

國立台灣大學工學院土木工程學系

碩士論文

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

master thesis

以簡化反應譜法分析設備物之動力反應

Simplify Method to Estimate the Seismic Response
of Nonstructural Components in Buildings



蘇昱臻

Su, Yu-Chen

指導教授：田堯彰 教授

Advisor: Prof. R. Y. Tan

中華民國 97 年 6 月

June, 2008



國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

以簡化反應譜法分析設備物之動力反應
Dynamic Response of Secondary Systems
by Simple Response Spectrum Analysis

本論文係蘇昱臻君 (R95521243) 在國立臺灣大學土木工程學系碩士班完成之碩士學位論文，於民國 97 年 6 月 11 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員： 田堯彰 田堯彰
(指導教授)

吳賴雲 吳賴雲

呂良正 呂良正

系主任： 張國鎮 張國鎮



誌謝

感謝恩師 田堯彰教授於研究所兩年於專業知識上的悉心指導與鼓勵，使得學生不僅能如期完成論文亦能在學術領域的研究中更有所成長，最重要的是讓學生學會了做學問求知的態度及獨立解決問題的能力，恩師的教導之情永誌難忘。

感謝 吳賴雲教授與 呂良正教授於論文口試期間的不吝指正與建議，令學生能依此寶貴建議將論文不理想部份進行修改，更在已不同的思維使得論文最後增色不少，特此致謝。

感謝生我、及二十多年來養育我的父母，你們給我一個衣食無虞且家庭美滿的生活環境讓我得以無後顧之憂的求學，這段漫長的求學路程中感謝有你們的引導避免我誤入歧途與鼓勵讓我不斷努力向前，還要感謝一直走在我前面當我模範的兄長昱璋，有你們的支持才有今天的我，你們都是我人生路上永遠不可分開的家人。

研究所求學期間，感謝學長煥昇、彥強及明典從一年級開始於課業論文等各方面的指導與協助，也感謝同窗好友敏誠、俊志與辰儒於這段期間內的相互扶持與勉勵，再感謝同門學弟世傑、宗理與建翔於 spectrum compatible 程式的提供，與生活上的鼓勵，讓我後期的煩悶研究生活增添了不少歡樂的氣氛。

最後感謝一起從海洋大學來到台大的好友兼六年同學們，尚仁、舜勤、明益及厚達帶給我的歡樂時光，因為有你們，我才能快速地在這個新的環境中適應，感謝大學資優同學亦宣，從大學生活到研究所生活在課業上與生活上的幫助，並協助我不少論文上的排版與校稿，令我這幾年內向上成長許多；感謝所有關心我的人，祝福你們鵬程萬里。



摘要

設備物受地震作用產生反應的研究在過去二十多年中已被廣泛研究，重要的設備物如：醫療院所的醫療搶救設備、半導體產業晶圓廠及核能電廠之核子反應爐等建築廠房，與一般樓房建築相比，除了結構型態上之差異，最大的特色在於其生產設備在整體成本中佔了相當大的比例，一旦這些設備系統受震損毀，將會帶給國家相當大的經濟衝擊，並且危害到人民的性命安全。

合成系統最重要也亟需被考慮的為非比例阻尼系統與主結構與設備物的共振與否，故本文首先便對合成系統提出在考慮非比例阻尼與有否共振下計算設備物最大反應的方法。

以往的計算合成系統最大反應，耗時極大，因此本文提出了在線性系統下可簡單地以主結構與設備物基本參數，如：兩者第一振態週期、阻尼比、聯接點位置與作用地震之加速度反應譜，即可估算設備物受地震作用之最大反應。

最後本文在將此法應用於台灣地區視其使用價值。雖然在使用上極其簡單，但其理論嚴謹地卻包含了非比例阻尼與有否共振之情形，因此在最後經過與動力歷時分析的比較，發現誤差尚能接受，且不會出現低估的現象，對於工程師的設計上有著極大的幫助。

關鍵字：合成系統、主結構、設備物、共振、非比例阻尼、設計反應譜



Abstract

The methods for estimate the seismic response of components attached to buildings have been proposed during the last three decades. The important components such as the reverberatory in nuclear power plants and the medical instruments in hospitals maybe more expensive than the primary structure.

The important components will make a great economical impact if it is broken by earthquake.

The resonance and non-classical damping between sub-systems must be taken into account in the structural analysis of composite system. The approximate formula of this paper was proposed to compute the maximum response of equipments under the resonant and non-classical damped situation.

Its application to any given nonstructural component only requires knowing the geometric characteristics, and weights of the nonstructural component and the structure to which it is connected, in addition to the fundamental natural period of the structure and the elastic response spectrum specified for the design of the structure. So it is a simplify method to estimate the seismic response of nonstructural components in buildings.

Finally, presented also are a numerical example in Taiwan that illustrates the application of the method and the results of a comparative numerical study that is carried out to assess the method's adequacy.

Key words : composite system, secondary structure, non-classical damping, resonance, design spectrum



—目錄—

第一章 導論	1
1-1 研究動機與目的	1
1-2 文獻回顧	2
1-3 本文內容	6
第二章 多自由度合成系統	8
2-1 概述	8
2-2 二自由度合成系統	9
2-3 多自由度合成系統	10
2-4 合成系統之動力分析	12
2-5 小結	14
第三章 合成系統位移反應譜法	15
3-1 概述	15
3-2 非比例阻尼系統之最大反應	16
3-3 合成系統動力參數	18
3-4 合成系統設備物最大反應	20
3-5 小結	23
第四章 合成系統加速度反應譜法	25
4-1 概述	25
4-2 合成系統之加速度反應譜法	26
4-3 改變主結構阻尼比	36
4-4 範例說明與小結	39
第五章 簡化反應譜法應用於真實規範	44
5-1 概述	44
5-2 方法介紹	45
5-2-1 人造設計地震歷時	46
5-2-2 合成反應譜法	48
5-3 範例介紹	52
5-4 小結	55

第六章 結論與展望	57
6-1 結論	57
6-2 展望	58
參考文獻.....	59

附錄 99



—表目錄—

表 4-1	三層樓主結構參數	62
表 4-2	設備物參數	62
表 4-3	$\xi_{p1} = 5\%$, el-centro 地震作用下歷時分析與反應譜法之比較	63
表 4-4	$\xi_{p1} = 3\%$, el-centro 地震作用下歷時分析與反應譜法之比較	63
表 4-5	$\xi_{p1} = 2\%$, el-centro 地震作用下歷時分析與反應譜法之比較	64
表 4-6	$\xi_{p1} = 5\%$, $T_s = 0.39\text{sec}$, el-centro 地震作用下, 改變設備物聯接樓層, 歷時分析與反應譜法之比較	64
表 4-7	$\xi_{p1} = 3\%$, $T_s = 0.39\text{sec}$, el-centro 地震作用下, 改變設備物聯接樓層, 歷時分析與反應譜法之比較	65
表 4-8	$\xi_{p1} = 2\%$, $T_s = 0.39\text{sec}$, el-centro 地震作用下, 改變設備物聯接樓層, 歷時分析與反應譜法之比較	65
表 5-1	台南地區三災害地震資訊	66
表 5-2	短週期結構之工址放大係數 F_a (線性內插求值)	66
表 5-3	短週期結構之工址放大係數 F_v (線性內插求值)	66
表 5-4	一般工址短週期與一秒週期之設計水平譜加速度係數 S_S^D 與 S_1^D , 及工址短週期與一秒週期之最大考量水平譜加速度係數 S_S^M 與 S_1^M	67
表 5-5	台北地區三災害地震資訊	67
表 5-6	台北盆地各微分區, 工址短週期設計水平譜加速度係數 S_{DS} 、工址短週期最大考量水平譜加速度係數 S_{MS} 以及反應譜短週期與鐘週期分界之轉角週期 T_0^D 與 T_0^M	68
表 5-7	台北盆地大安區各特殊週期災害地震之加速度反應譜值	68

表 5-8 主結構 3 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與反應譜法之比較.....	69
表 5-9 主結構 3 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與各獨立地震反應譜法之比較	69
表 5-10 主結構 3 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，設計地震歷時分析與反應譜法之比較	70
表 5-11 8 層樓結構，樓層勁度、質量各項參數.....	70
表 5-12 13 層樓結構，樓層勁度、質量各項參數.....	71
表 5-13 主結構 8 層樓， $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與反應譜法之比較.....	71
表 5-14 主結構 8 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與各獨立地震反應譜法之比較	72
表 5-15 主結構 8 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，設計地震歷時分析與反應譜法之比較	72
表 5-16 主結構 13 層樓， $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與反應譜法之比較.....	73
表 5-17 主結構 13 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與各獨立地震反應譜法之比較	73
表 5-18 主結構 13 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，設計地震分析與反應譜法之比較...	74



—圖目錄—

圖 1-1	簡化反應譜法與傳統振態疊加法之比較	75
圖 2-1	二自由度合成系統示意圖	76
圖 2-2	二自由度合成系統力平衡圖	76
圖 2-3	主結構 n 自由度與設備物單自由度聯接系統示意圖	77
圖 2-4	離散時間與連續時間受力歷時圖比較	77
圖 3-1	多自由度合成系統示意圖，主結構與設備物均為多自由度	78
圖 3-2	係數 f_{cc} 示意圖	78
圖 4-1	合成系統連接自由度示意圖	79
圖 4-2	參數 β_j 示意圖	80
圖 4-3	設備物單自由度連接 $\beta_j = 0$ 與 1	81
圖 4-4	設備物對稱且雙自由度連接 $\beta_j = \frac{1}{2}$	81
圖 4-5	設備物不對稱且雙自由度連接 $0 < \beta_j < 1$ 、 $\beta_j \neq \frac{1}{2}$	81
圖 4-6	主結構第一振態假設圖	82
圖 4-7	設備物第一振態假設圖	82
圖 4-8	範例一，合成系統示意圖	83
圖 4-9	el-centro 地震原始地表加速度歷時與原始加速度反應譜	83
圖 4-10	設備物聯接於 3 樓之加速度與側向力歷時圖 ($\xi_{p1} = 3\%$)	84
圖 4-11	設備物聯接於 2 樓之加速度與側向力歷時圖 ($\xi_{p1} = 3\%$)	84
圖 4-12	設備物聯接於 1 樓之加速度與側向力歷時圖 ($\xi_{p1} = 3\%$)	85
圖 4-13	$\xi_{p1} = 2\%$ ，聯接樓層不同時，歷時分析與反應譜法之比較圖	86
圖 5-1(a)	設計地震計算流程圖	87

圖 5-1(b) 簡化反應譜法應用於真實規範流程圖	88
圖 5-2 動力歷時分析流程圖	89
圖 5-2 日新國小測站 921、1022、331 地震原始地表加速度歷時圖	90
圖 5-3 日新國小測站 921、1022、331 地震地表加速度歷時圖(PGA=0.28g)	90
圖 5-4 工址設計水平譜加速度係數 S_{aD} 與週期 T 之關係	91
圖 5-5 原始地震價速度反應譜與設計加速度反應譜	92
圖 5-6 人造設計地震加速度反應譜	93
圖 5-7 設計地震加速度歷時	93
圖 5-8 日新國小測站 921、1022、331 地震加速度反應譜	94
圖 5-9 合成加速度反應譜與台南市南區規範設計加速度反應譜圖	94
圖 5-10 幸安國小測站 921、1022、331 地震原始地表加速度歷時圖	95
圖 5-11 幸安國小測站 921、1022、331 地震地表加速度歷時圖(PGA=0.24g)	95
圖 5-12 幸安國小測站 921、1022、331 地震加速度反應譜	96
圖 5-13 合成加速度反應譜與台北市大安區規範設計加速度反應譜圖	96
圖 5-14 三層樓主結構，設備物週期 0.2 秒時，大安區各災害地震作用設備 物加速度歷時圖.....	97
圖 5-15 三層樓主結構，設備物週期 0.2 秒時，大安區各災害地震作用設備 物側向力歷時圖.....	97
圖 5-16 8 層樓結構與 13 層樓結構之合成系統	98

第一章 導論

1-1 研究動機與目的

台灣位於歐亞大陸板塊和菲律賓海板塊之交界帶，以致於地震活動十分頻繁，平均每年大大小小地震共超過四千個，其中有感地震就可達二百多個。而近年來台灣科技產業高度發展，對於含有重要設備裝置的都市建築物及工業結構而言，正面臨另一項對抗地震災害的挑戰。高科技廠房與一般樓房建築相比，除了結構型態上之差異，最大的特色在於其生產設備在整體成本中佔了相當大的比例，一旦這些設備系統受震損毀，將會帶給國家相當大的經濟衝擊，並且危害到人民的生命安全。常見的合成系統可以區分為特殊結構與一般結構兩種，常見的特殊結構例如：工業科技結構的管線系統（piping）或設備；半導體產業晶圓廠及核能發電廠之核子反應爐等建築廠房；架設於海上的鑽油台，其上常連結鑽孔機或是探索海底的儀器設備；甚至是火箭、太空船的通訊設備及控制裝置。而常見的一般結構例如：醫療院所的醫療搶救設備等。故我們應重視設備系統的安全與否，並且對於合成系統的整體動力反應須有一定的認知，才能夠對設備系統進行抗震設計。因此，附著於主體結構中的設備物耐震能力評估與設計，都將是工程師們應該進一步瞭解的重要課題。

由主結構（primary system）與設備物（equipment or secondary system）所形成的合成系統（primary- secondary system，P-S system），其動力反應將受到三個重要的動力特性影響因素所牽制，此三大因素分別為：

1. 協調 (resonance) 現象：主結構與設備物中存在著某一組的自然頻率相互接近或近似時，則系統會因為拍擊現象 (beat phenomenon)【1】而對設備物反應產生放大的現象，稱此合成系統為協調系統，其所對應之合成系統振態稱為協調振態。

2. 互制 (interaction) 效應：設備物與主結構之間會有回饋力 (feedback) 的影響存在於兩者之中，造成受外力後兩者相互牽制，若忽略此效應之影響，將會高估了設備物的反應。

3. 非比例阻尼 (non-classical damping) 特性：當兩個擁有不同阻尼材料特性之系統合成時，合成系統將會產生複數自然頻率與其對應之複數振態解。

4. 空間偶合 (spacial coupling) 效應：若合成系統中擁有不規則幾何特性，如結構系統偏心或次結構連接點偏心等，將必須再考慮空間偶合效應的存在，此特性乃因結構系統間不規則相對位置而產生之扭轉效應，與相連結的各子系統的位置、勁度及偏心大小相關。

分析設備物動力反應時，若忽略以上幾點動力特性影響，將無法合理地準確評估分析，故應當適時的考慮各項影響因素。

1-2 文獻回顧

對於質量較輕之設備物而言，動力反應分析一般傳統最常採用的方法為樓板反應譜法 (floor response spectrum method)【2】，該法將忽略設備物對於主結構之回饋效應 (feedback effect)，其理論為，假設主結構受地震力作用時，依時間動力歷時分析，得該設備物欲裝置之樓層反應譜，然後再依據此反應譜，求得設備物之最大反應，此法在設備物與主結構之自

然頻率相差較大或設備物質量較輕時，因為回饋效應不大，故可以得到較為精確的結果。然而，若兩子系統之某一頻率彼此互相協調或設備物質量較重時，則設備物對於主結構之回饋效應將致使設備物的反應被高估，並產生極大的誤差結果。此外，由於此法是以動力歷時分析求得樓板反應譜，若僅有地震反應譜而無地震歷時紀錄時，尚須先進行地震模擬之積分過程以產生好幾組能符合地震反應譜之人造地震紀錄，再利用上述人造地震紀錄才能進行歷時分析，求取樓板反應譜，所以將耗費大量電腦運算時間。

為了改善樓板反應譜法之缺點，本文將採用合成系統的理論來處理，然而因主結構與設備物的材料性質不同，合成系統應當視為非比例阻尼系統，因此在求解系統基本振態特性時，一般採用的方法有以下兩種：

1. 使用比例阻尼來近似處理非比例阻尼系統，但所得振態誤差較大。
2. 狀態空間 (state space) 方式，所得為正確之數值解，但此求解方式須將原系統階數擴展至兩倍的階數來求解特徵值問題，此舉將耗費大量的運算時間。

而對於合成系統整體的動力反應分析，會採用的方法有下列三種：

1. 動力歷時分析 (response history analysis, RHA) 的振態疊加法，利用無阻尼之振態向量之正交特性，將多自由度系統的運動方程式分解成非耦合 (uncoupled) 之單自由度振態運動方程式，然後再將各個振態歷時反應疊加求得最大反應，此法需要疊加多個振態歷時反應，故然耗費許多電腦計算時間。

2. 反應譜法 (response spectrum analysis, RSA) 之振態疊加法，此法並不需求得所有振態的歷時反應，乃是依據查詢地震反應譜來計算每個振態的動力反應極值，再配合 SRSS (square-root-of-sum-of-squares) 法則或 CQC (complete quadratic combination) 法則來求得合成系統的動力反應極值。若使用 SRSS 法則，則振態間存有較大相關性 (correlation) 時，將

產生較大之誤差。

3. 數值積分法，如 Newmark's β 法與 Willson's θ 法等，此法同樣需要耗費較多的電腦運算時間。

過去幾十年中，國內外對於合成系統的理论不斷地發展，國外方面，1965年 J. Penzien & A.K. Chopra 對次結構反應提出了分析二自由度反應譜法【3】，即視主結構每個振態與單自由度次結構合成為二自由度系統，然後再利用二自由度反應譜求此狀況下次結構最大反應，最後再配合疊加法則求得次結構最大全反應。因為一般地震反應譜係針對單自由度系統完成，故此法應用上甚為不便。1978年，J. L. Sackman & J. M. Kelly 【4】對於質量較輕之單自由度設備物反應，依設備物自然頻率與主結構自然頻率是否相近，分別提出了簡便而省時的分析方法，但此法僅利用地震反應譜配合乘上放大因數，作為設備物之最大反應，卻未對何謂質量輕的設備物下定義，且對於設備物與主結構之自然頻率於何範圍內才算接近亦未明確說明，亦即合成系統協調與否尚未定義清楚。1983年，Sackman & Der Kiureghian 【5】在單自由度設備物的情況下，求出設備物與主結構合成系統的解析解形式，但僅侷限於設備物為單自由度之情況。1984年，Inghan & Sackman 【6】針對多自由度設備物與主結構數個振態協調的合成系統，提出了簡化的數值方法來求解設備物最大反應。1985年，Igusa & Der Kiureghian 【7】【8】則提出了改良的方式，先考量二自由度之合成系統，利用擾動理論，求得系統之複數振態性質，並明確闡述合成系統之協調、互制與非比例阻尼現象，且延伸至探討多自由度主結構與多自由度之設備物合成系統的近似解。1989年 R. Villaverde 【9】以合成系統複數振態向量的理論進而推導為只要以設備物與主結構實數振態與動力特性搭配地震反應譜，即可求解當兩者共振與不共振時最大反應，且可適用於多或單自由度設備物。2006年 R. Villaverde 【10】更將自己的方法推展至只要有設備物與主結構各自第一振態週期、組尼比、聯接點位置與加速度反應譜值

即可求取最大反應，並且不須先判別有否共振，以及適用設備物單或多自由度時。

國內方面，1987年，龍應騰【11】參考 J. L. Sackman & J. M. Kelly 對設備物反應分析步驟，將其擴充至單自由度設備物可同時與主結構二自由度相連結，且對系統之協調與否有明確定義，並利用實驗分析與理論推導加以分析比較。1990年，周永富【12】則推展並探討二自由度設備物與二自由度主結構相連情況。1993年，賴維正【13】探討了三自由度主結構與三自由度設備物連結之合成系統，因偏心較大時，扭轉效應所造成之影響。1999年，吳宗翰【14】參考 Igusa & Der Kiureghian 分析方法，並延續文獻【13】的研究，探討主結構與設備物本身的偏心以及連結點位置偏心時，各自對於反應之影響，並提出各種偏心程度下的簡化分析方式。2005年，陳柏愷【15】亦參考 Igusa & Der Kiureghian 分析理論，延續偏心問題之探討，提出含基底隔震層之九自由度合成系統的修正方法，研究建築物基底隔震層對輕設備反應的貢獻。2006年，陳信童【16】參考 Igusa & Der Kiureghian 和 A. K. Gupta & J. W. Jaw 的方法，導出兩種解主結構與設備物合成系統之振態近似解分析模式，分別為簡化修正法與廣義修正法，最後再探討建築物基礎下部設置隔震層之合成系統的分析方法。2007年，謝煥昇【17】則對簡化修正法、廣義修正法、與反應譜振態疊加法則加以整理，並探討當建築物設置黏彈性阻尼器之合成系統的分析方法。

1-3 本文內容

過去分析設備物動力反應所採用的方法，不是需要耗費大量的電腦運算時間，就是忽略了主結構與設備物合成系統的固有特性，採用比例阻尼來近似求解，因此本文首先針對主結構與設備物所組成之非比例阻尼合成系統，利用狀態空間數值原理求得設備物反應，再提出以複數振態之振態疊加法為基礎的理論，最後再推導出可適用於合成系統之反應譜法，以提供更為簡便且快速的方法。

本文第二章，首先介紹了合成系統之合成原理，探討當設備物為單自由度或多自由度時與主結構聯接之各項系統參數，再探討若將進行動力歷時分析時所使用的狀態空間分析(State Space Analysis)。第三章介紹簡化反應譜法最原始的理論，以複數型態之振態疊加法為基礎，進行一連串的推導可更簡化為不需使用複數振態疊加，而是利用實數振態來作計算，且此原理可應用於兩種情形下：第一，當設備物與主結構有某一振態週期相同之共振型態時；第二，當設備物與主結構無振態週期相同之不共振型態時；在計算上，共振型態時只需利用相互共振時之各獨立分析參數即可求解，不共振型態計算時，利用推導過的聯接點參數與主結構、設備物振態頻率即可求解。第四章則延續第三章，主要差異為將第四章共振型態之條件假設為主結構與設備物第一振態共振，在工程上結構之動力分析一般是由基頻即第一振態所控制，因此此項假設視為合理的；而在不共振型態上，將第三章的計算式經過整理簡化為更方便使用的式子，最後再以一範例說明，利用 EL-CENTRO 地震歷時，一方面進行動力歷時分析計算反應求最大值，令一方面繪製 EL-CENTRO 地震加速度反應譜，以此作設備物最大反應的估算，最後將兩者作一比較。第五章將此簡化反應譜法應用於台灣地區著名之災害地震，利用這些災害地震繪製出與規範設計加速度反

應譜類似之合成加速度反應譜，將各災害地震之最大反應平均與合成加速度反應譜估算結果進行比較，若在災害地震情形下亦能適當估算反應，則可推斷此法在一般地震下均能夠適當估算最大反應。最後第六章提出結論與展望。此外，由於設備物損毀幾乎都是因為側向移動（sliding）所引起的，故本文僅探討合成系統受到單向地震力時的側向位移反應，而本文所提出之簡化反應譜法與傳統的 SRSS 或 CQC 法的大略計算過程與比較，則於圖 1-1 所示。

本文第四章與第五章最後均有範例說明比較，第四章例題中的地震力乃採用 El Centro Earthquake (SODE, 1940) 作為地表之外力輸入，第五章例題中的地震力乃採用於中央氣象局申請而來的三災害地震之東西向地震歷時資料，分別為 1999.09.21 之 921 地震、1999.10.22 之 1022 地震與 2002.03.31 之 331 地震，並且各自取臺北市大安區幸安國小與台南市南區日新國小測站的資料。



第二章 多自由度合成系統

2-1 概述

合成系統 (P-S system) 中，求解動力特性時需考慮系統內因共振 (resonant)、互制 (interaction) 與非比例阻尼 (non-classical damping) 三個重要的動力特性所造成之影響，而本章重點強調設備物質量遠小於樓層質量，因此可忽略上述三項動力特性之互制效應；本章第二節以最簡化的分析模型，採用二自由度合成系統 (2-DOF composite system) 來探討之。故於此節中，先對於二自由度合成系統基本振態修正將會清晰的把各種動力特性關係予以闡述及公式化，透過分析二自由度合成系統，可得到各項結果，如運動方程式與質量、阻尼、勁度矩陣等，亦可作為往後探討多自由度合成系統的基本理論。

本章第三節則考慮多自由度之主結構搭配單自由度之設備物的合成系統，將參照文獻【20】，整合主結構與設備物之基本振態，在加以運用於計算運動方程式中的質量、阻尼、勁度矩陣等，作一公式化闡述。

最後，本章第四節將介紹在進行動力分析時，將引進的狀態空間模型 (state space model)，詳述其理論基礎與計算方法，並依此作為往後與簡化反應譜法分析設備物動力反應時之參考比較。

2-2 二自由度合成系統

參考文獻【17】的作法，將合成系統分為主結構 (primary system) 與設備物 (secondary system) 兩部份所組成。以最單純的二自由度，如圖 2-1 表示。主結構與設備物之參數說明如下表所示。其中 p 表示為主結構 (primary system) 之參數，下標 s 表示為設備物 (secondary system) 之參數，ps 表合成系統之參數。

	主結構	設備物
質量	m_p	m_s
自然頻率	ω_p	ω_s
阻尼比	ξ_p	ξ_s
相對於地表之位移	x_p	x_s

將主結構與設備物作為一整體模型以求取動力反應，以下為二自由度合成系統之力平衡示意，如圖 2-2 與運動方程式：

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p + (c_p + c_s) \dot{x}_p + (k_p + k_s) x_p - c_s \dot{x}_s - k_s x_s = -m_p \ddot{x}_g \\ m_s \ddot{x}_s - c_s \dot{x}_p - k_s x_p + c_s \dot{x}_s + k_s x_s = -m_s \ddot{x}_g \end{cases} \quad (2-1)$$

將 $k_p = \omega_p^2, c_p = 2m_p \omega_p \xi_p; k_s = \omega_s^2, c_s = 2m_s \omega_s \xi_s$ 代入

(2-7)式，並化為矩陣形式

$$\underline{M}_{ps} \ddot{\underline{X}} + \underline{C}_{ps} \dot{\underline{X}} + \underline{K}_{ps} \underline{X} = -\underline{M}_{ps} \underline{U}_b \ddot{x}_g \quad (2-2)$$

作用方向之單位力，計算設備物各自由度在此狀態下之各自由度位移，將其組成一位移矩陣 ϕ_c ，再將受力之自由端位移令為 f_{cc} 。而 ϕ_0 則為一 $(N_s \times 1)$ 之矩陣，其各元素值為一； $\Phi_m(i)$ 與 $\Phi_n(i)$ 則表示主結構第 i 振態向量， m 與 n 則為設備物雙自由度連接於主結構之自由度編號，若設備物為單自由度聯接，則 β_j 等於零。

另外 β_j 為一可由0變化至1的係數，將其大致分為：(1) $\beta_j = 0$ 與1，如圖(4-2)，此為設備物與主結構單自由度聯接，(2) $\beta_j = \frac{1}{2}$ ，如圖(4-3)，此為設備物與主結構雙自由度聯接，且設備物呈對稱分佈，(3) $0 < \beta_j < 1$ 、 $\beta_j \neq \frac{1}{2}$ ，如圖(4-4)，此為設備物與主結構雙自由度聯接，但設備物不呈對稱分佈。

假設(3-8)式中主結構第 I 與設備物第 J 複數振態頻率相同，即 $\omega_{pI} = \omega_{sJ}$ 之共振型態時，再將(3-7)式的型態代入(3-8)式得

$$\lambda_r = -\frac{1}{2}(\xi_{pI} + \xi_{sJ})\omega_0 + j\omega_0 \pm \frac{1}{2}\omega_0 \sqrt{(\xi_{pI} - \xi_{sJ})^2 - \Phi_0^2(I, J)\gamma_{IJ}} \quad (3-10)$$

最後因為假設主結構第 I 與設備物第 J 複數振態頻率相同，即 $\omega_{pI} = \omega_{sJ}$ 之共振型態時，則上式 $\omega_0 = \omega_{pI} = \omega_{sJ}$ 。

複數型式振態向量

由文獻【23】可知，合成系統複數振態向量，複數振態向量可表為

$$\psi_{pr} = \sum_{i=1}^{N_p} \Phi_i Y_{ri}, \quad \psi_{sr} = \phi_0 y_{r0} + \sum_{i=1}^{N_s} \phi_j y_{rj} + \phi_c y_{rc} \quad (3-12)$$

其中 ψ_{pr} 與 ψ_{sr} 為合成系統第 r 個複數振態向量之主結構與設備物部分，

N_p 與 N_s 則分別為主結構與設備物之自由度數， Φ_i 與 ϕ_j 是為各自獨立實數

其中系統位移向量 $\underline{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} x_p \\ x_s \end{bmatrix}$ ；位移向量 $\underline{U}_b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ； \ddot{x}_g 受震之地表加速度，

合成系統質量矩陣 \underline{M}_{ps} 、阻尼矩陣 \underline{C}_{ps} 與勁度矩陣 \underline{K}_{ps} 為

$$\underline{M}_{ps} = \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix}, \quad \underline{C}_{ps} = \begin{bmatrix} 2(\xi_p \omega_p m_p) & -2(\xi_s \omega_s m_s) \\ -2(\xi_s \omega_s m_s) & 2(\xi_s \omega_s m_s) \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}_{ps} = \begin{bmatrix} \omega_p^2 m_p + \omega_s^2 m_s & -\omega_s^2 m_s \\ -\omega_s^2 m_s & \omega_s^2 m_s \end{bmatrix}$$

2-3 多自由度合成系統

多自由度合成系統理論主要是建立在本章第二節之二自由度合成系統理論之上，參考文獻【20】，其基本假設為設備物質量與勁度遠小於主結構的樓層質量與樓層勁度，如圖2-3為一主結構 n 自由度 (n-DOF) 與設備物單自由度 (1-DOF) 之聯結，並將其各參數擴展如下

$$\underline{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} \underline{\tilde{x}}_p^T & \underline{\tilde{x}}_s^T \end{bmatrix}^T \quad \text{其中}$$

$$\underline{\tilde{x}}_p = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{p1} & \tilde{x}_{p2} & \cdots & \tilde{x}_{pn} \end{bmatrix}^T$$

$$\underline{\tilde{x}}_s = \begin{bmatrix} \tilde{x}_s \end{bmatrix}^T$$

$\underline{\tilde{x}}_p$ 是主結構相對於地表的位移向量； $\underline{\tilde{x}}_s$ 是設備物相對於地表的位移向量。

參考文獻【20】，以下為此多自由度系統之運動方程式：

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \underline{M}_p & 0 \\ 0 & \underline{M}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + [\underline{C}_c] \begin{Bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \underline{K}_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + [\underline{K}_c] \begin{Bmatrix} x_p \\ x_s \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \underline{M}_p \underline{U}_b \\ \underline{M}_s \underline{U}_{bs} \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (2-3)$$

其中 \underline{M}_p 、 \underline{C}_p 、 \underline{K}_p 分別為主結構系統 $n \times n$ 的質量、阻尼及勁度矩陣； \underline{M}_s 為設備物 1×1 的質量， \underline{C}_c 與 \underline{K}_c 分別為主結構與設備物之耦合阻尼與勁度矩陣。

接著，引入轉換矩陣 $\Phi = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_p & 0 \\ 0 & \underline{\Phi}_s \end{bmatrix}$ 來求解上式之阻尼與勁度矩陣，

其中 $\underline{\Phi}_p$ 為主結構系統的無阻尼振態向量，其由 $\underline{\Phi}_{pi}$ 所組成，

$i=1,2,3 \dots n$ ；而 $\underline{\Phi}_s$ 為設備物系統的無阻尼振態向量。以上所述可表示如下

下

$$\underline{\Phi}_p = [\underline{\Phi}_{p1} \quad \underline{\Phi}_{p2} \quad \dots \quad \underline{\Phi}_{pn}]$$

$$\underline{\Phi}_s = \frac{1}{\sqrt{m_s}}$$

令

$$X = \begin{Bmatrix} x_p \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_p & 0 \\ 0 & \underline{\Phi}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_p \\ q_s \end{Bmatrix} = [\Phi] \{q\} \quad (2-4)$$

將(2-4)式代入(2-3)式，可得

$$[I] \{\ddot{q}\} + [C^*] \{\dot{q}\} + [K^*] \{q\} = -\{\gamma^*\} \ddot{x}_g(t) \quad (2-5)$$

其中

$$[K^*] = \begin{bmatrix} \omega_p^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + m_s \omega_s^2 \{v\} \{v\}^T \quad (2-6)$$

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 2\xi_p \omega_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + 2m_s \omega_s \{v\} \{v\}^T \quad (2-7)$$

$$\{\gamma^*\} = \begin{Bmatrix} \Phi_p^T M_p U_{pb} \\ \Phi_s^T M_s U_{bs} \end{Bmatrix} \quad (2-8)$$

上述三式中參數定義同上一節為： ξ_p, ω_p 分別表示主結構之自然振動頻率與模態阻尼比； ξ_s, ω_s 則表示設備物之自然振動頻率與模態阻尼比；

耦合向量 $\{v\}$ 定義則為以下

$$\{v\}^T = [\phi_{p1}(k) \quad \phi_{p2}(k) \quad \cdots \quad \phi_{pn}(k) \quad -\Phi_s]_{1 \times (n+1)} \quad (2-9)$$

其中 $\phi_{pj}(k)$ 表示主結構 Φ_p 之第 j 個模態向量之第 k 個元素， k 則為設備物連接於主結構之自由度位置。綜合以上即可求出合成系統之阻尼與勁度矩陣，以利往後動力歷時分析的運算。

2-4 合成系統之動力分析

考量一 N 維自由度線性結構系統，其受地震力 \ddot{u}_g 運動方程式如下所示。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g(t)$$

以狀態空間解(state space analysis)為依據，推導過程為以下所列：

使用方法為狀態空間模型(state space analysis)：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\underline{M}_s^{-1}K_s & -\underline{M}_s^{-1}C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{M}_s^{-1}E_s \end{bmatrix} w(t) \quad (2-10)$$

其中 $E_s = -\underline{M}_s l_s$ $w(t) = \ddot{u}_g(t)$ 且(2-10)式可簡化為

$$\dot{\underline{z}}(t) = \underline{A}z(t) + \underline{E}w(t) \quad (2-11)$$

$$\text{其中 } \underline{z}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\underline{M}_s^{-1}K_s & -\underline{M}_s^{-1}C_s \end{bmatrix} \quad \underline{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{M}_s^{-1}E_s \end{bmatrix}$$

連續時間積分求解 $z(t)$ 為以下式子

$$z(t) = e^{\underline{A}(t-t_0)} z(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\underline{A}(t-\tau)} \underline{E}w(\tau) d\tau \quad (2-12)$$

(2-12)式作離散時間計算

$$z(t_2) = e^{\underline{A}(t_2-t_1)} z(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} e^{\underline{A}(t_2-\tau)} \underline{E}w(\tau) d\tau \quad (2-13)$$

(2-13)式作梯形積分

$$z[k+1] = e^{\underline{A}(\Delta t)} z[k] + \frac{\Delta t}{2} \left(e^{\underline{A}(\Delta t)} \underline{E} \cdot w[k] + \underline{E}w[k+1] \right) \quad (2-14)$$

(2-14)式參數如下

$$k = 1, 2, \dots, N \quad ; \quad N = \frac{t_{Total}}{\Delta t} \quad ; \quad t_{Total} : \text{地震力時總時間}$$

上述連續時間與離散時間情況下，當結構受力時之計算圖形比較如圖 2-4 所示，可由(2-14)式求出地震歷時區間內每一時刻點之 Z 值，即為每一時刻點之位移與速度。各自由度絕對加速度 $[\ddot{x} + w(t)]_{n \times 1}$ 計算為

$$[\ddot{x} + w(t)]_{n \times 1} = [K_{s \times n} \quad C_{s \times n}]_{n \times 2n} [z]_{2n \times 1} / \begin{pmatrix} M_{s11} \\ M_{s22} \\ \vdots \\ M_{smn} \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad (2-15)$$

2-5 小結

本章第二節為替多自由度合成系統揭開序幕，先介紹主結構與設備物各為單自由度時之情況，再詳述了往後將會運用到的參數符號，以及二自由度合成系統之基本理論。

在往後的各種合成系統之應用，務必要從二自由度合成系統進入到多自由度的合成系統領域中，而合成系統最重要的便是需考量彼此間之互制或非例阻尼效應，因此第三節即是介紹了多自由度的理論，利用主結構與設備物振態組合，再搭配設備物與主結構之質量、勁度與阻尼矩陣便可模擬出合成系統之各質量、勁度與阻尼矩陣。

最後，第四節介紹動力歷時分析之方法，以狀態空間分析為主要理論基礎，即 state space analysis 簡稱 ssa，而此法的各項合成系統參數則由第三節所推導來提供。此動力歷時分析之方法也將在本文扮演一重要角色，便是在往後當作參考解比較簡化反應譜法的準確性。

第三章 合成系統位移反應譜法

3-1 概述

在過去的幾十年當中，研究聯接於核電廠中之發電機與管線在地震作用下之簡化計算方法相當蓬勃發展。演進到如今，這些研究已不僅運用於核電廠更可運用於任何多自由度的主結構，如：醫院、工廠及近海結構等。

傳統上，各項研究指出，當設備物質量並非遠小於主結構樓層質量時，若設備物與主結構之間有某個頻率相互共振時，此時彼此間之互制效應是需要被考慮的，也因此大部分學者均認為考慮互制效應是需要的。在這些假設條件下，一般早期是使用樓板反應譜法做分析，計算設備物反應，但是隨著往後的研究發現，樓板反應譜法不僅耗費大量運算時間，且將過度保守估算反應，將不甚合理；因此，又進入了另一段有別以往的研究，這些研究基本上須符合兩個要素，一為滿足上述以往之假設，二為可比以往做相當程度之簡化計算過程。

本章研究參考了文獻【9】，取其簡便的方法，以地震位移反應譜的型態來表達設備物之最大反應，且其推導出來的公式可方便地以主結構與設備物各自獨立之自然振動頻率、振態向量、阻尼比與廣義質量等各項基本參數以及一些將於其後介紹的振態間特殊影響參數，再搭配地震位移反應譜所組成，計算過程比起以往繁瑣的先將主結構與設備物經各種判斷振態修正再合成，最後進行耗時的歷時分析，簡化了不少計算上的過程。

3-2 非比例阻尼系統之最大反應

對(2-11)式之狀態空間模型作特性分析，即求解此方程式之特徵值與特徵向量，假設一 N 自由度系統，以下為特性方程式

$$|\tilde{A} - \gamma_d \tilde{I}| = 0 \quad (3-1)$$

其中 γ_d 為(3-1)式之特徵值(Eigenvalues)，因假設為 N 自由度比例阻尼系統，故(3-1)式即有 $2N$ 個特徵值，可表為 λ_{dr} 為複數型式，

$$\lambda_{dr} = -\xi_r \omega_r + j \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad r = 1, 2 \dots 2N \quad (3-2)$$

其中 $j = \sqrt{-1}$ ， ω_r 、 ξ_r 為對一般動力方程式進行實數特性分析所得之第 r 振態頻率與阻尼比， $r = 1, 2 \dots 2N$ ， ω_r 與 ξ_r 均為實數，再令特徵向量為 ψ_{dr} ，求解特徵向量之方程式為

$$A_{2N \times 2N} \psi_{dr(2N \times 1)} = \lambda_{dr} \psi_{dr(2N \times 1)} \quad i = 1, 2 \dots 2N$$

最後系統之特徵值對角矩陣可寫為

$$\tilde{\Gamma}_d = \begin{bmatrix} \lambda_{d1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{d,2N} \end{bmatrix}_{2N \times 2N}$$

由系統之特徵向量組成之振態矩陣為

$$\tilde{\Psi}_d = [\tilde{\psi}_{d1} \quad \cdots \quad \tilde{\psi}_{d,2N}]_{2N \times 2N}$$

參考文獻【21】，將比例阻尼系統之最大反應以反應譜值表示時，其推導式為

$$X_r = 2 \left\{ \text{sgn}([du'] + [dv']) \right\} \left| \tilde{\psi}_{dr} \right\} \omega_r' SD(\omega_r, \xi_r) \quad (3-3)$$

X_r 代表了比例阻尼系統第 r 振態之最大變形，其中 $[du']$ 與 $[dv']$ 分別為複數振態向量 ψ_{dr} 之實部與虛部，而 ω_r' 即為(3-2)式之虛部 $\omega_r \sqrt{1-\xi_r^2}$ ， $SD(\omega_r, \xi_r)$ 為頻率於 ω_r 、阻尼比於 ξ_r 時之位移反應譜。

有別於前段的比例阻尼系統，本段將介紹非比例阻尼系統，此時非比例阻尼系統之最大反應為

$$(X_i)_{\max} = \sqrt{\sum_{r=1}^N X_{ir}^2 + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \alpha_{imn} X_{im} X_{in}} \quad (3-4)$$

其中 $(X_i)_{\max}$ 表示為此 N 自由度系統中，第 i 個自由度之最大反應，而其中

$$\alpha_{imn} = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{\exp j(\theta_{im} - \theta_{in})}{\lambda'_m + \lambda'_n} \right] \sqrt{\xi'_m \omega_m \xi'_n \omega_n} \quad (3-5)$$

可視為一振態相互關係數，可由文獻【22】之推導而知， θ_{im} 與 θ_{in} 為系統第 m 及 n 個複數振態向量 ψ_{dm} 、 ψ_{dn} 之相位角， ξ'_m 與 ξ'_n 可定義為

$$\xi'_r = \xi_r + \frac{2}{(\omega_r s_r)} \quad (3-6)$$

其中 s_r 表地震強度延時，而(3-5)式中之 λ'_m 與 λ'_n 為非比例阻尼系統之複數特徵值，計算公式如(3-2)式般，值得注意的是(3-2)式中之 ξ_r 以 ξ'_r 取代，即

$$\lambda_{dr} = -\xi'_r \omega_r + j \omega_r \sqrt{1-\xi_r'^2} \quad (3-7)$$

3-3 合成系統動力參數

本節將為計算合成系統，可由圖 3-1 表示之最大反應而鋪路，首先需瞭解合成系統的各项動力參數，如：複數型式之自然振動頻率、振態向量等；故本節將推導這些參數。

複數型式之自然振動頻率

由文獻【23】可知，合成系統之複數自然振動頻率為

$$\lambda_r = \frac{1}{2}(\lambda_{pI} + \lambda_{sJ}) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\lambda_{pI} - \lambda_{sJ})^2 - \frac{\Phi_0^2(I, J) \gamma_{IJ}}{\omega_{pI} \omega_{sJ}} \lambda_{pI} \lambda_{sJ}^3} \quad (3-8)$$

其中 λ_r 為合成系統第 r 振態頻率， λ_{pI} 與 λ_{sJ} 則為獨立計算之主結構第 I 與設備物第 J 複數振態頻率， γ_{IJ} 則為 $\gamma_{IJ} = \frac{m_J^*}{M_I^*}$ ， M_I^* 與 m_J^* 則表示主結構與設備物之廣義質量矩陣中第 I 與第 J 個值，而 $\Phi_0(I, J)$ 為主結構第 I 振態與 J 振態還有設備物聯接於主結構之自由度所組成，其值由兩者之各自振態所控制，

$$\Phi_0(I, J) = \Phi_m(I) + \beta_j [\Phi_n(I) - \Phi_m(I)] \quad (3-9)$$

其中 $\Phi_m(I)$ 與 $\Phi_n(I)$ 分別為主結構第 I 個振態之第 m 與 n 個元素值，並且(3-8)式與(3-9)式之理論背景為主結構第 I 個振態與設備物第 J 個振態之頻率相等之共振時，(3-9)式中的 β_j 為

$$\beta_j = \frac{1}{f_{cc}} \frac{\phi_j^T m \phi_c}{\phi_j^T m \phi_0} \quad (3-10)$$

如圖(3-1C)所示設備物之雙自由度聯接，將設備物分開來看，取一聯接點固接與另一聯接點自由端，接著再令設備物之自由端承受一如地震加速度

特性分析時之主結構與設備物之振態向量；而(3-12)式之 Y_{ri} 、 y_{r0} 、 y_{rc} 與 y_{rj} 表示如下

$$Y_{ri} = \frac{\hat{\Phi}_r(i)(\lambda_r - \lambda_{pi})(\lambda_r - \bar{\lambda}_{pi}) M_I^*}{\hat{\Phi}_r(I)(\lambda_r - \lambda_{pi})(\lambda_r - \bar{\lambda}_{pi}) M_i^*} Y_{ri} \quad (3-13)$$

$$y_{r0} = \sum_{i=1}^{N_p} \Phi_m(i) Y_{ri}, \quad y_{rc} = \frac{1}{f_{cc}} \sum_{i=1}^{N_p} [\Phi_n(i) - \Phi_m(i)] Y_{ri} \quad (3-14)$$

$$y_{rj} = \frac{-\lambda_r \lambda_{sj}}{(\lambda_r - \lambda_{sj})(\lambda_r - \bar{\lambda}_{sj})} \hat{y}_{r0} \quad (3-15)$$

其中(3-13)式~(3-15)中

$$\hat{\Phi}_r(i) = \frac{\Phi_0(i, J)}{1 - \beta_j}, \quad \hat{y}_{r0} = \sum_{i=1}^{N_p} \Phi_0(i, j) Y_{ri} \quad (3-16)$$



3-4 合成系統設備物最大反應

合成系統中，設備物於受震時最大反應如(3-3)式所述，而(3-3)式則由本文 3-3 節合成系統之各項動力參數所組成，計算設備物之最大反應可分為共振型態與不共振型態。

共振型態

先令主結構第 I 與設備物第 J 個頻率相同即為共振型態，對主結構與設備物各自進行複數特性分析，可得主結構第 I 個特徵值 λ_{pI} 與設備物第 J 個特徵值 λ_{sJ} 相同，而再將兩者聯結之合成系統作複數特性分析，可由(3-8)

式得此合成系統第 r 個特徵值，從(3-8)關係式可知， λ_r 約等於 λ_{pl} 與 λ_{sJ} ，再將 $\lambda_r = \lambda_{pl} = \lambda_{sJ}$ 這項關係式代入(3-13)式與(3-15)式計算，其結果在代回(3-11)式，可得

$$\psi_{pr} = \Phi_I Y_{rI} \quad , \quad \psi_{sr} = \phi_J y_{rJ} \quad (3-17)$$

其中(3-17)式之計算過程中所牽涉到的許多振態間互相迭加過程如： Y_{ri} 與 y_{rj} 均可在此假設下趨近於零，另外其他計算過程之參數為

$$y_{r0} = \Phi_m(I) Y_{rI} \quad , \quad y_{rc} = \frac{1}{f_{cc}} [\Phi_n(I) - \Phi_m(J)] Y_{rI} \quad (3-18)$$

$$y_{rj} = \Phi_0(I, J) \frac{-\lambda_r \lambda_{sJ}}{(\lambda_r - \lambda_{sJ})(\lambda_r - \bar{\lambda}_{sJ})} Y_{rI} \quad (3-19)$$

最後再將(3-11)中之合成系統第 r 個特徵值 λ_r 代入(3-19)式，此結果與(3-18)式一併代入(3-3)式，將(3-13)式~(3-15)式代入(3-3)式，忽略計算過程中之二次項，可知當 $|\xi_{pl} - \xi_{sJ}| \leq \Phi_0(I, J) \sqrt{\gamma_{IJ}}$ ，則(3-15)式可寫為

$$X_{sr} = \frac{1}{2} \frac{\text{sgn}(\varepsilon_{IJ}) |\Phi_0(I, J)| |d\phi|_J SD(\omega_r, \zeta_r)}{\left| \frac{1}{2} (\xi_{pl} - \xi_{sJ})^2 \pm \sqrt{\Phi_0^2(I, J) \gamma_{IJ} - (\xi_{pl} - \xi_{sJ})^2} \right|} \quad (3-20)$$

參考文獻【22】，(3-5)式之振態相互關係數 α_{mn} 可繼續寫為

$$\alpha_{mn} = \left[1 + \frac{\Phi_0^2(I, J) \gamma_{IJ} - (\xi_{pl} - \xi_{sJ})^2}{(\xi'_{pl} + \xi'_{sJ})^2} \right]^{-1} \quad (3-21)$$

上述已將合成系統之振態最大反應推導出來，如今將計算合成系統之最大位移反應，由(3-4)式可知，合成系統之最大位移反應是由各振態最大反應迭加計算而來，我們知道當主結構與設備物有共振型態出現時，反

應則幾乎由此組共振之振態所控制，故(3-4)式可寫為

$$X_{sR} = \sqrt{X_{sm}^2 + X_{sn}^2 + 2\alpha_{mn} X_{sm} X_{sn}} \quad (3-22)$$

其中(3-22)式即表示第 m 與第 n 個振態共振時，最後，將(3-20)式之振態最大反應與(3-21)式之振態相互關聯係數代入(3-22)式，求解設備物最大反應，可得

$$X_{sR} = \sqrt{2(1-\alpha_{IJ})} \mu_{sR} [d\phi_J] SD(\omega_0, \xi_0) \quad (3-23)$$

其中

$$\xi_0 = \frac{1}{2}(\xi_{pI} + \xi_{sJ}) \quad (3-24)$$

$$\mu_{sR} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0(I, J)}{\sqrt{|\Phi_0^2(I, J)\gamma_{IJ} - (\xi_{pI} - \xi_{sJ})^2|}} \quad (3-25)$$

$$\text{令 } D = \sqrt{|\Phi_0^2(I, J)\gamma_{IJ} - (\xi_{pI} - \xi_{sJ})^2|}, \text{ 則 } \mu_{sR} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0(I, J)}{D}$$

不共振型態

本段將介紹當主結構與設備物振態週期均不同時之不共振型態，可假設主結構與設備物兩者聯結之合成系統作複數特性分析其某一振態特徵值 λ_r 與設備物某一複數振態特徵值 λ_{sJ} 相同即 $\lambda_r = \lambda_{sJ}$ ，再將此關係式代入(3-14)式，可發現在設備物第 J 振態之 y_{rJ} 會遠大於其他振態之 y_{rj} ，故 y_{rj} 可忽略不計，再由 $\lambda_r = \lambda_{sJ}$ 代入(3-16)式~(3-18)式之結果代回(3-3)式可得設備物最大反應

$$X_{sr} = \sqrt{\left[1 + \sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i)}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i)\delta_{ij}}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2} d\phi_J SD(\omega_{sJ}, \xi_{sJ}) \quad (3-26)$$

其中 $B_0(i)$ 與 δ_{ij} 為

$$B_0(i) = \frac{\Phi_0(i, J)\omega_{pi}\omega_{sJ}}{\omega_{pi}^2 - \omega_{sJ}^2}, \quad \delta_{iJ} = \frac{\xi_{sJ}\omega_{sJ} - \xi_{pi}\omega_{pi}}{\omega_{sJ} - \omega_{pi}}$$

3-5 小結

當主結構與設備物兩者作一聯接，計算各項參數時與一般分析最大的差別在於必須考量到一很重要的影響因素，此即為非比例阻尼關係，而非比例阻尼關係以往常使用到的為 SRSS 法與 CQC 法，本章重點即為引用一類似於 CQC 法的理論進行推導。

利用狀態空間分析，求解主結構與設備物各自獨立特徵值系統之特徵向量與特徵值，再以此分別求解第二節之非比例阻尼系統最大反應、第三節之合成系統動力參數與第四節之合成系統備物最大反應，其中第四節之合成系統備物最大反應更分為主結構與設備物共振與不共振型態，以下將此理論作一綜合整理，列出計算步驟：

1. 對主結構進行實數系的特性分析，求解各振態向量 $\underline{\Phi}_i$ 、阻尼比 ξ_{pi} 、振態頻率 ω_{pi} 、與廣義質量矩陣 M^* 。
2. 同 1 步驟，對設備物進行實數系的特性分析，求解各振態向量 $\underline{\phi}_j$ 、阻尼比 ξ_{sj} 、振態頻率 ω_{sj} 、與廣義質量矩陣 m^* 。
3. 若主結構自由度數為 N_p ，設備物自由度數為 N_s ，則此合成系統視為一自由度數為 $(N_p + N_s)$ 的系統。
4. 令設備物與主結構為單自由度聯接，設備物如圖(3-1)所示，令設備物之自由端承受一如地震加速度作用方向之單位力，計算設備物各自由度在此狀態下之各自由度位移，將其組成一位移矩陣 ϕ_c ，再將受力之自由端位移令為 f_{cc} 。

5. 計算設備物連接點係數 β_j 與 $\Phi_0(i, j)$ ，

$$\beta_j = \frac{1}{f_{cc}} \frac{\phi_j^T m \phi_c}{\phi_j^T m \phi_0}, \quad \Phi_0(i, j) = \Phi_m(i) + \beta_j [\Phi_n(i) - \Phi_m(i)]$$

其中 f_{cc} 與 ϕ_c 於步驟4中有介紹，而 ϕ_0 則為一 $(N_s \times 1)$ 之矩陣，其各元素值為一； $\Phi_m(i)$ 與 $\Phi_n(i)$ 則表示主結構第 i 振態向量， m 與 n 則為設備物雙自由度連接於主結構之自由度編號，若設備物為單自由度聯接，則 β_j 等於零。

6. 計算(3-23)式與(3-26)式之 $[d\phi_j]$ ， $d\phi_j = [k_s][\phi_j]$ 。

7. 因(3-23)式與(3-26)均以位移反應譜值所表示，故此時須計算各使用週期之位移反應譜值 $SD(\omega_k, \xi_k)$ 。

8. 最後，計算設備物之最大反應，

(A) 主結構與設備物共振型態，

$$X_{sR} = \sqrt{2(1 - \alpha_{IJ})} \mu_{sR} [d\phi_j] SD(\omega_0, \xi_0)$$

$$D = \sqrt{|\Phi_0^2(I, J) \gamma_{IJ} - (\xi_{pI} - \xi_{sJ})^2|}, \quad \mu_{sR} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0(I, J)}{D}$$

$$\alpha_{IJ} = \frac{1}{1 + (D/2\xi_0')^2}$$

(B) 主結構與設備物不共振型態，

$$X_{ss} = \mu_{ss} [d\phi_j] SD(\omega_{sJ}, \xi_{sJ})$$

$$\mu_{ss} = \sqrt{\left[1 + \sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i)}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i) \delta_{ij}}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2},$$

其中

$$B_0(i) = \frac{\Phi_0(i, J) \omega_{pi} \omega_{sJ}}{\omega_{pi}^2 - \omega_{sJ}^2}, \quad \delta_{ij} = \frac{\xi_{sJ} \omega_{sJ} - \xi_{pi} \omega_{pi}}{\omega_{sJ} - \omega_{pi}}$$

第四章 合成系統加速度反應譜法

4-1 概述

依照本文第三章所述，計算合成系統受地震力作用時之最大反應是以此地震之位移反應譜來做計算，此時只需知道共振模態所對應之位移反應譜值、主結構與設備物之各自阻尼比、與最重要的主結構與設備物之阻尼比間之關聯係數(correlation)，因為理論上，若若有共振情況存在時，則最大反應為共振之振態所控制，利用以上各項即可求解合成系統在地震作用下之最大反應。

以上所述雖然已經比以往的歷時分析或抑是樓板反應譜法簡化了不少，但因為能需透過如特性分析已計算振態向量，並且免不了仍有些數值迭加過程，顯得在計算上仍略為繁瑣，因此更須要發展出另一套更為簡便與實用的計算方法，在使用上期望可使用更簡單的參數，更簡易的公式與判斷準則，以方便的求取設備物之最大反應。

而本章的重點將繼承前章，發展其法令其可運用在一般工程上較常使用及較為被接受的加速度反應譜，有鑑於前章在計算設備物最大反應時，仍需透過特性分析計算模態向量才得以求解，因此本章參考文獻【10】，將可發展出不須先特性分析計算模態向量，取而代之是只需主結構與設備物各自之自然振動頻率、質量、阻尼比與設備物連結點之位置，最後搭配將數度反應譜值，即可比前章更為簡便快速地求取設備物之最大受震反應。

4-2 合成系統之加速度反應譜法

設備物最大位移

如第三章(3-9)式可知在設備物與主結構聯接點位置上，有一個很重要的聯接參數，先假設主結構與設備物如圖(4-1)為兩點聯接，

$$\beta_j = \frac{1}{1 + \frac{R_{2j}}{R_{1j}}}$$

$$\Phi_0(i, j) = \Phi_m(i) + \beta_j [\Phi_n(i) - \Phi_m(i)] \quad (4-1)$$

其中 R_{1j} 與 R_{2j} 為只考慮設備物進行第 j 個振態振動時之聯接點反力，如圖(4-2)所示， $\Phi_m(i)$ 與 $\Phi_n(i)$ 則分別表示主結構第 i 個振態向量之第 m 及 n 個元素，且 m 及 n 表示設備物與主結構兩聯接點得自由度。

接下來是加速度反應譜法理論之推導，如第三章之推導，合成系統受到地震作用時，反應可分為以下兩種型態：(a) 共振型態，主結構與設備物兩者之某自然振動頻率相等或相近時，(b) 非共振型態，主結構與設備物兩者之自然振動頻率相差甚遠時；也因此，在推導此合成系統之最大反應時，也將考慮以上兩部份：

(a) 共振型態，設備物最大反應為

$$\{X_s\}_r = \sqrt{2(1-\alpha_{IJ})} \mu_{SR} \{d\phi\}_J SD(\omega_0, \xi_0) \quad (4-2)$$

其中上式之參數可介紹如下：

$$\alpha_{IJ} = \frac{1}{1 + \left(\frac{D}{2\xi'_0}\right)^2} \quad (4-3)$$

$$\mu_{SR} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0(I, J)}{D} \quad (4-4)$$

$$D = \sqrt{\Phi_0^2(I, J) \gamma_{IJ} - (\xi_{PI} - \xi_{SJ})^2} \quad (4-5)$$

其中參數與第三章略有不同

$$\omega_0 = \omega_{PI} = \omega_{SJ} \quad \xi_0 = \frac{1}{2}(\xi_{PI} + \xi_{SJ}) \quad \gamma_{IJ} = m_J / M_I \quad (4-6)$$

$$\omega_m = \omega_n = \omega_0 \quad \xi_m = \xi_0 - D/2 \quad \xi_n = \xi_0 + D/2 \quad (4-7)$$

式(4-3)中 ξ'_0 可表示為以下

$$\xi'_0 = \xi_0 + \frac{2}{\omega_0 S} \quad (4-8)$$

S 同第三章定義為地震歷時之強度延時(strong motion duration)，而本章再加以定義此為 25 秒。

(b) 非共振型態，設備物最大反應為

$$\{X_s\}_r = \mu_{SS} \{d\phi\}_J SD(\omega_{sJ}, \xi_{sJ}) \quad (4-9)$$

其中

$$\mu_{SS} = \sqrt{\left[1 + \sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i)}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i) \delta_{ij}}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2} \quad (4-10)$$

上式中

$$B_0(i) = \frac{\Phi_0(i, J) \omega_{sJ}^2}{\omega_{pi}^2 - \omega_{sJ}^2} \quad ; \quad \delta_{iJ} = \frac{\xi_{sJ} \omega_{sJ} - \xi_{pi} \omega_{pi}}{\omega_{sJ} - \omega_{pi}} \quad (4-11)$$

其中(4-2)式~(4-9)式， $\{d\phi\}_J$ 如第三章表示設備物獨自分析之第 J 個振態向量乘上設備物勁度矩陣，而下標 I、J 則分別表示主結構與設備物各自第 I 與 J 振態之參數，如：振態阻尼比、振態頻率。

先以第一型態來看，即主結構與設備物兩者之第一振態自然振動頻率相等或相近之共振型態時，將(4-7)式代入(4-3)式~(4-5)式計算各參數，最後再代入(4-2)式求解設備物最大位移為

$$\{X_s\} = \sqrt{\frac{1}{2}(1-\alpha_{11})} \frac{\Phi_0}{D} \{\phi\}_1 SD(\omega_0, \xi_0) \quad (4-12)$$

其中 $\Phi_0 = \Phi_0(1,1)$ 定義於(4-1)式，與設備物連接於主結構之高度有關，經過整理後的(4-12)式為一以合成系統第一振態向量、設備物聯接點位置、主結構與設備物阻尼比以及共振頻率時之位移反應譜值有關的設備物最大位移關係式。

設備物最大側向力

接下來將繼續上述之共振型態，由設備物最大位移推導設備物所受最大側向力，令設備物之最大位移乘上其勁度為設備物所受最大側向力，因此將(4-12)式在乘上設備物勁度，得下式：

$$\{F_s\} = \sqrt{\frac{1}{2}(1-\alpha_{11})} \frac{\Phi_0}{D} [k_s] \{\phi\}_1 SD(\omega_0, \xi_0)$$

(4-13)

其中 $\{F_s\}$ 為設備物所受側力，因設備物可為多自由度，故(4-13)式可表為一向量，代表設備物之各個自由度， $[k_s]$ 為設備物之勁度矩陣；再由位移、加速度反應譜值關係式 $SA(\omega_0, \xi_0) = \frac{SD(\omega_0, \xi_0)}{\omega_0^2}$ ， $SA(\omega_0, \xi_0)$ 為頻

率 ω_0 阻尼比 ξ_0 時之加速度反應譜值，與結構動力學基本觀念

$[k_s] = [\omega_0^2][m_s]$ ， $[m_s]$ 為質量矩陣，代入(4-13)式可得

$$\{F_s\} = \sqrt{\frac{1}{2}(1-\alpha_{11})} \frac{\Phi_0}{D} [m_s] \{\phi\}_1 SA(\omega_0, \xi_0) \quad (4-14)$$

繼續將(4-14)式整理如下

$$\{F_s\} = \sqrt{\frac{1}{2}(1-\alpha_{11})} \frac{\Phi_0}{D} \{[m_s] \cdot g\} \{\phi\}_1 \frac{SA(\omega_0, \xi_0)}{g} \quad (4-15)$$

g 為重力加速度值，一般單位為 $9.81 \frac{m}{s^2}$ ，繼續精簡如下

$$\{F_{sj}\} = C_p [w_{sj}] \{\phi\}_{j1} \frac{SA(\omega_0, \xi_0)}{g} \quad (4-16)$$

其中 F_{sj} 為多自由度設備物中第 j 個設備物所受之側向力， w_{sj} 為多自由度設備物中第 j 個設備物之重量，而(4-15)式與(4-16)式之關係如下

$w_p = \{[m_s] \cdot g\}$ ：設備物質量矩陣乘上重力加速度，為設備物重量矩陣。

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{2}(1-\alpha_{11})} \frac{\Phi_0}{D} \quad (4-17)$$

為一設備物所受側力之放大或縮小係數。



聯接點係數 Φ_0 推導

由(4-1)式可知， $\Phi_0(i, j)$ 為主結構第 i 振態與 j 振態還有設備物聯接於主結構之自由度所組成，如今更進一步假設，其均由兩者之第一振態所控制，故可令 $\Phi_0 = \Phi_0(1, 1)$ ，代入(4-1)式中得

$$\Phi_0(1, 1) = \Phi_m(1) + \beta_j [\Phi_n(1) - \Phi_m(1)] \quad (4-18)$$

β_j 於之前定義為一可由 0 變化至 1 的係數，將其大致分為：(1) $\beta_j = 0$ 與 1，如圖(4-2)，此為設備物與主結構單自由度聯接，(2) $\beta_j = \frac{1}{2}$ ，如圖(4-3)，此為設備物與主結構雙自由度聯接，且設備物呈對稱分佈，(3)

$0 < \beta_j < 1$ 、 $\beta_j \neq \frac{1}{2}$ ，如圖(4-4)，此為設備物與主結構雙自由度聯接，但設備物不呈對稱分佈。再來，本章(4-1)式中之 Φ_0 為一以振態向量表達聯接點位的係數，如今將其正規化，令 $\Phi_0 = \Gamma_1 \Phi'_0$ ， Φ'_0 為特性分析之振態向量值再經由(4-1)式計算而得， Γ_1 為一正規係數與各層樓重量有關，表示如下

$$\Gamma_1 = \frac{W}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i \Phi'_i(1)} \quad (4-19)$$

(4-17)式中， W 為主結構之樓層重量總和， W_i 為主結構中第 i 層樓的重量， $\Phi'_i(1)$ 為主結構第一振態向量中第 i 個元素值， N_p 為主結構之自由度個數。(4-17)式需使用特性分析求取主結構第一振態向量 $\Phi'(1)$ ，如今更簡化以方便使用，再假設主結構第一振態向量如圖(4-5)呈線性分佈，因此可得，

$$\Phi'_i(1) = \Phi'_{N_p}(1) \frac{h_i}{h_{N_p}} \quad (4-20)$$

(4-18)式中， $\Phi'_{N_p}(1)$ 為主結構第一振態之頂層元素， h_i 與 h_{N_p} 則分別為主結構第 i 層樓之高度與頂層高度，如此便可表達出 $\Phi'(1)$ 呈線性分佈；最後將(4-17)式~(4-19)式整理可得，

$$\begin{aligned}
\Phi_0 &= \Gamma_1 \Phi'_0 = \frac{W \Phi'_0}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i \Phi'_i(1)} \\
&= \frac{W}{\frac{\Phi'_{N_p}(1)^{N_p}}{h_{N_p}} \sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} \left\{ \frac{\Phi'_{N_p}}{h_{N_p}} [h_m + \beta_j (h_n - h_m)] \right\} \\
&= \frac{W}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} [h_m + \beta_j (h_n - h_m)]
\end{aligned} \tag{4-21}$$

可由前述的 β_j 可由 0 變化至 1 再計算聯接點係數 Φ_0 ；如：(1) $\beta_j = 0$

與 1，如圖(4-3)，此為設備物與主結構單自由度聯接，則 $\Phi_0 = \frac{W}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} h_m$

或 $\Phi_0 = \frac{W}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} h_n$ ；

(2) $\beta_j = \frac{1}{2}$ ，如圖(4-4)，此為設備物與主結構雙自由度聯接，且設備物呈對稱分佈，則

$$\Phi_0 = \frac{W}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} \frac{1}{2} (h_m + h_n) ; \tag{4-23}$$

(3) $0 < \beta_j < 1$ 、 $\beta_j \neq \frac{1}{2}$ ，如圖(4-5)，此為設備物與主結構雙自由度聯接，但設備物不呈對稱分佈，則

$$\Phi_0 = \frac{W}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} [h_m + \beta_j (h_n - h_m)] = \frac{W h_{av}}{\sum_{i=1}^{N_p} W_i h_i} , \tag{4-24}$$

h_{av} 可視為設備物重心所在位置之高度。

設備物所受側力係數 C_p - 共振型態

推導(4-16)式中設備物所受側力係數 C_p ，其中參數 D 可由(4-5)式與(4-6)式而得，今令一般常用，主結構第一振態阻尼比 $\xi_{p1} = 0.5\%$ 、設備物第一振態阻尼比 $\xi_{s1} = 0\%$ ，代入(4-5)式，而(4-6)式可令

$$\gamma_{11} = \frac{m_1^*}{M_1^*} = \frac{w_s}{W}$$

， w_s 為設備物重量、 W 為主結構總重量，意即 γ_{11} 為一設備物與主結構重量比值；將上述代入(4-5)式可得

$$D = \sqrt{\left| \Phi_0^2 \frac{w_s}{W} - (\xi_{p1} - \xi_{s1})^2 \right|} = \sqrt{\left| \Phi_0^2 \frac{w_s}{W} - 0.0025 \right|} \quad (4-25)$$

(4-16)式中的 $\{\phi\}_{j1}$ 為設備物之第一振態向量中第 j 個元素值，同主結構之假設，令此振態向量為線性變化如圖(4-6)，可得第 j 個元素值為

$$\{\phi\}_{j1} = \frac{w_s l_j}{\sum_{i=1}^{N_s} w_{pi} l_j} \quad (4-26)$$

其中 w_s 為設備物總重量，如圖(4-7a)，若設備物為單自由度聯接，則 l_j 為設備物第 j 個質點相對於設備物聯接點的高度， N_s 為設備物自由度個數，若設備物為雙自由度聯接，如圖(4-7b)所示，則 l_j 為設備物第 j 個質點相對於設備物聯接點之最短高度，最後若設備物為單自由度型態，則 $\{\phi\}_{j1} = 1$ 。

將(4-13)式中的參數 α_{11} 代入(4-17)式，可得

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{D}{2\xi'_0} \right)^2} \right]} \frac{\Phi_0}{D} = \frac{\Phi_0}{2\xi'_0} \sqrt{\frac{1}{2 \left[1 + \left(\frac{D}{2\xi'_0} \right)^2 \right]}} \quad (4-27)$$

$$= \frac{\Phi_0}{\sqrt{2 \left[D^2 + (2\xi'_0)^2 \right]}}$$

其中由(4-8)式可計算 ξ'_0 ，將(4-8)式整理為以自然振動週期表示可得

$$\xi'_0 = \xi_0 + \frac{2}{\omega_0 s} = \frac{1}{2}(\xi_{p1} - \xi_{s1}) + \frac{T}{\pi s} = 0.025 + \frac{T}{\pi s} \quad (4-28)$$

其中 T 為自然振動週期， $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ ，再令地震歷時之強度延時為25秒，

$$\xi'_0 = 0.025 + \frac{T}{\pi(25)} = 0.025 + 0.025 \frac{T}{2} = 0.025(1 + 0.5T) \quad (4-29)$$

將(4-25)式的參數 D 與(4-29)式的參數 ξ'_0 分別代入(4-27)式，可得

$$C_p = \frac{\Phi_0}{\sqrt{2 \left[\Phi_0^2 \frac{w_s}{W} - 0.0025 + 4(0.025)^2(1 + 0.5T)^2 \right]}} \quad (4-30)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2 \frac{w_s}{W} + \frac{(1 + 0.5T)^2 - 1}{200\Phi_0^2}}}$$

最後根據推導，此共振型態之最大反應前提假設如第三章為

$$|\xi_{p1} - \xi_{s1}| \leq |\Phi_0(1,1)\sqrt{\gamma_{11}}| \text{ 意即備物與主結構重量比值 } \gamma_{11} \text{ 有一下限值，}$$

$$\frac{w_p}{W} \geq 0.0025 / \Phi_0^2 \text{ 代入(4-30)式，可得}$$

$$(C_p)_{\max} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{200\Phi_0^2} + \frac{(1+0.5T)^2 - 1}{200\Phi_0^2}}} = \frac{\sqrt{200\Phi_0}}{1+0.5T} \quad (4-31)$$

整理(4-30)與(4-31)式

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{2\frac{w_p}{W} + \frac{(1+0.5T)^2 - 1}{200\Phi_0^2}}} \leq \frac{\sqrt{200\Phi_0}}{1+0.5T} \quad (4-32)$$

前段介紹的是在共振型態時設備物所受側力之各參數，本章將繼續介紹不共振型態時設備物所受側力之各參數；不共振型態，即主結構與設備物兩者之某自然振動頻率不相近或相距甚遠時，可將(4-10)式如(4-15)式與(4-17)式般改寫，可得

設備物最大側向力-不共振型態

$$\{F_s\} = \mu_{ss} \{d\phi\}_1 [w_s] \frac{SA(\omega_0, \xi_0)}{g} = C_p [w_s] \{d\phi\}_1 \frac{SA(\omega_0, \xi_0)}{g} \quad (4-33)$$

其中 $[w_s]$ 、 $\{d\phi\}_1$ 、 $\frac{SA(\omega_0, \xi_0)}{g}$ 之定義均與之前相同，而 C_p 則定義為不共振型態時設備物所受側力係數，再由(4-10)式可知。

設備物所受側力係數 C_p -不共振型態

$$C_p = \mu_{ss} = \sqrt{\left[1 + \sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i)}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{N_p} \frac{B_0(i)\delta_{ij}}{1 + \delta_{ij}^2}\right]^2} \quad (4-34)$$

(4-34)式中各參數在(4-11)式中均有介紹，繼續推導可發現在主結構自由度 $i \neq 1$ 時， $B_0(i) \approx 0$ ；且在主結構任何自由度， i 可為任何數時， $\delta_{ij} \approx 0$

因此(4-34)式可寫為下式

$$C_p = \sqrt{\left[1 + \frac{B_0(1)}{1+0}\right]^2} = \sqrt{\left[1 + \frac{\Phi_0(1,1)\omega_{s1}^2}{\omega_{s1}^2 - \omega_{p1}^2}\right]^2} = 1 + \frac{\Phi_0(1,1)\omega_{s1}^2}{\omega_{s1}^2 - \omega_{p1}^2} \quad (4-35)$$

則不共振型態時設備物所受側力係數 C_p 可整理為

$$C_p = 1 + \frac{\Phi_0}{\left[\left(\frac{T_s}{T}\right)^2 - 1\right]} \quad (4-36)$$

其中 Φ_0 可因設備物聯接點的不同由(4-22)式~(4-24)式而得，而 T_s 為設備物第一振態振動週期， T 為主結構第一振態週期。

反應譜法整合

本段之前介紹了設備物在受地震力作用下的最大側向力，分為共振型態與不共振型態，如果不經整合，即會造成使用上的不便，如：還需判斷主結構與設備物有否共振，因此，本段將把此兩種型態結合在一起，以一通式表達，簡化了中間判斷共振的過程。

首先，將(4-26)式代入(4-16)式，可得

$$F_{sj} = \frac{w_s l_j}{\sum_{i=1}^{N_s} w_{sj} l_j} V_s \quad (4-37)$$

其中 F_{pj} 如(4-16)式的定義為為多自由度設備物中第 j 個設備物所受之側向力， V_p 為設備物整理所受的總側向力可寫成

$$V_s = C_p S_a w_s \quad (4-38)$$

其中 S_a 為由此地震加速度歷時所計算出的加速度反應譜值，其單位為重力加速度 g ，即 $9.81 m/s^2$ ；值得注意的是，因為此段推導為結合共振與不共振型態，故此時的加速度反應譜值 S_a 所對應的阻尼比是為主結構阻尼比，

在此時的主結構阻尼比假設為為 5%，以方便計算，而加速度反應譜值 S_a 其值則為主結構第一振態週期之值與設備物第一振態週期之值的平均值，如此既可考慮到主結構週期與設備物週期所對應的加速度反應譜值。如下：

$$S_a = \frac{S_a(T, 5\%) + S_a(T_s, 5\%)}{2} \quad (4-39)$$

而設備物所受側力係數 C_p 則可整合(4-32)式之共振型態，與(4-36)式之不共振型態再取最小值，得以下

$$C_p = \min \left(\frac{1}{\sqrt{2 \frac{w_s}{W} + \frac{(1+0.5T)^2 - 1}{200\Phi_0^2}}}, \frac{\sqrt{200\Phi_0}}{1+0.5T} \left[1 + \frac{\Phi_0}{\left| \left(\frac{T_s}{T} \right)^2 - 1 \right|} \right] \right) \quad (4-40)$$



4-3 改變主結構阻尼比

本文 4-2 節所介紹的設備物最大反應理論是建立於主結構阻尼比 5% 與設備物無阻尼情況下，如今改變主結構阻尼比，以相同以往的推導，尋找當改變主結構阻尼比的情況下之設備物最大反應通式，如此便可運用於多種節構，以不失其廣義性。

當設備物為無阻尼型態時，且主結構與設備物為共振型態時，(4-25)式的 D 可改寫為

$$D = \sqrt{\left| \Phi_0^2 \frac{w_s}{W} - (\xi_{p1} - \xi_{s1})^2 \right|} = \sqrt{\left| \Phi_0^2 \frac{w_s}{W} - (\xi_{p1})^2 \right|} \quad (4-41)$$

(4-28)式可寫為以下

$$\xi'_0 = \xi_0 + \frac{2}{\omega_0 s} = \frac{1}{2}(\xi_{p1} - \xi_{s1}) + \frac{T}{\pi s} = \frac{1}{2}\xi_{p1} + \frac{T}{\pi s} \quad (4-42)$$

其中在如同之前定義 T 為自然振動週期 $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ ，而地震歷時之強度延時為

25 秒，所以(4-41)式中 ξ'_0 為

$$\xi'_0 = \frac{1}{2}\xi_{p1} + \frac{T}{\pi(25)} = \frac{1}{2}\xi_{p1} + 0.025\frac{T}{2} = \frac{1}{2}\xi_{p1}\left(1 + \frac{0.025}{\xi_{p1}}T\right) \quad (4-43)$$

將(4-41)式的參數 D 與(4-43)式的參數 ξ'_0 分別代入(4-27)式，則設備物所受最大側力係數可得

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{\Phi_0}{\sqrt{2\left[\Phi_0^2 \frac{w_s}{W} - (\xi_{p1})^2 + 4\left(\frac{1}{2}\xi_{p1}^2\right)\left(1 + \frac{0.025}{\xi_{p1}}T\right)^2\right]}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\frac{w_s}{W} + 2\xi_{p1}^2 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0.025}{\xi_{p1}}\right)^2 - 1}{\Phi_0^2}}} \end{aligned} \quad (4-44)$$

最後再根據(4-1)節推導，此共振型態之最大反應前提假設為

$|\xi_{p1} - \xi_{s1}| \leq |\Phi_0(1,1)\sqrt{\gamma_{11}}|$ 意即備物與主結構重量比值 γ_{11} 有一下限值，

$\frac{w_p}{W} \geq \frac{(\xi_{p1})^2}{\Phi_0^2}$ 代入(4-44)式，可得

$$(C_p)_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2\frac{w_s}{W} + 2\xi_{p1}^2 \cdot \frac{\left(1 + \left(\frac{0.025}{\xi_{p1}}\right)T\right)^2 - 1}{\Phi_0^2}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2\xi_{p1}^2}\Phi_0}}{\left(1 + \frac{0.025T}{\xi_{p1}}\right)} \quad (4-45)$$

整理(4-44)與(4-45)式

$$(C_p) = \frac{1}{\sqrt{2 \frac{w_s}{W} + 2\xi_{p1}^2 \cdot \left[\frac{(1 + \left(\frac{0.025}{\xi_{p1}}\right)T)^2 - 1}{\Phi_0^2} \right]}} \leq \frac{\sqrt{\frac{1}{2\xi_{p1}^2}\Phi_0}}{\left(1 + \frac{0.025T}{\xi_{p1}}\right)} \quad (4-46)$$

當主結構與設備物為不共振型態時，設備物所受最大側力係數 C_p 則與(4-36)式相同，故在此可如(4-40)式寫出當主結構改變第一振態阻尼比時，最大側力係數 C_p ，為

$$C_p = \min \left(\frac{1}{\sqrt{2 \frac{w_s}{W} + 2\xi_{p1}^2 \cdot \left[\frac{(1 + \left(\frac{0.025}{\xi_{p1}}\right)T)^2 - 1}{\Phi_0^2} \right]}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{2\xi_{p1}^2}\Phi_0}}{\left(1 + \frac{0.025T}{\xi_{p1}}\right)} \cdot 1 + \frac{\Phi_0}{\left|\left(\frac{T_s}{T}\right)^2 - 1\right|} \right)$$

此時設備物所受最大側向力則如(4-38)式，以此進行計算，其中參數 S_a 與 w_s 均如同之前定義，而 C_p 也在前頁定義過了，最後我們代入一般常用的主結構阻尼比 3%與 2%，化簡計算 C_p 已供使用：

主結構阻尼比 3%

$$C_p = \min \left(\frac{1}{\sqrt{2 \frac{w_s}{W} + \frac{(1 + 0.849T)^2 - 1}{556\Phi_0^2}}} \cdot \frac{\sqrt{556\Phi_0}}{1 + 0.849T} \cdot 1 + \frac{\Phi_0}{\left|\left(\frac{T_s}{T}\right)^2 - 1\right|} \right) \quad (4-48)$$

主結構阻尼比 2%

$$C_p = \min \left(\frac{1}{\sqrt{2 \frac{w_s}{W} + \frac{(1+1.27T)^2 - 1}{1250\Phi_0^2}}}, \frac{\sqrt{1250\Phi_0}}{1+1.27T} \left[1 + \frac{\Phi_0}{\left(\frac{T_s}{T} \right)^2 - 1} \right] \right) \quad (4-49)$$

4-4 範例說明與小結

以下將總結本文使用之簡化反應譜法的步驟

1. 先對主結構與設備物各自作特性分析，求出主結構與設備物各自第一振態之週期。
2. 依主結構的第一振態阻尼比，選擇代入(4-40)式與(4-48)式~(4-49)式計算設備物所受最大側力係數。
3. 計算作用地震於主結構阻尼比時在主結構與設備物各自第一振態之週期時之加速度反應譜值，此為正規為重力加速度單位，並將兩者如(4-39)式作平均得 s_a 。
4. 將上述兩項代入(4-38)式，計算設備物所受最大側向力。

範例說明

三層樓主結構與單自由度設備物聯接表示如圖(4-7)，其主結構與設備物參數均於表(4-1)與表(4-2)所示，其中主結構阻尼比則分別用 5%、3%、2% 為例，假設承受一 EL-CENTRO 地震力作用，試比較以簡化反應譜法與歷時分析法之結果。主結構之勁度矩陣為：

$$K_p = \begin{bmatrix} 9761.3 & -11070 & 1191.4 \\ -11070 & 22441 & -12724 \\ 1191.4 & -12724 & 26803 \end{bmatrix} \text{ KN/m}$$

簡化反應譜法計算反應

1. 如圖將主結構與設備物各自作特性分析，分別求其第一振態振動週期，則一個三層樓主結構與三種設備物型態之結果如表(4-1)所示；主結構第一振態週期為 0.4 秒，設備物第一振態週期則為 0.1 秒、0.2 秒與 0.39 秒。
2. 繪製 EL-CENTRO 地震歷時如圖 4-9(上)所示，作用下之加速度反應譜，且將其縱座標加速度單位正規化為重力加速度 g 值，其中 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ，如圖 4-9(下)所示，此為 EL-CENTRO 地震分別於阻尼比 5%、3%、2% 時之加速度反應譜。
3. 依照簡化反應譜法，分別於圖 4-9(下)中取出主結構第一振態週期與設備物第一振態週期所相對應的加速度反應譜值，如表(4-3)所示。
4. 計算設備物大反應，以主結構阻尼比 3% 與週期 0.39 秒之設備物所搭配之合成系統為例，先計算設備物聯接點係數 Φ_0 ，

$$\Phi_0 = \frac{Wh_{av}}{\sum_{i=1}^3 W_i h_i} = \frac{(8.01+8.01+7.80)(3h)}{(8.01 \times h) + (8.01 \times 2h) + (7.80 \times 3h)} = 1.461$$

再計算設備最大側力係數 C_p ，共振型態之 C_p

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{2\frac{w_p}{W} + \frac{(1+0.5T)^2 - 1}{200\Phi_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2(0.98)}{233.67} + \frac{[1+0.5(0.4)^2] - 1}{200(1.46)^2}}} = 10.49$$

其中上式 C_p 會有一上限值，其為 $\sqrt{200\Phi_0}/(1+0.5T) = 25.65$ ，因此 C_p 可記為 10.29，再計算不共振型態之 C_p ，主結構週期 $T = 0.4$ 秒，設備物 $T_s = 0.2$ ，則計算可得

$$C_p = 1 + \frac{\Phi_0}{\left| \left(\frac{T_s}{T} \right)^2 - 1 \right|} = 1 + \frac{1.46}{\left| \left(\frac{0.39}{0.4} \right)^2 - 1 \right|} = 21.89$$

依照(4-40)式，可得 C_p 為 10.49；再往下一步，計算加速度反應譜值，主結構反應譜值 0.796g，設備物反應譜值 0.736g，其平均值

$$S_a = \frac{1}{2}(0.796 + 0.736) = 0.766$$

最後由(4-38)式可計算設備物最大側向力為

$$V_s = C_p S_a w_p = (10.49)(0.766)(0.98) = 7.89 \text{ KN}$$

5. 再推算當設備物聯接樓層的不同時，視此法之可行性，假設當設備物聯接於主結構二樓時，如圖 4-8(b)所示，重覆第四步驟，先算設備物聯接點係數 Φ_0 ，

$$\Phi_0 = \frac{Wh_{av}}{\sum_{i=1}^3 W_i h_i} = \frac{(8.01 + 8.01 + 7.80)(2h)}{(8.01 \times h) + (8.01 \times 2h) + (7.80 \times 3h)} = 1.00$$

再計算設備最大側力係數 C_p ，得

$$C_p = \min[10.08 \quad 17.55 \quad 15.30] = 10.08$$

最後由(4-38)式可計算設備物最大側向力為

$$V_s = C_p S_a w_p = (10.08)(0.766)(0.98) = 7.41 \text{ KN}$$

動力歷時分析計算反應

由本文之 2-4 節所述，以狀態空間法計算設備物所受最大反應，如前段，以主結構阻尼比 3% 與週期 0.39 秒設備物為例，經過歷時分析於圖 4-11 中顯示此為受震時之加速度歷時即地震力作用期間設備物所受側力之歷時，可取在此時間內，設備物最大側向力為 7.69 KN，最大加速度為 $7.84g = 78.39 \text{ m/s}^2$ ；而當設備物聯接於主結構二樓時，經過歷時分析於圖 4-12 中顯示此為受震時之加速度歷時即地震力作用期間設備物所受側力之歷時，再取此段時間內，設備物最大側向力為 7.32 KN，最大加速度為 $7.46g = 73.2 \text{ m/s}^2$ 。



綜合分析結果與結論

前兩段為舉例計算簡化反應譜法所求之設備物最大反應與動力歷時分析所求最大反應，本段將把所有情況下之反應如改變主結構阻尼比與改變設備物週期列表，以簡化反應譜法與狀態空間法及動力歷時分析作一比較，視此法之可行性。

表 4-3~表 4-5 詳列各時間點的反應譜值，與各情況下簡化反應譜法與動力歷時分析所計算設備物最大反應之比較，而表 4-6 為當設備物週期 0.39 秒時，隨著連接樓層的不同，簡化反應譜法與動力歷時分析所計算之比較，圖 4-13 不僅將表 4-6 圖形化亦將改變主結構阻尼比時隨著聯接樓層變化而作之比較圖形；若我們將狀態空間解之動力分析結果視作參考解，

可發現不僅在改變主結構阻尼比與設備物週期下，或改變設備物聯接點，簡化反應譜法與狀態空間解之比值均可大於 1，此比值卻又不至於過大，可知此法可適當地保守估計此合成系統之設備物最大反應，但不至於過度保守，如此在設計上便可利於使用且比起作動力分析節省了許多時間。



第五章 簡化反應譜法應用於真實規範

5-1 概述

本文第四章所做的分析可發現簡化反應譜法於一般使用上可準確適當地估算設備物反應，但其計算上是依據作用地震之加速度反應譜，因此不同的地震作用即須計算不同之地震加速度反應譜，於一般設計上仍顯得耗時，因一般設計師於工程設計上常希望可直接透過如規範明定的設計加速度反應譜即能設計。

於規範的精神中，設計加速度反應譜會因各地點的不同而有所差異，且其有分類為短週期、中週期及長週期等不同類型建築物，再者，設計加速度反應譜值理論上是由統計學方法計算此地區長久以來不同地震歷時作用下之反應譜值而得，因此本文重點之簡化反應譜法若能再往前演進到可利用設計加速度反應譜來估算，便可由震後估算反應進步至工程施工前預測反應以利設計，例如：在設備物進駐主結構前可先知其各項參數，再搭配已知主結構第一振態週期，最後代入當地規範設計加速度反應譜值，即可大略估算在此地點下此合成系統之最大反應；雖然此法也許會造成在某些地震作用下過度保守或過度低估，但其絕對會是大部分地震作用下適當地設計，使得此簡化反應譜法更增其廣義性與實用性。

5-2 方法介紹

在本文的簡化反應譜方法中，再計算上是依據作用地震之加速度反應譜值來估算反應，然而為了衡量此方法之實用性與準確性，我們還需另外輸入此地震加速度歷時進行動力分析，最後比較兩者之間的差異性進行評估此簡化反應譜法之可行性；如今若想應用於一般耐震規範所訂定之加速度設計反應譜，以此進行估算設備物反應，我們勢必依照此規範所訂定之設計反應譜製作出與此反應譜相符之設計地震歷時，也就是人造地震歷時，最後依照此設計地震歷時再進行動力分析，如此一來，兩者才可進行比較，因此本文會以此方法進行分析，用以評估此簡化反應譜法應用於真實規範中之可行性。

若我們依照前段所講述之理論，將設計加速度反應譜資料製作出與其相符之加速度歷時，這時可以預期我們將會遇到最少兩個問題：其一，以目前的地震工程研究領域中，將已知加速度反應譜逆向積分成為地表加速度歷時是為可行的，然而在此過程中，因其比起以往大多由地震歷時轉為加速度反應譜屬於逆向操作，故必須在積分過程中加入許多自行假設條件與修正，如此可能會有失真的情況發生，且過程並不是非常容易；其二，假設若真能製作出與設計加速度反應譜相符之地震歷時，以第四章之理論與驗證，同一筆地震資料中，以加速度反應譜值估算設備物反應與動力歷時分析計算相同設備物之反應，其結果趨勢應該與第四章結果相吻合，如簡化反應譜法計算值與歷時分析值之比值應該為大於 1 的保守設計值，但此比值不會過大以致太偏保守。如此一來，這個研究方向勢必又流於與第四章同樣的模式，因此我們將試著再往另一個有別於人造設計地震歷時之方向進行，以兩方面評估此簡化反應譜法。

根據文獻【24】，規範明訂之工址加速度設計反應譜中的各係數是依照當地如鄉、鎮或行政區等之工址地質條件，與地震發生之超越機率所訂定，依地點的不同也各有差異，而且，設計加速度反應譜也有透過統計學的觀點將工址處有紀錄之地震反應譜引入規範之考量中。

5-2-1 人造設計地震歷時

依照一般地震工程 spectrum compatible 概念，創造出與設計加速度反應譜相符之人造地震加速度歷時，其計算步驟如下：

1. 取一原始地震加速度紀錄為設計基礎，再將資料作離散時間化。

$$\ddot{x}_0[n] = \ddot{x}_0(nT_s), n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

2. 將步驟 1 之離散時間加速度歷時做快速傅立葉轉換(FFT)，將原時間域之資料轉為頻率域資料

$$\text{FFT} : \ddot{X}_0[k] = \sum_{n=0}^{N-1} \ddot{x}_0[n] e^{-j \frac{k2\pi n}{N}}, k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$\text{IFFT} : \ddot{x}_0[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \ddot{X}_0[k] e^{j \frac{k2\pi n}{N}}, n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

3. 繪製規範明定之設計加速度反應譜 S_{ad} 。
4. 利用步驟 2 所得之歷時資料計算各週期或頻率之加速度反應譜值

$$S_a^{(i)}[k], 0 \leq k \leq N/2$$

5. 比較步驟 4 與步驟 2 之差異性，根據規範訂立一準則

若 $0.9S_{ad}[k] \leq S_a^{(i)}[k] \leq 1.05S_{ad}[k]$ ，則步驟 4 之反應譜值是為正確的，且相對應之加速度歷時資料便為人造設計地震歷時。

6. 反之，若步驟 5 判別式不成立，則需進行修正，利用計算反應譜

值與設計加速度反應譜值之差異進行下式修正

$$\ddot{X}_0^{(i+1)}[k] = \left(1 + \frac{r(S_{ad}[k] - S_a^{(i)}[k])}{S_a^{(i)}[k]} \right) \ddot{X}_0^{(i)}[k], 0 < r \leq 1$$

7. 對修正後之加速度歷時作傅立葉反轉換(IFFT)，回到時間域

$$\ddot{x}_0^{(i+1)}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \ddot{X}_0^{(i+1)}[k] e^{j \frac{k2\pi n}{N}}, n = 0, 1, 2 \dots N-1$$

7. 從回步驟 4 之計算。

此人造設計地震歷時之詳細計算流程可由圖 5-1(a)而知。

人造設計地震歷時製作實例

範例：

以規範之台北盆地大安區設計加速度反應譜為基礎，模擬符合此加速度反應譜之地震歷時。

作法說明：

1. 台北盆地大安區之設計加速度反應譜可由表 5-6 之規範代入圖 5-4 得設計加速度反應譜圖形。
2. 取臺北市大安區幸安國小地震測站資料，以 921 地震為基礎地震加速度進行分析，得第一階段加速度反應譜與設計加速度反應譜之圖形，表示如圖 5-5。
3. 經過上述一連串修正步驟，圖 5-6 為人造加速度反應譜，圖 5-7 為對應此反應譜之人造地震加速度歷時。

5-2-2 合成反應譜法

另外，再利用設計加速度反應譜也有透過統計學的觀點將工址處有紀錄之地震反應譜引入規範之考量中此因素，取某工址所發生過有紀錄的重要災害地震為基礎作以下步驟，

1. 取某工址所發生過有紀錄的重要災害地震，假設為 N 個災害地震，分別將其地震歷時之 PGA 正規至規範所定，而整段時間內之地表加速度亦等比例放大。
2. 將放大後之 N 筆地震歷時分別繪其阻尼比 5% 之加速度反應譜，再將此 N 條反應譜曲線作平均，得一由 N 條反應譜曲線所平均而來的合成反應譜曲線，理論上，此合成反應譜變化趨勢應該會與設計加速度反應譜之變化趨勢大致相符。其中設計加速度反應譜如圖 5-3 所示，而規範各項工址參數列於表 5-2~表 5-3。
3. 及依照步驟 2 所求之合成反應譜值作為簡化反應譜法的計算依據，分析合成系統之設備物最大反應。
4. 在以步驟 1 中之 N 筆地震歷時分別以動力分析求取合成系統之設備物最大反應，最後再將此 N 個最大反應作平均，得一最大平均反應。
5. 則步驟 3 與步驟 4 即可進行比較與探討，了解此法之可行性。

此應用於真實規範的反應譜方法計算流程於圖 5-1 所示，與之相比較的動力歷時分析流程則可表於圖 5-1(b)。

合成反應譜製作實例

範例一

已台南市南區為案例，根據中央氣象局提供災害地震之地震加速度歷時，取三個災害地震，分別為西元 1999 年 9 月 21 日發生之 921 地震、西元 1999 年 10 月 22 日之 1022 地震、與西元 2002 年 3 月 31 日之 331 地震，取日新國小測站(北緯 22.97°，東經 120.18°)資料，三地震資料詳列如表 5-1；根據規範【24】，台南市南區各水平譜加速度係數列於表 5-4。製作此地區三地震之合成加速度反應譜。

作法說明：

1. 圖 5-3 為三地震原始地表加速度歷時圖；而根據規範，台南市南區地震歷時之 PGA 需正規至 $0.28g = 280gal$ ，圖 5-4 是為三地震正規後加速度歷時圖
2. 將放大後之三筆地震歷時分別繪其阻尼比 5% 之加速度反應譜，如圖 5-3 所示；再將此三條反應譜曲線作平均，得一由三條反應譜曲線所平均而來的合成反應譜曲線，將其與台南市南區設計加速度反應譜繪於圖 5-6。

範例二

以台北市大安區為案例，根據中央氣象局提供災害地震之地震加速度歷時，取同上一範例之三個災害地震，取幸安國小測站(北緯 25.04°，東經 121.53°)資料，三地震資料詳列如表 5-3；根據規範【24】，台北市大安區各水平譜加速度係數列於表 5-4。製作此地區三地震之合成加速度反應譜。

作法說明：

1. 如前一範例之計算步驟，圖 5-7 為三地震原始地表加速度歷時圖，圖 5-6 為三地震正規後加速度歷時圖，值得注意的是，台北盆地依據規範地震歷時之 PGA 需正規至 $0.24g = 240gal$ 。
2. 圖 5-7 為三筆地震歷時之阻尼比 5% 加速度反應譜，圖 5-10 為三條反應譜曲線所平均而來的合成反應譜曲線，將其與台北市大安區設計加速度反應譜繪於同一張圖。

合成加速度反應譜結論

由圖 5-6 與圖 5-10 可發現，各 GPA 已正規至規範所訂定之獨立地震其加速度反應譜彼此之間關連性與相似性並不顯著，意即若分開來看這些加速度反應譜之變化趨勢可發現其並不代表任何意義；但是，若將每一地區之三個加速度反應譜曲線作最簡單的取平均所得之合成加速度反應譜，與設計加加速度反應譜比較，即可發現合成加速度反應譜之變化趨勢與設計加速度反應譜之變化趨勢大致相同，可以圖 5-7 與圖 5-11 說明，如：

1. 較短週期區間內 $T \leq 0.2T_0^D$ ，其中 T 為結構週期，合成加速度反應譜與設計加速度反應譜之走勢均為類似線性爬升，若只就單一加速度反應譜來看，以爬升段之走勢來看，三反應譜彼此差異極大。
2. 短週期區間內 $0.2T_0^D \leq T \leq T_0^D$ ，於設計加速度反應譜顯示此為一段持平區接著進入下滑區，以合成加速度反應譜而言，其持平階段之反應譜值也許並不是那麼吻合，有時超過有時卻又低於規範值，但其進入平滑區之時間點卻大致相符，意即對合成加速度反應譜而言，此段所佔區間大致與設計反應譜雷同；反

之，若只就單一加速度反應譜來看，可發現此段區間不是明顯太短就是明顯太長。

3. 中週期區間內 $T_0^D \leq T \leq 2.5T_0^D$ ，此段區間於設計加速度反應譜中是為一段向下平滑曲線，而平均後之合成加速度反應譜在此區間內亦是呈現向下平滑趨勢，並不會如單一反應譜般過早或過晚下滑之情形發生。
4. 長週期區間內 $2.5T_0^D \leq T$ ，此段於大部分地震加速度反應譜中均為持續平滑，最後趨近於一極小值，而規範在此段中定義了一常數 $0.4S_{DS}$ ，此規範精神即為定義一保守值以利設計與應用，也因此我們的合成加速度反應譜在此段內便有較顯著的與設計加速度反應譜之差異。



5-3 範例介紹

簡化反應譜法應用於真實的計算流程，以於 5-2 節中有詳載其步驟，如今真實分析案例，視其結果再進行討論。

範例一

以本文第四章範例之三層樓結構為模型，如圖(4-7 左)，而各項參數亦如之前定義，主結構阻尼比為 5%，設備物為三種類。假設座落於台北市大安區，作兩種比較，分別為：一、簡化反應譜法應用於設計加速度反應譜值所估算之設備物最大反應與設計第震動力歷時分析結果比較。二、簡化反應譜法應用於合成反應譜值所估算之設備物最大反應與動力歷時分析結果比較。

作法說明：

1. 人造設計地震

1. 經過計算，台北盆地大安區設計地震歷時如圖 5-5 所示，而反應譜值則取加速度設計反應譜值。
2. 以台北市大安區為例，圖 5-5 粗線部分為為設計加速度反應譜曲線，取設備物週期為 0.2 秒且連接於頂樓時說明，此時合成加速度反應譜值為 0.52 g，經過簡化反應譜法估算設備物最大反應為受力 1.61 KN，最大加速度為 $16.1 \frac{m}{s^2}$ 。
3. 經過狀態空間解之歷時分析，圖 5-11 為設計地震歷時作用下之設備物加速度歷時，圖 5-12 為設計地震歷時作用下設備物受力歷時，可得最大加速度與受力反應分別為 $15.2 \frac{m}{s^2}$ 、1.52KN。

2. 合成反應譜法

1. 以台北市大安區為例，表 5-7 為擷取圖 5-9 中各需要週期時之加速度反應譜值，取設備物週期為 0.2 秒且連接於頂樓時說明，此時合成加速度反應譜值為 0.302 g，經過簡化反應譜法估算設備物最大反應為受力 1.29 KN，最大加速度為 $12.9 m/s^2$ 。
2. 經過狀態空間解之歷時分析，圖 5-14 為三地震歷時作用下之設備物加速度歷時，圖 5-15 為三地震歷時作用下之設備物受力歷時，再將此三個不同地震之最大值作平均可得平均最大加速度與受力反應為 $12.12 m/s^2$ 、1.21KN。

數據結果整理：

上述之作法為以兩種方法說明取一設備物週期 0.2 秒，台北市大安區為例，敘述了我們將其用於真實理論的使用方法，本段將把另外可變的參數，如：設備物週期與地點的不同，一併代入求解，整理數據，觀察此方法的趨勢與可行性。

表 5-11 為以台北市大安區為測試地點，當主結構第一振態週期為 0.4 秒，阻尼比為 5% 情況下，改變設備物週期，將設計地震歷時分析之狀態空間解與簡化加速度反應譜法應用於真實規範所計算結果顯示。而表 5-9 為同上述之模型下，將歷時分析之狀態空間解與簡化加速度反應譜法應用於合成加速度反應譜所計算結果顯示，表 5-10 為各獨立地震發生時歷時分析之狀態空間解與簡化加速度反應譜法之比較。

可發現不同設備物週期下，簡化反應譜法在兩種強況下所估算設備物最大反應與狀態空間解所計算之最大反應之比值均可大於 1，且不至於過份高估，如此即可運用於設計，因工程上最忌諱低估反應，或過份高估導致經濟上的損失。

範例二

同第四章範例一之計算方法，加以考慮了不同主結構模型，取一 8 層樓，如圖 5-13(a)與 13 層樓結構，如圖 5-13(b)所示，而主結構各項參數於表 5-12、表 5-13 詳列，主結構阻尼比為 5%，設備物為三種類。假設其座落於台北市大安區，作兩種比較，分別為：一、簡化反應譜法應用於設計加速度反應譜值所估算之設備物最大反應與設計地震動力歷時分析結果比較。二、簡化反應譜法應用於合成反應譜值所估算之設備物最大反應與動力歷時分析結果比較。

數據結果整理：

表 5-14 為 8 層樓結構於台北地區之合成反應譜分析數據，表 5-15 則為分別計算各獨立地震加速度歷時與反應譜之比較分析數據，表 5-17 為設計地震歷時分析之狀態空間解與簡化加速度反應譜法應用於真實規範所計算結果；而表 5-17 則為 13 層樓結構於台北之合成反應譜分析數據，表 5-18 則為分別計算各獨立地震加速度歷時與反應譜之比較分析數據，最後，表 5-19 則為設計地震歷時分析之狀態空間解與簡化加速度反應譜法應用於真實規範所計算結果。其中本文因考慮設備物均為極剛體聯接，故假設其自然振動週期極小，設備物週期也因此在各種主結構模型下均分別為 0.1 秒、0.2 秒與 0.39 秒；檢視這六個整理表中的簡化反應譜估算法與動力歷時分析狀態空間解之比值，可發現以設計地震分析、各獨立地震分析與合成求解此三種分析中，每組比值均大於 1，從第一個角度來看，若以此做設計依據，將不會有低估反應以產生破壞或強度不足的疑慮，於工程設計上，此項要素是須要先被考量的；從第二個角度著眼，這些比值不若前一範例三層樓結構來得準確，也就是高估的現象較為明顯，大概可高估至 1.5~2.0 倍，只有某一特殊例子將高估至 2.6 倍，但若仔細分析合成系統型

態，可發現當主結構第一振態週期與設備物第一振態週期相差越多時，此高估現象更為顯著，這是因為當兩者週期差距越大時，理論上設備物反應自然越小，因此整體來看三層樓、八層樓與十三層樓結構，單就設備物週期為 0.1 秒時，三層樓結構週期 0.4 秒時，明顯比起其它兩結構較為準確，而十三層樓結構週期 2.00 秒時，其結果也明顯較為高估；微觀來看亦可發現，八層與十三層樓之設計地震分析結果與另外兩種分析比較下又較為準確，設計地震的製作依據是為設計加速度反應譜，因此若其結果是較為準確的，便為我們所樂見的結果；雖然當主結構第一振態週期與設備物第一振態週期相差越多時，設備物反應越小，會造成較為高估，但就設計與規範角度觀點而言，估算反應並不是要準確計算真實反應，而是可以訂立一通則，寧願在反應小的時候可較為高估反應，也不希望真正在共振時，如三層樓結構週期 0.4 秒搭配設備物週期 0.39 秒時之合成系統，發生低估的現象，導致破壞；故在這個階段我們可視此方法是為可行的。



5-4 小結

本文前章，第四章，在計算當合成系統受震時可適當地估算設備物反應，但就誠如本章概述所言，若能將此法推廣至可用以設計，對往後工程界使用上將會有幫助。本章所使用的反應譜有兩種，其一：以規範設計加速度反應譜逆向積分成為地表加速度歷時，但過程中需加入一些最基本的問題，如：積分過程中加入自行假設條件與修正，過濾低頻數值、基線修正理論及修正誤差常數，如此可能會有失真的情況發生，但此過程是為必要的；其二：我們以不同地震所對應之反應譜探討各地震所造成之不同反應，視在各種地震作用下此估算法是否依然可行。

雖然由圖 5-6 與 5-10 可發現，合成反應譜曲線與規範設計加速度反應譜再數值上有不少誤差，但就本章想法而言，我們並不是要創造一條與其相符之加速度反應譜，而是要以這些曾經發生過的災害地震，以極為簡單的統計方式將之考慮其中；在本章的方法中，將三個不同災害地震各自最大反應作算術平均，因不同的地震有太多已知或未知的影響因素參雜其中，所以這樣的作算術平均自然能簡單的將這些已知或未知的影響因素考慮於內，再者本文是取最大反應，若這些特殊災害地震之最大反應均可適當估算，不過分高估與低估，那於當地其他類似地震或一般地震自然能繼續適當估算提供設計之用。

最後，綜觀本章所有數據分析，不管是改變主結構或設備物週期，可由簡化反應譜法所估算設備物最大反應與狀態空間解所計算之最大反應之比值了解此方法之可行性相當的高，且此方法之計算過程極為簡便，不需加入任何分析，只需考量一些簡單的參數，如：主結構、設備物各自振動週期，質量、重量、聯接點位置，最後再經過簡單的通式計算即可求得設備物最大反應；由此可知此簡化反應譜方法在應用上實為相當簡便。

第六章 結論與展望

6-1 結論

一般結構系統動力歷時分析時，由於實際建築物內阻尼係數求取較為困難，因此通常會採用比例阻尼或無阻尼系統來代替非比例阻尼系統來求解其振態特性，然後再透過振態分析即可解得每個振態的動力歷時反應，或是經由查詢反應譜值並利用振態疊加法則，一般常用的法則為 SRSS 法與 CQC 法，來估算系統的全反應。但實際上非比例阻尼合成系統，其動力反應值乃受制於振態向量中所含之複數項元素，複數項元素將會導致振態位移因向角改變而影響位移反應。考慮複數振態特性的求解方法，通常需要運用數值方法來解系統反應，例如：狀態空間法或 Newmark's 直接積分法等。雖然數值方法對於現今高科技時代的電腦技術而言，已不需要耗費大量的運算時間，但採用複數振態疊加法將可讓工程師們更瞭解振態特性對於動力反應之影響為何，且對於系統反應亦能有更準確的估算。

一般的反應譜法求解設備物最大反應是由如上述之振態疊加法計算，此法根據繪製好的加速度反應譜圖，查詢合成系統每一振態週期或頻率所對應之反應譜值，即可疊加求解出設備物受地震作用後之動力反應。

本文參考了 Roberto Villaverde 方法提出了求解合成系統動力反應之簡化分析法，其原始理論亦為利用複數振態的疊加原理，但作者再加入了一些假設條件將原始振態疊加法更簡化為毋需透過合成系統的複數振態分析，只需透過主結構與設備物各自獨立實數振態分析所得之振態向量，再搭配各自動力參數，如：振態週期、阻尼比以及設備物與主結構聯接點系數便可更簡單的求得設備物之反應，當然如此之估算方法假設了一些條

件，在估算反應上誤差自然會比較明顯，但本文的精神即為以更為簡便且不需透過複數振態分析的方法來估算反應，即使其估算結果有大於以往的誤差存在，但於設計者的觀點而言，若誤差範圍尚能接受且不低估，在使用上即可便利許多。舉例來說：在以往複數振態疊加法中，當設備物因聯接點位置的改變或阻尼比的變化，必須重新進行系統之合成，也就是需重新計算各振態值與振態週期，但新的方法使用上，當設備物聯接點位置與阻尼比改變後，並不需再進行系統之合成，因為誠如前段所言，在估算上只需知道主結構與設備物各自獨立振態週期、阻尼比以及設備物與主結構聯接點系數，如此簡化了許多步驟，亦可快速的求解在改變任何參數下之對應反應，以作工程上的判斷評估。

最後，本文又提出了一個可應用於台灣地區耐震規範的方法，利用幾次的災害地震資料合成繪製出可與設計加速度反應譜類似的反應譜曲線，將幾次災害地震所造成之最大反應平均，再比較以合成反應譜值所估算結果，發現誤差雖然存在但完全不會有低估的現象發生，即表示在幾次的災害地震之下此估算反應視為合理，若往後能直接利用設計加速度反應譜值來估算，則可在類似施工前瞭解此設備物可能之最大反應，再進行設備物與樓板之錨碇連接設計。

6-2 展望

本文之簡化反應譜法於假設條件上是為主結構與設備物之勁度呈線性狀態，也因此並未探討當主結構或設備物是為非線性狀態下的反應，因此往後對於該法可再深入探討與研究。一般重要設備物置放於主結構中，有時會有多個設備物聯接於不同層樓的情況發生，本文只探討了一個情況，即單一設備物聯接於各層樓時之反應，於往後的研究中，朝此方向進行會是一個不錯的選擇。

參 考 文 獻

- 【1】龍應騰 “協調與動力互制下設備物反應值的理論推導與實驗分析”
國立台灣大學土木工程學研究所博士論文，田堯彰&高建彰教授指
導,民國 81 年 1 月
- 【2】T. Igusa & A. Der Kiureghian “Generation of Floor Response Spectra
Including Oscillator-Structure Interaction” Earthquake Engineering and
Structural Dynamics, Vol. 13, 1985, pp. 661-676.
- 【3】J. Penzien and A.K. Chopra.” Earthquake Response of Appendage On
Multi-Story Building”, Proceedings of The Third World Conference On
Earthquake Engineering, Vol. 2, 1965, pp. 476-490.
- 【4】J. M. Kelly & J. L. Sackman “Response Spectra Design Methods For
Tuned Equipment-Structure System” Journal of Sound and Vibration, 59
(2) , 1978, pp. 171-179.
- 【5】J. L Sackman, A. Der Kiureghian & Bahram Nour-Omid ”Dynamic
Analysis of Light Equipment In Structures : Modal Properties of The
Combined System” Journal of Engineering Mechanics, Asce, Vol. 109,
No. 1, 1983, pp. 73-89.
- 【6】T. J. Ingham & J. L. Sackman ”Some Methods for The Analysis of
Equipment-Structure Interaction” Earthquake Engineering and
Structural Dynamics, Vol. 12, 1984, pp. 583-601.
- 【7】T. Igusa & A. Der Kiureghian ”Dynamic Characterization of Two Degree
of Freedom Equipment-Structure System” Journal of Engineering
Mechanics, ASCE, Vol. 111, No. 1, 1985, pp. 1-19.
- 【8】T. Igusa & A. Der Kiureghian ”Dynamic Response of Multiply Supported
Secondary System” Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 111,
No. 1, 1985, pp. 20-41.
- 【9】R. Villaaverde “Approximate formulas to calculate the seismic response
of light attachments to buildings” Nuclear Engineering and Design

1991 ; 128(3) : pp.349-368.

- 【10】 R. Villaaverde “Simple method to estimate the seismic nonlinear response of nonstructural components in buildings” Engineering Structure Vol.28, 2006, pp.1209-1221.
- 【11】 龍應騰 “結構內設備之動力反應分析” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 76 年 6 月
- 【12】 周永富 “反應譜在設備動力分析的應用” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 79 年 6 月
- 【13】 賴維正 “考慮設備物扭態的動力反應分析” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 82 年 6 月
- 【14】 吳宗翰 “考慮偏心的設備物動力反應分析” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 88 年 6 月
- 【15】 陳柏愷 “考慮基底隔震的設備物動力反應分析” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 94 年 6 月
- 【16】 陳信童 “以反應譜法分析隔震建物內之次結構的動力反應” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 95 年 6 月
- 【17】 謝煥昇 “以反應譜法分析含黏彈性阻尼器結構內之設備物的動力反應” 國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，田堯彰教授指導，民國 96 年 6 月
- 【18】 A..Saudy , T. Aziz & A.Ghobarah “A Stochastic Analysis for Multiple Supported MDOF Secondary Systems” Transactions of the ASME Vol.117,MAY 1995
- 【19】 Ricardo A. Medina^a, Ragunath Sankaranarayanan^a,&Kevin M. Kingston^b “Floor response spectra for light components mounted on regular moment-resisting frame structures” Engineering Structures Vol.28,2006, 1927–1940
- 【20】 Luis E. Suarez, & Mahendra P. Singh “Seismic Response of SDF

Equipment-Structure System” Journal of Engineering
Mechanics, Vol.113, No.1, 1987

- 【21】 R. Villaaverde, “Earthquake response of systems with nonproportional damping by the conventiona response spectrum method.” P.roc.7th
World Conf. Earthq. Eng. Istanbul, Turkey, Vol.5, 1980, pp.467-474
- 【22】 R. Villaaverde, “Rosenblueth’ s Modal Combination Rule for Systems with Non-Classical Damping” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 16, 1988, pp. 315-328.
- 【23】 R. Villaaverde, & N.M.Newmark, “Seismic response of light attachments to buildings” SRS No.469, University of Illinois, 1980
- 【24】 陳清泉 “建築結構設計原理” 財團法人台灣營建研究院



表 4-1 三層樓主結構參數

樓層	樓層質量 (ton)	主結構第一振態 週期 (sec)	阻尼比
1	8.01		5%
2	8.01	0.40	3%
3	7.80		2%

表 4-2 設備物參數

質量 (ton)	勁度 (KN/m)	週期 (sec)	阻尼比
	394.78	0.1	
0.1	98.7	0.2	0%
	25.96	0.39	

表 4-3 $\xi_{p1} = 5\%$ ，el-centro 地震作用下歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	5%加速度反應譜值 $(9.81m/s^2)$	5%, 0.4sec 加速度反應譜值 $(9.81m/s^2)$	加速度反應譜平均值 $(9.81m/s^2)$	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
0.1	0.615	0.620	0.618	1.544	1.31	1.18
0.2	0.668	0.620	0.644	1.85	1.79	1.03
0.39	0.648	0.620	0.634	7.43	6.81	1.09

表 4-4 $\xi_{p1} = 3\%$ ，el-centro 地震作用下歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	3%加速度反應譜值 $(9.81m/s^2)$	3%, 0.4sec 加速度反應譜值 $(9.81m/s^2)$	加速度反應譜平均值 $(9.81m/s^2)$	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
0.1	0.766	0.736	0.751	1.88	1.60	1.18
0.2	0.799	0.736	0.768	2.21	2.03	1.09
0.39	0.796	0.736	0.766	7.89	7.69	1.03

表 4-5 $\xi_{p1} = 2\%$ ，el-centro 地震作用下歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	2%加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	2%, 0.4sec 加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	加速度反應譜平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
0.1	0.889	0.832	0.861	2.19	1.80	1.22
0.2	0.933	0.832	0.883	2.55	2.19	1.16
0.39	0.909	0.832	0.871	9.06	8.55	1.06

表 4-6 $\xi_{p1} = 5\%$ ， $T_s = 0.39\text{sec}$ ，el-centro 地震作用下，改變設備物連接樓層，歷時分析與反應譜法之比較

設備物連接樓層	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
3F	7.43	6.81	1.09
2F	7.00	6.43	1.09
1F	4.25	3.84	1.11

表 4-7 $\xi_{p1} = 3\%$, $T_s = 0.39\text{sec}$, el-centro 地震作用下，改變設備物聯
接樓層，歷時分析與反應譜法之比較

設備物 連接樓層	簡化反應譜法計算 設備物所受最大側 力(KN)	設備物所受最大側 力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/ 狀態空間解
3F	7.73	7.691	1.01
2F	7.41	7.312	1.01
1F	6.12	5.009	1.22

表 4-8 $\xi_{p1} = 2\%$, $T_s = 0.39\text{sec}$, el-centro 地震作用下，改變設備物聯
接樓層，歷時分析與反應譜法之比較

設備物 連接樓層	簡化反應譜法計算 設備物所受最大側 力(KN)	設備物所受最大側 力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/ 狀態空間解
3F	8.84	8.72	1.11
2F	8.78	8.54	1.03
1F	6.96	5.95	1.17

表 5-1 台南地區三災害地震資訊

地震發生時間	地震簡稱	測站編號	最大震幅範圍 (gail)
			東西向
1999.09.21	921 地震	chy069	43.3~-39.3
1999.10.22	1022 地震	chy069	78.18~-58.44
2002.03.31	331 地震	chy069	5.503~6.70

表 5-2 短週期結構之工址放大係數 F_a (線性內插求值)

地盤分類	震區短週期水平譜加速度係數 S_s (S_s^D 或 S_s^M)				
	$S_s \leq 0.5$	$S_s = 0.6$	$S_s = 0.7$	$S_s = 0.8$	$S_s \geq 0.9$
第一類地盤	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
第二類地盤	1.1	1.1	1.0	1.0	1.0
第三類地盤	1.2	1.2	1.1	1.0	1.0

表 5-3 短週期結構之工址放大係數 F_v (線性內插求值)

地盤分類	震區一秒週期水平譜加速度係數 S_1 (S_1^D 或 S_1^M)				
	$S_1 \leq 0.30$	$S_1 = 0.35$	$S_1 = 0.40$	$S_1 = 0.45$	$S_1 \geq 0.5$
第一類地盤	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
第二類地盤	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1
第三類地盤	1.8	1.7	1.6	1.5	1.4

表 5-4 一般工址短週期與一秒週期之設計水平譜加速度係數 S_s^D 與 S_1^D ，及工址短週期與一秒週期之最大考量水平譜加速度係數 S_s^M 與 S_1^M

縣市	鄉鎮 市區	S_s^D	S_1^D	S_s^M	S_1^M	臨近之斷層
台南市	東區	0.7	0.4	0.9	0.5	無
	南區	0.7	0.4	0.9	0.5	無
	西區	0.7	0.4	0.9	0.5	無
	北區	0.7	0.4	0.9	0.5	無
	中區	0.7	0.4	0.9	0.5	無
	安南區	0.7	0.4	0.9	0.55	新化斷層
	安平區	0.7	0.4	0.9	0.5	無

表 5-5 台北地區三災害地震資訊

地震發生時間	地震簡稱	測站編號	最大震幅範圍 (gail)
			東西向
1999.09.21	921 地震	TAP020	57.00~-59.76
1999.10.22	1022 地震	TAP020	4.187~-4.01
2002.03.31	331 地震	TAP020	126.21~-77.00

表 5-6 台北盆地各微分區，工址短週期設計水平譜加速度係數 S_{DS} 、
工址短週期最大考量水平譜加速度係數 S_{MS} 以及反應譜短週
期與鐘週期分界之轉角週期 T_0^D 與 T_0^M

微分區	S_{DS}	S_{MS}	T_0^D 與 T_0^M (秒)
台北一區	0.6	0.8	1.60
台北二區	0.6	0.8	1.30
台北三區	0.6	0.8	1.05
台北四區	0.6	0.8	0.85

表 5-7 台北盆地大安區各特殊週期災害地震之加速度反應譜值

週期 (sec)	譜加速度值 ($g = 9.81m/s^2$)			合成加速度反 應譜值
	921 地震	1022 地震	331 地震	($g = 9.81m/s^2$)
0.1	0.259	0.415	0.161	0.278
0.2	0.276	0.419	0.241	0.312
0.39	0.424	0.903	0.327	0.551
0.4	0.427	0.94	0.319	0.562
1.08	1.04	0.872	0.601	0.838
2.00	0.327	0.338	0.313	0.326

表 5-8 主結構 3 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	5%設計加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	5%, 0.4sec 合成加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	合成加速度反應譜平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
0.1	0.288	0.586	0.437	1.23	1.03	1.19
0.2	0.302	0.586	0.444	1.29	1.21	1.07
0.39	0.555	0.586	0.571	5.97	4.76	1.25

表 5-9 主結構 3 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與各獨立地震反應譜法之比較

作用地震	設備物週期 (sec)	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
921 地震	0.1	0.71	1.02	1.44
	0.2	1.04	1.17	1.13
	0.3	3.77	5.51	1.46
1022 地震	0.1	1.49	1.51	1.01
	0.2	1.74	1.77	1.02
	0.3	8.15	8.63	1.06
331 地震	0.1	0.55	0.79	1.44
	0.2	0.84	0.96	1.14
	0.3	2.33	3.78	1.62

表 5-10 主結構 3 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，設計地震歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	5%設計加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	5%, 0.4sec 合成加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	合成加速度反應譜平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
0.1	0.378	0.60	0.489	1.23	1.03	1.19
0.2	0.520	0.60	0.560	1.61	1.52	1.06
0.39	0.60	0.60	0.60	6.24	6.16	1.02

表 5-11 8 層樓結構，樓層勁度、質量各項參數

樓層	樓層質量 (ton)	樓層勁度 (kN/m)	第一振態週期 (sec)	阻尼比
1	20	15200		
2	20	32376		
3~4	20	23514	1.08	5%
5~6	20	16492		
7~8	20	11020		

表 5-12 13 層樓結構，樓層勁度、質量各項參數

樓層	樓層質量 (ton)	樓層勁度 (kN/m)	第一振態週期 (sec)	阻尼比
1	83.59	1.66×10^4	2.00	5%
2~12	83.57	1.25×10^5		

表 5-13 主結構 8 層樓， $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	5%合成加 速度反應 譜值 ($9.81m/s^2$)	5%， 1.08sec 合 成加速度 反應譜值 ($9.81m/s^2$)	合成加 速度反應 譜 平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜 法計算設備 物所受最大 側力 (KN)	設備物所受 最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應 譜法/狀態 空間解
0.1	0.288	0.746	0.517	1.24	0.85	146
0.2	0.302	0.746	0.524	1.18	0.98	1.20
0.39	0.555	0.746	0.651	1.82	1.41	1.29

表 5-14 主結構 8 層樓、 $\xi_{pl} = 5\%$ ，歷時分析與各獨立地震反應譜法

之比較

作用地震	設備物週期 (sec)	簡化反應譜 法計算設備 物所受最大 側力 (KN)	設備物所受 最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜 法/狀態空間 解
921 地震	0.1	1.59	1.09	1.46
	0.2	1.62	1.14	1.42
	0.3	2.13	1.39	1.53
1022 地震	0.1	1.5	0.87	1.72
	0.2	1.54	1.06	1.45
	0.3	2.24	2.07	1.08
331 地震	0.1	1.05	0.61	1.72
	0.2	1.11	0.75	1.48
	0.3	1.31	0.76	1.72

表 5-15 主結構 8 層樓、 $\xi_{pl} = 5\%$ ，設計地震歷時分析與反應譜法之

比較

設備 物 週期 (sec)	5%設計加 速度反應 譜值 ($9.81m/s^2$)	5%， 1.08sec 合 成加速度 反應譜值 ($9.81m/s^2$)	合成加速 度反應譜 平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜 法計算設備 物所受最大 側力 (KN)	設備物所受 最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應 譜法/狀 態空間解
0.1	0.378	0.60	0.289	1.31	0.83	1.58
0.2	0.520	0.60	0.560	1.52	0.97	1.57
0.39	0.60	0.60	0.60	1.75	1.16	1.51

表 5-16 主結構 13 層樓， $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與反應譜法之比較

設備物週期 (sec)	5%合成加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	5%， 2.00sec 合成加速度反應譜值 ($9.81m/s^2$)	合成加速度反應譜平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
0.1	0.288	0.289	0.289	0.78	0.38	2.05
0.2	0.302	0.289	0.314	0.86	0.47	1.83
0.39	0.555	0.289	0.422	1.17	0.76	1.54

表 5-17 主結構 13 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，歷時分析與各獨立地震反應譜法之比較

作用地震	設備物週期 (sec)	簡化反應譜法計算設備物所受最大側力 (KN)	設備物所受最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應譜法/狀態空間解
921 地震	0.1	0.74	0.47	1.57
	0.2	0.75	0.55	1.36
	0.39	1.15	0.63	1.83
1022 地震	0.1	0.89	0.34	2.62
	0.2	0.90	0.45	2.00
	0.39	1.49	1.20	1.24
331 地震	0.1	0.71	0.34	2.09
	0.2	0.76	0.41	1.85
	0.39	0.88	0.44	2.00

表 5-18 主結構 13 層樓、 $\xi_{p1} = 5\%$ ，設計地震分析與反應譜法之比較

設備 物 週期 (sec)	5%設計加 速度反應 譜值 ($9.81m/s^2$)	5%， 2.00sec 合 成加速度 反應譜值 ($9.81m/s^2$)	合成加速 度反應譜 平均值 ($9.81m/s^2$)	簡化反應譜 法計算設備 物所受最大 側力 (KN)	設備物所受 最大側力 (KN) -狀態空間解	簡化反應 譜法/狀 態空間解
0.1	0.378	0.40	0.289	1.04	0.65	1.60
0.2	0.520	0.40	0.560	1.23	0.78	1.58
0.39	0.60	0.40	0.60	1.37	0.87	1.57



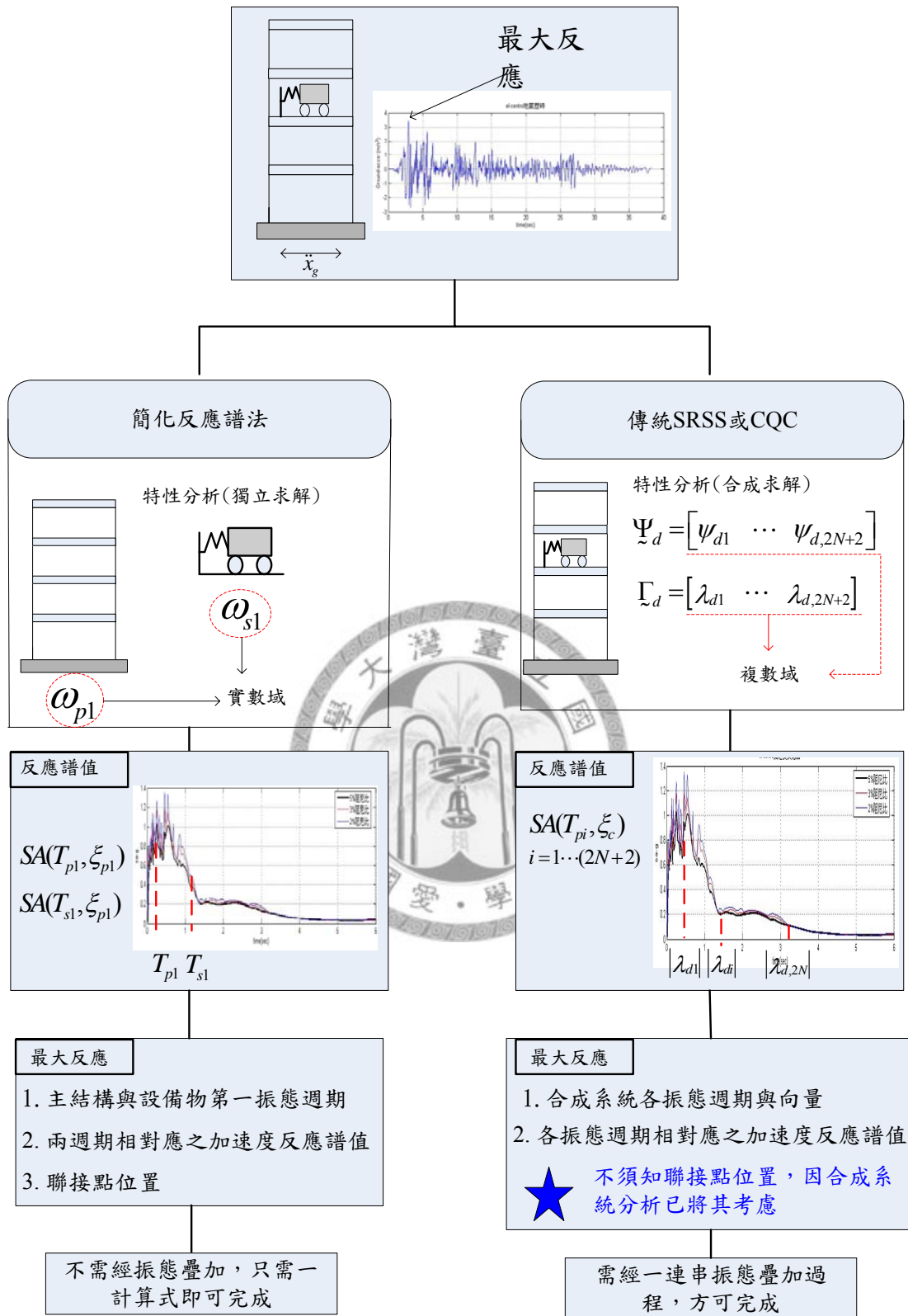


圖 1-1 簡化反應譜法與傳統振態疊加法之比較

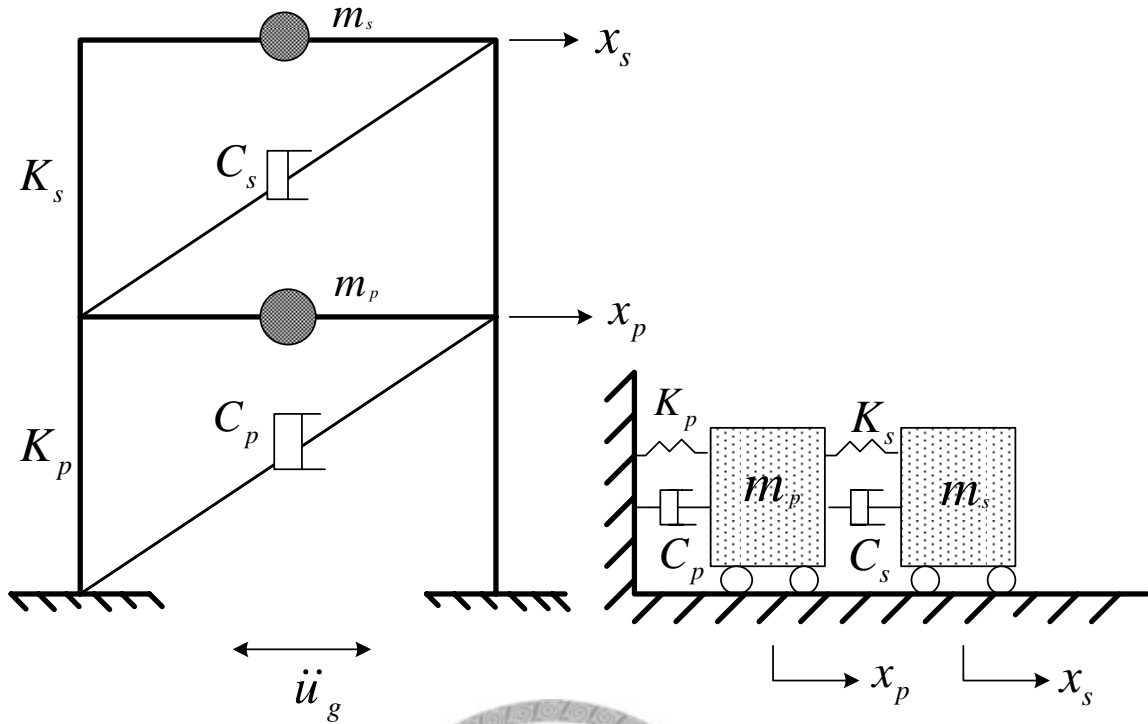


圖 2-1 二自由度合成系統示意圖

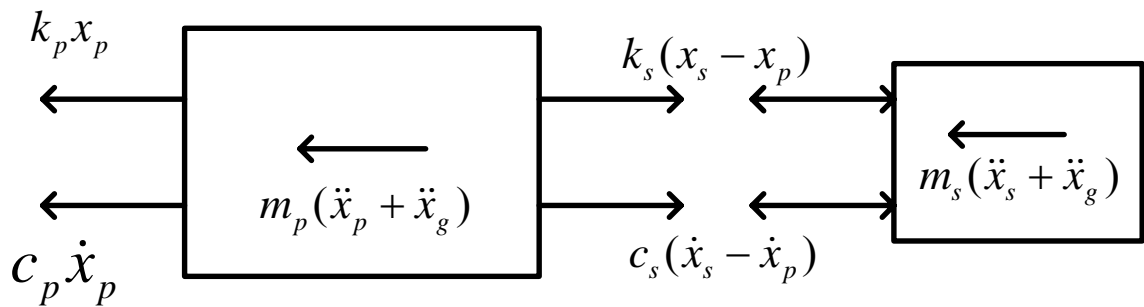


圖 2-2 二自由度合成系統力平衡圖

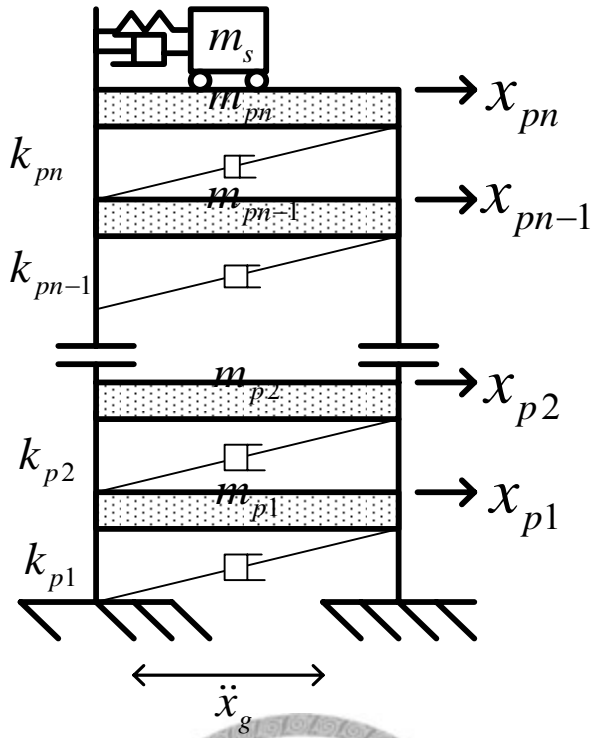


圖 2-3 主結構 n 自由度與設備物單自由度聯接系統示意圖

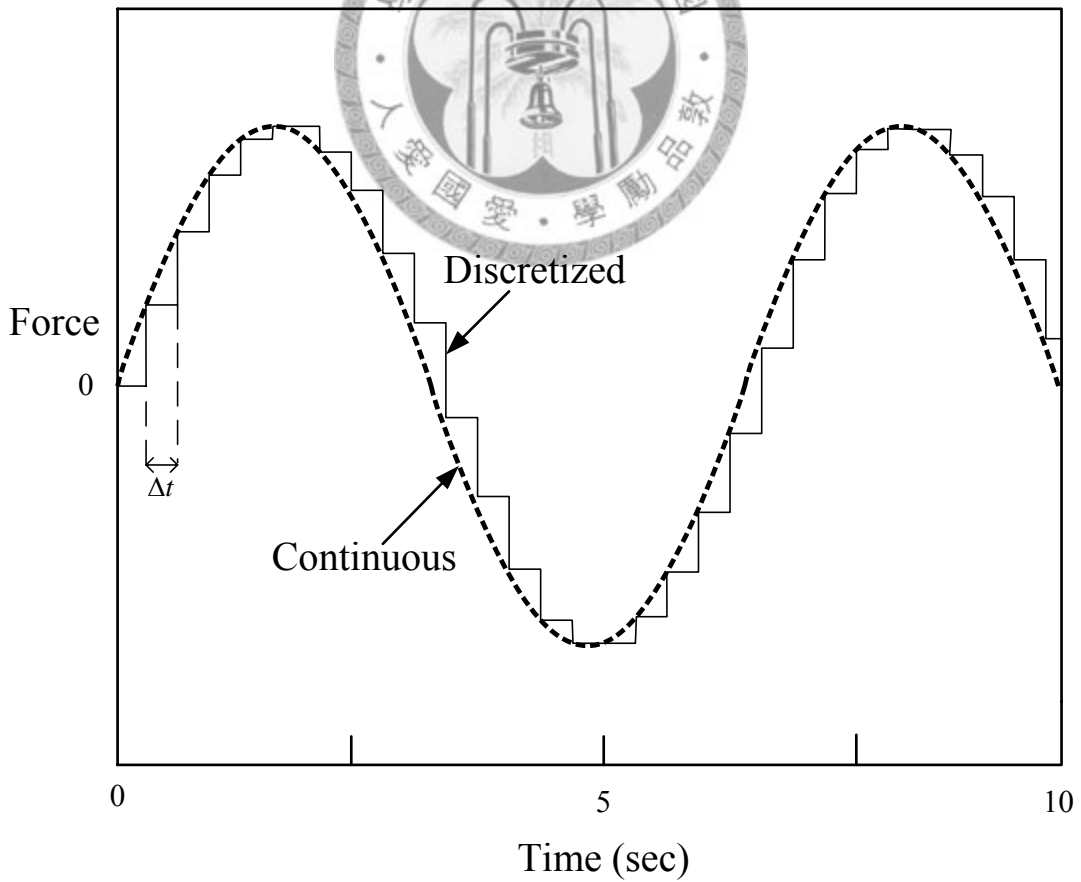


圖 2-4 離散時間與連續時間受力歷時圖比較

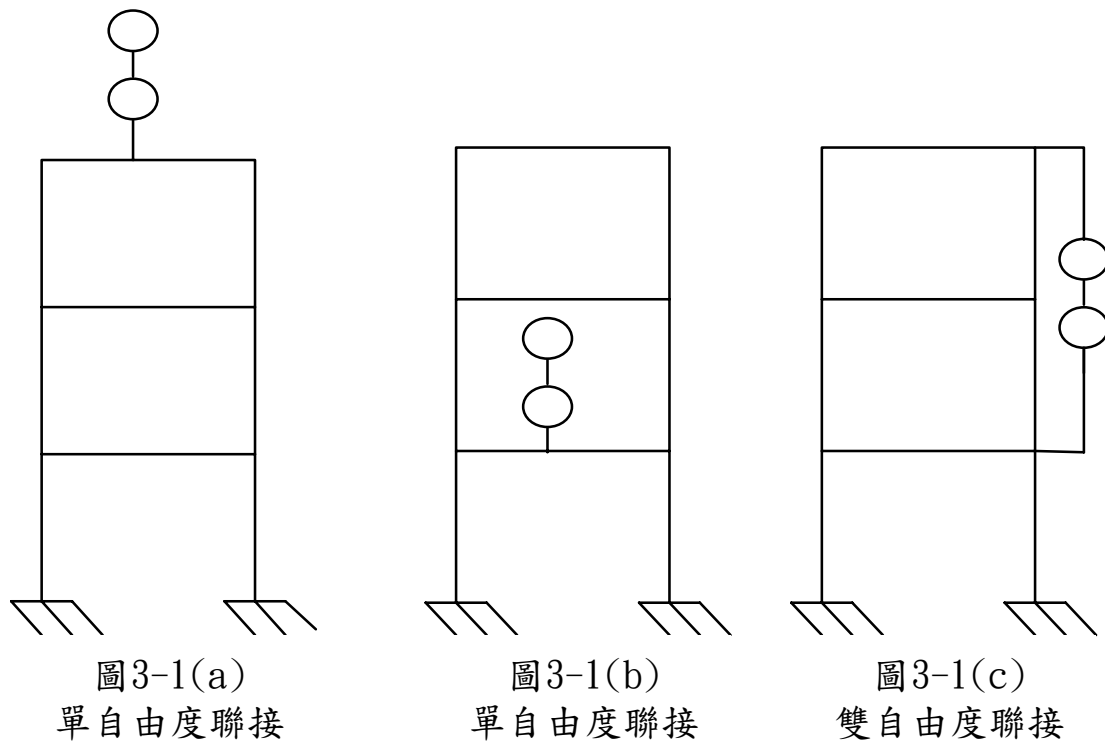


圖 3-1 多自由度合成系統示意圖，主結構與設備物均為多自由度

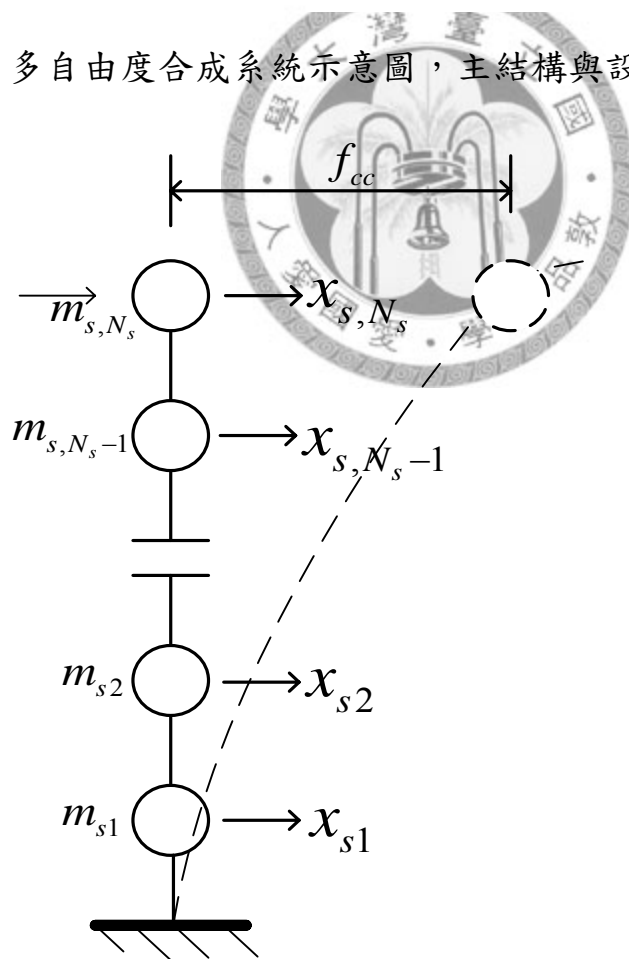


圖 3-2 係數 f_{cc} 示意圖

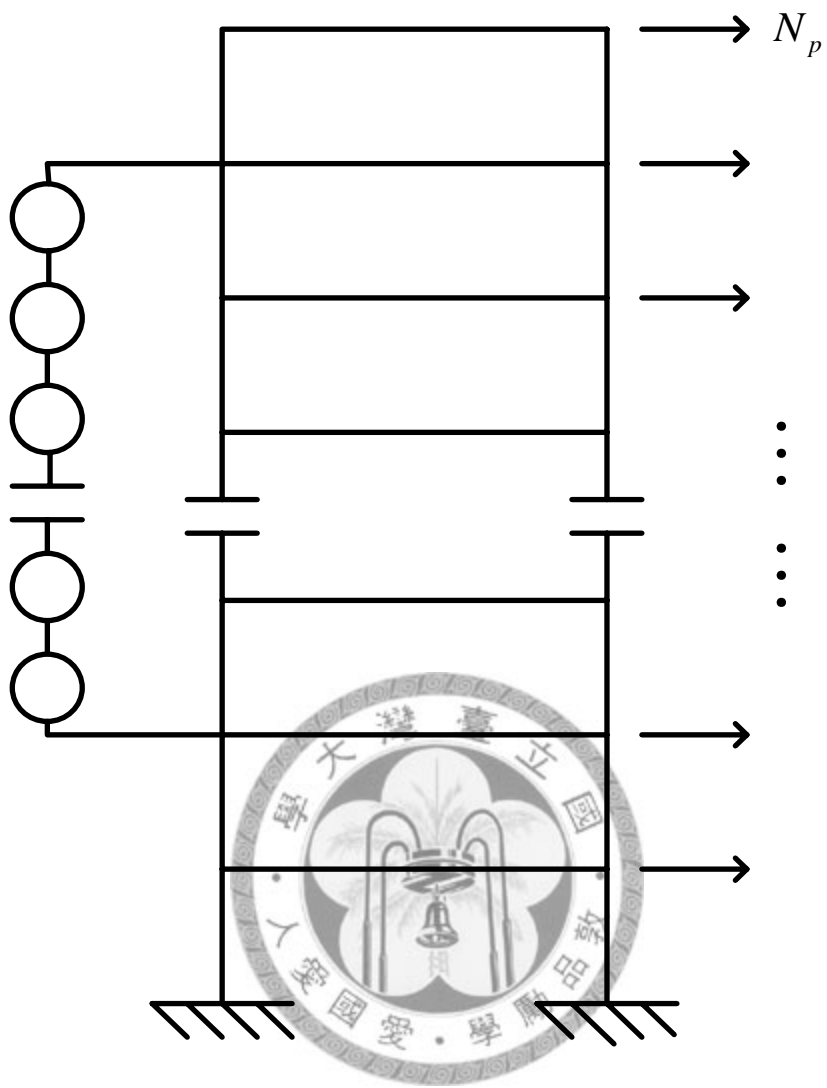
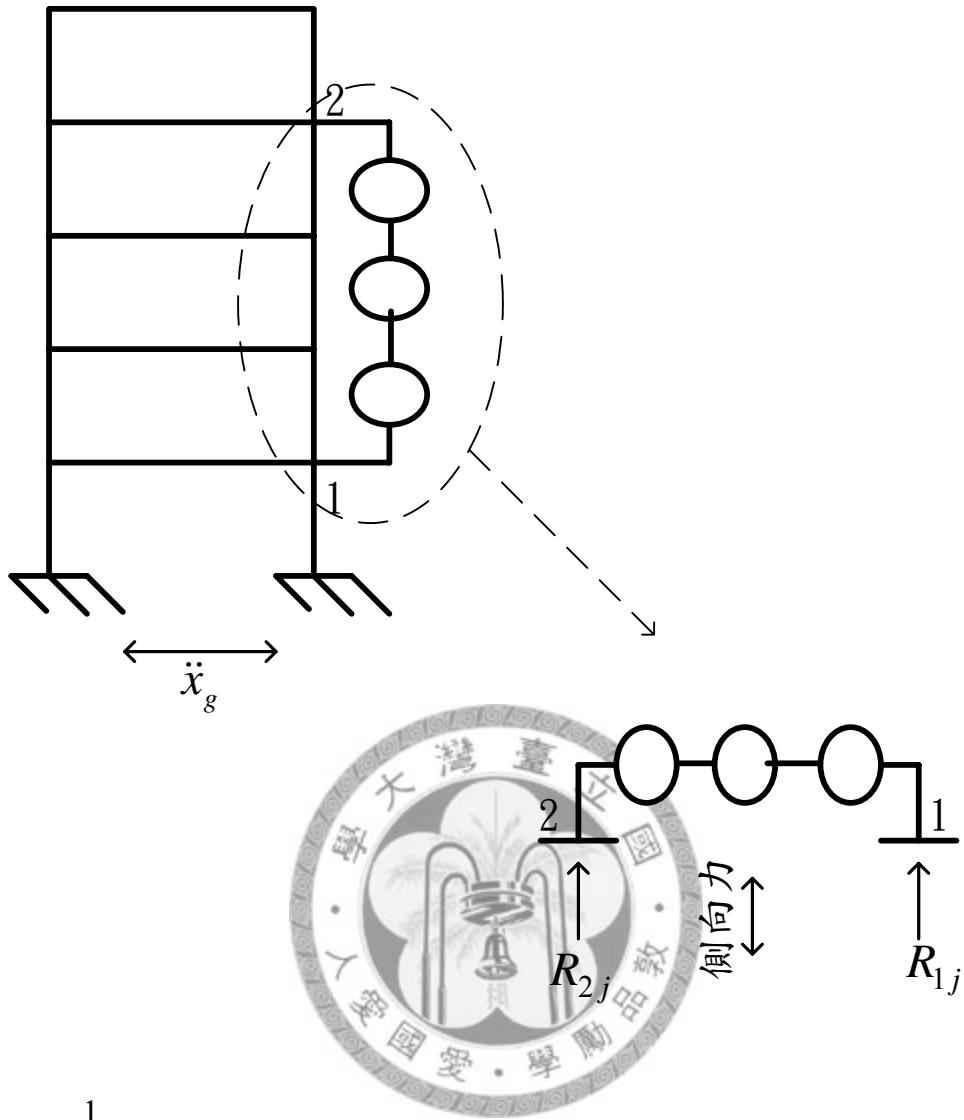


圖 4-1 合成系統連接自由度示意圖



$$\beta_j = \frac{1}{1 + R_{2j}/R_{1j}}$$

圖 4-2 參數 β_j 示意圖

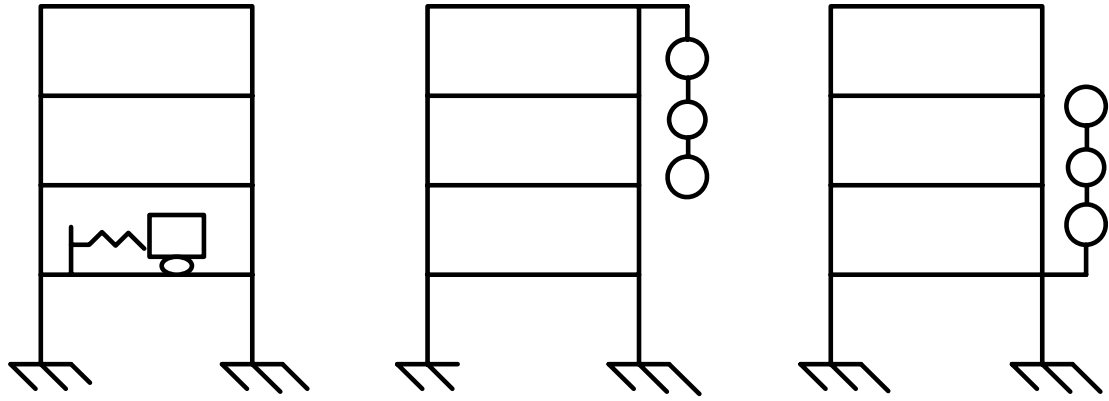


圖 4-3 設備物單自由度連接 $\beta_j=0$ 與 1

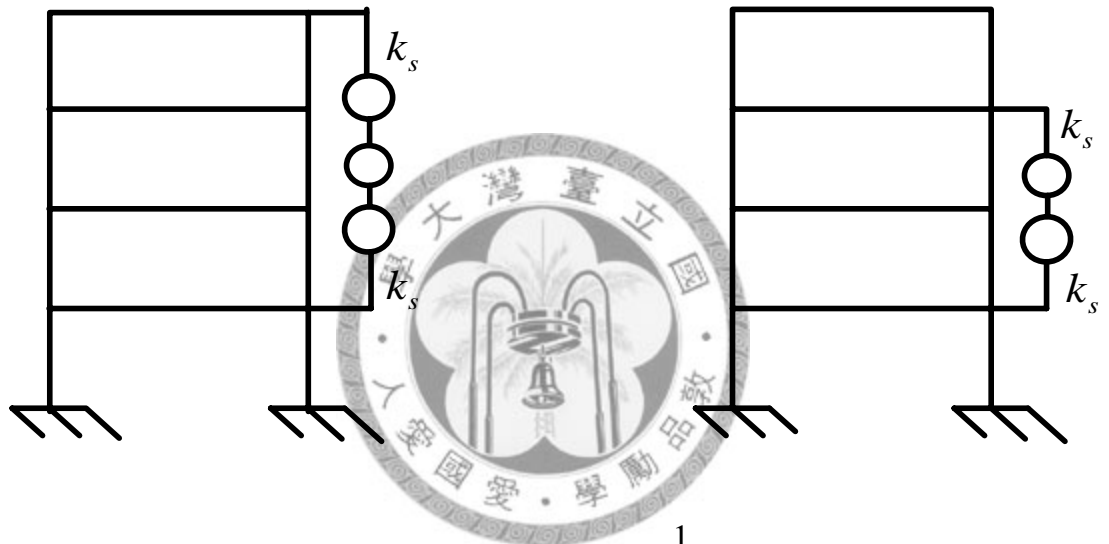


圖 4-4 設備物對稱且雙自由度連接 $\beta_j=\frac{1}{2}$

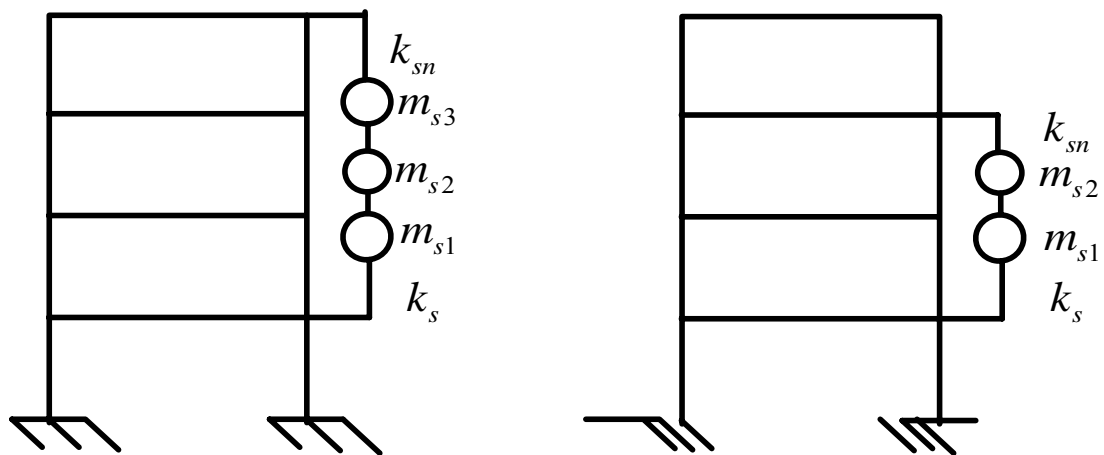


圖 4-5 設備物不對稱且雙自由度連接 $0 < \beta_j < 1$ 、 $\beta_j \neq \frac{1}{2}$

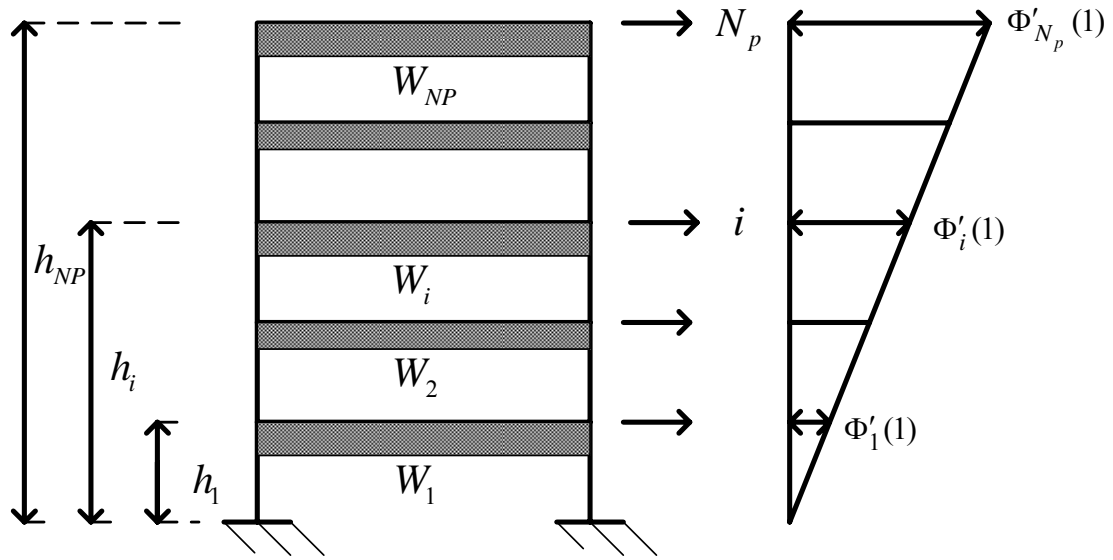


圖 4-6 主結構第一振態假設圖

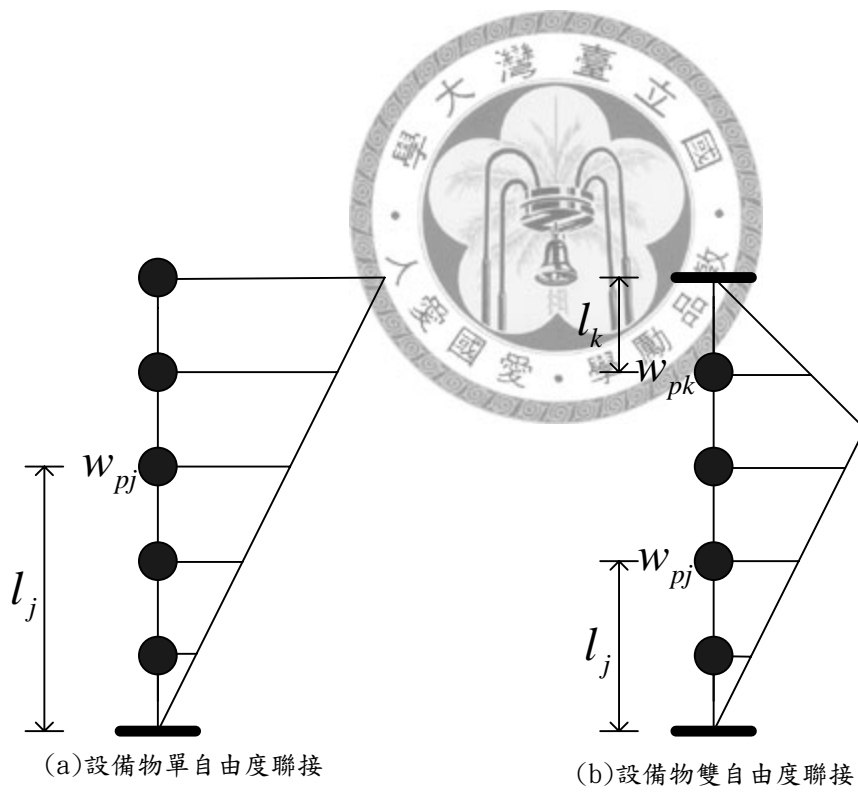


圖 4-7 設備物第一振態假設圖

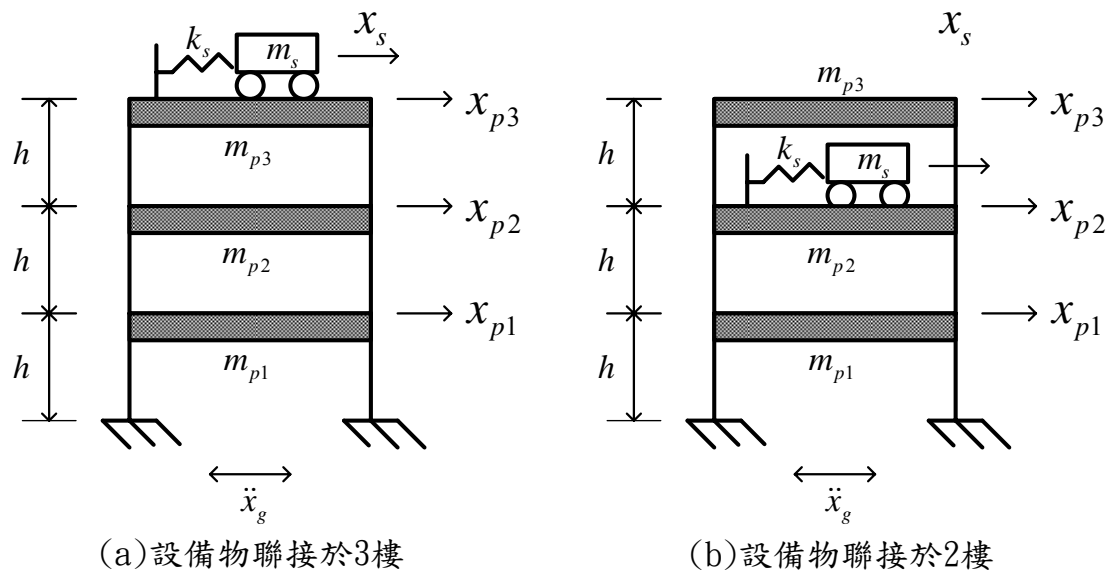


圖 4-8 範例一，合成系統示意圖

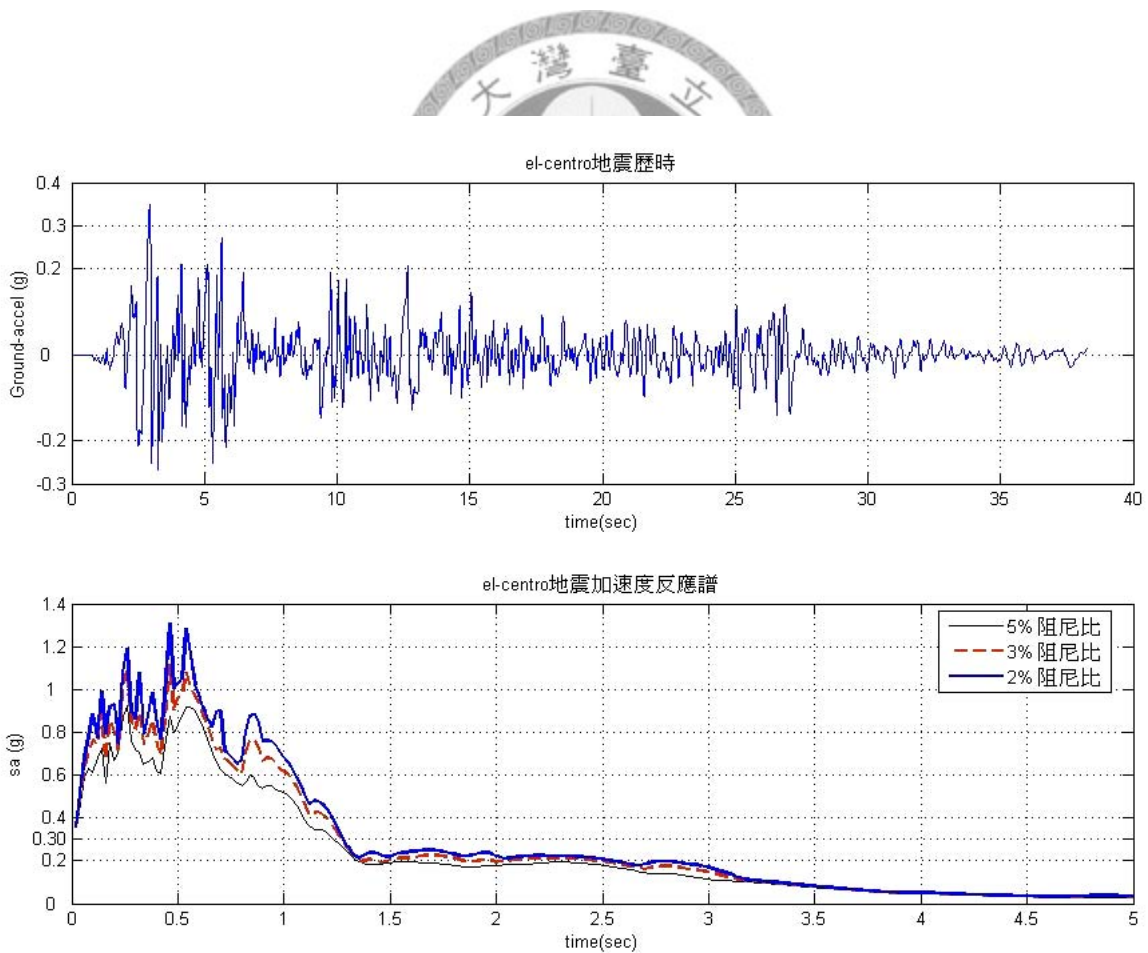


圖 4-9 el-centro 地震原始地表加速度歷時與原始加速度反應譜

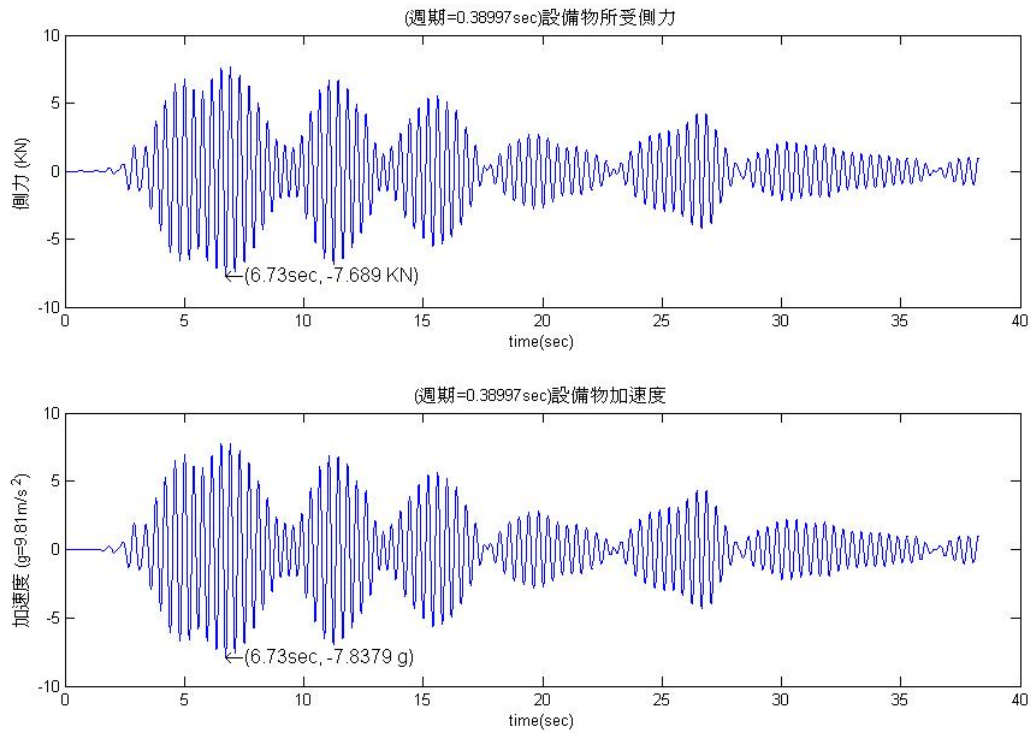


圖 4-10 設備物聯接於 3 樓之加速度與側向力歷時圖($\xi_{p1} = 3\%$)

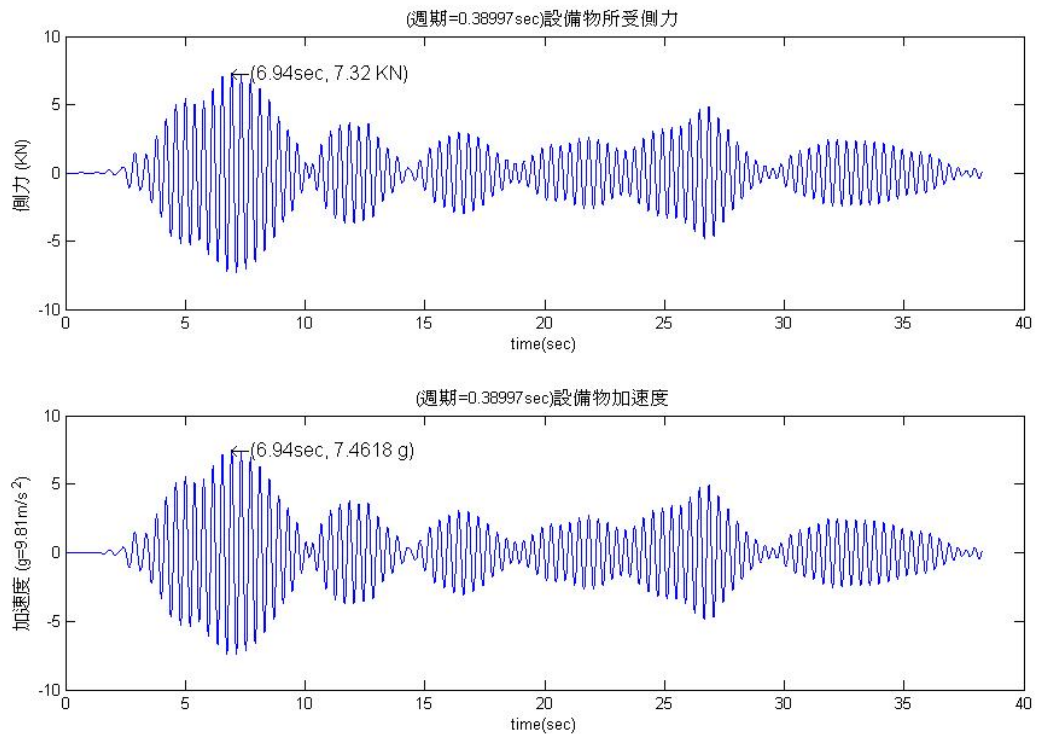


圖 4-11 設備物聯接於 2 樓之加速度與側向力歷時圖($\xi_{p1} = 3\%$)

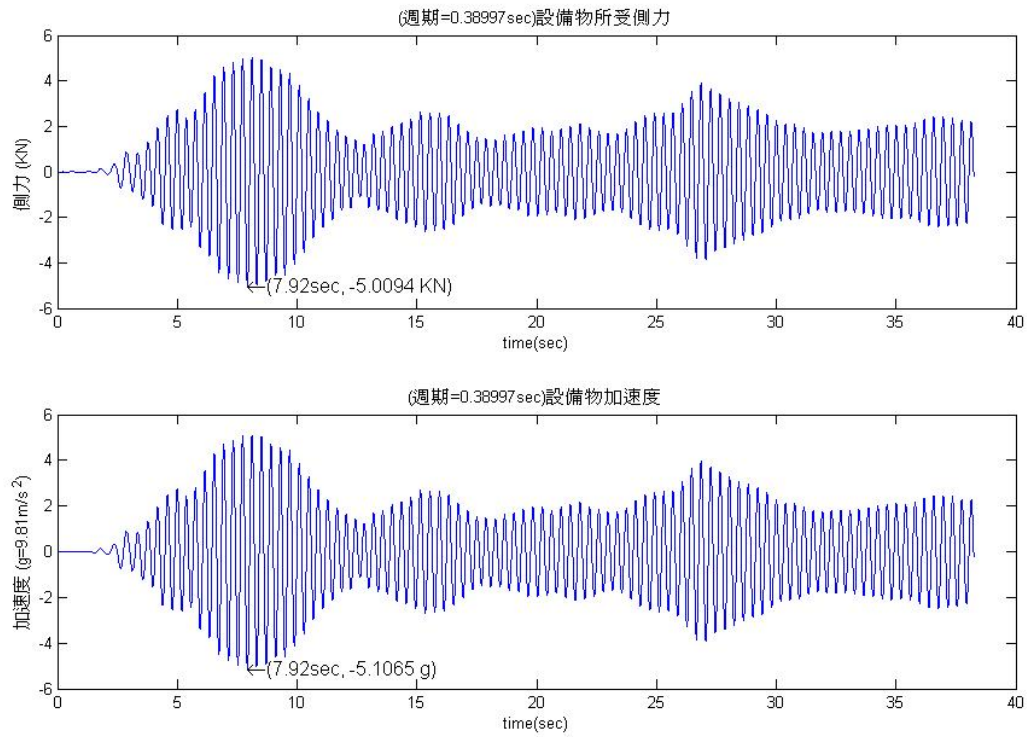


圖 4-12 設備物連接於 1 樓之加速度與側向力歷時圖($\xi_{p1} = 3\%$)



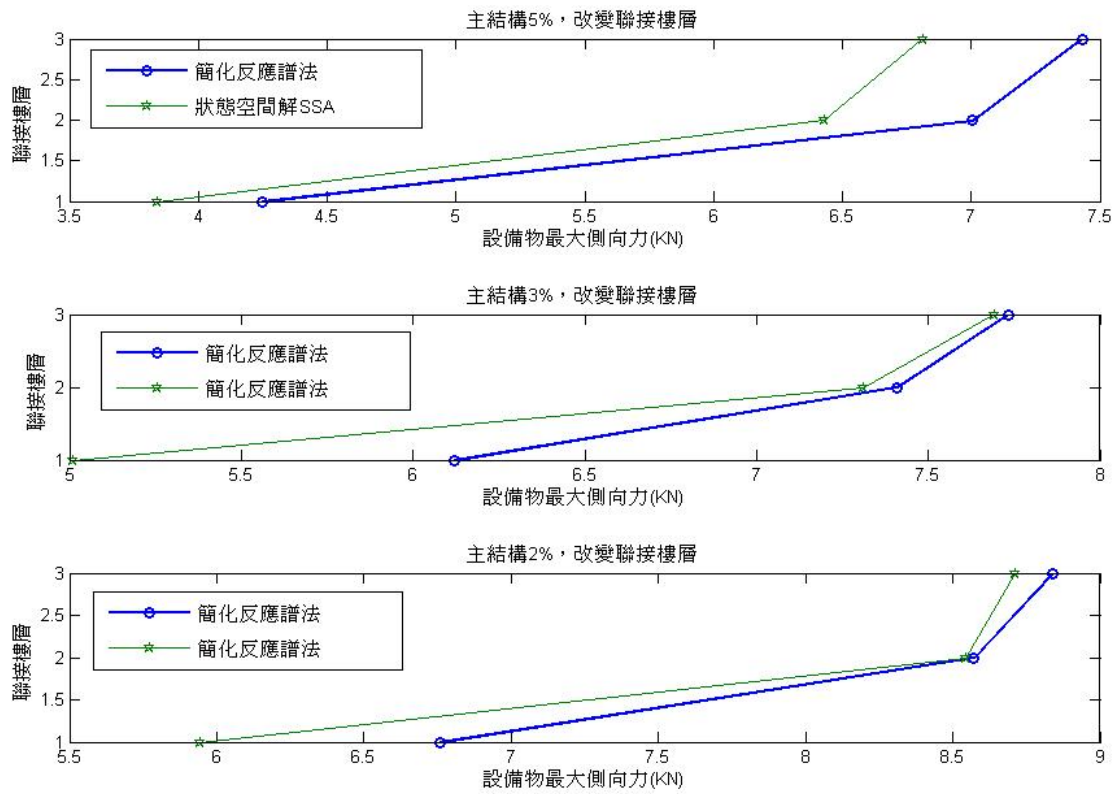


圖 4-13 $\xi_{p1} = 2\%$ ，聯接樓層不同時，歷時分析與反應譜法之比較圖



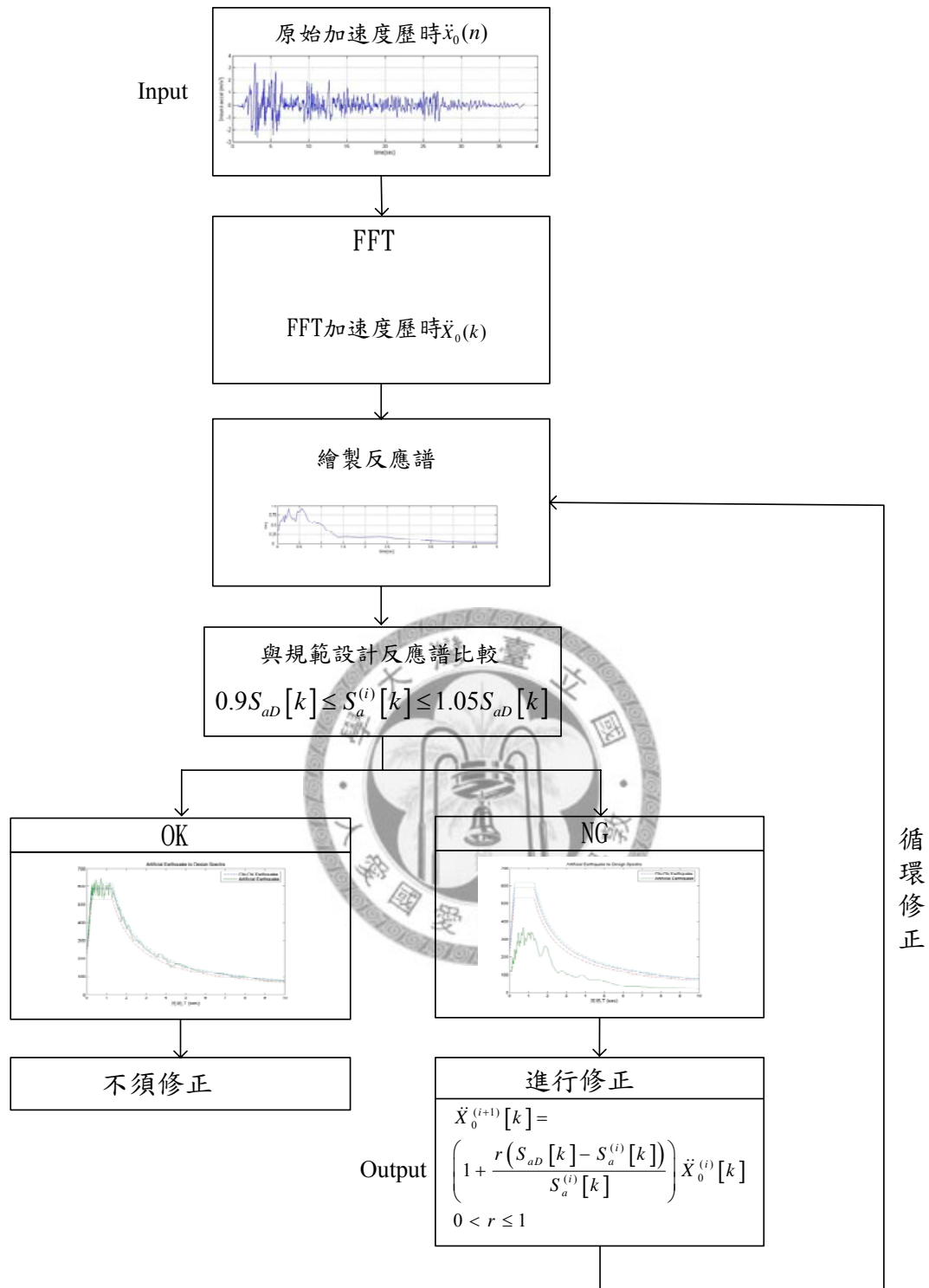


圖 5-1(a) 設計地震計算流程圖

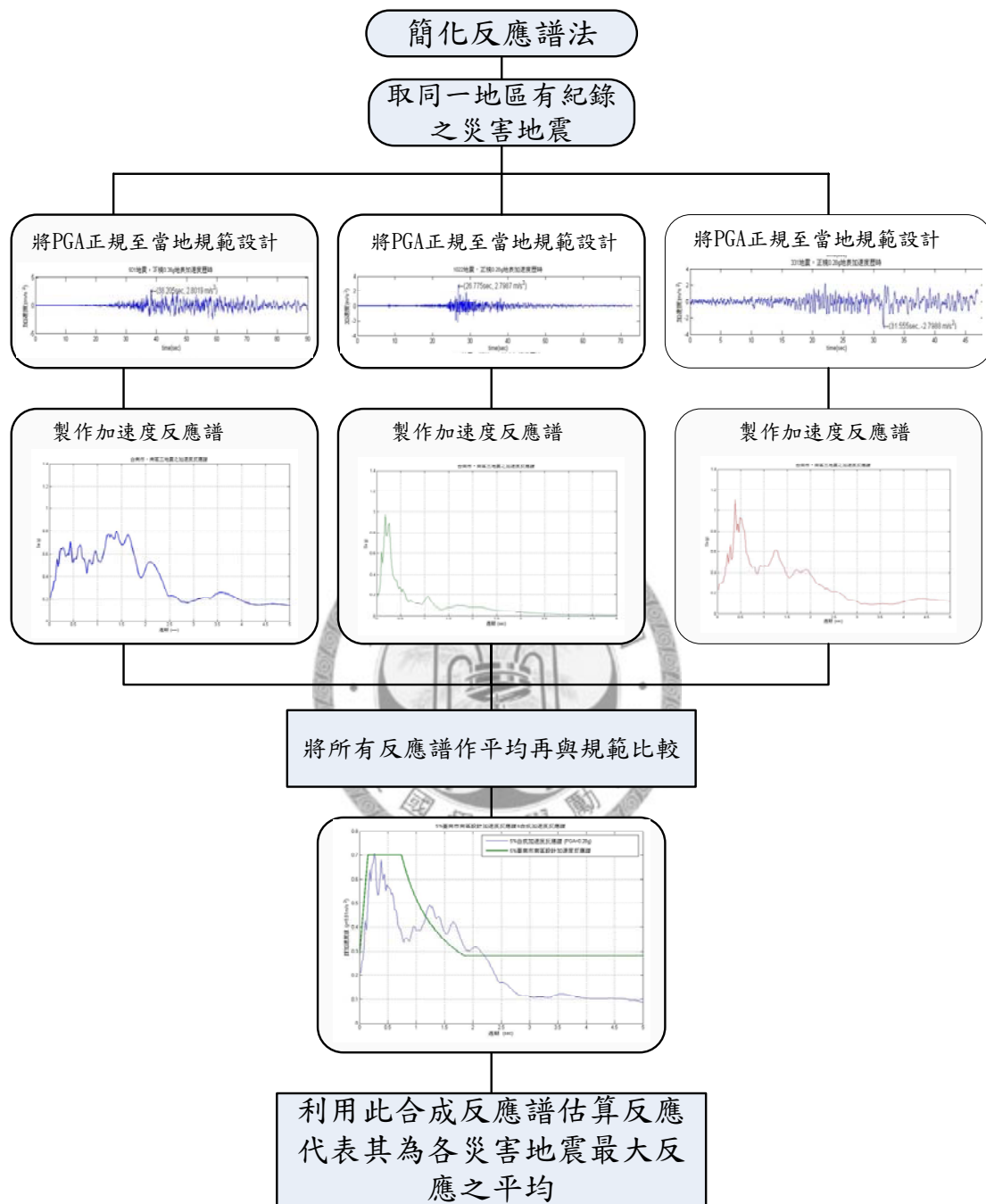


圖 5-1(b) 簡化反應譜法應用於真實規範流程圖

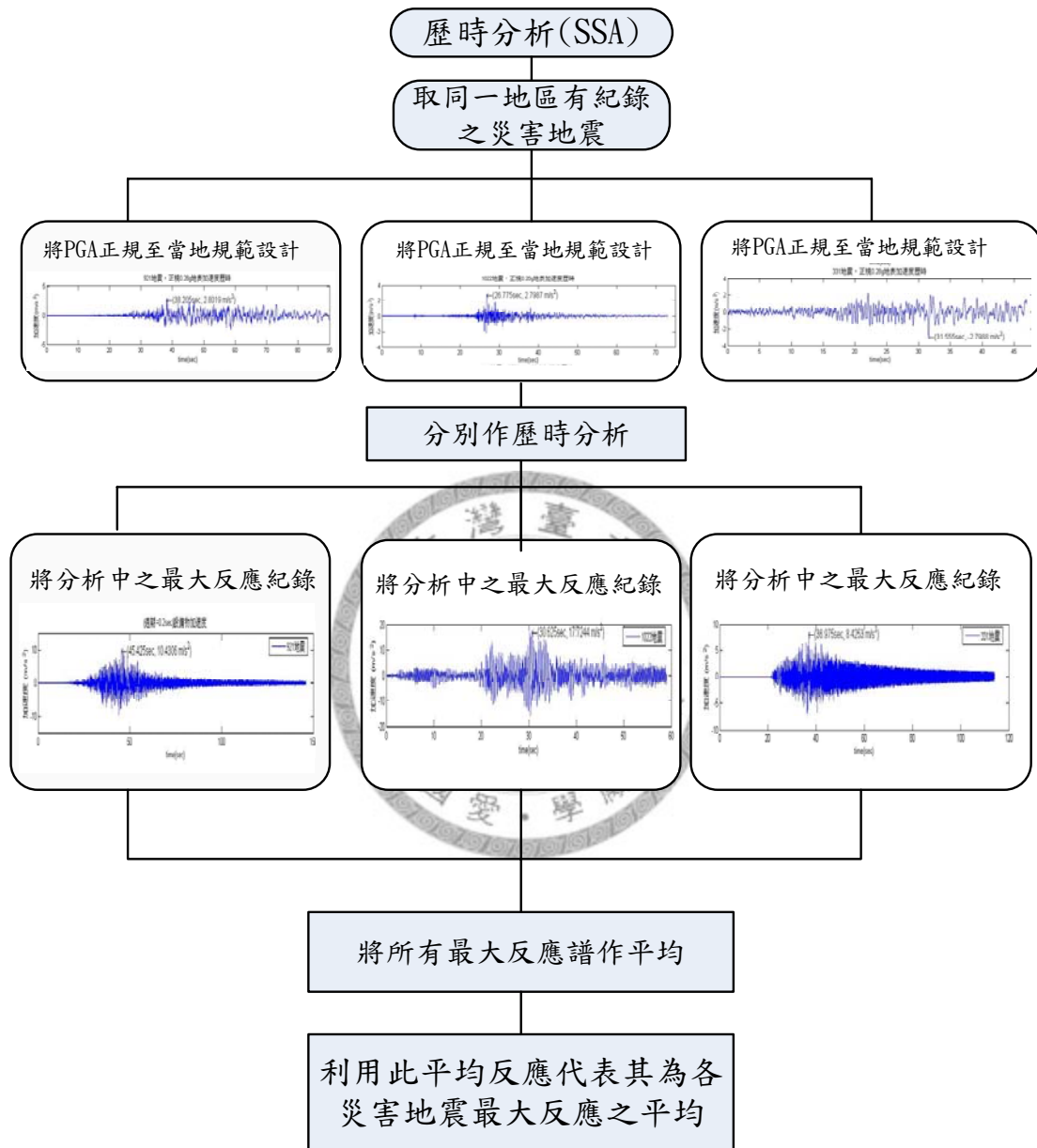


圖 5-2 動力歷時分析流程圖

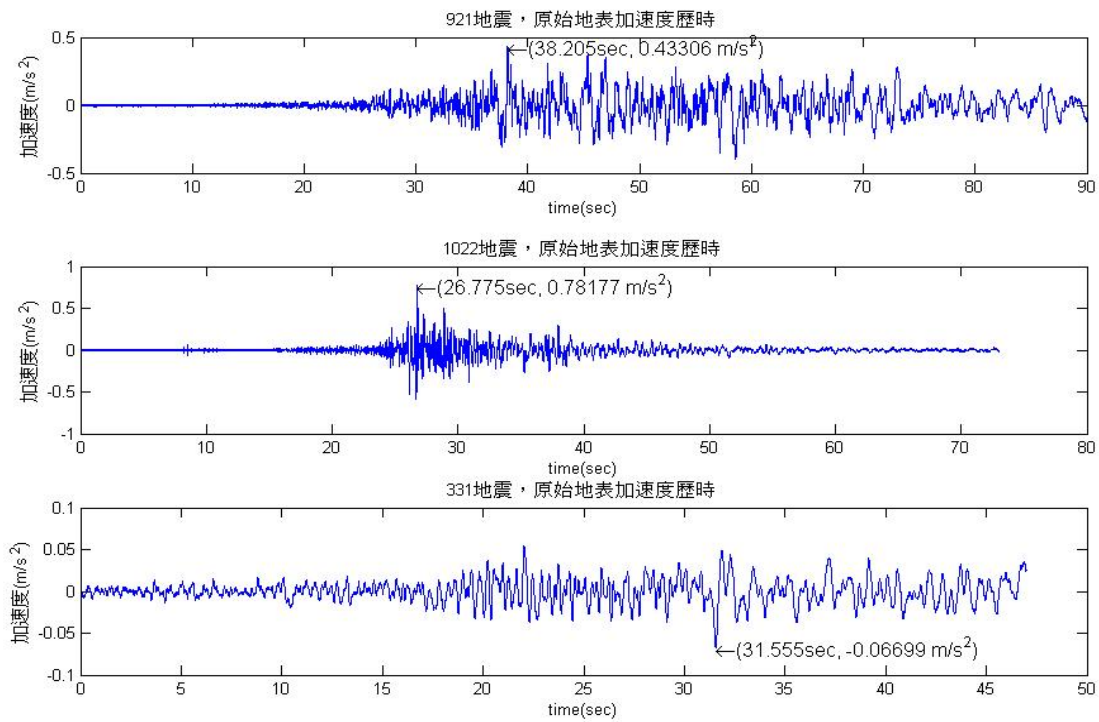


圖 5-2 日新國小測站 921、1022、331 地震原始地表加速度歷時圖

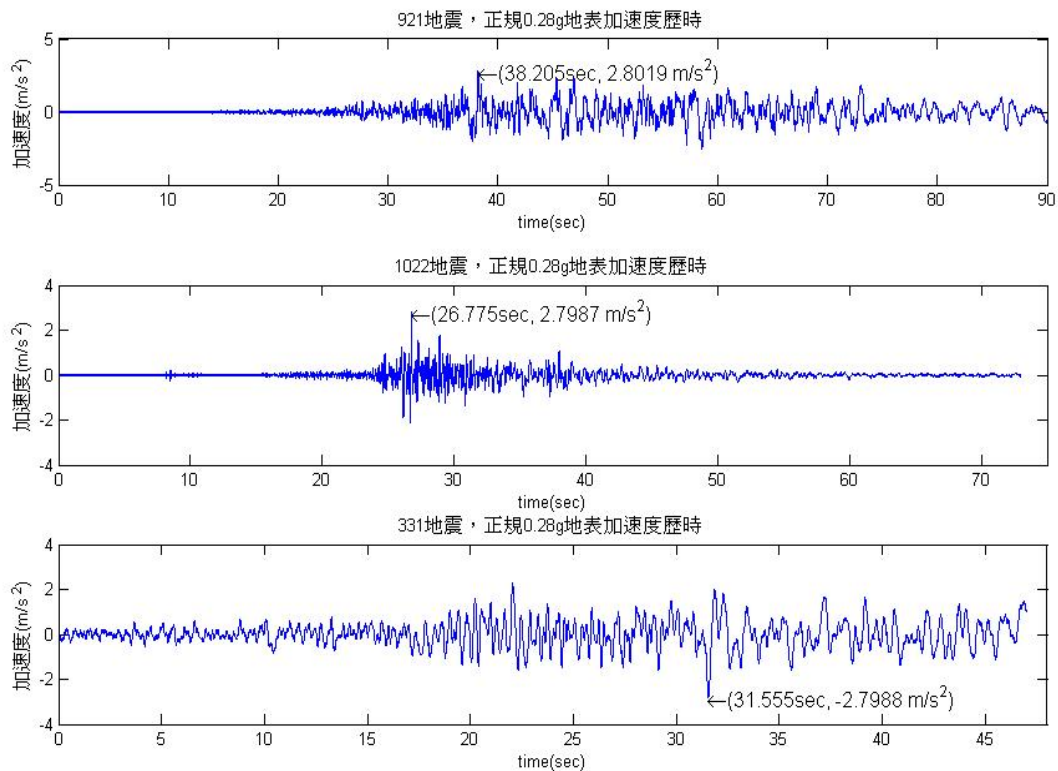
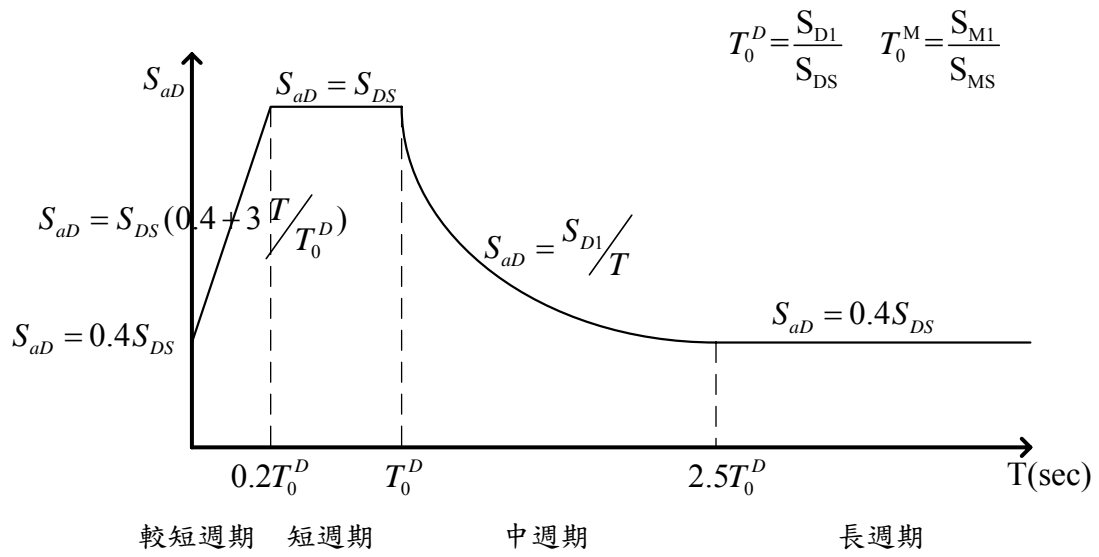


圖 5-3 日新國小測站 921、1022、331 地震地表加速度歷時圖

(PGA=0.28g)



$$S_{D1} = F_v S_1^D \quad ; \quad S_{M1} = F_v S_1^M$$

$$S_{DS} = F_a S_S^D \quad ; \quad S_{MS} = F_a S_S^M$$



圖 5-4 工址設計水平譜加速度係數 S_{aD} 與週期 T 之關係

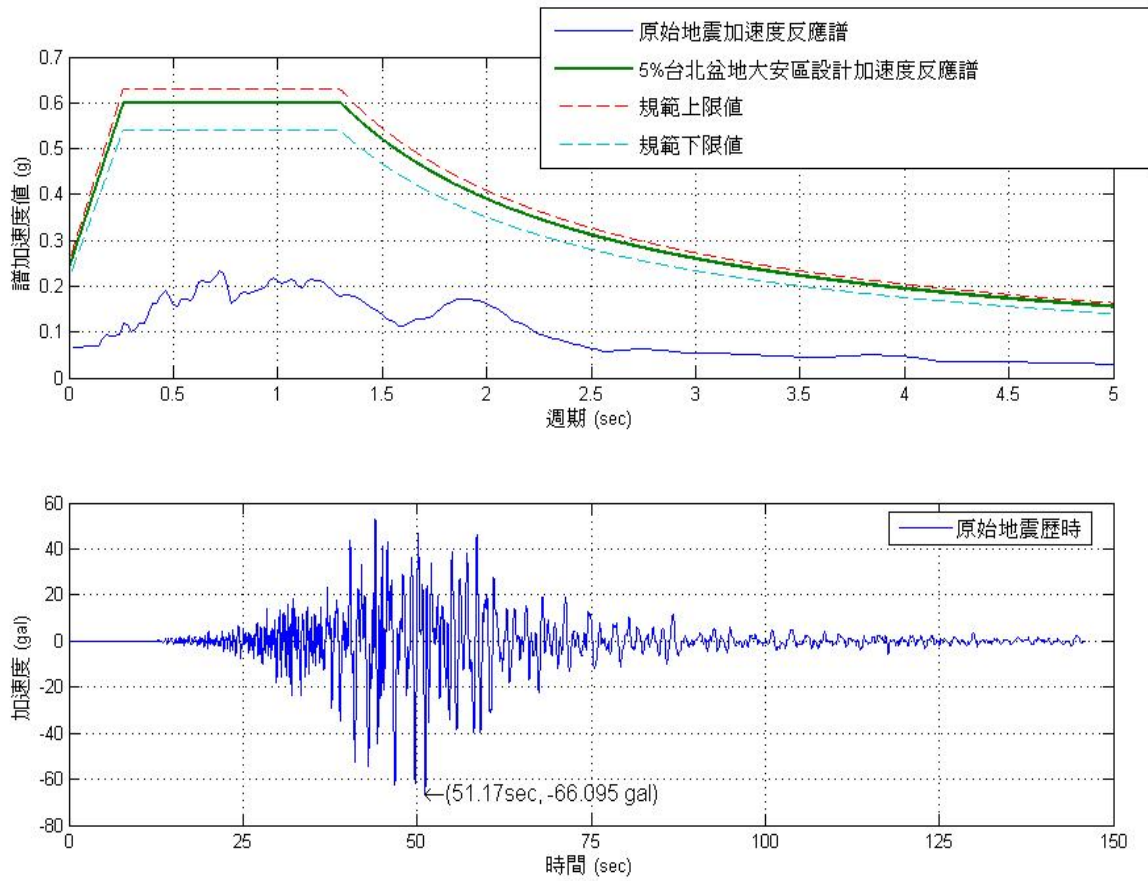


圖 5-5 原始地震價速度反應譜與設計加速度反應譜

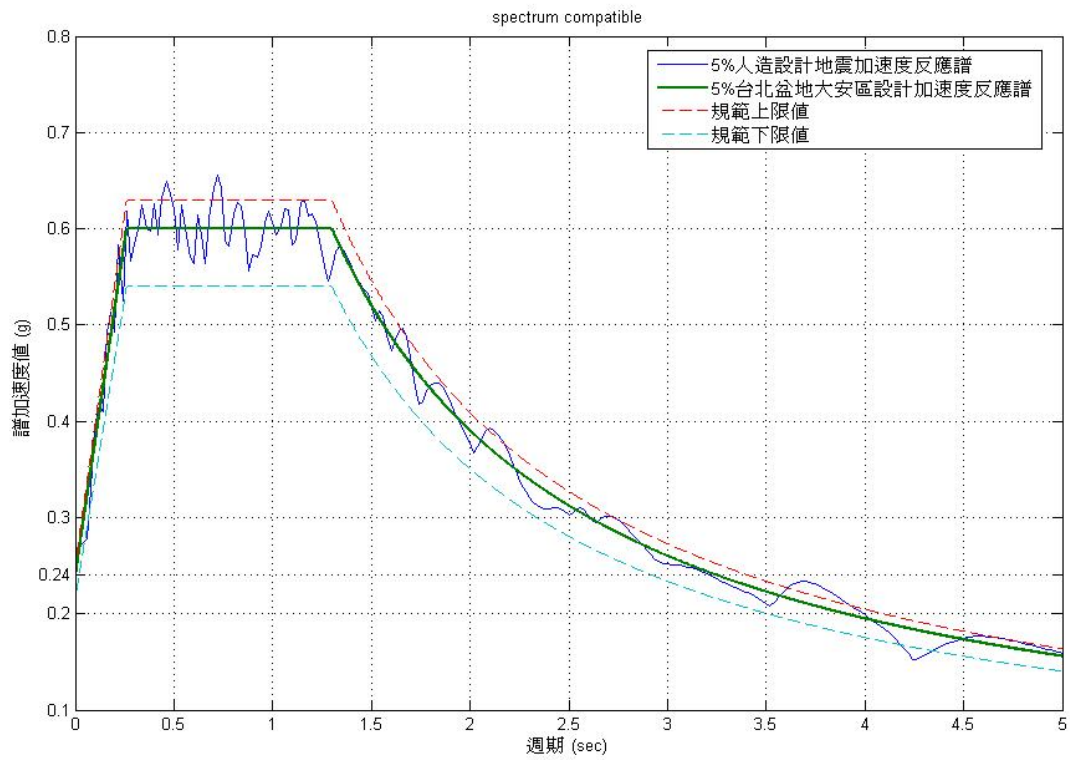


圖 5-6 人造設計地震加速度反應譜

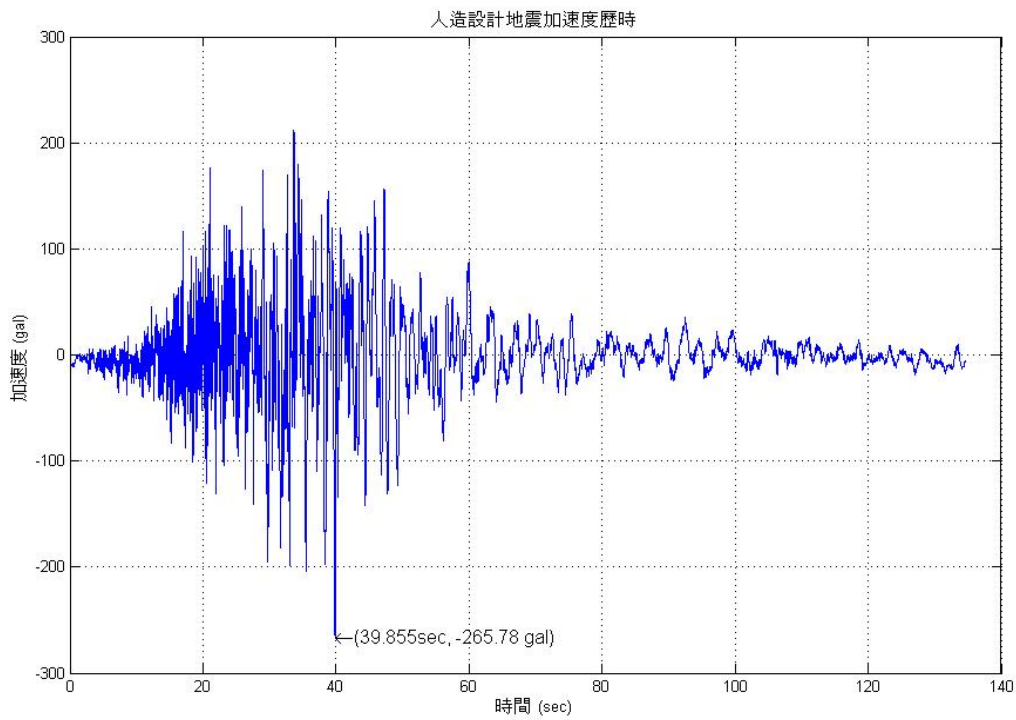


圖 5-7 設計地震加速度歷時

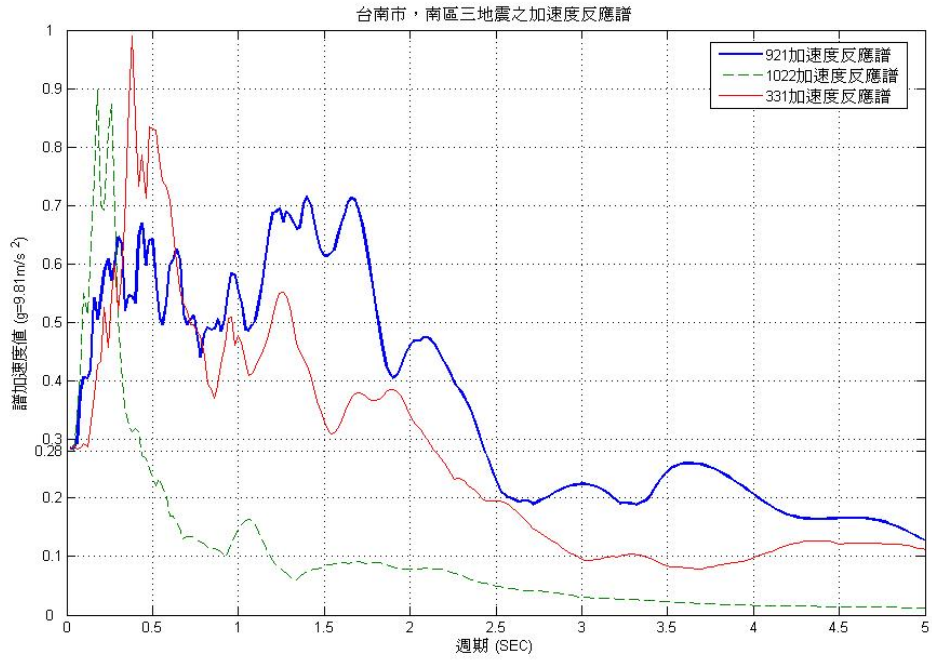


圖 5-8 日新國小測站 921、1022、331 地震加速度反應譜

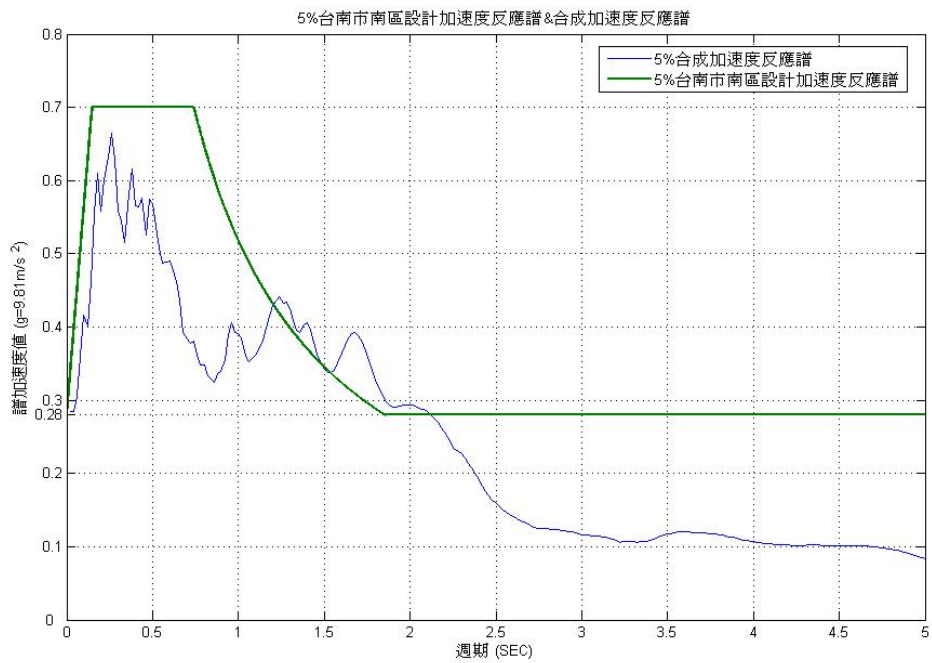


圖 5-9 合成加速度反應譜與台南市南區規範設計加速度反應譜圖

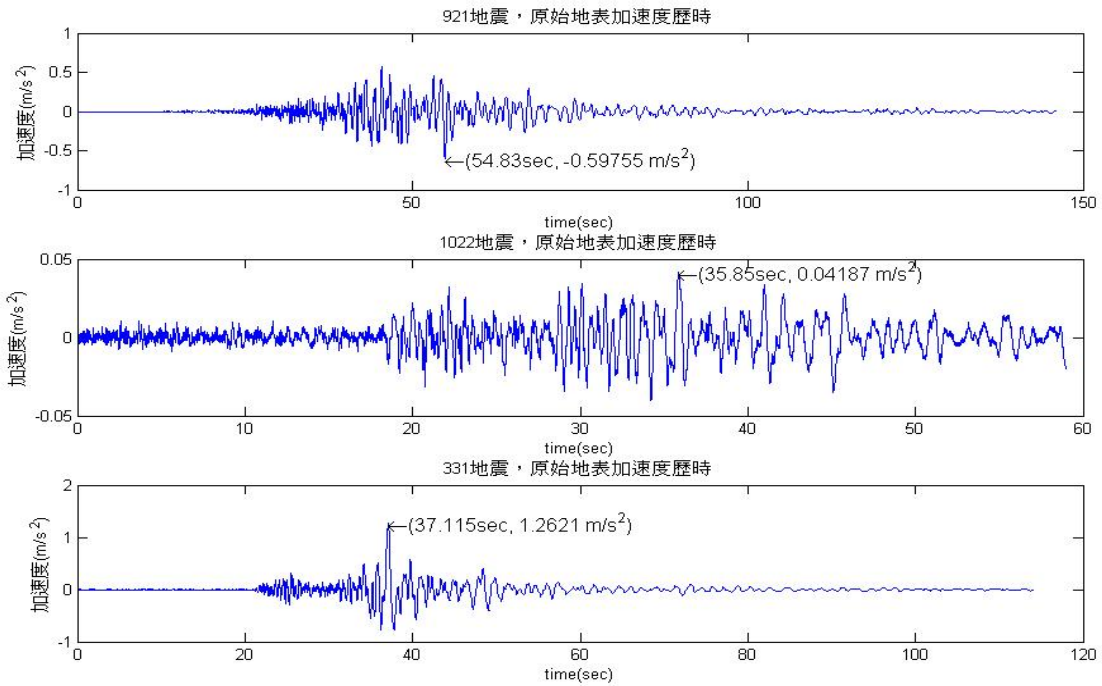


圖 5-10 幸安國小測站 921、1022、331 地震原始地表加速度歷時圖

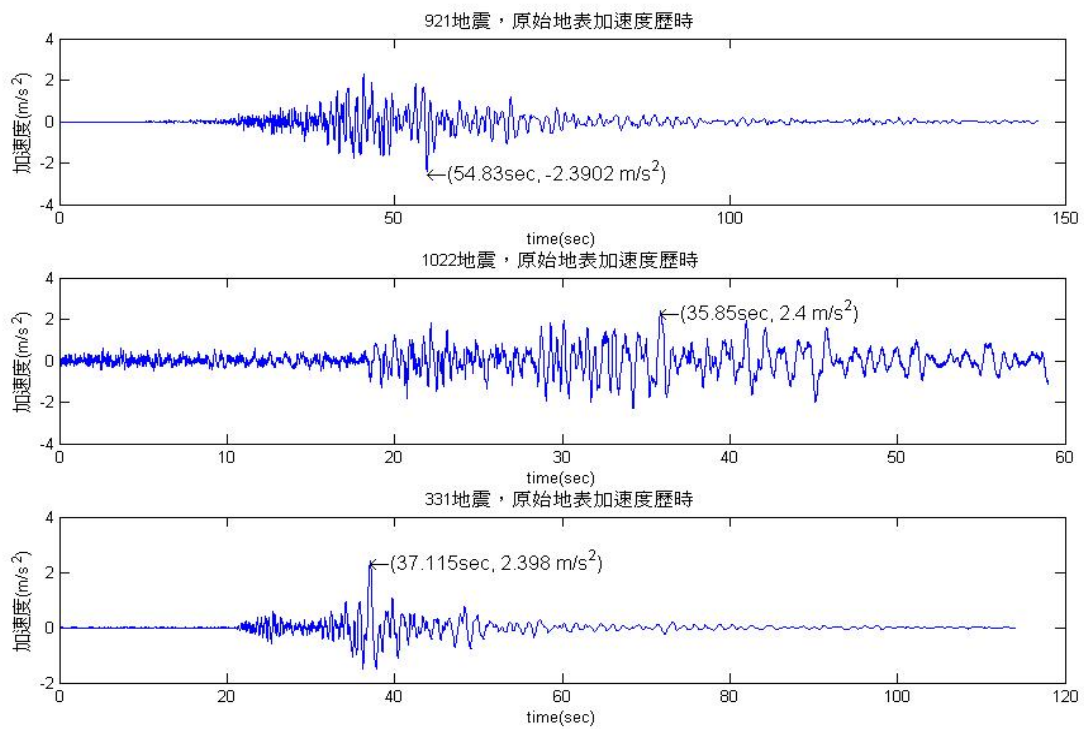


圖 5-11 幸安國小測站 921、1022、331 地震地表加速度歷時圖

(PGA=0.24g)

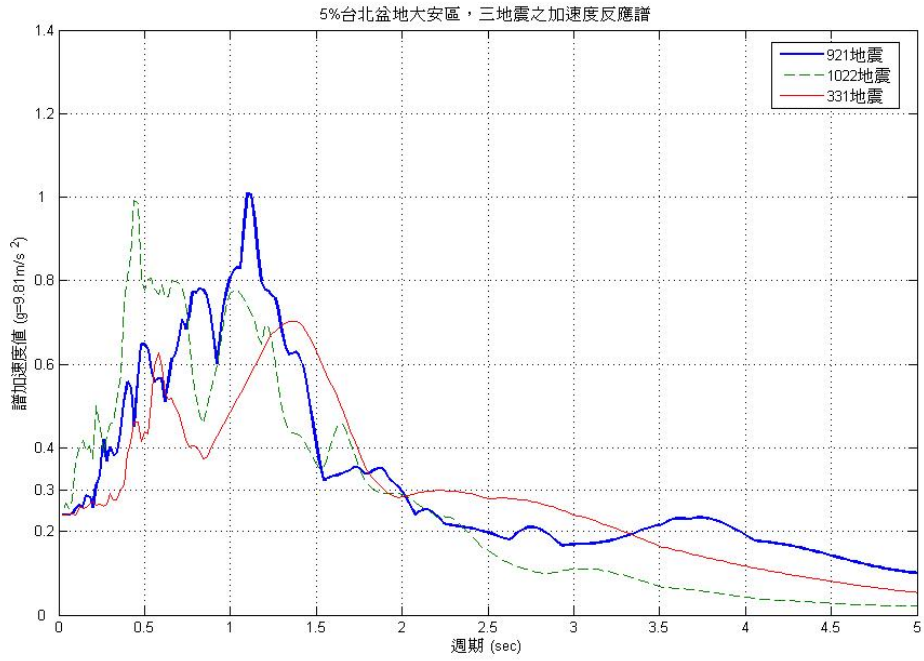


圖 5-12 幸安國小測站 921、1022、331 地震加速度反應譜

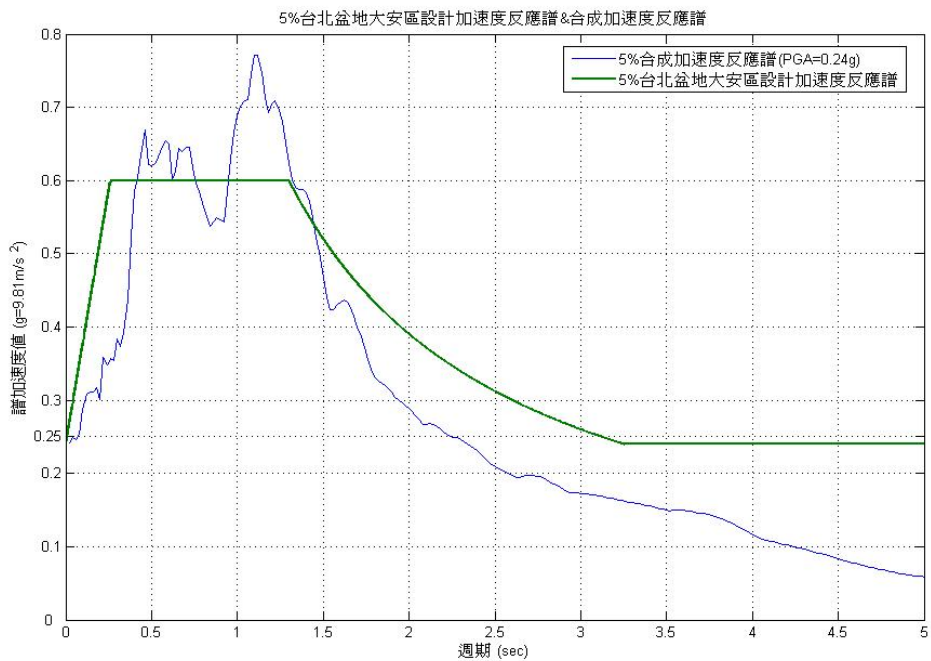


圖 5-13 合成加速度反應譜與台北市大安區規範設計加速度反應譜圖

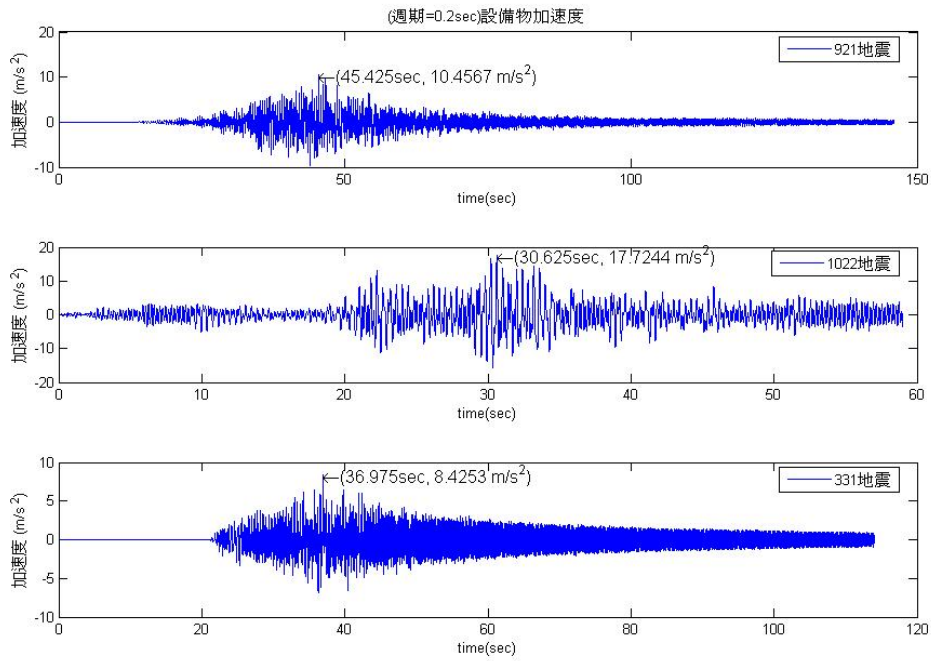


圖 5-14 三層樓主結構，設備物週期 0.2 秒時，大安區各災害地震作

用設備物加速度歷時圖

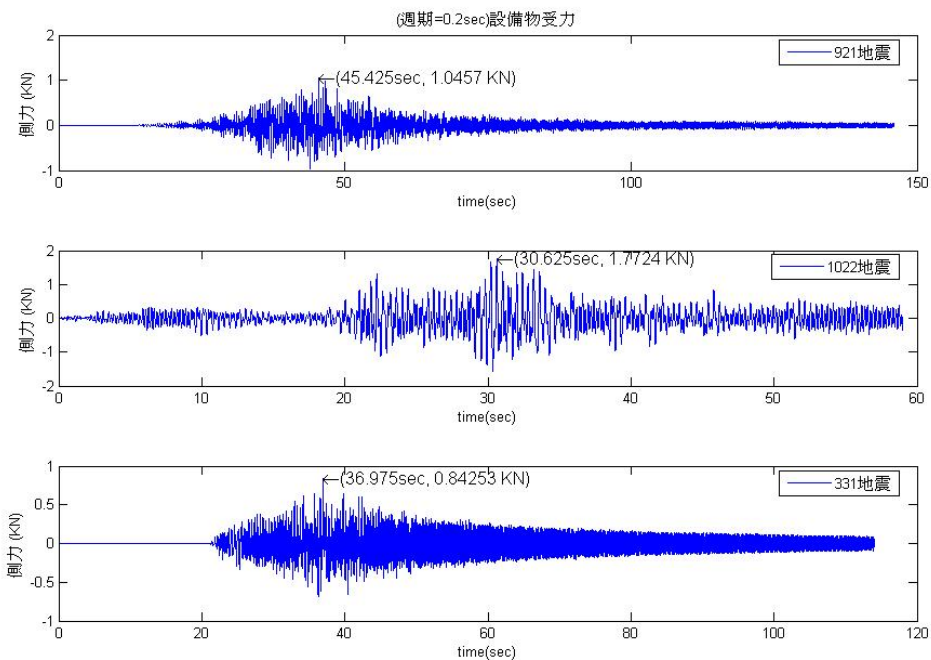


圖 5-15 三層樓主結構，設備物週期 0.2 秒時，大安區各災害地震作

用設備物側向力歷時圖

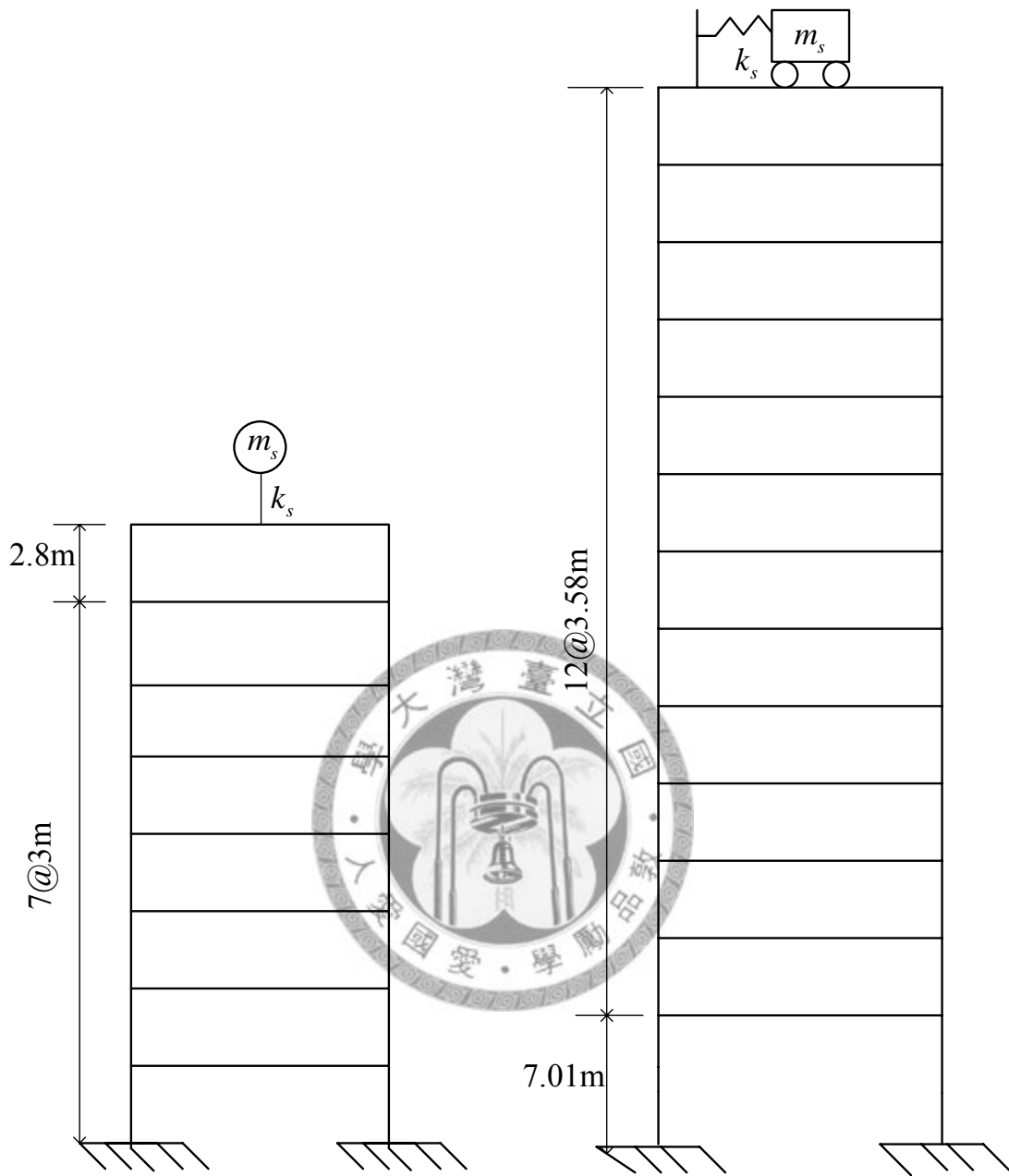


圖5-11(a)

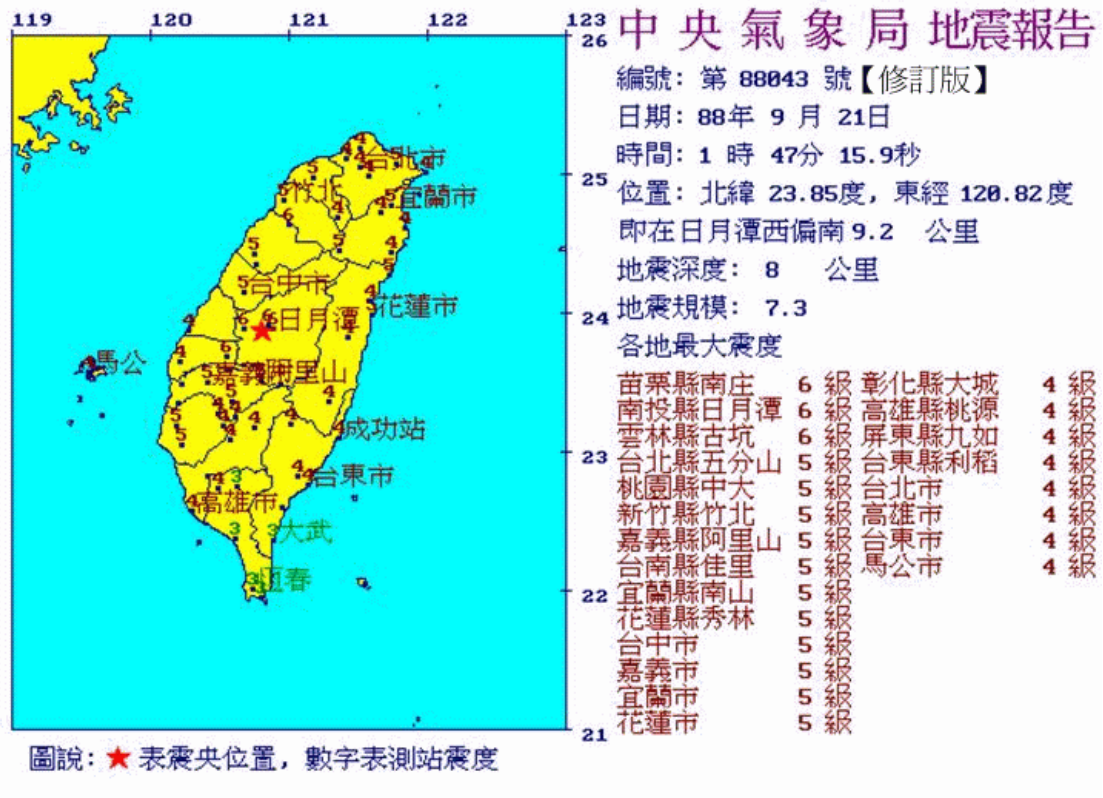
圖5-11(b)

圖 5-16 8 層樓結構與 13 層樓結構之合成系統

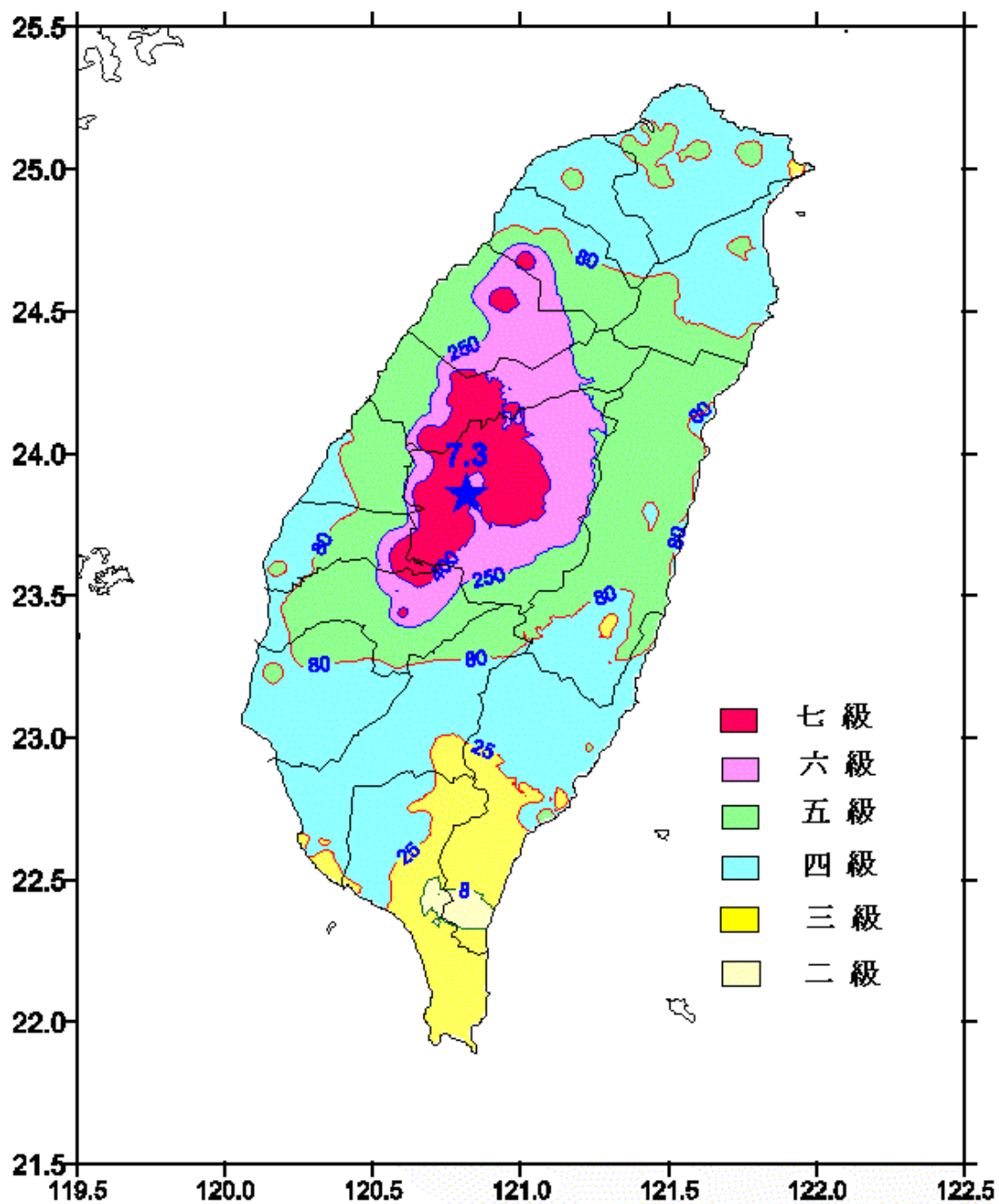
附錄

◎ 附錄 A：1999/09/21 921 集集大地震

◎ 地震報告



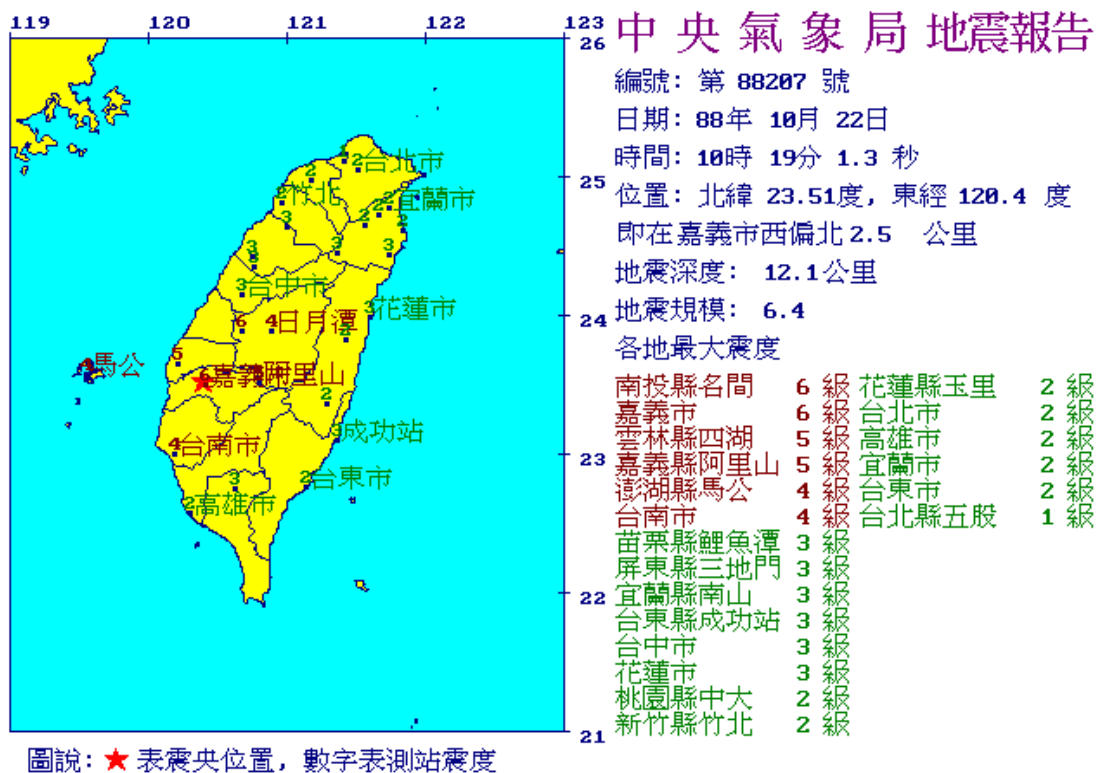
◎ 等震度圖



交通部 中央氣象局
地震測報中心

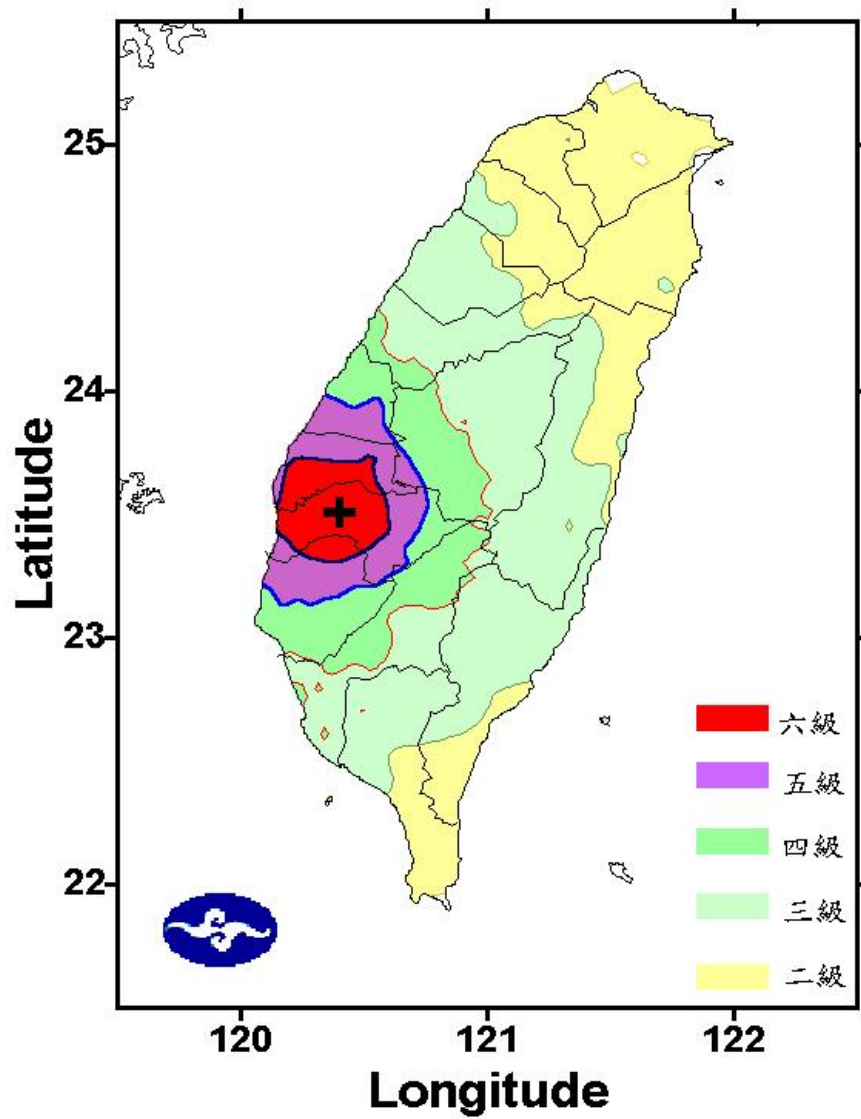
◎ 附錄 B：1999/10/22 1022 嘉義地震

◎ 地震報告



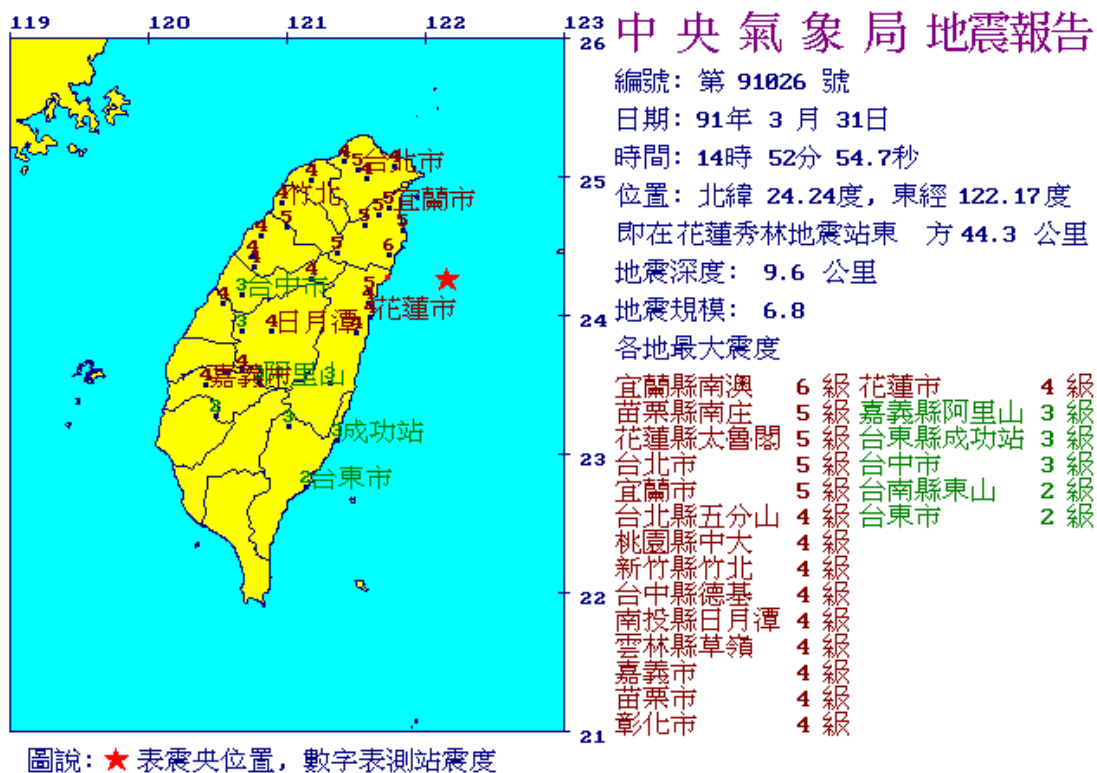
◎ 等震度圖

10月22日10:19嘉義地震等震度圖

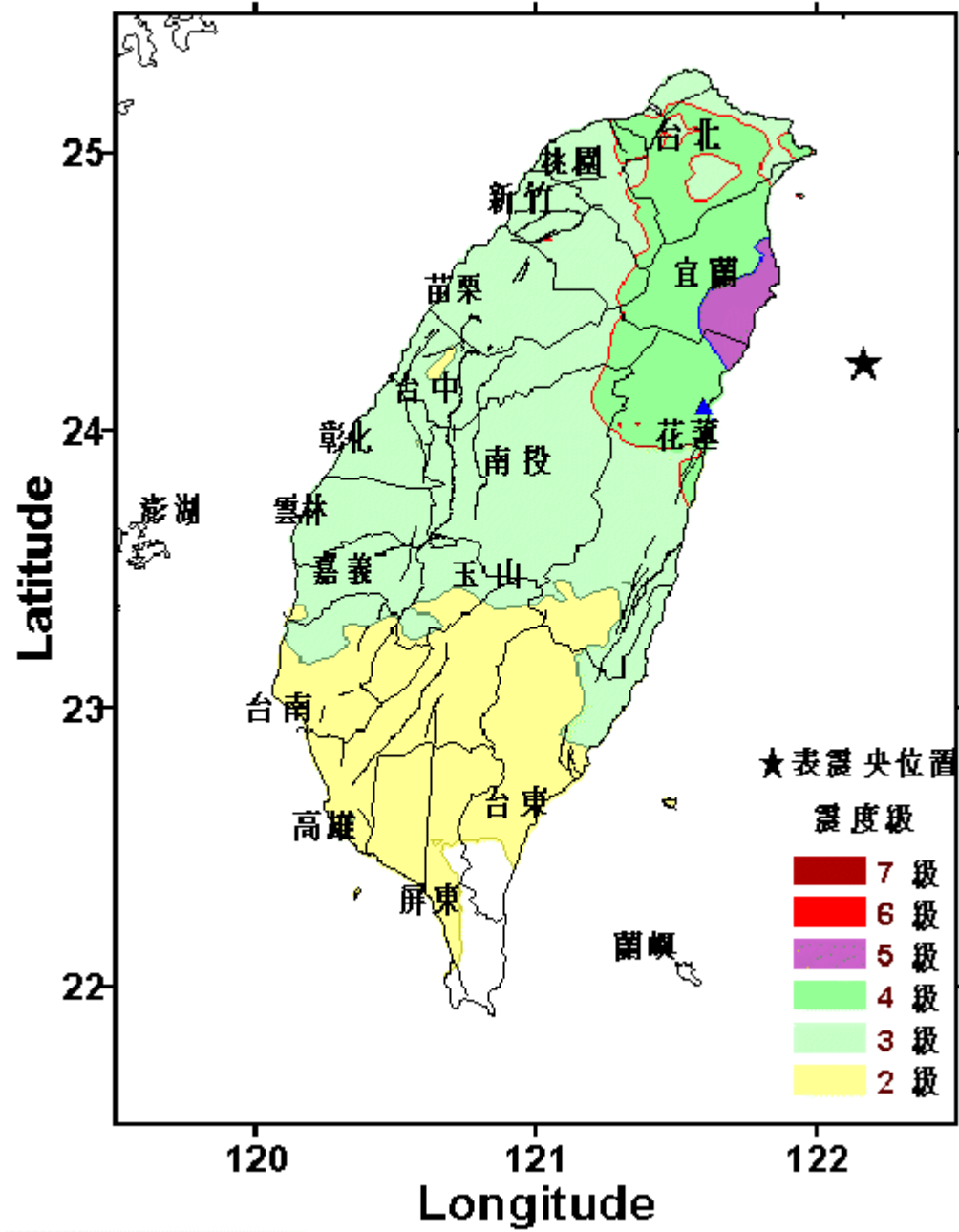


◎ 附錄 C：2002/03/31 331 花蓮外海地震

◎ 地震報告



0331花蓮外海地震等震度圖



簡歷



姓名： 蘇昱臻

出生地： 台北市

生日： 1984 年 7 月 16 日

學歷： 2002 年畢業於台北市立成功高級中學

2006 年畢業於國立台灣海洋大學河海工程學系

2008 年畢業於國立台灣大學土木工程學研究所結構工程組