

國立臺灣大學管理學院商學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Business Administration

College of Management

National Taiwan University

Master Thesis

回扣契約設計對季節性商品在訂貨策略上之影響

The Effect of Rebate Contract Design on the Ordering
Strategies of Seasonal Products



馬雲亭

Yun-Ting Ma

指導教授：郭佳瑋 博士

黃奎隆 博士

Advisor：Chia-Wei Kuo, Ph.D.

Kwei- Long Huang, Ph.D.

中華民國 九十九 年 六 月

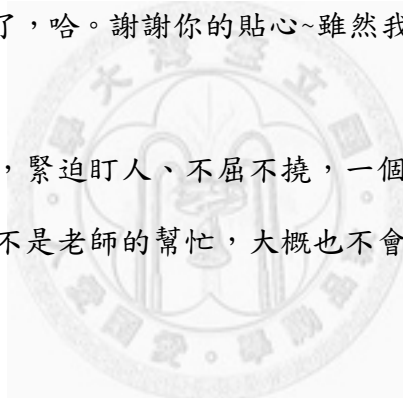
June, 2010

謝誌

往後的日子裡，我想我會懷念每天早上 9 點到研究室晚上 12 點離開的日子，風雨無阻、全年無休；我的好夥伴們，還有誰會跟我們一樣瘋狂呢！在研究室待到 12 點去夜唱，隔天早上 9 點再跟老師 meeting，不知道嚴重恍神有沒有被發現，心血來潮買罐啤酒聊天、吃飯的時候坐在地上展現驚人的草根性…，我想要謝謝的是，有你們在身邊研究所的日子不無聊，雖然我期待有人早上比我早到的期望總是落空，但不減在研究室的樂趣！盧盧、呂呂、熊熊，謝謝你們囉！

還有謝謝我那位天才老媽，口試結束了才跟我說寫論文不要把自己搞的壓力太大，只因為不敢打擾正在寫論文的我，所以才挑了一個這麼奇怪的時間點叫我放鬆，你真的是夠逗趣的了，哈。謝謝你的貼心~雖然我當下反應不佳，但還是感謝你跟老爸的支持！

最後要謝謝我的老闆，緊迫盯人、不屈不撓，一個禮拜一次的 meeting 從未間斷過，以我的個性，要不是老師的幫忙，大概也不會這麼順利的完成論文吧！



摘要

本研究著重於在季節性商品下，製造商是否可藉由提供折扣契約改變零售商的訂貨策略以解決淡季時產能過剩而旺季時產能不足的情形使製造商在一年四季的生產能保持相對穩定。當產品有季節性需求時，企業將面臨嚴重的供給與需求不一致的問題；對製造商而言，由於調整產能的成本極高，當淡季時市場需求不足甚至沒有銷量，導致製造商的產能過剩，過多的產品將會給製造商帶來存貨成本；旺季時，需求大量湧出，造成產能不足無法及時出貨，當存貨不足時，在替代品極多的市場裡消費者會直接尋求功能類似的替代品而喪失了潛在銷售；若已接受訂單而無法準時交貨則會損害商譽。本研究以 Stackleberg 模型討論在市場需求確定下，只有一個製造商及一個零售商的雙邊獨佔市場，針對季節性商品的銷售特性設定折扣模型及無折扣模型，並分別比較兩種契約在不同產能下製造商的最適選擇方案及零售商的對應決策。發現零售商及製造商的最適決策會跟著產能限制的不同而改變，且產能越小，製造商越有可能提供折扣契約；除此之外，若製造商可選擇產能大小，當零售商的單位存貨成本較小而製造商的單位產能成本較高時，製造商將選擇調降產能並提供折扣契約，此時雙方的利潤都較無折扣契約高，達到了雙贏的局面。

關鍵字：季節性商品、折扣契約、產能限制

Abstract

For all of the industry, inventory management is a very important issue. Managers are facing challenges about how to set an optimal inventory level to maximize the profit. For inventory strategy, there is a trade-off between high inventory level and low inventory level. Keeping inventory in low level can decrease production cost but keeping in high inventory level can satisfy all customers' need. Therefore, to manage the inventory in an effective and efficient way is a challenged task for managers. When the demand of the product is fluctuate upon period, managers will face a serious problem which the supply will match the market demand or not. For manufacturer, the cost of adjusting capacity is very high so manufacturer does not want to adjust her capacity frequently. Then, when a period with low demand comes, manufacturer has an excessive capacity, therefore, the every unsold goods will causes inventory cost. When a period with high demand comes, the capacity of manufacturer may not enough to satisfy the market demand. In this situation, manufacturer may suffer a potential loss for unsatisfied demand. it is because that in a competitive market, there are many competitors sale similar products. If the store can not provide a product immediately, the customer may just leave and buy the product in another store.

There are many products and services whose demand occurred only in a specific period and repeated all the time. For this kind of products or services we called "seasonal product." Because of the demand uncertainty, it is hard to find an efficient way to solve inventory problem. In this research, Here we use a Stackleberg model to solve a seasonal issue which demand is deterministic and there are only one manufacturer and one retailer. we try to find out, for manufacturer, how to solve inventory problem in an effective way which is caused by seasonal issue. Here we use discount contract to figure out. Under a discount contract, manufacturer will offer a sales discount for every unit to retailer when demand is low. We investigate the optimal solution for manufacturer and also retailer to see how the manufacturer and retailer change their optimal strategy when the capacity constrain changed.

Keyword : seasonal product 、 discount contract 、 capacity constrain

目錄

謝誌.....	I
中文摘要.....	II
英文摘要.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機	1
1.2 研究目的	3
1.3 研究流程與架構	3
第二章 文獻探討.....	5
第三章 基本模型的建立.....	8
3.1. 無折扣模型	10
3.1.1 當市場情形為 $0 \leq D \leq S$ 時的方案策略.....	12
3.1.2 當市場情形為 $S \leq D \leq 2S$ 時的方案策略	14
3.1.3 兩市場情形的最適方案比較	17
3.2. 折扣模型	20
3.2.1 $r < h$ 時.....	21
3.2.2 $r \geq h$ 時.....	22
3.3. 折扣模型下的比較	29
3.4. 本章小結	32
第四章 兩模型最適策略的比較分析.....	34
4.1. 當 $a - bc \geq 2f$ 時，製造商的最適策略與零售商因應策略	35
4.1.1. 各產區最適方案的比較	36
4.2. 當 $a - bc < 2f$ 時，製造商的最適策略與零售商因應策略	46
4.2.1. 各產區最適方案的比較	47
4.3. 最適方案整理分析	49
4.4. 製造商提供折扣與無折扣契約的決策界線分析	51

4.5. 本章小結	55
第五章 數值與敏感度分析.....	56
5.1. 數值分析	56
5.1.1. 小結	63
5.2. 敏感度分析	64
5.3. 本章小結	69
第六章 結論與建議.....	71
6.1 結論	71
6.2 建議	73
參考文獻.....	75



表目錄

表格 3-1 無折扣模型下，5 種方案的比較組合	18
表格 3-2 無折扣模型下，製造商在不同情境中面對不同市場情況下的可選方案	19
表格 3-3 無折扣模型下，製造商在不同情境下的最適方案.....	20
表格 3-4 折扣模型下，5 種方案的比較組合	30
表格 3-5 折扣模型下，製造商在不同情境中面對不同市場情況下的可選方案....	31
表格 3-6 折扣模型下，製造商在不同情境下的最適方案.....	32
表格 4-1 $a - bc \geq 2f$ 時，不同產區中無折扣及折扣模型下最適方案整理表.....	36
表格 4-2 當 $a - bc < 2f$ 時，不同產區中無折扣及折扣模型下最適方案整理表....	47
表格 5-1 零售商的存貨成本對各個變數在不同產能區間的影響方向.....	66
表格 5-2 製造商的存貨成本對各個變數在不同產能區間的影響方向.....	68
表格 5-3 價格敏感度對各個變數在不同產能區間的影響方向.....	69

圖目錄

圖表 1-1 論文架構圖.....	4
圖表 3-1 交易發生時，製造商及零售商的決策時點.....	10
圖表 3-2 無折扣模型下，製造商在不同的產能區間下的最適方案.....	20
圖表 3-3 折扣契約下，製造商在不同的產能區間下的最適方案.....	32
圖表 4-1 當 $a - bc \geq 2f$ 時，折扣模型於無折扣模型相比較後的產能區間.....	35
圖表 4-2 當 $a - bc < 2f$ 時，折扣模型於無折扣模型相比較後的產能區間.....	46
圖表 4-3 $a - bc \geq 2f$ 時，製造商提供折扣契約與零售商接受折扣契約的分界點	51
圖表 4-4 $a - bc < 2f$ 時，製造商提供折扣契約與零售商接受折扣契約的分界點.	52
圖表 5-1 製造商及零售商的利潤圖($h=20$ ， $K=3$).....	57
圖表 5-2 製造商及零售商的利潤圖($h=20$ ， $K=15$).....	60
圖表 5-3 製造商及零售商的利潤圖($h=10$ ， $K=15$).....	62
圖表 5-4 製造商及零售商的利潤圖($h=10$ ， $K=3$).....	63

第一章 緒論

1.1 研究動機

市場上許多商品或服務會經歷季節性的需求。季節性需求是指產品在一年以內的期間內(如小時、星期、月或季)，需求呈現規律的重複上升或下降。舉例來說，顧客到麥當勞用餐的尖峰時間可能是上午 11 點到下午 1 點與下午 5 點到 7 點之間，因為該時段為一般民眾用餐時間，在此例中，季節性的形式是一天；同樣的，在台大醫院的例子中，由於平日工作時間上的限制病患可能將看病時間延遲至周末休息的時候，所以在醫療服務需求方面可能在周末達到高點，而且是每星期重複。另外，季節性的需求也可能以季為單位，例如暖爐、服飾...等，皆是在某個季節裡銷售會特別突出。

存貨管理對所有類型的企業而言是非常重要的議題。管理人員所面臨的挑戰不只是削減存貨以降低成本或是以充足的存貨滿足所有需求，而是以正確的數量、最有效率的方式來管理存貨。當產品有季節性需求時，存貨管理對上游製造商及下游零售商而言將成為一大挑戰。對製造商而言，由於調整產能的成本極高，當淡季時市場需求不足甚至沒有銷量時，製造商的產能過剩，過多的產品將會給製造商帶來存貨成本；旺季時，需求大量湧出，造成產能不足無法及時出貨。對製造商及零售商而言，當沒有存貨時，在替代品極多的市場裡消費者會直接尋求功能類似的替代品而喪失了潛在銷售；若已接受訂單而無法準時交貨則會損害商譽。如 Etoys 在 1999 年的耶誕節時，雖然有 96% 的訂單及時交貨，但還是因為有幾千個訂單延遲交貨而商譽受損。所以季節性需求的波動不管對製造商或是零售商而言皆有負面的影響。面對這樣的問題，製造商該提出何種辦法解決季節性的需求問題為重大課題。

面對存貨管理上的問題，若供給不足以滿足需求時，提高產能較常見的做法

在短期下有產能外包以增加產量、雇用臨時員工增加產能...等，可使供給較具彈性，以因應一段期間內的超額需求；長期下，可建造新廠房或水平併購來提升整體的產能以解決長期下需求不足的問題。若發生供給過剩的情形，則可降低產能利用率減少產出，或減少員工的工作時間甚或解雇員工以減低產能，如去年正逢金融海嘯，在整體大環境的不景氣下，各產業紛紛利用「無薪假」來減少員工工作時數達到降低產能的目的以因應突如其來的需求減少。

若該商品為季節性商品需求呈現周期性的波動下，當旺季時，增加長期產能反而會造成淡季時產能過剩的情形更加嚴重，故短期的調整產能較長期的增產有彈性，但短期的方法不確定性較大，無法保證外部資源供給穩定。當淡季時，降低產能利用率將產生調整成本，而若以減少人力的方式降低產量可能會造成員工不滿而產生內部問題。由此可知，由於季節性商品其需求波動強烈加上供給配合不易，故找出有效率的存貨管理方式為一大難題。

除了上述解決存貨問題的方式之外，商業週刊 1120 期提到一家中國的冷氣製造商，格力，目前利用淡季折扣的方式解決季節性商品的存貨問題。該公司目前為中國空調業唯一的“世界名牌”產品，業務遍及全球 100 多個國家和地區，且 2008 年時格力全球用戶已超過 8800 萬。文章其中一段提到：「空調銷售的季節性強，產品體積大，不可能大量庫存，遇到旺季二十四小時加班也來不及生產，於是董明珠推出來淡季返利策略，也就是說經銷商提貨越早，格力給經銷商的利潤就越多。...這一策略吸引客戶願意在淡季投入資金採購空調，讓格力冬季的產能也能填滿，旺季到了供貨的壓力也得到了紓解。」。

由於空調行業銷售淡旺季十分明顯，加上屬於資金密集性產業，空調企業每年都要經歷兩大壓力：一為淡季生產資金壓力，淡季時因銷售不佳，變現不易且冷氣的體積龐大，所需的倉儲空間較大儲藏上較為不便；二為旺季供貨壓力，到了旺季時市場需求增強，若淡季時儲貨量不足，便可能有生產力不足的情況。

可知季節性商品因需求供給的不一致造成企業資金調度及存貨管理上的問題，而格力為了解決季節性的需求變動而產生的問題，利用在淡季時提供折扣來吸引

經銷商，等於保證經銷商即使銷售時間拉長也不至於有太大的虧損。格力藉由此政策吸引零售商在淡季時願意投入資金採購空調，解決格力淡季生產資金短缺的問題，除此之外，淡季的產能也能填滿，到了旺季時供貨吃緊的壓力也得以舒緩。

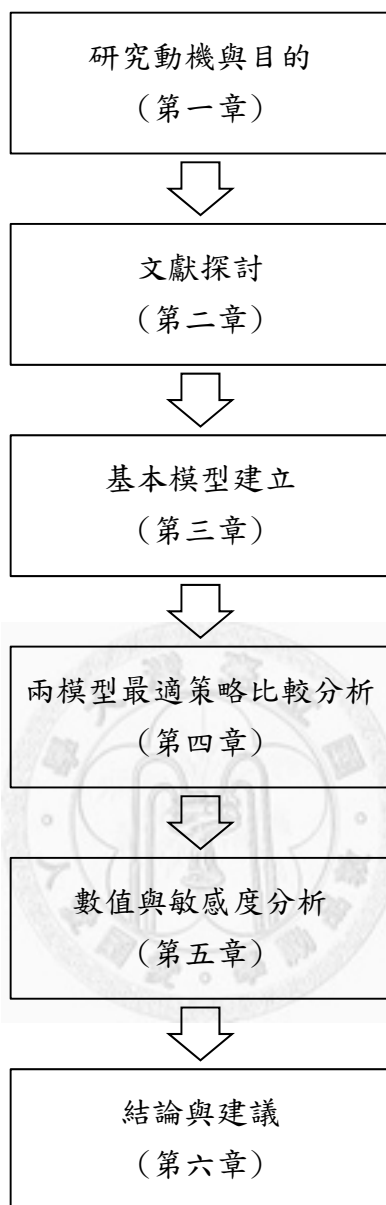
1.2 研究目的

由於季節性商品銷售的特性，造成製造商在資金調度以及供給商品上的問題，而銷售季節市場需求的變化量越高，產品的體積越大對製造商造成的負面影響越劇烈。本研究欲解決季節性商品對製造商帶來的負面影響，並期望製造商藉由提供不同的契約形式達到雙贏的局面。

本研究的模型設定探討製造商如何利用不同的契約形式解決季節性商品帶來的問題，在何種情況下製造商會利用淡季時提供折扣以吸引零售商在第一期訂貨，了解製造商如何利用折扣契約提高利潤，並探討執行該契約對雙方的影響。

1.3 研究流程與架構

在第一章已對研究動機及目的做簡單的介紹，接下來將介紹存貨管理及供應鏈契約相關的文獻。第三章則針對季節性商品的銷售模式建立折扣與無折扣模型，並分析不同的產能限制對製造商最適方案選擇造成的影響。第四章則比較兩契約的方案選擇，了解製造商在不同產能限制下的最適策略，並且分析製造商的決策過程已經零售商的因應策略。第五章則以數值分析及敏感度分析探討不同的參數變動對製造商策略的影響。最後在第六章整理本研究的發現，並提出本研究的限制與展望。



圖表 1-1 論文架構圖

第二章 文獻探討

本研究建立在季節性商品中，比較製造商在特定的產能限制下，提供折扣契約及無折扣契約的目標最適策略；探討製造商是否可利用折扣契約得到更高的利潤。

在季節性商品中，需求大幅度的波動帶給製造商及零售商不小的損失，所以該如何利用合作關係解決需求不確定性所帶來的負面影響為一重要課題。而造成損失的原因在於製造商及零售商無法在事前便決定最適訂購量及最適產能，造成供給過剩或是不足的情形，前者會產生存貨成本，後者將產生潛在損失。Fisher 與 Raman(1996)利用快速反應的機制降低發生存貨需求或是發生喪失潛在銷售的可能；Grunani 與 Tang(1999)站在零售商的角度探討在製造商成本的變動及需求資訊的傳導下零售商的最佳訂購決策。而本研究站在製造商的角度思考季節性商品帶來存貨的問題該利用何種方式解決，所以下列文獻探討則著重在製造商可採用的解決方法或是在產能上的限制條件對決策帶來的影響。

面對季節性的需求，製造商解決季節性需求所引發的存貨問題有許多方式。如在淡季時提供折扣或是減產，或是將產能設定在較低的水準，在旺季時將增加人力或產能外包。Jian Chen 與 Lijun Xu(2001)則是以兩階段的訂購及製造的方式探討是否能夠更準確的預測需求以解決存貨問題，Cachon(1999)證明若製造商給予零售商存貨成本補貼，則製造商能藉由增加零售商現有存貨來降低基礎庫存水準(base stock level)。站在零售商的角度而言，由於消費者的需求根據時間點的不同呈現大幅度的波動且有一定的趨勢，所以當銷售不佳的季節來臨時，零售商訂太多的產品會導致存貨囤積，所以零售商不願意在淡季時訂貨；而此時製造商滯銷的產品便成為存貨囤積在倉庫裡；為了降低龐大的存貨壓力及旺季時產能不足的問題，製造商可利用不同的契約型式吸引零售商在淡季時訂貨並同時舒緩旺季時的訂單。

而目前已經有非常多期刊論文討論製造商提供不同的契約型式對零售商最佳訂購策略的影響。這些期刊論文基本上都在報童問題(newsvendor problem)的模式且有可能發生潛在的銷貨損失的情形下討論零售商的訂購策略。由Cachon(2003)的文章可知，在報童問題(newsvendor problem)中，製造商可利用折扣契約吸引零售商增加訂購量；當中討論的契約型式有回購式契約(the buy back contract)、營收分享契約(the revenue sharing contract)、數量彈性契約(the quantity flexibility contract)、銷售回扣契約(the sales rebate contract)、數量折扣契約(the quantity-discount contract)。發現不管是何種契約型式，零售商的訂購量皆比單一批發價格契約下的訂購量多；可知與單一批發價格契約比較下，5種不同的契約型式皆使零售商改變其最佳訂購量。其他討論不同契約模型的期刊論文有，Cachon與Lariviere探討有關營收分享契約(the revenue sharing contract)的問題，Lariviere與Porteus(1999)關於單一批發價格契約(wholesale pricing contract)，Tsay(1999)在單一銷售期間下的數量彈性契約(the quantity flexibility contract)，Weng(1995)的數量折扣契約(the quantity-discount contract)以及Taylor(2002)關於銷售回扣契約(the sales rebate contract)。

但上述文獻皆在探討不同的契約條件如何影響訂購決策以及整體供應鏈價值，但未討論到關於季節性商品下，製造商如何利用淡季折扣的方式吸引零售商在淡季時訂貨解決供給與需求間不一致的問題。本研究則著重在製造商利用淡季折扣吸引零售商在淡季時訂貨以增加利潤，分析在不同的產能限制下，製造商是否提供折扣契約。

另外，產能的限制在本研究中也是一項重要的議題。本文著重在面對季節性商品時製造商面臨的產能問題。本研究中產能固定不變，亦即製造商只能在有限的產能中做最有效的生產配置。在需求不確定之下，受限於產能的限制，製造商會面臨供給不足或過剩的情形。Harris與Raviv(1981)、Maskin與Riley(1989)探討在產能限制下製造商如何設立銷售機制，利用差別取價將產品販售給零售商。

Cachon(1999)提到當有產能限制時，零售商最佳訂購量資訊的真實與否將影響製造

商的最佳產能；Cachon與Lariviere(1999)並提到當產能不足時，在面對多個零售商如何建立產能的分配機制以極大化自身利潤；Gale與Holmes(1993)則證明了在產能有限的情況下，供應商若能使顧客在非顛峰時期預先購買商品能增加利潤。

前述所提的研究中，都是在探討在單一銷售期間下，一個製造商面對多個零售商當製造商的產能不足以供應零售商所有的需求量時，該如何分配製造商有限的資源或利用差別取價以達到利潤最佳化。而季節性產品所引發的問題是在銷售期間為多期時，由於需求的波動，造成製造商某些時候的產能不足或是過剩；在此種情況下製造商該如何價格的機制誘使零售商改變訂貨時間來選擇最佳產能則是在此欲討論的議題。

本研究綜合上述的研究方向，探討在極大化自身利益之下，兩期的銷售期間，製造商面對產能限制時如何利用折扣機制使零售商分散的訂購量以提高利潤，並深入了解製造商提供折扣契約時對雙方決策的影響。



第三章 基本模型的建立

當某一產品的需求存在季節性波動時，上游製造商面臨旺季時產能不足無法滿足市場需求、淡季時買氣不足導致滯銷的問題，而這些問題皆會造成製造商利潤上的損失；造成的原因是由於產能在短時間無法快速調節以配合市場需求，所以當旺季產能不足時，無法滿足市場需求而喪失該部分的收益；淡季時，則因產品滯銷導致產能過剩，最後產生存貨成本。面對此一情況，製造商該如何在既定的產能之下改善供給需求之間的差異問題成為一重大考驗。在此，本研究以製造商的角度探討面對季節性商品該如何藉由折扣機制改善因季節性循環導致的供給需求不一致性，進而提高獲利水準。

本研究探討一 Stackleberg 模型，假設市場需求為確定(deterministic)，且市場需求為市場價格的函數， $D = a - bp$ ，其中 a 、 b 、 p 均為正的； a 代表自發性消費，為市場價格無關的外生變數，亦即當市場價格等於 0 時市場的最高需求量； b 為價格敏感度，代表當價格增加一單位時，消費者減少的消費量； p 即為市場價格。且產品市場為雙邊獨佔市場(bilateral monopoly)，亦即市場中只存在一個製造商及一個零售商，不管是製造商或供應商都以追求自身利益極大化為目標。交易時，市場及雙方的資訊皆透明化且取得的成本極低，且不考慮運送成本及運送的前置時間；製造商的產能方面，由於擴充產能或減產皆須付出極大的成本，使得每期產能有限且短期內無法變動。另外，若有存貨時，雙方將產生存貨成本，其中，存貨成本包含了存貨資金機會成本、存貨服務成本、存貨風險成本和倉儲成本等。在倉儲方面，製造商除了存放完成品之外，尚須存放原料及半成品等其他項目，所需的倉儲空間大於零售商所需的倉儲空間，導致製造商將產生較高的倉儲成本，假設另外三項成本皆相同下，則製造商的單位存貨成本 f 將高於零售商的單位存貨成本 h 。

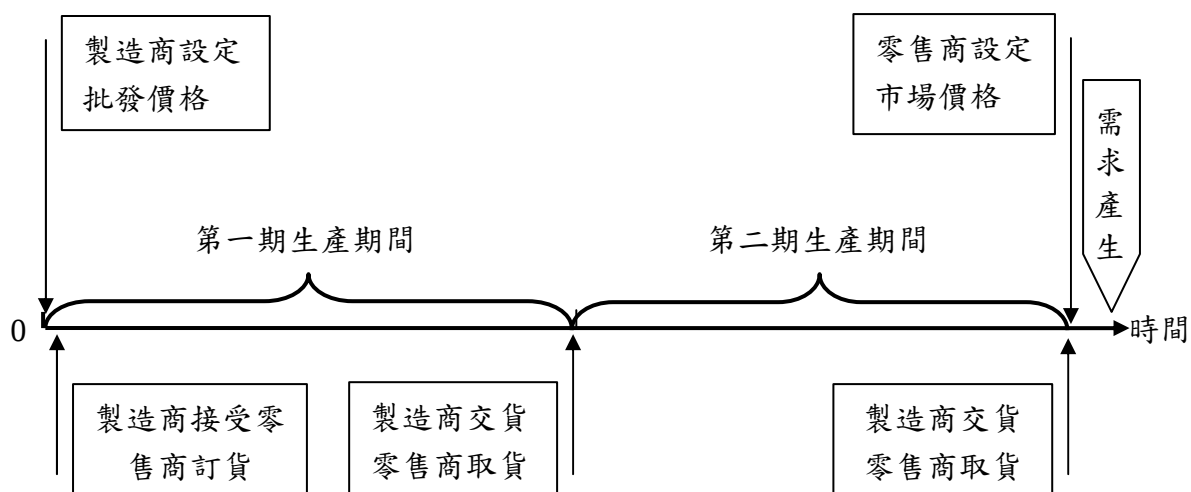
接下來深入了解製造商及零售商的決策過程。假設製造商共有兩期生產階段，

同時也是市場上的兩個銷售階段；由於季節性商品市場需求的週期性使得銷售明顯的區分為淡季及旺季，在此設定第一期為淡季，第二期為旺季，而兩階段的市場銷售情形非常極端，終端消費者在第一期不會購買任何產品，所有的需求皆在第二期期末發生。

由於市場需求為確定的，且在資訊流通之下，製造商可準確預測未來需求，在比較產能限制 S 與需求量 D 的相對大小後，製造商設定批發價格 w 將產品售予零售商，零售商便根據製造商的批發價格制訂市場價格 p ，在該價格下產生市場需求 D 。

一般而言，零售商會根據需求發生的時間點取貨，避免產品滯銷而產生存貨成本。在本模型中，需求只發生在第二期，代表第一期領取的產品必須囤放至第二期才可出售，故零售商每單位會產生存貨成本 h ，為了規避第一期取貨產生的存貨成本，零售商只在第二期取貨；此時零售商第一期的領貨量為 0，第二期領貨的數量即為市場的總銷售量 D 。最後零售商根據市場價格、市場需求扣掉成本後可得到零售商的利潤 π_R 。

製造商在開始生產之前，便會預測零售商的生產行為來決定兩期的生產量，由於零售商只在第二期領貨，則製造商第一期生產的產品 Q_1 必須儲藏至第二期，每單位產品除了會產生單位製造成本 c 之外，也會產生單位存貨成本 f ；所以製造商為了避免產生存貨成本，所有的生產將以第二期為主，唯有當第二期提供的產量 Q_2 不足時，剩餘不足的部份才由第一期生產。另外，製造商為了穩定兩期產能的供給量，第二期產能每單位將產生單位產能維持成本 K 。最後製造商根據批發價格、銷量扣掉生產活動產生的成本，可得到製造商的利潤 π_M 。下列分析製造商及零售商的決策時間點如圖表 3-1。



圖表 3-1 交易發生時，製造商及零售商的決策時點

在上述的一般情形中，若製造商單期產能較低有兩種可選方案，其一為投入第一期的生產，則製造商將產生很高的存貨成本；其二為製造商提高批發價格，減少銷售量，避免使用第一期的產能。本研究則是要探討，在產能有限的情況下，製造商是否可提供一個折扣契約，該契約製造商對第一期每單位的產品提供單位折扣 r 給零售商，吸引零售商在第一期取貨，不但減少第一期存貨產生的存貨成本，也可維持批發價格穩定銷售量；並探討在何種情況下，製造商提供折扣契約時，零售商的利潤同時也高於無折扣契約下的利潤，達到雙贏的局面。下面小節分別針對製造商不提供折扣以及提供折扣的模型，推導在不同情況下製造商的最適方案選擇以及零售商相對應的策略。

3.1. 無折扣模型

在無折扣的情形下，零售商在第一期期初向製造商購買產品，並在第二期期末收到產品後根據批發價格 w 訂出市場價格 p ，便以該售價全數售出；而市場需求為已知的，且為價格的函數 $D(p) = a - bp$ 。零售商的決策變數為市場價格 p ，在此將零售商的利潤函數以 $\pi_R^{no}(p)$ 代表，並表示如下：

$$\pi_R^{no}(p) = (p - w) \times D(p) \quad (3-1)$$

又因為零售商可訂購的產品數量受限於製造商兩期的產能限制($2S$)，所以即使市場需求再高，零售商最多也只能由製造商取得兩期產能的數量，將此限制帶入零售商的利潤函數後，可將其改寫為：

$$\pi_R^{no}(p) = (p - w) \times \min[a - bp, 2S] \quad (3-2)$$

在製造商兩期的產能可滿足市場需求的情形下，藉由一階微分 $\frac{\partial \pi_R^{no}(p)}{\partial p} = 0$ 及二階

微分 $\frac{\partial^2 \pi_R^{no}(p)}{\partial p^2} = -2b < 0$ ，可以找到一個最佳市場價格 p 使得零售商的利潤最大，

由於市場價格為批發價格的函數，故將最佳市場價格表示為 $p^*(w)$ 。

$$p^*(w) = \frac{a + bw}{2b} \quad (3-3)$$

又由於市場需求只受到市場價格影響，將其帶入後，可得出市場需求為：

$$D(p^*(w)) = a - bp^*(w) = \frac{a - bw}{2} \quad (3-4)$$

加上製造商兩期產能的限制後，可將市場需求改寫為：

$$D(p^*(w)) = \min\left(\frac{a - bw}{2}, 2S\right) \quad (3-5)$$

考慮市場資訊後，製造商將制訂一個的批發價格並規畫兩期最適產量(Q_1, Q_2)使得利潤極大。由於製造商以決定批發價格及兩期的生產配置達到利潤極大，可知製造商的決策變數為批發價格 w 及兩期的產量 Q_1 、 Q_2 ，在此令 $\pi_M^{no}(w, Q_1, Q_2)$ 代表製造商的利潤，其利潤函數可寫為：

$$\pi_M^{no}(w, Q_1, Q_2) = (w - c)D - KS - fQ_1 \quad (3-6)$$

根據前述存貨成本的考量，可知製造商會將第二期的產能填滿後，不足的部分才轉至第一期製造，所以可將兩期的供貨量表示如下：

$$\begin{cases} Q_1 = \left(\frac{a - bw}{2} - S\right)^+ \\ Q_2 = \min\left(S, \frac{a - bw}{2}\right) \end{cases} \quad (3-7)$$

而對製造商而言，相對於每期的產能限制，市場需求可能出現兩種情形，其一為市場需求小於單期的產能限制($0 \leq D < S$)，其二是市場需求大於單期的產能

限制($S \leq D \leq 2S$)。有了上述的市場資訊後，下列分別討論兩種不同的相對關係下製造商的最適方案策略及零售商相對應方案下的利潤。

3.1.1 當市場情形為 $0 \leq D \leq S$ 時的方案策略

由於存貨成本的考量，零售商只在第二期取貨；對製造商而言，由於市場需求小於單期的產能限制故製造商第二期的產能即可滿足零售商的訂貨需求，此時兩期的出貨量分別為：

$$\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = D \end{cases} \quad (3-8)$$

在此種情形下，考量到市場資訊、零售商資訊及本身的條件限制後，製造商的利潤函數為：

$$\pi_M^{no}(w, 0, D(p^*(w))) = (w - c)\left(\frac{a - bw}{2}\right) - KS \quad (3-9)$$

製造商可藉由控制批發價格 w 以賺得最大利潤；其中批發價 w 在 π_M^{no} 下為一凸型函數，經由一階微分 $\frac{\partial \pi_M^{no}(w)}{\partial w} = 0$ 、二階微分 $\frac{\partial^2 \pi_M^{no}(w)}{\partial w^2} = -b < 0$ 製造商可以找到一個最佳批發價 w 為：

$$w^* = \frac{a + bc}{2b} \quad (3-10)$$

又由於市場需求小於單期產能限制 $\left(D = \frac{a - bw}{2} \leq S\right)$ ，代表市場需求最多不高於產能限制的產量，在此限制下製造商會制訂一批發價格使得在受到產能限制下能達到利潤極大化，而批發價須滿足 $w \geq \frac{a - 2S}{b}$ ；綜合上述條件可知製造商的最佳批發價如下：

$$w^* = \max\left(\frac{a + bc}{2b}, \frac{a - 2S}{b}\right) \quad (3-11)$$

上式批發價格顯示，製造商會在不同的市場狀況下調整最適批發價格，進而影響製造商及零售商的最終利潤；在此先求出在製造商無折扣的情形之下，不同

批發價格下，製造商及零售商的利潤，並在稍後章節分析當市場需求與產能限制的關係改變時，雙方的決策為何。為了方便下列討論，在此令 $w^* = \frac{a+bc}{2b}$ 為方案

A、 $w^* = \frac{a-2S}{b}$ 為方案 B。

I. 當 $w^* = A = \frac{a+bc}{2b}$ 時

當市場需求小於單期的產能時，製造商可找到的最適批發價格為，

$w^* = \frac{a+bc}{2b}$ ，將其代回(3-3)式及(3-4)式，可得市場價格及市場需求為：

$$p^* = \frac{3a+bc}{4b}; D^* = \frac{a-bc}{4} \quad (3-12)$$

在方案 A 中，由於製造商的單期產能即可滿足市場需求，故兩期的生產量為：

$$\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = D \end{cases} \quad (3-13)$$

將上述資訊代回(3-9)式及(3-2)式，可得在方案 A 下製造商及零售商的利潤。在此

以 $\pi_{A,M}^{no}$ 及 $\pi_{A,R}^{no}$ 分別表示在製造商不提供折扣下製造商及零售商的利潤。

$$\begin{aligned} \pi_{A,M}^{no} &= \frac{(a-bc)^2}{8b} - KS \\ \pi_{A,R}^{no} &= \frac{(a-bc)^2}{16b} \end{aligned} \quad (3-14)$$

II. 當 $w^* = B = \frac{a-2S}{b}$ 時

當市場需求剛好等於單期產能時，製造商提供剛好為單期產能限制的產量，可知最終市場需求為：

$$D^* = S \quad (3-15)$$

又因為市場需求為市場價格的函數 $D(p) = a - bp$ ，可知市場價格如下：

$$p^* = \frac{a-S}{b} \quad (3-16)$$

在兩期的產能方面，由於零售商為了避免存貨成本的產生所以只願在第二期領貨；而製造商也同樣為了避免第一期生產的產品變成存貨產生存貨成本，遂只在第二期生產；在市場需求剛好等於製造商單期的產能之下可知兩期的生產量為：

$$\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = S \end{cases} \quad (3-17)$$

將上述資訊代回(3-9)式與(3-2)式，可分別得出製造商及零售商在方案 B 下的利潤，並令 $\pi_{B,M}^{no}$ 、 $\pi_{B,R}^{no}$ 分別代表製造商不提供折扣下製造商及零售商在方案 B 下的利潤：

$$\begin{aligned} \pi_{B,M}^{no} &= \left(\frac{a-bc-2S}{b} \right) S - KS \\ \pi_{B,R}^{no} &= \frac{S^2}{b} \end{aligned} \quad (3-18)$$

3.1.2 當市場情形為 $S \leq D \leq 2S$ 時的方案策略

當市場需求大於單期的產能限制時，製造商第二期的供貨量無法滿足零售商的需求，故將不足的部分移至第一期生產，此時製造商兩期的供貨量如下：

$$\begin{cases} Q_1 = D - S \\ Q_2 = S \end{cases} \quad (3-19)$$

由於零售商第一期不取貨，故製造商在第一期生產的產品將會產生存貨成本，根據上述兩期的供貨量，加上市場資訊及零售商資訊後，將其代入(3-6)式，可將製造商的利潤函數改寫為：

$$\pi_M^{no}(w, D(p^*(w)) - S, S) = (w - c) \left(\frac{a - bw}{2} \right) - KS - f \left(\frac{a - bw}{2} - S \right) \quad (3-20)$$

經由一階微分 $\frac{\partial \pi_M(w)}{\partial w} = 0$ 及二階微分 $\frac{\partial^2 \pi_M(w)}{\partial w^2} = -b < 0$ 可以找到一個最佳批發價格 w 使得製造商的利潤最大：

$$w^* = \frac{a+bc+bf}{2b} \quad (3-21)$$

由於市場需求大於單期的產能限制 $\left(D = \frac{a-bw}{2} \geq S\right)$ ，且製造商最大的供貨量受限於兩期的產能限制 $\left(D = \frac{a-bw}{2} \leq 2S\right)$ ；可知在此情形下市場需求至少會高於單期的產能限制，而若市場需求超過了兩期產能的總量時，製造商也只能提供最多到兩期總產能的上限。根據前述的限制，可知製造商的最佳批發價如下：

$$w^* = \max\left[\min\left(\frac{a+bc+bf}{2b}, \frac{a-2S}{b}\right), \frac{a-4S}{b}\right] \quad (3-22)$$

上式顯示製造商的最適批發價將隨著情況不同而有所改變，在此求出不同批發價格下製造商的利潤以及零售商的相對利潤；並在稍後的小節中比較在不同情形下製造商的最適決策。為了下列討論方便，在此令 $w^* = \frac{a+bc+bf}{2b}$ 為方案 C

$w^* = \frac{a-2S}{b}$ 為方案 E， $w^* = \frac{a-4S}{b}$ 為方案 F。

I. 當 $w^* = C = \frac{a+bc+bf}{2b}$ 時

將 $w^* = \frac{a+bc+bf}{2b}$ 代入(3-3)式及(3-4)式，可得市場價格及市場需求為：

$$p^* = \frac{3a+bc+bf}{4b}; D^* = \frac{a-bc-bf}{4} \quad (3-23)$$

在方案 C 中，由於單期的產能已無法滿足零售商的訂購量，故製造商將第二期的產能填滿後，仍不足的部分轉至第一期生產，所以兩期的產量如下：

$$\begin{cases} Q_1 = D^* - S \\ Q_2 = S \end{cases} \quad (3-24)$$

將上述資訊代入(3-20)式及(3-2)式後，可得到製造商及零售商在方案 C 下的利潤，

並令 $\pi_{C,M}^{no}$ 、 $\pi_{C,R}^{no}$ 分別代表製造商及零售商在 C 方案下的利潤：

$$\pi_{C,M}^{no} = \frac{(a-bc-bf)^2}{8b} - KS + fS$$

$$\pi_{C,R}^{no} = \frac{(a - bc - bf)^2}{16b} \quad (3-25)$$

II. 當 $w^* = E = \frac{a-2S}{b}$ 時

由前面敘述可知，此情形為假設市場需求在不低於單期產能的前提下，恰好等於單期產能可提供的產量，可知市場需求為：

$$D^* = S \quad (3-26)$$

又市場需求為市場價格的函數 $D(p) = a - bp$ ，可知市場價格如下：

$$p^* = \frac{a - S}{b} \quad (3-27)$$

在兩期的產能方面，由於零售商為了避免存貨成本的產生所以只願在第二期領貨，而製造商也同樣為了避免第一期生產的產品變成存貨產生存貨成本，只在第二期生產；在市場需求剛好等於製造商單期的產能之下可知兩期的生產量為：

$$\begin{cases} Q_1 = 0 \\ Q_2 = S \end{cases} \quad (3-28)$$

將上述資訊代回(3-20)式與(3-2)式，可分別得出製造商及零售商在方案 E 下的利潤，並令 $\pi_{E,M}^{no}$ 、 $\pi_{E,R}^{no}$ 分別代表製造商不提供折扣下製造商及零售商在方案 E 下的利潤：

$$\begin{aligned} \pi_{E,M}^{no} &= \left(\frac{a - bc - 2S}{b} \right) S - KS \\ \pi_{E,R}^{no} &= \frac{S^2}{b} \end{aligned} \quad (3-29)$$

III. 當 $w^* = F = \frac{a-4S}{b}$ 時

由前面敘述可知，此情形為假設市場需求大於兩期總產能，而製造商只能提

供不超過兩期產能限制下的產量，可知最終市場需求為：

$$D^* = 2S \quad (3-30)$$

又市場需求為市場價格的函數 $D(p) = a - bp$ ，可知市場價格如下：

$$p^* = \frac{a - 2S}{b} \quad (3-31)$$

方案 F 中，兩期的產能總和剛好等於市場需求，表示製造商兩期的產能運作皆達至上限以支應零售商的訂單，可知兩期的產量為：

$$\begin{cases} Q_1 = S \\ Q_2 = S \end{cases} \quad (3-32)$$

將上述資訊代回(3-20)式及(3-2)式後，可得到製造商及零售商在方案 F 下的利潤，

並令 $\pi_{F,M}^{no}$ 、 $\pi_{F,R}^{no}$ 分別代表製造商及零售商在 E 方案下的利潤：

$$\begin{aligned} \pi_{F,M}^{no} &= \left(\frac{a - bc - 4S}{b} \right) (2S) - KS - fS \\ \pi_{F,R}^{no} &= \frac{2S^2}{b} \end{aligned} \quad (3-33)$$

3.1.3 兩市場情形的最適方案比較

在無折扣契約中，零售商為了避免第一期取貨衍生出的存貨成本故只在第二期取貨，而同時製造商為了避免第一期製造的產品囤積至第二期而產生存貨成本遂也只在第二期製造，使得市場上可取得產品的數量受到零售商的訂貨策略以及製造商產能的限制的影響。在市場資訊充分的流通下，製造商一開始便預測市場需求的大小與產能限制的關係選擇最適批發價格以達到利潤極大化；由上小節可以看到製造商在不同的市場條件的可選方案，其中不同方案下批發價格的相對大小將影響製造商的選擇策略；而上述 A 、 B 、 C 、 E 、 F 等五種批發價格的相對大小可排列出幾種不同的狀況。在此重申不同批發價格的代號， $w^* = \frac{a + bc}{2b}$ 為方

案 A、 $w^* = \frac{a-2S}{b}$ 為方案 B、 $w^* = \frac{a+bc+bf}{2b}$ 為方案 C、 $w^* = \frac{a-2S}{b}$ 為方案 E、 $w^* = \frac{a-4S}{b}$ 為方案 F。比較各方案的批發價格，其中可知方案 A 的批發價格必定大於方案 C 的批發價格、方案 B 的批發價格必定等於方案 E 的批發價格且大於方案 F 的批發價格，相比較後如下表格 3-1 所示。

表格 3-1 無折扣模型下，5 種方案的比較組合

情境	方案中批發價格的相對大小	比較後的產能範圍邊界
Case1	$A \leq F \leq E = B \leq C$	$\frac{a-bc-bf}{4} \leq S \leq \frac{a-bc}{8}$
Case2	$F \leq A \leq E = B \leq C$	$\frac{a-bc}{8} \leq S \leq \frac{a-bc}{4}$
Case3	$F \leq E = B \leq A \leq C$	$\frac{a-bc}{4} \leq S$
Case4	$A \leq C \leq F \leq E = B$	$S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$
Case5	$A \leq F \leq C \leq E = B$	$\frac{a-bc-bf}{8} \leq S \leq \frac{a-bc-bf}{4}$
Case6	$F \leq A \leq C \leq E = B$	$\frac{a-bc}{8} \leq S \leq \frac{a-bc-bf}{4}$

方案的大小會因為參數設定的不同而有所改變，表格 3-1 列出所有可能的比較結果，共得出六種情境；面對不同的情形下，製造商在不同的市場情況下會根據批發價格的限制準則選出一最佳方案，而該方案在特定的市場情形下其利潤必大於其他方案的利潤。

接下來製造商可根據批發價格的限制準則，(3-11)式與(3-22)式，分別在兩種市場情形， $0 \leq D \leq S$ 及 $S \leq D \leq 2S$ ，找出六個情境的最佳批發價格。以 Case3 為例，當單期的產能大於市場需求時($0 \leq D \leq S$)，製造商選擇批發價格的準則為

$w^* = \max(\frac{a+bc}{2b}, \frac{a-2S}{b})$ ，其中方案 A 的批發價格為 $w^* = \frac{a+bc}{2b}$ ，方案 B 的批發

價格為 $w^* = \frac{a-2S}{b}$ ，由設定的批發價格的相對大小可知，方案 A 的批發價格大於方案 B 的批發價格，故製造商將選擇方案 A 做為 Case3 下， $0 \leq D \leq S$ 時的最適方案；當單期的產能不足以滿足市場需求時($S \leq D \leq 2S$)，製造商選擇批發價格的準則為 $w^* = \max[\min(\frac{a+bc+bf}{2b}, \frac{a-2S}{b}), \frac{a-4S}{b}]$ ，可知方案 C 的批發價格為 $w^* = \frac{a+bc+bf}{2b}$ ，方案 E 的批發價格為 $w^* = \frac{a-2S}{b}$ ，方案 F 的批發價格為 $w^* = \frac{a-4S}{b}$ ，由設定的批發價格的相對大小可知，方案 C 的批發價格大於方案 E 的批發價格大於方案 F 的批發價格，故製造商將選擇方案 E 做為 Case3 下， $S \leq D \leq 2S$ 時的最適方案。最後將每個情境製造商的最適方案如表格 3-2 所示：

表格 3-2 無折扣模型下，製造商在不同情境中面對不同市場情況下的可選方案

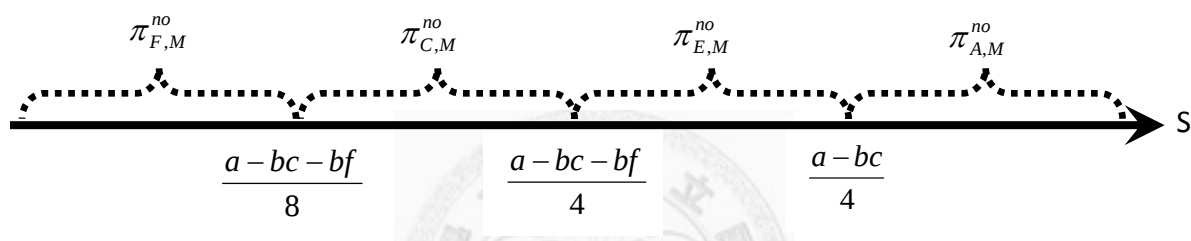
市場情形 \ 情境	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
$0 \leq D \leq S$	$w^* = B$	$w^* = B$	$w^* = A$	$w^* = B$	$w^* = B$	$w^* = B$
$S \leq D \leq 2S$	$w^* = E$	$w^* = E$	$w^* = E$	$w^* = F$	$w^* = C$	$w^* = C$

根據上表可得知，六個不同的情境因為市場需求與製造商產能限制的關係而有兩種不同的方案選擇，而製造商可藉由批發價格的設定將產品訂購量控制在對自身較有利的範圍內，所以在每個情境下製造商皆能找到一個最佳的方案，而該方案在該特定情境下有最高的利潤；所以在此根據表格 3-2，藉由比較兩市場情形下方案的利潤找出六個產能區間中對製造商最有利的方案。以 Case3 為例，將兩方案的利潤將減可得 $\pi_{A,M}^{no} - \pi_{E,M}^{with} = \frac{a-bc}{8b}(a-bc-8S) + \frac{2S^2}{b}$ ，將 $S = \frac{a-bc}{4} + \varepsilon$ 代入後可得 $\pi_{A,M}^{no} - \pi_{E,M}^{with} = \frac{2\varepsilon^2}{b} > 0$ ，故製造商必會選擇方案 A 做為 Case3 下的最適方案。茲將其餘比較結果整理如表格 3-3：

表格 3-3 無折扣模型下，製造商在不同情境下的最適方案

情境	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
最適方案	$w^* = E$	$w^* = E$	$w^* = A$	$w^* = F$	$w^* = C$	$w^* = C$

最後以產能的變動做為橫軸，探討隨著產能的改變時製造商的最適選擇，並在稍後的章節探討對零售商的影響。下列根據六種情境的限制條件下標示出每個區間製造商在最佳方案下的利潤，並將相同的決策區間合併。將最後結果整理如圖表 3-2 所示。



圖表 3-2 無折扣模型下，製造商在不同的產能區間下的最適方案

3.2. 折扣模型

零售商考量到市場需求只發生在第二期期末，則若在第一期期末取貨，該貨品將必須囤放至倉庫而產生存貨成本，故在存貨成本的顧慮下，零售商勢必只在第二期期末取貨。由於零售商取貨的時間點為第二期期末，對製造商而言，當第二期的產能無法滿足零售商的訂單時，製造商則必須將產能不足的部分移至第一期製造，而第一期製造的產品將全部變成存貨囤積至第二期交貨，此時的一期的存貨將產生存貨成本；製造商為了降低第一期的存貨成本以及避免零售商只在第二期取貨而限制市場銷售量，便設定一個機制以誘使零售商在第一期取貨。該機制為製造商提供零售商一個折扣契約，該契約內容為製造商對於零售商在第一期收取的每一產品都提供固定的價格折扣(r)，而在第二期取貨的產品則皆以原批發

價出售給零售商。面對此一折扣契約，若製造商提供的折扣補貼大於第一期取貨產生的存貨成本，零售商便會接受該契約在第一期取貨。

若零售商接受製造商提供的折扣契約，則零售商在第一期領取的產品在原批發價格下皆有折扣，該進貨成本為 $(w-r)$ ，而第二期的產品則是以原批發價 (w) 取得；故零售商利潤函數如下所示；零售商決定市場價格以及兩期的領貨量，可知零售商的決策變數為市場價格 p 及兩期領貨量 Q_1 、 Q_2 ，以 $\pi_R^{with}(p, Q_1, Q_2)$ 表示之：

$$\pi_R^{with}(p, Q_1, Q_2) = (p - w + r)Q_1 + (p - w)Q_2 - hQ_1 \quad (3-34)$$

又在市場需求為確定之下，零售商兩期領取的總產量必定等於市場需求，故 $Q_2 = D(p) - Q_1$ ，將其代入(3-34)式後，可將零售商的利潤函數改寫為：

$$\pi_R^{with}(p, Q_1) = (p - w + r)Q_1 + (p - w)(a - bp - Q_1) - hQ_1 \quad (3-35)$$

由零售商的利潤函數(3-35)式中，藉由對第一期訂購量 Q_1 一階微分後可發現，第一期訂購量 Q_1 與其函數呈線性關係如下：

$$\frac{\partial \pi_R^{with}(p, Q_1)}{\partial Q_1} = r - h \quad (3-36)$$

由上式可知，零售商是否在第一期取貨取決於存貨成本及製造商提供折扣的大小。故將討論分為兩種情形，其一為 $r < h$ ，其二為 $r \geq h$ 。

3.2.1 $r < h$ 時

由於製造商所提供的折扣小於零售商在第一期取貨後產生的存貨成本，故零售商便拒絕在第一期取貨，而選擇在第二期期末時收取所有貨品；對製造商而言，對於第一期的生產的貨物仍須自行負擔存貨成本，故其結果如同未提供折扣的模型。

3.2.2 $r \geq h$ 時

製造商第一期提供的折扣至少大於零售商的存貨成本時，也就是說，在這樣的折扣水準下，即使零售商在第一期取貨也不會增加額外的成本，若折扣水準高於存貨成本 h 時甚至能補貼其他成本，故零售商必定會接受製造商在第一期提供的產品數量，其中製造商最多可提供的數量為產能上限 S 。而對製造商而言，在提供折扣的模型下，製造商除了須決定批發價格之外還須決定折扣的水準，兩期的產量則受到零售商取貨時間點的影響而有所不同；若零售商在第一期取貨時，製造商對第一期的產品全數提供折扣 r ，故該期的批發價格為 $w-r$ ；而第二期不提供折扣的情形下，其批發價格維持原價 w 。由前述可知製造商的決策變數為批發價格 w 及折扣水準 r ，並令 $\pi_M^{with}(w, r)$ 為折扣水準下製造商的利潤函數：

$$\pi_M^{with}(w, r) = (w - r - c)Q_1 + (w - c)Q_2 - KS \quad (3-37)$$

製造商兩期的出貨量會受到產能限制與市場需求的關係所影響，若單期產能可滿足市場需求時，製造商只需要一期的產能便足夠應付市場需求；而若單期產能不足以滿足市場需求時，製造商則需在將所需的產量在兩期間做分配，當然最終的出貨量亦受到零售商的取貨時間點所影響；在此分別針對產能與市場需求的關係做討論，其中可能出現的情形有兩種，其一為市場需求小於單期的產能限制 ($0 \leq D \leq S$)，其二是市場需求大於單期的產能限制 ($S \leq D \leq 2S$)。兩種情形下製造商及零售商的可能決策分別說明如下。

3.2.2.1 當市場情形為 $0 \leq D \leq S$ 時的方案策略

由於製造商針對第一期的貨品提供高於零售商存貨成本的折扣，在此折扣水準下，零售商不必擔心第一期取貨會產生較高的成本，甚至得到的折扣可使成本進一步下降；當市場需求小於單期的產能限制時，零售商的需求在第一期即可得到滿足；此時製造商在零售商的取貨需求下，兩期的出貨量分別如下所示：

$$\begin{cases} Q_1 = D \\ Q_2 = 0 \end{cases} \quad (3-38)$$

將兩期取貨數量帶回零售商的利潤函數(3-34)式，可得當製造商提出給予折扣的提議後，單期產量高於市場總需求量時零售商的利潤函數如下：

$$\pi_R^{with}(p, D(p), 0) = (p - w + r)(a - bp) - h(a - bp) \quad (3-39)$$

代換之後可知零售商的利潤為市場價格的函數，經由一階微分 $\frac{\partial \pi_R^{with}(p)}{\partial p} = 0$ 及二

階微分 $\frac{\partial^2 \pi_R^{with}(p)}{\partial p^2} = -b < 0$ ，可以找到一個最佳市場價格 p 使得零售商的利潤最大，

由於市場價格為批發價格的函數，故將最佳市場價格表示為 $p^*(w)$ 。

$$p^*(w) = \frac{a + bw + bh - br}{2b} \quad (3-40)$$

又市場需求為市場價格的函數，故可知市場需求如下：

$$D^*(p^*(w)) = \frac{a - bw - bh + br}{2} \quad (3-41)$$

另外，假設市場需求小於單期的製造產能，即 $D(p) = a - bp \leq S$ ，故可知市場需求最多為 $D^* = S$ 。加入其限制後可將市場需求改寫如下所示：

$$D^* = \min\left(\frac{a - bw - bh + br}{2}, S\right) \quad (3-42)$$

受到製造商的產能限制，零售商必定會在限制下制訂一市場價格使得利潤極大，最後零售商制訂的價格如下：

$$p^* = \max\left(\frac{a + bw + bh - br}{2b}, \frac{a - S}{b}\right) \quad (3-43)$$

考慮市場資訊後，製造商將制訂一個的批發價格及折扣水準使得利潤極大。

由於不同的市場狀況將導致不同的利潤解，最後製造商將選擇一個策略使得自身利益極大。在此先求出不同情況下製造商的利潤，並在稍後的章節比較不同情況下製造商與零售商的最佳選擇。在此以不同的市場需求做為基準進行討論，為了

之後討論方便在此令 $D^* = \frac{a - bw - bh + br}{2}$ 為方案 T、 $D^* = S$ 為方案 U。

I. 當 $D^* = T = \frac{a-bw-bh+br}{2}$ 時

在此，市場的需求量小於製造商單期的產能；將零售商的兩期取貨量(3-38)式以及方案 T 下的市場需求代入(3-37)式，可將製造商的利潤函數改寫如下。在此以 $\pi_{T,M}^{with}(w,r)$ 代表製造商在提供折扣下方案 T 的利潤。

$$\pi_{T,M}^{with}(w,r) = (w-c-r)\left(\frac{a-bw-bh+br}{2}\right) - KS \quad (3-44)$$

從(3-44)式可以看出， $(w-r)$ 為定值，令其為 Z 。將其代入(3-44)式，可將製造商的利潤函數改寫為：

$$\pi_{T,M}^{with}(Z) = (Z-c)\left(\frac{a-bZ-bh}{2}\right) - KS \quad (3-45)$$

對此利潤函數進行一階微分 $\frac{\partial \pi_{T,M}^{with}(Z)}{\partial Z} = 0$ 及二階微分 $\frac{\partial^2 \pi_{T,M}^{with}(Z)}{\partial Z^2} = -b < 0$ 製

造商可找到最適 Z 值使得製造商的利潤最大：

$$Z^* = \frac{a-bh+bc}{2b} \quad (3-46)$$

將(3-46)式代入(3-40)式及(3-41)式，可得最終市場價格及市場需求為：

$$p^* = \frac{3a+bc+bh}{4b}, \quad D^* = \frac{a-bc-bh}{4} \quad (3-47)$$

最後將所有市場資訊帶回(3-45)式及(3-39)式，可得製造商及零售商在方案 T 的利潤如下。另外，令 $\pi_{T,R}^{with}$ 代表零售商在 T 方案下的利潤：

$$\begin{aligned} \pi_{T,M}^{with} &= \frac{(a-bc-bh)^2}{8b} - KS \\ \pi_{T,R}^{with} &= \frac{(a-bc-bh)^2}{16b} \end{aligned} \quad (3-48)$$

II. 當 $D^* = U = S$ 時

在此情形下，假設市場需求剛好等於製造商的單期產能，而製造商提供單期的產量；將零售商的兩期取貨量(3-38)式以及方案 U 下的市場需求代入(3-37)式，可將製造商的利潤函數改寫如下。在此以 $\pi_{U,M}^{with}(w,r)$ 代表製造商在提供折扣下方案 U 的利潤。

$$\pi_{U,M}^{with}(w,r) = (w - c - r)S - KS \quad (3-49)$$

在 $D^* = S$ 下，可知製造商的批發價格為：

$$w^* = \frac{a - 2S}{b} \quad (3-50)$$

將(3-50)式代入(3-49)式，可得製造商的利潤函數為：

$$\pi_{U,M}^{with}(w^*,r) = \left(\frac{a - 2S}{b} - c - r\right)S - KS \quad (3-51)$$

對(3-51)式做一階微分後可得 $\frac{\partial \pi_{U,M}^{with}(w^*,r)}{\partial r} = -S < 0$ ，代表製造商的利潤函數與折扣水準成反向的線性關係，亦即當折扣水準(r)越小時，製造商的利潤將會越高；所以最佳的折扣水準如下：

$$r^* = h \quad (3-52)$$

將上述資訊代入(3-51)式及(3-39)式，可得製造商及零售商在方案 B 的利潤如下。

另外，令 $\pi_{B,R}^{with}$ 代表零售商在 B 方案下的利潤：

$$\begin{aligned} \pi_{U,M}^{with} &= \left(\frac{a - 2S - bc - bh}{b}\right)S - KS \\ \pi_{U,R}^{with} &= \frac{S^2}{b} \end{aligned} \quad (3-53)$$

3.2.2.2 當市場情形為 $S \leq D \leq 2S$ 時的方案策略

在提供折扣之下，製造商能夠成功的誘使零售商在第一期取貨；對於零售商而言，其希望能在第一期時便取得所有需要的訂貨量，但由於所需的產量高於製造商單期的產能，製造商第一期可提供的產量最多只到單期的產能上限(S)，其餘

不足的部分則由第二期補足，而製造商則會根據零售商的取貨量出貨，故兩期的產量為：

$$\begin{cases} Q_1 = S \\ Q_2 = D - S \end{cases} \quad (3-54)$$

將兩期的取貨量代回零售商的利潤函數(3-34)式後，可將其函數改寫為：

$$\pi_R^{with}(p, S, D(p) - S) = (p - w + r)S + (p - w)(a - bp - S) - hS \quad (3-55)$$

代換之後可知零售商的利潤為市場價格的函數，經由一階微分 $\frac{\partial \pi_R^{with}(p)}{\partial p} = 0$ 及二

階微分 $\frac{\partial^2 \pi_R^{with}(p)}{\partial p^2} = -b < 0$ ，可以找到一個最佳市場價格 p 使得零售商的利潤最大。

由於市場價格為批發價格的函數，故將最佳市場價格表示為 $p^*(w)$ 。：

$$p^*(w) = \frac{a + bw}{2b} \quad (3-56)$$

又由於市場需求大於單期產能 S 且受限於製造商兩期加總的供給量 $(2S)$ 。在此限制下，可知市場需求為：

$$D^* = \min\left[\max\left(\frac{a - bw}{2}, S\right), 2S\right] \quad (3-57)$$

並可知市場價格如下所示：

$$p^* = \max\left[\min\left(\frac{a + bw}{2b}, \frac{a - S}{b}\right), \frac{a - 2S}{b}\right] \quad (3-58)$$

考慮市場資訊後，製造商將制訂一個的批發價格及折扣水準使得利潤極大。由於不同的市場狀況將導致不同的利潤解，最後製造商將選擇一個策略使得自身利益極大。在此先求出不同情況下製造商的利潤，並在稍後的小節比較不同情況下製造商的最佳選擇。為了之後討論方便在此令 $D^* = \frac{a - bw}{2}$ 為方案 V、 $D^* = S$ 為方案 X、 $D^* = 2S$ 為方案 Y。

I. 當 $D^* = V = \frac{a - bw}{2}$ 時

將零售商的兩期領貨量(3-54)式以及最終的市場需求 D^* 代回(3-37)式，可將製造商的利潤函數改寫如下。在此以 $\pi_{V,M}^{with}(w,r)$ 代表製造商在提供折扣下方案 V 的利潤。

$$\pi_{V,M}^{with}(w,r) = (w-c-r)S + (w-c)\left(\frac{a-bw}{2} - S\right) - KS \quad (3-59)$$

藉由此利潤函數，製造商可找到最佳批發價使得利潤極大。由一階微分

$$\frac{\partial \pi_{V,M}^{with}(w,r)}{\partial w} = 0 \text{ 及二階微分 } \frac{\partial^2 \pi_{V,M}^{with}(w,r)}{\partial w^2} = -b < 0 \text{ 找到最佳批發價為：}$$

$$w^* = \frac{a+bc}{2b} \quad (3-60)$$

將製造商的批發價格代回(3-57)式及(3-58)式後，可得方案 C 下的市場價格及市場需求：

$$p^* = \frac{3a+bc}{4b}, \quad D^* = \frac{a-bc}{4} \quad (3-61)$$

將市場最終需求及最適批發價格代回(3-59)式可得製造商利潤函數如下：

$$\pi_{V,M}^{with}(w^*,r) = \left(\frac{a-bc}{2b}\right)\left(\frac{a-bc}{4} - S\right) - KS \quad (3-62)$$

對(3-62)式做一階微分後可得 $\frac{\partial \pi_{V,M}^{with}(w^*,r)}{\partial r} = -S < 0$ ，代表製造商的利潤函數與折扣水準成反向的線性關係，亦即當折扣水準 r 越小時，製造商的利潤將會越高；所以最佳的折扣水準如下：

$$r^* = h \quad (3-63)$$

將上述各項市場資訊代回(3-62)式及(3-55)式，可得製造商及零售商在方案 V 的利潤如下。另外，在此令 $\pi_{V,R}^{with}$ 為當製造商提供折扣時，零售商在方案 V 下的利潤。

$$\pi_{V,M}^{with} = \frac{(a-bc)^2}{8b} - hS - KS$$

$$\pi_{V,R}^{with} = \frac{(a-bc)^2}{16b} \quad (3-64)$$

II. 當 $D^* = X = S$ 時

將零售商的兩期領貨量(3-54)式以及最終的市場需求 D^* 代回(3-37)式，可將製造商的利潤函數改寫如下。在此以 $\pi_{U,M}^{with}(w,r)$ 代表製造商在提供折扣下方案 U 的利潤。

$$\pi_{U,M}^{with}(w,r) = (w - c - r)S - KS \quad (3-65)$$

當市場需求剛好等於單期的產能限制時，可得到製造商的批發價格如下：

$$w^* = \frac{a - 2S}{b} \quad (3-66)$$

將(3-66)式代回(3-65)式，可得製造商的利潤函數為：

$$\pi_{U,M}^{with}(w^*, r) = \left(\frac{a - 2S}{b} - c - r\right)S - KS \quad (3-67)$$

對(3-65)式做一階微分後可得 $\frac{\partial \pi_{U,M}^{with}(w^*, r)}{\partial r} = -S < 0$ ，代表製造商的利潤函數與折扣水準成反向的線性關係，亦即當折扣水準(r)越小時，製造商的利潤將會越高；所以最佳的折扣水準如下：

$$r^* = h \quad (3-68)$$

將上述各項市場資訊代回(3-67)式及(3-55)式，可得製造商及零售商在方案 B 的利潤如下。另外，令 $\pi_{B,R}^{with}$ 代表零售商在方案 X 下的利潤：

$$\begin{aligned} \pi_{U,M}^{with} &= \left(\frac{a - 2S - bc - bh}{b}\right)S - KS \\ \pi_{U,R}^{with} &= \frac{S^2}{b} \end{aligned} \quad (3-69)$$

III. 當 $D^* = Y = 2S$ 時

將零售商的兩期領貨量(3-54)式以及最終的市場需求 D^* 代回(3-37)式，可將製造商的利潤函數改寫如下。在此以 $\pi_{Y,M}^{with}(w,r)$ 代表製造商在提供折扣下方案 Y 的利

潤。

$$\pi_{Y,M}^{with}(w,r) = (w-c-r)S + (w-c)(2S-S) - KS \quad (3-70)$$

當市場需求剛好等於兩期的總產能限制時，可知製造商的批發價格如下：

$$w^* = \frac{a-4S}{b} \quad (3-71)$$

將(3-71)式代入(3-72)式可得製造商的利潤為：

$$\pi_{Y,M}^{with}(w^*,r) = \left(\frac{a-bc-4S}{b}\right)2S - rS - KS \quad (3-72)$$

對(3-72)式做一階微分後可得 $\frac{\partial \pi_{Y,M}^{with}(w^*,r)}{\partial r} = -S < 0$ ，代表製造商的利潤函數與折扣水準成反向的線性關係，亦即當折扣水準 r 越小時，製造商的利潤將會越高；所以最佳的折扣水準如下：

$$r^* = h \quad (3-73)$$

將前述市場資訊代入(3-72)式及(3-55)式，可得製造商及零售商在方案 X 的利潤如下。另外，在此令 $\pi_{Y,R}^{with}$ 為當製造商提供折扣時，零售商在方案 X 下的利潤。

$$\begin{aligned} \pi_{Y,M}^{with} &= \left(\frac{a-bc-4S}{b}\right)2S - hS - KS \\ \pi_{Y,R}^{with} &= \frac{4S^2}{b} \end{aligned} \quad (3-74)$$

3.3. 折扣模型下的比較

由前面的討論可發現，當製造商提供的折扣小於零售商的存貨成本時，零售商則不會在第一期訂貨，此時的結果如同製造商不提供折扣的結果，故在此將討論的重點放在折扣大於零售商的存貨成本的情形上。

在零售商接受折扣契約的前提下，零售商兩期取得的產品數量不但受到製造商產能上的限制同時也受到製造商提供的折扣所影響，其原因在於折扣的有無影響到零售商的進貨成本，零售商將根據最後的進貨成本改變市場價格，故可知零

售商在面對製造商不同的折扣條件有不同因應的策略，相對的，製造商所觀察到的市場需求將隨著零售商的訂貨策略有所不同；在製造商不同的折扣水準及產能限制下，零售商因應的最適策略將影響市場價格及市場需求，製造商在面對可準確預測的市場情況，一開始便制訂一個最適的批發價格以達到利潤極大。

其中不同的市場需求與產能限制相對大小將影響製造商策略的選擇，下面在不同的市場需求與產能限制的關係下分析製造商的最適策略以及零售商相對應的策略選擇。

表格 3-4 折扣模型下，5 種方案的比較組合

情境	方案中市場需求的相對大小	比較後的產能範圍邊界
Case1	$T \leq U = X \leq V \leq Y$	$\frac{a-bc}{8} \leq S \leq \frac{a-bc}{4}$
Case2	$T \leq V \leq U = X \leq Y$	$\frac{a-bc}{4} \leq S$
Case3	$U = X \leq T \leq V \leq Y$	$\frac{a-bc}{8} \leq S \leq \frac{a-bc-bh}{4}$
Case4	$T \leq U = X \leq Y \leq V$	$\frac{a-bc-bh}{4} \leq S \leq \frac{a-bc}{8}$
Case5	$U = X \leq T \leq Y \leq V$	$\frac{a-bc-bh}{8} \leq S \leq \frac{a-bc-bh}{4}$
Case6	$U = X \leq Y \leq T \leq V$	$S \leq \frac{a-bc-bh}{8}$

根據先前求得的最終市場需求，討論以產能為橫軸下製造商會如何改變他的最佳策略。藉由比較四種市場需求，在產能的橫軸上劃分出不同區間，並觀察在不同區間裡製造商選擇的最佳決策為何。在此重申不同市場需求的代數；

$D^* = \frac{a-bc-bh}{2}$ 為方案 T、 $D^* = S$ 為方案 U、 $D^* = \frac{a-bc}{4}$ 為方案 V、 $D^* = S$ 為方案 X、 $D^* = 2S$ 為方案 Y。比較各個方案的市場需求，其中可知，方案 T 下的市場需求必小於方案 V 下的市場需求，方案 U 下的市場需求必等於方案 X 下的市場需

求，且小於方案 Y 下的市場需求；根據前述條件，最後可得出六種可能情形如表格 3-4。

接下來製造商根據市場需求的限制準則，(3-42)式與(3-57)式，分別在兩種市場情形， $0 \leq D \leq S$ 及 $S \leq D \leq 2S$ ，找出六個情境中相對應的最佳策略。以 $Case3$ 為例，當單期的產能大於市場需求時($0 \leq D \leq S$)，製造商市場需求的準則為 $D^* = \min(\frac{a-bc-bh}{2}, S)$ ，其中方案 T 下的市場需求為 $D^* = \frac{a-bc-bh}{2}$ ，方案 U 下的市場需求為 $w^* = S$ ，由設定的市場需求的相對大小可知，方案 T 下的市場需求大於方案 U 下的市場需求，故製造商將選擇方案 U 做為 $Case3$ 下， $0 \leq D \leq S$ 時的最適方案；當單期的產能不足以滿足市場需求時($S \leq D \leq 2S$)，製造商選擇批發價格的準則為 $D^* = \min[\max(\frac{a-bc}{4}, S), 2S]$ ，可知方案 V 下的市場需求為 $D^* = \frac{a-bc}{4}$ ，方案 X 下的市場需求為 $D^* = S$ ，方案 Y 下的市場需求為 $D^* = 2S$ ，由設定的市場需求的相對大小可知，方案 Y 下的市場需求大於方案 V 下的市場需求大於方案 X 下的市場需求，故製造商將選擇方案 V 做為 $Case3$ 下， $S \leq D \leq 2S$ 時的最適方案。最後將每個情境製造商的最適方案如表格 3-5 所示：

表格 3-5 折扣模型下，製造商在不同情境中面對不同市場情況下的可選方案

市場情形 \ 情境	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
$0 \leq D \leq S$	$w^* = T$	$w^* = T$	$w^* = U$	$w^* = T$	$w^* = U$	$w^* = U$
$S \leq D \leq 2S$	$w^* = V$	$w^* = X$	$w^* = V$	$w^* = Y$	$w^* = Y$	$w^* = Y$

根據上表可得知，六個不同的情境因為市場需求與製造商產能限制的關係而有兩種不同的方案選擇，而製造商可藉由批發價格的設定將產品訂購量控制在對自身較有利的範圍內，所以在每個情境下製造商皆能找到一個最佳的方案，而該方案在該特定情境下有最高的利潤；所以在此根據表格 3-5，藉由比較兩市場情形下方案的利潤找出六個產能區間中對製造商最有利的方案。以 $Case3$ 為例，將

兩方案的利潤將減可得 $\pi_{U,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with} = \frac{a-bc}{8b}(8S-a+bc) - \frac{2S^2}{b}$ ，將 $S = \frac{a-bc}{8}$ 代

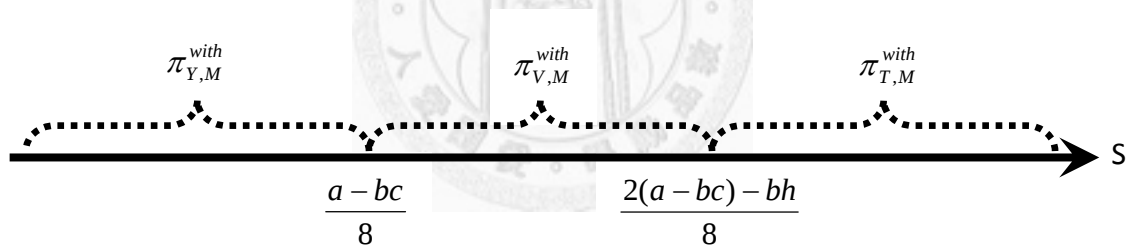
入後可得 $\pi_{U,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with} = -\frac{(a-bc-8\varepsilon)^2}{32b} < 0$ ，故製造商必會選擇方案 V 做為 Case3

下的最適方案。茲將其餘比較結果整理如表格 3-6：

表格 3-6 折扣模型下，製造商在不同情境下的最適方案

情境	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
最適方案	$w^* = T$	$w^* = T$	$w^* = V$	$w^* = Y$	$w^* = Y$	$w^* = Y$

最後以產能的變動做為橫軸，探討隨著產能的改變時製造商的最適選擇為何，並在稍後的章節探討對零售商的影響。下列根據六種情境的限制條件下標示出每個區間製造商在最佳方案下的利潤，並將相同的決策區間合併。最後結果整理如圖表 3-3：



圖表 3-3 折扣契約下，製造商在不同的產能區間下的最適方案

3.4. 本章小結

本章首先介紹製造商及零售商交易的決策過程，並根據該過程建立折扣模型與無折扣模型；分別藉由比較利潤找出兩模型在不同產能限制區域下的製造商的最佳決策；其中產能限制與市場需求的相對大小將影響製造商兩期生產的決策，故分為 $0 \leq D \leq S$ 及 $S \leq D \leq 2S$ 兩情形討論，分別找出兩情形下的最適方案後，比較相同的產能限制中兩種市場情形下的方案選擇，最後根據利潤的比較結果分別

找出折扣模型與無折扣模型中的最適決策。

根據分析，無折扣模型下，製造商的產能限制分為四個區域，分別是 $\frac{a-bc}{4} < S$ 、 $\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{4}$ 、 $\frac{a-bc-bf}{8} < S \leq \frac{a-bc-bf}{4}$ 、 $0 \leq S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$ ，在四個產能限制的區域中，製造商選擇的最適決策分別為方案 A、方案 E、方案 C、方案 F。在折扣模型下，製造商的產能限制分為三個區域，分別為 $\frac{2(a-bc)-bh}{8} < S$ 、 $\frac{a-bc}{8} < S \leq \frac{2(a-bc)-bh}{8}$ 、 $0 \leq S \leq \frac{a-bc}{8}$ ，在這四個區域中，製造商選擇的最適方案分別為方案 T、方案 V 及方案 Y。



第四章 兩模型最適策略的比較分析

第三章已分別針對製造商提供折扣及無折扣模型進行討論，目前已知道製造商在這兩種情況下分別的最適選擇。在此做進一步的分析，比較折扣及無折扣模型在不同產能區間中製造商不同方案的利潤以了解製造商在何種情況下製造商將提供折扣契約；並檢視當製造商選擇不同的策略時對零售商的影響。

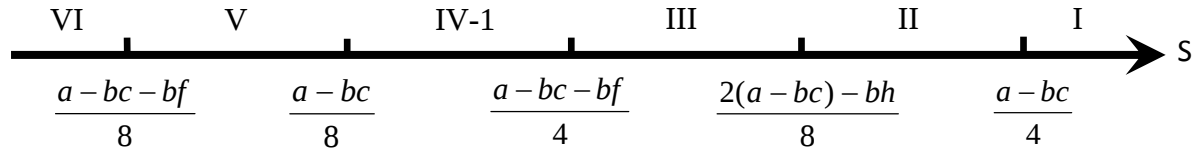
在零售商與製造商的交易中，製造商可藉由策略的選擇來影響零售商的策略；在進行交易前製造商針對零售商的可行策略進行評估，選擇一個對自己最有利的方案與零售商交涉，故一開始製造商便可依據自身的條件選擇提供對自己最有利的契約；在本研究中製造商可選擇是否提供折扣契約。

而對零售商而言，由於零售商是在根據市場需求下訂單之後，再根據批發價格制訂市場價格；其中零售商可選擇取貨的時間點以及是否接受製造商提供的折扣。而由於資訊充分的流通，製造商在選定策略的同時皆已考慮了零售商的想法，並預期零售商的反應後才執行該策略；由於零售商的決策過程建立在製造商給的條件之下，也就是說，零售商只能依據製造商提供的產量以及批發價格下做最適選擇；例如，當製造商選擇不提供折扣且採用方案 A (無折扣模型下， $w^* = \frac{a+bc}{2b}$ 的方案) 時，由於製造商兩期提供的產能固定，並已考慮零售商的反應之下訂出批發價格，對零售商而言，唯有接受製造商提供的條件將會產生最大的利潤；故在製造商方案 A 的策略之下，零售商將同樣接受方案 A 的產能限制，只針對領貨的時間點做選擇。由此可知，零售商方案的選擇是與製造商連動的，故在產能限制為橫軸下，零售商在六個區塊下的方案選擇將與製造商相同。

下面根據第三章中設定的折扣與無折扣模型，針對製造商在兩模型下的產能限制區間做比較；而其中第四區的上、下界會因參數的不同而改變相對大小，故下面分成兩種情形討論，分別是 $a - bc \geq 2f$ 以及 $a - bc < 2f$ 。

4.1. 當 $a - bc \geq 2f$ 時，製造商的最適策略與零售商的因應策略

在此情形下，第四區的上、下界的比較為 $\frac{a - bc - bf}{4} \geq \frac{a - bc}{8}$ ，故將此情形的區塊界線標示如圖表 4-1。



圖表 4-1 當 $a - bc \geq 2f$ 時，折扣模型於無折扣模型相比較後的產能區間

上圖為最後的比較結果，可以看到比較過後產能限制劃分為六個區域，每個區域下的產能條件皆不同，藉由比較每個產區中無折扣及折扣模型中的方案利潤可找到製造商最終的策略選擇，而零售商則根據製造商提供的條件做最適化的調整。接下來分別比較在六個區域中，製造商及零售商的最適決策為何，以表格 4-1 表示不同區域的範圍以及可選擇的決策。

表格 4-1 分別就無折扣模型及折扣模型來討論，可發現不同的產能限制下，製造商將會改變其策略以增加其利潤。而製造商是否提供折扣的依據在於方案的利潤大小，以第一區為例，若方案 T 的利潤高於方案 A 的利潤，製造商將會提供折扣給零售商。下列比較每一區不同模型的利潤大小。為了與另一情形 ($a - bc < 2f$) 做區分，在此令此情形下的第四區為 IV-1。

表格 4-1 $a - bc \geq 2f$ 時，不同產區中無折扣及折扣模型下最適方案整理表

區間	產能邊界	無折扣模型	折扣模型
I	$\frac{a-bc}{4} < S$	方案 A	方案 T
II	$\frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8} < S \leq \frac{a-bc}{4}$	方案 E	方案 T
III	$\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8}$	方案 E	方案 V
IV-1	$\frac{a-bc}{8} < S \leq \frac{a-bc-bf}{4}$	方案 C	方案 V
V	$\frac{a-bc-bf}{8} < S \leq \frac{a-bc}{8}$	方案 C	方案 Y
VI	$S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$	方案 F	方案 Y

4.1.1. 各產區最適方案的比較

一、第一區(I)，當 $\frac{a-bc}{4} < S$ 時：

I. 製造商

在此區中，製造商在折扣與無折扣模型下的最適方案分別為方案 A 及方案 T。

將兩方案的利潤進行比較可得出下列結果。

$$\pi_{A,M}^{no} - \pi_{T,M}^{with} = \frac{(a-bc)^2}{8b} - KS - \left[\frac{(a-bc-bh)^2}{8b} - KS \right] = \frac{bh(2a-2bc-bh)}{8b} > 0 \quad (4-1)$$

由產能限制的邊界可知 $a - bc - bf > 0$ ，又根據假設可知 $h \leq f$ ，所以可知 $a - bc - bh > 0$ ，故(4-1)式恆正，代表在第一區中，製造商不提供折扣下的利潤恆大於提供折扣的利潤，亦即不論市場情況變動為何，只要製造商單期的產能限制落在第一區時，製造商必選擇無折扣下的方案 A。

II. 零售商

零售商面對製造商提供的條件，只能選擇是否接受折扣契約，故在相同區間下，零售商只能選擇與製造商相對應的方案。可知在第一區的產能區間中，零售商在無折扣時會選擇方案 A ，在折扣方案下則會選擇方案 T 。

$$\pi_{A,R}^{no} - \pi_{T,R}^{with} = \frac{(a-bc)^2}{16b} - \frac{(a-bc-bh)^2}{16b} = \frac{bh(2a-2bc-bh)}{16b} > 0 \quad (4-2)$$

由(4-2)式可知，對零售商而言不接受折扣的利潤必大於接受折扣下的利潤，即代表若製造商的產能限制落在第一區時，無折扣模型下的方案 A 為零售商在第一區下的優勢策略。

二、第二區(II)，當 $\frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8} < S \leq \frac{a-bc}{4}$ 時：

I. 製造商

第二區中，製造商的折扣與無折扣契約中分別的最適方案為方案 E 及方案 T 。

將兩方案的利潤進行比較可得出下列結果。由於 $(\pi_{E,M}^{no} - \pi_{T,M}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，令 $AA_M(S)$ 表示為 $(\pi_{E,M}^{no} - \pi_{T,M}^{with})$ 。

$$\begin{aligned} AA_M(S) &= \pi_{E,M}^{no} - \pi_{T,M}^{with} = \left(\frac{a-bc-2S}{b}\right)(S) - KS - \left[\frac{(a-bc-bh)^2}{8b} - KS\right] \\ &= \left(\frac{a-bc}{8b}\right)(8S - (a-bc) + 2bh) - \frac{2S^2}{b} - \frac{(bh)^2}{8b} \end{aligned} \quad (4-3)$$

由(4-3)式無法確定兩者的相對關係，故將第二區產能限制的上界， $S = \frac{a-bc}{4}$ ，

及下界， $S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}$ ，代入上式；可得出兩解如下。

$$AA_M(S = \frac{a-bc}{4}) = \frac{h(2(a-bc)-bh)}{8} > 0 \quad (4-4)$$

$$AA_M(S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}) = \frac{h(8(a-bc)-5bh)}{32} > 0 \quad (4-5)$$

由於 $a-bc-bh > 0$ ，可知(4-4)、(4-5)式皆大於 0，且 $AA(S)$ 為一個開口向下的拋物線，可知在第二區中，方案 E 為製造商的優勢策略 (dominant strategy)；代表對製造商而言，不提供折扣契約下的方案利潤必定高於提供折扣契約後的利潤，所以製造商必定不會提供折扣而選擇無折扣下的方案 E 。

II. 零售商

根據製造商兩模型下的最適方案，可知在第二區的產能區間中，零售商在無折扣時選擇方案 E ，在折扣方案下選擇方案 T 。接下來比較零售商在第二區中折扣模型與非折扣模型的方案利潤。由於 $(\pi_{E,R}^{no} - \pi_{T,R}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，令

$AA_R(S)$ 表示為 $(\pi_{E,R}^{no} - \pi_{T,R}^{with})$ 。

$$AA_R(S) = \pi_{E,R}^{no} - \pi_{T,R}^{with} = \frac{S^2}{b} - \frac{(a-bc-bh)^2}{16b} \quad (4-6)$$

由於無法藉由(4-6)式確定何者的利潤較大，將第二區的上界 $S = \frac{a-bc}{4}$ 、下界

$S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}$ 代入後可得下列兩式

$$AA_R(S = \frac{a-bc}{4}) = \frac{h(2a-2bc-bh)}{16} > 0 \quad (4-7)$$

$$AA_R(S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}) = \frac{h(4a-4bc-3bh)}{64} > 0 \quad (4-8)$$

可知 $a-bc-bh > 0$ ，故(4-7)、(4-8)兩式皆大於 0，且 $AA_R(S)$ 在 $S > 0$ 處為一斜直線；故可知在第二區中，對零售商而言，無折扣模型下的方案 E 絕對優於折扣模型下的方案 T 。

三、第三區(III)，當 $\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8}$ 時：

I. 製造商

第三區中，製造商的折扣與無折扣契約中分別的最適方案為方案E及方案V。

第三區的折扣與無折扣的利潤比較如下。由於 $(\pi_{E,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，

令 $BB_M(S)$ 表示為 $(\pi_{E,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with})$ 。

$$\begin{aligned} BB_M(S) &= \pi_{E,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with} = \left(\frac{a-bc-2S}{b}\right)(S) - KS - \left[\frac{(a-bc)^2}{8b} - KS - hS\right] \\ &= -\frac{1}{8b}[(a-bc)-4S]^2 + hS \end{aligned} \quad (4-9)$$

由(4-9)式無法確定在第三區中兩方案的相對大小，故藉由代入第三區的上界，

$S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}$ ，以及下界， $S = \frac{a-bc-bf}{4}$ ，驗證(4-9)式的結果。

$$BB_M(S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}) = \frac{h(8(a-bc)-5bh)}{32} > 0 \quad (4-10)$$

$$BB_M(S = \frac{a-bc-bf}{4}) = \frac{h(a-bc-bf)}{4} - \frac{bf^2}{8} \quad (4-11)$$

由於(4-11)式無法確定正負號，代表在不同的參數設定下製造商的折扣策略將有所不同，故在第三區中不存在優勢策略，製造商將根據不同的情況改變其最佳策略。

在已知無優勢策略之下，進一步探討製造商在何種情況之下將選擇提供折扣契約。當 $BB_M(S) > 0$ 時表示對製造商而言無折扣模型能夠提供較高的利潤，由(4-9)式可知 $BB_M(S)$ 為產能限制的一元二次方程式，下面藉由求解平方根得出製造商在第三區的最適策略。

最後求得的平方根為 $S^* = \frac{(a-bc+bh) \pm \sqrt{(a-bc+bh)^2 - (a-bc)^2}}{4}$ ，令兩根解
 $S_1 = \frac{(a-bc+bh) + \sqrt{(a-bc+bh)^2 - (a-bc)^2}}{4}$ 、
 $S_2 = \frac{(a-bc+bh) - \sqrt{(a-bc+bh)^2 - (a-bc)^2}}{4}$ 。可知，若 $S_2 < S < S_1$ ，則製造商選擇提供無折扣契約，則方案E為最適決策；反之，若 $S \geq S_1$ or $S \leq S_2$ 時，製造商將

選擇提供折扣則方案 V 為最適策略。

$$\text{而比較臨界值與第三區的上、下界後可知， } S_1 \geq S_{upper} = \frac{2(a-bc)-bh}{8} \text{、}$$

$$S_2 \leq S_{upper} = \frac{2(a-bc)-bh}{8} \text{，而 } S_2 - S_{lower} = \frac{-b(f+h) + \sqrt{(a-bc+bh)^2 - (a-bc)^2}}{4}$$

可知 S_1 大於第三區的上界， S_2 小於第三區的產能上界但與下界的相對大小將受到參數的改變而不同，故在此區間下製造商的最適策略將視參數設定的不同而定。將製造商的方案選擇的區間整理如下。

$$\text{方案 } E(\text{無折扣契約}) = [\max(\frac{a-bc-bf}{4}, S_2), \frac{2(a-bc)-bh}{8}]$$

$$\text{方案 } V(\text{折扣契約}) = \text{第三區的產能區間} - \text{方案 } E \text{ 的區間}$$

II. 零售商

根據製造商兩模型下的最適方案，可知在第三區的產能區間中，零售商在無折扣時選擇方案 E ，在折扣方案下選擇方案 V 。接下來比較零售商在第三區中折扣模型與非折扣模型的方案利潤。由於 $(\pi_{E,R}^{no} - \pi_{V,R}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，令 $BB_R(S)$ 表示為 $(\pi_{E,R}^{no} - \pi_{V,R}^{with})$ 。

$$BB(S) = \pi_{E,R}^{no} - \pi_{V,R}^{with} = \frac{S^2}{b} - \frac{(a-bc)^2}{16b} \quad (4-12)$$

由於無法藉由(4-12)式確定何者的利潤較大，將第三區的上界

$$S_{upper} = \frac{2(a-bc)-bh}{8} \text{、下界 } S_{lower} = \frac{a-bc-bf}{4} \text{ 代入後可得下列兩式}$$

$$BB_R(S = \frac{2(a-bc)-bh}{8}) = -\frac{h(4a-4bc-3bh)}{64} < 0 \quad (4-13)$$

$$BB_R(S = \frac{a-bc-bf}{4}) = -\frac{f(2a-2bc-bf)}{16} < 0 \quad (4-14)$$

由於 $a-bc-bh > 0$ ，可知(4-13)、(4-14)兩式皆小於 0，又 $BB_R(S)$ 在 $S > 0$ 處為一斜直線，可知在第三區中，對零售商而言折扣模型下的方案 V 絕對優於無折扣模型

下的方案 E；所以當製造商提供折扣契約時，零售商可獲得較高的利潤。

四、第四區(IV-1)，當 $\frac{a-bc}{8} < S \leq \frac{a-bc-bf}{4}$ 時：

I. 製造商

第四區(IV-1)中，製造商的折扣與無折扣契約中分別的最適方案為方案 C 及方案 V。第四區(IV-1)的折扣與無折扣的利潤比較如下。由於 $(\pi_{C,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，令 $CC_M(S)$ 表示 $(\pi_{C,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with})$ 。

$$\begin{aligned} CC_M(S) &= \pi_{C,M}^{no} - \pi_{V,M}^{with} = \frac{(a-bc-bf)^2}{8b} - KS + fS - \left[\frac{(a-bc)^2}{8b} - KS - fS \right] \\ &= -\frac{f}{8} [2(a-bc) - bf - 8S] + hS \end{aligned} \quad (4-13)$$

由(4-13)式無法得知第四區(IV-1)中兩方案利潤的相對大小，故將第四區(IV-1)的

產能界線代入以驗證(4-13)式的結果，上界為 $S_{upper} = \frac{a-bc-bf}{4}$ ，及下界為

$$S_{lower} = \frac{a-bc}{8}。$$

$$CC_M(S = \frac{a-bc-bf}{4}) = \frac{h(a-bc-bf)}{4} - \frac{bf^2}{8} \quad (4-14)$$

$$CC_M(S = \frac{a-bc}{8}) = \frac{h(a-bc) - f(a-bc-bf)}{8} \quad (4-15)$$

(4-15)、(4-16)兩式同樣也無法得出當產能限制落在第四區(IV-1)時製造商的最佳策略；代表隨著參數的改變，也就是當市場情況有所變動時，製造商將會改變其最佳策略。

在已知無優勢策略之下，接下來進一步探討製造商會在何種情況之下選擇不同的折扣策略。由(4-8)式可知 $CC_M(S)$ 為產能限制的一元一次方程式，當 $CC_M(S) > 0$ 時表示對製造商而言，無折扣模型能夠提供較高的利潤。下面藉由找

出臨界值，標記出特定區域下製造商的最適策略。

由(4-8)式中，可找到一臨界值 $\frac{f(2(a-bc)-bf)}{8(h+f)}$ ，令其為 S_3 ，可知當 $S > S_3$ 時，

製造商會選擇無折扣下的方案 C， $S \leq S_3$ 時製造商會選擇提供折扣的方案 V。

而比較臨界值與第四區(IV-1)的上、下界後可知， $S_3 < S_{upper} = \frac{a-bc-bf}{4}$ ，

$S_{lower} - S_3 = \frac{(a-bc)(h-f)+bf^2}{8(h+f)}$ ，可知 S_3 小於第四區的上界，但無法確定與第四

區(IV-1)產能下界的相對大小，故在此區間下製造商的最適策略將視參數設定的改變而有所不同。將製造商的方案選擇的區間整理如下。

$$\text{方案 C(無折扣契約)} = [\max(\frac{a-bc}{8}, S_3), \frac{a-bc-bf}{4}]$$

方案 V(折扣契約)=第四區的產能區間-方案 C 的區間

II. 零售商

根據製造商兩模型下的最適方案，可知在第四區(IV-1)的產能區間中，零售商在無折扣時選擇方案 C，在折扣方案下選擇方案 V。接下來比較零售商在第四區(IV-1)中折扣模型與非折扣模型的方案利潤。

$$\pi_{C,R}^{no} - \pi_{V,R}^{with} = \frac{(a-bc-bf)^2}{16b} - \frac{(a-bc)^2}{16b} = -\frac{bf(2a-2bc-bf)}{16b} < 0 \quad (4-16)$$

由(4-16)式的比較分析可知折扣模型下的方案 V 為零售商在第四區(IV-1)下的優勢策略，即代表若製造商的產能限制落在第四區(IV-1)時，零售商在折扣契約下可獲得較高的利潤。

五、第五區(V)，當 $\frac{a-bc-bf}{8} < S \leq \frac{a-bc}{8}$ 時：

I. 製造商

第五區中，製造商的折扣與無折扣契約中分別的最適方案為方案E及方案V。

第五區的折扣與無折扣的利潤比較如下。由於 $(\pi_{C,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，

令 $DD_M(S)$ 表示為 $(\pi_{C,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with})$ 。

$$\begin{aligned} DD(S) &= \pi_{C,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with} = \frac{(a - bc - bf)^2}{8b} - KS + fS - \left[\left(\frac{a - bc - 4S}{b} \right) 2S - hS - KS \right] \\ &= \left(\frac{a - bc}{8b} \right) (a - bc - 2bf - 16S) + \frac{(bf)^2}{8b} + fS + hS + \frac{8S^2}{b} \end{aligned} \quad (4-17)$$

由(4-17)式無法確定兩模型方案下的利潤大小，故藉由上、下界的代入驗證第

五區對製造商而言是否存在一策略絕對優於其他策略。將上界， $S_{upper} = \frac{a - bc}{8}$ ，

及下界， $S_{lower} = \frac{a - bc - bf}{8}$ 代入(4-17)式可得。

$$DD_M(S = \frac{a - bc}{8}) = \frac{(a - bc)(a - bc + bf + bh) + (bf)^2}{8b} - (a - bc)(a - bc + 2bf) \quad (4-18)$$

$$DD_M(S = \frac{a - bc - bf}{8}) = \frac{(a - bc - bf)(a - bc + bh) + (bf)^2}{8b} - (a - bc)^2 \quad (4-19)$$

上述兩式同樣也無法看出產能限制在第五區時製造商的最佳策略；代表隨著參數的改變，也就是當市場情況有所變動時，製造商將會改變其最佳策略。在已知無優勢策略之下，接下來進一步探討製造商會在何種情況之下選擇不同的折扣策略。由(4-17)式可知 $DD_M(S)$ 為產能限制的一元二次方程式，當 $DD_M(S) > 0$ 時表示對製造商來說無折扣模型能夠提供較高的利潤。下面藉由求解平方根可得出特定區域下製造商的最適策略。

$$\text{最後求得的平方根為 } S^* = \frac{2(a - bc) - b(h + f) \pm \sqrt{b(f - h)[4(a - bc) - 3bf - bh]}}{4},$$

$$\text{令兩根解 } S_4 = \frac{2(a - bc) - b(h + f) + \sqrt{b(f - h)[4(a - bc) - 3bf - bh]}}{4},$$

$$S_5 = \frac{2(a - bc) - b(h + f) - \sqrt{b(f - h)[4(a - bc) - 3bf - bh]}}{4}。其中，若 $S \geq S_4$ or $S \leq S_5$ ，$$

則製造商選擇不提供折扣則方案C為最適決策；若 $S_5 < S < S_4$ 時，製造商將選擇

提供折扣則方案 Y 為最適策略。

$$\text{比較臨界值與第五區的上下界可知, } S_4 > S_{upper} = \frac{a-bc}{8}, S_5 < S_{upper} = \frac{a-bc}{8}, \\ S_{lower} - S_5 = \frac{b(2h+f) - 3(a-bc) + 2\sqrt{b(f-h)[4(a-bc) - 3bf - bh]}}{8}, \text{ 可知在第五區}$$

中, S_4 大於第五區的產能上界, S_5 小於第五區的產能上界但無法確定與下界的相對大小, 故在此區間下製造商的最適策略將視參數設定的改變而有所不同。將製造商的方案選擇的區間整理如下。

方案 C(無折扣契約)=第五區的產能區間-方案 Y 的區間

$$\text{方案 Y(折扣契約)} = [\max(\frac{a-bc-bf}{8}, S_5), \frac{a-bc}{8}]$$

II. 零售商

根據製造商兩模型下的最適方案, 可知在第五區的產能區間中, 零售商在無折扣時選擇方案 C, 在折扣方案下選擇方案 V。接下來比較零售商在第五區中折扣模型與非折扣模型的方案利潤。由於 $(\pi_{C,R}^{no} - \pi_{Y,R}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數, 令 $DD_R(S)$ 表示為 $(\pi_{C,R}^{no} - \pi_{Y,R}^{with})$ 。

$$DD_R(S) = \pi_{C,R}^{no} - \pi_{Y,R}^{with} = \frac{(a-bc-bf)^2}{16b} - \frac{4S^2}{b} \quad (4-20)$$

由於(4-20)式無法確定兩方案的利潤大小, 故藉由上、下界的代入驗證第五區對於製造商是否存在一個策略絕對優於其他策略。將上界, $S_{upper} = \frac{a-bc}{8}$, 及下界 $S_{lower} = \frac{a-bc-bf}{8}$ 代入(4-20)式, 可得結果如下。

$$DD_R(S = \frac{a-bc}{8}) = -\frac{f(2a-2bc-bf)}{16} \quad (4-21)$$

$$DD_R(S = \frac{a-bc-bf}{8}) = 0 \quad (4-22)$$

由於(4-21)式小於 0、(4-14)式等於 0, 又 $DD_R(S)$ 為開口向下的拋物線, 可知

在第五區中，對零售商而言折扣模型下的方案Y絕對優於無折扣模型下的方案C；
所以當製造商提供折扣契約時，零售商可獲得較高的利潤。

六、第六區(VI)，當 $S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$ 時：

I. 製造商

第六區中，製造商的折扣與無折扣契約中分別的最適方案為方案F及方案Y。

第六區的折扣與無折扣的利潤比較如下。由於 $(\pi_{C,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with})$ 為產能限制(S)的函數，

令 $DD_M(S)$ 表示為 $(\pi_{C,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with})$ 。

第五區的折扣與無折扣的利潤比較如下。

$$\begin{aligned}\pi_{F,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with} &= \left(\frac{a-bc-4S}{b}\right)2S - KS - fS - \left[\left(\frac{a-bc-4S}{b}\right)2S - hS - KS\right] \\ &= S(h-f) < 0\end{aligned}\quad (4-23)$$

在本研究設定製造商的單位存貨成本 f 大於零售商的單位存貨成本 h ，可知(4-23)式恆小於0，代表提供折扣策略的利潤恆大於無折扣策略的利潤；可知折扣契約的Y在第六區的產能限制下為優勢策略；也就是說，不論市場情形的變動，在製造商的存貨成本大於零售商的存貨成本之下，製造商必定會選擇提供折扣的方案Y以達到利潤極大化的目標。

II. 零售商

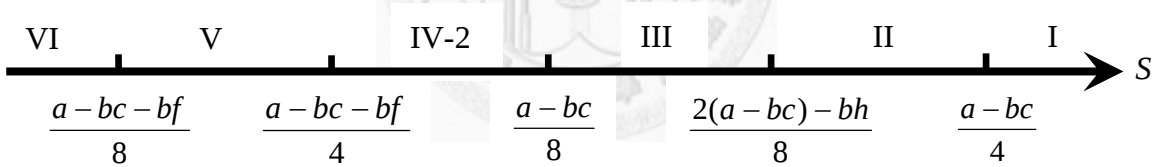
根據製造商兩模型下的最適方案，可知在第六區的產能區間中，零售商在無折扣時選擇方案F，在折扣方案下選擇方案Y。接下來比較零售商在第六區中折扣模型與非折扣模型的方案利潤。

$$\pi_{F,R}^{no} - \pi_{Y,R}^{with} = \frac{2S^2}{b} - \frac{4S^2}{b} = -\frac{2S^2}{b} < 0 \quad (4-24)$$

由(4-24)式可知，若製造商有提供折扣契約時，對零售商而言接受折扣的利潤必大於不接受折扣下的利潤，即代表若製造商的產能限制落在第六區時，折扣模型下的方案 F 為零售商在第一區下的優勢策略，而在此情形下，製造商提供的折扣契約，零售商可獲得較高的利潤。

4.2. 當 $a - bc < 2f$ 時，製造商的最適策略與零售商的因應策略

在 $a - bc < 2f$ 下，產能限制第四區中的上、下界的相對大小為 $\frac{a - bc - bf}{4} < \frac{a - bc}{8}$ ，故將此情形的區塊界線標示如下圖。此圖同樣表示出在比較無折扣及折扣模型後，不同策略的選擇所劃分出的六個區域，與上小節不同的地方在於第四區的上、下界相互交換。



圖表 4-2 當 $a - bc < 2f$ 時，折扣模型於無折扣模型相比較後的產能區間

上圖為最後的比較結果，可以看到比較過後產能限制劃分為六個區域，每個區域下的產能條件皆不同，藉由比較每個產區中無折扣及折扣模型中的方案利潤可找到製造商最終的策略選擇，而零售商則根據製造商提供的條件做最適化的調整。接下來分別比較在六個區域中，製造商及零售商的最適決策為何，以表格 4-2 表示不同區域的範圍以及可選擇的決策。

表格 4-2 當 $a - bc < 2f$ 時，不同產區中無折扣及折扣模型下最適方案整理表

區間	方案	無折扣模型	折扣模型
I	$S > \frac{a-bc}{4}$	方案 A	方案 T
II	$\frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8} < S \leq \frac{a-bc}{4}$	方案 E	方案 T
III	$\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8}$	方案 E	方案 V
IV-2	$\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{8}$	方案 E	方案 Y
V	$\frac{a-bc-bf}{8} < S \leq \frac{a-bc}{8}$	方案 C	方案 Y
VI	$S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$	方案 F	方案 Y

圖表 4-2 顯示了在不同的產能限制之下，製造商分別在無折扣模型及折扣模型下的最適選擇。藉由比較六個區域中兩模型下的方案利潤，可找出製造商的最終策略及零售商的最佳因應策略。由於第一、第二、第三、第五、第六區皆與上節相同，故在此不多加贅述，只針對第四區進行比較。並令此情形下的第四區為 IV-2。

4.2.1. 各產區最適方案的比較

一、第四區(IV-2)，當 $\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{8}$ 時：

I. 製造商

第四區(IV-2)中，製造商的折扣與無折扣契約中分別的最適方案為方案 E 及方案 Y。第五區的折扣與無折扣的利潤比較如下。第四區(IV-2)的折扣與無折扣的

利潤比較如下。由於 $(\pi_{E,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with})$ 為產能限制 (S) 的函數，令 $EE_M(S)$ 表示為

$$(\pi_{E,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with})。$$

$$\begin{aligned} EE_M(S) &= \pi_{E,M}^{no} - \pi_{Y,M}^{with} = \left(\frac{a-bc-2S}{b}\right)S - KS - \left[\left(\frac{a-bc-4S}{b}\right)2S - hS - KS\right] \\ &= -\left(\frac{a-bc-bh-6S}{b}\right)S \end{aligned} \quad (4-25)$$

由(4-25)式無法得知兩模型下的方案利潤大小，故將第四區(IV-2)的產能邊界代入(4-25)式驗證結果；將上界， $S_{upper} = \frac{a-bc}{8}$ ，及下界， $S_{lower} = \frac{a-bc-bf}{4}$ ，代入(4-25)式可得：

$$EE_M(S = \frac{a-bc}{8}) = -\left(\frac{a-bc-4bh}{4}\right)\left(\frac{a-bc}{8b}\right) \quad (4-26)$$

$$EE_M(S = \frac{a-bc-bf}{4}) = \frac{a-bc-3bf+2bh}{8b}(a-bc-bf) \quad (4-27)$$

由(4-26)、(4-27)式同樣也無法看其正、負號，代表尚無法確定當產能限制落在第四區(IV-2)時製造商的最佳策略；代表隨著參數的改變，製造商將會改變其最佳策略。

在已知無優勢策略之下，接下來進一步探討製造商在不同情況下的最適選擇。由(4-25)式可知 $EE_M(S)$ 為產能限制的一元二次方程式，當 $EE_M(S) > 0$ 時表示對製造商而言，無折扣模型能夠提供較高的利潤。下面藉由平方根求解找出一臨界值，藉由該臨界值找出特定區域下製造商的最適策略。

藉由求解平方根可由(4-15)式中找到兩解為 $\frac{a-bc-bh}{6}$ 、0，令其為 S_6 、

S_7 ，可知當 $S_7 < S < S_6$ 時製造商選擇折扣模型下的Y方案有較高的利潤；又

$$S_6 - S_{upper} = \frac{-(a-bc)+4bh}{24}、S_6 - S_{lower} = \frac{a-bc-3bf+2bh}{12}，由於S_6於第四區$$

(IV-2)的產能上、界的相對大小皆無法確定，故在此區間下製造商的最適策略將隨著參數設定的改變而有所不同。將製造商的方案選擇的區間整理如下。

若 $\frac{a-bc}{8} < S_6$ ，則方案 E (無折扣契約)=0，方案 Y (折扣契約)=第四區的產能

區間皆為折扣契約；

若 $S_6 \leq \frac{a-bc}{8}$ ，則方案 E (無折扣契約)=[$\max(\frac{a-bc-bf}{4}, S_5)$, $\frac{a-bc}{8}$]，方案

Y (折扣契約)= 第四區的產能區間-方案 Y 的區間

II. 零售商

根據製造商兩模型下的最適方案，可知在第四區(IV-2)的產能區間中，零售商在無折扣時選擇方案 E ，在折扣方案下選擇方案 Y 。接下來比較零售商在第四區(IV-2)中折扣模型與非折扣模型的方案利潤。

$$\pi_{E,R}^{no} - \pi_{Y,R}^{with} = \frac{S^2}{b} - \frac{4S^2}{b} = -\frac{3S^2}{b} < 0 \quad (4-28)$$

由上式可知該式恆小於 0，代表折扣模型下的方案 Y 為第四區(IV-2)的優勢策略，亦即當製造商單期的產能上限落在此區時，若製造商提供折扣契約，零售商可獲得較高的利潤。

4.3. 最適方案整理分析

由上述的比較，可知道第一區($\frac{a-bc}{4} < S$)及第二區($\frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8} < S \leq \frac{a-bc}{4}$)製造商必定不會提供折扣，其選擇的最佳方案分別為方案 A 及方案 E ，第六區($S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$)時製造商必定會提供折扣契約，其最適方案為方案 Y 。

第三至第五區則視情形而定，在第三區($\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{4} - \frac{bh}{8}$)提供折扣契約下的最適方案為方案 V ，無折扣方案為方案 E ，製造商的策略選擇區間為：方案 E =[$\max(\frac{a-bc-bf}{4}, S_2)$, $\frac{2(a-bc)-bh}{8}$]，方案 V =第三區的產能區間-方案 E

的區間。

第四區(IV-1)提供折扣契約下的最適方案為方案 V，無折扣方案為方案 C，製造商的策略選擇區間為：方案 $C = [\max(\frac{a-bc}{8}, S_3), \frac{a-bc-bf}{4}]$ ，方案 V=第四區的產能區間-方案 C 的區間。

第四區(IV-2)($\frac{a-bc-bf}{4} < S \leq \frac{a-bc}{8}$)提供折扣契約下的最適方案為方案 Y，無折扣契約則為方案 E，製造商的策略選擇區間為：若 $\frac{a-bc}{8} < S_6$ ，則方案 E(無折扣契約)=0，方案 Y(折扣契約)=第四區的產能區間皆為折扣契約；若 $S_6 \leq \frac{a-bc}{8}$ ，則方案 $E = [\max(\frac{a-bc-bf}{4}, S_5), \frac{a-bc}{8}]$ ，方案 Y=第四區的產能區間-方案 Y 的區間。

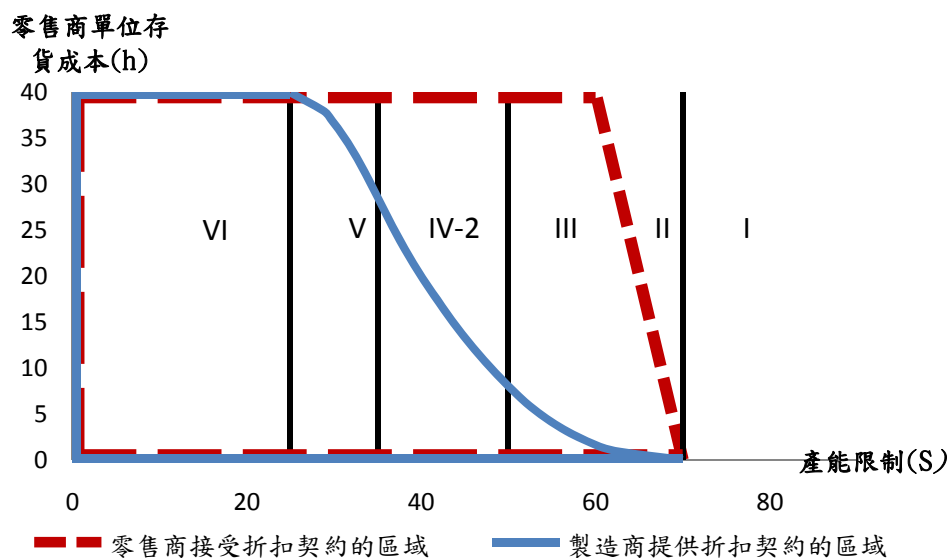
第五區($\frac{a-bc-bf}{8} < S \leq \frac{a-bc}{8}$)提供折扣契約下的最適方案為方案 Y，無折扣契約則為方案 C，製造商的策略選擇區間為：方案 C=第五區的產能區間-方案 Y 的區間，方案 $Y = [\max(\frac{a-bc-bf}{8}, S_5), \frac{a-bc}{8}]$ 。

零售商則會在製造商提供的方案下做最適化的調整，其中可影響雙方利潤的決策在於是否接受折扣契約；在第一區及第二區時，即使製造商提供折扣契約零售商也不會接受該契約，故最後交易時必為無折扣契約；在第三區至第六區時，若製造商提供折扣契約時零售商必定會接受該契約，所以最後交易的契約形式取決於製造商是否願意提供折扣契約而定。

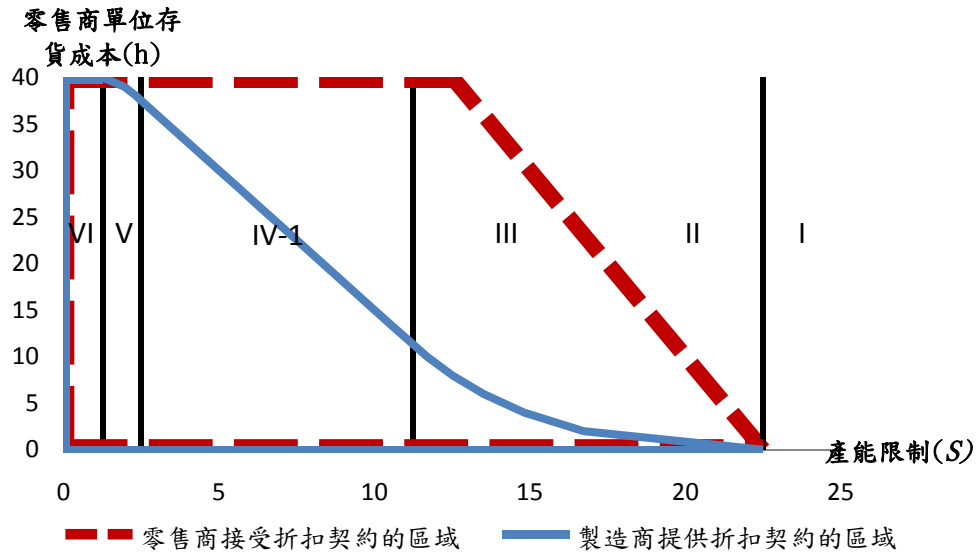
4.4. 製造商提供折扣與無折扣契約的決策界線分析

根據上述分析可知，製造商及零售商的最適決策將隨著產能限制的改變而調整，雙方的利潤也隨著策略的不同而有所改變；參數的設定不同，將使得不同產能區域下的分界點有所改變，而根據不同的參數設定，可找出製造商及零售商提供折扣的分界點。在此利用下列數據來分析雙方的執行折扣策略的區間；並以單期的產能限制 S 為橫軸、零售商的單位存貨成本 h 為縱軸，探討製造商提供折扣契約以及零售商接受折扣契約的分界點。在此針對兩種不同的情形， $a - bc \geq 2f$ 及 $a - bc < 2f$ ，分別分析雙方的決策內容。為了分析方便，在此透過數據分析上述的比較結果；另外固定兩情形的比較基準，故將製造商的單位存貨成本(f)固定在 $f=40$ 。

在 $a - bc \geq 2f$ 的情形下，參數設定為 $a=300$ ， $b=2$ ， $c=10$ ， $f=40$ ， $K=3$ 。在 $a - bc < 2f$ 的情形下，參數設定為 $a=100$ ， $b=2$ ， $c=5$ ， $f=40$ ， $K=3$ 。根據上述參數設定，可以分別找出製造商提供折扣契約以及零售商接受折扣契約的分界點，以圖表 4-3 及圖表 4-4 表示之：



圖表 4-3 $a - bc \geq 2f$ 時，製造商提供折扣契約與零售商接受折扣契約的分界點



圖表 4-4 $a - bc < 2f$ 時，製造商提供折扣契約與零售商接受折扣契約的分界點

由圖表 4-3、圖表 4-4 可知，製造商提供折扣與無折扣的分界點皆由左上至右下的曲線分為兩個區域，該曲線的右邊為製造商選擇不提供折扣契約，該曲線的左邊為製造商選擇提供折扣契約，其中第一區($\frac{a-bc}{4} < S$)及第二區($\frac{2(a-bc)-bh}{8} < S \leq \frac{a-bc}{4}$)，不論零售商單位存貨成本的大小，製造商必定不提供折扣契約，而第六區($S \leq \frac{a-bc-bh}{8}$)必會提供折扣契約；零售商則是自第三區($0 < S \leq \frac{2(a-bc)-bh}{8}$)開始，在折扣契約下有較高的利潤。

由雙方的策略行為上來看，對零售商而言，在相同的銷售量下，製造商在兩種契約下提供的批發價格相同，又折扣契約中，製造商會完全補貼零售商在第一期取貨產生的存貨成本，故折扣契約與無折扣契約對零售商的利益皆沒有影響，然而製造商會根據產能限制與市場需求的關係，以及雙方存貨成本、產能維持成本對利潤的影響來制訂批發價格，藉由調整批發價格來影響零售商的訂購量。在第一、二區中，製造商單期的產能已接近甚至超過市場需求量，若提供折扣契約則會產生多餘的折扣成本，對製造商而言提供無折扣契約較為有利，所以若提供折扣契約，製造商會將成本反映在批發價格上，而提高的批發價格將使得市場銷售量減少，此時對零售商而言可銷售量將會減少，此時折扣契約帶來的收益將小

於無折扣契約下的收益。而由第三區開始，隨著產能的減少，製造商兩期加總的產能逐漸不足以滿足市場需求，故在折扣契約下製造商將提供兩期的產能同時也自行吸收折扣成本，避免提高批發價格以維持銷售量，此時零售商的可銷售數量較無折扣契約下高，故折扣契約的利潤優於無折扣契約。

此外，製造商提供折扣契約時，對零售商也是較有利的；可分別由兩個面向分析，由成本面來看，折扣契約下對零售商而言，製造商將全額負擔零售商在第一期取貨時額外產生的成本，故即使零售商在第一期取貨成本也不會增加；由收益面來看，在無折扣契約下，由於零售商只願意在第二期取貨，所以當製造商第二期的產能無滿足市場需求時，製造商便必須將第二期產能不足的部分轉由第一期製造，而第一期製造的產品則會產生高額的存貨成本，製造商為了避免在第一期產生的存貨成本，便提高批發價格來限制銷售數量；由銷售面來看，製造商提供折扣契約時已預期零售商會將第一期的產能訂滿，其餘不足的部分由第二期填補，製造商已知無法避免第一期的生產故必定會提供兩期的產能以支應市場的銷售量，對零售商而言可銷售的產品數量較多；綜合上述兩原因，可知在成本不變而收益增加下，零售商在折扣契約也較為有利。另外，根據兩圖表可知。

- 其他參數不變時，製造商單期產能(S)越高，製造商越傾向不提供折扣契約。

由前述的分析可知，製造商為了吸引零售商在第一期取貨，將提供恰好等於零售商單位存貨成本(h)的單位折扣(r)，亦即若簽定折扣契約，零售商在第一期取貨的存貨成本將會全數轉為製造商的折扣成本。

當單期的產能很小不足以應付市場需求時，製造商希望兩期的產能皆能填滿，故選擇提供在第一期提供折扣誘使零售商在第一期取貨；藉由提供折扣契約，製造商可支付零售商較低的存貨成本(h)取代自行儲藏存貨產生較高的存貨成本(f)；但隨著製造商單期產能的提升，對製造商而言，若仍然提供

折扣契約，則須負擔的成本也將隨著提高的產能逐漸增加；而若不提供折扣契約，在產能持續增加下，即使不提供折扣單期的產能逐漸可以滿足市場上的需求；故隨著產能的提升，製造商提供折扣契約的意願漸漸降低，直到單期產能提升至市場需求時，此時提供折扣契約也只是徒增成本，製造商便不再有提供折扣契約的意願。

- 其他參數不變時，零售商的單位存貨成本(h)越高，製造商越傾向不提供折扣契約。

由於製造商在第一期提供的折扣至少要能夠補償零售商在第一期取貨時產生的存貨成本，零售商才願意在第一期取貨；故當零售商的單位存貨成本(h)越高時，代表製造商給予的單位折扣要等比例的增加才能夠吸引零售商在第一期訂貨。

對製造商而言，面對越高的零售商的單位存貨成本，表示提供折扣後所需負擔的成本越高，在固定的銷售量下，提供折扣所帶來的成本將隨著零售商存貨成本的增加而跟著增加，但收益卻維持不變，此時增加的成本將會不斷地侵蝕製造商的利潤；故隨著零售商的單位存貨成本增加，製造商提供折扣契約的意願越低。

綜合以上兩點可知，隨著產能水準(S)下降，製造商願意提供的單位折扣水準(r)越高。由圖表 4-3 及圖表 4-4 可以看到，當產能越小時，製造商願負擔的折扣成本(即零售商的存貨成本)越高。當單期的產能較低時，若製造商不提供折扣，則零售商將只在第二期取貨，而製造商為了避免第一期的產品製造後囤積至第二期產生較高的存貨成本 f ，製造商亦不願在第一期製造產品，故製造商若不提供折扣契約則售出的數量將非常有限，而此時若製造商提供折扣契約，可銷售的數量將會大幅增加；所以當產能較低時，製造商願意提供較高的折扣水準吸引零售

商在第一期訂貨以增加銷售量，除此之外，在產能較低時須提供的折扣數量也較少，故製造商可忍受的折扣成本相較於高產能時較高，所以當產能越低時，製造商越願意提供較高的折扣水準。

隨著單期產能的提升，此時若提供折扣契約，代表大部分售出的產品將降價出售，所需負擔的總折扣成本隨著產能的提升而增加；而當產能很高時，即使製造商不提供折扣契約，只用第二期的產能製造也可支應大部分的市場需求；若提供折扣契約，由於零售商取貨以第一期為主，所以在高產能下製造商需負擔高額的折扣成本，故當製造商的產能越高時所願負擔的單位折扣水準越低。

4.5. 本章小結

第三章已知製造商在折扣契約及無折扣契約不同的產能限制下最佳的策略選擇，以及零售商的因應策略。本章則比較製造商在不同的產能限制下會選擇何種契約。發現當製造商的產能限制為 $0 \leq S \leq \frac{a-bc-bf}{8}$ 時，製造商必定會提供折扣契約，若當 $\frac{2(a-bc)-bh}{8} \leq S$ 時，製造商必不會提供折扣契約，而當產能介於 $\frac{a-bc-bf}{8} < S < \frac{2(a-bc)-bh}{8}$ 之間時，製造商會衡量雙方的單位存貨成本以及單位產能維持成本的相對大小決定契約形式。

了解製造商的最適決策選擇後，藉由一組數據分析提供雙方偏好折扣契約的分界點。由圖形中製造商及零售商的利潤趨勢可知，當製造產能較小時，製造商必定會提供折扣契約且可承擔的單位折扣水準較高，隨著產能的提升，製造商越傾向提供無折扣契約且可承擔的單位成本隨著產能的提升而降低。

第五章 數值與敏感度分析

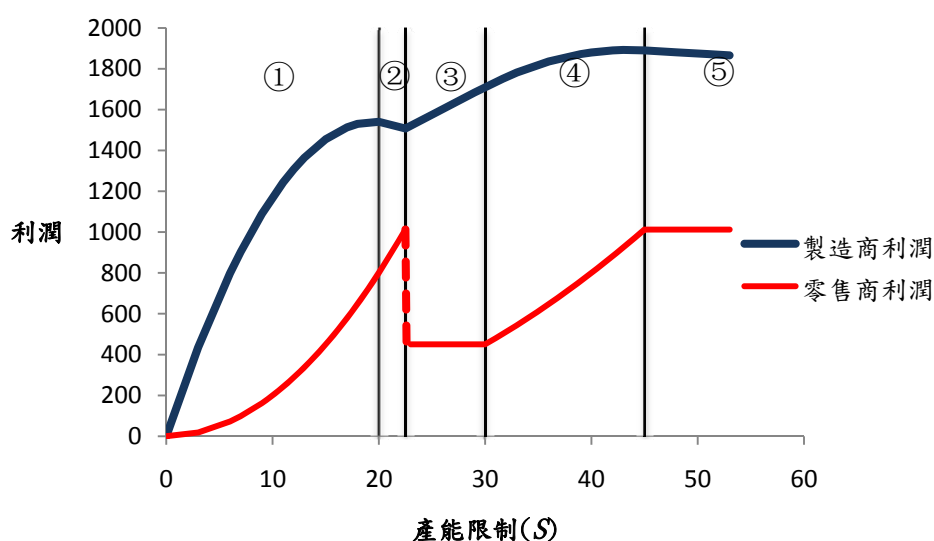
本章將以數值分析探討製造商在不同的產能限制下製造商的最適策略以及零售商相對應的策略選擇；並藉由改變參數的設定，比較製造商及零售商在不同參數設定下的利潤趨勢，找出製造商在何種情況下提供折扣契約優於提供無折扣契約。

另外藉由敏感度分析了解製造商的單位存貨成本、零售商的單位存貨成本以及消費者的價格敏感度對於製造商與零售商的策略選擇以及對於市場需求的影響。

5.1. 數值分析

經由多組數據驗證後發現， $a - bc \geq 2f$ 與 $a - bc < 2f$ 兩情形中，製造商及零售商的利潤趨勢一致，故兩情形綜合討論。下列藉由設定一組參數對於雙方利潤做綜合討論，探討當產能變動時對製造商及零售商利潤的影響。在此將參數設定為 $a=200$ ， $b=2$ ， $c=10$ ， $f=30$ ， $h=(10, 20)$ ， $K=(3, 15)$ ，在此參數的設定下，可知最終市場需求為 $D^* = \frac{a - bc}{4} = 45$ 。

根據上述不同的參數設定可得出四種製造商及零售商的利潤趨勢圖(見圖表 5-1、圖表 5-2、圖表 5-3、圖表 5-4)，分別就四張圖形分析製造商及零售商的策略選擇。由四張圖形中可以看到，製造商及零售商的利潤非平滑曲線；隨著製造商產能限制的改變，製造商的最適策略及零售商的因應策略也將跟著改變，使得雙方的利潤成不規則的變動，其中造成變動的主要原因來自於產能與市場需求的關係以及受到製造商是否提供折扣契約的影響；下面根據雙方利潤的變化做更詳盡的分析。



圖表 5-1 製造商及零售商的利潤圖($h=20$ ， $K=3$)

1. 當 $h=20$ ， $K=3$ 時

根據圖表中雙方利潤的變化，在此分成五個區塊討論。圖表 5-1 中的第一區 ($0 \leq S < 20$)，製造商及零售商的利潤皆持續上升。第一區製造商的產能很小，在兩期加總後的產能 ($2S$) 無法滿足市場需求 ($D^*=45$) 下，製造商會將兩期的產能全數投入生產以支應市場需求；而製造商在不提供折扣契約下，第一期生產的產品將產生高額的存貨成本；相反的，製造商若提供折扣契約，便可支付較低的折扣成本取代原本較高的存貨成本，可知對製造商而言，提供折扣契約下第一期生產的產品所產生的成本較低，故製造商在此時必會提供折扣契約；而對零售商而言，相較於無折扣契約，製造商提供的批發價格較低且製造商完全補貼第一期取貨產生的存貨成本，所以零售商在折扣契約下也有較高的利潤；故第一區時製造商會提供折扣契約，且對雙方都可帶來較高的收益。在第一區供給量不足下，隨著製造商供給增加銷售量也將跟著增加；而銷售每增加一單位，製造商的邊際收益由 99¹ 遞減至 41，零售商的邊際收益由 99.5 遞減至 21.5；而製造商的邊際成本是固

¹ 當市場銷售量由 0 增加至 1 時，製造商的批發價格由 100 降至 99，製造商的邊際收益為 $99 \times 1 - 100 \times 0 = 99$

定的(21.5)，其中包含單位產能維持成本、折扣成本及製造成本，零售商的邊際成本由 99 降至 21.5；雙方的邊際收益皆大於邊際成本，故製造商及零售商的利潤隨著銷售的成長持續上漲。而在 $S=20$ 時，製造商的邊際收益等於邊際成本，產生第一個利潤高點。

在第二區中，如圖表 5-1 的 $20 \leq S < 22.5$ 處，製造商的利潤開始下降而零售商的利潤持續增加。如同前一區，此時製造商的供給量仍然不足於市場需求，相較於無折扣契約此時製造商提供折扣契約仍為較佳的選擇。隨著產能的提升，可銷售的產量也跟著增加，而對零售商而言，增加一單位銷售的邊際收益由 59.5 降至 55.5，邊際成本由 19 降至 11，所以在此區中，零售商的利潤仍隨著銷售的增加持續上漲；但對製造商而言，銷售增加一單位的邊際成本固定為 21.5，但邊際收益則由 19 遞減至 11，在邊際收益小於邊際成本之下，製造商的利潤將跟著銷售的增加而下降。

在第三區中製造商兩期的產能已超過市場總需求，如圖表 5-1 的 $22.5 \leq S < 30$ 處，可看到製造商的利潤開始轉為上升，而零售商的利潤急速落下後便維持不變。首先探討製造商是否提供折扣契約的決策；若製造商持續提供折扣契約，延續第二區的決策可知，製造商的利潤將會持續下降。而製造商不提供折扣契約則有兩種做法，其一為製造商仍以提供所有市場需求為目標，由於兩期的總產能只超過市場需求一小部份，代表有將近一半的產品需在第一期製造，而第一期製造的產品將產生非常高的存貨成本；其二為製造商提高批發價格來限制需求量，以減少第一期的製造量。製造商比較三種做法的利潤，選擇提供無折扣契約並藉由提高批發價格來限制市場需求；第二區及第三區的界線即為製造商不提供折扣契約優於折扣契約的分界點。而在製造商的決策下，零售商可銷售的產品大幅減少，所以可看到圖表 5-1 中零售商的利潤瞬間下滑。而製造商會提供固定的批發價格以穩定市場需求直到只以第二期的產能供給市場需求能獲利更高的利潤為止；第三區則是製造商固定批發價格的區域，而隨著產能的提升，對製造商來說第一期製造的產品將隨著產能的提升而減少(因為轉至第二期製造)，所以負擔的存貨成本

逐步減少，故在此區中製造商的利潤向上提升；而對零售商而言，在固定的進貨成本、銷售量及市場價格中，利潤維持固定不變。

在第四區中，如圖表 5-1 的 $30 \leq S < 45$ 處，可以看到製造商及零售商的利潤皆持續上升。由上一段可知，製造商此時只用單期的產能供給市場需求能獲得較高的利潤，製造商將會調整批發價格使銷售數量控制在單期的產能上限；而隨著產能的提升可銷售的數量跟著增加，製造商將會不斷的調整批發價格來影響市場銷售量，而製造商的利潤則隨著產能的提升而增加；然而在收益增加的同時，製造商的製造成本及產能維持成本也隨之提升，當提升的收益尚能彌補增加的成本時，製造商在此區中的利潤隨著產能的增加而增加，隨著製造商的產能持續提升至不足以彌補增加的成本時，製造商的利潤達到最高點，此為製造商第二個利潤高點。對零售商而言，由於製造商提供的數量隨著產能的提升而增加，尚未滿足市場需求前，零售商將隨著供應量的增加持續增加訂單以增加市場銷售量，故零售商在此區的利潤也持續提升。

最後第五區中，如圖表 5-1 的 $45 \leq S$ 處，製造商的利潤緩緩下降而零售商的利潤則停止不變。對零售商而言，製造商的產能已能穩定的提供所需的產量，而在市場需求為確定的之下，零售商而言沒有必要改變訂購決策，其銷售量將維持固定不變，故零售商的利潤也同樣維持不變；而對製造商而言，此區中製造商的單期產能已能滿足市場總需求，此時即使製造商不需提供折扣契約也可提供所有的市場需求，在零售商的訂單不會增加之下，若製造商的產能持續增加也只是徒增產能維持成本，所以在此區中利潤將隨著產能的提高而下降。

在圖表 5-1 下，製造商利潤最高點在於產能限制為 $S^*=43.5$ ，其最適策略為不提供折扣契約並將批發價格設定為 $w^*=56.5$ ，此時市場價格 $p^*=78.25$ ，市場總銷售量 $D^*=43.5$ ，製造商的利潤為 1892.25，零售商的利潤為 946.125；且製造商的利潤為零售商利潤的兩倍。

製造商利潤
零售商利潤

2. 當 $h=20$ ， $K=15$ 時

根據圖表 5-2 雙方利潤的變化，同樣分成五個區塊討論。與圖表 5-1 比較，製造商及零售商的利潤趨勢相同，在單位產能維持成本的提升下，造成不同區域下產能限制的界線改變，雙方的決策選擇同圖表 5-1 的分析，在第一區時，製造商提供折扣契約且市場銷售量隨著產能的提升而增加，雙方的利潤皆隨著產能的增加向上提升；第二區時，製造商仍然提供折扣契約，但由於製造商銷售的邊際成本高於邊際收益，故隨著產能的提升製造商的利潤下降，而零售商在可銷售數量持續增加下，利潤上升；第三區製造商開始不提供折扣契約，且固定一個批發價格使得市場需求量固定，而第一期生產所衍伸的存貨成本隨著產能的提升而減少，所以製造商的利潤隨著產能的增加而增加，而零售商則因為可銷售的產品數量大幅的減少使得利潤大幅下降，而在市場銷售量固定之下，零售商的利潤不變；在第四區時，製造商同樣不提供折扣契約且只以第二期的產能供給市場銷售量，製造商的利潤隨著產能的增加而提高，同樣的在邊際收益遞減至小於邊際成本時製造商的利潤下降，零售商的利潤則隨著產能的增加而提升；直到第五區時，市場需求達到飽和，零售商不會再增加訂單，利潤便維持不變。

其中第四區可以看到製造商二個利潤高點往左方移動；由於單位產能維持成本的增加，使得每增加一單位產能需支付的成本提高，相較於圖表 5-1，在每銷售一單位的邊際成本提高而邊際收益不變之下，製造商的利潤頂點將向左方移動。

在此圖表 5-2 中，製造商利潤極大化產能限制為 $S^*=37.5$ ，其最適策略為不提供折扣契約並設定批發價格 $w^*=62.5$ ，此時市場總銷售量 $D^*=37.5$ ，市場價格 $p^*=81.25$ ，製造商的利潤為 1406.25，零售商的利潤為 703.125；且製造商的利潤為零售商利潤的兩倍。

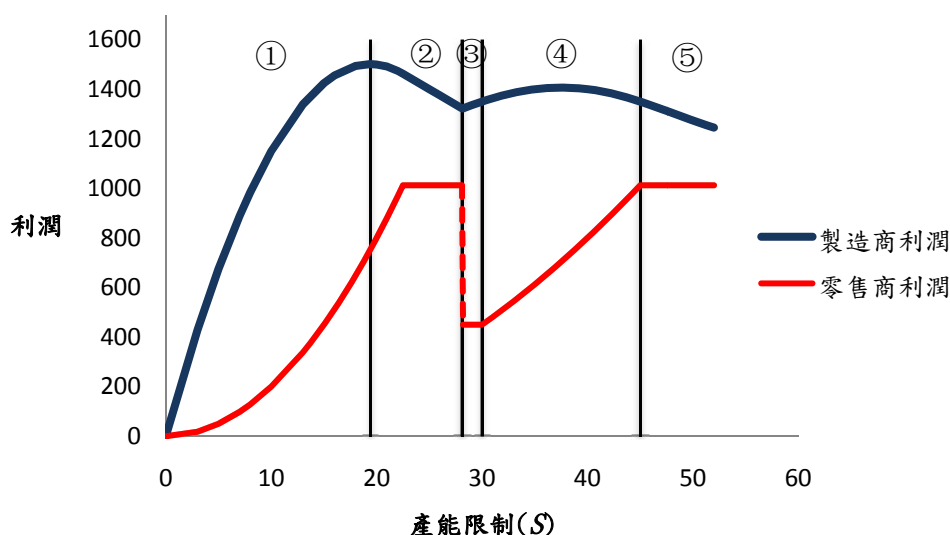
3. 當 $h=10$ ， $K=15$ 時

根據圖表 5-3 雙方利潤的變化，在此同樣分成五個區塊討論。第一區，如圖表中的 $0 \leq S < 19.4$ ，製造商及零售商的決策如同圖表 5-1，由於兩期產能的總量無法滿足所有市場需求，所以製造商將提供折扣契約，製造商兩期的產能皆滿載，雙方的利潤將隨著產能的提升而增加。此區中製造商的利潤達到第一個高點。

圖表 5-3 的第二區 $19.4 \leq S < 28.1$ ，製造商的利潤開始下滑，零售商的利潤一開始提升爾後便維持不變。由於製造商一開始兩期的總產能尚不足以滿足市場的總需求量，故隨著產能的提升零售商的利潤也隨著提升，直到製造商的兩期總產能超過市場總需求時，即使製造商可提供更多的產品，零售商也不會訂更多，所以零售商的利潤便開始維持不變。而對製造商來說由於第二區的邊際成本高於邊際收益，所以每多賣出一單位的產品製造商的利潤都會下降，但在折扣契約下的利潤仍高於不提供折扣契約下的利潤，所以製造商仍會持續提供折扣契約。

同樣的第三區 ($28.1 \leq S < 30$) 則代表製造商開始提供無折扣契約，製造商藉由提高批發價格控制市場銷售量，此時製造商仍有一小部份的產品在第一期製造，而在第三區中製造商將固定批發價格，所以最後售出的產品也跟著固定，但隨著產能的增加，第一期製造的產品減少下存貨成本也跟著減少，所以製造商的利潤

隨著產能提高而增加；而零售在銷售量大幅下降導致利潤直線下滑，又由於在第三區中製造商提供的批發價格固定，所以零售商亦不會改變訂購策略，故可看到零售商的利潤在第三區中固定不變。



圖表 5-3 製造商及零售商的利潤圖($h=10$, $K=15$)

第四區 ($30 \leq S < 45$) 中，製造商同樣不提供折扣契約下，由於產能已經擴張到一定的程度，製造商可藉由第二期的產能便提供所有的市場銷售量，製造商可省下第一期製造產生的存貨成本，隨著產量的提高，製造商銷售量增加，收益也跟著提高，直到邊際收益遞減至等於邊際成本之下時，製造商的利潤開始下滑，在此區中，製造商的利潤達到第二個高點；零售商的利潤則在銷售提升下漸漸上升。

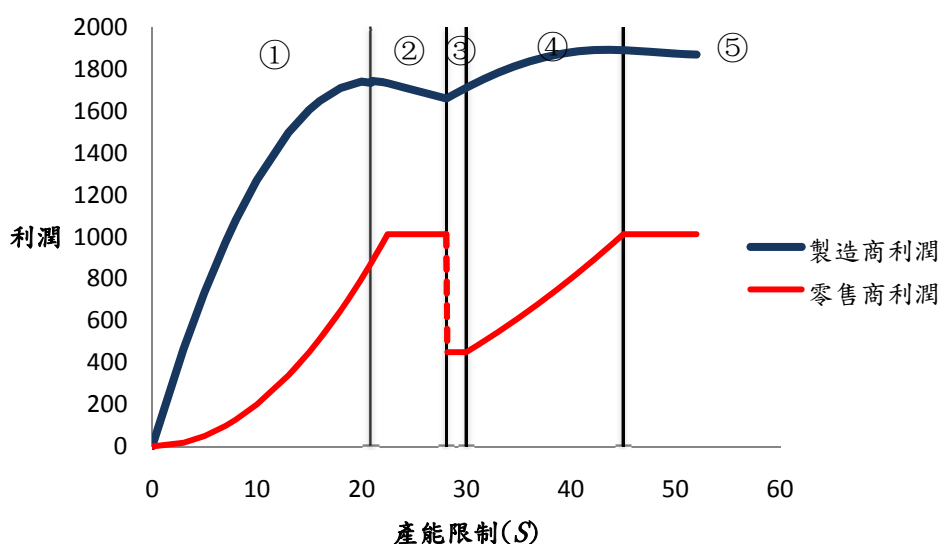
直到單期產能到達市場需求量時，如圖中的第五區 ($45 \leq S$)，零售商訂購的數量達到市場需求量，此時零售商的利潤達到最高並固定不變；而製造商在此區中銷售量已無法再提升，而產能提高所引發的產能維持成本使得製造商的利潤隨著產能的提高而下降。

在圖表 5-3 中，製造商利潤極大化產能限制為 $S^*=19.375$ ，其最適策略為不提供折扣契約並設定批發價格 $w^*=61.25$ ，此時市場價格 $p^*=80.625$ ，市場總銷售量

$D^*=38.75$ ，製造商的利潤為 1501.56，零售商的利潤為 750.78；且製造商的利潤為零售商利潤的兩倍。

4. 當 $h=10$ ， $K=3$ 時

圖表 5-4 與圖表 5-3 除了產能的界線不同之外，製造商及零售商的利潤趨勢相同，製造商及零售商的最適決策分析與圖表 5-3 相同，唯一的不同處在於圖表 5-4 中製造商的利潤最高點落在第四區。



圖表 5-4 製造商及零售商的利潤圖($h=10$ ， $K=3$)

可知在圖表 5-4 中，製造商的最高利潤在於產能為 $S^*=43.5$ ，此時製造商不會提供折扣契約，且所有的產量皆在第二期製造，製造商設定的批發價格為 $w^*=56.5$ ，此時製造商的利潤為 1892.25；而零售商則將市場價格設定為 $p^*=78.25$ ，零售商的利潤為 946.125；且製造商的利潤為零售商利潤的兩倍。

5.1.1. 小結

比較四張圖表(圖表 5-8、圖表 5-9、圖表 5-10、圖表 5-11)可知，當零售商的單位存貨成本較低而製造商的單位產能維持成本較高時，製造商提供折扣契約的利潤將高於不提供折扣契約下的利潤。其原因在於，當製造商不提供折扣契約，則第一期製造的產品將要負擔很高的存貨成本；在產能很小時，製造商必須以兩期的產能供應市場銷售量時，製造商便會提供折扣契約來降低第一期產出行伸的其他成本，隨著產能提高到製造商可將第二期的產能為主要供貨來源時，便開始不提供折扣契約，其中若第二期的產能不足仍會移至第一期製造。可知製造商會在產能較小時提供折扣契約，而提供折扣契約將會產生折扣成本，但有較低的產能維持成本；隨著產能的提升製造商開始不再提供折扣契約，此時沒有折扣成本，但會產生較高的產能維持成本，而製造商則在折扣成本與產能維持成本的拉鋸下選擇一個利潤最大的策略。所以當零售商的單位存貨成本較低且製造商的單位產能維持成本較高時，製造商提供折扣契約較為有利；而零售商的利潤水準則取決於可銷售數量的多寡。

另外，比較四張圖表製造商利潤最高點下雙方的利潤水準，發現製造商的利潤皆為零售商的兩倍；造成雙方利潤差距的主要因素為製造商的先行者優勢(first mover advantage)。由於製造商為先行決策者，在交易開始前製造商便將所有資訊納入考量，找出自身利益極大化的策略與零售商進行交易；而零售商的議價能力較小，只能在製造商提供的契約找出最適的因應策略。所以製造商可索取較高的批發價格，獲得整體供應鏈下大部分的利潤，故可知製造商的先行者優勢，使得製造商在供應鏈中獲得遠高於零售商的利潤。

5.2. 敏感度分析

本小節欲探討製造商的單位存貨成本、零售商的單位存貨成本以及價格敏感度對於製造商及零售商分別在折扣契約與無折扣契約下的影響。

● 零售商的存貨成本對各項變數在不同產能區間的影響

在無折扣契約下，對製造商而言，零售商的存貨成本與製造商的成本結構無關；而對零售商而言，若製造商在第一期不提供價格上的折扣，零售商會因存貨成本的考量避免在第一期取貨，在此情況下，零售商並不會產生存貨成本。可知，在無折扣契約下，不論製造商產能限制的變動為何，零售商的存貨成本對所有變數皆不會造成影響。

當製造商提供折扣契約時，製造商在第一期時每一單位的產品須提供給零售商相當於零售商單位存貨成本的折扣水準；可知對製造商而言，零售商單位存貨成本即為製造商提供的單位折扣。而對零售商而言，由於第一期取得的產品數量皆可得到等同於單位存貨成本(h)的折扣，則零售商必會將第一期取貨的數量提高至剛好等於製造商單期的產能最高處，剩餘不足的部份則在第二期領取。

在製造商單期產能很高時，若製造商提供折扣契約，則製造商第一期須提供折扣的產品數量很高，面對高額的折扣成本，製造商會將部分成本藉由提高批發價格轉嫁給零售商，而零售商在進貨成本(即製造商的批發價格)提高後，也提高市場價格將部分成本轉嫁給消費者，最後使得市場的需求量減少；而由於市場需求量減少所帶來的損失高於增加價格所帶來的收益，使得製造商及零售商的利潤皆下降。故可知，在製造商的產能水準很高時，市場上的變數將會因零售商存貨成本的變動而有所調整。

隨著製造商產能的下降，在折扣契約下製造商所需提供折扣的產品數量也跟著下降，製造商面對較低的折扣成本，在可負擔的範圍下選擇自行吸收該成本，故製造商即使提供折扣也不會提高批發價格，所以市場價格、市場需求以及零售商的利潤皆不會受到影響，只有製造商的利潤會因為提供折扣而下降。故可知，當製造商的產能水準降至某個程度以下時，除了製造商的利潤會因為零售商的單位存貨成本增加而下降之外，其他變數皆不會受到影響。

表格 5-1 零售商的存貨成本對各個變數在不同產能區間的影響方向

變數		p		D		w		π_M		π_R	
契約形式		無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣
產能區間	I	0	+	0	-	0	$+^2$	0	-	0	-
	II	0	+	0	-	0	$+^3$	0	-	0	-
	III	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
	IV-1	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
	IV-2	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
	V	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0
	VI	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0

● 製造商的存貨成本對各項變數在不同產能區間的影響

在折扣模型中，由於製造商提供折扣吸引零售商在的一期取貨，使得製造商在第一期生產的產品全數由零售商購回而不會產生任何存貨，可知製造商在提供折扣契約下不會有任何存貨成本；對零售商而言，製造商的單位存貨成本與零售商的成本結構無關，故製造商的單位存貨成本在折扣模型下不會對其他變數造成影響。

在無折扣模型中，當製造商單期的產能很高足以滿足零售商的訂貨需求時，如第 I 區，製造商便沒有單期產能不足需將部份產品移至第一期製造的問題，故不會產生額外的存貨成本；故此時製造商的單位存貨成本不會對其他變數造成影響。

² 在此區間內，批發價格與折扣水準為一定值($w=r=Z$)，在此假設折扣水準為 h ，則批發價格為

$$w^* = \frac{a + bc + bh}{2b} ; \text{可得 } \frac{\partial w^*}{\partial h} = \frac{1}{2} > 0。$$

³ 同上。

而隨著產能逐漸下降至單期產能無法滿足所有需求時，便須利用第一期的產能補足第二期產能不足的部分，而由於零售商只在第二期取貨，故製造商在第一期的產出須囤積至第二期再出貨給零售商，此時第一期製造的產品將產生存貨成本；此時單期產能仍處在高點，製造商會提高批發價格使得市場需求減少到單期產能可滿足的數量，製造商便不需在第一期生產，同時也不會產生存貨成本，所以可知製造商的單位存貨成本在此時對其他變數不會造成影響。

但隨著產能的持續下降，若仍以單期的產能供應市場需求，則可銷售的產品將大幅的降低，利潤也會不停的下降，此時製造商會考慮產能限制及存貨成本後制訂一個批發價格，而該價格能使製造商在該產能區間中能獲得最大的利潤，其中第二期產能不足的部分將移至第一期製造；在此區間中，考慮到需利用第一期的產能，故製造商會將存貨成本反應在批發價格上，所以當製造商的單位存貨成本提高時，製造商會提高批發價格，而面對提高的批發價格零售商也將提高市場價格，引發市場需求的下降，最後由於減少一單位需求減少帶來的損失高於提高價格後每單位增加的收益，製造商及零售商的利潤水準降低。

但隨著產能的再降低，兩期的總產能已不足以滿足所有的市場需求，此時製造商必定會提供兩期的產能；而若製造商將第一期產生的存貨成本反應在批發價格上，零售商會減少購買量，而在製造商可提供的產能已經不足情況下若銷售量不到兩期的總產量，將會降低製造商的利潤水準，故製造商為了避免銷售量再度降低，將全數吸收第一期製造產生的存貨成本，所以在此區中即使製造商的單位存貨成本提高，製造商也不會改變批發價格，所以市場價格及需求也不會改變，但製造商的利潤則因單位存貨存本的提高而降低，零售商的利潤則不會改變。

另外，比較製造商的單位存貨成本對於製造商選擇折扣或無折扣契約的影響後可以發現，在其他參數不變下，製造商的單位存貨成本越大時，製造商越傾向提供折扣。

若提供折扣契約，當製造商提供的折扣水準可彌補零售商第一期取貨產生的存貨成本，製造商便可將第一期製造的產品轉給零售商，由於製造商的單位存貨

成本高於零售商的單位存貨成本，可知對於第一期的產品，製造商提供折扣產生的成本會小於自行儲藏的存貨成本。所以當製造商的單位存貨成本越大時，若不提供折扣契約，對製造商而言在第一期製造產品需負擔的存貨成本則越大，製造商便越有動機提供折扣契約給零售商。

表格 5-2 製造商的存貨成本對各個變數在不同產能區間的影響方向

變數		p		D		w		π_M		π_R	
契約形式		無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣
產能區間	I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	II	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	III	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	IV-1	+	0	-	0	+	0	-	0	-	0
	IV-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	V	+	0	-	0	+	0	-	0	-	0
	VI	0	0	0	0	0	0	-	0	0	0

● 價格敏感度對各項變數在不同產能區間的影響

價格敏感度代表市場對該產品的反應程度。當市場對價格的敏感度高時，也就是 b 較大時，當一單位的價格上升將會有較多的需求下降，這是因為當市場對價格較敏感時，市場將有較多的消費者不願再付較高的價錢購買同一產品，故需求下降較多。而當市場對價格的敏感度較低時，也就是當 b 較小時，市場上的消費者對於價格的變動較不在乎，故當價格上升時，對市場上的需求影響較小。

表格 5-3 價格敏感度對各個變數在不同產能區間的影響方向

變數		p		D		w		π_M		π_R	
契約形式		無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣	無折扣	折扣
產能區間	I	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	II	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	III	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	IV-1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	IV-2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	V	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	VI	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

而當價格敏感度增加時，在原來的價格水準下市場需求將會減少，製造商將預期到銷售量的減少便以降價的方式來刺激需求；而在價格減少之下，需求量的確會向上提升，但價格下降帶來需求的提升無法彌補需求因為價格敏感度的增加而減少的幅度，但製造商為維持每單位銷售一定的毛利率，無法藉由不停降價來維持原銷售量，所以最終市場需求仍然會減少。而對製造商及零售商的利潤而言，由於批發價格、市場價格的降低，且需求減少的情況下，雙方的利潤皆跟著下降。故可知，當價格敏感度增加時，批發價格、市場價格皆降低，且市場需求同時也將減少，而在價格下格且需求減少之下，製造商及零售商的利潤水準也跟著下滑。

5.3. 本章小結

本章藉由數量分析及敏感度分析探討製造商在不同產能限制下如何選擇策略，並解析當零售商的單位存貨成本、製造商的單位存貨成本以及消費者的價格敏感

度變動時對製造商及零售商的影響。

最後由數量分析可知，當零售商的單位存貨成本較低且製造商的單位產能維持成本較高時，製造商提供折扣契約較為有利，此時製造商可在較低產能下，以淡季提供折扣的方式達到利潤最高的銷售量；而零售商的利潤水準則取決於兩契約下可銷售數量的多寡，契約中可銷售的數量較高者有較高的利潤。

由敏感度分析可知，在折扣契約下，製造商第一期的產量零售商將全數領取，故製造商不會產生存貨成本，所以製造商的單位存貨成本在折扣契約下，對批發價格、市場價格、市場需求及雙方的利潤等變數皆不會造成影響；而製造商在第一期提供的單位折扣即為零售商的單位存貨成本，所以當零售商的單位存貨成本上升時，代表製造商的折扣成本上升，所以批發價格增加，而市場價格也增加，使得市場需求減少，必減少製造商及零售商的利潤。

而在無折扣價格下，由於零售商不會在第一期取貨，故零售商不會產生存貨成本，所以零售商的單位存貨成本則在無折扣契約對變數沒有影響；而在零售商第一期不取貨下，當製造商第二期的產能不足時，便須在第一期製造產品，進而產生存貨成本，所以當製造商的單位存貨成本增加時，製造商會提高批發價格，而市場價格也隨之上漲，使得市場需求下降，而造成製造商及零售商利潤下滑。

而消費者的價格敏感度增加時，市場需求會下降，而製造商預期市場需求的下降便降低批發價格以刺激市場需求，市場價格隨著批發價格的降低而下降，但價格下跌所刺激的需求增加仍不足以彌補市場需求因敏感度增加而下跌的幅度，故市場需求量仍然減少，所以製造商及零售商的利潤也同時減少。

第六章 結論與建議

6.1 結論

本研究著重於在季節性商品下，製造商是否可藉由提供折扣契約改變零售商的訂貨策略以解決淡季時產能過剩而旺季時產能不足的情形使製造商在一年四季的生產能保持相對穩定。在季節性商品的市場中，製造商在淡季提供折扣的方法，在真實市場中除了第一章提到的冷氣機外，服飾、藥品等皆採用淡季折扣做為提升產能效率的方法之一。

本研究以 Stackleberg 模型討論在市場需求確定下，只有一個製造商及一個零售商的雙邊獨佔市場，針對季節性商品的銷售特性設定折扣模型及無折扣模型，並分別比較兩種契約在不同產能下製造商的最適選擇方案及零售商的對應決策。可知在無折扣契約下，零售商只會在第二期取貨，而製造商的生產以第二期的生產為主，剩餘不足的部分才轉至第一期生產。在折扣契約時下，製造商提供的折扣必滿足零售商第一期取貨產生的存貨成本，零售商會將製造商第一期的產能訂滿，剩餘不足的部份至第二期補齊；而在製造商的單位存貨成本小於零售商的單位存貨成本下，製造商會藉由提供折扣將第一期囤貨產生的存貨成本 f 轉為支付零售商在第一期領貨產生的存貨成本 h ，可知當零售商的單位存貨成本越小時，製造商需支付的單位折扣便越小；除此之外，當製造商提供折扣契約時，製造商會將折扣成本反應在批發價格上，進而影響到市場價格及市場需求。

在了解雙方在不同模型下的最適決策後，比較製造商不同的產能限制下兩契約的利潤，其中若製造商選擇提供折扣契約時，零售商不能拒絕該契約；比較後可得到下列發現。

- 其他參數不變下，製造商的產能(S)越高，製造商越傾向不提供折扣契約。單期的產能越低，製造商越有可能在第一期製造產品，且隨著產能的降低，製造商在第一期製造的產品就越多，而在製造商的單位存貨成本高於零售商的單位存貨成本之下，製造商越傾向提供折扣契約以降低第一期製造產品衍生出的存貨成本進而提高利潤。
- 其他參數不變時，隨著零售商單位存貨成本(h)越高，製造商越傾向提供無折扣契約。製造商提供的單位折扣至少彌補零售商的單位存貨成本，零售商才會提前取貨；當零售商的單位存貨成本越高時，代表製造商須提供的折扣越高，所以製造商越傾向不提供折扣契約。
- 其他參數不變時，隨著產能水準(S)下降，製造商願意提供的折扣水準(r)越高。當產能很高時，即使製造商不提供折扣契約，只用第二期的產能製造也可支應大部分的市場需求；若提供折扣契約，由於零售商取貨以第一期為主，所以在高產能下且需負擔高額的折扣成本，故當製造商的產能越高時所願負擔的單位折扣水準越低。
- 由圖表 4-3 及圖表 4-4 可知，製造商提供折扣的區域，對零售商而言也有較高的利潤，所以即使零售商有選擇契約的權利，當製造商提供折扣契約時，零售商必定會接受該契約，故可知零售商是否有主權選擇契約對最後的分析結果並不會造成影響。

並藉由數量分析做出製造商及零售商隨著製造商產能變動下利潤變動的趨勢，分析雙方在不同產能限制下的決策行為。可知當製造商的產能很低時，製造商會提供折扣契約，並投入兩期的產能供應市場銷售量；而隨著產能的提高，製造商會轉向提供無折扣契約，並開始以第二期的產能為主。而在提供折扣契約與提供

無折扣契約的兩個區域中，製造商分別有一個利潤高點，當零售商的單位存貨成本相對較低而製造商的單位產能維持成本相對較高時，製造商此時會提供折扣契約；可知在某些情況下，提供折扣契約對製造商而言確實是有利的。

最後由敏感度分析，了解製造商及零售商的單位存貨成本，以及消費者的價格敏感度對於市場的影響。可知零售商的單位存貨成本不影響無折扣契約下製造商及零售商的決策；製造商的單位存貨成本不影響製造商及零售商在折扣契約下的決策；而消費者的價格敏感不論是在折扣契約或是無折扣契約中，皆會造成批發價格、市場價格、市場需求以及雙方利潤的下降。

6.2 建議

- 在本研究中許多參數皆假設為固定的，如單位製造成本、產能維持成本、製造商及零售商的存貨成本、顧客對產品的需求量都是本研究確定已知的資訊，而實際的情況會存在不確定性，故在未來研究可加入不確定性以更貼近市場的真實情況。
- 本研究假設市場資訊完全流通，且雙方皆會誠實的交換資訊，而現實中雙方有可能為了極大化自身的利益而散布不實的消息，除此之外，雙方可能會將某些資訊視為商業機密而拒絕透露，種種原因都將造成市場預估不準確；在未來的研究可加入資訊不對稱的問題深入探討。
- 目前已有許多研究探討製造商可提供不同的契約使得雙方的利潤皆能夠提升，如數量折扣契約(quantity discount contract)、買回契約(buy-back contract)、利潤共享契約(revenue sharing contract)，而本研究只討論折扣契約如何影響製造商與零售商的決策，未來可驗證不同的契約是否也能

為製造商及零售商帶來較高的利潤。

- 本研究假設市場為雙邊獨佔市場，亦即市場上只有一個零售商與一個製造商，而真實市場中此情況較為少見，未來可研究單一製造商面對多個零售商的情形甚或是多個製造商與多個零售商，分析更貼近市場情況的模型以對供應鏈的領域中做出更大的貢獻。
- 為了簡化分析，本研究假設市場需求為確定的，故製造商可準確的預估需求並根據自身的條件制訂最有利的策略，然而真實的市場需求為隨機發生，故未來的研究可改變市場需求的假設，將討論建立在市場需求為隨機(*stochastic*)的情形下，進一步探討折扣模型中，當製造商無法準確的預測需求時，單位折扣 r 的變化。
- 由圖表 4-3 及圖表 4-4 可知，其中一區塊製造商與零售商偏好的契約形式不同，零售商偏好折扣契約而製造商提供無折扣契約，可知在此區域中，雙方的利潤相互消長。在本研究的設定中，製造商的議價能力(*bargaining power*)較強，製造商決定契約的形式後，零售商只能被動的接受；然而，當零售商有較強的議價能力主導契約形式時，如何影響雙方的最適決策，或當得利的一方提出利潤共享時，是否可促進雙方的合作，提升整體供應鏈的價值等，皆是未來值得探討的議題。

參考文獻

中文

Krajewski-Ritzman 著，楊明璧審訂(民 94)，「作業管理：流程與價值鏈」，再版，

智勝文化事業有限公司，台北市

呂國禎、韓斌(民 98)「集結近萬家小經銷商，讓中國首富求和，通路破壞王-格力

電器」商業週刊，第 1120 期，頁 1022。



英文

- Bassok, Y., H. Mendelson., “Analysis of supply contracts with commitments and flexibility,” Working paper, Northwestern University, Evanston, IL.
- Cachon, G., “Competitive and cooperative inventory management in two-echelon supply chain with lost sales,” The Fuqua School of Business, Duke University, Durham, New York.
- Cachon, G., “Supply chain coordination with contracts,” Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management. edited by Steve Graves and Ton de Kok. North Holland, 2003.
- Cachon, G., M. Lariviere, “Capacity choice and allocation: Strategic behavior and supply chain performance,” *Management Science*, vol. 45, no.8, pp. 1091—1108, 1999.
- Cachon, G., M. Lariviere, “An equilibrium analysis of linear and proportional allocation of scarce capacity,” *IIE Transactions*, vol. 31, no. 9, pp.835—850, 1999.
- Cachon, G., M. Lariviere, “Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: Strengths and limitations,” *Management Science*, vol. 51, no. 1, pp. 30—44, 2005.
- Cachon, G., P. Zipkin, “Competitive and cooperative inventory policies in a two stage supply chain,” *Management Science*, vol. 45, no. 7, pp. 936—953, 1999.
- Chan, Lap Mui Ann and D. Simchi-Levi and Julie Swann, “Pricing, production, and inventory policies for manufacturing with stochastic demand and discretionary sales,” *Manufacturing and Service Operations Management*, vol. 8, no. 2, pp. 149—168, 2006.
- Chen, J., L. Xu, “coordination of the supply chain of seasonal products,” *IEEE transactions on systems, man and cybernetics—part A: systems and humans*, vol. 31, no. 6, pp. 524—532, 2001.

- Eppen, G., A. Iyer, "Backup agreement in fashion buying—the value of upstream flexibility," *Management Science*, vol. 43, no.11, pp.1469—1484, 1997.
- Fisher, M., A. Raman, "Reducing the cost of demand uncertainty through accurate response to early sales," *Operations Research*, vol. 44, no. 1, pp.87—100, 1996.
- Gale, I. L., T. J. Holmes, "Advance-purchase discounts and monopoly allocation of capacity," *American Economic Review*, vol. 83, no. 1, pp. 135—146, 1993.
- Gurnani, H., C. S. Tang, "Note: Optimal ordering decisions with uncertain cost and demand forecast updating," *Management Science*, vol. 45, no.10, pp. 1456—1462, 1999
- Harris, R., A. Raviv, "A theory of monopoly pricing schemes with demand uncertainty," *American Economic Review*, vol. 71, no. 3, pp. 347—365, 1981.
- Iyer, G., "Coordinating channels under price and nonprice competition," *Management Science*, vol. 17, no.4, pp. 338—355, 1998.
- Lariviere, M., E. Porteus, "Selling to the newsvendor," Fuqua School of Business working paper, 1999.
- Lovejoy, W. S., "Myopic policies for some inventory models with uncertain demand distributions," *Management Science*, vol. 36, no.6, pp. 724—738, 1990.
- Maskin, E., J. Riley, "Asymmetric auctions", *Review of Economic Studies*. vol. 67, pp.413—438, 2000.
- Pasternack, B. A., "Optimal pricing and return policies for perishable commodities," *Marketing Science*, vol. 4, no. 2, pp. 166—176, 1985.
- Tasy, A., "The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives," *Management Science*, vol. 45, no. 10, pp. 1339—1358, 1999.
- Tsay, A., W. S. Lovejoy, "Quantity Flexibility contracts and supply chain performance," *Manufacturing and service operations management*, vol. 1, no. 2, pp. 89—111, 1999.

- Taylor, T. A., “Sale Timing in a supply chain: When to sell to the retailer,”
Manufacturing and Service Operations Management, vol.8, no. 1, pp. 23—42,
2006.
- Taylor, T. A., “Supply chain coordination under channel rebates with sales effort
effects,” *Management Science*, vol. 48, no. 8, 2002.
- Viswanathan, S. & Q. Wang, “Discount pricing decisions in distribution channels with
price-sensitive demand,” *European Journal of Operational Research* 149, pp.
571—587, 2003.
- Weng, K., “Channel coordination and quantity discounts,” *Management Science*, vol.
41, no.9, pp. 1509—1529, 1995.

