

國立臺灣大學工學院機械工程學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

微型可重構式超精密光學干涉儀之研製

Development of a Micro Reconfigurable  
Ultra-Precision Interferometer



Chung, Yi-Cheng

指導教授：范光昭 博士

Advisor: Fan, Kuang-Chao, Ph.D.

中華民國一百年七月

July, 2011

國立臺灣大學碩士學位論文  
口試委員會審定書

微型可重構式超精密光學干涉儀之研製

**Development of a Micro Reconfigurable  
Ultra-Precision Interferometer**

本論文係鍾一正君（學號 R98522716）在國立臺灣大學機械工程研究所所完成之碩士學位論文，於民國一百年七月九日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

范光照

范光照  
(指導教授簽名)

陳亮嘉

陳亮嘉

朱志良

朱志良

系主任：

張所鎔

張所鎔

## 誌謝

轉眼間在台大六年的求學生涯已接近尾聲，在台大和精密量測實驗室的生活中讓我獲益良多。我也終於能以拙作一本，來感謝所有直接或間接幫助我完成學業的師長、朋友們。

首先我要感謝恩師范光照老師，老師對於研究的執念、做事的態度等深深了影響我，並給予我充份的信任和研究資源來完成論文內的研究；同時也要感謝口試委員陳亮嘉教授和朱志良教授，為我的論文提供了許多寶貴的意見；另外要感謝的是北京清華大學的曾理江教授，為本研究提供了非常珍貴的二維光柵，讓我的研究順利許多；還有現在在新加坡的程方博士，解決了我許多關於干涉儀架設和原理層級的問題。

感謝許多學長在我研究的過程中為我解惑：首先是博正學長，教導了我許多干涉儀的知識和技術、同時傳授了許多實驗室以前碰過的問題和解決方法，沒有學長就沒有這篇論文；博班學長智遠、守恆、希銘在各個領域的經驗和技術的指導讓我少了許多獨自摸索的困擾；感謝碩班學長家佑、順洋、睿程、志遠、家葦、昇宜、韋廷無論是在研究或是在生活上的鼓勵與支持；特別要感謝的是助理雅淑，為實驗室的眾人處理麻煩的行政事務，讓我們能全心攻讀學位。

此外，同窗好友綜漢、俊寬、亦凱、敏威和世將等在研究所的兩年內無論是學術問題的切磋成長、或是生活上的吃喝玩樂都讓我覺得很幸運有這麼合得來的同學，在此感謝他們，我也將會很懷念這段相處的日子。還要感謝學弟柏勛、仲豪、志雄、兆民等帶來實驗上的幫助與生活上的歡笑，也預祝你們學業順利。

感謝好友大頭、耕宇、陳昀、昕至、品嵐、臉兒、阿嚕、珊米等很多很多朋友以及快槍、牛角、蘇噴、阿乾、柚子、老虎、桂格、民俗、拉布布、低洨等許多在大學時認識的朋友們，與你們共同打拼、一起玩樂、一起歡笑、分享生活點滴的過程是我攻讀學位時的精神糧食。

最後要感謝我最愛的爸媽、姊姊在這些日子全力的支持與鼓勵，讓我能無後顧之憂的研究學問；還有女友巧雯充分地包容和不求回報地陪伴我這個工作狂。另外，在此感謝所有我前面沒有提到、卻正面地影響我或這篇論文的人，希望能與你們一同分享我的成果與喜悅。

民國一百年仲夏 於台大

## 摘要

隨著半導體產業、微電子產業、微生物產業等小尺度工程的發展，許多奈米級的加工、定位、量測系統都有賴於超精密的感測器技術；然而，想要同時達到大量程與高解析度的代價不僅昂貴、體積龐大而且容易受到環境影響。因此，本研究主旨為解決上述問題並研發低成本、高精度、大量程、工藝技術簡單且不受環境影響的感測器。

在工業上，雷射干涉儀的使用加強了系統精度的可靠性，但雷射干涉儀受限於價格和體積，並不適合嵌入一般儀器中做為感測器使用。本研究基於同樣的干涉原理，將精密干涉儀微小化並簡易化成可在工程上實用的感測器，並加強安裝時的寬鬆性，不造成使用上的障礙。

為了達到上述的目的，本研究提出一種多工式干涉模組(versatile interferometric module, VIM)做為感測器的核心元件，利用偏極化光學理論和四通道感測器陣列來優化系統的性能。搭配上不同的平面鏡並偏折光路即可實現許多不同的量測方式及量測範圍。在訊號處理方面，提出了硬體電路和軟體演算法，進行前級訊號修正、後級訊號即時處理、訊號計數、細分割等動作，為一通用式的訊號解析模組。

整套感測器系統可快速重構成麥克森干涉儀(PMI)、雙角度干涉儀(PYAI)、抗偏擺式角度干涉儀(ADAI)、線性光柵尺(LDGI)或平面光柵尺(PDGI)。各種位移感測器的精度經實驗驗證後都優於 27 nm，量測範圍最高可以達到兩個方向各 50 mm；角度感測器在定距離量測時精度為 0.25 arcsec，當量測鏡進行長距離之線性運動時，量測精度也都優於 1 arcsec。

關鍵字：重構性能、光柵干涉儀、角度干涉儀、超精密量測、微小化感測器

# ABSTRACT

Nowadays, in pace with the development of semiconductor, micro-electronic and biological industries, many micro/nano manufacturing, positioning and metrology depend on the technologies of ultra-precision sensor. However, to achieve large metrology range and high resolution is not only an expensive, bulky but an environmental dependent task. As a result, the main contribution of this thesis is to solve the above paradox and develop a low cost, high accuracy, large metrology scale, compact and free of environmental effect sensor scheme.

Laser interferometers provide the reliability of the accuracy of the instruments in industrial use, but the size and cost make them almost impossible to be embedded into the system as sensor. Based on the same metrology principle, our research makes efforts in minimizing and simplifying the interferometer as a practically useful sensor in industrial use.

To achieve the above-mentioned goal, we present a versatile interferometric module as the core of our sensor. By applying the polarizing theory and four-detector-array, the performance of the sensor can be optimized. It can be reconfiguring to a number of metrology way and measurement range by adopting different sets of plane mirrors. This research also presents a general scheme of signal processing by mixing a hardware circuit and a software algorithm, proceeding pre-correction, real-time compensation, wave count and interpolation of the metrology signal.

The whole sensor scheme can rapidly reconfigured into polarizing Michelson interferometer, pitch-yaw angle interferometer, anti-deflection angle interferometer, linear diffraction grating interferometer and planar diffraction grating interferometer. The accuracy and the measurable range of the three displacement sensor are experimentally testified to be better than 27 nanometers and 25 millimeters in two directions. The angular accuracy of the angle sensors are 0.25 arcsec in static measurement and 1 arcsec in large linear motion measurement.

Keywords: Reconfigurable scheme, Grating interferometer, Angle interferometer, Ultra-precision metrology, Miniature sensor

# 目錄

誌謝 .....	i
摘要 .....	ii
ABSTRACT .....	iii
目錄 .....	iv
圖目錄 .....	vii
表目錄 .....	xii
<b>第一章 緒論.....</b>	<b>1</b>
1-1. 研究動機與目的 .....	1
1-2. 參考文獻回顧 .....	3
1-2-1. Homodyne interferometer .....	3
1-2-2. Grating interferometer.....	6
1-2-3. Heterodyne interferometer .....	10
1-3. 研究方法與內容概要 .....	13
<b>第二章 干涉儀之量測原理 .....</b>	<b>14</b>
2-1. 量測原理 .....	14
2-2. 光路設計原理 .....	15
2-2-1. 核心概念 .....	15
2-2-2. 干涉之對比度 .....	17
2-2-3. 幾何公差概念 .....	19
2-3. 系統元件 .....	20
2-4. 多工式干涉模組之研製 .....	22
2-4-1. 瓊斯運算 .....	24
2-4-2. VIM 機械夾持具設計 .....	28
2-5. 訊號處理 .....	30
2-6. 小結 .....	33
<b>第三章 雷射單頻干涉儀 .....</b>	<b>35</b>
3-1. 微型麥克森干涉儀 .....	35
3-1-1. 偏極化麥克森干涉儀.....	35

3-1-2. 公差分析 .....	37
3-1-3. 量程與精度實驗 .....	38
3-1-4. 穩定度與解析度實驗 .....	41
3-2. 平面鏡式角度干涉儀 .....	44
3-2-1. 光路原理與公差分析 .....	44
3-2-2. 精度驗證 .....	47
3-2-3. 雙角度干涉儀 .....	48
3-2-4. 雙角度比對實驗 .....	49
3-3. 抗偏擺式角度干涉儀 .....	51
3-3-1. 光路原理與公差分析 .....	51
3-3-2. 固定工作距離之精度實驗 .....	54
3-3-3. 長行程線性運動時之比對實驗 .....	55
3-4. 小結 .....	56
<b>第四章 光柵干涉儀 .....</b>	<b>60</b>
4-1. 光柵干涉術 .....	60
4-1-1. 都卜勒效應 .....	60
4-1-2. 光柵繞射與都卜勒頻移 .....	62
4-2. 線性光柵尺 .....	65
4-2-1. 光路原理 .....	65
4-2-2. 幾何公差探討與驗證 .....	66
4-2-3. LDGI 性能測試 .....	71
4-3. 平面光柵尺 .....	75
4-3-1. 平面光柵製作 .....	76
4-3-2. 光路原理 .....	78
4-3-3. 二維軌跡補償模型 .....	81
4-3-4. PDGI 性能測試 .....	87
4-4. 小結 .....	90
<b>第五章 誤差分析 .....</b>	<b>94</b>
5-1. 誤差來源 .....	94

5-2.	架設誤差 .....	95
5-3.	儀器誤差 .....	96
5-4.	環境誤差 .....	101
5-5.	小結 .....	103
<b>第六章</b>	<b>結論.....</b>	<b>104</b>
6-1.	研究成果 .....	104
6-2.	未來展望 .....	106
<b>參考文獻 .....</b>		<b>107</b>



## 圖目錄

圖 1-2.1	Pan Shi 和 Erik Stijns 設計的角度干涉儀 .....	4
圖 1-2.2	Liu 等人設計的微位移干涉儀.....	4
圖 1-2.3	以 HOE 為基礎發展的角度干涉儀 .....	5
圖 1-2.4	上海理工大學提出使用特殊稜鏡之干涉儀 .....	5
圖 1-2.5	天津大學提出八倍頻耦合差動式單頻干涉儀 .....	6
圖 1-2.6	台大應力所研發之 DiLENS 光學架構示意圖 .....	7
圖 1-2.7	高偉等人提出之三軸感測干涉儀架構圖 .....	7
圖 1-2.8	Kimura 等人提出之二維光學尺光路結構示意圖 .....	8
圖 1-2.9	范光煥等人提出之準直入射式干涉儀 .....	8
圖 1-2.10	范光煥和李博正提出準直入射式平面光柵干涉儀 .....	9
圖 1-2.11	高清芬等人提出之共軛式光柵干涉儀 .....	9
圖 1-2.12	Menq 等人提出高公差之平面鏡干涉儀 .....	10
圖 1-2.13	鄭德鋒等人提出之雙稜鏡角度干涉儀架構 .....	11
圖 1-2.14	美國 JPL 提出太空觀測用超精密角度干涉儀之整體架構 .....	11
圖 1-2.15	準共光程外差光柵干涉儀之外差光源 .....	12
圖 1-2.16	準共光程外差光柵干涉儀之核心光路 .....	12
圖 2-1.1	Michelson 干涉儀光路架構 .....	15
圖 2-2.1	光柵干涉儀偏擺時之光路誤差 .....	17
圖 2-2.2	變光程量測之 head-to-scale 幾何對位關係圖 .....	19
圖 2-2.3	等光程量測之 head-to-scale 幾何對位關係圖 .....	20
圖 2-4.1	VIM 內部結構及光路行進圖 .....	23
圖 2-4.2	Q3 後的光路架構與極化狀態 .....	23
圖 2-4.3	VIM 機械夾持具設計圖與實體照片 .....	28
圖 2-4.4	以 VIM 構成 Michelson 干涉儀 .....	29
圖 2-4.5	以 VIM 構成角度干涉儀 .....	29
圖 2-4.6	以 VIM 構成光柵干涉儀 .....	29
圖 2-5.1	利薩圓訊號狀況 .....	30

圖 2-5.2	前級訊號處理電路 .....	31
圖 2-5.3	訊號處理電路之電路圖 .....	32
圖 2-5.4	電路實體圖 .....	32
圖 2-5.5	軟體運算架構 .....	33
圖 3-1.1	PMI 架構圖 .....	35
圖 3-1.2	兩組 PMI 之實體圖 .....	36
圖 3-1.3	光路偏擺對 PMI 的影響 .....	37
圖 3-1.4	PMI 量程實驗架設 .....	38
圖 3-1.5	PMI 與商用雷射干涉儀長行程比對 .....	39
圖 3-1.6	PMI 精度實驗架設 .....	39
圖 3-1.7	PMI 量測誤差 .....	40
圖 3-1.8	各次行程之擬合殘差 .....	40
圖 3-1.9	PMI 之標準差曲線 .....	41
圖 3-1.10	PMI 靜置三十分鐘之穩定性 .....	42
圖 3-1.11	PMI 於 20 秒內之原始數據 .....	43
圖 3-1.12	PMI 之殘留電子雜訊 .....	43
圖 3-2.1	PAI 架構圖 .....	44
圖 3-2.2	角度干涉儀量測原理示意圖 .....	45
圖 3-2.3	角度偏擺對 PAI 造成的影响 .....	46
圖 3-2.4	PAI 工作距離與角度公差之關係 .....	46
圖 3-2.5	與 HP5529A 進行精度比對實驗 .....	47
圖 3-2.6	PAI 與 HP5529A 在固定距離的角度量測比對 .....	48
圖 3-2.7	PAI 之固定距離的角度量測誤差 .....	48
圖 3-2.8	PYAI 光路圖 .....	49
圖 3-2.9	PYAI 架設於微型工具機 .....	49
圖 3-2.10	PYAI 與 HP 5529A 在線性移動時之雙角度量測比對 .....	50
圖 3-2.11	PYAI 在線性移動時之量測誤差 .....	50
圖 3-3.1	角偶稜鏡抗偏擺原理 .....	52
圖 3-3.2	ADAI 光路 .....	52

圖 3-3.3 Aperture 作為空間濾波示意圖 .....	52
圖 3-3.4 ADAI 架構圖 .....	53
圖 3-3.5 ADAI 之讀取頭與角偶稜鏡組之實體照片 .....	54
圖 3-3.6 ADAI 與 HP 5529A 輸出數值比對 .....	54
圖 3-3.7 ADAI 之量測誤差 .....	55
圖 3-3.8 長行程比對實驗架設 .....	55
圖 3-3.9 行程約八十公分之滑軌角度誤差量測 .....	56
圖 3-3.10 ADAI 長行程量測誤差 .....	56
圖 3-4.1 台大精密量測實驗室所開發之多波長顯微系統簡易架構圖 .....	58
圖 3-4.2 台大精密量測實驗室所開發之五自由度感測器 .....	59
圖 4-1.1 簡易光柵干涉儀之架構 .....	60
圖 4-1.2 單一都卜勒效應 .....	61
圖 4-1.3 雙重都卜勒效應 .....	62
圖 4-1.4 光柵繞射示意圖 .....	63
圖 4-1.5 光柵移動時之都卜勒效應 .....	63
圖 4-2.1 LDGI 光路架構及實體照片 .....	66
圖 4-2.2 運動誤差造成 PD 上光點移動 .....	66
圖 4-2.3 傳統光柵干涉儀與 LDGI 之遠離公差示意圖 .....	67
圖 4-2.4 傳統光柵干涉儀與 LDGI 之偏航公差示意圖 .....	68
圖 4-2.5 光柵俯仰運動時對繞射光之影響 .....	68
圖 4-2.6 公差實驗架設示意圖 .....	69
圖 4-2.7 LDGI 幾何公差實驗-偏航 .....	70
圖 4-2.8 LDGI 幾何公差實驗-翻滾 .....	70
圖 4-2.9 LDGI 幾何公差實驗-俯仰 .....	71
圖 4-2.10 LDGI 性能驗證實驗架構 .....	71
圖 4-2.11 LDGI 之平均誤差 .....	72
圖 4-2.12 最小平方法修正餘弦誤差後之誤差統計 .....	72
圖 4-2.13 LDGI 讀取平台進行 20nm 之往復運動 .....	73
圖 4-2.14 LDGI 讀取平台進行長行程金字塔形運動 .....	74

圖 4-2.15 LDGI 之穩定度實驗.....	74
圖 4-2.16 LDGI 於 20 秒內之量測數據.....	75
圖 4-2.17 殘留之電子雜訊 .....	75
圖 4-3.1 光罩曝光法製作之平面計量光柵 .....	77
圖 4-3.2 干涉曝光系統架構 .....	77
圖 4-3.3 光柵實體照片 .....	78
圖 4-3.4 平面光柵初步驗證實驗 .....	78
圖 4-3.5 PDGI 光路架構 .....	79
圖 4-3.6 PDGI 光學讀取頭之實體照片 .....	79
圖 4-3.7 PDGI 讀頭與光柵之對位關係 .....	80
圖 4-3.8 PDGI 無系統誤差之情形 .....	82
圖 4-3.9 存在旋轉角誤差時之情形 .....	83
圖 4-3.10 存在傾斜角誤差時之情形 .....	83
圖 4-3.11 光柵結構正交誤差時的情形 .....	83
圖 4-3.12 軌跡校正流程 .....	84
圖 4-3.13 模擬之軌跡情形 .....	85
圖 4-3.14 軸交正規化處理 .....	85
圖 4-3.15 X 方向之正規化處理 .....	86
圖 4-3.16 Y 方向之正規化處理 .....	86
圖 4-3.17 補償前後之軌跡比較 .....	87
圖 4-3.18 PDGI 性能驗證實驗架設 .....	87
圖 4-3.19 PDGI 之 x 方向精度實驗 .....	88
圖 4-3.20 PDGI 之 y 方向精度實驗 .....	88
圖 4-3.21 PDGI 量測 100nm 階梯運動 .....	89
圖 4-3.22 PDGI 量測 4mm 之階梯運動 .....	90
圖 4-4.1 台大精密量測實驗室所開發之奈米級高度計 .....	92
圖 4-4.2 台大精密量測實驗室所開發之內螺紋導程誤差檢測儀 .....	92
圖 4-4.3 台大精密量測實驗室所開發之共平面平台 .....	93
圖 4-4.4 氣浮平台之架構圖 .....	93

圖 5-1.1 誤差來源 .....	94
圖 5-2.1 阿貝誤差 .....	95
圖 5-2.2 二維光柵與平台間的餘弦誤差 .....	96
圖 5-3.1 溫度變化導致雷射跳模現象 .....	97
圖 5-3.2 光柵表面平整度不佳之狀況 .....	100
圖 5-3.3 平面反射鏡之鬼影現象 .....	100



## 表目錄

表 1	兩種雷射關鍵參數總覽 .....	21
表 2	系統光學元件 .....	21
表 3	本研究中的瓊斯表示法 .....	24
表 4	PMI 各自由度公差 .....	38
表 5	PAI 工作距離為 100 mm 時之容忍公差 .....	47
表 6	ADAI 之幾何公差 .....	53
表 7	PMI 規格整理 .....	57
表 8	PAI 與 PYAI 規格整理 .....	57
表 9	ADAI 規格整理 .....	58
表 10	LDGI 之幾何公差 .....	69
表 11	LDGI 精度性能整理 .....	73
表 12	PDGI 之容忍公差 .....	81
表 13	PDGI 精度性能整理 .....	89
表 14	LDGI 規格整理 .....	91
表 15	PDGI 規格整理 .....	91
表 16	誤差總整理 .....	103

# 第一章 緒論

## 1-1. 研究動機與目的

隨著精密工業、微電子技術及生物技術的快速發展，使得感測器的發展目標朝向小型化、高精度、奈米級解析度，且現場環境的適應能力須要變得更強，以達到工程應用之實用性。

以位移的量測為例，在高精度的量測環境下，接觸式量測方法存在之缺陷在於：任何微小的接觸力引起之變形在微觀的世界可能造成極大的誤差，導致其不確定度飆昇，所以必需使用非接觸式的量測方法。目前，進行非接觸式奈米級位移量測方法主要有：非光學方法和光學方法兩大類，前者包括電感及電容測微法，後者則包括各種形式的雷射干涉法。在非光學方法中電感及電容測微法雖然具有高解析度，但量測長度過短，通常在微米級的場合使用；商用雷射干涉儀具有奈米級的解析度且較大的量測範圍，可是價格昂貴、體積龐大，多用在實驗室場合或作校正用途，並不適合整合進商用機台中作為感測器用。

綜觀一般具有奈米解析度的位移感測器中，電感及電容感測法無法具有長行程；雷射干涉法結構龐大複雜，且價格昂貴並容易受到環境的影響，因此奈米級位移感測器的行程增長、簡易化、低成本、高解析、不易受環境影響等是量測科技中重要的方向。

雷射的發明改寫了無數的光學量測方法，而受惠於 CD/DVD 工業的風行，二極體雷射現今價格已十分低廉，市面上很容易取得各式模組化的二極體雷射。本研中，將二極體雷射搭配上多功能干涉模組(VIM)可以達成微型、便宜、結構強壯、多樣功能等優勢之干涉系統，這些優點使干涉儀被簡化成具有實際工程應用的潛力的微小感測器(miniature sensor)。使用 VIM 的好處是 VIM 結合了干涉儀的分光、接收、相位編碼等功能，並且可以重構成不同用途的干涉儀；舉例來說，藉由外部反射鏡偏折光路即可達成平面鏡之遠離位移、偏擺角度、光柵之線性位移或平面光柵之平面運動等自由度的感測，因此以下分成定位感測和角度偏擺感測兩個方向來探討研究動機。

## A. 奈米定位感測

現今奈米級量測技術正由點量測向面量測過渡中，由長度的精密量測擴展至形狀之精密量測是重要的目標，而這有賴於長行程且具高解析度與準確度的平面量測。在傳統的平台位移量測上，高準確度-短行程者採用撓性連桿懸移機構、壓電驅動器與電容式感測器整合，雖具有高解析度與準確度，但行程難以拉長；高準確度-長行程者則是將一組高準確短行程的模組架在另一組中低精度長行程的模組上，雖然拉長行程，但準確度卻難以提高。

平面位移平台傳統上的結構採用正交式或龍門架式兩種形式。這些平台的結構，在驅動、導引、和量測上兩垂直軸是獨立分離的，系統的複雜度很高，在精密定位的控制上，系統動態的穩定性也很困難，兩軸間正交的精度、感測器與感測面間的平行度、干涉儀與平台間的幾何對位關係等問題在要求高精度之系統中都非常難以克服。

光學編碼器(optical encoder)即為一種位移感測器，而光柵(grating)為光學尺系統的主要應用元件。若能採用光柵作為分光元件，使其產生繞射光進而產生干涉，就構成「光柵干涉儀」，如此，利用光柵刻劃的間距來定量位移，與光源的波長無關，不需要穩頻之光源，不但大大降低成本，也能減少環境因素對儀器產生的影響。除了利用光柵刻劃的間距來定量位移，使用雷射波長做為計量依據的雷射干涉儀(laser interferometer)也很常見於定位感測用。

本研究基於 VIM 和二極體雷射的應用提出三種測長干涉儀：偏極化麥克森干涉儀(polarizing Michelson interferometer, PMI)，適合量測小行程位移；雷射繞射干涉儀(laser diffraction grating interferometer, LDGI)，適合量測長行程之線性位移；平面光柵干涉儀(planar diffraction grating interferometer, PDGI)，適合量測奈米級解析度之平面運動。

## B. 角度偏擺感測

精密運動平台是利用裝置於各移動軸的位移感測器，即時迴授動態位置至控制器以控制加工路徑的位移與速度，達到精密定位的功能，其在每個軸之運動方向具有六個自由度誤差，分別為一個定位誤差、兩個真直度誤差及三個角度誤差，又稱為幾何誤差。以工具機為例，此誤差量造成實際切削點位置和位移感測器所

顯示的位置值不同，由角度誤差所造成的偏位即所謂的阿貝誤差( Abbé Error,【1】)，由直度誤差所造成的偏位即所謂的布萊恩誤差(Bryan Error,【2】)。一台三軸工具機共有 21 項幾何誤差，組合各誤差分量在加工體積中則產生空間體積誤差(volumetric error, 【3】【4】)。

由於結構設計的限制，位移感測器所代表的量測軸線和工具機切削刀具在加工空間的運動軸線常無法同軸，造成定位精度受到角度變化時產生的阿貝誤差影響。又因角度誤差會因阿貝原則而放大，為影響定位精度之主要成因。總而言之，若有阿貝偏位的存在時，則線性移動時的角度誤差需要被感測並補償之，以達到更高精度的系統；因此，量測移動時之角度誤差有其必要性。

本研究基於 VIM 和二極體雷射的應用提出兩種測角干涉儀：雙角度干涉儀(Pitch-Yaw angle interferometer, PYAI)，適合短行程線性運動時，兩個角度誤差的量度；高公差角度干涉儀(anti-deflection angle interferometer, ADAI)，適合量測長行程線性運動時之角度誤差。

## 1-2. 參考文獻回顧

光學干涉術在量測領域的使用非常廣泛，可量測許多物理性質如位移、角度、幾何精度、表面輪廓、物體折射率及膜厚等等。一些較傳統的干涉術使用非同調光來進行干涉，其發展有限。直到雷射的發明後干涉儀開始運用此高同調性的光源而蓬勃發展，”雷射干涉儀”一詞開始在各精密工業中出現。雷射干涉儀分成 Homodyne 式和 Heterodyne 式，本研究採用簡單架構的 Homodyne 式發展可偵測目標位移和角度之干涉系統；同時，為了解決 Homodyne 式干涉儀在實際工程上應用上的缺陷，提出了光柵式的干涉系統。以下就此三種系統探討近年其他研究者之文獻回饋。

### 1-2-1. Homodyne interferometer

現代雷射干涉技術在 60 年代後得於快速發展的原因有二：

1. 雷射(Laser, 【5】)的發明。
2. 麥克森干涉術(Michelson Interferometry, 【6】)的應用。

最早的雷射干涉儀即以雷射做為光源，經過麥克森干涉光路後量測待測鏡的

增量位移，此類干涉儀之量測依據為雷射波長，要求周圍環境處於穩定狀態。此類以單一頻率光源將待測物的幾何資訊以光程差或角頻差的變化載回干涉現象，並以光強變化分析運動資訊之干涉儀通稱為 Homodyne 式干涉儀。以下回顧一些近年值得借鏡之國內外文獻：

西元 1988 年，Pan Shi 和 Erik Stijns 設計一種角度干涉光路，光路圖如圖 1-2.1【7】。將邁克森干涉術的量測光路中加入了一個直角稜鏡以量測其角度變化；該光路也可推廣成雙稜鏡架構。使用邊長 30 mm 的稜鏡組可以得到高達 $\pm 5^\circ$  的量測範圍，靈敏度約 0.4 arcsec。

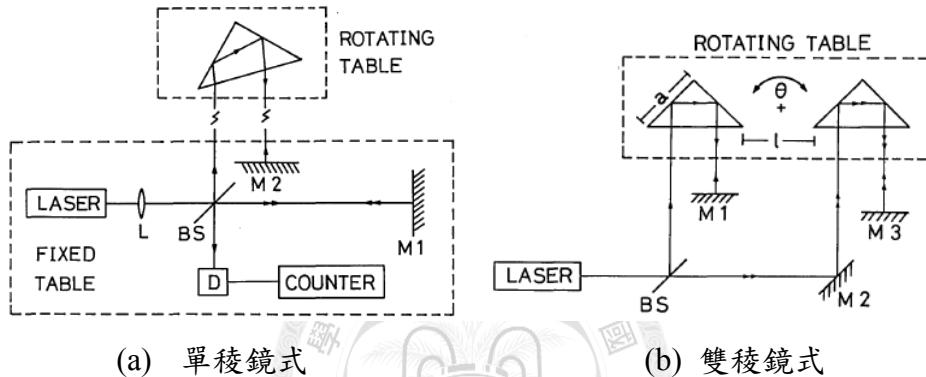


圖 1-2.1 Pan Shi 和 Erik Stijns 設計的角度干涉儀

西元 2001 年，Liu 和 Clegg【8】等人結合光的偏極理論和單頻干涉技術發明了一種可在高速下運作的微位移干涉儀，藉由 12-bit 的 AD-Converter 進行細分。理論上的解析度達到 0.15 nm，實驗結果顯示其有能力量測 0.8 nm 甚至更微小的位移。其系統架構如下圖。

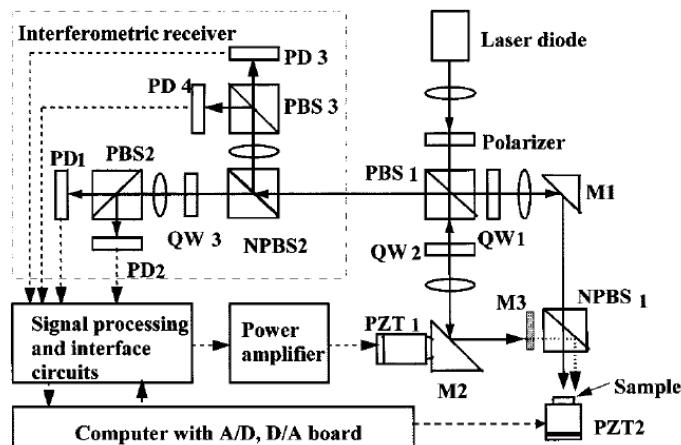


圖 1-2.2 Liu 等人設計的微位移干涉儀

西元 2003 年，荷蘭 Riso National Laboratory 的 Kitchen 和 Dam-Hansen 發明了一種新式的干涉光路【9】，傳統干涉儀的干涉鏡全由一種全像光柵式光學元件取代，同時完成分光和聚焦的工作。藉由此核心技術可以重構出不同用途、精度、量測範圍的光學干涉儀，具有發展潛力。其提出的角度干涉儀量測靈敏度為 0.05 arcsec，量測範圍則達到 15 arcmin，量測角度的去回光路如圖 1-2.3。

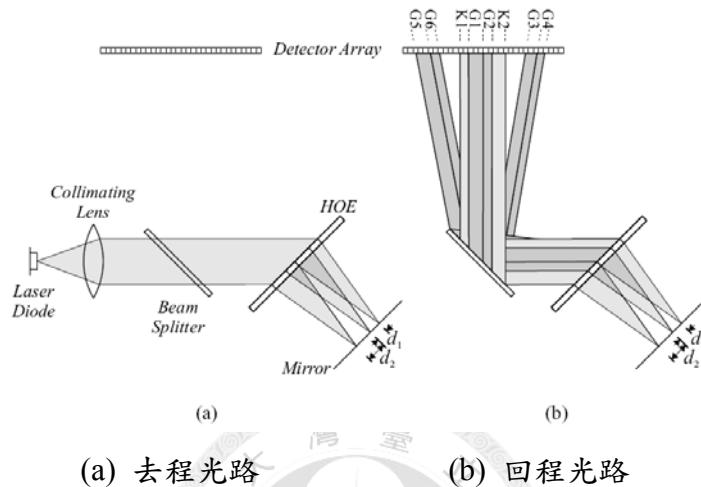


圖 1-2.3 以 HOE 為基礎發展的角度干涉儀

2006 年，上海理工大學王力和侯文政介紹了一種採用 Koester 和 Wollaston 等特殊稜鏡的單頻干涉儀系統【10】。系統集成了兩個測長干涉儀，因此具有量測微小角度的能力；特殊稜鏡的使用則降低了雷射在各個偏振態轉換不全的可能性。其長期穩定度小於 15 nm。

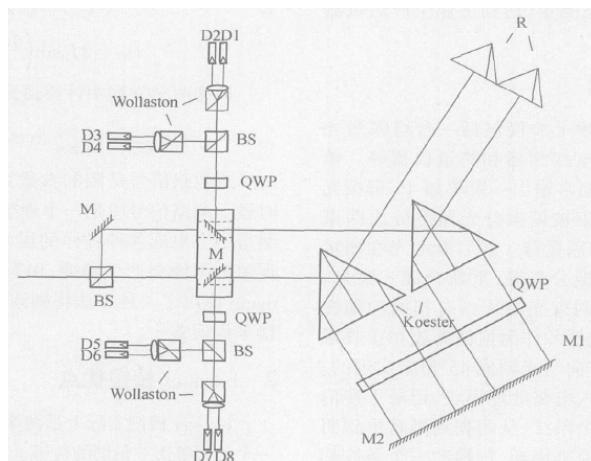


圖 1-2.4 上海理工大學提出使用特殊稜鏡之干涉儀

西元 2008 年，天津大學齊永岳等人提出了一種光學八倍頻的耦合差動式單頻干涉儀，其獨特的光學元件布局自補償了數種量測誤差，系統示意於圖 1-2.5。研究中逐一分析任何可能的誤差來源而推論出其理論精度為 2 nm；與電容位移計比對的結果得知該干涉儀精度為 14 nm【11】。

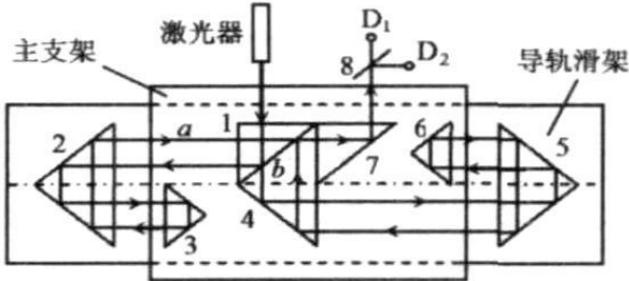


圖 1-2.5 天津大學提出八倍頻耦合差動式單頻干涉儀

商用的雷射干涉儀系統已廣泛的運用在各種半導體產業和精密工業中。德國 SIOS 公司生產的單頻干涉系統採用光纖耦合氣體雷射和傳統邁克森光路搭配上 DSP 模組。以一款三光束干涉儀為例【12】，其具有量測一個線性位移和兩個旋轉角度的能力，位移解析度 0.1 nm，量測範圍長達 2 m，角度解析度則為 0.002 arcsec，量測範圍  $\pm 2$  arcmin。

### 1-2-2. Grating interferometer

光柵的測長技術一開始是基於兩個光柵的 Moire fringe 技術(俗稱光學尺【13】【14】)。由於技術成熟、安裝簡易，此技術非常廣泛的用於各種微米級的定位感測上；然而，礙於繞射極限，光學尺技術的精度無法突破至奈米等級。為了達到大量程又具有奈米級的解析度，光柵干涉技術開始有了長足的發展。

光柵干涉儀一般由雷射光源、分光系統及光柵構成，是以光柵的繞射原理作為理論基礎，將光柵分出的繞射光進行干涉而得知吾人所需要的資訊。由於這些資訊是搭載在細密的光柵刻劃而非雷射波長，因此避開了雷射光容易受到環境波動影響的不確定度，也無需導入雷射穩頻技術。以下簡單概述近年的光柵干涉技術文獻：

西元 2002 年，台大應力所李世光等人使用單倍率望遠鏡系統來矯正繞射光的波前，並結合分光系統和圓偏光干涉儀而研發出新型的雷射繞射光學尺(簡稱 DiLENS【15】【16】)。此光路有效的提高光學讀取頭和光柵間的幾何公差且利用

光的偏極性縮短光路；其微小化的光機總體積約為  $71 \times 61 \times 30 mm^3$  且具有  $37.33 nm$  之量測精度。

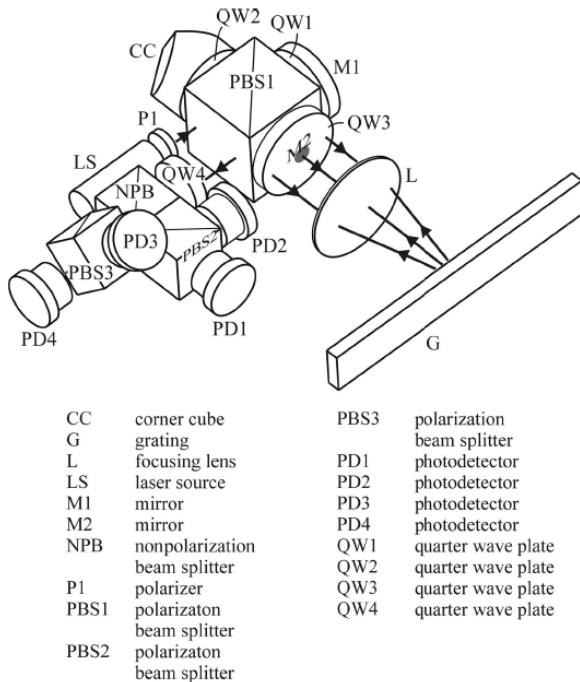


圖 1-2.6 台大應力所研發之 DiLENS 光學架構示意圖

西元 2007 年，日本東北大學高偉等人提出一雙光柵式光柵干涉儀【17】，藉由單一雷射分光後入射參考光柵和計量光柵，同時接收回射光的都卜勒頻移資訊和光程差資訊。此架構結合了光柵干涉儀和麥克森干涉儀，可同時讀取三個線性自由度，解析度約  $5 nm$ 。

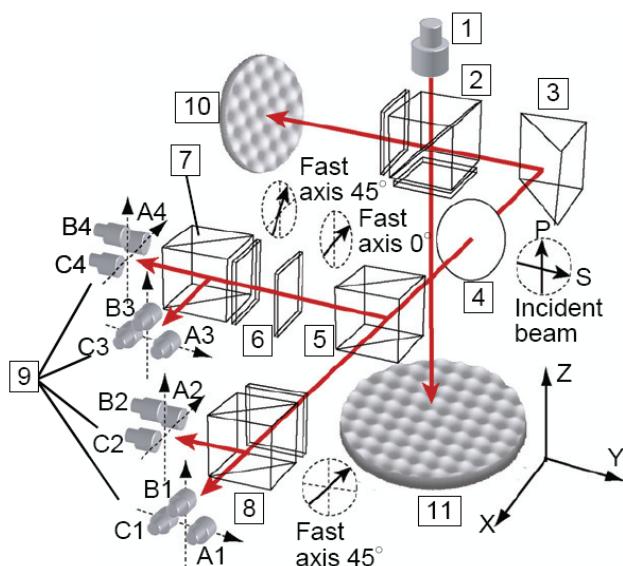


圖 1-2.7 高偉等人提出之三軸感測干涉儀架構圖

西元 2010 年，日本東北大學 Kimura 基於雙光柵干涉術研製一兩自由度的光柵干涉儀，混合計量光柵兩個線性自由度(X 方向位移和 Z 方向的遠離)的干涉訊號後再經過相位分解的計算程序換算出兩個獨立的位移資訊，解析度達 0.5 nm，非線性誤差小於 $\pm 50$  nm，且光學讀頭尺寸僅有  $50 \times 50 \times 30\text{ mm}^3$ 。此設計之可量測範圍雖小，其獨特的訊號分離概念卻提供了多自由度干涉儀更多發展空間【18】。

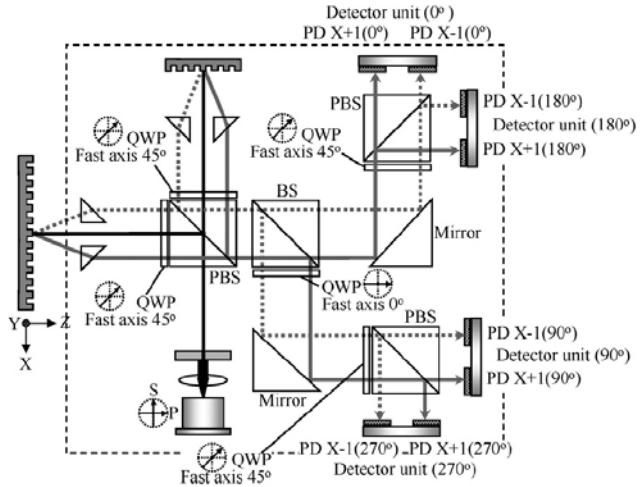
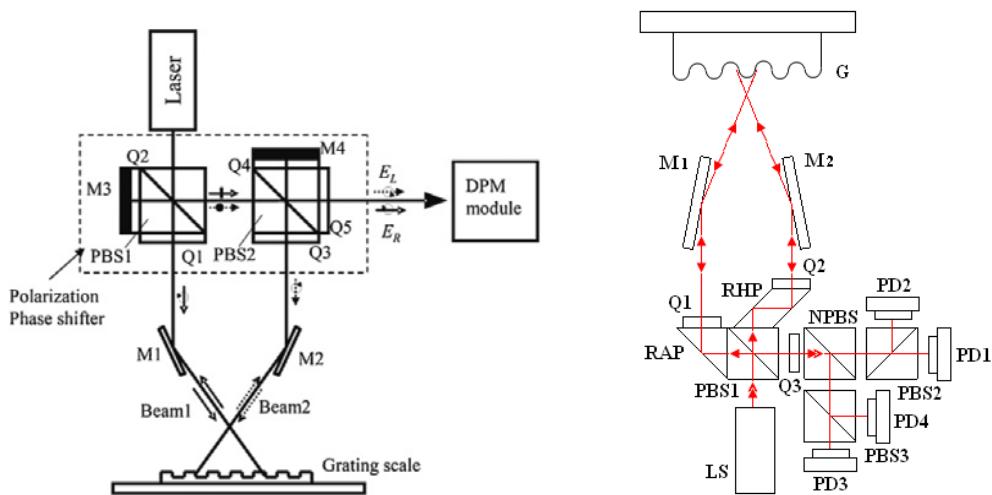


圖 1-2.8 Kimura 等人提出之二維光學尺光路結構示意圖

透過光路的設計，光柵與光學讀取頭間的多個對位公差可以被克服【19】；舉例來說，范光照、高清芬等人提出數種準直入射式的光柵干涉儀【20】【21】【22】【23】，其中包含線性光柵尺和平面光柵尺，在完全克服干涉儀系統的遠離(stand off)公差下，不斷提升干涉儀的量測性能和組裝簡易性，以期達到真正工程應用的層面。



(a) 準直入射式干涉儀

(b) 李佰堃提出之簡化式光柵干涉儀

圖 1-2.9 范光照等人提出之準直入射式干涉儀

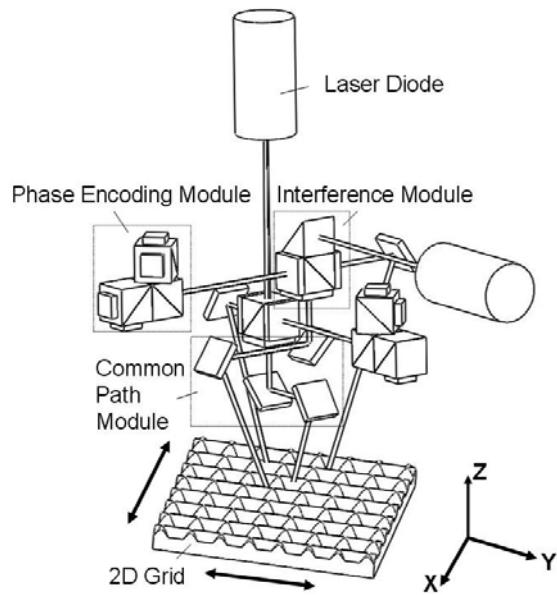


圖 1-2.10 范光煦和李博正提出準直入射式平面光柵干涉儀

另一種能有效提升系統公差的光路為逆反射式光路【24】。高清芬等人提出一系列共軛式光路用於平面光柵之量測【25】【26】，其關鍵技術在於將第一次入射光產生的數道繞射光經由逆反射打回光柵形成二次繞射，此種設計能有效抗拒光柵進行平面運動時的角度偏擺(tilt motion)，如圖 1-2.11。

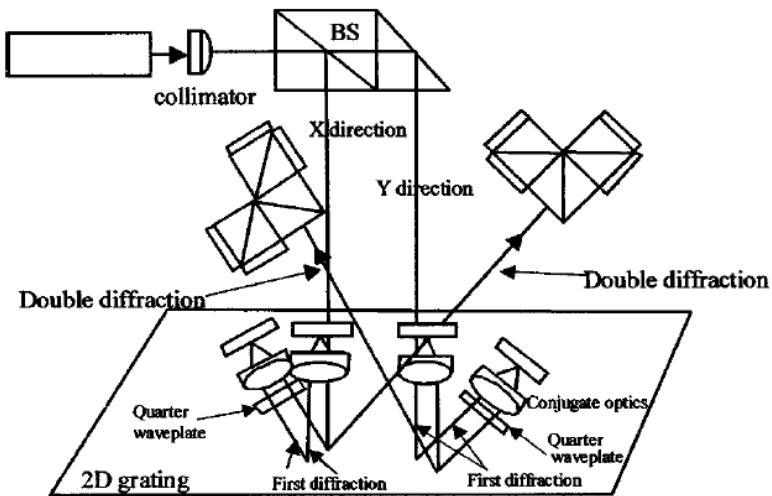


圖 1-2.11 高清芬等人提出之共軛式光柵干涉儀

綜觀近年光柵干涉儀的相關研究，主要探討項目有二：(1)藉由光柵可以分光的功能發展多自由度量測，和 (2)如何在縮小化的結構下達成高對位公差(head-to-scale alignment tolerance)的性能，提高工程使用的實用性。商用的平面光柵尺現在逐漸能見於世面上【27】，代表其技術有了階段性的發展。

### 1-2-3. Heterodyne interferometer

Heterodyne 式雷射干涉儀的發明源於美國 HP【28】公司為了要克服 Homodyne 式干涉儀在使用上的種種限制而推出，其基本概念是針對使用穩頻雷射光源，將雷射光上外差一磁場產生 Zeeman 效應【29】而得到雙頻雷射。量測依據由原來的雷射波長進化為雷射之都卜勒頻移。有別於傳統單頻干涉儀的直流訊號，雙頻干涉儀的訊號為交流態，將量測的資訊搭載在較高頻的訊號上，擁有較佳的環境適應性，精度更是提升了一個數量級以上。

本研究主要內容為 Homodyne 式和 Grating 式的干涉儀，和 Heterodyne 式干涉儀有著本質上的不同。然而，許多研究單位所研發之 Heterodyne 式干涉儀，在光路設計上確實有許多值得借鏡之處，故在此對一些雙頻干涉儀的進行文獻整理。

西元 2000 年，Ohio State University 的 Chia-Hsiang Menq 等人提出一種抗偏擺式平面鏡干涉儀，其特色為在原本角度抗性約為  $\pm 1$  arcmin 的平面鏡干涉儀架構下加入一楔型鏡使量測光臂偏擺，再追加一角偶稜鏡和平面鏡來做全逆反射【33】。在光路複雜性提升的代價下得到了  $\pm 3$  degree 的角度抗性，解析度則為 0.625 nm，其特殊光路如圖 1-2.12。此干涉儀可重構成角度干涉儀。

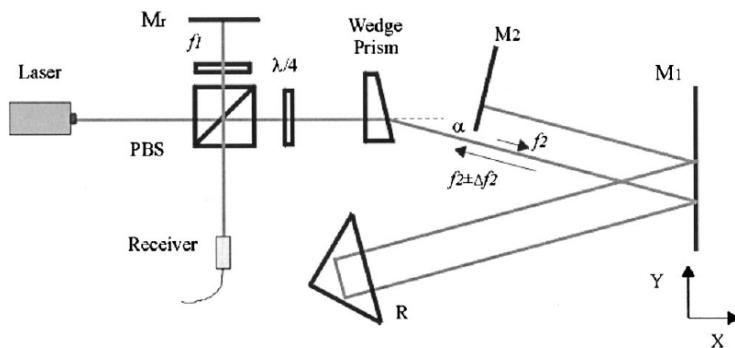


圖 1-2.12 Menq 等人提出高公差之平面鏡干涉儀

2004 年，新竹清華大學吳見明以雙頻光源、避免偏振混合、光路結構對稱等概念設計具有高度穩定性和無週期誤差的外差干涉儀【31】。系統中採用了直線度稜鏡和直線度反射鏡來達成直度量測的目的，也可改做為線性量測使用。週期性誤差由一般干涉儀的數個奈米等級改進至 40 pm 以下。

2007 年，中國科學院鄭德鋒等人提出一種使用雙稜鏡的角度干涉儀【32】。其以正弦方式調整雷射的輸入電流構成一種相位調制式準外差干涉儀，待測鏡則是由兩個直角稜鏡構成，並導入 PSD 的技術精確的測定兩測量臂的平行間距。整個干涉儀系統在小角度內的量測重複性可達 0.002 arcsec。

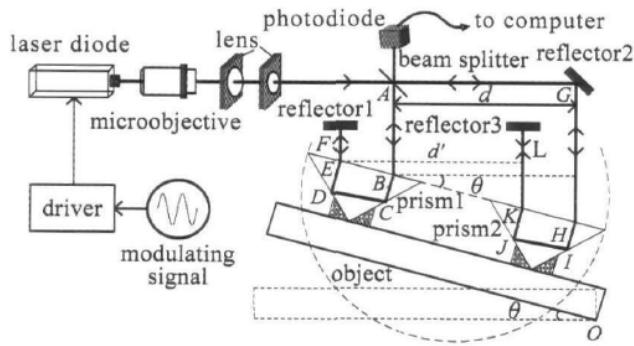


圖 1-2.13 鄭德鋒等人提出之雙稜鏡角度干涉儀架構

2007 年中央大學李朱育等人提出準共光程外差光柵干涉儀的概念【33】【34】【37】，系統包含一電光調制外差光源、穿透式光柵和鎖相放大器來量測光柵的位移。理論上，系統的解析度可分辨至一個 pm，但在高頻雜訊的限制之下系統的解析度約為 0.2 nm。此系統隨後將穿透式光柵改為反射式光柵，成功研製同時具備奈米精度和公分等級的干涉系統，並將其運用於伺服平台的定位回饋感測器。

2010 年，加州理工 Jet Propulsion Laboratory 的 Inseob Hahn 等人提出了一種雙頻角度干涉儀【35】。光纖耦合雙頻氣體雷射導入真空腔體後，藉由邁克森干涉術針對望遠鏡上平面鏡的旋轉角資訊進行量測，其靈敏度約為  $2 \times 10^{-5}$  arcsec，可量測範圍則落在  $\pm 30$  arcsec 內；整體架構如圖 1-2.14。

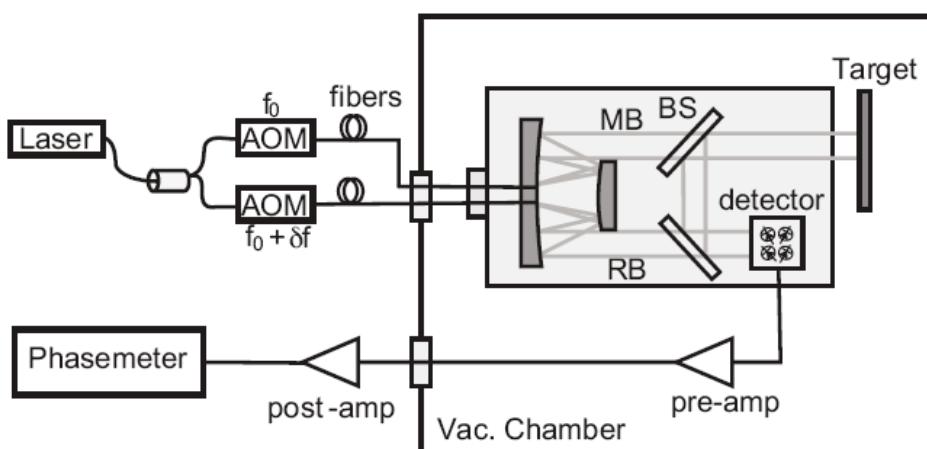


圖 1-2.14 美國 JPL 提出太空觀測用超精密角度干涉儀之整體架構

2011 年中央大學李朱育等人基於準共光程外差光柵干涉儀的理論下將原本的一維光柵改成二維結構光柵，並採用聚焦光路使得雷射光在通過光柵後形成數個干涉區域【36】。藉由量測各個干涉區域的相位變化換算成兩個線性方向的位移，因此可用於量測 x 方向移動時 y 方向的直線度誤差，或是 y 方向移動時 x 方向的直線度誤差。系統解析度約 1.3 nm。其架構如圖 1-2.15、圖 1-2.16 所示。

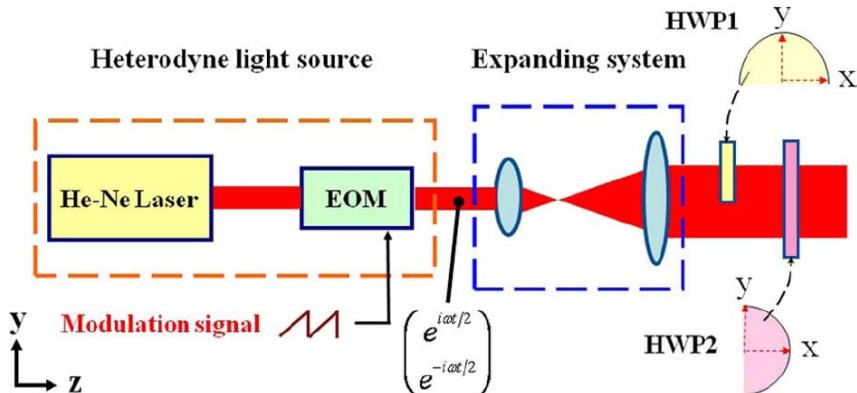


圖 1-2.15 準共光程外差光柵干涉儀之外差光源

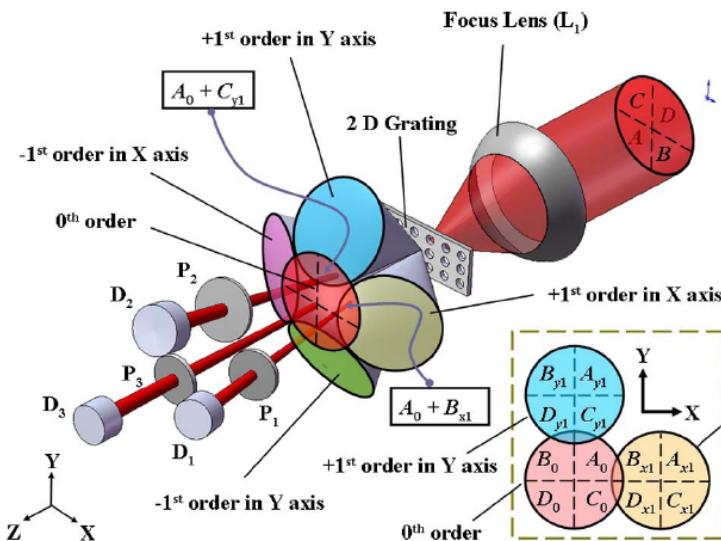


圖 1-2.16 準共光程外差光柵干涉儀之核心光路

事實上，商用雙頻雷射干涉儀在工程場合的使用已有數十年之久，其高精度、長量程及高穩定性的優點目前還是無法取代。儘管雙頻雷射干涉儀具有以上之優點，但其體積和價格往往令人卻步，故現今雙頻雷射干涉儀主要是作為校正器而非感測器使用。本研究所發展的微型單頻干涉儀和光柵干涉儀之優勢有三：製造成本低廉、儀器體積微小、組裝工藝簡單，適合直接在精密機械中擔任回授傳感器使用，這就與商用雙頻雷射干涉儀之校正使用有所區別了。

## 1-3. 研究方法與內容概要

本研究內容主要特點在於：

1. 考慮干涉儀直接用於工程上作為感測器使用需要的技術性突破。
2. 研製一種可重構式干涉架構，具有微小、工藝門檻低、模組化的優勢，脫離傳統干涉儀研究局限於光學桌上之思維。
3. 加強光學讀頭與待測鏡組間的幾何對位公差，提昇干涉儀在各種狀況的適應性，並進一步擴展干涉儀之可量測範圍。
4. 探討干涉儀訊號的誤差，提出結合硬體和軟體的訊號修正模式以確保量測的精度和準確性等性能。
5. 實際將干涉儀運用在許多系統如工具機補償系統、三次元量測儀的定位傳感器、氣浮平台的平面光學尺等等。

論文架構共分為六章

第一章：說明研究動機、歷史回饋以及研究的架設規劃。

第二章：介紹干涉儀原理並提出一種可重構干涉模組。

第三章：基於可重構干涉模組研製模組化微型感測器，量測待測物的位移或角度。

第四章：基於可重構干涉模組研製模組化光柵感測器，量測光柵位移產生之頻移。

第五章：將前面所提到的系統進行誤差分析

第六章：討論研究成果並對全文下總結，同時提出未來發展方向。

## 第二章 干涉儀之量測原理

當兩個或兩個以上的光波在某個空間中相遇，因為波與波的疊加引起光強度重新分配的現象稱之為干涉。利用干涉現象進行幾何或物理性質的量測儀器則稱為干涉儀。

### 2-1. 量測原理

測長干涉儀的起源為 1881 年 Albert Michelson 所提出，此架構在經過科技進展的推波助瀾下已成為具備高精度的測長儀器。其量測原理為基於光源波長，計數其干涉條紋之變化並換算成位移，會受到週遭介質的干擾。Michelson 干涉儀的簡易架構如圖 2-1.1。

單色光源導入分光鏡分成量測光和參考光，分別經移動鏡和參考鏡反射後沿原光路回射，此時兩道光之電場分別為：

$$\vec{E}_1 = E_1 e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1)} \hat{a}_1 \quad (2.1)$$

$$\vec{E}_2 = E_2 e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2)} \hat{a}_2 \quad (2.2)$$

其中  $E_1$  和  $E_2$  分別為對應的電場強度， $\omega$  為角頻率， $t$  為時間， $\vec{k}$  為場傳遞常數， $\vec{r}$  為位置向量， $\phi$  為光的絕對相位， $\hat{a}_1$ 、 $\hat{a}_2$  為兩電場偏振方向。當光返回分光鏡後會合成一道光束，其電場將會疊加。在此我們假設兩電場的振動方向相同，此時感測器上所接收到的光強變成了：

$$\begin{aligned} I &= \epsilon_0 c \left\langle \vec{E}^2 \right\rangle \\ &= \epsilon_0 c \left( E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos(\Delta\omega t + k(r_2 - r_1) - (\phi_2 - \phi_1)) \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中  $\epsilon_0$  為真空介電常數， $c$  為光速， $k$  為場傳遞常數( $k = (\frac{2\pi}{\lambda})$ )， $r_1$  為參考光行進的路程， $r_2$  為量測光行進的路程。若不考慮  $\epsilon_0 c$  變化時造成的微小影響，角頻差不變且兩光來自同一單頻光源則  $\phi_1 = \phi_2$ ，此時餘弦函數裡的項僅與光行進的路程差

(簡稱光程差，OPD)有關。進一步簡化式子，使兩電場振幅一樣( $E_1 = E_2 = I_0$ )則光強為：

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right) \right) \quad (2.4)$$

當移動鏡移動 $\Delta z$ 的距離時，量測光所行走的光程差應為 $2n\Delta z$ ， $n$ 為光行進介質之折射率，2倍則是因為去回造成二倍頻的關係。此時，光幅照函式再次簡化為：

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(2n\Delta z)\right) \right) \quad (2.5)$$

若光的波長已知，則光強的變化僅與位移有關，此量測方法為增量式量測。

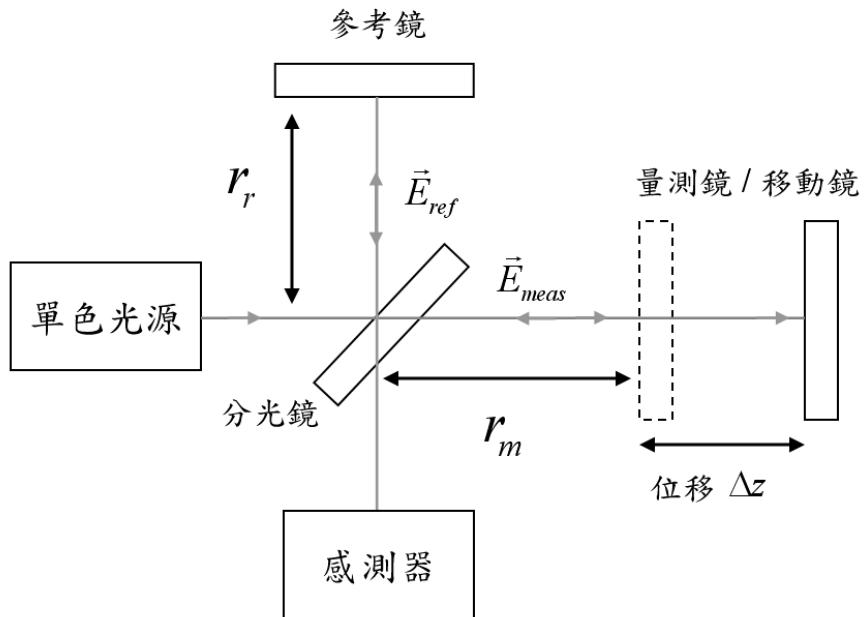


圖 2-1.1 Michelson 干涉儀光路架構

## 2-2. 光路設計原理

### 2-2-1. 核心概念

為了光學系統簡化與獲得良好的干涉現象，同時提高待測端-光學讀頭間的幾何對位公差，在進行光路設計時考慮並提出了幾項設計概念：

1. 共光路：所謂的共光路是指在雷射光從系統入射光柵，與返回系統在同一路徑

上。由於是自體的發射與接收，因此只有系統外光路徑是不同的，也只有在這部份外在環境(溫度、溼度等)梯度變化會對雷射造成不同影響，這樣的設計可以減少光學元件的數量進而縮短光路，達到系統的簡化與縮小更加降低環境影響的程度，能獲得良好的干涉現象。另外共光路能透過光的可逆性達到高待測端-光學讀頭對位公差的目的，在許多的光學量測系統上都有使用這樣的技巧。

2. 偏極理論之應用：光之偏極現象態應用為光路設計上重要的理論基礎。首先為了達到共光路的目的，利用偏極光學元件來達成雷射的分光與接收是十分重要的技術，透過雷射光偏極方向的不同將可控制光路徑的方向，實現縮小光機、折疊光路等共光路的優點，此外透過偏極光學元件對不同偏極光的特性，可增加待測端與光學讀頭間的對位公差。另外，原則上在計數干涉訊號時只需要經由光偵測器取出一組弦波電子訊號進行解析即可，但在實際的應用上，為了區分待測物的移動方向，以及消除部分誤差，將電子訊號細分割以得到更高之解析度，通常會需要四組正交之弦波訊號。這同樣可以經由設計光的偏極狀態與配合各種光學偏極元件來達到此目標。但在使用偏極理論特別需要注意的是，每種光學元件對各偏極態的光之反射、透射效率皆有所差異，一旦將光源偏極化，很容易導致兩干涉訊號強度不同，而影響到干涉之對比度，實際應用時得加以調整。

3. 符合光學干涉理論：由於干涉儀是利用光干涉訊號轉換量測依據如雷射波長或光柵的間距來得知位移量。所以獲得良好的干涉現象是重要的課題，而雷射並非理想單色性的點光源，因此必須符合光干涉的條件才可形成干涉現象，接著干涉的強弱則可透過對比度因子來得知，其詳細狀況將在 2-2-2 小節中進行簡易之探討。

4. 光學元件數目的少量化：一般來說，為了達到良好的光干涉品質，兩重疊光束的平行度必須要保持地相當良好。然而，在光學元件的組裝過程中，元件的數量越多，累積組裝誤差也就隨之增加，兩光束的平行度也就愈難保持，因而造成光干涉訊號變差；此外光學元件在光束入射時會造成部份的反射，同樣的元件的數量越多所造成的反射雜光越多，這些雜光將會降低干涉的對比度，因此基於以上兩點，光學元件數目的減少也是一個相當值得考慮的重點。

5. 幾何對位公差：在此以光柵干涉儀之幾何對位公差為例：如圖 2-2.1 所示，若光柵稍稍偏擺，將造成兩道干涉光束分離【38】。光束的分離將影響到干涉條紋之對比度，進而影響到電子訊號之品質，甚至當光偏出光偵測器之範圍外，訊號將

完全消失。若在光路中無特殊設計，光柵在移動時，角度偏擺公差只能在數弧分至數十弧分之間，只能應用於精度較高的平台，並且光路在架設及調校上也非常困難。因此，在光路上必須經過特殊的設計，以達到高幾何對位公差的目標。對位公差之概念將於 2-2-3 小節討論。

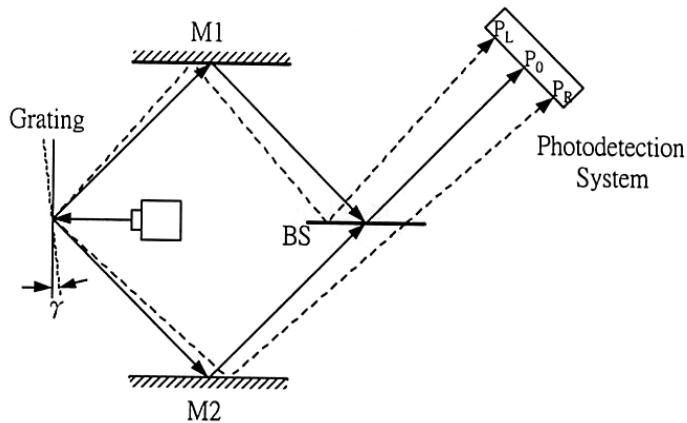


圖 2-2-1 光柵干涉儀偏擺時之光路誤差

## 2-2-2. 干涉之對比度

從 2-1 的分析可知，干涉條件的成立必需滿足：

1. 兩波長  $\lambda$  相等或極接近
2. 兩疊合電場的偏振方向不互相垂直(假設其分別為  $\hat{a}_1$  與  $\hat{a}_2$ )
3. 兩疊合電場之相位差  $\Delta\phi$  穩定

然而，以上討論均視光波為理想點光源所發出的單色光，以及單一波長的無限連續波。實際上的光波並非如此，而是具有一定的光譜寬度以及一定的尺寸。因此在此處必須引入另一概念：同調性(coherence)。同調與干涉的涵義不同，干涉是指光波相遇時相互作用的現象，但使得干涉得以建立的能力稱之為同調。理論上，理想點光源發出的單色光是屬於完全同調(complete coherence)，而實際的光波則是部分同調(partial coherence)，因此干涉條件的成立還必須加入兩項條件，時間同調度(degree of temporal coherence)與空間同調度(degree of spatial coherence)，兩者分別與光源之單色性與尺寸有關，總和以上討論，式(2.3)可改寫為

$$I = E_1^2 + E_2^2 + 2(\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2) E_1 E_2 e^{-\pi \left( \frac{\delta_0}{L_{coh}} \right)^2} \frac{\sin \pi \frac{b\theta}{\lambda_0}}{\pi \frac{b\theta}{\lambda_0}} \cos(\Delta\omega t + k\Delta r - \Delta\phi) \quad (2.6)$$

式中  $(\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2)$  為兩光束偏振面單位向量之內積， $L_{coh}$  為此光源的同調長度(coherence length)， $b$  為光源的尺寸， $\theta$  為光源的干涉孔徑角(interference aperture angle)， $\lambda_0$  為

光源中心波長。與式(2.3)不同的是，式(2.6)中  $e^{-\pi \left( \frac{\delta_0}{L_{coh}} \right)^2}$  與  $\frac{\sin \pi \frac{b\theta}{\lambda_0}}{\pi \frac{b\theta}{\lambda_0}}$  各自代表光源的

單色性與光源尺寸所造成干涉程度的變化，故對比度  $C$  可重新改寫成：

$$C = \sqrt{I_1 I_2} e^{-\pi \left( \frac{\delta_0}{L_{coh}} \right)^2} \frac{\sin \pi \frac{b\theta}{\lambda_0}}{\pi \frac{b\theta}{\lambda_0}} \quad (2.7)$$

式(2.7)為條紋對比度因子【39】，可分為四項討論：

1. 由  $C \propto (\hat{a}_1 \cdot \hat{a}_2)$  可知當兩光波振動面平行時，干涉條紋具有最佳對比度，而兩光波振動面垂直時將不能干涉。

2. 由  $C \propto \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$  可知當兩束光強度相等時干涉條紋具有最佳之對比度。當兩束光強度有差別時對比度隨之下降。至相差四倍時對比度會降為原來之 80%。

3. 由  $C \propto e^{-\pi \left( \frac{\delta_0}{L_{coh}} \right)^2}$  說明了光程差  $\delta_0$  與同調長度  $L_{coh}$  對對比度之影響：即光程差等於零時，干涉條紋有最佳之對比度。當光程差等於同調長度時，干涉條紋消失。而同調長度的計算公式分別為：

$$L_{coh} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \quad (2.8)$$

其中， $\lambda_0$  為光源的主波長， $\Delta\lambda$  為主波長的全半高寬(full width at half maximum, FWHM)。

4. 由  $C \propto \frac{\sin \pi \frac{b\theta}{\lambda_0}}{\pi \frac{b\theta}{\lambda_0}}$  可知入射光源尺寸和對比度的關係。當  $b\theta=0$  時即光源尺寸不造成光程差之變化時，干涉條紋對比度為最佳。當  $b\theta=\lambda_0$  時， $C_4=0$ ，即光源尺寸造成光程差之變化達一個波長時干涉條紋消失，故待測物之平整度需要很好，干涉條紋才能有效產生。

### 2-2-3. 幾何公差概念

干涉儀系統是以解析干涉訊號為基礎換算成待測物的運動資訊，而良好的干涉訊號除了上節的對比度之外，更重要的是量測端(光學讀頭)與運動端(待測鏡、光柵等)之幾何對位是否在可容忍之公差內。舉例來說，若一商用雷射干涉儀做測長用時，可以容忍運動軸與量測軸間有  $5^\circ$  的角度誤差，則我們可以定義此雷射干涉儀的角度公差為  $5^\circ$ 。仔細去分析單自由度運動的量測儀器，則量測端與運動端會有五個自由度的幾何對位公差，如下圖。以測長干涉儀而言，基於量測方法的不同，對位公差也要分成變光程量測(雷射干涉儀)和等光程量測(光柵干涉儀)，前者的公差包含三個角度偏擺(pitch, yaw, roll)和兩個直度誤差(vertical and horizontal straightness)，後者的公差則包含三個角度誤差(pitch, yaw, roll)、一個遠離誤差(stand off)和一個直度誤差(offset)。若量測端或幾何端的對位關係超出了對位公差，則干涉訊號將消失，干涉儀失去量測能力。因此，藉由光路的設計，提高干涉儀對位公差是最重要的、且最直接提升干涉儀至工程用感測器層級的環節。

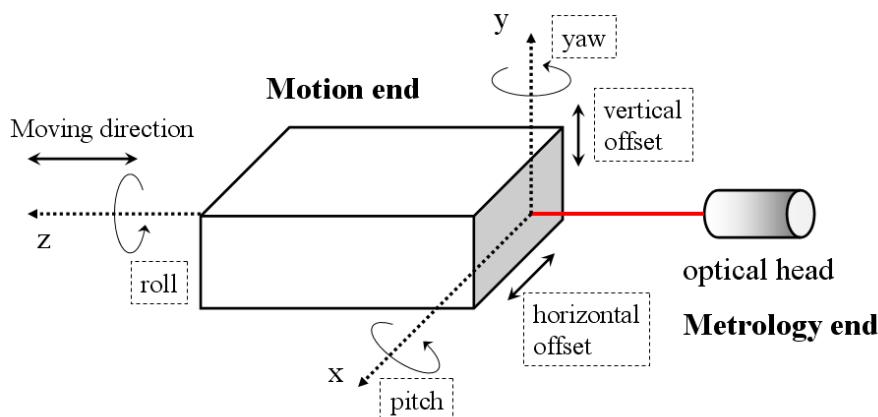


圖 2-2.2 變光程量測之 head-to-scale 幾何對位關係圖

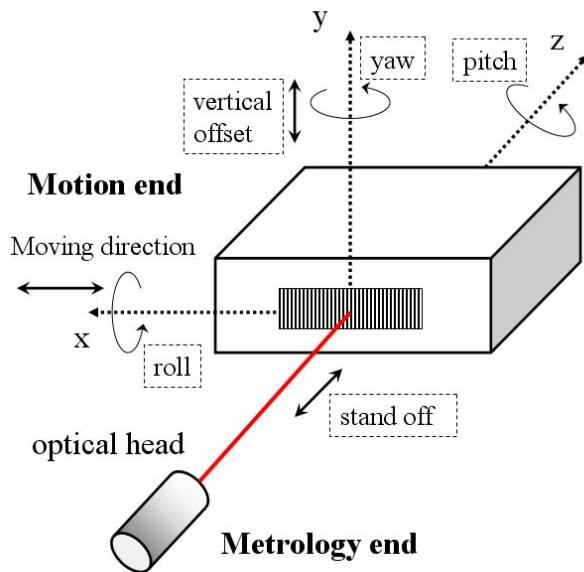


圖 2-2.3 等光程量測之 head-to-scale 幾何對位關係圖

## 2-3. 系統元件

干涉儀中使用的元件包含雷射光源、核心光路、反射鏡組(包含平面鏡、角偶稜鏡或光柵等)和光感測器等，每種元件都盡量採用可市購之商品以簡化、加速系統的整合。為了不要模糊本研究之焦點，以下僅簡單介紹各元件原理及重要參數選擇。

### I. 雷射光源

在高精度水準的干涉儀中，He-Ne 雷射為常見的光源，主要是因為其具有高同調性、擴束角小、指向性高及波長恆定等優點。但就實務面，其龐大的腔體局限了整個干涉儀的靈活性，使用光纖導引雷射也只是把體積的問題留到系統外處理罷了。現今在光電量測的實務上，使用二極體雷射做為系統雷射光源無論是壽命、靈活性、機械性質等都較 He-Ne 雷射好上許多，受利於 CD、DVD 產業的發展，現今二極體雷射的成本甚至只有 He-Ne 雷射的十分之一不到。吾人只需透過系統的光路設計和訊號處理即可解決或降低二極體雷射的一些負面特性。

本研究主要採用的二極體雷射光源有兩種：在定光程量測系統中，採用了記典雷射所研製之雷射，其客製化的雷射可以在體積、功率、成本上達到很好的平衡，適合本研究使用；在變光程量測系統時，考量到光的準直性，採用了成本較高的準直雷射模組(Thorlabs 生產之 CPS180)，其模組化的雷射腔體中以裝置了準直透鏡，發散角優於  $0.3 \text{ mrad}$ 。

表 1 兩種雷射關鍵參數總覽

參數	客製化雷射	CPS180	單位
波長	635	635	nm
功率	0.5-1	1	mw
光點形狀	圓形	圓形	
準直性	聚焦型	<0.3	mrad
初始光點直徑	1	4	mm

## II. 光學元件

本干涉儀系統中，所需鏡組包含偏極化分光鏡(polarization beam splitter, PBS)、分光鏡(non-polarization beam splitter, NPBS)、四分之一波板(quarter wave plate)、平面反射鏡(plane mirror, PM)、直角稜鏡(Right angle prism)、角偶稜鏡(corner cube reflector or retroreflector, RR)和全像光柵(holographic grating, G)。這些光學鏡組的主要目的是將入射光分光出去並反射回干涉儀進行疊合，因此其品質和規格只需達到一定水準，即可藉由後續的調整組裝動作達到光的疊合。由此，本系統的鏡組是以較低廉的商業用途市購品為主：

表 2 系統光學元件

元件名稱	廠牌	尺寸 / mm	規格	用途
偏極分光鏡	Foctek	5×5×5	5% 偏振混合	偏極化分光
非偏極分光鏡	Foctek	5×5×5	無	普通分光
四分之一波板	Foctek	5×5×1	無	延遲光之電場
直角稜鏡	Foctek	5×5×5	誤差 $< 3 \text{ arc min}$	將雷射偏折 90 度
角偶稜鏡	Foctek	$\phi = 15$	誤差 $< 10 \text{ arc sec}$	將雷射偏折 180 度
平面反射鏡	Foctek	多種尺寸	$\frac{1}{10} \lambda$	反射雷射光
全像光柵	Edmund	25×10×8	1200 lines/mm	產生繞射光

### III. 光偵測器

相對於雷射或 LED 為光收發模組的發射端，光感測二極體(photodiode : PD)便是接收端，其操作方式不同於提供順向偏壓的雷射或 LED，其主要是供應光感測二極體一個逆向偏壓，內部相當於電路中的開路。當入射光子在到達本質層(intrinsic layer)後，可提供足夠的能量，然後因量子效應產生電子、電洞對而產生電流，此時電流大小將正比於入射光的強度，再藉著電子訊號的量測，去反推得到原始的光訊號強弱。理想的光感測二極體材料其間隙能帶的能量，應該略小於系統所用最長光波光子的能量，才能有效的吸收光子使光偵測器反應靈敏，同時減小暗電流(在光子照射下，光偵測器半導體會因溫度變化，導致載子活動產生不需要的電流)的產生。在本系統中，選用的雷射光波長為 635 nm，為了對該波長有適當地吸收率，選擇以矽為材料的光偵測器 (OSRAM 出產，型號 BPW34S)，其在工業中已大量的應用，因此價格非常低廉。

## 2-4. 多工式干涉模組之研製

干涉儀是由一系列光學與機械零組件所構成，這些光學元件和機械零組件之設計製造、安裝、調整等四步驟決定了整個干涉儀系統的可信度和穩定度。不合理之機械結構設計、安裝以及振動、溫飄會導致干涉條紋穩定性不良。由於光干涉之靈敏度極高，故干涉儀之穩定性要求為所有儀器當中最嚴格的一種。

典型之干涉儀包含光源、分光、回射、干涉觀測等部份，其中後三項牽扯到干涉條紋之形狀，因此其光機零組件的要求最高。

根據以上考量以及光學元件少量化之趨勢，本研究提出一種基於共光路概念下的多工式干涉模組(versatile interferometric module, VIM)，其光學結構如圖 2-4.1：

線偏極化的單頻雷射光經過 PBS1 後分成透射之 P 光(metrology beam 2)和反射 S 光(metrology beam 1)，此兩道雷射探頭所夾帶的光程、光頻資訊會隨著參考鏡、待測鏡的自由度不同而跟著變化；兩道光回到 PBS1 時由於去回都有經過四分之一波板兩次(Q1 或 Q2)，因此 S 光轉換成 P 光、P 光轉換成 S 光(SP 轉換)，兩道光會疊合到達 Q3。左右兩光路在通過 Q3 後分別變成了左旋偏光和右旋偏光，不產生干涉，因此後面的光路架構就是為了要讓兩光路產生四道干涉訊號以方便進行後

面的辨向和差動處理，如圖 2-4.2 所示。分光鏡 BS 將兩道光分別分出等值的疊合光後在 PBS2 和 PBS3 處取出其在 0 度、90 度、180 度和 270 度的偏振方向進行疊合干涉。

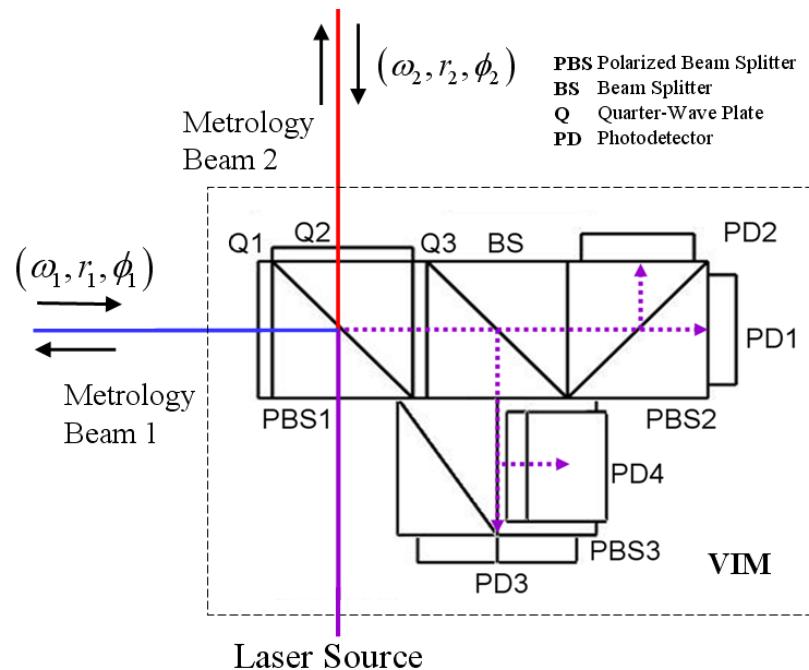


圖 2-4.1 VIM 內部結構及光路行進圖

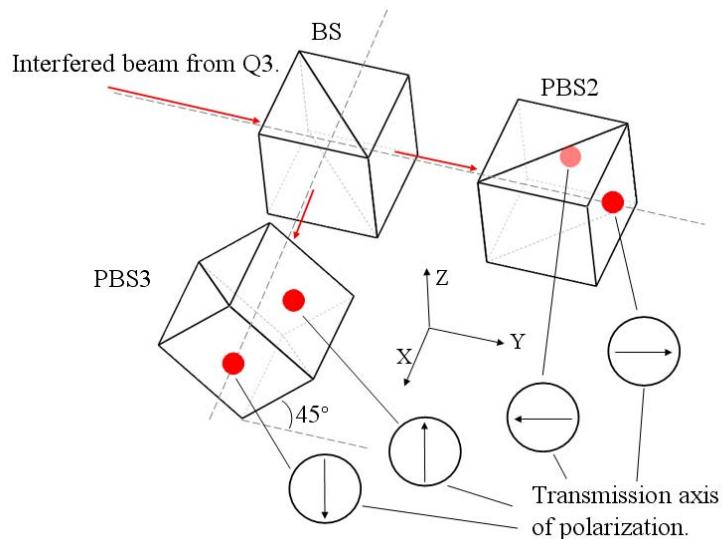


圖 2-4.2 Q3 後的光路架構與極化狀態

## 2-4-1. 瓊斯運算

在光學中，可以以瓊斯運算來描述偏振的現象。瓊斯運算是麻省理工學院的 R. C. Jones 教授在 1941 年提出。偏振光的狀態以瓊斯向量表示，而其他線性的光學元件則以瓊斯矩陣表示。當偏振光通過偏振片或是波板時，把原來偏振狀態的瓊斯向量乘以光學元件的瓊斯矩陣，即可運算出新的偏振態，它是用來描述連續電場的光訊號，較適用於表達雷射等同調光源，且其寫法及計算較單純，容易使用。必須要注意瓊斯運算只適用於完全極化的光，如果是部分極化、無極化或不同調則需使用穆勒運算。本研究中以雷射為光源，偏極狀態穩定，因此採用瓊斯運算法分析。其詳細之運算方式不在本研究討論範圍，以下直接針對 VIM 之偏振運算模式進行分析：

在這裡將偏振光的狀態以瓊斯向量表示，而光學元件則以瓊斯矩陣表示，即可了解光前進時其偏振態的變化。以下表為使用到的光學元件之瓊斯矩陣。

表 3 本研究中的瓊斯表示法

水平透振之 PBS 穿透光 $M_{PBS,P}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	水平透振之 PBS 反射光 $M_{PBS,S}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
45 度透振之 PBS 穿透光 $M_{PBS,P}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	45 度透振之 PBS 反射光 $M_{PBS,S}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
四分之一波板 快軸 45 度 $M_{QWP}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}$	四分之一波板 快軸-45 度 $M_{QWP}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$

首先分析兩道參考光疊合前(從雷射光源至到達 Q3 前的光路)的瓊斯運算，為簡化運算，進入編碼模組前我們先不考慮波向量的變化，只考慮其偏振方向：

線偏光源的 Jones's Vector 為： $J = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

左光路行進路徑：LD-PBS(反射)-Q1-待測鏡組-Q1-PBS(透射)-Q3

$$M_{\text{左光路}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\therefore M_{Q3}^L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i \\ -1 \end{bmatrix}$ ，此為左光路通過 Q3 時的電場偏振方向。

右光路行進路徑：LD-PBS(透射)-Q2-待測鏡組-Q2-PBS(反射)-Q3

$$M_{\text{右光路}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore M_{Q3}^R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ i \end{bmatrix}, \text{此為右光路通過 Q3 時的電場偏振方向。}$$

此時，兩道光已在 Q3 合併，假設此夾帶光頻、光程的電場為  $\vec{E}_1$ 、 $\vec{E}_2$ ，並回顧式 (2.1)、(2.2) 則可運算出兩電場成為：

$$\vec{E}_{Q_3}^L = \frac{1}{\sqrt{2}} E_1 e^{i(\omega_1 t + \vec{k} r_1 - \phi_1)} \begin{bmatrix} i \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\vec{E}_{Q_3}^R = \frac{1}{\sqrt{2}} E_2 e^{i(\omega_2 t + \vec{k} r_2 - \phi_2)} \begin{bmatrix} -1 \\ i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

若外部的待測鏡(平面鏡或光柵)產生運動，將會導致左右兩光路產生光程差( $r_2 - r_1$ )或角頻差( $\omega_2 - \omega_1$ )，此資訊會夾帶在兩光路的電場  $\vec{E}_1$  和  $\vec{E}_2$  內，接著我們繼續運算兩道光的電場、光強，考慮便於計算，令兩光強振幅  $E_1 = E_2 = E_0$ ，且光源相同則  $\phi_1 = \phi_2$ 。

干涉光束經由 BS 分為等光強的兩束光，進入 PBS2 和 PBS3，再藉由透射或反射入射四個 PD。在 PD1 上的電場分布將會是：

$$\begin{aligned} \vec{E}_{PD1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \left\{ e^{i(\omega_1 t + \vec{k} r_1 - \phi_1)} \begin{bmatrix} i \\ 0 \end{bmatrix} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} r_2 - \phi_2)} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0 \begin{bmatrix} e^{i(\omega_1 t + \vec{k} r_1 - \phi_1 + \frac{\pi}{2})} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} r_2 - \phi_2 + \pi)} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

同理，在其他 PD 上的電場分布將會是：

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{E_{PD2}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0^2 \begin{bmatrix} 0 \\ -e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1)} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2)} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0^2 \begin{bmatrix} 0 \\ e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1 + \pi)} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2 + \frac{\pi}{2})} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{E_{PD3}} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} (\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}) \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} E_0^2 \left\{ \begin{bmatrix} -1-i \\ -1-i \end{bmatrix} e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1)} + \begin{bmatrix} -1+i \\ -1+i \end{bmatrix} e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2)} \right\} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0^2 \begin{bmatrix} e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1 - \frac{\pi}{4})} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2 + \frac{3\pi}{4})} \\ e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1 - \frac{\pi}{4})} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2 + \frac{3\pi}{4})} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{E_{PD4}} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} (\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}) \\
&= \frac{1}{2\sqrt{2}} E_0^2 \left\{ \begin{bmatrix} 1+i \\ -1-i \end{bmatrix} e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1)} + \begin{bmatrix} -1-i \\ 1+i \end{bmatrix} e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2)} \right\} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0^2 \begin{bmatrix} e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1 + \frac{\pi}{4})} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2 - \frac{\pi}{4})} \\ e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1 - \frac{\pi}{4})} + e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2 + \frac{\pi}{4})} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} E_0^2 e^{\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1)} - e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2)} \\ -(e^{i(\omega_1 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \phi_1)} - e^{i(\omega_2 t + \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \phi_2)}) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

光強度等於電場平方的時間平均值，所以：

$$I_{PD1} = \overline{|\overrightarrow{E_{PD1}}|^2} = \frac{E_0^2}{2} \left( 2 + 2 \cos \left( \Delta \omega t + k \Delta r + \frac{\pi}{2} \right) \right) \tag{2.15}$$

$$I_{PD2} = \overline{|\overrightarrow{E_{PD2}}|^2} = \frac{E_0^2}{2} \left( 2 + 2 \cos \left( \Delta \omega t + k \Delta r - \frac{\pi}{2} \right) \right) \tag{2.16}$$

$$I_{PD3} = \overline{|\overrightarrow{E_{PD3}}|^2} = \frac{E_0^2}{2} (2 + 2 \cos(\Delta \omega t + k \Delta r + \pi)) \tag{2.17}$$

$$I_{PD4} = \overline{|\overrightarrow{E_{PD4}}|^2} = \frac{E_0^2}{2} (2 + 2 \cos(\Delta \omega t + k \Delta r)) \tag{2.18}$$

其中  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ ,  $\Delta r = r_2 - r_1$ 。

由式(2.15)、(2.16)、(2.17)、(2.18)可見，四個 PD 上之光強訊號都為弦波狀分布，且彼此間相位相差 90 度。在這裡定義一干涉相位分布情形：

$$\Delta\Phi = \Delta\omega t + k\Delta r \quad (2.19)$$

若我們將四路訊號差動處理可得：

$$\begin{aligned} S_1 &= I_{PD1} - I_{PD2} = E_0^2 (\sin \Delta\Phi - (-\sin \Delta\Phi)) = 2E_0^2 \sin \Delta\Phi \\ S_2 &= I_{PD3} - I_{PD4} = E_0^2 (\cos \Delta\Phi - (-\cos \Delta\Phi)) = 2E_0^2 \cos \Delta\Phi \end{aligned} \quad (2.20)$$

再將兩式相除，可得到正切關係的函數：

$$\frac{S_1}{S_2} = \tan \Delta\Phi \quad (2.21)$$

也就是說，干涉現象的變化會夾帶在訊號的週期裡，只要觀察訊號周期的變化量即可得知兩道光的角頻差量或是光程差量，如下：

$$\Delta\Phi = \Delta\omega t + k\Delta r = \tan^{-1} \left( \frac{S_1}{S_2} \right) \quad (2.22)$$

若使用光的波長做為計量依據(光程差干涉)，則：

$$\Delta\Phi = k\Delta r = \tan^{-1} \left( \frac{S_1}{S_2} \right) \quad (2.23)$$

若量測依據是都卜勒效應(差頻干涉)，則：

$$\Delta\Phi = \Delta\omega t = \tan^{-1} \left( \frac{S_1}{S_2} \right) \quad (2.24)$$

如此一來，吾人只需要思考光路架設使得欲量測的現象能夠導致兩道光產生角頻差量或是光程差量即可，此為本研究之重點量測原理。

## 2-4-2. VIM 機械夾持具設計

固定各光學元件之機械夾持具對整個干涉儀性能之良窳有著極密切的關係，必須對這些機械部份的設計、製造、安裝予以充份的重視。以下列出幾項 VIM 鏡座設計之基本要求：

1. 固定其上之鏡片避免受到外部力而變形。
2. 光學元件彼此之間盡量密合，避免人為組裝誤差。
3. 具有調整 VIM 必需的自由度，且調整後 VIM 必須穩定。
4. 需降低組裝難度以提升實用性。
5. 螺絲、結構膠等結合方式不能直接碰觸到光學元件之光軸方向，以免光軸直線度誤差影響導致干涉訊號消失。

根據以上考量，本研究設計出一體式的機械夾持具(VIM Fixture)，其設計與實體圖如下，在現有的加工技術下其成本和加工時間都很令人滿意。

在組裝時，重要水平光軸線之組合由兩顆螺絲逼緊薄鋁片，以面接觸的方式將光軸線上五個光學元件一次密合，工藝門檻低。而其他兩個光學元件只需簡單固定，並不影響干涉結果。VIM 在與干涉儀的底座結合時，僅需調整其水平光軸線至與雷射光軸線垂直即可，此時光路就會如圖 2-4.1 般行進。

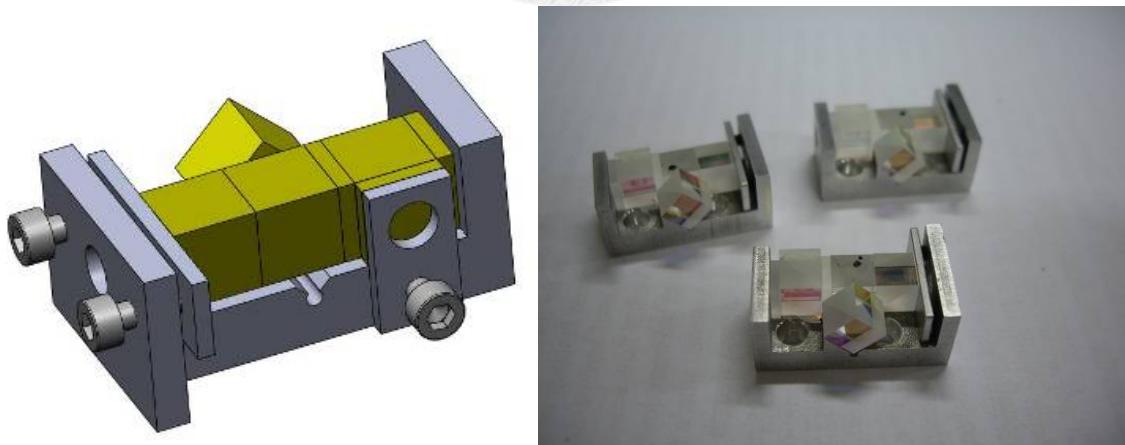


圖 2-4.3 VIM 機械夾持具設計圖與實體照片

VIM 和 VIM fixture 的設計以偏極理論將分光、合光、干涉接收等功能全部縮小在約一個十元硬幣大小的模組內，同時其機械組裝方式克服了傳統膠合的拉

扯、變形問題，將以最大的程度簡化了傳統干涉儀笨重、校準困難等問題。簡化了干涉儀組裝問題後，此干涉模組可快速重構成多種用途之干涉儀，如以下圖 2-4.4、圖 2-4.5、圖 2-4.6 所示。

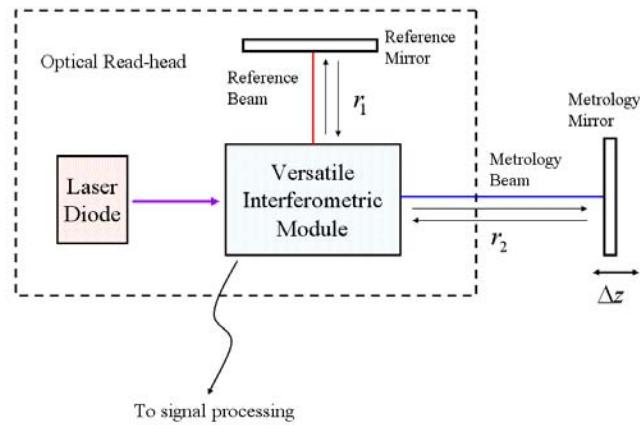


圖 2-4.4 以 VIM 構成 Michelson 干涉儀

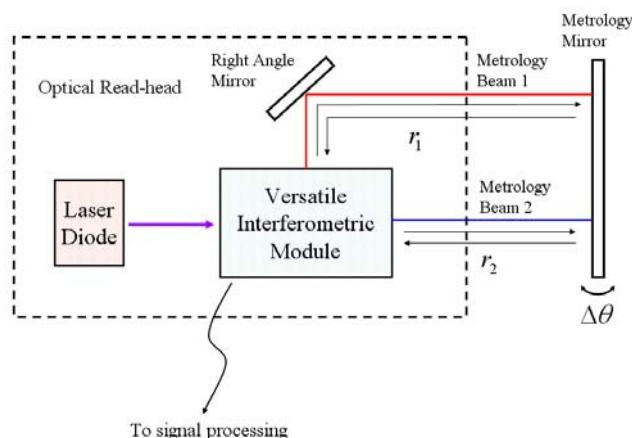


圖 2-4.5 以 VIM 構成角度干擾儀

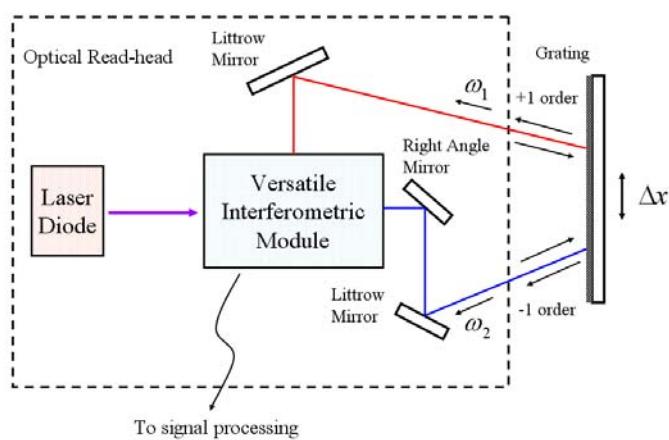


圖 2-4.6 以 VIM 構成光柵干擾儀

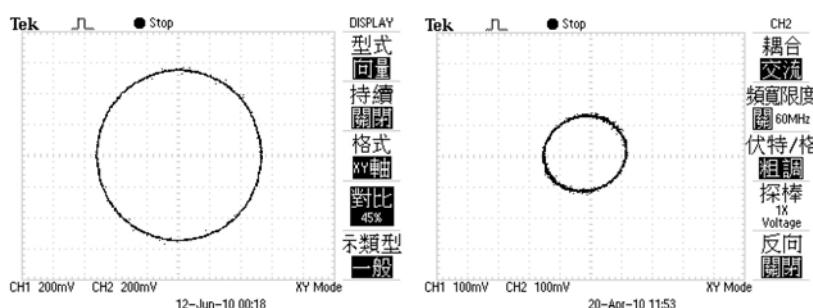
## 2-5. 訊號處理

針對本研究中之訊號，需進行前級處理、進階補償、訊號計數及細分割等運算，以得到更佳之量測資訊，本節依據推導訊號處理的各步驟及其核心概念，最後達成硬體、軟體混合處理架構。

前一節推導並實現了一個通用式干涉儀核心架構，其光學讀頭的輸出訊號如式(2.15)到(2.18)所示，透過差動放大電路可將訊號簡化成兩個正交弦波訊號如式(2.20)。然而，此完美狀況在現實中並不會發生，光學元件的自身誤差、組裝的不完美、雷射的偏極軸偏移等因素都會造成不完美的正交訊號如下式和圖 2-5.1 所示：

$$\begin{aligned} S_1' &= a_1 \sin(\Phi + \phi_{error}) + \delta_1 \\ S_2' &= a_2 \cos \Phi + \delta_2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

上式有三種誤差量：(1)直流項漂移  $\delta_1$ 、 $\delta_2$ ，造成利薩圓(Lissajous's circle，兩弦波分別置於 x 軸和 y 軸所形成之圖樣)之零點飄移，若未正確解決可能造成訊號”計數”錯誤。(2)兩訊號未正交，具有一多出來的相位差  $\phi_{error}$ ，誤差來自於兩光之偏振混合、組裝誤差、處理電路的噪聲等等，將造成訊號細分割解析誤差。(3)兩訊號振幅不等  $a_1 \neq a_2$ ，來自於在處理各通道訊號時的增益不等，也將造成訊號細分割解析誤差。這些誤差在 Heydemann 【40】的非線性誤差修正方法中獲得了解決，Heydemann 提出的橢圓擬合修正方法是目前各種類型之單頻干涉儀訊號處理的有力保障，然而，其方法需要較複雜的運算，並不容易全部從硬體達成，因此本研究提出之訊號處理架構分成：初級電路處理和進階軟體運算。



(a)兩完美弦波構成之利薩圓      (b)不完美弦波構成之利薩圓

圖 2-5.1 利薩圓訊號狀況

初級電路處理：

在干涉儀系統中，光感測器 PD1-PD4 的四通道訊號為電流訊號，需經由 I-V converter 模組轉成四路電壓訊號並進行差動放大以消除共模雜訊、直流項飄移並提供足夠增益值，最後進行初步正交處理，架構如圖 2-5.2 所示。

在設計此電路時有以下需注意的地方：

1. 選擇大範圍的供電器件，使得工程使用上多變的現場光強均可落入電路可處理的範圍。
2. 需要足夠的增益同時減少雜訊，將訊號-雜訊比(S-N ratio)放大才能確保訊號品質足夠進行解析，因此採用多段放大、濾波。
3. 可處理的訊號帶寬越高越好，因為可解析的運動速度一半取決於此電路(另一半取決於後面的訊號計數)。

訊號處理電路的 design、layout 是由合作實驗室-合肥工業大學 Nano Lab 所提出，使用四顆 ADI 公司生產的 AD8066 高速運算放大器，每片 AD8066 集成了兩個運放，共八個運算用來處理四路電流轉電壓、兩路差動放大、正交處理等等。電路圖如圖 2-5.3，實體照片置於圖 2-5.4。

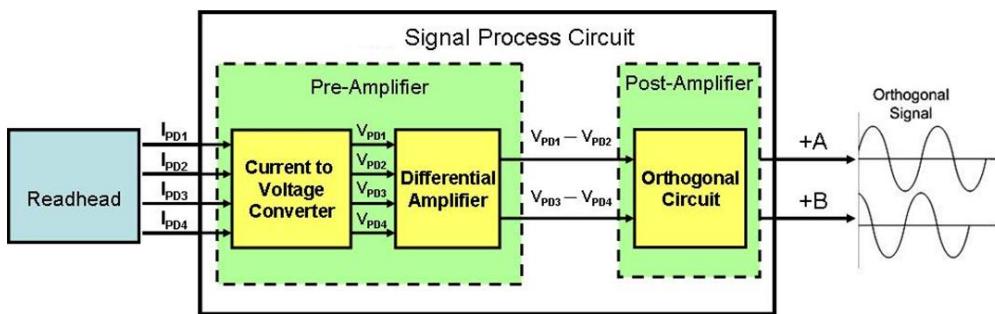


圖 2-5.2 前級訊號處理電路

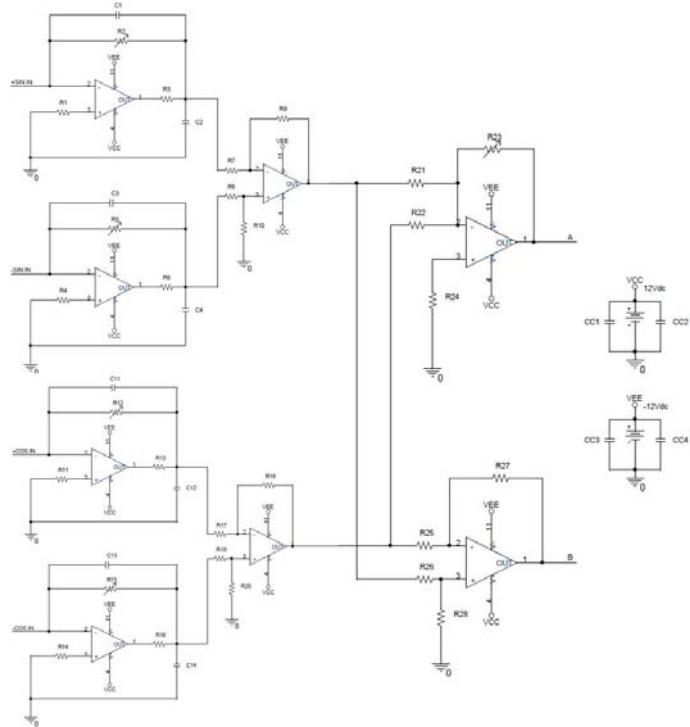


圖 2-5.3 訊號處理電路之電路圖

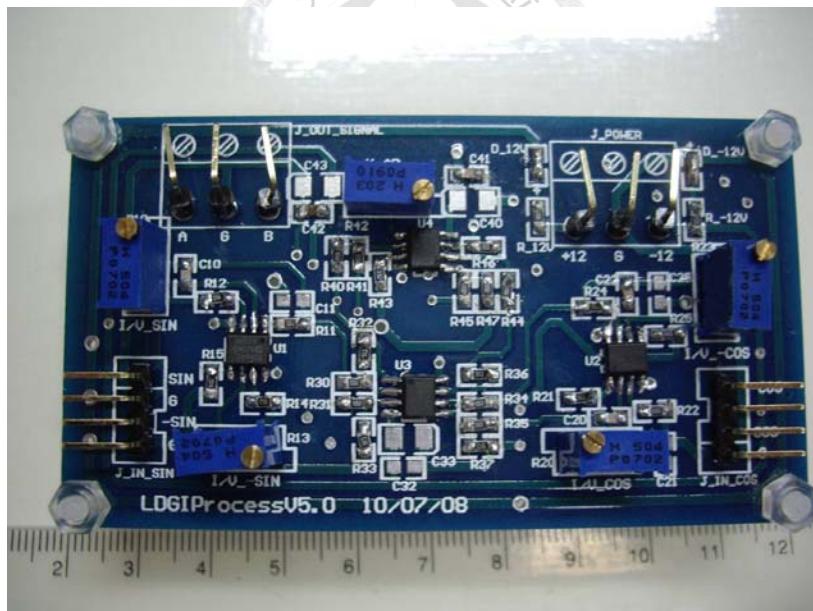


圖 2-5.4 電路實體圖

進階軟體運算：

前級處理電路理論上可幾乎完全消除掉三項 Heydemann 誤差，然而在實際量測過程中，訊號往往會產生振幅、準位、相位的動態微小變化，這些變化並沒有辦法由電路進行自我補償，因此一個具有即時補償功能的訊號處理系統是必要的；另外，為了輸出最後的量測資訊，必須對兩個弦波訊號進行計數和細分硬體

實現之計數器對雜訊的辨別能力有限，且自身會帶來新的干擾，針對此不足性，本研究採用程式計數的方法並針對式(2.21)執行反正切運算以達到更高的干涉相位解析度。以上是本研究採用軟體來運算的原因，所開發的程式架構如圖 2-5.5。

軟體運作流程如下：類比資料擷取卡搜集處理電路送過來的弦波後，將針對  $1\text{ ms}$  內的資料做分析，若弦波資料已完成一週期則會更新資料的直流準位，若兩弦波失去正交也會使用擬合法去逼近兩弦波之正交性。接著計算弦波的週期數目和反正切的值，最後可輸出所量測之資訊。

本研究中，介於處理電路和運算軟體間的溝通橋樑為資料擷取卡(DAQ)，採用美商 NI 公司生產的 DAQ-6009，其訊號擷取頻率為  $48\text{ k/s}$ ，解析度為 14-bits(受限於硬體限制，真實的可用解析度會較規格少一個 bit)，類比通道寬度為  $\pm 10\text{ V}$ ，因此可以解析至  $2.44\text{ mV}$  之變化。假設本研究中，經由電路板輸出進 DAQ 的弦波振幅為  $1\text{ V}$ ，對應硬體的解析度，相當於可以細分  $1 / 0.00244 = 409.8$  份，因此利薩圓細分後的相位解析度為  $360^\circ \div 409.8 = 0.88^\circ$ 。

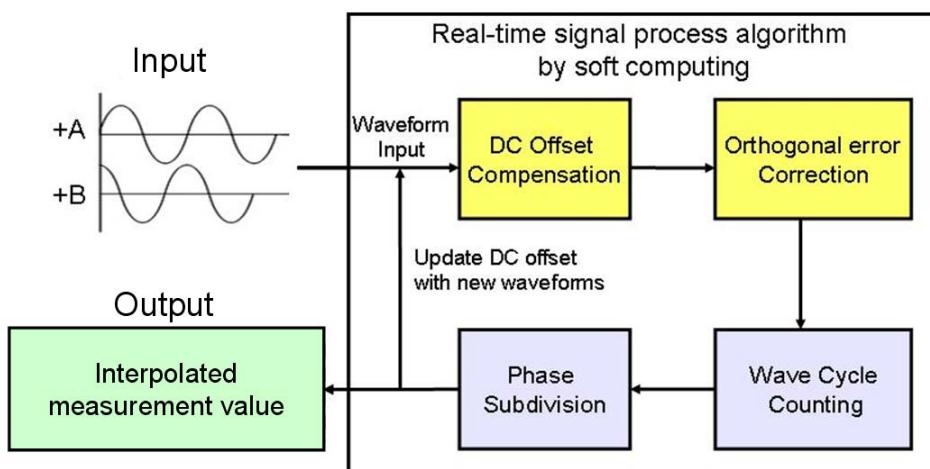


圖 2-5.5 軟體運算架構

## 2-6. 小結

在本章中，探討了干涉儀的基本原理、討論了實現干涉儀做為可靠感測器時，所需考量的重要項目。接著，建立一種多工式干涉模組，同時達成分光、合光、感測等功能為一體，且快速重構成不同樣式的干涉系統；組裝方式避開了傳統的膠合方式，穩定性可大幅提升，成為本研究可靠的核心技術。

此外，干涉現象後續的訊號處理技術也在本章中實現，基本上，本章所探討的內容適用於決大多數的單頻干涉系統，而後續的章節在這些基本核技術的奠基下，實現各種不同的微小化感測器，並進行實驗測試其性能，與進一步運用在許多精密量測儀器做為定位感測、誤差偵測用。



## 第三章 雷射單頻干涉儀

### 3-1. 微型麥克森干涉儀

本研究之光學干涉儀，從量測理論建立、光學系統瓊斯運算推導、光機設計、電路設計至計數軟體一一逐步建立完成後，已完成大部份架構。本節實際將干涉儀系統實現，並測試其性能。

#### 3-1-1. 偏極化麥克森干涉儀

圖 3-1-1 為本研究中，麥克森干涉儀的光路架構圖，為了圖面整齊省略了 VIM 內之部份光路。此架構整合了二極體雷射、VIM、平面參考鏡於光學讀頭內，在待測物上架設移動量測鏡，構成微型偏極化麥克森干涉儀(Polarizing Michelson Interferometer, PMI)，可用來偵測待測物體之微小位移。

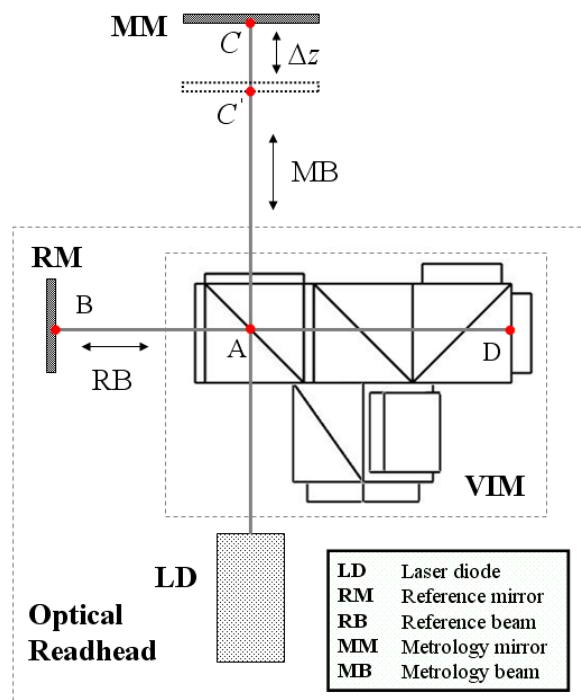


圖 3-1-1 PMI 架構圖

參考式(2.1)、(2.2)，由於兩光路來自同一光源，因此兩電場中的起始相位  $\phi_1 = \phi_2$ ，且量測鏡在移動之過程當中沒有角頻率之變化( $\omega_1 = \omega_2$ )，唯一變化的只有兩光行進之路程。

光路中，左路參考光之光程是固定的( $\overline{AB} = r_1$ )，上路量測光之光程則會受到量

測鏡的位移( $\overline{AC} = r_2$ )影響，當待測鏡有著 $\Delta z$ 的位移時，其去回的光程總共會有 $2\Delta z$ 的變化。考慮光感測器上所感應到的光強分布將會是：

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{2n\Delta z}{\lambda} \right) \right) \quad (3.1)$$

其中光程差干涉的相位函數為 $\Delta\Phi = \frac{4\pi n\Delta z}{\lambda}$ ，因此可由訊號變化的週期變化數目來換算成位移 $\Delta z = \left( \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \right) \times \frac{\lambda}{2n}$ ，其中右式的括號內即為訊號週期數，且在此定義後項為 Scale Factor，則：

$$C_{PMI} = \frac{\lambda}{2n} \quad unit: nm \quad (3.2)$$

本研究中，所謂 Scale Factor 之含意為干涉相位訊號進行單一個週期變化換算為待測資訊之比例常數，以 PMI 而言，若使用波長 635 nm 的紅光二極體雷射並假設大氣折射率為 1，則  $C_{PMI} = 317.5 nm$ ，也就是說，量測鏡每行進 317.5 nm 時，光感測器上之干涉圖樣會變化一個週期。搭配前面討論過的電子細分技術(細分數為 409)，理論上可得到  $317.5 nm \div 409 = 0.78 nm$  的解析度。

透過整合 VIM 和二極體雷射成為系統核心元件，成功的縮小此麥克森干涉儀的尺寸至  $40 \times 40 \times 20 mm^3$  內，其實體圖如圖 3-1.2。

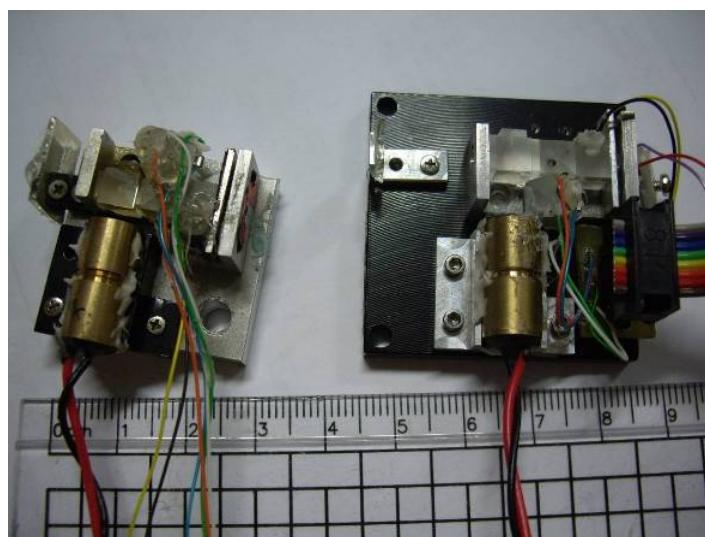


圖 3-1.2 兩組 PMI 之實體圖

### 3-1-2. 公差分析

PMI 中，其光學讀頭-量測端對位公差只有待測鏡之偏擺角(pitch, yaw)，其他自由度皆沒有幾何公差之限制。偏擺公差主要之判斷準則有二：1.光之干涉現象必須發生在 PD 感光面積( $2.6 \times 2.6 mm^2$ )內，才能被感應；2.兩光之光點重合率必須要在 70%以上，也就是總訊號衰減至半功率點時。此兩項公差的準則將在 4-2-2 小節時最更深入的討論。PMI 光路完全對準和未對準之光路如下圖所示：

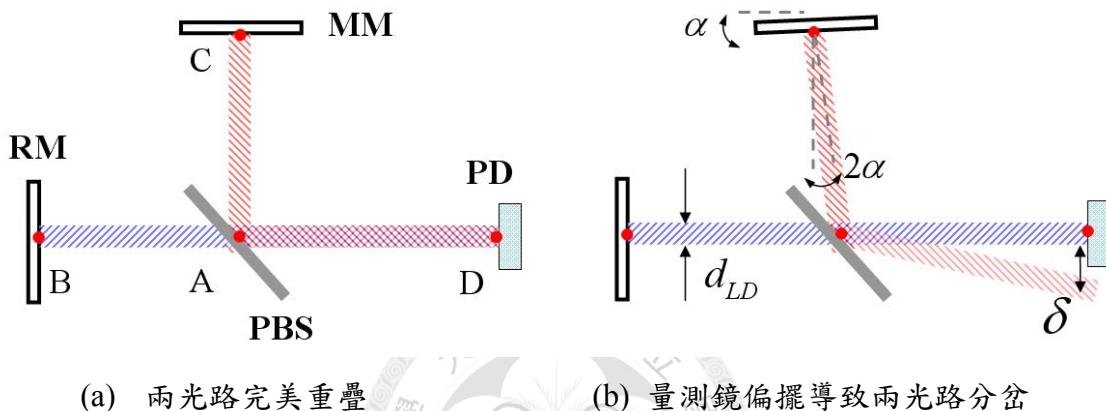


圖 3-1.3 光路偏擺對 PMI 的影響

其中， $d_{LD}$  為光束直徑， $\alpha$  為平面鏡偏擺角度(同時光束會偏擺  $2\alpha$ )， $d_{PD}$  為光感測器直徑， $\delta$  為光感測器上兩光點之偏移量。則可得知：

$$\delta = (\overline{AC} + \overline{AD}) \tan(2\alpha) \quad (3.3)$$

在本設計中， $\overline{AC}$  為 15 mm， $\overline{AD}$  為 13 mm。若將判斷準則一起考慮則：

$$\delta \leq \frac{d_{PD}}{2} \quad and \quad \delta \leq \frac{\sqrt{0.7}}{2} \times \frac{d_{LD}}{2} \quad (3.4)$$

將光感測器直徑為 2.6 mm、光點直徑 0.5 mm 代入則  $\delta \leq 6.42 arc\ min$ ，因此 PMI 之幾何對位公差  $\alpha$  (pitch, yaw) 為  $6.42 arc\ min$ 。

表 4 PMI 各自由度公差

運動形態 (motion)	可容忍公差 (alignment tolerance)	光點在 PD 上疊合狀況
Stand off	20 mm (為量測範圍，由 $L_{coh}$ 決定)	
Vertical straightness	N / A (和鏡子尺寸及平整度有關)	
Horizontal straightness	N / A (和鏡子尺寸及平整度有關)	
Pitch angle	$\pm 6.42 \text{ arc min}$	
Yaw angle	$\pm 6.42 \text{ arc min}$	
Roll angle	N / A (完全沒有影響)	

### 3-1-3. 量程與精度實驗

微型偏極化麥克森干涉儀屬於單頻干涉儀，其行程的限制為光源之同調長度，若參考光和待測光的光程差超過同調長度則干涉現象消失，位移的資訊也無從得之。採用雷射二極體當做光源雖大大的減少系統體積和成本，但雷射二極體

卻具有同調長度很短(約一公分)的缺點。其中，同調長度的定義為  $L_{coh} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ ，其中

$\lambda_0$  為雷射光頻譜的中心波長， $\Delta\lambda$  為頻譜的全高半寬。本研究直接將 PMI 讀取架於線性移動台上的鏡子，同時與雷射干涉儀比對，測試其行程之性能。實驗架構、結果如圖 3-1.4、圖 3-1.5。

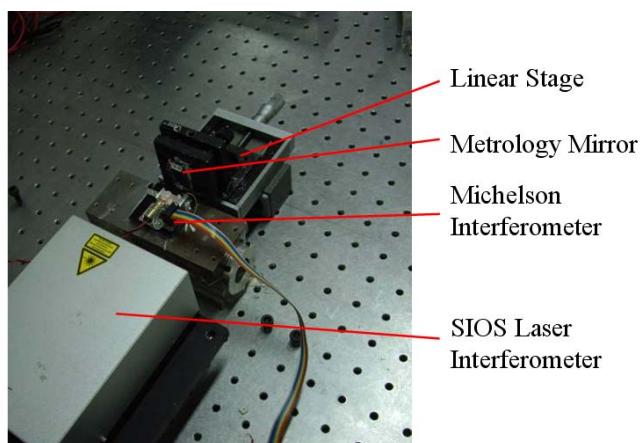


圖 3-1.4 PMI 量程實驗架設

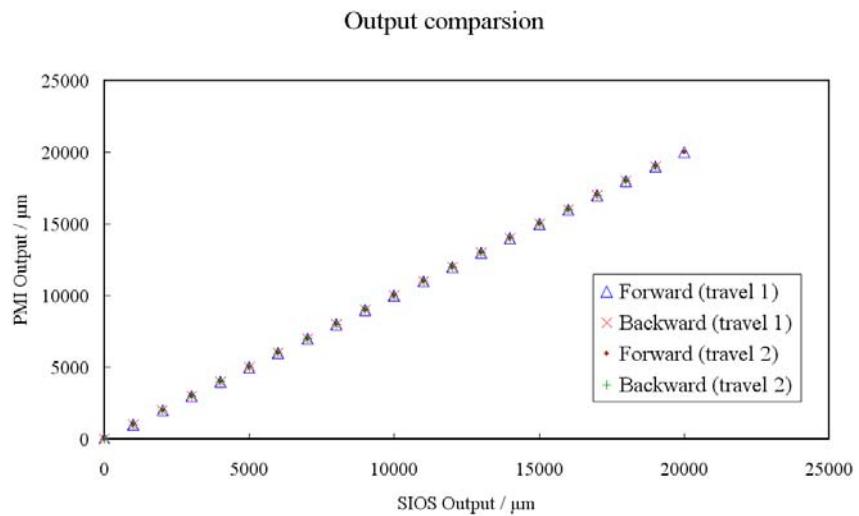


圖 3-1.5 PMI 與商用雷射干涉儀長行程比對

由去回兩次實驗結果可得，即使待測鏡位移達到兩公分時，麥克森依然能準確的偵測到待測鏡的位置，證明其有能力量測 20 mm 以上的位移，也得知系統中使用的雷射二極體同調長度在 10 mm 以上。

由於此單頻干涉儀的量測依據為二極體雷射的自身波長，很容易受到外界的諸多干擾造成解碼後的位移和實際位移不符，為了測試其真正的精度性能，我們將麥克森干涉儀架到 SIOS-NMM-1 奈米移動平台上測試麥克森干涉儀的精度。每移動 1 mm 時，觀察 PMI 與 NMM-1 之讀值並算出誤差，直到移動至 8 mm。實驗共進行五次，同時可得到 PMI 之精度和不確定度。架設和結果如圖 3-1.6、圖 3-1.7。

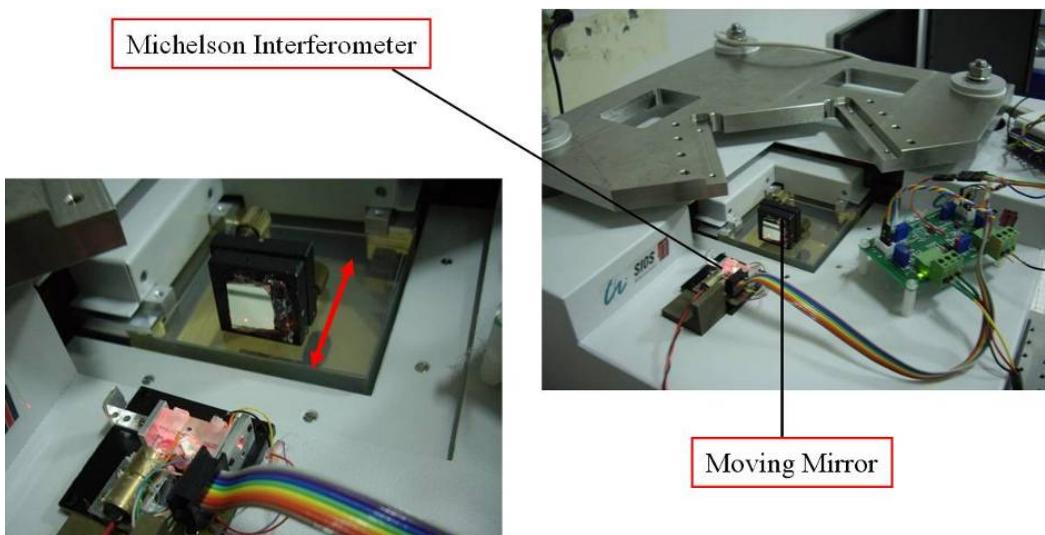


圖 3-1.6 PMI 精度實驗架設

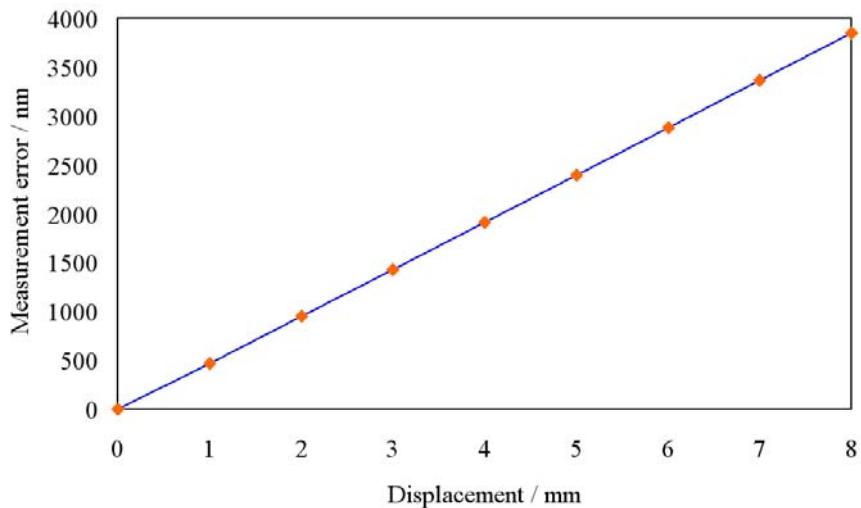


圖 3-1.7 PMI 量測誤差

由圖 3-1.7 可看出，誤差隨著行程而變大，而此誤差的主因為待測鏡面與移動方向並不是垂直，而是存在著一固定角度的誤差，在量測學中稱為餘弦誤差。餘弦誤差為架設誤差的一種，且為線性誤差。在感測器的性能探討中必需消除系統架設的線性誤差，經過一次線性式擬合後即可將其補償消去。經過最小平方法修正其線性的餘弦誤差後，剩餘的殘差數據圖 3-1.8。

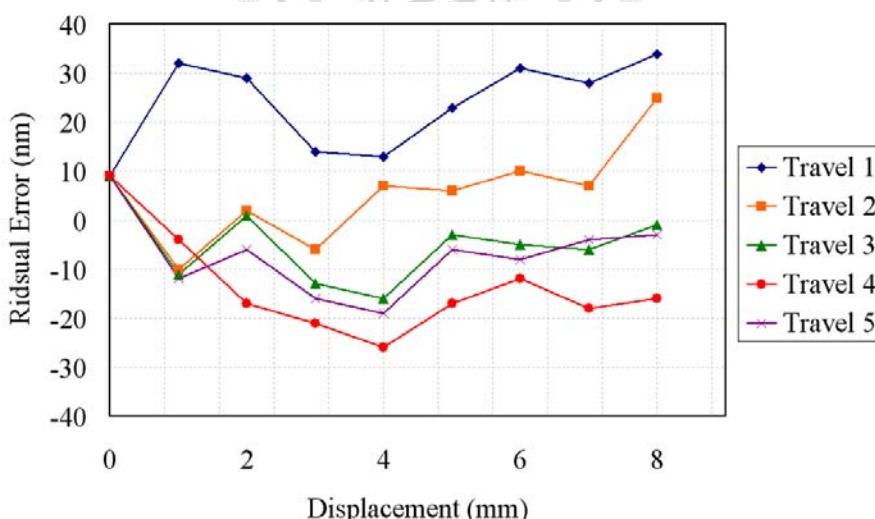


圖 3-1.8 各次行程之擬合殘差

各次殘差顯示了其誤差還是有一定的規律變化，經過推估，此規律變化之原因為阿貝誤差之影響。由數據可得知就算在阿貝誤差之影響下，PMI 的誤差均落入  $\pm 32\text{ nm}$  的區間內，平均誤差約為  $9\text{ nm}$ 。同時，藉由統計在各個位移時的數據之標準差，可以得知此系統之不確定度。其標準差曲線如圖 3-1.9：

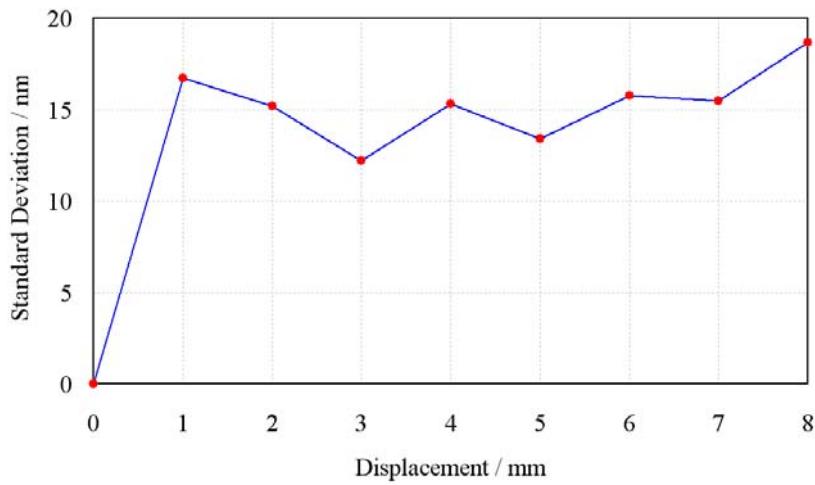


圖 3-1.9 PMI 之標準差曲線

不確定度為資料之分散程度，若以 95% 可靠性來統計，則不確定度為資料統計標準差之兩倍。考慮 PMI 在各點之標準差皆在 18 nm 以內，因此其不確定度( $2\sigma$ )小於 36 nm。

#### 3-1-4. 穩定度與解析度實驗

量測系統之可信度中，長期的數據飄移量和短期的數據跳動量也是很重要的參數，其中，系統長期的穩定情形稱為穩定度，短期的穩定情形稱為解析度。一個系統的穩定度取決於經過一段時間後，系統受系統外干擾，進而影響量測結果的程度。單頻雷射干涉儀的缺點來自於當量測距離變長時，死徑會隨著增加，容易受到一些低頻的雜訊源如振動、氣流、溫度等干擾。相反的，當 PMI 的量測光臂和參考光臂一樣長時，此時兩光臂形成共光程狀況，巨觀下的外界擾動會因為兩光臂零死徑造成之差動現象下抵消。

為了確認 PMI 在一段時間內的穩定性，進行了將 PMI 靜置在一般環境下 30 分鐘之穩定性實驗。以 10Hz 的頻率取樣，將數據移動平均以聚焦在量測數值的低頻飄移上。其數據飄移如下：

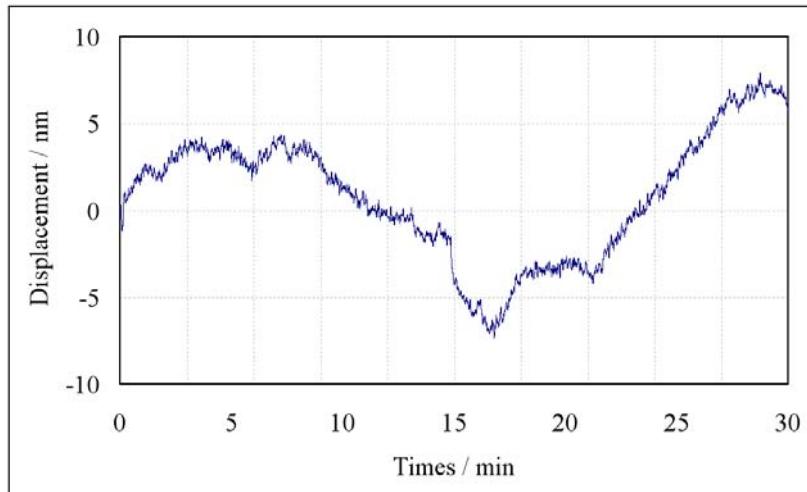


圖 3-1.10 PMI 靜置三十分鐘之穩定性

由上圖可得知，PMI 在 30 分鐘內的總飄移量約為 15 nm，此飄移量的誤差來源主要是未能完美保持零光程差、微觀氣流的擾動、光學讀頭和反射鏡間之振動不一致所造成。

解析度代表感測器所能分辨的最小單位，代表了感測器的靈敏程度。欲得知感測器的解析度要先決定其輸出訊號的形式，再計算細分系統的能力，才能求出理想的解析度。

前面提到，PMI 之解析度理論上應為  $0.78\text{ nm}$ ，然而位移感測器的訊號細分到最後會只剩下高頻雜訊的干擾，此時解析度被此電子雜訊所支配。若是工作訊號頻率不高的話，可加一低通濾波器將高頻濾掉，解析度就會提高很多。也就是說，位移感測器的解析度往往與該感測器的工作頻寬有關。若感測器未限制頻寬而得到的解析度稱為 Dynamic Resolution，表示方法為 RMS 或 P-P Value。若想要獲得此解析度，需將動態量測數據中的低頻去除，針對剩下的高頻雜訊進行分析。以 RMS 來表示的話，resolution 為電子雜訊統計資料中之兩個 Standard Deviation。

以下進行解析度實驗來驗證 PMI 的真實動態解析度：為時一分鐘，以  $20\text{ kHz}$  的頻率取樣 PMI 的訊號，再以  $100\text{ Hz}$  的頻率取樣細分後之原始數據(包含低頻和高頻雜訊)和移動平均後的數據(僅包含低頻雜訊)。將兩項數據相減即消除了直流的飄移，此時整個區段的數值標準差即為 PMI 的動態解析度。

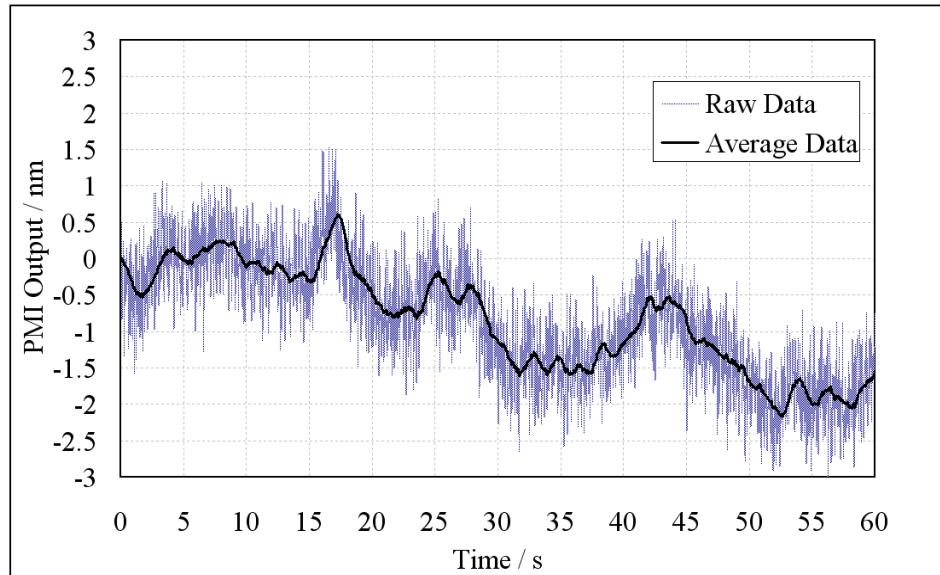


圖 3-1.11 PMI 於 20 秒內之原始數據

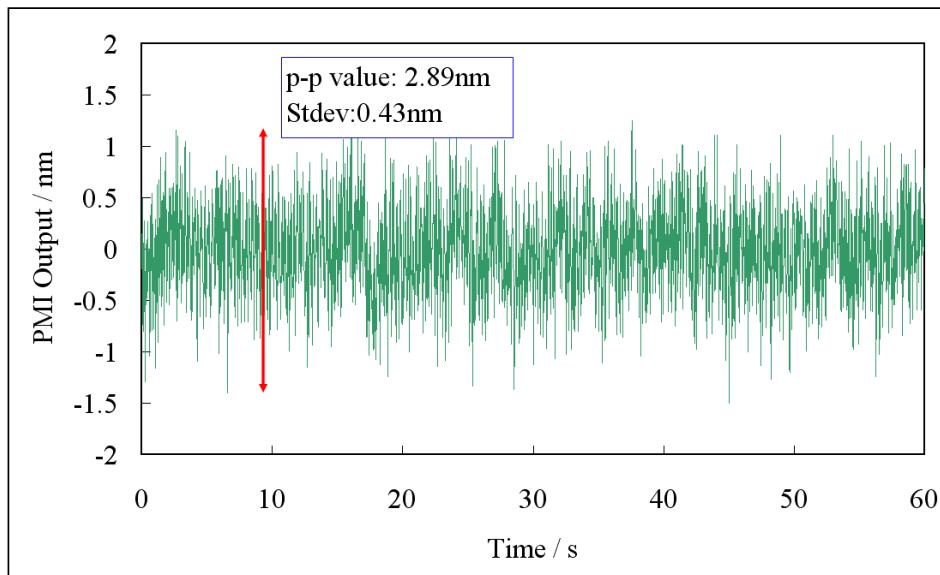


圖 3-1.12 PMI 之殘留電子雜訊

圖 3-1.11 為 PMI 於 20 秒內之數據，其中包含低頻和高頻的跳動，而圖 3-1.12 為消去低頻雜訊後之殘留電子雜訊，其標準差約為 0.43 nm，由此可知，PMI 之動態解析度約為 0.43 nm (以 RMS 表示)，優於推導出來的數值。此解析度取決於二極體雷射之波長，因此若考慮相同之光路和雜訊，則更高的解析度可由波長更短的雷射達成。

## 3-2. 平面鏡式角度干涉儀

線性運動平台在運動過程中因各種因素而有六個自由度誤差，其中角度誤差會因阿貝原理而放大，對機台的定位、加工等精度影響尤其顯著。如欲改善機台精度，首要之務即是量取其角度誤差資訊。因此，本研究基於 VIM 將傳統 Michelson 式光路改為角度干涉光路，達成精密角度干涉儀之目的，其設計概念為：可即時量測物體線性移動時之角度誤差同時具備高精密度。

### 3-2-1. 光路原理與公差分析

非接觸光學式角度量測已經廣泛應用在許多場合中，其主要方法有二：傳統的自動視準儀技術和較新穎的光學干涉技術；比較起來，光學干涉儀的解析度較佳，但在量測大角度時的線性度不佳。基於前文討論的多工干涉模組研製之位移干涉儀可直接重構成精密的角度量測儀，其設計如圖 3-2.1。將 PMI 之參考光臂偏擺 90 度與量測光臂同時垂直鏡面入射在同一面鏡子上以偵測反射鏡的角度姿態，稱為角度干涉儀(Polarizing Angle Interferometer, PAI)。

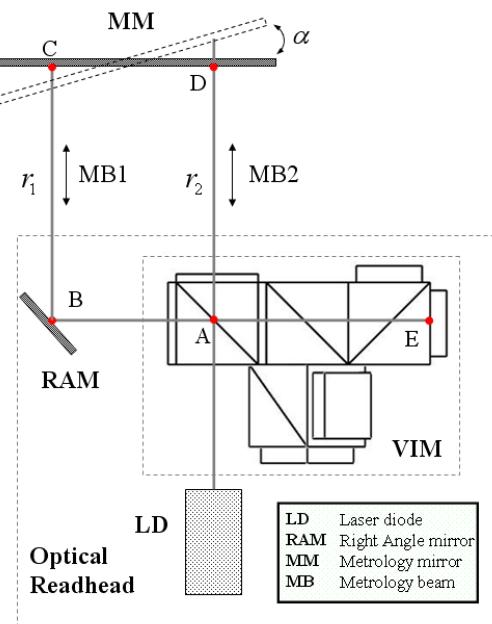


圖 3-2.1 PAI 架構圖

量測原理如圖 3-2.2 所示(為了方便表示，其尺度與真實略有出入)，若二極體雷射分出的兩道光平行相距  $K$  所入射的反射鏡存在著一個偏擺角度  $\alpha$ ，則兩道入射光就會產生  $K \times \tan \alpha$  的光程差(OPD)；而反射光則會產生  $K \times \tan \alpha \times \sec 2\alpha$  的光程差。量測小角度時  $\sec 2\theta \approx 1$ ，因此角度干涉儀的偏擺角度-光程差換算式如下：

$$OPD = K \times \tan \alpha + K \times \tan \alpha \times \sec 2\alpha \approx 2K\alpha \quad (3.5)$$

整合(2.4)和(3.5)可以得知，干涉場強度分布函數為：

$$\Delta\alpha = \left( \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \right) \frac{\lambda}{2K} \quad (3.6)$$

其 Scale Factor 為

$$C_{PAI} = \frac{\lambda}{2K} \quad \text{unit : arc sec} \quad (3.7)$$

代入雷射波長  $\lambda = 635 \text{ nm}$  且設計  $K = 10 \text{ mm}$ ，則  $C_{PAI} = 6.55 \text{ arcsec}$ ，也就是說當量測鏡偏擺了  $6.55 \text{ arcsec}$  時，干涉訊號會完成一個週期之變化。配合電子細分技術，其解析度約  $0.016 \text{ arcsec}$ 。

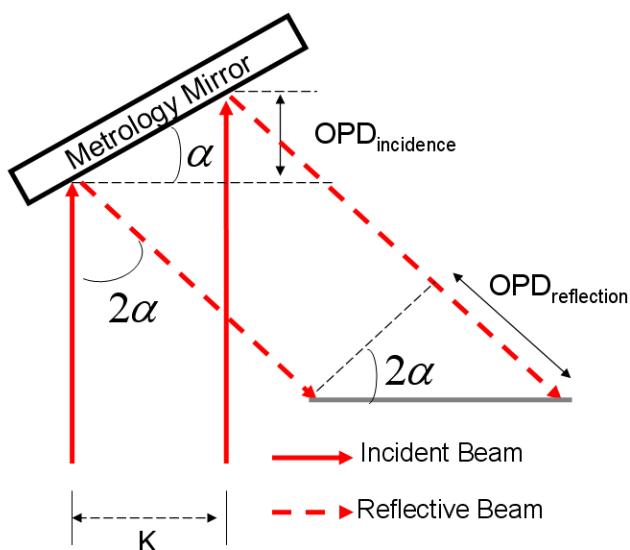


圖 3-2.2 角度干涉儀量測原理示意圖

完成量測理論的分析之後，進行幾何對位公差之探討。PAI 可以量測一個旋轉自由度之誤差，以圖 2-2.2 為例，假設 PAI 針對 Yaw 角度去做量測，其量測時之光路如圖 3-2.3：

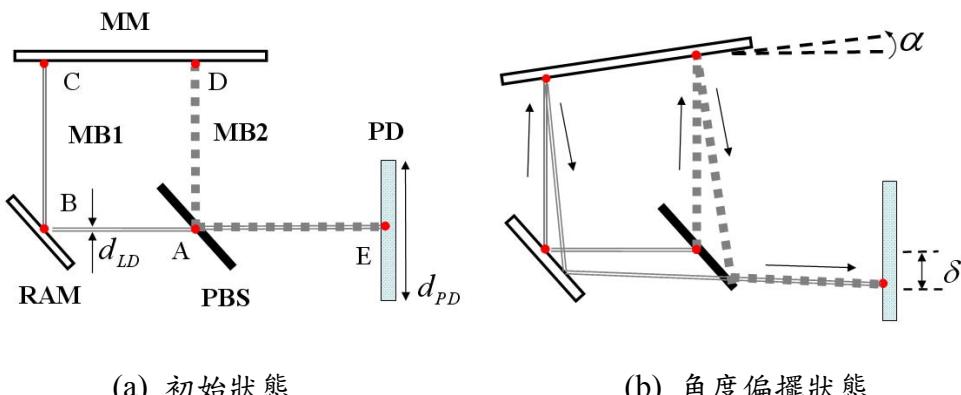


圖 3-2.3 角度偏擺對 PAI 造成影響

有 Yaw 角度偏擺時，若  $\overline{AB}$  很小則兩光束並不會分開。然而，角度誤差  $\alpha$  會在光感測器上產生一偏差  $\delta$ ，其函數為：

$$\delta = (\overline{AD} + \overline{AE}) \tan(2\alpha) \quad (3.8)$$

此偏差必需符合  $\delta \leq \frac{d_{PD}}{2}$ ，光感測器才能讀取干涉訊號。式(3.8)即為 PAI 可量測範圍之函數，與工作距離  $\overline{AD}$  有關。

有 Pitch 角度偏擺時，並不會影響兩道光之光程差、也不會造成兩光分離，因此 Pitch 之偏擺角只要不導致干涉現象落出光感測器外即符合公差之定義，其值與量測範圍相同。

由以上分析可知，遠離公差(即工作距離)與 Yaw、Pitch 公差為相關聯之函數，其示意圖如圖 3-2.4 (深色為可量測之角度)，工作距離一公尺時，可量測之角度範圍只剩約  $\pm 120$  arcsec。其他三個自由度不影響量測結果，公差由量測鏡尺寸決定。

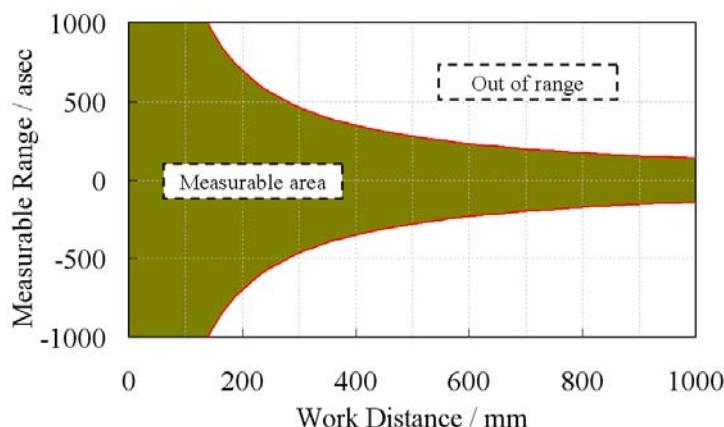


圖 3-2.4 PAI 工作距離與角度公差之關係

表 5 PAI 工作距離為 100 mm 時之容忍公差

運動形態 (motion)	可容忍公差 (alignment tolerance)	光點在 PD 上疊合狀況
Stand off	N / A (但會影響角度公差)	<input type="checkbox"/>
Vertical straightness	N / A (和鏡子尺寸有關)	<input type="checkbox"/>
Horizontal straightness	N / A (和鏡子尺寸有關)	<input type="checkbox"/>
Pitch angle	$\pm 19.8$ arcmin	<input type="checkbox"/>
Yaw angle	$\pm 19.8$ arcmin	<input type="checkbox"/>
Roll angle	N / A (完全沒有影響)	<input type="checkbox"/>

### 3-2-2. 精度驗證

為了驗證 PAI 之系統性能，架設了精度實驗，如圖 3-2.5 所示：使用 PAI 和 HP5529A 動態校正儀同時讀取旋轉台上量測鏡之偏擺角度，並就兩儀器之輸出數值進行比對，以 HP5529A 讀值為量測依據，比對範圍約  $\pm 120$  arc sec。比對結果如圖 3-2.6 所示，HP5529A 與 PAI 輸出之角度值幾乎重疊。

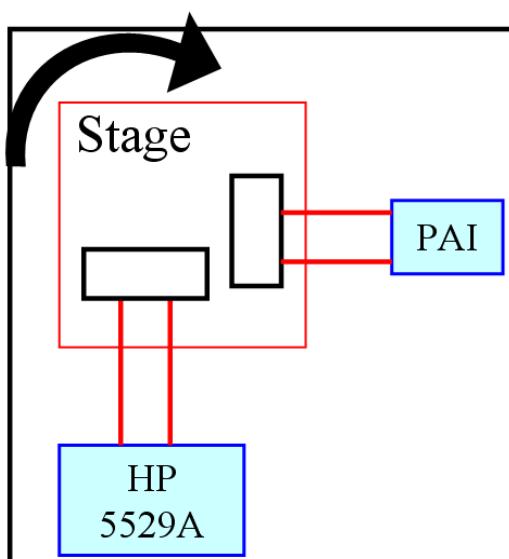


圖 3-2.5 與 HP5529A 進行精度比對實驗

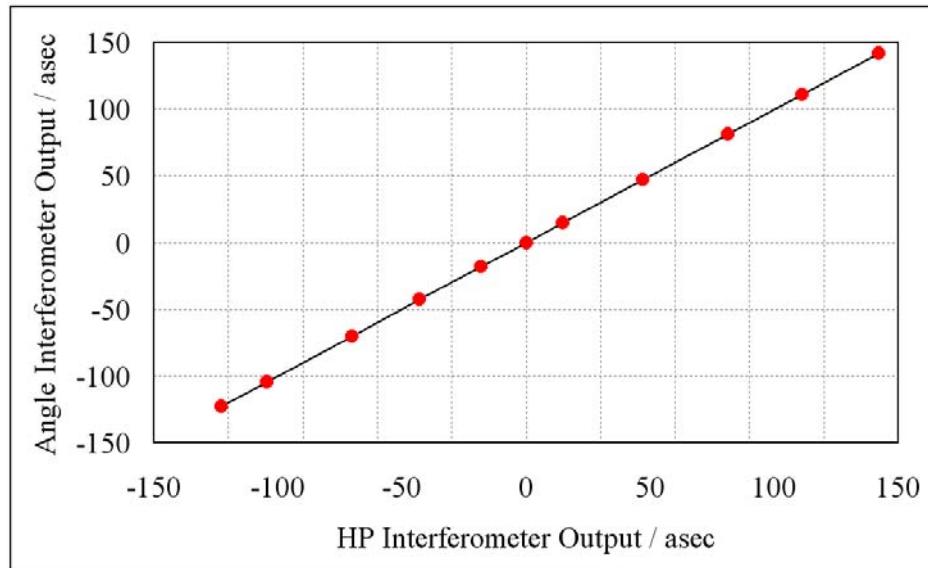


圖 3-2.6 PAI 與 HP5529A 在固定距離的角度量測比對

進一步觀察 PAI 在每一次輸出數值時之量測誤差，其分布如圖 3-2.7，在  $\pm 120 \text{ arc sec}$  的範圍內誤差不超過  $\pm 0.25 \text{ arc sec}$ ，能夠分辨極小的角度偏擺。

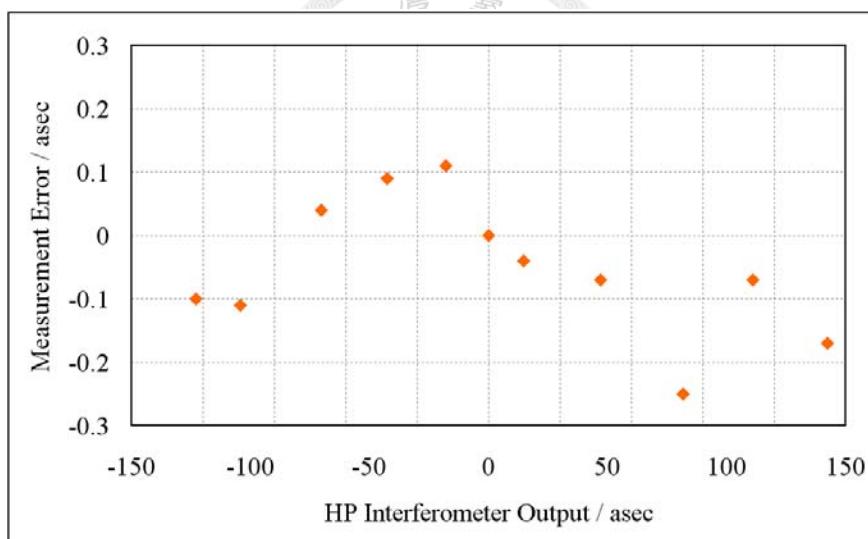


圖 3-2.7 PAI 之固定距離的角度量測誤差

### 3-2-3. 雙角度干擾儀

在 3-2-1 小節裡討論到了 PAI 對於量測鏡的偏擺公差，在分析裡不難發現，PAI 對於平面鏡的 Yaw 角度和 Pitch 角度之適應程度是完全一樣的。也就是說，若將兩組 PAI 成正交方式整合成一組角度干擾儀，將會具有兩個自由度(Pitch、Yaw)之量測能力，構成雙角度干擾儀(Pitch-Yaw angle interferometer, PYAI)。光路圖如圖 3-2.8：利用一個分光鏡將準直雷射光分為 Pitch 方向子光和 Yaw 方向子光，經由 VIM 處理後即同等於兩個 PAI 之光路，同時偵測一面量測鏡的兩個傾斜角。

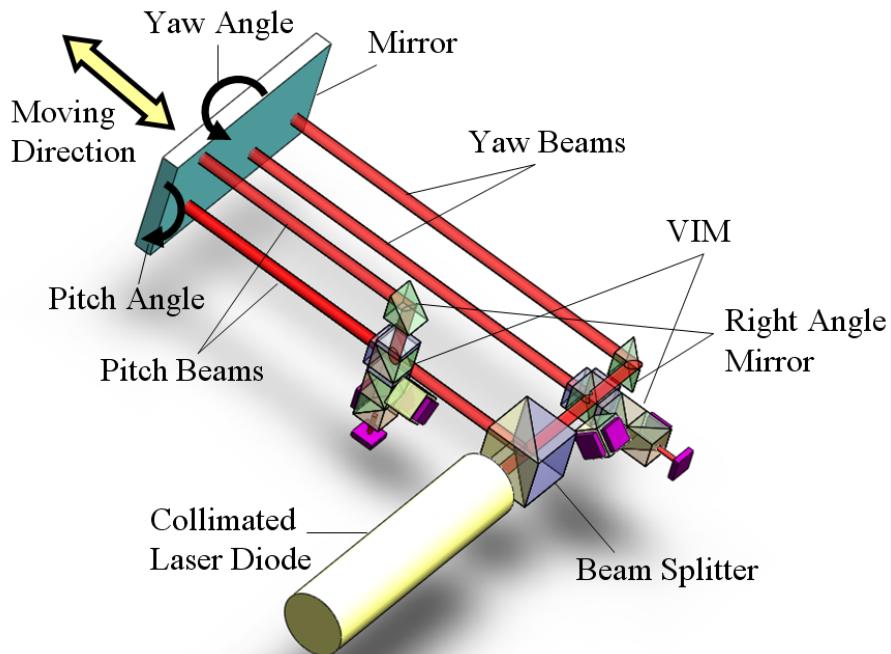


圖 3-2.8 PYAI 光路圖

### 3-2-4. 雙角度比對實驗

為了測試雙角度干擾儀(PYAI)在實用上之性能，本小節將 PYAI 架設在微型工具機上，直接量測一個軸向進行線性移動(約 90 mm)時，兩個角度(Pitch、Yaw)之偏擺，同時也架設商用之 HP 5529A 干擾儀進行比對，以驗證干涉儀真實性能。

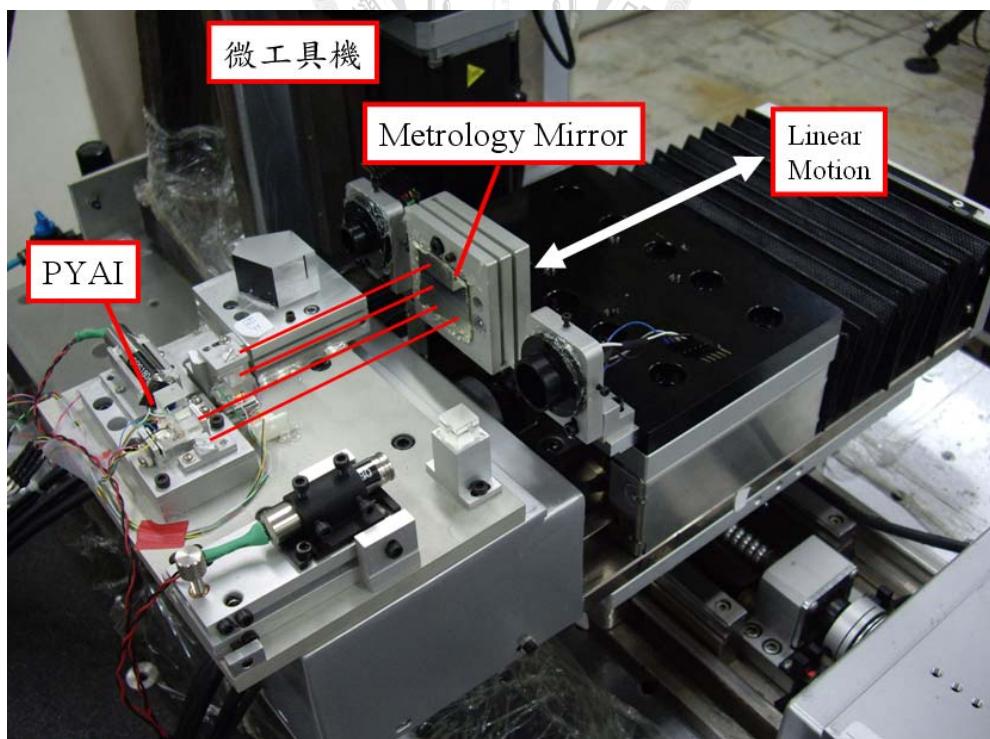


圖 3-2.9 PYAI 架設於微型工具機

圖 3-2.10 為 PYAI 與 HP 在平台線性移動時所讀取到之角度偏擺，其中包含 Yaw 角度和 Pitch 角度。從圖中不難看出 PYAI 與商用干涉儀所量測出來之趨勢完全吻合，而為了進一步探討 PYAI 在此種變距離量測下之精度，將量測誤差表達於圖 3-2.11。即使是在變距離量測下，與商用干涉儀比對之結果不超過  $1 \text{ arc sec}$ 。PYAI 整體體積不超過  $80 \times 60 \times 35 \text{ mm}^3$ ，卻具有可比擬商用角度干涉儀之精度，在機台之精度提升上應有很大的發展空間。

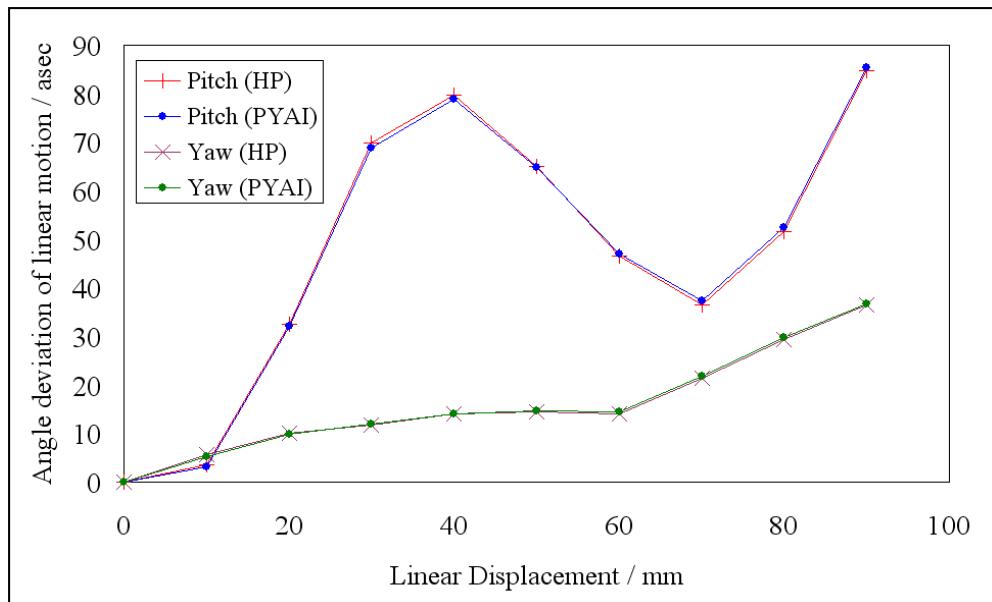


圖 3-2.10 PYAI 與 HP 5529A 在線性移動時之雙角度量測比對

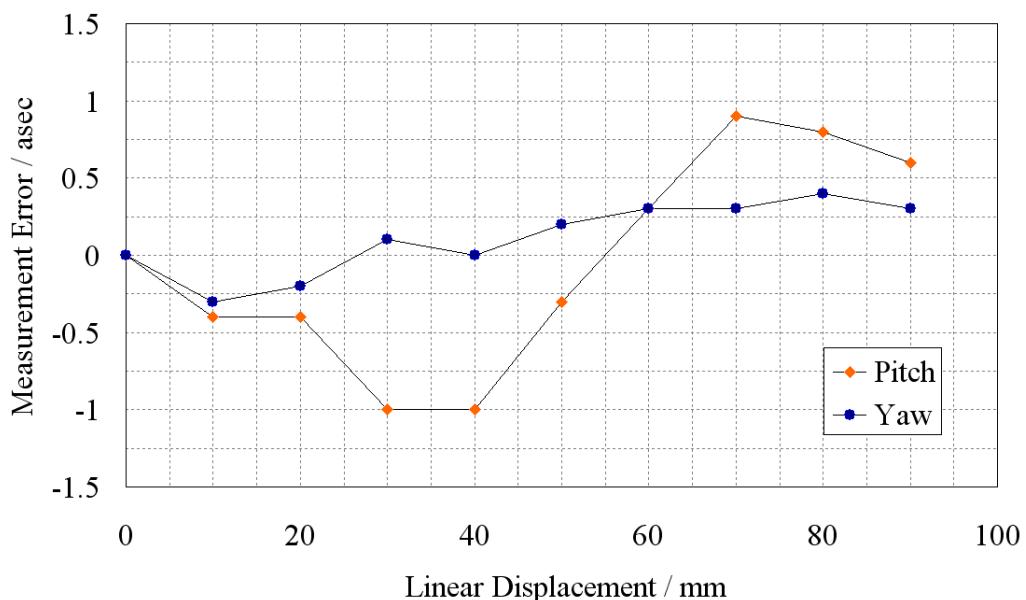


圖 3-2.11 PYAI 在線性移動時之量測誤差

### 3-3. 抗偏擺式角度干涉儀

前面 3-2 節提出之平面鏡角度干涉儀成功量測了短行程(90mm)線性運動時，滑軌之角度誤差，這些量測結果經過計算後可補償給工具機之控制器，針對阿貝誤差進行即時補償。然而，真正將 PYAI 實施至工具機上時還有問題要解決：工具機行程問題。由圖 3-2.4 可看出，當 PYAI 之光學讀頭與量測鏡間距離一公尺時，其量測範圍已下降為  $\pm 200 \text{ arc sec}$ ，量測距離與量測範圍存在反比關係使 PYAI 並不適合長距離的量測。此外，本研究開發之 VIM 就原理上具有光隔離器(optical isolator)的效果，可避免反射之雷射光回射二極體雷射造成雷射的同調性崩潰(coherence collapse)；但任何組裝之誤差或是光學元件本身製造不完美都會造成雷射偏極性之轉換不完全，產生鬼影(ghost reflection)並部份回射雷射腔體中，導致同調性崩潰。這些缺失都會隨著量測距離之拉長而放大，因此，本研究繼續將 VIM 重構成另外一種形式之角度干涉儀，基於角偶稜鏡(corner cube retroreflector)具有抗角度偏擺之能力，發展抗偏擺式角度干涉儀(Anti-deflection angle interferometer, ADAI)，具有高度抗偏擺能力，且在任何工作距離下都能保持數十弧分之量測能力。

#### 3-3-1. 光路原理與公差分析

光路設計中，量測鏡由原本的平面反射鏡改成兩個角偶稜鏡組合成量測鏡組。量測原理不變，但反射光束並不會隨著量測鏡偏擺，而是將角度偏擺轉換成偏位，如圖 3-3.1 所示。如此一來，原本光點在光感測器上之偏位函數將不受工作距離影響，符合設計概念。

ADAI 之 Scale Factor 同樣是由兩入射光之平行間距和雷射波長決定，其函數為  $C_{ADAI} = \frac{\lambda}{2K} \text{ arc sec}$ 。設計  $K = 20 \text{ mm}$ ， $\lambda = 635 \text{ nm}$ ，則  $C_{ADAI} = 3.27 \text{ arc sec}$ ，量測鏡每偏擺 3.27 弧秒時訊號將完成一週期之變化，配合電子細分技術則解析度達  $0.008 \text{ arc sec}$ 。

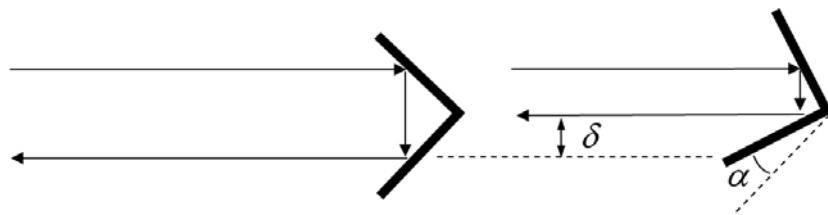


圖 3-3.1 角偶稜鏡抗偏擺原理

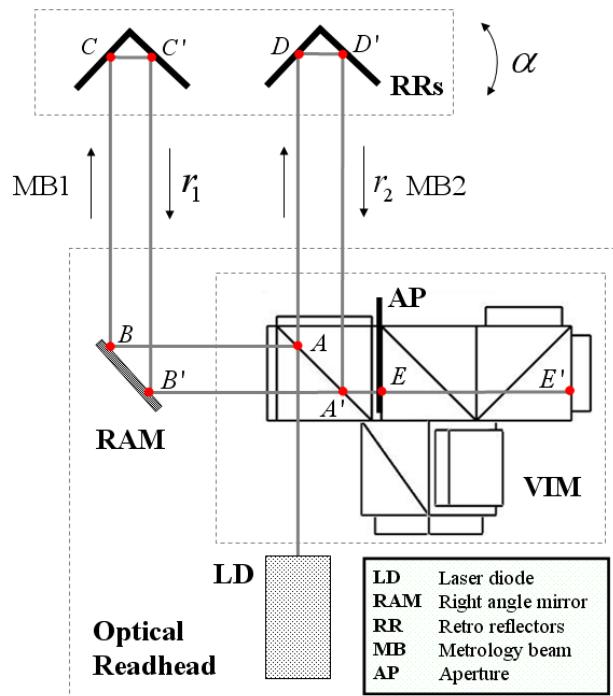


圖 3-3.2 ADAI 光路

考量使用之二極體準直雷射光束較大，而光感測器感光面積相當小，設計時在 VIM 中間多加了一個針孔(aperture)做為空間濾波用。作用原理如圖 3-3.3，原本的光束直徑  $d_b = 3\text{ mm}$ ，經過  $d_a = 0.8\text{ mm}$  之濾波，可承受  $\pm 1.1\text{ mm}$  之偏位。只要干涉訊號或者訊號處理之 Gain 值提升，則可以考慮將  $d_a$  縮小以加強偏位公差。

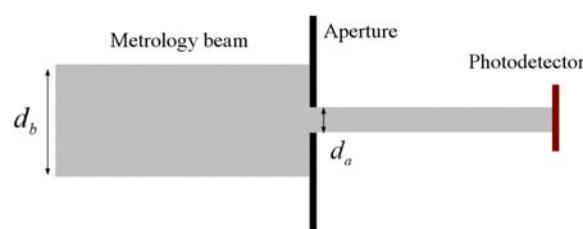


圖 3-3.3 Aperture 作為空間濾波示意圖

表 6 列出了 ADAI 之幾何公差，其對於 Standoff、各 Angle 之公差都無限制。增加了光路之複雜度以達成大量程、不受工作距離影響同時具備高精度之性能。需要注意的是理論上 ADAI 對於角度之公差為無窮大，而事實上角度之旋轉會造成小量的直度偏位，導致干涉疊合跑出 aperture 外(如表 6 所示)，故量測範圍並不是無窮大。

表 6 ADAI 之幾何公差

運動形態 (motion)	可容忍公差 (alignment tolerance)	光點在 PD 上疊合狀況
Stand off	N / A	<input checked="" type="checkbox"/>
Vertical straightness	$\pm 1.1\text{ mm}$	<input checked="" type="checkbox"/>
Horizontal straightness	$\pm 1.1\text{ mm}$	<input checked="" type="checkbox"/>
Pitch angle	N / A	<input checked="" type="checkbox"/>
Yaw angle	N / A	<input checked="" type="checkbox"/>
Roll angle	N / A	<input checked="" type="checkbox"/>

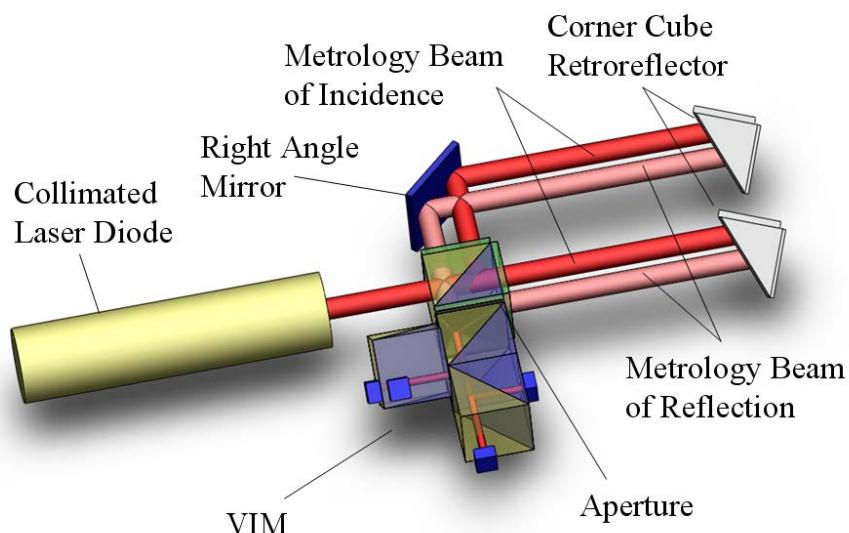


圖 3-3.4 ADAI 架構圖

### 3-3-2. 固定工作距離之精度實驗

ADAI 組裝完成後，首先使用 HP5529A 干涉儀對其做校正(比對範圍 $\pm 100 \text{ arc sec}$ )。校正方法如圖 3-2.5，同時使用兩干涉儀量測同一旋轉台，量測結果如圖 3-3.6 所示：ADAI 與商用干涉儀輸出數值趨勢完全一樣。同樣的，為了進一步確認 ADAI 之精度，分析量測誤差於圖 3-3.7：所有誤差不超過  $0.26 \text{ arc sec}$ 。

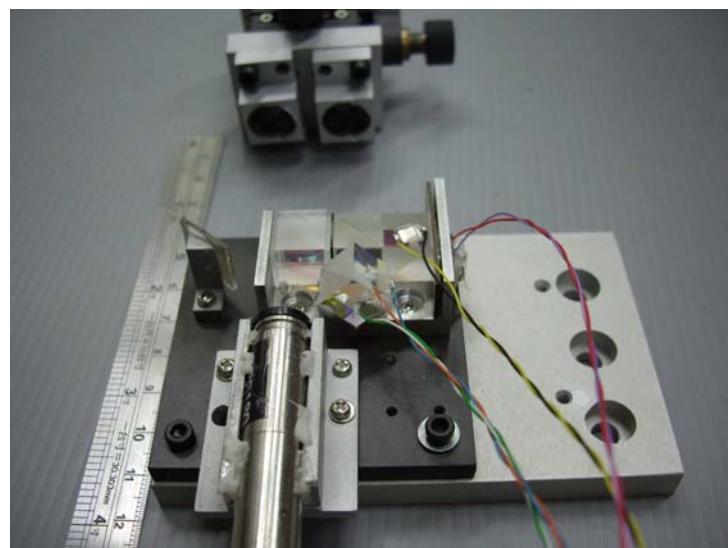


圖 3-3.5 ADAI 之讀取頭與角偶稜鏡組之實體照片

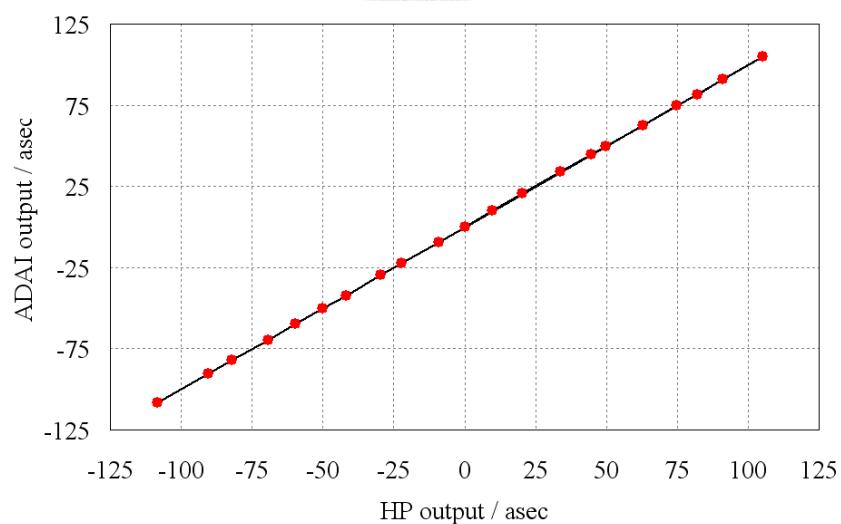


圖 3-3.6 ADAI 與 HP 5529A 輸出數值比對

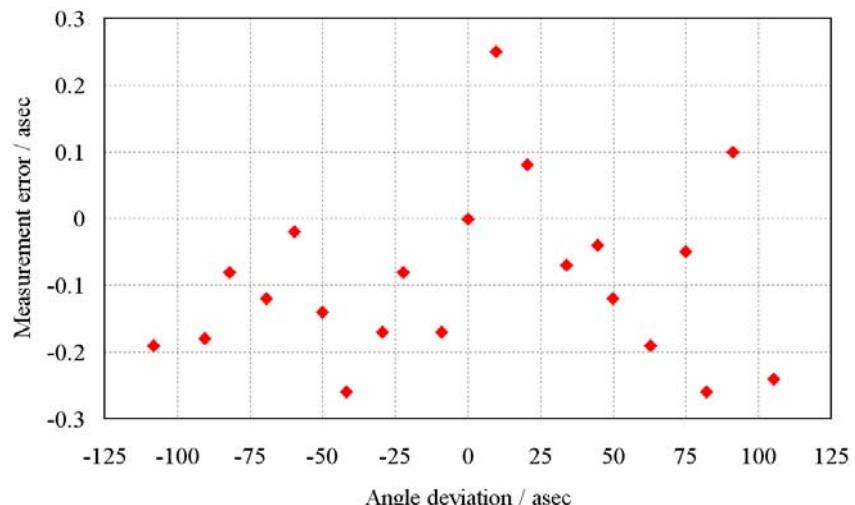


圖 3-3.7 ADAI 之量測誤差

### 3-3-3. 長行程線性運動時之比對實驗

ADAI 是針對長行程線性運動時之角度誤差量測而研製，因此，本小節將 ADAI 架在 AOI(Automatic optical inspection, 自動化光學檢測)機台之滑軌上，量測此滑軌全行程運動之角度誤差。實驗架設如圖 3-3.8。實驗結果顯示，在全行程(約 780 mm)下，此導軌之角度誤差達到  $20 \text{ arc sec}$ ，且兩種干涉儀量出來之趨勢完全符合，證明了 ADAI 有長行程量測之能力。圖 3-3.10 為 ADAI 之量測誤差(以 HP 干涉儀為準)，說明 ADAI 在全行程下之量測誤差小於  $\pm 0.75 \text{ arc sec}$ ，且趨勢與量測結果類似，代表 Scale factor 可能不夠準確，若能更進一步校正此誤差，則量測結果還能更準確。

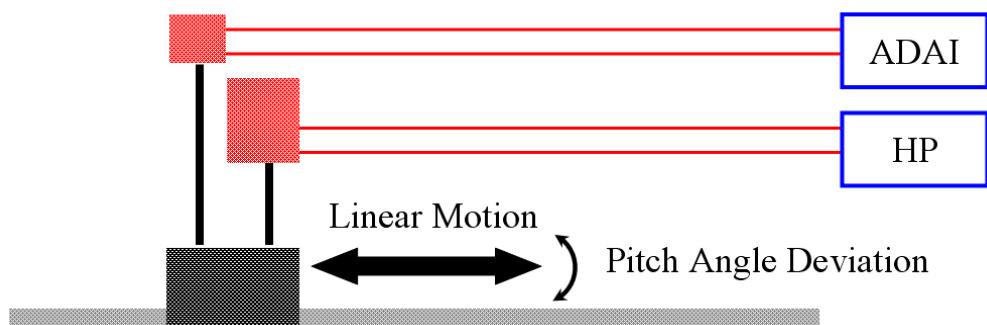


圖 3-3.8 長行程比對實驗架設

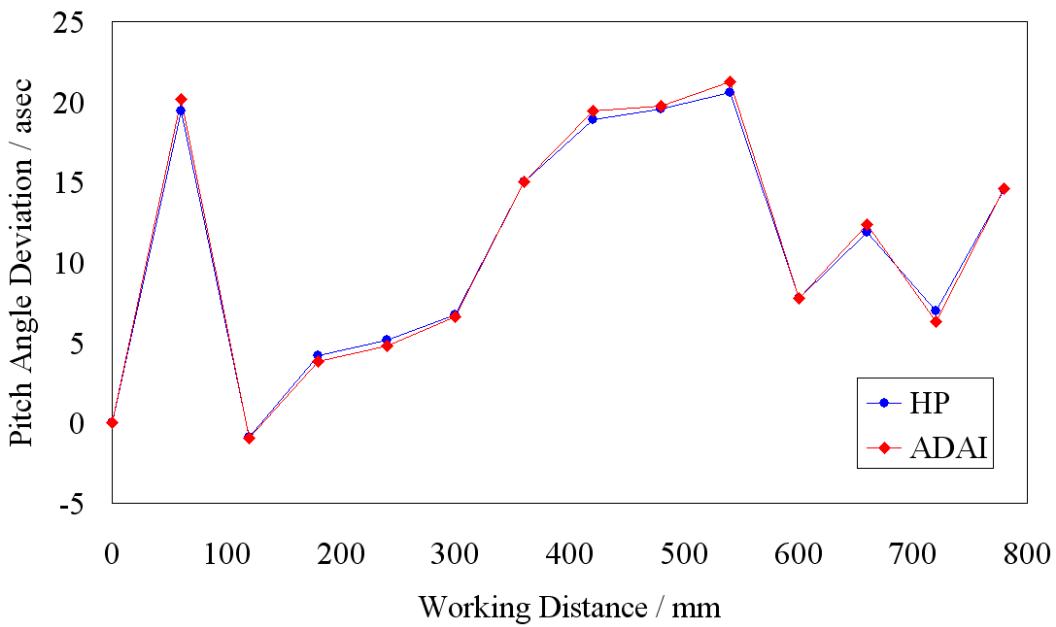


圖 3-3.9 行程約八十公分之滑軌角度誤差量測

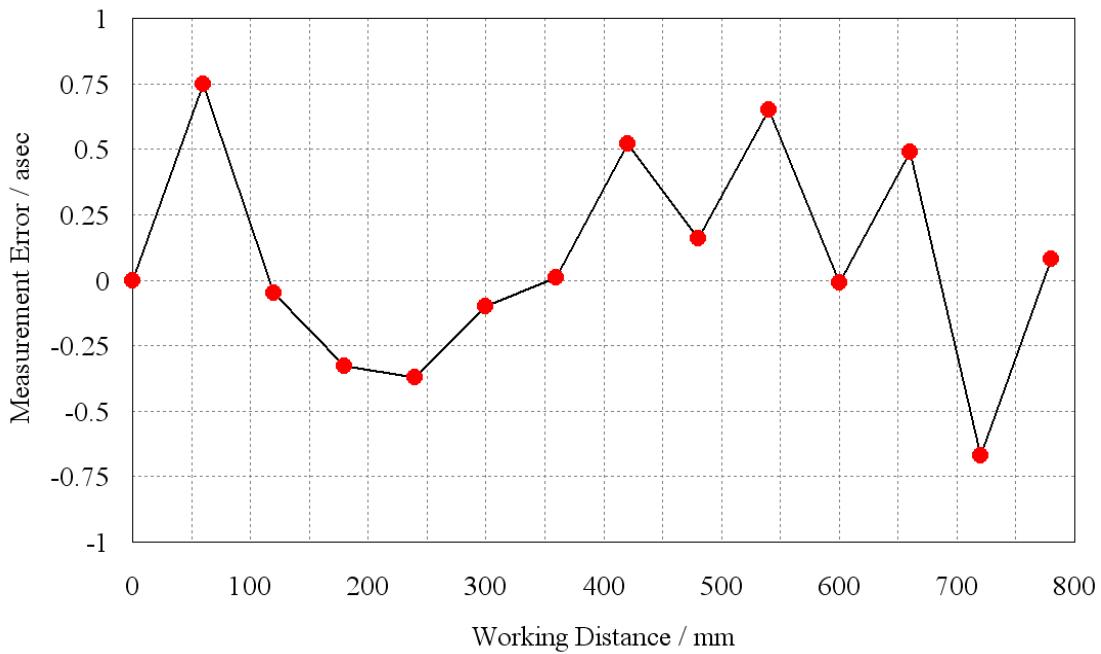


圖 3-3.10 ADAI 長行程量測誤差

### 3-4. 小結

在本章中，利用上一章所提到的光路核心 VIM 及訊號處理系統，成功實現了以雷射波長為基準計量的測長干涉儀 PMI、單角度干涉儀 PAI、雙角度干涉儀 PYAI 和抗偏擺式角度干涉儀 ADAI 等數種干涉儀，同時，這些干涉儀都已微小化並模組化，適合作為其他量測儀器中的感測器。各種感測器之規格列於以下表格中。

各種感測器均具有不同優點，需視情況選擇合適的感測器以優化量測系統的性能。

感測器的成功實現已應用在本實驗室的一些量測儀器中，舉例來說，在量測物體之微小表面形貌時，本實驗室提出了一種多波長顯微系統，以 Picomotor 做為線性位移驅動器並以 PMI 作為其位移回饋感測器，如圖 3-4-1。此外，雙角度干涉儀 PYAI 也應用在阿貝誤差的研究上：為了消除工具機在運動時即時的角度變化，除了原本的三個定位回饋外，還必需增加三軸共九個角度回饋，才能夠補償工具機的阿貝誤差，因此本實驗室研發了五自由度感測器(一個線性運動的三個角度量測和兩個直度量測)，如圖 3-4-2，其中兩個角度是由 PYAI 達成。

表 7 PMI 規格整理

規格	參數	狀況
量測範圍	< 20 mm	
解析度	0.43 nm 2.89 nm	RMS Peak to peak
精度	9 nm	
不確定度	36 nm	
穩定度	15 nm	over 30 min
幾何公差	±6.42 arc min	量測鏡的傾斜角

表 8 PAI 與 PYAI 規格整理

規格	參數	狀況
量測範圍	±19.8 arc min	讀頭與反射鏡相距 100 mm
解析度	0.016 arc sec	
精度(定距)	0.25 arc sec	校正範圍 ±150 arc sec
精度(變距)	1 arc sec	量測鏡行走了 90 mm
幾何公差	±19.8 arc min	量測鏡的傾斜角

表 9 ADAI 規格整理

規格	參數	狀況
量測範圍	$> \pm 1^\circ$	讀頭與反射鏡相距 100 mm
解析度	0.008 arc sec	
精度(定距)	0.25 arc sec	校正範圍 $\pm 100$ arc sec
精度(變距)	0.75 arc sec	量測鏡行走了 800 mm
幾何公差	$\pm 1.1$ mm	角偶鏡組的側向移動

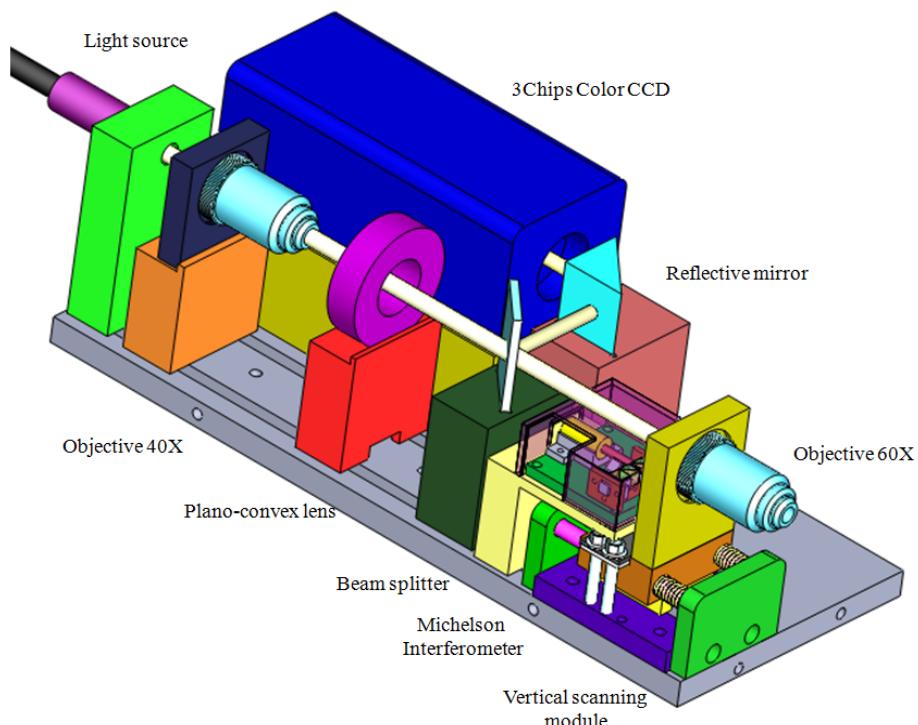


圖 3-4-1 台大精密量測實驗室所開發之多波長顯微系統簡易架構圖

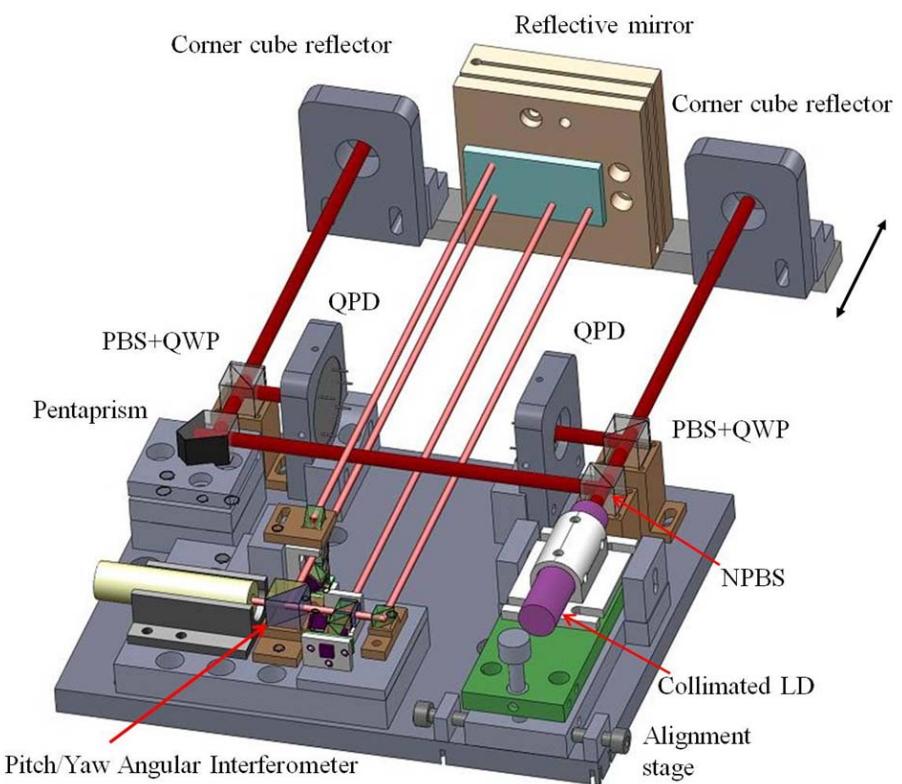


圖 3-4.2 台大精密量測實驗室所開發之五自由度感測器



## 第四章 光柵干涉儀

### 4-1. 光柵干涉術

最簡單的光柵干涉儀架構如圖 4-1.1 所示。其基本原理是使光入射在光柵上產生繞射光，當光柵移動時兩道光將產生等值且反向的都卜勒頻移(Doppler frequency shift)，若將兩道繞射光疊合後將產生差頻干涉現象。若透過光電二極體接受光強之相位變化，再由電路解析光電訊號即可實現對光柵位移之量測。

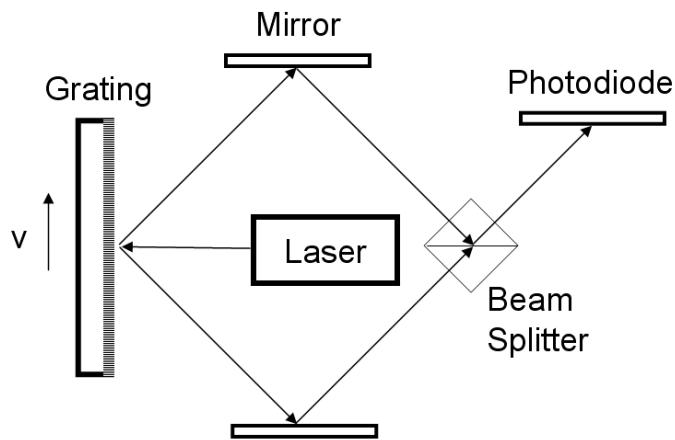


圖 4-1.1 簡易光柵干涉儀之架構

本研究中，將 VIM 模組導入進光柵干涉儀之架構。VIM 分出之兩光經過平面鏡反射後分別以光柵之正負一階繞射角入射光柵，如圖 2-4.6 所示。以下先探討光學之都卜勒原理，再將其與干涉現象做結合。

#### 4-1-1. 都卜勒效應

當一波速  $c$ 、頻率  $f_0$  的聲音源、光源或任何形式的波動源 S 與觀測者 P 有相對速度  $v$ ，且夾角度  $\alpha$  時，觀測者所觀測到的頻率會有如下式的變化：

$$f = f_0 \left( 1 \pm \frac{v}{c} \cos \alpha \right) \quad (4.1)$$

這種因波動源或觀測者的運動而發生頻率改變的現象稱為都卜勒效應 (Doppler effect)。都卜勒效應是由 Christian Doppler (1803-1853) 在 1842 年提出，當時成功地解釋了聲波頻率改變的現象。由於都卜勒效應具有高精確性、線性、

反應速度以及量測行程大的特性，雷射都卜勒技術已經很成熟的被應用在剛體的位移量測上【43】。

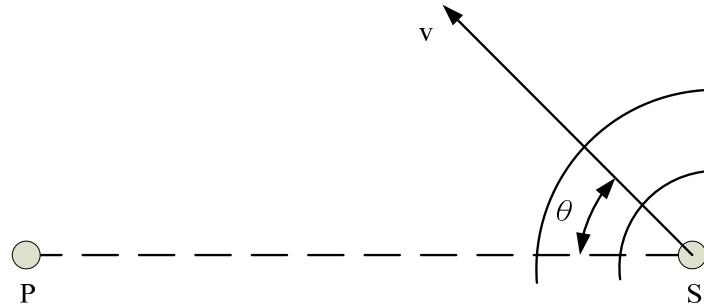


圖 4-1.2 單一都卜勒效應

都卜勒效應在量測的應用上常為：波源及觀察者不動，而針對移動物體或機具作位移或速度的量測。圖 4-1.2 為此情形的示意圖，事實上我們可將此種效應分成兩階段分析。

首先我們將運動物體視為觀察者，波源（光源）從 I 點出發，從都卜勒效應可得移動物體在 S 點的頻率為

$$f_s = f_o \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \alpha_1 \right) \quad (4.2)$$

對真正的觀察者（偵測器）O 點來說，若此時將運動物體視為波源，同樣也可以用都卜勒效應寫出其觀察到的頻率  $f_q$

$$\begin{aligned} f_q &= f_s \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \alpha_2 \right) = f_o \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \alpha_1 \right) \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \alpha_2 \right) \\ &= f_o \left\{ 1 + \frac{v}{c} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) + \left( \frac{v}{c} \right)^2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

實際應用中  $v$  遠小於  $c$ ，故此時可忽略  $v/c$  平方項，可得

$$\begin{aligned} f_q &= f_o \left\{ 1 + \frac{v}{c} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \right\}, \\ \Delta f &= f_o \frac{v}{c} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2) \end{aligned} \quad (4.4)$$

其中  $\Delta f$  即為都卜勒效應而造成之頻移。此種現象為雙重都卜勒效應，如圖 4-1.3 所示。

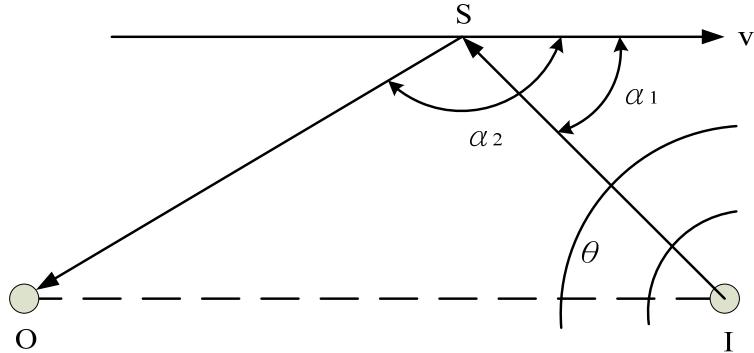


圖 4-1.3 雙重都卜勒效應

#### 4-1-2. 光柵繞射與都卜勒頻移

許多等寬的狹縫等距離地排列起來的光學元件稱為光柵。在一透光基板上（如玻璃）以刀刻出一系列等寬等距的平行刻痕，刻痕處透光率低，未刻過處透光率高，這樣就是一個簡單的光柵。上述為一透射式光柵，而若在反射率高之金屬表面刻出細槽，或者在基板上鍍上一層高反射率物質，就是一個反射式光柵。不論透射或反射，一道光打到光柵後，會因光的不同波長，造成不同的出射角度，因此特點，已經廣泛的被應用在頻譜分析儀中；也因為光柵能將不同角度的入射光分成若干道光，具有分光效果，近來在許多光學系統架構中也使用光柵以取代稜鏡組。

繞射為一種波的特性，當波源通過一與波長尺度相近的障礙物時，會產生波形上的畸變。對於透射或反射式的光柵來說，其基本原理是一樣的。一個反射式光柵的繞射情形如圖 4-1.4 所示，一道波長  $\lambda$  的光，以入射角  $\theta_i$  打到一個具有  $d$  節距的光柵（ $d$  可稱為光柵常數），產生若干道繞射光，出射角（繞射角）為  $\theta_q$ 。入射角及繞射角有其對應關係，由基本繞射原理，可寫成以下形式：

$$d(\sin \theta_i + \sin \theta_q) = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.5)$$

此關係式稱光柵方程式 (grating equation)【41】【42】。式中  $m$  為繞射階數。 $\theta_i$

及  $\theta_q$  的正負號取法為，以光柵的法線為 0 度，逆時針方向為正，順時針方向為負；而  $m$  的正負號判斷法則為，若  $\theta_i$  及  $\theta_q$  為同號，則  $m$  為正，不同號則為負。當  $m$  為 0 時(零階繞射)，繞射光即為反射光。

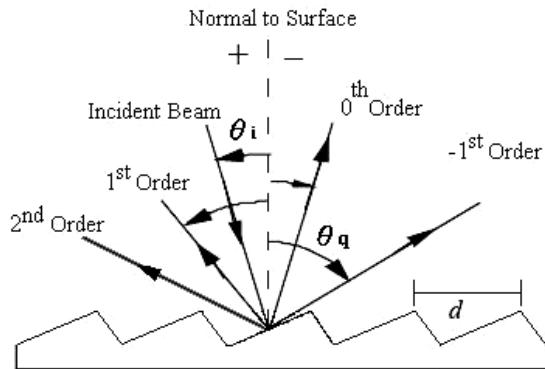


圖 4-1.4 光柵繞射示意圖

當光柵移動時，投射在其上面之光波將會產生都卜勒頻移效應，如圖 4-1.5，若入射光源位置  $I(\theta_i, f_0, \lambda)$  及觀測點  $O(\theta_q, f_q)$  均保持不動， $I(\theta_i, f_0, \lambda)$  為頻率  $f_0$ ，波長  $\lambda$ ，入射角  $\theta_i$  的入射光， $O(\theta_q, f_q)$  為觀測到具有頻率  $f_q$ 、繞射角  $\theta_q$  的繞射光束。N 為光柵之法線方向，光柵以速度  $v$  垂直法線方向移動。經由雙重都卜勒效應，(4.4)式可改為

$$\Delta f = f_0 \frac{v}{c} (\sin \theta_i + \sin \theta_q) \quad (4.6)$$

代入光柵方程式與光速公式於式(4.6)中可得

$$\Delta f = m \frac{v}{d} \quad (4.7)$$

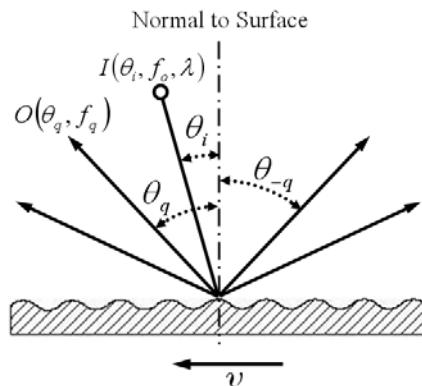


圖 4-1.5 光柵移動時之都卜勒效應

本研究之光柵干涉儀都是採用正負一階繞射光進行差頻干涉，考慮兩道分別帶有  $\omega_1$  及  $\omega_2$  之角頻率的光，由(4.7)式，兩道光之角頻率可表示為

$$\begin{aligned}\omega_{+1} &= \omega_0 + 2\pi \frac{v}{d} \\ \omega_{-1} &= \omega_0 - 2\pi \frac{v}{d}\end{aligned}\quad (4.8)$$

故兩道光之角頻差為

$$\Delta\omega = 4\pi \frac{v}{d} \quad (4.9)$$

代入第二章式(2.3)，此時光強將隨光柵位移而成為以下關係式

$$\begin{aligned}I &= 2I_0 \left(1 + \cos(\Delta\omega t)\right) \\ &= 2I_0 \left(1 + \cos\left(4\pi \frac{v}{d} t\right)\right) \\ &= 2I_0 \left(1 + \cos\left(4\pi \frac{1}{d} \int_0^t v(t) dt\right)\right) \\ &= 2I_0 \left(1 + \cos\left(4\pi \frac{\Delta x}{d}\right)\right)\end{aligned}\quad (4.10)$$

其中， $\Delta x$  為光柵之位移。上式表示，干涉光強  $I$  會有弦波形式之干涉條紋，並隨著光柵位移  $\Delta x$  而產生亮暗之變化，亮暗每變化一次代表相位變化為  $2\pi$ 。從上式中我們可歸納出光強相位變化  $\Delta\Phi$  與光柵位移  $\Delta x$  之間的關係

$$\Delta x = \left(\frac{\Delta\Phi}{2\pi}\right) \times \frac{d}{2} \quad (4.11)$$

其 Scale Factor 為

$$C_{GI} = \frac{d}{2} \quad unit: nm \quad (4.12)$$

故當光柵移動  $d/2$  時，光強訊號將變化一個週期。因此，若此時以光偵測器接收此光強訊號，並加以處理，得知總共經過多少相位的變化，便可知道光柵之位移量。

## 4-2. 線性光柵尺

本節中，融合了光柵繞射原理、都卜勒效應、雷射電場角頻差、VIM 等概念；採用容易取得之商用一維光柵，配合准直入射技術研製線性光柵干涉儀(Laser diffraction grating interferometer, LDGI)。比起精度相近的雷射干涉儀，LDGI 具有高穩定性、高幾何公差、等光程量測等優點。

### 4-2-1. 光路原理

LDGI 之基本光路架構如圖 4-2-1，LD 經過 VIM 分光後，反射光路經過平面鏡 PM1 反射後以光柵之負一階繞射角入射光柵；另一道透射光路經過 PM2 將光臂偏折 45 度後再經過 PM3 以光柵之正一階繞射角入射光柵。以上入射方式為反射式光柵的一種特殊使用方式【44】，當光束以光柵之繞射角入射光柵時，其繞射光即會循原光路繞射回光學讀頭中，由 VIM 進行疊合干涉處理。若只考慮初階繞射，LDGI 之入射角由(4.5)式變為

$$\theta_{littrow} = \sin^{-1} \frac{\lambda}{2d} \quad (4.13)$$

此種繞射光柵方程式之特殊角稱為光柵的準直角(Littrow angle)，而此種光路結構就稱為準直入射(Littrow condition or Littrow configuration)，其對於增強光柵干涉儀之幾何公差有著顯著效果，將於下一節探討。

根據 4-1 節，光柵在進行線性移動時，左右兩光臂會有角頻率之變化，為偵測兩光臂角頻差之干涉儀；同時，量測時光臂並不會有光程之差別，因此稱為等光程式的量測。考慮使用之光柵密度為  $1200\text{lines/mm}$ ，其一階準直角  $\theta_{littrow} = 22.4^\circ$ ，Scale factor 為  $C_{LDGI} = 416.67\text{ nm}$ ，光柵每進行  $416.67\text{ nm}$  之位移時，干涉圖樣完成一週期之變化。

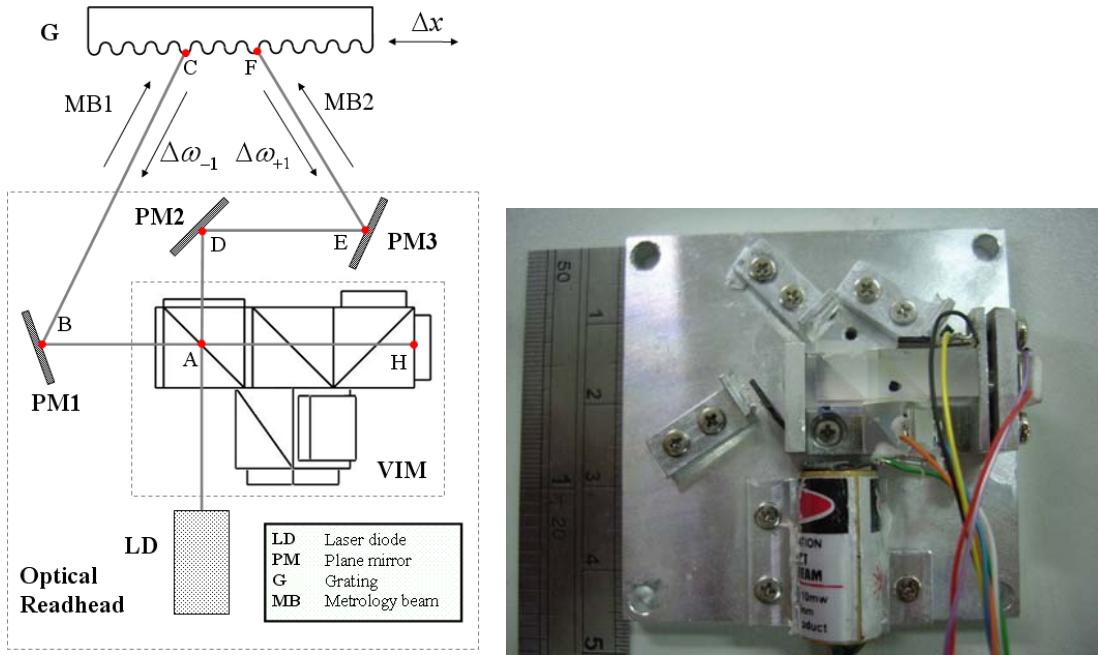


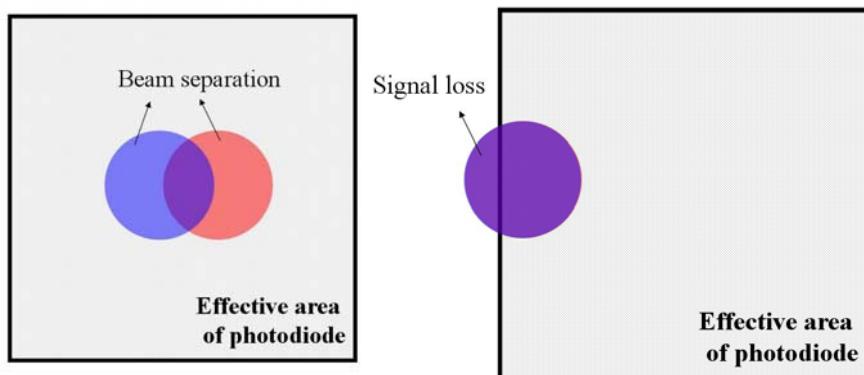
圖 4-2.1 LDGI 光路架構及實體照片

#### 4-2-2. 幾何公差探討與驗證

光柵干涉儀同時具有公分級之量測範圍與奈米級之解析度，然而，在工程上之應用上仍存在著缺點，其中一個主要的缺點就是光柵干涉儀之幾何公差太小，導致組裝、安裝不易。

探討線性光柵尺時，需要注意之公差有四：遠離公差(standoff tolerance)、偏航公差(yaw tolerance)、翻滾公差(roll tolerance)及俯仰公差(pitch tolerance)。這些公差造成之結果則有兩種，如圖 4-2.2 所示：

1. Beam separation: 兩道量測光臂不再重疊，干涉現象消失 beam separation
2. Signal loss: 兩光臂疊合，但干涉圖樣落在 PD 外，系統失去干涉之電子訊號



(a) Beam separation 現象

(b) Signal loss 現象

圖 4-2.2 運動誤差造成 PD 上光點移動

比較前文(3-1-2、3-2-1、3-3-1)之公差，可以歸納出本研究之麥克森干涉儀公差受到 Beam separation 之限制，PAI 和 PYDI 等平面鏡式角度干擾儀受到平面鏡偏擺造成之 Signal loss 之限制，而 ADAI 則只受到光入射角偶鏡之位置所限制。至於 LDGI 之公差則包含了兩者。傳統之光柵干擾儀其遠離公差、偏航公差、俯仰公差都很小，限制其工程應用之發展；本研究中，利用獨特的光路佈局，無需外加特殊光學元件如聚焦透鏡、角偶稜鏡等等就能得到數個優秀公差。

上一節提到，準直入射能增強的幾何公差，最顯著的就是遠離公差，其示意圖如圖 4-2.3，傳統之光柵干擾儀在光柵遠離時，兩道繞射光束會與原本之光路產生一偏位，而造成干涉圖樣在光感測器上之偏位，若遠離過多將導致電子訊號消失。準直入射時，光柵之遠離完全不造成光路之偏位或偏擺，無任何遠離公差之問題，這樣的特性使吾人在設計、安裝時不需仔細考慮光學讀頭和光柵間的對位間隙。

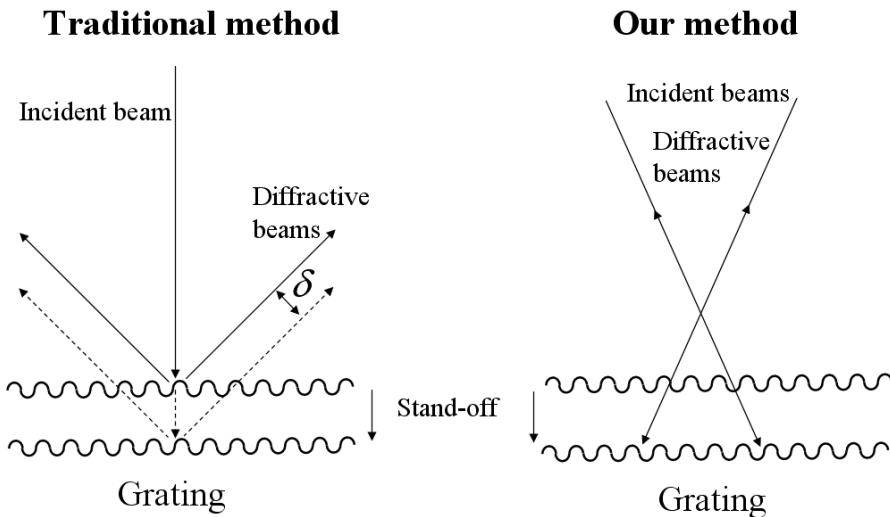


圖 4-2.3 傳統光柵干擾儀與 LDGI 之遠離公差示意圖

除了準直入射之外，LDGI 在光路設計上不對稱的設計，即右光臂比左光臂多經過了一次反射。此種設計之考量在於解決光柵干擾儀之偏航公差，其簡單示意圖如圖 4-2.4：傳統光柵干擾儀在光柵有偏航角誤差時，兩道繞射光將會朝完全不同的方向繞射，光束不重合導致干涉現象消失；相對的，LDGI 之光路因為加入了一面抗偏擺反射鏡，當光柵有偏航角誤差時即使兩道光朝不同方向繞射，在經過抗偏擺鏡反射後兩道光自補償偏擺誤差而彼此平行，且間距與入射時相同，不會發生 Beam separation 現象，只會受到 Signal loss 之限制。

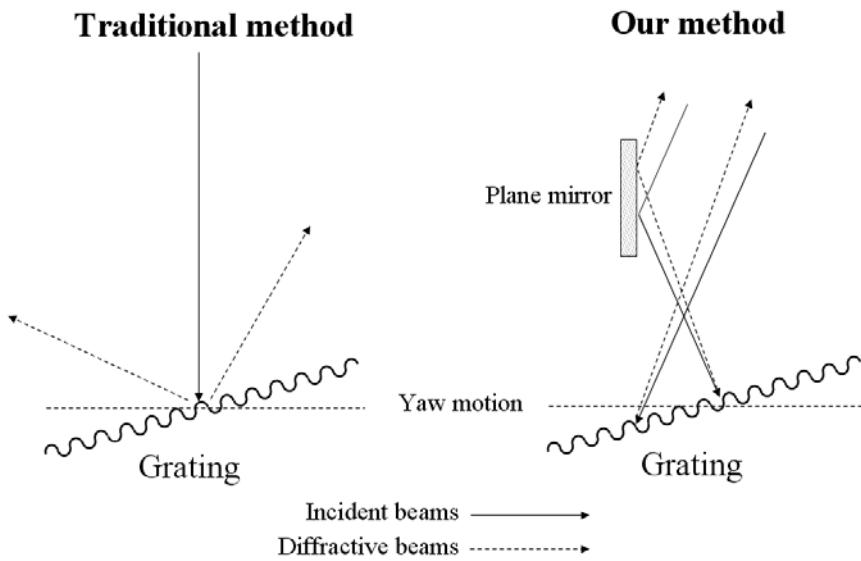


圖 4-2.4 傳統光柵干涉儀與 LDGI 之偏航公差示意圖

光柵的翻滾運動使光路運動變成了三維之形式，但兩束繞射光都是以同樣的角度偏離二維平面，所以並不會產生 Beam separation 之現象。理論上來說，LDGI 之翻滾公差和偏航公差相等。

俯運動的示意圖如圖 4-2.5，觀察 xy 投影面，兩繞射光與入射光組成之平面，會與光柵條紋的方向垂直，因此光柵俯仰運動造成之  $\varphi$  角，會讓兩繞射光在原三度座標上產生 x 方向之歪斜量，進而使兩干涉光束會在 x 方向相互遠離分開而導致 Beam separation。而事實上，由於左右兩光臂繞射之後直到光偵測器的距離不短，再加上俯仰造成兩光點遠離分開，因此光柵的俯仰運動即是本光學頭系統最無法抵抗之偏擺。

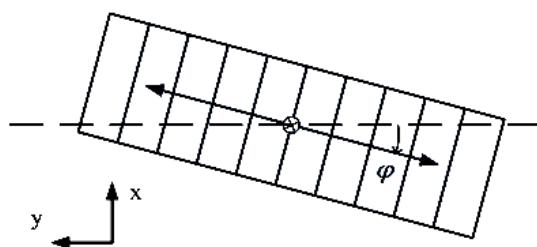


圖 4-2.5 光柵俯仰運動時對繞射光之影響

LDGI 公差之詳細計算均與 3-1-2、3-2-1 節相同：代入光程參數、光感測器尺寸和公差限制(signal loss 或 beam separation)，即可模擬出 LDGI 各項公差，如下表：

表 10 LDGI 之幾何公差

運動形態 (motion)	可容忍公差 (alignment tolerance)	PD 上之光點變化情形
遠離 Stand off	N / A	
垂直移動 Vertical offset	$\pm 5\text{ mm}$ (和光柵尺寸有關)	
水平移動 Linear motion	$20\text{ mm}$ (與光柵長度有關)	
俯仰 Pitch angle	$\pm 3\text{ arc min}$ (Beam break)	
偏航 Yaw angle	$\pm 35\text{ arc min}$ (Signal loss)	
翻滾 Roll angle	$\pm 35\text{ arc min}$ (Signal loss)	

以上為 LDGI 幾何公差之模擬分析，為了進一步驗證 LDGI 公差之量化數據，本研究架設了公差實驗，如圖 4-2.6：將光柵和 HP 5529A 之角度反射鏡同時置於同一角度旋轉台上，觀察旋轉台之旋轉角度(由 HP 5529A 感測)與 LDGI 訊號強度之關係，若干涉訊號強度降至原強度之半功率點(即-3dB 點，或原強度之 0.707 倍)，則判斷此時訊號不佳，已達到公差限制。

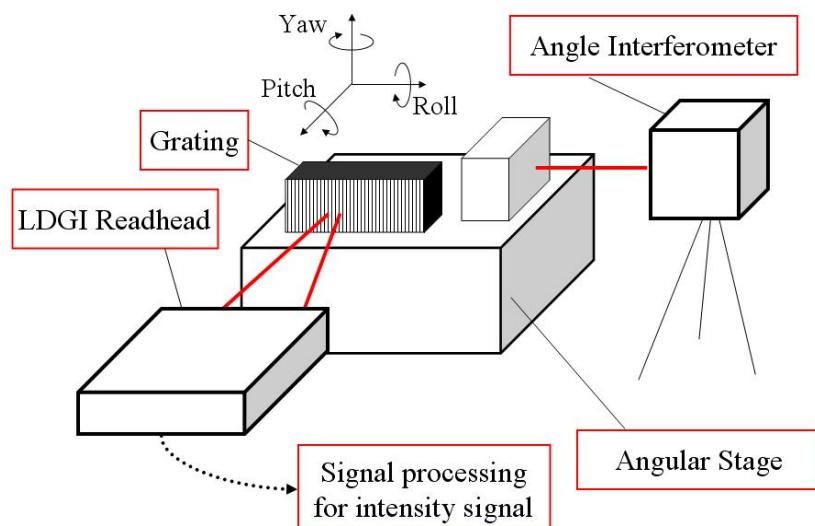


圖 4-2.6 公差實驗架設示意圖

圖 4-2.7 統計出了當光柵隨著 Yaw 偏擺角增強時光強訊號下降之趨勢，直到約  $\pm 25 \text{ arc min}$  時降至半功率點。圖 4-2.8 則說明 LDGI 之翻滾公差約為  $\pm 18 \text{ arc min}$ 。與模擬值相比，誤差約為 47%，我們相信這主要來自於組裝時的人為誤差，以及各個公差彼此間的耦合效應。儘管實驗值與模擬值有些許出入，此二公差在實際安裝上仍然屬於較寬鬆之對位要求。俯仰公差之驗證實驗統計於圖 4-2.9，由圖中曲線可了解光柵在俯仰偏擺時，beam separation 現象導致訊號強度之下降劇烈，其俯仰公差僅有  $\pm 1.5 \text{ arc min}$ 。

綜合以上，本研究所研發之光柵干涉儀，能有效提升光柵之偏航、翻滾、遠離及鉛直直線度等四項公差，但對於光柵的俯仰運動則較難以抵抗。

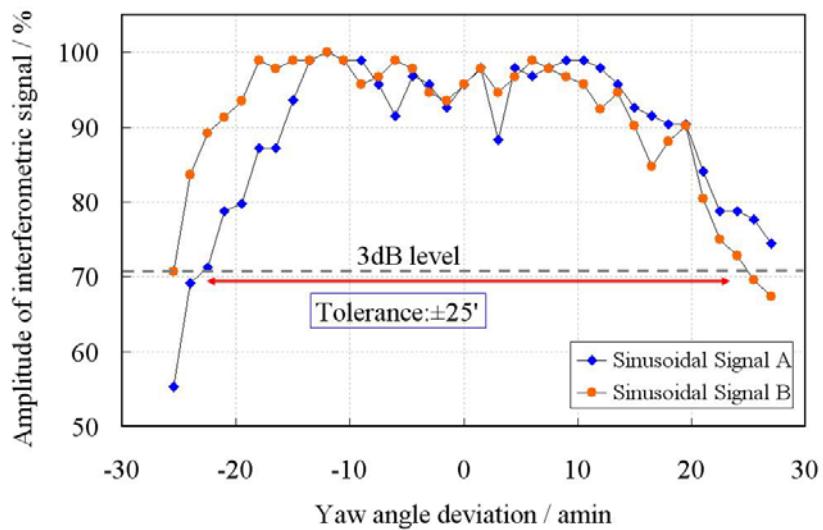


圖 4-2.7 LDGI 幾何公差實驗-偏航

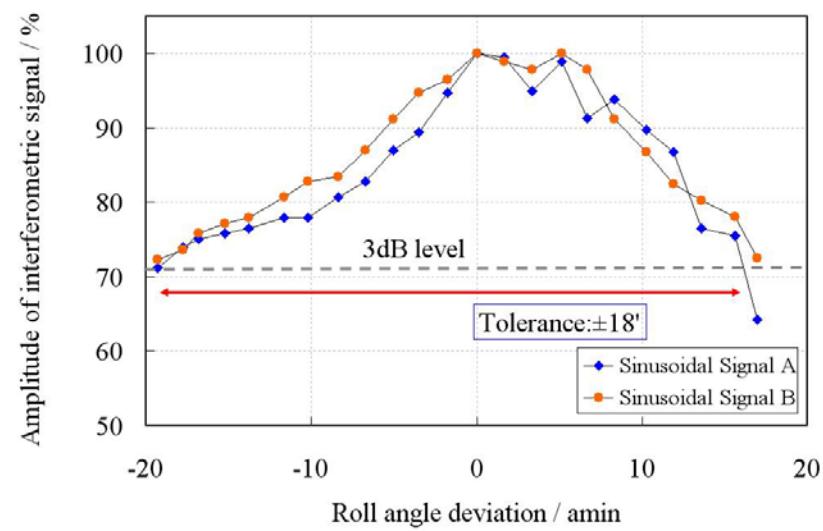


圖 4-2.8 LDGI 幾何公差實驗-翻滾

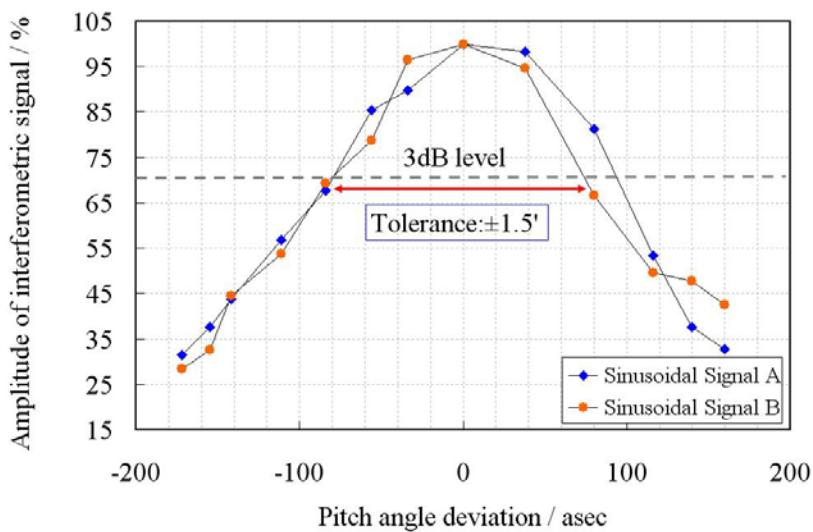


圖 4-2.9 LDGI 幾何公差實驗-俯仰

#### 4-2-3. LDGI 性能測試

為了評估 LDGI 之量測性能，本研究在 NMM-1 奈米量測平台上進行各種性能測試，實驗架設如圖 4-2.10 所示。

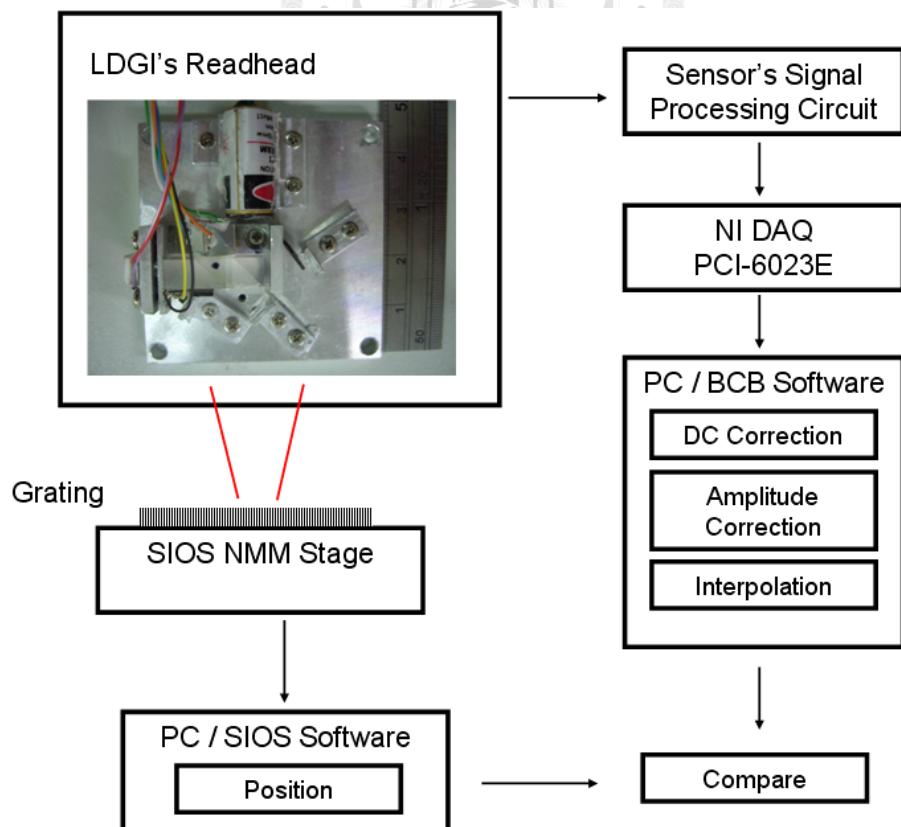


圖 4-2.10 LDGI 性能驗證實驗架構

首先進行五種不同位移量的實驗，分別為  $1\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ 、 $2\text{ mm}$ 、 $5\text{ mm}$ 、 $10\text{ mm}$ ，每種位移都重複八次實驗，同時可以求得不確定度(uncertainty)和準確性(accuracy)。首先，圖 4-2.11 統計了全部實驗的平均誤差，由於量測系統和平台間必定具有難以消除之餘弦誤差，此架設誤差蓋過了儀器誤差，因此在評估 LDGI 性能時，需將全部的量測數據以最小平方法修正其線性的架設誤差。五次實驗中所有的數據經過最小平方法擬合後統計成圖 4-2.12，其中不難看出，所有的量測值若去除掉餘弦誤差之干擾，其量測值均落在  $\pm 34\text{ nm}$  內。從表 11 可得之，LDGI 之精度為  $17\text{ nm}$ ，不確定度為  $26.8\text{ nm}$ 。

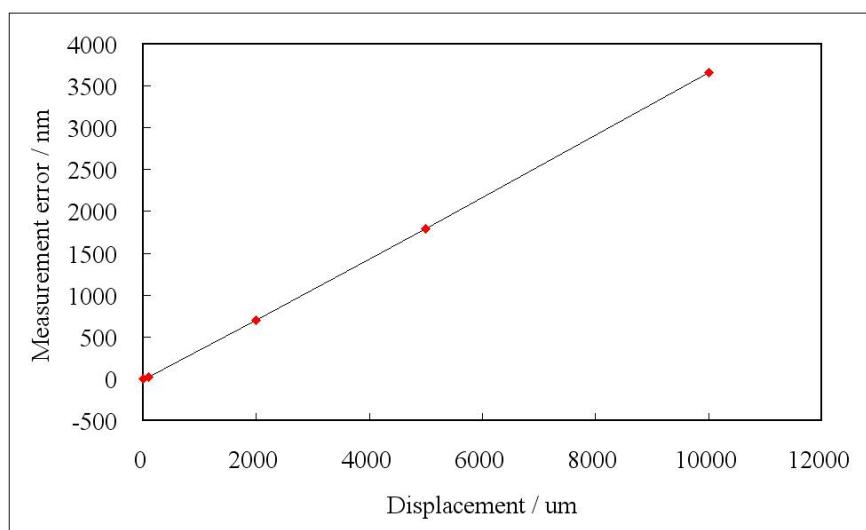


圖 4-2.11 LDGI 之平均誤差

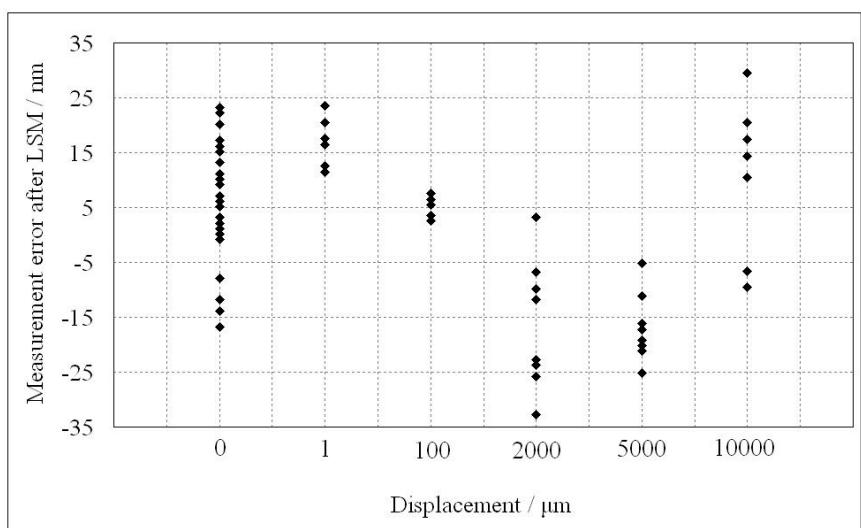


圖 4-2.12 最小平方法修正餘弦誤差後之誤差統計

表 11 LDGI 精度性能整理

定位點	平均誤差 (nm)	最小平方法修正後之平均誤差 (nm)	標準差 (nm)
0	-15.9	7.9	10.98
1 $\mu\text{m}$	-5.5	16.3	4.33
100 $\mu\text{m}$	19.7	5.3	1.91
2 mm	694.8	-16.3	11.92
5 mm	1794.2	-16.9	6.25
10 mm	3656.3	11.7	13.38

確認 LDGI 的精度性能之後，為了瞭解系統可解析的範圍和可量測的範圍，本研究進行了小步距(20 nm)的來回運動和長行程(20 mm)的金字塔形運動，其結果如以下圖 4-2.13 及圖 4-2.14：無論極小步距或長行程之線性運動，LDGI 都能精確地感測。

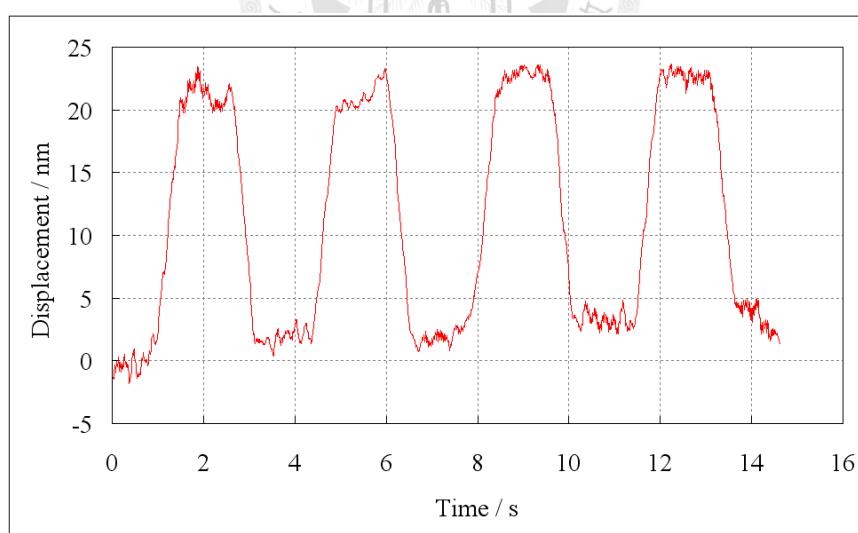


圖 4-2.13 LDGI 讀取平台進行 20nm 之往復運動

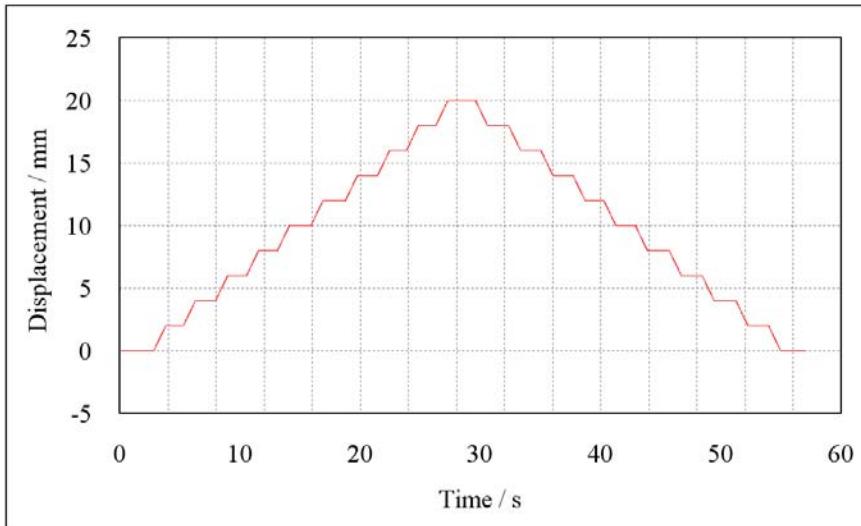


圖 4-2.14 LDGI 讀取平台進行長行程金字塔形運動

最後進行的是 LDGI 之長期穩定度與短期解析度的實驗，概念如 3-1-4 小節所述，為了確認 LDGI 在一段時間內的穩定性，將 LDGI 靜置在一般環境下 30 分鐘，以 10Hz 的頻率取樣，將數據作移動平均處理以聚焦在量測數值的低頻飄移上。其數據飄移如圖 4-2.15，三十分鐘內的飄移約  $\pm 10 nm$ 。

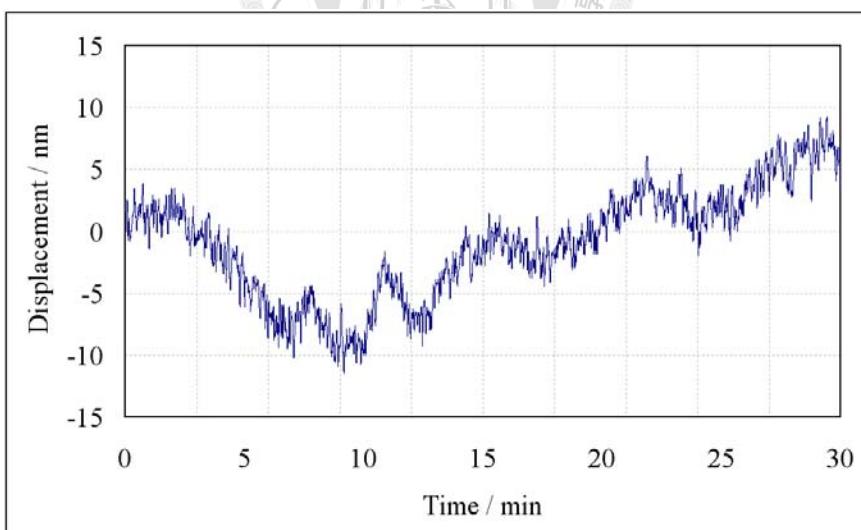


圖 4-2.15 LDGI 之穩定度實驗

LDGI 之 Scale factor 為  $C_{LDGI} = 416.67 nm$ ，搭配資料擷取卡和軟體細分割進行 409 倍細分理論上可得取得約  $1.02 nm$  的解析度。以下如 3-1-4 小節般進行了短時間之數據擷取，其結果如圖 4-2.16 所示。LDGI 於 20 秒內之數據包含低頻和高頻的

跳動，而圖 4-2.17 為消去低頻雜訊後之殘留電子雜訊，其標準差約為  $1.08\text{ nm}$ ，由此可知，LDGI 之動態解析度約為  $1.08\text{ nm}$  (以 RMS 表示)，與預期相符。

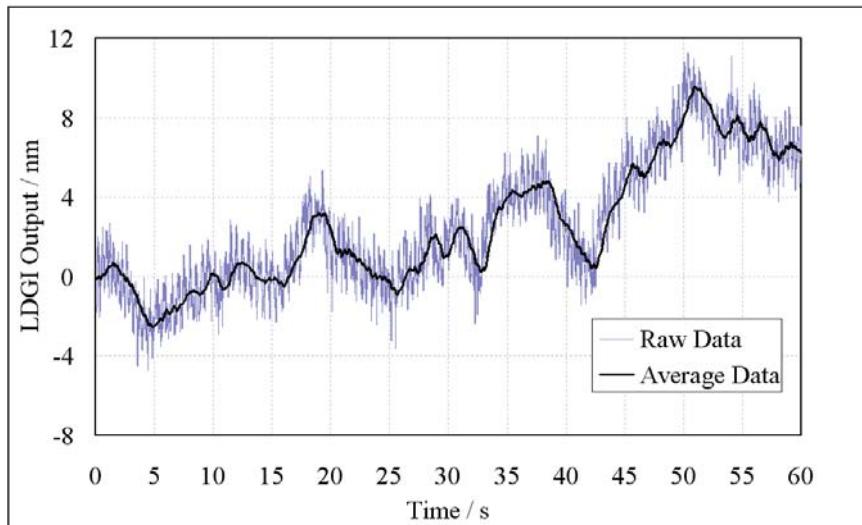


圖 4-2.16 LDGI 於 20 秒內之量測數據

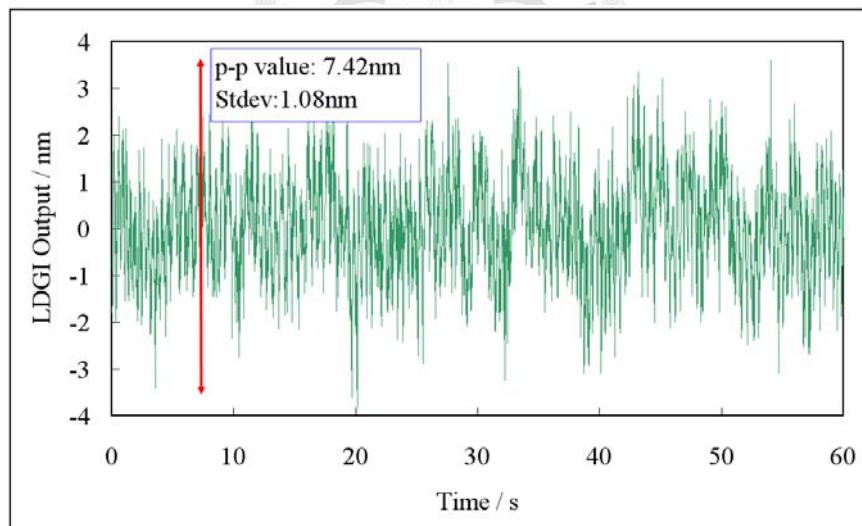


圖 4-2.17 殘留之電子雜訊

### 4-3. 平面光柵尺

前一節提到之 LDGI 為具有奈米解析度的線性位移感測器，但二維奈米解析度的感測器仍然不多而且複雜；傳統的二維量測系統多由兩組一維量測系統組合而成，兩個一維量測系統的組裝對位將造成使用上的瓶頸，並且造成量測誤差的產生。綜合以上兩點，發展簡單便宜易組裝具不受環境影響，並且可同時精確量測

二維平面運動之感測器是當前量測技術的重要課題。

本節基於前一節的概念來建構平面光柵干涉儀(PDGI)，以下分別介紹干涉儀系統中的兩個部份：平面計量光柵(planar scale grating)與光學讀取頭(optical head)。

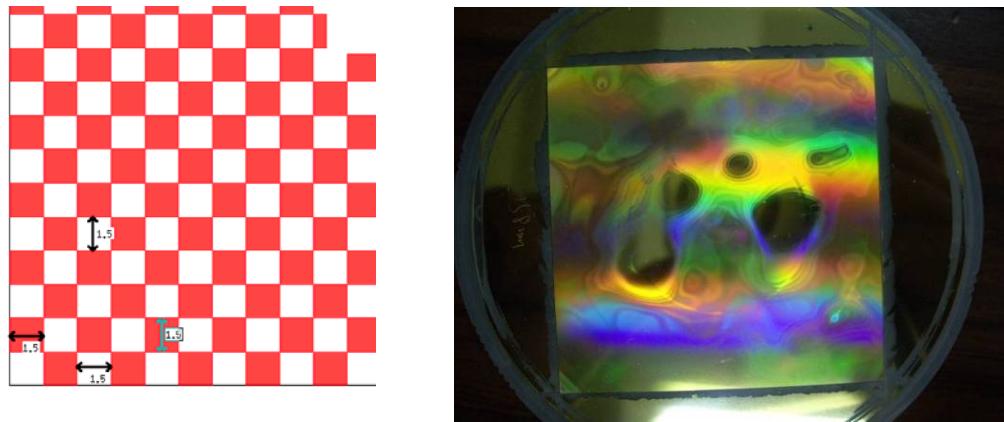
#### 4-3-1. 平面光柵製作

平面量測時，為避免使用兩個一維系統組成二維系統的誤差與不便利性，從一維光柵改採用二維光柵，在利用光柵讀取頭直接讀取光柵獲得兩軸的位移訊號。光柵干涉儀的優點之一是將量測依據從一般單頻干涉儀的雷射波長轉換成光柵的間距；因此，光柵的良窳直接影響了整個干涉儀系統的可靠性。

光柵主要分成物理光柵和計量光柵，分別用於光譜儀的色散元件和精密定位感測使用。商用光柵一般來說以物理光柵為主，而光譜儀並不需要二維的結構，因此市面上並無平面光柵可選購，需要自行設計製作。

現今市面上所見光柵其結構通常包含基材、樹酯以及反射鍍膜三層；基材是作為光柵尺的支撐基礎，樹酯層是作為光柵之週期性結構的材質，反射鍍膜層則用來提高光柵尺的反射效率並充當保護層。目前商用的光柵為大量生產，採用的方法是製作一個精密的母模，之後大量翻印做出階高。然而，此種製作方法產出之光柵多為物理光柵。

至於少量製作光柵的方式主要分成兩種：光罩曝光法和干涉曝光法，光罩曝光法需事先製作格子狀的光罩，經過曝光蝕刻掉基板上的蝕刻液，形成格子狀的光柵。一般曝光機的極限線寬在 1 微米上下，而我們使用線寬 1.5 微米的光罩去蝕刻大面積的石英基板，得到的光柵並不理想，如圖 4-3-1。經過實際製作光柵，我們得知光罩曝光法不僅在線寬和面積上有所局限，也注定無法蝕刻出弦波結構的全像光柵，因此繞射效率很差。相反的，干涉曝光法雖然光路架構複雜、昂貴，但其週期密度高、精度高、製作失誤率小、可製作全像光柵等優點說明了要製作優良的光柵，只能採用干涉曝光法。



(a)線寬  $1.5\text{ }\mu\text{m}$  之光罩

(b)不理想的光柵結果

圖 4-3.1 光罩曝光法製作之平面計量光柵

由於台灣並沒有干涉曝光系統的技術，本研究中將委託財團法人儀科中心拋光至十分之一波長，尺寸  $65 \times 65 \times 10\text{ mm}^3$  的光學級石英基材送至北京清華大學光柵與測量實驗室進行干涉曝光蝕刻的動作【45】，其干涉、定位補償光路如下圖。氣體雷射源經過分光、擴束、空間濾波、准直處理後在基板上疊合，產生干涉條紋並根據干涉圖樣蝕刻出一維全像條紋，透過參數的設計後其光柵刻劃密度為一釐米含有 1740 個全像週期，密度高到使一道入射光最多只能產生一到兩束繞射光，在最大的程度下減少光強度的浪費，其準直入射角為  $26.9^\circ$ 。當全部面積蝕刻完後，將光柵旋轉九十度繼續蝕刻另一個方向的條紋。二維圖樣產生完成後，將其表面鍍上鋁作為反射膜，最終委託儀科中心鍍上二氧化矽保護膜完成二維全像高密度光柵的製作。

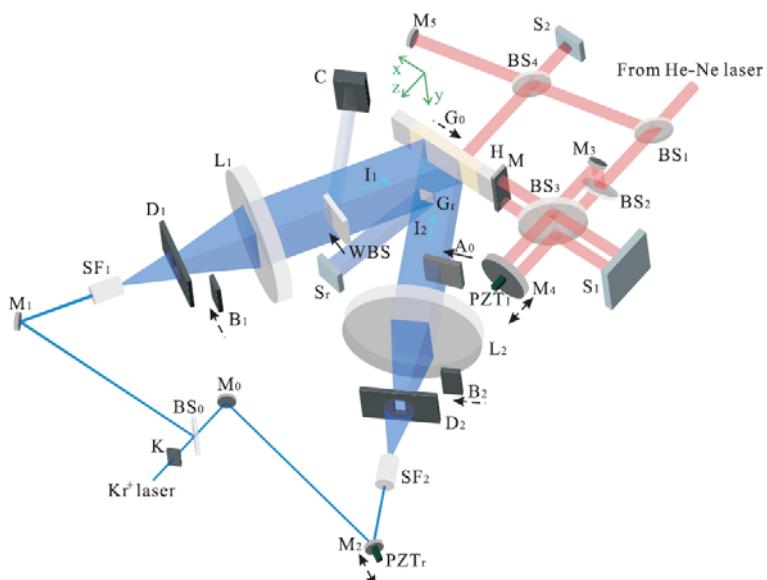


圖 4-3.2 干涉曝光系統架構

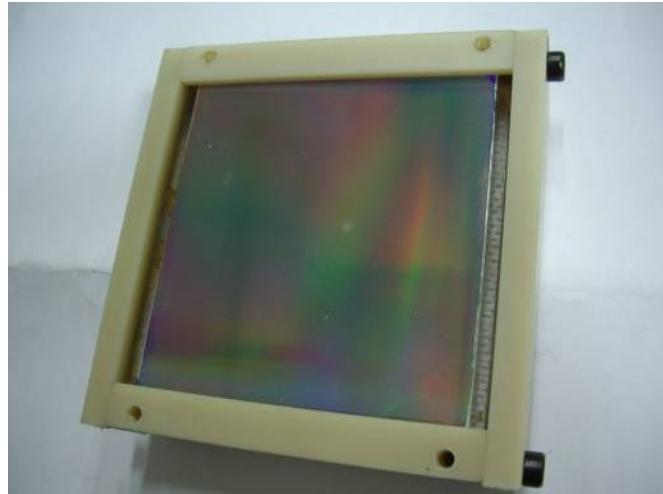


圖 4-3.3 光柵實體照片

首先為了測試光柵是否適用於預設的光柵干涉儀系統，本研究進行一個簡易實驗，使用舊式的 LDGI 讀取頭，調整反射鏡的角度使得左右兩道雷射探頭都能沿光柵的準直角入射光柵並延原光路回射在光感測器上疊合干涉。實驗架構和訊號如圖 4-3.4，驗證了此光柵能夠讓本研究的光路架構產生干涉訊號，適合以此光柵發展高解析度的光柵干涉儀。

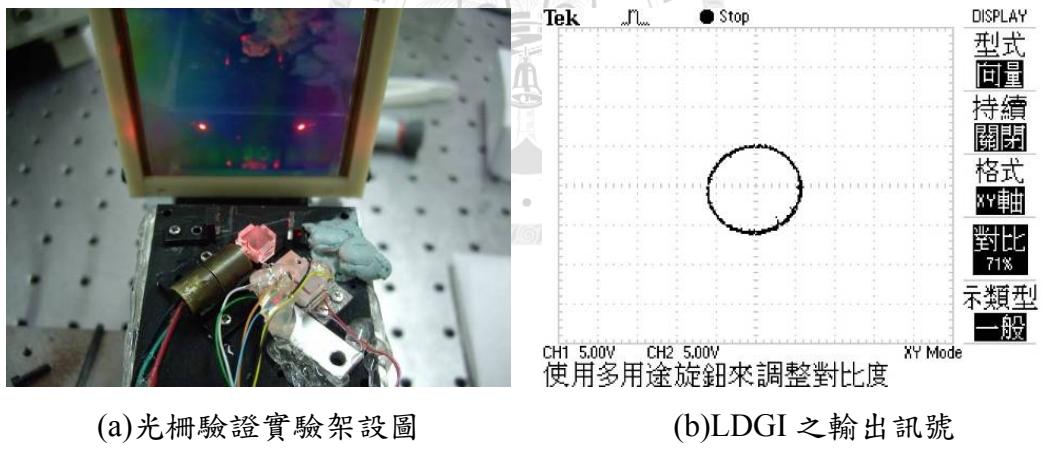


圖 4-3.4 平面光柵初步驗證實驗

#### 4-3-2. 光路原理

本研究之平面光柵干涉儀(PDGI)的光路架構即使用兩組 LDGI 正交擺置而成，進階的設計包括：1. X 方向位移的讀取頭和 Y 方向位移的讀取頭要滿足中軸對稱(四道量測光路徑會共點)，以增加干涉儀行程。2. 四道光路符合共光程，增加干涉的對比度並減少大氣折射率所導致之誤差。3. 結構設計需易於組裝維護。根據上述考量所設計出的 PDGI 光路如下圖：

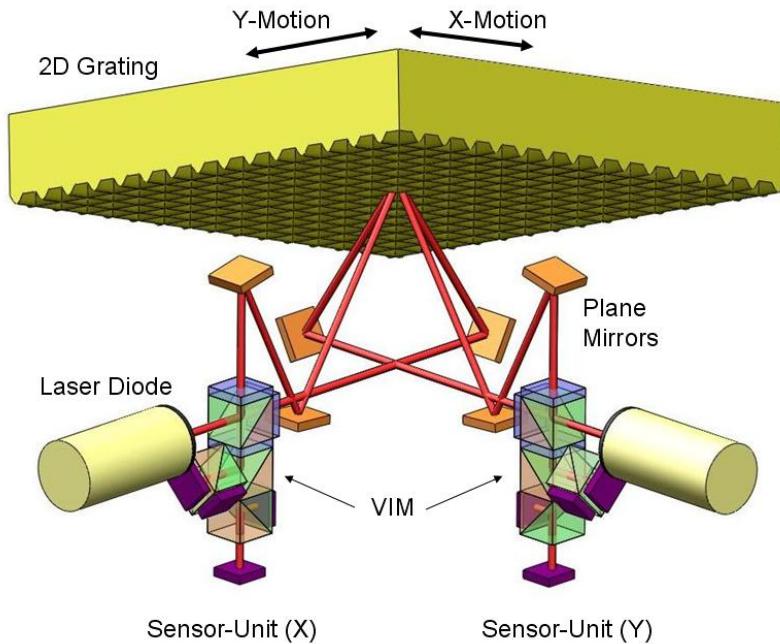


圖 4-3.5 PDGI 光路架構

光路中，X 方向感測器和 Y 方向感測器為了組裝時的彈性分別配置一個二極體雷射作為光源，雷射經過 VIM 後其左右探頭打入反射鏡組，四道光以( $m=\pm 1, n=0$ ), ( $m=0, n=\pm 1$ )四個準直角入射光柵，其四道繞射光會沿原光路分別回射 X 感測器和 Y 感測器的 PD 後疊合成兩個干涉圖樣。干涉圖樣的變化代表著光柵的增量位移，使用一階繞射角進行都卜勒差頻干涉時，干涉圖樣一週期的變化代表著光柵圖樣移動了半個週期，在 PDGI 中相當於 287.36 nm 的位移( $C_{PDGI} = 287.36 \text{ nm}$ )，也就是說其解析度達到 0.7 nm。PDGI 讀取頭的實體照片如圖 4-3.6。

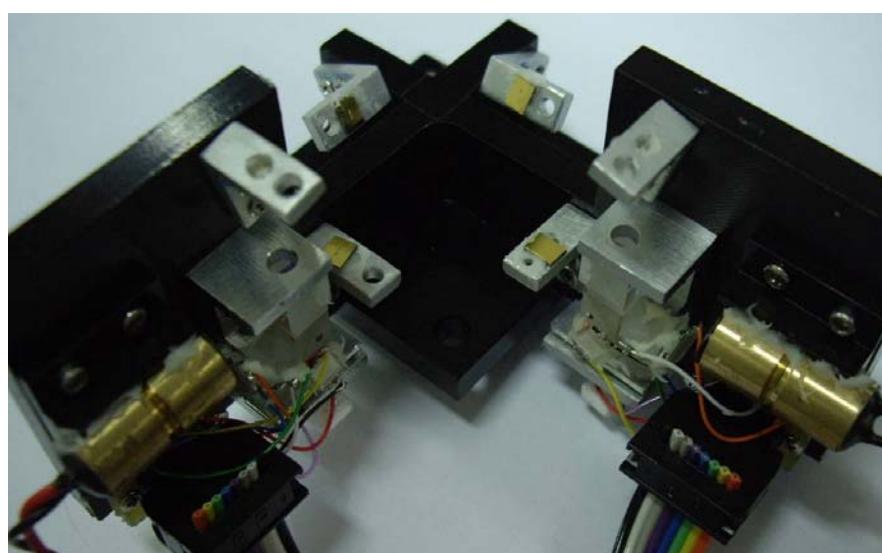


圖 4-3.6 PDGI 光學讀取頭之實體照片

同樣的，PDGI 的實用性能中一個很重要的參數為光學讀取頭和二維計量光柵的幾何對位公差，在 4-2-2，我們藉由理論和實驗計算出了線性光柵尺 LDGI 之公差性能，並了解其只有在線性運動的俯仰誤差(pitch error)時才會產生 beam separation 現象，也歸納出線性運動的偏航(yaw error)和翻滾運動(roll error)公差是等值的，以上兩點在將 LDGI 發展成 PDGI 的設計中具有絕對性的影響。圖 4-3-7 為 PDGI 讀頭與二維光柵之對位關係，若我們將 PDGI 細分為 X 方向的 LDGI 和 Y 方向的 LDGI，則可發現對於 LDGI-X 來說，光柵的 Roll 運動就會等於 LDGI-Y 的 Yaw 運動；反之，對於 LDGI-Y 來說，光柵的 Roll 運動就會等於 LDGI-X 的 Yaw 運動。以平面運動的觀點，此兩項偏擺誤差都屬於光柵的傾斜運動(tilt motion)，只會造成干涉現象在 PD 上的移動。故，PDGI 的 tilt 公差之函數也會同等於 LDGI 的 yaw 公差函數和 roll 公差函數。將 PDGI 之光路總光程代入計算，我們可以得之 PDGI 之各項容忍公差數值，同表 12 所示，但此表中的值若以 4-2-2 的實驗結果去分析，其實際的值約為表中的一半。其中，只有旋轉角會較劇烈的影響系統的訊號，因此在使用 PDGI 時，需要監控平台的旋轉角，並予以補償。

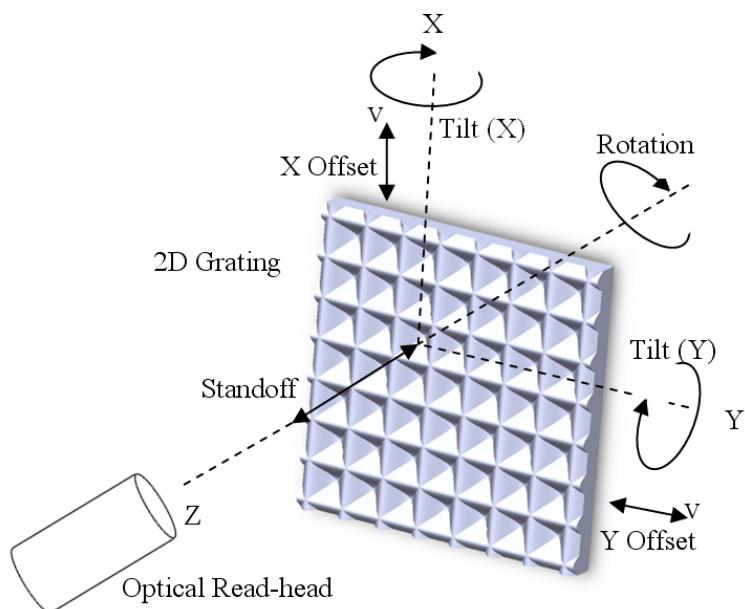


圖 4-3-7 PDGI 讀頭與光柵之對位關係

表 12 PDGI 之容忍公差

運動形態 (motion)	可容忍公差 (alignment tolerance)	PD 上之光點變化情形
遠離 Stand off	N / A	
垂直移動 X-motion	$\pm 25 \text{ mm}$	
水平移動 Y-motion	$\pm 25 \text{ mm}$	
旋轉 Rotation angle	$\pm 2 \text{ arc min}$ (Beam break)	
傾斜 Tilt angle	$\pm 24 \text{ arc min}$ (Signal loss)	

#### 4-3-3. 二維軌跡補償模型

在一維長度的非接觸式長度量測系統中，常見的系統誤差有餘弦誤差和阿貝誤差，餘弦誤差源自運動軸和量測軸間夾了一角度  $\theta$ ，導致量測值和實際值間成一固定餘弦誤差值( $\cos\theta$ )。換言之，誤差隨著行程成一比例增大，在長行程中餘弦誤差將顯著影響系統的精度。阿貝誤差則因於運動軸和量測軸間具有一阿貝偏位  $\delta$ ，若運動軸在移動時有角度的偏擺時量測值將會失真，影響系統的不確定度。若是二維座標的定位系統則系統誤差會再增加一 Orthogonal error，即正交誤差，起因於兩個量測軸並未正交擺放，而是夾了一角度  $\phi$ ，舉例來說，若兩組線性光學尺想要偵測平台的 X、Y 方向位移，在安裝光學尺時並未保持完美的正交，則在量測 X 方向位移中，可能會受到 Y 方向位移的微小分量，反之亦然。使用 PDGI 時，上述系統誤差中都無法避免，只能從校正、機構設計或數據處理來解決。其中，阿貝誤差的補償並不能由單一系統直接完成，而需要多個角度、定位數據計算出補償值後去和控制器進行溝通，因此以下的 PDGI 系統誤差補償只針對餘弦誤差和正交誤差。總合起來，本研究中二維光柵尺系統誤差來源包含以下幾項：光柵與平台間的 Rotation 旋轉角誤差  $\theta_z$ 、Tilt 傾斜角誤差(其中包含 x 軸和 y 軸的傾斜角  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ )、光柵結構的正交誤差  $\phi$ 、週期誤差等等。

圖 4-3.8 為沒有系統誤差時的系統示意圖，光柵的結構完美的與運動軸平行。若光柵在擺放到系統時並未完全貼合到運動軸時，就會如同圖 4-3.9 般之情形，此時 PDGI 在讀取光柵運動時會受到嚴重的軸交誤差(crosstalk error)。另一種情形是光柵的表面和平面運動的表面間存在傾斜角  $\theta_x$  或  $\theta_y$ ，此時會發生如同線性運動時的餘弦誤差，此誤差值會隨著位移而放大，如圖 4-3.10。最後的誤差是光柵本身結構的誤差，由於光柵干涉儀的計量依據是光柵，若光柵本身並不完美，則此誤差本質上是無可避免的。若光柵兩個方向圖樣的軸並不正交，則存在一正交誤差  $\phi$ ，如圖 4-3.11。

為了補償上述誤差，在位移訊號輸出前必須先針對上述誤差進行交互運算：

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{\text{Output}} \\ \Delta Y_{\text{Output}} \end{bmatrix} = M_{\text{Rotation}} M_{\text{Tilt},y} M_{\text{Tilt},x} M_{\text{Orthogonal}} \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$= \begin{bmatrix} \sin \theta_z & \cos \theta_z \\ \cos \theta_z & -\sin \theta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\sin \phi \\ 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \end{bmatrix}$$

其中  $\Delta X_0$ 、 $\Delta Y_0$  為未補正的量測值， $\Delta X_{\text{output}}$ 、 $\Delta Y_{\text{output}}$  為補正後的輸出值。

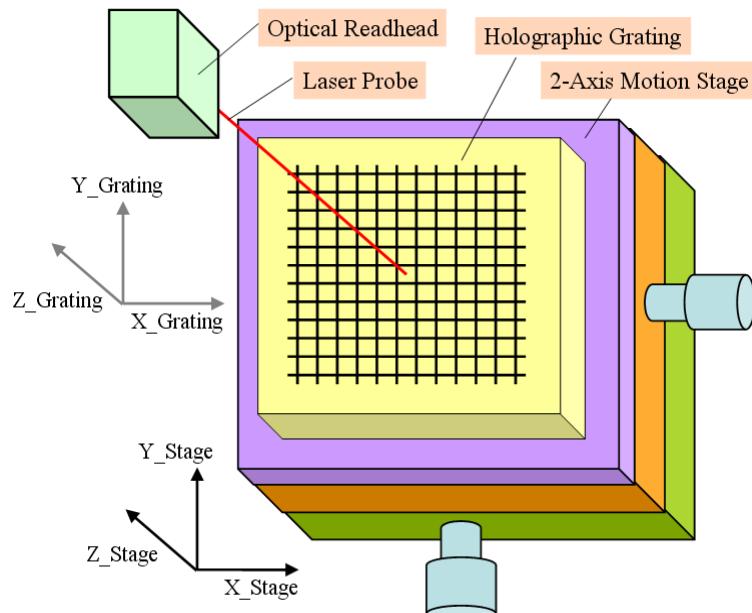


圖 4-3.8 PDGI 無系統誤差之情形

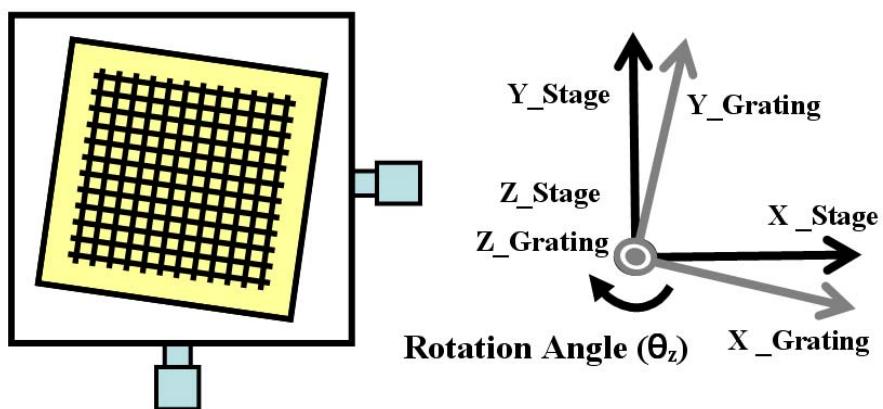


圖 4-3.9 存在旋轉角誤差時之情形

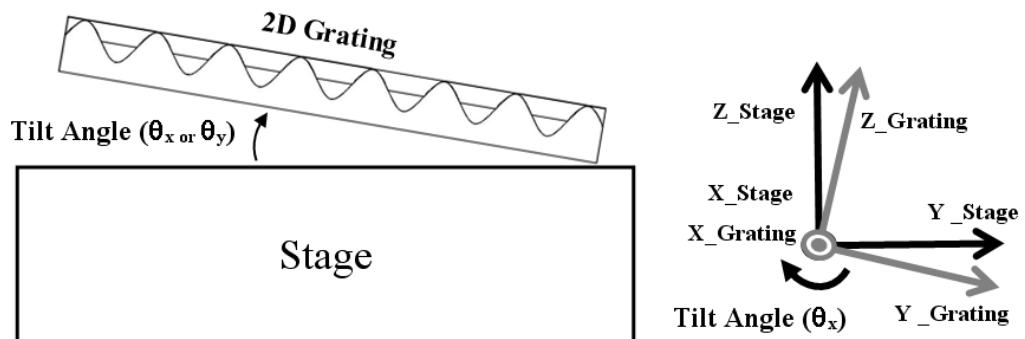


圖 4-3.10 存在傾斜角誤差時之情形

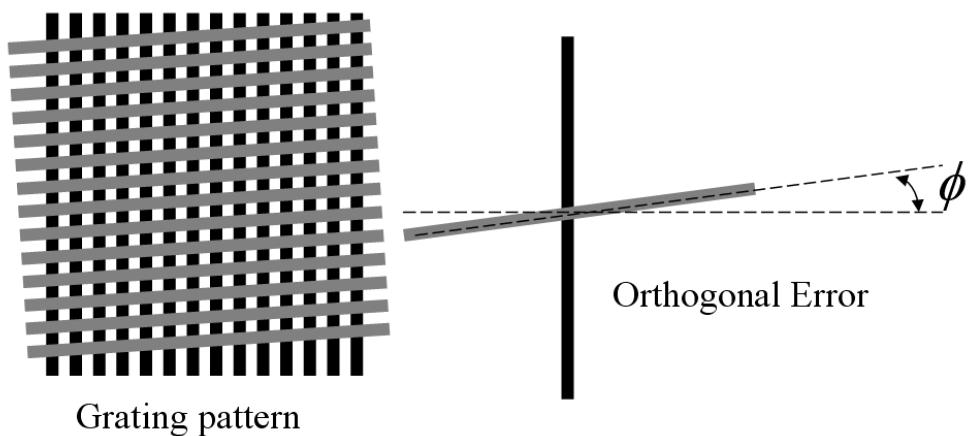


圖 4-3.11 光柵結構正交誤差時的情形

考量到實際狀況，式(4.14)中的參數部份為混合後的結果，在系統架設時無法直接將各個誤差參數( $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$ 和 $\phi$ )一一分離，勢必要有一系統化的補償模型來針對量測的結果做全盤的補償。本研究在權衡之下使用的方法為二維軌跡校正

法：將待測光柵置於校正源上，使校正源移動二維軌跡後比對感測器的輸出與校正源的輸出，再運算簡化後的補償矩陣。簡化後的矩陣如下：

$$\begin{bmatrix} X_{output} \\ Y_{output} \end{bmatrix} = [A \quad B] \begin{bmatrix} 1 & C \\ D & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

右式中，最右邊的向量為 PDGI 讀取之初始值，左式中的向量則是最後補償後的值。另外，右式中的  $2 \times 2$  矩陣是為了要補償系統在進行一個方向線性運動時，另一個方向誤讀到的位移值，如同式(4.14)中的  $M_{Rotation}$  和  $M_{Orthogonal}$ ；而前項  $2 \times 1$  矩陣是為了要將輸出值進行正規化，消除餘弦誤差或週期誤差，作用如同式(4.14)中的  $M_{Tilt.x}$  和  $M_{Tilt.y}$ 。此四個參數  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  可以直接由校正實驗求得。PDGI 的校正源為 SIOS 公司出產的 NMM-1，二維軌跡校正法的流程如圖 4-3.12。

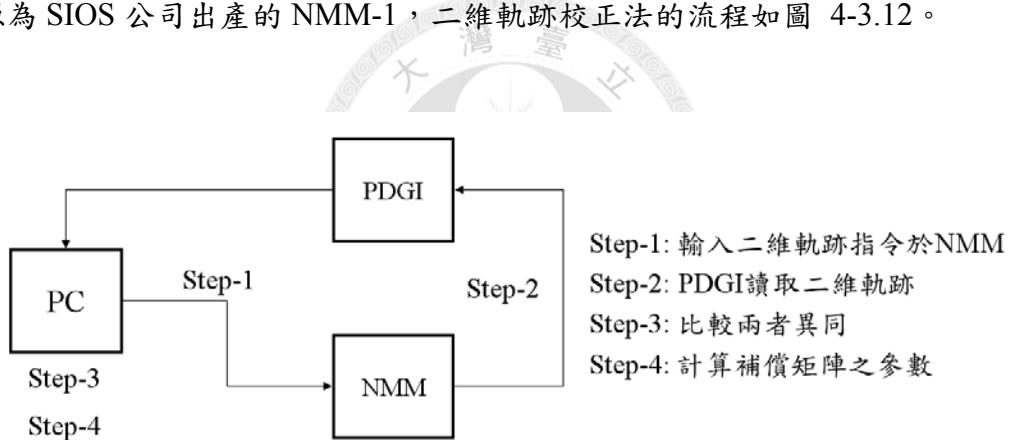


圖 4-3.12 軌跡校正流程

以三角形軌跡而言(如圖 4-3.13)，在  $\overline{OA}$  的  $x$  方向線性運動中，PDGI 讀值所輸出的  $R_y$  項不應該出現，因此隨著  $x$  方向線性運動時，需給予反向的  $-R_y$  修正值，此修正值即為補償矩陣中的  $D$ ，函數為：

$$D = -\frac{dR_y}{dR_x} = -m_{\overline{OA}} \quad (4.16)$$

其中， $m_{\overline{OA}}$  即為  $O$  到  $A'$  之軌跡斜率。同樣的，在  $y$  方向線性運動中，PDGI 所輸出的  $S_x$  項不應該出現，因此隨著  $y$  方向線性運動時須給與反向的  $-S_x$  做修正，此值即同等於補償矩陣中的  $C$ ，其函數為：

$$C = -\frac{dS_x}{dS_y} = -m_{\overline{A'B}}$$
(4.17)

其中  $m_{\overline{A'B}}$  為  $y$  方向線性運動時，PDGI 的軌跡斜率。軸交正規化的示意圖如圖 4-3.14，虛線為 NMM 之軌跡而實線為 PDGI 之量測值。在軸交處理完畢之後，PDGI 之三角形軌跡雖克服了正交誤差和旋轉誤差，但其  $x$  方向和  $y$  方向的讀值與實際位移值仍存在線性關係，故接著進行  $x$  方向和  $y$  方向之各別正規化，即計算輸入平台位移值( $R$ 、 $S$ )和 PDGI 所讀取之軌跡正投影值( $R_x$ 、 $S_y$ )之比值：

$$A = \frac{R}{R_x}$$
(4.18)

$$B = \frac{S}{S_y}$$
(4.19)

其正規化之軌跡如圖 4-3.15、圖 4-3.16 所示，在四個參數都推導完了之後，二維運動理當沒有任何誤差。

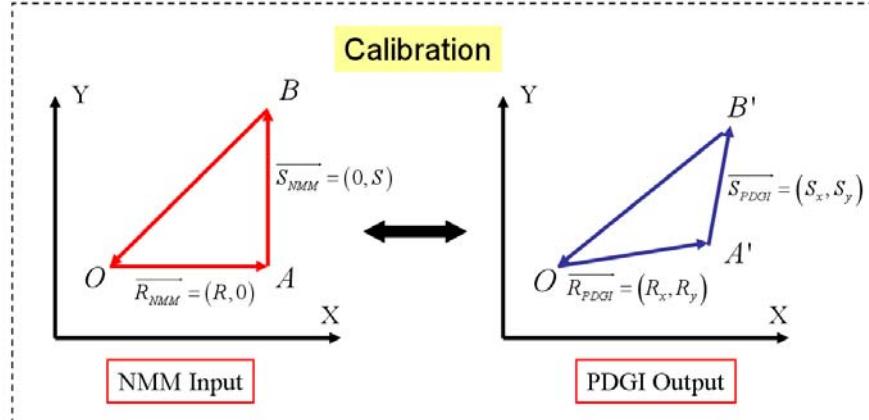


圖 4-3.13 模擬之軌跡情形

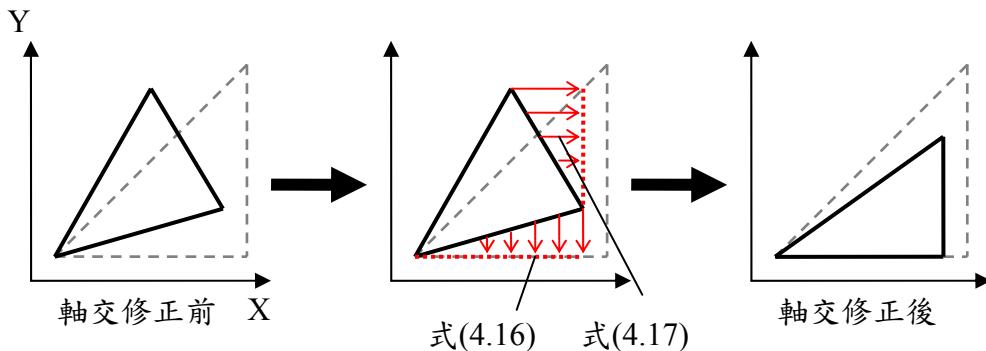


圖 4-3.14 軸交正規化處理

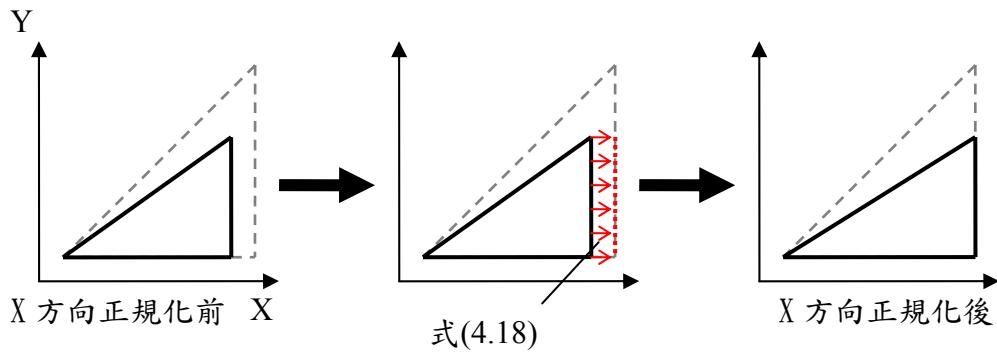


圖 4-3.15 X 方向之正規化處理

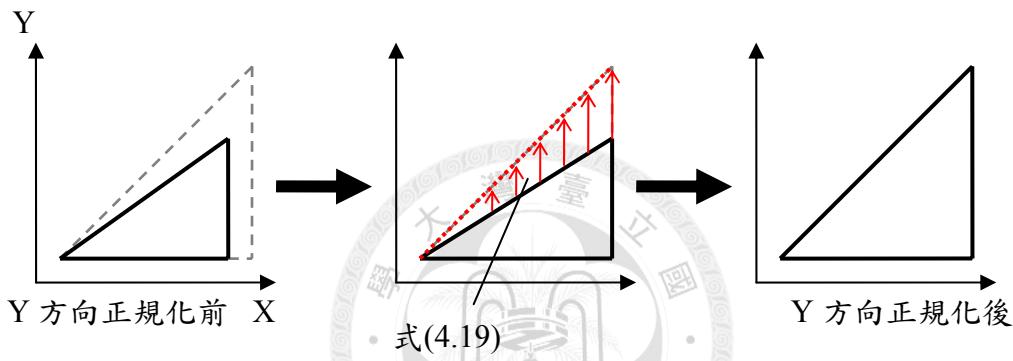


圖 4-3.16 Y 方向之正規化處理

本研究實際將進行實驗驗證補償的效果：進行一次動態三角形軌跡運動 ( $R = S = 5mm$ )，將此軌跡運動分離成  $\overline{OA}$  和  $\overline{AB}$  後，依照數據的誤差斜率算出補償矩陣中的  $C$ 、 $D$ ，同時將  $R_x$  和  $S_y$  取出計算  $A$ 、 $B$ ，得到：

$$A = 1.00003735, B = 1.00000602, C = -0.02883125, D = 0.02011109 \quad (4.20)$$

得到四個參數後，將參數輸入進細分軟體，直接在輸出數值前進行補償運算，因此輸出值理論上就是光柵運動的真實數值。

再一次進行同樣軌跡實驗，即可獲得較佳的軌跡量測，其補償前後實驗的軌跡如圖 4-3.17，由兩種三角形的軌跡比較發現，補償效果相當顯著。

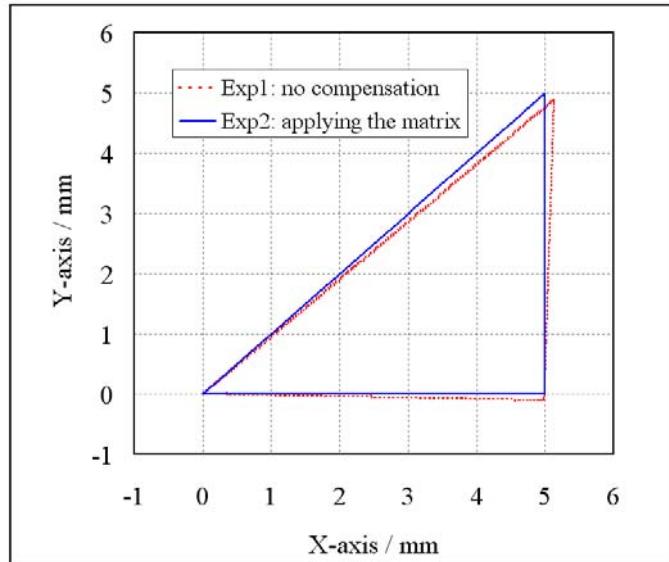


圖 4-3.17 補償前後之軌跡比較

#### 4-3-4. PDGI 性能測試

PDGI 的性能測試包含了精度測試、長行程軌跡測試和短行程步距測試等實驗。所有測試都是在加入補償矩陣下進行，理論上完全消除了系統誤差。實驗架設如圖 4-3.18 所示。

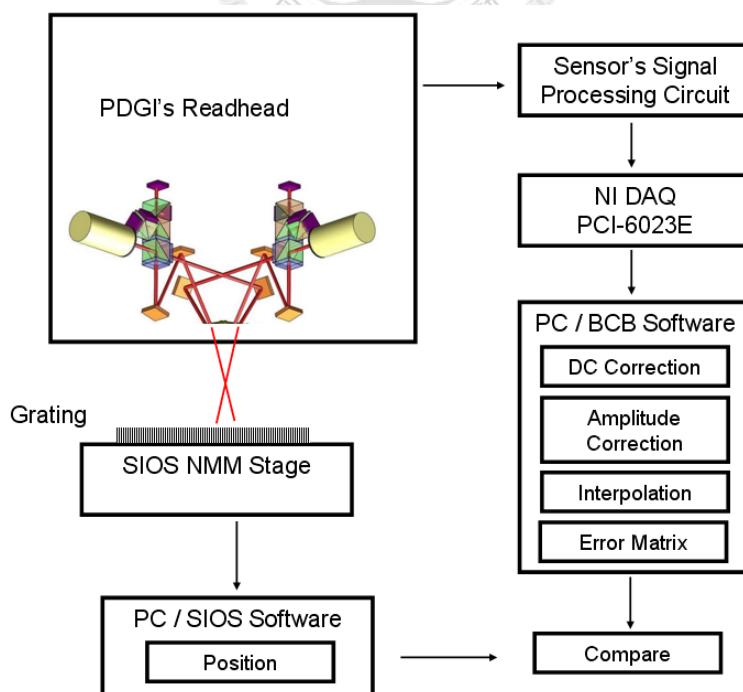


圖 4-3.18 PDGI 性能驗證實驗架設

與 NMM-1 比對的精度實驗中，兩個維度都分別進行了五種不同行程之實驗 ( $0.1\text{ }\mu\text{m}$ 、 $5\text{ }\mu\text{m}$ 、 $0.5\text{ mm}$ 、 $2\text{ mm}$ 、 $5\text{ mm}$ )，每種行程都進行五次以方便歸納不確定度。實驗結果如圖 4-3.19、圖 4-3.20 所示，並整理於表 13 當中。兩個方向之平均誤差在  $\pm 20\text{ nm}$  以內，標準差則優於  $12.5\text{ nm}$ ，混合起來後意味著  $27\text{ nm}$  的準確度 ( $\sqrt{Error_x^2 + Error_y^2}$ ) 和  $33\text{ nm}$  的不確定度 ( $2\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ )。

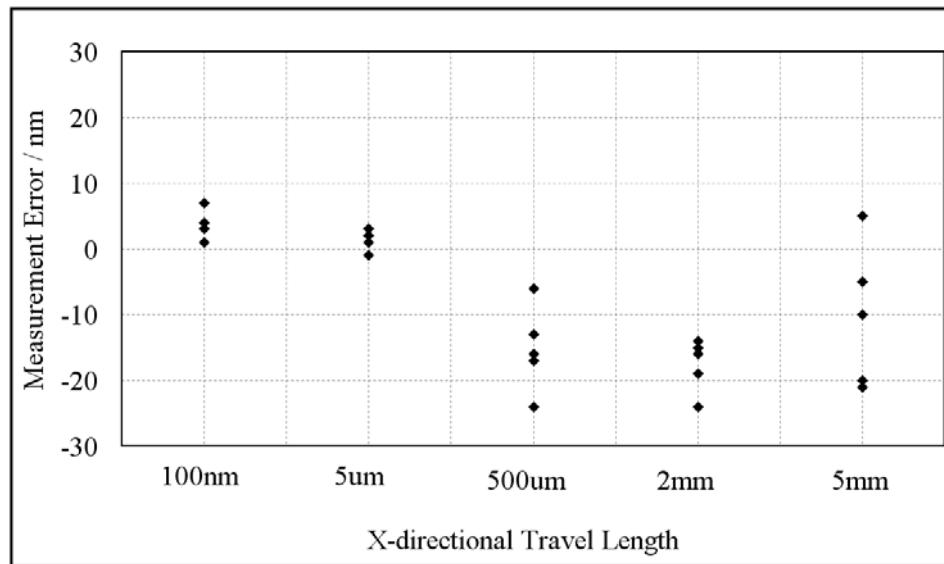


圖 4-3.19 PDGI 之 x 方向精度實驗

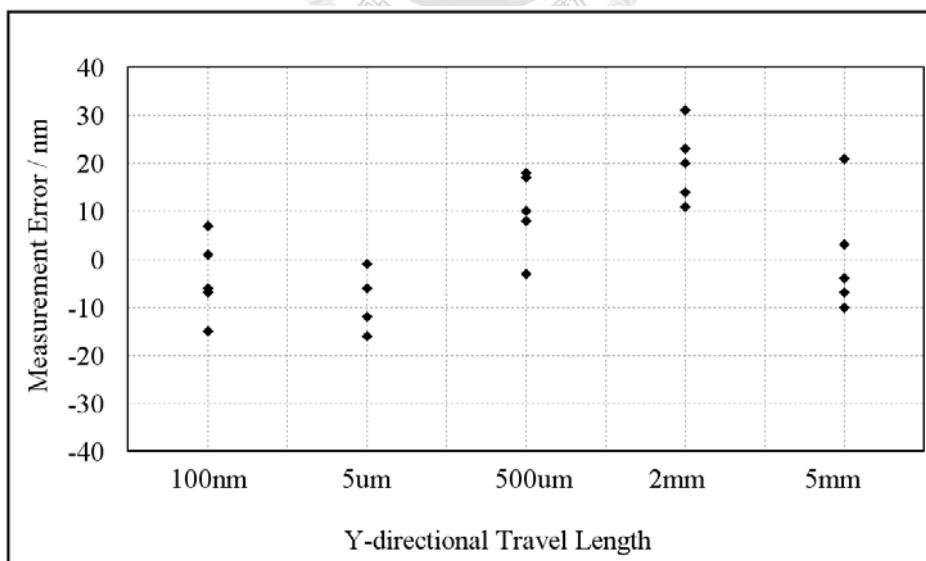


圖 4-3.20 PDGI 之 y 方向精度實驗

表 13 PDGI 精度性能整理

定位點	X 方向 平均誤差 (nm)	X 方向 標準差 (nm)	Y 方向 平均誤差 (nm)	Y 方向 標準差 (nm)
100 nm	3.6	2.19	-4	8.36
5 $\mu$ m	1.6	1.67	-10.2	6.57
500 $\mu$ m	-15.2	6.53	10	8.45
2 mm	-17.6	4.03	19.8	7.85
5 mm	-10.2	10.84	0.6	12.38

完成精度驗證實驗後，繼續進行 PDGI 對於小範圍運動之分辨程度和大範圍運動之達成情形。小行程平面運動是給予 NMM-1 平台進行步距  $100\text{nm}$  之階梯狀運動實驗，如圖 4-3.21 所示，PDGI 可忠實的反應平台的控制狀況如過衝現象，證明其有能力應付奈米等級的平面量測。而後也進行了大行程的階梯狀運動如圖 4-3.22 所示，平台走了六階共  $24\text{mm}$ (行程限制來自於 NMM-1 的最大行程不到  $25\text{mm}$ ) 的二維軌跡，誤差值與方向標注在部份點上，所有方向的誤差不超過  $60\text{nm}$ ，若能更準確決定補償矩陣的參數，更可靠的系統性能是可以期待的。這些實驗證明了 PDGI 之優異性能包含公分級量程、奈米級解析度、精度，更重要的是 PDGI 具有平面量測的性能，且搭配上二維軌跡補償矩陣後幾乎消除了所有的線性誤差。

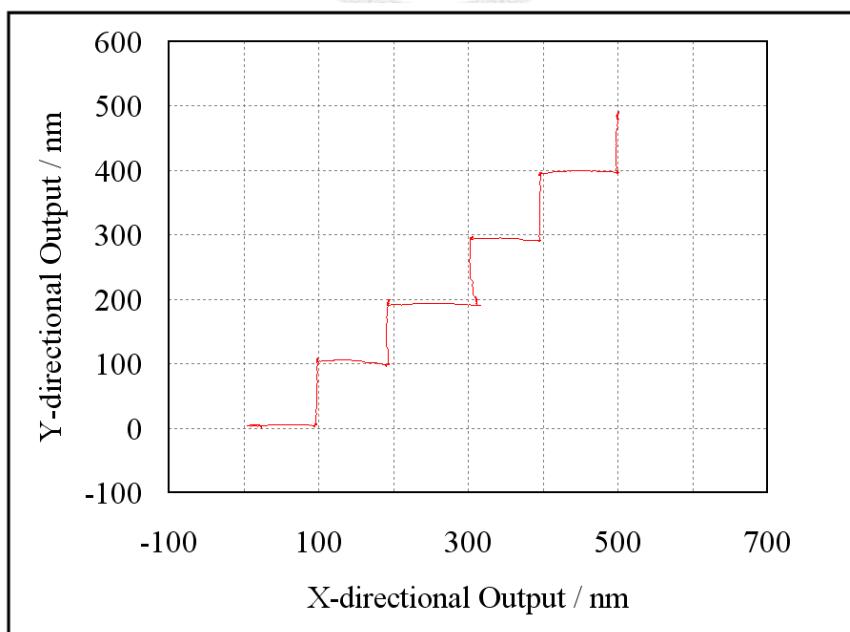


圖 4-3.21 PDGI 量測  $100\text{nm}$  階梯運動

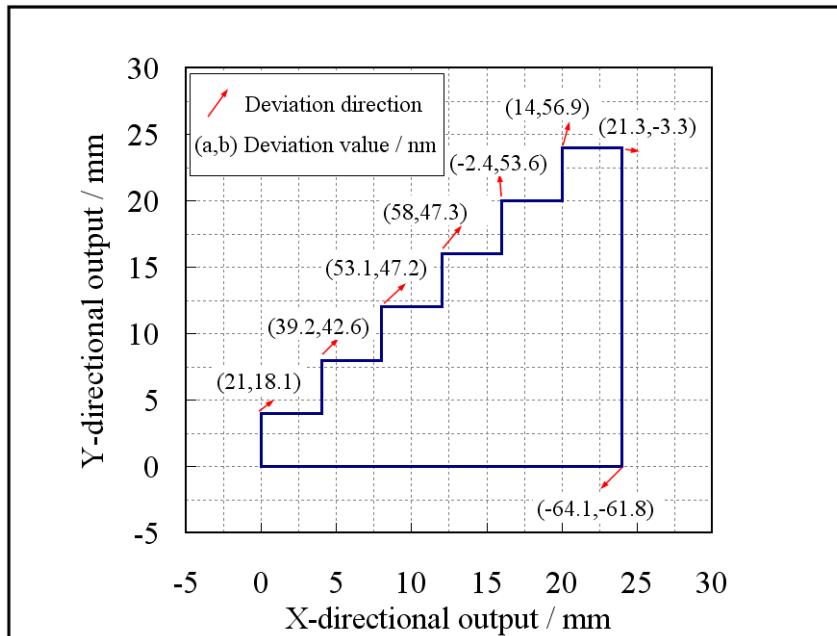


圖 4-3.22 PDGI 量測 4mm 之階梯運動

#### 4-4. 小結

本章中，延續前面章節的概念並利用光柵移動時的都卜勒效應將光柵干涉儀實現，其中包含了線性光柵尺 LDGI 和平面光柵尺 PDGI。使用光柵干涉儀的優點在於計量依據由前章之雷射波長改為光柵間距，因此半導體雷射的不穩定因子並不影響量測結果，且有能力進行大範圍的量測。結構的優化設計使得讀頭-光柵間的對位公差大大提高。實驗結果顯示在精度、解析度、量程等性能都具有極佳的可靠性。一些規格列於以下表格中，其中 PDGI 之部份數據是由理論值，加上 LDGI 實驗所推估的誤差量所換算而成(幾何公差、解析度等等)。

本實驗室在光柵干涉儀研製成功後，已有許多在自製儀器上應用之實例：

在檢測領域，較簡易的結構如奈米級高度計，其外型如同一個商用高度規，只是其計量依據由機械原理改成光電原理。在精密零組件檢測儀器的研究上，本實驗室開發了內螺紋導程誤差檢測儀，如圖 4-4.2，一邊以旋轉編碼器讀取螺桿轉動時的線性位移，另一邊採用探頭連接 LDGI 的光柵並由讀取頭量測位移量，兩個量測儀器的差值即為導程誤差(以 LDGI 為計量標準)。

以線性光柵尺做為感測器回饋給控制單位的研究則有台大共平面平台如圖 4-4.3，其具有  $20 \times 20\text{ mm}$  的行程，且無阿貝誤差。搭配上高度軸及接觸式探頭即成

為三次元座標量測儀 Micro-CMM，可量測微米級的表面形貌，精度則下探至奈米等級。平面光柵尺部份，與大銀微系統公司合作的產學計畫開發氣浮平台，其中 PDGI 即扮演著平面位置回授的部份，如圖 4-4.4。

表 14 LDGI 規格整理

規格	參數	狀況
量測範圍	$> 40 mm$	由光柵長度決定
解析度	1.08 nm 7.42 nm	RMS Peak to peak
精度	17 nm	
不確定度	26.8 nm	
穩定度	20 nm	over 30 min
幾何公差	$\pm 25 arc\ min$ $\pm 18 arc\ min$ $\pm 1.5 arc\ min$	Yaw angle Roll angle Pitch angle

表 15 PDGI 規格整理

規格	參數	狀況
量測範圍	$50 \times 50 mm^2$	由光柵尺寸決定
解析度	0.7 nm	
精度	27 nm	
不確定度	33 nm	
幾何公差	$\pm 12 arc\ min$ $\pm 1 arc\ min$	Tilt angle Rotation angle

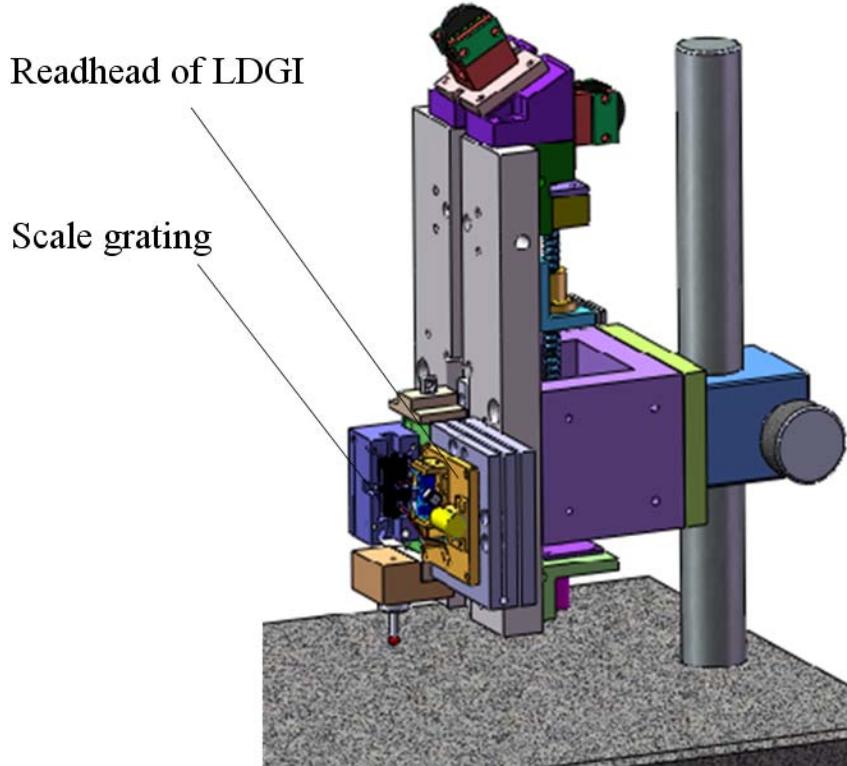


圖 4-4.1 台大精密量測實驗室所開發之奈米級高度計

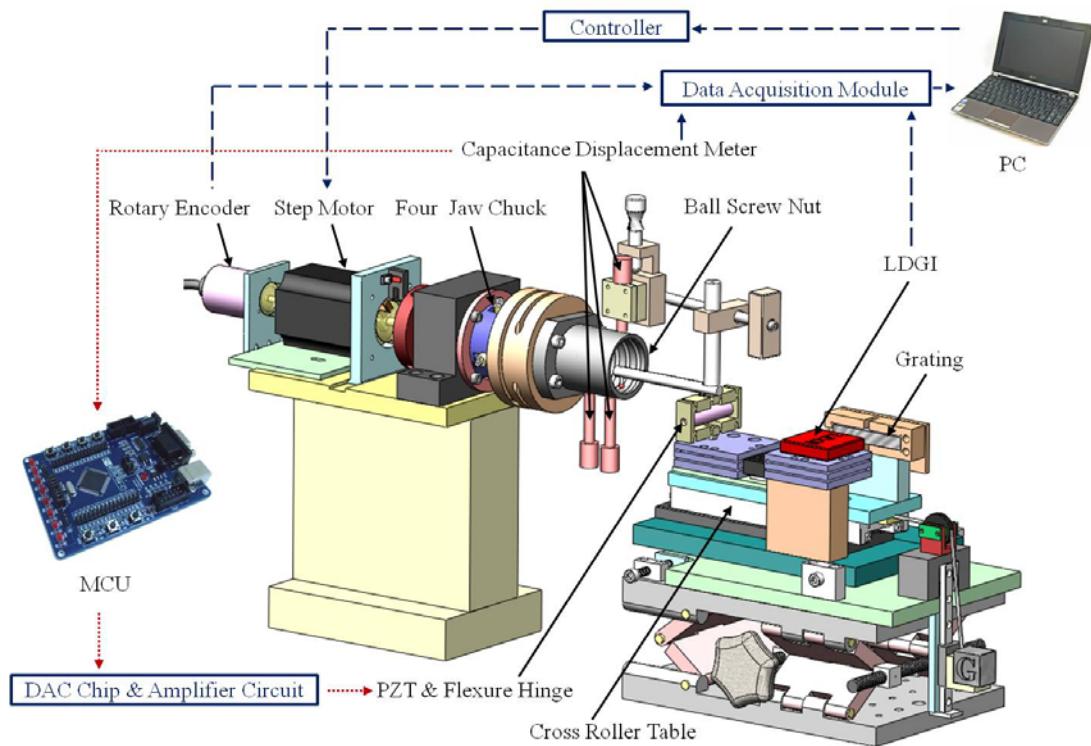


圖 4-4.2 台大精密量測實驗室所開發之內螺紋導程誤差檢測儀

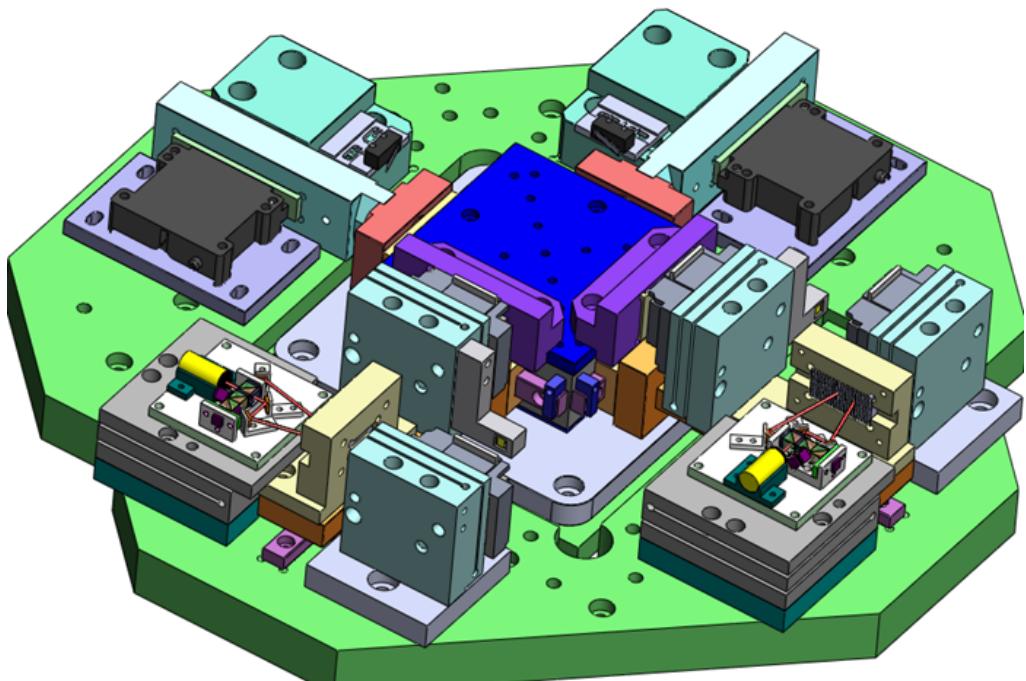


圖 4-4-3 台大精密量測實驗室所開發之共平面平台

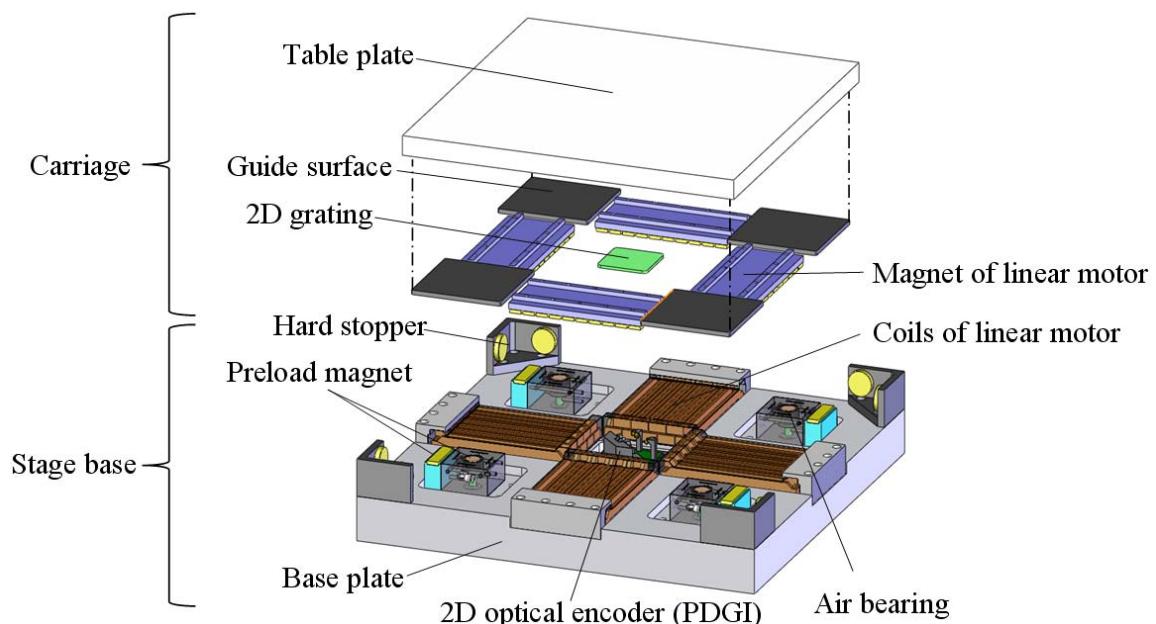


圖 4-4-4 氣浮平台之架構圖

## 第五章 誤差分析

### 5-1. 誤差來源

任何量測系統中不免有誤差的出現，誤差代表著儀器的量測值和真實數值的差異，即使再精密的量測系統也只能將自身系統所能夠避免、解決的誤差改善到一定的程度。誤差分析是一件冗長且複雜的學問，細節的講究雖然能有更具說服力的結論，演繹的路上卻是困難重重。本章的誤差分析避免落入太過理論的環節，盡量用歸納的方式來說明本研究中系統或實驗的誤差程度。

一般歸納誤差的方法有兩種：依誤差的來源(環境誤差、儀器誤差等)、或依誤差的種類(線性誤差、週期誤差、隨機誤差等等)來歸納。本章節的立意是研究誤差產生的原因，以推論實際工程應用時需注意的環節，因此採用誤差來源進行歸納，較能清楚辨別關鍵的誤差來源。本研究之誤差來源如圖 5-1.1 所示，共分成架設誤差、儀器誤差和環境誤差三大部分，以下分別探討其影響程度。

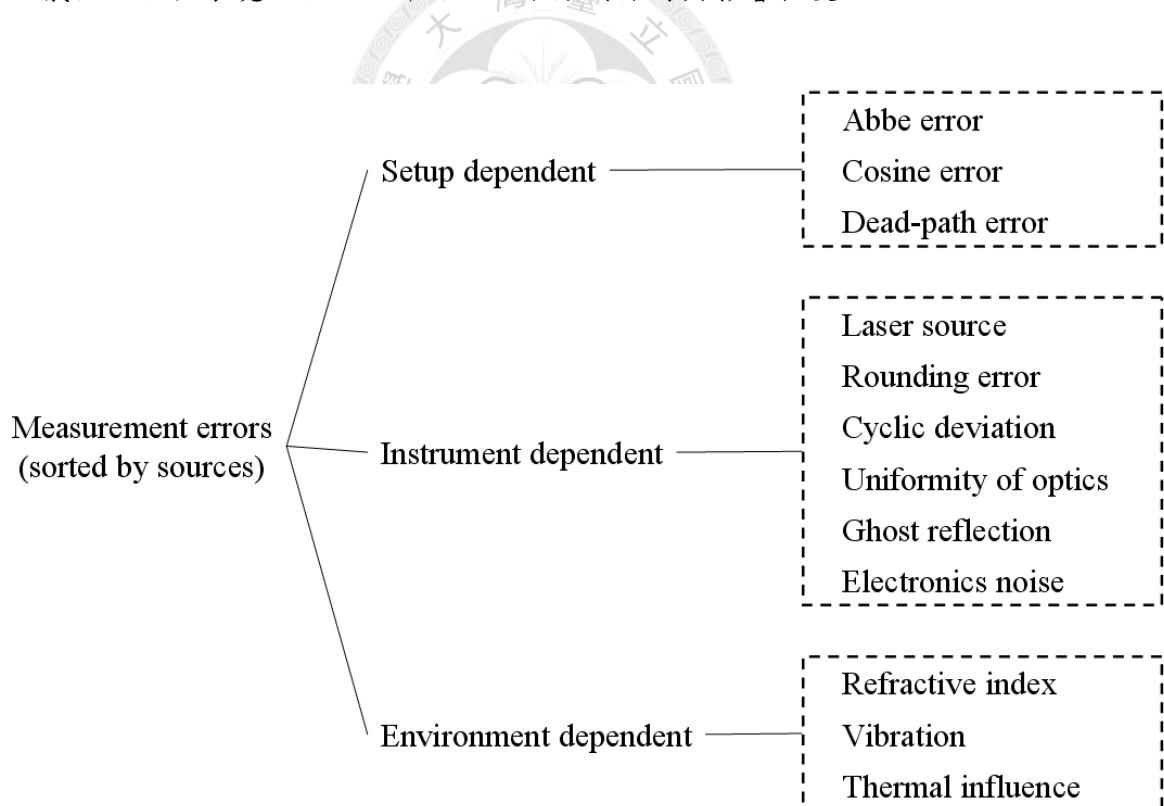


圖 5-1.1 誤差來源

## 5-2. 架設誤差

在架設誤差的分類裡包含了阿貝誤差、餘弦誤差、死徑誤差等等，這些誤差肇因於感測器架設於系統時的不完美，其中位移量測的架設誤差尤為明顯。本論文中的誤差分析是為了了解各種干涉儀的自身誤差與抗環境擾動的能力，架設誤差的詳細分析並不為此章的目的，故在此僅簡單的介紹架設誤差來源及解決辦法。

### I. Abbe error:

圖 5-2.1 為阿貝誤差之簡易表示，若是感測器的軸線並未等同於機具的工作軸線，則當機具具有角度誤差時，此誤差會乘上兩軸線間之偏位而放大成為阿貝誤差。阿貝誤差為非線性誤差，並不會因為校正後就消失。若要消除此誤差，則需令  $\theta=0$  或  $L=0$ ，然而，在線性運動的過程中免不了有角度之偏擺，令  $\theta=0$  似乎是不切實際。因此，若要消除阿貝誤差，則感測器如 LDGI 的光柵軸線必需通過機具的工作軸線( $L=0$ )，才能免除阿貝誤差(Abbe free)；另一種解決阿貝誤差的方式為在系統中加入阿貝誤差補償器，在控制器的控制迴路中加入角度的回授，即時補償阿貝誤差並提升機具的精度，而這也是本研究開發角度感測器的原因之一。

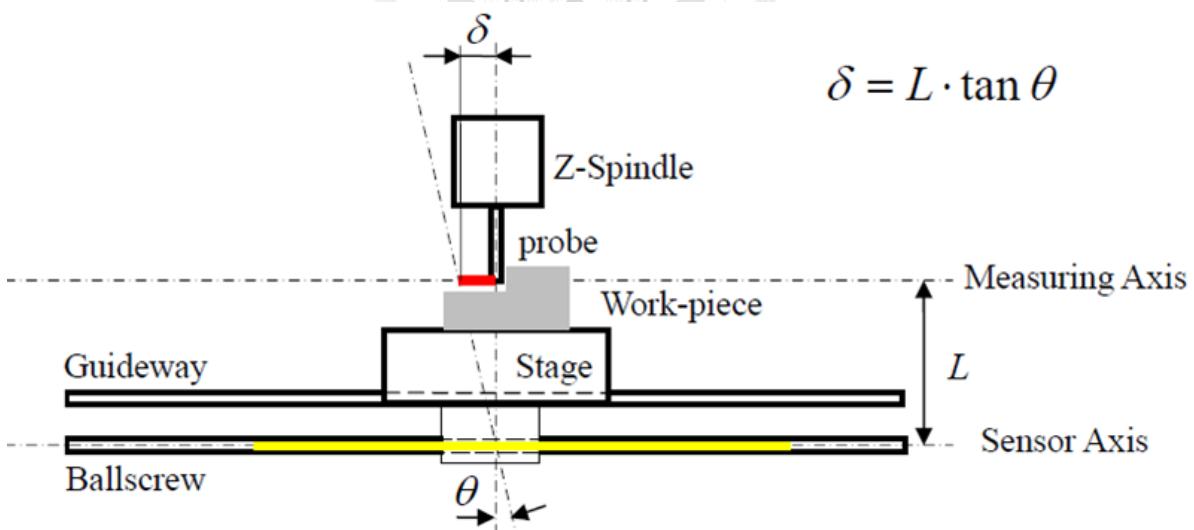


圖 5-2.1 阿貝誤差

### II. Cosine error:

餘弦誤差之來源已於 4-3-2 小節討論過，若是運動軸與量測軸並未平行，則量測值與真實值將存在線性誤差，在長行程的運動時誤差甚至達到數微米等級。圖 5-2.2 為 PDGI 系統中，光柵與二維平面運動台間的餘弦誤差。一種解決方式為透

過使用精密儀器如四象限光感測器來校準量測軸，進而消除此誤差。

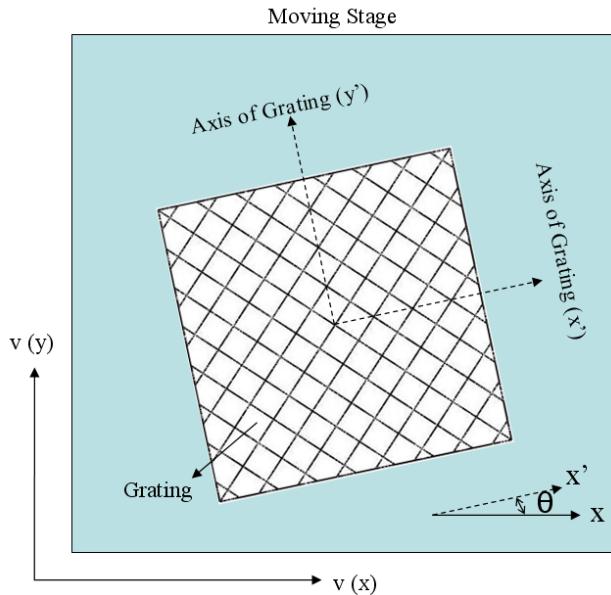


圖 5-2.2 二維光柵與平台間的餘弦誤差

### III. Dead-path error:

干涉儀的死徑誤差是由於兩量測光束間在光程上存在一初始光程差  $D$  所引起的。若是在測量過程中大氣折射率產生變化而得不到補償，將會使得此誤差以  $\delta_{deadpath} = D\Delta n$  而變化。以本研究之光柵干涉儀或角度干涉儀來說，兩道光的初始光程相同，因此在量測中折射率的變化將會自補償、差動，並不具有(或極小)死徑誤差。本研究中惟一受死徑誤差干擾的干涉儀為 PMI，因其沒有耦合差動的功能 (PMI 之參考光程固定不動，量測光程則一直變化；相對而言，本研究其他干涉儀的兩道光臂都是等光程或是幾乎等光程，死徑誤差會被耦合掉)，其誤差程度將在後續討論大氣折射率時一起分析。

## 5-3. 儀器誤差

儀器誤差指的是干涉儀整體架構中，由於自身的不穩定或是易被外界擾動的誤差因子，量化的標準可以從以下面向去切入探討：

- A. 誤差導致相位訊號改變，誤差單位為度，為隨機誤差。
- B. 誤差導致 Scale factor 變更，誤差單位為百分比，為線性誤差或隨機誤差。
- C. 誤差導致量測量改變，誤差單位為長度或角度，為隨機誤差。

D. 誤差導致量測訊號解相位錯誤，誤差單位為度，為週期誤差或隨機誤差。

以上儀器誤差的程度代表本系統的可靠程度，必需做較細節的討論。

### I. Laser source error

本研究中的光源是採用二極體雷射，在2-3節有提到，使用二極體雷射做為光源有其優缺點，主要缺點為雷射波長會隨著控制情況而變化。

在第三章的雷射單頻量測系統中，計量依據為雷射的波長，因此雷射的波長直接影響到量測結果。在探討雷射波長誤差時，可以由兩個結果來歸納：波長絕對誤差和波長相對誤差，前者是由於二極體雷射在製作過程中之不完美，以本研究使用的635 nm紅光雷射為例，其規格書上(【46】)標明的雷射波長為635-640 nm之間，而其光譜線的寬度(即波長誤差)小於0.05nm(【47】)，對於Scale factor的影響為：

$$\delta_{laser}^l = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 7.9 \times 10^{-3} \% \quad (5.1)$$

此誤差為線性誤差，且與雷射的組裝狀況有關，當系統經過校正之後不再存在此誤差。

然而，波長誤差不僅僅是簡單的線性誤差，波長相對誤差就是一隨機誤差，主要的發生原因為雷射的跳模現象(mode hopping)。美國ILX Lightwave公司在Application Note【48】內對於二極體雷射的跳模現象有清楚的分析與結果歸納，在此引用一張圖(圖 5-3.1)作為雷射跳模現象之說明：

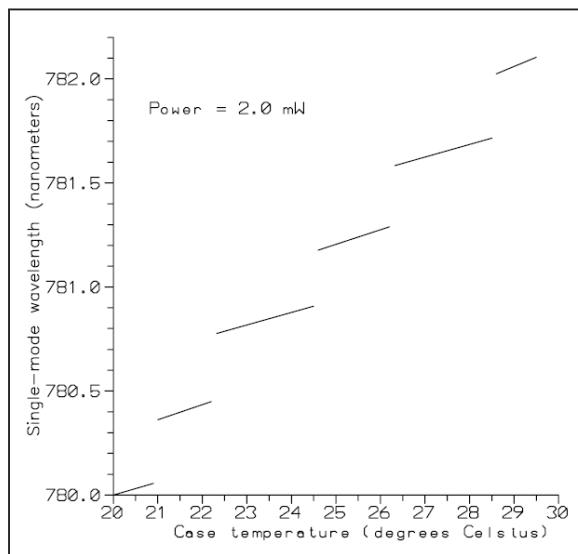


圖 5-3.1 溫度變化導致雷射跳模現象

圖 5-3.1 為溫度導致雷射跳模現象之示意圖，在溫度變化時，某些沒有發生跳模現象之區段，其波長變化約為  $0.06\text{ nm}/^{\circ}\text{C}$ ，而在某些臨界點(約  $2^{\circ}\text{C}$  一次)會產生離散性的波長跳動約  $0.3\text{ nm}$ 。有了這些概念之後，我們假設一實驗室環境約  $23^{\circ}\text{C}$ ，溫度變化約  $\pm 1^{\circ}\text{C}$ ，且雷射已靜置 30 分鐘以上並與室溫耦合，則吾人可歸納出雷射最多可能出現兩次跳模，再加上溫度與波長的連續函數則：

$$\delta_{laser}^2 = \pm(0.3 + 0.06 \cdot 1) = \pm 0.36\text{ nm} \quad (5.2)$$

上式為雷射波長之相對變化，以雷射為計量單位的干涉儀如 PMI、PYAI、ADAI 等感測器之 Scale Factor 會因此變化：

$$\delta_{laser}^2 = 0.36 / 635 = 0.056\% \quad (5.3)$$

另外，若二極體雷射之輸入電流有變化，其腔體也會有著溫度的變化，導致波長變化。因此，使用二極體雷射做為計量依據時需要注意環境的溫度及電流的供給，才能讓誤差落在可接受的範圍內。

至於在光柵干涉儀中，計量的單位為光柵，雷射波長的不準不會造成誤差，這也是為何光柵干涉系統和穩頻雷射干涉系統在超精密的領域大放異彩之原因。

## II. Rounding error

在大量程、高解析度運動再進行時，動態範圍相當大(高達 7 個數量級甚至以上)，程式在運算反正切或加乘進 Scale factor 的位數十分重要，若不精細的計算或補償數值將造成很大的誤差。

以 LDGI 為例，假設一次實驗中，其 Scale factor 界定為  $417\text{ nm}$ ，另一次界定為  $416.667\text{ nm}$ ，兩次量測數據將有  $0.08\%$  的異同，此線性誤差在長行程時(公分級)甚至會達到數個微米。若訊號計算中任何參數的位數都很小心的處理，此誤差理論上極小，可以忽略。

## III. Cyclic deviation

Cyclic deviation 來自於訊號不完美導致解析錯誤，Heydemann 所提出的三項誤

差：直流飄移、振幅不等及相位失去正交等因素都會導致此解析誤差。當干涉儀想要達到奈米以下的精度時，cyclic deviation 成為最大的障礙，因此這種週期誤差已在很多國際期刊論文上得到非常多細節的討論，其中多為光路結構的加強及訊號處理之應對(【49】【50】)。針對此誤差，2-5 節提出了訊號調制電路板和即時補償軟體來消除訊號的不完美。實驗過程中發現，在量測中訊號經過處理後受到不可避免的電子干擾和電腦運算速度的問題，直流準位飄移仍然有  $60\text{ mv}$  的變化量、振幅約有  $30\text{ mv}$  的差量、且兩弦波訊號相位誤差約在  $10^\circ$  內。以理想訊號幅值  $1\text{ V}$  來說，計算回相位時造成的誤差分別為  $4.85^\circ$ 、 $2.42^\circ$  和  $5^\circ$ ，綜合起來約有  $7.37^\circ$  的相位誤差量，此誤差並不會累積，而是隨著訊號的週期一起變化。

$$\delta_{cyclic} < 7.37^\circ \quad (5.4)$$

#### IV. Uniformity of optics

干涉儀的光學元件包含 VIM 中的偏極化光學元件、外部的反射鏡、光柵等等，其中 VIM 中的光學元件在組裝時已經校對過光軸，所以不用擔心其表面的平整性帶來的負面因素。然而，對於某些光學元件如光柵，其表面平整性相當重要，以 PDGI 為例，二維光柵所採用的石英基材之表面平整度為  $\frac{1}{10}\lambda$ ，也就是說高低點最大會有  $63.5\text{ nm}$  之高度誤差，此高度誤差可能造成光柵干涉儀在量測時除了差頻干涉外又混進光程差干涉，兩道光光程差為：

$$\begin{aligned} \Delta r &= 63.5\text{ nm} / \cos 26.9^\circ \\ &= 71.2\text{ nm} \end{aligned} \quad (5.5)$$

若是將其換成 PDGI 的位移則會是：

$$\delta_{flatness} = \frac{71.2\text{ nm}}{C_{PMI}} \times C_{PDGI} = 64.51\text{ nm} \quad (5.6)$$

也就是說，PDGI 存在著最多高達數十奈米的誤差，並且為隨機誤差。此項誤

差較可能出現在定距離量測，因其為掃描狀的量測方法。

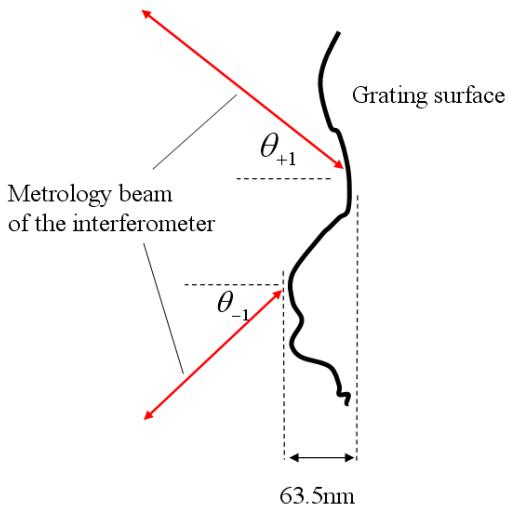


圖 5-3.2 光柵表面平整度不佳之狀況

## V. Ghost reflections

Ghost reflections(俗稱鬼影)源於光通過原該穿透的介質卻產生了極弱的反射，造成反射光旁出現了微弱的影子。此種雜光可能會隨著光路進入干涉區域，一起干涉並在原本的弦波訊號上再載入不該出現的干涉弦波。現今光學元件中鍍上抗反射膜(Anti-reflection coating)已經相當普遍，因此鬼影的現象並不明顯，疊加的干涉訊號振幅極微弱且不影響訊號解析。

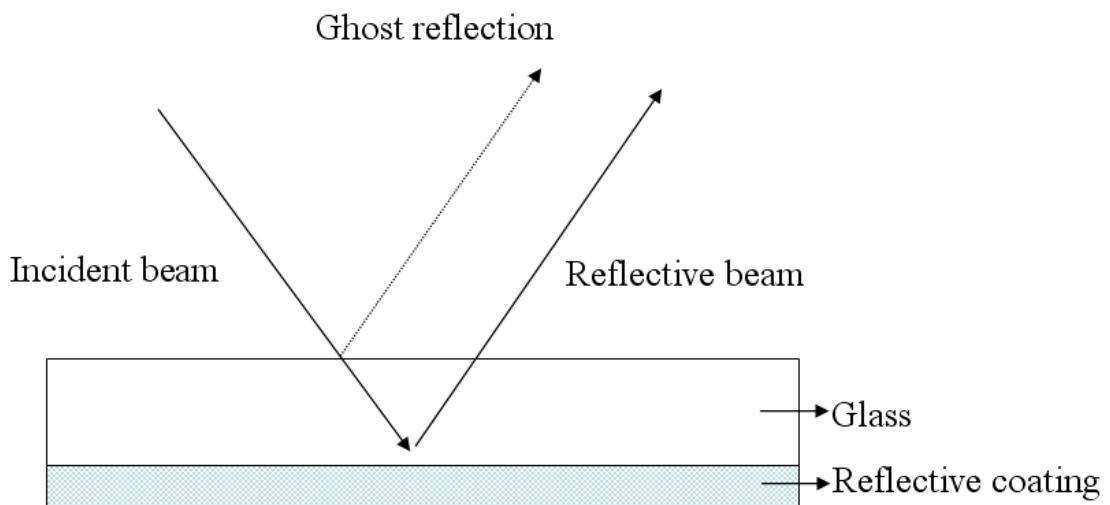


圖 5-3.3 平面反射鏡之鬼影現象

## VI. Electronics error

所有有電通過的地方均免不了產生電子雜訊，其來源包含電壓、電流不穩、電磁擾動等等。電子雜訊造成之雜訊為頻率很高，因此直接影響到訊號的解析度，較詳細的內容在 3-1-4 及 4-2-3 的解析度實驗均已討論過，也可歸納出本研究之電子雜訊對解析度的影響約為相位訊號的  $4^\circ - 7^\circ$ ，標準差約  $1^\circ$ ：

$$\delta_{electronics} < 7^\circ \quad (5.7)$$

### 5-4. 環境誤差

使用干涉儀時的環境狀態對於儀器的精度衰減有一定的相關性，其中，雷射單頻干涉儀的波長更是受到大氣折射率的影響；此外，環境溫度導致的熱變形、平台振動時的狀況分析、死徑誤差的計算都會在此節做整理。

#### I. Refraction index

當干涉儀處在空氣狀態下工作時，對環境的穩定性有相對應的要求，而環境對於量測結果之影響程度可由空氣折射率的變化來看出。

首先將一般實驗室環境：氣壓  $1\text{ atm}$ 、溫度  $20^\circ\text{C}$ 、濕度  $50\%$ 代入 Edlen 折射率經驗公式(【51】【52】)得到空氣折射率  $n_0$  為  $1.0002713733$ ，然後再評估環境變化對於折射率變化  $\Delta n$  之影響。對 Edlen 公式做全微分後得到以下結果：

$$\Delta n = (0.00568\Delta p - 0.929\Delta t - 0.0085\Delta f) \times 10^{-6} \quad (5.8)$$

其中  $p$  為壓力， $t$  為溫度， $f$  為濕度。考慮二級實驗室的環境變化可能造成  $\Delta t = 1^\circ\text{C}$ 、 $\Delta f = 10\%$ 、 $\Delta p = 10\text{ Pa}$ ，可求得  $\Delta n_{max} = 1.0708 \times 10^{-6}$ ，也就是說，造成的誤差將達到  $\Delta n / n = \pm 1.0705 \times 10^{-6}$ ，其中溫度的變化對於折射率尤其明顯。

計算出折射率後，我們可以推導出 PMI 之死徑誤差：

$$\delta_{deadpath} = \Delta n / n = 1.0705 \times 10^{-4}\% \quad (5.9)$$

## II. Vibration

一般實驗室的環境，其振動的最大位移量為  $0.25 \mu m$ ，頻率約  $0.1 Hz$ ，不過考慮本實驗的微小化干涉儀之架設都可架於同一個系統內，因此環境的振動並不影響同一系統內儀器的相對位移，故振動的因子理論上不構成本研究中實驗結果的誤差。

值得注意的是，若是讀頭端和待測端架在不同的系統且有著不同的振動方式，則這些振動即會混進量測訊號內而被輸出，此誤差的量需視系統振動之強度而定。往積極面去思考的話，利用干涉原理開發振動儀也是本干涉系統可以發展的方向。

## III. Thermal influence

在實驗環境中，溫度的變化難以預測，其結果除了造成折射率的變化之外，也會造成干涉儀中光學材料和機構材料的形變。因此，材料熱物性也是需要考量的誤差來源。

就光路來看，本系統在任何一種架構下，其兩道光在 VIM 內都是經過同樣的光學材料，結構對稱，因此 VIM 內的光學材料熱物性將不會導致兩光光程差變化。而在 VIM 外，不對稱的光路結構會導致光程無法自補償。以平面反射鏡為例，LDGI 的左光路經過一面反射鏡，右光路卻經過兩面反射鏡，因此不對稱的結構會導致光程差變化；以平面反射鏡的基底材料 K9 玻璃來看，其熱膨脹係數為  $7.5 \times 10^{-6} K^{-1}$ ，厚度  $1 mm$  的玻璃在環境變化  $1^\circ C$  將產生  $7.5 nm$  之變化。

干涉儀上鏡片基座的材料均為鋁 6061，熱膨脹係數為  $23.6 \times 10^{-6} K^{-1}$ ，考慮鏡片基座厚度  $1 mm$ ，在環境變化  $1^\circ C$  將產生  $23.6 nm$  之變化。因此不對稱的結構如光柵干涉儀、角度干涉儀等都有可能造成總共可達  $31.1 nm$  的熱誤差。

另外，本研究的光柵的基材為 Soda Lime 玻璃，其熱膨脹係數為  $9 \times 10^{-6} K^{-1}$ ，在環境變化  $1^\circ C$  時其光柵結構的週期將變化 0.0009 個百分比，此項誤差將反應在光柵干涉儀的 Scale factor 上。

$$\delta_{thermal} < 31.1 nm \quad (5.10)$$

$$\delta_{grating} < 0.0009 \% \quad (5.11)$$

## 5-5. 小結

感測器的性能優劣，部份為其性能可靠性，部份則取決於其受干擾時抵抗誤差的能力。本章中，探討了許多在本研究中實驗的誤差原因，以及實用這些感測器時可能的誤差來源，各誤差來源對於各系統的影響程度列於表 16。

從統計來看，Michelson 干涉儀在短行程時精度受到週期誤差、電子雜訊的影響，長行程則是主要受到死徑和波長誤差的影響，因此，環境的控制和雷射波長的調控是提升 PMI 長行程精度之最佳方法。角度干涉儀不會受到死徑誤差的影響，至於其他誤差影響則與 PMI 相同。至於光柵干涉儀的長行程誤差來源主要為光柵基材的熱膨脹係數和光柵的平整度，因此，最有效提升光柵干涉儀精度之方法為選擇低膨脹係數並擁有更高水準的平面度之基材來製作光柵。

最重要的計量依據相比較，使用光柵時受環境溫度影響為 0.0009%，使用雷射波長時受環境溫度影響為 0.056%，因此使用光柵做為計量依據時對環境之抗性明顯的優於使用雷射波長。

• 表 16 誤差總整理 •

	Michelson 干涉儀	角度干涉儀	光柵干涉儀
計量依據	雷射波長	雷射波長	光柵週期
量測原理	變距、不等光程	變距、準共光程	定距，共光程
死徑誤差	$\delta_{deadpath} = 1.07 \times 10^{-4} \%$	無(共光程耦合掉死徑誤差)	無(共光程耦合掉死徑)
波長誤差	$\delta_{laser}^1 = 7.9 \times 10^{-3} \%$ $\delta_{laser}^2 = 0.056 \%$	$\delta_{laser}^1 = 7.9 \times 10^{-3} \%$ $\delta_{laser}^2 = 0.056 \%$	無
平面度誤差	無	無	$\delta_{flatness} < 64.5 \text{ nm}$
週期誤差	$\delta_{cyclic} < 7.37^\circ$	$\delta_{cyclic} < 7.37^\circ$	$\delta_{cyclic} < 7.37^\circ$
電子雜訊	$\delta_{electronic} < 7^\circ$	$\delta_{electronic} < 7^\circ$	$\delta_{electronic} < 7^\circ$
熱誤差	$\delta_{thermal} < 31.1 \text{ nm}$	$\delta_{thermal} < 31.1 \text{ nm}$	$\delta_{thermal} < 31.1 \text{ nm}$ $\delta_{grating} < 0.0009 \%$

## 第六章 結論

### 6-1. 研究成果

本研究以干涉原理為全文架構，導入通用式的干涉模組和其機械式夾持載具，成功的將傳統印象龐大且昂貴的干涉儀系統微小化，可做為許多精密儀器裡的核心感測器，這點是文獻回顧裡許多高精度干涉系統所無法達到的。

核心光路中，本系統特殊之光路設計，將光學結構簡易化，不僅達到降低成本、減少環境影響之外，更簡化了組裝感測器的流程；對比度的分析和偏極理論的應用使得本系統幾乎可以完全應用所有的雷射光強，並得到高訊噪比的四路正交的干涉訊號。

針對干涉訊號的前處理、後處理、週期計數、反正切細分割等通用但複雜的運算過程，本文提出了硬體電路和軟體演算法，可直接將待測資訊顯示在電腦螢幕或回饋給控制器。在軟體演算法部份，針對雙自由度的量測進行一系列的誤差分析，並提出一種補償矩陣、和一種校正方法，有效的修正雙自由度運動時的耦合現象。此外，幾何對位公差的分析提供了我們在實際安裝感測器時所需注意的對位調校，誤差分析則說明了本系統一些不可抗拒之誤差以及可以改進的方向。

在本文中，為了確定各系統的可信度，進行了許多驗證的實驗，得到的結果都與商用的干涉儀系統相近、且各種穩定性的分析都說明了本研究之系統性能確實可稱為超精密光學干涉儀。

以下簡易比較本研究提出的數種微型干涉儀及其特點：

偏極化麥克森干涉儀 PMI：

適合短行程之線性位移量測，其量測依據為二極體雷射之波長，因此對於環境溫度之變化較為敏感，死徑誤差也較大。只要二極體雷射可以反射回讀頭中產生干涉就能夠進行量測，因此使用上較方便。其量化的性能包括：量測範圍小於  $20\text{ mm}$  解析度優於  $0.43\text{ nm}$  (RMS)、平均精度為  $9\text{ nm}$ 、不確定度  $36\text{ nm}$ ，置於一般實驗室環境三十分鐘內的飄移量約  $15\text{ nm}$ 。

### 平面鏡雙角度干涉儀 PYAI：

可以量測平面鏡的兩個角度誤差(pitch 與 yaw)，其量測依據為二極體雷射之波長，且可藉由設計光路提高解析度。光路中，兩道光會彼此耦合環境誤差，因此量測數據非常可靠，與商用干涉儀量測結果相當一致，適合量測機具在運動過程的偏擺誤差。其量化的性能包括：解析度約  $0.016 \text{ arc sec}$ 、定距量測精度為  $0.25 \text{ arc sec}$ 、機具移動時之量測精度則為  $1 \text{ arc sec}$ 。缺點是其量測範圍與 head-to-scale 間之距離有關，因此不適含量測距離過遠之物體。

### 抗偏擺式角度干涉儀 ADAI：

可以量測角偶鏡組之一個旋轉誤差，其設計解決了 PYAI 的量測範圍問題，擁有較大的量測範圍且與量測距離無關。其量化的性能包括：解析度約  $0.008 \text{ arc sec}$ 、定距量測精度為  $0.25 \text{ arc sec}$ 、機具移動時之量測精度則為  $0.75 \text{ arc sec}$ 。其安裝時的對位校準為光軸的直線度與鏡組的直線度，因此校準較容易。比起 PYAI，其性能較優越，缺點則是只能量測一個角度。

### 線性繞射式光柵光學尺 LDGI：

可量測光柵的線性運動，其量測依據為光柵的週期，因此對環境的抗性較強，並無死徑誤差之問題。透過特殊光路之設計，大幅提升了幾何對位容忍公差(head-to-scale tolerance)。量測範圍、量測精度取決於光柵之長度和工藝技術。LDGI 的量化性能包括：解析度  $1.1 \text{ nm}$  (RMS)、精度  $17 \text{ nm}$ 、量測不確定度  $26.8 \text{ nm}$ 、置於一般實驗室環境三十分鐘內的飄移量約  $20 \text{ nm}$ 。

### 平面繞射式光柵光學尺 PDGI：

光路結合了兩組 LDGI，配合二維結構光柵而成。可量測二維光柵的平面運動，其性能皆與 LDGI 相近。由於採用週期較密的光柵，解析度可達  $0.7 \text{ nm}$ 、綜合兩個方向的量測精度約  $27 \text{ nm}$ 、不確定度優於  $33 \text{ nm}$ ，可量測範圍達  $50\text{mm} \times 50\text{mm}$ 。

## 6-2. 未來展望

綜觀本研究內容，主要是想達成大量程、奈米級的超精密干涉系統，且許多關鍵技術層面的問題正逐次解決中，然而，工程應用還局限在實驗室內。若要完全將這些干涉儀儀器化或商品化，還有一些問題需要克服：

1. 結構加強：目前感測器系統的結構還不夠強壯(robust)，會因為一些人為因素或環境因素導致量測誤差，這是首要解決的。
2. 測量速度問題：即時量測時，軟體所要處理的訊號量大，電腦速度會跟不上訊號變化的速度。因此需要進一步開發全硬體的訊號處理架構如 FPGA 或設計一些細分電路，惟此路線會失去了軟體處理的彈性，以及需要耗費較大量的研究時間來處理一些基本的問題。
3. 提升訊號質量：採用軟體做運算的原因是訊號質量不夠好，一種優化訊號質量的方法為在光源端外差一弦波訊號，形成外差干涉系統，同時必需注意保持感測器的微小化。
4. 光柵品質：光柵干涉儀 LDGI 和 PDGI 均已獲得階段性的發展，這種新穎的量測技術日後勢必會商品化，而目前有個問題就是高密度、大面積的光柵製作困難。就台灣來說，尚沒有製作光柵的工藝技術，因此光柵干涉儀的發展會受到限制。
5. 微小化多自由度感測器：本研究旨在解決一些從干涉系統過渡成微小化工程用感測器的技術層面問題，目前看起來已趨於成熟。可期待的發展方向為微小化多自由度感測器，像是 PMI 加上一四象限感應器，直接實現線性和傾斜角的量測，抑或是混成差頻干涉訊號和光程差干涉訊號，再將其解纏繞得到數種量測資訊等等。此外，像是振動儀、測力儀等等儀器也是本研究後續可行的嘗試。

## 參考文獻

- 【1】 J.B. Bryan, “Abbe Principle Revised - Updated Interpretation.” Precision Engineering-Journal of the American Society for Precision Engineering, 1(3), pp. 129-132, 1979.
- 【2】 J.B. Bryan and D.L. Carter, “Design of a new Error-corrected Coordinate Measuring Machine.” Precision Engineering-Journal of the American Society for Precision Engineering 1(3), pp. 125-128, 1979.
- 【3】 K.C. Fan, “Generalized Study of Volumetric Error Analysis for NC Machine Tools and CMMS, Parts One-Mathematical Model.” J. of CSME 10(2), pp. 135-144 , 1989.
- 【4】 K.C. Fan, “Generalized Study of Volumetric Error Analysis for Machine Tools and CMMS, Part Two-Applications.” J. of CSME, 10(2), pp. 145-152, 1989.
- 【5】 G.R. Gordon, “The LASER, Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation” The Ann Arbor Conference on Optical Pumping, the University of Michigan, pp. 128, 15 June through 18 June 1959..
- 【6】 A.A. Michelson, “On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether” American Journal of Science 22: 120–129, 1881.
- 【7】 P. Shi and E. Stijns, “New optical method for measuring small-angle rotations” Applied Optics, Vol.27, No.20. 4342-4346, 1988.
- 【8】 X. Liu, W. Clegg, D.F. Jenkins, and B. Liu, “Polarization Interferometer for Measuring Small Displacement” IEEE transactions of Instrumentation and Measurement, Vol. 50, NO. 4, 868-871, August 2001.
- 【9】 S.R. Kitchen and C.D. Hansen, “Holographic Common-Path Interferometer for Angular Displacement Measurements with Spatial Phase Stepping and Extended Measurement Range” Applied Optics, Vol. 42, No.1 51-59, 1 January 2003.
- 【10】 王力，侯文政，“基於 Koester 積鏡的單頻干涉儀”，計量技術，No. 11 29-32，2006。
- 【11】 齊永岳，趙美蓉，林玉池，“高精度單頻激光干涉儀的設計與試驗研究”，傳感器與微系統，2009 年第 28 卷第 4 期，50-53。
- 【12】 W. Schott, “Development in Homodyne Interferometry” Key Engineering Materials Vol.437, pp 84-88, 2010.

- 【13】 W. Huber, M. Allgauer, “Interferential linear and angular displacement apparatus having scanning and scale grating respectively greater than and less than the source wavelength,” U.S. Patent No. 5,424,833, 1995.
- 【14】 Y. Jourlin, J. Jay, and O. Parriaux, “Compact diffractive interferometric displacement sensor in reflection,” Prec. Eng., Vol. 26, pp.1-6, 2002.
- 【15】 吳乾琦,“繞射式雷射光學尺之研製”,國立台灣大學應用力學研究所博士論文,2001。
- 【16】 潘政晨,“自校準繞射式雷射光學尺之設計與實驗”,國立台灣大學應用力學研究所碩士論文,2002。
- 【17】 W. Gao, A. Kimura, “A Three-axis Displacement Sensor with Nanometric Resolution”, Annals of the CIRP, Vol. 56/1, pp. 529-532, 2007.
- 【18】 A. Kimura, W. Gao, Y. Arai, Z. Lijang, “Design and construction of a two-degree-of-freedom linear encoder for nanometric measurement of stage position and straightness”, Percision Engineering A, Vol. 34/1, pp.145-155, 2010.
- 【19】 K. Ishizuka, and T. Nishimura, “Encoder with high resolving power and accuracy,” U.S. Patent No. 5,4164,085, 1992.
- 【20】 沈欣懋,“高對位公差之微小化雷射繞射式光學尺之研製”,國立台灣大學機械工程研究所碩士論文,2005。
- 【21】 李佰堃,“簡易型高對位公差之雷射繞射式光學尺之研製”,國立台灣大學機械工程研究所碩士論文,2007。
- 【22】 李博正,“一種高對位公差之平面雷射繞射式光學尺之研製”,國立台灣大學機械工程研究所碩士論文,2010。
- 【23】 C.F. Kao, S.H. Lu, H.M. Shen and K.C. Fan, “Diffractive Laser Encoder with a Grating in Littrow Configuration”, Japanese Journal of Applied Physics, Vol.47, No.3, 2008, pp.1833-1837, 2008.
- 【24】 X. Wang, X. Dong, J. Guo and T. Xie, “Two-dimensional displacement sensing using a cross diffraction grating scheme”, Journal of Optics: Pure and Applied Optics, 6 106-111, 2004.
- 【25】 C.F. Kao, S.H. Lu, M.H. Lu, “High resolution planar encoder by retro-reflection”, Review of Scientific Instruments, 76, 085110, 2005.
- 【26】 C.F. Kao, C.C. Chang and M.H. Lu, “Double-diffraction planar encoder by

- conjugate optics”, Optical Engineering 44(2), 023603, 2005.
- 【27】 Heidenhain “Exposed Linear Encoders”, pp.36-37, February 2010.
- 【28】 Agilent technologies, “5530 Dynamic Calibrator Brochure”, 2011.
- 【29】 P. Zeeman, "The Effect of Magnetisation on the Nature of Light Emitted by a Substance", Nature 55, 347-347, 1897.
- 【30】 C.H. Menq, J.H. Zhang and J. Shi, “Design and development of an interferometer with improved angular tolerance and its application to x-y theta measurement”, Review of Scientific Instruments, Vol.71, No.12, 2000.
- 【31】 C.M. Wu, “Heterodyne interferometric system with subnanometer accuracy for measurement of straightness”, Applied Optics, Vol.43, No.19, 2004.
- 【32】 鄭德鋒，王向朝，李中梁，唐鋒，步揚，“一種使用雙稜鏡的動態小角度測量方法”，中國激光，Vol.34，No.9，2007。
- 【33】 J.Y. Lee, H.Y. Chen, C.C. Hsu and C.C. Wu, “Optical heterodyne grating interferometry for displacement measurement with subnanometric resolution”, Sensors and Actuators A 137, pp.185-191, 2007.
- 【34】 H.L. Hsieh, J.Y. Lee, W.T. Wu, J.C. Chen, R Deturche and G. Lerondel, “Quasi-common-optical-path heterodyne grating interferometer for displacement measurement”, Meas. Sci. Technol. 21, 2010.
- 【35】 I. Hahn, M. Weilert, X. Wang and R. Goullioud, “A heterodyne interferometer for angle metrology”, Review of Scientific Instrument. 81, 2010.
- 【36】 J.Y. Lee, M.P. Lu, “Optical heterodyne grating shearing interferometry for long-range positioning applications”, Optics Communication 287, 857-862, 2011.
- 【37】 C.C. Wu, C.C. Hsu, J.Y. Lee, H.Y. Chen and C.L. Dai, “Optical heterodyne laser encoder with sub-nanometer resolution”, Meas. Sci. Technol. 19, 2008.
- 【38】 K.C. Fan, C.D. Su, and J.I. Mou, “Error analysis for a diffraction grating interferometric stylus probing system,” Meas. Sci. Technol., Vol. 12, pp. 482-490, 2001.
- 【39】 張良知，”實用光干涉學”，工業技術研究院，2003。
- 【40】 Heydamann “Determination and correction of quadrature fringe measurement errors in interferometers”, Appl. Opt., 1987.
- 【41】 F.L. Petrotti, L.S. Petrotti, “Introduction to Optics, 2<sup>nd</sup> Ed”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996.

- 【42】 E. Hecht, “Optics”, Addison-Wesley, 1998.
- 【43】 范光耀、張郭益，”精密量測”，高立圖書有限公司，2003。
- 【44】 E. Loewen “Diffraction Grating Handbook”, 2005.
- 【45】 L. Shi, L.J. Zeng, and L.F. Li, “Fabrication of optical mosaic gratings with phase and attitude adjustments employing latent fringes and a red-wavelength dual-beam interferometer”, Optics Express, Vol.17 No.24, 2009.
- 【46】 Thorlabs, <https://www.thorlabs.com> .
- 【47】 林三寶，”雷射原理與應用”，全華圖書。
- 【48】 T.A. Heumier and J.L. Carlsten, “Mode Hopping in Semiconductor Lasers”, Application Note #8, 2005.
- 【49】 T. Keem, S. Gonda, I. Misumi, Q.X. Haung and T. Kurosawa, “Removing nonlinearity of a homodyne interferometer by adjusting the gains of its quadrature detector systems”, Applied Optics, Vol.43, No. 12, 2004.
- 【50】 S. Topcu, L. Chassagne, Y. Alayli, P. Juncar, “Improving the accuracy of homodyne Michelson interferometers using polarization state measurement techniques”, Optics Communications 247, pp.131-139, 2005.
- 【51】 B. Edlen, “The Refractive Index of Air”, Meteologia, Vol.2, 1966.
- 【52】 R. Muijlwijk, “Update of the Edlen Formulae for the Refractive Index of Air”, Metrologia 25.189, 1988.