



國立臺灣大學生農學院生物環境系統工程學系

碩士論文

Department of Bioenvironmental Systems Engineering

College of Bioresources and Agriculture

National Taiwan University

master thesis

應用同折射率材料與粒子追蹤測速技術探討非破碎駐  
波水流型態對淺瀨棲地之影響

Investigating the effect of unbroken standing waves on riffles  
using RIM materials and PIV

吳世正

Shih-Cheng Wu

指導教授：吳富春

Advisor : Fu-Chun Wu

中華民國 一〇二年七月

July, 2013





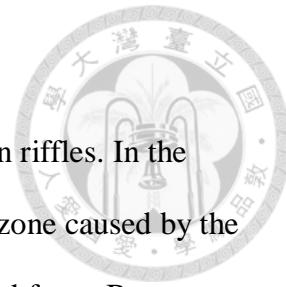
## 中文摘要

本文的研究目的在於探討非「破碎型駐波水流型態 (unbroken standing wave)」對淺瀨棲地的影響。前輩學者研究河川底下礫石中的流場時，一般假設推動礫石間河川與地下水間交互作用的壓力差是來自水流通過不平整的河川底床地形或形貌所造成的壓力差。不過，因為無法直接測量底床內的流場，所以過去的研究主要是利用觀測液體濃度變化的方式，來推論自由液面流與孔隙介質間交換流量，間接驗證壓力差來源。

有別於過往的推論，筆者在可利用水流型態 (flow type) 進行河川棲地分類的脈絡下，提出另一種假設：淺瀨區域的表面波(非破碎型駐波)為震盪型水躍(undular hydraulic jump)，此震盪型水躍會在底床表面產生壓力變化，可作為自由液面與孔隙間液體交換的驅力。為驗證此假設，以能夠直接測量液體在孔隙間的流場的「同折射率材料」與「粒子追蹤測速技術」作為實驗方法，並透過時間平均的 Navier-Stokes 方程計算近床區的壓力變化，最後再以線性管流網絡模式解釋壓力變化對孔隙介質流的影響。

透過實驗，可發現震盪型水躍底下存在穩定的液體交換結構，再以 Navier-Stokes 方程進行流場分析，顯示液體會在高壓區進入孔隙介質，並在低壓區回到自由液面流。管流網絡模式亦說明分析所得的壓力分布，足以產生液體交換結構，驗證了先前的假設。這個假設的成立，顯示以非破碎型駐波作為淺瀨的分類方法具有物理意義。

關鍵字：非破碎型駐波、淺瀨、震盪型水躍、粒子追蹤測速、同折射率材料



## Abstracts

This study investigates the effect of unbroken standing waves on riffles. In the previous studies, the researchers believe that exchange of hyporheic zone caused by the pressure difference because of different fluvial morphological and bed form. Because they can't measure the fluid velocity field inside sediment bed directly, they use concentration change to study the exchange flow rate between surface flow and porous medium flow.

Newson & Newson (2000) believe the biotopes can be classified according to the flow types on the surface of river. We suppose unbroken standing wave on riffles are undular hydraulic jump and a pressure variation under the waves is drivers of fluid exchange between surface flow and porous medium flow. In order to prove this thought, we use Refractive Index Matching (RIM) materials and Particle Tracking Velocimetry (PTV) technique to set up a experiment to measure the velocity field in porous medium under undular hydraulic jump.

According to our research, we find out there are a stable downwelling fluxes upwelling fluxes on porous medium surface. We calculate the pressure distribution on porous medium surface by using time-average Navier-Stokes eqns. and find out up and down welling fluxes are corresponding to low and high pressure zone. The velocity field in porous medium also can be simulated by our Pipe Flow Network Analysis model.

Keywords : unbroken standing wave、riffle、undular hydraulic jump、Particle Tracking Velocimetry(PTV)、Refractive Index Matching(RIM) materials

# 目 錄



中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
目錄.....	iii
圖目錄.....	iv
表目錄.....	vii
符號表.....	viii
<b>第一章 前言 .....</b>	<b>1-1</b>
1.1 研究動機 .....	1-1
1.2 背景介紹 .....	1-2
1.3 文獻回顧 .....	1-4
1.4 論文架構 .....	1-9
<b>第二章 研究方法.....</b>	<b>2-1</b>
2.1 實驗材料 .....	2-1
2.2 實驗設置 .....	2-3
2.3 實驗步驟 .....	2-10
2.4 實驗項目 .....	2-12
2.5 粒子追蹤測速 .....	2-13
2.5.1 粒子追蹤測速原理 .....	2-13
2.5.2 自由液面流速量測驗證 .....	2-21
2.5.3 孔隙間流速測量驗證 .....	2-25
<b>第三章 結果與討論 .....</b>	<b>3-1</b>
3.1 自由液面流各組流場之測量結果 .....	3-4
3.2 孔隙間流場 .....	3-11
3.3 壓力推估 .....	3-20
3.4 管流網絡模式 .....	3-40
3.5 對於棲地復育應用之啟示 .....	3-53
<b>第四章 結論與建議 .....</b>	<b>4-1</b>
4.1 結論 .....	4-1
4.2 建議 .....	4-3
<b>參考文獻 .....</b>	<b>5-1</b>



## 圖目錄

圖 1-1 桶後調查區域圖.....	1-1
圖 1-2 桶後調查區段位置 (google map) .....	1-2
圖 1-3 桶後調查區域圖(局部) .....	1-2
圖 1-4 調查區內水面與底床高程變化.....	1-3
圖 1-5 桶後溪調查區段水面波.....	1-6
圖 1-6 不同類型的水躍示意圖 (White, 1998) .....	1-8
圖 2-1 同折射率材質示範.....	2-1
圖 2-2 循環水槽示意圖.....	2-3
圖 2-3 顆粒排列規則.....	2-4
圖 2-4 輔助波浪板.....	2-4
圖 2-5 第二層壓克力球排列狀態.....	2-5
圖 2-6 流量計與尾水板.....	2-6
圖 2-7 可旋轉升降的四軸.....	2-6
圖 2-8 高功率雷射.....	2-7
圖 2-9 掃描裝置與光纖.....	2-7
圖 2-10 掃描範圍示意圖.....	2-8
圖 2-11 掃描影像與 y 座標匹配方法示意圖.....	2-9
圖 2-12 高速攝影機.....	2-9
圖 2-13 實驗變數圖.....	2-12
圖 2-14 率定示意圖.....	2-13
圖 2-15 旋轉與平移後的空間座標.....	2-14
圖 2-16 率定示範圖.....	2-15
圖 2-17 亮點捕捉示意圖.....	2-15
圖 2-18 Path-Tracking 說明圖 (陳彥呈, 2008) .....	2-17
圖 2-19a) 以 Exp01 , y=5/16D 切面為例，顯示孔隙間流場細部流場圖：舉例範圍.....	2-19
圖 2-19b) 以 Exp01 , y=5/16D 切面為例，顯示孔隙間流場細部流場圖：細部流場.....	2-19
圖 2-19c) 以 $1\text{mm} \times 1\text{mm}$ 格網所算出的 x 方向流速 u.....	2-20
圖 2-19d) 將流場格網調整成 $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ .....	2-20
圖 2-19e) 將 xy 切頁格網從 $1\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ 調整成 $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ .....	2-21
圖 2-20 LDA 測量原理 (Dantec Dynamics, Inc 提供) .....	2-22
圖 2-21 自由液面驗證實驗設置圖.....	2-22
圖 2-22 Flow Explorer LDA system (Dantec Dynamics, Inc 提供) .....	2-23
圖 2-23 粒子追蹤測速法與 LDA 測量值.....	2-23
圖 2-24 LDA 與粒子追蹤測速法所測到的原始資料.....	2-24

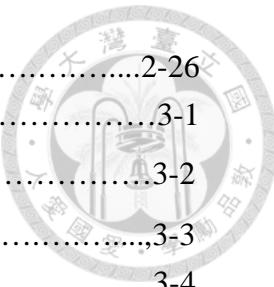
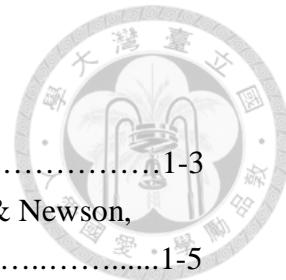


圖 2-25 孔隙間流速測量驗證圖.....	2-26
圖 3-1 空間座標說明圖.....	3-1
圖 3-2 全域合成速度流場圖 (Exp01) .....	3-2
圖 3-3 長時間曝光圖 (Exp01) .....	3-3
圖 3-4 Exp01 之切面.....	3-4
圖 3-5 Exp01 各切面之合成速度.....	3-4
圖 3-6 Exp02 之切面.....	3-6
圖 3-7 Exp02 各切面之合成速度.....	3-6
圖 3-8 Exp03 之切面.....	3-8
圖 3-9 Exp03 各切面之合成速度.....	3-8
圖 3-10 Lennon & Hill(2006)所觀測到的水躍結構.....	3-10
圖 3-11 Exp01 孔隙間不同 xz 切頁 x 方向的流速 (以向下游為正) .....	3-11
圖 3-12 Exp01 孔隙間不同 xz 切頁 z 方向的流速 (以向上為正) .....	3-12
圖 3-13 Exp01 孔隙間不同 yz 切頁 x 方向的流速 (以向下游為正) .....	3-13
圖 3-14 Exp01 孔隙間不同 xy 切頁 z 方向的流速 (以向上為正) .....	3-14
圖 3-15 空間週期平均法.....	3-15
圖 3-16 Exp01 空間週期平均流場.....	3-16
圖 3-17 Exp02 空間週期平均流場.....	3-17
圖 3-18 Exp03 空間週期平均流場.....	3-18
圖 3-19 傅立葉轉換圖.....	3-23
圖 3-20 變數 $\bar{u}, \bar{w}$ 之分布 (Exp01) .....	3-25
圖 3-21 $P_{convx}, P_{convy}, P_{gx}, P_{vis}$ 之分布 (Exp01) .....	3-26
圖 3-22 $\bar{u}'\bar{u}', \bar{u}'\bar{w}'$ 空間分布 (Exp01) .....	3-28
圖 3-23 中 $\bar{u}'\bar{u}'$ 與 $P_{Rex}$ 沿 x 方向之變化圖 (Exp01) .....	3-28
圖 3-24 $\bar{u}'\bar{w}'$ 沿 x 方向之變化圖 (Exp01) .....	3-29
圖 3-25 震盪型水躍波峰下 Reynolds Stress ( $-\bar{\rho}\bar{u}'\bar{w}'$ ) 之分布 (Lennon & Hill, 2006) 。	3-30
圖 3-26 總壓力與水利頭分布 (Exp01) .....	3-31
圖 3-27 波形與對照位置 (上：Exp02，下：Exp03) .....	3-32
圖 3-28 變數 $\bar{u}, \bar{w}$ 之分布 (上：Exp02，下：Exp03) .....	3-33
圖 3-29 $P_{convx}, P_{convy}, P_{gx}, P_{vis}$ 之分布 (上：Exp02，下：Exp03) .....	3-34
圖 3-30 $\bar{u}'\bar{u}', \bar{u}'\bar{w}'$ 結構空間分布 (上兩張：Exp02，下兩張： Exp03) .....	3-35
圖 3-31 $\bar{u}'\bar{u}'$ 與 $P_{Rex}$ 沿 x 方向之變化圖 (上：Exp02，下：Exp03) .....	3-36
圖 3-32 $\bar{u}'\bar{w}'$ 沿 x 方向之變化圖 (上：Exp02，下：Exp03) .....	3-37
圖 3-33 總壓力與水利水頭分布 (上：Exp02，下：Exp03) .....	3-38
圖 3-34 左 管路類型 (A) .....	3-39



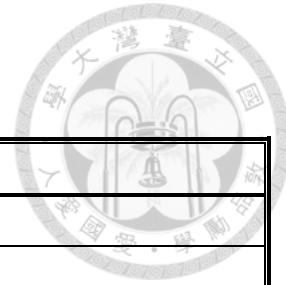
圖 3-34 下 孔隙間上游往下游視圖.....	3-41
圖 3-35 左 管路類型 (B) .....	3-41
圖 3-35 下 上方俯視顆粒圖.....	3-41
圖 3-36 不同斷面中的管流網絡示意圖(一).....	3-43
圖 3-37 不同斷面中的管流網絡示意圖(二).....	3-44
圖 3-38 完整的二維網絡圖.....	3-44
圖 3-39 兩種管流類型流量的計算方法.....	3-45
圖 3-40 管流模式說明圖.....	3-45
圖 3-41 節點與管路標號.....	3-47
圖 3-42 Exp01 實驗所測流量與管流脈絡模式計算出的結果.....	3-48
圖 3-43 Exp02 實驗所測流量與管流脈絡模式計算出的結果.....	3-49
圖 3-44 Exp03 實驗所測流量與管流脈絡模式計算出的結果.....	3-50
圖 3-45 Williams & Hynes (1974) 測量顆粒間溶氧隨深度變化圖 .....	3-53
圖 3-46 各層注入流量計算方法示意圖 (以 Exp01 為例) .....	3-54
圖 3-47 三組實驗注入流量與深度之關係圖.....	3-54
圖 3-48 無因次表層注入流量與無因次壓力變化關係圖.....	3-56



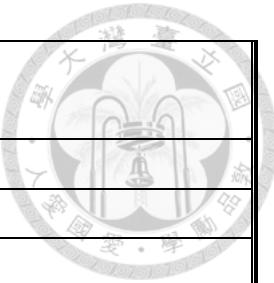
## 表目錄

表 1-1 調查區段高程流速與福祿數表.....	1-3
表 1-2 以表面波類型作為棲地型態分類依據對應表 (Newson & Newson, 2000) .....	1-5
表 1-3 水躍類別分類表 (U.S. Bureau of Reclamation, 1995) .....	1-7
表 2-1 同折射率液體與固體性質 (陳彥呈, 2008) .....	2-1
表 2-2 實驗的變數表.....	2-12
表 3-1 各實驗情況所選取的 M 值.....	3-24
表 3-2 實驗參數與流體在表層注入流量.....	3-56

## 符號表



符號	定義
c	成像中，垂直方向座標。
d	反光顆粒的位移量。
r	成像中橫方向座標。
u	x 方向的流速。
$u_{Darcy}$	達西流速。
w	z 方向的流速。
x	順渠道方向，以水躍前水深最淺處為 0。
y	跨渠寬方向，以渠道中央為 0。
z	水深方向，以底床顆粒頂點為 0。
A	空間率定的旋轉矩陣。
Ar	管流網絡模式中，聯立方程式的係數矩陣。
Aw	管流網絡模式中，管路的通水面積。
B	空間率定的平移矩陣。
C	管流網絡模式中，聯立方程式的常數項矩陣。
D	底床顆粒直徑。
Fr	入流福祿數 $= \frac{U}{\sqrt{gZ_0}}$
H	水利水頭，為壓力加上高程。
K	管流網絡模式中，管路的阻抗。
L	管流網絡模式中，管路的濕週長。
M	傅立葉選用的近似階數。
P	壓力。
$P_{conv}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中傳導項對壓力的貢獻項，其中又可分成兩小項 $P_{convx}, P_{convy}$ 。
$P_{convx}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中傳導項對壓力貢獻的兩項之一。
$P_{convy}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中傳導項對壓力貢獻的兩項之一。
$P_{gx}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中重力對壓力的貢獻項。
$P_{vis}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中黏滯力對壓力的貢獻項
$P_{Rex}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中雷諾應力對壓力貢獻的兩項之一。
$P_{Rey}$	時間平均 Navier-Stokes 方程式中雷諾應力對壓力貢獻的兩項之一。
Q	管流網絡模式中，管路中的流量。
$Q_0$	實驗變數流量。
$Q_{in}$	通過表層進入孔隙間的流量。
$Re_p$	孔隙間的雷諾數。



T	顆粒間 z 方向週期長度， $T = \frac{\sqrt{2}}{2} D$ 。
U	水躍前入流水深平均流速。
V	合成速度。
$\vec{X}$	反光顆粒的空間座標。
$Z_0$	水躍前水深最淺處水深。
$Z_1$	水躍後水第一波峰處水深。
$\delta$	Path-Tracking 中，預測座標與實際座標間的偏差量。
$\lambda$	波長：水躍前水深最淺處水深到水躍後第一個波谷的距離。
$\mu$	液體黏滯係數。
$\rho$	液體密度。
( $)'$	紊流跳動。 $u = \bar{u} + u'$ 。
$\overline{()$	時間平均。
$\widetilde{()$	空間差異值， $\bar{u} = \langle \bar{u} \rangle + \tilde{u}$ 。



## 第一章 前言

### 1.1 研究動機

2009 年，筆者首次隨同吳富春老師的研究團隊至桶後溪，進行野外河川生態調查，認識到此溪屬水源保護區，棲地環境較少受到人為破壞，所測之研究變數主要為自然影響。調查的區段為一深潭淺瀨變化段，其照片為圖 1-1。



圖 1-1 桶後調查區域圖，其中左側為上游。

在調查過程中，我們使用底棲性昆蟲作為環境生態指標，而底棲性昆蟲大多棲息於河床底下礫石的背面。經過實際採樣，發現底棲性昆蟲在此區段中，分布十分不均，大幅度地集中在淺瀨區段。對於這樣的分布，筆者假設存在著某種因素，本研究將試著回答這個問題。



## 1.2 背景介紹

為了對底棲性昆蟲的分布現象有更深的了解，筆者首先對此區域做了一些參數的調查。該區域位於桶後林間道 10km 處，位於從台北市出發往烏來方向更深入的地方。地理位置如圖 1-2 所示。

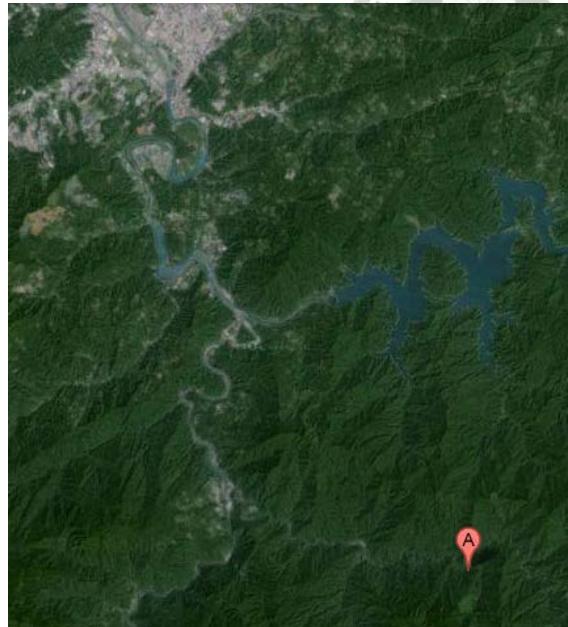


圖 1-2 桶後調查區段位置 (google map)

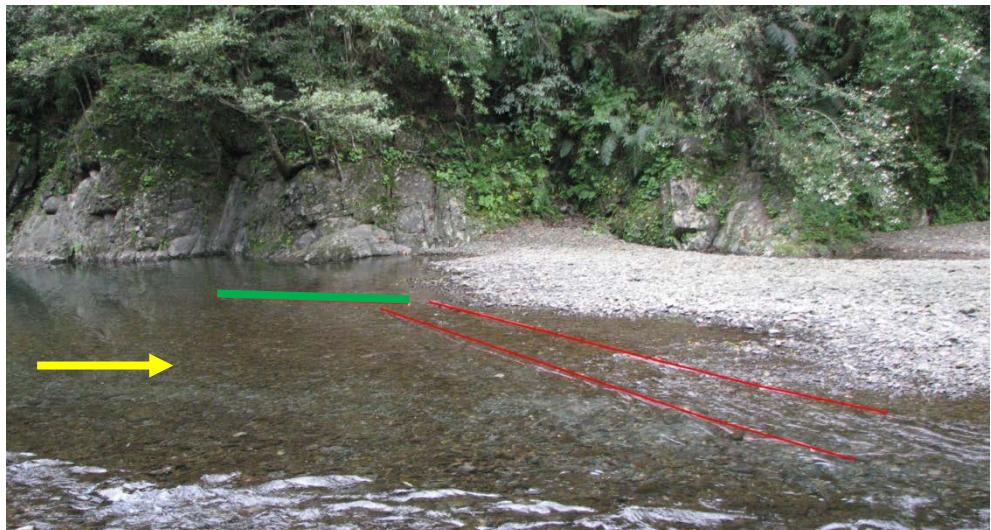


圖 1-3 桶後調查區域圖(局部)，其中左側為上游。

圖 1-3 為生態調查區域之局部圖，雙紅線與綠線相接處為礫石底床的高點，向下游為淺瀨，向上游綠線則為走向深潭。雙紅線間的範圍是此調查區域中底棲性昆蟲分布最為密集的地方，所採集到的生物以石蠅、浮游、石蠶蛾幼蟲等台灣常見的底棲性昆蟲為主，此雙紅線間礫石底床僅在床面以下數公分內存在較大的孔隙率，再更深處礫石間的孔隙被細粒徑之顆粒填滿。為了進一步了解影響此分布的原因，本研究調查以礫石床面的高點的底床面作為原點，分別向上游沿著



綠線測 2 點、向下游沿著兩條紅線中間測 8 點，每兩點間隔 2 公尺，調查沿線上礫石底床高程、礫石底床下被細粒徑填滿之高程、水深、流速等參數。水面高程與礫石床面高程是利用將水準儀測量，細粒徑高程為在同點將礫石翻開將水準儀置於細粒徑床面上進行測量；測量結果如下表：

表 1-1 調查區段高程流速與福祿數表

	測量點1	測量點2	測量點3	測量點4	測量點5	測量點6	測量點7	測量點8	測量點9	測量點10	測量點11
距離原點之距離[cm]	-400	-200	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
水面相對高程[cm]	8.10	8.60	6.85	7.20	1.55	7.25	-0.85	-0.60	-3.25	-7.90	-8.40
礫石面相對高程[cm]	43.90	-21.10	0.00	4.40	-10.55	-7.45	-11.85	-18.95	-36.30	-53.70	-54.20
細粒徑相對高程[cm]	-52.70	-28.90	-9.35	-10.20	-18.30	-15.75	-17.20	-26.10	-42.60	-55.75	-54.20
水深[cm]	52.00	29.70	6.85	11.60	12.10	14.70	11.00	18.35	33.05	45.80	45.80
流速[m/s]	0.23	0.34	0.14	0.43	0.49	0.49	0.69	0.29	0.50	0.89	1.08
福祿數	0.10	0.20	0.25	0.38	0.44	0.40	0.86	0.35	0.32	0.46	0.51

其高程變化繪圖顯示於圖 1-4。從圖中可以看出，水深在此變化由深至淺再變深，在兩個深水區間存在一礫石砂丘，且此砂丘未被細粒徑填滿透水性較高的厚度僅佔整體砂丘表面之一層。

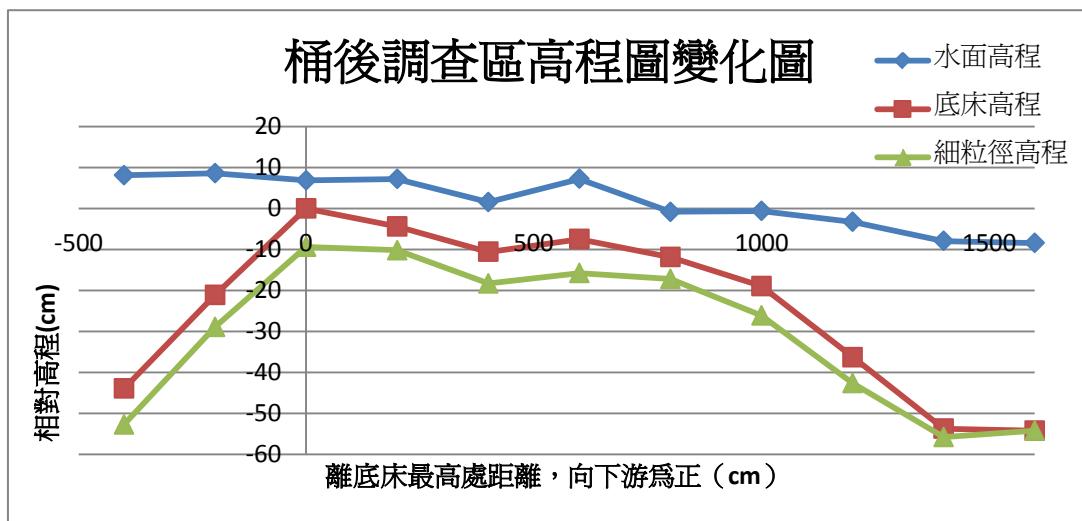


圖 1-4 調查區內水面與底床高程變化。



### 1.3 文獻回顧

從圖 1-4 中可以看出，在礫石床面數公分以下，孔隙就會被細粒徑填滿。Omesová & Helešic (2007) 的研究也指出顆粒間的孔隙率會在 10-20 公分內急速下降，且底棲性昆蟲大多聚集於底床 0-20 公分內。

關於礫石河床之礫石間液體的流動，亦已有廣泛地研究。Elliott & Brooks(1997a)、Elliott & Brooks(1997b) 分別以實驗驗證與理論分析，解釋在二維的情況下若底床存在一三角形的砂丘，則砂丘內的液體將受到砂丘兩側壓力差而存在一穿透砂丘的流場。Tonina & Buffington (2007) 在實驗室中建立三維的深潭-淺賴-深潭形貌變化並測量全區段底床的壓力分布，認為不同形貌間的壓力分布，將引導礫石間的流向。以上研究說明了壓力變化的空間週期與地形變化週期相同，然而實地進行野外調查後，卻發現礫石孔隙間孔隙率較高、導水性較好的範圍，僅在表層 10 公分以內，遠小於地形的尺度 20 公尺。因此，欲藉著砂丘兩側的壓力差，穿透一充滿細粒徑塞滿孔隙的砂丘，可能只能驅動相當微小的流量。

另一方面，Newson & Newson (2000)，提出一套新的分類方法（表 1-2），他認為河川水面用肉眼可見的表面波，可用以形容不同的物理環境；亦即一棲地的物理環境，會受不同流況的水流影響，這些流況也會在水面造成差異。在各項定義中，此研究認為水面波非破碎型駐波 (unbroken standing wave) 的存在可以用來定義淺灘成為一種物理環境。Qian et al (2008) 則建立一套模式將表面波與孔隙介質流作連結：該研究利用勢能流理論說明表面波的存在會在底床造成非均勻的壓力分布，並使用線性控制方程式計算出此非均勻的壓力分布對孔隙介質流的流場，認為表面波的存在足以對孔隙間的生物造成影響。

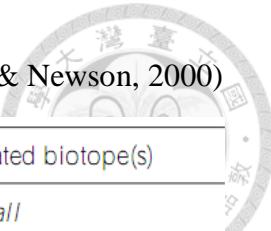


表 1-2 以表面波類型作為棲地型態分類依據對應表。(Newson & Newson, 2000)

Flow type	Description	Associated biotope(s)
<i>Free fall</i>	Water falls vertically and without obstruction from a distinct feature, generally more than 1 m high and often across the full channel width	<i>Waterfall</i>
<i>Chute</i>	Fast, smooth boundary turbulent flow over boulders or bedrock. Flow is in contact with the substrate, and exhibits upstream convergence and downstream divergence	<i>Spill</i> – chute flow over areas of exposed bedrock. <i>Cascade</i> – chute flow over individual boulders
<i>Broken standing waves</i>	White-water 'tumbling' waves with the crest facing in an upstream direction. Associated with 'surging' flow	<i>Cascade</i> – at the downstream side of the boulder flow diverges or 'breaks' <i>Rapid</i>
<i>Unbroken standing waves</i>	Undular standing waves in which the crest faces upstream without 'breaking'	<i>Riffle</i>
<i>Rippled</i>	Surface turbulence does not produce waves, but symmetrical ripples which move in a general downstream direction	<i>Run</i>
<i>Upwelling</i>	Secondary flow cells visible at the water surface by vertical 'boils' or circular horizontal eddies	<i>Boil</i>
<i>Smooth boundary turbulent</i>	Flow in which relative roughness is sufficiently low that very little surface turbulence occurs. Very small turbulent flows cells are visible, reflections are distorted and surface 'foam' moves in a downstream direction. A stick placed vertically into the flow creates an upstream facing 'V'	<i>Glide</i>
<i>Scarcely perceptible flow</i>	Surface foam appears to be stationary and reflections are not distorted. A stick placed on the water's surface will remain still	<i>Pool</i> – occupies the full channel width. <i>Marginal deadwater</i> – does not occupy the full channel width

此外，Reidand & Thoms (2008)的研究指出，底棲性昆蟲在表面波非破碎型駐波的範圍內，其數量與多樣性相較於其他表面波的類型都有較好的表現；換言之，非破碎型駐波的存在，對底棲性昆蟲的棲地可能存在一影響。若此影響存在，則其壓力分布空間週期尺度將與表面波波長的相同，能對底床造成比較直接的影響。而在桶後溪的調查段，水面亦滿足非破碎型駐波定義，如圖 1-5。



圖 1-5 桶後溪調查區段水面波。影像以時間平均去除水面跳動，顯示水面確實存在不隨時間移動的波形。

Newson & Newson 在文章中並無明確說明非破碎型駐波如何形成，透過實地的野外觀察，發現在淺灘段形成水面波的原因有以下幾種：

- a. 亞臨界流跨過底床突起的礫石後，水深稍微變淺，隨後即回到亞臨界流，在表面形成震盪。
- b. 亞臨界流跨過底床突起的礫石後，水深變淺，流況變成超臨界流隨後產生水躍，在表面形成震盪。
- c. 水流在底床遇到局部坡度較大的區域，流況變成超臨界流隨後產生水躍，在表面形成震盪。
- d. 從上游來的主流，衝擊礫石砂洲，水深變化在水面產生波浪。
- e. 在靠岸區，液體漫過礫石，形成以礫石長度為波長的波。

其中 d.e 不符合文獻中之定義：the crest faces upstream。在本研究中，將非破碎型駐波視為條件 b. 通過一障礙物之後，釋放出位能進而產生水躍。

U.S. Bureau of Reclamation (1995) 將水躍依據入流之福祿數進行分類，整理如表 1-3。在所有的水躍分類中，發現其中震盪型水躍 (undular jump) 的描述與圖



形跟桶後溪所看到的水面波最為接近（沒有捲氣結構、不會造成水花）亦跟非破碎型駐波的定義相吻合。筆者認為在淺瀨河段大部分的區域都為亞臨界流，僅在通過突出礫石後或是通過底床局部坡度較大處，因跌水而得到能量才能在局部成為超臨界流，隨後又發生震盪型水躍，流體會再回到亞臨界流的狀態。在這種情況下，因為流體僅在局部的小範圍內維持在超臨界流狀態，以流速計難以在現地測量超臨界流的流況。另一方面，因為跌水得到的能量仍然有限，震盪型水躍入流的福祿數在 1 至 1.7 之間，在所有水躍條件中最容易達成，是淺瀨段最可能發生的水躍類型。因此在本研究中，將障礙物引導的震盪型水躍視為非破碎型駐波，探討其對孔隙介質流的影響。

表 1-3 水躍類別分類表。(U.S. Bureau of Reclamation, 1995)

名稱	入流 福祿數	水深變化比 $y_2/y_1$	特徵
無水躍發生	<1	1	理論上不會發生水躍
震盪型水躍 ( undular jump )	1-1.7	1-2	水深隨距離產生震盪但不隨時間變化。水躍前後水深略增加。如圖 1-6a
弱水躍 ( weak jump )	1.7-2.5	2-3.1	水深穩定增加並出現捲氣結構 (roller)。如圖 1-6b
擺盪型水躍 ( oscillating jump )	2.5-4.5	3.1-5.9	不穩定流況，為一過渡態，會產生向下游傳遞的波動。如圖 1-6c
穩定水躍 ( steady jump )	4.5-9	5.9-12	穩定的流況，不易發生擾動震盪。如圖 1-6d
強水躍 ( strong jump )	>9	>12	發生在入流非常強勁的情況。水面波濤洶湧。。如圖 1-6e

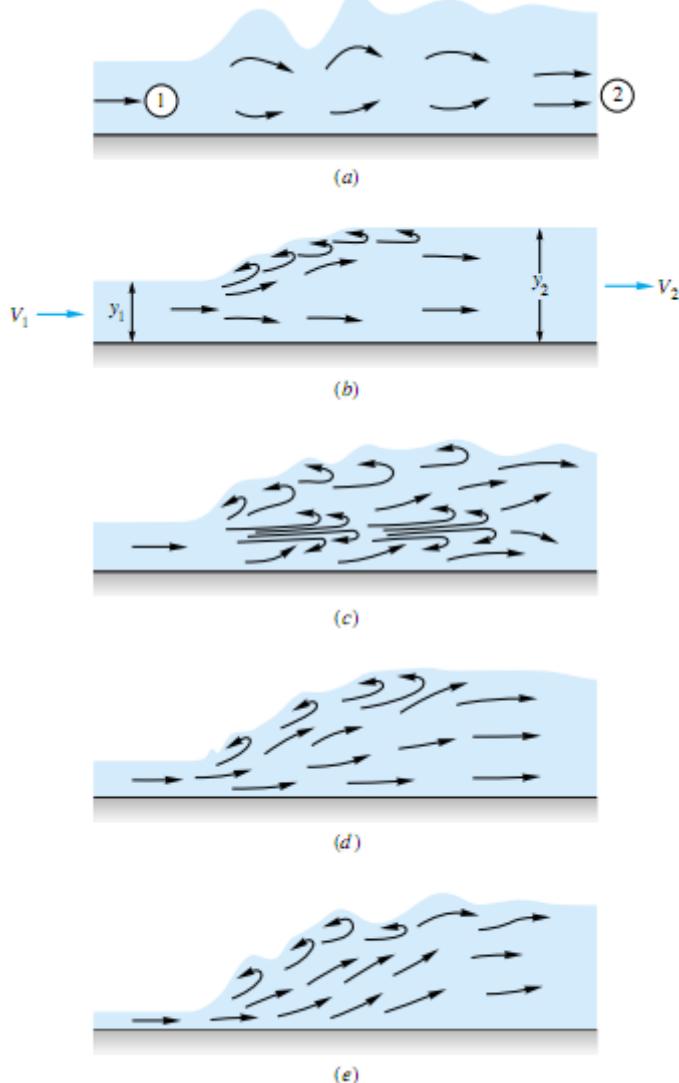


圖 1-6 不同類型的水躍示意圖。(White, 1998)

至於在測量技術方面，以同折射率與粒子影像分析的方法測量孔隙間流場的方式頗為成熟，如 Huang et al. (2009) 的實驗便已有效利用粒子追蹤測速法 (Particle Tracking Velocimetry , PTV) 搭配自動化程式計算顆粒間的流場。本研究即是以此為基礎，試圖透過實驗營造非破碎型駐波的流場，並同時觀測其對孔隙間流場的影響。



## 1.4 論文架構

根據前述文獻，筆者推測非破碎型駐波對底棲性昆蟲的棲地應有顯著的影響；本研究之目的即在了解非破碎型駐波如何對棲地有影響，以及有什麼樣的影響？以下為本文的論述架構：

首先在第一章表述研究之動機，呈現野外調查的數據，並且說明為何對前人「以地形造成的壓力差，作為礫石河床孔隙間流場的主要驅動力」在調查區段的適用性感到質疑，另外提出「以表面波作為驅動力」的可能性。

接著在第二章中，陳述實驗的設計，營造出可同時觀測孔隙介質流與自由液面流的震盪型水躍，也詳細介紹實驗設備、步驟以及用來分析流場的方法。並以不同方法，進行同樣的測量，用以驗證本實驗中所用的測量方法的準確性，

第三章則依序介紹三組實驗中所觀測到的自由液面流與孔隙介質流，並提出自由液面流是驅動孔隙介質流的動力的假設。利用自由液面流已知的流場數據，計算近床區的壓力分布。再以本研究中的孔隙結構，建立線性的管流脈絡模式，驗證壓力分布對底床的影響。最後對第三章所發現的結果，與河川棲地做連結。

最後，將於第四章總結全文，呈現本實驗之結論，並對後續的相關研究提出一些建議。



## 第二章 研究方法

在本研究中，將非破碎型駐波視為通過一障礙物之後，釋放出位能進而產生震盪型水躍。實驗中將營造此流況並觀測其自由液面流與孔隙間的流場。

### 2.1 實驗材料

孔隙間的流場是本研究觀測的重點之一；為了要能在不干擾流場的情況下測量孔隙間的流場，故本實驗採用同折射率材質並搭配粒子追蹤測速法的方法。首先，在材質的選擇上使用 Haam et al. (2000) 所提出的固體壓克力搭配液體對異丙基甲苯（Para-Cymeme）。其性質如下表：

表 2-1 同折射率液體與固體性質。（陳彥呈，2008）

性質/材料	對異丙基甲苯	壓克力
比重	0.855	1.19
黏滯力[pa s]	0.001023	n.a.
折射率	1.489	1.49

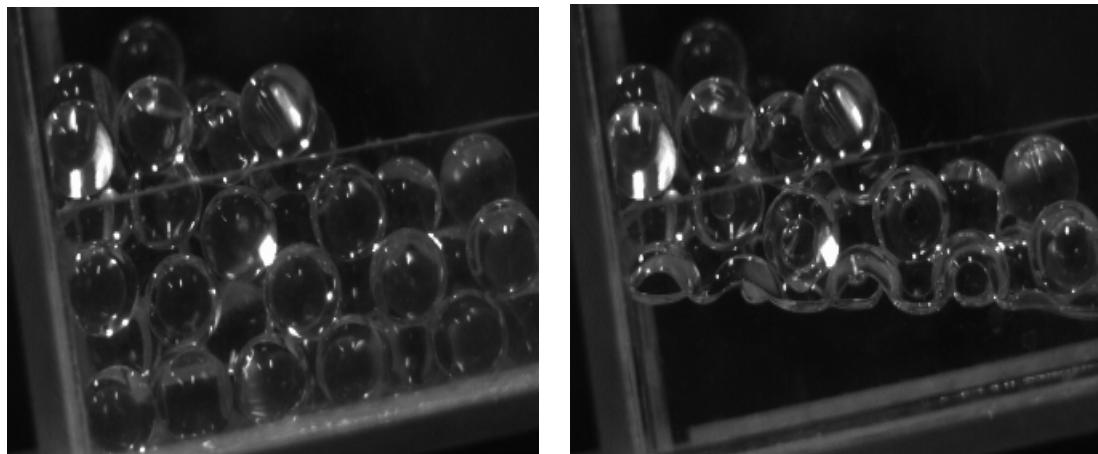


圖 2-1 同折射率材質示範。將液體倒入壓克力的孔隙間之後，因液體與壓克力同折射率不折射不反射，故看不到液體中的壓克力球。



其中對異丙基甲苯與壓克力，在溫度約 17°C 時，折射率最為接近，因此在實驗前會先將液體冰鎮，以達到最好的效果。而為了追蹤液體流速，本實驗在液體中添加 50μm 的反光顆粒於液體中。在一般情況下，反光顆粒能持續懸浮於液體中，跟隨液體移動，並反射雷射光。藉由觀測反光顆粒可用以測流液體之流速。



## 2.2 實驗設置

### (1) 水槽與顆粒

為了滿足同折射率材質搭配粒子追蹤測速法的測量方法，此實驗將從水槽底部打雷射切頁，以激發反光顆粒；在雷射光打到流體中反光顆粒，並反光至 CCD 的路徑上，都必須滿足同折射率的條件。為達目的，建造一循環且方便從底部打光、抗對異丙基甲苯侵蝕之壓克力水槽是首要任務。接著在水槽中放入壓克力球，作為可透水性的底床，並在壓克力球面上放置一圓柱障礙物，此圓柱障礙物與渠道同寬，讓流體通過時產生跌水，用以營造一個二維的震盪型水躍。

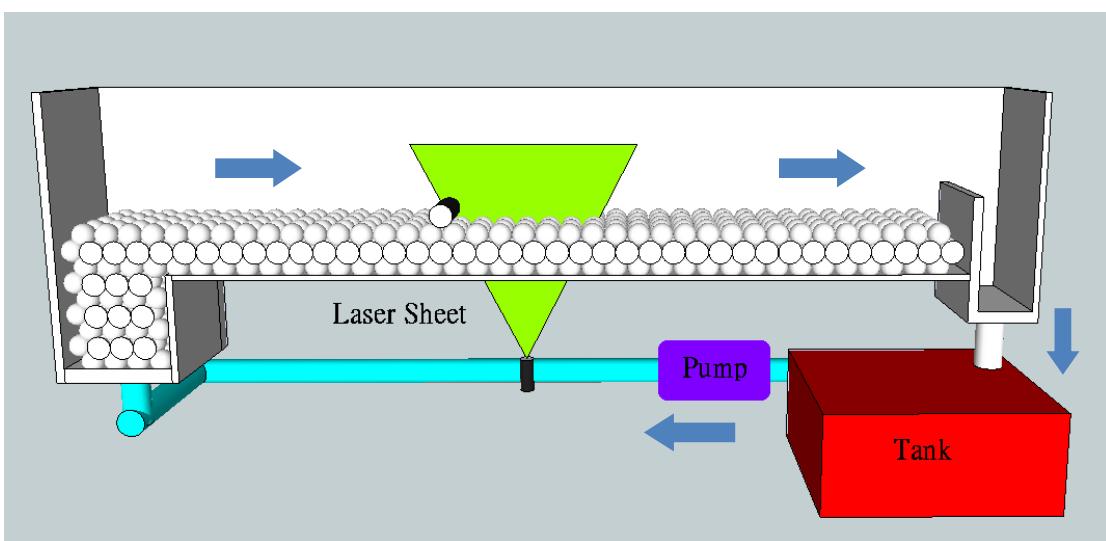


圖 2-2 循環水槽示意圖

渠道詳細的尺寸如下：渠道寬為 8 公分，鋪設底床長 110 公分，其中觀察段為 20 公分，在觀察段上游有 50 公分發展段讓入流穩定。觀察段下游距離尾水版 40 公分降低下游邊界影響。

在粒徑尺寸的選擇上，為避免壓克力球太小以致自由液面流驅動的孔隙不明顯，以及因壓克力球太大造成斷面方向週期太少，故選用直徑 16mm 的透明壓克力球。另外，為了方便觀察孔隙間的流場，並且讓每次實驗具有可重複性，於是採用規則排列的方式。其排列規則如圖 2-3，每層顆粒間緊密接觸，次層再放置於上一層的凹處，為面心最密堆積，孔隙率約為 26%。在研究區段中，孔隙間未被



細顆粒填滿的深度約為 2-3 倍礫石厚度，所以本實驗壓克力球共鋪設三層，與研究區段相似。

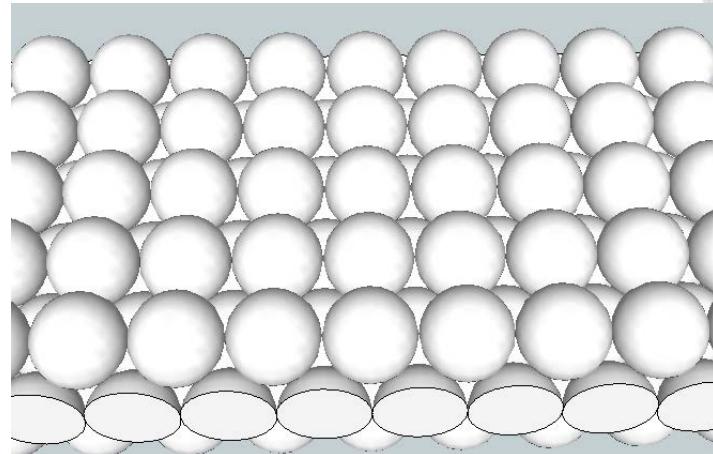


圖 2-3 顆粒排列規則

為了在不違反影響同折射率的限制下，將顆粒整齊排列在底床上，使用同樣是壓克力的材質的波浪版如圖 2-4。製作方法為將厚兩公分的壓克力板，以水刀機切出波浪狀，再利用氬氧焰將水刀切割造成霧狀外圍燒至平滑。

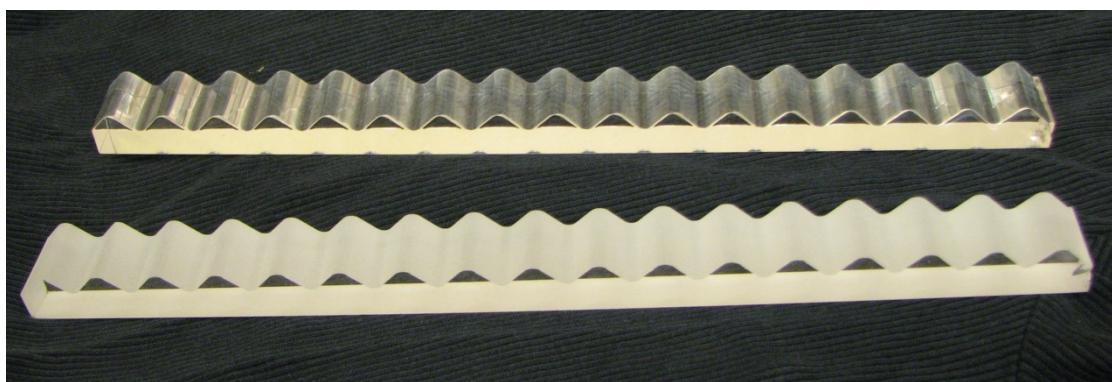


圖 2-4 輔助波浪板。下條是水刀切割的半成品，上條將其再以氬氧焰燒至平滑。

實際顆粒排列狀態如圖 2-5，圖中透明顆粒為觀測區，綠色顆粒為發展區。在第二層靠牆處，使用直徑 15mm 的壓克力半球，以避免邊界效應影響過大（區域孔隙率太大，將形成孔隙流的主要通道）。

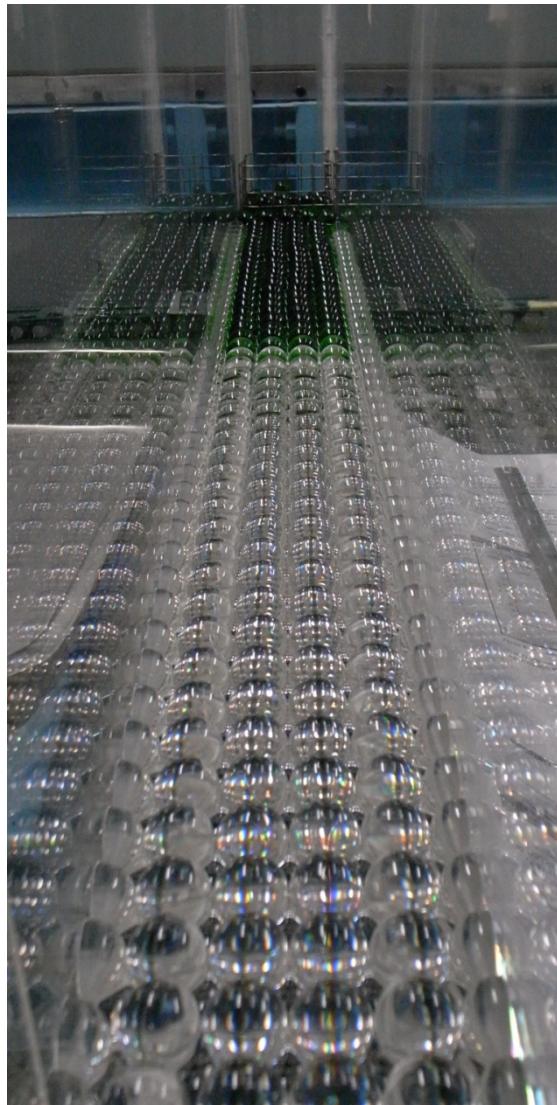


圖 2-5 第二層壓克力球排列狀態，由下游往上游看。下方為下游，上方為上游。

再者，循環水槽的馬達強度可藉由控制面板控制其輸出功率，據此調整流量，其最大流量可達 90L/min 以上（流量以流量計測量）。渠道末端有一活動尾水板，有調整水位的作用。流量計與尾水板如圖 2-6。另外，渠道可透過調整底部四個支撐軸，改變渠調坡度與維持平穩。本實驗的坡度固定在 3%，此數值並不超出野外淺賴段坡度的變化範圍，在實驗中也比較容易營造想要的流況。

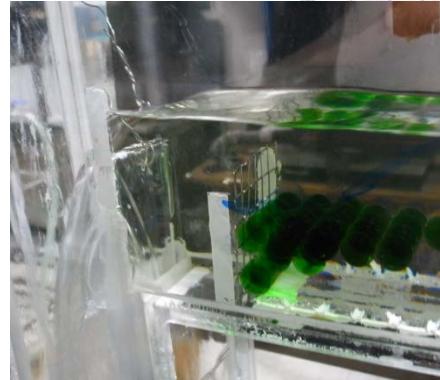
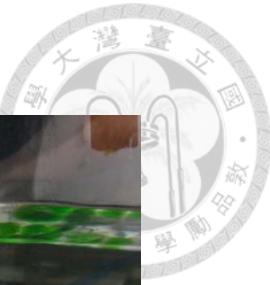


圖 2-6 流量計與尾水板

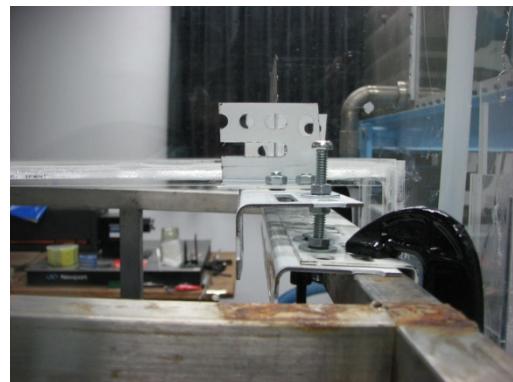
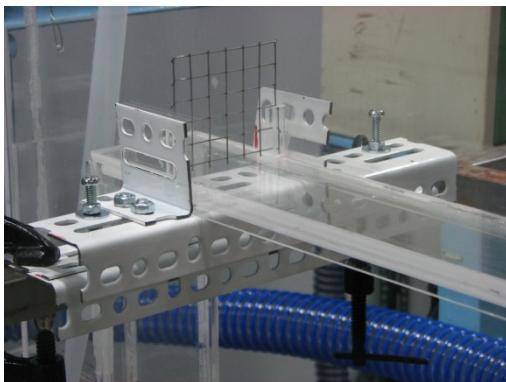


圖 2-7 可旋轉升降的四軸，用以調整、維持坡度。

## (2)光源

在影像分析中，為了使液體中的反光顆粒清楚顯像，通常會將環境的亮度降低，僅以雷射光打在一切頁上，如此也可確保測到的速度具有較高的一致性。本實驗即是使用 Innova 70C (Coherent ,Int.) 作為光源，其最大功率約 5W；主要頻率 488-514Hz 間，為綠光雷射。實驗時搭配光纖，將雷射光傳導至渠道下方。



圖 2-8 高功率雷射

本研究希望將問題簡化成二維流場，然而為了營造可透水的底床，孔隙介質間內的空間分布必然是三維分布，切在不同斷面有不同的速度場，因此實驗使用固定移動速度之軌道，將雷射架於軌道上，使雷射切頁時間移動如圖 2-9。



圖 2-9 掃描裝置與光纖

其掃描的方法如下，先定義座標軸：定義  $x$  軸為順渠道方向，向下游為正，且在水躍前水深最淺處  $x=0$ 。 $y$  軸為橫跨渠道方向，且渠道正中央為  $y=0$ 。 $z$  軸為水深方向，向上為正，定義顆粒頂為  $z=0$ 。本實驗掃描範圍為渠道中央一倍粒徑寬的範圍，亦即  $y = -0.8\text{cm} \sim 0.8\text{ cm}$  的範圍。如圖 2-10 中紅色實線與綠色實線所夾之範圍。其中紅色實線為  $y = 0.8\text{ cm}$ ，綠色實線為  $y = -0.8\text{cm}$ 。

拍攝的步驟如下：

1. 將雷射切頁在範圍外預備，如圖 2-10 中藍色的位置。



2. 使用高速攝影機開始存資料。
3. 啓動掃描裝置使雷射切頁沿藍色箭頭方向移動。
4. 當雷射切頁經過綠色實線後停止攝影。

由於高速攝影機能記錄的記憶空間是固定的，後面進來的資料會依序擠掉一開始拍攝的內容，最後記錄到的內容為雷射從紅色虛線移動至綠色虛線的過程。虛線實際的位置會依照按「結束攝影」速度快慢而有所改變。每次掃描都必須確保虛線範圍包含實線範圍。

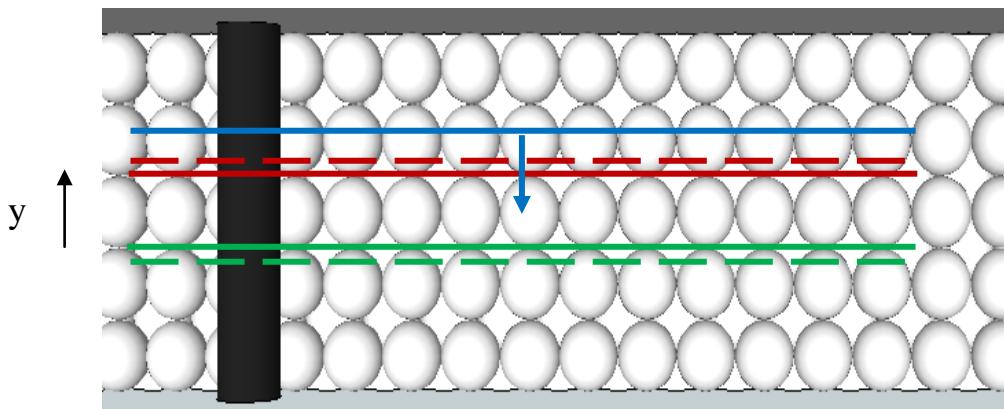


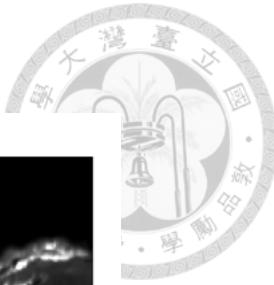
圖 2-10 掃描範圍示意圖

在後續的分析上，可以從影像中找到在第 a 張影像時通過紅色實線，第 b 張影像時通過綠色實線。找出第 i 張影像在  $y = y_i$  [cm] 的關係，其關係式如下：

$$y_i = 0.8 - \frac{1.6}{(b-a)}(i-a) \quad (2-1)$$

當雷射切頁通過紅色實線與綠色實線時，雷射切頁與第一、三層顆粒相切會達到最小，因雷射切頁具有 1mm 寬的厚度，故與第一、三層相切的面積不會為零，在影像中呈現一黑色圓圈。此黑色圓圈會隨雷射切頁位置改變而有所變動，當雷射切頁切到顆粒邊緣時，此面積變動最為敏感。在實際情形下，顆粒排列存在些許擾動，所有顆粒之球心並不會完全在同一平面上，是以在實驗中選定一參考顆粒，以此顆粒球心作為  $y = 0$ ，顆粒兩端作為  $y = 0.8\text{cm}$  與  $y = -0.8\text{cm}$  之依據。

圖 2-11 顯示以白色框框所圍之顆粒為參考座標時。在影像編號 1116 前後，雷射切頁到達  $y = 0.8\text{cm}$ 。而確切之影像編號，則以程式判斷在影像編號 1116 前後此黑色



區域半徑最小之編號。

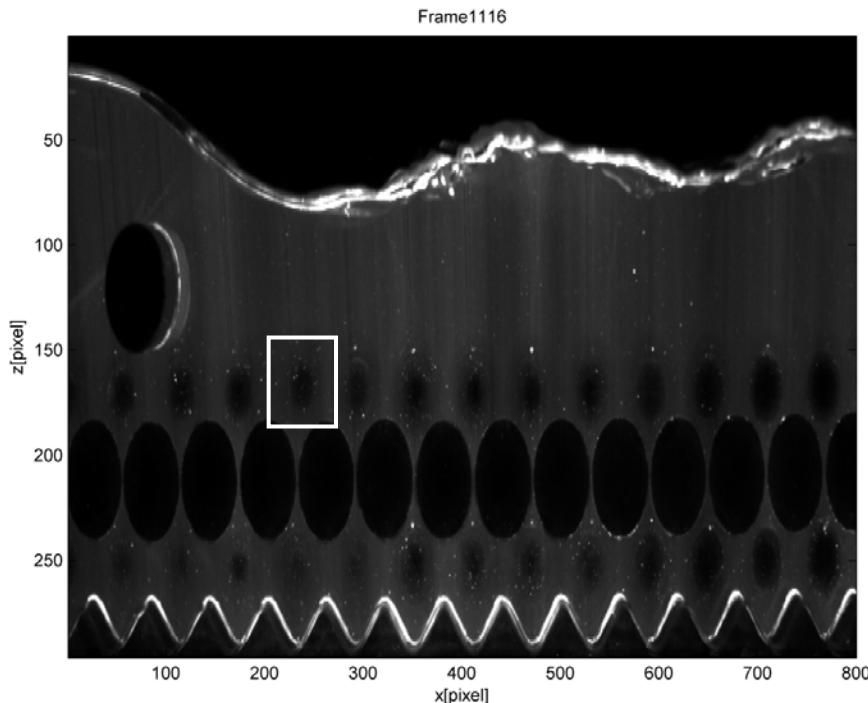


圖 2-11 掃描影像與 y 座標匹配方法示意圖

### (3)高速攝影機

欲利用影像分析測量流速，必須使反光顆粒在相鄰影像中距離相近，那麼便需要高速攝影機減少兩影像間的時間差，以降低反光顆粒在這時間內的位移。本實驗使用的工具是 Phantom V4.3 VRI( Vision Research, Inc )，其最大像素為  $800 \times 600$  pixels，拍攝影像為灰階。可連續拍攝 1Gb 的影像。



圖 2-12 高速攝影機



### 2.3 實驗步驟

#### a. 準備液體與顆粒

因為液體在低溫環境下，與顆粒的折射率會較為接近，故每次做實驗之前，需先將其冷卻。而顆粒表面容易吸附毛屑、灰塵、小氣泡、水氣，在實驗前先利用少量液體潤洗壓克力球，可吸附於壓克力球上的雜質。

#### b. 排顆粒

為了避免渠道與波浪板間有氣泡殘留，需要先將液體倒入循環水槽中，在低流量下於渠道放置波浪板，並且小心地排列壓克力球；尤其要注意半球的排放，必須避免壓克力半球與渠道邊壁間卡住氣泡。

#### c. 調整流況

接著調整流量與尾水板，以營造適當的流場。

#### d. 調整攝影環境

啓動雷射儀器，架設光纖將雷射光引導至渠道下方，並調整雷射切頁與渠道平行。另外要調整掃描裝置以控制雷射切頁移動的速度，以及調整高速攝影機位置、焦距與光圈大小、曝光時間等。

#### e. 掃描並拍攝

掃描渠道中央一倍粒徑寬的流場，以高頻率（Exp01 與 Exp02 中使用 600FPS，Exp03 中使用 500FPS，實驗組別詳細情形請參閱 2.4 節）拍攝自由液面流，又為有足夠數據可資分析，須重複八次拍攝過程。再以低頻率（300FPS）攝錄孔隙介質流，同樣重複八次。如此一來，可使每組實驗至少有 20000 個影像。

#### f. 進行空間率定

在不移動到攝影機的條件下，拍攝率定裝置，以供之後分析時有正確的空間轉換矩陣。

#### g. 清洗與整理

液體對異丙基甲苯對壓克力具有侵蝕性，在完成實驗後，須將壓克力球、半球與波浪板、率定裝置取出並洗淨，去除表面殘留的液體。否則壓克力表面受到



侵蝕會產生小裂紋，影響透光度。接著清除渠道中殘留的液體，避免侵蝕渠道，再將液體從循環水槽抽出並冷卻，以供下次實驗用。清洗過的壓克力球與半球，應使用烘箱低溫烘乾，要注意高溫變形的情況與加速水分蒸發降低殘留在顆粒上的水漬；在顆粒乾燥前，不能進行下一次的實驗。

h. 分析處理資料

在完成以上實驗後，整理所得到的影像與數據並加以分析。



## 2.4 實驗項目

如圖 2-13，液體由左側往右側流動。實驗水面變化如下，在越過障礙物之後，流體會加速，水深降低，至 $Z_0$ 達最小值。隨後發生震盪型水躍，水深上升，至 $Z_1$ 達最大值。隨後反覆進行震盪。取前兩個水面局部最低點間的距離作為波長 $\lambda$ 。

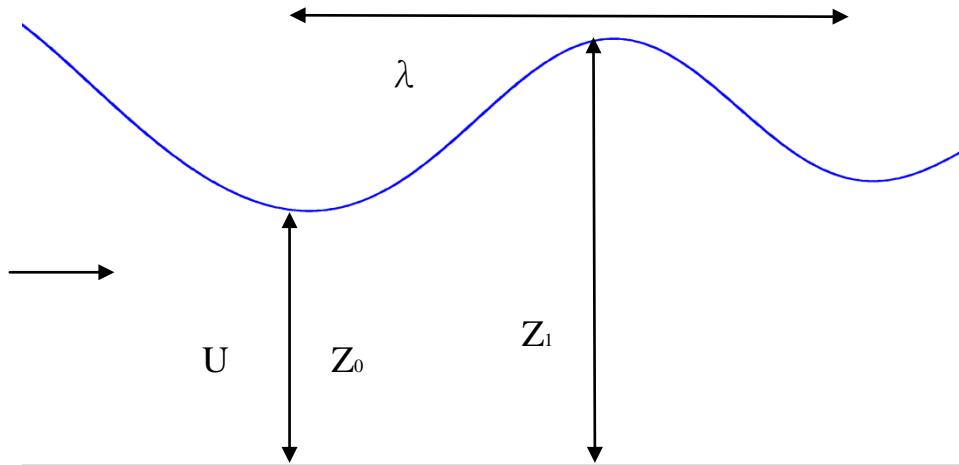


圖 2-13 實驗變數圖

本研究將舉以下三組作為震盪型水躍如何影響孔隙間水流的說明，其中 Exp01 與 Exp02 具有相同的流量與坡度，但因為尾水位的不同，而使水面波的震盪有所差異—Exp02 的波長較短，水面波的震盪較大。而 Exp03 則取與 Exp01、Exp02 差異較大的情況，其流量較小，波長較短，用以探討震盪型水躍的流況隨空間變化之情形。其中  $U$  為入流在水身最淺處的水深平均流速， $Fr = \frac{U}{\sqrt{gZ_0}}$ 。

表 2-2 實驗的變數表

	流量 [L/min]	Fr	$Z_0$ [cm]	$Z_1$ [cm]	$Z_1 - Z_0$ [cm]	$\lambda$ [cm]	坡度
Exp01	46.5	1.40	1.43	2.42	0.99	10.1	0.03
Exp02	46.5	1.11	1.75	2.86	1.11	8.73	0.03
Exp03	23.4	1.09	1.20	1.88	0.68	5.4	0.03



## 2.5 粒子追蹤測速

### 2.5.1 粒子追蹤測速原理

在本小節將介紹利用粒子追蹤測速法計算其速度場之原理，分析中所使用到的程式碼，均為卡艾瑋教授及其研究室所建立、提供。

#### (1) 影像率定

利用影像分析計算速度場，方法為觀測反光顆粒在兩張影像中移動的距離，計算出其速度。然而，影像會因為拍攝角度造成長度的改變，因此在進行影像分析前，需要先將影像長度單位 pixel 轉換成真實長度單位，如公分。

在 Spinewine et al (2003) 文章中，提供了影像率定的方法，其原理如下：

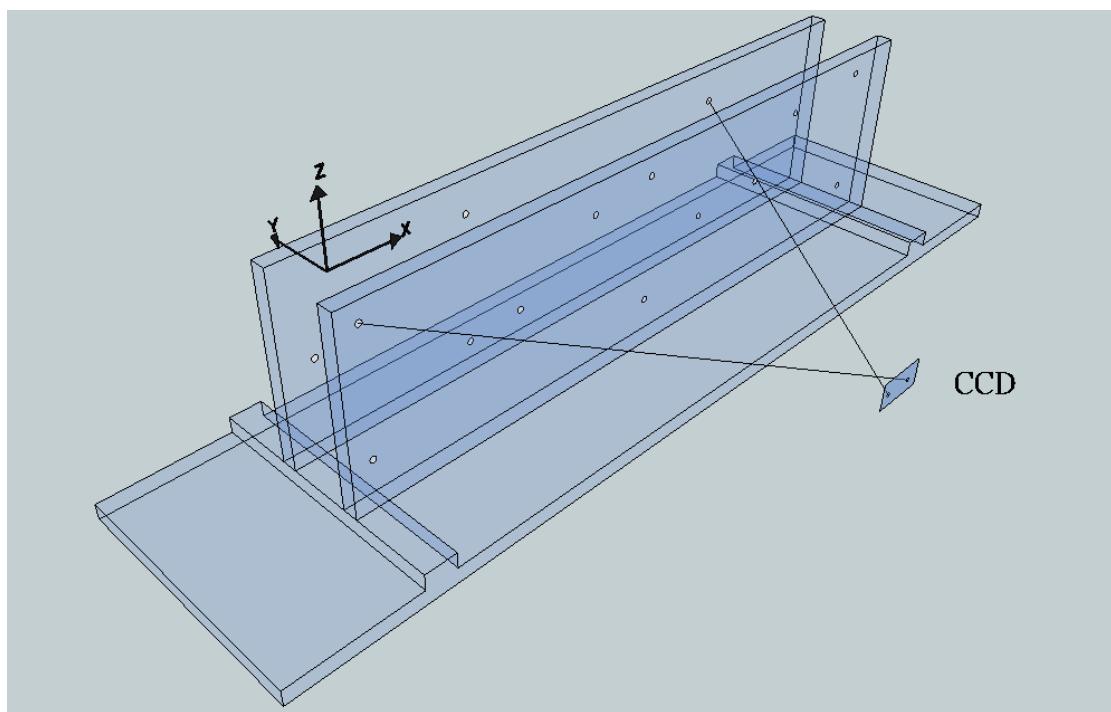


圖 2-14 率定示意圖。中為已知各點座標的率定裝置，經過攝影機的針孔成像，映在攝影機的 CCD 上。

已知率定裝置上各點真實座標  $X_i(x_i, y_i, z_i)$  與各點於 CCD 上成像於第  $(r_i, c_i)$  畫素上，則必然存在一旋轉矩陣  $A$  與平移向量  $B$  使 XYZ 座標軸旋轉後，新的原點  $O'(0,0,0)$  坐落在針孔的位置，而 CCD 被旋轉至  $k = k_0$  的平面上，如圖 2-15 所示：

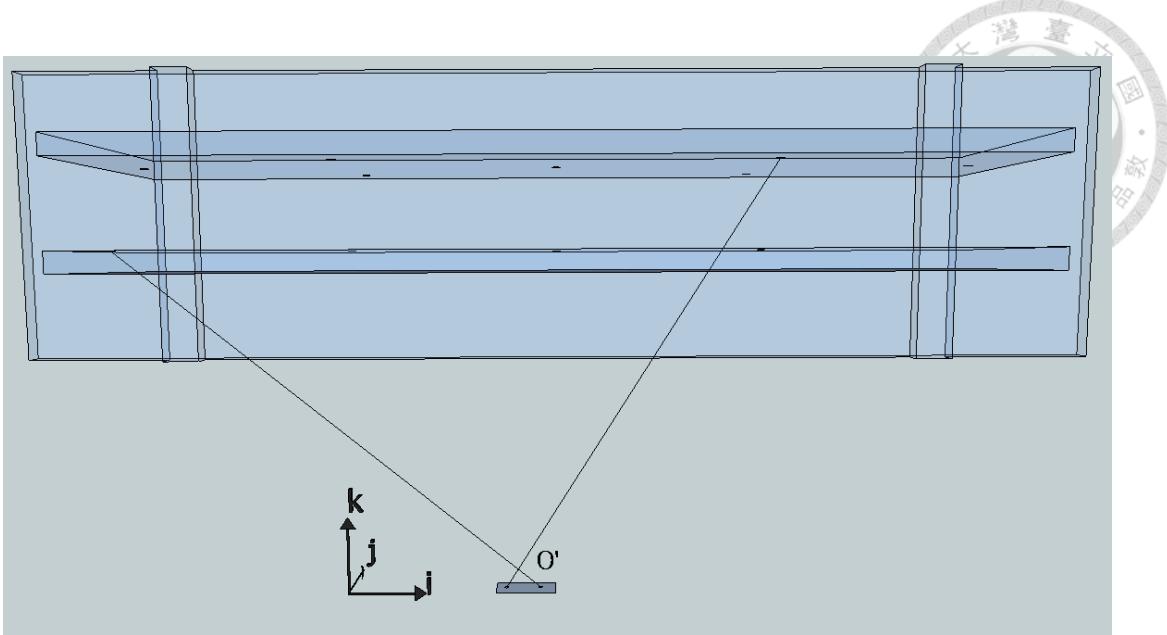


圖 2-15 旋轉與平移後的空間座標

而率定裝置上各點被旋轉平移至新座標  $X'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ ，滿足方程式

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + B \quad (2-2)$$

又率定裝置上的各點與 CCD 上的成像跟  $O'$  共線，

$$\frac{x'_i}{z'_i} = \frac{r_i}{k_0}, \quad (2-3a)$$

$$\frac{y'_i}{z'_i} = \frac{c_i}{k_0} \quad (2-3b)$$

將 (2-2) 代入 (2-1) 整理，得

$$\frac{z'_i}{k_0} \begin{bmatrix} r_i \\ c_i \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + B \quad (2-4)$$

其中， $A$  為  $3 \times 3$  矩陣，9 個未知數； $B$  為  $3 \times 1$  矩陣，3 個未知數。每一個率定點提供 3 個方程式，增加一個未知數，至少需要 6 個率定點才能解  $A$ 、 $B$ 。又旋轉後長度不變，故  $A$  必須滿足的行列式值為 1。多的方程式將依最小平方法迴歸求解。在計算出  $A$  與  $B$  之後，可再代入  $X_i(x_i, y_i, z_i)$  算出  $(r, c)$  與  $(r_i, c_i)$  進行比較。用



以驗證 A、B 的準確度。

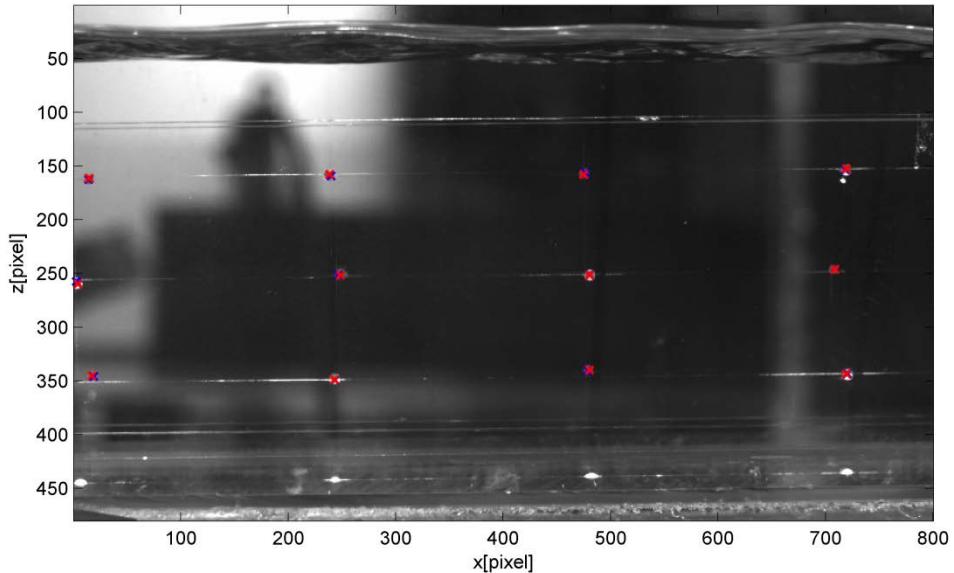


圖 2-16 率定示範圖

## (2)自動捕捉反光顆粒

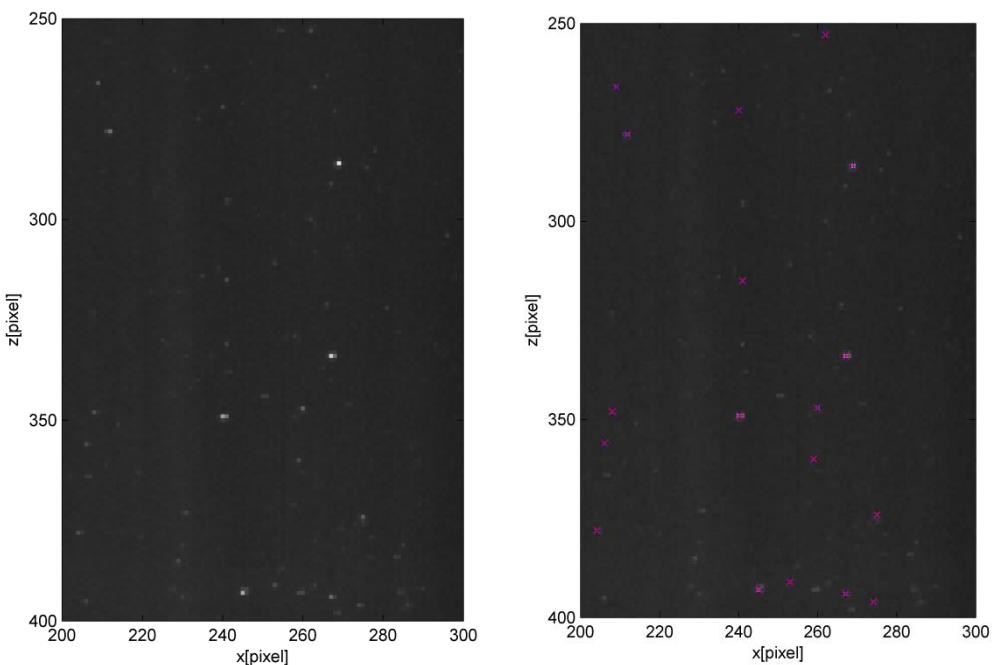


圖 2-17 亮點捕捉示意圖

Matlab 可將一解析度  $r \times c$  的影像，轉成內容為  $r \times c$  階的矩陣，依其影像中的亮度給予 0 至 255 的數字。使用程式可自動判斷影像中亮度的差異，給予一門檻值，即可找到反光顆粒的座標。如圖 2-17 所示，左圖為原始的影像，右圖為在



此影像中找到其亮度大於門檻值的亮點。

### (3)速度分析

本研究使用 Hung et al. (2009) 中所使用的 Path-Tracking 方式進行速度場的分析。其運算原理如下所述：

利用上述所說的方法，可得到各個影像中反光顆粒的位置座標。在使用 Path-Tracking 時，需要連續四張影像用來判斷流速。在此引用陳彥呈（2008）的圖，圖 2-18 用以說明其運算邏輯。在連續四張影像中，捕捉到的反光顆粒位置及數量如子圖 a、b、c、d 所示，分別以  $\vec{X}_m^{(t=0)}$ 、 $\vec{X}_i^{(t=1)}$ 、 $\vec{X}_j^{(t=2)}$ 、 $\vec{X}_n^{(t=3)}$  表示。以  $\vec{X}_i^{(t=1)}$  為起點，到  $t=2$  時，可能的位移如子圖 e 所示。其位移量為：

$$d_{i,j} = \vec{X}_j^{(t=2)} - \vec{X}_i^{(t=1)} \quad (2-5)$$

若其維持同樣的位移量，則可推測三角形到到  $t=3$  時會出現在子圖 f 的方塊上

$$\vec{X}_{i,j}^{(+)} = \vec{X}_j^{(t=2)} + d_{i,j} \quad (2-6)$$

同樣可以反推圓形在  $t=0$  時會回到子圖 f 中的方塊位置上

$$\vec{X}_{i,j}^{(-)} = \vec{X}_i^{(t=1)} - d_{i,j} \quad (2-7)$$

在  $t=3$  裡，在預測的三個  $\vec{X}_{i,j}^{(+)}$  與四個  $\vec{X}_n^{(t=3)}$ ，共 12 種匹配裡，找距離最接近者，定義其為

$$\delta_{i,j}^{(+)} = \min_n (\left\| \vec{X}_{i,j}^{(+)} - \vec{X}_n^{(t=3)} \right\|) \quad (2-8)$$

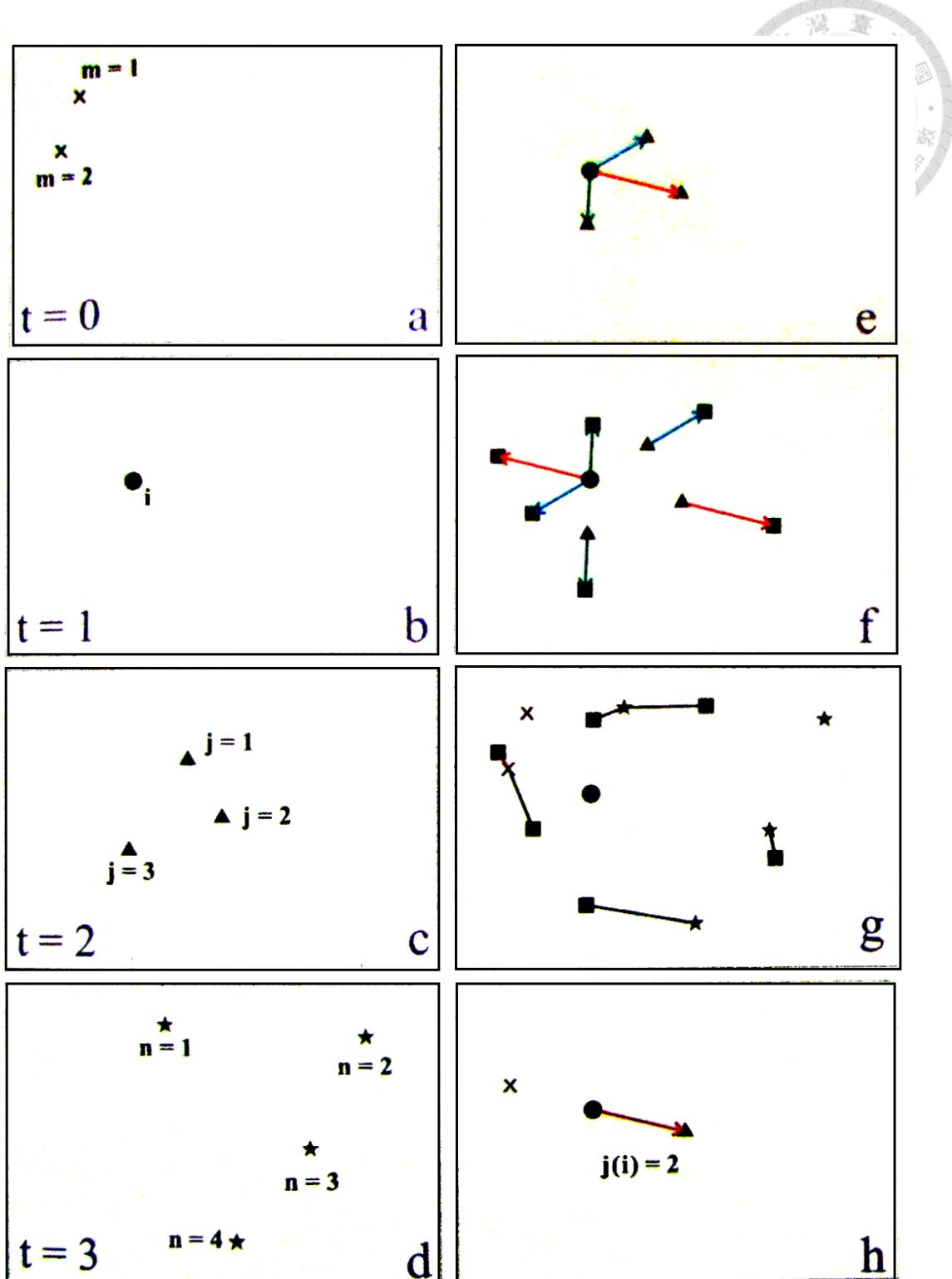


圖 2-18 Path-Tracking 說明圖。（陳彥呈，2008）

同理在  $t=0$  裡，在預測的三個  $\vec{X}_{ij}^{(-)}$  與兩個  $\vec{X}_m^{(t=0)}$ ，共 6 種匹配裡，找距離最接近者，定義其為



$$\delta_{i,j}^{(-)} = \min_n (\left\| \vec{X}_{i,j}^{(-)} - \vec{X}_m^{(t=0)} \right\|)$$

最後找到所有組合內距離最接近者，如子圖 g 所示，定義其最小距離為

$$\delta_{i,j} = \min_n (\delta_{i,j}^{(+)} \delta_{i,j}^{(-)}) \quad (2-10)$$

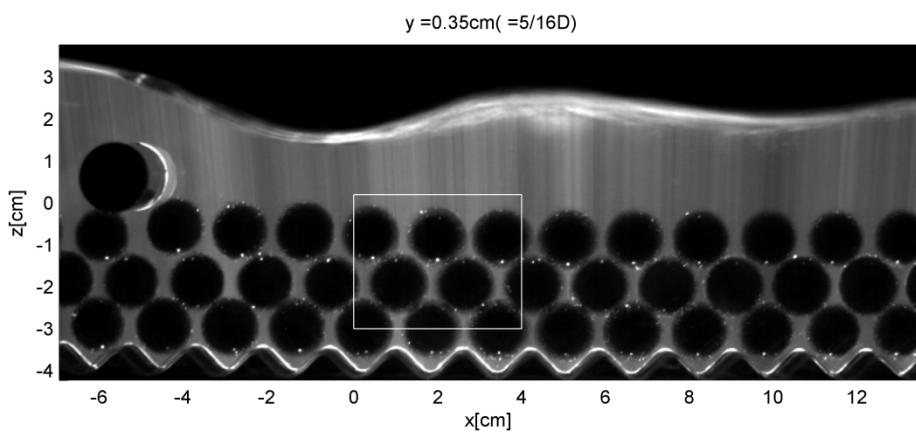
藉由尋找最小距離 $\delta_{i,j}$ ，可以找到最正確的配對，如圖 2-18 中，藉此決定 $\vec{X}_i^{(t=1)}$ 在下一張影像時將移動到在 $\vec{X}_2^{(t=2)}$ 的位置。並得到在 t=1、位置 $\vec{X}_i^{(t=1)}$ 處，具有速度為 $u_i = \vec{X}_2^{(t=2)} - \vec{X}_i^{(t=1)}$ 。在 3 維的掃描中，可利用掃描裝置為等速移動的特性，可將影像的編號，轉換成掃描軸上的位置。在處理完所有影像後，可以得到全部具有空間位置資訊的速度，再將測量區域切割成三維網格，最後將屬於在同一網格中的速度進行平均，便可得到代表該格網的速度大小。本實驗將空間掃描的結果分作 16 個斷面，計算各斷面平均流速所用的格網，均為長、寬  $1mm \times 1mm$ 。



#### (4) 孔隙格網細化

用上述的方法可以求得各斷面的流場如圖 2-19 b)。從圖中可以發現，利用粒子追蹤測速法搭配同折射率材質，可以有效測量本實驗孔隙間的流場。

a)



b)

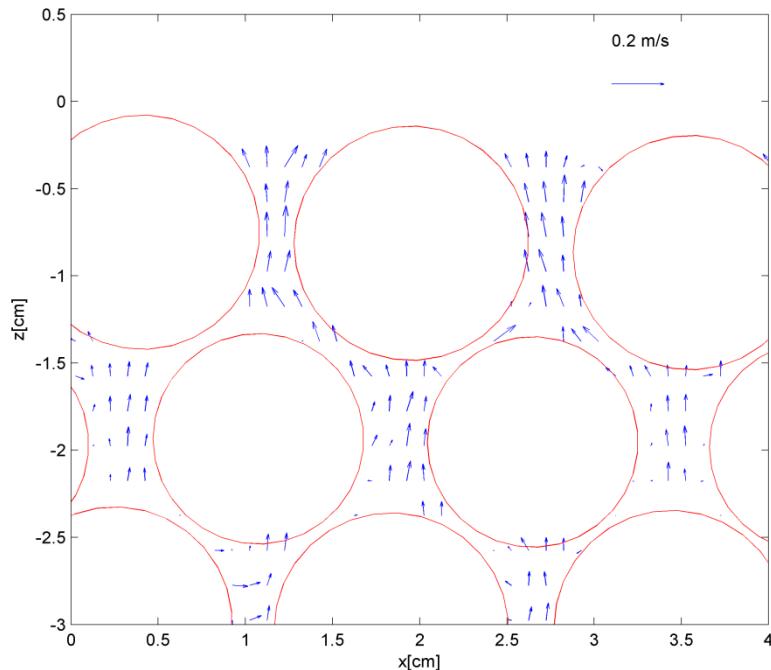


圖 2-19 以 Exp01,  $y=5/16D$  切面為例，顯示孔隙間流場細部流場圖。

a) 舉例範圍。b) 細部流場。

以孔隙間的可流動空間結構而言， $1\text{mm} \times 1\text{mm}$  的格網無法準確描繪壓克力球面，若降低格網大小來進行分析，又會有資料筆數過少的問題，所以在處理孔隙間流場時，應先以  $1\text{mm} \times 1\text{mm}$  的格網算出流場，再以  $0.25\text{ mm} \times 0.25\text{mm}$  格網描



繪壓克力球面，其方法與步驟如下（以實驗 Exp01 孔隙間 x 方向的流速為例，x 向下游為正）：

- 從影像中找出球心位置座標。
- 如同自由液面的分析，先將研究段 y 方向寬 16mm 區域分 16 個 xz 切頁，以  $1\text{mm} \times 1\text{mm}$  格網計算平均流場。
- 計算每顆壓克力球在此 xz 切頁中最小之半徑（例如球心在  $y=0\text{mm}$  處，半徑為 8mm 的顆粒在  $y = -0.1\sim 0(=9/16D)$  的 xz 切頁內，最大半徑為 8mm，最小半徑為  $\sqrt{8^2 - 1^2} \approx 7.94\text{mm}$ ），將此最小半徑視為不透水區域。去除不透水處區域與受底層波浪板反光影響區域之流場。如圖 2-19 c)，其中波浪板反光區域大於實際存在的區域，故在底層壓克力球與波浪板會有些許重疊。

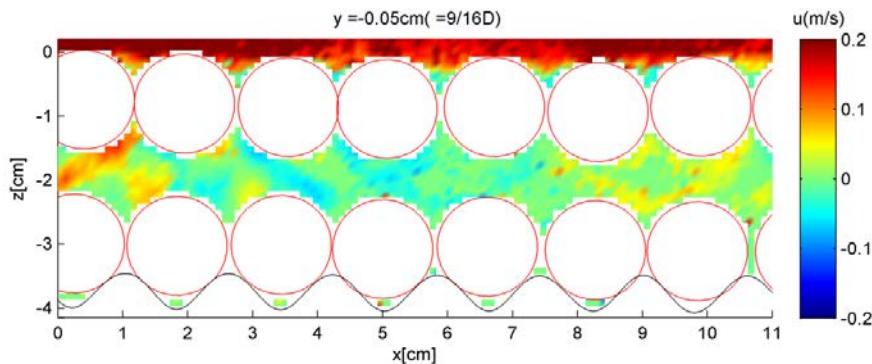


圖 2-19c) 以  $1\text{mm} \times 1\text{mm}$  格網所算出的 x 方向流速 u

- 以二維線性內插與外插的方式補足沒有數據的網格，並將格網大小重新調整為  $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ 。

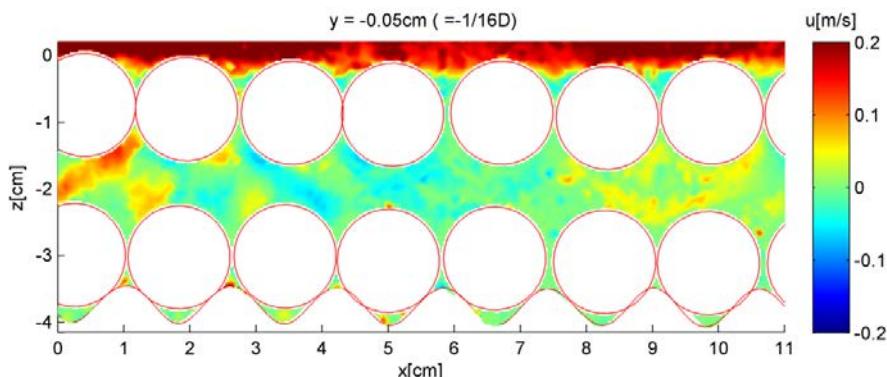


圖 2-19d) 將流場格網調整成  $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$

- 重新將 16 個 xz 切頁的資料中相同 x 的數據整合成一個 yz 切頁，並將每個 xy



切頁中原本  $1\text{mm} \times 0.25\text{ mm}$  的網格，以二維線性內插與外差的方式，將格網大小重新調整為  $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ 。計算各個壓克力球在此 xy 切頁內之面積，去除在此 xy 切頁中是壓克力球的區域。

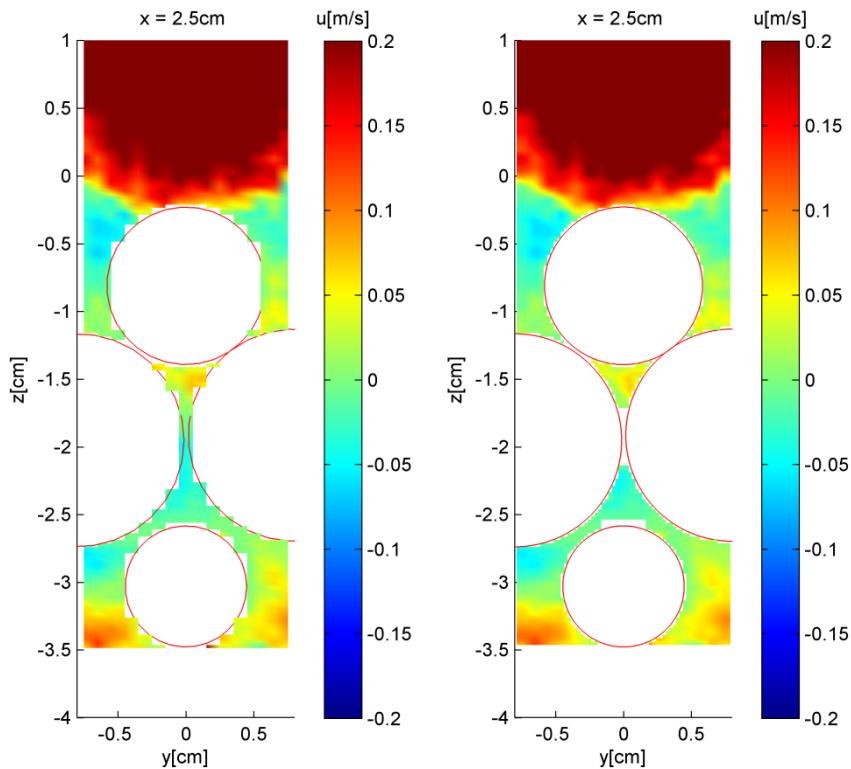


圖 2-19e) 將 xy 切頁格網從  $1\text{mm} \times 0.25\text{mm}$  調整成  $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$  在格網細化後，可以較為準確的知道通水面積，利用圖 2-19 e)通水面積與 x 方向的流速  $u$ ，將有數值區域內代表該格網的  $u$  值乘以格網面積  $0.25\text{mm} \times 0.25\text{mm}$  再全部相加總，就能積分算出離開此平面（往下游）的流量。

### 2.5.2 自由液面流速量測驗證

除上述「粒子追蹤測速法」之外，另有與之不同測量原理的「LDA (Laser Doppler Anemometer)」，自由液面流流場的驗證須比較兩者測量的結果。

LDA 測量原理如圖 2-20。首先，儀器打出兩道雷射光，對焦於測量點，因雷射光相互干涉，而形成明暗相間的條紋。接著，反光顆粒通過條紋並發出訊號，感測器接收訊號之後，儀器自行計算通過兩條紋所發出訊號的時間差，便可得到



經過該點的流速。可惜的是 LDA 一次僅能測量單點，若要測量剖面流速或是切頁流速，仍需透過人工依次調整儀器位置，以改變測量點。

## Velocity = distance/time

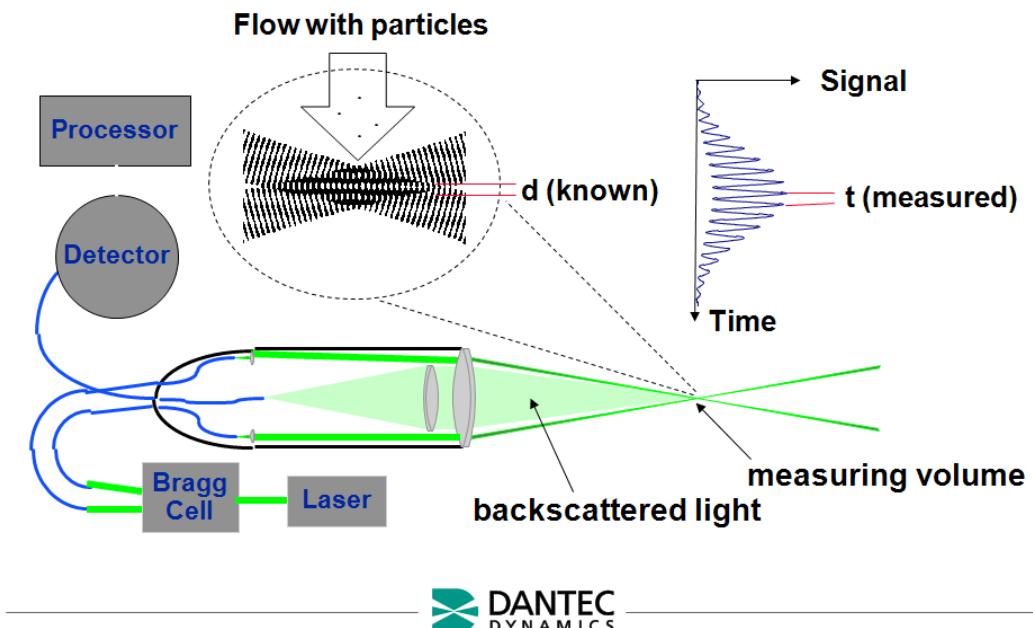


圖 2-20 LDA 測量原理 (Dantec Dynamics, Inc 提供)

驗證的流場為一均勻流場，水深 8.6cm，流量 60.2L/min，實驗照片如圖 2-21，流速方向為從右置左。用來測量的儀器是 Dantec Dynamic, Inc 提供的可攜式 Flow Explorer LDA system，如圖 2-22。

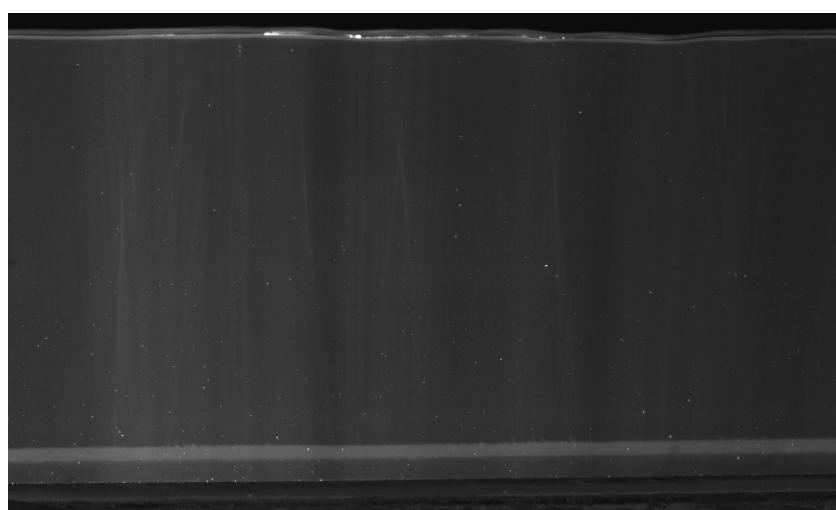


圖 2-21 自由液面驗證實驗設置圖

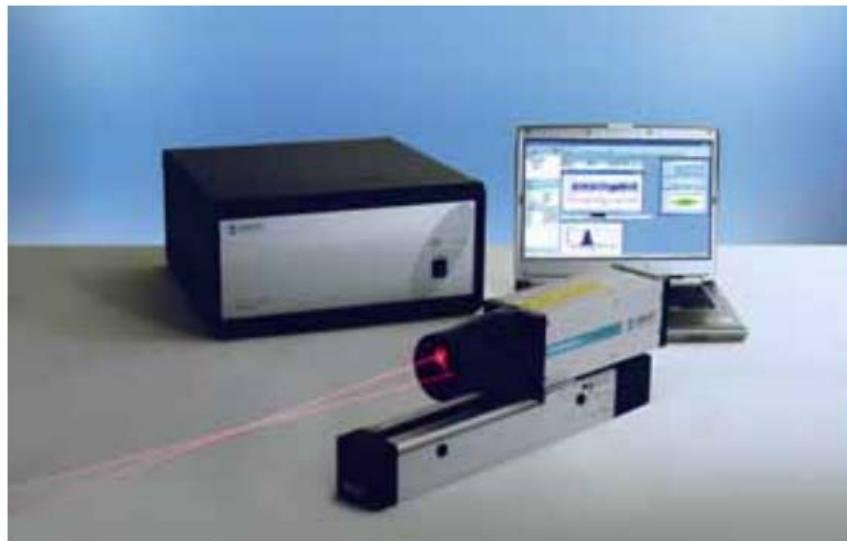


圖 2-22 Flow Explorer LDA system (Dantec Dynamics, Inc 提供)

#### 使用兩種方法測量之結果

如圖 2-23，可以發現在靠近底床處，兩者所測到的結果相當接近。當  $z > 4\text{cm}$  之後，兩個測量方法所得到的結果開始分歧，其中 LDA 測量的結果較大，而粒子追蹤測速法所測到的結果較小。

利用所測結果之流速剖面對  $z$  方向進行積分並乘以渠寬得到流量，粒子追蹤測速法所測到的流速剖面積分流量為 59.8L/min，而 LDA 所測到的流速剖面積分流量為 63.1 L/min。

將此流量與實測流量進行比較，粒子追蹤測速法所測的數據較為接近，誤差約為 -0.7%，具有相當高的準確性。

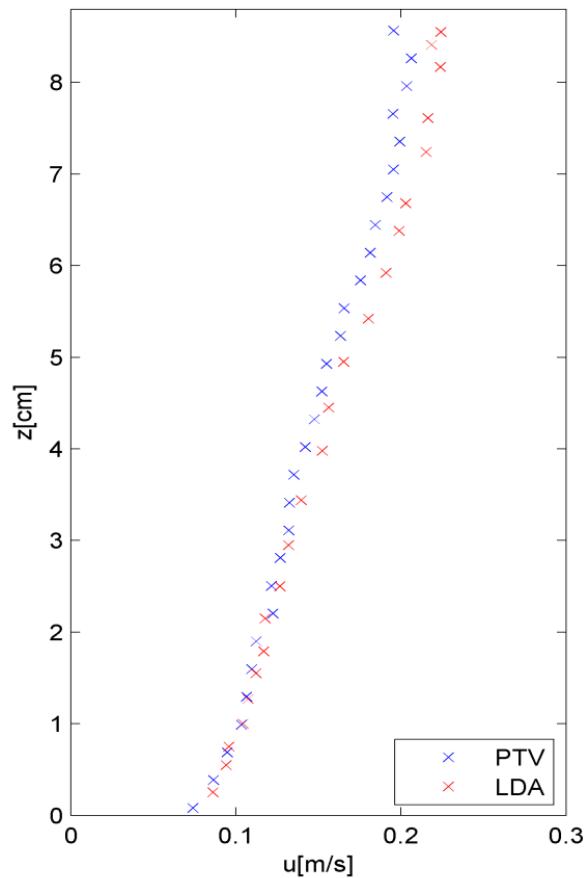
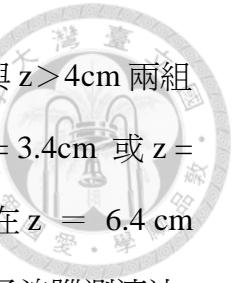


圖 2-23 粒子追蹤測速法與 LDA 測量值



為了明白兩種方法所測出的數據何以有異，以下列出  $z < 4\text{cm}$  與  $z > 4\text{cm}$  兩組來計算平均速度的原始資料直方圖。由圖 2-24 可以看到，無論在  $z = 3.4\text{cm}$  或  $z = 6.4\text{cm}$ ，LDA 所測到的圖形都為左右對稱、中央集中的分布，其中在  $z = 6.4\text{cm}$  處，疑似因操作不當而使低速區資料被排除、平均流速被高估。粒子追蹤測速法所測到的結果，在  $z = 3.4\text{cm}$  處，所測到數據  $u$  在  $0.1 \sim 0.15 \text{ m/s}$  有一集中區域，與 LDA 相符；在  $z = 6.4\text{cm}$  處測到的數據，則分布於兩個區域中。

試推測相異的原因，可能是在粒子追蹤測速法的測量方法上，需要先在影像中找到亮點，然而本實驗雷射光從底部打出，在液體面會反射形成亮紋如圖 2-21，亮紋會隨著水面擾動而移動，且愈近水面影響愈大，近底床影響較小。與亮紋以相同速度一起前進的反光顆粒，因為持續被照射、反光，它的速度比較容易被偵測，這可能就是造成  $z = 6.4\text{cm}$  測到兩個群組的原因。

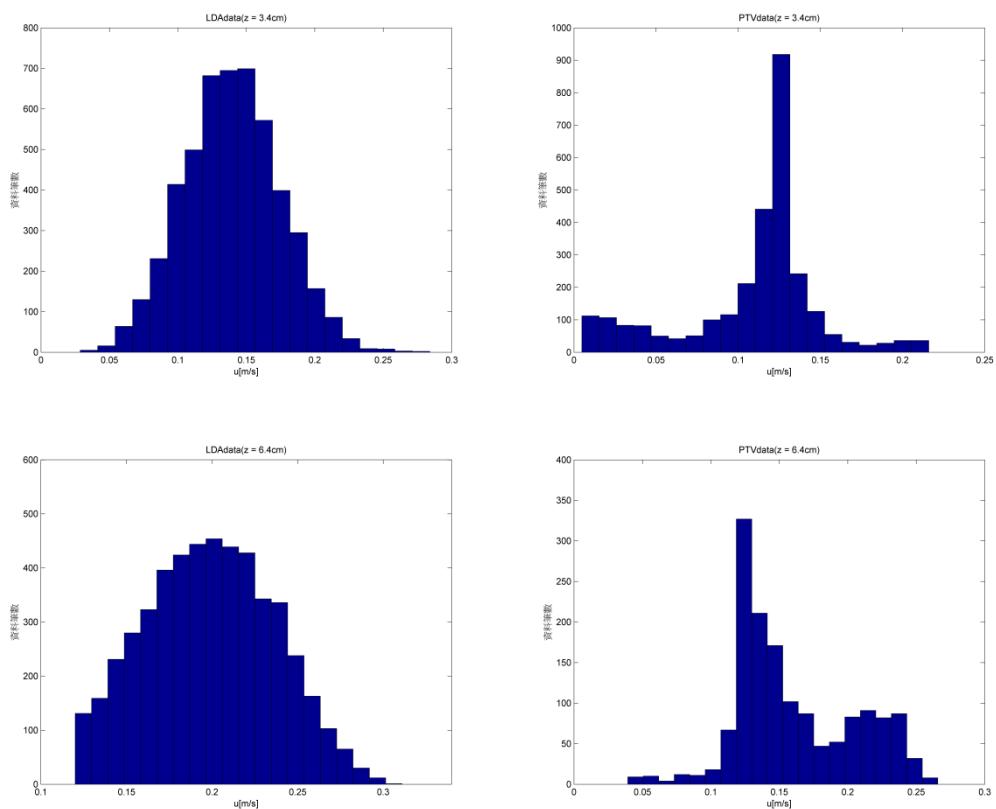


圖 2-24 LDA 與粒子追蹤測速法所測到的原始資料

至於 LDA 在測量上，只測量兩股雷射光聚焦點的速度，此雷射光行進不會經過液



體面，也就不會受到水面反光的影響。另一方面，LDA 所測的資料集中在雷射聚焦的點上，而粒子追蹤測速法測量的是  $1\text{mm} \times 1\text{mm} \times 1\text{mm}$  體積之平均，所以粒子追蹤測速法所測到的資料分布會較廣。

整體來說，關於自由液面流的測量，LDA 具有較高的準確度，但有無法測量多點的侷限；粒子追蹤測速法則具有可同時測量整個雷射切頁流場的便利性，雖不如 LDA 準確卻足可徵信。

### 2.5.3 孔隙間流速測量驗證

折射率為溫度的函數，壓克力與對異丙基甲苯的折射率最接近的溫度為  $17^\circ\text{C}$ ，因此若要使用同折射率介質搭配 LDA 進行測量，就應該將實驗溫度嚴格控制在  $17^\circ\text{C}$ ，否則當雷射光線通過壓克力球時，些微的折射率差將導致折射，使得 LDA 的兩股雷射像無法對焦。然而在實驗環境必須保持通風與室溫  $25^\circ\text{C}$  的環境下，維持液體溫度在  $17^\circ\text{C}$  並不可行，是故孔隙間的流速測量無法以 LDA 進行驗證。

本研究採用的是總流量驗證。利用相同的顆粒排列方式，並在顆粒上加一不透水蓋子，將液體限制在顆粒間流動，同樣掃描渠道中央一倍粒徑寬的範圍，再運用上一小節的方法，算出在此一倍粒徑寬的範圍內在各個  $x$  處（各個  $yz$  切頁）往下游的流量。又因為渠寬為 5 倍粒徑寬，再將此計算出的流量乘以 5 得到推算的流量  $q$ ，接著跟用量杯實測流量  $q_0$  進行比較，其結果如圖 2-25。由該圖可以發現誤差可以分為兩個部份：

一是總體的平均誤差。從圖中可以看出，以影像追蹤測速法所算出的流量其平均值為實測流量的 1.0775 倍，誤差為 7.75%。可能的原因是在厚度 1mm 的雷射光切頁內速度不一致所導致，在此測量方法中，無法測到不滑動邊界，因此會高估流速與流量。

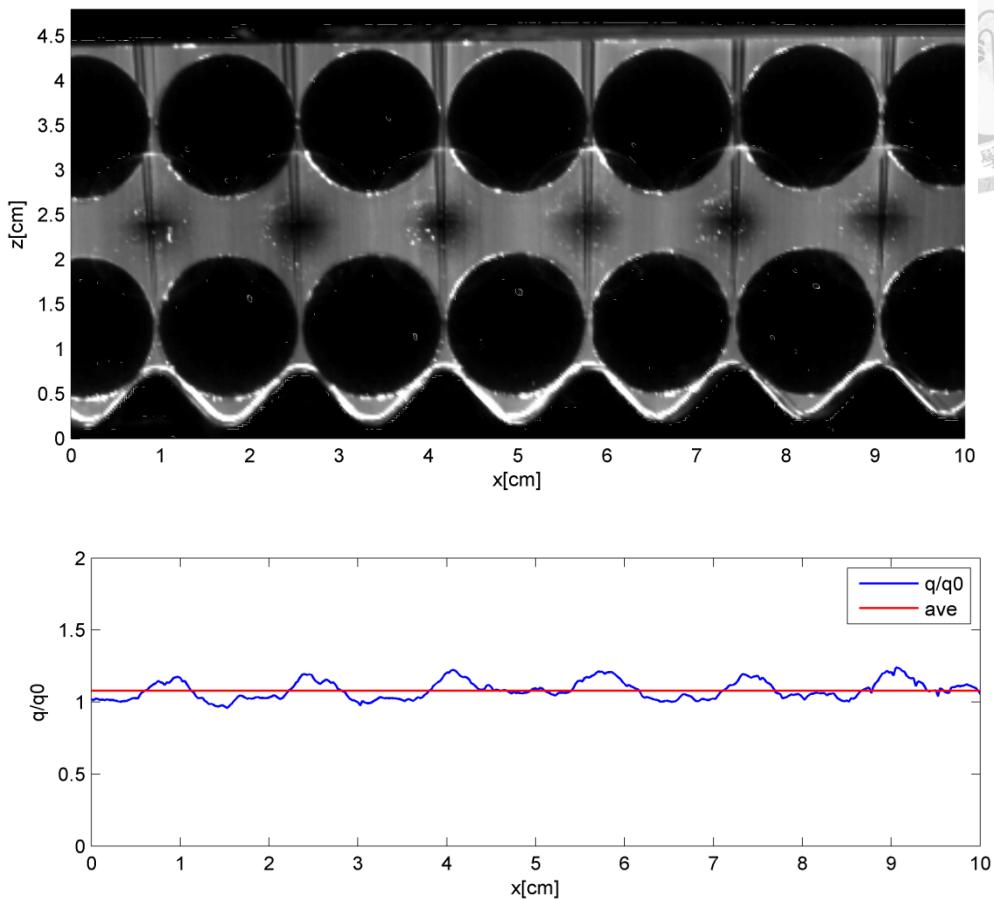
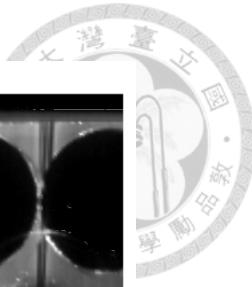


圖 2-25 孔隙間流速測量驗證圖。上圖為顆粒的空間分布，下圖為無因次流量的空間分布。

二是局部的誤差。從圖中可以發現，誤差與空間分布有關，計算出的流量起伏具有規律性。此誤差跟球的排列方式相關，在圖中球與球的接連處，多為存在較大誤差的區域，推測其原因與「在球的邊緣，以格網來逼近曲線，造成推估通水斷面積的誤差」有關。在之後的流量測量上，應盡量避免選用球與球接連處的資料進行流量計算。

整體來說，此驗證方法為間接的驗證方式，難以確保在掃描範圍外所存在的流量與掃描範圍內的流量相同，亦無法測出液體是否從橫跨渠寬方向進出掃描範圍，但在許多不確定因素影響下，又尚未有更好的方法可以測量孔隙介質內的流量，這一方法依舊提供了一個量化的誤差大小。雖然這一測量方法存在著系統誤差，若是避免選用球與球相接區域，則有助於降低誤差。

### 第三章 結果與討論



本章將呈現實驗所測量出的流場，並提出一套模式解釋實驗所觀察到之現象。各節重點如下：首先呈現自由液面流的流場，接著在第二部份對孔隙間流場進行分析；第三小節利用自由液面流所測量到的參數，帶入時間平均之 Navier-Stokes 方程推估在近床區域的壓力分布；接著利用第三部份所算出的壓力分布，帶入線性管流網絡模式與測量到的流場進行比較；最後，根據以上論述結果與調查區域做連結。

因為本實驗用到空間掃描並將掃描的區域切成 16 等分，圖 3-1 為渠道的俯視圖。定義空間座標如下：圖中左側為上游，定義  $x$  軸為順渠道方向（藍色箭頭），以向下游為正，且在水躍前水深最淺處  $x=0$ 。 $y$  軸為橫跨渠道方向（紅色箭頭），且渠道正中央為  $y=0$ （綠色線）。本實驗掃描範圍為渠道中央一倍粒徑寬的範圍，亦即  $y = -0.8\text{ cm} \sim 0.8\text{ cm}$  的範圍。如圖 3-1 中紫色線與藍色實線所夾之範圍。其中紫色實線為  $y = 0.8\text{ cm}$ ，藍色實線為  $y = -0.8\text{ cm}$ 。 $z$  軸為水深方向，向上為正，定義顆粒頂為  $z=0$ 。

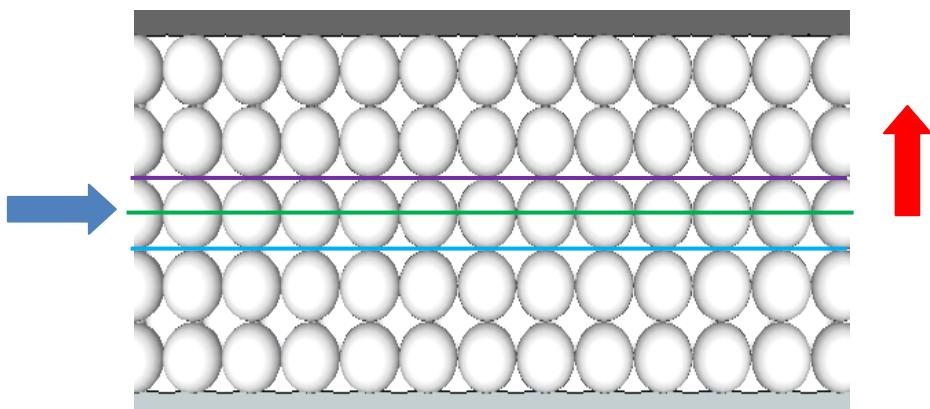


圖 3-1 空間座標說明圖



本實驗營造的流況為自由液面流越過障礙物後，產生跌水變成超臨界流，而後進行震盪型水躍。實驗流場可見圖 3-2，圖中液體從左側進入拍攝區域，遇到障礙物（黑色實心圓形）後分作兩路，一路從障礙物上方繞過，並跌水加速發生水躍在水面產生震盪波紋。另一路則從底下孔隙間繞過障礙物再從孔隙間回到自由液面流。整體來說，障礙物對實驗在震盪型水躍流場的營造上是必要的存在，用以加速流體變成超臨界流，但障礙物的存在同時會產生局部效應：如圖 3-2 中因入流撞倒障礙物，在障礙物下方的孔隙中產生局部加速的流場，以及在自由液面流的部份，當液體通過障礙物後會產生尾跡渦流。

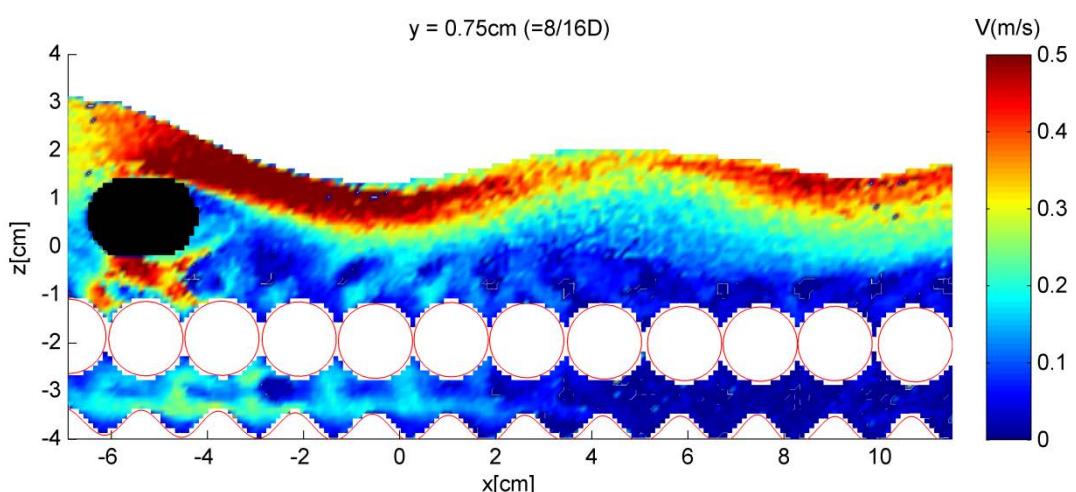


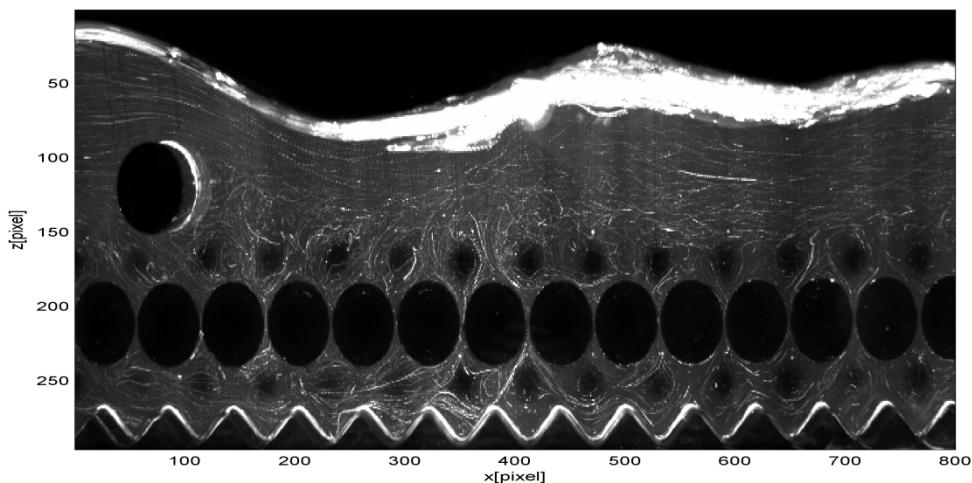
圖 3-2 全域合成速度流場圖 (Exp01)。

作為流況說明，流場的長時間曝光圖則是另一種選擇。圖 3-3 為在兩斷面的長時間曝光影像圖，曝光時間長度為 1/3 秒。在長時間曝光圖中，白色細線為反光顆粒的移動軌跡，反光顆粒移動越快則細線顏色越暗，白色細線如果彼此平行，代表流況越穩定，若彼此相交，則表示區域內受紊流影響程度大。從圖中可以發現，自由液面流在靠近液面的區域，白色細線彼此平行，然而在波峰底下靠近底床的區域流線以及在障礙物後方區域白色細線則較為混亂沒有規則，顯示此區域內到紊流擾動影響較大。詳細的流場結構，將在後續章節陸續介紹。



a)

$$y = 0.75\text{cm}(8/16\text{D})$$



b)

$$y = 0.05\text{cm}(1/16\text{D})$$

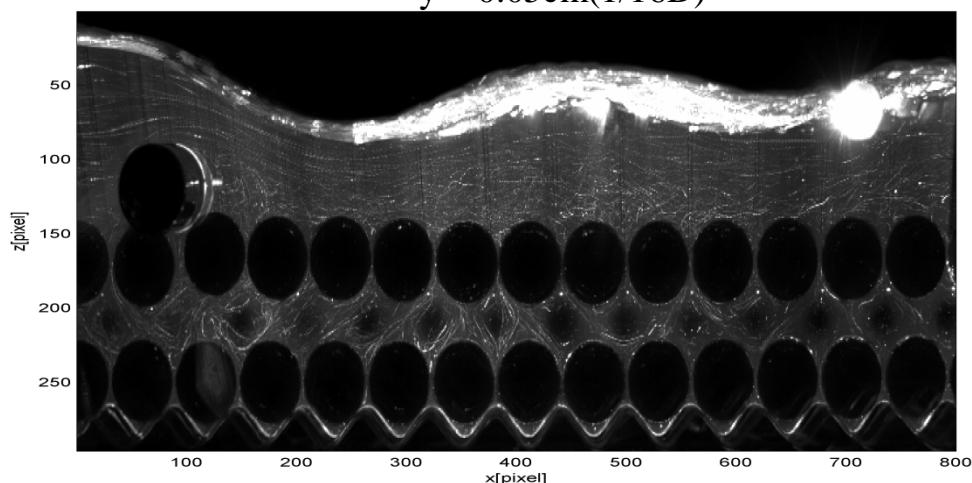


圖 3-3 長時間曝光圖 (Exp01)

a)掃描至第一層顆粒的測端；b)掃描至第一層顆粒的中央。



### 3.1 自由液面流各組流場之測量結果

本研究之重點放在震盪型水躍對孔隙間的影響，為降低障礙物所造成的局部影響，故將主要研究區段放在水躍起跳處與顆粒頂部，不同斷面的流場如下：

Exp01

$$y = 0.05\text{cm}(1/16D)$$

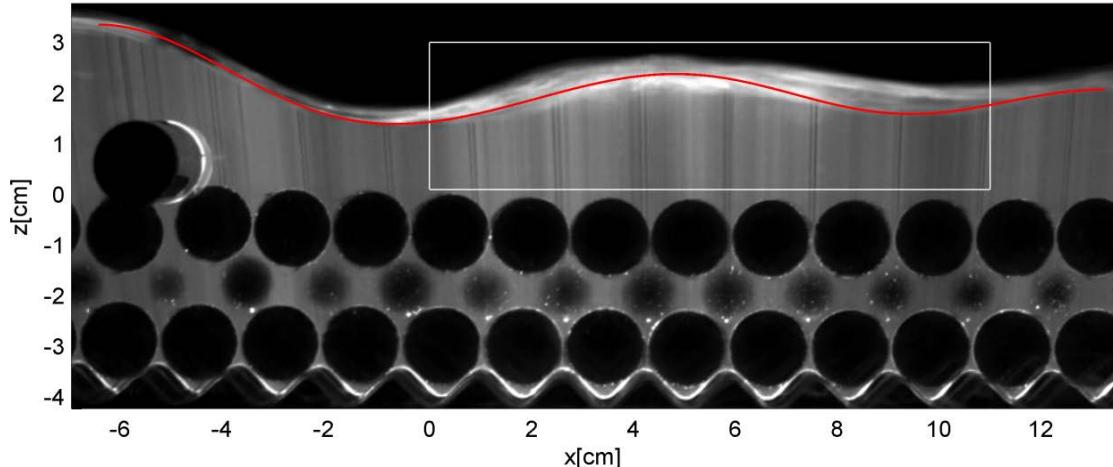


圖 3-4 Exp01 之切面，白色框框為主要研究區段。

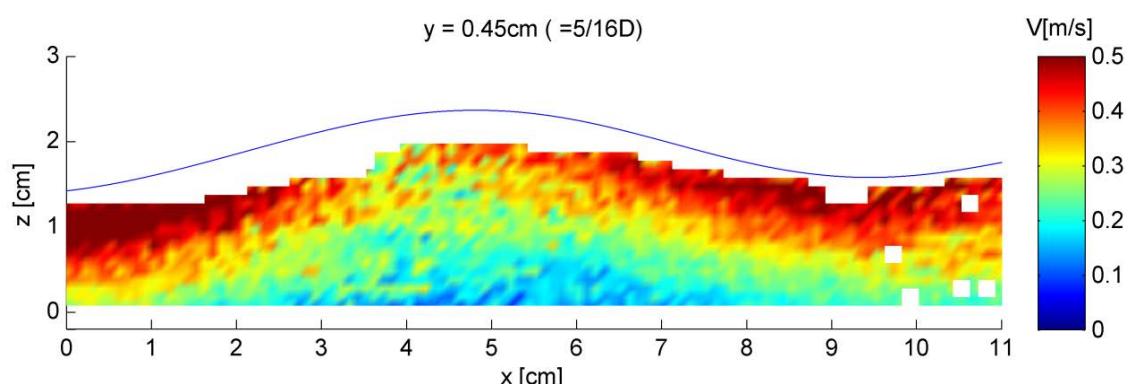
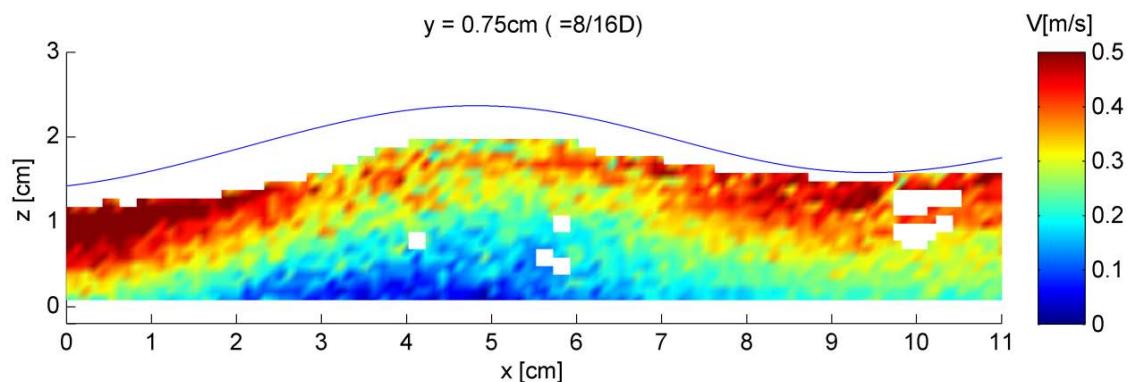


圖 3-5 Exp01 各切面之合成速度

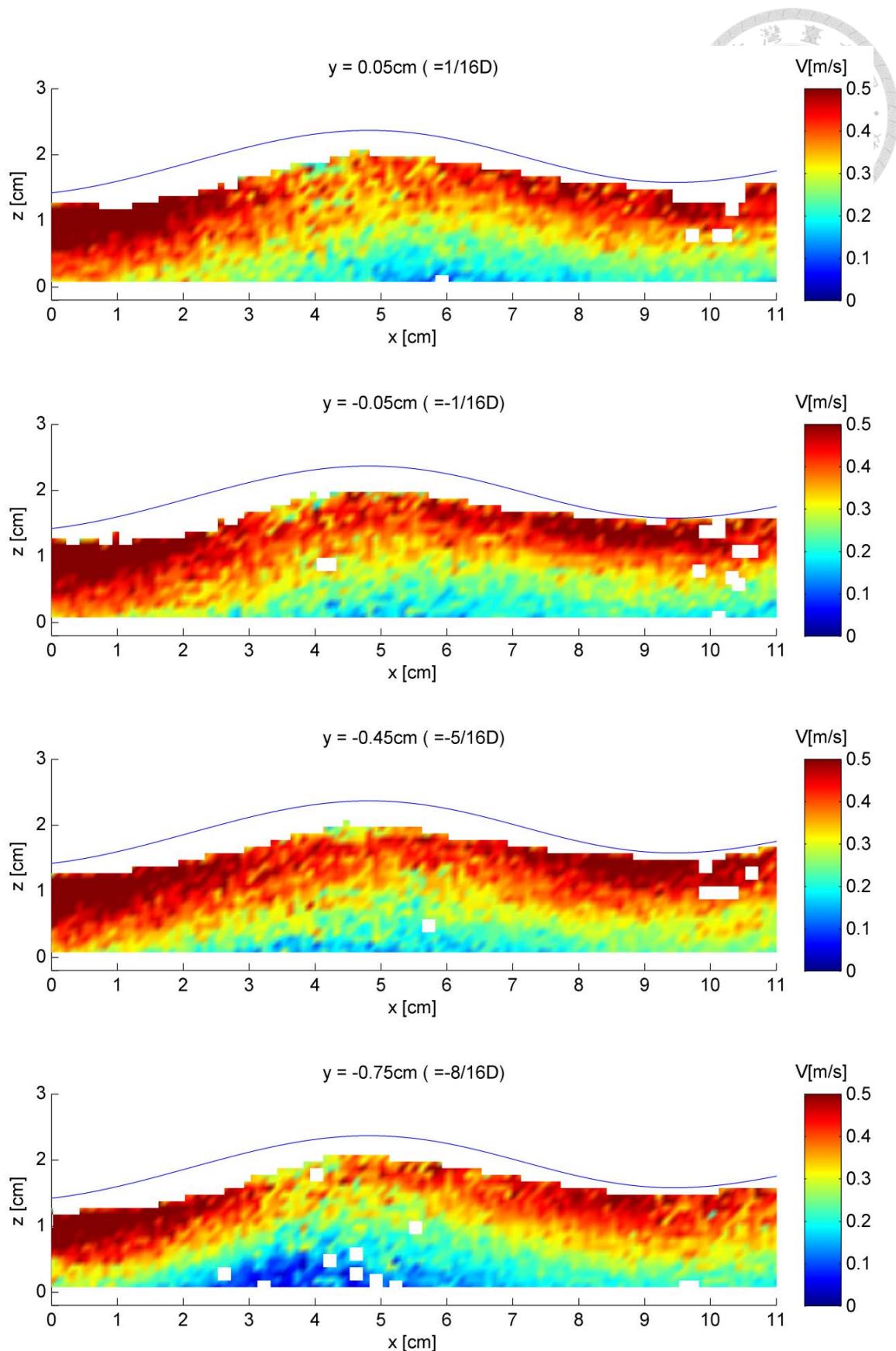


圖 3-5 Exp01 各切面之合成速度(續)

Exp02

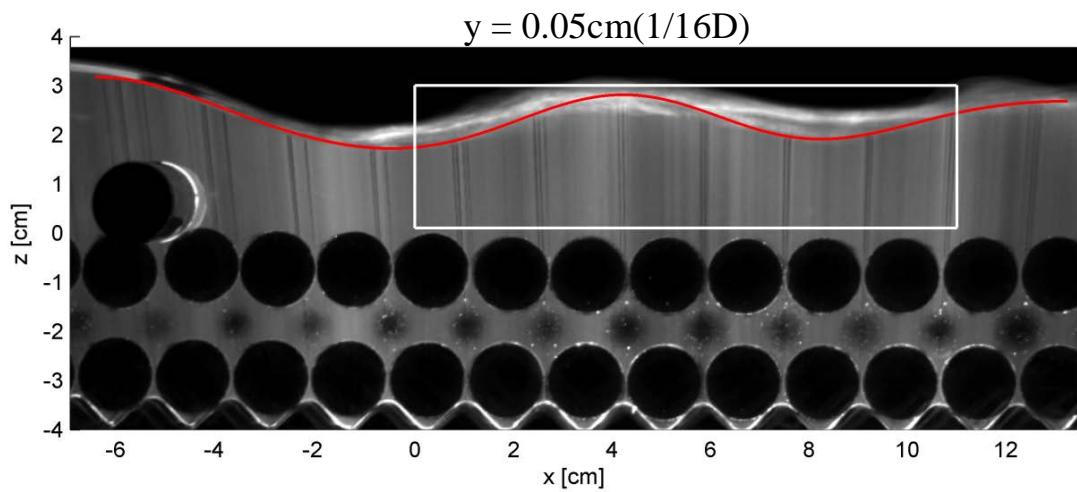


圖 3-6 Exp02 之切面，白色框框為主要研究區段。

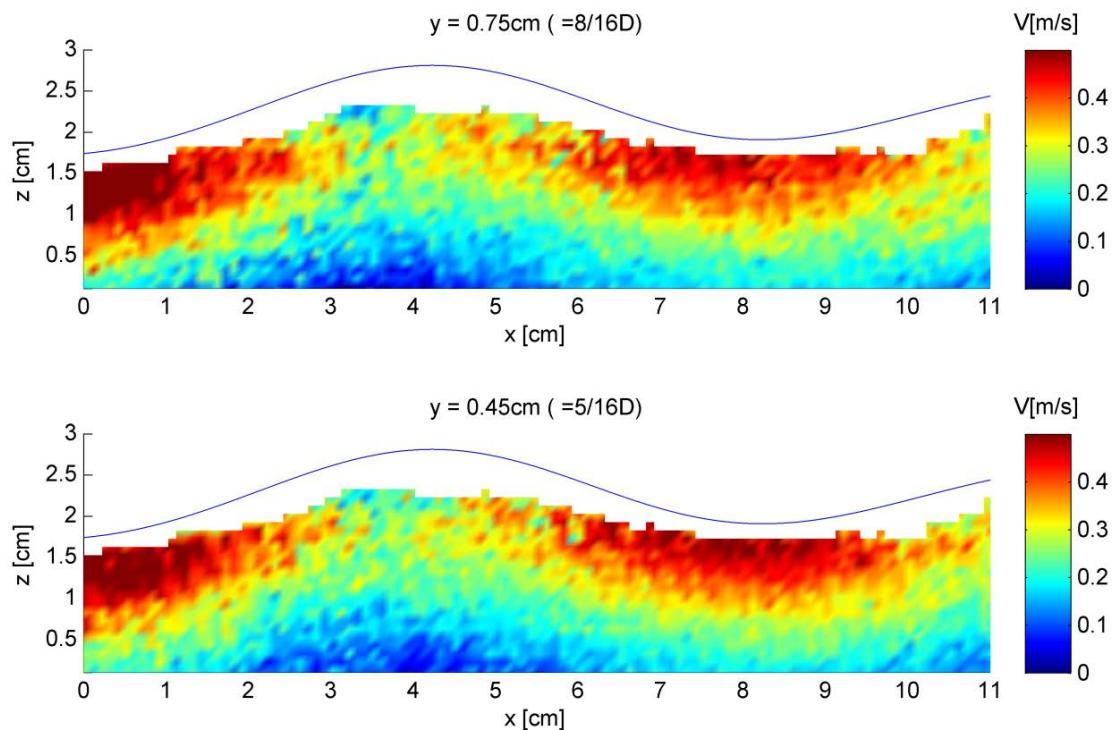


圖 3-7 Exp02 各切面之合成速度

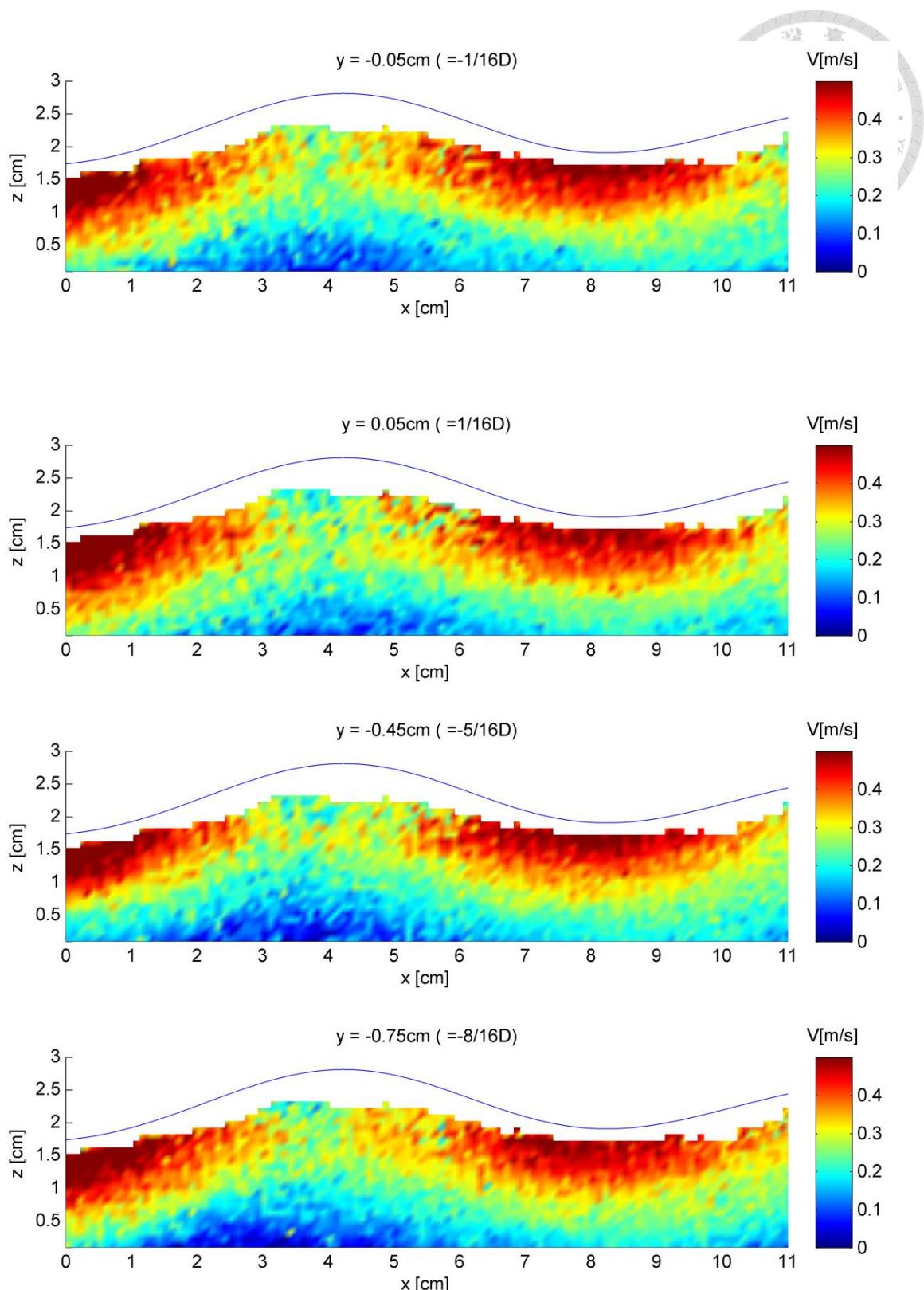


圖 3-7 Exp02 各切面之合成速度(續)

Exp03

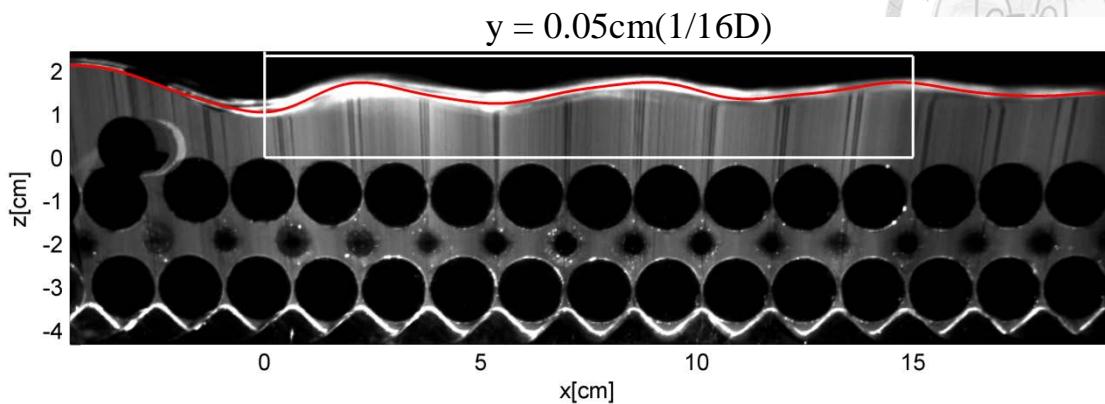


圖 3-8 Exp03 之切面，白色框框為主要研究區段。

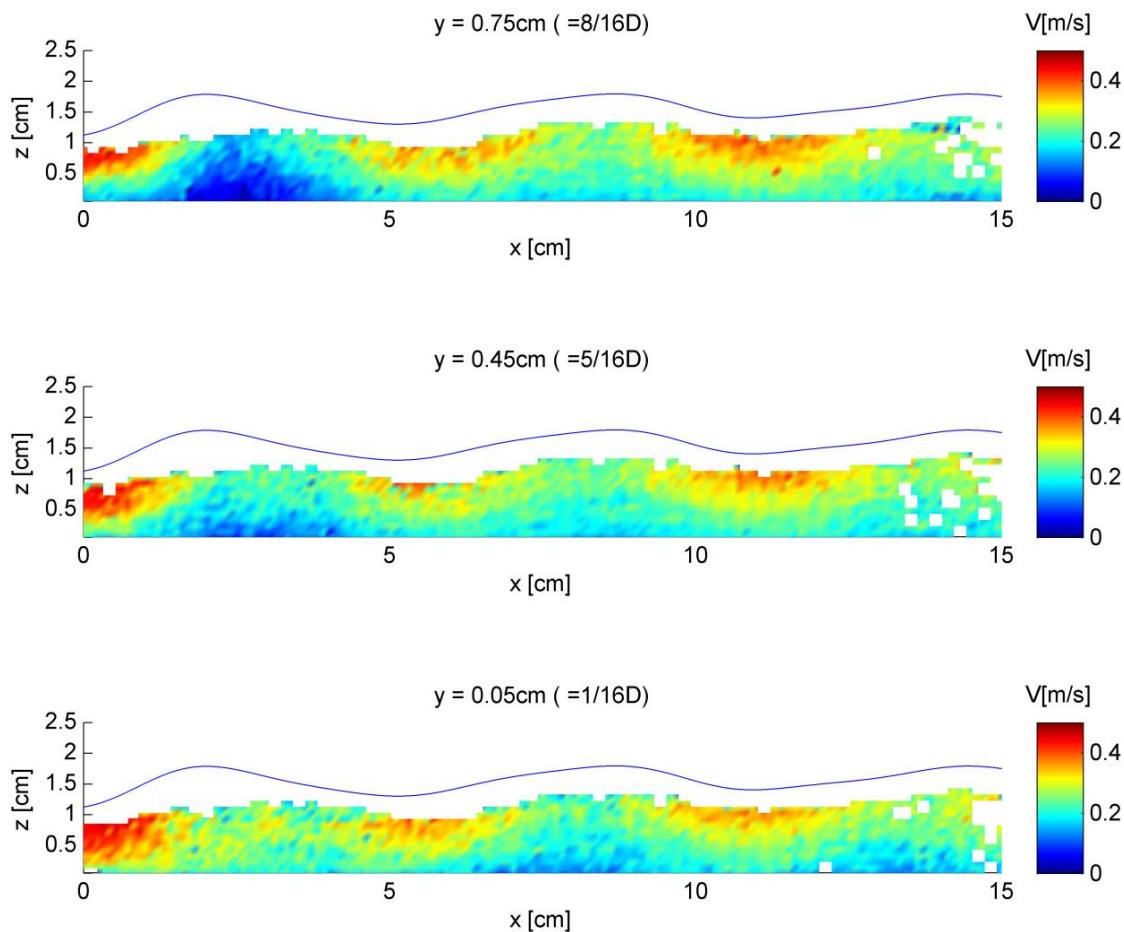


圖 3-9 Exp03 各切面之合成速度

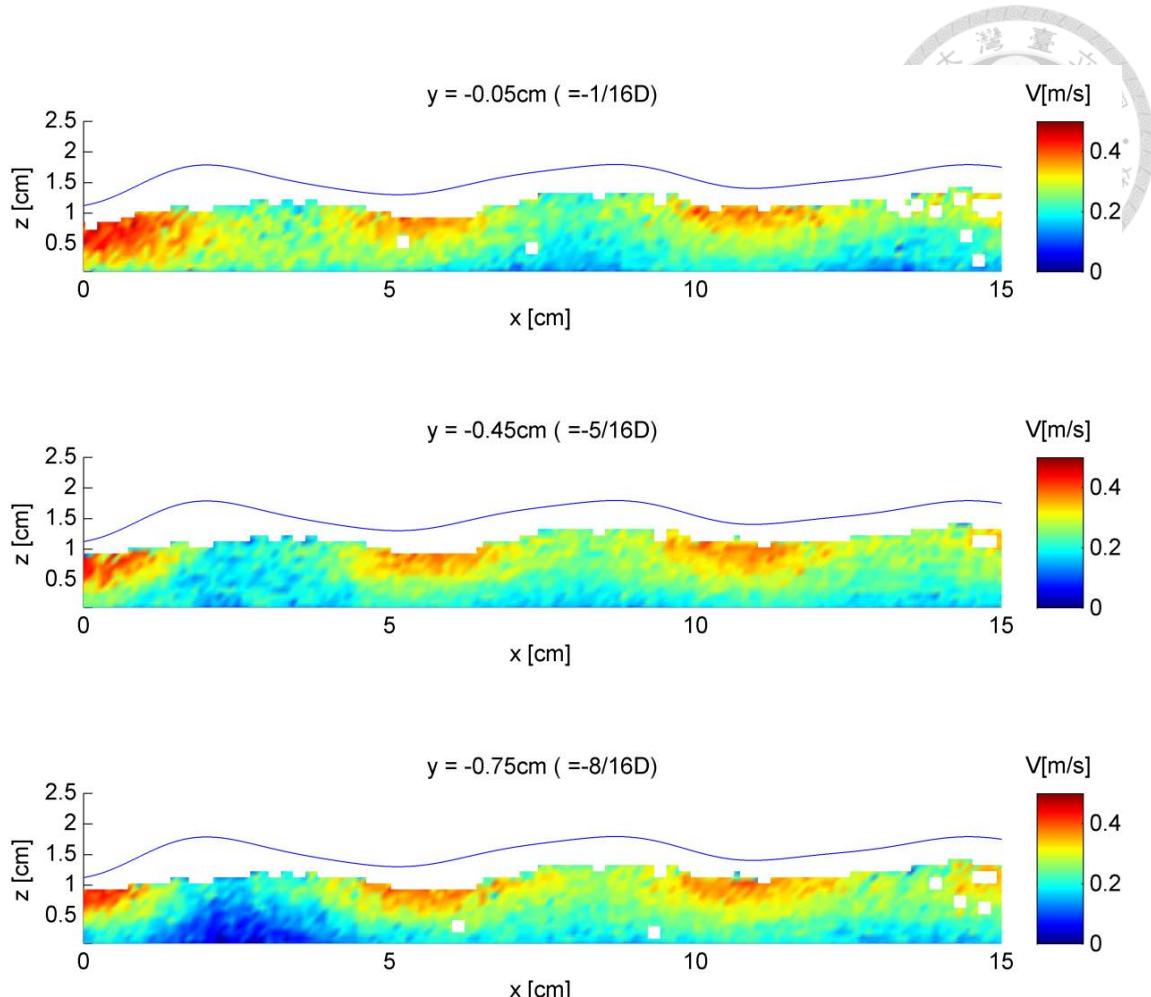


圖 3-9 Exp03 各切面之合成速度(續)

在各實驗中，水面會略微呈現三維結構，在水面波的波谷處，渠道中央的水深會比外側淺，在水面波的波峰處，渠道中央的水深會比外側深，圖中水面線的決定方法為，在波谷處選取受水面波影響最深處，在波峰選取最高值，在其餘地方則以程式自動判斷最量的位置，在平滑化處理成水面線。

在測量方面，因為雷射光從底下打光，在遇到液體與空氣交界面時會因為不同的折射率而發生反射，而反射在水面附近的雷射光，在影像分析中會被判斷為大量相鄰亮點，故無法以粒子追蹤測速法測量其流場。另外圖中零星的空白格為該格網中資料筆數不足五筆。

在流場結構方面，整體來說，從流場圖可以發現，在波峰底下存在一藍色的低速區。超臨界流在水躍的過程中，高速主流繞過藍色低速區沿水面流動，並非



快速混合成一新均勻流場。此低速區結構，在 Lennon& Hill(2006)的研究中，也有被明顯的觀察到，如圖 3-10。

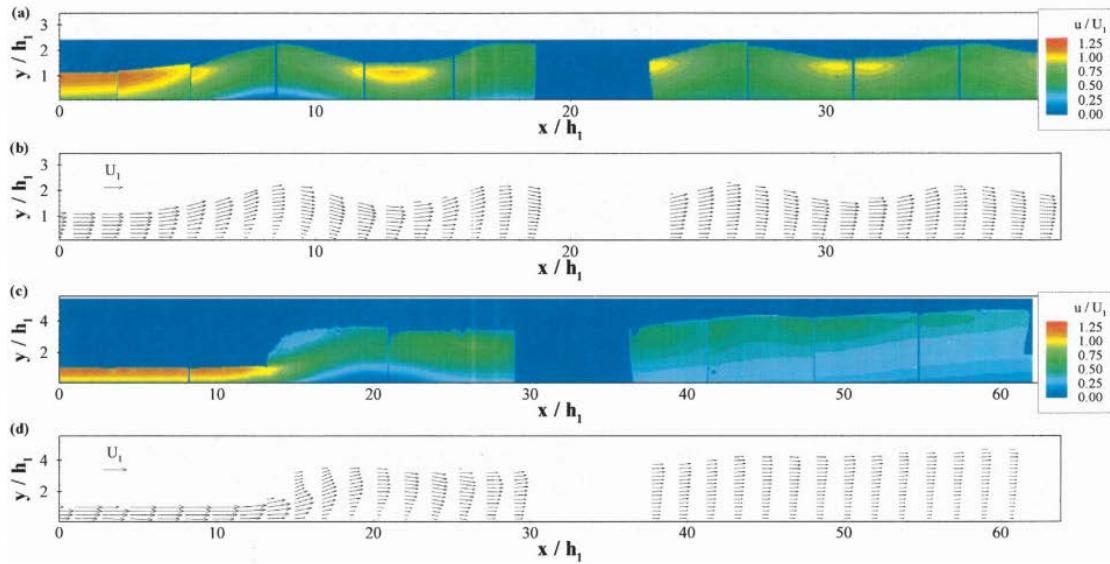


圖 3-10 Lennon & Hill(2006)所觀測到的水躍結構。長度以入流水深無因次、流速以水躍前平均水深深流速無因次。圖 a.b 為福祿數 1.65 的震盪型水躍，圖 c.d 福祿數為 2.99。

而在比對不同斷面間的流場可以發現，藍色的低速區在外側區 ( $y = 8/16D$  與  $-8/16D$ ) 處較中央區 ( $y = 1/16D$  與  $-1/16D$ ) 要大且略為對稱。推測主要的原因為外側區為第一層顆粒間的縫隙，此處局部孔隙率較高，從孔隙間進出的流量有助於藍色低速區的存在。而無法完全對稱的原因為顆粒面達到完全理想的整齊排列，原柱障礙物兩側存在肉眼無法判別的高度差使渠道必然存在三維因子。



### 3.2 孔隙間流場

孔隙間流場的測量，是本研究使用同折射率物質技術主要的考量。如果不是使用同折射率物質則圖 3-10 中  $y = 0.55\text{cm}$  ( $6/16D$ )，壓克力球與球之間的流場則無法測量。

以下以 Exp01 的測量結果為例展現在不同切頁上的流速。以下各圖中，底下白色區域為去除底下波浪板反光造成干擾流速的區域，會比實際面積來的大，故與壓克力球會有部份重疊。圖 3-11 與圖 3-12 為實測流場搭配第二章所提的網格細化方法。

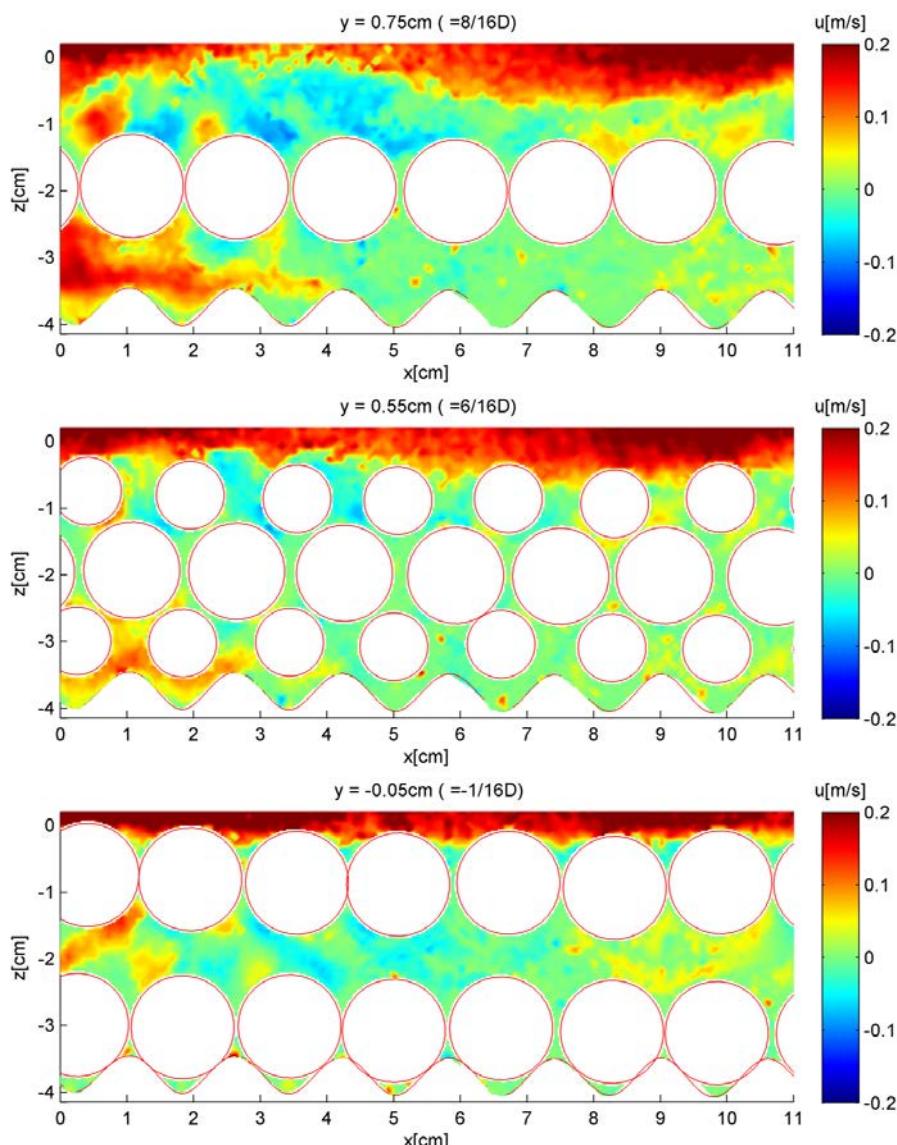


圖 3-11 Exp01 孔隙間不同  $xz$  切頁  $x$  方向的流速（以向下游為正）

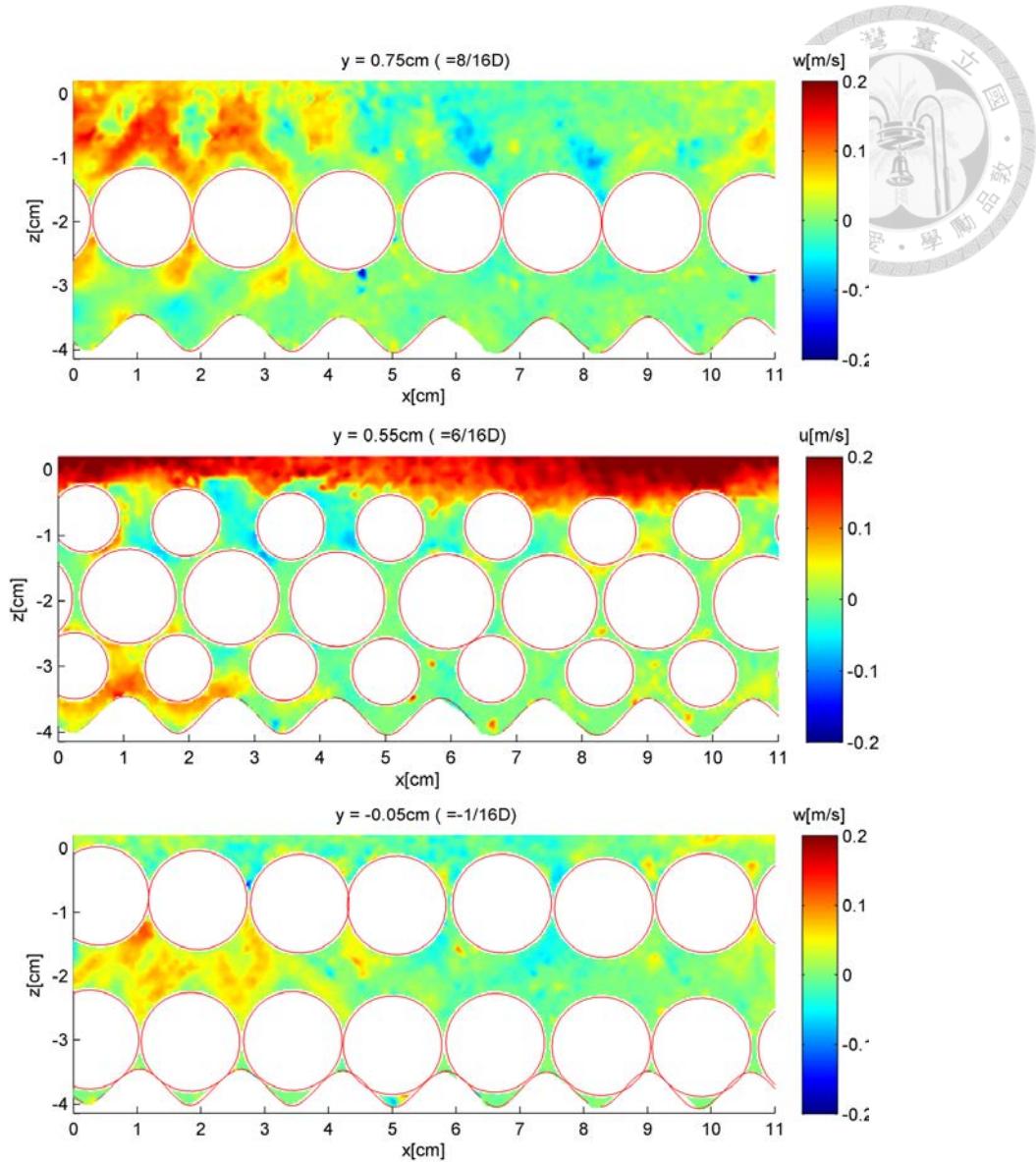


圖 3-12 Exp01 孔隙間不同 xz 切頁 z 方向的流速（以向上為正）

利用圖 3-11 中的數據，可將資料再重新編排並細化網格，得到圖 3-13，利用圖 3-12 中的數據，可將資料再重新編排並細化網格，得到圖 3-14。詳細的方法請參閱第二章的網格細化方法。

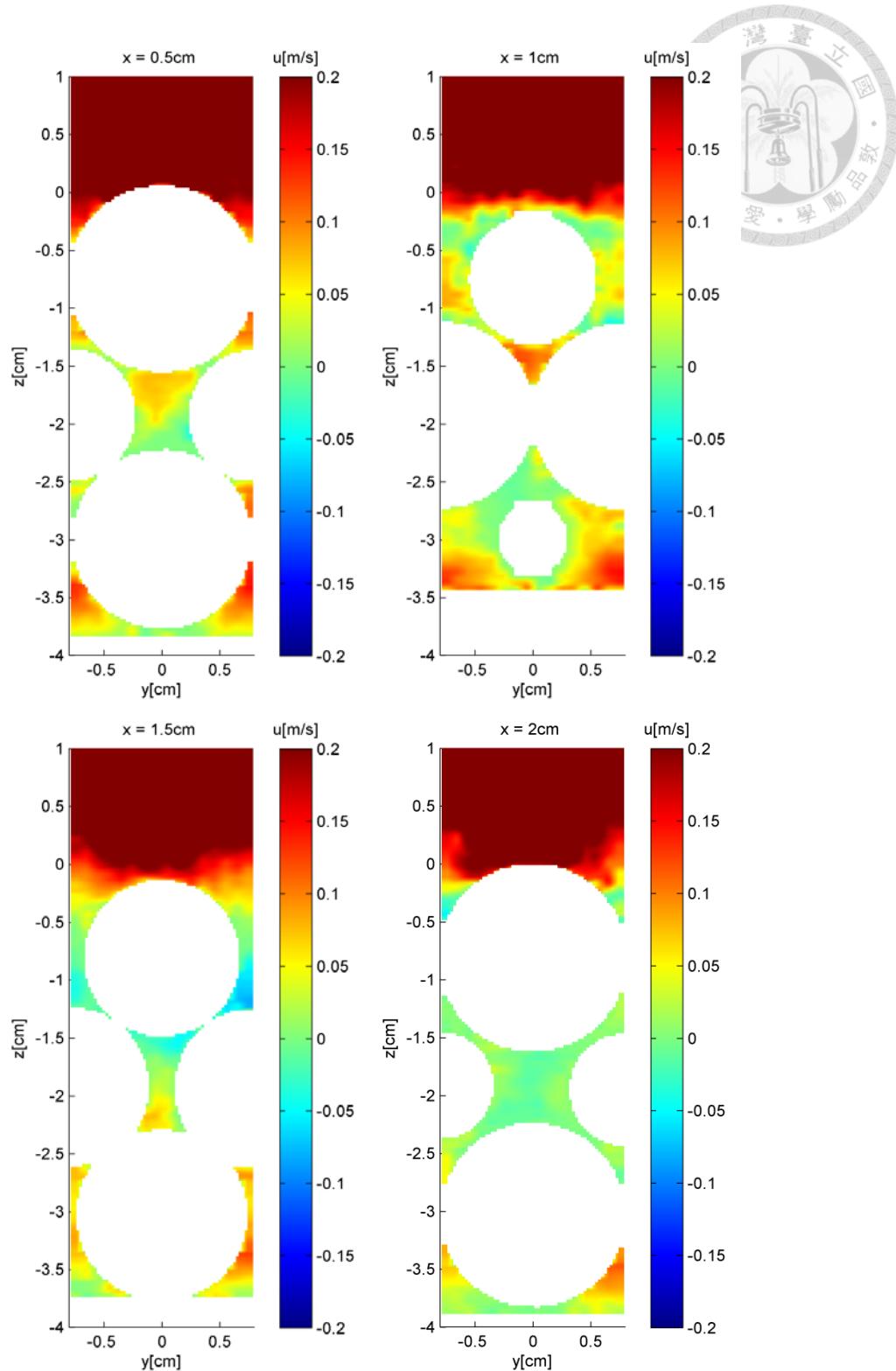


圖 3-13 Exp01 孔隙間不同  $yz$  切面  $x$  方向的流速（以向下游為正）

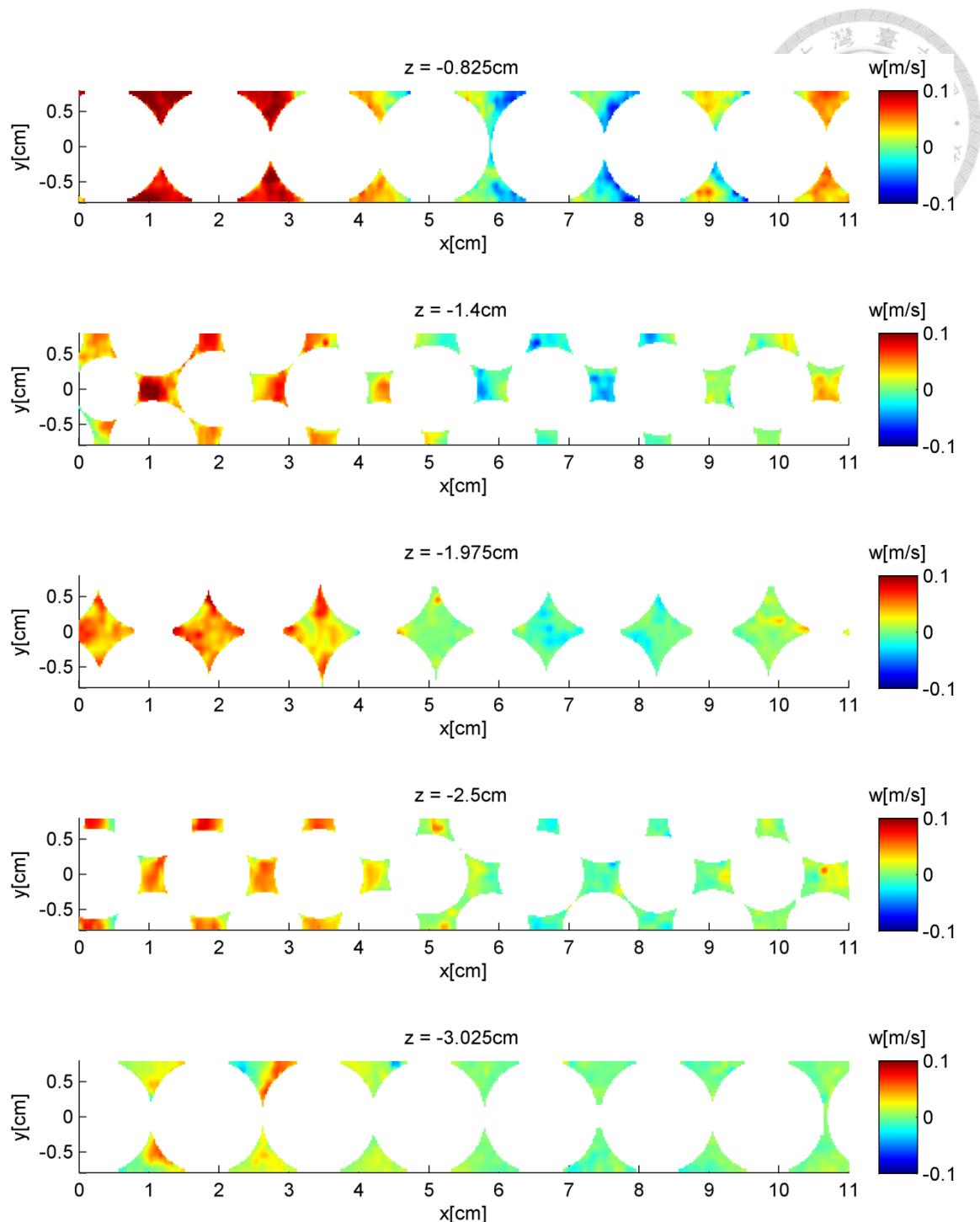


圖 3-14 Exp01 孔隙間不同 xy 切頁 z 方向的流速（以向上為正）

從上述的步驟中可以發現，流速會受到周圍壓克力幾何形狀影響，例如：遇到迎面遇到壓克力球時，會從四周繞開。為了描述孔隙間巨觀流向，因此定義空間週期平均流速如下：



$$[u]_{(x,0,z)} = \frac{\int_{z-\frac{T}{2}}^{z+\frac{T}{2}} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{x-\frac{D}{2}}^{x+\frac{D}{2}} u dx dy dz}{TD^2} \quad (3-1a)$$

$$[w]_{(x,0,z)} = \frac{\int_{z-\frac{T}{2}}^{z+\frac{T}{2}} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{x-\frac{D}{2}}^{x+\frac{D}{2}} w dx dy dz}{TD^2} \quad (3-1b)$$

$$[V]_{(x,0,z)} = \sqrt{[u]_{(x,0,z)}^2 + [w]_{(x,0,z)}^2} \quad (3-1c)$$

以空間結構來說， $x$ 、 $y$  方向一個週期為一倍顆粒直徑， $z$  方向一個週期為  $T = \frac{\sqrt{2}}{2} D$ 。

實際操作過程如圖 3-15。

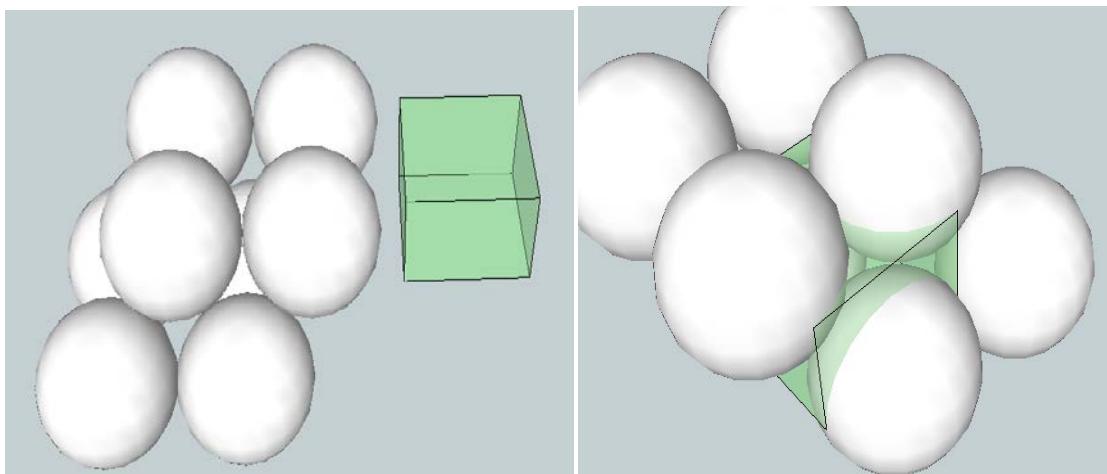


圖 3-15 空間週期平均法。左圖為顆粒排列與用以平均的空間綠色盒子大小展示。右圖為將盒子重疊於顆粒上，在此盒子內同時包含著所有孔隙與顆粒不同相對位置造成的局部效應。



各實驗所測到的空間週期平均流場如下，附上對間對應對照圖與搭配自由液面流  
16 個斷面的平均流場一起顯示：

Exp01

$$y = 0.05\text{cm}(1/16D)$$

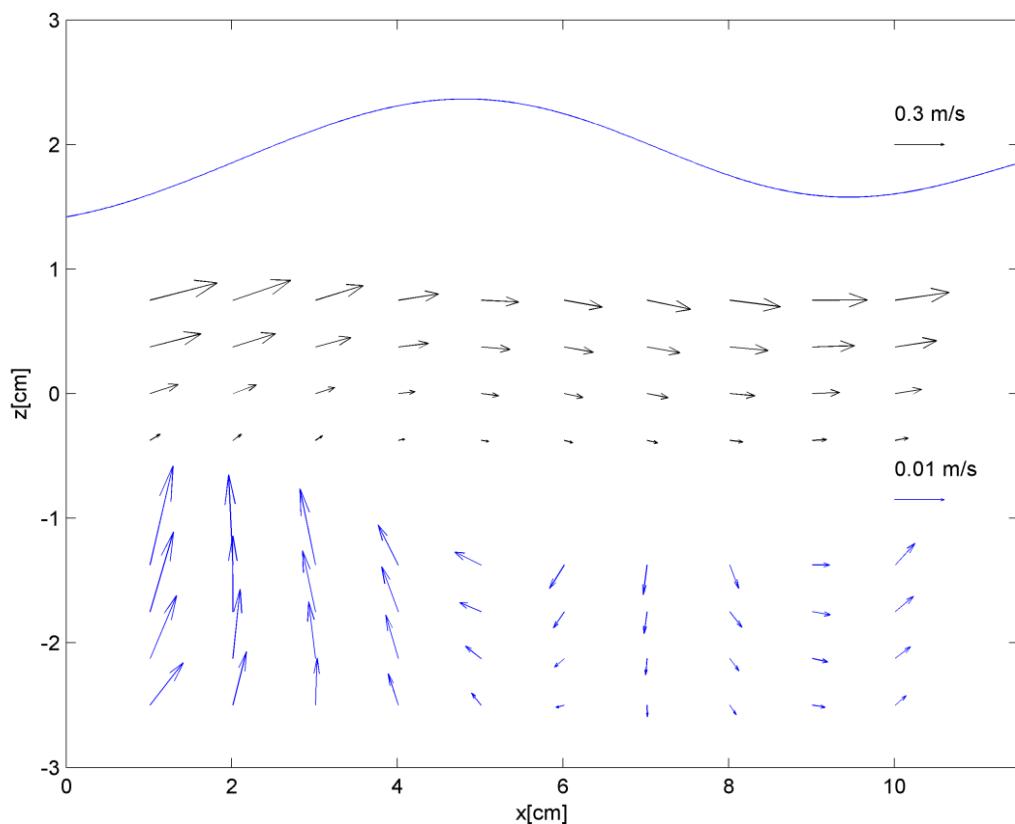
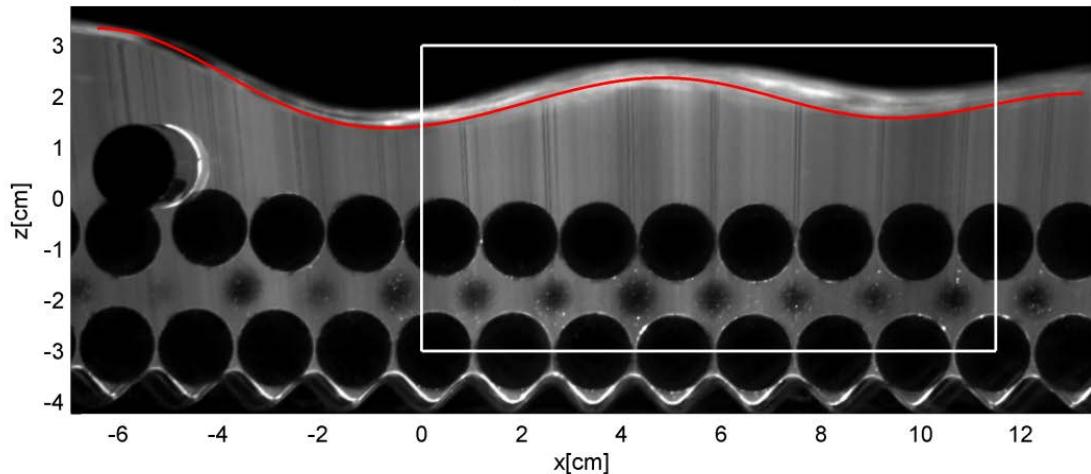


圖 3-16 Exp01 空間週期平均流場（箭頭長度代表[V]大小）

從空間週期平均流場可以發現，液體在孔隙介質間的流場，受到自由液面流



的影響相當明顯。其中約在  $x = 6 \sim 8\text{cm}$  處，自由液面的液體會注入補充孔隙間，且此分流會分成兩部份，其中一股在孔隙間往上游移動，而另一股往下游。

往上游移動的液體，則會在  $x = 2 \sim 4\text{cm}$  間，重新回到自由液面流內，形成一個循環的結構。往下游移動的液體，則會在  $x = 10\text{cm}$  開始重新回到自由液面流內，繼續往下游移動。

### Exp02

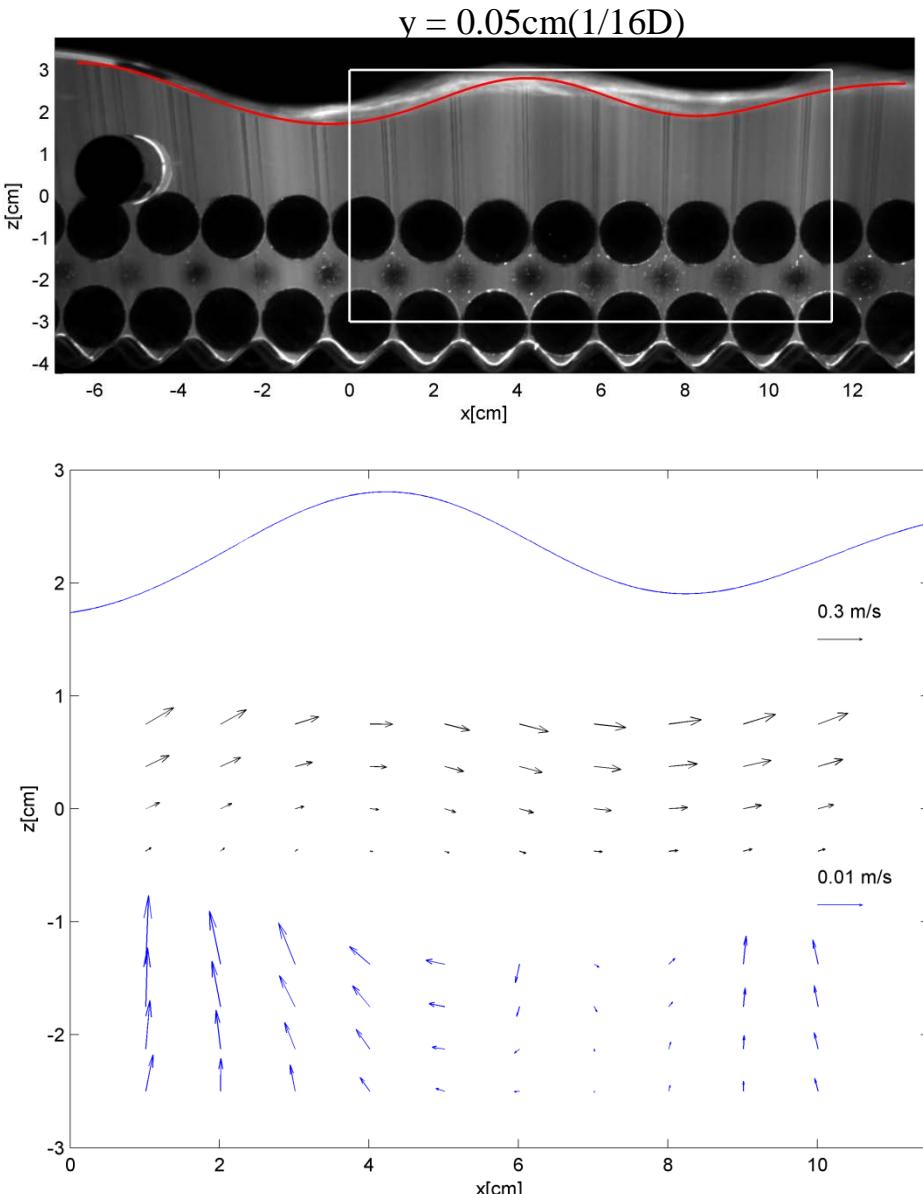


圖 3-17 Exp02 空間週期平均流場（箭頭長度代表[V]大小）

與 Exp01 組的流場相似，在孔隙介質內， $x = 2 \sim 6\text{ cm}$  處之間同樣存在一循環的結構，液體從自由液面流補注到孔隙介質流中，往上游移動再返回自由液面流



之中。

另外值得注意的是，雖然 Exp02 與 Exp01 相比的波形振幅較大，且波長較短，但孔隙間向下的空間週期流速卻比較小。

Exp03

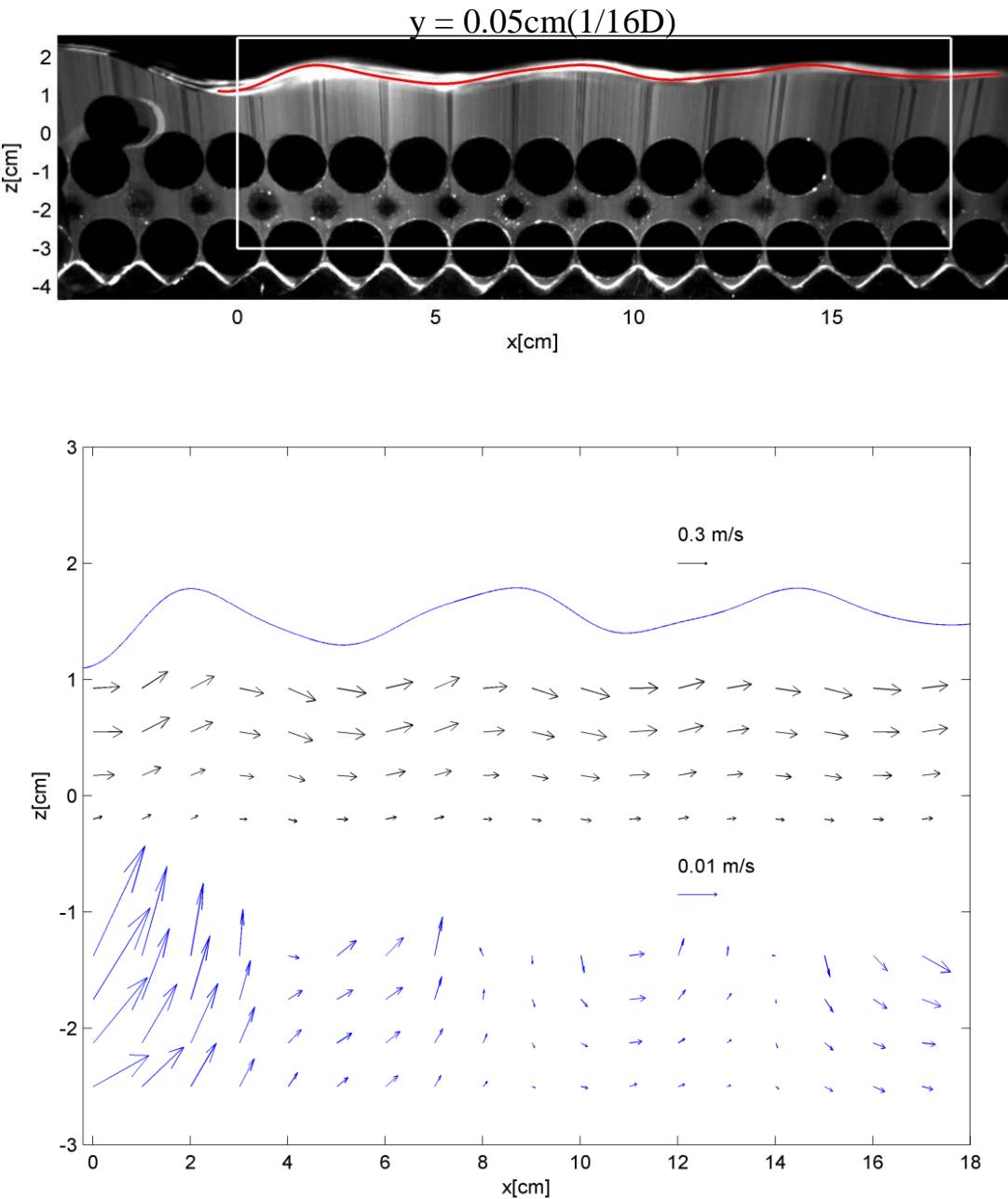


圖 3-18 Exp03 空間週期平均流場（箭頭長度代表[V]大小）

與前兩組實驗不同，Exp03 的流況為流量較小，Fr 較低，波長較短，主要目的為觀察流況隨 x 方向前進後的變化。在圖中可以看到 x 在 4cm、10cm、16cm 附近都



有往下層注入流速的區域，且  $x$  越大此區域面積也越大。另外可以發現，孔隙間的流場大致都為向下游移動，在 Exp01 與 Exp02 中所觀測到的循環結構，僅在  $x = 8 \sim 9\text{cm}$  有一小區塊。



### 3.3 壓力推估

3.2 節的圖顯示了孔隙間液體的流場，並不會在時間平均之後消失；也就是說，孔隙間與自由液面液體的交換，並非是紊流驅動。本研究推測孔隙間的流場是受壓力水頭與高度頭所驅動，此節將計算各組實驗靠近底床附近的壓力分布。

計算壓力的方法，McLean & Nikora (2006) 提出以 Double-Averaging Concept 用以處理在水槽實驗中所測到在橫跨渠寬方向存在多個切頁的數據，方法如下：

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_k \rangle}{\partial t} + \langle \bar{u}_j \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_k \rangle}{\partial x_j} = g_k - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \bar{P} \rangle}{\partial x_k} - \frac{\partial \langle \bar{u}_k \bar{u}_j \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle \bar{u}'_k \bar{u}'_j \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \langle v \frac{\partial \langle \bar{u}_k \rangle}{\partial x_j} \rangle \quad (3-2)$$

其中  $\langle \cdot \rangle$  為橫跨渠寬方向空間平均

$\langle \cdot \rangle$  為單一切頁內的時間平均， $u = \bar{u} + u'$ ， $u'$  為紊流擾動

$\sim$  為跨渠寬方向的差異值， $\bar{u} = \langle \bar{u} \rangle + \tilde{u}$

處理過程需要先計算各個切頁中處理中  $\langle \cdot \rangle$  的值再進行平均，然而  $\frac{\partial \langle \bar{u}'_k \bar{u}'_j \rangle}{\partial x_j}$  牽涉到紊流的計算，在本實驗中若將渠寬方向跨距 16mm 的資料分成多個切頁分別計算，則會有資料筆數過少，造成紊流計算不具代表性的問題。

因此本研究將渠寬方向跨距 16mm 的資料一起合併處理，採用時間平均的 Navier Stokes 方程式：

$$\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial t} + \bar{u}_k \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} = g_k - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_k} - \frac{\partial \bar{u}'_k \bar{u}'_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( v \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_j} \right) \quad (3-3)$$

另一方面，在靠近水面區域的流場因為會受到水面反光影響而無法測量，故僅能以 (3-3) 式計算在壓力在  $x$  方向上的變化，加上條件：

$$\text{steady state}, \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \sim 0 \quad (3-4a)$$

$$\text{二維流場}, \bar{v} \sim 0, \frac{\partial}{\partial y} \sim 0 \quad (3-4b)$$

將 (3-4) 代入 (3-3) 式改寫如下：

$$\begin{aligned} \rho \left[ \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] &= - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] \\ &- \frac{\partial (\rho \bar{u}' \bar{u}')}{\partial x} - \frac{\partial (\rho \bar{u}' \bar{w}')}{\partial z} \end{aligned} \quad (3-5)$$



沿 x 方向積分得：

$$d\bar{P} = -\rho \Delta \frac{1}{2} \bar{u}^2 - \rho \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dx + \rho g_x dx + \mu \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] dx \\ - \rho \Delta (\bar{u}' \bar{u}') - \rho \frac{\partial (\bar{u}' \bar{w}')} {\partial z} dx \quad (3-6)$$

其中將各項分別命名以方便之後的討論：

$$P_{convx}: -\rho \Delta \frac{1}{2} \bar{u}^2 \quad (3-7a)$$

$$P_{convy}: -\rho \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dx \quad (3-7b)$$

$$P_{gx}: \rho g_x dx \quad (3-7c)$$

$$P_{vis}: \mu \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] dx \quad (3-7d)$$

$$P_{Rex}: -\Delta (\rho \bar{u}' \bar{u}') \quad (3-7e)$$

$$P_{Rey}: -\rho \frac{\partial (\bar{u}' \bar{w}')} {\partial z} dx \quad (3-7f)$$

$$P_{conv} = P_{convx} + P_{convy} \quad (3-7g)$$

在計算壓力的過程中，需要用到的變數為  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$ ,  $\bar{u}' \bar{u}'$ ,  $\bar{u}' \bar{w}'$ 。所代入的資料分別為：

$\bar{u}$ ：將網格（ $1\text{mm} \times 16\text{mm} \times 1\text{mm}$ ，渠道方向 $\times$ 渠寬方向 $\times$ 水深方向）內所有

測

到的渠道方向的速度  $u$  做平均。

$\bar{w}$ ：將網格內所有水深方向的速度  $w$  做平均。

$u'$ ：所測到的單筆數據  $u$  扣掉所在網格的  $\bar{u}$ 。

$w'$ ：所測到的單筆數據  $w$  扣掉所在網格的  $\bar{w}$ 。

$\bar{u}' \bar{u}'$ ：將網格各單筆資料  $u'$  平方再平均。

$\bar{u}' \bar{w}'$ ：將網格各單比資料的  $u'$ 、 $w'$  相乘方再平均。

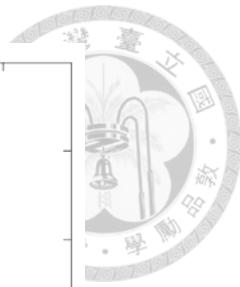
但若直接將數據代入計算，將會有誤差傳遞放大的問題。這是因為本實驗中  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  在  $x$  方向具有週期性，故在處理數據時，先以 Matlab 內建快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT) 近似，再代入計算。以下介紹並說明傅立葉轉換的使用方法。

傅立葉轉換可以將一資料序列  $F(x)$ ,  $x=1,2,3,\dots,N$  拆解成不同波長正弦與餘弦波的疊加：

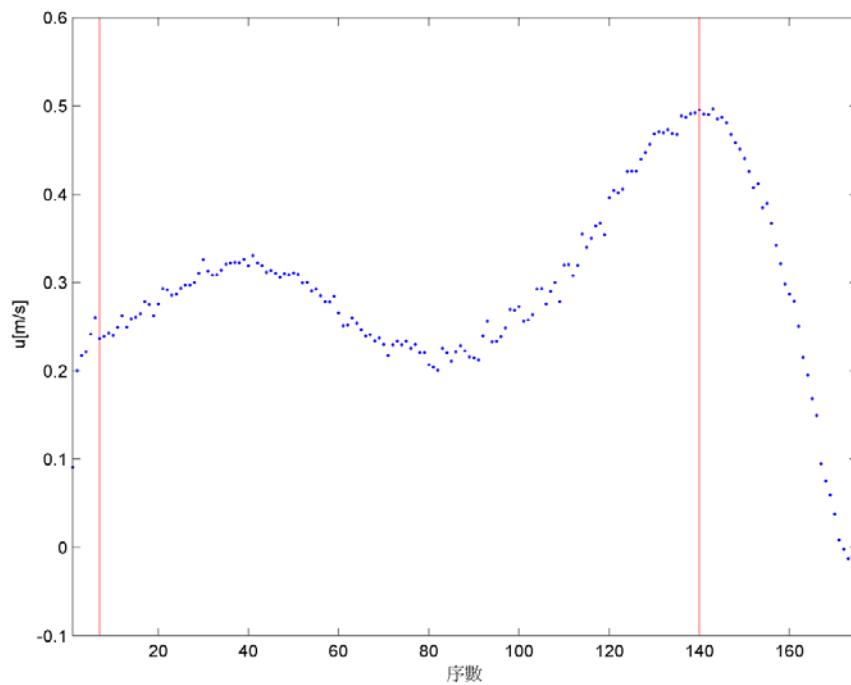


$$F_M(x) = \sum_{n=0}^M a_n \sin\left(\frac{N\pi}{n}x\right) + \sum_{n=0}^M b_n \cos\left(\frac{N\pi}{n}x\right) \quad (3-8)$$

在使用上使用者需決定階數  $M$ ，所選用的階數越高，與原序列就越接近，藉由傅立葉轉換，可將具有週期性波長較長的資料與波長較短的隨機震盪去除，且傅立葉轉換有峰值較不易失真的優點。而傅立葉轉換在使用上的限制為必須是首尾相接的重複波形，以下圖為例解說傅立葉轉換的用法：



a)



b)

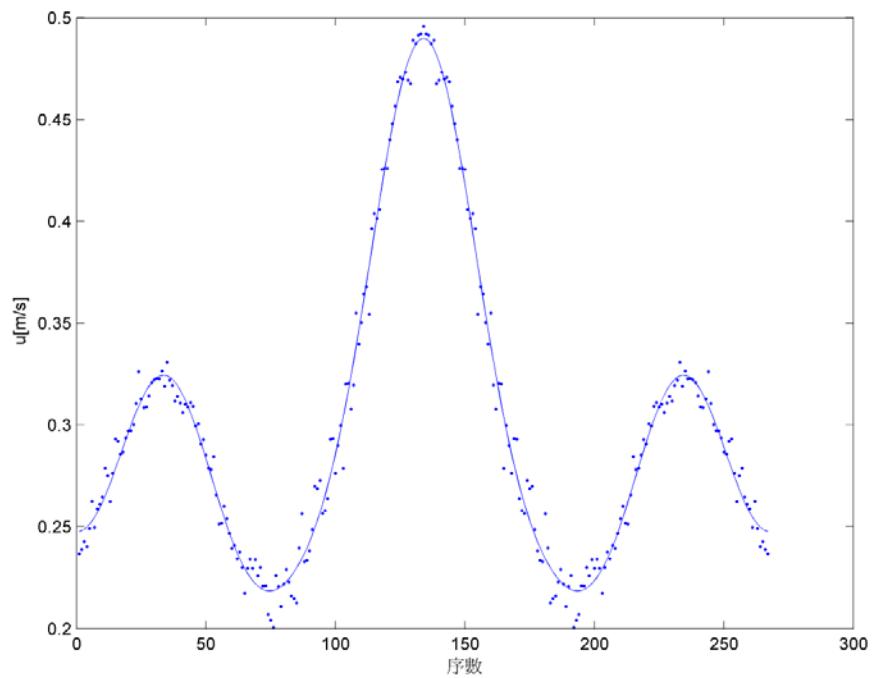


圖 3-19 傳立葉轉換圖

圖 3-19a 為一  $u(x)$  序列，為了產生符合傅立葉轉換要求頭尾相連的完整波形，取 a 圖中兩紅線中間的數據，做出鏡像反射產生一新序列如圖 3-19b 中的藍點。於此情況便能以傅立葉轉換做出去除高頻震盪的平滑線（即圖 3-19b 中的藍線）。在各實驗各情況 M 的選取方面如表 3-1，選取的依據為：在峰值失真（M 過小）與在局



部產生額外峰值（M 過大）之間取平衡。

表 3-1 各實驗情況所選取的 M 值

	$\bar{u}, \bar{w}$	$\overline{u' u'}$	$\overline{u' w'}$
Exp01	7	12	12
Exp02	7	12	N.A.
Exp03	17	12	N.A.

其中因為 Exp03 的數據  $\bar{u}, \bar{w}$  在空間中具有較多個週期，故使用較高的 M 值去近似。

另外數據  $\overline{u' w'}$  因為數據震盪過大，無法以傅立葉轉換描繪其變化，故僅以 12 階近似 Exp01 的  $\overline{u' w'}$ ，示範說明此項計算方法與過程。以下將以 Exp01 組別為例說明各項壓力詳細的計算過程：

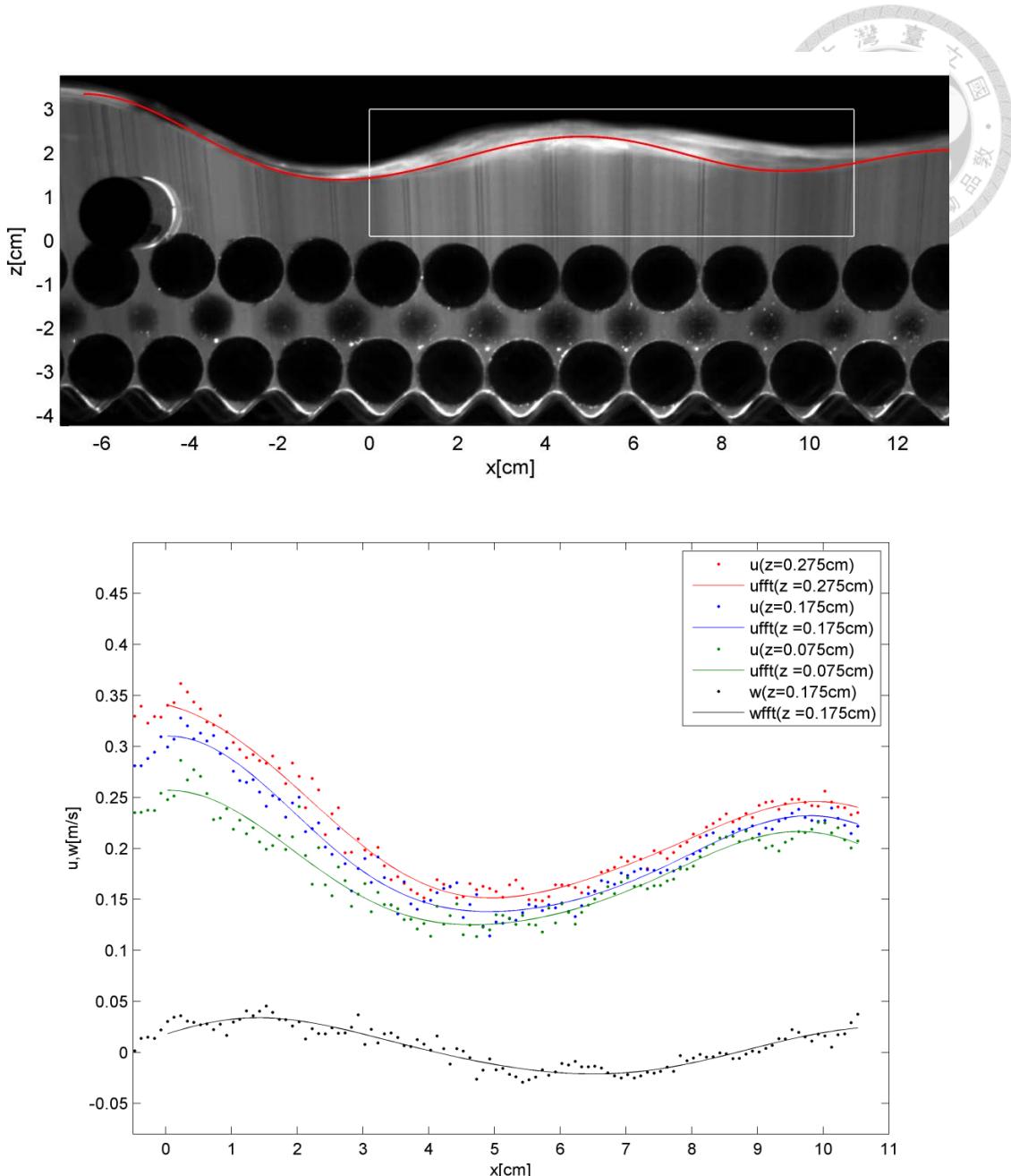


圖 3-20 變數 $\bar{u}, \bar{w}$ 之分布 (Exp01)

以 Exp01 為例，要計算壓力在 $z = 0.175\text{cm}$  線上沿  $x$  方向變化時，需要用到  $x$  方向流速 $\bar{u}$  在  $z = 0.275\text{cm}$ 、 $z = 0.175\text{cm}$  與  $z = 0.075\text{cm}$  三個高程的流速分布以及 $\bar{w}$  在  $z = 0.175\text{cm}$  的流速分布如圖 3-20，其中實驗所測量到的數據以點顯示，為了避免在計算過程中的誤差傳遞，選用 FFT 近似的結果以「與點同顏色的連續線」顯示。各項計算時所需要用到的變數與計算過程不一，其雷諾項以外的各項計算結果如圖 3-21，以下依序解釋在圖中各項結果之算法：

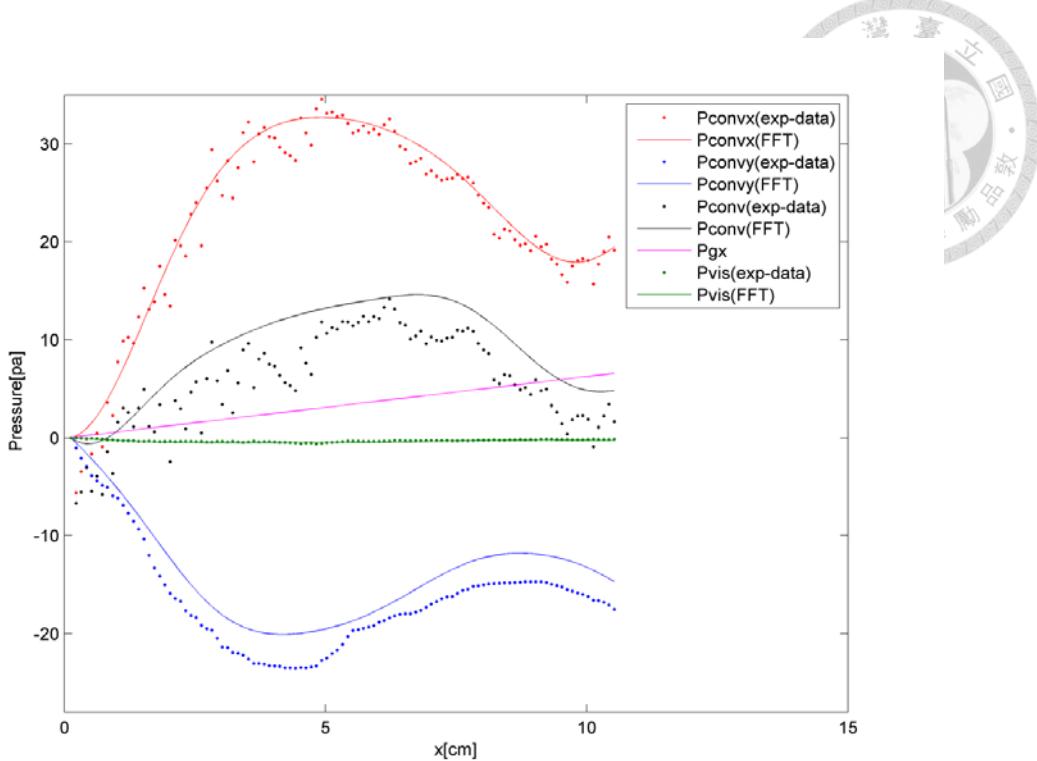


圖 3-21  $P_{\text{convx}}, P_{\text{convy}}, P_{\text{gx}}, P_{\text{vis}}$  之分布 (Exp01)

- 圖 3-21 中紅色點與線為  $P_{\text{convx}}: -\rho \Delta \frac{1}{2} \bar{u}^2$  在計算所需要用到的變數為  $\bar{u}$  在  $z = 0.175\text{cm}$  的數據 (圖 3-20 中的藍色點與線)，此項在  $x = x_k$  的計算方法為：

$$P_{\text{convx}}(x_k, 0.175) = -\rho \frac{1}{2} (\bar{u}^2(x_k, 0.175) - \bar{u}^2(x_0, 0.175)) \quad (3-9)$$

其中紅色點為利用實驗原始數據直接計算出的結果，紅色線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。

- 圖 3-21 中藍色點與線為  $P_{\text{convy}}: -\rho \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dx$  在計算所需要用到的變數為  $\bar{u}$  在  $z = 0.275\text{cm}$  (圖 3-20 中的紅色點與線)、 $z = 0.175\text{cm}$  的數據 (圖 3-20 中的藍色點與線) 與  $\bar{w}$  在  $z = 0.175\text{cm}$  的數據 (圖 3-20 中的黑色點與線)，計算上需要用到累加的積分概念，此項在  $x = x_k$  的計算方法為：

$$P_{\text{convy}}(x_k, 0.175) = -\rho \sum_{n=1}^k \bar{w}(x_n, 0.175) \frac{\bar{u}(x_n, 0.275) - \bar{u}(x_n, 0.175)}{\Delta z} \Delta x \quad (3-10)$$

其中  $\Delta x$ 、 $\Delta z$  為格網的長與寬，在這邊都是 1mm。藍色點為利用實驗原始數據



直接計算出的結果，藍色線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。

- 圖 3-21 中黑色點與線為前兩項的加總， $P_{conv} = P_{convx} + P_{convy}$ ，為傳導項的總貢獻。圖 3-21 紅色點+藍色點為黑色點，紅色線+藍色線為黑色線。黑色點為利用實驗原始數據直接計算出的結果，黑色線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。
- 圖 3-21 中紫色的線為重力對壓力的貢獻 $P_{gx} \cdot \rho g_x dx$ ，計算中需要用到的數據為常數（水槽的坡度：0.03），所以沒有點與線之分。
- 圖 3-21 中綠色點與線為  $P_{vis} \cdot \mu \left[ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] dx$ ，是黏滯力對壓力的貢獻。計算所需要用到的變數為  $\bar{u}$  在  $z = 0.275\text{cm}$ （圖 3-19 中的紅色點與線）、 $\bar{u}$  在  $z = 0.175\text{cm}$ （圖 3-20 中的藍色點與線）、 $z = 0.075\text{cm}$  的數據（圖 3-20 中的綠色點與線），計算上需要用到累加的積分概念，此項在  $x = x_i$  的計算方法為：

$$\begin{aligned}
 & P_{vis}(x_k, 0.175) \\
 &= \mu \sum_{n=1}^k \left\{ \frac{\bar{u}(x_n, 0.275) - 2\bar{u}(x_n, 0.175) + \bar{u}(x_n, 0.075)}{2\Delta x \Delta x} \Delta x \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\bar{u}(x_{n+1}, 0.275) - 2\bar{u}(x_n, 0.175) + \bar{u}(x_{n-1}, 0.075)}{2\Delta z \Delta z} \Delta x \right\} \quad (3-11)
 \end{aligned}$$

其中  $\Delta x$ 、 $\Delta z$  為格網的長與寬，在這邊都是 1mm。綠色點為利用實驗原始數據直接計算出的結果，綠色線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。

上述各項對壓力的貢獻，可以發現  $P_{convx}$  與水面波的振幅同相位， $P_{convy}$  與水面波反相位， $P_{conv}$  為兩者相加，大致上與水面波亦同相位，而黏滯力的貢獻過小對壓力貢獻與水面波的相位不造成影響。

接著探討雷諾應力對壓力分布的影響，將近床區的  $\bar{u}'\bar{u}'$ 、 $\bar{u}'\bar{w}'$  空間分布作圖如圖 3-22，可以發現在  $x = -4 \sim 0$  存在一帶狀結構，為通過障礙物之後產生分離點之影響。另一方面，可以看到  $\bar{u}'\bar{u}'$ 、 $\bar{u}'\bar{w}'$  在近床區僅在第一波峰下前半段有變化 ( $x = 0 \sim 4$ )，之後就趨於 0。

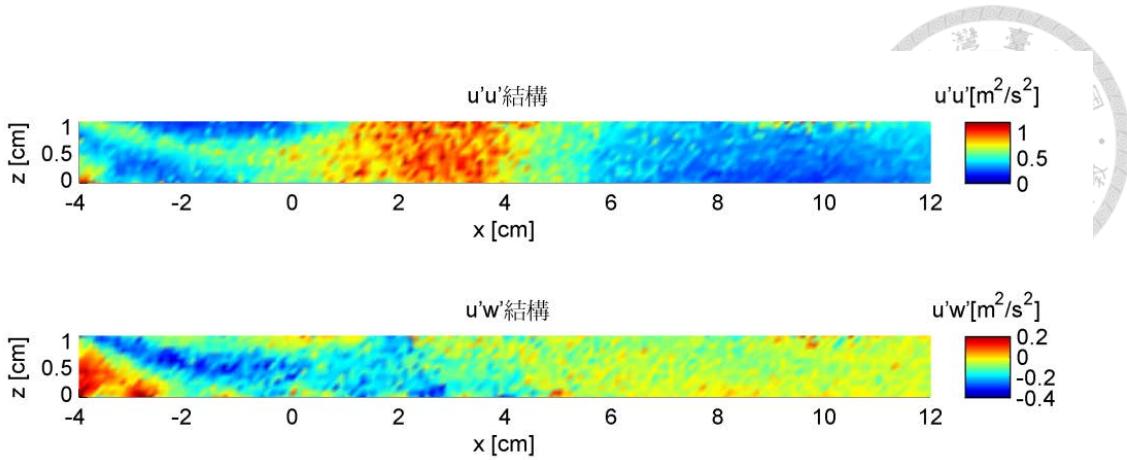


圖 3-22  $\overline{u'u'}$ ,  $\overline{u'w'}$  空間分布 (Exp01)

- 圖 3-23 中黑色的點與線是雷諾應力  $\overline{u'u'}$  項對壓力的貢獻,  $P_{Rex} = -\Delta(\rho \overline{u'u'})$ , 在計算過程中需要用到  $\overline{u'u'}$  在  $z=0.175\text{cm}$  沿  $x$  的變化(圖 3-a2 中的紫色點與線)。此項在  $x = x_k$  的計算方法為：

$$P_{Rex}(x_k, 0.175) = -\rho(\overline{u'u'}^2(x_k, 0.175) - \overline{u'u'}^2(x_0, 0.175)) \quad (3-12)$$

黑色點為利用實驗原始數據直接計算出的結果，黑色線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。

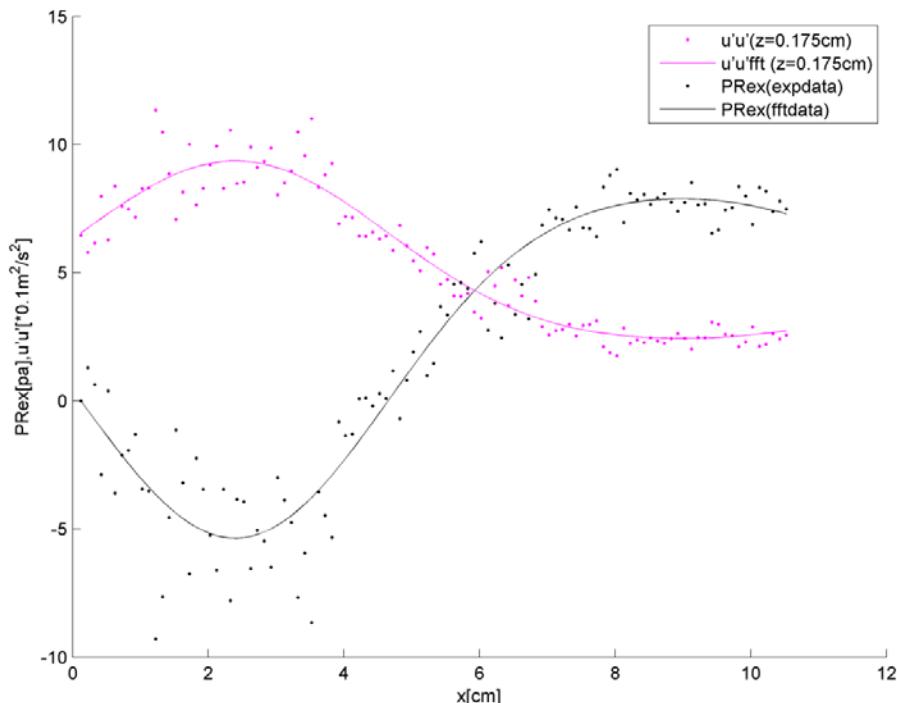


圖 3-23 中  $\overline{u'u'}$  與  $P_{Rex}$  沿  $x$  方向之變化圖 (Exp01)

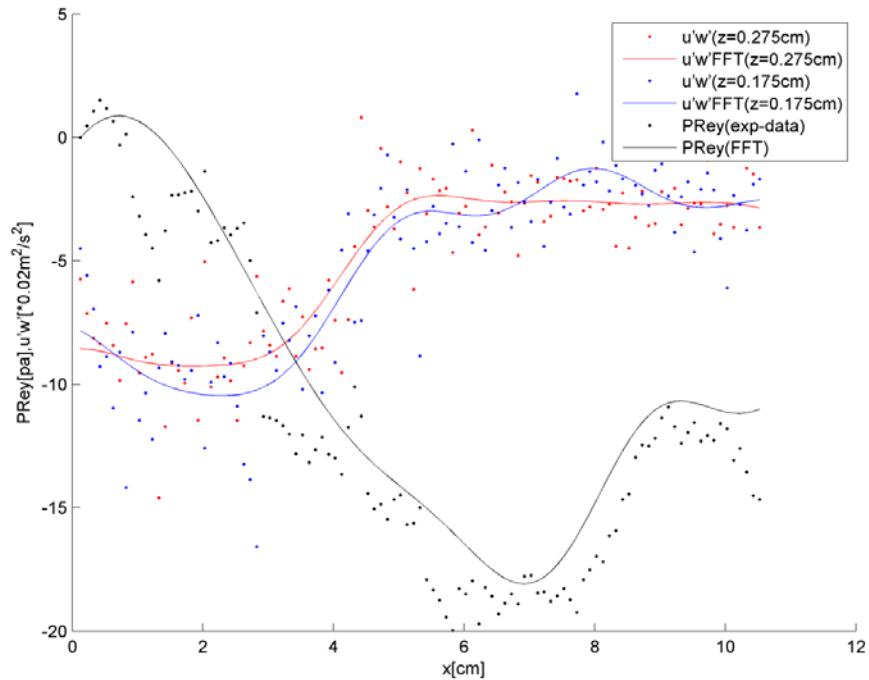


圖 3-24  $\overline{u'w'}$  沿 x 方向之變化圖 (Exp01)

- 圖 3-24 中黑色的點與線是雷諾應力  $\overline{u'w'}$  項對壓力的貢獻,  $P_{Rey} = -\rho \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z} dx$ , 在計算過程中需要用到  $\overline{u'w'}$  在  $z=0.275\text{cm}$  (圖 3-24 中的紅色點與線) 與  $\overline{u'w'}$  在  $z=0.175\text{cm}$  (圖 3-23 中的藍色點與線) 沿 x 的變化。此項在  $x = x_k$  的計算方法為：

$$P_{Rey}(x_k, 0.175) = -\rho \sum_{n=1}^k \frac{\overline{u'w'}(x_n, 0.275) - \overline{u'w'}(x_n, 0.175)}{\Delta z} \Delta x \quad (3-13)$$

黑色點為利用實驗原始數據直接計算出的結果，黑色線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。

從圖 3-24 可以發現  $\overline{u'w'}$  在第一波峰下存在一較低的值，在  $x > 5$  之後在趨勢上則維持一定值，但數據震盪太大，難以看出其原貌。Lennon & Hill(2006)提供在不透水性底床的震盪型水躍第一個波峰下， $\overline{u'w'}$  在垂直方向詳細的分布情形，如圖 3-25。從圖中可以發現，數據在靠近底床 3mm 內有一反折，顯示此項對離底床位置相當敏感。然而本研究因為考量資料筆數的問題，將跨渠寬方向一倍粒徑 16mm



的資料合併在一起分析，在不同斷面中，距離壓克力球的距離都不相同，是圖 3-25 中的變化較激烈的區域，或許因此造成不同深度得資料各自都具有大幅度的震盪，在此震盪下，掩蓋了  $\bar{u'w'}$  在垂之方向間的變化趨勢，使以原始數據計算計算所得的壓力變化（黑色點）在相鄰兩格內會發生大幅度的跳動，而  $P_{Rey}$  在計算過程中會累加路徑上的誤差，可能使計算結果越往下游誤差越大。使用 FFT 先將數據平滑化，雖然可避免在相鄰兩格內會發生大幅度的跳動，但在原始數據本身存在著劇烈震盪的情況下，FFT 所近似出的數據（紅線與藍線）亦會受到震盪的影響而偏移，使後續在計算上亦會受到劇烈震盪的影響。總之，由於  $\bar{u'w'}$  在垂直方向的變化小於本實驗所能測量的準確度，且此誤差在計算過程中會累積放大，故本研究僅能先放棄此項的貢獻。

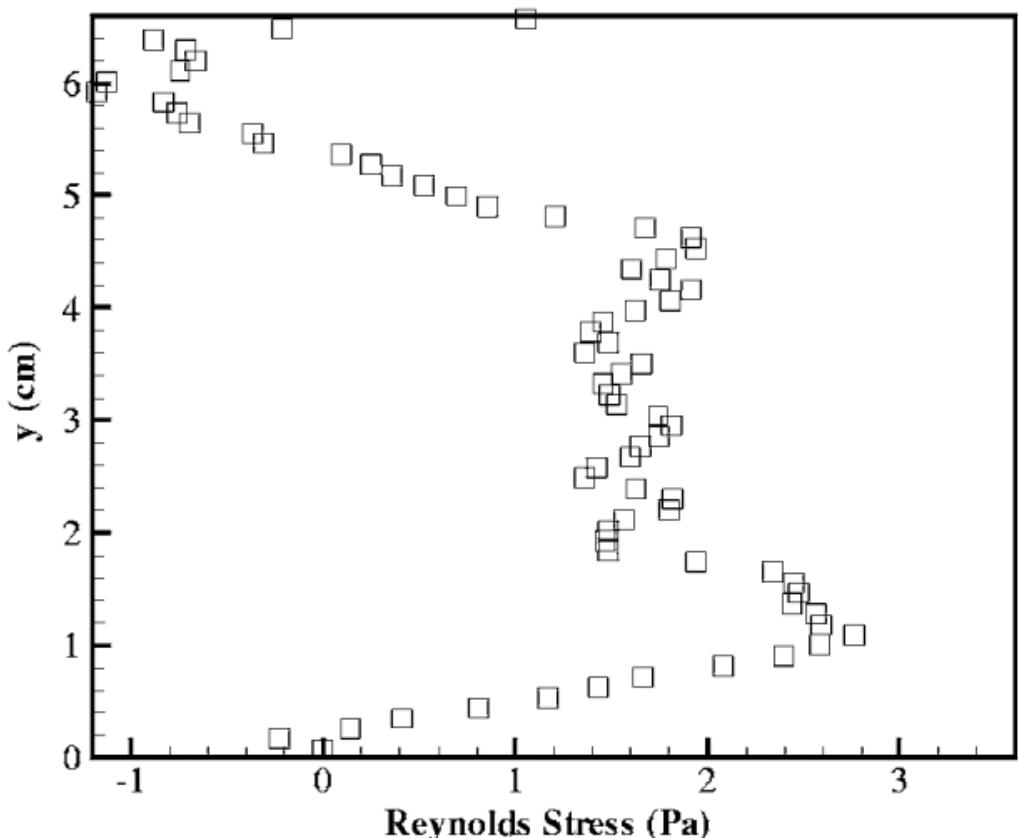


圖 3-25 震盪型水躍波峰下 Reynolds Stress( $-\rho\bar{u'w'}$ ) 之分布 (Lennon & Hill, 2006)。實驗流況： $Fr = 1.65$ 。波峰水深 6cm。

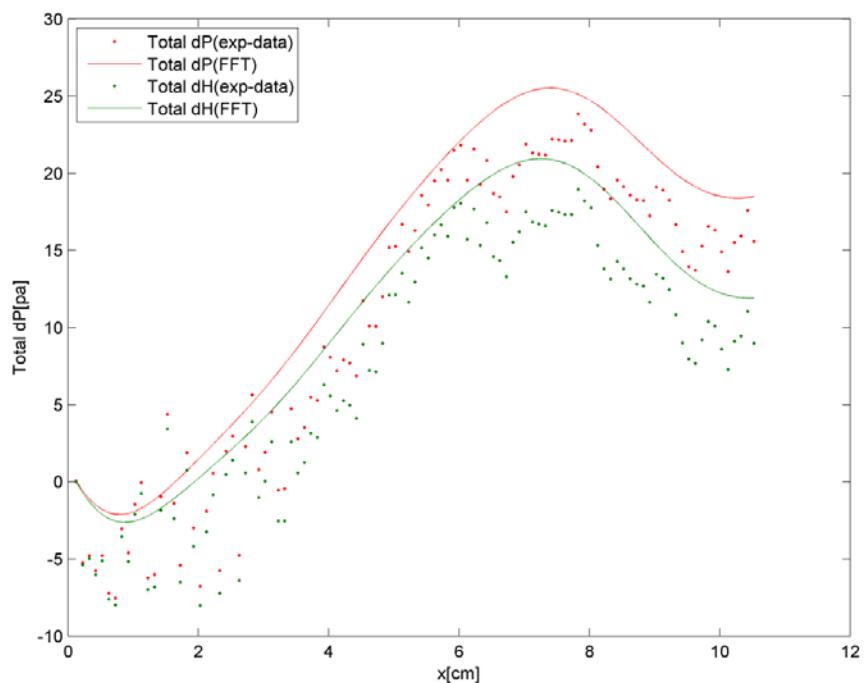


圖 3-26 總壓力與水利頭分布 (Exp01)

將上述各項略過 $P_{Rey}$ 進行加總 ( $d\bar{P} = P_{convx} + P_{convy} + P_{gx} + P_{vis} + P_{Rex}$ )，可得壓力在  $z=0.175\text{cm}$  處沿  $x$  方向的變化如圖 3-26。若將渠道的坡度造成的高度考量進去，可得水利水頭（壓力頭加底床高程）變化 $d\bar{H}$ 如圖 3-26。其中綠色與紅色點為利用實驗原始數據直接計算出的結果，綠色與紅色的線為利用 FFT 近似後的數據計算出的結果。以下一併將 Exp02 與 Exp03 的結果呈現。

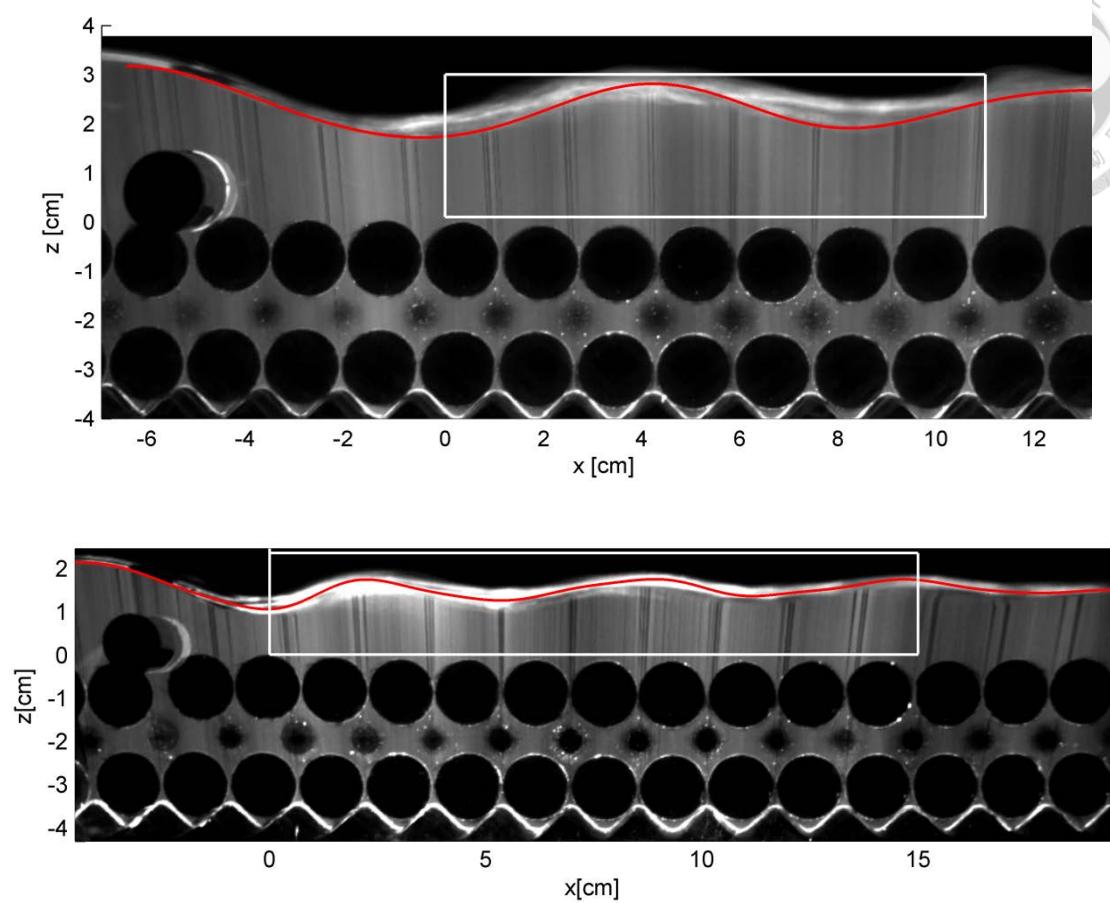
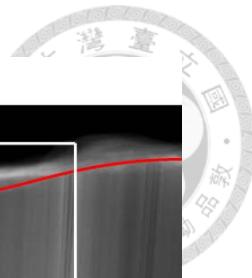


圖 3-27 波形與對照位置（上：Exp02，下：Exp03）

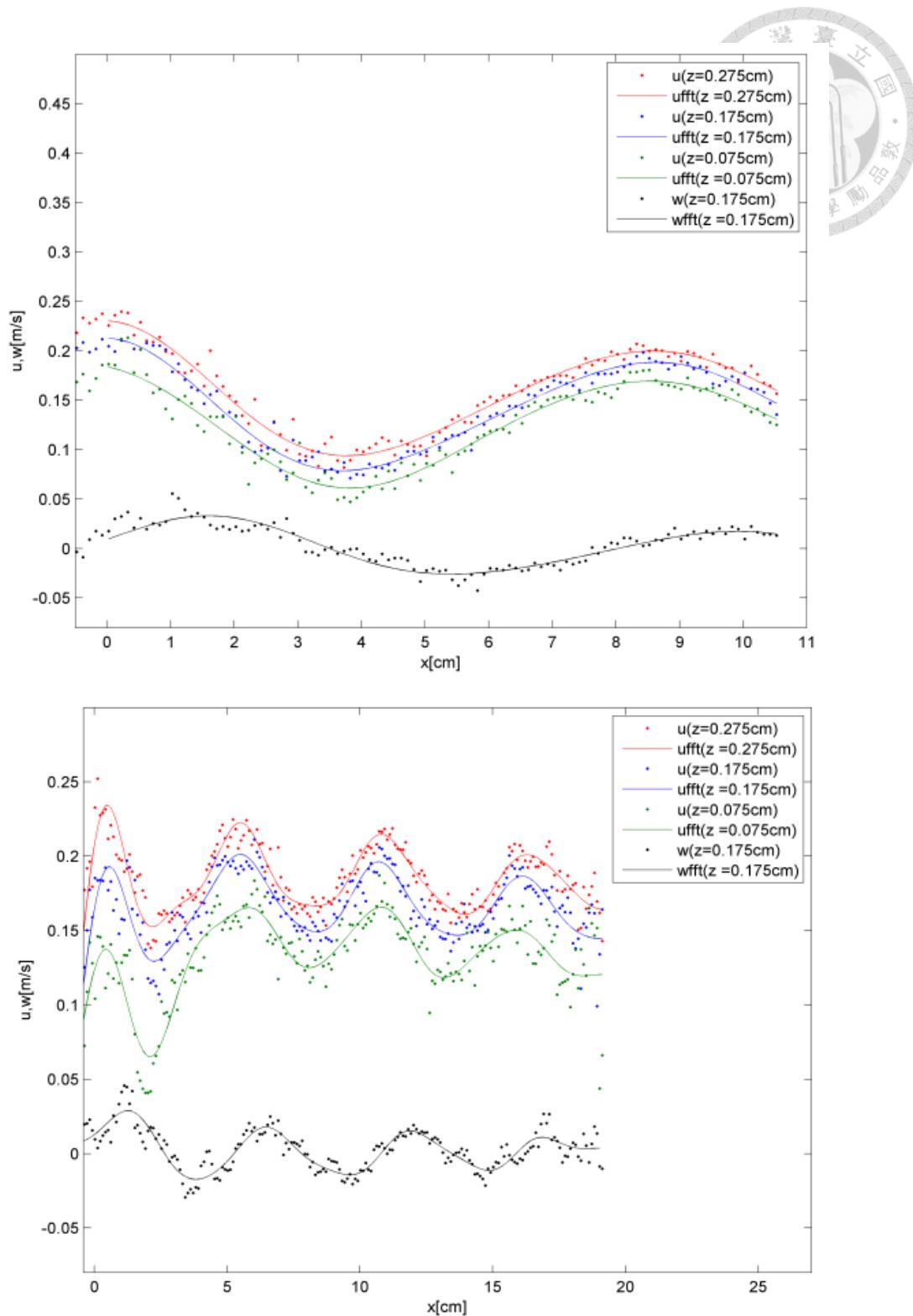


圖 3-28 變數 $\bar{u},\bar{w}$ 之分布（上：Exp02，下：Exp03）。圖中點為實測資料，實線為利用快速傅立葉轉換近似的變數值。

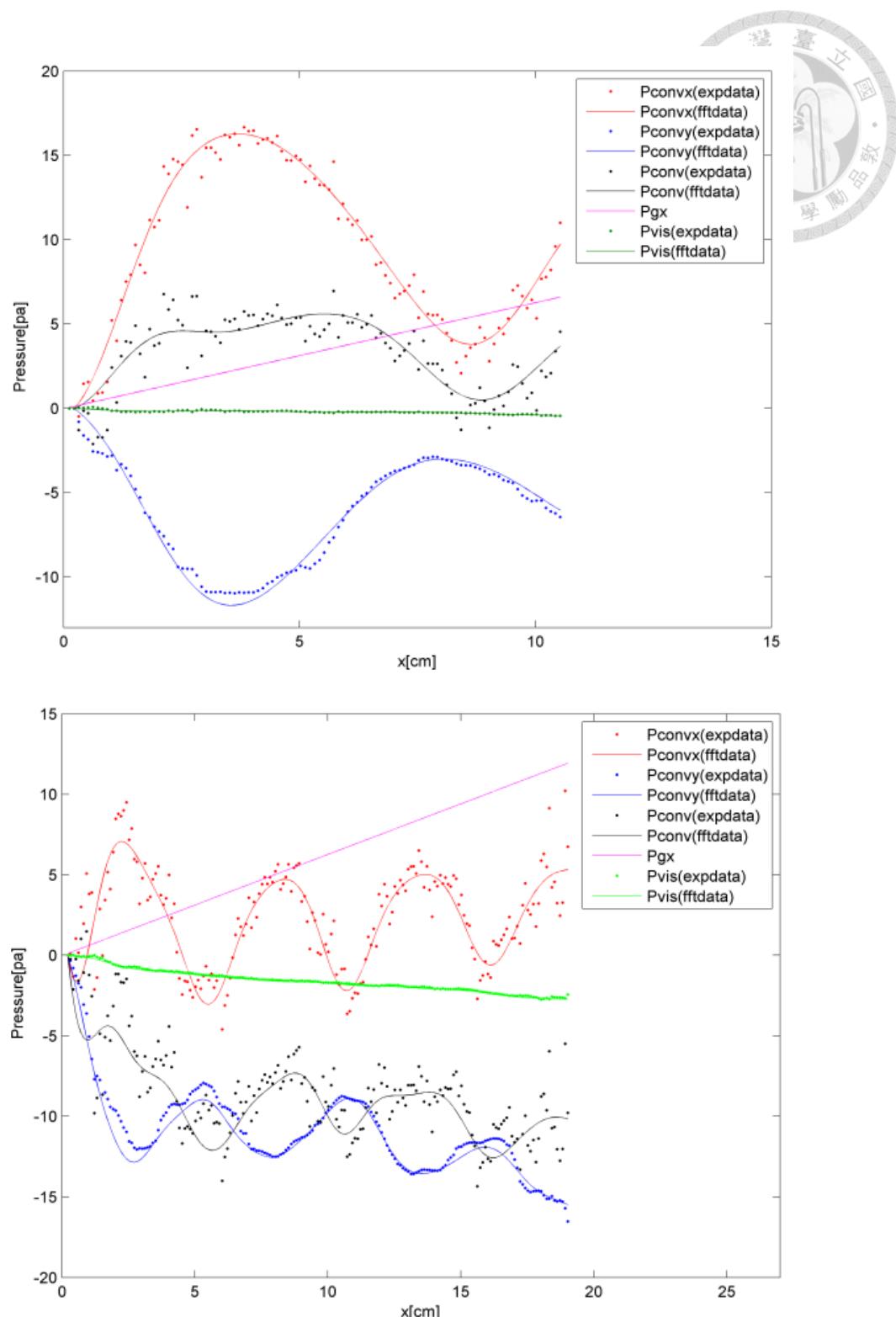


圖 3-29  $P_{\text{convx}}, P_{\text{convy}}, P_{\text{gx}}, P_{\text{vis}}$  之分布（上：Exp02，下：Exp03）。圖中點為代入實測資料計算的結果，實線為代入快速傅立葉近似值計算出的結果。

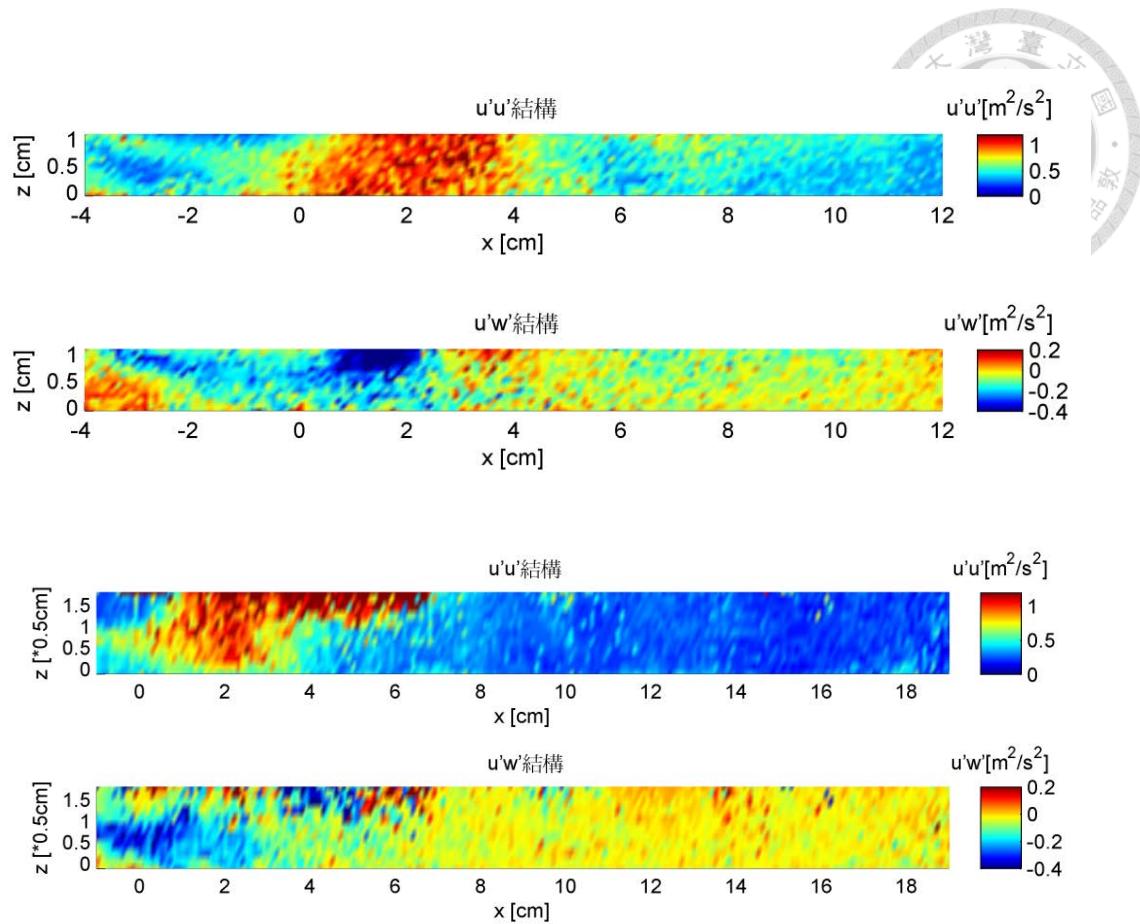


圖 3-30  $\overline{u'u'}$ ,  $\overline{u'w'}$  結構空間分布 (上兩張：Exp02，下兩張：Exp03)

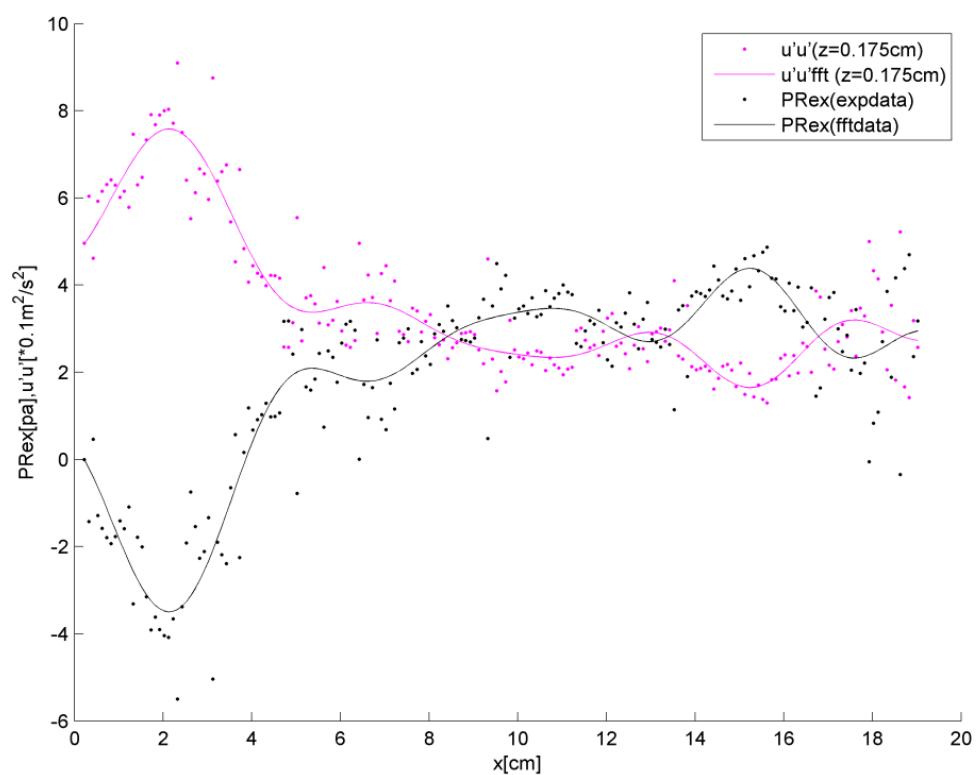
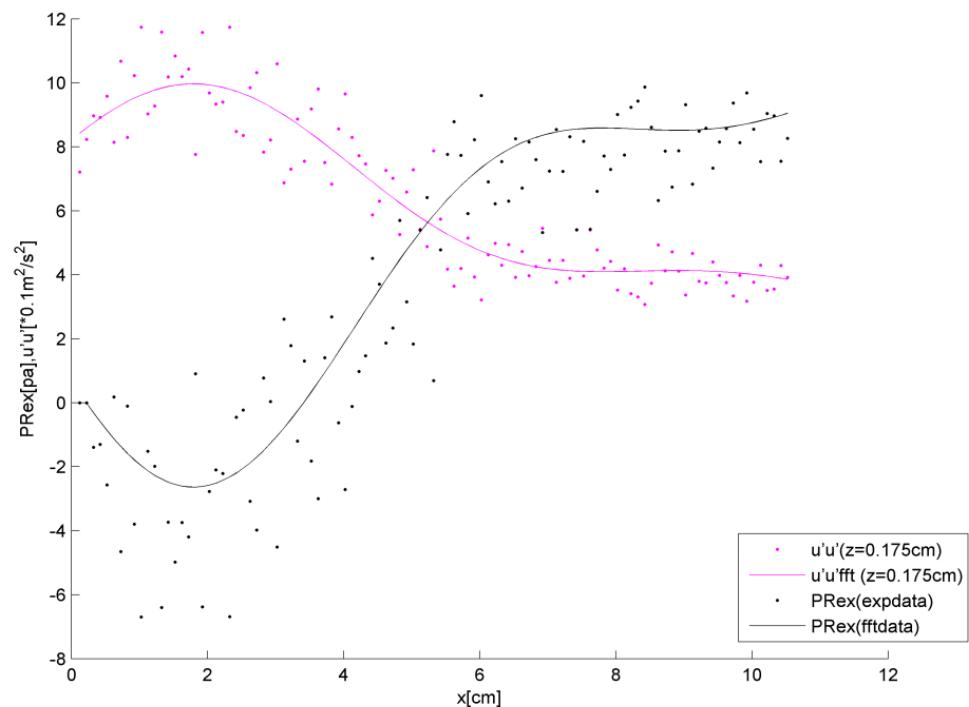


圖 3-31  $\overline{u'u'}$  與  $P_{\text{Rex}}$  沿  $x$  方向之變化圖（上：Exp02，下：Exp03）

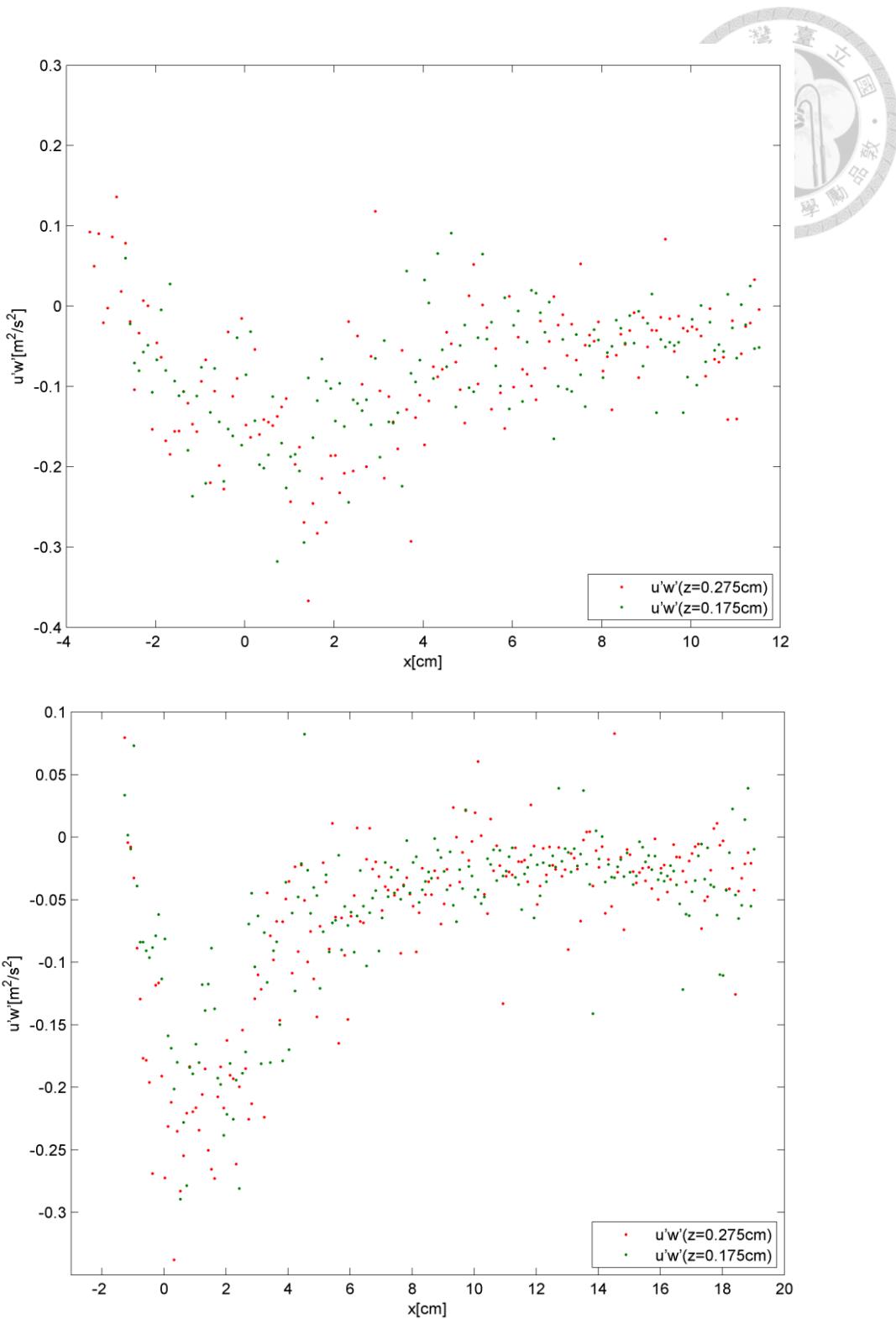


圖 3-32  $\overline{u'w'}$  沿  $x$  方向之變化圖（上：Exp02，下：Exp03）

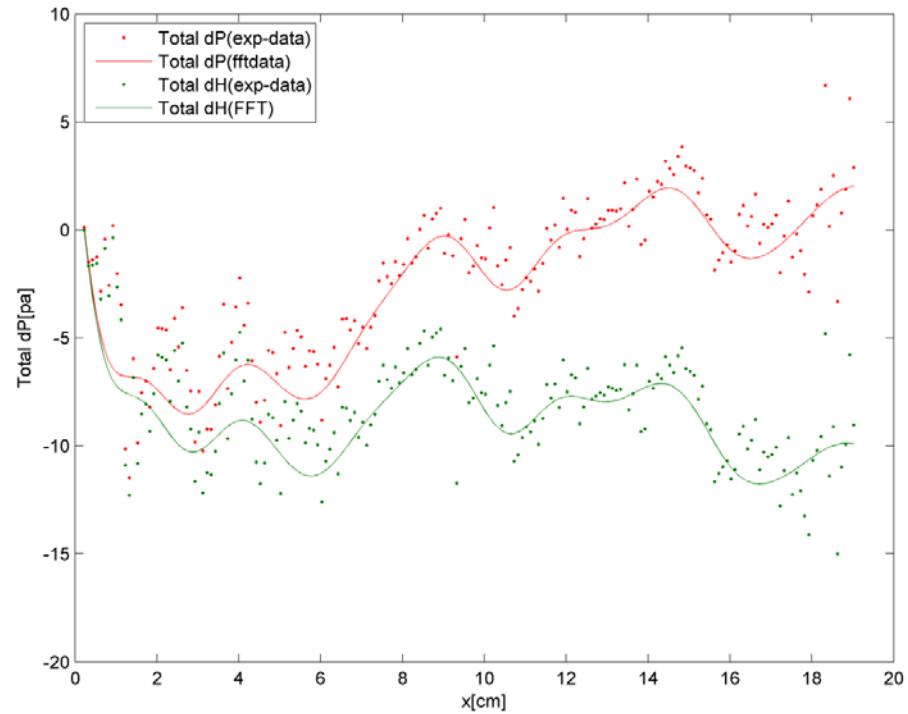
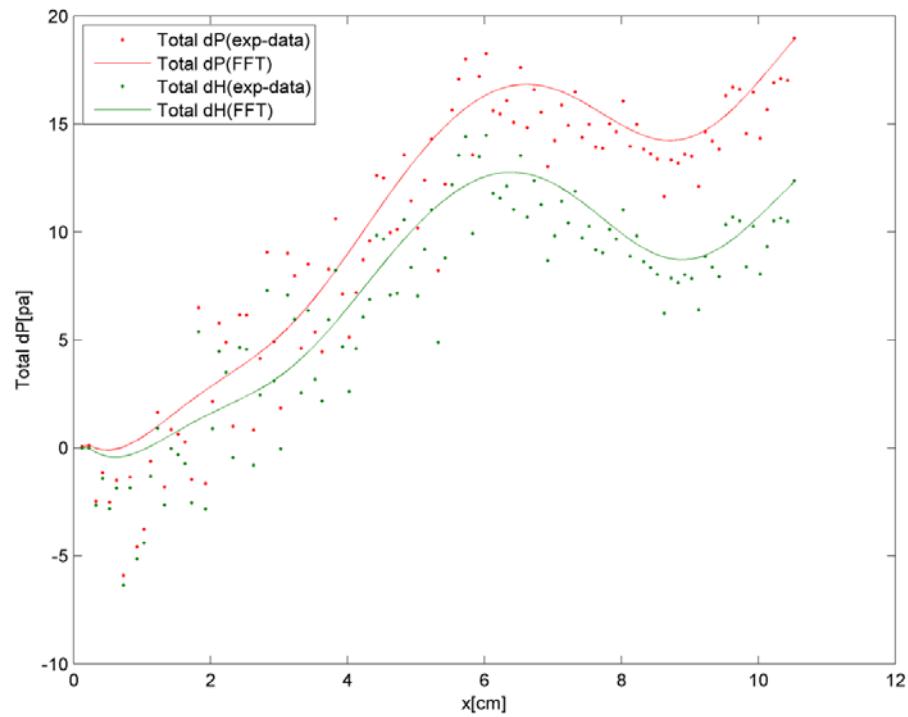


圖 3-33 總壓力與水利水頭分布（上：Exp02，下：Exp03）



小結：

- a. 從圖 3-26、圖 3-33 中可以看到使用對輸入變數先使用傅立葉轉換，可以有效去除高頻率的震盪，讓整體壓力變化趨勢更為明顯。
- b. 利用傅立葉轉換近似在運用上有範圍的限制，輸入的資料必須是完整週期或是能以鏡像產生完整週期，是故能計算的範圍起點約在水深最低處附近。
- c. Exp03 相較於 Exp01 與 Exp02，顯示波長變小，波形長度的尺度變小，但網格的大小不變，所以相對的解析度就變小、造成數據精度降低。
- d. 在 Exp03 中，波長變短，數據與震盪間的頻率差異變小，以致於在第三組實驗中無法利用傅立葉準確抓到波形的極值。
- e. 關於計算， $P_{convy} = -\rho \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} dx$  在計算的過程中，路徑上的誤差會疊加，所以用實驗算出來的值與先用傅立葉轉換近似出來的值會有較大的差異。
- f.  $P_{conv}$  沿  $x$  的分布與水面波大致上同相位。其中  $P_{convx}$  與  $x$  同相位， $P_{convy}$  反相位，但振幅遠小於波形的高度頭。以 Exp01 為例，其水面波的深度差為 0.99cm 換算成壓力約為 83pa，而  $P_{convx}$  的貢獻僅約為 15pa。
- g. 實驗 Exp02 與 Exp01 同流量，且 Exp02 的波形振幅為 0.56cm 較 Exp01 的振幅 0.5cm 高，但是計算出的水利水頭分布，Exp02 中高壓與低壓的差值為 13.2pa 較 Exp01 中的差值 23pa 小。
- h. 從圖 3-33 中可以發現 Exp03 中的壓力分布在離開紊流影響後，為一穩定的週期震盪，表示沿  $x$  方向釋放的位能與能量損耗大致達到平衡，為平衡態。
- i.  $P_{Rex}$  僅在第一個週期內有存在一負壓，且極值在 1/4 波長處。是造成壓力分布與波形間存在相位差的主因，使壓力分布的高壓往下游偏移。



### 3.4 管流網絡模式

3.3 節呈現了如何利用時間平均的 Navier-Stokes 方程式，計算出在近床區沿 x 方向的靜壓頭分布，並探討在已知邊界壓力的條件下，孔隙間的液體怎麼流動；在此基礎上，本節接續討論管流網絡模式。

#### (1) 網絡建構

Qian et al (2008) 提出底床表面正弦波壓力對符合 Darcy 定律的孔隙介質內流場的通解，所有壓力分布可藉由傅立葉轉換拆解成帶有相位差的正弦波之組合，進而疊加出該壓力分布下孔隙介質內的流場。然而，此通解僅適用於首尾無限長且無限重複的波形，本研究中未能計算出近床區「全部」的靜壓頭變化，這一方方法無法將上游障礙物造成的影響納入考慮，所以並不適用。於是，筆者試圖建立一套能將孔隙介質內的上游入流條件當作邊界條件的線性管流網絡的模式。

為了簡化模式，首先將複雜的通水斷面積變化簡化成數個水管連結各個大孔隙節點，且本實驗因規則的顆粒排列方法，使孔隙間僅存在兩種主要管路：(A) 三顆壓克力球所構成管路，分布在 x 與 y 行進方向，如圖 3-34。(B) 四顆壓克力球所構成的管路，分布於 z 行進方向上，如圖 3-35。另外，受底層波浪板之邊界效應，底層又存在著另一種管路類型 (C)。

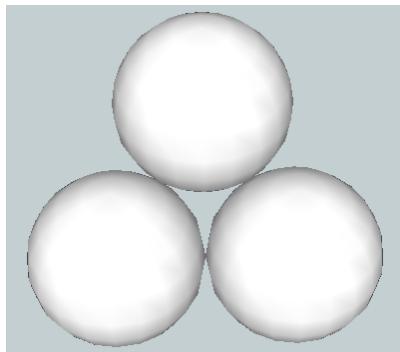


圖 3-34 左 管路類型 (A) ,

三顆球中間可行進的路徑。

圖 3-34 下 孔隙間上游往下游視圖。對每一  
一中層顆粒，周圍存在六個 (A) 類型管路。

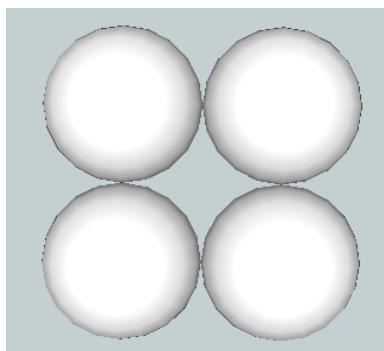
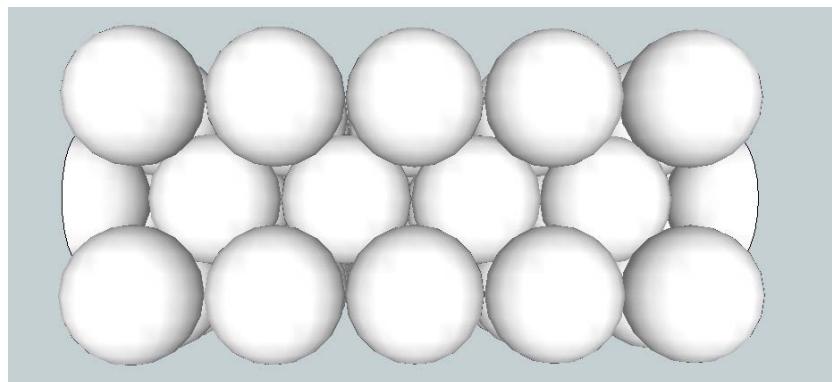
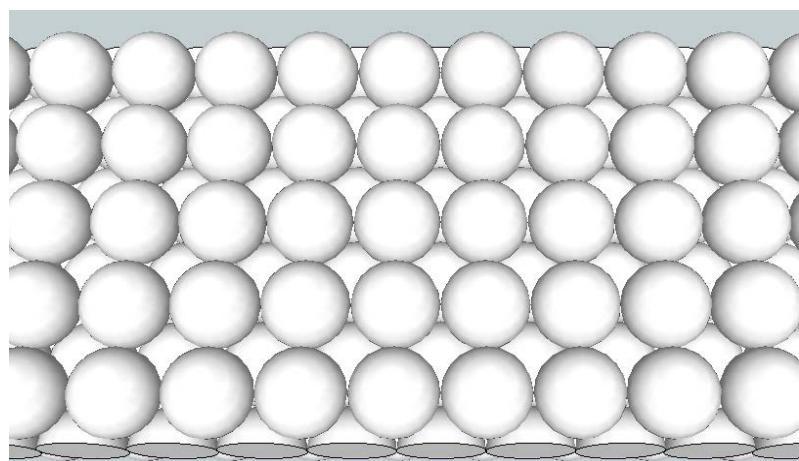


圖 3-35 左 管路類型 (B) ,

四顆球中間可行進的路徑。

圖 3-35 下 上方俯視顆粒圖。  
每顆粒周圍存在四個 (B) 類型管路。





在這種顆粒排列下，不同切頁可觀察到兩組不同的管路路徑，如圖 3-36 a.c，其整合建構網絡的步驟如下：

- i. 考慮兩種  $xz$  切頁上的路徑，先各自畫出其網絡，如圖 3-36 b.d，其中黑色實心圓圈為孔隙介質中局部孔隙率較大的區域，將其定為節點，並以管路將節點連接，紅、藍、黑三色則代表先前所說的不同管路類型。
- ii. 若僅考量  $x$ 、 $z$  兩方向的流向，則如圖 3-36 b.d，兩組網絡看似互不關連，實際上液體在顆粒間可在  $y$  方向上移動，切換不同網絡，因此需要考慮這兩個網絡在空間上的關係，如圖 3-37a，並補上連結相鄰網絡各節點的管路。圖 3-37b 是連結不同切頁間的示意圖，示範以左側節點進行跨切頁連結，連結兩切頁間的管路類型為管路類型（A），以跨切頁的藍色線顯示。為避免畫面混亂，以下節點不另外顯示。
- iii. 注意從一切頁間跳至另一切頁的等向性，將三維結構重新壓縮為二維網絡，完成一完整的網絡，如圖 3-38，以方便之後的顯示。
- iv. 圖 3-36 中兩切頁內的管流流量，都可利用實測流場積分取得，方法參見圖 3-39。不過，連結不同切頁間的管流，由於流速方向為  $y$  方向，無法從影像分析中取得數值，是故這邊採用相鄰節點必須滿足質量守恆去推估連結不同切面的流量。以管流來簡化孔隙內流場會簡化流速的方向，流量經過積分後僅存在正負之分，方向是給定的管路方向，正負號代表前進或後退。最後，流量積分之結果在圖 3-42、圖 3-43、圖 3-44 中與模式模擬結果一起呈現。

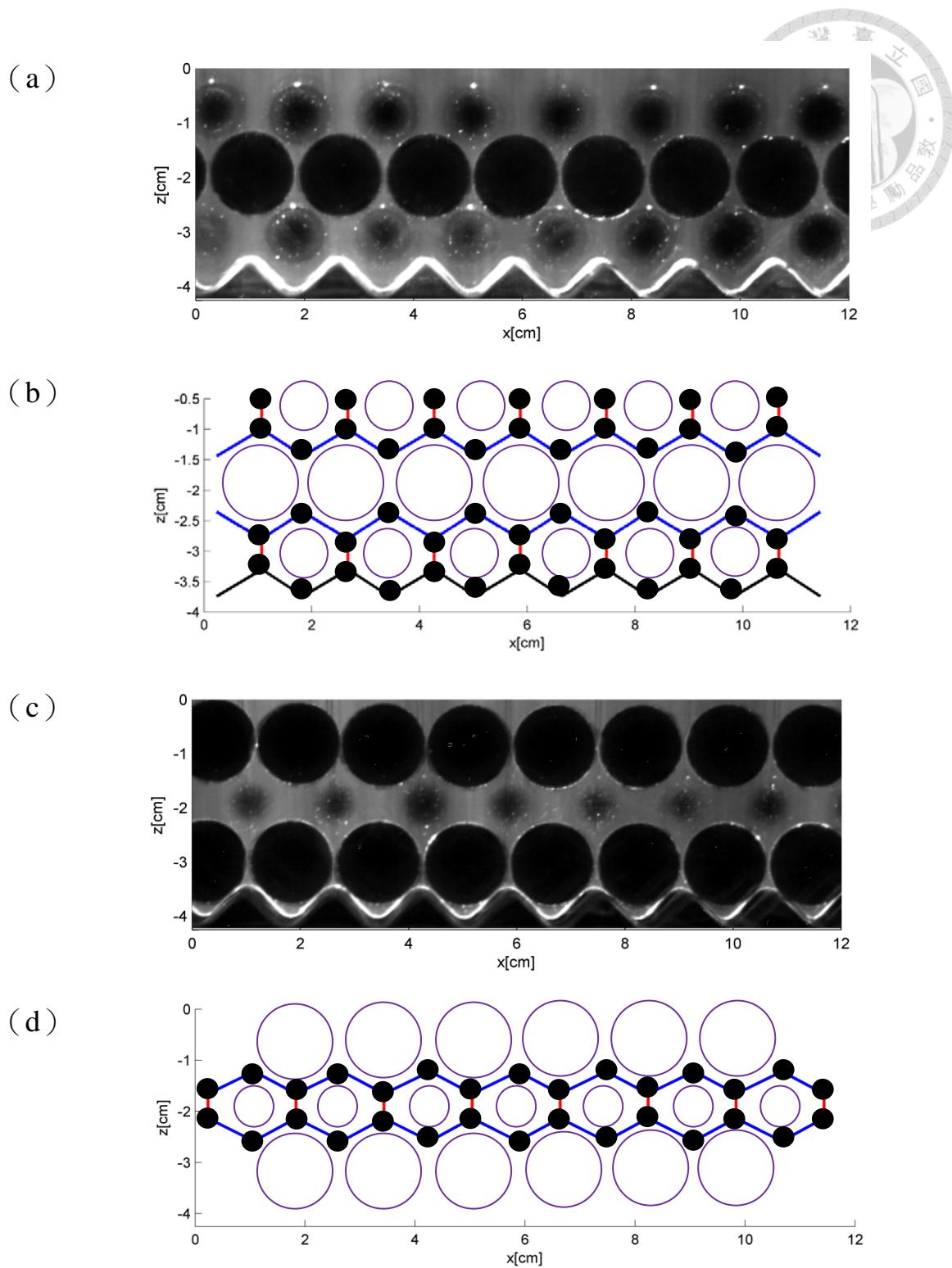
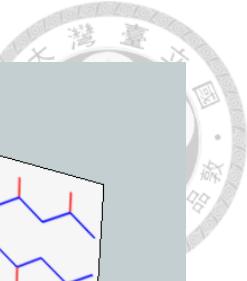


圖 3-36 不同斷面中的管流網絡示意圖(一)

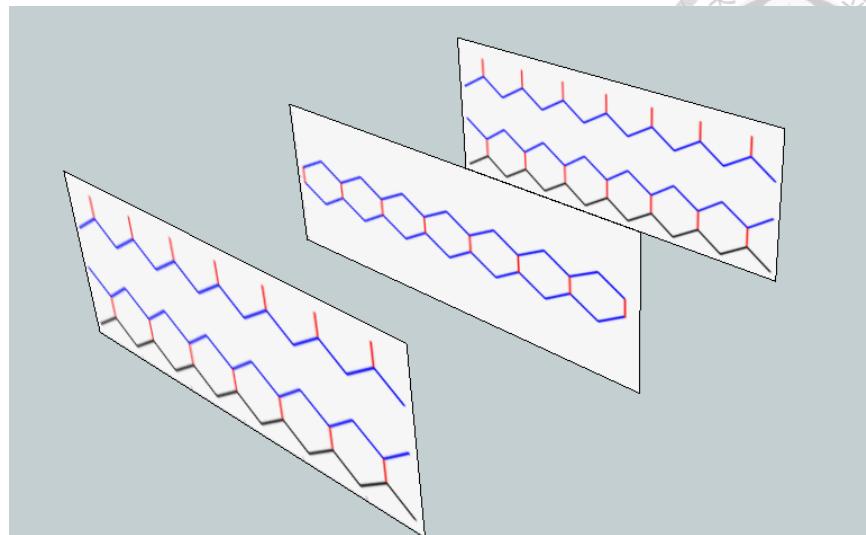
(a)  $y = 7/16D$  影像。(b)將(a)的孔隙結構管路化。

(c)  $y = 1/16D$  影像。(d)將(c)的孔隙結構管路化。

其中藍線表示管路類型 (A)、紅線表示管路類型 (B)、黑線表示管路類型 (C)



a)



b)

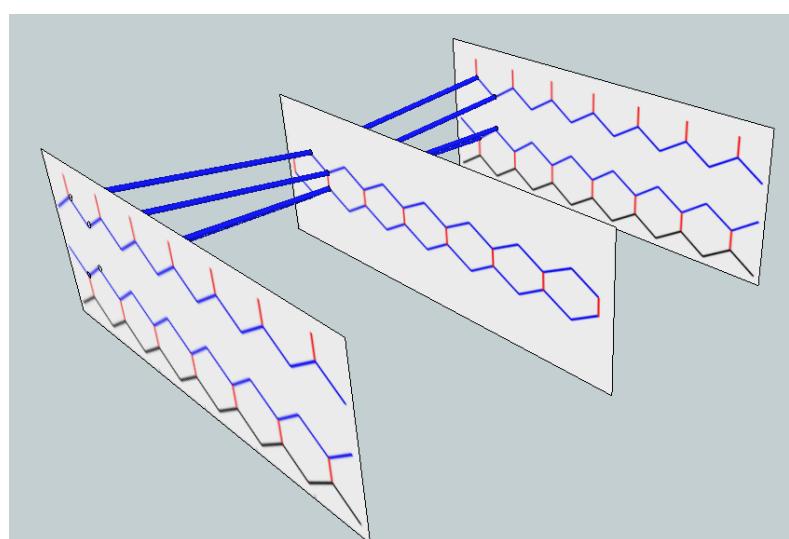


圖 3-37 不同斷面中的管流網絡示意圖(二)

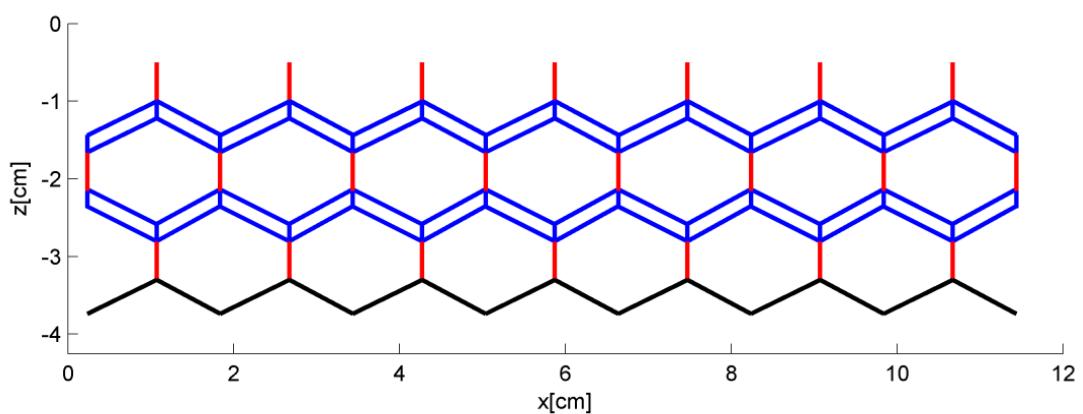


圖 3-38 完整的二維網絡圖。兩斷面間亦是以管路類型 (A) 相互連結，其中藍線表示管路類型 (A) 、紅線表示管路類型 (B) 、黑線表示管路類型 (C) 。

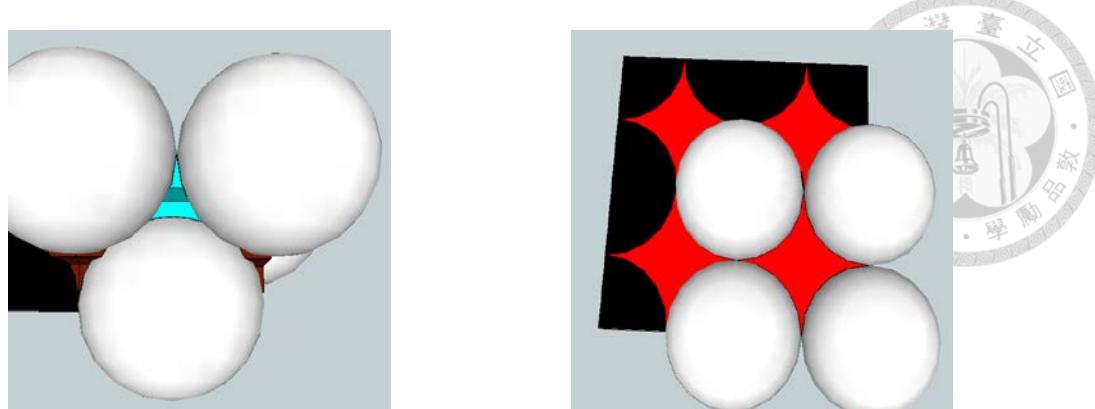


圖 3-39 兩種管流類型流量的計算方法。左：管流類型（A）流量的計算方法為積分通過淺藍斷面的流速。右：管流類型（B）流量的計算方法為積分通過紅色斷面的流速。

## (2) 模式建構

承繼前述網絡建構的方法，接著說明此模式如何利用所建立的網絡進行計算：

- 選定範圍：受限於上一小節所能計算出的壓力範圍，本研究選用的範圍如圖 3-40 上，範圍內包含水躍起跳後表層的七個對外管路（最上層紅色直線），與上下游邊界（綠色直線）。

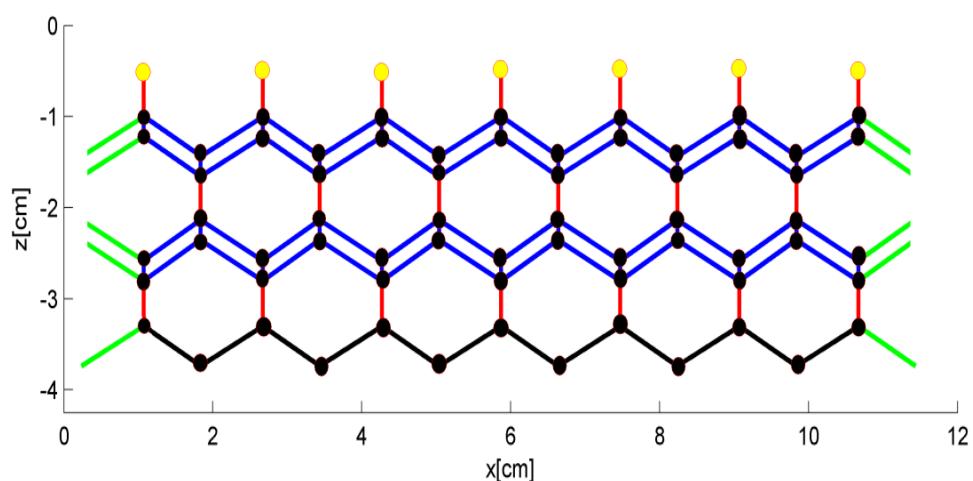


圖 3-40 管流模式說明圖。其中圓圈代表節點、線條代表管路。每個圓圈有一個靜水頭值，每一條有一流量與給定的  $K$  值。黃色圓圈為已知靜水頭值的邊界條件，綠色線為已知流量的邊界條件。藍色線代表管路類型（A）具有  $K$  值 =  $K_A$ 、紅色線代表管路類型（B）具有  $K$  值 =  $K_B$ 、黑色線代表管路類型（C）具有  $K$  值 =  $K_C$ 。



ii. 選定控制方程模式：

質量守恆方程： $\Sigma Q = 0$ ，對每個節點成立。

能量方程： $\Delta H = K Q$ ，對每條管路成立。

(3-14)

(3-15)

其中  $Q$  為管路中的流量，對於進入與離開有正負號之分， $H$  為靜壓頭， $K$  為管路中的阻抗。本研究採線性簡化模式，令  $K$  為一定值，但不同管路類型有不同的  $K$  值。根據 2.5.2 節中的流量驗證實驗，在已知水頭坡降  $\Delta H$  跟實測  $Q$  的情況下，可計算得  $K_A = 2.75 \times 10^6 \frac{Pa}{cms}$ ,  $K_C = 1.15 \times 10^6 \frac{Pa}{cms}$

接著利用管流的觀念：

$$K \propto \int \frac{L}{A_w} dx \quad (3-16)$$

其中  $A$  為通水面積， $L$  為濕周長。積分範圍定義為管路中最窄的半粒徑長。

根據此關係式，可推估  $K_B \cong 0.6K_A = 1.65 \times 10^6 \frac{Pa}{cms}$

iii. 計算未知數：在不考慮已知邊界條件的情況下，圖 3-40 中共有 116 根線條，每根線條代表一未知流量；圖中另有 72 個圓圈，每個圓圈代表一個未知的靜水頭值，共 188 個未知數。

iv. 選定邊界條件：

- a. 上、下游進入與離開模式的流量，可參照圖 3-40 中的綠色線條，其求得方法為利用孔隙間實測的流速分布進行積分，共有 10 個已知流量值。
- b. 近床區在表層顆粒間管路出口處的靜壓頭分布，可參照圖 3-40 中的黃色圓圈，數據來源請見 3.3 小節之計算，共有 7 個已知靜水頭值。

合計共有 17 個邊界方程式，剩餘 171 個未知數。

v. 建立方程式，與求解：

- a. 對每個黑色圓圈，可列出一質量守恆方程式  $\Sigma Q = 0$ 。共 65 個方程式。
- b. 對每根非綠色線條，可列出一能量方程式  $\Delta H = K Q$ 。共 106 個方程式。

未知數數量與方程式數量相符，為 171 元 1 次方程式，可聯立求解。求解的



方法如下：依序將 106 根非綠線條編號為  $Q_1 \sim Q_{106}$ ，10 根綠線條編號為  $Q_{bc1} \sim Q_{bc10}$ ，並定義流向、將 65 個黑圓圈編號為  $H_1 \sim H_{65}$ ，7 個黃圓圈編號為  $H_{bc1} \sim H_{bc7}$ ，圖 3-41 為利用圖 3-40 左上角區域進行編號範例。

利用圖 3-41 左圖上方黑色圓圈可列出質量守恆方程：

$$Q_1 - Q_2 + Q_3 = Q_{bc1} \quad (3-17)$$

依此類推可列出 65 個方程式。

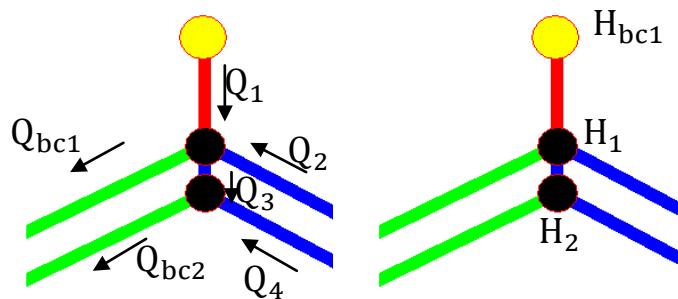


圖 3-41 節點與管路標號。以圖 3-39 左上角為例，將各節點與管路進行標號，標上邊界條件與變數相對應位置。

再利用圖 3-41 右圖紅色線條，可列出能量方程：

$$H_{bc1} - H_1 = K_B Q_1 \quad (3-18)$$

依此類推可列出 106 個方程式。

將 171 條方程式整理成矩陣形式如下：

$$\begin{bmatrix} A_{r1,1} & \cdots & A_{r1,171} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{r171,1} & \cdots & A_{r171,171} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_{106} \\ H_1 \\ \vdots \\ H_{65} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{171} \end{bmatrix} \quad (3-19a)$$

$$A_r X_{QH} = C \quad (3-19b)$$

其中  $X_{QH} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_{106} \\ H_1 \\ \vdots \\ H_{65} \end{bmatrix}$  為各項未知數， $C = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{171} \end{bmatrix}$  為各條方程式中的常數項。



化作矩陣形式之後，即可利用 Matlab 快速求解。

以下將呈現各實驗所測得的各管流流量與此模式所計算出的模擬流量。

### (3)結果

Exp01

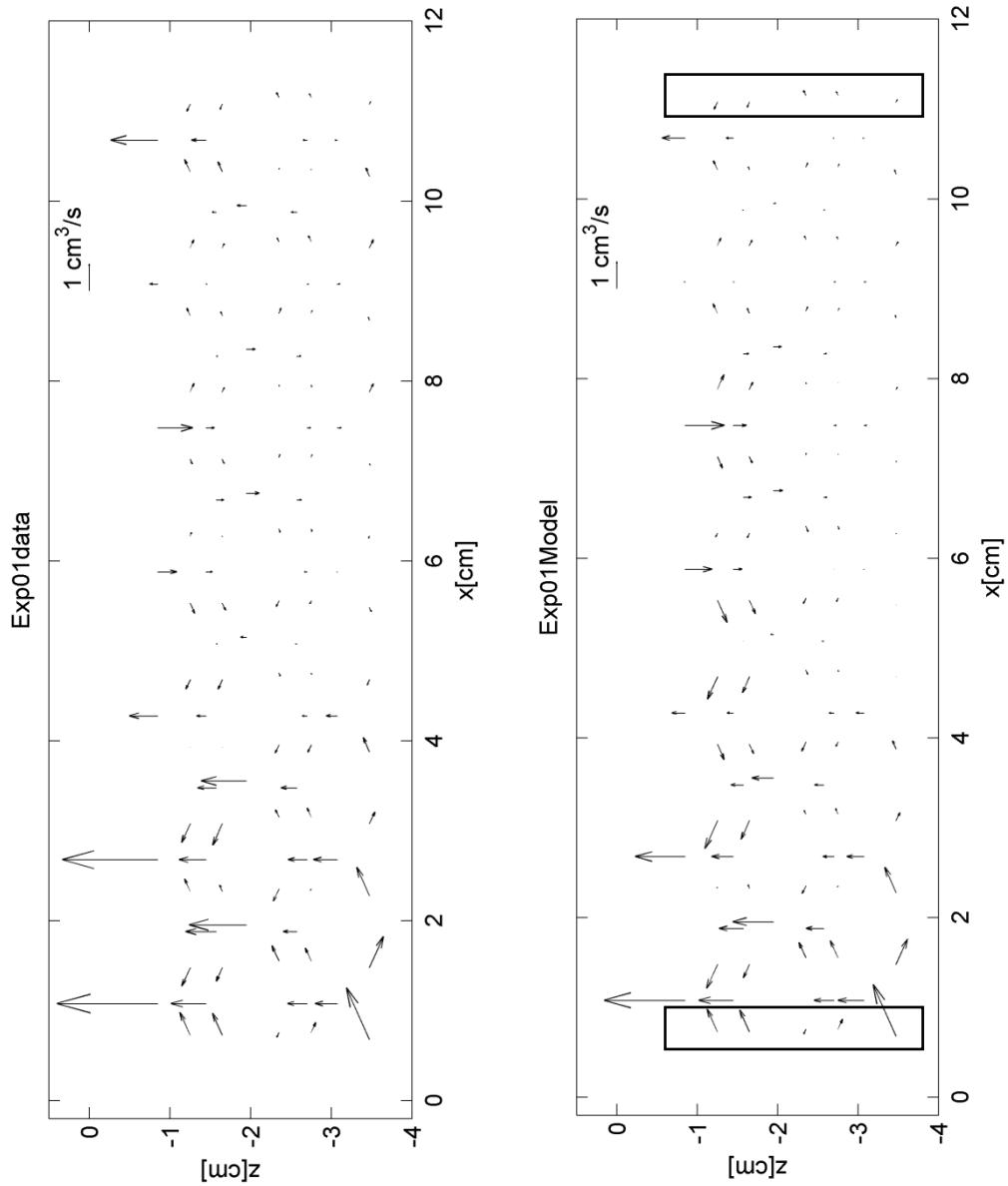


圖 3-42 Exp01 實驗所測流量與管流脈絡模式計算出的結果。

框內的數值為邊界流量條件。

Exp02

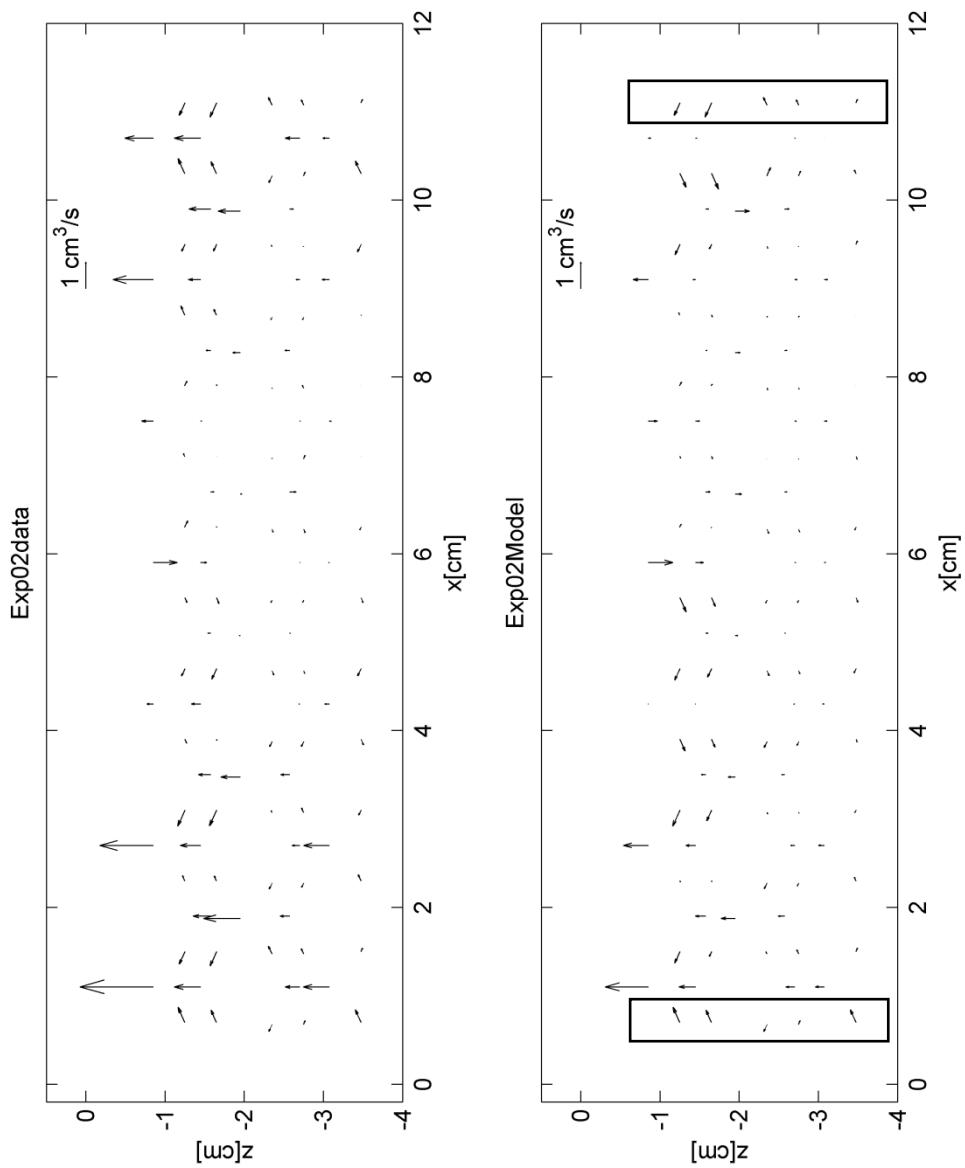
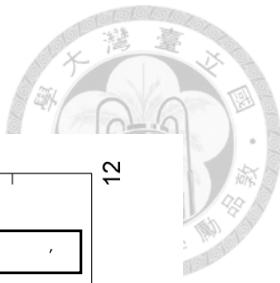


圖 3-43 Exp02 實驗所測流量與管流脈絡模式計算出的結果。

框內的數值為邊界流量條件。

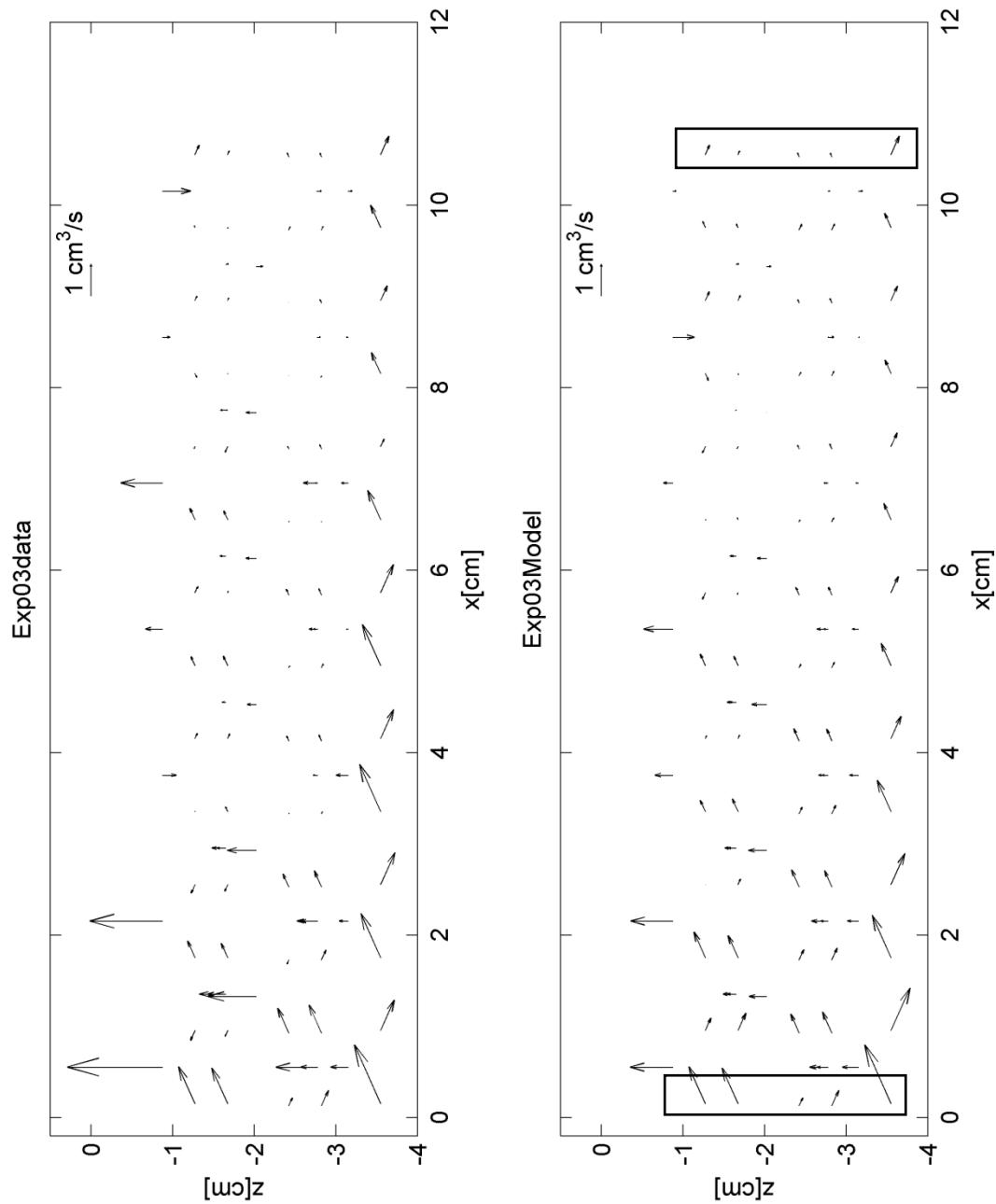


圖 3-44 Exp03 實驗所測流量與管流脈絡模式計算出的結果。

框內的數值為邊界流量條件。



#### (4)小結

- 綜合前述，關於管流網絡模式，本實驗有數項結論如下：
- a. 將自由液面流在底床造成的水利水頭分布代入模式中，可以發現水利水頭確實足以驅動孔隙間液體流動，影響孔隙間的流況。
  - b. 將模式模擬之結果與積分流量進行比較，Exp01 模式所模擬之現象與實驗實測在趨勢上相當吻合。在 Exp02 的實驗中，在  $x = 9 \sim 11$  間存在一從孔隙間回到自由液面流的區域，模式雖然有算出此區域正確的流向，然強度較實測流場小。Exp03 的實驗則呈現在  $x = 4\text{cm}$  附近，表面有液體進入孔隙介質，但模式沒有模擬到這個現象，且其他區域模擬出的結果亦跟實測值有差距。原因乃是在實驗 Exp03 中計算表面壓力時，利用傅立葉計算轉換無法精確描述自由液面流的流速，造成壓力計算不準確。另外，在實驗 Exp03 中，因為自由液面流存在水頭坡降，在實驗中可以觀察到孔隙介質的底部存在著一股流量往下游移動。
  - c. 在 Exp01 與 Exp02 中，於  $x = 0 \sim 4$  內，存在一從孔隙間回到自由液面流的區域。該區域內的實測值流量明顯大於模擬值，且表面節點不滿足質量守恆。推測原因為在於水槽的邊界效應，使得靠近水槽邊牆附近的壓力未如中央區低，部份液體自靠邊牆處補充進入孔隙間，經由孔隙介質至中央區回到自由液面流中。此流量為跨水槽方向，故實驗無法測量，而二維模式亦無法描述三維效應，使模擬出的流量都相較於實驗弱。
  - d. 在本實驗裡，邊界條件壓力計算的極限距離壓克力球頂端  $0.175\text{cm}$  處，自此至孔隙介質間流場的變化，無法被描述。該區域內的流速受到壓克力球的阻礙，因而大幅降低並轉成壓力，而計算的過程中沒有辦法完全考慮到此動能與壓力的轉換，以致部份區域壓力被低估。
  - e. 根據孔隙間的雷諾數定義  $Re_p = \frac{u_{Darcy} D}{v}$  在表層流速較快的管路中，雷諾數約在  $100 \sim 1000$  之間，超過本實驗目前採用的線性模式適用範圍，為過度簡化。若要使模式能更進一步貼近實際情形，在控制方程式的選用上應加入非線性修正。



與此同時，模式中孔隙間具有方向性的慣性速度水頭無法被描述，亦難以考慮轉入不同通道中因為夾角不同對水頭造成的損失。因此，計算結果與實際測量結果之間仍存在著落差。整體說來，壓力計算搭配管流網絡模式，在現階段僅能提供定性的分析。



### 3.5 對於棲地復育應用之啓示

在 3.2 節裡，我們看到了在震盪型水躍底下存在圖 3-16、17、18 的流場。第 3.3 節則說明了在表面波的影響下，近床區會產生局部高壓與低壓。接著，又於 3.4 節中利用管流網絡模型，證明 3.3 節所求得的壓力分布，會導致孔隙介質與自由液面間進行穩定的流體交換。

在野外環境中，Williams & Hynes (1974) 測量底床間的溶氧對深度的變化如圖 3-45，可以發現水流在河川及顆粒表面有最大溶氧，但隨著深度增加水中的溶氧會快速降低。震盪型水躍底下的流場結構，則能持續的將溶氧比較高的河水帶入底棲性昆蟲棲息的孔隙間，是對底棲性昆蟲棲地有利的條件。

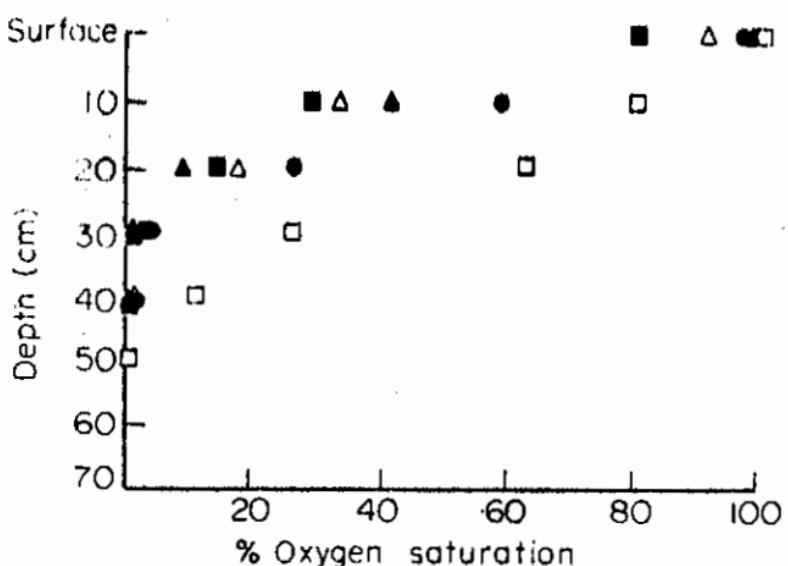


圖 3-45 Williams & Hynes (1974) 測量顆粒間溶氧隨深度變化圖。

圖中不同的符號為不同測量方法

為了量化探討實驗中三組震盪型水躍對孔隙間帶入溶氧較高河水之能力，分析三組實驗在水躍起跳後於不同深度（三層顆粒球心高度）的單位面積 [16 mm × 96 mm (Dx6D)] 內，從自由液面流進入孔隙間之流量。在分析時為了降低液體碰到顆粒之局部效應，採用管流模式中管路間流量積分的方式進行探討，以實驗 Exp01 為例，即以 16 mm × 16 mm 之框框積分計算進出孔隙間的流量，參見圖 3-46。



因為第一、三層與第二層孔隙位置錯開，在這邊選用以第二層為主，若第一、三層兩側藍色框框內對注入流量有貢獻，則將流量取半。三組實驗在三個深度注入流量計算之結果顯示於圖 3-47。

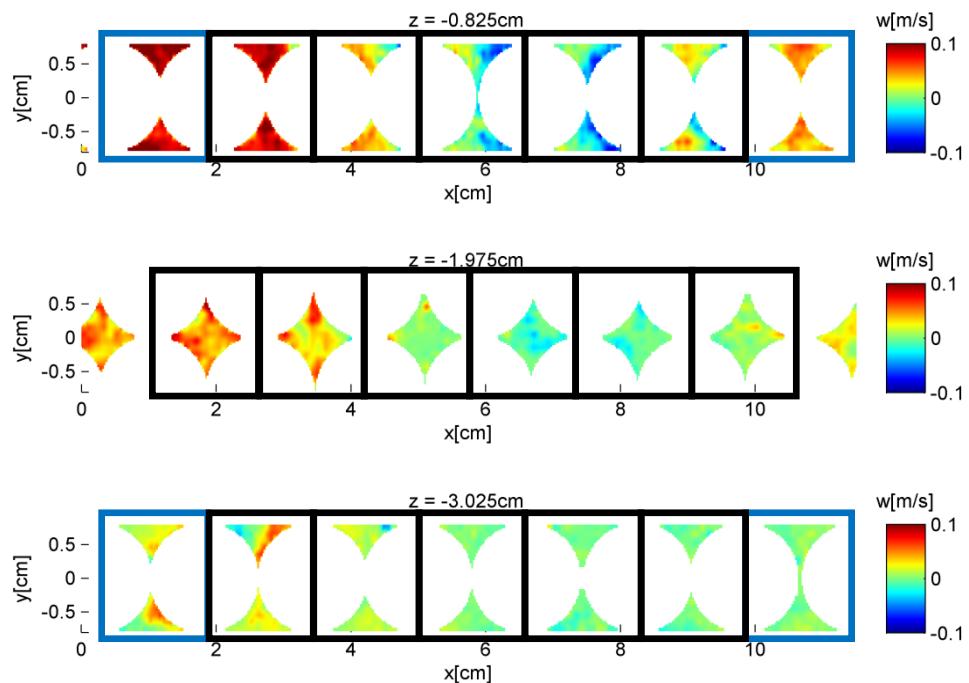


圖 3-46 各層注入流量計算方法示意圖（以 Exp01 為例）

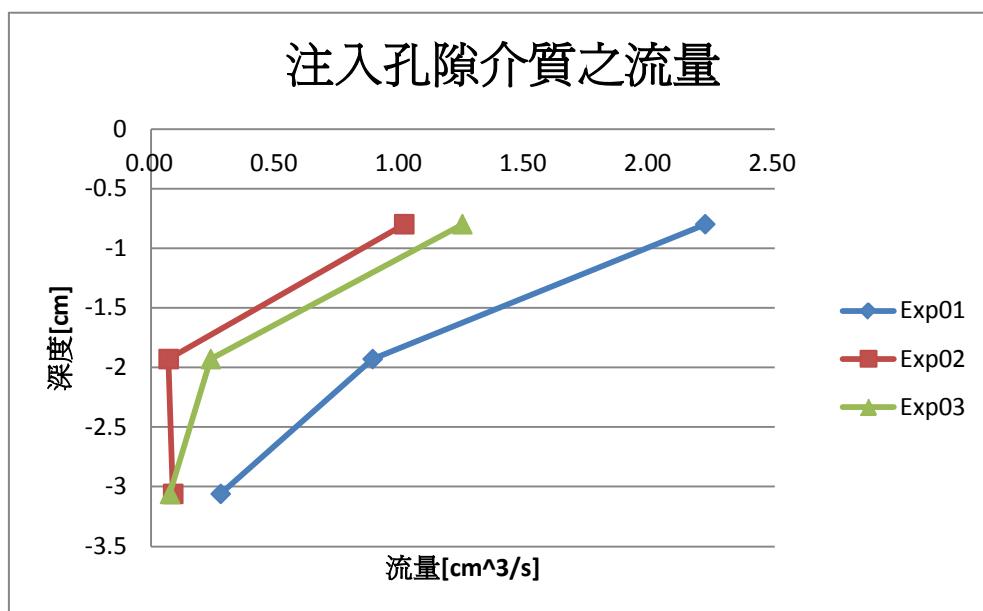


圖 3-47 三組實驗注入流量與深度之關係圖

上圖表現了三組實驗從第二層往下注入之流量，相較於第一層都有顯著的下



降。其中 Exp02 與 Exp03 在第二層已沒有明顯向下注入的流量，Exp01 在第三層球心平面往下注入之流量也相當微弱。藉由此圖，可以說明本實驗自由液面流波動對孔隙介質影響深度之尺度，約為 1~2 層粒徑厚度，且自由液面的流況會影響到能影響的深度。

將 Exp01 與 Exp02 相比，可以看到雖然 Exp02 在同流量下有較大的振幅，但注入孔隙介質中的流量卻沒有 Exp01 來的高。關於這點，可以想像成壓力分布中的高壓區形成主因為：自由液面流中的主流通過第一個波峰後向床面衝擊，此衝擊將轉成局部高壓。在相同的流量下，主流強度將隨水深增加而降低，而振幅增加通常意味著水深也較深。因此，在探討水面波對底床流況的影響時，水面有波動是必要條件，但水面振幅所代表的靜水壓力，並非是驅動孔隙介質流場的主因。

再比較 Exp02 與 Exp03，可以發現若以固定範圍內注入孔隙間的流量為考量，Exp03 的低流量水深淺環境，表現反而比 Exp02 高流量情況來的好。其主要原因為：Exp03 之流況因為波長較短，所以在此單位長度下能存在著兩週期，且第二個週期內能持續對孔隙間的流場造成影響。不過，其效果在深度與流量上都不及 Exp01 來的顯著。

以下針對非破碎型駐波與注入第一層顆粒球心高度孔隙間流量之間的關係進行無因次化探討，藉此找出影響注入孔隙介質流量的因子。流體注入孔隙介質流的流量  $Q_{in}$  以總流量  $Q_0$  進行無因次化，代表流體進出不同介質間的活躍度。推動流體進行交換的為底床的壓力變化，其中高壓區的來源如前所述，為自由液面流中的主流通過第一個波峰後向床面衝擊，衝擊轉換成壓力其強度與主流流速平方成正比，這邊以無因次參數  $Fr^2$  描述主流的強度。然而推動流體交換並非壓力本身而是壓力變化，壓力變化的空間尺度為波長尺度，這邊以波長與粒徑的比值倒數無因次參數  $\frac{D}{\lambda}$  描述變化的劇烈程度。上述所用到的各種變數整理於表 3-2，將無因次注入流量  $\frac{Q_{in}}{Q_0}$  對無因次空間壓力變化  $Fr^2 \frac{D}{\lambda}$  作圖，其關係呈現於圖 3-48。

表 3-2 實驗參數與流體在表層注入流量

	流 量 $Q_0$ [L/s]	Fr	振幅[cm]	$\lambda$ [cm]	流體注入量 $Q_{in}$ [ $\text{cm}^3/\text{s}$ ]
Exp01	46.5	1.40	0.50	10.1	2.22
Exp02	46.5	1.11	0.56	8.73	1.01
Exp03	23.4	1.09	0.33	5.4	1.25

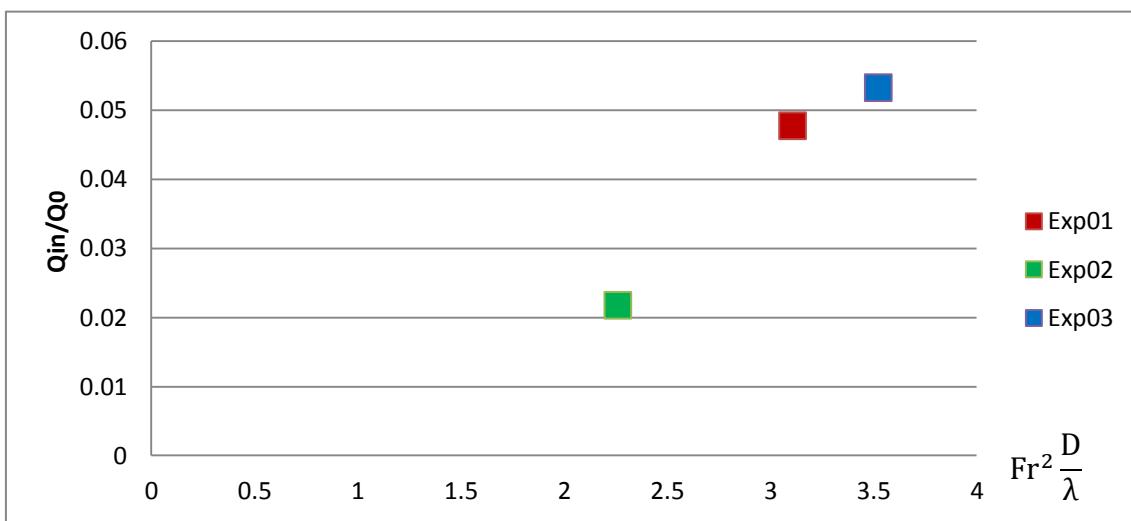


圖 3-48 無因次表層注入流量與無因次壓力變化關係圖

上圖顯示無因次表層注入流量與無因次壓力變化間存在良好的對應關係，表示入流福祿數、非破碎型駐波波長、總流量等參數都會對注入孔隙間的流量造成影響。然而本研究中僅有三組數據，此關係的準確性及適用範圍則有賴更多的研究進一步證實。

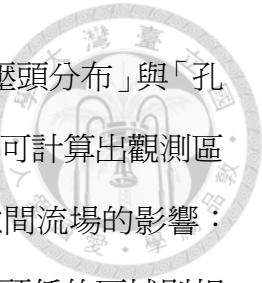
綜上所述，不論是 Exp01、Exp02 或 Exp03，三組實驗都顯示以震盪型水躍定義非破碎型駐波，具有「即使非破碎型駐波底下的底床為一平床，底床孔隙介質內仍能因為非破碎型駐波的存在，而具有一穩定交換液體的流場」這背後意義。根據以上實驗的結果，在河川棲地的營造方面，將更有說服力地指出非破碎型駐波對孔隙間棲地的重要性。

## 第四章 結論與建議



### 4.1 結論

- a. 本研究利用具同折射率的壓克力與對異丙基甲苯兩種材料，在實驗室中建造一循環式水槽，營造出可同時測量自由液面與孔隙介質的環境，用以觀測震盪型水躍的流場結構，並在無探針、不干擾流場的情況下，測量震盪型水躍底下透水性底床內的流速分布：在實驗 Exp01 與 Exp02 中，發現自由液面流會在第一個波峰後補注進入孔隙介質內，並在孔隙介質內往上游流動，在第一個波峰前重新回到自由液面流中；實驗 Exp03 則顯示補注進入孔隙介質內的液體會往下游流動，並在下個波峰前回到自由液面流中。
- b. 本研究使用所測量到的自由液面流場代入時間平均的 Navier-Stokes 方程式，去推估在近床區的壓力分布，提供一個在希望避免壓力計干擾流場結構、或是實驗難以置入壓力計的情況下，得到壓力差分布的方法。為了在代入方程式的網格計算時減少誤差傳遞，本研究採用傅立葉轉換，將具有週期性的實驗數據排除高頻率的震盪，以去除掉高頻震盪的近似曲線代替原始實驗數據，讓所求得的壓力分布能更清楚呈現其變化。此方法在 Exp01 與 Exp02 中效果較顯著，乃因原始數據的變化趨勢與震盪的頻率差較為明顯，使其高頻率之震盪較容易被排除。
- c. 承上，利用時間平均的 Navier-Stokes 方程式，搭配粒子影像分析求得的速度場與紊流結構，可計算出震盪型水躍在沿 x 方向上的壓力差分布。從 Exp01 與 Exp02 所得出的結果，可以發現因為水躍時雷諾應力對壓力之影響，造成壓力分布與自由液面之波形存在一相位差。其壓力分布顯示出震盪型水躍在水躍起跳後至第一個波峰間，存在區域局部低壓區，並且在第一個波峰至下一個波谷間，存在一局部高壓區；高壓區與自由液面流補注進入孔隙介質流位置相符，低壓區與液體從孔隙介質間回到自由液面流之位置相符。
- d. 本研究建立一簡化的二維管流網絡模式，以驗證近床區的靜壓頭是驅動孔隙介



質流的趨力。在此模式中利用所計算出的「孔隙介質上方的靜壓頭分布」與「孔隙介質間進入觀測區域與離開觀測區域的流量」為邊界條件，可計算出觀測區域內的流場分布，其結果在本實驗中可定性描繪出靜壓頭孔隙間流場的影響：在靜壓頭高的區域，液體會從自由液面進入孔隙介質，在靜壓頭低的區域則相反。

- e. 本研究提供了一個非破碎型駐波（震盪型水躍）如何影響淺瀨棲地的解釋：自由液面的震盪型水躍在可透水性底床面上會造成一非均勻的水利水頭分布，水利水頭的差異足以形成一穩定之流量在自由液面與孔隙介質間進出，有助於將具有較高溶氧的河水帶入孔隙介質間的底棲性昆蟲棲地。在 Exp01 中，這股注入孔隙介質的流量，足以穿透底床內地兩層顆粒球心的深度。這個發現，讓以非破碎型駐波定義棲地型態具有實際的物理意義。



## 4.2 建議

本實驗驗證了以同折射率材料與粒子追蹤測速技術研究自由液面和孔隙介質的可行性，並證實了自由液面流若存在著震盪型水躍將對孔隙介質內的流場造成影響，但其中仍然存在著許多未釐清的機制，有待後續研究進一步分析，例如：

- a. 本實驗是利用在規則排列的顆粒床面上刻意擺放一障礙物，並控制下游水深以營造震盪型水躍，然而在自然的環境下，需要怎樣的粒徑組成與坡度條件，才會產生震盪型水躍？
- b. 本研究僅能說明相同流量下的震盪型水躍，對透水性底床內的流況會有不同的影響，未能完整描繪出其變化，說明背後完整的物理機制。是否能從可測量之入流福祿數、波形的各種長度參數找出其與注入孔隙介質流量之關係，進而將實驗所得的結果與野外做連結？

在利用影像分析的方式來計算孔隙間的流量時，於實驗設計上有幾個改進方向與待克服的困難，以下列出幾項供參考：

- a. 使用電腦控制的步進馬達移動雷射切頁，並使雷射切頁固定位置進行拍攝，取代本研究中使用的掃描方式：本研究所使用的掃描方式，會因雷射切頁的厚度測量到區間外的 1/2 雷射切頁厚度的流場，具有一定的誤差，若使用步進馬達在各個斷面定點攝影，或能避免這項誤差。
- b. 提高顆粒與雷射切頁厚度之間的比值：本實驗使用直徑 16mm 的壓克力球與厚度 1mm 的雷射光切頁，在此比值下，在計算孔隙間通水面積上會有一定的誤差，若能提高此比值則能降低此項誤差。另外，雷射切頁厚度受到雷射功率、高速攝影機感光度與流場快慢所能容許的曝光時間限制，提高顆粒粒徑是比較容易的選擇。
- c. 選用較大的顆粒能使孔隙間的流場較容易測量：在測量孔隙間流場時，若是局部流速過慢，便無法持續懸浮反光顆粒，乃至於無法量測，此為測量技術上的限制，在設計實驗時需特別注意。



- d. 在實驗時需注意影像中的孔隙大小：分次分區域進行拍攝會是較好的選擇，但如何在不影響流場的情況下，在分次分區攝影中進行空間率定，卻是有待克服的問題。

在利用實驗數據進行計算與使用管流網絡模式進行分析時，以下建議以供參考：

- a. 於利用測量結果進行壓力計算上，本研究雖然利用時間平均的 Navier-Stokes 方程計算出在近床區的壓力變化，且 Exp01 所計算出的壓力分布在管流網絡模式中所預測的入流與出流區域與結果相當吻合，但是，本研究未能完整計算出雷諾應力對壓力的貢獻。實驗的每組自由液面流以 20000 張影像並將全橫跨渠寬斷面資料全部整合，也僅能提供每  $1\text{mm} \times 16\text{mm} \times 1\text{mm}$ （渠道方向×渠寬方向×垂直方向）格網約 200 至 500 筆資料。若要以實驗結果準確的計算出雷諾應力的影響，則建議提高資料筆數並使用更細的格網，其方法包含縮小拍攝面積、分區分次攝影或使用更多影像數等等。
- b. 承上，本研究在 Exp03 中，未能利用傅立葉轉換去除雜訊準確描繪出流速分布，影響到計算壓力的準確度。建議在測量時，尤其注意流速變化程度與網格關係，在波長較短的情況下使用更細的網格；這意味著攝影的時候需要更多的資料量與更小的長度與 pixel 比。
- c. 本研究受到測量方法的限制，只能觀測二維流場，因此無法計算出壓力沿渠寬方向的變化，亦不便觀測到孔隙間在渠寬方向的流量。再者，從上一小節可以發現，孔隙間所觀測到的流場假如僅限於二維的情況，將無法滿足質量守恆。是故在設計實驗時，須注意到「自由液面流受到邊界影響所造成的壓力分布變化」對孔隙間流場的影響，應增加渠寬或改變實驗設計以降低影響程度，或者改變觀測方法，觀測三維流場。
- d. 本研究所使用之管流網絡模式為一簡化之初步模式，在能量損失個方程上選用的是線性方程，而孔隙間的雷諾數約在  $100 \sim 1000$  之間，超過線性方程的適用



範圍，無法準確描述其孔隙間的能量損失；在模式中也未考慮到流體流動的慣性與方向性，以及轉變方向時的能量損失。未來若要將模式更進一步提高其準確度，建議將這些影響納入考慮。

## 參考文獻



- Elliott, A., and Brooks, N.H. (1997a) Transfer of nonsorbing solutes to a streambed with bed forms: Laboratory experiments, *Water Resour. Res.*, 33, 137–151.
- Elliott, A., and Brooks, N.H. (1997b) Transfer of nonsorbing solutes to a streambed with bed forms: Theory, *Water Resour. Res.*, 33, 123–136.
- Haam ,S. J., Brodkey, R. S., Fort, I., Klaboch,L., Placnik, M. and Vanecek, V.(2000) Laser Doppler anemometry measurements in an index of refraction matched column in the presence of dispersed beads —Part I. *Int. J. Multiphase Flow* 26,1401-1418.
- Huang, M.Y.F., A.Y.L. Huang, R.H. Chen, and H. Capart (2009), Automated tracking of liquid velocities in a refractive index matched porous medium. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 32(6), 877-882.
- Lennon, J.M. and Hill, J.M.(2006) Particle Image Velocity Measurements of Undular and Hydraulic Jumps. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132, No.12
- McLean, S. R. and Nikora, V. I.,(2006) Characteristics of turbulent unidirectional flow over rough beds: Double-averaging perspective with particular focus on sand dunes and gravel beds *Water Resour. Res.*, 42, W10409
- Newson, M. D. and Newson, C. L. (2000) Geomorphology, ecology and river channel habitat: mesoscale approaches to basin-scale challenges. *Progress in Physical Geography* 24(2), 195–217
- Omesová, M, and Helešic, J, (2007) Vertical distribution of invertebrates in bed sediments of a gravel stream in the Czech Republic. *International Review of Hydrobiology*, 92, Issue 4-5, 480-490
- Qian, Q., Voller, V.R., and Stefan, H.G.(2008) A vertical dispersion model for solute exchange induced by underflow and periodic hyporheic flow in a stream gravel bed.

*Water Resour. Res.*, 44, W07422

Reid, M.A. and Thoms, M.C.(2008) Surface flowtypes,near-bed hydraulics and the distribution of stream macroinvertebrates. *Biogeosciences Discuss.*, 5, 1175–1204  
Spinewine, B., Capart, H., Larcher, M., and Zech, Y.(2003) Three-dimensional Voronoï imaging methods for the measurements of near-wall particulate flows. *Experiments in Fluids*, 34(2), 227-241

Tonina, D. and Buffington, J.M. (2007) Hyporheic exchange in gravel bed rivers with pool-riffle morphology: Laboratory experiments and three-dimensional modeling.  
*Water Resour. Res.*, 43, W01421

Tsorng, S.J., H. Capart, J.S. Lai, and D.L. Young (2006), Three-dimensional tracking of the long time trajectories of suspended particles in a lid-driven cavity flow. *Experiments in Fluids*, 40(2), 314–328.

U.S. Bureau of Reclamation (1955), Research Studies on Stilling Basins, Energy Dissipaters, and Associated Appurtenances, *Hydraulic Lab Report Hyd.*, -339.

White, F. M. (1998), Fluid Mechanics. *McGraw Hill, New York, N.Y.*

Williams, D.D. and H.B.N. Hynes (1974), The occurrence of benthos deep in the substratum of stream, *Freshwater Biol*, 4, 233–256.

陳彥呈 《三維之固液二相流其內部顆粒流場與及 granular temperature 量測》, 國立臺灣大學土木工程學系碩士論文，2008 年 7 月。