

國立臺灣大學工學院機械工程學系

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering


National Taiwan University

Master Thesis

結合雙系統配置與配重塊之四連桿組最佳動態平衡

Optimum Dynamic Balancing of Four-bar Linkage by

Combination of Dual-system and Counterweights



李芳明

Lee, Fang-Ming

指導教授：劉霆 博士

Advisor: Liu, Tyng, Ph.D.

中華民國 101 年 7 月

July, 2012

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

結合雙系統配置與配重塊之四連桿組最佳動態平衡
Optimum Dynamic Balancing of Four-bar Linkage by
Combination of Dual-system and Counterweights

本論文係李芳明君 (R99522604) 在國立臺灣大學機械工程學系
完成之碩士學位論文，於民國 101 年 7 月 20 日承下列考試委員審查
通過及口試及格，特此證明

口試委員：

劉 震

(簽名)

(指導教授)

李志中

李志中

鍾添東

鍾添東

劉 震

劉 震

系主任

楊耀州

(簽名)

誌謝

首先感謝我的指導老師劉霆教授，在這兩年的學習上給予我莫大的幫助，每次跟老師討論完總會有新的啟發，讓我可以順利完成這本論文。也感謝撥冗審查本論文的李志中老師與鍾添東老師，提出需要改進的部分讓本論文更加完整。此外也感謝東培工業股份有限公司的研究計畫，提供有趣的研究目標，促成了本論文的研究主題。

感謝實驗室的學長們，與你們相處總是十分的快樂，也從你們身上學到了不少專業知識以及待人處事的道理。感謝同屆的博仁、振達以及直升博班的正平，不管是大大小小的考試或是電動車的報告，都從你們身上得到了很多幫助，這兩年同甘共苦的研究生生活會是很有趣的回憶。感謝實驗室的學弟們，柏緯、先予、傳榮、嘉維以及牧民，你們讓實驗室各項機能正常運作，讓我們可以沒有後顧之憂地衝刺論文。

最後感謝我的父母、家人以及朋友，你們的支持與鼓勵是我前進的力量。

結合雙系統配置與配重塊之四連桿組最佳動態平衡

李芳明

摘要

本研究以配重塊平衡法為基礎，欲結合複製機構平衡概念之雙系統配置，針對四連桿組以最少的配重塊達成動態平衡。本文先以向量迴路法與 D'Alembert 原理建立平面四連桿之運動及動力模型，並針對軸向之軸承分布，計算機台座之軸承受力。接著，採用固定於桿件上之配重塊，以最佳化方法計算各配重塊之質量與位置，並比較目標函數為無因次化最大搖撼力與搖撼力矩之總和以及達成標準最大搖撼力與搖撼力矩之配重塊質量，其最佳解對於系統動力特性的效果。結果顯示前者不容易同時達成複數動力特性之最佳化，而後者之最佳解可以降低振動至標準值並減少配重塊質量。最後，針對雙系統配置討論不同輸入轉速方向、不同擺放方向以及不同相角差下的動態平衡效果。根據分析結果可以分成兩類別，兩者主要差異在於搖撼力矩。進而利用此特性，結合最佳化配重平衡，可以使系統搖撼力與搖撼力矩下降至標準值，同時更進一步減少配重塊的質量。本研究使用簡單之雙系統配置進行初步的平衡，再以最佳化配重塊配置，使系統添加最少的配重塊即可達成所需的動態平衡，此研究成果應有助於動態平衡之研究與實務上之應用。

關鍵詞：動態平衡、配重塊、複製機構、最佳化、搖撼力、搖撼力矩

Optimum Dynamic Balancing of Four-bar Linkage by Combination of Dual-system and Counterweights

Lee, Fang-Ming

Abstract

This study is going to combine the dual-system which is similar to the duplicate mechanism and counterweights to achieve the dynamic balancing of four-bar linkage with the lightest counterweights. This paper is starting with constructing the kinematic model and the dynamic model of a planar four-bar linkage by the vector loop closure equations and D'Alembert's principle, and focus on the axial arrangement of the bearings to analyze the bearing forces. Then, the counterweights mounted on the linkages are applied to balance the system. The differences between two object functions of optimizing the counterweights, one is the non-dimensional total of shaking force and shaking moment and the other is the total mass of the counterweights which can balance the system to a standard level, are shown in this study. The result shows that the latter is easier to lower the specific dynamic properties and decrease the mass applied. Finally, this study discusses the balancing effects of different settings of the dual-systems. According to the result, the settings can be classified into two categories and the main difference between the two is the shaking moment. With this property, the combination of dual-system settings and optimal counterweights can lower the shaking force and the shaking moment and decrease the mass of counterweights even more. This study could be applied in practice and promote the research on the dynamic balancing.

Keywords: dynamic balancing, counterweight, duplicate mechanism, optimization, shaking force, shaking moment

目錄

誌謝	ii
摘要	iii
英文摘要	iv
目錄	v
圖目錄	vii
表目錄	x
符號表	xi
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究目的	3
1.4 論文架構	4
第二章 平面四連桿機構之運動模型	5
2.1 角度分析	5
2.2 角速度分析	8
2.3 角加速度分析	8
2.4 小結	10
第三章 2.5D 四連桿機構之動力模型	11
3.1 等效質心	12
3.2 平面四連桿動力分析	13
3.3 機台座軸承力分析	17
3.4 搖撼力與搖撼力矩	23
3.5 小結	23
第四章 單四連桿系統之動態分析	24

4.1 機構參數.....	24
4.2 程式架構.....	26
4.3 配重塊配置最佳化.....	27
4.4 數值分析結果與討論.....	30
4.4.1 搖撼力.....	30
4.4.2 搖撼力矩.....	35
4.4.3 軸承受力.....	39
4.4.4 驅動扭矩.....	44
4.5 小結.....	49
第五章 雙四連桿系統之動態分析.....	50
5.1 機構設定與配置.....	50
5.2 程式架構.....	52
5.3 雙系統配置之動態分析.....	54
5.3.1 振動指標.....	58
5.3.2 振動指標與相角差.....	59
5.3.3 振動指標與輸入桿角度.....	61
5.4 雙系統與配重塊之最佳化配置.....	63
5.5 小結.....	69
第六章 結論與未來展望.....	71
6.1 結論.....	71
6.2 未來展望.....	72
參考文獻.....	74
附錄 程式碼.....	77

圖目錄

圖 3.1 2.5D 四連桿機構示意圖	11
圖 3.2 桿 4 等效重心位置	12
圖 3.3 桿 2 之自由體圖	14
圖 3.4 桿 3 之自由體圖	15
圖 3.5 桿 4 之自由體圖	15
圖 3.6 轉軸 4 之 x-z 平面自由體圖	18
圖 3.7 轉軸 4 之 y-z 平面自由體圖	19
圖 3.8 轉軸 2 之 x-z 平面自由體圖	21
圖 3.9 轉軸 2 之 y-z 平面自由體圖	22
圖 4.1 目標四連桿機構示意圖	25
圖 4.2 四連桿動態分析流程圖	26
圖 4.3 目標函數 f_1 之最佳配重塊位置	29
圖 4.4 目標函數 f_2 之最佳配重塊位置	29
圖 4.5 輸入桿 400rpm，系統搖撼力極座標圖	32
圖 4.6 輸入桿 600rpm，系統搖撼力極座標圖	32
圖 4.7 輸入桿 600rpm，最佳化 f_1 後之系統搖撼力極座標圖	33
圖 4.8 輸入桿 600rpm，最佳化 f_2 後之系統搖撼力極座標圖	33
圖 4.9 比較原始設定與最佳化 f_1 後輸入 600rpm 之搖撼力	34
圖 4.10 比較原始設定與最佳化 f_2 後輸入 600rpm 之搖撼力	34
圖 4.11 輸入桿 400rpm 時，系統之搖撼力矩	36
圖 4.12 輸入桿 600rpm 時，系統之搖撼力矩	36

圖 4.13 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_1 後之搖撼力矩.....	37
圖 4.14 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_2 後之搖撼力矩	37
圖 4.15 比較原始設定與最佳化 f_1 後輸入 600rpm 之系統搖撼力矩.....	38
圖 4.16 比較原始設定與最佳化 f_2 後輸入 600rpm 之系統搖撼力矩	38
圖 4.17 輸入桿 400rpm 時，桿 3 軸承受力.....	40
圖 4.18 輸入桿 600rpm 時，桿 3 軸承受力.....	40
圖 4.19 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_1 之桿 3 軸承受力.....	41
圖 4.20 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_2 之桿 3 軸承受力	41
圖 4.21 輸入桿 400rpm 時，與地桿相接之軸承受力.....	42
圖 4.22 輸入桿 600rpm 時，與地桿相接之軸承受力.....	43
圖 4.23 最佳化 f_1 後輸入 600rpm，與地桿相接之軸承受力大小.....	43
圖 4.24 最佳化 f_2 後輸入 600rpm，與地桿相接之軸承受力	44
圖 4.25 維持輸入桿 400rpm，所需之驅動扭矩.....	45
圖 4.26 維持輸入桿 600rpm，所需之驅動扭矩.....	46
圖 4.27 最佳化 f_1 後維持輸入桿 600rpm，所需之驅動扭矩.....	46
圖 4.28 最佳化 f_2 後維持輸入桿 600rpm，所需之驅動扭矩	47
圖 4.29 比較原始設定與最佳化 f_1 後維持輸入桿 600rpm 所需之驅動扭矩.....	47
圖 4.30 比較原始設定與最佳化 f_2 後維持輸入桿 600rpm 所需之驅動扭矩	48
圖 5.1 雙系統單元示意圖	51
圖 5.2 雙系統示意圖	52
圖 5.3 雙系統動態分析流程圖	53

圖 5.4 配置(1+,1+)至(1+,2-)之搖撼力等高線圖.....	54
圖 5.5 配置(1-,1+)至(1-,2-)之搖撼力等高線圖.....	55
圖 5.6 配置(2+,1+)至(2+,2-)之搖撼力等高線圖.....	55
圖 5.7 配置(2-,1+)至(2-,2-)之搖撼力等高線圖.....	56
圖 5.8 配置(1+,1+)至(1+,2-)之搖撼力矩等高線圖.....	56
圖 5.9 配置(1-,1+)至(1-,2-)之搖撼力矩等高線圖.....	57
圖 5.10 配置(2+,1+)至(2+,2-)之搖撼力矩等高線圖.....	57
圖 5.11 配置(2-,1+)至(2-,2-)之搖撼力矩等高線圖.....	58
圖 5.12 各相角差之最大搖撼力與相角差關係圖.....	60
圖 5.13 各相角差之最大搖撼力矩與相角差關係圖.....	61
圖 5.14 比較配置(1+,1+)與(1+,2-)搖撼力變化.....	62
圖 5.15 比較配置(1+,1+)與(1+,2-)搖撼力矩變化.....	63
圖 5.16 雙系統最佳化配重塊位置示意圖.....	64
圖 5.17 配置(1+,1+)與(1+,2-)最大搖撼力與相角差之關係圖.....	65
圖 5.18 配置(1+,1+)與(1+,2-)最大搖撼力矩與相角差之關係圖.....	65
圖 5.19 比較原始設定(1+,1+)與提升轉速並平衡(1+,2-)之搖撼力.....	67
圖 5.20 比較原始設定(1+,1+)與提升轉速並平衡(1+,2-)之搖撼力矩.....	67
圖 5.21 結合雙系統配置與最佳化配重平衡之桿 3 軸承受力.....	68
圖 5.22 結合雙系統配置與最佳化配重平衡之地桿軸承受力.....	68
圖 5.23 比較原始設定(1+,1+)與提升轉速並平衡(1+,2-)之驅動扭矩.....	69

表目錄

表 4.1 x-y 平面上四連桿系統參數.....	25
表 4.2 z 方向上軸承間距與重心距離	25



符號表

F_{Ax}	軸承 A 於 x 方向之支撐力
F_{Ay}	軸承 A 於 y 方向之支撐力
F_{Bx}	軸承 B 於 x 方向之支撐力
F_{By}	軸承 B 於 y 方向之支撐力
F_{Cx}	軸承 C 於 x 方向之支撐力
F_{Cy}	軸承 C 於 y 方向之支撐力
F_{Dx}	軸承 D 於 x 方向之支撐力
F_{Dy}	軸承 D 於 y 方向之支撐力
F_{ijk}	桿 i 作用在桿 j 於 k 方向上之力
F_{g2x}	桿 2 於 x 方向上之慣性力
F_{g2y}	桿 2 於 y 方向上之慣性力
F_{g3x}	桿 3 於 x 方向上之慣性力
F_{g3y}	桿 3 於 y 方向上之慣性力
F_{g4x}	桿 4 於 x 方向上之慣性力
F_{g4y}	桿 4 於 y 方向上之慣性力
F_n	力的無因次化係數
f_1	無因次化振動指標之目標函數

f_2	與標準振動指標差值以及配重塊總重之目標函數
g	重力加速度
I_2	桿 2 之轉動慣量
I_3	桿 3 之轉動慣量
I_4	桿 4 之轉動慣量
I_{4a}	桿 4a 之轉動慣量
I_{4b}	桿 4b 之轉動慣量
I_{4s}	轉軸 4 之轉動慣量
L_A	軸承 A 與桿 4a 之 z 方向距離
L_{AB}	軸承 A 與軸承 B 之 z 方向距離
L_B	軸承 B 與桿 4b 之 z 方向距離
L_C	軸承 C 與桿 2 之 z 方向距離
L_{CD}	軸承 C 與軸承 D 之 z 方向距離
M_n	力矩的無因次化係數
m_2	桿 2 質量
m_{2s}	轉軸 2 質量
m_3	桿 3 質量
m_{4a}	桿 4a 質量
m_{4b}	桿 4b 質量

m_{4s}	轉軸 4 質量
m_{w2}	桿 2 配重塊質量
m_{w3}	桿 3 配重塊質量
m_{w4a}	桿 4a 配重塊質量
r_1	桿 1 之功能長度
r_2	桿 2 之功能長度
r_3	桿 3 之功能長度
r_4	桿 4 之功能長度
r_{g2}	桿 2 之重心距離
r_{g3}	桿 3 之重心距離
r_{g4}	桿 4 之重心距離
r_{g4a}	桿 4a 之重心距離
r_{g4b}	桿 4b 之重心距離
r_{g4bz}	桿 4b 重心之 z 方向偏移
r_{g2sDz}	轉軸 2 重心與軸承 D 之 z 方向距離
r_{g4sBz}	轉軸 4 重心與軸承 B 之 z 方向距離
r_{w2}	桿 2 配重塊與桿 2 轉軸之距離
r_{w3}	桿 3 配重塊與桿 3 轉軸之距離
r_{w4a}	桿 4a 配重塊與桿 4a 轉軸之距離



\overline{SF}	搖撼力向量
\overline{SF}_{DS}	雙系統搖撼力向量
\overline{SF}	無因次化最大搖撼力
\overline{SM}_z	搖撼力矩向量
\overline{SM}_{DS}	雙系統搖撼力矩向量
\overline{SM}	無因次化最大搖撼力矩
T_{g2}	桿 2 所受之慣性力矩
T_{g3}	桿 3 所受之慣性力矩
T_{g4}	桿 4 所受之慣性力矩
T_D	驅動扭矩
x	配重塊最佳化設計變數
$x_{op,1}$	以 f_1 為目標函數之最佳設計變數
$x_{op,2}$	以 f_2 為目標函數之最佳設計變數
α_2	桿 2 之角加速度
α_3	桿 3 之角加速度
α_4	桿 4 之角加速度
δ_2	桿 2 重心角度
δ_3	桿 3 重心角度
δ_4	桿 4 重心角度

δ_{4a}	桿 4a 重心角度
δ_{4b}	桿 4b 重心角度
δ_{w2}	桿 2 配重塊與桿 2 方向向量之夾角
δ_{w3}	桿 3 配重塊與桿 3 方向向量之夾角
δ_{w4a}	桿 4a 配重塊與桿 4a 方向向量之夾角
θ_1	桿 1 方向向量與水平之夾角
θ_2	桿 2 方向向量與水平之夾角
θ_3	桿 3 方向向量與水平之夾角
θ_4	桿 4 方向向量與水平之夾角
σ	決定四連桿構型之係數
ω_2	桿 2 之角速度
ω_3	桿 3 之角速度
ω_4	桿 4 之角速度



第一章 緒論

1.1 前言

在產品大量且快速製造的現代，機器已經取代了大部分的人力，其中連桿組機構常見於加工機具中，其構造簡單、製造容易，且藉由調整連桿組機構中各桿件的尺寸，即可將驅動馬達之旋轉運動轉換成所需的加工動作。然而，為了提高連桿組機構的運轉轉速以增加加工速度，勢必造成系統對機台座的慣性力上升，即增加系統之搖撼力(shaking force)與搖撼力矩(shaking moment)，進而造成機台振動加劇、加工精度下降、產生噪音、疲勞破壞等。

為了降低系統之搖撼力與搖撼力矩，需對於該系統進行動態平衡(dynamic balancing)。動態平衡主要原理為產生額外的慣性力與慣性力矩來抵消原系統之搖撼力與搖撼力矩，其中又可分為將配重(counterweight)直接固定於系統桿件上，與桿件進行同樣之運動；或其配重利用外加之機構，產生相對於系統之特定運動。前者較為簡單，但額外添加之質量會直接造成原系統各軸承受力以及驅動扭矩的上升；後者可以更精確地抵消搖撼力或搖撼力矩，但會增加系統的複雜程度。

為了節省空間，將兩組加工機具固定於同一個機台座上，構成一組雙連桿系統，同時利用個別的搖撼力與搖撼力矩彼此抵消，不失為一個可行的平衡方法。而為了避免增加系統的複雜度，兩組加工機具有各自的動力源，彼此之間除了機台座沒有其他連結，因此每次運轉兩組機構會產生任意相角差，不同相角差、不同輸入桿旋轉方向以及不同擺設方向都影響著雙連桿系統的平衡效果。本研究針對振動較為複雜的四連桿組之曲柄搖桿(crank-rocker)機構為對象，討論雙連桿系統各種配置下的平衡效果，並結合固定配重塊之最佳化平衡方法，以期添加最少的配重塊質量，改善提升轉速後系統之振動情形，使搖撼力與搖撼力矩降低至標準。

1.2 文獻回顧

關於連桿組機構之動態平衡方法已有相當豐富的研究，其中 Arakelian 與 Smith[1]將動態平衡方法分為四大類：

1. 固定配重塊於運動桿件上，藉由額外添加之質量調整整體系統的質量分布。
2. 針對特定頻率之搖撼力或搖撼力矩，利用反向旋轉之質量產生相同頻率之慣性力進行抵消，為諧和平衡(harmonic balancing)。
3. 以添加反向運動之配重塊或系統，如增加與原系統軸對稱之複製機構(duplicate mechanism)，使整個系統之質心在運轉過程中維持靜止。
4. 添加雙桿(dyad)與原系統桿件構成平行四邊形迴路(parallelogram loop)，傳遞耦桿(coupler link)的運動至機台座轉軸上之配重塊以達成平衡。

針對配重塊對於系統動力特性的影響，Hertrich[2]認為配重塊的慣量應該越小越好，以避免增加系統過多額外的應力與驅動扭矩，因此建議使用高密度之材料作為配重塊，而形狀上以圓柱形為佳。Demeulenaere[3,4]分別以點質量(point-mass)、扇形配重塊與圓柱形配重塊平衡平面連桿組之搖撼力、搖撼力矩、驅動扭矩以及軸承受力，皆可藉由最佳化方法取得全域最佳解。

除了針對現有系統添加額外的配重塊，也有針對各桿件進行重新設計的質量重置法(mass redistribution)。Chaudhary 與 Saha[5,6]分別以兩點質量模型與三點質量模型為等效系統，使用最佳化方法計算最佳桿件質量分布，改善連桿組的動力特性，而鄧[7]將質量重置法應用於可調平面連桿組之動態平衡，利用最佳化方法權衡(trade-off)各種調整模式下之各項動力特性。另外，亦有結合質量重置法與配重塊平衡法之研究，Berkof[8]針對一組四連桿機構，先將各桿件進行質量重置，再針對輸入桿與輸出桿添加配重塊，雖有效抵消搖撼力與搖撼力矩，但仍增加系統驅動扭矩與軸承受力。Guo 等人[9]則以最佳化方法，計算四連桿之耦桿與輸出桿之重置質量參數，以及輸入桿與輸出桿之配重，以改善系統之動力特性。

動態平衡方法的研究與設計上，Arakelian 與 Makhsudyan[10]以蘭卻斯特平衡器(Lanchester balancer)，針對一組偏移(off-set)之滑塊四連桿(crank-slider)機構，對其第一及第二頻率之搖撼力進行平衡，結果顯示可減少 98%之搖撼力。Arakelian 與 Briot[11]針對一組滑塊四連桿機構，利用兩組同軸之凸輪機構，其外圍之凸輪控制從動桿(follower)上的配重運動，而兩組凸輪間的輪廓差距變化擠壓彈簧，提供補償扭矩(torque compensation)，可同時達成搖撼力、搖撼力矩以及驅動扭矩的下降。Arakelian[12]則針對一組已使用複製機構進行搖撼力平衡之滑塊四連桿，添加雙桿於原機構與複製機構之間，並計算雙桿之各項參數，進一步降低系統搖撼力矩。此外，亦有研究為總覽各種方法比較其優劣，Wijk 等人[13]針對各式動態平衡方法，建立無因次化指標，綜合評價平衡效果與所添加質量，結果顯示以複製機構作為平衡手段有最好的表現。

關於動態平衡的研究，除了針對不同的方法之外，亦針對不同動力特性為平衡目標。部分研究討論完全平衡搖撼力[14,15]，另有研究對已完全平衡搖撼力之系統，進一步平衡部分的搖撼力矩[16,17]，更有研究著眼於完全平衡搖撼力與搖撼力矩[18,19]。另外，除了搖撼力與搖撼力矩，其他動力特性如軸承受力與驅動扭矩也會影響系統的表現，則有研究權衡各項動力特性，使動態平衡之結果更符合實際需求[20,21]。

1.3 研究目的

本研究以常見之四連桿機構為對象，在不增加系統複雜度之前提下，試著以較少的變化達成系統之動態平衡。根據各種動態平衡的研究，固定式配重塊平衡法具有簡單且容易裝置等優點，符合本研究之目的，而複製機構平衡法雖有很好的平衡表現，但會增加系統動力鏈的複雜程度。本研究以複製機構平衡法之概念，簡化為兩組連桿組機構彼此獨立運作，擁有各自的動力輸入，只是固定於同一個

機台座而使彼此慣性力互相干涉。最終希望結合配重塊平衡法與應用複製機構概念之雙系統配置設計，使提升轉速後的系統搖撼力與搖撼力矩得以下降，同時控制配重塊質量的使用，以減少各軸承受力與驅動扭矩的增加。

1.4 論文架構

本文總共分為六章，第一章對本研究之動機與目的進行說明，回顧動態平衡方法相關之文獻，並簡述本文架構。第二章針對平面四連桿之運動模型進行推導，由向量迴路方程式列出各桿件幾何關係，依序推得角度、角速度以及角加速度的關係式。第三章針對 2.5D 四連桿之動力模型進行推導，先將其等效為平面四連桿，再以 D'Alembert 原理為基礎，列出各桿件之動力平衡方程式，即可解出穩態情況下各軸承受力以及所需之驅動扭矩，接著以轉軸之力平衡求出與機台座相接之四個軸承受力，最後定義作為振動指標之搖撼力與搖撼力矩。第四章先以單四連桿系統為對象，討論提升轉速後系統各項動力特性變化，並以最佳化方法計算最佳配重塊配置，比較兩種目標函數對於系統動力特性的效果。第五章針對雙系統配置進行分析，討論不同配置下的效果，進一步結合最佳化配重塊平衡，評估同時使用兩者是否可達到預期的效果。第六章則總結全文條列出本研究之結論與未來展望。

第二章 平面四連桿機構之運動模型

在建立四連桿機構之 2.5D 動力模型之前，需先針對平面四連桿機構之運動模型進行推導，以得知各桿件角度、角速度以及角加速度對於輸入桿角度之變化。本章利用向量迴路方程式[22]，先建立四個桿件間的向量方程式，並逐次對時間進行一次及二次微分，最後整理成各桿件之間運動狀況之關係式。

為簡化運動分析模型，本章使用之假設如下：

- 1.各接頭之間緊密接合，沒有間隙。
- 2.所有桿件均為剛體，運動過程不會產生變形。

2.1 角度分析

本節對平面四連桿中各桿件間之運動關係進行推導。平面四連桿之向量迴路如圖 2.1 所示，桿 2 為輸入桿。根據各桿件之間幾何關係可以列出一向量迴路方程式：

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_4 \quad (2.1)$$

其中 \vec{r}_1 、 \vec{r}_2 、 \vec{r}_3 以及 \vec{r}_4 分別為桿 1、桿 2、桿 3 以及桿 4 之方向向量。

將上式改寫為 x 及 y 方向之分量方程式：

$$r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 \quad (2.2)$$

$$r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 \quad (2.3)$$

其中 θ_1 表示桿 1 與水平面之夾角，其他桿件以此類推。

為了求出 θ_3 、 θ_4 與 θ_2 之間的關聯，將(2.2)與(2.3)含有 θ_3 之項集中在等號左邊：

$$r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 - r_2 \sin \theta_2 \quad (2.4)$$

$$r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 - r_2 \cos \theta_2 \quad (2.5)$$

將(2.4)與(2.5)平方相加後消去 θ_3 :

$$\begin{aligned} r_3^2 &= r_1^2 + r_2^2 + r_4^2 - 2r_1r_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\ &\quad - 2r_2r_4 (\cos \theta_2 \cos \theta_4 + \sin \theta_2 \sin \theta_4) \\ &\quad + 2r_1r_4 (\cos \theta_1 \cos \theta_4 + \sin \theta_1 \sin \theta_4) \end{aligned} \quad (2.6)$$

並將上式整理成：

$$A \cos \theta_4 + B \sin \theta_4 + C = 0 \quad (2.7)$$

其中

$$\begin{cases} A = 2r_4 (r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos \theta_2) \\ B = 2r_4 (r_1 \sin \theta_1 - r_2 \sin \theta_2) \\ C = r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 - 2r_1r_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \end{cases} \quad (2.8)$$

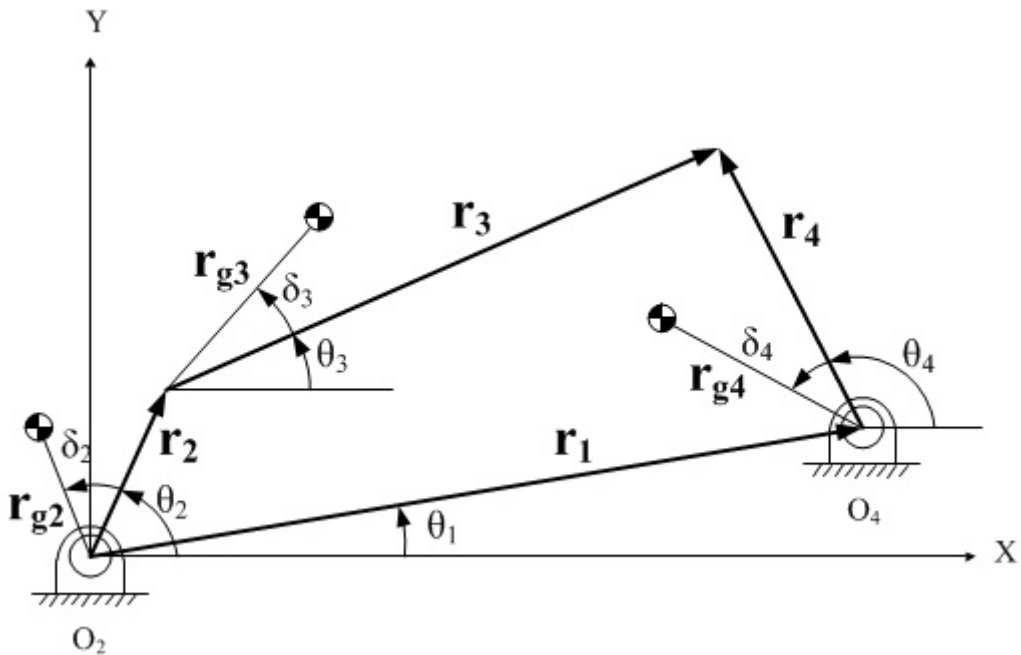


圖 2.1 平面四連桿之向量迴路示意圖

為了求得 θ_4 ，利用三角函數中的二倍角公式，將正弦與餘弦函數都轉換成以

正切函數表示：

$$\sin \theta_4 = \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right)} \quad (2.9)$$

$$\cos \theta_4 = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right)} \quad (2.10)$$

再將(2.9)、(2.10)代入(2.7)：

$$(C - A) \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + 2B \tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + (A + C) = 0 \quad (2.11)$$

以一元二次方程式之公式解，可得出：

$$\tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) = \frac{-B + \sigma \sqrt{B^2 - C^2 + A^2}}{C - A} \quad (2.12)$$

則 θ_4 即可求得如下：

$$\theta_4 = 2 \tan^{-1}\left(\frac{-B + \sigma \sqrt{B^2 - C^2 + A^2}}{C - A}\right) \quad (2.13)$$

其中 $\sigma = \pm 1$ ，表示平面四連桿中兩種不同的構型。

接著再整理(2.4)，可求得 θ_3 ：

$$\theta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 - r_2 \sin \theta_2}{r_3}\right) \quad (2.14)$$

依序代入輸入桿角度 θ_2 至(2.13)與(2.14)，即可得出相對於此時桿3與桿4與水平面之夾角 θ_3 、 θ_4 。

2.2 角速度分析

本節為推導平面四連桿中各桿件之角速度關係，以角度分析中描述各桿件幾何關係之分量方程式(2.4)、(2.5)為基礎，對時間進行一次微分，結果如下：

$$r_3 \omega_3 \cos \theta_3 = r_4 \omega_4 \cos \theta_4 - r_2 \omega_2 \cos \theta_2 \quad (2.15)$$

$$r_3 \omega_3 \sin \theta_3 = r_4 \omega_4 \sin \theta_4 - r_2 \omega_2 \sin \theta_2 \quad (2.16)$$

其中 ω_2 、 ω_3 與 ω_4 分別為桿 2、桿 3 與桿 4 之角速度。

將(2.15)除以(2.16)，消去 ω_3 ：

$$\frac{\cos \theta_3}{\sin \theta_3} = \frac{r_4 \omega_4 \cos \theta_4 - r_2 \omega_2 \cos \theta_2}{r_4 \omega_4 \sin \theta_4 - r_2 \omega_2 \sin \theta_2} \quad (2.17)$$

等號兩邊交叉相乘，整理後可得：

$$r_4 \omega_4 (\sin \theta_3 \cos \theta_4 - \cos \theta_3 \sin \theta_4) = r_2 \omega_2 (\sin \theta_3 \cos \theta_2 - \cos \theta_3 \sin \theta_2) \quad (2.18)$$

利用和角公式簡化後，即可得出：

$$\omega_4 = \frac{r_2 \omega_2 \sin(\theta_3 - \theta_2)}{r_4 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.19)$$

在確定 ω_4 之後，可以直接利用(2.16)求得 ω_3 ：

$$\omega_3 = \frac{r_4 \omega_4 \sin \theta_4 - r_2 \omega_2 \sin \theta_2}{r_3 \sin \theta_3} \quad (2.20)$$

當確定四連桿機構中各桿件的角度以及輸入桿之角速度，即可經由(2.19)及(2.20)計算對應之桿 3 與桿 4 角速度。

2.3 角加速度分析

本節針對各桿件之角加速度進行推導。與角速度分析時類似，進一步將桿件

幾何關係之分量方程式(2.2)與(2.3)對時間進行二次微分，以求得各桿件角加速度之關係。二次微分後之結果整理如下：

$$r_4\alpha_4 \cos \theta_4 = r_2\alpha_2 \cos \theta_2 - r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 + r_3\alpha_3 \cos \theta_3 - r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 + r_4\omega_4^2 \sin \theta_4 \quad (2.21)$$

$$r_4\alpha_4 \sin \theta_4 = r_2\alpha_2 \sin \theta_2 + r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3\alpha_3 \sin \theta_3 + r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 - r_4\omega_4^2 \cos \theta_4 \quad (2.22)$$

其中 α_2 、 α_3 與 α_4 分別為桿 2、桿 3 與桿 4 之角加速度。

將(2.21)除以(2.22)以消去 α_4 ：

$$\frac{\cos \theta_4}{\sin \theta_4} = \frac{r_2\alpha_2 \cos \theta_2 - r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 + r_3\alpha_3 \cos \theta_3 - r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 + r_4\omega_4^2 \sin \theta_4}{r_2\alpha_2 \sin \theta_2 + r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3\alpha_3 \sin \theta_3 + r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 - r_4\omega_4^2 \cos \theta_4} \quad (2.23)$$

將上式等號兩邊交叉相乘，並集中 α_3 項於等號左邊：

$$r_3\alpha_3 (\sin \theta_3 \cos \theta_4 - \cos \theta_3 \sin \theta_4) = r_2\alpha_2 (\sin \theta_4 \cos \theta_2 - \cos \theta_4 \sin \theta_2) - r_2\omega_2^2 (\cos \theta_4 \cos \theta_2 + \sin \theta_4 \sin \theta_2) - r_3\omega_3^2 (\cos \theta_3 \cos \theta_4 + \sin \theta_3 \sin \theta_4) + r_4\omega_4^2 \quad (2.24)$$

以和角公式化簡(2.24)後，即可推導出 α_3 ：

$$\alpha_3 = \frac{r_4\omega_4^2 - r_3\omega_3^2 \cos(\theta_3 - \theta_4) - r_2\omega_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_4) - r_2\alpha_2 \sin(\theta_2 - \theta_4)}{r_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad (2.25)$$

求得 α_3 之後，直接利用(2.22)即可計算出 α_4 ：

$$\alpha_4 = \frac{r_2\alpha_2 \sin \theta_2 + r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3\alpha_3 \sin \theta_3 + r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 - r_4\omega_4^2 \cos \theta_4}{r_4 \sin \theta_4} \quad (2.26)$$

當確定各桿件之角度、角速度關係以及輸入桿之角加速度後，即可經由(2.25)與

(2.26)計算對應之桿 3 與桿 4 角加速度。

2.4 小結

為了得知平面四連桿中各桿件之運動情形，如角度、角速度以及角加速度，本章先利用向量迴路法建立描述桿件間幾何關係之向量式，推導出輸入桿角度 θ_2 與桿3、桿4角度的關係式。再對由向量式改寫之x、y方向分量方程式依序進行一次及二次微分，藉以推導出桿3與桿4之角速度與角加速度。當確定輸入桿之運動情形，也就是已知 θ_2 、 ω_2 與 α_2 時，將這些參數依序代入(2.13)、(2.14)、(2.19)、(2.20)、(2.25)以及(2.26)，即可計算出此輸入桿運動情形下桿3與桿4對應之角度、角速度與角加速度。



第三章 2.5D 四連桿機構之動力模型

四連桿機構結構簡單，可將馬達等動力源之旋轉運動，經由特定桿長比例之四連桿機構達成所需的加工動作，故常見於加工機具中。實務上，用以執行加工動作之四連桿機構由兩個部分所組成：傳遞動力並產生特定運動之四連桿機構以及架設刀具以提供加工之桿件。如圖 3.1 所示，這兩個部分之間基於進料或各組件配置的考量存在一段間距，支撐四連桿機構運動之軸承也由兩個增為四個。

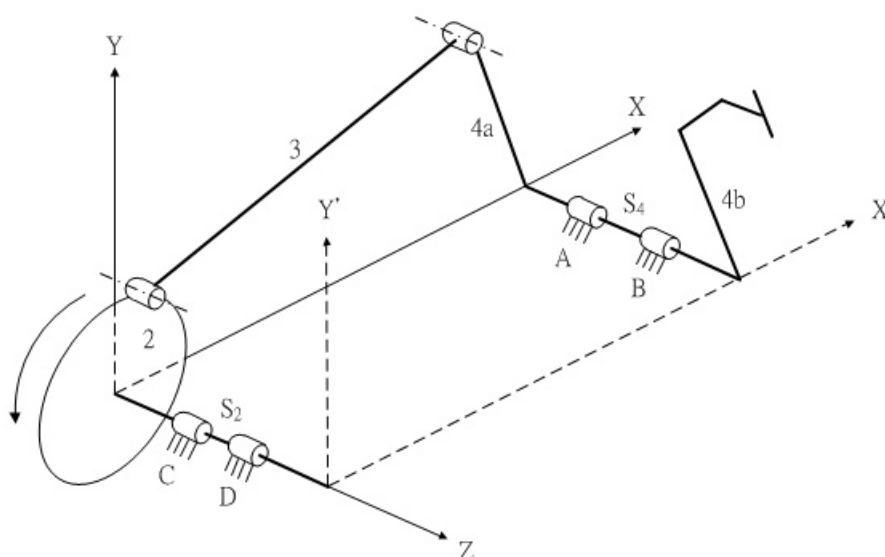


圖 3.1 2.5D 四連桿機構示意圖

本章討論四連桿機構與加工桿件不再同一個平行平面上之動力特性，但不考慮主要四連桿機構中桿件間實際存在的軸向偏移，故稱之為 2.5D 四連桿機構。數學模型之建立分為四個步驟：1. 針對桿 4a、桿 4b 與轉軸 4 以及桿 2 與轉軸 2 計算其在 xy 平面上之等效質心位置與轉動慣量；2. 以等效之平面四連桿機構為對象，利用 D'Alembert 原理的概念建立各桿件之動力平衡方程式，計算各桿件之軸承受力與提供機構運作之驅動扭矩；3. 將機構運作時產生對機台座之力，以力平衡的概念分配至四個軸承上；4. 建立此四連桿機構之搖撼力與搖撼力矩，作為評估其振動

情況之指標。

為簡化動力模型，本章使用之假設除了如第二章所列之假設之外，另有數項假設如下：

1. 各接頭均不考慮摩擦力。
2. 不考慮四連桿機構中耦桿實際安裝之軸向偏移。
3. 除了輸入桿之外，各桿件之運動只受軸承力、重力以及慣性力之影響。
4. 輸入桿除了上述之受力之外，另外受一外加驅動扭矩。

3.1 等效質心

在進行平面四連桿動力分析前，需先對彼此固定之部件，計算其在 x-y 平面上等效之質心位置與對應之轉動慣量，例如桿 4a、桿 4b 與轉軸 4 以及桿 2 與轉軸 2。以等效桿 4 為例，如圖 3.2 所示，計算桿 4a、桿 4b 與轉軸 4 的等效質心位置 r_{g4} 與 δ_4 ，以 x、y 位置分量描述等效質心位置與各質心位置之關係：

$$(m_{4a} + m_{4b} + m_{4s})r_{g4x} = (-m_{4a}r_{g4a} \sin \delta_{4a}) + (-m_{4b}r_{g4b} \sin \delta_{4b}) \quad (3.1)$$

$$(m_{4a} + m_{4b} + m_{4s})r_{g4y} = m_{4a}r_{g4a} \cos \delta_{4a} + m_{4b}r_{g4b} \cos \delta_{4b} \quad (3.2)$$

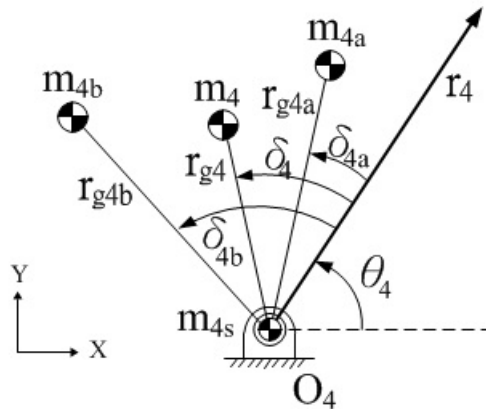


圖 3.2 桿 4 等效重心位置

其中 r_{gi} 為桿 i 質心與轉軸之距離、 δ_i 為桿 i 質心與其方向向量之夾角，定義逆時針方向為正，而轉軸質心位置在中心軸上。由上列二式可以整理成：

$$r_{g4x} = \frac{(-m_{4a} r_{g4a} \sin \delta_{4a}) + (-m_{4b} r_{g4b} \sin \delta_{4b})}{m_{4a} + m_{4b} + m_{4s}} \quad (3.3)$$

$$r_{g4y} = \frac{m_{4a} r_{g4a} \cos \delta_{4a} + m_{4b} r_{g4b} \cos \delta_{4b}}{m_{4a} + m_{4b} + m_{4s}} \quad (3.4)$$

桿 4 等效質心距離 r_{g4} 與角度 δ_4 則可表示為：

$$r_{g4} = \sqrt{r_{g4x}^2 + r_{g4y}^2} \quad (3.5)$$

$$\delta_4 = -\tan^{-1} \left(\frac{r_{g4x}}{r_{g4y}} \right) \quad (3.6)$$

桿 4 之等效轉動慣量則可以由桿 4a、桿 4b 以及轉軸 4 各別之轉動慣量並使用平行軸原理來求得：

$$\begin{aligned} I_4 = & I_{4a} + m_{4a} \left[(r_{g4x} + r_{g4a} \sin \delta_{4a})^2 + (r_{g4y} - r_{g4a} \cos \delta_{4a})^2 \right] \\ & + I_{4b} + m_{4b} \left[(r_{g4x} + r_{g4b} \sin \delta_{4b})^2 + (r_{g4y} - r_{g4b} \cos \delta_{4b})^2 \right] \\ & + I_{4s} + m_{4s} (r_{g4x}^2 + r_{g4y}^2) \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中 I_i 表示為桿 i 對於其質心之轉動慣量。

而等效桿 2 亦可依照上列之步驟，計算出對應於桿 2 與轉軸 2 在 x-y 平面上之等效質心位置以及等效轉動慣量。藉由以上之計算，可以將系統等效為平面四連桿機構，接下來便針對平面四連桿機構進行動力分析。

3.2 平面四連桿動力分析

以 D'Alembert 原理為基礎，將桿件的運動情況以慣性力與慣性力矩的形式表示，建立系統中各桿件之動力平衡方程式，對下圖 3.3、圖 3.4 以及圖 3.5 所示之

各桿件自由體圖，針對 x 方向、y 方向力平衡以及 z 方向力矩平衡列出九條動力平衡方程式：

$$F_{12x} + F_{32x} + F_{g2x} = 0 \quad (3.8)$$

$$-m_2g + F_{12y} + F_{32y} + F_{g2y} = 0 \quad (3.9)$$

$$\overline{T}_D + (-\overline{r}_{g2}) \times \overline{F}_{12} + (\overline{r}_2 - \overline{r}_{g2}) \times \overline{F}_{32} + \overline{T}_{g2} = 0 \quad (3.10)$$

$$F_{23x} + F_{43x} + F_{g3x} = 0 \quad (3.11)$$

$$-m_3g + F_{23y} + F_{43y} + F_{g3y} = 0 \quad (3.12)$$

$$(-\overline{r}_{g3}) \times \overline{F}_{23} + (\overline{r}_3 - \overline{r}_{g3}) \times \overline{F}_{43} + \overline{T}_{g3} = 0 \quad (3.13)$$

$$F_{34x} + F_{14x} + F_{g4x} = 0 \quad (3.14)$$

$$-m_4g + F_{34y} + F_{14y} + F_{g4y} = 0 \quad (3.15)$$

$$(-\overline{r}_{g4}) \times \overline{F}_{14} + (\overline{r}_4 - \overline{r}_{g4}) \times \overline{F}_{34} + \overline{T}_{g4} = 0 \quad (3.16)$$

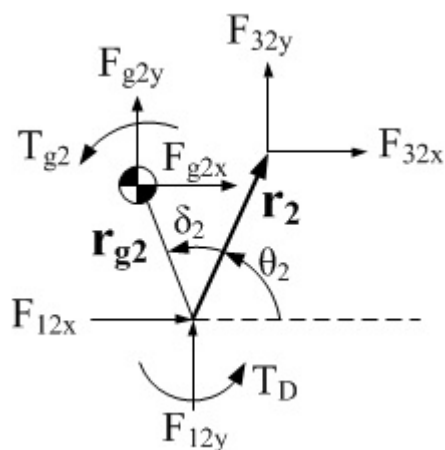


圖 3.3 桿 2 之自由體圖

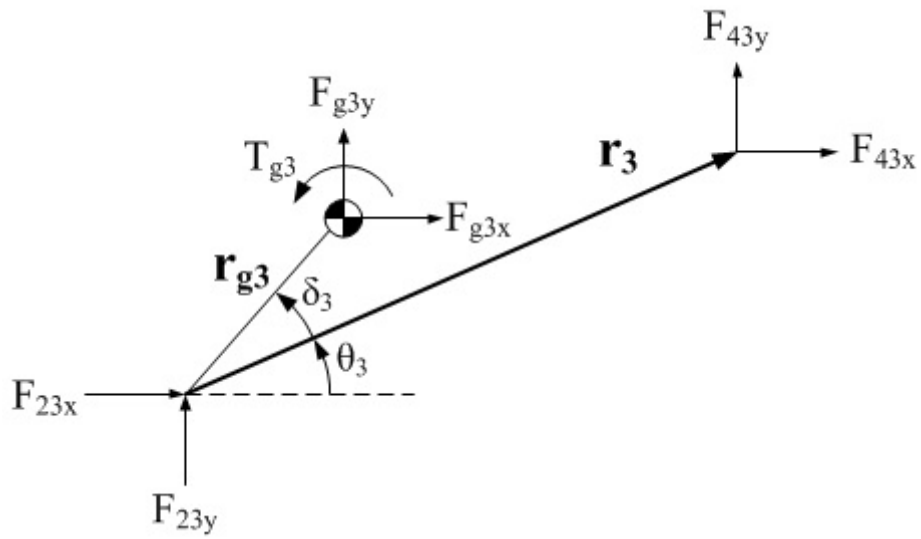


圖 3.4 桿 3 之自由體圖

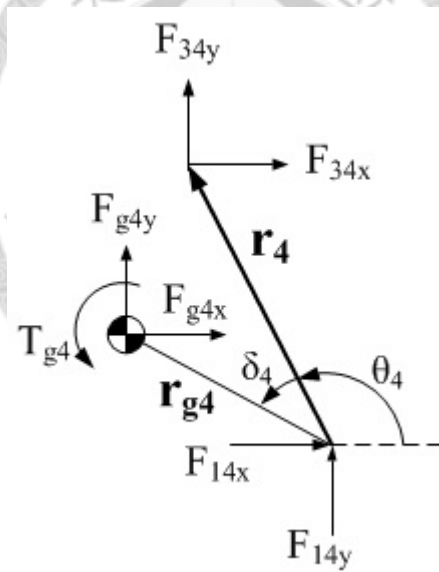


圖 3.5 桿 4 之自由體圖

其中 F_{ijk} 為桿 i 對桿 j 在 k 方向上之軸承力， F_{gik} 則是桿 i 在 k 方向上的 D'Alembert 慣性力，而 T_{gi} 則是桿 i 之 D'Alembert 慣性力矩。 g 為重力加速度，其值為 9.81 m/s^2 。

T_D 為驅動扭矩，定義逆時針方向為正。D'Alembert 慣性力與慣性力矩與各桿件運動狀況之關係如下列所示：

$$\begin{aligned}
F_{g2x} &= -m_2 r_{g2} \alpha_2 \sin(\theta_2 + \delta_2) - m_2 r_{g2} \omega_2^2 \cos(\theta_2 + \delta_2) \\
F_{g2y} &= m_2 r_{g2} \alpha_2 \cos(\theta_2 + \delta_2) - m_2 r_{g2} \omega_2^2 \sin(\theta_2 + \delta_2) \\
T_{g2} &= I_2 \alpha_2 \\
F_{g3x} &= -m_3 r_2 \alpha_2 \sin \theta_2 - m_3 r_{g3} \alpha_3 \sin(\theta_3 + \delta_3) - m_3 r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 - m_3 r_{g3} \omega_3^2 \cos(\theta_3 + \delta_3) \\
F_{g3y} &= m_3 r_2 \alpha_2 \cos \theta_2 + m_3 r_{g3} \alpha_3 \cos(\theta_3 + \delta_3) - m_3 r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - m_3 r_{g3} \omega_3^2 \sin(\theta_3 + \delta_3) \quad (3.17) \\
T_{g3} &= I_3 \alpha_3 \\
F_{g4x} &= -m_4 r_{g4} \alpha_4 \sin(\theta_4 + \delta_4) - m_4 r_{g4} \omega_4^2 \cos(\theta_4 + \delta_4) \\
F_{g4y} &= m_4 r_{g4} \alpha_4 \cos(\theta_4 + \delta_4) - m_4 r_{g4} \omega_4^2 \sin(\theta_4 + \delta_4) \\
T_{g4} &= I_4 \alpha_4
\end{aligned}$$

上列九式中欲求之值為 F_{12x} 、 F_{12y} 、 F_{23x} 、 F_{23y} 、 F_{34x} 、 F_{34y} 、 F_{14x} 、 F_{14y} 以及 T_D

共九個未知數，方程式與未知數數量相等則可求得一組唯一解。將九條動力平衡

方程式整理成矩陣型式：

$$\begin{bmatrix}
-1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & s_{95} & s_{96} & s_{97} & s_{98} & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
F_{12x} \\
F_{12y} \\
F_{23x} \\
F_{23y} \\
F_{34x} \\
F_{34y} \\
F_{14x} \\
F_{14y} \\
T_D
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
F_{g2x} \\
F_{g2y} - m_2 g \\
T_{g2} \\
F_{g3x} \\
F_{g3y} - m_3 g \\
T_{g3} \\
F_{g4x} \\
F_{g4y} - m_4 g \\
T_{g4}
\end{bmatrix} \quad (3.18)$$

其中

$$\begin{aligned}
s_{31} &= -r_{g2} \sin(\theta_2 + \delta_2) \\
s_{32} &= r_{g2} \cos(\theta_2 + \delta_2) \\
s_{33} &= -r_2 \sin \theta_2 + r_{g2} \sin(\theta_2 + \delta_2) \\
s_{34} &= r_2 \cos \theta_2 - r_{g2} \cos(\theta_2 + \delta_2) \\
s_{63} &= -r_{g3} \sin(\theta_3 + \delta_3) \\
s_{64} &= r_{g3} \cos(\theta_3 + \delta_3) \\
s_{65} &= -r_3 \sin \theta_3 + r_{g3} \sin(\theta_3 + \delta_3) \\
s_{66} &= r_3 \cos \theta_3 - r_{g3} \cos(\theta_3 + \delta_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{95} &= r_4 \sin \theta_4 - r_{g4} \sin(\theta_4 + \delta_4) \\
s_{96} &= -r_4 \cos \theta_4 + r_{g4} \cos(\theta_4 + \delta_4) \\
s_{97} &= -r_{g4} \sin(\theta_4 + \delta_4) \\
s_{98} &= r_{g4} \cos(\theta_4 + \delta_4)
\end{aligned}$$

最後藉由反矩陣之運算，即可推得各軸承力之 x、y 分量以及所需之驅動扭矩與系統中各桿件運動狀況之關係：

$$\begin{bmatrix} F_{12x} \\ F_{12y} \\ F_{23x} \\ F_{23y} \\ F_{34x} \\ F_{34y} \\ F_{14x} \\ F_{14y} \\ T_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{95} & s_{96} & s_{97} & s_{98} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{g2x} \\ F_{g2y} - m_2 g \\ T_{g2} \\ F_{g3x} \\ F_{g3y} - m_3 g \\ T_{g3} \\ F_{g4x} \\ F_{g4y} - m_4 g \\ T_{g4} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

在確定各桿件的運動情況之後，便可以藉由(3.19)求出各桿件為了維持該運動情況所需之軸承受力以及驅動扭矩。

3.3 機台座軸承力分析

考慮軸承間距對於機台座軸承力之影響，利用平面四連桿動力分析中所計算之軸承力 F_{12} 與 F_{14} ，建立與機台座相接轉軸之力平衡方程式，藉以求出軸承所提供之支撐力 F_A 、 F_B 、 F_C 以及 F_D 。

先以轉軸 4 為對象，所受之力為軸承 A、軸承 B 之支撐力、轉軸 4 本身之重量以及桿 4a、桿 4b 旋轉所產生之離心力與慣性力，如圖 3.6 與圖 3.7 所示。由平面四連桿動力分析中所求得之軸承力 F_{14} 為機台座支撐桿 4 運動所需要的力，則桿

4a、桿 4b 旋轉所產生之力與軸承力 F_{14} 存在一關係：

$$F_{4a4sx} + F_{4b4sx} = -F_{14x} \quad (3.20)$$

$$F_{4a4sy} + F_{4b4sy} - m_{4s}g = -F_{14y} \quad (3.21)$$

其中 $\overline{F_{4b4s}}$ 為桿 4b 作用在轉軸 4 上的力，為桿 4b 旋轉運動產生之離心力與慣性力，作用於桿 4b 之質心上，以 x、y 分量表示如下：

$$F_{4b4sx} = m_{4b}r_{g4b}\omega_4^2 \cos(\theta_4 + \delta_4) + m_{4b}r_{g4b}\alpha_4 \sin(\theta_4 + \delta_4) \quad (3.22)$$

$$F_{4b4sy} = (-m_{4b}g) + m_{4b}r_{g4b}\omega_4^2 \sin(\theta_4 + \delta_4) - m_{4b}r_{g4b}\alpha_4 \cos(\theta_4 + \delta_4) \quad (3.23)$$

將(3.22)與(3.23)分別代入(3.20)與(3.21)後即可求得 $\overline{F_{4a4s}}$ 在 x、y 方向上的大小。

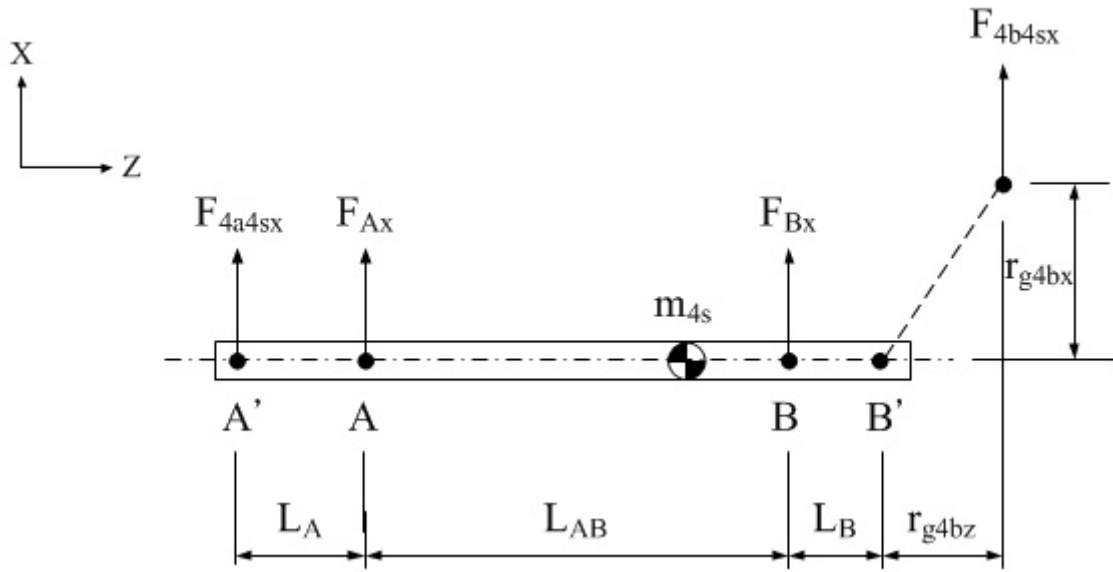


圖 3.6 轉軸 4 之 x-z 平面自由體圖

針對轉軸 4 在 x 方向的受力情況，如圖 3.6 所示，轉軸 4 為一力平衡狀態，故可列出力平衡方程式與以 A、B 為支點之力矩平衡方程式：

$$F_{4a4sx} + F_{4b4sx} + F_{Ax} + F_{Bx} = 0 \quad (3.24)$$

$$F_{Bx}L_{AB} + F_{4b4sx}(L_{AB} + L_B + r_{g4bz}) - F_{4a4sx}L_A = 0 \quad (3.25)$$

$$F_{4b4sx}(L_B + r_{g4bz}) - F_{Ax}L_{AB} - F_{4a4sx}(L_A + L_{AB}) = 0 \quad (3.26)$$

其中 L_A 為桿 4a 與軸承 A 之 z 方向距離， L_B 為桿 4b 與軸承 B 之 z 方向距離， L_{AB} 為軸承 A 與軸承 B 之 z 方向距離。由(3.25)·(3.26)整理出 F_A 與 F_B 在 x 方向之關係式：

$$F_{Ax} = \frac{-F_{4a4sx}(L_A + L_{AB}) + F_{4b4sx}(L_B + r_{g4bz})}{L_{AB}} \quad (3.27)$$

$$F_{Bx} = \frac{F_{4a4sx}L_A - F_{4b4sx}(L_{AB} + L_B + r_{g4bz})}{L_{AB}} \quad (3.28)$$

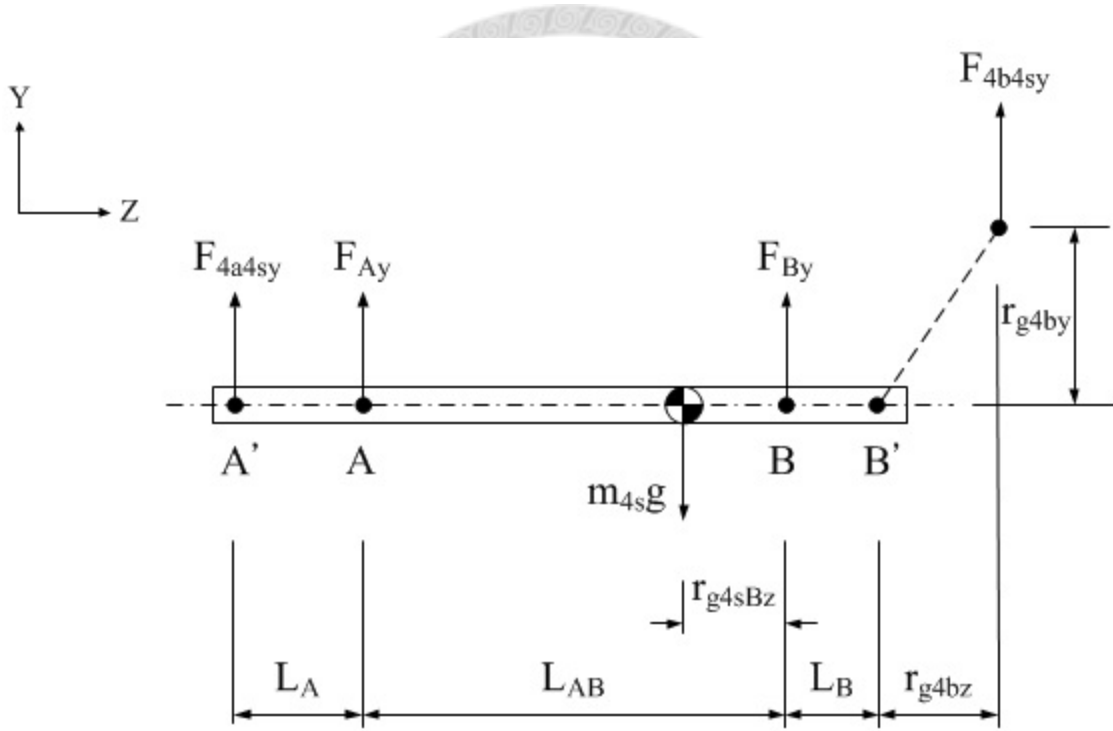


圖 3.7 轉軸 4 之 y-z 平面自由體圖

而針對轉軸 4 在 y 方向上的受力，如圖 3.7，根據其力平衡亦可列出三條平衡方程式：

$$F_{4a4sy} + F_{4b4sy} + F_{Ay} + F_{By} - m_{4s}g = 0 \quad (3.29)$$

$$F_{By}L_{AB} + F_{4b4sy}(L_{AB} + L_B + r_{g4bz}) - F_{4a4sy}L_A - m_{4s}g(L_{AB} - r_{g4sBz}) = 0 \quad (3.30)$$

$$F_{4b4sy}(L_B + r_{g4bz}) + m_{4s}gr_{g4sBz} - F_{Ay}L_{AB} - F_{4a4sy}(L_A + L_{AB}) = 0 \quad (3.31)$$

其中 r_{g4sBz} 為轉軸 4 之質心與軸承 B 在 z 方向上的距離。將(3.30)以及(3.31)整理後

可得出 F_A 與 F_B 在 y 方向之關係式：

$$F_{Ay} = \frac{-F_{4a4sy}(L_A + L_{AB}) + F_{4b4sy}(L_B + r_{g4bz}) + m_{4s}gr_{g4sBz}}{L_{AB}} \quad (3.32)$$

$$F_{By} = \frac{F_{4a4sy}L_A - F_{4b4sy}(L_{AB} + L_B + r_{g4bz}) + m_{4s}g(L_{AB} - r_{g4sBz})}{L_{AB}} \quad (3.33)$$

由推導之結果(3.27)、(3.28)、(3.32)以及(3.33)即可分別計算出軸承 A 與軸承 B 在 x、y 方向上的受力分量。

接著以轉軸 2 為對象，其所受之力則為桿 2 運轉產生之慣性力與離心力、轉軸 2 本身之重量以及軸承 C、D 對轉軸之支撐力。桿 2 運轉所產生之力與轉軸 2 之重量的總和即等於平面四連桿動力分析中所求得之軸承力：

$$-F_{12x} = F_{22sx} \quad (3.34)$$

$$-F_{12y} = F_{22sy} - m_{2s}g \quad (3.35)$$

其中 F_{22sx} 為桿 2 運轉時對轉軸 2 之 x 方向作用力， F_{22sy} 同理為 y 方向作用力。

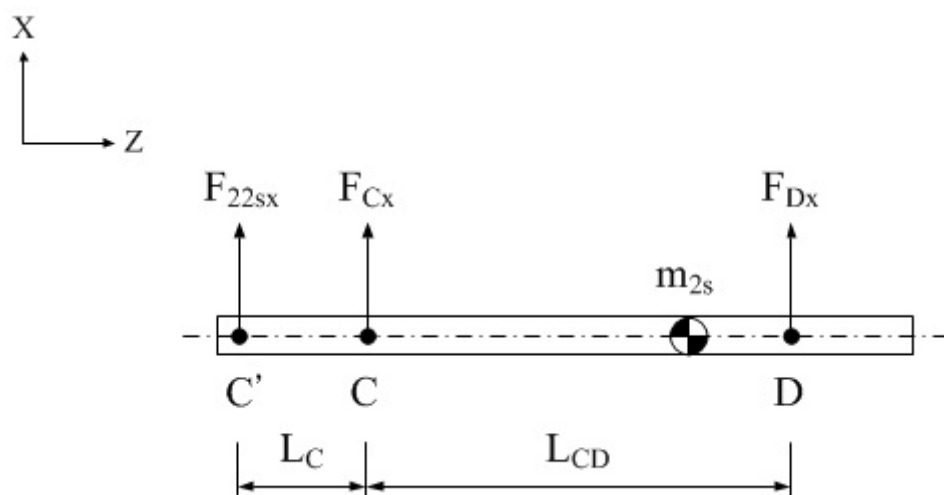


圖 3.8 轉軸 2 之 x-z 平面自由體圖

先針對 x 方向進行討論，如圖 3.8 所示。轉軸 2 在 x 方向上維持力平衡，可以列出三個力與力矩平衡方程式：

$$F_{22sx} + F_{Cx} + F_{Dx} = 0 \quad (3.36)$$

$$F_{Dx}L_{CD} - F_{22sx}L_C = 0 \quad (3.37)$$

$$-F_{Cx}L_{CD} - F_{22sx}(L_C + L_{CD}) = 0 \quad (3.38)$$

整理(3.37)與(3.38)，即可求得軸承 C、D 在 x 方向上的軸承力：

$$F_{Cx} = \frac{-F_{22sx}(L_C + L_{CD})}{L_{CD}} \quad (3.39)$$

$$F_{Dx} = \frac{F_{22sx}L_C}{L_{CD}} \quad (3.40)$$

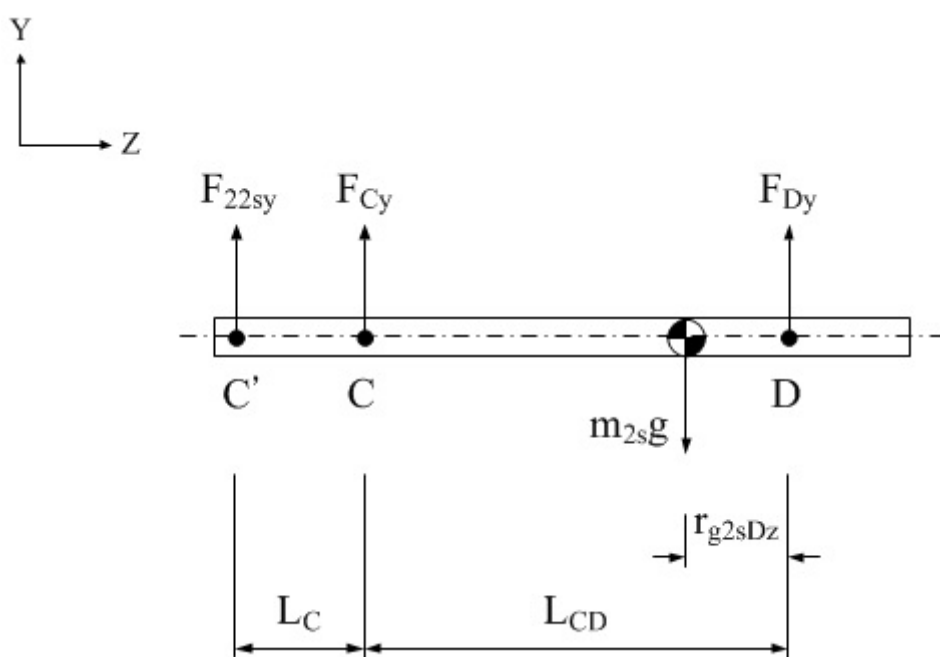


圖 3.9 轉軸 2 之 y-z 平面自由體圖

接著針對 y 方向之受力情形，如圖 3.9，轉軸 2 在 y 方向上亦達成力平衡，故同樣可列出三條平衡方程式：

$$F_{22sy} + F_{Cy} + F_{Dy} - m_{2s}g = 0 \quad (3.41)$$

$$F_{Dy}L_{CD} - F_{22sy}L_C - m_{2s}gr_{g2sDz} = 0 \quad (3.42)$$

$$m_{2s}gr_{g2sDz} - F_{Cy}L_{CD} - F_{22sy}(L_C + L_{CD}) = 0 \quad (3.43)$$

其中 r_{g2sDz} 為轉軸 2 之質心與軸承 D 在 z 方向上的距離。整理(3.42)、(3.43)後，即

可得出軸承 C、D 在 y 方向上的軸承力：

$$F_{Cy} = \frac{m_{2s}gr_{g2sDz} - F_{22sy}(L_C + L_{CD})}{L_{CD}} \quad (3.44)$$

$$F_{Dy} = \frac{m_{2s}gr_{g2sDz} + F_{22sy}L_C}{L_{CD}} \quad (3.45)$$

根據推導結果(3.39)、(3.40)、(3.44)以及(3.45)，即可分別計算出軸承 C 與軸承 D 在 x、y 方向上之受力分量。

3.4 搖撼力與搖撼力矩

在評估機構運轉時的振動程度上，常以該機構運轉時所產生的搖撼力與搖撼力矩作為判斷的指標。搖撼力定義為機構運轉時，所產生作用於機台座之合力，而力的來源為機構中各桿件在運轉時，總等效質心位置不斷變動所產生之慣性力；搖撼力矩則定義為機構運轉時，機構作用於機台座之合力矩，包含由搖撼力所產生之力矩以及動力源輸入動力時對機台座之反作用力矩，在平面四連桿系統之分析上，搖撼力矩的參考點常設定於輸入扭矩之軸上[22]。

以本研究之四連桿系統為對象，其搖撼力與搖撼力矩可以依序表示為：

$$\overline{SF} = \overline{F}_{21} + \overline{F}_{41} \quad (3.46)$$

$$\overline{SM}_z = -\overline{T}_D + \overline{r}_1 \times \overline{F}_{41} \quad (3.47)$$

其中搖撼力矩的參考點設定在輸入動力的軸上，即桿 2 之轉軸。

3.5 小結

本章先將四連桿系統中與主要四連桿不再同一平面上之桿 4b、轉軸 4 以及轉軸 2 計算其等效桿 4 與桿 2 之各項參數如質心位置及轉動慣量等。接著以 D'Alembert 慣性力的概念，列出各桿件的動力平衡方程式，計算出等效之後的平面四連桿之軸承力與驅動扭矩。將求出之對地軸承力，從轉軸達成力平衡的角度切入，計算出與機台座相接四個軸承所分配之受力。最後，建立搖撼力與搖撼力矩作為四連桿機構振動程度的指標。

第四章 單四連桿系統之動態分析

以四連桿系統做為加工機具，運轉速度的高低直接影響加工的效率，然而轉速的提升亦造成系統對於機台座之搖撼力與搖撼力矩上升，進而使得加工精度下降。本研究設定原始轉速 400rpm 與欲提升之目標轉速 600rpm，以第二、三章所建立之數學模型撰寫 Matlab 程式進行運算，比較提升轉速後所造成的各項動力特性變化。為了減少提升轉速後搖撼力與搖撼力矩的上升，採用添加配重塊固定於桿件上的平衡方法，最佳化配重塊的質量大小以及位置，並討論此平衡方法的減振效果。

4.1 機構參數

欲模擬之四連桿曲柄搖桿機構是利用此四連桿將動力源的旋轉運動轉換成輸出桿的搖擺運動，並以此來回擺盪作為加工動作，如圖 4.1 所示。桿 4b 為裝置加工刀具的桿件，動力由桿 2、桿 3 與桿 4a 傳遞而來，再由轉軸 4 傳至桿 4b 以進行加工。為了提供進出料機構的空間，桿 4b 與主要的四連桿機構有一間距，整個四連桿系統與機台座之間由四個軸承支撐。

此四連桿系統中各桿件之幾何及物理參數如表 4.1 與表 4.2 所示，表 4.1 列出 x-y 平面上各桿件長度、質量、質心位置、質心向量以及轉動慣量，表 4.2 列出 z 方向上與機台座相接之四個軸承的間距以及轉軸 2、轉軸 4 與桿 4b 質心在 z 方向上的距離。其中距離等長度單位為公尺(m)；角度單位為度(degree)；質量單位為公斤(kg)；轉動慣量單位為公斤-平方公尺(kg-m²)。

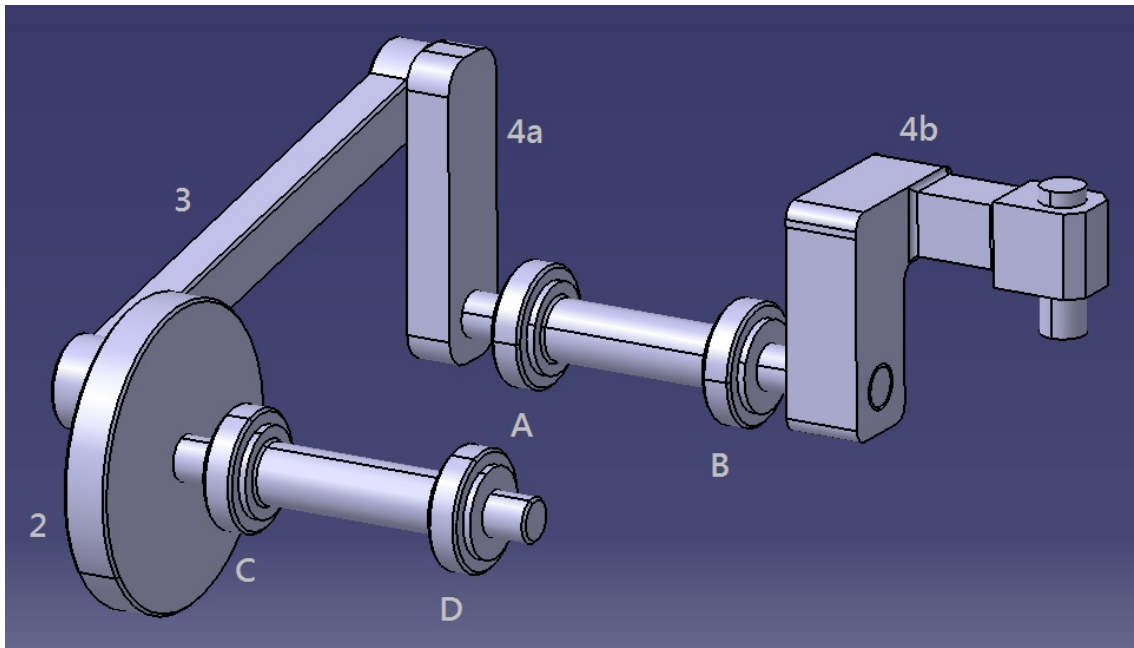


圖 4.1 目標四連桿機構示意圖

表 4.1 x-y 平面上四連桿系統參數

i	1	2	3	4a	4b	S2	S4
r_i	0.208	0.017	0.227	0.050	-	-	-
θ_i	-6.34	-	-	-	-	-	-
m_i	-	0.528	0.930	0.596	2.126	3.058	1.561
r_{gi}	-	0	0.113	0.018	0.081	0	0
δ_i	-	0	0	0	-0.56	0	0
I_i	-	0.00033	0.0047	0.00056	0.0050	0.0050	0.00035

表 4.2 z 方向上軸承間距與重心距離

L_A	L_{AB}	L_B	r_{g4s}	r_{g4bz}	L_C	L_{CD}	r_{g2s}
0.0455	0.1060	0.0570	0.0196	0.0679	0.0480	0.1060	0.0175

4.2 程式架構

為了模擬分析目標四連桿機構在定速運轉下，整個週期之動態情況以及振動指標，使用 Matlab 撰寫模擬程式。程式架構大致依照第二、三章數學模型的建立順序，先計算桿 2 與桿 4 之等效質心，再依序計算整個運轉週期的四連桿機構運動及動力狀況，最後計算描述系統振動情況之搖撼力與搖撼力矩，其流程如圖 4.2 所示。

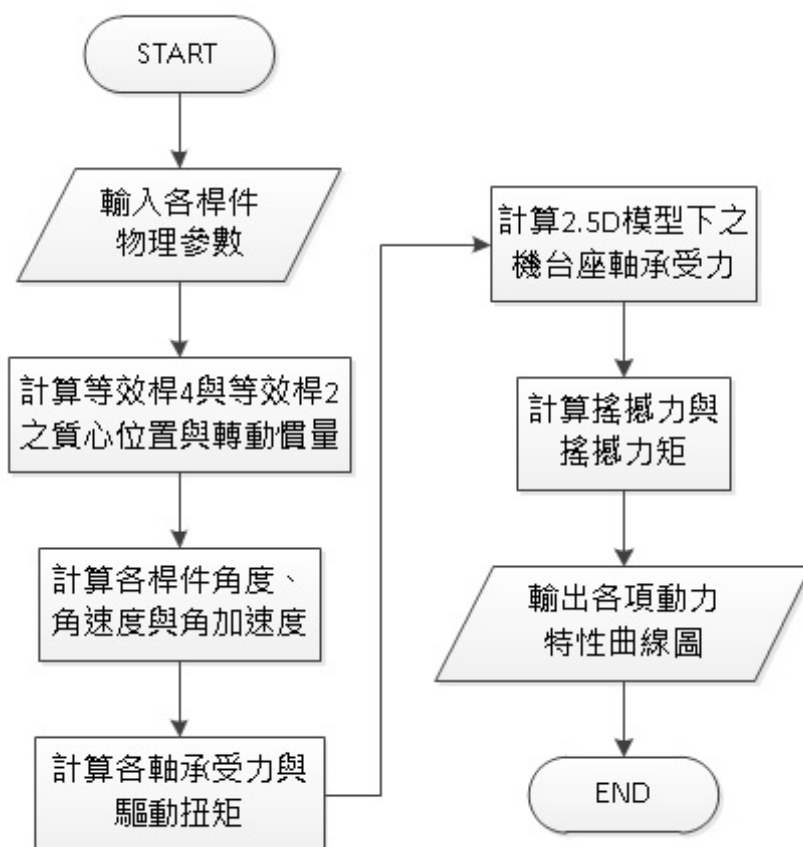


圖 4.2 四連桿動態分析流程圖

4.3 配重塊配置最佳化

隨著轉速的提升，搖撼力與搖撼力矩會同時上升而造成系統運轉時的振動加劇。為了降低系統搖撼力與搖撼力矩，本研究選用添加配重塊的方式，最佳化配重塊的質量以及相對於桿件的裝設位置，以期減少系統運轉時的搖撼力與搖撼力矩。有別於質量重置法，添加配重塊的方法有助於維持桿件原有的強度以及設計，為適合針對現有系統的減振手段；但添加配重塊之後的系統會因為整體質量上升而造成軸承受力與所需之驅動扭矩增加。

本研究欲同時針對系統運轉時產生之搖撼力與搖撼力矩進行最佳化，因此使用無因次化方法將搖撼力與搖撼力矩分別除以力以及力矩的無因次化係數[23]，其結果如下：

$$\overline{SF} = \frac{|SF|_{\max}}{F_n} \quad (4.1)$$

$$\overline{SM} = \frac{|SM_z|_{\max}}{M_n} \quad (4.2)$$

其中 F_n 為力的無因次化係數，其值為 $m_2 r_2 \omega_2^2$ ； M_n 為力矩的無因次化係數，其值為 $m_2 r_2^2 \omega_2^2$ 。

在配重塊配置最佳化問題中，設定兩種目標函數進行計算與比較， f_1 為無因次化最大搖撼力與最大搖撼力矩之總和， f_2 為最大搖撼力與標準最大搖撼力之差、最大搖撼力矩與標準最大搖撼力矩之差以及配重塊總重的總和。為了簡化最佳化問題，不討論目標函數中各項動力指標之權重，即設定各項權重均為 1。設計變數為添加桿 2、桿 3 以及桿 4 上的配重塊質量與裝設在桿件上的位置，位置是由配重塊與桿件轉軸連線之距離以及該連線與桿件向量的夾角來決定，並且假設配重塊為沒有體積的質點，即本身不具有轉動慣量。各項設計變數的下限均設為零，可

以選擇不添加配重塊或添加之配重塊裝設於桿件向量方向上，而上限受到系統各桿件之強度與可容許配置空間的限制。此最佳化問題可以列式如下：

設計變數為

$$x = [m_{w2} \quad m_{w3} \quad m_{w4a} \quad r_{w2} \quad r_{w3} \quad r_{w4a} \quad \delta_{w2} \quad \delta_{w3} \quad \delta_{w4a}] \quad (4.3)$$

欲最小化

$$f_1 = \overline{SF} + \overline{SM} \quad (4.4)$$

$$f_2 = |SF_{\max} - SF_{\max,400rpm}| + ||SM_{\max} - SM_{\max,400rpm}|| + (m_{w2} + m_{w3} + m_{w4}) \quad (4.5)$$

受限於

$$\begin{cases} 0 \leq m_{wi} \leq 5 \\ 0 \leq r_{wi} \leq 0.1 \\ 0 \leq \delta_{wi} \leq 2\pi \end{cases} \quad i = 2, 3, 4a$$

其中設計變數單位依序為公斤(kg)、公尺(m)以及弧度(rad)。值得注意的是目標函數 f_2 中各項單位並不相同，本研究為單取其數值來進行計算。

最佳化計算程式利用 Matlab 內建之最佳化子程式“fmincon”進行計算，設定欲最佳化之目標函數子程式、最佳解搜尋起始點、設計變數的限制條件，即可計算出該目標函數之最佳設計變數。值得注意的是，此最佳化子程式之計算結果為區域最佳解。

根據最佳化程式計算的結果，以無因次化最大搖撼力與搖撼力矩總和為目標函數之最佳設計變數如下：

$$x_{op,1} = [0.2340 \quad 0.8677 \quad 4.2118 \quad 0.0895 \quad 0.0995 \quad 0.0998 \quad 3.9353 \quad 3.7704 \quad 2.1896]$$

若欲以最少配重塊質量達成系統減振，則最佳設計變數如下：

$$x_{op,2} = [0.0121 \quad 0.0408 \quad 2.4900 \quad 0.0346 \quad 0.0215 \quad 0.0988 \quad 2.5049 \quad 3.5976 \quad 2.1354]$$

根據所計算之最佳化配重塊配置，繪製配重塊相對於四連桿組之位置示意圖

如下，依序為目標函數 f_1 與 f_2 之最佳解。

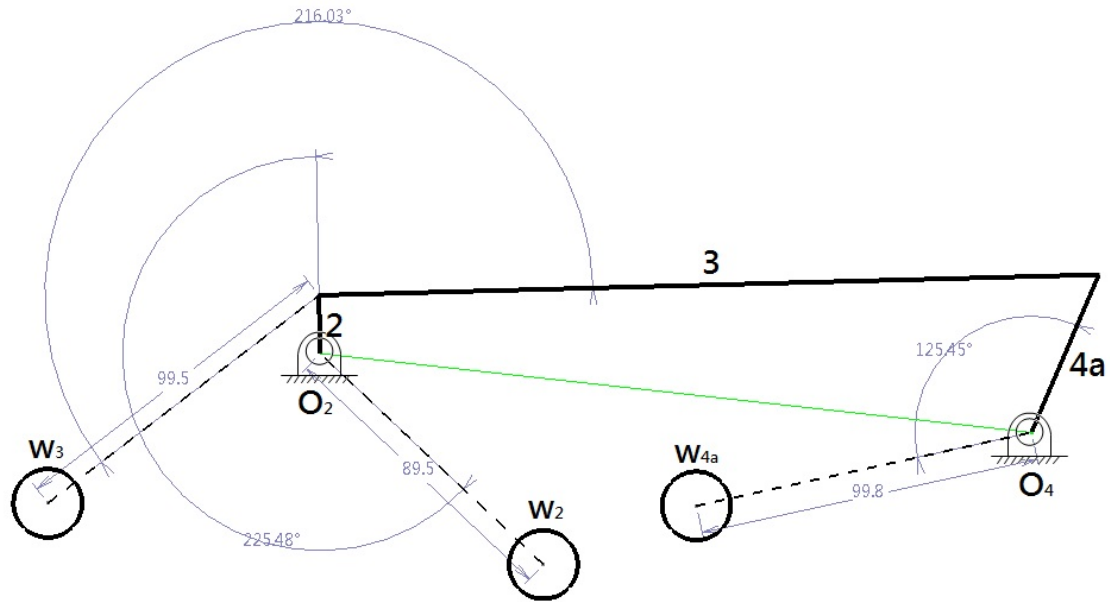


圖 4.3 目標函數 f_1 之最佳配重塊位置

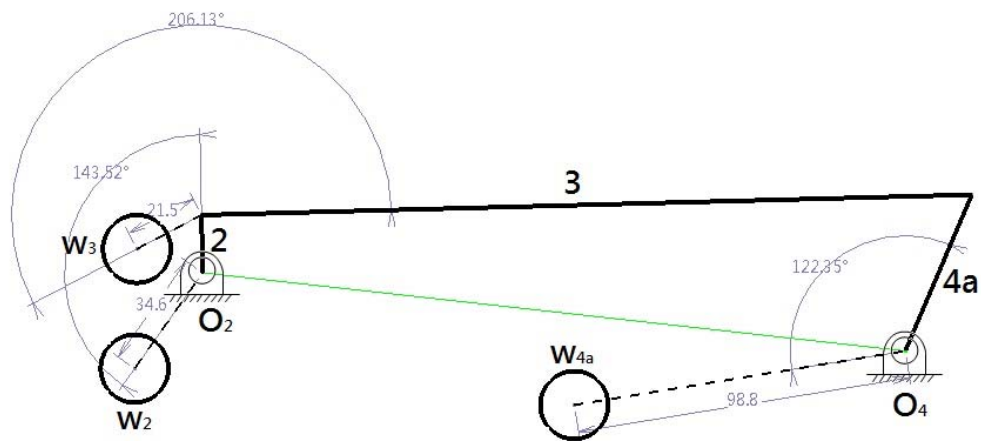


圖 4.4 目標函數 f_2 之最佳配重塊位置

由兩種目標函數計算之最佳配重塊配置可以看出，兩者之間的差別在於桿 2

與桿 3 之配重塊位置，使用 f_2 之最佳解其配重塊與轉軸的距離較短，而桿 4a 配重塊位置則十分相近。

下一節將針對目標四連桿機構，討論轉速提升對於各項動力特性的影響，接著應用配重塊平衡法，使用本節所計算出來之兩種最佳化設定，分析並比較兩種目標函數的差異。

4.4 數值分析結果與討論

本節以機構設定中所設定之目標四連桿機構為對象，使用所建立之 2.5D 四連桿動態分析程式，模擬下列四種操作條件：(1)原始機構設定下，輸入桿以 400rpm 定速運轉；(2)原始機構設定下，輸入桿以 600rpm 定速運轉；(3)以 f_1 為目標函數對桿 2、桿 3 以及桿 4a 進行配重塊配置最佳化，輸入桿以 600rpm 定速運轉。(4) 以 f_2 為目標函數進行配重塊配置最佳化後，輸入桿以 600rpm 定速運轉。依序討論搖撼力、搖撼力矩、軸承受力以及驅動扭矩，並比較兩種配重塊配置最佳化對於系統提升操作轉速的效果。

4.4.1 搖撼力

搖撼力極座標圖中，原點指向線上某點的連線方向即為該瞬間搖撼力的方向，而線段長度即為搖撼力的大小。

針對系統提升轉速對於搖撼力的影響，由圖 4.5 與圖 4.6 可以看出，當輸入桿轉速從 400rpm 提升至 600rpm 時，最大系統搖撼力從 282.9N 提升至 533.4N，上升幅度為 88.5%，而搖撼力的方向及大小變化趨勢相似，最大搖撼力方向集中分佈在 280°到 290°之間。

最佳化配重塊配置對於降低搖撼力的效果可由圖 4.7 以及圖 4.8 看出，最佳化 f_1 之配重塊配置後最大搖撼力較相同轉速下未使用配重塊之系統略為下降，輸入桿轉速 600rpm 下平衡後最大搖撼力從 533.5N 下降至 373.2N，下降幅度為 30.0%，但搖撼力的方向分布變廣， 190° 到 300° 之間都發生 300N 以上的搖撼力。而最佳化 f_2 之配重塊配置後最大搖撼力可以保持在原始設定下產生之最大搖撼力 282.1N，搖撼力方向與大小的變化也相似於原始系統，而與原始系統不同的是，配重後搖撼力的第二峰值大小會接近於系統最大搖撼力，兩極值發生搖撼力方向 0° 與 250° 左右。

接著比較原始設定與最佳化 f_1 之配重後輸入桿轉速 600rpm 的搖撼力，如圖 4.9，當輸入桿轉速由 400rpm 提升至 600rpm，即使平衡後搖撼力不管是最大值或是方向變動都大於原系統，最大搖撼力從 282.9N 上升至 373.2N，上升幅度為 31.9%；而搖撼力方向的角度範圍變得較原始系統更大。當使用最佳化 f_2 的配重塊平衡後，如圖 4.10 所示，可以維持與原始系統相當的最大搖撼力，但水平上的搖撼力峰值較原始系統高，由 120.3N 上升至 281.9N，上升幅度為 134.3%。

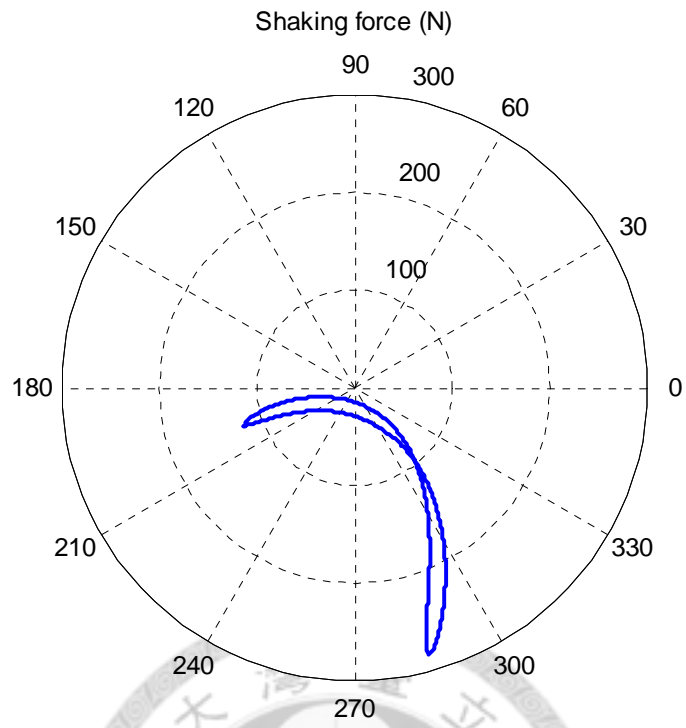


圖 4.5 輸入桿 400rpm，系統搖撼力極座標圖

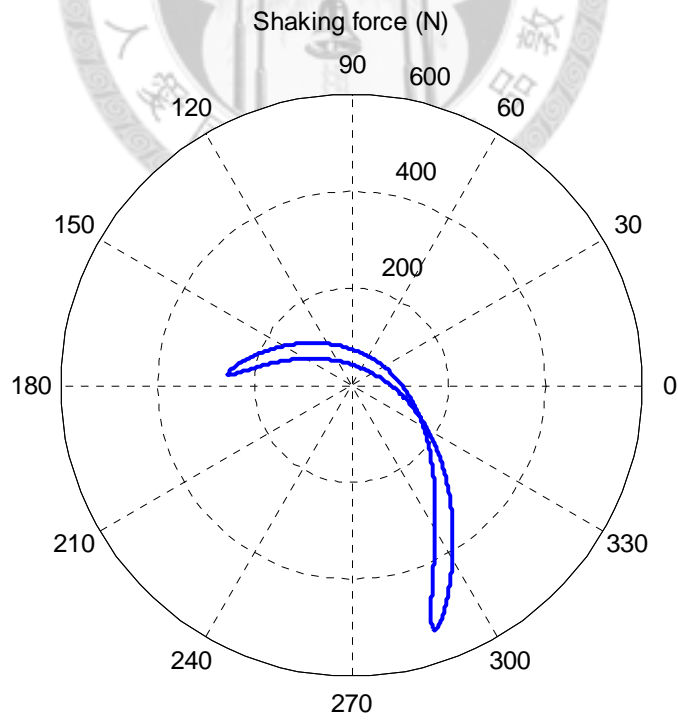


圖 4.6 輸入桿 600rpm，系統搖撼力極座標圖

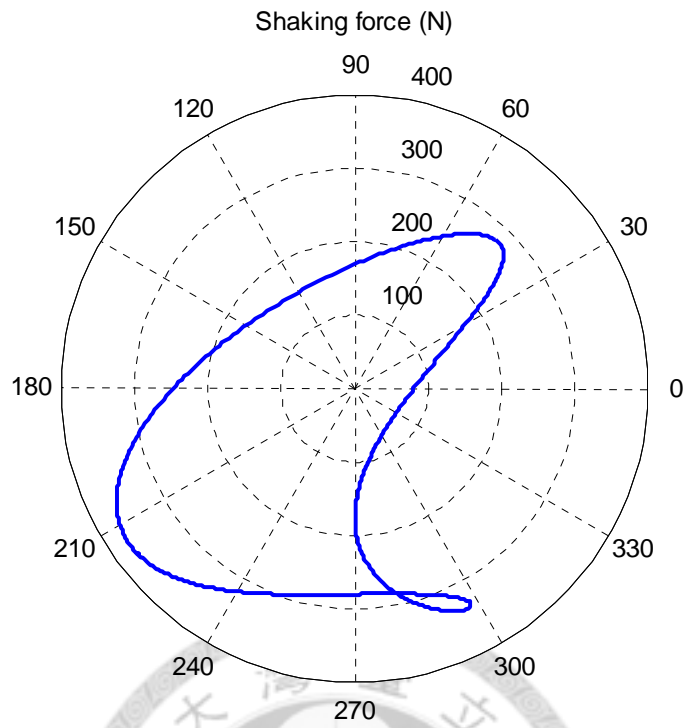


圖 4.7 輸入桿 600rpm，最佳化 f_1 後之系統搖撼力極座標圖

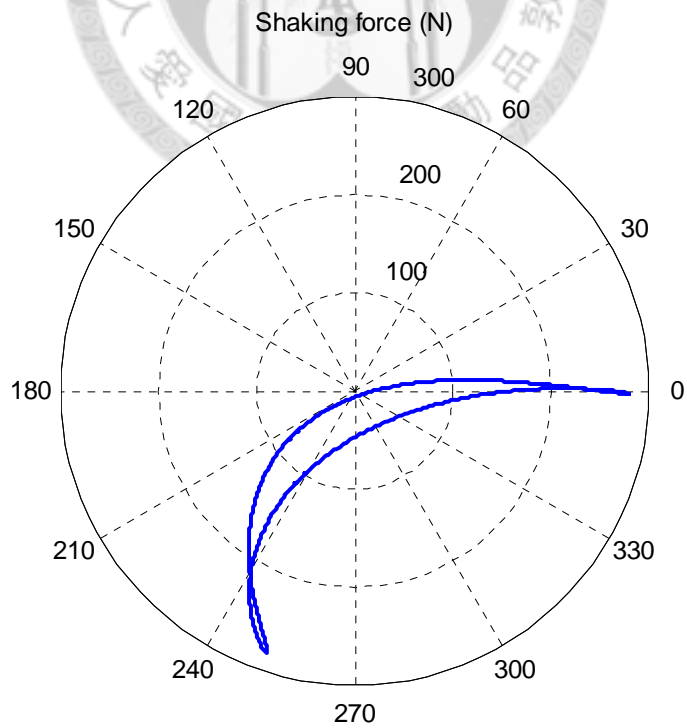


圖 4.8 輸入桿 600rpm，最佳化 f_2 後之系統搖撼力極座標圖

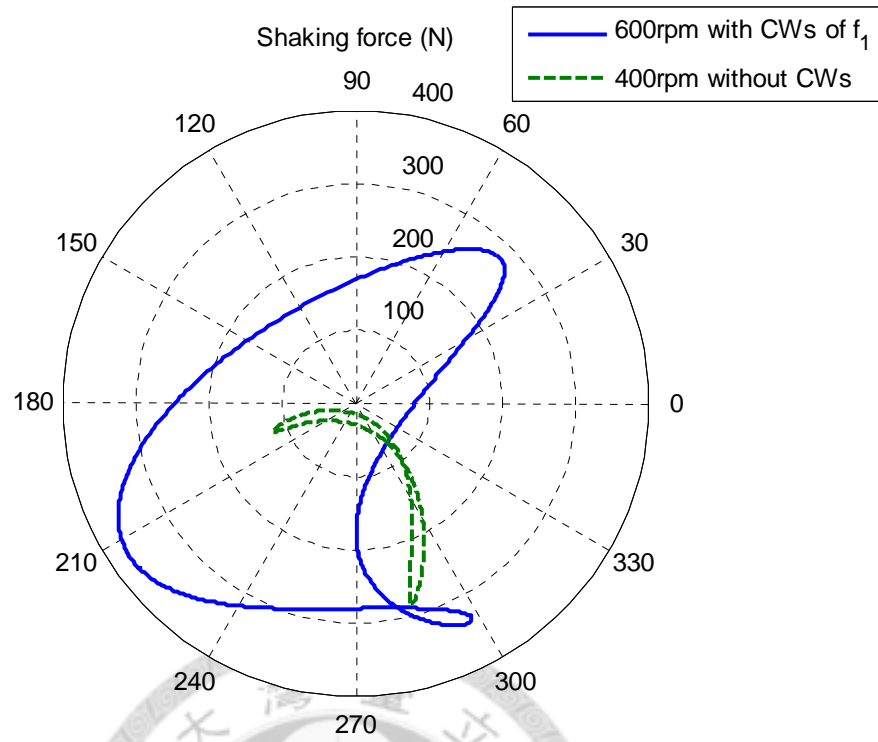


圖 4.9 比較原始設定與最佳化 f_1 後輸入 600rpm 之搖撼力

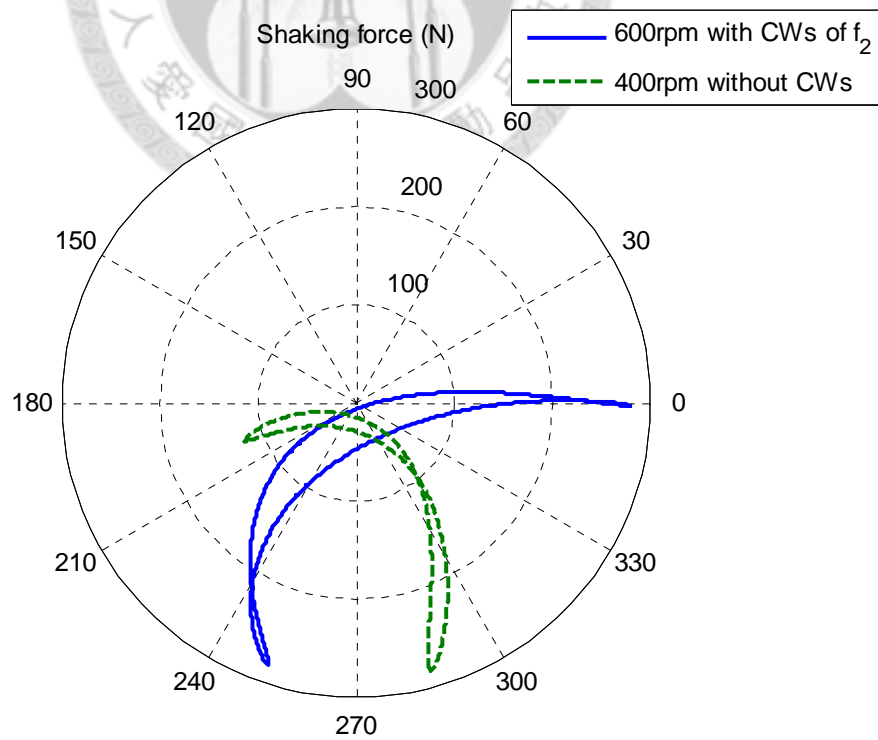


圖 4.10 比較原始設定與最佳化 f_2 後輸入 600rpm 之搖撼力

4.4.2 搖撼力矩

提升系統轉速對於搖撼力矩的影響可由圖 4.11 與圖 4.12 看出，當輸入桿轉速從 400rpm 提升到 600rpm 時，系統最大搖撼力矩從 68.1N-m 上升至 138.8N-m，上升幅度為 103.7%。

應用最佳化配重平衡對於減少搖撼力矩的效果可由圖 4.13 與圖 4.14 看出，在相同輸入桿轉速 600rpm 下，最佳化 f_1 平衡後可使系統最大搖撼力矩大幅下降，從 138.8N-m 下降至 20.5N-m，下降幅度為 85.2%，但力矩之變化頻率提高。採用最佳化 f_2 之配重平衡可以讓最大搖撼力矩維持在 68.0N-m，同時搖撼力矩的變化趨勢也相似於原始系統。

進一步比較比較原始設定與最佳化 f_1 平衡後提高轉速至 600rpm 之系統搖撼力矩的差異，如圖 4.15，即使輸入桿轉速提升，平衡後之系統搖撼力矩不論是最大值或是變化範圍都小於原始系統，其中最大搖撼力矩從 68.1N-m 下降至 20.5N-m、力矩變化範圍從 79.2N-m 下降至 11.6N-m，下降幅度分別為 69.9%與 85.4%，惟平衡後的力矩變動頻率較原始系統為高。採用最佳化 f_2 之配重平衡可以維持與原始系統相同的最大搖撼力矩，同時略為降低力矩之變化範圍至 71.3N-m，降幅為 10.0%，如圖 4.16 所示。

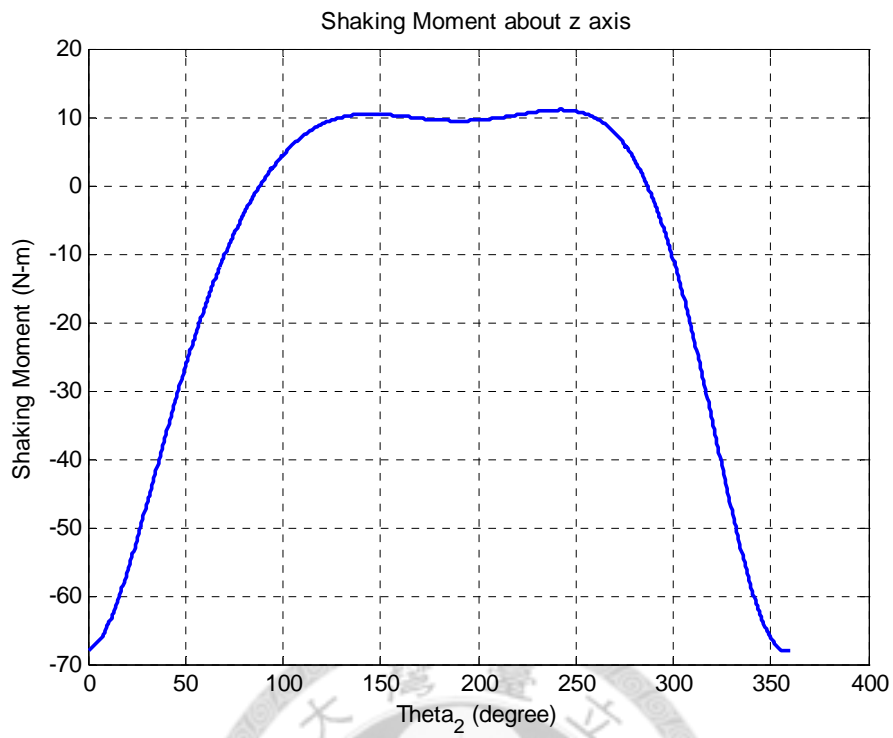


圖 4.11 輸入桿 400rpm 時，系統之搖撼力矩

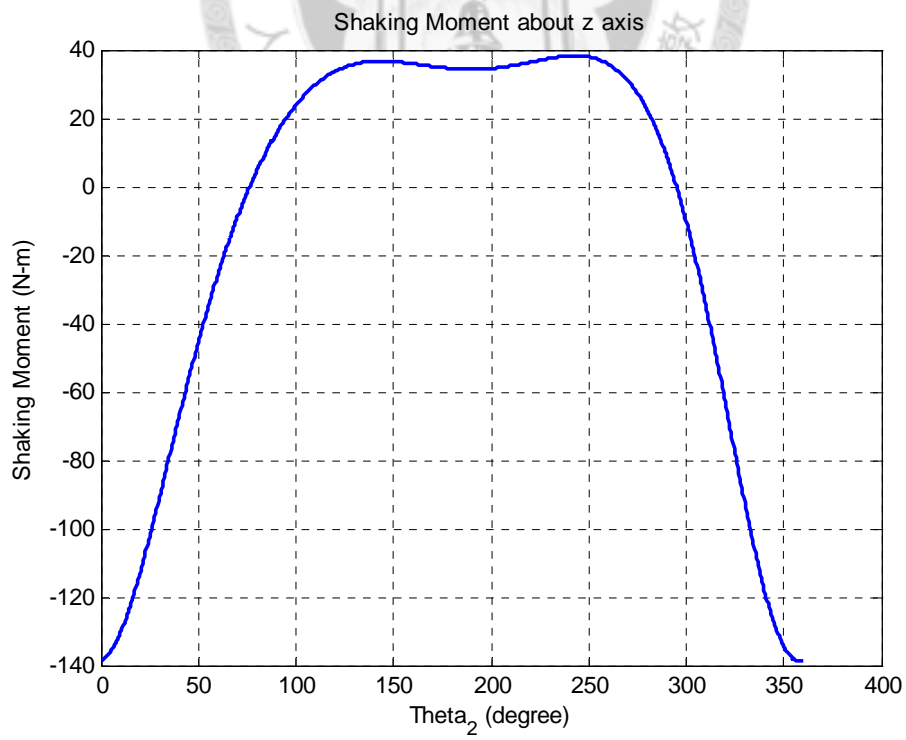


圖 4.12 輸入桿 600rpm 時，系統之搖撼力矩

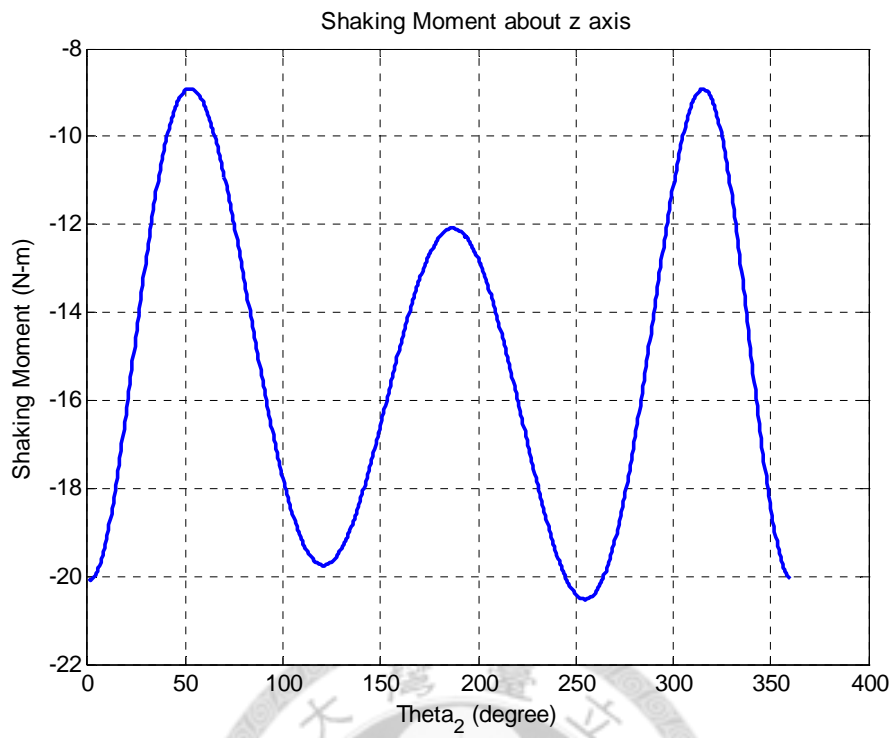


圖 4.13 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_1 後之搖撼力矩

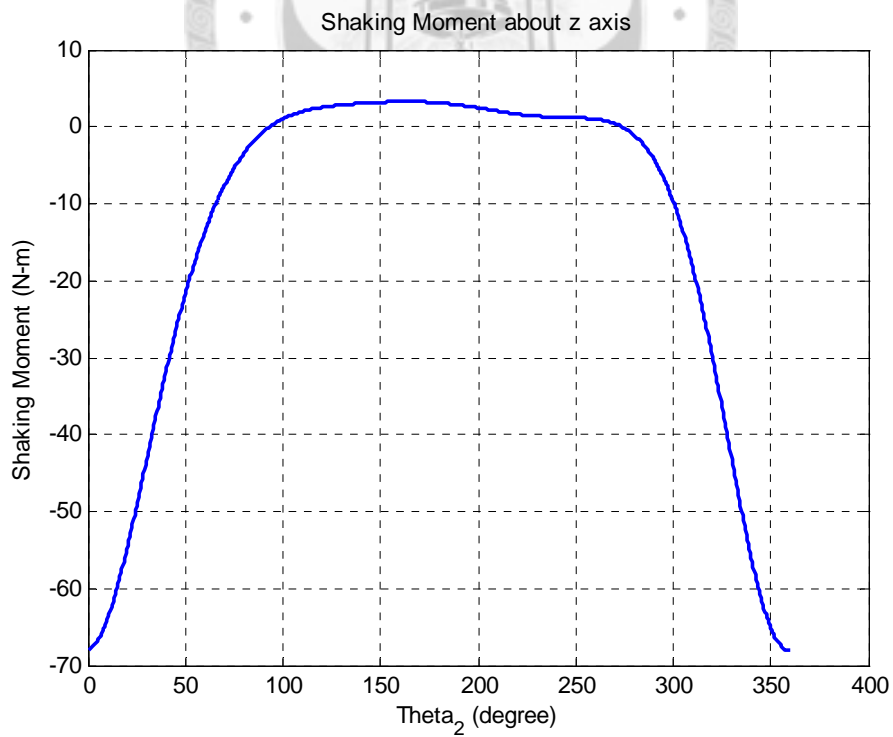


圖 4.14 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_2 後之搖撼力矩

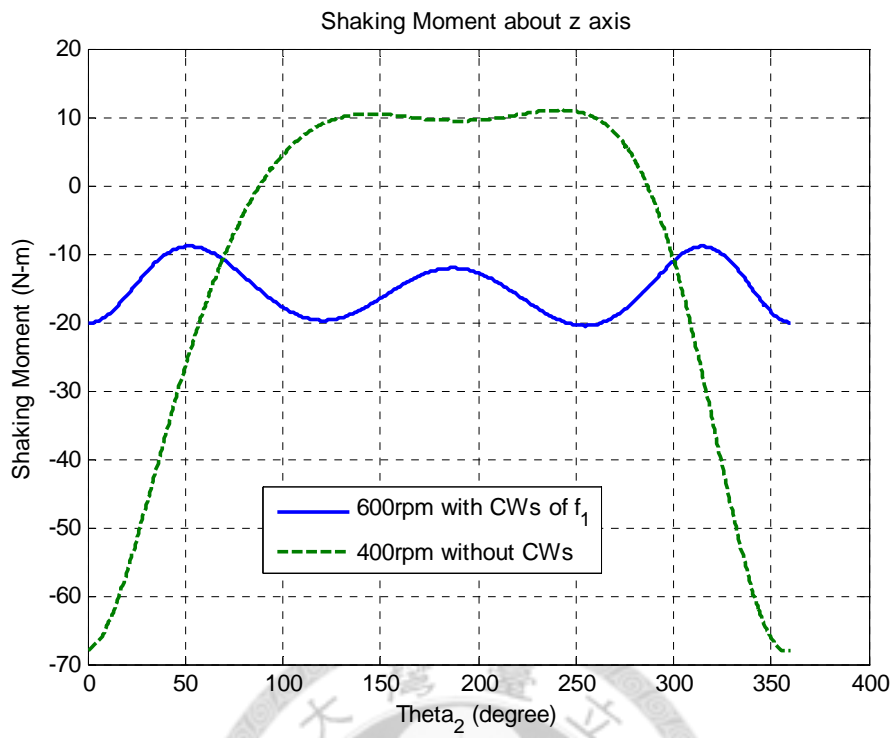


圖 4.15 比較原始設定與最佳化 f_1 後輸入 600rpm 之系統搖撼力矩

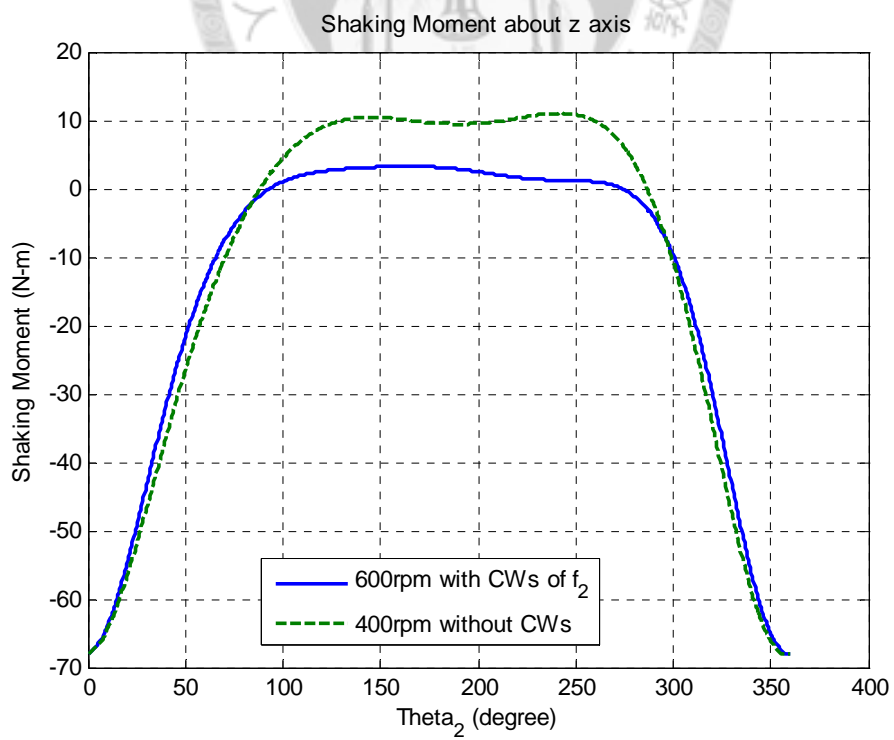


圖 4.16 比較原始設定與最佳化 f_2 後輸入 600rpm 之系統搖撼力矩

4.4.3 軸承受力

軸承受力分兩個部分進行討論，一部分是與桿 3 相接的軸承力 F_{23} 與 F_{34} ，另一部分是與機台相接的四個軸承力 F_A 、 F_B 、 F_C 與 F_D 。

系統提升轉速後，耦桿上之軸承受力變化可由圖 4.17 與圖 4.18 看出，當輸入桿轉速從 400rpm 提升至 600rpm 時， F_{23} 最大值從 682.1N 上升至 1464.4N； F_{34} 最大值從 653.9N 上升至 1400.2N，上升幅度分別為 114.7%與 114.1%。

以相同的輸入桿轉速 600rpm 下針對 f_1 進行配重塊最佳化平衡後，如圖 4.19，軸承力 F_{23} 與 F_{34} 上升至 3610.0N 以及 3506.3N，上升幅度為 146.5%與 150.4%，而與原始系統進行比較，同時提高轉速以及系統總慣量後，軸承力上升幅度更可達到 429.2%與 436.2%。而相同輸入桿轉速下，採用最佳化 f_2 之配重平衡所產生之最大軸承力分別為 2519.0N 以及 2452.1N，如圖 4.20，相較於原始設定，上升幅度分別為 269.3%與 275.0%。

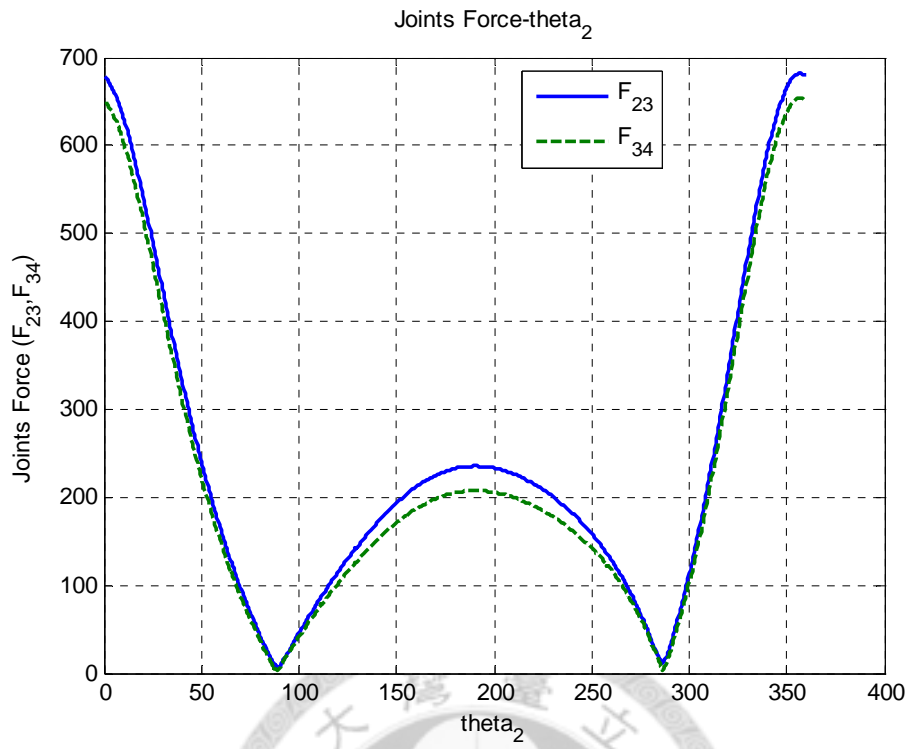


圖 4.17 輸入桿 400rpm 時，桿 3 軸承受力

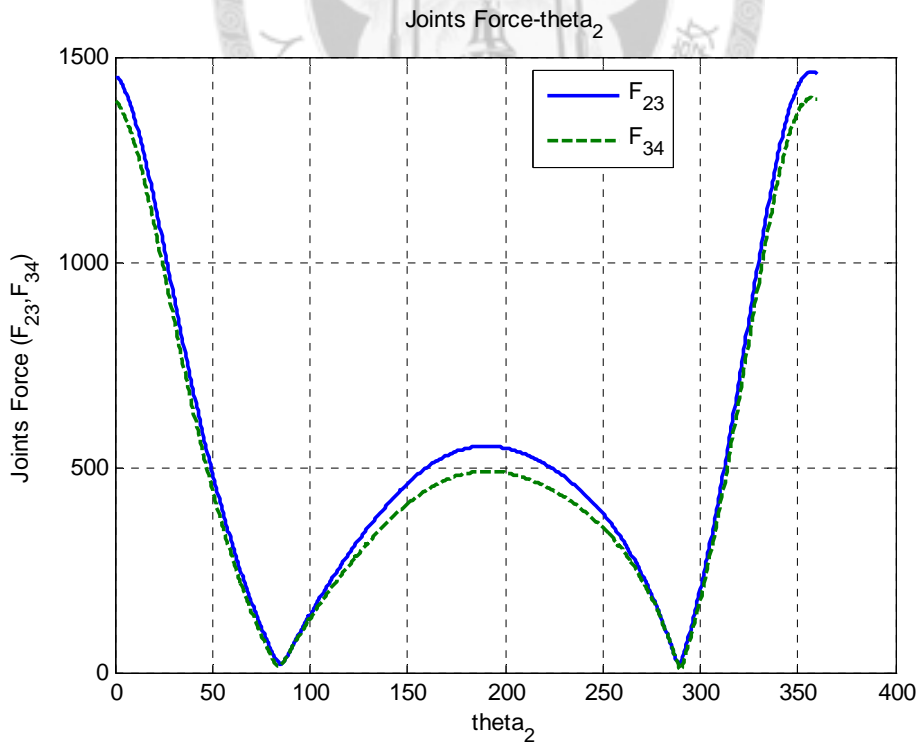


圖 4.18 輸入桿 600rpm 時，桿 3 軸承受力

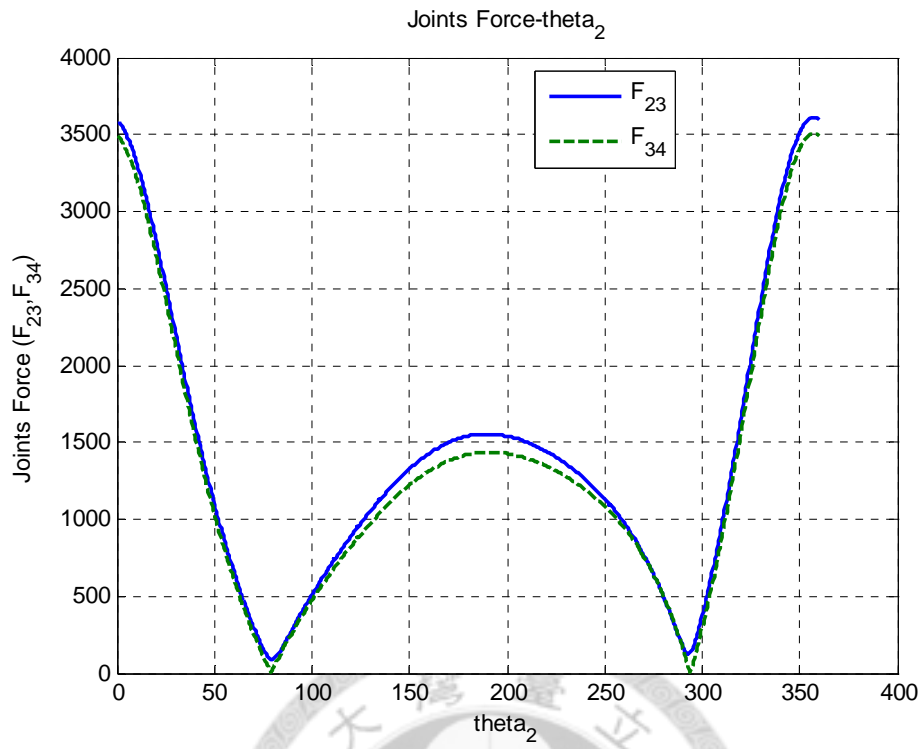


圖 4.19 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_1 之桿 3 軸承受力

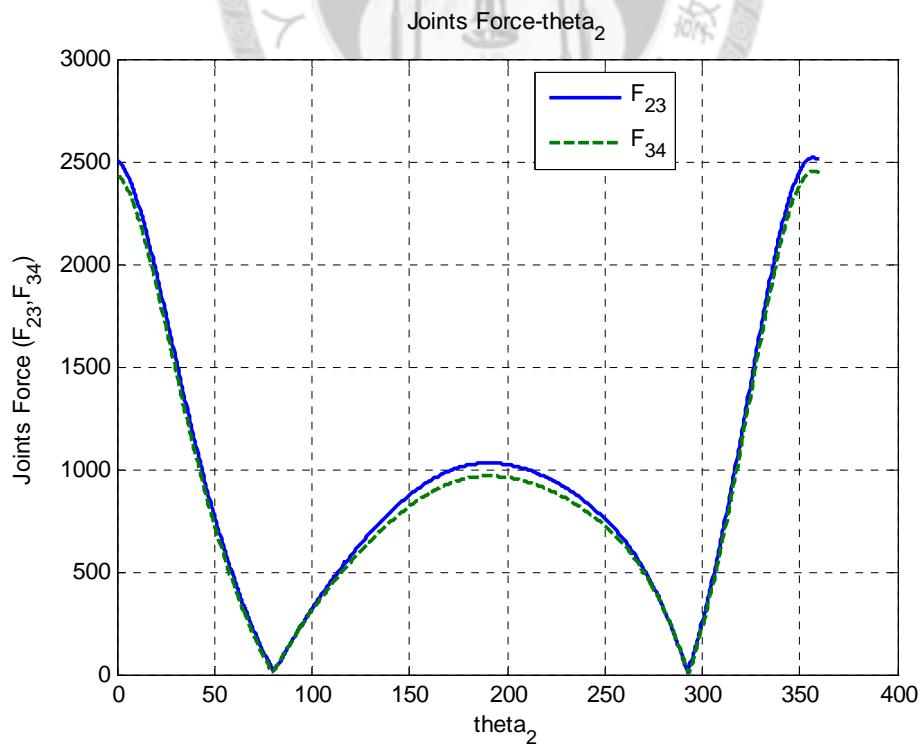


圖 4.20 輸入桿 600rpm 時，最佳化 f_2 之桿 3 軸承受力

接著針對與機台座相接之四個軸承 A、B、C 以及 D 進行分析。隨著輸入桿轉速從 400rpm 提升至 600rpm，各軸承力變化趨勢大致相同，如圖 4.21 與圖 4.22，而最大之 F_A 、 F_B 、 F_C 與 F_D 依序由 973.4N、526.0N、990.0N 以及 308.6N 上升至 2089.8N、1115.7N、2125.9N 以及 662.8N，上升幅度約 112.1%~114.8%。

相同輸入桿轉速 600rpm 下，添加配重塊後各軸承力變化趨勢大致相同，如圖 4.23、圖 4.24。採用最佳化 f_1 之最大軸承力 F_A 、 F_B 、 F_C 與 F_D 上升至 5065.4N、1977.7N、4994.8N 以及 1556.8N，相較於輸入桿 600rpm 未加配重塊之系統上升幅度依序為 142.4%、77.3%、134.9% 以及 134.9%，與原始設定比較之下，軸承力上升幅度更可達 420.4%、276.0%、404.5% 以及 404.5%。採用最佳化 f_2 之最大軸承力 F_A 、 F_B 、 F_C 與 F_D 則分別為 3527.3N、1539.9N、3651.3N 以及 1138.3N，較原始設定上升 262.4%、192.8%、268.8% 以及 268.9%。

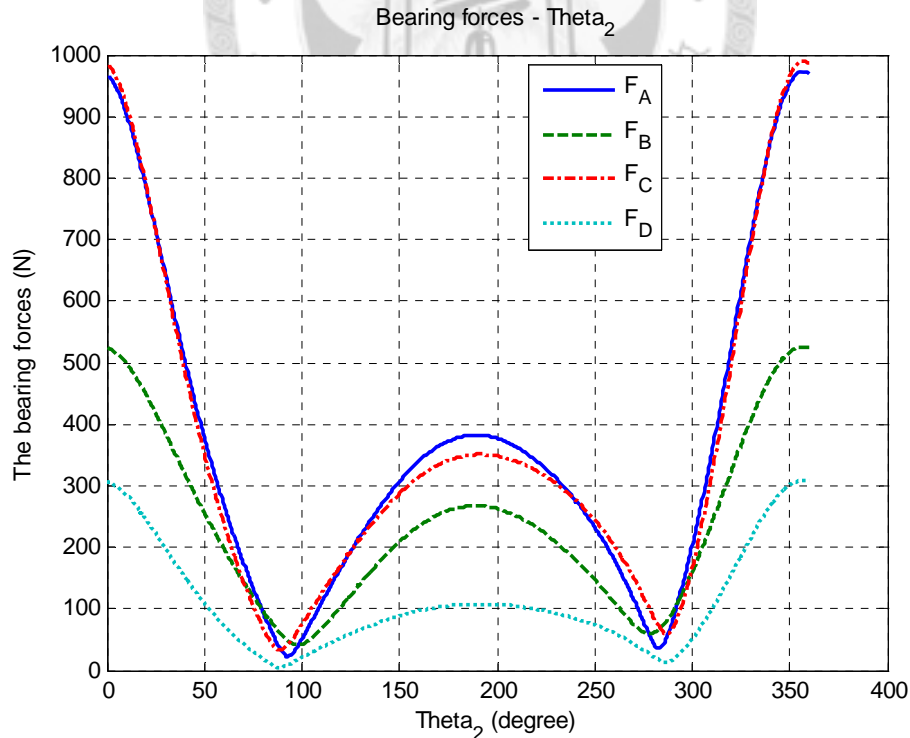


圖 4.21 輸入桿 400rpm 時，與地桿相接之軸承受力

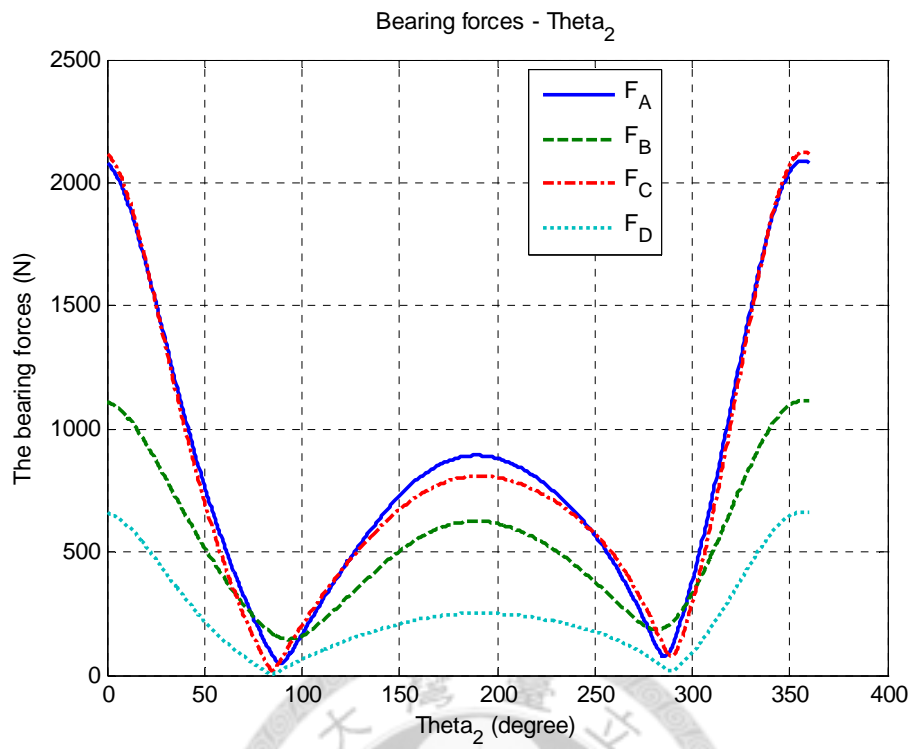


圖 4.22 輸入桿 600rpm 時，與地桿相接之軸承受力

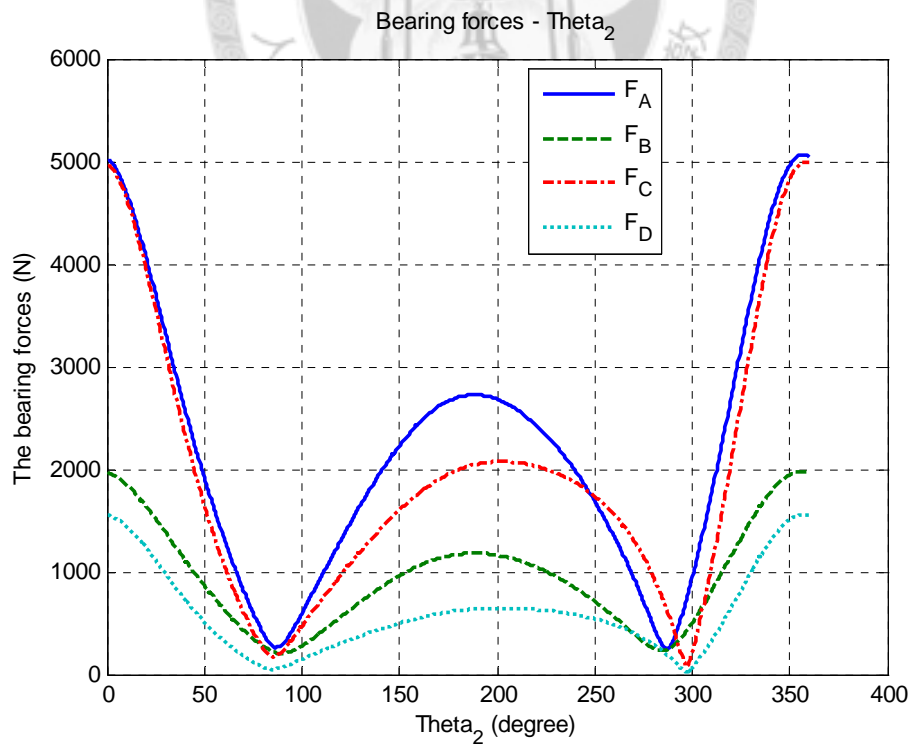


圖 4.23 最佳化 f_1 後輸入 600rpm，與地桿相接之軸承受力大小

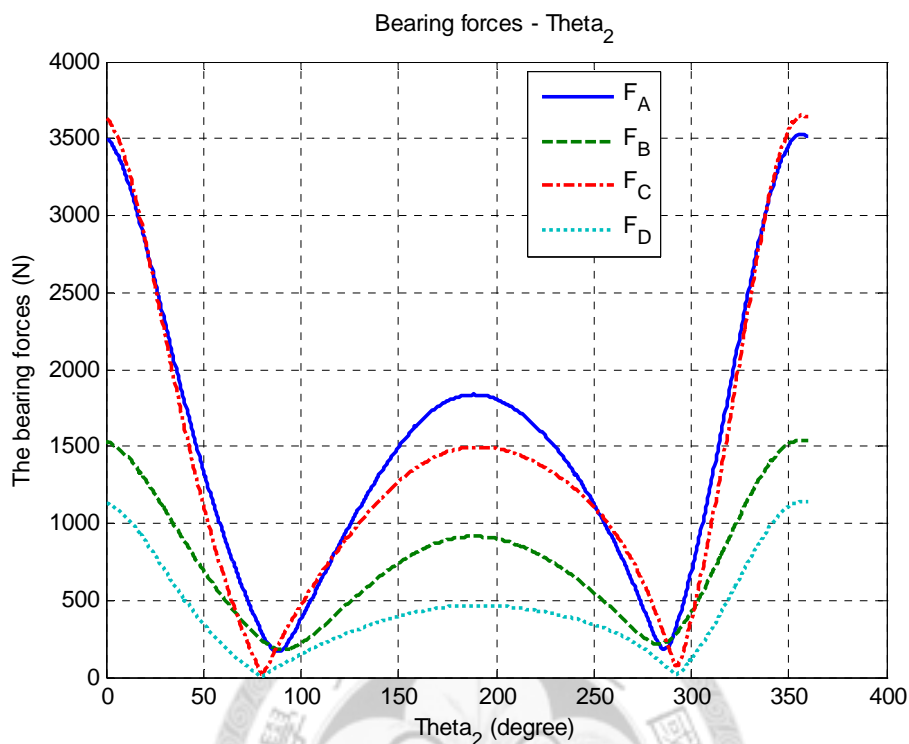


圖 4.24 最佳化 f_2 後輸入 600rpm，與地桿相接之軸承受力

由各軸承之受力情形也可以觀察出，靠近主要四連桿側的兩個軸承力 F_A 與 F_C 有相較於另外兩個軸承為大的受力。當轉速上升時，各軸承受力增加幅度大致相同；而當添加配重塊於系統中時，軸承 A、C 以及 D 受力有相似的增幅，而軸承 B 增幅較小。

4.4.4 驅動扭矩

當輸入桿轉速從 400rpm 提升至 600rpm 時，為了維持較高的運轉速度，所需的最大驅動扭矩由原先的 4.58N-m 提升至 9.74 N-m，上升幅度為 112.7%，如圖 4.25 與圖 4.26 所示。

相同輸入桿轉速 600rpm 下，對系統添加配重塊進行平衡，會提高所需之最大

驅動扭矩，如圖 4.27 及圖 4.28。其中最佳化 f_1 之配重平衡後所需之最大驅動扭矩為 23.51N-m，上升 141.4%，而最佳化 f_2 之配重平衡後所需之最大驅動扭矩則為 16.61N-m，上升 70.5%。

進一步比較原始設定與配重平衡後輸入桿轉速 600rpm 的差異，如圖 4.29 及圖 4.30，維持系統定速運轉之驅動扭矩變化趨勢大致相同，但同時增加轉速與系統總慣量使得所需的驅動力矩大幅增加，採用最佳化 f_1 之配重平衡由於使用較重的配重塊質量，較原始設定上升 413.3%，而使用較輕配重塊之最佳化 f_2 之配重平衡，則上升約 262.7%。

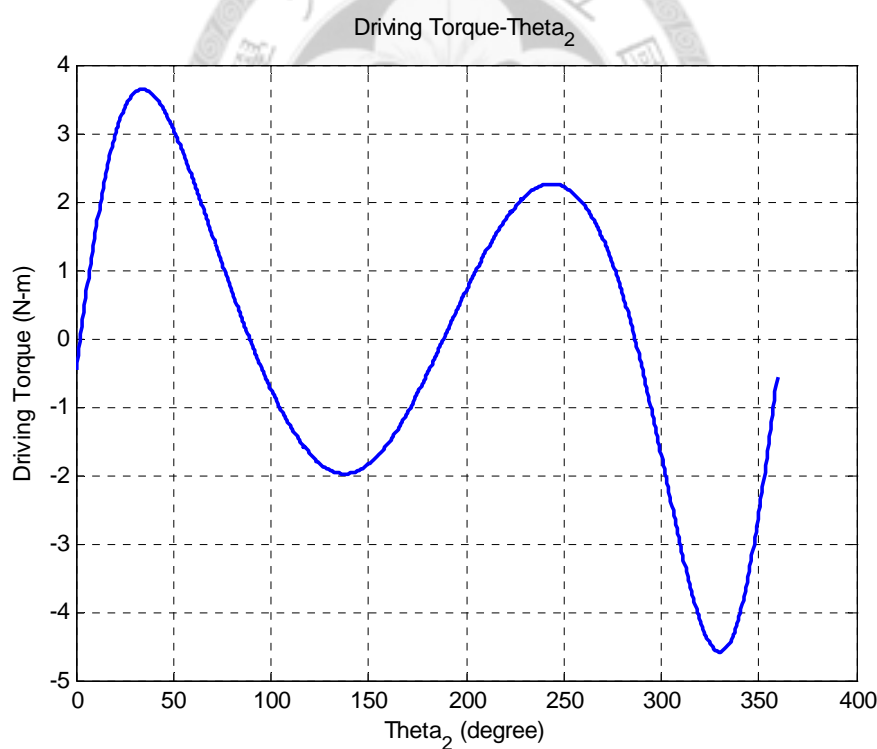


圖 4.25 維持輸入桿 400rpm，所需之驅動扭矩

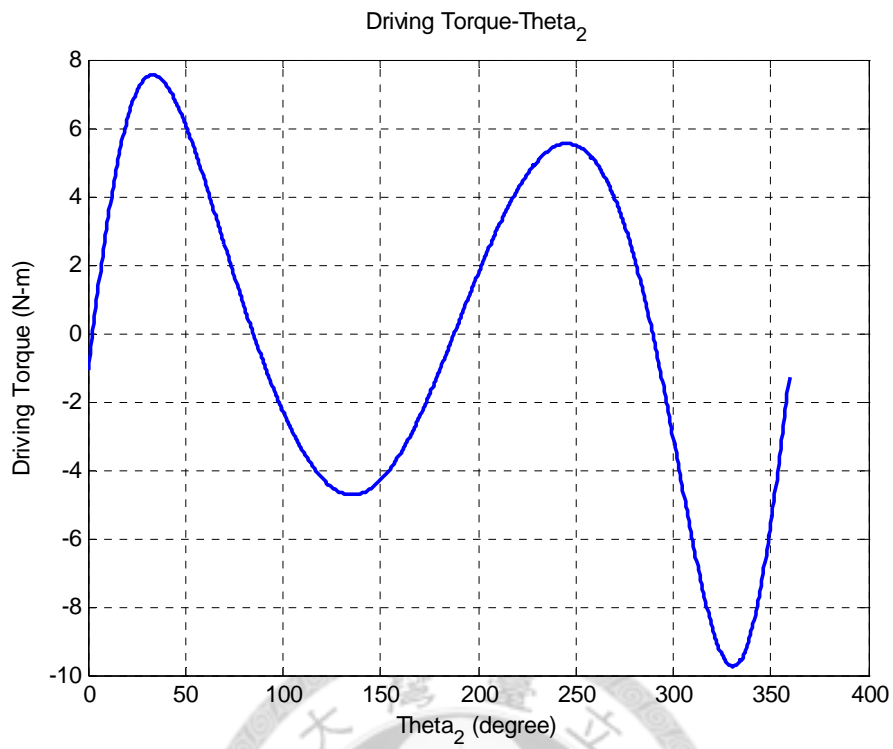


圖 4.26 維持輸入桿 600rpm，所需之驅動扭矩

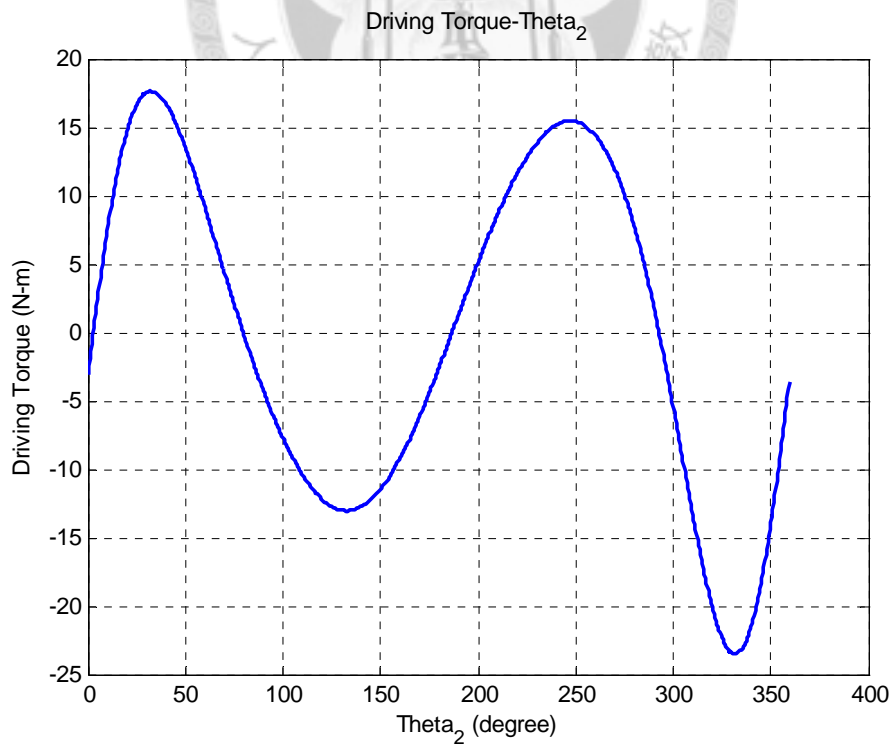


圖 4.27 最佳化 f_1 後維持輸入桿 600rpm，所需之驅動扭矩

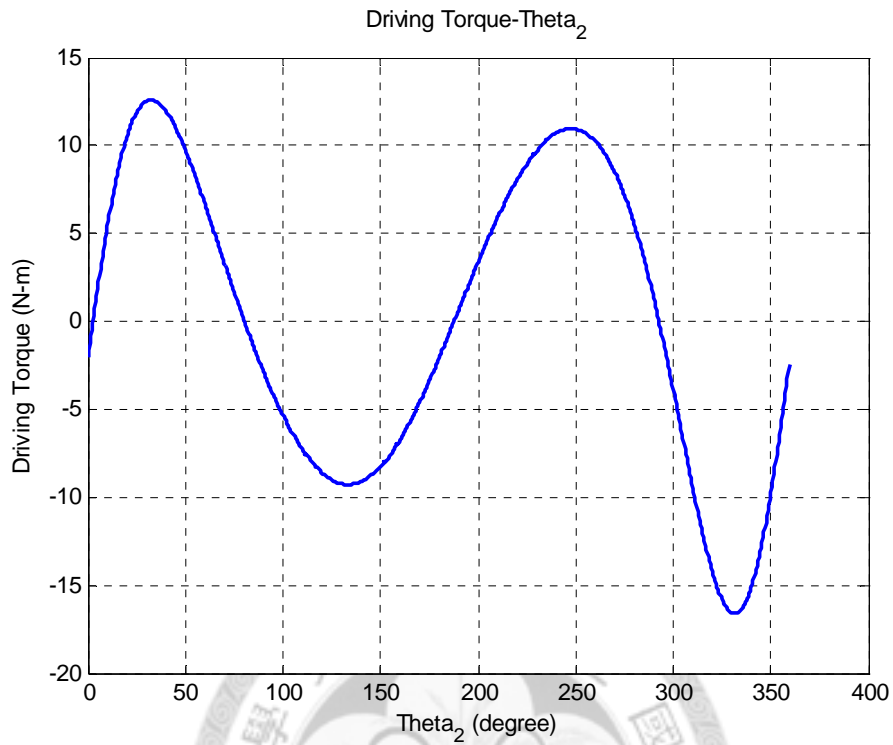


圖 4.28 最佳化 f_2 後維持輸入桿 600rpm，所需之驅動扭矩

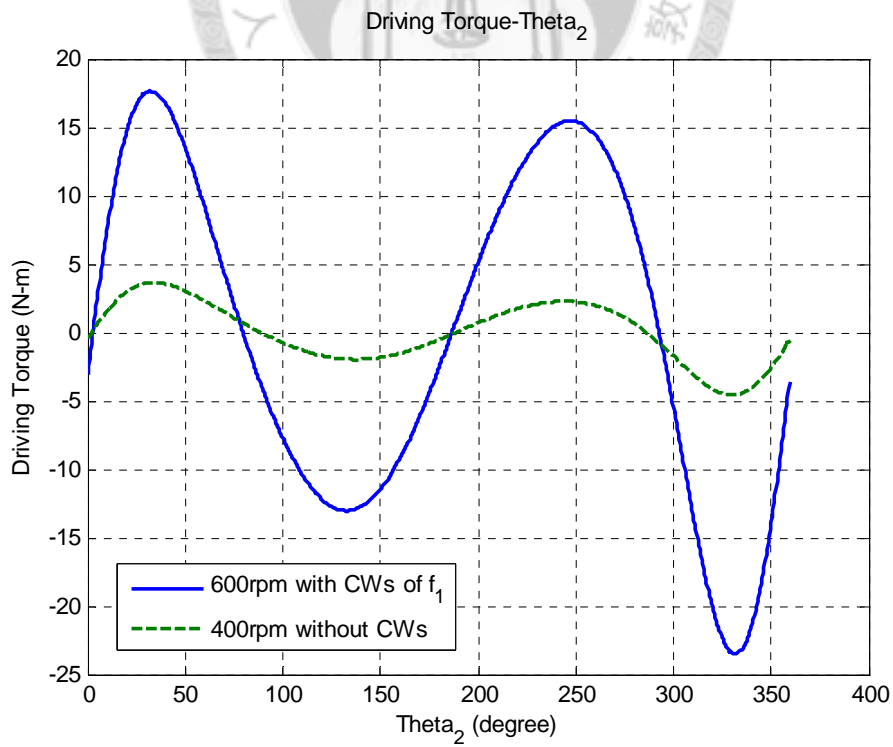


圖 4.29 比較原始設定與最佳化 f_1 後維持輸入桿 600rpm 所需之驅動扭矩

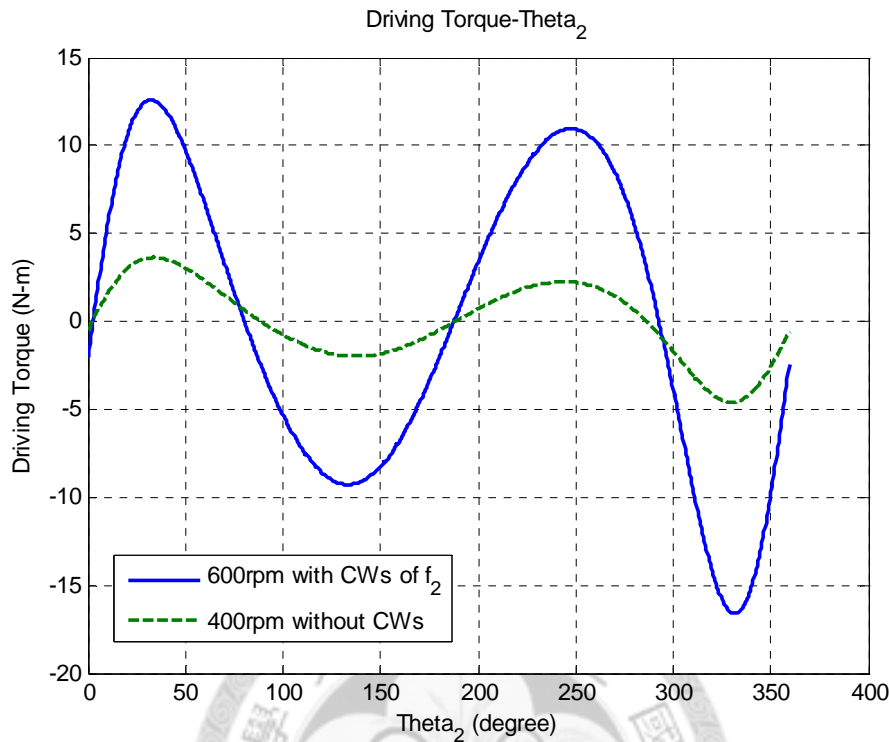


圖 4.30 比較原始設定與最佳化 f_2 後維持輸入桿 600rpm 所需之驅動扭矩

根據以上單四連桿系統數值分析結果，欲將轉速由 400rpm 提升至 600rpm，轉速的提升同時提升系統運轉時的搖撼力、搖撼力矩、各軸承力以及所需的驅動扭矩。為了降低搖撼力與搖撼力矩以減少運轉時的振動，採用添加配重塊於桿件上的方式，針對 f_1 進行最佳化配重塊配置。結果造成搖撼力矩大幅下降，但相較之下搖撼力的降低有限，可以判斷配重塊最佳化 f_1 對於此系統之搖撼力矩的效果大於搖撼力，利用調整目標函數中無因次化搖撼力與搖撼力矩總和的權重，應可找出有相同搖撼力與搖撼力矩降幅的配重塊配置設定。

軸承力與驅動扭矩受轉速的提升以及系統各桿件質量及轉動慣量的上升而上升，當利用添加配重塊的平衡方法減低搖撼力與搖撼力矩的同時，勢必增加各軸承的受力與所需之驅動扭矩，而模擬結果也呈現此趨勢，上升幅度最大可達約

420%。

為了盡可能減少配重塊的質量，同時又能讓提升轉速後的系統其最大搖撼力與搖撼力矩維持特定標準，藉由將最佳化配重配置的目標函數改為 f_2 ，模擬結果顯示其最大搖撼力與最大搖撼力矩均維持與原始系統相同，而軸承受力與驅動扭矩雖然仍高於原始系統約 270%，但相較於採用最佳化 f_1 之配重平衡為低。

4.5 小結

本章將上兩章所建立之數學模型，以 Matlab 軟體撰寫模擬程式，並設定一組曲柄搖桿四連桿機構進行分析，採用配重塊配置平衡法，另外撰寫程式針對無因次化搖撼力與搖撼力矩之總和以及與標準動力特性差值和配重塊質量之總和計算最佳化配重塊配置，討論配重塊平衡的效果。根據模擬結果，總結列項如下：

1. 系統轉速的提升會造成最大搖撼力、最大搖撼力矩、最大軸承受力以及所需驅動扭矩分別上升約 89%、104%、114%以及 112%。
2. 採用最佳化 f_1 之配重塊配置可以使得系統轉速提升後的最大搖撼力矩下降 69.9%，但最大搖撼力略為上升 31.9%，而軸承受力與驅動扭矩則因為添加配重塊於桿件上，增加質量及轉動慣量造成最大軸承力與最大驅動扭矩大幅上升約 420%。
3. 採用最佳化 f_2 之配重塊配置則可以維持與原始系統相同的最大搖撼力以及最大搖撼力矩，同時由於使用較輕的配重塊，其軸承受力以及驅動扭矩均低於採用最佳化 f_1 之配重塊配置，較原始設定上升幅度約 270%。

第五章 雙四連桿系統之動態分析

前一章針對單四連桿系統進行動態分析結果顯示，為了提高生產速度，系統操作轉速的提升會使得運轉時的振動加劇，除了重新設計各連桿形狀的質量重置法之外，較為簡易的減振方法即為配重塊平衡法。然而配重塊平衡法會增加系統中慣量，在減輕系統振動的同時也造成軸承受力以及驅動扭矩的上升。

本章欲利用兩組一樣規格的四連桿機構，固定在同一個機台座上，調整兩個四連桿機構擺放的方向以及輸入桿旋轉的方向，以達成系統減振的效果。由於兩機構間無連動機構或是控制裝置，雖然同時啟動並且同時關閉，但每次運轉時兩機構會隨機產生相角差，故以不同相角差中最差之振動情形作為該雙四連桿系統配置之振動指標，並以此指標找尋較佳之雙系統配置。最後，結合雙四連桿系統配置以及最佳化配重塊平衡法進行系統的平衡，以期更進一步減少所添加之配重塊質量。

5.1 機構設定與配置

將單一四連桿機構以不同擺置方向以及不同運轉方向分為四種單元，如圖 5.1 所示。設定原始擺置方向代號為“1”，以 y 軸為旋轉軸旋轉 180 度後的擺置方向設定代號為“2”；輸入桿逆時針方向旋轉代號設定為“+”，而順時針旋轉為“-”，則此四個單元可依序表示成“1+”、“1-”、“2+”以及“2-”。

任選其中兩個單元構成一組雙四連桿系統，放置於同一個機台座上，表示成(左四連桿,右四連桿)的形式，即(1+,1+)、(1+,1-)、(1+,2+)、(1+,2-)、(1-,1+)、(1-,1-)、(1-,2+)、(1-,2-)、(2+,1+)、(2+,1-)、(2+,2+)、(2+,2-)、(2-,1+)、(2-,1-)、(2-,2+)、(2-,2-)，共 16 種組合。由於雙系統組合會產生兩個四連桿機構旋轉方向不同的情況，故將相角差設定為起始狀況，即輸入桿角度為零時，調整右側四連桿輸入桿之領先角

度，以逆時針方向為正。

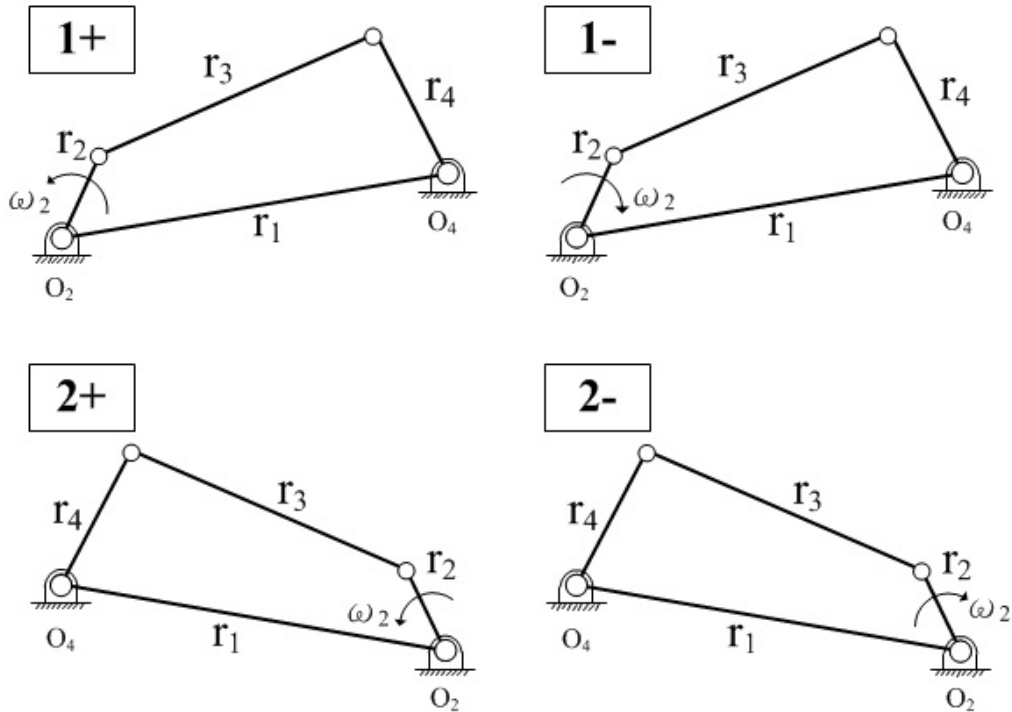


圖 5.1 雙系統單元示意圖

雙四連桿系統的配置即是延伸複製機構平衡法的概念，讓兩機構的搖撼力與搖撼力矩彼此干涉，調整設定至干涉結果最佳之組合，故動態分析上主要針對搖撼力以及搖撼力矩進行討論，雙系統搖撼力與搖撼力矩分別表示如下：

$$\overline{SF_{DS}} = \overline{SF_L} + \overline{SF_R} \quad (5.1)$$

$$\overline{SM_{DS}} = \overline{SM_L} + \overline{SM_R} \quad (5.2)$$

下標 DS 表示雙系統、L 表示左側機構、R 表示右側機構。左、右側四連桿機構搖撼力矩之參考點均設定為個別之驅動軸上，視為兩機構之搖撼力矩經由個別的驅動軸傳遞至機台座上。

為了簡化雙系統配置，設定兩組四連桿機構於相同高度以及相同平面上，左右並排設置並固定於相同機台座，如圖 5.2 所示。同時，由於雙系統搖撼力矩設定

為個別搖撼力矩之加總，故兩組四連桿機構間的 x 方向距離不影響雙系統之動力特性，省略此項參數。

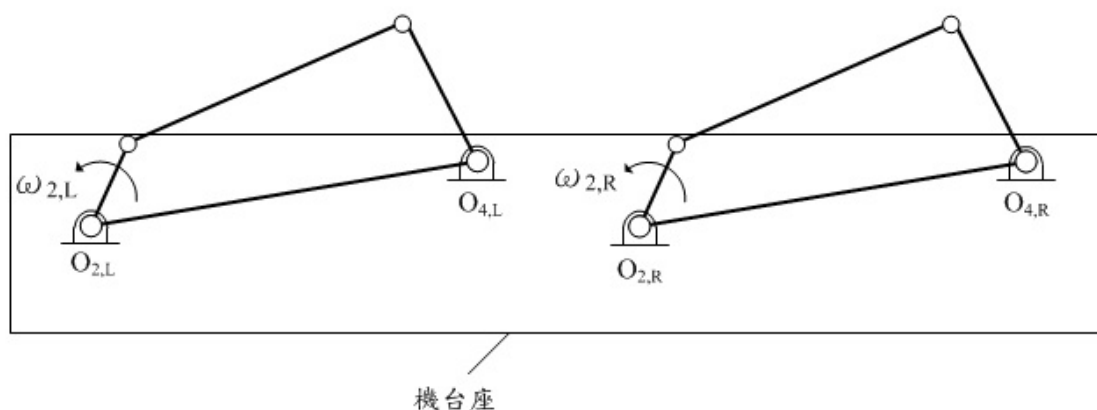


圖 5.2 雙系統示意圖

5.2 程式架構

以 Matlab 撰寫模擬程式，計算各種雙系統配置下，搖撼力與搖撼力矩等振動指標對於不同相角差以及不同輸入桿角度下之變化，藉以評估不同雙系統配置之平衡效果。

程式先計算原四連桿(1+)的各項動力特性，再根據機構翻轉後水平受力方向相反以及調整輸入桿角度變化計算出其他三種單元的各項動力特性。對所有可能的組合，每改變一單位的相角差計算一次雙系統搖撼力以及搖撼力矩並記錄下來，最後即可得到每種組合下，雙系統搖撼力與搖撼力矩相對於輸入桿角度以及相角差之間的關係，流程圖如圖 5.3 所示。

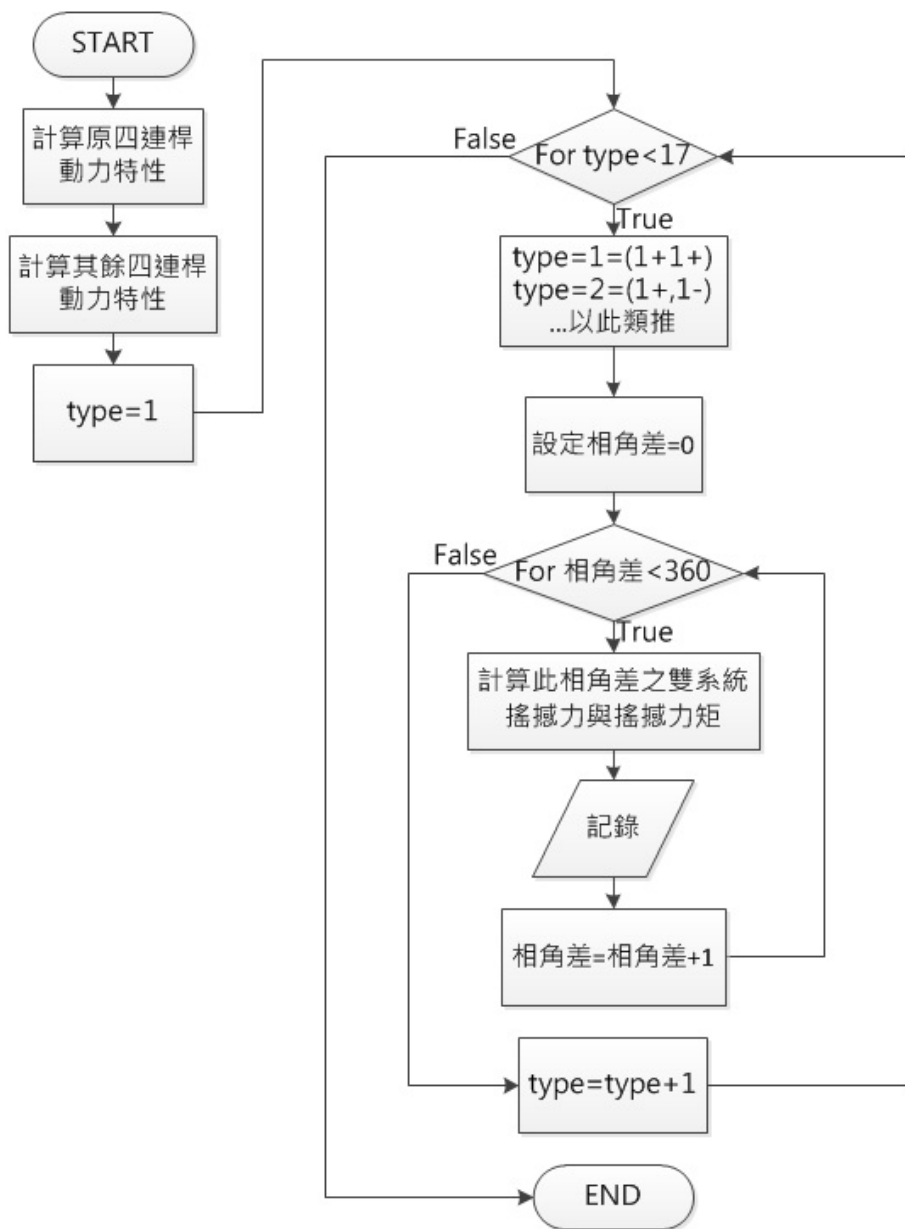


圖 5.3 雙系統動態分析流程圖

程式中所用之四連桿機構參數為第四章設定之各項桿長、重心位置、質量以及轉動慣量。由於本研究所討論的運動狀況為穩態，故每個輸入桿角度均會有相對應的一組運動以及動力結果，不會因為正轉或是反轉而有所改變。利用此一概念，將計算出來之各項動力特性序列改變順序即可達成不同相角差的效果。

5.3 雙系統配置之動態分析

使用上一節所建立之雙系統模擬程式，設定輸入桿固定轉速為 400rpm，針對與第四章相同規格之四連桿曲柄搖桿機構進行雙系統搖撼力與搖撼力矩之數值分析，調整不同單元組合及不同相角差，其模擬結果如圖 5.3 至圖 5.10 所示。以下依序討論雙系統振動指標與各項參數之關係。

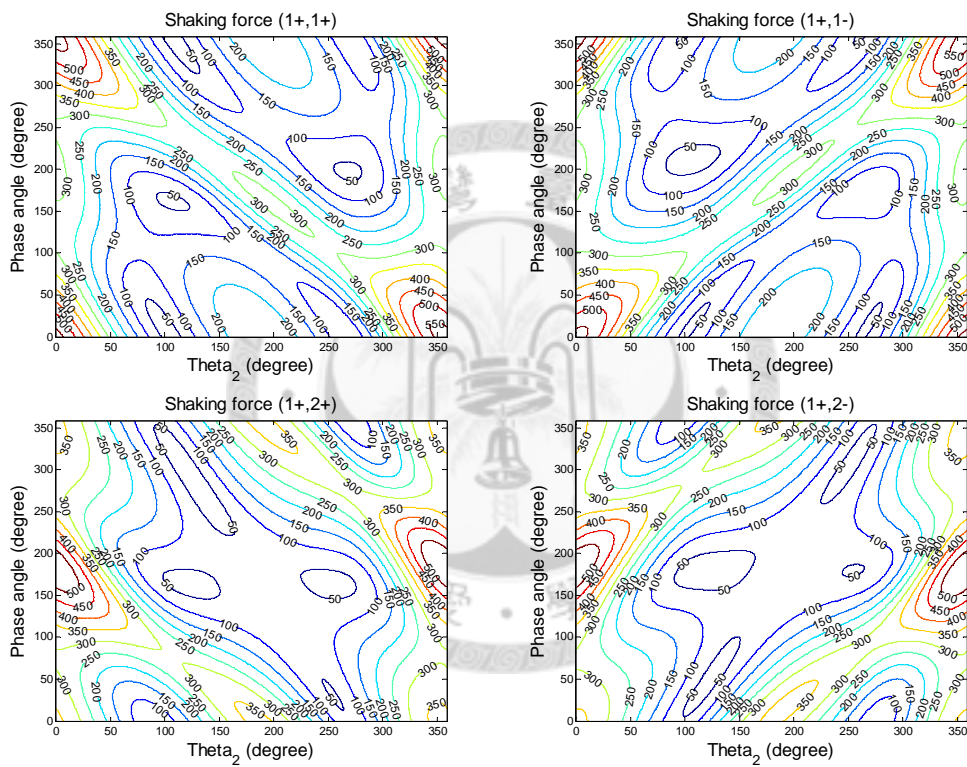


圖 5.4 配置(1+,1+)至(1+,2-)之搖撼力等高線圖

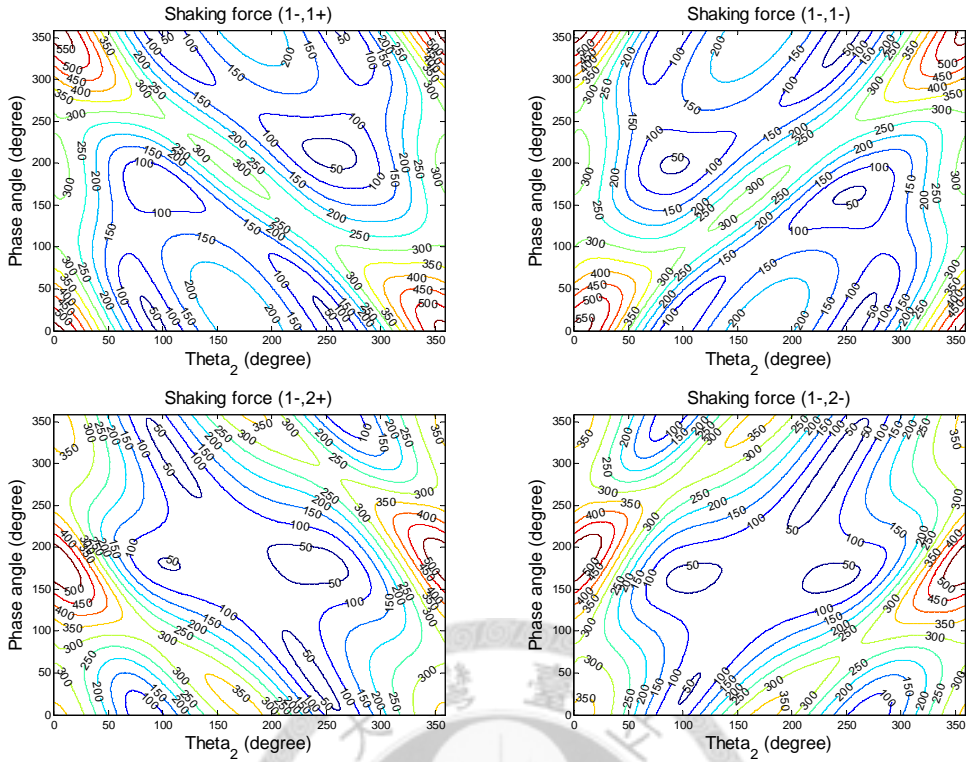


圖 5.5 配置(1-,1+)至(1-,2-)之搖撼力等高線圖

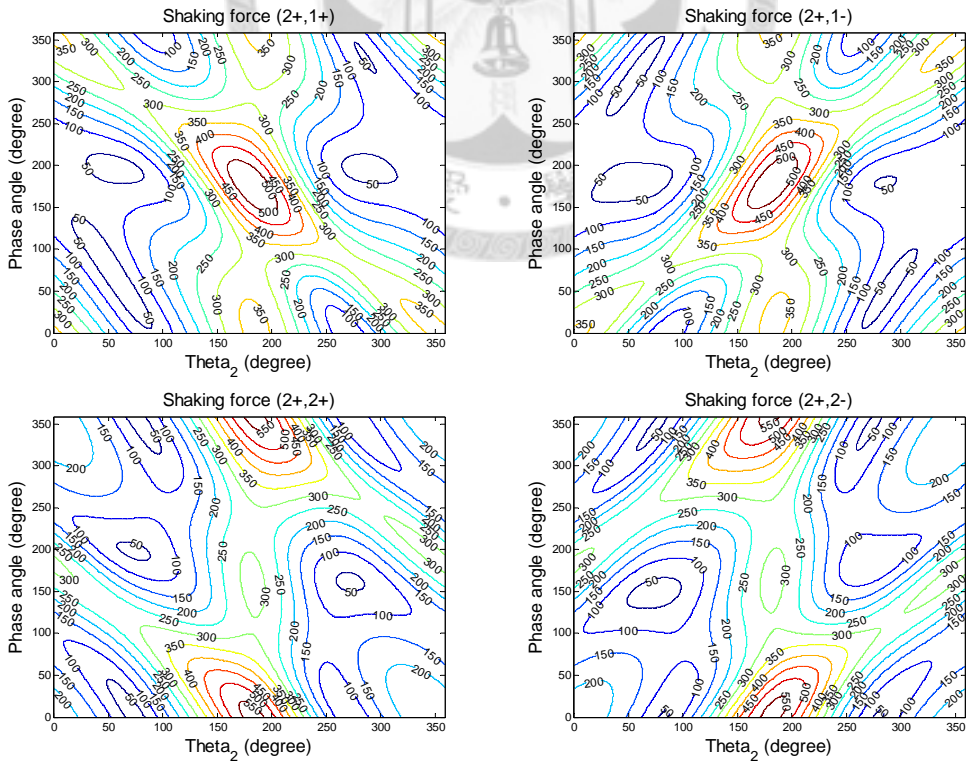


圖 5.6 配置(2+,1+)至(2+,2-)之搖撼力等高線圖

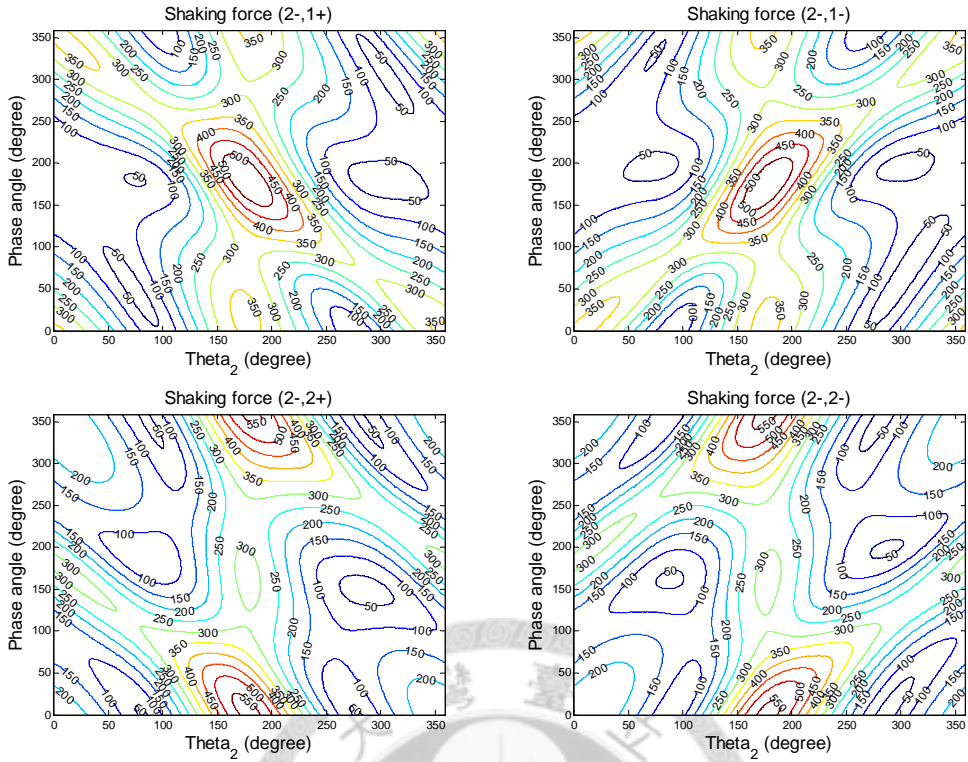


圖 5.7 配置(2-,1+)至(2-,2-)之搖撼力等高線圖

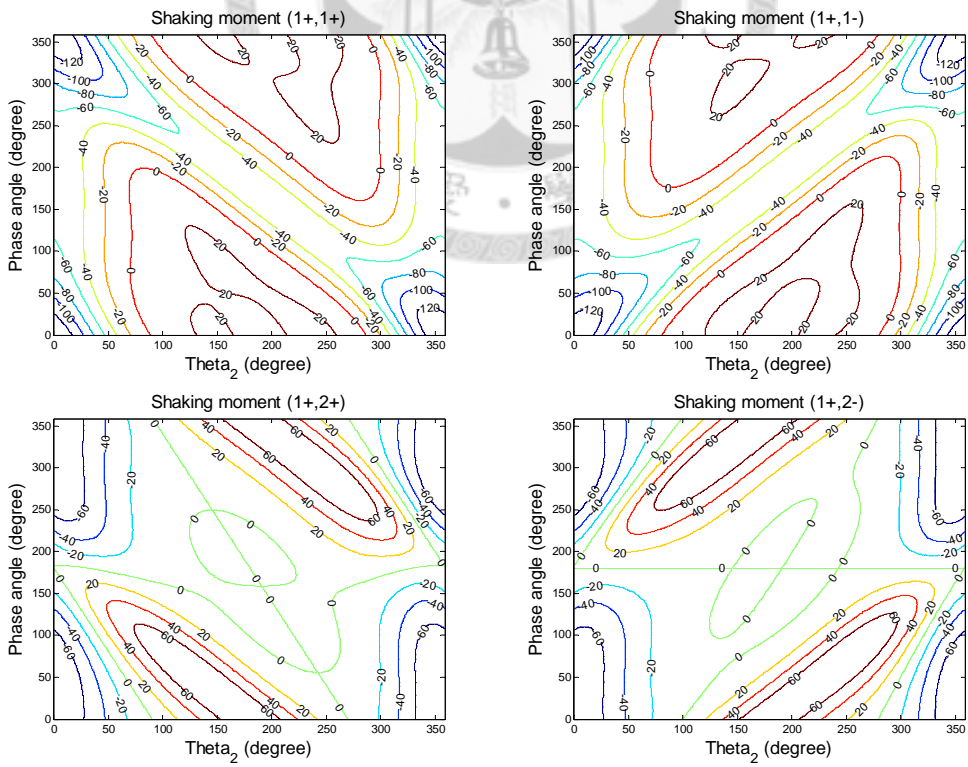


圖 5.8 配置(1+,1+)至(1+,2-)之搖撼力矩等高線圖

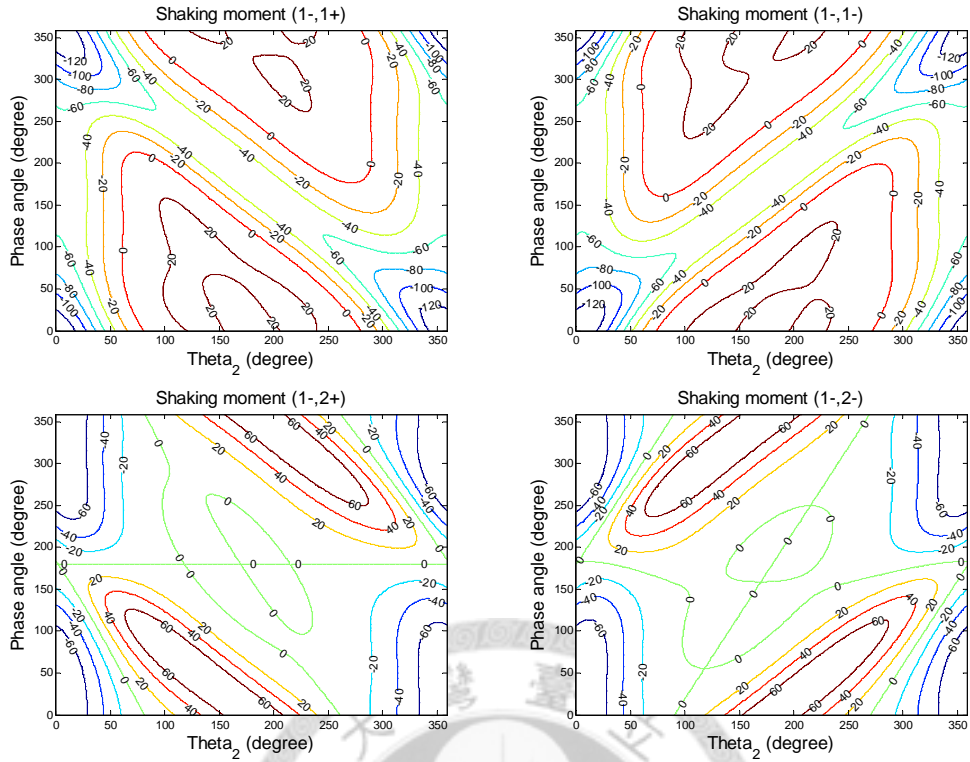


圖 5.9 配置(1-,1+)至(1-,2-)之搖撼力矩等高線圖

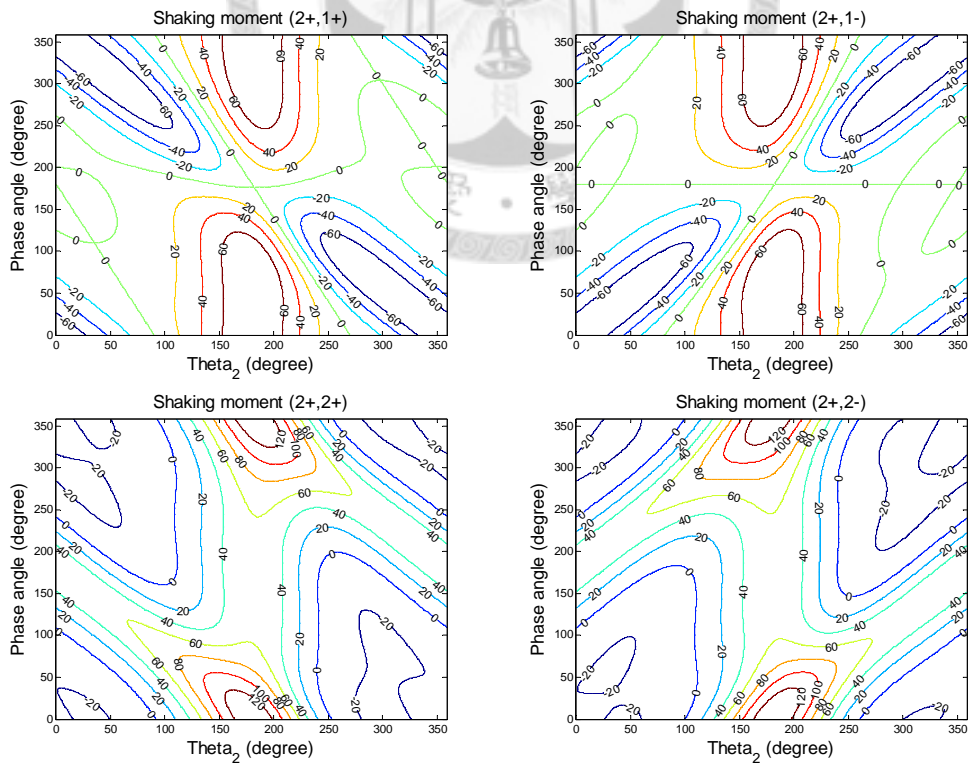


圖 5.10 配置(2+,1+)至(2+,2-)之搖撼力矩等高線圖

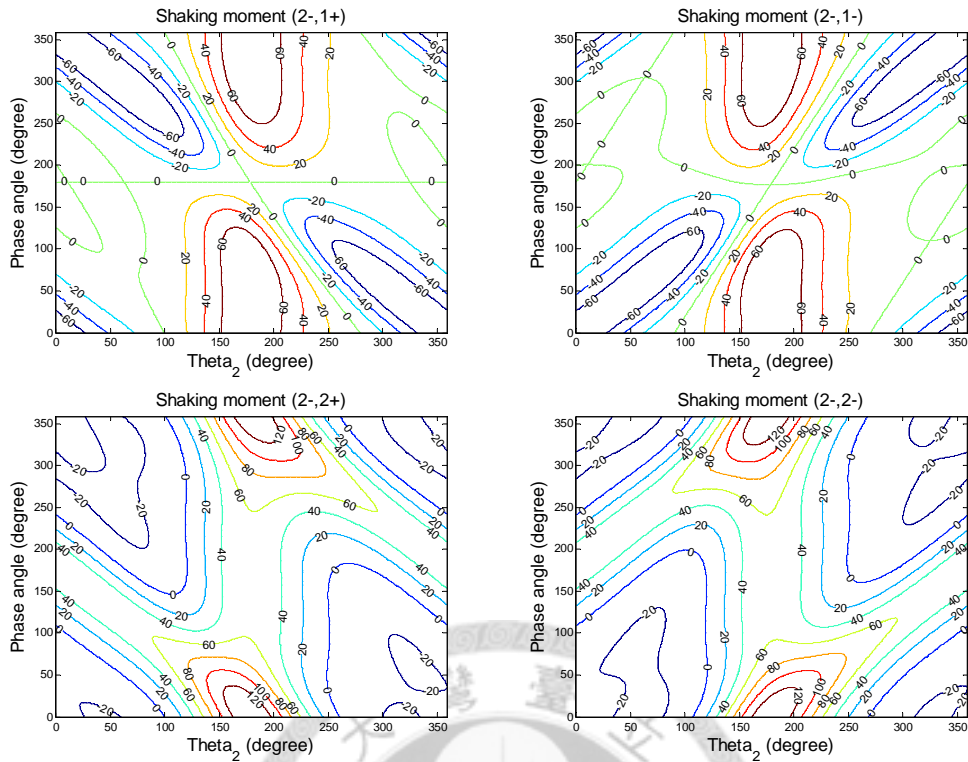


圖 5.11 配置(2-,1+)至(2-,2-)之搖撼力矩等高線圖

5.3.1 振動指標

討論雙系統搖撼力對輸入桿角度以及相角差之變化情形，其結果如圖 5.4 至圖 5.7 所示，觀察圖形變化可以將其歸納成兩種類別，類別 A 包含(1+,1+)、(1+,1-)、(1-,1+)、(1-,1-)、(2+,2+)、(2+,2-)、(2-,2+)以及(2-,2-)，類別 B 包含(1+,2+)、(1+,2-)、(1-,2+)、(1-,2-)、(2+,1+)、(2+,1-)、(2-,1+)以及(2-,1-)。由以上分類也可以看出，當兩個單元為相同配置方向時，其分類為類別 A；而當兩個單元為相反配置方向時，其分類為類別 B。

類別 A 在相角差為 180 度左右時，搖撼力均有較平緩的變化，此時最大搖撼力約為 310N；而當相角差為 0 度左右時，搖撼力變化最為劇烈，最低可達 30N，最大可達 560N。類別 B 的變化趨勢與類別 A 類似，在相角差為 0 度左右時，有較平緩的搖撼力變化，最大約為 360N；而相角差為 180 度左右時，搖撼力產生較為

劇烈的變化，最低約為 50N，最大可達 540N，此劇烈變化主要發生於輸入桿角度 0 度到 60 度以及 300 度到 360 度之間或 120 度到 240 度之間。

接著討論雙系統搖撼力矩對輸入桿角度以及相角差之變化情形，如圖 5.8 至圖 5.11 所示，類似於雙系統搖撼力，可分為同樣組成的類別 A 與 B。由於運轉方向以及擺置方向的不同使得搖撼力矩的方向改變，搖撼力矩的正負號變化會使得最大值變為最小值，故以下均針對搖撼力矩的量值進行討論。

類別 A 與搖撼力變化類似，當相角差為 180 度左右時，有較為平緩的搖撼力矩變化，最大搖撼力矩約為 60N-m，變化範圍約 70N-m；而當相角差為 0 度左右時，產生最大搖撼力矩約 140N-m，同時搖撼力矩變化也最為劇烈，變化範圍約 160N-m。類別 B 在相角差為 180 度左右時，兩機構所產生之搖撼力矩幾乎完全抵消，雙系統搖撼力矩減少至 0N-m 上下；而當相角差為 0 度到 100 度以及 250 度到 360 度左右時，搖撼力矩有較為相似且劇烈的變化，最大搖撼力矩約為 80N-m，搖撼力矩變化範圍約為 160N-m。

比較同類別下，兩組四連桿機構不同輸入桿方向，以配置(1+,1+)、配置(1-,1+)與配置(1-,1-)之搖撼力為例。可以看出兩組機構以相同方向運轉與以相反方向運轉，即配置(1+,1+)與配置(1-,1+)，其圖形有些許的偏移；兩組機構以相同方向，但一個為正、一個為負，即配置(1+,1+)與配置(1-,1-)，其圖形則彼此對稱。雙系統搖撼力矩亦有相同的結果。

5.3.2 振動指標與相角差

本研究討論的雙系統其相角差為不固定之參數，每次系統重新啟動會產生不同的相角差。為了討論不同配置下的振動情況，繪製各相角差之最大系統搖撼力與搖撼力矩對於相角差之關係圖，如圖 5.12 以及圖 5.13 所示，以各種雙系統配置所產生之最大搖撼力與最大搖撼力矩作為該配置的振動指標，並選擇有最低此振

動指標之配置為最佳之配置。

觀察不同配置下之雙系統搖撼力變化，可以判斷調整雙系統的配置對於搖撼力的影響有限，不同類別主要差別在最大搖撼力發生時的相角差。類別 A 會產生較大之最大搖撼力 565.8N，同時搖撼力變化範圍也較大，約為 282.1N。類別 B 產生之最大搖撼力為 544.8N，相較於類別 A 略為下降約 3.7%，變化範圍約為 247.7N，下降約 12.2%。

而不同配置下之雙系統搖撼力矩變化有著較明顯的差異，類別 A 之最大搖撼力矩為 136.3N-m，其搖撼力矩變化範圍為 79.2N-m，若將雙系統配置改為類別 B，可使最大搖撼力矩下降至 79.2N-m，降幅約為 41.9%，變化範圍則維持不變。

相同類別下，不同運轉方向配置僅造成其變化趨勢些微改變，不影響最大搖撼力與最大搖撼力矩之值。

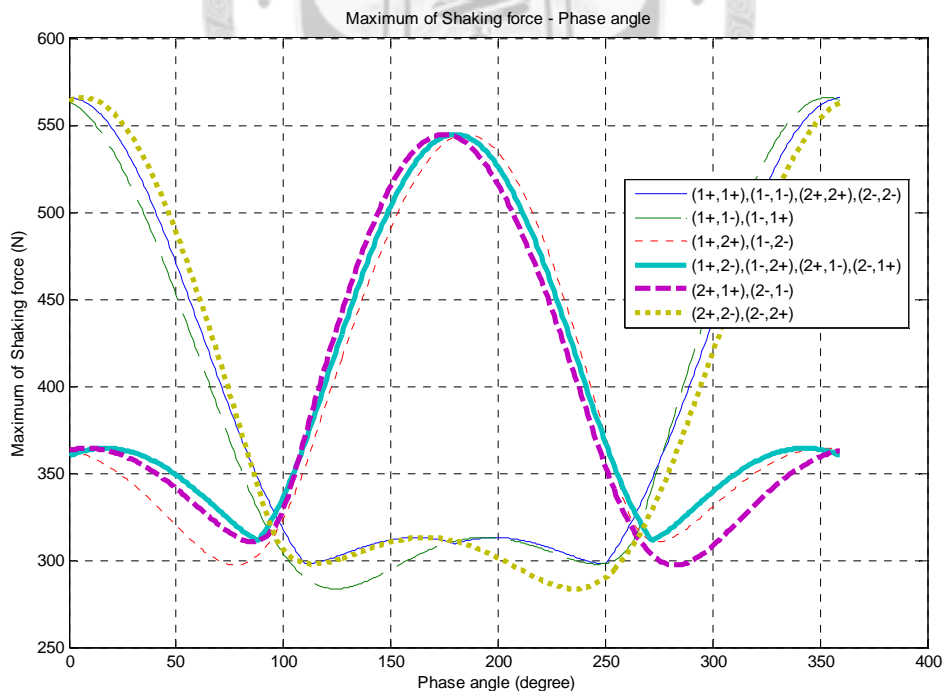


圖 5.12 各相角差之最大搖撼力與相角差關係圖

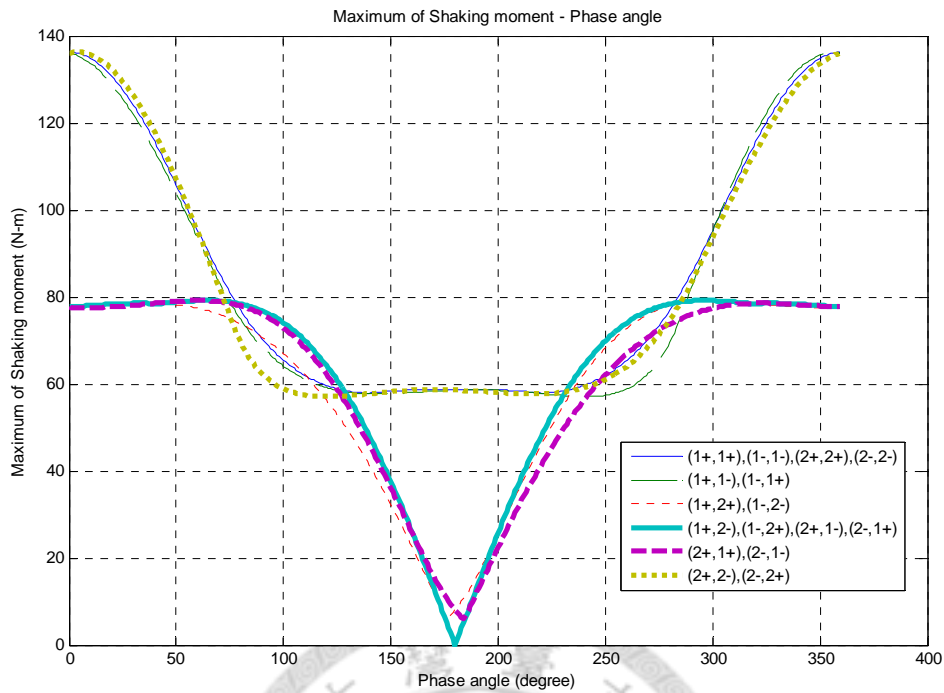


圖 5.13 各相角差之最大搖撼力矩與相角差關係圖

由振動指標對於相角差的關係，也可以得知各種配置下產生最佳振動指標之相角差，可應用於固定相角差之雙系統配置。以搖撼力矩為例，當雙系統配置之兩組四連桿機構鏡像對稱，如配置(1+,2-)、(1-,2+)、(2+,1-)以及(2-,1+)，並設定 180 度之相角差時，其搖撼力矩可以完全抵消。

5.3.3 振動指標與輸入桿角度

以雙系統配置(1+,1+)與(1+,2-)為例，討論在產生最大搖撼力或最大搖撼力矩之相角差時，系統搖撼力與搖撼力矩對於輸入桿角度的變化。當輸入桿轉速 400rpm 時，雙系統配置(1+,1+)最大搖撼力與搖撼力矩均發生於相角差 0 度時，而配置(1+,2-)最大搖撼力發生於相角差 180 度、最大搖撼力矩發生於相角差 65 度。

比較兩種配置在該相角差下的搖撼力與搖撼力矩變化，如圖 5.14、圖 5.15 所

示。相同輸入桿轉速 400rpm 下，調整雙系統設置為(1+,2-)可以稍微降低最大搖撼力，由 565.8N 下降至 544.8N，降幅為 3.7%，而搖撼力的第二峰值也受到抑制，由 240.5N 下降至 77.07N，降幅為 68.0%。

系統搖撼力矩方面，調整雙系統設置至(1+,2-)可以有效降低最大搖撼力矩，由原始設定之 136.3N-m 下降至 79.2N-m，降幅為 41.9%，搖撼力矩的變動範圍則變化不大，由 158.4N-m 略為下降至 155.4N-m。從圖中也可以觀察到，採用(1+,2-)配置之雙系統其搖撼力矩變化範圍與原始雙系統差距不大，而藉由平均分布成兩個搖撼力矩方向的極值，進而減少單一搖撼力矩極值的大小。

由兩種雙系統配置的比較可以看出，選用類別 B 的雙系統配置可以較類別 A 降低最差情況之搖撼力與搖撼力矩。其中搖撼力略為降低最大值，主要為抑制搖撼力之第二峰值；搖撼力矩則維持相似之變化範圍，而使最大值有效降低。下一節便針對類別 B 之雙系統配置，搭配最佳化配重塊平衡討論其動態平衡的效果。

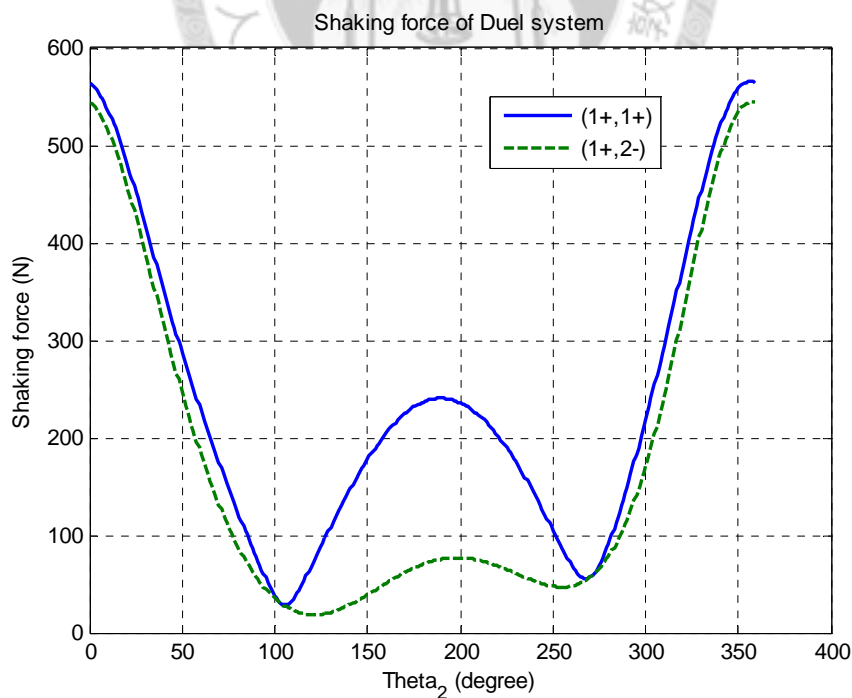


圖 5.14 比較配置(1+,1+)與(1+,2-)搖撼力變化

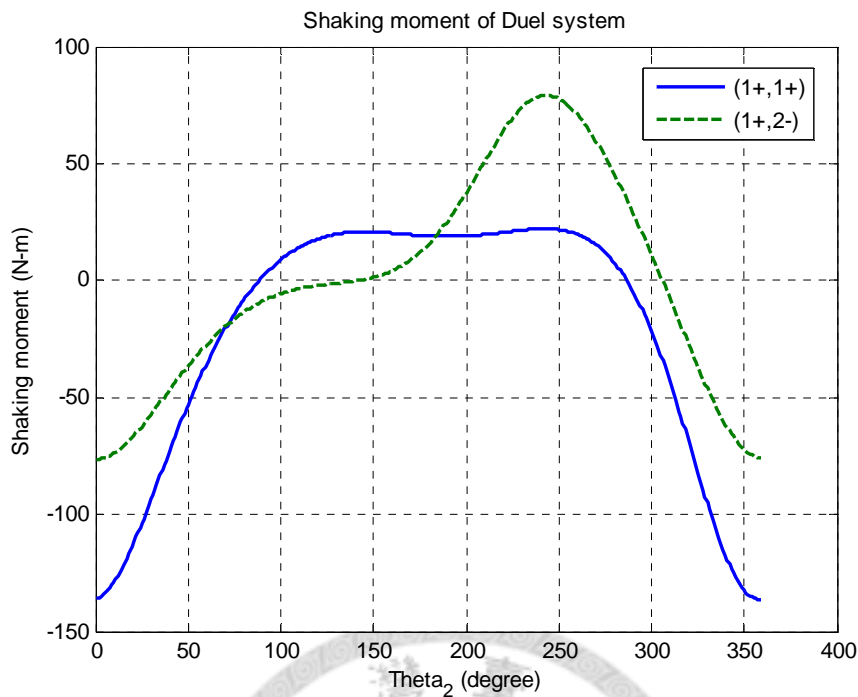


圖 5.15 比較配置(1+,1+)與(1+,2-)搖撼力矩變化

5.4 雙系統與配重塊之最佳化配置

本研究欲結合雙系統配置與最佳化配重塊配置，進一步在減少搖撼力與搖撼力矩的同時，盡可能添加較輕之配重塊質量，以降低各軸承受力與所需要的驅動扭矩。最佳化配重塊配置之計算沿用第四章所建立之最佳化計算程式，為了降低配重塊質量，使用 f_2 為最佳化配重塊之目標函數，並針對雙系統配置類別 B 中的 (1+,2-) 進行最佳化計算，其結果如下：

$$x_{op} = [0.0434 \quad 0.0127 \quad 1.2807 \quad 0.0131 \quad 0.0438 \quad 0.0864 \quad 6.2080 \quad 3.2256 \quad 2.5386]$$

配重塊質量總和為 1.337kg，此為雙系統中一組四連桿機構所用之配重塊總重。單一四連桿之最佳化配重塊位置如圖 5.16 所示。

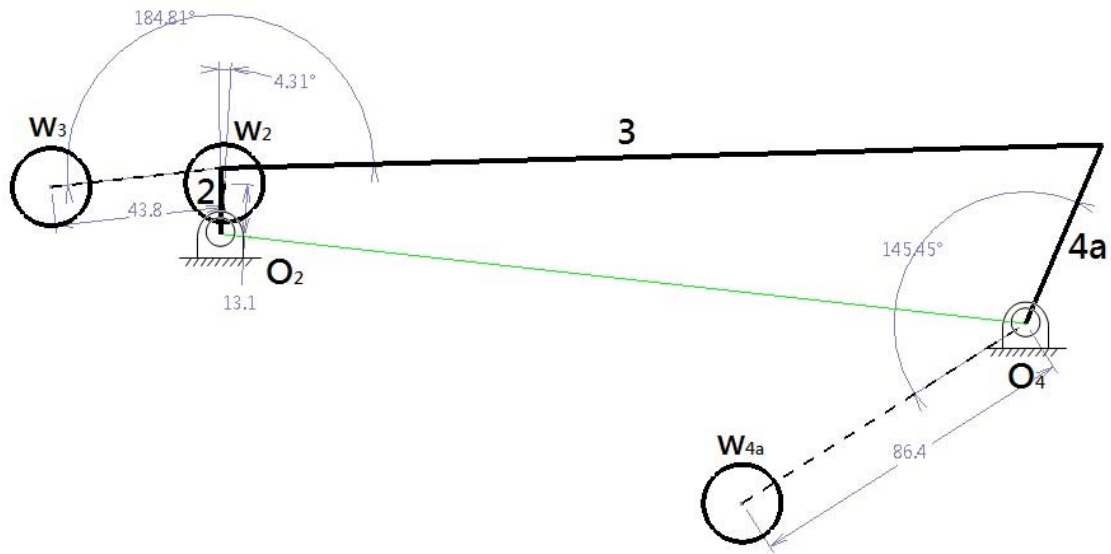


圖 5.16 雙系統最佳化配重塊位置示意圖

根據雙系統配置之動態分析的結果，發現採用類別 B 的雙系統配置方式雖然對於降低搖撼力的效果有限，但是對於搖撼力矩則有不錯的效果，進而結合最佳化方法，得出一組最佳化配重塊設定，減少所使用之配重塊質量，並使提升轉速後之最大搖撼力與最大搖撼力矩得以維持在原始設定的最大搖撼力與最大搖撼力矩水準。以下針對雙系統配置(1+,2-)，討論提升轉速至 600rpm 後與原始設定(1+,1+)各項動力特性之差異。

先由搖撼力與搖撼力矩對相角差之關係，找出發生最大值之相角差，如圖 5.17 及圖 5.18。原始設定之雙系統(1+,1+)最大搖撼力與搖撼力矩均發生於相角差 0 度時，提升轉速並最佳化配重塊配置之雙系統(1+,2-)最大搖撼力則發生於相角差 180 度、最大搖撼力矩發生於相角差 0 度時。

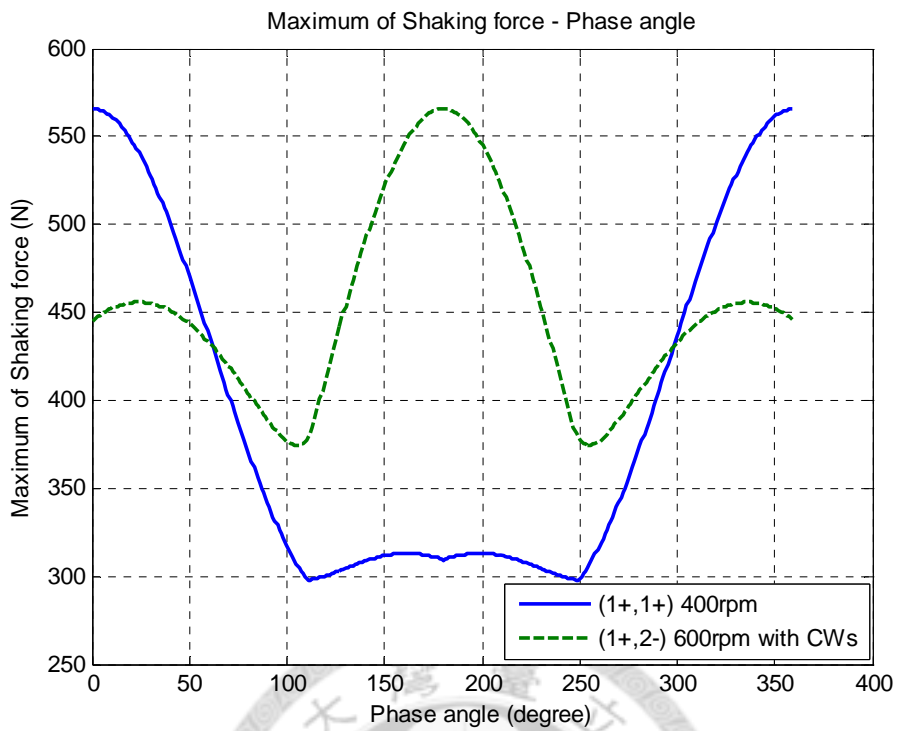


圖 5.17 配置(1+,1+)與(1+,2-)最大搖撼力與相角差之關係圖

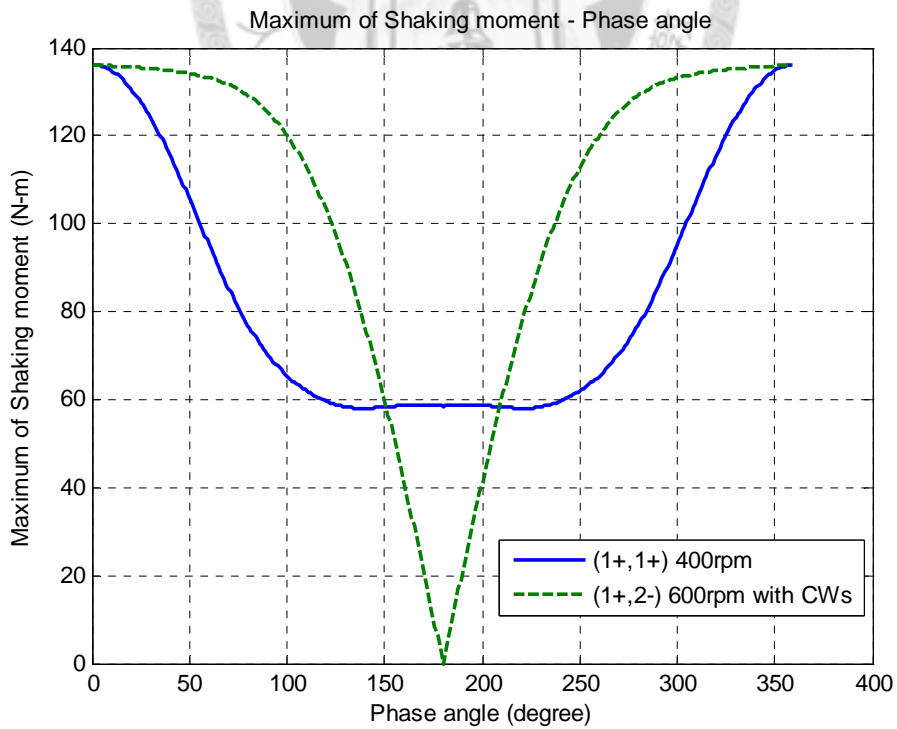


圖 5.18 配置(1+,1+)與(1+,2-)最大搖撼力矩與相角差之關係圖

觀察該相角差下之搖撼力、搖撼力矩與輸入桿角度的關係，如圖 5.19 及圖 5.20。調整雙系統配置為(1+,2-)並且最佳化配重塊配置後，可以讓提升轉速至 600rpm 的系統其最大搖撼力維持與原始設定下所產生的最大搖撼力一樣，同時使搖撼力的第二峰值下降，由 240.5N 下降至 152.7N，降幅為 36.5%。此外，最大搖撼力矩維持與原始設定時一樣，但由於雙系統配置(1+,2-)的特性，使得搖撼力矩變動範圍加大，亦即提升逆時針方向搖撼力矩的峰值大小，上升至 136.0N-m。

由於雙系統的配置與否不影響個別四連桿機構之軸承受力以及驅動扭矩，故直接將計算所得之最佳化設計變數代入單四連桿系統之動態分析程式，模擬採用此最佳化配重塊配置並提升轉速至 600rpm 時，雙系統中單一四連桿機構之軸承受力以及所需之驅動扭矩，如圖 5.21 至圖 5.23 所示。

比較原始設定，即未進行平衡且輸入桿轉速 400rpm，系統所受之最大軸承力依序上升至 1903.1N、1838.0 N、2816.9 N、1324.7 N、2774.2 N 以及 864.9 N，上升幅度分別為 179.0%、181.1%、189.4%、151.8%、180.2%以及 180.3%。而驅動扭矩則上升至 12.58N-m，相較於原始設定上升 176.7%。

將使用雙系統最佳化配重塊配置後的軸承受力與驅動扭矩跟單系統最佳化配重塊配置進行比較，藉以觀察雙系統配置對於改善系統動力特性的效果。單系統最佳化所需要之配重塊總質量為 2.543kg，其軸承受力以及驅動扭矩都相較於原始設定上升約 270%；搭配雙系統配置後，最佳化所需之配重塊總質量則減少為 1.337kg，較輕的配重塊質量亦反應在軸承受力與驅動扭矩上，相較於原始設定上升約 180%，而相較於單系統最佳化之增幅下降約 90%。

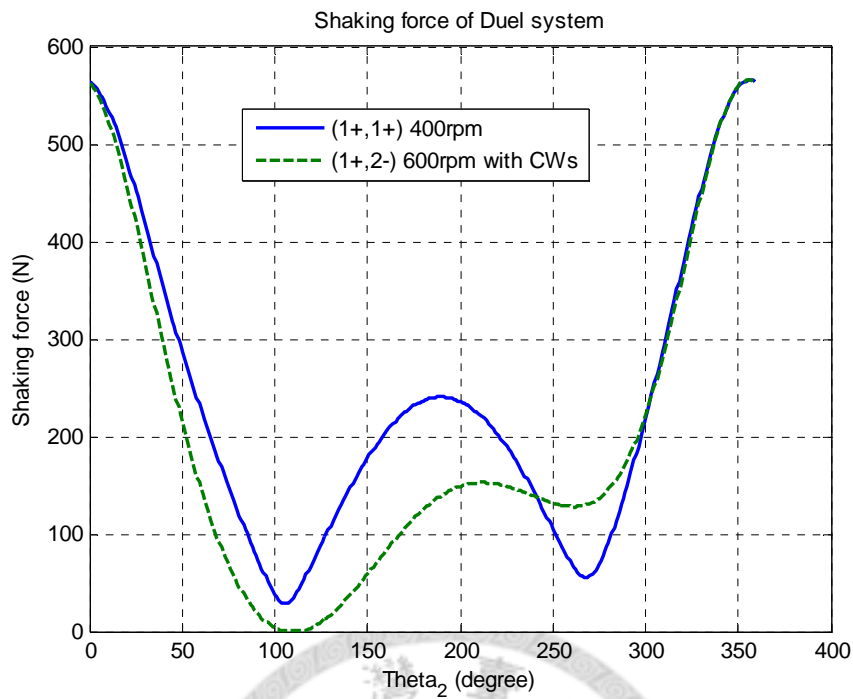


圖 5.19 比較原始設定(1+,1+)與提升轉速並平衡(1+,2-)之搖撼力

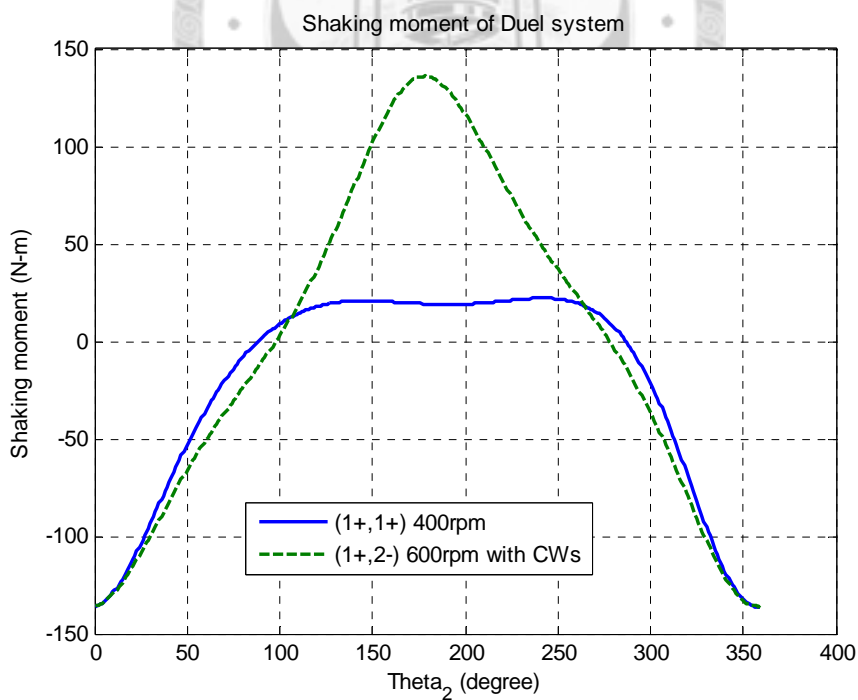


圖 5.20 比較原始設定(1+,1+)與提升轉速並平衡(1+,2-)之搖撼力矩

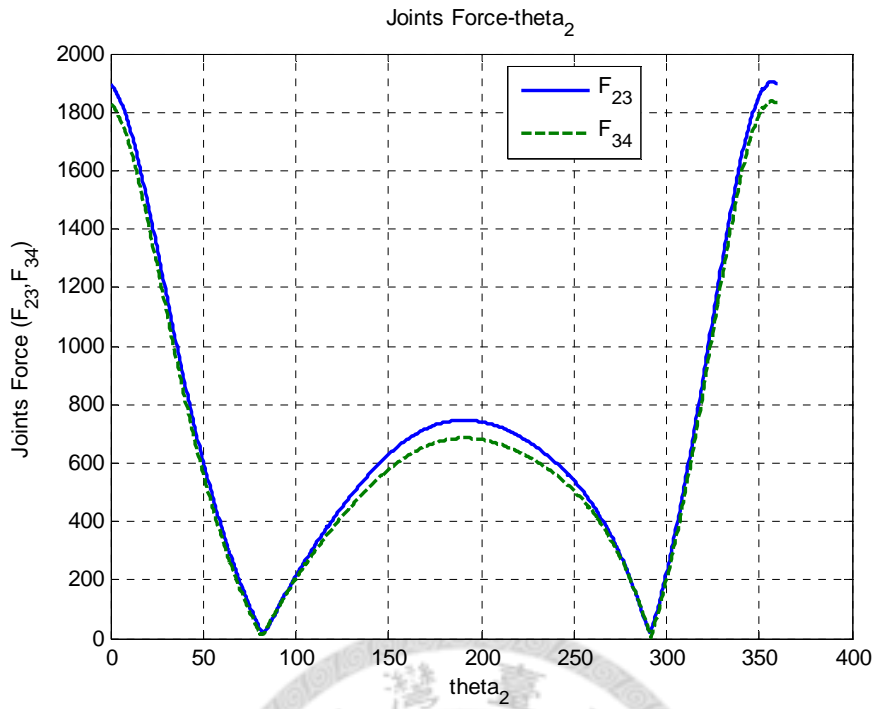


圖 5.21 結合雙系統配置與最佳化配重平衡之桿 3 軸承受力

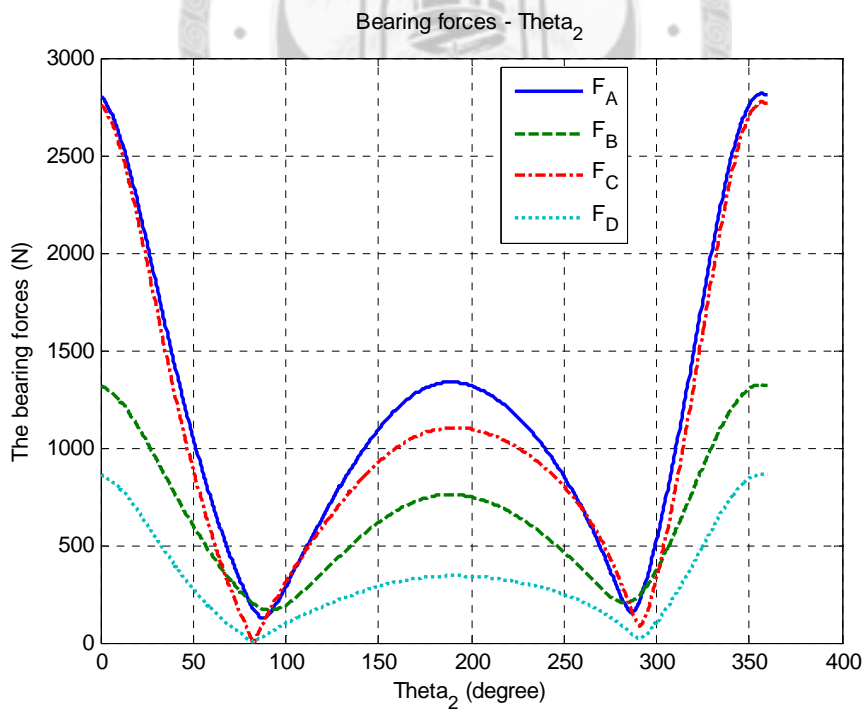


圖 5.22 結合雙系統配置與最佳化配重平衡之地桿軸承受力

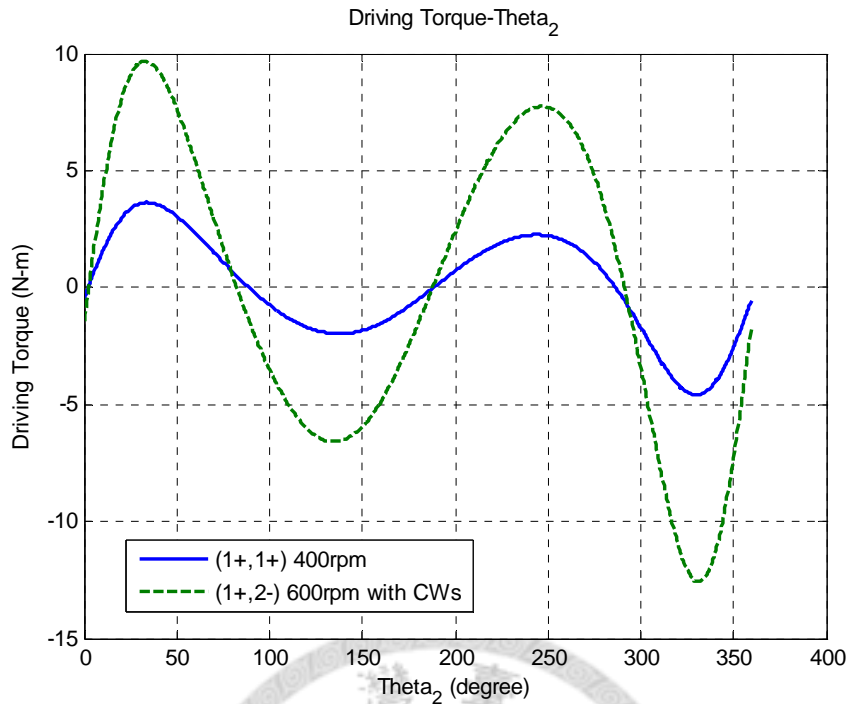


圖 5.23 比較原始設定(1+,1+)與提升轉速並平衡(1+,2-)之驅動扭矩

5.5 小結

本章對雙四連桿系統進行配置分析，討論不同雙系統配置以及不同相角差的搖撼力與搖撼力矩變化，並結合最佳化配重平衡法，達成進一步之動態平衡。結果整理如下：

1. 將同向配置之雙系統分為類別 A、反向配置之雙系統分為類別 B，由最大搖撼力、最大搖撼力矩與相角差之關係，可以判斷出使用類別 B 之雙系統配置有較佳的減振效果。
2. 相同配置方向下，不同運轉方向對於雙系統之最大搖撼力與最大搖撼力矩影響不大。
3. 以雙系統配置(1+,1+)與(1+,2-)為例，針對發生最大搖撼力或最大搖撼力矩之相角差，討論搖撼力或搖撼力矩與輸入桿角度的變化。結果顯示，相同輸入桿轉速下類別 B 之配置可以減少最大搖撼力約 3.7%、減少最大搖撼力矩約

41.9%。

4. 結合最佳化配重塊平衡法並提升轉速至 600rpm，其最大搖撼力與最大搖撼力矩均下降至原始系統之水準。而相較於單系統最佳化配重平衡的結果，由於搭配雙系統配置可以預先降低系統之搖撼力與搖撼力矩，得以使用較輕的配重塊達成平衡，進而減少系統運轉時產生之最大軸承受力以及所需之驅動扭矩。



第六章 結論與未來展望

6.1 結論

本研究針對應用於加工機台之四連桿曲柄搖桿機構，討論提升運轉速度對於系統之影響，並應用配重塊平衡法，比較不同目標函數下之最佳化設計變數對於系統動力特性之差異，最後結合雙系統配置抵消搖撼力與搖撼力矩的特性，在維持原始設定之搖撼力與搖撼力矩下，盡可能減少配重塊的質量。首先，以向量迴路法與 D'Alembert 原理建立 2.5D 四連桿機構之運動與動力數學模型，並針對系統於 z 方向上之軸承分布，推導機台座之軸承受力；接著，採用配重塊平衡法作為平衡手段，設定配重塊之質量以及相對於桿件之位置為設計變數，使用兩種目標函數來計算最佳化配重塊配置，並討論兩種最佳解對系統動力特性的影響；最後，以兩個四連桿系統並排構成一組雙系統，討論不同雙系統配置對於動態平衡的效果，並結合最佳化配重塊平衡法，評估雙系統配置對於減少配重塊質量的效果。

根據本研究之結果，結論可以整理歸納如下：

1. 本研究討論一組 2.5D 四連桿機構，建立其運動與動力模型，並計算與機台座相接之四個軸承力，發現靠近主要四連桿機構之軸承會有較大的軸承受力。
2. 為了方便應用於現有系統，採用配重塊平衡法作為系統動態平衡的手段，並使用 Matlab 內建之最佳化指令“fmincon”計算配重塊配置之最佳解。
3. 當目標函數設定為無因次化最大搖撼力與最大搖撼力矩之總和時，其最佳解主要降低搖撼力矩，而搖撼力的降幅有限，由此結果得知，將參數無因次化仍舊可能造成最佳解偏向目標函數中的特定項。
4. 設計目標函數為平衡後最大搖撼力、最大搖撼力矩與標準值之差的總和，再加上配重塊之質量總和，結果顯示最大搖撼力與最大搖撼力矩均下降至標準值，而配重塊總重也得以降低。

5. 本研究以減輕配重塊質量總和來降低系統軸承受力與驅動扭矩。雖然配重塊與各桿件轉軸間的距離亦會影響系統慣量，但動態分析結果顯示，降低配重塊質量可以有效減少系統軸承受力與驅動扭矩。
6. 應用複製機構平衡法之原理，設定一組雙四連桿系統。由雙系統中兩組機構配置方向同向與否可以將其分為兩個類別 A、B。將雙系統配置調整為類別 B 有助於降低最大搖撼力矩，但同時造成搖撼力矩第二峰值提高。
7. 結合雙系統配置與最佳化配重塊配置，雙系統的平衡特性可以預先降低搖撼力矩，使用較少的配重塊質量即可將系統最大搖撼力與最大搖撼力矩降低至標準值。

經由以上結論可知，本研究針對 2.5D 四連桿機構之動力模型進行分析，應用配重塊平衡法與複製機構平衡法，在修改最佳化配重塊配置之目標函數以及調整雙系統配置後，確實可在滿足特定動力特性下盡可能地減少配重塊質量，此結果對於現有連桿組系統之動態平衡的應用與發展上應有所助益。

6.2 未來展望

根據本研究之內容，將值得進一步研究與思考的部分逐項列出如下：

1. 建立暫態之動力模型，模擬四連桿機構從啟動加速至操作轉速，最後減速停止整個週期之暫態分析。
2. 應用可以求得全域最佳解之最佳化演算方法。
3. 將配重塊本身之轉動慣量加入設計變數中進行最佳化計算，可以討論不同形狀之配重塊對系統動力特性的影響。
4. 針對最佳化計算中最佳解可能偏向目標函數中特定項，建立分析方法計算各項之權重以期平均降低各項動力特性。
5. 拓展雙系統配置之複雜程度，例如分別調整兩組機構對地之傾角、設定不同

之操作轉速等，甚至增加一組系統中單元的數量來討論整個陣列的動力特性。

針對本研究延伸而出、尚待討論的部分進行研究，應可對於最佳化配重塊平衡法與多系統配置之發展有更完整的分析與成果。



參考文獻

- [1] Arakelian, V. H. and Smith, M. R., “Shaking force and shaking moment balancing of mechanisms: A historical review with new examples,” *Journal of Mechanical Design*, Vol.127, No. 2, pp. 334-339, 2005.
- [2] Hertrich, F. R., “How to balance high-speed mechanisms with minimum-inertia counterweights,” *Machine Design*, Vol. 35, No. 6, pp. 160-164, 1963.
- [3] Demeulenaere, B., Aertbelien, E., Verschuure, M., Swevers, J. and De Schutter, J., “Ultimate Limits for Counterweight Balancing of Crank-Rocker Four-Bar Linkages,” *ASME J. Mech. Des.*, Vol. 128, pp. 1272-1284, 2006.
- [4] Demeulenaere, B., Verschuure, M., Swevers, J. and De Schutter, J., “A general and numerically efficient framework to design sector-type and cylindrical counterweights for balancing of planar linkages,” *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, No. 1, pp. 011002.1-011002.10, 2010.
- [5] Chaudhary, H. and Saha, S. K., “Balancing of four-bar linkages using maximum recursive dynamic algorithm,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, No. 2, pp. 216-232, 2007.
- [6] Chaudhary, H. and Saha, S. K., “Balancing of shaking forces and shaking moments for planar mechanisms using the equimomental systems,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 43, No. 3, pp. 310-334, 2008.
- [7] 鄧巧梅，應用質量重置法於可調平面連桿組之最佳動態平衡，碩士論文，國立台灣大學機械工程學研究所，台北，2011。
- [8] Berkof, R. S., “Complete Force and Moment Balancing of Inline Four-Bar Linkages,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 8, pp. 397-410, 1973.
- [9] Guo, G., Morita, N. and Torii, T., “Optimum dynamic design of planar linkage

- using genetic algorithms,” *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, Vol. 43, No. 2, pp. 372-377, 2000.
- [10] Arakelian, V. and Makhsudyan, N., “Generalized Lanchester balancer,” *Mechanics Research Communications*, Vol. 37, pp. 647-649, 2010.
- [11] Arakelian, V. and Briot, S., “Simultaneous inertia force/moment balancing and torque compensation of slider-crank mechanisms,” *Mechanics Research Communications*, Vol. 37, pp. 265-269, 2010.
- [12] Arakelian, V. H., “Shaking moment cancellation of self-balanced slider-crank mechanical systems by means of optimum mass redistribution,” *Mechanics Research Communications*, Vol. 33, pp. 846-850, 2006.
- [13] Wijk, V., Herder, J. L., and Demeulenaere, B., “Comparison of Various Dynamic Balancing Principles Regarding Additional Mass and Additional Inertia,” *Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 1, pp. 041006.1-041006.9, 2009.
- [14] Berkof, R. S. and Lowen, G. G., “New method for completely force balancing simple linkages,” *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 91, No. 1, pp. 21-26, 1969.
- [15] Balasubramanian, S. and Bagci, C., “Design equations for the complete shaking force balancing of 6R 6-bar and 6-bar slider-crank mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 13, No. 6, pp. 659-674, 1978.
- [16] Arakelian, V. and Dahan, M., “Partial shaking moment balancing of fully force balanced linkages,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.36, No. 11-12, pp. 1241-1252, 2001.
- [17] Arakelian, V. H., Dahan, M. and Smith, M. R., “Complete shaking force and partial shaking moment balancing of planar four-bar linkages,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol.

215, No.1, pp. 31-34, 2001.

- [18] Esat, I. and Bahai, H., “A theory of complete force and moment balancing of planer linkage mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 34, No. 6, pp. 903-922, 1999.
- [19] Arakelian, V. H. and Smith, M. R., “Complete shaking force and shaking moment balancing of linkages,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 34, No. 8, pp. 1141-1153, 1999.
- [20] Rao, S. S. and Kaplan, R. L., “Optimal balancing of high-speed linkages using multiobjective programming techniques,” *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, No.4 , pp. 454-460, 1986.
- [21] Lee, T. W. and Cheng, C., “Optimum balancing of combined shaking force, shaking moment, and torque fluctuations in high-speed linkages,” *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.106, No. 2, pp. 242-251, 1984.
- [22] Norton, R. L., “Kinematics and Dynamics of Machinery,” First edition in SI units, McGraw-Hill, New York, 2009.
- [23] Conte, F. L., George, G. R., Mayne, R. W. and Sadler, J. P., “Optimum mechanism design combining kinematic and dynamic-force considerations,” *Transactions of ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 95, No. 2, pp. 662-670, 1975.

附錄 程式碼

(1) 最佳化主程式：Optimum_wei.m

```
clear all
tic
wei_0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0];
wei_ub=[5 5 5 0.1 0.1 0.1 2*pi 2*pi 2*pi];
wei_lb=[0 0 0 0 0 0 0 0 0];
options=optimset('Algorithm','interior-point','MaxFunEvals',100000);
% [wei OB]=fmincon(@ANALYSIS_wei,wei_0,[],[],[],wei_lb,wei_ub,[],options);
[wei OB]=fmincon(@ANALYSIS_Dual_wei,wei_0,[],[],[],wei_lb,wei_ub,[],options);
total_wei=wei(1)+wei(2)+wei(3);
time=toc;
```

(2) 最佳化子程式 (單系統)：ANALYSIS_wei.m

```
function objfun=ANALYSIS_wei(wei)
% clear all;
w_input=600; % rpm
%% Transform the parameters
% Original data
m_2_0=0.528;
m_3_0=0.93;
m_4a_0=0.596;
r_g2_0=0;
r_g3_0=0.113;
r_g4a_0=0.0181;
delta_g2_0=0;
delta_g3_0=0;
delta_g4a_0=0;
I_2_0=0.00033;
I_3_0=0.0047;
I_4a_0=0.00056;
% Transform
para(1)=m_2_0+wei(1);
para(2)=m_3_0+wei(2);
```

```

para(3)=m_4a_0+wei(3);
% ---
r_g2x=(m_2_0*r_g2_0*cos(delta_g2_0)+wei(1)*wei(4)*cos(wei(7)))/(m_2_0+wei(1));
r_g2y=(m_2_0*r_g2_0*sin(delta_g2_0)+wei(1)*wei(4)*sin(wei(7)))/(m_2_0+wei(1));
para(4)=sqrt(r_g2x^2+r_g2y^2);
% ---
r_g3x=(m_3_0*r_g3_0*cos(delta_g3_0)+wei(2)*wei(5)*cos(wei(8)))/(m_3_0+wei(2));
r_g3y=(m_3_0*r_g3_0*sin(delta_g3_0)+wei(2)*wei(5)*sin(wei(8)))/(m_3_0+wei(2));
para(5)=sqrt(r_g3x^2+r_g3y^2);
% ---
r_g4aax=(m_4a_0*r_g4a_0*cos(delta_g4a_0)+wei(3)*wei(6)*cos(wei(9)))/(m_4a_0+wei(3));
r_g4aay=(m_4a_0*r_g4a_0*sin(delta_g4a_0)+wei(3)*wei(6)*sin(wei(9)))/(m_4a_0+wei(3));
para(6)=sqrt(r_g4aax^2+r_g4aay^2);
% ---
if para(4)==0
    para(7)=0;
else
    if r_g2y>=0
        para(7)=acos(r_g2x/para(4));
    else
        para(7)=2*pi-acos(r_g2x/para(4));
    end
end
% ---
if r_g3y>=0
    para(8)=acos(r_g3x/para(5));
else
    para(8)=2*pi-acos(r_g3x/para(5));
end
% ---
if r_g4aay>=0
    para(9)=acos(r_g4aax/para(6));
else
    para(9)=2*pi-acos(r_g4aax/para(6));
end
% ---
s_2_0=(wei(1)/(wei(1)+m_2_0))*sqrt((r_g2_0*cos(delta_g2_0)-wei(4)*cos(para(7)))^2...
    -(r_g2_0*sin(delta_g2_0)-wei(4)*sin(para(7)))^2);

```



```

s_2_w=(m_2_0/(wei(1)+m_2_0))*sqrt((r_g2_0*cos(delta_g2_0)-wei(4)*cos(para(7)))^2...
    -(r_g2_0*sin(delta_g2_0)-wei(4)*sin(para(7)))^2);
para(10)=(I_2_0+m_2_0*s_2_0^2)+(wei(1)*s_2_w^2);
% ---
s_3_0=(wei(2)/(wei(2)+m_3_0))*sqrt((r_g3_0*cos(delta_g3_0)-wei(5)*cos(para(8)))^2...
    -(r_g3_0*sin(delta_g3_0)-wei(5)*sin(para(8)))^2);
s_3_w=(m_3_0/(wei(2)+m_3_0))*sqrt((r_g3_0*cos(delta_g3_0)-wei(5)*cos(para(8)))^2-...
    (r_g3_0*sin(delta_g3_0)-wei(5)*sin(para(8)))^2);
para(11)=(I_3_0+m_3_0*s_3_0^2)+(wei(2)*s_3_w^2);
% ---
s_4_0=(wei(3)/(wei(3)+m_4a_0))*sqrt((r_g4a_0*cos(delta_g4a_0)-wei(6)*cos(para(9)))^2-...
    (r_g4a_0*sin(delta_g4a_0)-wei(6)*sin(para(9)))^2);
s_4_w=(m_4a_0/(wei(3)+m_4a_0))*sqrt((r_g4a_0*cos(delta_g4a_0)-wei(6)*cos(para(9)))^2-...
    (r_g4a_0*sin(delta_g4a_0)-wei(6)*sin(para(9)))^2);
para(12)=(I_4a_0+m_4a_0*s_4_0^2)+(wei(3)*s_4_w^2);

%% Parameters-(m)-(kg)-(kg-m2) of 4-bar-linkage
% Mass
m_2=para(1); % Only L2
m_3=para(2);
m_4a=para(3);
m_4b=2.126;
m_4s=1.561;
m_2s=3.058;
m_2=m_2+m_2s; % Combine L2 & S2
m_4=m_4a+m_4b+m_4s;
% Length of linkage
r_1=sqrt(0.207^2+0.023^2);
r_2=0.017;
r_3=0.22562;
r_4=0.05;
% --- 3D parameters of centroid of rocker
r_g4bx=43.122/1000; % (m)
r_g4by=68.842/1000;
r_g4bz=67.934/1000;
delta_g4b=(-1)*((pi/2)-atan(r_g4by/r_g4bx));
% ---
% Length of centroid

```

```

r_g2=para(4);
r_g3=para(5);
r_g4a=para(6); % rocker
r_g4b=sqrt(r_g4bx^2+r_g4by^2); % tool
r_g4sx=0;
r_g4sy=0;
r_g2sx=0;
r_g2sy=0;
% --- To calculate r_g4
delta_g2=para(7);
delta_g3=para(8);
delta_g4a=para(9);
r_g4ax=r_g4a*sin(-delta_g4a);
r_g4ay=r_g4a*cos(-delta_g4a);
r_g4x=(m_4b*r_g4bx+m_4a*r_g4ax+m_4s*r_g4sx)/(m_4a+m_4b+m_4s);
r_g4y=(m_4b*r_g4by+m_4a*r_g4ay+m_4s*r_g4sy)/(m_4a+m_4b+m_4s);
r_g4=sqrt(r_g4x^2+r_g4y^2);

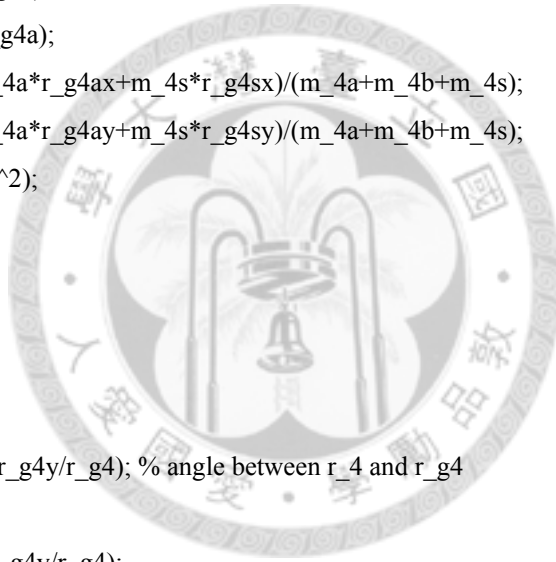
if r_g4==0
    delta_g4=0;
else
    if r_g4x>0
        delta_g4=-acos(r_g4y/r_g4); % angle between r_4 and r_g4
    else
        delta_g4=acos(r_g4y/r_g4);
    end
end

end

r_g2x=r_g2*sin(-delta_g2); % Only Linkage_2
r_g2y=r_g2*cos(-delta_g2);
r_g2x=(m_2*r_g2x+m_2s*r_g2sx)/(m_2+m_2s); % Combine L2 & S2
r_g2y=(m_2*r_g2y+m_2s*r_g2sy)/(m_2+m_2s);
r_g2=sqrt(r_g2x^2+r_g2y^2);

if r_g2==0
    delta_g2=0;
else
    if r_g2x>0

```



```

        delta_g2=-acos(r_g2y/r_g2); % angle between r_2 and r_g2
    else
        delta_g2=acos(r_g2y/r_g2);
    end
end

% ---
% Inertia
I_2=para(10); % Only Linkage_2
I_3=para(11);
I_4a=para(12);
I_4b=0.005;
I_4s=0.00035;
I_4=(I_4a+m_4a*((r_g4x-r_g4ax)^2+(r_g4y-r_g4ay)^2)+(I_4b+m_4b*((r_g4bx-r_g4x)^2+...
    (r_g4by-r_g4y)^2)+(I_4s+m_4s*((r_g4x-r_g4sx)^2+(r_g4y-r_g4sy)^2)); % parallel axis theorem
I_2s=0.005;
I_2=(I_2+para(1)*((r_g2x-para(4)*sin(-para(7)))^2+(r_g2y-para(4)*cos(-para(7)))^2))+...
    (I_2s+m_2s*((r_g2x-r_g2sx)^2+(r_g2y-r_g2sy)^2)); % Combine L2 & S2
% Position of bearings
L_a=0.0455;
L_b=0.057;
L_ab=0.106;
L_c=0.048;
L_cd=0.106;
L_4s_B=0.019624;
L_2s_C=0.01751;
% other parameters
theta_1=atan(-0.023/0.207); % rad
g=9.81; % m/s^2
w_2=w_input*2*pi/60; % rad/s
a_2=0;

%% Angle
theta_2=0:0.01:2*pi;
a=2*r_1*r_4*cos(theta_1)-2*r_2*r_4*cos(theta_2);
b=2*r_1*r_4*sin(theta_1)-2*r_2*r_4*sin(theta_2);
c=(r_1^2+r_2^2-r_3^2+r_4^2)-2*r_1*r_2*(cos(theta_1)*cos(theta_2)+sin(theta_1)*sin(theta_2));
theta_4=2*atan((b+sqrt(a.^2+b.^2-c.^2))./(a-c));

```

```

theta_3=asin((r_1/r_3)*sin(theta_1)+(-r_2/r_3)*sin(theta_2)+(r_4/r_3)*sin(theta_4));
% th_2=(theta_2*360)/(2*pi); % from radian to degree
% th_4=(theta_4*360)/(2*pi);
% th_3=(theta_3*360)/(2*pi);

%% Angular velocity
w_4=(r_2*w_2*sin(theta_2-theta_3))/(r_4*sin(theta_4-theta_3));
w_3=(r_4*w_4.*sin(theta_4)-r_2*w_2.*sin(theta_2))/(r_3*sin(theta_3)); % rad/s

%% Angular acceleration
a_3=(r_4*w_4.^2-r_3*w_3.^2.*cos(theta_3-theta_4)-r_2*w_2.^2.*cos(theta_2-theta_4)-r_2*a_2*sin(theta_2-theta_4))/(r_3*sin(theta_3-theta_4));
a_4=(r_2*a_2.*sin(theta_2)+r_2*w_2.^2.*cos(theta_2)+r_3*a_3.*sin(theta_3)+r_3*w_3.^2.*cos(theta_3)-r_4*w_4.^2.*cos(theta_4))/(r_4*sin(theta_4));

%% Force and Moment
i=ones(1,629);
o=zeros(1,629);
s_31=-r_g2*sin(theta_2+delta_g2);
s_32=r_g2*cos(theta_2+delta_g2);
s_33=-r_2*sin(theta_2)+r_g2*sin(theta_2+delta_g2);
s_34=r_2*cos(theta_2)-r_g2*cos(theta_2+delta_g2);
s_63=-r_g3*sin(theta_3+delta_g3);
s_64=r_g3*cos(theta_3+delta_g3);
s_65=-r_3*sin(theta_3)+r_g3*sin(theta_3+delta_g3);
s_66=r_3*cos(theta_3)-r_g3*cos(theta_3+delta_g3);
s_95=r_4*sin(theta_4)-r_g4*sin(theta_4+delta_g4);
s_96=-r_4*cos(theta_4)+r_g4*cos(theta_4+delta_g4);
s_97=-r_g4*sin(theta_4+delta_g4);
s_98=r_g4*cos(theta_4+delta_g4);

AU=[-i    o    i    o    o    o    o    o    o;
     o   -i    o    i    o    o    o    o    o;
     s_31 s_32 s_33 s_34 o    o    o    o  -i;
     o    o   -i    o    i    o    o    o    o;
     o    o    o   -i    o    i    o    o    o;
     o    o    s_63 s_64 s_65 s_66 o    o    o;
     o    o    o    o   -i    o   -i    o    o;

```

```

o o o o o -i o -i o;
o o o o s_95 s_96 s_97 s_98 o];

```

```

F_g2x=-m_2*r_g2*a_2*sin(theta_2+delta_g2)-m_2*r_g2*w_2^2*cos(theta_2+delta_g2);
F_g2y=-m_2*r_g2*w_2^2*sin(theta_2+delta_g2)+m_2*r_g2*a_2*cos(theta_2+delta_g2);
T_g2=0; % I_2*a_2;
F_g3x=-m_3*r_2*a_2*sin(theta_2)-m_3*r_g3*a_3.*sin(theta_3+delta_g3)-m_3*r_2*w_2.^2.*...
    cos(theta_2)-m_3*r_g3*w_3.^2.*cos(theta_3+delta_g3);
F_g3y=-m_3*r_2*w_2.^2.*sin(theta_2)+m_3*r_2*a_2*cos(theta_2)-m_3*r_g3*w_3.^2.*...
    sin(theta_3+delta_g3)+m_3*r_g3*a_3.*cos(theta_3+delta_g3);
T_g3=I_3*a_3;
F_g4x=-m_4*r_g4*a_4.*sin(theta_4+delta_g4)-m_4*r_g4*w_4.^2.*cos(theta_4+delta_g4);
F_g4y=-m_4*r_g4*w_4.^2.*sin(theta_4+delta_g4)+m_4*r_g4*a_4.*cos(theta_4+delta_g4);
T_g4=I_4*a_4;
BU=[-F_g2x;-F_g2y-m_2*g;-T_g2;-F_g3x;-F_g3y-m_3*g;-T_g3;-F_g4x;-F_g4y-m_4*g;-T_g4];
% 擷取資料，組成適當矩陣進行計算。
for n=1:629
A=AU(:,n:629:end);
B=BU(:,n);
X(:,n)=inv(A)*B;
end
% 擷取資料，組成適當矩陣。
F_12x=X(1,:);
F_12y=X(2,:);
F_23x=X(3,:);
F_23y=X(4,:);
F_34x=X(5,:);
F_34y=X(6,:);
F_14x=X(7,:);
F_14y=X(8,:);
T_D=X(9,:);

%% Bearing forces
% At link3
F_23=sqrt(F_23x.^2+F_23y.^2);
F_34=sqrt(F_34x.^2+F_34y.^2);

% At link4 in y-dir.

```

```

F_4b4sy=(-m_4b*g)+m_4b*r_g4b*(w_4.^2).*sin(theta_4+delta_g4b)+...
    (-m_4b*r_g4b*a_4.*cos(theta_4+delta_g4b));
F_4a4sy=-F_14y-F_4b4sy+m_4s*g;
F_Ay=(-F_4a4sy*(L_ab+L_a)+F_4b4sy*(L_b+r_g4bz)+m_4s*g*L_4s_B)/L_ab;
F_By=(F_4a4sy*L_a-F_4b4s y*(L_b+L_ab+r_g4bz)+m_4s*g*(L_ab-L_4s_B))/L_ab;
% At link4 in x-dir.
F_4b4s x=m_4b*r_g4b*(w_4.^2).*cos(theta_4+delta_g4b)+(m_4b*r_g4b*a_4.*sin(theta_4+delta_g4b));
F_4a4s x=-F_14x-F_4b4s x;
F_Ax=(-F_4a4sx*(L_ab+L_a)+F_4b4s x*(L_b+r_g4bz))/L_ab;
F_Bx=(F_4a4s x*L_a-F_4b4s x*(L_b+L_ab+r_g4bz))/L_ab;

% At link2 in y-dir.
F_22sx=-F_12x;
F_22sy=-F_12y+m_2s*g;
F_Cy=(-F_22sy*(L_c+L_cd)+m_2s*g*(L_cd+L_2s_C))/L_cd;
F_Dy=(F_22sy*L_c-m_2s*g*L_2s_C)/L_cd;
% At link2 in x-dir.
F_Cx=-F_22sx*(L_c+L_cd)/L_cd;
F_Dx=F_22sx*L_c/L_cd;

% Value of force
F_A=sqrt(F_Ax.^2+F_Ay.^2);
F_B=sqrt(F_Bx.^2+F_By.^2);
F_C=sqrt(F_Cx.^2+F_Cy.^2);
F_D=sqrt(F_Dx.^2+F_Dy.^2);

%% Shaking force and moment (2D)
SF_x=-F_12x-F_14x;
SF_y=-F_12y-F_14y;
SF_mag=sqrt(SF_x.^2+SF_y.^2);
SF_max=max(SF_mag); % 最大搖撼力
for n=1:629
    if SF_y(1,n)>=0
        SF_ang(1,n)=acos(SF_x(1,n)/SF_mag(1,n));
    else
        SF_ang(1,n)=2*pi-acos(SF_x(1,n)/SF_mag(1,n));
    end
end
end

```

```
SM=(-T_D)+r_1*cos(theta_1)*(-F_14y)-r_1*sin(theta_1)*(-F_14x);
```

```
% Shaking force and moment (3D) wrt center point on the input fly-wheel
```

```
SM_x=(-(-F_Ay))*(L_a)+(-(-F_By))*(L_a+L)+(-(-F_Cy))*(L_c)+(-(-F_Dy))*(L_c+L_d);
```

```
SM_y=(-F_Ax)*(L_a)+(-F_Bx)*(L_a+L)+(-F_Cx)*(L_c)+(-F_Dx)*(L_c+L_d);
```

```
SM_z=(-T_D)+r_1*cos(theta_1)*((-F_Ay)+(-F_By))-r_1*sin(theta_1)*((-F_Ax)+(-F_Bx));
```

```
SM_3d_mag=sqrt(SM_x.^2+SM_y.^2+SM_z.^2);
```

```
%% Non-dimensionalized data (400 rpm with the original settings)
```

```
f_n=0.528*0.017*(w_2^2); % m_2_0*r_2*(w_2^2)
```

```
t_n=0.528*(0.017^2)*(w_2^2); % m_2_0*(r_2^2)*(w_2^2)
```

```
%% Objective function
```

```
% objfun=max(SF_mag)/f_n+max(abs(SM_z))/t_n;
```

```
objfun=abs(max(SF_mag)-282)+abs(max(abs(SM_z))-68)+(wei(1)+wei(2)+wei(3));
```

(3) 最佳化子程式 (雙系統) : ANALYSIS_Dual_wei.m

```
function objfun=ANALYSIS_Dual_wei(wei)
```

```
% clear all;
```

```
w_input=600; % rpm
```

```
ddeg=1;
```

```
%% Transform the parameters
```

```
% Original data
```

```
m_2_0=0.528;
```

```
m_3_0=0.93;
```

```
m_4a_0=0.596;
```

```
r_g2_0=0;
```

```
r_g3_0=0.113;
```

```
r_g4a_0=0.0181;
```

```
delta_g2_0=0;
```

```
delta_g3_0=0;
```

```
delta_g4a_0=0;
```

```
I_2_0=0.00033;
```

```
I_3_0=0.0047;
```

```
I_4a_0=0.00056;
```

```
% Transform
```

```
para(1)=m_2_0+wei(1);
```

```

para(2)=m_3_0+wei(2);
para(3)=m_4a_0+wei(3);
% ---
r_g2x=(m_2_0*r_g2_0*cos(delta_g2_0)+wei(1)*wei(4)*cos(wei(7)))/(m_2_0+wei(1));
r_g2y=(m_2_0*r_g2_0*sin(delta_g2_0)+wei(1)*wei(4)*sin(wei(7)))/(m_2_0+wei(1));
para(4)=sqrt(r_g2x^2+r_g2y^2);
% ---
r_g3x=(m_3_0*r_g3_0*cos(delta_g3_0)+wei(2)*wei(5)*cos(wei(8)))/(m_3_0+wei(2));
r_g3y=(m_3_0*r_g3_0*sin(delta_g3_0)+wei(2)*wei(5)*sin(wei(8)))/(m_3_0+wei(2));
para(5)=sqrt(r_g3x^2+r_g3y^2);
% ---
r_g4aax=(m_4a_0*r_g4a_0*cos(delta_g4a_0)+wei(3)*wei(6)*cos(wei(9)))/(m_4a_0+wei(3));
r_g4aay=(m_4a_0*r_g4a_0*sin(delta_g4a_0)+wei(3)*wei(6)*sin(wei(9)))/(m_4a_0+wei(3));
para(6)=sqrt(r_g4aax^2+r_g4aay^2);
% ---
if para(4)==0
    para(7)=0;
else
    if r_g2y>=0
        para(7)=acos(r_g2x/para(4));
    else
        para(7)=2*pi-acos(r_g2x/para(4));
    end
end
% ---
if r_g3y>=0
    para(8)=acos(r_g3x/para(5));
else
    para(8)=2*pi-acos(r_g3x/para(5));
end
% ---
if r_g4aay>=0
    para(9)=acos(r_g4aax/para(6));
else
    para(9)=2*pi-acos(r_g4aax/para(6));
end
% ---
s_2_0=(wei(1)/(wei(1)+m_2_0))*sqrt((r_g2_0*cos(delta_g2_0)-wei(4)*cos(para(7)))^2-...

```



```

(r_g2_0*sin(delta_g2_0)-wei(4)*sin(para(7)))^2);
s_2_w=(m_2_0/(wei(1)+m_2_0))*sqrt((r_g2_0*cos(delta_g2_0)-wei(4)*cos(para(7)))^2...
-(r_g2_0*sin(delta_g2_0)-wei(4)*sin(para(7)))^2);
para(10)=(I_2_0+m_2_0*s_2_0^2)+(wei(1)*s_2_w^2);
% ---
s_3_0=(wei(2)/(wei(2)+m_3_0))*sqrt((r_g3_0*cos(delta_g3_0)-wei(5)*cos(para(8)))^2...
-(r_g3_0*sin(delta_g3_0)-wei(5)*sin(para(8)))^2);
s_3_w=(m_3_0/(wei(2)+m_3_0))*sqrt((r_g3_0*cos(delta_g3_0)-wei(5)*cos(para(8)))^2...
-(r_g3_0*sin(delta_g3_0)-wei(5)*sin(para(8)))^2);
para(11)=(I_3_0+m_3_0*s_3_0^2)+(wei(2)*s_3_w^2);
% ---
s_4_0=(wei(3)/(wei(3)+m_4a_0))*sqrt((r_g4a_0*cos(delta_g4a_0)-wei(6)*cos(para(9)))^2...
-(r_g4a_0*sin(delta_g4a_0)-wei(6)*sin(para(9)))^2);
s_4_w=(m_4a_0/(wei(3)+m_4a_0))*sqrt((r_g4a_0*cos(delta_g4a_0)-wei(6)*cos(para(9)))^2...
-(r_g4a_0*sin(delta_g4a_0)-wei(6)*sin(para(9)))^2);
para(12)=(I_4a_0+m_4a_0*s_4_0^2)+(wei(3)*s_4_w^2);

%% Parameters-(m)-(kg)-(kg-m2) of 4-bar-linkage
% Mass
m_2=para(1); % Only L2
m_3=para(2);
m_4a=para(3);
m_4b=2.126;
m_4s=1.561;
m_2s=3.058;
m_2=m_2+m_2s; % Combine L2 & S2
m_4=m_4a+m_4b+m_4s;
% Length of linkage
r_1=sqrt(0.207^2+0.023^2);
r_2=0.017;
r_3=0.22562;
r_4=0.05;
% --- 3D parameters of centroid of rocker
r_g4bx=43.122/1000; % (m)
r_g4by=68.842/1000;
r_g4bz=67.934/1000;
delta_g4b=(-1)*((pi/2)-atan(r_g4by/r_g4bx));
% ---

```

```

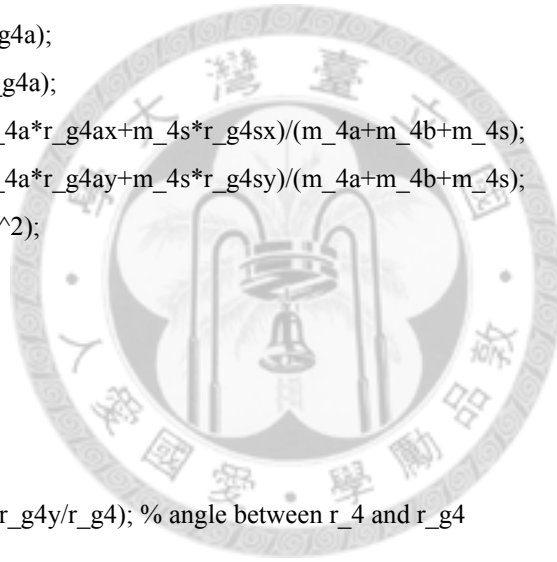
% Length of centroid
r_g2=para(4);
r_g3=para(5);
r_g4a=para(6); % rocker
r_g4b=sqrt(r_g4bx^2+r_g4by^2); % tool
r_g4sx=0;
r_g4sy=0;
r_g2sx=0;
r_g2sy=0;
% --- To calculate r_g4
delta_g2=para(7);
delta_g3=para(8);
delta_g4a=para(9);
r_g4ax=r_g4a*sin(-delta_g4a);
r_g4ay=r_g4a*cos(-delta_g4a);
r_g4x=(m_4b*r_g4bx+m_4a*r_g4ax+m_4s*r_g4sx)/(m_4a+m_4b+m_4s);
r_g4y=(m_4b*r_g4by+m_4a*r_g4ay+m_4s*r_g4sy)/(m_4a+m_4b+m_4s);
r_g4=sqrt(r_g4x^2+r_g4y^2);

if r_g4==0
    delta_g4=0;
else
    if r_g4x>0
        delta_g4=-acos(r_g4y/r_g4); % angle between r_4 and r_g4
    else
        delta_g4=acos(r_g4y/r_g4);
    end
end

r_g2x=r_g2*sin(-delta_g2); % Only Linkage_2
r_g2y=r_g2*cos(-delta_g2);
r_g2x=(m_2*r_g2x+m_2s*r_g2sx)/(m_2+m_2s); % Combine L2 & S2
r_g2y=(m_2*r_g2y+m_2s*r_g2sy)/(m_2+m_2s);
r_g2=sqrt(r_g2x^2+r_g2y^2);

if r_g2==0
    delta_g2=0;
else

```



```

if r_g2x>0
    delta_g2=-acos(r_g2y/r_g2); % angle between r_2 and r_g2
else
    delta_g2=acos(r_g2y/r_g2);
end
end

% ---
% Inertia
I_2=para(10); % Only Linkage_2
I_3=para(11);
I_4a=para(12);
I_4b=0.005;
I_4s=0.00035;
I_4=(I_4a+m_4a*((r_g4x-r_g4ax)^2+(r_g4y-r_g4ay)^2)+(I_4b+m_4b*((r_g4bx-r_g4x)^2+...
    (r_g4by-r_g4y)^2)+(I_4s+m_4s*((r_g4x-r_g4sx)^2+(r_g4y-r_g4sy)^2)); % parallel axis theorem
I_2s=0.005;
I_2=(I_2+para(1)*((r_g2x-para(4)*sin(-para(7)))^2+(r_g2y-para(4)*cos(-para(7)))^2))+...
    (I_2s+m_2s*((r_g2x-r_g2sx)^2+(r_g2y-r_g2sy)^2)); % Combine L2 & S2
% Position of bearings
L_a=0.0455;
L_b=0.057;
L_ab=0.106;
L_c=0.048;
L_cd=0.106;
L_4s_B=0.019624;
L_2s_C=0.01751;
% other parameters
theta_1=atan(-0.023/0.207); % rad
g=9.81; % m/s^2
w_2=w_input*2*pi/60; % rad/s
a_2=0;
deg=0:ddeg:360-ddeg;
dn=size(deg,2);
%% Different initial setting
for tt=1:4
    if tt==1
        deg=0:ddeg:360-ddeg;

```

```

elseif tt==2
    deg=360:-ddeg:ddeg;
elseif tt==3
    deg=[180:-ddeg:0 360-ddeg:-ddeg:180+ddeg];
else
    deg=[180:ddeg:360-ddeg 0:ddeg:180-ddeg];
end
%% Angle
theta_2=deg/180*pi;
a=2*r_1*r_4*cos(theta_1)-2*r_2*r_4*cos(theta_2);
b=2*r_1*r_4*sin(theta_1)-2*r_2*r_4*sin(theta_2);
c=(r_1^2+r_2^2-r_3^2+r_4^2)-2*r_1*r_2*(cos(theta_1)*cos(theta_2)+sin(theta_1)*sin(theta_2));
theta_4=2*atan((b+sqrt(a.^2+b.^2-c.^2))./(a-c));
theta_3=asin((r_1/r_3)*sin(theta_1)+(-r_2/r_3)*sin(theta_2)+(r_4/r_3)*sin(theta_4));
th_2=(theta_2*360)/(2*pi); % from radian to degree
th_4=(theta_4*360)/(2*pi);
th_3=(theta_3*360)/(2*pi);

%% Angular velocity
w_4=(r_2*w_2*sin(theta_2-theta_3))./(r_4*sin(theta_4-theta_3));
w_3=(r_4*w_4.*sin(theta_4)-r_2*w_2.*sin(theta_2))./(r_3*sin(theta_3)); % rad/s

%% Angular acceleration
a_3=(r_4*w_4.^2-r_3*w_3.^2.*cos(theta_3-theta_4)-r_2*w_2.^2.*cos(theta_2-theta_4)-r_2*a_2*sin(theta_2-theta_4))./(r_3*sin(theta_3-theta_4));
a_4=(r_2*a_2*sin(theta_2)+r_2*w_2.^2.*cos(theta_2)+r_3*a_3.*sin(theta_3)+...
    r_3*w_3.^2.*cos(theta_3)-r_4*w_4.^2.*cos(theta_4))./(r_4*sin(theta_4));

%% Force and Moment
i=ones(1,dn);
o=zeros(1,dn);
s_31=-r_g2*sin(theta_2+delta_g2);
s_32=r_g2*cos(theta_2+delta_g2);
s_33=-r_2*sin(theta_2)+r_g2*sin(theta_2+delta_g2);
s_34=r_2*cos(theta_2)-r_g2*cos(theta_2+delta_g2);
s_63=-r_g3*sin(theta_3+delta_g3);
s_64=r_g3*cos(theta_3+delta_g3);
s_65=-r_3*sin(theta_3)+r_g3*sin(theta_3+delta_g3);

```

```

s_66=r_3*cos(theta_3)-r_g3*cos(theta_3+delta_g3);
s_95=r_4*sin(theta_4)-r_g4*sin(theta_4+delta_g4);
s_96=-r_4*cos(theta_4)+r_g4*cos(theta_4+delta_g4);
s_97=-r_g4*sin(theta_4+delta_g4);
s_98=r_g4*cos(theta_4+delta_g4);

```

```

AU=[-i    o    i    o    o    o    o    o    o;
     o   -i    o    i    o    o    o    o    o;
     s_31 s_32 s_33 s_34 o    o    o    o  -i;
     o    o   -i    o    i    o    o    o    o;
     o    o    o   -i    o    i    o    o    o;
     o    o   s_63 s_64 s_65 s_66 o    o    o;
     o    o    o    o   -i    o   -i    o    o;
     o    o    o    o    o   -i    o   -i    o;
     o    o    o    o    s_95 s_96 s_97 s_98 o];

```

```

F_g2x=-m_2*r_g2*a_2*sin(theta_2+delta_g2)-m_2*r_g2*w_2^2*cos(theta_2+delta_g2);
F_g2y=-m_2*r_g2*w_2^2*sin(theta_2+delta_g2)+m_2*r_g2*a_2*cos(theta_2+delta_g2);
T_g2=o; % I_2*a_2;
F_g3x=-m_3*r_2*a_2*sin(theta_2)-m_3*r_g3*a_3.*sin(theta_3+delta_g3)-m_3*r_2*w_2.^2.*...
        cos(theta_2)-m_3*r_g3*w_3.^2.*cos(theta_3+delta_g3);
F_g3y=-m_3*r_2*w_2.^2.*sin(theta_2)+m_3*r_2*a_2*cos(theta_2)-m_3*r_g3*w_3.^2.*...
        sin(theta_3+delta_g3)+m_3*r_g3*a_3.*cos(theta_3+delta_g3);
T_g3=I_3*a_3;
F_g4x=-m_4*r_g4*a_4.*sin(theta_4+delta_g4)-m_4*r_g4*w_4.^2.*cos(theta_4+delta_g4);
F_g4y=-m_4*r_g4*w_4.^2.*sin(theta_4+delta_g4)+m_4*r_g4*a_4.*cos(theta_4+delta_g4);
T_g4=I_4*a_4;
BU=[-F_g2x;-F_g2y-m_2*g;-T_g2;-F_g3x;-F_g3y-m_3*g;-T_g3;-F_g4x;-F_g4y-m_4*g;-T_g4];
% 擷取資料，組成適當矩陣進行計算。
for n=1:dn
A=AU(:,n:dn:end);
B=BU(:,n);
X(:,n)=A\B;
end
% 擷取資料，組成適當矩陣。
F_12x=X(1,:);
F_12y=X(2,:);
F_23x=X(3,:);

```

```

F_23y=X(4,:);
F_34x=X(5,:);
F_34y=X(6,:);
F_14x=X(7,:);
F_14y=X(8,:);
T_D=X(9,:);

%% Bearing forces
F_12=sqrt(F_12x.^2+F_12y.^2);
F_14=sqrt(F_14x.^2+F_14y.^2);
% At link3
F_23=sqrt(F_23x.^2+F_23y.^2);
F_34=sqrt(F_34x.^2+F_34y.^2);

% At link4 in y-dir.
F_4b4sy=(-m_4b*g)+m_4b*r_g4b*(w_4.^2).*sin(theta_4+delta_g4b)+...
        (-m_4b*r_g4b*a_4.*cos(theta_4+delta_g4b));
F_4a4sy=-F_14y-F_4b4sy+m_4s*g;
F_Ay=(-F_4a4sy*(L_ab+L_a)+F_4b4sy*(L_b+r_g4bz)+m_4s*g*L_4s_B)/L_ab;
F_By=(F_4a4sy*L_a-F_4b4s_y*(L_b+L_ab+r_g4bz)+m_4s*g*(L_ab-L_4s_B))/L_ab;
% At link4 in x-dir.
F_4b4s_x=m_4b*r_g4b*(w_4.^2).*cos(theta_4+delta_g4b)+(m_4b*r_g4b*a_4.*sin(theta_4+delta_g4b));
F_4a4s_x=-F_14x-F_4b4s_x;
F_Ax=(-F_4a4s_x*(L_ab+L_a)+F_4b4s_x*(L_b+r_g4bz))/L_ab;
F_Bx=(F_4a4s_x*L_a-F_4b4s_x*(L_b+L_ab+r_g4bz))/L_ab;

% At link2 in y-dir.
F_22sx=-F_12x;
F_22sy=-F_12y+m_2s*g;
F_Cy=(-F_22sy*(L_c+L_cd)+m_2s*g*(L_cd+L_2s_C))/L_cd;
F_Dy=(F_22sy*L_c-m_2s*g*L_2s_C)/L_cd;
% At link2 in x-dir.
F_Cx=-F_22sx*(L_c+L_cd)/L_cd;
F_Dx=F_22sx*L_c/L_cd;

% Value of force
F_A=sqrt(F_Ax.^2+F_Ay.^2);
F_B=sqrt(F_Bx.^2+F_By.^2);

```

```
F_C=sqrt(F_Cx.^2+F_Cy.^2);
```

```
F_D=sqrt(F_Dx.^2+F_Dy.^2);
```

```
%% Shaking force and moment (2D)
```

```
SF_x=-F_12x-F_14x;
```

```
SF_y=-F_12y-F_14y;
```

```
SM=(-T_D)+r_1*cos(theta_1)*(-F_14y)-r_1*sin(theta_1)*(-F_14x);
```

```
%% Dual system (P= +, N= -)
```

```
if tt==1
```

```
    DS_1P=[SF_x;SF_y;SM];
```

```
elseif tt==2
```

```
    DS_1N=[SF_x;SF_y;SM];
```

```
elseif tt==3
```

```
    DS_2P=[-1*SF_x;SF_y;-1*SM];
```

```
else
```

```
    DS_2N=[-1*SF_x;SF_y;-1*SM];
```

```
end
```

```
end
```

```
% Shaking force & Shaking moment fo Dual system
```

```
% for pa=1:dn % (1+,1+)
```

```
%     if pa==1
```

```
%         SF_1P_1P(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+DS_1P(1,:)).^2+(DS_1P(2,:)+DS_1P(2,:)).^2);
```

```
%         SM_1P_1P(pa,:)=DS_1P(3,:)+DS_1P(3,:);
```

```
%     else
```

```
%         SF_1P_1P(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+[DS_1P(1,pa:dn) DS_1P(1,1:pa-1)].^2+...
```

```
%             (DS_1P(2,:)+[DS_1P(2,pa:dn) DS_1P(2,1:pa-1)].^2);
```

```
%         SM_1P_1P(pa,:)=DS_1P(3,:)+...
```

```
%             [DS_1P(3,pa:dn) DS_1P(3,1:pa-1)];
```

```
%     end
```

```
% end
```

```
% for pa=1:dn % (1+,1-)
```

```
%     if pa==1
```

```
%         SF_1P_1N(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+DS_1N(1,:)).^2+(DS_1P(2,:)+DS_1N(2,:)).^2);
```

```
%         SM_1P_1N(pa,:)=DS_1P(3,:)+DS_1N(3,:);
```

```
%     else
```

```
%         SF_1P_1N(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+[DS_1N(1,dn-pa+2:dn) DS_1N(1,1:dn-pa+1)].^2+...
```

```

%                                     (DS_1P(2,:)+[DS_1N(2,dn-pa+2:dn) DS_1N(2,1:dn-pa+1)].^2);
%     SM_1P_1N(pa,:)=DS_1P(3,:)+...
%                                     [DS_1N(3,dn-pa+2:dn) DS_1N(3,1:dn-pa+1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (1+,2+)
%     if pa==1
%         SF_1P_2P(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+DS_2P(1,:)).^2+(DS_1P(2,:)+DS_2P(2,:)).^2);
%         SM_1P_2P(pa,:)=DS_1P(3,:)+DS_2P(3,:);
%     else
%         SF_1P_2P(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+[DS_2P(1,pa:dn) DS_2P(1,1:pa-1)].^2+...
%                                 (DS_1P(2,:)+[DS_2P(2,pa:dn) DS_2P(2,1:pa-1)].^2));
%         SM_1P_2P(pa,:)=DS_1P(3,:)+...
%                                 [DS_2P(3,pa:dn) DS_2P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
for pa=1:dn % (1+,2-)
    if pa==1
        SF_1P_2N(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+DS_2N(1,:)).^2+(DS_1P(2,:)+DS_2N(2,:)).^2);
        SM_1P_2N(pa,:)=DS_1P(3,:)+DS_2N(3,:);
    else
        SF_1P_2N(pa,:)=sqrt((DS_1P(1,:)+[DS_2N(1,dn-pa+2:dn) DS_2N(1,1:dn-pa+1)].^2+...
                                (DS_1P(2,:)+[DS_2N(2,dn-pa+2:dn) DS_2N(2,1:dn-pa+1)].^2));
        SM_1P_2N(pa,:)=DS_1P(3,:)+...
                                [DS_2N(3,dn-pa+2:dn) DS_2N(3,1:dn-pa+1)];
    end
end
% for pa=1:dn % (1-,1+)
%     if pa==1
%         SF_1N_1P(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+DS_1P(1,:)).^2+(DS_1N(2,:)+DS_1P(2,:)).^2);
%         SM_1N_1P(pa,:)=DS_1N(3,:)+DS_1P(3,:);
%     else
%         SF_1N_1P(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+[DS_1P(1,pa:dn) DS_1P(1,1:pa-1)].^2+...
%                                 (DS_1N(2,:)+[DS_1P(2,pa:dn) DS_1P(2,1:pa-1)].^2));
%         SM_1N_1P(pa,:)=DS_1N(3,:)+...
%                                 [DS_1P(3,pa:dn) DS_1P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
% end

```

```

% for pa=1:dn % (1-,1-)
%     if pa==1
%         SF_1N_1N(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+DS_1N(1,:)).^2+(DS_1N(2,:)+DS_1N(2,:)).^2);
%         SM_1N_1N(pa,:)=DS_1N(3,:)+DS_1N(3,:);
%     else
%         SF_1N_1N(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+[DS_1N(1,dn-pa+2:dn) DS_1N(1,1:dn-pa+1)]).^2+...
%             (DS_1N(2,:)+[DS_1N(2,dn-pa+2:dn) DS_1N(2,1:dn-pa+1)]).^2);
%         SM_1N_1N(pa,:)=DS_1N(3,:)+...
%             [DS_1N(3,dn-pa+2:dn) DS_1N(3,1:dn-pa+1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (1-,2+)
%     if pa==1
%         SF_1N_2P(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+DS_2P(1,:)).^2+(DS_1N(2,:)+DS_2P(2,:)).^2);
%         SM_1N_2P(pa,:)=DS_1N(3,:)+DS_2P(3,:);
%     else
%         SF_1N_2P(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+[DS_2P(1,pa:dn) DS_2P(1,1:pa-1)]).^2+...
%             (DS_1N(2,:)+[DS_2P(2,pa:dn) DS_2P(2,1:pa-1)]).^2);
%         SM_1N_2P(pa,:)=DS_1N(3,:)+...
%             [DS_2P(3,pa:dn) DS_2P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (1-,2-)
%     if pa==1
%         SF_1N_2N(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+DS_2N(1,:)).^2+(DS_1N(2,:)+DS_2N(2,:)).^2);
%         SM_1N_2N(pa,:)=DS_1N(3,:)+DS_2N(3,:);
%     else
%         SF_1N_2N(pa,:)=sqrt((DS_1N(1,:)+[DS_2N(1,dn-pa+2:dn) DS_2N(1,1:dn-pa+1)]).^2+...
%             (DS_1N(2,:)+[DS_2N(2,dn-pa+2:dn) DS_2N(2,1:dn-pa+1)]).^2);
%         SM_1N_2N(pa,:)=DS_1N(3,:)+...
%             [DS_2N(3,dn-pa+2:dn) DS_2N(3,1:dn-pa+1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2+,1+)
%     if pa==1
%         SF_2P_1P(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+DS_1P(1,:)).^2+(DS_2P(2,:)+DS_1P(2,:)).^2);
%         SM_2P_1P(pa,:)=DS_2P(3,:)+DS_1P(3,:);
%     else

```

```

%         SF_2P_1P(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+[DS_1P(1,pa:dn) DS_1P(1,1:pa-1)].^2+...
%                               (DS_2P(2,:)+[DS_1P(2,pa:dn) DS_1P(2,1:pa-1)].^2);
%         SM_2P_1P(pa,:)=DS_2P(3,:)+...
%                               [DS_1P(3,pa:dn) DS_1P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2+,1-)
%     if pa==1
%         SF_2P_1N(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+DS_1N(1,:)).^2+(DS_2P(2,:)+DS_1N(2,:)).^2);
%         SM_2P_1N(pa,:)=DS_2P(3,:)+DS_1N(3,:);
%     else
%         SF_2P_1N(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+[DS_1N(1,dn-pa+2:dn) DS_1N(1,1:dn-pa+1)].^2+...
%                               (DS_2P(2,:)+[DS_1N(2,dn-pa+2:dn) DS_1N(2,1:dn-pa+1)].^2);
%         SM_2P_1N(pa,:)=DS_2P(3,:)+...
%                               [DS_1N(3,dn-pa+2:dn) DS_1N(3,1:dn-pa+1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2+,2+)
%     if pa==1
%         SF_2P_2P(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+DS_2P(1,:)).^2+(DS_2P(2,:)+DS_2P(2,:)).^2);
%         SM_2P_2P(pa,:)=DS_2P(3,:)+DS_2P(3,:);
%     else
%         SF_2P_2P(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+[DS_2P(1,pa:dn) DS_2P(1,1:pa-1)].^2+...
%                               (DS_2P(2,:)+[DS_2P(2,pa:dn) DS_2P(2,1:pa-1)].^2);
%         SM_2P_2P(pa,:)=DS_2P(3,:)+...
%                               [DS_2P(3,pa:dn) DS_2P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2+,2-)
%     if pa==1
%         SF_2P_2N(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+DS_2N(1,:)).^2+(DS_2P(2,:)+DS_2N(2,:)).^2);
%         SM_2P_2N(pa,:)=DS_2P(3,:)+DS_2N(3,:);
%     else
%         SF_2P_2N(pa,:)=sqrt((DS_2P(1,:)+[DS_2N(1,dn-pa+2:dn) DS_2N(1,1:dn-pa+1)].^2+...
%                               (DS_2P(2,:)+[DS_2N(2,dn-pa+2:dn) DS_2N(2,1:dn-pa+1)].^2);
%         SM_2P_2N(pa,:)=DS_2P(3,:)+...
%                               [DS_2N(3,dn-pa+2:dn) DS_2N(3,1:dn-pa+1)];
%     end

```

```

% end
% for pa=1:dn % (2-,1+)
%     if pa==1
%         SF_2N_1P(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+DS_1P(1,:)).^2+(DS_2N(2,:)+DS_1P(2,:)).^2);
%         SM_2N_1P(pa,:)=DS_2N(3,:)+DS_1P(3,:);
%     else
%         SF_2N_1P(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+[DS_1P(1,pa:dn) DS_1P(1,1:pa-1)]).^2+...
%             (DS_2N(2,:)+[DS_1P(2,pa:dn) DS_1P(2,1:pa-1)]).^2);
%         SM_2N_1P(pa,:)=DS_2N(3,:)+...
%             [DS_1P(3,pa:dn) DS_1P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2-,1-)
%     if pa==1
%         SF_2N_1N(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+DS_1N(1,:)).^2+(DS_2N(2,:)+DS_1N(2,:)).^2);
%         SM_2N_1N(pa,:)=DS_2N(3,:)+DS_1N(3,:);
%     else
%         SF_2N_1N(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+[DS_1N(1,dn-pa+2:dn) DS_1N(1,1:dn-pa+1)]).^2+...
%             (DS_2N(2,:)+[DS_1N(2,dn-pa+2:dn) DS_1N(2,1:dn-pa+1)]).^2);
%         SM_2N_1N(pa,:)=DS_2N(3,:)+...
%             [DS_1N(3,dn-pa+2:dn) DS_1N(3,1:dn-pa+1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2-,2+)
%     if pa==1
%         SF_2N_2P(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+DS_2P(1,:)).^2+(DS_2N(2,:)+DS_2P(2,:)).^2);
%         SM_2N_2P(pa,:)=DS_2N(3,:)+DS_2P(3,:);
%     else
%         SF_2N_2P(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+[DS_2P(1,pa:dn) DS_2P(1,1:pa-1)]).^2+...
%             (DS_2N(2,:)+[DS_2P(2,pa:dn) DS_2P(2,1:pa-1)]).^2);
%         SM_2N_2P(pa,:)=DS_2N(3,:)+...
%             [DS_2P(3,pa:dn) DS_2P(3,1:pa-1)];
%     end
% end
% for pa=1:dn % (2-,2-)
%     if pa==1
%         SF_2N_2N(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+DS_2N(1,:)).^2+(DS_2N(2,:)+DS_2N(2,:)).^2);
%         SM_2N_2N(pa,:)=DS_2N(3,:)+DS_2N(3,:);

```

```

%     else
%         SF_2N_2N(pa,:)=sqrt((DS_2N(1,:)+[DS_2N(1,dn-pa+2:dn) DS_2N(1,1:dn-pa+1)]).^2+...
%             (DS_2N(2,:)+[DS_2N(2,dn-pa+2:dn) DS_2N(2,1:dn-pa+1)]).^2);
%         SM_2N_2N(pa,:)=DS_2N(3,:)+...
%             [DS_2N(3,dn-pa+2:dn) DS_2N(3,1:dn-pa+1)];
%     end
% end

```

```

% DS(1,:)=SF_1P_1P;
% DS(2,:)=SF_1P_1N;
% DS(3,:)=SF_1P_2P;
% DS(4,:)=SF_1P_2N;
% DS(5,:)=SF_1N_1P;
% DS(6,:)=SF_1N_1N;
% DS(7,:)=SF_1N_2P;
% DS(8,:)=SF_1N_2N;
% DS(9,:)=SF_2P_1P;
% DS(10,:)=SF_2P_1N;
% DS(11,:)=SF_2P_2P;
% DS(12,:)=SF_2P_2N;
% DS(13,:)=SF_2N_1P;
% DS(14,:)=SF_2N_1N;
% DS(15,:)=SF_2N_2P;
% DS(16,:)=SF_2N_2N;
%
% DS(17,:)=SM_1P_1P;
% DS(18,:)=SM_1P_1N;
% DS(19,:)=SM_1P_2P;
% DS(20,:)=SM_1P_2N;
% DS(21,:)=SM_1N_1P;
% DS(22,:)=SM_1N_1N;
% DS(23,:)=SM_1N_2P;
% DS(24,:)=SM_1N_2N;
% DS(25,:)=SM_2P_1P;
% DS(26,:)=SM_2P_1N;
% DS(27,:)=SM_2P_2P;
% DS(28,:)=SM_2P_2N;
% DS(29,:)=SM_2N_1P;

```



```

% DS(30,,:)=SM_2N_1N;
% DS(31,,:)=SM_2N_2P;
% DS(32,,:)=SM_2N_2N;
%
% for x=1:16
%     for y=1:dn
%         SF_DS_max(x,y)=max(DS(x,y,:));
%     end
% end
%
% for x=17:32
%     for y=1:dn
%         SM_DS_max(x,y)=max(abs(DS(x,y,:)));
%     end
% end

for y=1:dn
    SF_1P_2N_max(y)=max(SF_1P_2N(y,:));
end
for y=1:dn
    SM_1P_2N_max(y)=max(abs(SM_1P_2N(y,:)));
end

%% Object functions
objfun=abs(max(SF_1P_2N_max)-566)+abs(max(SM_1P_2N_max)-136)+(wei(1)+wei(2)+wei(3));

```

