

國立臺灣大學理學院海洋研究所

碩士論文

Institute of Oceanography

College of Science

National Taiwan University

Master Thesis



以零位渦外流理論探討浮力驅動沿岸流結構

On the Structure of Buoyant Coastal Currents: Testing a
zero-potential-vorticity outflow theory

蔣學博

Hsueh-Po Chiang

指導教授：陳世楠 教授

Advisor: Shih-Nan Chen , Ph.D

中華民國 108 年 9 月

September 2019

國立臺灣大學碩士學位論文

口試委員會審定書

以零位渦外流理論探討浮力驅動沿岸流結構

On the Structure of Buoyant Coastal Currents:

Testing a zero-potential-vorticity outflow theory

本論文係蔣學博君 (R06241103) 在國立臺灣大學海洋研究所學系、所完成之碩士學位論文，於民國 108 年 9 月 24 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：



(簽名)

(指導教授)



曾子恆

系主任、所長



(簽名)

致謝



兩年又多一些的碩士生涯就這樣匆匆的過去了，回頭一看，真的很高興自己可以來到 COD126 這個大家庭，讓原本以為會艱澀的碩士時光，多了好幾分色彩。一路走來，真的很感謝世楠老師一直以來的耐心和給予我非常多的指導，秋菊學姊一路上的鼓勵和開導，品瑜學姊的細心呵護與熱情，珈瑄學姊時時刻刻的提點，豪澤學長的深夜陪伴，時常提供研究上建議的軒軒，體貼大方的嘉穎，最後還要感謝思妤學姊，多年前不斷鼓勵我可以來這邊嘗試看看。這些日子以來，非常感謝各位在研究上的提點與引導，更重要的是在生活上也不斷的充實著我的身心靈，更讓我學會了許多待人處事，也在我陷入低潮的時候不斷提供鼓勵，心中除了感謝還是萬分的感謝。

研究上，很感謝物理組組上各位老師在研究上的指引，也很謝謝蔡武廷老師以及曾于恒老師口試時給予我很多研究上的建議與問題的反思。同儕上，感謝地質組的好夥伴們，易峰、奕傑、旻祐、思杰、梓杭、雅方、資蓉、翹心，在研究生的路上有了你們的陪伴，多了許多歡樂也充實了更多。感謝父母與哥哥的支持，讓我少掉了很多後顧之憂，也感謝我的貓兒子大軍，帶給我不少甜蜜的負擔。

最後，在這邊要對各位再次致上我最真誠的感謝，謝謝這段日子裡各位的幫助以及陪伴，能夠遇見各位真的是在下輩子修來的福份，祝福各位，謝謝大家。

中文摘要



本研究以三維的海洋數值模式(Regional Ocean Modeling System, ROMS)探討 Thomas and Linden (2007; 以下簡稱為 TL07)所提出的浮力驅動沿岸流結構理論, 理論中考慮兩層流體近似下, 一層低密度的均勻流體於另一層高密度的均勻流體上, 沿著海岸往開爾文波方向傳遞, 並假設沿岸流中任何地方都要滿足零位渦度且地轉平衡。TL07 表示, 基於這些假設下, 只要給定二流體的密度差(即減重力)與流量, 即可以決定沿岸流的厚度、寬度以及厚度平均流速。

本研究的結果顯示, ROMS 模擬的浮力驅動沿岸流滿足了 TL07 理論中所提及的地轉平衡假設, 代表非絕熱(如流體介面上的剪應力(interfacial stress)), 與平流效應在沿岸流的跨岸方向動量平衡中, 為次要的物理過程, 另一方面, 沿著流線上的位渦度值也接近守恆。在一系列的流量實驗中, 研究結果顯示模式模擬的沿岸流厚度與理論預測的結果有良好的一致性, 然而, 在沿岸流寬度上的預測結果則顯現出較明顯的差異, 大致上預測結果有 10~20% 的低估情形, 在靠近河口源頭的小部分地區有超過 50% 的低估情形, 上述的研究結果顯示 TL07 理論在模式模擬的海洋環境下依然有合理的預測結果。然而, 本研究發現模式結果並不滿足 TL07 理論中的零位渦度假設, 此外, 沿岸流中的鹽度場有著連續的變化, 也意謂著兩層流體近似的前提在模式中並不適合。進一步的分析發現, 因零位渦度與兩層流體近似假設而產生的兩誤差大致上互相抵消, 因此, TL07 理論對沿岸流結構的預測性並非基於正確的物理假設, 而是兩誤差相互抵銷的結果。

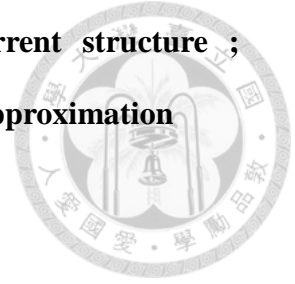
關鍵字:浮力驅動沿岸流; 沿岸流結構; 地轉平衡; 零位渦度; 兩層流體近似

Abstract

A theory for the structure of buoyancy-driven coastal currents by Thomas and Linden (2007; TL07 hereafter) is tested using a three-dimensional, primitive equation ocean model (ROMS). The theory is under a two-layer approximation, considering a uniform layer of low-density water over high-density ambient. Under the influences of buoyancy forcing and Earth's rotation, the resulting low-density water moves along a coastal wall in the direction of Kelvin wave propagation, forming a coastal current. In addition to the two-layer approximation, TL07 further assumed that the coastal current is geostrophically balanced and is characterized by zero potential vorticity (PV) along its path. Under the above assumptions and given the density contrast and flow rate, TL07 then predicts the coastal current thickness, width, and layer-averaged velocity.

ROMS simulations show that the coastal currents indeed satisfy the geostrophic balance in cross-shore direction, and their PV is approximately conserved following the streamlines. For a range of flow rates, the thickness of simulated currents is in good agreement with the theory. The width shows some discrepancies. The theory underestimates the width by, on average, 20 percent, but underestimation increases to more than 50 percent near the riverine source. In general, though, TL07 has a reasonable predictive skill for the coastal current thickness and width. However, further examining TL07's assumptions reveal that zero PV is not supported by the numerical model results. In addition, the density field varies continuously within the simulated coastal currents, rendering the layer-averaging approach questionable. It is demonstrated from theoretical derivations that the errors due to these two questionable assumptions largely cancel each other. Therefore, the observed predictive skill of TL07 may not have a sound physical basis.

**Keywords : buoyancy-driven coastal current ; coastal current structure ;
geostrophically balanced ; zero potential vorticity ; two-layer approximation**

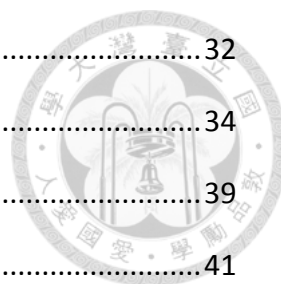


目錄



致謝	ii
中文摘要	iii
Abstract	iv
目錄	vi
圖目錄	viii
表目錄	xii
第 1 章 簡介	1
第 2 章 理論背景與數值實驗	7
2.1 Thomas and Linden(2007)理論	7
2.1.1 兩層流體模型	7
2.1.2 靜力平衡	7
2.1.3 地轉平衡	8
2.1.4 零位窩度	9
2.2 數值模式與實驗設計	12
2.3 穩定態(steady state)判定方法	15
第 3 章 數值實驗結果	18
3.1 TL05 理論的預測情況	18
3.2 理論的假設驗證	18
3.2.1 地轉平衡驗證	23
3.2.2 兩層流體近似驗證	25
3.2.3 零位渦度驗證	28
3.3 誤差值 A0 與 B0	31
3.3.1 誤差傳遞(error propagation)	31

3.3.2 誤差的抵銷	32
第 4 章 討論	34
4.1 河流輸出淡水鹽度	39
4.2 南北模式邊界條件	41
第 5 章 結論	43
第 6 章 未來研究方向	45
參考文獻	46



圖目錄



圖 1: 交換水槽(lock-exchange)試驗示意圖。	4
圖 2: (左圖) Bulge 與沿岸流示意圖(MacCready 2004)。(右圖)沿岸流截面示意圖。	5
圖 3: Yankovsky and Chapman (1997)數值模型示意圖。	5
圖 4: Lentz and Helfrich (2002)數值模型示意圖。	6
圖 5: 浮力驅動沿岸流示意圖，密度較低的流體被施放在密度較高的流體上，因 為流體之間的密度差而產生了壓力梯度，緊接著壓力梯度與科氏力平衡， 使得上層密度較淡的流體向下游的方向繼續傳遞形成浮力驅動沿岸流。 ..	8
圖 6: 零位渦假設示意圖，圖中往西為海洋往東為陸地，圖中最西側的藍色箭頭 表示河流有限深度的源頭，黑色箭頭所示意的方向為密度較低的河水進入 海洋的方向，藍色的曲線為河流變成薄薄一層進入海洋的示意。	11
圖 7: 數值實驗中模式空間尺度。座標上以沿著海岸方向為 y 軸(向北為正)，跨 岸方向為 x 軸(向東為正)，垂直方向上為 z 軸(向底部為負)。x 方向上空間 尺度為 100 公里，y 方向上 450 公里，垂直方向皆為 50 公尺(包括河道)， 東側為牆代表海岸。河道的長度 為 20 公里，寬度為 10 公里。	13
圖 8: 第三個實驗中($Q_r = 5000m^3s^{-1}$)從第 1 天開始到第 15 天的表面鹽度俯視 圖，由左至右時間的間格為 2.5 天，圖中標示的兩條白線是我們所選取的沿 岸流研究區域。	16
圖 9: 沿岸流的鹽度橫切面，白色曲線為鹽度 34.5 的鹽度邊界。	16
圖 10: 左圖為第三個實驗中($Q_r = 5000m^3s^{-1}$)第 15 天的表面鹽度，圖中的六條 黑線標示了我們所選取的六個截面。右上圖為六個截面經由公式(16)所計算 出的流量 Q ，右下圖為六個截面經由公式(9)所計算出的減重力(g')，不同顏	

色各自代表了不同的截面，而右邊兩張圖中標示出的垂直直線為模式第 15 天的時間。..... 17

圖 11: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為沿岸流的最大厚度。第三列為沿岸流的最大寬度。圖中的藍線代表 TL07 所預測的最大厚度 h_0 和最大寬度 w_0 。紅線為模式沿岸流最大厚度 h_m 和模式沿岸流 w_m 。由上到下依序為四種不同的流量 ($Q_r = 1000.3000.5000.8000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$)。.....20

圖 12: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為模式模擬的最大厚度除上 TL07 理論所預估的最大厚度 (h_m/h_0)，第三列為模式模擬的最大寬度除上 TL07 理論所預估的最大寬度 (w_m/w_0)，圖中標示的黑色虛線為 $h_m/h_0 = 1$ 或 $w_m/w_0 = 1$ ，由上到下依序為四種不同的流量 ($Q_r = 1000.3000.5000.8000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$)。.....22

圖 13: 模式流場與地轉流場的示意圖，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，圖中的底圖為模式沿著海岸方向上的空間平均模式流場，黑線代表由公式 (24.a&24.b) 所計算出的沿著海岸方向上的空間平均地轉流場。.....24

圖 14: 模式鹽度的剖面結構，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，白線代表 34.5 psu 的鹽度邊界，圖中黑色的等值線為空間平均模式流場(同圖 13 的底圖)，其間距為 0.1 ms^{-1} 。.....26

圖 15: 兩層流體近似流場與模式流場，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，圖中的藍色曲線代表厚度平均且空間平均的模式流場 $\langle v_m \rangle_{yz}$ ，綠色曲線代表厚度平均且空間平均的兩層流體近似流場 $\langle v_{tl} \rangle_y$ (v_{tl} 已為厚度平均後的結果)，綠色陰影與藍色的陰影分別為 $\langle v_{tl} \rangle_y$ 與 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 的標準差。.....27

圖 16: 兩層流體近似流場與模式流場的一次函數擬合示意圖，圖中桃紅色的虛線分別代表兩層流體近似流場 v_{tl} 與模式流場 $\langle v_m \rangle_z$ 經過一次方程近似後的

結果，並以這兩條一次方程式的斜率差異作為我們兩層流體近似流場與模式流場的誤差量化指標。.....27

圖 17: 左圖為第 3 個模擬($Q_r = 5000m^3s^{-1}$)的位渦度值俯視圖，圖中的紅色虛線框框為我們沿岸流的研究區域，黑線則為 28~34psu 的等鹽度線。右圖中的黑色虛線代表初始的位渦度值 $f/h = 1.6 \times 10^{-5}$ ，藍色曲線則為沿著等鹽度 31psu 上的位渦度值。.....29

圖 18: 零位渦度假設流場與模式流場，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，圖中的藍色曲線代表空間平均且厚度平均後的模式流場 $\langle v_m \rangle_{yz}$ ，紅色直線則是空間平均且厚度平均後的零位渦度假設流場 $\langle v_{zp} \rangle_y$ (v_{zp} 已為厚度平均後的結果)。藍色的陰影為 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 的標準差。.....30

圖 19: 零位渦度流場與模式流場的一次方程近似示意圖，圖中桃紅色的虛線代表厚度平均模式流場 $\langle v_m \rangle_z$ 一次方程近似後的結果，並以此一次方程式近似與 $v_{zp} = -fx$ 之間的斜率差異作為我們零位渦度流場與模式流場的誤差量化指標。.....30

圖 20: x 軸為兩層流體近似所產生的誤差值 B_0 ，y 軸為零位渦度假設所產生的誤差值 A_0 ，圖中不同的顏色代表了不同流量的模式模擬結果。.....33

圖 21: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為沿岸流的最大厚度。第三列為沿岸流的最大寬度。圖中的藍線代表 TL07 所預測的最大厚度 h_0 和最大寬度 w_0 。紅線為模式沿岸流最大厚度 h_m 和模式沿岸流 w_m 。由上到下依序為 case5-8。.....36

圖 22: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為模式模擬的最大厚度除上 TL07 理論所預估的最大厚度(h_m/h_0)，第三列為模式模擬的最大寬度除上 TL07 理論所預估的最大寬度(w_m/w_0)，由上到下依序為 case5-8。.....38

圖 23: x 軸為兩層流體近似所產生的誤差值 B_0 ，y 軸為零位渦度假設所產生的誤差值 A_0 ，圖中紅色圓形代表不同流量(case1-4)模式實驗，藍色星形代表 case5($Q_r = 5000m^3s^{-1}, 10psu$) ，綠色方形代表 case6($Q_r = 5000m^3s^{-1}, 20psu$) 。40

圖 24: x 軸為兩層流體近似所產生的誤差值 B_0 ，y 軸為零位渦度假設所產生的誤差值 A_0 ，圖中紅色圓形代表不同流量(case1-4)模式實驗，藍色菱形代表 case7($Q_r = 5000m^3s^{-1}, RGRR$) ，綠色三角形代表 case8($Q_r = 5000m^3s^{-1}, CGRR$) 。42

表目錄



表格 1: 數值實驗條件，表中第一列為河水輸入流量，第二列為輸入河水的鹽度 值，第三列為南北邊界條件，CFRR(FSCHAPMAN, M2FLATHER, M3RADIATION, TRADIATION)，RGRR(FSRADIATION, M2GRADIENT, M3RADIATION, TRADIATION)，CGRR(FSCHAPMAN, M2GRADIENT, M3RADIATION, TRADIATION)。	14
---	----

第 1 章 簡介

浮力驅動流(buoyancy-driven flow)的作用力為流體密度差所產生的壓力梯度力。以交換水槽(lock-exchange)實驗為例(如圖 1 上圖)，水槽兩邊分別注入不同密度的流體($\rho_1 < \rho_2$)，將中間的隔板移除後(如圖 1 下圖)，密度較低的流體(ρ_1)會沿著密度較高的流體(ρ_2)上方，並向圖中的左邊運動。

在海洋與陸地的邊界上，河川或融冰會將密度較低的淡水水團注入海洋，這些密度較低的淡水會與周遭密度較高的海水形成浮力驅動流，在受到地球旋轉效應的影響下，浮力驅動流在北半球將會以順時針方向被旋轉，如圖 2 左圖，隨著淡水不斷地注入，一部分的淡水會被困在河口附近形成順時針方向的 bulge，而剩下的淡水會繼續貼著海岸並沿著開爾文波方向向下游處傳遞，形成浮力驅動沿岸流(buoyant coastal current)。

我們可以在地球上的許多地方發現浮力驅動沿岸流的蹤跡，例如：Columbia River Plume (Hickey et al. 1998), Leeuwin Current (Griffith and Pearce 1985; Pearce and Griffith 1991), Chesapeake Bay & Delaware Bay coastal current (Rennie et al. 1999; Munchow and Garvine 1993), Hudson River plume (Chant et al. 2008), East Greenland Current (Wadhams et al. 1979)等。浮力驅動沿岸流對近岸環境的重要性在於，沿岸流的運動能將河川攜帶的豐富陸源營養鹽以及陸源有機物從河口區域傳輸到下游區域，使得沿海區域周邊的基礎生產力上升，另一方面，工業排放進河川的化學污染源也會經由浮力驅動沿岸流的運輸，對海洋生態甚至沿海地區的人類生活圈產生影響(Brooks and Townsend 1989; Whitney et al. 2005; Sharples et al. 2016)，因此，對於海洋物理學家來說，浮力驅動沿岸流(圖 2 右圖)能夠擴散到離海岸多遠的位置(寬度)以及影響到海面下多深的位置(厚度)，是一個非常重要且必須要了解的問題。

由前人對於浮力驅動沿岸流的研究，Chapman and Lentz (1994)與 Yankovsky and Chapman (1997)經由理論推導以及模型實驗，在滿足地轉平衡的假設下，提出浮力驅動沿岸流的厚度尺度為：

$$h_p = \sqrt{\frac{2Qf}{g'}} \quad (1)$$

Q 為沿岸流流量(m^3/s)， g' 為減重力(m/s^2)， f 科氏力參數($1/s$)。

從厚度尺度 h_p 出發，Yankovsky and Chapman (1997)提出了簡單的數值模型實驗(圖 3)，以將沿岸流分類。模型中底部的地形變化可由 $h(y) = h_w + \alpha y$ 表示， h_w 為海岸邊上的地形深度， y 為離岸距離， α 為底部地形的斜率。Yankovsky and Chapman 提出，當 $h_p > h_w$ 時(圖 3a)，沿岸流會接觸到海洋底部，反之，當 $h_p < h_w$ 時(圖 3b)，沿岸流並不會接觸到海洋底部，藉此，Yankovsky and Chapman 表示能夠通過沿岸流的厚度尺度 h_p 與海岸地形深度 h_w 之間的關係，將沿岸流分成兩大類: surface-advected(淡水不與底部接觸)和 bottom-trapped。

基於前人的研究基礎上，Lentz and Helfrich (2002)利用模型實驗(如圖 4)，來探討斜坡對於浮力驅動沿岸流的影響，不同於 Yankovsky and Chapman 僅對中上游部分沿岸流結構進行探討，Lentz and Helfrich 更進一步對下游 nose region 的 nose propagation speed 進行描述，並且指出在不同大小的底部地形斜率 α 下，沿岸流的特性也有所不同，如圖 4a，當 α 很大時(底部地形斜率很大)，沿岸流會趨近於 surface-advected，反之如圖 4b，當 α 很小時(底部地形斜率很小)，沿岸流會趨近於 bottom-trapped，更進一步，經由一系列的水槽實驗以及理論模型推導，Lentz and Helfrich(2002)指出，該研究在已知底部斜率 α 下，可以將沿岸流寬度尺度結構表示為：

$$W_p = W_w + W_\alpha = \frac{c_w}{f} + \frac{h_p}{\alpha} = W_w \left(1 + \frac{c_w}{c_\alpha}\right) \quad (2)$$

首先，如圖 4b 的沿岸流橫切面，將沿岸流在寬度上分為兩部分，第一部分為沿岸流從底部相交處到沿岸流外緣的部分 W_w ，並且， W_w 會滿足重力流(gravity current)的變形半徑

$$W_w \sim \frac{\sqrt{g'h_p}}{f} = \frac{c_w}{f} \quad (3)$$

其中參數 c_w 為重力流(gravity current)的傳遞速度

$$c_w = \sqrt{g'h_p} = (2Qg'f)^{1/4} \quad (4)$$

第二部分為沿岸流與底部相交的離岸距離

$$W_\alpha \sim \frac{h_p}{\alpha} = \frac{c_w}{f} \frac{c_w}{c_\alpha} \quad (5)$$

其中參數 c_α 為沿著底部為斜坡的傳遞速度

$$c_\alpha = \frac{\alpha g'}{f} \quad (6)$$

然而，近期的 Thomas and Linden (2007)指出，接續著前人已知的沿岸流結構尺度結構，在地轉平衡、零位渦假設、兩層流體近似假設且在沿岸流不會觸碰到底部(surface-advected only)的情況下，只需要知道浮力驅動沿岸流某處的流量 Q 以及密度結構(即減重力 g')，就可以預測該處浮力驅動沿岸流的最大厚度 $h_0 = \left(\frac{2fQ}{g'}\right)^{1/2}$ 以及最大寬度 $w_0 = \left(\frac{8g'Q}{f^3}\right)^{1/4}$ 。首先，Thomas and Linden 指出，該研究中提出的最大厚度與最大寬度解析解在尺度關係上與前人的研究相同(Chapman and Lentz 1994; Yankovsky and Chapman 1997; Lentz and Helfrich 2002)，但是 Thomas and Linden 表示，不同於前人僅能提出的尺度結構解，運用其理論能夠直接獲得沿岸流確切的最大厚度以及最大寬度，並且 Thomas and Linden 在實驗室中的水槽實驗也印證其理論，實驗結果顯示，對於浮力驅動沿岸流的最大厚度以及最大寬度的預測上平均的誤差約 10~20%、偶有誤差至 50%。

Thomas and Linden 的理論試圖回應沿岸流結構的研究上懸而未解的問題：前人的理論只告訴我們沿岸流尺度的 parameter dependence(scaling relation)，其比

例常數需透過實驗決定，但是這些理論以及結果只有在實驗室的水槽實驗中得到驗證，本研究希望透過數值模型，在與實測相似的空間尺度(field scale)下測試 Thomas and Linden 的理論對於浮力驅動沿岸流厚度與寬度的預測情況，另一方面，本研究也會仔細的去檢查 Thomas and Linden 理論中各項假設的合理性，包括地轉平衡、零位渦假設以及兩層流體近似。

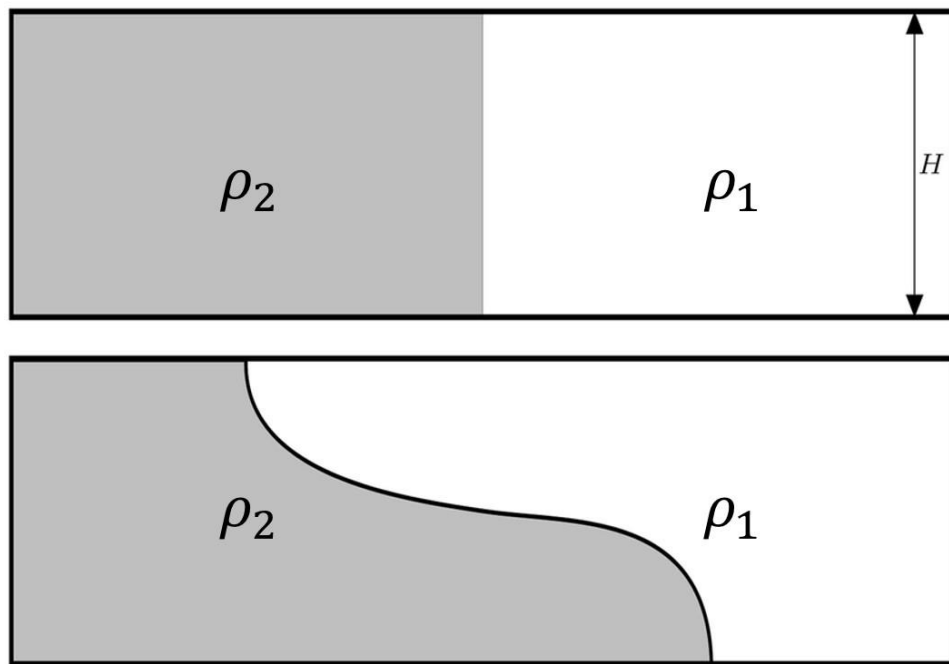


圖 1：交換水槽(lock-exchange)試驗示意圖。

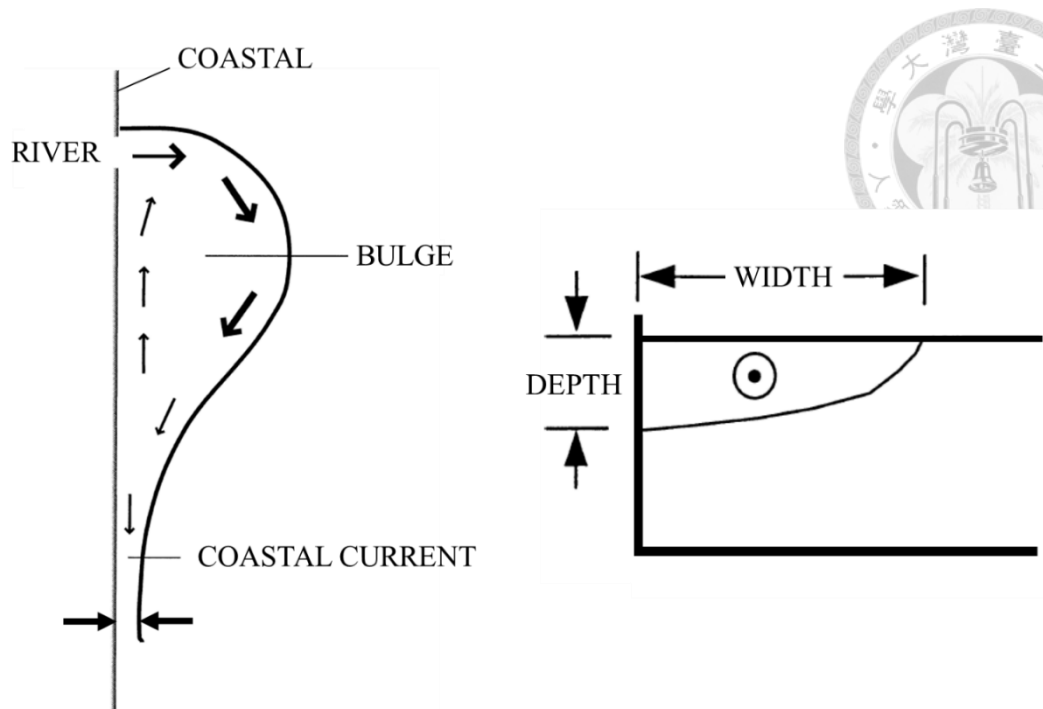


圖 2: (左圖) Bulge 與沿岸流示意圖(MacCready 2004)。(右圖)沿岸流截面示意圖。

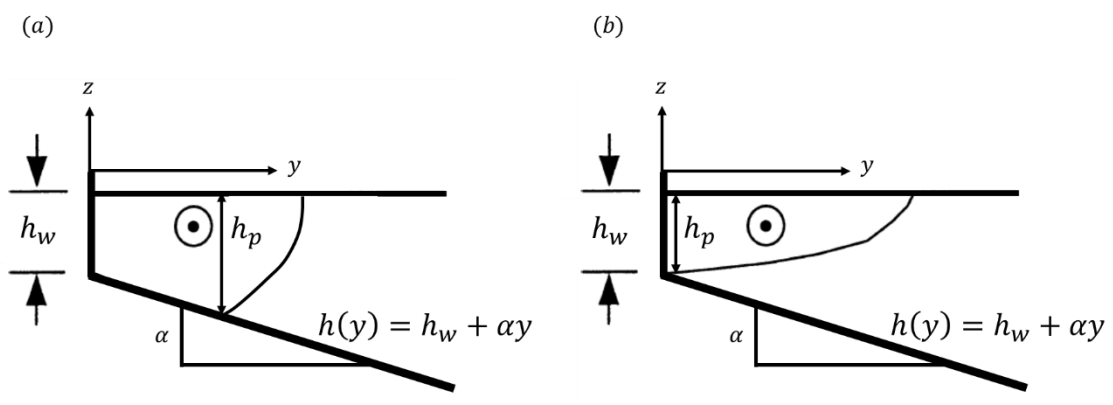


圖 3: Yankovsky and Chapman (1997)數值模型示意圖。

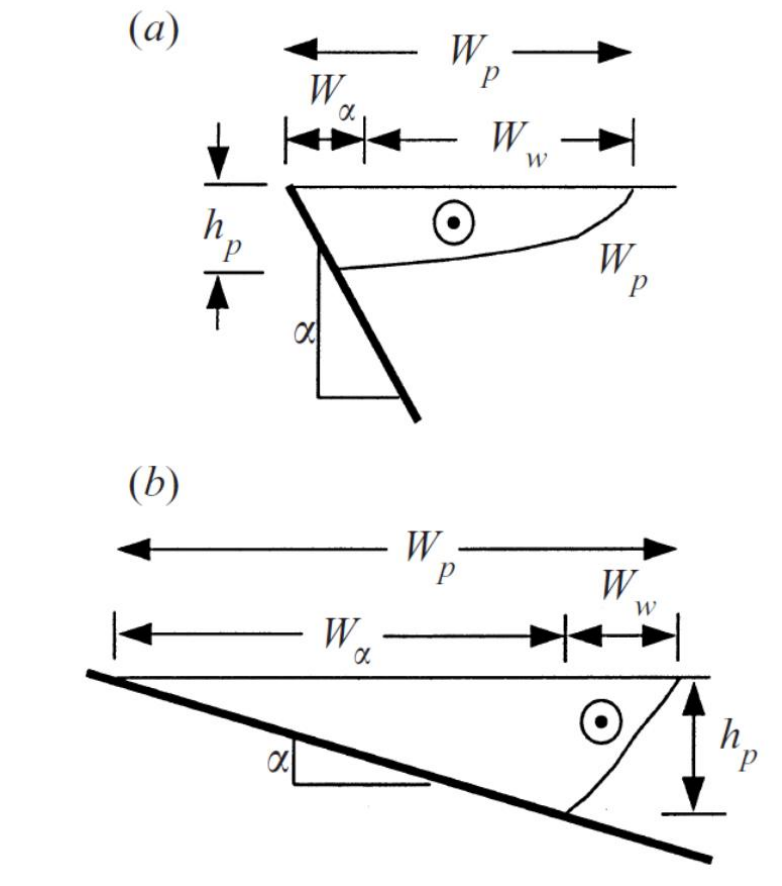


圖 4: Lentz and Helfrich (2002)數值模型示意圖。

第 2 章 理論背景與數值實驗



2.1 Thomas and Linden(2007)理論

Thomas and Linden 的理論(以下簡稱為 TL07)表示，前人對於浮力驅動沿岸流結構的研究(Chapman and Lentz 1994; Yankovsky and Chapman 1997; Lentz and Helfrich 2002;), 僅能提供沿岸流寬度與厚度上的尺度結構，並沒有辦法確切地告訴我們寬度與厚度的確切數值，但是 TL07 指出，其理論不同於前人的研究，可以提供沿岸流寬度以及厚度的確切數值，並且其數值的尺度結構也與前人研究中提到的相同。

2.1.1 兩層流體模型

首先，TL07 中假設可以將沿岸流分為簡單的上下兩層流體(two-layer approximation)，並且考慮流體之間不會發生混和，上下兩層流體的密度會維持不變，因此，在考慮兩層流體下，減重力 g' (Reduced gravity) 可表示為

$$g' = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} g \quad (7)$$

2.1.2 靜力平衡

TL07 中(圖 5)考慮垂直空間上的加速度($\frac{dw}{dt}$)是可以被忽略的，因此，垂直上符合靜水壓平衡(hydrostatic equilibrium)。基於前面假設的兩層流體模型，跨岸方向(圖 5 x 軸方向上)的壓力結構可以描述為

$$p = \begin{cases} g\rho_1(\eta - z) & -h < z < \eta \\ g\rho_1(h + \eta) - g\rho_2(z + h) & z < -h \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \begin{cases} g\rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} & -h < z < \eta \\ g(\rho_1 - \rho_2) \frac{\partial h}{\partial x} + g\rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} & z < -h \end{cases} \quad (9)$$

p 為壓力， g 為重力加速度， ρ_1 為上層流體密度， ρ_2 為下層流體密度， h 為沿岸流的厚度， $\eta = \eta(x)$ 代表自由液面

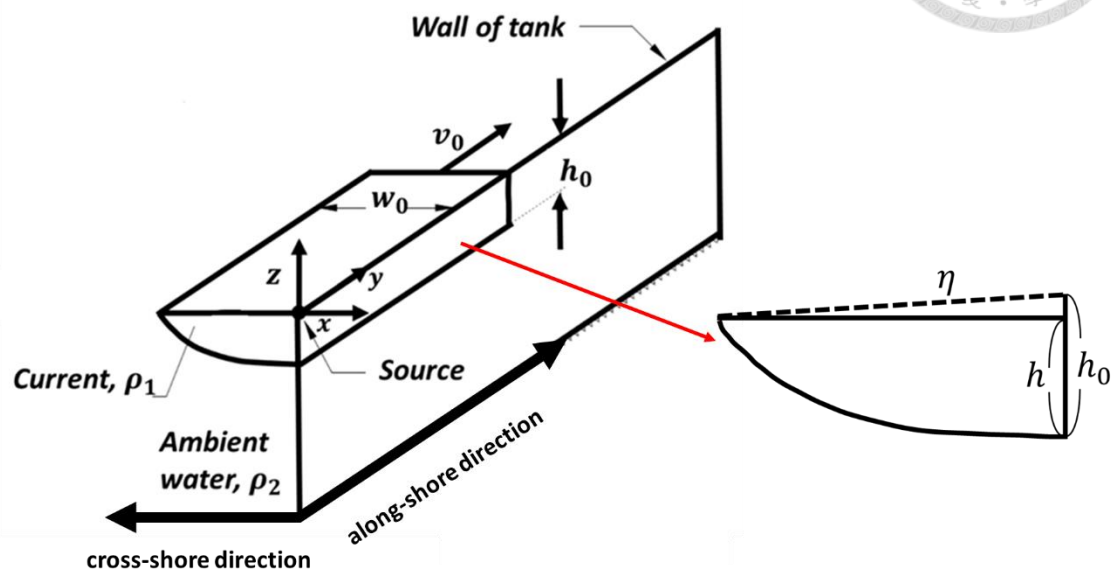


圖 5:浮力驅動沿岸流示意圖，密度較低的流體被施放在密度較高的流體上，因為流體之間的密度差而產生了壓力梯度，緊接著壓力梯度與科氏力平衡，使得上層密度較淡的流體向下游的方向繼續傳遞形成浮力驅動沿岸流。

2.1.3 地轉平衡

TL07 將海底視為無限深，因此，底部的地形變化對於表層的流體並不會造成影響，另一方面，TL07 考慮浮力驅動沿岸流為地轉平衡

$$fv = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10)$$

fv 為科氏力項(v 為沿岸方向上的流速)與跨岸方向的壓力梯度平衡

由於無限深處($z < -h$)流體是不會流動的，表示在無限深處的密度梯度(斜壓項)以及海表面梯度(正壓項)會互相抵消($\partial p / \partial x = 0$)，因此由(9)可以知道

$$\rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} = (\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (11)$$

由(10)與(11)知道在浮力驅動沿岸流中($-h < z < \eta$)，壓力梯度要滿足

$$\frac{\partial p}{\partial x} = g\rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} = g(\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (12)$$

將(12)與(7)帶入(10)可得

$$v = -\frac{g'}{f} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (13)$$

2.1.4 零位窩度

另一方面，TL07 考慮可將沿岸流中的位渦度 q 表示為

$$q = \frac{f + \partial v / \partial x}{h} \quad (14)$$

TL07 考慮跨岸方向的速度 u 與沿岸方向的速度 v 比較後是可以被忽略的，因此位渦度中 $\partial u / \partial y$ 可以被忽略。

在 TL07 理論的水槽實驗中，密度較低的流體是以點源(point source)的形式在密度較高的流體上釋放，因此在一階(first order)的近似下，可以將輸入流體的位渦度視為 0。TL07 指出此前提合理的原因為，一個實際的河流系統中，如圖 6，流體會從一個有限深度的源頭被施放，此時因為地形很深所以位渦度會接近於 0，然而，流體離開源頭後往往都會伴隨河道地形逐漸的變淺而厚度變薄，致使淡水在進入海洋時會變為一層很薄的流體，且進入海洋的流體在滿足位渦度守恆的前提下，依然要保持零位渦，因此，流體需要滿足 $-f = \zeta$ ，將 $-f = \partial v / \partial x$ 帶入(13)可得

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{f^2}{g'} \quad (15)$$

將(15)對 x 積分

$$h = \frac{f^2}{2g'} x^2 + cx + d \quad (16)$$

c 與 d 為積分後產生的常數項。在滿足角動量守恆的前提下，一剛體旋轉運動中，半徑與速度會成正比關係，因此，在岸邊時($x = 0$)沒有速度場($v = 0$)，將 $v = 0$ 帶回(13)可知 $\partial h / \partial x = 0$ ，意味著常數項 $c = 0$

$$h = -h_0 + \frac{f^2}{2g'}x^2 \quad (17)$$

h_0 代表沿岸流的最大厚度。由前述的(17)可以知道沿岸流的厚度 h 從岸邊向離岸會呈現拋物線的分布，帶入(13)後可以得到沿岸流的流速場，且在跨岸方向上流速會成線性的分布

$$v = -fx \quad (18)$$

TL07 指出，沿岸流的最大寬度 w_0 會出現在沿岸流厚度最薄的位置($h = 0$)，因此，由(17)可將最大寬度 w_0 與最大厚度 h_0 的關係式寫成以下

$$w_0 = \left(\frac{2g'h_0}{f^2} \right)^{1/2} \quad (19)$$

假設沿岸流在沿岸方向上任何地方的寬度與厚度皆不會隨著時間改變，由體積守恆可以知道，源頭釋放的流量 Q ，會等於沿岸流通過沿岸方向上任一個截面的流量，因此，考慮流量 Q 不會隨時間變化的情況下，可將沿岸流的流量 Q 寫為

$$Q = \int_0^{w_0} h(x)v(x)dx \quad (20)$$

並將(17)與(18)中推導出的沿岸流厚度與速度結構帶入(20)

$$Q = \left(\frac{h_0 f w_0^2}{2} - \frac{f^3 w_0^4}{8g'} \right) \quad (21)$$

接著將(19)帶入(21)

$$h_0 = \left(\frac{2fQ}{g'} \right)^{1/2} \quad (22)$$

再將(22)帶回(19)

$$w_0 = \left(\frac{8g'Q}{f^3} \right)^{1/4} \quad (23)$$

經由上述推導，TL07 指出，只要知道河口流量與密度差異（即減重力），帶入(22)及(23)，即可以預估沿岸流的最大厚度 h_0 及最大寬度 w_0 。

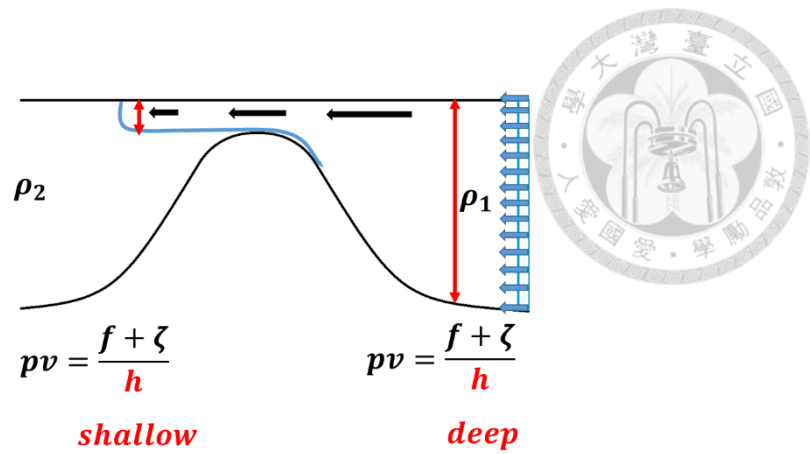


圖 6:零位渦假設示意圖，圖中往西為海洋往東為陸地，圖中最西側的藍色箭頭表示河流有限深度的源頭，黑色箭頭所示意的方向為密度較低的河水進入海洋的方向，藍色的曲線為河流變成薄薄一層進入海洋的示意。

2.2 數值模式與實驗設計

TL07 的理論主要基於理論模型的推導以及實驗室中的水槽實驗，為了在與實測相似的空間尺度(field scale)下檢視 TL07 理論對於浮力驅動沿岸流厚度與寬度的預測結果，並對其理論中的假設進行檢查，我們使用 ROMS(Regional Ocean Modeling System)海洋數值模式來研究浮力驅動沿岸流的結構，ROMS 是三維的數值模式，以海水不可壓縮、並由 Navier-stokes 動量方程式在靜壓假定(hydrostatic)及布氏近似(Boussinesq approximation)的假設，來得到簡化的原始方程式(Primitive equation, Haidvogel et al., 2000)。我們採用了類似於 Isobe(2005)的初始條件以及施加的外力，但並不考慮潮汐以及風的影響僅保留了河流的淡水輸入。

本研究的實驗設計如下，假設在北半球(科氏參數 f 為正，本研究中 $f = 10^{-4}$)有一個筆直的河道(20 公里長, 10 公里寬)與一個底部為平的陸棚相連接，模式中各處的水深都是 50 公尺(包含河道)，垂直上總共有 40 層的網格分層，表層的 15 公尺以內，垂直方向上的解析度可以達到 0.1~0.5 公尺，可以更好的去解析表層沿岸流的結構。模式空間上在跨岸的方向上有 100 公里，沿著海岸方向上有 450 公里。在水平空間上網格的平均解析度大約為 600 公尺(圖 7)。本研究中跨岸方向為 x 軸(往西為負)，沿岸方向為 y 軸(往北為正)，垂直方向為 z 軸(往海底方向為負)。另外，模式的東西側邊界為牆，南北邊界為開放式邊界。

初始設定下，整個模式區域都充滿了鹽度為 35 psu 的海水，以 6 公尺的厚度將輸送量固定且鹽度較低的淡水(小於 20 psu，參考表格 1)在河道處靠近陸地的邊界上施放。我們將整個區域的水溫都固定在 10°C ，此舉可以移除溫度對密度梯度的影響。

本研究總共進行了 8 個實驗(表格 1)，分別測試了不同的河流流量、不同的密度條件以及不同的邊界條件，模擬中所測試的河流流量與河流流出的淡水鹽度，其參數範圍設定是參考於前人研究中的模式設定以及現場觀測，例如: Delaware

Bay, Columbia River Plume, Hudson River plume (e.g., Whitney et al. 2005; Chant et al. 2008; Hickey et al. 1998)。流量範圍介於 $1000 \sim 8000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ，河流輸出的淡水鹽度範圍介於 $0 \sim 20 \text{ psu}$ (表格 1)。

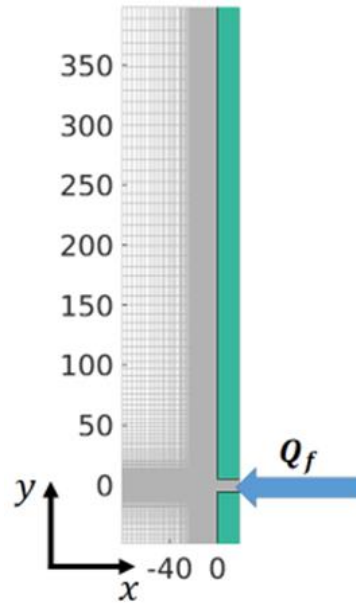


圖 7:數值實驗中模式空間尺度。座標上以沿著海岸方向為 y 軸(向北為正)，跨岸方向為 x 軸(向東為正)，垂直方向上為 z 軸(向底部為負)。 x 方向上空間尺度為 100 公里， y 方向上 450 公里，垂直方向皆為 50 公尺(包括河道)，東側為牆代表海岸。河道的長度為 20 公里，寬度為 10 公里。

表格 1: 數值實驗條件，表中第一列為河水輸入流量，第二列為輸入河水的鹽度值，第三列為南北邊界條件，CFRR(FSCHAPMAN, M2FLATHER, M3RADIATION, TRADIATION) ， RGRR(FSRADIATION, M2GRADIENT, M3RADIATION, TRADIATION) ， CGRR(FSCHAPMAN, M2GRADIENT, M3RADIATION, TRADIATION) 。

case	$Q_r (m^3 s^{-1})$	density anomaly (psu)	boundary conditions
1	1000	0	CFRR
2	3000	0	CFRR
3	5000	0	CFRR
4	8000	0	CFRR
5	5000	10	CFRR
6	5000	20	CFRR
7	5000	0	RGRR
8	5000	0	CGRR



2.3 穩定態(steady state)判定方法

為了初步了解模擬實驗中的沿岸流會如何在海洋中傳遞(圖 8)，本研究以第三個實驗為例($Q_r = 5000m^3s^{-1}$)，將第 1 天開始到第 15 天的表面鹽度俯視圖呈現出來，可以看到一開始，河水經由河道進入陸棚時，會在河口附近形成一個反氣旋方向旋轉的 bulge，緊接著往下游傳輸形沿岸流(圖 8)，為了讓沿岸流研究的區域遠離模式的北方邊界以及河口處的 bulge，本研究選擇了沿著海岸方向上 100~250 公尺的區域作為探討沿岸流結構的範圍。

另一個方面，TL07 理論中提及，在河流輸送量(Q_r)固定下，沿岸流的厚度及寬度是不會隨著時間改變的，又由 TL07 理論推導(22)、(23)可以知道沿岸流的最大厚度與最大寬度主要受到流量(Q)以及減重力(g')的影響，因此，為了確認本模擬實驗是否符合穩定態(steady state)，本研究將以流量(Q)以及減重力(g')的時間序列變化作為是否達到穩定態的指標，首先，以沿岸流的某個截面示意(流量 Q 的計算方式)(圖 9)：選定鹽度邊界 34.5 psu 作為沿岸流與周邊海水的分界(白色曲線)，從海表面($z=0$)向下計算至選定之鹽度邊界上即可得 $h(x)$ ，並將鹽度邊界內(小於 34.5 psu)的流場視為浮力驅動沿岸流場，經過計算後可獲得沿岸流厚度平均 v ，兩者代入式(20)即可獲得截面上的沿岸流流量(Q)。

接著，減重力(g')的計算需要上層與下層流體的密度。我們對鹽度邊界內(小於 34.5 psu)流體的密度進行平均，可視為沿岸流的密度 ρ_1 ；對鹽度邊界外(大於 34.5 psu)流體的密度進行平均，即周邊海水的密度 ρ_2 ，代回式(7)後計算出截面上的減重力(g')。以第三個實驗為例($Q_r = 5000m^3s^{-1}$ ，表格 1)在研究區域中選出六個接近於等間距的截面(圖 10 左圖)，並將這六個截面的流量(Q)以減重力(g')的時間序列呈現出來(圖 10 右圖)，可以看到，大致上流量(Q)以及減重力(g')，在時間序列上並沒有維持不變，但在模擬中的第 15 天左右，流量(Q)以及減重力(g')的時間變化相較於其他時間是較小的，因此，本研究選定這個時間的沿岸流

視為穩定態，並以這段時間的沿岸流結構進行接下來的分析，依照上述的方式，本研究在 $Q_r = 1000.3000.5000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ 模擬中選擇第 15 天進行分析，在 $Q_r = 8000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ 模擬中選擇第 12.5 天進行分析。

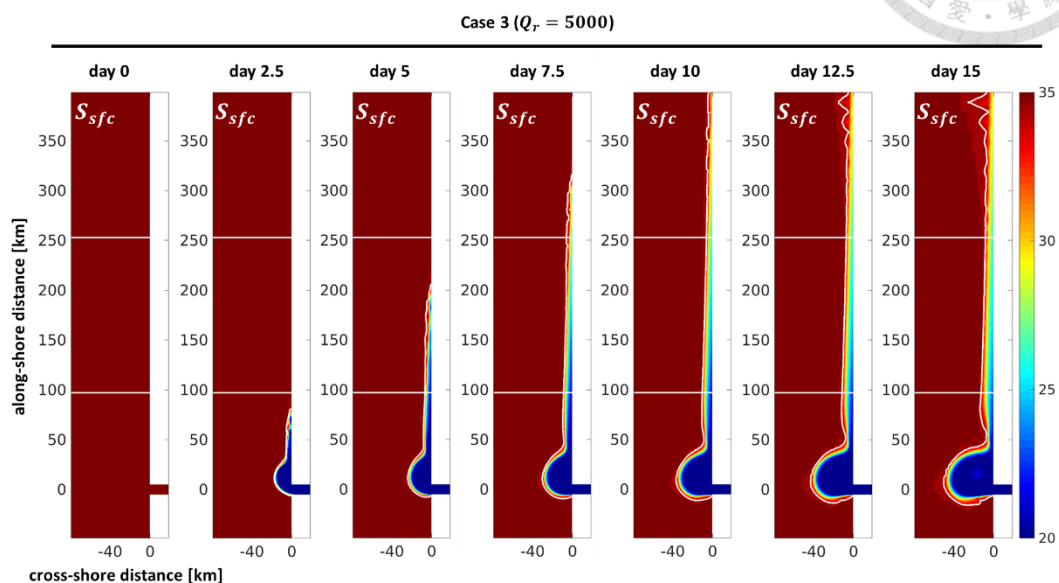


圖 8: 第三個實驗中($Q_r = 5000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$)從第 1 天開始到第 15 天的表面鹽度俯視圖，由左至右時間的間格為 2.5 天，圖中標示的兩條白線是我們所選取的沿岸流研究區域。

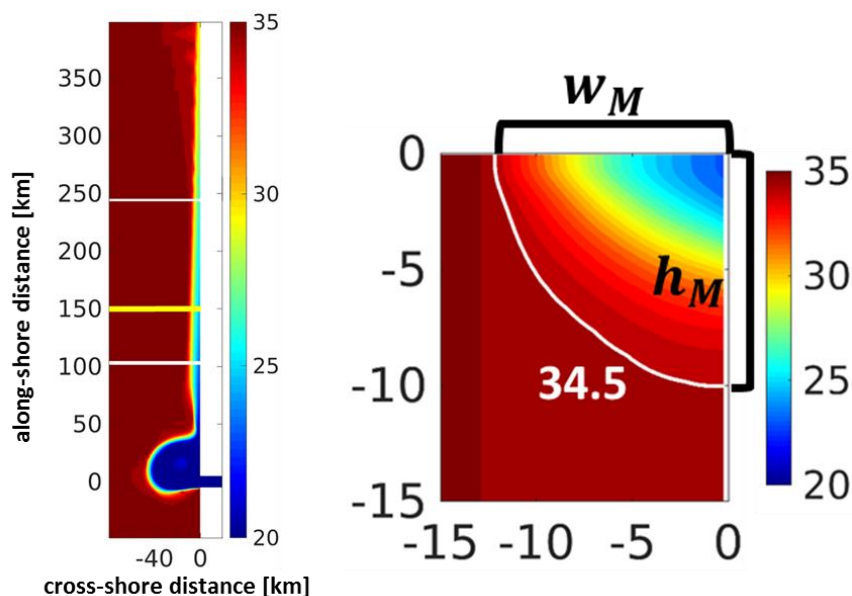


圖 9: 第三個實驗中($Q_r = 5000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$)沿岸方向上 150k 處的鹽度橫切面，白色曲線為鹽度 34.5 的鹽度邊界。

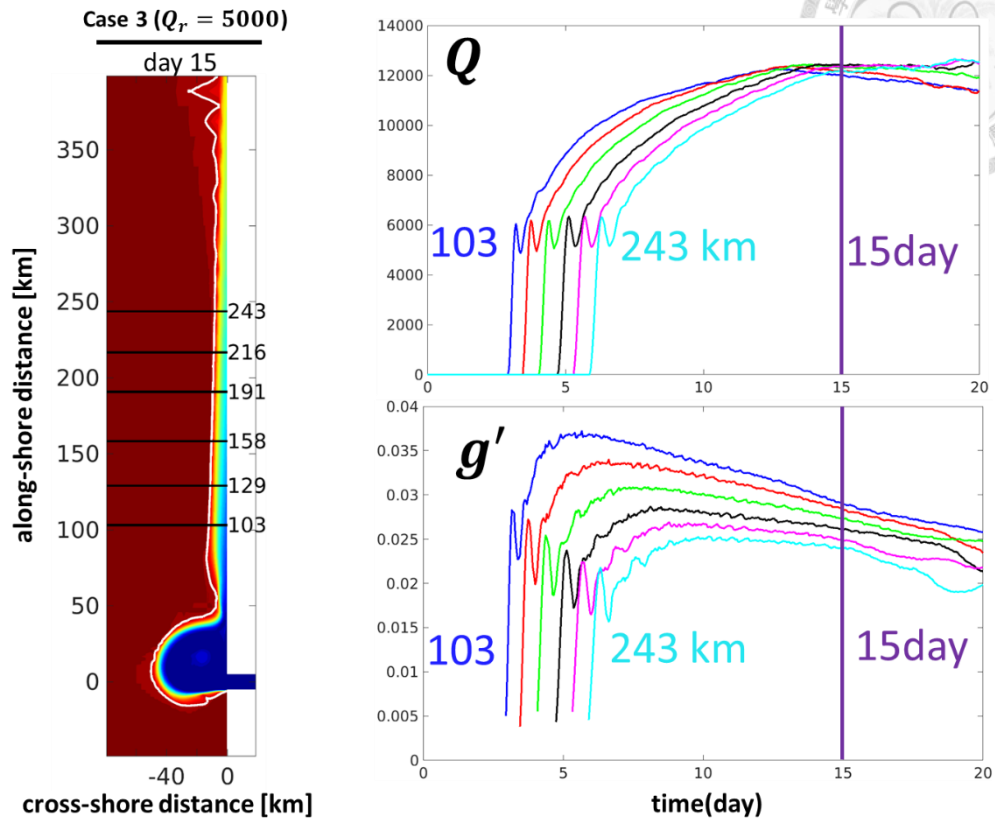


圖 10:左圖為第三個實驗中($Q_r = 5000m^3s^{-1}$)第 15 天的表面鹽度，圖中的六條黑線標示了我們所選取的六個截面。右上圖為六個截面經由公式(20)所計算出的流量 Q ，右下圖為六個截面經由公式(7)所計算出的減重力(g')，不同顏色各自代表了不同的截面，而右邊兩張圖中標示出的垂直直線為模式第 15 天的時間。

第 3 章 數值實驗結果

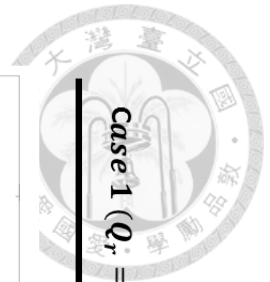
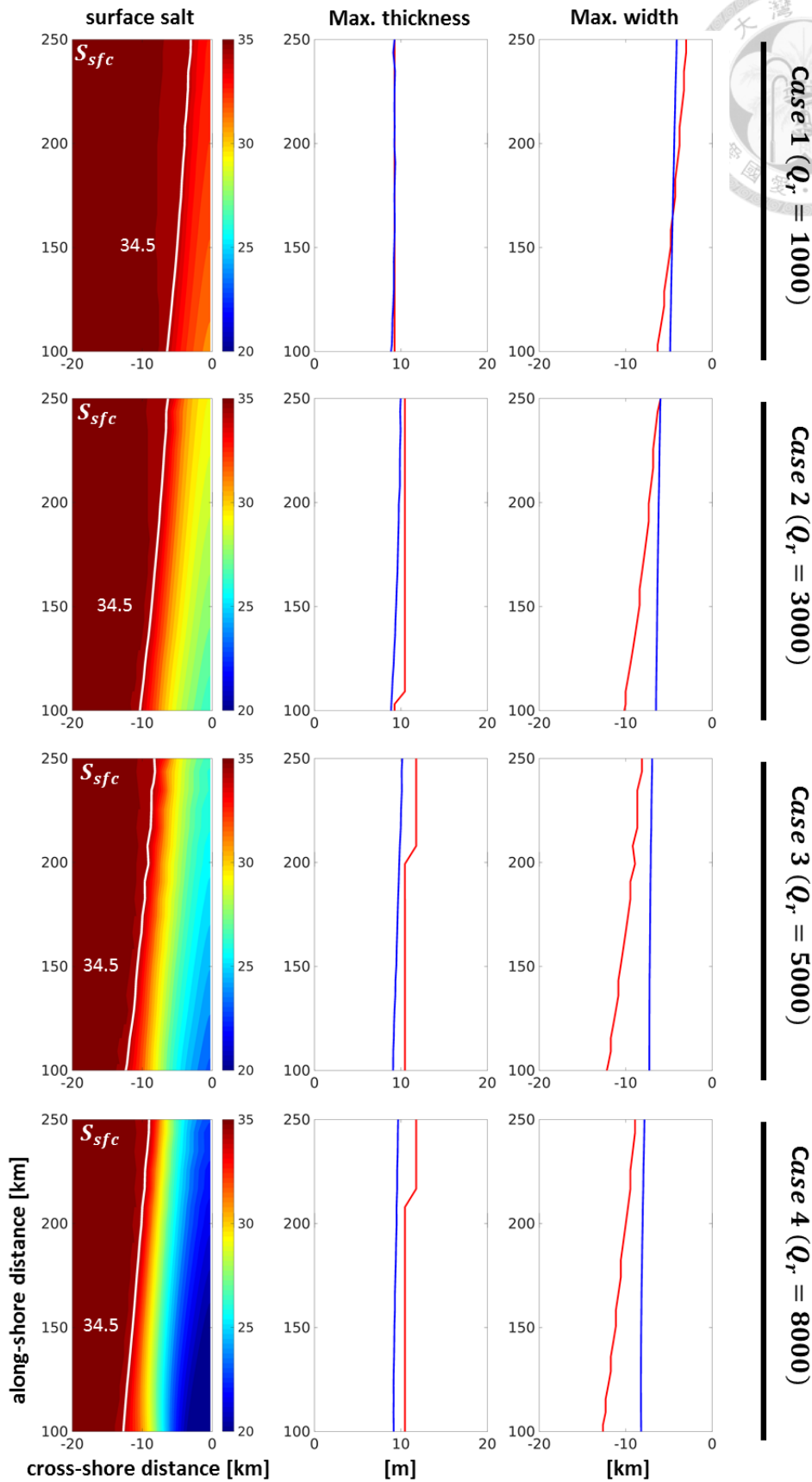


3.1 TL05 理論的預測情況

首先，為了檢視 TL07 理論的預測情況，本研究將 TL07 預測和數值模式的沿岸流最大厚度和最大寬度進行比較(圖 11)，TL07 預測最大厚度 h_0 的做法為：將流量 Q (可參考 2.4)、減重力 g' (可參考 2.4)與科氏參數 f 帶入(22)；TL07 預測最大寬度 w_0 的做法為：將流量 Q (參考 2.4)、減重力 g' (參考 2.4)與科氏參數 f 帶入(23)。接著，模式最大厚度 h_m 與模式最大寬度 w_m 的做法如圖 9，選定鹽度邊界 34.5 psu 作為沿岸流與周邊海水的分界(白色曲線)，從牆邊海表面($x=0, z=0$)向離岸方向計算到鹽度邊界上為模式最大寬度 w_m 。另外，從牆邊海表面($x=0, z=0$)向下計算到鹽度邊界上為模式最大厚度 h_m 。如圖 11，在本文選取的研究範圍內($y = 100 \sim 250$ km)，可以看到大致上 TL07 預測的結果都略低於模式模擬的結果；然而，兩者的接近程度在沿岸方向上卻有變化，特別是寬度的理論與模擬差異在沿岸方向的變化更為明顯，越接近 Bulge 兩者差異越大。為了更進一步量化兩者之間的差異量，我們將兩者相除做比較，也就是 h_m/h_0 和 w_m/w_0 (圖 12)，如圖 12 可見，最大厚度的誤差都介於 10~20%之間或是更低，而在最大寬度的誤差大約是介於 10~50%，誤差大致上朝 bulge 方向線性增加。

3.2 理論的假設驗證

從 3.1 節的分析，本研究將 TL07 的理論實行在數值實驗上的表現也呼應了 TL07 文中的水槽實驗結果，即最大厚度與最大寬度之預測結果與實驗結果大致相符、平均誤差約 10~20%、偶有誤差至 50%。接下來，則要使用模式的結果來回答在第一章所提及的問題，也就是 TL07 理論中各項假設在數值實驗下的檢驗。




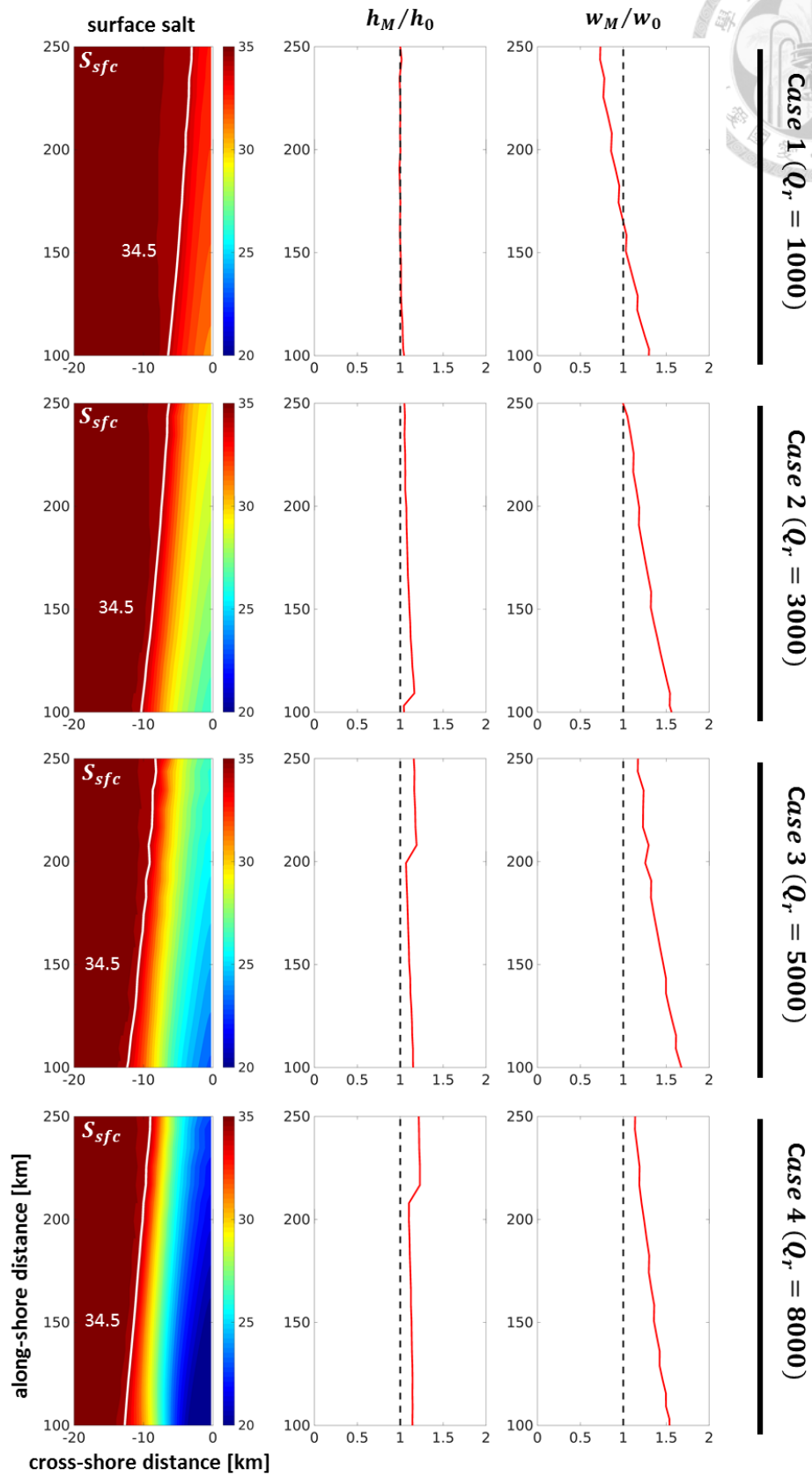


圖 11: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為沿岸流的最大厚度。第三列為沿岸流的最大寬度。圖中的藍線代表 TL07 所預測的最大厚度 h_0 和最大寬度 w_0 。紅線為模式沿岸流最大厚度 h_m 和模式沿岸流 w_m 。由上到下依序為四種不同的流量 ($Q_r = 1000, 3000, 5000, 8000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)。






圖 12: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為模式模擬的最大厚度除上 TL07 理論所預估的最大厚度(h_m/h_0)，第三列為模式模擬的最大寬度除上 TL07 理論所預估的最大寬度(w_m/w_0)，圖中標示的黑色虛線為 $h_m/h_0 = 1$ 或 $w_m/w_0 = 1$ ，由上到下依序為四種不同的流量($Q_r = 1000.3000.5000.8000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$)。



3.2.1 地轉平衡驗證

為了確認實驗模擬是否滿足 TL07 理論中所提及的地轉平衡，因此，本研究由熱力風方程式(24a,24b)

$$v_g = -\frac{1}{f\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (24a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = (g\rho)|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \int_z^\eta \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \quad (24b)$$

計算模式中研究範圍內($y = 100 \sim 250$ km)每一 x - z 截面的密度梯度(斜壓項)以及海表面梯度(正壓項)所產生的地轉平衡流場 v_g ，並將每一 x - z 截面求出的地轉平衡流場 v_g 對沿岸方向取空間平均得出空間平均地轉平衡流場 $\langle v_g \rangle_y$ ，接著，本研究對模式輸出的流場 v_m 也進行一樣的空間平均，得出空間平均模式流場 $\langle v_m \rangle_y$ ，最後將二者空間平均流場進行比較(圖 13)，由左至右依序為四種不同流量的模擬，可以看到在四個不同流量的模擬中，大致上 $\langle v_m \rangle_y$ 和 $\langle v_g \rangle_y$ 的強度與空間分布上皆是非常一致。因此，本研究確定了數值實驗的沿岸流之流場是滿足 TL07 中的地轉平衡假設。

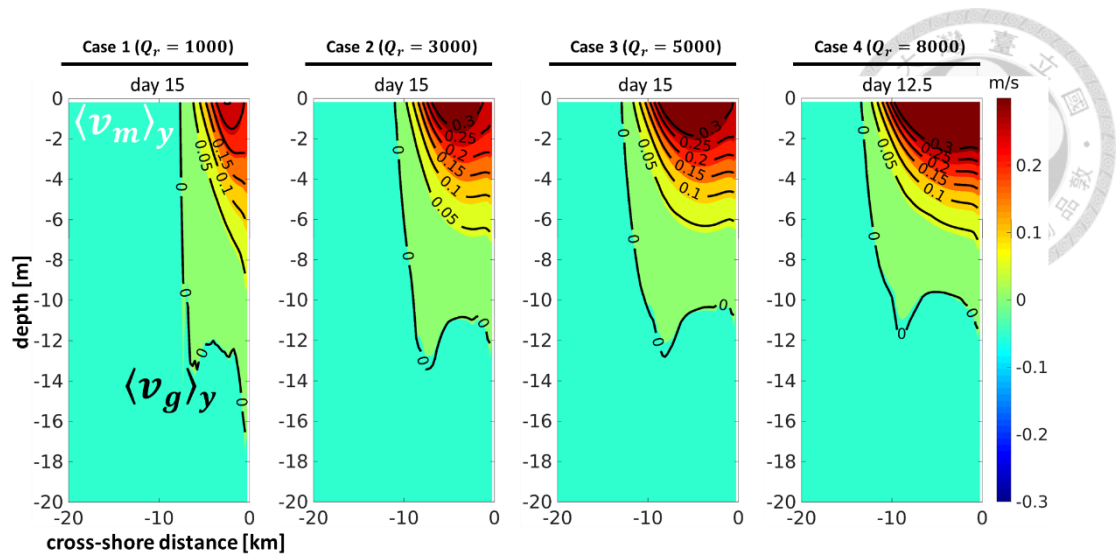


圖 13: 模式流場與地轉流場的示意圖，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，圖中的底圖為模式沿著海岸方向上的空間平均模式流場，黑線代表由公式(24.a&24.b)所計算出的沿著海岸方向上的空間平均地轉流場。

3.2.2 兩層流體近似驗證

首先，在開始討論兩層流體近似前，必須先檢查數值實驗中的沿岸流鹽度分布情形，如圖 14，此為沿岸方向空間平均後的鹽度場，可以看到不同於 TL07 理論中的兩層流體近似假設，鹽度在垂直方向上(z)以及垂直海岸(x)的方向上皆是連續變化的，因此，為了瞭解兩層流體近似是否能夠應用在本研究的連續分層沿岸流中，本研究更進一步的檢查模式的流速場是否與兩層流體近似的流速場一致。如圖 15，本研究對 2.4 中提及的實驗範圍(沿著海岸方向上 100~250 公尺)內流場進行分析，將空間平均後的兩層近似的流速($\langle v_{tl} \rangle_y$, 綠線)與空間平均且厚度平均的模式流速($\langle v_m \rangle_{yz}$, 藍線)進行比較，本研究中定義某截面的兩層近似流速為 $v_{tl} = -\frac{g' \partial h}{f \partial x}$ ， g' (參考 2.4)為減重力， $\partial h / \partial x$ 為沿岸流的厚度 h (參考 2.4)對跨岸方向(x)上的微分，在此需注意， $v_{tl} = -\frac{g' \partial h}{f \partial x}$ 所計算出的兩層近似流速已為厚度平均後的結果。圖中($\langle v_{tl} \rangle_y$ 與 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 資料為畫到鹽度邊界所在最寬截面的 x 位置。在此可看到隨著 Q_r 越大時，沿岸流的寬度也越寬。由四個不同流量的模擬中，首先，可以發現 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 皆有一特徵為在離岸較近時有一較大的斜率，再遠後流速就逐漸平緩，以第三個模擬($Q_r = 5000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)為例，約在離岸距離 6 公里處之前，流速增幅較多，從離岸距離 6 至 13 公里時，則幾乎持平；而在不同流量的模擬中， $\langle v_m \rangle_{yz}$ 的強度變化幾乎是差不多的，大約都從 0.15 m/s 成長至 0.2 m/s。接著， $\langle v_{tl} \rangle_y$ 的斜率則較 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 明顯為一斜率大很多的一次函數，並且，隨著 Q_r 越大的沿岸流，寬度邊界越寬，最大流速也越大，但在此也可注意到，在不同 Q_r 的實驗下， $\langle v_{tl} \rangle_y$ 的標準差都比 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 大。

因著上述兩者($\langle v_m \rangle_{yz}$ 、 $\langle v_{tl} \rangle_y$)的流速分布的相異，相比而言，在離岸 6 公里之內，兩者較為接近；在離岸 6 公里以外， $\langle v_{tl} \rangle_y$ 則明顯的高了 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 許多。為了量化兩層近似流速與與模式流速的誤差，如圖 16，以第三個模擬($Q_r = 5000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)的某個截面為例，分別對厚度平均兩層近似流速 v_{tl} 與厚度平均的模

式流速 $\langle v_m \rangle_z$ 進行了一次函數擬合，並將 $\langle v_m \rangle_z$ 擬合出的一次函數斜率除上 v_{tl} 擬合出的一次函數斜率，本研究中將兩者斜率相除的值定義為誤差值 B_0 ，並以誤差值 B_0 作為該截面上 v_{tl} 與 $\langle v_m \rangle_z$ 之間誤差的量化指標，更進一步，本研究可將 v_{tl} 與 $\langle v_m \rangle_z$ 的關係式寫為 $\langle v_m \rangle_z \approx B_0 \times v_{tl}$ ，基本上在 case1-4 模擬的各個沿岸流截面，計算出的誤差值 B_0 大約都介於 0.01~0.35，誤差值 B_0 越接近於 1 意謂著兩層流體推估流速越接近實際模擬的結果。

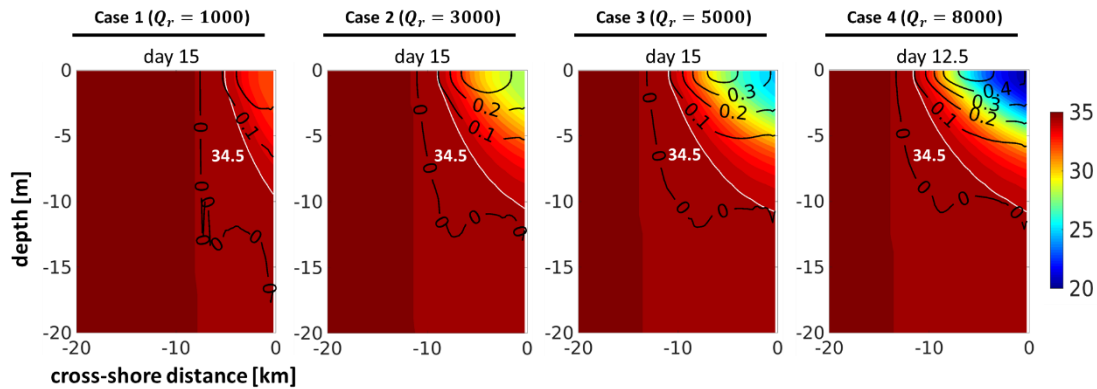


圖 14: 模式鹽度的剖面結構，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，白線代表 34.5 psu 的鹽度邊界，圖中黑色的等值線為空間平均模式流場(同圖 13 的底圖)，其間距為 0.1 ms^{-1} 。

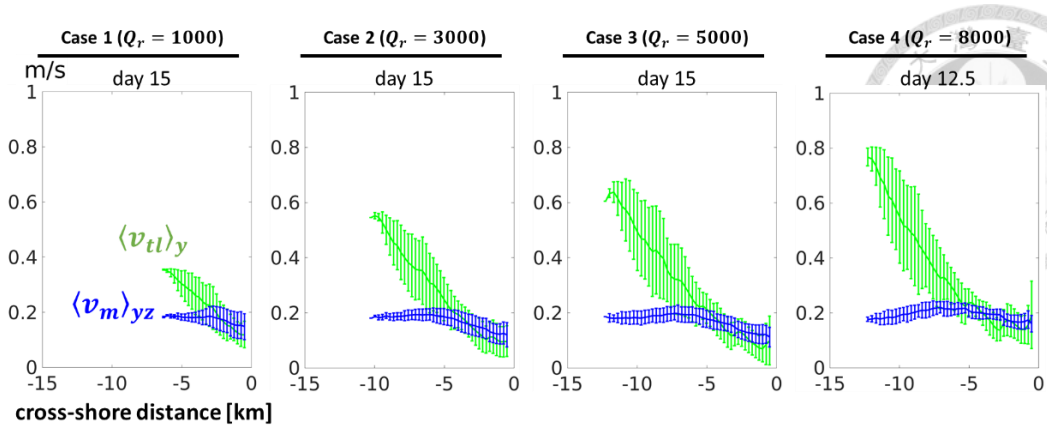


圖 15: 兩層流體近似流場與模式流場，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，圖中的藍色曲線代表厚度平均且空間平均的模式流場 $\langle v_m \rangle_{yz}$ ，綠色曲線代表厚度平均且空間平均的兩層流體近似流場 $\langle v_{tl} \rangle_y$ (v_{tl} 已為厚度平均後的結果)，綠色陰影與藍色的陰影分別為 $\langle v_{tl} \rangle_y$ 與 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 的標準差。

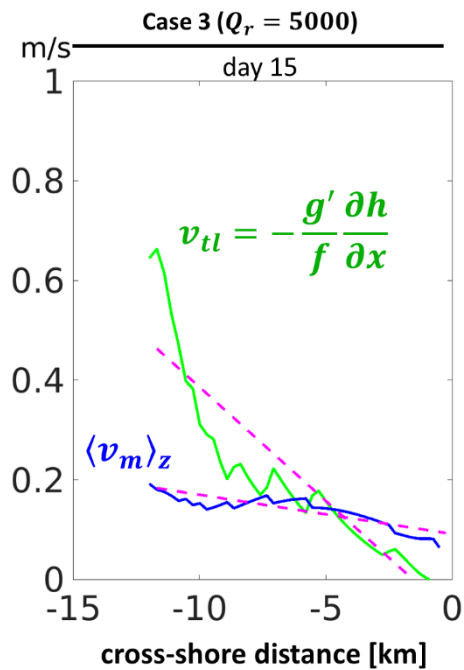


圖 16: 兩層流體近似流場與模式流場的一次函數擬合示意圖，圖中桃紅色的虛線分別代表兩層流體近似流場 v_{tl} 與模式流場 $\langle v_m \rangle_z$ 經過一次方程近似後的結果，並以這兩條一次方程式的斜率差異作為我們兩層流體近似流場與模式流場的誤差量化指標。

3.2.3 零位渦度驗證

由第二章 TL07 理論推導可知，TL07 將沿岸流中的位渦度視為 0，因為 TL07 認為在一個實際的河流系統中，如圖 6，流體會從一個有限深度的源頭被施放，此時因為地形很深所以位渦度會接近於 0，然而，流體離開源頭後往往都會伴隨河道地形逐漸的變淺而厚度變薄，致使淡水在進入海洋時會變為一層很薄的流體，並且，進入海洋的流體在滿足位渦度守恆的前提下，依然要保持零位渦，因此流體需要滿足 $-f = \zeta$ 。本研究對沿岸流內位渦的檢驗可分成兩部分，首先檢查位渦度是否守恆，再檢查是否滿足零位渦 $-f = \zeta$ 的情況。

欲先了解數值實驗中的沿岸流位渦度是否守恆，如圖 17 左圖，底圖為位渦度的值，由 $q = \frac{\zeta + f}{h}$ 所計算出，其中相對渦度 $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ ， h 為沿岸流的厚度(參考 2.4)， f 為科氏力參數，這邊要注意，本研究中先對模式的流速場進行厚度平均後才進行相對渦度 ζ 的計算，圖上的黑色曲線分別為不同的等鹽度線(28~34psu)，由於模式初始設定，河水會以上層約 6 公尺的厚度從河道釋放，因此，淡水釋放時的初始位渦度為 $f/h = 1.6 \times 10^{-5}$ 。接著，如圖 17 右圖，我們以第三個模擬中 ($Q_r = 5000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$) 的某條等鹽度線為例，將 31 psu 等鹽度線上的位渦度值取出，可以看到基本上 31 psu 等鹽度線上的位渦度隨著 y 方向皆約 1.6×10^{-5} 與初始位渦度是幾乎相符的，所以我們認為位渦度守恆是成立的，也就是說，非絕熱效應，如流體介面間的摩擦，對沿岸流運動為次要的物理過程。

由前述分析可知本研究中的位渦度不等於零，也就表示 TL07 文中的零位渦條件 $\zeta = -f$ 或許在本研究中並不適用，所以本研究選擇利用流速結構的差異來量化模擬實驗與零位渦條件 $\zeta = -f$ 之間的差異，將先前提及的厚度平均且空間平均的模式流速 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 與空間平均的零位渦流速 $\langle v_{zp} \rangle_y$ 進行比較(圖 18)，由式 (18)，本研究中定義某截面的零位渦流速為 $v_{zp} = -fx$ ，這邊須注意 $v_{zp} = -fx$ 所計算出的零位渦流速已為厚度平均後的結果，且由於零位渦流場 $v_{zp} = -fx$ 為跨

岸距離(x)的一次函式，所以在空間平均後不會有標準差的產生，在圖中， $\langle v_m \rangle_{yz}$ 的趨勢前節已提及不再重述，而兩者($\langle v_m \rangle_{yz}$ 、 $\langle v_{zp} \rangle_y$)相比的結果，在離岸的方向上(y)，從零位渦推估的沿岸流速 $\langle v_{zp} \rangle_y$ 遠高於實際模擬的結果。接著，為了量化零位渦流速與與模式流速的誤差，分別對厚度平均零位渦流速 v_{zp} 與厚度平均的模式流速 $\langle v_m \rangle_z$ 進行了一次函數擬合(圖 19)，並將 $\langle v_m \rangle_z$ 擬合出的一次函數斜率除上 v_{zp} 擬合出的一次函數斜率，本研究中將兩者斜率相除的值定義為誤差值 A_0 ，並以誤差值 A_0 作為該截面上 v_{zp} 與 $\langle v_m \rangle_z$ 之間誤差的量化指標，因此本研究又可將 v_{zp} 與 $\langle v_m \rangle_z$ 的關係式寫為 $\langle v_m \rangle_z \approx A_0 \times v_{zp}$ ，基本上在 case1-4 模擬的各個沿岸流截面中，計算出的誤差值 A_0 都大約介於 0.01~0.2，誤差值 A_0 越接近於 1 意謂著零位渦推估流速越接近實際模擬的結果。

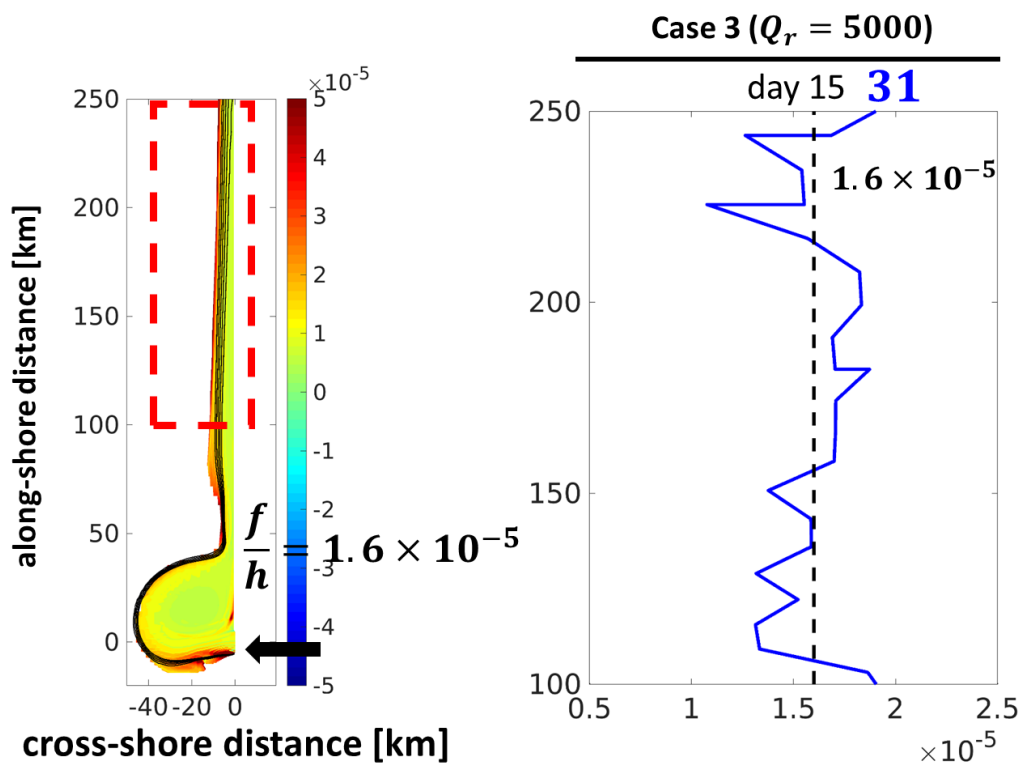


圖 17: 左圖為第 3 個模擬($Q_r = 5000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$)的位渦度值俯視圖，圖中的紅色虛線框框為我們沿岸流的研究區域，黑線則為 28~34 psu 的等鹽度線。右圖中的黑色虛線代表初始的位渦度值 $f/h = 1.6 \times 10^{-5}$ ，藍色曲線則為沿著等鹽度 31psu 上的位渦度值。

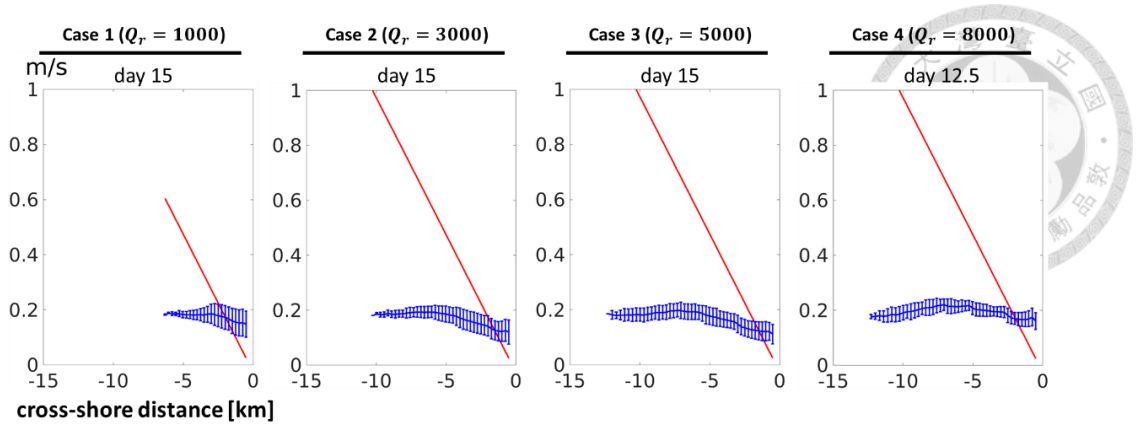


圖 18: 零位渦度假設流場與模式流場，由左至右分別為第 1~第 4 個模擬，圖中的藍色曲線代表空間平均且厚度平均後的模式流場 $\langle v_m \rangle_{yz}$ ，紅色直線則是空間平均且厚度平均後的零位渦度假設流場 $\langle v_{zp} \rangle_y$ (v_{zp} 已為厚度平均後的結果)。藍色的陰影為 $\langle v_m \rangle_{yz}$ 的標準差。

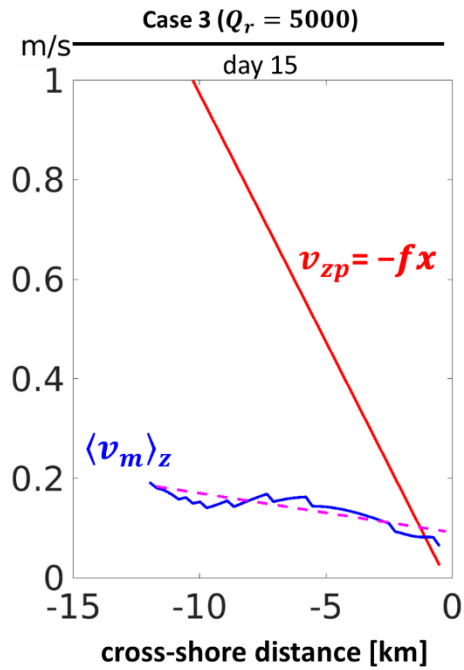


圖 19: 零位渦度流場與模式流場的一次方程近似示意圖，圖中桃紅色的虛線代表厚度平均模式流場 $\langle v_m \rangle_z$ 一次方程近似後的結果，並以此一次方程式近似與 $v_{zp} = -fx$ 之間的斜率差異作為我們零位渦度流場與模式流場的誤差量化指標。



3.3 誤差值 A_0 與 B_0

由前面 3.2.2 及 3.2.3 的分析結果得知，在任一截面上的厚度平均模式流速 $\langle v_m \rangle_z$ 會與厚度平均兩層流體近似 v_{tl} 和厚度平均零位渦假設流速 v_{zp} 個別產生誤差值 B_0 與 A_0 ，因此，3.3 節中將探討，為何當 TL07 的理論流場與數值實驗流場有顯著誤差產生的情況下(理論流場大約是數值實驗流場的三倍)，依舊能對沿岸流的結構預有合理的預測性(error 10~50%)。

3.3.1 誤差傳遞(error propagation)

為了更進一步瞭解誤差值 A_0 與 B_0 是否對於 TL07 的沿岸流結構預估上會產生影響，本研究將兩個誤差值都帶回 TL07 理論中，並藉由理論推導的過程，來確認誤差會不會傳遞(error propagation)到預測最大寬度及厚度的結果中。

首先，由(13)，本研究將 3.2.2 中 v_{tl} 與 $\langle v_m \rangle_z$ 的關係式 $\langle v_m \rangle_z \approx B_0 \times v_{tl}$ 重新寫為：

$$\langle v_m \rangle_z \approx -B_0 \frac{g'}{f} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (25)$$

接著，由(18)，本研究將 3.2.3 中 v_{zp} 與 $\langle v_m \rangle_z$ 的關係式 $\langle v_m \rangle_z \approx A_0 \times v_{zp}$ 重新寫為：

$$\langle v_m \rangle_z \approx -A_0 f x \quad (26)$$

接著，將(25)帶入(26)，可以獲得

$$h \approx -h_M + \frac{A_0}{B_0} \frac{f^2}{2g'} x^2 \quad (27)$$

h_M 代表誤差傳遞(error propagation)後的沿岸流最大厚度

由沿岸流的流量 Q 計算

$$Q = \int_0^{w_M} h(x) v(x) dx \quad (28)$$

將(26)與(27)代入(28)，可以獲得誤差傳遞(error propagation)後的最大寬度 w_M 以及最大厚度 h_M 的解，且本研究認為獲得誤差傳遞(error propagation)後的最

大厚度 h_M 以及最大寬度 w_M 會趨近於模式沿岸流最大厚度 h_m 和模式沿岸流最大寬度 w_m (h_m ， w_m 可參考 3.1)

$$h_M \approx \left(\frac{2fQ}{g'} \right)^{1/2} \quad (29)$$

$$w_M \approx \left(\frac{8g'Q}{f^3 \left(\frac{A_0}{B_0} \right)^2} \right)^{1/4} \quad (30)$$

由上述推導後的結果，可以看到誤差傳遞(error propagation)後的最大厚度 $h_M = \left(\frac{2fQ}{g'} \right)^{1/2}$ 與 TL07 中的最大厚度 $h_0 = \left(\frac{2fQ}{g'} \right)^{1/2}$ 是完全相同的，表示誤差值 A_0 與 B_0 對於沿岸流的最大厚度是沒有影響的，此似乎呼應了本研究在 3.1 中的結果，在最大厚度上會有不錯的預估。但是，從(17)與(27)的兩個拋物線函式比較中得知，雖然最大厚度的解不會受到影響，但沿岸流厚度的拋物線結構卻會有所改變。

3.3.2 誤差的抵銷

另一方面，由(23)與(30)，我們能將誤差傳遞(error propagation)後的最大寬度 w_M 與 TL07 中的最大寬度 w_0 之間的關係式寫為

$$\frac{w_M}{w_0} \approx \sqrt{B_0/A_0} \quad (31)$$

也就表示誤差傳遞(error propagation)後的最大寬度 w_M 與 TL07 預測的最大寬度 w_0 的差異會受到誤差值 A_0 與 B_0 兩者的影響。

又因為本研究認為 w_M 趨近於 w_m ，因此可將(31)寫為

$$\frac{w_m}{w_0} \approx \sqrt{B_0/A_0} \quad (32)$$

表示模式沿岸流最大寬度 w_m 與 TL07 預測的最大寬度 w_0 的差異會受到誤差值 A_0 與 B_0 兩者的影響，更進一步由(32)可知，當 $\sqrt{B_0/A_0}$ 趨近於 1 ($A_0 \approx B_0$)，TL07 理論中的最大寬度 w_0 會趨近於模式沿岸流最大寬度 w_m ，或許可利用此關係來解釋為何在兩個假設都有誤差產生的情況下，TL07 的理論依舊能對沿岸流的結構

具有第一階(first order)的可預測性。因此，為了瞭解各實驗模擬中誤差值 A_0 與 B_0 的分布，本研究將不同流量的誤差值 A_0 與 B_0 呈現在圖 20，圖 20 的四種顏色各自代表了不同的流量實驗，相同顏色中的不同資料點則各自代表沿岸方向($y = 100 \sim 250$ km)上的各個截面，由圖 20 我們可以看到，大部份資料點的分布都很接近於 $x=y$ 的直線，也就表示，四個不同流量模擬中的誤差值 A_0 與 B_0 的值大致上是非常接近的，因此本研究可以將 $\sqrt{B_0/A_0}$ 視為趨近於 1，也就更進一步的告訴我們，四個模擬中模式最大寬度 w_m 都會大致上趨近於 TL07 理論中的最大寬度 w_0 (參考 32)，所以經由以上的分析我們可以知道，在 ROMS 模式的模擬中 TL07 的理論對沿岸流的最大寬度具有第一階(first order)的可預測性，其原因為零位渦假設與兩層流體近似所產生對應的誤差值 A_0 與 B_0 大致上互相抵銷了，也就是說，TL07 理論的可預測性並不是基於正確的物理假設，而是基於兩個無法滿足的假設前提能夠抵銷各自產生的誤差。

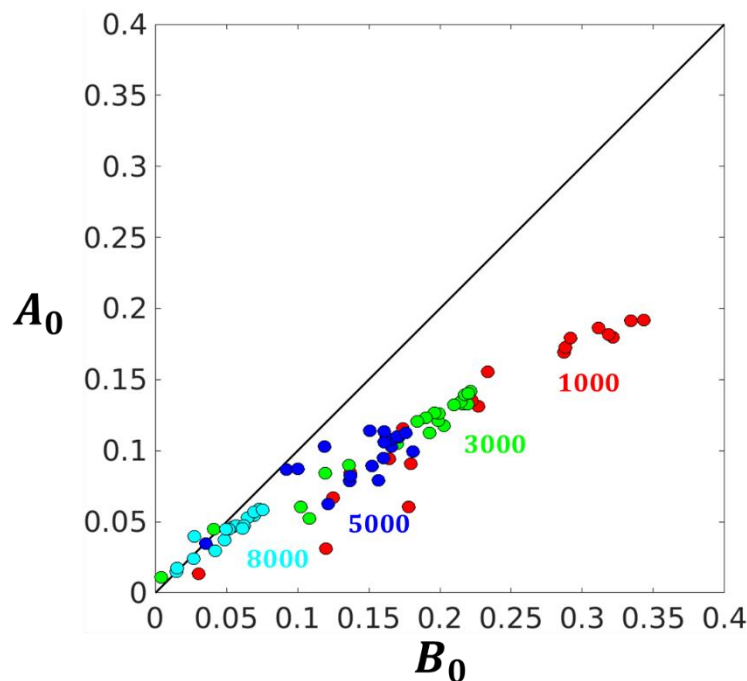


圖 20: x 軸為兩層流體近似所產生的誤差值 B_0 ，y 軸為零位渦度假設所產生的誤差值 A_0 ，圖中不同的顏色代表了不同流量的模式模擬結果。

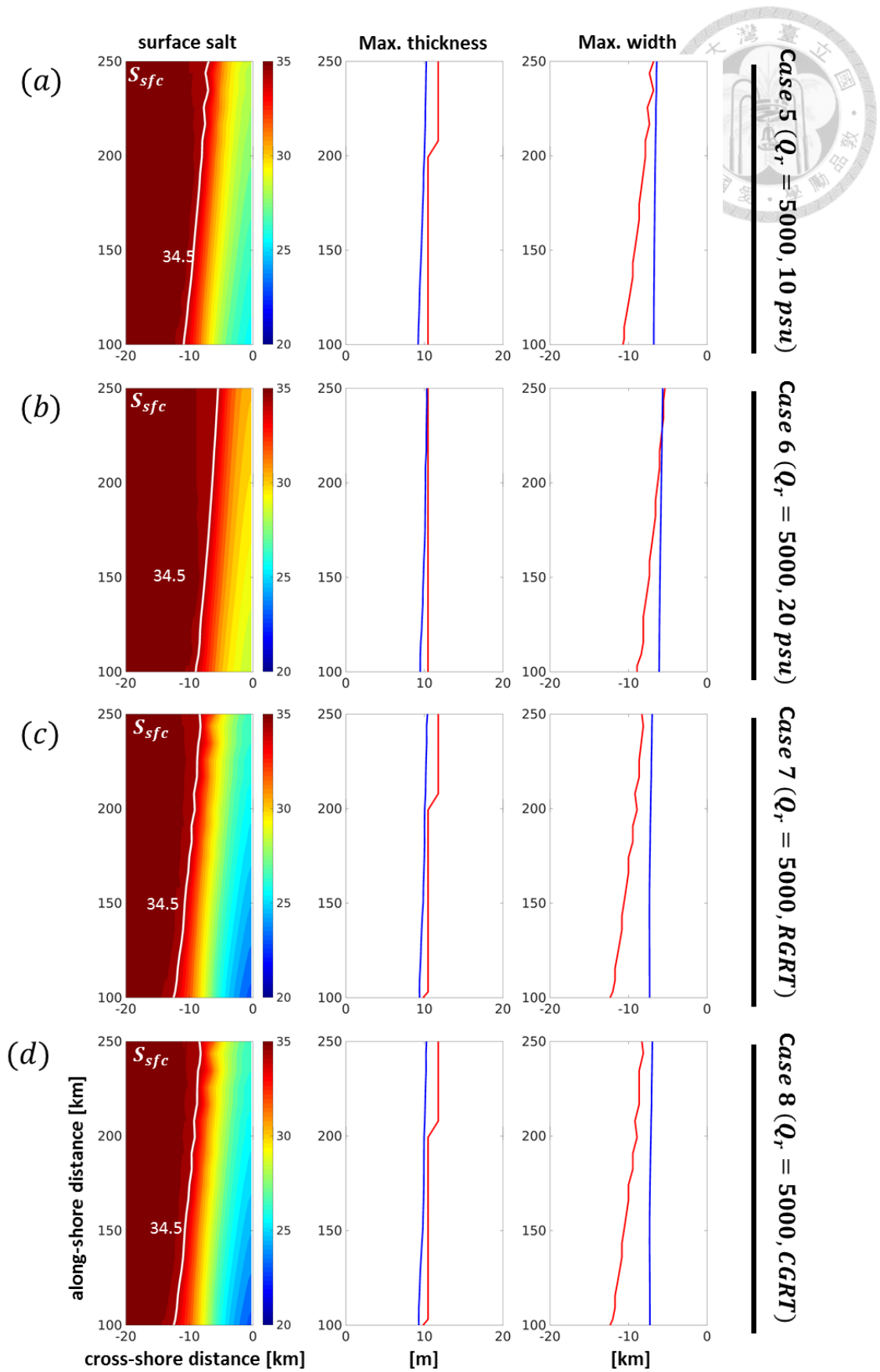
第 4 章 討論

由 3.3 中的分析可以得知，本研究認為在三維數值模式的模擬中 TL07 的理論對沿岸流的最大寬度上具有第一階(first order)的可預測性，其原因為，零位渦假設與兩層流體近似所產生對應的誤差值 A_0 與 B_0 大致上互相抵銷了。由 TL07 理論推導(42)、(25)可以知道沿岸流的最大厚度與最大寬度主要受到流量(Q)以及減重力(g')的影響，然而，本研究在第三章的模擬實驗，僅對不同的河流流量進行了分析，為了檢驗本研究在 3.3 中之結果，是否在不同的減重力(g')下依然能夠成立，本研究以第三個實驗($Q_r = 5000m^3s^{-1}$)作為參考實驗，測試了不同的河流輸出淡水鹽度(參考表格 1，case5 與 case6)；接續，為了釐清不同邊界條件是否對本研究在 3.3 中提及之結果造成影響，測試了不同的模式南北邊界條件(參考表格 1，case7 與 case8)，預測和數值模式的比較結果可見圖 21 與圖 22。

本研究測試的水位(FS)邊界條件為 CHAPMAN 與 RADIATION，在 CHAPMAN 邊界條件中訊號會以淺水波(shallow-water wave)的速度離開邊界，而 RADIATION 邊界條件下訊號在邊界上的傳輸要滿足於以下的傳輸方程式：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + c_y \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (33)$$

接著在二維流速邊界條件(M2)，我們測試了 FLATHER 與 GRADIENT 兩邊界條件，在 FLATHER 邊界條件中訊號會以外重力波(external gravity wave)的速度離開邊界，而 GRADIENT 邊界條件則限制邊界內外的梯度為零，表示內外場的訊號值要一樣，在三維流速邊界條件(M3)與溫度與鹽度邊界條件(T)中，本研究僅測試了 RADIATION 邊界條件。






圖 21: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為沿岸流的最大厚度。第三列為沿岸流的最大寬度。圖中的藍線代表 TL07 所預測的最大厚度 h_0 和最大寬度 w_0 。紅線為模式沿岸流最大厚度 h_m 和模式沿岸流 w_m 。由上到下依序為 case5-8。

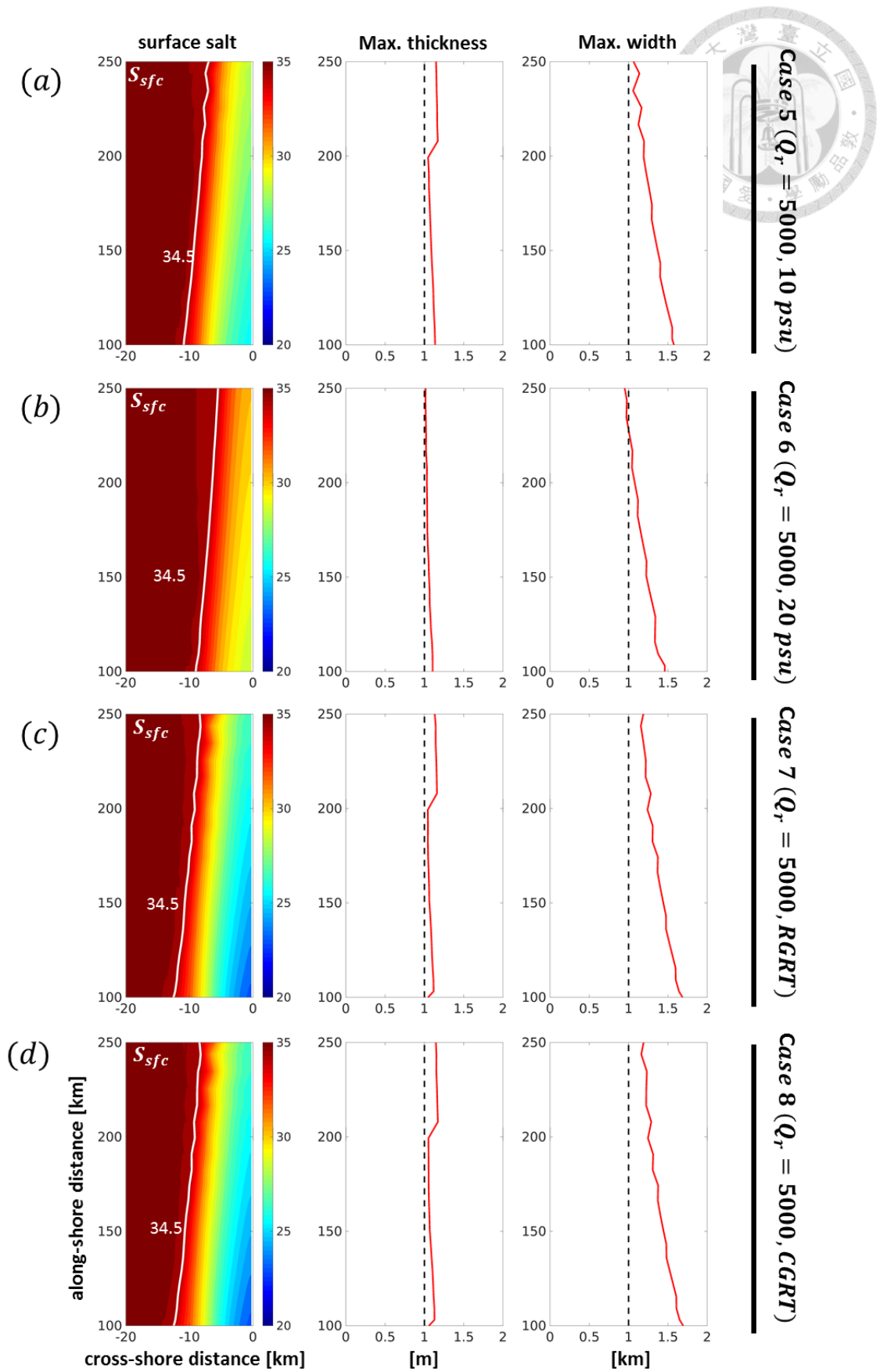


圖 22: 左邊開始的第一列為表面鹽度，圖中的白色曲線代表 34.5 psu 的鹽度邊界。第二列為模式模擬的最大厚度除上 TL07 理論所預估的最大厚度(h_m/h_0)，第三列為模式模擬的最大寬度除上 TL07 理論所預估的最大寬度(w_m/w_0)，由上到下依序為 case5-8。

4.1 河流輸出淡水鹽度

首先，本研究將 case5 與 case6 中的 TL07 預測和數值模式的沿岸流最大厚度和最大寬度進行比較(圖 21a 與 21b)，沿岸流最大厚度及最大寬度的計算方式可參考 3.1。如圖 21a 與 21b，可以發現與 3.1 中的觀察大致相同，最大厚度的預測結果很合理，然而，在最大寬度上皆為預測的結果低於模式模擬，且越接近 Bulge 兩者差異越大，接著，利用 h_m/h_0 和 w_m/w_0 的結果來量化差異的大小(圖 22a 與 22b)，與 3.1 中的實驗結果相同，最大厚度的誤差都介於 10~20% 之間或是更低，而在最大寬度的誤差大約是介於 10~50%。由此可知，在不同淡水鹽度條件下，TL07 對沿岸流的結構依然具有第一階(first order)的可預測性。因此，為了瞭解不同的河流輸出淡水鹽度情況下，3.3 所提到的誤差值 A_0 與 B_0 大致上互相抵銷的結果是否依然符合，如圖 23 可以看到，在輸入淡水鹽度 10 psu 的模擬中，誤差值 A_0 的範圍介於 0.01~0.15 之間，而誤差值 B_0 的範圍介於 0.01~0.25 之間，並且，在輸入淡水鹽度 20 psu 的模擬中，誤差值 A_0 的範圍介於 0.01~0.15 之間，而誤差值 B_0 的範圍介於 0.01~0.25 之間，另一方面由圖 23 可以發現，鹽度 10 psu 與 20 psu 的資料點也大致上都分布在 $x=y$ 的直線附近，因此，由上述的分析告訴我們，在不同的淡水鹽度條件下，本研究依然可以發現同於 3.3 中所提及的零位渦假設與兩層流體近似所產生對應的誤差值 A_0 與 B_0 互相抵銷導致 TL07 理論具有第一階(first order)的可預測性。

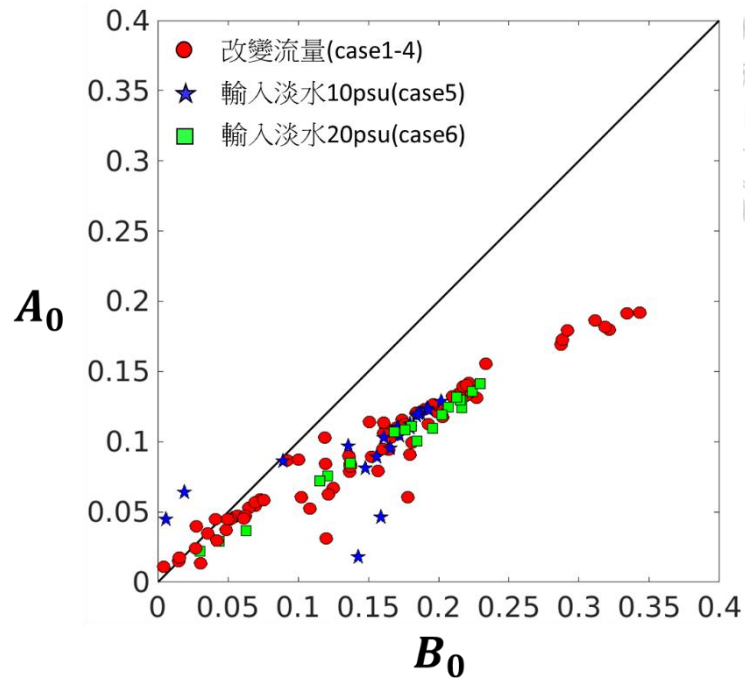


圖 23: x 軸為兩層流體近似所產生的誤差值 B_0 ，y 軸為零位渦度假設所產生的誤差值 A_0 ，圖中紅色圓形代表不同流量(case1-4)模式實驗，藍色星形代表 case5($Q_r = 5000m^3s^{-1}, 10psu$)，綠色方形代表 case6($Q_r = 5000m^3s^{-1}, 20psu$)。

4.2 南北模式邊界條件

同 4.1 的分析，本研究將 case7 與 case8 中的 TL07 預測和數值模式的沿岸流最大厚度和最大寬度進行比較(圖 21c 與 21d)，可以發現與 3.1 中的觀察大致一樣，最大厚度的預測結果很合理，然而，在最大寬度上皆為預測的結果低於模式模擬，且越接近 Bulge 兩者差異越大，接著，利用 h_m/h_0 和 w_m/w_0 的結果來量化差異的大小(圖 22c 與 22d)，與 3.1 中的實驗結果相同，最大厚度的誤差都介於 10~20% 之間或是更低，而在最大寬度的誤差大約是介於 10~50%。由此可知，在不同南北邊界的條件下，TL07 的理論依然具有第一階(first order)的可預測性。更進一步，同樣為了檢查是否誤差值 A_0 與 B_0 能夠大致上互相抵銷，如圖 24 可以看到，在南北邊界為 RGRR 的模擬中，誤差值 A_0 的範圍介於 0.01~0.15 之間，而誤差值 B_0 的範圍介於 0.01~0.2 之間，並且，在南北邊界為 CGRR 的模擬中，誤差值 A_0 的範圍介於 0.01~0.15 之間，而誤差值 B_0 的範圍介於 0.01~0.2 之間，更進一步，由圖 24 可以發現，不論是南北邊界條件為 RGRR 或是 CGRR，資料點的分布也大致上落在 $x=y$ 的直線附近，因此，由上述的分析告訴我們，在不同的南北邊界條件下，本研究依然可以發現同於 3.3 中所提及的零位渦假設與兩層流體近似所產生對應的誤差值 A_0 與 B_0 互相抵銷。

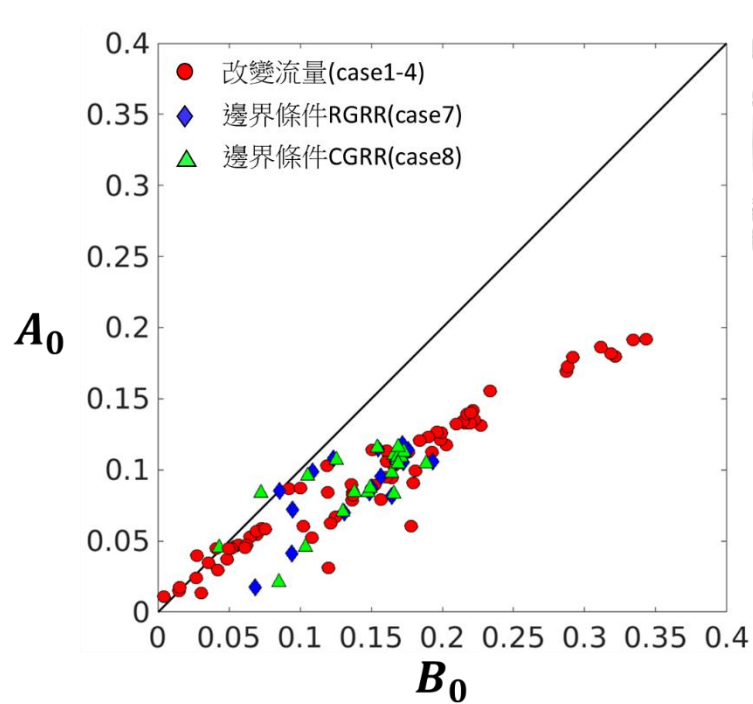


圖 24: x 軸為兩層流體近似所產生的誤差值 B_0 ，y 軸為零位渦度假設所產生的誤差值 A_0 ，圖中紅色圓形代表不同流量(case1-4)模式實驗，藍色菱形代表 case7($Q_r = 5000m^3s^{-1}, RGRR$)，綠色三角形代表 case8($Q_r = 5000m^3s^{-1}, CGRR$)。

第 5 章 結論

本研究透過數值模式，在與實測相似的空間尺度(field scale)下測試 TL07 的理論對於浮力驅動沿岸流厚度與寬度的預測情況，另一方面，也仔細的去檢查 TL07 理論中各項假設的合理性，其中包括地轉平衡、兩層流體近似以及零位渦度假設。

首先，本研究的結果顯示 TL07 理論實行在數值實驗上的表現呼應了 TL07 文中的水槽實驗結果，即最大厚度與最大寬度之預測結果與實驗結果大致相符、平均誤差約 10~20%、偶有誤差至 50%，此意謂著 TL07 理論在 field scale 底下對沿岸流的結構具有第一階(first order)的可預測性。

在各項假設的合理性驗證中，本研究由模式流場與地轉平衡流場之間的比較，發現兩者之間的強度與空間分布非常一致，因此，確定了數值實驗中的沿岸流流場是滿足 TL07 中的地轉平衡假設。接著，檢驗兩層流體近似中，由空間平均後的鹽度場，可以發現不同於 TL07 理論下的兩層流體近似假設，鹽度在垂直方向上(z)以及垂直海岸(x)的方向上皆是連續變化的，更進一步，本研究從兩層近似流場與模式流場之間的比較中發現，兩者之間存在一誤差值 B_0 ，並且誤差值 B_0 介於 0~0.35。接續，檢驗零位渦度假設中，由等鹽度線上的位渦度數值，得知模擬中沿岸流的沿著同條流線上的位渦度值幾乎維持一定，表示沿岸流滿足位渦度守恆，然而，在零位渦度流場與模式流場之間的比較中發現，兩者之間存在一誤差值 A_0 ，並且誤差值 A_0 介於 0~0.2。

從各項假設的合理性驗證中可以發現，在 TL07 的理論流場與數值實驗流場有誤差產生的情況下，沿岸流的結構預測上依然有第一階(first order)的可預測性，為了對此進行解釋，本研究將誤差值 A_0 與誤差值 B_0 帶回 TL07 理論中的推導，首先，在沿岸流厚度的推導中可以發現，誤差值 A_0 與誤差值 B_0 並不會對 TL07 理論中的沿岸流厚度造成影響，但是會對跨岸方向上的沿岸流厚度拋物

線結構產生影響，此結果解釋了，為何 TL07 理論對沿岸流的厚度解具有第一階 (first order) 的可預測性，接著，在沿岸流寬度的推導中可將模式模擬沿岸流寬度 w_m 與 TL07 理論預測寬度 w_0 的關係式寫為 $\frac{w_m}{w_0} \approx \sqrt{B_0/A_0}$ ，與本研究誤差值 A_0 與誤差值 B_0 之分析結果比對後可知，誤差值 A_0 與誤差值 B_0 能夠大致上互相抵消表示 $\sqrt{B_0/A_0}$ 會趨近於 1，也就意味著 TL07 理論預測寬度 w_0 會趨近於模式模擬沿岸流寬度 w_m ，因此，本研究認為 TL07 理論對寬度具有一階 (first order) 的預測性，是由於誤差值 A_0 與誤差值 B_0 能夠大致上互相抵消導致。也就是說，TL07 理論的可預測性並不是基於正確的物理假設，而是基於兩個無法滿足的假設前提能夠抵銷各自產生的誤差。

第 6 章 未來研究方向

本研究透過數值模型，在與實測相似的空間尺度(field scale)下測試 TL07 理論對於浮力驅動沿岸流厚度與寬度的預測情況，並指出 TL07 理論對寬度具有一階(first order)的預測性，是由於零位渦度假設與兩層流體近似假設所產生之誤差值 A_0 與誤差值 B_0 能夠大致上互相抵消導致。

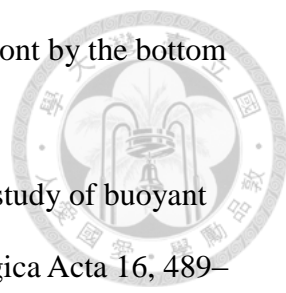
在未來的工作上，為了確認 TL07 的理論確實存在本研究所提及的誤差值，透過將河流初始的深度設為遠深於沿岸流厚度，我們可以建立一個近似零位渦外流的數值實驗。根據本研究的結果，我們推論，在近零位渦外流的數值實驗中，零位渦假設的誤差值 A_0 將會趨近於零，但是，TL07 理論對於沿岸流寬度預估的誤差將會明顯增加，因為原本與兩層流體誤差值 B_0 相互抵銷的條件已消失。同理，透過減少垂直混和(如改變 entrainment coefficient)，我們可以建立近似兩層流體的數值實驗，在此條件下，誤差值 B_0 將減少，而 TL07 理論的誤差將增加。

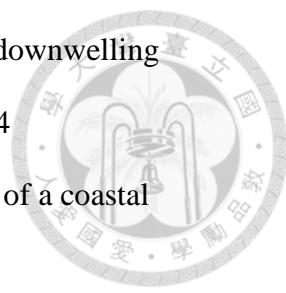
另一方面，本研究的未來工作也可從修正 TL07 的兩個主要誤差來源出發，如以等位渦近似 (constant PV; e.g. Whitehead 1985) 取代零位渦假設、以連續分層取代兩層流體近似 (e.g. Moffat and Lentz 2012)，藉由了解這些修正對沿岸流結構可預測性的影響，應能對沿岸流的基本動力有更進一步的認識。

參考文獻



- Avicola, G. & Huq, P. 2002 Scaling analysis for the interaction between a buoyant coastal current and the continental shelf: Experiments and observations. *J. Phys. Oceanog.* 32, 3233–3248.
- Avicola, G. & Huq, P. 2003a The role of the outflow geometry in the formation of the recirculating bulge region in coastal buoyant outflows. *J. Mar. Res.* 61, 411–434.
- Avicola, G. & Huq, P. 2003b The characteristics of the recirculating bulge region in coastal buoyant outflows. *J. Mar. Res.* 61, 435–463.
- Brooks, D. A., and D. W. Townsend (1989), Variability of the coastal current and nutrient pathways in the eastern Gulf of Maine, *J. Mar. Res.*, 47, 303–321.
- Bowman, M. J. & Iverson, R. L. 1978 Estuarine and plume fronts. In Workshop on Oceanic Fronts in Coastal Processes, Marine Sciences Research Centre, Stony Brook, NY, May 25–27, Proc., pp. 87–104. Springer.
- Boyer, D. L. & Davies, P. A. 2000 Laboratory studies of orographic effects in rotating and stratified flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 32, 165–202.
- Boyer, D. L., Haidvogel, D. B. & P érenne, N. 2001 Laboratory-numerical comparisons of flow over a coastal canyon. *J. Atmos. Tech.* 18, 1698–1718.
- Chabert D'Hieres, G., Didelle, H. & Obaton, D. 1991 A laboratory study of surface boundary currents: Application to the Algerian Current. *J. Geophys. Res.* 96, 12539–12548.
- Chant RJ. 2011. Interactions between estuaries and coasts: river plumes—their formation transport and dispersal. In *Treatise on Estuarine and Coastal Science*, Vol. 2, ed. E Wolanski, D McLusky, pp. 213–35.

- 
- Chapman, D. C. & Lentz, S. J. 1994 Trapping of a coastal density front by the bottom boundary layer. *J. Phys. Oceanogr.* 24, 1464–1479.
- Davies, P. A., Jacobs, P. T. G. A. & Mofor, L. A. 1993 A laboratory study of buoyant fresh water boundary currents in tidal crossflows. *Oceanologica Acta* 16, 489–503.
- Griffiths R. W. and A. F. Pearce 1985 Satellite images of an unstable warm eddy derived from the Leeuwin Current. *Deep-Sea Research*, 32, 1369-1378.
- Griffiths, R. W. & Hopfinger, E. J. 1983 Gravity currents moving along a lateral boundary in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* 134, 357–399.
- Griffiths, R. W. & Linden, P. F. 1981 The stability of buoyancy-driven coastal currents. *Dyn. Atmos. Oceans* 5, 281–306.
- Haidvogel, D. B., H.G. Arango, K. Hedstrom, A. Beckmann, P. Malanotte-Rizzoli & A. F. Shchepekin 2000 Model evaluation experiments in the north Atlantic Basin: simulations in nonlinear terrain-following coordinates. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 32, 239–281.
- Hickey, B. M., Pietrafesa, L. J., Jay, D. A. & Boicourt, W. C. 1998 The Columbia River Plume Study: subtidal variability in the velocity and salinity fields. *J. Geophys. Res.* 103(C5), 10339–10368.
- Horner-Devine, A. R., Fong, D. A., Monismith, S. G. & Maxworthy, T. 2006 Laboratory experiments simulating coastal river inflow, *J. Fluid Mech.* 555, 203–232.
- Isobe, A., 2005: Ballooning of river-plume bulge and its stabilization by tidal currents. *J. Phys. Oceanogr.*, 35, 2337–2351.
- Lentz, S. J. & Helfrich, K. R. 2002 Buoyant gravity currents along a sloping bottom in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* 464, 251–278.

- 
- Moffat, C., Lentz, S., 2012. On the response of a buoyant plume to downwelling favorable wind stress. *J. Phys. Oceanogr.* 28 (42), 1083–1084
- Munchow, A. & Garvine, R. W. 1993a Buoyancy and wind forcing of a coastal current. *J. Mar. Res.* 51, 293–322.
- Munchow, A. & Garvine, R. W. 1993b Dynamical properties of a buoyancy-driven coastal current. *J. Geophys. Res.* 98(C11), 20063–20077.
- Pearce, A. F., and R.W. Griffiths, 1991. The mesoscale structure of the Leeuwin current: A comparison of laboratory models and satellite imagery. *J. Geophys. Res.* 96, 16749–16757.
- Rennie, S., Largier, J. L. & Lentz, S. J. 1999 Observations of low-salinity coastal current pulses downstream of Chesapeake Bay. *J. Geophys. Res.* 104(C8), 18227–18240.
- Rivas, D., Velasco Fuentes, O. U. & Ochoa, J. 2005 Topographic effects on the dynamics of gravity currents in a rotating system. *Dyn. Atmos. Oceans* 39, 227–249.
- Sharples, J., J. J. Middelburg, K. Fennel, and T. D. Jickells (2016), What proportion of riverine nutrients reaches the open ocean?, *Global Biogeochem. Cycles*, 31.
- Simpson, J. E. 1997 *Gravity Currents in the Environment and the Laboratory*, 2nd Edn. Cambridge University Press.
- Thomas, P. J. & Linden, P. F. 1998 A bi-modal structure imposed on gravity-driven boundary currents in rotating systems by effects of the bottom topography. *Exps. Fluids* 25, 388–391.
- Wadhams P., A. E. Gill and P. F. Linden 1979 Transects by submarine of the East Greenland Polar Front. *Deep-Sea Research*, 26, 1311-1327.

Whitehead JA. 1985. The deflection of a baroclinic jet by a wall in a rotating fluid. *J. Fluid Mech.* 157:79–93

Whitney, M. M., and R. W. Garvine, 2006: Simulating the Delaware Bay buoyant outflow: Comparison with observations. *J. Phys. Oceanogr.*, 36, 3–21.

Yankovsky, A. E. & Chapman, D. C. 1997 A simple theory for the fate of buoyant coastal discharges. *J. Phys. Oceanogr.* 27, 1386–1401.