



國立臺灣大學工學院機械工程學研究所

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

應用布拉格光纖光柵感測器於壓電陶瓷雙晶片之動態  
特性量測與積層製造之埋入式感測

Application of Fiber Bragg Grating Sensors in the Measurement  
of Dynamic Characteristics of Piezoceramic Bimorphs and  
Embedded Sensing in Additive Manufacturing

蔡任航

Jen-Hang Tsai

指導教授：馬劍清 博士

Advisor: Chien-Ching Ma, Ph.D.

中華民國 112 年 7 月

July, 2023



國立臺灣大學碩士學位論文  
口試委員會審定書

MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE  
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY

應用布拉格光纖光柵感測器於壓電陶瓷雙晶片之  
動態特性量測與積層製造之埋入式感測

Application of Fiber Bragg Grating Sensors in the Measurement  
of Dynamic Characteristics of Piezoceramic Bimorphs and  
Embedded Sensing in Additive Manufacturing

本論文係蔡任航君 (R10522540) 在國立臺灣大學機械工程學系完成  
之碩士學位論文，於民國 112 年 7 月 27 日承下列考試委員審查通過及  
口試及格，特此證明。

The undersigned, appointed by the Department of Mechanical Engineering at National Taiwan  
University on 27th July, 2023 have examined a Master's thesis entitled above presented by JEN-  
HANG TSAI (R10522540) candidate and hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

馬劍清

(指導教授 Advisor)

張敬源

廖長誼

系主任/所長 Director:

柯沛群





## 誌謝

在我的碩士生涯中，首先要感謝的就是我的指導教授 馬劍清老師，每當我們遇到困境需要與老師討論時，老師都能為我們指點迷津，引導我們去思考並解決問題，不管是在剛進入碩班還是在最後論文的衝刺期時都讓我們受益良多，很感謝老師的指導。


同時也感謝北科大機械的張敬源教授以及中央機械的廖展誼教授來擔任我的論文口試委員，兩位教授給予了我許多寶貴的意見，讓我能更完整的完成我的論文寫作。

感謝實驗室畢業現在在擔任教職的育熙教授以及亦莊教授，在實驗室咪聽時給予我的報告許多能加強的方向及目標，讓我在做研究時有更明確的方向去努力。感謝擔任室長的國釗學長處理實驗室的各項事務，還有實驗室各項儀器的操作教學。感謝和我們同時入學的瑞淇學姐，為我們帶來了許多好笑的故事，讓我們總是不會感到無聊。感謝上屆的學長姊尉翔、子瑜、佳軒、貞卿和俊頡，在我們剛進實驗室時帶領我們熟悉各種實驗方法以及儀器的操作方法，並且在我們遇到問題時也會親切地指導我們，希望各位學長姊在工作上能事業有成。

感謝一同進入實驗室的同學，首先是同為光纖組的承融，感謝你總是與我討論光纖光柵在量測時的問題，也辛苦你接了那麼多計畫，真的是實驗室最凱瑞的人；接著是健身人彥霖，感謝你在健身房時擔任無償的健身教練，讓我省了好一筆錢；再來是實驗室最扛的冠甫，真的是辛苦你了，雖然你有你的堅持；最後室擔任與育熙老師實驗室溝通橋梁的余鎧，完美的詮釋了何為事半功倍，只能說十分厲害。希望各位在畢業後能找到理想的工作，然後峽谷見。

再來感謝碩一的禹淮、肇輝、祈維、李亦、奇鈞以及博班的亦倫，你們的到來讓實驗室多了許多歡樂，讓大家運動的次數變多，同時也讓晚上的娛樂項目變多。





另外，在此特別感謝碩一時的室友兼高中同學凱任、冠瑋以及類室友昭宇、梓安，讓我在碩一時看到早上的陽光的次數不亞於碩二趕論文時的次數，雖然很誇張但是確實是歡樂的。再來特別感謝我的女友羿醇，在碩士班這兩年對我的照顧以及包容，陪著我度過各種難關，希望之後也能像現在這樣相互扶持前行。

最後，我要將這份論文獻給我的家人們，我的父親 蔡蘊卿以及我的母親 余純旻，兩位在我的求學過程總是毫無保留的支持，讓我能心無旁騖的努力向前，同時也感謝我的弟弟 余任安，希望你能順利的完成你的學業。

蔡任航 筆於 2023/8/9 台北大安

## 摘要

光纖由於其具有優異的傳輸特性與幾何形狀特性、高靈敏度且不受電磁波影響之特性，近年來在感測技術的研發蓬勃發展，其中尤其以布拉格光纖光柵 (Fiber Bragg Grating, FBG) 感測器發展最為迅速，其在準靜態時可以搭配波長解調器進行定量的量測，而在動態訊號上亦可使用能量調變型系統作為訊號之擷取方法，同時還能使用多光纖光柵一次對多點進行監測，而本實驗室過去已對上述方法投入許多研究，具有相當成熟之技術。

本文以光纖光柵應用於暫態波傳及熱學量測為主要方法，首先對壓電陶瓷雙晶片進行暫態波傳之量測，分別使用高速波長解調器以及能量調變型系統對低頻以及高頻之訊號做量測，再對壓電陶瓷雙晶片因振動產生溫升的情況進行熱學量測；接著將光纖光柵埋入 3D 列印之試片，量測列印過程中溫度以及應變的變化，分析列印方向對於試片之影響；最後使用光纖光柵量測鋁板受到拉伸對於其共振頻率的影響，並計算出共振頻率與拉力值之曲線擬合方程式，對試片施加不同拉力並反算出拉力值，以驗證曲線擬合方程式對於試片拉伸力量預測之正確性。

關鍵字：布拉格光纖光柵、能量調變法、壓電陶瓷雙晶片、暫態波傳、積層製造、熱膨脹係數、拉伸實驗、應變規



## Abstract



Fiber optics has seen remarkable advancements in sensing technology in recent years due to its excellent transmission and geometric properties, high sensitivity, and immunity to electromagnetic interference. Among these advancements, Fiber Bragg Grating (FBG) sensors have experienced rapid development. FBG can be integrated with the I-MON system to monitor quasi-static situation. It may also be utilized to measure the transient response of solid structures by applying the power modulating method. Additionally, multiple FBG can be employed simultaneously for multi-point monitoring. Our lab has invested considerable research effort into these methods and possesses mature technology in this area.

In this study, the FBG sensor is mainly used to measure transient response and thermal characteristics. Firstly, we conducted transient wave propagation measurements on piezoceramic bimorphs. The low frequency signal high-speed I-MON and the high frequency signal were measured using power modulating method. Subsequently, thermometry measurements were performed on the piezoceramic bimorphs to study the temperature rise due to vibration. Then, we embedded FBG into 3D-printed specimens to measure temperature and strain variations during the printing process. Then analyzes the impact of printing direction on the specimens . Finally, we used FBG to measure the effect of tensile force on the resonant frequency of an aluminum plate. We derived a fitting equation correlating the resonant frequency with the applied tension and used it to predict the tension values for different specimens. This approach was employed to verify the accuracy of the predictive capacity of the fitting equation for tension force estimation in the specimens.



Keywords: Fiber Bragg Grating, power modulated method, piezoceramic bimorphs, transient response, additive manufacturing, coefficient of thermal expansion, tensile testing, strain gage

# 目錄



口試委員審定書

誌謝

摘要 .....	I
Abstract .....	III
目錄 .....	V
圖目錄 .....	XI
表目錄 .....	XXIII
第一章 緒論 .....	1
1.1 研究動機 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	3
1.3 論文內容簡介 .....	5
第二章 光纖光柵基本原理與製作方法 .....	9
2.1 光纖光學原理 .....	9
2.2 光纖光柵基本原理 .....	12
2.3 光彈效應與熱光效應 .....	13
2.3.1 光彈效應 .....	13
2.3.2 熱光效應 .....	16
2.4 共振波長飄移理論 .....	17
2.4.1 共振波長飄移原理 .....	17
2.4.2 承受平面應力 .....	19



2.4.3 承受單軸向應力 .....	20
2.4.4 承受溫度影響 .....	21
2.5 光纖光柵的種類 .....	22
2.5.1 短週期光纖光柵 (Short Period Fiber Grating) .....	22
2.5.2 長週期光纖光柵 (Long Period Fiber Grating) .....	23
2.5.3 本文所使用的光纖光柵 .....	24
2.6 光纖光柵製作方法 .....	24
2.6.1 光纖的光感性 .....	25
2.6.2 內部寫入法 .....	25
2.6.3 橫向全像法 .....	25
2.6.4 相位光罩法 .....	26
第三章 實驗量測技術與儀器設備 .....	35
3.1 布拉格光纖光柵量測系統 .....	35
3.1.1 光纖光柵感測器的事前準備工作 .....	35
3.1.2 能量調變型光纖光柵動態量測系統 .....	36
3.1.3 波長解調器 (I-MON) 量測系統 .....	37
3.1.4 多光柵多點量測之 I-MON 系統 .....	38
3.2 光纖光柵量測系統所需之相關儀器 .....	40
3.2.1 ASE 可調式光源 .....	40
3.2.2 光隔離器與光循環器 .....	40
3.2.3 濾波器 .....	41
3.2.4 光電轉換器 (光電二極體) .....	41
3.2.5 光譜分析儀 .....	41





3.2.6 低密度分波多工器 (CWMD) .....	41
3.2.7 光耦合器 .....	42
3.2.8 波長解調器 (I-MON 256 USB) .....	42
3.2.9 高速波長解調器 (I-MON 256 High Speed) .....	43
3.3 熱電偶及其溫度擷取器 .....	44
3.4 加熱型電磁攪拌器與控制器 .....	45
3.5 光纖位移計 (Fotonic Sensor) .....	45
3.6 熱像儀 .....	46
3.7 超音波探傷儀 .....	47
第四章 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之動態特性與溫度量測 .....	69
4.1 壓電陶瓷雙晶片介紹與理論 .....	69
4.2 壓電陶瓷雙晶片於單邊固定邊界之實驗方法與數值分析 .....	71
4.2.1 實驗方法 .....	72
4.2.2 數值分析 .....	72
4.3 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之動態量測 .....	73
4.3.1 阻抗分析儀 .....	73
4.3.2 實驗架設 .....	74
4.3.3 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) .....	74
4.3.4 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) .....	76
4.3.5 本節小結 .....	77
4.4 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之共振頻率掃頻量測 .....	78



4.4.1 實驗架設.....	78
4.4.2 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) .....	78
4.4.3 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) .....	79
4.4.4 本節小結.....	80
4.5 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之高頻振動與溫升量測 .....	80
4.5.1 SBP 之高頻面內振動量測 .....	80
4.5.2 SBP 之高頻面內振動溫升量測 .....	82
4.5.3 熱像儀量測結果.....	83
4.5.4 本節小結.....	85
第五章 應用光纖光柵於積層製造之埋入式感測 .....	157
5.1 懸臂梁振動理論.....	157
5.1.1 懸臂梁彎曲模態 (Bending Mode) .....	157
5.1.2 懸臂梁扭轉模態 (Torsion Mode) .....	160
5.2 3D 列印之材料常數量測.....	162
5.2.1 3D 列印機及 3D 列印試片.....	162
5.2.2 鋼珠落擊實驗量測.....	163
5.2.3 本節小結.....	166
5.3 3D 列印之埋入式感測.....	166
5.3.1 簡介.....	166
5.3.2 光纖光柵埋入式量測.....	167



5.3.3 埋入之光纖光柵測試.....	169
5.3.4 3D 列印試片之熱膨脹係數量測.....	170
5.3.5 本節小結.....	171
第六章 應用光纖光柵於鋁板拉伸之暫態應變量測.....	203
6.1 拉伸試片介紹.....	203
6.1.1 拉伸試片之材料常數量測.....	203
6.1.2 自由邊界之量測.....	205
6.2 共振頻率於試片受拉伸之變化.....	206
6.2.1 實驗架設.....	206
6.2.2 實驗儀器設備與元件.....	206
6.2.3 實驗結果與頻率分析.....	207
6.2.4 施加拉力量測實驗.....	208
6.2.5 本節小結.....	210
第七章 結論與未來展望.....	241
7.1 結論.....	241
7.2 未來展望.....	243
參考文獻.....	245



## 圖目錄



圖 2-1 光纖結構示意圖 .....	28
圖 2-2 司乃爾定律概念圖 .....	28
圖 2-3 光纖導光原理示意圖 .....	29
圖 2-4 光柵原理示意圖 .....	29
圖 2-5 光纖座標軸定義 .....	30
圖 2-6 平面應力座標軸定義 .....	30
圖 2-7 短週期光纖光柵原理示意圖 .....	31
圖 2-8 短週期光纖光柵模態耦合示意圖 .....	31
圖 2-9 長週期光纖光柵原理示意圖 .....	32
圖 2-10 長週期光纖光柵模態耦合示意圖 .....	32
圖 2-11 相位光罩法原理示意圖 .....	33
圖 3-1 I-MON 量測之正常 FBG 反射共振波長波型 .....	49
圖 3-2 I-MON 量測之異常 FBG 反射共振波長波型 .....	49
圖 3-3 光電轉換架設 (尚無暫態量測之能力) 示意圖 .....	50
圖 3-4 布拉格光纖光柵之穿透與反射頻譜 .....	50
圖 3-5 能量調變型之光電轉換架設 (可量測暫態訊號) 示意圖 .....	51
圖 3-6 能量調變之光譜面積示意圖 .....	51
圖 3-7 能量調變法之光纖光柵動態量測系統示意圖 .....	52
圖 3-8 光纖光柵配合波長解調器 (I-MON) 之架設示意圖 .....	52
圖 3-9 分波多工器之工作原理示意圖 .....	53
圖 3-10 光纖光柵感測器以分波多工器進行多點量測架設示意圖 .....	53
圖 3-11 光耦合器之工作原理示意圖 .....	54

圖 3-12 光纖光柵感測器以光耦合器連接波長解調器 (I-MON) 架設示意圖.....	54
圖 3-13 多段光柵感測器配合波長解調器 (I-MON) 之架設示意圖.....	55
圖 3-14 ASE 可調式光源之實體圖.....	55
圖 3-15 光隔離器之實體圖.....	56
圖 3-16 三埠口式光循環器實體圖.....	56
圖 3-17 利用可調式位移平台所製作之濾波器實體圖.....	57
圖 3-18 光電二極體實體圖.....	57
圖 3-19 光譜分析儀實體圖.....	58
圖 3-20 分波多工器實體圖.....	58
圖 3-21 光耦合器實體圖 (一分十六).....	59
圖 3-22 波長解調器 I-MON 256 USB 實體圖.....	59
圖 3-23 I-MON 操作介面之參數設定面板.....	60
圖 3-24 雙段光柵之 I-MON 光譜圖.....	60
圖 3-25 高速波長解調器 I-MON 256 High Speed 實體圖.....	61
圖 3-26 High Speed I-MON 操作介面之參數設定面板.....	61
圖 3-27 溫度擷取器實體圖.....	62
圖 3-28 T 型熱電偶實體圖.....	62
圖 3-29 恆溫加熱盤與控制器.....	63
圖 3-30 加熱型電磁攪拌器規格 (MH-1).....	63
圖 3-31 PID 溫度控制器規格 (GX-36L).....	63
圖 3-32 光纖位移計 MTI-2100 實體圖.....	64
圖 3-33 光纖探頭內部纖維分佈種類.....	64
圖 3-34 光纖位移計之探頭工作原理示意圖.....	65

圖 3-35 光纖位移計之位移與電壓校正曲線 .....	65
圖 3-36 TAS-200 系列紅外線熱像儀 .....	66
圖 3-37 景興紅外線熱像儀分析軟體介面（拍攝壓電陶瓷雙晶片溫升） .....	66
圖 3-38 超音波探傷儀實體圖 .....	67
圖 3-39 超音波探頭橫波（左）與縱波（右） .....	67
圖 4-1 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式（PBP） .....	95
圖 4-2 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式（SBP） .....	95
圖 4-3 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式（PBP）實體圖 .....	95
圖 4-4 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式（SBP）實體圖 .....	96
圖 4-5 壓電陶瓷雙晶片分層圖 .....	96
圖 4-6 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果（100Hz- 10kHz） .....	97
圖 4-7 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果（10- 100kHz） .....	97
圖 4-8 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果（100Hz- 10kHz） .....	98
圖 4-9 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果（10- 100kHz） .....	98
圖 4-10 鋼珠落擊實驗實體圖 .....	99
圖 4-11 壓電陶瓷雙晶片反光膠帶黏貼示意圖 .....	99
圖 4-12 PBP 之光纖光柵、光纖位移計位置及鋼珠落擊位置 .....	100
圖 4-13 SBP 之光纖光柵、光纖位移計位置及鋼珠落擊位置 .....	100
圖 4-14 FBG 量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性（200ms） .....	101

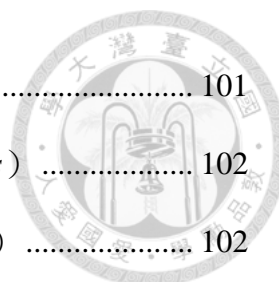


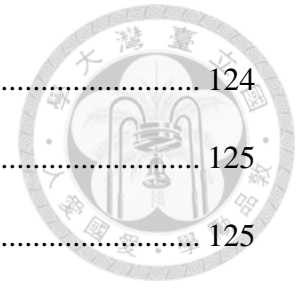
圖 4-15 FBG 量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	101
圖 4-16 光纖位移計量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (200ms) .....	102
圖 4-17 光纖位移計量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	102
圖 4-18 正壓電效應量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (200ms) .....	103
圖 4-19 正壓電效應量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	103
圖 4-20 鋼珠落擊 PBP 頻域分析 (0~2000Hz) .....	104
圖 4-21 鋼珠落擊 PBP 頻域分析 (2000~8000Hz) .....	104
圖 4-22 FBG 1 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms) .....	105
圖 4-23 FBG 1 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	105
圖 4-24 FBG 2 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms) .....	106
圖 4-25 FBG 2 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	106
圖 4-26 光纖位移計量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms) .....	107
圖 4-27 光纖位移計量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	107
圖 4-28 正壓電效應量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms) .....	108
圖 4-29 正壓電效應量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms) .....	108
圖 4-30 鋼珠落擊 SBP 頻域分析 (0~2000Hz) .....	109
圖 4-31 鋼珠落擊 SBP 頻域分析 (2000~8000Hz) .....	109
圖 4-32 光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片黏貼位置 .....	110
圖 4-33 光纖光柵應用於壓電陶瓷雙晶片掃頻實驗架設示意圖 .....	110
圖 4-34 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1~1000Hz 掃頻結果.....	111
圖 4-35 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1~1000Hz 掃頻結果.....	111
圖 4-36 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果.....	112
圖 4-37 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果.....	112





圖 4-38 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果.....	113
圖 4-39 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果.....	113
圖 4-40 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果.....	114
圖 4-41 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果.....	114
圖 4-42 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果.....	115
圖 4-43 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果.....	115
圖 4-44 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果.....	116
圖 4-45 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果.....	116
圖 4-46 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 6000~7000Hz 掃頻結果.....	117
圖 4-47 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 6001~7000Hz 掃頻結果.....	117
圖 4-48 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果.....	118
圖 4-49 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果.....	118
圖 4-50 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果.....	119
圖 4-51 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果.....	119
圖 4-52 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果.....	120
圖 4-53 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果.....	120
圖 4-54 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果.....	121
圖 4-55 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果.....	121
圖 4-56 PBP 以 FBG 1 (1565 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖.....	122
圖 4-57 PBP 以 FBG 2 (1530 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖.....	122
圖 4-58 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1~1000Hz 掃頻結果.....	123
圖 4-59 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1~1000Hz 掃頻結果.....	123
圖 4-60 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果.....	124

圖 4-61 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果.....	124
圖 4-62 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果.....	125
圖 4-63 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果.....	125
圖 4-64 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果.....	126
圖 4-65 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果.....	126
圖 4-66 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果.....	127
圖 4-67 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果.....	127
圖 4-68 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果.....	128
圖 4-69 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果.....	128
圖 4-70 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 6001~7000Hz 掃頻結果 .....	129
圖 4-71 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 6001~7000Hz 掃頻結果.....	129
圖 4-72 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果.....	130
圖 4-73 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果.....	130
圖 4-74 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果.....	131
圖 4-75 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果.....	131
圖 4-76 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果.....	132
圖 4-77 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果.....	132
圖 4-78 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果之比較圖 .....	133
圖 4-79 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果之比較圖 .....	133
圖 4-80 SBP 高頻面內振動量測實驗架設圖 .....	134
圖 4-81 光纖光柵黏貼位置與 12305Hz $x_2$ 方向模態比較圖 .....	134
圖 4-82 面內高頻振動 - 12305Hz.....	135
圖 4-83 面內高頻振動 - 35430Hz.....	135



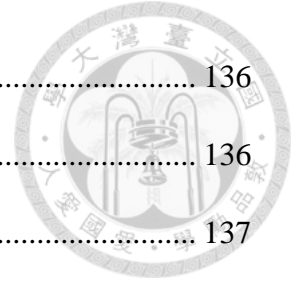


圖 4-84 面內高頻振動 - 47430Hz.....	136
圖 4-85 面內高頻振動 - 53905Hz.....	136
圖 4-86 面內高頻振動 - 64445Hz.....	137
圖 4-87 面內高頻振動 - 76695Hz.....	137
圖 4-88 SBP 加熱圓盤加熱實體圖 .....	138
圖 4-89 光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖 .....	138
圖 4-90 SBP 熱電偶與 FBG 1 擬合結果.....	139
圖 4-91 SBP 熱電偶與 FBG 2 擬合結果.....	139
圖 4-92 SBP 高頻激振溫升之實驗架設圖 .....	140
圖 4-93 12305Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2 .....	140
圖 4-94 SBP 12305Hz 激振 FBG 1 與熱電偶擬合結果.....	141
圖 4-95 SBP 12305Hz 激振 FBG 2 與熱電偶擬合結果.....	141
圖 4-96 35430Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2 .....	142
圖 4-97 47430Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2 .....	142
圖 4-98 53905Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2 .....	142
圖 4-99 64445Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2 .....	143
圖 4-100 76695Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2 .....	143



圖 4-101 熱像儀放射率校正流程圖 .....	144
圖 4-102 熱影像之 SBP 選取範圍 .....	144
圖 4-103 光纖光柵與熱電偶於熱影像之位置示意圖 .....	145
圖 4-104 熱影像與熱電偶校正點 .....	145
圖 4-105 熱像儀與熱電偶溫度比較圖 (FBG 1 處) .....	146
圖 4-106 熱像儀與熱電偶溫度比較圖 (FBG 2 處) .....	146
圖 4-107 SBP 之等溫線圖 (12305Hz 0~600 秒) .....	147
圖 4-108 SBP 之等溫線圖 (35430Hz 0~600 秒) .....	148
圖 4-109 SBP 之等溫線圖 (47430Hz 0~600 秒) .....	149
圖 4-110 SBP 之等溫線圖 (53905Hz 0~600 秒) .....	150
圖 4-111 SBP 之等溫線圖 (64445Hz 0~600 秒) .....	151
圖 4-112 SBP 之等溫線圖 (76695Hz 0~600 秒) .....	152
圖 4-113 SBP 全場最高溫比較圖 .....	153
圖 4-114 12305Hz 溫度量測結果 .....	153
圖 4-115 35430Hz 溫度量測結果 .....	154
圖 4-116 47430Hz 溫度量測結果 .....	154
圖 4-117 53905Hz 溫度量測結果 .....	154
圖 4-118 64445Hz 溫度量測結果 .....	155
圖 4-119 76695Hz 溫度量測結果 .....	155
圖 5-1 懸臂量長度 $dx$ 受彎曲之自由體圖 .....	178
圖 5-2 懸臂量長度 $dx$ 受扭轉之自由體圖 .....	178
圖 5-3 3D 列印機台 .....	178
圖 5-4 3D 列印方向與列印條件示意圖 .....	179

圖 5-5 3D 列印排向圖.....	179
圖 5-6 各排向試片圖.....	180
圖 5-7 3D 列印外層去除示意圖 .....	180
圖 5-8 3D 列印試片鋼珠落擊實驗架設圖 .....	181
圖 5-9 光纖位移計與鋼珠落擊位置 .....	181
圖 5-10 「xy-plane x-dir.」試片鋼珠落擊時域訊號.....	182
圖 5-11 「xy-plane x-dir.」試片鋼珠落擊頻率域訊號.....	182
圖 5-12 「yz-plane y-dir.」試片鋼珠落擊時域訊號.....	183
圖 5-13 「yz-plane y-dir.」試片鋼珠落擊頻率域訊號.....	183
圖 5-14 「xz-plane z-dir.」試片鋼珠落擊時域訊號.....	184
圖 5-15 「xz-plane z-dir.」試片鋼珠落擊頻率域訊號.....	184
圖 5-16 「xz-plane z-dir.」試片示意圖 .....	185
圖 5-17 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶黏貼示意圖.....	185
圖 5-18 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖.....	186
圖 5-19 光纖光柵埋入 3D 列印過程圖 .....	186
圖 5-20 光纖光柵埋入「xy-plane x-dir.」試片之波長飄移量.....	187
圖 5-21 熱電偶埋入「xy-plane x-dir.」試片之波長飄移量.....	187
圖 5-22 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶之溫度擬合結果.....	188
圖 5-23 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖（0~300 秒）.....	188
圖 5-24 光纖光柵埋入「xy-plane x-dir.」試片訊號放大圖（20~150 秒）.....	189
圖 5-25 光纖光柵埋入「xy-plane x-dir.」試片頻率域結果.....	189
圖 5-26 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖（0~4000 秒）.....	190
圖 5-27 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵量測之殘餘應變（0~4000 秒）.....	190

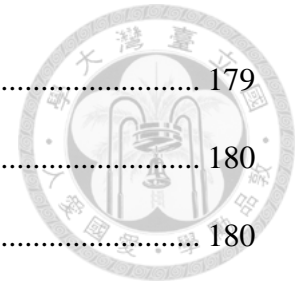


圖 5-28 「yz-plane y-dir.」試片列印示意圖.....	191
圖 5-29 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖.....	191
圖 5-30 光纖光柵埋入「yz-plane y-dir.」試片之波長飄移量.....	192
圖 5-31 熱電偶埋入「yz-plane y-dir.」試片之波長飄移量.....	192
圖 5-32 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶之溫度擬合結果.....	193
圖 5-33 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖（0~500 秒）.....	193
圖 5-34 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖（0~9000 秒）.....	194
圖 5-35 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵量測之殘餘應變（0~9000 秒）.....	194
圖 5-36 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片鋼珠落擊實驗架設圖.....	195
圖 5-37 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片鋼珠落擊位置示意圖.....	195
圖 5-38 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之光纖位移計鋼珠落擊時域訊號 .....	196
圖 5-39 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之光纖位移計鋼珠落擊頻域訊號 .....	196
圖 5-40 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊時域訊號 .....	197
圖 5-41 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊頻域訊號 .....	197
圖 5-42 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片鋼珠落擊位置示意圖.....	198
圖 5-43 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊時域訊號 .....	198
圖 5-44 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊頻域訊號 .....	199

圖 5-45 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane $x$ -dir.」試片之熱膨脹係數量測.....	199
圖 5-46 「 $yz$ -plane $y$ -dir.」試片之熱膨脹係數量測.....	200
圖 5-47 「 $xz$ -plane $z$ -dir.」試片之熱膨脹係數量測.....	200
圖 5-48 「 $xy$ -plane $x$ -dir.」、「 $yz$ -plane $y$ -dir.」以及「 $xz$ -plane $z$ -dir.」排向圖	201
圖 6-1 拉伸實驗之鋁板示意圖 .....	223
圖 6-2 拉伸實驗之鋁板實體圖 .....	223
圖 6-3 小型拉伸試驗機實體圖 .....	223
圖 6-4 6mm 鋁板之縱波訊號.....	224
圖 6-5 6mm 鋁板之橫波訊號.....	224
圖 6-6 10mm 鋁板之縱波訊號.....	225
圖 6-7 10mm 鋁板之橫波訊號.....	225
圖 6-8 拉伸試片自由邊界實體圖 .....	226
圖 6-9 光纖光柵、應變規與鋼珠撞擊於自由邊界條件之位置示意圖 .....	226
圖 6-10 拉伸試片自由邊界鋼珠落擊之暫態響應 .....	227
圖 6-11 拉伸試片自由邊界受撞擊之 FFT 圖 .....	227
圖 6-12 拉伸實驗實體架設圖 .....	228
圖 6-13 光纖光柵、應變規與鋼珠撞擊於拉伸實驗之位置示意圖 .....	228
圖 6-14 荷重元（左）及其顯示器（右）實體圖 .....	229
圖 6-15 應變指示器實體圖 .....	229
圖 6-16 鋼珠敲擊施加拉力 0kgw 試片受撞擊之暫態響應 .....	230
圖 6-17 施加拉力 0kgw 試片受撞擊之 FFT 圖 .....	230
圖 6-18 鋼珠敲擊施加拉力 5kgw 試片受撞擊之暫態響應.....	231
圖 6-19 施加拉力 5kgw 試片受撞擊之 FFT 圖 .....	231

圖 6-20 鋼珠敲擊施加拉力 10kgw 試片受撞擊之暫態響應.....	232
圖 6-21 施加拉力 10kgw 試片受撞擊之 FFT 圖 .....	232
圖 6-22 鋼珠敲擊施加拉力 15kgw 試片受撞擊之暫態響應.....	233
圖 6-23 施加拉力 15kgw 試片受撞擊之 FFT 圖 .....	233
圖 6-24 鋼珠敲擊施加拉力 20kgw 試片受撞擊之暫態響應 .....	234
圖 6-25 施加拉力 20kgw 試片受撞擊之 FFT 圖.....	234
圖 6-26 共振頻率與施加拉力之關係曲線 (Mode 1~Mode 5) .....	235
圖 6-27 共振頻率與施加拉力之關係曲線 (Mode 6~Mode 11) .....	235
圖 6-28 施加拉力 2.51kgw 試片受撞擊之暫態響應.....	236
圖 6-29 施加拉力 2.51kgw 試片受撞擊之 FFT 圖.....	236
圖 6-30 施加拉力 7.24kgw 試片受撞擊之暫態響應.....	237
圖 6-31 施加拉力 7.24kgw 試片受撞擊之 FFT 圖.....	237
圖 6-32 施加拉力 11.51kgw 試片受撞擊之暫態響應 .....	238
圖 6-33 施加拉力 11.51kgw 試片受撞擊之 FFT 圖 .....	238
圖 6-34 施加拉力 16.08kgw 試片受撞擊之暫態響應.....	239
圖 6-35 施加拉力 16.08kgw 試片受撞擊之 FFT 圖.....	239





## 表目錄



表 3-1 超音波探頭規格 .....	48
表 4-1 壓電陶瓷 (PSI-5A4E) 材料常數表 .....	88
表 4-2 壓電雙晶片中間層銅金屬材料常數 .....	88
表 4-3 光纖光柵、光纖位移計、PBP 正壓電效應、阻抗分析儀和 FEM 之比較 .....	89
表 4-4 光纖光柵、光纖位移計、SBP 正壓電效應、阻抗分析儀和 FEM 之比較 .....	90
表 4-5 PBP 掃頻結果、阻抗分析儀與 FEM 共振頻率比較表 .....	91
表 4-6 SBP 掃頻結果、阻抗分析儀與 FEM 共振頻率比較表 .....	92
表 4-7 SBP 面內共振頻率與輸入電壓值 .....	93
表 4-8 SBP 高頻面內激振溫升實驗設置 .....	93
表 4-9 SBP 高頻激振 FBG 1 量測之熱膨脹係數與溫升轉換係數 C .....	94
表 4-10 SBP 高頻激振 FBG 2 量測之熱膨脹係數與溫升轉換係數 C .....	94
表 5-1 3D 列印之試片之尺寸及密度 .....	172
表 5-2 「xy-plane x-dir.」試片之光纖位移計、理論與數值分析之比較表 .....	172
表 5-3 「yz-plane y-dir.」試片之光纖位移計、理論與數值分析之比較表 .....	173
表 5-4 「xz-plane z-dir.」試片之光纖位移計、理論與數值分析之比較表 .....	174
表 5-5 正交性材料之材料常數 .....	174
表 5-6 埋入光纖光柵試片之尺寸及密度 .....	175
表 5-7 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之比較表 (光纖位移計) .....	175
表 5-8 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之比較表 (光纖光柵) .....	176
表 5-9 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片之比較表 (光纖光柵) .....	177
表 5-10 3D 列印各排向與 PLA 之熱膨脹係數比較表 .....	177
表 6-1 鋁板波速與材料參數 .....	211

表 6-2 光纖光柵、應變規與模擬之自由邊界共振頻率比較表 .....	211
表 6-3 施加拉力 0kgw 試片之共振頻率比較表 .....	212
表 6-4 施加拉力 5kgw 試片之共振頻率比較表 .....	213
表 6-5 施加拉力 10kgw 試片之共振頻率比較表 .....	214
表 6-6 施加拉力 15kgw 試片之共振頻率比較表 .....	215
表 6-7 施加拉力 20kgw 試片之共振頻率比較表 .....	216
表 6-8 施加拉力與共振頻率關係表 .....	217
表 6-9 施加拉力與共振頻率之關係曲線擬合方程式 .....	218
表 6-10 施加拉力 2.51kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表 .....	219
表 6-11 施加拉力 7.24kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表 .....	220
表 6-12 施加拉力 11.51kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表 .....	221
表 6-13 施加拉力 16.08kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表 .....	222



# 第一章 緒論



## 1.1 研究動機

隨著近年來科技的快速發展與進步，從傳統的機械製造業到新興的高科技產業都朝著自動化與智慧化的方向進行研發與改良，以達到工業 4.0 之目標，其中如物聯網 (Internet of Things, IoT)、大數據 (Big Data)、人工智慧 (Artificial Intelligence, AI) 與機器學習 (Machine Learning) 等，都是達成自動化與智慧化關鍵技術，而這些關鍵技術都離不開由大量數據所建立的資料庫，同時對於這些巨量資料的分析也是重中之重。不論是在機械工程、土木結構的量測以及航太產業的應用，資料大多是由感測器來進行擷取，而依據量測的需求不同有可能會需要同時使用多種感測器來進行量測，這時就需要將這些資料完整的收集並整合，詳細地分析資料中重要的資訊才能將其運用於後續系統的建立與應用。

在過往對於結構物的量測中，應變規 (strain gage) 是大多數會被使用量測應變的感測器，其優點在於具有精確定量的量測效果、原理簡單、易於架設且價格低廉，對於單點的應變量測效果良好，但由於其原理為電阻式的感測器，在使用時會受到電磁波的干擾，進而影響量測的結果，同時兩個相鄰的應變規之中的電路也會互相影響，導致高頻訊號的細節被雜訊所隱藏而不易分辨，造成判讀的錯誤，且因為一個應變規在使用上需要搭配一個解調電路，讓需要多點量測時的空間配置困難重重。除此之外，電子元件的特性使其無法在潮濕或是腐蝕性的環境中長時間量測，大幅減少了可量測的環境。

由於光纖具有外型細小且具可撓性的幾何優勢，使其可安裝於空間極小的區域或是直接埋入結構物中進行長時間的監測，且光纖的訊號不受電磁波干擾，外部的保護層可以耐腐蝕，因此也可以應用於傳統電子式感測器無法使用的場所。



而布拉格光纖光柵 (Fiber Bragg Grating, FBG) 是利用相位光罩法寫入光柵結構，再通過光柵結構的特性來達到感測器的作用，可以應用在許多物理量的量測上，如溫度、應變及溫度，而光纖光柵作為感測器的優勢如下：

- (1) 光纖光柵直徑小且質量輕，可以輕易地黏貼於一般感測器無法黏貼的位置並進行量測，同時也可以埋入結構物中進行長時間的監測，甚至再搭配光纖旋轉接頭後甚至可以黏貼在旋轉件上進行旋轉時的量測。
- (2) 光纖是以光作為傳輸的媒介，同時光訊號在纖核中是經由全反射來進行傳輸，故具有高頻寬、高速、長距離傳輸且低損耗的特性，而且靈敏度高、反應迅速、不受到電磁波的干擾，同時外層的纖殼層也使其具有耐腐蝕及抗高溫的能力，可以在惡劣的工作環境下維持良好的感測能力。
- (3) 光纖光柵可以通過在同一條光纖上寫入多段光柵或是透過光耦合器連接多條單段光柵來達成多點同時量測的目的，每段光柵都是一個感測點，配合波長解調器最多可以同時量測三十七個光柵的訊號進行分析。
- (4) 光纖光柵的共振波長漂移的資訊是由溫升和應變的資訊耦合在一起的，可以透過解耦的方式將溫度和應變的資訊分開來並各自分析，達成以單一的感測器量測多個物理量的目標。

除此之外，目前國內外主要對光纖光柵本身特行進行探討，且都以單一物理量為主要研究方向，缺少基於其耦合特性與感測器的技術開發進行研究。本文應用布拉格光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片、積層製造以及鋁板之拉伸，對於應變及溫度都有進行量測，呈現光纖光柵同時對於多元物理量的量測能力，並利用光纖光柵可埋入結構物且不受電磁波干擾的特性對上述實驗進行量測，並與目前工業界常使用的相關感測器進行驗證，期許能將光纖光柵多物理量的量測特性以及其架設之優勢應用於實際的工程問題。



## 1.2 文獻回顧

將布拉格光纖光柵作為感測器的技術已經發展了近四十餘年，而在國內方面，本實驗室葉耀文、馬劍清[1]於 2004 年利用布拉格光纖光柵進行動態應變感測實驗，並探討其對於穩態和暫態訊號的定性與定量之量測能力，就此開始了實驗室使用光纖光柵進行量測的序幕。在 2005 年，許碩修、馬劍清[2]使用改良後的能量調變型光纖光柵量測系統，結合分波多工的技術對多點之應變進行同時量測，並建構出應變定量感測模組且進行量測。汪政緯、馬劍清[3]於 2008 年間，引用模態耦合理論探討布拉格光纖光柵承受非均勻應變和超高頻應變的反應，並探討峰值之中心波長飄移及能量調變法在不同情況的失真臨界條件。莊國志、馬劍清[4]亦於同年間開發出多維高解析度光纖光柵能量調變型系統，並驗證其同時量測面內和面外位移的能力。王華均、馬劍清[5]於 2013 年使用分波多工器應用於多條光纖光柵之暫態量測，並使用能量調變法同時對應變及位移進行量測，並搭配有限元素法模擬做為比對驗證。柯秉良、馬劍清[6]於 2015 年引進傾斜式光纖光柵作為能量調變型濾波器對大幅度動態訊號進行量測，並使用布拉格光纖光柵製作高精度的壓力感測器，量測液體及空氣中的動態訊號。黃康哲、馬劍清[7]亦在 2015 年使用布拉格光纖光柵與聚偏二氟乙烯薄膜感測器對動態量測技術進行研發和應用，並將光纖光柵埋入電池內部，對充放電時變化的進行監測。許詠荏、馬劍清[8]於同年應用布拉格光纖光柵感測器於高速內藏式主軸及超精密平面磨床之動態特性、溫升和變形量測，並使用超光二極體 (super luminescent diode) 取代寬頻光源，建立價格低廉且體積小的光路及量測系統。在 2017 年，龔瑞清、馬劍清[9]開發布拉格光纖光柵之即時量測系統，將十段光柵之光纖光柵埋入內藏式高速主軸，監測其在運轉過程中溫升、應變和振動等動態特性。涂哲維、馬劍清[10]於 2019 年將布拉格光纖光柵量測系統串聯商用的聯網系統，將量測資料即時傳送至雲端網路，



並搭配相關軟硬體達到即時預警的相關功能。詹惠媛、馬劍清[11]亦於同年利用多光纖光柵感測器及麥克風對主軸溫升與振動進行量測，並針對內藏式高速主軸的健康狀態進行監測。黃婉琮、馬劍清[12]於 2020 年將拉格光纖光柵量測系統應用於各式工具機及加工問題上，探討其在運轉過程中溫度、變形及振動等相關資訊，並結合本實驗室自行開發的數位影像相關法(Digital Image Correlation, DIC)進行驗證比較。廖尉翔、馬劍清[13]於 2022 年利用光纖光柵感測器作為固體結構多點的量測系統，將其應用於暫態波傳及熱學特性等相關量測，同時使用布拉格光纖光柵製作高精度的壓力感測器，量測水下靜態及動態壓力變化。

而在壓電陶瓷雙晶片的部分，黃育熙、馬劍清[14]於 2009 年使用 AE-ESPI 量測單層壓電陶瓷平板、具有曲率的壓電陶瓷薄殼以及壓電陶瓷雙晶片的三維振動特性，使用理論解析及 FEM 驗證實驗量測結果並對壓電材料振動效率的電極設計方式進行評估。曾國舜、馬劍清[15]於 2012 年建立了壓電能量擷取系統的特性分析，並對壓電陶瓷雙晶片與壓電纖維複合雙晶片以不同極化方向堆疊及電極連接方式產生不同的三維耦合特性進行深入分析，同時亦對其激發電能的效果以實驗做定量的量測。

積層製造方面，黃泰榮、黃育熙[16]於 2015 年使用靜態與動態試驗量測 3D 列印之不同方向堆疊的試片，並分別以位移與重量之關係式和 Euler-Beroulli Beam 理論反算楊式模數及剪切模數，並結合 FEM 相互驗證材料常數的正確性。林均憶、黃育熙[17]於 2021 年建構了一套量測 3D 列印之正交性材料常數的方式，並列印出功能性梯度材料，且成功將應變規埋入 3D 列印試片中，量測內部剪應力及即時動態量測。



## 1.3 論文內容簡介

本論文以布拉格光纖光柵感測器為研究主軸，利用本實驗室開發之光纖光柵量測系統對暫態波傳以及熱學進行相關的量測及分析，首先對壓電陶瓷雙晶片之動態特性與受高頻振動之溫升現象進行量測，驗證光纖光柵對物體面內與面外應變之量測能力，以及振動下之溫度量測能力。接著將光纖光柵埋入 3D 列印之試片，對於列印過程中之溫度及應變變化進行量測，探討 3D 列印時列印方向對於試片之影響。最後使用光纖光柵量測鋁板受到拉伸對於共振頻率的影響，並計算出共振頻率與拉力值之曲線擬合方程式後對試片施加不同拉力並反算出拉力值，驗證此曲線擬合方程式之正確性。本文各章內容概要如下：

### 第一章 緒論：

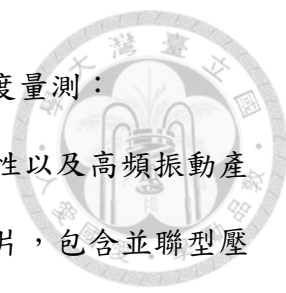
詳細敘述本論文的研究動機，並對以往光纖光柵感測器的相關文獻進行回顧，最後簡述各章節所使用的研究方法及內容要點。

### 第二章 光纖光柵基本理論與製作方法：

首先介紹基礎的光學理論與光纖光柵的相關背景知識，其中包含光彈效應、熱光效應以及光纖光柵在應變與溫度的作用下推導出之共振波長飄移理論，最後詳細說明光纖光柵的種類及其製程的演進與改良。

### 第三章 實驗量測技術與儀器設備：

針對本文所使用之量測技術與相關儀器設備進行說明，主要量測技術為光纖光柵感測器，其中包含黏貼光纖光柵的事前準備工作，接著依序說明能量解調型量測系統及波長解調器量測系統的特點及各別適合的量測問題；儀器方面則是配合光纖光柵的相關光學元件以及熱學量測儀器。



#### 第四章 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之動態特性與溫度量測：

本章節以光纖光柵量測壓電陶瓷雙晶片的動態特性以及高頻振動產生的溫度上升為目標，首先會介紹壓電陶瓷雙晶片，包含並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP)，接著利用鋼珠落擊實驗搭配光纖光柵、光纖位移計以及壓電陶瓷雙晶片的正壓電效應量測共振頻率，並與模擬及阻抗分析儀之結果做比較，再來使用能量調變法對壓電陶瓷雙晶片的高頻振動進行量測，最後運用光纖光柵、熱電偶以及紅外線熱像儀對壓電陶瓷雙晶片高頻振動產生的溫升情形進行量測。

#### 第五章 應用光纖光柵於積層製造之埋入式感測：

本章節主要介紹將光纖光柵埋入 3D 列印並對列印過程及列印完成後的試片進行量測，首先對懸臂梁振動理論進行推導，取得彎曲模態與扭轉模態跟材料係數之間的關係，接著利用鋼珠落擊實驗得到的共振頻率反算材料常數，並與理論與模擬之共振頻率進行比較，最後將光纖光柵埋入列印中的試片並對列印過程進行量測，分析過程中溫度與應變的影響，並量測列印之試片的共振頻率與熱膨脹係數，探討列印方向對試片之影響。

#### 第六章 應用光纖光柵於鋁板拉伸之暫態應變量測：

本章主要量測鋁板受拉伸時共振頻率的變化，並使用曲線擬合計算出拉力量值以及共振頻率間的關係。首先會使用超音波探傷儀對拉伸試片本身的材料參數進行量測，再將其代入全自由邊界的條件進行模擬計算出共振頻率並和光纖光柵與應變規之量測結果做比較，接著使用小型拉伸試驗機對試片進行拉伸，記錄下不同拉力值與共



振頻率間的關係，將其計算出曲線擬合方程式後對試片施加不同拉力並反算出拉力值，以驗證此曲線擬合方程式之正確性。

## 第七章 結論與未來展望：

針對本文的研究成果與貢獻加以整合與說明，提出本文研究相關的改良方法與建議，並在最後討論未來可再深入探討的研究方向。



## 第二章 光纖光柵基本原理與製作方法

本章會先對光纖的光學原理及光纖光柵進行說明，並對會影響光纖光柵傳播特性的光彈效應和熱光效應做詳細的描述，接著將兩者結合，推導出在分析光纖光柵訊號時需要使用的共振波長飄移理論，闡述在應力場和溫度場同時作用下光纖光柵波長飄移的耦合結果，再來會介紹光在傳播時的模態能量的耦合理論，而本文的最後則會說明光纖光柵的種類以及製作方法進行。

### 2.1 光纖光學原理

本文使用的光纖為單模光纖，由三層不同折射率的材料以軸對稱的圓柱型結構結合而成，結構如圖 2-1 所示，由內而外分別為直徑  $9\mu\text{m}$  的纖核層 (core)、直徑  $125\mu\text{m}$  的纖殼層 (cladding) 以及保護內部，直徑  $245\mu\text{m}$  的塗佈層 (coating)，而光纖為軸對稱圓柱結構的光波導 (optical waveguide)，可以根據線性幾何光學之司乃爾定律 (Snell's Law) 加以描述，公式如下所示：

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (2.1)$$

藉由纖核與纖殼間折射率之不同使得光能在纖核內進行全反射傳播。司乃爾定律之示意圖如圖 2-2，其中以虛線來劃分兩個折射率不同的介質， $n_1$  與  $n_2$  分別為兩者所在介質之折射率， $\theta_1$  和  $\theta_2$  則為光的入射角以及折射角。圖中的光源 ( $S_1$ ) 會以不同角度從下方介質進入上方介質，倘若  $n_1$  大於  $n_2$ ，也就是光從高折射率的介質射入低折射率的介質，其中一部分的光會以折射角  $\theta_2$  進入上方介質，形成折射光 ( $S_3$ )，另一部分的光則會以反射角  $\theta_1$  產生反射光 ( $S_2$ )。當入射的角度變大時，折射角也會隨之變大，而折射角達到  $90^\circ$  時 (如圖 2-2 中第二道光源)，折射光傳播的方向會與介面平行，此時的入射角即稱為臨界角 (critical angle,  $\theta_c$ )，可表示



為：

$$\theta_c = \sin^{-1}(n_1/n_2) \quad (2.2)$$

而臨界角為限制反射光只存在於入射介質中的最小角度，若是入射角大於臨界角（圖 2-2 第三道光源），其折射光會成為界面波並沿著軸向方向傳遞，全部的入射光將反射回原介質，並不會有折射產生，我們將此現象將為全反射（total internal reflection），光纖便是利用全反射之原理使光在纖核內進行傳播，而全反射的傳播方式對能量的損耗很小，因此光纖可以傳輸極遠的距離。

圖 2-3 為步階式折射率分佈光纖導光原理示意圖，藉由纖核與纖殼之間折射率的差異，使得由端面入射的光在纖核與纖殼的介面不斷進行全反射，使光可以在纖核中向前傳播。

由前面的結果可知，光在光纖中傳播時傳播角度 $\theta$ 必須大於臨界角 $\theta_c$ 才能順利以全反射向前傳播，故由端面入射角度 $\phi$ 需小於特定角度，此角度稱為二分之一接受角（half acceptance angle,  $\phi_a$ ）。而在三維空間中，由接受角（acceptance angle,  $2\phi_a$ ）所形成的接受錐面（acceptance cone）內入射的光才能在光纖中傳播，否則光會折射至纖殼中，造成能量的損耗。

假設入射之介質為空氣，折射率為 1，由(2.1)式和(2.2)式可得：


$$\sin \phi_a = n_1 \sin \psi = n_1 \cos \theta_c = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_c} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.3)$$

因此可得二分之一接受角為：

$$\phi_a = \sin^{-1} \left( \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right) \quad (2.4)$$

通常會以數值孔徑（numerical aperture, NA）來評估光纖之接受角大小，數值孔徑的定義如下：

$$NA = \sin \phi_a = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.5)$$



除此之外，光波若要能穩定的存在於纖核當中，需以駐波（standing wave）的形式進行傳遞，才得以將能量維持在纖核中。由於光在光纖中傳遞時會有相位的變化，每當光波以全反射前進一個週期，便會產生橫向的相位變化。由電磁波理論的角度分析可知，唯有相位變化量為的整數倍時，才得以形成駐波。綜上所述，當光波入射角小於二分之一接受角且相位變化量為  $2\pi$  的整數倍時，光波會以駐波的形式在光纖中傳播，且其徑向的電場分佈在任何軸向位置皆會相同，此為光傳播模態（propagation mode）的概念。

光纖內光傳播模態的數量多寡可由正規化頻率（normalized frequency,  $V$ ）決定，正規化頻率越高，代表光纖可存在的光傳播模態越多。正規化頻率的推導遊電磁波理論而來，公式如下：

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda_0} NA = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (2.6)$$

其中  $\lambda_0$  為傳播之光波長， $a$  為纖核半徑。

由(2.6)式可看出正規化頻率與纖核半徑、數值孔徑及傳播光波長有關。而正規化頻率只要符合  $V < 2.4048$  的條件，便可成為僅以基本模態傳播的單模態光纖，其中 2.4048 為零階貝色函數（Bessel function of zero order,  $J_0$ ）的第一個根。

由前述可知，要達到以單模態傳輸的目的，需使用較小的纖核半徑與數值孔徑，也就是纖核和纖殼的折射率相近，另外入射的光波長也必須大於截止波長（cut-off wavelength）。但由於光纖的纖核直徑與數值孔徑在製作完成時就已固定，因此僅有入射光波長大於截止波長時，光會以單模態的方式進行傳播，反之光會以多模態的方式進行傳播。

由電磁波理論可知，光在光纖中傳播，不同模態會有不同的傳播速度，可將模態傳播常數（propagation constant,  $\beta$ ）定義如下：



$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} \quad (2.7)$$

其中  $n_{eff}$  為光纖等效折射率 (effective refraction index)， $\lambda$  為傳播光波長。

等效折射率可由電磁波理論求得，不同的傳播模態下會有不同的等效折射率，同時也會對應到不同的模態傳播常數。如圖 2-3 所示，單模態步階式折射率分佈光纖的等效折射率可由基本幾何求解，基於(2.7)式可得到單模態的傳播常數為：

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff} = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \sin \theta \quad (2.8)$$

其中  $n_1$  是纖核的折射率， $\theta$  為光傳播的反射角。

## 2.2 光纖光柵基本原理

由線性幾何光學中的繞射 (diffraction) 原理可知，當光入射到一單圓孔狹縫時，會在另一端產生亮暗相間的區域條紋，其亮暗紋會以一階貝色函數 (first order of Bessel function,  $J_1$ ) 分佈來呈現。而我們可將繞射原理中單狹縫結構推至週期性狹縫結構，光可獲得疊加的效果，此一週期性的狹縫結構即為光柵 (grating) 結構。光柵繞射結果可由線性幾何光學推論得到：

$$n \sin \theta_2 = n \sin \theta_1 + m \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (2.9)$$

其中  $n$  為介質折射率， $\lambda$  為光的波長， $\Lambda$  為光柵的週期， $m$  為繞射階數， $\theta_1$  與  $\theta_2$  分別為光之入射角和繞射角。

圖 2-4 為光柵原理的示意圖，第零階繞射光以  $m=0$  表示，其光能量最強，是直接穿越光柵結構的直進光，而在應用上最為重要的是能量次高的第-1階繞射光，以  $m=-1$  表示，會在後續對其應用性進行討論。

若將光柵結構製作於光纖中，就會得到光纖光柵 (fiber grating)，由於光柵結



構造成的繞射現象會使光在光纖中的傳播模態受到擾動，進而產生其他傳播模態，此現象可經由(2.8)式和(2.9)式推得：

$$\beta_D = \beta_I + m \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2.10)$$

其中  $\beta_I$  為入射光傳播模態， $\beta_D$  為受光柵擾動而產生的繞射光傳播模態。探討繞射階數  $m = -1$  時，由(2.10)式可得：

$$\beta_D = \beta_I - \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2.11)$$

由前所述，若光在光纖中傳播時若到光柵的擾動，原先的傳播模態會有部分能量轉移到衍生出來的新傳播模態，此現象稱為光傳播模態的耦合 (coupling)。若光纖上的光柵段的長度足夠長，零階繞射的直進光會在全反射後再次因光柵而繞射，也就是光纖光柵越長，繞射次數越多，會有更多能量從原本的傳播模態轉移到其他的傳播模態，因此光柵的影響也更加顯著。

## 2.3 光彈效應與熱光效應

當光在光纖光柵中傳播時，會因為受到外界的擾動會光傳播特性產生改變，此為光纖光柵能作為感測器的根本原因，其中又分為與外力應變相關及與溫度場相關的光彈效應 (photo-elastic effect)，以及熱光效應 (thermo-optic effect)，本節將會說明以上兩種理論。

### 2.3.1 光彈效應

光彈效應是探討一彈性介質受到應變場與非導磁性相對介電張量 (relative dielectric impermeability tensor) 變化的關係，而在光纖光柵的領域中，就相當於是應力場與折射率的變化關係。

光在真空環境下的傳播速度為  $c$ ，可用真空下的介電係數 (permittivity,  $\epsilon_0$ )



與導磁係數 (permeability,  $\mu_0$ ) 來表示：

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2.12)$$

若光在真空以外的介質傳遞，其傳播速度可藉由該介質之介電係數  $\epsilon$  和導磁係數  $\mu$  表示為：

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad (2.13)$$

介質的折射率是以真空中的光速與介質中的光速之比值來定義的。對一般鐵磁性 (ferro-magnetic) 材料外的介質而言，介質中與真空下的導磁係數相同 ( $\mu = \mu_0$ )，因此可將折射率  $n$  表示為：

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{\mu_0 \epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.14)$$

其中  $\epsilon_r$  為相對介電係數 (relative permittivity)。而對於非等向性 (anisotropic) 之介質而言，介電係數為一個二階張量  $\epsilon_{ij}$ ，因此折射率也可以二階張量來表示：

$$n_{ij} = \sqrt{\frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_0}} \quad (2.15)$$

對於非等向性材料可以找到三個主軸 ( $x_1, x_2, x_3$ ) 方向，以此作為基底座標，並根據軸上之折射率畫出一個橢球。由任意方向進入該介質的光，其折射率可表示為垂直該方向並通過原點的平面所截過上述橢球產生的橢圓上長短軸之大小。

為方便說明上述之橢球方程式，在此將非導磁性相對介電張量 (relative dielectric impermeability tensor,  $B_{ij}$ ) 定義為：

$$B_{ij} = \frac{1}{n_{ij}^2} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{ij}} \quad (2.16)$$

由  $B_{ij}$  可求得該橢球方程式為：

$$B_{11}x_1^2 + B_{22}x_2^2 + B_{33}x_3^2 = 1 \quad (2.17)$$

當介質受到應變場  $\epsilon_{kl}$  作用時，會使其介電係數改變，在應變量值不大的情況





下，兩者間的關係式為：

$$\Delta B_{ij} = p_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.18)$$

(2.18)式即為光彈效應的表示式，其中  $p_{ijkl}$  為四階張量形式的光彈係數 (photo-elastic coefficient)，會根據介質的不同而有所差異。而由能量守恆可以得非導磁相對介電張量  $B_{ij}$  為一對稱張量 (symmetric tensor)，即：

$$B_{ij} = B_{ji} \quad (2.19)$$

而對稱性的緣故使得  $B_{ij}$  的 9 個分量中只有 6 個是獨立的，因此可以一維矩陣相等式  $B_k$  ( $k=1\sim 6$ ) 來表示：

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & B_6 & B_5 \\ B_6 & B_2 & B_4 \\ B_5 & B_4 & B_3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

由線性彈性力學 (linear elasticity) 可知，應變亦為對稱張量：

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad (2.21)$$

同樣也可將應變簡化為一階張量  $\varepsilon_l$  ( $l=1\sim 6$ )：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_6 & \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 & \varepsilon_2 & \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

由 (2.20) 式和 (2.22) 式可將原先四階張量之光彈係數簡化為二階張量  $p_{kl}$  ( $k, l=1\sim 6$ )，而 (2.18) 式之光彈效應表示式可改寫為：

$$\Delta B_k = p_{kl} \varepsilon_l \quad (2.23)$$

對等向性 (isotropic) 材料而言，(2.23) 式中光彈係數張量  $p_{kl}$  只有兩個獨立係



數，可表示如下：

$$p_{kl} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{66} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

其中為  $p_{66} = \frac{p_{11} - p_{12}}{2}$ ，為相依於  $p_{11}$  和  $p_{12}$  的係數。

將(2.16)式代入(2.24)式，可將光彈效應表示改寫為折射率變化和應變的關係式，此處之折射率亦使用一維矩陣相等式  $n_k$  ( $k=1 \sim 6$ ) 來描述：

$$\Delta n_k = -\frac{1}{2} n^3 \Delta B_k = -\frac{1}{2} n^3 p_{kl} \varepsilon_l \quad (2.25)$$

本文所採用的纖核摻鍺之石英系玻璃光纖為等向性材料，因此光彈係數張量中只有兩個獨立的係數  $p_{11}$  與  $p_{12}$ ，分別為：

$$\begin{cases} p_{11} = 0.113 \\ p_{12} = 0.252 \end{cases} \quad (2.26)$$

### 2.3.2 熱光效應

前面所介紹的光彈效應是說明介質受到應力場與折射率間變化的關係，而熱光效應 (thermo-optic effect) 則是介質受到溫度變化與折射率間變化的關係，其關係式可表示如下：

$$\Delta n_i = \frac{\partial n_i}{\partial T} \Delta T = \xi_i \Delta T \quad (2.27)$$

其中  $\Delta n_i$  為折射率變化量， $\Delta T$  為介質之溫度變化量， $\xi_i$  為熱光係數 (thermo-optic coefficient)。

在(2.27)式中假設一等向性材料中折射率變化量以及溫度變化量之間呈線性關係，而熱光係數便是其線性比例常數。根據文獻資料可知，當溫度不高 (小於



200°C) 時，熱光係數都能符合(2.27)式之線性關係，然而當溫度過高時，熱光係數將不再滿足(2.27)式。

本文所採用的纖核摻錯之石英系玻璃光纖為等向性材料，於適當的溫度範圍( $< 200^{\circ}\text{C}$ ) 內的熱光係數可視為一常數，其值為  $\xi \approx 8.3 \times 10^{-6} (1/K)$ 。

## 2.4 共振波長飄移理論

根據前面所描述之光彈效應與熱光效應，可知當短週期光纖光柵在受到外界干擾，也就是應變及溫度變化時，會改變其光傳播的特性。本節將結合此兩種效應並加入光纖光柵的基本理論，說明光纖光柵在受到外力及溫度的影響下，共振波長飄移量發生飄移的情形，並推導共振波長飄移量與外力及溫度變化的定量關係。

### 2.4.1 共振波長飄移原理

短週期光纖光柵之共振波長表示式為：

$$\lambda = (n_{eff,I} + n_{eff,D})\Lambda \quad (2.28)$$

其中  $n_{eff,I}$  為入射傳播模態對應的等效折射率， $n_{eff,D}$  為受光柵擾動後的反射傳播模態對應的等效折射率， $\Lambda$  為光柵週期長度。若使用只允許基本模態傳播的單模態光纖時，入射傳播模態和反射傳播模態階為基本模態，兩者所對應的等效折射率相同：

$$n_{eff,I} = n_{eff,D} = n_{eff} \quad (2.29)$$

將(2.29)式代入(2.28)式可再將短週期光纖光柵的共振波長簡化，將此共振波長定義為布拉格波長  $\lambda_B$  (Bragg wavelength)，以下面的式子表示：

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \quad (2.30)$$

由上式可知，若是環境產生擾動，使改變光纖光柵的等效折射率  $n_{eff}$  或光柵週期  $\Lambda$



改變，都會導致布拉格共振波長 $\lambda_B$ 發生飄移，此現象即為共振波長飄移理論的基礎概念。

接著說明共振波長與應變和溫度之間的關係，首先定義 $x_1$ 為光纖的軸向方向， $x_2$ 及 $x_3$ 分別為光纖的徑向方向，如圖 2-5 所示。假設僅考慮由應力以及溫度造成的擾動，由微分基本概念可以將(2.30)式改寫為：

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \frac{\Delta\Lambda}{\Lambda} + \frac{\Delta n_{eff}}{n_{eff}} = \varepsilon_1^* + \frac{\Delta n_{eff}}{n_{eff}} \quad (2.31)$$

其中 $\varepsilon_1^*$ 為受到應力與溫度影響時，光纖軸向所承受之總應變量。另外定義 $\varepsilon_j^*$ 為應力及溫度所造成的總應變量，而 $\varepsilon_j$ 為僅受到應力所產生的應變量，兩者的關係式為：

$$\varepsilon_j^* = \varepsilon_j + \alpha\Delta T \quad (2.32)$$

其中 $\alpha$ 為光纖的熱膨脹係數（coefficient of thermal expansion），其量值約為 $\alpha \approx 5.5 \times 10^{-7} (1/K)$ 。

根據電磁波理論，光波屬於橫波，因此僅有橫向（ $x_2, x_3$ ）的折射率變化才會使共振波長飄移。當不同方向的受到擾動時會造成不同的折射率變化量，因此(2.31)式可改寫為更一般的形式：

$$\frac{\Delta\lambda_{B,i}}{\lambda_B} = \varepsilon_1^* + \frac{\Delta n_{eff,i}}{n_{eff}} \quad i = 2, 3 \quad (2.33)$$

結合(2.25)式的光彈效應和(2.27)式的熱光效應，可得到折射率變化量與應變及溫度變化之間之關係式：

$$\frac{\Delta n_{eff,i}}{n_{eff}} = -\frac{n_{eff}^2}{2} \sum_{j=1}^6 p_{ij} \varepsilon_j^* + \frac{\xi}{n_{eff}} \Delta T \quad i = 2, 3 \quad (2.34)$$

再將等向性材料的光彈係數張量 $p_{ij}$ 代入(2.34)式，並將結果合併至(2.33)式，最後再由(2.32)式的關係將結果展開，便可推導出布拉格波長飄移量與應變及溫度之間



相對應的表示式：

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = \varepsilon_1 - \frac{n_{eff}^2}{2} \sum_{j=1}^6 p_{ij} \varepsilon_j - \frac{n_{eff}^2}{2} \sum_{j=1}^6 p_{ij} \alpha \Delta T + \frac{\xi}{n_{eff}} \Delta T + \alpha \Delta T \quad i = 2, 3 \quad (2.35)$$

再來對(2.35)式中  $i = 2, 3$  的兩種情況進行討論，可求得兩橫向方向的布拉格波長個別對於應變以及溫度變化的關係式。

將(2.35)式代入  $i = 2$  時：

$$\frac{\Delta\lambda_{B,2}}{\lambda_B} = \varepsilon_1 - \frac{n_{eff}^2}{2} (p_{11} \varepsilon_2 + p_{12} (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)) + \alpha \left( \frac{\xi}{n_{eff}} - \frac{n_{eff}^2}{2} (p_{11} + 2p_{12}) + 1 \right) \Delta T \quad (2.36)$$

將式(2.35)代入  $i = 3$  時：

$$\frac{\Delta\lambda_{B,3}}{\lambda_B} = \varepsilon_1 - \frac{n_{eff}^2}{2} (p_{11} \varepsilon_3 + p_{12} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)) + \alpha \left( \frac{\xi}{n_{eff}} - \frac{n_{eff}^2}{2} (p_{11} + 2p_{12}) + 1 \right) \Delta T \quad (2.37)$$

透過(2.36)式及(2.37)式，將不同的應變量及溫度變化量代入，可推得兩方向之布拉格波長飄移量。但若是已知布拉格共振波長飄移量，還是無法利用(2.36)式及(2.37)式求得應變場與溫度場變化量，因為其中包含四個未知數，即  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  方向之應變量以及溫度變化量  $\Delta T$ ，然而只有(2.36)式和(2.37)式兩個方程式，缺少兩個方程式條件，因此無法對應變與溫度變化進行解耦合。不過在某些特定條件下，如僅受平面應力或單軸向應力，又或者是僅受溫度影響的情況，則可將(2.36)式和(2.37)式化簡，此時便可由布拉格波長的飄移量反推出應變量或溫度變化量，根據上述之特性，布拉格光纖光柵即可作為感測器使用。以下將對布拉格光纖光柵分別受到平面應力、單軸向應力以及僅受溫度變化等三種不同情況進行推導。

## 2.4.2 承受平面應力

定義一個薄板結構，其座標軸如圖 2-6 所示，若此薄板只受到平面應力 ( $\sigma_3 = 0$ )，可由虎克定律 (Hooke's law) 列出三個主軸方向之應力與應變的關係式如下：



$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) \\
 \varepsilon_2 &= \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) \\
 \varepsilon_3 &= \frac{-\nu}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

其中  $E$  為光纖的楊氏模數 (Young's modulus)，量值約為  $70\text{GPa}$ ， $\nu$  為光纖的浦松比 (Poisson's ratio)，其值約為  $0.17$ 。

由(2.38)式可知三個主應變量  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 、 $\varepsilon_3$  皆可由兩個主應力值  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  表示。若將(2.38)式代回(2.36)式和(2.37)式，則可將橫向的布拉格波長飄移量與平面上應力及溫度之間的關係以矩陣形式表示：

$$\frac{1}{\lambda_B} \begin{bmatrix} \Delta\lambda_{B,1} \\ \Delta\lambda_{B,2} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} + K_T \Delta T \tag{2.39}$$

其中  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$ 、 $K_4$ 、 $K_T$  分別表示如下：

$$\begin{aligned}
 K_1 &= K_3 = 1 + \frac{n_{eff}^2}{2}(\nu(p_{11} + p_{12}) - p_{12}) \\
 K_2 &= -\nu + \frac{n_{eff}^2}{2}(2\nu p_{12} - p_{11}) \\
 K_4 &= -\nu + \frac{n_{eff}^2}{2}(\nu(p_{11} + p_{12}) - p_{12}) \\
 K_T &= \frac{\xi}{n_{eff}} - \frac{n_{eff}^2}{2}\alpha(p_{11} + 2p_{12}) + \alpha
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

在實際應用上是先量測此兩共振波長值及其飄移量，再另外量測溫度變化或是設計溫度的補償校正，即可求得平面應力下的應力值。

### 2.4.3 承受單軸向應力

將平面應力再簡化，討論只受軸向應力的情況，如圖 2-5 所示的  $x_1$  方向，(2.39) 式的應變與應力關係式可再進一步簡化如下：



$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E}\sigma_1 \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 &= -\frac{\nu}{E}\sigma_1 = -\nu\varepsilon_1\end{aligned}\quad (2.41)$$

由(2.41)式可得知  $x_2$ 、 $x_3$  方向之應變量相同，且可以  $x_1$  方向的應變量來表示。將(2.41)式代回(2.36)式和(2.37)式，可得布拉格共振波長變化量與軸向應變和溫度變化之間的關係式：

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = K_\varepsilon\varepsilon_1 + K_T\Delta T \quad (2.42)$$

其中  $K_\varepsilon$  和  $K_T$  分別為波長飄移量對應應變和溫度的靈敏度(sensitivity)，可表示為：

$$\begin{aligned}K_\varepsilon &= 1 + \frac{n_{eff}^2}{2}(\nu(p_{11} + p_{12}) - p_{12}) \\ K_T &= \frac{\xi}{n_{eff}} - \frac{n_{eff}^2}{2}\alpha(p_{11} + 2p_{12}) + \alpha\end{aligned}\quad (2.43)$$

通過光纖材料之光彈性質，以光纖等效折射率  $n_{eff} = 1.45$  代入(2.43)式中，可透過立論計算之方式分別計算出  $K_\varepsilon$ 、 $K_T$  值為：

$$\begin{aligned}K_\varepsilon &\approx 0.8 \\ K_T &\approx 5.92 \times 10^{-6} (1/K)\end{aligned}\quad (2.44)$$

在實際量測單軸向應力之情況下，只需取得共振波長值與其飄移量，並視情況考慮是否需要溫度補償，將結果代入(2.42)式，即可得到軸向的應變量，並可由(2.41)式計算出軸向應力值。

#### 2.4.4 承受溫度影響

相較於只受到應力影響的狀況，布拉格光纖光柵只受到溫度影響的情況較為單純，假設光纖光柵所受到的應變量  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$ ，則(2.42)式僅留下波長飄移量與溫度變化的關係，可以表示為：

$$\frac{\Delta\lambda_B}{\lambda_B} = K_T\Delta T \quad (2.45)$$

在光纖光柵的實際量測中，只需要量測其布拉格波長值與其變化量，再代入



(2.44)式的  $K_T \approx 5.92 \times 10^{-6} (1/K)$ ，便可求出溫度的變化量。

## 2.5 光纖光柵的種類

本節將介紹光纖光柵的種類以及本文所使用的光纖光柵。光纖光柵可根據光柵週期長短不同分為短週期光纖光柵 (short period fiber grating) 以及長週期光纖光柵 (long period fiber grating)，而光波傳導的特性與光柵週期長短有很大的關係，以下將介紹此兩種光纖光柵之特性。

### 2.5.1 短週期光纖光柵 (Short Period Fiber Grating)

短週期光纖光柵又稱作布拉格光纖光柵 (fiber Bragg grating, FBG) 或反射式光纖光柵 (reflection fiber grating)，其光柵週期和光波長的數量級相同，皆為  $1\mu\text{m}$  左右。

由光纖光柵基本原理的(2.11)式可知，光纖光柵的週期越短，其模態傳播常數的偏移量  $\frac{2\pi}{\Lambda}$  也會變大，若此偏移量值  $\frac{2\pi}{\Lambda}$  大於入射光的模態傳播常數  $\beta_i$  時，其繞射光的模態傳播常數  $\beta_D$  會變為負值，在物理上的意義即是繞射光為反向行進的光，也就是當入射光經過短週期光纖光柵後，會發生如圖 2-7 的反射現象。

圖 2-8 為短週期光纖光柵模態耦合的示意圖，由上至下分別代表光柵週期由長到短的四種情況。一般來說大部分光纖以纖核模態 (core mode) 來進行能量傳輸，單模態或多模態光纖指的即為纖核模態，其特性為能量會集中在纖核內。而若光的傳播發生在纖殼內，則稱為纖殼模態 (cladding mode)，由於纖殼內的傳輸條件不如纖核，能量的損耗較大，因此光無法在纖殼模態下進行遠距離傳輸。而放射模態 (radiation mode) 則是代表光無法在纖核或纖殼內傳播，能量會逐漸在纖殼外消散。由圖 2-8 中的四種情況可知，即使皆為入射光經耦合後至同一反向





行進的光，但隨著光柵週期的改變，其所產生的繞射模態也會有所差異。

由(2.7)式和(2.11)式的關係式可知，當 $\beta_D < 0$ 時，短週期光纖光柵的共振波長 (resonant frequency) 可表示為：

$$\lambda = (n_{eff,I} + n_{eff,D})\Lambda \quad (2.46)$$

由上式可知，當光纖光柵週期改變，反射光的共振波長以及模態耦合也會跟著改變。一般光纖光柵在量測與通訊層面上會選用 $\Lambda \approx 0.5\mu m$ 、共振波長約為 $1550nm$ 之規格，因為在此波長下光能量在光纖中傳輸時的色散能量損失最小，同時入射光能量會耦合至相模態同但反向的模態上，如圖 2-7 所示之穿透光和反射光的示意圖。

## 2.5.2 長週期光纖光柵 (Long Period Fiber Grating)

長週期光纖光柵又稱作穿透式光纖光柵 (transmission fiber grating)，其光柵週期約在 $100 \sim 1000\mu m$ 。圖 2-9 為長週期光纖光柵的原理示意圖，由於光柵週期較長，因此模態傳播常數的偏移量 $\frac{2\pi}{\Lambda}$ 較小，繞射光的模態傳播常數 $\beta_D$ 為正值，物理上即是入射光會全部耦合至同方向行進之模態上，並不會產生如短週期光纖光柵之反向的反射模態，亦即入射光會全部穿透光纖光柵。

圖 2-10 為長週期光纖光柵模態耦合的示意圖，由上至下分別表示光柵週期由長到短的四種情況。經由光纖光柵週期之變化，便可控制入射光的能量耦合至同向行進的各種模態的光上。

根據(2.7)式和(2.11)式的關係式，且在 $\beta_D > 0$ 的條件下，長週期光纖光柵之共振波長可表示為：

$$\lambda = (n_{eff,I} - n_{eff,D})\Lambda \quad (2.47)$$

不論是短週期或是長週期光纖光柵，只要光柵週期設計得宜，皆可將共振波



長與耦合模態調整至符合使用需求。在實際應用上，通常會將共振波長設計在特定範圍內，使入射光能量耦合至纖殼模態消散，如此便可得到想要的穿透光譜。

### 2.5.3 本文所使用的光纖光柵

本文中所使用的光纖光柵為由 Fibercore Limited 所生產之短週期光纖光柵，其共振波長主要設計在  $1530\text{nm}$  至  $1560\text{nm}$  間，搭配多功分波器可同時擷取多個區域波段內的能量使用。在製程方面，光柵長度共有  $3\text{mm}$ 、 $5\text{mm}$ 、 $10\text{mm}$  及  $15\text{mm}$  四種規格，可依據實驗需求進行選擇，光纖光柵的半高寬 (full width at half maximum) 則約為  $0.2\text{nm}$ ，使得入射光會耦合至反向但相同的基本模態上。

## 2.6 光纖光柵製作方法

由前文所述，光纖光柵為具有週期性光柵結構的光纖，且在纖核的軸向方向有週期性的折射率變化。自 1978 年含鍺光纖的光感性 (photosensitivity) 被發現後，其能夠吸收短波能量以進而纖核內折射率的特性便被學者用於光纖光柵的製作。

在光感性的基礎下，光纖光柵的製作方法便快速的發展，由最初的內部寫入法、外部寫入法，逐漸演變到近年來較常使用的相位光罩法。本節首先將對光纖的光感性進行說明，接著再對三種光纖光柵製作方法：內部寫入法、外部寫入法以及相位光罩法做介紹。

### 2.6.1 光纖的光感性

由於 Hill 的團隊於 1978 年發現石英系玻璃光纖 (silica fiber) 中摻雜入鍺 (Ge) 元素時，會使之產生缺陷 (GeO defect)，而內部缺陷分子的濃度會與光纖光感性的靈敏度有。當氧原子由鍺的四面體分離出來後會多出一個懸浮鍵 (dangling bond)，此鍵會和附近的鍺和矽原子產生新鍵結，並且易於吸收波長在  $240\text{nm}$  左右



的紫外光，並打破其自身的鍵結，因此光柵的製作便是利用該特性使光纖內的分子結構在照射紫外光後發生變化，製作出折射率呈現週期性分佈之光柵。

### 2.6.2 內部寫入法

Hill 的研究團隊在發現光纖的光感性後，提出內部寫入法 (internal writing method) 作為光纖光柵的製作方法，其原理為利用波長  $488nm$  的氬離子之藍光雷射和單模態的光纖，使入射光與反射光在纖核中產生週期性的干涉條紋，並破壞纖核的內部結構來產生光柵結構，此光柵又稱為希爾光柵 (Hill grating)，為早期製作光纖光柵之方法。

內部寫入法有著光路架設簡單，以及硬體設備較為簡易的特點，但製作出的光柵之共振波長只能與寫入的雷射光波長相同，無法將波長調整至能量耗損最小的  $1550nm$  附近，此外，由於要在纖核內產生干涉條紋，故雷射光的同調性 (coherence) 要求較高，且光柵的長度與位置不易精準控制，在實際應用上有其限制。

### 2.6.3 橫向全像法

Meltz 在 1989 年提出橫向全像法 (transverse holographic method)，將內部寫入法的許多缺點進行改善。此方法使用兩道波長為  $244nm$  的紫外雷射光來產生干涉條紋，與內部寫入法不同的是橫向全像法是將光纖暴露於干涉條紋下來形成光柵，不需導入光纖纖核內部，通過調整雷射光的入射角度即可控制寫入的光柵週期，增加了共振波長的設計範圍，使共振波長的設計更為彈性，但其在光路的架設與校正上複雜許多，且對於雷射之時間與空間上的同調性更加嚴格，硬體成本更高。

### 2.6.4 相位光罩法

Hill 與 Anderson 等研究人員在 1993 年提出相位光罩法 (phase mask method)

的製作方法，為現今製作光纖光柵的主流方法，此方法對於雷射光的同調性要求較低、光路架設也相對容易，且製作出的光纖光柵的品質較佳，同時亦可大量生產。唯一缺點為其製程上較缺乏彈性，一旦決定相位光罩之週期，便無法任意調整光纖光柵的週期。

相位光罩是一種不吸收紫外光的矽板 (UV-transmitting silica plate)，利用全像曝光 (holographic exposure) 或是電子束寫入 (electron beam writing) 等技術，配合半導體的光微影蝕刻技術 (optical lithography)，在矽板上形成類似方波的週期性凹凸結構 (corrugated structure)。

圖 2-11 為相位光罩法原理示意圖，在圖中垂直入射之紫外光在穿過相位光罩時，會因光罩之週期性凹凸結構而產生繞射現象，若選擇適當的相位光罩之蝕刻深度，可讓直接通過光柵的零階繞射光能量控制在入射光能量 5% 以內，而大部分的能量會留存於  $\pm 1$  階的繞射光中，此時  $+1$  階和  $-1$  階繞射光的能量各佔入射光能量的 40% 左右。最小的相位光罩蝕刻深度可由以下公式求得：

$$d = \frac{\lambda_{UV}}{2(n_{UV} - 1)} \quad (2.48)$$

其中  $d$  為相位光罩蝕刻深度， $\lambda_{UV}$  為紫外雷射光之波長， $n_{UV}$  為紫外光在矽板下的折射率。

雷射光經過相位光罩產生繞射後，其中  $\pm 1$  階的繞射階數佔有大部分能量，此時兩者會互相干涉，並在光纖的纖核內建構出光柵之結構。在繞射理論的基礎推導下， $\pm 1$  階繞射光的繞射角  $\theta$  由紫外光波長  $\lambda_{UV}$  與光罩週期  $\Lambda_{UV}$  決定，其關係為：

$$\sin \theta = \frac{\lambda_{UV}}{\Lambda_{UV}} \quad (2.49)$$

由圖 2-11 可知此繞射角  $\theta$  就是光纖的入射角，根據干涉理論可知，干涉條紋之週期  $\Lambda$  是由入射光之波長  $\lambda_{UV}$  與入射角  $\theta$  決定，可表示為：

$$\Lambda = \frac{\lambda_{UV}}{2 \sin \theta} \quad (2.50)$$

合併(2.49)式和(2.50)式可得：

$$\Lambda = \frac{\Lambda_{UV}}{2} \quad (2.51)$$

由(2.51)式可知，若是要控制光纖光柵的波長特性，可通過調整光罩週期 $\Lambda_{UV}$ 來進行。以最為廣泛使用的共振波長為 $1550nm$ 之光纖光柵為例，已知光纖等效折射率為 $1.46$ ，若使用波長為 $248nm$ 之氬原子 ( $Kr^+$ ) 準分子雷射 (excimer laser) 做為光源，計算可得光柵週期約為 $0.53\mu m$ ，再代入(2.48)式與(2.51)式可計算出光罩蝕刻深度為 $270nm$ ，且相位光罩之週期約為 $1.06\mu m$ ，透過這個例子，可知本文所使用的光柵週期為次微米等級。

相位光罩法相對內部與外部寫入法而言，其對於尺寸精度要求較高，除去製造成本較高外，不同週期的光柵需搭配不同週期的相位光罩才能進行製作，因此近年來有許多研究團隊積極投入研究，開發新的相位光罩製作方法。

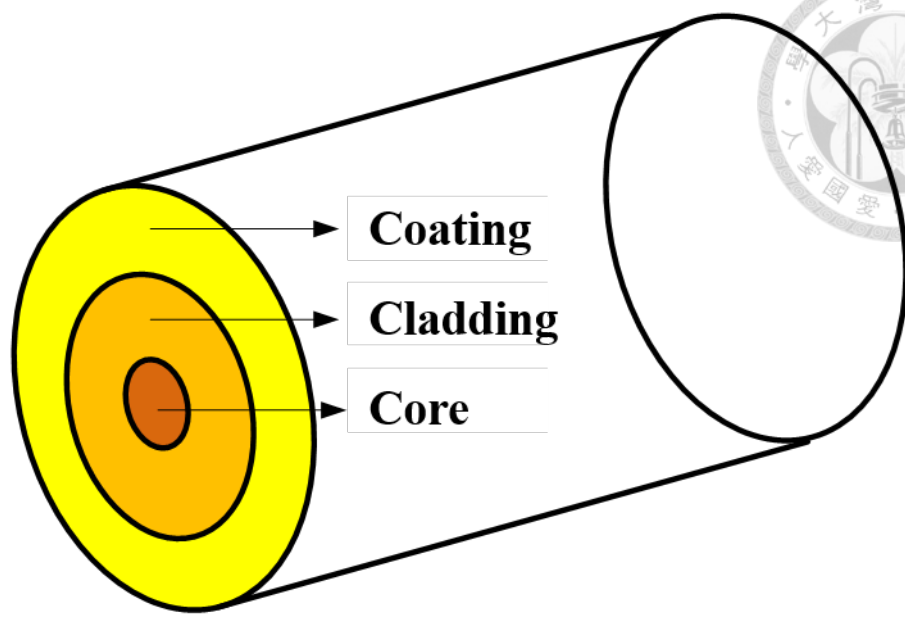


圖 2-1 光纖結構示意圖

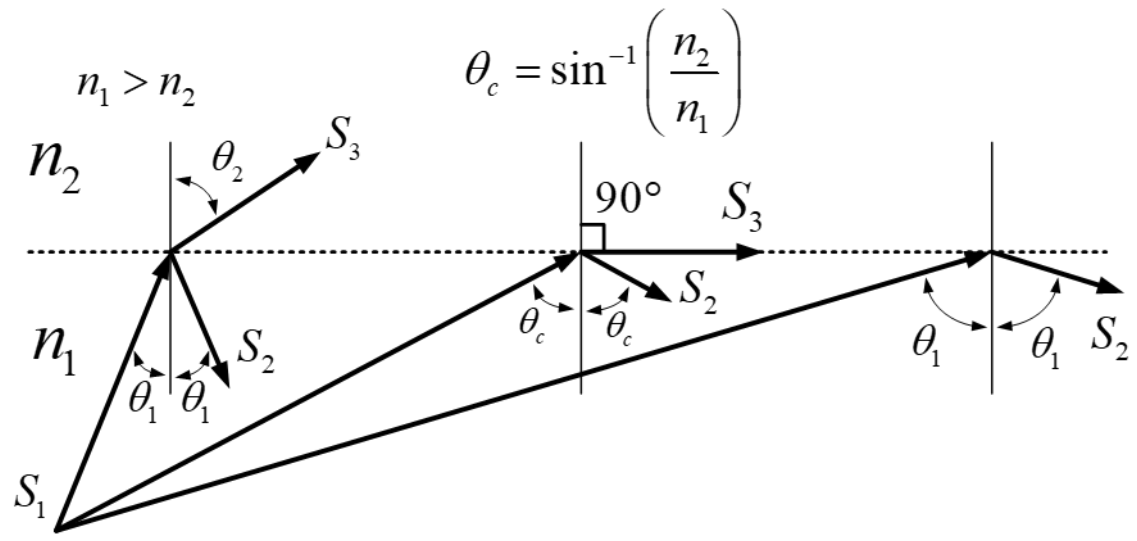


圖 2-2 司乃爾定律概念圖

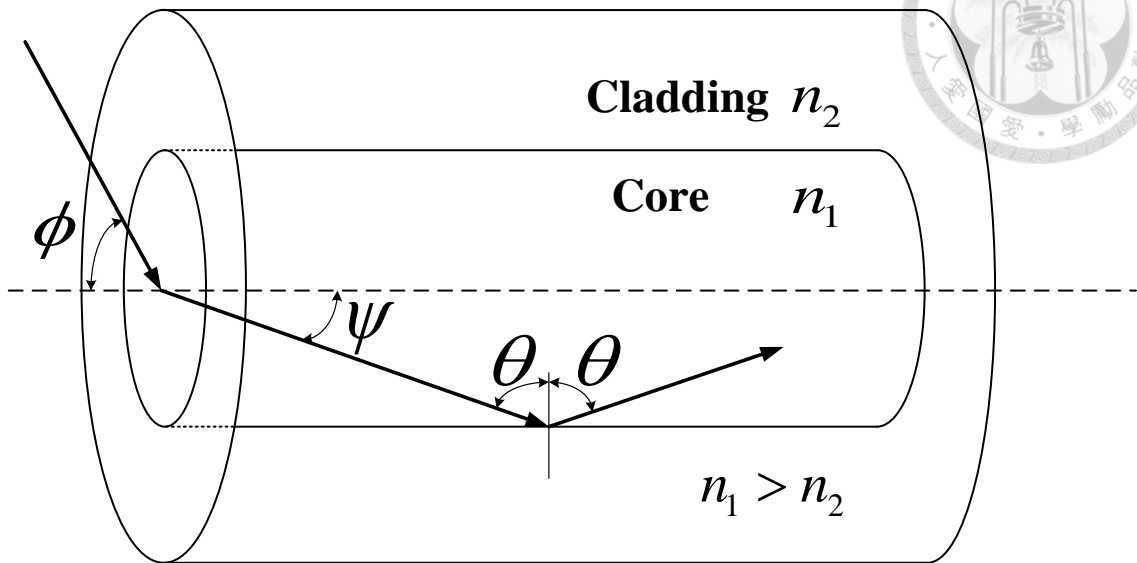


圖 2-3 光纖導光原理示意圖

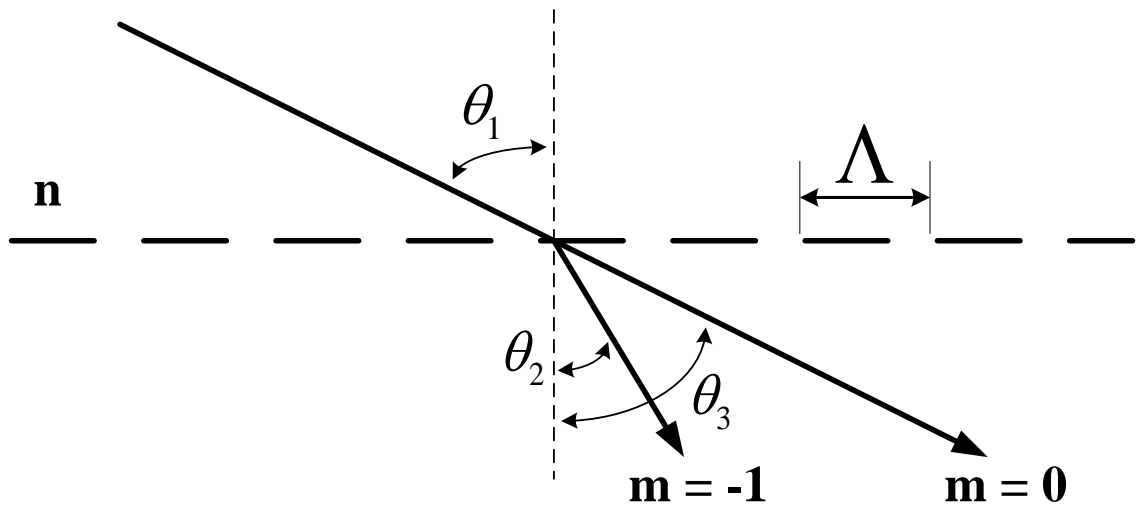


圖 2-4 光柵原理示意圖

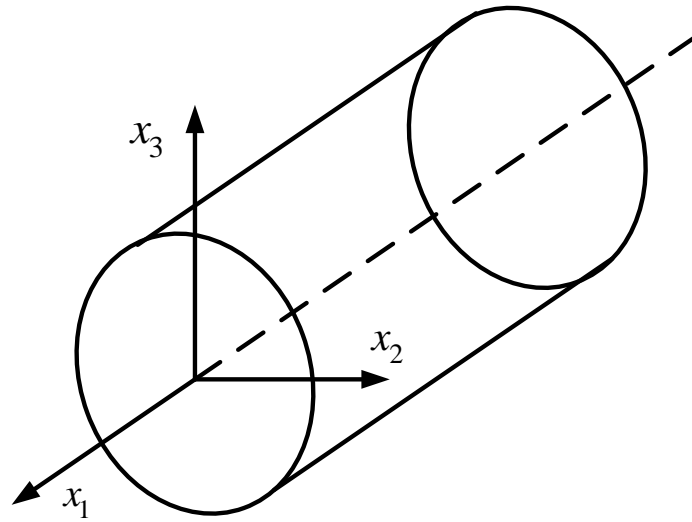


圖 2-5 光纖座標軸定義

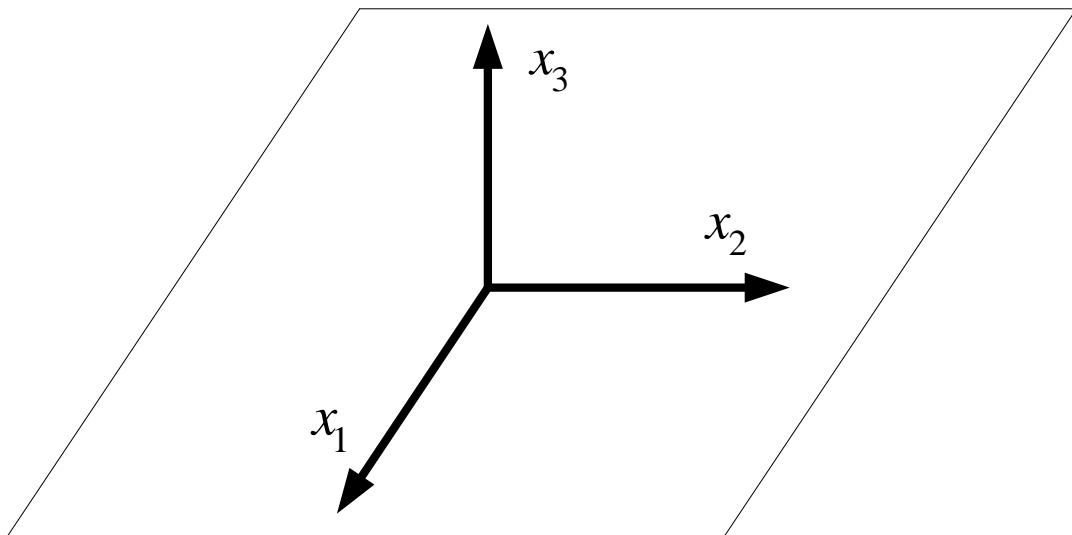


圖 2-6 平面應力座標軸定義



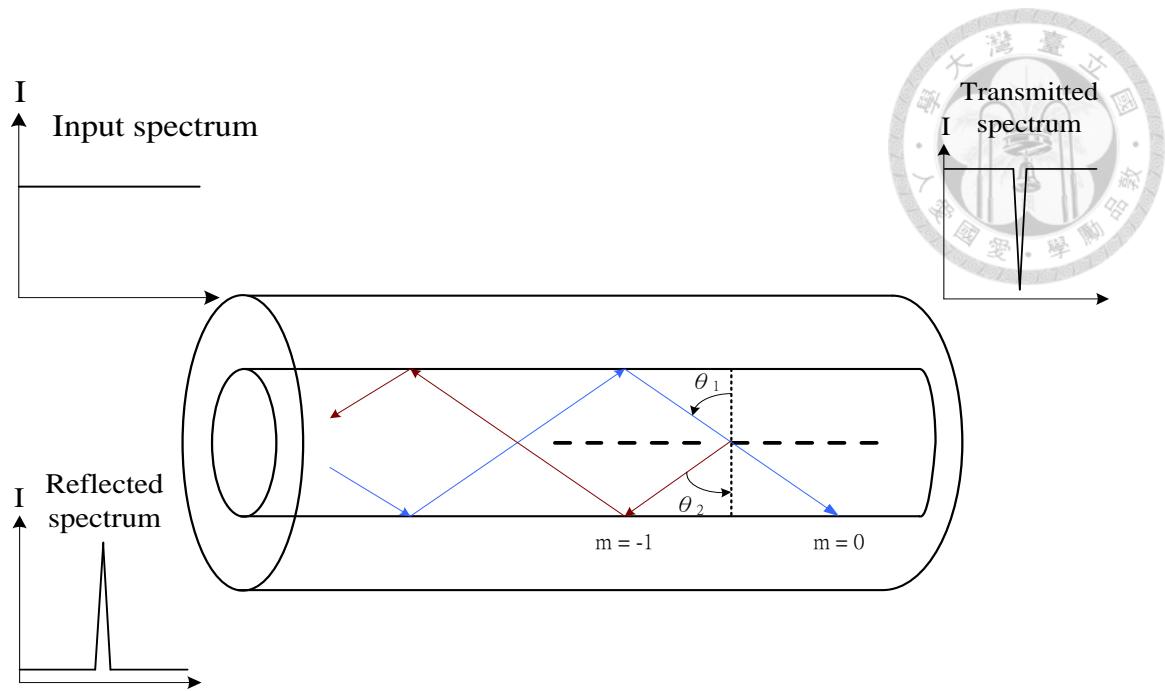


圖 2-7 短週期光纖光柵原理示意圖

- Core mode
- Cladding mode
- ／ Radiation mode

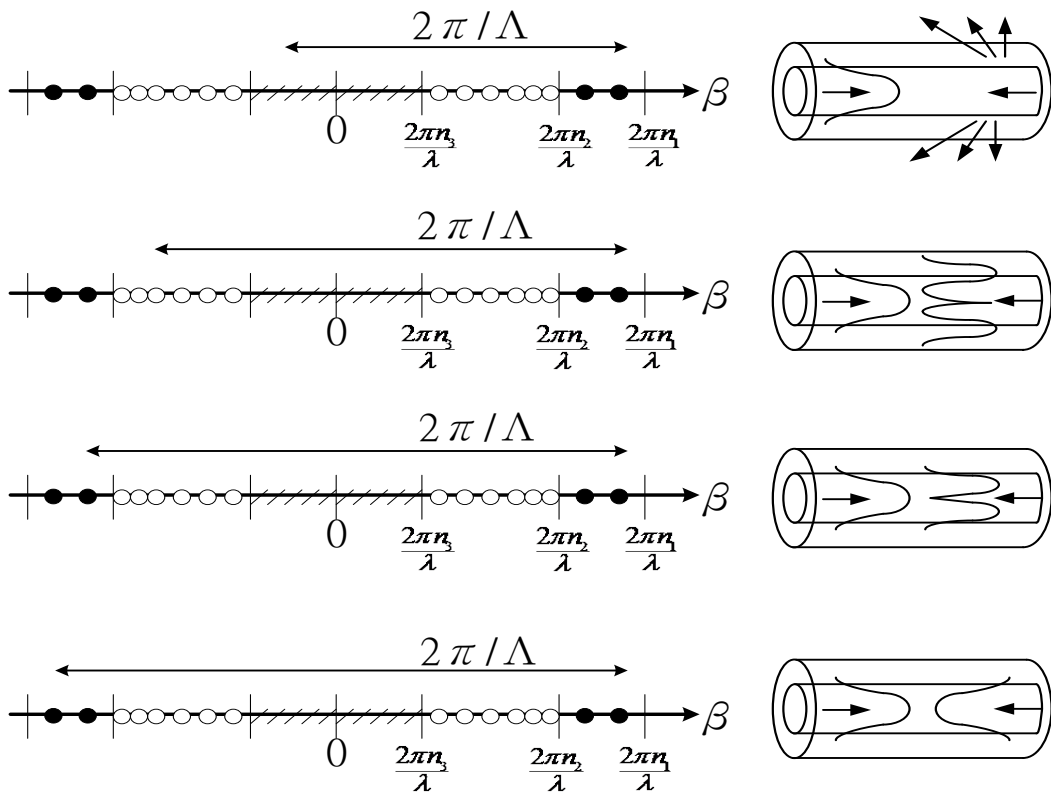


圖 2-8 短週期光纖光柵模態耦合示意圖

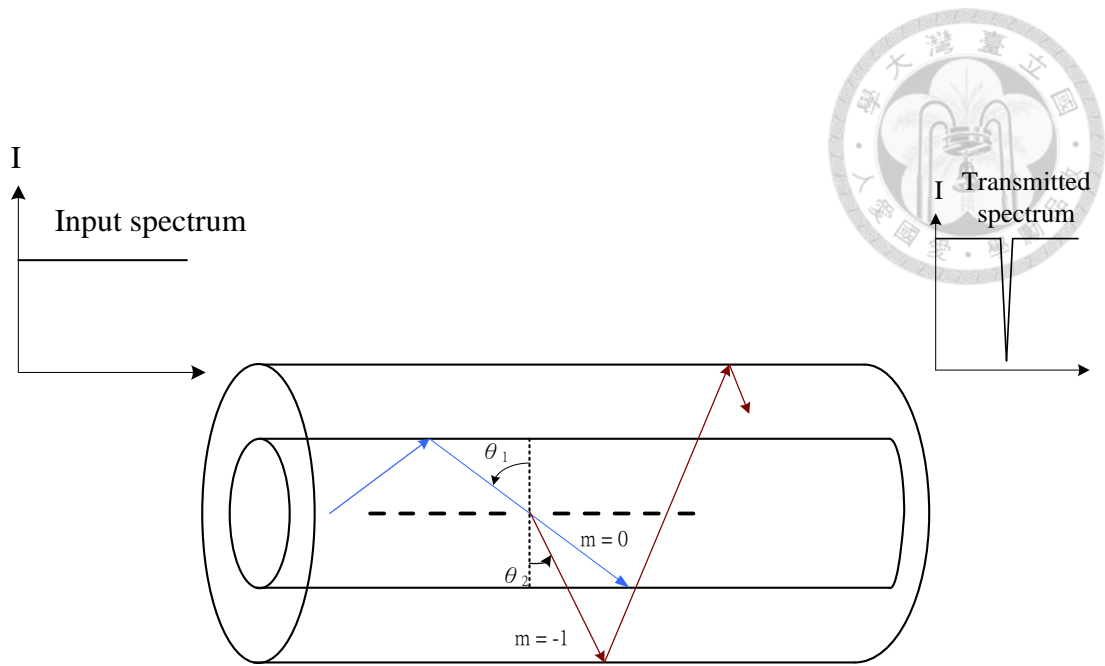


圖 2-9 長週期光纖光柵原理示意圖

- Core mode
- Cladding mode
- / Radiation mode

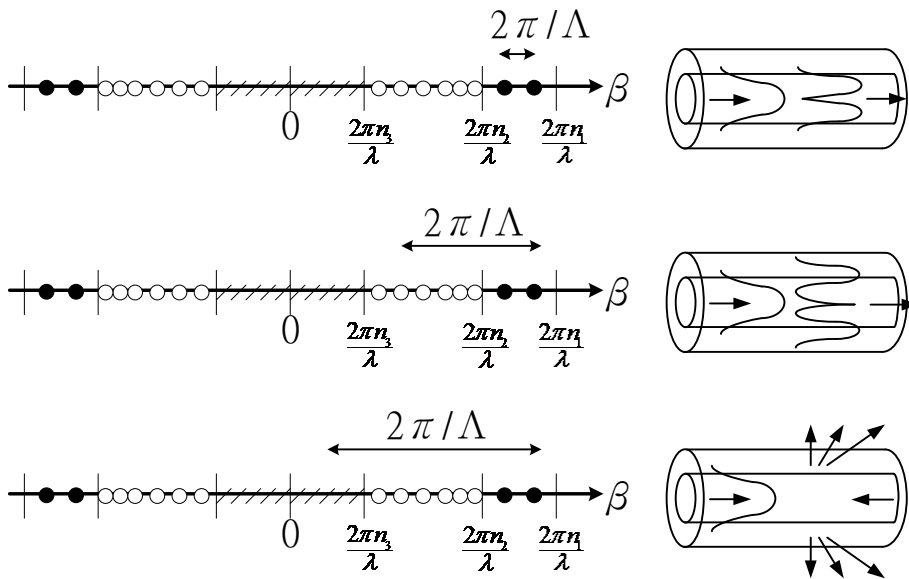


圖 2-10 長週期光纖光柵模態耦合示意圖

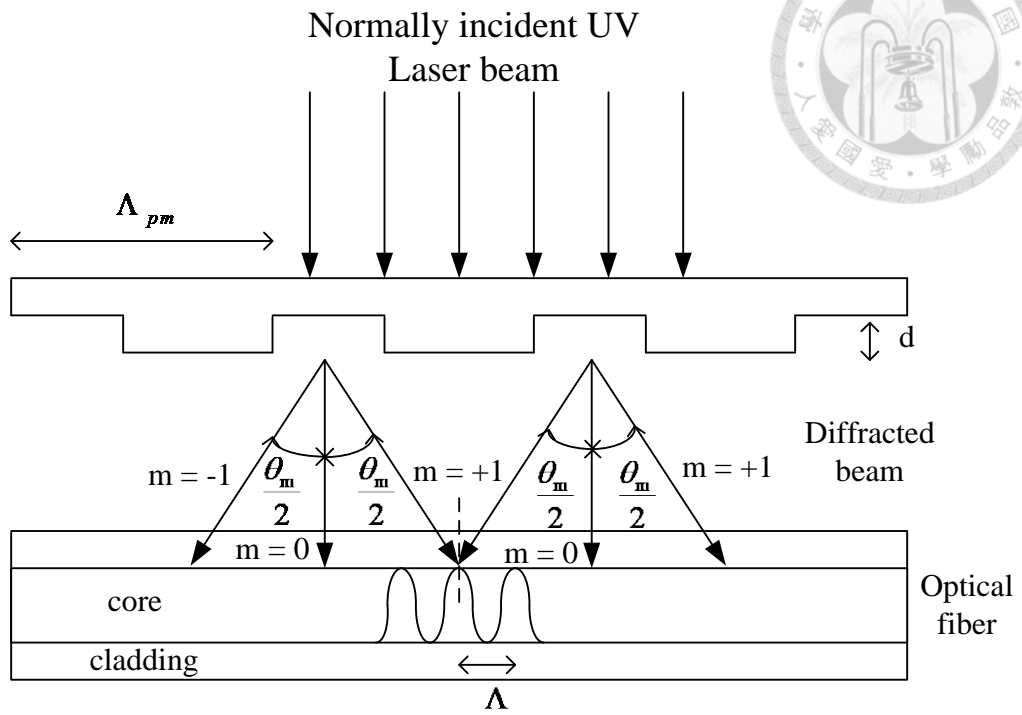


圖 2-11 相位光罩法原理示意圖



## 第三章 實驗量測技術與儀器設備



本章內容將介紹論文中所使用之光纖光柵量測技術及相關的量測儀器，從感測器架設之方式與量測儀器之操作方法，同時也會介紹與實驗相關量測技術與實驗設備。

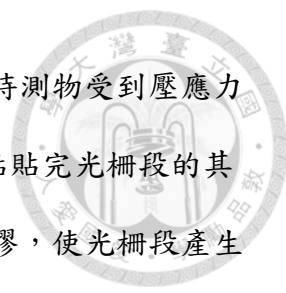
### 3.1 布拉格光纖光柵量測系統

本節將介紹光纖光柵之事前準備工作與光纖光柵的量測系統，其中事前準備工作包含黏貼光纖光柵的點膠、預拉與測試等步驟，而量測系統則有搭配示波器，用於量測暫態波傳且具高時間解析度能量調變型量測系統以及搭配波長解調器的光纖光柵量測系統，其可以進行長時間的溫度與熱變形之量測，也可對振動與應變進行暫態量測和分析。

#### 3.1.1 光纖光柵感測器的事前準備工作

由於實驗室所購買的光纖光柵不含光纖跳接線，故需先利用光纖熔接機搭配 FC/APC 接頭的光纖跳接線，將光纖光柵感測器與跳接線利用光纖焊接機焊接在一起，才可進行量測。

光纖光柵是利用共振波長飄移量來求取得測物的溫度和應變，因此需使用黏膠將光柵段完全黏貼於待測物表面才可以得到的量測結果，其中黏膠的選擇會決定量測的準確性以及其適用情境，根據以往的文獻，若選擇熱熔膠進行黏貼，雖然有可拆卸的好處，使光纖光柵可以重複使用，降低成本，但在溫升實驗時，熱熔膠會影響溫升過程中之波長飄移，且其無法承受較高溫的環境，因此本文選用應變膠來對光纖光柵進行黏貼。經由實驗結果認證，應變膠本身的熱膨脹係數較小，且黏貼牢固，雖耐熱度無法達到極高溫，但對於一般工業界之量測已足夠。



使用應變膠黏貼光纖光柵時，若是在黏貼時沒有預拉，在待測物受到壓應力時，可能會在光柵段產生挫曲（buckle）的現象，所以當黏貼完光柵段的其中一點，等待應變膠凝固之後，需要對另一端施加拉伸同時點膠，使光柵段產生拉伸預先應變（pre-strain），等待應變膠凝固後才可結束預拉的動作。完成光纖光柵的黏貼後，再以波長解調器（I-MON）檢查其共振波長是否正常。正常的共振波長應如圖 3-1 的綠色方框，若是出現如圖 3-2 中紅色方框的分岔，則代表此光柵段並沒有被正確的黏貼，需要重複以上步驟重新黏貼。

### 3.1.2 能量調變型光纖光柵動態量測系統

本節將介紹本實驗室開發之能量調變法（Power Modulate Method），布拉格光纖光柵的共振波長會受到環境物理量變化產生飄移，經由共振波長飄移理論反推即可得到溫度或應變的變化量，一般傳統的解調方式是藉由光譜分析儀（optical spectrum analyzer, OSA）量測共振波長的飄移量，通過光譜分析儀可以獲得通過光纖光柵之光譜的詳細資訊，包含共振波長分布情形、中心波長飄移情形與寬頻波長能量之分布，但其缺點為取樣頻率過低，最高只有  $2\text{Hz}$ ，只能對靜態問題進行量測，無法對於隨時間變化之暫態波傳問題進行量測。而能量調變法是透過光電轉換器（photo diode）將通過光纖光柵的光訊號轉換為電訊號，再經由高取樣頻率之示波器進行訊號擷取，解決光譜分析儀因取樣頻率不足而無法量測動態問題的缺點。

以能量調變法而言，由於是使用光電轉換器將光訊號轉換成電訊號，因此若是要解析訊號，示波器所量測的電壓訊號勢必需要有所變化，才能反映出光纖光柵感測器的波長飄移情形，圖 3-3 是將布拉格光纖光柵訊號連接光電轉換器的示意圖，當光纖光柵受到環境擾動時，其共振波長會產生左右飄移的變化，但光譜面積仍保持為一定值，說明光能量並沒有發生改變，因此由光電轉換器輸出的電



壓並不受共振波長飄移所影響，故無法直接量測動態訊號。


為了使光電轉換器輸出的電壓訊號會隨波長飄移而變化，需藉由布拉格光纖光柵的透射光譜特性來造成光能量的變化。由上章之光纖光柵基本原理可知，光纖光柵的透射光譜會有特定波段的能量被濾除，如圖 3-4 所示，因此光纖光柵也可作為濾波器（filter）使用。圖 3-5 為能量調變型架設圖，其中 FBG 濾波器上的光纖光柵兩端被固定於可調式平台，藉由拉伸或壓縮平台使濾波器的共振波長至適當範圍，讓光纖光柵感測器的共振波長落於濾波器光譜左側或右側之線性區段上，如圖 3-6 所示，若此時感測器的共振波長產生飄移，其反射光的光譜面積將呈現線性變化，因此光電轉換器輸出的電壓值也會隨之改變，最後再由示波器對高時間解析度的動態訊號進行擷取。

本文所使用的示波器的最高取樣頻率可達  $5GS/s$ ，頻寬為  $400MHz$ ，能同時量測四個通道的電訊號，並且與市面上取樣頻率最高僅有  $500KHz$  的超高速光纖光柵解調器相比，具有高時間解析度的優勢。

圖 3-7 為本實驗室開發之能量調變型光纖光柵動態量測系統示意圖，由寬頻光源輸出（broadband light source）寬頻雷射光，先通過光隔離器，其後經過布拉格光纖光柵濾波器（FBG filter），濾波器的透射光譜再進入光循環器（circulator）之一號埠口，經過二號埠口連接至光纖光柵感測器，光纖光柵的反射光譜會再由二號埠口經過三號埠口輸出，最後進入能量轉換用之光電轉換器，於是調變後的光訊號便能轉換為電壓訊號，最後由示波器擷取電壓的動態變化，上述即為光纖光柵能量調變型之系統架設以及量測原理。

### 3.1.3 波長解調器（I-MON）量測系統

前一節所介紹之能量調變型量測系統主要用於高頻率之暫態波傳問題，其特點在於此方法結合共振波長飄移與 FBG 濾波器的線性濾波段，使光纖光柵感測器



之反射光譜能量會隨波長變化而有所增減，且由於其訊號由示波器進行擷取，因此具有高時間解析度之優勢。但由於其量測到的是電壓訊號，無法得知光纖感測器實際的共振波長量值，且無法應用於較大的共振波長飄移之變形與溫升問題上，而本節所介紹的波長解調器（I-MON）光纖光柵量測系統，能夠直接量測到當下的共振波長量值、具備高取樣速率的特性，取可進行長時間量測，適用於大部分的機械振動與溫升問題。

波長解調器的量測光譜區間為 $1525\text{nm} \sim 1570\text{nm}$ ，能同時量測多達 37 個不同的共振波長，意即可以同時監測 37 個光纖光柵感測器，而依據其型號不同，取樣頻率可在  $25\text{Hz}$  至  $35000\text{Hz}$  間進行調整，故適用於準靜態或是暫態問題的量測。在解析度方面，I-MON 量測波長的解析度高達  $0.5\text{pm}$ ，相較於解析度僅  $10\text{pm}$  的光譜分析儀，更能精準地對微小的共振波長的進行量測。

圖 3-8 為光纖光柵感測器之 I-MON 系統架設圖，相較於圖 3-7 的能量調變型系統架設，I-MON 量測系統省去 FBG 濾波器、光電轉換器及示波器，且不需要先使用光譜儀對光纖光柵感測器與 FBG 濾波器進行中心波長的校正，大幅減少實驗所需儀器以及事前架設工作。圖中光路從光源發出之寬頻雷射光輸入光隔離器，通過光循環器之一號埠口及二號埠口，再連接至光纖光柵感測器，光纖光柵的反射光譜經過光循環器之二號埠口及三號埠口進行輸出，最後由波長解調器接受感測器之反射光譜，並進行資料擷取。

### 3.1.4 多光柵多點量測之 I-MON 系統

前面兩個小節所介紹的能量調變型與 I-MON 系統著重於如何利用單光柵光纖進行量測，而在多數時候實驗量測並不會只有一個光纖光柵的訊號需要擷取，故本小節將系統擴展到多光柵多點量測應用，透過在儀器架設中加入多波分工器（Coarse Wavelength Division Multiplexing, CWDM）或是光耦合器（coupler）來實



現多光柵訊號的同時擷取。

圖 3-9 為多波分工器之工作原理，圖中 T (transmitter) 及 R (receiver) 分別表示光纖光柵系統中的發送元件與接收元件，光會從寬頻光源經解多工器 (demultiplexer) 依照光柵之共振波長分成數個區段，並分別傳送至各個光纖光柵感測器，而後多波分工器會將光柵的反射光耦合為單一光訊號，再回傳至光循環器之二號埠口，隨後進入波長解調器 (I-MON) 進行波長數值之擷取。

分波多工系統 WDM (Wavelength Division) 可依照波長切割的密度分為兩種，分別為低密度分波多工器 CWDM (Coarse Wavelength Division Multiplexing) 與 DWDM (Dense Wavelength Division Multiplexing)，其中低密度分波多工器的分波間距 (channel space) 為  $20nm$ ，且通帶頻寬 (pass band bandwidth) 為  $13nm$ ，較適用於本文的光纖光柵量測系統，而高密度分波多工器由於通帶頻寬較窄，光能量容易飄移出頻寬，故無法用在共振波長飄移較大的實驗中。

圖 3-10 為 I-MON 量測系統搭配分波多工器的實驗架設，圖中寬頻光源依序通過光隔離器和低密度分波多工器 CWDM 後，被分為兩個不同的波段，再連接至兩個光纖光柵感測器，最後由波長解調器 I-MON 同時擷取兩個感測器的訊號。

另一種多光柵量測方式為使用光耦合器 (coupler)，其原理為將輸入光耦合器之光源能量分成數等份，如圖 3-11 所示。由於使用光耦合器會使感測器分得的光能量變少，因此較不適用於光能需求量極高的能量調變型量測系統，而由於 I-MON 系統只需記錄共振波長量值，對於光能量的需求並不高，因此多以光耦合器取代分波多工器的功能。圖 3-12 為光耦合器連接波長解調器之架設示意圖，圖中光耦合器將光源的能量一分為三，使每個光纖光柵感測器平均接收 33% 的光能量。此外，以光耦合器連接的量測系統，其光纖光柵感測器的共振波長並不會受到 CWDM 的特定輸出波長限制，選擇較為自由。

除了上述兩種多點光纖光柵量測系統外，亦可在一條光纖上寫入多個光柵進行多點量測，圖 3-13 為搭配波長解調器 I-MON 之多光纖光柵架設示意圖，多光纖光柵感測器雖然在製作與量測方面存在較高的風險，同時價格也比相同光柵數目的光纖光柵貴上許多，但直接使用多光纖光柵感測器可以大幅減少實驗架設的體積，且便於日後的管理與收納。

## 3.2 光纖光柵量測系統所需之相關儀器

### 3.2.1 ASE 可調式光源

圖 3-14 為實驗室使用之可調式光源 (ASE-200CL-15, Alnair Labs) 之實體圖，可輸出 C band (1525nm ~ 1560nm) 與 L band (1560nm ~ 1610nm) 兩種波段之光源，並能分開調整 C band 與 L band 的輸出能量，由於 I-MON 可解析的共振波長落在 1525nm 至 1570nm，因此主要以 C band 之波段進行量測。ASE 可調式光源之優點為頻寬較多元，且輸出功率十分穩定。

### 3.2.2 光隔離器與光循環器

光隔離器 (isolator)，如圖 3-15 所示，主要用於防止光柵的反射光譜由光循環器反射回寬頻光源，進而影響量測結果，因此架設上會先連接光隔離器後才連接光循環器或 FBG 濾波器，以阻隔反射光進入光源。

光循環器 (circulator) 的用途是將光傳輸至不同埠口，以本文使用的三埠口光循環器為例，如圖 3-16 所示，光源會由一號埠口進入光循環器，之後由二號埠口輸出至光纖光柵感測器，光柵的反射光譜會反射至光循環器的二號埠口接收，最後從三號埠口輸出至波長解調器 (I-MON) 或連接至光電轉換器，以進行的訊號擷取和分析，本文所使用的光循環器為卓越光纖公司生產的三埠口循環器。



### 3.2.3 濾波器

本文使用的濾波器是以布拉格光纖光柵製作，主要用於能量調變型量測系統，由於濾波器的半高寬相當小，使得濾波後可用的線性範圍十分有限，因此每個光纖光柵都需要搭配與其共振波長相符的濾波器。本文中的濾波器將光纖光柵的兩端固定於可調式位移平台上，要調整濾波器波段時會經由螺旋測微器拉伸光柵並同時改變其共振波長，以符合光纖光柵感測器之共振波長，實體圖如圖 3-17 所示。

### 3.2.4 光電轉換器（光電二極體）

本文中使用的的光電二極體（PDA10CS, Thorlabs Inc.），如圖 3-18 所示，具有訊號放大功能以及可調節增益的砷化銦鎵（Indium Gallium Arsenide, InGaAs）光偵測器，其可作用之波長範圍為  $700nm \sim 1800nm$ 。

### 3.2.5 光譜分析儀

本文中使用的的光譜分析儀（AQ6631, Ando Electric），如圖 3-19 所示，主要用於能量調變型量測系統的事前架設中，透過光譜分析儀可取得光纖光柵感測器與濾波器之光譜形狀，再調整濾波器的線性段之中央位置至 FBG 感測器的共振波長。此光譜分析儀具有高動態範圍、高靈敏性、高波長準確率以及內建列印功能等優點。

### 3.2.6 低密度分波多工器（CWMD）

實驗室使用之低密度分波多工器 CWDM 如圖 3-20 所示，其通道規格為一分四，光源由 COM 接頭輸入，經由解多工器將光源分為  $1511nm$ 、 $1531nm$ 、 $1551nm$  及  $1571nm$  四個不同波段，若是搭配實驗室現有的寬頻光源（ $1525nm \sim 1560nm$ ）以及光纖光柵，則僅有共振波長為  $1530nm$  和  $1550nm$  之光纖光柵感測器能配合能量調變法進行兩點暫態訊號的量測。



### 3.2.7 光耦合器

實驗室使用的光耦合器 (coupler) 共有一分四及一分十六兩種規格，可根據不同實驗需求進行選擇，圖 3-21 為一分十六之光耦合器之實體圖，其原理是將寬頻光源的光能量平均分為十六等份，並傳送給十六個光纖光柵感測器進行量測。

### 3.2.8 波長解調器 (I-MON 256 USB)

本文所使用的波長解調器 (I-MON 256 USB, Ibsen photonics)，其外觀如圖 3-22 所示，用於擷取光纖光柵感測器之共振波長資訊，可量測的波長範圍介於 1525nm 與 1570nm 之間，輸入功率限制在  $-80\text{dBm} \sim -20\text{dBm}$  間，解析度為 0.5 pm，最多能同時記錄 37 個光纖光柵中心波長的變化，且取樣頻率最高可達 6000 Hz，足夠用於一般的振動問題上，也可調降其取樣頻率以用於準靜態或長時間的量測。I-MON 系統的優勢在於其架設簡單、可同時量測多個光柵的訊號、且具有溫度自動校正補償以及即時快速傅立葉結果顯示功能。

I-MON 的光譜圖是由平均分佈在 1525nm 至 1570nm 之間的 256 個點所構成，軟體會依照程式設定之擬合函數與參數，求出光譜中的能量峰值之擬合曲線，並計算出能量極值位置，該位置即為光柵之中心波長值，故可藉由上述方式記錄不同光柵的中心波長隨時間的變化，接著透過共振波長飄移理論以及連結至自行開發的 MATLAB 演算法，計算出光纖光柵之溫升和應變等物理量。

I-MON 搭配的軟體包含四個次介面，依序為光譜圖 (spectrum graph)、中心波長圖 (wavelength graph)、快速傅立葉轉換頻率圖 (FFT graph) 及參數設定面板 (configuration)，其中參數設定面板如圖 3-23 所示，可依據實驗需求設定擷取頻率 (max scan rate)、光纖光柵數量 (max number of FBG's) 和總訊號長度 (circular sample buffer length)，其中總訊號長度除以擷取頻率即為量測時間，例如以 50Hz 量測 10 分鐘之波長飄移訊號，則擷取頻率需設定為 400，訊號長度設定為 30000

即可量測 10 分鐘之訊號。接著針對量測情境，調整不同的擬合參數，包含閾值 (theshold)、擬合點數 (neighbors in fit) 以及擬合函數 (fit type)，最後再視實驗要求，選擇觸發類型 (trigger type)、觸發頻率 (trigger frequency)、校正參數 (calibration coefficients) 以及溫度校正之補償係數 (temperature coefficients)。

除了上述的參數設定外，於量測開始前，需先調整輸入光源之能量量值，避免輸入之能量超過  $-80dBm \sim -20dBm$  區間，之後需進行暗電流扣除 (dark subtraction)，扣除初始光譜的能量，避免影響實際光柵反射之光能量，圖 3-24 為雙段光柵扣除暗電流後的光譜圖。

### 3.2.9 高速波長解調器 (I-MON 256 High Speed)


本文所使用的高速波長解調器 (I-MON 256 High Speed, Ibsen photonics)，如圖 3-25 所示，其功能和架設方法與上小節介紹的波長解調器類似，兩者之主要差異在於高速波長解調器的取樣頻率可高達  $35000Hz$ ，相較於波長解調器的最高  $6000Hz$  之取樣頻率，更適合暫態波傳的訊號量測。

高速波長解調器的量測範圍同樣位於  $1525nm$  與  $1570nm$  之間，輸入功率限制在  $-75dBm \sim -25dBm$  間，解析度為  $0.5 pm$ ，且能同時記錄 37 個中心波長的變化。

高速波長解調器的軟體操作介面與波長解調器 I-MON 相似，同樣由光譜圖 (spectrum graph)、中心波長圖 (wavelength graph)、快速傅立葉轉換頻率圖 (FFT graph) 及參數設定面板 (configuration) 所組成。圖 3-26 為高速波長解調器之參數設定面板，與 I-MON 不同的是在取樣頻率的調整上，取樣頻率是由曝光時間 (exposure time) 和時間等分數 (clock divider) 所決定，其關係式如下：

$$Scan Rate = 125 \times 10^6 / (x \times (N\_pixels + 28 + y)) \quad (3.1)$$

其中  $x$  為曝光時間， $y$  為時間等分數， $N\_pixels$  為 I-MON 光譜圖的像素數量，大小為 256。



高速波長解調器同樣需針對實驗需求，調整閾值（threshold）、擬合點數（neighbors in fit）以及擬合函數（fit type）等擬合參數，並設定觸發類型（trigger type）、觸發頻率（trigger frequency）、校正參數（calibration coefficients）以及溫度校正之補償係數（temperature coefficients）。於量測開始前，依然需要先調整輸入光源能量和進行暗電流扣除（dark subtraction），將初始光譜的能量扣除，防止實際光柵反射之光能量受到影響。

在參數設定面板中可將波長之原始數據（raw data collection）儲存在特定路徑，首先需要將 Disc streaming 設定 Enable，並將預設的輸出資料點由 100 調整為 1，軟體將會將光纖的中心波長依照標號紀錄在設定的文字檔內。此功能主要應用於即時量測或是需要紀錄之資料點超過一次可儲存之大小時，例如本文利用高速波長解調器對壓電陶瓷雙晶片進行掃頻時便有使用此功能。

### 3.3 熱電偶及其溫度擷取器

本文使用 Yokogawa 公司所生產之溫度擷取器（GP10-1E1M），其特點為輕量化、具有觸控型螢幕以及可透過 USB 傳輸存取資料，且可以自行擴增模組進行多點溫度的量測，實體圖如圖 3-27 所示。溫度擷取器搭配 GX90-10-U2N-CN 類比輸入模組，其最高取樣頻率為 10Hz，解析度為  $0.1^{\circ}\text{C}$ ，具有十個通道可供使用，亦即可同時連接十條熱電偶。此外，本文主要使用 T 型熱電偶（Bead Probe TPT-01-40G）配合熱電偶進行量測，利用隔熱膠帶將其貼附於待測物表面，實體圖如圖 3-28 所示。軟體部分則是使用 Yokogawa 公司的 Universal Viewer，將溫度資料轉換成其他利於後續分析的類型。



### 3.4 加熱型電磁攪拌器與控制器


本文使用的加熱型電磁攪拌器 (MH-1, SHIN KWANG Inc.) 搭配 PID 控制器 (GX-36L, YOTEC Inc.) 來輔助其進行溫度的控制，如圖 3-29 所示，PID 控制器可調整的溫度範圍在  $0^{\circ}\text{C} \sim 400^{\circ}\text{C}$  間，解析度為  $0.1^{\circ}\text{C}$ ，藉由電磁攪拌器上方貼附的熱電偶對控制器進行回授控制，電磁攪拌器與溫度 PID 控制器的規格如圖 3-30 與圖 3-31 所示。

### 3.5 光纖位移計 (Fotonic Sensor)

本文所使用之光纖位移計 (Fotonic Sensor MTI-2100, MTI Instruments Inc.)，如圖 3-33 所示，其特點為具有高解析度、高頻率響應且不受到電磁波雜訊的干擾，並且屬於非接觸式量測。光纖位移計可以針對單點位移進行定量的動態量測，並可適用於各種材質之量測，例如金屬、陶瓷和玻璃。其所搭配的探頭型號為 MTI-2047R，解析度可達  $0.25\text{nm}$ ，最高的頻率響應為  $500\text{kHz}$ 。光纖位移計的探頭為其最重要之部分，由兩種光纖纖維組成，分別為傳送光纖 (transmitting fiber) 與接收光纖 (receiving fiber)，纖維的分佈有三種類型，分成不規則、半圓形和同心圓，如圖 3-34 所示。

光纖位移計之量測原理為利用光纖探頭將鹵素鎢燈之光源投射至待測物表面，由接收光纖接收回其反射光，藉由儀器內部的光電感測器 (photo sensor) 將光訊號轉換成電訊號，最後由高取樣頻率之示波器進行訊號擷取。圖 3-35 為量測原理示意圖，透過廠商提供之校正曲線便可計算出待測物單點之位移量。當改變探頭與待測物的距離時，接收光纖所收到的光強度也會隨之改變，

圖 3-36 為光纖位移計之位移與電壓校正曲線，探頭的接收光纖接收之反射光




能量與探頭頂端到待測物表面之間的距離有關，從接觸到表面開始，其與待測物的距離越大，接收光纖接收到之反射光能量越大，此為線性的輸出響應曲線(Range 1)，而當接收光纖接收的反射光能量超過最大值後，會進入到第二個線性輸出響應曲線(Range 2)，此時接收之反射光能量會隨著探頭頂端到待測物表面的距離的增加而減少，因此光纖位移計可用於量測之區間主要為線性區段一(Range 1)與線性區段二(Range 2)，線性區段一的轉換係數為 $0.1754\mu\text{m}/\text{mV}$ ，可量測的位移量範圍為 $98\mu\text{m}$ ；線性區段二的轉換係數為 $0.21533\mu\text{m}/\text{mV}$ ，可量測的位移量範圍 $1102\mu\text{m}$ ，本文主要使用線性區段二進行量測。

### 3.6 熱像儀

紅外線熱像儀(Thermal imaging infrared cameras)是一種非接觸式的全場溫度量測儀器，被廣泛運用於軍事、醫療以及消防等領域上，其原理是基於物體散放出的紅外線輻射能量進行感光成像，因此可以以全場非接觸的方式來對待測物之表面進行溫度量測。本實驗室使用的熱像儀為日本公司 NIPPON AVIONICS CO.,LTD 生產的 TVS-200 系列的紅外線熱成像儀，利用面積式紅外線檢知器(Microbolometer)來量測溫度場，其最高取樣頻率為 $0.1\text{Hz}$ ，即每 10 秒擷取一次量測畫面，故較適用於長時間之溫度量測，而其對溫度的解析度約為 $0.1^{\circ}\text{C}$ 左右，實體圖如圖 3-37 所示。

對於紅外線的溫度量測儀器而言，待測物表面的放射率是影響其溫度量測的重要參數，其中黑體的放射率為 1.0、橡膠約為 0.95，而拋光後的金屬表面的放射率量值大約落在 0~0.1 之間，因此在量測金屬表面時，會將其表面貼上深色膠帶作為拍攝特徵點，或是將表面噴上固定放射率的噴漆，以便於熱像儀得到更準確的量測結果，如本文之壓電陶瓷雙晶片。擷取資料方面，熱像儀會先將資料先儲





存在記憶卡，結束量測後再透過電腦讀取數據，並利用軟體進行分析。本文採用景興科技的 TAS 分析軟體進行資料處理，其主要介面如圖 3-38 所示，此軟體具有的分析功能為：剖面分析、等溫線顯示、3D 立體顯示、定點熱阻分析等功能，並最多同時呈現高達 50 個點的溫度，分析結果可以儲存成 excel 檔案，亦能輸出影片以呈現不同時間點下的溫度場變化。

### 3.7 超音波探傷儀

本文使用之超音波探傷儀(ultrasonic flaw detector)為美國 Krautkramer Branson 所生產，型號為 USD 15，外觀如圖 3-38 所示。超音波檢測是利用材料本身的聲學性質，影響超音波的傳遞，進而判斷出材料內部的情況，如裂痕或是缺陷。超音波檢測金屬材料具有高靈敏度、強穿透力、檢測速度快、設備簡單、非破壞性檢測等優點，而檢測所受到限制有三個，第一為進行檢測時需要有耦合劑；第二為對於較薄、表面不平整或形狀複雜之工件不易檢測；第三為工件內部缺陷之方向會影響檢測的準度。本文所使用超音波探傷儀主要在檢測物體的材料參數，需量測物體知橫波與縱波，超音波探傷儀所搭配之橫波探頭型號為 K10KY，其頻率為 10MHz 縱波探頭型號為 MB4S，其頻率為 4MHz，兩者外觀如圖 3-39，詳細規格以表 3-1 表示。



表 3-1 超音波探頭規格

Type	Order Code	D		f (MHz)	N		Notes	Sketch
		mm	in		mm	in		
B 1 S	57744	24	0.94	1	23	0.9		Type 2
B 1 S-EN	500035	24	0.94	1	23	0.9	DIN EN 12668-2 compliant	
B 1 S-O	57755	24	0.94	1	23	0.9	Top connector	
B 2 S	57745	24	0.94	2	45	1.8		
B 2 S-EN	500036	24	0.94	2	45	1.8	DIN EN 12668-2 compliant	
B 2 S-O	57756	24	0.94	2	45	1.8	Top connector	
B 2 S-O-EN	500267	24	0.94	2	45	1.8	DIN EN 12668-2 compliant, top connector	
B 4 S	57746	24	0.94	4	88	3.5		
B 4 S-EN	500037	24	0.94	4	88	3.5	DIN EN 12668-2 compliant	
B 4 S-O	57757	24	0.94	4	88	3.5	Top connector	
B 4 S-O-EN	500268	24	0.94	4	88	3.5	DIN EN 12668-2 compliant, top connector	
B 5 S	57747	24	0.94	5	110	4.3		
<hr/>								
MB 2 S	57748	10	0.39	2	8	0.3		Type 3
MB 2 S-EN	500038	10	0.39	2	8	0.3	DIN EN 12668-2 compliant	
MB 2 S-O	57975	10	0.39	2	8	0.3	Top connector	
MB 4 S	57749	10	0.39	4	16	0.6		
MB 4 S-EN	500039	10	0.39	4	16	0.6	DIN EN 12668-2 compliant	
MB 4 S-O	57976	10	0.39	4	16	0.6	Top connector	
MB 5 S	57750	10	0.39	5	20	0.8		
MB 5 S-O	57977	10	0.39	5	20	0.8	Top connector	

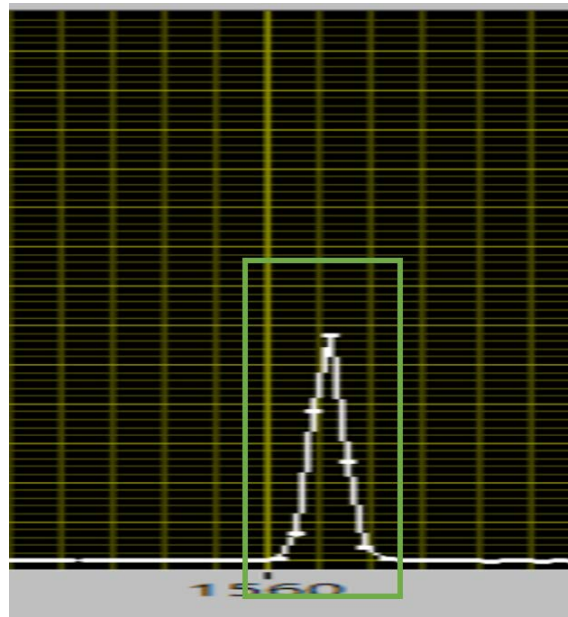


圖 3-1 I-MON 量測之正常 FBG 反射共振波長波型

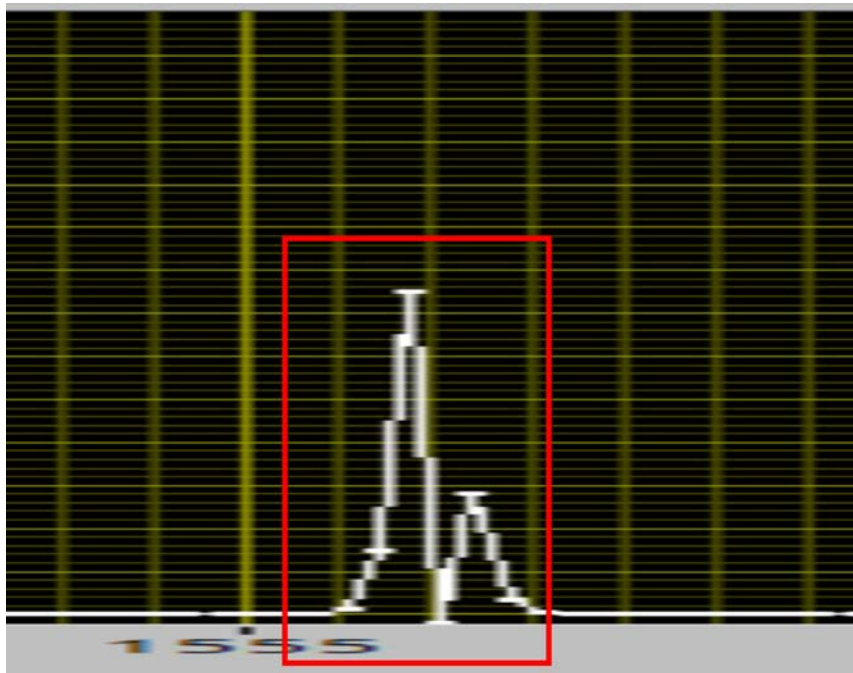


圖 3-2 I-MON 量測之異常 FBG 反射共振波長波型

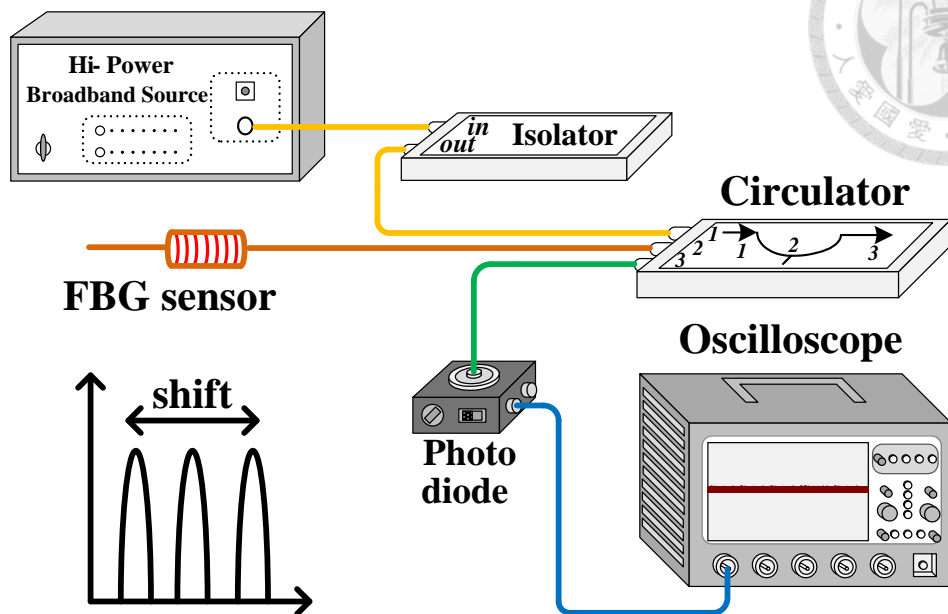


圖 3-3 光電轉換架設（尚無暫態量測之能力）示意圖

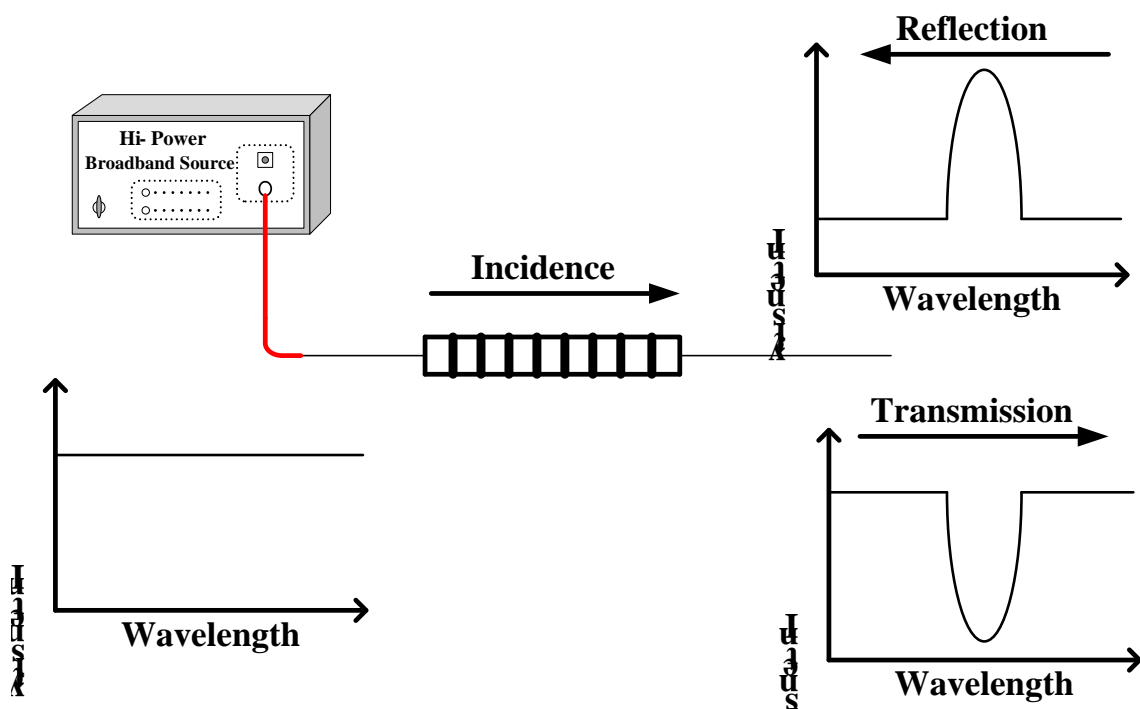


圖 3-4 布拉格光纖光柵之穿透與反射頻譜

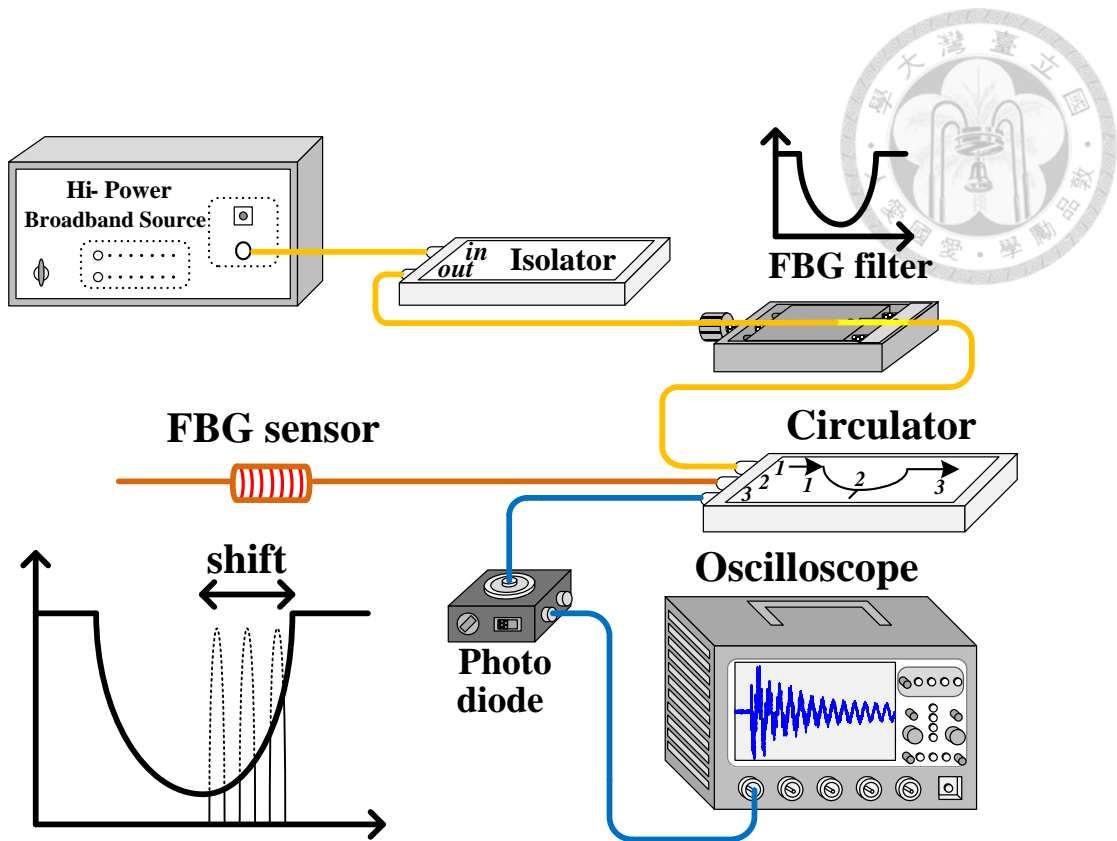


圖 3-5 能量調變型之光電轉換架設 (可量測暫態訊號) 示意圖

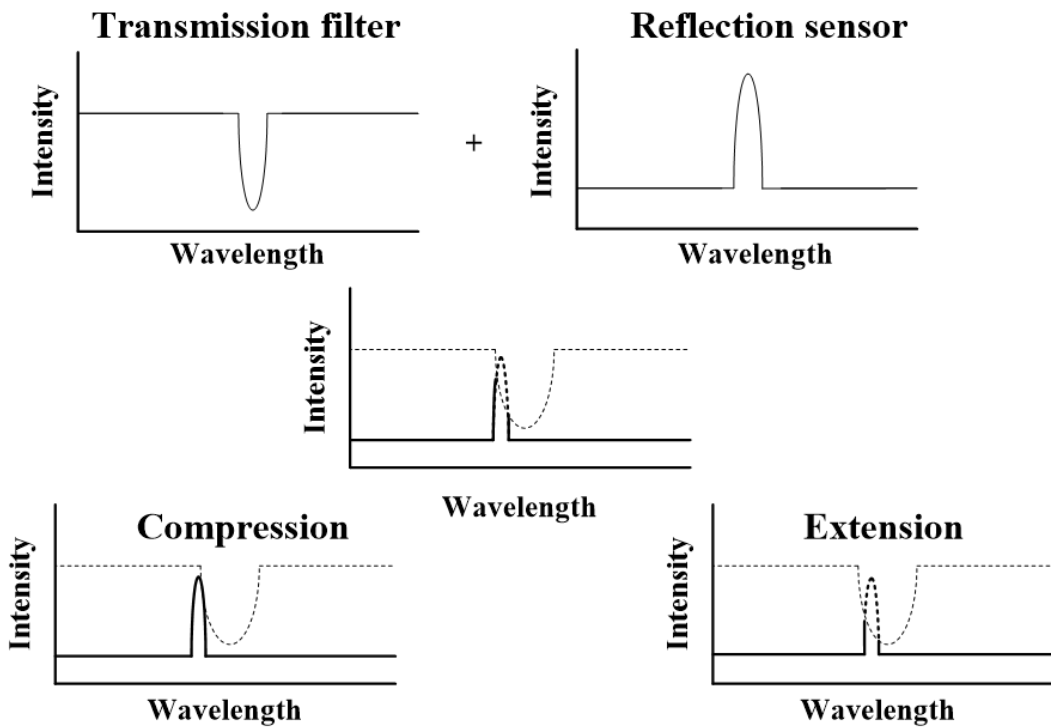


圖 3-6 能量調變之光譜面積示意圖

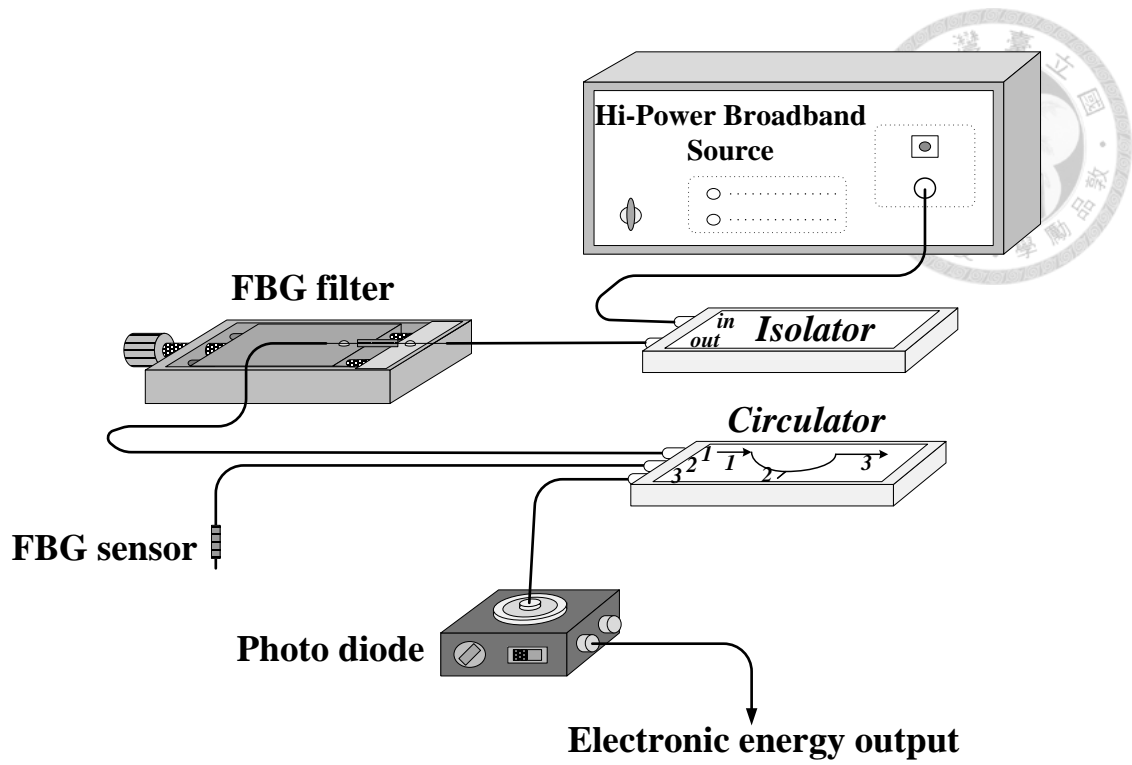


圖 3-7 能量調變法之光纖光柵動態量測系統示意圖

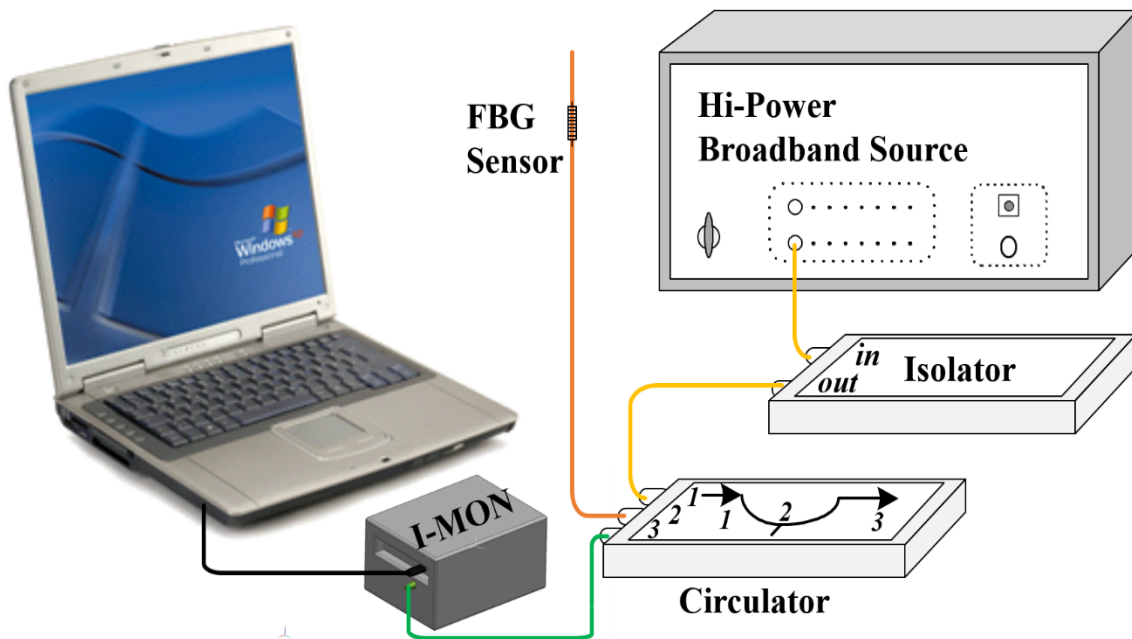


圖 3-8 光纖光柵配合波長解調器 (I-MON) 之架設示意圖

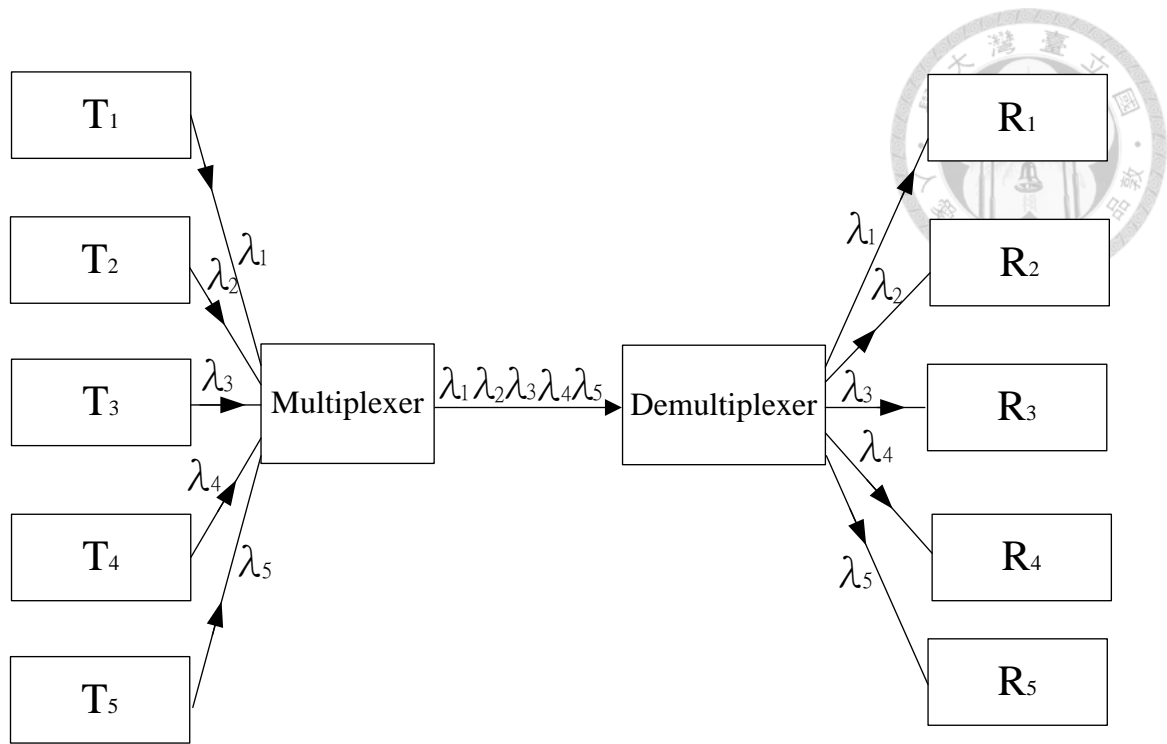


圖 3-9 分波多工器之工作原理示意圖

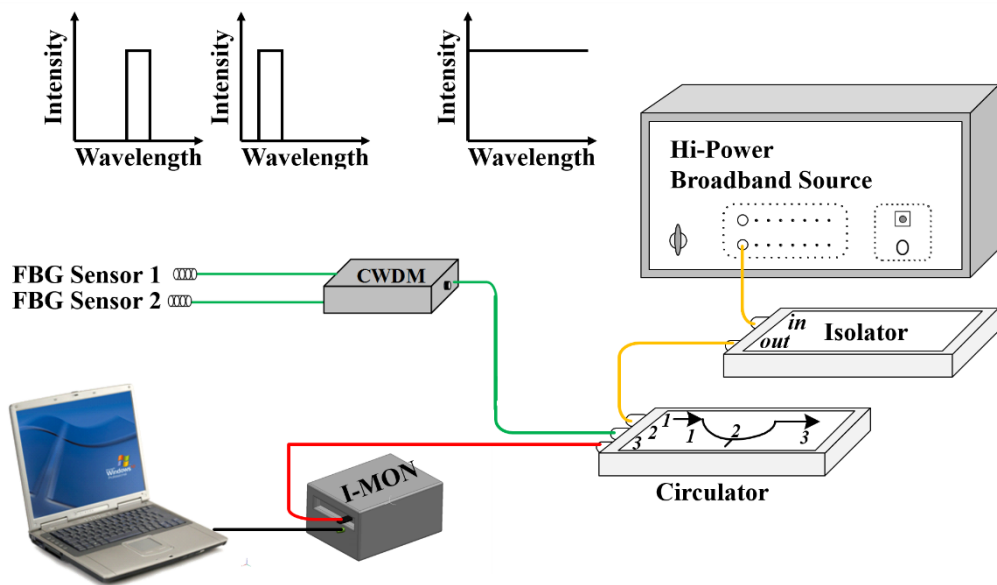


圖 3-10 光纖光柵感測器以分波多工器進行多點量測架設示意圖

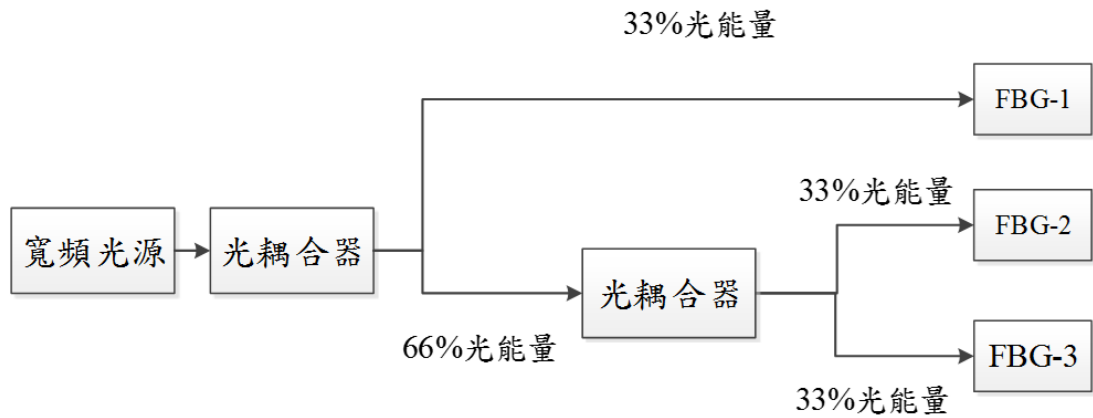
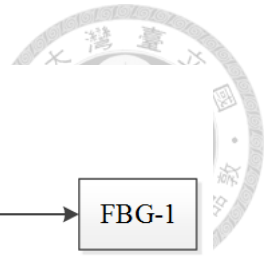


圖 3-11 光耦合器之工作原理示意圖

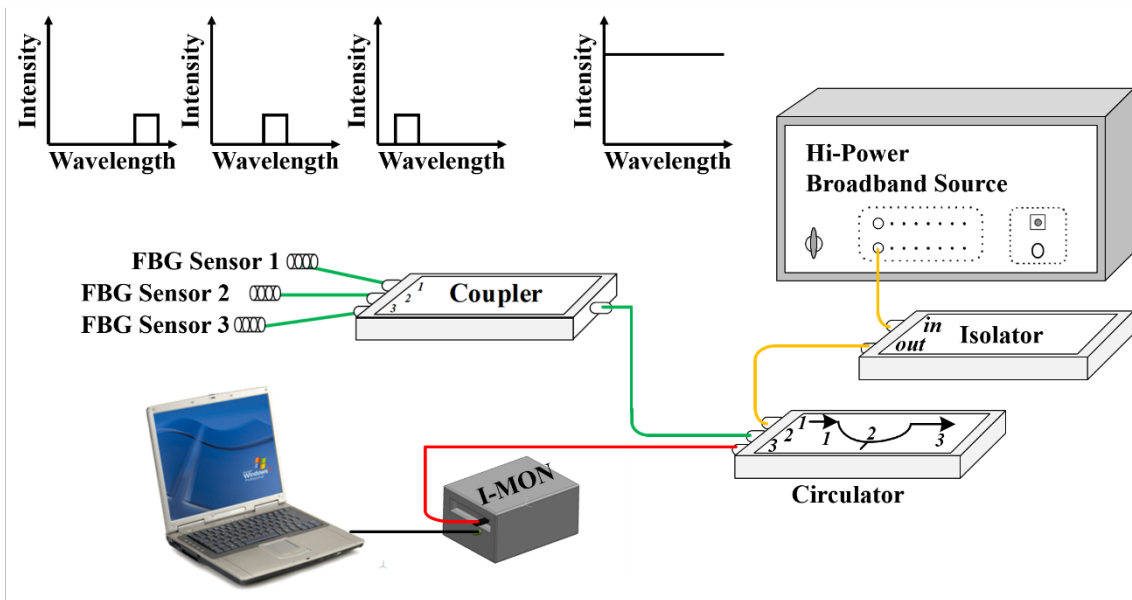


圖 3-12 光纖光柵感測器以光耦合器連接波長解調器 (I-MON) 架設示意圖



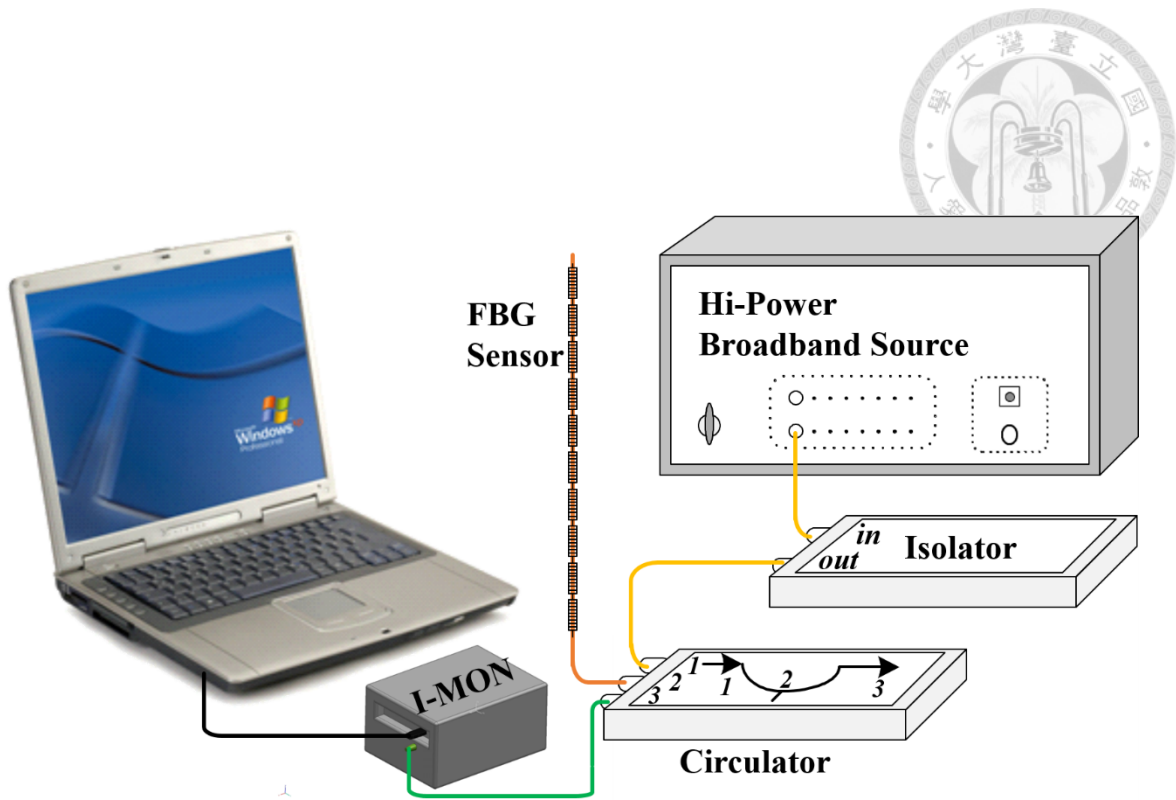


圖 3-13 多段光柵感測器配合波長解調器 (I-MON) 之架設示意圖

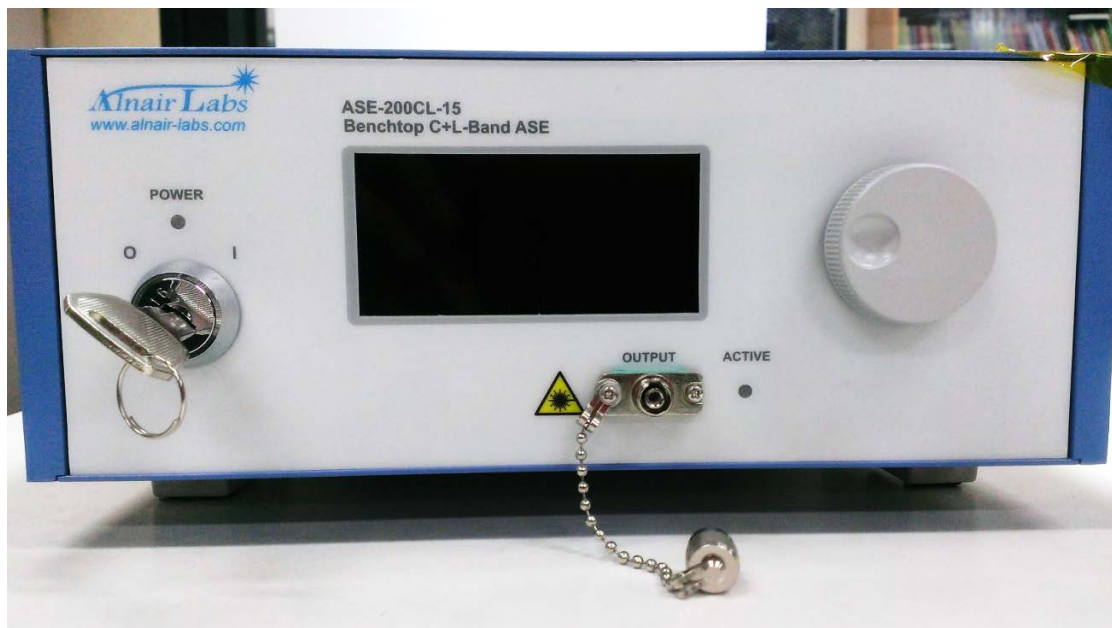


圖 3-14 ASE 可調式光源之實體圖



圖 3-15 光隔離器之實體圖

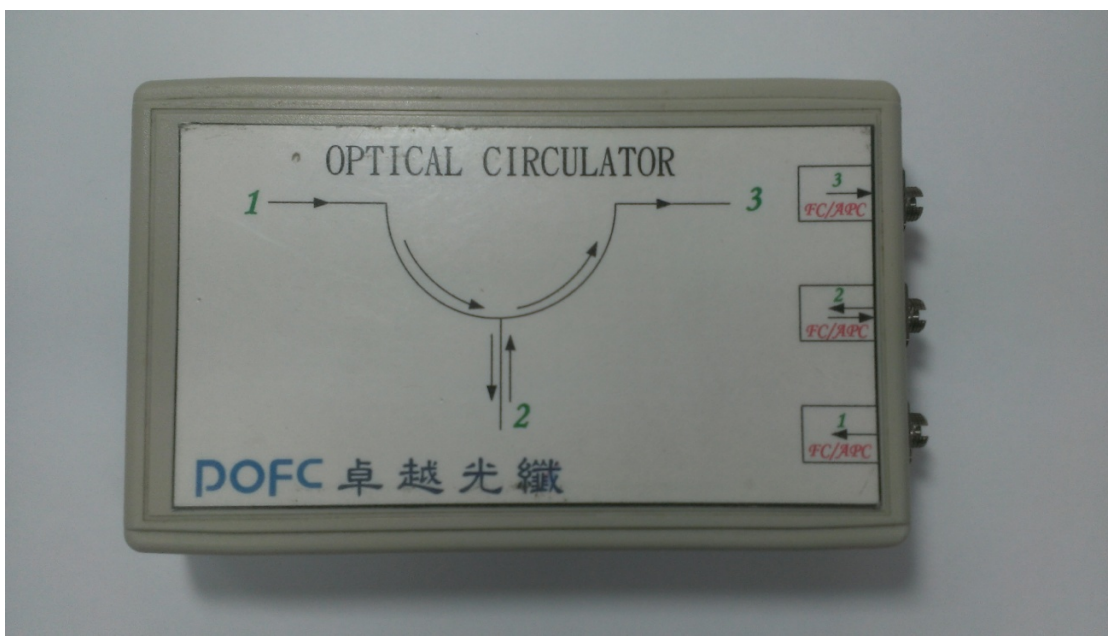


圖 3-16 三埠口式光循環器實體圖

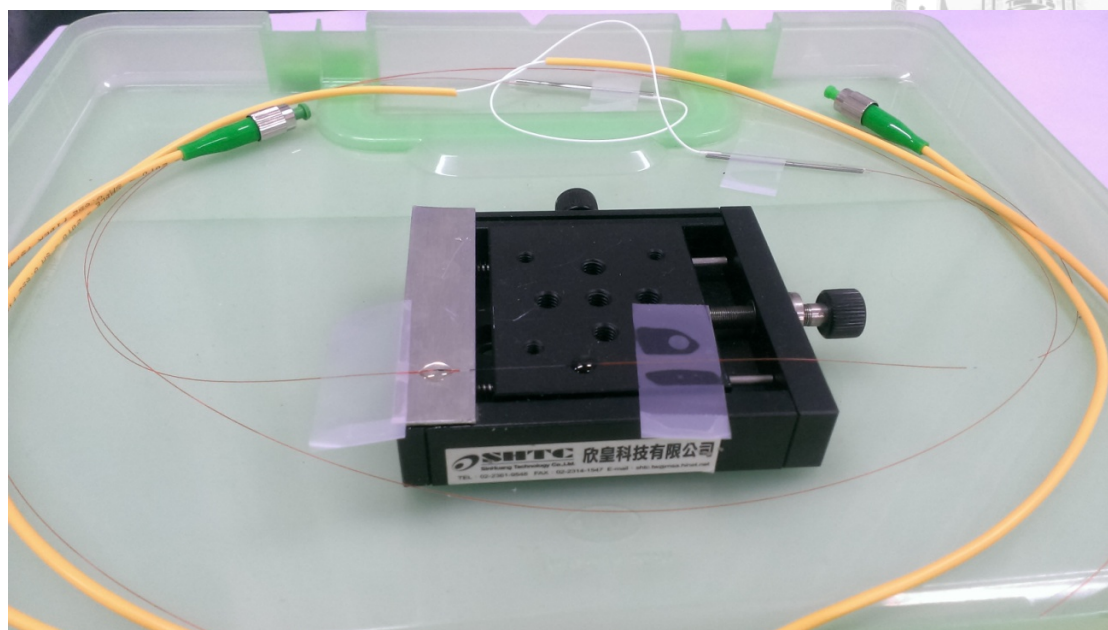


圖 3-17 利用可調式位移平台所製作之濾波器實體圖



圖 3-18 光電二極體實體圖





圖 3-19 光譜分析儀實體圖



圖 3-20 分波多工器實體圖



圖 3-21 光耦合器實體圖（一分十六）



圖 3-22 波長解調器 I-MON 256 USB 實體圖

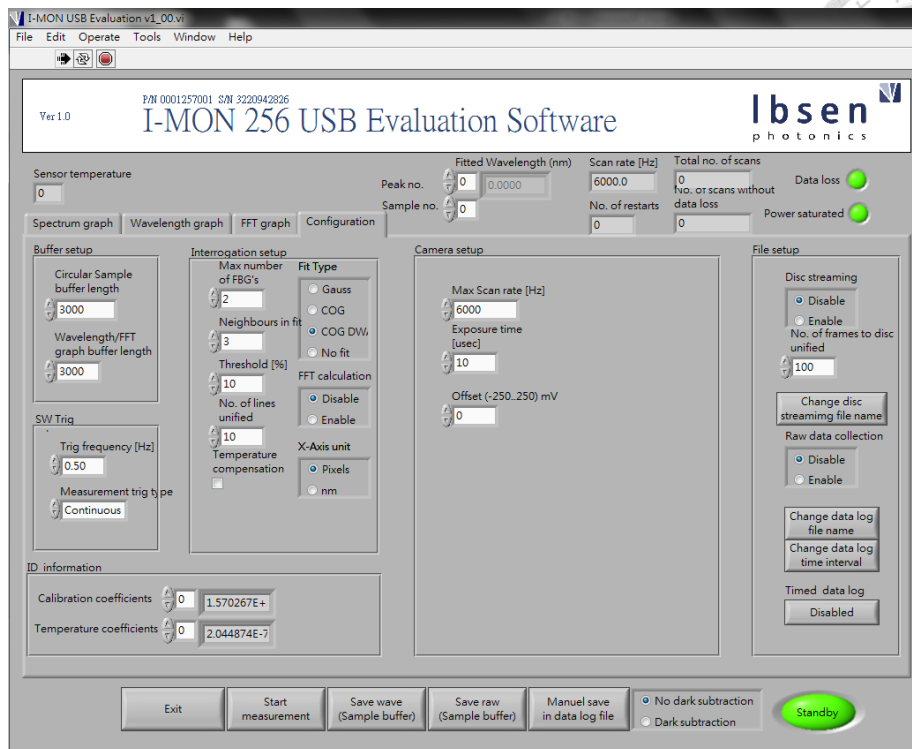


圖 3-23 I-MON 操作介面之參數設定面板

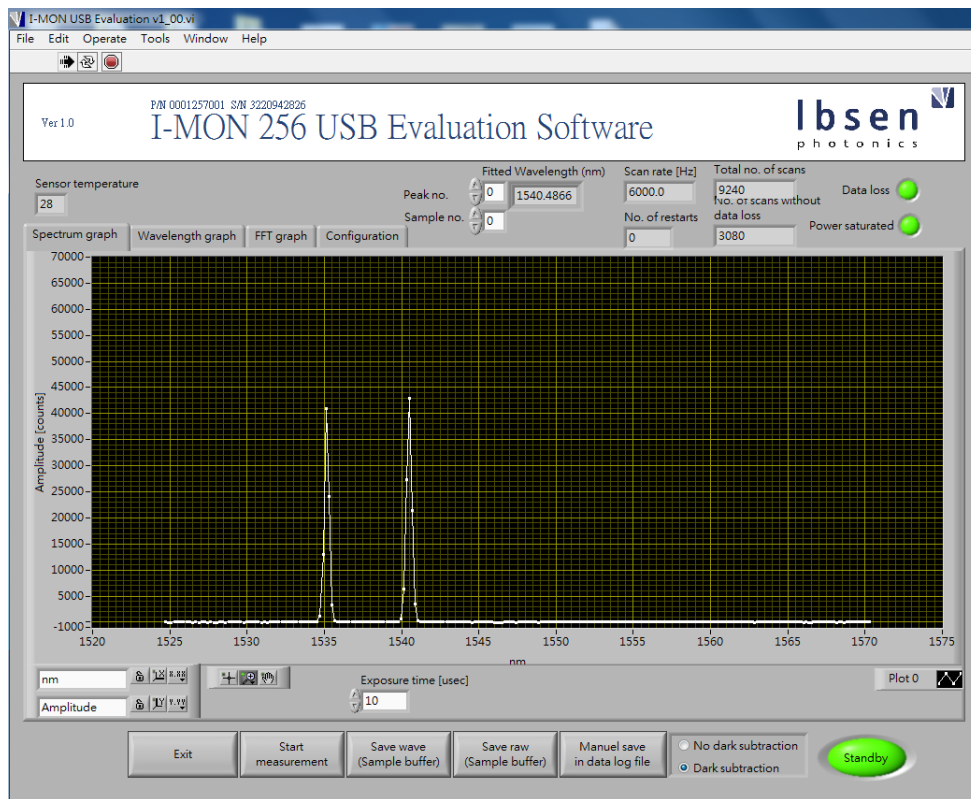


圖 3-24 雙段光柵之 I-MON 光譜圖





圖 3-25 高速波長解調器 I-MON 256 High Speed 實體圖

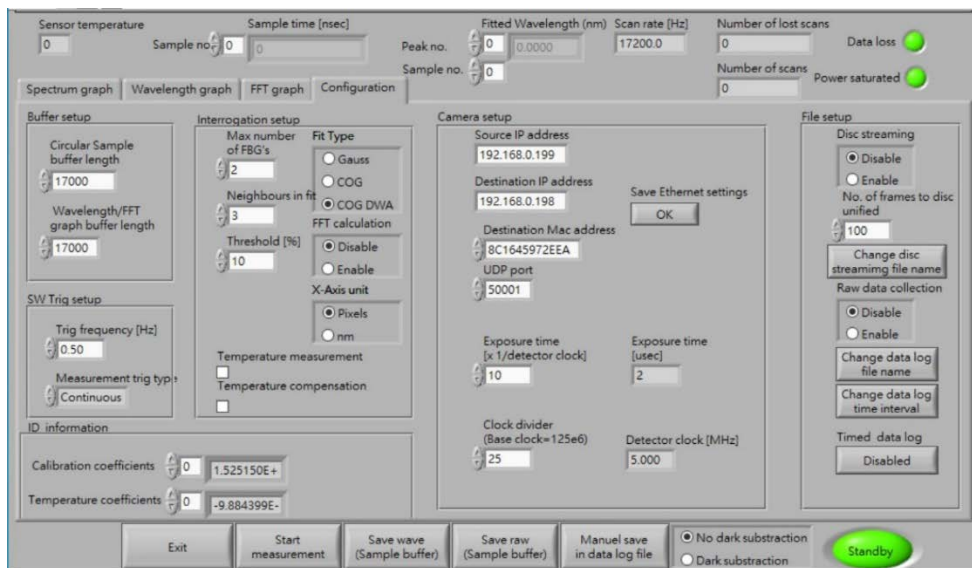


圖 3-26 High Speed I-MON 操作介面之參數設定面板

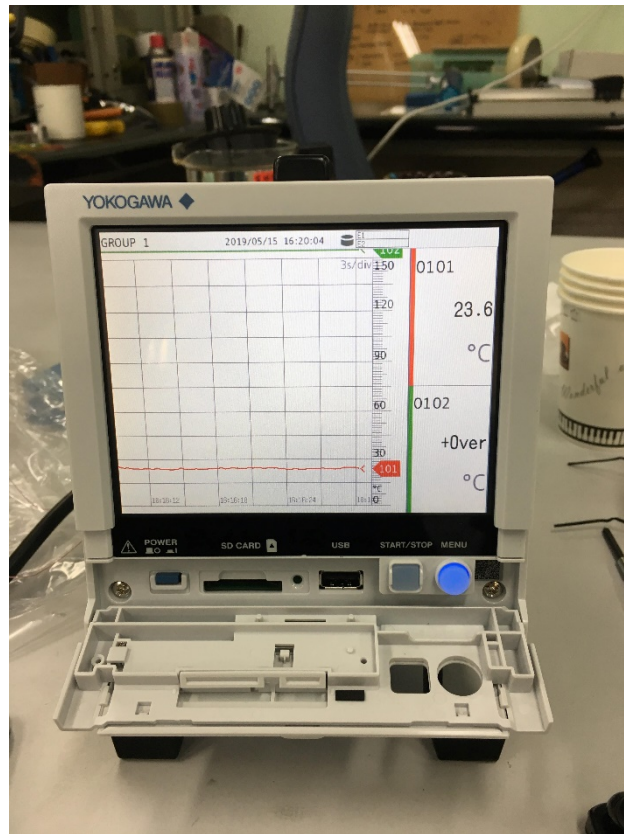


圖 3-27 溫度擷取器實體圖



圖 3-28 T 型熱電偶實體圖





圖 3-29 恆溫加熱盤與控制器

型式	MH-1	MH-3	MH MVH-6
轉速	50-1200RPM		
攪拌容量	100-3000ml	100-3000ml x3 杯	100-3000mlX6杯 100-1000ml x6杯
溫度	面板300°C		
電熱	300W	900W	1800W
使用尺寸	18cm	18cm x3杯	18cm x6杯 13cm x6杯
附件	攪拌子1只	攪拌子3只	攪拌子6只
電壓	110V/220V		

圖 3-30 加熱型電磁攪拌器規格 (MH-1)

型號	GX-36L	GX-36LS
溫度範圍 °C	0~400.0 / 1200	
解析度 °C	0.1 / 1	
最大負載 A	MAX 12	
蜂鳴	-	V
電源 V	AC 85~265V, 自由電源	
尺寸 W*D*H mm	132*162*98	
溫度探棒	K	

圖 3-31 PID 溫度控制器規格 (GX-36L)



圖 3-32 光纖位移計 MTI-2100 實體圖

## Fiber Distribution

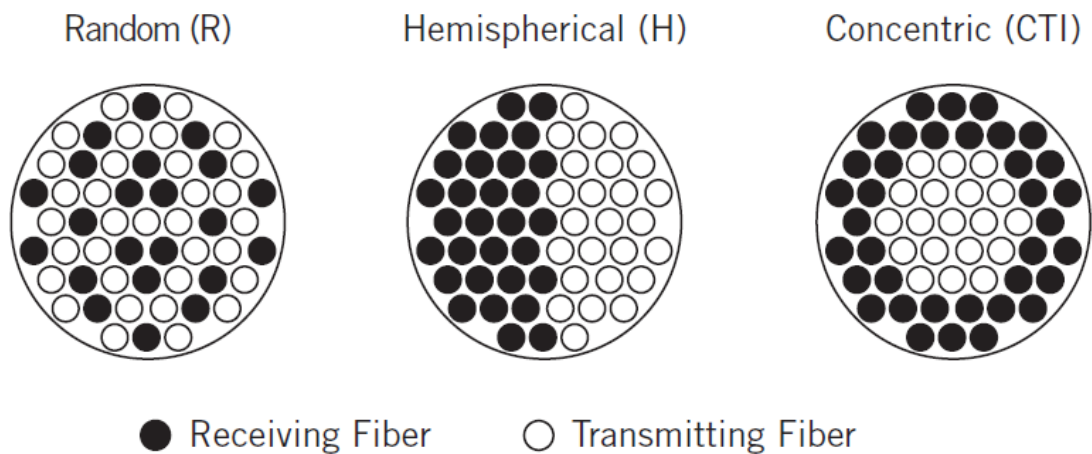


圖 3-33 光纖探頭內部纖維分佈種類

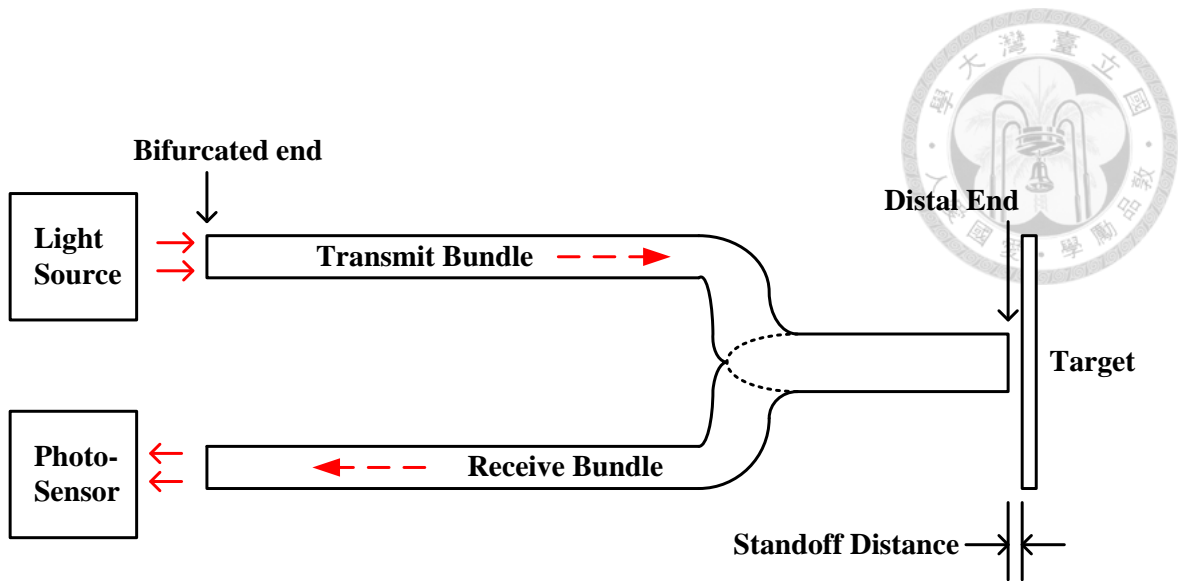


圖 3-34 光纖位移計之探頭工作原理示意圖

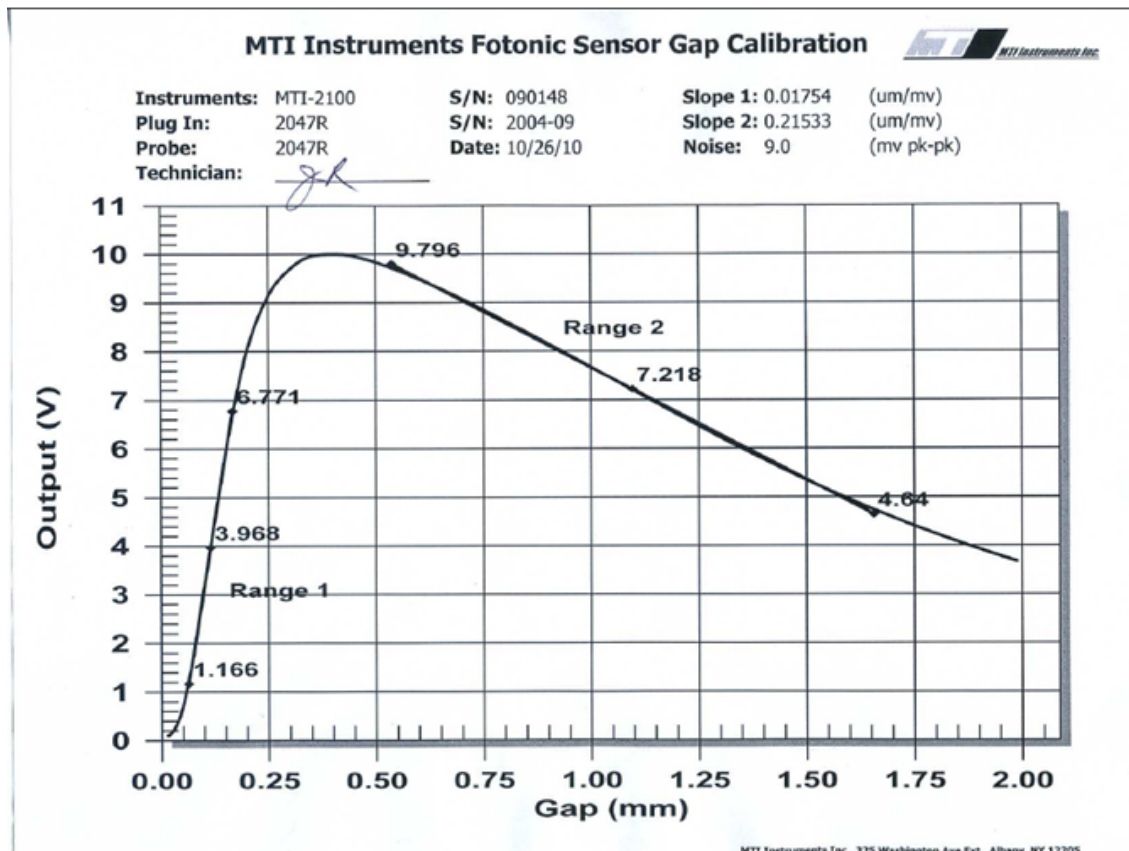


圖 3-35 光纖位移計之位移與電壓校正曲線



圖 3-36 TAS-200 系列紅外線熱像儀

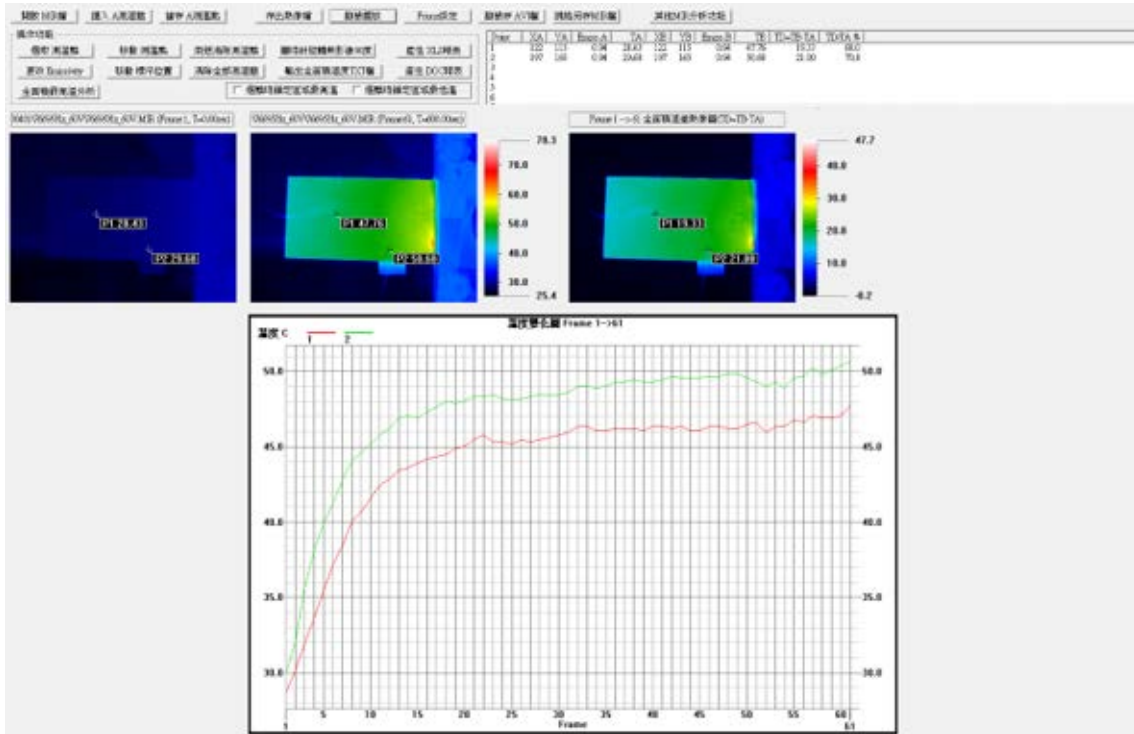


圖 3-37 景興紅外線熱像儀分析軟體介面（拍攝壓電陶瓷雙晶片溫升）





圖 3-38 超音波探傷儀實體圖



圖 3-39 超音波探頭橫波（左）與縱波（右）



## 第四章 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之

### 動態特性與溫度量測



本章首先對壓電陶瓷雙晶片進行介紹，說明並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 之間的區別，接著使用數值分析計算其餘單邊固定邊界條件下的共振頻率，同時使用阻抗分析儀量測 PBP 與 SBP 之面內阻抗，得到有面內參與的共振頻率，接著使用光纖光柵量測 PBP 與 SBP 受到鋼珠落擊與輸入電壓進行掃頻的共振頻率，最後先使用光纖光柵的能量調變法量測 SBP 受到高頻激振的動態訊號，再對 SBP 受到高頻激振產生溫度上升的現象使用光纖光柵、熱電偶以及紅外線熱像儀進行量測。

#### 4.1 壓電陶瓷雙晶片介紹與理論

本章所使用的壓電陶瓷雙晶片與過去本實驗室所使用的相同(曾國舜, 2012)，是由 Piezo System Inc. 公司所出產，上下兩層的壓電陶瓷平板為 PSI-5A4E 的鈦鉛酸鉛 (PZT) 壓電陶瓷，材料參數如表 4-1 所列，而中間的結構強化層的部分，由於廠商並未提供確切的材料常數資訊，僅知其為銅或鋼，因此這邊參考 Hibbeler R. C. 的著作[18]，採用型號為 C86100 的銅做為中間金屬層並進行分析，材料常數如表 4-2 所列。

壓電陶瓷雙晶片可以根據上下層壓電陶瓷的極化方向不同，分成極化方向相同的並聯型壓電雙晶片以及極化方向相反的串聯型壓電雙晶片。Piezo System Inc. 公司所生產的矩形商用並聯型與串聯型壓電雙晶片之型號分別為 Q220-A4-503YB 與 Q220-A4-503XE。本研究使用的壓電陶瓷雙晶片幾何尺寸分別為長度 57.3 mm，寬度 31.8mm，上下壓電層的厚度皆為 0.196 mm，中間金屬層的厚度為 0.128 mm，試片的總厚度為 0.128 mm。壓電雙晶片因為中間有金屬層做為強化結構層，因此

其結構相較於單層壓電陶瓷平板強韌許多，也不會那麼硬脆易且碎，而在上下表層的壓電陶瓷材料的表面接佈滿全面電極可供電壓輸入，中間的結構層亦可導通電流供電壓輸入，而壓電雙晶片又可依據上下壓電層的電極連接型式分為並聯電極連接形式與串聯電極連接形式。本研究採用的是並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式與並聯型壓電雙晶片以串聯電極連接型式，為求精簡便利，本文分別將其稱為 PBP、SBP，第一個字母取並聯型(Parallel-type)或串聯型(Series-type)之意，第二個字母為雙晶片(Bimorph)之意，最後一個字母取並聯電極連接(Parallel connection)或串聯電極連接(Series connection)之意。試片之詳細尺寸、極化方向與電極連接型式如圖 4-1、圖 4-2 所示，其中紅色箭頭為極化方向 (polarization direction)，左邊的電路為並聯電極連接電路。

以下所介紹的壓電相關理論可以說明壓電雙晶片造成面外大變形的原因，若採用 *d-form* 型式的壓電本構方程式於並聯型壓電雙晶片，使用下列兩組方程式：

$$\begin{cases} S_{ij}^{(u,p)} = s_{ijkl}^E T_{kl}^{(u,p)} + d_{kij} E_k^{(u,p)} \\ D_i^{(u,p)} = d_{ijk} T_{jk}^{(u,p)} + \varepsilon_{ij}^T T_{kl}^{(u,p)} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} S_{ij}^{(l,p)} = s_{ijkl}^E T_{kl}^{(l,p)} + d_{kij} E_k^{(l,p)} \\ D_i^{(l,p)} = d_{ijk} T_{jk}^{(l,p)} + \varepsilon_{ij}^T T_{kl}^{(l,p)} \end{cases} \quad (4.2)$$

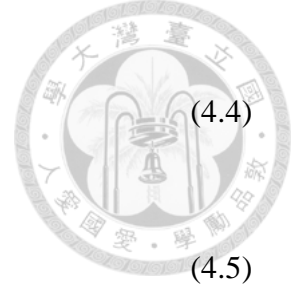
以圖 4-1 的坐標系而言，若是忽略應力項只考慮  $x_3$  (W) 方向電場與  $x_1$  (U) 與  $x_2$  (V) 方向應變的關係，可得：

$$\begin{aligned} S_1^{(u,p)} &= d_{31} E_3^{(u,p)} & S_1^{(l,p)} &= d_{31} E_3^{(l,p)} \\ S_2^{(u,p)} &= d_{31} E_2^{(u,p)} & S_2^{(l,p)} &= d_{31} E_2^{(l,p)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

當並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接 (PBP) 時，上下層壓電陶瓷受到相反相位的電壓輸入，電場相反的狀況會使得上下層壓電陶瓷在面內方向的運動為一伸一縮，造成面外方向產生很大的彎曲變形。

同理，串聯型壓電雙晶片的 *d-form* 壓電本構方程式可以寫成下列兩式：





$$\begin{cases} S_{ij}^{(u,s)} = s_{ijkl}^E T_{kl}^{(u,s)} - d_{kij} E_k^{(u,s)} \\ D_i^{(u,s)} = -d_{ijk} T_{jk}^{(u,s)} + \varepsilon_{ij}^T T_{kl}^{(u,s)} \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\begin{cases} S_{ij}^{(l,s)} = s_{ijkl}^E T_{kl}^{(l,s)} - d_{kij} E_k^{(l,s)} \\ D_i^{(l,s)} = -d_{ijk} T_{jk}^{(l,s)} + \varepsilon_{ij}^T T_{kl}^{(l,s)} \end{cases} \quad (4.5)$$

串聯型壓電雙晶片與並聯型壓電雙晶片不同的地方在於其上下層壓電陶瓷極化方向相反，因此上層的壓電陶瓷的壓電常數項  $d_{kij}$  會相差一個負號，若是忽略應力項只考慮  $x_3$  (W) 方向電場與  $x_1$  (U) 與  $x_2$  (V) 方向應變的關係，可得：

$$\begin{aligned} S_1^{(u,s)} &= -d_{31} E_3^{(u,s)} & S_1^{(l,s)} &= d_{31} E_3^{(l,s)} \\ S_2^{(u,s)} &= -d_{31} E_2^{(u,s)} & S_2^{(l,s)} &= d_{31} E_2^{(l,s)} \end{aligned} \quad (4.6)$$

串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接 (SBP) 時，由壓電常數  $d_{31}$  主導的面內的上下層伸縮會互相抵銷，而面外運動是以  $d_{33}$  主導，並不會有類似於 PBP 由面內相反方向的形變造成面外大形變。

以下將並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 稱為正常模式，意為正常使用壓電雙晶片狀況下的模式；串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接 (SBP) 則稱為錯接模式，其中壓電雙晶片在正常模式下面外模態僅可出現全對稱的模態振型，而錯接模式可激發出反對稱模態，同時正常模式下的激振電壓遠小於錯接模式下的激振電壓。

## 4.2 壓電陶瓷雙晶片於單邊固定邊界之實驗方法與數值分析

本章的研究主要為延續本實驗室曾國舜的研究內容[15]，將布拉格光纖光柵貼附於單邊固定的邊界條件下的壓電陶瓷雙晶片，分別對並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 進行實驗量測與數值分析模擬比較，圖 4-3、圖 4-4 為 PBP 以及 SBP 之實體圖，試片表



面噴上黑漆是為了提高試片表面的放射率，減少對環境溫度的反射，增加量測的準確度。

#### 4.2.1 實驗方法

使用環氧樹脂配合夾具緊密的夾持試片的短邊來模擬單邊固定的狀況，用阻抗分析儀量測壓電陶瓷雙晶片的阻抗特性，阻抗分析儀量得的共振頻率對應的是面內的共振頻率，加上以鋼珠落擊來激發共振頻率，並利用光纖位移計、光纖光柵感測器以及壓電陶瓷雙晶片受到撞擊輸出的電壓來量測共振頻率，再以函數產生器輸入電壓來激振試片，並使用高速波長解調器 (High Speed I-MON) 擷取光纖光柵感測器量測不同頻率掃頻所得到的應變最大值，以獲得利用光纖光柵感測器量測的共振頻率，最後使用函數產生器將高頻訊號輸入壓電陶瓷雙晶片，使用能量調變法量測高頻訊號，驗證其量測高頻訊號的能力，接著再用波長解調器 I-MON、熱電偶以及熱像儀來量測壓電陶瓷雙晶片因高頻振動所產生的溫度變化。

#### 4.2.2 數值分析

壓電陶瓷雙晶片的有限元素數值計算使用的是 ABAQUS V.6.14 商用套裝軟體進行分析，壓電陶瓷材料之材料常數由 Piezo System Inc. 公司所提供，如表 4-1 所示，中間的銅金屬結構層的材料常數如表 4-2 所示，將材料常數都輸入 ABAQUS 後再指定壓電材料的極化方向，其中並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 的極化方向為相同方向；串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 的極化方向為相反方向。上下層壓電陶瓷材料與中間的銅金屬層皆分布 14720 個元素單元，總共 44160 個元素單元，其中壓電陶瓷材料選用三維壓電壓電耦合元素 (C3D20RE)，銅金屬層則選用三維應力元素 (C3D20R)，壓電陶瓷與中間的銅金屬層連接條件選擇緊密連結 (Tie)，邊界條件選擇單邊 (短邊) 固定，電位面的選擇如圖 4-5 所示，並聯電極連接型式的設定為上層壓電陶瓷材料的上下電極面 (A、B) 與下層壓電陶瓷材料的上下電極面 (D、E)，以及中間金屬層 (C) 為導電區



域，最後進行自然頻率及共振模態的計算。由數值分析的結果可以得到不同共振頻率下的共振模態以及正規化位移量，再將這些結果與實驗結果作分析與比較。

### 4.3 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之動態量測

本節將先使用阻抗分析儀來對並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 的面內共振頻率進行量測，接著將針對壓電陶瓷雙晶片經由鋼珠落擊所產生的時域訊號進行量測，再使用快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform, FFT) 至頻率域的結果進行分析。訊號量測的方面分別有使用光纖光柵量測長邊與短邊兩個方向的應變、使用光纖位移計量測壓電陶瓷雙晶片的位移以及使用示波器量測壓電陶瓷雙晶片受振動產生正壓電效應輸出的電訊號，其中光纖光柵的訊號是由高速波長解調器來進行擷取，取樣頻率為  $33711\text{Hz}$ ，最高解析頻率為  $16855\text{Hz}$ ，而光纖位移計以及電訊號的輸出則是由示波器來進行擷取，取樣頻率為  $100000\text{Hz}$ 。本次實驗為了驗證光纖光柵對於此次動態訊號量測的重複性以及穩定性，會重複撞擊三次以進行重複性測試，撞擊位置會選擇撞擊試片的邊界，避免二次撞擊影響實驗結果。

#### 4.3.1 阻抗分析儀

首先對並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 用阻抗分析儀量測其面內共振頻率，用以跟之後鋼珠落擊的實驗結果做比較，分別對低頻  $100\text{Hz}$  到  $10\text{kHz}$  以及高頻  $10\text{kHz}$  到  $100\text{kHz}$  做量測，曲線下方的藍字為共振頻率，上方的黑字為反共振頻率，橫軸為頻率，縱軸為阻抗值。圖 4-6 為 PBP 低頻的量測結果，圖 4-7 為 PBP 高頻的量測結果，圖 4-8 為 SBP 低頻的量測結果，圖 4-9 為 SBP 高頻的量測結果，藍色的數字為共振頻，黑色的數字為反共振頻。可以看到由於並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型

式 (PBP) 是以面外運動為主，而且是呈現三維動態耦合的運動方式，因此在低頻時有 12 個共振頻；而串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 並不會呈現三維動態耦合的運動方式，主要呈現的是面內運動，與單層壓電陶瓷平板較為相似，因此在低頻時是沒有共振頻的，在高頻時並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 則都可以看到共振頻率的出現。

### 4.3.2 實驗架設

本節的實驗架設如圖 4-10 所示，使用的壓電陶瓷雙晶片為 PBP 與 SBP，其中 PBP 上黏貼有一條光纖光柵在  $x_1$  (U) 方向對應到 1565 nm，而 SBP 上則貼有兩條光纖光柵，在  $x_1$  (U) 與  $x_2$  (V) 方向分別對應到 FBG 1 (1565 nm) 以及 FBG 2 (1530 nm)，在光纖位移計要量測的位置會貼上反光膠帶以增加反射的能力，如圖 4-11 所示，圖 4-12 與圖 4-13 分別為 PBP、SBP 的示意圖，紅色點為鋼珠落擊的撞擊點，綠色點為光纖位移計量測位置，藍色線段則是光纖光柵黏貼位置，PBP 上黏貼一條 1565 nm 的光纖光柵，SBP 上黏貼 1565 nm 以及 1530 nm 的光纖光柵，光纖光柵會量測壓電陶瓷雙晶片上面內應變，光纖位移計會量測壓電陶瓷雙晶片面外方向的位移量值，而鋼珠落擊位置則會選擇邊界位置避免二次撞擊。

在訊號擷取方面，兩個光纖光柵的反射光訊號會先經過光耦合器進行整合，再輸出至高速波長解調器接收訊號，其中高速波長解調器的取樣頻率設定為 33711 Hz，最高可解析到 16855 Hz，對於 10000 Hz 之前的暫態訊號來說是足夠的，而光纖位移計和壓電陶瓷雙晶片正壓電效應輸出的電壓的取樣頻率則是 1000000 Hz。本節的實驗會量測一秒的時域訊號，經過快速傅立葉轉換後得到的頻率域訊號之頻率解析度為 1 Hz。

### 4.3.3 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP)

由於本實驗影響光纖光柵共振波長的只有應變變化，並不受溫度影響，因此



可以把共振波長飄移理論簡化成下式：

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = K_\varepsilon \varepsilon \quad (4.7)$$

由上式可知，通過光纖光柵的波長飄移量  $\Delta\lambda$ 、初始波長  $\lambda_0$  和應變係數  $K_\varepsilon$  便可計算出光柵段的應變值，得到應變與時間的關係。

並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 的壓電陶瓷雙晶片上的光纖光柵會因為鋼珠落擊而得到暫態的應變時域訊號，經由高速波長解調器可以擷取此暫態時域訊號，同時光纖位移計也會得到暫態的位移訊號，加上正壓電效應所得到的暫態時域訊號，兩者由示波器擷取，之後將這些暫態訊號進行分析。

首先對實驗的重複性進行分析，圖 4-14 與圖 4-15 為光纖光柵所量測到長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 的應變暫態訊號，圖 4-16 與圖 4-17 為光纖位移計所量測到長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 的位移暫態訊號，圖 4-18 與圖 4-19 為正壓電效應所產生的長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 暫態訊號，三次撞擊訊號分別是藍色曲線、綠色曲線以及紅色曲線，橫軸為時間，縱軸則分別為應變、位移以及電壓，三種量測方法的訊號在三次的撞擊中不論是長時間 (200ms) 還是短時間 (20ms) 其波形與趨勢的對應性相當高，具有良好的重複性。接著由快速傅立葉轉換 (FFT) 成頻率域的結果，得到三種量測方法下的各個共振頻率，這裡選用第一次的撞擊結果進行分析，圖 4-20 為頻率範圍 0 到 2000Hz 的結果，圖 4-21 為頻率範圍 2000 到 8000Hz 的結果，其中橫軸為頻率，縱軸為正規化響應。由圖可看出三種量測方式所量測出來的共振頻率皆十分接近，其中紅色的數字為扭轉模態的共振頻率，只在光纖光柵與光纖位移計的 FFT 結果之中出現，其原因是因為在正常模式下，壓電陶瓷雙晶片的扭轉模態的共振頻率並不會被激發，因此 PBP 正壓電效應所量測到的共振頻率並不會有扭轉模態的共振頻率，而光纖光柵和光纖位移計量測的是整體結構的共振頻率，因此可以量測到扭轉模態的共振頻



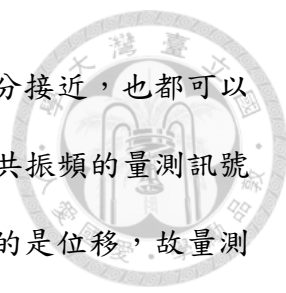
率。

表 4-3 為光纖光柵、光纖位移計、PBP 正壓電效應、阻抗分析儀與 FEM 之共振頻率比較表，從表上可以看出阻抗分析儀和 PBP 正壓電效應都是量測不到扭轉模態的共振頻率，而雖然阻抗分析儀、光纖光柵以及光纖位移計的第 1、6、8 模態的共振頻率與模擬的相差較大，但彼此之間相差不大，推測可能是 PBP 實際邊界條件與模擬的情況有些出入，其中第 6 模態的共振頻率因為變得與第 7 模態的共振頻率太接近，因此光纖光柵以及光纖位移計無法量測到這個扭轉模態，而其餘的共振頻率與模擬的都相差在 2% 之內。

#### 4.3.4 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP)

接著是串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 的鋼珠落擊實驗，與 PBP 不同的是，SBP 為錯接模式，其扭轉模態是可以被激發的，而光纖光柵所黏貼的數量也不同，SBP 上在  $x_1$  (U) 與  $x_2$  (V) 方向分別黏貼 FBG 1 (1565 nm) 以及 FBG 2 (1530 nm)，可以量測不同方向的應變變化。

首先對實驗的重複性進行分析，圖 4-22 與圖 4-23 為 FBG 1 所量測到長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 的應變暫態訊號，圖 4-24 與圖 4-25 為 FBG 2 所量測到長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 的應變暫態訊號，圖 4-26 與圖 4-27 為光纖位移計所量測到長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 的位移暫態訊號，圖 4-28 與圖 4-29 為正壓電效應所產生的長時間 (200ms) 與短時間 (20ms) 暫態訊號，三次撞擊訊號分別是藍色曲線、綠色曲線以及紅色曲線，橫軸為時間，縱軸則分別為應變、應變、位移以及電壓，四個量測的訊號在三次的撞擊中不論是長時間 (200ms) 還是短時間 (20ms) 其波形與趨勢的對應性相當高，具有良好的重複性。接著由快速傅立葉轉換 (FFT) 成頻率域的結果，得到四個量測方法下的各個共振頻率，這裡選用第三次的撞擊結果進行分析，圖 4-30 為頻率範圍 0 到 2000Hz 的結果，圖 4-31 為頻率範圍 2000 到 8000Hz 的結果，其中橫軸為頻率，縱軸為正規



化響應。由圖可看出四個量測方式所量測出來的共振頻率皆十分接近，也都可以量測到扭轉模態的共振頻率，只不過 FBG 1 和 FBG 2 對於第二共振頻的量測訊號相較光纖位移計以及正壓電效應較差，而由於光纖位移計量測的是位移，故量測不到較高頻的頻率。

表 4-4 為 FBG 1、FBG 2、光纖位移計、PBP 正壓電效應與 FEM 之共振頻率比較表，此處與上一節之 PBP 的共振頻率比較表不同，並未將阻抗分析儀之結果加入比較，這是因為阻抗分析儀量測的是面內的共振頻率，而 SBP 沒有像 PBP 有三維動態耦合的運動方式，因此在低頻時是沒有量測到共振頻率的，因此在這邊不列入比較。從表上可以看出四個量測方式量測到的共振頻率在第 1、3、10 模態的共振頻與 FEM 有較大的誤差，但彼此之間十分相近，而其餘都在 3% 之內，說明實驗所量測到的結果有很好的的一致性。

#### 4.3.5 本節小結

本節使用了三種方法來對 PBP 與 SBP 進行共振頻率的量測，分別是光纖光柵、光纖位移計以及正壓電效應，先對其受到鋼珠落擊所量測的訊號進行重複性分析，再進行快速傅立葉轉換並將這些結果與 FEM 和阻抗分析儀進行比較，其中由於 PBP 是正常模式，因此正壓電效應所量測到的共振頻率會缺少扭轉模態的共振頻率，而其第 6 模態的共振頻率推測因為結構問題共振頻率上升到與第 7 模態的共振頻率太接近，導致第 7 模態量測不到，但其餘量測的共振頻率都有不錯的一致性；而 SBP 為錯接模式，因此可以量測到扭轉模態，同時四個量測的結果都有很好的一致性，彼此間的共振頻率都很相近。



## 4.4 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之共振頻率掃頻量測

本節將用函數產生器分別對 PBP 與 SBP 輸入 50 伏特電壓來激振試片，進行 1Hz 到 10000Hz 的掃頻，並利用光纖光柵感測器對應變訊號進行擷取，得到兩種試片的共振頻率，再與數值分析與阻抗分析儀的結果進行比較。


### 4.4.1 實驗架設

本節實驗使用函數產生器輸出隨時間增加頻率的正弦波，連接到訊號放大器將電壓增大，以激振壓電陶瓷雙晶片，使其產生振動，由於光纖光柵感測器可以量測到微量的應變變化，透過高速波長解調器將這些訊號擷取便可得到應變隨時間的變化，再將這些訊號進行分析，便可得到壓電陶瓷雙晶片共振頻率的掃頻結果。圖 4-32 為光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之黏貼位置，分別在長邊以及短邊各黏貼一條光纖光柵，FBG 1 與 FBG 2 分別對應到 1565 nm 以及 1530 nm，可以分析  $x_1(U)$  與  $x_2(V)$  方向的應變。兩條光纖光柵的反射光譜會先經過光耦合器(connector)的整合再輸出至高速波長解調器中，達到多點同時量測的目的，其中高速波長解調器的取樣頻率設定為 33711Hz，實驗架設示意圖如圖 4-33 所示。

### 4.4.2 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP)

在使用光纖光柵進行掃頻時，需要先由訊號產生器輸入掃頻的訊號進入訊號放大器，再輸入 PBP，其中輸入電壓為 50 伏特，每次掃頻的時間為 20 秒，每次掃 1000Hz，依序從 1-1000Hz 掃到 9001-10000Hz。圖 4-34 至圖 4-53 為 FBG 1(1565 nm) 以及 FBG 2 (1530nm) 對 PBP 掃頻的應變對時間圖，訊號產生器輸入的頻率會隨著時間改變，可以看到光纖光柵所量測到的應變會隨著頻率的改變而有所增減，應變較大處便是共振頻所發生的時間，再將時間轉換成頻率並取量測到的應變之最大值來當結果，可以得到每 1000Hz 的掃頻結果，圖 4-54 與圖 4-55 為 PBP 在 1001Hz 到 2000Hz 的掃頻結果，其中橫軸為頻率，縱軸為應變，從圖中可以很





清楚的看到應變最大值發生的頻率，而其餘的頻率也是用同樣方法來得到掃頻結果，最後將全部的頻率合在一起，便可得到利用光纖光柵對 PBP 掃頻的結果。圖 4-56 為 FBG 1 (1565 nm) 對 PBP 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖，從圖中可以看出在輸入 50 伏特時，應變最大發生在 74Hz 處，接著是 1263Hz 以及 2618Hz，其中因為電壓輸入較大，因此有些扭轉模態的共振頻率有顯現出來，這邊以紅色數字表示；圖 4-57 為 FBG 2 (1530 nm) 對 PBP 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖，從圖中可以看出由於量測的方向不同，最大的應變量值約為 FBG 1 所量測到的 1/3，發生在 450Hz 與 1888Hz，而 FBG 2 同樣有量測到因輸入電壓太大而顯現的扭轉模態，同樣以紅色數字表示。

表 4-5 為 PBP 掃頻結果、阻抗分析儀與 FEM 共振頻率比較表，從表中可以看出雖然 FBG 1 以及 FBG 2 掃頻所量測到的共振頻率與 FEM 和阻抗分析儀的結果在多數共振頻率有些差距，但兩者彼此的共振頻率是很接近的。

#### 4.4.3 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP)

以相同的條件對 SBP 進行掃頻，由訊號產生器輸入掃頻的訊號進入訊號放大器，再輸入 PBP，其中輸入電壓為 50 伏特，每次掃頻的時間為 20 秒，每次掃 1000Hz，依序從 1-1000Hz 掃到 9001-10000Hz。圖 4-58 至圖 4-77 FBG 1(1565 nm) 以及 FBG 2 (1530nm) 對 SBP 掃頻的應變對時間圖，再將時間轉換成頻率並將全部的頻率合在一起，便可得到利用光纖光柵對 SBP 掃頻的結果。圖 4-78 為 FBG 1 (1565 nm) 對 SBP 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖，從圖中可以看出雖然輸入電壓為 50 伏特時，最大的應變只有 PBP 的 1/8，在 1931Hz 處，但各個共振頻率還是很明顯的，而圖 4-79 為 FBG 1 (1565 nm) 對 SBP 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖，從圖中可以看出最大的應變量值更小了，只有 FBG 1 的一半，同樣在 1928Hz 處，但還是可以看到各個共振頻率。

表 4-6 為 PBP 掃頻結果與 FEM 共振頻率比較表，從表中可以看到除了第 1 共



振頻率之外，其他 FBG 1 與 FBG 2 掃頻所量測到共振頻率與 FEM 的共振頻率差距不大，其中第 6 共振頻率與鋼珠落擊時相同，都無法被量測到。

#### 4.4.4 本節小結

本節通過對壓電陶瓷雙晶片輸入掃頻的電壓訊號使用光纖光柵對應變化進行量測，由此可以得到 PBP 與 SBP 的共振頻率，其中由於輸入的電壓較大，因此在對 PBP 的量測中有出現本來不該出現的扭轉模態的共振頻率，而從量測到的應變大小也可確認正常模式的 PBP 所需的激發電壓比錯接模式的 SBP 還要低，故可以將 PBP 的輸入電壓降低以避免扭轉模態的出現。

### 4.5 應用光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片之高頻振動與溫升量測

本節之前的章節主要是針對較低的頻率進行量測，只需要使用到波長解調器或是高速波長解調器就足夠對共振頻率進行量測，而本節將會針對 SBP 大於 10000Hz 的高頻面內振動來進行量測，由於需要量測的頻率高於高速波長解調器所可以解析的範圍，因此需要使用能量調變法 (Power Modulate Method, PMM) 來配合光纖光柵進行量測，能量調變法的取樣頻率是隨著示波器的取樣頻率，因此可以達到 1000000Hz；同時因為高頻率面內振動時，SBP 之溫度會因此而上升，故會使用光纖光柵配合波長解調器、熱電偶以及紅外線熱像儀來對 SBP 之溫度進行量測，並各個共振頻率的溫升轉換係數 C (Rising-temperature coefficient) 以及熱膨脹係數 (coefficient of thermal expansion, CTE) 做比較。

#### 4.5.1 SBP 之高頻面內振動量測

本節將對 SBP 的高頻面內振動進行量測，實驗架設圖如圖 4-80 所示，由波形產生器輸出指定的頻率與電壓進入訊號放大器，再由訊號放大器輸出至 SBP 使其產生高頻的面內振動，訊號量測的部分則是由寬頻光源輸出雷射光至光隔離器，

通過由另一段光纖光柵製作的濾波器後輸入光循環器，雷射光在通過光纖光柵後會反射特徵波長進光電轉換器，最後轉換成電訊號由示波器進行讀取，故取樣頻率可以達到 1000000 Hz，其中輸入的面內共振頻率與電壓值如表 4-7 所示，使用的頻率為阻抗分析儀所量得的面內共振頻率，量測時間為 1 秒，頻率解析度為 1 Hz，光纖光柵黏貼位置與前一節相同，如圖 4-32 所示，由於黏貼的位置較靠近中央，且 SBP 的面內共振模態皆為伸張模態，在 FBG 2 所量測的  $x_2$  (V) 方向中央處都有一條節線，如圖 4-81 所示，故可預期 FBG 2 所量測到的應變會相對較小。

圖 4-82 為 12305 Hz 面內振動的量測結果，從圖中可以看出在激振頻率為 12305Hz 時，FBG 1 所量測到的應變較 FBG 2 所量測到的大，而在進行快速傅立葉轉換成頻率域可以看出除了有 12305Hz 的共振頻率外，也有倍頻的現象發生的；圖 4-83 與圖 4-84 為 35430 Hz 與 47430Hz 面內振動的量測結果，此兩頻率之下的 FBG 1 所量測到的應變較其他頻率之 FBG 1 所量測到的應變小，FBG 1 和 FBG 2 的時域訊號在經過快速傅立葉轉換得到的共振頻率與輸入的頻率相同；圖 4-85 為 53905 Hz 面內振動的量測結果，FBG 2 所量測到的應變明顯較上一個模態小，但在經過快速傅立葉轉換後還是可以發現其共振頻率與輸入頻率相同；圖 4-86 為 64445 Hz 面內振動的量測結果，FBG 2 的應變更小，同時在經過快速傅立葉轉換後在低頻的訊號比較雜亂，但還是可以量測到與輸入頻率相同的共振頻率；圖 4-87 為 76695 Hz 面內振動的量測結果，其 FBG 2 的訊號又更小了一點，經過快速傅立葉轉換後低頻的訊號也更加雜亂，但量測到的共振頻率還是與輸入頻率相同。

通過使用能量調變法來量測 SBP 的高頻面內振動，可以量測到使用高速波長解調器量測不到的高頻資訊，其量測到的時域訊號也很清楚，而由於 SBP 的面內模態皆為伸張模態， $x_1$  (U) 方向的應變會比  $x_2$  (V) 方向的要明顯，且 FBG 2 黏貼位置較靠近中間的節線，故 FBG 1 所量測的訊號會比 FBG 2 所量測的更清楚。



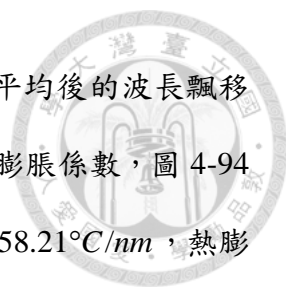
#### 4.5.2 SBP 之高頻面內振動溫升量測

本節將對 SBP 因高頻面內振動產生的溫升進行量測，首先使用加熱圓盤對 SBP 進行加熱，利用光纖光柵以及熱電偶對溫度進行量測，並計算出 SBP 的溫升轉換係數  $C$  以及熱膨脹係數，其中光纖光柵的訊號由波長解調器擷取，取樣頻率設為  $50\text{Hz}$ ，熱電偶的訊號由溫度擷取器擷取，取樣頻率為  $2\text{Hz}$ 。接著使用波形產生器與訊號放大器對 SBP 輸入高頻訊號並使用光纖光柵、熱電偶以及紅外線熱像儀進行溫度的量測，其中輸入的電壓大小為 60 伏特，時間為 600 秒，光纖光柵的取樣頻率為  $50\text{Hz}$ ，熱電偶為  $5\text{Hz}$ ，紅外線熱像儀為  $0.1\text{Hz}$ 。

圖 4-88 為使用加熱圓盤對 SBP 加熱的實體圖，圖 4-89 為光纖光柵與熱電偶黏貼位置，通過使用最小平方法計算出光纖光柵量測之波長飄移量與熱電偶量測之溫度間的溫升轉換係數  $C$ ，再求出熱膨脹係數，圖 4-90 與圖 4-91 為 FBG 1 與 FBG 2 和熱電偶的擬合結果，FBG 1 所量測到  $x_1$  (U) 方向的溫升轉換係數  $C$  為  $60.16^\circ\text{C}/\text{nm}$ ，熱膨脹係數為  $5.2 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^\circ\text{C}$ ，FBG 2 所量測到  $x_2$  (V) 方向的溫升轉換係數  $C$  為  $58.81^\circ\text{C}/\text{nm}$ ，熱膨脹係數為  $5.82 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^\circ\text{C}$ ，在之後會與面內共振頻率激振下的溫升轉換係數與熱膨脹係數做比較。

圖 4-92 為使用光纖光柵、熱電偶和紅外線熱像儀量測 SBP 高頻面內激振溫升之實驗架設圖，光纖光柵及熱電偶黏貼位置與圖 4-89 相同，表 4-8 為輸入的頻率、電壓及實驗時長，因為需要量測的時間有 600 秒，無法使用能量調變法進行量測，因此使用波長解調器來進行量測，取樣頻率設為  $50\text{Hz}$ ，單純量測溫度對波長漂移量的影響。

由於 SBP 是因為振動才產生溫升，因此光纖光柵在量測時一定會量測到振動的訊號，如圖 4-93 之紅色的訊號即是使用  $12305\text{Hz}$  來激振 SBP 時 FBG 1 與 FBG 2 所量測到的波長飄移量，為了可以分析其中受到溫度影響的部分，取其移動平均 (moving average)，為圖中藍色的訊號，可以看到不論是 FBG 1 還是 FBG 2 在



取其移動平均後，波長飄移量並沒有受到振動的影響，將移動平均後的波長飄移量與熱電偶的資訊進行擬合後即可得到其溫升轉換係數  $C$  與熱膨脹係數，圖 4-94 為 FBG 1 與熱電偶的擬合結果，所量測到的溫升轉換係數  $C$  為  $58.21^{\circ}\text{C}/\text{nm}$ ，熱膨脹係數為  $5.65 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^{\circ}\text{C}$ ，圖 4-95 為 FBG 2 與熱電偶的擬合結果，所量測到的溫升轉換係數  $C$  為  $67.90^{\circ}\text{C}/\text{nm}$ ，熱膨脹係數為  $3.96 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^{\circ}\text{C}$ ，從擬合的結果可以看出取移動平均與熱電偶的資訊進行擬合是可行的，因此使用此方法對後續的頻率進行分析。圖 4-96 至圖 4-100 分別為  $35430\text{Hz}$ 、 $47430\text{Hz}$ 、 $53905\text{Hz}$ 、 $64445\text{Hz}$  以及  $76695\text{Hz}$  之 FBG 1 與 FBG 2 量測到的波長飄移量以及移動平均後的波長飄移量，從圖中可以看出移動平均之後的波長飄移量還是可以表現出原本該有的溫度的細節，同時隨著頻率越高，振動所造成的波長飄移量就越少，未更改的波長飄移量與移動平均後的波長飄移量越來越相近。表 4-9 為所有頻率下，FBG 1 與熱電偶擬合出來的熱膨脹係數與溫升轉換係數  $C$ ，表 4-10 為 FBG 2 與熱電偶擬合出來的熱膨脹係數與溫升轉換係數  $C$ ，從表中可以看出大部分共振頻率所量測出來的熱膨脹係數與溫升轉換係數  $C$  都與加熱圓盤加熱所量測出來的熱膨脹係數與溫升轉換係數  $C$ ，尤其是  $64445\text{Hz}$ ，不管是 FBG 1 還是 FBG 2 都十分接近，證明了取移動平均後的波長飄移量是可以對溫度變化進行分析的，若是量測相對計低頻的振動溫升問題則可以使用高速波長解調器同時對振動問題與溫升問題做分析。

### 4.5.3 熱像儀量測結果

根據斯特凡-波茲曼定律 (Stefan-Boltzmann law)，物體的熱輻射量與表面材料及溫度有關，其關係為：

$$E = \varepsilon\sigma T^4 \quad (4.8)$$

其中  $E$  為物體表面單位面積所發出的熱輻射量， $\varepsilon$  為物體表面的放射率 (emissivity)， $\sigma$  為斯特凡-波茲曼常數， $T$  為物體的絕對溫度。因此當物體的溫度超過絕對零度 ( $0\text{K}$ ) 時，便會散發出的熱輻射量，使得熱像儀的紅外線感光元件



能接收其熱輻射之能量，進而計算出溫度值並以熱影像顯示。

除了能吸收所有電磁輻射的理想黑體 ( $\varepsilon=1$ )，一般物體的放射率皆為介於 0~1 間的數值，本次實驗的 SBP 就是為了使放射率固定，所以在其表面噴上了一層黑漆，通過放射率的校正後才可得到準確的溫度量測結果。圖 4-101 為熱像儀放射率的校正流程，首先將熱影像中 SBP 的範圍劃分出來，如圖 4-102，代入不同的放射率初始猜值，得到對應的溫度值，再與熱電偶比較溫度差異，不斷修正放射率的數值，直至溫差小於  $2^{\circ}\text{C}$ ，即完成放射率校正。此處以  $64445\text{ Hz}$  之溫度量測結果為標準，圖 4-103 為光纖光柵與熱電偶於熱影像之位置示意圖，圖 4-104 為熱影像之校正點，分別對應於兩個熱電偶黏貼的位置，經過校正後，將 SBP 的放射率設為 0.94，圖 4-105 與

圖 4-106 分別為熱像儀和 FBG 1 與 FBG 2 之熱電偶之溫度比較圖，溫差都在  $2^{\circ}\text{C}$  之內，說明熱像儀經過校正後的量測結果是正確且可信的。

接著是將光纖光柵、熱電偶以及熱像儀之量測結果進行比較，首先是熱像儀全場的量測，圖 4-107 至圖 4-112 為熱像儀所量測各個共振頻率在第 0 秒、第 300 秒及第 600 秒的等溫線圖，從等溫線圖可以看出在高頻振動下溫度上升的趨勢都是固定端上升較多，而振動的頻率越高溫度上升的越多，從圖 4-113 中也可看出振動頻率越高，溫度也上升越多。而圖 4-114 為三種量測方式對  $12305\text{ Hz}$  激振 SBP 的溫度量測結果，由於溫度上升只有  $4^{\circ}\text{C}$ ，所以熱像儀的溫度與光纖光柵和熱電偶有些差距，大約在  $1\sim 2^{\circ}\text{C}$ ；圖 4-115、圖 4-116 和圖 4-117 為  $35430\text{ Hz}$ 、 $47430\text{ Hz}$  和  $53905\text{ Hz}$  的溫度量測結果，從圖中可以看出熱像儀所量測的溫度較光纖光柵和熱電偶高一些，約在  $1^{\circ}\text{C}$  左右，同時因為 FBG 1 較靠近固定端，因此溫度上升較多，而 FBG 2 較靠近自由端，溫度上升較少；圖 4-118 與圖 4-119 為  $64445\text{ Hz}$ 、和  $76695\text{ Hz}$  的溫度量測結果，此兩頻率熱像儀的量測結果就與光纖光柵和熱電偶較相近，同時 FBG 1 與 FBG 2 所量測到的溫度差異也更加明顯。



#### 4.5.4 本節小結

本節利用能量調變法量測 SBP 受到高頻激振後的動態訊號以及共振頻率，從結果來看使用能量調變法的光纖光柵可以很好的量測到 SBP 受高頻激振所產生的振動訊號以及振動頻率，同時因 SBP 受到高頻激振時溫度會上升，所以使用光纖光柵、熱電偶以及紅外線熱像儀對溫度的上升進行量測，其中光纖光柵以及熱電偶彼此間所量測的溫度變化十分相近，熱膨脹係數與溫升轉換係數  $C$  和靜態時也相差不大，而紅外線熱像儀因其對溫度量測的準確度只有  $1^{\circ}\text{C}$ ，因此在溫度變化較小時與其他兩者較大，但當溫度變化較大時就與其他兩者吻合，具有不錯的一致性。



表 4-1 壓電陶瓷 (PSI-5A4E) 材料常數表

Material Property	PSI-5A4E	
<b>Mechanical</b>		Values
Density ( $kg/m^3$ )	$\rho$	7800
Elastic Modulus ( $N/m^2$ )	$s_{11}^E$	$1.515 \times 10^{-11}$
	$s_{33}^E$	$1.923 \times 10^{-11}$
	$\nu$	0.31
<b>Dielectric</b>		
Relative Dielectric Constants (@1kHz)	$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$	1800
	$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0$	1800
Dielectric Constant in Vacuum ( $F/m$ )	$\epsilon_0$	$8.854 \times 10^{-12}$
<b>Piezoelectric</b>		
Piezoelectric strain coefficients ( $m/volt$ )	$d_{33}$	$3.9 \times 10^{-10}$
	$d_{31}$	$-1.9 \times 10^{-10}$
	$d_{15}$	$\sim 5.5 \times 10^{-10}$
Coupling Coefficients	$k_{33}$	0.72
	$k_{31}$	0.32
	$k_{15}$	$\sim 0.55$

表 4-2 壓電雙晶片中間層銅金屬材料常數

Material Property	Brass (Bronze C86100)	
Density ( $kg/m^3$ )	$\rho$	8830
Young's modulus ( $N/m^2$ )	$Y$	$1.03 \times 10^{11}$
Poisson's ratio	$\nu$	0.34





表 4-3 光纖光柵、光纖位移計、PBP 正壓電效應、阻抗分析儀和 FEM 之比較

Mode	FEM (Hz)	Impedance (Hz)	Error (%)	FBG (Hz)	Error (%)	FS (Hz)	Error (%)	PBP (Hz)	Error (%)
<b>1 (B)</b>	77			81	5.19	81	5.19	81	5.19
<b>2 (T)</b>	296			295	-0.34	295	-0.34		
<b>3 (B)</b>	479	496	3.55	484	1.04	484	1.04	486	1.46
<b>4 (T)</b>	979			977	-0.2	978	-0.1		
<b>5 (B)</b>	1338	1342	0.3	1337	-0.07	1337	-0.07	1331	-0.52
<b>6 (B)</b>	1726	1860	7.76	1924	11.47	1910	10.66	1923	11.41
<b>7 (T)</b>	1928								
<b>8 (B)</b>	2391	2460	2.89	2484	3.89	2480	3.72	2480	3.72
<b>9 (B)</b>	2692	2700	0.3	2701	0.33	2699	0.26	2682	-0.37
<b>10 (T)</b>	3249			3214	-1.08	3199	-1.54		
<b>11 (B)</b>	3532	3608	2.15	3566	0.96	3569	1.05	3586	1.53
<b>12 (B)</b>	4429	4390	-0.88	4352	-1.74	4380	-1.11	4379	-1.13
<b>13 (T)</b>	4521			4668	3.25	4641	2.65		
<b>14 (B)</b>	5016	5054	0.76	4922	-1.87	4979	-0.74	5034	0.36
<b>15 (T)</b>	5223			5317	1.8				

B : Bending Mode T : Torsion Mode

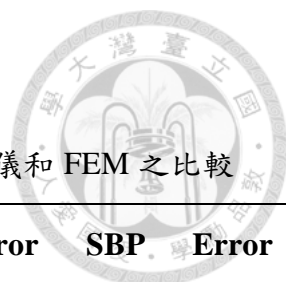


表 4-4 光纖光柵、光纖位移計、SBP 正壓電效應、阻抗分析儀和 FEM 之比較

<b>Mode</b>	<b>FEM</b>	<b>FBG 1</b>	<b>Error</b>	<b>FBG 2</b>	<b>Error</b>	<b>FS</b>	<b>Error</b>	<b>SBP</b>	<b>Error</b>
	<b>(Hz)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>
<b>1 (B)</b>	77	81	5.19	81	5.19	81	5.19	81	5.19
<b>2 (T)</b>	296	298	0.68			298	0.68	298	0.68
<b>3 (B)</b>	479	493	2.92	494	3.13	494	3.13	493	2.92
<b>4 (T)</b>	979	975	-0.41	974	-0.51	974	-0.51	975	-0.41
<b>5 (B)</b>	1338	1351	0.97	1350	0.9			1348	0.75
<b>6 (B)</b>	1726							1708	-1.04
<b>7 (T)</b>	1928	1907	-1.09	1906	-1.14	1899	-1.5	1910	-0.93
<b>8 (B)</b>	2391			2461	2.93			2441	2.09
<b>9 (B)</b>	2692	2661	-1.15	2701	0.33	2691	-0.04	2696	0.15
<b>10 (T)</b>	3249	3127	-3.76			3177	-2.22	3180	-2.12
<b>11 (B)</b>	3532	3469	-1.78	3543	0.31			3587	1.56
<b>12 (B)</b>	4429	4387	-0.95	4388	-0.93			4407	-0.5
<b>13 (T)</b>	4521	4627	2.34	4627	2.34	4640	2.63	4635	2.52
<b>14 (B)</b>	5016	4926	-1.79	4968	-0.96				
<b>15 (T)</b>	5223	5309	1.65						

B : Bending Mode T : Torsion Mode



表 4-5 PBP 掃頻結果、阻抗分析儀與 FEM 共振頻率比較表

<b>Mode</b>	<b>FEM</b>	<b>Impedance</b>	<b>Error</b>	<b>FBG 1</b>	<b>Error</b>	<b>FBG 2</b>	<b>Error</b>
	<b>(Hz)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>
<b>1 (B)</b>	77			74	-3.9	74	-3.9
<b>2 (B)</b>	479	496	0.61	449	-6.26	450	-6.05
<b>3 (B)</b>	1338	1342	0.30	1263	-5.61	1266	-5.38
<b>4 (B)</b>	1726	1860	7.76	1876	8.69	1888	9.39
<b>5 (B)</b>	2391	2460	2.89			2486	3.97
<b>6 (B)</b>	2692	2700	0.30	2618	-2.85	2616	-2.82
<b>7 (B)</b>	3532	3608	2.15	3545	0.37	3543	0.31
<b>8 (B)</b>	4429	4390	-0.88	4284	-3.29	4277	-3.43
<b>9 (B)</b>	5016	5054	0.76	4917	-1.97	4902	-2.27
<b>10 (B)</b>	6608	6532	-1.15	6761	2.32	6798	2.88
<b>11 (B)</b>	8760	8970	3.03	8818	0.66	8839	0.9
<b>12 (B)</b>	9222	9316	1.02				
<b>13 (B)</b>	9454	9688	2.48	9456	-0.02	9645	2.02

B : Bending Mode    T : Torsion Mode



表 4-6 SBP 掃頻結果、阻抗分析儀與 FEM 共振頻率比較表

Mode	FEM	FBG 1	Error	FBG 2	Error	Mode	FEM	FBG 1	Error	FBG 2	Error
	(Hz)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)		(Hz)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)
<b>1 (B)</b>	77	85	10.39	84	9.09	<b>13 (T)</b>	4521	4668	3.25	4690	3.74
<b>2 (T)</b>	296	297	0.34			<b>14 (B)</b>	5016	5031	0.3	5034	0.36
<b>3 (B)</b>	479	494	3.13	496	3.55	<b>15 (T)</b>	5223	5383	3.06	5364	2.7
<b>4 (T)</b>	979	983	0.41	990	1.12	<b>16 (T)</b>	6318	6443	1.98	6464	2.31
<b>5 (B)</b>	1338	1362	1.79	1364	1.94	<b>17(B)</b>	6608	6889	4.25	6905	4.49
<b>6 (B)</b>	1726					<b>18(T)</b>	7199	7166	-0.46	7166	-0.46
<b>7 (T)</b>	1928	1931	0.16	1928	0	<b>19(T)</b>	7901	8035	1.7	8074	2.19
<b>8 (B)</b>	2391			2527	5.69	<b>20(B)</b>	8760				
<b>9 (B)</b>	2692	2748	2.08	2727	1.3	<b>21(T)</b>	9101			9007	-1.03
<b>10 (T)</b>	3249	3259	0.31	3230	-0.58	<b>22(B)</b>	9222	9191	-0.34		
<b>11 (B)</b>	3532	3643	3.14	3621	2.52	<b>23(B)</b>	9454	9649	2.06	9412	-0.44
<b>12 (B)</b>	4429	4480	1.15								

B : Bending Mode T : Torsion Mode



表 4-7 SBP 面內共振頻率與輸入電壓值

<b>Mode</b>	<b>FEM (Hz)</b>	<b>Impedance (Hz)</b>	<b>Voltage (V)</b>
<b>1</b>	13395	12305	40
<b>2</b>	38182	35430	40
<b>3</b>	42244	47430	50
<b>4</b>	51374	53905	60
<b>5</b>	65179	64445	60
<b>6</b>	78397	76695	60

表 4-8 SBP 高頻面內激振溫升實驗設置

<b>Mode</b>	<b>Frequency (Hz)</b>	<b>Voltage (V)</b>	<b>Time (sec)</b>
<b>1</b>	12305	60	600
<b>2</b>	35430	60	600
<b>3</b>	47430	60	600
<b>4</b>	53905	60	600
<b>5</b>	64445	60	600
<b>6</b>	76695	60	600

表 4-9 SBP 高頻激振 FBG 1 量測之熱膨脹係數與溫升轉換係數 C

<b>Frequency</b> <b>(Hz)</b>	<b>Coefficient of</b> <b>Thermal Expansion</b> <b>(<math>\mu\varepsilon/^\circ C</math>)</b>	<b>Rising-Temperature</b> <b>Coefficient</b> <b>(<math>^\circ C/nm</math>)</b>
<b>0</b>	5.2	60.16
<b>12305</b>	5.65	58.21
<b>35430</b>	5.52	58.75
<b>47430</b>	3.79	67.32
<b>53905</b>	6.15	56.17
<b>64445</b>	5.42	59.17
<b>76695</b>	6.11	56.29

表 4-10 SBP 高頻激振 FBG 2 量測之熱膨脹係數與溫升轉換係數 C

<b>Frequency</b> <b>(Hz)</b>	<b>Coefficient of</b> <b>Thermal Expansion</b> <b>(<math>\mu\varepsilon/^\circ C</math>)</b>	<b>Rising-Temperature</b> <b>Coefficient</b> <b>(<math>^\circ C/nm</math>)</b>
<b>0</b>	5.82	58.81
<b>12305</b>	3.96	67.90
<b>35430</b>	5.27	61.24
<b>47430</b>	4.58	64.54
<b>53905</b>	6.91	54.53
<b>64445</b>	5.67	59.45
<b>76695</b>	5.93	58.34

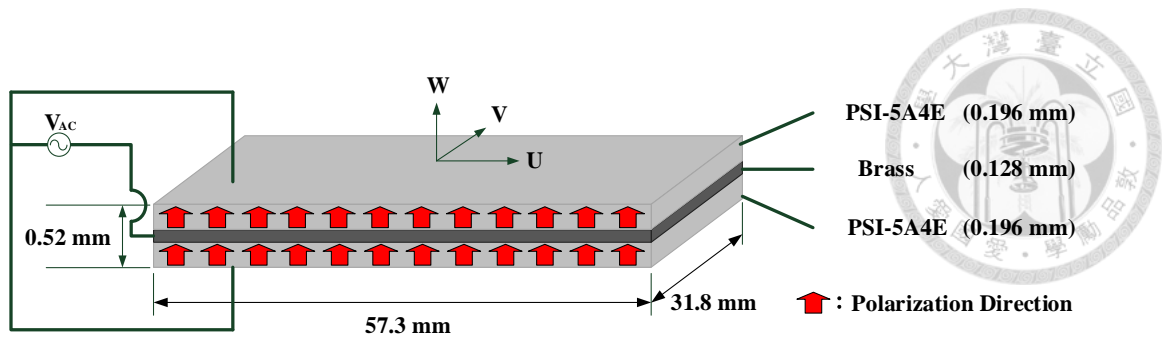


圖 4-1 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP)

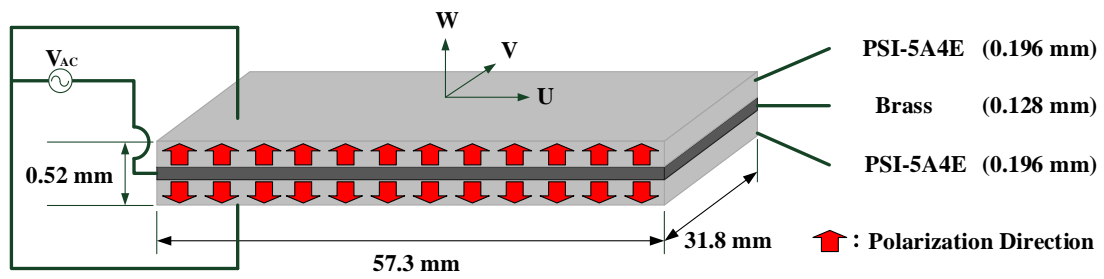


圖 4-2 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP)

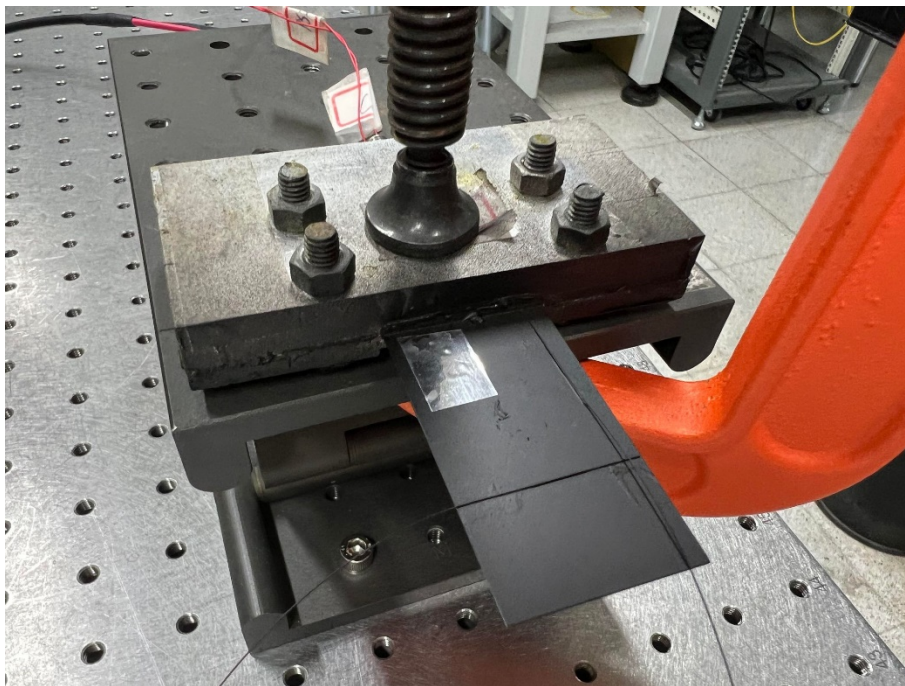


圖 4-3 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 實體圖

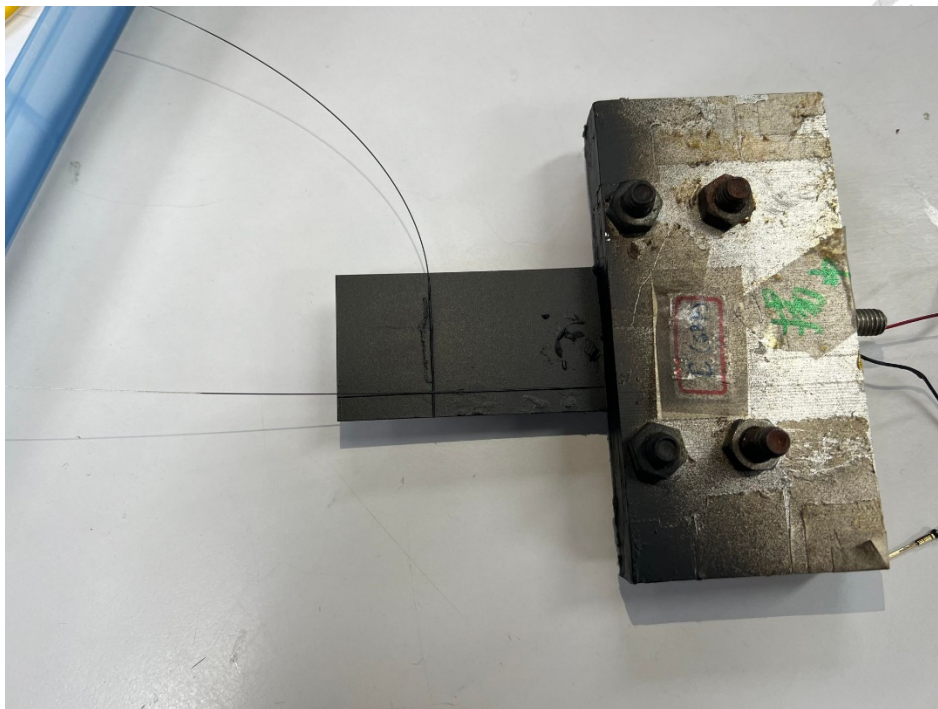


圖 4-4 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 實體圖

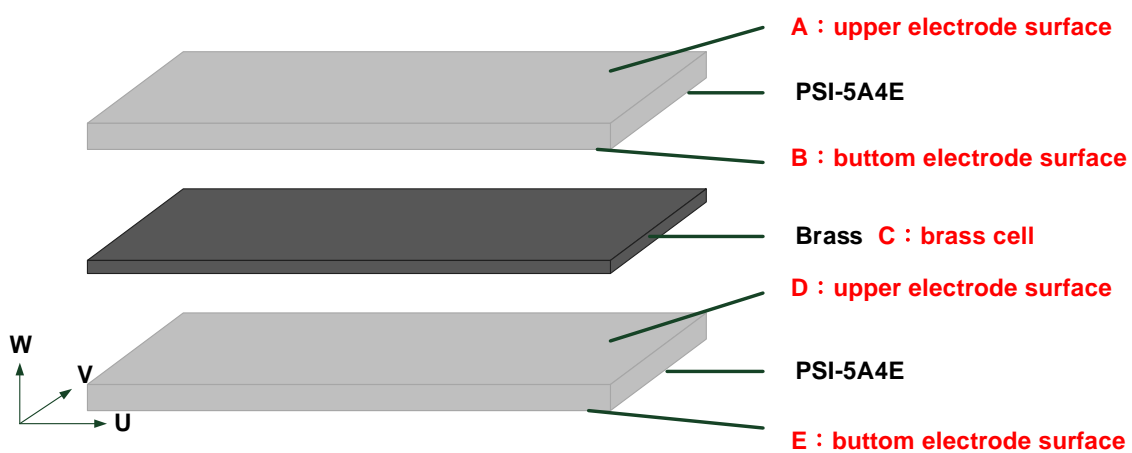


圖 4-5 壓電陶瓷雙晶片分層圖



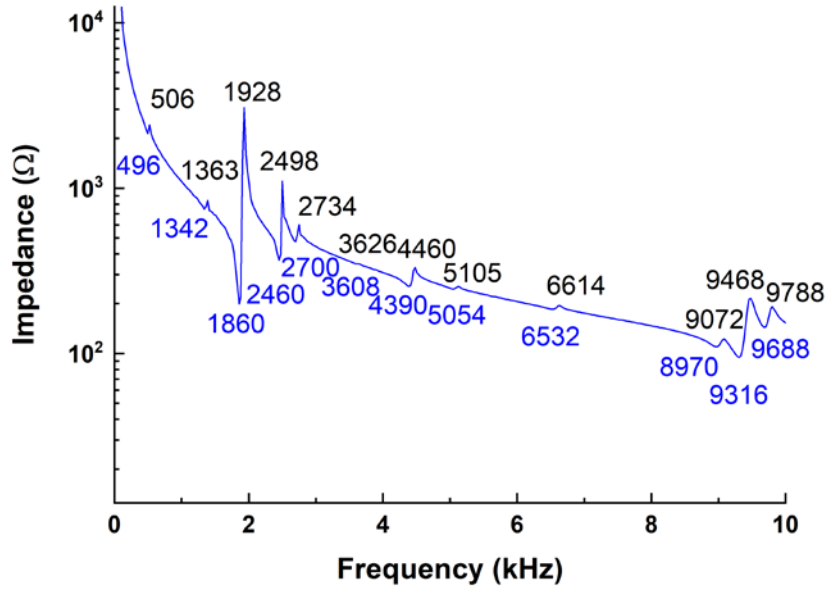


圖 4-6 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果 (100Hz-10kHz)

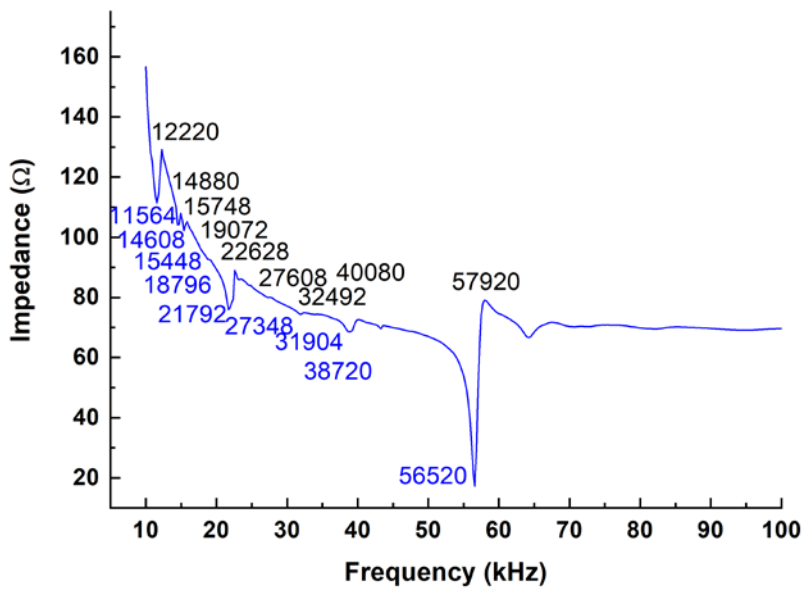


圖 4-7 並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果 (10-100kHz)

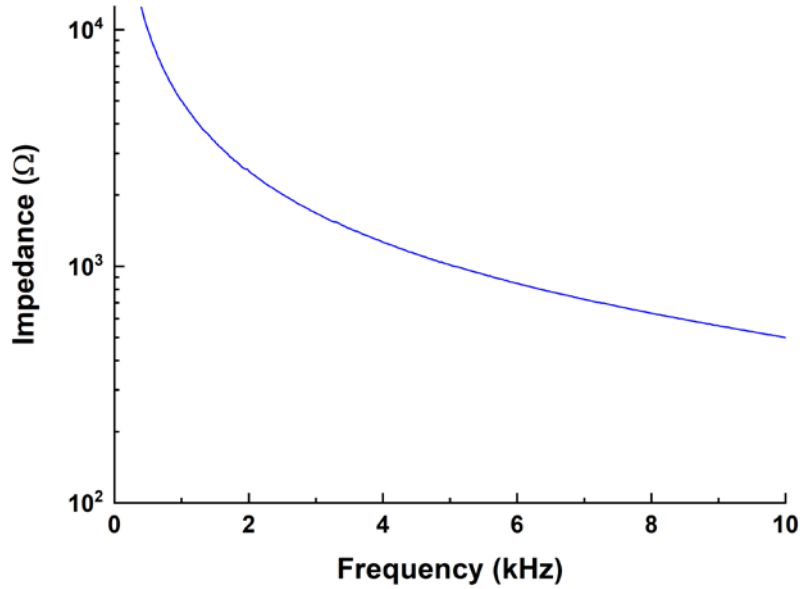


圖 4-8 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果 (100Hz-10kHz)

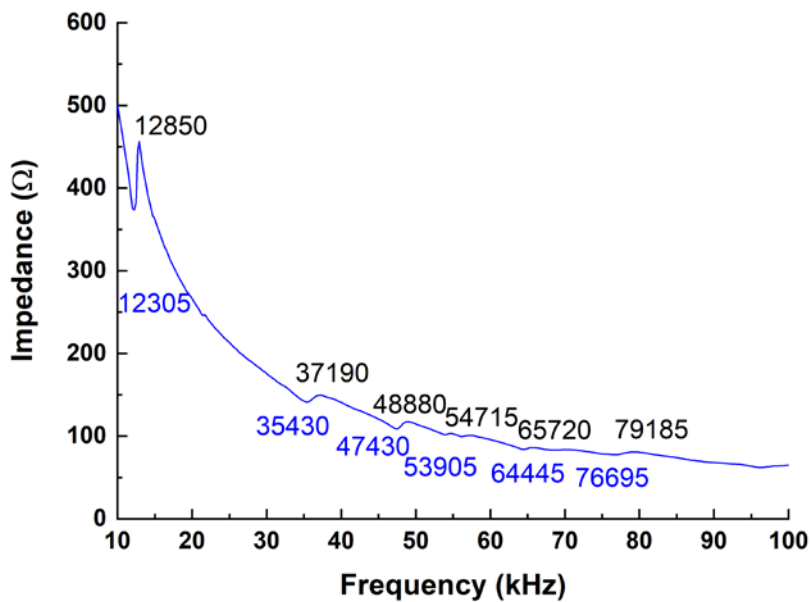


圖 4-9 串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式之阻抗分析實驗結果 (10-100kHz)

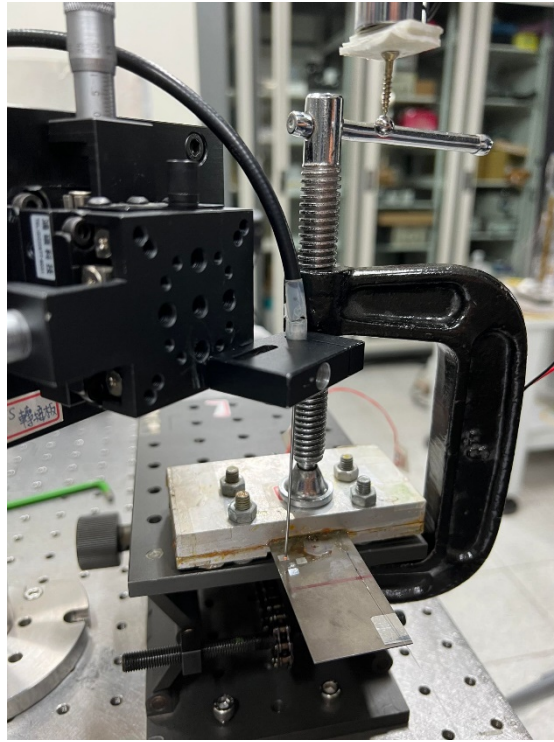


圖 4-10 鋼珠落擊實驗實體圖

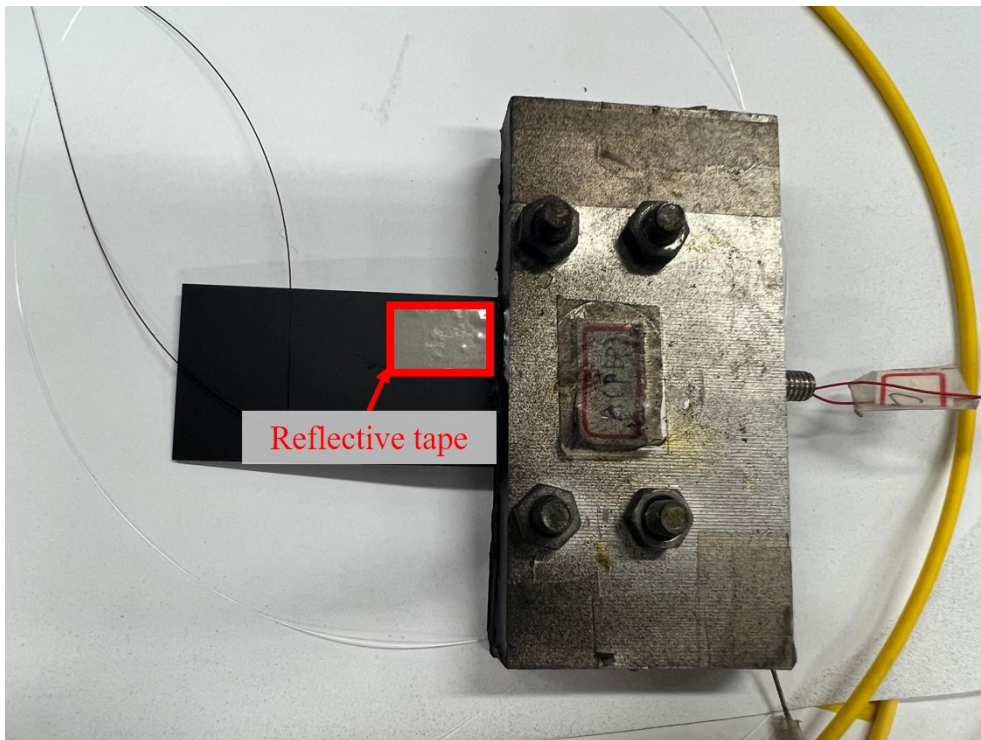


圖 4-11 壓電陶瓷雙晶片反光膠帶黏貼示意圖

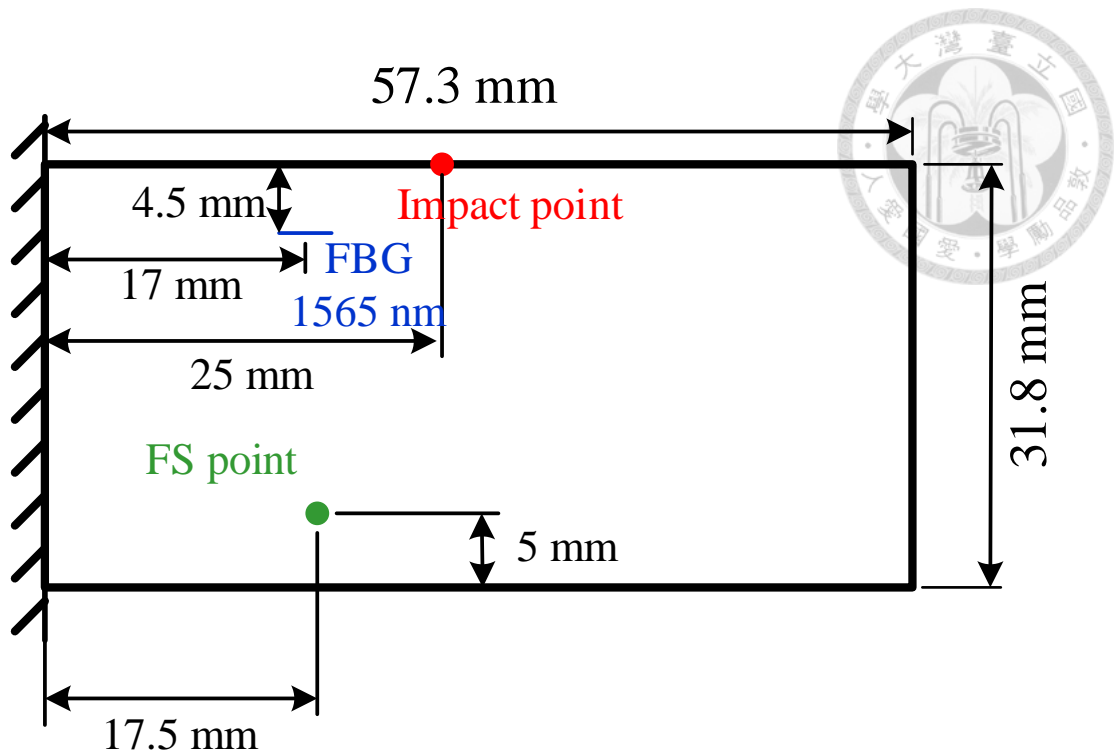


圖 4-12 PBP 之光纖光柵、光纖位移計位置及鋼珠落擊位置

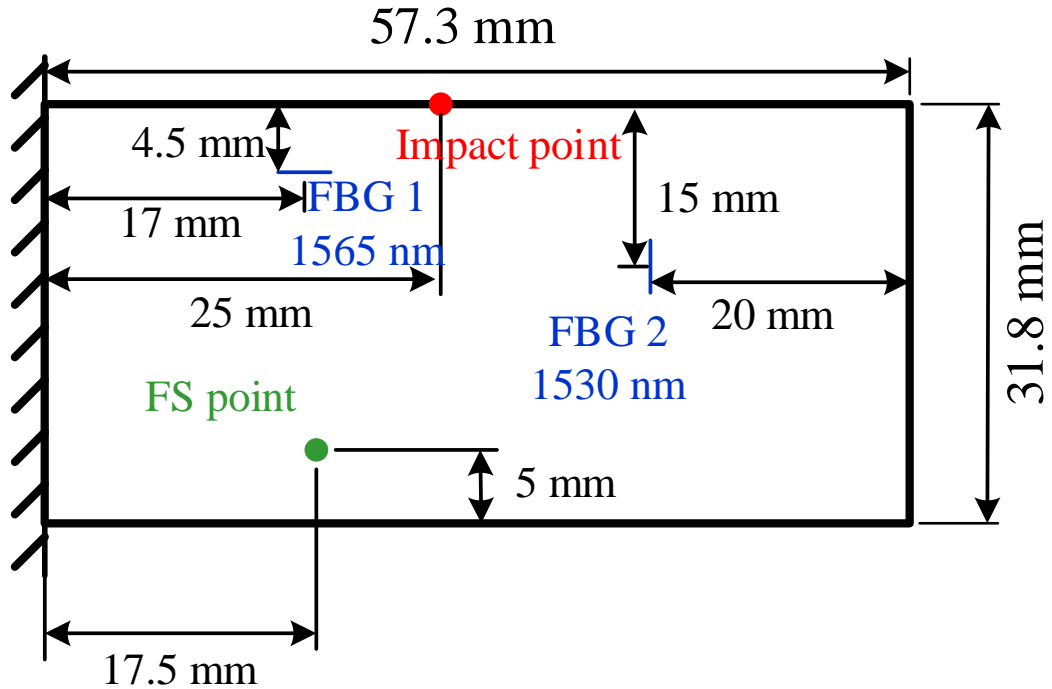


圖 4-13 SBP 之光纖光柵、光纖位移計位置及鋼珠落擊位置

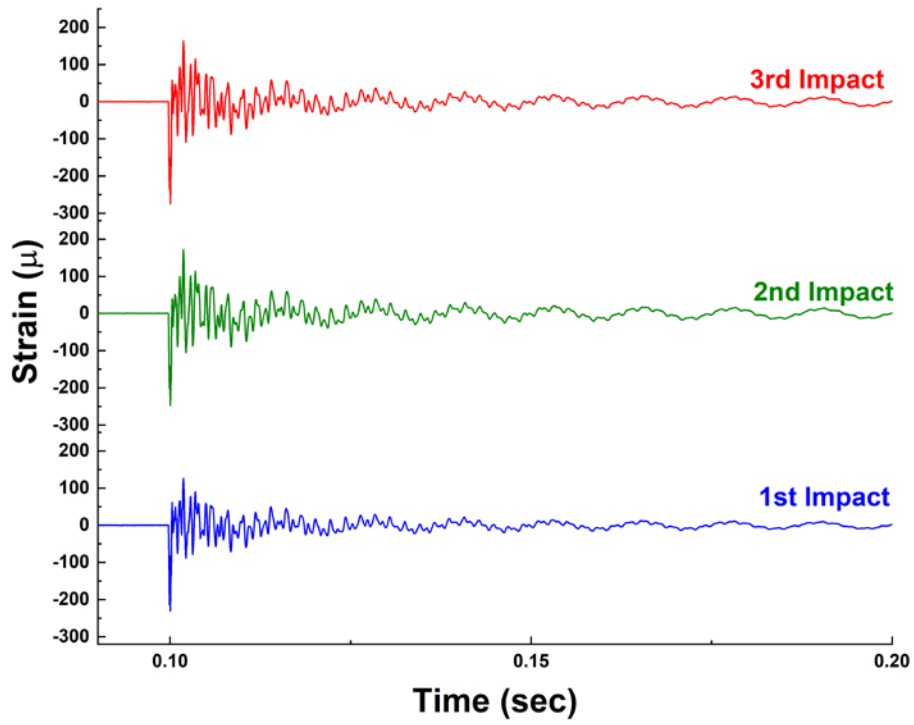


圖 4-14 FBG 量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (200ms)

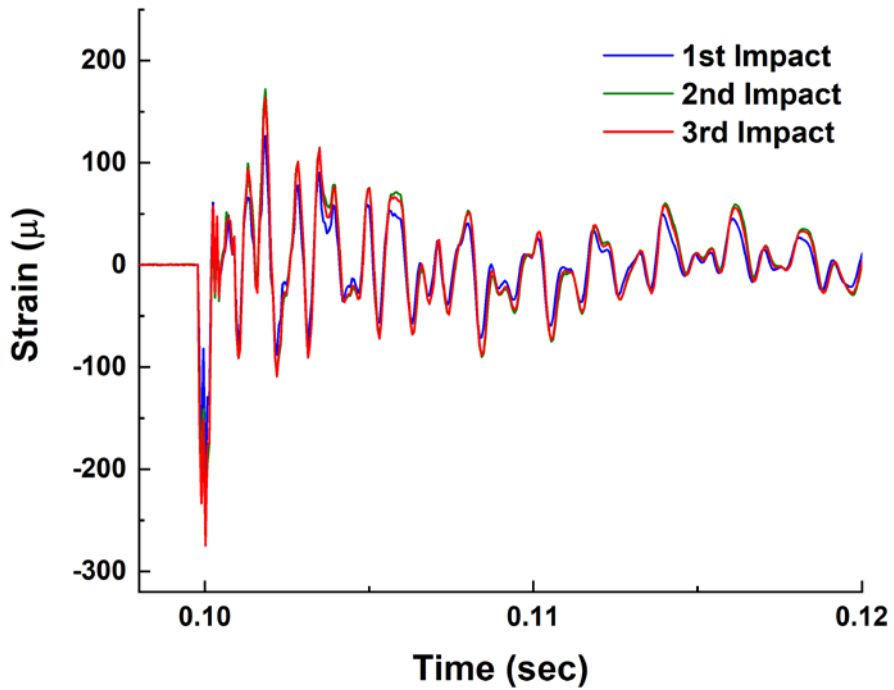


圖 4-15 FBG 量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (20ms)

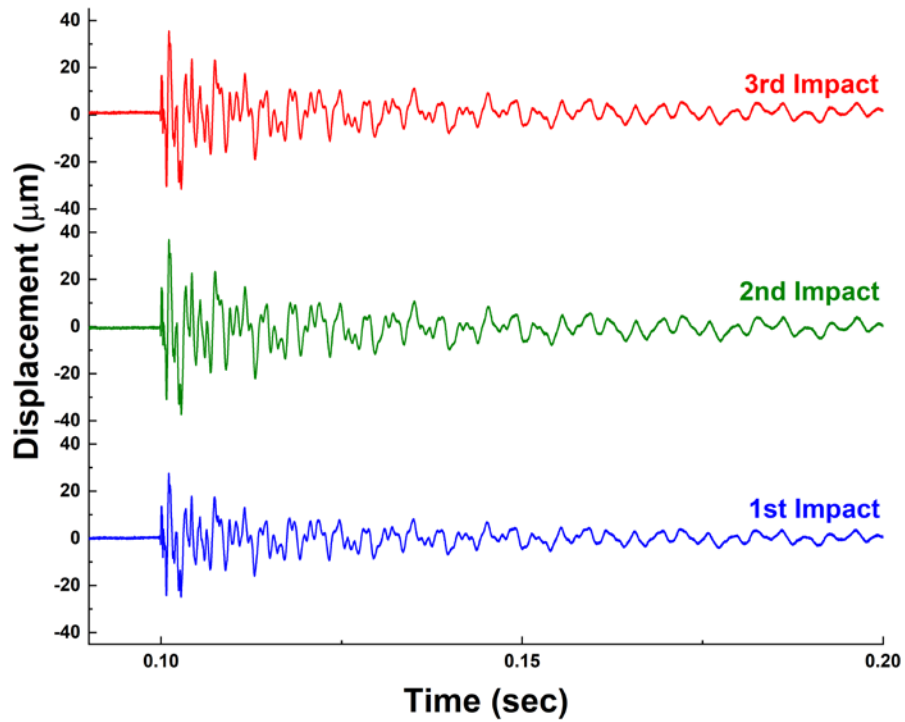
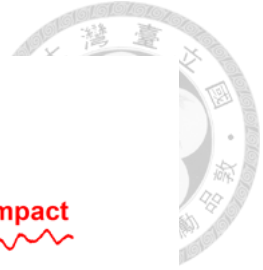


圖 4-16 光纖位移計量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (200ms)

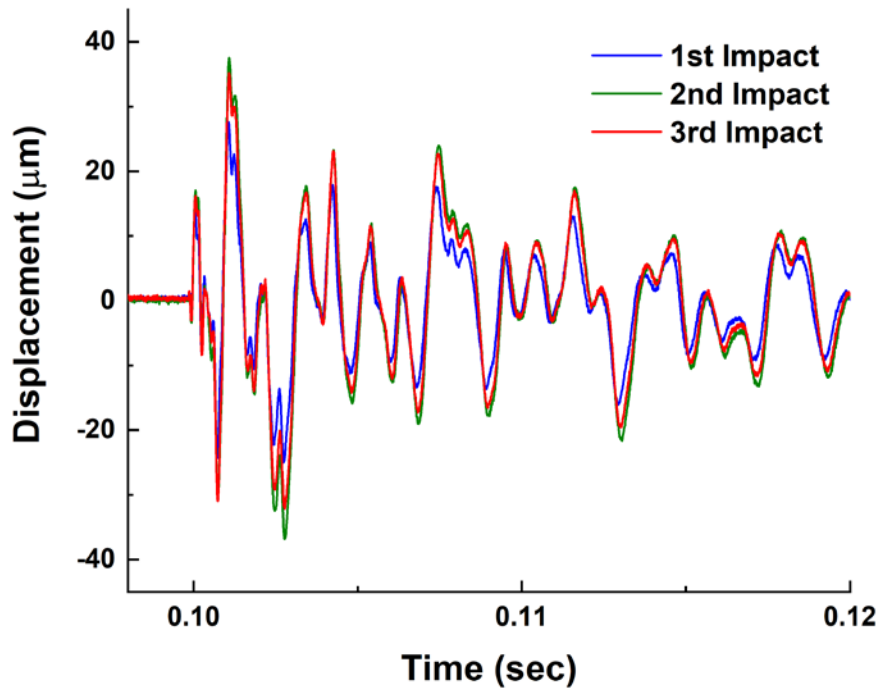


圖 4-17 光纖位移計量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (20ms)

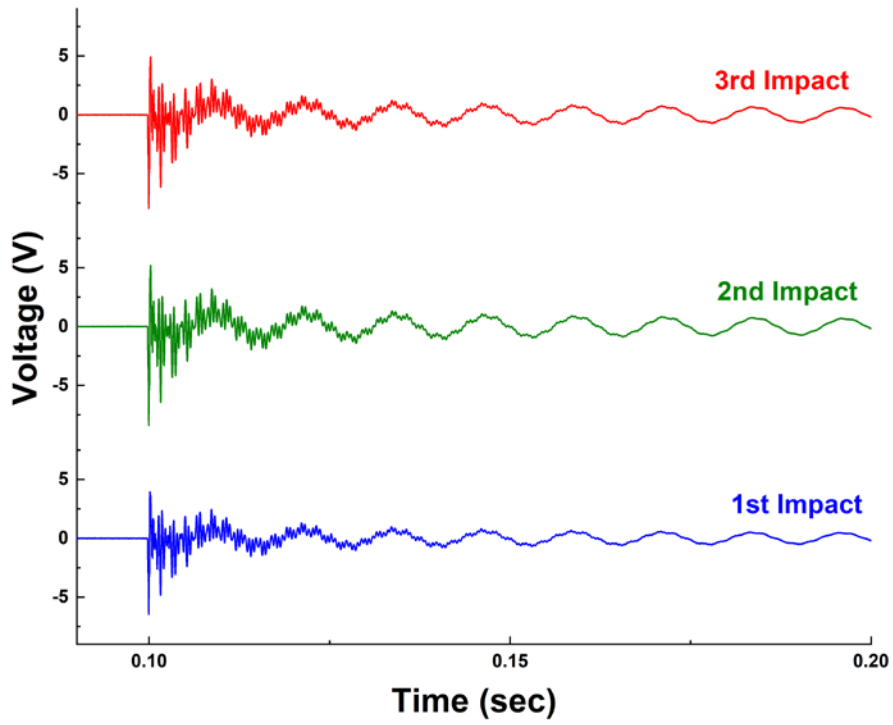


圖 4-18 正壓電效應量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (200ms)

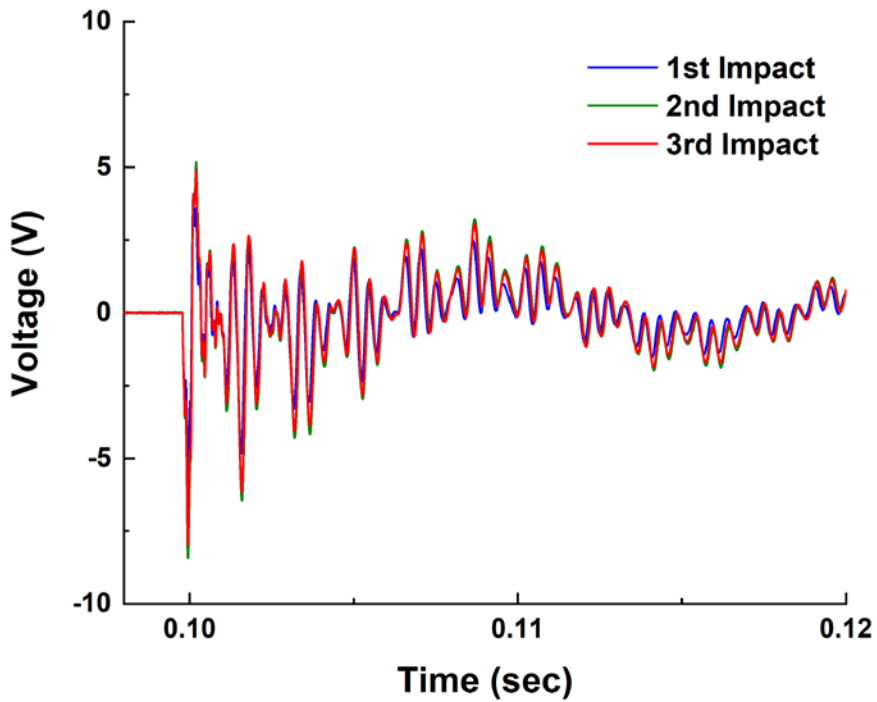


圖 4-19 正壓電效應量測鋼珠落擊 PBP 暫態訊號重複性 (20ms)

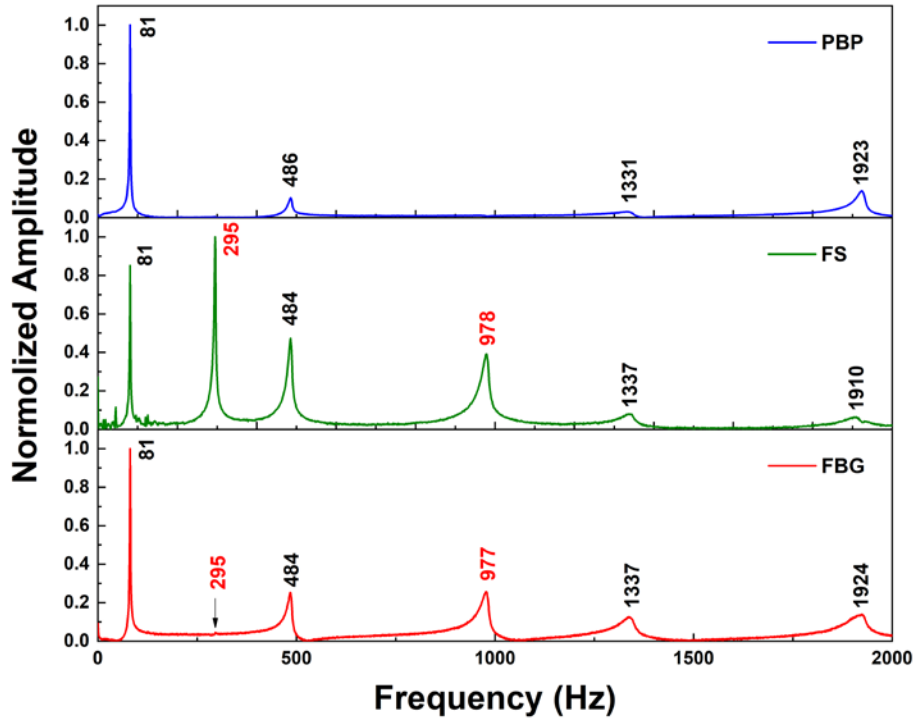


圖 4-20 鋼珠落擊 PBP 頻域分析 (0~2000Hz)

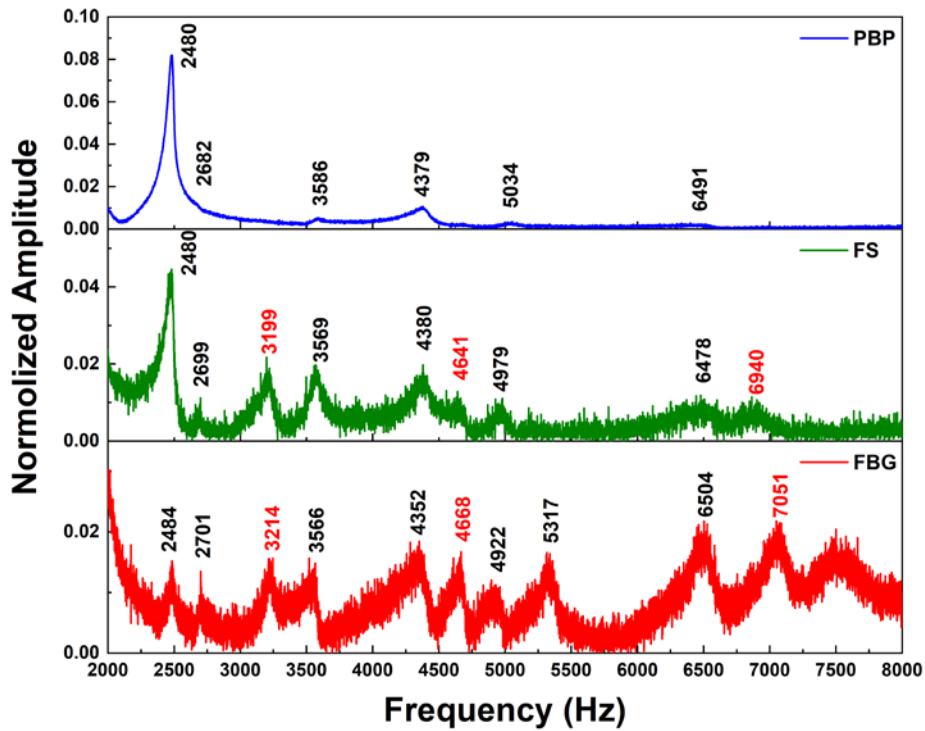


圖 4-21 鋼珠落擊 PBP 頻域分析 (2000~8000Hz)



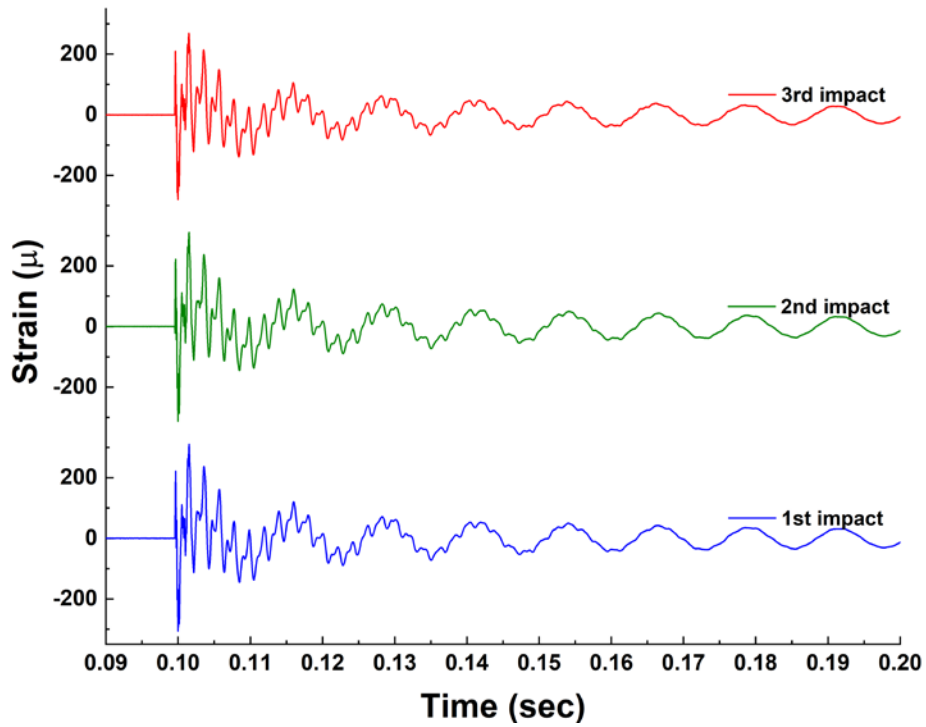


圖 4-22 FBG 1 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms)

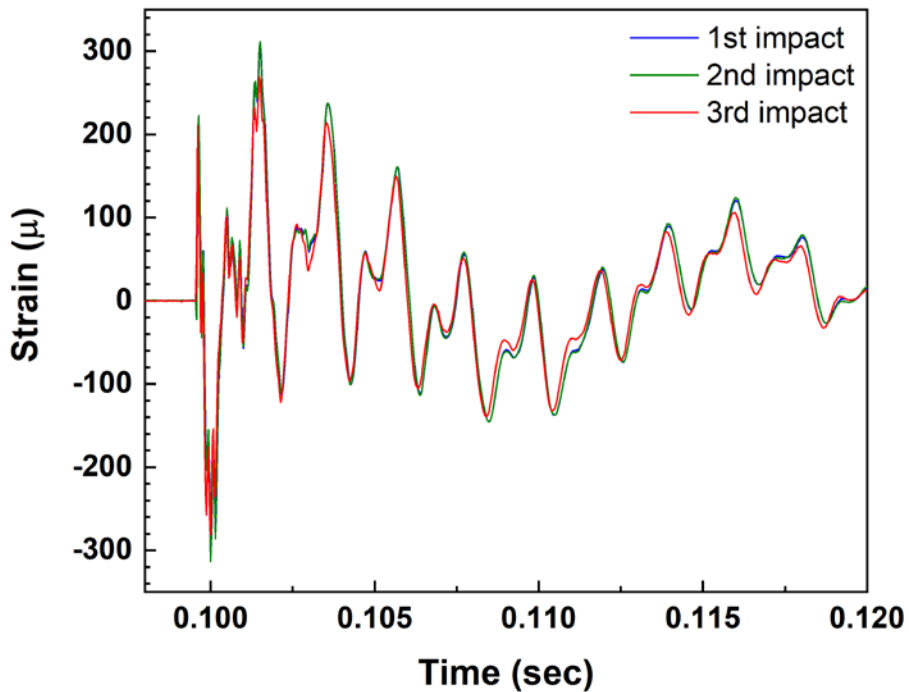


圖 4-23 FBG 1 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms)

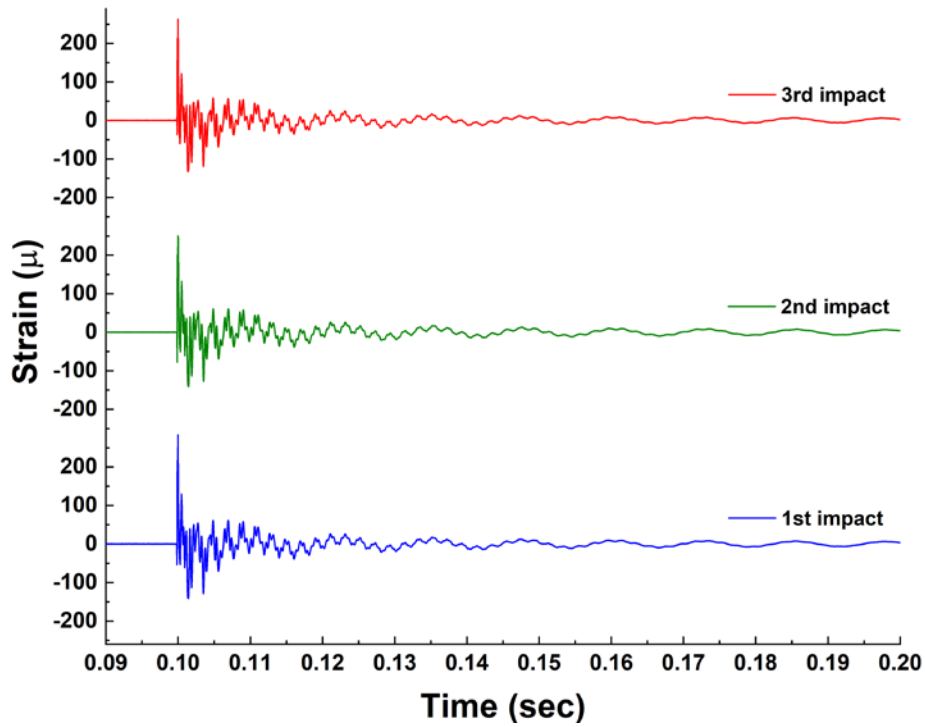


圖 4-24 FBG 2 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms)

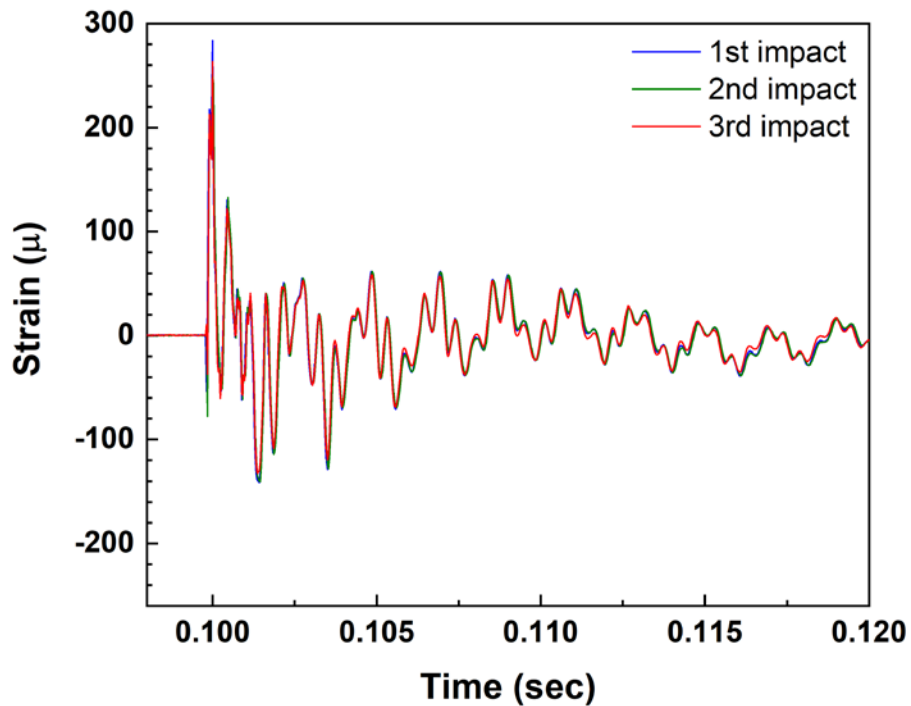


圖 4-25 FBG 2 量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms)

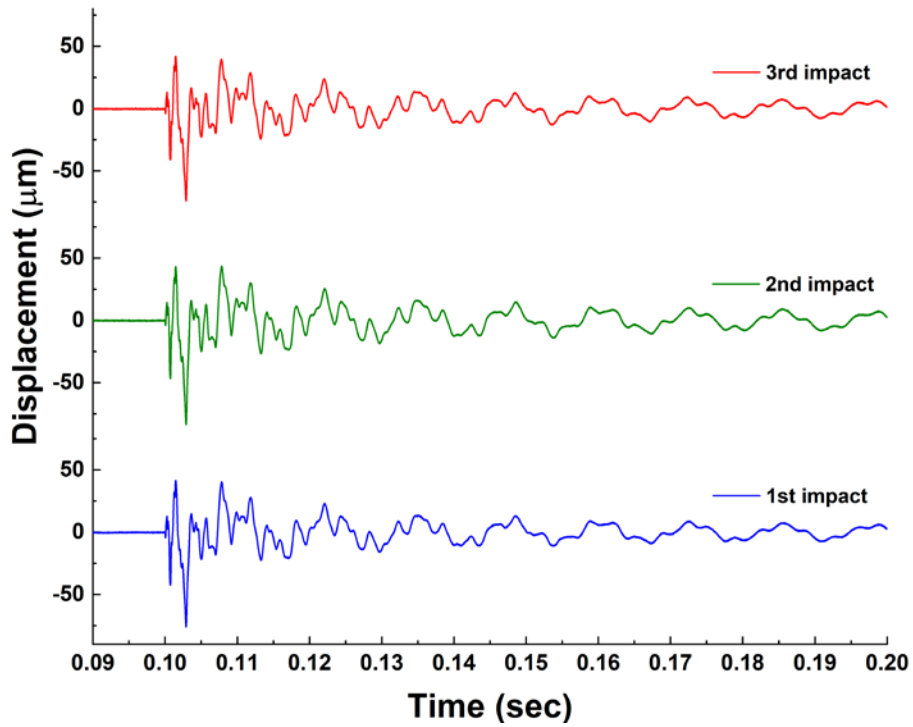
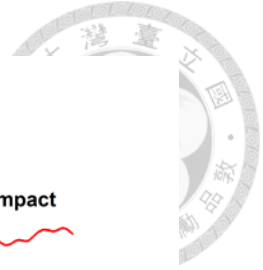


圖 4-26 光纖位移計量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms)

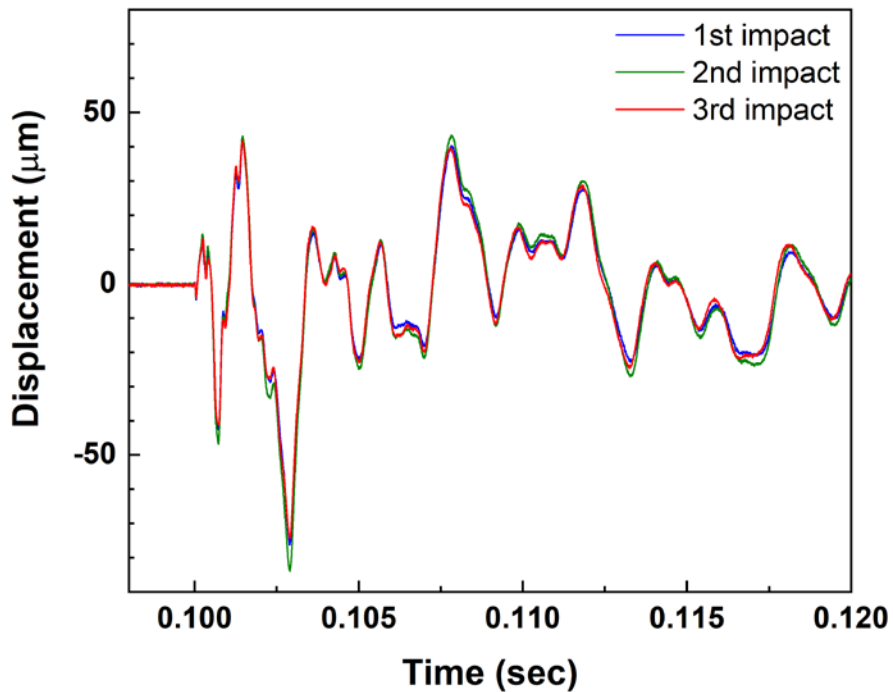


圖 4-27 光纖位移計量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms)

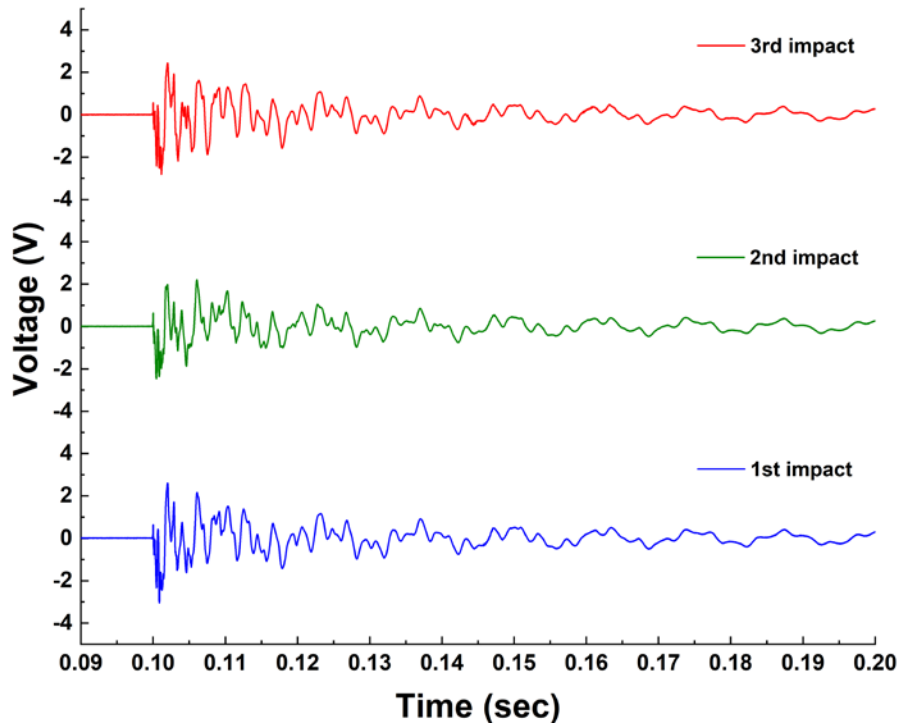
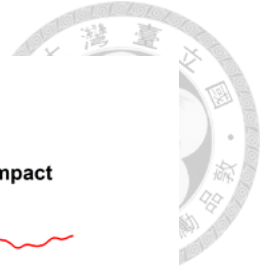


圖 4-28 正壓電效應量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (200ms)

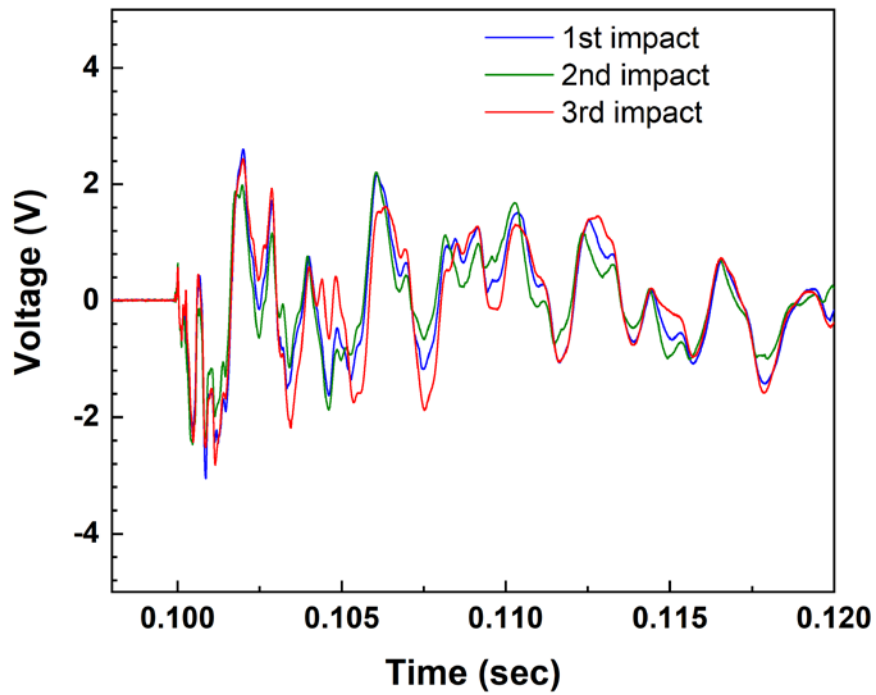


圖 4-29 正壓電效應量測鋼珠落擊 SBP 暫態訊號重複性 (20ms)

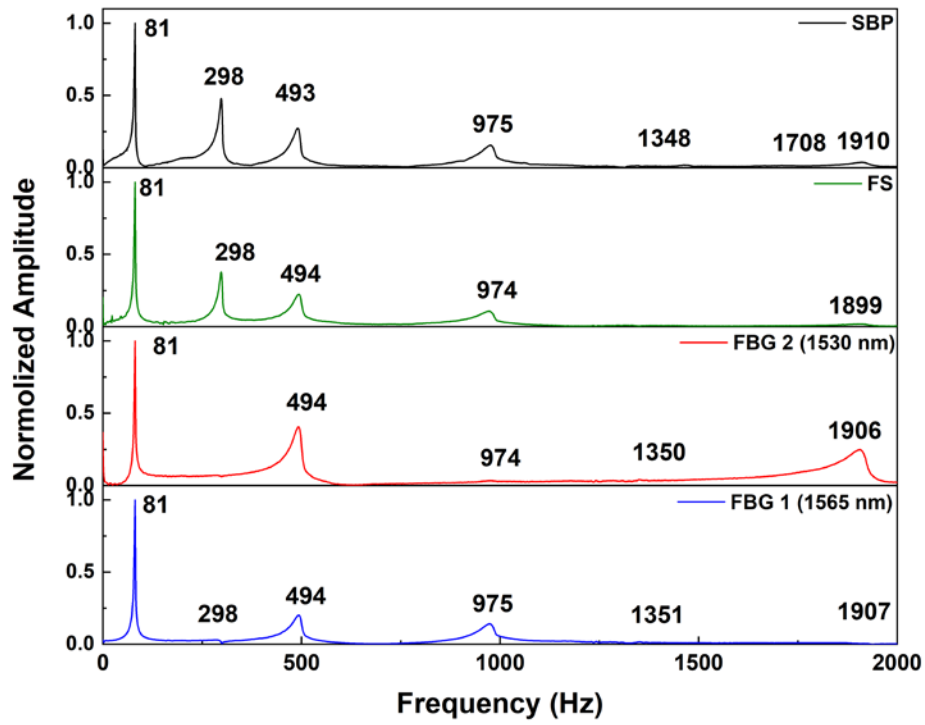


圖 4-30 鋼珠落擊 SBP 頻域分析 (0~2000Hz)

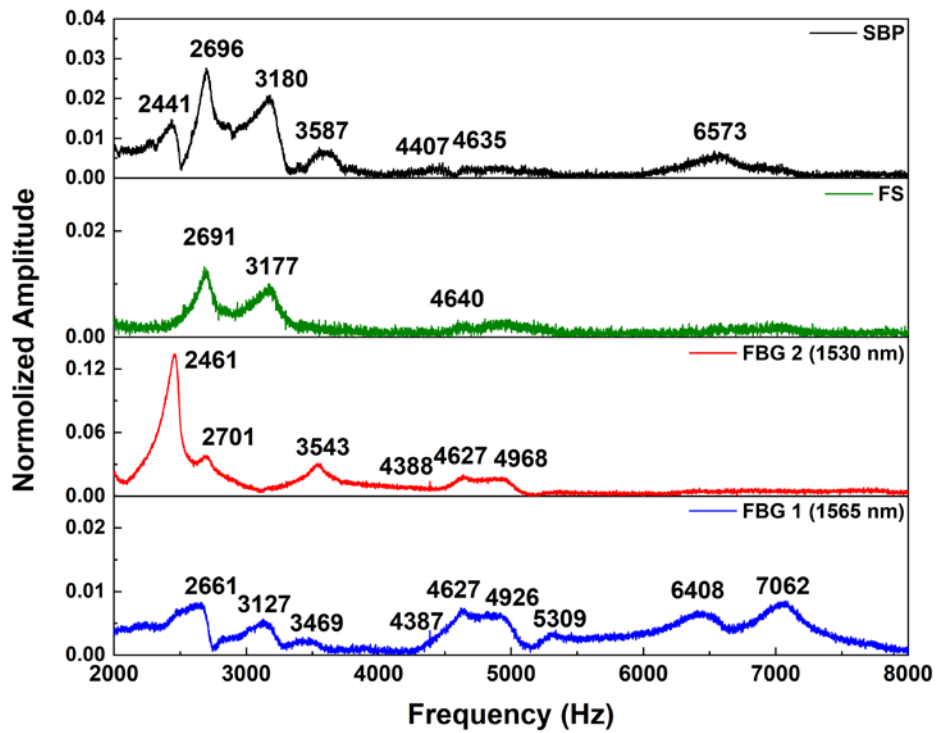


圖 4-31 鋼珠落擊 SBP 頻域分析 (2000~8000Hz)

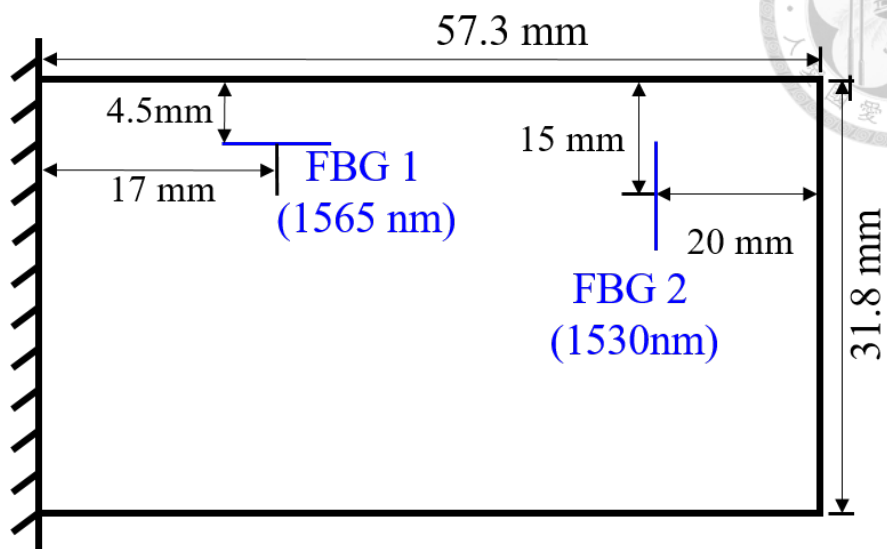


圖 4-32 光纖光柵於壓電陶瓷雙晶片黏貼位置

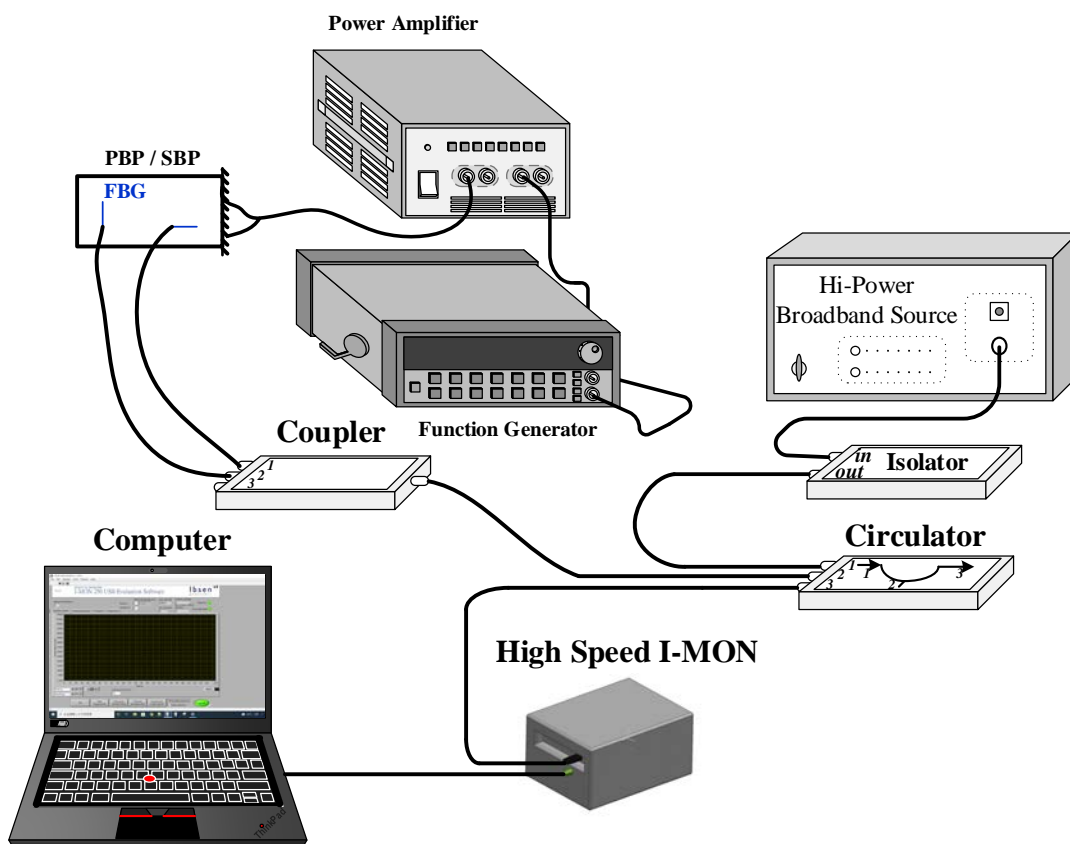


圖 4-33 光纖光柵應用於壓電陶瓷雙晶片掃頻實驗架設示意圖

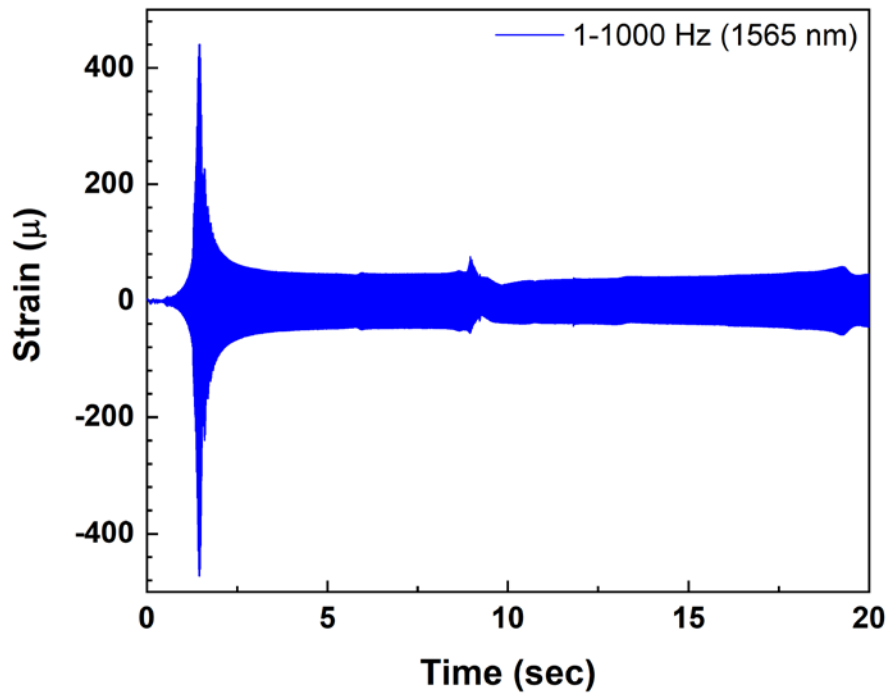


圖 4-34 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1~1000Hz 掃頻結果

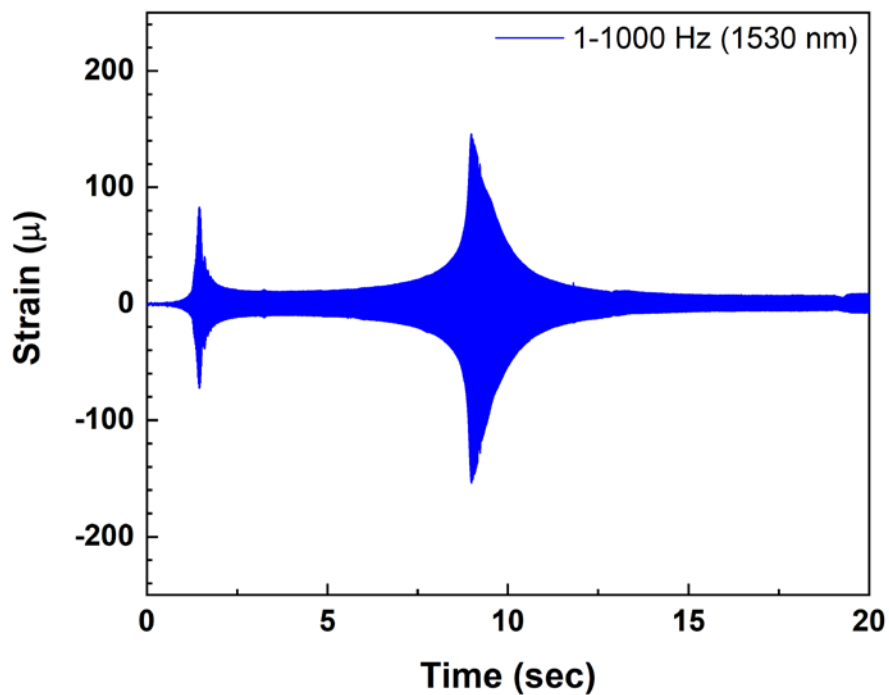


圖 4-35 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1~1000Hz 掃頻結果

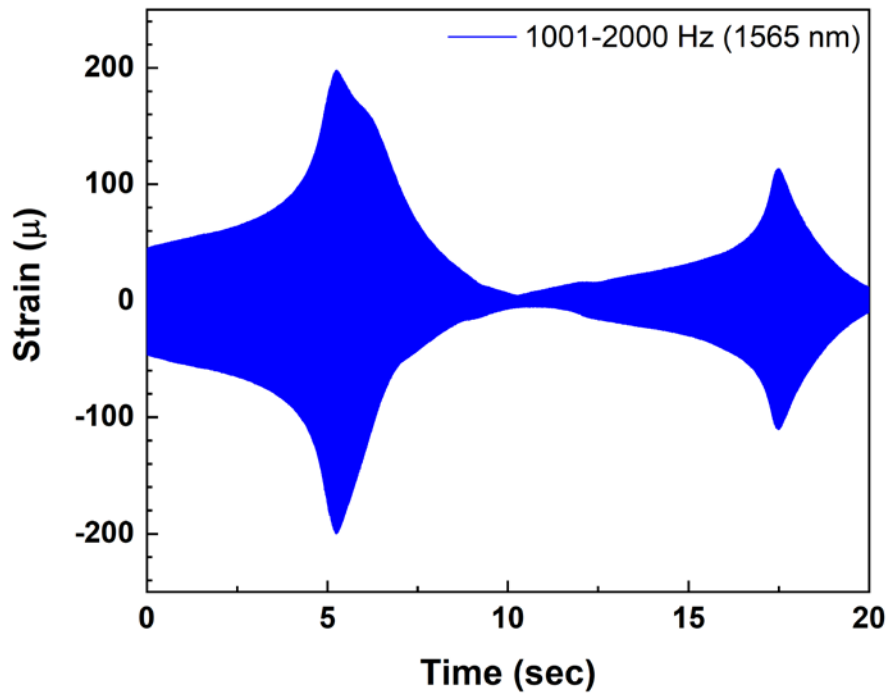
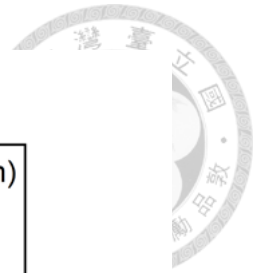


圖 4-36 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果

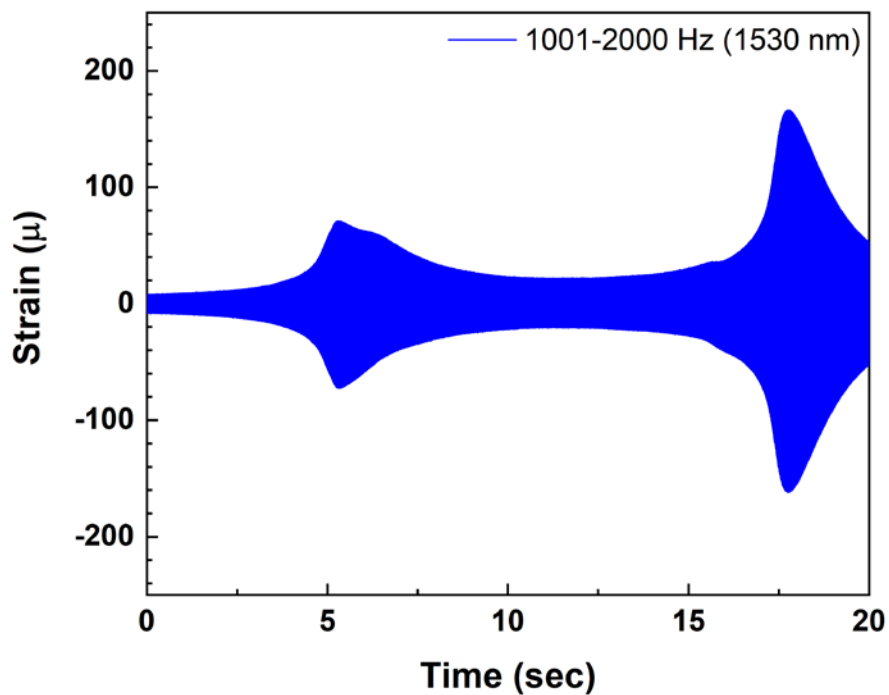


圖 4-37 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果



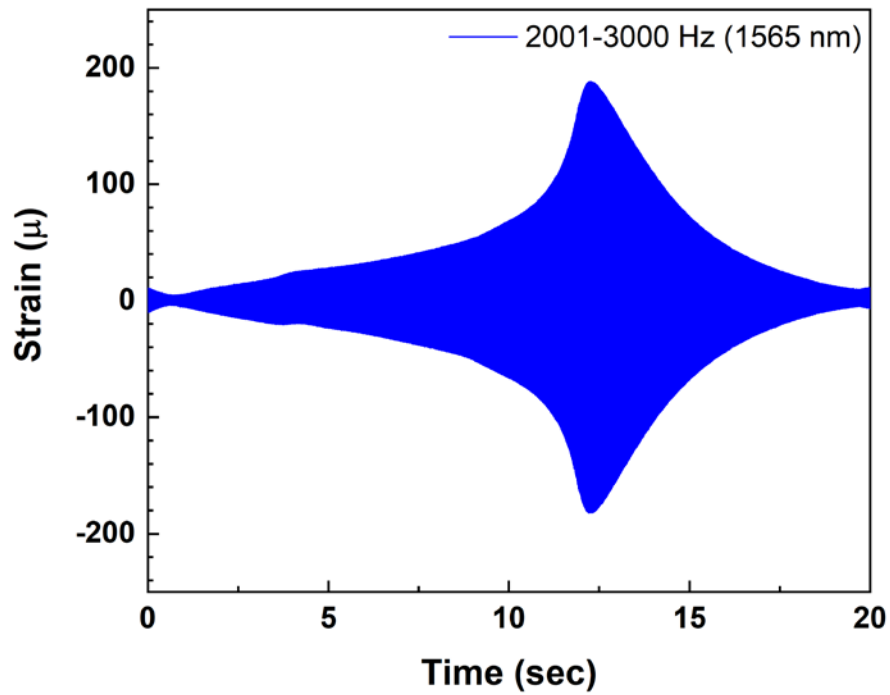
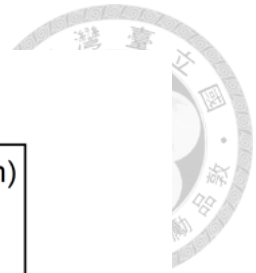


圖 4-38 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果

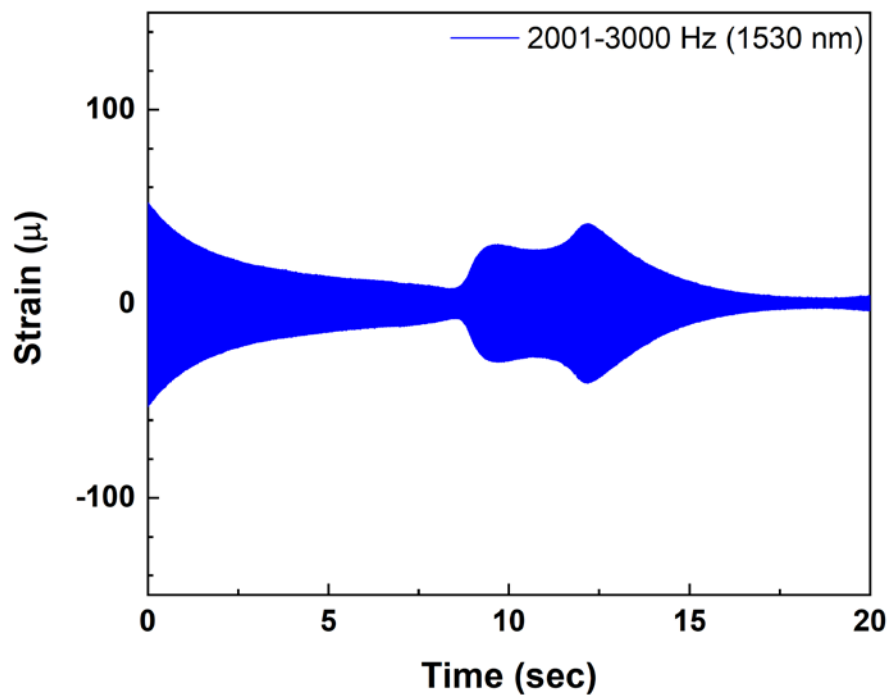


圖 4-39 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果

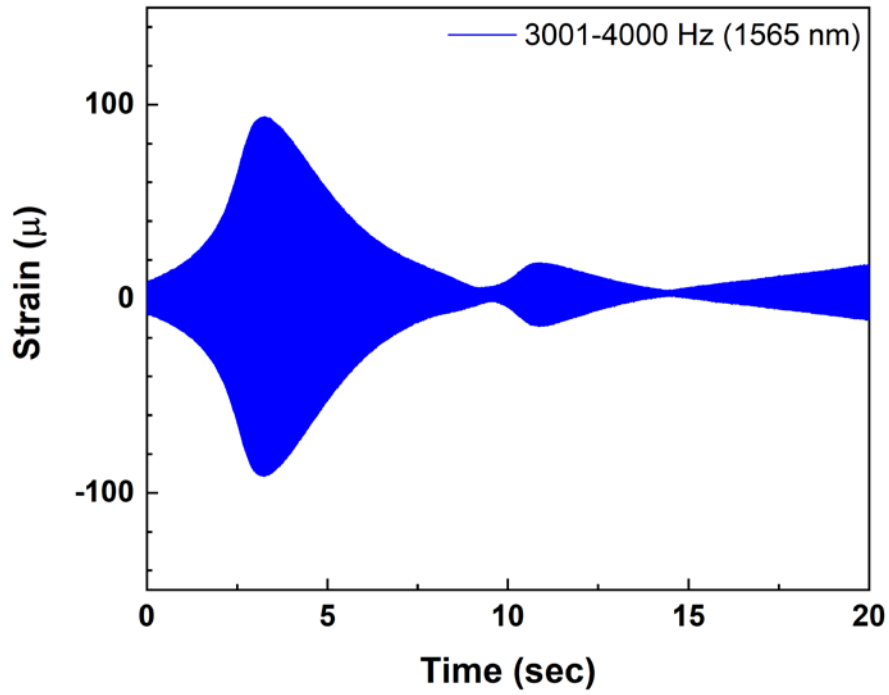
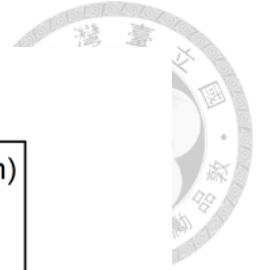


圖 4-40 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果

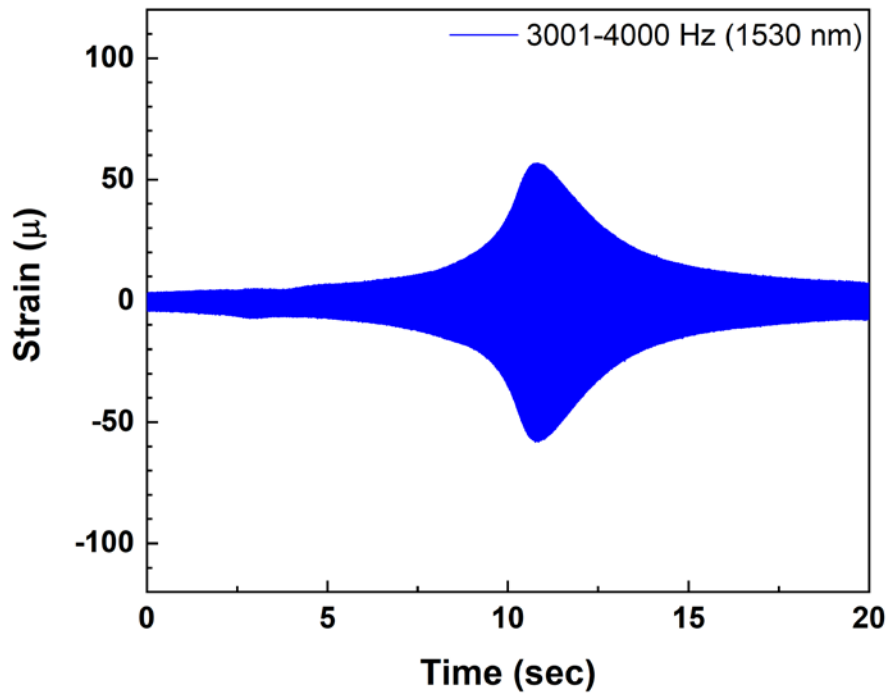


圖 4-41 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果

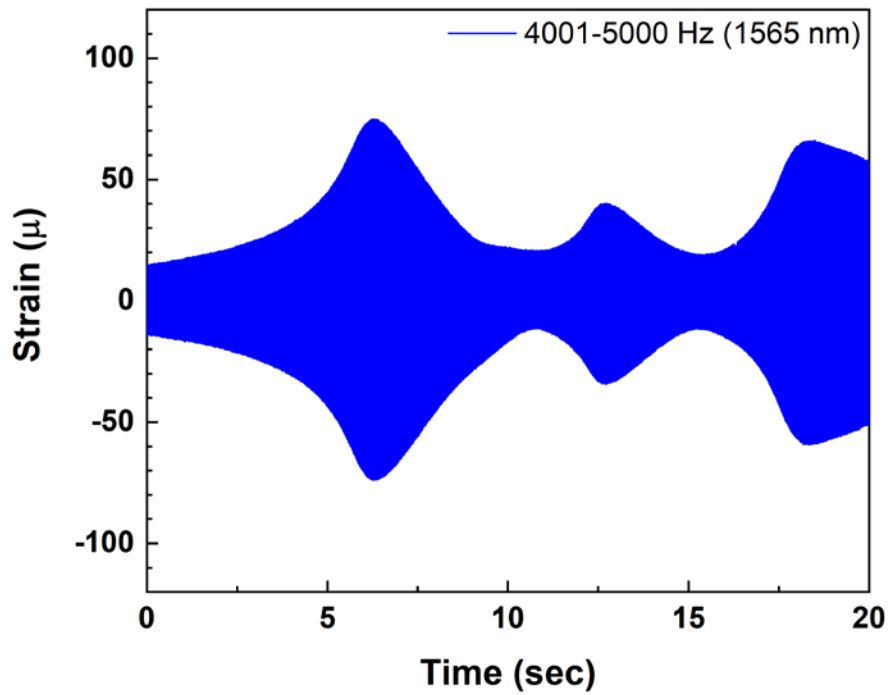
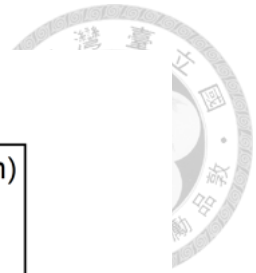


圖 4-42 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果

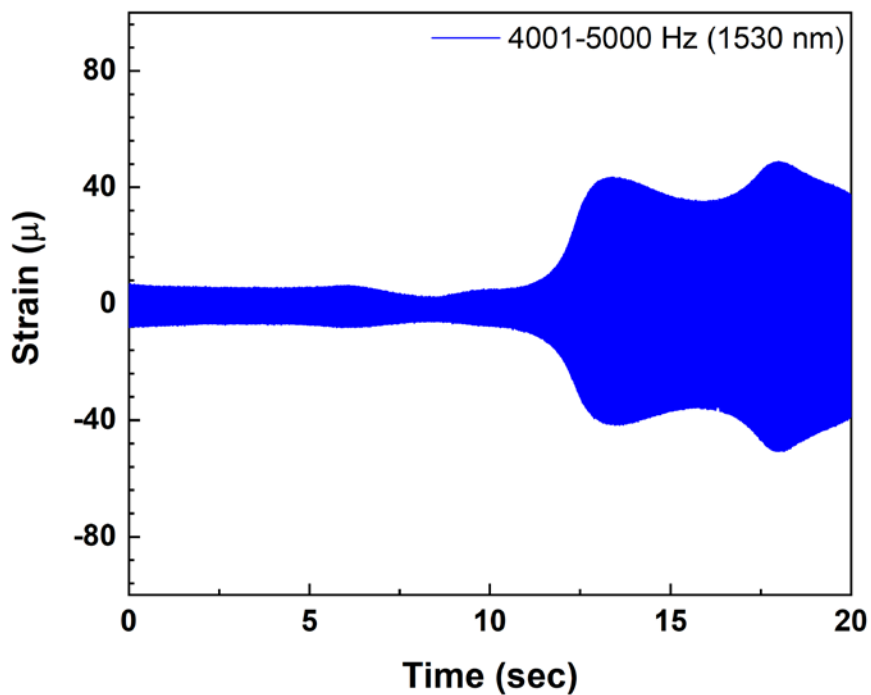


圖 4-43 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果

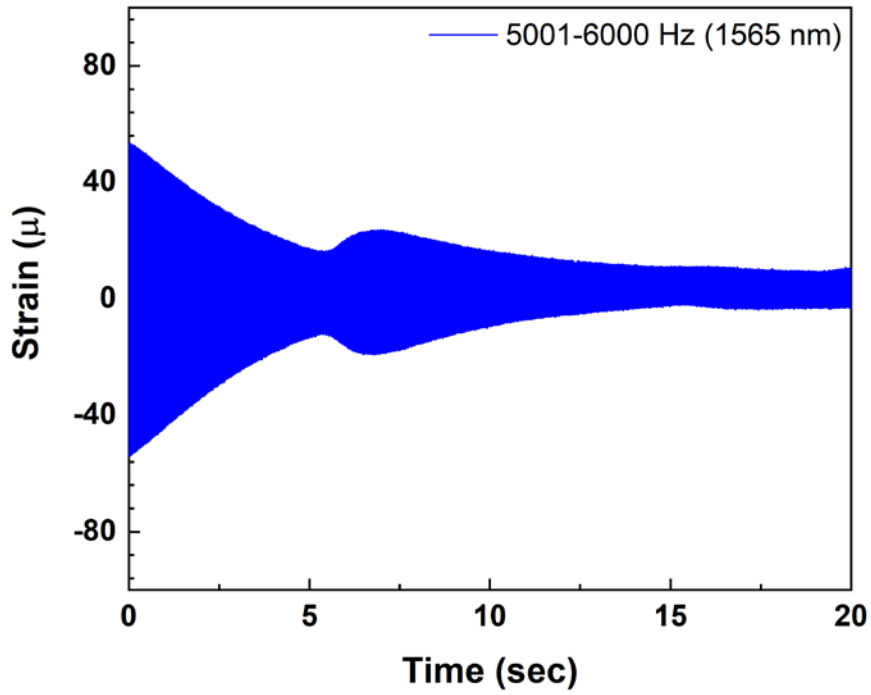
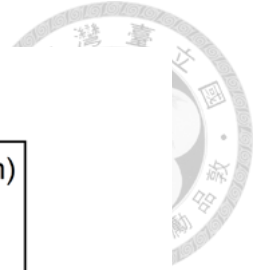


圖 4-44 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果

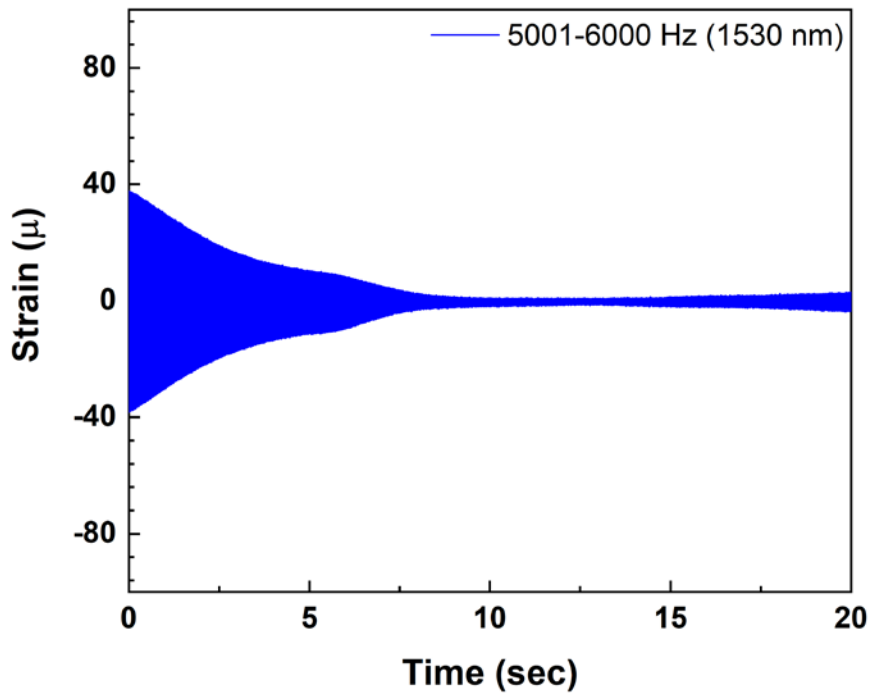


圖 4-45 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果

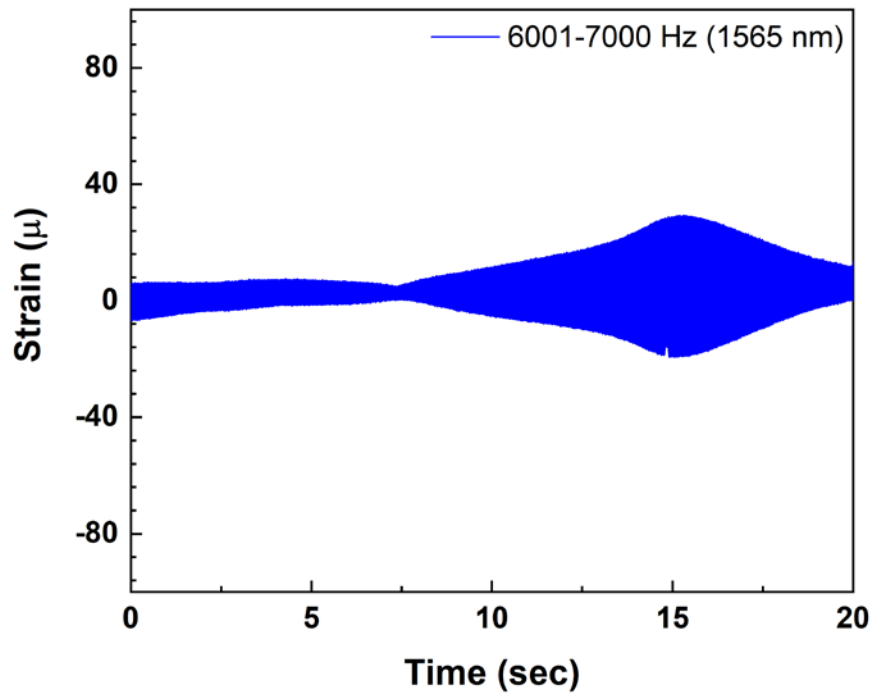
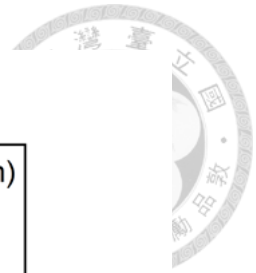


圖 4-46 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 6000~7000Hz 掃頻結果

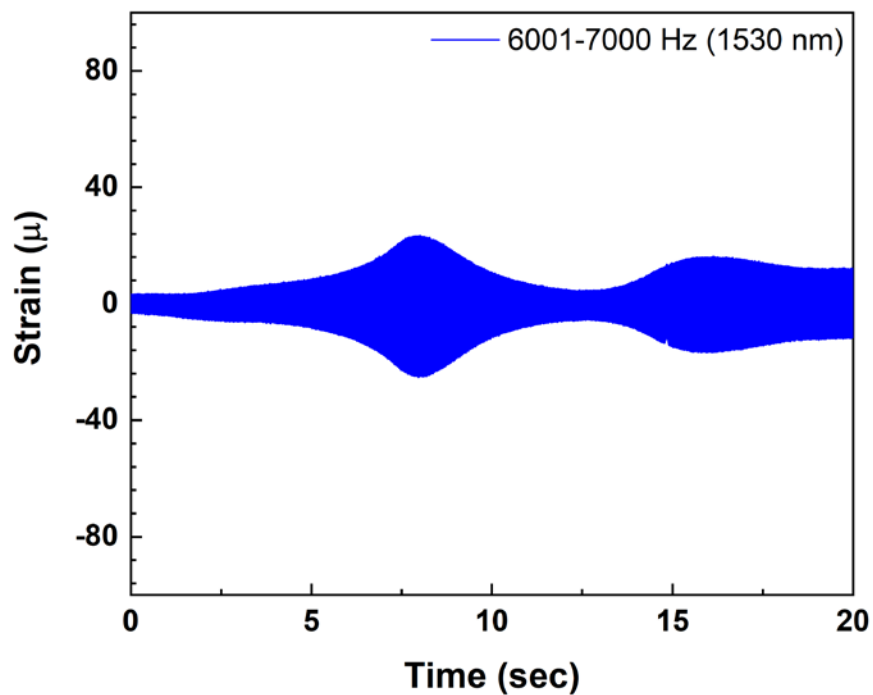


圖 4-47 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 6001~7000Hz 掃頻結果

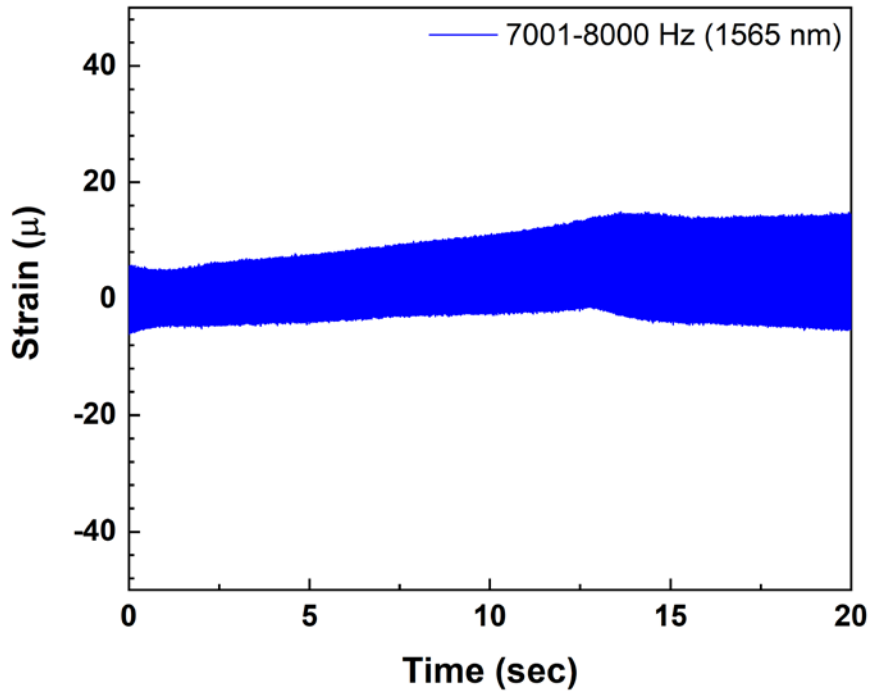
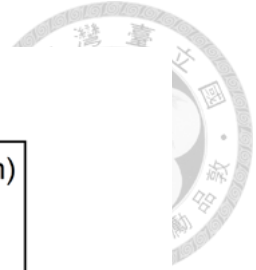


圖 4-48 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果

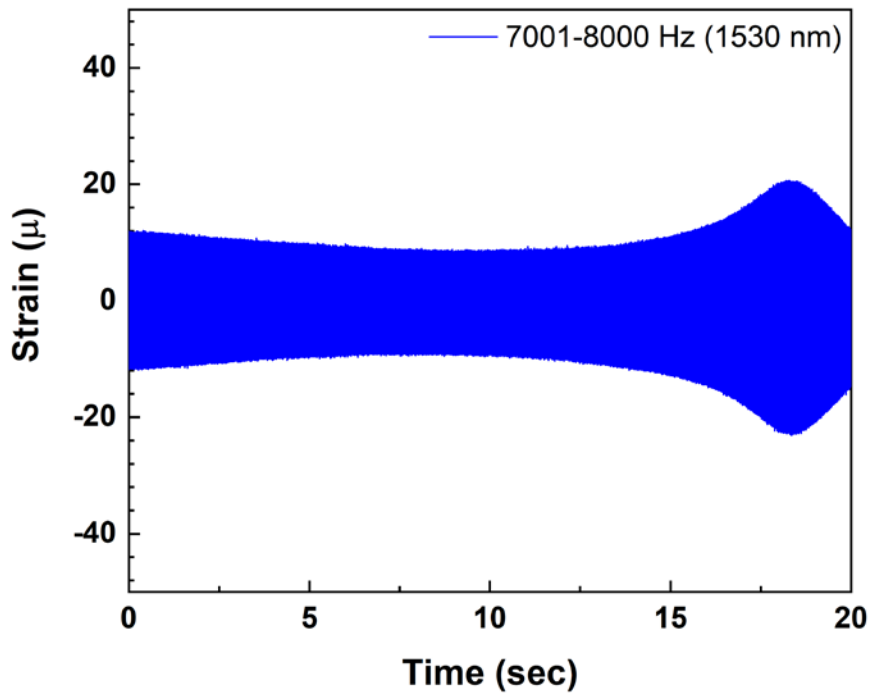


圖 4-49 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果

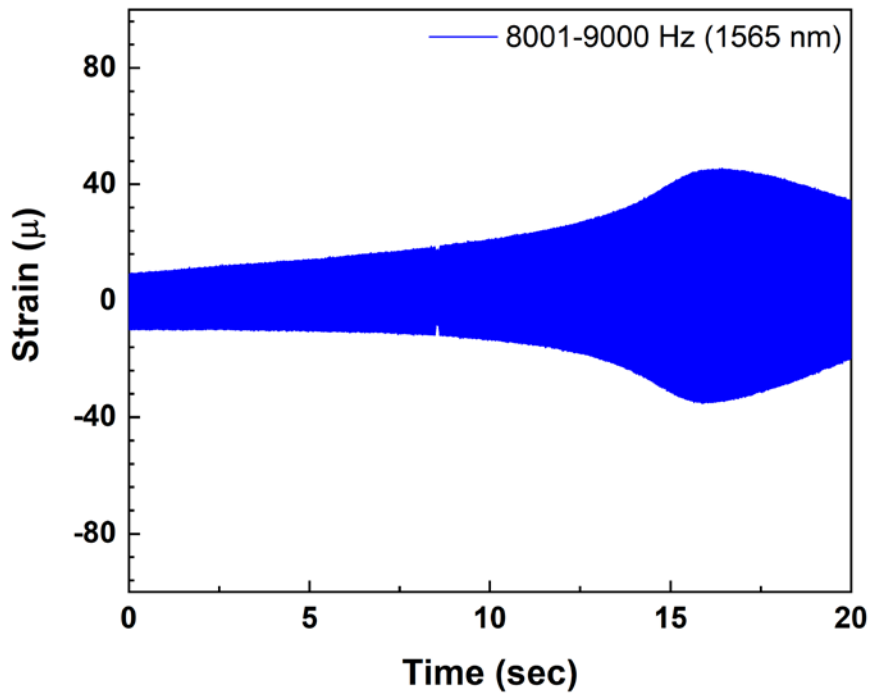
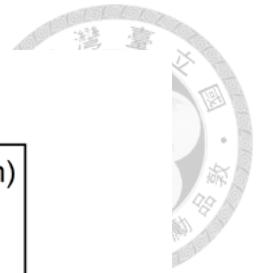


圖 4-50 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果

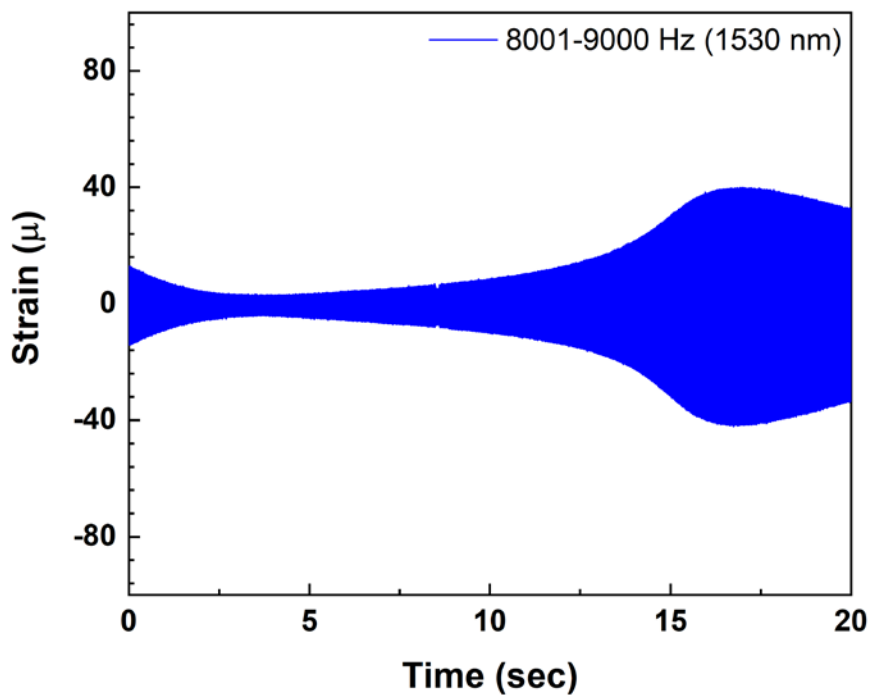


圖 4-51 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果

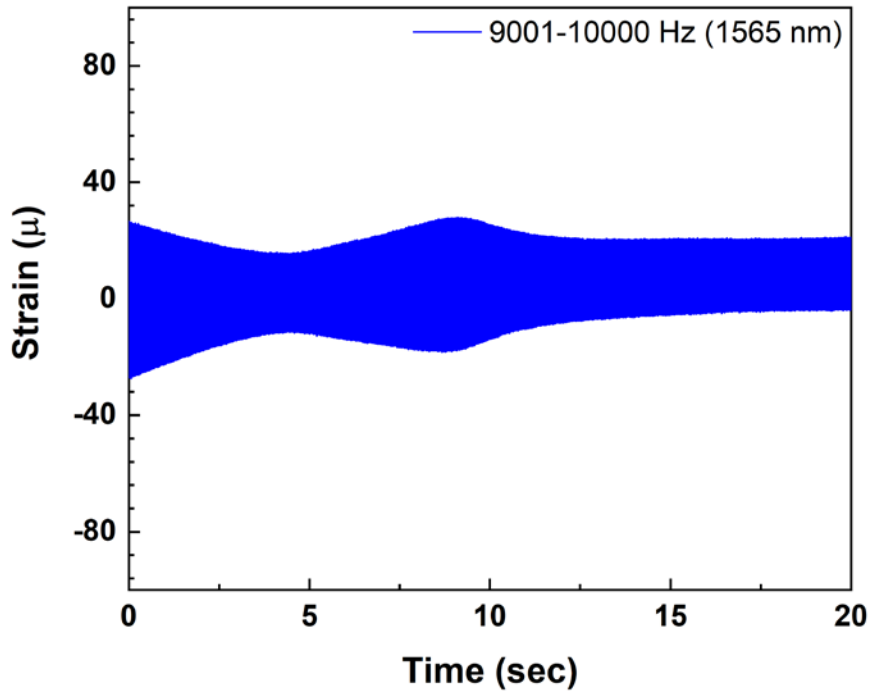
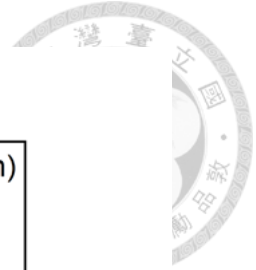


圖 4-52 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果

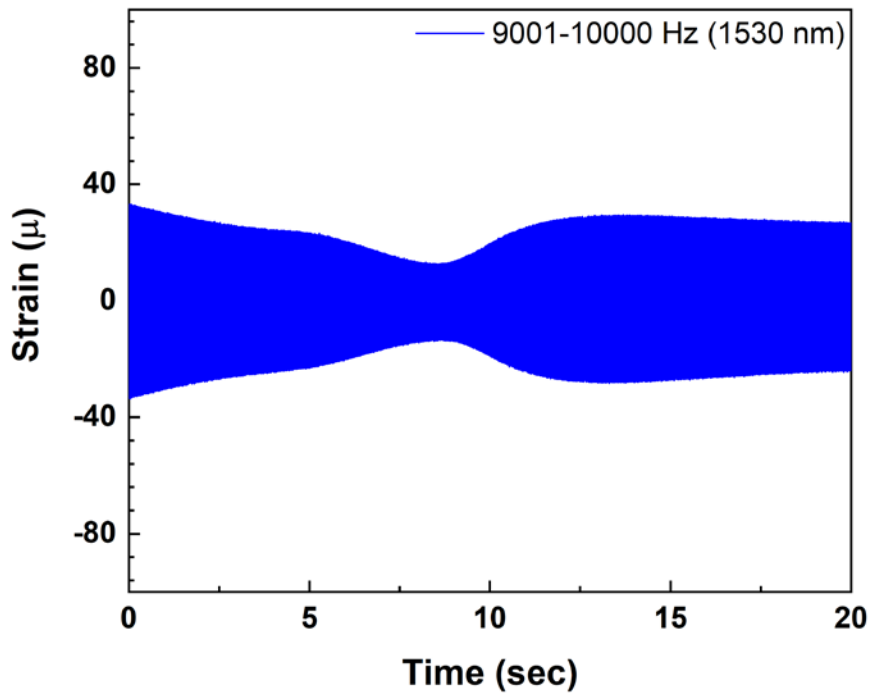


圖 4-53 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果



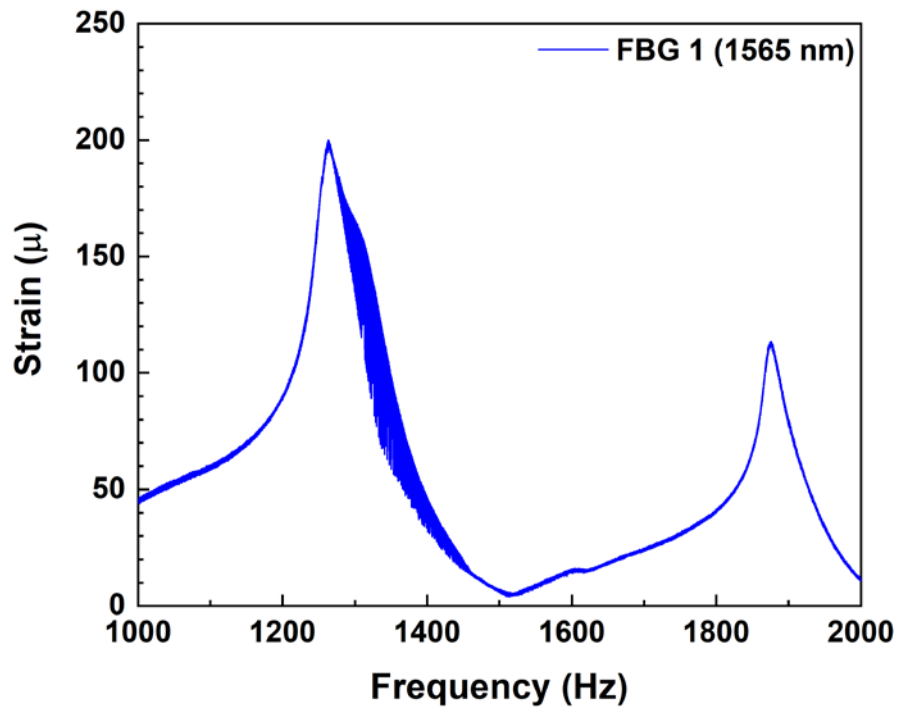
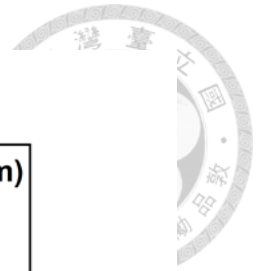


圖 4-54 PBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果

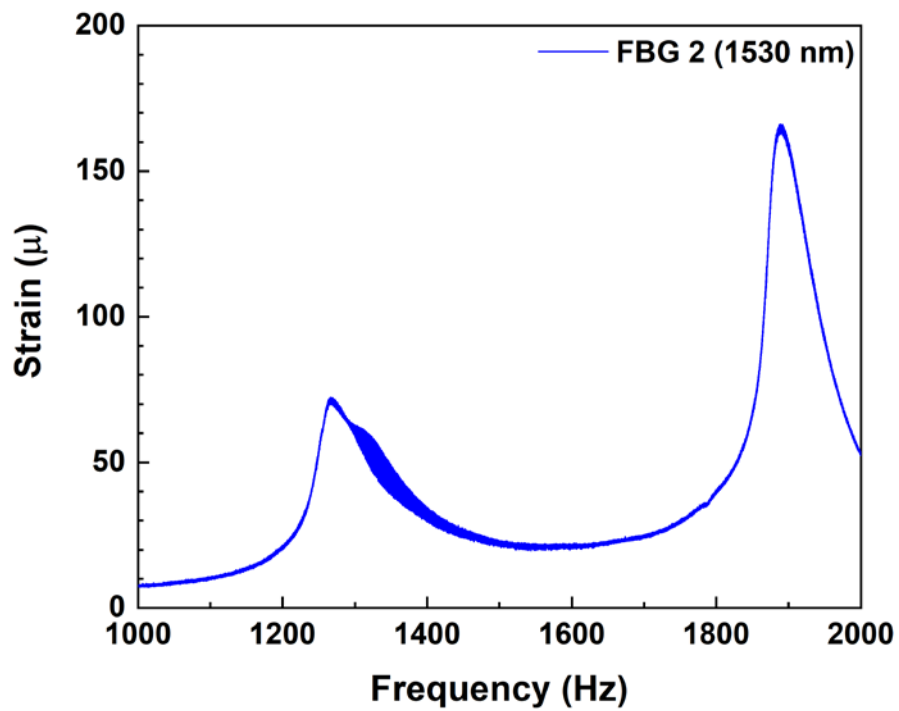


圖 4-55 PBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果

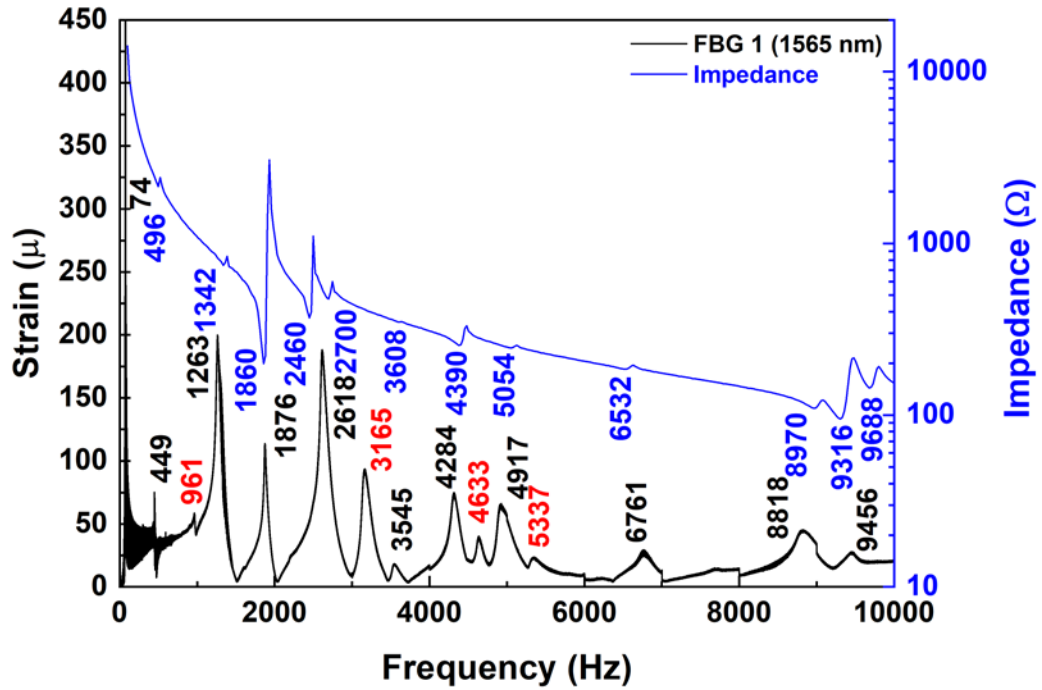
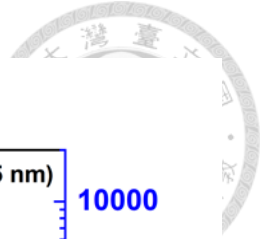


圖 4-56 PBP 以 FBG 1 (1565 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖

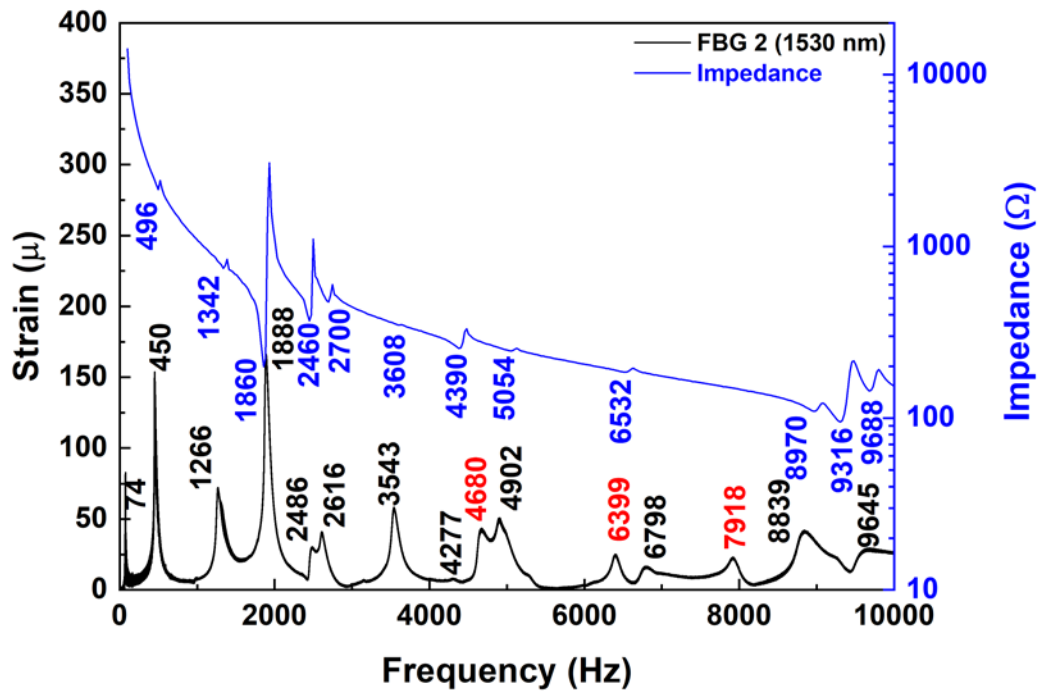


圖 4-57 PBP 以 FBG 2 (1530 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果比較圖

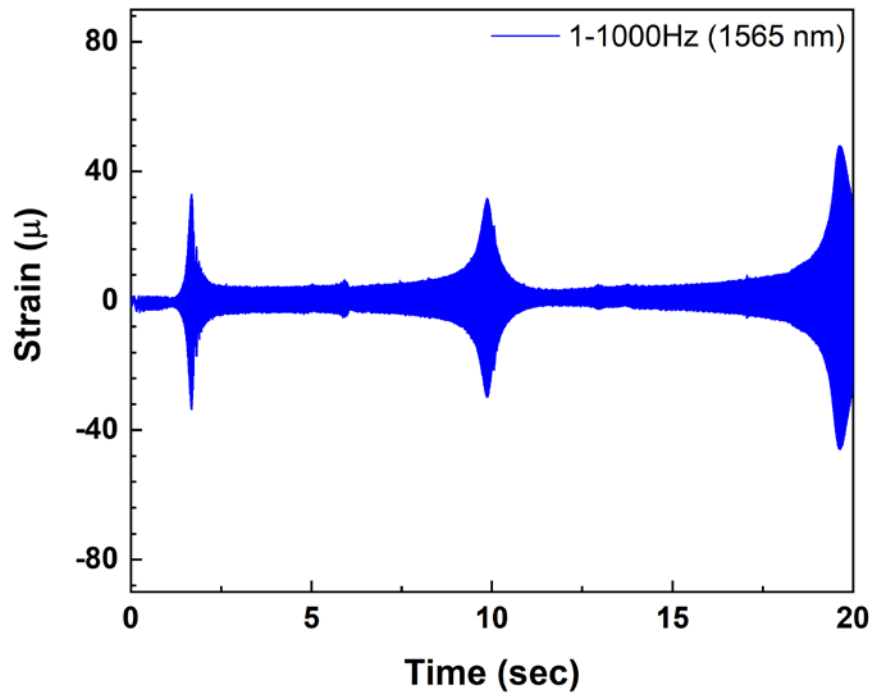
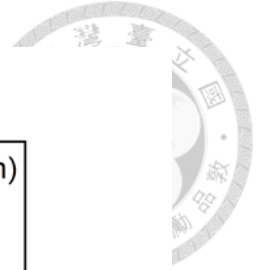


圖 4-58 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1~1000Hz 掃頻結果

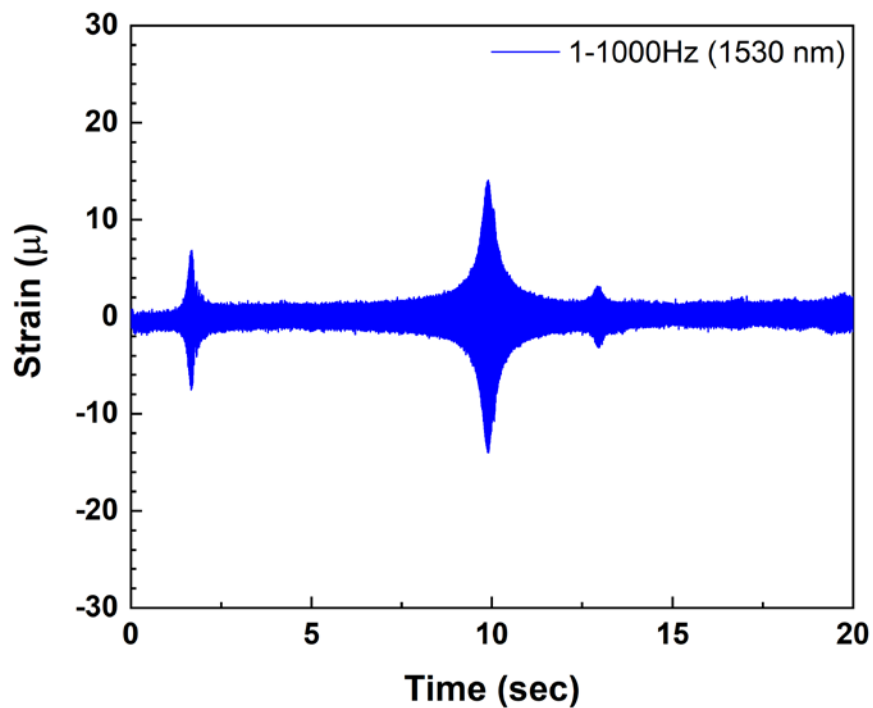


圖 4-59 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1~1000Hz 掃頻結果

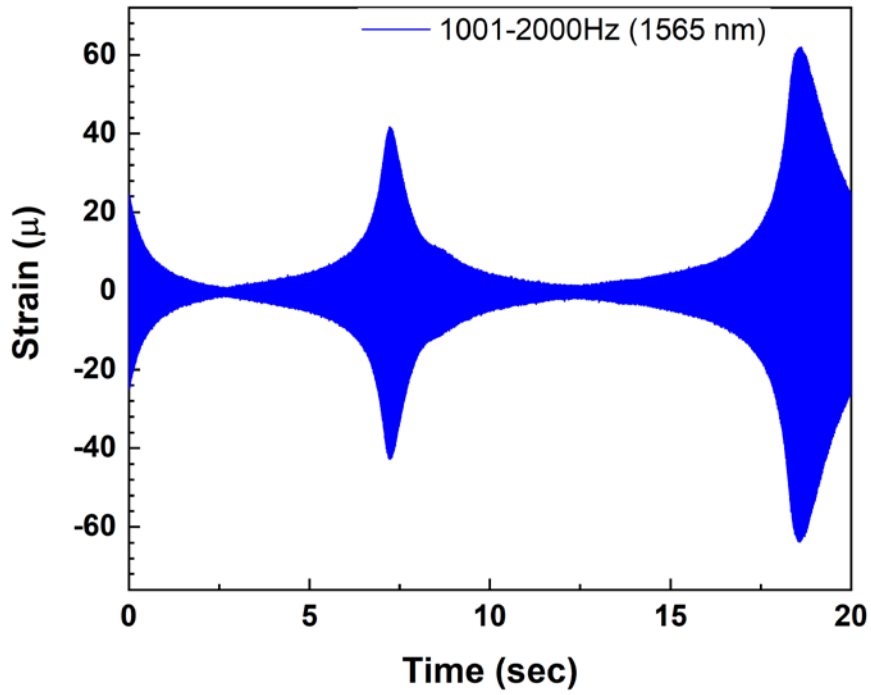


圖 4-60 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果

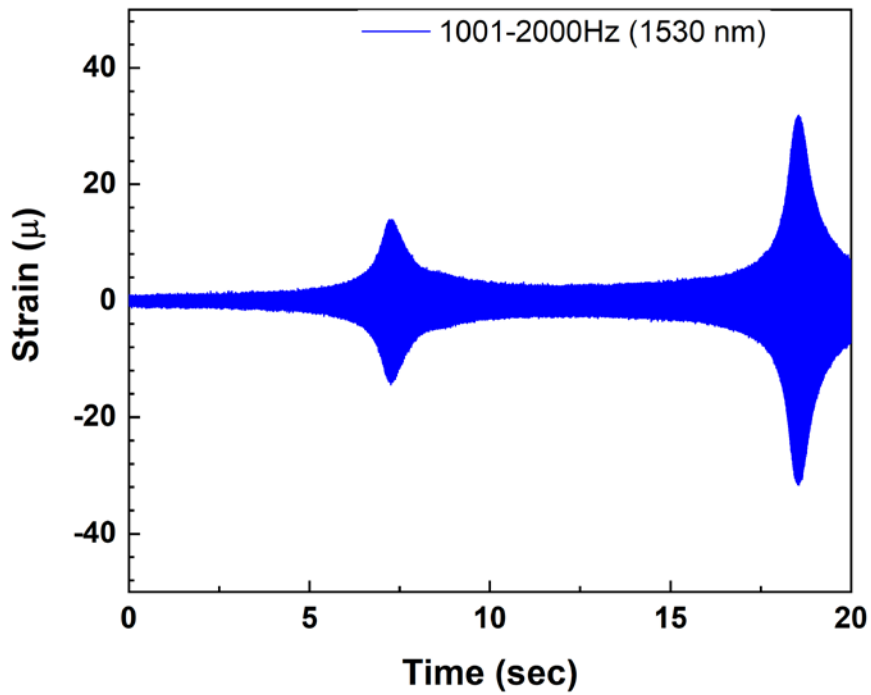


圖 4-61 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 1001~2000Hz 掃頻結果

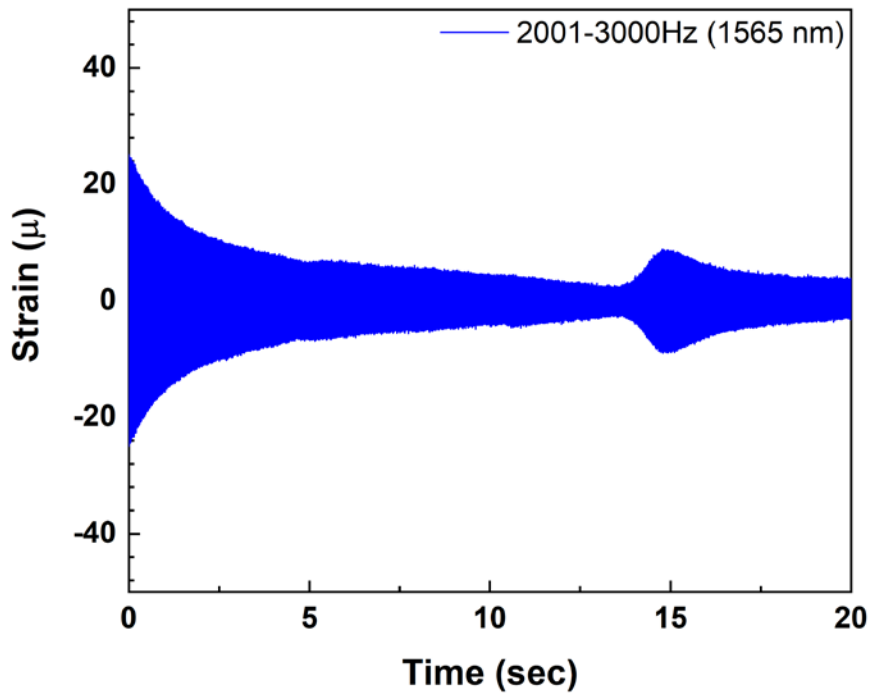
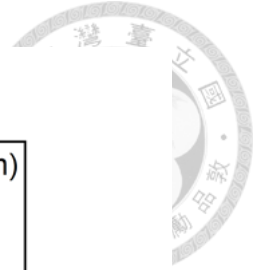


圖 4-62 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果

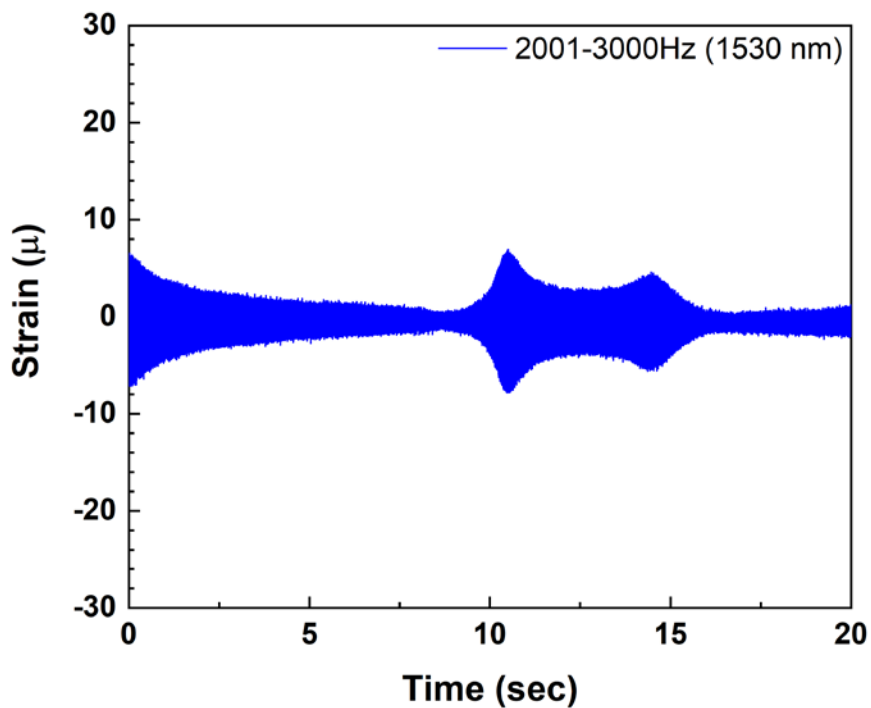


圖 4-63 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 2001~3000Hz 掃頻結果

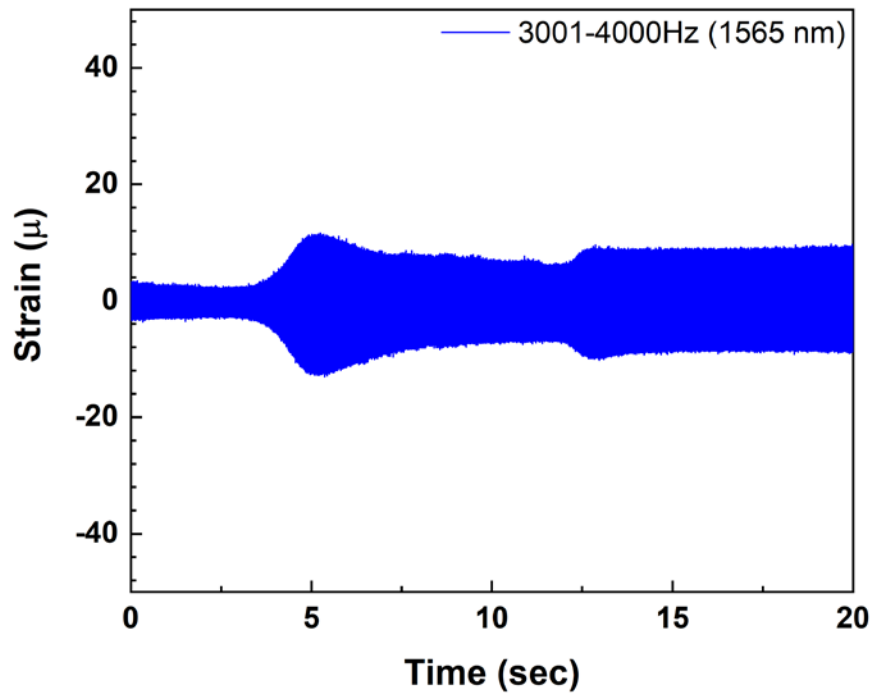
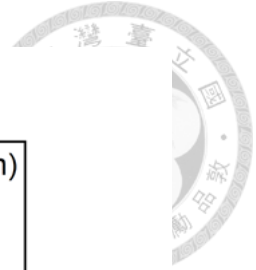


圖 4-64 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果

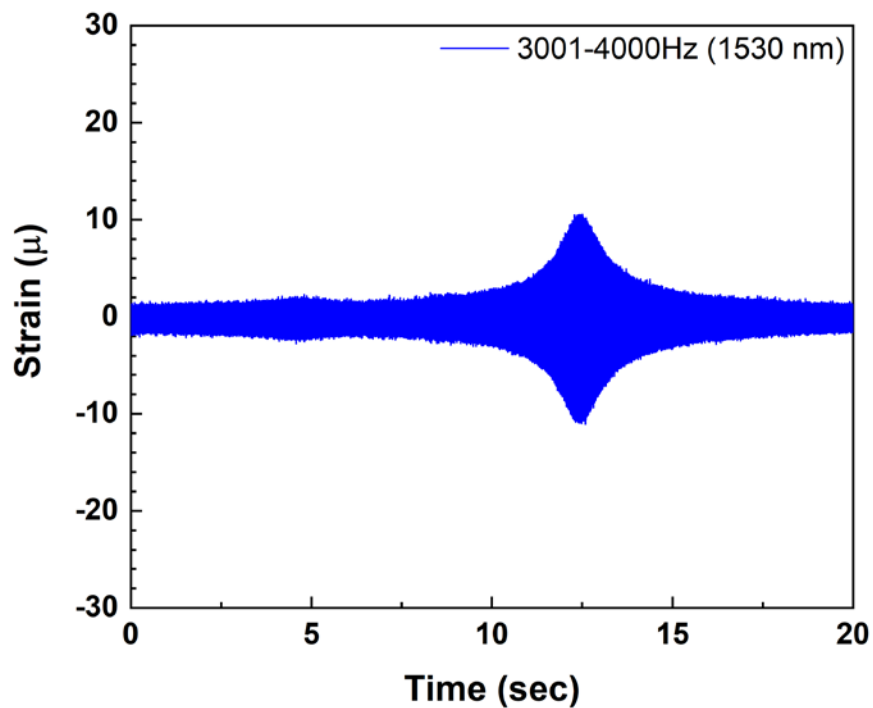


圖 4-65 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 3001~4000Hz 掃頻結果

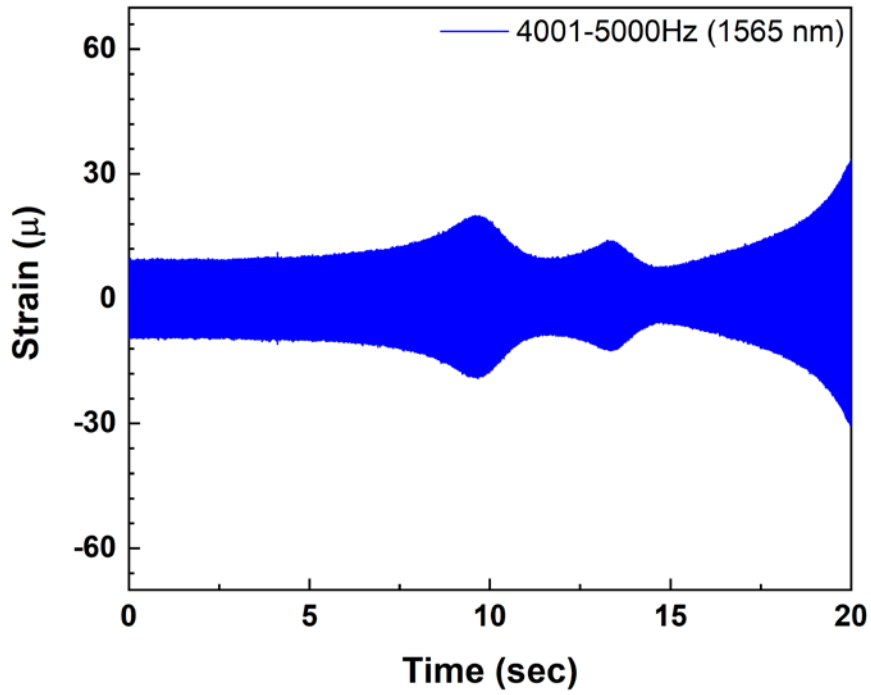
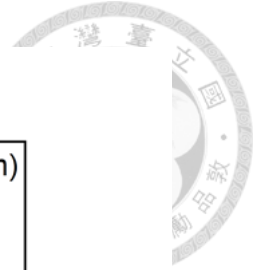


圖 4-66 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果

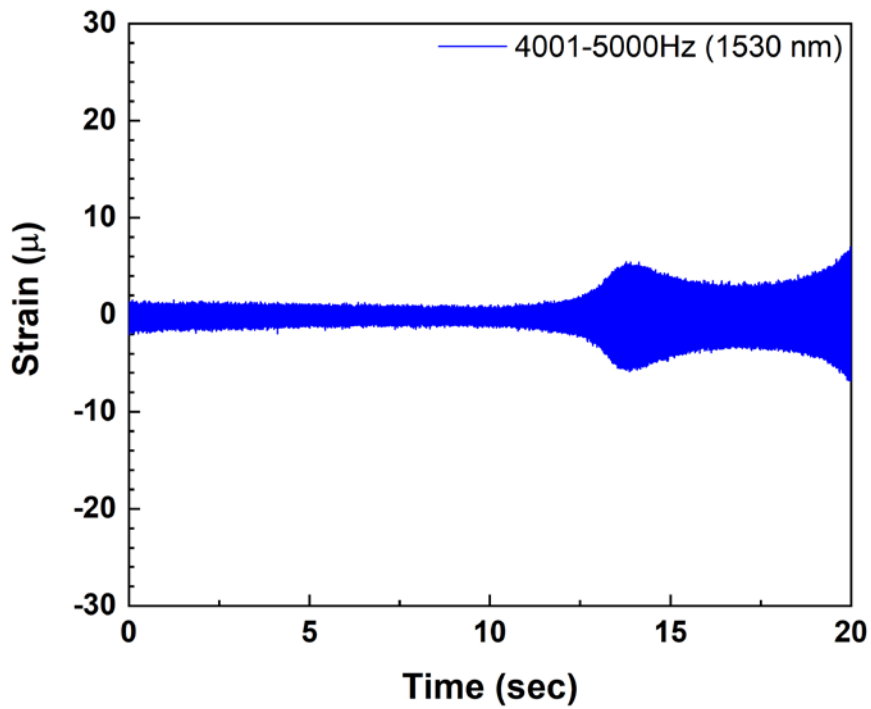


圖 4-67 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 4001~5000Hz 掃頻結果

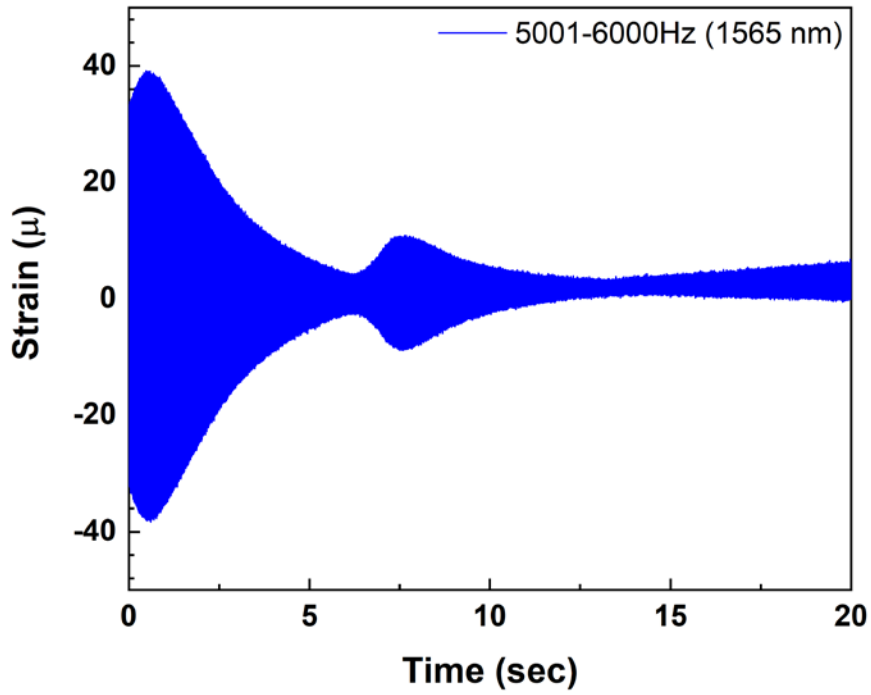
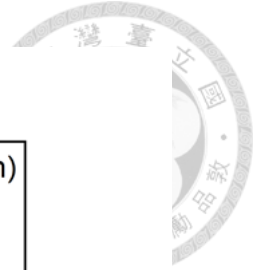


圖 4-68 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果

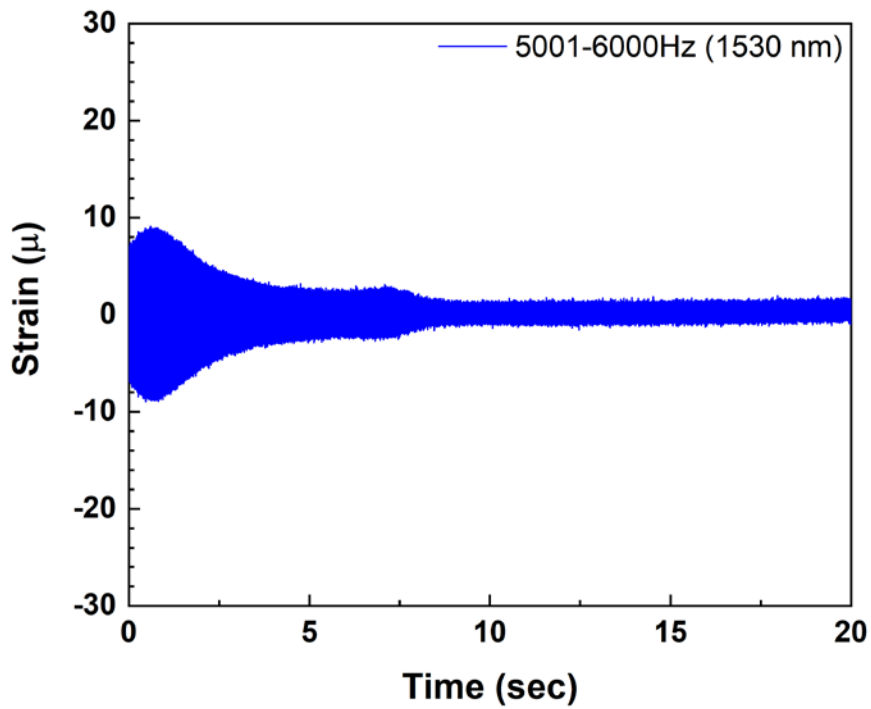


圖 4-69 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 5001~6000Hz 掃頻結果



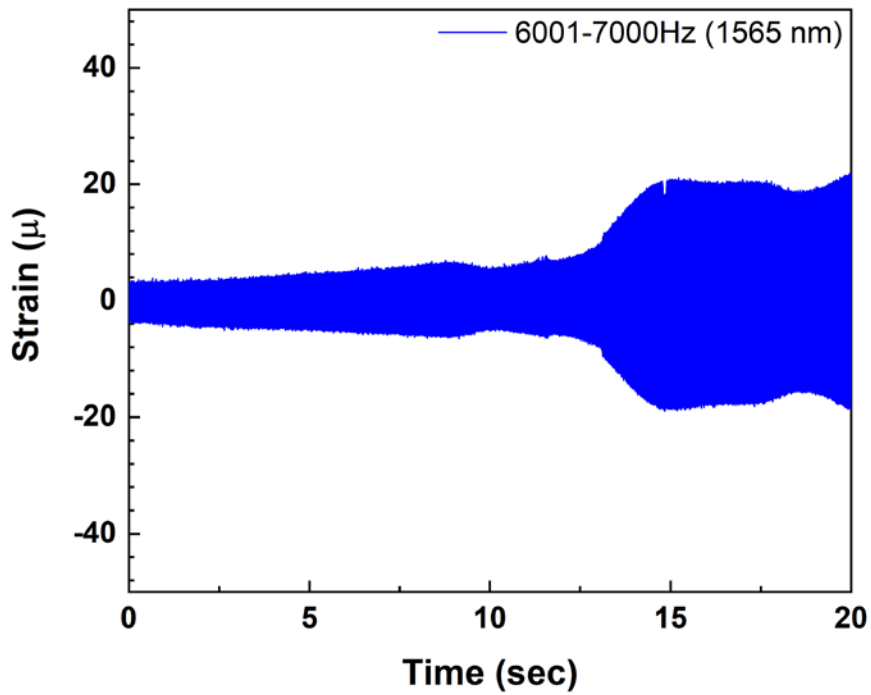
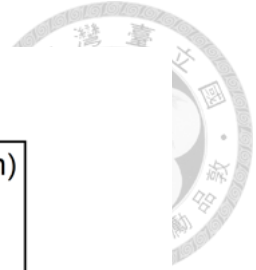


圖 4-70 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 6001~7000Hz 掃頻結果

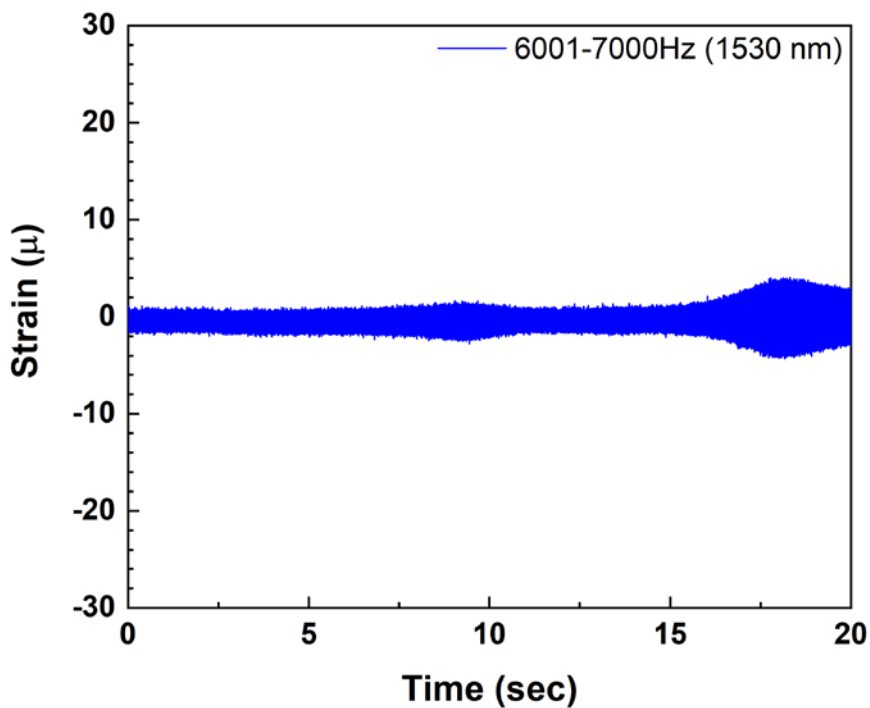


圖 4-71 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 6001~7000Hz 掃頻結果

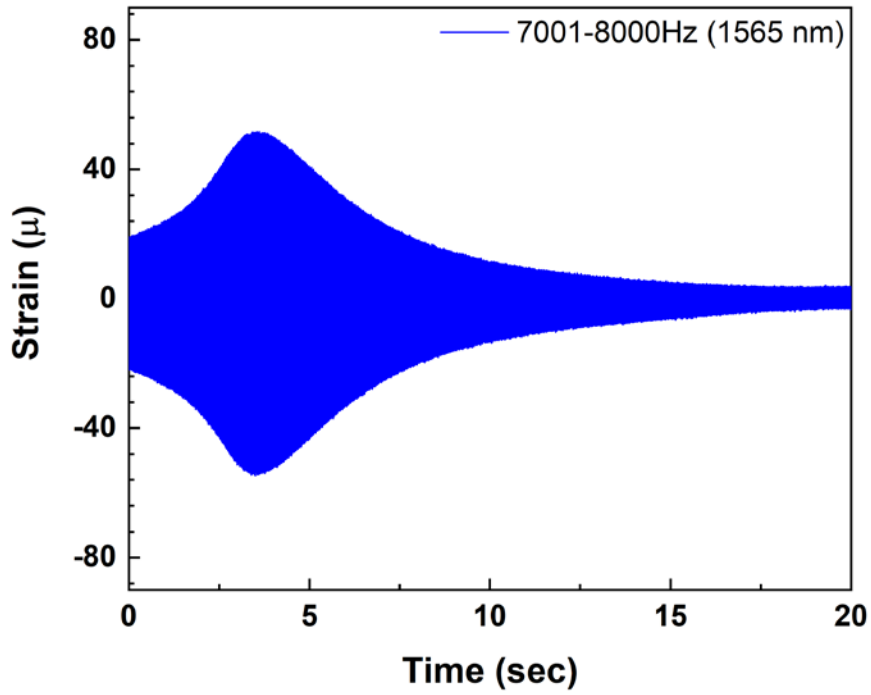
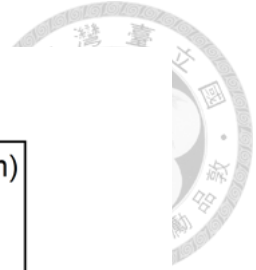


圖 4-72 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果

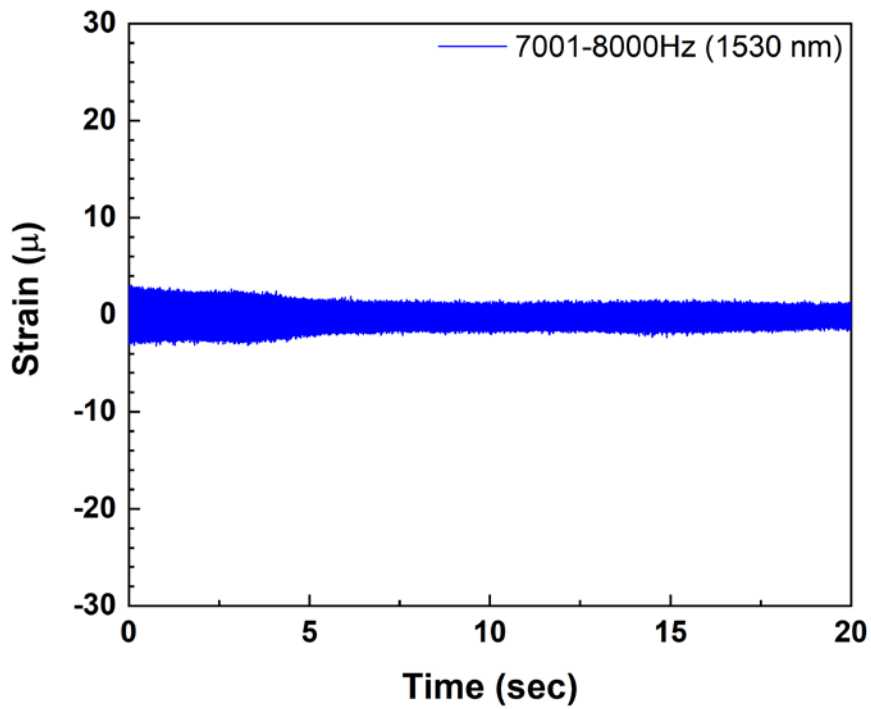


圖 4-73 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 7001~8000Hz 掃頻結果

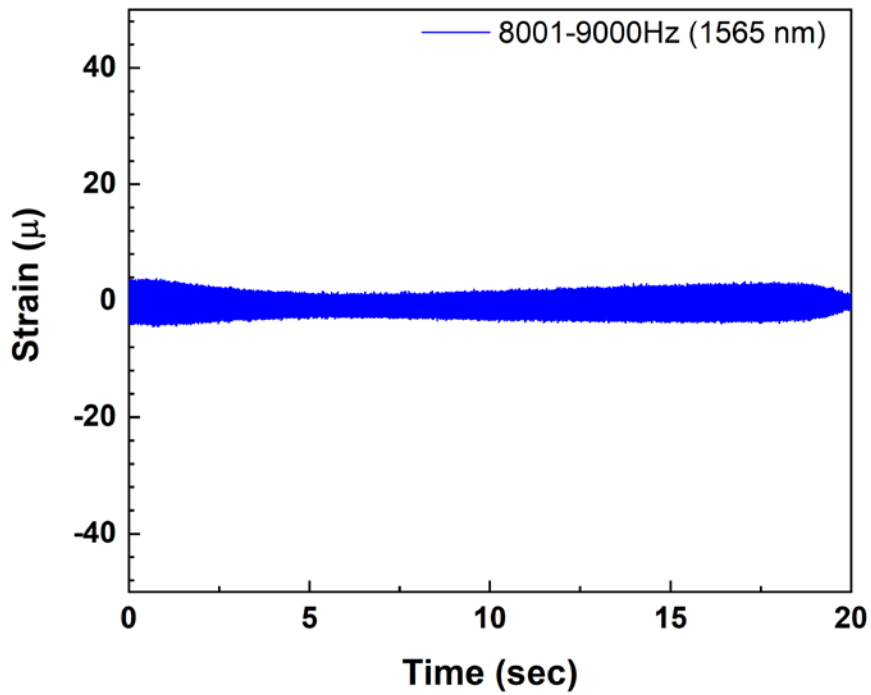


圖 4-74 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果

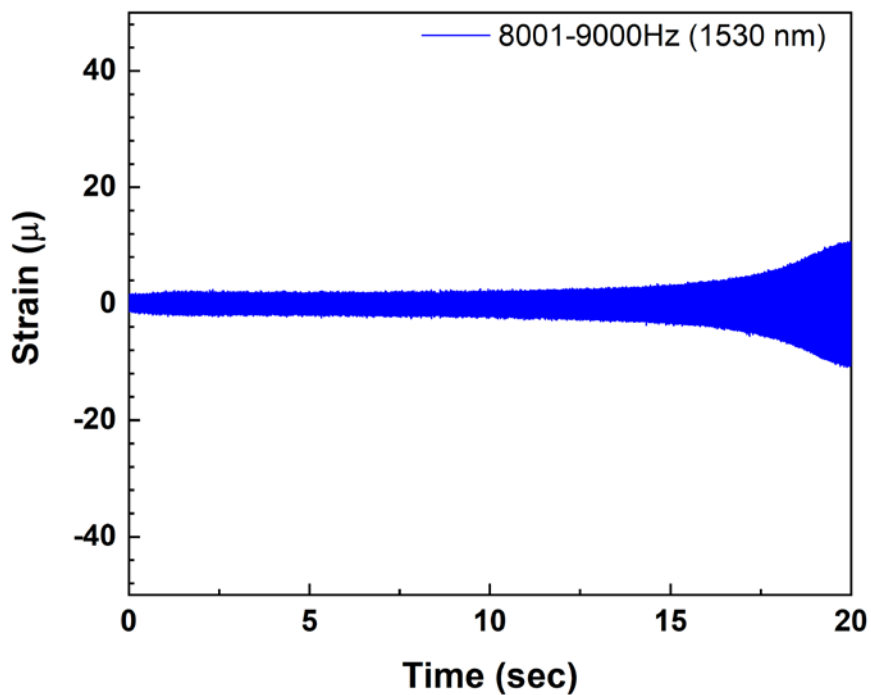


圖 4-75 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 8001~9000Hz 掃頻結果

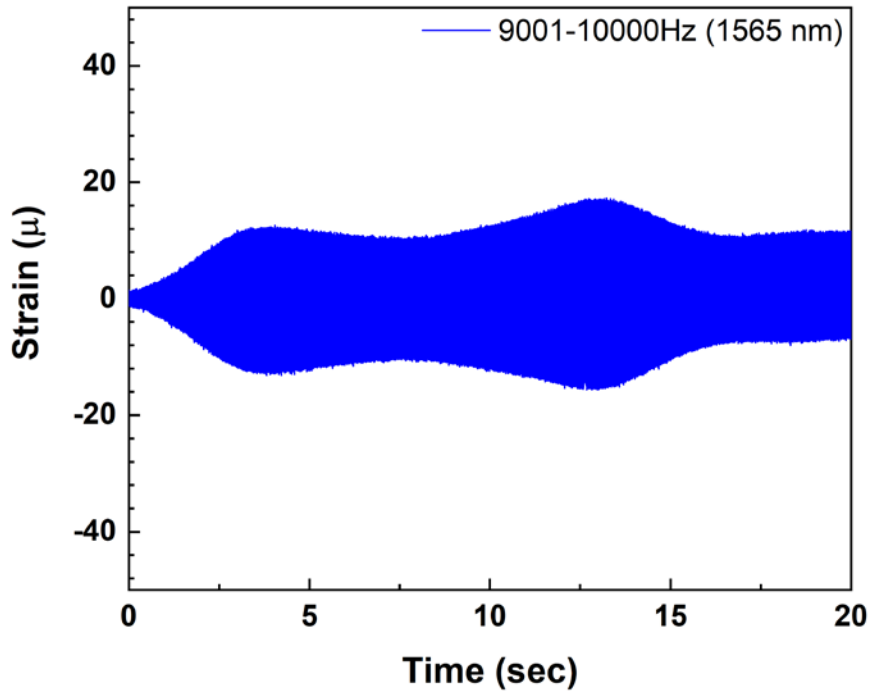
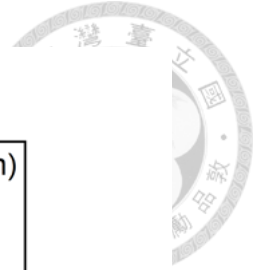


圖 4-76 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果

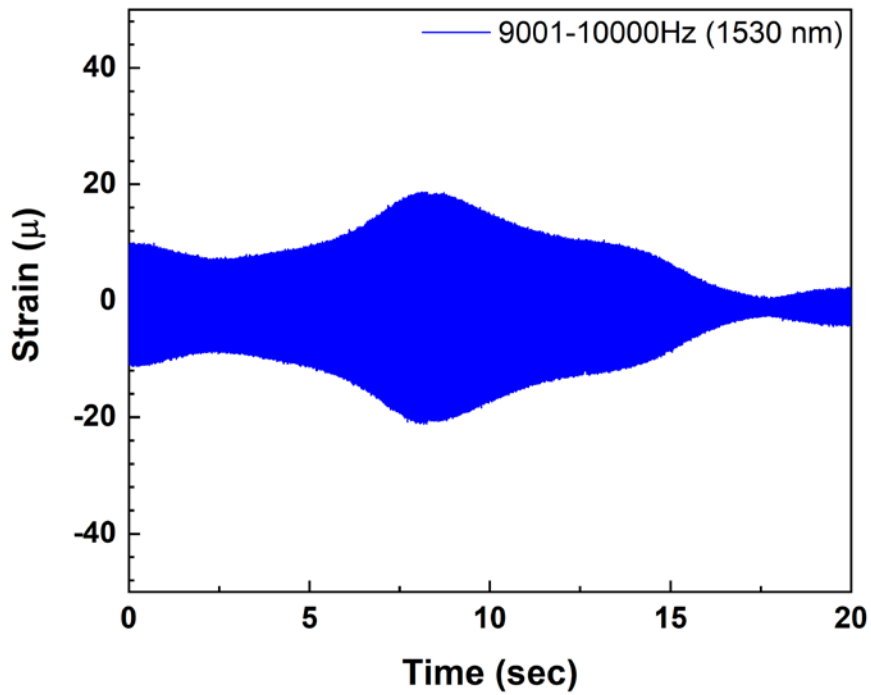


圖 4-77 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 9001~10000Hz 掃頻結果

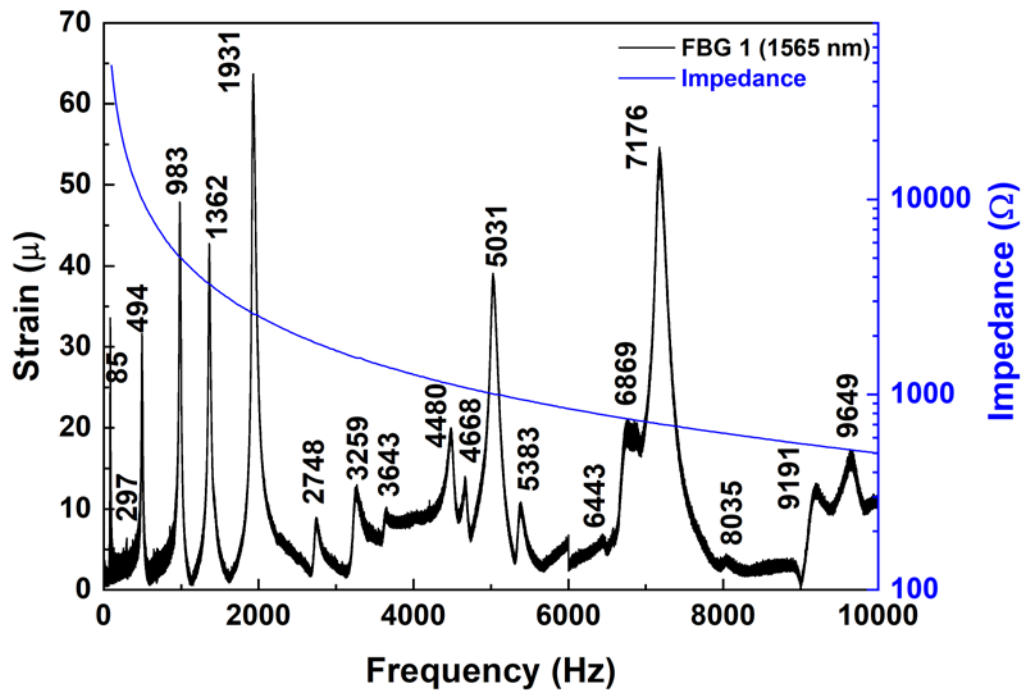


圖 4-78 SBP 之 FBG 1 (1565 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果之比較圖

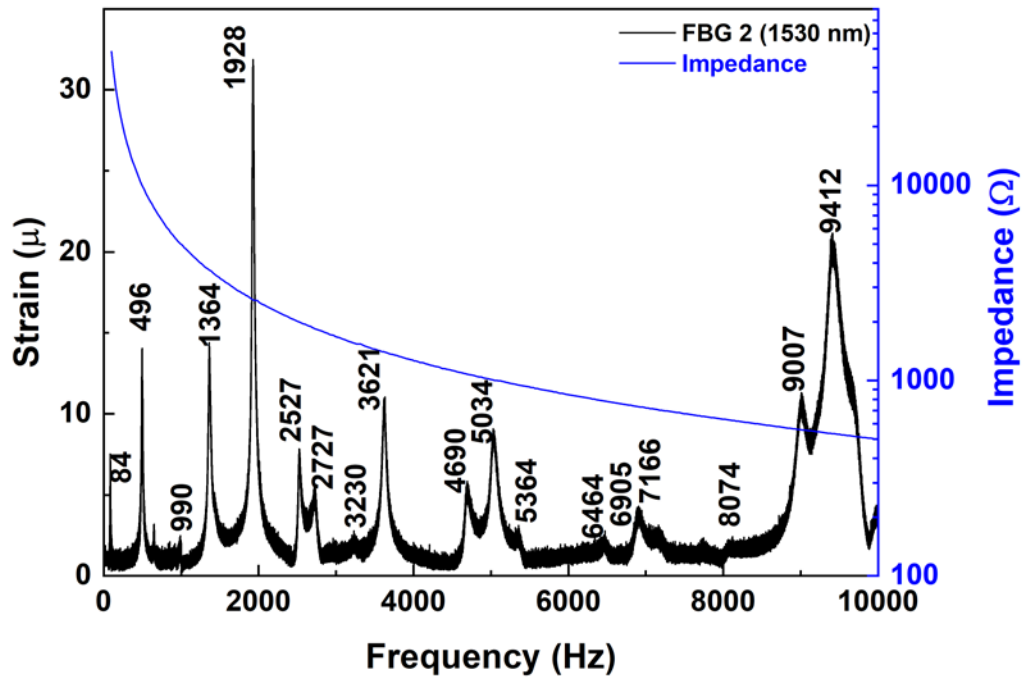


圖 4-79 SBP 之 FBG 2 (1530 nm) 掃頻結果與阻抗分析儀結果之比較圖

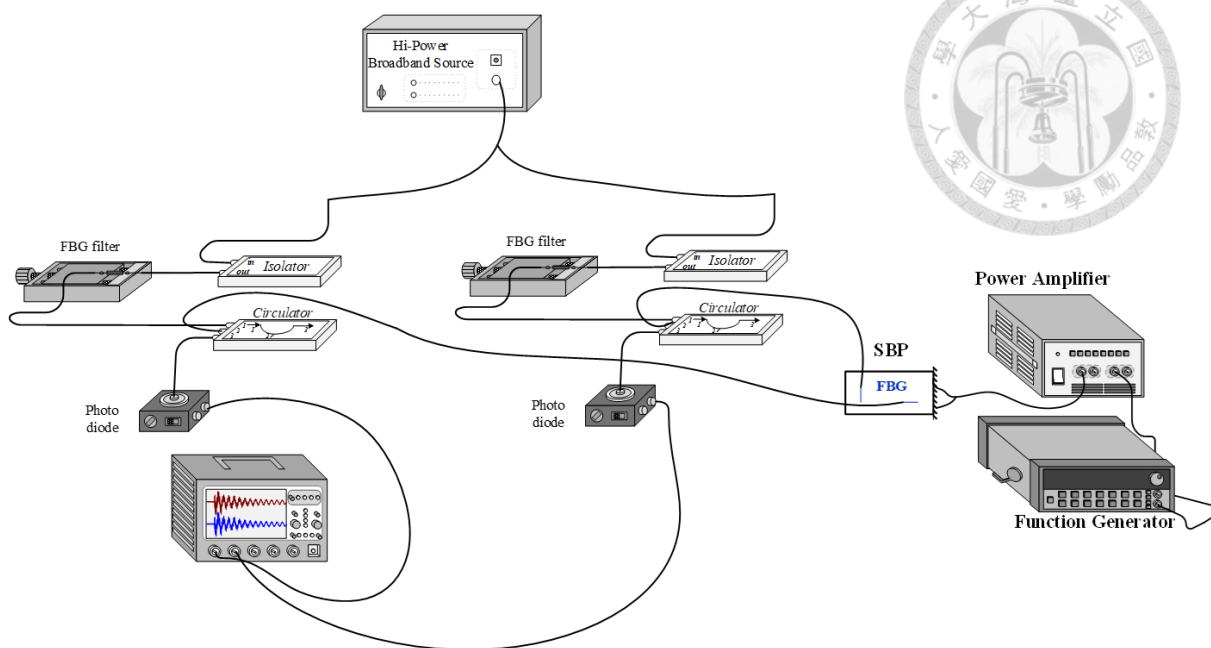


圖 4-80 SBP 高頻面內振動量測實驗架設圖

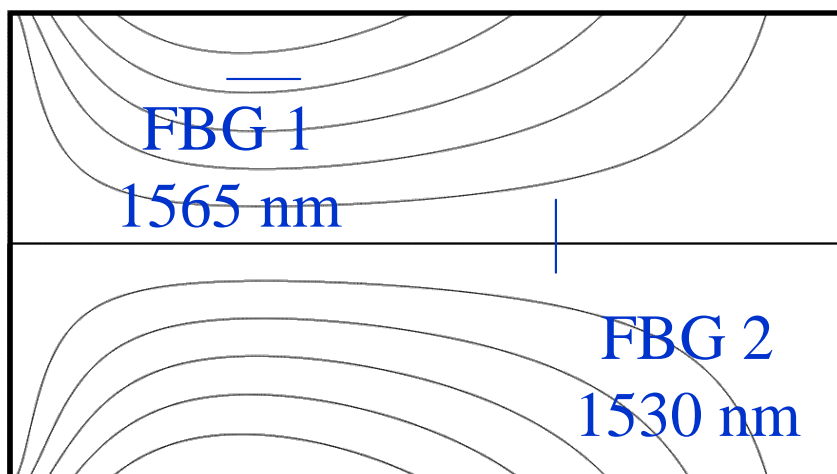


圖 4-81 光纖光柵黏貼位置與 12305Hz  $x_2$  方向模態比較圖

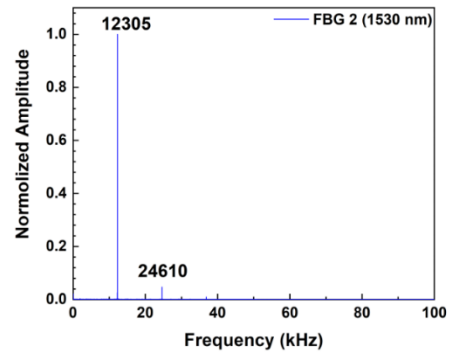
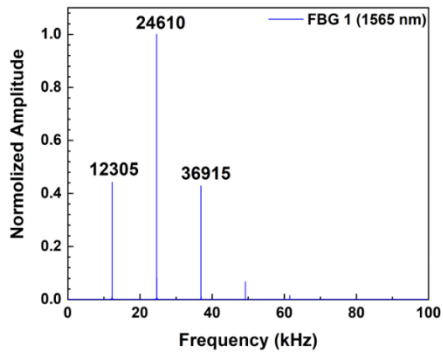
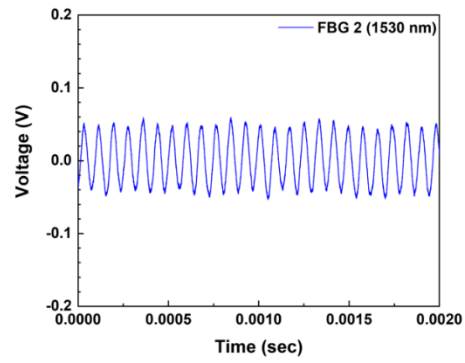
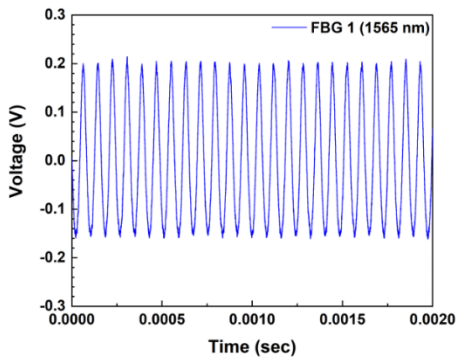
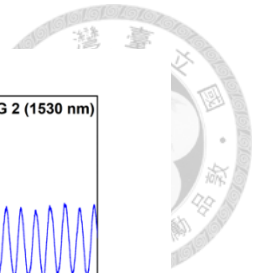


圖 4-82 面內高頻振動 - 12305Hz

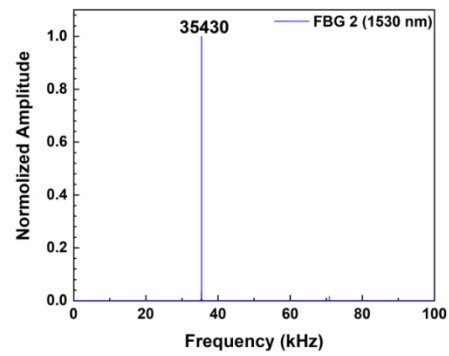
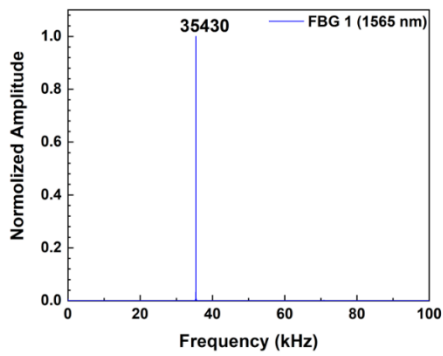
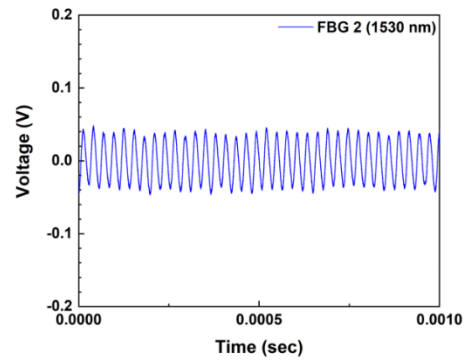
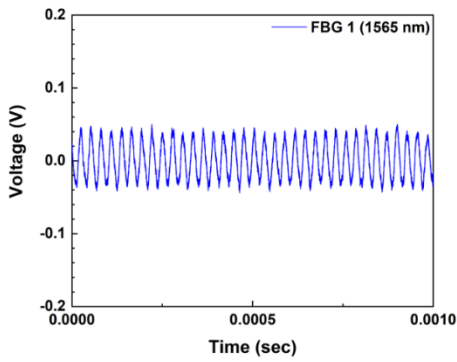


圖 4-83 面內高頻振動 - 35430Hz

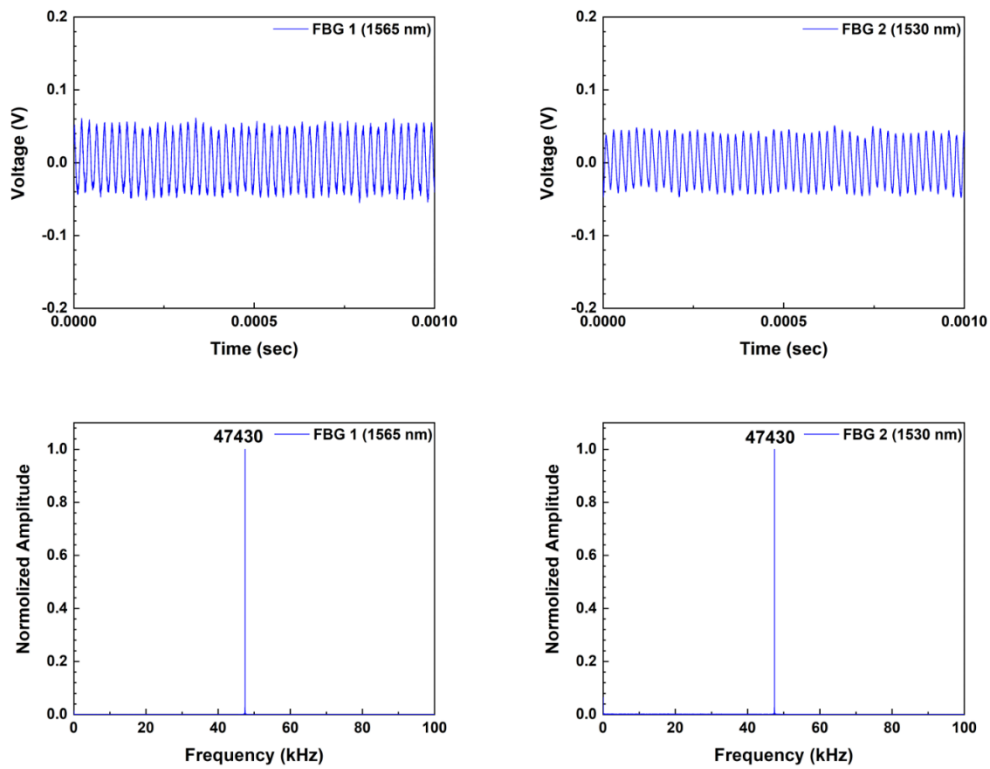
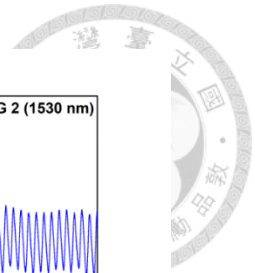


圖 4-84 面內高頻振動 - 47430Hz

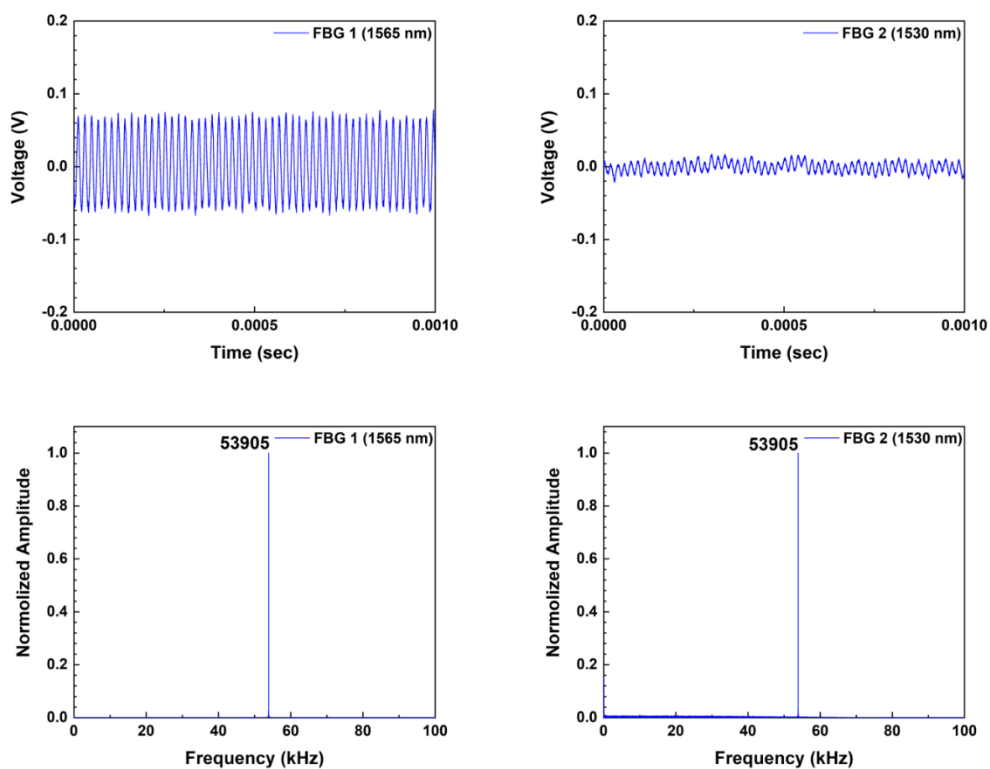


圖 4-85 面內高頻振動 - 53905Hz



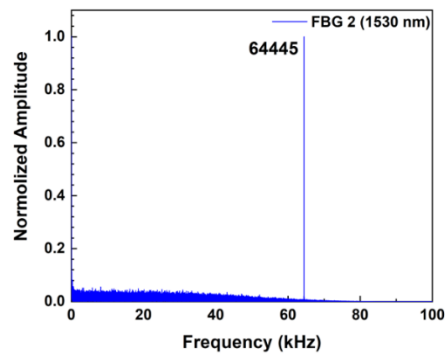
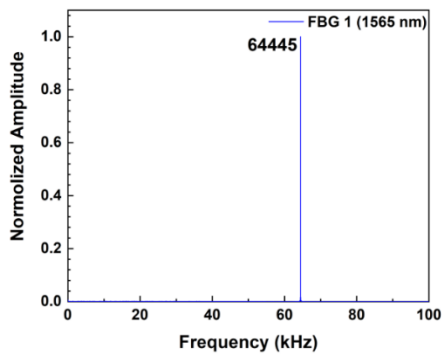
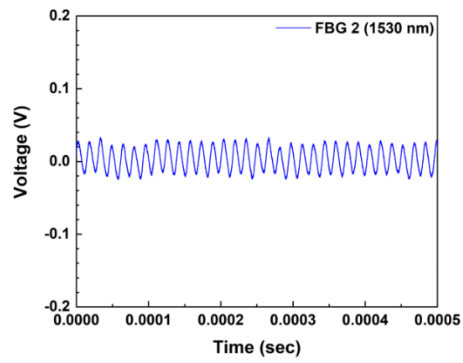
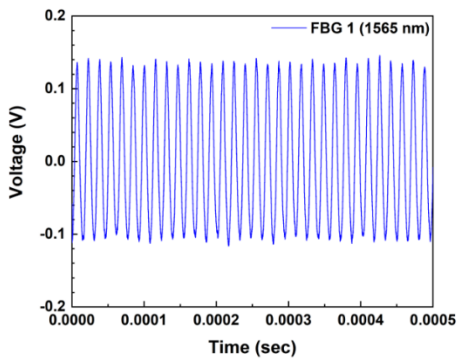
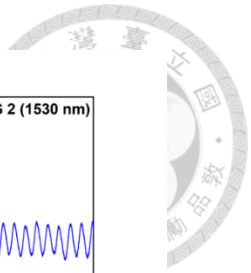


圖 4-86 面內高頻振動 - 64445Hz

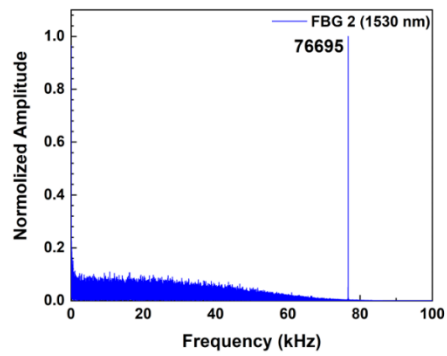
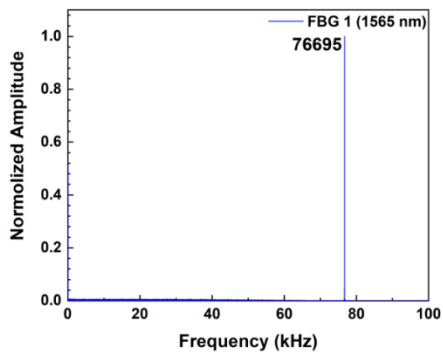
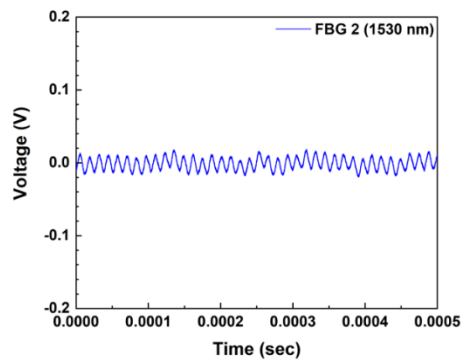
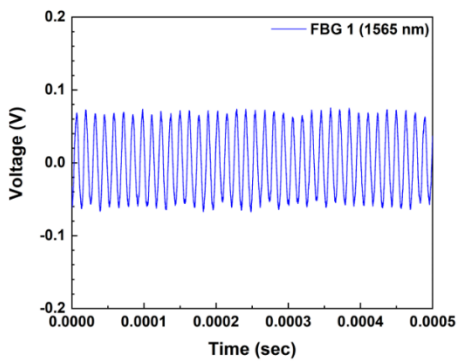


圖 4-87 面內高頻振動 - 76695Hz

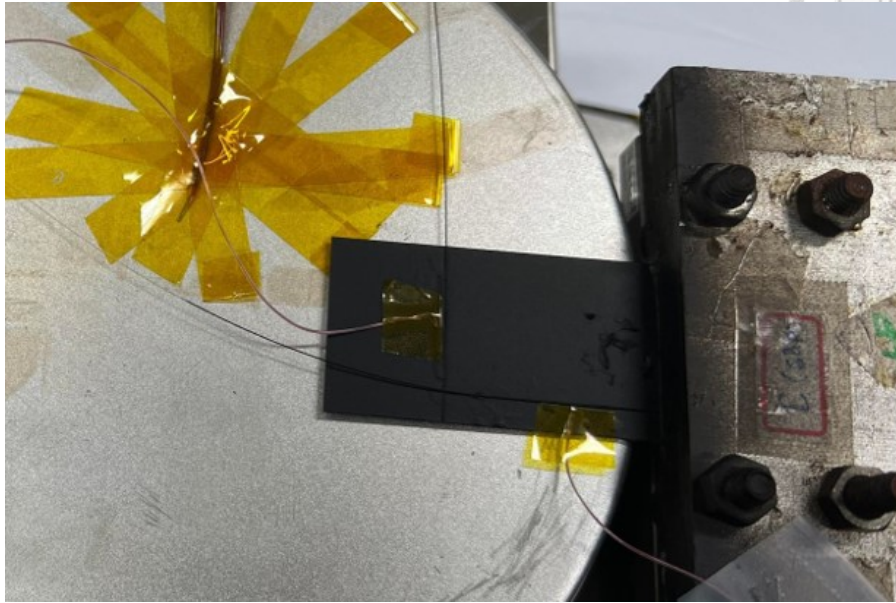


圖 4-88 SBP 加熱圓盤加熱實體圖

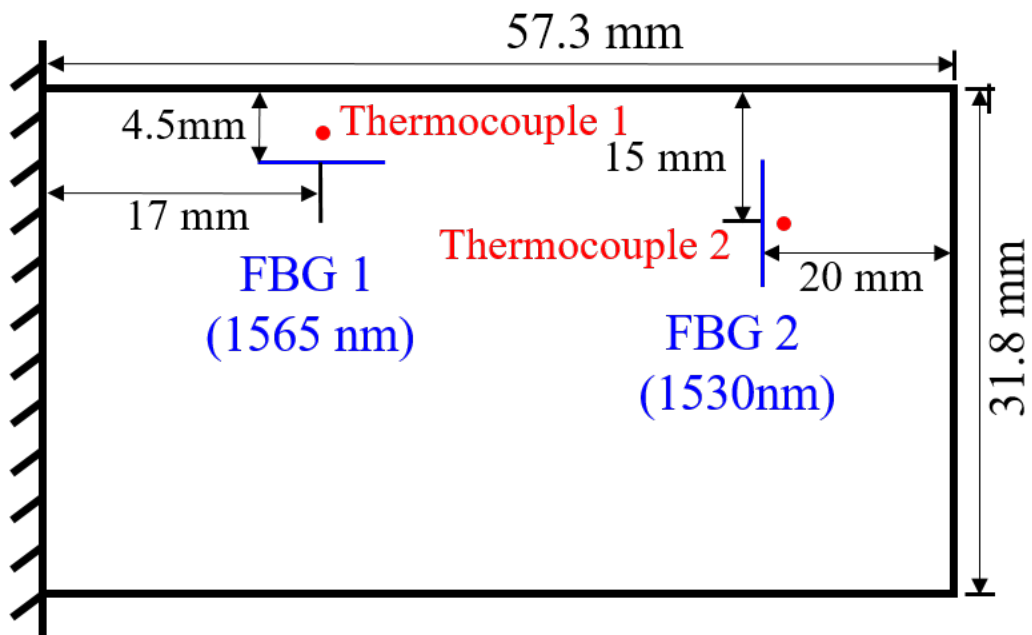


圖 4-89 光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖

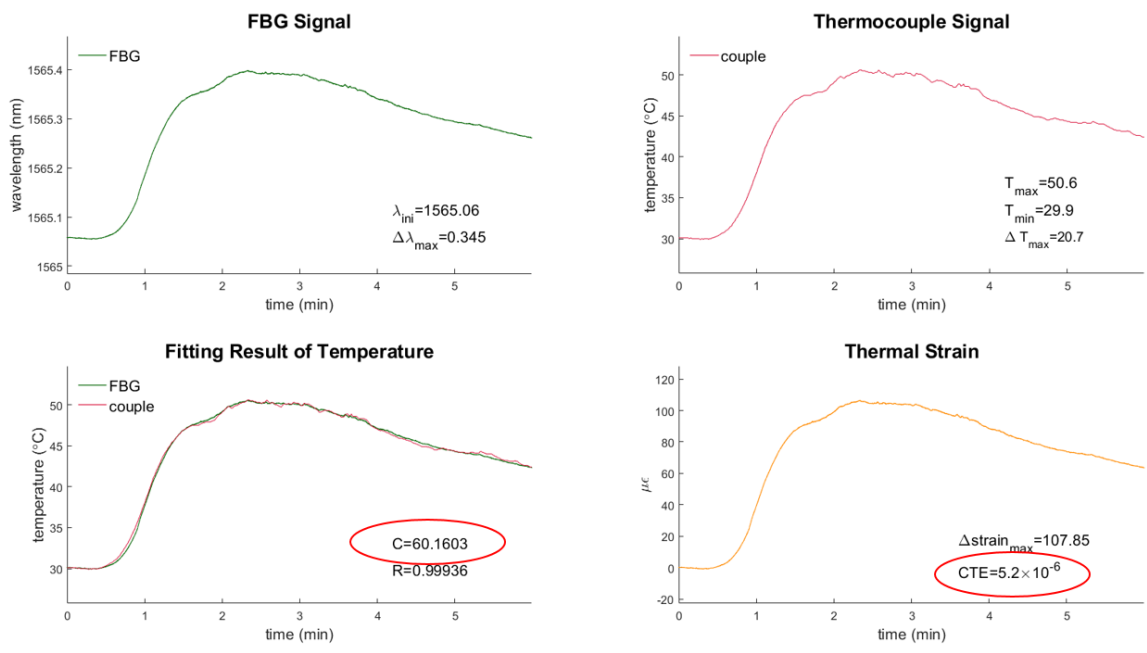


圖 4-90 SBP 熱電偶與 FBG 1 擬合結果

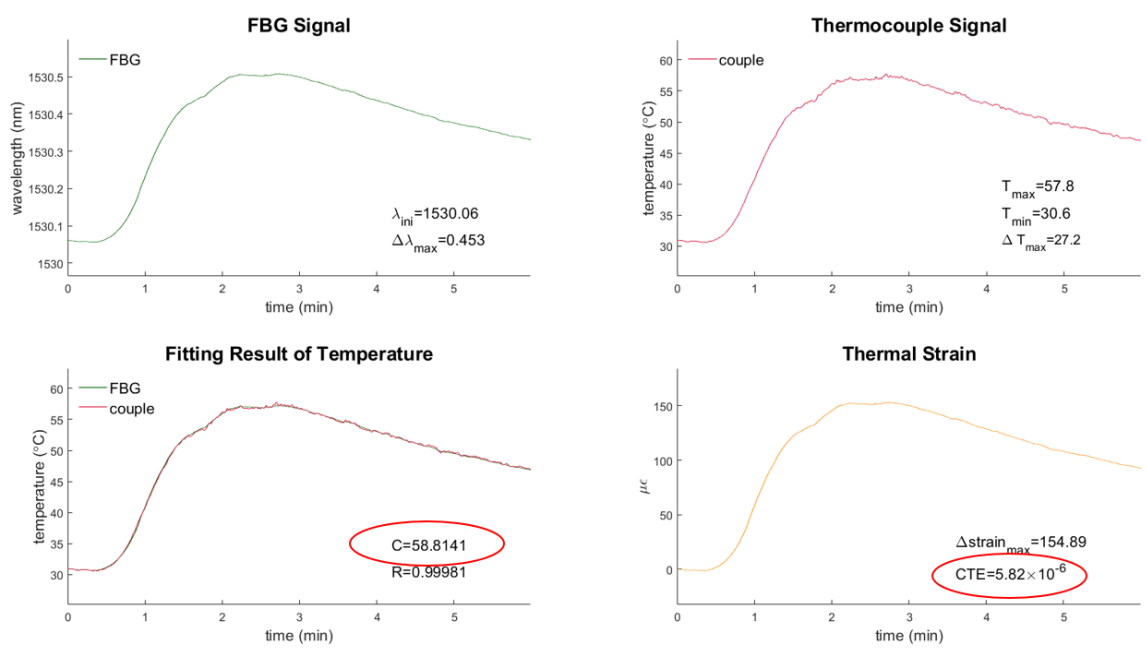


圖 4-91 SBP 熱電偶與 FBG 2 擬合結果

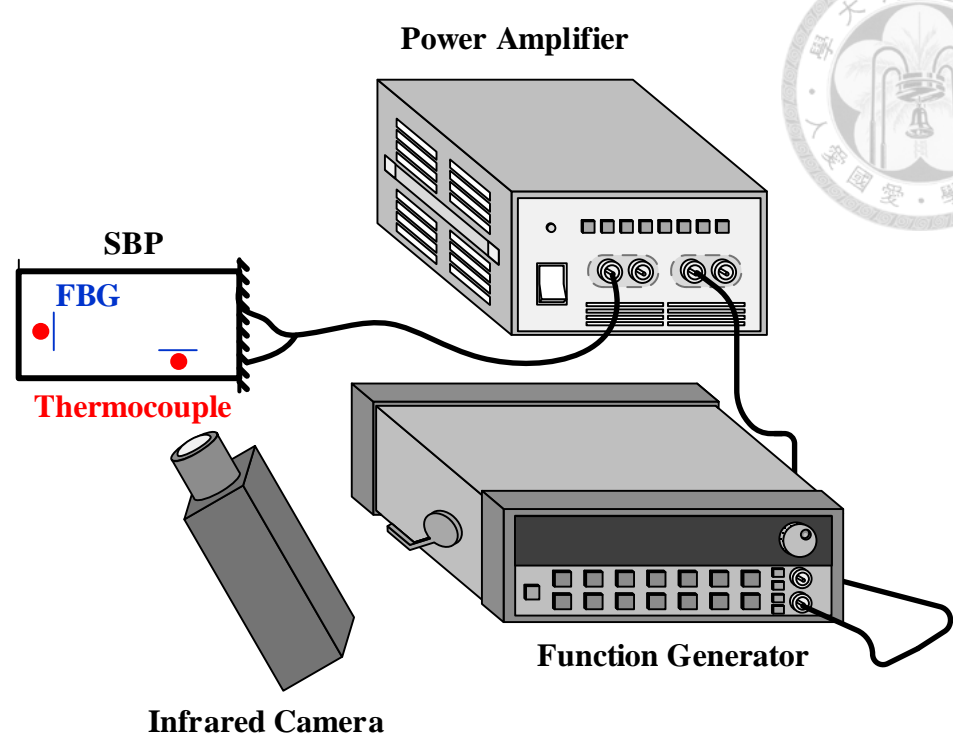


圖 4-92 SBP 高頻激振溫升之實驗架設圖

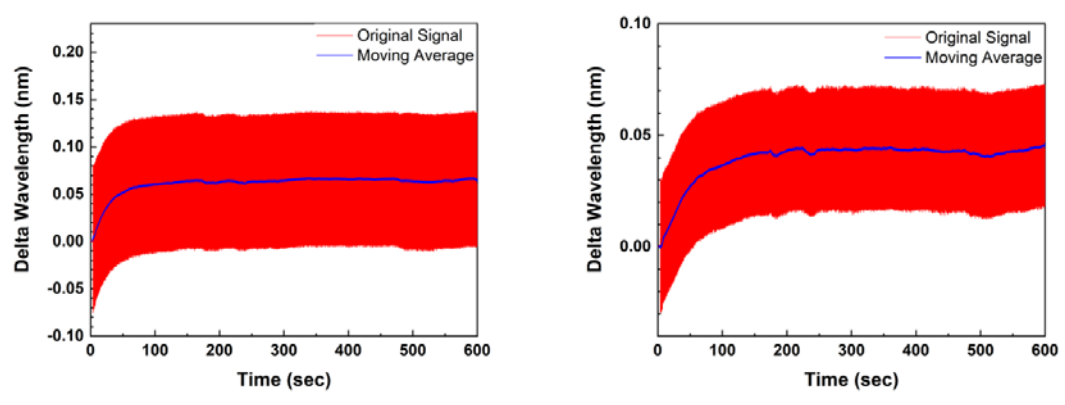


圖 4-93 12305Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2

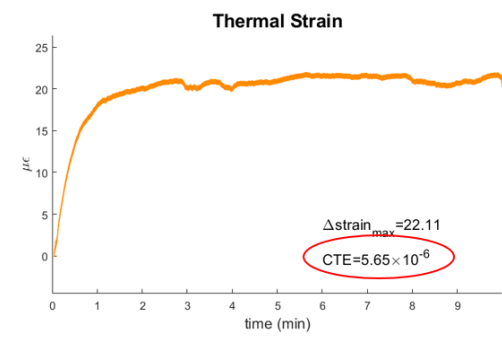
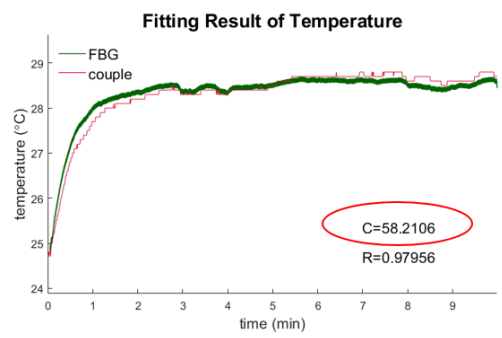
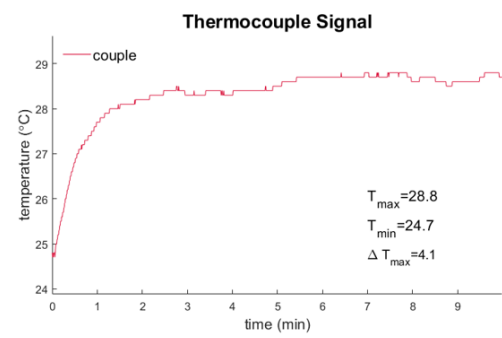
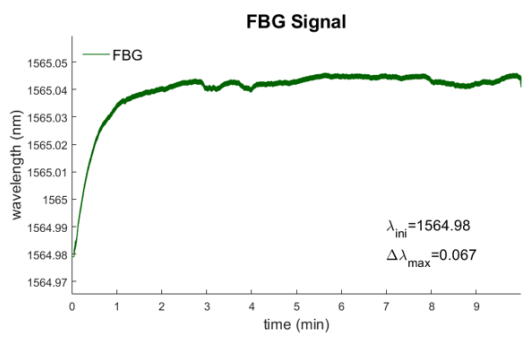


圖 4-94 SBP 12305Hz 激振 FBG 1 與熱電偶擬合結果

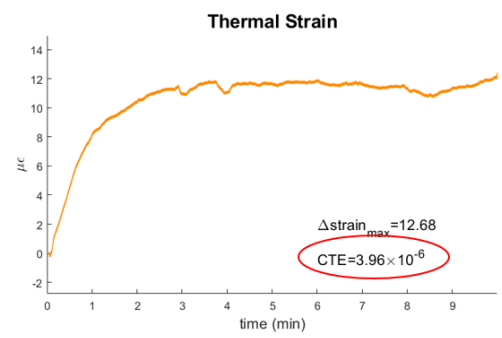
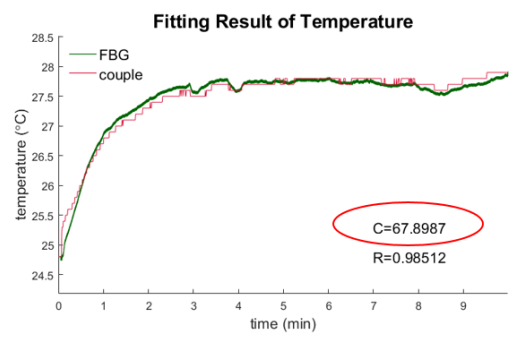
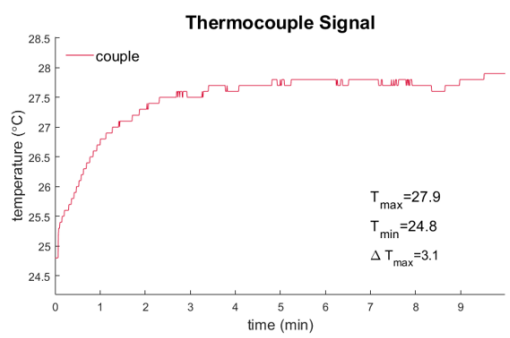
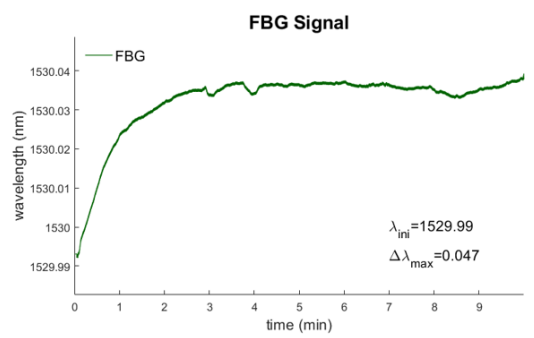


圖 4-95 SBP 12305Hz 激振 FBG 2 與熱電偶擬合結果

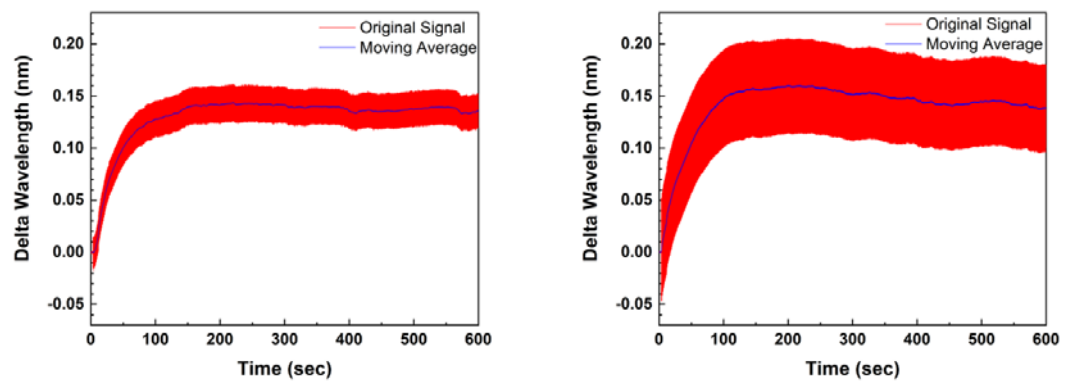
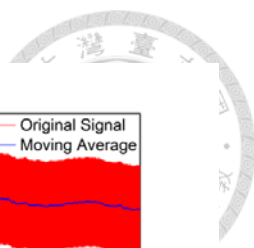


圖 4-96 35430Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2

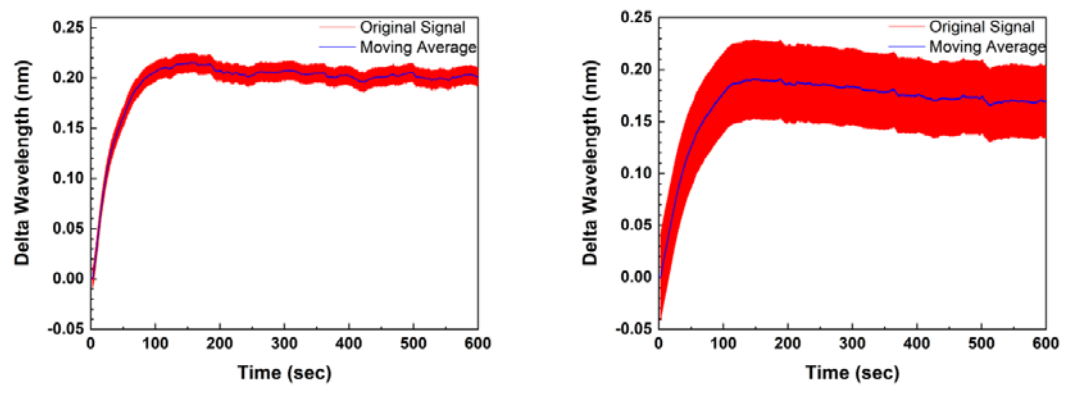


圖 4-97 47430Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2

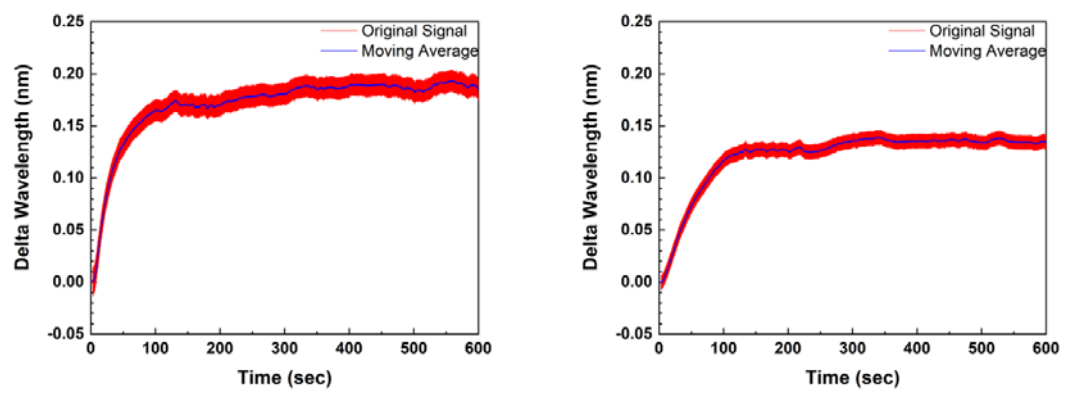


圖 4-98 53905Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2

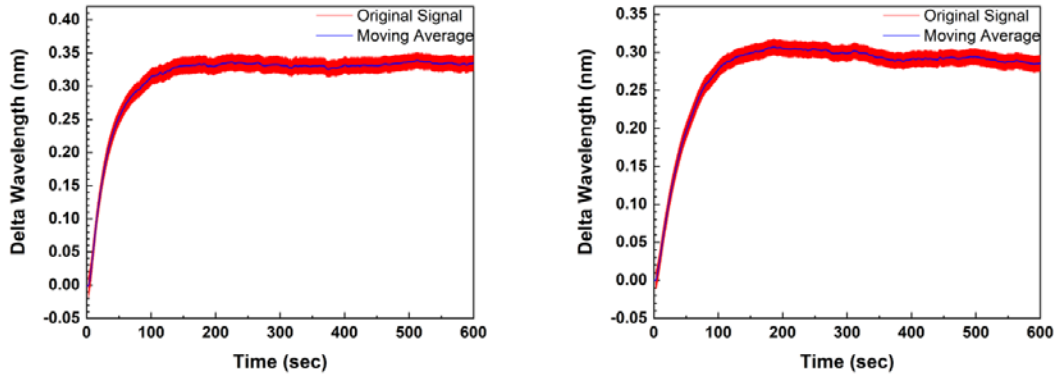


圖 4-99 64445Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2

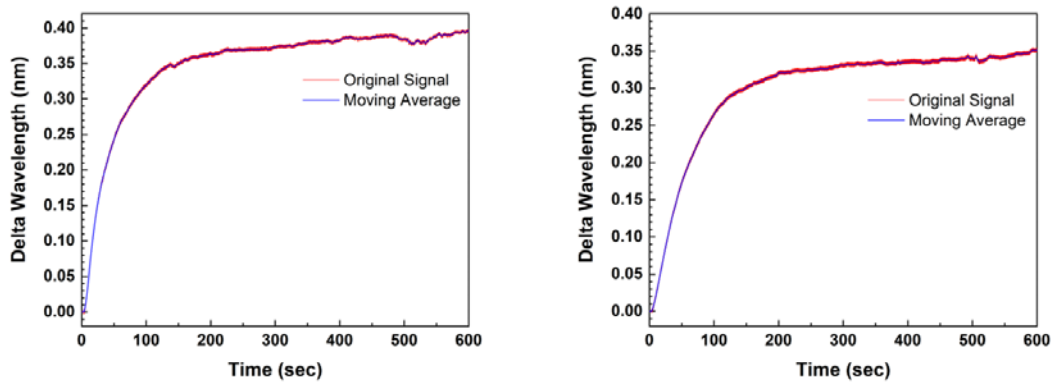


圖 4-100 76695Hz 激振 SBP 之光纖光柵量測之波長飄移量 左：FBG 1 右：FBG 2



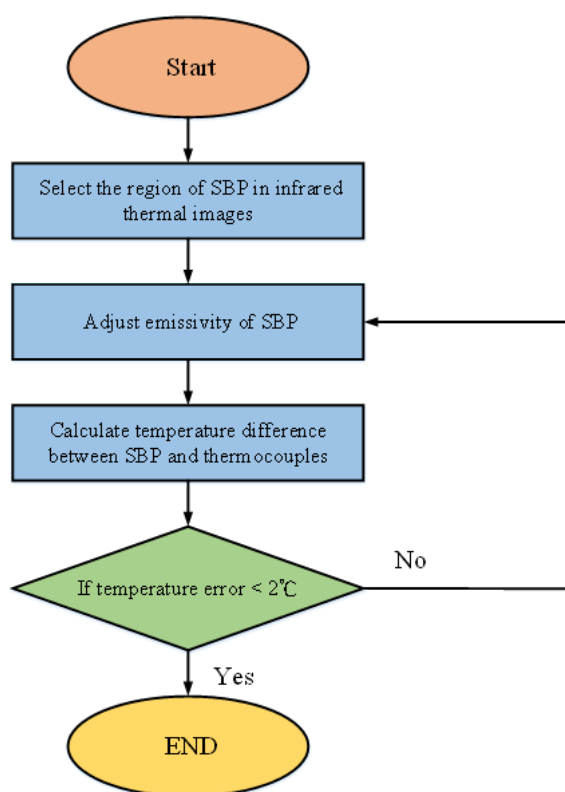


圖 4-101 熱像儀放射率校正流程圖

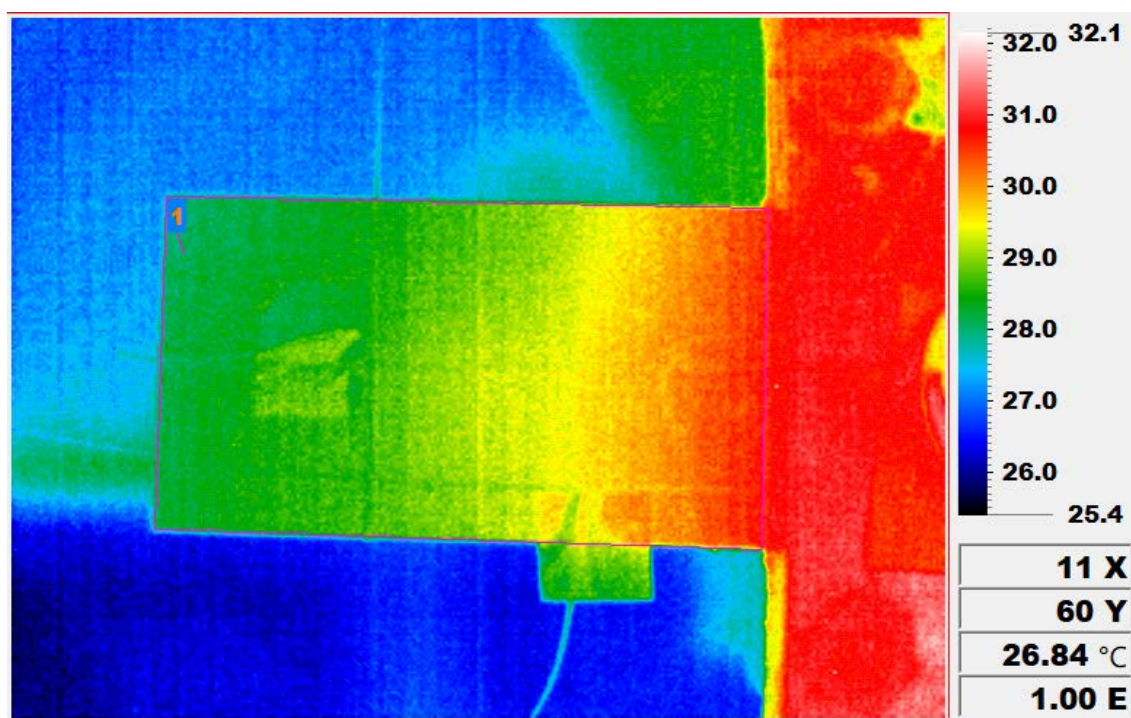


圖 4-102 熱影像之 SBP 選取範圍



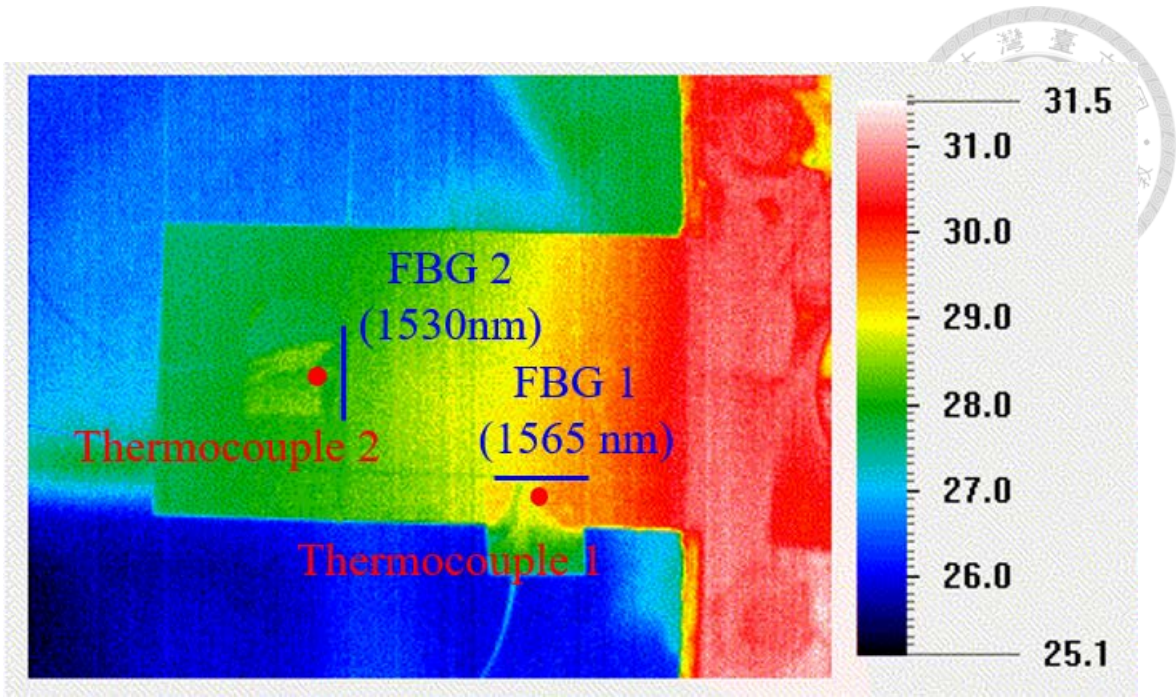


圖 4-103 光纖光柵與熱電偶於熱影像之位置示意圖

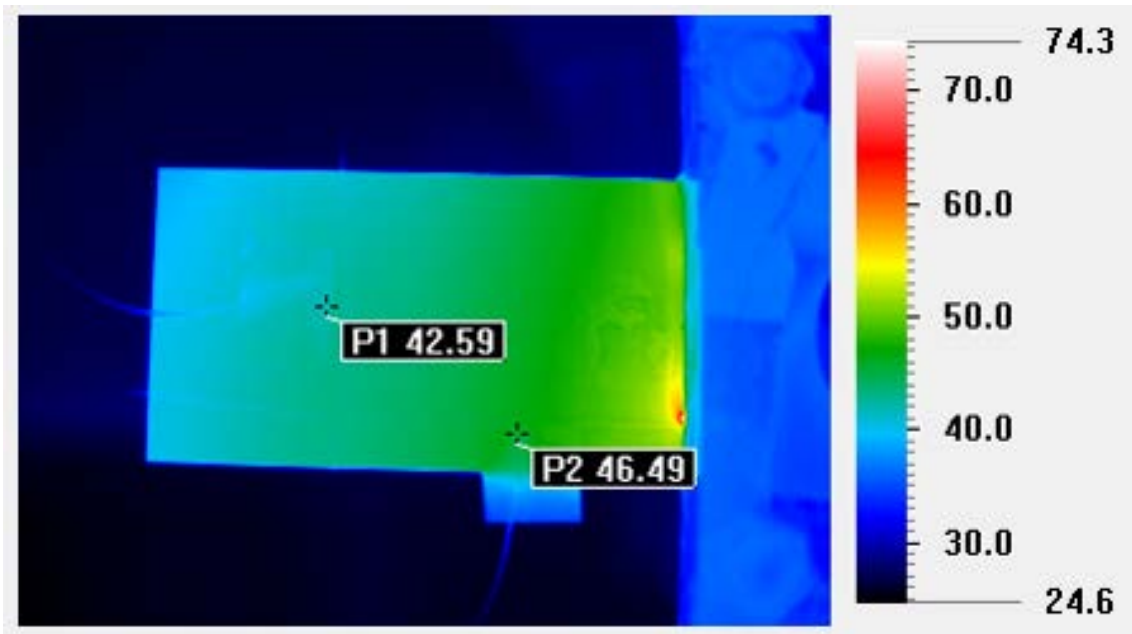


圖 4-104 熱影像與熱電偶校正點

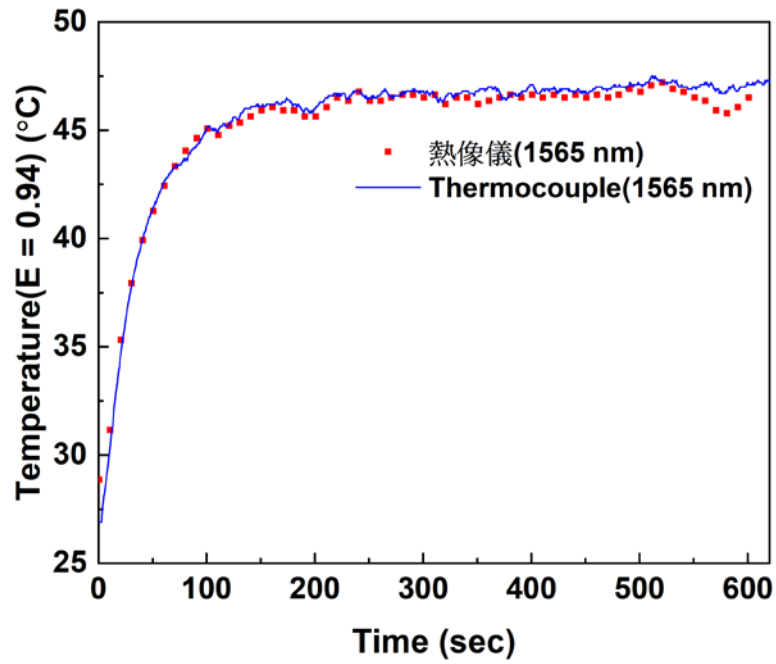


圖 4-105 熱像儀與熱電偶溫度比較圖 (FBG 1 處)

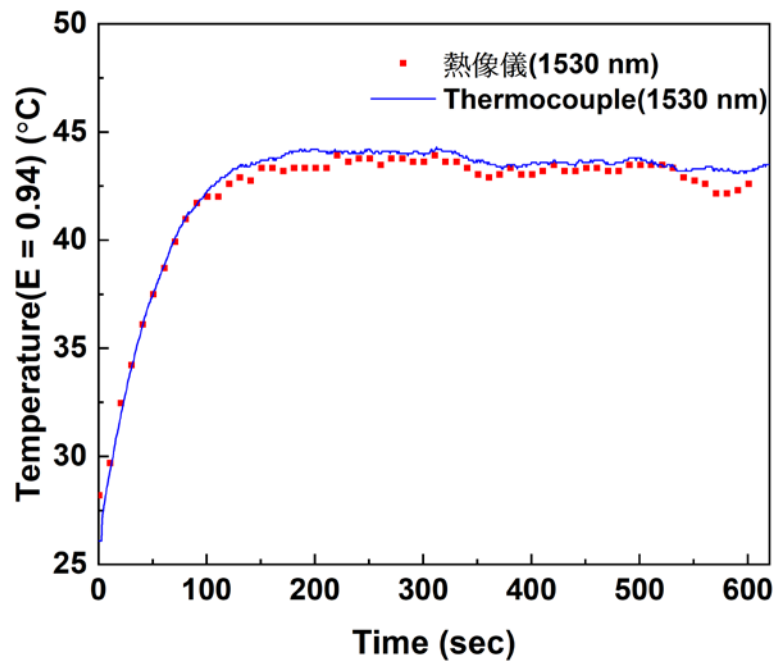


圖 4-106 熱像儀與熱電偶溫度比較圖 (FBG 2 處)

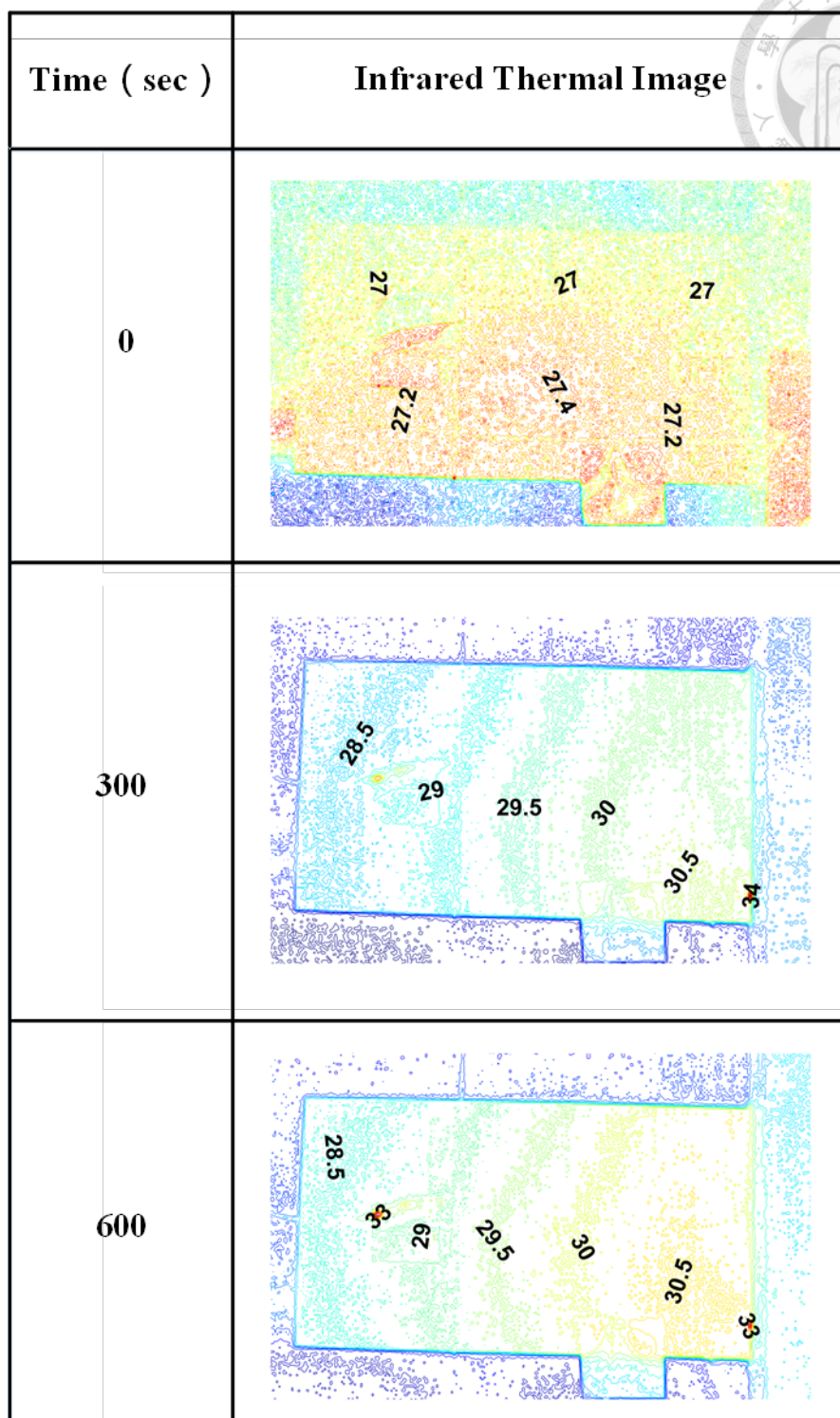


圖 4-107 SBP 之等溫線圖 (12305Hz 0~600 秒)

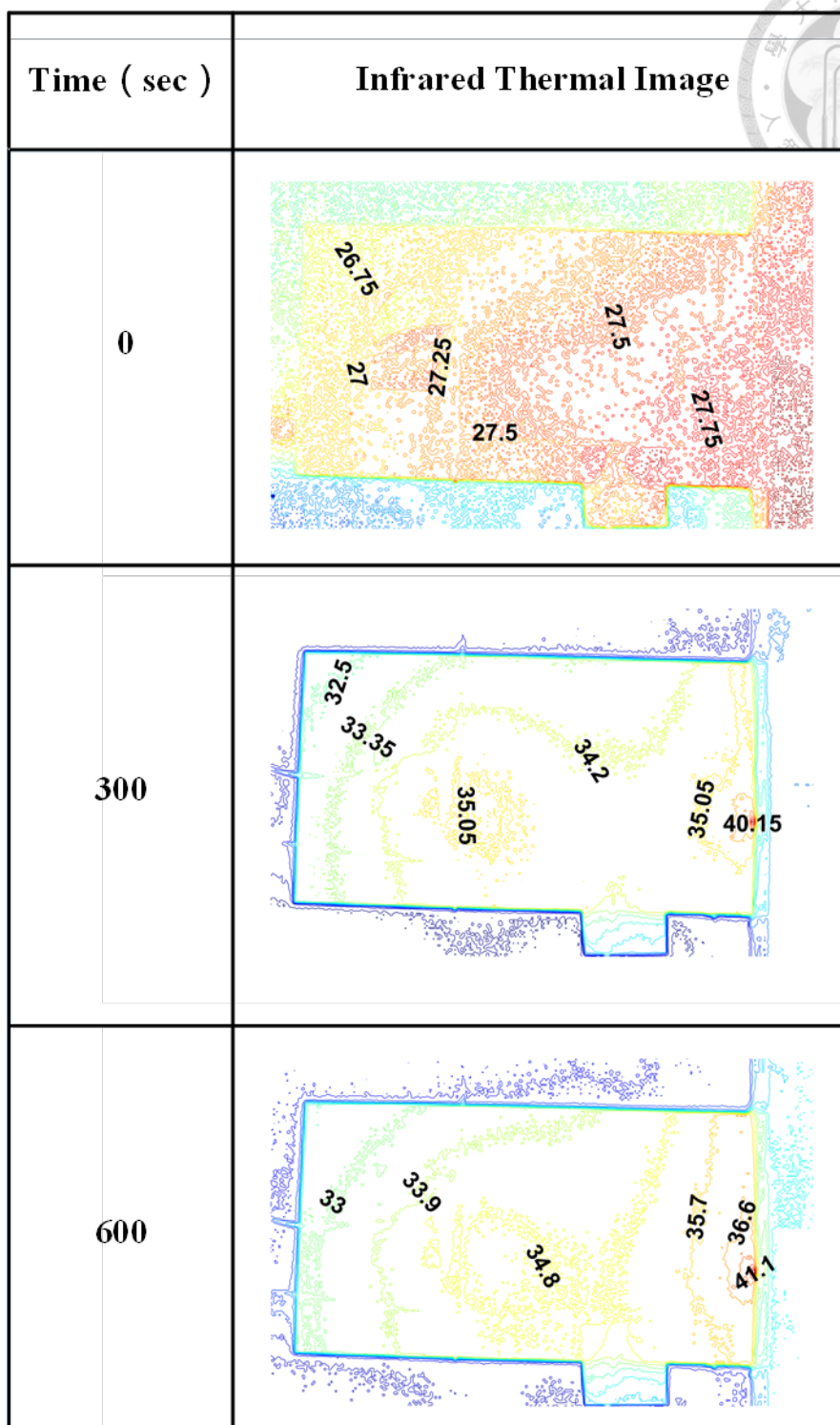


圖 4-108 SBP 之等溫線圖 (35430Hz 0~600 秒)



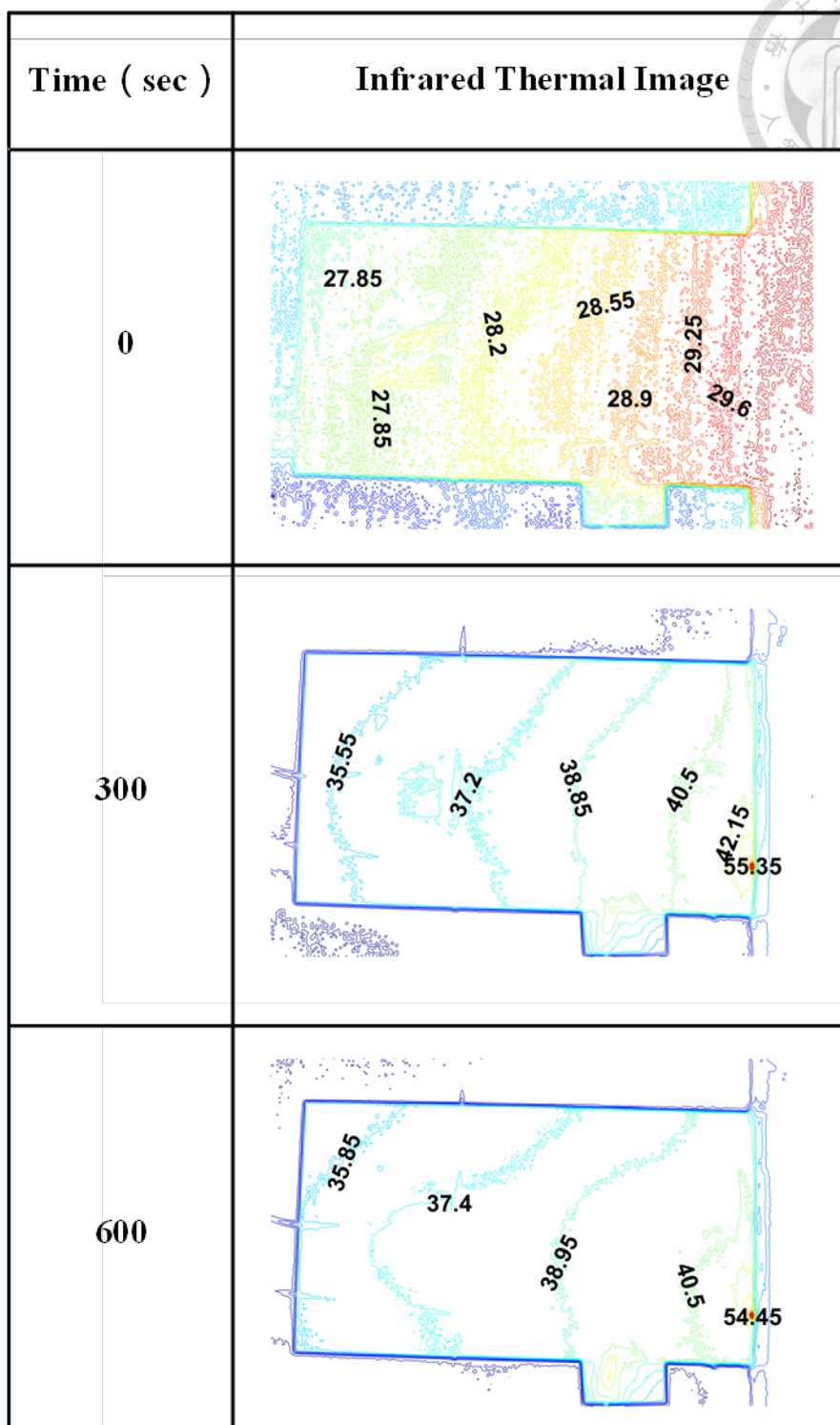


圖 4-109 SBP 之等溫線圖 (47430Hz 0~600 秒)

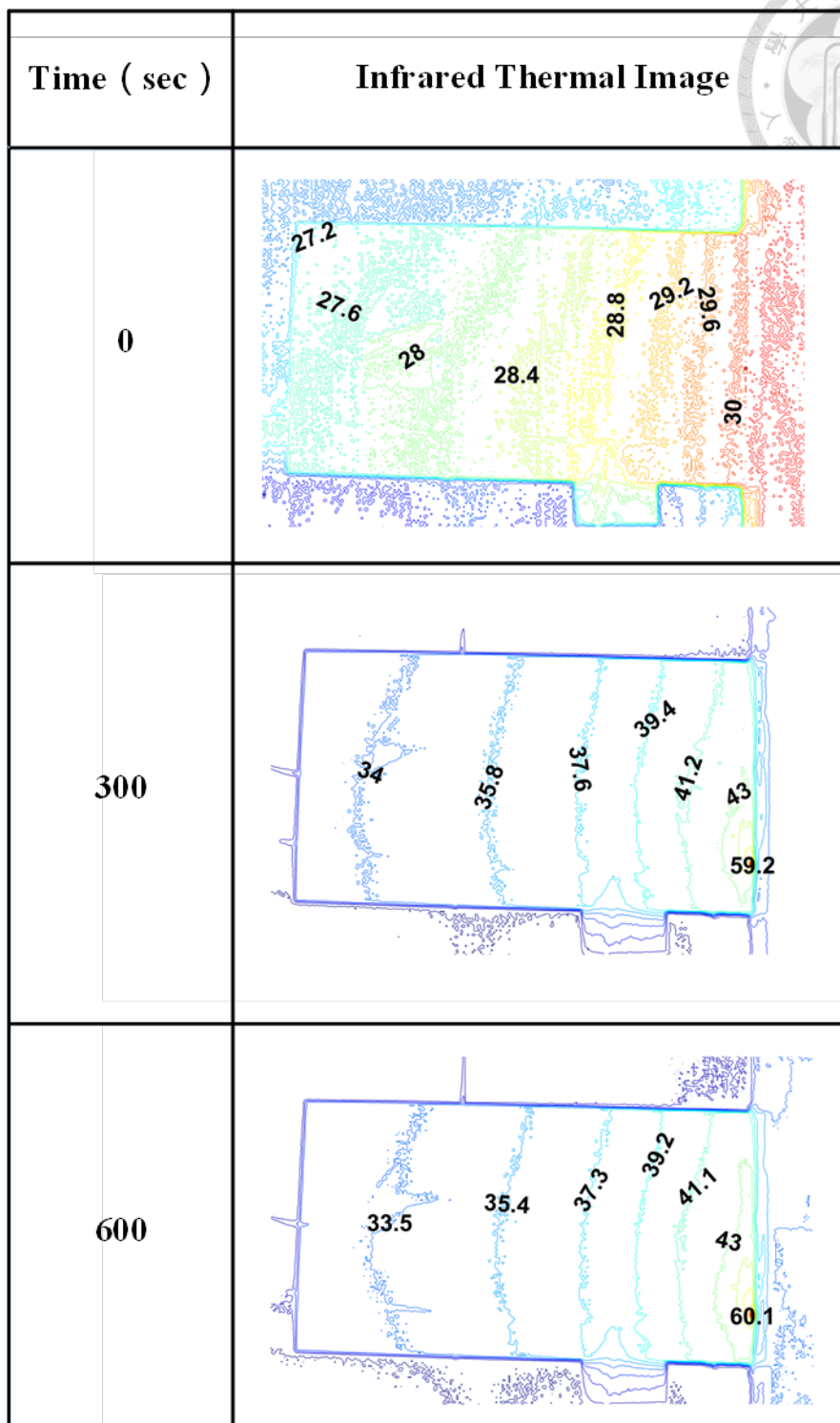


圖 4-110 SBP 之等溫線圖 (53905Hz 0~600 秒)

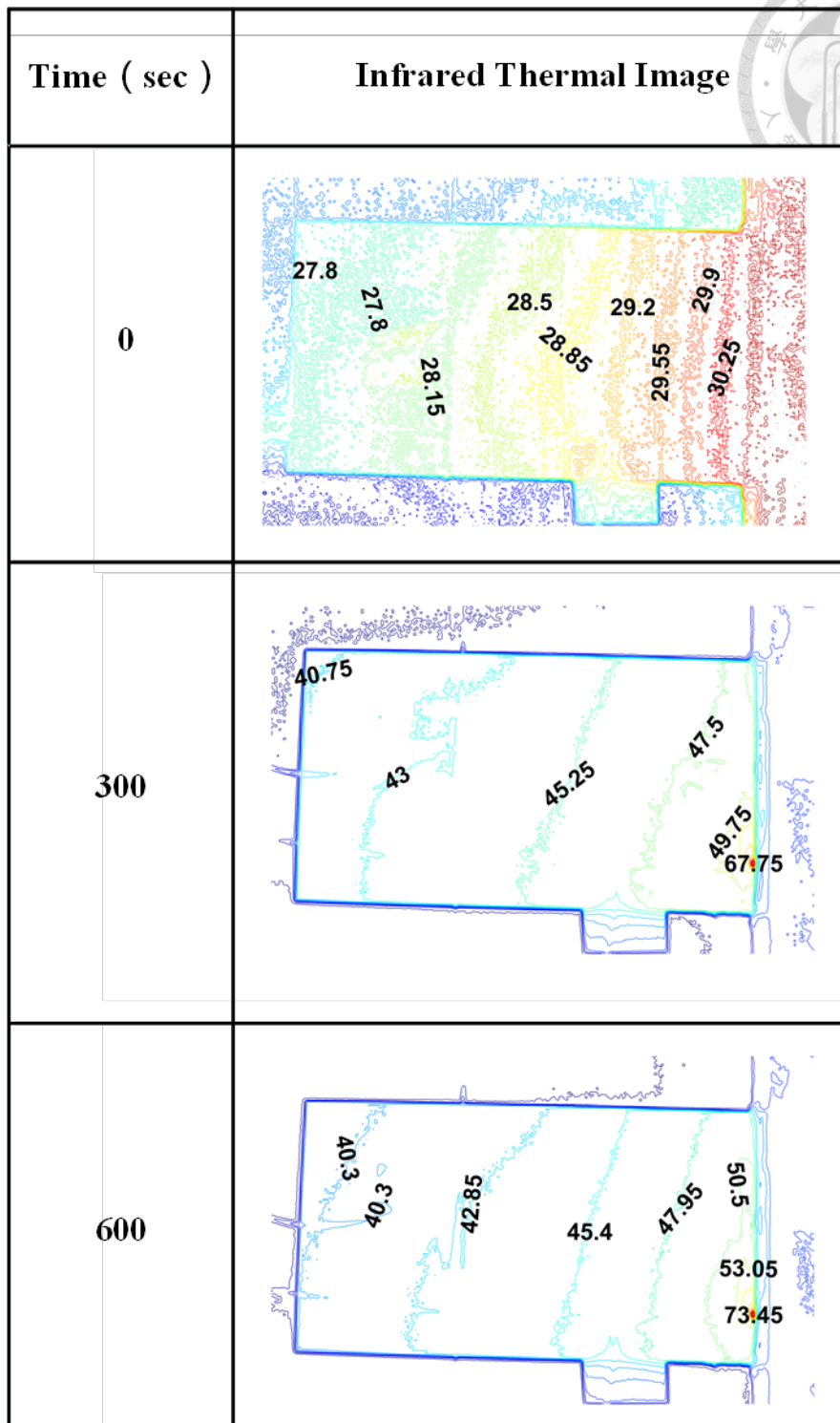


圖 4-111 SBP 之等溫線圖 (64445Hz 0~600 秒)

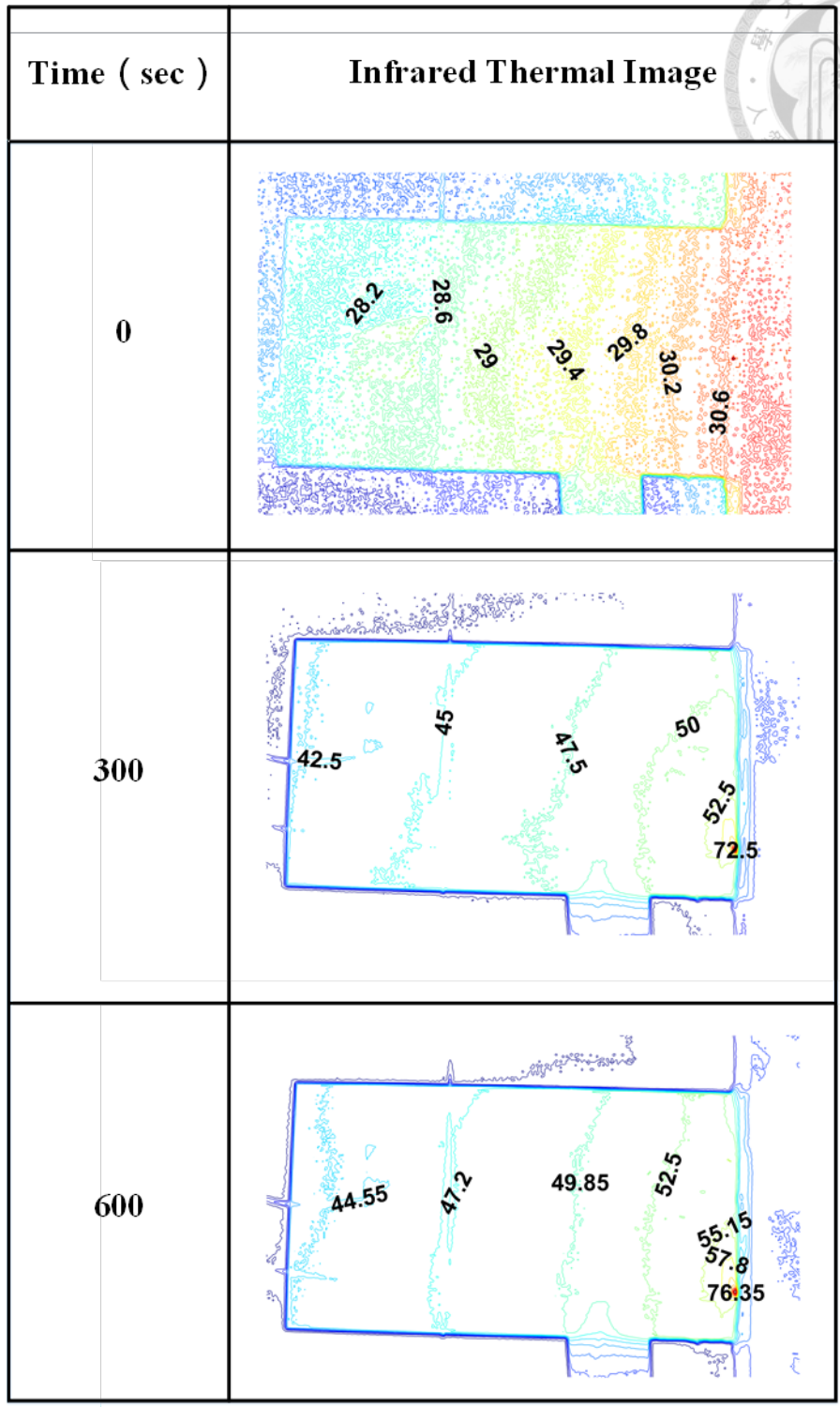


圖 4-112 SBP 之等溫線圖 (76695Hz 0~600 秒)



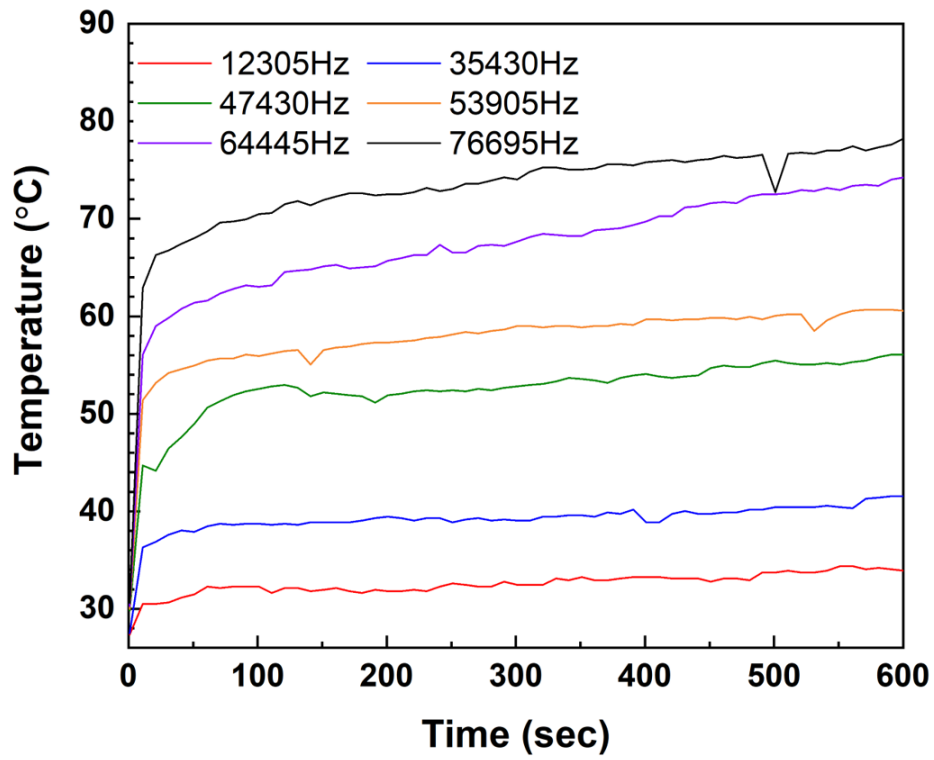
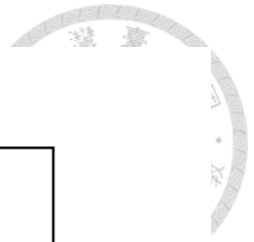


圖 4-113 SBP 全場最高溫比較圖

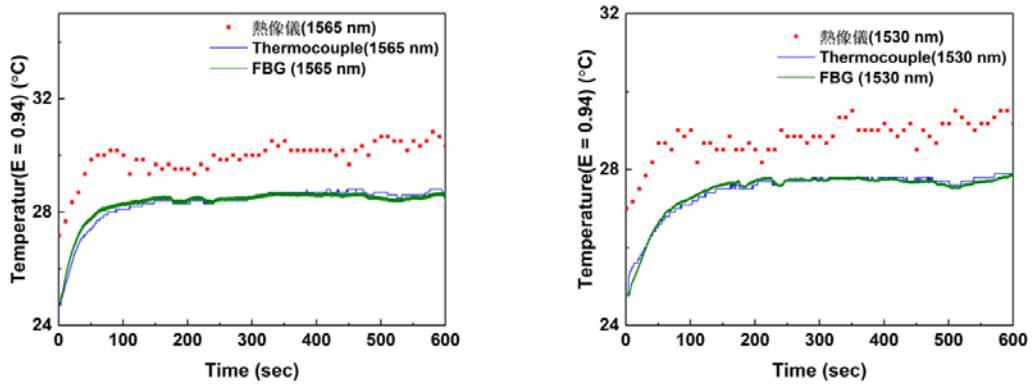


圖 4-114 12305Hz 溫度量測結果

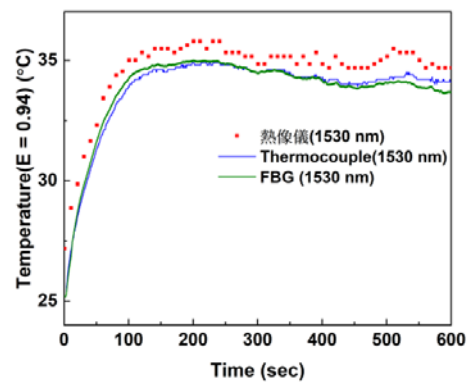
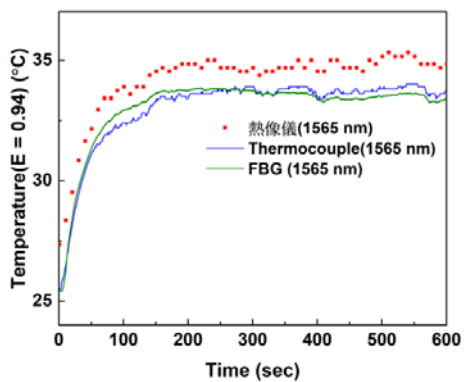
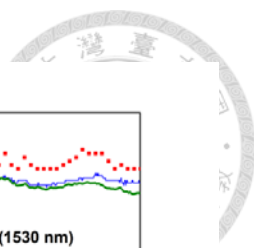


圖 4-115 35430Hz 溫度量測結果

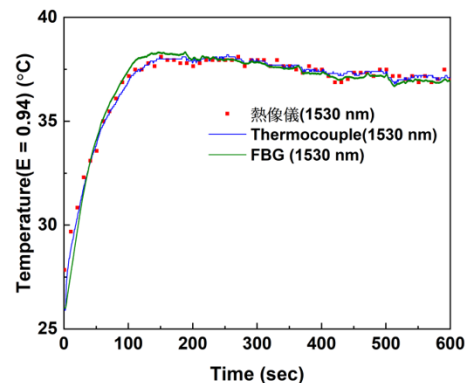
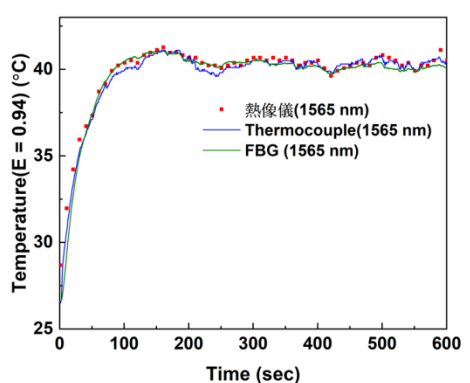


圖 4-116 47430Hz 溫度量測結果

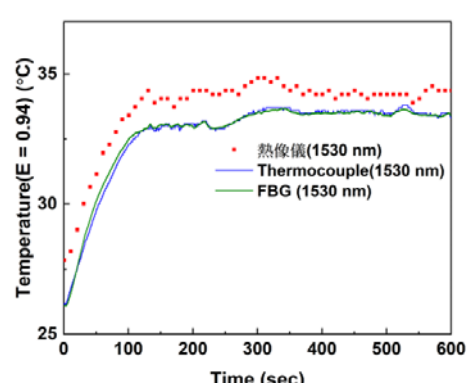
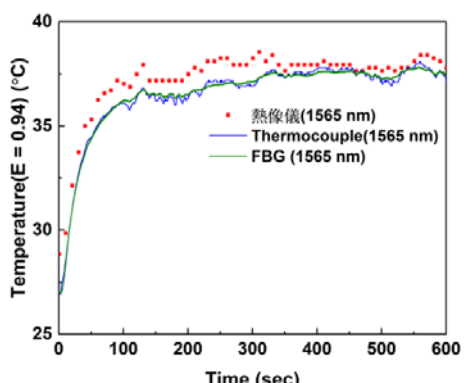


圖 4-117 53905Hz 溫度量測結果

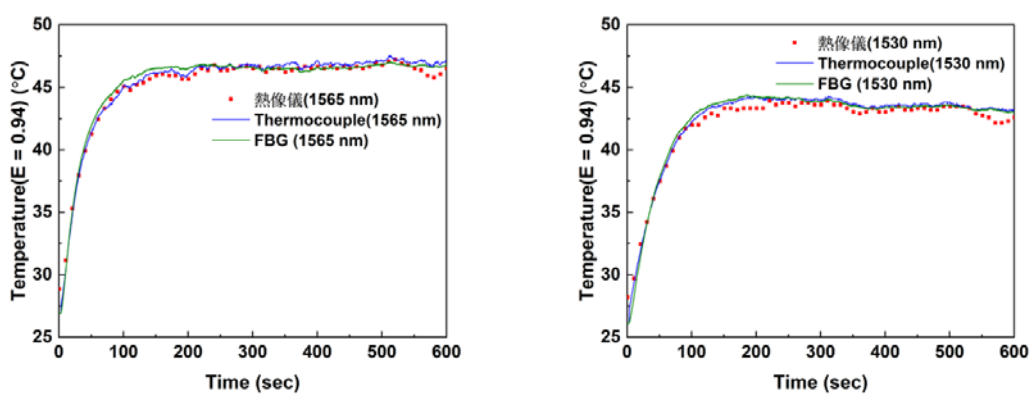
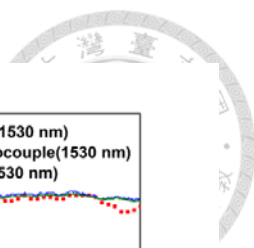


圖 4-118 64445Hz 溫度量測結果

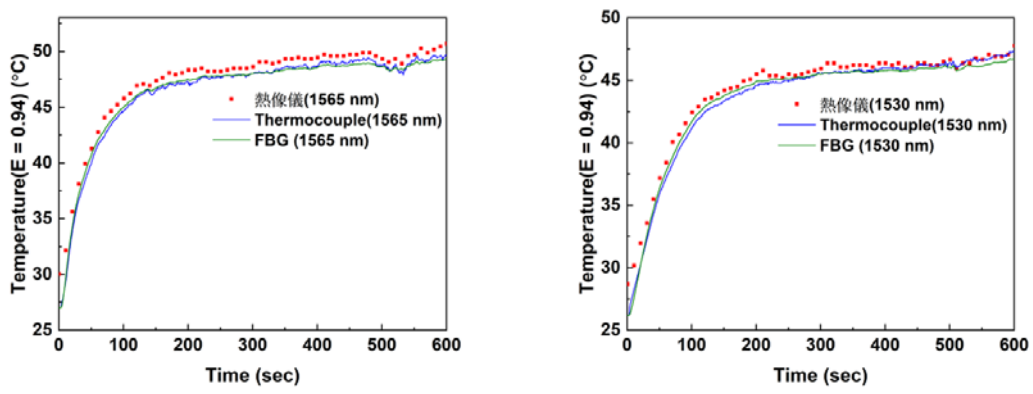


圖 4-119 76695Hz 溫度量測結果



## 第五章 應用光纖光柵於積層製造之埋入式感測

3D 列印又稱為積層製造 (Additive Manufacturing)，是通過將材料堆疊來製作各種形狀之物件，相較於傳統的加工方式，其擁有製造時間短、加工難度低、節省材料成本等優勢，近年來已可普及至學校甚至家庭，可以廣泛應用於各個領域。本章首先會以懸臂梁結構為基礎，推導出懸臂梁之彎曲模態與扭轉模態之共振頻率與楊氏模數與剪切模數的關係，接著通過鋼珠落擊實驗量測共振頻率，反算出列印試片之楊氏模數與剪切模數，最後將光纖光柵與熱電偶埋入列印之試片，量測列印時波長飄移量與溫度之變化，以及列印完成之後光纖光柵的存活情況與試片之熱膨脹係數。

### 5.1 懸臂梁振動理論

本節將根據白努利 - 尤拉梁 (Bernoulli-Euler Beams) 理論，從統御方程式 (Governing Equation) 推導彎曲模態以及扭轉模態之方程式，得到彎曲模態下楊氏模數與共振頻率的關係以及扭轉模態下剪切模數與共振頻率的關係。

#### 5.1.1 懸臂梁彎曲模態 (Bending Mode)

首先針對彎曲模態進行推導，根據白努利 - 尤拉梁理論之假設，忽略剪力所產生的形變，也就是與中性軸垂直之平面在梁受力彎曲後，此平面仍然維持平面且與中性軸垂直，根據此理論，可將懸臂梁的彎矩及曲率寫成

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{M}{EI} \quad (5.1)$$

其中  $y$  為撓度、 $M$  為彎矩、 $E$  為楊氏模數 (Young's Modulus)、 $I$  為慣性矩 (Moment of Inertia)，且長方形之慣性矩為

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (5.2)$$



其中  $b$  為梁之寬度， $h$  為梁之厚度。

將懸臂梁其中一段放大來看，長度  $dx$  之自由體圖如圖 5-1 所示，其力平衡 (Static Equilibrium) 方程式為：

$$\left( V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) - V + q dx = \rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (5.3)$$

其中  $V$  為剪力、 $q$  為均佈負載、 $\rho$  為密度、 $A$  為截面積。

且懸臂梁的剪力與彎矩間的關係為

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (5.4)$$

將(5.4)式代入(5.3)式可得

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + q = \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (5.5)$$

再將(5.1)式代入(5.5)式可得

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (5.6)$$

若不考慮外力施加 ( $q=0$ )，便可得到其統御方程式

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (5.7)$$

其中

$$a^2 = \frac{EI}{\rho A} \quad (5.8)$$

使用分離變數法，令

$$y(x, t) = Y(x)T(t) \quad (5.9)$$

將(5.9)式代入(5.7)式，可得

$$\frac{a^2}{Y(x)} \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} = -\frac{1}{T(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = \omega^2 \quad (5.10)$$

將(5.10)式改寫成



$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \beta^4 Y(x) = 0 \quad (5.11)$$

其中

$$\beta^4 = \frac{\omega^2}{a^2} = \frac{\rho A \omega^2}{EI} \quad (5.12)$$

由(5.11)式可得其位移通解為

$$Y(x) = D_1 (\cos \beta x + \cosh \beta x) + D_2 (\cos \beta x - \cosh \beta x) + D_3 (\sin \beta x + \sinh \beta x) + D_4 (\sin \beta x - \sinh \beta x) \quad (5.13)$$

其中  $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$  與  $D_4$  為 4 個待定係數。

由懸臂梁的邊界條件

$$Y(0) = Y'(0) = Y''(\ell) = Y'''(\ell) = 0 \quad (5.14)$$

將(5.14)式代入(5.13)式可得到  $D_1 = D_3 = 0$  以及特徵方程式 (Characteristic Equation)，

可得

$$\cos \beta \ell \cosh \beta \ell = -1 \quad (5.15)$$

其中前 6 個解為

$$\beta_1 \ell = 1.875 \quad \beta_2 \ell = 4.694 \quad \beta_3 \ell = 7.855 \quad \beta_4 \ell = 10.996 \quad \beta_5 \ell = 14.137 \quad \beta_6 \ell = 17.279$$

利用(5.12)式及(5.15)並代入懸臂梁尺寸，可求出自然頻率

$$f_n = \frac{(\beta_n \ell)^2}{2\pi \ell^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.16)$$

若是要從共振頻率反推回楊氏模數，則需要將(5.16)式反過來，可得

$$E = \frac{\rho A}{I} \left[ \frac{2\pi \ell^2}{(\beta_n \ell)^2} f_n \right]^2 \quad (5.17)$$

即只要知道懸臂梁彎曲模態的共振頻率及其尺寸，便可求出其楊氏模數。



### 5.1.2 懸臂梁扭轉模態 (Torsion Mode)

懸臂量在受到扭矩後，其扭矩與扭轉角度  $\theta$  的關係式為

$$T = C_T \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (5.18)$$

其中  $T$  為扭矩， $C_T$  為扭矩剛性 (Torsional Rigidity)，對於狹長四邊形而言

$$C_T = \frac{bh^3}{3} G \quad (5.19)$$

其中  $G$  為剪切模數 (Shear Modulus)。

同樣將懸臂梁受到扭矩後的自由體圖取長度  $dx$  來看，如圖 5-2 所示，其扭轉的平衡方程式為

$$-T + \left( T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) = \rho J dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (5.20)$$

經整理後可得

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (5.21)$$

其中  $J$  為極慣性矩 (Polar Moment of Inertia)，對於截面邊長為  $b$  及  $h$ ，且  $b \gg h$  之狹長四邊形而言，其極慣性矩為

$$J = \frac{b^3 h}{12} \quad (5.22)$$

將(5.18)式代入(5.21)式可得

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (5.23)$$

其中

$$c_s = \sqrt{\frac{C_T}{\rho J}} = \frac{2h}{b} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (5.24)$$

令徑度函數

$$\theta(x, t) = \Theta(x) e^{i\omega t} \quad (5.25)$$





將(5.25)式代入(5.23)式可得

$$\Theta'' + \frac{w^2}{c_s^2} \Theta = 0 \quad (5.26)$$

其通解為

$$\Theta(x) = A \sin k_n x + B \cos k_n x \quad (5.27)$$

其中

$$k_n = \frac{w_n}{c_s} \quad (5.28)$$

由懸臂梁扭轉的邊界條件

$$\theta(x,t)|_{x=0} = 0, \quad C_T \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=\ell} = 0 \quad (5.29)$$

由(5.27)式與(5.29)式可得

$$C_2 = 0, \quad \cos k_n \ell = 0 \quad (5.30)$$

由(5.29)式及(5.30)式可得

$$k_n = \frac{w_n}{C_s} = \frac{2n-1}{2\ell} \pi, \quad n=1,2,3\dots \quad (5.31)$$

$$w_n = \frac{2n-1}{2\ell} \pi c_s = \frac{2n-1}{2\ell} \pi \frac{2h}{b} \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad n=1,2,3\dots \quad (5.32)$$

最後可得扭轉模態的自然頻率

$$f_n = \frac{w_n}{2\pi} = \frac{(2n-1)h}{2L} \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad n=1,2,3\dots \quad (5.33)$$

若要從共振頻率反推回剪切模數，則需要將(5.33)式反過來，可得

$$G = \frac{4\ell^2}{(2n-1)^2} \frac{b^2}{h^2} \rho f_n^2, \quad n=1,2,3\dots \quad (5.34)$$

即只要知道懸臂梁扭轉模態的共振頻率及其尺寸，即可反推出其剪切模數。



## 5.2 3D 列印之材料常數量測

本章會先對本文所使用的 3D 列印機及列印的設定做介紹，由於 3D 列印的堆疊特性使得列印出來的成品具有異向性的特性，在此參考黃泰榮[16]及林均憶[17]對 3D 列印試片之材料常數反算，對試片進行鋼珠落擊實驗，使用光纖位移計量測其共振頻率，將彎曲模態以及扭轉模態的共振頻率帶回懸臂梁振動理論，反算出列印試片之楊氏模數  $E$  以及剪切模數  $G$ ，再將計算出的材料常數代入有限元素軟體 ABAQUS 中進行模擬，計算其共振頻率並與量測到的共振頻率進行比較。

### 5.2.1 3D 列印機及 3D 列印試片

本文所使用的 3D 列印機為熔融沉積成型(Fused Deposition Modeling, FDM)，為最基礎的 3D 列印技術，其外觀如圖 5-3 所示，為創想三維科技有限公司所生產，型號為 Ender-3 S1 之 3D 列印機，列印尺寸為  $220 \times 220 \times 270 \text{ mm}^3$ ，噴頭直徑為  $0.4 \text{ mm}$ ，列印精度為  $\pm 0.1 \text{ mm}$ ，其餘詳細規格見於附錄 A。3D 列印的原理是透過加熱噴頭將做為原料的線材加熱成熔融狀態，利用馬達將線材擠出至列印平台上，材料會快速冷卻固化，層層堆疊起來直到完成列印。

本章列印時所使用的材料為聚乳酸 (Poly Lactic Acid, PLA)，通過切片軟體 Cura 生成 G-code 檔再輸入 3D 列印機台列印，在 Cura 上可以調整試片擺放方向與列印角度，使列印出來的試片有不一樣的堆疊方向，在列印的設定上，線材之  $y$  方向間距與  $z$  方向間距皆為  $0.2 \text{ mm}$ ，列印示意圖如圖 5-4 所示，從列印成品之對稱性上假設試片為正交性材料，需求得 9 個材料常數  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$ 、 $G_{xy}$ 、 $G_{yz}$ 、 $G_{xz}$ 、 $\nu_{xy}$ 、 $\nu_{yz}$ 、 $\nu_{xz}$ 。

本章所列印的試片為長方體，尺寸為  $166 \times 24 \times 2.4 \text{ mm}^3$ ，通過改變試片列印時的擺放位置與列印排向，可以列印出 6 種不同堆疊方式的試片，如圖 5-5 所示，在這邊先定義試片的命名方式，將試片長、寬所構成的平面作為第一個名稱，以

試片長度所在的方向作為第二名稱，以圖 5-5 左上角圖片為例，紅色線條框起來的地方為試片本體，其長、寬所構成的平面為  $xy$  平面，稱為  $xy$ -plane，長度所在的方向為  $x$  方向，稱為  $x$ -dir. 故稱此試片為「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片，剩餘的試片依此類推。

定義完試片後就需要計算出其材料常數，本章以鋼珠落擊實驗量測試片之材料常數[11]，通過以光纖位移計量測試片振動之位移訊號，經快速傅立葉轉換後得到頻率的訊號，將試片的共振頻率找出後，取第一彎曲模態與第一扭轉模態之共振頻率代入前面小節推導之懸臂梁振動理論，即可求出試片之楊氏模數與剪切模數，再透過

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.35)$$

可求得蒲松比  $\nu$  (Poisson's ratio)，而通過鋼珠落擊實驗每次可得到 1 個  $E$ 、 $G$ ，例如「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片可以得到  $E_x$ 、 $G_{xy}$ ，「 $yz$ -plane  $y$ -dir.」可以得到  $E_y$ 、 $G_{yz}$ ，因此只需要三種試片就可以得到所有的  $E$ 、 $G$ ，再透過(5.35)式可得全部的  $\nu$ ，故本章選用「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」、「 $yz$ -plane  $y$ -dir.」以及「 $xz$ -plane  $z$ -dir.」三種試片來進行鋼珠落擊實驗，算出所有的材料常數，再以數值分析進行模擬並計算共振頻率，與量測到的共振頻率進行比較。

### 5.2.2 鋼珠落擊實驗量測

首先列印出「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」、「 $yz$ -plane  $y$ -dir.」以及「 $xz$ -plane  $z$ -dir.」三種試片，加熱噴頭溫度設定為  $200^\circ\text{C}$ ，底下的列印平台設定為  $60^\circ\text{C}$ ，列印的線寬以及每層の間距皆設為  $0.2\text{ mm}$ ，試片尺寸設定為  $166 \times 24 \times 2.4\text{ mm}^3$ ，經過治具夾持後縮短為  $151 \times 24 \times 2.4\text{ mm}^3$ ，但由於列印之精度以及熱漲冷縮等因素，列印完的試片實際之尺寸及密度如表 5-1 所示，而試片本身如圖 5-6 所示，從列印設定的尺寸以及實際尺寸可以發現在列印方向，如「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片的  $x$  方向，其尺寸



都會比設定的長，這是因為在列印時為了確保試片列印方向都相同，在 Cura 設定列印路徑時將最外圍的一層去掉，如圖 5-7 所示，因此在列印方向的長度才會比較突出。

本次鋼珠落擊實驗是使用光纖位移計來對振動的位移訊號進行量測，實驗架設圖如圖 5-8 所示，光纖位移計量測位置與鋼珠落擊撞擊位置如圖 5-9 所示，其中光纖位移計連接到示波器進行訊號擷取，取樣頻率為  $1000000\text{Hz}$ ，量測時間為 1 秒，經過快速傅立葉轉換後的頻率解析度為  $1\text{Hz}$ ，試片上光纖位移計的量測點有貼上反光膠帶增加反射的強度，而鋼珠落擊位置為試片邊界，避免二次撞擊影響實驗結果。

首先是對「 $xy\text{-plane } x\text{-dir.}$ 」試片的量測結果分析，圖 5-10 為光纖位移計所量測到的時域訊號，橫軸為時間，縱軸為位移，圖 5-11 為經過快速傅立葉轉換後的頻域圖，橫軸為頻率，縱軸為正規化響應，其中黑色數字為彎曲模態之共振頻率，紅色數字為扭轉模態之共振頻率，將第一彎曲模態的共振頻率代入(5.17)式可算出楊氏模數  $E_x = 2.842\text{ GPa}$ ，第一扭轉模態的共振頻率代入(5.34)式可以算出剪切模數  $G_{xy} = 1.0176\text{ GPa}$ ，以  $E_x$  與  $G_{xy}$  代入懸臂梁振動理論後可算出彎曲模態與扭轉模態之共振頻率。接著將實驗所量測到的共振頻率、理論以及模擬之共振頻率進行比較，其中模擬之共振頻率會在後面說明如何得到。表 5-2 為「 $xy\text{-plane } x\text{-dir.}$ 」試片光纖位移計與理論及模擬的比較表，從表中可以看出「 $xy\text{-plane } x\text{-dir.}$ 」試片光纖位移計所量測到的共振頻率與理論及模擬都十分接近，都在 2% 之內，代表實驗、理論以及模擬之間有很好的對應性。

接著是「 $yz\text{-plane } y\text{-dir.}$ 」試片的實驗結果分析，圖 5-12 為「 $yz\text{-plane } y\text{-dir.}$ 」試片光纖位移計所量測的時域訊號，橫軸為時間，縱軸為位移，圖 5-13 為其快速傅立葉轉換後的頻域圖，橫軸為頻率，縱軸為正規化響應，其中黑色數字為彎曲

模態之共振頻率，紅色數字為扭轉模態之共振頻率，同樣將第一彎曲模態的共振頻率代入(5.17)式可算出楊氏模數  $E_y = 1.9242 \text{ GPa}$ ，第一扭轉模態的共振頻率代入(5.34)式可以算出剪切模數  $G_{yz} = 0.7427 \text{ GPa}$ ，表 5-3 為「yz-plane y-dir.」試片光纖位移計與理論及模擬的比較表，從表中可以看出雖然「yz-plane y-dir.」試片比起「xy-plane x-dir.」試片與理論及模擬的差距稍微大一點，但也都在 3% 之內，對應性還不錯，

最後是對「xz-plane z-dir.」試片的實驗結果分析，圖 5-14 為「xz-plane z-dir.」試片光纖位移計所量測的時域訊號，橫軸為時間，縱軸為位移，圖 5-15 為其快速傅立葉轉換後的頻域圖，橫軸為頻率，縱軸為正規化響應，其中黑色數字為彎曲模態之共振頻率，紅色數字為扭轉模態之共振頻率，將第一彎曲模態的共振頻率代入(5.17)式可算出楊氏模數  $E_z = 1.9963 \text{ GPa}$ ，第一扭轉模態的共振頻率代入(5.34)式可以算出剪切模數  $G_{yz} = 0.9154 \text{ GPa}$ ，表 5-4 為「xz-plane z-dir.」試片光纖位移計與理論及模擬的比較表，從表中可以看出「xz-plane z-dir.」試片跟理論相比，除了第一彎曲共振頻率以及第一扭轉共振頻率與理論相同，其餘都有 2% 以上，而與模擬相比，在彎曲模態相差較大，而扭轉模態則在 2% 之內，這是因為「xz-plane z-dir.」試片如圖 5-16 所示，其接觸列印平台的面是最小的面，在列印到頂部時會因晃動而列印的不是很平整，因此在彎曲模態會與理論以及模擬相差較多。

而模擬的部分是將「xy-plane x-dir.」、「yz-plane y-dir.」以及「xz-plane z-dir.」三種試片所反算出的  $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$ 、 $G_{xy}$ 、 $G_{yz}$ 、 $G_{xz}$ ，再加上由(5.35)式所算出  $\nu_{xy}$ 、 $\nu_{yz}$ 、 $\nu_{xz}$  當作正交性材料的材料參數，如表 5-5，將這些參數與試片真實尺寸輸入 ABAQUS 進行模擬，即可得到表 5-2 至表 5-4 中模擬出來的共振頻率，在「xy-plane x-dir.」試片的模擬值與實驗值的誤差比理論值小，說明對此試片以正交性材料來計算較符合預期，而「yz-plane y-dir.」試片以及「xz-plane z-dir.」試片由於



列印時與列印平台的面接觸較小，因此在彎曲模態的共振頻率差距較大，而扭轉模態的誤差較小。

### 5.2.3 本節小結

本節通過鋼珠落擊實驗量測不同列印方向的 3D 列印試片之彎曲模態的共振頻率以及扭轉模態的共振頻率，將其代回前一節所推論之懸臂梁振動理論，反算出試片之楊氏模數、剪切模數以及蒲松比，並輸入 ABAQUS 進行模擬，從模擬結果來看利用此方法計算出來的材料常數是可行的，因此在接下來將光纖光柵埋入 3D 列印試片時所使用的材料常數即為本節所計算出的材料常數。

## 5.3 3D 列印之埋入式感測

過往實驗室有將光纖光柵埋入電池[40]或內藏式高速主軸[43]的經驗，且都取得了不錯的結果，而本節會將光纖光柵埋入 3D 列印的試片中並對列印時與列印後的試片量測。

本節首先會說明如何將光纖光柵埋入列印中的試片，接著分析列印時光纖光柵以及熱電偶所量測到的資訊，最後會以鋼珠落擊實驗對埋入光纖光柵的試片進行共振頻率的量測，確保列印完成後光纖光柵是否存活，並與一般列印情況還有模擬做比較。

### 5.3.1 簡介


光纖光柵相較於應變規而言可以同時量測溫度與應變，因此本節選擇將光纖光柵埋入 3D 列印試片中，由於 3D 列印方向及堆疊方向的限制，若要將光纖光柵埋在試片長軸方向，如「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」之  $x$  方向，則在前文有列印過三種試片中有「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」及「 $yz$ -plane  $y$ -dir.」兩種試片可以埋入，因此下文會針對光纖光柵對這兩種試片的埋入過程作分析。



### 5.3.2 光纖光柵埋入式量測

首先對將光纖光柵埋入過程作介紹，一開始先列印出底部 $1\text{mm}$ 的厚度，接著按下 3D 列印機的暫停鍵，將光纖光柵以及熱電偶黏貼上去，如圖 5-17 所示，要注意由於光纖光柵抵抗剪切的能力較弱，容易因此斷掉，因此要特別避免加熱噴頭以垂直光纖光柵的方向壓過，將光纖光柵壓壞，圖 5-18 為光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖，埋在距離列印平台 $1\text{mm}$ 的位置，圖 5-19 為「 $xy\text{-plane } x\text{-dir.}$ 」列印的過程，從圖中可以看出加熱噴頭主要負責  $y$  與  $z$  方向的運動，底下平板主要負責  $x$  方向的運動，故此試片之光纖光柵不會有被壓斷的風險，而「 $yz\text{-plane } y\text{-dir.}$ 」則會有這個風險，不過因為行程較短，因此還是有成功將光纖光柵埋入。


接著對量測過程進行介紹，在停止列印並將光纖光柵和熱電偶黏貼上後便開始量測，其中光纖光柵的訊號使用波長解調器來進行擷取，取樣頻率為  $50\text{ Hz}$ ，熱電偶的訊號由溫度擷取器擷取，取樣頻率為  $2\text{ Hz}$ 。列印過程中，底部的列印平台會維持  $60^\circ\text{C}$ ，而加熱噴頭會維持  $200^\circ\text{C}$ ，因此每當加熱噴頭經過光纖光柵上方時，光纖光柵都會有較大的波長飄移量，圖 5-20 為將光纖光柵埋入「 $xy\text{-plane } x\text{-dir.}$ 」試片之波長飄移量，從圖中可以看到有 8 處波長飄移量特別大的訊號，其為加熱噴頭經過光纖光柵處造成的溫升及應變所導致的，前 2000 秒為列印過程，後 2000 秒則為冷卻之過程，圖 5-21 為熱電偶量測到的溫度變化量，同樣在加熱噴頭經過時有量測到溫升的情形，將兩者在尚未接觸到加熱噴頭前的資料以最小平方法計算出溫升轉換係數  $C$ ，避免應變影響到擬合結果，圖 5-22 為擬合結果，計算出的溫升轉換係數  $C$  為  $98.133^\circ\text{C}/\text{nm}$ ，接著將光纖光柵量測到的波長飄移量乘上此溫升轉換係數  $C$  後與熱電偶的資訊比較，圖 5-23 為 0~300 秒的比較結果，圖中 150 秒前加熱噴頭尚未經過光纖光柵與熱電偶，溫度的變化主要是因為底部列印平台的移動影響到加熱源跟光纖光柵與熱電偶的距離，造成溫度的改變，將光纖光柵



的訊號從第 20 到第 150 秒放大來看，如圖 5-24，可以看到有明顯往復的訊號，將其進行快速傅立葉轉換後可得頻率域的結果如圖 5-25，其中 0.146Hz 為底部列印平台來回一次的頻率，也就是約 7 秒印完一排。而由於加熱噴頭會先經過光纖光柵再經過熱電偶，因此光纖光柵所量測到的溫度會比較早上升，且因為加熱噴頭會壓到光纖光柵，故光纖光柵會包含溫度及應變的影響，遠大於熱電偶所量測到的溫度，在第一層堆疊上去後光纖光柵的訊號會因上方壓了一層材料所以波長飄移量會些微上升，而熱電偶溫度則會回復原本的溫度。若是將範圍拉到整段列印過程，如圖 5-26 所示，從圖中可看出在列印過程時，光纖光柵與熱電偶的整體趨勢是差不多的，在堆疊越多層後，加熱噴頭對光纖光柵施加的應力對波長飄移量的影響會越小，光纖光柵與熱電偶的量測結果會越接近，但在冷卻過程中，光纖光柵的特徵波長很明顯不只溫度的影響，因為光纖光柵除了會受到溫度下降導致特徵波長下降之外，還會因為試片冷卻的殘餘應力造成的應變使特徵波長下降，而且後者的影響遠大於前者的影響，因此我們將光纖光柵所量測到的共振波長飄移量減去由熱電偶量測到的溫度的影響，得到殘餘應變對時間的變化量，如圖 5-27，由圖中可以看到「xy-plane x-dir.」試片列印完成後的殘餘應變大約落在 $1200\mu\epsilon$ 附近，因此在之後會對該試片進行鋼珠落擊實驗，確保受到殘餘應變影響的光纖光柵是否存活以及對試片的列印情形作探討。

接著是將光纖光柵埋入「yz-plane y-dir.」試片的實驗，由於此試片接觸列印平台的面積較小，如圖 5-27 所示，故列印一面所需的時間較短，但整體列印時間較長。光纖光柵會埋在距離底部列印平台 4mm 處，如圖 5-28 所示。圖 5-29 為光纖光柵所量測的波長飄移量，「yz-plane y-dir.」試片相較於「xy-plane x-dir.」試片需要列印的時間更久，因此上層材料冷卻後對光纖光柵訊號的影響更大，圖 5-30 為熱電偶量測到的溫度變化量，相較於圖 5-29，可以發現熱電偶量測的溫度在






列印結束前幾乎沒有下降，而光纖光柵下降得很明顯，同樣取光纖光柵被加熱噴頭壓到之前的訊號進行最小平方法以計算溫升轉換係數  $C$ ，圖 5-31 為擬合結果，溫升轉換係數  $C$  為  $92.7392^{\circ}C/nm$ ，將光纖光柵量測到的波長飄移量乘上此溫升轉換係數  $C$  後與熱電偶的資訊比較，圖 5-32 為前 500 秒的比較結果，可以看到加熱噴頭在每次經過光纖光柵之間時，光纖光柵的訊號與熱電偶越差越多，其原因為「yz-plane y-dir.」試片的列印方向與光纖光柵貼黏貼方向垂直，因此在尚在列印時受到殘餘應力的影響比「xy-plane x-dir.」試片嚴重，從圖 5-33 也可看出殘餘應力的影響，同樣將光纖光柵量測的波長飄移量減去溫度的影響以計算殘餘應變的量值，圖 5-35 為「yz-plane y-dir.」試片列印完成之後量測到的殘餘應變，可以看到在還在列印時就已經有殘餘應變的產生，而列印完成後殘餘應變大約落在  $750\mu\epsilon$ ，相較於「xy-plane x-dir.」試片來說殘餘應變較小，這是因為「yz-plane y-dir.」試片的列印方向與光纖光柵垂直，而「xy-plane x-dir.」試片列印方向與光纖光柵平行，因此「yz-plane y-dir.」試片最後的殘餘應變較小而「xy-plane x-dir.」試片最後的殘餘應變較大，而「yz-plane y-dir.」試片同樣會進行鋼珠落擊實驗確認光纖光柵是否存活以及試片的列印情況。

### 5.3.3 埋入之光纖光柵測試

為確保光纖光柵埋入 3D 列印試片後是否存活，同時確認埋入光纖光柵後列印的試片的情況，因此對埋入光纖光柵的試片進行鋼珠落擊實驗。首先對埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片進行鋼珠落擊實驗，使用光纖光柵以及光纖位移計進行量測，圖 5-34 為鋼珠落擊實驗之架設圖，而圖 5-35 為光纖光柵、光纖位移計及鋼珠落擊之位置，其中光纖光柵使用高速波長解調器進行資料擷取，取樣頻率為  $17007Hz$ ，光纖位移計以示波器擷取訊號，取樣頻率為  $1000000Hz$ ，表 5-6 則為埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片以及埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」




試片之尺寸及密度。圖 5-36 為光纖位移計所量測到的位移時域訊號，經過快速傅立葉轉換後可以得到共振頻率如圖 5-37，其中黑色數字為彎曲模態之共振頻率，紅色數字為扭轉模態之共振頻率，圖 5-38 與圖 5-39 為光纖光柵的時域訊號及共振頻率，將兩者量到的共振頻率與理論及模擬進行比較，如表 5-7 與表 5-8，其中兩種量測方式所得到的共振頻率與理論有較大的差距，但與模擬的共振頻率十分接近，誤差幾乎都在 2% 之內，代表使用正交性材料進行模擬是可信的，且光纖光柵在受到殘餘應力造成的應變影響後還是能量測到正確的訊號。

接著對埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片進行鋼珠落擊實驗，實驗架設與前者相比少了光纖位移計，圖 5-40 為光纖光柵及鋼珠落擊之位置，圖 5-41 與圖 5-42 分別為埋入之光纖光柵的時域訊號與共振頻率，同樣將其與理論及模擬進行比較，表 5-9 為其結果比較表，從表中可以看出埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片的共振頻率與理論和模擬的誤差較埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片差，但其與模擬的誤差皆在 4% 之內，且與表 5-3 使用光纖位移計量測未埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片相差不大，故可推斷埋入之光纖光柵依然存活且在受到殘餘應力造成的應變影響後還是能量測到正確的訊號。

### 5.3.4 3D 列印試片之熱膨脹係數量測

本小節將對前面所列印之試片進行熱膨脹係數量測，其中「xy-plane x-dir.」試片使用埋入光纖之試片，而「yz-plane y-dir.」及「xz-plane z-dir.」試片則使用未埋入之試片，之所以不使用埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片是由於將其平放進行加熱時，光纖光柵與熱電偶並不會在同一高度上，會造成兩者量測到的溫度並不相同，故不使用此試片，且由於此 3D 列印試片材料為 PLA，在受到高溫時易變軟彎曲，因此使用 3D 列印機之底部列印平台來對試片進行加熱，可避免使用加熱圓盤導致溫度過高或加熱區域有弧度導致試片彎曲。



3D 列印試片之熱膨脹係數量測實驗會使用光纖光柵以及熱電偶來對溫度進行量測，其中光纖光柵之訊號由波長解調器來擷取，取樣頻率為 50Hz，熱電偶之訊號由溫度擷取器進行擷取，取樣頻率為 2Hz，通過使用最小平方法計算出光纖光柵量測之波長飄移量與熱電偶量測之溫度間的溫升轉換係數 C 與熱膨脹係數，與 PLA 之熱膨脹係數  $80 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^\circ C$  進行比較。

圖 5-43 為埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之量測結果，其熱膨脹係數為  $70.37 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^\circ C$ 、圖 5-44 為「yz-plane y-dir.」試片之量測結果，其熱膨脹係數為  $67.11 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^\circ C$ 、圖 5-45 為「xz-plane z-dir.」試片之量測結果，其熱膨脹係數為  $51.4 \times 10^{-6} \mu\epsilon / ^\circ C$ ，將三種列印方向之試片與 PLA 之熱膨脹係數整理於表 5-10，四者熱膨脹係數相比可以得知 PLA > 「xy-plane x-dir.」試片 > 「yz-plane y-dir.」試片 > 「xz-plane z-dir.」，三種列印試片的排向圖如圖 5-46 所示，其中「xy-plane x-dir.」試片之光纖光柵所量測的為列印的方向，並不像「yz-plane y-dir.」試片與「xz-plane z-dir.」試片中間有間距，因此熱膨脹係數較前面兩者大；「yz-plane y-dir.」試片的間距為線材 y 方向之間距，而「xz-plane z-dir.」試片則為線材 z 方向之間距，其中 y 方向之間距會因線材的擠出而變小，z 方向之間距則不會，因此「yz-plane y-dir.」試片之熱膨脹係數會比「xz-plane z-dir.」試片來得大。

### 5.3.5 本節小結

本節成功將光纖光柵以及熱電偶埋入「xy-plane x-dir.」試片以及「yz-plane y-dir.」試片，並量測其列印時之波長飄移量與溫度變化量，同時也使用埋入試片之光纖光柵進行鋼珠落擊實驗，確認埋入光纖光柵不會影響列印品質的同時也確保光纖光柵於埋入後仍然存活，最後量測 3D 列印試片之熱膨脹係數並分析列印排向對熱膨脹係數的影響。

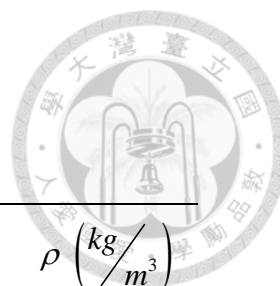


表 5-1 3D 列印之試片之尺寸及密度

Plane	Direction	$l$ (mm)	$b$ (mm)	$h$ (mm)	$\rho$ ( $\frac{kg}{m^3}$ )
$xy$	$x$	166.65	23.85	2.49	1192.3
$yz$	$y$	166.15	23.94	2.94	1060.4
$xz$	$z$	166.05	24.17	2.18	1188.7

表 5-2 「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之光纖位移計、理論與數值分析之比較表

Mode	Theory (Hz)	FS (Hz)	Error (%)	FEM (Hz)	FS (Hz)	Error (%)
1(B)	27	27	0	27.3	27	-1.10
2(B)	169.2	169	-0.12	171.9	169	-1.69
3(B)	473.9	474	0.02	478.2	474	-0.88
4(B)	928.6	935	0.69	937	935	-0.21
5(B)	1534.9	1561	1.7	1547.4	1561	0.88
1(T)	318	318	0	317.9	318	0.03
2(T)	954			966		
3(T)	1590			1649.6		

B : Bending Mode T : Torsion Mode



表 5-3 「yz-plane y-dir.」試片之光纖位移計、理論與數值分析之比較表

<b>Mode</b>	<b>Theory</b>	<b>FS</b>	<b>Error</b>	<b>FEM</b>	<b>FS</b>	<b>Error</b>
	<b>(Hz)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(Hz)</b>	<b>(%)</b>
<b>1(B)</b>	28	28	0	28.8	28	-2.78
<b>2(B)</b>	175.5	178	1.45	180.4	178	-1.33
<b>3(B)</b>	491.4	499	1.55	504.7	499	-1.13
<b>4(B)</b>	963	971	0.83	988	971	-1.72
<b>5(B)</b>	1591.7	1591	-0.04	1630.4	1591	-2.41
<b>1(T)</b>	340	340	0	345.9	340	-1.70
<b>2(T)</b>	1020	1036	1.57	1050.3	1036	-1.36
<b>3(T)</b>	1700	1768	4	1791	1768	-1.28

B : Bending Mode T : Torsion Mode



表 5-4 「xz-plane z-dir.」試片之光纖位移計、理論與數值分析之比較表

Mode	Theory (Hz)	FS (Hz)	Error (%)	FEM (Hz)	FS (Hz)	Error (%)
1(B)	20	20	0	20	20	0
2(B)	125.3	131	4.55	125.4	131	4.46
3(B)	351	368	4.84	350.6	368	4.96
4(B)	687.9	726	5.54	685.6	726	5.89
5(B)	1137	1201	5.63	1130.3	1201	6.25
1(T)	262	262	0	263.1	262	-0.41
2(T)	786	804	2.23	796.8	804	0.90
3(T)	1310	1370	4.58	1353.1	1370	1.25

B : Bending Mode T : Torsion Mode

表 5-5 正交性材料之材料常數

Plane	Direction	$E$ (GPa)	$G$ (GPa)	$\nu$
xy	x	$E_x$ 2.842	$G_{xy}$ 1.0176	$\nu_{xy}$ 0.397
yz	y	$E_y$ 1.9242	$G_{yz}$ 0.7427	$\nu_{yz}$ 0.295
xz	z	$E_z$ 1.9963	$G_{xz}$ 0.9154	$\nu_{xz}$ 0.09

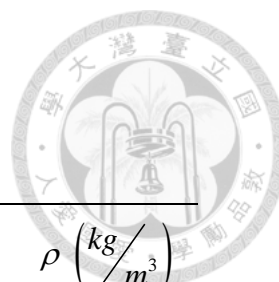


表 5-6 埋入光纖光柵試片之尺寸及密度

Plane	Direction	$l$ (mm)	$b$ (mm)	$h$ (mm)	$\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$xy$	$x$	166.60	24.02	2.48	1249.5
$yz$	$y$	166.40	24.05	2.98	1006.2

表 5-7 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之比較表 (光纖位移計)

Mode	Theory (Hz)	FS (Hz)	Error (%)	FEM (Hz)	FS (Hz)	Error (%)
1(B)	26.3	27	2.66	27.2	27	-0.74
2(B)	164.7	170	3.22	170.3	170	-0.18
3(B)	461.3	476	3.19	476.7	476	-0.15
4(B)	904.1	939	3.86	934	939	0.54
5(B)	1494	1554	3.99	1543	1554	0.74
1(T)	307.3	318	3.48	314.8	318	1.01
2(T)	921.9			956.6		
3(T)	1537			1634		

B : Bending Mode T : Torsion Mode



表 5-8 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之比較表 (光纖光柵)

<b>Mode</b>	<b>Theory</b> <b>(Hz)</b>	<b>FBG</b> <b>(Hz)</b>	<b>Error</b> <b>(%)</b>	<b>FEM</b> <b>(Hz)</b>	<b>FBG</b> <b>(Hz)</b>	<b>Error</b> <b>(%)</b>
<b>1(B)</b>	26.3	27	2.66	27.2	27	-0.74
<b>2(B)</b>	164.7	170	3.22	170.3	170	-0.18
<b>3(B)</b>	461.3	476	3.19	476.7	476	-0.15
<b>4(B)</b>	904.1	939	3.86	934	939	0.54
<b>5(B)</b>	1494	1555	4.06	1543	1555	0.81
<b>1(T)</b>	307.3	315	2.50	314.8	315	0.06
<b>2(T)</b>	921.9	976	5.87	956.6	976	2.03
<b>3(T)</b>	1537	1666	8.43	1634	1666	1.95

B : Bending Mode T : Torsion Mode





表 5-9 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片之比較表 (光纖光柵)

<b>Mode</b>	<b>Theory</b> (Hz)	<b>FBG</b> (Hz)	<b>Error</b> (%)	<b>FEM</b> (Hz)	<b>FBG</b> (Hz)	<b>Error</b> (%)
<b>1(B)</b>	29.0	29	0	29.3	29	-1.02
<b>2(B)</b>	182.0	180	-1.10	183.4	180	-1.85
<b>3(B)</b>	509.6	501	-1.69	513.1	501	-2.34
<b>4(B)</b>	998.7	976	-2.27	1004.3	976	-2.82
<b>5(B)</b>	1650.7	1597	-3.25	1657.4	1597	-3.64
<b>1(T)</b>	351.6	337	-4.15	350.8	337	-3.93
<b>2(T)</b>	1054.7	1034	-1.97	1065.2	1034	-2.93
<b>3(T)</b>	1758.0			1816.7		

B : Bending Mode T : Torsion Mode

表 5-10 3D 列印各排向與 PLA 之熱膨脹係數比較表

<b>Plane</b>	<b>Direction</b>	<b>Coefficient of Thermal Expansion</b> ( $\mu\epsilon/^\circ C$ )
PLA		80
xy	x	70.37
yz	y	67.11
xz	z	51.4

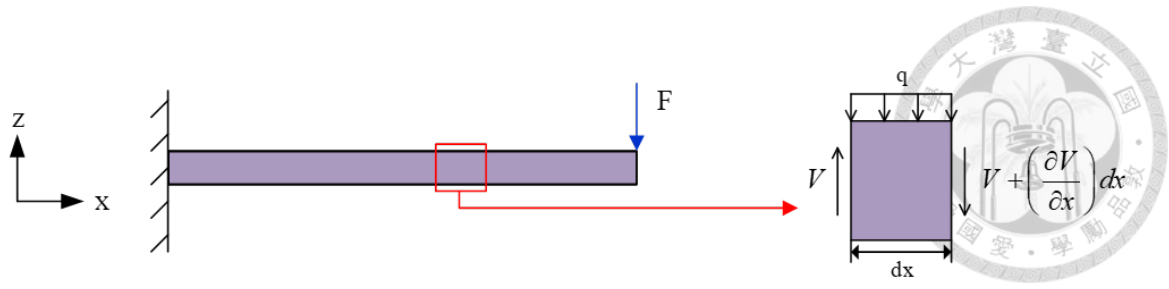


圖 5-1 懸臂量長度  $dx$  受彎曲之自由體圖

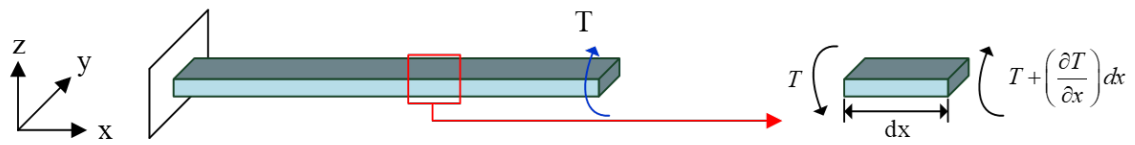


圖 5-2 懸臂量長度  $dx$  受扭轉之自由體圖



圖 5-3 3D 列印機台

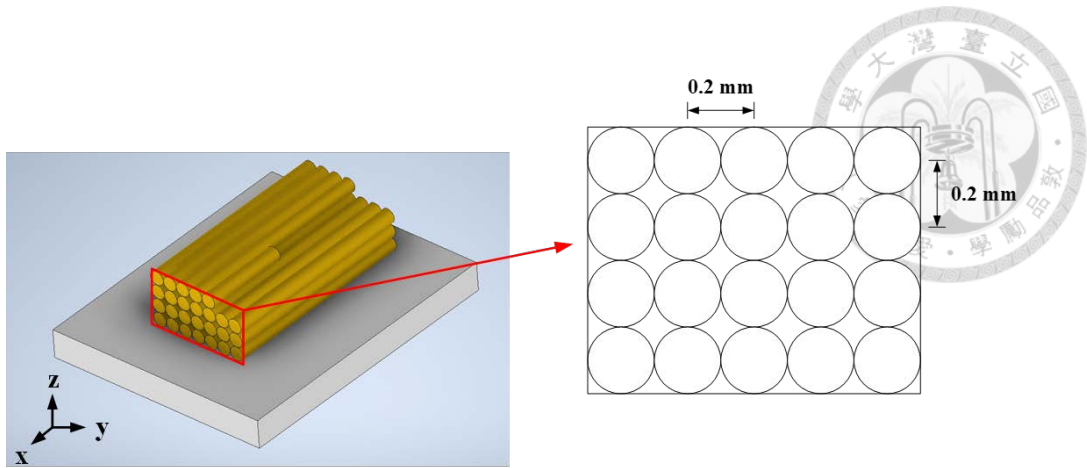


圖 5-4 3D 列印方向與列印條件示意圖

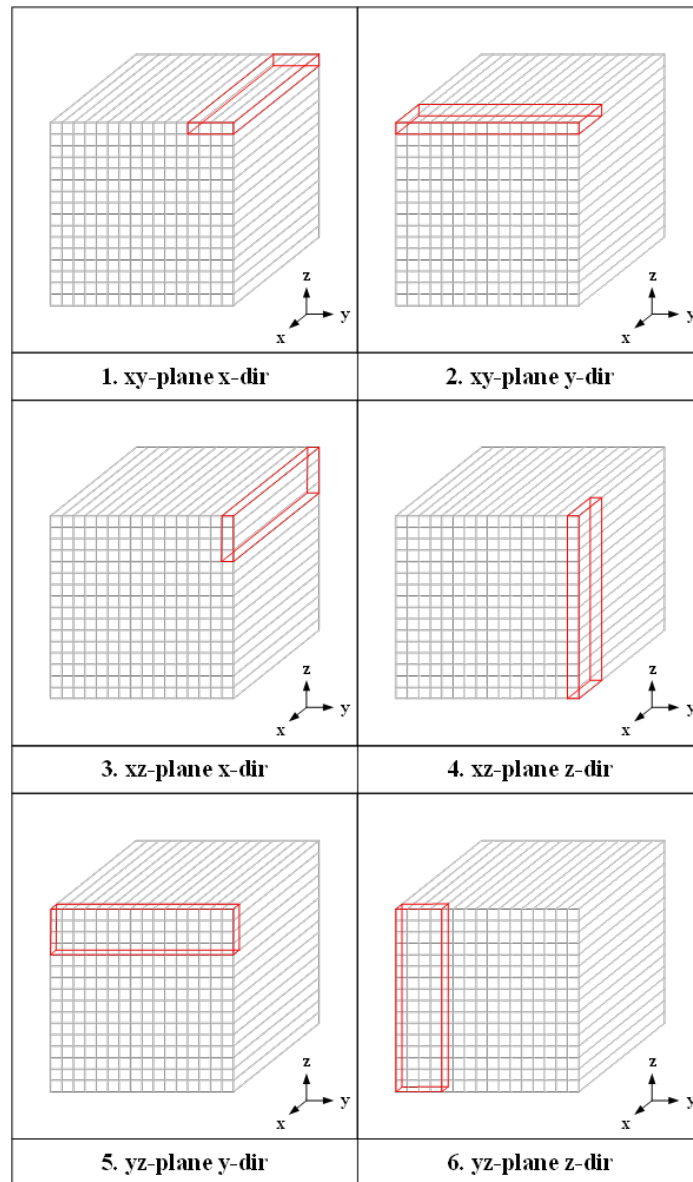


圖 5-5 3D 列印排向圖

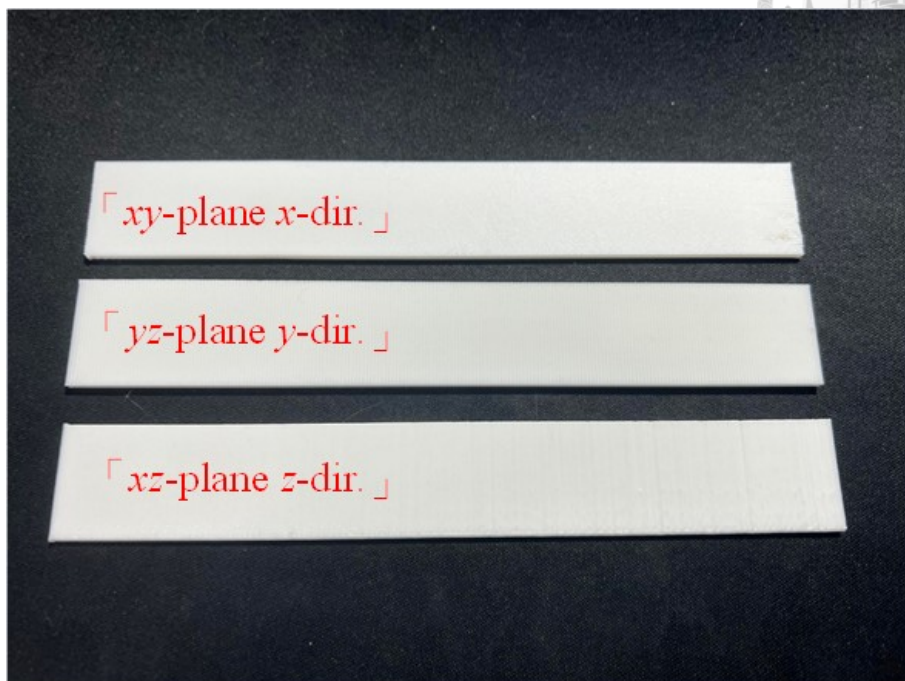
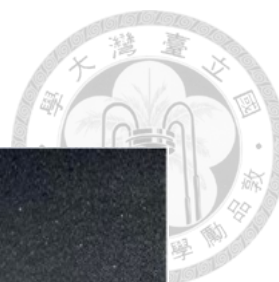


圖 5-6 各排向試片圖

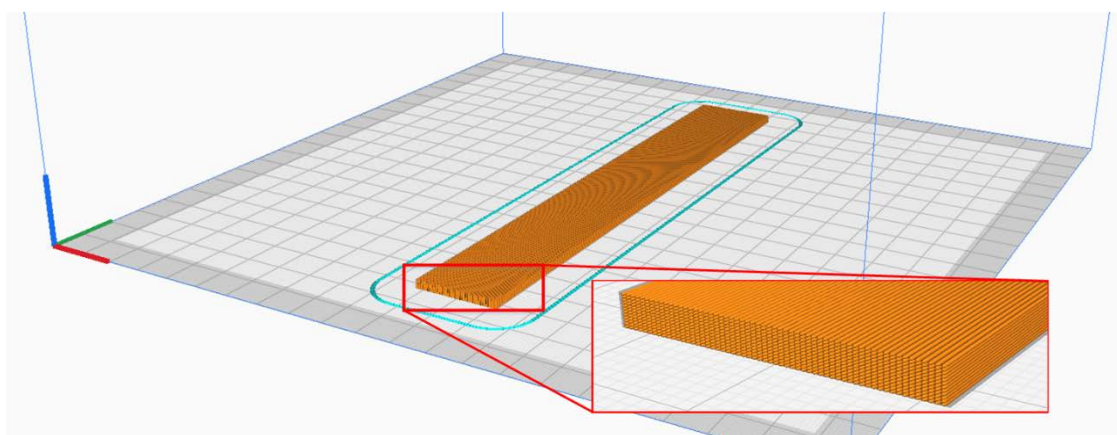


圖 5-7 3D 列印外層去除示意圖

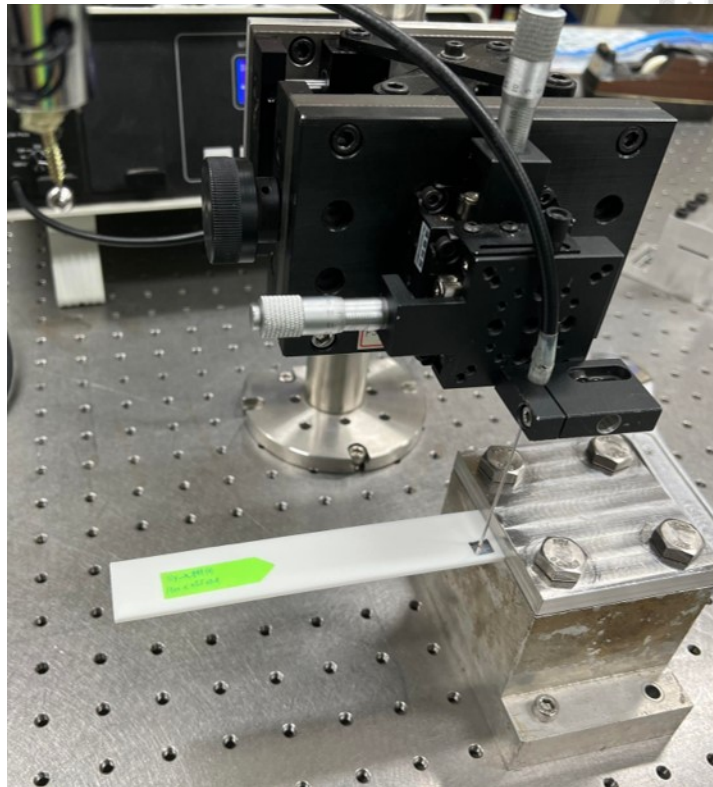


圖 5-8 3D 列印試片鋼珠落擊實驗架設圖

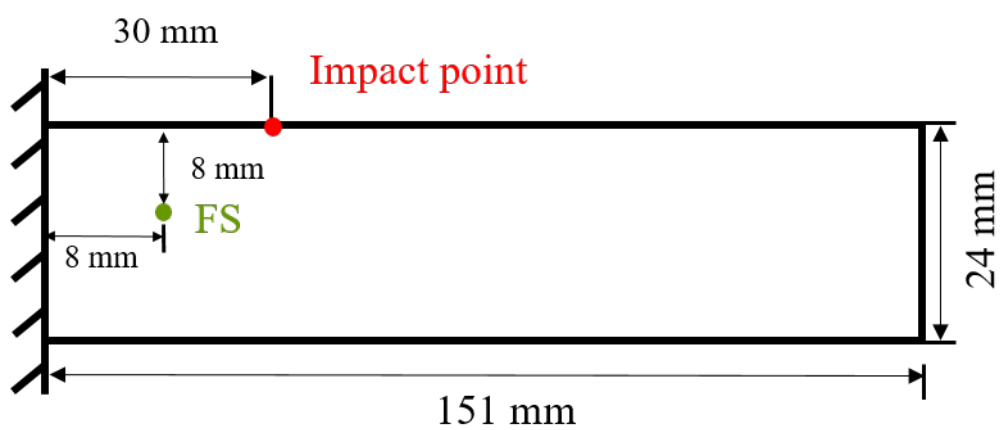


圖 5-9 光纖位移計與鋼珠落擊位置

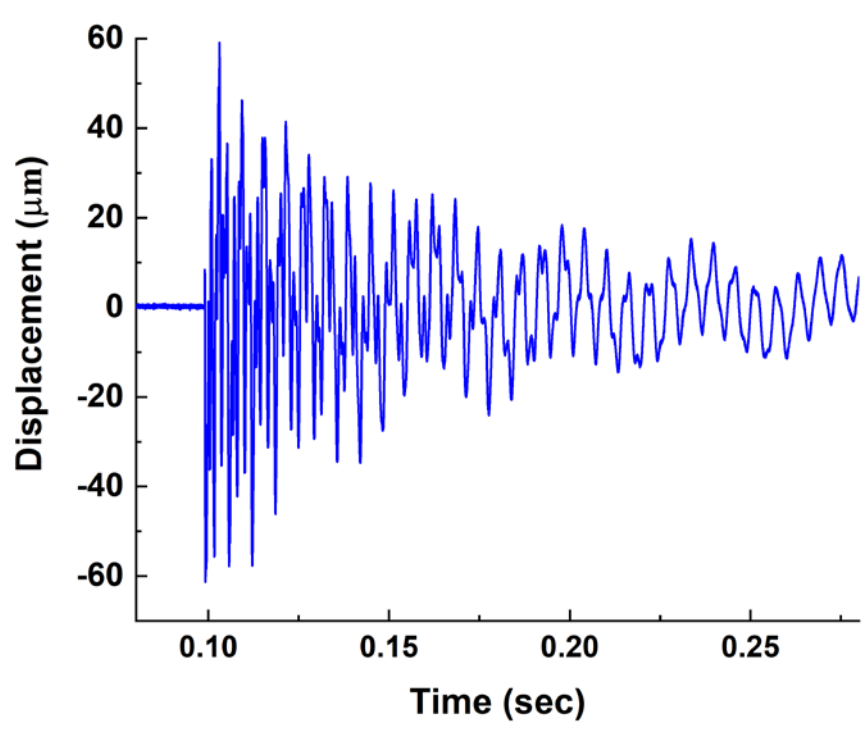


圖 5-10 「*xy*-plane *x*-dir.」試片鋼珠落擊時域訊號

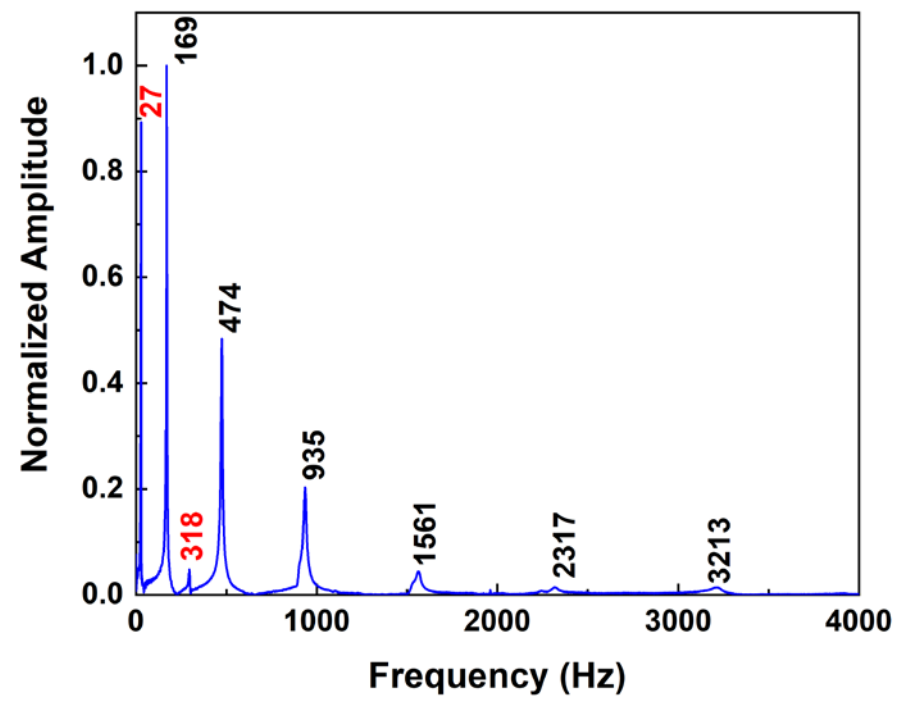


圖 5-11 「*xy*-plane *x*-dir.」試片鋼珠落擊頻率域訊號

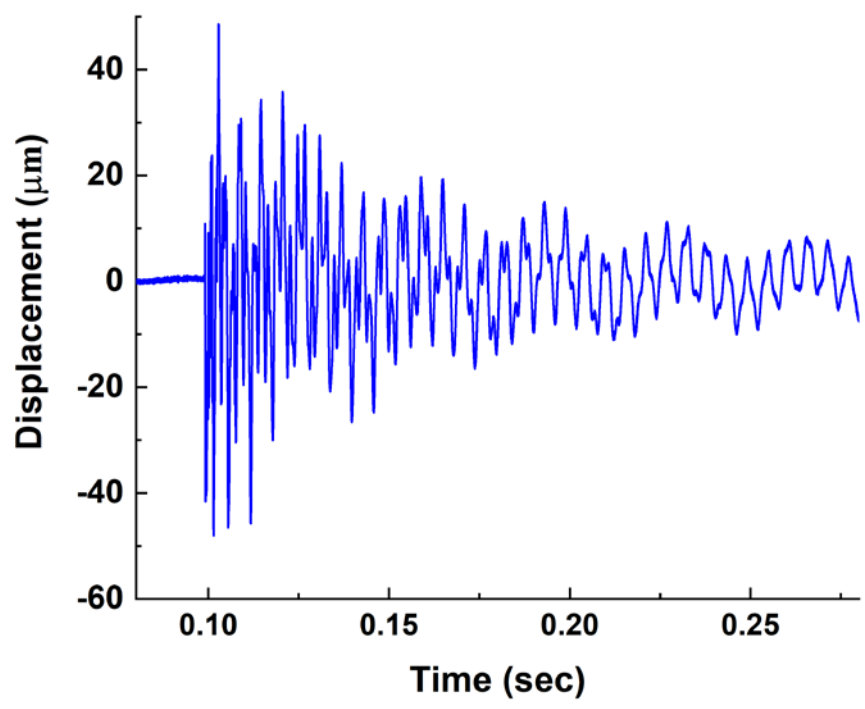


圖 5-12 「yz-plane y-dir.」試片鋼珠落擊時域訊號

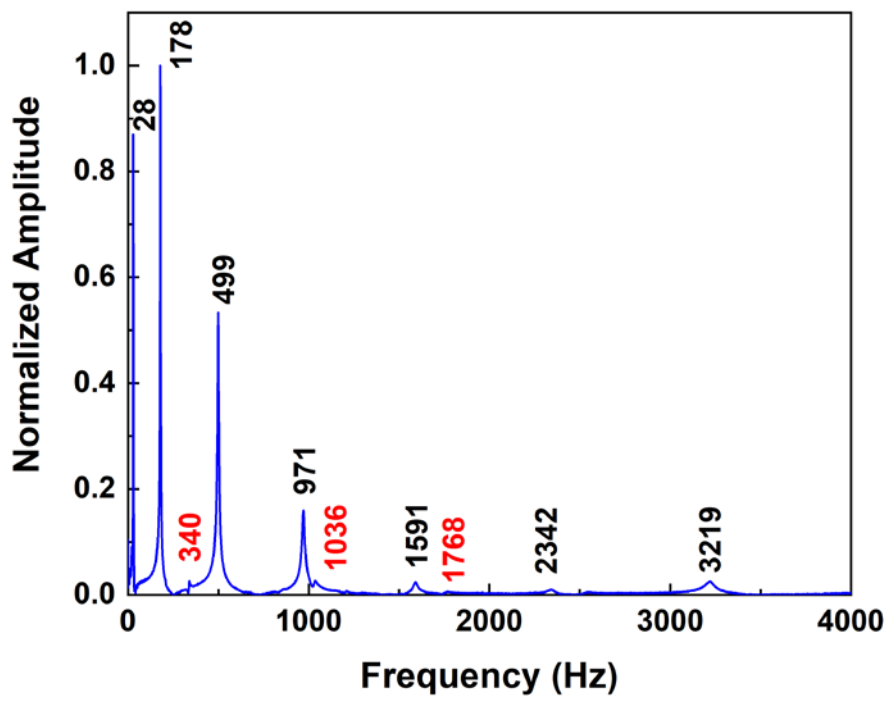


圖 5-13 「yz-plane y-dir.」試片鋼珠落擊頻率域訊號

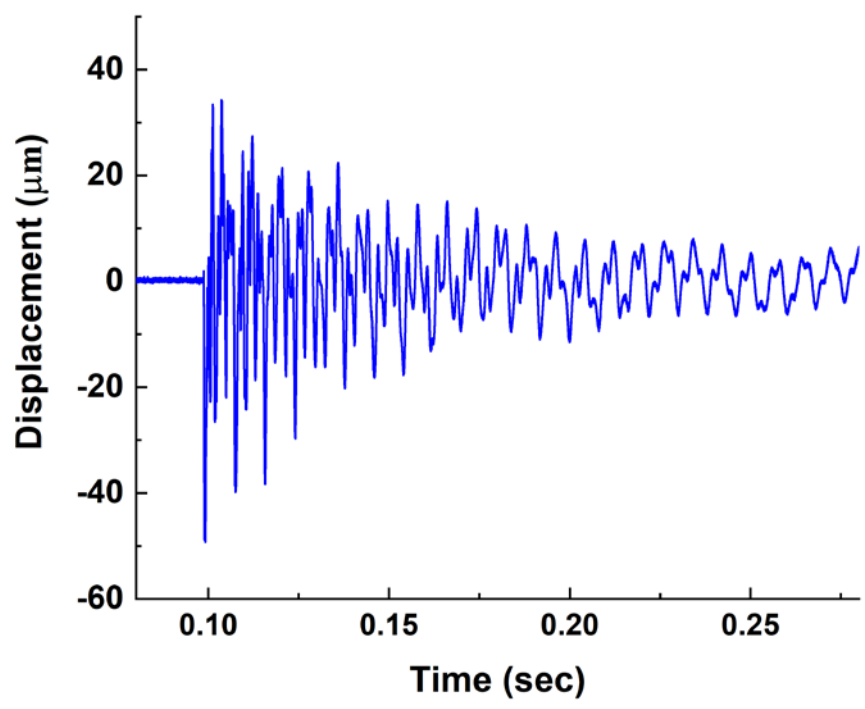


圖 5-14 「xz-plane z-dir.」試片鋼珠落擊時域訊號

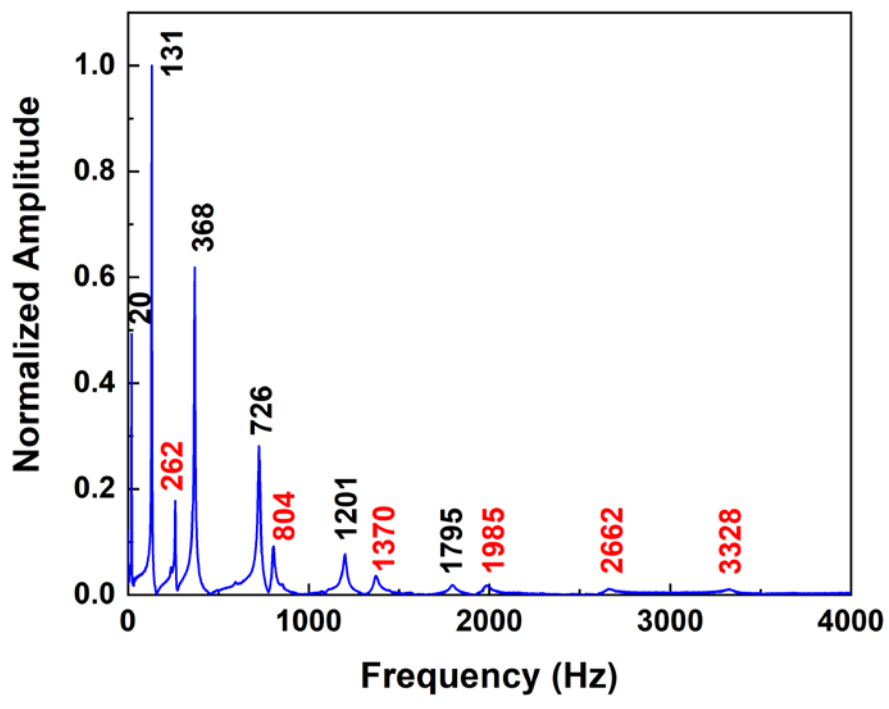


圖 5-15 「xz-plane z-dir.」試片鋼珠落擊頻率域訊號



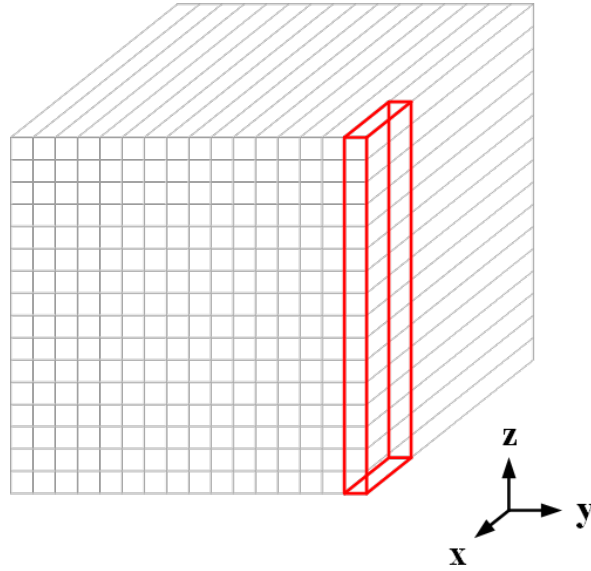


圖 5-16 「xz-plane z-dir.」試片示意圖

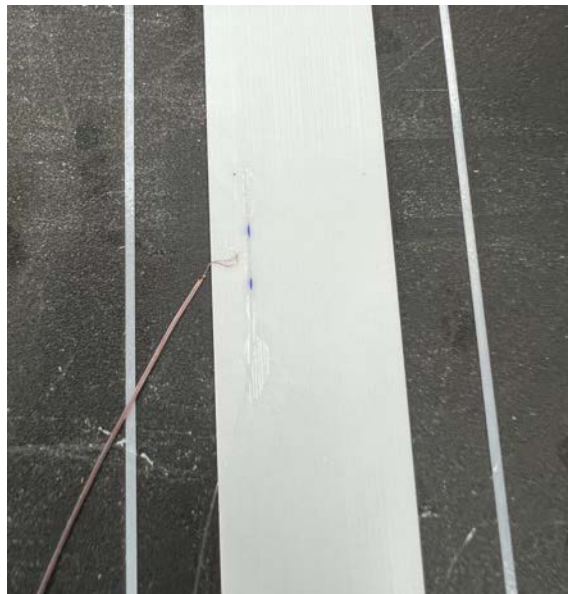


圖 5-17 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶黏貼示意圖

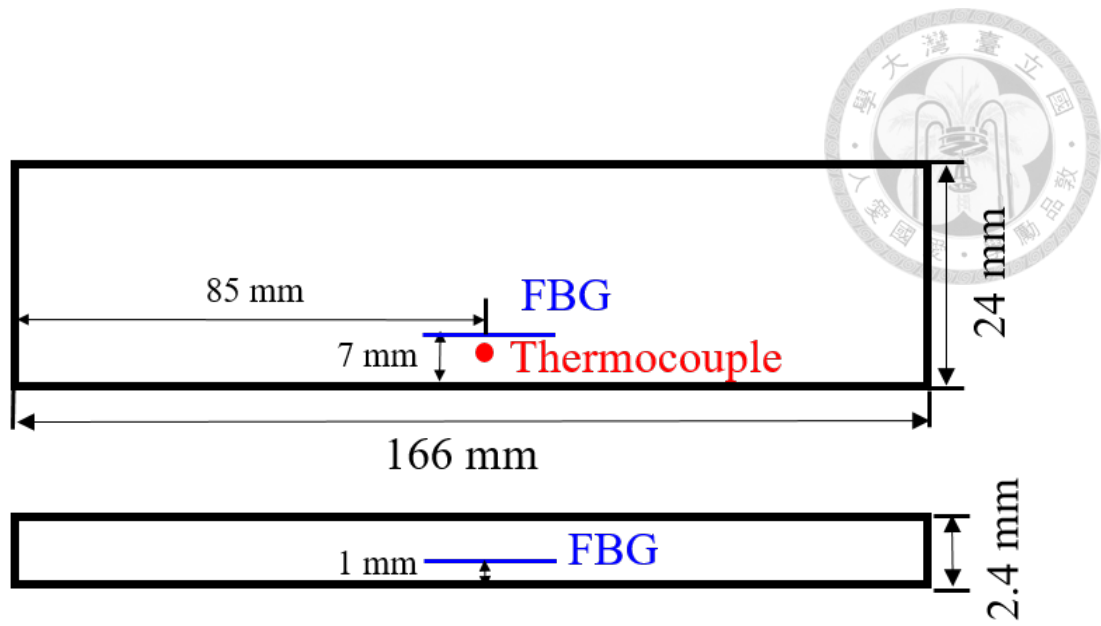


圖 5-18 「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖

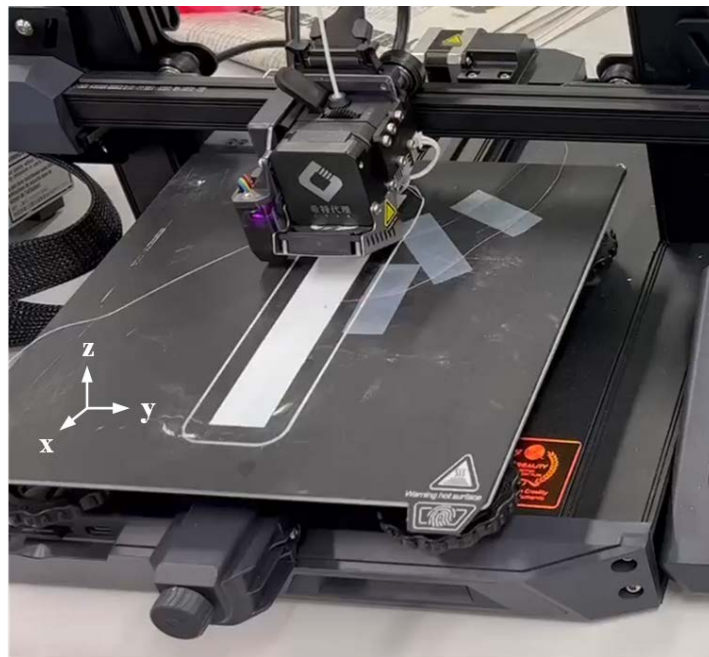


圖 5-19 光纖光柵埋入 3D 列印過程圖

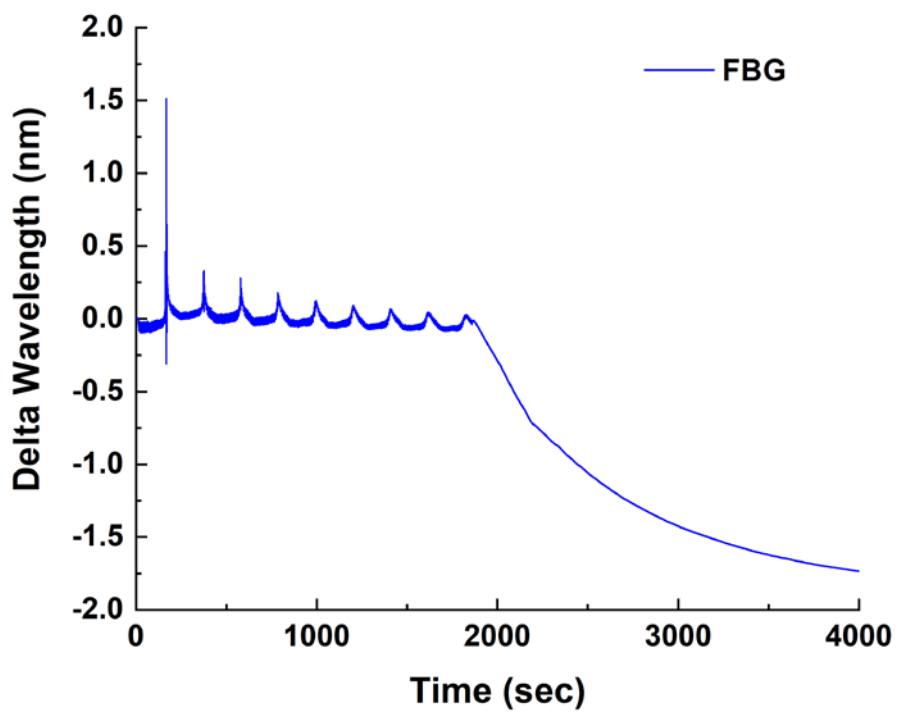


圖 5-20 光纖光柵埋入「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之波長飄移量

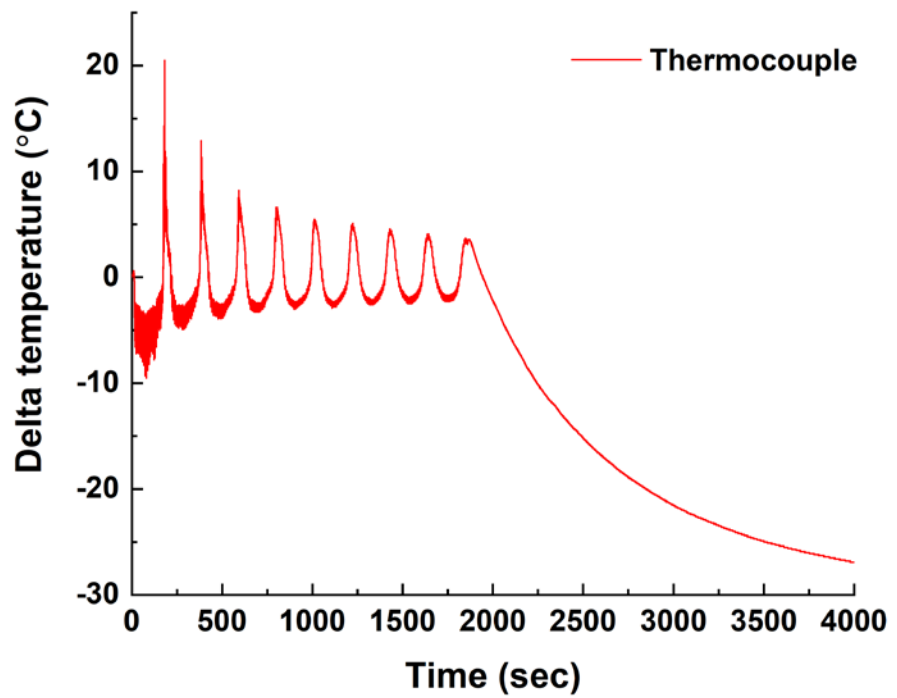


圖 5-21 熱電偶埋入「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之波長飄移量

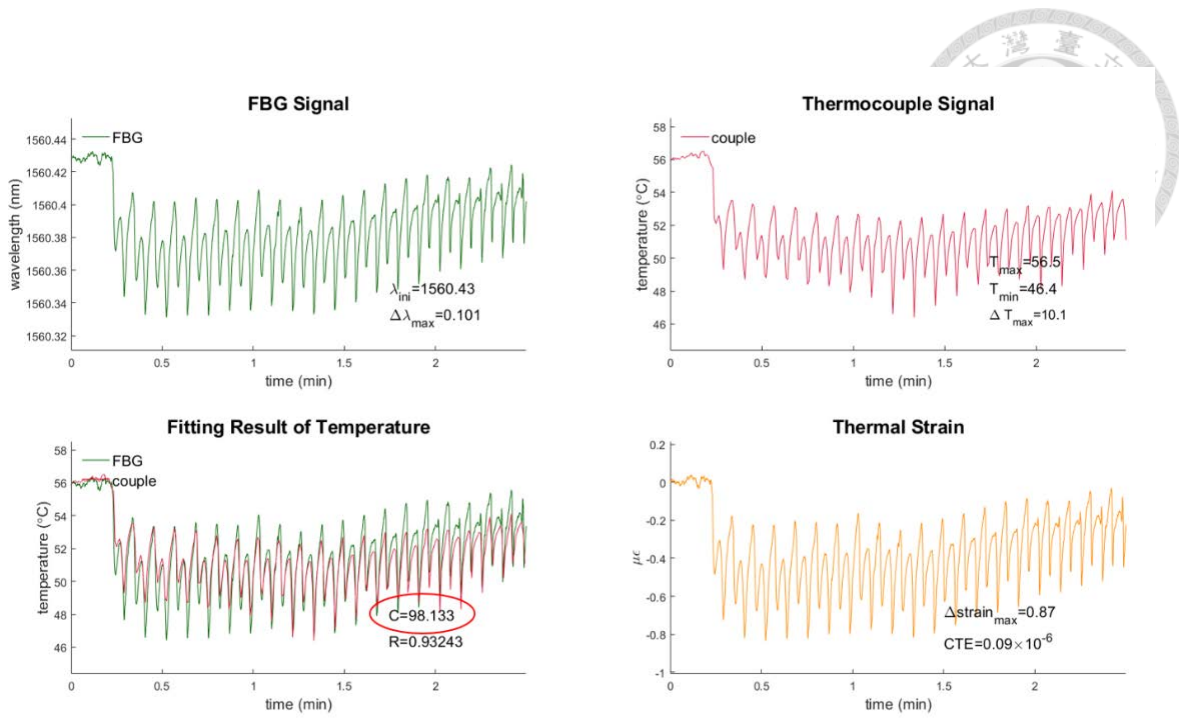


圖 5-22 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶之溫度擬合結果

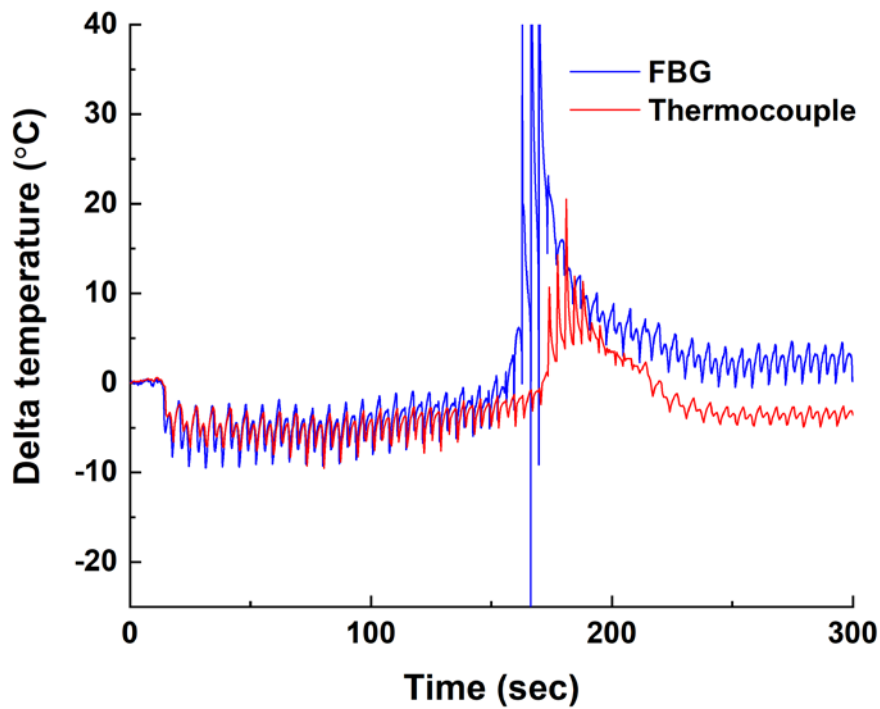


圖 5-23 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖 (0 ~ 300 秒)

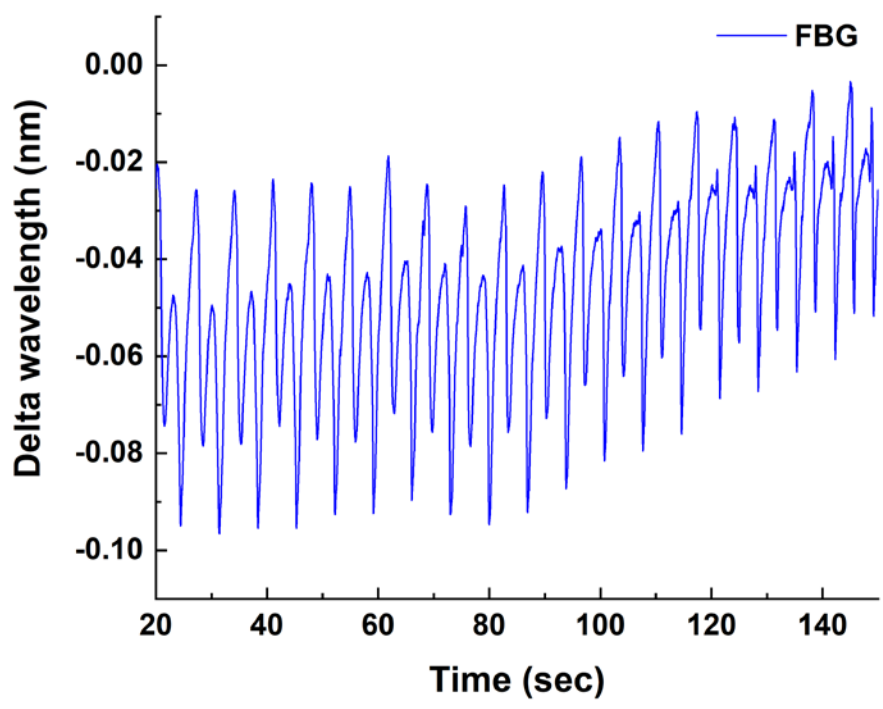
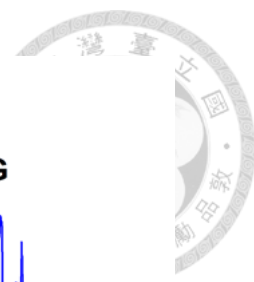


圖 5-24 光纖光柵埋入「xy-plane x-dir.」試片訊號放大圖（20 ~ 150 秒）

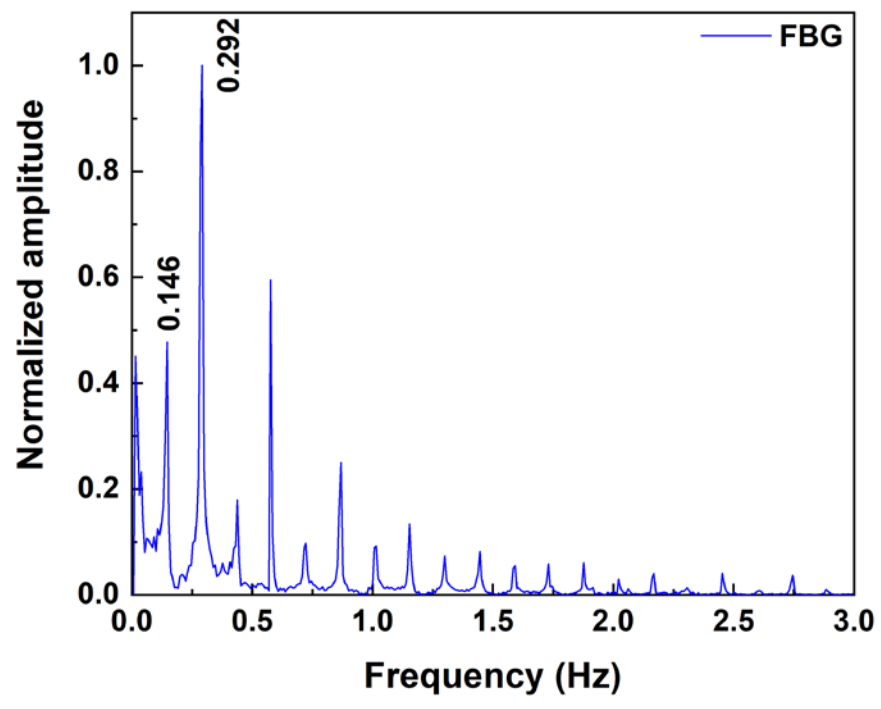


圖 5-25 光纖光柵埋入「xy-plane x-dir.」試片頻率域結果

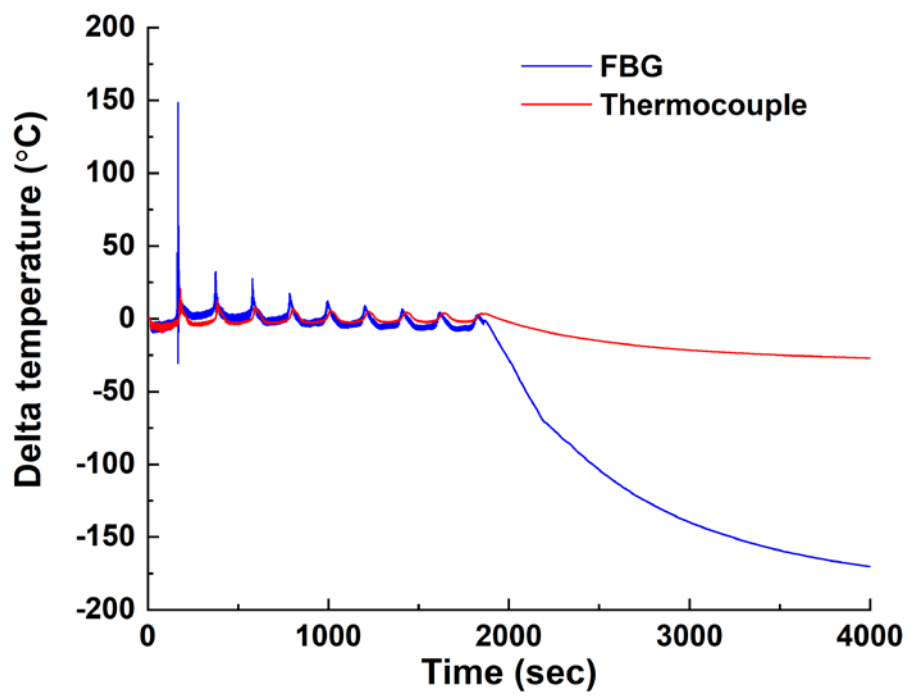


圖 5-26 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖 (0 ~ 4000 秒)

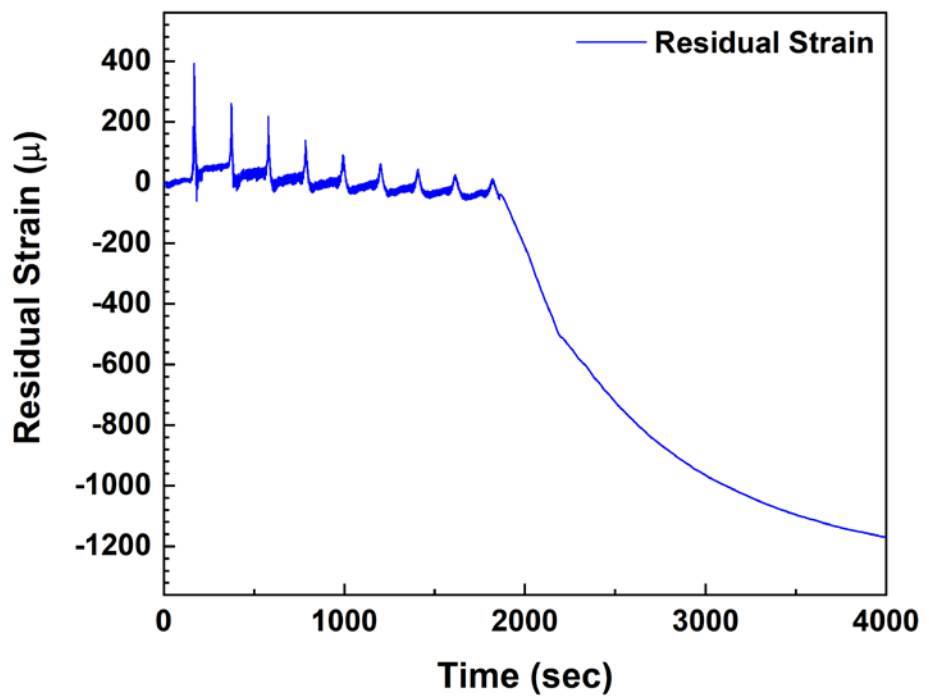


圖 5-27 「xy-plane x-dir.」試片光纖光柵量測之殘餘應變 (0 ~ 4000 秒)

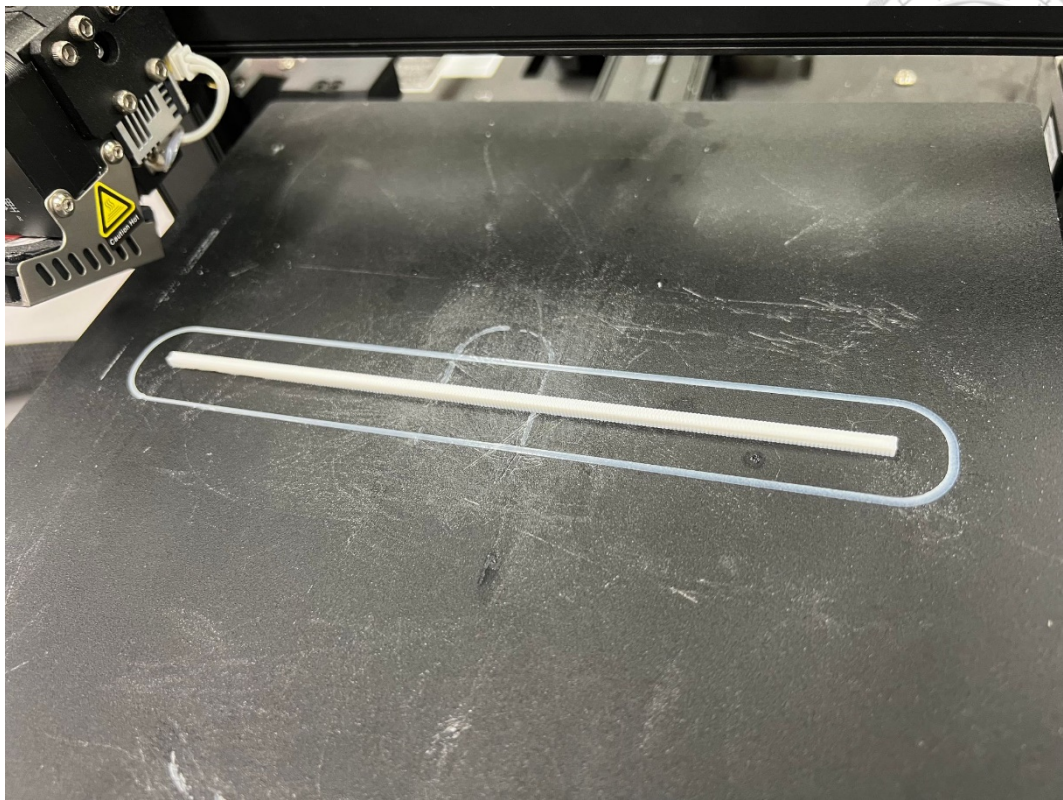


圖 5-28 「yz-plane y-dir.」試片列印示意圖

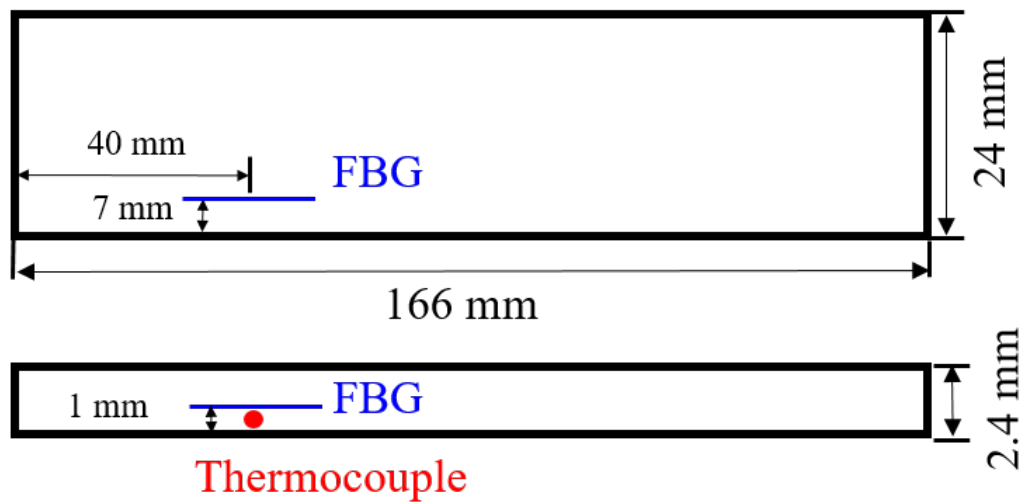


圖 5-29 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶黏貼位置示意圖



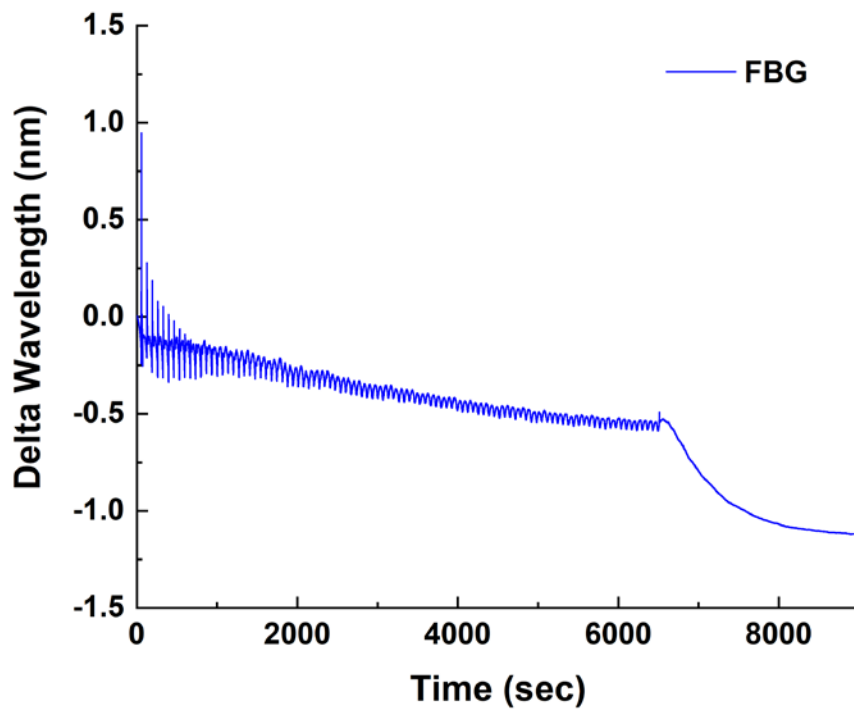


圖 5-30 光纖光柵埋入「yz-plane y-dir.」試片之波長飄移量

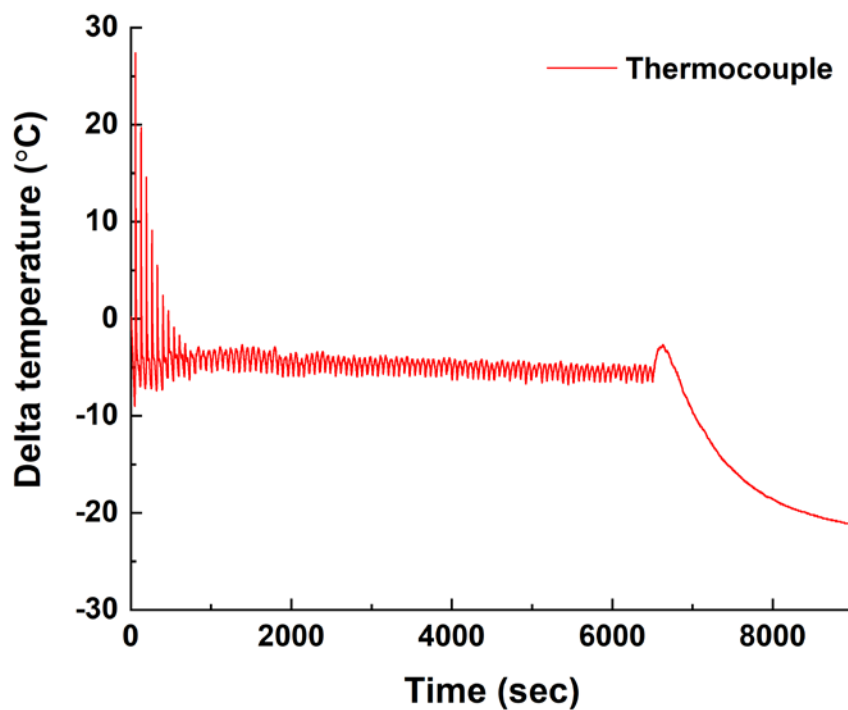


圖 5-31 熱電偶埋入「yz-plane y-dir.」試片之波長飄移量



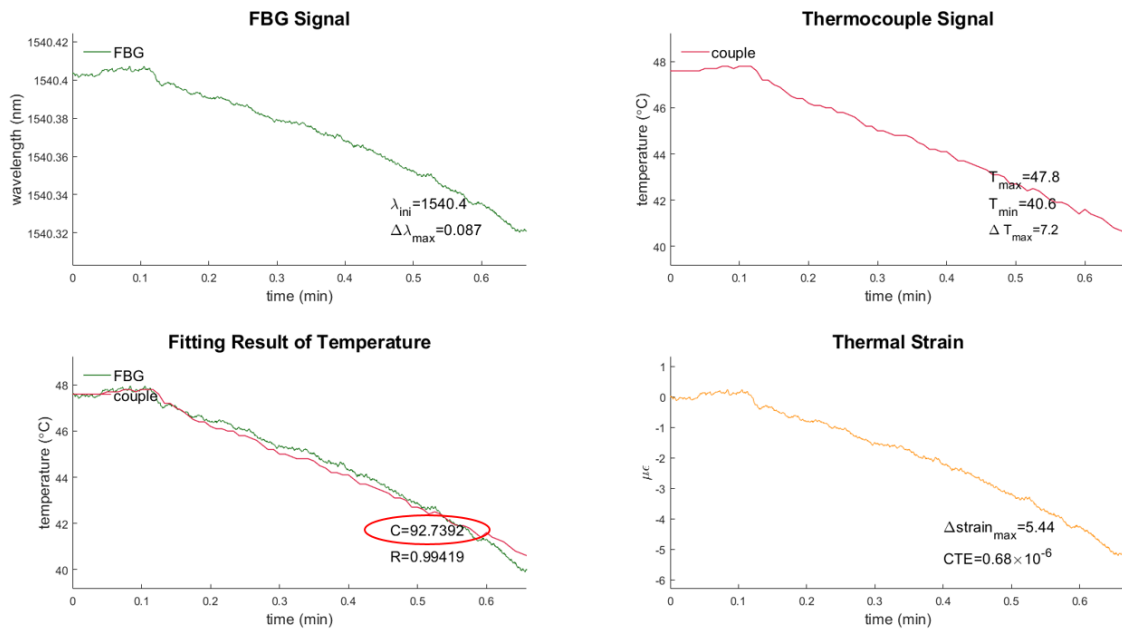


圖 5-32 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶之溫度擬合結果

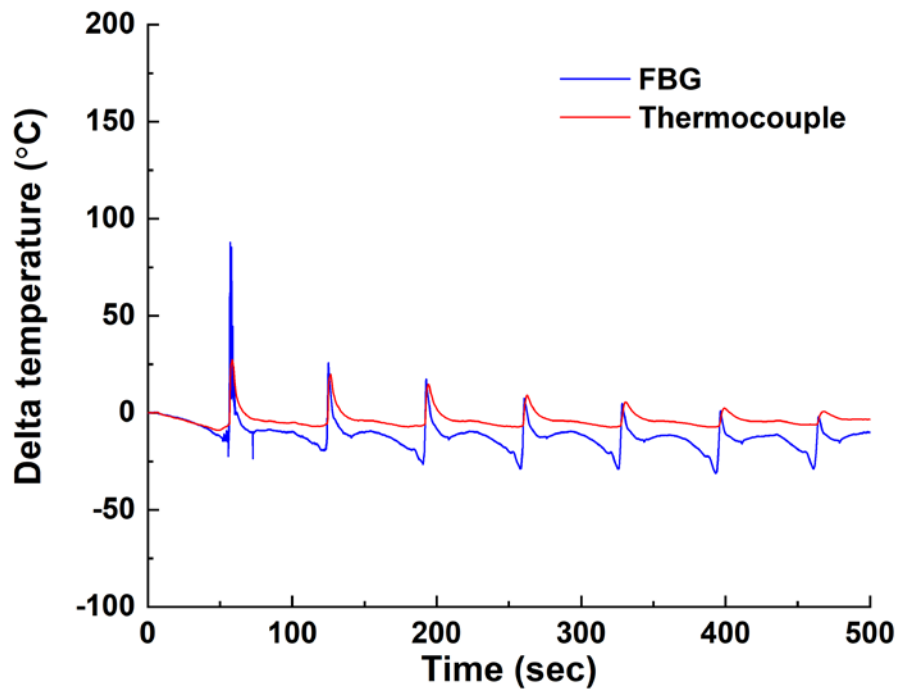


圖 5-33 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖 (0 ~ 500 秒)

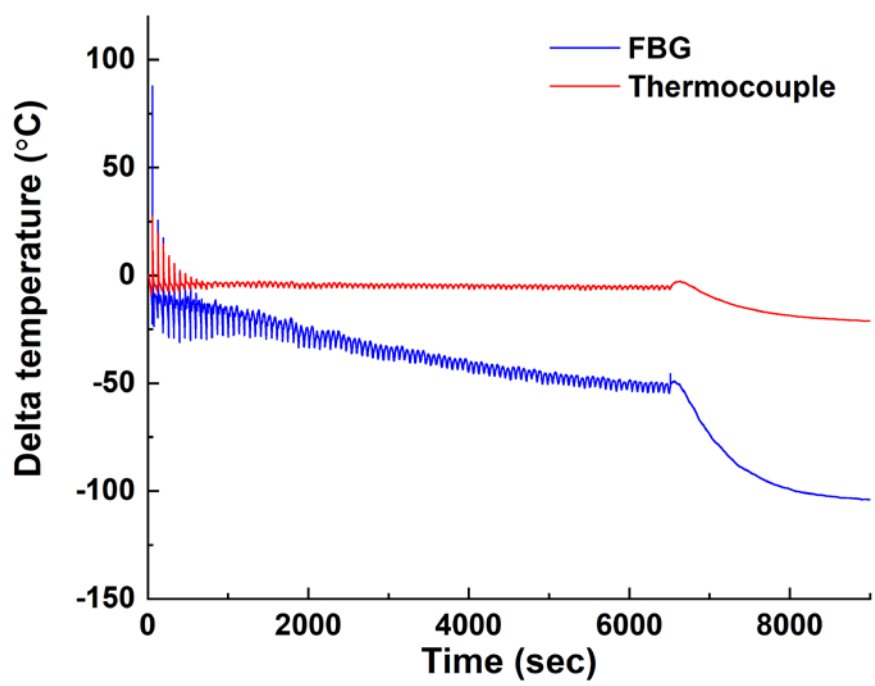


圖 5-34 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵與熱電偶比較圖 (0 ~ 9000 秒)

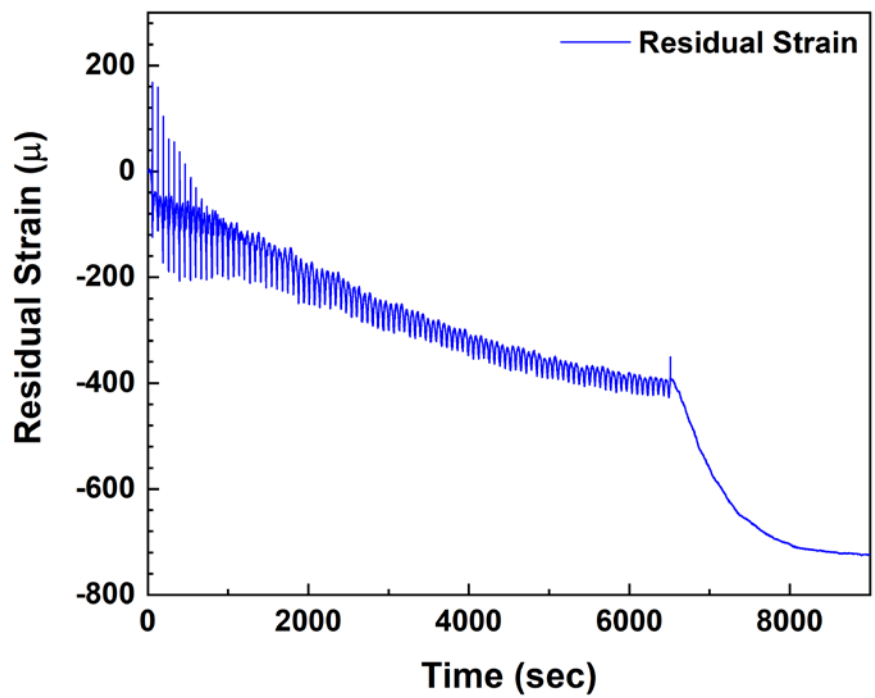


圖 5-35 「yz-plane y-dir.」試片光纖光柵量測之殘餘應變 (0 ~ 9000 秒)

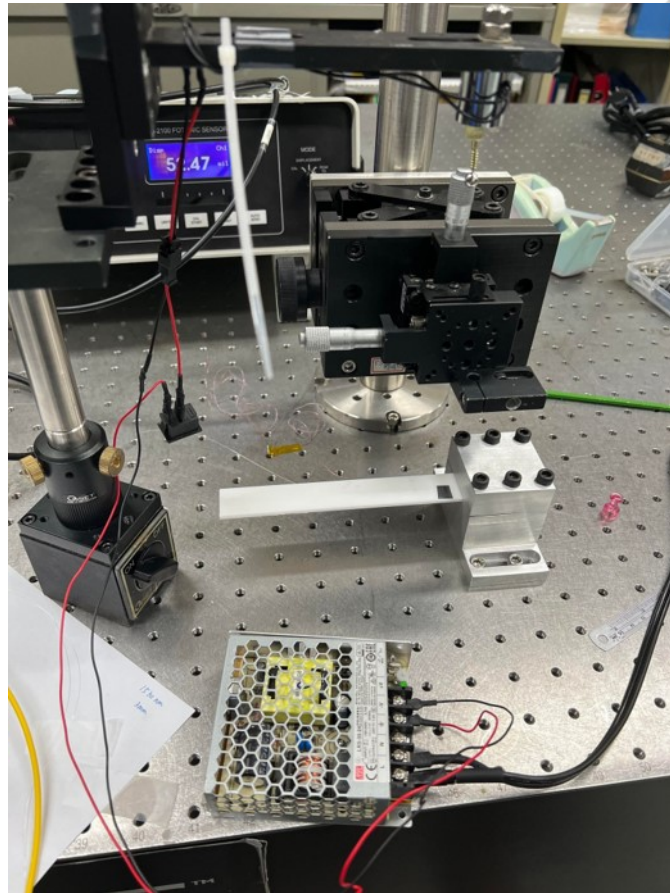


圖 5-36 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片鋼珠落擊實驗架設圖

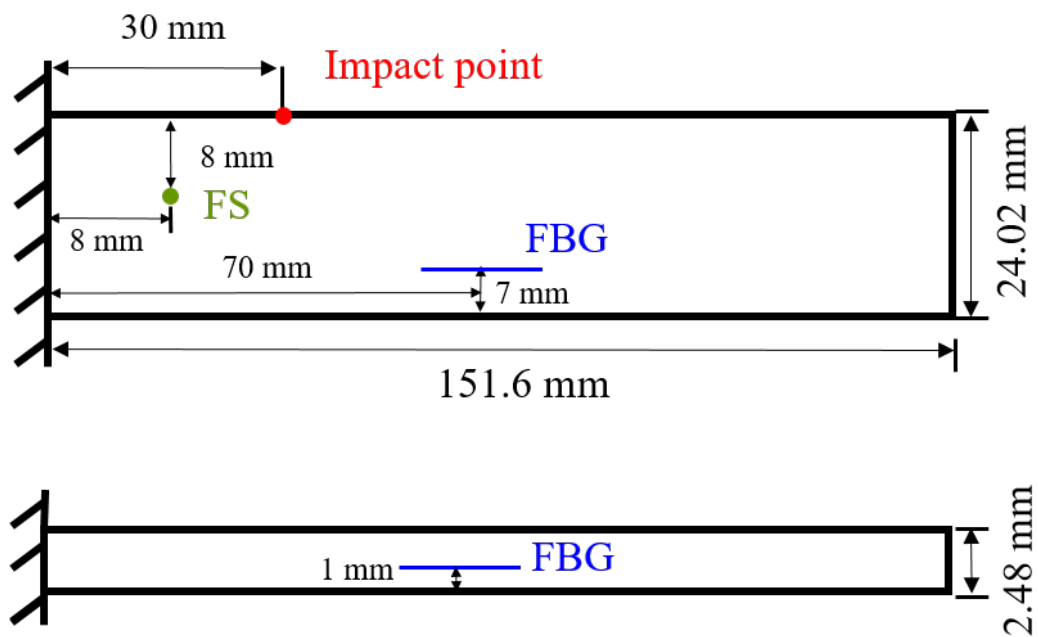


圖 5-37 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片鋼珠落擊位置示意圖

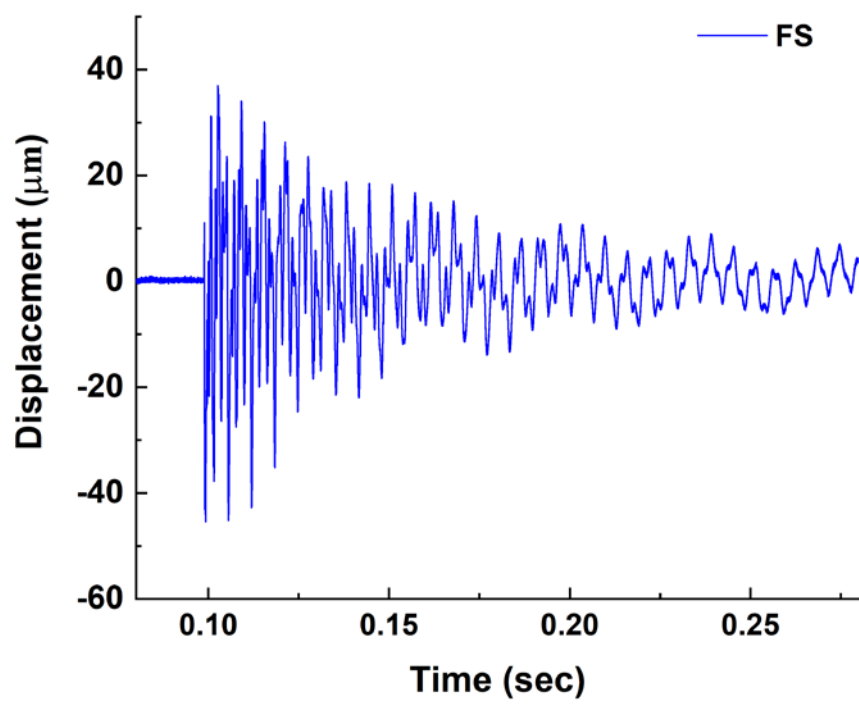


圖 5-38 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之光纖位移計鋼珠落擊時域訊號

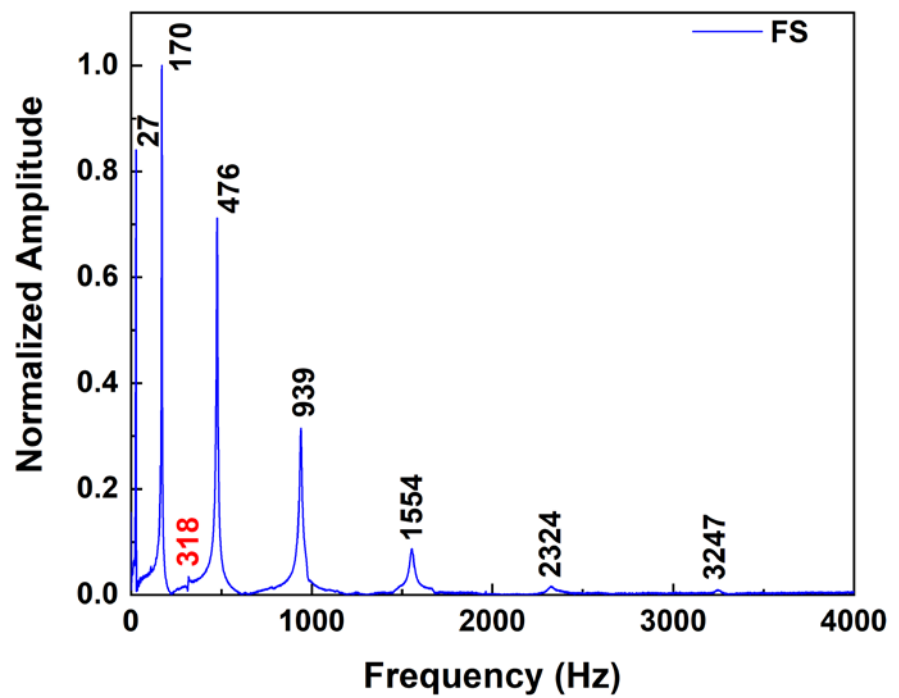


圖 5-39 埋入光纖光柵之「 $xy$ -plane  $x$ -dir.」試片之光纖位移計鋼珠落擊頻域訊號

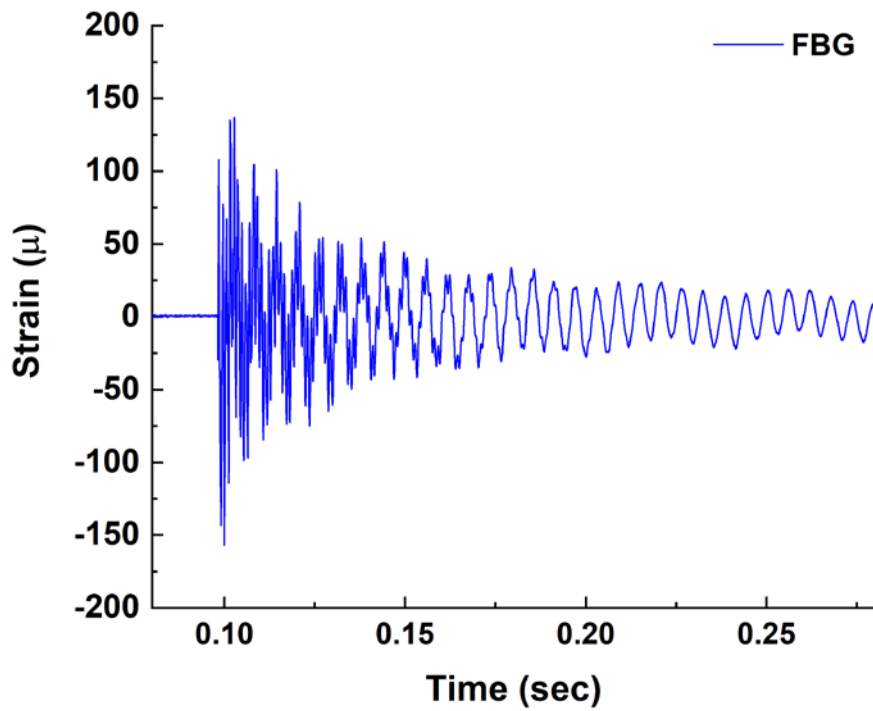


圖 5-40 埋入光纖光柵之「*xy*-plane *x*-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊時域訊號

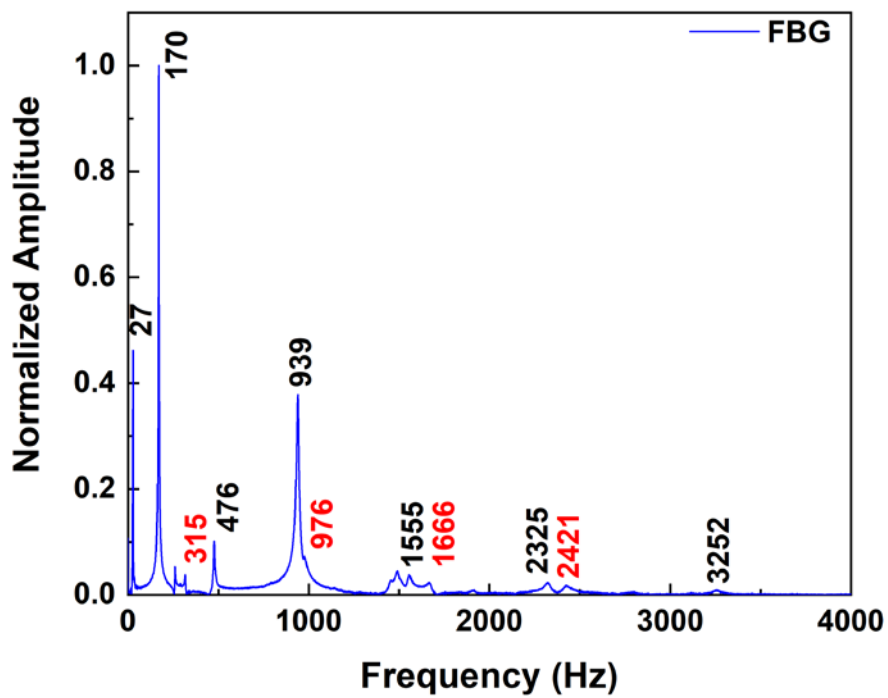


圖 5-41 埋入光纖光柵之「*xy*-plane *x*-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊頻域訊號

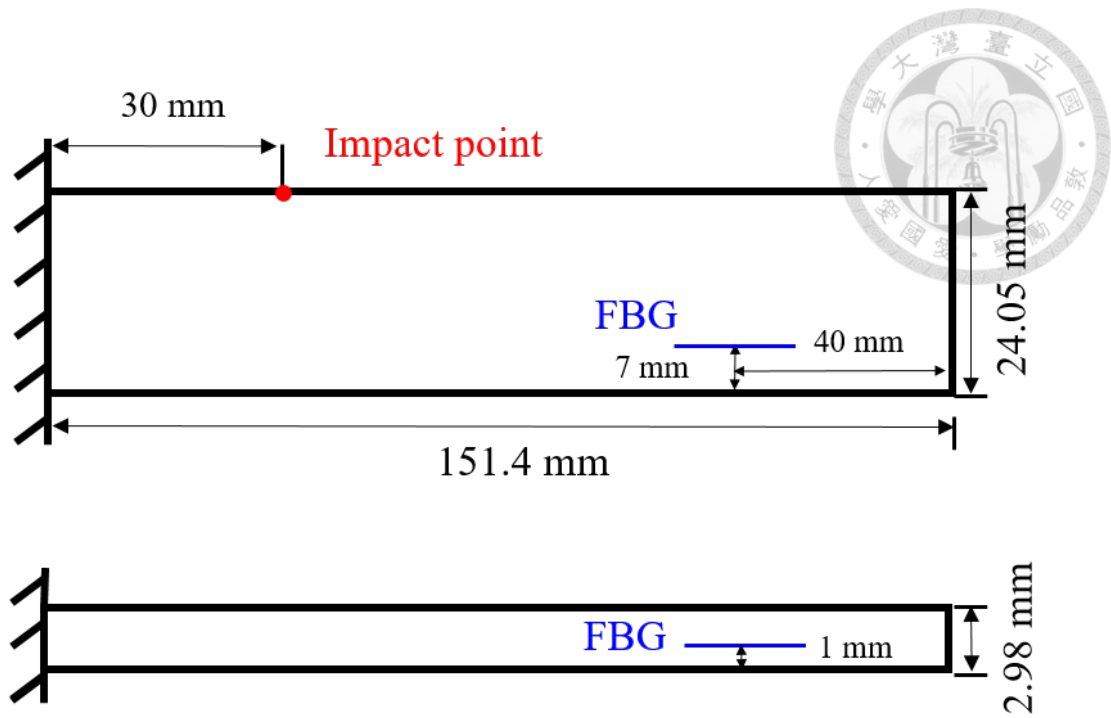


圖 5-42 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片鋼珠落擊位置示意圖

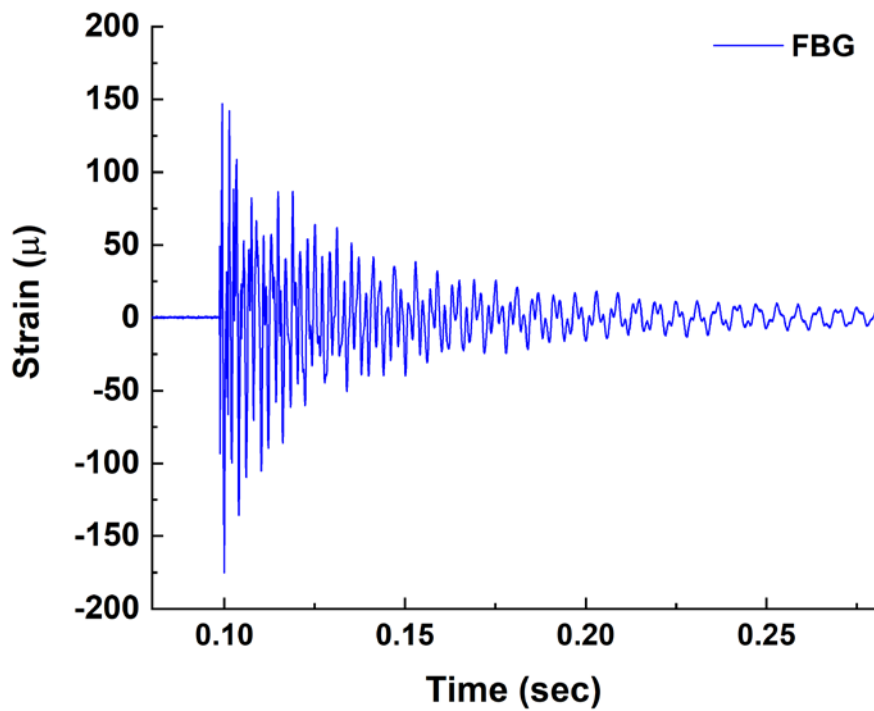


圖 5-43 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊時域訊號

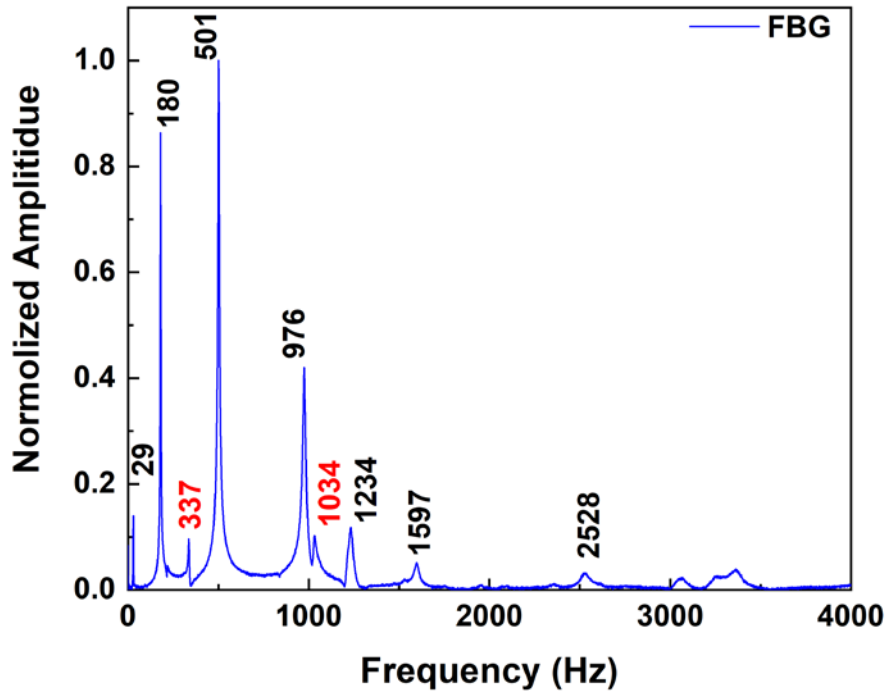


圖 5-44 埋入光纖光柵之「yz-plane y-dir.」試片之光纖光柵鋼珠落擊頻域訊號

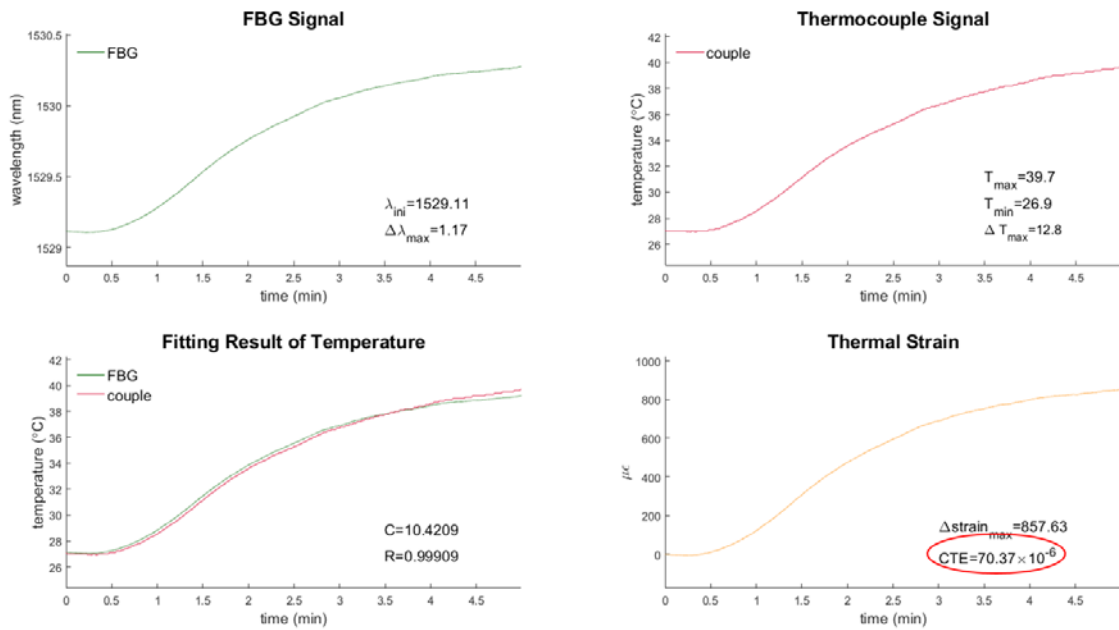


圖 5-45 埋入光纖光柵之「xy-plane x-dir.」試片之熱膨脹係數量測

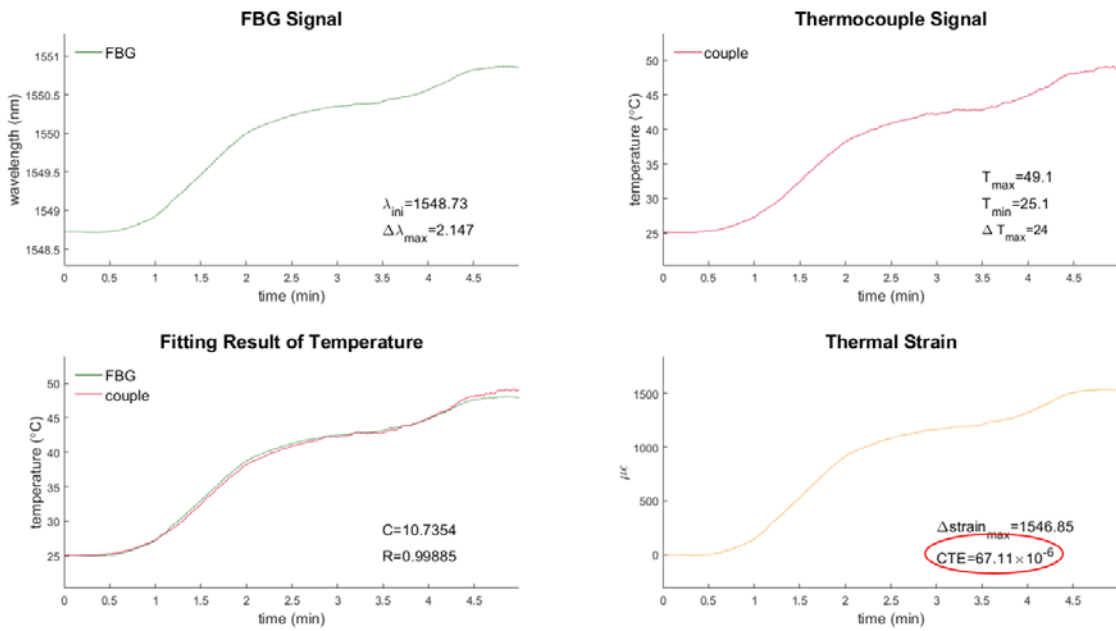


圖 5-46 「yz-plane y-dir.」試片之熱膨脹係數量測

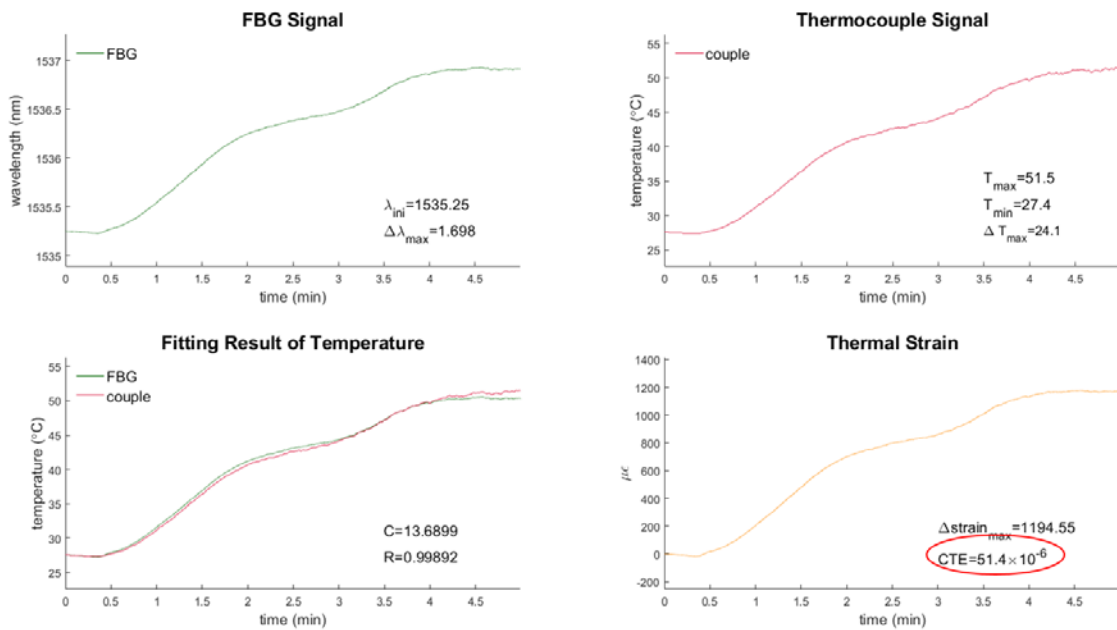
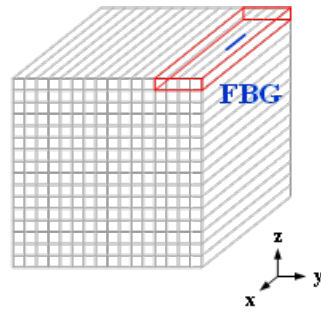
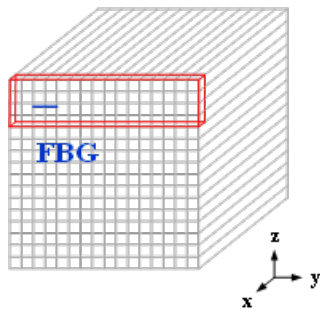


圖 5-47 「xz-plane z-dir.」試片之熱膨脹係數量測

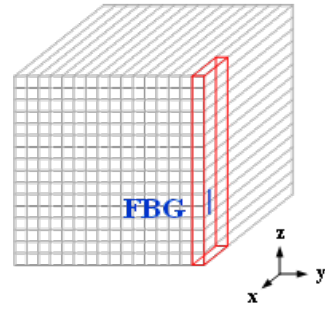




xy-plane x-dir.



yz-plane y-dir



xz-plane z-dir

圖 5-48 「xy-plane x-dir.」、「yz-plane y-dir.」以及「xz-plane z-dir.」排向圖



## 第六章 應用光纖光柵於鋁板拉伸之暫態應變量測

本章首先會對拉伸試片之材料常數進行量測，利用超音波探傷儀量測其材料參數後輸入有限元素軟體進行模擬，使用光纖光柵與應變規量測全自由邊界下的拉伸試片受鋼珠撞擊之共振頻率，並與模擬之結果做比較。接著使用小型拉伸試驗機對試片進行拉伸，藉由光纖光柵與應變規量測不同拉力下之共振頻率，並將拉力值與共振頻率之關係進行曲線擬合，得到曲線擬合方程式。最後再對試片施加不同拉力並由其共振頻率反算出拉力值，以驗證此曲線擬合方程式之正確性。

### 6.1 拉伸試片介紹

本節將對拉伸試片進行量測，首先使用超音波探傷儀對拉伸試片進行材料常數的量測，但由於試片厚度太薄，因此使用相同材料之鋁板作為替代。接著利用光纖光柵與應變規對試片進行全自由邊界下之共振頻率量測，並使用前面量測之材料參數進行模擬與之比較。

#### 6.1.1 拉伸試片之材料常數量測

本章使用之拉伸試片之材料為鋁合金 6061，其尺寸如圖 6-1 所示，圖 6-2 為其實體圖，鋁板之長度為 100mm、寬度為 20mm、厚度為 1mm，其中在鋁板的左右兩邊距離邊界各 10mm 處各有一個直徑為 6mm 之孔洞，其目的為使鋁板能固定於小型拉伸試驗機上進行拉伸實驗。

本節將以超音波探傷儀量測鋁板縱波與橫波之波速，經由等向性材料的材料係數與縱波波速和橫波波速間的關係求出其材料係數，但由於此鋁板之厚度不足，量測到的訊號會有重疊的問題，因此本節將以相同工廠製作之 6mm 與 10mm 厚之鋁板來量測其材料參數，並代入此鋁板進行後續之研究。

超音波探傷儀之超音波發射器會提供負電壓脈衝至探頭附近並產生對應的波，超音波會穿過耦合劑到達試片，至底部之後會反射回探頭進行感應因而產生訊號，最後連接至示波器以便於讀取。而其中縱波（壓力波）的耦合劑使用水即可，橫波則由於其為剪力波，需使用黏滯係數較大之介質，故使用麥芽糖作為橫波之耦合劑。示波器之取樣頻率設定為5GHz，取樣時間為50μs。

由波動力學可知，一等向性材料之材料係數與縱波波速  $C_L$  及橫波波速  $C_S$  關係如下：

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} = \rho c_s^2 \left( \frac{3c_L^2 - 4c_s^2}{c_L^2 - c_s^2} \right) \quad (6.1)$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} = \frac{c_L^2 - 2c_s^2}{2(c_L^2 - c_s^2)} \quad (6.2)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \rho c_s^2 \quad (6.3)$$

其中由於波傳遞的路徑為來回厚度一次，因此波速的計算方式為兩倍的厚度除以波傳時間。圖 6-4 為 6mm 厚鋁板之縱波訊號，0~3μs 為探頭所發射的超音波訊號，並不納入波傳時間的計算，只考慮其回波的時間差，縱波之時間差為 1.883μs，得到縱波波速為 6371.5m/s，圖 6-5 為 6mm 厚鋁板之橫波訊號，同樣只考慮回波間的時間差，為 3.775μs，得到橫波波速為 3178.8m/s，由(6.1)式與(6.2)式可以得到楊氏模數  $E$  為 73.21GPa，蒲松比  $\nu$  為 0.333。圖 6-6 為 10mm 厚鋁板之縱波訊號，縱波之時間差為 3.166μs，得到縱波波速為 6316.3m/s，圖 6-7 為 10mm 厚鋁板之橫波訊號，其時間差為 3.775μs，得到橫波波速為 3159.3m/s，計算後楊氏模數  $E$  為 72.25GPa，蒲松比  $\nu$  為 0.334。將結果列於表 6-1 中，並以此計算之材料參數之平均代入拉伸試片中。



## 6.1.2 自由邊界之量測

本節將對拉伸試片於自由邊界的邊界條件下，利用鋼珠落擊配合光纖光柵與應變規對共振頻率進行量測，並與模擬之結果進行比對，以確認光纖光柵與應變規對於拉伸試片之量測準確性。圖 6-8 為拉伸試片自由邊界實體圖，而圖 6-9 為光纖、應變規與撞擊位置示意圖，其中光纖光柵會搭配高速波長解調器進行訊號擷取，取樣頻率設定為  $33711\text{Hz}$ ，而應變規的訊號則是先由應變指示器 (strain indicator) P-3500 來擷取，再連接至示波器，取樣頻率為  $1000000\text{Hz}$ ，兩者皆量測 1 秒之動態訊號並進行快速傅立葉轉換轉換至頻率域進行分析，故頻率解析度為  $1\text{Hz}$ 。拉伸試片上有黏貼兩個光纖光柵，中心波長分別為  $1545\text{nm}$  以及  $1550\text{nm}$ ，於本章稱之為 FBG  $1545\text{nm}$  以及 FBG  $1550\text{nm}$ ，其中 FBG  $1545\text{nm}$  位於應變規之正後方，故其所量測到之應變大小會與應變規相反，而 FBG  $1550\text{nm}$  則黏貼於與應變規軸對稱之位置，因此其量測到的應變之正負號會與應變規相同。鋼珠落擊位置為拉伸試片之邊界，其目的為避免二次撞擊，造成訊號分析之困難。而模擬的部分則是使用 COMSOL 進行數值分析，其中，楊氏模數  $E$  與蒲松比  $\nu$  為前一節計算出的結果，

圖 6-10 為拉伸試片於自由邊界下鋼珠落擊之時域圖，橫軸為時間，取前 0.2 秒做為表示，縱軸為應變量值，圖中可以看到由於 FBG  $1545\text{nm}$  與其餘兩者黏貼在不同面，因此其應變量值與其餘兩者相反，而三者應變大小及波形方面十分相近，圖 6-11 為經過快速傅立葉轉換之後的頻率域結果，橫軸為頻率，最高取到  $10000\text{Hz}$ ，縱軸為正規化後的響應從圖中可以看出三者所量測到的共振頻率十分接近，也都具有相似的頻譜特性，唯獨應變規在  $6000 \sim 6500\text{Hz}$  之間有兩個只有其量測到的頻率，應為應變指示器本身之雜訊導致。表 6-2 為 FBG  $1545\text{nm}$ 、FBG  $1550\text{nm}$  與應變規所量測到之自由邊界共振頻率比較表，從表中可以看出除了第一

模態與模擬值消差較大之外，其餘模態實驗所量得的共振頻率與模擬值之誤差皆在 2% 之內，代表光纖光柵與應變規對於拉伸試片具有不錯的動態量測結果，同時自由邊界之共振頻率也可以對接下來拉伸時之共振頻率做為參考。



## 6.2 共振頻率於試片受拉伸之變化

本節實驗會將拉伸試片架設於小型拉伸試驗機上，對其施加不同的力使其受到拉伸，以鋼珠從側邊撞擊拉伸試片，並使用光纖光柵與應變規量測其動態訊號並分析施加外力對於拉伸試片之共振頻率的影響，接著利用共振頻率以及拉力值的變化求出曲線擬合方程式，以此方程式為基礎，在得知共振頻率的情況下反算出試片所受之拉力值。

### 6.2.1 實驗架設

將前一節所介紹之拉伸試片架設於小型拉伸試驗機上，如圖 6-12 所示，旋轉拉伸試驗機右方的旋轉把手來對試片進行拉伸，同時利用荷重元 (load cell) 來對拉力進行控制，在進行拉伸實驗前需先預拉一點點力，讓試片維持在固定的狀態，之後再將荷重元的讀數歸零並開始實驗。

拉伸試片上光纖光柵與應變規黏貼的位置與前一節相同，不同的是這次鋼珠敲擊的位置為貼有 FBG 1545nm 的那一面，光纖光柵的訊號由高速波長解調器擷取，取樣頻率設定為 33711Hz，應變規的訊號則是先由應變指示器來擷取，再連接至示波器，取樣頻率為 1000000Hz，兩者皆量測 1 秒之動態訊號進行快速傅立葉轉換，頻率解析度為 1Hz。

### 6.2.2 實驗儀器設備與元件

本節為了得知小型拉伸試驗機對於拉伸試片的拉力值，在實驗的架設上使用了荷重元來輸出拉力值，本文使用的荷重元為 Transcell Technology, Inc. 所生產，

型號為 BAB-75M，可量測軸向之拉力與壓力，最大容量為 75kgw，如圖 6-14，荷重元會連接其顯示器以方便讀值與進行歸零。

對於應變規的輸出訊號，本文使用應變指示器來擷取並輸入示波器，其生產公司為 Measurement Group, Inc.，型號為 P-3500，外觀如圖 6-15 所示。此應變指示器可以讀取各種應變規及換能器之訊號，其具有輕便易攜帶、操作介面簡潔、可直接由液晶顯示讀取靜態量測數值等優勢，若要量測動態問題也可外接至示波器讀值。

### 6.2.3 實驗結果與頻率分析

實驗會分別對拉伸試片施加 0kgw、5kgw、10kgw、15kgw 與 20kgw 的力，並使用光纖光柵與應變規對鋼珠敲擊後的動態訊號做量測，會量測三次進行重複性實驗，在對其進行快速傅立葉轉換後的頻率特性進行分析。

首先是對施加拉力 0kgw 之試片進行鋼珠敲擊實驗，圖 6-16 為施加拉力 0kgw 試片受撞擊之時域圖，橫軸為時間，縱軸為應變，由下至上分別為 FBG 1545nm、FBG 1550nm 以及應變規所量測之應變，其中由於鋼珠敲擊的是黏貼 FBG 1545nm 的那面，因此 FBG 1545nm 一開始是受到壓應變，故應變量值為負，而 FBG 1550nm 及應變規則是受到拉應力，因此一開始之應變量值為正。圖 6-17 為使用快速傅立葉轉換後所得三種量測方式之頻域圖，從圖中可以看出三者所量測到的共振頻率值都十分接近，將其整理為表 6-3，可以看到大部分的共振頻率都有被 FBG 1550nm 量測到，將三者量測到的共振頻率取平均，在後面會與不同拉力大小之結果做比較。

接著是施加拉力 5kgw 之試片，圖 6-18 為其時域圖，而圖 6-19 為其頻率域之結果，將其共振頻率整理後可得表 6-4，與表 6-3 相比可以看出試片在受到外力拉伸後，其每個共振頻率都有上升的趨勢，同樣將其取平均，與不同的拉力大小做

比較；施加拉力 10kgw 之試片的暫態響應如圖 6-20 所示，而經快速傅立葉轉換後的頻域結果如圖 6-21 所示，表 6-5 為將共振頻率整理後的比較表，綜合表 6-3 及表 6-4 可以看出 FBG 1545nm 在量測第 9 模態以及第 10 模態的效果較不好，而 FBG 1550nm 隨著拉力的上升，對於第 8 模態的量測能力有上升的趨勢。

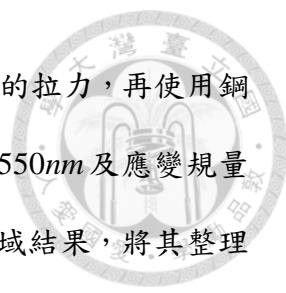
再來是施加拉力 15kgw 之試片，圖 6-22 為鋼珠撞擊之時域圖，相較於圖 6-16 施加拉力 0kgw 之試片之時域圖相比，施加拉力 15kgw 之試片的動態訊號消散的比較快，圖 6-23 為快速傅立葉轉換後的頻域結果，將共振頻率整理過後可得表 6-6，可以觀察到不論是 FBG 1545nm、FBG 1550nm 或是應變規可以量測到比施加拉力較低時更多的共振模態。最後是施加拉力 20kgw 之試片，圖 6-24 為其暫態響應之時域圖，而圖 6-25 為快速傅立葉轉換後之頻域結果，整理為表 6-7 可以看到 FBG 1545nm 除了第 9 模態之外都有量測到共振頻率，而 FBG 1550nm 更是全部都有量測到。

當量測完對拉伸試片施加 0kgw、5kgw、10kgw、15kgw 與 20kgw 拉力之共振頻率後，將 FBG 1545nm、FBG 1550nm 及應變規所量測的共振頻率平均並統整後可以得到表 6-8，從表中可以看出，隨著小型拉伸試驗機對拉伸試片施加的力越大，其每個模態的共振頻率都有不同程度的上升，而將各個模態之共振頻率與施加拉力的大小作圖可以得到圖 6-26 與圖 6-27，其中圖 6-26 為 4000Hz 以下的前 5 個模態之共振頻率與施加拉力之關係，而圖 6-27 為 4000Hz 以上的後 6 個模態之共振頻率與施加拉力之關係，將這些共振頻率與施加拉力值進行二階曲線擬合，可以得到各個模態的曲線擬合方程式，如表 6-9 所示，有了這些方程式後便可由量得之共振頻率推算出目前施加於試片上之拉力大小。

#### 6.2.4 施加拉力量測實驗

本小節使用前一小節最後得到之各個模態的曲線擬合方程式，可由量測的共

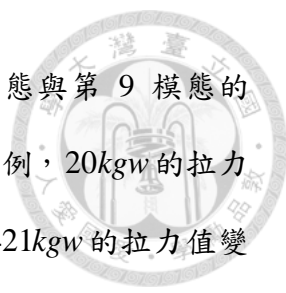




振頻率推算出施加在試片上的拉力，首先是對試片施加 2.51kgw 的拉力，再使用鋼珠撞擊試片量測其共振頻率，圖 6-28 為 FBG 1545nm、FBG 1550nm 及應變規量測受撞擊之暫態響應圖，而圖 6-29 為其快速傅立葉轉換之頻率域結果，將其整理後代入表 6-9 之曲線擬合方程式，得到每個模態的共振頻率反推出的拉力值，如表 6-10 所示，從表中可以看到全部模態反算之拉力平均為 2.31kgw，與實際的 2.51kgw 相差了 0.2kgw，若是以誤差來看則有 -7.97%，若是將每個模態分開來看，第 5 模態和第 9 模態量得之拉力較實際的大了許多，而第 10 模態則小了許多。接著對施加 7.24kgw 拉力之事片進行量測，圖 6-31 為暫態響應圖，而圖 6-32 為快速傅立葉轉換之頻域圖，同樣將頻率域之結果統整並計算出拉力值，表 6-11 為其計算結果與比較表，表中可以看出計算出的拉力為 6.97kgw，與實際的 7.24kgw 差了 0.27kgw，誤差為 -3.73%，除了第 5 模態之外其餘模態與實際值差距皆在 1kgw 之內。

再來對試片施加 11.51kgw 之拉力進行鋼珠撞擊，三個感測器量測到的暫態響應如圖 6-32 所示，快速傅立葉轉換之頻域圖如圖 6-33 所示，而其共振頻率之統整與拉力反算之結果如表 6-12 所示，反算出之拉力值為 11.27kgw，與實際值差了 0.24kgw，誤差為 -2.08%，所有模態之共振頻率反算拉力值都與實際值在 1kgw 之內。最後施加之外力為 16.08kgw，圖 6-34 為試片受撞擊之暫態響應圖，而圖 6-35 為試片受撞擊之 FFT 圖，得知其全部的共振頻率之後對拉力進行反算，表 6-13 為反算之結果，反算拉力值為 15.78kgw，與實際值差 0.2kgw，誤差為 -1.80%，且只有第 9 模態與實際值相差超過 1kgw。

綜合上述實驗來看，不論是施加 2.51kgw、7.24kgw、11.51kgw 或是 16.08kgw 的拉力值，反算出來的拉力值都與實際值相差在 0.2kgw 至 0.3kgw 之內，雖然 2.51kgw 之誤差有 -7.97%，但那是因為其本身的量值就小，因此在計算誤差時就



會特別大。從表 6-8 可以看到共振頻率變化最多的是第 6 模態與第 9 模態的  $173.5\text{Hz}$ ，而變化最少的是第 2 模態的  $47.5\text{Hz}$ ，以變化最少的為例， $20\text{kgw}$  的拉力變化共振頻率變化了  $47.5\text{Hz}$ ，也就是  $1\text{Hz}$  的頻率變化會造成  $0.421\text{kgw}$  的拉力值變化，若是以共振頻率變化最大的來看  $1\text{Hz}$  頻率變化會造成  $0.115\text{kgw}$  的拉力值變化。而本實驗之頻率解析度為  $1\text{Hz}$ ，因此根據本節之實驗結果，光纖光柵與應變規對於拉伸試片之共振頻率有不錯的結果，同時應用於拉力值之反算也有不錯之成效。

### 6.2.5 本節小結

本節使用光纖光柵與應變規量測試片在到不同拉力值下受到鋼珠撞擊的暫態響應以及其共振頻率，從結果可以看出兩者在暫態響應以及共振頻率上的量測皆有很好的對應性，接著將各個模態的共振頻率與施加的拉力值進行二階曲線擬合，求出擬合方程式後再對不同拉力值進行鋼珠撞擊實驗，得到共振頻率後反算其拉力值，反算之拉力值結果與實際值相差皆在  $0.2\text{kgw}$  至  $0.3\text{kgw}$  之內，有不錯的量測結果，以此可確定利用量測之共振頻率反算試片承受拉力之量值是可行的。



表 6-1 鋁板波速與材料參數

	縱波波速 $C_L$ ( $m/s$ )	橫波波速 $C_S$ ( $m/s$ )	楊氏模數 $E$ ( $GPa$ )	蒲松比 $\nu$
6mm	6371.5	3178.8	73.21	0.333
10mm	6316.3	3159.3	72.25	0.334

表 6-2 光纖光柵、應變規與模擬之自由邊界共振頻率比較表

Mode	FEM (Hz)	FBG 1545mm (Hz)	Error (%)	FBG 1550mm (Hz)	Error (%)	Strain Gage (Hz)	Error (%)
1	533.1	556	4.3	556	4.3	551	3.36
2	1448.7	1437	-0.81	1437	-0.81	1437	-0.81
3	1542.7	1535	-0.5	1539	-0.24		
4	2813.8	2780	-1.2	2780	-1.2	2779	-1.24
5	3130.4	3088	-1.35	3088	-1.35	3087	-1.39
6	4627	4555	-1.56	4556	-1.53	4555	-1.55
7	4839.8	4772	-1.4	4773	-1.38	4772	-1.4
8	6780.6	6693	-1.29	6693	-1.29	6692	-1.31
9	6907.5						
10	9253.6	8924	-1.43	8925	-1.42	8923	-1.44
11	9336.1	9322	-0.15	9327	-0.1		



表 6-3 施加拉力 0kgw 試片之共振頻率比較表

Mode	FBG 1545nm (Hz)	FBG 1550nm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)
1	788	788	787	787.6
2	1706	1705		1705.5
3	1935	1934	1929	1932.6
4	3399	3407	3400	3402
5	3614	3619		3616.5
6	5160	5157		5158.5
7	5863	5864		5863.5
8	6247			6247
9		6842		6842
10		8624		8624
11	9432	9431	9432	9431.6



表 6-4 施加拉力 5kgw 試片之共振頻率比較表

Mode	FBG 1545mm (Hz)	FBG 1550mm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)
1	812	812	811	811.6
2		1717		1717
3	1967	1967	1970	1968
4	3450	3447	3447	3448
5	3671	3671		3674
6	5204	5206		5205
7	5884	5885		5884.5
8	6261			6261
9		6875		6875
10		8670		8670
11	9460	9461	9458	9459.6



表 6-5 施加拉力10kgw 試片之共振頻率比較表

Mode	FBG 1545mm (Hz)	FBG 1550mm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)
1	825	827	825	825.6
2	1728	1728		1728
3	2005	2004	2003	2001
4	3479		3479	9479
5	3697	3693		3695
6	5237	5237		5237
7	5905	5906		5905.5
8	6283	6282	6282	6282.3
9		6892		6892
10		8710		8710
11	9491	9491		9491



表 6-6 施加拉力15kgw 試片之共振頻率比較表

Mode	FBG 1545mm (Hz)	FBG 1550mm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)
<b>1</b>	841	841	840	840.6
<b>2</b>	1740	1740	1738	1739.3
<b>3</b>	2033	2032	2030	2031.6
<b>4</b>	3510	3510	3059	3509.6
<b>5</b>	3748	3749		3748.5
<b>6</b>	5270	5268		5269
<b>7</b>	5931	5929		5930
<b>8</b>	6309	6310	6310	6309.6
<b>9</b>		6945		6945
<b>10</b>		8750		8750
<b>11</b>	9521	9521	9520	9520.6



表 6-7 施加拉力 20kgw 試片之共振頻率比較表

Mode	FBG 1545mm (Hz)	FBG 1550mm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)
1	863	864	862	863
2	1753	1753	1753	1753
3	2089	2087	2087	2087.6
4	3541	3544	3541	3542
5	3790	3790		3790
6	5311	5310		5310.5
7	5971	5971		5971
8	6338	6338		6338
9		6995		6995
10	8793	8802		8797.5
11	9552	9552	9553	9552.3



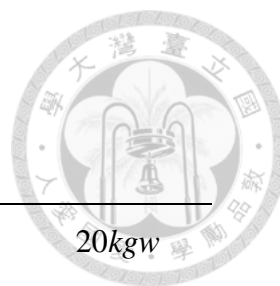


表 6-8 施加拉力與共振頻率關係表

<b>Mode</b>	<i>0kgw</i> (Hz)	<i>5kgw</i> (Hz)	<i>10kgw</i> (Hz)	<i>15kgw</i> (Hz)	<i>20kgw</i> (Hz)
<b>1</b>	787.6	811.6	825.6	840.6	863
<b>2</b>	1705.5	1717	1728	1739.3	1753
<b>3</b>	1932.6	1968	2004	2031.6	2087.6
<b>4</b>	3402	3448	3479	3509.6	3542
<b>5</b>	3616.5	3671	3695	3748.6	3790
<b>6</b>	5158.5	5205	5237	5269	5310.5
<b>7</b>	5863.5	5884.5	5905.5	5930	5971
<b>8</b>	6247	6261	6282.3	6309.6	6338
<b>9</b>	6842	6875	6892	6945	6995
<b>10</b>	8624	8670	8710	8750	8797.5
<b>11</b>	9431.6	9459.6	9491	9520.6	9552.3



表 6-9 施加拉力與共振頻率之關係曲線擬合方程式

Mode	Curve Fitting Equation
1	$T = 1.478 \times 10^{-4} f_1^2 - 0.0315 f_1 - 116.87$
2	$T = -1.04 \times 10^{-3} f_2^2 - 4.026 f_2 - 3838.68$
3	$T = -2.32 \times 10^{-4} f_3^2 - 1.066 f_3 - 1192.51$
4	$T = 2.47 \times 10^{-4} f_4^2 - 1.57 f_4 + 2480.8$
5	$T = 4.357 \times 10^{-6} f_5^2 + 0.0843 f_5 - 362.16$
6	$T = 7.17 \times 10^{-5} f_6^2 - 0.615 f_6 + 1265.14$
7	$T = -8.584 \times 10^{-4} f_7^2 + 10.347 f_7 - 31160.06$
8	$T = -9.82 \times 10^{-4} f_8^2 + 12.573 f_8 - 40216.7$
9	$T = -4.354 \times 10^{-4} f_9^2 + 6.15 f_9 - 21727.3$
10	$T = -1.39 \times 10^{-5} f_{10}^2 + 0.3588 f_{10} - 2061.9$
11	$T = -7.16 \times 10^{-5} f_{11}^2 + 1.524 f_{11} - 8008.01$



表 6-10 施加拉力 2.51kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表

Mode	FBG 1545nm (Hz)	FBG 1550nm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)	Calculated Tension (kgw)	Measured Tension (kgw)	Real Tension (kgw)	Error (%)
1	795	795	795	795	1.59			
2		1711		1711	2.47			
3	1951	1951	1948	1952	2.58			
4	3425	3425	3422	3423	2.28			
5	3647	3649		3648	3.44			
6	5180	5184		5182	2.70	2.31	2.51	-7.97
7	5870	5870		5870	1.59			
8	6251			6251	1.60			
9		6861		6861	3.52			
10		8637		8637	1.40			
11	9444	9445	9445	9444.3	2.25			



表 6-11 施加拉力 7.24kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表

Mode	FBG 1545nm (Hz)	FBG 1550nm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)	Calculated Tension (kgw)	Measured Tension (kgw)	Real Tension (kgw)	Error (%)
1	818	818	818	818	7.80			
2	1719	1722		1720.5	6.78			
3	1980	1982	1980	1980.5	7.27			
4	3463		3460	3461.5	7.32			
5	3670	3671		3670.5	6.06			
6	5218	5219		5218.5	7.46	6.97	7.24	-3.73
7	5889	5890		5889.5	6.53			
8	6267	6269		6268	6.32			
9		6882		6882	7.11			
10		8685		8685	7.08			
11	9471	9473		9472	6.96			



表 6-12 施加拉力11.51kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表

Mode	FBG 1545nm (Hz)	FBG 1550nm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)	Calculated Tension (kgw)	Measured Tension (kgw)	Real Tension (kgw)	Error (%)
1	833	833	833	833	11.93			
2	1731	1731		1731	11.23			
3	2012	2012	2012	2012	11.62			
4	3487	3489	3485	3487	11.05			
5	3712	3715		3713.5	11.07			
6	5245	5244		5244.5	10.97	11.27	11.51	-2.08
7	5909	5911		5910	11.01			
8	6286	6289	6286	6288	11.16			
9		6912		6912	11.57			
10		8717		8717	10.83			
11	9499	9499	9499	9499	11.44			



表 6-13 施加拉力 16.08kgw 試片之共振頻率反算拉力比較表

Mode	FBG 1545nm (Hz)	FBG 1550nm (Hz)	Strain Gage (Hz)	Average (Hz)	Calculated Tension (kgw)	Measured Tension (kgw)	Real Tension (kgw)	Error (%)
1	845	845	845	845	15.28			
2	1742	1742	1742	1742	15.84			
3	2040	2039	2038	2039	15.00			
4	3513	3514	3510	3512.3	15.08			
5	3755	3758		3756.5	16.09			
6	5275	5274		5274.5	15.13	15.78	16.08	-1.80
7	5937	5935		5936	15.66			
8	6315	6317	6312	6314.6	16.37			
9		6965		6965	17.54			
10		8758		8758	15.60			
11	9527	9527	9527	9527	15.99			

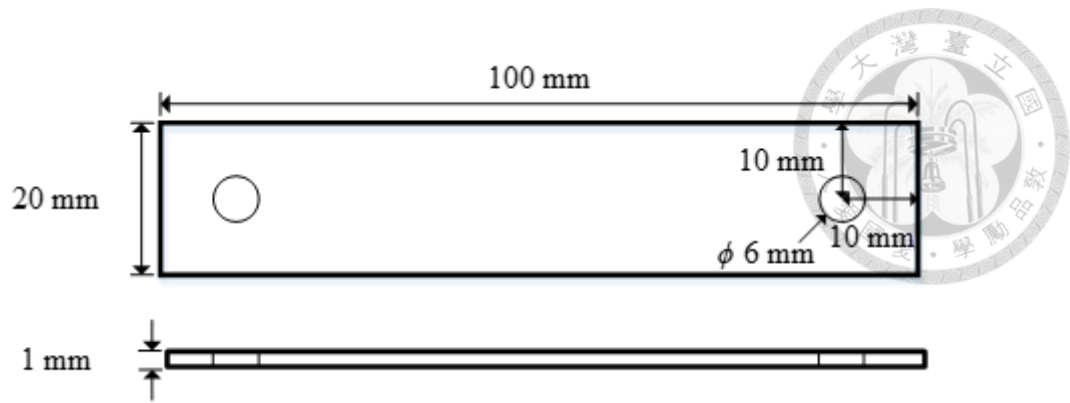


圖 6-1 拉伸實驗之鋁板示意圖



圖 6-2 拉伸實驗之鋁板實體圖

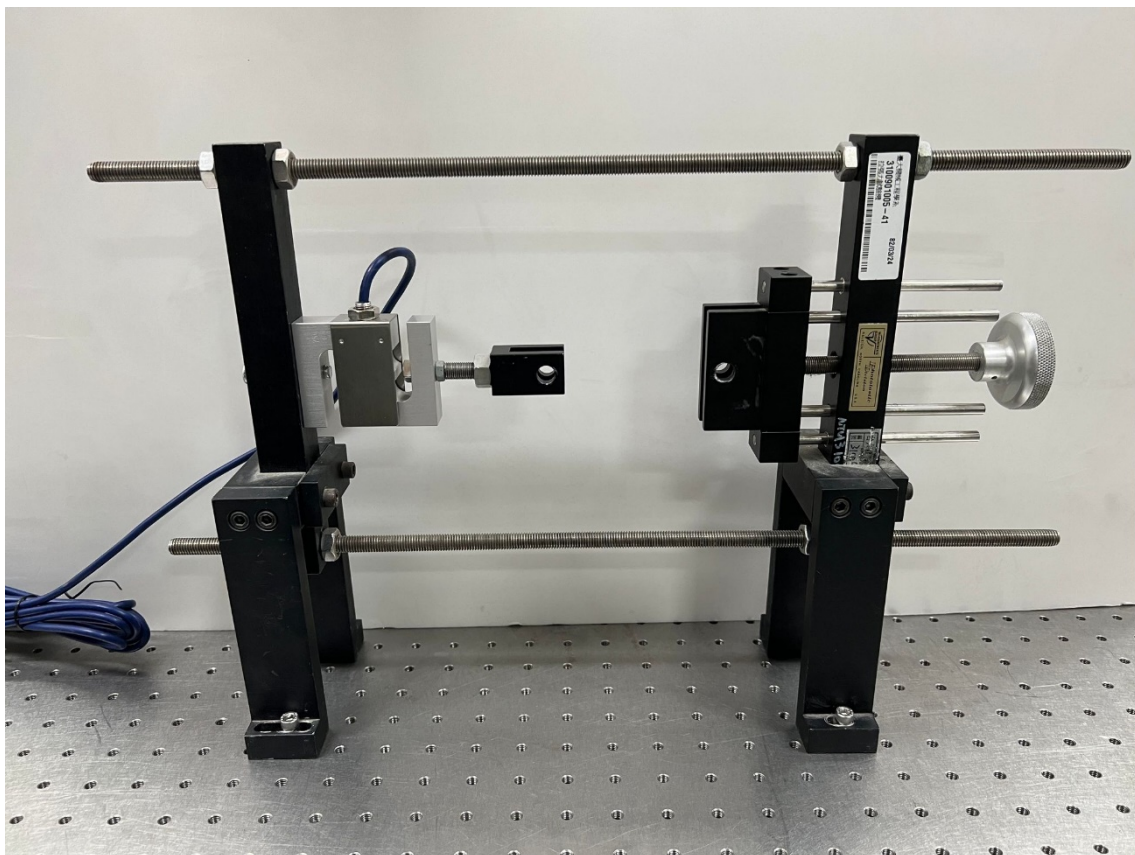


圖 6-3 小型拉伸試驗機實體圖

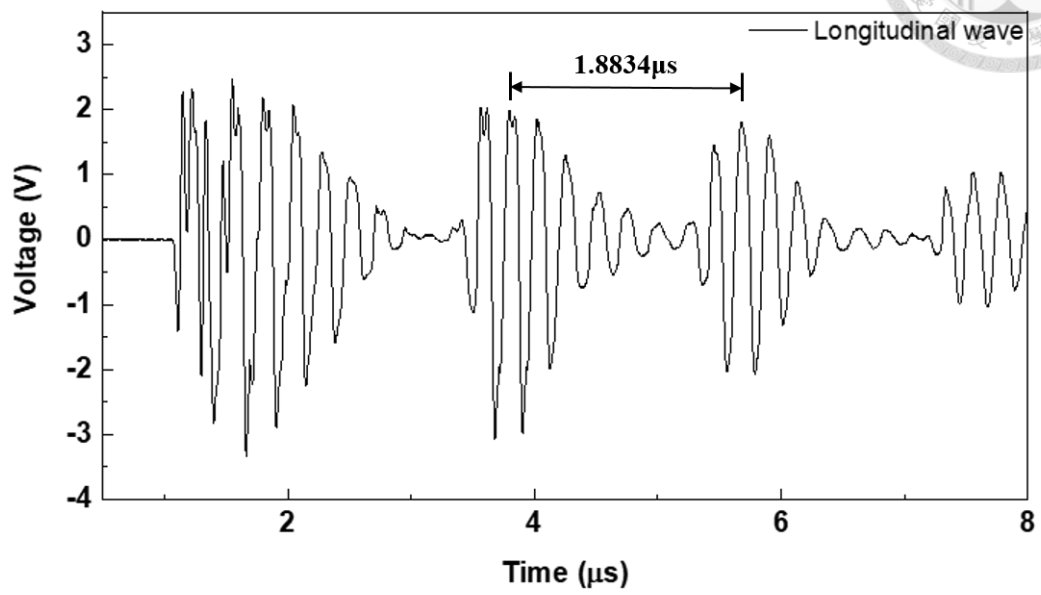


圖 6-4 6mm 鋁板之縱波訊號

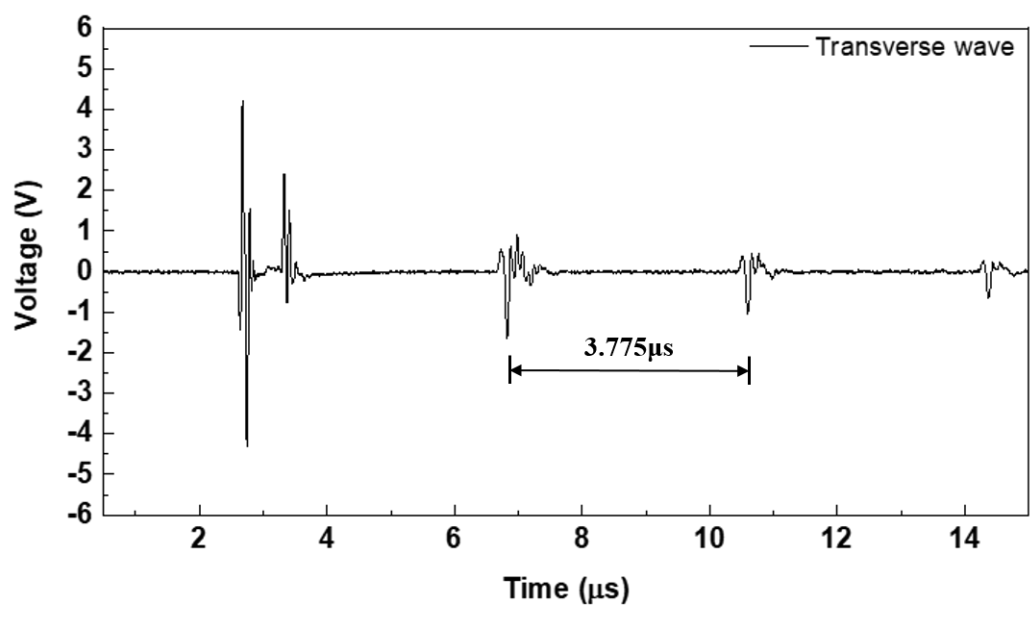


圖 6-5 6mm 鋁板之橫波訊號



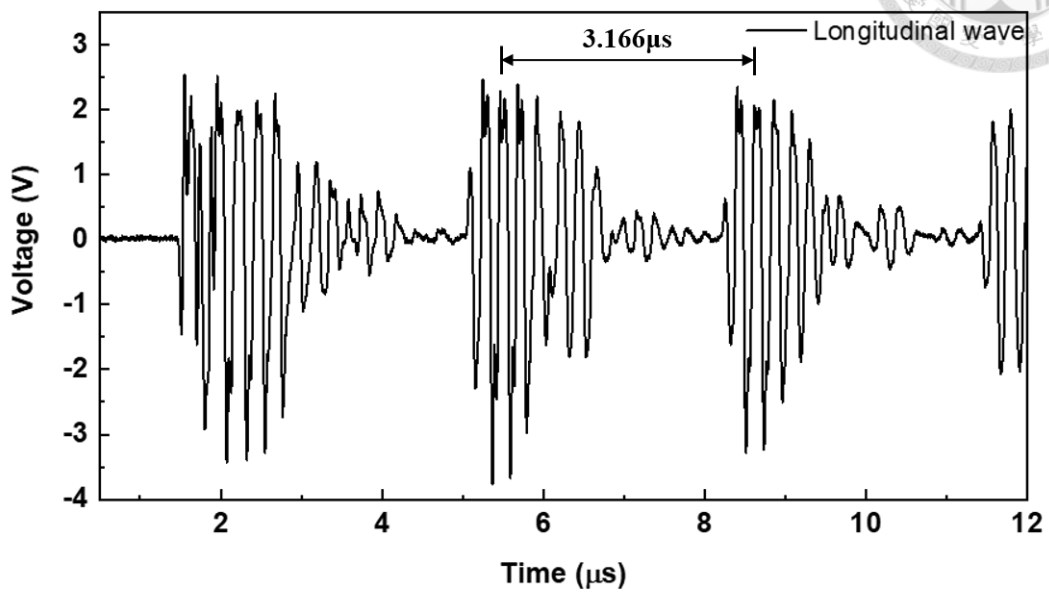
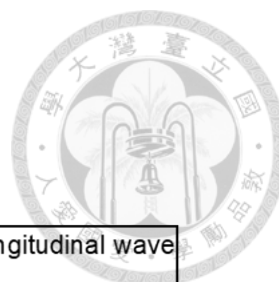


圖 6-6 10mm 鋁板之縱波訊號

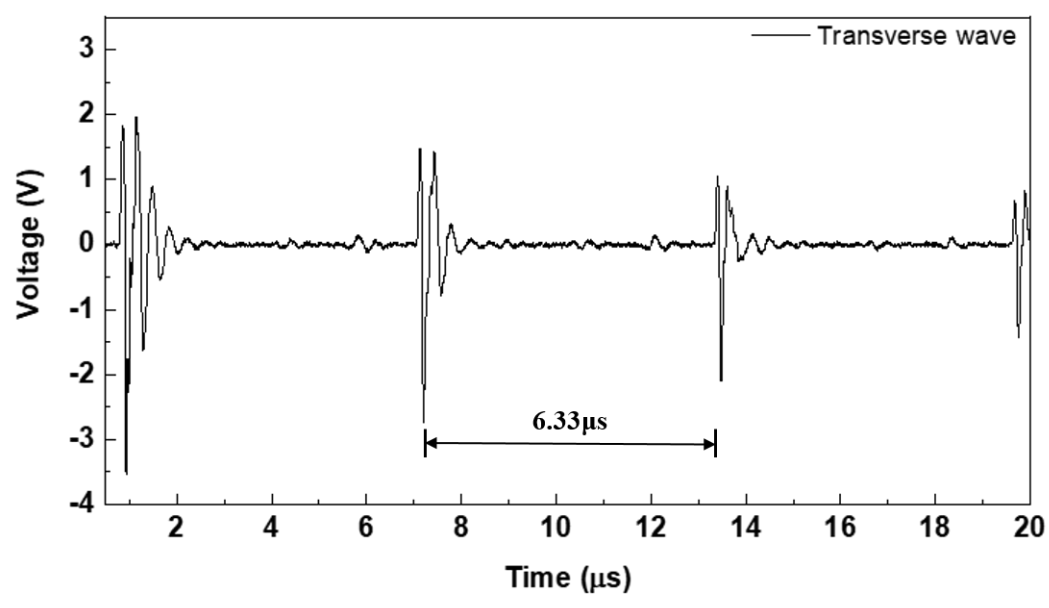


圖 6-7 10mm 鋁板之橫波訊號

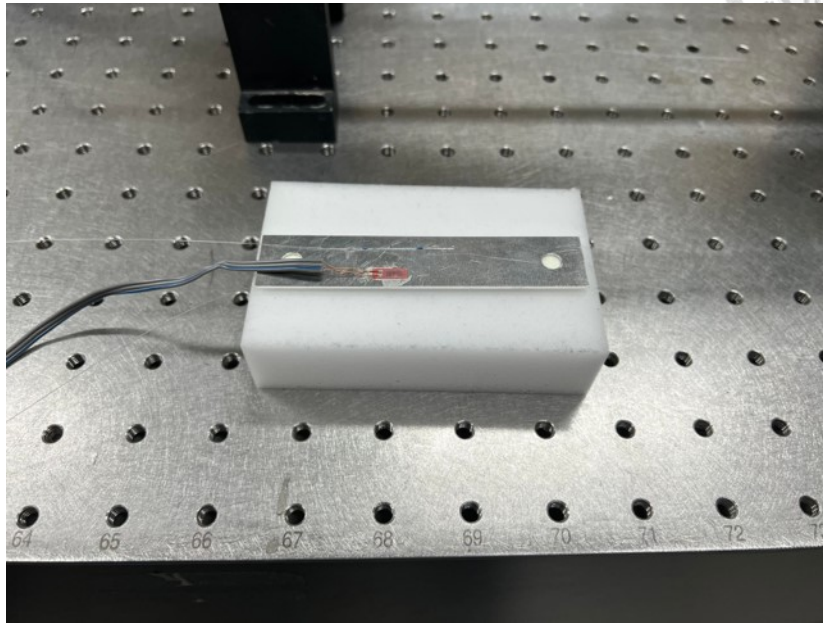


圖 6-8 拉伸試片自由邊界實體圖

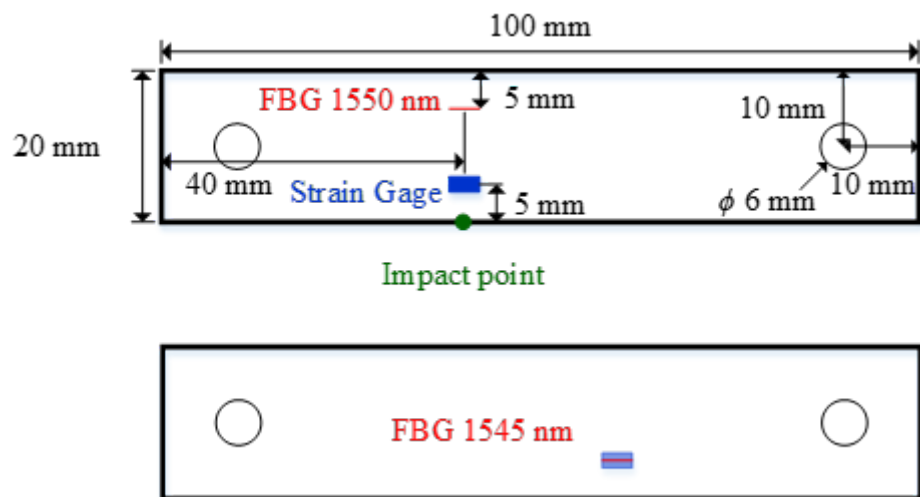


圖 6-9 光纖光柵、應變規與鋼珠撞擊於自由邊界條件之位置示意圖

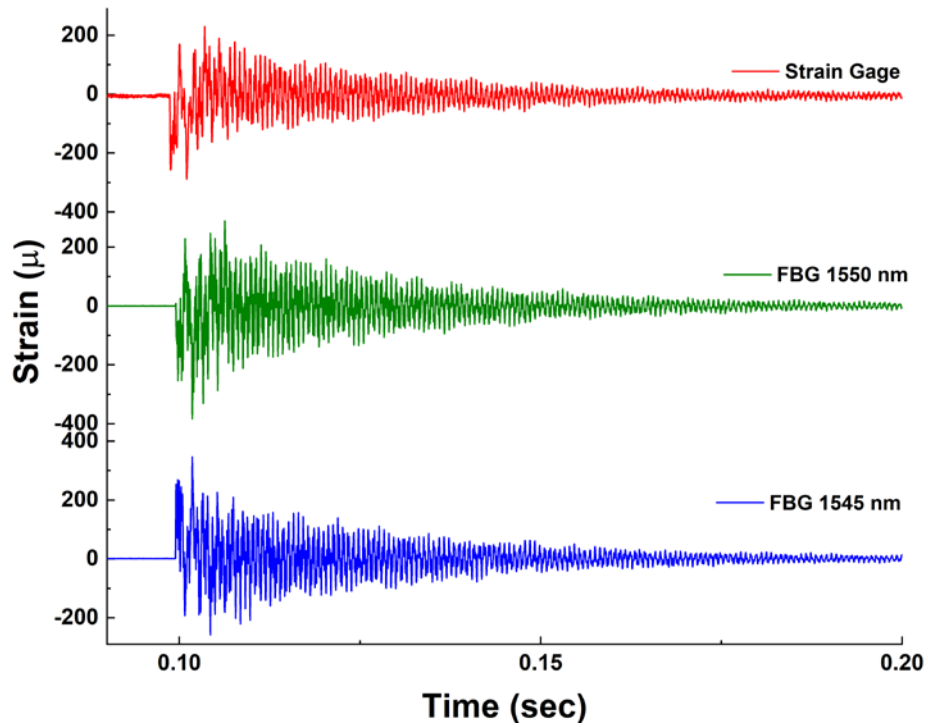


圖 6-10 拉伸試片自由邊界鋼珠落擊之暫態響應

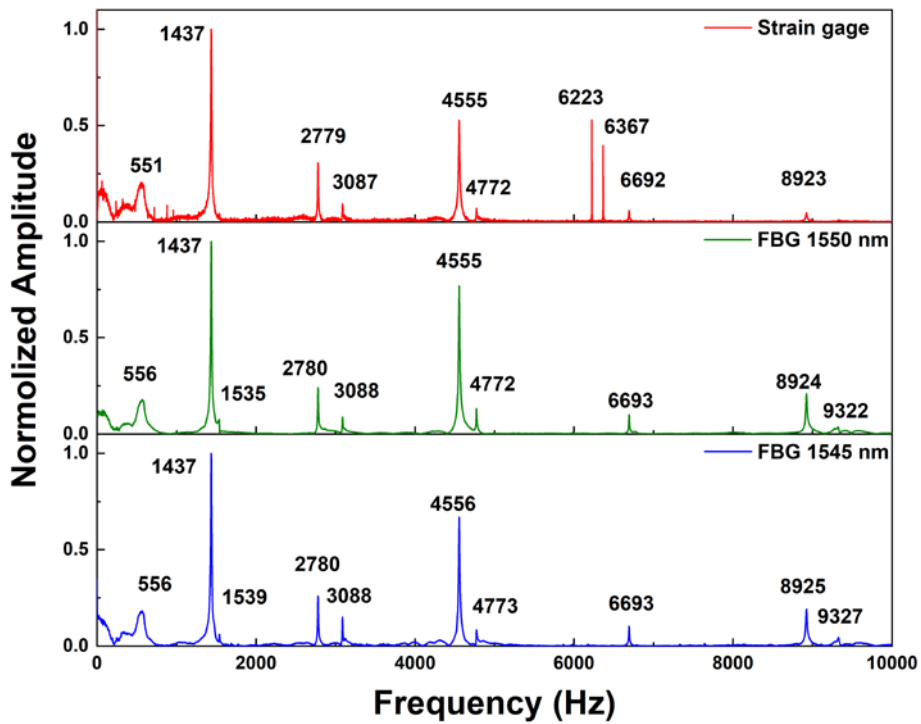


圖 6-11 拉伸試片自由邊界受撞擊之 FFT 圖

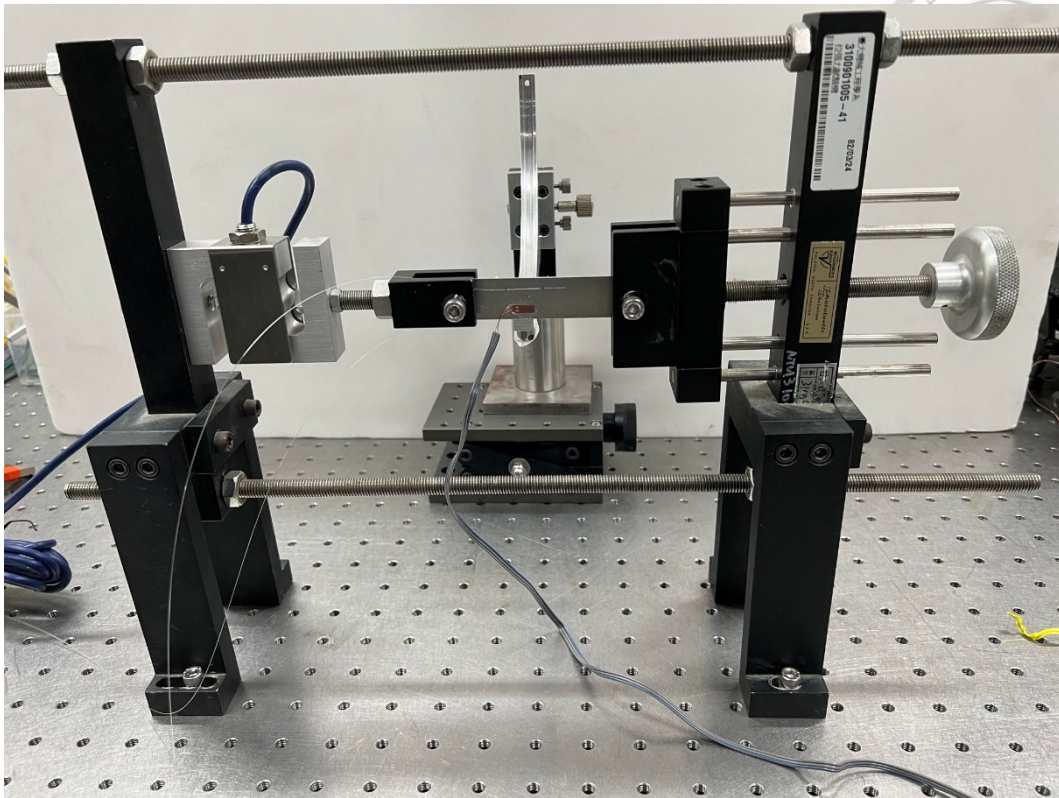


圖 6-12 拉伸實驗實體架設圖

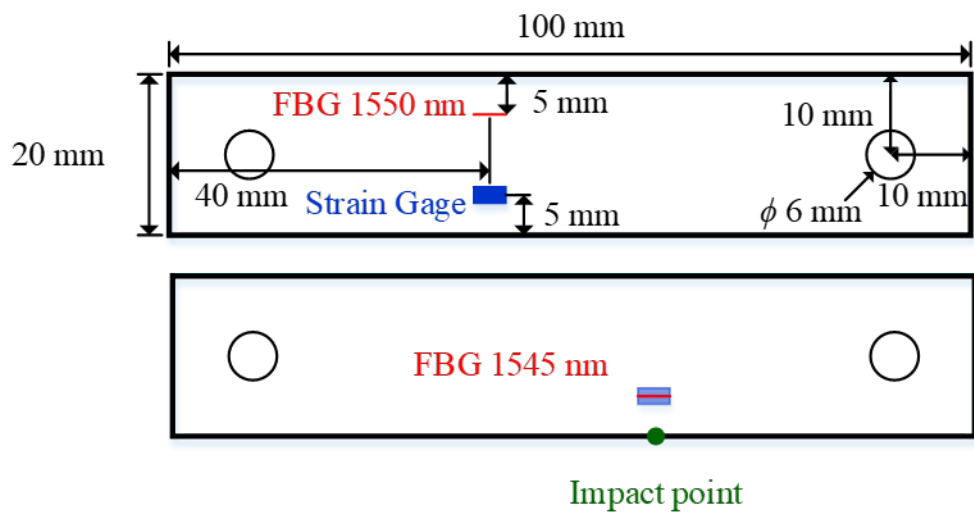


圖 6-13 光纖光柵、應變規與鋼珠撞擊於拉伸實驗之位置示意圖





圖 6-14 荷重元 (左) 及其顯示器 (右) 實體圖



圖 6-15 應變指示器實體圖

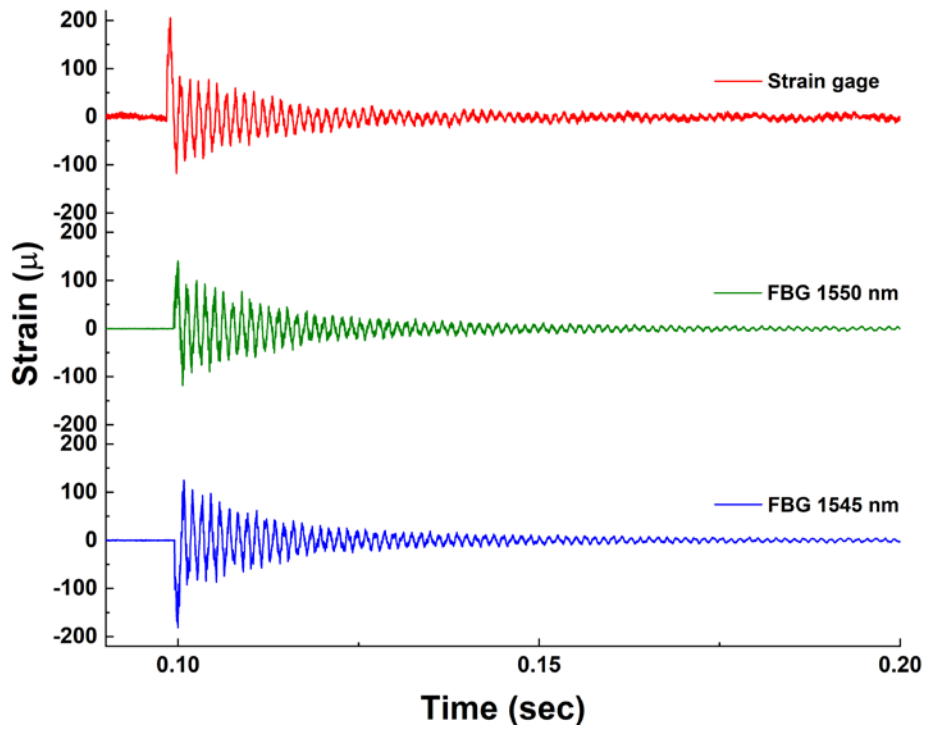
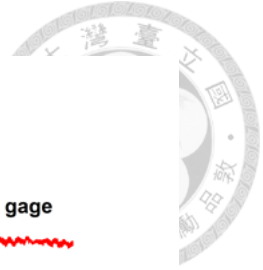


圖 6-16 鋼珠敲擊施加拉力 0kgw 試片受撞擊之暫態響應

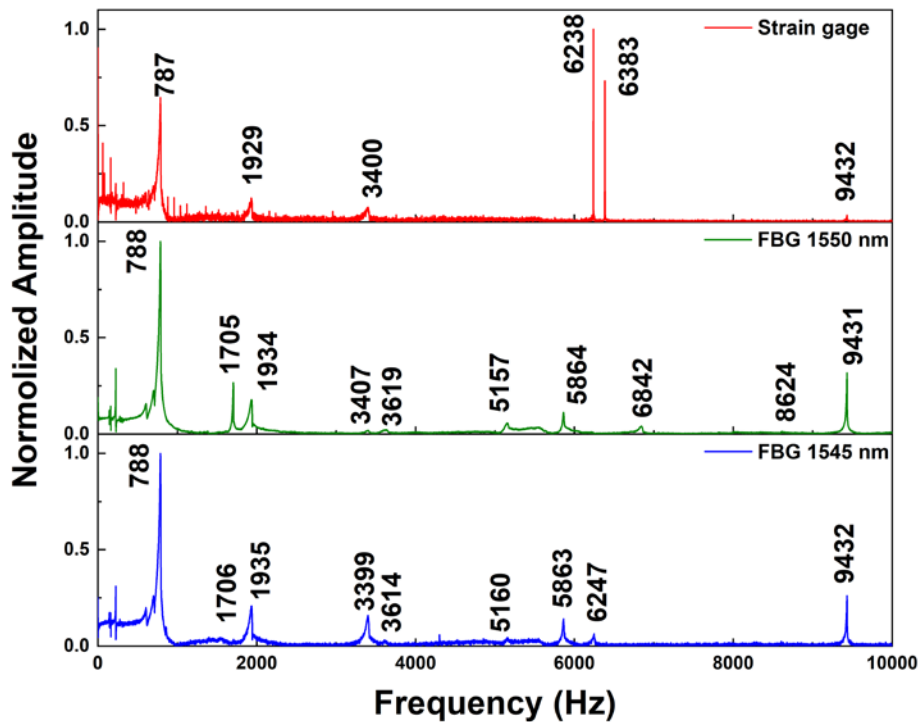


圖 6-17 施加拉力 0kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

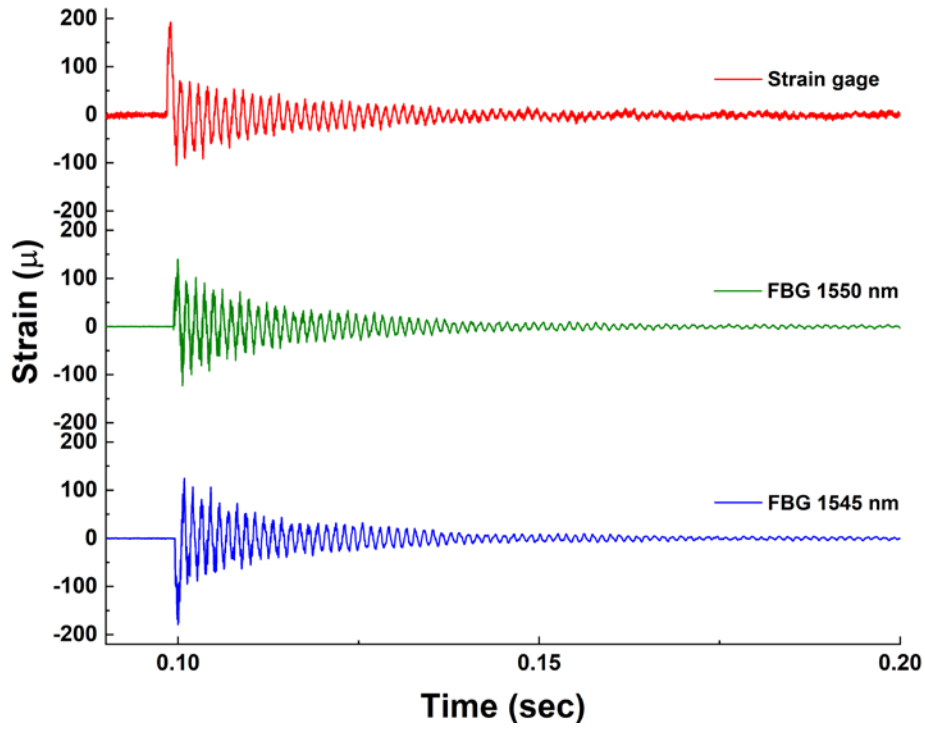
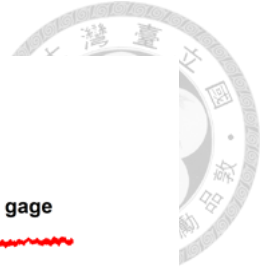


圖 6-18 鋼珠敲擊施加拉力 5kgw 試片受撞擊之暫態響應

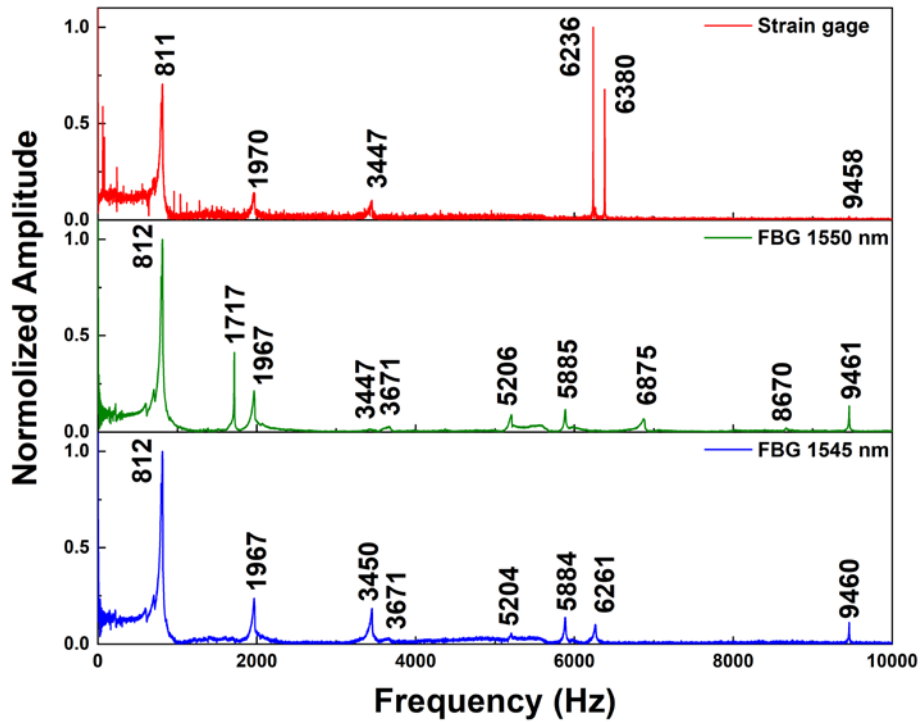


圖 6-19 施加拉力 5kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

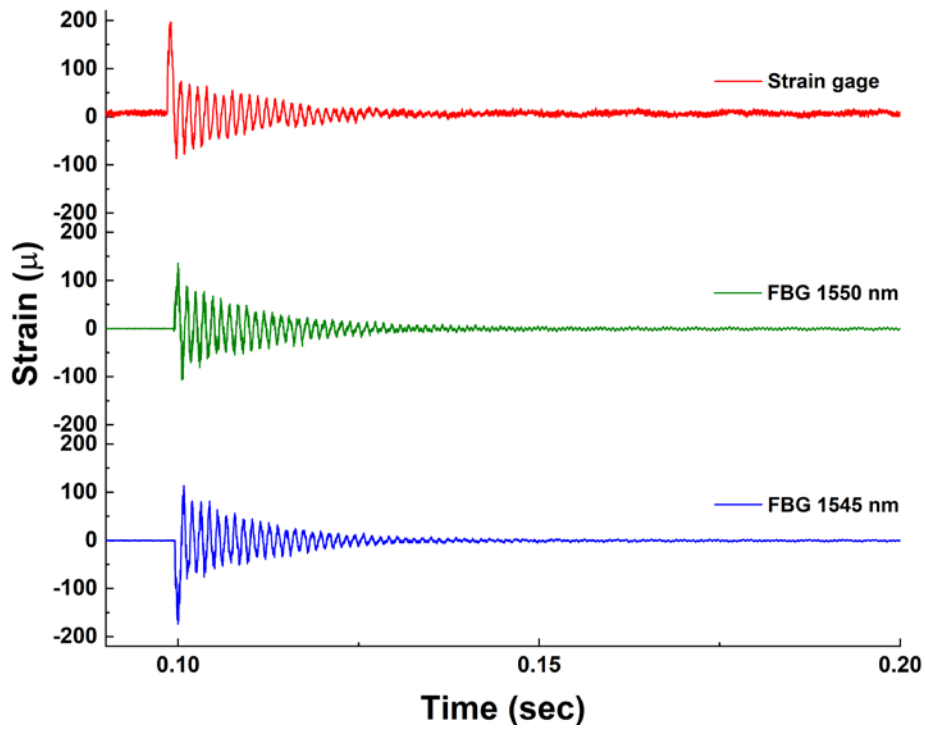


圖 6-20 鋼珠敲擊施加拉力10kgw 試片受撞擊之暫態響應

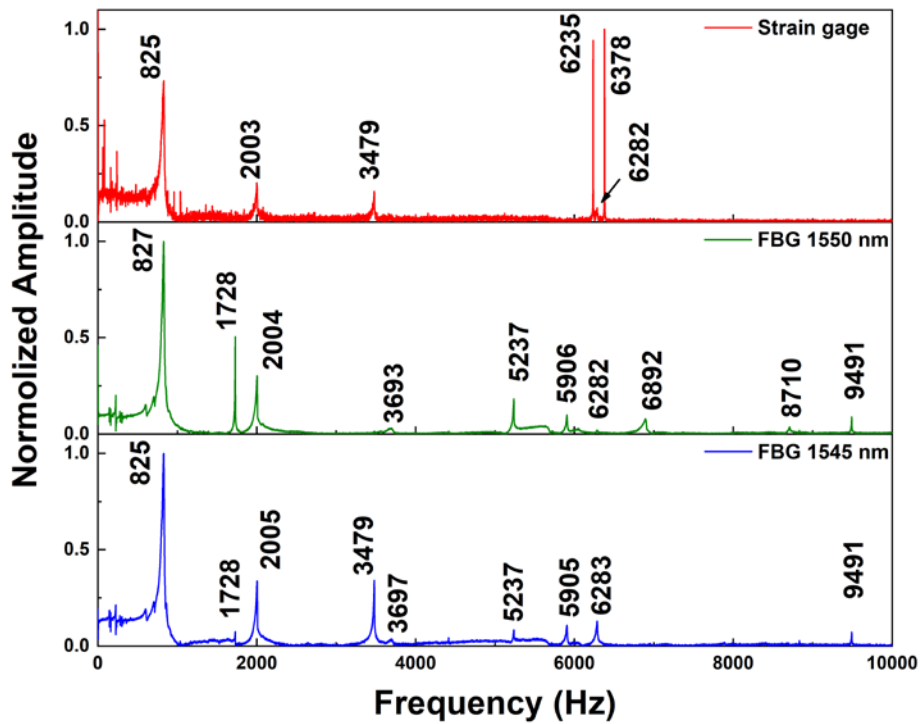


圖 6-21 施加拉力10kgw 試片受撞擊之 FFT 圖



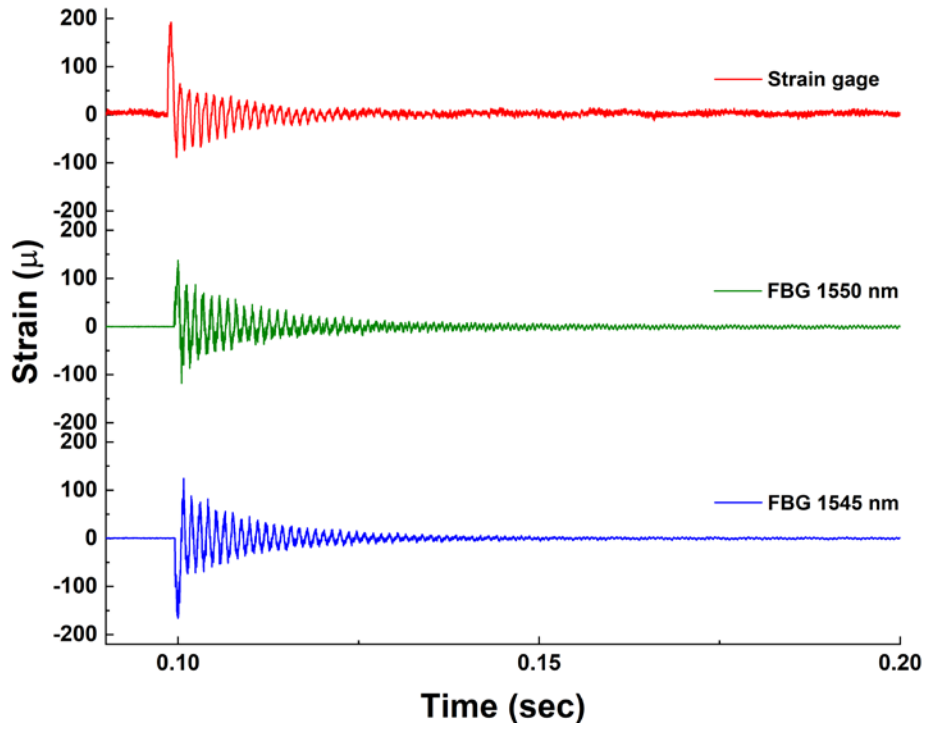


圖 6-22 鋼珠敲擊施加拉力15kgw 試片受撞擊之暫態響應

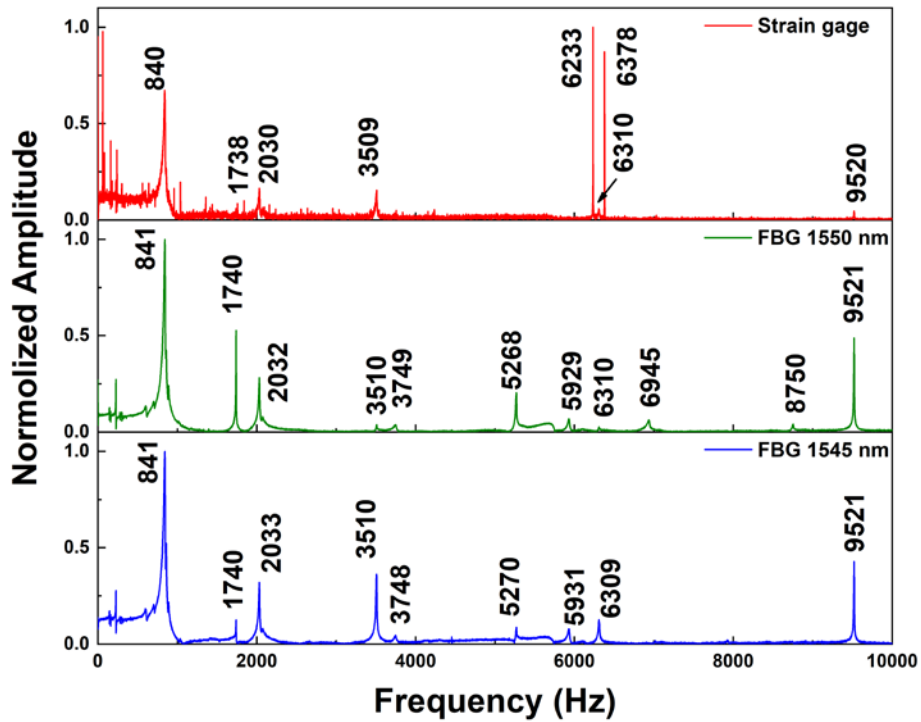


圖 6-23 施加拉力15kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

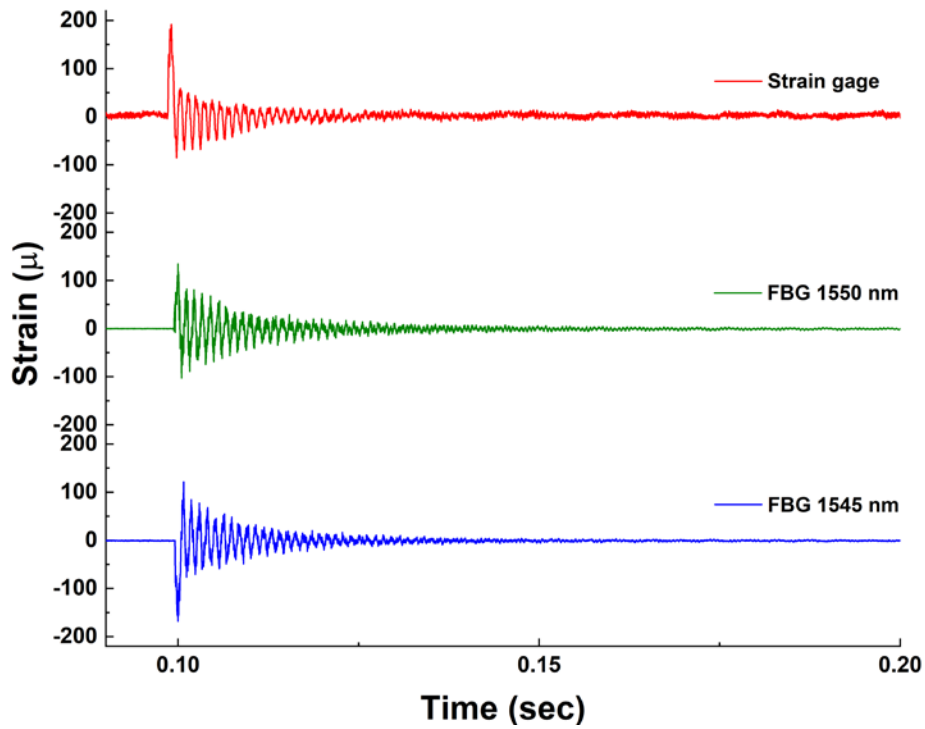
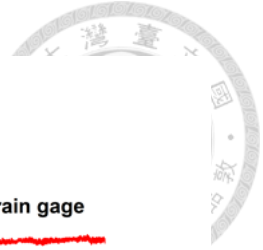


圖 6-24 鋼珠敲擊施加拉力 20kgw 試片受撞擊之暫態響應

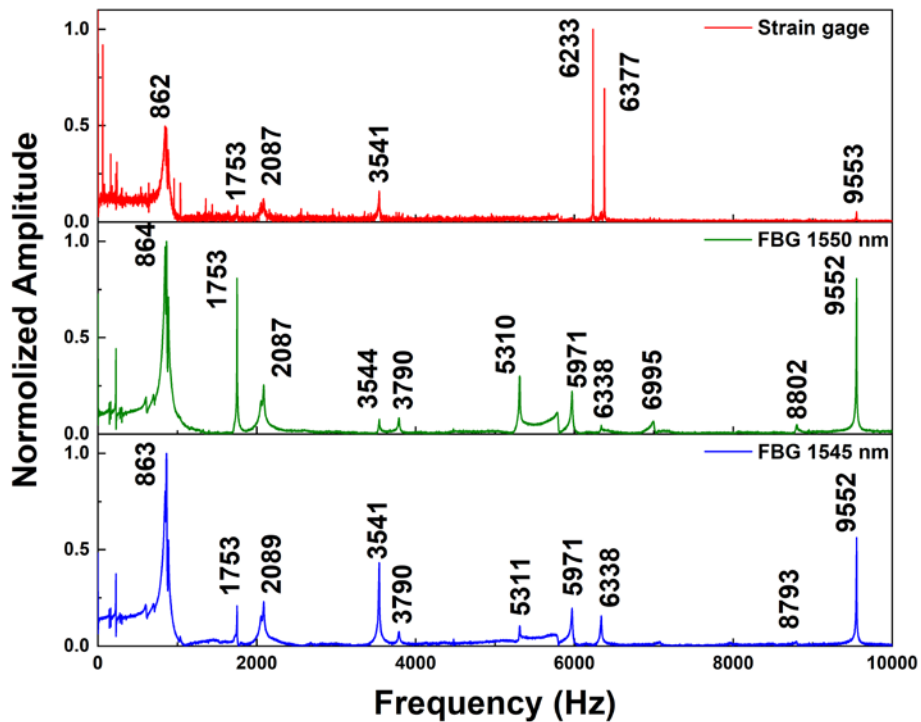


圖 6-25 施加拉力 20kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

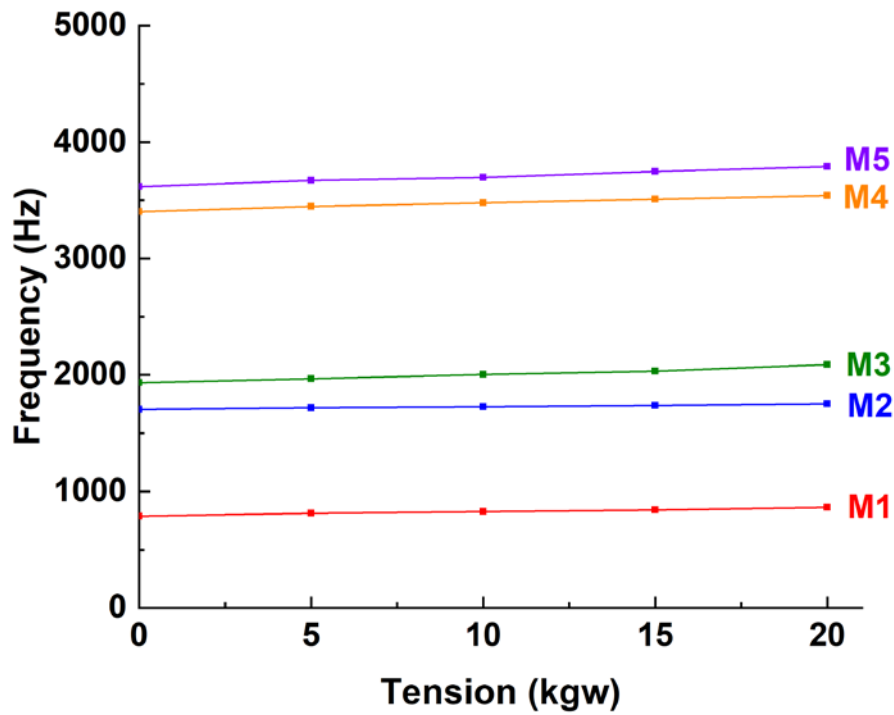


圖 6-26 共振頻率與施加拉力之關係曲線 (Mode 1~Mode 5)

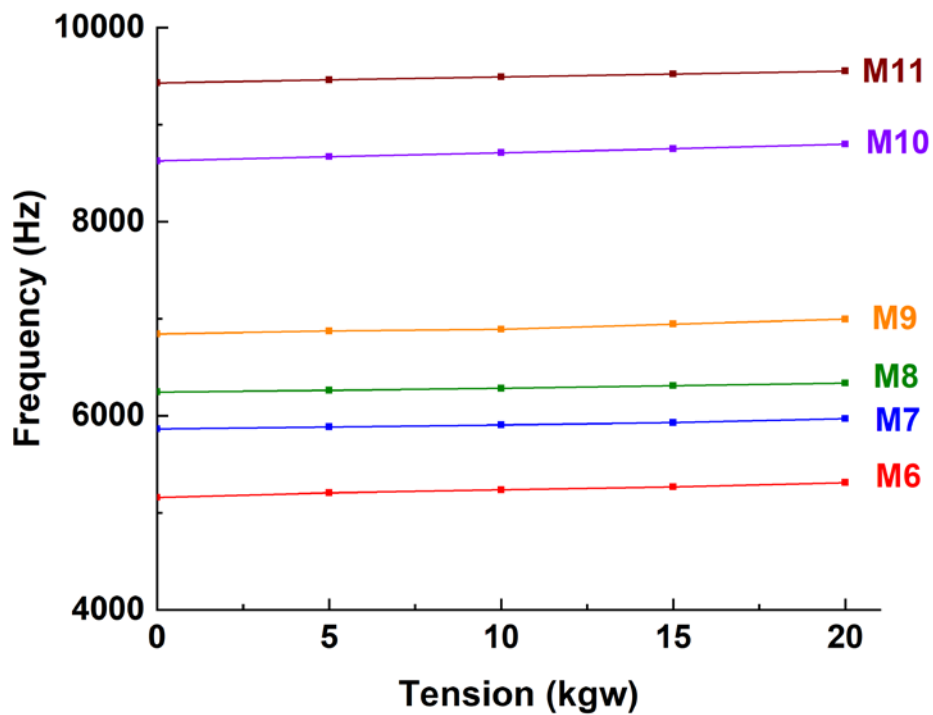


圖 6-27 共振頻率與施加拉力之關係曲線 (Mode 6~Mode 11)

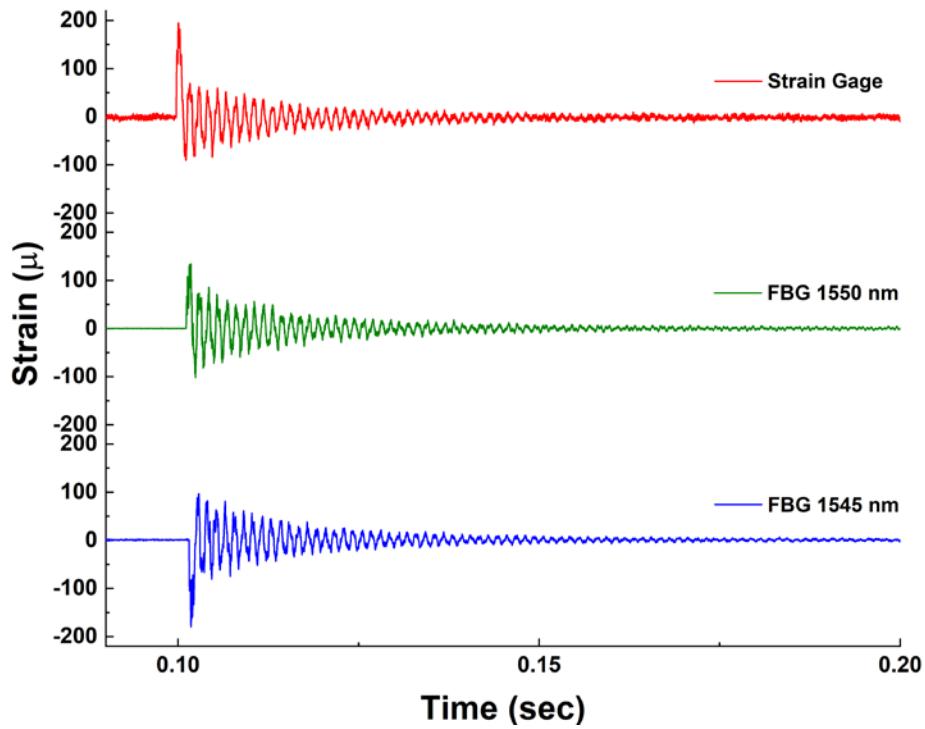
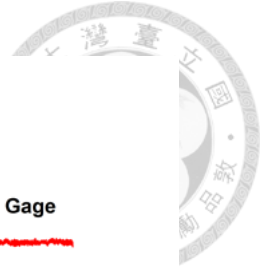


圖 6-28 施加拉力 2.51kgw 試片受撞擊之暫態響應

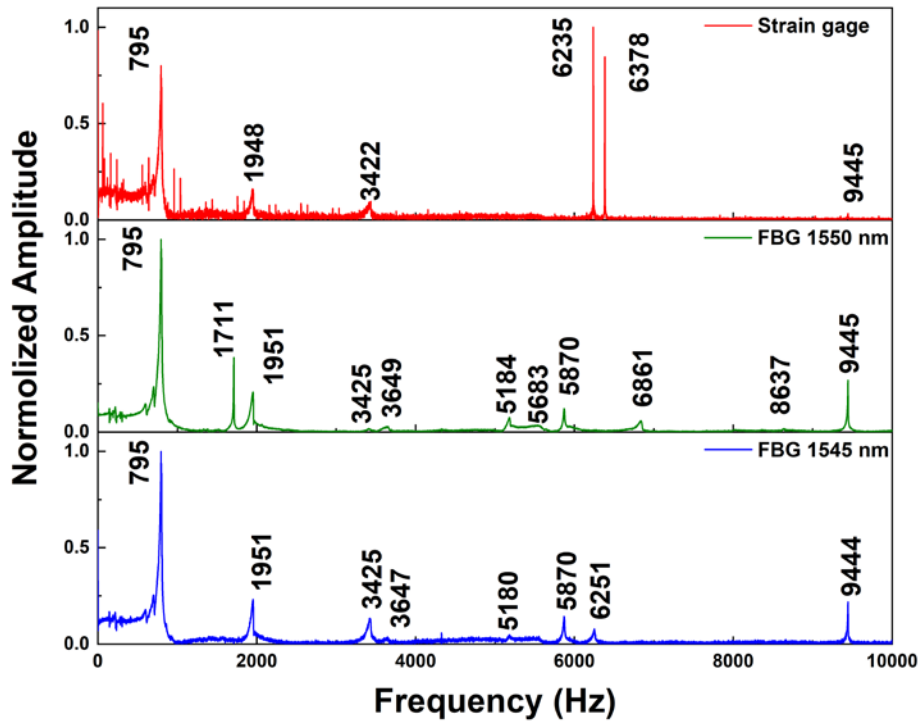


圖 6-29 施加拉力 2.51kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

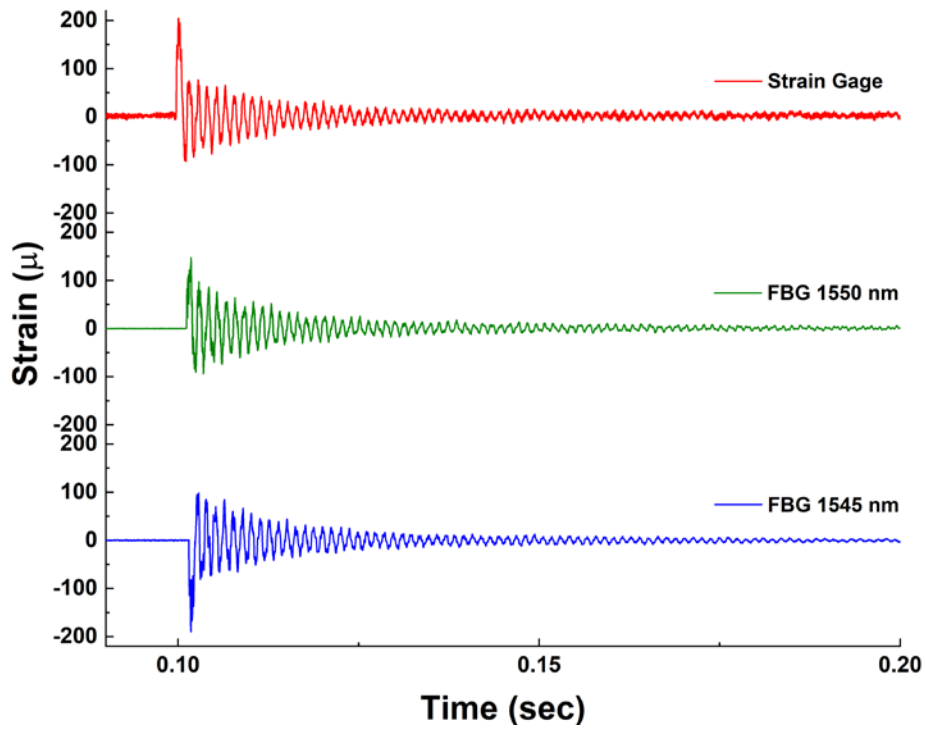
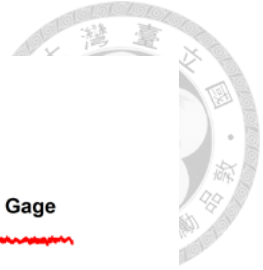


圖 6-30 施加拉力 7.24kgw 試片受撞擊之暫態響應

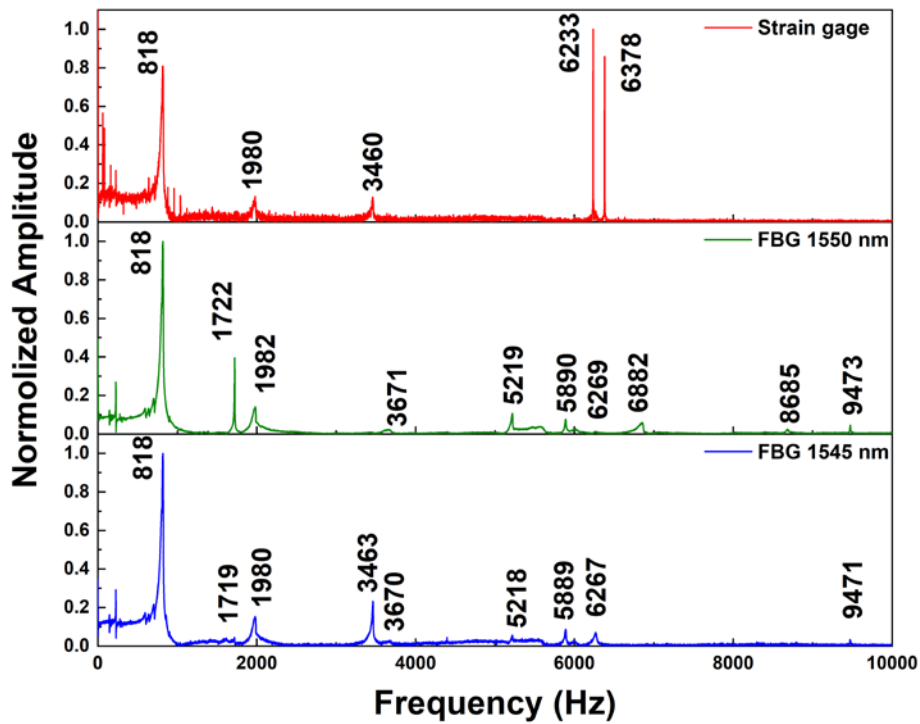


圖 6-31 施加拉力 7.24kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

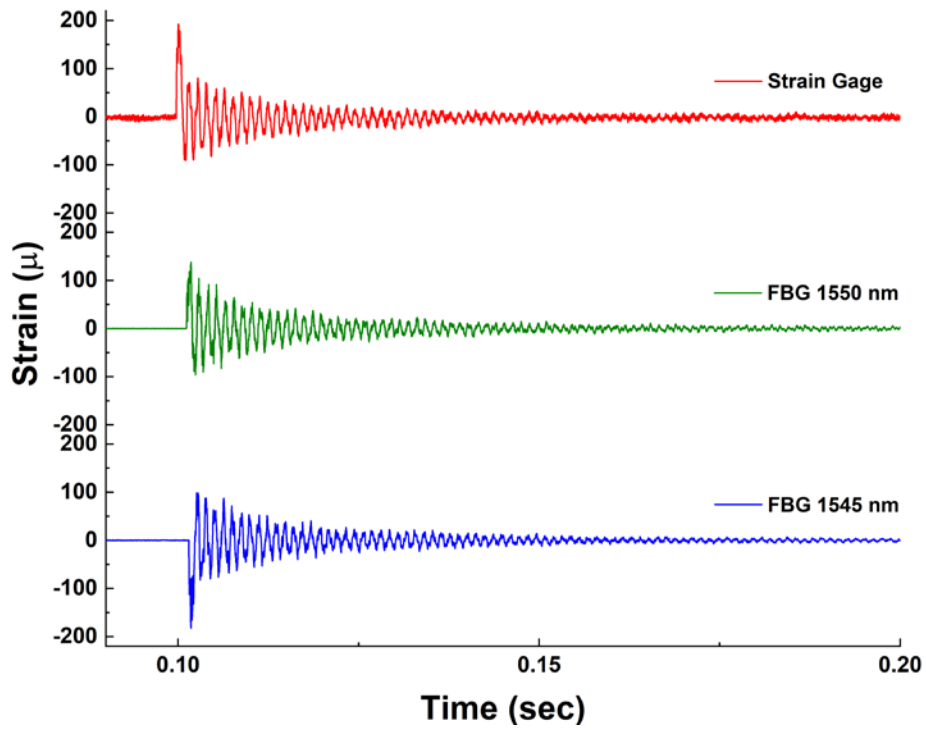
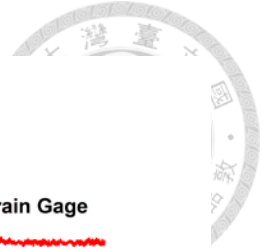


圖 6-32 施加拉力 11.51kgw 試片受撞擊之暫態響應

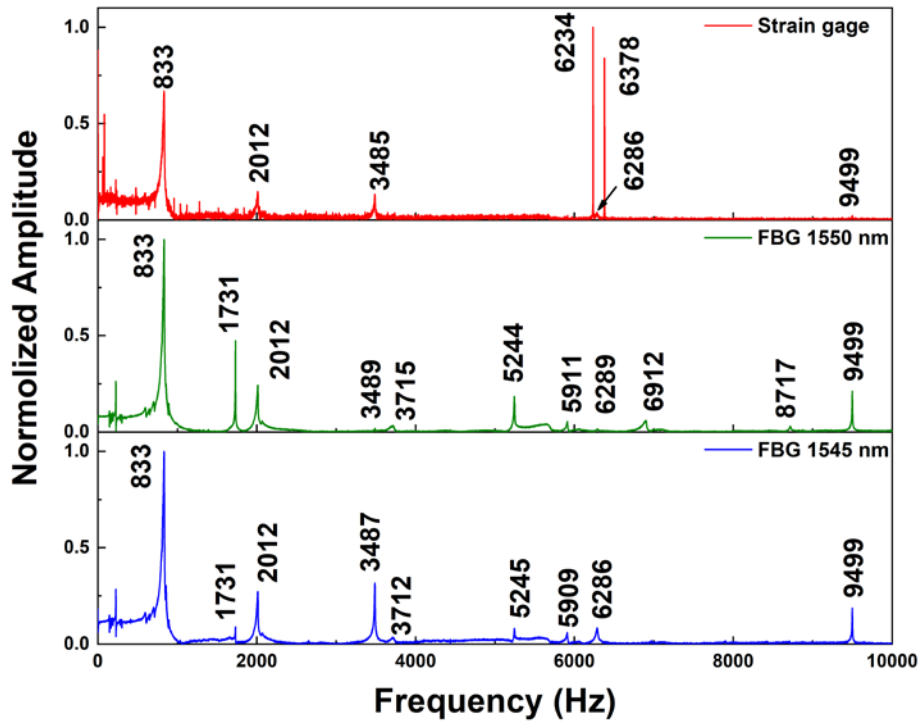


圖 6-33 施加拉力 11.51kgw 試片受撞擊之 FFT 圖

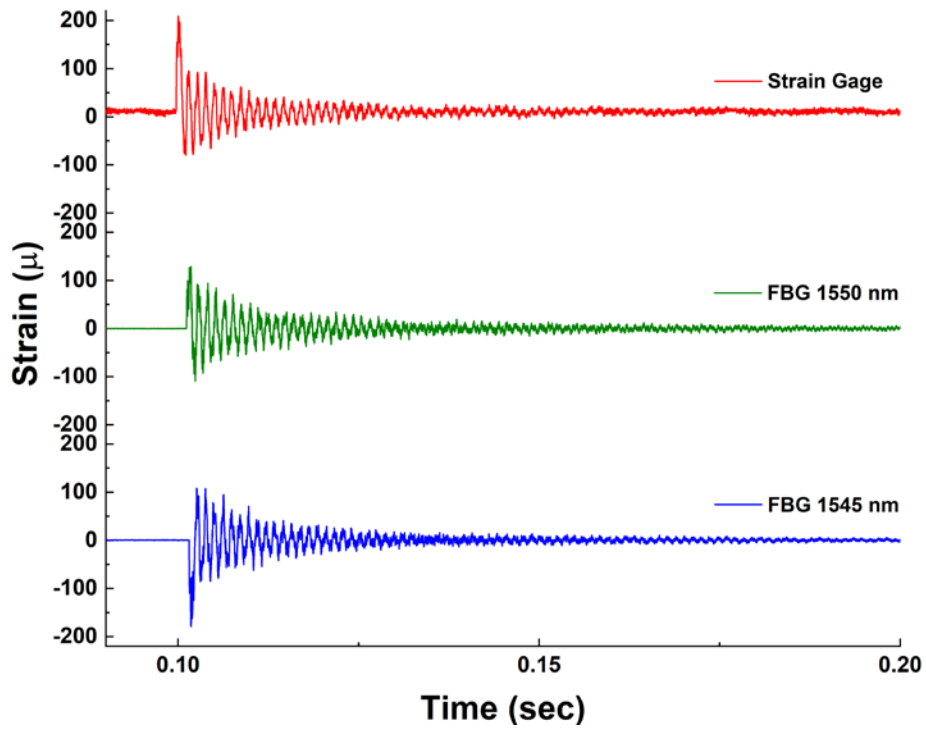
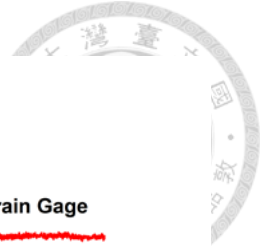


圖 6-34 施加拉力16.08kgw 試片受撞擊之暫態響應

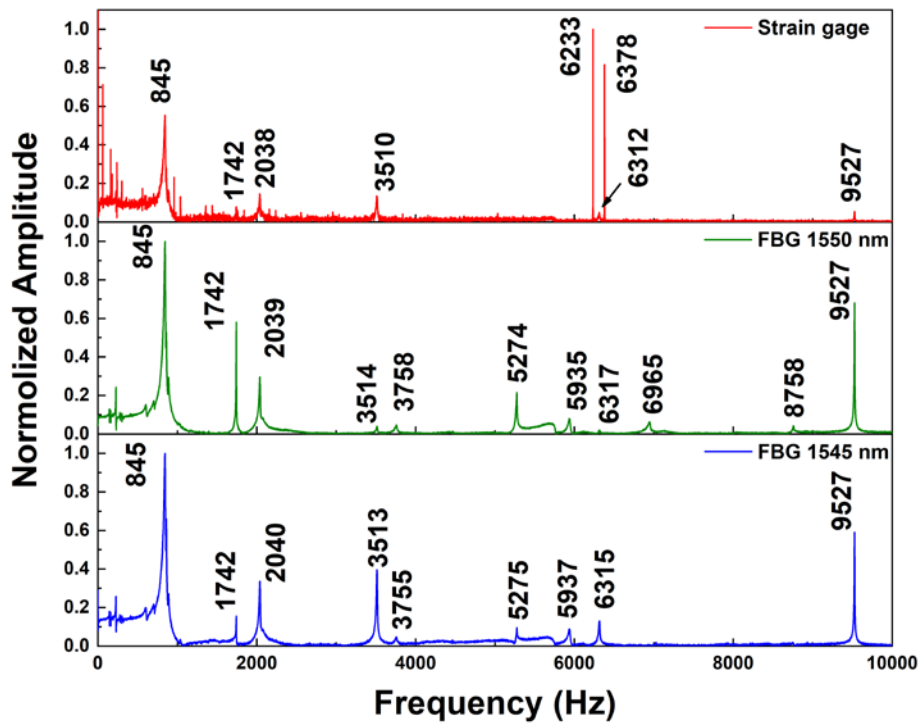


圖 6-35 施加拉力16.08kgw 試片受撞擊之 FFT 圖





## 第七章 結論與未來展望



### 7.1 結論

本文第四章以壓電陶瓷雙晶片為量測之主題，先對並聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (PBP) 與串聯型壓電雙晶片以並聯電極連接型式 (SBP) 進行鋼珠落擊實驗量測共振頻率，其中光纖光柵、光纖位移計、正壓電效應以及阻抗分析儀這四個由實驗所量測到的共振頻率較為接近，而數值分析所模擬出來的共振頻率與其他四者相差較大，推測因為 PBP 與 SBP 大概為十年前所固定的，因此其邊界條件到現在可能離固定邊界有些差距。接著利用波形產生器輸入掃頻訊號給壓電陶瓷雙晶片並使用光纖光柵量測掃頻的訊號，由結果可知以光纖光柵量測掃頻訊號是可行的，但需注意輸入之電壓大小需適當，不然在面對正常模式其激發電壓較小，容易激發出本不應該出現之模態。再來使用能量調變法對超過 $10000\text{Hz}$ 之共振頻率進行量測，能量調變法可以很好的量測到高頻的訊號，動態訊號十分清楚，FFT 之後的共振頻率也量的很精確。最後是使用光纖光柵、熱電偶以及紅外線熱像儀量測高頻激振 SBP 之溫升，由於光纖光柵會同時量測到應變和溫度的資訊，因此需先經過移動平均之後再對溫度進行分析，從結果來看先經過移動平均再分析溫度是可行的，並且與熱電偶的溫度對得很好，擁有良好的溫度量測特性。

第五章則以 3D 列印為主軸，首先先對懸臂梁振動理論進行推導，得到以振動模態和扭轉模態反算材料常數之公式，接著印出各個排向之試片量測所有材料常數後輸入有限元素軟體進行模擬，與量測結果進行比較，其中以「xy-plane x-dir.」試片之對應性最好，因為「xy-plane x-dir.」試片在列印時與底部列印平台接觸之面積最大，而「yz-plane y-dir.」試片次之，「xz-plane z-dir.」試片之對應性



最差。

接著將光纖光柵與熱電偶埋入「xy-plane x-dir.」試片與「yz-plane y-dir.」試片，其中「xy-plane x-dir.」試片因為所需列印高度與時間最低，因此在列印時頂部、中間以及底部冷卻之速率相差不會太多，光纖光柵與熱電偶的資訊在列印過程中並不會相差太多，而「yz-plane y-dir.」試片在列印過程中中間的材料相較於底部以及剛列印之頂部冷卻較快，故在列印過程中光纖光柵受到冷卻之殘留應力造成之應變影響較大，故光纖光柵之訊號相較於熱電偶之訊號下降較多。

最後將列印完成的試片進行熱膨脹係數量測由結果可知列印方向除了對材料常數有影響外，對於熱膨脹係數的影響也很大，而熱膨脹係數與列印之密度有正相關，列印越密熱膨脹係數越大，反之則熱膨脹係數越小，也與直觀的看法相同。

第六章以鋁板拉伸為主題，首先使用超音波探傷儀量測鋁板之材料常數，並應用光纖光柵與應變規量測全自由邊界下之共振頻率，與量測出來的材料常數之模擬結果比較，確認光纖光柵與應變規對拉伸鋁板試片之量測情形，接著將鋁板利用小型拉伸試驗機進行拉伸，並量測不同拉力值下各個模態之共振頻率，將所有拉力之共振頻率整理後進行二階曲線擬合，求出曲線擬合方程式，再以未知之拉力對試片進行拉伸並量測共振頻率，將量測出各個模態之共振頻率帶回曲線擬合方程式計算出拉力，就結果而言，雖然在施加拉力較低時誤差較大，但若是從相差的拉力值來看都在0.2kgw與0.3kgw之間，而由於實驗之頻率解析度為1Hz，因此算上頻率本身的誤差來看0.2kgw與0.3kgw還在可接受範圍之內。

總言之，本論文充分發揮了光纖光柵對於暫態響應以及溫度之量測能力，針對壓電陶瓷雙晶片量測其動態應變及受振動之溫升量測，對於積層製造之埋入試感測以及鋁板之拉伸力預測都有完整的分析與探討。



## 7.2 未來展望


- (1) 針對第四章之壓電陶瓷雙晶片，還有並聯型壓電雙晶片以串聯電極連接型式 (PBS) 與串聯型壓電雙晶片以串聯電極連接型式 (SBS) 可以量測，並且在量測高頻面內振動量測溫升時以全自由邊界之壓電平板會有更好之表現。
- (2) 第五章之埋入式感測可以在 3D 列印式片中埋入更多不同方向之光纖光柵，並且配合其他的應變量測感測器，如應變規，以比較應變量測值；或是在同方向但式不同層埋入光纖光柵，探討在受彎矩或扭矩時不同層的光纖光柵對於應變之量測結果。
- (3) 第五章光纖光柵量測在列印時的溫度變化，可以改量列印的行程，比較經過不同時間列印時量測點的溫度會不會因為行程不同而有所差別，若是有差別會不會對列印出的成品有所影響。
- (4) 將光纖光柵埋入金屬的 3D 列印或是軟骨材料的 3D 列印，提高成品的材料強度之外，也能提高其應用性及應用價值，同時此兩種材料的殘餘應變相較塑膠的 3D 列印更大，尤其是軟骨材料，應用方面更廣，可以通過將光纖光柵埋入量測殘餘應變，調整製程得到殘餘應變最小的參數以得到最佳的列印效果。
- (5) 結合第五章與第六章，利用小型拉伸試驗機拉伸 3D 列印試片，並在該試片中間埋入光纖光柵與應變規，比較兩者量測的穩態與暫態應變訊號，並且同樣利用曲線擬合方程式對所施加之拉力進行預測。



## 參考文獻



- [1] 葉耀文，馬劍清，"短週期光纖光柵在動態系統的量測與應用," 碩士論文，機械工程研究所，台灣大學，2004
- [2] 許碩修，馬劍清，"能量調變型光纖光柵感測器在動態系統的量測與應用," 碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2005.
- [3] 汪政緯，馬劍清，"應用布拉格光纖光柵感測器於結構件承受撞擊之暫態應變量測," 碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2008.
- [4] 莊國志，馬劍清，"多維高解析度布拉格光纖光柵動態位移及應變量測系統之研發並應用於暫態波傳之量測," 博士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2008.
- [5] 王華均，馬劍清，"智慧懸臂樑結構的主動抑振研究以及布拉格光纖光柵多點量測的技術開發," 碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2013.
- [6] 柯秉良，馬劍清，"布拉格光纖光柵應用於壓力感測器設計與製作以及動態應變量測," 碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2015.
- [7] 黃康哲，馬劍清，"聚偏二氟乙烯薄膜與布拉格光纖光柵感測器之動態量測技術研發與應用," 博士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2015.
- [8] 許詠荏，馬劍清，"布拉格光纖光柵感測器於高速內藏式主軸及超精密平面磨床動態特性、溫升及變形之精密量測," 碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2016.
- [9] 龔瑞清，馬劍清，"開發布拉格光纖光柵感測器於多點與即時量測系統並應用在高速內藏式主軸與銑削工件之溫升、變形及轉速之精密量測," 碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2017.
- [10] 涂哲維，馬劍清，"應用布拉格光纖光柵感測器於加工系統之溫升、變形與動

- 
- 態特性之精密量測與遠端監控," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2019.
- [11] 詹惠媛, 馬劍清, "布拉格光纖光柵感測器於高速內藏式主軸之健康檢測分析與工具機量測之應用," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2019.
- [12] 黃婉琮, 馬劍清, "開發布拉格光纖光柵感測器量測系統於機械加工系統之溫升、變形與振動態特性之分析," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2020.
- [13] 廖尉翔, 馬劍清, "布拉格光纖光柵於固體結構多點動態應變及熱學量測之技術開發及資料解析," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2022.
- [14] 黃育熙, 馬劍清, "壓電陶瓷平板、薄殼、雙晶片三維耦合動態特性之實驗量測、數值分析與理論計算," 博士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2009.
- [15] 曾國舜, 馬劍清, "壓電纖維複材與壓電陶瓷雙晶片的動態特性及應用於能量擷取系統之探討," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2012.
- [16] 黃泰榮, 黃育熙, "積層製造材料與噴頭壓電陶瓷之異向性力學材料常數量測," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣科技大學, 2015.
- [17] 林均憶, 黃育熙, "積層製造之材料量測應用於功能性梯度材料與埋入式感測," 碩士論文, 機械工程學研究所, 臺灣大學, 2021.
- [18] Hibbeler R.C., Mechanics of material. 3rd edition, Prentice Hall Press, 1997