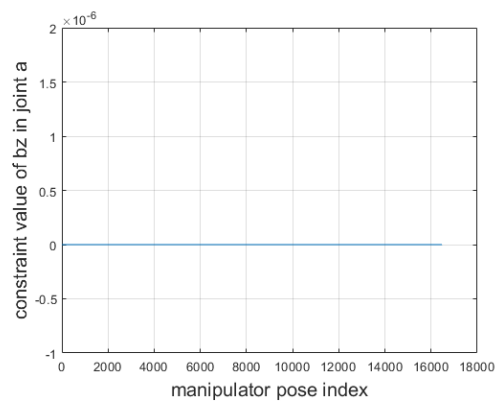
(a)



(b)



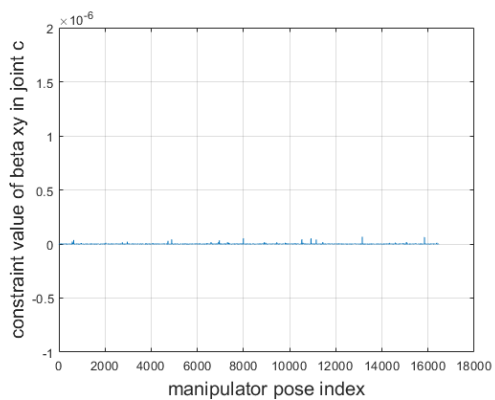
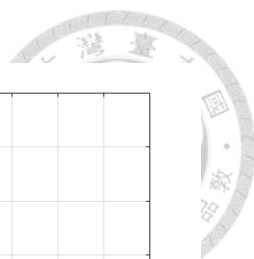
(c)



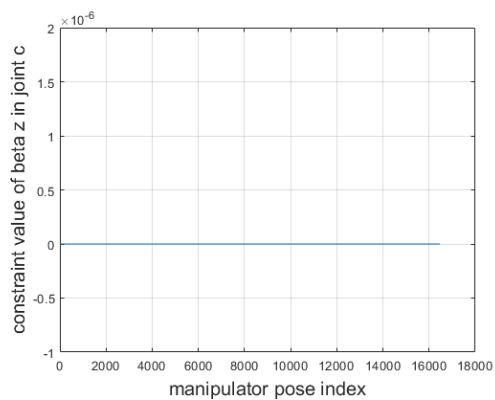
(d)

圖 5.15 馬達驅動串聯球形機構各個限制之數值

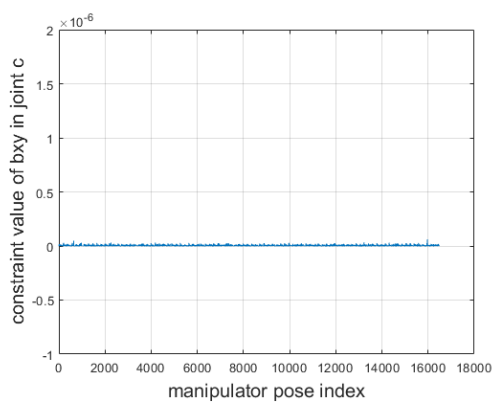
(a) 肩關節 $\Delta\beta_{xy}$  (b) 肩關節 $\Delta\beta_z$  (c) 肩關節 $\Delta b_{xy}$  (d) 肩關節 $\Delta b_z$



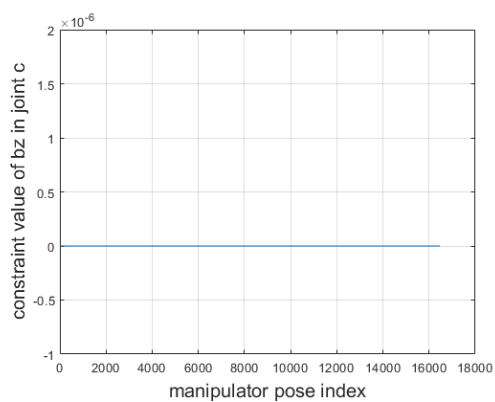
(e)



(f)



(g)



(h)

圖 5.15 馬達驅動串聯球形機構各個限制之數值(續)

(e) 肘關節 $\Delta\beta_{xy}$  (f) 肘關節 $\Delta\beta_z$  (g) 肘關節 $\Delta b_{xy}$  (h) 肘關節 $\Delta b_z$

### (3) 手部驅動並聯球形機構

圖 5.16 為最大位移誤差分布，與並聯機構最大旋轉誤差分布相同有對稱現象。最小值出現在靠近底座的區塊，遠離底座的區塊最大位移誤差較大。與並聯機構的最大旋轉角度誤差不同的是，位移誤差最小值並不是出現在最靠近底座的地方。最大位移誤差的最小值以及最大值分別為 0.1477 mm 以及 0.2913 mm，最大值小於手部驅動串聯球形機構，顯現出在此公差條件下，無論是旋轉誤差還是位移誤差，並聯機構都比串聯機構表現更好。

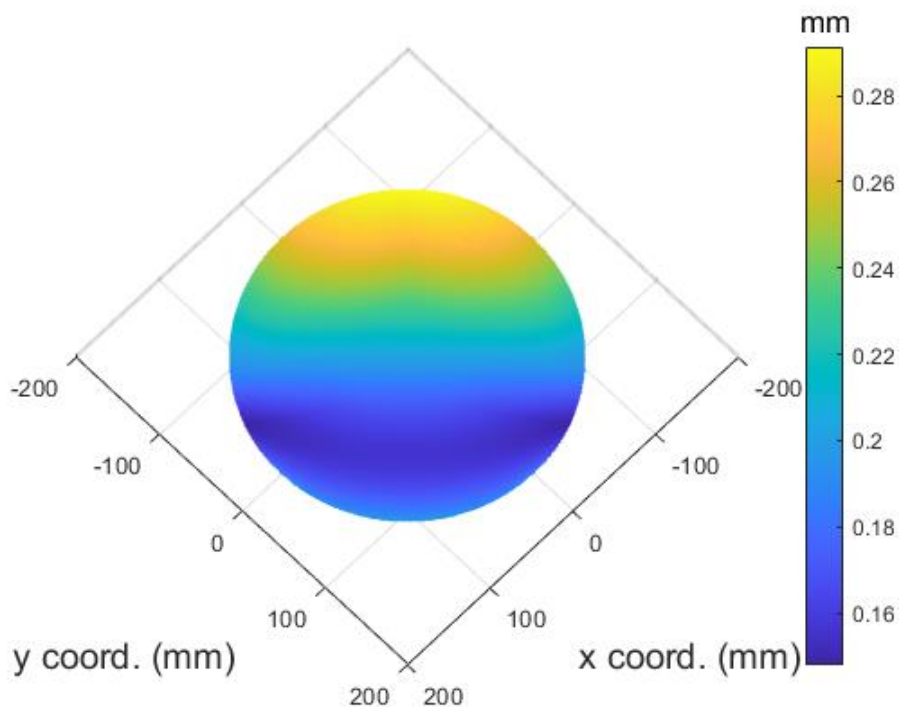


圖 5.16 手部驅動並聯球形機構最大位移誤差分布圖



#### (4) 馬達驅動並聯球形機構

圖 5.17 為最大位移分布圖，同樣可以觀察到對稱現象。最小值的區塊較靠近底座側，最大值在遠離底座一側，最大位移誤差的最小值與最大值分別為 0.1986 mm 以及 0.3155 mm。雖然數值與馬達驅動串聯機構部分重疊，但在工作區域中分析各個姿勢下兩者的差值，將並聯機構的最大位移誤差減去串聯機構的結果繪成圖 5.18，在所有姿勢下並聯機構都具備更好的誤差表現。

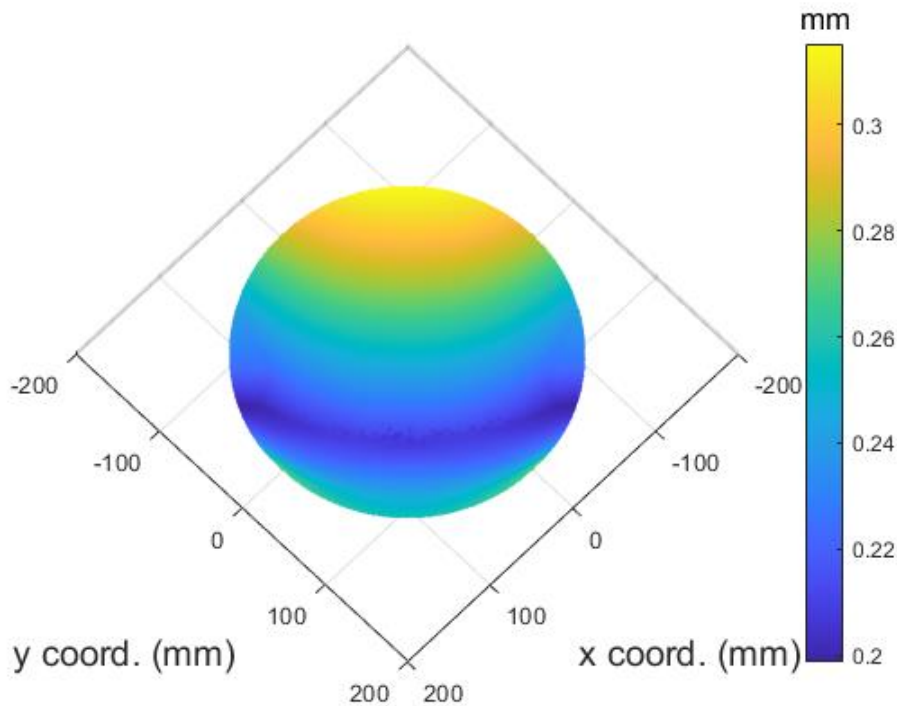


圖 5.17 馬達驅動並聯球形機構最大位移誤差分布圖

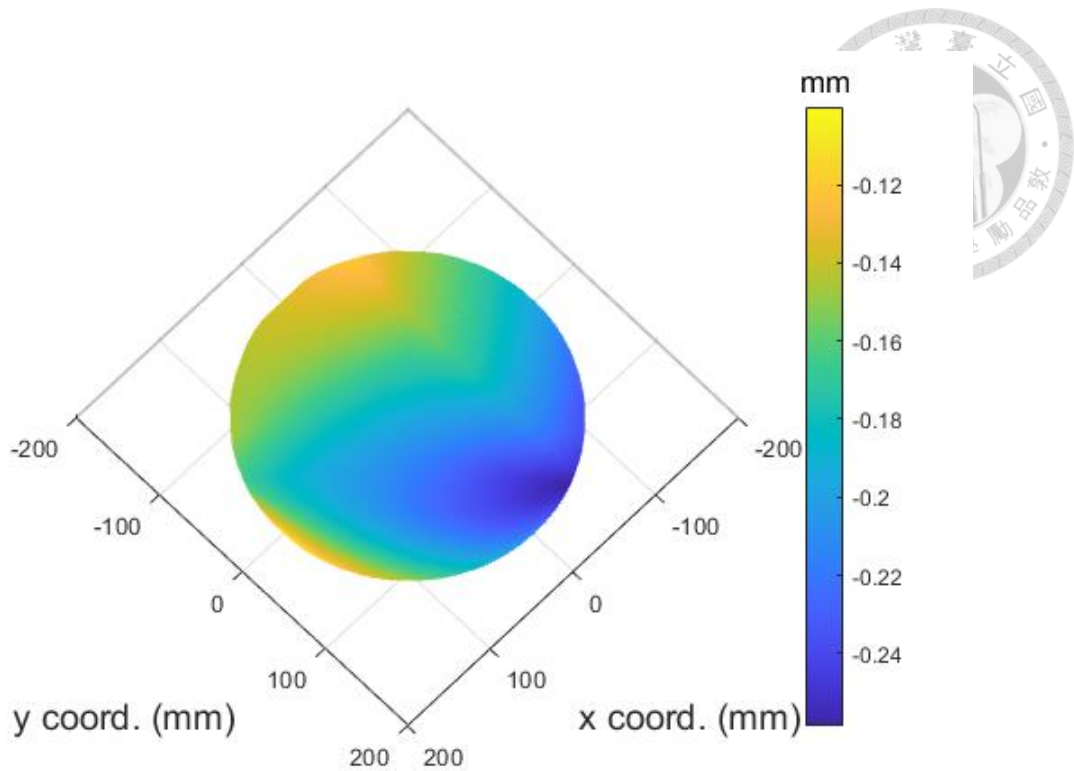


圖 5.18 馬達驅動並聯與串聯球形機構之最大位移誤差差值

圖 5.19 - 5.22 為各個接頭在最大位移之下限制之數值，可以注意到所有接頭的  $\Delta b_{xy}$  在工作空間中所有姿勢下都到達幾何限制之極值，代表左右臂之間的互相約束對於此方向的間隙誤差沒有明顯影響。部分限制數值在特定姿勢下不為零，代表該方向的誤差並未到達幾何限制的極值，主要是由於雙臂之間互相約束造成。

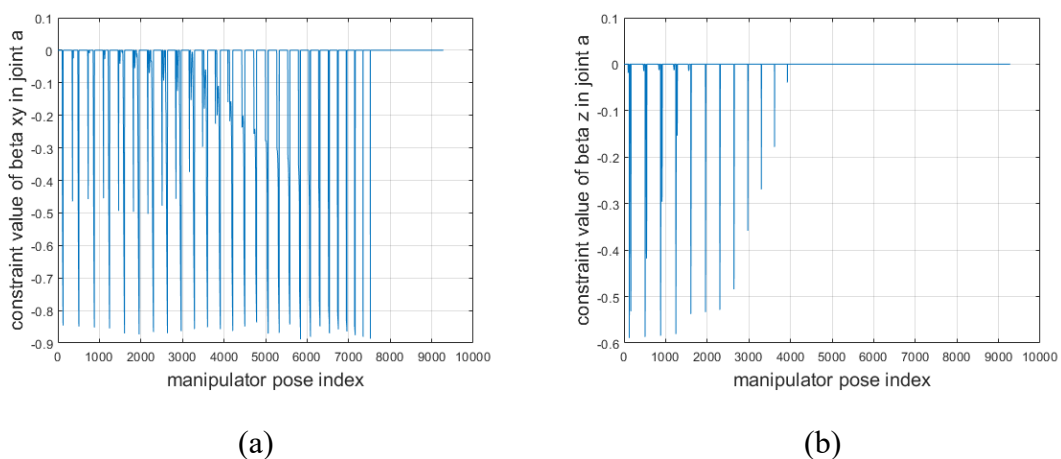
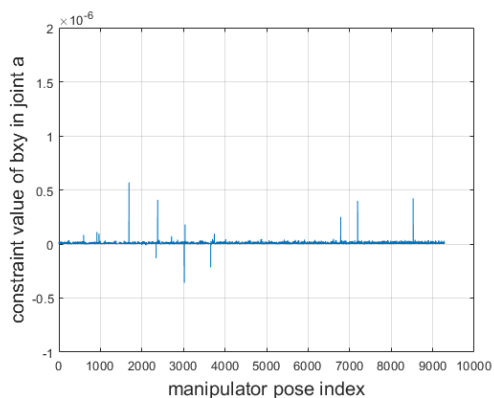
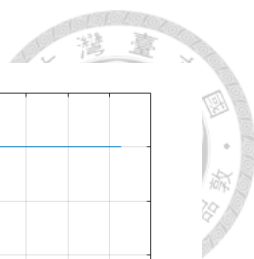
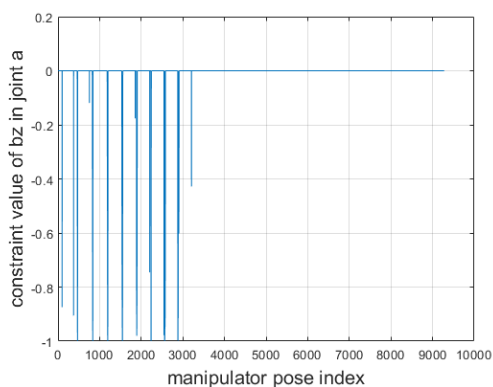


圖 5.19 馬達驅動並聯球形機構左臂肩關節各個限制之數值

(a)  $\Delta\beta_{xy}$  (b)  $\Delta\beta_z$



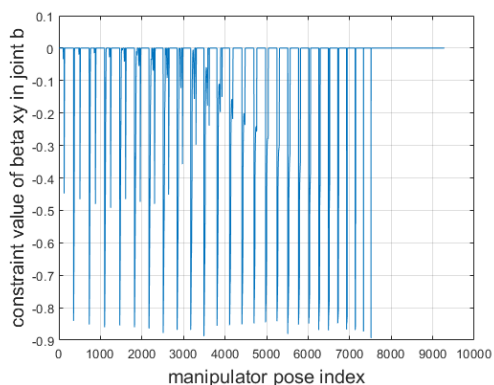
(c)



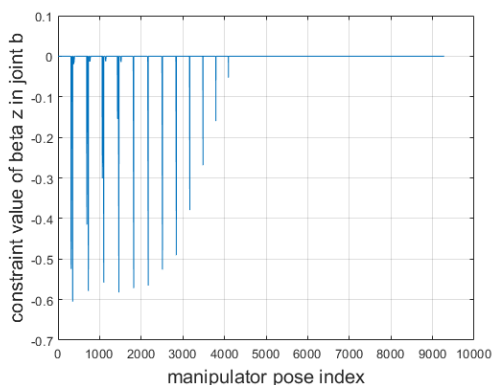
(d)

圖 5.19 馬達驅動並聯球形機構左臂肩關節各個限制之數值(續)

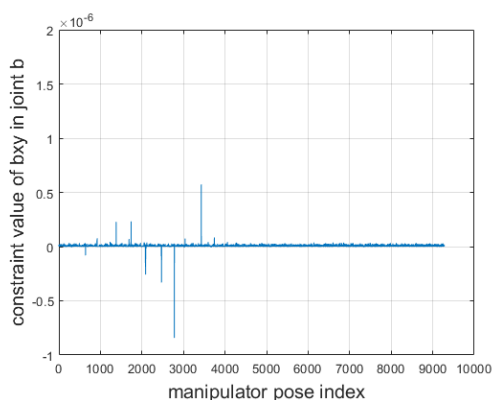
(c)  $\Delta b_{xy}$  (d)  $\Delta b_z$



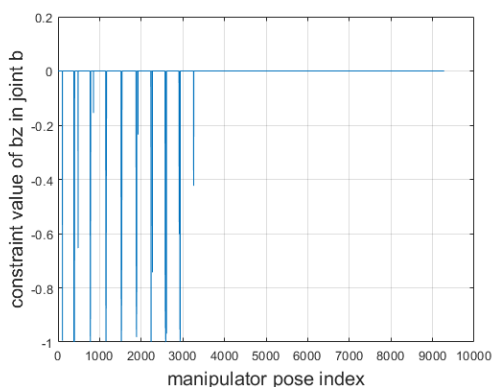
(a)



(b)



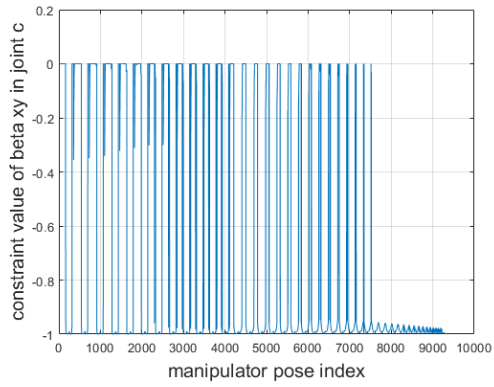
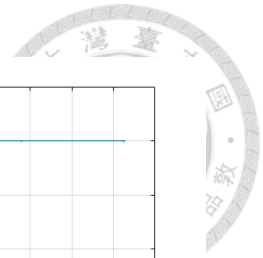
(c)



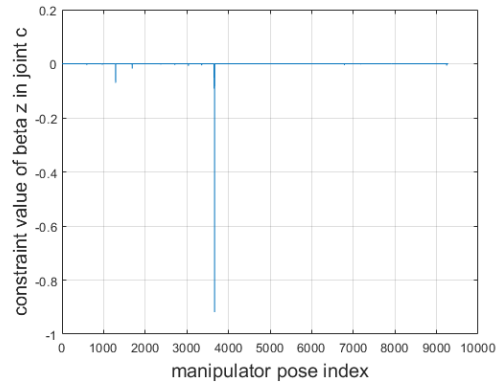
(d)

圖 5.20 馬達驅動並聯球形機構右臂肩關節各個限制之數值

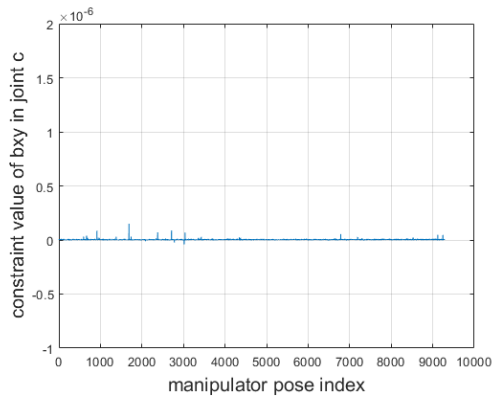
(a)  $\Delta\beta_{xy}$  (b)  $\Delta\beta_z$  (c)  $\Delta b_{xy}$  (d)  $\Delta b_z$



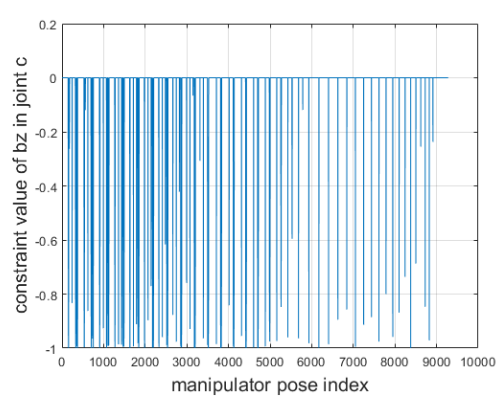
(a)



(b)



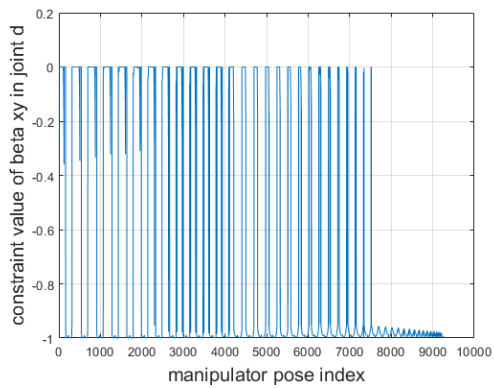
(c)



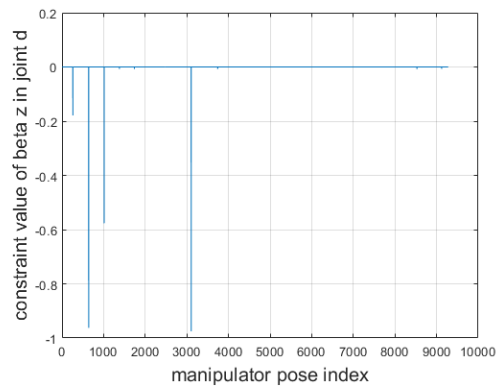
(d)

圖 5.21 馬達驅動並聯球形機構左臂肘關節各個限制之數值

(a)  $\Delta\beta_{xy}$  (b)  $\Delta\beta_z$  (c)  $\Delta b_{xy}$  (d)  $\Delta b_z$



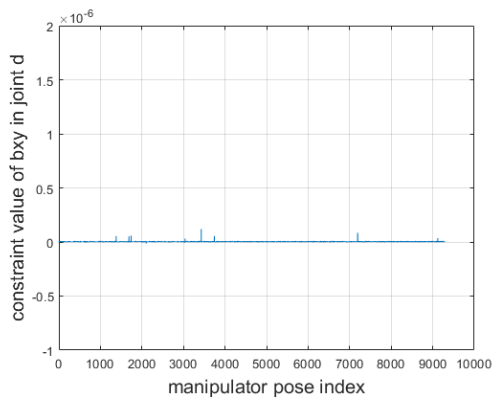
(a)



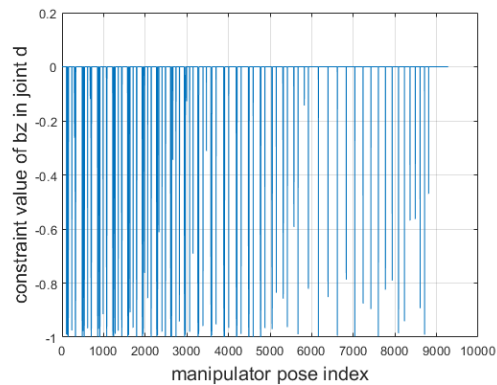
(b)

圖 5.22 馬達驅動並聯球形機構右臂肘關節各個限制之數值

(a)  $\Delta\beta_{xy}$  (b)  $\Delta\beta_z$



(c)

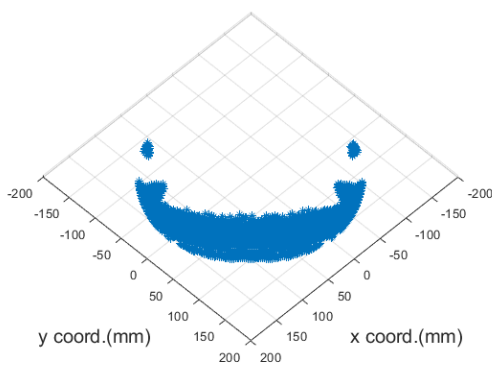


(d)

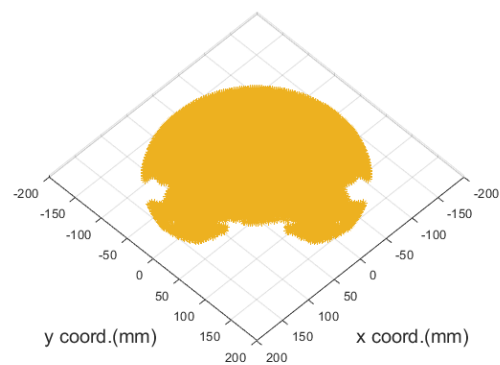
圖 5.22 馬達驅動並聯球形機構右臂肘關節各個限制之數值(續)

(c)  $\Delta b_{xy}$  (d)  $\Delta b_z$ 

透過分析圖 5.19 - 5.22 中限制數值並非零之姿勢，可以瞭解工作空間中最大位移誤差出現最小值主要原因。圖 5.23 中(a)與(b)分別為肩關節以及肘關節限制條件小於-0.05 的姿勢，圖(a)的分布區塊較靠近底座，而圖(b)的分布區塊坐落於遠離底座一側。將圖 5.23 與圖 5.17 比較可以確認最大誤差中的最小值是因為肩關節間隙誤差受限所致，也代表肩關節的間隙誤差比肘關節誤差更具影響力。



(a)



(b)

圖 5.23 馬達驅動並聯球形機構限制數值小於-0.05 之手術機器人姿勢

(a) 肩關節 (b) 肘關節

此外，旋轉接頭內接觸模式可分為兩種，如圖 5.24，圖 5.24(a)所對應的 Z 軸傾角為 0，而圖 5.24(b)對應的 Z 軸傾角為  $\Delta\beta_{xy}$ ，根據圖 5.22 可以觀察到部份接頭的 Z 軸傾角落在兩者之間，代表軸承與轉軸之間並無接觸，並非實際可能發生的接觸

模式，因此實際誤差值應當小於最佳化之結果。

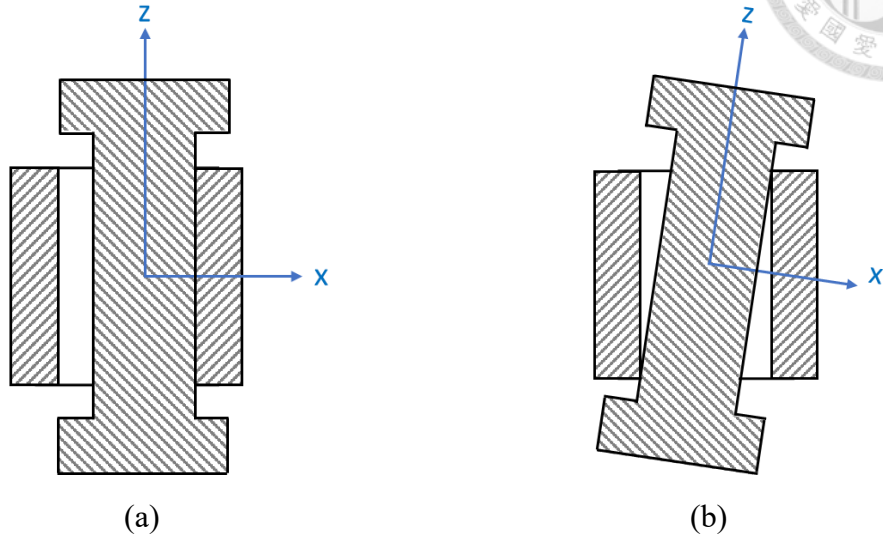


圖 5.24 接頭接觸模式

(a) 模式一 (b) 模式二



## 5.4 敏感度分析

本節說明如何產生資料並利用機器學習進行端接器旋轉誤差以及位移誤差的敏感度分析。

### 5.4.1 旋轉敏感度分析

本文利用 MATLAB 中的隨機函數 rand 產生串聯機構下旋轉接頭的幾何限制共 15000 組，其中幾何限制的最大值是由 H8 以及 f8 下的公差組合計算而得，相較於小節 5.1.2 被動接頭公差更為寬鬆。而致動器誤差則是以 13 位元的馬達感測器解析度為參考，並隨機給定每一組幾何參數一個手術機器人姿態，藉此產生訓練資料以及測試資料。表 5.9 為資料中輸入參數範圍，上述輸入參數透過最佳化求得對應的最大旋轉誤差，並將以上資料一半作為訓練資料，另一半作為測試資料，用於機器學習的訓練與模型預測能力驗證。為了讓模型更順利地收斂，因此輸入(幾何限制、姿態)以及輸出(最大誤差)皆經過正規化。

模型結構依序為線性層(linear layer)、ReLU 構成的啟動函數層、線性層、ReLU 啟動函數層，表 5.10 為模型訓練時所使用的超參數。此外，模型用於評估預測準確度的誤差函數為方均根誤差(MSE error)。

表 5.9 機器學習資料數值範圍

輸入參數	範圍
$\Delta\beta_{xy}$	$0 \sim 1.9 \times 10^{-3}$ rad
$\Delta\beta_z$	$0 \sim 9 \times 10^{-4}$ rad
$\theta_A$	$0 \sim \pi/2$
$\theta_C$	$-\pi \sim 0$

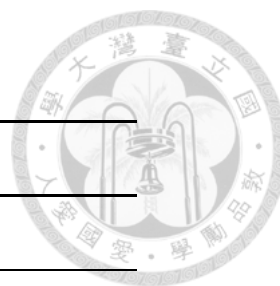


表 5.10 機器學習模型超參數

模型超參數(Hyperparameter)	
驗證資料比例(valid ratio)	0.2
期數(epoch)	3500
批量(batch size)	200
學習率(learning rate)	3e-3
動量(momentum)	0.8

圖 5.25 為每一期(epoch)模型在訓練資料以及驗證資料上的誤差，經過 3500 期的參數更新後，模型在訓練資料以及驗證資料上的方均根誤差皆為  $1 \times 10^{-4}$ 。圖 5.26 為模型對每一組測試資料的預測值。為了清楚呈現結果，測試資料依據標籤值進行排序，透過標籤值與預測值的比較，可以確定模型在趨勢以及數值上都相當貼近真實函數，模型在測試資料上的誤差為  $6.4 \times 10^{-5}$ 。

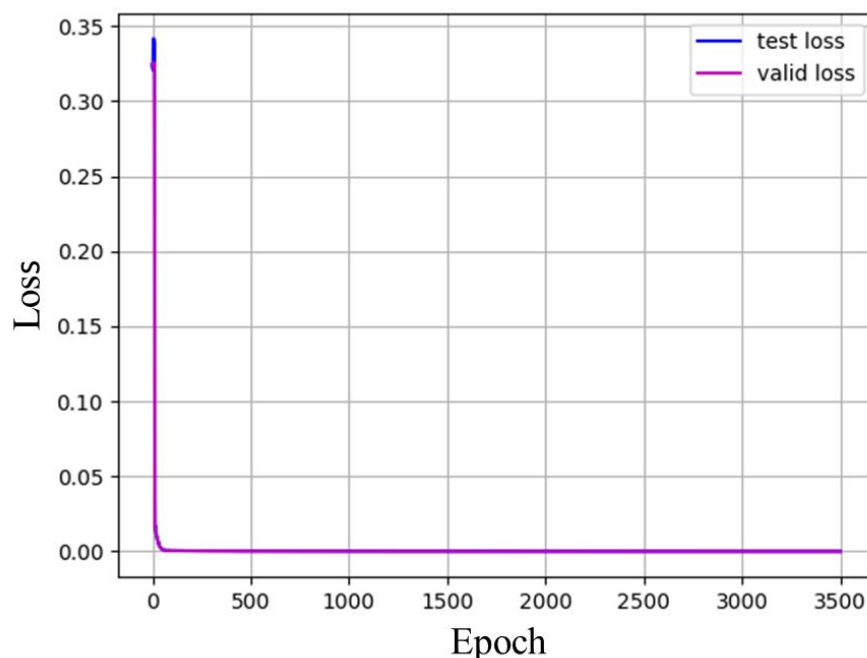


圖 5.25 機器學習誤差趨勢圖



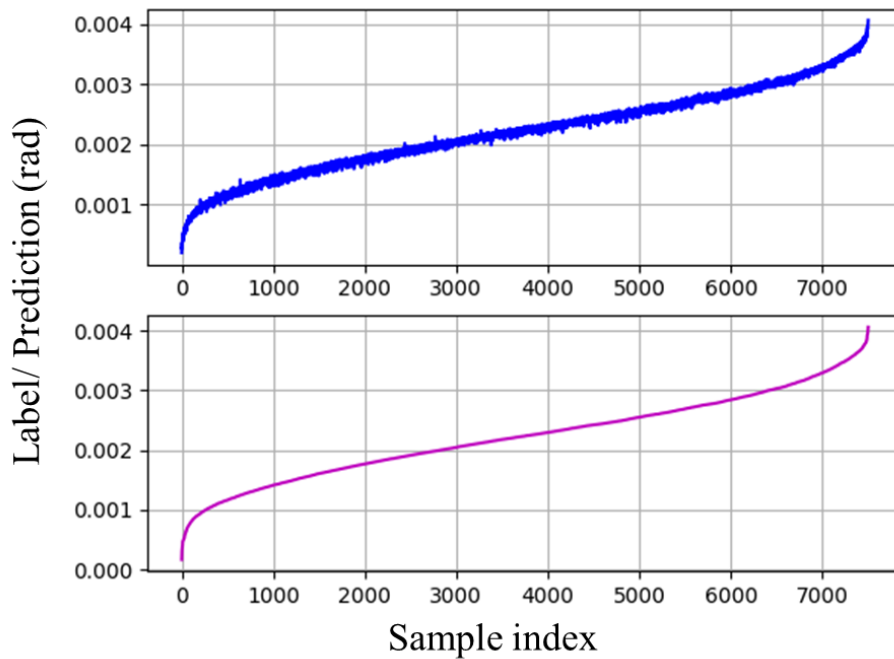
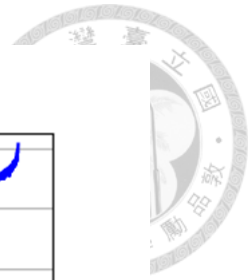


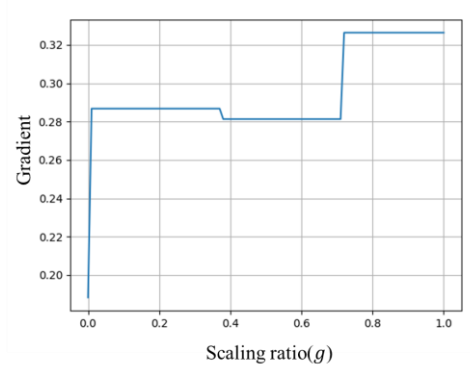
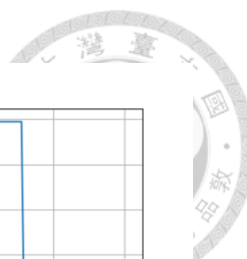
圖 5.26 機器學習預測值與標籤比較

確定模型在預測上的正確性後，利用第三章所介紹的積分梯度分析各個幾何限制對於最大旋轉誤差的影響程度，表 5.11 中為本文敏感度分析中各項輸入參數的數值。圖 5.27 是不同比例因子下模型輸出對於輸入參數的梯度變化，經由積分梯度可以得到敏感度，如表 5.11 所列。

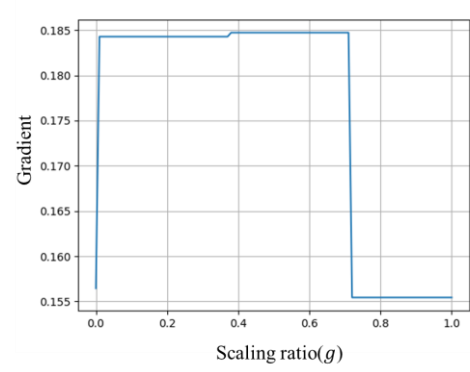
表 5.11 最大旋轉誤差對各參數之敏感度

輸入參數		數值	敏感度
接頭 幾何 限制	肩關節 $\Delta\beta_{xy}$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.1413
	肩關節 $\Delta\beta_z$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.1776
	肘關節 $\Delta\beta_{xy}$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.1846
	肘關節 $\Delta\beta_z$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.1177
旋轉 角度	肩關節旋轉角度 $\theta_A$	$\pi/2$ rad	0.0009
	肘關節旋轉角度 $\theta_C$	0 rad	-0.0005

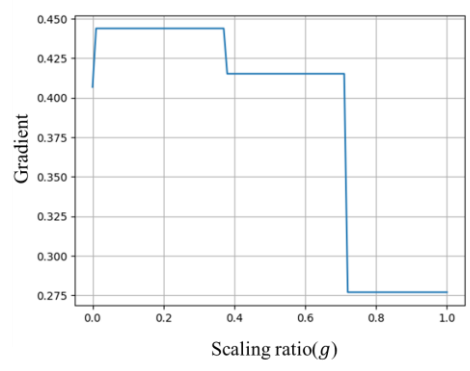
上述結果可與圖 5.7 互相比對，旋轉角度相對於接頭幾何限制，明顯地敏感度較小，與圖 5.7 中最大旋轉角度誤差不受關節旋轉角度影響的結果一致。而透過上述敏感度數值可以瞭解每一個接頭幾何限制的影響力大小，由大到小分別是肘關節 $\Delta\beta_{xy}$ 、肩關節 $\Delta\beta_z$ 、肩關節 $\Delta\beta_{xy}$ 以及肘關節 $\Delta\beta_z$ 。



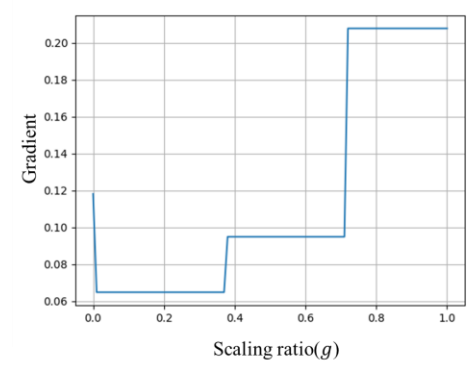
(a)



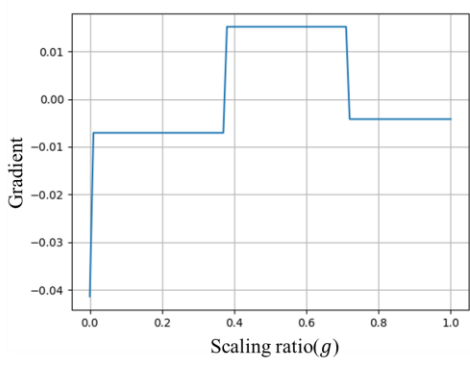
(b)



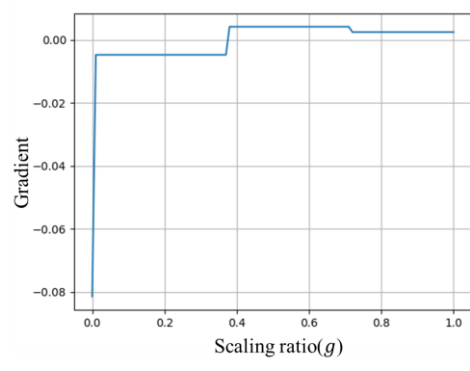
(c)



(d)



(e)



(f)

圖 5.27 幾何限制以及旋轉角度對比例因子梯度趨勢圖

- (a) 肩關節 $\Delta\beta_{xy}$  (b) 肩關節 $\Delta\beta_z$  (c) 肘關節 $\Delta\beta_{xy}$  (d) 肘關節 $\Delta\beta_z$   
 (e) 肩關節旋轉角度 $\theta_A$  (f) 肘關節旋轉角度 $\theta_C$



### 5.4.2 位移敏感度分析

位移敏感度分析採用與上節相同的方法產生訓練資料，表 5.12 為各個輸入參數在資料中的範圍。模型結構同樣由線性層以及 ReLU 所組成的啟動函數層交替組成，表 5.13 為訓練模型所使用的超參數，圖 5.28 為模型在每一期調整參數後的誤差表現。經過 3700 期的訓練後，模型在訓練資料以及驗證資料上的誤差皆是  $2 \times 10^{-4}$ ，在測試資料上的誤差為  $1.7 \times 10^{-4}$ 。圖 5.29 為模型預測結果與標籤值的比較，將模型訓練至具有良好預測能力後，便可進行敏感度分析。

表 5.12 機器學習資料數值範圍

輸入參數	範圍
$\Delta\beta_{xy}$	$0 \sim 1.9 \times 10^{-3}$ rad
$\Delta\beta_z$	$0 \sim 9 \times 10^{-4}$ rad
$\Delta b_{xy}$	$0 \sim 2.85 \times 10^{-2}$ mm
$\Delta b_z$	$0 \sim 2.85 \times 10^{-2}$ mm
$\theta_A$	$0 \sim \pi/2$ rad
$\theta_C$	$-\pi \sim 0$ rad

表 5.13 機器學習模型超參數

模型超參數(Hyperparameter)	
驗證資料比例(valid ratio)	0.2
期數(epoch)	3700
批量(batch size)	200
學習率(learning rate)	3e-2
動量(momentum)	0.84

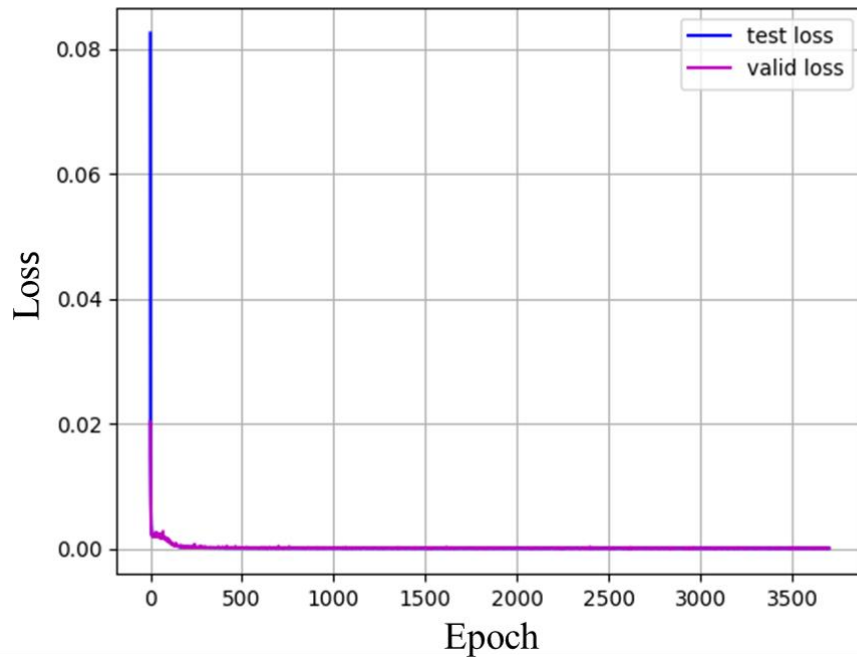


圖 5.28 機器學習誤差趨勢圖

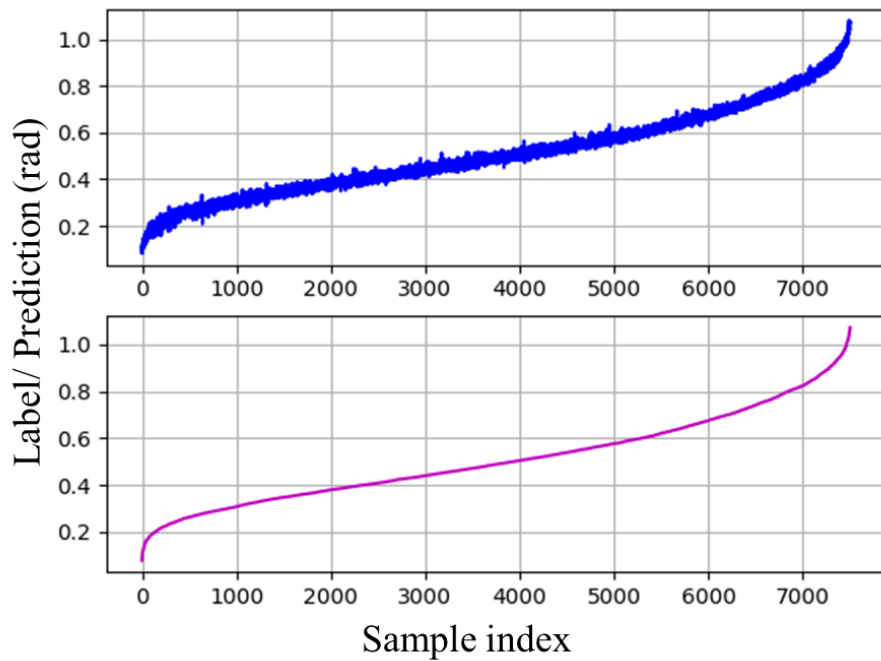
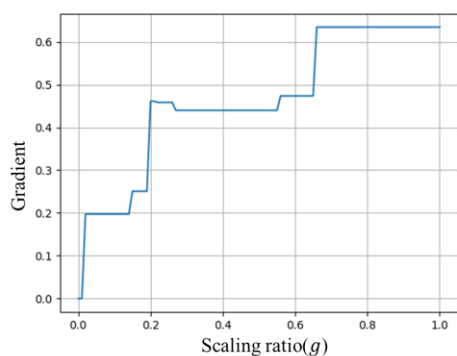
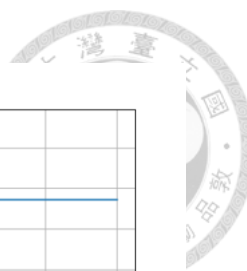


圖 5.29 機器學習預測值與標籤值比較

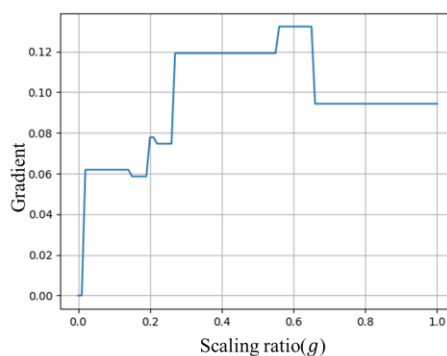
圖 5.30 為模型輸出對於各個輸入參數的梯度變化圖，透過積分梯度法可以求得各參數之敏感度，如表 5.14 所示。旋轉角度方面肘關節旋轉角度的敏感度遠大於肩關節旋轉角度，代表最大位移誤差容易受肘關節旋轉角度影響，此結果可以與圖 5.14 比對。幾何限制方面，旋轉幾何限制在肩關節的敏感度都大於肘關節，主要是因為端接器距離肩關節較遠，兩者同樣旋轉一單位，肩關節對於端接器所造成的位移大於肘關節。位移幾何限制在肩關節的敏感度與肘關節相近，因為位移與旋轉不同，不會因為距離而產生放大效應。若將所有參數依照敏感度排序，則依序是肩關節 $\Delta\beta_{xy}$ >肘關節旋轉角度 $\theta_C$ >肩關節 $\Delta\beta_z$ >肘關節 $\Delta\beta_z$ >肘關節 $\Delta\beta_{xy}$ >肩關節 $\Delta b_{xy}$ >肘關節 $\Delta b_{xy}$ >肩關節旋轉角度 $\theta_A$ >肘關節 $\Delta b_z$ >肩關節 $\Delta b_z$ 。

表 5.14 最大位移誤差對各參數之敏感度

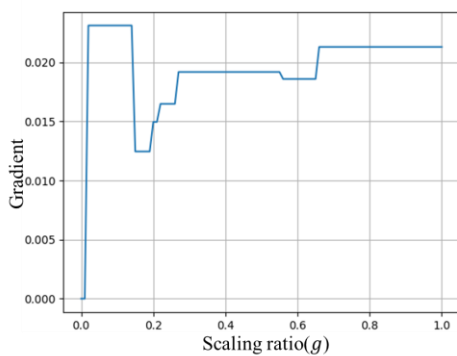
輸入參數		數值	敏感度
接頭 幾何 限制	肩關節 $\Delta\beta_{xy}$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.2213
	肩關節 $\Delta\beta_z$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.0971
	肩關節 $\Delta b_{xy}$	$1.45 \times 10^{-2}$ mm	0.0100
	肩關節 $\Delta b_z$	$1.45 \times 10^{-2}$ mm	0.0049
	肘關節 $\Delta\beta_{xy}$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.0782
	肘關節 $\Delta\beta_z$	$9 \times 10^{-4}$ rad	0.0940
	肘關節 $\Delta b_{xy}$	$1.45 \times 10^{-2}$ mm	0.0096
	肘關節 $\Delta b_z$	$1.45 \times 10^{-2}$ mm	0.0078
旋轉 角度	肩關節旋轉角度 $\theta_A$	$\pi/2$ rad	-0.0084
	肘關節旋轉角度 $\theta_C$	0 rad	0.1335



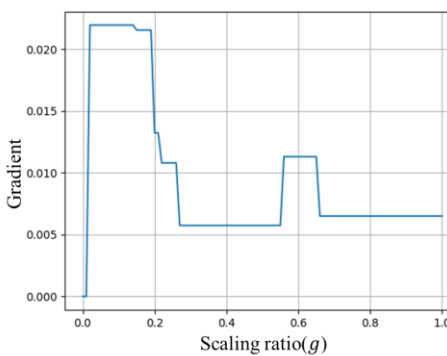
(a)



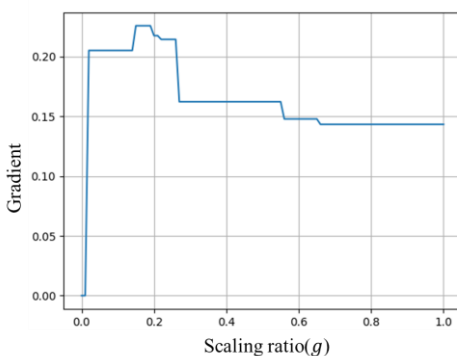
(b)



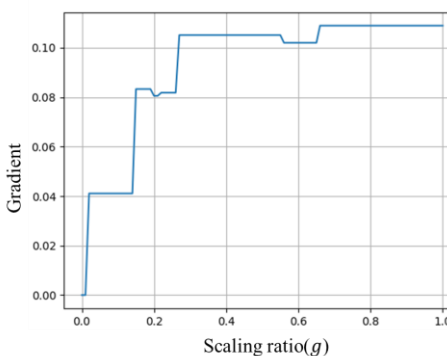
(c)



(d)



(e)

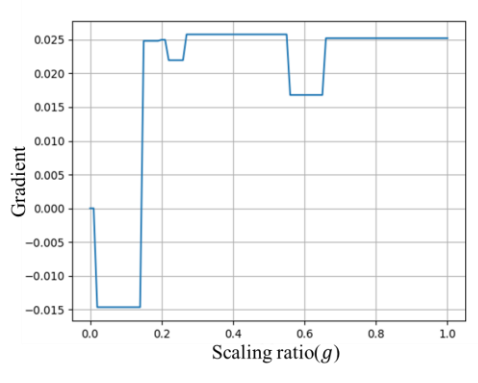
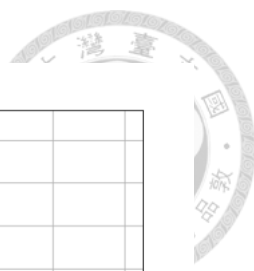


(f)

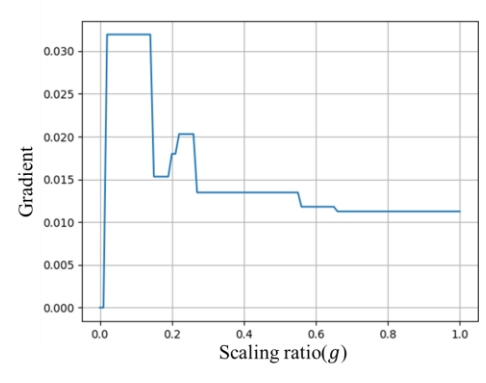
圖 5.30 幾何限制以及旋轉角度對比例因子梯度趨勢圖

(a) 肩關節 $\Delta\beta_{xy}$  (b) 肩關節 $\Delta\beta_z$  (c) 肩關節 $\Delta b_{xy}$

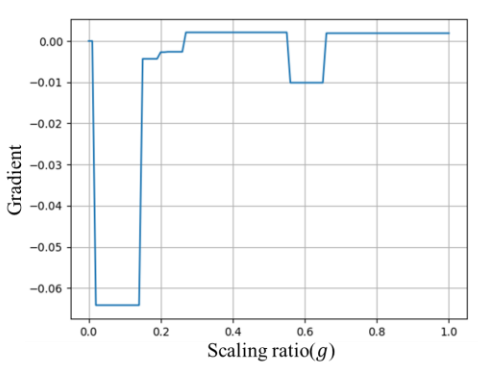
(d) 肩關節 $\Delta b_z$  (e) 肘關節 $\Delta\beta_{xy}$  (f) 肘關節 $\Delta\beta_z$



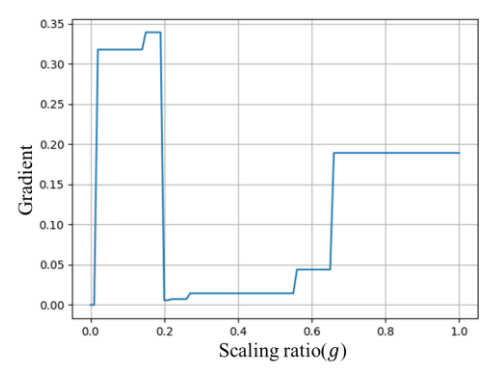
(g)



(h)



(i)



(j)

圖 5.30 幾何限制以及旋轉角度對比例因子梯度趨勢圖(續)

(g) 肘關節 $\Delta b_{xy}$  (h) 肘關節 $\Delta b_z$  (i) 肩關節旋轉角度 $\theta_A$  (j) 肘關節旋轉角度 $\theta_C$

## Chapter 6 結論與未來展望



### 6.1 結論

手術機器人對於 RCM 的精準度相當要求以確保手術品質，在眾多的誤差來源之中，又以間隙誤差最難以處理。因此本文利用最佳化分析間隙對端接器誤差造成的影響，並針對兩大面向進行分析，分別是機構型態以及使用情境。就手動的使用情境而言，在本文的設計公差下，並聯型態的誤差表現無論是旋轉誤差還是位移誤差都優於串聯機構，顯現出並聯機構在約束間隙誤差的特點，可以避免串聯機構中累積誤差之現象，並且本文利用限制條件之數值輔以說明上述論點。馬達驅動的情境下，並聯機構在位移誤差的表現也是比串聯機構更佳，然而在旋轉誤差方面，工作空間中僅有約 50% 的姿勢位移誤差小於串聯機構，顯示出並聯機構就間隙誤差方面，並不全然具備優勢而需要謹慎分析。

此外，根據本文對於馬達驅動之手術機器人位移誤差分析，誤差值皆小於 1mm，而[6]中利用自動控制使工業機器人具備 RCM 特性，其精度落在數個 mm 之間，顯現機構形式的 RCM 機構可以達到較好的定位精度。

本文不只對於誤差數值進行探討，更進一步利用機器學習中的積分梯度法，以理解各項幾何限制與關節旋轉角度對於誤差的影響程度。其中，旋轉誤差對於各個幾何限制之敏感度相近，而對於旋轉角度之敏感度偏低，可以與誤差分析在工作空間中分布結果互相印證。位移誤差方面肩關節的影響力大於肘關節，代表端接器定位精度更容易受到肩關節的間隙影響，提供設計者改善端接器定位精度的方向。





## 6.2 未來展望

### 1. 分析手術器械的平移接頭造成的誤差：

本文主要比較球形機構在串聯以及並聯型態時的誤差變化，因此並未將平移接頭納入考慮。分析範例的平移接頭是以螺桿實現，容易因為背隙造成誤差，導致機構的 RCM 偏離理想位置。納入誤差分析後，可以使得分析更加完善。

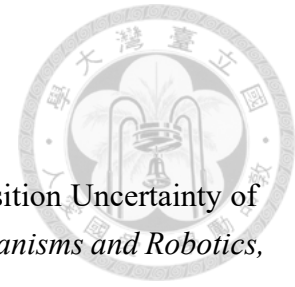
### 2. 將桿件加工誤差納入考慮：

以球形連桿而言，實際桿件大多不是理想圓弧，因而造成 RCM 位置偏移。雖然桿件加工誤差可以藉由校正改善，但利用[30]中的模組化分析，將此項納入考慮，便可以透過敏感度分析，比較間隙以及加工誤差對於最大誤差的影響程度，提供設計者公差設計上的想法。

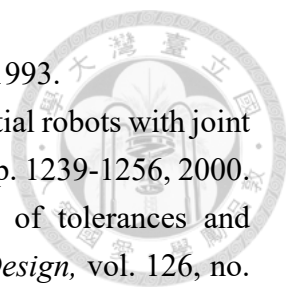
### 3. 分析其他 RCM 機構：

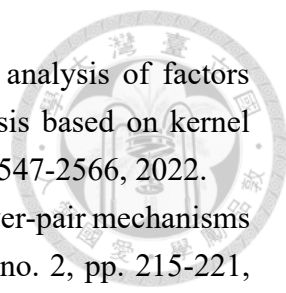
本文中分析以球型連桿為基礎的手術機器人之最大旋轉誤差以及位移誤差。透過分析其他 RCM 機構，例如平行四邊形等，可以比較各種機型在精確度上的表現，或是瞭解以何種接頭配合才能獲得需要的定位精度。

## 參考文獻



- [1] K.-L. Ting, K.-L. Hsu, and J. Wang, "Clearance-Induced Position Uncertainty of Planar Linkages and Parallel Manipulators," *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 9, no. 6, p. 061001, 2017.
- [2] C. H. Kuo, J. S. Dai, and P. Dasgupta, "Kinematic design considerations for minimally invasive surgical robots: an overview," *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, vol. 8, no. 2, pp. 127-145, 2012.
- [3] Z. Yun-ping and Z. Fan, "A novel remote center-of motion parallel manipulator for minimally invasive celiac surgery," *International Journal of Research in Engineering and Science (IJRES) ISSN (Online)*, vol. 3, no. 8, pp. 15-19, 2015.
- [4] U. Kim, D.-H. Lee, Y. B. Kim, D.-Y. Seok, J. So, and H. R. Choi, "S-surge: Novel portable surgical robot with multiaxis force-sensing capability for minimally invasive surgery," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 22, no. 4, pp. 1717-1727, 2017.
- [5] M. Gaafar, M. Magdy, A. T. Elgammal, A. El-Betar, and A. M. Saeed, "Development of a new compliant remote center of motion (RCM) mechanism for vitreoretinal surgery," in *2020 6th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, Singapore, 2020, pp. 183-187.
- [6] E. Dombre *et al.*, "MARGE Project: design, modeling and control of assistive devices for minimally invasive surgery," in *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, Berlin, Heidelberg, 2004: Springer, in *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2004*, pp. 1-8.
- [7] J. Carusone and G. M. D'Eleuterio, "Tracking control for end-effector position and orientation of structurally flexible manipulators," *Journal of Robotic Systems*, vol. 10, no. 6, pp. 847-870, 1993.
- [8] H. Zhuang, "Self-calibration of parallel mechanisms with a case study on Stewart platforms," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 13, no. 3, pp. 387-397, 1997.
- [9] A. Chaker, A. Mlika, M. Laribi, L. Romdhane, and S. Zeghloul, "Clearance and manufacturing errors' effects on the accuracy of the 3-RCC Spherical Parallel Manipulator," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 37, pp. 86-95, 2013.
- [10] F. Azadivar, "The effect of joint position errors of industrial robots on their performance in manufacturing operations," *IEEE Journal on Robotics and Automation*, vol. 3, no. 2, pp. 109-114, 1987.
- [11] S. Lee, B. Gilmore, and M. Ogot, "Dimensional tolerance allocation of stochastic dynamic mechanical systems through performance and sensitivity analysis,"

- 
- Journal of Mechanical Design*, vol. 115, no. 3, pp. 392-402, 1993.
- [12] J. Zhu and K.-L. Ting, "Uncertainty analysis of planar and spatial robots with joint clearances," *Mechanism and Machine theory*, vol. 35, no. 9, pp. 1239-1256, 2000.
- [13] W. Wu and S. Rao, "Interval approach for the modeling of tolerances and clearances in mechanism analysis," *Journal of Mechanical Design*, vol. 126, no. 4, pp. 581-592, 2004.
- [14] C. Innocenti, "Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints," *Journal of Mechanical Design*, vol. 124, no. 1, pp. 52-57, 2002.
- [15] M.-J. Tsai and T.-H. Lai, "Kinematic sensitivity analysis of linkage with joint clearance based on transmission quality," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 39, no. 11, pp. 1189-1206, 2004.
- [16] M.-J. Tsai and T.-H. Lai, "Accuracy analysis of a multi-loop linkage with joint clearances," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 43, no. 9, pp. 1141-1157, 2008.
- [17] N. Binaud, P. Cardou, S. p. Caro, and P. Wenger, "The kinematic sensitivity of robotic manipulators to joint clearances," in *ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Montreal, Quebec, Canada, 2010, vol. Volume 2: 34th Annual Mechanisms and Robotics Conference, Parts A and B, pp. 1371-1380.
- [18] S. Venanzi and V. Parenti-Castelli, "A new technique for clearance influence analysis in spatial mechanisms," *Journal of Mechanical Design*, vol. 127, no. 3, pp. 446-455, 2004.
- [19] Z. Huang, "Error analysis of position and orientation in robot manipulators," *Mechanism and machine theory*, vol. 22, no. 6, pp. 577-581, 1987.
- [20] B. Benhabib, R. Fenton, and A. Goldenberg, "Computer-aided joint error analysis of robots," *IEEE Journal on Robotics and Automation*, vol. 3, no. 4, pp. 317-322, 1987.
- [21] K.-L. Ting, J. Zhu, and D. Watkins, "The effects of joint clearance on position and orientation deviation of linkages and manipulators," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 35, no. 3, pp. 391-401, 2000.
- [22] C. L. Chan and K.-L. Ting, "Clearance-Induced Orientation Uncertainty of Spherical Linkages," *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 13, no. 2, p. 021021, 2021.
- [23] H. Wang and B. Roth, "Position errors due to clearances in journal bearings," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 111, no. 3, pp. 315-320, 1989.
- [24] A. Chebbi, Y. Chouaibi, Z. Affi, and L. Romdhane, "Sensitivity analysis and prediction of the orientation error of a three translational parallel manipulator," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 232, no. 1, pp. 140-161, 2018.

- 
- [25] J. Yang, L. Jin, Z. Han, D. Zhao, and M. Hu, "Sensitivity analysis of factors affecting motion reliability of manipulator and fault diagnosis based on kernel principal component analysis," *Robotica*, vol. 40, no. 8, pp. 2547-2566, 2022.
- [26] J. Denavit and R. S. Hartenberg, "A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 22, no. 2, pp. 215-221, 1955.
- [27] M. Sundararajan, A. Taly, and Q. Yan, "Gradients of counterfactuals," *arXiv preprint arXiv:1611.02639*, 2016.
- [28] 陳麒翔 (2020)。球型連桿手術機器人機構之開發與靜平衡設計。國立臺灣大學機械工程學研究所碩士論文，台北市。取自 <https://hdl.handle.net/11296/8bzy54>
- [29] C. Wu, X.-J. Liu, L. Wang, and J. Wang, "Optimal design of spherical 5R parallel manipulators considering the motion/force transmissibility," *Journal of Mechanical Design*, vol. 132, no. 3, p. 031002, 2010.
- [30] K.-L. Hsu and P.-Y. Lai, "Kinematic and mechanical error analysis of serial spherical linkages using a modular approach," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 236, no. 17, pp. 9504-9526, 2022.

# 附錄 A Simulink 手術機器人模塊圖

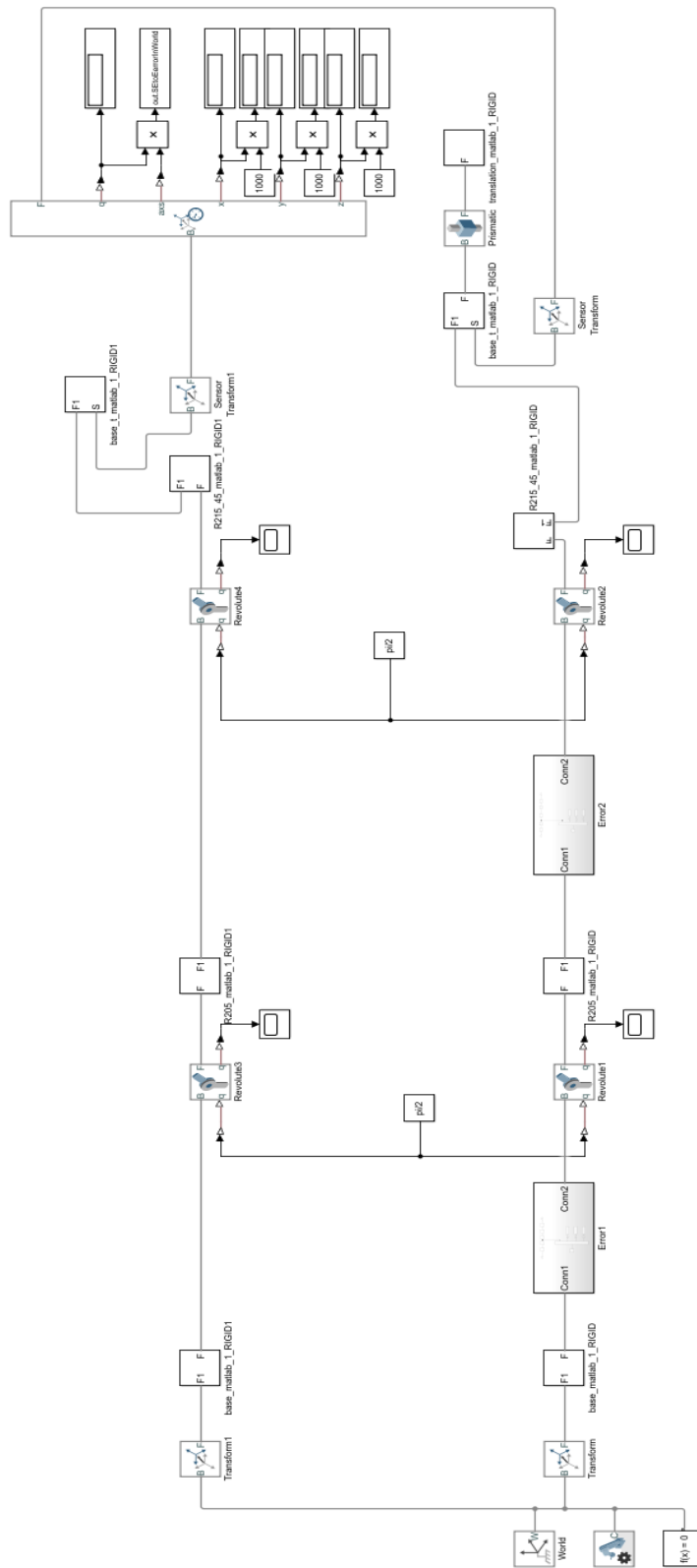


圖 A.1 單臂手術機器人誤差分析 Simulink 模塊圖