

國立臺灣大學工學院工程科學及海洋工程學研究所

碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

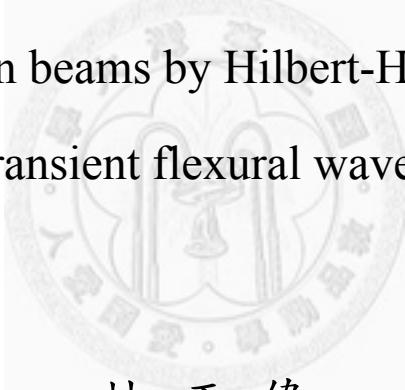
College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

希爾伯特黃轉換於樑上之破壞檢測分析

Crack detection on beams by Hilbert-Huang transform of
transient flexural waves



林 正 偉

Cheng-Wei Lin

指導教授：王 昭 男 博士

Advisor : Chao-Nan Wang, Ph.D.

中華民國 九十九 年 11 月

November, 2010

誌謝

本篇論文的完成，有許多要感謝的人。首先要感謝的是我的指導教授王昭男老師，不論在生活處事以及學習上，皆給予學生極大的幫助與鼓勵，尤其在論文撰寫期間，老師的辛勤指導，學生皆銘記在心。在此，學生致上最高的敬意；以及，老師，謝謝您。同時感謝口試委員謝傳璋教授、何信宗教授與鐘裕亮博士的不吝指教，仔細的審閱初稿，給予我許多受用的建議與協助，使得本篇論文更為完整。

研究期間感謝博士班學長吳建和，以及碩士班學長姐張婕詩、許文馨、黃邦豪與沈凱霖在生活上以及課業上的協助，並感謝實驗室同窗蔡依奴、林裕桀與吳明弦的互相砥礪與支持以及學弟妹陳文哲、陳信成、陳昱劭與張雅茹，有你們在的實驗室，不僅豐富了我實驗室的生活，更增加美好的回憶以及錯綜複雜的心情。也感謝共同實驗室同窗廖啓閔、馬祖文、侯建綸與黃峻維及學弟許家維、陳昌聖、曹佑任與王瑞宏的幫忙維護、處理實驗室相關事務。另外十分感謝工科所同學簡明毅、許裕昌和共同實驗室學長陳畊谷，在研究和生活上的鼓勵，非常感激你們。

能夠順利完成學業，還要感謝在遠方同樣為論文或是工作奮鬥的好友們，一同的努力、加油與打氣。最後特別要感謝我的家人，在情感上總是默默給我支持，成為專注寫作論文的泉源。要感謝的人太多，無法一一系列。但懷著感激的心，願與關心我的家人、朋友們分享這份榮耀與喜悅。

林正偉

謹誌於台北公館

民國九十九年十一月

摘要

結構的損傷預測一直是工業界的重要課題，要達到這個目的，必需有適當的訊號處理方法，近年來迅速發展的希爾伯特黃轉換(Hilbert-Huang Transform, HHT)可能提供了一個有效的訊號分析方法。本文討論一維細長方樑上之彎曲波振動訊號，以 HHT 進行分析，判斷結構是否損壞，並推估其位置。首先，介紹 HHT 的基本理論，其使用經驗模態分解法，以訊號本身隨時間變化的時間尺度來提出基底，能夠用於非線性與非穩態之訊號分析。接著探討彎曲波之 Bernoulli-Euler theory 和 Timoshenko theory 的差異，並計算波速得知彎曲波為頻散波。在實驗部份，選用鋁合金、黃銅以及不鏽鋼作為實驗材料，樑經敲擊產生彎曲波，量測得到加速度訊號，再由 HHT 得到時頻圖，從圖上能辨識出邊界反射波和缺陷反射波之峰值，並分別探討波速之計算和缺陷發生位置，而實驗結果得到之誤差(Absolute relative error)平均值皆不超過 2.5%。此外，若缺陷深度較深，在時頻圖上之反射波振幅也會較大，可以作為破壞程度之參考依據。

關鍵字： 破壞檢測、希爾伯特黃轉換、經驗模態分解法、彎曲波、頻散波、Timoshenko 樑

ABSTRACT

In the industry, the damage detection of structures is an important research subject. To this end, a proper method for the vibration signal processing is indispensable. The Hilbert-Huang Transform (HHT), which has been successfully applied to many different fields in the last ten years, may provide a promising method for this purpose. The purpose of this research is to detect the crack on beams by HHT of transient flexural waves. First of all, the basic method named “Empirical Mode Decomposition” of HHT was introduced. Its basis of expansion is adaptive, so that it can produce physically meaningful representations of data from nonlinear and non-stationary processes. And then the difference of Bernoulli-Euler theory and Timoshenko theory associated with flexural waves were then discussed. It will be found that the flexural waves are dispersive by considering the wave velocity. Besides, the beams of Aluminum, Brass and Stainless Steel were considered in the experiments. The flexural waves were made by the impact force on beams. Applying the HHT on the measured acceleration data, the Hilbert spectrum can be obtained. From the figure the ridges represented the reflected waves from the boundary and the crack. By estimating the wave arrival time, the wave velocity and the crack location can be determined. The mean values of absolute relative error are all less than 2.5%. In addition, the characteristics on Hilbert spectrum of the damage size were also studied. This study may contribute to the damage size estimation in the near future.

Keywords : crack detection 、 Hilbert-Huang Transform 、 Empirical Mode Decomposition 、 flexural wave 、 dispersive wave 、 Timoshenko beam

目錄

論文口試委員會審定書	I
誌謝	II
中文摘要	III
英文摘要	IV
目錄	V
圖目錄	VIII
表目錄	XII
第一章 緒論	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究內容及大綱.....	5
第二章 HHT 理論基礎	7
2.1 瞬時頻率和解析訊號.....	7
2.2 希爾伯特黃轉換(Hilbert-Huang Transform, HHT).....	14
2.2.1 本質模態函數(Intrinsic Mode Function, IMF)	15
2.2.2 經驗模態分解(Empirical Mode Decomposition, EMD).....	16
2.2.3 希伯特頻譜與邊際頻譜.....	20
2.3 瞬時頻率之計算方法.....	20
2.4 總體經驗模態分解法(Ensemble EMD,EEMD).....	24

2.5 HHT 之特性	26
第三章 在樑上傳遞之彎曲波	28
3.1 Bernoulli-Euler theory	28
3.2 Timoshenko beam theory	30
3.3 wave velocity	34
第四章 實驗設備與系統架構	37
4.1 訊號量測系統	37
4.2 訊號量測儀器	39
4.3 訊號量測過程	41
4.3.1 彎曲波波速之量測	44
4.3.2 缺陷位置之反算	45
第五章 訊號分析與處理	47
5.1 彎曲波之波速分析	47
5.1.1 鋁合金(3000mm×10mm×10mm)	48
5.1.2 鋁合金(3000mm×8mm×8mm)	52
5.1.3 黃銅(2500mm×10mm×10mm)	56
5.1.4 不鏽鋼(2700mm×10mm×10mm)	59
5.1.5 分析與討論	63
5.2 缺陷位置之反算	64
5.2.1 黃銅：全長 2500mm，缺陷位於 1250mm	65
5.2.2 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷位於 900mm	68
5.2.3 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm	71

5.2.4 分析與討論.....	74
5.3 破壞程度之訊號分析.....	75
第六章 結論與未來展望	84
6.1 結論.....	84
6.2 未來展望.....	85
參考文獻	86



圖目錄

圖 2.1 (a) 弦波訊號的時域分佈	8
圖 2.2 (a) 時域訊號[17]	12
圖 2.3 EMD 演算法及篩選程序的流程	19
圖 3.1 (a)細長樑上的橫向運動(b)細長樑的受力圖[27]	29
圖 3.2 剪力作用在樑上造成截面之變形[27]	31
圖 3.3 (a)樑之受力圖(b)剪切變形之影響[27]	31
圖 4.1 實驗設置圖	38
圖 4.2 實驗流程圖	39
圖 4.3 加速規外觀	39
圖 4.4 激震錘外觀	40
圖 4.5 DAQ 卡之外觀	40
圖 4.6 樑之懸吊示意圖	42
圖 4.7 加速規之黏貼	42
圖 4.8 振動量測之虛擬儀表(Front Panel)	43
圖 4.9 振動量測之虛擬儀表(Block Diagram)	43
圖 4.10 加速度之歷時訊號[26]	44
圖 4.11 HHT 分析後之時頻圖[26]	45
圖 4.12 樑上發生缺陷之示意圖	46
圖 4.13 樑之缺陷(transverse line crack)	46
圖 5.1 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：彎曲波之加速度訊號圖	49
圖 5.2 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF	50
圖 5.3 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：希爾伯特頻譜	50

圖 5.4 鋁合金 3000mm×10mm×10mm： r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave	51
圖 5.5 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。 v1 為(r0, r1)所得；v2 為(r1, r2)所得	51
圖 5.6 鋁合金 3000mm×10mm×10mm： ARE1、ARE2 分別為 v1、v2 與理論值之誤差	52
圖 5.7 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：彎曲波之加速度訊號圖	53
圖 5.8 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF53	
圖 5.9 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：希爾伯特頻譜	54
圖 5.10 鋁合金 3000mm×8mm×8mm： r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave	54
圖 5.11 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。 v1 為(r0,r1)所得；v2 為(r1,r2)所得	55
圖 5.12 鋁合金 3000mm×8mm×8mm： ARE1、ARE2 分別為 v1、v2 與理論值之誤差	55
圖 5.13 黃銅 2500mm×10mm×10mm：彎曲波之加速度訊號圖	56
圖 5.14 黃銅 2500mm×10mm×10mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF	57
圖 5.15 黃銅 2500mm×10mm×10mm：希爾伯特頻譜	57
圖 5.16 黃銅 2500mm×10mm×10mm： r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave	58
圖 5.17 黃銅 2500mm×10mm×10mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。 v1 為(r0,r1)所得；v2 為(r1,r2)所得	58
圖 5.18 黃銅 2500mm×10mm×10mm： ARE1、ARE2 分別為 v1、v2 與理論值之誤差	59

圖 5.19 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：彎曲波之加速度訊號圖	60
圖 5.20 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF	60
圖 5.21 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：希爾伯特頻譜	61
圖 5.22 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave	61
圖 5.23 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。v1 為(r0,r1)所得；v2 為(r1,r2)所得	62
圖 5.24 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：ARE1、ARE2 分別為 v1、v2 與理論值之誤差	62
圖 5.25 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：彎曲波之加速度訊號圖	66
圖 5.26 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF	66
圖 5.27 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：希爾伯特頻譜	67
圖 5.28 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：r0 為 direct wave，rc 為 crack reflected wave	67
圖 5.29 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：實驗推估之缺陷位置	68
圖 5.30 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：彎曲波之加速度訊號圖	69
圖 5.31 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF	69
圖 5.32 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：希爾伯特頻譜	70
圖 5.33 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：r0 為 direct wave，rc 為 crack reflected wave	70

圖 5.34	不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：實驗推估之缺陷位置...	71
圖 5.35	不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：彎曲波之加速度訊號圖	72
圖 5.36	不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：原始訊號經 EEMD 分解 得到之 IMF	72
圖 5.37	不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：希爾伯特頻譜	73
圖 5.38	不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：r0 為 direct wave，rc 為 crack reflected wave	73
圖 5.39	不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：實驗推估之缺陷位置	74
圖 5.40	黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 3mm：彎曲波之加速度訊號圖	77
圖 5.41	黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 3mm：希爾伯特頻譜	77
圖 5.42	黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 6mm：彎曲波之加速度訊號圖	78
圖 5.43	黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 6mm：希爾伯特頻譜	78
圖 5.44	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 2mm：彎曲波之加速度訊號圖	79
圖 5.45	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 2mm：希爾伯特頻譜	79
圖 5.46	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 5mm：彎曲波之加速度訊號圖	80
圖 5.47	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 5mm：希爾伯特頻譜	80
圖 5.48	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(正面)：彎曲波之加速度訊號 圖	81
圖 5.49	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(正面)：希爾伯特頻譜	81
圖 5.50	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(背面)：彎曲波之加速度訊號 圖	82
圖 5.51	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(背面)：希爾伯特頻譜	82
圖 5.52	不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(側面)：彎曲波之加速度訊號 圖	83

圖 5.53 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(側面)：希爾伯特頻譜	83
--	----

表目錄

表 4.1 實驗材料性質	38
表 4.2 實驗儀器一覽表	41
表 5.1 彎曲波之群速度分析實驗規劃表	48
表 5.2 實驗推估波速值與理論波速值之誤差	64
表 5.3 缺陷位置之反算實驗規劃表	65
表 5.4 缺陷位置反算和實際位置之誤差	75
表 5.5 破壞程度之訊號分析實驗規劃表	75

第一章 緒論

1.1 研究動機

近年來經濟發展迅速，大都市的高樓大廈林立，不論是辦公用或是住宅都相當得多，而高架道路或是橋樑等重要的公共設施也比比皆是。台灣又處於環太平洋地震帶以及颱風活躍處，會帶來豐沛降雨及不定時發生之地震損害等，因這些氣候現象會對結構物造成損傷，加上人為使用不當和結構自然老化等影響，容易對當地居民造成生活不便也讓社會付出重大成本。

而社會新聞上的偶發意外事件，如發生於 2002 年 5 月 25 日的華航 CI611 空難，經過調查，失事的部分原因，已經指向金屬疲勞等結構損傷。報告指出，飛機在墜毀前已經解體，根據撈起的殘骸也發現，機身後段機腹，一處因摩擦損傷進行修補的部位，出現了明顯的金屬疲勞及鏽蝕的現象，顯示金屬疲勞現象存在許久，但因被蒙皮補片遮蓋，無法直接目視得知裂縫。倘若在出事前能進行完整且妥善的鑑定報告，並以高頻率非破壞性檢測，可以發現補片遮蓋的蒙皮有金屬疲勞紋，說不定則可挽救這場空難。

由此可知，重要的大型結構如：船舶、飛機、橋樑、大廈、水壩所牽扯的生命財產相當龐大，一旦疏於檢測維修，此時造成的不僅於經濟方面的損失，還會危及人身安全，發生無可挽回的遺憾。因此，定期監測系統運行狀態便是重要的課題，若能儘早發現疲勞裂縫，防患於未然，進行結構的更換或修補，以延長構件的壽命，則可以避免許多遺憾的發生。

另一方面，隨著科技的進步，工業間的競爭越來越激烈，對於生產力的要求十分嚴苛。要維持良好生產力的首要條件為機械生產設備保持在最佳狀態下運作，因此機械結構異常的診斷識別成為重要的課題。如能在結構損傷造成機械功能異常之前檢測判別出來，便可提高機械運轉性能、加長機械壽命及增進人員的安全性。機械結構破壞的初期特徵之一是裂縫，如果在承受大負載的狀況下，結構突然發生損壞，很有可能造成人員的傷害。因此，裂縫是結構安全上的一大威脅，必需定期的對結構進行裂縫檢測，以判別該結構是否該修復或淘汰，如此才能防止重大意外的發生。裂縫產生的原因可能是由於製程中加工不良、使用中的操作不當或因時間過長而造成的材料疲勞所產生。大多數的初期裂縫難以用肉眼觀察得知，所以需借用儀器來做進一步的檢測。

1.2 文獻回顧

疲勞破壞乃是結構物或機械元件在工程的應用上造成損壞的主因之一，美國材料試驗學會（American Society of Testing Materials）對疲勞定下一個註解是「材料受到連續之變動承載，發生局部性永久結構變形的過程，該過程乃使材料中之某點或多點產生應力及應變的波動情況」[1]，即使應力值遠小於材料本身的降伏強度，仍會使機械性質產生改變，導致裂縫的萌生，造成整體構件的損毀。然而，機械結構的損傷大多是因為反覆動態負荷作動下，誘發裂縫的成長，進而破壞結構本身。因此，如何在不破壞或拆解結構本體的情況，有效的預測出裂縫位置與尺寸，即是我們探討的重點。

一般而言，結構損壞檢測可分為整體損壞檢測與局部損壞檢測[2]；整體損壞檢測主要經由振動訊號來對整個結構作損壞檢測，其原理為將結構視為由質量與彈簧所組成的離散系統，一旦結構發生損壞這些結構的參數就會產生變化，所

以結構模型參數的變化可以當作結構初期損壞發生的徵兆。因為結構的質量或勁度的變化會反應在所量測到的自然頻率與模態上，常用的偵測方法之一為將所量測到的自然頻率及模態與未受損結構的自然頻率及模態比較，由此判別損壞是否存在。在實際應用中，自然頻率相較於模態及阻尼要易於量測且精確度較高，所以在許多研究中是以自然頻率的變化來判別損壞的存在。Pines 和 Salvino 在一維的結構上利用相位的變化來辨識破壞的存在和位置[4][5]。Oliver 和 Kosmatka 在模擬的自由質量彈簧系統上，因為勁度的變化反應在自然頻率的變化上而辨識破壞的存在[6]。Chen et al.也是利用瞬時頻率的變化來求出機翼上的破壞[7]。然而因為小損壞對結構之振動響應的影響非常微小，所以從結構之振動響應訊號中判別出初期損傷的存在較為困難。

而局部損壞檢測意指非破壞性檢測(Nondestructive Testing, NDT)，例如[3]：超音波檢測法(Ultrasonic Testing, UT)、磁粉檢測法 (Magnetic Powder Testing, MT)、滲透檢測法 (Penetrate Testing, PT) 與敲擊回音法(Impact-echo)等等，可判斷出損壞是否存在並找出其位置。這些方法應用於小型且外型簡單的結構上有不錯的結果，且不需要與結構受損前的資料做比較即可檢測出結果。Kishimoto et al. 利用鋼球在某一高度落下對簡支樑作衝擊，於樑的表面貼上應變規，並對衝擊後激發出的彎曲波作量測，找出彎曲波在各頻率下的波傳時間與群速度(group velocity)，並反求鋼球敲擊點位置[8]。S.T. Quek et al.利用時間飛行法(time of flights)，量測彎曲波的反射波能量抵達時間，推算破壞的位置[9][11]。Tian 和 Li 先建立受到破壞的樑之數學模型，量測樑之應變並同樣利用反射波能量的抵達時間求得破壞位置[10]。後來 S.T. Quek et al.在二維平板上製造 Lamb waves，同樣用時間飛行法以及幾何計算推得平板上之破壞位置[12]。

損壞檢測除了物理上之方法選擇外，另一個重要的部份為將實驗量測所得到

之訊號做處理分析。最常用來分析訊號的方法之一為傅立葉轉換(Fourier Transform)，它是傅立葉於 1807 年所提出，當時由於其計算量太過龐大，無法應用在實際問題上。Cooley 與 Turkey [13] 在 1965 年提出的快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)，大幅簡化傅利葉轉換的計算量，加上現今的電腦的強大計算能力，使得 FFT 普遍的應用在訊號分析上。但是由傅立葉轉換所得到的頻譜，乃表示各頻率下之能量強度，並不能反映局部時間之頻譜訊息。換句話說，快速傅立葉轉換只對穩定訊號的分析有意義[14]。1946 年 Gabor 提出短時傅立葉轉換 (Short-Time Fourier Transform, STFT) [15]的構思，改善了傅立葉轉換不足之缺點。並且同時兼具時域、頻域局部分析之能力，故又稱短時傅立葉轉換。不過此方法無法同時在時間與頻率的解析度上有良好結果，因此為了滿足上述條件，小波轉換[16]便因應而生。1984 年由地球物理學家 Morlet 所提出的小波轉換 (Wavelet transfer) 提供了一個有效的訊號分析方法。小波分析法可經由調整其尺度來獲得較好的頻率解析度或時間解析度，所以如將它應用於損壞檢測的訊號處理上，則可建構出所需的結構損壞的特徵指標。然而小波轉換與傅立葉轉換皆是以預先設定的基底函數來分析訊號，且分析過程皆為線性運算，所以只適用於線性且平穩的物理現象。但真實生活中的現象大多為非線性且非平穩的，所以需要一個更好的訊號分析法，才能從訊號解析出更具有物理意義的特性。

Huang et al.於 1998 年提出希爾伯特-黃轉換 (Hilbert-Huang Transform, HHT)[17]，它不像小波轉換與傅立葉轉換用既定的基底來分解訊號，而是利用訊號本身隨時間變化的時間尺度來提出基底。由於該基底是由訊號所產生，所以具有該訊號的物理特徵，且不限於平穩訊號。將此具有訊號物理特徵的基底視為組成訊號的其中一個分量，之後再利用以對時間微分方式來定義頻率的希伯特轉換 (Hilbert transform, HT)，便可得知每一時刻的瞬時頻率及瞬時振幅。因此 HHT 對於非平穩的歷時訊號擁有較佳的解析度。近年來，HHT 廣泛的應用於各個領域

之中；R. Long 應用於影像處理上[18]；Hwang et al.將希爾伯特頻譜應用於非線性的海浪分析[18]；Veltcheva將 EMD 應用於研究近岸的海浪[19][20]；Echeverria, Woolfson 與 HayesGill 將 EMD 應用於心臟跳動速率的變化分析上[21]；Chen 與 Huang 將 EMD 應用於地球物理學上[22]；Komm 與 Howe 將 HHT 應用於太陽物理學上[23]。

本文嘗試應用 HHT 於一維細長方樑上之振動訊號分析，研究是否可由 Hilbert 頻譜的波傳到達時間，判斷結構是否損壞，並推估其位置。

1.3 研究內容及大綱

無論是大型結構物或是工業的機械設備，皆是由一維的構件所組成，而本文探討一維樑上之破壞檢測。將樑上量測所得之彎曲波訊號經由 HHT 處理後得到時頻圖，進行損壞檢測以及缺陷位置的估算。以下是本論文的研究架構，分為六個章節，概述如下：

第一章：緒論

研究背景、研究動機及相關理論之文獻回顧。

第二章：HHT 理論基礎

Hilbert-Huang Transform 的基本理論以及後續的改進方法，簡單闡述。

第三章：在樑上傳遞之彎曲波

推導彎曲波的基本理論，介紹 Bernoulli-Euler theory 和 Timoshenko theory 之差異，以及理論波速的計算。

第四章：實驗設備與系統架構

介紹本文實驗儀器和系統架構，訊號量測方法和介面，針對系統組成元件做詳細說明，並簡述實驗波速計算和缺陷位置反算之概念。

第五章：訊號分析與處理

實驗量測得到加速度訊號，由 HHT 訊號處理後，首先分析與比較理論波速和實驗波速值；接著討論缺陷位置之估算；最後探討缺陷程度在時頻圖上之影響。

第六章：結論與未來展望

對本文實驗分析之結果進行整理與歸納，並說明在本文中所得之結論，以及探討在樑上破壞方面可進一步研究發展之空間。



第二章 HHT 理論基礎

本章將介紹希爾伯特黃轉換(Hilbert-Huang Transform, HHT)，HHT 為將所要分析的訊號先用經驗模態分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)分解後，再做希爾伯特頻譜分析法(Hilbert Spectral Analysis, HSA)的程序。EMD 是在 1998 年由美國 NASA 華裔黃鵬(Norden E. Huang)博士[17]根據近代知名數學家 Hilbert 的數學理論設計，它能將訊號分解成數個適合於作希爾伯特轉換的分量，如此再經由希爾伯特轉換得到的時頻圖才具有物理意義。除此之外，也將介紹瞬時頻率的計算方法，以及改進 EMD 缺點的總體經驗模態分解法(Ensemble EMD, EEMD)。

2.1 瞬時頻率和解析訊號

傅立葉轉換在訊號分析領域扮演重要的角色，它可以將時域訊號 $s(t)$ ，轉換成頻域訊號 $S(\omega)$ 來觀察訊號的特性[28]。如(2.1.1)式所示：

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.1.1)$$

反之，利用(2.1.2)式可以重新回到時域訊號 $s(t)$ ：

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.1.2)$$

傅立葉轉換後，從頻譜中可以得知訊號是由哪些頻率成分所組成，但不能顯示各頻率分量隨時間變化的情形。因此，以圖 2.1(a)的弦波訊號為例，訊號的頻率隨著時間進行而改變，其頻率值依序是 1Hz、2Hz 及 4Hz。而圖 2.1(b)頻譜圖，未能顯示出該訊號時變的特性。HHT 是將時域訊號轉換為時間-頻率的時頻分佈(如圖 2.1(c)所示)，更清楚描述頻率隨時間變化的情形，對分析訊號之頻率隨時

間的進行而有所改變之非穩態訊號(Non-Stationary Signal)有很大的幫助，也是訊號處理領域相當重要的課題。

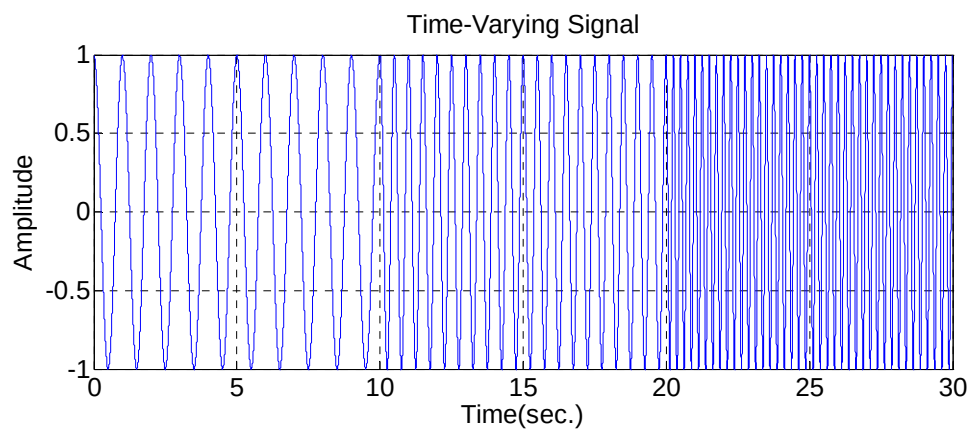


圖 2.1 (a) 弦波訊號的時域分佈

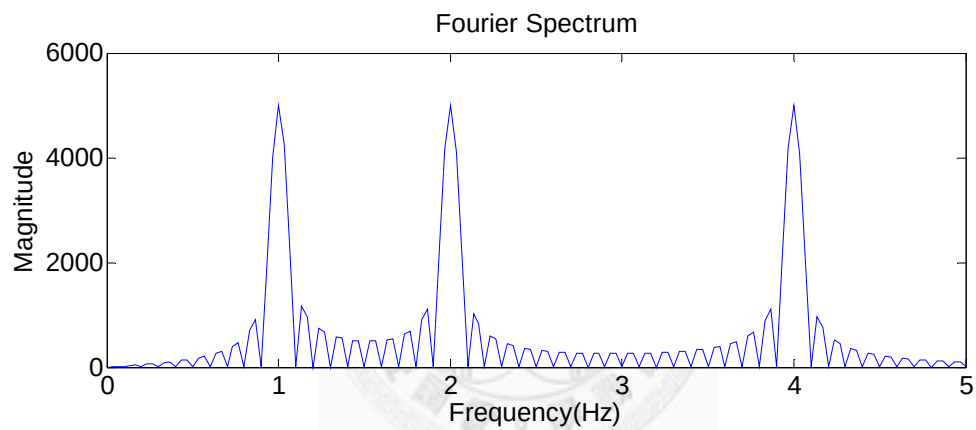


圖 2.1 (b) 弦波訊號的頻譜圖

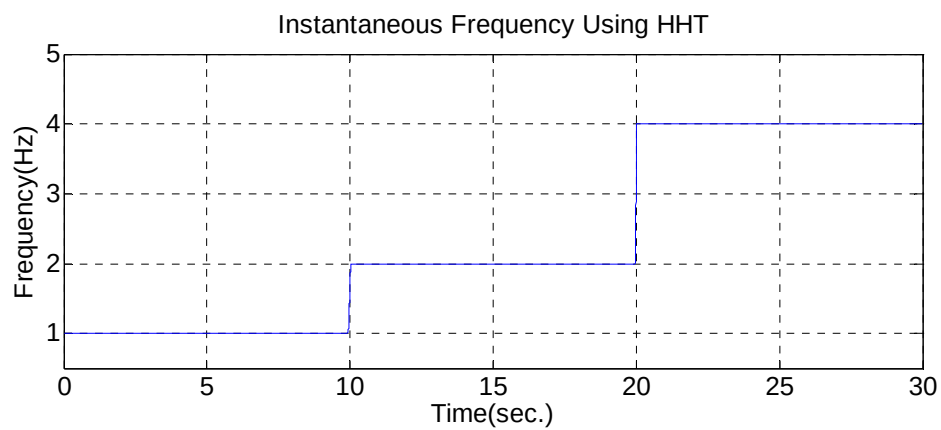


圖 2.1 (c) 弦波訊號的時頻分佈

直觀地，瞬時頻率的定義為相位的微分。然而，自然界中的訊號均屬於實數訊號，無法明確地表示出訊號的相位和振幅。因此，必須將實數訊號以複數型式表示，才可以將實數訊號的瞬時頻率求出。若實數訊號為 $S_r(t)$ ，其所對應的複數訊號(complex signal) $Z(t)$ 為

$$Z(t) = S_r(t) + jS_i(t) = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad (2.1.3)$$

其中

$$A(t) = \sqrt{S_r^2(t) + S_i^2(t)} \quad ; \quad \varphi(t) = \tan^{-1}\left(\frac{S_i(t)}{S_r(t)}\right) \quad (2.1.4)$$

可以得到瞬時頻率

$$\omega_i(t) = \varphi'(t) \quad (2.1.5)$$

因此，如何決定虛數部分 $S_i(t)$ ，來求得瞬時頻率，成為最主要的問題。Gabor 所提出的解析訊號法(Analytic Signal Method)是一個有效定義虛數部分的方法 [28]。以實數訊號作傅立葉轉換會有“負數頻率”，但負數頻率並不具特定的物理意義。因此，依解析訊號法形成的複數訊號，其頻譜正頻部份等效於實數訊號正的頻率部分，而頻譜負頻部份則為零。首先，對於實數訊號 $S(t)$ ，它的頻譜 $S(\omega)$ 滿足 $S(-\omega) = S^*(\omega)$ 並且能量密度頻譜 $|S(\omega)|^2$ 在頻譜上對稱於座標原點。所以，免除負頻部份並不會造成任何訊息損失，也消除負頻在判讀訊號頻譜時所造成的困擾。因此，複數訊號 $Z(t)$ 的頻譜 $S_a(\omega)$ 定義為僅由 $S(\omega)$ 正的頻率所組成，也就是

$$S_a(\omega) \equiv \begin{cases} 2S(\omega), & \text{for } \omega > 0 \\ S(\omega), & \text{for } \omega = 0 \\ 0, & \text{for } \omega < 0 \end{cases} \quad (2.1.6)$$

其中，

$$S(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.1.7)$$

利用反傅立葉得到

$$z(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S_a(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.1.8)$$

將(2.1.7)式代入(2.1.8)式可得

$$z(t) = \frac{2}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t') e^{-j\omega t'} e^{j\omega t} dt' d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t') e^{j\omega(t-t')} dt' d\omega \quad (2.1.9)$$

另外利用

$$\int_0^{\infty} e^{j\omega x} d\omega = \pi\delta(x) + \frac{j}{x} \quad (2.1.10)$$

得到

$$z(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(t') [\pi\delta(t-t') + \frac{j}{t-t'}] dt' \quad (2.1.11)$$

化簡後得到

$$A[s] = z(t) = s(t) + \frac{j}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t')}{t-t'} dt' \quad (2.1.12)$$

我們使用 $A[s]$ 來表示實數訊號 $s(t)$ 的解析訊號 (Analytic Signal)。而解析訊號的虛數項為實數訊號 $s(t)$ 的希爾伯特轉換 (Hilbert Transform)，以 $\hat{s}(t)$ 或 $H[s(t)]$ 表示，定義為

$$H[s(t)] = \hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t')}{t-t'} dt' = s(t) * \frac{1}{\pi \cdot t} \quad (2.1.13)$$

也就是原始訊號 $s(t)$ 與 $\frac{1}{t}$ 的摺合積分 (Convolution Integral)，因此希爾伯特轉換能分析 $s(t)$ 的局部特性。

故對於一個實數訊號 $s(t)$ ，經由希爾伯特轉換後得到解析訊號之虛數項，進而由(2.1.3)、(2.1.4)和(2.1.5)式求得瞬時頻率。

然而，如果 $s(t)$ 是沒有任何限制條件的任意時間訊號，計算出來的瞬時頻率可能沒有意義[17]。對於平均值為零的訊號，此瞬時頻率的定義才具有物理意義。為了獲得正確的瞬時頻率，需要某些限制條件，我們藉由下例說明。對於一個弦波訊號

$$s(t) = \beta + \sin(t) \quad (2.1.14)$$

考慮三種狀況：(1) $\beta = 0$ (2) $0 < \beta < 1$ (3) $\beta > 1$

- (1) $\beta = 0$ ： $s(t)$ 之希爾伯特轉換是 $-\cos(t)$ ， $s(t)$ 的解析訊號 $z(t)$ 之極座標圖、瞬時相位圖及瞬時頻率圖，分別呈現於圖 2.2(b)(c)(d) 中。當弦波訊號平均值為零時， $z(t)$ 在複數平面上之表示為以座標原點為中心的單位圓，它的相位角 $\theta(t)$ 則是以座標原點為中心，逆時鐘方向呈線性遞增，其瞬時相位圖形為斜率固定之直線，而瞬時頻率是一個常數值。
- (2) $0 < \beta < 1$ ： $z(t)$ 在複數平面上仍然是一個單位圓，但其圓心從原點偏移了 β 個單位，而瞬時相位圖上，其相角 $\theta(t)$ 不再呈現線性遞增，呈現震盪現象，瞬時頻率也同樣出現震盪的現象，而不是應有的常數值。
- (3) $\beta > 1$ ：因為 β 值超過單位圓的半徑，因此 $z(t)$ 的圓心在單位圓之外。因此瞬時相位和瞬時頻率除了震盪之外，瞬時頻率甚至出現負值，與原訊號的特性有極大的差異。

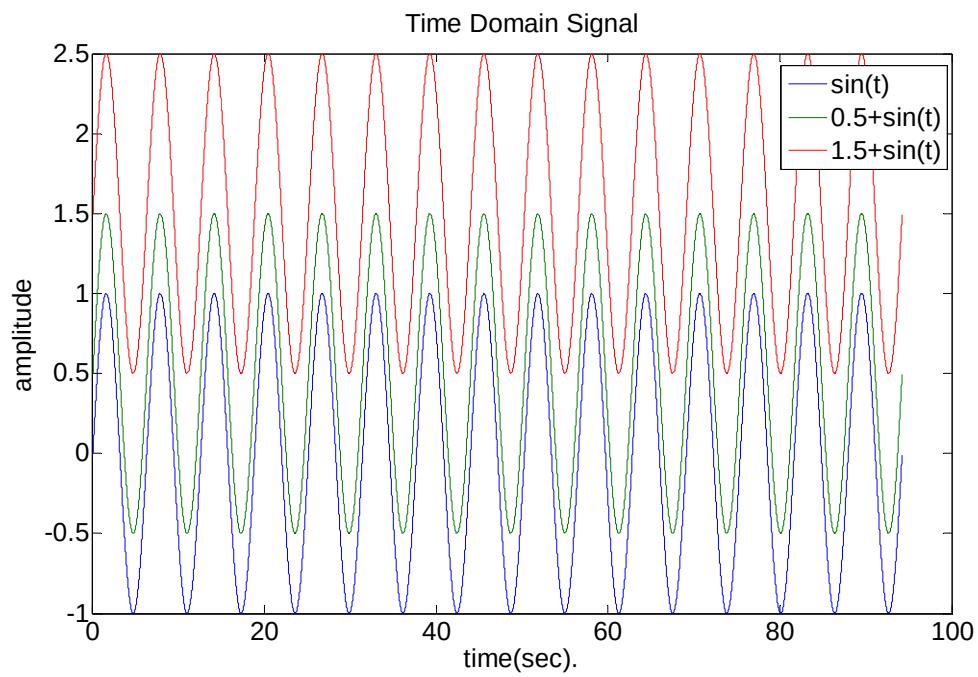


圖 2.2 (a) 時域訊號[17]

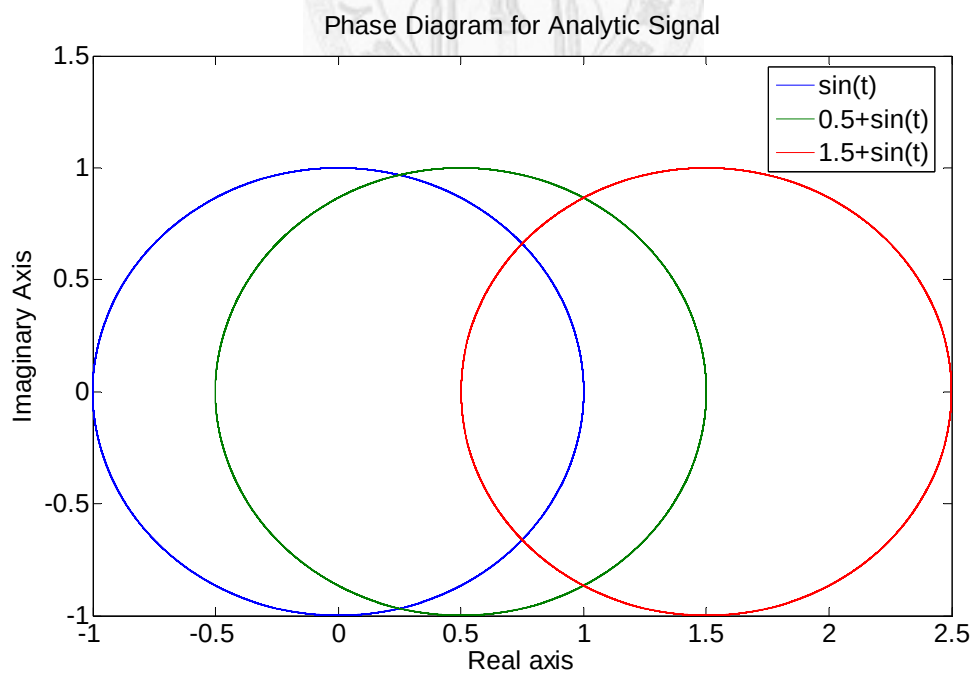


圖 2.2 (b) 解析訊號之極座標圖[17]

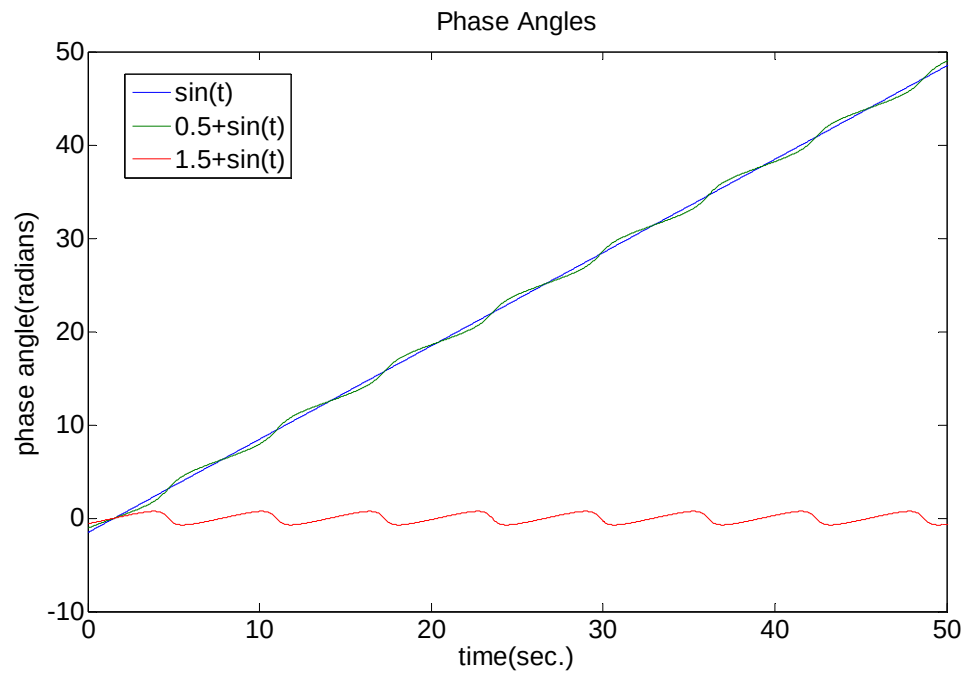


圖 2.2(c) 訊號之瞬時相位圖[17]

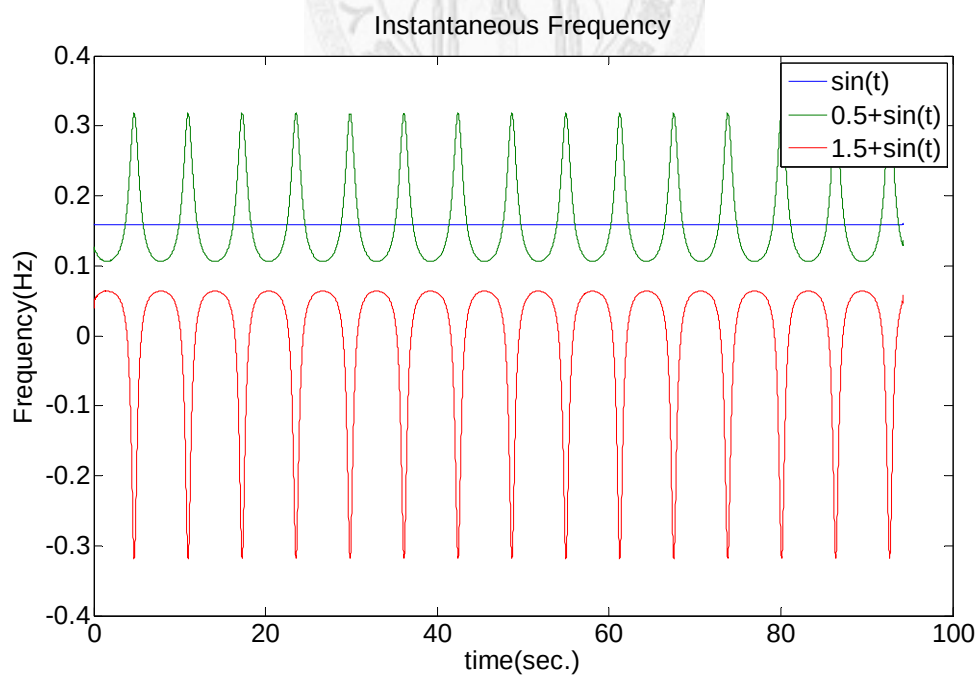


圖 2.2(d) 訊號之瞬時頻率圖[17]

從上述範例可知，唯有對零平均值基準呈局部對稱之訊號而言，前述定義的瞬時頻率才具物理意義，換句話說，若訊號在時域上有一偏移量，則訊號在作希爾伯特轉換前必須先適當處理，這樣才可以正確估測出訊號的瞬時頻率。在 1998 年，黃鰲(Norden E. Huang)博士提出一個新穎的演算法，也就是經驗模態分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)，它能將訊號分解成數個具局部對稱之分量，然後作希爾伯特轉換(Hilbert Transform)，可以正確地獲得資料的瞬時頻率。此方法能夠解決上述在時域上有偏移量的訊號求瞬時頻率的問題，在下一節將介紹經驗模態分解法。

2.2 希爾伯特黃轉換(Hilbert-Huang Transform, HHT)

希爾伯特黃轉換包含兩個主要的步驟：經驗模態分解法(Empirical Mode Decomposition, EMD)及 Hilbert 轉換(Hilbert Transform, HT)所組成。其中最關鍵的部份是將資料分解的方法 EMD，EMD 能依據訊號本身的特徵時間尺度(characteristic time scale)將訊號自高頻至低頻分解成一組若干個，且通常數目不大的基底—稱之為本質模態函數 (Intrinsic Mode Functions, IMFs)和一個趨勢項(trend)。而 HHT 的第二個部份為 Hilbert 轉換，Hilbert 轉換可以靈敏的捕捉 IMF 之局部相位變化，求取具有物理意義的瞬時頻率，建立兼具時-頻-能量三者的分佈，稱為希爾伯特時頻譜(Hilbert Spectrum)。但套用在其他非 IMF 的時間序列上面，則無法突顯該性質。又依據希爾伯特時頻譜，可定義邊際頻譜(Marginal Spectrum)。HHT 可以了解瞬時頻率和瞬時能量的分佈情形，且由於基底 IMF 為後知的(Posteriori)，也就是具有隨著各式訊號而變化的可適性(adaptive)，因此 EMD 可以分析非線性(Non-linear)或非穩態(Non-stationary)之時間序列行為。

2.2.1 本質模態函數(Intrinsic Mode Function, IMF)

瞬時頻率一直廣受討論，為了得到有意義的瞬時頻率，1995 年 Cohen[28] 提出了特殊單一訊號分量函數(monocomponent function)的概念。1966 年 Schwartz [29]提出窄頻寬的概念。而 Rice[30]指出訊號的頻寬如要窄，則其極值點數須等於跨零點數。在 1963 年 Gabor[31]與 Bedrosian[32]得到更嚴格的條件：如果一函數的瞬時頻率有意義，其傅立葉轉換的實部必須只能有正的頻率。因此，將訊號分解成數個皆滿足 Cohen 的特殊單一分量及 Schwartz 的窄頻寬之概念的分量，才能定義該訊號的瞬時頻率。物理上瞬時頻率的條件是訊號需相對於其局部零均值呈對稱，且跨零點數需等於總極值數。上述即黃鰲定義本質模態函數的依據 [17]。

本質模態函數的定義為：

1. 在整個資料中，局部極大值(local maxima)及局部極小值(local minima)的數目之和必須與跨零點(zero crossing)的數目相等或是最多只能差 1；以滿足窄頻寬的要求。
2. 在任一時間點上，由局部極大值所構成的上包絡線(upper envelope)與局部極小值所構成的下包絡線(lower envelope)之均值包絡線(mean envelop)近似為零，也就是局部均值(local mean)近似為零；不要求為零的原因是對於非平穩的訊號而言，平均值為零是難以且不需要達到的。

因此，一個函數若屬於 IMF，代表其波形局部對稱於零平均值，符合這些特性後，就可以搭配希爾伯特轉換，求得有意義的瞬時頻率。

2.2.2 經驗模態分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)

建立 IMF 是為了滿足希爾伯特轉換對於瞬時頻率的限制條件之前置處理階段。經驗模態分解是將訊號分解成 IMF 的組合，且每一個 IMF 都滿足上節所提之兩個條件。其實 EMD 是藉著不斷重複作用的篩選程序(Shifting Process)來逐步找出 IMF。以訊號 $s(t)$ 為例，將篩選程序的流程概述如下：

1. 首先找出 $s(t)$ 中的所有局部極大值及局部極小值，接著利用三次樣條(cubic spline)將局部極大值串連成上包絡線，至於局部極小值也利用 cubic spline 連接構成下包絡線。
2. 求出上下包絡線之平均，而得到均值包絡線 $m_1(t)$ 。
3. 將原始訊號與均值包絡線相減，得到第一個分量 $h_1(t)$

$$h_1(t) = s(t) - m_1(t) \quad (2.2.1)$$

至此視為完成第一個篩選程序。接著檢查 $h_1(t)$ 是否符合 IMF 的條件，如果不符合，則回到步驟 1 並且將 $h_1(t)$ 當作原始訊號，進行第二次的篩選程序。

亦即

$$h_2(t) = h_1(t) - m_2(t) \quad (2.2.2)$$

重複篩選 k 次，

$$h_k(t) = h_{k-1}(t) - m_k(t) \quad (2.2.3)$$

直到所得的分量滿足 IMF 的定義為止。

篩選過程可以消除載波(riding wave)並使波形更加對稱。隨著篩選過程次數的增加，均值包絡線會漸趨平緩而趨近於零，且振幅會更趨近於一致。振幅隨時

間的變化通常含有該訊號隨時間而變的物理意義存在，如果經過太多次的篩選過程，會失去該部份所含有的物理意義。因此，如果堅持要最終的均值包絡線等於零，可能會得到一個頻率會隨時間而變而振幅卻都保持不變的分量，而此分量不含有任何的物理意義。為了讓最終的平均值曲線夠趨近於零，且具物理意義，需有適當中止篩選過程的條件，在此介紹兩種停止準則

(1) Cauchy-type 收斂準則 (Huang et al. 1998 [17])：

定義標準偏差 (standard deviation, SD)

$$SD = \sum_{t=0}^T \frac{|h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{h_{k-1}^2(t)} \quad (2.2.4)$$

由 SD 的定義可以得知，當前後兩次篩選過程的差距小於某一預設值時，即停止篩選過程，且該次篩選過程所得的分量 $h_k(t)$ 即為 IMF。因為 SD 的定義與極值數是否等於跨零點數無關，所以此停止準則的缺點是與 IMF 的定義毫無關係，單純的是依分量是否隨著篩選過程的次數是否收斂來判別。

Huang et al. (1998 [17])建議 SD 值最好介於 0.2 至 0.3 之間。

(2) S number 準則 (Huang et al. 1999 [33])：

定義為如有連續 S 次篩選過程後所得的分量 $h_k(t)$ ，其極值數與跨零點數的差不超過一，即停止篩選，且該次篩選過程所得的分量 $h_k(t)$ 即為 IMF。Huang et al.(2003 [34])建議預設的 S 值介於 4 至 8，但在實際應用上仍需視情況而改變 S 的值。

當第 k 次篩選過程所得到的分量 h_k 滿足上述任一停止準則時，即得到第一個 IMF 分量 $c_1(t)$ ，亦即

$$c_1(t) = h_k(t) \quad (2.2.4)$$

再將原訊號 $s(t)$ 減去 $c_1(t)$ 可以得到殘餘值 $r_1(t)$ ，可表示如下式

$$r_1(t) = s(t) - c_1(t) \quad (2.2.5)$$

接著將 $r_1(t)$ 當作新的資料，重複經由篩選程序解析出第二個 IMF 分量 $c_2(t)$ ，並將其由 $r_1(t)$ 中減去，以得到新的殘餘值 $r_2(t)$ 。每得到一個 IMF，就將該成分自原資料中剔除，利用剩下的資料進行篩檢程序，如此重複分解 n 次

$$\begin{aligned} r_2(t) &= r_1(t) - c_2(t) \\ r_3(t) &= r_2(t) - c_3(t) \\ &\vdots \\ r_n(t) &= r_{n-1}(t) - c_n(t) \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

從原始訊號提出 IMF 的過程也有它的停止條件，一般為下列兩種情況：

- (1) 當殘餘值為一單調函數(Monotonic Function)或一固定值時，無法再分離出具有 IMF 特性的分量，即停止程序；
- (2) 當殘餘值的振幅遠小於最初原始訊號，或其內含的瞬時頻率已低於所關注頻率範圍時，即停止；

當提取出第 n 個 IMF 後所盛下的殘值 r_n 滿足上述任一停止條件時，整個 EMD 的分解過程即可視為完成。經由上述步驟之執行後，原始訊號 $s(t)$ 可表示成 n 個 IMF 分量與一個均值趨勢(mean trend)分量 $r_n(t)$ 的組合，亦即

$$s(t) = \sum_{k=1}^n c_k(t) + r_n(t) \quad (2.2.7)$$

圖 2.3 繪出整個 EMD 演算法及篩選程序的流程。

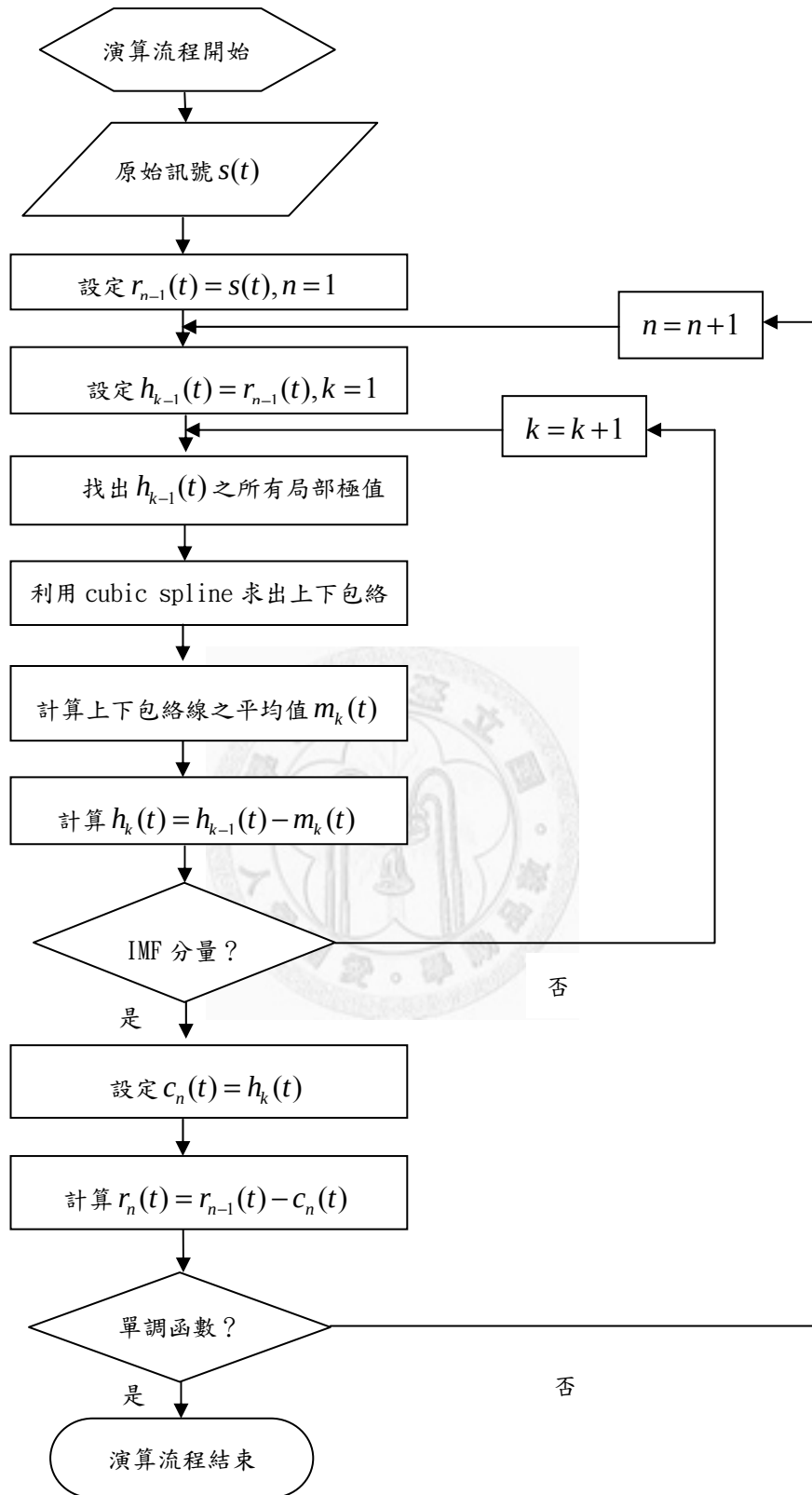


圖 2.3 EMD 演算法及篩選程序的流程

2.2.3 希伯特頻譜與邊際頻譜

將 EMD 所得的 n 個 IMF，也就是 $c_j(t)$ ， $j=1,2,\dots,n$ ，作 Hilbert 轉換後，便可得在某時間點上該訊號所包含的 n 個內含頻率 $\omega_j(t)$ 及其對應振幅 $a_j(t)$ 。

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i \int \omega_j(t) dt} \right\} \quad (2.2.8)$$

將瞬時頻率 $\omega_j(t)$ 及其對應瞬時振幅 $a_j(t)$ 畫在一起，便可得到振幅-頻率-時間分布圖，稱為希伯特振幅頻譜 (Hilbert Amplitude Spectrum) $H(\omega, t)$ ，或簡稱希爾伯特頻譜。

邊際頻譜為將希伯特頻譜對時間積分後，得到的振幅(能量)-頻率分布圖

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (2.2.9)$$

邊際頻譜代表每個頻率上的能量。

2.3 瞬時頻率之計算方法

Huang et al. [36][37]在 2008 年提出了瞬時頻率之三種計算方法。

1. 經由希爾伯特轉換的瞬時頻率計算方法

即為前二節所述，假設 $c(t)$ 為一 IMF，對 $c(t)$ 做 Hilbert Transform 得到

$$H[c(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{c(t')}{t-t'} \right] dt' = c(t) * \frac{1}{\pi \cdot t} \quad (2.3.1)$$

從而得到 $c(t)$ 之解析訊號 $z(t)$

$$z(t) = c(t) + jH[c(t)] \quad (2.3.2)$$

根據解析訊號 $c(t)$ 可以表示成

$$c(t) = a(t) \cos \phi(t) \quad (2.3.3)$$

其中 $a(t)$ 為包絡函數

$$a(t) = \sqrt{c^2(t) + H^2[c(t)]} \quad (2.3.4)$$

$\phi(t)$ 為相位函數

$$\phi(t) = \tan^{-1} \left(\frac{H[c(t)]}{c(t)} \right) \quad (2.3.5)$$

瞬時頻率(Hz)為

$$f_{HT} = \frac{1}{2\pi} \frac{d[\phi(t)]}{dt} \quad (2.3.6)$$

根據上述的瞬時頻率計算過程可以看出，要求任何一個 IMF 都可以表示為 (2.3.3) 式的形式，並且局部時間內 $a(t)$ 的波動頻率要比 $\phi(t)$ 的波動頻率低。因為具有物理意義的瞬時頻率僅僅取決於相位函數 $\phi(t)$ ，換言之

$$H[a(t) \cos \phi(t)] = a(t) H[\cos \phi(t)] \quad (2.3.7)$$

然而，此等式並非無條件成立，因為兩個函數乘積之 Hilbert Transform 受到 Bedrosian 定理[32]之約束。因此，(2.3.7)式成立條件為： $a(t)$ 的傅立葉頻譜和 $\cos \phi(t)$ 的傅立葉頻譜在頻域中是完全不相交的，並且 $\cos \phi(t)$ 頻譜的頻率範圍必須比 $a(t)$ 的頻率範圍高。但是對於一般函數來說，很少能夠同時滿足這兩個條件，所以直接對 IMF 進行 Hilbert Transform 得到的解析函數，再由它求得的相位函數不一定是真實的相位函數，由其求得的瞬時頻率也不一定是訊號的真實頻率。

2. 經由歸一化希爾伯特轉換的瞬時頻率計算方法(Normalized Hilbert Transform, NHT)

2005 年 Huang, N. E. 提出了一種基於經驗的規一化方法，可以將 IMF 的調幅 (AM) 分量和調頻 (FM) 分量分離。步驟如下：

- (1) 使用 EMD 對訊號篩選出 IMFs ；
- (2) 對 IMF $c(t)$ 取絕對值後找出其所有極大值點 ；
- (3) 對極大值點利用 cubic spline 構成包絡線 $e_1(t)$ ；
- (4) 使用 $e_1(t)$ 來規一化數據，即 $f_1(t) = \frac{c(t)}{e_1(t)}$ ；
- (5) 若 $f_1(t)$ 之絕對值皆小於 1，則停止；否則，對 $f_1(t)$ 重複步驟(2)(3)(4)，

$$\begin{aligned}
 f_2(t) &= \frac{f_1(t)}{e_2(t)} \\
 &\vdots \\
 f_n(t) &= \frac{f_{n-1}(t)}{e_n(t)}
 \end{aligned}$$

直到 $f_n(t)$ 的所有絕對值都小於或等於 1，其中 $e_j(t)$ 為經由 $f_{j-1}(t)$ 求得；

而 IMF $c(t)$ 之經驗調頻分量定義為

$$F(t) = f_n(t) \quad (2.3.8)$$

IMF $c(t)$ 之經驗調幅分量定義為

$$A(t) = \frac{c(t)}{F(t)} \quad (2.3.9)$$

再對 $F(t)$ 進行 Hilbert Transform 得到 $H[F(t)]$ ，進而求得相位函數

$$\phi(t) = \tan^{-1} \left(\frac{H[F(t)]}{F(t)} \right) \quad (2.3.10)$$

因此得到瞬時頻率

$$f_{NHT} = \frac{1}{2\pi} \frac{d[\phi(t)]}{dt} \quad (2.3.11)$$

NHT 實際上是將一個 IMF 的振幅變化部份(即調幅分量)消除，僅僅保留了頻率變化部份(即調頻分量)，使得 IMF 的調幅分量和調頻分量能夠分離。我們知道一個 IMF 的瞬時頻率是由其相位函數決定，而經過 NHT 得到的經驗調頻分量 $F(t)$ ，有效地消除振幅的振動對相位函數的影響，可以避免受到 Bedrosian 定理

之限制。

然而，從 Hilbert Transform 公式(2.3.1)可以知道它是全域積分，而瞬時頻率反應的是局部時變特徵，這樣用全域積分來描述局部特徵是互相矛盾的；此外，根據 Nuttall 定理[35]，並非任一個函數之 Hilbert Transform 必定是它的正交函數(quadrature)，兩者存在著一定的誤差。換言之，NHT 得到的經驗調頻分量(2.3.8)式，其 Hilbert Transform 不一定式它的正交函數，即 $F^2(t) + H^2[F(t)] \neq 1$ 。那麼由(2.3.10)式求得之相位函數也可能有所誤差。

3. 由規一化直接正交法(Direct quadrature, DQ)求瞬時頻率

2008 年 Huang et al.[36]提出直接正交方法計算瞬時頻率，步驟如下：

(1) 利用 NHT 得到經驗調頻分量 $F(t)$ ；

(2) 由 $F(t)$ 直接求其正交函數

$$Y(t) = \sqrt{1 - F^2(t)} \quad (2.3.12)$$

(3) 利用反正切函數求其相位函數

$$\phi(t) = \tan^{-1} \frac{Y(t)}{F(t)} \quad (2.3.13)$$

(4) 進而求得瞬時頻率

$$f_{DQ}(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2.3.14)$$

從上述步驟可以看出，DQ 法不再使用 Hilbert Transform，這樣完全避開了由於使用 Hilbert Transform 而受到 Bedrosian 定理和 Nuttall 定理的限制。而本文即採用 DQ 法來計算瞬時頻率。

2.4 總體經驗模態分解法(Ensemble EMD,EEMD)

因為訊號間歇的特性，在 EMD 的分解過程中，常常會有模態混疊(mode mixing)的情形出現，發生模態混疊的 IMF 無法有效代表其內涵的意義。當原本屬於前一個 IMF 之震盪訊號，被間歇性的微弱雜訊嵌入影響，極大值包絡線與極小值包絡線產生突然的擾動，逐層向下傳遞，導致不同的兩個時間尺度被歸類成同一個 IMF，或者單一時間尺度訊號被切割成兩個以上之 IMF 則稱為模態混疊。模態混疊的發生使得後續的每個 IMF 蘊含的物理意義被破壞，偏離原始系統的性質。IMF 極大值包絡線與極小值包絡線以零均線對稱卻發生模態混疊的現象時，即使 Hilbert 轉換後定義的瞬時頻率有意義，邊際譜上的時頻分布卻仍有偏差，無法有效表現真實系統的原貌。

為了解決模態混疊的問題，可以在擷取訊號時藉由帶通濾波器的設計，設定其截止頻率，讓高於或低於特定頻率的訊號通過，達到分離間歇性訊號的效果，但分離後的訊號頻率上下界是由人工主觀選取，假使選取的範圍過大，會被其他無意義的頻率成分干擾，造成分析結果失真；反之選取的範圍過小則會使真正有意義的訊號被濾除，無法還原訊號本身的特質。Huang 等(1999)[33] 提出了間歇性測試(Intermittency Test)，也就是在進行 EMD 分解的同時，預先選取間斷頻率，使得分解後的 IMF 週期上限固定，頻率落在特定範圍。雖然在加入間歇性測試後，改善模態混疊的現象，但是間歇性測試的設立與先前強調的自適性相背馳，尺度依舊為預選，只對個別例子有效，且須對原始資料之特性有一定了解後才能決定。

有鑑於此，Wu 和 Huang(2005)[38]提出了總體經驗模態分解法(Ensemble EMD, EEMD)，改進了 EMD 演算上的缺陷，為模態混疊提供一個可行的解決辦

法。EEMD 利用白噪音消除噪音的干擾，與 EMD 不同的是，EEMD 在分解前先將白噪音加入原始訊號中。換言之，將分析之訊號加入白噪音，由訊號和白噪音組成一個「總體」，加入訊號之白噪音將遍布整個時頻空間。當訊號加在這些一致分佈的白色背景上時，不同尺度的訊號，自動映射到合適的參考尺度上。

使用 EEMD 時必須先選定欲加入的白噪音量級，和加總平均的次數。若選取平均次數為 n ，則隨機產生 n 筆相異但量級相同的白噪音並加入 n 筆原始訊號，再對 n 筆同時含有白噪音及原始資料的數據作 EMD 分解，可以得到 n 組的 IMF 及 trend，分解後的結果分別加以平均。加總平均後使得產出的 IMF 減少模態混疊的現象，使得相異時間尺度的訊號不容於同一 IMF。

EMD 參數設定以後分解輸出的是唯一解，EEMD 卻不然。每次 EEMD 運算出來的 IMFs 皆略有不同，EEMD 調配了不同量級的白噪音，隨著量級不同，分解出來的效果也不一。即使選用相同參數，計算出的結果仍然不盡相同，因為置入的白噪音是隨機的，但隨著平均次數的增多，可以使每次隨機產生的白噪音影響相互取消，足夠多的時候便逼近真解，結果會趨向一致，達到噪音去除的功效。假使能夠將環境噪音從擷取到的訊號中分離，便能抑制噪音對後續訊號處理中的干擾，突顯原始訊號的物理意義。

統計上得知加入白噪音後造成與原訊號間的誤差，經過大量的數據測試，Wu 等(2005)[38]給定了經驗公式

$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}} \quad (2.4.1)$$

n 為平均的次數； ε 為加入白噪音的量級，即白噪音標準差和原始訊號標準差之比值； ε_n 則是最終誤差之標準差。根據公式(2.4.1)得知固定平均次數時，誤差會

隨加入的噪音量級增加，因此可以根據處理時間與精度需求調節變數。

2.5 HHT 之特性

HHT 分解後之基底具有以下特質：

1. 完整性 (complete)：以確保展開後的精確度。
2. (近似)正交性 (orthogonal)：可以保證能量的正定及不減損。
3. 局部性 (local)：能契合非平穩訊號，時變的頻率及振幅。
4. 自適性 (adaptive)：契合局部訊號的變動。

完整性是指分解後各分量相加能夠還原初始訊號的程度，訊號處理中常使用不同基底分解原始訊號，而各組基底在拆解後必須能夠重建，具有完整性的基底在分解後不致闕漏原有的訊息，在 EMD 的分解過程中，各 IMF 是由訊號本身相減分離，因此 HHT 具有訊號的完整性。

HHT 之正交性在理論上仍未有嚴格的數學證明，但可在分解數據後進行檢驗。假設一時序訊號 $X(t)$ 可以分解為一組基底的疊加

$$X(t) = \sum_{j=1}^{n+1} C_j(t) \quad (2.4.1)$$

則取其平方可以表示為

$$X^2(t) = \sum_{j=1}^{n+1} C_j^2(t) + 2 \sum_{j=1}^{n+1} \sum_{k=1}^{n+1} C_j(t) C_k(t) \quad (2.4.2)$$

假使 $X(t)$ 在分解時各基底相互正交，則等式右邊牽扯到兩個不同基底的交叉項將會為零，而 HHT 得到時序訊號的平方之交叉項通常數值不大，故為近似正交。

HHT 的局部性與自適性是來自於 EMD 方法本身，計算出的 IMF 各自擁有不同的時間尺度及頻率成份，而這些尺度是順應著訊號變化的。EMD 能對不同的數據採用相異的基底組成，基底富有物理意義，而非僅滿足數學上的需求。相對的傅立葉分析需要完整的正餘弦波去定義頻率。非穩態資料當中，頻率在時間軸上並不固定，因此無法使用傅立葉分析作為工具。在非線性系統裡除非訊號恰巧全由正餘弦波基頻的倍數組成，否則將會在重組訊號時納入諧波(Harmonics)分量合成，侷限了使用範圍。



第三章 在樑上傳遞之彎曲波

Jiayong Tian et al.[10]和 S T Quek et al.[9]分別以 Morlet 和 Gabor wavelet 來對彎曲波(flexural wave)進行分析，找出彎曲波在經過缺陷位置會出現異常的附加波峰，進而找出其缺陷位置。另外，Yoon Young Kim et al.[25]在樑上敲擊產生彎曲波，使用短時傅立葉轉換和 Gabor wavelet 對動態訊號進行時頻分析，發現缺陷位置會產生反射波。而 A.Apostoloudia et al.[26]則使用 HHT 分析在樑上敲擊後產生的彎曲波，利用彎曲波在每個尺度下的波傳時間及群速度(group velocity)，反推出邊界的位置。故由以上文獻可以得知彎曲波有助於偵測樑上之邊界及裂縫位置。本章節對彎曲波進行理論探討，同時比較 Bernoulli-Euler theory 和 Timoshenko theory 的差異，最後則討論波速的計算。

3.1 Bernoulli-Euler theory

當衝擊力作用在樑上，因樑受到彎矩作用(bending action)，產生橫向運動(transverse motion)，如圖 3.1(a)所示。圖 3.1(b)為樑之微元素自由體圖，其中彎矩(bending moment) M ，剪力(shear force) V ，和分佈外力(distributed force) $q(x,t)$ 。而 Bernoulli-Euler theory[27]之基本假設如下：

1. 樑的寬和高遠小於長度，樑之縱軸(longitudinal axis)方向無伸長量。
2. 樑之截平面是對稱的(對 xy 平面對稱)。
3. 樑為線彈性(linearly elastic)、齊性(homogeneous)之材料。
4. 變形前垂直於樑之縱軸之截面，在彎曲變形時垂直於中性軸(neutral axis)，且仍然維持平面(即不考量側向剪切變形之影響)。
5. 樑之縱軸方向即為中性軸(neutral axis)方向，縱軸與橫軸(lateral axis)相互

垂直且形成樑之主平面(principal plane)。

6. 樑之撓度(deflections)和撓度曲線之斜率(slopes)很小。

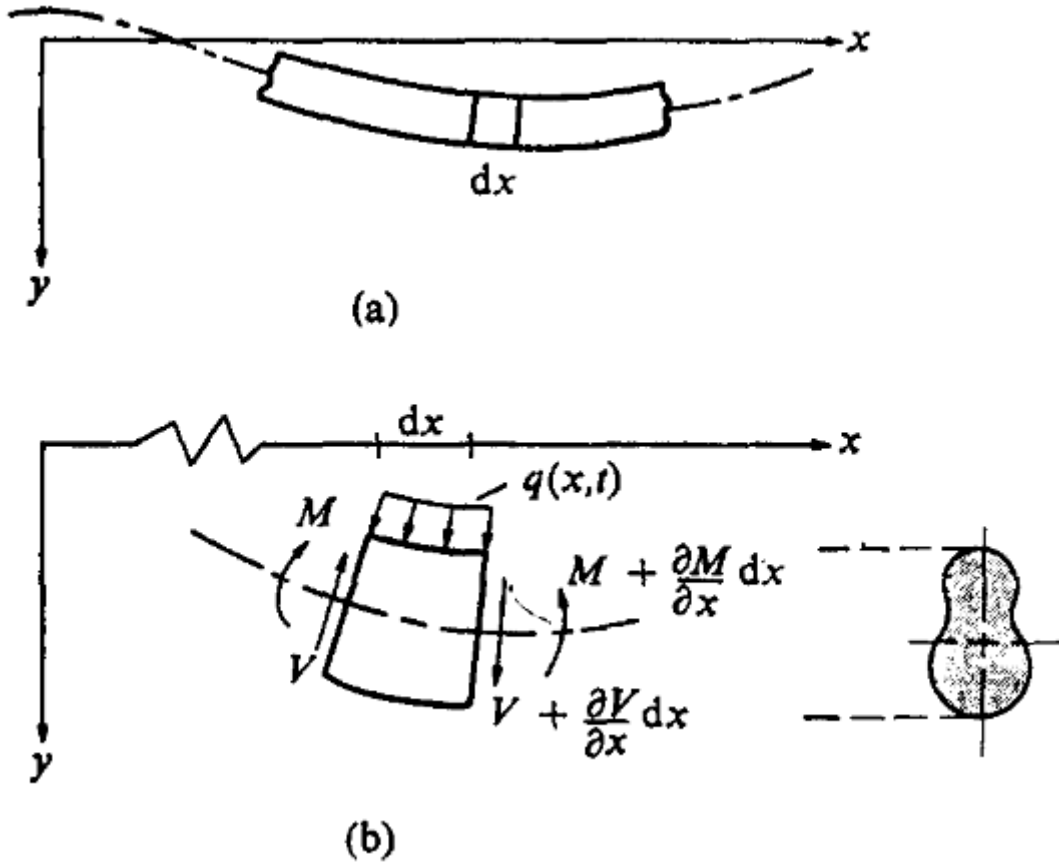


圖 3.1 (a)細長樑上的橫向運動(b)細長樑的受力圖[27]

可以得知，縱向應變(longitudinal strains)與樑的深度(depth)呈現線性變化的關係，因此，由彎矩和曲率(curvature)的關係得到：

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{-M}{EI} \quad (3.1.1)$$

E 為楊氏係數(Young's modulus)， I 為截面之面積慣性矩(area moment of inertia of the beam cross-section)。

圖 3.1(b)之 y 軸方向運動平衡式為

$$-V + (V + \frac{\partial V}{\partial x} dx) + qdx = \rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.1.2)$$

A 為樑之截面積， ρ 為質量密度。可以簡化為

$$\frac{\partial V}{\partial x} + q = \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.1.3)$$

若我們忽略轉動慣量(rotational-inertia)和外力 q 對力矩的影響，則力矩方程式為

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (3.1.4)$$

將(3.1.4)代入(3.1.3)得到

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + q = \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.1.5)$$

最後，將(3.1.1)代入(3.1.5)得到

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (3.1.6)$$

為樑或細長桿上橫向運動之統御方程式。

若沒有外力項($q=0$)，且為齊性之材料，則 E 為常數。另外，截面(cross-section)會是常數，因此 I 也是常數。(3.1.6)可以簡化為

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad a^2 = \frac{EI}{\rho A} \quad (3.1.7)$$

3.2 Timoshenko beam theory

對於長厚比較小的樑結構，或是分析高振動模態時，Bernoulli-Euler theory 會有高估其自然振動頻率與挫曲強度的情形發生。而忽略剪切變形的影響是 Bernoulli-Euler theory 最重要的假設：截面在彎曲變形時仍維持平面。也就是忽

略了如圖 3.2 所示剪力之影響，其中(a)為截面受到剪力之作用，(b)為在元素上面之剪力，(c)為元素之剪切變形。

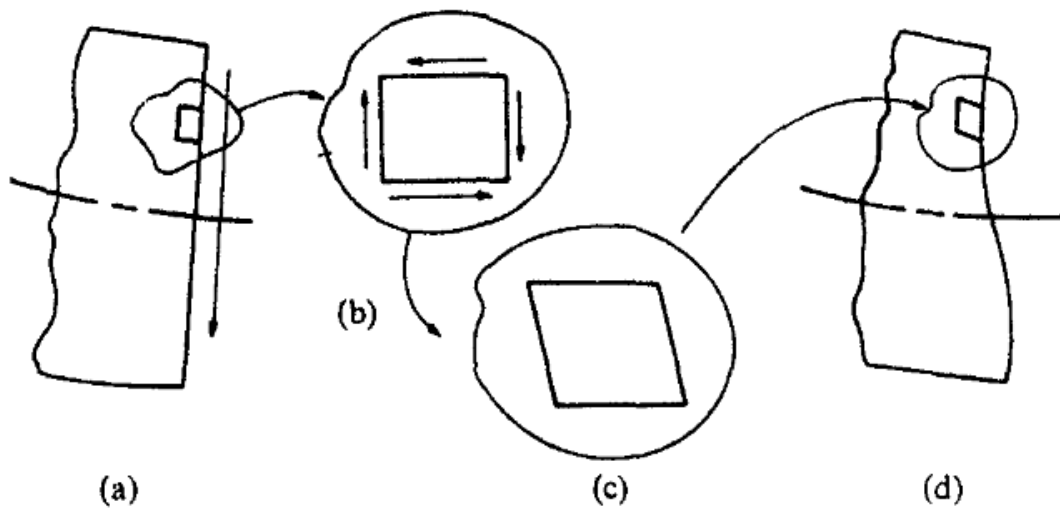


圖 3.2 剪力作用在樑上造成截面之變形[27]

然而，因為剪應力的不同，造成在不同的元素上之應變大小相異。換言之，截面不會垂直於中性軸。因此，Timoshenko 於西元 1921 年提出了剪切變形理論，也考慮到轉動慣量所造成的影響。

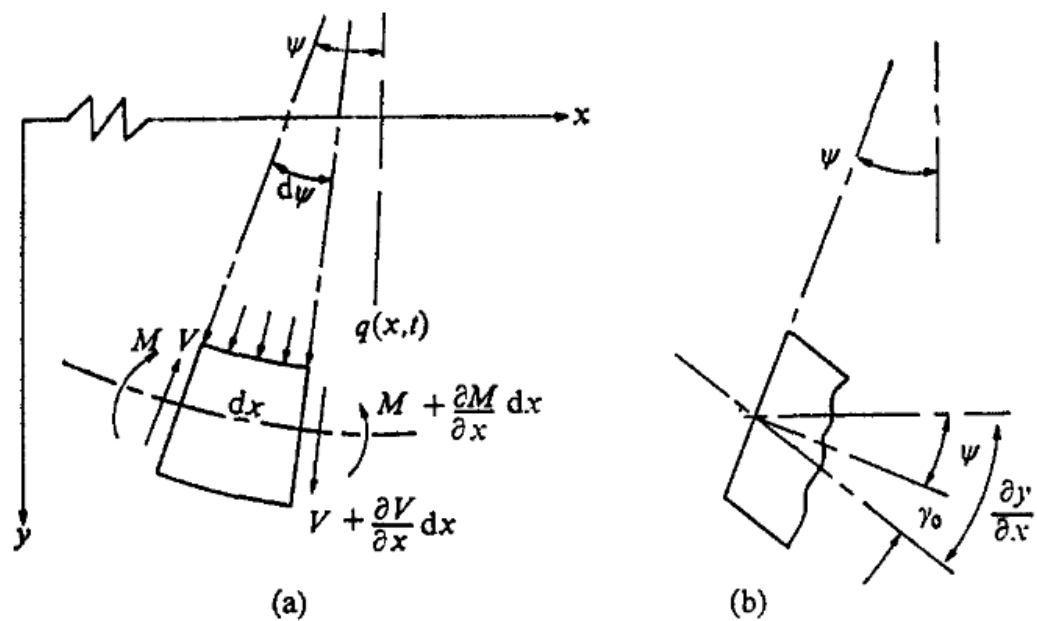


圖 3.3 (a)樑之受力圖(b)剪切變形之影響[27]

如圖 3.3 所示，我們一樣考慮樑之微元素的自由體圖，彎矩 M ，剪力 V ，和分佈外力 $q(x,t)$ 。 y 仍為對於質心平面(centroidal plane)之位移， $\frac{\partial y}{\partial x}$ 依然為質心軸(centroidal axis)之斜率。而新的變數 ψ 為因為彎曲造成截面之斜率變化。在 Bernoulli-Euler theory 中， $\frac{\partial y}{\partial x}$ 和 ψ 是相同的。而在圖 3.3(b)中，可以得知

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \psi + \gamma_0 \quad (3.2.1)$$

質心軸之斜率除了有彎曲之影響 ψ 外，還加上了由剪切變形之影響 γ_0 。我們依然假設截面在樑彎曲時依然是平面，但不再垂直於質心平面。因此圖 3.2 (d)之情況並不符合我們的假設。

為了定義 γ_0 ，我們先考慮作用在截面上之剪力，與剪應力 τ 和剪應變 γ 的關係，若 G 為剪力模數(shear modulus)， A 為截面積，則剪力可表示為：

$$V = \int_A \tau dA = G \int_A \gamma dA \quad (3.2.2)$$

因為 γ_0 為在質心軸上之剪應變，因此 $G\gamma_0 A$ 為剪力項，但必須再乘上一個修正參數 κ ，數值即可與(3.2.2)式之剪力相等：

$$V = G \int_A \gamma dA = (G\gamma_0 A) \kappa \quad (3.2.3)$$

κ 之值與截面之形狀有關，稱為剪力係數(Timoshenko) shear coefficient。

再將(3.2.1)式代入(3.2.3)式得到

$$V = AG\kappa \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \psi \right) \quad (3.2.4)$$

而由圖 3.3 (a)得到 $Rd\psi = dx$ ， R 為曲率半徑，也就是 $\frac{1}{R} = \frac{d\psi}{dx}$ 。由彎矩和曲率之關係可以得到

$$\frac{M}{EI} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.2.5)$$

另外，我們由圖 3.3 (a)也可以得到垂直方向的運動方程式， ρ 為密度， t 為時間：

$$-V + (V + \frac{\partial V}{\partial x} dx) + qdx = \rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

化簡後得到

$$\frac{\partial V}{\partial x} + q = \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.2.6)$$

而 xy 平面之力矩平衡式為

$$M - (M + \frac{\partial M}{\partial x} dx) + \frac{1}{2} V dx + \frac{1}{2} (V + \frac{\partial V}{\partial x} dx) dx = J \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (3.2.7)$$

J 為元素(element)之轉動慣量(polar inertia)。對於一個質量密度 ρ ，長度 dx ，截面積慣性矩(cross-sectional-area moment of inertia) I 之元素，其轉動慣量為

$$J = \rho I dx \quad (3.2.8)$$

故(3.2.7)式可以化簡為

$$V - \frac{\partial M}{\partial x} = \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (3.2.9)$$

將剪力(3.2.4)式和彎矩(3.2.5)式代入統御方程式(3.2.6)式和(3.2.9)式得到：

$$GA\kappa(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}) + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (3.2.10)$$

$$GA\kappa(\frac{\partial y}{\partial x} - \psi) + EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (3.2.11)$$

上述兩式即為 Timoshenko beam theory 之統御方程式。我們可以觀察到，方程式中有兩種變形之物理量，其一為 $y(x, t)$ ，為樑之橫向撓曲(transverse deflection)；另一為橫向剪變形(transverse shearing deformation) ψ 。

Bernoulli-Euler theory 和 Timoshenko theory 的差異在於後者多考慮了轉動慣量與剪切變形(剪力)的效應，故 Timoshenko 樑較為符合物理現象。

3.3 wave velocity

我們考慮在無限的 Timoshenko 樑上傳遞的弦波(harmonic waves)。有兩種方法可以得到頻散方程式(dispersion equation)。

第一種方法為令外力項 $q = 0$ ，假設

$$y = B_1 e^{i(\gamma x - \omega t)}, \psi = B_2 e^{i(\gamma x - \omega t)} \quad (3.3.1)$$

γ 為波數(wavenumber)， ω 為角頻率(angular frequency)，將(3.3.1)式代入(3.2.10)

和(3.2.11)式得到 B_1, B_2 之齊性方程式

$$\begin{aligned} (GA\kappa\gamma^2 - \rho A\omega^2)B_1 + iGA\kappa\gamma B_2 &= 0 \\ iGA\kappa\gamma B_1 - (GA\kappa + EI\gamma^2 - \rho I\omega^2)B_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

可以得到

$$\frac{B_1}{B_2} = i \frac{(GA\kappa\gamma^2 - \rho A\omega^2)}{GA\kappa\gamma} = i \frac{GA\kappa\gamma}{(GA\kappa + EI\gamma^2 - \rho I\omega^2)} \quad (3.3.3)$$

交叉相乘後得到頻率方程式

$$(GA\kappa\gamma^2 - \rho A\omega^2)(GA\kappa + EI\gamma^2 - \rho I\omega^2) - G^2 A^2 \kappa^2 \gamma^2 = 0$$

化簡後為

$$\frac{EI}{\rho A} \gamma^4 - \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{G\kappa}\right) \gamma^2 \omega^2 - \omega^2 + \frac{\rho I}{GA\kappa} \omega^4 = 0 \quad (3.3.4)$$

我們將角頻率 ω 和相速度(phase velocity) c 的關係式 $\omega = \gamma c$ 代入上式，可得到頻散方程式

$$\frac{EI}{\rho A} \gamma^4 - \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{G\kappa}\right) \gamma^4 c^2 - \gamma^2 c^2 + \frac{\rho I}{GA\kappa} \gamma^4 c^4 = 0 \quad (3.3.5)$$

第二種方法為將兩個統御方程式化簡為一個方程式。首先，將(3.2.11)式對 x 微分：

$$GA\kappa\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) + EI \frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3} = \rho I \frac{\partial^3 \psi}{\partial t^2 \partial x} \quad (3.3.6)$$

令 $q = 0$ ，由(3.2.10)式得到

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\rho}{G\kappa} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3.3.7)$$

因此，推得 $\frac{\partial^3 \psi}{\partial x^3}$ 和 $\frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial t^2}$ 代入前述之(3.2.6)式：

$$\frac{EI}{\rho A} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{G\kappa}\right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\rho I}{GA\kappa} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0 \quad (3.3.8)$$

假設弦波傳遞之解 $y = Ce^{i(\gamma x - \omega t)}$ 代入上式即可得(3.3.5)式之頻散方程式。

因為前述之相速度和頻率之關係 $c = \frac{\omega}{\gamma}$ ，代入(3.3.5)式可以解得

$$\begin{aligned} \bar{c}^2 &= \left[1 + \frac{E}{G\kappa} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{E}{G\kappa}\right)^2 + \frac{4E}{G\kappa \bar{\omega}^2}}\right] / 2\left(1 - \frac{1}{\bar{\omega}^2}\right) & \text{for } \bar{\omega}^2 \neq 1 \\ \bar{c} &= \sqrt{\frac{E}{E + G\kappa}} & \text{for } \bar{\omega}^2 = 1 \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

此為規一化之相速度-頻率關係式(normalized phase speed-frequency relationship)。

其中 $\bar{\omega} = \sqrt{\frac{\rho I}{GA\kappa}} \omega$ ， $\bar{c} = \frac{c}{c_s}$ ，而 $c_s = \sqrt{\frac{G\kappa}{\rho}}$ 。而群速度(group velocity)之定義為

$c_g = \frac{d\omega}{d\gamma}$ ，解得

$$\bar{c}_g = \frac{c_g}{c_s} = \frac{\bar{c}^2 \left(1 + \frac{E}{G\kappa}\right) - 2 \frac{E}{G\kappa}}{\bar{c} \left[\bar{c}^2 \left(2 - \frac{1}{\bar{\omega}^2}\right) - \left(1 + \frac{E}{G\kappa}\right)\right]} \quad (3.3.10)$$

由(3.3.9)和(3.3.10)式，我們得到波速為頻率之函數，此為彎曲波之頻散現象 (dispersion)，因此可利用此特性，尋找樑之裂縫位置。而方程式中的 shear coefficient κ 之值與截面之形狀有關。方形(rectangular)和圓形(circular)截面之 κ 分別為 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{10}{9}$ 。本文實驗為方樑，故採用之 κ 為 $\frac{5}{6}$ 。



第四章 實驗設備與系統架構

本章節將先進行實驗的設備和架構之說明，介紹並解析實驗的流程，最後將介紹量測訊號後如何計算波速和反算缺陷位置。

4.1 訊號量測系統

因為量測應變得到之訊號雜訊較多，分析不易且誤差較大，於是文中選擇使用加速度作為實驗上之量測物理量。本文總共使用四種細長桿作為實驗材料，其尺寸和性質如表 4.1 所示。為了量測樑上加速度-時間(Acceleration-Time)之彎曲波訊號，實驗設置如圖 4.1 所示，全長為 L 之細長桿，在距離兩端各約 $L/10$ 處使用釣魚線將之水平懸吊，以達到近似兩端自由之邊界條件(free-free boundary conditions)。

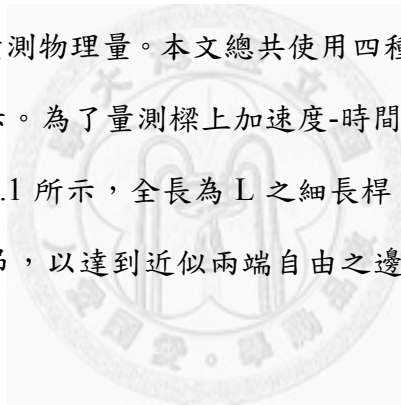


圖 4.2 為本實驗流程圖，將一個加速規設置於細長桿之一端，激震鎚在同一端敲擊產生振動訊號，造成彎曲波在樑上傳遞，加速規接收到振動訊號後可轉成電壓訊號傳出，經類比/數位轉換卡轉成數位訊號存於電腦中，再使用所撰寫的 Matlab 程式進行訊號分析。

	鋁合金 (Aluminum 6061)	不鏽鋼 (Stainless Steel 304)	黃銅 (Brass JIS C 3604)
尺寸(mm)	3000*10*10 3000*8*8	2700*10*10	2500*10*10
質量密度 (kg/m^3)	2700	8030	8470
楊氏模數 (Young's modulus) (GPa)	69	193	97
剪力模數 (Shear modulus) (GPa)	26.2	78	37

表 4.1 實驗材料性質

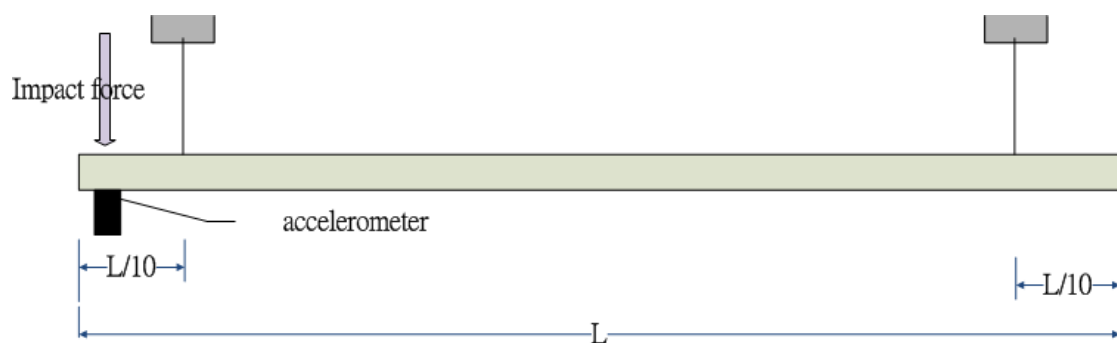


圖 4.1 實驗設置圖

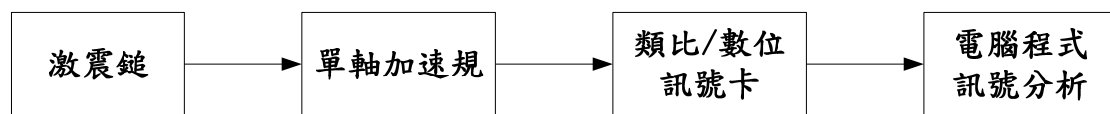


圖 4.2 實驗流程圖

4.2 訊號量測儀器

本實驗所使用的儀器包括單軸加速規、激震鉋、類比/數位轉換卡及筆記型電腦。如表 4.2 所示，以下將分別介紹：

(1) 加速規：

由於本實驗研究樑之振動訊號，為一維之問題，因此選用單軸向加速規。此外，因為本文探討之彎曲波頻率範圍約為 1k~10k，故加速規之頻率量測範圍必須大致相符。本文選用 PCB 公司之加速規，Model 為 353B02，如圖 4.3 所示。



圖 4.3 加速規外觀

(2) 激震鎚：

本實驗計算過程中不需得知衝擊作用力之大小，故選用一般五金行販售之鐵鎚即可。如圖 4.4 所示。



圖 4.4 激震鎚外觀

(3) 類比/數位轉換卡：

為電腦介面卡，功用在於將外界之類比訊號擷取並轉換成電腦可以使用的數位訊號，本實驗使用 NI 公司之 DAQ 卡：NI USB-9233，如圖 4.5 所示。



圖 4.5 DAQ 卡之外觀

表 4.2 為實驗儀器一覽表。

設備名稱	規格
加速規	PCB 353B02 Sensitivity : 2.04 mV/(m/s ²) Frequency Range : 1 to 7000 Hz
類比/數位轉換卡	NI CompactDAQ USB-9233 輸入介面：4 個 24-bit channel 取樣頻率：50KHz 電壓範圍：-5V~5V
筆記型電腦	Acer Aspire 5500 CPU : Intel® Pentium®M 處理器 730 (1.6 GHz) RAM : 1GB

表 4.2 實驗儀器一覽表

4.3 訊號量測過程

如圖 4.6 和 4.7 所示，樑懸吊完成後，將加速規黏貼於樑上，而加速規之軸向則以垂直於樑之長邊方向。



圖 4.6 樑之懸吊示意圖



圖 4.7 加速規之黏貼

在量測軟體的選擇示採用 National Instruments 的 LabVIEW 8.6 來撰寫程式，配合 NI 系統中的 Measurement & Automation 設定撰寫量測程式。LabVIEW 是以圖形介面來代替傳統的文字介面，因此可以使用 LabVIEW 來撰寫一振動訊號量測的虛擬儀表(Virtual Instrument, VI)，如圖 4.8、圖 4.9 所示。

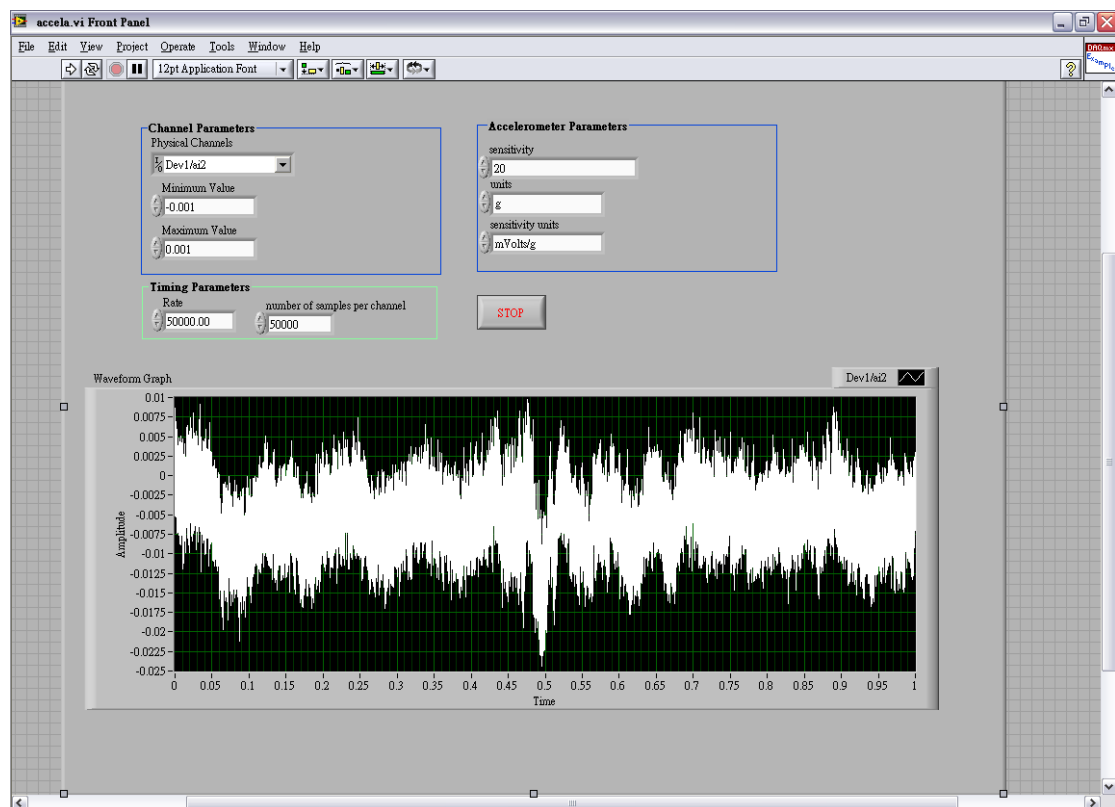


圖 4.8 振動量測之虛擬儀表(Front Panel)

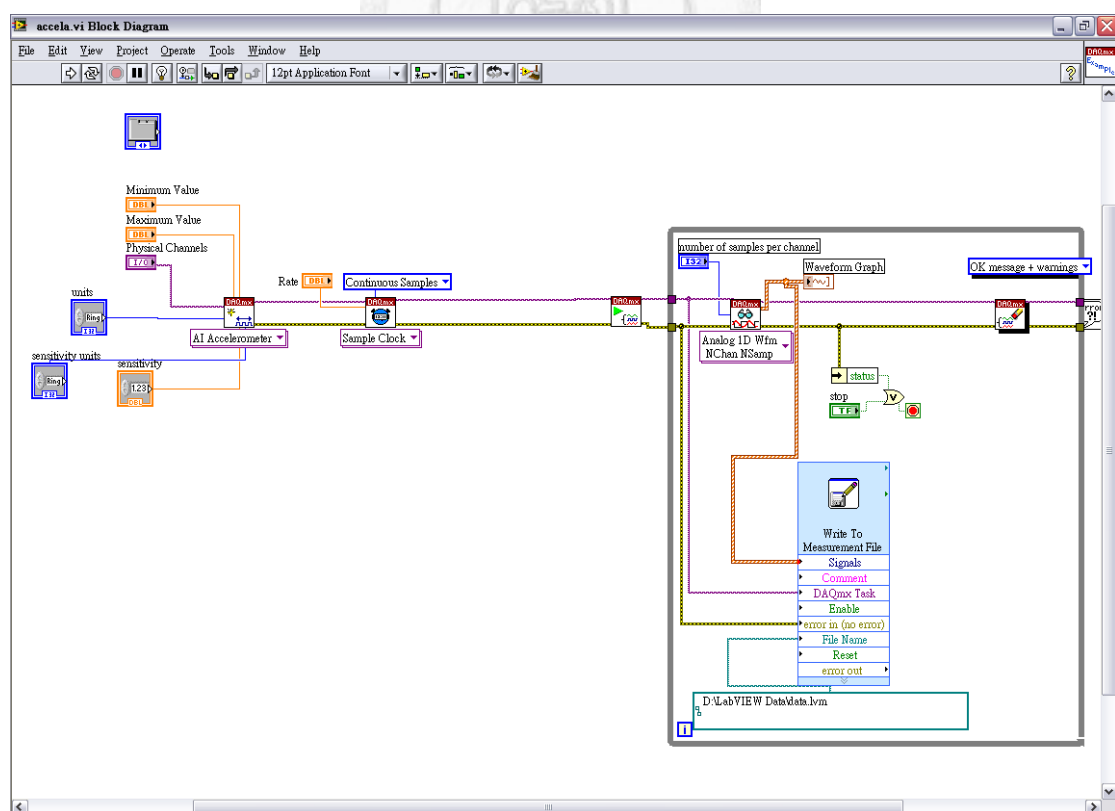


圖 4.9 振動量測之虛擬儀表(Block Diagram)

4.3.1 彎曲波波速之量測

從 VI 可以得到彎曲波在樑上之加速度歷時訊號(time history)，訊號經由 HHT 可以得到時頻圖，如圖 4.10、圖 4.11 所示。彎曲波為頻散波，在不同的頻率下有不同的相速度(phase velocity)與群速度(group velocity)，我們可以利用彎曲波在樑上之傳遞和反射之時間，以及波在樑上行進之距離，進行波速之反算。觀察所得到之時頻圖，可以發現有許多峰值存在，如 r_0 、 r_1 、 $r_2 \dots$ ， r_0 為激震錘敲擊下產生之衝擊訊號，而 r_1 為彎曲波第一次傳遞至樑另一端邊界後反射回傳至加速規所得之訊號，而 r_2 為第二次反射，以此類推。

因此，群速度之估測公式為

$$c_g(f) = \frac{2L}{t_{k+1}(f) - t_k(f)}, k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4.1)$$

L 為樑之總長，當 $k = 0$ 、 1 時，各為峰值(r_0, r_1)和(r_1, r_2)之時間差。而第三章所得 Timoshenko theory 之速度-頻率關係，將拿來和實驗數據做比較。

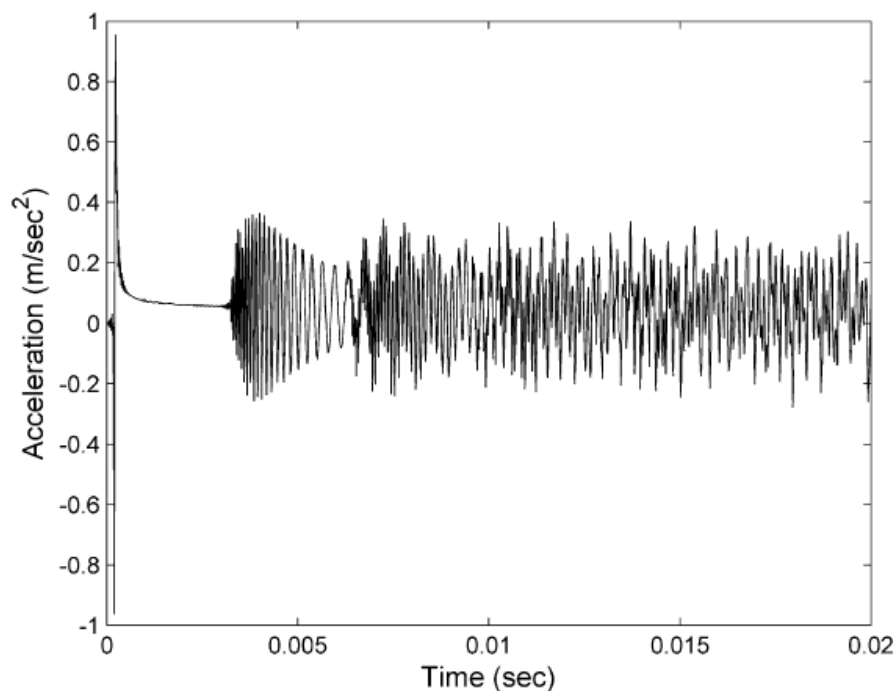


圖 4.10 加速度之歷時訊號[26]

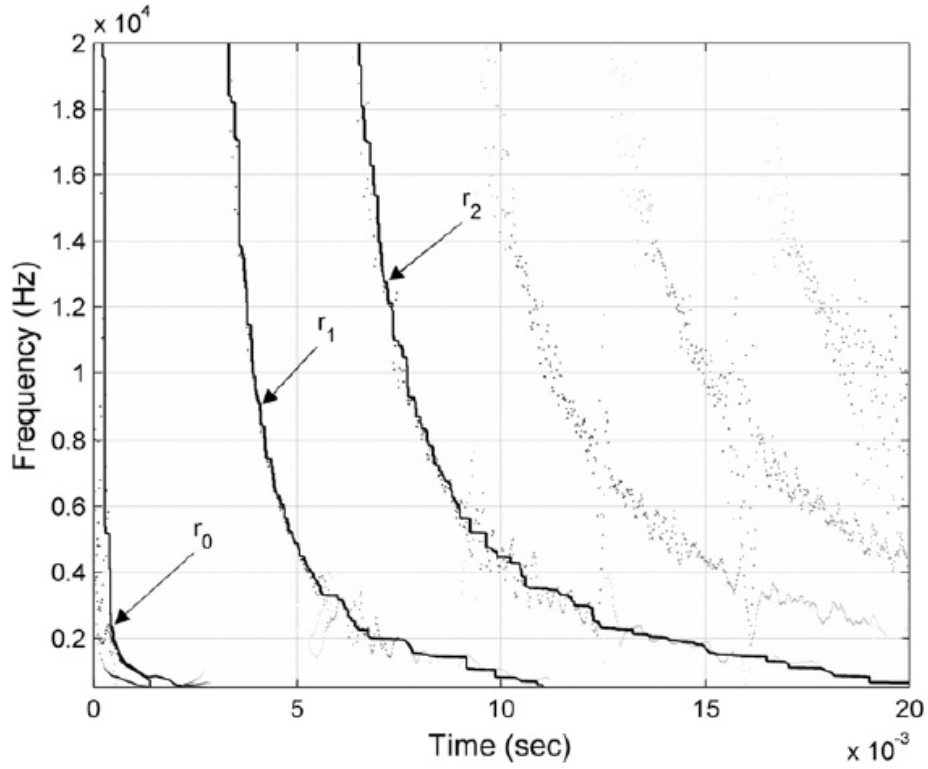


圖 4.11 HHT 分析後之時頻圖[26]

4.3.2 缺陷位置之反算

若樑上有缺陷(transverse line crack)產生，如圖 4.12、圖 4.13 所示，當波傳遞至缺陷處會有部份能量反射而回傳，部份能量則繼續傳遞下去。因此在時頻圖上，衝擊波的峰值 r_0 和第一次邊界反射波的峰值 r_1 之間，將會出現缺陷反射波的峰值 r_c 。故我們可以得到在衝擊波發生處和缺陷反射波回傳之時間差，再利用第三章之理論群速度值 $c_g(f)$ ，求得缺陷發生處與加速規之距離 d

$$d = \frac{1}{2} c_g(f) [t_c(f) - t_0(f)] \quad (4.2)$$

其中 t_c 為缺陷反射之峰值發生時間， t_0 為沖擊波之峰值發生時間。

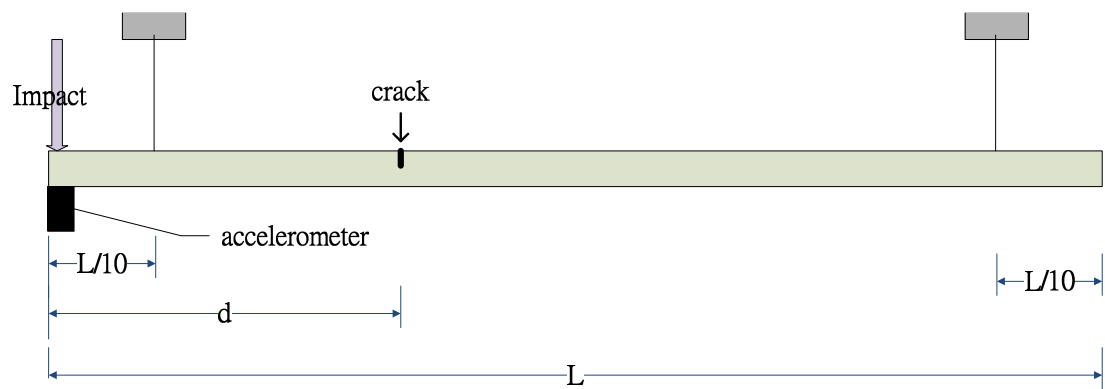


圖 4.12 樑上發生缺陷之示意圖



圖 4.13 樑之缺陷(transverse line crack)

第五章 訊號分析與處理

本章根據第四章所敘述的量測儀器之架構及分析方法，對一細長之方樑進行量測得到加速度訊號做分析，並探討實驗結果。本文使用 Matlab 程式語言來撰寫 HHT 之訊號分析程式。

本章首先討論四種不同材料或尺寸的群速度之估算，並與第三章推導之理論群速度值作比較；第二，當樑上有缺陷時，由第四章之公式，推估其發生位置；第三，由時頻圖上之缺陷反射波能量大小，探討缺陷之破壞程度。

本文實驗採用之取樣頻率皆為 50KHz；而 EEMD 加入之白噪音量級為 $\varepsilon = 0.1$ ，加總平均的次數為 50 次。

5.1 彎曲波之波速分析

在本節中我們將如圖 4.1 所示，在樑的一端使用激震錘敲擊，由加速規測得彎曲波之訊號。經 HHT 得到希爾伯特頻譜，計算時頻圖上之峰值時間差，得到群速度。

求得實驗數據後，為了比較實驗推估之波速和理論波速在不同頻率上之差異，定義絕對相對誤差(Absolute relative error, ARE)

$$ARE(f) = \frac{|v_i(f) - c_g^T(f)|}{c_g^T(f)}, i = 1, 2, \dots \quad (5.1.1)$$

其中下標 i 代表不同的波峰值計算得到之群速度，上標 T 代表 Timoshenko Model。

而本節實驗選用之材料和尺寸如表 5.1 所示，各材料的實驗結果分述如下。

實驗圖	實驗材料	實驗尺寸
圖 5.1 ~圖 5. 6	鋁合金 6061	3000mm×10mm×10mm
圖 5.7 ~圖 5.12	鋁合金 6061	3000mm× 8mm× 8mm
圖 5.13~圖 5.18	黃銅	2500mm×10mm×10mm
圖 5.19~圖 5.24	不鏽鋼	2700mm×10mm×10mm

表 5.1 彎曲波之群速度分析實驗規劃表

5.1.1 鋁合金(3000mm×10mm×10mm)

本小節使用之鋁合金型號為 T6061，其材料性質如表 4.1 所述。槌敲擊後經由加速規取得之加速度原始訊號如圖 5.1 所示，敲擊時產生衝擊波，其加速度值為最大，本小節取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 1400 個取樣點進行分析，在圖中觀察得知，反射波抵達加速規之時間順序為高頻訊號到低頻訊號，即不同的頻率有不同的群速度，符合彎曲波為頻散波(dispersive wave)之現象。圖 5.2 為加速度原始訊號經由 EEMD 分解後得到之 IMF 和剩下之殘值(Residual)，因為前 5 個 IMF 能量較大，物理意義較為明顯，且為了方便觀察，因此取前 5 個 IMF 進行分析，而 IMF 為依序從高頻到低頻之窄頻(narrow band)訊號，從圖中可以得知，第二個 IMF 的反射波約發生在 5.05 秒，第三個 IMF 的反射波約發生在 5.052 秒，換言之，越前面之 IMF 其反射波訊號較越後面之 IMF 較早抵達加速規，但尚未能準確地辨識出反射波抵達之時間點。圖 5.3 為根據 IMF 做希爾伯特轉換得到之希爾伯特頻譜，其振幅最大(紅色)之峰值發生的時間與圖 5.1 衝擊波發生的時間相同，因此其峰值為 4.3.1 節所述之 r_0 ，而本小節研究之槌

為健康無破損，故後面之峰值依序為第一次邊界反射波峰值 r_1 和第二次邊界反射波峰值 r_2 。圖 5.4 為使用最小平方法將時頻圖之峰值 r_0 、 r_1 和 r_2 做曲線擬合(curve fitting)，再由 (r_0, r_1) 之時間差和 (r_1, r_2) 之時間差和已知的行進距離(即樑長度的兩倍)，可以分別求得群速度 v_1 和 v_2 ，如圖 5.5 所示。圖 5.6 為 v_1 、 v_2 和第三章所求得之理論波速值的誤差圖，待之後 5.1.5 節詳述。

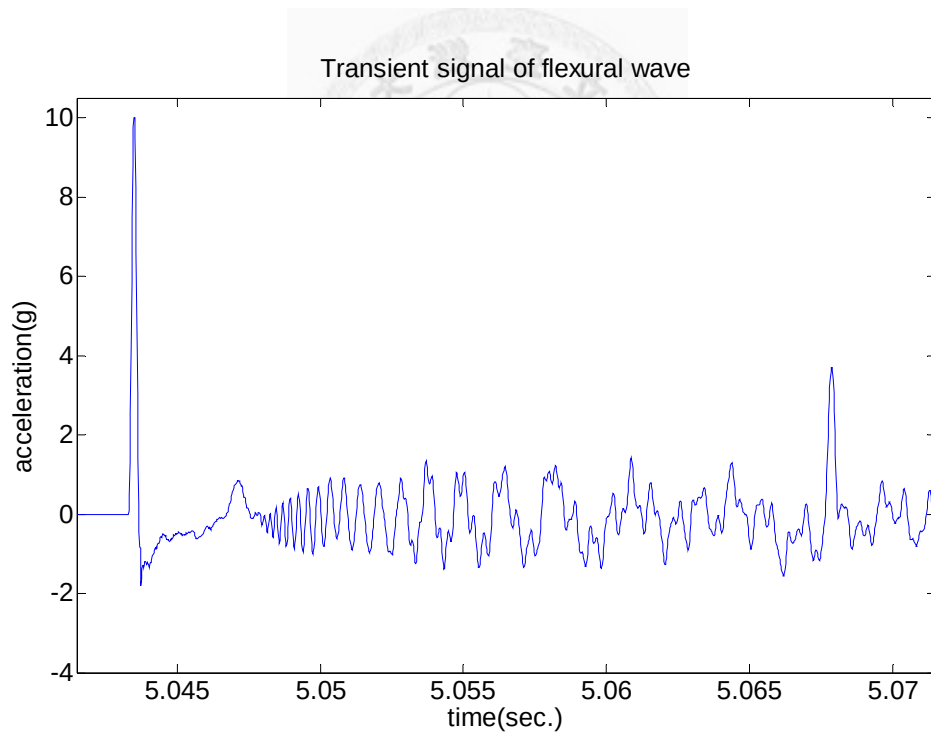


圖 5.1 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：彎曲波之加速度訊號圖

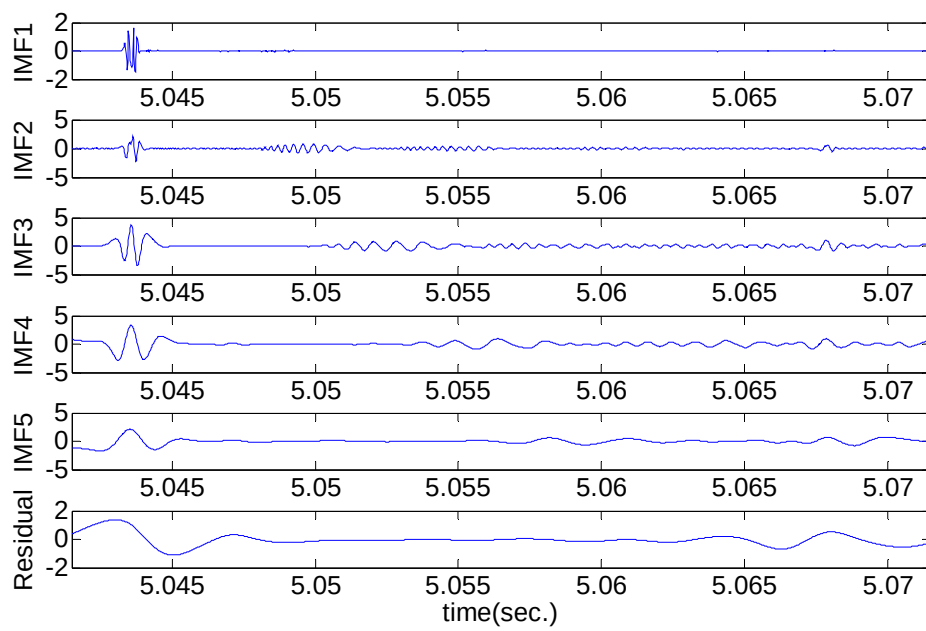


圖 5.2 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：原始訊號經 EMD 分解得到之 IMF

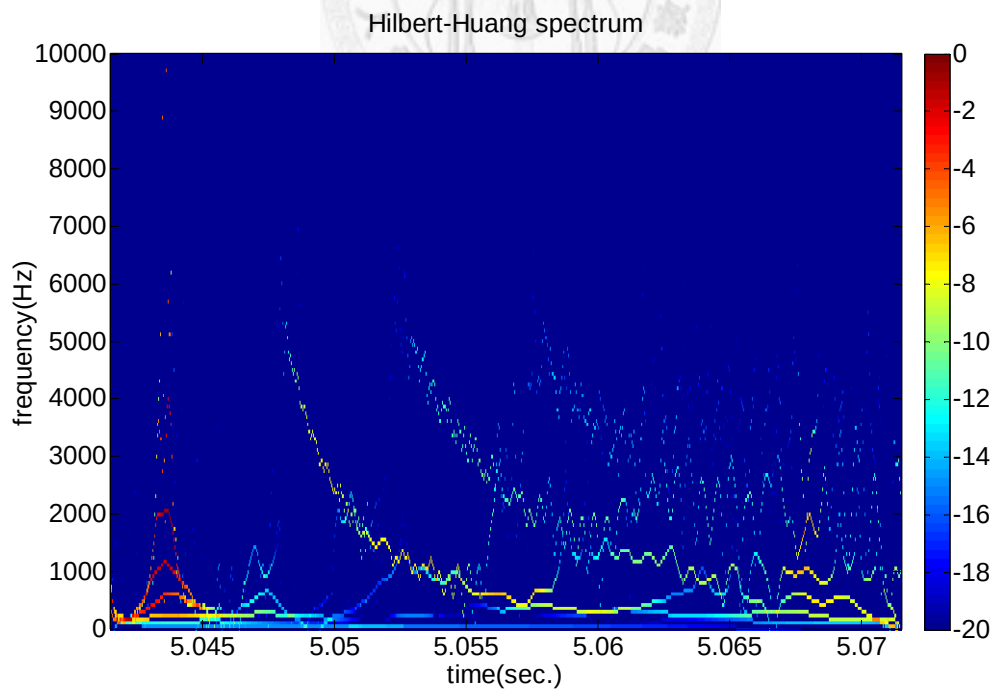


圖 5.3 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：希爾伯特頻譜

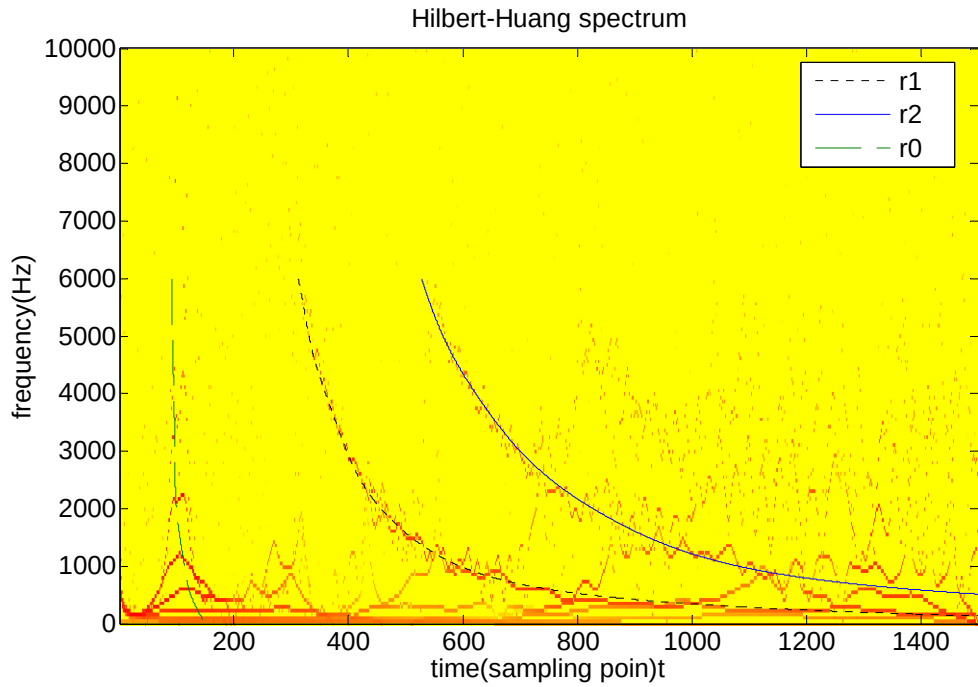


圖 5.4 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：

r_0 為 direct wave， r_1 、 r_2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave

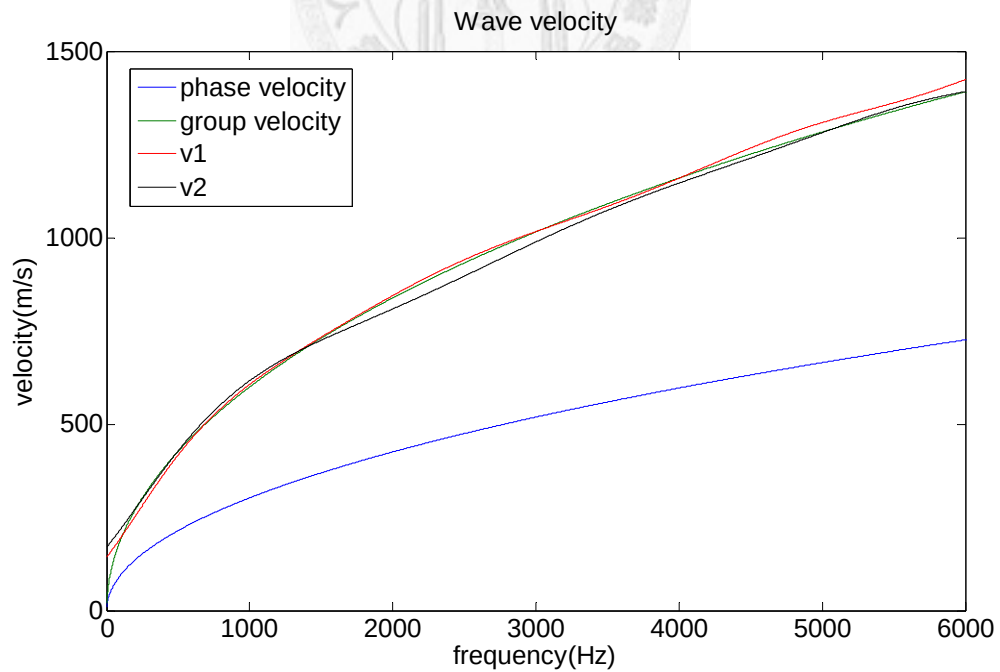


圖 5.5 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。

v_1 為(r_0, r_1)所得； v_2 為(r_1, r_2)所得

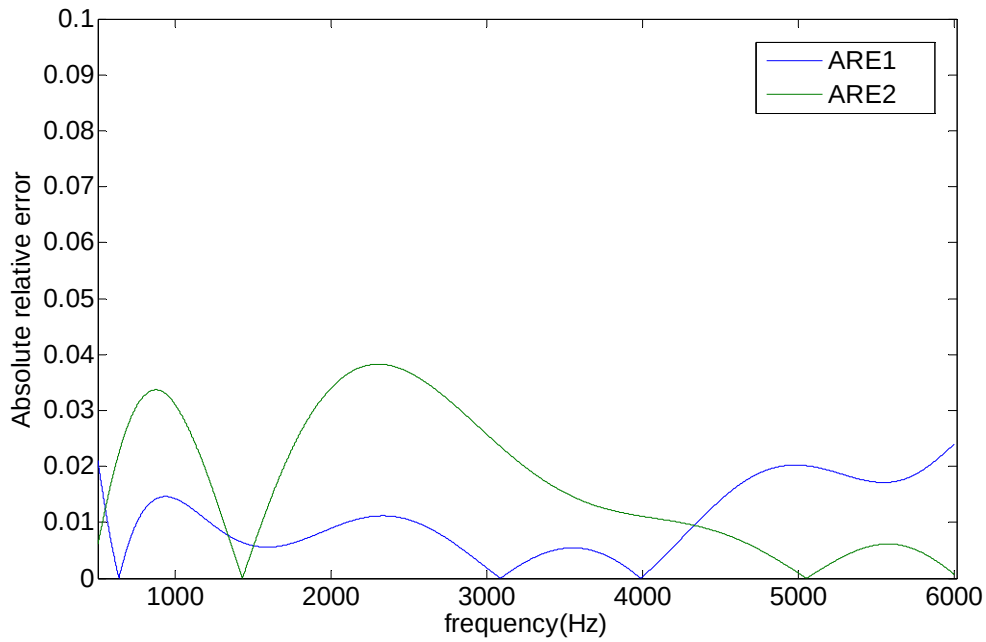


圖 5.6 鋁合金 3000mm×10mm×10mm：

ARE1、ARE2 分別為 v_1 、 v_2 與理論值之誤差

5.1.2 鋁合金(3000mm×8mm×8mm)

本小節使用之鋁合金型號同前一小節為 T6061，其材料性質如表 4.1 所述。由加速規取得之加速度原始訊號如圖 5.7 所示，敲擊時產生衝擊波，其加速度值為最大。因為本小節實驗之樑厚度較前一小節之厚度小，因此波速較快，訊號擷取時間必須較長，故本小節取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 2000 個取樣點進行分析。圖 5.8 為加速度原始訊號經由 EEMD 分解後得到之 IMF 和剩下之殘值。圖 5.9 為根據 IMF 做希爾伯特轉換得到之希爾伯特頻譜，其振幅最大(紅色)之峰值為 4.3.1 節所述之 r_0 ，後面之峰值依序為第一次邊界反射波峰值 r_1 和第二次邊界反射波峰值 r_2 。圖 5.10 為使用最小平方法將時頻圖之峰值 r_0 、 r_1 和 r_2 做曲線擬合，再由 (r_0, r_1) 之時間差和 (r_1, r_2) 之時間差和已知的行進距離，

可以分別求得群速度 v_1 和 v_2 ，如圖 5.11 所示。實驗量測所得之 v_1 、 v_2 和第三章所求得之理論波速值的誤差如圖 5.12 所示，雖然誤差稍大，但大都在 10% 以下。

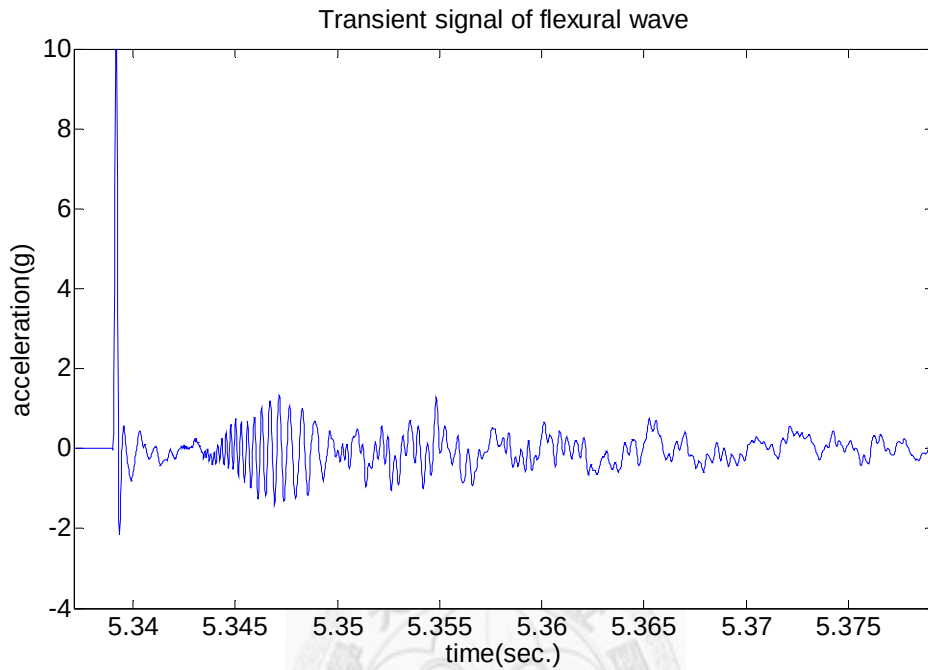


圖 5.7 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：彎曲波之加速度訊號圖

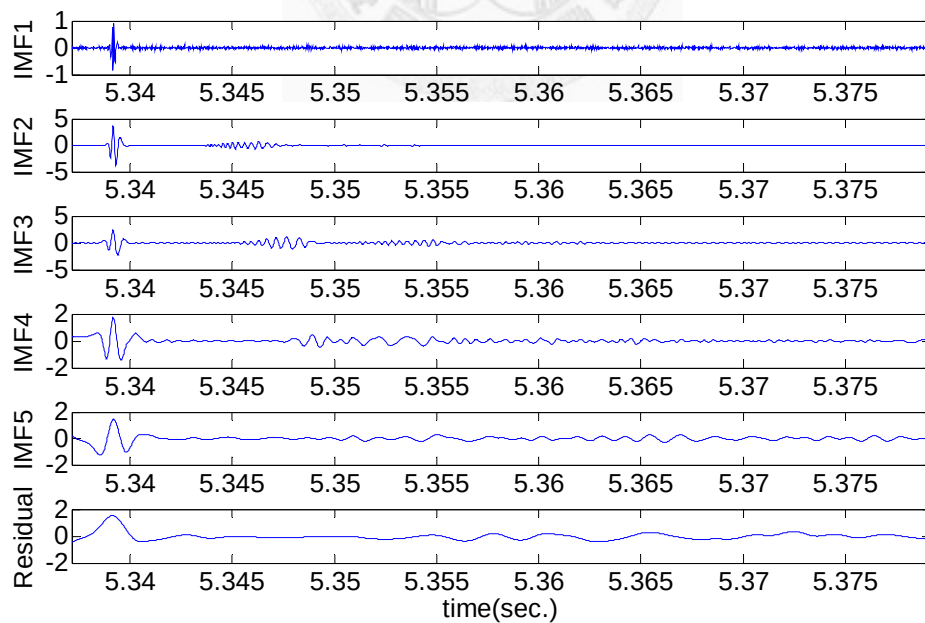


圖 5.8 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF

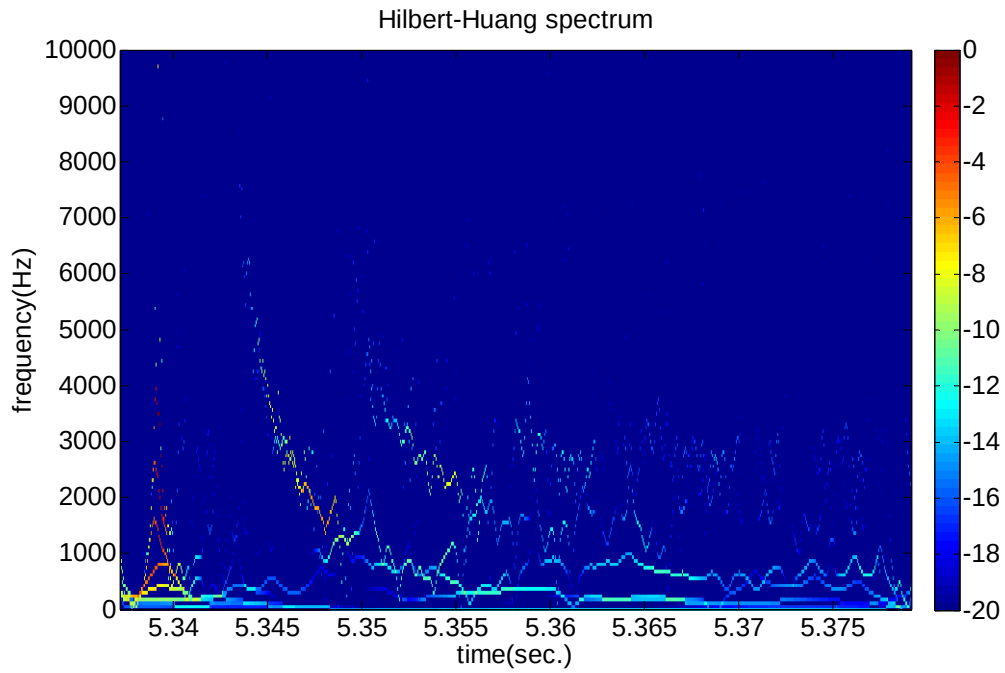


圖 5.9 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：希爾伯特頻譜

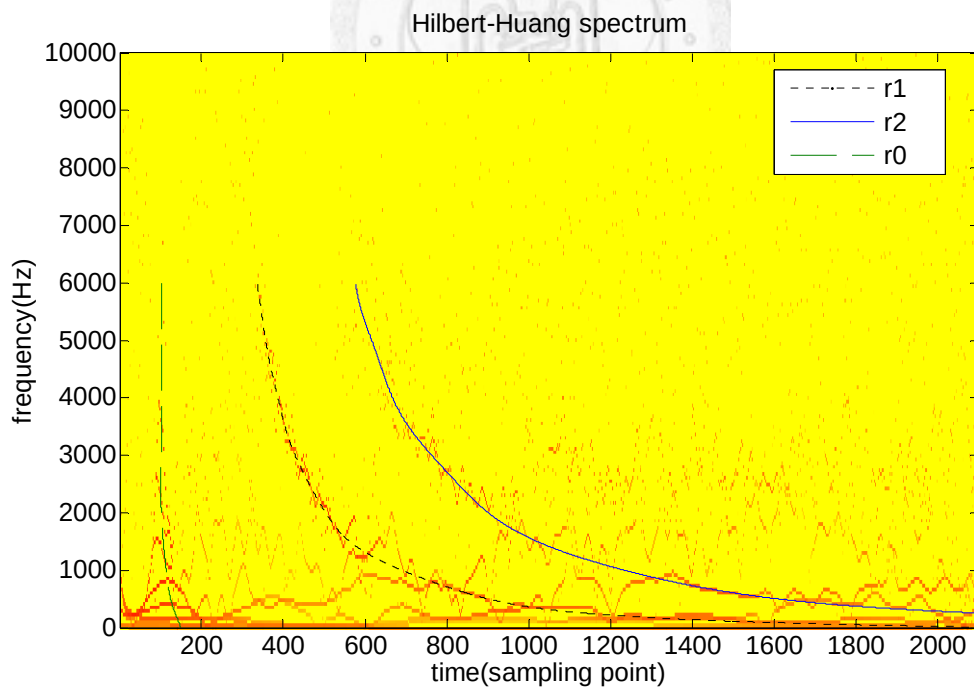


圖 5.10 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：

r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave

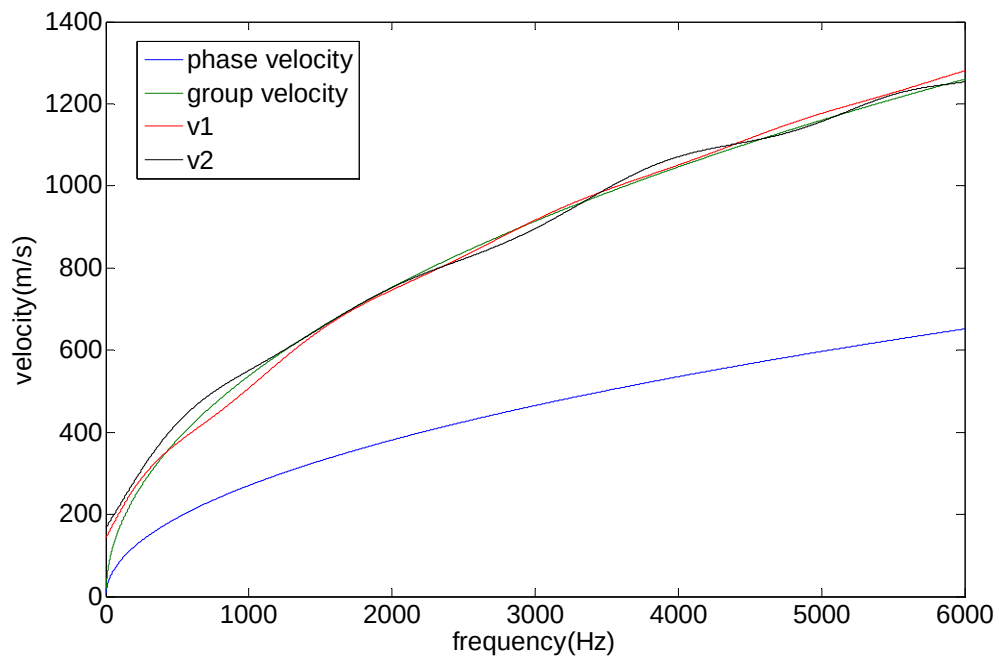


圖 5.11 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。

v1 為(r0,r1)所得；v2 為(r1,r2)所得

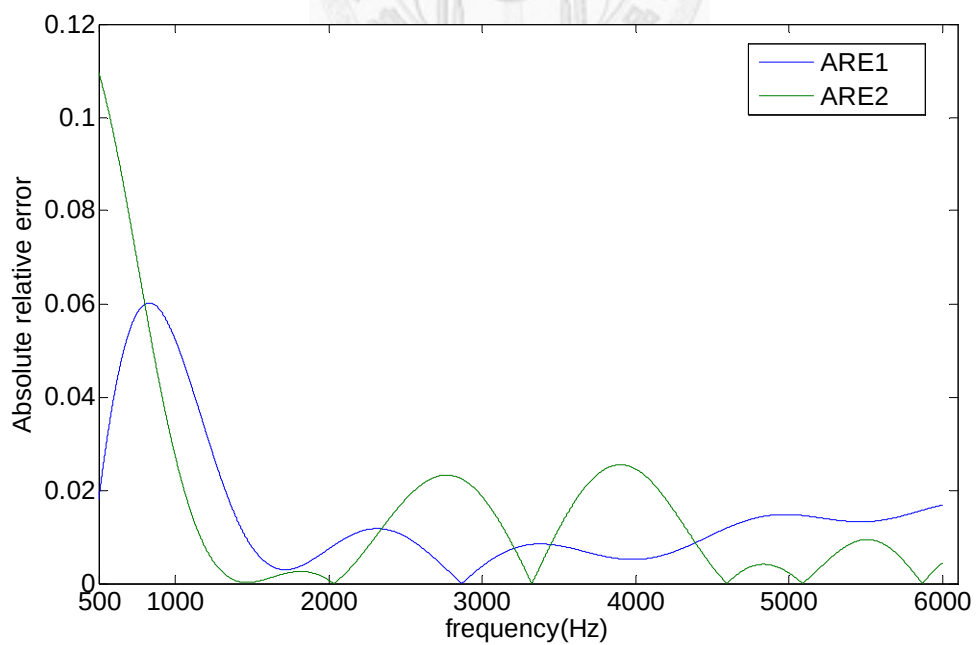


圖 5.12 鋁合金 3000mm×8mm×8mm：

ARE1、ARE2 分別為 v1、v2 與理論值之誤差

5.1.3 黃銅(2500mm×10mm×10mm)

本小節使用之黃銅型號為 JIS C 3604，其材料性質如表 4.1 所述。圖 5.13 為加速規取得之加速度原始訊號。因為本小節實驗之樑長度與前兩小節之樑較短，但黃銅樑之波速與相同厚度之鋁合金樑較慢，故本小節取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 2400 個取樣點進行分析。圖 5.14 為加速度原始訊號經由 EEMD 分解後得到之 IMF 和剩下之殘值。圖 5.15 為根據 IMF 做希爾伯特轉換得到之希爾伯特頻譜。接著將時頻圖之峰值 r_0 、 r_1 和 r_2 做曲線擬合，如圖 5.16 所示。再由其時間差和已知的波行進距離，可以分別求得群速度 v_1 和 v_2 ，如圖 5.17 所示。而圖 5.18 則為 v_1 、 v_2 和理論波速值的誤差圖。

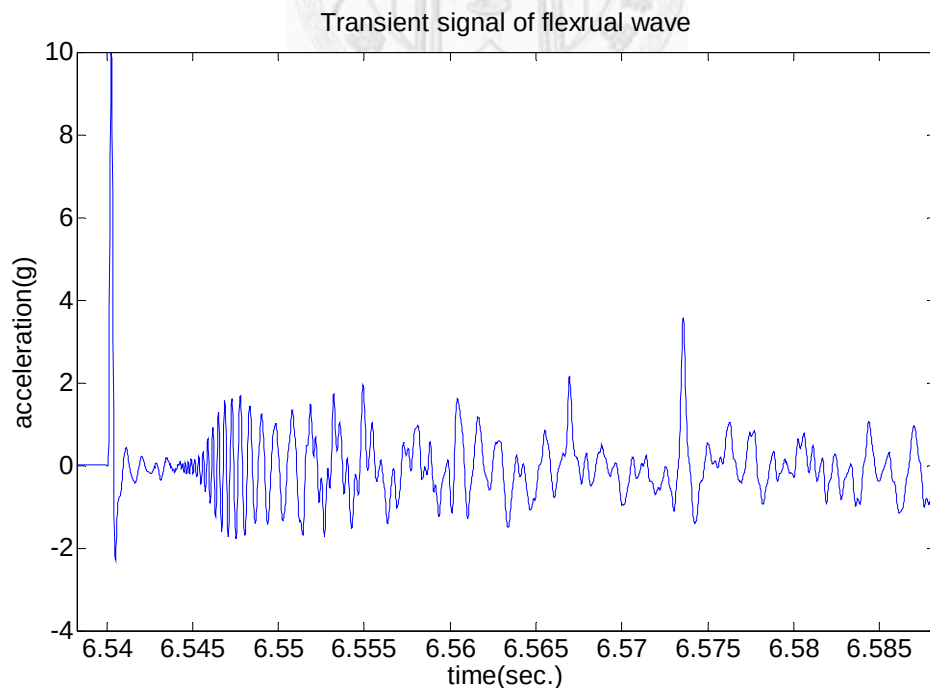


圖 5.13 黃銅 2500mm×10mm×10mm：彎曲波之加速度訊號圖

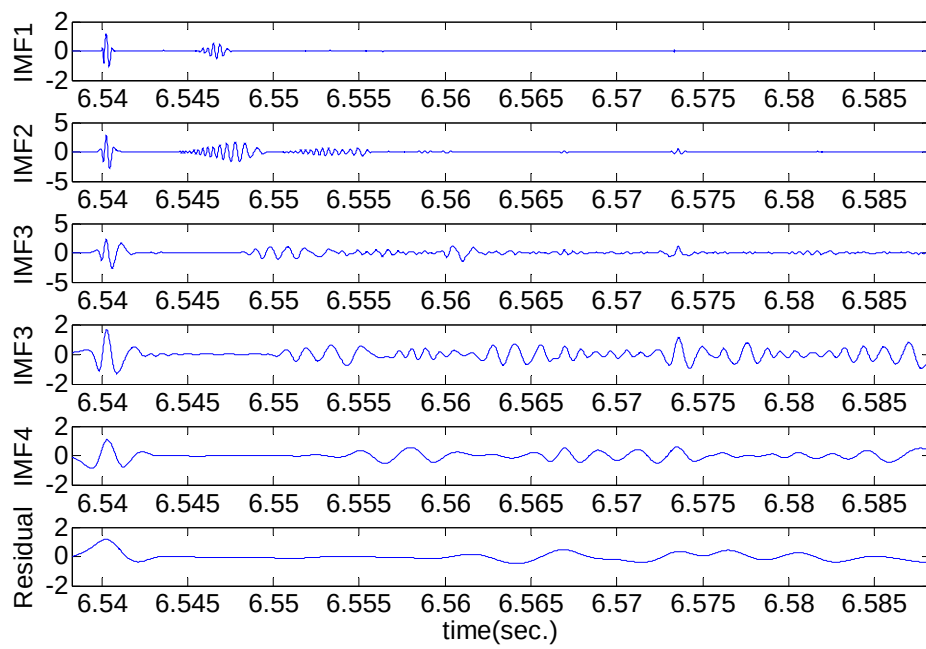


圖 5.14 黃銅 2500mm×10mm×10mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF

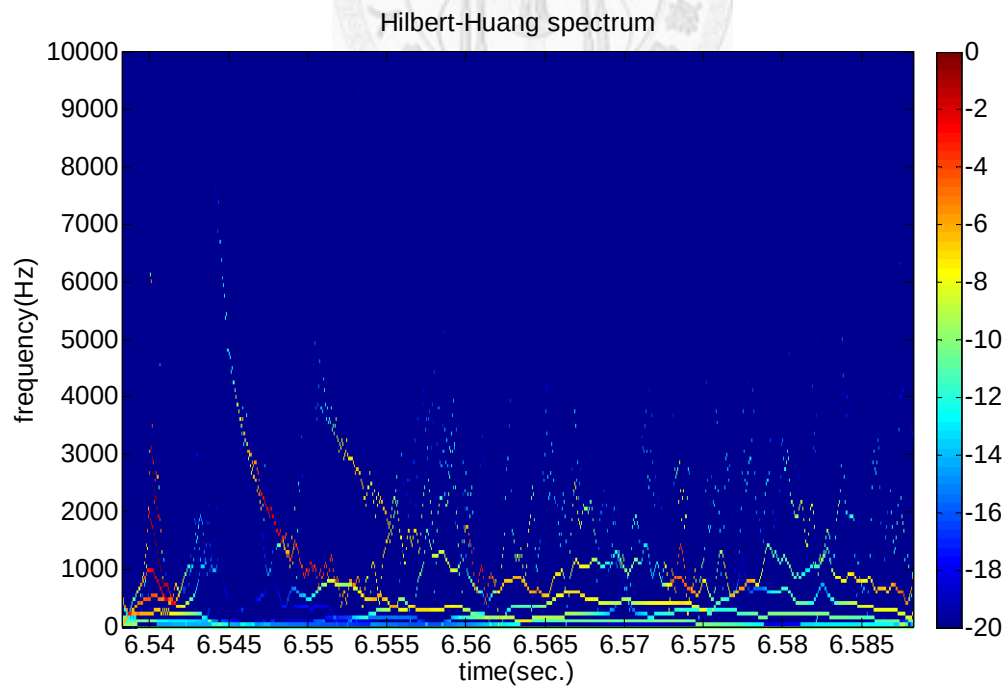


圖 5.15 黃銅 2500mm×10mm×10mm：希爾伯特頻譜

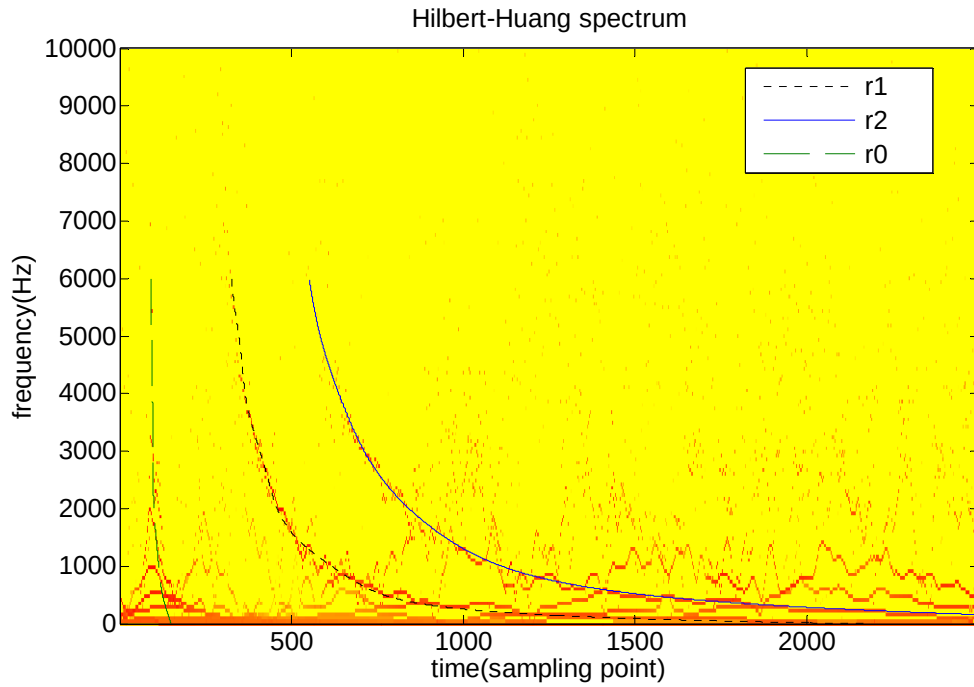


圖 5.16 黃銅 2500mm×10mm×10mm：

r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave

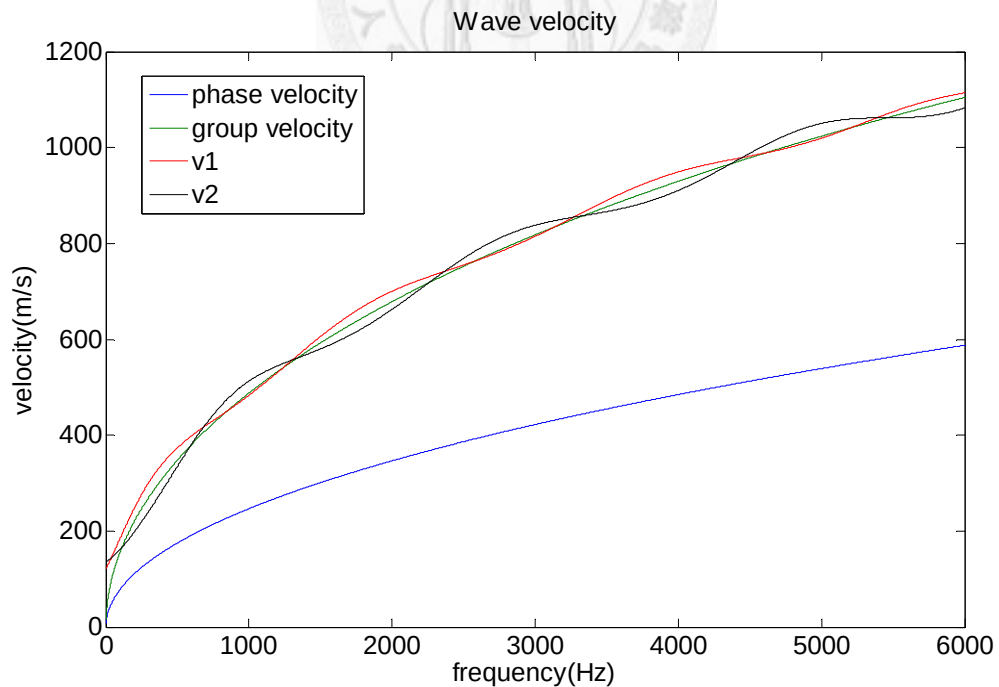


圖 5.17 黃銅 2500mm×10mm×10mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。

v1 為(r0,r1)所得；v2 為(r1,r2)所得

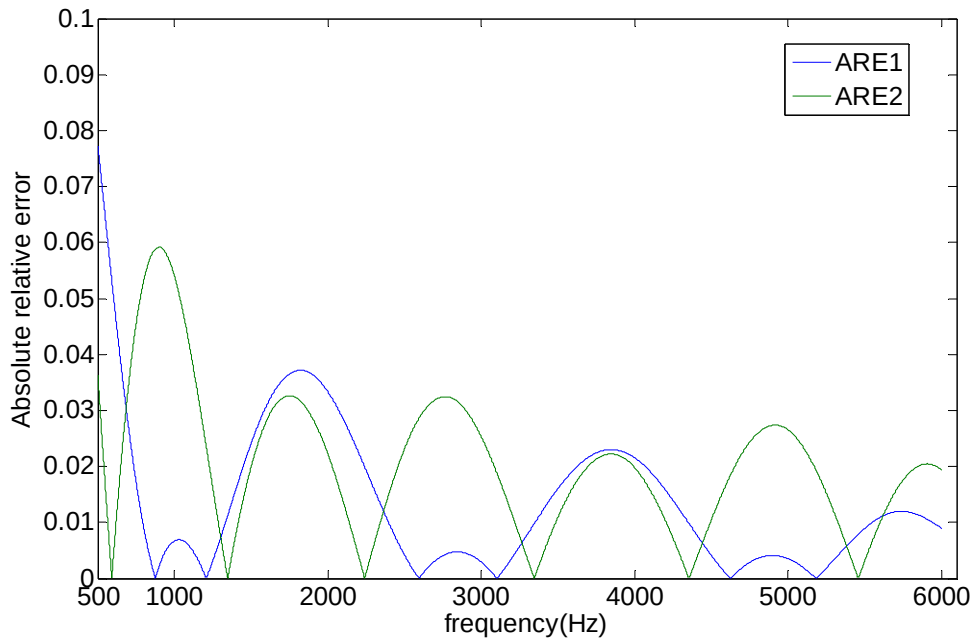


圖 5.18 黃銅 2500mm×10mm×10mm：

ARE1、ARE2 分別為 v_1 、 v_2 與理論值之誤差

5.1.4 不鏽鋼(2700mm×10mm×10mm)

本小節使用之不鏽鋼型號為#304，其材料性質如表 4.1 所述。圖 5.19 為加速規取得之加速度原始訊號，本小節取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 1900 個取樣點進行分析。圖 5.20 為原始訊號經由 EEMD 分解後得到之 IMF 和剩下之殘值。根據 IMF 做希爾伯特轉換得到希爾伯特頻譜，如圖 5.21 所示。圖 5.22 則將時頻圖之峰值 r_0 、 r_1 和 r_2 做曲線擬合，再由其時間差和已知的波行進距離，可以分別求得群速度 v_1 和 v_2 ，如圖 5.23 所示。圖 5.24 為 v_1 、 v_2 和理論波速值的誤差圖。

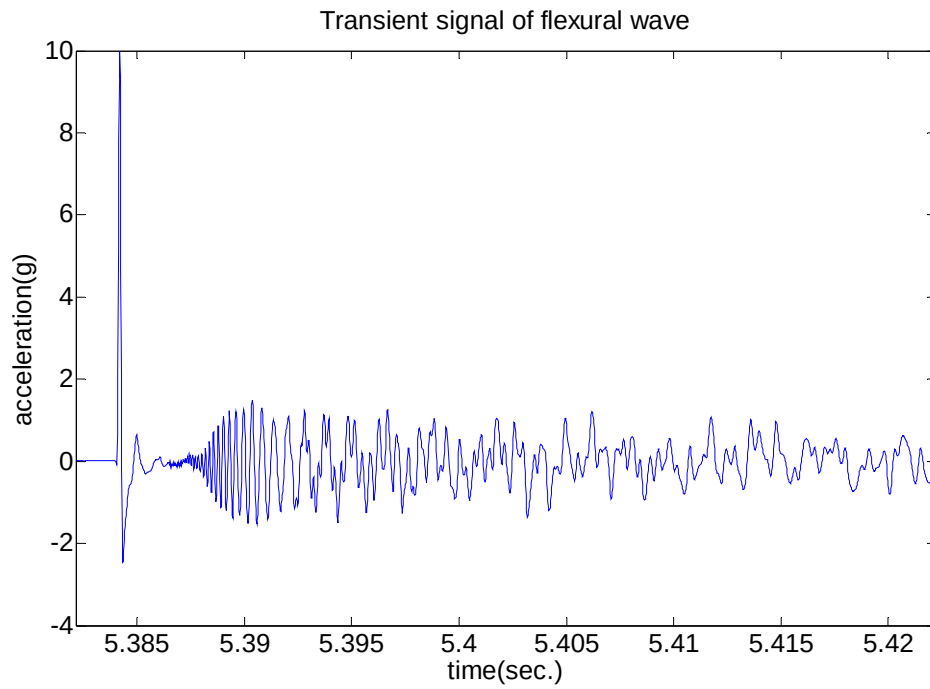


圖 5.19 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：彎曲波之加速度訊號圖

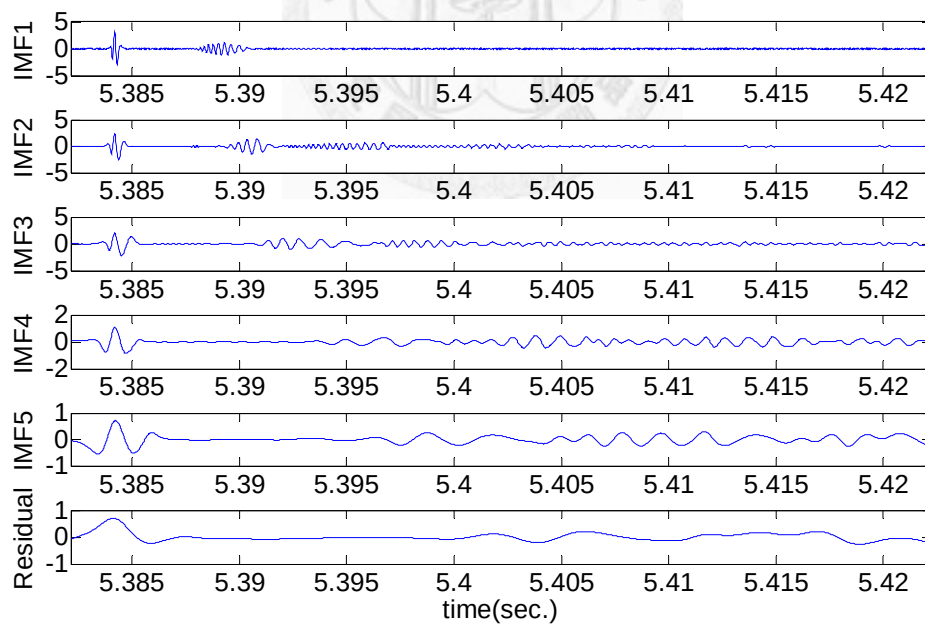


圖 5.20 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF

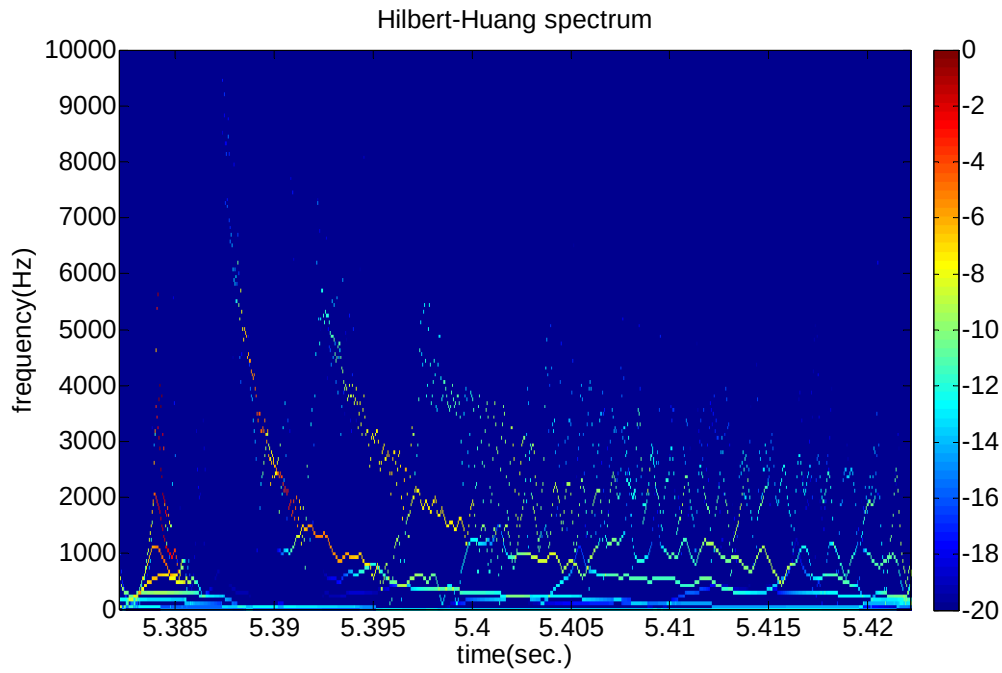


圖 5.21 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：希爾伯特頻譜

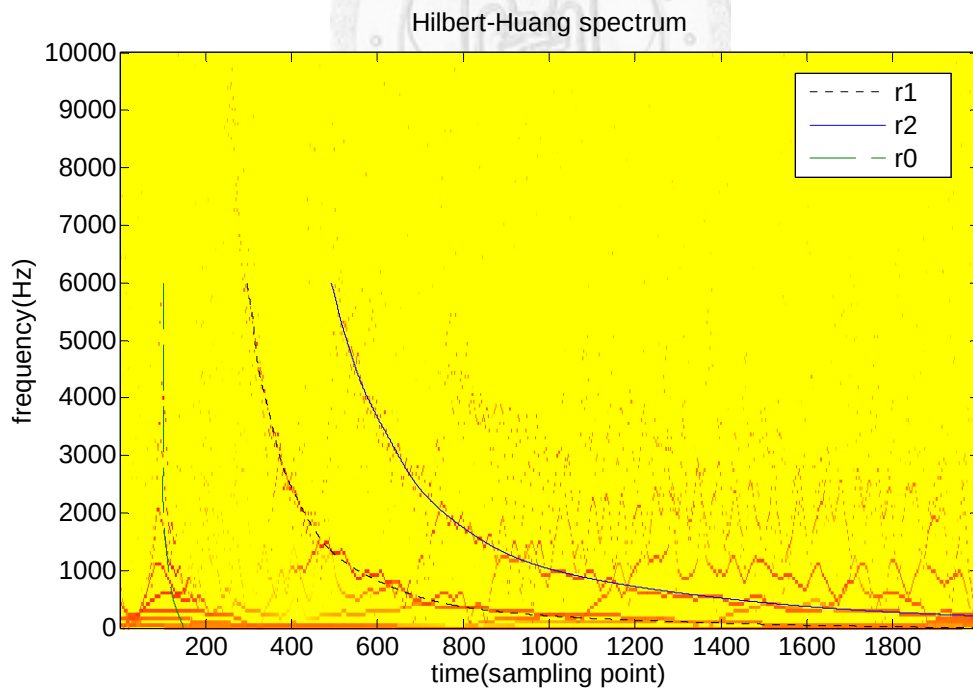


圖 5.22 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：

r0 為 direct wave，r1、r2 分別為第一次和第二次 boundary reflected wave

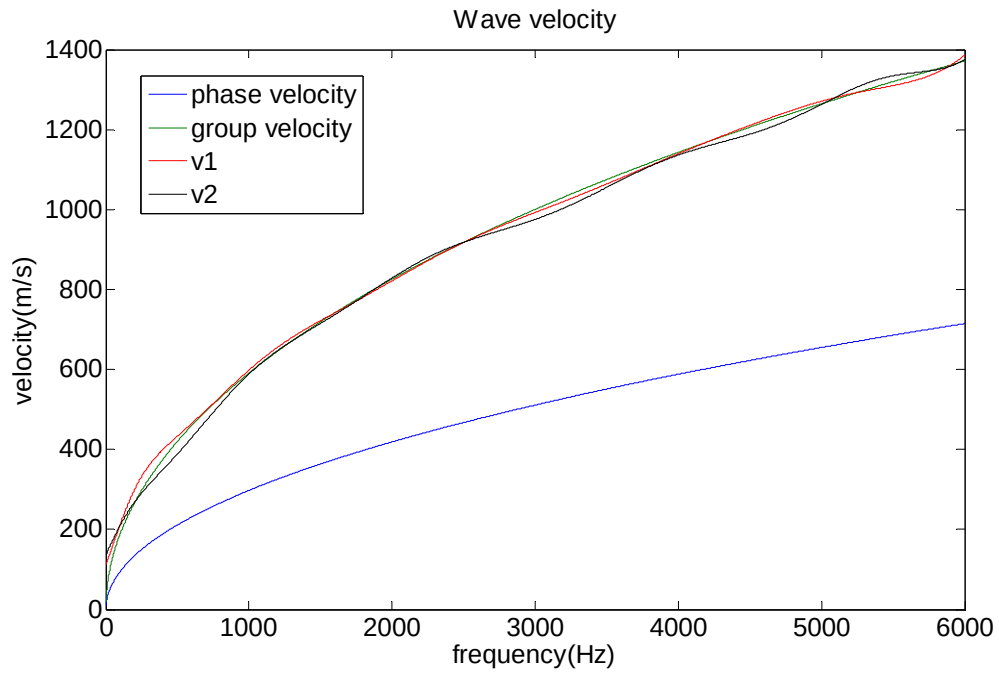


圖 5.23 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：實驗推估之波速和理論波速之比較。

v1 為(r0,r1)所得；v2 為(r1,r2)所得

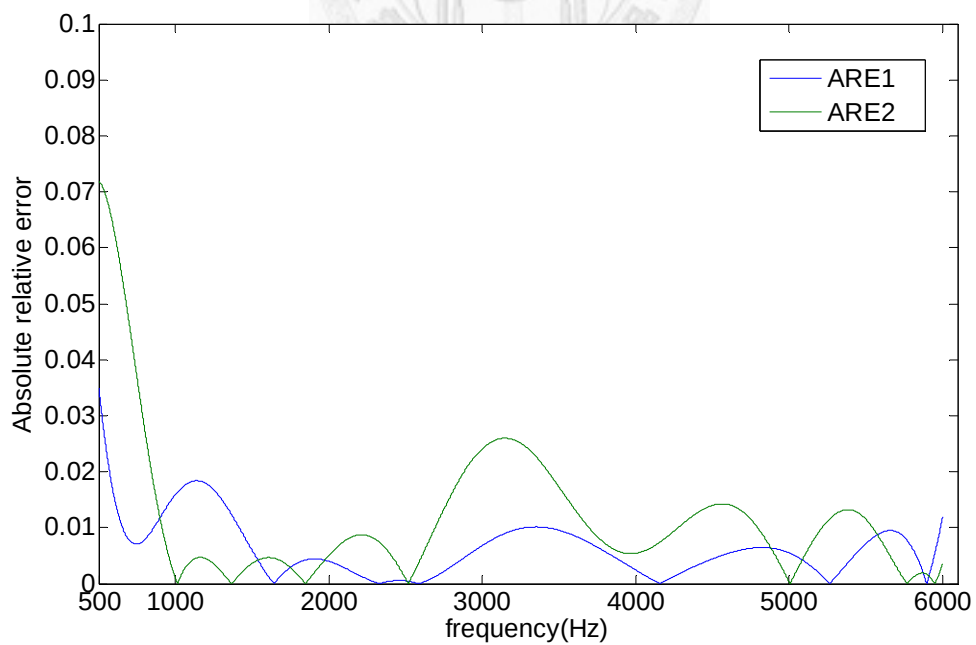


圖 5.24 不鏽鋼 2700mm×10mm×10mm：

ARE1、ARE2 分別為 v1、v2 與理論值之誤差

5.1.5 分析與討論

從實驗的結果中可以得知，在希爾伯特頻譜上可以清楚的看到三個峰值，即為 4.3.1 節所述之 r_0 、 r_1 和 r_2 ，由第一次反射波峰值(r_0 ， r_1)和第二次反射波峰值(r_1 ， r_2)可以分別求得群速度 v_1 和 v_2 。

圖 5.6、5.12、5.18 和 5.24 為 ARE 與頻率之關係圖，從圖中可以得知， v_1 在低頻處誤差比高頻誤差大，原因除了低頻解析度較差和訊號低頻部份能量較低之外，也因為外界之低頻雜訊干擾。而表 5.2 為 ARE 之平均值(Mean value, MV)和標準差(Standard deviation, SD)，從表中可以得知， v_2 的誤差平均值均較 v_1 的誤差平均值大，原因為 r_0 是衝擊波，其經由曲線擬合所得之峰值曲線較反射波 r_1 、 r_2 之峰值曲線準確，而 v_1 為(r_0 ， r_1)所得， v_2 為(r_1 ， r_2)所得，故 v_1 會與理論值較為接近。而四個實驗的 ARE 之標準差均不超過 0.03，表示 ARE 在估測頻率範圍內之資料離散程度不大，換言之，實驗所得的波速值和理論值之誤差，無論在高頻或低頻均不大，且誤差之平均值皆不超過 2.5%。故本文使用之方法對於樑上彎曲波群速度之估測有其可行性。

實驗材料	Absolute relative error(ARE)			
	Mean value(MV)		Standard deviation(SD)	
	v_1	v_2	v_1	v_2
鋁合金 10mm	0.0103	0.0170	0.0062	0.0120
鋁合金 8mm	0.0147	0.0174	0.0156	0.0217
黃銅	0.0136	0.0204	0.0128	0.0127
不鏽鋼	0.0063	0.0116	0.0051	0.0125

表 5.2 實驗推估波速值與理論波速值之誤差

5.2 缺陷位置之反算

從前一節的實驗圖中可以得知，沒有缺陷的細長方樑，在希爾伯特頻譜上，衝擊波峰值 r_0 和第一次邊界反射波 r_1 之間不會有其他峰值產生，而本節將探討有缺陷(line crack)的樑，如何找出其缺陷位置。

如 4.3.2 節所述，有缺陷的樑取得之彎曲波訊號，在衝擊波和第一次邊界反射波之間會產生缺陷反射波，換言之，經 HHT 得到時頻圖，其峰值 r_0 和峰值 r_1 之間會有缺陷反射波峰值 r_c ，即可由 (r_0, r_c) 之峰值時間差以及理論波速推得缺陷發生之位置。本節的實驗規劃和尺寸如表 5.3 所示，各材料的實驗結果分述如下。

實驗圖	材料	全長	缺陷位置
圖 5.25~圖 5.29	黃銅	2500mm	1250mm
圖 5.30~圖 5.34	不鏽鋼	2700mm	900mm
圖 5.35~圖 5.39	不鏽鋼	2700mm	1800mm

表 5.3 缺陷位置之反算實驗規劃表

5.2.1 黃銅：全長 2500mm，缺陷位於 1250mm

本小節實驗之黃銅材料性質如表 4.1 所述，全長為 2500mm，使用線鋸在樑上 1250mm 處切開一個缺陷如圖 4.13，樑敲擊之後經加速規量測所得之加速度原始訊號，如圖 5.25 所示。為了觀察在衝擊波峰值 r_0 和第一次邊界反射波峰值 r_1 之間是否有其他峰值產生，本小節取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 900 個取樣點進行分析。原始訊號圖中因為雜訊和反射波的疊加，造成波形複雜，無法辨識出有效的資訊。而圖 5.26 為原始訊號經 EEMD 分解後得到之 IMF 和殘值，在本小節訊號擷取時間長度內，健康之樑應只有一個邊界反射波，但從 IMF2 中可以得知，有其他的反射波出現。根據 IMF 做希爾伯特轉換得到圖 5.27 希爾伯特頻譜，與 5.1.3 節之健康樑或理論波速得到之邊界反射波峰值比較，可以得知，在衝擊波峰值 r_0 之後第二個波峰應為邊界反射波 r_1 ，因此在 r_0 、 r_1 之間的反射波峰值為缺陷反射波 r_c ，而從圖上可以觀察到邊界反射波之振幅較大，這是因為第二次缺陷反射波與之疊加，而第三個波峰為第三次缺陷反射波。圖 5.28 使用最小平方法將時頻圖之峰值 r_0 、 r_c 做曲線擬合，再依公式 4.2 將 (r_0, r_c) 之時間差和理論波速值估算缺陷發生處與加速規之間的距離，如圖 5.29 所示。

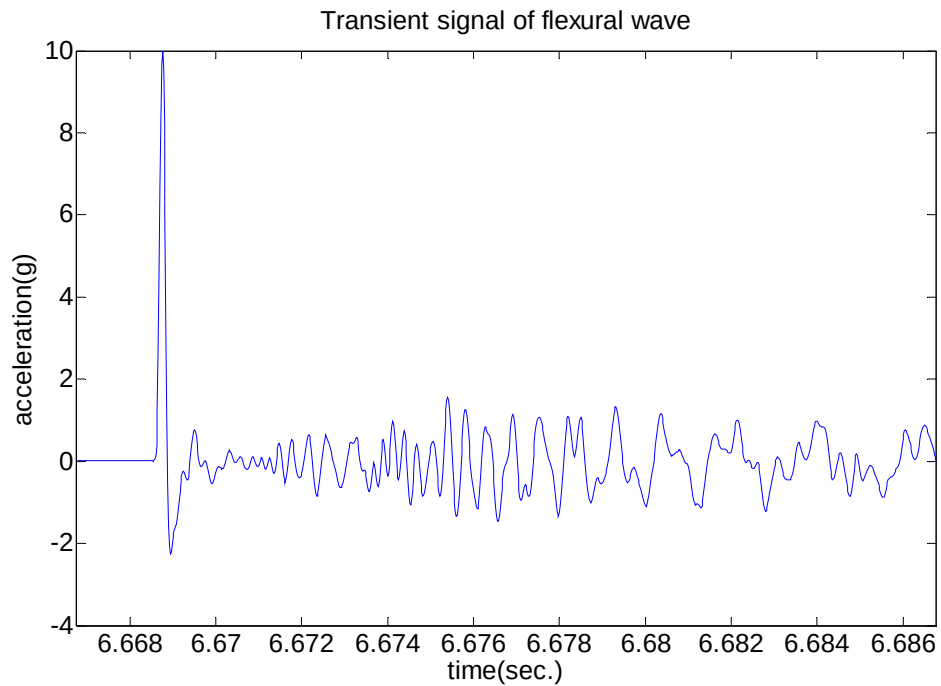


圖 5.25 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：彎曲波之加速度訊號圖

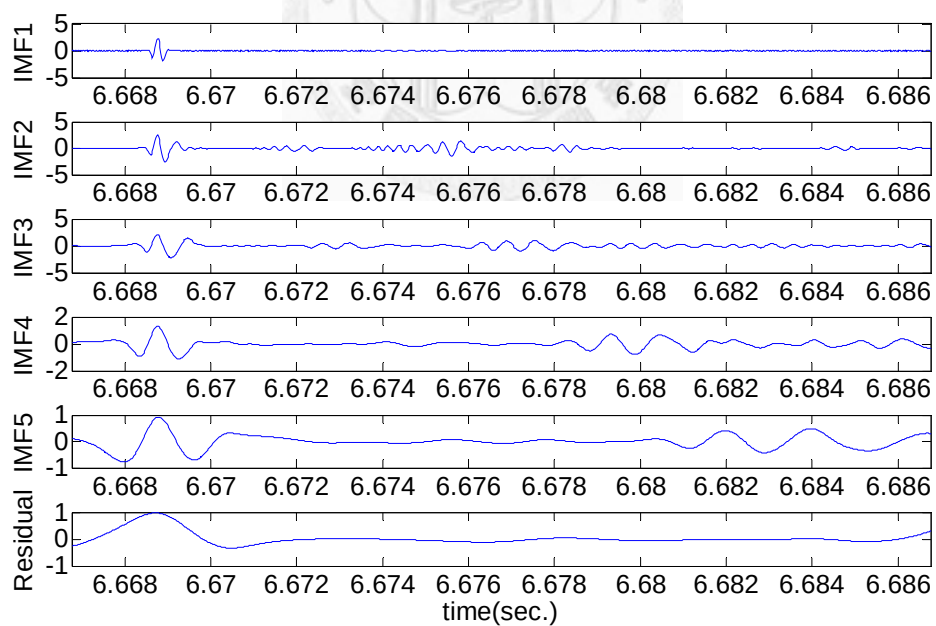


圖 5.26 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：

原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF

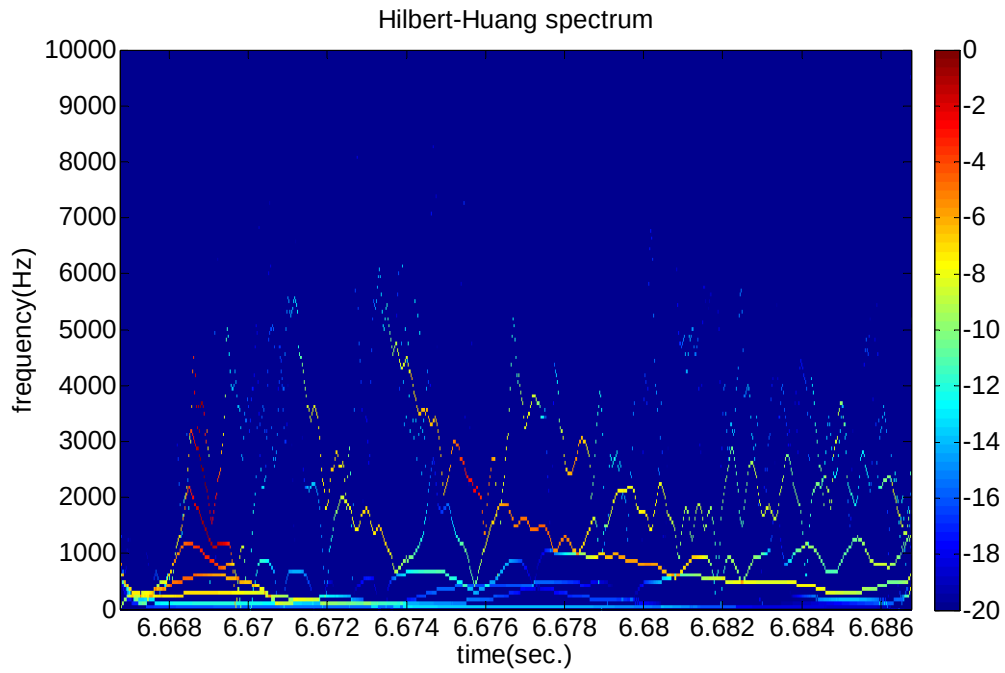


圖 5.27 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：希爾伯特頻譜

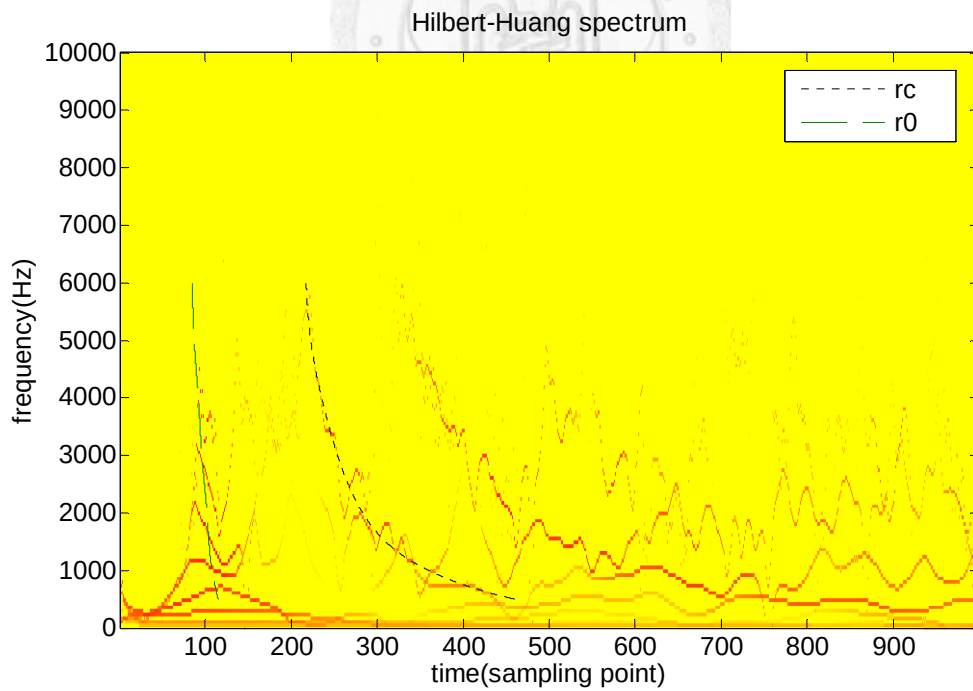


圖 5.28 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：

r0 為 direct wave，rc 為 crack reflected wave

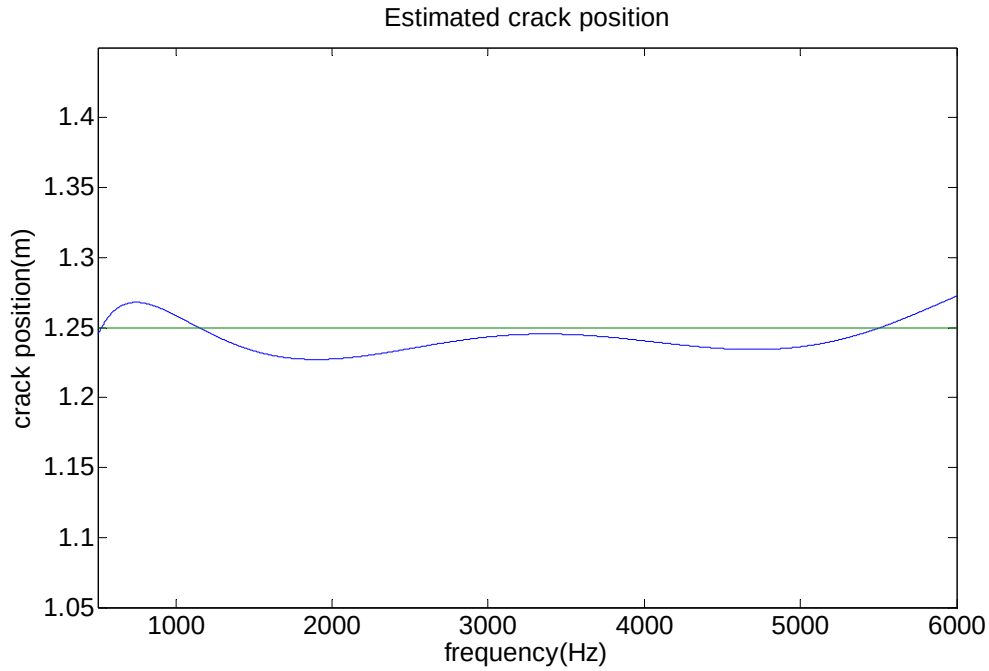


圖 5.29 黃銅，全長 2500mm，缺陷位於 1250mm：實驗推估之缺陷位置

5.2.2 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷位於 900mm

本小節實驗之不鏽鋼材料性質如表 4.1 所述，全長為 2700mm，使用線鋸在樑上 900mm 處製造缺陷，樑敲擊後量測所得之加速度原始訊號，如圖 5.30 所示，本小節取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 900 個取樣點進行分析。圖 5.31 為原始訊號經 EEMD 分解後得到之 IMF 和殘值，將 IMF2 與 5.1.4 節比較，可以得知 5.509~5.512 秒為第一次邊界反射波，而 5.507 秒左右之訊號則為缺陷反射波。此外，比較 IMF3 和 IMF2 中的缺陷反射波或邊界反射波抵達時間，皆是頻率較高的 IMF2 先發生反射波訊號，符合彎曲波頻散現象。爾後根據 IMF 做希爾伯特轉換得到圖 5.32 之希爾伯特頻譜，與 5.1.4 節之健康樑得到之邊界反射波峰值比較，在衝擊波峰值 r_0 之後第二個波峰為邊界反射波 r_1 ，在 r_0 、 r_1 之間的峰值為缺陷反射波 r_c ，而在 r_1 之後因為缺陷反射和邊界反射過於複雜造成波形混亂。圖 5.33 將時頻圖之峰值 r_0 、 r_c 做曲線擬合，再將 (r_0, r_c) 之時間差和

理論波速值估算缺陷發生處與加速規之間的距離，如圖 5.34 所示。

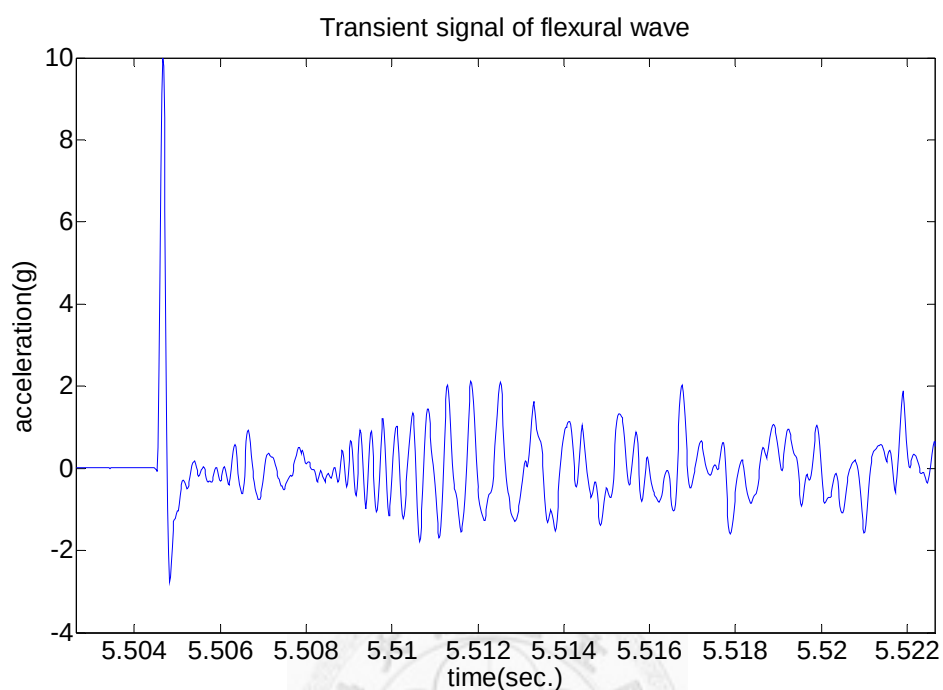


圖 5.30 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：彎曲波之加速度訊號圖

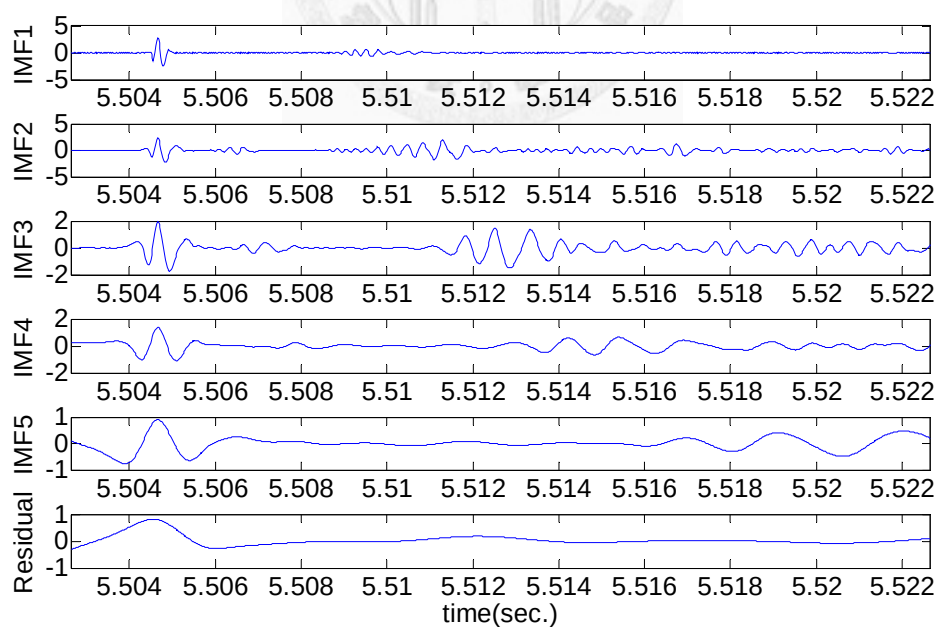


圖 5.31 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：

原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF

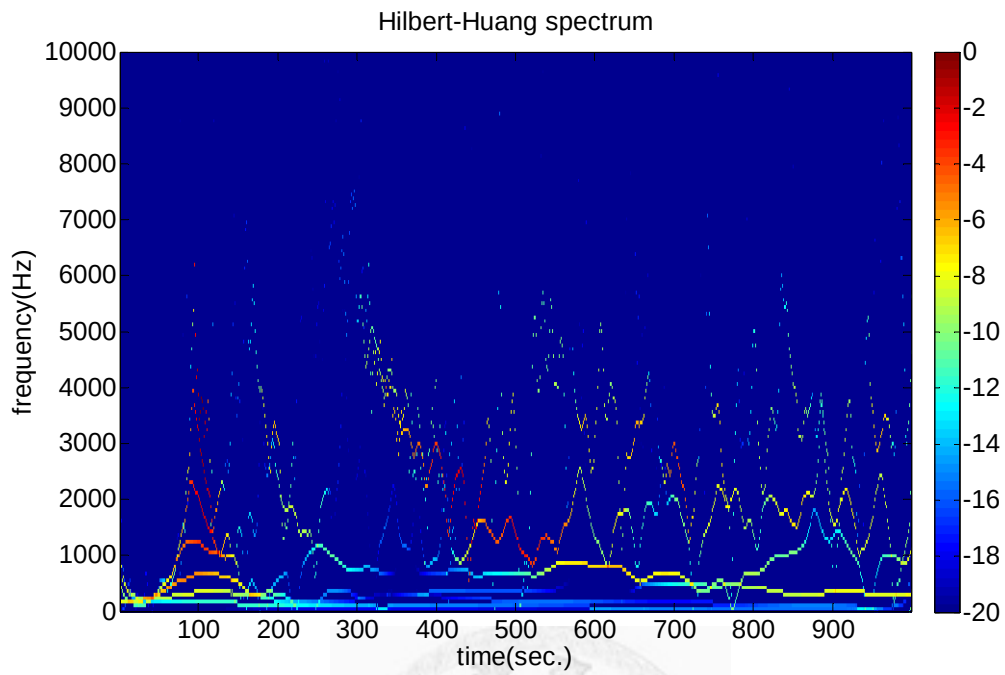


圖 5.32 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：希爾伯特頻譜

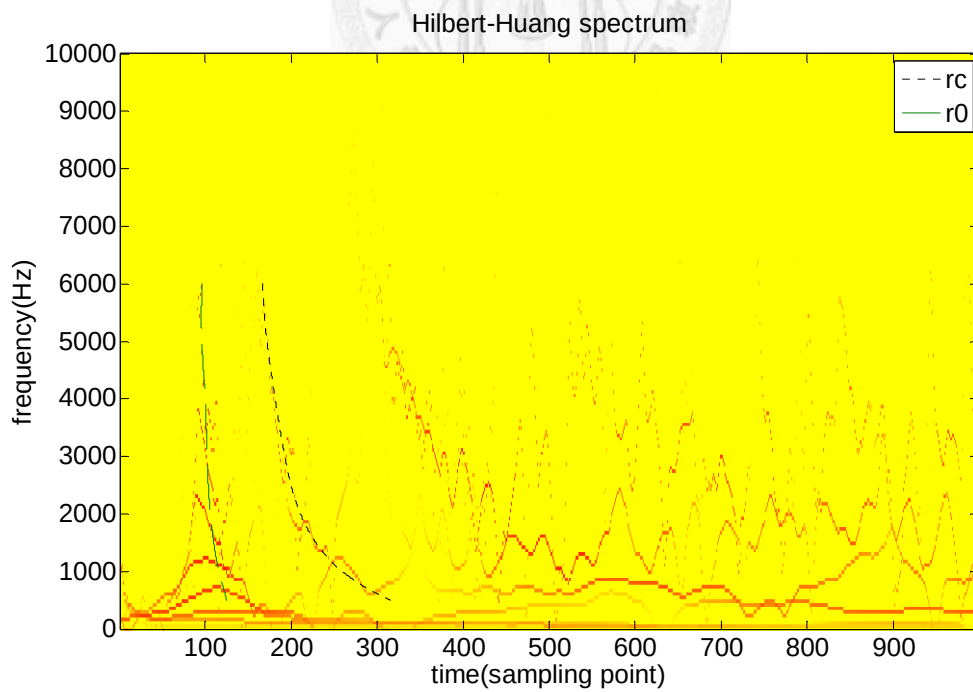


圖 5.33 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：

r0 為 direct wave，rc 為 crack reflected wave

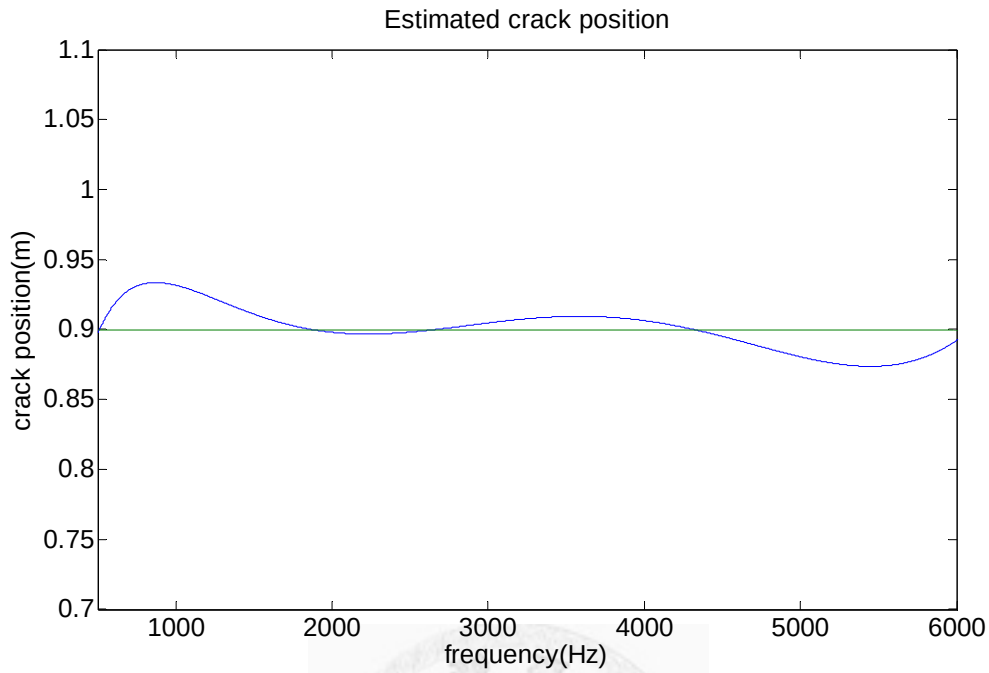


圖 5.34 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 900mm：實驗推估之缺陷位置

5.2.3 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm

本小節實驗之不鏽鋼材料和尺寸與前一小節相同，但其缺陷位置改為 1800mm，樑敲擊後所得之加速度原始訊號，如圖 5.35 所示，本小節依然取加速度最大值發生之時間點的前 100 個取樣點和後 900 個取樣點進行分析。圖 5.36 為原始訊號經 EEMD 分解後得到之 IMF 和殘值。根據 IMF 做希爾伯特轉換得到圖 5.37 之希爾伯特頻譜。圖 5.38 則將時頻圖之峰值 r_0 、 r_c 做曲線擬合，再將(r_0 ， r_c)之時間差和理論波速值估算缺陷發生處與加速規之間的距離，如圖 5.39 所示。

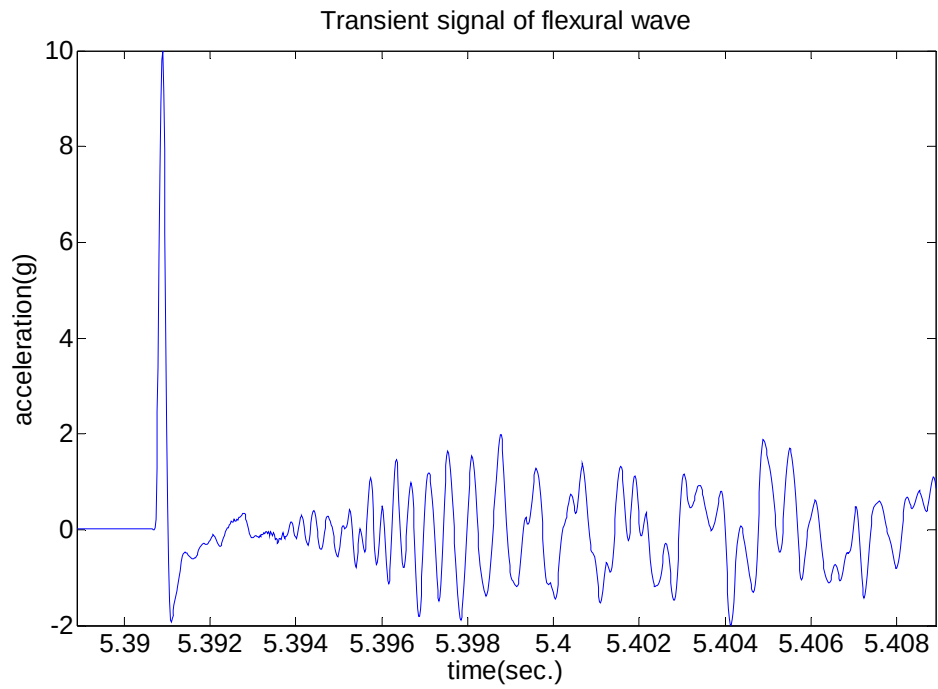


圖 5.35 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：彎曲波之加速度訊號圖

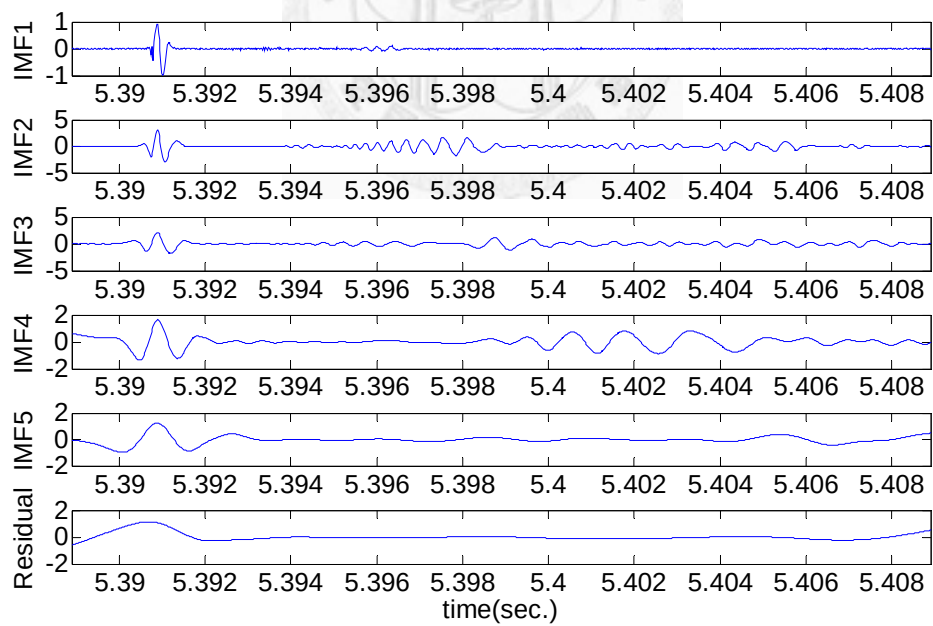


圖 5.36 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：

原始訊號經 EEMD 分解得到之 IMF

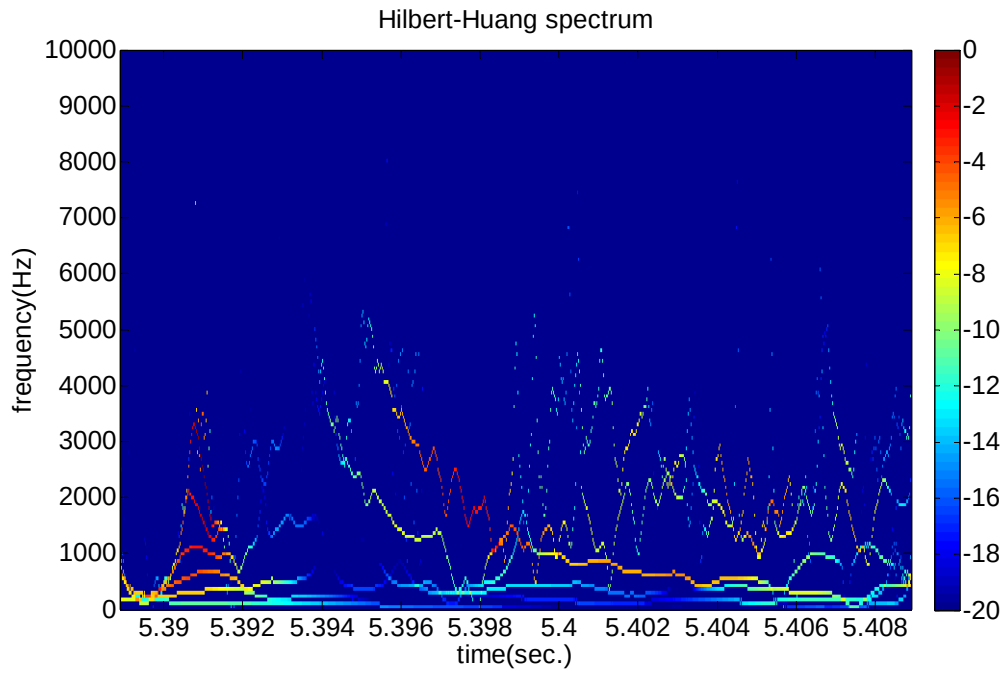


圖 5.37 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：希爾伯特頻譜

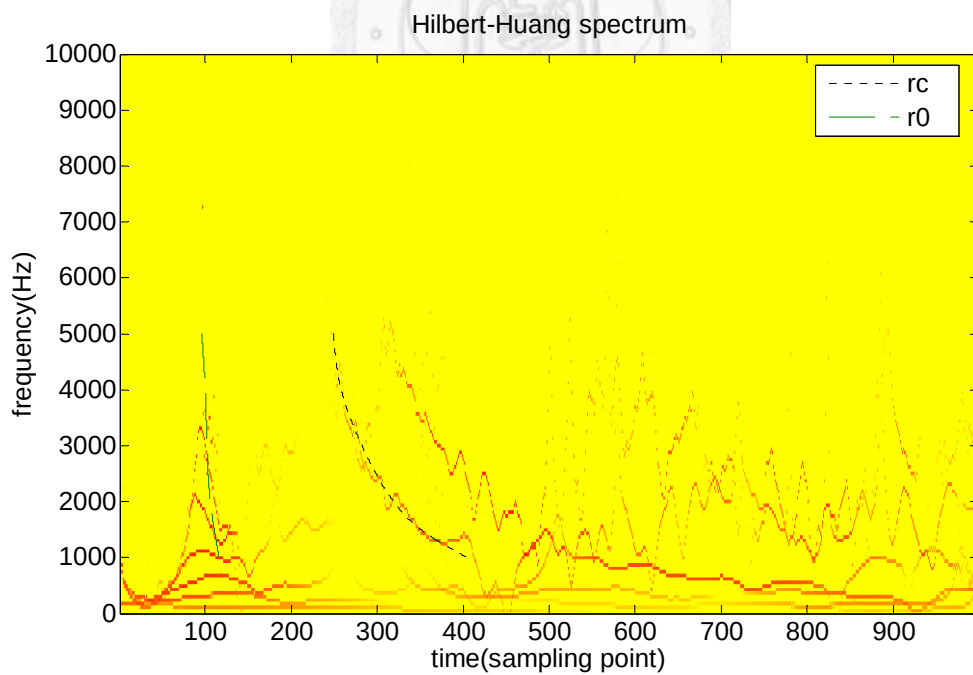


圖 5.38 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：

r0 為 direct wave，rc 為 crack reflected wave

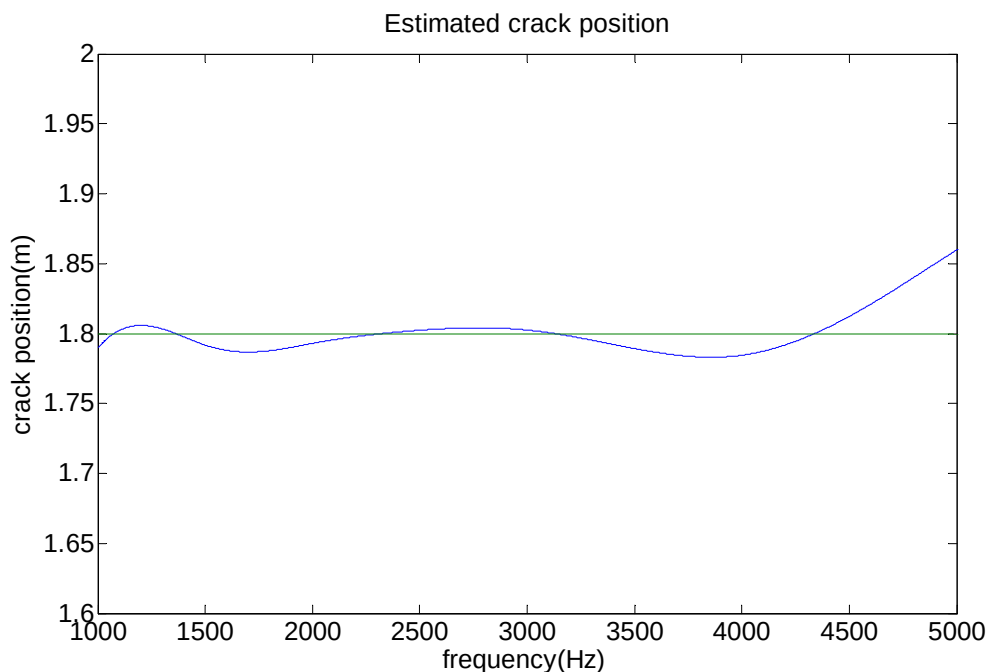


圖 5.39 不鏽鋼，全長 2700mm，缺陷於 1800mm：實驗推估之缺陷位置

5.2.4 分析與討論

從實驗結果中可以得知，在 r_0 和 r_1 的確有 r_c 之峰值產生，因為缺陷反射波振幅不至於太小，因此在時頻圖上能夠清楚辨識 r_c ，進而推估缺陷位置。為了比較估算之缺陷位置和實際缺陷位置，除了前一節介紹之 ARE 平均值(MV)外，另外定義推估位置之平均值的誤差 e

$$e = \frac{|d_{mean} - d_c|}{d_c} \quad (5.2.1)$$

其中 d_{mean} 為實驗推估位置之平均值，而 d_c 為實際上缺陷之位置。表 5.4 為缺陷位置反算和實際位置之誤差。因此在有效的頻率範圍內，經實驗推估之缺陷位置，具有其可信度。

實驗材料／缺陷位置	實驗推估之缺陷位置平均值	平均值之誤差 e	ARE 之 MV
黃銅 ／1250mm	1242.6mm	0.0059	0.095
不鏽鋼 ／ 900mm	900.9mm	0.0010	0.0133
不鏽鋼 ／1800mm	1800.6mm	0.0003	0.0059

表 5.4 缺陷位置反算和實際位置之誤差

5.3 破壞程度之訊號分析

從 5.2 節的實驗圖中可以得知，本文能夠推估細長方樑上之缺陷位置。在缺陷檢測中，除了缺陷位置之外，缺陷的破壞程度也是重要的資訊。如 4.3.2 節所述，當彎曲波碰到缺陷時，部份能量繼續傳遞，而部份能量則會反射，若破壞程度較大則反射之能量應該也較大。因此，在本節中，將討論不同的缺陷深度在希爾伯特頻譜上之差異。本實驗中希爾伯特頻譜之振幅大小為經過正規化(normalized)後，以對數值呈現，故振幅最大值為 0。本節的實驗規劃如表 5.5 所示，圖 5.40~圖 5.53 為破壞程度之訊號分析實驗結果。

實驗圖	實驗材料	全長	缺陷位置	厚度	缺陷深度
圖 5.40~41	黃銅	2500mm	1250mm	10mm	3mm
圖 5.42~43					6mm
圖 5.44~45	不鏽鋼	2700mm	900mm	10mm	2mm
圖 5.46~47					5mm
圖 5.48~49					7mm
圖 5.50~51					7mm(背面敲擊)
圖 5.52~53					7mm(側面敲擊)

表 5.5 破壞程度之訊號分析實驗規劃表

圖 5.40 和圖 5.42 為黃銅敲擊後量測所得之加速度原始訊號，而圖 5.41 和圖 5.43 為原始訊號分別經 HHT 得到之希爾伯特頻譜，從時頻圖中可以得知，破壞深度為 3mm 的振幅大小約為-11，而破壞深度 6mm 的振幅大小約為-7，的確符合缺陷較大反射波能量較大之推測。

圖 5.44、圖 5.46 和圖 5.48 分別為不鏽鋼之破壞深度 2mm、5mm 和 7mm 之原始訊號圖，而圖 5.45、圖 5.47 和圖 5.49 則為原始訊號經 HHT 得到之時頻圖，從實驗結果中觀察得知，破壞深度 2mm、5mm 和 7mm 的振幅大小，分別約為-13、-9 和-4，與前述黃銅之實驗結果相符，即缺陷越大反射波能量越大。

本節在不鏽鋼缺陷深度為 7mm 實驗中，另外探討不同敲擊面之結果，分別為敲擊面與缺陷裂開處相同之正面，以及其背面和反面，其加速度原始訊號如圖 5.48、圖 5.50 和圖 5.52 所示。圖 5.49 是敲擊面為正面之希爾伯特頻譜，經觀察得知，在衝擊波峰值 r_0 和第一次邊界反射波峰值 r_1 之間能量分佈較為複雜，此因破壞程度大而反射波能量也較大，能量消散所需時間較長，故在缺陷和邊界之間能量反射較為複雜。而圖 5.51 是敲擊面為背面之希爾伯特頻譜，可以發現在 r_0 和 r_1 之間有兩個峰值存在，第一個峰值為第一次缺陷反射波，第二個峰值則為第二次缺陷反射波，第二次缺陷反射波之能量較小。圖 5.53 是敲擊面為側面之希爾伯特頻譜，缺陷反射波之能量為三種敲擊面中最小，但時頻圖之峰值則最清晰。因此，若為未知之缺陷，實驗所得之希爾伯特頻譜能量複雜不易觀察，可以改變敲擊面，以利分析。

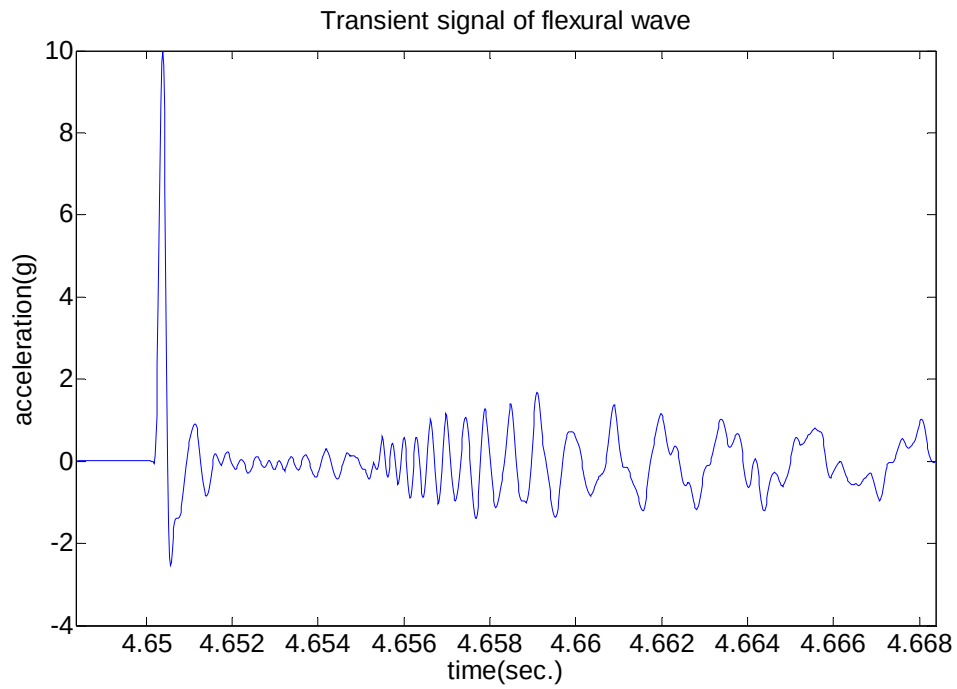


圖 5.40 黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 3mm：彎曲波之加速度訊號圖

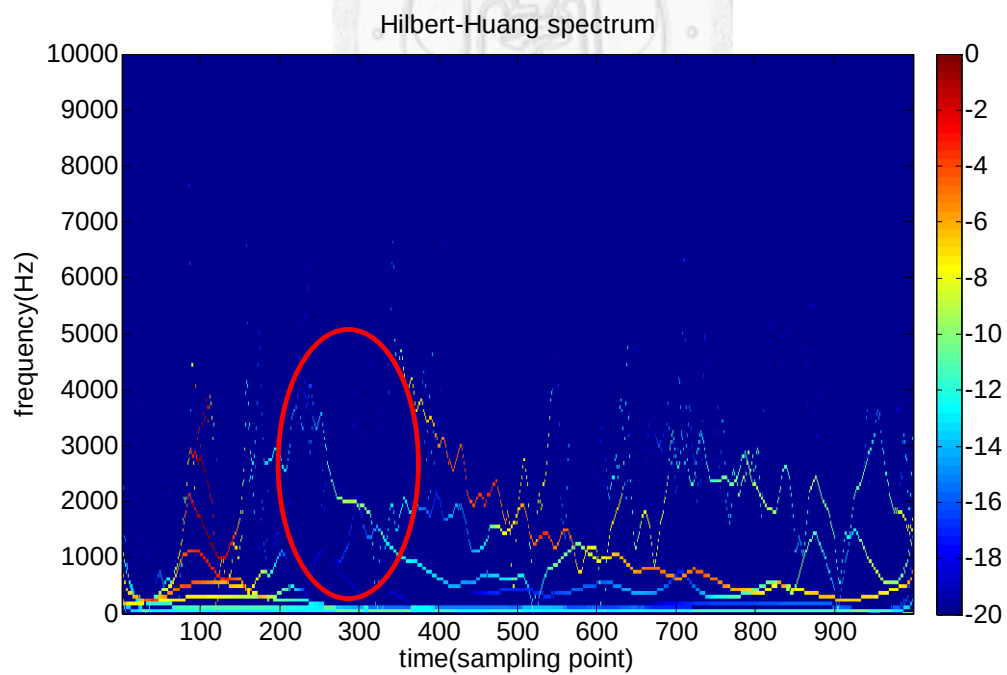


圖 5.41 黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 3mm：希爾伯特頻譜

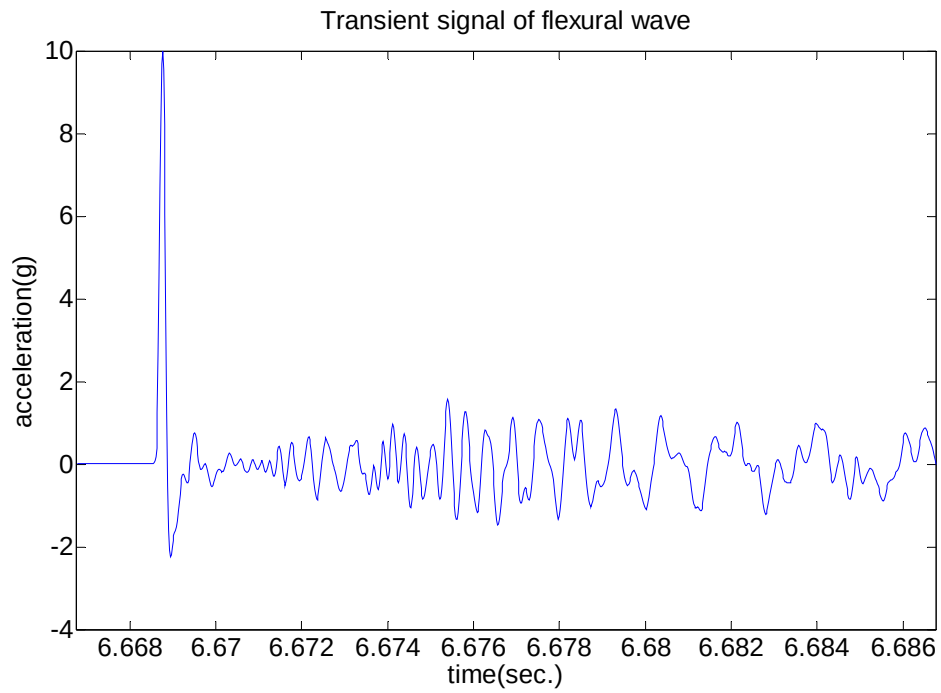


圖 5.42 黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 6mm：彎曲波之加速度訊號圖

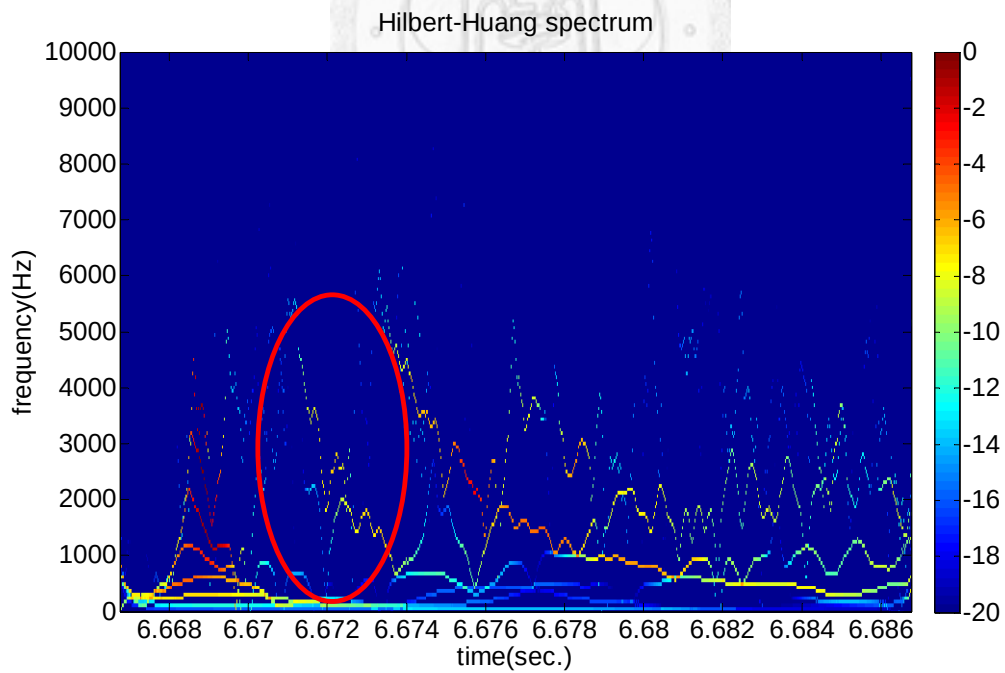


圖 5.43 黃銅，厚度 10mm，缺陷程度 6mm：希爾伯特頻譜

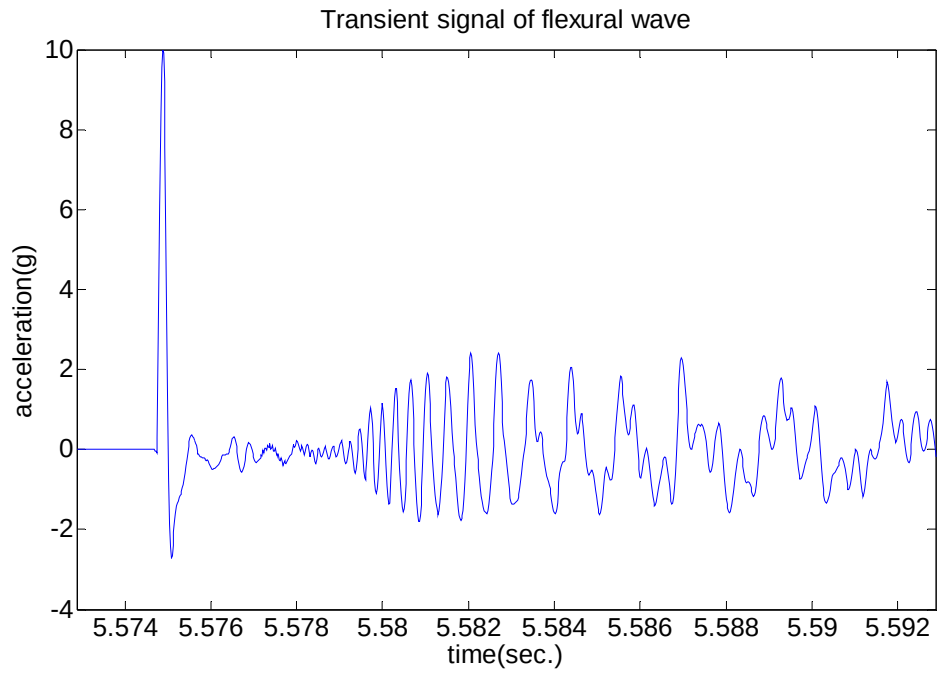


圖 5.44 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 2mm：彎曲波之加速度訊號圖

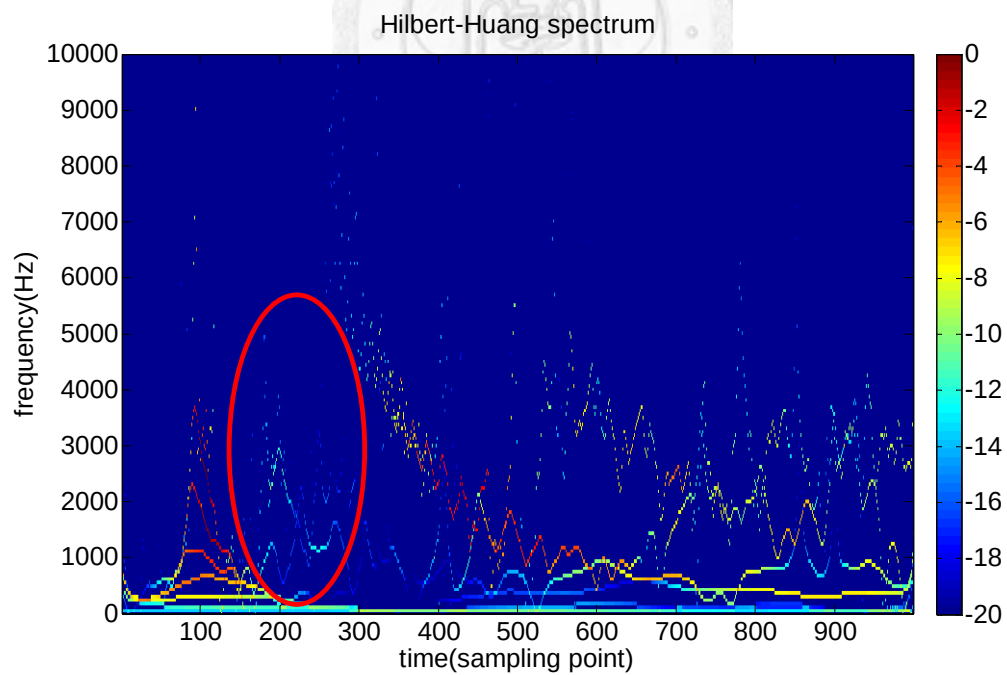


圖 5.45 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 2mm：希爾伯特頻譜

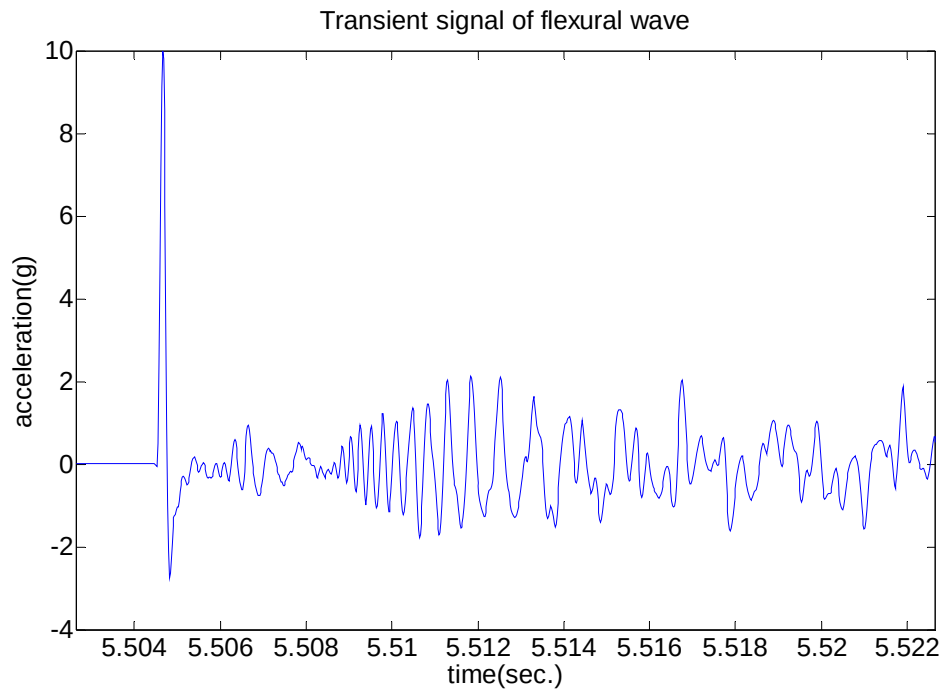


圖 5.46 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 5mm：彎曲波之加速度訊號圖

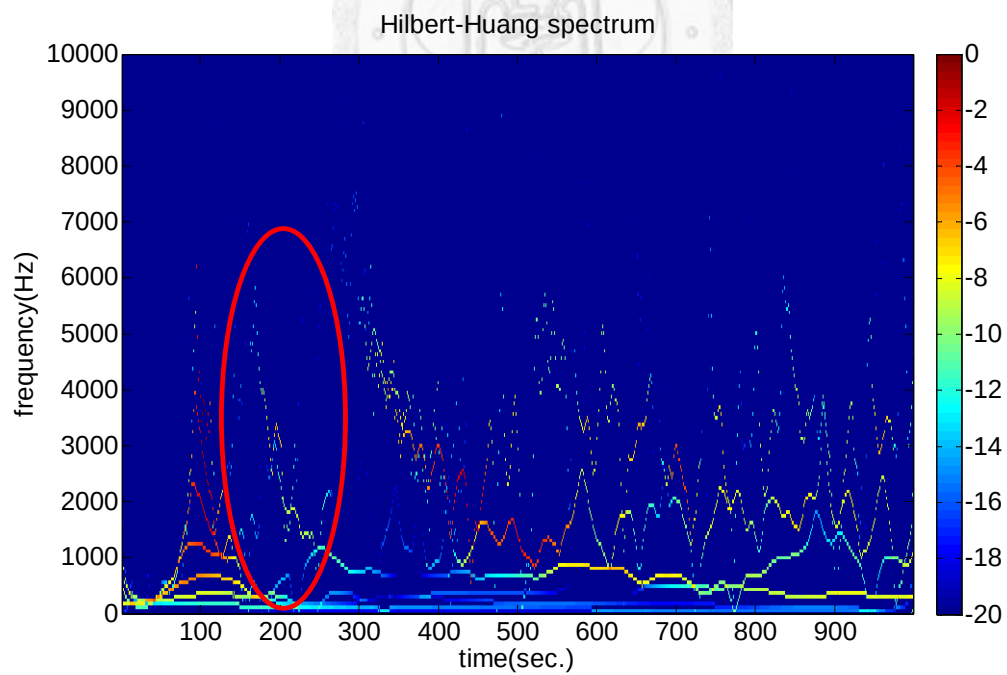


圖 5.47 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 5mm：希爾伯特頻譜

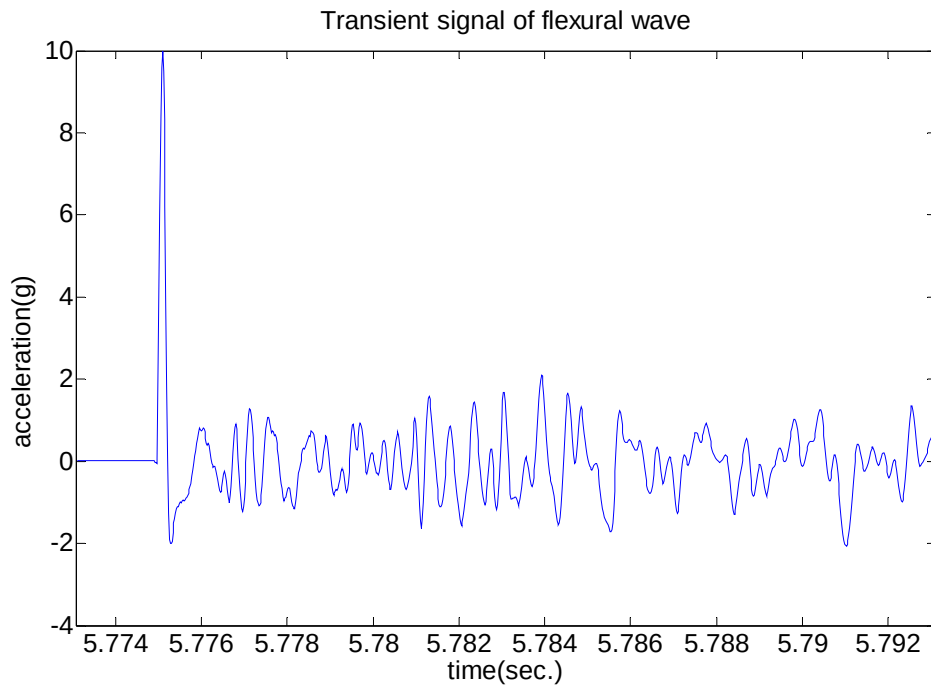


圖 5. 48 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(正面)：彎曲波之加速度訊號圖

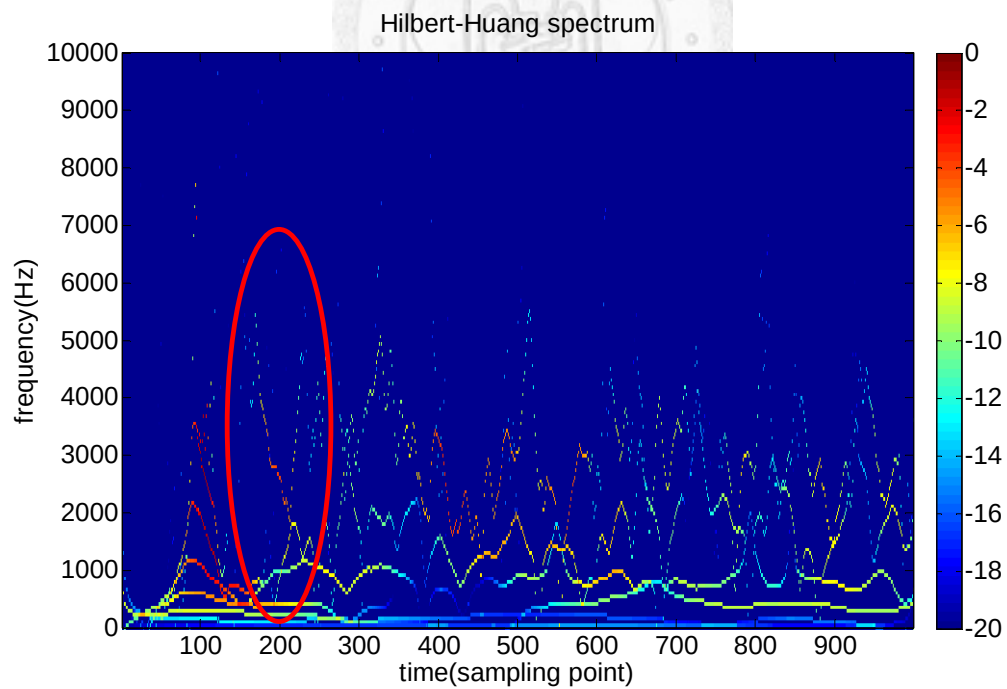


圖 5. 49 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(正面)：希爾伯特頻譜

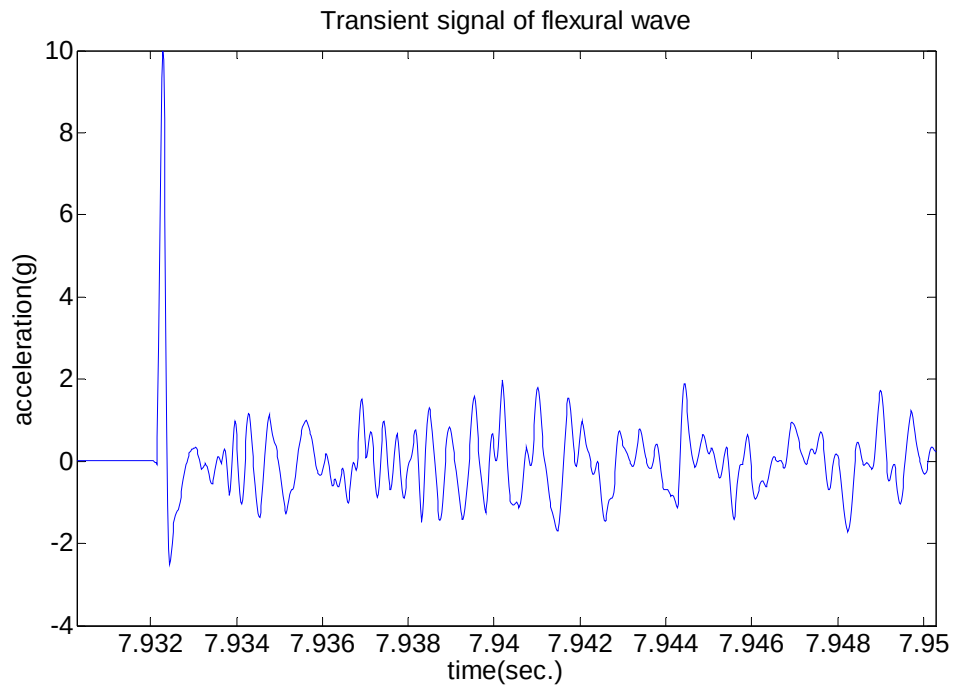


圖 5.50 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(背面)：彎曲波之加速度訊號圖

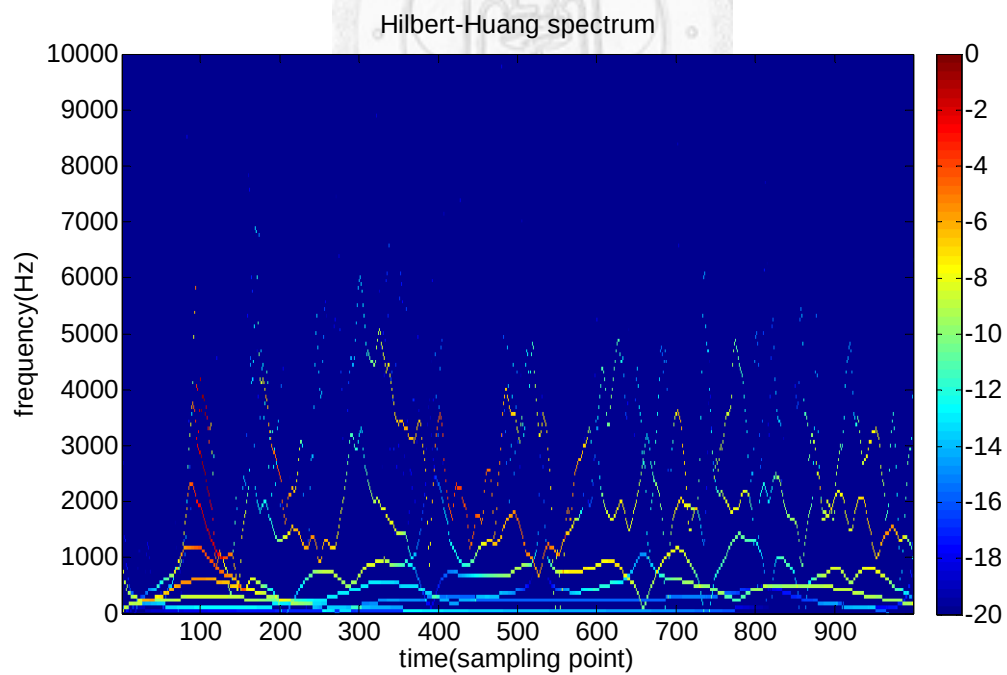


圖 5.51 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(背面)：希爾伯特頻譜

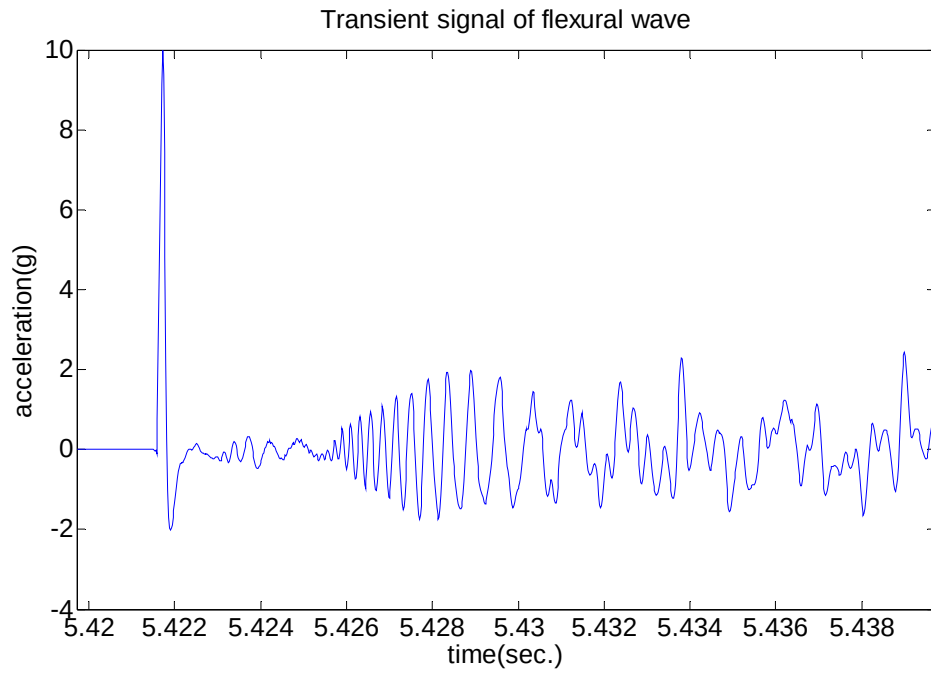


圖 5.52 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(側面)：彎曲波之加速度訊號圖

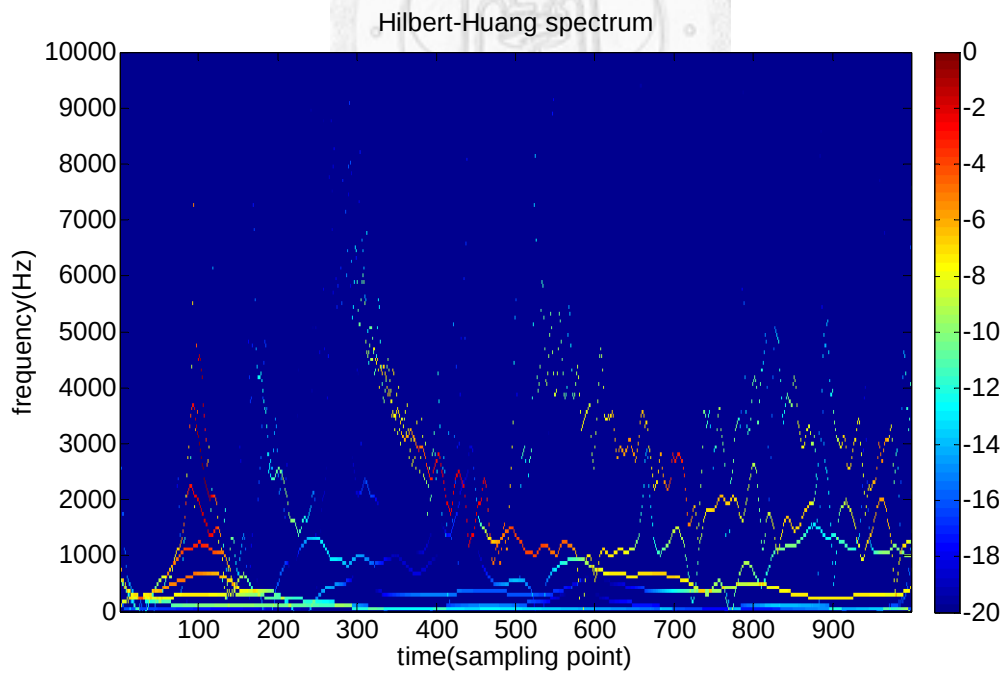


圖 5.53 不鏽鋼，厚度 10mm，缺陷程度 7mm(側面)：希爾伯特頻譜

第六章 結論與未來展望

6.1 結論

本文主要針一維細長方樑上之破壞檢測進行探討。由激震錘在樑上產生彎曲波，加速規量測得到加速度歷時訊號，經希爾伯特黃轉換得到時間-頻率-振幅之希爾伯特頻譜，得到邊界反射波和缺陷反射波之峰值，並進行彎曲波的群速度分析和樑上缺陷位置估算，並比較其破壞程度。從得到的實驗結果可以顯示，希爾伯特黃轉換於樑上之破壞檢測分析有其可行性。

從實驗的數據中，本文得到下面三個結論：

1. 彎曲波群速度與第三章之 Timoshenko model 理論波速差異不大，其第一次邊界反射波計算之 ARE 平均值不超過 0.025，增加之後的破壞檢測可靠性。而 ARE 之標準差均不超過 0.025，表示在估測的頻率範圍內，彎曲波的誤差離散程度尚可接受。因此，對於一個未知的材料，由其尺寸和希爾伯特頻譜得到之波速，可以得知其材料為何。而從 ARE 之圖中，可以觀察到低頻之誤差較高頻大，推測原因除了外界低頻雜訊干擾和訊號低頻部份能量較低之外，也因為 EEMD 分解時造成誤差。
2. 在實驗中，推估細長方樑之缺陷位置，其 ARE 之平均值不超過 0.02，而其平均位置之誤差不超過 0.006，希爾伯特黃轉換對於缺陷位置估算之誤差不至於太大。
3. 樑上缺陷的破壞程度，可以經由希爾伯特頻譜之振幅大小來做比較。此外，敲擊面無論是否與缺陷裂開處同面，皆有缺陷反射波之能量傳回，但若缺陷破壞程度太小，背面或側面之缺陷反射波能量可能太小，在時頻圖上不易識別，故要檢驗一個未知細長方樑是否有缺陷，至少需要敲擊三個面做分析。

6.2 未來展望

本文已將希爾伯特黃轉換應用於樑上之破壞檢測分析，並且得到不錯的結果。然而，本文之研究方法和實驗仍有許多待改善之處，在此提出下列幾個方向，以助日後之研究探討：

1. 因為彎曲波之波速很快，在細長方樑中傳遞之時間極短，而本文受限於實驗設備(DAQ 卡)，取樣頻率最高只能到 50KHz，因此提高硬體之取樣頻率，分析的樑之厚度(厚度越大波速越快)或樑之長度(長度越短傳遞時間越短)即可不受限制。
2. 手持敲擊鉗製造彎曲波，訊號可能因為人為干擾而有雜訊，應設計一個不受人為干擾且固定之實驗架構。
3. 在希爾伯特頻譜上之振幅大小，若能量化，即可清楚地判斷缺陷之破壞程度。
4. 辨別時頻圖上之峰值，因為波速極快，微小之誤差即可能造成缺陷位置估算很大的誤差，因此可以探討使用之曲線擬合方法精確度或利用影像辨識方法求出發生峰值之時間。
5. 樑為一維問題，相同的希爾伯特黃轉換方法，可以將其拓展至二維平板；而希爾伯特黃轉換可以應用於破壞檢測，可將其他時頻分析方法如短時傅立葉轉換(short-time Fourier transform)或小波轉換(wavelet transform)做相同之實驗分析，並做誤差之比較。

參考文獻

- [1] 朱紹鎔譯, "材料力學", 東華書局, 71 年 4 月
- [2] M.K. Yoon, D. Heider, J.W. Gillespie, C.P. Ratcliffe, R.M. Crane, "Local damage detection using the two-dimensional gapped smoothing method," Journal of Sound and Vibration, Vol. 279, No.1-2, pp.119-139, 2005
- [3] 夏紀真, 1988, "無損檢測導論", 勞動部鍋爐壓力容器安全雜誌
- [4] Darryll Pines, Liming Salvino, "Health monitoring of one dimensional structures using empirical mode decomposition and the Hilbert-Huang Transform", Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, vol.4701, pp 127-143, 2002
- [5] Darryll Pines, Liming Salvino, "Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the Hilbert phase", Journal of Sound and Vibration, vol.294, no.1-2, pp 97-124, June 27, 2006
- [6] J.A. Oliver, J.B. Kosmatka, "Evaluation of the Hilbert-Huang Transform for Modal-Based Structural Health Monitoring Applications", Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, vol.5767, pp 274-285, 2005
- [7] H.G. Chen, Y.J. Yan, J.S. Jiang, "Vibration-based damage detection in composite wingbox structures by HHT", Mechanical Systems and Signal Processing, vol.21, no.1, pp 307-321, January 2007
- [8] H. Inoue, K. Kishimoto, T. Shibuya, "Experimental wavelet analysis of flexural waves in beams", Experimental Mechanics, vol.36, no.3, pp 212-217, Sep 1996
- [9] S.T. Quek, Q. Wang, L. Zhang and K.H. Ong, "Practical issues in the detection of damage in beams using wavelets", Smart Materials and Structures, Vol.10, No.5, pp 1009-1017, 2001
- [10] Jiayong Tian, Zheng Li, Xianyu Su, "Crack detection in beams by wavelet analysis of transient flexural waves", Journal of Sound and Vibration, vol.261, no.4, pp 715-727, April 3, 2003
- [11] S.T. Quek, P.S. Tua, Q. Wang, "Detecting anomalies in beams and plate based on the Hilbert-Huang transform of real signals", Smart Materials and Structures, vol.12, no.3, pp 447-460, June 2003
- [12] P.S. Tua, S.T. Quek, Q. Wang, "Detection of cracks in plates using piezo-actuated Lamb waves", Smart Materials and Structures, vol.13, no.4, pp 643-660, August 2004

- [13] Cooley, J. W., and Turkey, J. W., "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series", *Mathematics of Computation*, Vol. 19, Issue 90, pp 297-201., 1965
- [14] Julius S. Bendat, Allan G. Piersol , "Random Data: Analysis & Measurement Procedures", Wiley, 2000
- [15] Shie Qian, Dapang Chen, "Joint time-frequency analysis : methods and applications", Prentice Hall, 1996
- [16] Yves Meyer, "Wavelets : algorithms & applications ", Philadelphia : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1993
- [17] Huang, N. E., Shen, Z., Lomg, S. R., Wu, M. C., Shih, S. H., Zheng, Q., Tung, C. C., and Liu, H. H., "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis", *Proceedings of the Royal Society A*, Vol.454, No.1971, pp 903-995, 1998
- [18] Norden E Huang, Samuel S Shen, "The Hilbert-huang Transform And Its Applications", World Scientific Pub Co Inc, 2005
- [19] Veltcheva, A. D., "Wave groupiness in the near shore by Hilbert spectrum", *Proc.4th Int. Symp. Ocean Wave Meas. Anal. (WAVES 2001)*, San Francisco, pp 367-376., 2001
- [20] Veltcheva, A. D., "Wave and group transformation by a Hilbert spectrum", *Coastal Eng. J.* Vol. 44, No. 4, pp 289-300., 2002
- [21] Echeverria, J.C., Crowe, J.A., Woolfson, M. S. HayesGill, B. R., "Application of empirical mode decomposition to heart rate variability analysis", *Med. Eng. Comput.* Vol.39, No.4 , pp 471-479., 2001
- [22] Chen, K. Y., Yeh, H. C., Su, S. Y., Liu, C.H., Huang, N.E., "Anatomy of plasma structures in an equatorial spread F event", *Geophys. Res. Lett.* Vol. 28, No.16, pp. 3107-3110., 2001
- [23] Komm, R. W., Hill, F., Howe, R., "Empirical mode decomposition and Hilbert analysis applied to rotation residuals of the solar convection zone", *Astrophys. J.* Vol.558, No.1, pp 428-441., 2001
- [24] L. Gaul and S. Herlebus, "Identification of Impact Location On A Plate Using Wavelets", *Mechanical System & Signal Processing*, Vol.12, No.6, pp 783-795, 1998
- [25] Yoon Young Kim and Eung-Hun Kim, "Effectiveness of the continuous wavelet transform in the analysis of some dispersive elastic waves", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.110, No.1, pp 86-94 , 2001
- [26] A.Apostoloudia, E.Douka, L.J.Hadjileontiadis, I.T.Rekanos, A.Trochidis, "Time-frequency analysis of transient dispersive waves: A comparative study", *Applied Acoustics*, Vol.68, No.3, pp 296-309, 2007

- [27] Karl F. Graff , “Wave motion in elastic solids”, Oxford University Press, 1975
- [28] L. Cohen, “Time-Frequency Analysis”, Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, 1995
- [29] Schwartz, M., Bennett, W. R., and Stein, S., “Communications Systems and Techniques”, New York, McGraw-Hill., 1966
- [30] Rice, s. o., “Mathematical Analysis of Random Noise”, Bell System Technical Journal, No. 23, pp. 282-310, 1994
- [31] Gabor, D., “Communication Theory and Physics”, IEEE Transactions on Information Theory, Vo. 1, No. 1, pp 48-59, 1953
- [32] Bedrosian, E., “A Product Theorem for Hilbert Transforms”, Proceedings of the IEEE, Vol.51, No. 5, pp 868-869., 1963
- [33] Huang, N. E., Z. Shen, R. S. Long, “A new view of nonlinear water waves – the Hilbert spectrum”, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.31, pp 417-457., 1999
- [34] Huang, N. E., M. L. Wu, S. R. Long, S. S. Shen, W. D. Qu, p. Gloersen, and K. L. Fan, “A confidence limit for the empirical mode decomposition and the Hilbert spectral analysis”, Proc, of Roy. Soc. London, Vol. 459A, pp 2317-2345, 2003
- [35] Nuttall, A. H., “On the quadrature approximation to the Hilbert transform of modulated signals”, Proc. IEEE, Vol. 54, pp. 1458–1459., 1966
- [36] Huang, N. E., Z. Wu, S. R. Long, K. C. Arnold, K. Blank, and T. W. Liu , “On instantaneous frequency”, Adv. Adapt. Data Anal., in press., Vol. 1, No. 2, pp. 177 – 229, 2008
- [37] Huang, N. E., Z. Wu, “A Review on Hilbert-Huang Transform: Method and its Applications to Geophysical Studies”, Reviews of Geophysics, Vol.46, pp.1-23, 2008
- [38] Z. Wu and Huang, N. E., “Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method,” Center for Ocean-Land-Atmosphere Studies, Technical Report series, Vol. 193, No.173., 2005