

國立臺灣大學電機資訊學院電信工程學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Communication Engineering

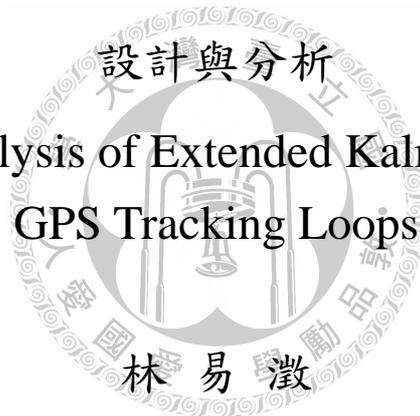
College of Electrical Engineering & Computer Science

National Taiwan University

Master Thesis

基於延伸型卡爾曼濾波器的全球定位系統追蹤迴路

Design and Analysis of Extended Kalman Filter Based
GPS Tracking Loops



Lin, Yi-Cheng

指導教授：曹 恆 偉 博士

Advisor : Tsao, Hen-Wai, Ph. D.

中華民國九十九年十一月

Nov, 2010



誌謝

我要感謝許多默默協助我的人，因為你們的協助，本論文得以順利完成。我也要感謝指導教授曹恆偉老師在研究上給予的建議與啟發，在時間上給予的自由，在相處中傳達的智慧。這些都為我在碩士生涯中帶來了不少成長，而能撰寫出本論文。我也要感謝李宇堂學長，王勝賢學長，林哲毅學長在研究與各種事務上提供了寶貴的經驗與協助。還有陳家偉，黃婷筠，陳基孝，謝謝你們的陪伴，讓我渡過了許多困難與開心的時刻。我也要感謝學長錢膺仁，宋大成，學弟陳司桓，林俊宏，楊家俊等在會議與修課中的分享與討論給我帶來的幫助。我也感謝張帆人教授，闕志達教授，陳坤佐博士願意擔任口試委員，為本論文提供寶貴的意見。此外，我要感謝聯發科技股份有限公司在本論文的研究經費與技術上提供支援。

在台大求學的過程中，我要感謝我的哥哥在生活上與我渡過每一刻。因為有他的幫忙與陪伴，我的學業才得以完成。最後我要感謝我的家人，在我遇到困難時給我關懷與幫助。



摘要

全球定位系統 (GPS) 是目前使用最廣泛的全球衛星導航系統 (GNSS)。其諸多好處如系統開放，易於使用，以及快速精確的定位使得它被廣泛應用在工程定位，車輛導航，個人導航裝置，以及其它許多產品或系統當中。90 年代中期美國聯邦通訊委員會 (FCC) 要求新一代行動電話必須具備緊急 911 (E-911) 的功能，即能回傳室內使用者的所在位置。這開啟了在室內使用 GPS 定位的研究，其中最主要的挑戰在於處理被遮蔽物衰減的微弱衛星信號。本論文針對適用於微弱 GPS 信號的追蹤迴路進行探討，包括傳統的追蹤迴路，以及基於延伸型卡爾曼濾波器 (extended Kalman filter) 的追蹤迴路。模擬結果顯示相較於傳統追蹤迴路，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對一般以及微弱 GPS 信號能分別有較小與相當的電碼相位均方追蹤誤差 (mean squared tracking error)，同時其對信號動態 (signal dynamics) 的反應亦優於傳統追蹤迴路。但傳統追蹤迴路於初始時能容許較大的載波頻率估計誤差。此外，本論文並對兩種追蹤迴路的計算複雜度進行分析與比較，以作為實現時的成本參考依據。

關鍵字：全球定位系統、全球導航衛星系統、室內定位、微弱信號、延伸型卡爾曼濾波器、追蹤、鎖相迴路



Abstract

Global Positioning System (GPS) is the most widely used Global Navigation Satellite System (GNSS) nowadays. Advantages such as open system, easy to use, and fast and accurate positioning have made it being applied to engineering surveying, vehicular navigation, personal navigation devices, and many other products and systems. In the mid-90s, the U.S. Federal Communication Committee (FCC) demanded the Emergency-911 (E-911) capability on all new generation mobile phones, which requires a return of user position even indoor. This has opened the research of indoor GPS. The main challenge is to process the weak satellite signals degraded by the attenuation due to buildings. In this thesis, tracking loops for weak GPS signals are investigated, which include the conventional tracking loop and the extended Kalman filter (EKF) based tracking loop. Simulation results show that for normal and weak GPS signals, the EKF-based tracking loop has smaller and identical mean squared code phase tracking error than the conventional tracking loop, and it can handle signal dynamics better too. However, the conventional tracking loop requires less accurate initial carrier frequency estimation than the EKF-based tracking loop. In addition, the arithmetic complexity of the two tracking loops are also analyzed and compared in this thesis, to provide a basic prediction of implementation costs.

Keywords: GPS, GNSS, indoor positioning, weak signal, extended Kalman filter, tracking, PLL



目錄

摘要	I
Abstract	III
目錄	V
圖目錄	IX
表目錄	XIII
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機和預期貢獻	2
1.3 論文架構	2
第二章 微弱 GPS 信號問題分析	5
2.1 GPS 訊號強度衰減的應對方式	5
2.1.1 搭配額外感知系統輔助	5
2.1.2 透過通信網路獲取輔助	6
2.1.3 架設虛擬衛星	7
2.1.4 整合導航與追蹤	7
2.1.5 自主計算星曆	8
2.1.6 提升接收靈敏度	8
2.2 提升追蹤靈敏度時須克服的問題	11
2.2.1 增加解展頻增益時須克服的問題	11
2.2.2 設計追蹤迴路時須克服的問題	15

第三章	追蹤迴路架構分析	23
3.1	傳統追蹤迴路	24
3.1.1	相關器	26
3.1.2	載波追蹤迴路鑑別器	28
3.1.3	電碼追蹤迴路鑑別器	30
3.1.4	載波與電碼追蹤迴路濾波器	32
3.1.5	載波與電碼數字控制振盪器	42
3.1.6	sin, cos 對照表與電碼產生器	44
3.2	延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路	47
3.2.1	延伸型卡爾曼濾波器簡介	47
3.2.2	追蹤迴路演算法	53
3.2.3	演算法等效架構	57
3.3	信號強度估計與脫鎖偵測	59
第四章	追蹤迴路架構設計	65
4.1	傳統追蹤迴路設計	65
4.1.1	追蹤迴路個數	65
4.1.2	追蹤迴路階數	67
4.1.3	鑑別器種類	70
4.1.4	等效雜訊頻寬	72
4.2	延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路設計	79
4.2.1	鑑別器種類	79
4.2.2	系統狀態雜訊共變異數矩陣	80
4.2.3	系統狀態初始估計誤差共變異數矩陣	84
4.3	追蹤迴路計算複雜度分析與比較	84
第五章	電腦模擬	87

5.1 追蹤迴路初始效能	87
5.2 信號動態追蹤效能	94
5.3 穩態均方追蹤誤差	99
第六章 結論與未來展望	103
6.1 結論	103
6.2 未來展望	104
附錄	107
參考文獻	111





圖目錄

圖 2.1 使用虛擬衛星提供額外虛擬距離示意圖	7
圖 2.2 GPS 訊號與熱雜訊頻譜 (a)解展頻前 (b)解展頻後	10
圖 2.3 以同調積分進行解展頻時不同資訊位元所造成的解展頻增益相消	11
圖 2.4 本地端參考信號誤差對解展頻造成的影響 (a)載波未完全消除 (b)電碼未完全消除	14
圖 2.5 不同使用者動態與衛星仰角所造成的信號動態	16
圖 2.6 使用較短解展頻時間的載波追蹤迴路對存在劇烈都普勒頻率位移變化的信號做追蹤的結果	18
圖 2.7 使用較長解展頻時間的載波追蹤迴路對存在劇烈都普勒頻率位移變化的信號做追蹤的結果	19
圖 2.8 頻率振盪器與頻率合成器誤差所造成的等效頻率調變頻譜	22
圖 3.1 一般 GPS 接收機架構與運作流程	23
圖 3.2 傳統追蹤迴路架構	24
圖 3.3 簡化後之傳統追蹤迴路架構	25
圖 3.4 追蹤迴路元件運作速率區分圖	26
圖 3.5 數位追蹤迴路濾波器設計流程	32
圖 3.6 雙線性轉換與巴克斯卡轉換的數位頻率至類比頻率對應圖	34
圖 3.7 數位追蹤迴路中的零延遲迴路	36
圖 3.8 不同 a 值時能以巴克斯卡轉換至穩定 2 階數位追蹤迴路的類比追蹤迴路等效雜訊頻寬上限	37
圖 3.9 信號動態造成追蹤誤差示意圖	40
圖 3.10 數字控制振盪器構造	43
圖 3.11 電碼數字控制振盪器暫存器大小與時間解析度之關係	44
圖 3.12 具有相位控制輸入的數字控制振盪器構造	44
圖 3.13 \sin, \cos 對照表基本構造	45

圖 3.14 使用不同位元數的本地端參考信號載波與 GPS 基頻訊號於解展頻後所增加的雜訊功率	46
圖 3.15 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路架構	55
圖 3.16 延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法之等效架構	58
圖 3.17 信號強度估計器之架構	60
圖 3.18 信號強度估計器測試結果	61
圖 3.19 適用於柯斯塔型載波追蹤迴路的脫鎖偵測器架構	63
圖 3.20 脫鎖偵測器之週期滑脫指標測試結果	64
圖 4.1 二階載波相位追蹤迴路的頻率捕獲時間	66
圖 4.2 殘餘載波頻率變化速率為 1Hz/s 時二階載波相位追蹤迴路的穩態相位追蹤誤差	67
圖 4.3 殘餘載波頻率變化速率為 1Hz/s 時一階載波頻率追蹤迴路的穩態頻率追蹤誤差	68
圖 4.4 三階載波相位追蹤迴路的最大鎖入範圍	69
圖 4.5 傳統追蹤迴路線性近似等效架構 (a)電碼相位 (b)載波相位 (c)載波頻率	74
圖 4.6 同調積分解展頻時間為 1 毫秒時不同 C/N_0 與 γ 對應的載波相位均方根追蹤誤差	76
圖 4.7 高靈敏度傳統追蹤迴路設計流程	77
圖 5.1 傳統追蹤迴路於初始時對各個信號參數的追蹤結果	88
圖 5.2 當殘餘載波頻率初始估計誤差過大時傳統追蹤迴路對各個信號參數的追蹤結果	89
圖 5.3 傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限	90
圖 5.4 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路於初始時對各個信號參數的追蹤結果	91
圖 5.5 當殘餘載波頻率初始估計誤差過大時延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對各個信號參數的追蹤結果	92
圖 5.6 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限	93
圖 5.7 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限	94
圖 5.8 傳統追蹤迴路對信號動態的成功追蹤結果	95

圖 5.9 傳統追蹤迴路對信號動態追蹤出現周期滑脫的結果	96
圖 5.10 傳統追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限 ...	97
圖 5.11 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對信號動態的追蹤結果	98
圖 5.12 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的 追蹤上限	99
圖 5.13 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率 變化速率偏移的追蹤上限	100
圖 5.14 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率穩態均方根 追蹤誤差	101
圖 5.15 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的 (a)載波相位 (b)電碼相 位 穩態均方根追蹤誤差	102





表目錄

表 3.1 鎖相迴路相位鑑別器	28
表 3.2 常見的科斯塔型相位鑑別器	29
表 3.3 一般鎖頻迴路使用的頻率鑑別器	30
表 3.4 一般 GPS 電碼相位追蹤迴路使用的延遲鎖相迴路鑑別器	31
表 3.5 一階至四階類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬及其穩定條件[15]	35
表 3.6 數位追蹤迴路濾波器係數與類比追蹤迴路濾波器係數之關係	36
表 3.7 不同信號動態程度的信號參數變化類型	39
表 3.8 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路之追蹤演算法	56
表 4.1 傳統追蹤迴路等效雜訊頻寬與同調積分解展頻時間之設計結果	78
表 4.2 C/N_0 介於 28dBHz 與 46dBHz 時 σ_{vf} 的約略上限	83
表 4.3 C/N_0 介於 28dBHz 與 46dBHz 時 σ_{va} 的約略上限	83
表 4.4 傳統追蹤迴路追蹤演算法之計算複雜度	85
表 4.5 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路追蹤演算法之計算複雜度	86
表 4.6 簡化後之延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法之計算複雜度	86
表 6.1 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的效能比較	104



第一章

緒論

1.1 研究背景

隨著全球定位系統 (GPS) 的普及，有越來越多的消費性電子產品具有使用衛星導航定位的功能。有別於獨立的衛星導航定位裝置，這些產品使用起來更加方便，但同時也提高了設計上的挑戰。例如天線設計的限制，使用功率的降低，以及使用環境的擴增等。其中關於使用環境的擴增，目的是希望在衛星訊號收訊不佳的情況下能提升系統運作的能力。由於 GPS 的預設使用環境為使用者可直視天空中的衛星，在無任何遮蔽下，衛星訊號到達地面時的強度恰能使其正常接收。然而在地面導航與定位的應用中，許多情況下衛星訊號的強度有可能低於正常的範圍。這包括游離層閃爍 (ionospheric scintillation) 所造成的訊號強度衰減，地形起伏遮蔽部分衛星所造成的訊號強度衰減，地面植被遮蔽部份或全部衛星所造成的訊號強度衰減，以及人造結構遮蔽部份或全部衛星所造成的訊號強度衰減。在這些情況下，標準的 GPS 接收機無法提供連續的服務，甚至可能完全無法運作。

儘管如此，許多方法已被提出來以擴增 GPS 的使用環境。90 年代中期美國聯邦通訊委員會 (FCC) 訂定的新一代行動電話標準中，要求新一代行動電話必須具備緊急 911 (E-911) 功能。這項功能讓行動電話能提供緊急救援時的協助，回傳發訊者的所在位置。標準中訂定的解決方案之一即是使用衛星定位，目標設為 67% 的情況下能達到 50 公尺以內的定位誤差，95% 的情況下能達到 150 公尺以內的定位誤差[12]。雖然標準並未規定衛星定位於室內等訊號強度嚴重不足的情況下成功率須達到多少，但仍可視其為對 GPS 使用環境擴增的一種期待。

另一個推動 GPS 使用環境擴增的因素來自於市場利益。適地性服務 (Location Based Service, LBS) 已成為一項未來前景看好的服務方式，許多伴隨的商業契機促使相關的科技與應用方式如雨後春筍般不斷的冒出來。LBS 運作的前提是系統能隨時得知使用者所在的位置，衛星定位是一種可能的解決方案。然而相較於傳統的衛星定位應用，LBS 可能要求在室內也能進行定位。因此擴增衛星定位使用環境至室內的研究與其他室內定位方式的研究一樣，隨著 LBS 的興起而持續發展。

1.2 研究動機和預期貢獻

如前小節所述，許多方法已被提出來以擴增 GPS 的使用環境，然而技術上的提升仍持續發展之中。本論文嘗試對 GPS 接收機的追蹤迴路進行改良，以降低其追蹤衛星所需的最小訊號強度。單就追蹤迴路進行改良，除了可以減少所需考慮的議題之外，若能獲得不錯的改良成果，其易於進行升級以及升級所需的額外花費少等優點可能使其成為未來接收機的標準配備。因此本論文預期能在這個方向上提供進一步的探討，以理論及模擬對追蹤迴路進行架構改良與設計，並顯明其優缺點與性能表現。研究成果將可作為未來其他改良方式的參考依據，甚或發展成一個可行的改良方式。

1.3 論文架構

本論文第二章對微弱 GPS 信號帶來的問題進行分析。2.1 節回顧在 GPS 衛星訊號收訊不佳的情況下現存的幾種應對與改良方式，並分析它們在各種收訊不佳環境下的適用性，接著在 2.2 節分析提升追蹤靈敏度時必須克服的問題，並提出可能的解決方式及限制。

第三章首先介紹傳統接收機中追蹤迴路的架構與運作方式，並於 3.2 節提出基於延伸型卡爾曼濾波器 (extended Kalman filter, EKF) 的追蹤迴路改良架構及其運作方式。3.3 節則介紹基本的信號強度估計器以及脫鎖偵測器。

在第四章中，4.1 節與 4.2 節分別對傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的架構進行設計。4.3 節則對所設計的回路其計算複雜度進行分析與比較。

在第五章中，所設計的回路將透過電腦模擬來測量其各種效能，並對結果進行比較。

第六章為結論與未來展望。





第二章

微弱 GPS 信號問題分析

2.1 GPS 訊號強度衰減的應對方式

GPS 接收機在很多情況下可能會遇到訊號強度衰減的問題。例如當使用者位於濃密的樹林中時，大多數衛星訊號皆被樹木遮蔽並受到相當程度的強度衰減。或者當使用者位於市中心的高樓下時，部分衛星訊號被高樓遮蔽，造成直接路徑所傳播的衛星訊號強度被衰減至遠低於可接收的程度。因此，對各種可能的訊號強度衰減場合，其應對方式也各有不同。以下將介紹幾種現存的方式。

2.1.1 搭配額外感知系統輔助

除了使用衛星導航定位之外，陀螺儀（gyroscope），加速度感應器（accelerometer），以及氣壓計（barometer）等感知元件皆已被使用在導航系統中多年。陀螺儀和加速度感應器利用慣性守恆的原理求出搭載平台於空間中各方向的速度，加速度，角速度，以及角加速度，藉以推得平台與起始點的相對位置及未來走向。氣壓計則是利用大氣壓力隨著海拔高度升高而降低來估計搭載平台的所在高度。這些感知元件的定位誤差會隨著使用時間增加而持續變大，故需要不斷的重新校正。因此單獨使用感知元件的導航系統必須在元件等級價格與導航準確度之間做取捨。但是與衛星定位相比，使用感知元件可以在衛星訊號達不到的地方進行定位。這項優點使得整合衛星導航與慣性感知元件導航的系統能在都市峽谷（urban canyon），隧道等部份或全部衛星訊號於短時間內嚴重衰減的場合下提供連續的運作，以及在隱蔽的建築物內（deep indoor）維持一定時間的運作。

搭配額外感知系統的輔助雖然能使兩種系統互相彌補缺點，但增加的硬體成本與體積為其缺點。不過隨著科技的進步，使用微小移動感知器（micro electronic

motion sensor, MEMS) 的成本已逐漸降低。因此在眾多擴增 GPS 使用環境的方式中，以這類方式最為普遍。

2.1.2 透過通信網路獲取輔助

現今許多衛星導航定位系統已被整合在具有通信功能的產品當中。這使得衛星導航定位系統得以利用所在產品的通信網路獲取輔助。AGPS (assisted, or aided GPS) 系統即是利用行動電話網路來獲取輔助。當 GPS 導航定位系統初始化時，使用者的粗略位置可以從所在的基地台位置得知。而與行動電話網路相連的 AGPS 服務站本身具有良好的 GPS 收訊環境，因此可以提供連接各基地台的 GPS 系統所需的導航資訊，包括衛星年曆 (almanac) 及衛星星曆 (ephemeris)。這兩項資訊的提供除了可以減少搜尋與捕獲衛星所需的時間之外，當使用者收到的衛星訊號強度低於可解調的程度，但尚可進行捕獲與追蹤時 (參考 2.1.6 小節)，由星曆與使用者粗略位置所推得的粗略都普勒頻率位移以及電碼 (即展頻碼) 相位亦可用來輔助 GPS 系統進行捕獲及追蹤，因而提升接收機的靈敏度。

除了上述的架構之外，透過通信網路獲取輔助的方法可以有許多延伸。一種可能是在提供衛星年曆與星曆之外，亦提供 DGPS (differential GPS) 校正資訊。另一種可能是將位於行動電話上的 GPS 接收機功能進行簡化，僅留下追蹤的部份。藉由回傳接收機所量得的衛星識別 (ID)，電碼相位，載波都普勒頻率位移，以及訊號強度等至定位運算服務器上，使用定位服務所需的硬體及功率消耗可以進一步減少。

透過通信網路獲取輔助的方法能夠擴增 GPS 的使用環境至訊號強度僅足夠追蹤的範圍，但其運作必須對基礎結構進行升級。極端的例子如上述的最後一種架構，如果使用者所連接的行動電話網路不支援定位運算服務，則即使衛星訊號強度足夠，使用者也無法得到導航定位服務。另一個問題是行動電話基地台的涵蓋範圍是不均勻分布的。當使用者所屬的基地台涵蓋範圍較大時，由 AGPS 服務站所估計的粗略都普勒頻率位移及電碼相位可能具有較大的誤差。

2.1.3 架設虛擬衛星

除了因游離層閃爍所造成的訊號強度衰減之外，衛星訊號強度衰減皆是因部分或全部天空遭遮蔽所造成的。虛擬衛星 (pseudo-satellite, or pseudolite, PL) 為架設於地面的衛星訊號發射器。如圖 2.1 所示，由地面發射的虛擬衛星訊號可以在無法直視部分衛星的地點提供額外的虛擬距離 (pseudorange)，而擴大 GPS 的使用範圍。一般來說，使用虛擬衛星不需要修改接收機的硬體，但是需要對處理導航資訊的程式作修改。此外，架設虛擬衛星有可能對靠近虛擬衛星的使用者造成干擾。

此方法的另一缺點在於虛擬衛星的佈署不易擴大使用範圍。在全部衛星訊號強度遭到衰減的環境下架設多顆虛擬衛星是可行的，然而虛擬衛星之間的時間同步問題必須被解決[11]。

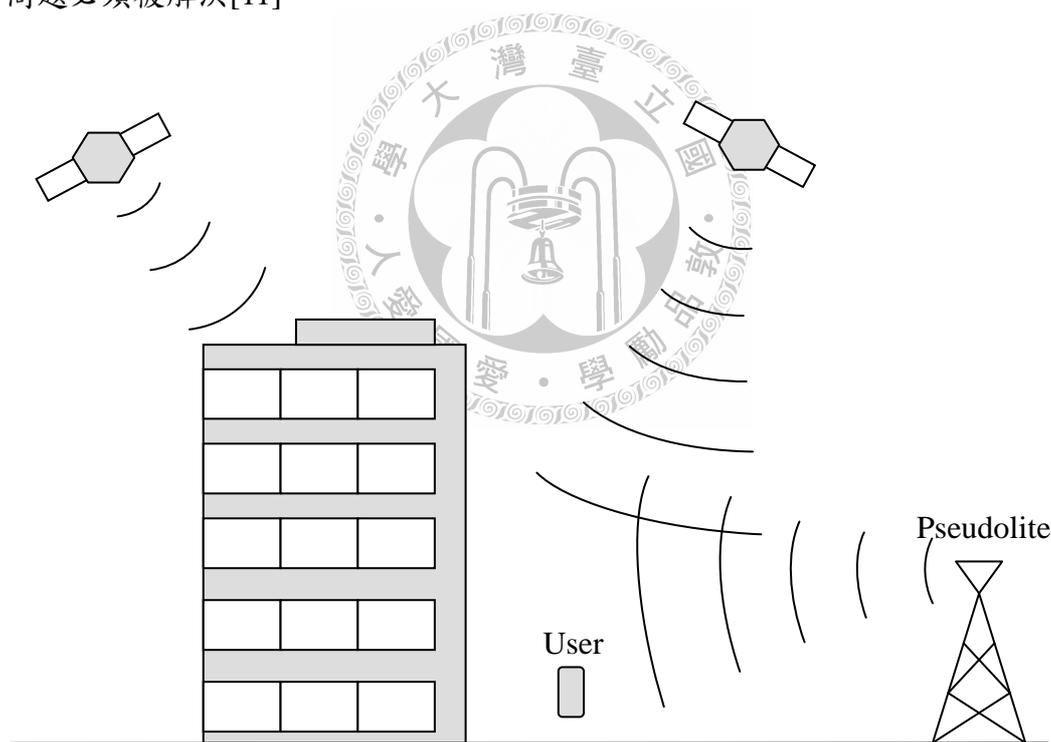


圖 2.1 使用虛擬衛星提供額外虛擬距離示意圖

2.1.4 整合導航與追蹤

使用 GPS 進行導航定位在正常的狀況下至少需要接收 4 顆衛星訊號。然而當導航程式已求得使用者的位置與速度後，使用者本身的資訊可用來輔助衛星的追

蹤。向量追蹤 (vector tracking) 是一種同時處理多顆衛星訊號以最佳化追蹤效能的演算法。當使用者位於訊號良好的環境時，透過追蹤各個衛星所量得的虛擬距離及其隨時間的變化速率，導航程式可以求得使用者所在的位置以及速度向量。另外由接收機收到的各個衛星星曆資訊亦可求出所追蹤的各個衛星其位置與速度向量。因此經由計算，導航程式可以估計出各個衛星與使用者之間的相對速度，進而產生相應頻率的本地端參考信號載波與電碼。

當使用者位於訊號強度短暫衰減的環境時，向量追蹤演算法可進行航位推算 (dead reckoning)，並以所推算的使用者位置與速度向量維持對追蹤迴路的控制。因此在一段時間內接收機可以維持正常運作。然而當收訊不佳的時間延長時，由航位推算所估計的使用者位置與速度向量極可能已與實際值相差甚遠，因此單獨使用向量追蹤並無法使接收機於室內等多數衛星訊號強度皆長時間衰減的環境下持續維持導航定位服務。但當使用者所處環境僅造成部分衛星訊號於短時間內強度衰減時，使用向量追蹤能減少接收機重新捕獲的次數。

2.1.5 自主計算星曆

在 2.1.2 小節中，我們提到 AGPS 可以透過通信網路獲取衛星年曆與衛星星曆而縮短搜尋與捕獲衛星的時間，並擴增 GPS 的使用環境至訊號強度僅足夠追蹤的範圍。近年來，已有演算法能以較低的運算複雜度從已接收的衛星星曆推算出未來幾天的衛星軌道參數[26]。經由此演算法，使用者可以在正常收訊後的未來幾天內無需使用通信網路即可於 AGPS 所允許的環境下使用 GPS。然而此項技術已具有專利保護。

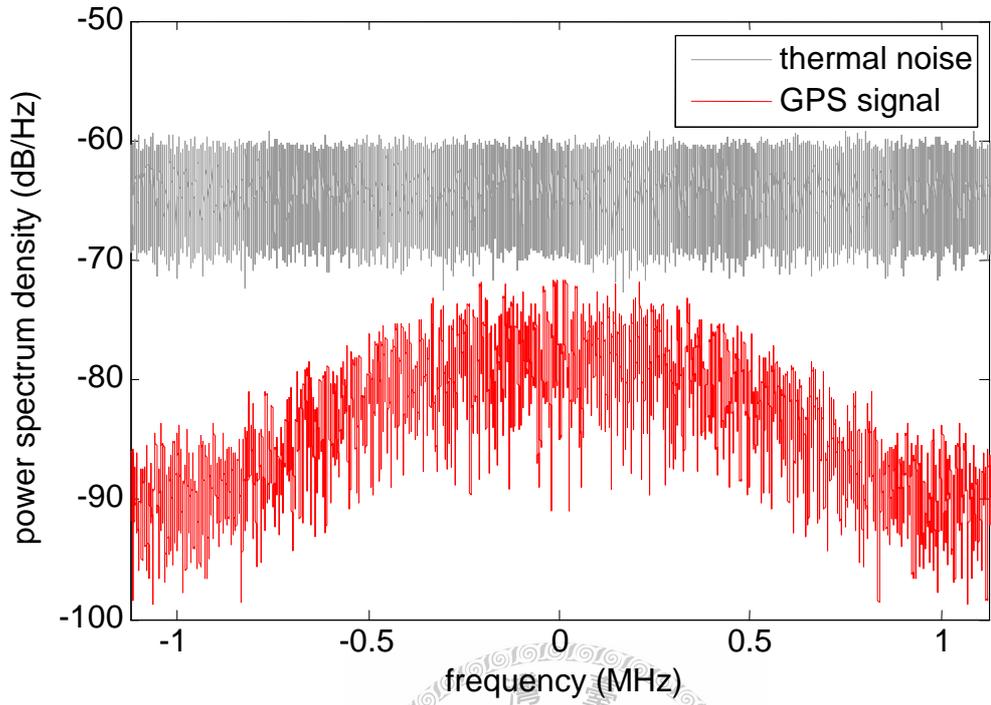
2.1.6 提升接收靈敏度

由於 GPS 訊號的調變採用直接序列展頻 (direct sequence spread spectrum, DSSS) 的設計，訊號在解調時可透過解展頻的動作來降低訊雜比。圖 2.2 所示為電腦模擬一般情況下 GPS 基頻訊號與熱雜訊於解展頻前後的功率頻譜密度，其中熱雜訊的功率經正規化後為 0dBW。在解展頻前，GPS 訊號的功率較熱雜訊的功

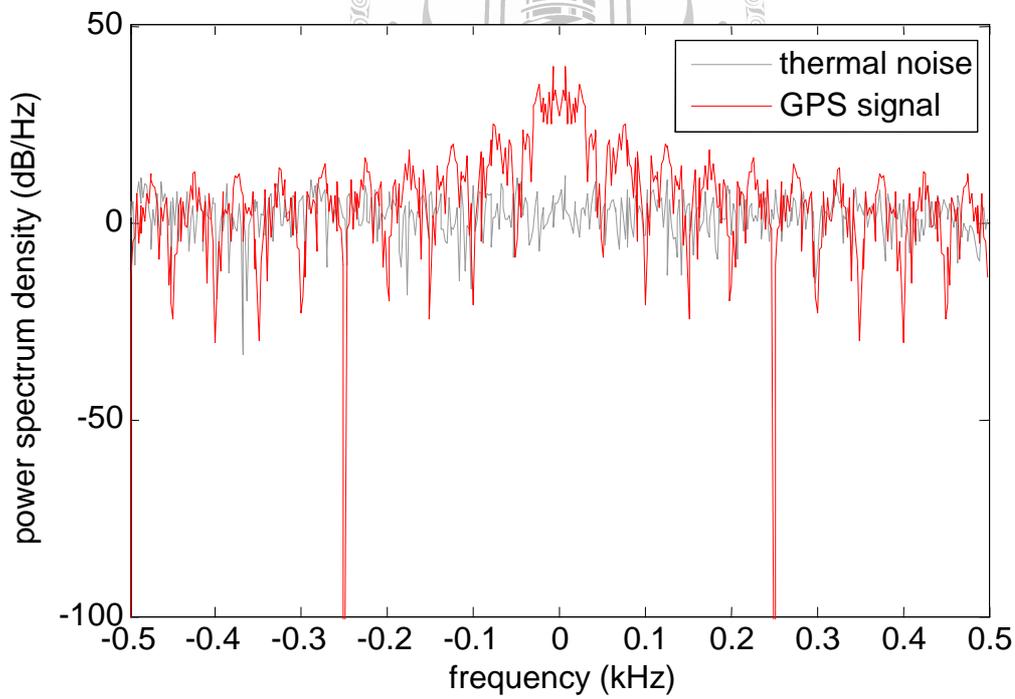
率為低，故接收機無法有效解調及追蹤衛星訊號。然而解展頻後，熱雜訊的功率已小於 GPS 訊號的功率。藉由解展頻所獲得的額外訊雜比稱之為解展頻的處理增益 (processing gain)。處理增益的大小相當於解展頻前的訊號頻寬除以解展頻後的訊號頻寬。增加解展頻增益能彌補所損失的訊雜比，因而提升接收靈敏度，使接收機於訊收訊不佳的環境下成功捕獲與追蹤衛星。但隨著解展頻增益的增加，進行解展頻的困難度會提高，因此目前一般認為所能增加的解展頻增益大致上小於 27dB[7]。

除了增加解展頻增益之外，追蹤迴路可經由設計降低追蹤衛星所需的最小訊雜比，進一步提升靈敏度。因此一般接收機的接收靈敏度又細分為捕獲靈敏度與追蹤靈敏度。

提升接收靈敏度為應對 GPS 訊號強度衰減最根本的方式，一般皆與其他方式搭配使用。除了架設虛擬衛星的方法外，若使用者所處環境的衛星訊號長時間衰減至接收機所能感應的最小強度以下，則即使使用其他方法使用者仍無法獲得持續的導航定位服務。而 GPS 室內定位經常是屬於這種情況的，因此增加接收靈敏度為擴增 GPS 使用環境至室內時必須首要考慮的問題。



(a)



(b)

圖 2.2 GPS 訊號與熱雜訊頻譜 (a)解展頻前 (b)解展頻後

2.2 提升追蹤靈敏度時須克服的問題

由 2.1.6 小節我們得知，提升接收靈敏度為擴增 GPS 使用環境至室內所必須首要考慮的問題。本論文所關注的追蹤靈敏度，可藉由增加解展頻增益及設計追蹤迴路來提升，以下將分析其各別所需克服的問題。

2.2.1 增加解展頻增益時須克服的問題

(1) 導航資訊位元

為了增加解展頻增益，解展頻的積分時間必須增加。但 GPS 導航資訊位元是以 50Hz 的頻率進行 BPSK 調變的，當解展頻所使用的同調 (coherent) 積分時間超過 20 毫秒時，由不同資訊位元所提供的解展頻增益可能會互相抵消。

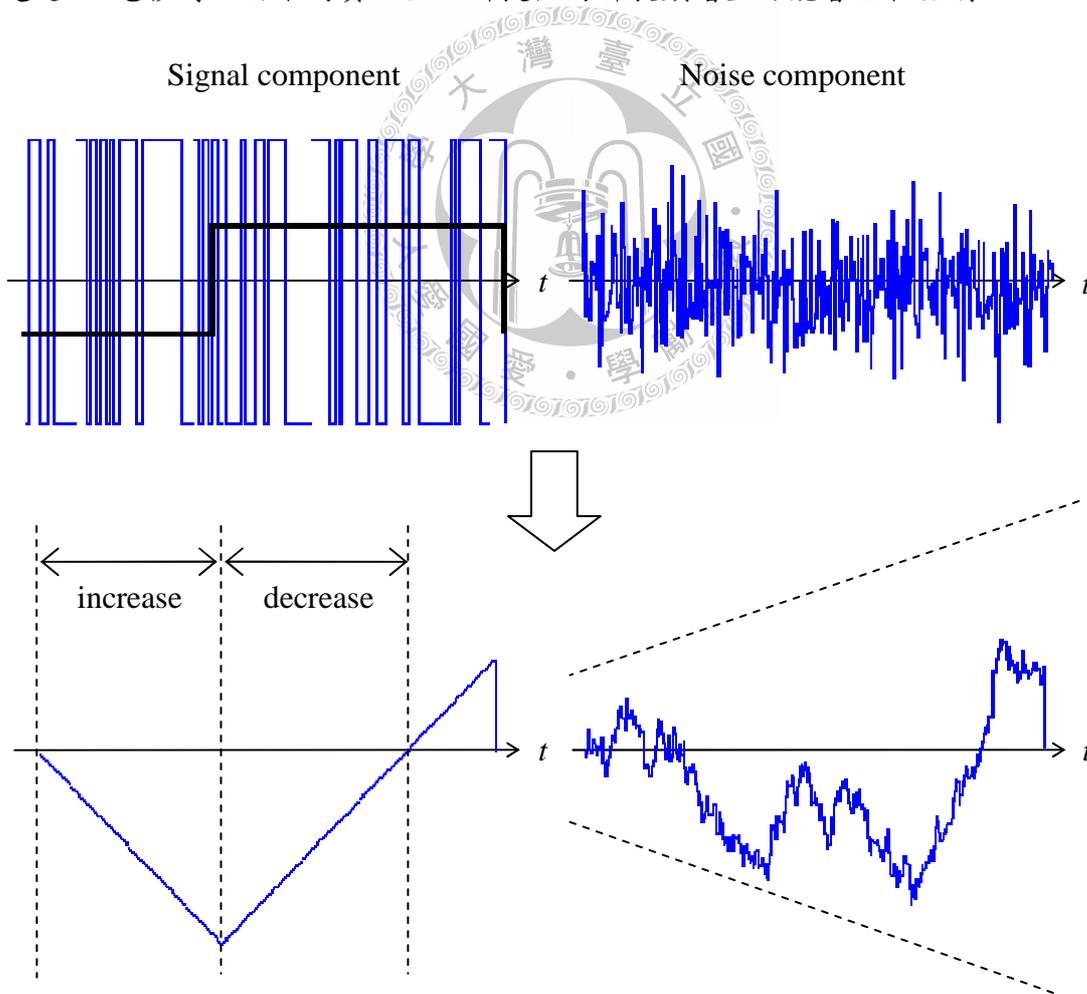


圖 2.3 以同調積分進行解展頻時不同資訊位元所造成的解展頻增益相消

圖 2.3 左邊所示為一 BPSK 調變的直接序列展頻訊號，右邊則為熱雜訊。圖中所使用的同調積分解展頻時間達到 5 倍的 BPSK 位元週期，然而由於 BPSK 位元差異並未被補償，解展頻後的訊雜比反而是下降的。由這個例子我們可以發現，在無法得知所收到的衛星訊號其包含的導航資訊的情況下，使用同調積分做解展頻最多只應達到資訊位元週期 20 毫秒的長度，若繼續增加解展頻時間並無法有效增加解展頻的處理增益。

因此，當使用者所收到的訊號強度低於某一界限时，接收機將無法有效的解調 GPS 的導航資訊位元，而這個狀況將反過來限制同調積分解展頻所能增加的處理增益。

為了使有效解展頻的時間長度超過資訊位元的週期，許多針對微弱信號的捕獲與追蹤演算法提出了不同的解決技巧。最傳統的作法是使用非同調積分做解展頻。但使用非同調積分將喪失訊號的相位資訊，故其無法用來增加解調導航資訊位元時的訊雜比，亦無法用來增加追蹤載波相位時的訊雜比。另一種作法是預先假設解展頻時間內各種可能的導航資訊位元組合並做補償，再依據最大可能性 (maximum likelihood, ML) 估計來選出最可能的導航資訊位元組合所得到的解展頻結果。使用這種方式在解展頻時間增加不多的情況下能有效增加解展頻的處理增益，但由於其所需進行的解展頻次數與解展頻時間長度之間為指數成長關係，當所需的解展頻增益繼續增加時，將耗費許多計算資源[6]。

由於 GPS 衛星所廣播的導航資訊大部分內容的更新時間間隔是以小時為單位的，這期間導航資訊中的衛星年曆與衛星星曆並不改變。如果接收機是在收訊良好的情況下啟用並已收齊這些資訊，則透過所儲存的導航資訊與導航資訊位元的時間同步，後續的導航資訊解調將可省略，並可藉由所儲存的導航資訊位元抹除所接收到的衛星訊號中的導航資訊調變。使用 AGPS 的好處之一即是接收機可透過通信網路取得導航資訊，因此接收機無須於收訊良好的情況下啟用並收齊導航資訊即可抹除導航資訊調變，並且可以應對導航資訊的更新。

此外隨著全球衛星定位系統的演進，新一代的 GPS 規格中已有專門用於捕獲與追蹤的嚮導通道 (pilot channel) 可供使用[7]。嚮導通道中所搭載的資訊位元是固定的，故可直接由接收機抹除。

(2) 本地端參考信號誤差

除了導航資訊位元會造成長時間同調積分無法有效增加解展頻增益外，當用來解展頻的本地端參考信號存在誤差而無法完全抹除所接收訊號中的電碼及載波時，隨著解展頻時間增長解展頻增益可能會減少或停止增加。圖 2.4 右邊為不含導航資訊位元的直接序列展頻信號以及對其解展頻所使用的本地端參考信號，左邊則為同調積分解展頻後的結果。在(a)小圖中，由於本地端參考信號與解展頻的信號之間存在載波頻率誤差，解展頻後的結果為一與解展頻時間相關的正弦函數。在(b)小圖中，本地端參考信號的起始電碼相位是沒有誤差的，但本地端參考信號與解展頻的信號之間存在電碼頻率誤差。因此當解展頻時間長度超過兩者的同調時間後，處理增益便不再增加。

在(a)小圖的情況中，若使用非同調積分做解展頻，則載波所造成的誤差並不會影響解展頻增益。然而為了保留解調導航資訊位元的能力，一般接收機至少會使用 1 毫秒的同調積分解展頻時間。因此為了增加解展頻增益，除了解展頻的時間必須增加之外，本地端參考信號與所接收信號之間的誤差也必須減少。這項要求使得捕獲衛星時所能略過的可能信號參數間隔變小，而增加捕獲時所須嘗試的次數，同時也使得追蹤衛星時所允許的信號參數估計誤差變小，而增加設計追蹤迴路的困難度。此外，由電碼所造成的誤差並沒有其他方式使其不影響解展頻增益。

為了增加解展頻增益，解展頻的時間必須增加，因此搜尋捕獲衛星時每次嘗試所需的停留時間(dwell time)會增加。同時，當接收機無法藉由額外資訊如 AGPS 所提供的粗略訊號參數值等縮小嘗試範圍時，捕獲所須嘗試的次數亦會增加。在很多情況下，我們會希望能縮短捕獲所需的時間。除了可以改善使用經驗，緊急

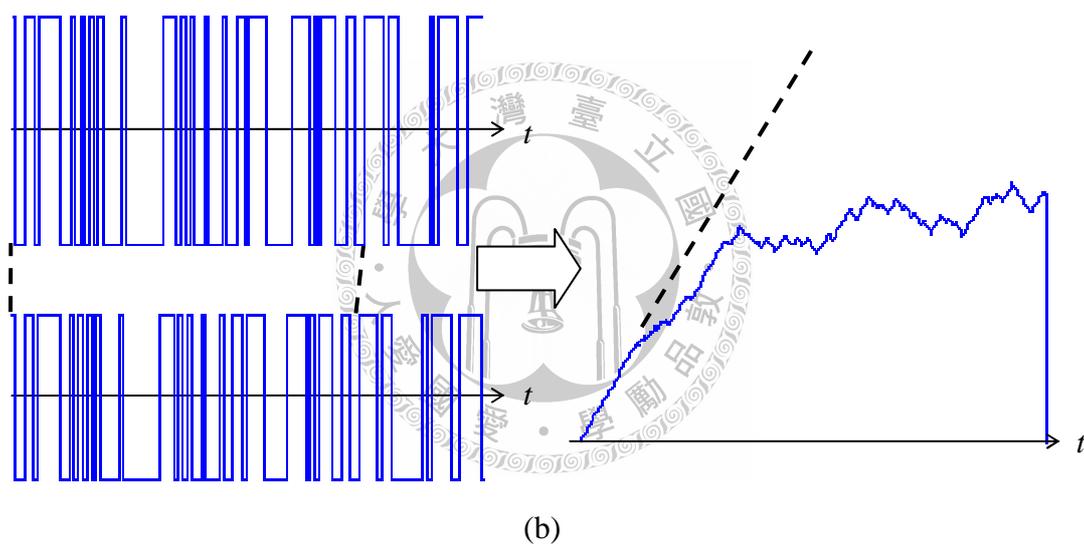
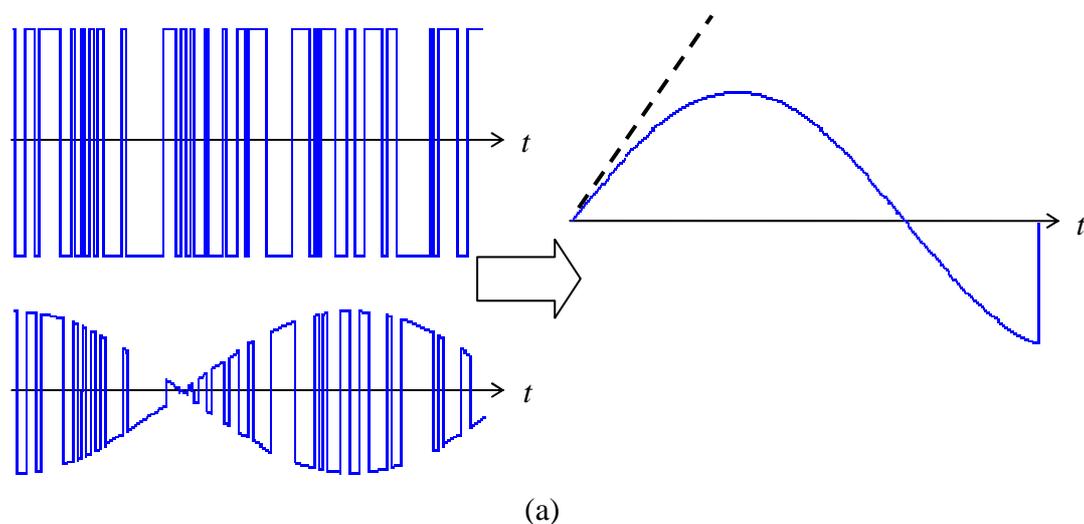


圖 2.4 本地端參考信號誤差對解展頻造成的影響 (a)載波未完全消除 (b)

電碼未完全消除

救援的應用往往也需要快速的定位。使用大量的資源平行進行許多嘗試是目前已知的一種作法。在一些例子裡，所能同時進行的嘗試涵蓋了所有的可視衛星，所有的載波頻率偏移範圍，以及所有的電碼相位範圍。這使得其在正常環境下能瞬間完成定位，並在收訊不佳的環境下將追蹤脫鎖至重新補獲的時間縮短至解展頻所需的時間[1]。這些例子裡，由於捕獲的時間小於一般導航軟體更新使用者資訊的週期，事實上即使只進行捕獲使用者仍可獲得正常的服務。若全然使用同調積

分做解展頻，在一般信號強度下捕獲所須嘗試的次數會小於當收訊不佳而必須增加解展頻時間時所須嘗試的次數。因此當用於平行處理的資源為硬體時，停止部分電路的運作以節省功率消耗是必須的。

2.2.2 設計追蹤迴路時須克服的問題

在 2.2.1 小節中提到造成增加解展頻增益困難的原因之一為本地端參考信號的誤差，另一原因則為未知的導航資訊位元。當接收機位於追蹤程序時或者接收機必須解調導航資訊時，追蹤迴路的部份功能即是解決這兩項問題。透過載波追蹤輔助電碼追蹤能放寬設計電碼追蹤迴路時的條件，因此載波追蹤迴路為設計時的重點。傳統追蹤迴路的主要設計參數為追蹤迴路的等效雜訊頻寬 (equivalent noise bandwidth)。降低等效雜訊頻寬雖然能減少追蹤迴路受到所追蹤訊號中雜訊成份的影響而減少鎖定時的均方追蹤誤差，但其同時會增加追蹤迴路因信號動態 (signal dynamic) 所造成的誤差以及追蹤迴路的反應時間。因此對傳統追蹤迴路而言，降低其追蹤所須的最小訊雜比時必須同時考慮其可能面對的信號動態特性。信號動態的來源主要有：

(1) 衛星動態

GPS 衛星大約每 12 小時環繞地球一周，因此其與地球表面上的靜止點之間具有相對速度。當電磁波的傳送端與接收端間存在相對速度時，都普勒效應會使所接收到的電磁波頻率產生位移，其值為

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{c} f \quad (2.1)$$

其中 f 為電磁波的頻率， Δv 為傳送端與接收端間的相對速度，當兩者互相接近時其值為正，反之則為負。經由計算可以求得 GPS 衛星動態所造成的載波與電碼都普勒頻率位移大約介於正負 5kHz 與正負 3.2Hz 之間，且低仰角時的頻率位移較大。載波都普勒頻率位移的變化速率大小則小於每秒 1Hz，且高仰角時的變化

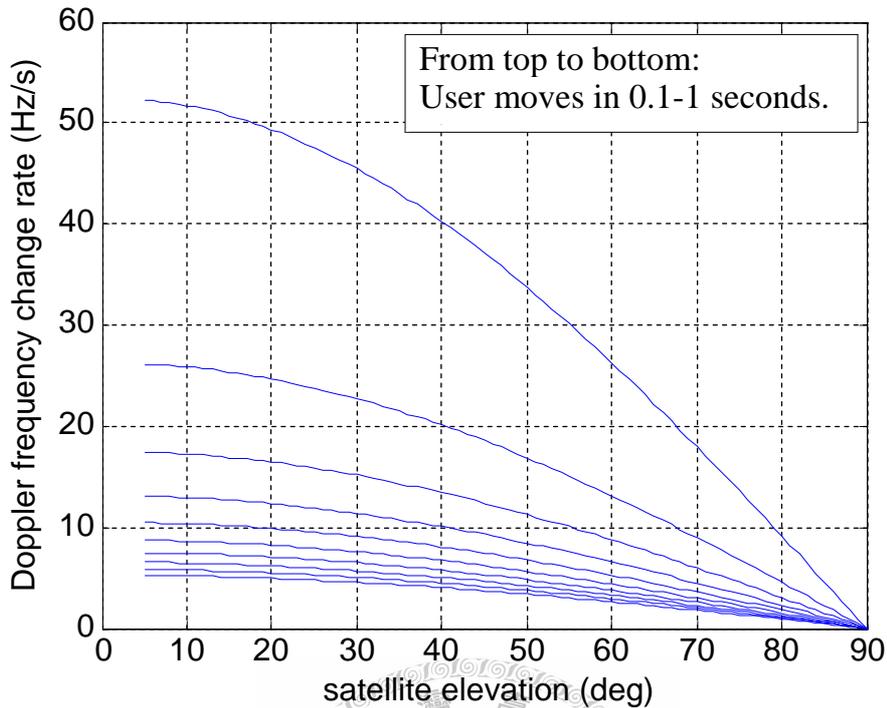


圖 2.5 不同使用者動態與衛星仰角所造成的信號動態

速率較大[5]。由衛星動態所造成的信號動態是平滑改變的，因此一般僅造成追蹤迴路於鎖定時具有一固定誤差。

(2) 游離層閃爍

游離層閃爍除了會造成衛星訊號強度衰減之外，也會造成衛星訊號的載波相位改變。由於其所造成的相位改變是不連續的，當載波追蹤迴路的反應時間過長時，嚴重的游離層閃爍可能會使載波追蹤迴路脫鎖。游離層閃爍在接近地球赤道與南北極的地區較為嚴重，但多顆衛星訊號同時受到嚴重游離層閃爍影響的機率並不大，因此暫時停止使用受到嚴重游離層閃爍影響的衛星訊號一般是可行的。

(3) 使用者動態

在式子(2.1)中，都普勒頻率位移是與傳送端與接收端之間的相對速度成正比的，因此使用者動態也會貢獻都普勒頻率位移。雖然在室內定位的應用中，使用者可能的移動速度較使用者在室外時要低得許多，但由於使用者的移動型態為隨

機且不平滑的，其所造成的信號動態仍不可忽略。圖 2.5 所示為使用者於 0.1 秒至 1 秒內朝衛星方向以每秒 1 公尺的速度移動時，不同衛星仰角所造成的都普勒頻率位移變化速度。圖中最下方的曲線亦代表使用者以每秒 1 公尺移動時所造成的都普勒頻率位移。我們可以發現相較於衛星動態所造成的信號動態，使用者動態所造成的都普勒頻率位移是很小的，但其變化則劇烈許多。劇烈變化的都普勒頻率將限制載波追蹤迴路所能使用的最長解展頻時間。圖 2.6 與圖 2.7 所示的例子顯明了這個問題。在圖 2.6 中，載波追蹤迴路所使用的解展頻時間為 1 毫秒，而所追蹤信號在所示的時間範圍內有一 200Hz 的都普勒頻率位移劇烈變化。由於此載波頻率位移所造成的本地端參考信號誤差在 1 毫秒的解展頻時間長度下尚未構成太大的解展頻增益相消，載波追蹤迴路僅發生短暫的週期滑脫 (cycle slip) 現象。圖 2.7 中載波追蹤迴路所使用的解展頻時間為 5 毫秒。在此解展頻時間長度下，200Hz 的本地端參考信號載波頻率誤差已使解展頻增益幾乎完全相消，故此載波追蹤迴路在信號發生改變後隨即脫鎖。

由上述的例子可以推得，當使用者的移動速度約為每秒 1 公尺時，追蹤迴路所使用的同調積分解展頻時間不宜超過 200 毫秒，換言之同調積分解展頻增益不宜超過由 1 毫秒積分所產生的增益 23dB。

(4) 追蹤初始誤差

當接收機由捕獲程序轉換至追蹤程序時，由捕獲程序所提供的信號參數估計具有一定的誤差，因此追蹤迴路必須於初始後一段時間內將本地端參考信號誤差減少至所容許的範圍內。若從追蹤程序初始前開始觀察，捕獲程序所造成的參數估計誤差對追蹤迴路的影響即相當於所追蹤信號的各個參數在初始時間具有步階變化 (step change)。若捕獲程序所使用的同調積分解展頻時間不短於載波追蹤迴路所使用的解展頻時間，則我們不須考慮追蹤初始誤差所造成的等效信號動態會對載波追蹤造成如圖 2.7 的影響，因為正確設計的捕獲程序將保證所提供的信號參數估計誤差不會使解展頻增益過度相消。

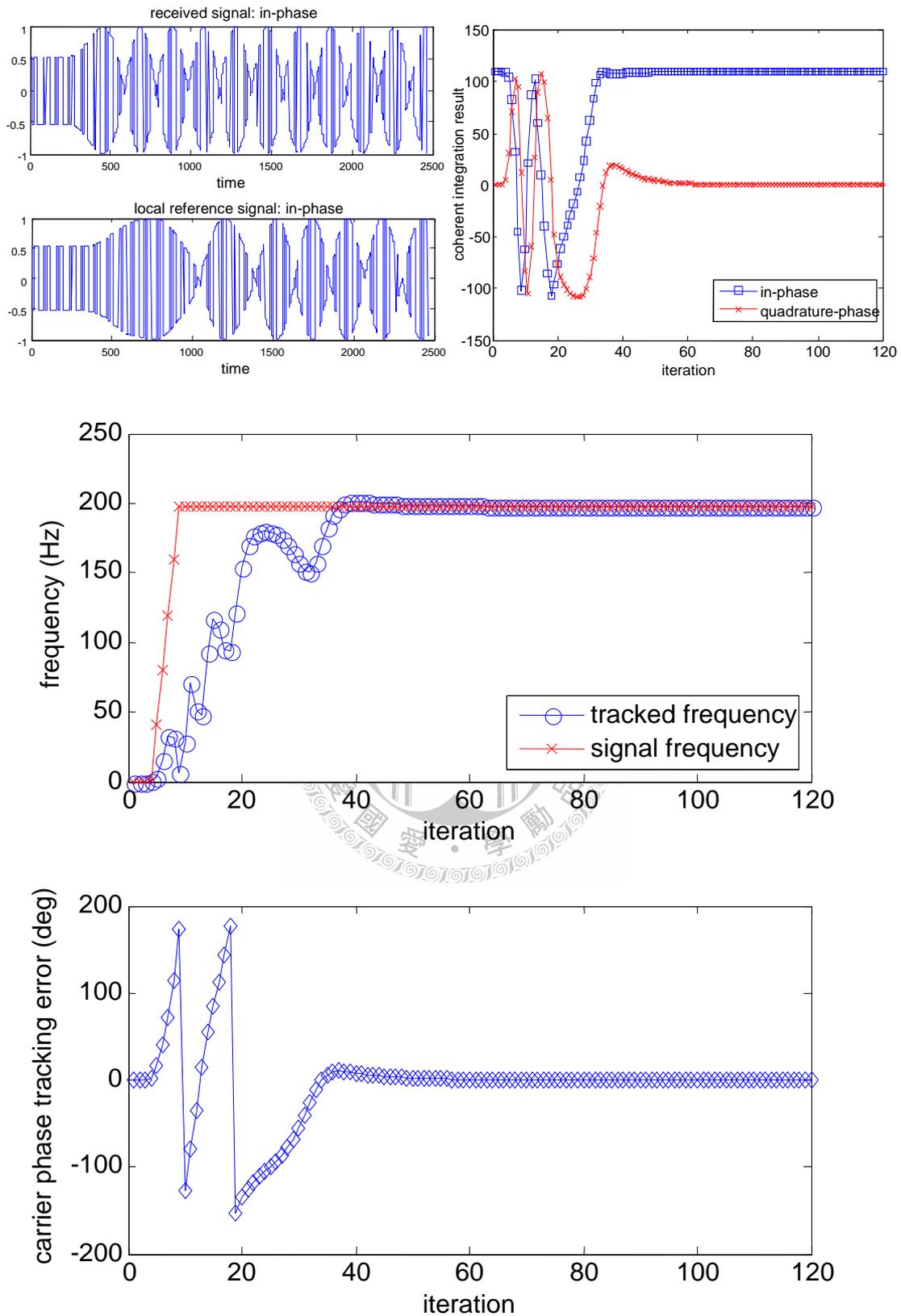


圖 2.6 使用較短解展頻時間的載波追蹤迴路對存在劇烈都普勒頻率位移變化的信號做追蹤的結果

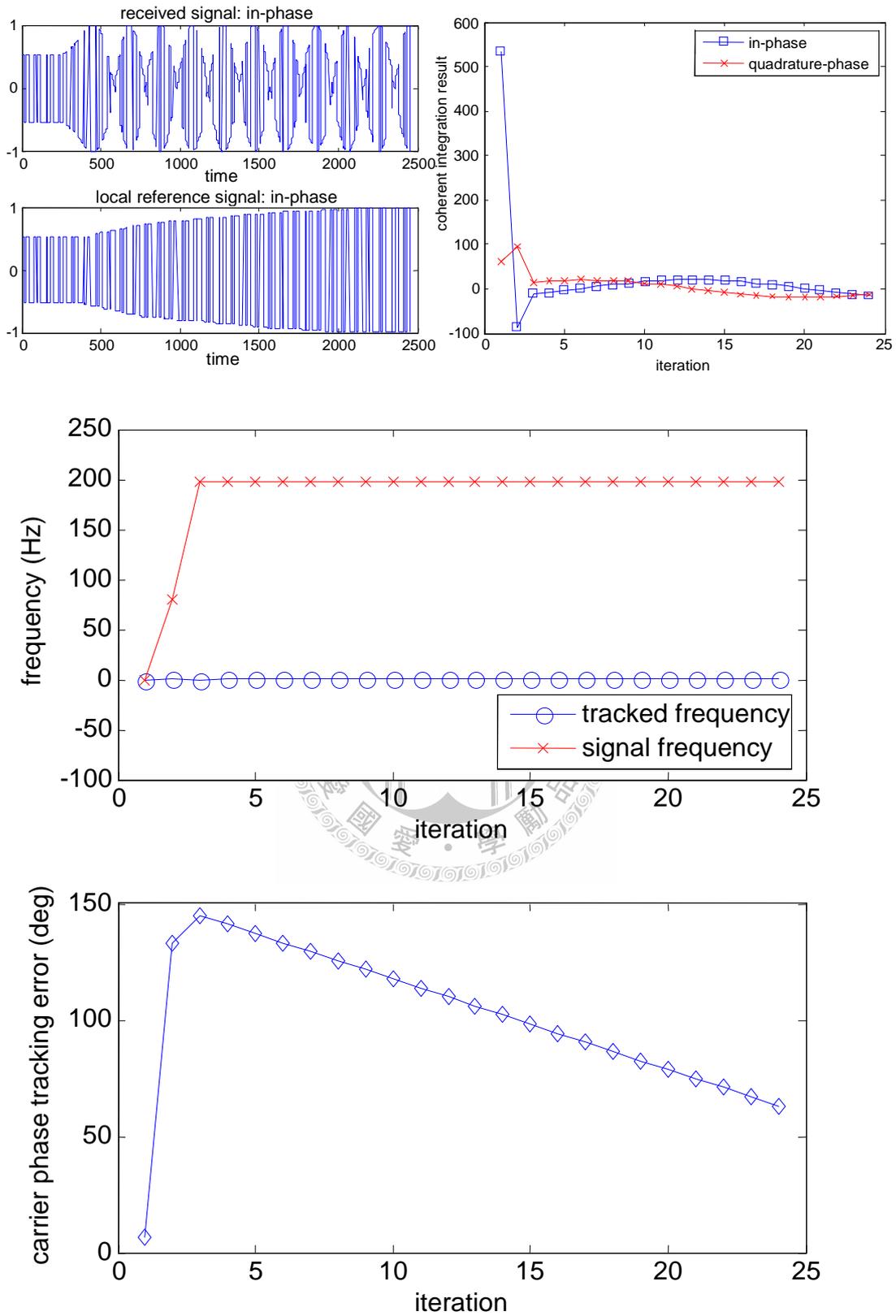


圖 2.7 使用較長解展頻時間的載波追蹤迴路對存在劇烈都普勒頻率位移變化的信號做追蹤的結果

(5) 頻率振盪器與頻率合成器誤差

本地端參考信號是由接收機中的頻率振盪器經頻率合成所產生的。頻率振盪器與頻率合成器的非理想運作會使本地端參考端信號與理想值之間存在誤差。由於追蹤迴路是藉由比較所追蹤信號與本地端參考信號間的誤差來進行追蹤的，本地端參考信號與理想值間的誤差對追蹤迴路所造成的影響相當於本地端參考信號與所追蹤信號間的誤差。本地端參考端信號與理想值之間的誤差為一隨機程序，因此其所造成的信號動態是隨時間隨機改變的。

頻率振盪器的震盪頻率本身會因環境溫度不同而有些微的改變。一般情況下，環境溫度的改變是平滑的，且其所造成的參考信號頻率變化範圍是介於正負 5kHz 的，因此在設計追蹤迴路時可以優先考慮衛星動態所造成的信號動態。除了環境溫度會影響頻率振盪器的震盪頻率之外，頻率振盪器若受到劇烈晃動（vibration）時，其震盪頻率也會產生改變。由於一般大眾所使用的 GPS 接收機受到劇烈晃動的機曾不大，接收機晃動所造成的頻率誤差可暫不考慮。

頻率合成器中的其他元件亦會造成所產生的本地端參考信號與理想值之間的誤差。這些誤差可從時域或頻域上做定性與定量的描述。在時域上，假設所產生的本地端參考信號為[7]

$$V(t) = (V_0 + \varepsilon(t))\sin(2\pi\nu_0 + \phi(t)) \quad (2.2)$$

則阿蘭變異數（Allan variance）可表示為

$$\sigma_A^2 = E\{(\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2\} \quad (2.3)$$

其中 $E\{\cdot\}$ 表示取期望值，而

$$\bar{y}_k = \frac{\phi(t_k) - \phi(t_k + \tau)}{2\pi\nu_0\tau} \quad (2.4)$$

表示以間隔 τ 的相位量測所做的頻率誤差估計。阿蘭變異數越大表示所產生的本地端參考信號週期變化越大，抖動 (jitter) 越嚴重。

頻率合成器中不同元件所產生的誤差在頻域上可加以區分。這些誤差種類分別為：隨機漫步頻率調變 (random walk frequency modulation)，顫動頻率調變 (flicker frequency modulation)，白色頻率調變 (white frequency modulation)，顫動相位調變 (flicker phase modulation)，以及白色相位調變 (white phase modulation)。若將這些誤差看成本地端參考信號與理想值之間的頻率誤差，則它們的功率頻譜密度特性如圖 2.8 所示。我們可以發現，由頻率振盪器及頻率合成器所造成的本地端參考信號與理想值間的誤差若以頻率調變視之，則此頻率調變將為有色的隨機程序，且此隨機程序的變異數為 $\sigma_A^2 \nu_0^2$ 。



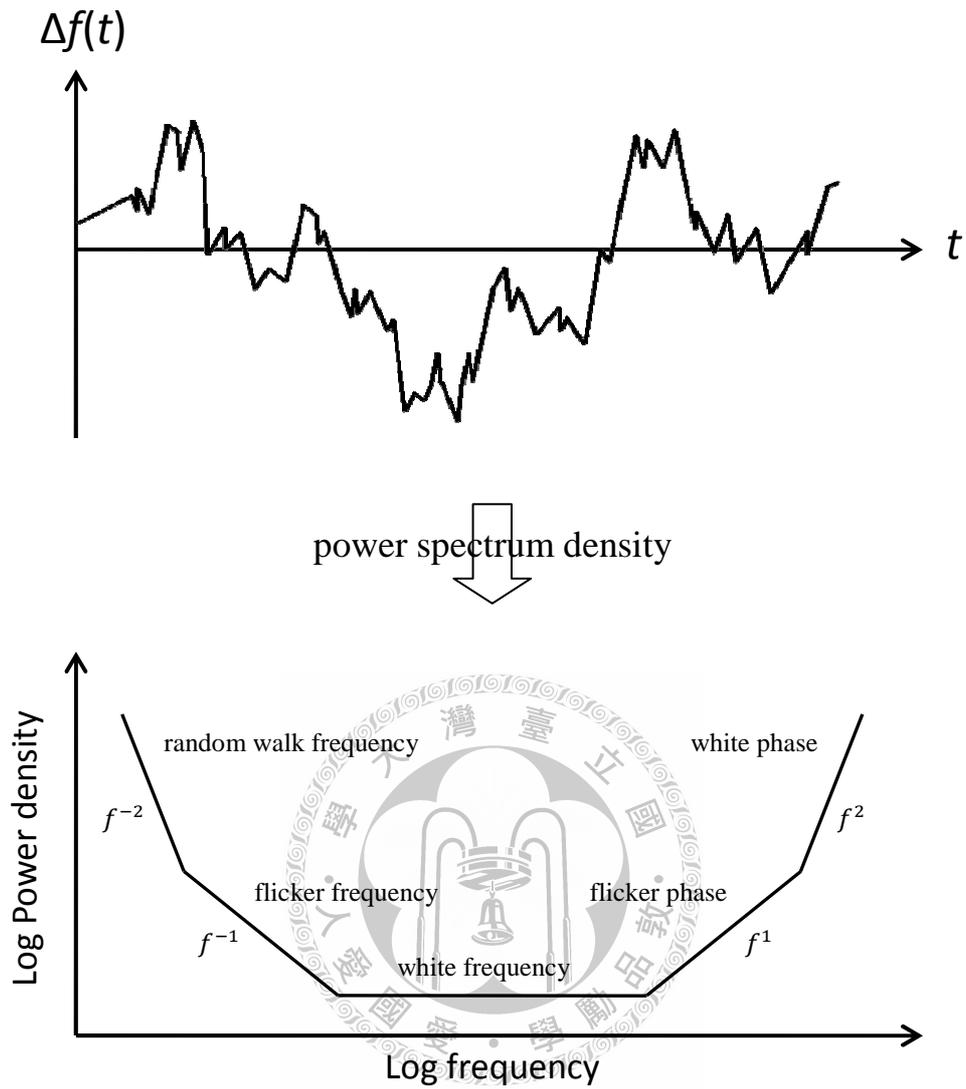


圖 2.8 頻率振盪器與頻率合成器誤差所造成的等效頻率調變頻譜

第三章

追蹤迴路架構分析

圖 3.1 為一般 GPS 接收機的架構與運作流程。接收機所接收到的訊號在經過 RF 前端降頻至中頻後，類比至數位轉換器 (ADC) 將中頻訊號取樣及量化並傳至數位訊號處理器以進行衛星信號的搜尋，捕獲，與追蹤。捕獲程序將搜尋到的各個衛星的識別與電碼相位，載波頻率傳至追蹤程序以初始化追蹤程序。追蹤程序將所解調的導航資訊與根據電碼相位所求得各衛星的虛擬距離傳至導航軟體。導航軟體則依據這些輸入資料求得使用者的位置，速度，相對於 GPS 系統的時間，並交由圖資軟體對照出使用者於地圖上的位置。

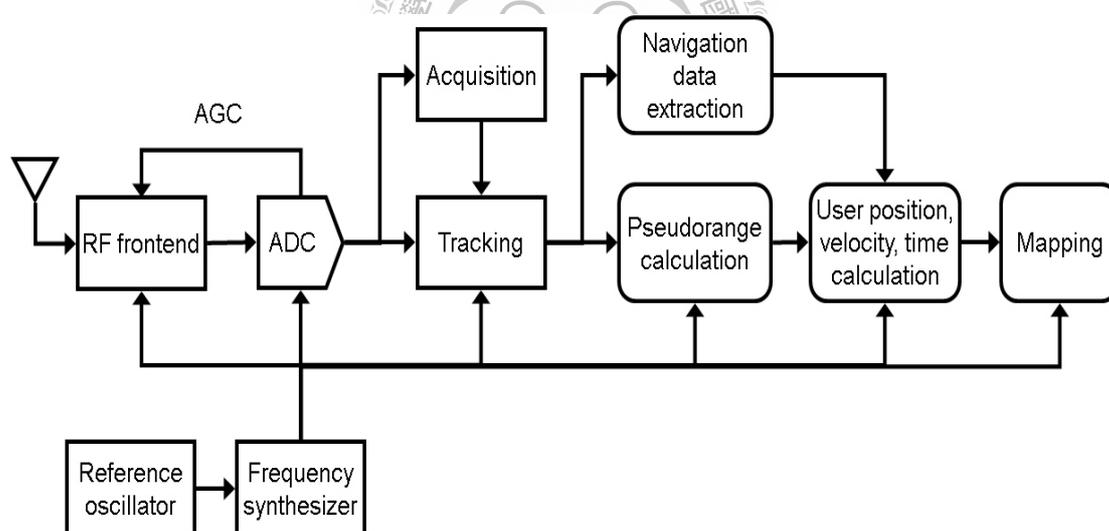


圖 3.1 一般 GPS 接收機架構與運作流程

其中捕獲與追蹤程序的運作一部分仰賴運作速度較快的硬體進行簡單而大量的運算，一部份則仰賴軟體對硬體進行控制，以完成捕獲與追蹤的演算法。捕獲與追蹤後的程序則主要是由軟體與軟體來達成的。整個接收機的各種時脈信號是藉由參考頻率振盪器經頻率合成器來產生。

3.1 傳統追蹤迴路

圖 3.2 為一般 GPS 接收機中追蹤單顆衛星（單一通道）的追蹤迴路架構。追蹤迴路所追蹤的信號為降頻後的 GPS 中頻或基頻訊號，其分為兩路分別對電碼及載波做追蹤。圖中的上半部為電碼追蹤迴路，下半部則為載波追蹤迴路。電碼追蹤迴路的主要功用有二。一為對 GPS 衛星訊號進行解調，以得到所搭載的導航資訊。二為對電碼相位做追蹤，以求得所追蹤衛星的虛擬距離。載波追蹤迴路的主要功用是追蹤 GPS 基頻訊號中殘餘的載波頻率調變。殘餘的載波頻率調變會使得追蹤迴路的解展頻增益下降而降低追蹤的效能（參考 2.2.1 小節）。

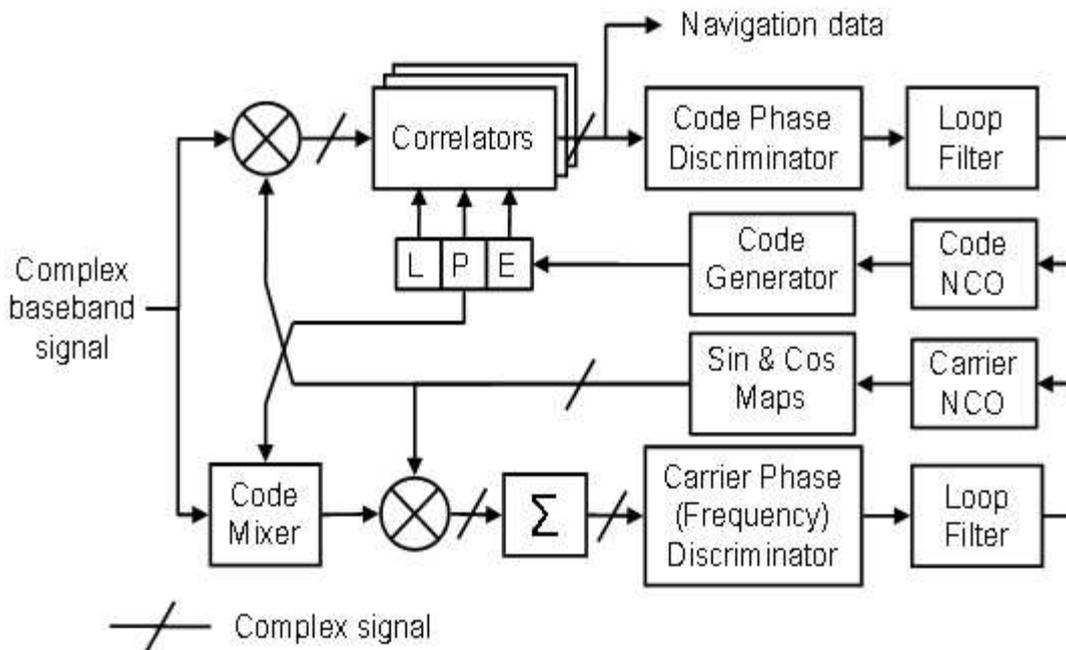


圖 3.2 傳統追蹤迴路架構

在圖 3.2 中的架構裡，載波追蹤迴路與電碼追蹤迴路中的載波抹除與電碼抹除是由個別的運算方塊負責的。載波追蹤迴路中的電碼抹除與載波抹除的操作可由以下式子表示

$$y(nt_s) = r(nt_s)\hat{c}_p(nt_s)\exp(-j\hat{\theta}(nt_s)) \quad (3.1)$$

其中 t_s 為基頻訊號取樣週期， r 為基頻訊號， \hat{c}_p 為接收機所產生的即時相位電碼， y 為抹除電碼及載波後的訊號。而電碼追蹤迴路中的相關器 (correlator) 所進行的解展頻操作可由以下式子表示

$$y(kNt_s) = \sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r(nt_s)\hat{c}_p(nt_s) \quad (3.2)$$

載波追蹤迴路中的電碼抹除與載波抹除可合併至電碼追蹤迴路中，故導航資訊擷取以外的部份可簡化為如圖 3.3 所示。

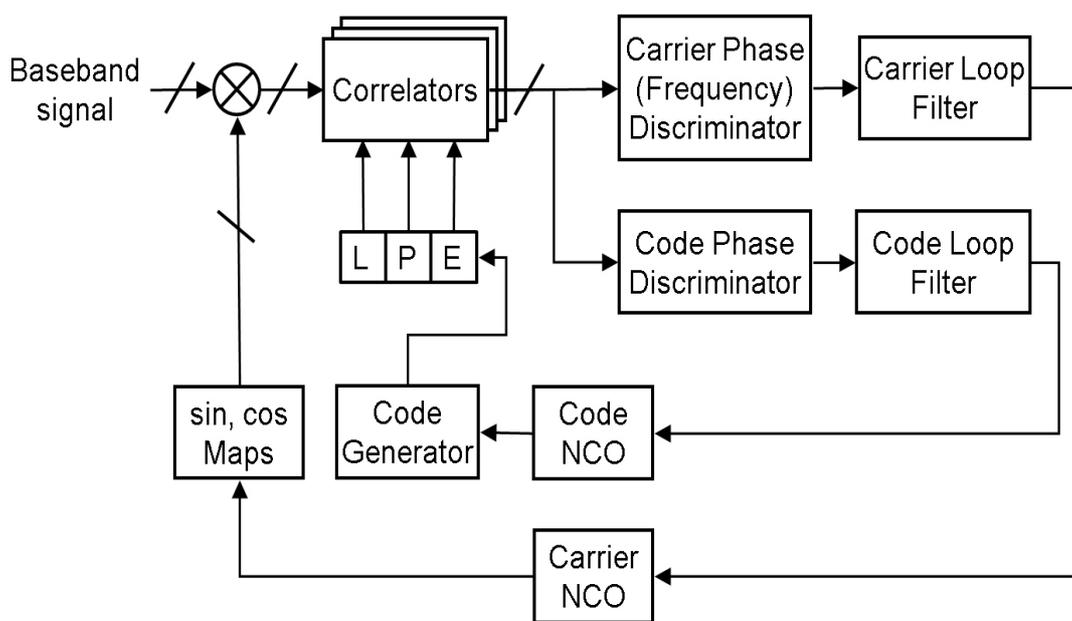


圖 3.3 簡化後之傳統追蹤迴路架構

其中載波抹除，相關器，電碼產生器，領先-即時-落後 (early-prompt-late) 延遲器，以及 sin, cos 對照表皆以基頻訊號的取樣速率運作。而載波與電碼相位鑑別器，載波與電碼追蹤迴路濾波器則分別以載波追蹤迴路與電碼追蹤迴路的迴路更新速率 (loop update rate) 運作。載波與電碼數字調控振盪器 (numerically controlled oscillator, NCO) 的內部運作速率為其個別較高的取樣速率，控制更新速

率則為輸入信號的取樣速率，輸出端則進行降取（decimation）以達到基頻訊號的取樣速率，如圖 3.4 所示。

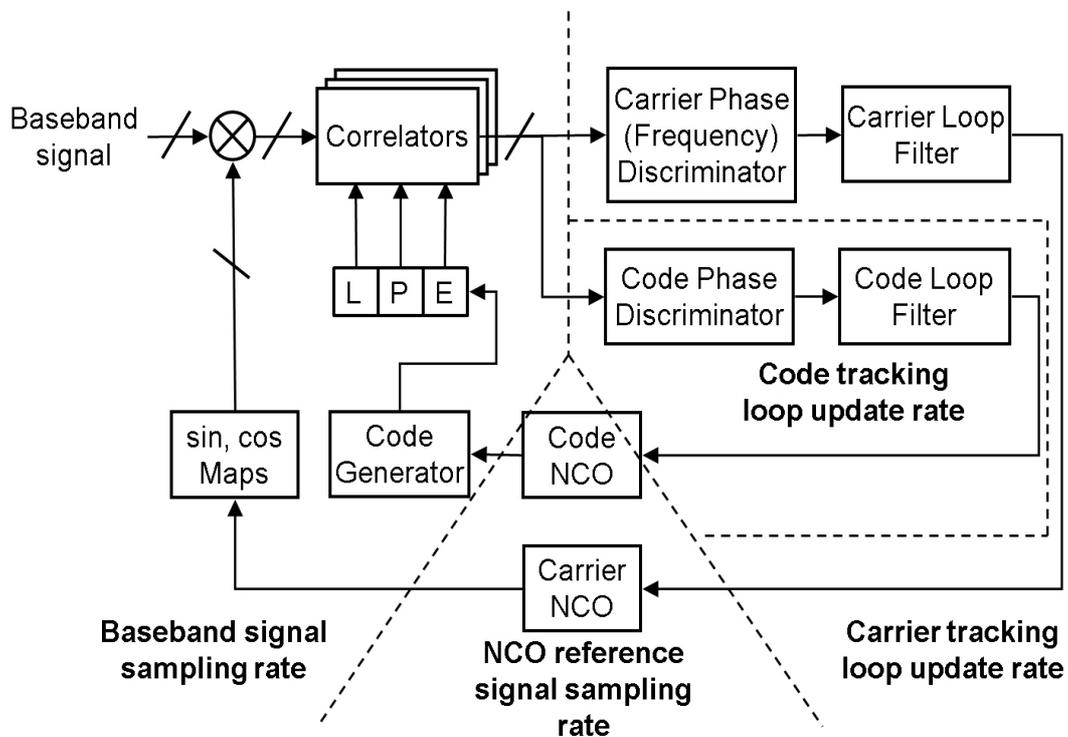


圖 3.4 追蹤迴路元件運作速率區分圖

由於鑑別器與追蹤迴路濾波器的運作速率較低且需要較大的架構彈性，其一般是以韌體配合濾波器實現的。以下將分別介紹傳統追蹤迴路中的各個重要元件。

3.1.1 相關器

相關器（correlator）所進行的操作如公式(3.2)所表示。其功用為對 GPS 基頻訊號做解展頻的動作。一方面抹除電碼以解調出導航資訊位元，一方面提供載波與電碼追蹤迴路鑑別器所需要的載波與電碼的參數誤差資訊。標準的電碼追蹤迴路為一延遲鎖相迴路（delay lock loop, DLL），故其需要領先，即時，與落後三組相關器。由於信號分實部與虛部，三組複數相關器共包含六個實數相關器。其操作分別可用式子(3.3)至(3.8)表示

$$IE_k = IE(kNt_s) = \text{real} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r'(nt_s) \hat{c}_e(nt_s) \right) \quad (3.3)$$

$$QE_k = QE(kNt_s) = \text{imag} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r'(nt_s) \hat{c}_e(nt_s) \right) \quad (3.4)$$

$$IP_k = IP(kNt_s) = \text{real} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r'(nt_s) \hat{c}_p(nt_s) \right) \quad (3.5)$$

$$QP_k = QP(kNt_s) = \text{imag} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r'(nt_s) \hat{c}_p(nt_s) \right) \quad (3.6)$$

$$IL_k = IL(kNt_s) = \text{real} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r'(nt_s) \hat{c}_l(nt_s) \right) \quad (3.7)$$

$$QL_k = QL(kNt_s) = \text{imag} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r'(nt_s) \hat{c}_l(nt_s) \right) \quad (3.8)$$

其中 $r'(nt_s)$ 為抹除載波後的基頻訊號， \hat{c}_e ， \hat{c}_p ， \hat{c}_l 分別為領先，即時，落後本地端參考電碼信號，並假設其個別電碼相位相差 d 碼細片（chip）。

相關器的實現方式對接收機的許多方面皆有舉足輕重的影響，其設計必須符合接收機整體包含捕獲程序的需求。但由於追蹤程序並不需要使用到大量的解展頻運算，設計追蹤迴路時的考量重點並非相關器的實現方式，而是其與捕獲程序和各衛星通道的追蹤迴路之間的共用。

3.1.2 載波追蹤迴路鑑別器

載波追蹤迴路的基本架構為鎖相迴路 (phase lock loop, PLL)，藉由追蹤殘餘載波的相位而達到準確抹除載波的功用。為了增加載波追蹤迴路能鎖定的殘餘載波頻率範圍，載波追蹤迴路通常會再加上一鎖頻迴路 (frequency lock loop, FLL) (或稱為自動頻率控制 (automatic frequency control, AFC)) 以追蹤殘餘載波的頻率。表 3.1 所列为標準鎖相迴路使用的相位鑑別器種類，其鎖定時的追蹤誤差 θ_e 為 0° 。當鑑別器的輸入信號尚未對導航資訊位元補償時，導航資訊位元的 BPSK 調變會使得鑑別器將 BPSK 相位調變視為載波追蹤誤差。這種情況下載波追蹤迴路應使用科斯塔 (Costas) 型鑑別器。

表 3.1 鎖相迴路相位鑑別器

公式	相位誤差輸出	特性
$\text{atan2}(QP_k, IP_k)$	θ_e	<ul style="list-style-type: none"> ● 四象限反正切函數 ● 為最佳 (最大可能性) 估計 ● 斜率與信號振幅無關 ● 高計算量，常以查表方式達成
$\frac{QP_k}{\text{avg}(\sqrt{IP_k^2 + QP_k^2})}$	$\sin(\theta_e)$	<ul style="list-style-type: none"> ● QP 以信號強度正規化 ● 性能較反正切函數稍佳 ● 近似範圍約為 $\pm 45^\circ$ ● 斜率與信號振幅無關 ● 計算量低

表 3.2 列出常見的柯斯塔型相位鑑別器，其鎖定時的相位追蹤誤差為 0° 或 180° 。除了表中所列的特性之外，在低訊雜比的情況下，鑑別器的可用範圍以及邊界條件皆是影響其性能的因素，因此選擇鑑別器時必須將其列入考慮 (參考 4.1.3 小節)。

表 3.3 為一般鎖頻迴路使用的頻率鑑別器。頻率鑑別器利用間隔 $(t_2 - t_1)$ 的兩次相關器輸出來估計殘餘載波頻率。由於鑑別器本身的線性動態範圍有限，當所

間隔的時間越長時，能正確估計的頻率範圍越小。當用的兩次相關器輸出在時間上為相鄰時，表中所列的幾種頻率鑑別器的可用範圍是約略大於或等於解展頻運算所容許的本地端參考信號頻率誤差的（參考 2.2.1 小節），故設計時可僅考慮後者所容許的本地端參考信號頻率誤差。

表 3.2 常見的科斯塔型相位鑑別器

公式	相位誤差輸出	特性
$QP_k \cdot IP_k$	$\sin(2\theta_e)$	<ul style="list-style-type: none"> ● 傳統的科斯塔鑑別器 ● 低訊雜比時接近最佳估計 ● 斜率與信號振幅平方成正比 ● 計算量中等
$QP_k \cdot \text{sign}(IP_k)$	$\sin(\theta_e)$	<ul style="list-style-type: none"> ● 判斷導向 (decision directed) 科斯塔鑑別器 ● 高訊雜比時接近最佳估計 ● 斜率與信號振幅成正比 ● 計算量低
$\frac{QP_k}{IP_k}$	$\tan(\theta_e)$	<ul style="list-style-type: none"> ● 在高雜訊比與低雜訊比時為次佳估計 ● 斜率與信號振幅無關 ● 較高的計算量 ● 接近$\pm 90^\circ$時有除零問題
$\text{atan}\left(\frac{QP_k}{IP_k}\right)$	θ_e	<ul style="list-style-type: none"> ● 二象限反正切函數 ● 為最佳 (最大可能性) 估計 ● 斜率與信號振幅無關 ● 高計算量，常以查表方式達成

當鑑別器的輸入信號尚未對導航資訊位元補償時，若頻率鑑別器所使用的兩次相關器輸出跨越不同的導航資訊位元，由不同導航資訊位元所產生的 180° 相位移會使表 3.3 中的第一與第三種頻率鑑別器得到錯誤的頻率估計。而第二與第四種頻率鑑別器則具有抵銷導航資訊位元相位變化的能力，因此可用於尚未經導航資訊位元補償時的頻率鑑別器。

表 3.3 一般鎖頻迴路使用的頻率鑑別器

公式	頻率誤差輸出	特性
$\frac{\text{cross}}{t2 - t1}$	$\frac{\sin(\theta_{e2} - \theta_{e1})}{t2 - t1}$	<ul style="list-style-type: none"> • 低訊雜比時接近最佳估計 • 斜率與信號振幅平方成正比 • 計算量最少
$\frac{\text{cross} \cdot \text{sign}(\text{dot})}{t2 - t1}$	$\frac{\sin(\theta_{e2} - \theta_{e1})}{t2 - t1}$	<ul style="list-style-type: none"> • 判斷導向 • 高訊雜比時接近最佳估計 • 斜率與信號振幅平方成正比 • 計算量中等
$\text{atan2}(\text{cross}, \text{dot})$	$\frac{\theta_{e2} - \theta_{e1}}{t2 - t1}$	<ul style="list-style-type: none"> • 四象限反正切函數 • 為最佳（最大可能性）估計 • 斜率與信號振幅無關 • 高計算量，常以查表方式達成
$\text{atan}\left(\frac{\text{cross}}{\text{dot}}\right)$	$\frac{\theta_{e2} - \theta_{e1}}{t2 - t1}$	<ul style="list-style-type: none"> • 二象限反正切函數 • 為最佳（最大可能性）估計 • 斜率與信號振幅無關 • 高計算量，常以查表方式達成
$\text{cross} = QP_{k1} \cdot IP_{k2} - IP_{k1} \cdot QP_{k2}$ $\text{dot} = IP_{k1} \cdot IP_{k2} + QP_{k1} \cdot QP_{k2}$ $t2 - t1 = Nt_s(k2 - k1)$		

3.1.3 電碼追蹤迴路鑑別器

電碼追蹤迴路鑑別器的主要功能是藉由相關器輸出來估計本地端參考信號電碼與所追蹤衛星信號電碼間的相位誤差。表 3.4 列出幾種常用於 GPS 電碼追蹤迴路的鑑別器，其可細分為同調與非同調，正規化與未正規化。同調鑑別器只使用到同相 (in-phase) (即實部) 的相關器輸出，因此當載波追蹤迴路未鎖定時，同調鑑別器的輸出大小是受殘餘載波調變相位影響而不穩定的。正規化與未正規化之間的差別在於設計迴路濾波器時的簡易性，使用未正規化的鑑別器時迴路濾波器需將鑑別器的增益考慮在內。

表 3.4 一般 GPS 電碼相位追蹤迴路使用的延遲鎖相迴路鑑別器

公式	特性
$\frac{E - L}{E + L}$ $\left(\begin{array}{l} E = \sqrt{IE^2 + QE^2} \\ L = \sqrt{IL^2 + QL^2} \end{array} \right)$	<ul style="list-style-type: none"> 非同調領先減落後並以 E+L 正規化以去除信號振幅影響 計算量高 當領先與落後本地端參考電碼相位相差 1 碼細片時，輸出值於±0.5 碼細片誤差內為真實值 當誤差達到±1.5 碼細片時有除零問題
$\frac{1}{2}(E^2 - L^2)$	<ul style="list-style-type: none"> 非同調領先功率減落後功率 計算量中等 當領先與落後本地端參考電碼相位相差 1 碼細片且誤差介於±0.5 碼細片之間時，性能與 0.5(E-L)相當 可以 E²+L² 正規化之
$\frac{1}{2}((IE - IL)IP + (QE - QL)QP)$ <p>(內積)</p> $\frac{1}{4}\left(\frac{IE - IL}{IP} + \frac{QE - QL}{QP}\right)$ <p>(以 2IP² 與 2QP² 正規化)</p>	<ul style="list-style-type: none"> 半同調內積功率 (semi-coherent dot product power) 使用到三組相關器的輸出 計算量低 當領先與落後本地端參考電碼相位相差 1 碼細片時，輸出值於±0.5 碼細片誤差內為真實值
$\frac{1}{2}(IE - IL)IP$ <p>(內積)</p> $\frac{1}{2} \frac{IE - IL}{IP}$ <p>(以 IP² 正規化)</p>	<ul style="list-style-type: none"> 同調內積 只能在載波已鎖定時使用 計算量低 最準確的碼相位誤差輸出

除了表 3.4 中所列的電碼追蹤迴路鑑別器之外，尚有其他可能的鑑別器未列出。一般而言若鑑別器是屬於非同調的，其運算所造成的訊雜比損失會較同調鑑別器為大，因此其與鑑別器輸出穩定性之間需要做一取捨。

3.1.4 載波與電碼追蹤迴路濾波器

迴路濾波器是設計追蹤迴路時最重要的環節。迴路濾波器的階數 (order) 決定追蹤迴路的迴路階數，而影響追蹤迴路所能追蹤的信號動態程度。迴路濾波器的係數影響迴路濾波器的轉移函數 (transfer function)，而決定追蹤迴路的等效雜訊頻寬，追蹤迴路因信號動態所造成的誤差，與追蹤迴路對信號動態的反應時間。現今大多數 GPS 接收機的追蹤程序所追蹤的訊號為經數位取樣後的訊號，所使用的追蹤迴路為數位式的。設計數位追蹤迴路的一般做法是先設計出符合需求的類比追蹤迴路，再藉由近似法將類比追蹤迴路轉換為數位追蹤迴路，最後推得所需的數位追蹤迴路濾波器，其設計流程如圖 3.5 所示。

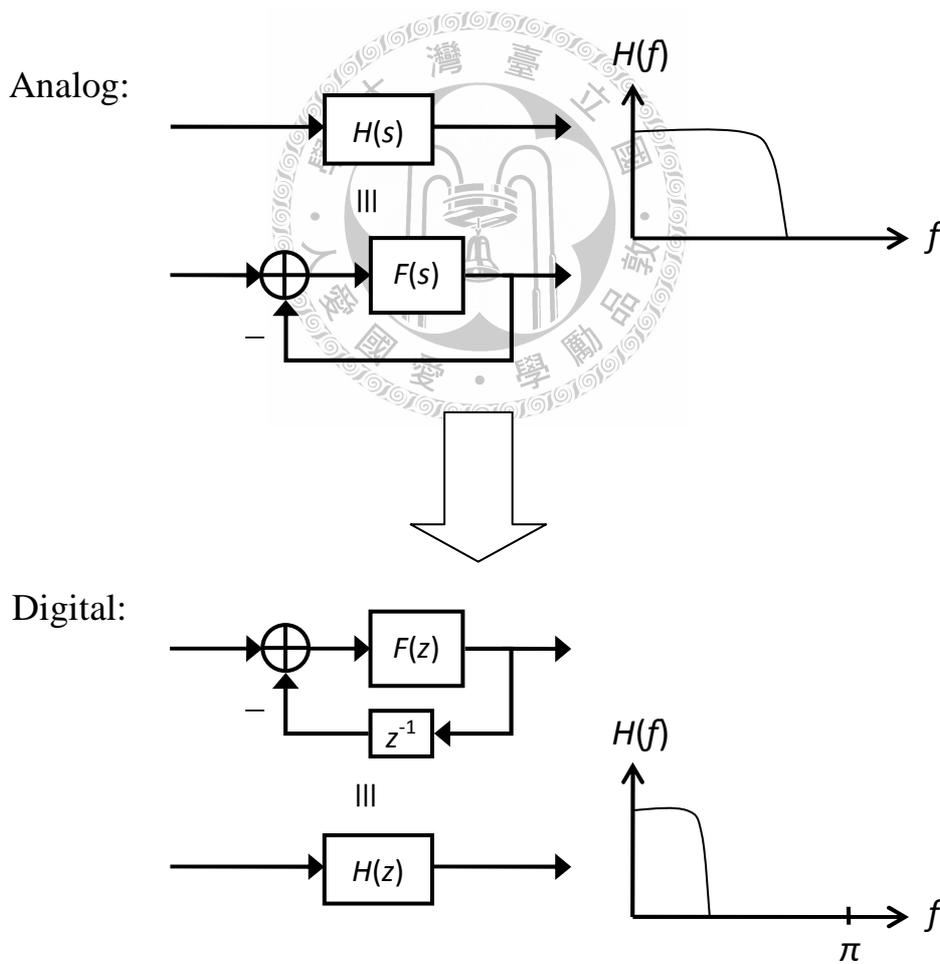


圖 3.5 數位追蹤迴路濾波器設計流程

常見的類比追蹤迴路至數位追蹤迴路的轉換方式有兩種。分別為雙線性 (bilinear) 轉換與巴克斯卡 (boxcar) 轉換 (反向尤拉法 (backward Euler method))。雙線性轉換可由下式表示

$$F(z) = F(s) \Big|_{s=\frac{21-z^{-1}}{T1+z^{-1}}} \quad (3.9)$$

其中 T 為數位追蹤迴路濾波器的等效時域脈衝響應 f 的取樣週期，亦即載波或電碼追蹤迴路的迴路更新週期。

而巴克斯卡轉換可由下式表示

$$F(z) = F(s) \Big|_{s=\frac{1}{T}(1-z^{-1})} \quad (3.10)$$

圖 3.6 為雙線性轉換與巴克斯卡轉換的數位頻率至類比頻率對應圖。我們可以發現雙線性轉換具有較好的頻率對應方式，而巴克斯卡轉換會使大於 1/4 倍取樣頻率的數位轉移函數值對應至小於 1/4 倍取樣頻率的類比轉移函數值，且所對應的 s 值並非落在虛數軸上。但當類比頻率接近 1/2 倍取樣頻率時，兩種轉換皆出現明顯的頻率對應誤差。頻率對應誤差將造成數位追蹤迴路的特性產生改變。當類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬接近數位追蹤迴路的取樣頻率時，經雙線性轉換後的數位追蹤迴路其等效雜訊頻寬將小於類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬，經巴克斯卡轉換後的數位追蹤迴路其等效雜訊頻寬將大於類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬。因此當所設計追蹤迴路其等效雜訊頻寬較接近數位追蹤迴路的取樣頻率時，必須注意類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬是否能對應到數位追蹤迴路的實際頻寬上。

設計類比追蹤迴路的轉移函數時，通常假設迴路濾波器的轉移函數形式為

$$F(s) = \frac{d_1}{s} + \frac{d_2}{s^2} + \dots + \frac{d_i}{s^i} \quad (3.11)$$

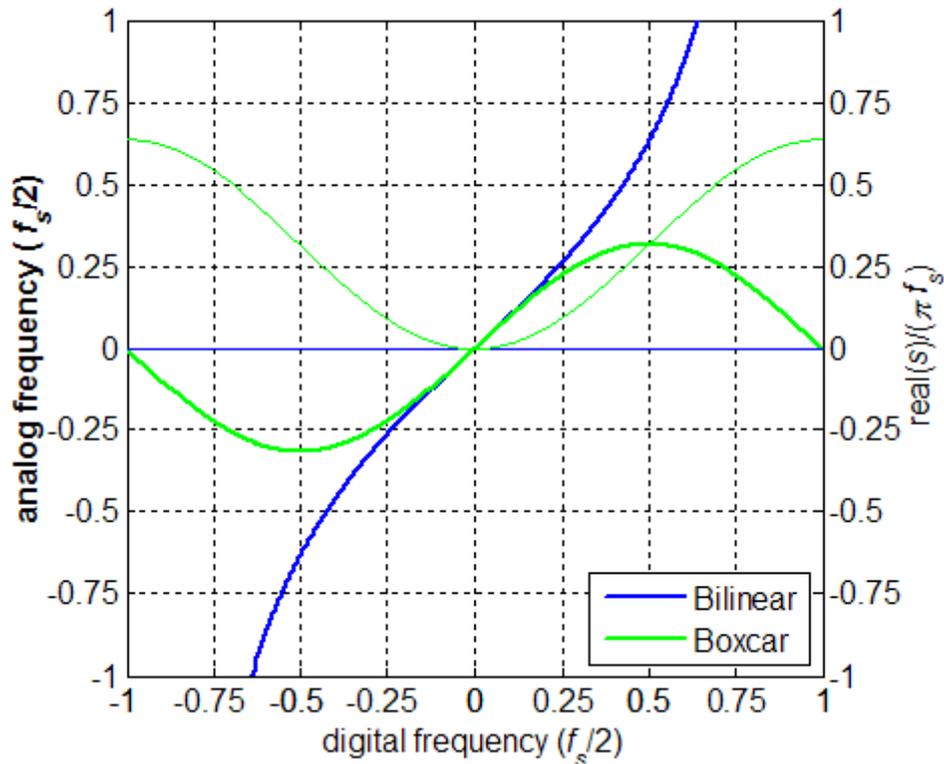


圖 3.6 雙線性轉換與巴斯卡轉換的數位頻率至類比頻率對應圖

則我們可以得到類比追蹤迴路的轉移函數為

$$H(s) = \frac{d_1 s^{i-1} + d_2 s^{i-2} + \dots + d_i}{s^i + d_1 s^{i-1} + d_2 s^{i-2} + \dots + d_i} \quad (3.12)$$

其中 i 為追蹤迴路的階數。設計類比追蹤迴路的轉移函數時，一般會以係數間的比例關係作為參數。若以 d_i 為準，則可令

$$\begin{aligned} d_i &= \omega_0^i \\ d_{i-1} &= a\omega_0^{i-1} \\ d_{i-2} &= b\omega_0^{i-2} \\ d_{i-3} &= c\omega_0^{i-3} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.13)$$

表 3.5 列出一階至四階類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬公式及其穩定條件。藉由雙線性轉換或巴克斯卡轉換的公式，數位追蹤迴路濾波器的係數即可由類比追蹤迴路濾波器的係數獲得，如表 3.6 所示。

表 3.5 一階至四階類比追蹤迴路的等效雜訊頻寬及其穩定條件[15]

迴路階數	穩定條件	等效雜訊頻寬 B_n
$i=1$	$\omega_0 > 0$	$B_n = \frac{d_1}{4} = \frac{1}{4}\omega_0$
$i=2$	$a, \omega_0 > 0$	$B_n = \frac{d_1^2 + d_2}{4d_1} = \frac{1 + a^2}{4a}\omega_0$
$i=3$	$a, b, \omega_0 > 0$ $ab > 1$	$B_n = \frac{d_1^2 d_2 - d_1 d_3 + d_2^2}{4(d_1 d_2 - d_3)} = \frac{ab^2 + a^2 - b}{4(ab - 1)}\omega_0$
$i=4$	$a, b, c, \omega_0 > 0$ $bc > a$ $abc > a^2 + c^2$	$B_n = \frac{d_1^2 d_2 d_3 - d_1 d_3^2 - d_1^3 d_4 + d_2^2 d_3 - d_1 d_2 d_4 - d_3 d_4}{4(d_1 d_2 d_3 - d_3^2 - d_1^2 d_4)}\omega_0$ $= \frac{c^2(ab - c) + a(b^2 - ac - 1) - bc}{4(abc - a^2 - c^2)}\omega_0$

由類比追蹤迴路濾波器轉換至數位追蹤迴路濾波器能近似追蹤迴路的開迴路 (open loop) 轉移函數。但由於數位追蹤迴路為一離散時間系統，設計中的零延遲迴路將無法實現。為了消除零延遲迴路，數位追蹤迴路的回授路徑必須至少加上一單位延遲，如圖 3.7 所示。此一延遲會使數位追蹤迴路的閉迴路 (closed loop) 轉移函數穩定條件改變，因此當追蹤迴路由類比設計轉換至數位設計時必需重新探討其穩定性。[14]提供了以巴克斯卡轉換求得的一階與二階數位追蹤迴路在不同迴路延遲情況下的穩定條件，一階數位追蹤迴路的穩定條件為

表 3.6 數位追蹤迴路濾波器係數與類比追蹤迴路濾波器係數之關係

轉換方式	數位追蹤迴路濾波器轉移函數	濾波器係數
雙線性	$F(z) = \frac{d_1 \frac{T}{2} (1+z^{-1})}{1-z^{-1}} + \frac{d_2 \left(\frac{T}{2} (1+z^{-1})\right)^2}{(1-z^{-1})^2} + \dots$ $+ \frac{d_i \left(\frac{T}{2} (1+z^{-1})\right)^i}{(1-z^{-1})^i}$ $= \frac{c_1 (1+z^{-1})}{1-z^{-1}} + \frac{c_2 (1+z^{-1})^2}{(1-z^{-1})^2} + \dots$ $+ \frac{c_i (1+z^{-1})^i}{(1-z^{-1})^i}$	$c_i = \left(\frac{\omega_0 T}{2}\right)^i$ $c_{i-1} = a \left(\frac{\omega_0 T}{2}\right)^{i-1}$ $c_{i-2} = b \left(\frac{\omega_0 T}{2}\right)^{i-2}$ \vdots
巴克斯卡	$F(z) = \frac{d_1 T}{1-z^{-1}} + \frac{d_2 T^2}{(1-z^{-1})^2} + \dots + \frac{d_i T^i}{(1-z^{-1})^i}$ $= \frac{c_1}{1-z^{-1}} + \frac{c_2}{(1-z^{-1})^2} + \dots + \frac{c_i}{(1-z^{-1})^i}$	$c_i = (\omega_0 T)^i$ $c_{i-1} = a (\omega_0 T)^{i-1}$ $c_{i-2} = b (\omega_0 T)^{i-2}$ \vdots

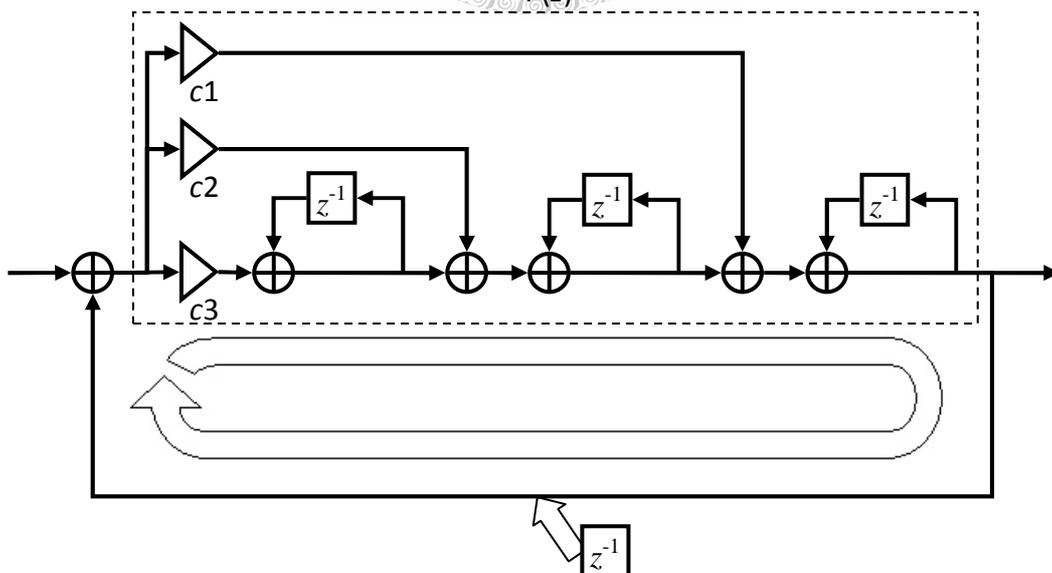


圖 3.7 數位追蹤迴路中的零延遲迴路

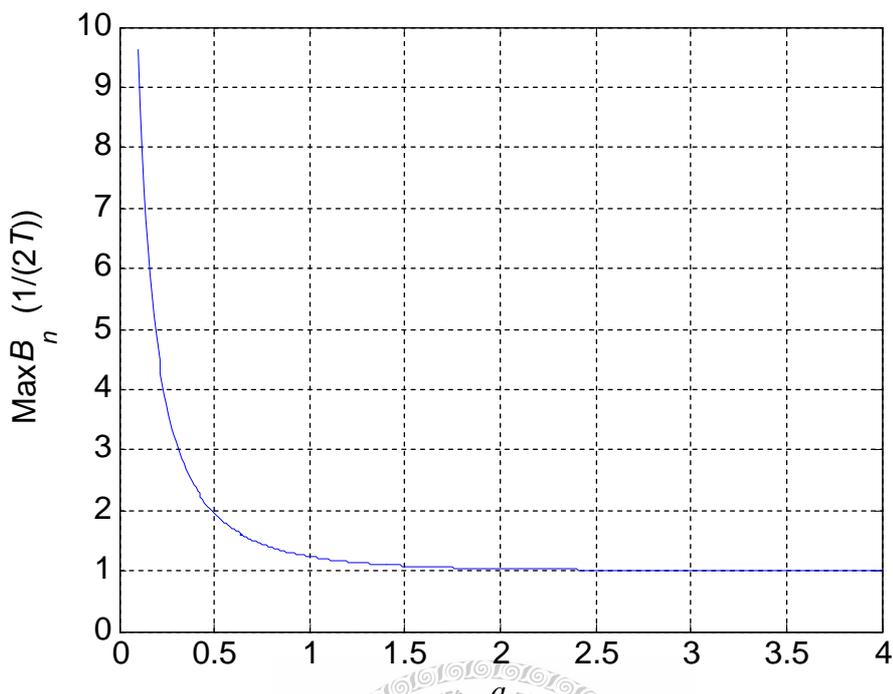


圖 3.8 不同 a 值時能以巴斯卡轉換至穩定 2 階數位追蹤迴路的類比追蹤迴路等效雜訊頻寬上限。

$$0 < c_1 < 2 \sin \frac{\pi}{2(2M-1)} \quad M \geq 1 \quad (3.14)$$

其中 M 為迴路延遲單位。二階數位追蹤迴路的穩定條件則複雜許多，但當計算延遲小於迴路更新週期時 $M=1$ 即為可容許的情況。當 $M=1$ 時二階數位追蹤迴路的穩定條件為

$$\begin{aligned} c_1, c_2 &> 0 \\ 2c_1 + c_2 &< 4 \end{aligned} \quad (3.15)$$

公式(3.14)，(3.15)，與表 3.5 中的等效雜訊頻寬公式可用來求得能以巴斯卡轉換至穩定數位追蹤迴路的類比追蹤迴路其等效雜訊頻寬上限。一階追蹤迴路的

等效雜訊頻寬上限為 $1/(2T)$ ，即 $1/2$ 的數位追蹤迴路更新速率。不同 a 值時二階追蹤迴路的等效雜訊頻寬上限則如圖 3.8 所示。

二階追蹤迴路可藉由減少 a 值來增加等效雜訊頻寬的上限，但隨著等效雜訊頻寬增加，所轉換得到的數位追蹤迴路有可能會放大雜訊。當追蹤迴路對信號動態的反應時間必須減小時，追蹤迴路的等效雜訊頻寬必須增加。在增加等效雜訊頻寬時，追蹤迴路的穩定性與相位鑑別器的近似範圍將成為其限制條件。

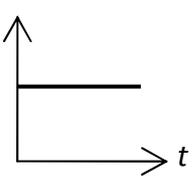
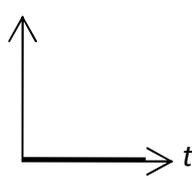
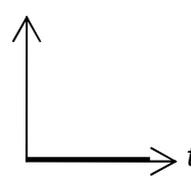
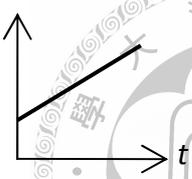
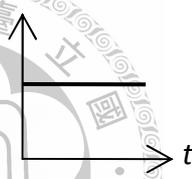
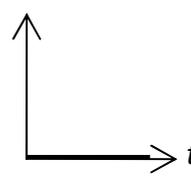
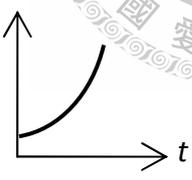
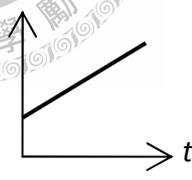
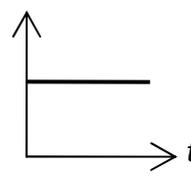
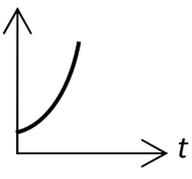
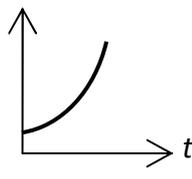
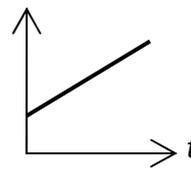
此外，圖 3.5 中所示的數位追蹤迴路濾波器轉移函數事實上是將鑑別器與數字控制振盪器等其他元件的轉移函數一併納入的結果。若要得到如圖 3.3 中的追蹤迴路濾波器轉移函數則必須對其他元件的轉移函數進行分離。(參考 4.1.4 小節)

除了鑑別器的差異之外，載波追蹤迴路中的鎖相迴路，鎖頻迴路，與電碼追蹤迴路的基本架構是相同的，許多特性也可一併討論，包括對信號動態的反應。這些特性有：

(1) 所能追蹤的最大信號動態程度

信號動態程度是指信號參數的時間函數至多可對時間微分幾次而不為零。表 3.7 列出不同信號動態程度下各信號參數的變化類型。當信號動態程度越大時，信號參數的時間函數不為零的微分次數越多，對信號追蹤所需的追蹤迴路階數也越大。一階追蹤迴路最多能追蹤斜坡型 (ramp) 的參數變化，二階追蹤迴路最多能追蹤拋物線型 (parabola) 的參數變化，三階追蹤迴路最多能追蹤三次方函數 (cubic curve) 的參數變化。若所追蹤的信號其動態程度持續超過追蹤迴路所能追蹤的程度，則追蹤誤差將隨時間增大並最終導致脫鎖。

表 3.7 不同信號動態程度的信號參數變化類型

信號動態程度	信號參數變化類型		
	相位 θ	頻率 f	頻率變化速率 α
$f = 0, \alpha = 0,$ $\dot{\alpha} = 0$	 Step	 Step	 Step
$f \neq 0, \alpha = 0,$ $\dot{\alpha} = 0$	 Ramp	 Step	 Step
$\alpha \neq 0, \dot{\alpha} = 0$	 Parabola	 Ramp	 Step
$\dot{\alpha} \neq 0$	 Cubic curve	 Parabola	 Ramp

(2) 因信號動態所造成的追蹤誤差

當追蹤迴路所追蹤的信號其動態程度恰等於追蹤迴路所能追蹤的最大程度時，信號動態將造成一不為零的追蹤誤差。圖 3.9 為信號動態造成追蹤誤差的示意圖。圖中的信號參數變化為斜坡型，追蹤迴路的階數為一階。由於追蹤迴路中

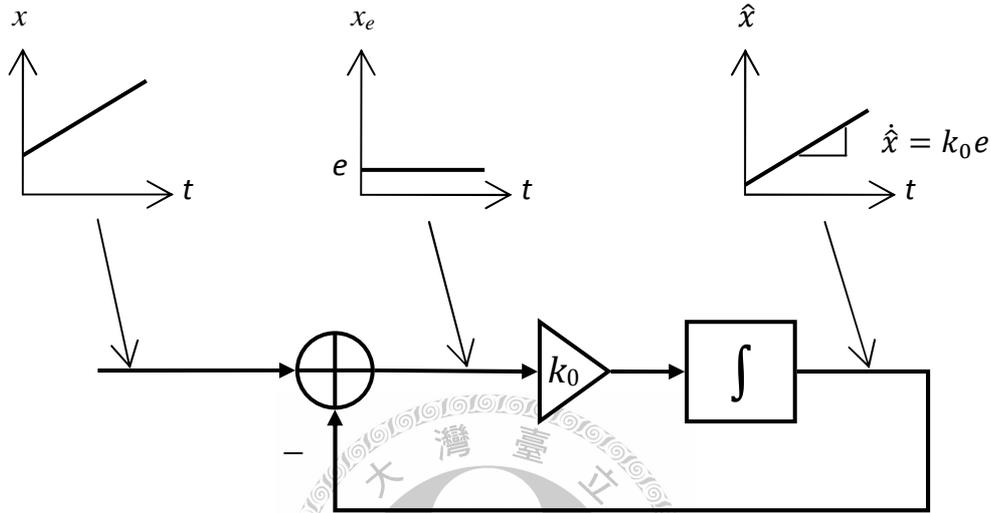


圖 3.9 信號動態造成追蹤誤差示意圖

的積分器必須持續有一不為零的輸入才能使輸出的信號參數估計亦為斜坡型的變化，此一不為零的輸入即造成了追蹤誤差。因信號動態所造成的追蹤誤差大小可由類比追蹤迴路的分析求得近似值。假設信號動態 $x(t)$ 所造成的信號參數變化至多微分 i 次不為零，即

$$\frac{d^k x}{dt^k} = 0 \quad (k > i) \tag{3.16}$$

且 x 的拉氏轉換 (Laplace transform) 為

$$X(s) = \frac{C_0}{s} + \frac{C_1}{s^2} + \dots + \frac{C_i}{s^{i+1}} \tag{3.17}$$

而對其追蹤的追蹤迴路為 i 階且轉移函數為

$$H(s) = \frac{d_1 s^{i-1} + d_2 s^{i-2} + \dots + d_i}{s^i + d_1 s^{i-1} + d_2 s^{i-2} + \dots + d_i} \quad (3.18)$$

則其穩定時的追蹤誤差可由拉氏轉換的終值定理求得

$$x_e = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)(1 - H(s)) = \frac{C_i}{d_i} = \frac{d^i x}{\omega_0^i} \quad (3.19)$$

其中信號參數的微分值與信號參數所使用的單位相關。例如 1Hz 的載波頻率誤差相當於 $d\theta/dt = 2\pi$ 弧度/秒或 360° /秒。

(3) 對信號動態的反應時間

追蹤迴路的初始以及其他造成信號動態的原因皆可能使信號動態在短暫時間內具有極大值與動態程度。當信號參數發生了劇烈變化時，假若變化後的信號動態程度是追蹤迴路所能追蹤的，追蹤誤差將隨時間減少。追蹤迴路對信號動態的反應時間越短則以時間平均的追蹤誤差將越小，因此除了減少追蹤迴路因雜訊所造成的誤差外，追蹤迴路對信號動態的反應時間也必須盡量減少。一階與二階鎖相迴路對信號頻率步階變化的反應時間（頻率捕獲時間）分別為[4]

$$t_{acq} = \frac{3}{4B_n} \quad (3.20)$$

與

$$t_{acq} = \frac{4.2\Delta f^2}{B_n^3} \quad (3.21)$$

其中 B_n 為鎖相迴路的等效雜訊頻寬。

公式(3.20)與(3.21)說明了增加追蹤迴路的等效雜訊頻寬能減少其對信號動態的反應時間。但增加追蹤迴路的等效雜訊頻寬同時會增加因雜訊所造成的追蹤誤差，故兩者之間必須做一折衷 (trade-off)。

3.1.5 載波與電碼數字控制振盪器

數字控制振盪器的基本構造如圖 3.10 所示。其功用是產生本地端參考信號的載波與電碼相位函數，以使 sin, cos 對照表與電碼產生器輸出適當的本地端參考信號。數字控制振盪器的運作方式與累加器是類似的，其輸出為控制輸入的累加結果，但溢位 (overflow) 的規則為循環式。假設用於儲存累加結果的暫存器大小為 n 位元，則當累加結果超過 2^n-1 時溢位的部份會被捨去。若控制輸入的數值有可能代表負數時，負數必須以二的補數 (2's compliment) 形式來表示，則當累加結果小於零時，會自動加上 $k2^n$ 使結果為正。因此所輸出的結果相當於

$$\text{NCOout} = \left[\sum \text{Control} \right] \bmod 2^n \quad (3.22)$$

此一介於 0 與 2^n-1 之間的輸出值即可用來表示 2^n 個平均分布於 0 與 2π 之間的相位值。

若數字控制振盪器的參考時脈頻率為 $f_{clk}(\text{Hz})$ 且控制輸入為 1，則輸出值在經過 $2^n/f_{clk}$ 秒後將重複其值。因此數字控制振盪器的輸出頻率是以 $f_{clk}/2^n$ Hz 為單位改變的，即頻率解析度為

$$f_{min} = \frac{f_{clk}}{2^n} \quad (3.23)$$

除了頻率解析度之外，電碼數字控制振盪器的時間與相位解析度也是設計時必需考慮的參數。電碼數字控制振盪器的時間解析度即其參考時脈的周期 $1/f_{clk}$ ，

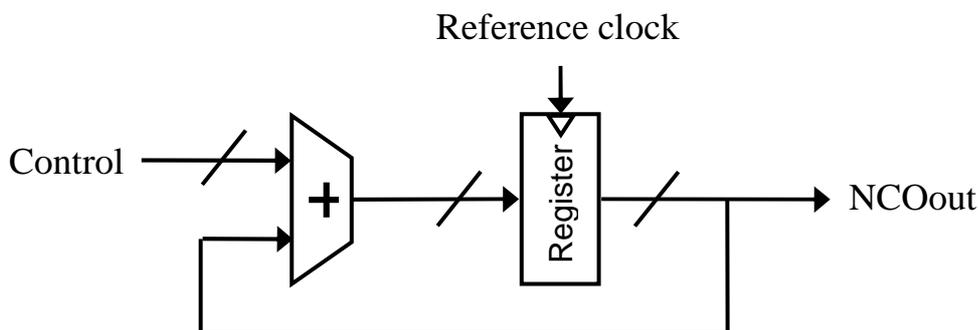


圖 3.10 數字控制振盪器構造

而 GPS C/A 電碼的電碼頻率為 $f_{CA}=1.023\text{MHz}$ 。因此電碼數字控制振盪器的相位解析度為

$$\theta_{min} = \frac{f_{CA}}{f_{clk}} = \frac{1.023 \times 10^6}{f_{clk}} \text{ (chip)} \quad (3.24)$$

若電碼數字控制振盪器的參考時脈頻率過低，則即使增加其所用的暫存器大小，也無法降低電碼相位的追蹤誤差。圖 3.11 所示為使用大小 m 位元與 n 位元暫存器的電碼數字控制振盪器個別的時間解析度，其中 $n > m$ 。由於兩者使用的參考時脈頻率相同，其輸出相位皆是以相同的頻率變化的，故兩者所產生的本地端參考電碼碼細片邊界具有相同的時間解析度。

圖 3.10 中所示的數字控制振盪器，其輸入為改變數字控制振盪器的輸出頻率，因此對鎖相迴路而言，其轉移函數為一次積分形式。圖 3.12 中的數字控制振盪器加入了相位控制輸入。當追蹤迴路使用相位控制輸入時，數字控制振盪器對鎖相迴路而言的轉移函數則為單純增益。由於輸出相位的改變可藉由改變輸出頻率來達成，且傳統鎖相迴路濾波器本身即包含積分器，除了追蹤迴路初始時的相位設定之外，數字控制振盪器一般皆使用控制頻率輸入。

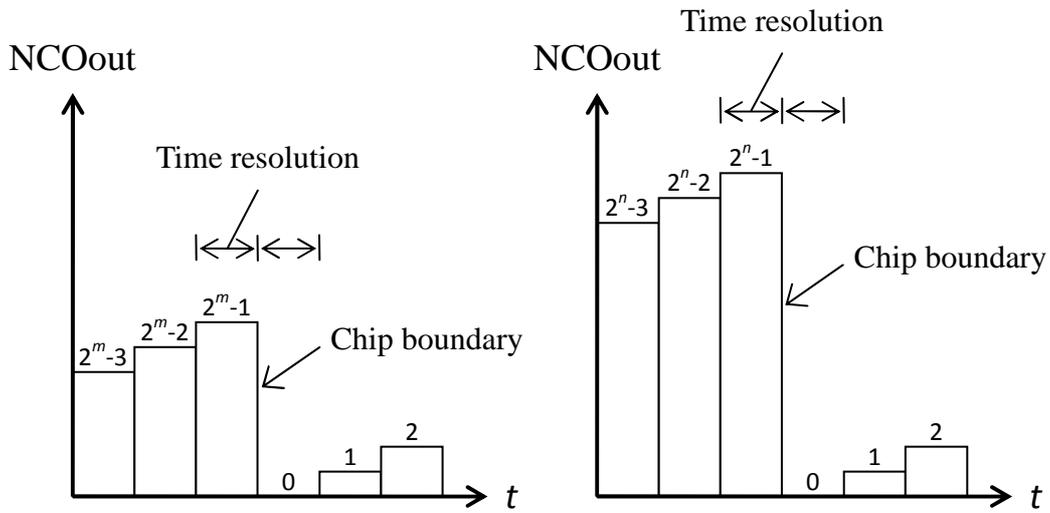


圖 3.11 電碼數字控制振盪器暫存器大小與時間解析度之關係

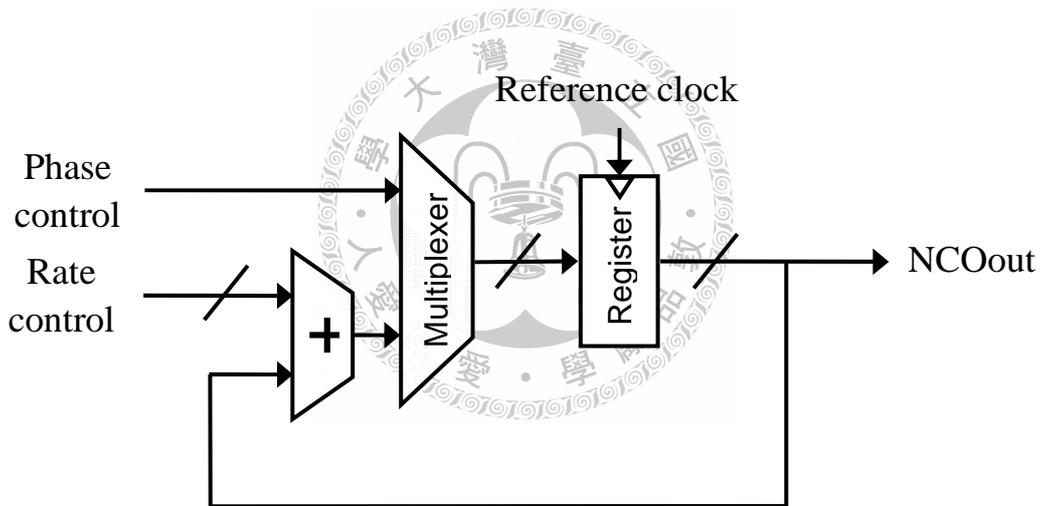


圖 3.12 具有相位控制輸入的數字控制振盪器構造

3.1.6 sin, cos 對照表與電碼產生器

sin, cos 對照表與電碼產生器的功能是将載波與電碼相位的時間函數轉換為載波與電碼的時間函數。由於 GPS 接收機中載波相位轉換為載波值所需的對照表較小，使用查表的方式進行轉換為常用的做法。電碼相位轉換為電碼則是使用電碼產生器較為簡易，缺點是只能進行連續遞增的電碼相位轉換。但除了追蹤迴路於

初始時的信號動態之外，電碼相位幾乎是平滑改變的，因此使用電碼產生器並不會造成太大的影響。

電碼產生器的主要構造為回授移位暫存器（feedback shift register），其運作可視為一莫爾有限狀態機（Moore finite state machine）。電碼產生器在各個狀態下所輸出的值即為所產生電碼中各碼細片的值，因此電碼產生器的參考時脈週期相當於所產生電碼的碼細片時間長度。藉由改變電碼數字控制振盪器的輸出頻率，電碼產生器的參考時脈週期即可增加或減少，而產生出不同相位與頻率的本地端參考電碼信號。

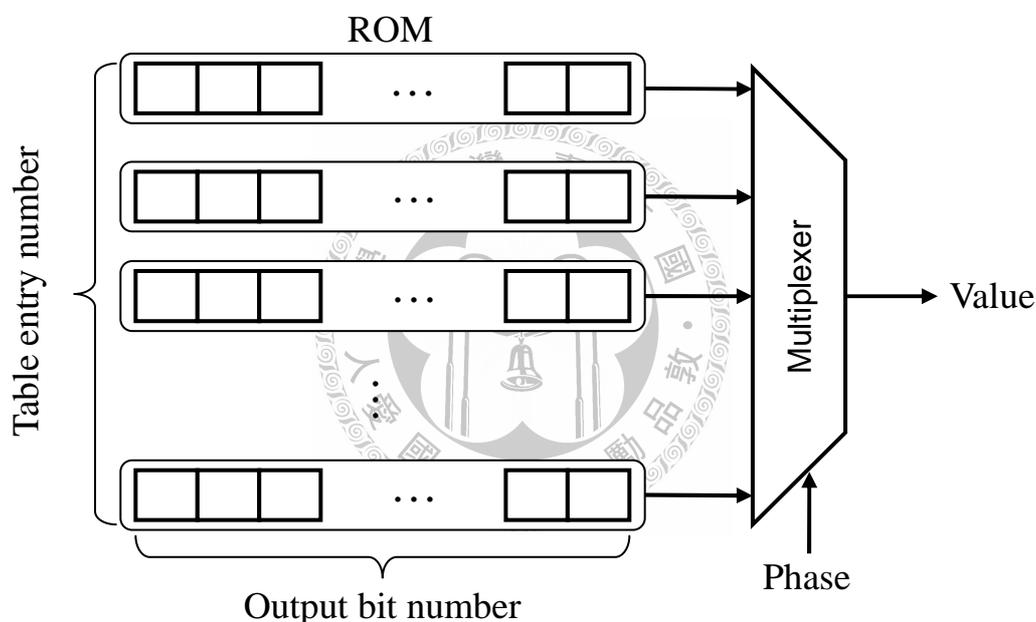


圖 3.13 sin, cos 對照表基本構造

圖 3.13 為 sin, cos 對照表的基本構造。sin, cos 對照表的主要設計參數為對照表相位解析度與對照表輸出位元數。對照表輸出位元數的多寡決定本地端參考信號載波的量化誤差（quantization error）大小。本地端參考信號載波的量化誤差會使公式(3.1)載波抹除的操作增加一誤差項，而降低輸出結果的訊雜比。因此本地端參考信號載波的量化誤差不宜過大。但由於 GPS 基頻訊號本身即具有量化誤差，當本地端參考信號載波的量化誤差小於某一數值後，其降低的訊雜比將可忽略不

計。圖 3.14 為以蒙地卡羅 (Monte Carlo) 法模擬使用不同位元數的本地端參考信號載波與 GPS 基頻訊號時，於解展頻後因量化誤差所增加的雜訊功率。由模擬結果可以發現當本地端參考信號載波所使用的位元數大於 1 時，所增加的雜訊功率主要是由 GPS 基頻訊號的量化誤差造成的，故 sin, cos 對照表的輸出位元數至少應以 2 位元以上為佳。

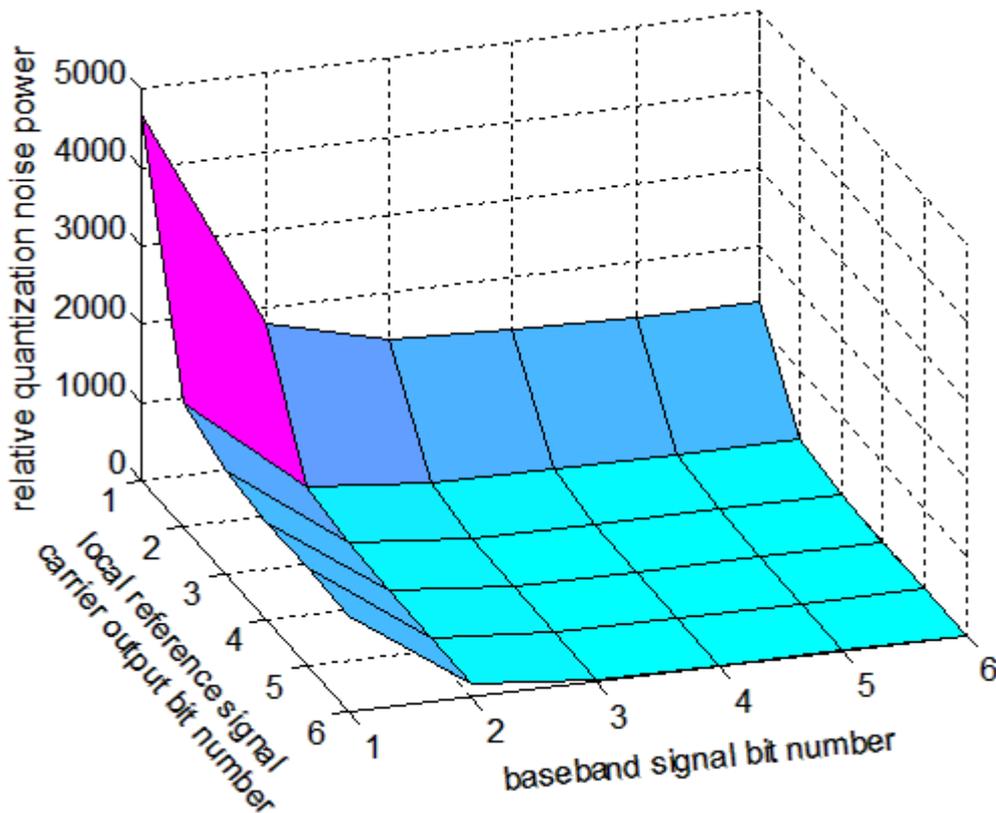


圖 3.14 使用不同位元數的本地端參考信號載波與 GPS 基頻訊號於解展頻後所增加的雜訊功率

對照表相位解析度的大小與對照表所儲存的條目多寡成正比。若對照表使用了 2^n 個條目來儲存介於 0 與 $\pi/2$ 之間的 sin 值，則其相位解析度為 $2\pi/2^{n+2}$ 弧度。一般情況下對照表的相位解析度越高，其輸入相位的量化誤差將越小，但須儲存更多的條目。由於追蹤迴路所使用的 sin, cos 對照表輸出位元數不多，可能的對照

表輸出值一般遠少於條目的個數，因此相位相鄰且輸出值相同的條目可共用同一位址的記憶體以減少硬體成本。

3.2 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路

3.2.1 延伸型卡爾曼濾波器簡介

延伸型卡爾曼濾波器的基本原理與卡爾曼濾波器相同。卡爾曼濾波器為一經由推導得到之最佳化隨機系統 (stochastic system) 狀態估計演算法，其適用之隨機系統為線性時變形式。卡爾曼濾波器可由連續時間或離散時間系統理論推導出適用於連續時間或離散時間系統的演算法。本論文中探討的追蹤迴路皆以數位方式來實現，因此是使用離散時間的卡爾曼濾波器。卡爾曼濾波器可藉由已知資訊或假設認定欲估計之隨機系統其系統公式為

$$\begin{aligned} x_k &= F_k x_{k-1} + v_k \\ z_k &= H_k x_k + w_k \end{aligned} \quad (3.25)$$

其中 k 為系統的離散時間， x 為大小 $n \times 1$ 的系統狀態向量， n 為系統狀態數目， F 為大小 $n \times n$ 的已知系統狀態轉化矩陣 (state transition matrix)， z 為大小 $m \times 1$ 的系統量測值向量， m 為量測值個數， H 為大小 $m \times n$ 的已知系統量測矩陣， v 為大小 $n \times 1$ 的系統狀態雜訊向量， w 為大小 $m \times 1$ 的系統量測雜訊向量。

卡爾曼濾波器演算法依據所認定之系統公式及其所獲得之系統量測值對隨機系統狀態進行最佳化估計，以最小化目標函數

$$J = E\{(x_k - \hat{x}_k)^T M (x_k - \hat{x}_k)\} \quad (3.26)$$

其中 T 表示轉置 (transpose), M 為任何對稱正定 (positive definite) 之矩陣。將 M 以單位矩陣 (identity matrix) 代入公式(3.26)可以得知卡爾曼濾波器能最小化隨機系統狀態的均方估計誤差。

除了隨機系統狀態及量測值關係的假設之外，卡爾曼濾波器演算法亦作以下假設

$$\begin{aligned} E\{v_k\} &= 0 \\ E\{v_i v_j^T\} &= Q_i \delta_{ij} \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} E\{w_k\} &= 0 \\ E\{w_i w_j^T\} &= R_i \delta_{ij} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$E\{v_i w_j^T\} = 0 \quad (3.29)$$

公式(3.27)與(3.28)分別限制系統狀態雜訊與系統量測雜訊必需為零平均值，時間上獨立分佈的隨機程序，公式(3.29)則限制系統狀態雜訊與系統量測雜訊必須為互相獨立的隨機程序。

卡爾曼濾波器演算法的好處之一是其為遞迴式 (iterative) 演算法。使用遞迴方式求解僅需使用固定大小與個數的變數來儲存隨機系統從初始時間到估計時間之間的資訊，並且可以避免計算複雜度隨時間增加的問題。卡爾曼濾波器的遞迴公式為

$$\hat{x}_k^- = F_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ \quad (3.30)$$

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (3.31)$$

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.32)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (3.33)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (3.34)$$

其中 I 為單位矩陣， \hat{x}_k^- 為依據 z_1, z_2, \dots, z_{k-1} 求得之 x_k 估計，稱為事前 (*a priori*) 估計， \hat{x}_k^+ 為依據 z_1, z_2, \dots, z_k 求得之 x_k 估計，稱為事後 (*a posteriori*) 估計， P_k^- 與 P_k^+ 則分別為事前與事後估計誤差的共變異數矩陣 (covariance matrix)， K 稱為卡爾曼增益，其值決定系統量測誤差與系統狀態事前估計調整量之間的比例關係。卡爾曼濾波器的初始條件可由時間 0 的事後估計與事後估計誤差共變異數矩陣或時間 1 的事前估計與事前估計誤差共變異數矩陣決定，即

$$\begin{aligned} \hat{x}_0^+ &= x_0 \\ P_0^+ &= E\{(x_0 - x_0)(x_0 - x_0)^T\} = P_0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

或

$$\begin{aligned} \hat{x}_1^- &= x_1 \\ P_1^- &= E\{(x_1 - x_1)(x_1 - x_1)^T\} = P_1 \end{aligned} \quad (3.36)$$

其中 x_0, P_0, x_1, P_1 為初始條件。理想上 x_0, x_1 須分別等於 $E\{x_0\}$ 與 $E\{x_1\}$ ， P_0, P_1 亦須分別等於其個別理論值，實際上初始條件誤差的影響一般在幾個輪迴後即可忽略。

延伸型卡爾曼濾波器將卡爾曼濾波器所適用之隨機系統形式擴大至非線性時變系統。其原理是對非線性系統做局部線性化以使系統適用於卡爾曼濾波器。延伸型卡爾曼濾波器所適用之系統數學描述形式為

$$\begin{aligned}x_k &= F_{k-1}(x_{k-1}) + v_{k-1} \\z_k &= H_k(x_k) + w_k\end{aligned}\quad (3.37)$$

其中

$$F_{k-1}(x_{k-1}) = \begin{bmatrix} x_{k1}(x_{k-1}) \\ x_{k2}(x_{k-1}) \\ \vdots \\ x_{kn}(x_{k-1}) \end{bmatrix}\quad (3.38)$$

$$H_k(x_k) = \begin{bmatrix} z_{k1}(x_k) \\ z_{k2}(x_k) \\ \vdots \\ z_{km}(x_k) \end{bmatrix}\quad (3.39)$$

為系統轉化函數向量與系統量測函數向量。

延伸型卡爾曼濾波器假設其對隨機系統狀態的估計誤差不大，故其可由隨機系統狀態估計值推算出隨機系統在各時間點的線性近似。而隨機系統狀態的估計誤差即可依據此線性化系統由卡爾曼濾波器估計。所得到的估計誤差估計則用來更新隨機系統狀態的估計，而增進下一輪迴的線性近似準確度。其遞迴公式為

$$F = \left. \frac{\partial F_{k-1}(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}} \approx \left. \frac{\partial F_{k-1}(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}^+}\quad (3.40)$$

$$\hat{x}_k = F_{k-1}(\hat{x}_{k-1}) \quad (3.41)$$

$$\tilde{x}_k^- = F\tilde{x}_{k-1}^+ \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= \hat{x}_k + \tilde{x}_k^- \\ &\approx F_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+) \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} H &= \left. \frac{\partial H_k(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \\ &\approx \left. \frac{\partial H_k(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k^-} \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$P_k^- = FP_{k-1}^+F^T + Q_{k-1} \quad (3.45)$$

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R_k)^{-1} \quad (3.46)$$

$$\tilde{x}_k^+ = \tilde{x}_k^- + K_k(z_k - H_k(\hat{x}_k) - H\tilde{x}_k^-) \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^+ &= \hat{x}_k + \tilde{x}_k^+ \\ &= \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k(\hat{x}_k) - H\tilde{x}_k^-) \\ &\approx \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H_k(\hat{x}_k^-)) \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$P_k^+ = (I - K_k H)P_k^- (I - K_k H)^T + K_k R_k K_k^T \quad (3.49)$$

其中

$$\frac{\partial F_{k-1}(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{k1}}{\partial x_1} & \frac{\partial x_{k1}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial x_{k1}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial x_{k2}}{\partial x_1} & \frac{\partial x_{k2}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial x_{k2}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial x_{kn}}{\partial x_1} & \frac{\partial x_{kn}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial x_{kn}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial H_k(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_{k1}}{\partial x_1} & \frac{\partial z_{k1}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial z_{k1}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial z_{k2}}{\partial x_1} & \frac{\partial z_{k2}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial z_{k2}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial z_{km}}{\partial x_1} & \frac{\partial z_{km}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial z_{km}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

分別為 F_{k-1} 與 H_k 對 x 的微分， \hat{x}_k^- 與 \hat{x}_k^+ 分別為時間 k 的事前與事後隨機系統狀態的估計誤差估計。公式(3.42)，(3.45)，(3.46)，(3.47)，(3.49)為隨機系統狀態估計誤差的卡爾曼濾波器遞迴公式。公式(3.40)，(3.41)，(3.44)為隨機系統的局部線性化遞迴公式。公式(3.43)，(3.48)則以隨機系統狀態的估計誤差估計更新隨機系統狀態的估計。一般情況下我們僅需得到隨機系統狀態的估計，因此公式(3.42)，(3.47)可以省略，並以近似法計算公式(3.48)。另外為了增加系統線性近似的準確度與減少所需的變數，用於隨機系統局部線性化遞迴公式的系統狀態估計 \hat{x}_k 亦須以估計誤差估計更新之，故公式(3.41)亦可省略，並以近似法計算公式(3.40)與(3.44)。

延伸型卡爾曼濾波器的初始條件為

$$\begin{aligned} \hat{x}_0 &= x_0 \\ \hat{x}_0^+ &= xe_0 \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$P_0^+ = E\{(x_0 - x_0 - xe_0)(x_0 - x_0 - xe_0)^T\} = P_0$$

其中 x_0, x_{e0}, P_0 為所設的初始條件。簡化後的遞迴公式其初始條件則與卡爾曼濾波器相同，為公式(3.35)。

3.2.2 追蹤迴路演算法

載波與電碼追蹤迴路必須追蹤基頻訊號中的殘餘載波相位與電碼相位。傳統追蹤迴路藉由鑑別器所提供的追蹤誤差估計來調整本地端參考信號，因此其對本地端參考信號的信號參數估計是以誤差模式運作的。相較之下延伸型卡爾曼濾波器能提供更具有彈性的參數估計方式，且正確使用時其參數估計具有最小均方誤差。如 3.2.1 小節所述，使用延伸型卡爾曼濾波器時須提供其所欲估計之隨機系統其系統公式。若我們希望延伸型卡爾曼濾波器的隨機系統狀態估計即為對基頻訊號中殘餘載波相位與電碼相位的估計，則隨機系統的系統轉化公式必須正確描述殘餘載波相位與電碼相位的變化。由 2.2.2 小節我們得知殘餘載波調變的信號動態至少為 $\alpha \neq 0$ ，而電碼調變的信號動態至少為 $f \neq 0$ 。因此延伸型卡爾曼濾波器所使用的系統狀態轉化公式可為

$$\begin{bmatrix} \tau_k \\ \dot{\tau}_k \\ \theta_k \\ f_k \\ \alpha_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2\pi T & \pi T^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{k-1} \\ \dot{\tau}_{k-1} \\ \theta_{k-1} \\ f_{k-1} \\ \alpha_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{k-1,1} \\ v_{k-1,2} \\ v_{k-1,3} \\ v_{k-1,4} \\ v_{k-1,5} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

其中 $\tau, \dot{\tau}, \theta, f, \alpha$ 分別為電碼相位 (chip)，電碼頻率 (chip/s)，殘餘載波相位 (radian)，殘餘載波頻率 (Hz)，殘餘載波頻率的變化速率 (Hz/s)， $v_{k,i}$ 為系統狀態雜訊， T 則為對信號參數量測的周期。

由於都普勒效應與頻率振盪器誤差所造成的載波頻率位移與電碼頻率偏移兩者之間具有固定比例關係，殘餘載波頻率與電碼頻率之間的關係可表示為

$$\dot{\tau}_k = f_{CA} + \frac{f_{CA}}{f_{L1}} f_k \quad (3.54)$$

其中 $f_{L1}=1575.42\text{MHz}$ 為 GPS L1 頻帶的載波頻率。此外由於 GPS C/A 電碼的週期為 1023 碼細片，電碼相位可僅保留其除以 1023 之餘數，故當 T 為 GPS C/A 電碼週期的整數倍時，公式(3.54)可代入公式(3.53)而得到

$$\begin{bmatrix} \tau_k \\ \theta_k \\ f_k \\ \alpha_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{f_{CA}}{f_{L1}} T & 0 \\ 0 & 1 & 2\pi T & \pi T^2 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{k-1} \\ \theta_{k-1} \\ f_{k-1} \\ \alpha_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{k-1,1} \\ v_{k-1,2} \\ v_{k-1,3} \\ v_{k-1,4} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

搭配公式(3.55)的系統量測公式則與追蹤迴路的架構有關。為了降低改良追蹤迴路的成本，本論文中以延伸型卡爾曼濾波器改良的追蹤迴路其架構基於傳統追蹤迴路，如圖 3.15 所示。在此架構中，鑑別器的輸出為系統量測，而延伸型卡爾曼濾波器的隨機系統狀態事前估計則用來控制載波與電碼數字控制振盪器以產生相應的本地端參考信號。由於鑑別器的輸出為參數誤差估計，系統量測公式是非線性時變的，即

$$\begin{bmatrix} V_{out_{\tau k}} \\ V_{out_{\theta k}} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\tau k}(\tau) \\ S_{\theta k}(\theta) \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{\tau k} \\ w_{\theta k} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

其中 $V_{out_{\tau}}$ 與 $V_{out_{\theta}}$ 分別為電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器的輸出， $w_{\tau k}$ 與 $w_{\theta k}$ 分別為電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器輸出中的雜訊成分， $S_{\tau k}$ 與 $S_{\theta k}$ 則分別為以本地端參考信號的電碼相位與載波相位為中心的電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器輸出函數 (s 曲線)。故

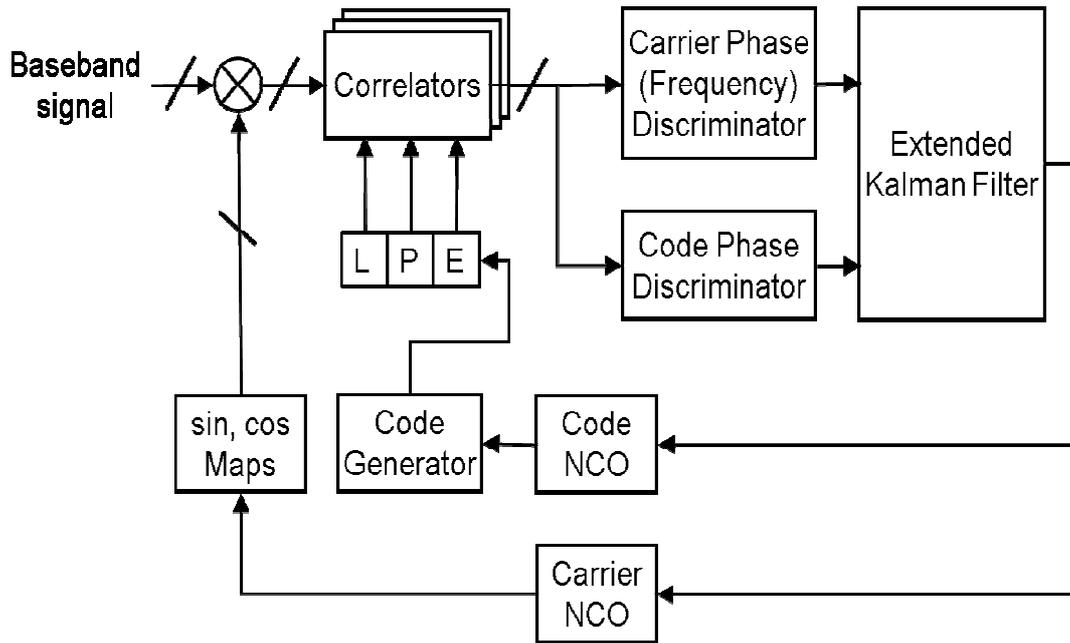


圖 3.15 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路架構

$$\left. \frac{\partial S_{\tau k}(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\hat{\tau}_k^-} = k_{d\tau} \tag{3.57}$$

$$\left. \frac{\partial S_{\theta k}(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}_k^-} = k_{d\theta}$$

$$\begin{aligned} S_{\tau k}(\hat{\tau}_k^-) &= 0 \\ S_{\theta k}(\hat{\theta}_k^-) &= 0 \end{aligned} \tag{3.58}$$

其中 $k_{d\tau}$ 與 $k_{d\theta}$ 分別為電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器的鑑別器增益。此外公式(3.56)中系統量測向量的大小為追蹤迴路所使用的鑑別器個數，一般包括電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器。

表 3.8 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路之追蹤演算法

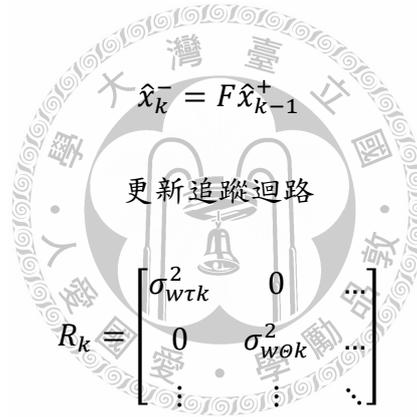
初始條件：

$$\hat{x}_0^+ = \begin{bmatrix} \tau 0 \\ \theta 0 \\ f 0 \\ \alpha 0 \end{bmatrix}$$

$$P_0^+ = P_0$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{f_{CA}}{f_{L1}} T & 0 \\ 0 & 1 & 2\pi T & \pi T^2 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

遞迴公式 ($k \geq 1$):



$$\hat{x}_k^- = F \hat{x}_{k-1}^+$$

$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_{w\tau k}^2 & 0 & \dots \\ 0 & \sigma_{w\theta k}^2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} k_{d\tau k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{d\theta k} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$P_k^- = F P_{k-1}^+ F^T + Q_{k-1}$$

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \begin{bmatrix} V_{out\tau k} \\ V_{out\theta k} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$P_k^+ = (I - K_k H) P_k^- (I - K_k H)^T + K_k R K_k^T$$

$$k \leftarrow k + 1$$

表 3.8 所列為延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路其追蹤演算法公式。其中系統狀態的初始估計是由捕獲程序所提供的。系統狀態的初始估計誤差共變異數矩陣與各時間的系統狀態雜訊共變異數矩陣其值則與諸多假設條件有關，而須加以設計。各時間的系統量測矩陣與系統量測雜訊的共變異數矩陣值則可由所追蹤信號的信號強度與追蹤迴路的解展頻時間推得。追蹤迴路的更新方式可分為直接與間接。3.1.6 小節說明了電碼產生器所產生的電碼其相位是連續增加的，故電碼相位須藉由調整電碼頻率來更新。即

$$V'_{out\tau k} = \frac{\hat{t}_k^- - \hat{t}_{k-1}^-}{k_{atk}} \quad (3.59)$$

其中 $V'_{out\tau}$ 為電碼數字控制振盪器的頻率控制輸入值， k_{at} 為電碼追蹤迴路對電碼相位的調整增益。殘餘載波相位與頻率的更新則可藉由載波數字控制振盪器的相位控制與頻率控制直接完成。

3.2.3 演算法等效架構

當系統狀態雜訊的共變異數矩陣，系統量測矩陣，系統量測雜訊的共變異數矩陣皆為固定值時，延伸型卡爾曼濾波器中的系統狀態估計誤差共變異數矩陣與卡爾曼增益將收斂至固定值。此時演算法遞迴公式中計算系統狀態估計誤差共變異數矩陣與卡爾曼增益的部分可以省略，故演算法遞迴公式簡化為

$$(1) \hat{x}_k^- = F\hat{x}_{k-1}^+$$

(2) 更新追蹤迴路

$$(3) \hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \begin{bmatrix} V_{out\tau k} \\ V_{out\theta k} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$(4) k \leftarrow k + 1$$

假設追蹤迴路僅使用電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器，且

$$K_k = \begin{bmatrix} K11 & K12 \\ K21 & K22 \\ K31 & K32 \\ K41 & K42 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

則圖 3.15 中延伸型卡爾曼濾波器的等效架構如圖 3.16 所示。其中 V'_{out_θ} 與 V'_{out_f} 分別為載波數字控制振盪器的相位控制輸入與頻率控制輸入。

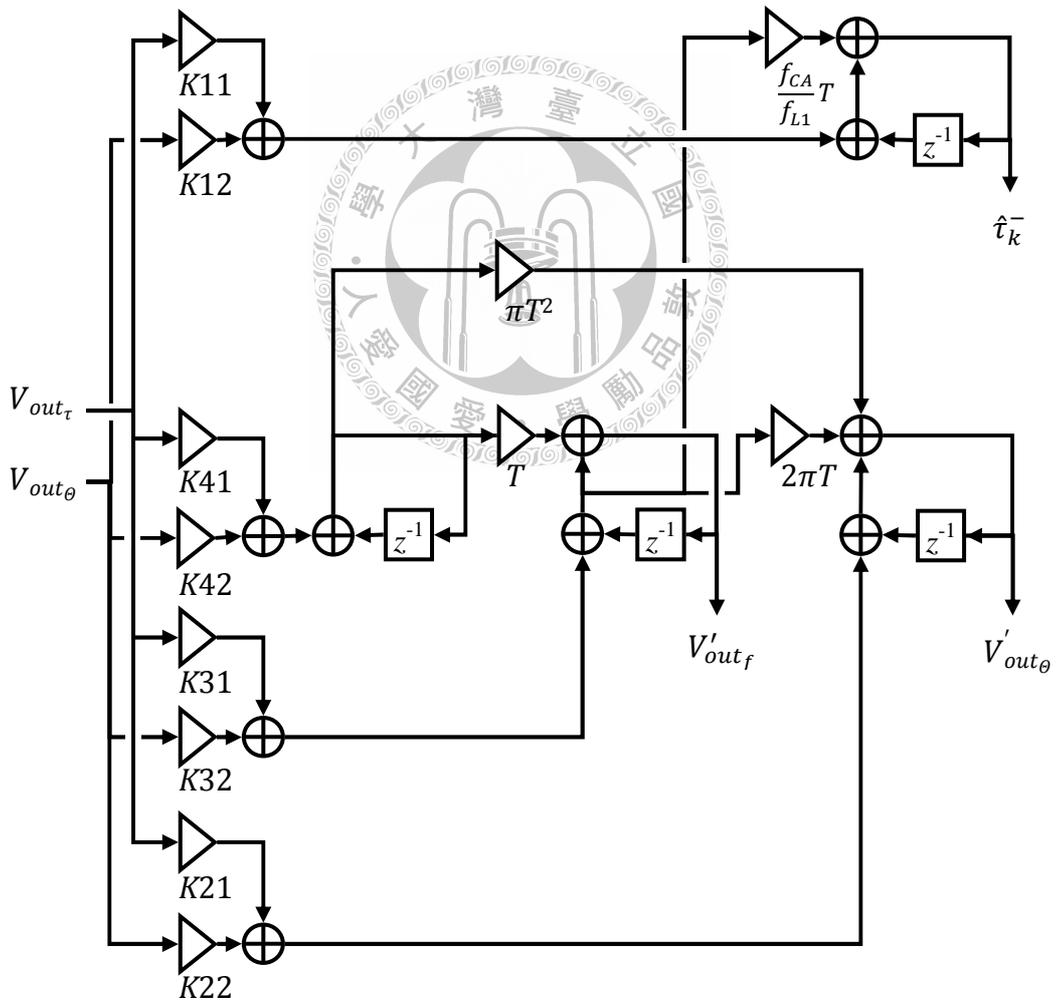


圖 3.16 延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法之等效架構

由等效架構圖我們可以發現相較於傳統追蹤迴路，延伸型卡爾曼濾波器對信號參數的估計並非根據單一鑑別器而是各個鑑別器得到的，且其電碼追蹤迴路為一階電碼相位追蹤迴路，並以載波追蹤迴路輔助之，而載波追蹤迴路則使用三階鎖相迴路。

3.3 信號強度估計與脫鎖偵測

追蹤迴路的正常運作除了需要圖 3.3 中所示的各個元件之外，尚須信號強度估計器與脫鎖偵測器的輔助。信號強度估計器提供所追蹤信號的信號功率與熱雜訊頻譜密度的比值估計，使追蹤迴路能依據所追蹤信號的信號強度調整追蹤演算法。脫鎖偵測器則提供追蹤程序與捕獲程序追蹤迴路對該信號的追蹤成功與否，以決定是否停止追蹤並再次嘗試捕獲。圖 3.17 為信號強度估計器之架構，其輸入為 IP ， QP ， IN 。其中 IP 與 QP 為相關器輸出， IN 則為基頻訊號中的同相成分積分結果。假設基頻訊號為

$$r(nt_s) = \left(\sum_i A_i(nt_s) D_i(nt_s) c_i(nt_s) \exp(j\theta_i(nt_s)) \right) + n_c(nt_s) \quad (3.61)$$

其中 i 為區分不同衛星基頻訊號的引數， A ， D ， c ， θ 分別為各衛星基頻訊號的振幅，導航資訊位元，電碼，以及殘餘載波相位， n_c 為基頻訊號中的雜訊成分，其功率為 σ_n^2 。由公式(3.5)與(3.6)可得到當基頻訊號的振幅於積分時間內的變化，電碼相位追蹤誤差，以及衛星訊號之間的交互相關 (cross correlation) 皆不大時

$$IP_k = \text{real} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r(nt_s) \hat{c}_p(nt_s) \exp(-j\hat{\theta}(nt_s)) \right) \approx \text{real} \left(\sum_n A_k D_k \exp(j\theta_e(nt_s)) + n_c(nt_s) \hat{c}_p(nt_s) \exp(-j\hat{\theta}(nt_s)) \right) \quad (3.62)$$

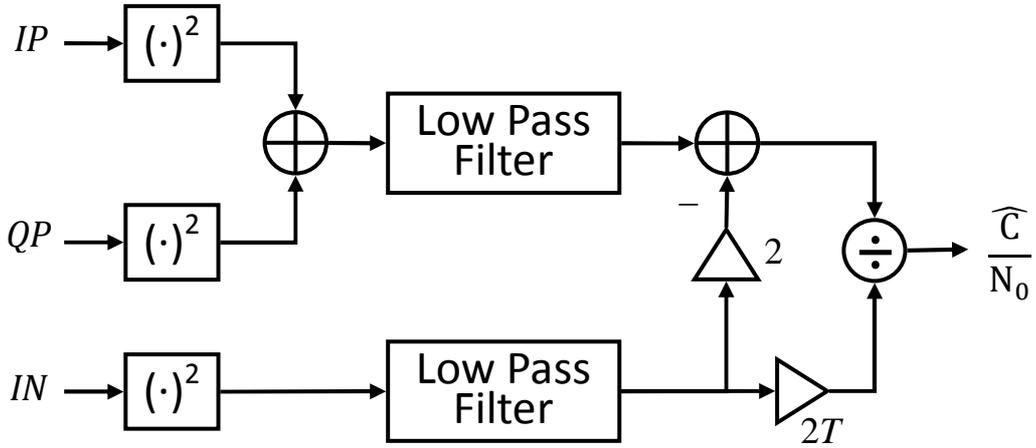


圖 3.17 信號強度估計器之架構

$$\begin{aligned}
 QP_k &= \text{imag} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r(nt_s) \hat{c}_p(nt_s) \exp(-j\hat{\theta}(nt_s)) \right) \approx \\
 &\text{imag} \left(\sum_n A_k D_k \exp(j\theta_e(nt_s)) + n'_c(nt_s) \hat{c}_p(nt_s) \exp(-j\hat{\theta}(nt_s)) \right)
 \end{aligned} \tag{3.63}$$

其中 A_k 與 D_k 為所追蹤衛星的基頻訊號於第 k 次積分時間內的平均振幅與導航資訊位元。故

$$\begin{aligned}
 IP_k^2 + QP_k^2 &\approx \\
 N^2 A_k^2 + |n'_c|^2 + 2\text{real} \left(n'_c \sum_n A_k D_k \exp(j\theta_e(nt_s)) \right)
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

其中 n'_c 為公式(3.62)與(3.63)中的雜訊項。而

$$IN_k^2 = \text{real} \left(\sum_{n=kN+1}^{(k+1)N} r(nt_s) \right)^2 \approx \text{real} \left(\sum_n n_c(nt_s) \right)^2 \quad (3.65)$$

當公式(3.64)所得到的計算結果經過低通濾波器後，等式右邊的最後一項會被消去，且等式右邊的第二項約等於 $N\sigma_n^2$ 。而公式(3.65)所得到的計算結果經過低通濾波器後約等於 $N\sigma_n^2/2$ 。因此信號功率與熱雜訊頻譜密度的比值（ C/N_0 ）估計為

$$\left(\frac{C}{N_0} \right)_k = \frac{2\hat{A}_k^2}{2t_s\hat{\sigma}_n^2} = \frac{V_{QPIP} - 2V_{IN}}{2TV_{IN}} \quad (\text{Hz}) \quad (3.66)$$

其中 T 為積分時間， V_{QPIP} 與 V_{IN} 分別為 $IP_k^2 + QP_k^2$ 與 IN_k^2 再經過低通濾波器之結果。

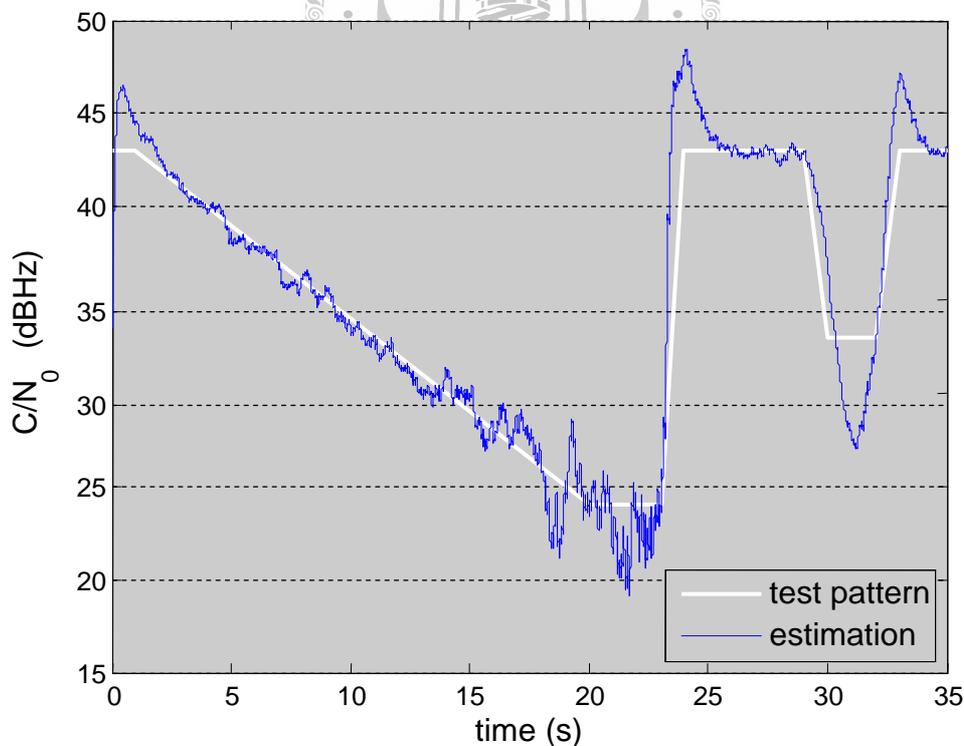


圖 3.18 信號強度估計器測試結果

圖 3.18 為以電腦模擬測試所設計的信號強度估計器所得之結果。模擬中估計器使用 1 毫秒積分時間的相關器與積分器輸出，並使用 -20dB 頻寬為 1Hz 的二階巴特沃斯 (Butterworth) 低通濾波器。為了抵消濾波器的群延遲 (group delay) 效應，圖 3.18 中所示之估計值為公式(3.66)之結果加上一群延遲補償，即

$$\left(\frac{\widehat{C}}{N_0}\right)'_k = \left(\frac{\widehat{C}}{N_0}\right)_k + N_g \left[\left(\frac{\widehat{C}}{N_0}\right)_k - \left(\frac{\widehat{C}}{N_0}\right)_{k-1} \right] \quad (3.67)$$

其中 N_g 為濾波器的群延遲樣本數。測試結果顯示所設計的信號強度估計器其估計範圍約為 $C/N_0 > 25\text{dBHz}$ 。當估計器使用的相關器與積分器輸出其積分時間大於 1 毫秒時，所能估計的 C/N_0 值可低於 25dBHz，但對信號強度變化的反應速度亦會變慢。

圖 3.19 為適用於柯斯塔型載波追蹤迴路的脫鎖偵測器架構，其輸入為 QP 與公式(3.67)所得之信號強度估計。當載波追蹤迴路因雜訊或信號動態所造成的殘餘載波相位追蹤誤差過大時，載波相位鑑別器會無法正確估計追蹤誤差而使誤差持續增加，並導致週期滑脫 (cycle slip)。柯斯塔型載波追蹤迴路於鎖定時的相位追蹤誤差為 0° 或 180° ，並以 $\pm 90^\circ$ 作為兩鎖定點收斂範圍之分界。因此當追蹤誤差接近 $\pm 90^\circ$ 時，發生週期滑脫的機會將大幅增加。假設

$$\theta_e(t) = \theta_k + 2\pi(t - kNt_s)f_{ek} + \pi(t - kNt_s)^2\alpha_{ek} \quad (3.68)$$

則當 $Nt_s\alpha_{ek} \ll f_{ek}$ ， $Nt_sf_{ek} \ll 1$ 時，由公式(3.63)可得到

$$\begin{aligned} QP_k &\approx A_k D_k \sin(\theta_k + \pi(N+1)t_s f_{ek}) \frac{\sin(\pi N t_s f_{ek})}{\sin(\pi t_s f_{ek})} + n_{ik} \\ &\approx N A_k D_k \sin\left(\theta_e\left(\left(k + \frac{1}{2}\right)Nt_s\right)\right) + n_{ik} \end{aligned} \quad (3.69)$$

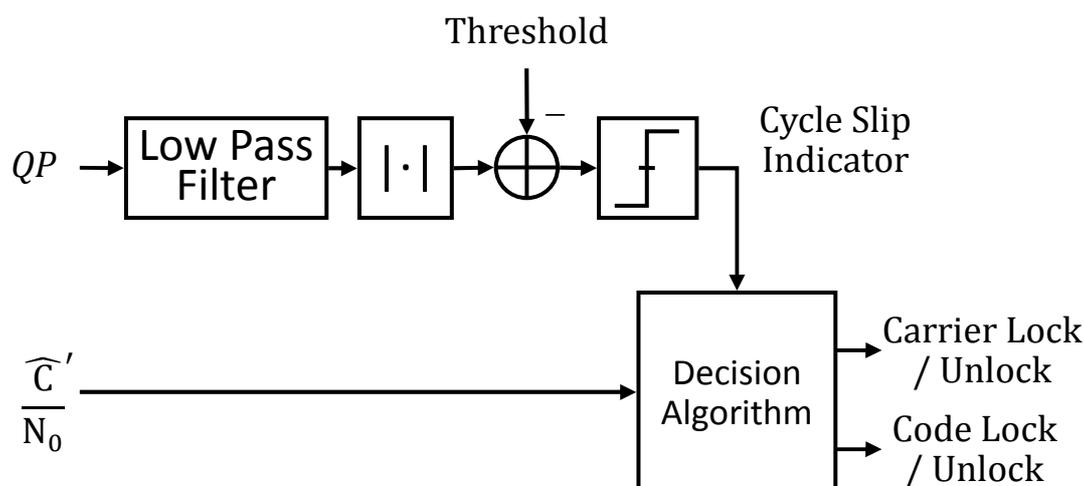


圖 3.19 適用於柯斯塔型載波追蹤迴路的脫鎖偵測器架構

其中 n_i 為雜訊項。故 QP_k 經過適當雜訊濾除後其值可作為載波相位追蹤誤差的估計。若 θ_{thd} 為未發生週期滑脫時載波相位的追蹤誤差上限，則週期滑脫指標所依據的臨界值 (threshold) 為 $N\hat{A}_k \sin\theta_{thd}$ 。其中 \hat{A}_k 為所追蹤信號的振幅估計。圖 3.20 為以電腦模擬測試脫鎖偵測器之週期滑脫指標所得之結果。模擬中偵測器使用 1 毫秒積分時間的相關器輸出，並使用 -20dB 頻寬為 25Hz 的四階巴特沃斯低通濾波器，臨界值 θ_{thd} 為 50° 。測試結果顯示週期滑脫指標能成功偵測週期滑脫的發生，但亦有誤判的可能。

載波追蹤迴路脫鎖判斷演算法依據週期滑脫在時間上發生的密集度判斷載波追蹤迴路脫鎖與否。當載波追蹤迴路脫鎖時，接收機須嘗試重新捕獲所追蹤衛星的殘餘載波，並暫停導航資訊擷取程序。若電碼追蹤迴路亦脫鎖時，接收機可由衛星星曆判斷衛星是否仍位於天線接收仰角範圍內，並決定是否嘗試重新捕獲該衛星。電碼追蹤迴路脫鎖判斷演算法可依據公式(3.67)所得之信號強度估計判斷電碼追蹤迴路是否脫鎖。當電碼追蹤迴路脫鎖時，公式(3.62)與(3.63)中的近似假設將不成立，並使信號強度估計的變異數增加。因此當信號強度估計器輸出的變異數並未隨信號強度估計器所使用的相關器與積分器之積分時間增加而減少時，脫鎖偵測器可判斷電碼追蹤迴路已脫鎖。

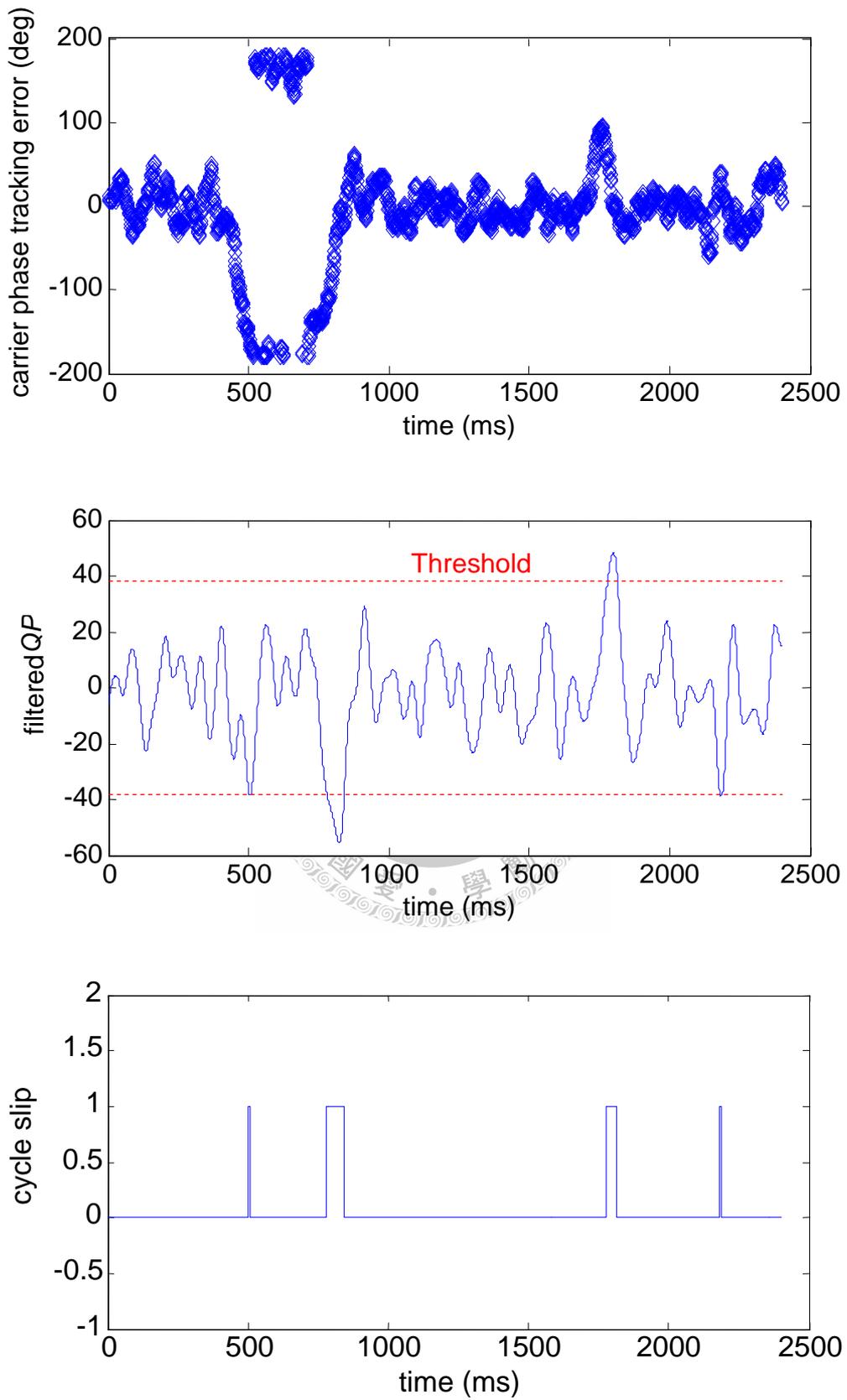


圖 3.20 脫鎖偵測器之週期滑脫指標測試結果

第四章

追蹤迴路架構設計

為了使追蹤迴路在各種信號強度下皆能發揮最佳的效能，本章將對追蹤迴路的架構進行設計。傳統追蹤迴路的架構設計項目包括：所使用的追蹤迴路個數，追蹤迴路階數，追蹤迴路使用的鑑別器種類，以及追蹤迴路的等效雜訊頻寬。延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的架構設計項目包括：追蹤迴路使用的鑑別器種類，系統狀態雜訊的共變異數矩陣，以及系統狀態初始估計誤差的共變異數矩陣。以下將對這些項目進行設計。

4.1 傳統追蹤迴路設計

4.1.1 追蹤迴路個數

在傳統追蹤迴路的架構中，單一通道所需的追蹤迴路個數與所追蹤信號的信號參數特性有關。為了避免同調積分展頻增益的損失，追蹤迴路至少必須追蹤電碼相位與殘餘載波相位。但由信號動態所造成的電碼與載波相位追蹤誤差往往大於一般電碼相位鑑別器與載波相位鑑別器的近似範圍。當電碼相位追蹤誤差超過 1.5 倍碼細片時，鑑別器的輸出平均值將約為零，故電碼相位追蹤誤差必須嚴格小於 1.5 倍碼細片。而一般載波相位鑑別器的輸出函數則不具有此缺點，故當載波相位追蹤誤差大於載波相位鑑別器的近似範圍時，追蹤迴路仍有機會逐漸將載波相位追蹤誤差減少。由表 3.7 可得知一階以上的追蹤迴路能追蹤斜坡型的參數變化，但當相位追蹤誤差超過相位鑑別器的近似範圍時，鑑別器的非線性輸出將使追蹤迴路的特性改變。非線性一階追蹤迴路僅能追蹤有限大小的斜坡型參數變化，非線性二階以上追蹤迴路則仍可追蹤所有斜坡型參數變化，但迴路達到穩態的時間將與參數變化的大小有關。圖 4.1 為等效雜訊頻寬 20Hz 的二階載波相位追

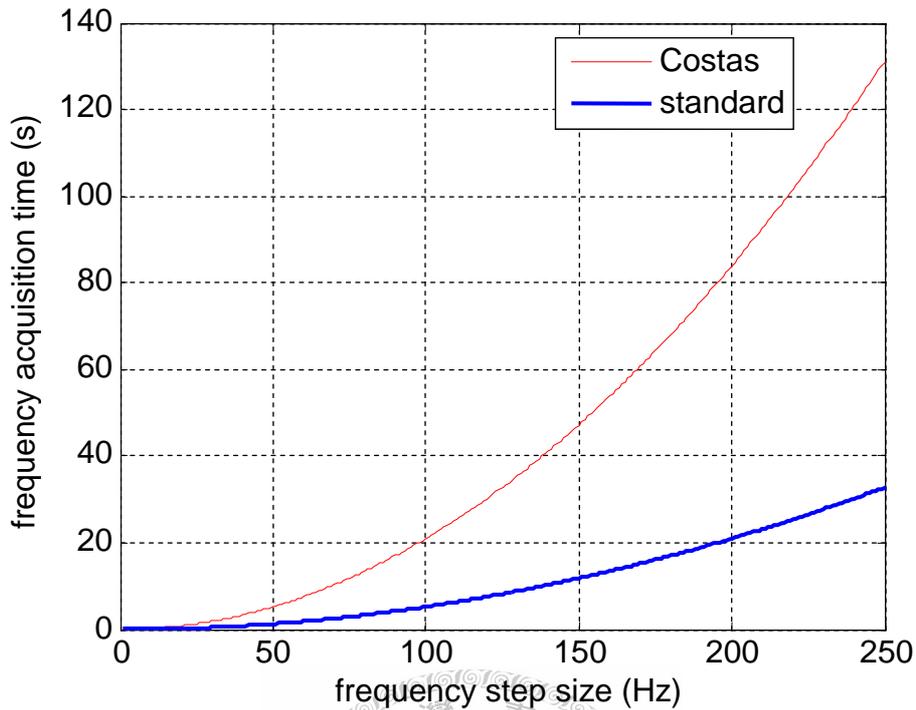


圖 4.1 二階載波相位追蹤迴路的頻率捕獲時間

蹤迴路對不同殘餘載波頻率的捕獲時間。在雜訊的影響下，此頻寬所得之結果可代表載波相位追蹤迴路對殘餘載波頻率的補獲時間下限。由結果我們可以發現，載波相位追蹤迴路雖然能追蹤殘餘載波頻率，但其需要相當長的時間才能達到穩態。因此為了減少殘餘載波頻率的捕獲時間，除了電碼相位與殘餘載波相位之外，殘餘載波頻率亦需使用額外的追蹤迴路。

如 3.1.2 小節所提及的，一般載波頻率鑑別器的近似範圍約略大於或等於解展頻時所容許的頻率誤差範圍，因此殘餘載波頻率追蹤誤差亦需嚴格小於載波頻率鑑別器的近似範圍。基於這項條件，載波頻率追蹤迴路僅需較短的時間即可捕獲殘餘載波頻率變化速率，故殘餘載波頻率變化速率無須使用額外的追蹤迴路。

根據以上的討論可以得到，傳統追蹤迴路的架構須使用個別的追蹤迴路追蹤電碼相位，殘餘載波相位，以及殘餘載波頻率。

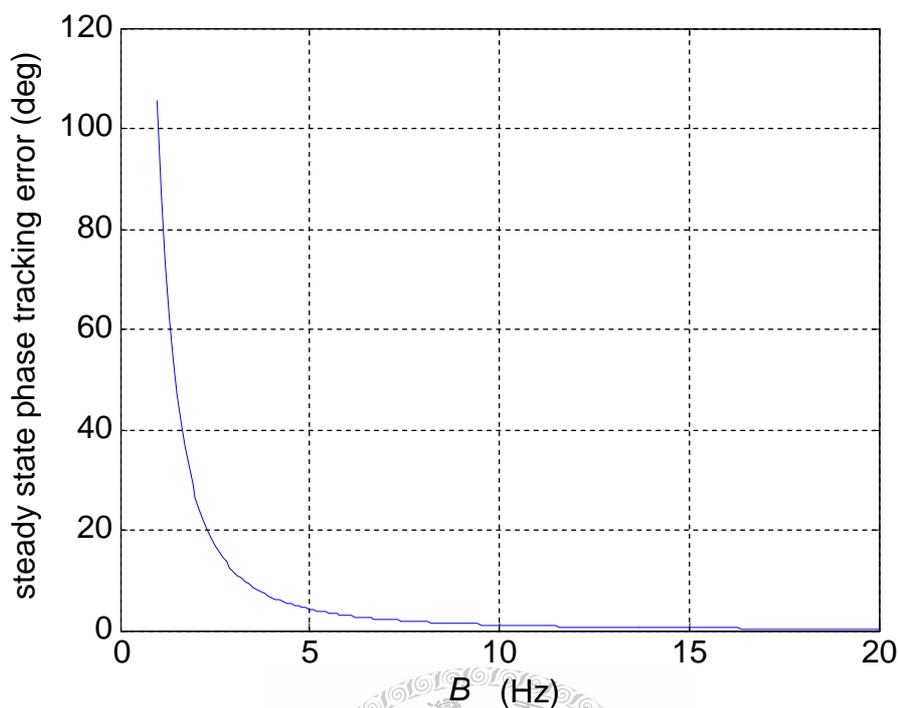


圖 4.2 殘餘載波頻率變化速率為 1Hz/s 時二階載波相位追蹤迴路的穩態相

位追蹤誤差

4.1.2 追蹤迴路階數

追蹤迴路階數的選擇與追蹤迴路所追蹤的信號參數的動態程度有關。由 2.2.2 小節我們得知殘餘載波調變的信號動態至少為 $\alpha \neq 0$ ，而電碼調變的信號動態至少為 $f \neq 0$ 。因此電碼相位追蹤迴路至少應為一階，載波相位追蹤迴路至少應為二階，而載波頻率追蹤迴路至少應為一階。使用階數低的追蹤迴路能減少計算複雜度與設計追蹤迴路時的困難度，但其達到穩態時會因信號動態而具有一不為零的追蹤誤差，稱為穩態追蹤誤差 (steady state tracking error)。由公式(3.19)可求得不同等效雜訊頻寬的二階載波相位追蹤迴路因 GPS 衛星動態所造成的最大穩態相位追蹤誤差，如圖 4.2 所示。由結果可以發現當載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬小於 5Hz 時，其穩態相位追蹤誤差將快速增加並超過載波相位鑑別器的線性近似範圍。為了減少追蹤迴路因雜訊所造成的追蹤誤差，當所追蹤信號的信號強度降低

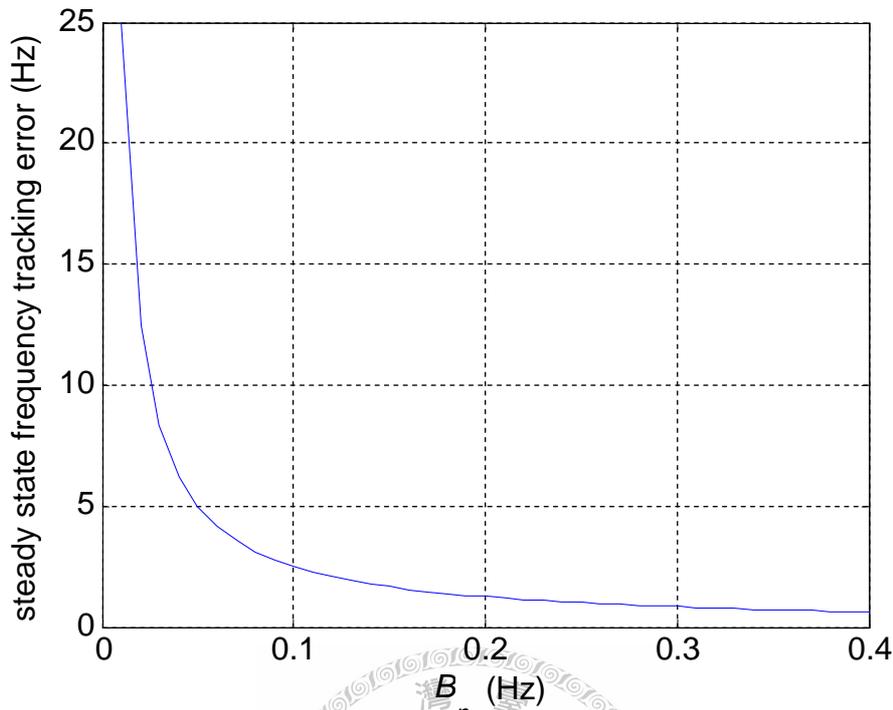


圖 4.3 殘餘載波頻率變化速率為 1Hz/s 時一階載波頻率追蹤迴路的穩態頻率追蹤誤差

時，載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬可能必須小於 5Hz 。因此為了確保載波相位追蹤誤差小於載波相位鑑別器的近似範圍，載波相位追蹤迴路的階數須為三階。

決定載波頻率追蹤迴路的階數時亦須考慮其因信號動態所造成的穩態追蹤誤差。圖 4.3 為不同等效雜訊頻寬的一階載波頻率追蹤迴路因 GPS 衛星動態所造成的最大穩態頻率追蹤誤差。相較於載波相位追蹤迴路，載波頻率追蹤迴路的等效雜訊頻寬須小於 0.1Hz 其穩態追蹤誤差才會快速增加。但為了使載波頻率追蹤迴路能有效減少載波相位追蹤迴路的頻率捕獲時間，載波頻率追蹤迴路的穩態頻率追蹤誤差須小於載波相位追蹤迴路的最大鎖入 (lock-in) 頻率。圖 4.4 為經由模擬求得不同等效雜訊頻寬的三階載波相位追蹤迴路其約略最大鎖入範圍。由模擬結果可以發現，使用柯斯塔型相位鑑別器的三階載波相位追蹤迴路其最大鎖入頻率約

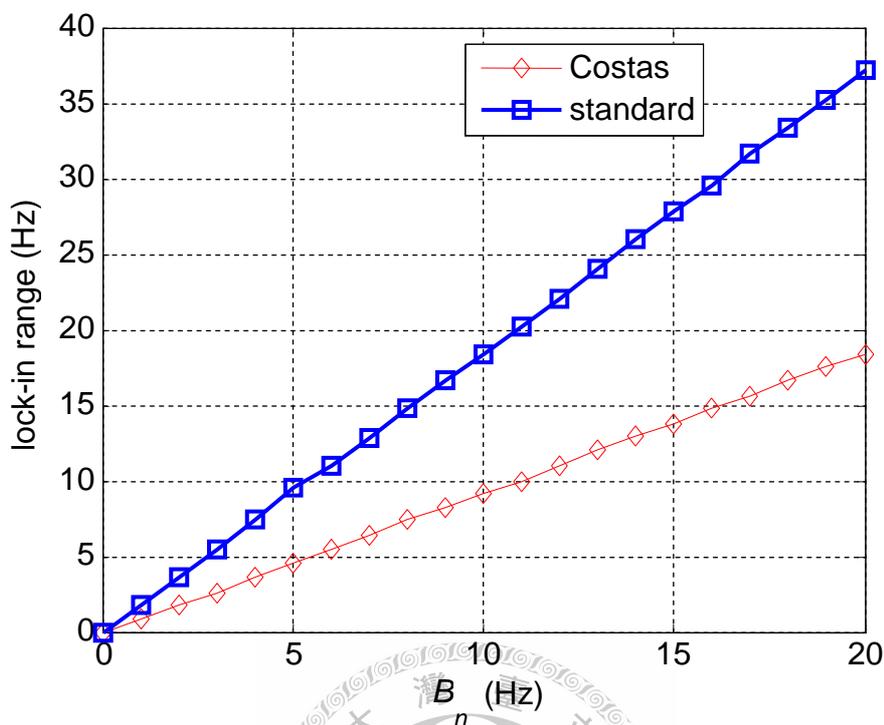


圖 4.4 三階載波相位追蹤迴路的最大鎖入範圍

為 1/2 倍的等效雜訊頻寬。因此當載波相位追蹤迴路與一階載波頻率追蹤迴路的等效雜訊頻寬同時減少時，載波頻率追蹤迴路的穩態頻率追蹤誤差可能使其無法有效減少載波相位追蹤迴路的頻率捕獲時間。為了避免這種情況發生，載波頻率追蹤迴路的階數須增為二階。

由於電碼相位的追蹤結果必須用來計算虛擬距離，電碼相位追蹤迴路必須減少其因信號動態所造成的穩態追蹤誤差。使用二階電碼相位追蹤迴路為一可行的方式。另一種方式是使用載波相位追蹤迴路與載波頻率追蹤迴路所估計的殘餘載波頻率來協助電碼頻率估計，如公式(3.54)所述。使用載波追蹤迴路輔助電碼追蹤迴路能有效減少電碼追蹤迴路的穩態相位追蹤誤差，故電碼相位追蹤迴路的階數可為一階。

4.1.3 鑑別器種類

選擇鑑別器種類時主要的考量因素為其計算複雜度，額外增加的雜訊功率，以及其線性近似範圍。非同調電碼相位鑑別器的輸出函數其線性近似範圍較小，但不為零的輸出範圍與同調鑑別器相當。非同調電碼相位鑑別器的輸出函數於電碼相位誤差較大時具有較大輸出，但其同時會增加鑑別器輸出中所含的雜訊功率。為了減少非同調鑑別器輸出中的雜訊功率，電碼相位鑑別器可採用判斷導向（decision directed）的半同調型式，即

$$V_{out_{\tau k}} = (IE_k - IL_k) \cdot \text{sign}(IP_k) \quad (4.1)$$

當殘餘載波相位追蹤誤差 θ_e 約為零時，鑑別器增益 $k_{d\tau}$ 與鑑別器輸出中的雜訊功率 $\sigma_{n\tau}^2$ 可由公式(3.62)推導得到

$$k_{d\tau} = 2NA_k \quad (\text{chip}^{-1}) \quad (4.2)$$

$$\sigma_{n\tau}^2 = dN\sigma_n^2 \quad (4.3)$$

其中 d 為領先，即時，落後相關器所使用的本地端參考信號電碼之間的相位差。

常見的載波相位鑑別器與載波頻率鑑別器可由鑑別器輸出函數分為 \sin 與 \tan^{-1} 兩類。採用 \sin 函數為輸出的鑑別器其線性近似範圍較小，但計算量較低。採用 \tan^{-1} 函數為輸出的鑑別器則具有片段線性（piecewise linear）的特性，但 \tan^{-1} 函數一般會以查表的方式實現而須使用額外的記憶體。在所增加的雜訊功率方面，由於 \tan^{-1} 函數的線性近似範圍邊界具有較大的變化，相較於 \sin 函數，其於低訊雜比時將增

加較多的雜訊功率[19]。為了減少載波相位追蹤迴路與載波頻率追蹤迴路於低訊雜比時的追蹤誤差，載波相位鑑別器可使用表 3.2 中的第一種鑑別器，即

$$V_{out_{\theta k}} = QP_k \cdot IP_k \quad (4.4)$$

當電碼相位追蹤誤差 τ_e 約為零時，鑑別器增益 $k_{d\theta}$ 與鑑別器輸出中的雜訊功率 $\sigma_{n\theta}^2$ 可由公式(3.62)與(3.63)推導得到

$$k_{d\theta} = N^2 A_k^2 \quad (\text{radian}^{-1}) \quad (4.5)$$

$$\sigma_{n\theta}^2 = N^3 A_k^2 \sigma_n^2 / 2 + N^2 \sigma_n^4 / 4 \quad (4.6)$$

若導航資訊位元變化已經補償，載波相位鑑別器可使用表 3.1 中的第二種鑑別器，即

$$V_{out_{\theta k}} = QP_k \quad (4.7)$$

當電碼相位追蹤誤差約為零時，鑑別器增益與鑑別器輸出中的雜訊功率可由公式(3.63)推導得到

$$k_{d\theta} = NA_k \quad (\text{radian}^{-1}) \quad (4.8)$$

$$\sigma_{n\theta}^2 = N \sigma_n^2 / 2 \quad (4.9)$$

而載波頻率鑑別器可使用表 3.3 中的第二種鑑別器，即

$$V_{outfk} = (QP_k \cdot IP_{k-1} - QP_{k-1} \cdot IP_k) \cdot \text{sign}(QP_k \cdot QP_{k-1} + IP_{k-1} \cdot IP_k) \quad (4.10)$$

當電碼相位追蹤誤差約為零時，鑑別器增益 k_{df} 與鑑別器輸出中的雜訊功率 σ_{nf}^2 可由公式(3.62)與(3.63)推導得到

$$k_{df} = 2\pi TN^2 A_k^2 \quad (s) \quad (4.11)$$

$$\sigma_{nf}^2 = N^3 A_k^2 \sigma_n^2 + N^2 \sigma_n^4 / 2 \quad (4.12)$$

若導航資訊位元已經補償，載波頻率鑑別器可使用表 3.3 中的第一種鑑別器，即

$$V_{outfk} = QP_k \cdot IP_{k-1} - QP_{k-1} \cdot IP_k \quad (4.13)$$

當電碼相位追蹤誤差約為零時，鑑別器增益與鑑別器輸出中的雜訊功率可分別以公式(4.11)與(4.12)近似之。

4.1.4 等效雜訊頻寬

設計追蹤迴路的等效雜訊頻寬時必須先求得追蹤迴路的線性近似等效架構。

4.1.3 小節中我們已求出各追蹤迴路鑑別器的線性近似等效架構所需的各別參數。由 3.1.5 與 3.1.6 小節可以得知數字控制振盪器，sin, cos 對照表與電碼產生器負責產生本地端參考信號。藉由改變數字控制振盪器的輸入，追蹤迴路能調整本地端參考信號的各個參數。假設每增加一單位的電碼數字控制振盪器頻率輸入本地端參考信號的電碼頻率即增加 1Hz，則

$$\hat{c}_p(nt_s) = C \left(t_0 + V'_{out\tau\lfloor n/N \rfloor} (n - N\lfloor n/N \rfloor)t_s + \sum_{k=0}^{\lfloor n/N \rfloor - 1} V'_{out\tau k} Nt_s \right) \quad (4.14)$$

其中 $C(\cdot)$ 為 GPS CA 電碼函數， $\lfloor \cdot \rfloor$ 為取整數部分之值， t_0 為初始時間， $V'_{out\tau k}$ 為第 k 次迴路更新時電碼數字控制振盪器的頻率控制輸入值。依據 CA 電碼的週期性，電碼相位可定義為

$$\text{mod} \left(\frac{t_0 + V'_{out\tau\lfloor n/N \rfloor} (n - N\lfloor n/N \rfloor)t_s + \sum_{k=0}^{\lfloor n/N \rfloor - 1} V'_{out\tau k} Nt_s}{t_{chip}}, 1023 \right) \quad (4.15)$$

其中 $t_{chip} = 1/f_{CA}$ 為 CA 電碼的碼細片週期。故第 $k+1$ 次迴路更新時，電碼相位將增加 $V'_{out\tau k} Nt_s / t_{chip}$ 碼細片。由以上推導可以得到，電碼數字控制振盪器與電碼產生器對電碼相位而言的線性近似等效架構為一增益 $k_{a\tau} = Nt_s / t_{chip}$ 的累加器。載波數字控制振盪器與 \sin, \cos 對照表亦可由類似的推導得到其對載波相位而言的線性近似等效架構為一增益 $k_{a\theta} = 2\pi Nt_s$ 的累加器，而其對載波頻率而言的線性近似等效架構為單位延遲。

圖 4.5(a), (b), (c) 分別為電碼相位追蹤迴路，載波相位追蹤迴路，以及載波頻率追蹤迴路的線性近似等效架構。圖中的追蹤迴路濾波器已與鑑別器，數字控制振盪器等其他追蹤迴路元件的等效架構分離。依據圖 4.5 的架構分割，3.1.4 小節中的追蹤迴路濾波器架構即可轉換為相應的追蹤迴路演算法。

由追蹤迴路的線性近似等效架構可求出具有某一等效雜訊頻寬的追蹤迴路在各種信號強度以及解展頻積分時間下因雜訊所造成的均方根追蹤誤差。以電碼相位追蹤迴路為例，由圖 4.5 可推導出電碼相位估計的遞迴公式為

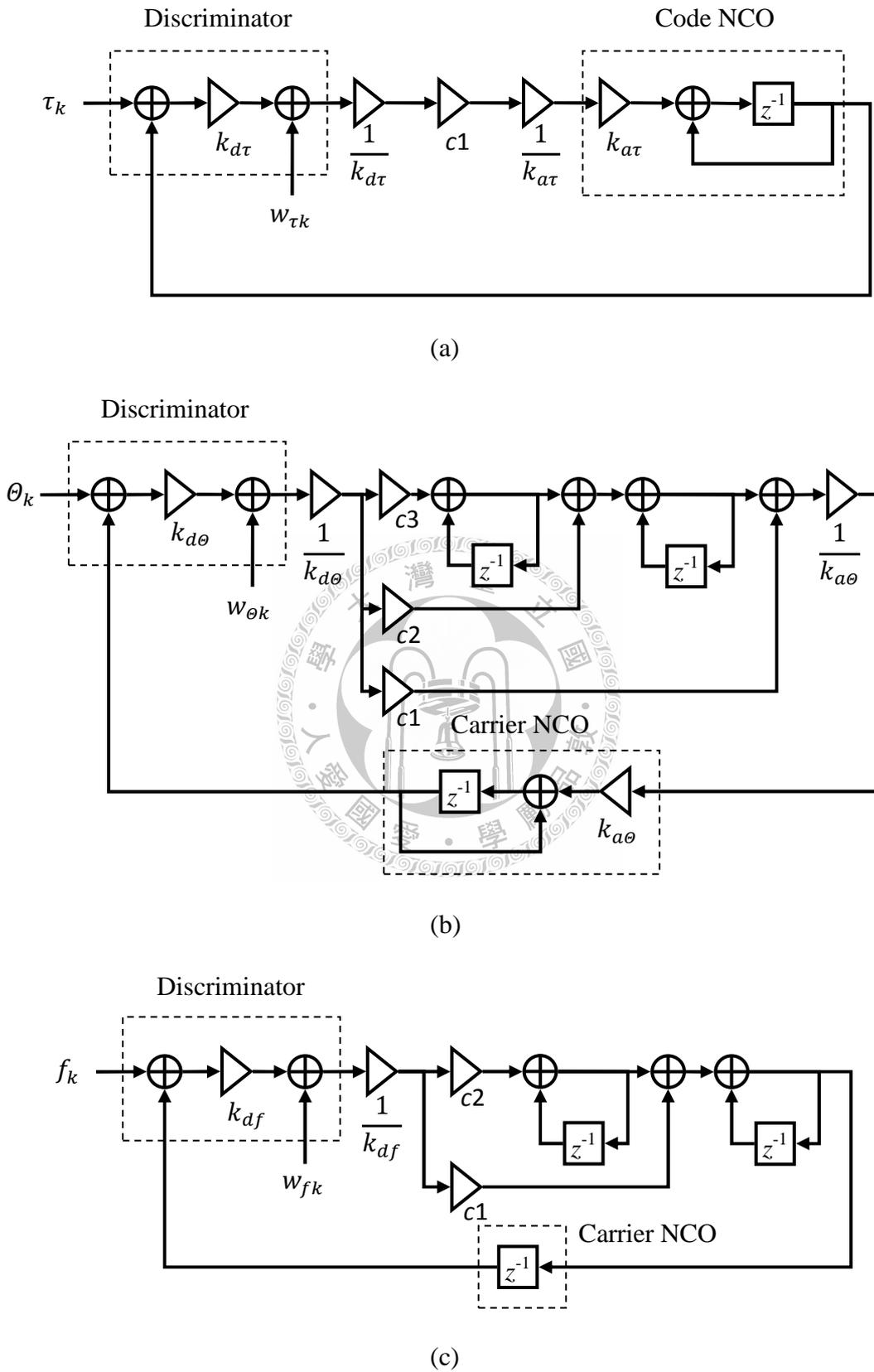


圖 4.5 傳統追蹤迴路線性近似等效架構 (a)電碼相位 (b)載波相位 (c)載波頻率

$$\hat{t}_{k+1} = \hat{t}_k + c1 \left(\tau_k + \frac{W_{\tau k}}{k_{d\tau}} - \hat{t}_k \right) \quad (4.16)$$

由公式(4.2)，(4.3)，與(4.16)可推得

$$\sigma_{\tau_e} = \sqrt{\frac{d\sigma_n^2}{4NA_k^2}} \sqrt{\frac{c1}{2-c1}} \quad (\text{chip}) \quad (4.17)$$

將公式(3.66)代入公式(4.17)可得到電碼相位均方根追蹤誤差為

$$\sigma_{\tau_e} = \sqrt{\frac{d}{4T C/N_0}} \sqrt{\frac{c1}{2-c1}} \quad (\text{chip}) \quad (4.18)$$

由公式(4.18)可以發現，電碼相位追蹤迴路因雜訊所造成均方根追蹤誤差與同調積分展頻時間 T 與 C/N_0 的乘積成反比。由類似的推導也可得到載波相位追蹤迴路與載波頻率追蹤迴路的均方根追蹤誤差公式分別為

$$\sigma_{\theta_e} = \sqrt{\frac{1}{2T C/N_0} + \left(\frac{1}{2T C/N_0}\right)^2} \gamma(c1, c2, c3) \quad (\text{radian}) \quad (4.19)$$

$$\sigma_{f_e} = \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \sqrt{\frac{1}{2T C/N_0} + \left(\frac{1}{2T C/N_0}\right)^2} \gamma(c1, c2) \quad (\text{Hz}) \quad (4.20)$$

其中 γ 為一僅與數位濾波器係數相關的乘數。相較於公式(4.18)，公式(4.19)與(4.20)多了 $(1/2T C/N_0)^2$ 項。此平方項將使載波相位與載波頻率的均方追蹤誤差於

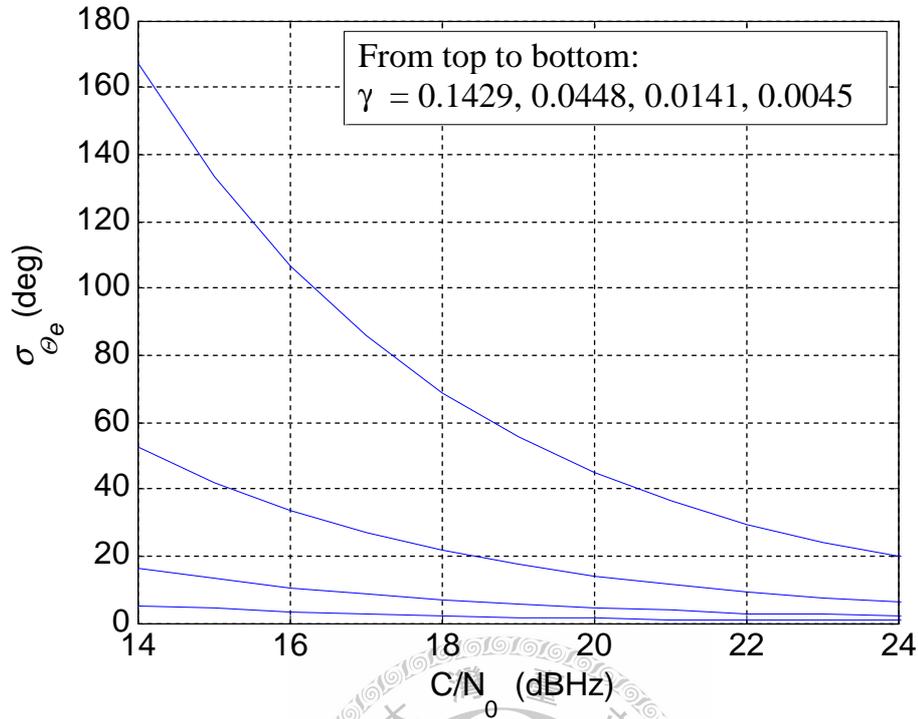


圖 4.6 同調積分展頻時間為 1 毫秒時不同 C/N_0 與 γ 對應的載波相位均方

根追蹤誤差

低訊雜比時快速增加。圖 4.6 為 T 等於 1 毫秒時，不同 C/N_0 與 γ 所對應的載波相位均方根追蹤誤差。圖中所示之四個 γ 值分別對應到等效雜訊頻寬 10Hz，1Hz，0.1Hz，與 0.01Hz。由結果可以發現，當信號強度減少 10dB 時載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬必須減少十倍以上才能維持相同的均方追蹤誤差。但由公式(4.19)可以得到，若以 T 增加十倍並固定數位濾波器係數的方式來維持均方追蹤誤差，載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬僅需減少十倍。為了減少追蹤迴路對信號動態的反應時間，追蹤迴路的等效雜訊頻寬應盡可能不被減少，因此當信號強度降低時追蹤演算法應優先考慮增加同調積分展頻時間。

以增加同調積分展頻時間的方式維持均方追蹤誤差雖然能減少等效雜訊頻寬的損失，但隨著同調積分展頻時間增加，追蹤迴路將面對 2.2.1 小節中所描述的問題，因此同調積分展頻時間必須有一上限。若以追蹤迴路所容許的同調積

分解展頻時間上限與追蹤迴路的追蹤靈敏度為設計規格，圖 4.7 為一可行的設計流程。假設同調積分解展頻時間上限為 20 毫秒，則藉由增加同調積分解展頻時間，追蹤靈敏度能提升 13dB。因此若追蹤靈敏度的規格為 C/N_0 等於 15dBHz，當追蹤迴路使用 1 毫秒的同調積分解展頻時間時其所能追蹤的臨界信號強度必須為 C/N_0 等於 28dBHz。

為了減少追蹤迴路對信號動態的反應時間，載波相位追蹤迴路與載波頻率追蹤迴路於 C/N_0 為 28dBHz 時的設計目標為最大化其等效雜訊頻寬。載波相位追蹤

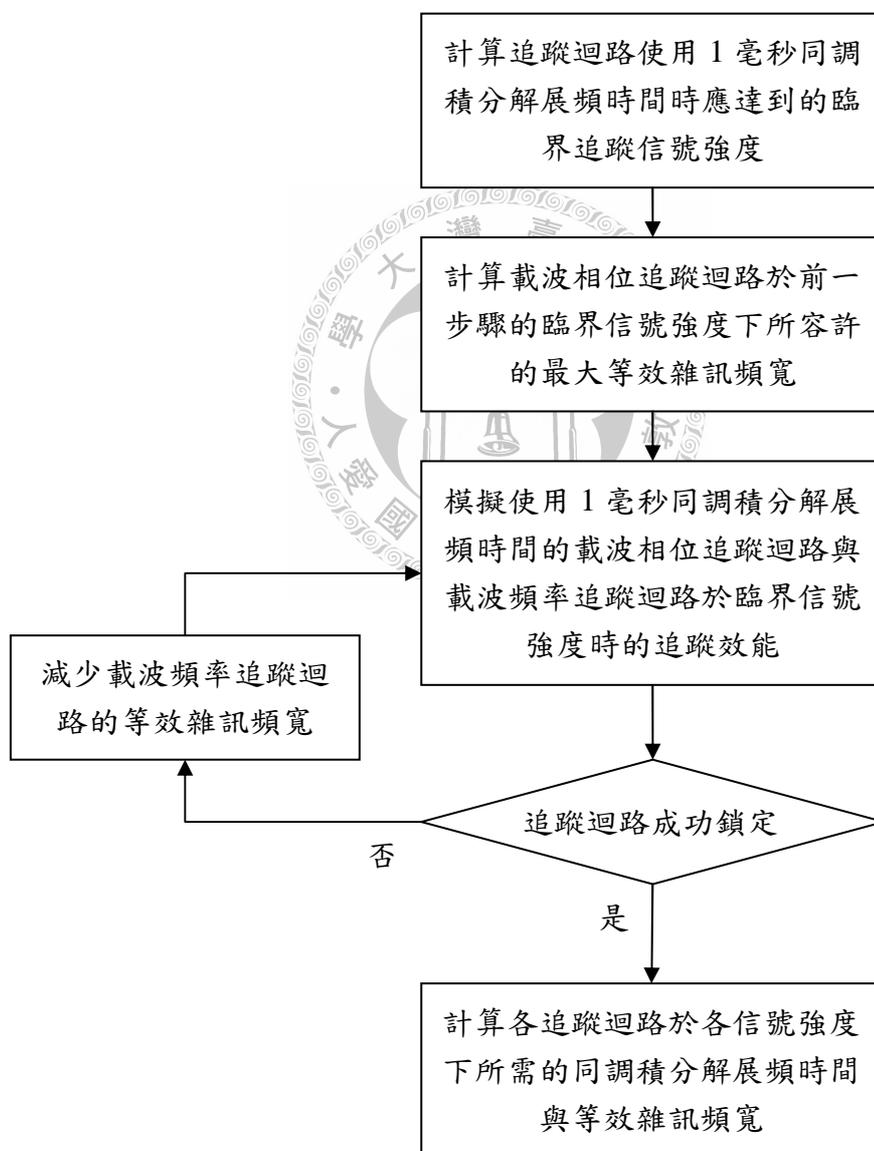


圖 4.7 高靈敏度傳統追蹤迴路設計流程

迴路可由公式(4.19)求得其所能容許的最大等效雜訊頻寬，載波頻率追蹤迴路所能容許的最大等效雜訊頻寬則可由模擬求得。

最後，由 C/N_0 等於 28dBHz 時追蹤迴路的等效雜訊頻寬與其使用的同調積分解展頻時間可推得當 C/N_0 介於 15dBHz 與 28dBHz 時追蹤迴路應使用的同調積分解展頻時間以及當 C/N_0 大於 28dBHz 時追蹤迴路的等效雜訊頻寬。

表 4.1 傳統追蹤迴路等效雜訊頻寬與同調積分解展頻時間之設計結果

C/N_0 (dBHz)	DLL B_n (Hz)	PLL B_n (Hz)	FLL B_n (Hz)	T (ms)	C/N_0 (dBHz)*	T (ms)
46	15.43	141.86	31.42	1	27	1
45	12.34	141.86	25.21	1	26	2
44	9.85	141.86	20.16	1	25	2
43	7.86	141.86	16.07	1	24	3
42	6.26	141.86	12.77	1	23	3
41	4.99	141.86	10.12	1	22	4
40	3.97	141.86	7.99	1	21	5
39	3.16	141.86	6.29	1	20	6
38	2.51	141.86	4.94	1	19	8
37	2.00	141.86	3.86	1	18	10
36	1.59	141.86	3.00	1	17	13
35	1.26	141.86	2.32	1	16	16
34	1.00	108.96	1.78	1	15	20
33	0.8	83.05	1.36	1	* $C/N_0 < 28\text{dBHz}$ 時 數位濾波器的係數 維持不變。	
32	0.63	62.76	1.03	1		
31	0.5	46.96	0.77	1		
30	0.4	34.76	0.57	1		
29	0.32	25.42	0.42	1		
28	0.25	18.36	0.3	1		

表 4.1 為 C/N_0 介於 15dBHz 與 46dBHz 時傳統追蹤迴路等效雜訊頻寬與同調積分解展頻時間的設計結果。當 C/N_0 大於 28dBHz 時，電碼相位追蹤迴路與載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬採用了固定均方根追蹤誤差的方式設計，其中電碼相

位的目標均方根追蹤誤差為 0.01 碼細片。當 C/N_0 介於 28dBHz 與 35dBHz 時，載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬亦採用了固定均方根追蹤誤差為 40° 的方式設計，但為了減少追蹤迴路於一般信號強度時的載波相位均方追蹤誤差，當 C/N_0 大於 35dBHz 時載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬維持不變。當 C/N_0 小於 28dBHz 時，各追蹤迴路的數位濾波器係數固定在 C/N_0 等於 28dBHz 時的數值，而同調積分解展頻時間則由 1 毫秒逐漸增加至 20 毫秒，以求將各追蹤迴路的均方根追蹤誤差維持於固定的範圍之內。

4.2 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路設計

4.2.1 鑑別器種類

延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的基本架構與傳統追蹤迴路相同，並且由 3.2.3 小節我們得知延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法可轉換為傳統追蹤迴路濾波器的型式，因此延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的鑑別器種類可採用與傳統追蹤迴路相同的選擇。延伸型卡爾曼濾波器中的系統量測矩陣與系統量測雜訊的共變異數矩陣可由鑑別器增益與鑑別器輸出中的雜訊功率求得。由 4.1.3 小節所得到的結果，系統量測矩陣與系統量測雜訊的共變異數矩陣分別為

$$H_k = \begin{bmatrix} 2NA_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N^2A_k^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

與

$$R_k = \begin{bmatrix} dN\sigma_n^2 & 0 \\ 0 & N^3A_k^2\sigma_n^2/2 + N^2\sigma_n^4/4 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

當導航資訊位元變化已經補償時，系統量測矩陣與系統量測雜訊的共變異數矩陣則分別為

$$H_k = \begin{bmatrix} 2NA_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & NA_k & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

與

$$R_k = \begin{bmatrix} dN\sigma_n^2 & 0 \\ 0 & N\sigma_n^2/2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

相較於傳統追蹤迴路濾波器，延伸型卡爾曼濾波器直接將鑑別器增益包含於演算法公式中，故公式(4.21)，(4.22)，與(4.23)中的 A_k 須以 \hat{A}_k 代入。

4.2.2 系統狀態雜訊共變異數矩陣

系統狀態雜訊的共變異數矩陣與追蹤迴路所欲追蹤的信號動態範圍有關。若追蹤迴路假設較大的可能信號動態範圍，則系統狀態雜訊的共變異數矩陣值必須增加以將假設反映至信號參數的隨機系統模型中。當系統狀態雜訊的共變異數矩陣值增加時，延伸型卡爾曼濾波器的系統狀態估計誤差亦會增加。若系統狀態估計誤差超過追蹤迴路所允許的範圍，各鑑別器的非線性輸出將使得延伸型卡爾曼濾波器的線性近似條件不成立甚而導致追蹤迴路脫鎖。因此延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路中系統狀態雜訊的共變異數矩陣與傳統追蹤迴路中等效雜訊頻寬的設計考量是相同的。

由於延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法可轉換為傳統追蹤迴路濾波器的形式，由 4.1.4 小節中的結果我們可以推得增加同調積分展頻時間亦可放寬延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的設計條件。因此圖 4.7 中傳統追蹤迴路的設計流程亦可用於延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的設計上。不同之處在於延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路是藉由調整系統狀態雜訊的共變異數矩陣值來改變其對信號動態的追蹤效能。

系統狀態雜訊的共變異數矩陣值必須由系統狀態雜訊的統計特性求得。若假設所追蹤信號的各個參數因衛星動態以外所造成的參數變化為互相獨立的，則公

式(3.55)中系統狀態雜訊向量的各個成分可假設為互相獨立的隨機程序。因此系統狀態雜訊的共變異數矩陣為

$$Q_k = \begin{bmatrix} \sigma_{v\tau k}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{v\theta k}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{vf k}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{v\alpha k}^2 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

其中 $\sigma_{v\tau k}$ ， $\sigma_{v\theta k}$ ， $\sigma_{vf k}$ ， $\sigma_{v\alpha k}$ 分別約等於所追蹤信號的電碼相位，載波相位，殘餘載波頻率，以及殘餘載波頻率變化速率於追蹤迴路更新週期內可能的最大改變量。雖然公式(4.25)具有簡單的型式，但其對信號參數變化的假設誤差較大。為了使各信號參數的變化符合信號參數之間的關係，離散時間的系統狀態雜訊必須由連續時間的系統狀態雜訊推得。相應於公式(3.55)的連續時間系統狀態轉化公式為

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tau \\ \theta \\ f \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & f_{CA} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_{L1}}{2\pi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ \theta \\ f \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_\tau \\ v_\theta \\ v_f \\ v_\alpha \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

假設連續時間系統狀態雜訊向量的各個成分皆可由連續函數表示之，則由線性動態系統的公式可以得到公式(4.26)的解為

$$\begin{bmatrix} \tau \\ \theta \\ f \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{f_{CA}}{f_{L1}} t & \frac{f_{CA}}{2f_{L1}} t^2 \\ 0 & 1 & 2\pi t & \pi t^2 \\ 0 & 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_0 \\ \theta_0 \\ f_0 \\ \alpha_0 \end{bmatrix} + \quad (4.27)$$

$$\int_0^t \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{f_{CA}}{f_{L1}}(t-\xi) & \frac{f_{CA}}{2f_{L1}}(t-\xi)^2 \\ 0 & 1 & 2\pi(t-\xi) & \pi(t-\xi)^2 \\ 0 & 0 & 1 & t-\xi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\tau \\ v_\theta \\ v_f \\ v_\alpha \end{bmatrix} d\xi$$

其中 τ_0 , θ_0 , f_0 , α_0 分別為各信號參數的初始值。假設連續時間系統狀態雜訊向量的各個成分為互相獨立的隨機程序，則由公式(4.27)可推得離散時間系統狀態雜訊的共變異數矩陣為

$$Q_k = \begin{bmatrix} T\sigma_{v\tau k}^2 + \left(\frac{f_{CA}}{f_{L1}}\right)^2 \left(\frac{T^3}{3}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^5}{20}\sigma_{vak}^2\right) & 2\pi\frac{f_{CA}}{f_{L1}}\left(\frac{T^3}{3}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^5}{20}\sigma_{vak}^2\right) \\ 2\pi\frac{f_{CA}}{f_{L1}}\left(\frac{T^3}{3}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^5}{20}\sigma_{vak}^2\right) & T\sigma_{v\theta k}^2 + 4\pi^2\left(\frac{T^3}{3}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^5}{20}\sigma_{vak}^2\right) \\ \frac{f_{CA}}{f_{L1}}\left(\frac{T^2}{2}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^4}{8}\sigma_{vak}^2\right) & 2\pi\left(\frac{T^2}{2}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^4}{8}\sigma_{vak}^2\right) \\ \frac{f_{CA}}{f_{L1}}\frac{T^3}{6}\sigma_{vak}^2 & 2\pi\frac{T^3}{6}\sigma_{vak}^2 \\ \frac{f_{CA}}{f_{L1}}\left(\frac{T^2}{2}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^4}{8}\sigma_{vak}^2\right) & \frac{f_{CA}}{f_{L1}}\frac{T^3}{6}\sigma_{vak}^2 \\ 2\pi\left(\frac{T^2}{2}\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^4}{8}\sigma_{vak}^2\right) & 2\pi\frac{T^3}{6}\sigma_{vak}^2 \\ T\sigma_{vfk}^2 + \frac{T^3}{3}\sigma_{vak}^2 & \frac{T^2}{2}\sigma_{vak}^2 \\ \frac{T^2}{2}\sigma_{vak}^2 & T\sigma_{vak}^2 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

其中 $\sigma_{v\tau k}^2$, $\sigma_{v\theta k}^2$, σ_{vfk}^2 , σ_{vak}^2 分別為連續時間系統狀態雜訊向量中各成分的變異量。

表 4.2 與表 4.3 為以模擬求得當 C/N₀ 介於 28dBHz 與 46dBHz 時 σ_{vf} 與 $\sigma_{v\alpha}$ 的約略上限，模擬中 $\sigma_{v\tau} = 0.01$, $\sigma_{v\theta} = 0$ 。由模擬結果可以發現，在相同的信號強度下追蹤迴路所容許的 $\sigma_{v\alpha}$ 上限較 σ_{vf} 大得許多。但由進一步模擬可以發現，增加 $\sigma_{v\alpha}$ 對

減少追蹤迴路的頻率捕獲時間與增加追蹤迴路的頻率捕獲範圍的效果並不如增加 σ_{vf} 有效，因此將 σ_{vf} 設為上限為較佳的選擇。

當 C/N_0 大於 38dBHz 時，表 4.2 中 σ_{vf} 的約略上限已超過 250Hz。事實上由模擬結果可以發現，若追蹤迴路使用公式(4.4)的載波相位鑑別器，則當殘餘載波頻率追蹤誤差超過 250Hz 時，延伸型卡爾曼濾波器將因其線性近似條件不成立而產生錯誤的殘餘載波頻率估計。而當追蹤迴路使用公式(4.7)的載波相位鑑別器時殘餘載波頻率的追蹤誤差上限則為 500Hz。因此當 C/N_0 大於 38dBHz 時，可以 250 (Hz) 作為 σ_{vf} 的上限。

表 4.2 C/N_0 介於 28dBHz 與 46dBHz 時 σ_{vf} 的約略上限

C/N_0 (dBHz)	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37
σ_{vf}	1210	883	785	666	589	483	418	325	228	185
C/N_0 (dBHz)	36	35	34	33	32	31	30	29	28	
σ_{vf}	157	82	74	54	45	25	17	14	9	

表 4.3 C/N_0 介於 28dBHz 與 46dBHz 時 $\sigma_{v\alpha}$ 的約略上限

C/N_0 (dBHz)	Above 38		37	36	35	34	33	32
$\sigma_{v\alpha}$	>30000		16800	12300	6600	4300	3000	1500
C/N_0 (dBHz)	31	30	29	28				
$\sigma_{v\alpha}$	830	640	300	81				

當 C/N_0 小於 28dBHz 時，為了使延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路於同調積分解展頻時間增加後能維持相同的特性，公式(4.21)，(4.22)，(4.23)，(4.24)，(4.28)所表示的延伸型卡爾曼濾波器變數必須固定其值，而相關器輸出亦須以積分時間正規化之。因此當 C/N_0 介於 28dBHz 與 15dBHz 時，上述的變數值必須為 C/N_0 等於 28dBHz，同調積分解展頻時間為 1 毫秒時由公式計算所得之值。而追蹤迴路使用的同調積分解展頻時間則如表 4.1 所列。

4.2.3 系統狀態初始估計誤差共變異數矩陣

系統狀態初始估計誤差的共變異數矩陣值決定追蹤迴路於初始時所能捕獲的參數誤差範圍，即

$$P_0 = \begin{bmatrix} E\{\tau_{e0}^2\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E\{\theta_{e0}^2\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E\{f_{e0}^2\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E\{\alpha_{e0}^2\} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

為了減少捕獲程序所須嘗試的次數，追蹤迴路於初始時所能捕獲的參數誤差範圍不宜過小。但當信號強度較低時，若系統狀態初始估計誤差的共變異數矩陣值過大，追蹤迴路於初始時將因雜訊所造成的追蹤誤差過大而脫鎖。表 4.2 與表 4.3 中 σ_f 與 σ_α 約略上限的平方可做為 $E\{f_{e0}^2\}$ 與 $E\{\alpha_{e0}^2\}$ 的約略上限。而一般的 $E\{\tau_{e0}^2\}$ 與 $E\{\theta_{e0}^2\}$ 值則不致於造成追蹤迴路脫鎖，因此 $E\{\tau_{e0}^2\}$ 可固定為 0.5^2 ， $E\{\theta_{e0}^2\}$ 可固定為 π^2 。

4.3 追蹤迴路計算複雜度分析與比較

除了追蹤迴路的追蹤效能為選擇追蹤迴路架構時的考量之外，為了降低實現追蹤迴路的成本，不同架構的追蹤迴路其計算複雜度亦須加以分析比較。由於延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路與傳統追蹤迴路的主要差異為其追蹤演算法的部份，我們可針對兩者的追蹤演算法進行分析比較。傳統追蹤迴路的追蹤演算法可由追蹤迴路濾波器的架構轉換而得，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的追蹤演算法則如表 3.8 所列。表 4.4 與表 4.5 為兩者的追蹤演算法計算複雜度分析結果。由分析結果可以發現，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的追蹤演算法在更新追蹤迴路與調整追蹤演算法時所需的加法數與乘法數皆較傳統追蹤迴路高出許多。為了減少延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的計算複雜度，當延伸型卡爾曼濾波器中的各個變數已

收斂時，演算法遞迴公式可簡化為 3.2.3 小節中所述之步驟。變數的收斂可藉由檢驗卡爾曼增益的改變量來達成，即當

$$\max_i (K_{k,i} - K_{k-1,i}) < \text{Threshold} \quad (4.30)$$

時，可以用簡化後的演算法遞迴公式更新追蹤迴路，直到所追蹤信號的信號強度改變而必須調整追蹤演算法時，才重新使用完整的演算法遞迴公式。表 4.6 為簡化後之延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法的計算複雜度。相較於完整的追蹤演算法，其更新追蹤迴路所需的加法數與乘法數已減少 93% 左右，並且已接近傳統追蹤迴路所需的加法數與乘法數。因此當追蹤演算法的調整頻率較低時，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的計算複雜度僅略為高出傳統追蹤迴路。

表 4.4 傳統追蹤迴路追蹤演算法之計算複雜度

	更新迴路所需之		調整演算法所需之	
	加法數	乘法數	加法數	乘法數
電碼相位追蹤迴路	0	3	0	2
載波相位追蹤迴路	4	5	0	4 / 2
載波頻率追蹤迴路	3	3	0	4 / 4
更新 NCO	2	1	0	0
總和	9	12	0	10 / 8

表 4.5 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路追蹤演算法之計算複雜度

	更新迴路所需之		調整演算法所需之	
	加法數	乘法數	加法數	乘法數
F	0	0	0	4
Q_k	0	0	5	21
H	0	0	0	2 / 1
R_k	0	0	1 / 0	6 / 2
$\hat{x}_{k-1}^+ \rightarrow \hat{x}_k^-$	12	16	0	0
更新 NCO	1	1	0	1
$P_{k-1}^+ \rightarrow P_k^-$	88	104	0	0
K_k	72	100	0	0
$\hat{x}_k^- \rightarrow \hat{x}_k^+$	8	8	0	0
$P_k^- \rightarrow P_k^+$	126	172	0	0
總和	327	401	6 / 5	34 / 29

表 4.6 簡化後之延伸型卡爾曼濾波器追蹤演算法之計算複雜度

	更新迴路所需之	
	加法數	乘法數
$\hat{x}_{k-1}^+ \rightarrow \hat{x}_k^-$	12	16
更新 NCO	1	1
$\hat{x}_k^- \rightarrow \hat{x}_k^+$	8	8
總和	21	25

第五章

電腦模擬

在第四章中，我們依據圖 4.7 的設計流程分別設計了傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路。本章將透過電腦模擬測試所設計的追蹤迴路其各項效能。為了簡化問題，在以下的各項測試中，主要的模擬條件變數皆為所追蹤信號的功率對熱雜訊頻譜密度的比值 C/N_0 ，且模擬中所使用的基頻訊號不包含有限頻寬效應。基頻訊號的有限頻寬效應會扭曲所接收訊號中的電碼而改變所接收訊號與本地端參考信號電碼的交互相關函數，但其對一般電碼相位鑑別器的線性近似等效架構影響並不大，故在此忽略其對追蹤迴路效能的影響。以下將對傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的各項效能進行測試。

5.1 追蹤迴路初始效能

追蹤迴路的初始效能包括追蹤迴路所能捕獲的各個信號參數範圍，以及追蹤迴路達到穩態所需的時間。圖 5.1 與圖 5.2 為傳統追蹤迴路於初始時對各個信號參數的追蹤結果。其中圖 5.1 為典型的初始成功情況，圖 5.2 為典型的初始失敗情況。當殘餘載波頻率的初始估計誤差過大時，載波頻率追蹤迴路無法於短時間內將殘餘載波頻率的追蹤誤差減少。殘餘載波頻率的追蹤誤差會使得載波相位追蹤迴路無法鎖定並降低解展頻增益，因此追蹤迴路的初始效能主要是由其對殘餘載波頻率的捕獲效能所決定。

圖 5.3 為傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限。當 C/N_0 大於 32dBHz 時，傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差可高達 500Hz 左右。但當 C/N_0 小於 32dBHz 時，傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限即快速減少至 100Hz 以下。圖中亦標示了當電碼相位初始估計誤差為 0.4 碼細片時的殘餘

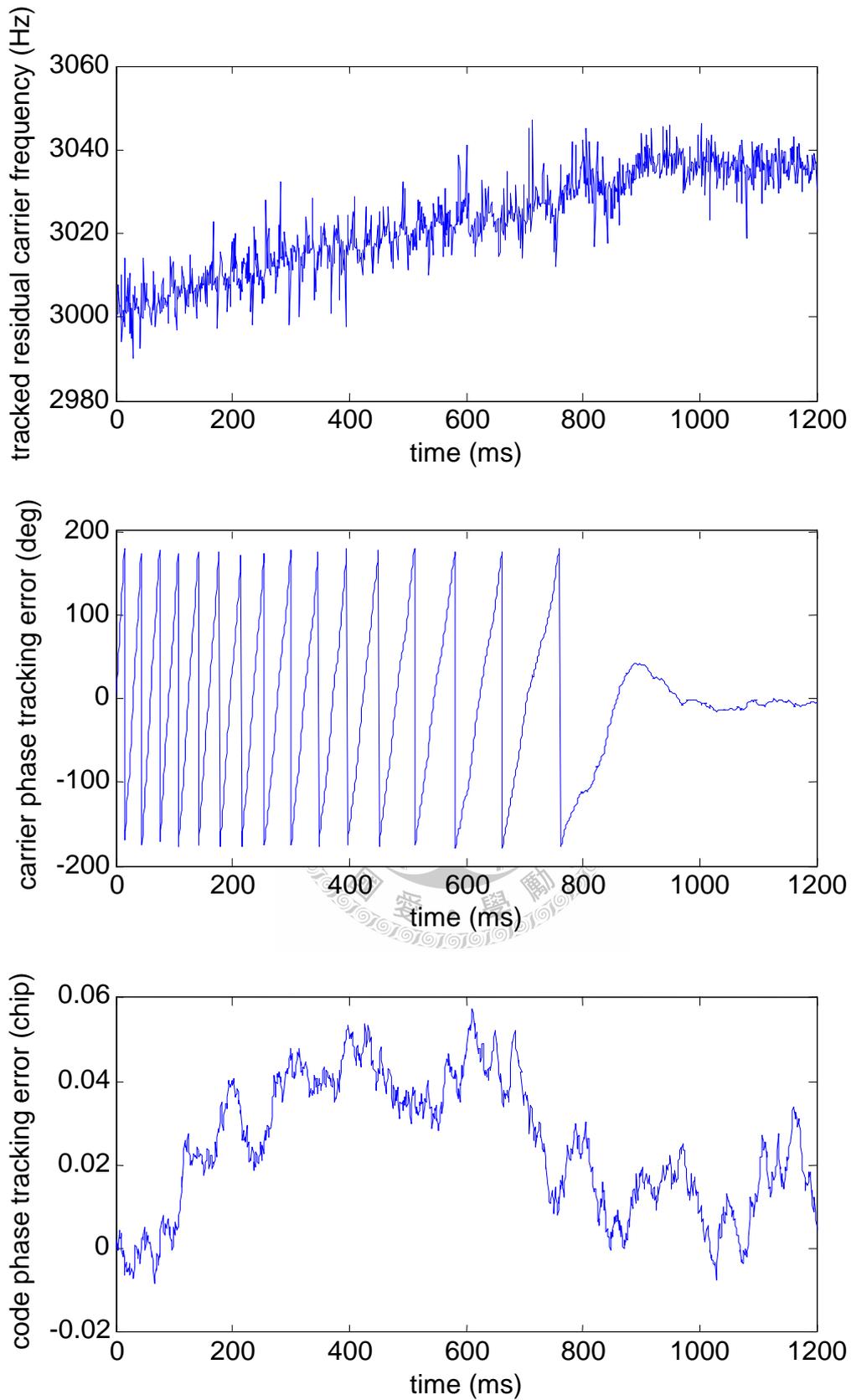


圖 5.1 傳統追蹤迴路於初始時對各個信號參數的追蹤結果

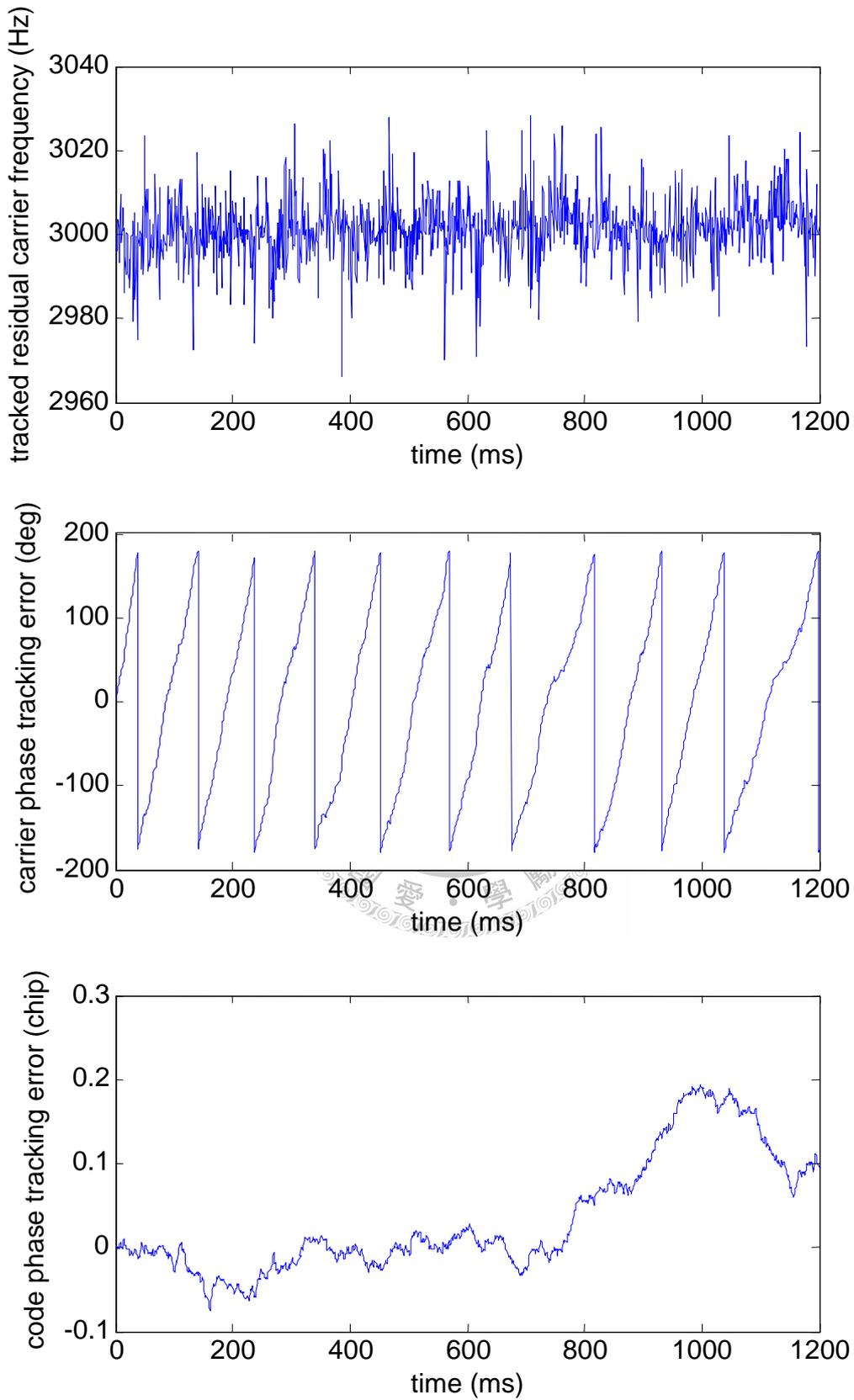


圖 5.2 當殘餘載波頻率初始估計誤差過大時傳統追蹤迴路對各個信號參數的追蹤結果

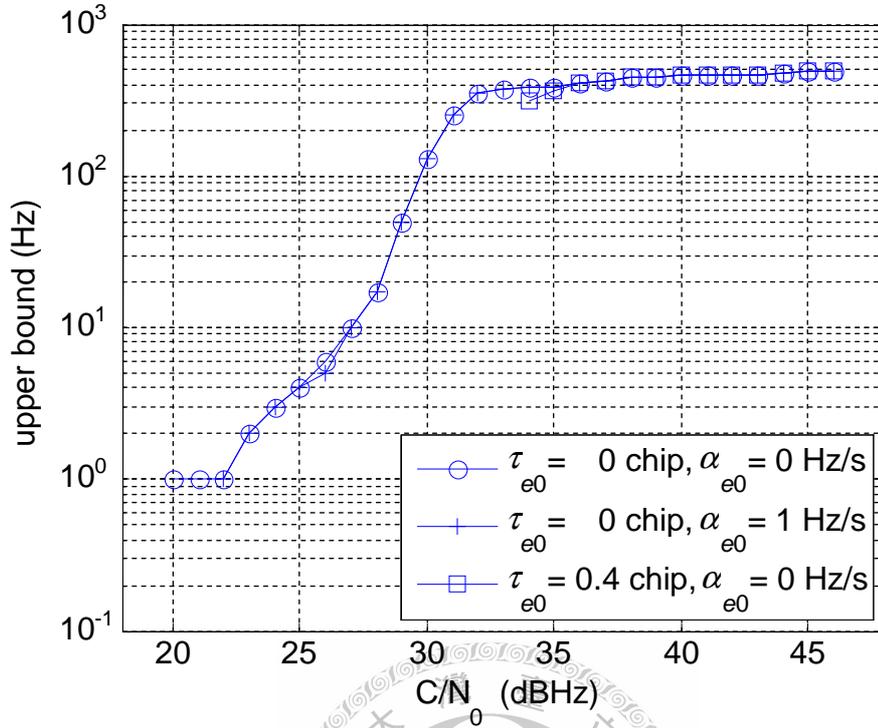


圖 5.3 傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限

載波頻率初始估計誤差上限。模擬結果顯示當 C/N_0 小於 36dBHz 時，傳統追蹤迴路對電碼相位的捕獲效能會影響殘餘載波頻率的捕獲效能。當 C/N_0 小於 34dBHz 時，電碼相位追蹤誤差將大幅增加載波頻率追蹤迴路達到穩態所需的時間。故當電碼相位初始估計誤差為 0.4 碼細片時，傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限於 C/N_0 等於 34dBHz 時即降至 0Hz 左右。

圖 5.4 與圖 5.5 為延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對各個信號參數的追蹤結果。其中圖 5.4 為典型的初始成功情況，圖 5.5 為典型的初始失敗情況。由圖 5.5 可以發現，相較於傳統追蹤迴路，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對殘餘載波頻率的追蹤誤差除了會造成殘餘載波相位的追蹤誤差並降低解展頻增益之外，亦會造成電碼相位的追蹤誤差。因此當延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路初始失敗時，其後續對各個信號參數的追蹤誤差一般較傳統追蹤迴路來得大。圖 5.6 為延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限。當 C/N_0 大於 36dBHz 時延伸型卡

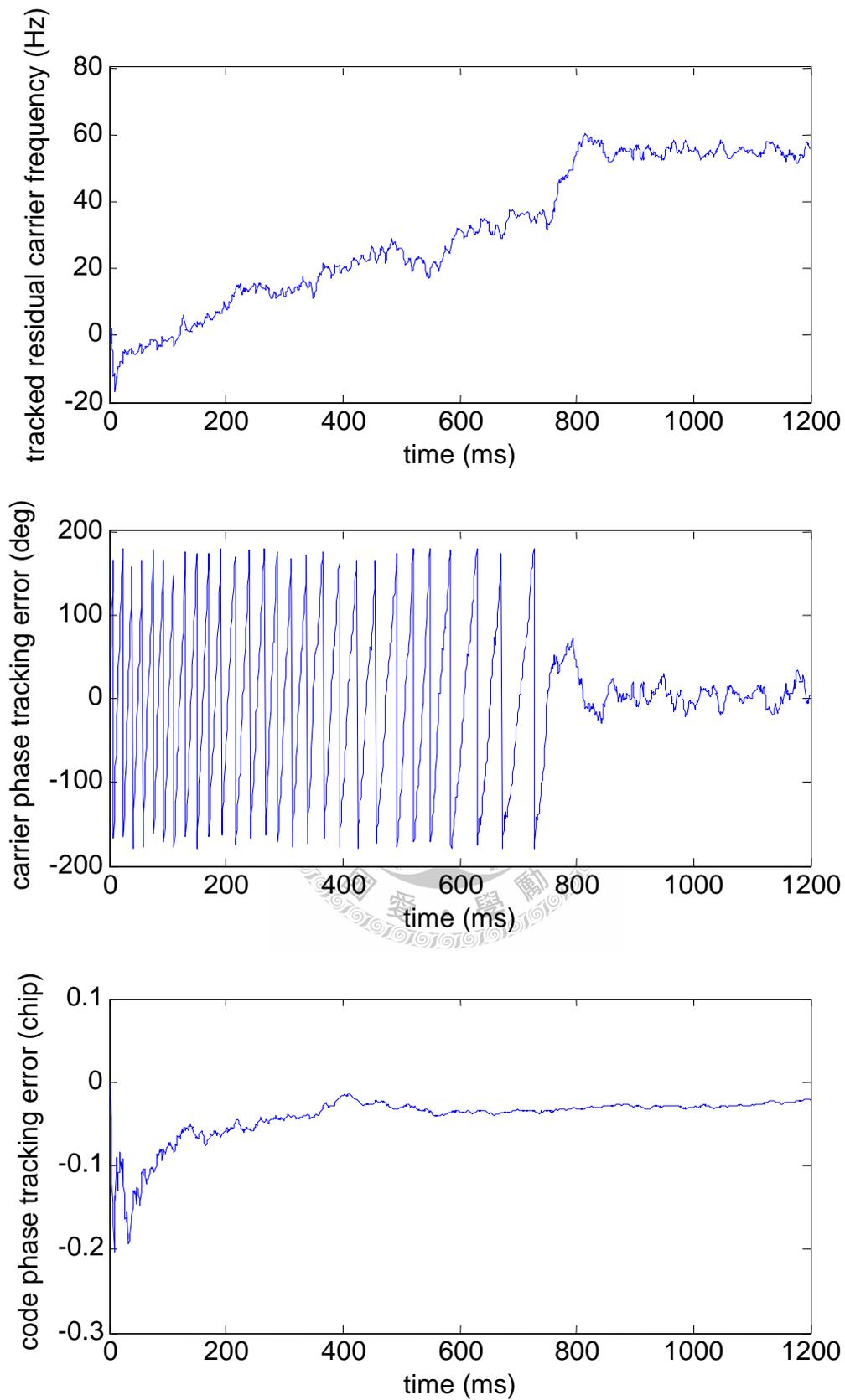


圖 5.4 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路於初始時對各個信號參數的追蹤結果

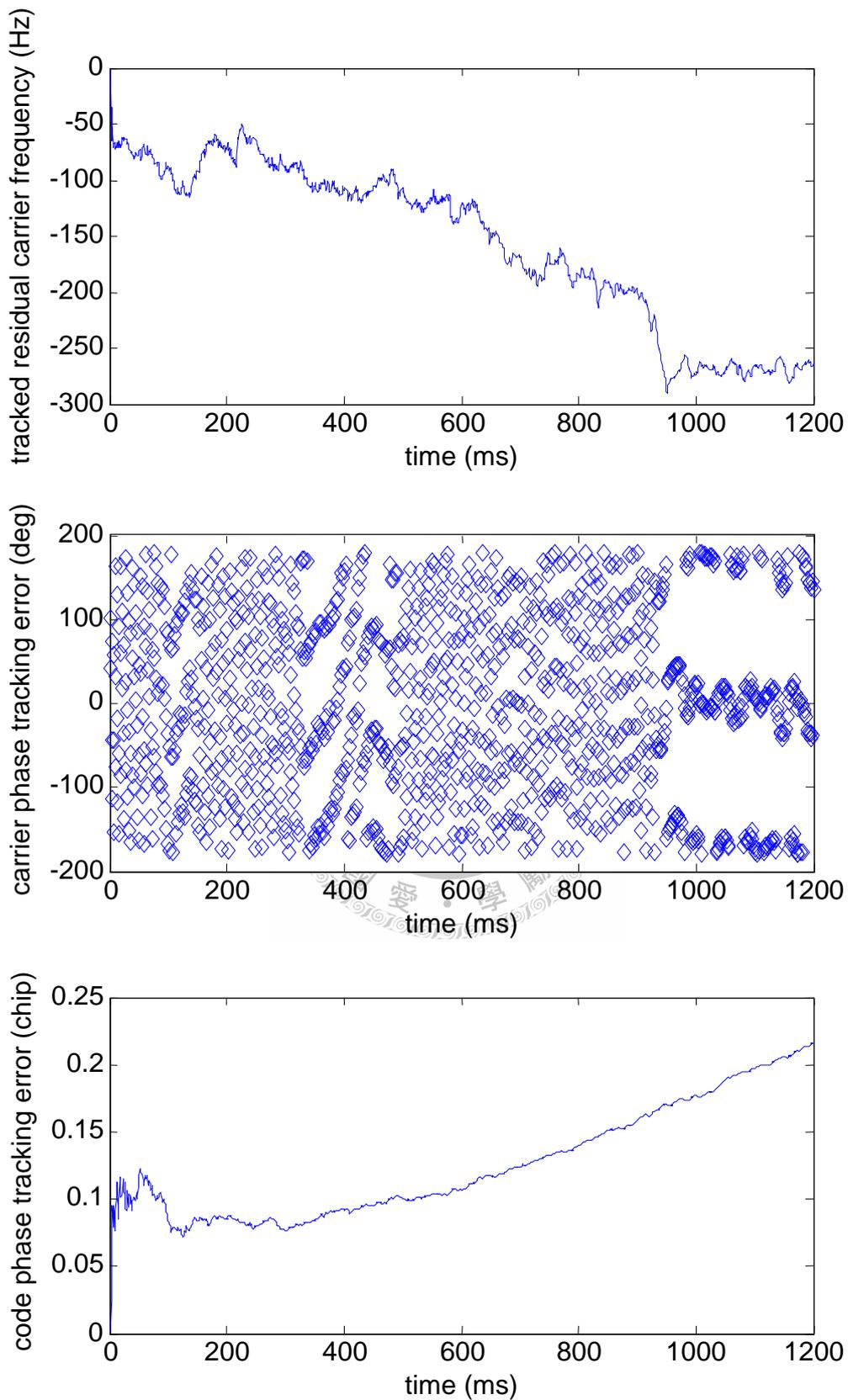


圖 5.5 當殘餘載波頻率初始估計誤差過大時延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路

對各個信號參數的追蹤結果

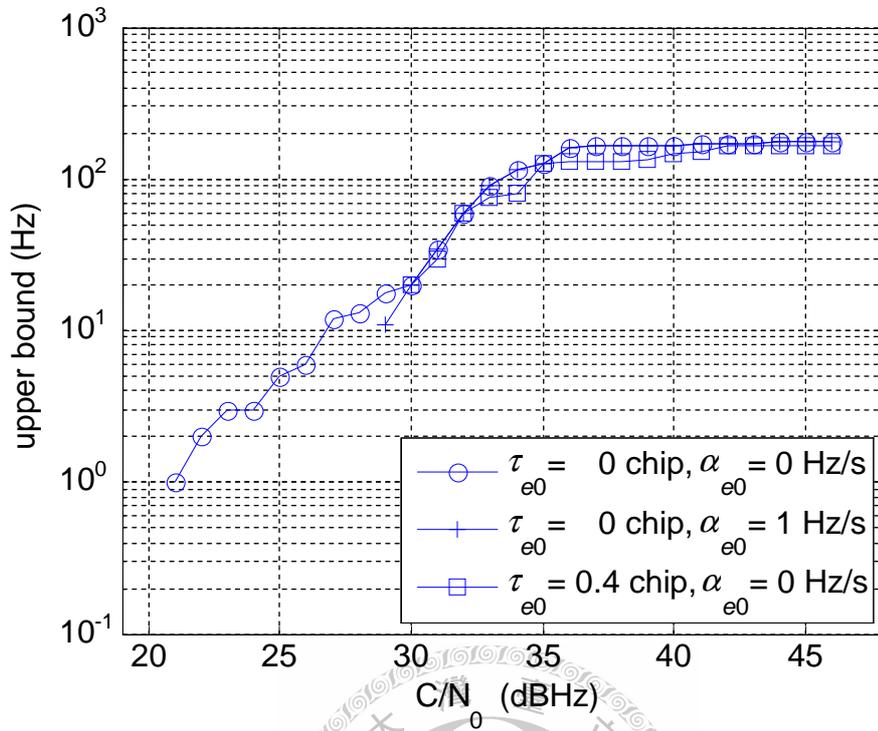


圖 5.6 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限

爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限為 180Hz 左右，但相較於傳統追蹤迴路其初始估計誤差上限隨 C/N_0 的下降較為緩和。且由於其對電碼相位的捕獲效能於 C/N_0 小於 36dBHz 時較傳統追蹤迴路為佳，當電碼相位初始估計誤差為 0.4 碼細片時，其殘餘載波頻率初始估計誤差上限直至 C/N_0 等於 30dBHz 方降為零。圖中亦標示了當殘餘載波頻率變化速率初始估計誤差為每秒 1Hz 時的殘餘載波頻率初始估計誤差上限。與圖 5.3 比較可以發現，當殘餘載波頻率變化速率初始估計誤差為每秒 1Hz 時，傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限直至 C/N_0 等於 22dBHz 方降為零，而延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始估計誤差上限則於 C/N_0 等於 29dBHz 時即降為零。因此延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對殘餘載波頻率變化速率的初始估計誤差要求較傳統追蹤迴路來得嚴格。

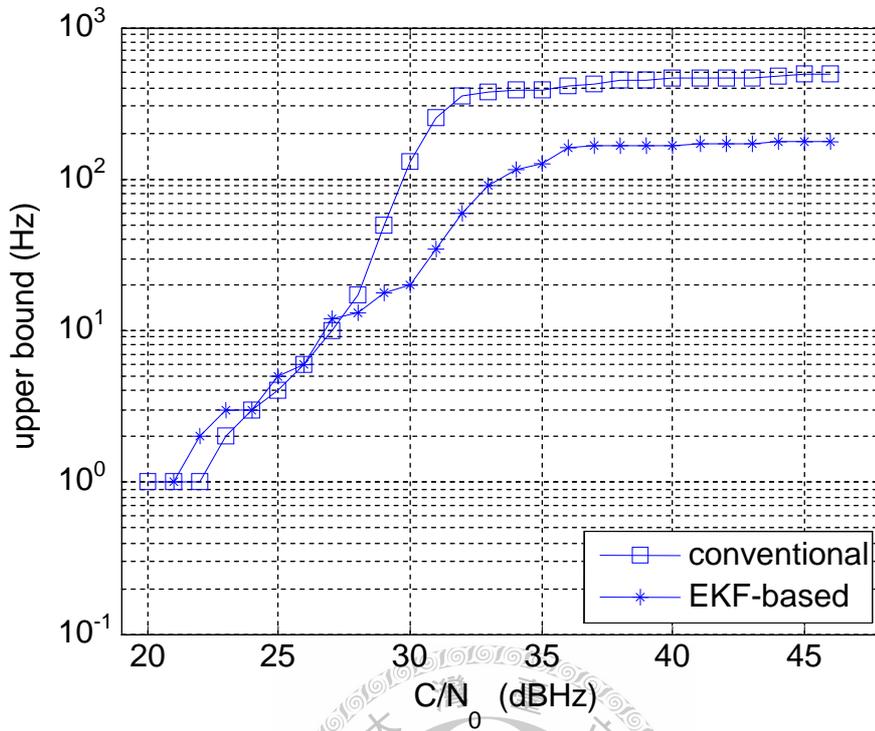


圖 5.7 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率初始

估計誤差上限

5.2 信號動態追蹤效能

當追蹤迴路初始後，追蹤迴路已能成功追蹤由衛星動態所造成的信號動態。但由其他信號動態來源所造成的信號動態可能使追蹤迴路出現周期滑脫現象，甚至使追蹤迴路脫鎖。圖 5.8 與圖 5.9 為傳統追蹤迴路對信號動態的追蹤結果。其中圖 5.8 為典型的追蹤成功情況，圖 5.9 為典型的追蹤迴路出現周期滑脫的情況。由圖 5.8 可以發現，當信號動態改變時（500 毫秒），傳統追蹤迴路對載波相位的追蹤誤差即迅速上升，直至載波頻率追蹤迴路重新達到穩態後載波相位追蹤誤差才開始減少。圖 5.10 為傳統追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限。圖中殘餘載波頻率變化速率的單位為當虛擬距離變化為 9.8 公尺/秒²時的都普勒頻率位移變化速率，約為每秒 51.5Hz。模擬結果顯示當 C/N_0 小於 35dBHz

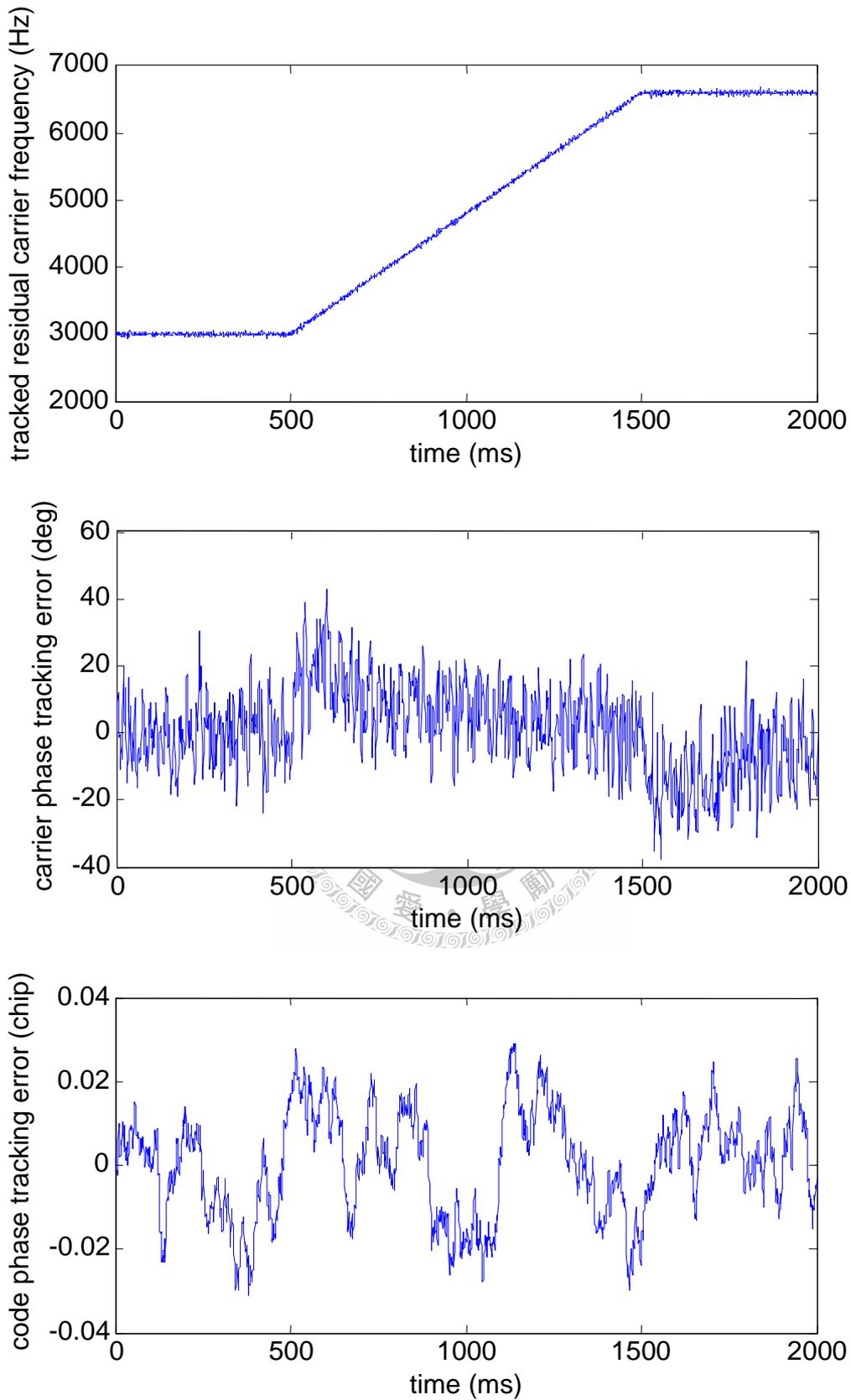


圖 5.8 傳統追蹤迴路對信號動態的成功追蹤結果

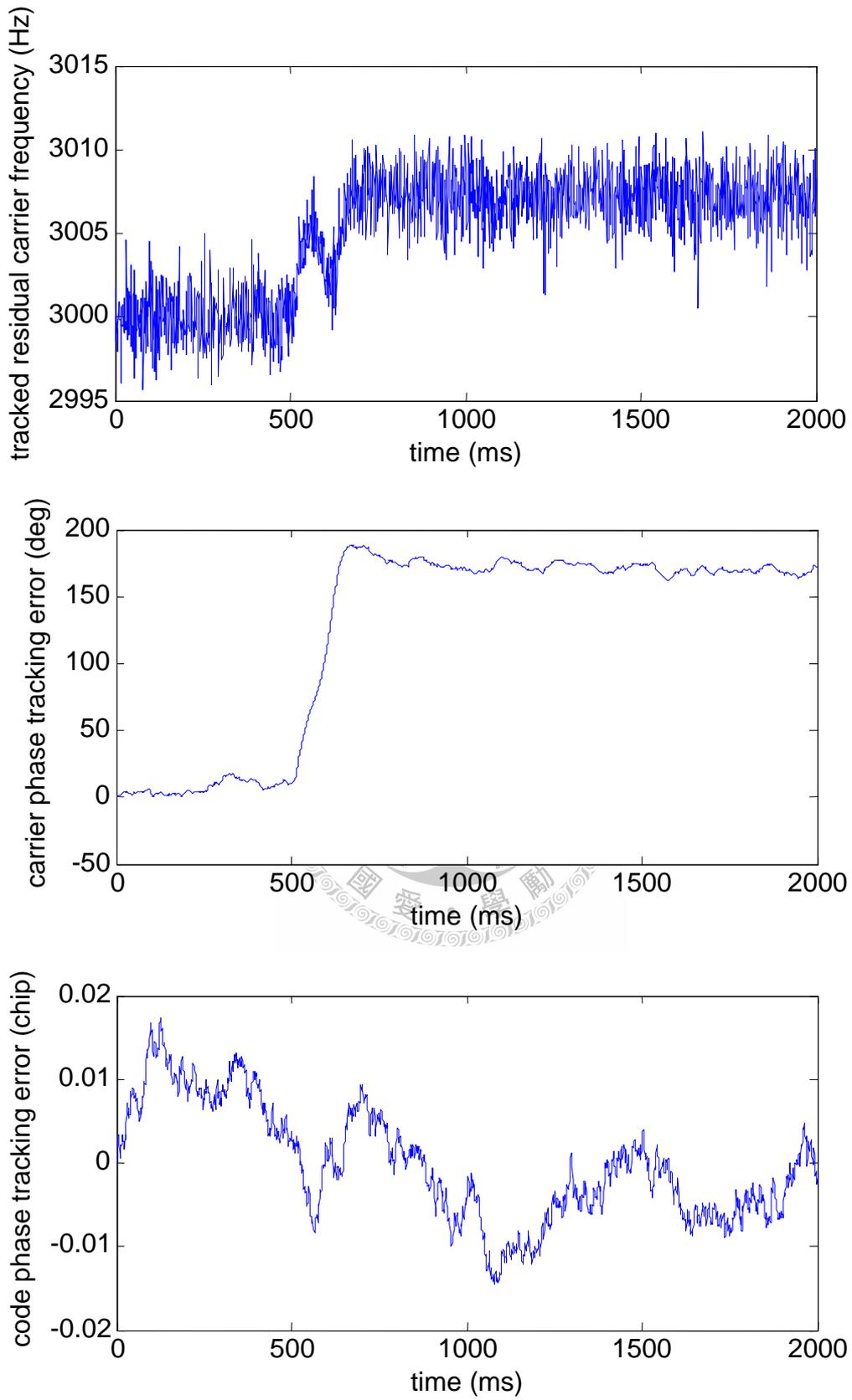


圖 5.9 傳統追蹤迴路對信號動態追蹤出現周期滑脫的結果

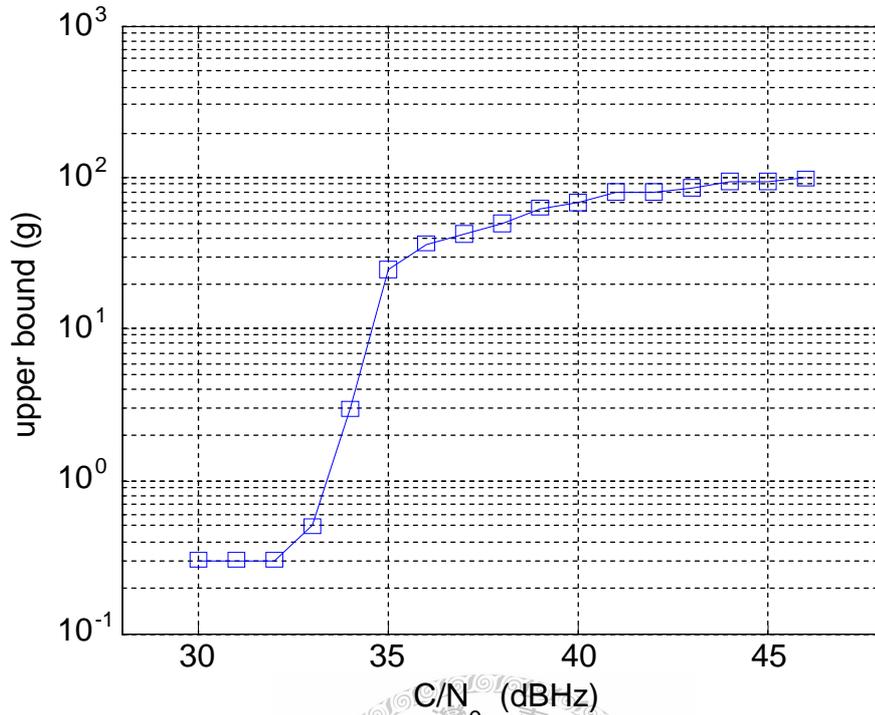


圖 5.10 傳統追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上

限時，傳統追蹤迴路對殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限即迅速降低至每秒 15Hz 左右，直到 C/N_0 為 30dBHz 時，傳統追蹤迴路對殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限即降為每秒 0Hz 左右。

圖 5.11 為延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對信號動態的典型追蹤結果。與傳統追蹤迴路相較，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路因信號動態改變所造成的載波相位追蹤誤差幾乎不隨時間減少，但此相位誤差隨殘餘載波頻率變化速率的增加則較為緩慢。因此延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對信號動態的追蹤效能在大多數情況下可優於傳統追蹤迴路。圖 5.12 為延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限。模擬結果顯示僅當 C/N_0 接近 35dBHz 時，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路與傳統追蹤迴路對殘餘載波頻率變化速率的追蹤上限較為接近。在其他情況下延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對殘餘載波頻率變化速率的追蹤上限則較傳統追蹤迴路為高。由圖 2.5 可得知當使用者動態為 1 秒內由

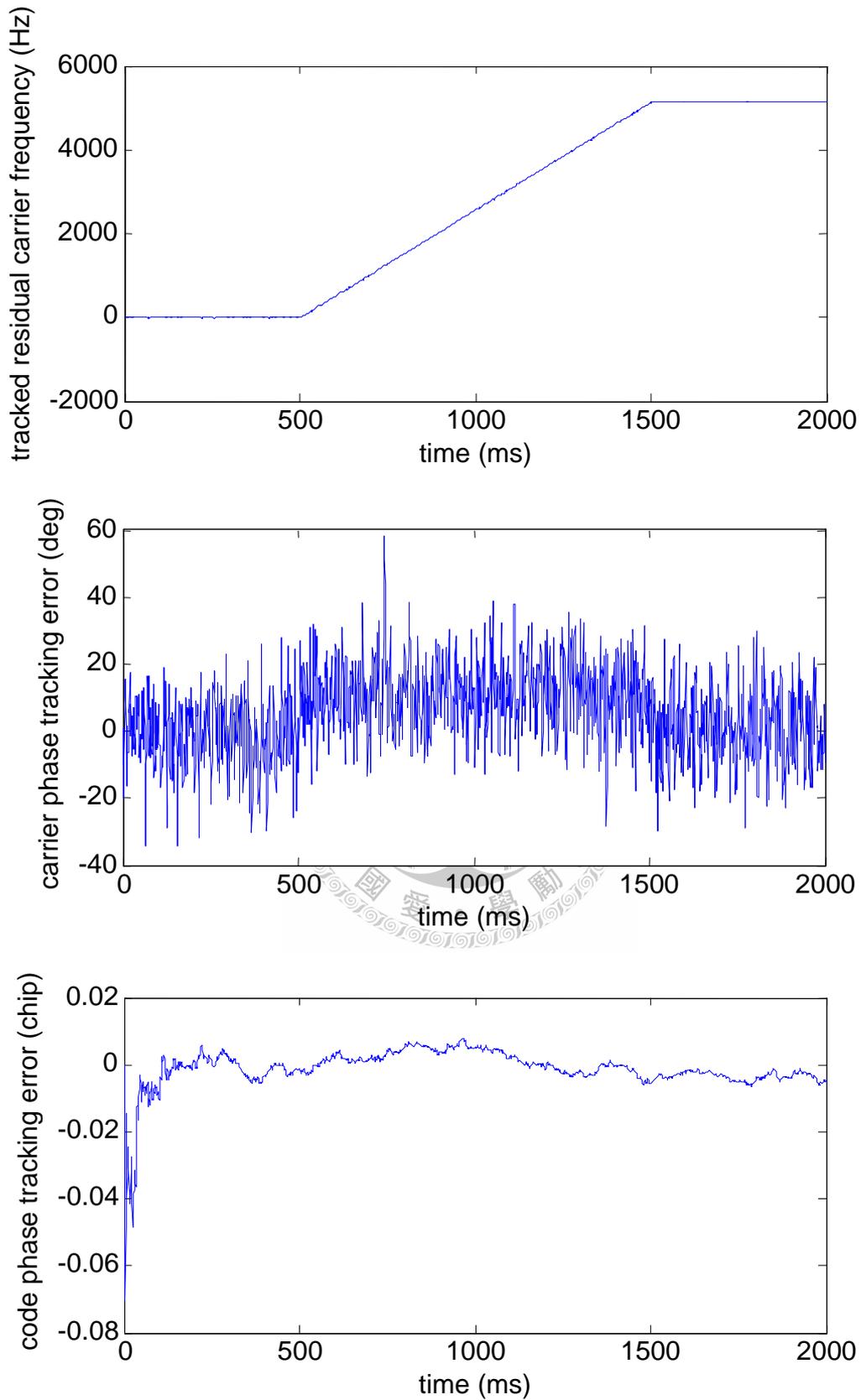


圖 5.11 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對信號動態的追蹤結果

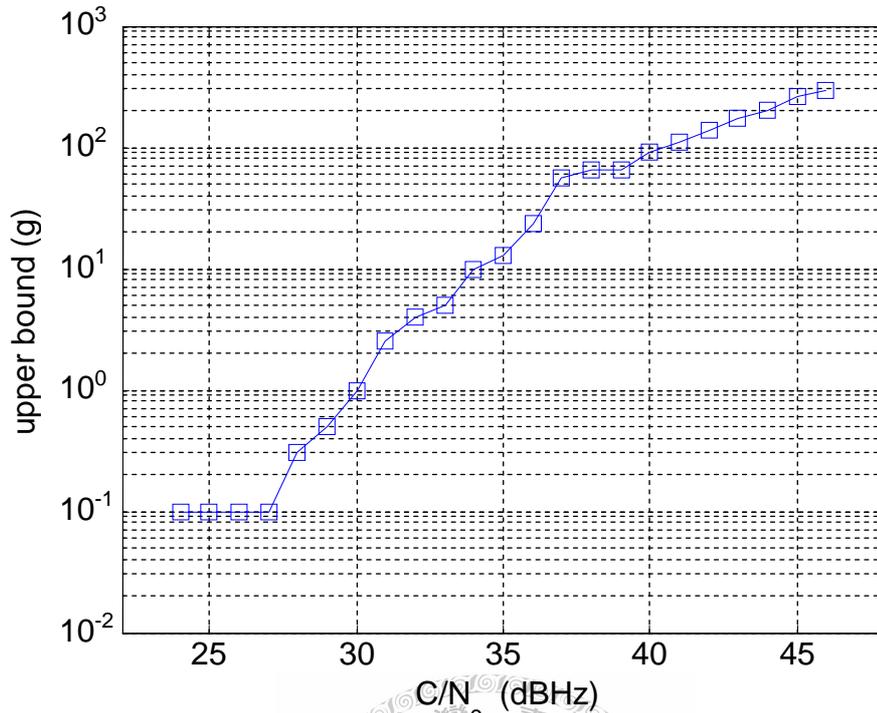


圖 5.12 延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限

靜止轉為每秒 1 公尺的移動速度時，使用者動態最大可造成每秒 5Hz 左右的信號動態。故當 C/N_0 大於 23dBHz 時，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路可成功追蹤由上述使用者動態所造成的信號動態。

5.3 穩態均方追蹤誤差

由 5.2 節的模擬結果我們得知，雖然第四章所設計的追蹤迴路其目標是能於 C/N_0 等於 15dBHz 時維持鎖定，但當 C/N_0 小於 30dBHz 與 24dBHz 時，傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路並無法追蹤由一般使用者動態所造成的信號動態。在這些信號強度下，追蹤迴路僅能於使用者移動速度不變時維持鎖定。載波相位的穩態均方追蹤誤差大小影響了當使用者移動速度不變時追蹤迴路能維持鎖定的平均時間長度 (mean time to lose lock, MTLL)，而電碼相位的穩態均方追蹤誤差大小也會直接影響虛擬距離量測的準確度。在第四章中，圖 4.7 的設計流程是

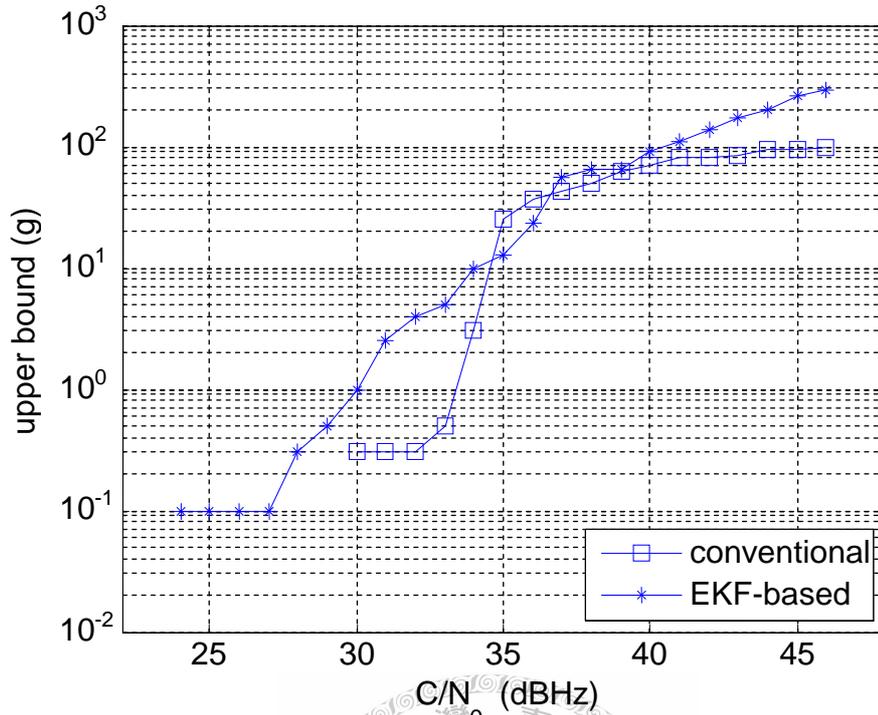


圖 5.13 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對持續 1 秒的殘餘載波頻率變化速率偏移的追蹤上限

以持續鎖定 5 秒做為追蹤迴路成功鎖定與否的準則，故以下對各信號參數的穩態均方追蹤誤差量測皆由長度 5 秒的追蹤結果求得。圖 5.14 為傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率穩態均方根追蹤誤差。當 C/N_0 大於 35dBHz 與 38dBHz 時，傳統追蹤迴路中載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的系統狀態雜訊共變異數矩陣皆固定不變，故兩者的殘餘載波頻率穩態均方追蹤誤差均隨 C/N_0 增加而減少。當 C/N_0 小於 35dBHz 與 38dBHz 時，兩者的殘餘載波頻率穩態均方追蹤誤差則隨著傳統追蹤迴路中載波相位追蹤迴路的等效雜訊頻寬與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的系統狀態雜訊共變異數矩陣值減少而減少。由模擬結果亦可發現，傳統追蹤迴路的殘餘載波頻率穩態均方追蹤誤差在不同信號強度下皆較延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路為高，且其受到同調積分展頻時間近似的影響較大，而於 C/N_0 介於 23dBHz 與 28dBHz 時有一震盪。

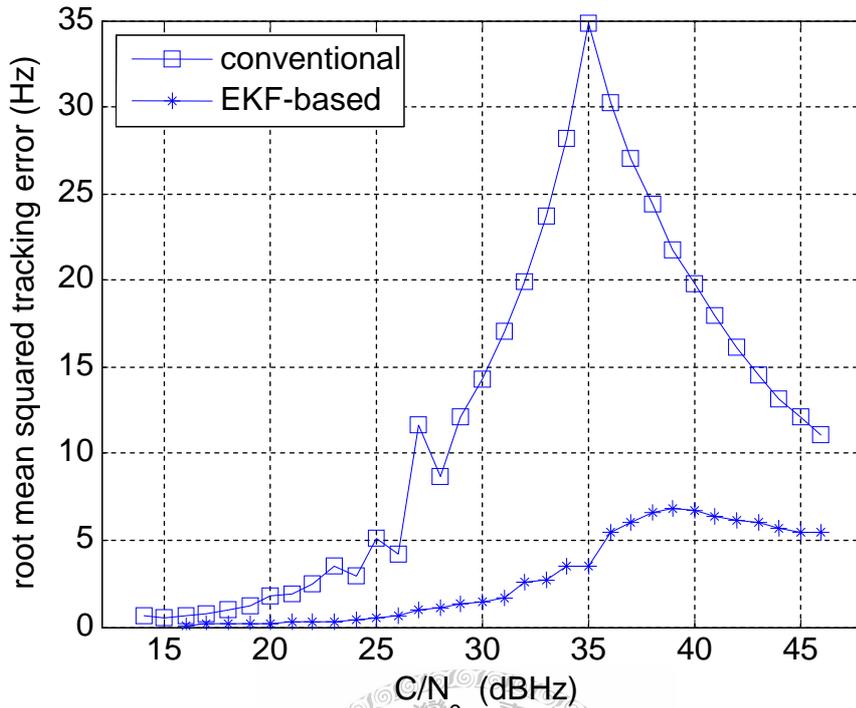


圖 5.14 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的殘餘載波頻率穩

態均方根追蹤誤差

圖 5.15 為傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的載波相位與電碼相位穩態均方根追蹤誤差。在載波相位的部分，當 C/N_0 由 46dBHz 減少至 28dBHz 時，傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的均方根追蹤誤差皆逐漸增加至 15° 左右即維持不變，這顯示追蹤迴路的效能與設計時一致。當 C/N_0 小於 28dBHz 時，傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的均方根追蹤誤差則受到同調積分展頻時間近似與非線性效應的影響而以 15° 為中心震盪。在電碼相位的部分，傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的均方根追蹤誤差在不同信號強度下皆維持於 0.01 碼細片左右，這顯示追蹤迴路的效能與設計時一致。但當 C/N_0 大於 31dBHz 時，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的均方根追蹤誤差較傳統追蹤迴路略低，故其可提供較為準確的虛擬距離量測。在追蹤靈敏度的部分，傳統追蹤迴路可達到 14dBHz，而延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路可達到 16dBHz。

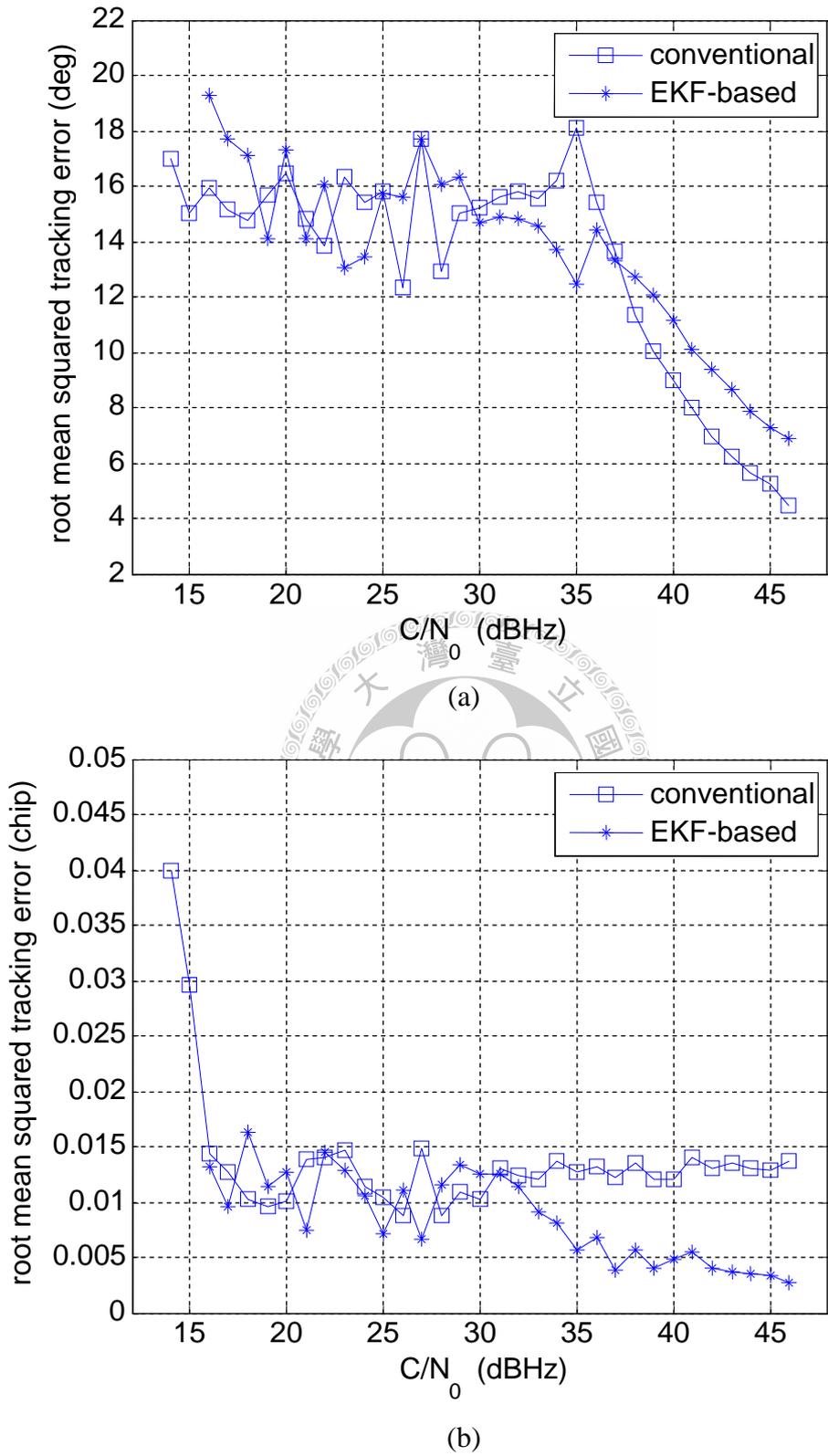


圖 5.15 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的 (a)載波相位 (b)

電碼相位 穩態均方根追蹤誤差

第六章

結論與未來展望

6.1 結論

本論文嘗試從追蹤迴路的架構設計上提升 GPS 接收機的追蹤靈敏度，以擴增 GPS 系統的使用環境至衛星信號強度衰減的各種區域。根據不同的信號強度衰減場合，本論文分析了幾種相關的應對方式。在這些應對方式之中，又以提升接收機的靈敏度為必須首要考量的方式。提升追蹤靈敏度可藉由增加追蹤迴路所使用的解展頻增益以及改良追蹤迴路以降低其成功鎖定時所需的最小訊雜比來達成。在改良追蹤迴路的部分，本論文分別從兩方面進行。首先為傳統追蹤迴路的架構分析與設計。接著依據傳統追蹤迴路的架構，本論文使用延伸型卡爾曼濾波器取代傳統追蹤迴路濾波器以對傳統追蹤迴路作進一步改良。由延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的架構分析可以發現，傳統追蹤迴路濾波器實為延伸型卡爾曼濾波器的特例。因此經由適當的設計，兩者可達到相近的效能。傳統追蹤迴路的優點之一為其豐富的理論基礎與設計典範可做為設計時的參考依據。傳統追蹤迴路的計算複雜度亦較延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路為低。延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的優點之一為其具有最小化均方追蹤誤差的特性，另一優點為其簡易的參數設計。依據追蹤誤差公式的分析結果，本論文提出一套明確的追蹤迴路設計流程以決定不同信號強度下追蹤迴路所使用的解展頻增益與追蹤演算法。由此設計流程本論文成功設計出靈敏度分別達到 14dBHz 與 16dBHz 的傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路。除了追蹤靈敏度之外，本論文亦以電腦模擬測試在不同信號強度下兩者的初始效能與信號動態追蹤效能。當 C/N_0 大於 27dBHz 且電碼相位初始估計誤差較小時，相較於延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路，傳統追蹤迴路能容許較

大的載波頻率初始估計誤差。但當電碼相位初始估計誤差較大時，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的初始效能則較傳統追蹤迴路為佳。在信號動態追蹤效能的部份，本論文以持續 1 秒的載波頻率變化速率偏移做為測試項目。模擬結果顯示延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路對信號動態的追蹤效能較傳統追蹤迴路為佳。當 C/N_0 大於 23dBHz 時，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路能成功追蹤由一般人步行所造成的信號動態。

表 6.1 傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路的效能比較

效能指標	傳統追蹤迴路	延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路
追蹤靈敏度	$C/N_0 \geq 14\text{dBHz}$	$C/N_0 \geq 16\text{dBHz}$
動態追蹤靈敏度	$C/N_0 \geq 34\text{dBHz}$	$C/N_0 \geq 32\text{dBHz}$
穩態均方追蹤誤差	較大	較小
使用者動態追蹤範圍	較小	較大

依據模擬結果，表 6.1 列出了傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路在幾項主要效能指標上的比較結果。其中動態追蹤靈敏度的標準為追蹤迴路必須能維持 4g 的載波頻率變化速率追蹤能力。雖然本論文中傳統追蹤迴路與延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路皆經過最佳化設計，延伸型卡爾曼濾波器追蹤迴路在動態追蹤靈敏度，穩態均方追蹤誤差，以及使用者動態追蹤範圍的效能均較傳統追蹤迴路為佳。

6.2 未來展望

在本論文中，追蹤迴路的架構設計與改良皆是從單一通道的觀點出發的。事實上不同的 GPS C/A 電碼之間不為零的交互相關函數會使得微弱信號的捕獲與追

蹤更加困難。當接收機能同時接收到多顆收訊良好的衛星訊號時，微弱衛星訊號的成功接收與否對接收機的影響較為輕微。但當收訊良好的衛星數目不足以提供導航程序計算使用者資訊時，接收機必須先克服一般衛星訊號對微弱衛星訊號造成的干擾才可使用微弱衛星訊號。因此除了提升接收機的靈敏度之外，如何有效解決不同衛星訊號之間的干擾問題亦相當重要。

除了上述的問題之外，本論文提供的追蹤迴路設計流程能設計出許多不同規格的追蹤迴路。本論文設計的追蹤迴路皆以 20 毫秒作為追蹤迴路輸入的同調積分解展頻時間上限，不同規格的追蹤迴路設計則未加以探討。尤其當追蹤迴路使用的同調積分解展頻時間持續增加時，頻率振盪器與頻率合成器的雜訊會使得本地端參考信號出現不可忽略的信號動態。因此為了有效增加同調積分解展頻增益，關於頻率振盪器與頻率合成器雜訊所造成的影響甚或其改善方式皆可做為進一步探討的方向。

此外，本論文中所探討的追蹤迴路架構分析與設計皆假設接收訊號為 GPS L1 頻帶的民用訊號。雖然不同導航衛星系統的各种訊號對追蹤迴路的架構與特性影響並不大，但多數訊號皆較 GPS L1 頻帶的民用訊號更適合於信號強度衰減的環境下使用[24]。如何設定追蹤迴路的規格以充分發揮各種訊號所帶來的優點，並了解使用各種訊號時接收機所能達到的性能將成為新一代導航定位產品發展中不可或缺的研究。



附錄

接收端 GPS 基頻信號模型

在本論文中，追蹤迴路的效能量測是以電腦模擬追蹤迴路的運作來達成。模擬中追蹤迴路所使用的衛星信號是由模擬器直接產生。為了減少儲存衛星信號所需的記憶空間，模擬器產生了降至基頻的衛星信號。另外為了排除導航資訊位元同步與解調錯誤造成的解展頻增益損失，模擬器產生的衛星信號不包含導航資訊位元調變。因此基頻信號中的單一衛星成分可表示為

$$s_i(nt_s) = A_i(n)c_i(nt_s) \exp(j\theta_i(nt_s)) \quad (\text{A.1})$$

其中 A_i ， c_i ， θ_i 分別為基頻信號振幅，展頻碼調變，與基頻信號中的殘餘載波調變相位。以下為這些參數的產生方式。

(1) 信號振幅

信號功率的大小決定了信號振幅的大小。假設信號功率為 P ，則中頻信號振幅為 $\sqrt{2P}A_m/2$ 。其中 A_m 為降頻信號振幅。當中頻信號降至基頻信號時，中頻信號必須分為同相位與正交相位兩路降頻以提供追蹤迴路載波相位資訊。假設降頻信號為 $A_b \exp(-j\theta_b(nt_s))$ ，則基頻信號振幅為 $\sqrt{2P}A_m A_b/4$ 。在不影響訊雜比的情況下，我們可以假設 $A_m = \sqrt{2}$ ， $A_b = 1$ 。故

$$A_i = \frac{\sqrt{P_i}}{2} \quad (\text{A.2})$$

(2) 展頻碼調變

基頻信號的有限頻寬對追蹤迴路效能的影響在本論文中並未加以探討。為了減少模擬器產生信號所需的時間，公式(A.1)所表示的衛星信號為理想射頻信號經降頻取樣後的結果，故 $c_i(nt_s) = \pm 1$ 。展頻碼調變的正負值可由展頻碼相位 τ_i 與展頻碼序列推得。造成展頻碼相位變化的最主要因素為都普勒效應帶來的頻率偏移。故

$$\tau_i(nt_s) = \tau_i(0) + f_{CA}nt_s + t_s \sum_{k=0}^n \frac{f_{CA}}{f_{L1}} f_i(kt_s) + v_1(nt_s) \quad (\text{A.3})$$

其中 f_i 為殘餘載波頻率(約等於載波都普勒頻率位移)， v_1 為展頻碼相位雜訊。關於信號參數雜訊對追蹤迴路效能的影響在本論文中並未加以探討，故模擬器產生的信號不包含展頻碼相位雜訊。

(3) 殘餘載波調變

基頻信號中的殘餘載波調變來自於衛星信號的載波頻率與接收機產生的載波頻率之間的誤差。造成誤差的主要來源為都普勒效應帶來的頻率偏移與接收機頻率振盪器的頻率偏移。由於這些頻率偏移的影響為相加性，模擬器僅由其總和來產生殘餘載波調變。為了量測衛星動態與使用者動態造成的都普勒頻率偏移變化對追蹤迴路效能的影響，模擬器是由殘餘載波頻率的變化速率來產生殘餘載波頻率，即

$$f_i(nt_s) = f_i(0) + t_s \sum_{k=0}^n \alpha_i(kt_s) + v_2(nt_s) \quad (\text{A.4})$$

其中 α_i 為殘餘載波頻率的變化速率， v_2 為殘餘載波頻率雜訊。殘餘載波相位可由殘餘載波頻率求得

$$\theta_i(nt_s) = \theta_i(0) + 2\pi t_s \sum_{k=0}^n f_i(kt_s) + v_3(nt_s) \quad (\text{A.5})$$

其中 v_3 為殘餘載波相位雜訊。關於信號參數雜訊對追蹤迴路效能的影響在本論文中並未加以探討，故模擬器產生的信號不包含殘餘載波相位雜訊與殘餘載波頻率雜訊。

當基頻信號中不同衛星信號的強度相差較大時，不同衛星信號之間的交互相關性會增加追蹤微弱衛星信號的困難度。本論文假設不同衛星信號強度的差異不大，故不同衛星信號之間約為互相獨立。基於這個假設模擬器僅產生包含單一衛星信號的基頻信號，即

$$r(nt_s) = s_1(nt_s) + n_c(nt_s) \quad (\text{A.6})$$

其中 n_c 為基頻信號中的雜訊成分。

基頻信號中的雜訊主要來源為接收機前端的熱雜訊。假設接收機前端可等效為一理想的低通濾波器，則基頻信號中的熱雜訊可以一有限頻寬的白色高斯隨機程序來近似。假設射頻信號中的雜訊功率為 P_n ，則經過第一次降頻後雜訊功率為 $A_m^2 P_n/4$ 。當中頻信號降至基頻時，同相位與正交相位基頻信號中的雜訊功率皆變為 $A_m^2 A_b^2 P_n/8$ 。將 $A_m = \sqrt{2}$ ， $A_b = 1$ 代入可以得到

$$\sigma_{nI} = \sigma_{nQ} = \frac{\sqrt{P_n}}{2} \quad (\text{A.7})$$

其中 σ_{nI} 與 σ_{nQ} 分別為同相位與正交相位基頻信號中雜訊的標準差。將 σ_{nI} 與 σ_{nQ} 設為1可以得到

$$A_i = \sqrt{\frac{P_i}{P_n}} = \sqrt{\frac{1}{2t_s} \frac{C}{N_0}} \quad (\text{A.8})$$

根據上述的基頻信號模型，模擬器產生接收端 GPS 基頻信號的架構如圖 A.1 所示。藉由調整不同的信號生成參數，模擬器即可產生各項測試所需的基頻信號。

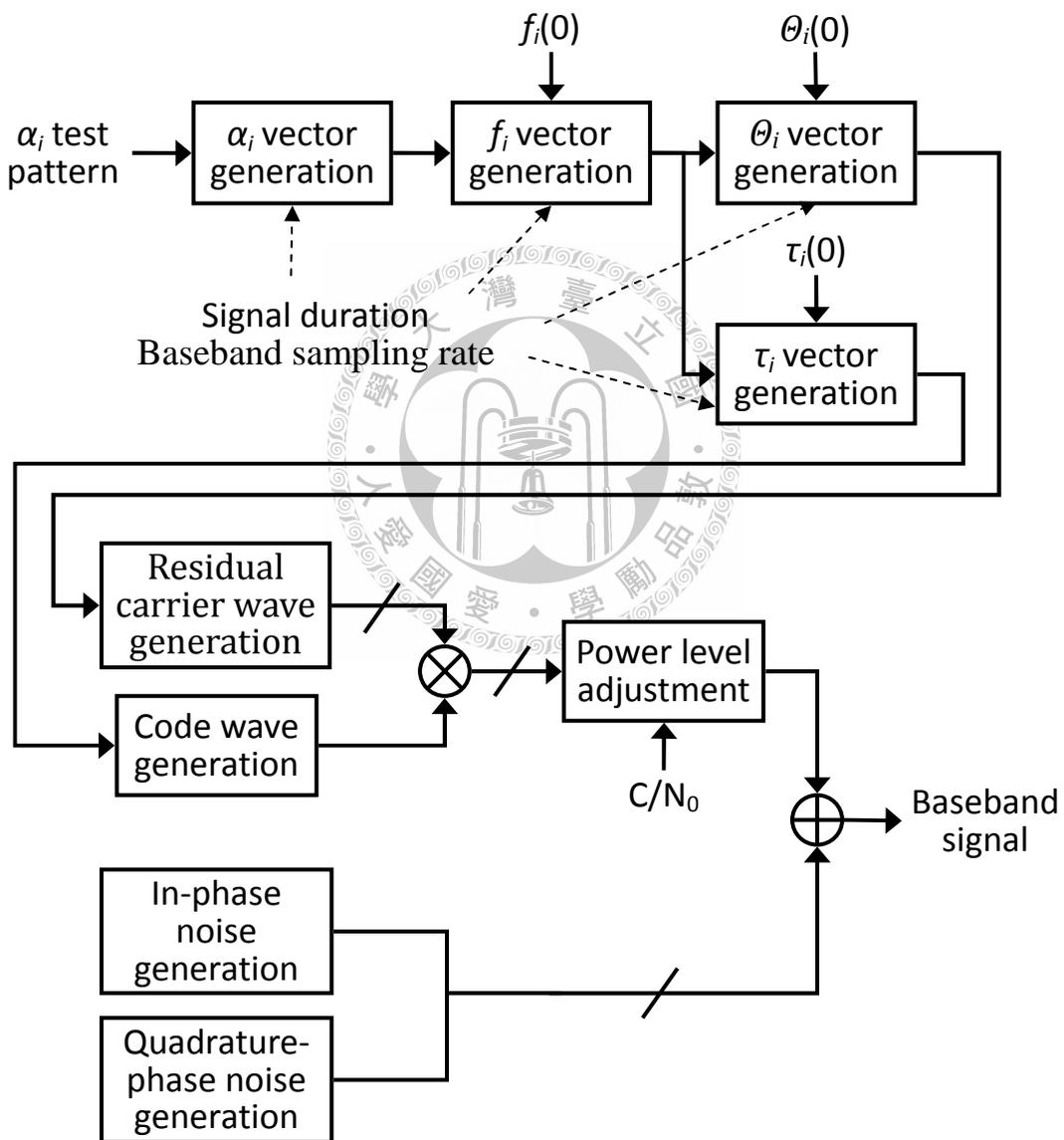


圖 A.1 接收端基頻信號的生成架構

參考文獻

- [1] Charles Abraham, Frank van Diggelen, "Indoor GPS: The No-Chip Challenge," GPS World, September 2001.
- [2] Daniele Borio, Letizia Lo Presti, "Galileo Open Service and Weak Signal Acquisition," InsideGNSS, November/December 2007.
- [3] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2001.
- [4] Donald R. Stephens, *Phase-Locked Loops for Wireless Communications: Digital, Analog, and Optical Implementations*, 2nd ed., Chapter 4, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [5] James B. Y. Tsui, *Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2005.
- [6] Nesreen I. Ziedan, *GNSS Receivers for Weak Signals*, Artech House, August 2006.
- [7] Elliott D. Kaplan, Christopher J. Hegarty, *Understanding GPS: Principles and Applications*, 2nd ed., Mobile Communication Series, Artech House, 2006.
- [8] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, *Modern Control Systems*, 11th ed., Pearson Prentice Hall, 2008.
- [9] Olivier Julien, "Design of Galileo L1F Receiver Tracking Loops," Ph.D. Dissertation of the Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, July 2005.

- [10] Bill R, Cap C, Kofahl M, Mundt T, "Indoor and Outdoor Positioning in Mobile Environments: A Review and some Investigations on WLAN-Positioning," *Geographic Information Sciences: Journal of The International Association of Chinese Professionals in Geographic Information Sciences*, vol. 10, no. 2, 2004, pp. 91–98.
- [11] J. Wang, "Pseudolite Applications in Positioning and Navigation: Progress and Problems," *Journal of Global Positioning Systems, The International Association of Chinese Professionals in Global Positioning Systems*, vol. 1, no. 1, 2002, pp. 48–56.
- [12] Gerard Lachapelle, "GNSS Indoor Location Technologies," *Journal of Global Positioning Systems, The International Association of Chinese Professionals in Global Positioning Systems*, vol. 3, no. 1-2, 2004, pp. 2–11.
- [13] Dah-Jing Jwo, "Remarks on The Kalman Filtering Simulation and Verification," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 186, no. 1, March 2007.
- [14] J. W. M. Bergmans, "Effect of Loop Delay on Stability of Discrete-Time PLL," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 42, no. 4, April 1995.
- [15] S. A. Stephens, J. B. Thomas, "Controlled-Root Formulation for Digital Phase-Locked Loops," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 1, January 1995.
- [16] Phillip W. Ward, "Performance Comparisons Between FLL, PLL and a Novel FLL-Assisted-PLL Carrier Tracking Loop Under RF Interference Conditions," *Proceedings of the 11th International Technical Meeting of The Satellite Division of ION, Nashville, TN, September 1998*, pp. 783–795.

- [17] Psiaki, M. L., and H. Jung, "Extended Kalman Filter Methods for Tracking Weak GPS Signals," Proceedings of GPS 2002 Conference of The Institute of Navigation, Portland, OR, September 24–27, 2002, pp. 2539–2553.
- [18] G. Lachapelle, H. Kuusniemi, D. T. H. Dao, G. MacGaugan, M. E. Cannon, "HSGPS Signal Analysis and Performance under Various Indoor Conditions," Proceedings of GPS/GNSS 2003 Conference of The Institute of Navigation, Portland, OR, September 2003, pp. 1171–1184.
- [19] Olivier Julien, "Carrier-Phase Tracking of Future Data/Pilot Signals," Proceedings of the 18th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, Long Beach, CA, September 2005, pp. 113–124.
- [20] Todd E. Humphreys, Mark L. Psiaki, Paul M. Kintner, Jr., Brent M. Ledvina, "GPS Carrier Tracking Loop Performance in The Presence of Ionospheric Scintillations," Proceedings of the 18th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, Long Beach, CA, September 2005, pp. 156–167.
- [21] W. Yu, G. Lachapelle, S. Skone, "PLL Performance for Signals in the Presence of Thermal Noise, Phase Noise, and Ionospheric Scintillation," Proceedings of the 19th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, Fort Worth, TX, September 2006, pp. 1341–1357.
- [22] C. Mongredien, M.E. Cannon, G. Lachapelle, "Performance Evaluation of Kalman Filter Based Tracking for the New GPS L5 Signal," Proceedings of the 20th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, Fort Worth, TX, September 2007, pp. 749–758.
- [23] Matthew Lashley, David M. Bevly, "Comparison of Traditional Tracking Loops and Vector Based Tracking Loops for Weak GPS Signals," Proceedings of the 20th

International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, Fort Worth, TX, September 2007, pp. 789–795.

[24] Philip G. Mattos, "Indoor Galileo Receivers: Sensitivity, Pilot Signals, Secondary Codes," Proceedings of the 20th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, Fort Worth, TX, September 2007, pp. 1042–1048.

[25] Stefan Kiesel, Christian Ascher, Daniel Gramm, Gert F. Trommer, "GNSS Receiver with Vector Based FLL-Assisted-PLL Carrier Tracking Loop," Proceedings of the 11th International Technical Meeting of The Satellite Division of ION, Savannah, GA, September 2008, pp. 197–203.

[26] Philip G. Mattos, "Hot Start Every Time: Compute The Ephemeris on The Mobile," Proceedings of the 11th International Technical Meeting of The Satellite Division of ION, Savannah, GA, September 2008, pp. 204–211.

