

國立臺灣大學工學院機械工程學系

碩士論文



Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

超低溫發電機組增壓系統噴射時間之最佳化

Optimizing the Injection Time for the Pressure Booster of a  
Cryogenic Power System

曾泓翔

Hung-Hsiang Tseng

指導教授：張鈞棣 博士

Advisor : Chun-Ti Chang, Ph.D.

中華民國 112 年 7 月

July, 2023

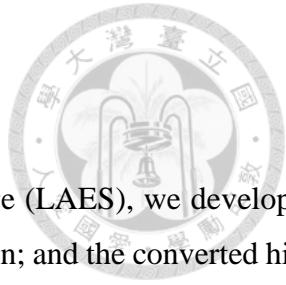
## 摘要



為發展超低溫儲能技術，本研究建立一套將液態氮轉換為高壓氮氣的增壓系統，藉此產生高壓流體，用以作功發電。該系統以高壓氮氣將液氮射入裝水的封閉鍋爐內，使液氮與水快速地熱交換，並持續增壓直到達熱力學平衡。結果顯示水和氮在鍋爐中快速增壓，由於液氮的消耗，會於鍋爐產生比噴射液氮時更高的壓力。在噴射過程中，液氮一旦與水接觸，將以極快的速度汽化。如果未能及時結束噴射，汽化後的氮氣將會回流，導致最終鍋爐壓力下降。因此，液氮的噴射時間為系統運作的一個關鍵參數。本研究基於氣體動力學理論建立了一套噴射模型，透過實驗所得的熱傳功率，能夠準確模擬系統的噴射過程，並預測最佳的噴射時間，以及最佳噴射時所得的最終鍋爐壓力。實驗結果顯示，當噴射壓力較低時，容易出現噴射不完全的情況。而隨著噴射壓力的增加，熱傳功率也相應上升。然而，熱傳功率的提升同時限制了噴射時間的長度。因此，在適當的噴射壓力下，仍需搭配相應的噴射時間，才能獲得預期的最終鍋爐壓力。本研究的最終目的是使每單位液氮能輸出更多功，亦即在相同空間內射入更多的液氮，增加液氮吸熱量的同時也將增加輸出功。藉由本文中探討的噴射壓力、熱傳功率和噴射時間之間的關係，為進一步提升液氮增壓提供了有價值的指引。

**關鍵字：**超低溫流體，直接接觸熱傳，儲能，增壓，氣體動力學

# Abstract



To explore the feasibility and application value of liquid air energy storage (LAES), we developed an experimental device to convert liquid nitrogen into high-pressure nitrogen; and the converted high pressure can be used for power generation. In this device, liquid nitrogen is pressurized by high pressure nitrogen and injected into a closed boiler containing an aqueous solution; after the liquid nitrogen is mixed with the aqueous solution, there is a rapid heat exchange continuously pressurized until thermal equilibrium. The results show rapid pressurization of the vapourization process and downstream pressurization above the injection pressure due to liquid nitrogen consumption. During the injection process, once the liquid nitrogen comes into contact with water, it will vaporize very rapidly. If the injection is not completed in time, the vaporized nitrogen will flow back, and the final boiler pressure will decrease. Hence, the injection time of liquid nitrogen is a crucial parameter for system operation. In this study, an injection model based on gas dynamic theory was developed to accurately simulate the injection process. By utilizing experimentally obtained heat transfer power, the model can predict the optimal injection time and final boiler pressure at the optimal injection time. The experimental results indicate incomplete injection is more likely to occur when the injection pressure is low. As the injection pressure increases, the heat transfer power also increases. However, the increase in heat transfer power imposes limitations on the duration of the injection time. Therefore, achieving the desired final boiler pressure requires the appropriate combination of injection pressure and corresponding injection time. The ultimate goal of this study is to maximize the work output per unit of liquid nitrogen, i.e., injecting more liquid nitrogen into the same space, which will increase the heat absorption of the liquid nitrogen and the work output. The relationship between injection pressure, heat transfer power, and injection time explored in this paper provides a valuable guide to improving liquid nitrogen boost.

**Keywords:** cryogenic fluids, direct contact heat transfer, energy storage, pressure booster, gas dynamics

## 目錄

摘要 .....	i
Abstract.....	ii
目錄 .....	iii
圖目錄 .....	v
表目錄 .....	vii
第 1 章 緒論 .....	1
第 2 章 實驗方法 .....	5
2.1 液氮增壓系統 .....	5
2.2 液氮噴射實驗與氮氣噴射實驗 .....	7
2.3 液氮與水的直接接觸熱傳 .....	10
2.4 管道摩擦因子量測:氮氣排氣實驗 .....	14
2.5 氮氣連通實驗 .....	14
第 3 章 噴射模型 .....	17
3.1 氮氣噴射模型 .....	17
3.2 噴射模型驗證之一、與文獻資料比較 .....	23
3.3 管道摩擦因子擬合 .....	26
3.4 噴射模型驗證之二、與連通實驗資料比較 .....	28
3.5 液氮噴射模型 .....	30
第 4 章 結果與討論 .....	37
4.1 壓力及溫度變化 .....	39
4.2 噴射時間的影響 .....	44
4.3 模型計算與實驗結果比較 .....	49
4.4 模型預測鍋爐壓力值 .....	51
4.5 液氮噴射量修正 .....	53



第 5 章 結論 .....	56
參考文獻 .....	57



## 圖目錄



圖 1.1 超低溫儲能概念 .....	1
圖 1.2 液氮增壓模組原理圖 .....	2
圖 1.3 氮之溫熵圖。A 路徑為吸熱增壓，B 路徑則為等溫膨脹 .....	3
圖 2.1 液氮增壓系統示意圖 .....	5
圖 2.2 (A)於噴射時向上噴濺的水花 (B)水回流及管路結冰堵塞示意圖 (C)安裝濾網後的鍋爐內部 (D)大、小濾網 .....	7
圖 2.3 閥件控制流程時序圖 .....	8
圖 2.4 噴射過程閥件相關時序圖 .....	9
圖 2.5 液氮噴射閥前熱傳量 .....	11
圖 2.6 液氮熱傳功率 .....	12
圖 2.7 (A)氮之壓力-內能圖，(B)液氮汽化熱傳量，(C)液氮噴射總熱傳量以及(D) $Q_{closed}/Q_{whole}$ .....	13
圖 2.8 排氣實驗示意圖 .....	14
圖 2.9 連通實驗示意圖 .....	14
圖 2.10 連通實驗結果 .....	15
圖 2.11 小容積連通實驗示意圖 .....	15
圖 2.12 小容積連通實驗結果 .....	16
圖 3.1 系統的模型示意及模型相關參數 .....	18
圖 3.2 排氣過程之(A)壓力變化以及(B)出口質量流量[24] .....	21
圖 3.3 噴射模型演算流程圖 .....	23
圖 3.4 以噴射模型模擬排氣過程 .....	24
圖 3.5 高壓容器排氣過程的壓力變化趨勢圖[26] .....	25
圖 3.6 模型試算結果與實驗記錄比較 .....	26
圖 3.7 三點二分收尋法 .....	27
圖 3.8 最佳 $f$ 值擬合結果 .....	28
圖 3.9 模型計算與實驗記錄比較 .....	28
圖 3.10 氮氣連通替代實驗模型計算與實驗記錄比較 .....	29
圖 3.11 模型與實驗的壓力交會時間 .....	30



圖 3.12 液氮噴射之系統模型示意及模型相關參數.....	30
圖 3.13 液氮噴射模型演算流程圖.....	33
圖 3.14 以不同 $dt$ 演算之(A) $t_{equ}$ 和(B) $m_N$ , (C) $E_r(t_{equ})$ , (D) $E_r(m_N)$ .....	34
圖 3.15 壓力交會時間與閥件關閉時間 .....	35
圖 3.16 最佳交會時間演算.....	36
圖 3.17 (A)最佳熱傳功率疊代、(B)最佳交會時間疊代 .....	36
圖 4.1 氣氣噴射(A)及液氮噴射(B)在 $P_{inj}$ 為 8 BARG , $t_{inj}$ 為 0.1 秒時的壓力-時間變化.....	39
圖 4.2 重繪圖 4.1(B) 12 至 18 秒的資料.....	40
圖 4.3 氣氣噴射實驗的鍋爐壓力在不同噴射時間下之比較 , (A)為 12.1 至 12.7 秒 , (B)為 0 至 40 秒.....	41
圖 4.4 液氮噴射實驗的鍋爐壓力在不同噴射時間下之比較 , (A)為 12.1 至 12.7 秒 , (B)為 0 至 40 秒.....	43
圖 4.5 與圖 4.1(B)同組實驗之溫度-時間變化圖.....	44
圖 4.6 氣氣噴射實驗的鍋爐最終壓力值.....	45
圖 4.7 液氮噴射實驗的鍋爐最終壓力值 .....	45
圖 4.8 液氮射入量 .....	46
圖 4.9 回流發生時之上游壓力變化(A)0 至 40 秒 , (B)12 至 12.8 秒 .....	47
圖 4.10 所有液氮噴射實驗的壓力交會時間 .....	48
圖 4.11 液氮噴射與氮氣連通實驗交會時間比較 .....	49
圖 4.12 模型與實驗的(A)交會時間及(B)交會時間相對誤差 .....	50
圖 4.13 模型計算結果與實驗記錄比較 .....	51
圖 4.14 預測鍋爐壓力值與實驗結果比較 .....	52
圖 4.15 模型鍋爐氮總量與實驗結果比較 .....	53
圖 4.16 液氮噴射量修正 .....	54
圖 4.17 液氮噴射量修正後的(A)最佳熱傳功率和(B)最佳交會時間 .....	54
圖 4.18 修正後預測鍋爐壓力值 .....	55
圖 4.19 修正後模型鍋爐氮總量 .....	55

## 表目錄

表 2.1 系統及實驗設定參數.....	9
表 4.1 液氮及氮氣噴射實驗參數表 .....	38



# 第 1 章 緒論



為了減緩全球暖化，各國紛紛響應淨零碳排的推動。提升再生能源的使用率為其中的重點目標之一。然而太陽能及風能等再生能源都有不穩定的缺點[1, 2]，嚴重影響電力系統與電網運轉。儲能系統能調節電力，穩定再生能源的供給。隨著台灣再生能源占比越來越高[3]，儲能系統也越顯重要。

現行較常見的儲能技術有抽水蓄能 (PHES)、充電電池、飛輪儲能 (FES)[4]、壓縮空氣儲能(CAES)[5]、氫能源儲能(HES)[6]和超導電磁儲能(SMES)[7]。抽水蓄能 (PHES) 受限於地形，以及水壩的建設對環境的破壞，難以擴充儲存容量。充電電池的性能會隨充放電次數增加有明顯的衰退，以長期來看，儲存成本過高[8]。飛輪儲能 (FES) 仍在開發中，不過其飛輪會高速運轉，這將帶來一定的危險性，當飛輪破裂時引發的災難將極為嚴重。壓縮空氣儲能(CAES)需要大量空間來儲存壓縮空氣，一般選用密閉的洞穴、礦井或枯竭的氣田，故其應用會受到地理上的限制。氫能源儲能(HES)中的氫是易燃氣體，其爆炸時的危險性更甚於天然氣，在儲存跟運輸上需要更加小心。超導電磁儲能(SMES)中的超導材料成本高，且須在極低溫環境下運作，因此整體系統複雜度高。除了以上較常見的儲能系統外，還有無數的儲能技術被提出來討論。

Smith[9]於 1977 年提出超低溫儲能技術 (LAES) [10-12]。如圖 1.1 所示，超低溫儲能技術利用再生能源或離峰時間的電力將空氣液化，以液態空氣作為能源載體儲存於絕熱的儲存槽內，需要電力時再使液態空氣吸熱汽化，使其膨脹作功發電。LAES 的儲能裝置十分簡單，主要由壓力容器、管道和閥門組成，這使其預期

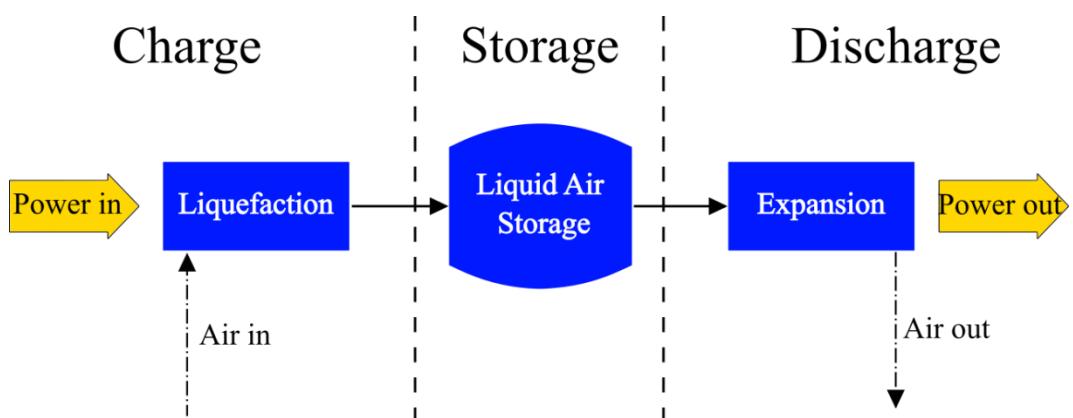


圖 1.1 超低溫儲能概念

壽命能較充電電池更長。LAES 中的儲能媒介為氮，相比於 HES 中的氫，氮具有較低的安全風險。而且，氣體液化技術已經相對成熟，不像 FES 和 SMES 仍需克服諸多技術挑戰，以及未知的安全隱患。最後，LAES 的儲能體積能量密度遠高於 CAES，使其在空間利用率方面更具優勢，進而減少了選址上的困難度。因此，面對現今大量儲存再生能源的需求，超低溫儲能技術無疑成為一個極具發展潛力的儲能解決方案。時至今日，空氣液化及超低溫流體的儲存已為氣體工業十分成熟的技術[13]，故本研究專注於研發一套能使液態空氣吸熱作功的發電機組。因為液態空氣為混合物，其性質在汽化過程會不斷變化。為簡化分析的複雜度，本研究改以液氮作為能源載體及實驗工作流體。

超低溫發電系統於輸出能量時需先使超低溫流體吸熱、產生高壓。使超低溫流體吸熱汽化的增壓模組為超低溫發電系統的關鍵模組。目前已實現的例子當中，Highview Power 公司以超低溫泵浦驅動超低溫流體，使之進入熱交換器內吸熱，汽化成為高溫高壓的氣體，推動渦輪機發電[10, 11, 14, 15]。不過，由於 Highview Power 公司採用泵浦輸送液氮，系統下游的壓力需低於上游，因此產生的壓力將受限於超低溫泵浦。另外，在低溫環境下使用泵浦此類運動機械將大大增加系統的低溫磨損[16]。為改善以上兩點，本研究改採將液氮批次噴入盛水鍋爐的方式，使液氮與水直接接觸熱傳將液氮汽化產生高壓[17-21]。如圖 1.2 所示，研究團隊建立了一個液氮增壓模組，該模組的設計參考了 Clarke 等人[17]和 Wen 等人[20]的研究，在模組的上游使用儲氣瓶充填高壓氮氣作為噴射動力源，將定量液氮噴入下游的鍋爐，使液氮與鍋爐內常溫水(約 300 K)混和作熱交換，最終於鍋爐產生增壓。在本文中，增壓指下游鍋爐壓力超過上游儲氣瓶壓力的現象，而此現象將藉由操作噴射液氮的條件達成。液氮及水皆為流體，當兩者接觸時，兩者間熱阻甚小且水的比熱甚大，若以鍋爐中的高壓氮氣將鍋爐內的水排出對外作功，氮氣將於膨脹過程中持續向

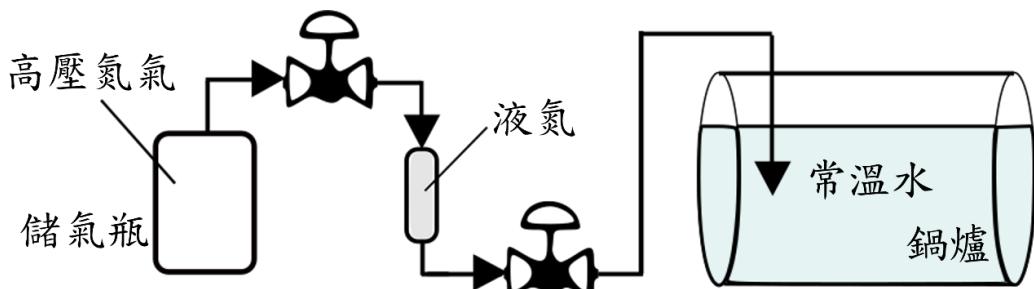


圖 1.2 液氮增壓模組原理圖

水吸熱，使膨脹過程接近等溫，進而使作功效率最大化。在將液氮射入鍋爐後，若透過適當的閥門控制適時的切斷上游管路與鍋爐間連通，鍋爐內將可產生高於上游的壓力。此外，以高壓氮氣取代超低溫泵浦注射液氮更大幅減少固體在超低溫環境下的嚴重磨耗。就此，本研究發展出一套相對低成本、高熱傳功率、下游壓力可高於上游，且比 Clarke 等人及 Wen 等人更簡單、更低磨耗、更耐用的增壓機組。

本研究的最終目的是使每單位液氮輸出最多功。熱力學為此提供了簡單且明確的研發目標。若以 1 bar 下的飽和液氮作為能源載體使之汽化作功，直到成為 1 bar、300 K 的氮氣，則過程中氮的內能變化為一固定值，亦即氮在 1 bar、300 K 和 1 bar 飽和液體狀態時的內能差。據熱力學第一定律，既然內能差為定值，輸出功必然隨吸熱量增加。為增加輸出功，增壓模組必須增加液氮吸熱量。

本研究試圖透過提升氮氣在鍋爐的最大壓力，使氮氣在作功時能吸更多熱。根據圖 1.3，在 300 K 下，若壓力越大，熵值就越低。圖中的 A 路徑為液氮射入鍋爐後吸熱增壓的路徑，從 1 bar 下飽和液氮的 a 點出發，最後會視鍋爐壓力到達 300 K 熱力學平衡時的 b1 或 b2 點。B 路徑則是以鍋爐中的高壓氮氣將水排出作功時，氮氣等溫膨脹的路徑，從吸熱增壓後的 b1 或 b2 點出發，終點為氮氣 1 bar、300 K 時的 c 點。在路徑 AB 下所包含的面積( $\int Tds$ )為過程所吸收的熱。當吸熱增壓後的 b 點壓力越大，路徑 B 的起點越靠左，路徑長度越長，故路徑下面積越大表示氮吸

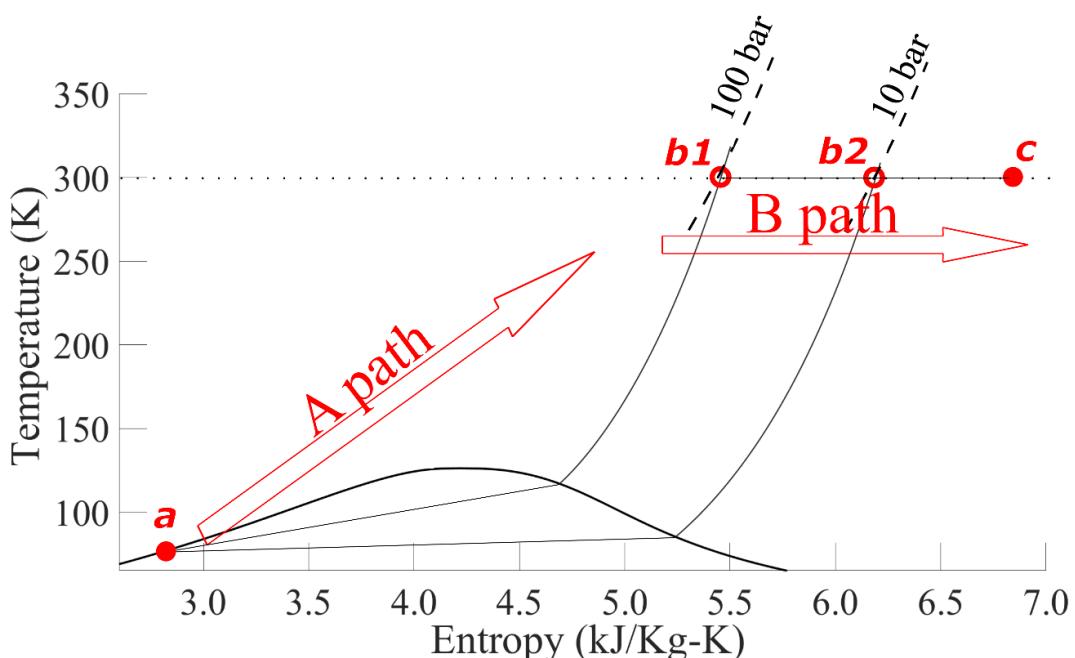


圖 1.3 氮之溫熵圖。A 路徑為吸熱增壓，B 路徑則為等溫膨脹

收了越多熱。吸熱增壓後的壓力越大，代表在熱平衡時(溫度約在室溫)鍋爐內的比容越低，這也意味增壓機組必須在相同空間內射入更多的液氮。

然而，噴射時流經管路的液氮實為一過熱液體，部份液氮會於流動時就汽化，進而產生壓力[22, 23]，一旦壓力高於上游氮氣加壓壓力便會造成流動阻滯，以致於無法將全部液氮射入。此外，液氮射入鍋爐時會與水直接接觸，兩流體溫差極大，且液氮噴射速度極快，故兩流體間熱傳功率很大，造成液氮快速汽化及氮氣快速膨脹增壓。若未能在鍋爐增壓高於上游管路前及時關閉閥門，液氮於鍋爐產生之高壓氮氣將往上游回流，造成最終得到的鍋爐壓力低於預期。

本研究實驗將根據氣體動力學理論[24, 25]及系統相關參數，建立一套系統噴射過程的計算模型。在 Fischer 等人的研究[26]中以伯努利方程開發了一個快速且足夠準確的相似模型(Similarity Model)來預測壓力容器的對大氣排放的瞬態過程。藉其相似模型可以預測過程中壓力、溫度和密度隨時間的變化，以及最終氣體排空的時間。本研究首先以 Fischer 等人的相似模型[26]來對本研究建立的模型進行驗證，而 Fischer 等人的模型僅能計算阻塞發生前的亞臨界流，無法涵蓋本研究所有的壓力範圍，且與本研究的系統從高壓容器排至低壓容器的設定存在差異。故在其相似模型適用範圍內驗證本研究模型的適用性後，便以本研究模型進行後續實驗相關的計算。該模型先經由計算求得噴射期間系統上下游壓力的變化趨勢，再透過實驗結果比較取得的液氮與水間的直接接觸熱傳功率，藉此推算最佳的噴射控制時間。本研究希望藉由對噴射控制的掌控，讓更多的液態氮射入鍋爐中，使液氮延最低比容的膨脹路徑吸熱汽化，藉此使每單位液態輸出最多功。

本論文將採以下的符號定義:下文中， $P$ 代表壓力， $T$ 代表溫度， $u$ 代表比內能， $U$ 代表總內能， $h$ 代表比焓， $\rho$ 代表密度， $m$ 代表質量， $V$ 代表體積， $w$ 代表流速， $M$ 代表馬赫數， $R$ 代表氣體常數， $k$ 代表比熱比， $x$ 代表路徑位置， $l$ 代表管路長度， $D$ 代表管路內徑， $f$ 代表管路摩擦因子和 $t$ 代表時間。另外，若上述參數有下標，第一下標代表管路中的位置，第二下標若為零(0)，表示該參數為初始( $t=0$ )狀態。

## 第 2 章 實驗方法



本研究建置了一組液氮增壓系統，可將液氮射入盛水鍋爐，藉此產生高壓。利用該增壓系統，本研究先透過液氮噴射實驗和氮氣噴射實驗測試，對照液氮噴射的增壓效果。為進一步使增壓效果最大化，本研究另外執行了氮氣排氣實驗和氮氣連通實驗，再將這些實驗與下一章的氣體動力學模型結合，找出可使增壓效果最大化的操作參數。下文中，§2.1 展示了液氮增壓系統的部件及運作原理。§2.2 介紹了液氮噴射及氮氣噴射實驗的流程以及實驗參數。§2.3 藉由比較§2.2 量測到的兩種實驗資料，估計液氮噴射時液氮與水之間的熱傳功率給後續建立的模型使用。§2.4 介紹了排氣實驗的設置及流程，排氣實驗是為了測量系統管路的摩擦因子，以促成後續模型的建立。§2.5 則介紹了連通實驗的設置及流程，連通實驗的結果將用來驗證噴射模型適用性。

### 2.1 液氮增壓系統

如圖 2.1 所示，本研究建置的液氮增壓系統由加壓單元、填充單元和蓄壓單元組成。系統運轉時先將定量液氮填入填充單元，再用加壓單元的高壓氮氣將填充單元的液氮射入蓄壓單元，讓液氮於蓄壓單元內吸熱增壓。各單元透過一個訊號處理單元來讀取及控制各處訊號。系統中的閥件以  $NV_i$  代表針閥， $BV_i$  代表球閥， $CV_i$  則代表超低溫球閥(型號：305C，臺灣陸功工業股份有限公司製造)，透過閥門驅動器(型號：Z-450DA，臺灣陸功工業股份有限公司製造)驅動。另外， $P_i$  代表壓力傳

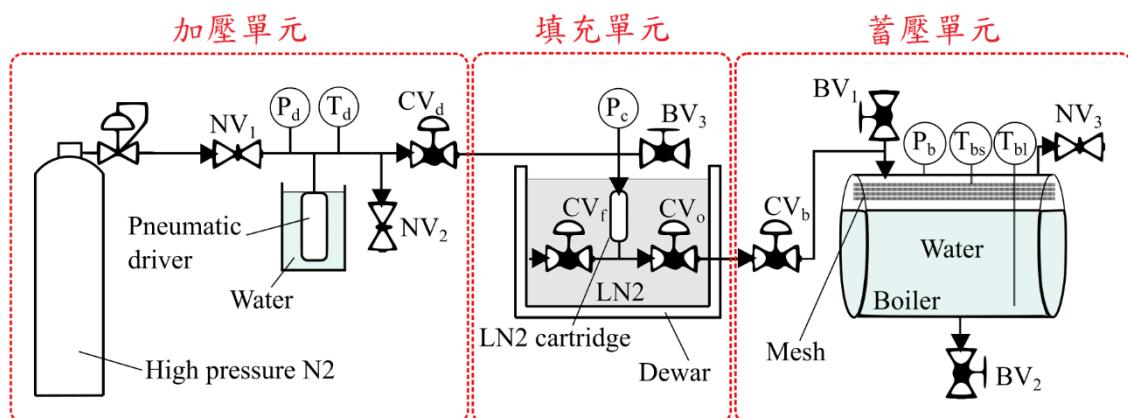


圖 2.1 液氮增壓系統示意圖

感器(model 26.600G, BD|SENSORS, Thierstein, Germany)， $T_i$  則代表熱電偶溫度計(型號：TC-T SUS 316，台灣友馨科技有限公司製造)。以上所有感測器訊號及閥門控制訊號都透過訊號處理單元的資料擷取系統(model cDAQ-9178, NI9203, NI9212 及 NI9403, National Instruments, USA)搭配 LabVIEW 程式來讀取及控制。

液氮增壓系統中的填充單元由液氮定量瓶(LN2 cartridge)、杜瓦盆(Dewar)、 $BV_3$ 、 $CV_f$  及  $CV_o$  組成，其中液氮定量瓶由 6061 鋁圓棒鑽孔加工而成，容量 4.88 ml，可承受 175 bar。 $CV_f$  的入口端直通杜瓦盆內的液氮，出口端則與液氮定量瓶連接， $CV_f$  和  $BV_3$  同時開啟能讓液氮流入並填滿液氮定量瓶。將液氮定量瓶置於液氮液面下能確保液氮定量瓶內的氮保持為液態，而  $CV_o$  的開啟能讓液氮定量瓶內的液氮往下游管路流出。

加壓單元由外部的高壓氮氣源(High pressure N2)、儲氣瓶(Pnematic driver)、 $NV_1$ 、 $NV_2$  及  $CV_d$  組成。 $NV_1$  和  $NV_2$  被用來調節自高壓氮氣源填充至儲氣瓶的壓力，而儲氣瓶會泡在水槽裡使內部的溫度維持在室溫。開啟  $CV_d$  能讓儲氣瓶內的高壓氮氣對下游的液氮加壓，進而將液氮射入蓄壓單元中。

最後，蓄壓單元由鍋爐(Boiler)、 $NV_3$ 、 $BV_1$ 、 $BV_2$  及  $CV_b$  組成，其中鍋爐為一圓柱型壓力容器，能承受 175 bar。鍋爐兩端裝有透明壓克力視窗，透過視窗能觀察鍋爐內的流體行為。鍋爐內部裝有數片濾網(Mesh)，用來阻擋射流衝擊水面時激起的水花，避免水花隨增壓後的氮氣往上游回流，造成管路結冰堵塞。 $CV_b$  開啟時能讓上游受壓的液氮射入鍋爐，關閉時能隔絕讓鍋爐與上游管路，避免鍋爐內的氮氣往上游回流或受上游低溫管路冷卻而降壓。每一批次的實驗前，系統透過  $BV_1$  將定量的水填入鍋爐內，這些鍋爐水在該批次實驗結束時由  $BV_2$  排出。最後，在前後兩次實驗間，鍋爐內的壓力透過  $NV_3$  釋放。

本研究的系統曾將液氮由鍋爐頂部直接噴向鍋爐水的水面。如圖 2.2 (a)所示，這導致液面形成凹坑並濺起水花[27-29]，同時向鍋爐噴射口方向噴濺。這些噴濺的水花會隨著鍋爐內汽化增壓時產生的氮氣於閥件關閉前往上游回流，如圖 2.2(b)所示。這將使上游管路結冰，造成堵塞，癱瘓增壓系統，也使實驗中斷。為解決上述結冰的問題，本研究乃於液氮噴射口下方安裝數片濾網，如圖 2.2 (c)所示。同時，為了配合鍋爐腔體形狀，本研究至作了如圖 2.2 (d)中兩種不同大小的濾網。藉由這些濾網阻擋噴濺的水花，本研究成功抑制了水的回流，從而使系統不再因結冰而癱

瘓，相關實驗得以連續執行。

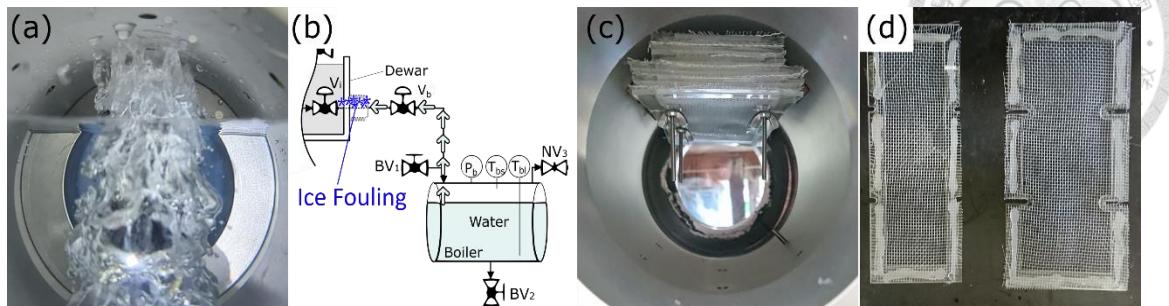


圖 2.2 (a)於噴射時向上噴濺的水花 (b)水回流及管路結冰堵塞示意圖 (c)安裝濾網後的鍋爐內部 (d)大、小濾網

## 2.2 液氮噴射實驗與氮氣噴射實驗

本研究一開始分別進行了液氮噴射實驗及氮氣噴射實驗。液氮噴射實驗是在填充單元裝填液氮後，使用高壓氮氣將液氮噴入鍋爐。而氮氣噴射實驗則是在填充單元沒有裝填液氮的情況下，僅使用高壓氮氣對鍋爐進行噴射。兩者的結果被用來分辨液氮射入鍋爐時之增壓效應。另外，氮氣噴射實驗亦可作為液氮噴射實驗液氮射入量為零的參考基準。液氮噴射實驗的準備程序如下。首先，定量的去離子純水將由  $BV_1$  被注入鍋爐。其次，系統內所有空間被以高壓氮氣經  $NV_1$ 、 $CV_d$ 、 $CV_o$  及  $CV_b$  充填至 10 bar，待壓力平衡後關閉  $NV_1$ ，再由  $NV_3$  以隔水排氣的方式洩壓至 1 bar(大氣壓力)。該程序將反覆 3 次，使系統內氮氣濃度達 99.9% 以上，方便後續分析將系統內氣體視為純氮。

準備完成後，液氮被添加至杜瓦盆內，其液面高度剛好淹沒液氮定量瓶。而儲氣瓶內壓力透過針閥  $NV_1$ 、 $NV_2$  被調整到設定的噴射壓力  $P_{inj}$ 。後續實驗將透過 LabVIEW 程式來控制閥門作動並記錄過程中溫度及壓力變化。程式將全自動完成所有程序。閥件控制時序如圖 2.3 所示，實驗一開始，程式先記錄 1 秒的初始狀態，接著再同時開啟  $BV_3$  及  $CV_f$  10 秒讓液氮填充液氮定量瓶。填充結束 0.8 秒後，鍋爐上方的  $CV_b$  會預先被開啟，再間隔 0.2 秒後  $CV_d$  及  $CV_o$  同時被開啟，讓儲氣瓶內的高壓氮氣通過  $CV_d$  對液氮定量瓶內的液氮加壓。受壓的液氮及氮氣將通過  $CV_o$ 、 $CV_b$  射入鍋爐內。自第 12 秒算起噴射時間  $t_{inj}$  秒後，程式先關閉鍋爐上方的  $CV_b$

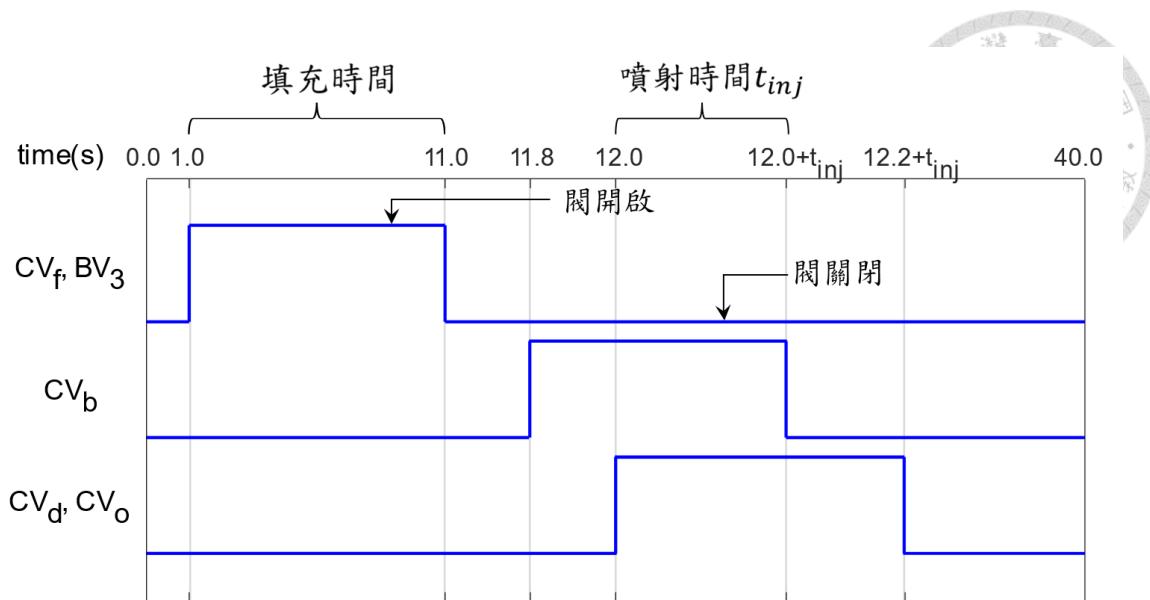


圖 2.3 閥件控制流程時序圖

結束噴射，而  $CV_o$  及  $CV_d$  則於 0.2 秒後被關閉。最後，程式持續記錄溫度及壓力，直到 40 秒實驗結束。實驗結束後，鍋爐壓力將透過  $NV_3$  被釋放降回一大氣壓，隨後再依實驗準備程序添加液氮、調整加壓壓力，進行下一組實驗。而氮氣噴射實驗的實驗流程大致與以上相同，除了沒有添加液氮至杜瓦盆內的準備程序，以及實驗中不再開啟  $BV_3$  及  $CV_f$  填充液氮。氮氣噴射實驗噴射過程的閥門控制時序和液氮噴射實驗相同。

本研究透過調整儲氣瓶的噴射壓力和噴射時間，希望讓更多的液氮射入鍋爐。如表 2.1 所示，本研究以 790 ml 儲氣瓶內的氮氣來噴射液氮定量瓶(4.88 ml)加上管路空間(2.8 ml)共 7.68 ml、6.19 g 的液氮。液氮將被射入 3035 ml 的鍋爐中，鍋爐內另外裝有 2600 ml 的水及 75 ml 的濾網。將水和濾網所占體積扣除後，鍋爐剩下 360 ml 的餘隙容積。儲氣瓶至鍋爐間的管路體積約為 90 ml，儲氣瓶下游體積為管路體積加上餘隙容積共 450 ml。管路長度為 2 m。管路直徑為 4.35 mm。另外，氮氣的氣體常數  $R$  為  $8.3145 \text{ kJ}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ ，氮氣的比熱比  $k$  為 1.4。而儲氣瓶噴射壓力  $P_{inj}$  被設定在 2 到 16 barg 之間，間隔為 2 bar，在本研究中的壓力值皆以錶壓表示。噴射時間  $t_{inj}$  則有 0.4、0.2、0.1 及 0.05 秒四種。

由於系統中使用的超低溫球閥由閥門驅動器連接壓縮空氣來作動，閥件實際開啟及關閉時會有一定的延遲。填充液氮的過程時間較長，閥件作動的延遲影響不大。而噴射液氮的過程時間必須被精準控制，閥件開關的少許延遲會造成莫大的

表 2.1 系統及實驗設定參數

儲氣瓶容積 $V_H$ (ml)	790	儲氣瓶下游體積 $V_L$ (ml)	450
液氮填充容積(ml)	7.68	管路長度 $l$ (m)	2
液氮填充質量(g)	6.19	管路直徑 $D$ (mm)	4.35
鍋爐容積(ml)	3035	氣體常數 $R$ ( $\frac{\text{kJ}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ )	8.3145
鍋爐水量(ml)	2600	氮氣比熱比 $k$	1.4
濾網體積(ml)	75	噴射時間 $t_{inj}$ (s)	0.05、0.1、0.2、0.4
鍋爐餘隙容積(ml)	360	持續時間 $t_{dur}$ (s)	0.19、0.24、0.34、0.54
中間管路體積(ml)	90	噴射壓力 $P_{inj}$ (barg)	2-16，以 2bar 為間隔

影響。雖然系統已透過兩組控制閥件的時間參數來精確控制 $t_{inj}$ (請見圖 2.3)，不過實際的噴射時間仍會有些許差異。本研究所使用的閥件開啟延時(閥件全關到全開) $dt_{open}$ 約為 0.16 秒，關閉延時(閥件全開到全關) $dt_{close}$ 約為 0.3 秒，設定的噴射時間 $t_{inj}$ 與實際噴射持續時間 $t_{dur}$ 的關係如圖 2.4 所示，而兩者之間的關係式為

$$t_{dur} = t_{inj} + dt_{close} - dt_{open} = t_{inj} + 0.14 \quad (2.1)$$

噴射時間 $t_{inj}$ 與實際噴射持續時間 $t_{dur}$ 的對應關係也顯示在表 2.1 中。

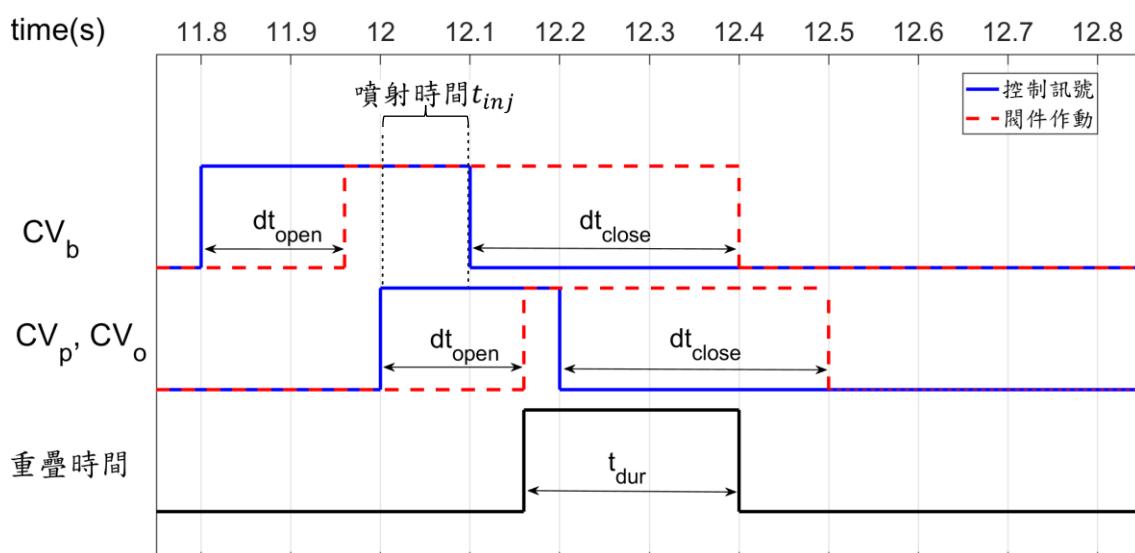


圖 2.4 噴射過程閥件相關時序圖



## 2.3 液氮與水的直接接觸熱傳

液氮射入鍋爐時會與水混合，並以直接接觸熱傳作熱交換。由於液氮噴射速度非常快，兩種流體之間會發生 Kelvin–Helmholtz 不穩定性[30-32]，在介面處形成渦旋，增強兩種流體之間的質傳及熱傳[33-37]。目前，流體之間直接熱傳的常見方法是觀察介面處的渦旋強度或速度擾動大小推算[38-43]。然而，本研究的系統中很難觀察到完整的射流結構。因此，本研究通過比較氮氣噴射和液氮噴射兩種實驗數據來估計過程中的熱傳量。

本研究假設在噴射過程中，兩種實驗流入鍋爐的氮氣總內能及氮氣總質量相同。然而，在液氮噴射實驗中，除了考慮氮氣的內能外，還需要考慮噴入液氮的內能以及液氮和水之間的熱傳。因此，兩種實驗中鍋爐內氮總內能的關係為

$$u_{b,LN}V_L\rho_{b,LN} = u_{b,GN}V_L\rho_{b,GN} + m_{LN}u_{LN,1atm} + Q \quad (2.2)$$

式中的 $u_{b,LN}$ 、 $u_{b,GN}$ 分別為液氮噴射和氮氣噴射實驗的鍋爐內氮比內能。而 $u_{LN,1atm}$ 表示液氮在 1 大氣壓下飽和液體狀態時的初始比內能。 $Q$  則為液氮與水之間的熱傳量，亦是本研究欲求得的值。在氮氣噴射實驗中，鍋爐溫度的變化較緩和，熱電偶能夠測量到瞬態的溫度變化，因此可通過實驗量測的溫度及壓力資料求得氮氣噴射時的比內能變化為

$$u_{b,GN} = u(P_{b,GN}, T_{b,GN}) \quad (2.3)$$

式中的 $P_{b,GN}$ 和 $T_{b,GN}$ 為氮氣噴射實驗的壓力及溫度。而在液氮噴射實驗中，由於極低溫的液氮噴入鍋爐瞬間，鍋爐內溫度應迅速下降。然而，系統使用的熱電偶響應不夠快速，無法提供準確的瞬時溫度作參考。因此本研究假設氮氣噴射和液氮噴射實驗在噴射過程中由儲氣瓶流入鍋爐的氮氣質量是相同的，而液氮噴射實驗除了流入的氮氣外，還有噴入的液氮量 $m_{LN}$ 共 6.19 g。假設噴入的液氮與氮氣完全均勻混和，則兩種實驗中鍋爐內的氮密度之間的關係為

$$\rho_{b,LN} = \rho(P_{b,GN}, T_{b,GN}) + m_{LN}/V_L \quad (2.4)$$

其中， $\rho_b$ 為鍋爐內的氮密度，下標 $GN$ 和 $LN$ 分別代表氮氣噴射和液氮噴射實驗， $V_L$ 為鍋爐餘隙容積加上管路體積的儲氣瓶下游體積(450 ml)。本研究利用式(2.4)得到液氮噴射實驗的鍋爐內氮密度 $\rho_{b,LN}$ ，再加上液氮噴射實驗量測到的鍋爐壓力 $P_{b,LN}$ ，可得液氮噴射時的比內能變化為

$$u_{b,LN} = u(P_{b,LN}, \rho_{b,LN}) \quad (2.5)$$

將式(2.4)求得的密度，以及式(2.3)跟式(2.5)求得的比內能代入式(2.2)，即可求得液氮噴射過程的熱傳量 $Q$ 。

本研究取該組實驗資料(一組液氮噴射&一組氮氣噴射)中噴射時間( $t_{inj}$ )所對應的噴射持續時間( $t_{dur}$ )做為熱傳時間( $t_{heat}$ )的長度，計算出不同噴射時間下關閥前的熱傳量 $Q_{closed}$ 。實驗參數中有 4 種不同的噴射時間( $t_{inj}$ )，故將得到四組不同熱傳時間下的熱傳量 $Q_{closed}$ ，如圖 2.5 所示，其中有  $t_{inj} = 0.05$ 秒在 0 到 190 ms 間的熱傳量 $Q_1$ ,  $t_{inj} = 0.1$ 秒在 0 到 240 ms 間的熱傳量 $Q_2$ ,  $t_{inj} = 0.2$ 秒在 0 到 340 ms 間的熱傳量 $Q_3$ 以及  $t_{inj} = 0.4$ 秒在 0 到 540 ms 間的熱傳量 $Q_4$ 。

圖 2.5 顯示基本上熱傳時間越長時熱傳量也越大，且隨噴射壓力上升作增長。不過，圖中 $Q_4$ 在噴射壓力大於 12 barg 後的熱傳量反而小於 $Q_3$ ，這意謂此時由於鍋爐內的氮氣已嚴重回流，式(2.2)的假設不再成立，故所估計的熱傳量不再準確。為

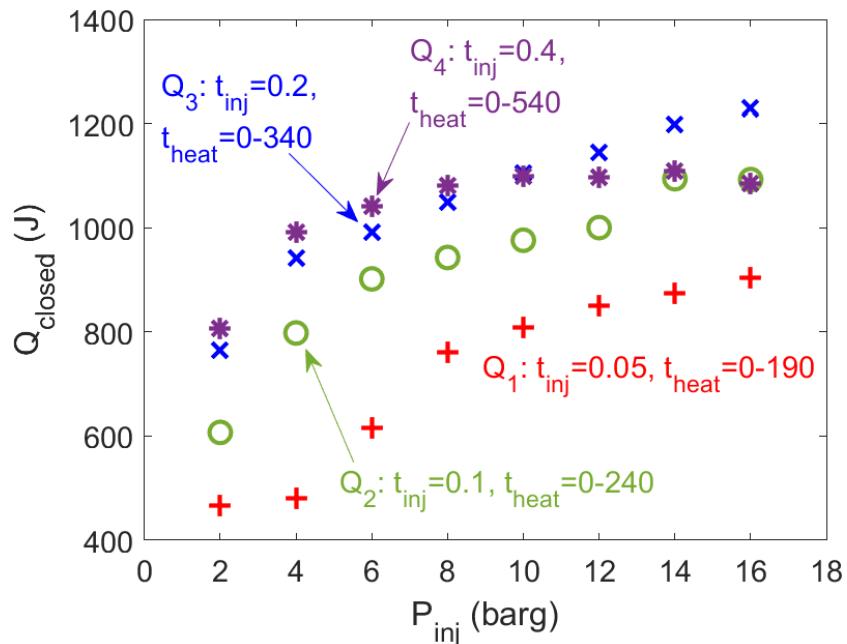


圖 2.5 液氮噴射關閥前熱傳量

了能將實驗所得到的熱傳資訊代入後續建立模型作計算，本研究藉由以上求得的熱傳量 $Q$ ，將其除以相應的熱傳時間長度，來得到模型所需的熱傳功率 $\dot{Q}$ 。如圖 2.6 所示，根據圖 2.5 中四種不同熱傳時間的熱傳量計算了四種不同的熱傳功率 $\dot{Q}$ ( $\dot{Q}_1$ 、 $\dot{Q}_2$ 、 $\dot{Q}_3$ 和 $\dot{Q}_4$ )。

圖 2.6 顯示 $\dot{Q}_1$ 的 $\dot{Q}_2$ 大小差異不大，代表在開始噴射初期 0 至 190 ms 及 0 至 240

ms 的熱傳功率一致，且熱傳功率隨噴射壓力上升，在 16 barg 噴射壓力時能形成接近 5 kW 的熱傳功率。而隨後的  $\dot{Q}_2$  及  $\dot{Q}_3$  則有明顯下降的趨勢，代表噴射過程在 240 ms 以後的熱傳功率將不如噴射初期。以上求得的四種熱傳功率  $\dot{Q}$ ，將代入下一章中的液氮噴射模型中，再藉由模型計算與實驗結果的比較，找出最佳的噴射時間。

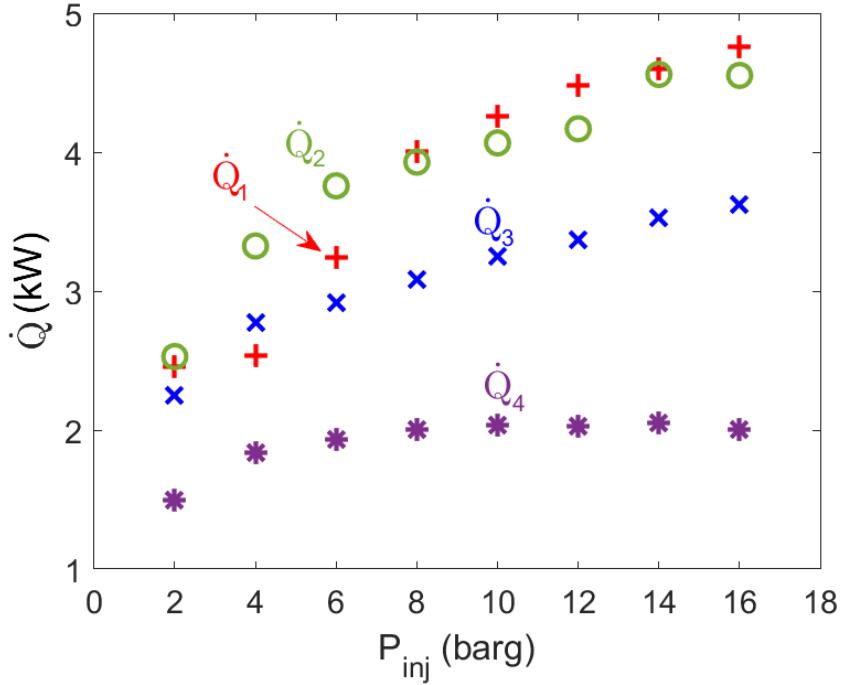


圖 2.6 液氮熱傳功率

為釐清噴射期間的熱傳量佔總熱傳量的比例。如圖 2.7(a)首先比較一大氣壓下飽和液氮(77 K)以及氮在不同壓力下達熱平衡(300 K)的比內能。圖 2.7(a)顯示若氮從飽和液狀態(77 K)變到與大氣熱平衡(300 K)時的比內能差約 300 kJ/kg。圖 2.7(b)則將 2.7(a)中 77 K 與 300 K 的比內能差乘上液氮質量 6.19 g，求得液氮在理想下完全汽化的總熱傳量約 2100 J。接著，由於閥後鍋爐內的氮密度固定，故本研究根據式(2.4)求得液氮噴射實驗在不同  $t_{inj}$  下閥時的鍋爐氮密度  $\rho_{b,LN}$ ，再透過閥時的壓力  $P_{b,LN,closed}$  與最終達熱平衡時的壓力  $P_{b,LN,final}$ ，求得閥後的熱傳量  $Q_{last}$  為

$$Q_{last} = V_L \rho_{b,LN} [u(P_{b,LN,final}, \rho_{b,LN}) - u(P_{b,LN,closed}, \rho_{b,LN})] \quad (2.6)$$

將閥前後的熱傳量相加能得到整個過程的總熱傳量  $Q_{whole}$  為

$$Q_{whole} = Q_{closed} + Q_{last} \quad (2.7)$$

圖 2.7(c)彙整了所有液氮噴射實驗的總熱傳量  $Q_{whole}$ 。圖中顯示總熱傳量大致分布於 2000 J 上下，此與圖 2.7(b)的預估值接近，而遠低於 2000 J 的結果為液氮噴射不完全或汽化後回流所造成，將於第 4 章作更進一步的討論。在圖 2.7(d)中將圖 2.5

的  $Q_{closed}$  與圖 2.7(c) 的  $Q_{whole}$  相除，求得關閥前熱傳量於總熱傳量的佔比 ( $Q_{closed}/Q_{whole}$ )。圖 2.7(d) 顯示較慢關閥的  $t_{inj} = 0.4$  和 0.2 秒，兩者的  $Q_{closed}/Q_{whole}$  非常接近且皆大於 50%。而  $t_{inj} = 0.4$  秒時的  $Q_{closed}/Q_{whole}$  則介於 40% 到 50% 之間。即使最快關閥的  $t_{inj} = 0.05$  秒，其  $Q_{closed}/Q_{whole}$  亦將近 40%。這表明在噴射過程中，直接熱傳的效應不能被忽視。

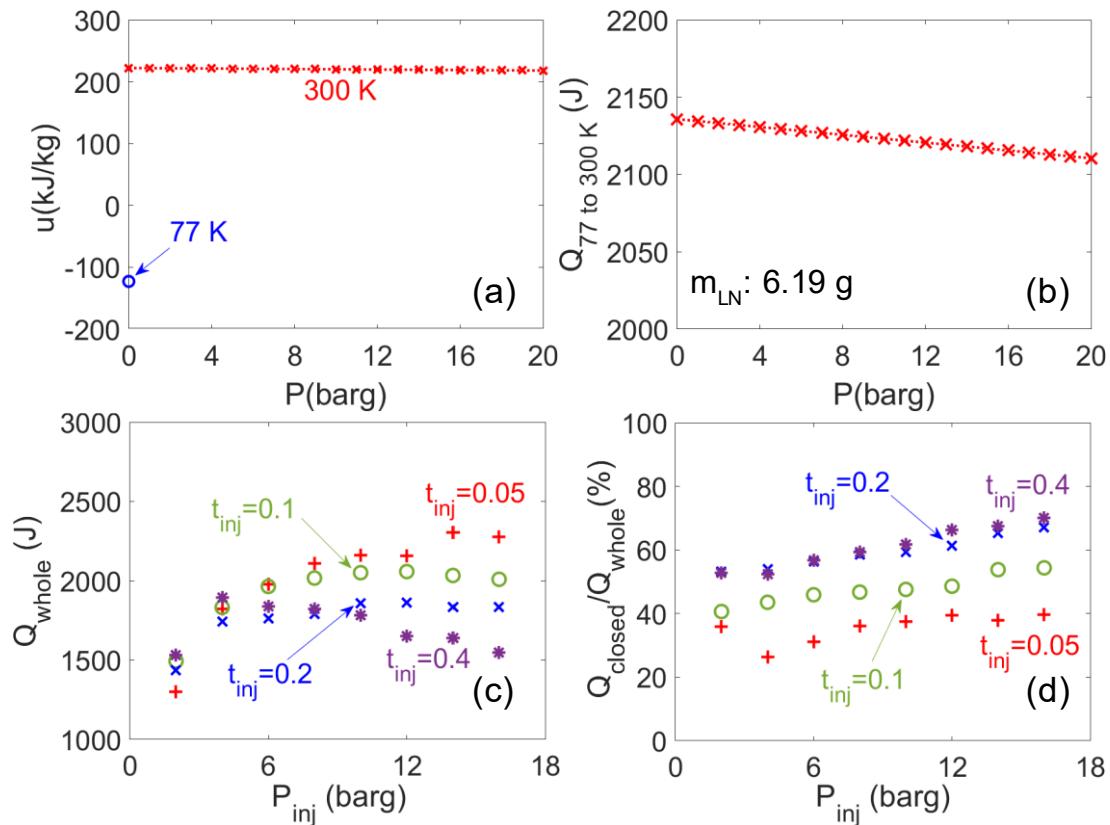


圖 2.7 (a) 氮之壓力-內能圖，(b) 液氮汽化熱傳量，(c) 液氮噴射總熱傳量以及(d)  $Q_{closed}/Q_{whole}$



## 2.4 管道摩擦因子量測:氮氣排氣實驗

為了能透過氣體動力學模型計算氮氣流速，本研究進行氮氣排氣實驗，以取得估算管路摩擦因子的量測資料。如圖 2.8 所示，排氣實驗是在下游不連接鍋爐的情況下，將儲氣瓶內的高壓氮氣直接對大氣排放的實驗。排氣實驗的實驗流程如下。首先，氮氣儲氣瓶將被填充氮氣至設定初始壓力  $P_{H,0}$ (2 到 16 barg，每 2bar 為間隔)。接著，氮氣儲氣瓶出口閥件將被打開，使氮氣儲氣瓶內的氮氣從閥件流經系統管路後排至大氣。DAQ 將記錄排氣過程中容器內壓力的變化。透過§3.3 的擬合方法，這些結果將被用來推求管路的摩擦因子。

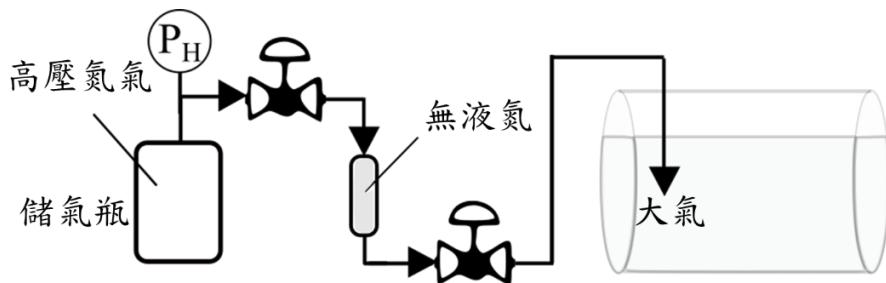


圖 2.8 排氣實驗示意圖

## 2.5 氮氣連通實驗

如圖 2.9 所示，連通實驗與§2.2 中的氮氣噴射實驗相似，不過在實驗中不再設定噴射結束的關閥時間，而是讓上下游一直保持連通直到實驗結束。連通實驗的實驗流程如下。首先，氮氣儲氣瓶將被填充氮氣至設定初始壓力  $P_{H,0}$ (2 到 16 barg，每 2bar 為間隔)。接著，儲氣瓶與鍋爐間的所有閥件將被打開，使儲氣瓶內的氮氣從閥件流經系統管路後流入鍋爐。DAQ 將記錄排氣過程中容器內壓力的變

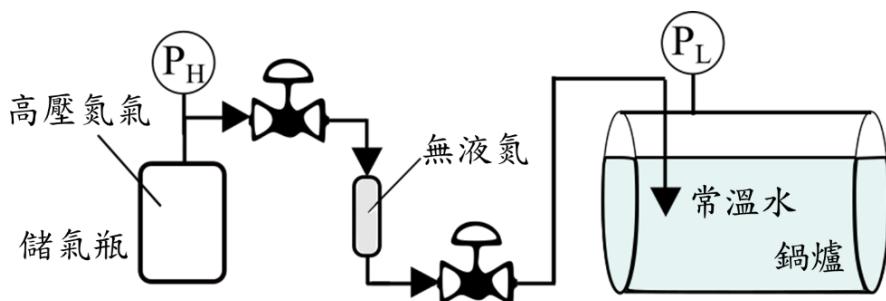


圖 2.9 連通實驗示意圖

化。圖 2.10(a)及(b)展示了不同初始壓力  $P_{H,0}$  下的實驗量測結果。初始值較高的曲線對應於儲氣瓶壓力  $P_H$ ，而初始值較低的曲線則對應於鍋爐壓力  $P_L$ 。連通實驗能記錄到上下游壓力容器連通後完整的壓力變化趨勢，以及兩者壓力交會的時間點，實驗所量測到的結果將在 §3.4 用來驗證氮氣噴射模型的準確性。

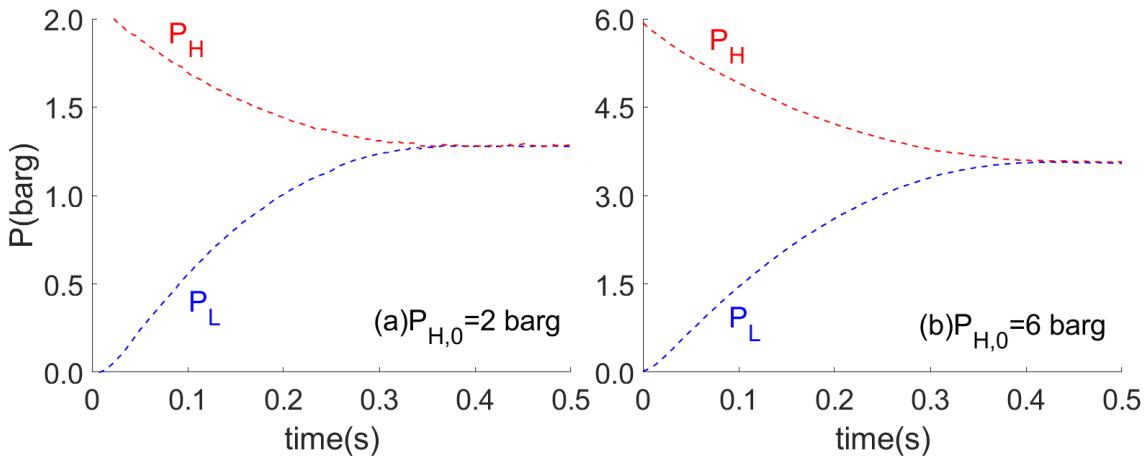


圖 2.10 連通實驗結果

為觀察鍋爐容積縮小對連通過程的影響，本研究額外進行了小容積的連通實驗。如圖 2.11 所示，最下游的鍋爐先被移除，接著管路末端被封閉，並裝上壓力計。藉此，原先以 790 ml 的儲氣瓶來充填 450 ml 的鍋爐加管路空間的連通實驗變成以 790 ml 的儲氣瓶來充填 90 ml 的管路空間。實驗流程皆與原本的氮氣連通實驗相同。圖 2.12(a)及(b)展示了不同初始壓力  $P_{H,0}$  下的實驗量測結果。初始值較高的曲線對應於儲氣瓶壓力  $P_H$ ，而初始值較低的曲線則對應於管路末端壓力  $P_L$ 。圖中顯現小容積連通實驗中，上下游的壓力會比連通實驗更早交會，且交會後下游壓力會略高於上游，並周期性的反覆震盪直到兩者壓力完全重疊。雖然圖 2.12 顯示有壓力震盪的發生，不過其振幅相當小，且實際增壓系統之下游體積遠高於小容積連通實驗之設定，故此震盪現象將不考慮在後續建立的模型中。

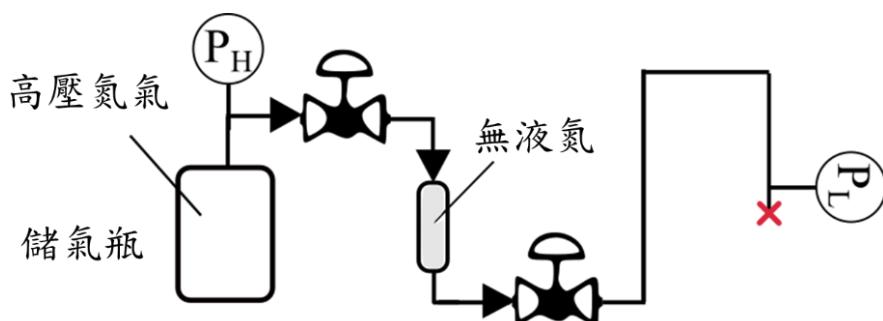


圖 2.11 小容積連通實驗示意圖

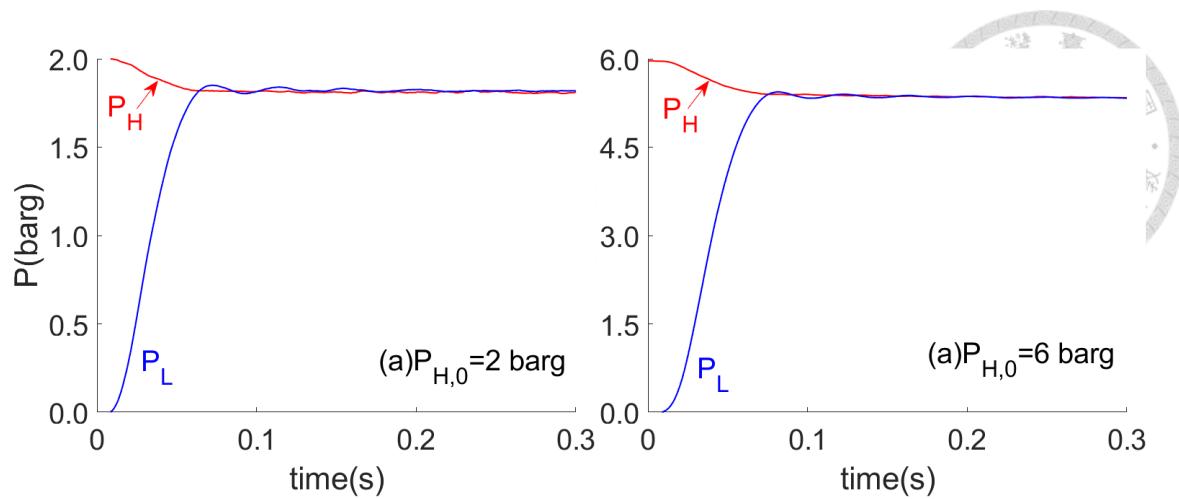


圖 2.12 小容積連通實驗結果

## 第3章 噴射模型



為進一步使增壓效果最大化，本研究利用氣體動力學理論建立了一套噴射模型，模型將被用來模擬系統的噴射過程。該模型將可用來求得噴射過程的所有系統資訊，找出系統操作的最佳參數。下文中，§3.1 介紹了由增壓系統簡化的氮氣噴射模型以及模型中的氣體流動過程。§3.2 展示了模型計算結果與相關文獻資料的比較。§3.3 藉由§2.4 排氣實驗的資料，擬合出系統管路的摩擦因子。§3.4 將§3.3 所得的摩擦因子帶入氮氣噴射模型，並將模型計算結果與§2.5 連通實驗的資料作比較，進一步驗證模型的適用性。§3.5 以§3.1 建立的氮氣噴射模型為基礎，同時考慮液氮噴射時的效應，建立液氮噴射模型，接著將§2.3 所得的熱傳功率將被代入模型中，由模型求得系統操作的最佳參數。

### 3.1 氮氣噴射模型

本研究的液氮增壓系統是將儲氣瓶的高壓氮氣作為噴射動力源，透過閥件開啟讓儲氣瓶內的高壓氮氣將液氮噴入鍋爐中。接著，系統在設定的噴射持續時間後關閉閥件，讓液氮與鍋爐內水混和作熱交換，最終使鍋爐產生增壓的效果。噴射過程的持續時間非常重要，因為持續時間如果過長，鍋爐的壓力將會超過上游壓力，使鍋爐內由液氮汽化的氮氣往上游回流，導致鍋爐的增壓壓力下降。反之，若噴射持續時間過短，則可能導致定量液氮無法完全噴入。因此，本研究利用氣體動力學[24, 25]的相關理論建立了一套氮氣噴射模型，該模型可以用來計算以管路連接的兩容器，在設定不同的初始壓力下使其連通時，兩容器之間的流動情況，以及兩容器的壓力變化趨勢。由於本研究的液氮噴射為一暫態且溫度驟變的過程，系統的溫度變化難以捕捉，且無法量測到系統內的流動速度。另外，亦不確定壓力量測的反應是否及時。藉此噴射模型可得知以上無法確認的所有系統資訊，以及提供上下游壓力交會的時間。此交會時間即可視為氮在鍋爐入口處流速為零的瞬間，此時關閉閥件應可產生最大增壓。

系統的模型以及重要參數如圖 3.1 所示，圖中最左方的框代表高壓容器，容積為  $V_H$ 。最右方的方框則代表低壓容器，容積為  $V_L$ 。兩個容器之間通過管路及閥

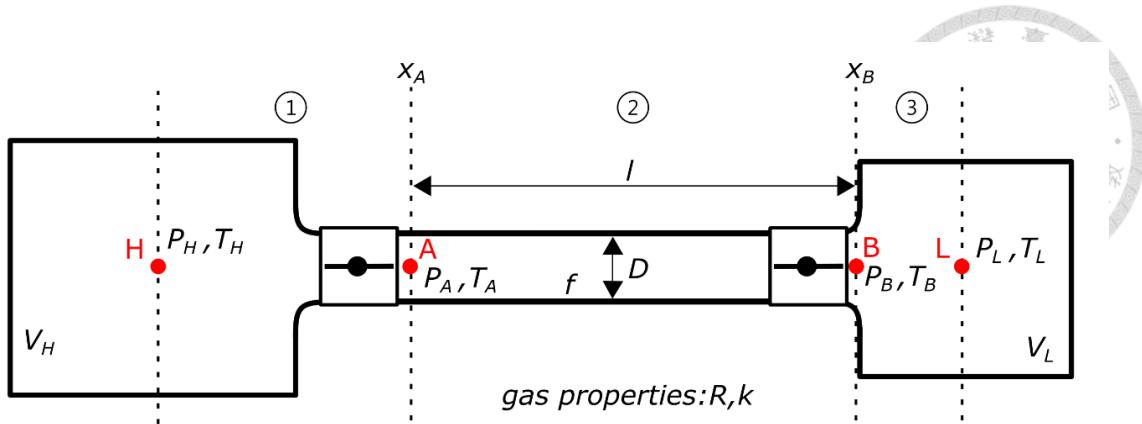


圖 3.1 系統的模型示意及模型相關參數

件連接，管路的長度為  $l$ ，管路的內徑為  $D$ ，而管路的摩擦因子則為  $f$ 。模型假設氮氣自圖 3.1 的 H 流自 L 的流動過程分為三段，第一段是等熵噴嘴流，氣體從高壓容器經截面突縮的閥件流出，流動過程絕熱且可逆。第二段是 Fanno-line 管流，流出的氣體經由一段帶摩擦阻力的長管流到低壓容器入口，期間管內流為絕熱。第三段是氣體混和過程，氣體從低壓容器入口流入後在容器內停止，並跟容器內氣體完全混和。另外，因為管流受壓力波影響，出口流速上限為音速。若上下游壓差超過達音速時對應的壓差(阻塞限制)則為阻塞流。用以上三段流動過程及一阻塞限制建立模型的細節將分述於以下段落中。同時，系統是封閉的完全剛性體，因此系統內質量守恆且內部總體積保持不變。由於噴射過程非常短暫，系統的熱傳量甚小，因此可視為一近似絕熱的系統，系統內能量守恆。最後，模型假設氣體是理想氣體，且噴射過程為一準穩態過程。

在假設可逆絕熱的情況下，氣體從圖 3.1 的高壓容器內 H 點經由閥件流到管路入口 A 點，此流動為一等熵噴嘴流過程[24, 44, 45]。高壓容器內流體速度甚小，可忽略。當氣體自高壓容器流出時因截面積縮小，氣體流速上升，而 H 點到 A 點的流動過程遵循等熵噴嘴流[24]的關係式

$$M_A = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{P_H}{P_A} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3.1)$$

其中  $M$  為馬赫數， $\gamma$  為比熱比， $P$  為壓力，下標 H 跟 A 則分別代表 H、A 兩點。藉由式(3.1)，給定 H 點與 A 點的壓力比即可求得 A 點的馬赫數，氣體的流動為等熵過程，故滿足



$$\frac{P_H}{P_A} = \left(\frac{\rho_H}{\rho_A}\right)^\gamma = \left(\frac{T_H}{T_A}\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

其中  $\rho$  為密度， $T$  為溫度，由此可得 A 點的流速  $w_A$  為

$$w_A = M_A \sqrt{\gamma R T_A} \quad , \quad (3.3)$$

其中  $R$  為氣體常數。利用  $w_A$  可得時間間隔  $dt$  流出的質量  $dm$  為

$$dm = w_A \frac{\pi D^2}{4} dt \quad . \quad (3.4)$$

有了  $dm$  和出口流體狀態  $(P_A, T_A)$ ，再透過質量守恆關係式

$$\rho_H(t + dt) = \rho_H(t) - dm/V_H \quad (3.5)$$

以及能量守恆關係式

$$U_H(t + dt) = U_H(t) - \left[ h(P_A, T_A) + \frac{w_A^2}{2} \right] dm \quad (3.6)$$

可得時間間隔  $dt$  後高壓容器內狀態的變化。(3.6)式中， $U$  為總內能， $h$  為焓。

當氣體由圖 3.1 中的 A 點流經一段等截面管路到管路末端 B 點時，由於管路帶有摩擦阻力，管內氣體會隨管路流動產生壓降。若氣體在流動過程中絕熱，則該流動過程可以 Fanno-line 管流模擬[24, 46, 47]。Fanno-line 管流的模型為[24]

$$\int_{x_A}^{x_B} f \frac{dx}{D} = \int_{M_A}^{M_B} \left[ \frac{(1 - M^2)}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \right] \left( \frac{2}{\gamma M^2} \right) \frac{dM}{M} \quad (3.7)$$

其中  $x$  為路徑位置， $f$  為摩擦因子， $M$  為馬赫數， $\gamma$  為比熱比，下標則分別代表管入口和出口 A、B 兩點。由於流動過程為絕熱，摩擦的損失會造成熵增加。其中流動過程的連續方程式為

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} = 0 \quad (3.8)$$

其中  $\rho$  為密度， $w$  為流速。理想氣體關係式為

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad (3.9)$$

馬赫數的定義為

$$\frac{1}{M^2} dM^2 = \frac{1}{w^2} dw^2 - \frac{dT}{T} \quad (3.10)$$

而能量守恆方程式為

$$\frac{dT}{T} + \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M^2 \frac{dw^2}{w^2} = 0 \quad (3.11)$$



將式(3.8)至(3.11)帶入式(3.7)中，可將式中的左項替換為壓力的關係式：

$$\int_{P_A}^{P_B} \frac{dP}{P} = \int_{M_A}^{M_B} \left[ \frac{1 + (\gamma - 1)M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2} \right] \frac{dM}{M} \quad (3.12)$$

或溫度的關係式：

$$\int_{T_A}^{T_B} \frac{dT}{T} = - \int_{M_A}^{M_B} \frac{d\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2} \quad (3.13)$$

由以上式(3.7)、(3.12)及(3.13)三式便能得知 A 點到 B 點因摩擦損失所對應的壓力、溫度以及馬赫數變化。

當氣體由管路出口 B 點流入低壓容器 L 點時，流入的氣體會與容器內的氣體混和並停止流動。若時間間隔  $dt$  由 B 點流入容器的質量為  $dm$  時，透過質量守恆

$$\rho_L(t + dt) = \rho_L(t) + dm/V_L \quad (3.14)$$

以及能量守恆

$$U_L(t + dt) = U_L(t) + (h(P_B, T_B) + \frac{w_B^2}{2})dm \quad (3.15)$$

可得時間間隔  $dt$  後低壓容器內狀態的變化。

阻塞流[24, 48, 49]是一種可壓縮流動中常見的效應。圖 3.2 為 John 在 Gas Dynamic[24]中所繪，用來描述阻塞流的示意圖。圖 3.2 (a)中的縱軸代表壓力，橫軸代表所對應的位置點，其中  $P_r$  為容器壓力、 $P_e$  為出口壓力而  $P_b$  為出口背壓。圖 3.2 (b)的縱軸則為圖 3.2(a)出口的質量流率，橫軸為圖 3.2(a)出口背壓  $P_b$  與容器壓力  $P_r$  的比值，圖(b)中的點 1 至點 6 分別對應圖(a)中的曲線 1 至曲線 6。氣體通常是從高壓處流向低壓處，且當上游壓力固定，若下游壓力愈低時，流體的出口速度越快。如圖 3.2(a)中的曲線 1 至曲線 3 所示，當出口的背壓  $P_b$  愈低時，出口壓力  $P_e$  隨著降低，同時出口馬赫數增加，且圖 3.2 (b)對應的質量流率點 1 至點 4 也有上升的趨勢。然而，當出口速度處於聲速條件(馬赫數為 1)，如圖 3.2 (a)的曲線 4 在  $P_b$  下降至使出口馬赫數為 1 時，再降低  $P_b$  時阻塞流就會發生。這是由於流體速度接近壓力波速度，即使出口背壓  $P_b$  再進一步降低也無法傳遞到出口處的  $P_e$ ，這就是圖 3.2 (a)的曲線 5 和曲線 6 顯示出口馬赫數皆為 1，同時出口壓力  $P_e$  與曲線 4 相同，且明顯大於出口背壓  $P_b$  的原因。因此，當下游壓力與上游壓力的比值( $P_b/P_r$ )小於阻塞臨界值時，出口質量流量也會受到限制，圖 3.2 (b)所示，由曲線 5 和曲線 6 對應到的

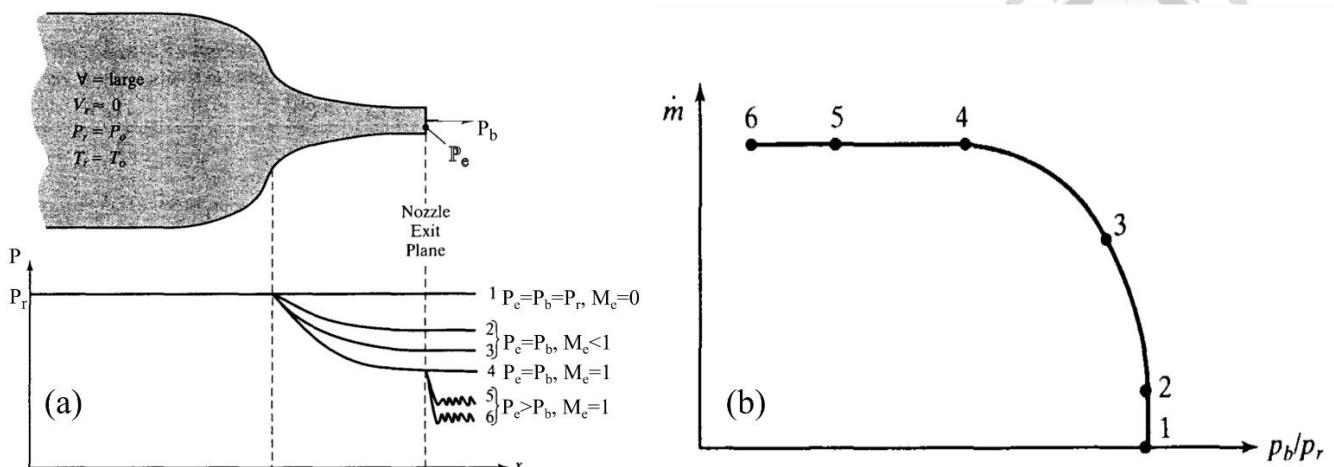


圖 3.2 排氣過程之(a)壓力變化以及(b)出口質量流量[24]

出口質量點 5 和點 6 與點 4 完全相同。因此，想藉由前面討論的流動過程及壓力比來計算出口質量流率前，需先檢查此壓力比流動是否已達阻塞條件。若為阻塞流，則出口質量流量僅受上游側的壓力及氣體密度影響，與下游側的背壓無關。

根據所提及的氣體動力學行為，本研究建立一套模型，模擬氮氣在增壓系統中的行為。由於系統管路截面固定而非漸擴，模型設定了出口流動速度上限 1 馬赫的阻塞限制 (choked flow)，只需給定高低壓容器各自的初始狀態 ( $P_{H,0}$ ,  $T_{H,0}$ ,  $P_{L,0}$  和  $T_{L,0}$ )，以及模型所需的系統參數 ( $V_H$ ,  $V_L$ ,  $f$ ,  $l$ ,  $D$ ) 和氣體相關常數 ( $R$ ,  $k$ )，即可計算兩容器連通後的變化趨勢。藉由這個模型，本研究能夠預測在不同初始條件下，氣體從高壓容器流入低壓容器時的流動行為和壓力、溫度和流速等參數的變化趨勢。如前文所述，系統無法捕捉到過程中的溫度驟變，不確定壓力量測反應是否及時，且最重要的管內流速無從得知。若未能在管內流速為零時及時關閥，回流將伴隨增壓現象發生。藉此模型，本研究能夠為所有的液氮實驗提供更完整的力學行為資訊，幫助釐清系統運作時，高速暫態管流的行為。

噴射模型演算流程如圖 3.3 所示。圖中的  $\text{Isen}(\cdot)$  代表等熵噴嘴流的關係式， $\text{Fan}(\cdot)$  代表 Fanno-line 管流的關係式， $(\cdot)$  內為關係式所需代入的參數，而  $[\cdot]$  內則為由關係式求得的結果。在一開始的步驟 0 中，高低壓容器各自的初始狀態 ( $P_{H,0}$ ,  $T_{H,0}$ ,  $P_{L,0}$  和  $T_{L,0}$ ) 及系統參數 ( $V_H$ ,  $V_L$ ,  $f$ ,  $l$ ,  $D$ ) 以及氣體相關常數 ( $R$ ,  $k$ ) 先被給定。接著，步驟 1 將參數  $f$ 、 $l$ 、 $D$  及  $M_B = 1$  代入 Fanno-line 的關係式，式 (3.7) (3.12) 及 (3.13)，求得在出口阻塞時，管入口對應到馬赫數  $M_{A, \text{choked}}$ 、管入出口的壓力比  $\left(\frac{P_B}{P_A}\right)_{\text{choked}}$

及溫度比  $\left(\frac{T_B}{T_A}\right)_{choked}$ 。步驟 2 再將得到的  $M_{A,choked}$  代入 Isentropic nozzle 的關係式，式(3.1)，求得當  $M_B = 1$  時的噴嘴入出口壓力比  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)_{choked}$  及溫度比  $\left(\frac{T_A}{T_H}\right)_{choked}$ 。然後，在步驟 3.1 將噴嘴入出口壓力比  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)_{choked}$  與管入出口壓力比  $\left(\frac{P_B}{P_A}\right)_{choked}$  的乘積與高低壓容器壓力比  $\left(\frac{P_L}{P_H}\right)$  作比較，若  $\left(\frac{P_L}{P_H}\right)$  較小代表壓力比小於阻塞臨界下限，故為阻塞流。即能將以上壓力比、溫度比及馬赫數代入步驟 4 求得出口氣體的狀態及流量。反之，若  $\left(\frac{P_L}{P_H}\right)$  較大則表示非阻塞流，管出口馬赫數  $M_B$  應小於 1，而噴嘴出口馬赫數  $M_A$  也應小於  $M_{A,choked}$ 。故在步驟 3.2 中，模型將以  $M_{A,choked}$  作為噴嘴出口馬赫數上限，0 作為下限。在隨後的步驟 3.3 中透過二分法來猜測  $M_A$  的大小，將猜測的  $M_A$  分別代入 Fanno-line 關係式以及 Isentropic nozzle 關係式，可以分別得到  $M_A$  所對應的噴嘴入出口壓力比  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)$  及溫度比  $\left(\frac{T_A}{T_H}\right)$  和管入出口壓力比  $\left(\frac{P_B}{P_A}\right)$  及溫度比  $\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$ 。由於高低壓容器壓力  $(P_H, P_L)$  為已知，且非阻塞流時  $P_B = P_L$ ，故噴嘴入口壓力和管出口壓力也為已知。於是，在步驟 3.4 中便能將  $P_H$  乘上  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)$  得噴嘴出口壓力，同時將  $P_L$  乘上  $\left(\frac{P_A}{P_B}\right)$  得管入口壓力。而噴嘴出口和管入口實為同一位置點，在步驟 3.4 和 3.5 中將檢查兩者的壓力差大小，若兩壓力相差小於壓差閾值  $dp$  (本研究中的  $dp$  設定為 1Pa)，則代表此馬赫數  $M_A$  能維持噴嘴與管路連接處狀態為連續，符合流動過程設定。接著就能將以上壓力比、溫度比及馬赫數代入步驟 4 得出口氣體性質及流量。若噴嘴出口壓力與管入口壓力相減大於  $dp$ ，代表馬赫數  $M_A$  猜的太小，需將  $M_A$  作為新的下限重新代回步驟 3.3 作計算。反之噴嘴出口壓力與管入口壓力相減小於  $dp$  則代表馬赫數  $M_A$  猜太大，需將  $M_A$  作為新的上限重新代回步驟 3.3 作計算，直到兩者壓差小於壓差閾值  $dp$ 。在步驟 4 中便能根據步驟 3 求得的氣體性質及流速，與時間間隔  $dt$  及和出口截面  $A$  相乘，得流出質量  $dm$  和流出焓。在步驟 5 中根據質量守恆及能量守恆關係式，式(3.5)(3.6)(3.14)及(3.15)，分別求得高壓容器及低壓容器在時間間隔  $dt$  後各自狀態的變化。最後，在步驟 6 中檢查高低壓容器的壓力大小，若低壓容器壓力高於高壓容器則計算中止，同時得到兩容器間壓力交會之時間  $t_{equ}$ 。若還未交會則將高低壓容器新的狀態代回步驟 3 繼續作計算。

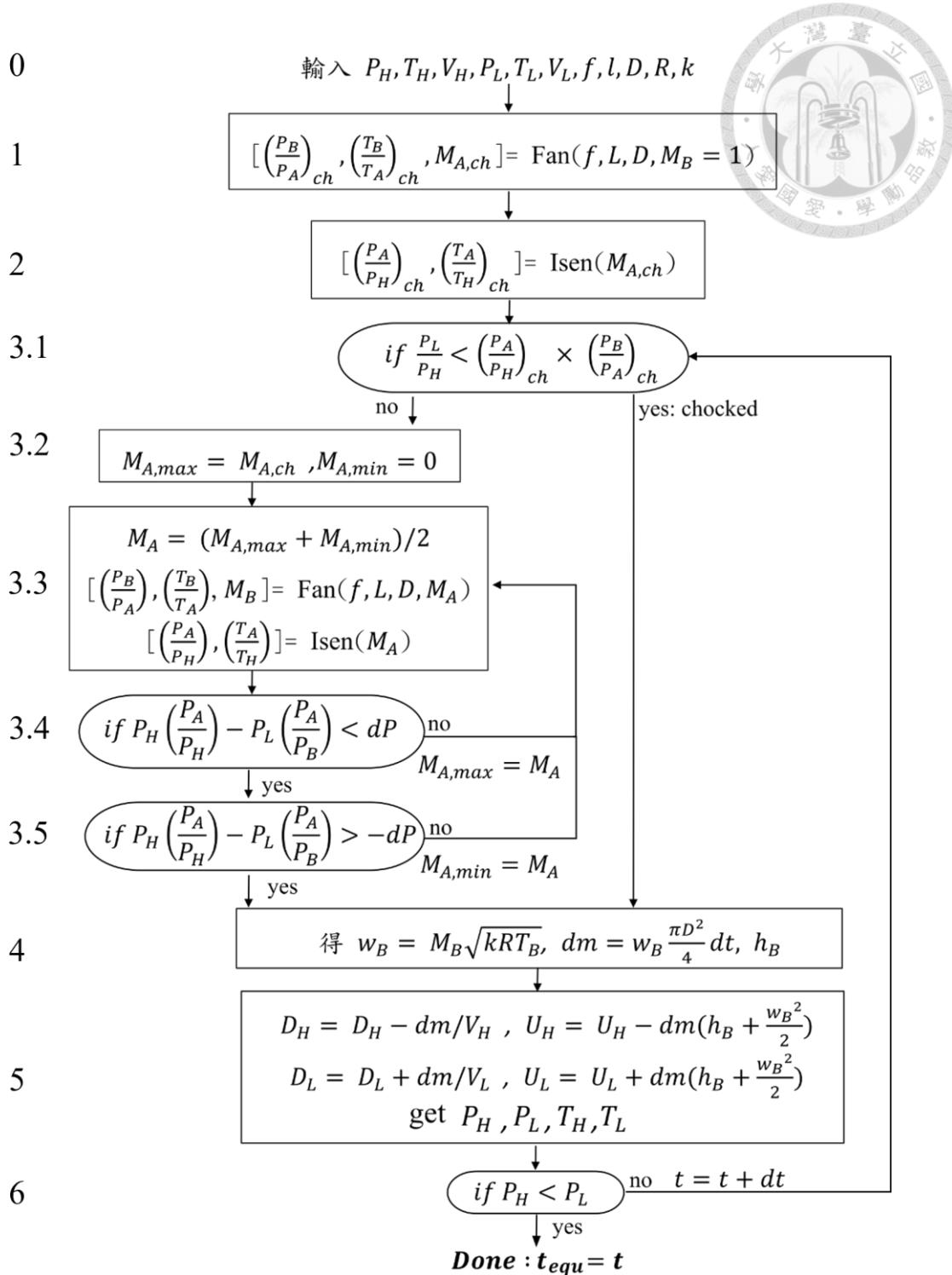


圖 3.3 噴射模型演算流程圖

### 3.2 噴射模型驗證之一、與文獻資料比較

根據 3.1 與 3.2 節的結果，本研究建立了一套氮氣噴射模型，可計算兩個壓力容器連通後的流動情況和容器壓力的變化趨勢。可壓縮氣體的暫態流動過程通常

沒有解析解，必須使用數值方法進行計算[50, 51]。許多與氣體流動相關的研究文獻使用商業的計算流體力學軟體(CFD)[52-54]來解決複雜流況的流體問題。即使使用高性能的電腦，計算可壓縮氣體的暫態流況也需要數小時甚至數天的時間。對此，部分文獻專門研究相對簡單的氣體流動情況，例如容器內氣體的排空或充填[26, 55-57]。這些研究通常希望用簡單的計算模型快速且準確地獲得所需的結果，避免龐大的計算量或考慮複雜的流體力學條件。為了驗證本研究建立的噴射模型的可靠性和準確性，本研究首先參考了其他關於氣體排放模型的文獻進行比較。

Fischer 等人的高壓容器排氣研究[26]以 Bernoulli equation 為基礎建立了一個壓力容器對大氣排放的排氣模型。該文獻不僅提供了排氣模型在不同壓力設訂下的計算結果外，還包括了使用 Ansys 進行數值計算得出的結果。這是驗證本研究暫態噴射模型的寶貴資料。然而，其文獻中僅探討對大氣的排放過程，而非本研究中模型一開始設定對另一容器排放的情況。因此本模型透過將模型中低壓容器的壓力設定恆為一大氣壓，或將下游容器的體積設為無窮大，來符合對大氣排放的假設，模型設定後的示意圖如圖 3.4 所示。

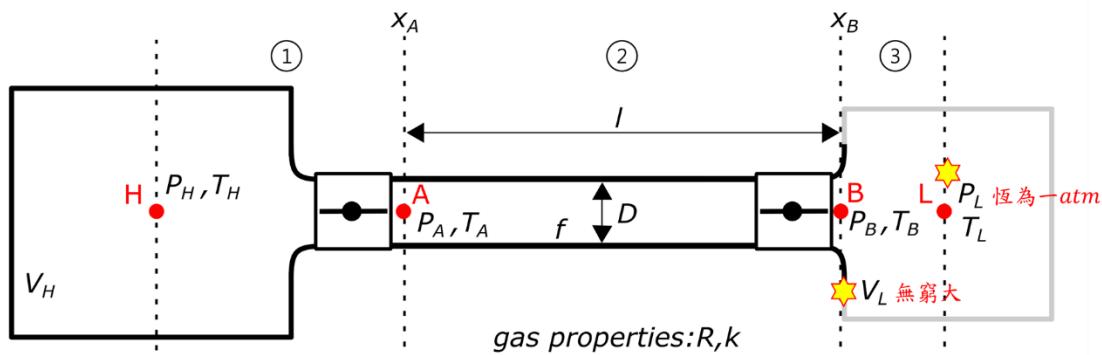


圖 3.4 以噴射模型模擬排氣過程

本研究取 Fischer 等人[26]的研究中有繪製壓力趨勢圖的三組數據來作比較。該研究中，容器體積為  $2\text{ m}^3$ ，出口直徑為  $2.5\text{ cm}$ ，容器內氣體初始錶壓有  $20,000$ ,  $50,000$  和  $80,000\text{ Pa}$  三種，初始溫度為  $298\text{ K}$ ，大氣壓力為  $101300\text{ Pa}$ ，大氣溫度為  $298\text{ K}$ 。模型採用的阻力係數 $\zeta$ 為  $0.613$ ，而該研究模型與本研究模型的摩擦阻力項的對應關係為

$$\frac{\zeta}{2} w_B^2 = f \int_{x_A}^{x_B} \frac{1}{D} \left( \frac{w^2}{2} \right) dx \quad (3.16)$$

由於該計算情況的摩擦損失甚小，從容器開始流動至出口間速度變化不大( $w_A \approx w_B$ )，故可將式(3.16)改寫為

$$\zeta = \frac{fl}{D} = 0.613 \quad (3.17)$$

若以表 2.1 中的管路長 2 m 為  $l$ ，Fischer 模型參數中的出口直徑 2.5cm 為  $D$ ，由此可得  $f=0.00133$ 。另外，模型氣體為氮氣，理想氣體常數  $R$  為  $8.3145 \text{ kJ/(kmol}\cdot\text{K)}$ ，比熱比  $k$  為 1.4。將以上參數代入本研究的噴射模型中，並使用 1 ms 的時間間隔  $dt$  來進行疊代計算，最後再將計算得到的容器壓力變化與 Fischer 等人[26]的結果比較，如圖 3.5 所示。圖中粗虛線為本研究的噴射模型結果，疏虛線為 Fischer 等人在舊的伯努力模型(2021)[55]中使用歐拉方法計算的結果，密虛線為 Fischer 等人改良後的伯努力模型[26]，採用四階 Runge-Kutta 方法求解的相似模型(Similarity Model)的結果，而實線則為 Ansys 數值計算結果。由於四階 Runge-Kutta 方法在求解時具有更高的精度和穩定性，因此能看到相似模型與數值計算結果更為接近。另外，圖中顯示本研究噴射模型的壓力曲線幾乎與 Fischer 的相似模型和數值計算結果完全重合，此結果驗證了使用本研究噴射模型的可靠性。

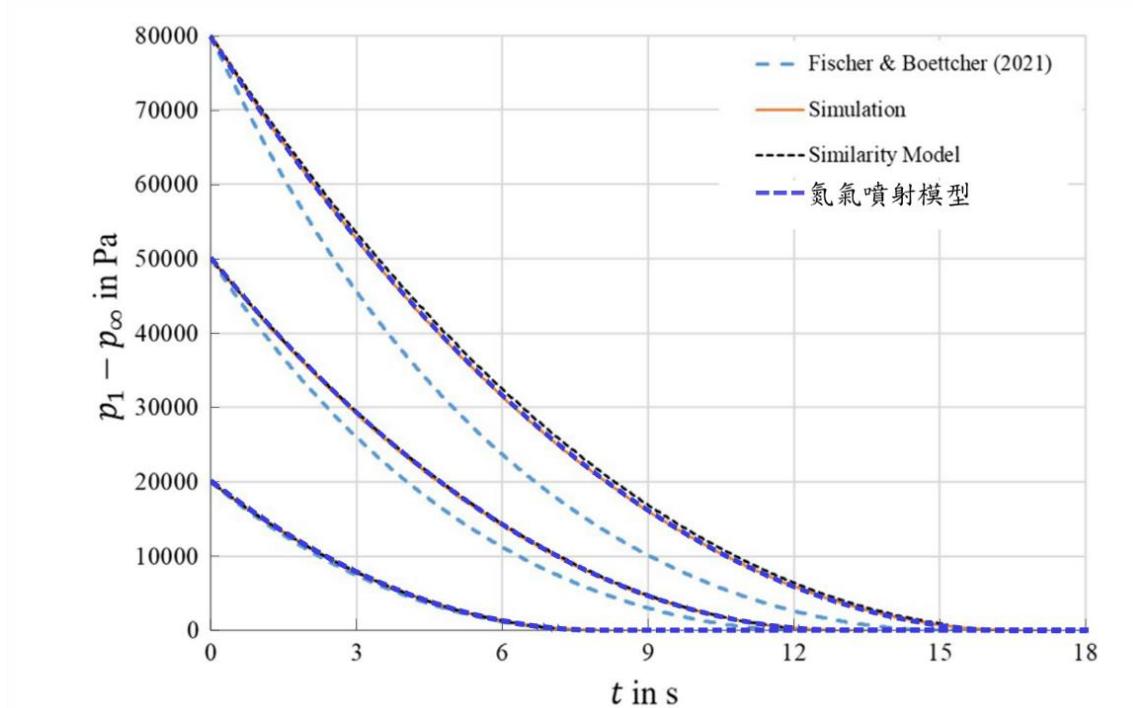


圖 3.5 高壓容器排氣過程的壓力變化趨勢圖[26]



### 3.3 管道摩擦因子擬合

要用氮氣噴射模型預測增壓系統的行為必須先求得系統在模型中的摩擦因子  $f$ 。一開始先以人工判定，將不同的摩擦因子代入模型試算，再將試算的結果與 §2.4 中排氣實驗的結果作比較。圖 3.6 展示了磨擦因子為 0.05 及 0.07 時的計算結果與排氣實驗結果。圖中顯現擬合度最佳的摩擦因子應落在 0.05 及 0.07 之間。

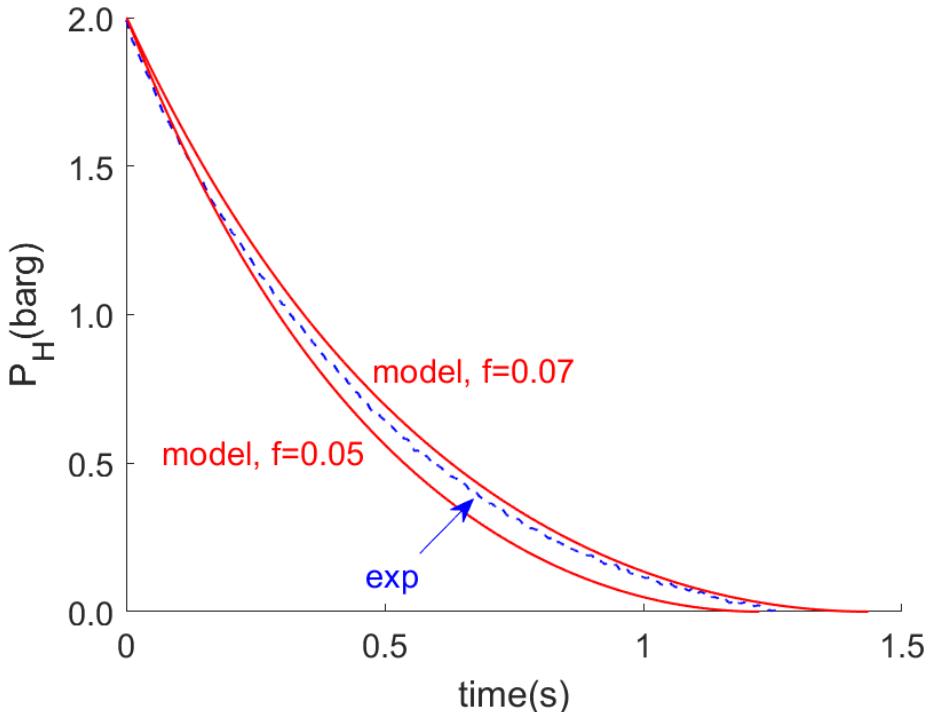


圖 3.6 模型試算結果與實驗記錄比較

為比較不同  $f$  值的壓力-時間曲線與實驗結果的擬合程度，先求出模型計算與實驗資料差的方均根  $\sigma$  值，其為

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_{cal,i} - P_{exp,i})^2} \quad (3.18)$$

式中  $N$  為實驗資料點數， $P_{cal}$  為模型計算， $P_{exp}$  為實驗資料。接著採用以下的三點二分搜尋法[58]來找出與實驗資料擬合度最佳的  $f$  值。根據圖 3.6，0.07 和 0.05 分別被設定為搜尋時  $f$  值的上限  $f_H$  及下限  $f_L$ 。圖 3.7 顯示用三點二分搜尋法尋找  $\sigma$  極小值的方法。第一輪分析為找出  $f_H$ 、 $f_L$  和  $f_M$  三點的  $\sigma$  值，其中  $f_M$  為  $f_H$  和  $f_L$  的中點，且  $f_H$  與  $f_M$ 、 $f_M$  與  $f_L$  之間的  $f$  間隔相等。第一輪分析的結果是中間  $f_M$  的  $\sigma$  值最小，因此下一輪分析由  $f_M$  作為新起點  $f_M'$  開始。第二輪分析位置為  $f_H'$ 、 $f_M'$  與  $f_L'$  三點，其中

$f_H'$ 與 $f_M'$ 、 $f_M'$ 與 $f_L'$ 之間的 $f$ 間隔為上一輪分析的一半。圖 3.7 顯示第二輪 $\sigma$ 值最小的點為邊緣的 $f_L'$ ，故 $f_L'$ 就是第三輪分析的新起點 $f_M''$ ，而這輪分析的 $f$ 間隔則需與前一輪相同。綜上所述，當極小值落在中間時，該方法可將搜尋範圍縮為原來的一半，進而逼近極小值。然而，當極小值落在外側時，該方法保持搜尋範圍不變，藉此找出上一輪搜尋範圍外的極小值。

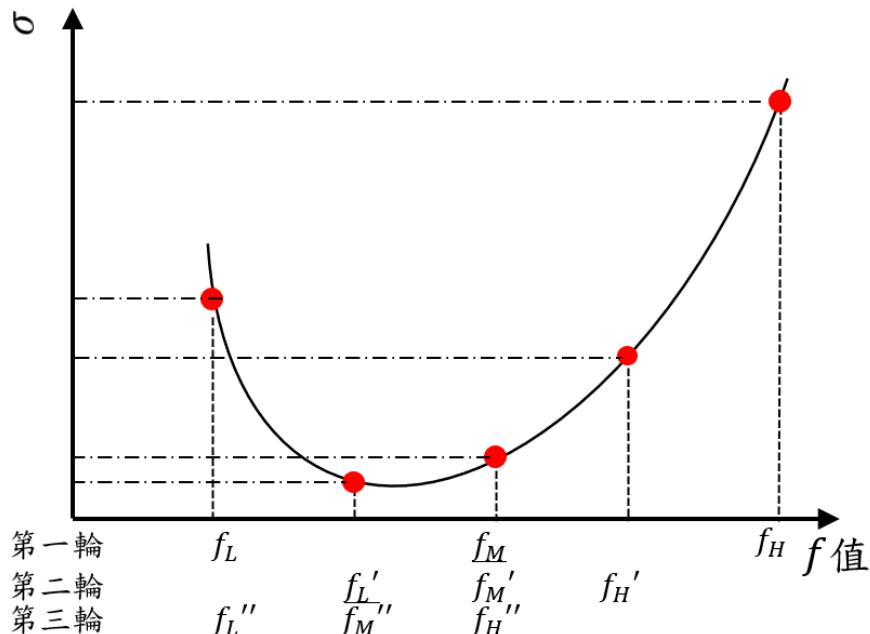


圖 3.7 三點二分收尋法

圖 3.8 展示了在不同的容器初始壓力下三點二分搜尋法所得的 $f$ 的最佳值。該圖顯示在本研究的實驗設定下， $f$ 值幾乎為一常數。這可能是因為在排氣過程中，管路出口大部分時間都處於高流量和高流速狀態，且氣體的黏滯性 $\mu$ 又極低，使流動時的雷諾數幾乎都處在非常高的值。在其他氣體摩擦阻力的相關文獻中也顯現，當流動已為紊流，且雷諾數大約超過 10000 以後，摩擦因子幾乎不再有顯著的變化[59-61]。這與本研究所觀察到的結果相吻合。

故本研究取圖 3.8 中 $f$ 的平均值 0.06126 作為本研究中噴射模型的摩擦因子。圖 3.9 顯示了將 $f$ 值設定為 0.06126，模型計算得到的容器壓力變化與實驗資料的比較。圖中實線表示模型計算結果，而虛線表示實驗記錄資料。從圖 3.9 中可以觀察到，在不同的容器初始壓力下，模型都能夠獲得與實驗資料相符的變化趨勢。這一結果進一步驗證了本研究中所選用的 $f$ 值的準確性，並顯示出模型針對不同的初始壓力可準確預測容器壓力變化。

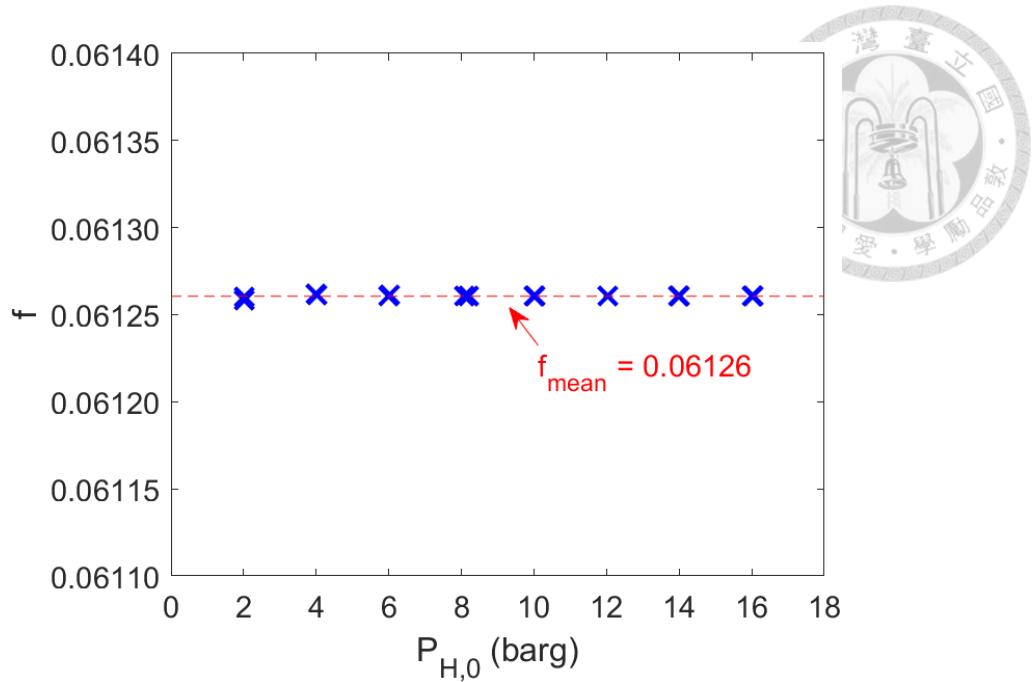


圖 3.8 最佳  $f$  值擬合結果

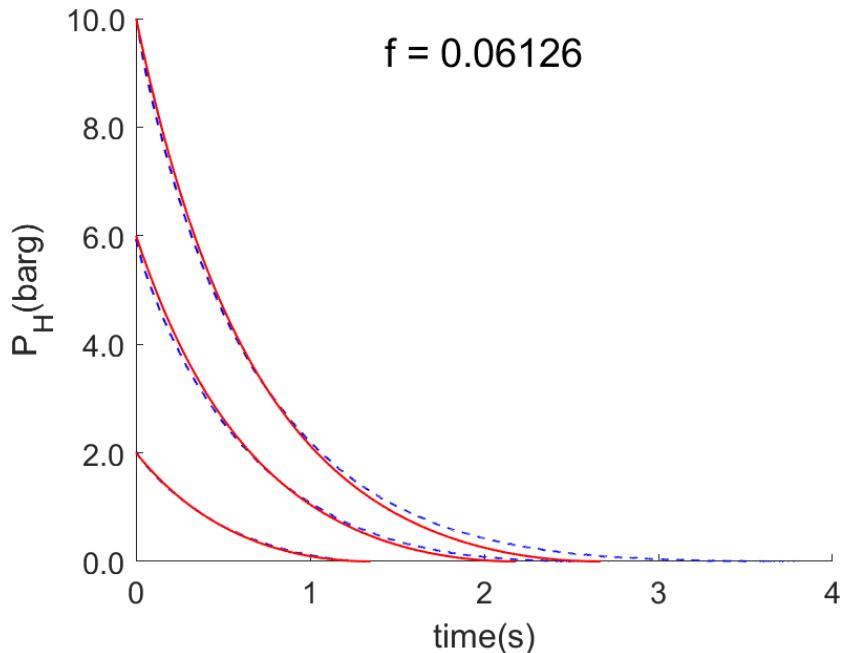


圖 3.9 模型計算與實驗記錄比較

### 3.4 噴射模型驗證之二、與連通實驗資料比較

本節採用 §3.3 所得的摩擦因子  $f=0.06126$ ，預測系統的高壓容器以不同的壓力對另一容器噴射氣體時，氣體的壓力變化及上下游容器壓力交會的時間。預測的結果將與 §2.5 的連通實驗來作比較，藉此測試模型的適用性。為配合液氮噴射實驗之

參數設定，模型設定高壓容器初始壓力  $P_{H,0}$  為 2 至 16 barg，每 2 bar 為間隔。低壓容器初始壓力  $P_{L,0}$  則皆為 1 大氣壓，兩容器之初始溫度  $T_{H,0}$  及  $T_{L,0}$  皆為 300 K， $f$  為 0.06126，而其他參數如表 2.1 所示。模型計算的時間間隔  $dt$  為 1 ms。

圖 3.10 展示四組模型預測與實驗量測結果的比較。比較的結果顯示模擬緊貼實驗量測值，表示模型可準確預測實驗結果。兩者最終的交會壓力有些許偏差，為實驗中系統與環境的少許熱傳導致。不過在不同  $P_{H,0}$  下，模擬和實驗的壓力交會點幾乎在相同的時間。另外，上下游的壓力曲線皆在噴射後很快就交會在一起。圖 3.11 彙整了高壓容器在不同初始壓力  $P_{H,0}$  下，模型 (X) 與實驗 (O) 的壓力交會時間點  $t_{equ}$ 。圖中的結果顯示兩者的相對誤差小於 3.5%，因此模型對氮氣連通時的交會時間能提供十分準確的預測。下文中，§3.6 將以此氮氣噴射模型為基礎，建立液氮噴射的模型。

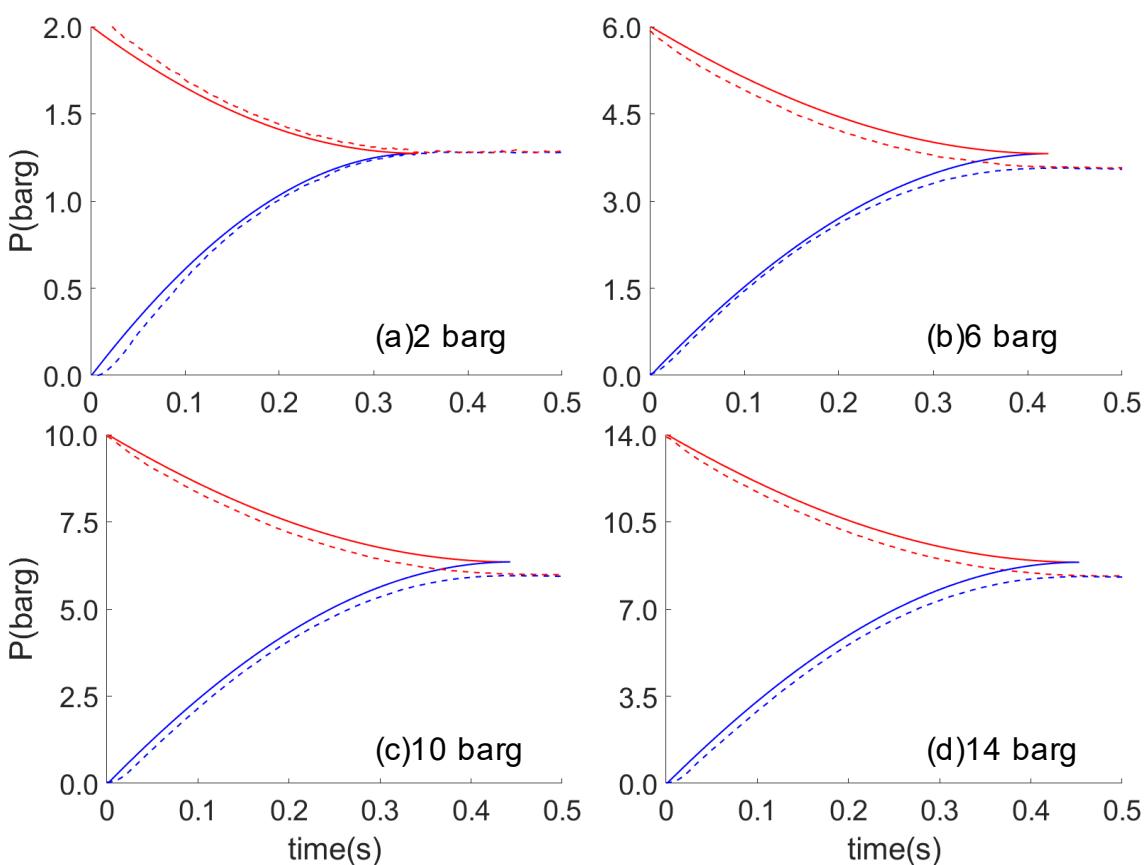


圖 3.10 氮氣連通替代實驗模型計算與實驗記錄比較

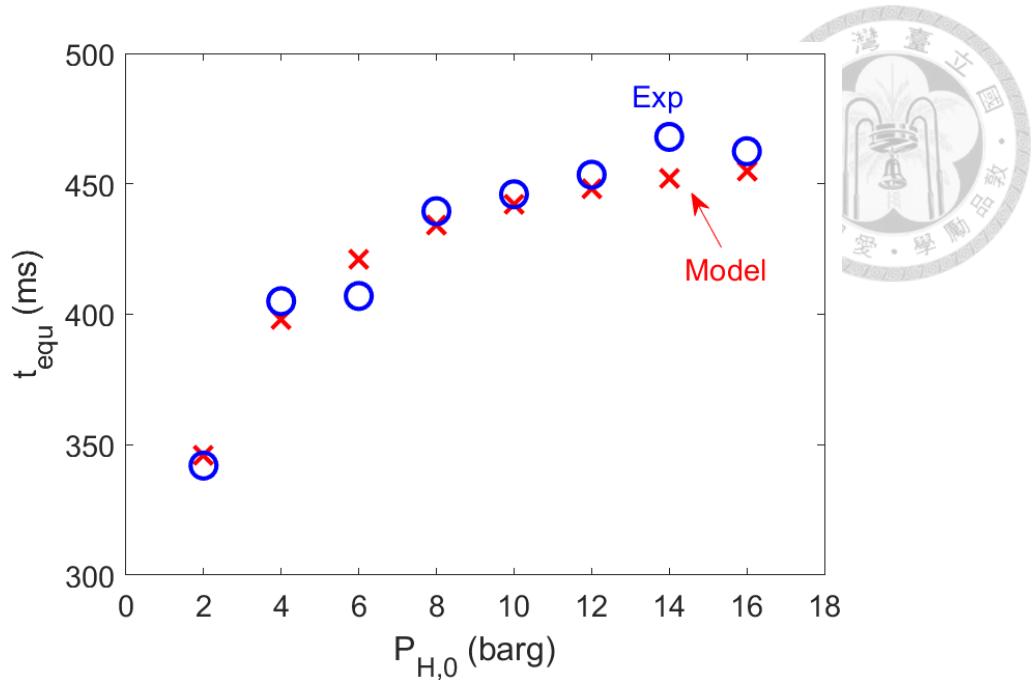


圖 3.11 模型與實驗的壓力交會時間

### 3.5 液氮噴射模型

為了能夠模擬系統噴射液氮時的過程，求得最佳噴射控制時間，以及預期最終鍋爐壓力，本研究以上節建立的氮氣噴射模型為基礎，同時考慮噴入定量液氮以及液氮吸熱後增壓的效應，建立液氮噴射模型。如圖 3.12 所示，液氮噴射模型假設定量的液氮於開始噴射瞬間全部射入，並於射入後持續地吸熱。故模型參數比原先的模型多了液氮噴射質量  $m_{LN}$  和液氮熱傳功率  $\dot{Q}$ 。而液氮噴射模型的演算法亦根據圖 3.12 中模型新增的模型參數，對原來圖 3.3 中的演算流程進行了修改。修改後的演算流程如圖 3.13 所示，圖中虛線圈內為修改的部分。演算流程中多考慮了液

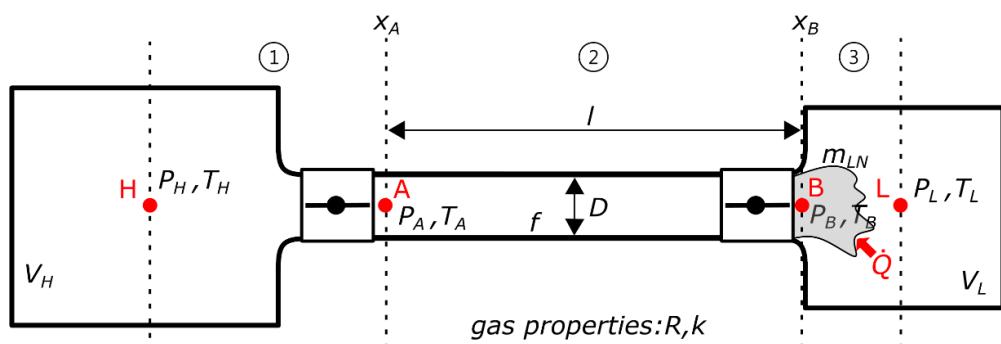


圖 3.12 液氮噴射之系統模型示意及模型相關參數

氮噴入後，下游低壓容器須增加的氮質量以及液氮的熱傳功率，其餘管內流動狀況的計算流程皆與原演算法相同。

圖 3.13 中的  $Isen()$  代表等熵噴嘴流的關係式， $Fan()$  代表 Fanno-line 管流的關係式， $(\cdot)$  內為關係式所需代入的參數，而  $[\cdot]$  內則為由關係式求得的結果。在一開始的步驟 0 中，高低壓容器各自的初始狀態 ( $P_{H,0}$ ,  $T_{H,0}$ ,  $P_{L,0}$  和  $T_{L,0}$ )、系統參數 ( $V_H, V_L, f, l, D$ )、氣體相關常數 ( $R, k$ )、預定噴入的液氮質量 ( $m_{LN}$ ) 以及液氮與水之間的熱傳功率 ( $\dot{Q}$ ) 先被給定，其中的  $\dot{Q}$  將由實驗資料比較得知，詳請見 §2.3。接著，步驟 1 將參數  $f$ 、 $l$ 、 $D$  及  $M_B = 1$  代入 Fanno-line 的關係式，式(3.7)(3.12)及(3.13)，求得在出口阻塞時，管入口對應到馬赫數  $M_{A, choked}$ 、管入出口的壓力比  $\left(\frac{P_B}{P_A}\right)_{choked}$  及溫度比  $\left(\frac{T_B}{T_A}\right)_{choked}$ 。步驟 2 再將得到的  $M_{A, choked}$  代入 Isentropic nozzle 的關係式，式(3.1)，求得當  $M_B = 1$  時的噴嘴入出口壓力比  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)_{choked}$  及溫度比  $\left(\frac{T_A}{T_H}\right)_{choked}$ 。然後，在步驟 3.1 將噴嘴入出口壓力比  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)_{choked}$  與管入出口壓力比  $\left(\frac{P_B}{P_A}\right)_{choked}$  的乘積與高低壓容器壓力比  $\left(\frac{P_L}{P_H}\right)$  作比較，若  $\left(\frac{P_L}{P_H}\right)$  較小代表壓力比小於阻塞臨界下限，故為阻塞流。即能將以上壓力比、溫度比及馬赫數代入步驟 4 求得出口氣體的狀態及流量。反之，若  $\left(\frac{P_L}{P_H}\right)$  較大則表示非阻塞流，管出口馬赫數  $M_B$  應小於 1，而噴嘴出口馬赫數  $M_A$  也應小於  $M_{A, choked}$ 。故在步驟 3.2 中，模型將以  $M_{A, choked}$  作為噴嘴出口馬赫數上限，0 作為下限。在隨後的步驟 3.3 中透過二分法來猜測  $M_A$  的大小，將猜測的  $M_A$  分別代入 Fanno-line 關係式以及 Isentropic nozzle 關係式，可以分別得到  $M_A$  所對應的噴嘴入出口壓力比  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)$  及溫度比  $\left(\frac{T_A}{T_H}\right)$  和管入出口壓力比  $\left(\frac{P_B}{P_A}\right)$  及溫度比  $\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$ 。由於高低壓容器壓力 ( $P_H, P_L$ ) 為已知，且非阻塞流時  $P_B$  等於  $P_L$ ，故噴嘴入口壓力和管出口壓力也為已知。於是，在步驟 3.4 中便能將  $P_H$  乘上  $\left(\frac{P_A}{P_H}\right)$  得噴嘴出口壓力，同時將  $P_L$  乘上  $\left(\frac{P_A}{P_B}\right)$  得管入口壓力。而噴嘴出口和管入口實為同一位置點，在步驟 3.4 和 3.5 中將檢查兩者的壓力差大小，若兩壓力相差小於壓差閾值  $dp$  (本研究中的  $dp$  設定為 1Pa)，則代表此馬赫數  $M_A$  能維持噴嘴與管路連接處狀態為連續，符合流動過程設定。接著就能將以上壓力比、溫度比及馬赫數代入步驟 4 得出口氣體性質及流量。若噴嘴出口壓力與管入口壓力相減大於  $dp$ ，代表馬赫數  $M_A$  猜得太小，需

將 $M_A$ 作為新的下限重新代回步驟 3.3 作計算。反之噴嘴出口壓力與管入口壓力相減小於 $dp$ 則代表馬赫數 $M_A$ 猜太大，需將 $M_A$ 作為新的上限重新代回步驟 3.3 作計算，直到兩者壓差小於壓差閾值 $dp$ 。在步驟 4.1 中便能根據步驟 3 求得的氣體性質及流速，與時間間隔 $dt$ 及和出口截面 $A$ 相乘，得流出質量 $dm$ 和流出焓。本模型假設噴射開始的瞬間，液氮將完全噴入鍋爐。因此，在步驟 4.2 至 4.3 中檢查是否為噴射開始後的第一個時間間隔，若是，則需將液氮的質量與噴入的氮氣一同視為鍋爐的氮射入量。在步驟 5 中根據質量守恆及能量守恆關係式，式(3.5)(3.6)(3.14)及(3.15)，藉此分別求得高壓容器及低壓容器在時間間隔 $dt$ 後各自狀態的變化。其中與圖 3.3 不同的是，在低壓容器的關係式中，需把液氮的質量( $m_{LN}$ )、液氮初始總內能( $u_{LN,1atm}$ )以及熱傳功率 $\dot{Q}$ 考慮進去，並假設液氮與鍋爐內的氮氣完全混和。最後，在步驟 6 中檢查高低壓容器的壓力大小，若低壓容器壓力高於高壓容器則計算中止，同時得到兩容器間壓力交會之時間 $t_{equ}$ 。若還未交會則將高低壓容器新的狀態代回步驟 3 繼續作計算。透過壓力交會時的鍋爐密度，加上熱平衡時(300K)的條件，即可預測在模型設定最佳噴射時間下，液氮噴射的最終鍋爐壓力值。

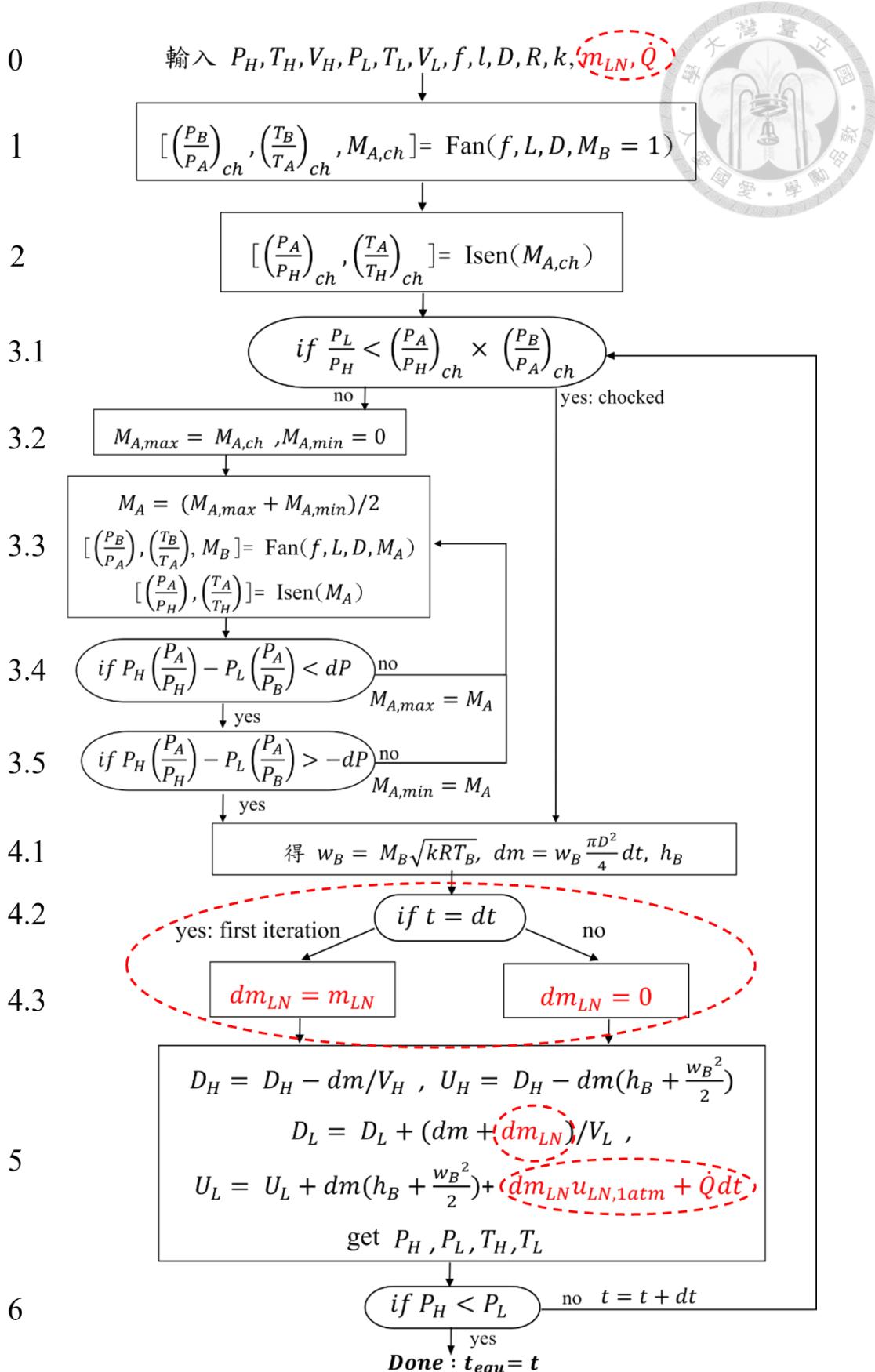


圖 3.13 液氮噴射模型演算流程圖

由於模型採用不同的時間間隔 $dt$ 計算時會影響每次疊代的質量流率和熱傳量，將造成計算結果的差異。本研究為了取適當的時間間隔可同時滿足預測的準確性及計算的運算效率。首先以相同的熱傳功率 $\dot{Q}_1$ ，搭配 0.01、0.001 及 0.0001 秒三種不同的 $dt$ 來作計算。為了系統性地比較在不同 $dt$ 下演算結果的差異，如圖 3.14 所示，圖(a)比較了不同 $dt$ 的壓力交會時間 $t_{equ}$ ，圖(b)則比較了在不同 $dt$ 下達壓力交會時的鍋爐氮總量 $m_N$ 。圖(a)顯示 $dt$ 為 0.01 秒的壓力交會時間明顯晚於 0.001 及 0.0001 秒的結果。而在圖(b)中的氮總量則顯現不出明顯的差距。為更進一步判斷不同時間間隔計算結果的差異程度，接著將圖(a)和圖(b)中 0.01 及 0.001 秒的結果分別對 0.0001 秒的結果作相對誤差。圖(c)顯示了圖(a)中交會時間 $t_{equ}$ 的相對誤差 $E_r(t_{equ})$ ，其為

$$E_r(t_{equ}) = \frac{t_{equ,dt=0.01} - t_{equ,dt=0.0001}}{t_{equ,dt=0.0001}} \quad (3.19)$$

而圖(d)則顯示了圖(b)中氮總量 $m_N$ 的相對誤差 $E_r(m_N)$ ，其為

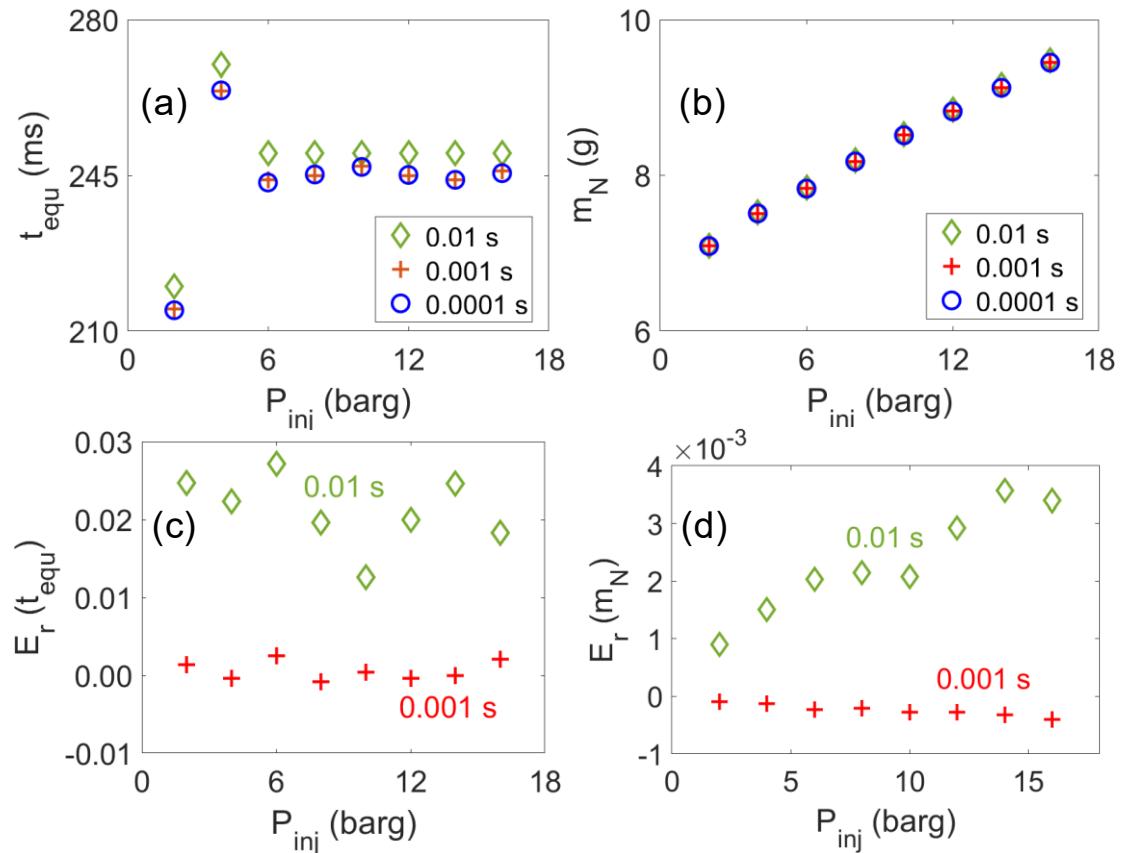


圖 3.14 以不同 $dt$ 演算之(a) $t_{equ}$ 和(b) $m_N$ ，(c) $E_r(t_{equ})$ ，(d)  $E_r(m_N)$

$$E_r(m_N) = \frac{m_{N,dt} - m_{N,dt=0.0001}}{m_{N,dt=0.0001}} \quad (3.20)$$

圖(c)和圖(d)均顯示了當  $dt$  縮短至 0.001 秒時與  $dt$  為 0.0001 秒時演算結果的相對誤差已遠低於 1%，此誤差幅度代表使用 0.001 秒來作計算可在追求運算效率的同時兼顧一定的準確性。故本研究後續的演算將以 0.001 秒作為模型時間間隔的大小。

圖 3.15 顯示由 §2.3 所得的 4 種熱傳功率  $\dot{Q}$  分別代入模型計算所得的壓力交會時間，熱傳功率依序為(a)  $\dot{Q}_1$ 、(b)  $\dot{Q}_2$ 、(c)  $\dot{Q}_3$  及 (d)  $\dot{Q}_4$ ，而各圖中的虛線分別為其對應的閥件時間。在所有圖中僅圖(a)中的交會時間全在閥件以後，圖(b)中的交會時間大致分布於閥件時間附近，而圖(c)跟圖(d)則都在交會時間後才閥件。若交會時間於閥件時間之後，代表太早閥件，噴射過短。而交會時間於閥件時間之前，則代表太晚閥件，噴射過長。藉由此模型能判斷閥件時間是位於噴射過短或噴射過長的區間內。

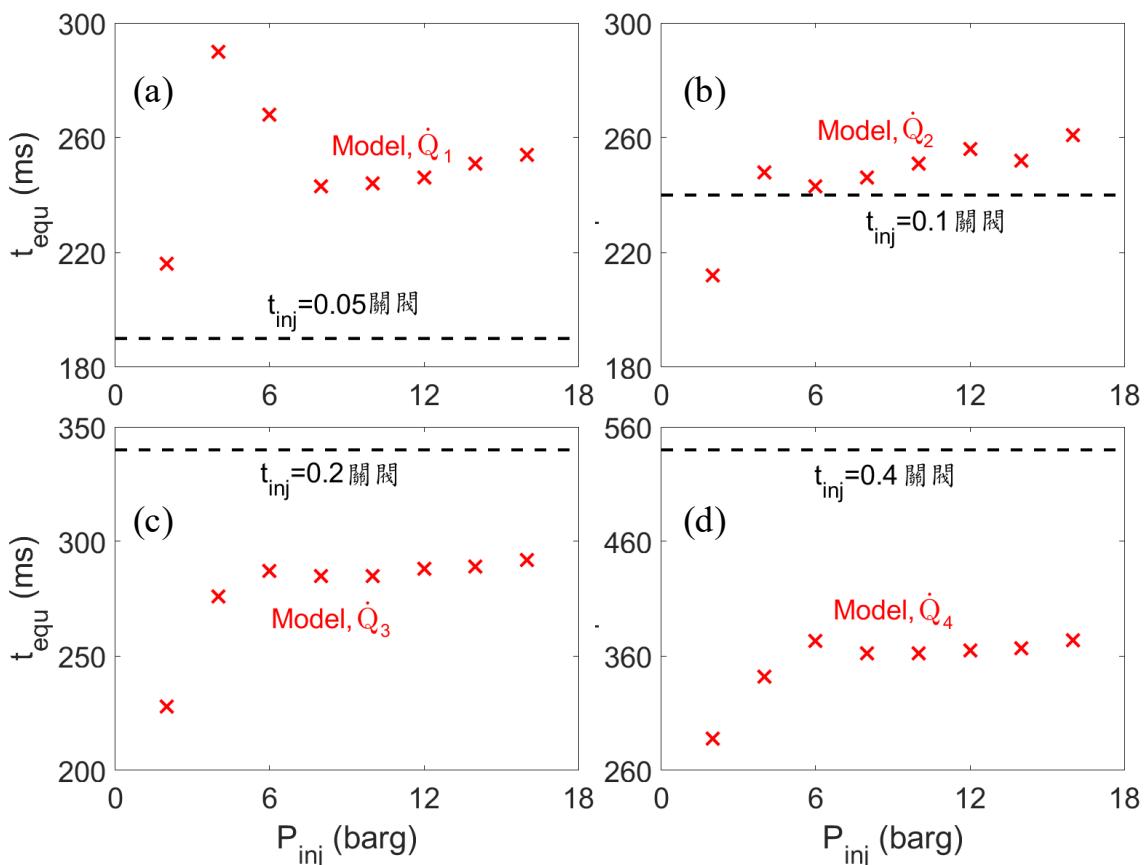


圖 3.15 壓力交會時間與閥件關閉時間

為求更準確的交會時間，需讓計算熱傳功率時所用的熱傳時間與交會時間盡可能地接近。因為噴射過長時的實驗資料能記錄到完整得熱傳資訊，故本研究將取噴射過長時的實驗資料代入模型，透過以下最佳交會時間演算求得與熱傳時間呼

應的交會時間。最佳交會時間演算流程如圖 3.16 所示，在此示例中先取了噴射時間過長( $t_{inj} = 0.4$ 秒)時對應的熱傳時間( $t_{heat} = 540$  ms)下的熱傳功率 $\dot{Q}_4$ (圖 3.17(a)中的 N=1)，代入模型計算出其該熱傳功率所對應之交會時間(圖 3.17(b)中的 N=1)。若交會時間與熱傳時間相差超過 1 ms，再以此交會時間作為新的熱傳時間，由實驗資料求得一新的熱傳功率，隨後再代入模型計算交會時間，反覆疊代直到熱傳時間及交會時間差小於 1 ms。因為隨著熱傳時間縮短，熱傳功率上升，因此最後交會時間會收斂。圖 3.17(a)為疊代時熱傳功率的變化，圖 3.17(b)則為疊代時交會時間的變化，N 為疊代次數，圖中顯示在疊代第 8 次時得模型最佳交會時間。

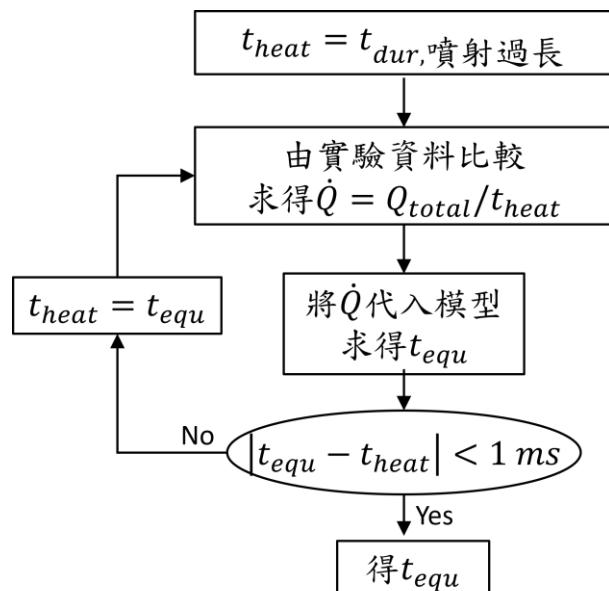


圖 3.16 最佳交會時間演算

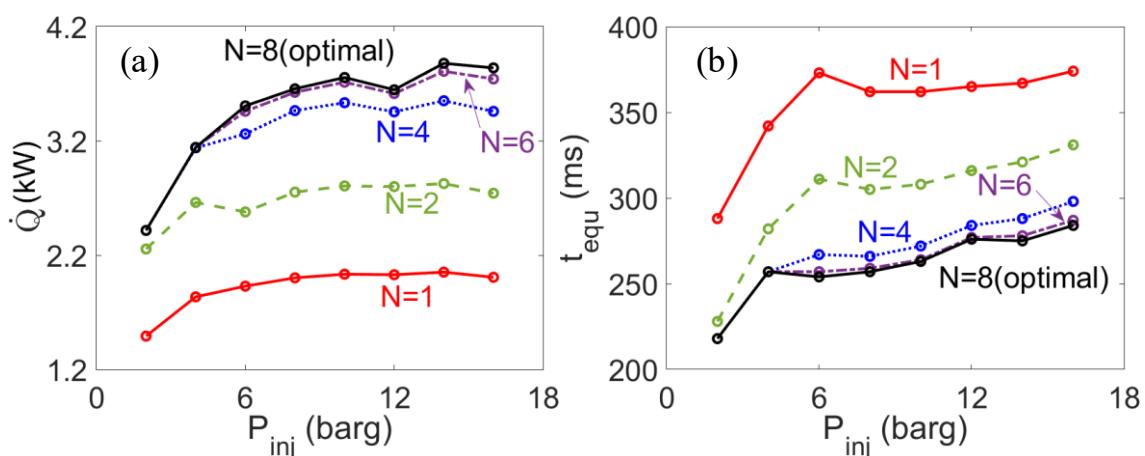


圖 3.17 (a)最佳熱傳功率疊代、(b)最佳交會時間疊代

## 第 4 章 結果與討論



本研究總共進行了 64 種不同參數組合的實驗，詳細列於表 4.1 中。這些實驗包括了氮氣噴射(GN)和液氮噴射(LN)等 2 種實驗，4 種噴射時間 $t_{inj}$  以及 8 種不同的儲氣瓶噴射壓力 $P_{inj}$ 。參數相同的實驗被重覆至少兩次，後續的討論先取重複實驗量測結果的平均後，再各別比較參數不同的實驗。下文中，§4.1 首先展示實驗記錄到的壓力及溫度變化，並比較氮氣噴射和液氮噴射兩種實驗，觀察因液氮所產生的效應。另外，還比較了在不同噴射時間下，噴射過程中鍋爐壓力曲線的差別。§4.2 則比較了在不同噴射時間下，最終的鍋爐壓力、液氮射入量以及液氮噴射實驗的壓力交會時間。§4.3 則將§3.5 的模型計算結果與實驗結果作比較，找出最佳的噴射時間。§4.4 藉由模型計算出的最佳噴射時間與預期鍋爐壓力，並將上述理論預測與實驗結果作比較，藉此判斷噴射過程的狀態，以及最佳的噴射過程控制條件。§4.5 根據實驗結果進一步修正模型中的液氮噴射量，驗證模型與實驗之一致性。

表 4.1 液氮及氮氣噴射實驗參數表

Test	$P_{inj}$ (barg)	$t_{inj}$ (s)	$t_{dur}$ (s)	Type	Test	$P_{inj}$ (barg)	$t_{inj}$ (s)	$t_{dur}$ (s)	Type
1	2	0.05	0.19	GN	33	2	0.05	0.19	LN
2	4				34	4			
3	6				35	6			
4	8				36	8			
5	10				37	10			
6	12				38	12			
7	14				39	14			
8	16				40	16			
9	2	0.1	0.24	GN	41	2	0.1	0.24	LN
10	4				42	4			
11	6				43	6			
12	8				44	8			
13	10				45	10			
14	12				46	12			
15	14				47	14			
16	16				48	16			
17	2	0.2	0.34	GN	49	2	0.2	0.34	LN
18	4				50	4			
19	6				51	6			
20	8				52	8			
21	10				53	10			
22	12				54	12			
23	14				55	14			
24	16				56	16			
25	2	0.4	0.54	GN	57	2	0.4	0.54	LN
26	4				58	4			
27	6				59	6			
28	8				60	8			
29	10				61	10			
30	12				62	12			
31	14				63	14			
32	16				64	16			



#### 4.1 壓力及溫度變化

圖 4.1(a)及(b)分別為氮氣噴射及液氮噴射實驗的壓力-時間變化圖。兩實驗中的噴射壓力  $P_{inj}$  皆為 8 barg，噴射時間  $t_{inj}$  皆為 0.1 秒。圖中虛線為儲氣瓶壓力  $P_d$ ，點線為液氮定量瓶壓力  $P_c$ ，實線則為鍋爐壓力  $P_b$ 。圖(a)的氮氣噴射實驗結果顯示噴射開始後，儲氣瓶壓力急速下降，鍋爐與定量瓶壓力則快速上升，不過由於噴射時間很短，上游儲氣瓶與下游鍋爐在噴射過程無法達壓力交會，噴射結束後約有 1.5 bar 的壓差。圖(b)的液氮噴射實驗結果顯示鍋爐及定量瓶的壓力在噴射後與圖(a)有很大的不同。首先，鍋爐因液氮的射入，噴射結束後，鍋爐內的液氮會持續吸熱增壓直到水和氮達熱力學平衡。這使得增壓系統中，下游鍋爐的壓力可以超過上游噴射液態氮的壓力。另外，液氮定量瓶則因泡在杜瓦盆的液氮中，內部氮氣在噴射後會不斷地被冷卻而持續降壓直到錶壓歸零。

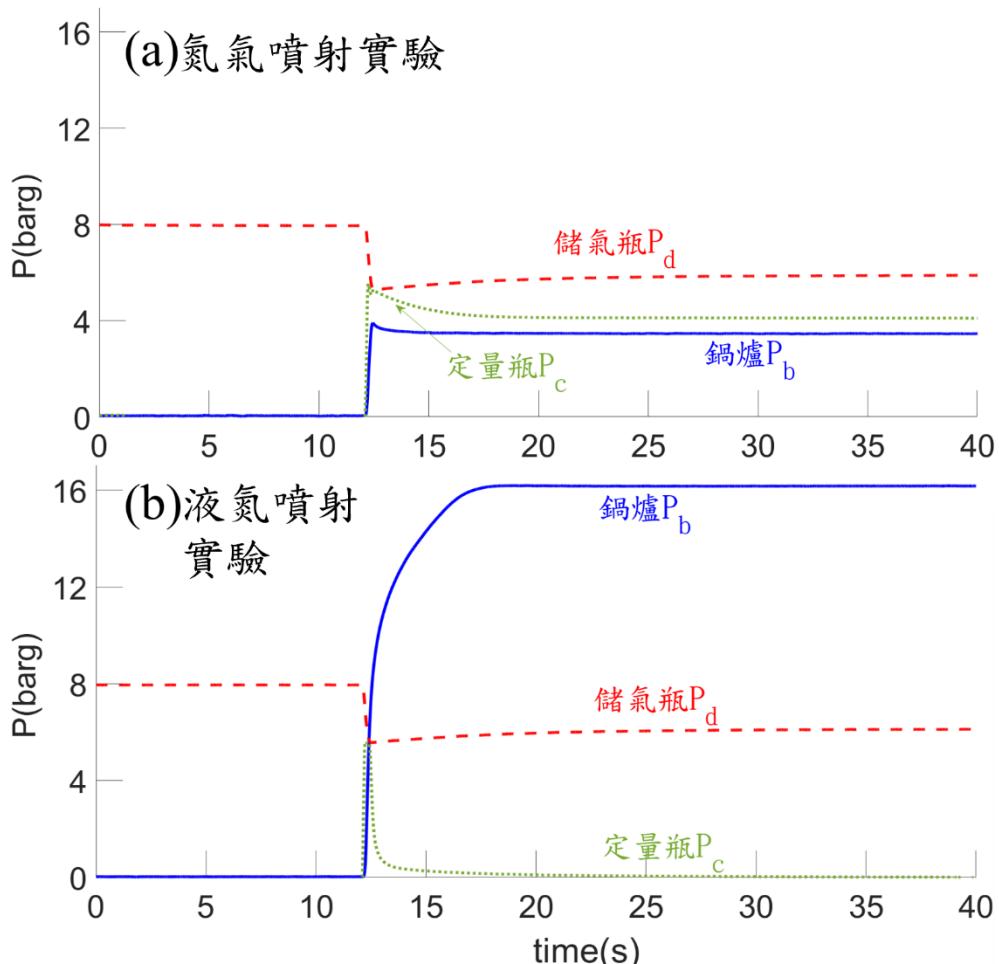


圖 4.1 氮氣噴射(a)及液氮噴射(b)在  $P_{inj}$  為 8 barg， $t_{inj}$  為 0.1 秒時的壓力-時間變化

為進一步檢視圖 4.1(b) 中鍋爐壓力於噴射後直到達熱力學平衡的變化過程，圖 4.2 重繪圖 4.1(b) 12 至 18 秒的資料。圖 4.2 中鍋爐壓力的變化可根據閥門作動及升壓速率分為噴射增壓 I、液氮汽化增壓 II 以及氮氣吸熱增壓 III 三個階段。首先，噴射增壓為噴射開始至三處壓力交會點( $t = 12.4$ )之間，這階段因儲氣瓶高壓氮氣流入鍋爐，鍋爐快速升壓直到與上游壓力交會。接著，液氮汽化增壓發生在上下游壓力交會後( $t = 12.4$ )至液氮汽化完( $t \approx 13$ ，大約此時鍋爐內已看不到液氮的汽化發生)，因液氮射入鍋爐與水接觸而快速吸熱膨脹產生劇烈增壓。鍋爐壓力在第 13 秒左右上升幅度明顯趨緩，代表液氮可能已完全汽化。從第 13 秒起，氮氣持續在鍋爐內吸熱直到和水達熱力學平衡( $t = 18$ )。鍋爐內的氮氣溫度比鍋爐水溫低，故會持續吸熱增壓，使鍋爐壓力隨時間遞增，增壓速度雖不快，卻因持續時間長，從第 13 秒起的增壓總量仍占最後鍋爐壓力的 30~40% 左右。

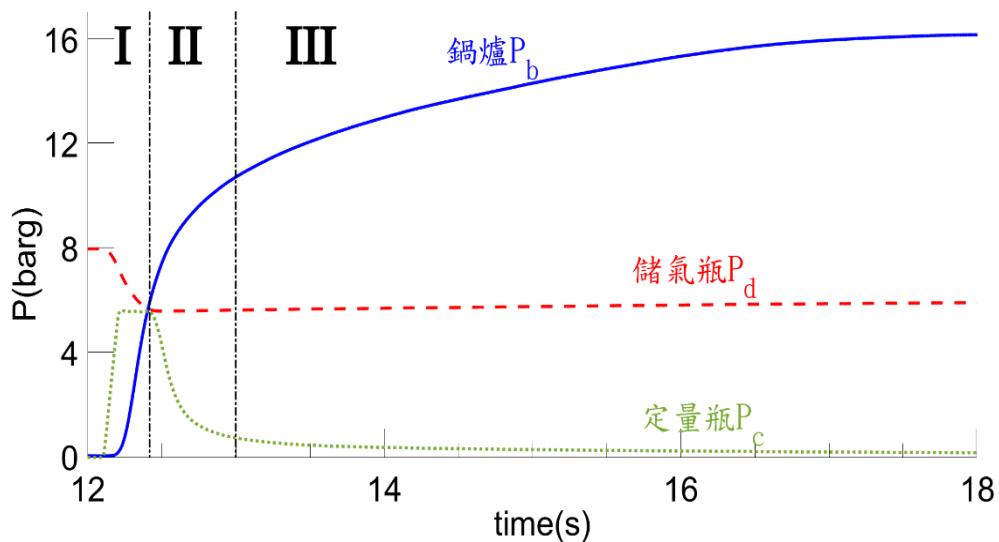


圖 4.2 重繪圖 4.1(b) 12 至 18 秒的資料

噴射過程的時間長度( $t_{dur}$ )是本研究尋求最佳化的參數。圖 4.3 繪製了氮氣噴射實驗在噴射壓力  $P_{inj}$  為 12 barg 時，四種噴射時間  $t_{inj}$  的鍋爐壓力  $P_b$  隨時間變化曲線。圖中使用鏈線代表  $t_{inj}=0.05$  秒，實線代表  $t_{inj}=0.1$  秒，虛線代表  $t_{inj}=0.2$  秒，點線則代表  $t_{inj}=0.4$  秒。圖 4.3(a)呈現了主要的噴射過程，時間範圍為 12.1 至 12.7 秒。圖中垂直於時間軸的參考線表示不同的時間點，從左至右分別代表噴射開始、 $t_{inj}=0.05$  秒結束噴射、 $t_{inj}=0.1$  秒結束噴射、 $t_{inj}=0.2$  秒結束噴射以及  $t_{inj}=0.4$  秒結束噴射。圖 4.3(b) 則繪製了完整的實驗記錄。首先，圖 4.3(a) 顯示從噴射開始的 12.16 秒到  $t_{inj}=0.05$  秒結束噴射的 12.35 秒之間，四種噴射時間  $t_{inj}$  的鍋爐壓力曲線幾乎

完全重疊，以大約 23.2 bar/s 的升壓速率上升。在 a 點處(靠近  $t_{inj}=0.05$  秒結束噴射的參考線)，因為  $t_{inj}=0.05$  秒已結束噴射，對應  $t_{inj}=0.05$  秒的鍋爐壓力不再繼續增加。在 b 點和 c 點也有類似的分岔趨勢。而 c 點，即  $t_{inj}=0.2$  秒結束噴射的鍋爐壓力分岔點，壓力分岔的時間比噴射結束時間還早了一些。這可能因為時間點離噴射開始較久，控制閥件的壓縮空氣管路壓力回復至較高壓力，閥件作動速度加快，從而使閥門的延遲時間縮短。此外，圖 4.3(a)還顯示時間在 12.5 秒之後， $t_{inj}=0.4$  秒的壓力幾乎不再增長，這表明系統在這時上下游已達到壓力交會。

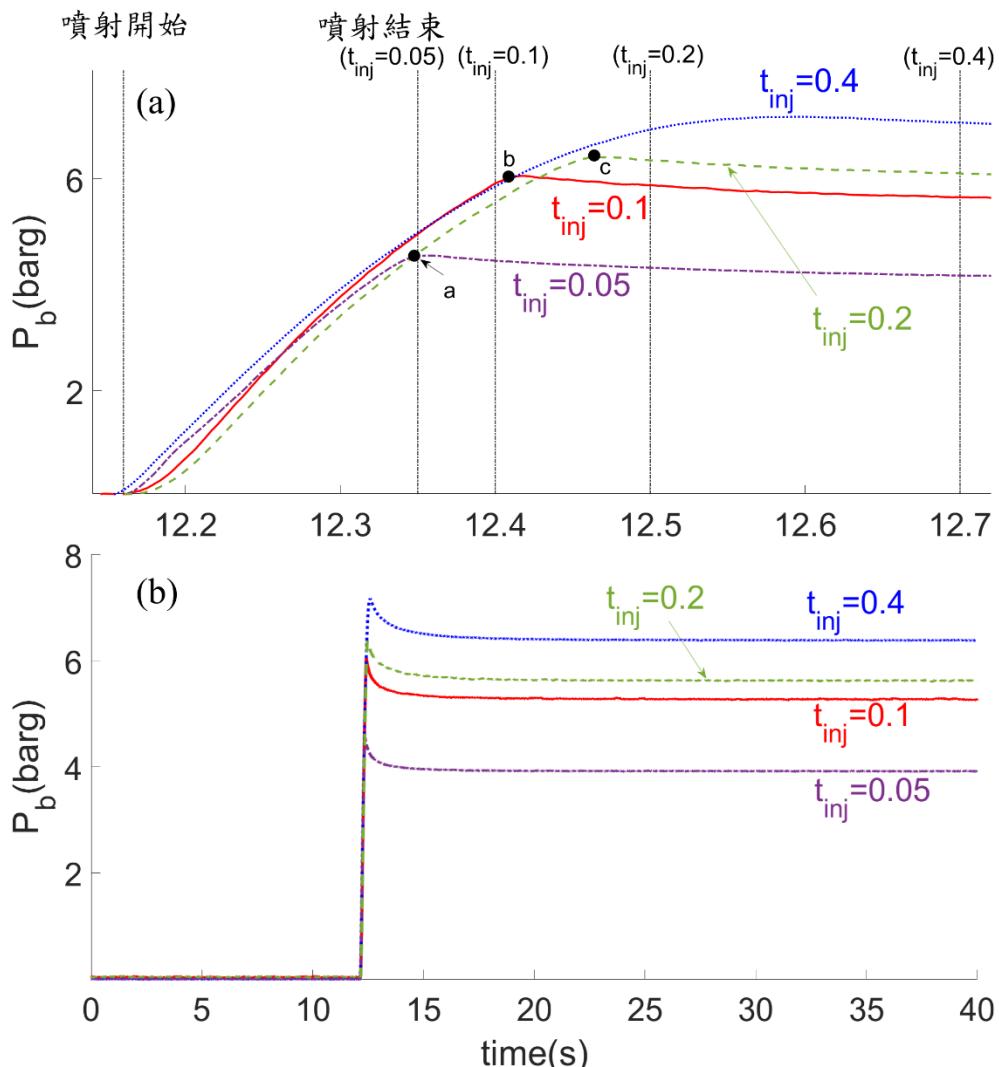


圖 4.3 氮氣噴射實驗的鍋爐壓力在不同噴射時間下之比較，(a)為 12.1 至 12.7 秒，(b)為 0 至 40 秒

圖 4.3 (b)反映了圖 4.3(a)中鍋爐壓力的成長趨勢：噴射時間  $t_{inj}$  愈長，鍋爐最終的壓力也越大。在噴射結束後，鍋爐壓力會有稍微下降的趨勢，這主要是因為氣體在噴入過程中被壓縮，導致鍋爐內氣體溫度略微上升。因此，在結束噴射後，隨著

系統與環境達到熱平衡，壓力會隨溫度下降而略微降低。

圖 4.4 展示了液氮噴射實驗在噴射壓力  $P_{inj}$  為 12 barg 時，四種噴射時間 ( $t_{inj} = 0.05, 0.1, 0.2, 0.4$  秒) 的鍋爐壓力  $P_b$  隨時間變化的曲線。圖中使用鍊線代表  $t_{inj}=0.05$  秒，實線代表  $t_{inj}=0.1$  秒，虛線代表  $t_{inj}=0.2$  秒，點線則代表  $t_{inj}=0.4$  秒。圖 4.4(a) 呈現了主要的噴射過程，時間範圍為 12.1 至 12.7 秒。圖中垂直於時間軸的參考線表示不同的時間點，從左至右分別代表噴射開始、 $t_{inj}=0.05$  秒結束噴射、 $t_{inj}=0.1$  秒結束噴射、 $t_{inj}=0.2$  秒結束噴射以及  $t_{inj}=0.4$  秒結束噴射。圖 4.4(b) 則繪製了完整的實驗記錄。首先，圖 4.4(a) 顯示從噴射開始的 12.16 秒到  $t_{inj}=0.05$  秒結束噴射的 12.35 秒之間，四種噴射時間  $t_{inj}$  的鍋爐壓力不像圖 4.3(a) 那樣一致，部分上升趨勢甚至有明顯的跳動，這可能是部分液氮汽化所引起的。不過一樣的是，在 a 點處，由於  $t_{inj}=0.05$  秒已結束噴射，鍋爐壓力上升幅度趨緩。值得注意的是，在隨後  $t_{inj}=0.1$  秒結束噴射的參考線附近的 b 點， $t_{inj}=0.1$  秒的鍋爐壓力在結束噴射後反而呈現高於其他噴射時間  $t_{inj}$  的增壓趨勢。這可能是因為液氮汽化增壓在  $t_{inj}=0.1$  秒結束噴射時，壓力已接近系統上游，鍋爐內由液氮汽化的氮氣將準備開始回流。由於  $t_{inj}=0.1$  秒剛好結束噴射，故能將汽化的氮氣鎖在鍋爐內，少了氮氣的回流，鍋爐能以更快的速度作升壓。在隨後  $t_{inj}=0.2$  秒結束噴射的參考線附近的 c 點，也能看到  $t_{inj}=0.2$  秒在結束噴射後，因能留住更多的氮，分岔的鍋爐壓力成長較快的趨勢。

在圖 4.4(a) 中， $t_{inj}=0.1$  秒，使鍋爐最快增壓。在圖 4.4 (b) 中， $t_{inj}=0.1$  秒在最終產生了最高的鍋爐壓力；隨後結束噴射的  $t_{inj}=0.2$  秒跟  $t_{inj}=0.4$  秒，最終鍋爐壓力則依序遞減。另外， $t_{inj}=0.05$  秒比  $t_{inj}=0.1$  秒更早結束噴射，最終鍋爐壓力則略低於  $t_{inj}=0.1$  秒。由此推斷，儘管  $t_{inj}=0.05$  秒在結束噴射後因少了氮氣的射入，上升幅度較為平緩，但由於其所噴入的液氮沒有回流，因此在最後汽化增壓階段超越了  $t_{inj}=0.2$  秒和  $t_{inj}=0.4$  秒的結果。而最高鍋爐壓力值的  $t_{inj}=0.1$  秒與最低鍋爐壓力值的  $t_{inj}=0.4$  秒之間的壓力差達 2.12 bar，此鍋爐壓力值與噴射時間  $t_{inj}$  之間的趨勢與圖 4.3(b) 的結果剛好相反。

鍋爐的溫度變化也是觀察的重點之一。圖 4.5 為與圖 4.1(b) 為同一組液氮噴射實驗的鍋爐溫度變化圖，圖中虛線為鍋爐水溫  $T_{bl}$ ，實線為鍋爐內氣體溫度  $T_{bs}$ 。從圖中能觀察到整個過程中鍋爐內氮氣溫度有較明顯的變化，而鍋爐水溫變化甚

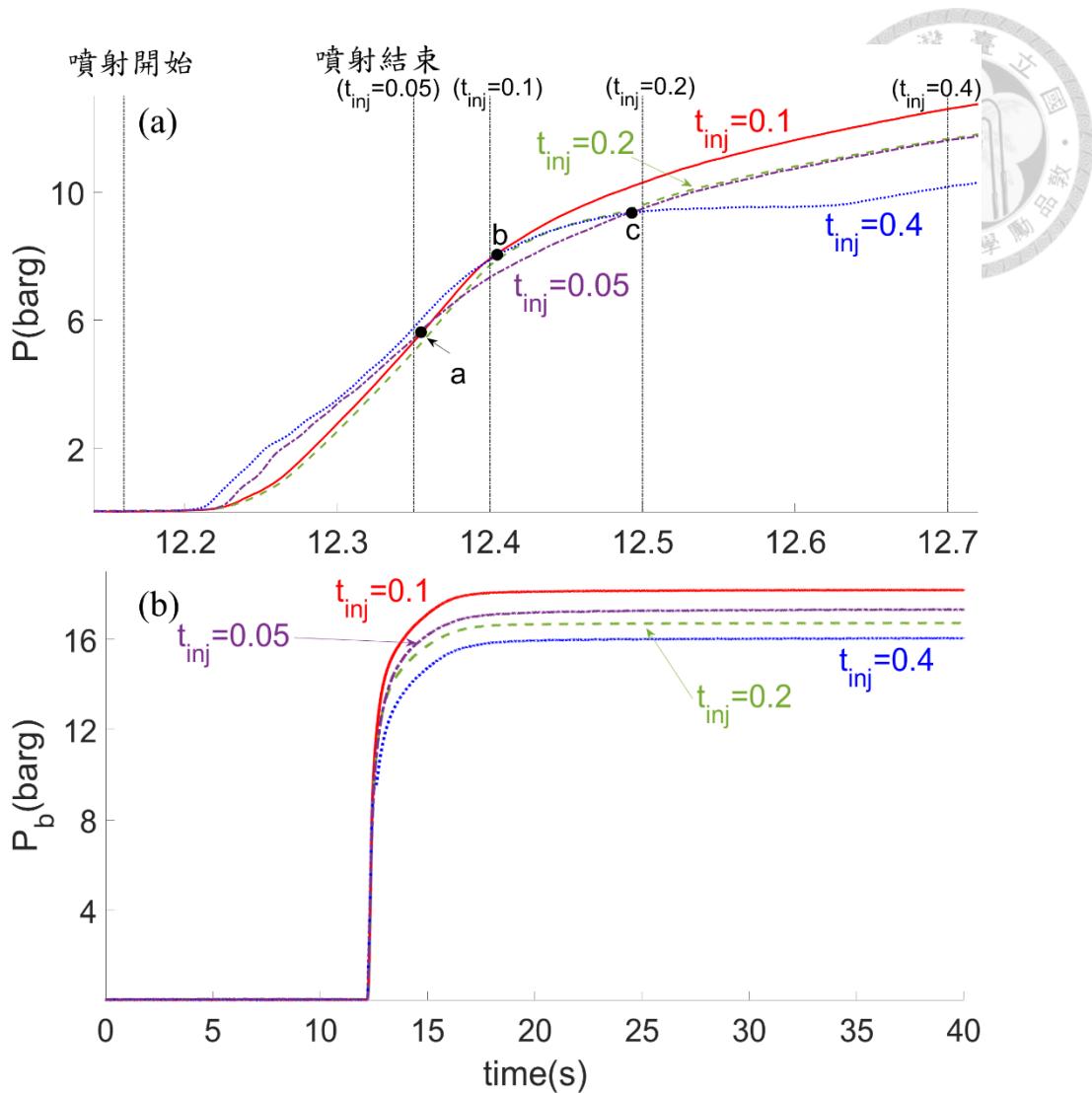


圖 4.4 液氮噴射實驗的鍋爐壓力在不同噴射時間下之比較，(a)為 12.1 至 12.7 秒，(b)為 0 至 40 秒

小，僅  $0.2^{\circ}\text{C}$  左右，這是因為水的總熱容量遠大於液氮的總熱容量，使鍋爐水在對氮氣供熱的同時能維持自身溫度。鍋爐內氮氣溫度在噴射時有一明顯驟降，隨後有些許的波動，這可能是熱電偶與噴射時濺起的水接觸所造成。但無論如何，氮氣溫度最低時下降幅度亦無超過  $2^{\circ}\text{C}$ 。這代表從液氮從射入至汽化為氮氣與水分離前已於水中完成大部分的熱傳。這些實驗證據顯示水與氣間熱傳甚快，且水的熱容量遠大於氮氣熱容量。利用這些條件，本研究的增壓系統足以使鍋爐內氮氣於排水作功時維持等溫膨脹。

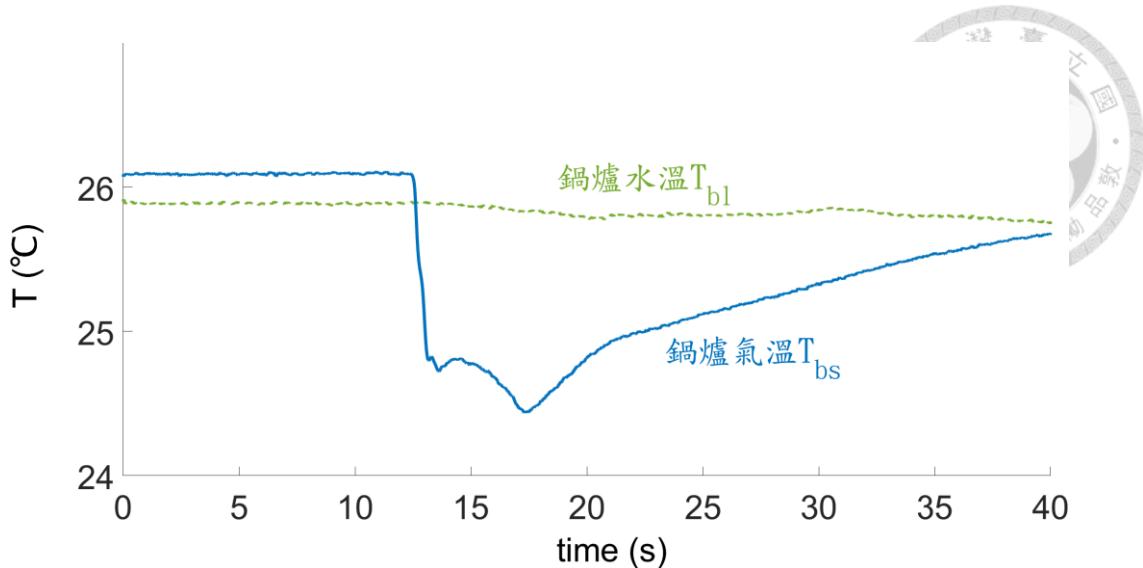


圖 4.5 與圖 4.1(b)同組實驗之溫度-時間變化圖

## 4.2 噴射時間的影響

圖 4.6 彙整所有氮氣噴射實驗中，鍋爐的最終壓力值  $P_{b,final}$ ，即第 40 秒達熱平衡時的壓力。圖中實線為鍋爐壓力與噴射壓力相等的參考線，若鍋爐壓力高過該參考線即代表升壓後高於原噴射壓力(增壓)。因為圖 4.6 展示的是氮氣噴射實驗的結果，所以結果皆分佈於參考線之下。不過，無論在什麼噴射時間  $t_{inj}$  設定下，鍋爐壓力值  $P_{b,final}$  都隨噴射壓力  $P_{inj}$  增加，且成長趨勢接近線性。另外，鍋爐壓力值  $P_{b,final}$  同時也隨噴射時間  $t_{inj}$  成長，尤其在噴射壓力  $P_{inj}$  較高時，不同噴射時間  $t_{inj}$  的鍋爐壓力值  $P_{b,final}$  差距愈明顯。

圖 4.7 彙整所有液氮噴射實驗中，鍋爐的最終壓力值。圖中實線和圖 4.6 的一樣，為鍋爐壓力等於噴射壓力的參考線。而圖 4.7 中所有的鍋爐壓力值  $P_{b,final}$  都分佈於參考線之上，代表液氮皆有噴入鍋爐，且讓鍋爐壓力超過原上游噴射壓力  $P_{inj}$ ，有效將液氮轉換為壓力能。不過，圖 4.7 中的鍋爐壓力值  $P_{b,final}$  却是隨噴射時間  $t_{inj}$  增加而減少，尤其在噴射壓力  $P_{inj}$  較高時，趨勢與圖 4.6 完全相反。這應該是由於噴射時間  $t_{inj}$  所對應到的實際持續時間  $t_{dur}$  已大於上下游壓力交會的交會時間  $t_{equ}$ ，所以鍋爐內因液氮汽化產生的氮氣反而往上游回流。氮氣的回流讓噴射結束後鍋爐內的氮密度減少，同時也讓鍋爐壓力下降。

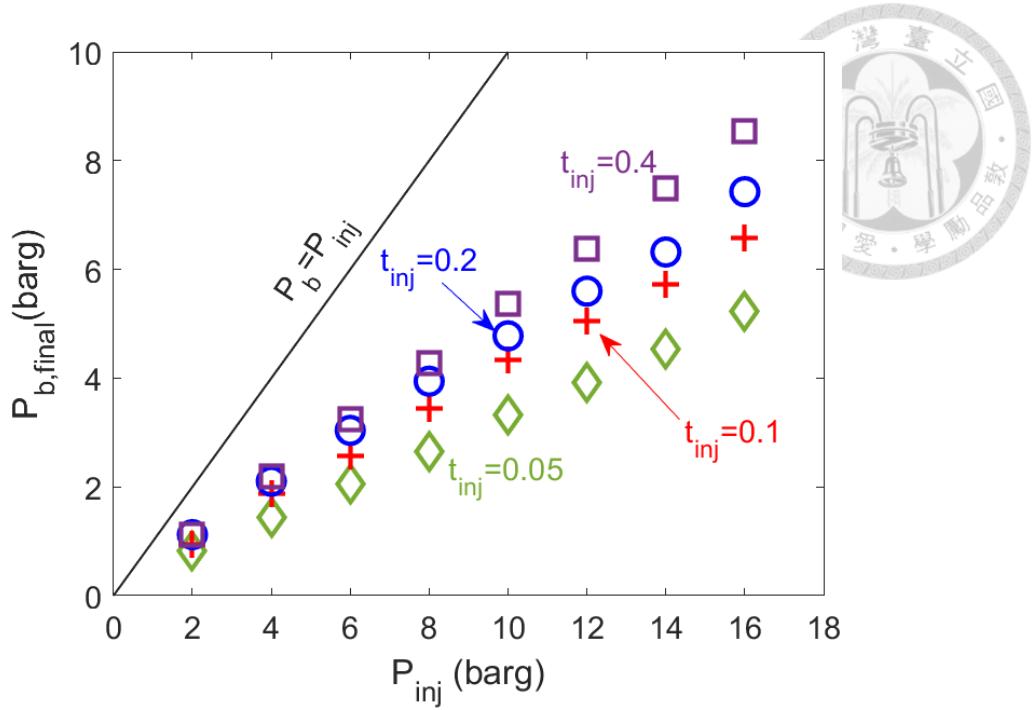


圖 4.6 氮氣噴射實驗的鍋爐最終壓力值

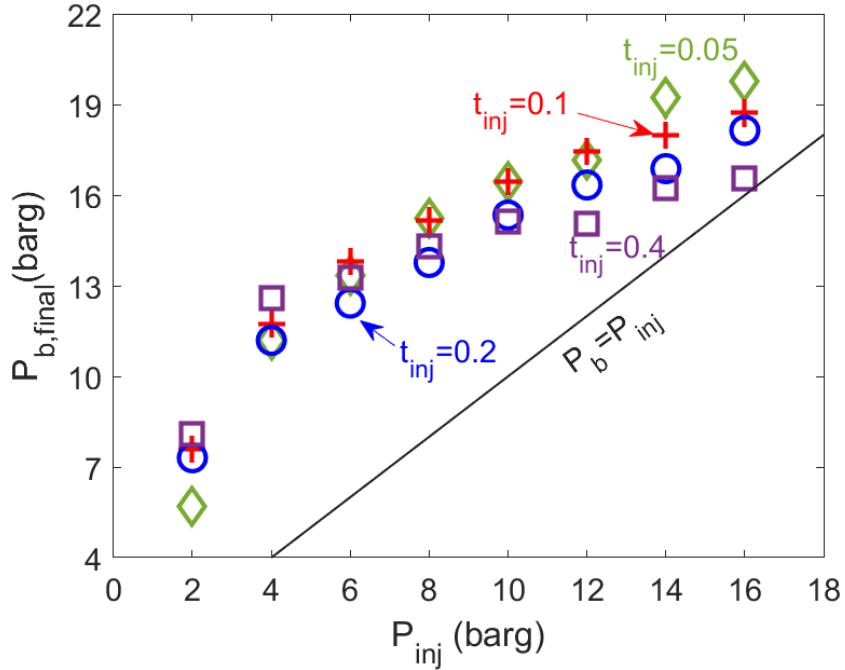


圖 4.7 液氮噴射實驗的鍋爐最終壓力值

本研究透過鍋爐於噴射前和噴射後達到穩態時的溫度及壓力，推算鍋爐於噴射前後的密度變化。將密度變化乘以鍋爐體積便能求得鍋爐中的氮增加量。氮增加量中包含了原先為液體的液氮及氣體的高壓氮氣。在噴射過程中，氮都在儲氣瓶、中間管路和鍋爐這三者間流動，由於儲氣瓶的初始壓力較高，所以在噴射一開始，儲氣瓶內的氮氣會往下游的管路和鍋爐間流動。儲氣瓶於噴射前後的密度變化可

透過儲氣瓶於噴射前和噴射後達穩態時的溫度及壓力推算，將密度變化乘以儲氣瓶體積便能求得儲氣瓶的氮消耗量。本研究中，儲氣瓶的體積為 790 ml。此外系統管路的體積有將近 90 ml，與鍋爐餘隙容積的 360 ml 數量級接近，不可忽略。因此，本研究將管路體積加上鍋爐餘隙容積的共 450 ml 作為下游的鍋爐體積，並假設中間管路與鍋爐內氣體的狀態一樣，藉此由鍋爐的氮增加量扣除儲氣瓶消耗量推算出實際射入鍋爐的液氮量，其為

$$\text{鍋爐液氮射入量} = \text{鍋爐氮增加量} - \text{儲氣瓶消耗量} \quad (4.1)$$

圖 4.8 為由液氮噴射實驗資料經(4.1)求得的鍋爐液氮射入量，分別對應噴射時間  $t_{inj}$  為 0.05(◇)、0.1(+)、0.2(○)及 0.4(□)秒。另外，虛線為液氮填充質量 6.19 g 之參考線，此填充質量為定量瓶加管路內的液氮量，即設定將噴入鍋爐的總量。圖中顯示噴射壓力  $P_{inj}$  小於 6 barg 時，液氮的射入量明顯較為短少，而噴射時間較長似乎有機會射入更多液氮，不過從不同噴射時間的分佈難以歸納出一規律的趨勢。若在噴射壓力  $P_{inj}$  大於 8 barg， $t_{inj}$  為 0.1秒的射入量與填充量接近，且幾乎為一穩定之值。另外，噴射時間若更長的  $t_{inj}=0.2$  和 0.4 秒射入量則明顯較低，且有隨噴射時間增加而下降的趨勢。這可能是鍋爐中的氮開始往上游回流所造成的。最後，從圖中能觀察到  $t_{inj}$  為 0.05秒的結果從  $P_{inj}$  為 4 barg 開始便與  $t_{inj}$  為 0.1秒的結果保持一致的趨勢，直至  $P_{inj}$  大於 12 barg 後出現一突然的躍升。這不連貫的趨勢推測為

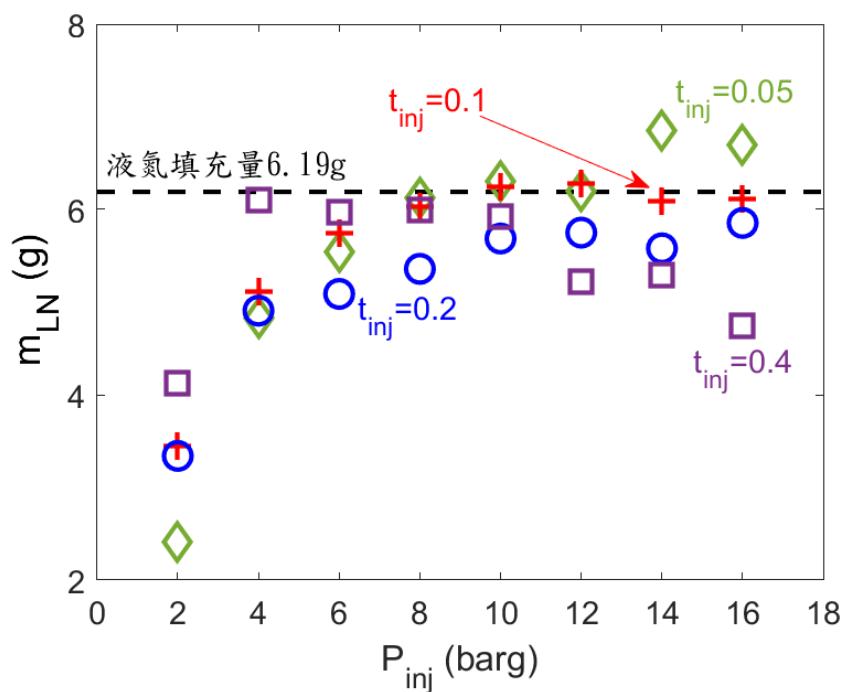


圖 4.8 液氮射入量

實驗過程操作不當，填充過多液氮所致。

為了檢視鍋爐氮氣回流的現象，圖 4.9 (a)繪製了液氮噴射實驗在噴射壓力  $P_{inj}$  為 2 barg、噴射時間  $t_{inj}$  為 0.4 秒時的壓力-時間變化圖。圖中虛線為儲氣瓶壓力  $P_d$ ，實線則為鍋爐壓力  $P_b$ 。圖中在第 12 秒開始噴射後，鍋爐壓力  $P_b$  快速上升，在大約 25 秒時達到 8 barg，遠高於噴射壓力  $P_{inj}$  的 2 barg。而圖 4.9(b)則重繪圖 4.9(a)噴射過程區間 12 至 12.8 秒的資料。圖中的鍊線則代表實際開始噴射的 12.16 秒及噴射結束的 12.7 秒，噴射持續時間  $t_{dur}$  為 0.54 秒。圖 4.9(b)顯示開始噴射後下降的儲氣瓶壓力  $P_d$  與上升的鍋爐壓力  $P_b$  大約在 12.4 秒交會，交會後鍋爐壓力持續上升，而儲氣瓶壓力在約 0.1 秒後也從下降轉為上升，最後在噴射結束時的壓力還略高於原先設定的噴射壓力  $P_{inj}$ 。這個現象很明顯是鍋爐液氮汽化後的氮氣往上游回流，充填儲氣瓶的結果。而造成回流的主因為噴射時間過長，在上下游壓力交會後回流現象就此發生。因此噴射結束時間應與壓力交會時間  $t_{equ}$  差不多或稍微提前來避免回流發生。

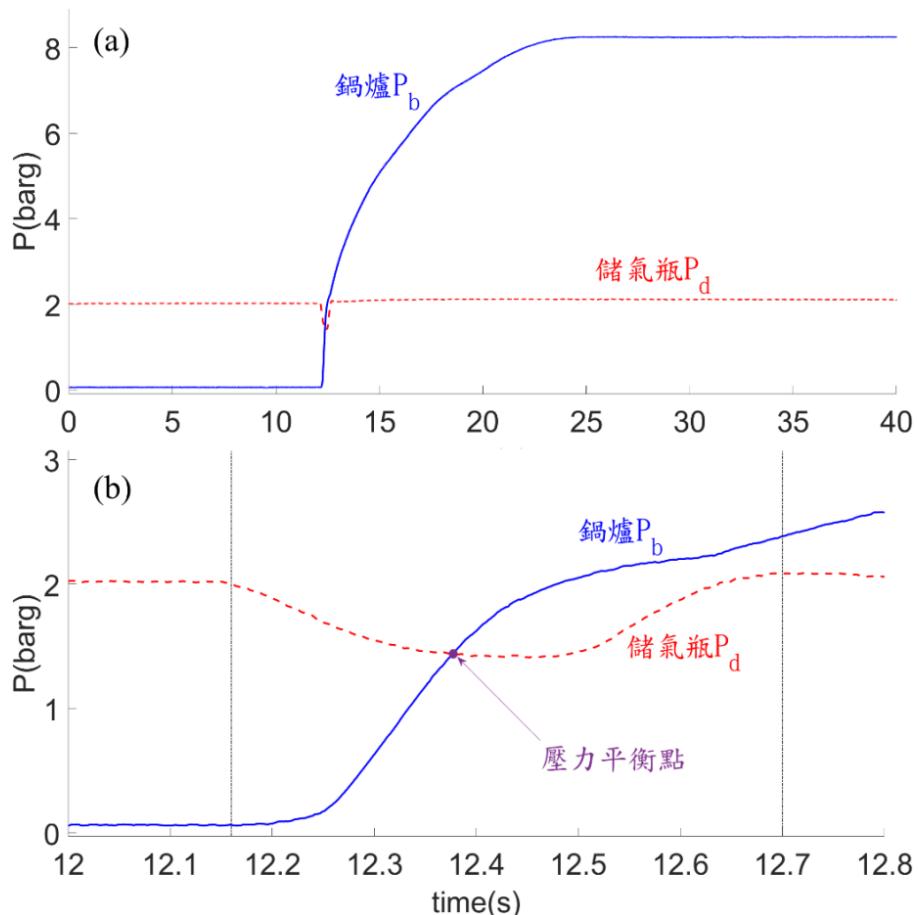


圖 4.9 回流發生時之上游壓力變化(a)0 至 40 秒，(b)12 至 12.8 秒

圖 4.10 中彙整了所有液氮噴射實驗上下游壓力的交會時間  $t_{equ}$ 。圖中資料點分別對應噴射時間  $t_{inj}$  為 0.05(◇)、0.1(+)、0.2(○) 及 0.4(□) 秒。首先，噴射時間  $t_{inj}$  為 0.1、0.2 及 0.4 秒的交會時間  $t_{equ}$  很接近，多分布於 240 至 260 毫秒之間。而噴射時間  $t_{inj}$  為 0.1 秒時對應到的噴射持續時間為 0.24 秒，因此在噴射時間  $t_{inj}$  大於 0.1 秒的實驗，噴射過程中皆已達壓力交會，持續時間越長則會造成回流的氮氣越多。另外，噴射時間  $t_{inj}$  為 0.05 秒時對應到的噴射持續時間為 0.19 秒，遠小於其他實驗的壓力交會時間，所以其對應的交會時間明顯高於其他實驗。這是因為  $t_{inj}=0.05$  秒使其噴射結束於交會時間之前，噴射結束後鍋爐不再有氮氣流入時的升壓，壓力上升較趨緩，因此交會時間較長。而在噴射壓力  $P_{inj}$  較高時， $t_{inj}$  為 0.05 秒時的交會時間稍有下降，這可能是由於液氮與水間的介面運動更為劇烈，熱傳功率提升的原因。

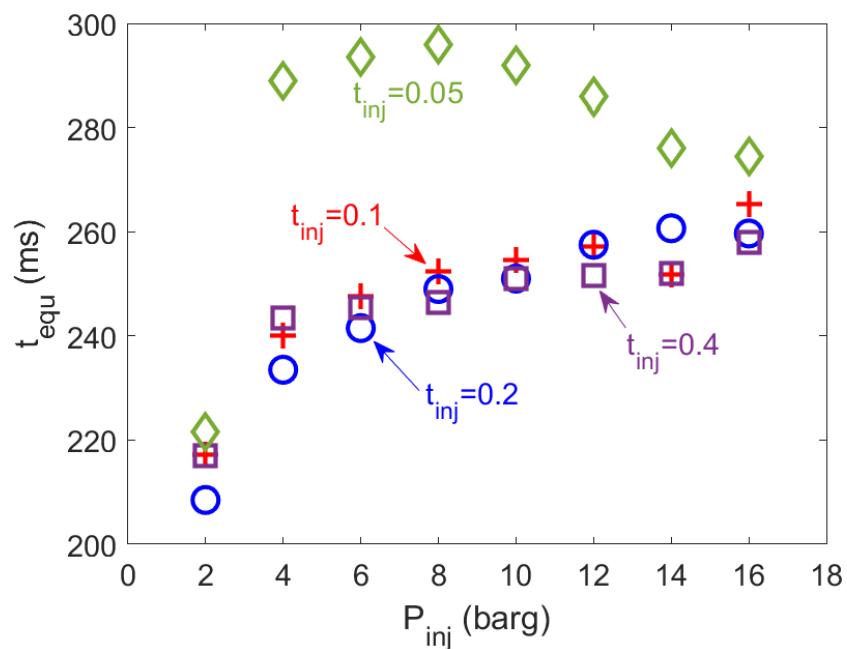


圖 4.10 所有液氮噴射實驗的壓力交會時間

值得注意的是，當把液氮噴射時間最長( $t_{inj} = 0.4$  秒)的壓力交會時間與 §3.4 圖 3.11 中氮氣連通實驗的結果繪於圖 4.11 一併比較時，結果顯示到在氮氣連通實驗中，交會時間原先會隨噴射壓力增加，但在液氮噴射實驗中卻似乎沒有如此明顯的趨勢。推斷這可能是因為液氮噴射實驗在噴射壓力增加時，亦會增強液氮與水的熱傳，使得液氮汽化增壓得更快速，大幅縮減了壓力交會的時間。

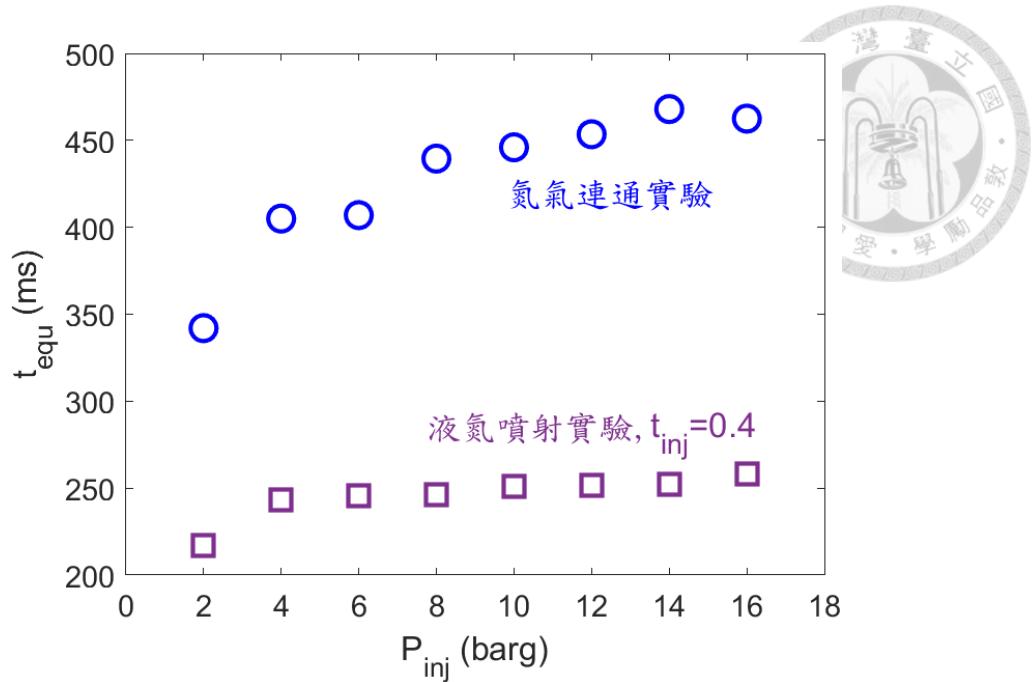


圖 4.11 液氮噴射與氮氣連通實驗交會時間比較

### 4.3 模型計算與實驗結果比較

§3.5 已透過液氮噴射模型求得模型的最佳交會時間，此節將比較模型的預測與實驗結果。在圖 4.12(a)中將圖 3.17(b)中模型的最佳交會時間( $N=8$ )與圖 4.11 中較晚關閥的三個實驗的交會時間繪製在一起。圖中以鍊線連接的小圓點為模型的最佳交會時間(以 $Model_{opt}$ 表示)，散佈的資料點為實驗的交會時間，而與圖中與縱軸垂直的虛線分別代表各噴射時間 $t_{inj}$ 下的關閥時間 $t_{dur}$ 。圖 4.12(a)顯示模型的計算結果大致相符，僅較高噴射壓力時有些許偏差，不過該偏差已小於閥件能精準控制的時間尺度。而圖中顯示最佳的噴射時間約在 0.1 至 0.2 秒間，且與 0.1 秒較為靠近，此結果如同§3.5 中所推測。

圖 4.13 顯示了模型代入§3.5 圖 3.17(a)中的最佳熱傳功率  $\dot{Q}(N=8)$  時，計算所得的高低壓容器壓力變化趨勢與實驗資料的比較。實線表示模型的計算結果，虛線表示實驗記錄資料。圖中較高初始值的曲線對應於模型中的  $P_H$  和實驗中的  $P_d$ ，而較低初始值的曲線則對應於模型中的  $P_L$  和實驗中的  $P_b$ 。圖中的(a)至(d)則分別對應 2、6、10 和 14 barg 的噴射壓力  $P_{inj}$ 。圖 4.13 顯示，模型中的  $P_H$  和實驗中的  $P_d$  的變化趨勢非常接近。而模型計算的  $P_L$  在一開始都會先降至錶壓小於零的壓力值，這是因為模型假設一開始液氮便全數噴入並與鍋爐氮氣完全混和；液氮的超低溫使鍋爐

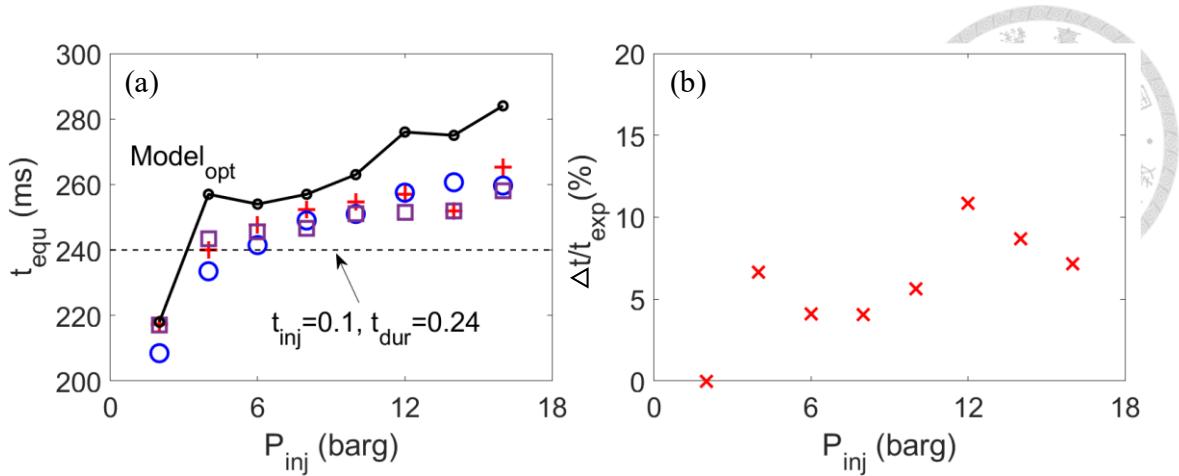


圖 4.12 模型與實驗的(a)交會時間及(b)交會時間相對誤差

內的溫度及壓力稍微下降。由於系統的壓力計為量測錶壓所用，無法量測到錶壓小於零的壓力值，因此模型中的 $P_L$ 和實驗中的 $P_b$ 一開始沒有重合。不過 $P_b$ 維持一段時間壓力值為零後才開始上升，也證實了模型計算出錶壓小於零的壓力是與之相符的。此外，在圖(b)到(d)的 $P_L$ 成長趨勢中都有一個明顯的轉折點，此點代表鍋爐內的氮狀態從原先的液氮共存轉變為完全氣態。因此，吸收的熱能不再需要用於潛熱的消耗，而能夠以更快的速度進行增壓。而 $P_b$ 的成長趨勢不如 $P_L$ 那麼線性，主要原因是實驗一開始射入的液氮與鍋爐內的氮氣不會馬上混和，會有不同狀態的氮存在於鍋爐內，且噴射瞬間是一個暫態過程，液氮和水之間的熱傳量不會是一定值。儘管如此，整體的趨勢仍大致相符，且上下游壓力交會的壓力交會時間的相對誤差皆在 11% 內(噴射壓力 10 barg 以下在 5% 內)，如圖 4.12(b)所示。圖 4.12(b)中的 $t_{exp}$ 為圖 4.10 中  $t_{inj} = 0.4$  秒時的交會時間，而 $\Delta t$ 為模型交會時間與實驗交會時間之間的時間差，其為

$$\Delta t = t_{model} - t_{exp} \quad (4.2)$$

這不僅驗證了液氮噴射模型的準確性，還表明§3.5 中求得的最佳熱傳功率具有一定的參考價值。另外，從模型得到的管流出口馬赫數 $M_B$ 發現，當一開始的 $P_{H,0}$ 高於 8 barg 而  $P_{L,0}$ 為 0 barg 時，因壓力比已達阻塞流(choked flow)的條件，故系統將維持一段時間的阻塞流動( $M_B=1$ )。

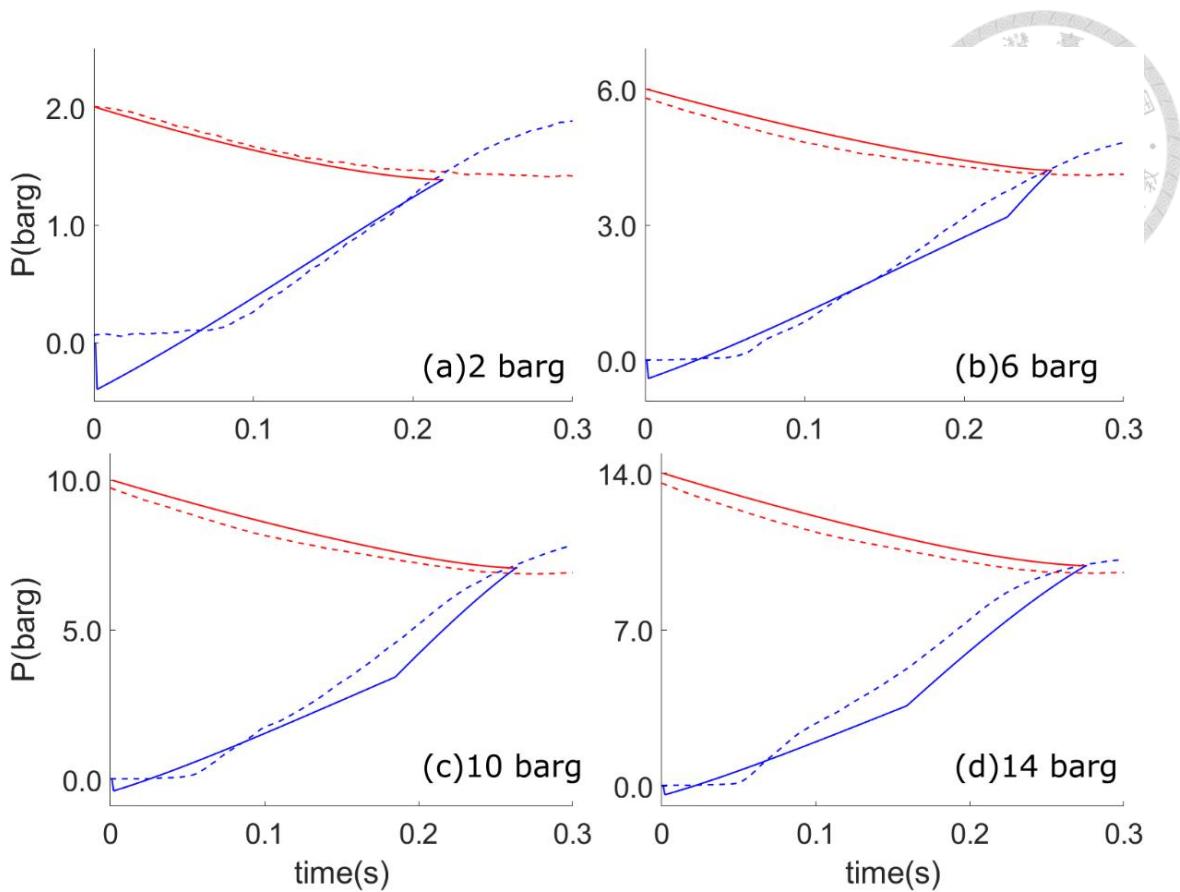


圖 4.13 模型計算結果與實驗記錄比較

#### 4.4 模型預測鍋爐壓力值

根據上一節液氮噴射模型的計算結果，可以得到在不同噴射壓力  $P_{inj}$  下的模型交會時間  $t_{equ}$ ，這個交會時間將可作為噴射時間  $t_{inj}$  的參考。圖 4.12 顯示在噴射壓力  $P_{inj}$  為 6 barg 至 16 barg 的範圍內，使用模型計算得到的最佳交會時間約為 240 至 300 毫秒。因此噴射時間  $t_{inj}$  設定為 0.1 秒，其噴射過程持續時間為 240 毫秒時，該實驗應該有機會獲得最高的鍋爐最終壓力值。這是因為在液氮汽化開始回流之前，在該設定下能夠將最多的氮噴入鍋爐，從而在鍋爐內形成最大的氮密度，並在熱平衡後產生最大的增壓效果。

本研究同時透過模型計算在壓力交會時所得到的鍋爐氮密度，配合熱平衡時的溫度條件 (300 K)，預測增壓系統若在壓力交會結束噴射過程，鍋爐的最終壓力值。本研究將模型代入最佳熱傳功率(圖 3.17(a)中  $N=8$  時)所預測的鍋爐最終壓力值與圖 4.7 液氮噴射實驗的最終壓力值來作比較。圖 4.14 將模型預測的鍋爐最

終壓力值與圖 4.7 的實驗結果繪製在一起。從圖的左下方顯示，在較低的噴射壓力下(小於 6 barg)，實驗結果均低於模型的預測值。這可能是由於氣體噴射時的動量不足以將液氮瞬間噴入鍋爐，使得液氮射入量較低所造成。圖 4.15 也顯示了在噴射壓力小於 6 barg 時，實驗中的鍋爐氮總量明顯低於模型預測值，甚至低於液氮的填充量 6.19 g。而在噴射壓力為 8 至 12 barg 之間時，噴射時間  $t_{inj}=0.1$  和 0.05 秒時的實驗結果與預測的壓力值幾乎一致，這與前面得出的最佳噴射時間為 0.1 秒的結論相符合，同時圖 4.15 中  $t_{inj}=0.1$  秒，噴射壓力在 8 至 16 barg 的實驗氮總量與模型預測的相對誤差在 3.6% 以內。而且如果液氮能在噴射開始瞬間完全噴入，雖然在  $t_{inj}$  為 0.05 秒時少了 0.05 秒氮氣流入的時間，對最終壓力幾乎沒有太大影響也是合理的結果。而其他  $t_{inj}$  較長的結果顯示，隨著噴射時間的增加，鍋爐壓力值呈現下降的趨勢。這結果反映了壓力交會後，鍋爐中的氮氣開始回流的現象。另外，若  $t_{inj}$  為 0.05 秒且噴射壓力大於 14 barg 的實驗結果比預測的壓力值高出將近 2 bar。由於其增長的趨勢不大尋常，有可能是在填充液氮槽維持液面高度時，不小心多加了一些，造成液氮噴射量增加而導致。然而，這個結果也顯示了液氮噴射量仍然有進一步增加的空間。

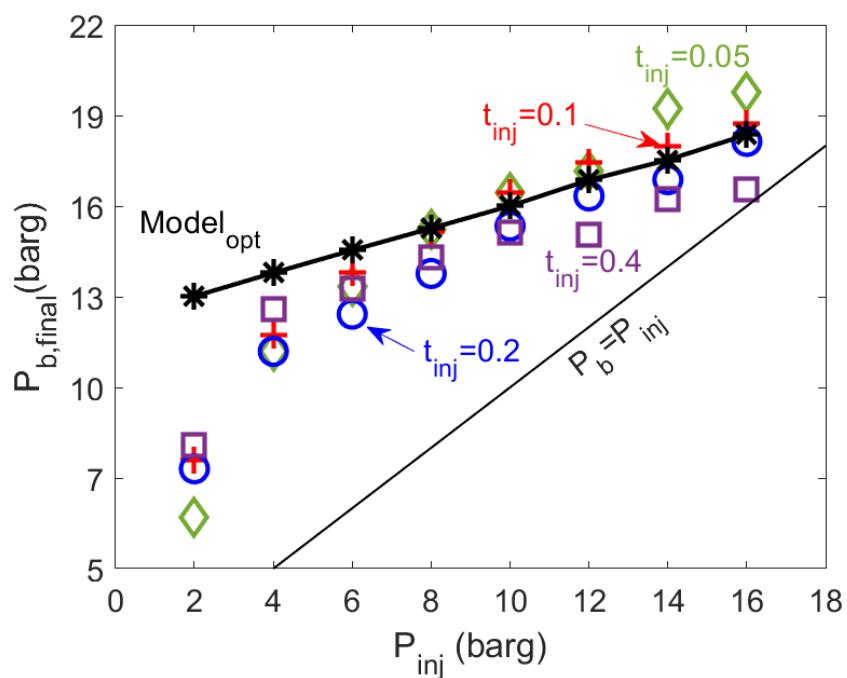


圖 4.14 預測鍋爐壓力值與實驗結果比較

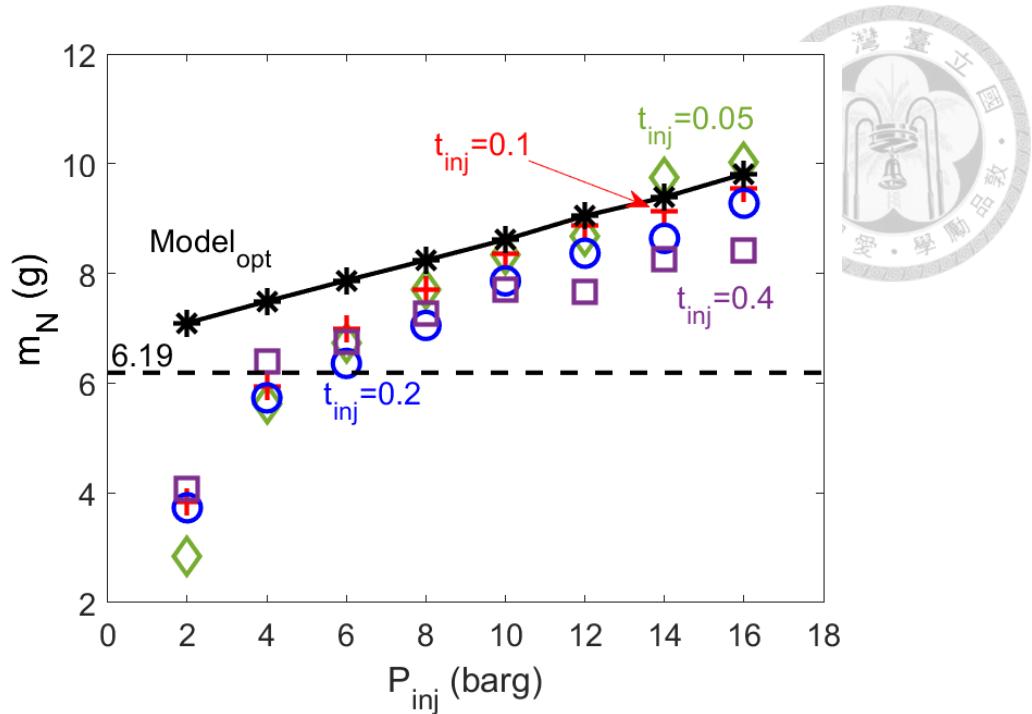


圖 4.15 模型鍋爐氮總量與實驗結果比較

## 4.5 液氮噴射量修正

圖 4.15 顯示在噴射壓力 8 barg 以下，所有  $t_{inj}$  的鍋爐氮總量皆低於模型的預測，這反映了圖 4.8 中在較低噴射壓力下液氮射入量較低的情況，此情況推測為液氮噴射不完全所導致。為修正模型預測在噴射不完全時的偏差，如圖 4.16 所示，本研究取了圖 4.8 中  $t_{inj}=0.1$  秒時的液氮射入量作為液氮噴射模型中的液氮噴射量  $m_{LN}$ ，並取了噴射時間過長( $t_{inj} = 0.4$ 秒)時的實驗資料，再藉由§3.5 中的液氮噴射模型及最佳噴射時間演算，求出修正液氮噴射量後的最佳交會時間及最佳平均熱傳功率。圖 4.17 顯示了演算結果的(a)最佳平均熱傳功率和(b)最佳交會時間。圖中的  $Model_{opt}$  代表§3.5 中以原液氮噴射量 6.19 g 的演算結果(圖 3.17 中  $N=8$  時)，而  $Model_{mod}$  則代表修正液氮噴射量後的演算結果。圖 4.17(a)顯示在液氮噴射量修正後的平均熱傳功率在噴射壓力 8 barg 以下，略低於原液氮噴射量的結果。圖 4.17(b)則顯示液氮噴射量修正後在較低噴射壓力時會較早達壓力交會。這可能是由於液氮噴射量減少，液氮所需的潛熱較少，故在熱傳功率接近的情況下，液氮能以更快的速度汽化膨脹作升壓。

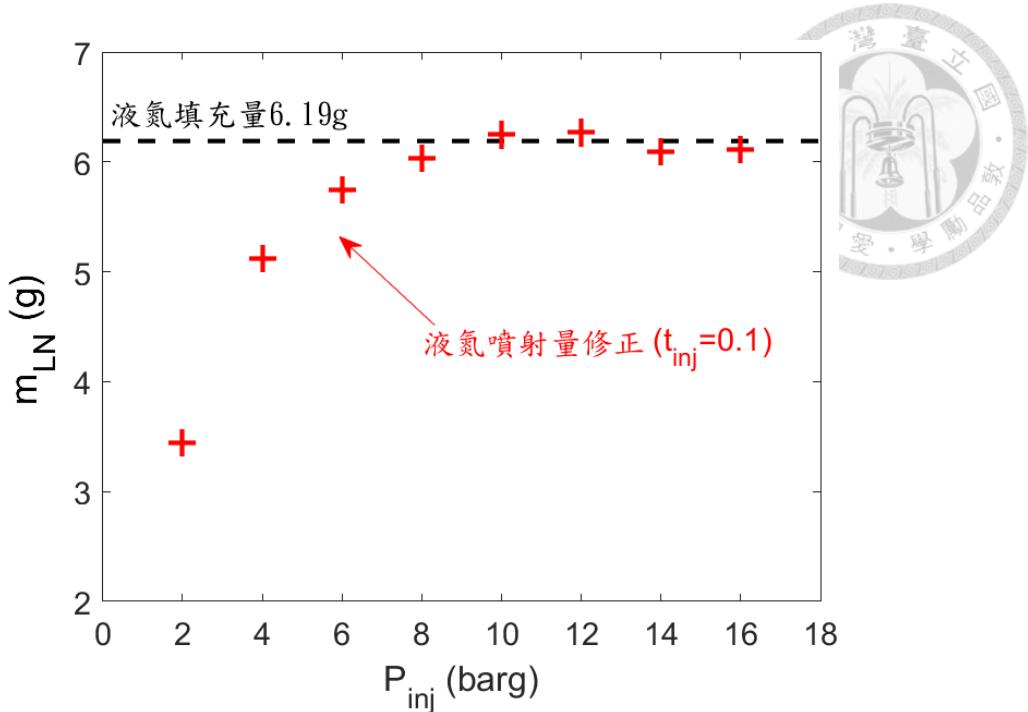


圖 4.16 液氮噴射量修正

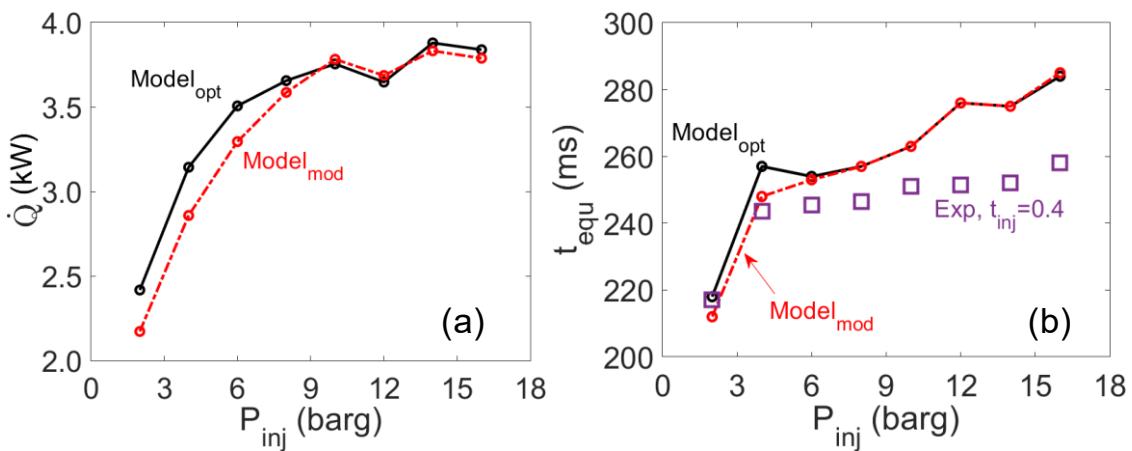


圖 4.17 液氮噴射量修正後的(a)最佳熱傳功率和(b)最佳交會時間

圖 4.18 將修正後的鍋爐預測壓力值與實驗結果繪製在一起。圖中顯示原來在圖 4.14 中低噴射壓力時預測壓力值與實驗結果的偏差，藉由液氮噴射量的修正大幅縮減。圖 4.19 同時顯示了修正後的模型氮總量與  $t_{inj}=0.1$  秒的實驗結果幾乎一致，這表明在適當的噴射時間下，修正後的模型能夠準確地預測鍋爐的氮總量。而噴射時間更長時則如前所述，由於氮氣回流的發生，導致鍋爐內的氮總量逐漸減少。液氮噴射量修正後的計算結果證實了在 §4.4 中模型與實驗的差距主要來自液氮的噴射不完全，而此情況非本研究一開始的預期。因此，在噴射壓力為 2 到 6 barg 的這個區間，似乎不適用於目前系統的操作。

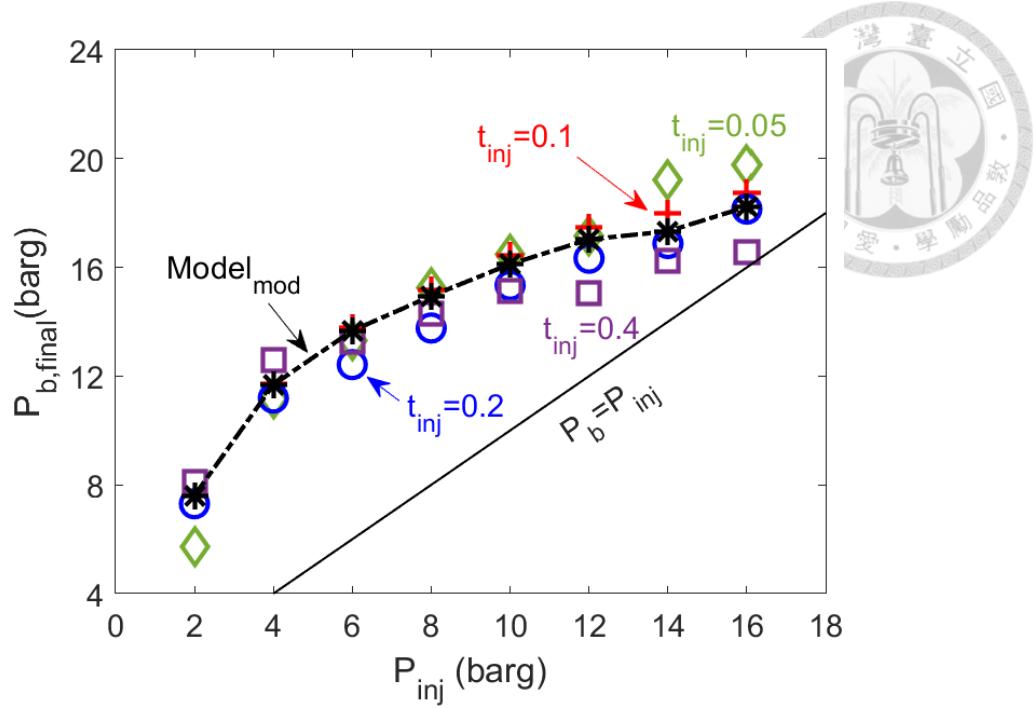


圖 4.18 修正後預測鍋爐壓力值

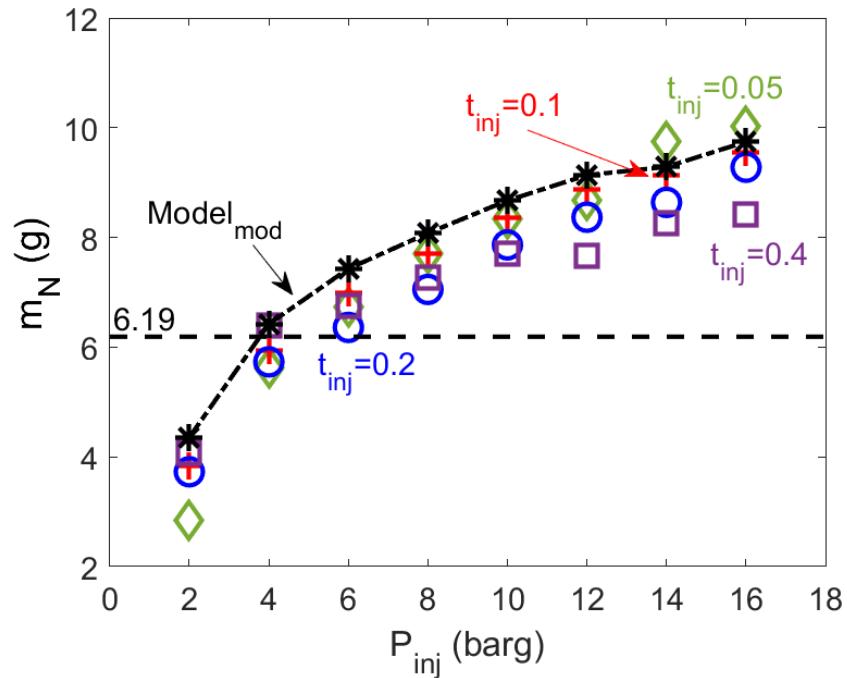


圖 4.19 修正後模型鍋爐氮總量

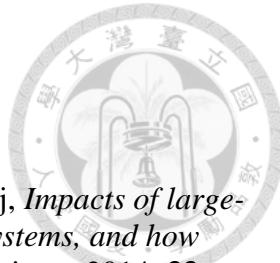
## 第 5 章 結論



本研究參考 Clarke 等人[17]和 Wen 等人[20]的研究建立了一套液氮增壓模組，並且進行一系列的實驗研究，有系統地檢視液氮的增壓效應。此外，本研究也藉助氣體動力學理論建立了一套簡化的模型，藉此模擬系統的噴射過程、釐清系統運作時的特徵行為，試圖找出可使增壓效果最大化的操作參數。憑藉前述的成果，本研究的第一個貢獻是展示一套低成本、高熱傳功率、可連續運作，且比 Clarke 等人及 Wen 等人更簡單、更耐用的增壓機組。本研究的第二個貢獻是建立一套可模擬該系統運作的模型。而本研究的第三個貢獻，也許也是最重要的貢獻，是整合實驗方法與氣體動力學模型，提出一套可預測最佳噴射時間的計算方法。這些成果與貢獻為增壓系統的建置與增壓系統噴射時間的最佳化提供了簡單、明確且可靠的方法。

然而，本研究仍有幾個方面值得進一步研究。首先，本研究未曾嘗試精確控制液氮噴射量。另外，本研究是以實驗資料加上部分假設得出液氮與水間的直接接觸熱傳功率，該功率的量測及預測皆有待進一步研究。最後，本研究所設定的壓力對於發電應用而言仍就偏低，為提升研究的實務參考價值，後續相關研究可考慮提升噴射壓力以及最終的增壓壓力，並測試本研究氣體動力學模型在更高壓力的操作條件下是否仍適用。

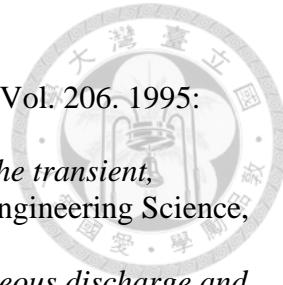
## 參考文獻



1. Brouwer, A.S., M. Van Den Broek, A. Seebregts, and A. Faaij, *Impacts of large-scale Intermittent Renewable Energy Sources on electricity systems, and how these can be modeled*. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2014. **33**: p. 443-466.
2. Barton, J.P. and D.G. Infield, *Energy storage and its use with intermittent renewable energy*. IEEE transactions on energy conversion, 2004. **19**(2): p. 441-448.
3. 經濟部能源局, *110 年能源統計手冊*, 經濟部能源局, Editor. 2021.
4. Pullen, K.R., *The status and future of flywheel energy storage*. Joule, 2019. **3**(6): p. 1394-1399.
5. Perazzelli, P. and G. Anagnostou, *Design issues for compressed air energy storage in sealed underground cavities*. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2016. **8**(3): p. 314-328.
6. Zhang, F., P. Zhao, M. Niu, and J. Maddy, *The survey of key technologies in hydrogen energy storage*. International journal of hydrogen energy, 2016. **41**(33): p. 14535-14552.
7. Ali, M.H., B. Wu, and R.A. Dougal, *An overview of SMES applications in power and energy systems*. IEEE transactions on sustainable energy, 2010. **1**(1): p. 38-47.
8. Mongird, K., V.V. Viswanathan, P.J. Balducci, M.J.E. Alam, V. Fotedar, V.S. Koritarov, and B. Hadjerioua, *Energy storage technology and cost characterization report*. 2019, Pacific Northwest National Lab.(PNNL), Richland, WA (United States).
9. Smith, E., *Storage of electrical energy using supercritical liquid air*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1977. **191**(1): p. 289-298.
10. Antonelli, M., S. Barsali, U. Desideri, R. Giglioli, F. Paganucci, and G. Pasini, *Liquid air energy storage: Potential and challenges of hybrid power plants*. Applied energy, 2017. **194**: p. 522-529.
11. Storage, H.P., *Liquid air energy storage 2016*. Available at: [www.highview-power.com](http://www.highview-power.com) [accessed 15.2. 2016].
12. Sciacovelli, A., A. Vecchi, and Y. Ding, *Liquid air energy storage (LAES) with packed bed cold thermal storage—From component to system level performance through dynamic modelling*. Applied energy, 2017. **190**: p. 84-98.
13. Castle, W., *Air separation and liquefaction: recent developments and prospects for the beginning of the new millennium*. International Journal of Refrigeration, 2002. **25**(1): p. 158-172.
14. Morgan, R., S. Nelmes, E. Gibson, and G. Brett, *Liquid air energy storage—analysis and first results from a pilot scale demonstration plant*. Applied energy, 2015. **137**: p. 845-853.
15. Sinatov, S., *Method for Operating a Liquid Air Energy Storage*. 2022, Google Patents.
16. Su, H., C. Lv, J. Shang, B. Huang, Y. Feng, and J. Wu. *Performance study of preloaded cryogenic bearings in liquid hydrogen pump*. in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2022. IOP Publishing.

17. Clarke, H., A. Martinez-Herasme, R. Crookes, and D. Wen, *Experimental study of jet structure and pressurisation upon liquid nitrogen injection into water*. International journal of multiphase flow, 2010. **36**(11-12): p. 940-949.
18. 李侑澄, 液態氮與水批次於鍋爐內混合以獲得液態氮的可用能. 2020.
19. Nakoryakov, V., A. Tsoi, I. Mezentsev, and A. Meleshkin, *Boiling-up of liquid nitrogen jet in water*. Thermophysics and Aeromechanics, 2014. **21**: p. 279-284.
20. Wen, D., H. Chen, Y. Ding, and P. Dearman, *Liquid nitrogen injection into water: Pressure build-up and heat transfer*. Cryogenics, 2006. **46**(10): p. 740-748.
21. Archakositt, U., S. Nilsuwankosit, and T. Sumitra, *Effect of volumetric ratio and injection pressure on water-liquid nitrogen interaction*. Journal of nuclear science and technology, 2004. **41**(4): p. 432-439.
22. Karami, R. and N. Ashgriz, *Flashing sprays*, in *Handbook of Atomization and Sprays*. 2011, Springer. p. 233-254.
23. Riznic, J.R. and M. Ishii, *Bubble number density and vapor generation in flashing flow*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1989. **32**(10): p. 1821-1833.
24. John, J.E., *Gas dynamics*. 1984.
25. Rist, D., *Dynamik realer Gase: Grundlagen, Berechnungen und Daten für Thermogasdynamik, Strömungsmechanik und Gastechnik*. 2013: Springer-Verlag.
26. Fischer, M.-D., S. Baier, and K.E. Boettcher, *Similarity solution of subcritical pressure discharges from vessels for arbitrary gases*. Chemical Engineering Science, 2023. **267**: p. 118312.
27. Muñoz-Esparza, D., J.-M. Buchlin, K. Myrillas, and R. Berger, *Numerical investigation of impinging gas jets onto deformable liquid layers*. Applied Mathematical Modelling, 2012. **36**(6): p. 2687-2700.
28. Sato, S., J. Okada, Y. Ueda, and M. Iguchi, *Visualization of Intermittent Splash with Gas Blowing from a Top Lance–Breakup of Cavity Surface Causing Intermittent Splash*. ISIJ International, 2020. **60**(9): p. 2118-2120.
29. Nguyen, A.V. and G.M. Evans, *Computational fluid dynamics modelling of gas jets impinging onto liquid pools*. Applied Mathematical Modelling, 2006. **30**(11): p. 1472-1484.
30. Chawla, T., *The Kelvin-Helmholtz instability of the gas-liquid interface of a sonic gas jet submerged in a liquid*. Journal of Fluid Mechanics, 1975. **67**(3): p. 513-537.
31. Funada, T. and D. Joseph, *Viscous potential flow analysis of Kelvin–Helmholtz instability in a channel*. Journal of Fluid Mechanics, 2001. **445**: p. 263-283.
32. Awasthi, M.K., *Kelvin-Helmholtz instability of viscoelastic liquid-viscous gas interface with heat and mass transfer*. International Journal of Thermal Sciences, 2021. **161**: p. 106710.
33. Lamont, J.C. and D. Scott, *An eddy cell model of mass transfer into the surface of a turbulent liquid*. AIChE Journal, 1970. **16**(4): p. 513-519.
34. Davies, J.T. and S. Ting, *Mass transfer into turbulent jets*. Chemical Engineering Science, 1967. **22**(12): p. 1539-1548.
35. Fortescue, G. and J. Pearson, *On gas absorption into a turbulent liquid*. Chemical Engineering Science, 1967. **22**(9): p. 1163-1176.
36. Kulkarni, A.A. and J.B. Joshi, *Simultaneous measurement of flow pattern and mass transfer coefficient in bubble columns*. Chemical engineering science,

2004. **59**(2): p. 271-281.
37. Theofanous, T., R. Houze, and L. Brumfield, *Turbulent mass transfer at free, gas-liquid interfaces, with applications to open-channel, bubble and jet flows*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1976. **19**(6): p. 613-624.
38. Choo, Y.J. and C.-H. Song, *PIV measurements of turbulent jet and pool mixing produced by a steam jet discharge in a subcooled water pool*. Nuclear engineering and design, 2010. **240**(9): p. 2215-2224.
39. Atmane, M., W. Asher, and A. Jessup, *On the use of the active infrared technique to infer heat and gas transfer velocities at the air-water free surface*. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2004. **109**(C8).
40. Gulawani, S.S., S.K. Dahikar, C.S. Mathpati, J.B. Joshi, M.S. Shah, C.S. RamaPrasad, and D.S. Shukla, *Analysis of flow pattern and heat transfer in direct contact condensation*. Chemical Engineering Science, 2009. **64**(8): p. 1719-1738.
41. Nebuchinov, A.S., Y.A. Lozhkin, A.V. Bilsky, and D.M. Markovich, *Combination of PIV and PLIF methods to study convective heat transfer in an impinging jet*. Experimental Thermal and Fluid Science, 2017. **80**: p. 139-146.
42. Kim, Y.-S., J.-W. Park, and C.-H. Song, *Investigation of the stem-water direct contact condensation heat transfer coefficients using interfacial transport models*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2004. **31**(3): p. 397-408.
43. Dahikar, S.K., M.J. Sathe, and J.B. Joshi, *Investigation of flow and temperature patterns in direct contact condensation using PIV, PLIF and CFD*. Chemical Engineering Science, 2010. **65**(16): p. 4606-4620.
44. Cramer, M. and L. Best, *Steady, isentropic flows of dense gases*. Physics of Fluids A: Fluid Dynamics, 1991. **3**(1): p. 219-226.
45. Majdalani, J. and B.A. Maicke, *Inversion of the fundamental thermodynamic equations for isentropic nozzle flow analysis*. 2012.
46. Urata, E., *A flow rate equation for subsonic Fanno flow*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2013. **227**(12): p. 2724-2729.
47. Ockendon, H., J. Ockendon, and S. Falle, *The Fanno model for turbulent compressible flow*. Journal of Fluid Mechanics, 2001. **445**: p. 187-206.
48. Hoge, H.J. and R.A. Segars, *Choked flow-A generalization of the concept and some experimental data*. AIAA Journal, 1965. **3**(12): p. 2177-2183.
49. Trapp, J.A. and V.H. Ransom, *A choked-flow calculation criterion for nonhomogeneous, nonequilibrium, two-phase flows*. International Journal of Multiphase Flow, 1982. **8**(6): p. 669-681.
50. Winters, W.S., G.H. Evans, S.F. Rice, and R. Greif, *An experimental and theoretical study of heat and mass transfer during the venting of gas from pressure vessels*. International journal of heat and mass transfer, 2012. **55**(1-3): p. 8-18.
51. Felver, T.G., N.J. Paradiso, W.S. Winters Jr, G.H. Evans, and S.F. Rice, *Transient PVT measurements and model predictions for vessel heat transfer. Part II*. 2010, Sandia National Laboratories (SNL), Albuquerque, NM, and Livermore, CA ....
52. Madenci, E. and I. Guven, *The finite element method and applications in engineering using ANSYS®*. 2015: Springer.
53. Kohnke, P., *Ansys*, in *Finite Element Systems: A Handbook*. 1982, Springer. p.



- 19-25.
54. Anderson, J.D. and J. Wendt, *Computational fluid dynamics*. Vol. 206. 1995: Springer.
55. Fischer, M.-D. and K.E. Boettcher, *A fast method to predict the transient, subcritical gas discharge from a pressure vessel*. Chemical Engineering Science, 2022. **249**: p. 117276.
56. Dutton, J.C. and R.E. Coverdill, *Experiments to study the gaseous discharge and filling of vessels*. International Journal of Engineering Education, 1997. **13**(2): p. 123-134.
57. Thorncroft, G., J.S. Patton, and R. Gordon. *Modeling compressible air flow in a charging or discharging vessel and assessment of polytropic exponent*. in *2007 Annual Conference & Exposition*. 2007.
58. 黃明祥, 小半球水球的共振行為. 2022.
59. Morini, G.L., M. Lorenzini, and S. Salvigni, *Friction characteristics of compressible gas flows in microtubes*. Experimental thermal and fluid science, 2006. **30**(8): p. 733-744.
60. Celata, G., M. Lorenzini, G. Morini, and G. Zummo, *Friction factor in micropipe gas flow under laminar, transition and turbulent flow regime*. International Journal of heat and fluid flow, 2009. **30**(5): p. 814-822.
61. Sletfjerding, E. and J.S. Gudmundsson, *Friction factor directly from roughness measurements*. J. Energy Resour. Technol., 2003. **125**(2): p. 126-130.