

國立臺灣大學工學院工程科學及海洋工程學系

碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

使用改良的電荷流體模型實現腦部核磁共振影像的大腦擷取

Segmentation of Brain MR Images Using an Improved Charged
Fluid Model

陳譽升

Yu-Sheng Chen

指導教授：張恆華 博士

Advisor: Herng-Hua Chang, Ph.D.

中華民國 102 年 7 月

July 2013



摘要



在這篇論文中，我們利用電荷流體模型(Charged Fluid Model, CFM)來實現腦部核磁共振(Magnetic Resonance, MR)影像的分割，並針對電荷流體模型的演算法提出兩個新的權重參數，藉此改進原電荷流體模型演算法在目標物件輪廓模糊時的分割缺點。從概念上來說，電荷流體模型是一個模擬電荷流體行為的封閉曲線，它就像是液體一樣會流過或繞過各種不同的障礙，而在程序上我們將這個概念分成兩個步驟來進行。首先，我們將電荷分佈在特定的傳播界面(Propagating Interface)裡，並將電荷限制在此界面內達到靜電平衡。接著，第二步驟是根據影像強度的影響，將限制電荷分佈的傳播界面做適當的變形。一直重複這兩個步驟即可將曲線停留在目標物件的輪廓邊緣。我們使用此模型方法進行腦部核磁共振影像的分割，並使用數種影像資料庫進行實驗。實驗結果顯示本研究所提出的新權重參數，可以有效地改善原電荷流體模型演算法的分割效果。改進後的方法在各種模擬的雜訊狀況下皆具有相當不錯的結果。在臨床真實核磁共振影像的分割結果，亦有相當高的精準度。

關鍵字：電荷流體模型、影像分割、可變形模型、核磁共振影像

ABSTRACT



In this thesis, we modify the Charged Fluid Model (CFM) to perform the segmentation of brain magnetic resonance (MR) images. We propose two new stopping forces for the CFM algorithm. Conceptually, the CFM is a simulation of charged fluid, which is like a liquid flowing through and around different obstacles. We divide the process into two steps. First, the CFM flows within the propagating interface until a specified electrostatic equilibrium is achieved. The second step is to evolve the propagating interface based on several image features. Those two procedures are repeated until the propagating front resides on the boundary of objects being segmented. We used this new model for brain MR image segmentation and conducted experiments using a large number of image volumes. The results showed that the new stopping forces can effectively improve the CFM algorithm to segment noisy images as well as real brain MR images.

Keywords : Charged Fluid Model (CFM), image segmentation, deformable model, magnetic resonance image

目錄



摘要	i
ABSTRACT	ii
目錄	iii
圖目錄	v
表目錄	vi
符號表	vii
第 1 章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的	2
1.3 論文架構	3
第 2 章 文獻探討	4
2.1 可變形模型	4
2.2 水平集演算法	5
2.3 不使用邊緣偵測器的主動式變形輪廓	6
2.3.1 Mumford-Shah 方程式	8
2.3.2 非邊緣偵測的水平集方法	9
2.4 腦表面擷取模型	11
2.5 大腦擷取工具	12
第 3 章 研究設計及方法	13
3.1 電荷流體模型	13
3.1.1 電荷流體模型的系統架構	13
3.1.2 靜電場方程式	15
3.1.3 影像梯度力場方程式	19
3.1.4 減偶極架構	19
3.1.5 電位計算	21
3.1.6 邊界元素擷取	22
3.1.7 平均電場	22
3.2 權重參數	23

3.3	演算法步驟.....	26
3.3.1	電荷分佈	26
3.3.2	變形傳播界面	27
第 4 章	實驗結果及討論	28
4.1	實驗說明.....	28
4.2	實驗結果.....	29
4.2.1	效果呈現	29
4.2.2	SBD 3mm 影像資料庫	31
4.2.3	IBSR 影像資料庫	32
第 5 章	結論與未來展望	43
5.1	結論.....	43
5.2	建議及未來方向.....	44
參考文獻		45

圖目錄



圖 1 適應項式的各種狀況[28]	7
圖 2 水平集方法示意圖[28]	9
圖 3 腦表面擷取模型流程圖[40]	12
圖 4 大腦擷取工具流程圖[41]	12
圖 5 電荷流體模型[30]	14
圖 6 電荷密度示意圖[30]	15
圖 7 搜尋線示意圖[31]	25
圖 8 電荷分佈[30]	26
圖 9 變形傳播界面[30]	27
圖 10 傳播界面的設置[30]	27
圖 11 SBD 雜訊 1% ~ 9% 之原始影像	30
圖 12 SBD 雜訊 1% ~ 9% 之分割曲線	30
圖 13 SBD 雜訊 1% ~ 9% 之分割結果	31
圖 14 第一組 IBSR 影像庫中的編號 02 的原始影像	34
圖 15 第一組 IBSR 影像庫中的編號 02 的分割曲線	34
圖 16 第一組 IBSR 影像庫中的編號 02 的分割結果	35
圖 17 第二組 IBSR 影像庫中的編號 07 的原始影像	36
圖 18 第二組 IBSR 影像庫中的編號 07 的分割曲線	36
圖 19 第二組 IBSR 影像庫中的編號 07 的分割結果	37
圖 20 權重參數對於分割曲線的影響	38

表目錄

表 1 SBD 3mm 影像資料庫的評估參數	32
表 2 IBSR 第一組影像資料庫的評估參數值	39
表 3 IBSR 第二組影像資料庫的評估參數值	40
表 4 第一組影像資料庫的性能比較	41
表 5 第二組影像資料庫的性能比較	41

符號表



G_σ	標準差為 σ 高斯濾波器
$I(x, y)$	輸入的影像
u_0	原始影像
u	結果影像
C	曲線
c_1	曲線內的影像強度平均值
c_2	曲線外的影像強度平均值
φ	水平集方程式
F_i	靜電力
m	質量
Δt	時間間隔
E_i	電場
d	距離單位
j	電荷流體
Φ_0	正值常數
$\overline{\Phi}^j$	電荷流體 j 的平均電位
$\hat{\Phi}_{\text{ele}}$	正規化電位
$\hat{\rho}$	正規化電荷密度
E_{max}	系統中傳播界面上的最大電場值
E_m	E_{max} 於 m -軸的分量
E_n	E_{max} 於 n -軸的分量
i	流體元素
Q_{total}	系統的總電荷
ΔQ_{total}	電荷的淨流動
γ	靜電平衡的嚴謹程度
ρ	電荷密度

Φ_{eff}	有效位勢
Φ_{img}	影像梯度勢
\bar{E}_{eff}	有效力場
\bar{E}_{ele}	對應於電位 $\hat{\Phi}_{\text{ele}}$ 的電場
\bar{E}_{img}	對應於 Φ_{img} 的影像梯度力場
β	調整影像梯度力場的權重參數
α	控制靜電力場的權重參數
F_{img}	控制影像梯度力場的權重參數
$h_{2\%}$	影像強度累積直方圖中過濾出最低 2% 的門檻值
I_{max}	區域最大值
h_1	將頭殼部分和影像強度的區域最大值 I_{max} 分開的閾值
T_h	h_1 的權重常數
I_{max}	搜尋線上的影像強度最大值
I_{min}	搜尋線上的影像強度最小值
h_M	曲線內影像強度的中位數



第 1 章 緒論



1.1 研究背景

現代的醫學數據中有很大一部份是由影像或其他形式的電子數據來表示，如 X 光、核磁共振、電腦斷層掃描、超音波等等。醫療人員可以透過非侵入性的方式取得這些影像數據，透過這些數據，醫療人員可以更快速且更安全的得知病患的症狀或進行人體的健康檢查。

核磁共振(Magnetic Resonance, MR)影像，是利用核磁共振(Nuclear Magnetic Resonance)原理，依據所釋放的能量在物質內部不同結構環境中不同程度的衰減，通過外加梯度磁場檢測所發射出的電磁波，即可得知構成這一物體原子核的位置和種類，據此就可繪製成物體內部的結構影像。這種技術主要用於人體內部組織的成像，這項革命性的醫學診斷工具極大地推動了醫學及神經學的迅速發展。

其中，醫學影像分割在醫學數據的分析方面，更是一個很重要的領域。一個明確且清晰的醫學影像分割，可以幫助影像的內容更容易被辨認，進而影響到接下來的組織辨認、患部確認、自動檢查、手術的引導進行等等。

影像分割即是將影像分割成幾個區域，每個單獨的區域內皆有相似的特點。在醫學影像分析中，醫學影像分割的目的在於凸顯出影像中我們所需的資訊，可能是某種器官、病變組織或是作為自動檢查分析的依據等等。腦部的影像分割更在神經成像領域中扮演了極重要的角色。一個好的影像分割演算法，可以幫助研究人員分析大腦的結構和功能，也可幫助醫療人員檢查和診斷大腦的疾病。然而，由於影像的對比度較低以及醫學儀器的電子雜訊所造成的假影，容易導致一些需要觀察的目標器官或組織的輪廓過於模糊甚至無法分辨。而且一份完整的醫學影像，是一份由數十張至數百張不等的影像所構成的影像叢集(Volume)。因此，如何準確地進行醫學影像分割，以及一份完整的醫學影像處理過於費時等等，這些問題一直以來都是醫學影像分割上的一大挑戰。故此，為了這些數量龐大的複雜醫

學影像的處理，促進了醫學影像自動處理和分析的發展。



1.2 研究目的

電荷流體模型(Charged Fluid Model, CFM)[30]是一個模擬電荷流體行為的封閉曲線，它就像是液體一樣會流過或繞過各種不同的障礙，當曲線變化達到我們所設定的條件時，曲線便會停留在目標物件的輪廓邊緣。

但是，當影像中的物件邊界輪廓過於模糊時，電荷流體模型演算法的分割效能就會大為降低，尤其是對於有雜訊影響的影像更為明顯。

本研究的目的是以電荷流體模型為基礎，針對其演算法提出兩個新的權重參數，希望改進後的電荷流體模型演算法能夠滿足：

1. 提高雜訊影像的分割效能
2. 提高物件邊界輪廓模糊時的分割效能
3. 降低手動調整之權重參數對於分割結果的影響
4. 自動執行整個影像叢集的影像分割

1.3 論文架構



本論文的架構主要分為五個章節：

第一章為緒論，針對研究背景做一個簡單的描述，然後說明本研究發想的動機以及目的。

第二章為文獻探討，在此章節中，將對醫學影像分割做大致的介紹，並針對本研究主要參考的分割方法做較詳細的說明。

第三章為研究設計及方法，旨在說明本研究的方法原理及架構，並說明原電荷流體模型演算法遇到的問題，接著介紹本研究所設計之權重參數，以及重新建構加入新權重參數的電荷流體模型演算法。

第四章為實驗結果及討論，在此章節中我們將針對新的電荷流體模型演算法，利用影像資料庫進行實驗，並且對其結果進行數值分析及討論。

第五章為結論與未來展望，針對本篇論文做一個總結，並且提出未來可能加強及應用的方面，希望本研究的發想及討論能夠對於醫學影像的分割有所貢獻。

第 2 章 文獻探討



現今，對於腦部醫學影像已經有很多種方法被提出來討論，包括各種基於閾值(Threshold)、區域(Region)和統計(Statistics)的數值方法，以及可變形模型(Deformable Models)和圖譜導引(Atlas-guided)技術等等[1][2][3]。

2.1 可變形模型

可變形模型一直是被廣泛使用且成功的方法之一，因為在各種影像分割的應用中，它都能夠相當準確的分割出人體組織結構的形狀[4][5]。可變形模型的方法涉及制定一個傳播界面(Propagating Interface)，傳播界面是一個封閉的曲線，並且由速度方程式來決定其移動的方式。而速度方程式則由局部、全域或獨立的特性計算而得[6]。當給予傳播界面的初始位置以及相對應的速度方程式後，可變形模型即可以在影像分割的程序中追蹤分割曲線的變化。現有的可變形模型可以被分為兩大類：參數型和幾何型。其中，參數型的可變形模型起源於由 Kass 等人[7]發明的主動式變形輪廓(Active Contour)。

主動式變形輪廓使用由內部和外部能量引導的樣條曲線(Spline)，樣條曲線的變形則由幾何形狀的力和影像資訊提供的力所影響，只要透過優化內部能量的權重參數，並選擇合適的影像資訊提供的力(例如邊緣、強度等)，就可以使得主動式變形輪廓的曲線朝著欲分割的目標物件邊緣移動。

後來，Cohen 等人[8]提出使用有限元素(Finite-element)方法變形彈性曲面(Balloonlike Surface)的三維可變形模型。Xu 等人[9]提出一個叫梯度向量流體(Gradient Vector Flow, GVF)的外部力量，引導主動式變形輪廓符合物件邊界的凹洞，並且達到更大的選取範圍。McInerney 等人[10]則提出了一個全新的可變形模型，拓撲可適性蛇變曲線(Topology Adaptive Snakes, T-snakes)模型，以此模型處理傳統蛇變曲線的拓撲限制，並介紹了仿效細胞影像分解重新參數化的機制，達到顯著的自動化。



2.2 水平集演算法

隨著由 Osher 等人[11]發展的水平集(Level Set)數值演算法，幾何型的可變形模型能達到拓樸的自動變化，而不再需要使用特殊的追蹤(Tracking)程序。水平集方法基於尤拉(Eulerian)法，利用一個水平集方程式 ϕ 來代表傳播函數，其中零水平集(Zero-level Set)則表示曲線的位置[6]。當傳播函數的演化使用高一階的偏微分方程時，演化水平集方程式在空間上和時間上皆能以高精度的方式呈現。而水平集位置的演化則由其法線方向的速度方程式來控制，原始速度方程式是由一個常數項和曲率變形構成[11]。為了達到影像分割的目的，速度方程式會加入一個基於影像資訊的停止項(例如影像梯度力場)。Caselles 等人[25]和 Malladi 等人[26]提出使用影像梯度幾何變形輪廓(Geometric Deformable Contours With an Image Gradient, GDCIG) 停止力，其方程式如下：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = g(I)(V_0 + \epsilon \kappa) |\nabla \phi| \quad (1)$$

其中， V_0 和 ϵ 為固定的權重常數， κ 為水平集曲率(Curvature)， ∇ 為梯度運算子，而 $g(I)$ 為基於影像梯度的停止項：

$$g(I) = \frac{1}{1 + |\nabla G_\sigma * I(x, y)|^p}$$

其中， G_σ 是標準差為 σ 高斯濾波器(Gaussian Filter)， $I(x, y)$ 為輸入的影像，而 $p=1$ 或 2 ， $*$ 代表捲積(Convolution)， $|\cdot|$ 則為平滑後的影像強度。

Kichenassamy 等人[12]和 Yezzi 等人[13]將 $\nabla g \cdot \nabla \phi$ 項加入(1)式後，便可以更有效率地將輪廓引導至目標物件。Siddiqi 等人[14]改進了速度方程式，加入了基於影像梯度的權重區域能量方程式，以便能使輪廓能更靈活的發展至目標邊界。Xu 等人[15]提出了基於水平集的影像分割方法，使用一個可適性的三角網格(Adaptive

Triangular Mesh)，使得傳播範圍有更高的分辨率。Gout 等人[16]將幾何型的主動式變形輪廓和內插法整合，代入 Osher–Sethian 水平集的架構中，以便在一組給定的限定集合中找到邊界輪廓。

傳統基於水平集的變形方法，需要輪廓被初始化在目標物件的對稱中心[5][6]。因此，這個方法對於結構為不規則形狀的醫學影像較難有良好的效果。基於(1)式，對於醫學影像選擇一個合適的停止因子來達到滿意的結果是有困難的。此外，在許多可變形模型方法中[12][14][15][17]，停止條件通常只能靠經驗判斷，或甚至是定義不清的。因此，要將這些演算法直接使用在腦部的醫學影像分割上是有難度的。

2.3 不使用邊緣偵測器的主動式變形輪廓

主動式變形輪廓(Active Contour)的基本概念是變化一個曲線，直到曲線符合目標物件的輪廓，而傳統的主動式變形輪廓為了要讓曲線的變化能夠停在目標物體的邊緣輪廓上，需要一個根據影像梯度來判斷的邊緣檢測器。Chan 和 Vese[28]提出了一個新的主動式變形輪廓的模型，這個模型不需要邊緣偵測器，所以也不用依靠影像梯度來找尋物件輪廓，並且能夠自動檢測內部輪廓，也可隨意擺放初始輪廓的位置。

此方法為基於影像分割的能量最小化，先利用一個簡單的例子來介紹此模型的基本想法。假設影像 u_0 是由兩個近似的常數項 u_0^i 和 u_0^o 組成，接著假設欲分割的目標物件的區域由 u_0^i 代表，然後將其邊界定為 C_0 ，所以我們就得到在目標物件內部(即 $\text{inside}(C_0)$) $u_0 \approx u_0^i$ ，而在目標物件的外部(即 $\text{outside}(C_0)$) $u_0 \approx u_0^o$ 。現在，我們來看以下這個適應項式(fitting term)：

$$F_1(C) + F_2(C) = \int_{\text{inside}(C)} |u_0(x, y) - c_1|^2 dx dy + \int_{\text{outside}(C)} |u_0(x, y) - c_2|^2 dx dy$$

其中 C 代表一曲線， c_1 和 c_2 則分別代表曲線內的影像強度平均值及曲線外的平均

值， u_0 為原始影像。而影像內的物件輪廓，則為求此適應項式的最小值：

$$\inf_C \{F_1(C) + F_2(C)\} \approx 0 \approx F_1(C_0) + F_2(C_0)$$



當曲線 C 皆在物件外時， $F_1(C) > 0$ 且 $F_2(C) \approx 0$ 。當曲線 C 皆在物件內時， $F_1(C) \approx 0$ 、 $F_2(C) > 0$ 。當曲線 C 一半在物件內一半在物件外時， $F_1(C) > 0$ 且 $F_2(C) > 0$ 。當曲線 C 幾乎和物件輪廓吻合時， $F_1(C) \approx 0$ 、 $F_2(C) \approx 0$ ，此時適應項式也會趨近於最小值，如圖 1 所示。

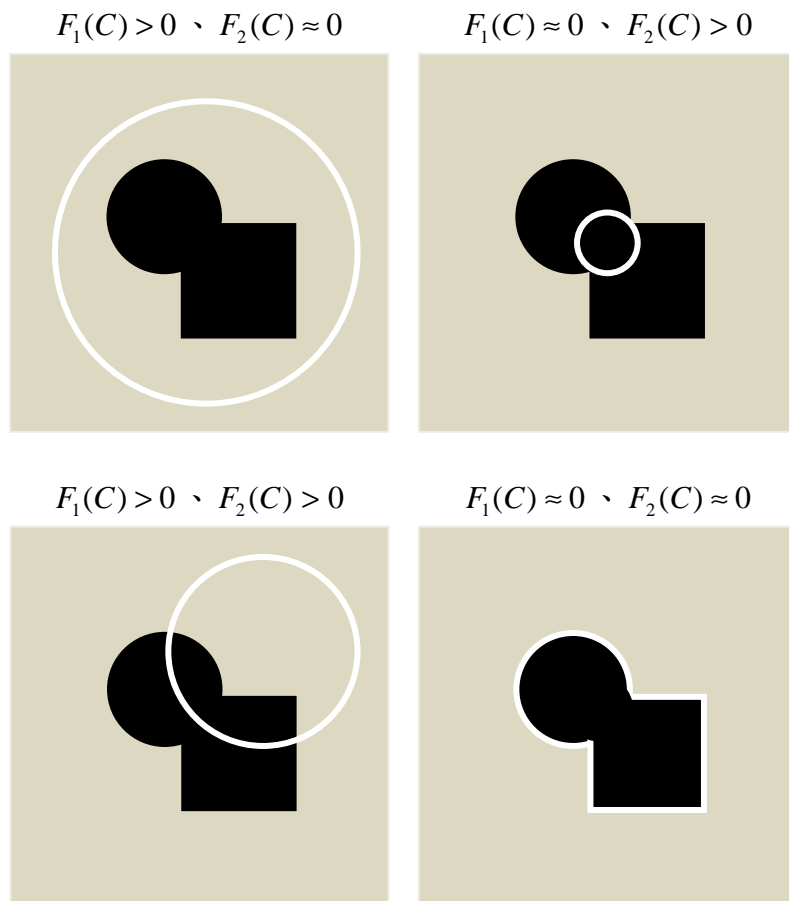


圖 1 適應項式的各種狀況[28]

在這個主動式變形輪廓模型中，我們會將適應項式最小化，並且再加入一些條件項，例如曲線 C 的長度，或是曲線 C 的內部區域範圍。因此，定義一個能量方程式 (energy functional) $F(c_1, c_2, C)$ 如下：

$$\begin{aligned}
F(c_1, c_2, C) = & \mu \cdot \text{Length}(C) + \nu \cdot \text{Area}(\text{inside}(C)) \\
& + \lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} |u_0(x, y) - c_1|^2 dx dy \\
& + \lambda_2 \int_{\text{outside}(C)} |u_0(x, y) - c_2|^2 dx dy
\end{aligned} \tag{2}$$



其中 $\mu \geq 0$, $\nu \geq 0$, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, 為固定參數, 在[28]裡將參數固定為 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\nu = 0$ 。

因此, 求最小值的問題則為:

$$\inf_{c_1, c_2, C} F(c_1, c_2, C).$$

2.3.1 Mumford-Shah 方程式

用於影像分割的 Mumford-Shah 方程式為[33]:

$$F^{MS}(u, C) = \mu \cdot \text{Length}(C) + \lambda \int_{\Omega} |u_0(x, y) - u(x, y)|^2 dx dy + \int_{\Omega \setminus C} |\nabla u(x, y)|^2 dx dy \tag{3}$$

其中, u_0 為輸入的影像, μ 和 λ 為正值參數, 而結果影像 u 是透過最小化此方程式來求其物件輪廓 C 。

用來解決此問題的方法為將 F^{MS} 限制為分段常數函數 u , 即 $u = \text{constant } (c_i)$ 在每個連接的區域。因此, 就如同 Mumford 和 Shah[33]所描述的, $c_i = \text{average } (u_0)$ 於每個連接的區域, 此方法稱為最小分割問題(Minimal Partition Problem)。

接著我們考慮(2)式和(3)式的關係, 當 $\nu = 0$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 時, 此主動式變形輪廓則為最小分割問題的一個特別情形, 在(3)式當中我們目標是從輸入的影像 u_0 找到一個合適的結果影像 u , 主要使用只有兩個變量的函數

$$u = \begin{cases} \text{average}(u_0) \text{ inside } C, & \text{if } (x, y) \text{ inside } C, \\ \text{average}(u_0) \text{ outside } C, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$



和一個輪廓曲線 C ，用來代表主動式變形輪廓。而此特殊情形的最小分割問題可以使用水平集方法來解決[34]。

2.3.2 非邊緣偵測的水平集方法

在水平集方法中[34]， $C \subset \Omega$ 由李普西茲函數(Lipschitz Function) $\varphi: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 的零水平集代表，使得

$$\begin{cases} C = \partial\omega = \{(x, y) \in \Omega : \varphi(x, y) = 0\} \\ \text{inside}(C) = \omega = \{(x, y) \in \Omega : \varphi(x, y) > 0\} \\ \text{outside}(C) = \Omega \setminus \bar{\omega} = \{(x, y) \in \Omega : \varphi(x, y) < 0\} \end{cases}$$

其中有關 $\omega \subset \Omega$ 是開放的， $C = \partial\omega$ 。如圖 2 所顯示，其 φ 為水平集方程式， C 為演化的輪廓曲線[34]。

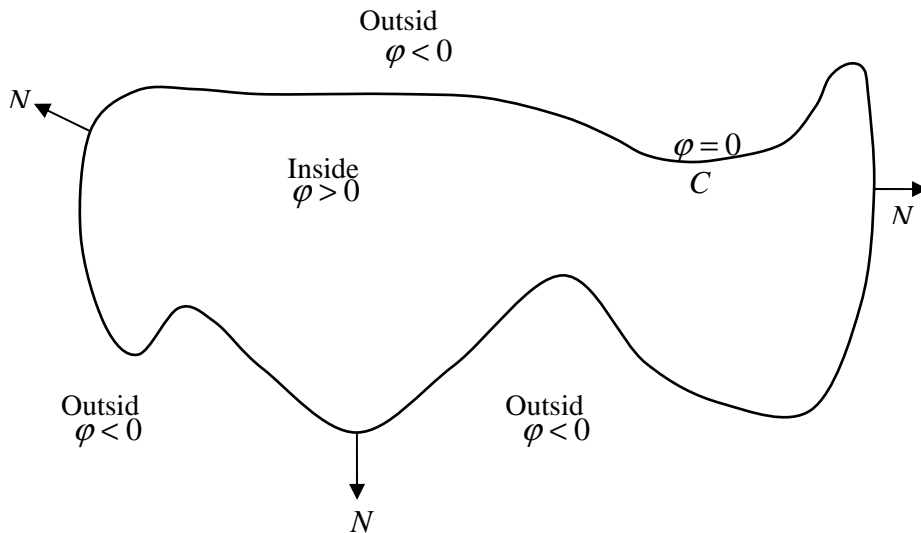


圖 2 水平集方法示意圖[28]

將此水平集方法應用在原本的改進型主動式變形輪廓，我們將未知變量 C 替換成未知變量 φ [35]。



接著介紹一個赫維賽(Heaviside)函數 H ，以及一階微分的狄拉克(Dirac)函數 δ_0 ，定義如下：

$$H(z) = \begin{cases} 1, & \text{if } z \geq 0 \\ 0, & \text{if } z < 0 \end{cases}, \quad \delta_0(z) = \frac{d}{dz} H(z)$$

接著我們將能量函式 F 以下列方程式表達[36]：

$$\begin{aligned} \text{Length}\{\varphi = 0\} &= \int_{\Omega} |\nabla H(\varphi(x, y))| dx dy \\ &= \int_{\Omega} \delta_0(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy \\ \text{Area}\{\varphi \geq 0\} &= \int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy \end{aligned}$$

以及

$$\begin{aligned} \int_{\varphi > 0} |u_0(x, y) - c_1|^2 dx dy &= \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy \\ \int_{\varphi < 0} |u_0(x, y) - c_2|^2 dx dy &= \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned}$$

然後，其能量函式 $F(c_1, c_2, \varphi)$ 則可以改寫成：

$$\begin{aligned} F(c_1, c_2, \varphi) &= \mu \int_{\Omega} \delta(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy \\ &\quad + \nu \int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy \\ &\quad + \lambda_1 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy \\ &\quad + \lambda_2 \int_{\Omega} |u_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \end{aligned}$$

我們注意到 u 由(4)式所定義，而此模型方法為 Mumford–Shah 最小分割問題的一個特殊情形，故此可以由水平集的公式改寫如下：



$$u(x, y) = c_1 H(\varphi(x, y)) + c_2 (1 - H(\varphi(x, y)))$$

其中 (x, y) 屬於輸入的影像。

保持 φ 為固定，關於參數 c_1 和 c_2 於計算能量函式 $F(c_1, c_2, \varphi)$ 的最小化，可以由 φ 改寫如下：

$$c_1(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy}$$

$\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy > 0$ ，即輪廓曲線內部不為空，

$$c_2(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}$$

$\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy > 0$ ，即輪廓曲線外部不為空，相對應的 c_1 和 c_2 參數則為沒有限制的值。然後， c_1 和 c_2 為

$$\begin{cases} c_1(\varphi) = \text{average}(u_0) \text{ in } \{\varphi \geq 0\} \\ c_2(\varphi) = \text{average}(u_0) \text{ in } \{\varphi < 0\} \end{cases}$$

接著只要持續演化 φ ，然後求取相應的能量函式 $F(c_1, c_2, \varphi)$ 的最小值，即可將主動式變形輪廓的曲線逐漸逼近目標物件的輪廓邊界，便可以達到影像分割的目的。

2.4 腦表面擷取模型

Shattuck 等人[40]提出了腦表面擷取(Brain Surface Extractor, BSE)模型，它的方法主體是建構在形態學的技術上。它的流程主要分成三個部分，圖 3a 是原始影

像，第一步先對影像進行平滑化處理以去除雜訊得到圖 3b，第二步則是利用邊緣偵測(Edge Detector)去取得影像的邊緣，如圖 3c 所示，第三步承接第二步的結果，利用一連串的形態學技術逐步去除非腦組織以將腦部區域完整地分離出來。

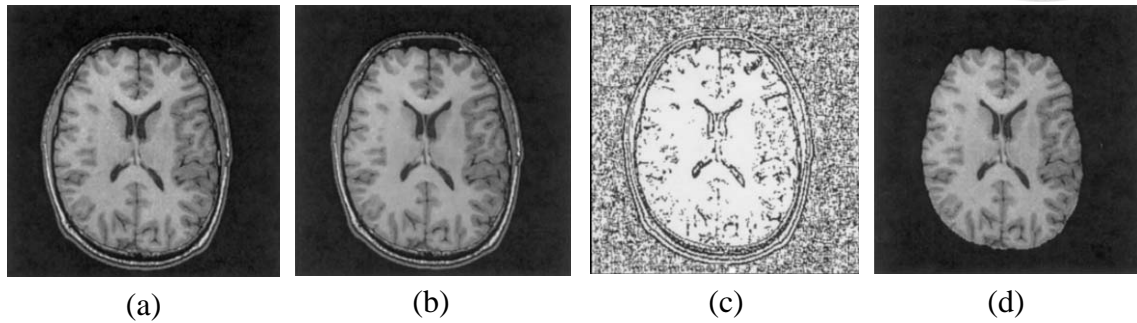


圖 3 腦表面擷取模型流程圖[40]。(a)原始影像。(b)平滑處理後的影像。(c)邊緣偵測。(d)結果影像。

2.5 大腦擷取工具

大腦擷取工具(Brain Extraction Tool, BET)是屬於可變形模型的方法[41]。首先，對原始影像(如圖 4a)進行直方圖分析，去除極亮和極暗的像素後再做二值化得到如圖 4b 的結果，並利用這張二值化的影像來預估腦部區域的大小並生成一個圓，如圖 4c 黑色圓所示，接著產生一個圓形的初始輪廓，它的半徑是黑色圓的一半。最後，讓這個初始輪廓迭代得到最後的分割結果，如圖 4d。

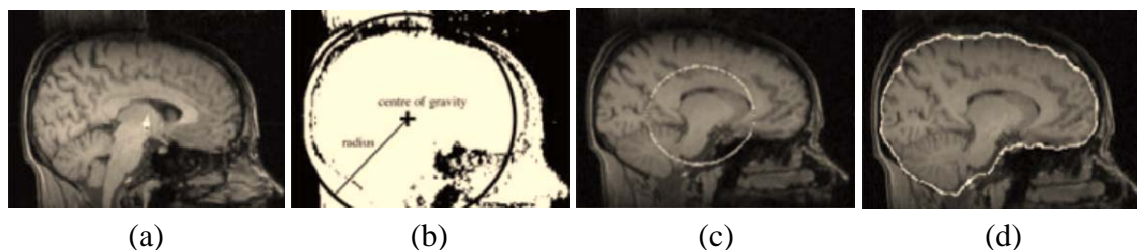


圖 4 大腦擷取工具流程圖[41]。(a)原始影像。(b)二值化影像。(c)初始輪廓。(d)分割結果

第 3 章 研究設計及方法



在本章節中，首先會介紹本方法的原理及設計，接著會說明本研究提出的兩個新權重參數並將對新的演算法流程做詳細說明。

3.1 電荷流體模型

電荷流體模型是使用在傳播界面裡變動的電荷元素系統來控制輪廓曲線的演化，以達到腦部醫學影像分割的目的[29][30]。此靜電系統主要用帕松方程式(Poisson's Equation)計算，並且在每個流體元素之間只取同性互斥的作用力。在此方法中，電力場是使用有限尺寸粒子(Finite-Size Particle, FSP)方法來做數值計算，並透過快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)演算法來執行。在程序上會有兩個互相重複的步驟來引導電荷流體模型的演化，在此方法的影響之下，電荷流體會像是液體一樣流過或繞過各種不同的障礙。此方法在對目標物件的幾何形狀進行變化時，可以自動處理在傳播界面上拓樸的變化，並且對於分割區域的面積和長度提供亞像素(Subpixel)的精度。

3.1.1 電荷流體模型的系統架構

在生物醫學的領域裡，對於使用基於粒子的物理特性和原理來分析調查生物組織的方法已經進行了多年的研究。例如，Wang 等人[18][19]提出了基於電位力場的方法，藉由將電荷分布在結腸(Colon)路徑的中央來追蹤分析複雜的結腸組織。在他們的方法裡，用電力場線來定義彎曲的橫面。現在，假設在一張影像內，我們將一些帶同性電的電荷粒子初始化在我們欲分割的目標區域(Region of Interest, ROI)內部。由於同性電荷相互間的排斥力，粒子被初始化後會持續向外擴張，直到受到一個向內力場的平衡，這個向內的力場則取決於影像的特徵(例如影像的強度梯度)。然而，將粒子引導至目標物件的邊界是相當複雜的程序，使得由粒子位置所形成的輪廓難以精準的代表目標區域。這個問題在處理有雜訊的影像時，會顯得更為嚴重。因此，對於使用電荷粒子系統進行影像分割而言，導入

一個合理且完整度足夠的數值計算是相當重要的。

首先簡單的介紹一下，電荷流體是由數個流體元素所組成，而每個流體元素皆對其他的流體元素施加靜電同性相斥的排斥力。整個電荷流體系統主要是受到內部的靜電力(如圖 5 的 F_{ele})，以及基於影像特徵計算而得的外部力量(如圖 5 的 F_{ext})所影響，由這兩個力量相互平衡決定電荷流體的變形。

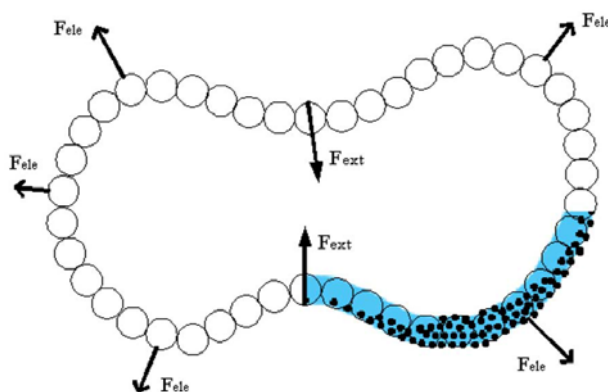


圖 5 電荷流體模型[30]

我們將電荷粒子(如圖 5 的實心圓點)限制在一個傳播界面曲線內，並將此界面當作一個與外界絕緣的獨立良導體，使粒子在此介面中移動至靜電平衡。處於靜電平衡狀態的電荷導體特性如下：

1. 在靜電平衡時，導體內部任意位置的電場為零。
2. 任何在獨立導體表面上的淨電荷(Net Charge)為完全靜止的。
3. 在獨立導體外表面上的電場方向垂直於其表面，且大小為 $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ，其中 σ 表示該點在其局部表面的電荷密度。
4. 在不規則形狀的導體表面上，當曲率為最大時，其表面的電荷密度 σ 和電場也為最大。
5. 當靜電平衡時，其導體表面上的每一點皆有相同的電位(Potential)。

由於這些特性，當靜電平衡時，電荷粒子會累積在區域曲率最大值的地方，如圖 5

所示。根據這些概念，就形成了一個基於靜電特性的模型，電荷流體模型。

每個流體元素(如圖 5 的大空心圓)皆由其所覆蓋的粒子(如圖 5 的實心圓點)計算出其電荷。在平衡狀態下，靜電力(如圖 5 的 F_{ele})的方向會垂直於曲線，而其大小則與其對應位置上的電荷成比例。電荷流體會像液體一樣流過或繞過各種不同的障礙，並且隨著外部力量(例如影像強度梯度)進行演化變形。接著，將依序介紹電荷流體模型影像分割演算法的電荷流體理論及程序的流程。

3.1.2 靜電場方程式

首先，先建構只有單一流體元素的情境。假設一個零動量的流體元素 i 在每次推進時，會沿著靜電力 F_i 的方向移動 d 單位的距離。根據牛頓運動定律，距離 d 會是一個如下的函式：

$$d = \frac{F_i}{2m} \Delta t^2 = \frac{1}{2} E_i \Delta t^2 \quad (5)$$

其中， F_i 為靜電力、 m 為質量、 Δt 為時間間隔， E_i 則為 F_i 相對應的電場，而 m 可被設為 1。

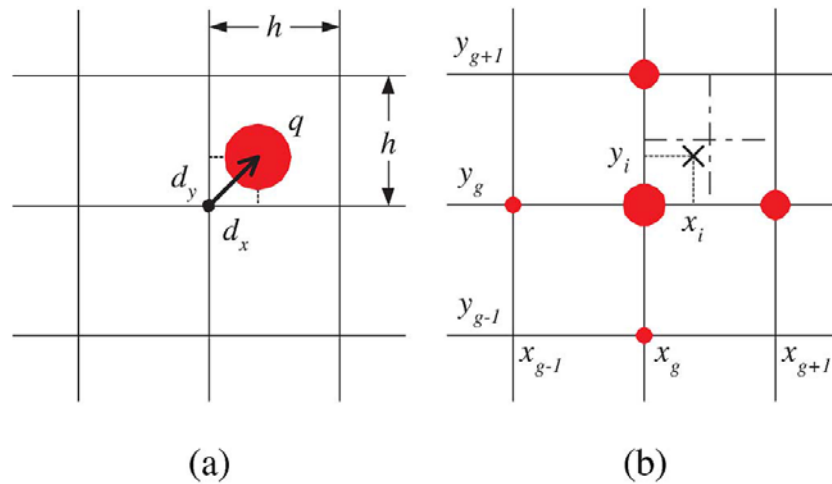


圖 6 電荷密度示意圖[30]

接著，假設此流體元素移動了距離 (d_x, d_y) 到了位置 (x_i, y_i) ，如圖 6 所示。為了程式設計及計算上的效率及便利性，將電荷密度近似為網格上的電荷總和。使用結合有限尺寸粒子技術[20][21]的減偶極架構(Subtracted Dipole Scheme，SUDS)[27]，將電荷(如圖 6a)插值(Interpolate)運算至最近的五個網格點。

在一個靜電系統中，當電荷分佈為已知的時候，電位 Φ 可以由帕松方程式計算如下：

$$\nabla^2 \Phi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}) \quad (6)$$

其中 $\rho(\mathbf{r})$ 為電荷密度。而相對應的電場 \vec{E} 則可以由純量電位 Φ 計算如下：

$$\vec{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi(\mathbf{r}) \quad (7)$$

電場的大小和 $\frac{1}{r}$ 成正比。故此，靜電系統中的流體元素於每個時間間隔的變化就可用(5)–(7)式來計算。

為了計算流體元素的變化，我們會使用(6)式來計算電位。而實際上，當系統的總電荷為恆定時，靜電位可由元素的位置計算而得。當只有一個電荷流體因其流體元素的相互排斥力而向外演化曲線時，並不會有什麼特殊的問題。然而，當有多個電荷流體時，其中擁有較強電位的流體將會嚴重影響整個系統，例如排斥力會大大的影響處於較弱的電荷流體中的流體元素，這將會明顯的影響電荷流體輪廓，導致難以準確地演化至目標物件的輪廓邊緣。

解決此問題的方法之一，就是透過帕松方程式將每個電荷流體的電位進行正規化，因此我們定義一個電荷流體 j 的正規化電位 $\hat{\Phi}_{\text{ele}}^j$ 為：

$$\hat{\Phi}_{\text{ele}}^j = \frac{\Phi_{\text{ele}}^j}{\Phi^j} \Phi_0$$



其中 Φ_0 為正值常數， $\overline{\Phi}^j$ 為電荷流體 j 的平均電位。值得注意的是，在演化的一開始， $\overline{\Phi}^j = \Phi_0$ ，因為還未有任何的電位產生。然後相對應的正規化電荷密度則定義為：

$$\hat{\rho}^j = \frac{\rho^j}{\overline{\Phi}^j} \Phi_0 \quad (8)$$

因此，整個系統可以由改進後的帕松方程式表示如下：

$$\nabla^2 \hat{\Phi}_{\text{ele}} = \nabla^2 \sum_j \hat{\Phi}_{\text{ele}}^j = -4\pi \sum_j \hat{\rho}^j = -4\pi \hat{\rho} \quad (9)$$

其中 $\hat{\Phi}_{\text{ele}}$ 為正規化電位、 $\hat{\rho}$ 為正規化電荷密度。(9)式中的帕松方程式的數值解可以透過快速傅立葉轉換演算法，使用有限尺寸粒子方法快速的計算出來。經由這些程序，電場可直接由正規化電位計算如下：

$$\vec{E}_{\text{ele}} = -\nabla \hat{\Phi}_{\text{ele}} \quad (10)$$

所以，當得知電位時，每個流體元素的電場即可藉由(10)式計算出來。

為了使演化不要跨過我們感興趣的目標邊界，我們給定一個電場最大值來限制流體元素的活動，使得元素只會向電場方向移動半個網格間距($\frac{h}{2}$)。故此，對於每個流體元素的時間間隔就可以由(5)式計算如下：

$$\Delta t^2 = \frac{h}{E_{\text{max}}} = \frac{h}{\left| \sqrt{E_m^2 + E_n^2} \right|_{\text{max}}} \quad (11)$$

其中 E_{max} 為系統中傳播界面上的最大電場值，而 E_m 和 E_n 則分別代表 E_{max} 於 m -軸

和 n -軸的分量。此作法的優點是，對於流體元素的移動不用設定明確的時間間隔，因此也就不需要為了特定的影像分割條件而調整時間間隔，對於電荷流體模型演算法也減少了參數的設置。將(11)式代入(5)式後，對於每個流體元素 i ，距離 d_x^i 和 d_y^i 就可以定義為：

$$\begin{aligned} d_x^i &= \frac{E_m^i}{E_{\max}} \frac{h}{2} \\ d_y^i &= \frac{E_n^i}{E_{\max}} \frac{h}{2} \end{aligned} \quad (12)$$

其中 E_m^i 和 E_n^i 分別為元素 i 的電場於 m -軸和 n -軸的分量。(12)式表示了時間間隔的變化和系統中的電場最大值有關，並且也將此式運用於計算每個流體元素的移動距離。當得知距離後，就可以使用減偶極架構插值運算電荷至五個不同的相鄰節點(如圖 6)。

靜電平衡原本的定義為完全靜止，但是為了程序設計上的需要，我們將靜電平衡改定義為允許小量的電荷流動，而其條件為以下的不等式成立：

$$\frac{\Delta Q_{\text{total}}}{Q_{\text{total}}} \leq \gamma \quad (13)$$

其中， Q_{total} 為整個系統的總電荷， ΔQ_{total} 為電荷的淨流動，而 $\gamma > 0$ 則決定了靜電平衡的嚴謹程度。鑒於經驗，建議將 γ 設置於 $0.01 \leq \gamma \leq 0.1$ 中，因為過小的 γ 值將會延遲程序的進行時間，卻又不能夠顯著的改進結果。在本研究的所有實驗中，皆將 γ 固定為 0.01。

值得注意的是系統所達到的靜電平衡，其實是與平衡係數 γ 及傳播界面有關，而最終的輪廓也會與傳播界面相同。當系統達到(13)式所設定的靜電平衡後，就可以定義出對應於一個像素寬的傳播界面輪廓的曲線，而最後只有在此輪廓上的流體元素會被保留下來。



3.1.3 影像梯度力場方程式

我們定義一個可以用來和靜電力交互作用的外部力量，影像梯度勢(Image Gradient Potential)：

$$\Phi_{\text{img}}(m, n) = \frac{|\nabla G_{\sigma}(m, n) * I(m, n)|}{|\nabla G_{\sigma} * I|_{\max}} \Phi_0 \quad (14)$$

其中分子為使用高斯濾波器對影像做平滑處理，而分母的 $|\cdot|_{\max}$ 則為其計算域中的最大值，而其影像的平滑處理則是用 3×3 的高斯濾波器捲積。接著，便可直接令影像梯度力場為：

$$\vec{E}_{\text{img}} = \nabla \Phi_{\text{img}}$$

3.1.4 減偶極架構

帶電粒子的系統在物理學界已經有相當多年的研究[21]，而電腦模擬也廣為應用於帶電粒子系統的研究中[22][23]。其中一個有效率的計算電荷密度的方法，即是透過有限尺寸粒子方法將粒子分布在網格點上[20][21]，考慮在二維的有限尺寸粒子方法，電荷密度 ρ 可以表示為：

$$\rho(x, y) = \sum_i q_i S(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|) \quad (15)$$

其中， q_i 和 $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i)$ 分別表示電荷及其所在的位置， $S(r)$ 為帶電粒子根據其中央位置分布而成的形狀因子，此形狀因子不需有均質性或對稱性[20]。在本方法中，則假設形狀因子為實數且具均質性[21][24]：

$$\begin{aligned}
S(r) &\equiv \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) \\
&= \frac{1}{2\pi} \exp\left[-\frac{1}{2}[(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2]\right]
\end{aligned} \tag{16}$$



接著我們考慮，使用泰勒級數(Taylor Series)且在偶極項(Dipole Term)截斷(Truncate)最近的網格點(Nearest Grid Point, NGP)位置[23][27]。在 ρ 於(15)式中的多極展開式(Multipole Expansion)，接著就能用網格點的總和來近似並取代粒子的總和[21][27]：

$$\rho(x, y) \equiv \sum_g \sum_{i \in g} q_i \begin{bmatrix} S(x-x_g, y-y_g) \\ -(x_i-x_g) \times S_x(x-x_g, y-y_g) \\ -(y_i-y_g) \times S_y(x-x_g, y-y_g) \end{bmatrix}$$

其中 (x_g, y_g) 為最近的網格點位置。最後，使用中央差分法將 S 近似至相鄰的網格：

$$\begin{aligned}
\rho(x, y) &\equiv \sum_g S(x-x_g, y-y_g) \\
&\times \{Q_{\text{NGP}}(x_g, y_g) + \frac{1}{2h} [D(x_{g+1}) - D(x_{g-1}) + D(y_{g+1}) - D(y_{g-1})]\}
\end{aligned} \tag{17}$$

其中 Q_{NGP} 為單極電荷：

$$Q_{\text{NGP}} = \sum_{i \in g} q_i$$

而 $D(\xi_g)$ 為雙極電荷：

$$D(\xi_g) = \sum_{i \in g} q_i (\xi_i - \xi_g)$$

透過使用(17)式來求取近似值，就可以計算相鄰的五個鄰近節點的電荷總和，得到電荷密度。



3.1.5 電位計算

當電荷均勻分佈於空間網格上時，可以透過有限尺寸粒子方法快速求取帕松方程式(如(9)式)的解[20]。當距離為零時，有限尺寸粒子方法避免使用庫侖定律產生之奇異點(Singularity)和碰撞的發生，同時保留了較長距離的電荷間的相互作用。現在假設有一個電荷粒子系統在網格 (m,n) 上的電荷為 $Q(m,n)$ ，為了求帕松方程式的解，我們先計算電荷 $Q(m,n)$ 的離散傅立葉轉換(Discrete Fourier Transform, DFT)：

$$Q(u,v) \equiv \frac{1}{L_m L_n} \sum_{m=0}^{L_m-1} \sum_{n=0}^{L_n-1} Q(m,n) \times \exp\left[\frac{-2\pi i u m}{L_m}\right] \exp\left[\frac{-2\pi i v n}{L_n}\right] \quad (18)$$

其中， L_m 和 L_n 分別代表 m -軸和 n -軸的長度。接著，將(16)式代入(15)式中，並對其使用傅立葉轉換，就可得到 ρ 和 Q 之間於傅立葉域(Fourier Domain)中的關係。同理於(9)式中，可以得到 ρ 和 Φ 於傅立葉域中的關係。最後，就可以在傅立葉域中，透過簡單的數學式建立 Φ 和 Q 之間的關係。

最後，取 Φ 的逆傅立葉變換(Inverse Fourier Transform)，並且假設電位 Φ 只計算網格上的點，然後就能透過帕松方程式計算出電位 $\Phi(m,n)$ [20][24]：

$$\begin{aligned} \Phi(m,n) = & \sum_{u=0}^{L_m-1} \sum_{v=0}^{L_n-1} \frac{Q(u,v)}{\pi \left(\frac{u^2}{L_m^2} + \frac{v^2}{L_n^2} \right)} \\ & \times \exp\left[-2\pi^2 \left(\frac{u^2}{L_m^2} + \frac{v^2}{L_n^2} \right)\right] \\ & \times \exp\left[\frac{2\pi i u m}{L_m}\right] \exp\left[\frac{2\pi i v n}{L_n}\right] \end{aligned} \quad (19)$$

若假設 $L_m = 2^s$ 、 $L_n = 2^t$ 且 s 和 t 為正整數，(18)和(19)式的離散傅立葉轉換就可以透過快速傅立葉轉換演算法快速計算出來。



3.1.6 邊界元素擷取

透過邊界元素的探測，利用一個對應於影像尺寸的布林矩陣，將兩個像素寬的傳播界面縮減成一個像素寬的曲線。在程序的一開始，此布林矩陣中的值根據以下規則對於相應的點給於初始值：當點在初始輪廓內時為 1 (True)，當點在初始輪廓外部時為 0 (False)。在曲線演化的過程中，新的流體元素產生的點也會被設為 1 (True)。在每個時間步驟，皆會檢查每個在傳播界面內的元素，檢查該元素的 3×3 範圍內的八個鄰近點的布林值，若此八個點有任意一點的布林值為 0 (False)，則此元素就會被視為構成曲線的元素；若此八個點每個點的布林值皆為 1 (True)，則此元素就會被視為在曲線內部的元素並丟棄。利用此簡單的概念，就可以由傳播界面快速地建構出一個像素寬的曲線，且每個流體元素之間皆為 4-鄰接性 (4-adjacency)。

3.1.7 平均電場

在進行電荷流體模型演算法的靜電場計算時會遇到一個問題，即當曲線輪廓為不規則形狀時，流體元素的電場變化將會顯得很異常。這是由於實際上的電場大小和相對應的局部電荷密度成比例。也就是說，一個擁有相對較小電場的弱流體元素，在介面演化的過程中有可能會被目標物件內部的障礙所阻擋。故此，電荷流體模型的輪廓曲線將會變得相當不規則，而且也會嚴重影響整個系統的收斂時效。為此，我們使用平均電荷流體系統的電場大小來解決此問題。所以(10)式中的 \bar{E}_{ele} 大小可以改寫成：

$$|\bar{E}_{ele}| = \max(|\bar{E}_{ele}|, \langle |\bar{E}_{ele}| \rangle) \quad (20)$$

其中， $|\cdot|$ 為 \bar{E}_{ele} 的大小， $\langle \cdot \rangle$ 為所有流體元素對於每個電荷流體的 \bar{E}_{ele} 平均大小， $\max(\cdot, \cdot)$ 則為取這兩個值中的最大值。因此，對於較弱的流體元素會被增強，而使得電荷流體系統的整體電場會更為均勻，也使得電荷流體模型可以處理雜訊影



像的分割。

3.2 權重參數

首先，定義一個有效位勢(Effective Potential) Φ_{eff} ，其由(9)式和(14)式的 $\hat{\Phi}_{\text{ele}}$ 和 Φ_{img} 所組成如下：

$$\Phi_{\text{eff}}(m, n) \equiv \hat{\Phi}_{\text{ele}}(m, n) - \Phi_{\text{img}}(m, n)$$

為了使傳播界面能根據此有效位勢進行變形，有效力場 \bar{E}_{eff} 則可以定義為：

$$\bar{E}_{\text{eff}} = \bar{E}_{\text{ele}} + \beta \bar{E}_{\text{img}} = -\nabla \Phi_{\text{eff}} = \nabla \Phi_{\text{img}} - \nabla \hat{\Phi}_{\text{ele}} \quad (21)$$

其中，對應於平衡後的電位 $\hat{\Phi}_{\text{ele}}$ ， \bar{E}_{ele} 為其電場，而 \bar{E}_{img} 則為對應於 Φ_{img} 的影像梯度力場，權重參數 β 用來調整影像梯度力場。而電荷流體主要依賴影像梯度的大小來改變(21)式中的 \bar{E}_{eff} 方向，使得流體元素可以停在目標物件的輪廓邊界。

由於原電荷流體模型演算法非常仰賴影像梯度的大小變化來決定分割曲線的結果，因此，當影像中的物件邊界輪廓過於模糊時，原電荷流體模型演算法的分割效能就會大為降低，尤其是對於有雜訊影響的影像更為明顯。雖然 3.1.7 節中提到平均電場的方法也能解決部分物件邊界輪廓過於模糊的問題，但是其改善效果有限。我們分析此問題後發現，主要是因為物件邊界輪廓過於模糊的位置，其對應於影像梯度勢 Φ_{img} 的影像梯度力場 \bar{E}_{img} 的大小不足以改變 \bar{E}_{eff} 的方向，導致流體元素無法如期停在目標物件的輪廓邊界。

因此，為了能夠更有效地控制 \bar{E}_{eff} 的方向，我們定義了兩個新的權重參數 α 和 F_{img} 來加強影像梯度力場 \bar{E}_{img} 於物件邊界時的影響力。這兩個新的權重參數的特性為，當流體元素處於物件內部時，其大小會和影像梯度勢 Φ_{img} 一樣處於極小的值，

當流體元素接近物件邊界時，則會逐漸增大並且幫助加強影像梯度力場 \vec{E}_{img} 改變 \vec{E}_{eff} 方向的影響力。



首先，介紹一個主要用來更敏銳控制靜電力場的權重參數 α ，其主要的發想概念是參考 2.3 節提到的分段常數函數，定義如下：

$$\alpha = [I(x, y) - c_1] + [I(x, y) - c_2] \quad (22)$$

其中 $I(x, y)$ 則為該流體元素的影像強度值， c_1 、 c_2 則計算如下：

$$\begin{cases} c_1 = \text{average}(I) \text{ inside curve, if } (x, y) \text{ inside curve,} \\ c_2 = \text{average}(I) \text{ outside curve, otherwise.} \end{cases}$$

在 T1 權重的核磁共振影像中，腦部邊緣輪廓的影像梯度，會由較高影像強度的灰質(Gray Matter)變化至低影像強度的腦脊髓液(Cerebrospinal Fluid, CSF)。因此，針對此腦部核磁共振影像的特性我們加入一個用來控制影像梯度力場的權重參數 F_{img} [31]：

$$F_{\text{img}} = \frac{2(I_{\min} - h_1)}{I_{\max} - h_{2\%}} \quad (23)$$

其中 $h_{2\%}$ 為影像強度累積直方圖(Cumulative Histogram)中，過濾出最低 2% 的門檻值， h_1 為將頭殼部分和影像強度的區域最大值 I_{\max} 分開的閾值，藉此可以將腦部和非腦組織劃分開來，其計算如下：

$$h_1 = (I_{\max} - h_{2\%})T_h + h_{2\%}$$

其中 T_h 為常數，在本篇論文的方法裡皆將之設為 0.5。

而 I_{\max} 及 I_{\min} 則分別代表搜尋線上的影像強度最大值和最小值，而搜尋線為從

電荷流體模型的曲線開始沿著法線方向向內的直線，計算如下：

$$I_{\min} = \text{MAX}(h_{2\%}, \text{MIN}(h_M, I(0), I(1), \dots, I(d_1)))$$

$$I_{\max} = \text{MIN}(h_{98\%}, \text{MAX}(h_M, I(0), I(1), \dots, I(d_2)))$$



其中 $I(n)$ 為搜尋線各點的影像強度， h_M 為曲線內影像強度的中位數， d_1 和 d_2 則分別代表尋找 I_{\min} 和 I_{\max} 時的搜尋距離(如圖 7)。在本研究論文中 $d_1 = d_2 = 12$ 像素單位。當曲線輪廓演化接近腦部邊緣時， I_{\max} 的值可以說是白質(White Matter, WM)部位的影像強度最大值， I_{\min} 則是接近腦脊髓液部位的影像強度最小值。

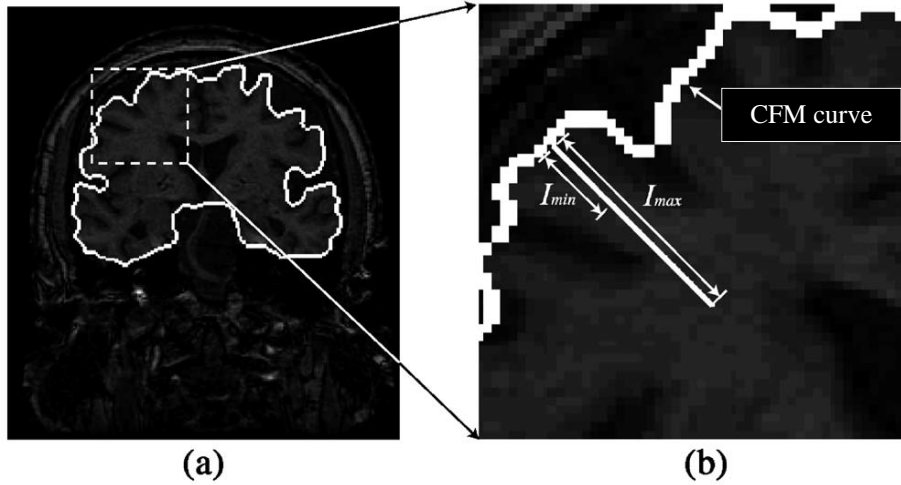


圖 7 搜尋線示意圖[31]

最後，將我們新設計的權重參數加入(21)式後可得：

$$\bar{E}_{\text{eff}} = \alpha \bar{E}_{\text{ele}} + F_{\text{img}} \bar{E}_{\text{img}} \quad (24)$$

其中， α 為由(22)式計算而得之權重參數，旨在能更敏銳地控制靜電場在腦部輪廓邊緣處的作用力， F_{img} 為由(23)式計算而得之權重參數，當曲線變化接近腦部輪廓邊緣時，加強影像梯度力場的影響力，而原電荷流體模型演算法(21)式中用來根據不同影像的目標物件邊緣輪廓的模糊程度手動調整的權重常數 β ，在我們改良後的新方程式中已經刪除，以期達到本研究目的之一：降低手動調整之權重參數對

於分割結果的影響。

本研究提出的兩個新權重參數皆在加強演算法對於偵測腦部輪廓邊緣的效能。藉此，希望能解決原電荷流體模型演算法在腦部輪廓邊緣過於模糊時，影像分割效能不佳的問題。

3.3 演算法步驟

為了使影像分割的計算更為完整，我們將此影像分割分為兩個程序步驟。第一個步驟為「電荷分佈」，在此步驟允許電荷流體模型在限制的傳播界面裡移動，直到達到指定的靜電平衡。第二步驟為「變形傳播界面」，將界面根據靜電場及影像梯度力場的相互平衡做變形。我們一直重複這兩個步驟，直到曲線停留在欲分割物件的邊緣。

3.3.1 電荷分佈

在此步驟的一開始，會先得到由變形傳播界面所決定的兩個像素寬的傳播界面(如圖 8a 的藍色空心圓)，流體元素只被允許在此範圍內移動直到滿足(13)式所設定的靜電平衡。而達到靜電平衡後，其中一個特性即為電場方向與曲線垂直，如圖 8b 箭頭所示。

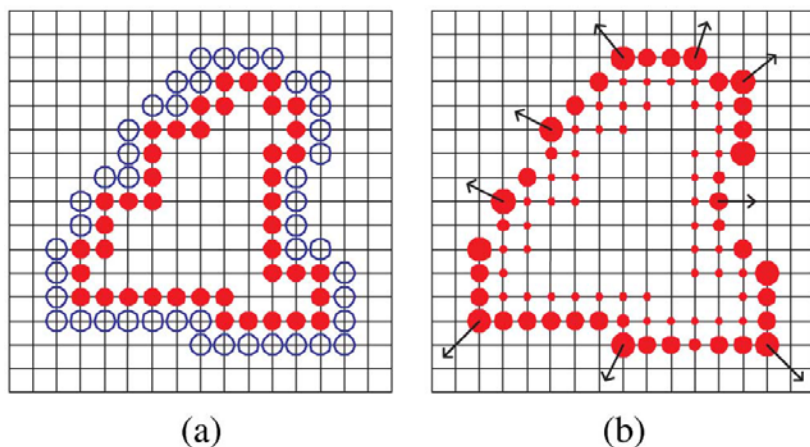
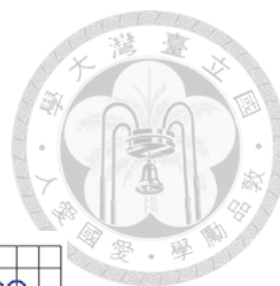


圖 8 電荷分佈[30]



3.3.2 變形傳播界面

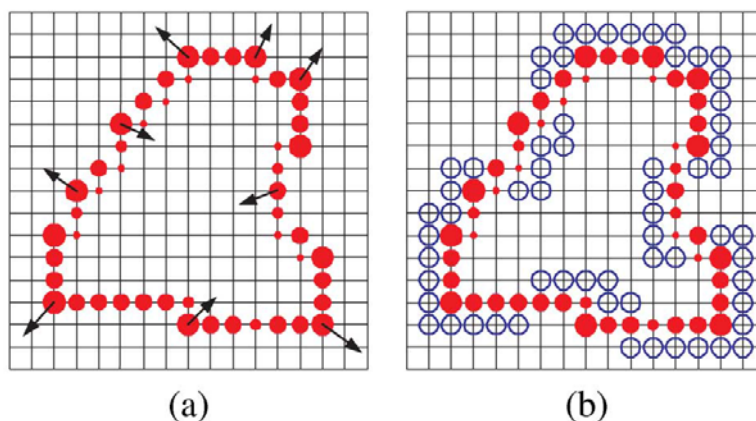


圖 9 變形傳播界面[30]

當影像梯度勢很小，即輪廓曲線還在物件內部時，電荷流體模型的曲線變形方向幾乎與其法線方向相同。然而，當影像梯度勢大於電位時，其有效力場的方向就會被完全改變，如圖 9a 所示。由靜電場及影像梯度力場所計算出的有效力場，其中有些力場的方向已經和前一步驟時，單純計算電場的方向(如圖 8b)大不相同。接著根據有效力場設置一個新的傳播界面，如圖 9b 所示。

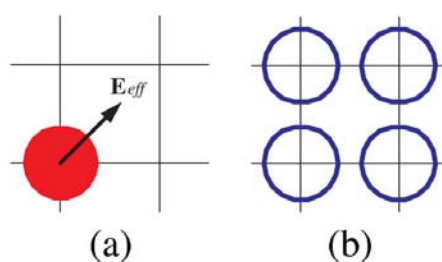


圖 10 傳播界面的設置[30]

在此程序中，傳播界面的設置方法為，計算每個流體元素，根據其有效力場的方向設置四個相互為 4-鄰接的點，如圖 10。因此，就能產生一個兩個像素寬的傳播界面，如圖 9b。

第 4 章 實驗結果及討論



本章將對於本研究提出之腦部核磁共振的影像分割演算法進行實驗。首先，會對於實驗的流程及實驗的影像進行說明。接著，對實驗結果作進一步的說明及討論。

4.1 實驗說明

本研究實驗進行所使用的電腦環境為具備 Pentium(R) Dual-Core T4200 @ 2.00GHz 之 CPU、4GB 記憶體並搭載 32 位元 Windows 7 作業系統。演算法開發之語言為 JAVA JDK 1.6.0。

為了更明確評估改良的電荷流體模型演算法的效益，我們將分割結果轉存為二進制的遮罩，並將其與黃金標準(Gold Standard)結果的遮罩進行比較，並定義了三個評估參數，一致性(Conformity)、敏感性(Sensitivity)及識別性(Sensibility)，以下將分別介紹之。

一致性 K_C 用來評估整體錯誤分割與正確分割之比值[37]：

$$K_C = \left(1 - \frac{F_P + F_N}{T_P}\right) \times 100\%$$

在現有的評估方法裡， K_C 對於評估兩個差異度較小的影像是比較精確且敏感的。接著，敏感性和識別性這兩個評估參數則針對部分的分割效能做評估。敏感性 K_{St} 用來評估分割結果有多少是屬於標準結果的欲分割部份[38]：

$$K_{St} = \frac{T_P}{T_P + F_N} \times 100\%$$

而識別性 K_{sb} 則用來表示有多少是不應被分割卻被分割之部份[37]：

$$K_{sb} = \left(1 - \frac{F_p}{T_p + F_N}\right) \times 100\%$$



三個評估參數最大值皆為 100%，越接近 100%即代表結果越接近正確結果，識別性 K_{sb} 雖然是在用來表示過度分割的程度，但因為其值和 1 取差值，故也是越接近 100%及代表結果的效能越好。其中 T_p 代表正確值，即是分割結果等於黃金標準結果。 F_p 及 F_N 代表誤報值， F_p 為正差誤報值，代表不應被分割卻被分割之部份， F_N 為負差誤報值，代表應該被分割卻未被分割之部份。

在演算法的部份，為了實驗是否達到本研究之期望：降低手動調整之權重參數對於分割結果的影響，在我們新設計的方程式(24)式中，已經沒有任何需要手動調整之權重參數。

4.2 實驗結果

4.2.1 效果呈現

模擬大腦資料庫(Simulated Brain Database，SBD)是由麥吉爾大學(McGill University)蒙特婁神經學研究所(Montreal Neurological Institute)的麥康諾腦部影像中心(McConnell Brain Imaging Centre，BIC)提供之核磁共振影像模擬器所建構[32]。由於其提供了黃金標準結果以及各種程度的模擬雜訊，此組資料庫可以用來分析及評估各種影像處理的效能。我們亦使用此資料庫來檢測改良後的電荷流體模型於各種雜訊影像下的分割效能。

首先，我們先取 SBD 3mm 當中的第 30 張切面，觀察雜訊 1%、3%、5%、7%、9%之分割結果的變化。

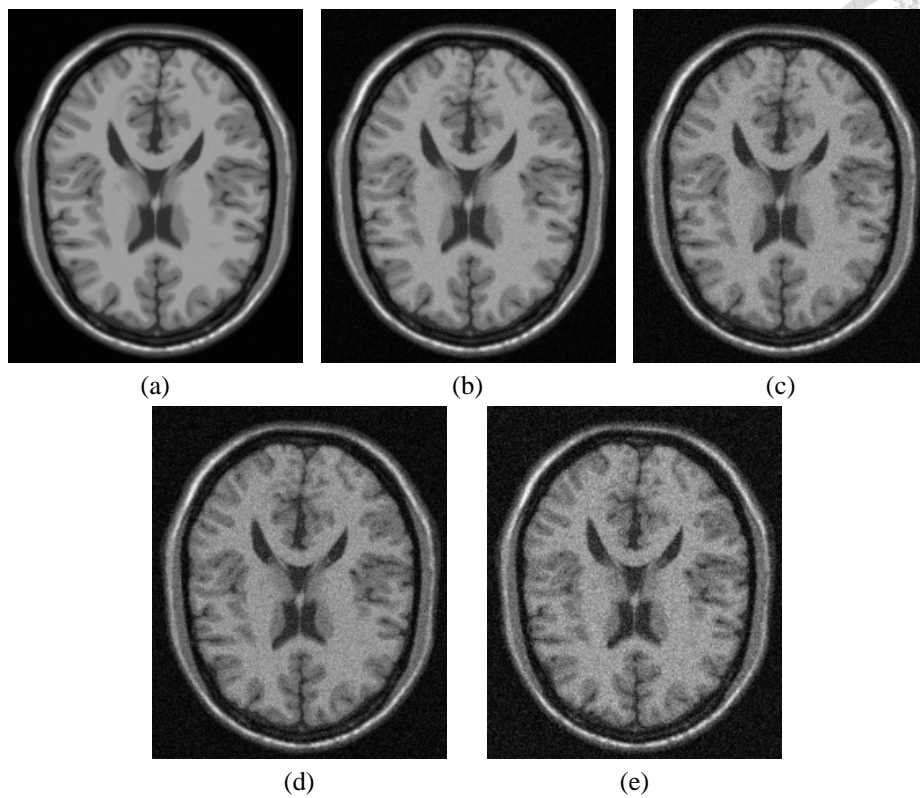


圖 11 SBD 雜訊 1% ~ 9%之原始影像。(a)1%。(b)3%。(c)5%。(d)7%。(e)9%。

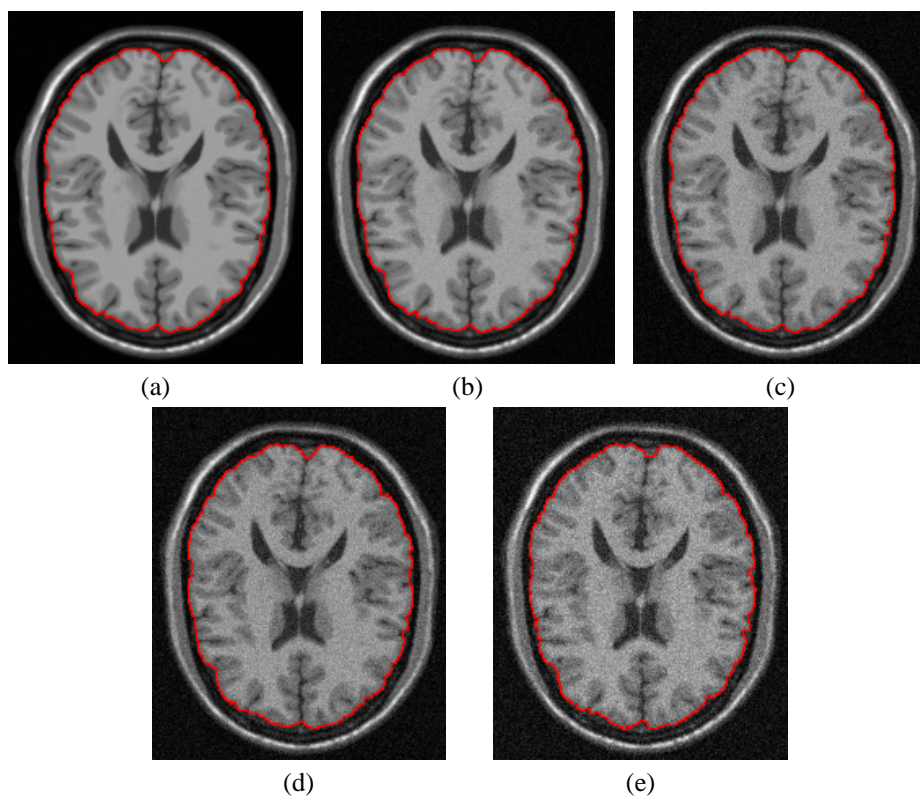


圖 12 SBD 雜訊 1% ~ 9%之分割曲線。(a)1%。(b)3%。(c)5%。(d)7%。(e)9%。

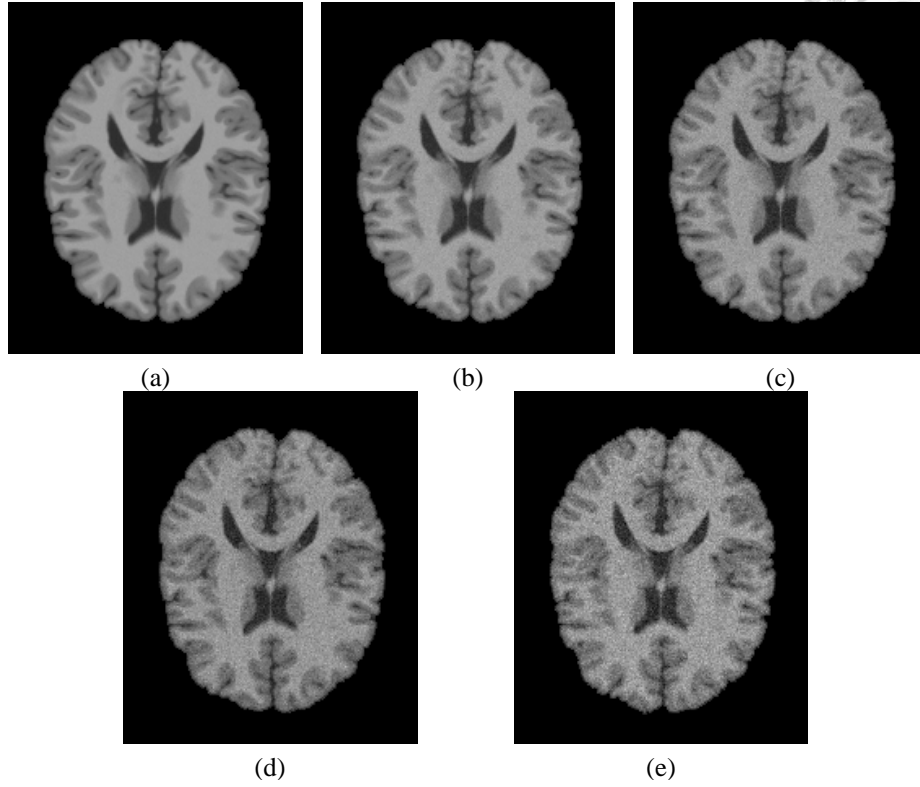


圖 13 SBD 雜訊 1% ~ 9% 之分割結果。(a)1%。(b)3%。(c)5%。(d)7%。(e)9%。

從圖 11 至圖 13 可以看出不管雜訊如何皆不會嚴重影響分割結果。本研究提出改良後的電荷流體模型演算法，(24)式中的新權重參數 α 和 F_{img} 皆是用來加強當曲線演化至物件輪廓附近時的停止力，而且新加入的權重參數 α 和 F_{img} 在演算法每次迭代計算時，都會考慮整張影像的特徵資訊和當前曲線的相互關係，不會將物件內部的雜訊誤當為物件輪廓，因此演算法的曲線演化過程並未受到雜訊的干擾，即使是高雜訊的影像也能有良好的分割結果。

4.2.2 SBD 3mm 影像資料庫

接著，我們使用 SBD 影像資料庫中的其中一組影像庫來進行數值實驗，並套用之前介紹的評估參數，測試結果是否達到我們所期望的標準。

表 1 SBD 3mm 影像資料庫的評估參數

	K_C (%)	K_{Sr} (%)	K_{sb} (%)
pn1	97.30	98.52	98.81
pn3	97.30	98.56	98.77
pn5	97.10	98.37	98.77
pn7	97.12	98.44	98.72
pn9	97.10	98.53	98.60
Avg. \pm Std.	97.18 \pm 0.09	98.48 \pm 0.06	98.73 \pm 0.07

如表 1 所示，pn1 ~ pn9 分別表示雜訊 1% ~ 9% 的 SBD 3mm 影像叢集，每組影像叢集由 60 張切片所組成，每張切片厚度為 3mm。結果顯示，每組影像叢集之間的效能差距不大，根據我們的方法所得的分割結果並不會被雜訊所影響。由此可證明 4.2.1 節的觀察結果，我們方法的效能高雜訊強度下的分割效能和在低雜訊強度下的分割效能相同，即證明改良的電荷流體模型演算法達到所期望的兩項結果：提高雜訊影像的分割效能以及提高物件邊界輪廓模糊時的分割效能。

4.2.3 IBSR 影像資料庫

測試完各個模擬的雜訊影像後，我們接著探討改良後的電荷流體模型演算法於真實的臨床醫學影像的分割效能。腦部分割影像網路資料庫(Internet Brain Segmentation Repository, IBSR)是由麻省榮民醫院(Massachusetts General Hospital)的形態分析中心(Center for Morphometric Analysis, CMA)所提供[39]。我們使用此資料庫提供的腦部核磁共振影像和其黃金標準結果遮罩來對我們的方法做效能評估。

我們從 IBSR 影像資料庫中取兩組影像庫來執行我們的分割演算法。第一組影像庫為 10 名隨機的測試對象，每個測試對象的核磁共振影像叢集皆由 128 個切片所組成，每張切片的影像尺寸皆為 256×256 像素，我們將此組資料庫編號為 IBSR10。第二組影像庫的對象則為年齡 20 幾歲的年輕人，每個影像叢集由 60 至 65 張不等的切片所組成，每張切片皆為 3.1mm 厚，影像尺寸為 256×256 像素，我

們將此組資料庫編號為 IBSR20。這兩組影像皆為真實的醫學掃描影像，有些切片甚至有受到雜訊的干擾。同時，我們會將改良後的電荷流體模型演算法和 2.4 節介紹的腦表面提取模型以及 2.5 節介紹的大腦擷取工具進行效能比較。

首先，我們先觀察第一組影像庫中的編號 02 影像叢集(如圖 14 至圖 16)，以及第二組影像庫中的編號 07 的影像叢集(如圖 17 至圖 19)。明顯看出這兩組影像叢集之間的整體影像強度及對比度都不相同，而且與 SBD 資料庫的影像相比，IBSR 影像資料庫中的大腦邊界輪廓較為崎嶇。從這兩組影像叢集的結果中可以發現，不論影像強度及對比度的特性為何，本研究提出的演算法皆不需要針對其影像特徵做任何手動參數的設定，而其分割結果皆能達到我們所預期的效能。

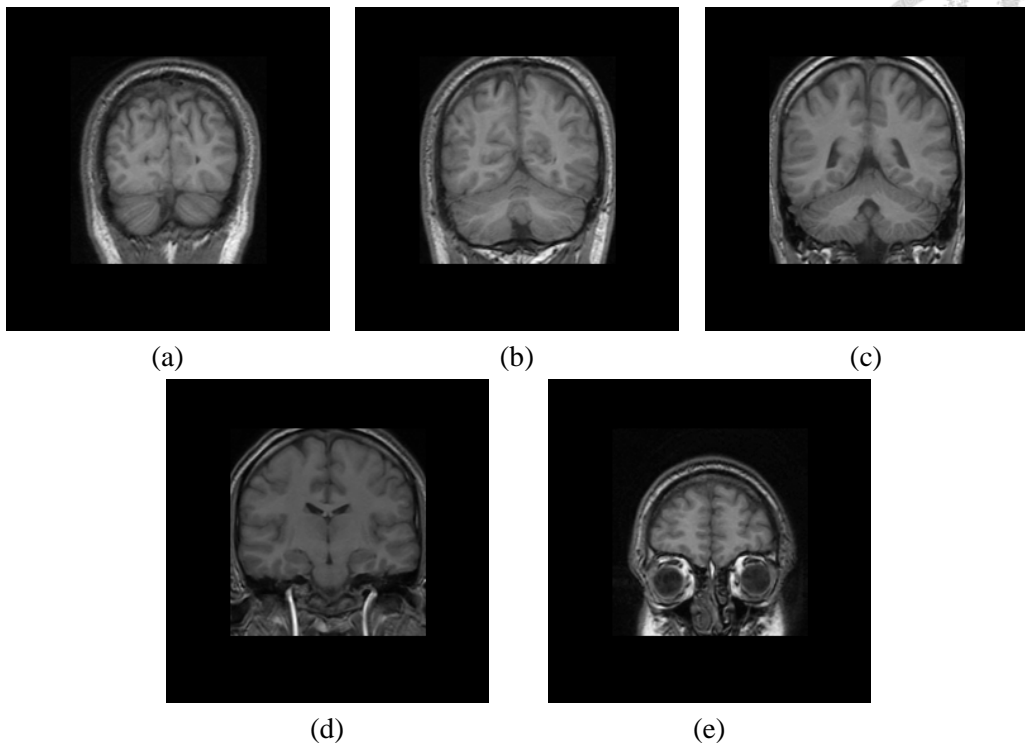


圖 14 第一組 IBSR 影像庫中的編號 02 的原始影像。(a)第 20 張切面。(b)第 30 張切面。(c)第 40 張切面。(d)第 60 張切面。(e)第 110 張切面。

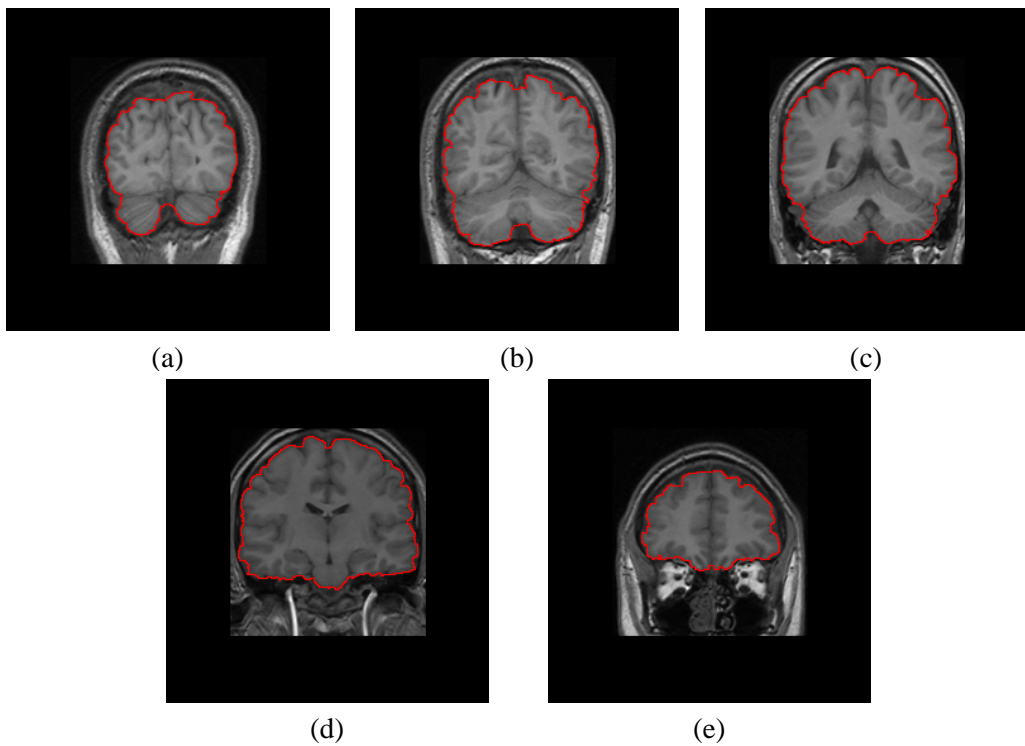


圖 15 第一組 IBSR 影像庫中的編號 02 的分割曲線。(a)第 20 張切面。(b)第 30 張切面。(c)第 40 張切面。(d)第 60 張切面。(e)第 110 張切面。

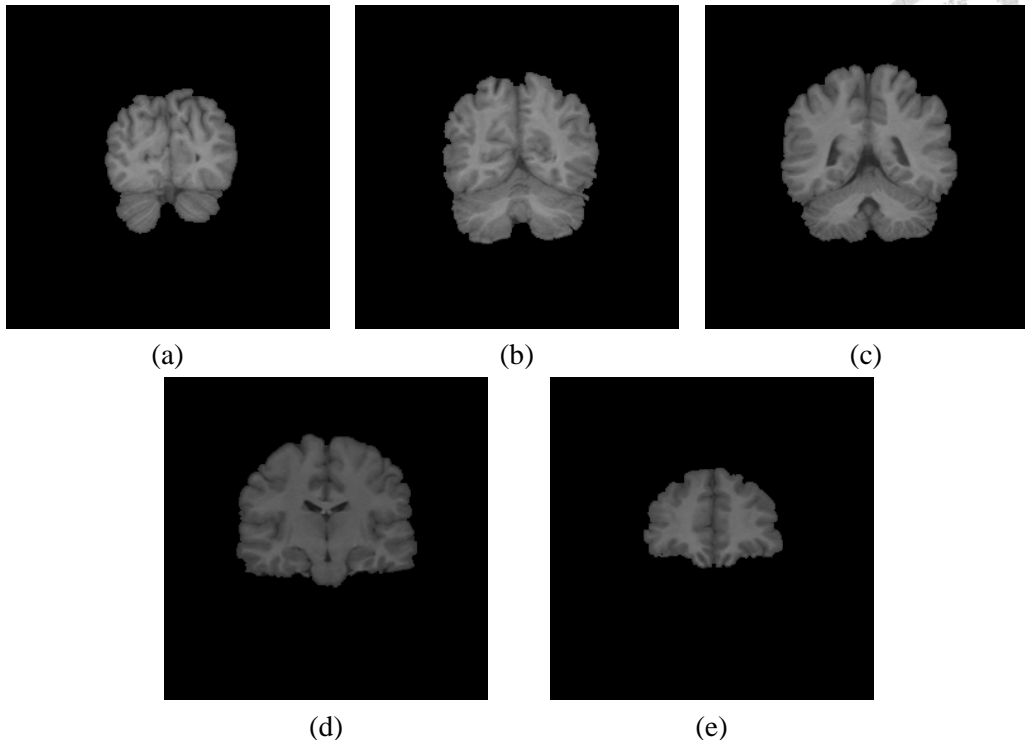


圖 16 第一組 IBSR 影像庫中的編號 02 的分割結果。(a)第 20 張切面。(b)第 30 張切面。(c)第 40 張切面。(d)第 60 張切面。(e)第 110 張切面。

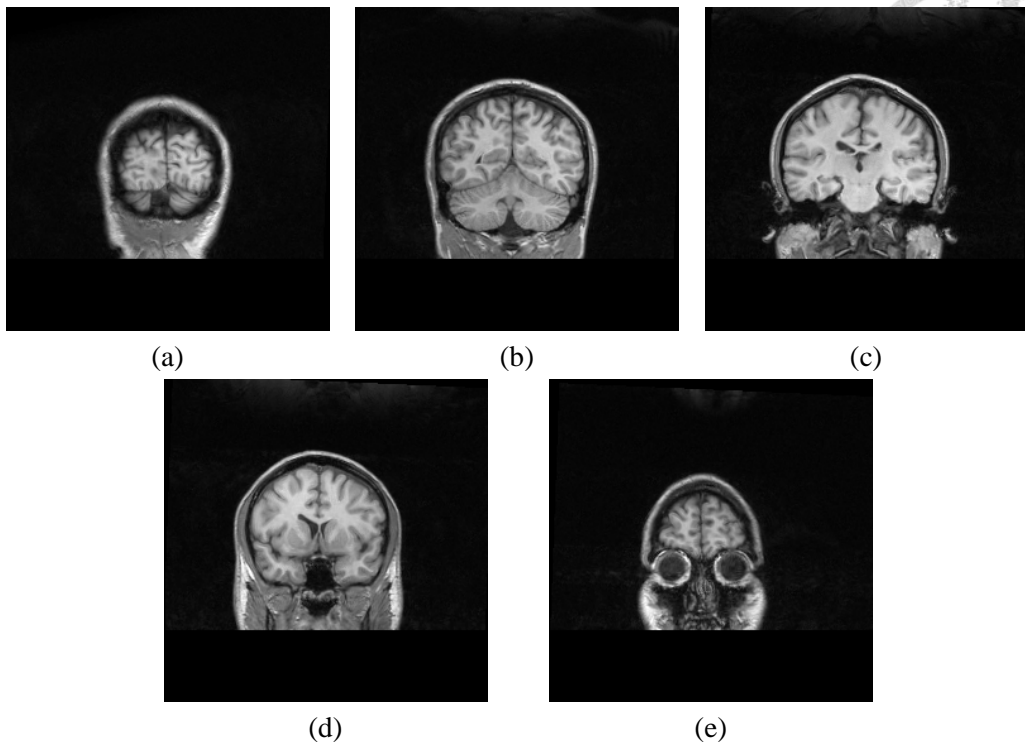


圖 17 第二組 IBSR 影像庫中的編號 07 的原始影像。(a)第 5 張切面。(b)第 15 張切面。(c)第 25 張切面。(d)第 35 張切面。(e)第 50 張切面。

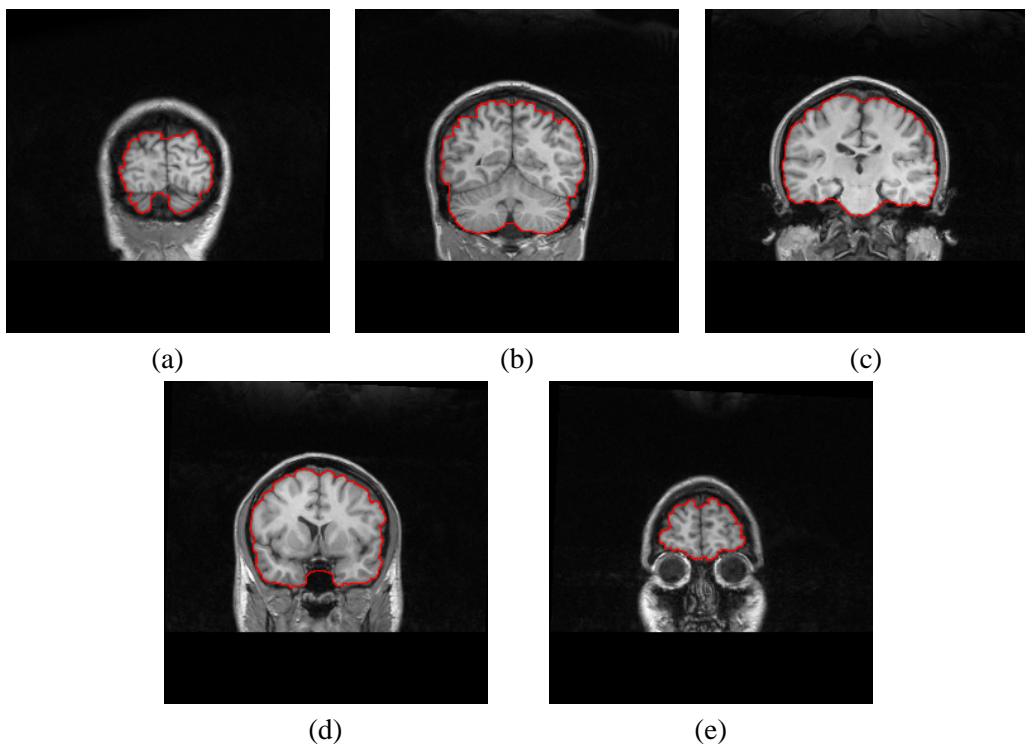


圖 18 第二組 IBSR 影像庫中的編號 07 的分割曲線。(a)第 5 張切面。(b)第 15 張切面。(c)第 25 張切面。(d)第 35 張切面。(e)第 50 張切面。

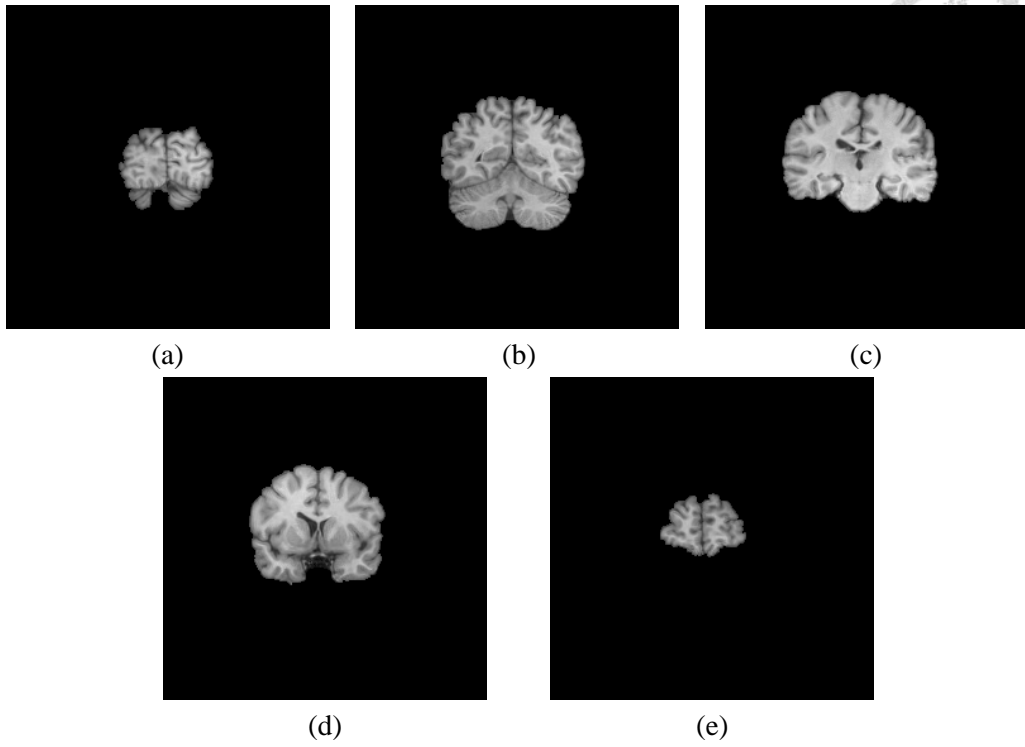


圖 19 第二組 IBSR 影像庫中的編號 07 的分割結果。(a)第 5 張切面。(b)第 15 張切面。(c)第 25 張切面。(d)第 35 張切面。(e)第 50 張切面。

接著，我們利用第一組 IBSR 資料庫中編號 06 的第 100 張切面影像，觀察新加入的權重參數對於分割曲線的影響。

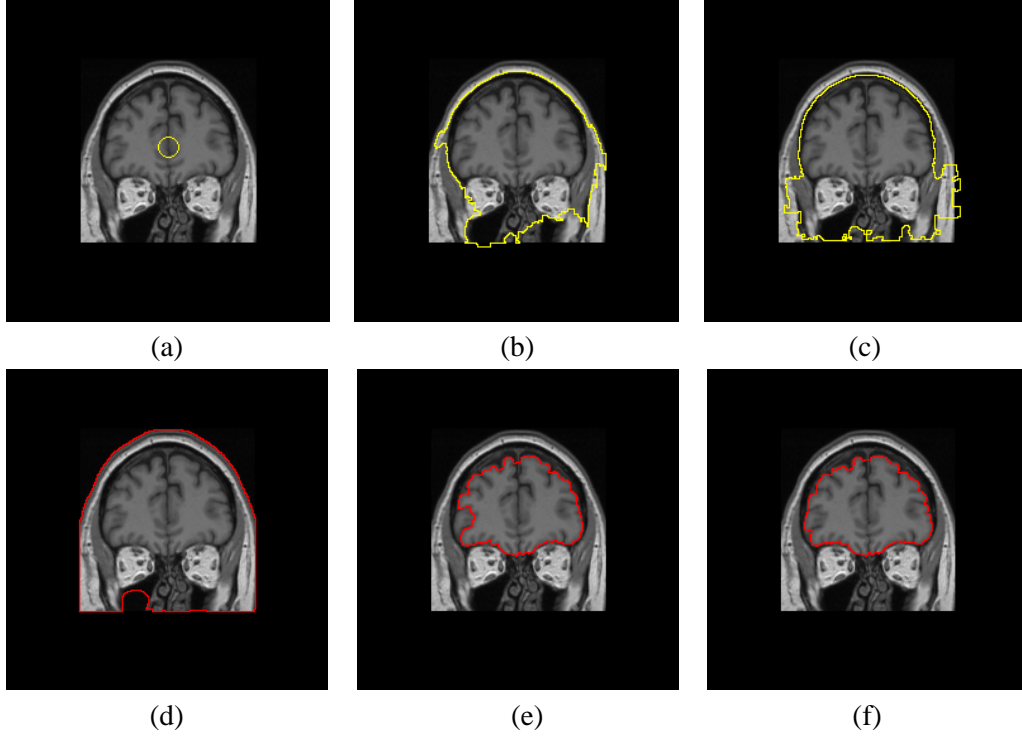


圖 20 權重參數對於分割曲線的影響 (IBSR10, 編號 06 的第 100 張切面)。
 (a) 原始影像和初始輪廓。(b) $\bar{E}_{ele} + \bar{E}_{img}$ 的分割曲線。(c) $\bar{E}_{ele} + F_{img} \bar{E}_{img}$ 的分割曲線。(d) $\alpha \bar{E}_{ele}$ 的分割曲線。(e) $\alpha \bar{E}_{ele} + \bar{E}_{img}$ 的分割曲線。(f) $\alpha \bar{E}_{ele} + F_{img} \bar{E}_{img}$ 的分割曲線。

如圖 20 所示，其中圖 20(a)為原始影像和初始輪廓的位置。圖 20(b)為沒有使用權重參數控制的分割過程，此圖為曲線演化過程的其中一張截圖，由於沒有權重參數的調整，曲線會因為大腦的輪廓過於模糊而持續向外擴散，最終程序因此而無法收斂。圖 20(c)為只加入權重參數 F_{img} 的分割過程，由於參數 F_{img} 的特性，大腦上方的曲線會暫時停留在腦脊髓液的部位，其他部位的曲線則因為腦脊髓液不夠明顯而持續向外擴散，最終程序也會因此而無法收斂。圖 20(d)只使用了電場力 \bar{E}_{ele} 來計算作用於曲線上的有效力場並使用權重參數 α 來控制。可以很明顯的看出由於缺少影像梯度力場來平衡電場，所以分割曲線無法停在大腦的邊緣輪廓上。圖 20(e)是加入沒有權重參數控制的影像梯度力場來平衡電場，由於沒有權重參數

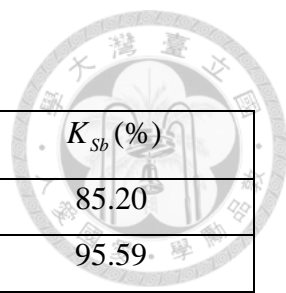
控制影像梯度力場大小的關係，分割曲線會因為大腦內部的陰影而提早停住。圖 20(f)則再加入了權重參數 F_{img} 來控制影像梯度力場，由結果可以看出分割曲線不再受到大腦內部的陰影影響，可以很準確地停留在大腦的邊緣輪廓上。

表 2 及表 3 分別為 IBSR 第一組影像資料庫的評估參數值及第二組影像資料庫的評估參數值，在這兩個表格中，我們都是針對整個影像叢集計算其評估參數值，再分別求其整組影像資料庫的平均值及標準差。我們所提出的方法在整體的平均表現相當亮眼。在第一組影像資料庫中，編號 07、08 及 10 的分割效能稍低，這三組影像叢集的共通特性為假影(Artifacts)較高。而在第二組影像資料庫中，編號 01 的分割效能較低，由識別性 K_{sb} 的數值可知，我們的分割結果包含了過多的不應分割之部位，這是由於此組影像資料庫當中包含了較多的腦幹及脊髓的部位。由於本方法的特性會將有一定相鄰程度的部位當作是同一個物件範圍，所以本方法的分割結果會將大腦和腦幹及脊髓的一部份一起分割出來，而此組影像資料庫所提供的黃金標準結果則不包括腦幹及脊髓的部位。因此當該影像叢集當中的影像包括較多的腦幹和脊髓部位時，根據此影像資料庫的黃金標準結果計算出的分割效能就會偏低。

表 2 IBSR 第一組影像資料庫的評估參數值

	K_C (%)	K_{St} (%)	K_{sb} (%)
Set 1 IBSR01	96.05	97.64	98.50
Set 1 IBSR02	95.44	97.94	97.58
Set 1 IBSR03	92.91	95.47	97.75
Set 1 IBSR04	92.54	95.21	97.68
Set 1 IBSR05	92.71	98.30	94.53
Set 1 IBSR06	92.27	98.47	93.91
Set 1 IBSR07	89.86	92.46	98.16
Set 1 IBSR08	88.29	91.90	97.33
Set 1 IBSR09	90.96	93.98	97.52
Set 1 IBSR10	87.06	91.35	96.83
Avg. \pm Std.	91.81 ± 2.71	95.27 ± 2.62	96.98 ± 1.45

表 3 IBSR 第二組影像資料庫的評估參數值



	K_C (%)	K_{St} (%)	K_{Sb} (%)
Set 2 IBSR01	83.92	98.88	85.20
Set 2 IBSR02	90.08	94.98	95.59
Set 2 IBSR03	94.14	98.92	95.27
Set 2 IBSR04	91.58	95.92	96.21
Set 2 IBSR05	93.80	99.26	94.58
Set 2 IBSR06	93.82	98.84	95.05
Set 2 IBSR07	92.45	97.97	94.63
Set 2 IBSR08	93.80	99.50	94.33
Set 2 IBSR09	92.75	99.56	93.21
Set 2 IBSR10	92.24	99.80	92.45
Set 2 IBSR11	92.25	98.36	94.01
Set 2 IBSR12	91.15	98.15	93.16
Set 2 IBSR13	91.52	98.83	92.79
Set 2 IBSR14	94.25	99.56	94.71
Set 2 IBSR15	92.63	99.80	92.84
Set 2 IBSR16	92.79	99.51	93.32
Set 2 IBSR17	93.32	99.86	93.46
Set 2 IBSR18	95.39	99.32	96.10
Set 2 IBSR19	94.10	99.83	94.28
Set 2 IBSR20	94.80	99.71	95.09
Avg. \pm Std.	92.54 \pm 2.36	98.83 \pm 1.26	93.81 \pm 2.25

最後，我們將 2.4 節介紹的腦表面提取模型以及 2.5 節介紹的大腦擷取工具和我們的方法做性能比較。如表 4 所示，在第一組影像資料庫中，我們的一致性 K_C 都比腦表面提取模型和大腦擷取工具好，代表我們方法的整體效能都比這兩個方法優秀。而識別性 K_{sb} 也比它們還高，代表我們的方法過度分割的部分較少。只有敏感性 K_{st} 的數值比其他兩個方法低，代表我們的方法分割不足的部分較多。

如表 5 所示，在第二組影像資料庫中，我們的一致性也比腦表面提取模型和大腦擷取工具好，代表在此資料庫中，我們的整體分割效能還是比它們優秀。而敏感性的數值只比大腦擷取工具低，表示我們分割不足的部位比腦表面提取模型還少，比大腦擷取工具多。而識別性數值則遙遙領先其他兩個方法，這是因為此組影像資料庫包含了較多的腦幹及脊髓的部位，其他兩個方法皆不可避免地將腦幹或脊髓的部位一起分割出來，而我們的方法裡由於有(23)式的權重參數，所以可以避免整體曲線在演化的過程中過度向外凸出。

表 4 第一組影像資料庫的性能比較

	K_C (Avg. \pm Std.)	K_{st} (Avg. \pm Std.)	K_{sb} (Avg. \pm Std.)
BSE	90.22 \pm 3.88 %	97.95 \pm 1.09 %	92.48 \pm 3.71 %
BET	85.19 \pm 7.00 %	97.04 \pm 3.51 %	88.76 \pm 4.30 %
Proposed	91.81 \pm 2.71 %	95.27 \pm 2.62 %	96.98 \pm 1.45 %

表 5 第二組影像資料庫的性能比較

	K_C (Avg. \pm Std.)	K_{st} (Avg. \pm Std.)	K_{sb} (Avg. \pm Std.)
BSE	88.02 \pm 4.93 %	95.26 \pm 4.85 %	88.22 \pm 2.27 %
BET	69.45 \pm 5.87 %	99.93 \pm 0.06 %	77.85 \pm 5.87 %
Proposed	92.54 \pm 2.36 %	98.83 \pm 1.26 %	93.81 \pm 2.25 %

由上述的實驗過程當中可得知，本方法的整體分割效能相當優秀，不管是分割模擬的高雜訊影像，或是臨床真實影像，都有相當不錯的結果。雖然本方法因為不包含任何手動調整的權重參數，所以無法根據影像特徵針對較極端的影像進行調整，例如影像的假影程度過高。但是我們的方法將權重參數自動化，且在整體的平均效能上皆有相當不錯的表現。

第 5 章 結論與未來展望



5.1 結論

本研究介紹了醫學影像處理於醫學研究領域的重要性，其中醫學影像分割更是重要的環節，我們也探討了現有的幾種醫學影像分割方法。在醫學影像分析的領域裡，使用基於粒子的物理特性來分析調查生物組織也有了相當多年的研究。電荷流體模型即是使用在傳播界面裡的電荷元素來控制輪廓曲線的演化，以達到腦部醫學影像分割的目的。然而，由於電荷流體模型演算法非常依賴影像梯度的大小變化來決定分割曲線的結果，所以當影像中的物件邊界因為各種因素而過於模糊時，電荷流體模型演算法的分割效能就會大為降低，尤其是對於受雜訊影響的影像更為明顯。因此本研究提出了兩個新的權重參數來改善原電荷流體模型演算法的分割效能。

本研究所提出的兩個新權重參數，主要用來改善原電荷流體模型演算法於腦部邊緣輪廓過於模糊時，分割效益會降低之缺點。這兩個權重參數的特性為自動變化，當曲線演化還在物件內部時，其大小會處於極小的值，當曲線演化接近物件邊界時，其值會逐漸增大並改變曲線的演化速度驅使曲線能夠停在物件的輪廓邊界。

實驗結果證明了本研究提出的新權重參數方法能大大改善原電荷流體模型演算法的缺點。並且利用三個評估參數，藉由 SBD 影像資料庫驗證本研究改善後的新方法在不同雜訊干擾程度下的分割效能。接著，使用 IBSR 影像資料庫來探討新方法於臨床真實影像的分割效能，並且和腦表面提取模型以及大腦擷取工具做比較。從實驗結果發現，我們的方法擁有比較優秀的總體效能以及較少的過度分割。總結來說，我們證明了加入新權重參數的改良電荷流體模型演算法在腦部核磁共振影像的分割方面是相當有效益的。

5.2 建議及未來方向

本篇論文提出了兩個新的權重參數來改良原電荷流體模型演算法的缺點，且在實驗結果中證明了其整體效益。但是，本研究在其他部分仍然有繼續發展之處，在此提出一些發展方向，希望能夠為醫學影像分割的相關研究有所貢獻。

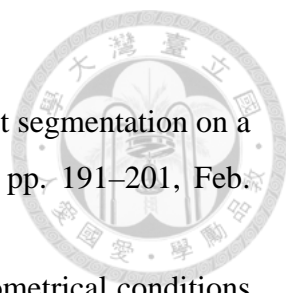
由實驗結果證明了本研究提出的設計概念對於改善原電荷流體模型有相當不錯的成效，而對於本研究所提出的新權重參數也有深入探討的空間，可以針對權重參數的設定進行相關的研究分析，探討不同的數值對權重參數的影響乃至於計算出的權重參數對於曲線演化的影響等等，都是相當不錯的研討方向。

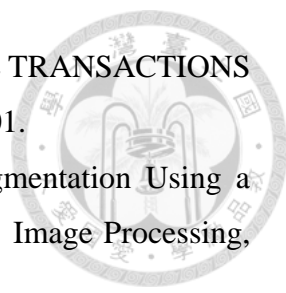
本研究的核心方法模型為電荷流體模型，其主要特徵為模擬帶電粒子的物理特性來進行影像分割。因此，未來能夠藉由更有效的數學計算，改進電位及電場的計算程序，提升方法的計算效益及精準度。並且嘗試加入其它的作用力，以利能夠更完善的利用影像特徵資訊來計算分割的結果。相信電荷流體模型在對於腦部核磁共振影像的處理相當有應用價值。

參考文獻



- [1] I. N. Bankman, Handbook of Medical Imaging. San Diego, CA: Academic, 2000.
- [2] J. K. Udupa and G. T. Herman, 3D Imaging in Medicine, 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC, 2000.
- [3] A. P. Dhawan, Medical Image Analysis. New York: Wiley, 2003.
- [4] T. McInerney and D. Terzopoulos, "Deformable models in medical image analysis: A survey," Med. Image Anal., vol. 1, no. 2, pp. 91–108, 1996.
- [5] S. Osher and N. Paragios, Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics. New York: Springer-Verlag, 2003.
- [6] S. Osher and R. Fedkiw, Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces. New York: Springer-Verlag, 2003.
- [7] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models," Int. J. Comput. Vis., vol. 01, no. 04, pp. 321–331, 1988.
- [8] L. D. Cohen and I. Cohen, "Finite-element methods for active contour models and balloons for 2- D and 3- D images," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. 15, no. 11, pp. 1131–1147, Nov. 1993.
- [9] C. Xu and J. L. Prince, "Snakes, shapes, and gradient vector flow," IEEE Trans. Image Process., vol. 7, no. 3, pp. 359–369, Mar. 1998.
- [10] T. McInerney and D. Terzopoulos, "T-snakes: Topology adaptive snakes," Med. Image Anal., vol. 4, no. 2, pp. 73–91, 2000.
- [11] S. Osher and J. A. Sethian, "Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamiltons-Jacobi formulations," J. Comput. Phys., vol. 79, pp. 12–49, 1988.
- [12] S. Kichenassamy, A. Kumar, P. Olver, A. Tannenbaum, and A. Yezzi, "Gradient flows and geometric active contour models," in IEEE Proc. Int. Conf. Comput. Vis., 1995, pp. 810–815.
- [13] A. Yezzi, S. Kichenassamy, A. Kumar, P. Olver, and A. Tannenbaum, "A geometric snake model for segmentation of medical imagery," IEEE Trans. Med. Imag., vol. 16, no. 2, pp. 199–209, Apr. 1997.
- [14] K. Siddiqi, Y. B. Lauziere, A. Tannenbaum, and S. W. Zucker, "Area and length minimizing flows for shape segmentation," IEEE Trans. Image Process., vol. 7, no.

- 
- 3, pp. 433–443, Mar. 1998.
- [15] M. Xu, P. M. Thompson, and A. W. Toga, “An adaptive level set segmentation on a triangulated mesh,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 23, no. 2, pp. 191–201, Feb. 2004.
 - [16] C. Gout, C. L. Guyader, and L. Vese, “Segmentation under geometrical conditions using geodesic active contours and interpolation using level set methods,” *Numer. Algorithms*, vol. 39, no. 1-3, pp. 155–173, 2005.
 - [17] X. Han, C. Xu, and J. L. Prince, “A topology preserving level set method for geometric deformable models,” *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 25, no. 6, pp. 755–768, Jun. 2003.
 - [18] G. Wang, E. G. McFarland, B. P. Brown, and M. W. Vannier, “Gi tract unraveling with curved cross sections,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 17, no. 2, pp. 318–322, Apr. 1998.
 - [19] G. Wang, S. B. Dave, B. P. Brown, Z. Zhang, E. G. McFarland, J. W. Haller, and M. W. Vannier, “Colon unraveling based on electrical field: Recent progress and further work,” in *Proc. SPIE Conf. Med. Imag.*, May 1999, vol. 3660, pp. 125–132.
 - [20] A. B. Langdon and C. K. Birdsall, “Theory of plasma simulation using finite-size particles,” *Phys. Fluids*, vol. 13, no. 8, pp. 2115–2122, 1970.
 - [21] J. M. Dawson, “Particle simulation of plasmas,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 55, no. 2, pp. 403–447, 1983.
 - [22] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation*. New York: McGraw-Hill, 1985.
 - [23] T. Tajima, *Computational Plasma Physics: With Applications to Fusion and Astrophysics*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.
 - [24] S. C. Neu, “Computer simulation of a non-neutral plasma column,” Ph.D. dissertation, Dept. Phys., Univ. California, Los Angeles, CA, 1997.
 - [25] V. Caselles, F. Catte, T. Coll, and F. Dibos, “A geometric model for active contours in image processing,” *Numer. Math.*, vol. 66, pp. 1–31, 1993.
 - [26] R. Malladi, J. A. Sethian, and B. C. Vemuri, “Shape modeling with front propagation: A level set approach,” *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 17, no. 2, pp. 158–175, Feb. 1995.
 - [27] W. L. Kruer, J. M. Dawson, and B. Rosen, “The dipole expansion method for plasma simulation,” *J. Comput. Phys.*, vol. 13, pp. 114–129, 1973.

- 
- [28] T. F. Chan, L. A. Vese, “Active Contours Without Edges,” *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*, VOL. 10, NO. 2, FEBRUARY 2001.
 - [29] H. H. Chang, S. C. Neu, D. J. Valention “Region-based Segmentation Using a Simulated Charged Fluid,” *SPIE 5032, Medical Imaging 2003: Image Processing*, 654 (May 16, 2003); doi:10.1117/12.481411.
 - [30] H. H. Chang, D. J. Valentino, G. R. Duckwiler, A. W. Toga, “Segmentation of Brain MR Images Using a Charged Fluid Model,” *IEEE TRANSACTIONS ON BIOMEDICAL ENGINEERING*, VOL. 54, NO. 10, OCTOBER 2007.
 - [31] A. H. Zhuang, D. J. Valentino, A. W. Toga “Skull-stripping magnetic resonance brain images using a model-based level set,” *NeuroImage* 32 (2006) 79 – 92.
 - [32] BrainWeb: Simulated Brain Database, <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>
 - [33] D. Mumford and J. Shah, “Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems,” *Commun. Pure Appl. Math*, vol. 42, pp. 577–685, 1989.
 - [34] S. Osher and J. A. Sethian, “Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton–Jacobi Formulation,” *J. Comput. Phys.*, vol. 79, pp. 12–49, 1988.
 - [35] H.-K. Zhao, T. Chan, B. Merriman, and S. Osher, “A variational level set approach to multiphase motion,” *J. Comput. Phys.*, vol. 127, pp. 179–195, 1996.
 - [36] L. C. Evans and R. F. Gariepy, *Measure Theory and Fine Properties of Functions*. Boca Raton, FL: CRC, 1992.
 - [37] H. H. Chang, A. H. Zhuang, D. J. Valentino, W. C. Chu. “Performance measure characterization for evaluating neuroimage segmentation algorithms,” *NeuroImage*, 47(1):122–135, 2009.
 - [38] A. Fenster and B. Chiu. “Evaluation of segmentation algorithms for medical image,” In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS 2005. 27th Annual International Conference of the*, pages 7186–7189, 2005.
 - [39] Internet brain segmentation repository. <http://www.cma.mgh.harvard.edu/ibsr/>.
 - [40] D. W. Shattuck, S. R. Sandor-Leahy, K. A. Schaper, D. A. Rottenberg, and R. M. Leahy. Magnetic resonance image tissue classification using a partial volume model. *NeuroImage*, 13(5):856 – 876, 2001.
 - [41] S. M. Smith. Fast robust automated brain extraction. *Human Brain Mapping*, 17(3):143 – 155, 2002.