

國立臺灣大學電機資訊學院光電工程學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Photonics and Optoelectronics

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Taiwan University

Master Thesis

準二維非線性光子晶體結構之雙波長紅光研究

Study on Generation of Dual-Wavelength Red-Laser in

Quasi-2D Nonlinear Photonic Crystal Structures

蔡明順

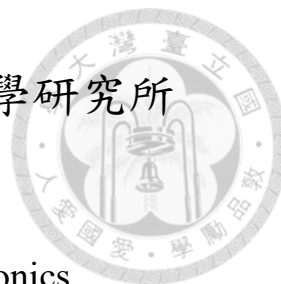
Ming-Shun Tsai

指導教授:彭隆瀚 博士

Advisor: Lung-Han Peng, Ph.D.

中華民國 112 年 6 月

June 2023



國立臺灣大學碩士學位論文

口試委員會審定書

MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY

準二維非線性光子晶體結構之雙波長紅光研究
Study on Generation of Dual-Wavelength Red-Laser in
Quasi-2D Nonlinear Photonic Crystal Structures

本論文係蔡明順君（學號 R09941078）在國立臺灣大學光電工程學研究所完成之碩士學位論文，於民國 112 年 6 月 28 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

The undersigned, appointed by the Graduate Institute of Photonics and Optoelectronics, on 28 June 2023 have examined a Master's thesis entitled above presented by MING SHUNG TSAI (student ID: R09941078) candidate and hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

（指導教授 Advisor）

彭隆瀚

賴志明

王維新

所長 Director:

吳育任

摘要



本論文共分成三部分介紹，第一部分主要介紹非線性光學與準相位匹配概念等理論；第二部分為週期性極化反轉結構的製作方法；最後為光學部分，考慮綠光雷射高斯模態在空腔時之有限發散角 0.1° ，透過準二維結構以設計非線性光子晶體之晶格動量 $G_{1,0}$ 與 $G_{1,0}'$ ，其 $G_{1,0}$ 定義為與綠光雷射共線的動量， $G_{1,0}'$ 定義為非共線的動量。而 $G_{1,0}$ 與 $G_{1,0}'$ 之間所形成的夾角，則根據於綠光雷射在空腔時的有限發散角 0.1° ，並以此角度前後各設計 0.04° 與 0.2° 以觀察趨勢，目的是使共振腔內的綠光雷射高斯發散動量能通過準二維結構，以產生兩種不同波長的可見光。

吾人發現在輸入能量為 350mW 下，共線 $G_{1,0}$ 的訊號強度是非共線 $G_{1,0}'$ 的 0.35 倍，強度相對弱很多，不過也發現隨著夾角從 0.04° 提升至 0.2° 後，能增強 $G_{1,0}$ 的訊號強度約 2.6 倍以上，其斜線效率能提升 1.46% 以上，出光閾值能降低 39.7mW 以上，且溫度頻寬也隨之增加約 8°C ，但尚未發現最佳值的結果。

Abstract

This thesis is divided into three parts. The first part mainly introduces the theory of nonlinear optics and quasi-phase matching concepts. The second part discusses the fabrication methods of periodic polarization inversion structures. The final is the optical aspect, focusing on the design and implementation of two-dimensional nonlinear photonic crystals (NPCs) structures, which were superposed by two different one-dimensional periodically poled structures at a small. This simultaneous operation of two red light optical parametric oscillations (OPOs). The two reciprocal lattice vector $G_{1,0}$, $G_{1,0}'$ of the separate 1-D NPCs are intersected at a small angle of 0.04° , 0.1° , 0.2° such that they can be quasi-phase-matched to the small divergent angle 0.1° of the pump green laser. The two-OPOs are operated with different efficiency, with the collinear one $G_{1,0}$ which is relatively weak red light intensity.

We found that at an input energy of 350mW, the signal intensity of the collinear $G_{1,0}$ is 0.35 times that of the non-collinear $G_{1,0}'$. The intensity of $G_{1,0}$ is significantly weaker. However, we also observed that as the angle increases from 0.04° to 0.2° , the signal intensity of $G_{1,0}$ can be enhanced by more than 2.6 times. The slope efficiency can increase by more than 1.46%, the threshold power can be reduced by more than 39.7mW, and the temperature bandwidth can increase by approximately 8°C . However, the optimal value has not yet been discovered.

目錄



口試委員會審定書	i
摘要.....	ii
Abstract.....	iii
目錄.....	iv

第一章 簡介	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 非線性晶體介紹	2
1.3 鉭酸鋰介紹	4
1.4 週期性極化反轉機制	7
1.4.1 高電壓致鐵電材料極化反轉介紹	7
1.4.2 金屬在高溫擴散下導致表面鐵電疇淺層反轉	7
1.5 光學參量振盪器簡介	8
第二章 非線性光學理論	10
2.1 非線性光學頻率轉換	10
2.1.1 非線性頻率轉換與 χ^2 介紹	10
2.1.2 耦合方程式	11

2.1.3	考慮基頻光下的無損耗之頻率轉換	13
2.1.4	基頻光損耗下的二倍頻轉換	14
2.1.5	無損耗之基頻光場與二倍頻之溫度頻寬	16
2.1.6	高斯光束之空間分布之基頻光	20
2.2	雙折射相位匹配 (BPM)	21
2.3	準相位匹配理論(QPM)	23
2.3.1	一維準相位匹配	23
2.3.2	二維準相位匹配	28
2.4	光學參量振盪器	31
2.4.1	光學之參量產生	31
2.4.2	光參振盪器	33
第三章	非線性晶體樣品及製程	36
3.1	晶體基本製程流程介紹	36
3.1.1	樣品製作流程介紹	36
3.1.2	晶體內建電場與矯頑電場之量測	37
3.1.3	晶體之鐵電疇方向鑑定	39
3.2	週期性極化反轉製程	41
3.2.1	樣品製作流程	41
3.2.2	高電壓極化反轉(poling)技術架構	45

3.2.3 鐵電域反轉模型	48
3.2.4 反轉電壓的設計	49
3.2.5 週期性鐵電域反轉結構之觀察	57
3.3 晶體週期設計理論	60
3.3.1 晶體週期理論計算	60
3.3.2 晶體之熱膨脹	61
3.3.3 一維疊加至二維晶體設計	62
第四章 光學量測	70
4.1 光學量測架構	70
4.1.1 光學架構	70
4.1.2 雷射品質M2測量	75
4.2 光學量測結果與分析	81
4.2.1 溫度與波長	81
4.2.2 光譜測量與分析	85
4.2.3 斜線效率	88
第五章 結論與未來展望	92
5.1 結論	92
5.2 未來展望	93
第六章 補充資料	94

6.1 超快脈衝雷射在晶體內傳播的時域色散(Temporal Spreading)	
模擬.....	94
6.2 多重影像擷取程式設計	97
參考資料.....	99
附錄.....	103
超快脈衝雷射在晶體內傳播的時域色散模擬程式碼	103
多重影像擷取程式碼	104
自動繪製 AutoCAD 程式(多個並聯).....	106
輸入圖片進行二維傅立葉分析	107
高溫爐參數圖繪製	108
將圖片 RGB 資料取出	108
腔內模態模擬	109
計算週期之熱膨脹函數程式碼	111
計算不同經過光學系統的模態(為模態匹配觀察用)	111

圖目錄



圖-1.3-1 (a)鈮酸鋰晶體的結構(b)鐵電相(c)順電相	4
圖 1.3-2 鐵電材料之電滯曲線	5
圖 1.3-3 鈮酸鋰之單位晶胞結構	6
圖 1.4-1 鈮酸鋰基板表面鈦擴散層自發性極化量(P_s^S)與鈮酸鋰塊材自發性極化量(P_s^B)隨溫度變化之關係圖	8
圖 2.1-1 在基頻光耗損下，晶體長度 0~8mm 倍頻轉換效率對晶體長度作圖	15
圖 2.1-2 在基頻光耗損下，晶體長度 0~35mm 倍頻轉換效率對晶體長度作圖	16
圖 2.1-3 在設計之 LT 晶體的溫度與強度歸一化對應圖	17
圖 2.1-4 $\text{sinc}(12\Delta kL)$ 平方數值大小對 $12\Delta kL$ 之關係圖	17
圖 2.1-5 1064 nm pump SHG 在不同溫度條件下之溫度頻寬(PPLT).	19
圖 2.1-6 1064 nm pump SHG 在不同晶體長度下之溫度頻寬(PPLT)	19
圖 2.2-1 光學雙折射相位匹配折射率圖	22
圖 2.3-1 一階準相位匹配下之二倍頻光場強度與光傳播距離關係...	23
圖 2.3-2 準相位匹配結構圖	24
圖 2.3-3 前三階準相位匹配歸一化傅立葉係數與佔空比關係圖	26
圖 2.3-4 10 μm 單週期 PPLT 等效非線性係數實空間建模結果圖	27

圖 2.3-5 10 μm 單週期 PPLT 離散傅立葉分析結果圖	28
圖 2.3-6 正負 $\chi(2)$ 在二維空間週期性調變	29
圖 2.3-7 非線性埃瓦爾德建設性干涉(Ewald Construction)	30
圖 3.1-1 鉬酸鋰之週期性極化反轉結構製作流程	37
圖 3.1-2 內建電場與矯頑電場之量測	38
圖 3.1-3 順向之極化反轉電流電壓曲線圖	38
圖 3.1-4 逆向之極化反轉電流電壓曲線圖	39
圖 3.1-5 鉬酸鋰鐵電疇影像	40
圖 3.1-6 左圖:一維週期結構方向與鐵電疇示意圖 右圖:一維週期結構方向與鐵電疇實際圖	40
圖 3.2-1 高溫爐設定參數	42
圖 3.2-2 銅塊正面圖(左)與銅塊側面示意圖(右)	44
圖 3.2-3 高電壓致極化反轉技術之儀器架構圖	45
圖 3.2-4 極化用之晶體夾具之放大示意圖	47
圖 3.2-5 成核後擴散模型	48
圖 3.2-6 高電壓極化反轉電壓電流圖	50
圖 3.2-7 poling ratio 運算程式畫面	51
圖 3.2-8 圖上:晶體-z面極化反轉後 20X 放大圖	52
圖 3.2-9 鐵電疇反轉之施加電壓與電流圖	53

圖 3.2-10 鐵電疇反轉之施加電壓與電流	54
圖 3.2-11 圖上：極化反轉後晶體 - z 面 20X 放大圖 圖下：極化反轉 後晶體+z 面 20X 放大圖	54
圖 3.2-12 鐵電疇反轉之施加電壓與電流	55
圖 3.2-13 圖上：極化反轉後晶體 - z 面 20X 放大圖 圖下：極化反轉 後晶體+z 面 20X 放大圖	55
圖 3.2-14 鐵電疇反轉之施加電壓與電流	56
圖 3.2-15 圖左：極化反轉後晶體 - z 面 20X 放大圖 圖右：極化反轉 後晶體+z 面 20X 放大圖	56
圖 3.2-16 加熱前後之一維單週期結構 7.63 μm 的鐵電域觀察圖	57
圖 3.2-17 電光效應造成折射率改變示意圖	58
圖 3.3-1 利用 matlab 計算頻率轉換所需設計的週期與實際週期	62
圖 3.3-2 一維小角度疊加至二維結構設計圖	62
圖 3.3-3 兩種一維週期相疊之不同夾角結構部分視域圖與實際極化 反轉圖	64
圖 3.3-4 夾角 $\theta=0.04^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之二維結果圖	65
圖 3.3-5 夾角 $\theta=0.04^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之三維結果圖	65
圖 3.3-6 夾角 $\theta=0.1^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之二維結果圖	65
圖 3.3-7 夾角 $\theta=0.1^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之三維結果圖	66

圖 3.3-8 夾角 $\theta=0.2^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之二維結果圖	66
圖 3.3-9 夾角 $\theta=0.2^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之三維結果圖	67
圖 3.3-10 非線性係數與線性擬合關係模擬圖	68
圖 4.1-1 OC 波長與穿透率關係	72
圖 4.1-2 IC 波長與穿透率關係	72
圖 4.1-3 模態大小與腔內(含晶體)的距離分布	73
圖 4.1-4 高斯光束與平凹腔的模態匹配圖	73
圖 4.1-5 高斯光束的匹配	74
圖 4.1-6 光腰半徑經過 KTP 與鏡子後與距離的關係模擬圖	75
圖 4.1-7 泵浦光光束品質測量之架構圖	76
圖 4.1-8 X 和 Y 方向綠光光束品質分析圖	78
圖 4.1-9 綠光光腰之影像圖	78
圖 4.1-10 控制 ccd 去擷取影像強度及光斑半徑軟體	79
圖 4.1-11 用該設計的軟體進行頗面分析實例	80
圖 4.1-12 頗面分析牛頓環實例	80
圖 4.2-1 532nm 波長打入 10um 週期的溫度與波長變化.....	81
圖 4.2-2 532nm 波長打入 10um 與 11um 週期之訊號光的溫度與波長 變化.....	82
圖 4.2-3 夾角 0.04° 時頻譜與溫度關係圖	82

圖 4.2-4 夾角 0.1° 時頻譜與溫度關係圖	83
圖 4.2-5 夾角 0.2° 時頻譜與溫度關係圖	83
圖 4.2-6 不同夾角的 630nm 波長頻譜與溫度比較.....	84
圖 4.2-7 630nm 波長之溫度頻寬.....	85
圖 4.2-8 三種夾角之全波長頻譜	86
圖 4.2-9 三種夾角之 630nm 波長頻譜.....	86
圖 4.2-10 三種夾角之全波長頻譜.....	87
圖 4.2-11 三種夾角之 630nm 波長頻譜.....	87
圖 4.2-12 夾角 $\theta = 0.04^\circ$ 的斜線效率.....	88
圖 4.2-13 夾角 $\theta = 0.1^\circ$ 的斜線效率	89
圖 4.2-14 夾角 $\theta = 0.2^\circ$ 的斜線效率	89
圖 4.2-15 不同夾角之 630nm 波長斜線效率.....	90
圖 4.2-16 不同夾角之 680nm 波長斜線效率.....	91
圖 6.1-1 鈮酸鋰的脈衝波與距離、時域關係模擬圖	95
圖 6.1-2 鈮酸鋰的脈衝波頻寬與距離關係模擬圖	96
圖 6.1-3 鈮酸鋰的脈衝波與距離、時域關係模擬圖	96
圖 6.1-4 鈮酸鋰的脈衝波與距離關係模擬圖	97
圖 6.2-1 選取多個影像	98
圖 6.2-2 影像擷取示範	98

表目錄



表 1.2.1 常用非線性晶體的特性比較表[3].....	2
表 3.3.1 630nm 波長的角度與倒晶格動量、非線性係數	67
表 3.3.2 680nm 波長的角度與倒晶格動量、非線性係數	68
表 4.1.1 共振腔之腔鏡參數	71
表 4.2.1 不同夾角與不同出光波長的斜線效率與出光閾值	90

第一章 簡介

1.1 研究背景與動機



在 2022 年[1]提出二維週期極化反轉鉍酸鋰置於圓盤上具有廣泛可調光譜範圍的多波長生成主題，內容是關於將二維週期極化鉍酸鋰的晶體用圓形拋光技術磨成圓盤狀，此可以成功地消除斯涅爾定律和菲涅爾方程式的局限性。他們能透過調整圓盤狀晶體的角度將 $G_{1,0}$ 的信號波長從 787nm 調諧到 620nm。而在高階的倒晶格向量 $G_{1,1}$ 和 $G_{1,-1}$ ，這兩者的信號可以分別將 750nm 波長調諧到約 1000nm 以及 750nm 到約 625nm 波長。最後證實圓盤狀二維非線性光子晶體能實現具有廣泛的可調式光譜範圍。

而本次希望在不轉動且不磨成圓盤狀的長方形樣品下，是否能實現出除了 $G_{1,0}$ 的信號波長以外的第二個倒晶格向量的訊號，吾人我將對此次提議進行設計、模擬與分析。想了解是否能以一種方向的雷射且不轉動的晶體的條件下產出多波長的結果，並設計出不同向量的夾角來互相比照結果。



1.2 非線性晶體介紹

在晶體材料中依照晶格結構排列可分為中心對稱 (Centrosymmetric) 及非中心對稱 (Noncentrosymmetric)，前者在只考慮光場對於材料的極化之非線性響應部分下，僅能提供最低階為三階的非線性係數 (third-order susceptibility)，在非線性光學中無法用於三波混合 (three-wave mixing) 頻率轉換 [2]；後者則能提供二階非線性係數 (second-order susceptibility)，能當作三波混合之間的能量相互轉移的媒介，在該領域上共分為以下表 1.1 中 [3] 三種常用的非線性晶體以及各個基本特性：

表 1.2.1 常用非線性晶體的特性比較表 [3]

	非線性係數 $d_{33}(\text{pm/V})$	矯頑電場 (kV/mm)	光損傷閾值 (MW/cm^2)	抗光折變能力
鈮酸鋰 LiNbO_3	34	21	60	差
鉭酸鋰 LiTaO_3	26	21	570	次佳
磷酸鈦化鉀 KTP	10.7	5	300-3000	佳

在本實驗室中，主要使用的非線性光學晶體是共熔的鉬酸鋰和鉬酸鋰。這是因為這兩種晶體在一般非線性光學轉換中有較高的非線性係數，能更好地耦合三波混合過程中的能量轉移，以獲得更高的能量轉換效率。選擇非線性係數較高的材料可以縮短晶體長度，並保持相同的三波能量轉換效果。

表 1.2-1 可以看到，共熔組成鉬酸鋰和共熔組成鉬酸鋰的 d_{33} 非線性係數，比其他非線性光學轉換晶體高，但在塊材(bulk)條件下是無法使用的。這是因為光場的偏振必須與材料的光軸平行，才能取出 d_{33} 的非線性係數，但材料的常態色散(normal dispersion)效應導致三波無法達成動量守恆，能量無法有效轉換而快速回流。要使用 d_{33} 非線性係數進行非線性光學轉換，必須在週期性鐵電域(ferroelectric domain)反轉的情況下使用，這是準相位匹配技術的優點，也是本實驗室採用的技術。在光學上的損傷閾值中，鉬酸鋰相對於鉬酸鋰有較佳的優勢，可以承受較高的光場強度，為配合實驗上操作在高強度光場的需求，故選擇鉬酸鋰作為實驗上所使用的非線性光學轉換晶體。

1.3 鈮酸鋰介紹

常見的晶體中，鈮酸鋰(LiTaO_3) 是一種鈮酸鋰鹽類化合物(perovskite)，是一種重要的介電材料，具有高介電常數和低介電損失，因此常用於高介電變壓器，高頻微波介電子器件和陶瓷介電薄膜等。此外，鈮酸鋰也是一種優良的光學材料，具有高折射率和低折射損失，常用於制造光學元件，如鏡頭，光纖通信器件和微波通信系統等。

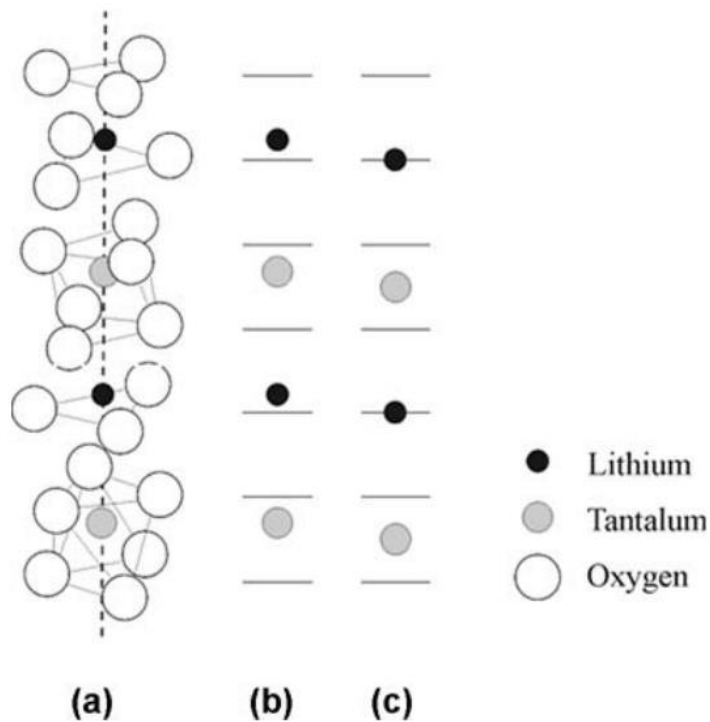


圖-1.3-1 (a)鈮酸鋰晶體的結構(b)鐵電相(c)順電相[4]

同時鈮酸鋰為鐵電性(ferroelectric)材料其中一種，因該材料晶格結構的不對稱，在低於居禮溫度(Curie temperature)下其內部本身就具有自發性極化(spontaneous polarization)的現象，也稱作鐵電相如圖1.3-1[4]，致使內部正負電荷產生相對位移而生成電偶極矩(electric

dipole moment)。若操作溫度比居禮溫度高時，會成為較高的晶體對稱度順電相如圖 1.3-1(c)，此時材料不再具有自發性極化。

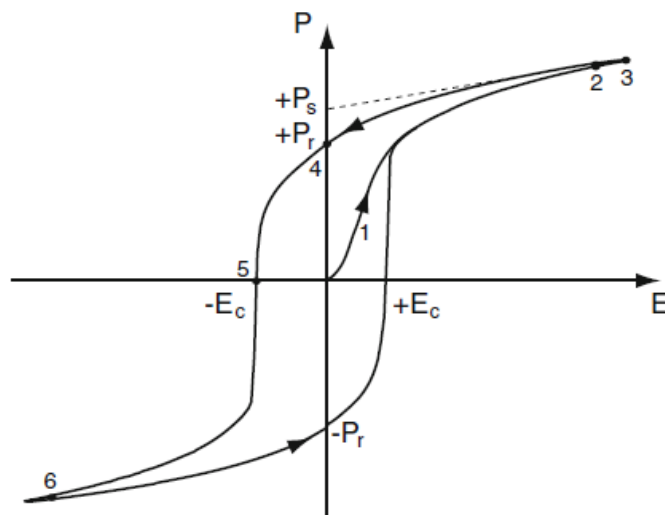


圖 1.3-2 鐵電材料之電滯曲線[5]

而於圖 1.3-1 中的 $+E_c$ 與 $-E_c$ 之大小定義為矯頑電場(coercive field)，通常此兩個數值不會相等，原因來自於晶體內部原子比例不均導致晶格缺陷所產生的內建電場，所以要達成鐵電域反轉的條件，在 $+z$ 至 $-z$ 與由 $-z$ 至 $+z$ 所需要的外加電壓會不相同，此兩種電壓的差會由晶體內部存在的內建電場大小來決定，因為晶體內部的內建電場方向是不變的，所以鐵電域反轉的正方向及負方向會有所不同，數學表示式可以用以下表達：

$$E_{cif} = E_c + E_{int} \quad (1.1)$$

$$E_{cir} = E_c - E_{int} \quad (1.2)$$



將(1.1)式和(1.2)式整理可得:

$$E_c = \frac{E_{cif} + E_{cir}}{2} \quad (1.3)$$

$$E_{int} = \frac{E_{cif} - E_{cir}}{2} \quad (1.4)$$

其 E_{cif} 為順向極化反轉(forward poling)時所需克服之矯頑場，為+ P_s 轉至- P_s 的過程； E_{cir} 為逆向極化反轉(reverse poling)時所需克服之矯頑場，為- P_s 轉至+ P_s 的過程。在(1.1)式與(1.2)式的參數能從實驗上取得，最後可求出矯頑電場 E_{cir} 以及內建電場 E_{int} 。

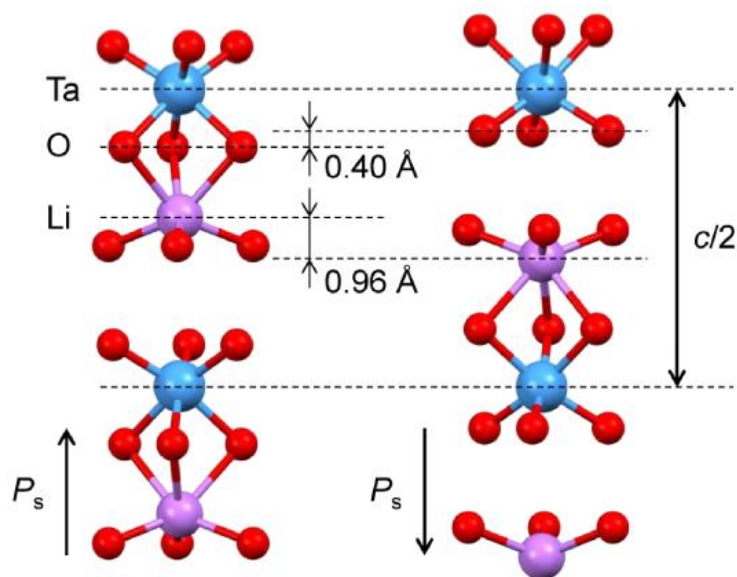


圖 1.3-3 鉭酸鋰之單位晶胞結構

左圖:極化方向向上

右圖:極化方向向下[6]

在鉭酸鋰極化反轉的過程中，氧平面會向上移動 $0.40 \text{ \AA}$ ，鋰離子向下移動 $0.96 \text{ \AA}$ ，但都不會超過一個單位晶胞，如圖 1.3-3，鋰離子在移動的過程中會跨越氧平面到相鄰的八面體中。

1.4 週期性極化反轉機制

1.4.1 高電壓致鐵電材料極化反轉介紹

極化反轉的常見方法包括鋰離子外擴散法、特殊金屬內擴散法、層狀結構長晶控制法[7]、質子交換法和電子束掃描法[8]等。這些方法能夠引起鐵電疇的反轉，但僅適用於小面積和淺層的區域性極化反轉結構，並不適合大量生產。相反，高電壓致鐵電疇反轉法[9]能夠製備大面積且具有高均勻度的晶體樣品。然而，該方法需要使用阻擋層以控制部分區域不進行反轉，使未被阻擋的區域在施加高電壓後能夠形成週期性的極化反轉結構。

1.4.2 金屬在高溫擴散下導致表面鐵電疇淺層反轉[10]

鐵電材料會隨著操作溫度越接近居禮溫度而使自發性極化量會逐漸下降至零而變成順電相，由圖 1.4-1 中可以得出 $\Delta P_s = P_s^B - P_s^S$ 。依照此實驗若將溫度操作在接近居禮溫度時，會導致 ΔP_s 逐漸升高，鈦擴散區域淺層的鐵電域會反轉，此反轉會伴隨著去極化場效應 (depolarization field)，使得外加高電壓時該區域的成核機率大幅減少。本研究中經前人[11]測試將選用鎳金屬高溫擴散於鉬酸鋰(PPLT)以製作出週期性極化反轉結構。



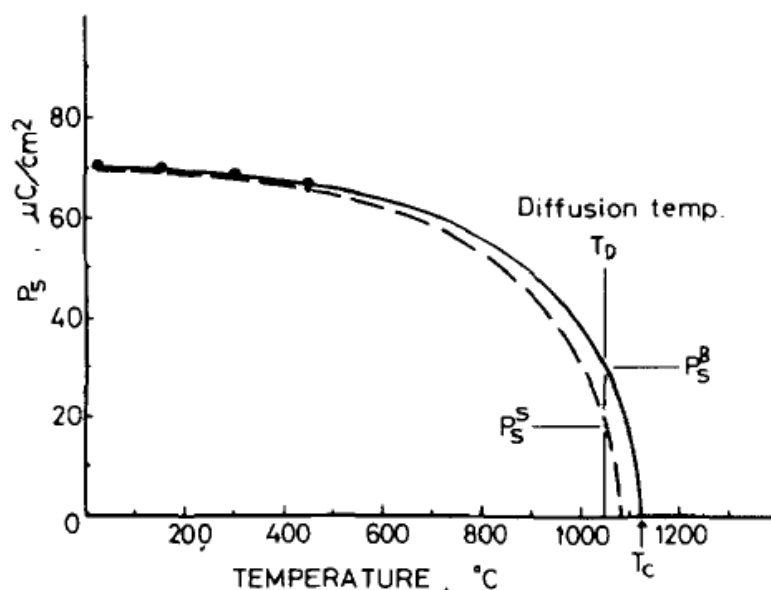


圖 1.4-1 鈮酸鋰基板表面鈦擴散層自發性極化量(P_s^S)與鈮酸鋰塊材自發性極化量(P_s^B)隨溫度變化之關係圖[12]

1.5 光學參量振盪器簡介

光學參量振盪器(Optical Parametric Oscillator)，簡稱OPO，是一種非線性光學儀器，泵浦光(pump)通過在非線性光學媒質中的光與光的相互作用產生多種波長的光，通常由非線性光學增益介質以及一組光學腔鏡組成。傳統的雷射中，增益介質為一塊塊材或單一的物質；而在光學參量振盪器中，其增益機制是來自於非線性光學晶體中的光參產生(Optical Parametric Generation)簡稱OPG。它的運作方式是在下轉換的過程中將高能量的泵浦激光束轉換成兩個或多個低能量的束，稱為信號光(signal)和閒置光(idler)。

OPO利用結晶或非線性光學媒質的非線性特性運作。當泵浦激光

射向晶體時，泵浦的能量通過非線性過程轉移到信號光和閒置光上。
這種能量轉移產生了兩個具有較低頻率和能量的新光束，此可以通過
改變經體溫度或泵浦光束的入射角度調整，或者利用腔鏡鍍膜的設置
來選擇共振光，以用來組合出不同波段的光。

第二章 非線性光學理論

2.1 非線性光學頻率轉換

2.1.1 非線性頻率轉換與 $\vec{\chi}^{(2)}$ 介紹

光可以用馬克斯威爾方程式來討論非線性響應中光場間能量的轉換。在考慮沒有自由電荷的條件下，對馬克斯威爾方程式取旋度並整理之，可解出光場之非線性波動方程式如下：

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \vec{\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.1.1)$$

其中， $\vec{P}$ 為感應電偶極矩，或是稱極化密度，在各向異性(anisotropic)和非線性(nonlinear)的介質中，可以將此拆成兩部分分別為線性光學以及非線性光學如下式：

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} = \epsilon_0 \vec{\chi}^{(1)} \cdot \vec{E} + \epsilon_0 \vec{\chi}^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \dots \quad (2.1.2)$$

其中， $\vec{\chi}$ 為以張量表示介質中參數的磁化率。

$\vec{\chi}^{(1)}$ 為來自線性光學的貢獻，與介電係數之關係式為 $\epsilon_r = 1 + \vec{\chi}^{(1)}$ ；而 $\vec{\chi}^{(2)}$ 為二階之非線性係數，此係數只存在於非中心對稱(non-centrosymmetric)的介質，本論文所採用鉭酸鋰則會利用此係數將不同頻率之光場相互耦合，為光波作用的三波混合(three-wave mixing)，通常非線性晶體的二階非線性係數 $\vec{\chi}^{(2)}$ 之數量級為 $10^{-12} \left[\frac{pm}{V} \right]$ ，三波混合的現象如倍頻(second harmonic)、差頻(difference frequency)、和頻(sum frequency)，在強光場下操作才會有良好的非線性轉換效應出現。



2.1.2 耦合方程式

二階非線性效應中的以和頻轉換為例子，考慮三種單色光場， Z 為光的傳播方向， ω_1 、 ω_2 為入射光的頻率， ω_3 為輸出光的頻率。其輸出光能量與入射光能量須滿足能量守恆 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ，令電場為：

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(z,t) &= E_1(z) \cos(\omega_1 t - k_1 z) = \frac{1}{2} \{ E_1(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + \text{c.c.} \} \\ \vec{E}_2(z,t) &= E_2(z) \cos(\omega_2 t - k_2 z) = \frac{1}{2} \{ E_2(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{c.c.} \} \\ \vec{E}_3(z,t) &= E_3(z) \cos(\omega_3 t - k_3 z) = \frac{1}{2} \{ E_3(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} + \text{c.c.} \}\end{aligned}\quad (2.1.3)$$

其中，c.c. 為共軛複數 (complex conjugate) 之縮寫。

將式(2.1.3)代入式(2.1.2)後只考慮 $\vec{\chi}^{(2)}$ 張量的影響下得各場對應非線性極化向量為：

$$\begin{aligned}\vec{P}_{\text{NL}}^{\omega_1} &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_{\text{eff}}^{(2)} \{ E_2^* E_3 e^{i\{(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z\}} \} \\ \vec{P}_{\text{NL}}^{\omega_2} &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_{\text{eff}}^{(2)} \{ E_1^* E_3 e^{i\{(\omega_3 - \omega_1)t - (k_3 - k_1)z\}} \} \\ \vec{P}_{\text{NL}}^{\omega_3} &= \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi_{\text{eff}}^{(2)} \{ E_1 E_2 e^{i\{(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z\}} \}\end{aligned}\quad (2.1.4)$$

其之後的推導中 $\chi^{(2)}$ 由 d_{eff} 表示，兩者的關係為 $\chi^{(2)} = 2d_{\text{eff}}$

再將式子(2.1.3)與式子(2.1.4)個別代入(2.1.1)式子中，並考慮緩慢
 振幅近似(slowly varying amplitude approximation)條件 $\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} \approx 0$ 且無能量
 的耗損，再用平面波近似，可得到耦合方程式：

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_1}{\partial z} &= -i \frac{\omega_1 d_{\text{eff}}}{cn_1} E_2^* E_3 e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial E_2}{\partial z} &= -i \frac{\omega_2 d_{\text{eff}}}{cn_2} E_1^* E_3 e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial E_3}{\partial z} &= -i \frac{\omega_3 d_{\text{eff}}}{cn_3} E_1 E_2 e^{i\Delta k z}\end{aligned}\quad (2.1.5)$$

其 Δk 為相位不匹配程度(mismatch)

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2 = 2\pi \left(\frac{n_3}{\lambda_3} - \frac{n_2}{\lambda_2} - \frac{n_1}{\lambda_1} \right) \quad (2.1.6)$$

因晶體中的等效非線性係數為固定值， Δk 稱為相位匹配條件
 (Phase Matching Condition)的數值，若要進行二倍頻轉換則必須滿足
 此條件，且一次只能產生一個二倍頻轉換，不會同時有額外的四倍頻
 轉換。

2.1.3 考慮基頻光下的無損耗之頻率轉換

在非線性光子間的頻率轉換會遵守能量守恆，和頻的轉換為兩顆不同能量的光子，進入非線性晶體後產生第三顆能量的光子，達成等式 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ，若 $\omega_1 = \omega_2$ ，則此轉換模式為倍頻轉換(Second Harmonic Generation)；若 $\omega_1 \neq \omega_2$ ，則為和頻轉換(Sum Frequency Generation)。

三波之間能量必須滿足能量守恆，以倍頻轉換為例子：

在非線性晶體輸入端 $E_{2\omega} = 0$ ，直到輸入波開始在晶體內傳播時 2ω 會開始生成，也就是產生 E_2 ，以下式子為 E_2 與距離 Z 關係的推導：

在平面波近似下，將式(2.1.5)改為：

$$\frac{\partial E_{2\omega}}{\partial z} = -i \frac{\omega_{2\omega} d_{\text{eff}}}{cn_{2\omega}} |E_{\omega}|^2 e^{i\Delta kz} \quad (2.1.7)$$

再對上式積分，設晶體長度為 L ，並代入初始條件 $E_{2\omega}(0) = 0$ 可得：

$$E_{2\omega}(L) = -i \frac{\omega_{2\omega} d_{\text{eff}}}{cn_{2\omega}} L E_{\omega}^2(0) \text{sinc}\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.8)$$

換算成光強度與光功率表示式：

$$I_{2\omega}(L) = \frac{8\pi^2 L^2 d_{\text{eff}}^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega} \lambda_{\omega}^2 c \epsilon_0} I_{\omega}^2 \sin^2\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.9)$$

$$P_{2\omega}(L) = \frac{8\pi^2 L^2 d_{\text{eff}}^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega} \lambda_{\omega}^2 c \epsilon_0} \frac{P_{\omega}^2}{A} \sin^2\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.10)$$

將輸出的倍頻功率除上輸入功率可得非線性轉換效率，與基頻光場光

功率成正比並如下:

$$\eta = \frac{P_{2\omega}}{P_{\omega}} = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega} \lambda_{\omega}^2 c \epsilon_0} L^2 \frac{P_{\omega}}{A} \sin^2 \left(\frac{\Delta k L}{2} \right) \quad (2.1.11)$$

在和頻轉換下，兩者光子能量不相同，滿足 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ，假設基頻光的無耗損條件 $\frac{\partial E_{\omega}}{\partial z} = 0$ ，而初始條件設 E_1 與 E_2 皆不隨距離 z 變化，則輸出光強度為以下:

$$I_3(L) = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2 c \epsilon_0} L^2 |I_1| |I_2| \sin^2 \left(\frac{\Delta k L}{2} \right) \quad (2.1.12)$$

2.1.4 基頻光損耗下的二倍頻轉換

在考慮基頻光損耗下，式子(2.1.9)會重新寫成以下:

$$I_{2\omega}(L) = I_{\omega} \eta_0 \sin^2(\delta) \quad (2.1.13)$$

其中 $\eta_0 = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega} \lambda_{\omega}^2 c \epsilon_0} I_{\omega}^2 L^2$ ，而 $\delta = \frac{1}{2} \Delta k L$ 並稱之為 dephasing。

若 $\delta = 0$ 時，參考[13]可將倍頻光強度(2.2.13)改為:

$$I_{2\omega}(L) = I_{\omega} \tanh^2 \sqrt{\eta_0} \quad (2.1.14)$$

若 $\delta \neq 0$ 時，可參考[13,16]的雅可比橢圓函數(Jacobi elliptic function)來求解如下:

$$\eta = \eta_m \operatorname{sn}^2 \left[\sqrt{\frac{\eta_0}{\eta_m}}, \eta_m \right] \quad (2.1.15)$$

$$\text{其中 } \eta_m = 1 + \left(\frac{\delta^2}{2\eta_0} \right) - \sqrt{\left[1 + \left(\frac{\delta^2}{2\eta_0} \right) \right]^2 - 1}$$

在式子(2.1.15)中透過 η_0 可知轉換效率與晶體長度的關係，在輸入波長為 1064nm，溫度為 140°C 情況下模擬結果如下：

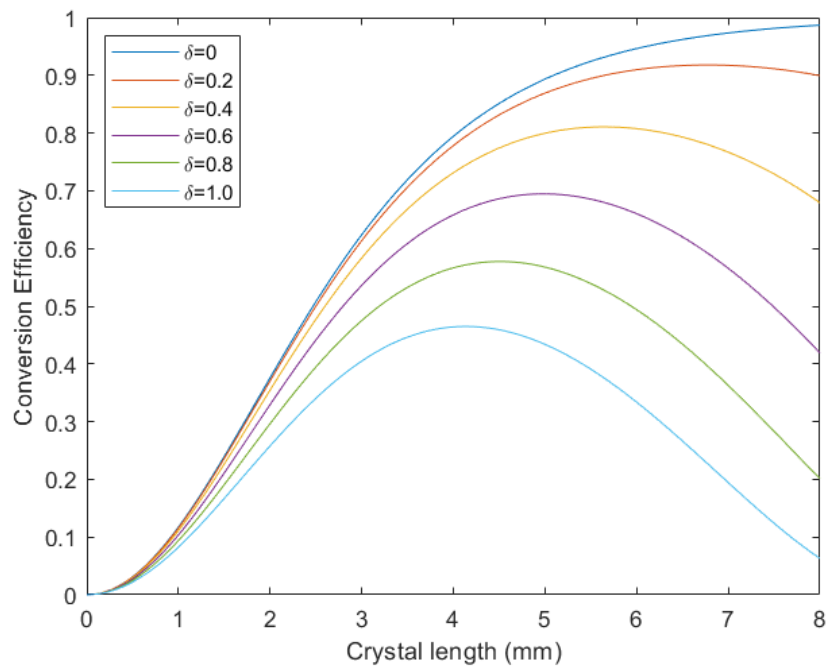


圖 2.1-1 在基頻光耗損下，晶體長度 0~8mm 倍頻轉換效率對晶體長度作圖

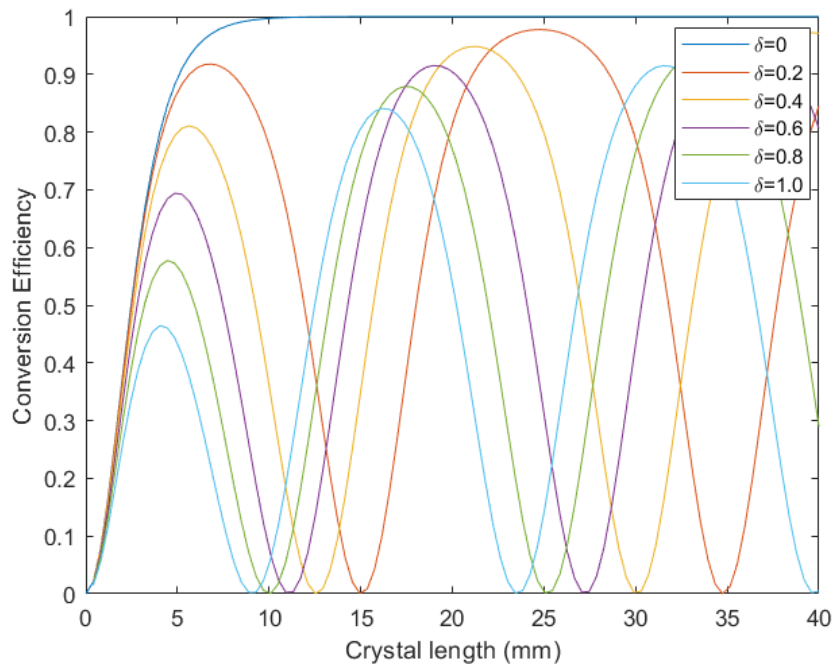
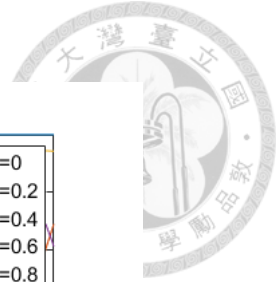


圖 2.1-2 在基頻光耗損下，晶體長度 0~35mm 倍頻轉換效率對晶體長度作圖

從上圖 2.1-1 模擬結果可知，不同的 dephasing 在相同長度上會有不同的轉換效率，若 $\delta \neq 0$ 時，會產生因晶體過長而導致倍頻光的能量回流；若 $\delta = 0$ 的情況下，倍頻光的能量將在特定長度達到飽和，而此長度除了取決於轉換轉換波長，也會被入射光強度所影響。

2.1.5 無損耗之基頻光場與二倍頻之溫度頻寬

在式子(2.1.10)中 sinc 函數平方之振盪情況會由 Δk 的大小來決定，可知在 $\frac{1}{2}\Delta kL=0$ 時會有最平方之最高峰值，假設晶體為 LT、長度為 3cm、晶體設計溫度為 140°C、輸入波長為 1064nm 情況下，模擬出來的強度與溫度對應圖如下：

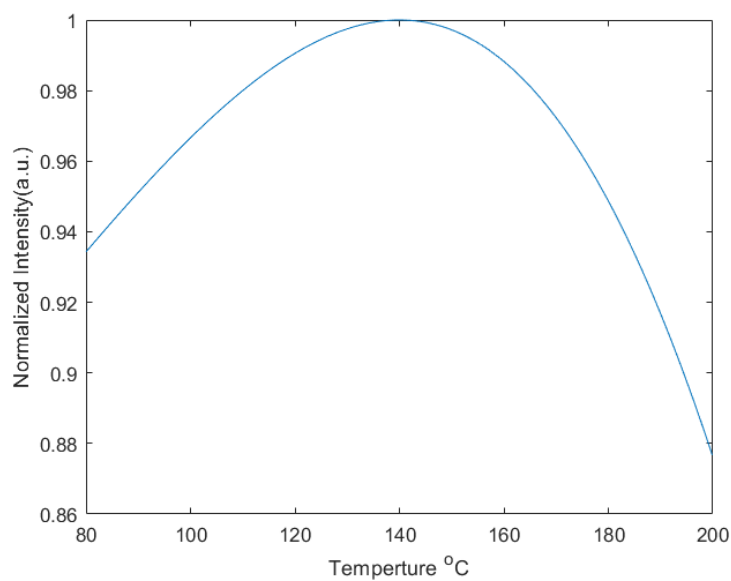


圖 2.1-3 在設計之 LT 晶體的溫度與強度歸一化對應圖

$\text{sinc}(\frac{1}{2}\Delta kL)$ 平方數值大小的峰值一半會落在正負值 0.443π ，如下圖模擬所示

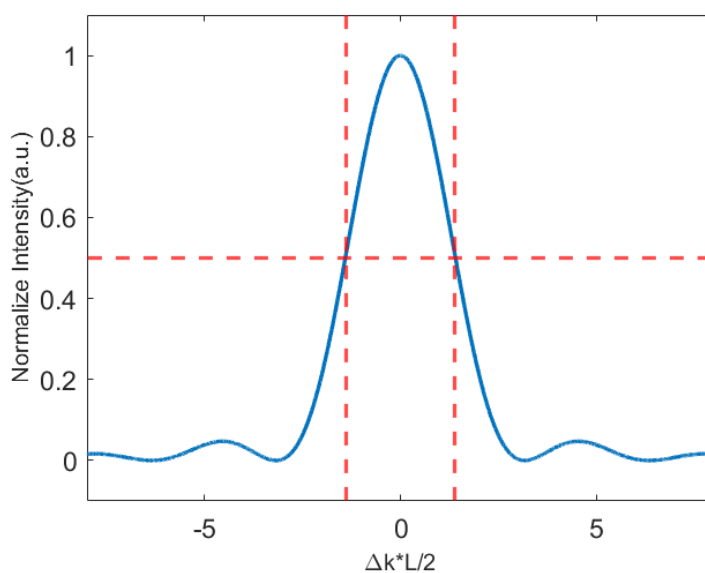


圖 2.1-4 $\text{sinc}(\frac{1}{2}\Delta kL)$ 平方數值大小對 $\frac{1}{2}\Delta kL$ 之關係圖

我們定義 $\frac{1}{2}\Delta kL$ 的正負值移動 0.443 為其容忍條件範圍。溫度是影響折射率變化的因素之一，而折射率的變化會影響到。因此，透過調整溫度，我們可以同時調整以維持轉換效率在峰值的一半以上。這個允許範圍稱為溫度頻寬(Temperature bandwidth)，根據 $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} = 2\pi \left(\frac{n_{2\omega}}{\lambda_{2\omega}} - 2 \frac{n_{\omega}}{\lambda_{\omega}} \right) = \frac{4\pi}{\lambda_{\omega}} (n_{2\omega} - n_{\omega})$ 關係可以推導出：

$$\frac{1}{2} \frac{\partial(n_{2\omega} - n_{\omega})}{\partial T} \Delta T_{\pm} \frac{4\pi L}{\lambda_{\omega}} = \pm 0.443\pi \quad (2.1.16)$$

$$\rightarrow \Delta T_{FWHM} = \frac{0.443}{\frac{\partial(n_{2\omega} - n_{\omega})}{\partial T}} \frac{\lambda_{\omega}}{L} \quad (2.1.17)$$

透過使用 M. M. Fejer 和 J. P. Meyn 等人所提出的共熔鉬酸鋰之 Sellmeier 方程式以及式子(2.1.17)，我們可以計算鉬酸鋰在不同溫度下的基頻光和倍頻光的折射率梯度，進而得到溫度頻寬，以及取得晶體長度與溫度頻寬的關係圖。折射率模型如下所示：

$$n_e^2(\lambda, T) = A + \frac{B + b(T)}{\lambda^2 - (C + c(T))^2} + \frac{E}{\lambda^2 - F^2} + D\lambda^2 \quad (2.1.18)$$

$$A=4.5284 \quad B=7.2449 \times 10^{-3} \quad C=0.2453$$

$$D=-2.367 \times 10^{-2} \quad E=7.769 \times 10^{-2} \quad F=0.1838$$

$$b(T)=2.6794 \times 10^{-8} \times (T+273.15)^2$$

$$c(T)=1.6234 \times 10^{-8} \times (T+273.15)^2$$

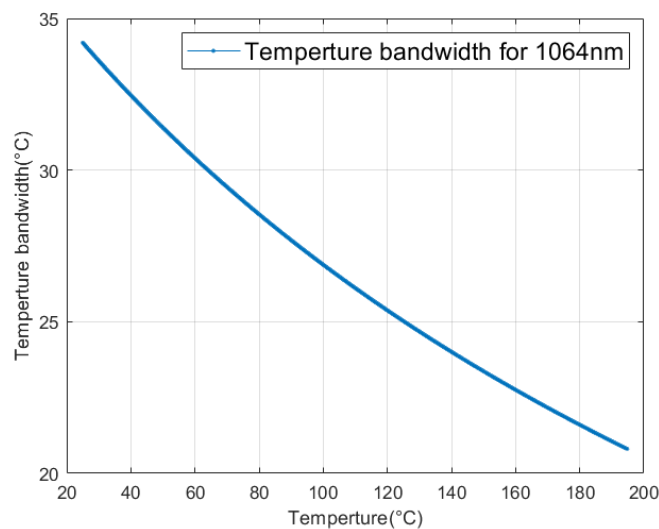


圖 2.1-5 1064 nm pump SHG 在不同溫度條件下之溫度頻寬(PPLT)

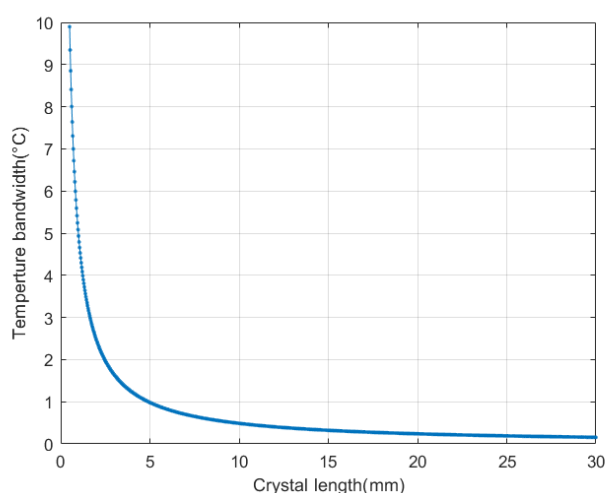


圖 2.1-6 1064 nm pump SHG 在不同晶體長度下之溫度頻寬(PPLT)

在不同的溫度下，我們可以透過將溫度頻寬和晶體長度，得到圖 2.1-4 上對應該溫度的數值。根據式 2.1.11，再透過圖 2.1-5 的模擬結果，我們知道如果晶體長度增加，轉換效率會提高，但是溫度頻寬會隨之下降，這意味著轉換效率對於溫度的穩定性會變差，影響可操作範圍，因此我們需要在適當的範圍內進行控制。

2.1.6 高斯光束之空間分布之基頻光

前述公式是以平面波條件下推導所得，而在雷射中實際上輸出的軌道為高斯光束(Gaussian beam)，要近似於平面波需在瑞利長度 z_R (Rayleigh length)內才行，故電場必須改為高斯分布 $E^{(\omega)}(r) \cong E_0 e^{-r^2/w_0^2}$ ，其 w_0 (beam waist) 為基頻光的光腰處半徑。光束截面積需改為 $A = \frac{1}{2} \pi w_0^2$ ，而晶體長度設計需符合 $L = 2.84b$ ， $b = 2z_R$ ，其 $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ ，此時才有最佳的轉換效率[14]。

因為光束在空間中傳播時會發散，透過設計以及架腔能使光腰位於晶體中間位置，稱為共聚焦的條件(condition of confocal focusing)，將其條件代入式(2.1.11)中，其倍頻轉換效率可簡化為下式：

$$\eta = \frac{P_{2\omega}}{P_{\omega}} = \frac{16\pi^2 d_{\text{eff}}^2 L P_{\omega}}{\varepsilon_0 c \lambda_1^3 n_{\omega} n_{2\omega}} \text{sinc}^2\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.19)$$

此時原本與晶體長度的二次方成正比改成一次方成正比關係。

2.2 雙折射相位匹配 (BPM)



當光打入晶體時，因為材料具有色散(normal dispersion)的特性，所以在頻率轉換的過程中會因為對應到晶體內部不同的折射率而造成動量無法匹配，此晶體為各向異性晶體(anisotropic crystal)，其折射率是頻率和電場極化方向的函數，而在單軸(uniaxial)晶體中，存在著尋常折射係數 n_o (ordinary index)與非尋常折射係數 n_e (extraordinary index)，又依據兩者大小相比可分為兩種情況:若 $n_e > n_o$ ，則稱為正單軸晶體(positive uniaxial crystals)；反之，則稱負單軸晶體(negative uniaxial crystal)。

在單軸晶體中，不同極化方向的光會有不同的折射率，其公式如下：

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad (2.2.1)$$

上述公式(2.2.1)可以透過調整入射晶體的角度使其達成 $n_{e,2\omega}(\theta_m) = n_{o,\omega}(\theta_m)$ ，此等式意味著在晶體中基頻光的折射係數會與倍頻光的折射係數相同，若達成以上的條件，則稱之為雙折射相位匹配(birefringence phase matching, BPM)。以 8 mol.% Mg: LiTaO₃ 為例子，利用參考[33]所附的參數粗略模擬出雙折射相位匹配圖 2.2-1，X 軸上的由左而右虛線分別為波長 0.532um 與 1.064um。

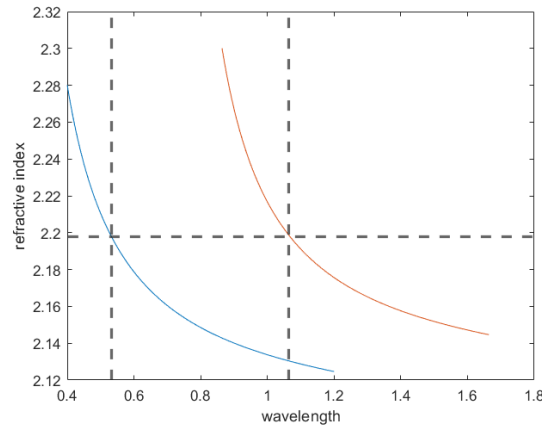


圖 2.2-1 光學雙折射相位匹配折射率圖

而在雙折射相位匹配中，非普極化光的 k 向量與能量傳輸方向存在著一個夾角[15]，這能量傳輸方向稱為坡印廷向量(Poynting vector)，其夾角如下式所示：

$$\rho(\theta) = \pm \tan^{-1} \left[\left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \cdot \tan \theta \right] \mp \theta \quad (2.2.2)$$

這種角度被稱為離散角度 (walk-off angle)，它表示在晶體中，基頻光和倍頻光會隨著行進距離的增加而漸漸分開，這被稱為空間離散效應 (spatial walk-off effect)。這種效應限制了轉換效率[16]。此外，雙折射相位匹配所需的電場偏振方向並不一定與晶體的最大非線性係數所對應的偏振方向相同，這再次限制了雙折射相位匹配的轉換效率。然而，準相位匹配可以改善上述缺點。

2.3 準相位匹配理論(QPM)

2.3.1 一維準相位匹配

Bloembergen 提出了準相位匹配 (quasi-phase-matching, QPM) 的概念，它涉及對晶體中的非線性係數進行週期性的變化[17]，以產生一種反轉結構，以提供補償動量 $G_m = \frac{2\pi}{\Lambda}$ ，以滿足頻率轉換時的動量守恒條件。下圖 (2.3-1) 顯示了二倍頻準相位匹配的光場強度與傳播距離之間的關係。

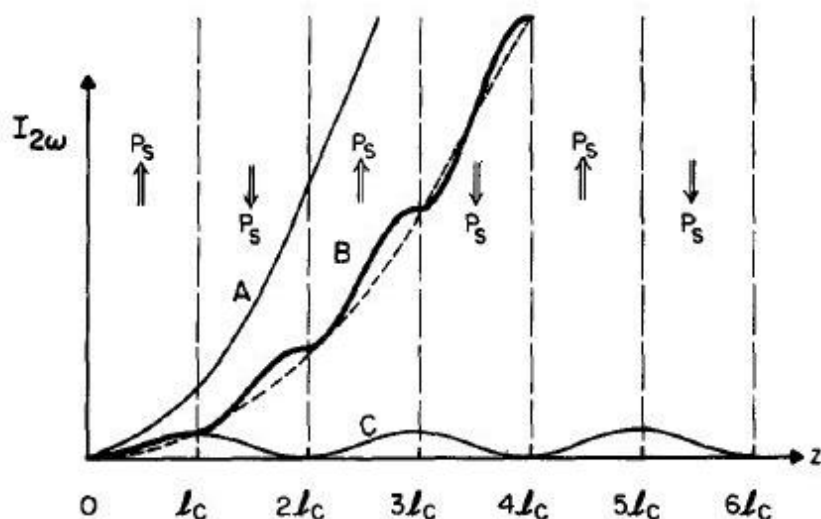


圖 2.3-1 一階準相位匹配下之二倍頻光場強度與光傳播距離關係

A: 相位匹配 B: 準相位匹配 C: 相位不匹配[17]

從圖 2.3-1 中可以觀察到，當存在相位不匹配時，倍頻能量在經過長度為 $l_c \equiv \frac{\pi}{\Delta k}$ 的晶體後會受到破壞性干涉的影響而回流於基頻光。因此，當存在著相位不匹配，倍頻轉換效率會呈現週期性的振盪，如圖 2.3-1 (C) 所示。為了克服這種相位不匹配的問題，我們可以利用準相位匹配的原理。這個方法的關鍵在於調整極化反轉的週期為 $2l_c$ ，

藉此改變等效非線性係數的正負號，使得能量能夠累積並被成功地流回基頻光中。



利用下圖 2.3-2 的結構可以進行頻率轉換，假設光場沿著一維結構中的+x 方向前進，結構如下圖 2.3-2 所示：

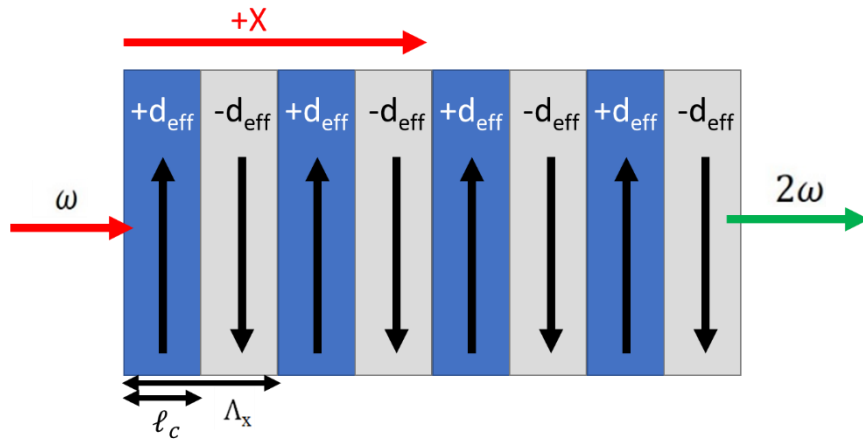


圖 2.3-2 準相位匹配結構圖

上圖 2.3-2 中的 l_c 為同調長度定，是當相位差等於 π 時所對應的長度 $l_c \equiv \frac{\pi}{\Delta k}$ 。在晶體片段長度 $< l_c$ 時，能避免因相位差超過 π 時所產生的破壞性干涉，進而導致能量回流。

將以上結構進行傅立葉分析 $d_{\text{eff}}(x)$ 可得：

$$d_{\text{eff}}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_Q(G_m) e^{-iG_m x} \quad (2.3.1)$$

$$d_Q(G_m) = \frac{1}{L} \int_0^L d_{\text{eff}}(x) e^{iG_m x} dx \quad (2.3.2)$$

$$G_m = \frac{2\pi m}{\Lambda_x} \quad \dots m \in \mathbb{N} \quad (2.3.3)$$

其中 Λ_x 為非線性係數正負變號一個週期的長度，也就是空間上被調變的週期，此結構能提供特定光柵動量 $G_m = \frac{2\pi}{\Lambda_x}$ ，而動量大小由週期 Λ_x 所決定， $\Lambda_x = 2l_c$ 。 $d_Q(G_m)$ 為在第 m 階下 $d_{\text{eff}}(x)$ 的傅立葉係數，可分析於動量空間之有效非線性係數 d_{eff} 。

將式(2.3.3)帶入耦合方程式可得：

$$\frac{\partial E_{2\omega}}{\partial x} = -\frac{i2\pi d_{\text{eff}}}{n_{2\omega}\lambda_\omega} E_\omega E_\omega \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_{Q,\text{eff}}(G_m) e^{i(\Delta k - G_m)x} \quad (2.3.4)$$

其 Δk_Q 為經過調變後的相位差修正量

$$\Delta k_Q = \Delta k - G_m = \frac{4\pi}{\lambda_\omega} (n_{2\omega} - n_\omega) - \frac{2\pi m}{\Lambda_x} \quad (2.3.5)$$

依據此公式可知，可透過調整 Λ_x 大小來使 $\Delta k_Q = 0$ ，進而達成準相位匹配條件，本實驗室除了用此公式設計晶體內部非線性係數的週期大小以外，也會參考共熔鉬酸鋰之 Sellmeier 方程式。

在滿足準相位匹配條件 $\Delta k_Q = 0$ ，由式子(2.3.5)能推出結構的週期：

$$\Lambda = \frac{1}{2} \frac{m \lambda_\omega}{(n_{2\omega} - n_\omega)}, \quad m \in \mathbb{N} \quad (2.3.6)$$

再由式(2.3.5)可得影響轉換效率的 $d_{Q,\text{eff}}(G_m)$ ：

$$d_{Q,\text{eff}}(G_m) = \frac{2}{m\pi} \sin(m\pi D_x) d_{\text{eff}} \quad (2.3.7)$$

其中 $D = \frac{\ell_c}{\Lambda}$ 稱為佔空比(duty cycle)。 ℓ_c 為每一個週期 Λ 中，非線性係數區域正與負之寬度。根據式(2.3.7)，我們可以藉由佔空比 D_x 和第 m 階等效非線性係數之間的關係，對圖 2.3-3 進行模擬。我們將分別考慮 $m=1$ ， $m=2$ 和 $m=3$ 的情況，並將等效非線性係數進行歸一化處理。

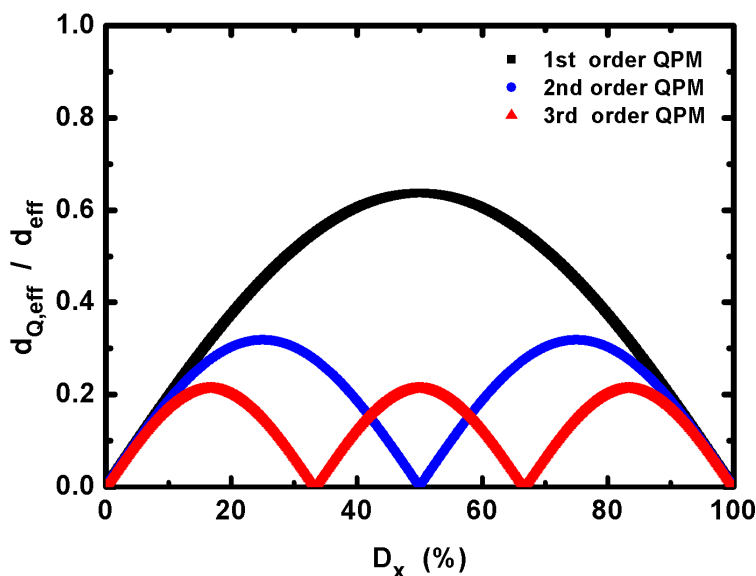


圖 2.3-3 前三階準相位匹配歸一化傅立葉係數與佔空比關係圖

在傅立葉係數中，第一階($m=1$)準相位匹配使用到的非線性係數

大小，週期為 $\Lambda = \frac{\lambda_\omega}{2} \cdot \frac{1}{(n_{2\omega} - n_\omega)}$ ，將 $m=1$ 值帶入式(2.3.7)可得以下：

$$d_Q(G_1) = \frac{2}{\pi} \sin(\pi D) d_{\text{eff}} = \frac{2}{\pi} d_{\text{eff}} \quad (2.3.8)$$

透過圖 2.3-3 中可得知佔空比 D 在 50% 時會有最大值。

第二階準相位匹配($m=2$)的補償動量是一階補償動量的兩倍，套用上述方法，使週期 $\Lambda = \lambda_\omega \cdot \frac{2}{(n_{2\omega} - n_\omega)}$ 的最大傅立葉係數 $d_Q(G_2) = \pi d_{\text{eff}}$ 變為第一階係數的一半，此時在 $D=25\%$ 或 75% 時候有最大值。而在原本 $D=50\%$ 處的傅立葉係數會變為 0，故週期設計上必須注意 m 的選擇以及要在 D 的設定才能獲得最佳效率。

第三階 ($m=3$) 的動量峰值小於前兩個階 ($m=1$ 和 $m=2$) 的峰值。從效率的角度考慮，一般情況下不太需要使用高階的補償動量。

除非三個光波場之間的動量差異非常大，導致一階的補償動量之週期過小，使得製程難以實現。只有在這種情況下，我們才需要設計高階的動量補償來增加反轉週期，而週期越大越能降低製程的困難度。

我們使用離散傅立葉分析計算了一個週期為 $10\text{ }\mu\text{m}$ 的 PPLT 結構，其佔空比(duty cycle)已被考慮在內。該結構的建模長度為 1 cm ($10000\text{ }\mu\text{m}$)，空間採樣頻率為 $100/\mu\text{m}$ 。在實空間中，等效非線性係數 d_{eff} 的大小分佈使用鉭酸鋰 (LiNbO_3) 的 d_{33} 值，該值為 13.8 pm/V 。在+Ps 極化方向的區域中， d_{eff} 被設定為 $+13.8\text{ pm/V}$ ；而在-Ps 極化方向的區域中， d_{eff} 被設定為 -13.8 pm/V 。以下是該實空間建模結果的圖 2.3-4:

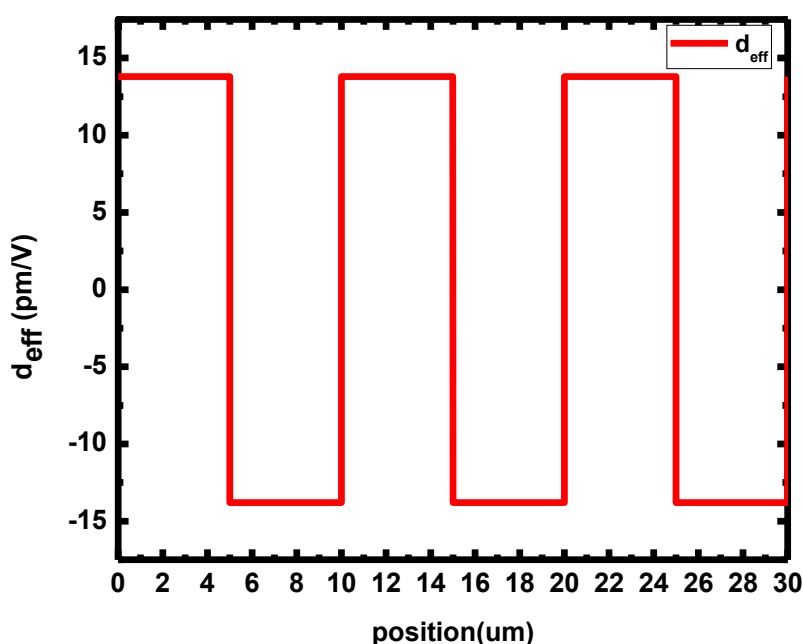


圖 2.3-4 $10\text{ }\mu\text{m}$ 單週期 PPLT 等效非線性係數實空間建模結果圖
(建模顯示範圍前 $20\text{ }\mu\text{m}$)

透過離散傅立葉分析，我們可以獲得結構的各階傅立葉係數的數值大小，並且可以得知動量補償的大小。我們可以將這些結果與式(2.3.8)進行比較。下圖 2.3-5 顯示了在倒置空間中的傅立葉係數，以觀察它們之間的比例關係。

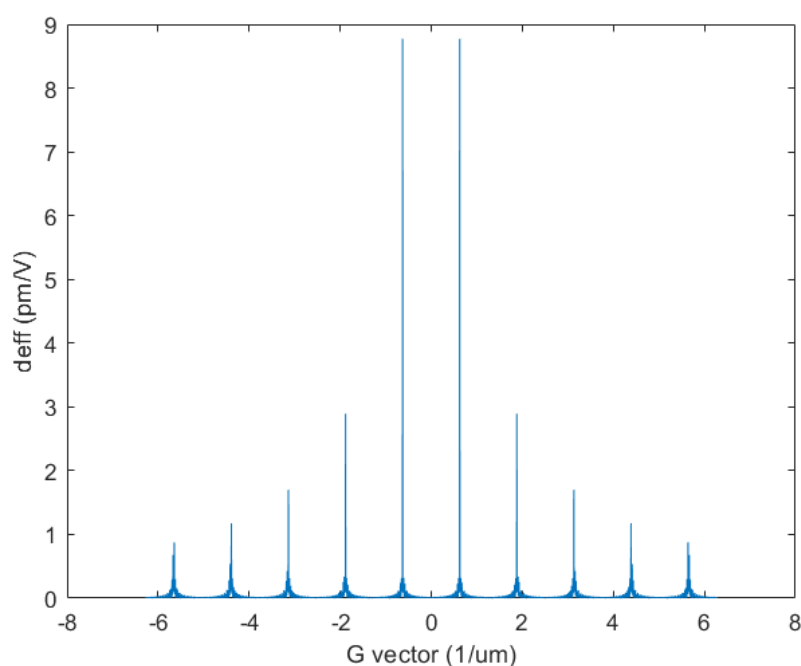


圖 2.3-5 10 μm 單週期 PPLT 離散傅立葉分析結果圖

2.3.2 二維準相位匹配

V. Berger 於 1998 年提出了二維準相位匹配的概念[18]。相較於一維結構主要用於實現高效率的頻率轉換，二維結構的設計則更強調具有多個方向的相位匹配條件，以實現輸出多種不同方向和不同頻率的光。在這個理論中，假設晶體的折射率保持不變，而晶體的極化在空間中以二維方向分佈的方式進行調變。這樣，等效非線性係數

$d_{(Q,eff)}$ 的大小將呈現二維週期性分佈的特徵。下圖 2.3-6 展示了這個理論的示意圖：

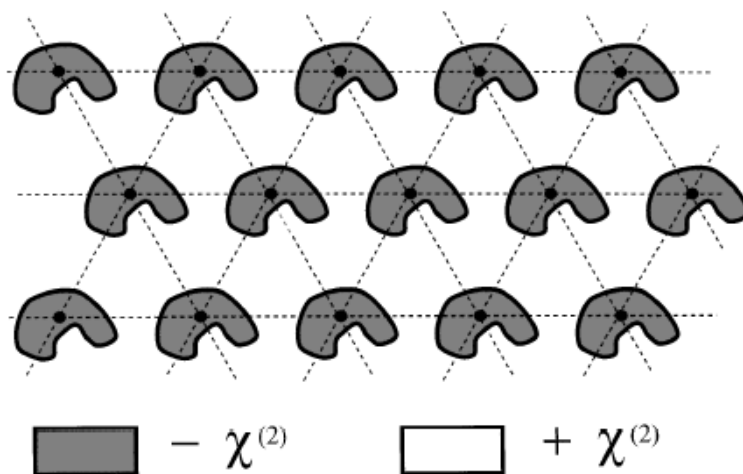


圖 2.3-6 正負 $\chi^{(2)}$ 在二維空間週期性調變[18]

此時式(2.3.1)~(2.3.3)中的 $d_{Q,eff}$ 應為：

$$d_{eff}(\vec{r}) = \sum_{m,n} d_{Q,eff}(\vec{G}_{mn}) e^{-i\vec{G}_{mn} \cdot \vec{r}} \quad (2.3.9)$$

$$d_{Q,eff}(\vec{G}_{mn}) = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} d_{eff}(\vec{r}) e^{i\vec{G}_{mn} \cdot \vec{r}} dx dy \quad (2.3.10)$$

$$\vec{G}_{mn} \cdot \vec{r} = G_m x + G_n y \quad (2.3.11)$$

$$= \frac{2\pi m}{\Lambda_x} x + \frac{2\pi n}{\Lambda_y} y \quad m, n \in N$$

經過調變後的相位差之修正量為 $\vec{\Delta k}_Q$

$$\vec{\Delta k}_Q = \vec{\Delta k} - \vec{G}_{mn} \quad (2.3.12)$$

要找滿足於準相位匹配條件也就是 $\vec{\Delta k}_Q = 0$ 的光柵動量 $\vec{G}_{mn}$ 可以在倒

空間中以圓心為原點、以 $\overrightarrow{\Delta k}$ 為半徑畫圓，此為埃瓦爾德圓(Ewald's circle)，此圓上 $d_{Q,eff}(\overrightarrow{G_{mn}}) \neq 0$ 的晶格點所對應到的 $\vec{G}$ 會發生二維準相位匹配，形成埃瓦爾德建設性干涉(Ewald construction)，如下圖 2.3-7 所示：

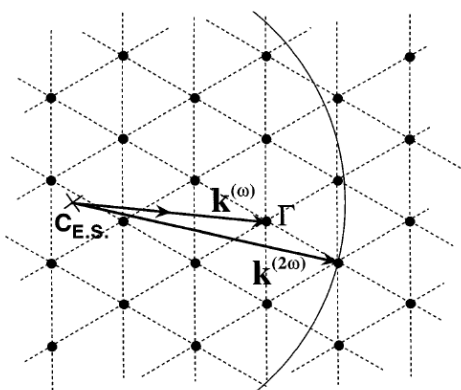


圖 2.3-7 非線性埃瓦爾德建設性干涉(Ewald Construction)[18]

以二倍頻為例，此時倍頻光之輸出方向由 $\overrightarrow{k_{2\omega}} = 2\overrightarrow{k_{\omega}} + \overrightarrow{G_{mn}}$ 決定，倒空間中 m, n 皆為整數，只要座標點落在圓上，即可達到準相位匹配的 $\overrightarrow{G_{mn}}$ ，因為二維有不只一個方向的晶格點，故可達成多個方向輸出。可以改變埃瓦爾德圓半徑的因素有三種：溫度、入射光波長、基頻光與倍頻光的動量，因為以上皆能改變折射係數，只要改變折射率就會改變埃瓦爾德圓的半徑。再者也可以透過旋轉晶體的角度去改變導致晶格的角度。所以改變角度或是改變埃瓦爾德圓半徑都會影響到倍頻光輸出的方向。這能應用於產生多種非線性頻率轉換，例如和頻、差頻與倍頻。

2.4 光學參量振盪器

2.4.1 光學之參量產生

在振盪器裡，需考慮三個不同頻率的單頻光 ω_p 、 ω_s 、和 ω_i ，同時

必須遵守能量守恆，如式子(2.4.1)之關係：

$$\omega_s + \omega_i = \omega_p \quad (2.4.1)$$

其中 ω_p 表示幫浦光（pump）的頻率， ω_s 表示信號光的頻率， ω_i 表示閒置光的頻率，且光的傳播方向為 x 方向。我們將這些符號代入耦合方程式(2.1.3)中：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_s}{\partial x} &= -i \frac{\omega_s d_{\text{eff}}}{n_s c} E_p E_i^* \exp(-i\Delta k x) \\ \frac{\partial E_i}{\partial x} &= -i \frac{\omega_i d_{\text{eff}}}{n_i c} E_p E_s^* \exp(-i\Delta k x) \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_p}{\partial x} &= -i \frac{\omega_p d_{\text{eff}}}{n_p c} E_s E_i \exp(i\Delta k x) \\ \Delta k &= k_p - k_s - k_i = 2\pi \left(\frac{n_p}{\lambda_p} - \frac{n_s}{\lambda_s} - \frac{n_i}{\lambda_i} \right) \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

假設泵浦光的能量固定，即 E_p 為定值，可整理(2.4.2)式得：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_s}{\partial x} &= -K_s E_i^* \exp(-i\Delta k x) \\ \frac{\partial E_i}{\partial x} &= -K_s E_s^* \exp(-i\Delta k x) \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

其中， $K_j = \frac{i\omega_j d_{\text{eff}}}{n_j c} E_p$ ， $j=i,s$

假設(2.4.4)其解為

$$E_s(x) = (Ae^{gx} + Be^{-gx}) \exp\left(i \frac{x}{2} \Delta k\right) \quad (2.4.5)$$



$$E_i(x) = (Ce^{gx} + De^{-gx}) \exp\left(-i \frac{\Delta k}{2} x\right)$$

其 g 為電場之空間變化率， A 、 B 、 C 、 D 為假設常數，將式(2.4.5)

代入式(2.4.4)中並比較係數：

$$\begin{aligned} A\left(g + i\Delta k \frac{x}{2}\right) &= K_s C^* \\ B\left(i\Delta k \frac{x}{2} - g\right) &= K_s D^* \\ C\left(g + i\Delta k \frac{x}{2}\right) &= K_i A^* \\ D\left(i\Delta k \frac{x}{2} - g\right) &= K_i B^* \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

將式(2.4.6) 1,3 式整理成矩陣形式：

$$\begin{bmatrix} g + \frac{1}{2}i\Delta k x & -K_s \\ K_i^* & -g + \frac{1}{2}i\Delta k x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

由式(2.4.7)定義光參增益係數

$$\Gamma^2 = k_s k_i^* = \frac{2\omega_s \omega_i d_{eff}^2 I_P}{n_s n_p n_i \epsilon_0 c^3}$$

將邊界條件 $E_s(0)=0$ 與 $E_i(0)=0$ 代入式(2.4.5)可得：

$$\begin{aligned} E_s(0) &= A + B \\ E_i(0) &= C + D \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

解式(2.4.6)、(2.4.8)可得一般解為：

$$\begin{aligned} E_s(x) &= [E_s(0) \left(\cosh gx - i \frac{\Delta k}{2g} \sinh gx \right) + \frac{K_s}{g} E_i^*(0) \sinh gx] e^{i \frac{\Delta k}{2} x} \\ E_i(x) &= [E_i(0) \left(\cosh gx - i \frac{\Delta k}{2g} \sinh gx \right) + \frac{K_i}{g} E_s^*(0) \sinh gx] e^{i \frac{\Delta k}{2} x} \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

得到單次通過功率增益(Single-Pass Power Gain) G 為：

$$G(l) = \frac{|E_s(l)|^2}{|E_s(0)|^2} - 1 = \left[1 + \left(\frac{\Delta k}{2g} \right)^2 \right] \sinh^2(g\ell) = \Gamma^2 \ell^2 \frac{\sinh^2 g\ell}{(g\ell)^2} \quad (2.4.10)$$

於高增益近似下：

$$G_i(l) = \frac{1}{4} \exp 2\Gamma l \quad (2.4.11)$$

$$\left(\frac{\Delta k}{2} \right) < g \text{ 或 } \Gamma^2 l^2 > \left(\frac{\Delta k l}{2} \right)^2$$

於低增益近似下：

$$G_i(l) = \Gamma^2 l^2 \operatorname{sinc}^2 \left\{ \left[\left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2 - \Gamma^2 \right]^{\frac{1}{2}} l \right\} \quad (2.4.12)$$

$$\Gamma^2 l^2 < \left(\frac{\Delta k l}{2} \right)^2$$

定義增益頻寬為：

$$\left| \left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2 - \Gamma^2 \right|^{\frac{1}{2}} l = \pi \quad (2.4.13)$$

2.4.2 光參振盪器

光學參量振盪器（Optical Parametric Oscillator, OPO）的工作原理基於三波混頻過程，涉及一個提供增益的非線性晶體中的光參數相互作用。當一個強幫浦光(pump)進入非線性晶體時，它會與晶體中的光參數進行相互作用，產生兩個較弱的光信號：信號光和閒置光。這個過程中，能量和動量守恆得到滿足。

當光學增益提升超過了腔體的損耗，光參振盪器就會達到共振閾值(Threshold)並且共振。其特性相似於雷射，其輸出光為同調光並與泵浦光同向；當泵浦光功率低於雷射共振閾值時，就不會發生非線性



轉換，因此此時泵浦光不會損耗。然而，當光學增益小於系統損失時，系統無法自給自足 (self-consistent)。在這種情況下，泵浦光會對信號光和閒置光提供增益，入射到非線性晶體中。

光參振盪器可根據不同的操作模式分為連續波型(CW OPO)和脈衝波型(pulse OPO)。根據共振腔的設計，它還可以進一步分為幾種類型，其中最重要的是單共振腔(SRO)和雙共振腔(DRO)。當共振腔只對信號光或閒置光中的一個進行共振時，稱為單共振腔；如果共振腔可以同時共振信號光和閒置光，則稱為雙共振腔。通常情況下，雙共振腔具有較低的閾值功率，但單共振腔提供較穩定的雷射波長輸出。

當泵浦光功率超過共振腔內部光學損耗所定義的閾值時，光學參量振盪器可以進入共振狀態，其閾值的分析類似於雷射。在典型的光參振盪器中，在泵浦光通過晶體時，信號光和閒置光根據耦合方程獲得增益並逐漸增長。經過反射和往返後，當信號光和閒置光再次與泵浦光同向時，它們再次獲得增益並被放大。因此，光參振盪器的增益是單向的，而整個迴路的損耗需要計算。當相位匹配條件滿足時，共振閾值可以表示為：

$$\begin{aligned} E_s(\ell=0)e^{\alpha_s \ell} &= E_s(0) \cosh \Gamma \ell + \frac{K_s}{\Gamma} E_i^*(0) \sinh \Gamma \ell \\ E_i(\ell=0)e^{\alpha_i \ell} &= E_i(0) \cosh \Gamma \ell + \frac{K_i}{g} E_s^*(0) \sinh \Gamma \ell \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

其中 α_s 、 α_i 分別為信號光及閒置光在腔內中每單位長度之電場損耗

假設損耗非常小時，則 $e^{\alpha_s \ell}$ 能近似成 $1 + \alpha_s \ell$ 、 $e^{\alpha_i \ell}$ 能近似成 $1 + \alpha_i \ell$ ，

可解以下式子：

$$\cosh \Gamma \ell = 1 + \frac{\alpha_s \alpha_i \ell^2}{2 + \alpha_s \ell + \alpha_i \ell}$$
$$\Gamma^2 \ell^2 \sim \alpha_s \alpha_i \ell^2 \quad (\text{DRO}) \quad (2.4.15)$$

$$\Gamma^2 \ell^2 \sim 2\alpha_s \ell \quad (\text{SRO})$$

其中 α_s 、 α_i 為信號光與閒置光之單次通過(single-pass)的功率損耗。



第三章 非線性晶體樣品及製程

3.1 晶體基本製程流程介紹



用於進行非線性光學轉換的晶體若要避免能量回流，必須將晶體內部透過高電壓製作成週期性極化反轉結構(periodic polarization inversion structure)。本次在晶體製作的實驗上，吾人在繼承前人學長[19]測試更穩定的 1mm 晶體厚度製作，而在光學量測樣品為 0.35mm 厚度製作主要是因為兩個不同的一維與相疊的夾角很小，會有微小的極化反轉寬度出現，這種微小寬度在 1mm 厚晶體上會控制不穩固選擇 0.35mm 厚度製作。未來若有機會希望能將厚度提升，因為厚度的增加可提供更大的光學孔徑，有助於提升雷射光源的品質。

3.1.1 樣品製作流程介紹

本次實驗選擇共融鉬酸鋰為基板，厚度為 1mm 的空白晶圓，製作流程步驟圖 3.1-1 如下：

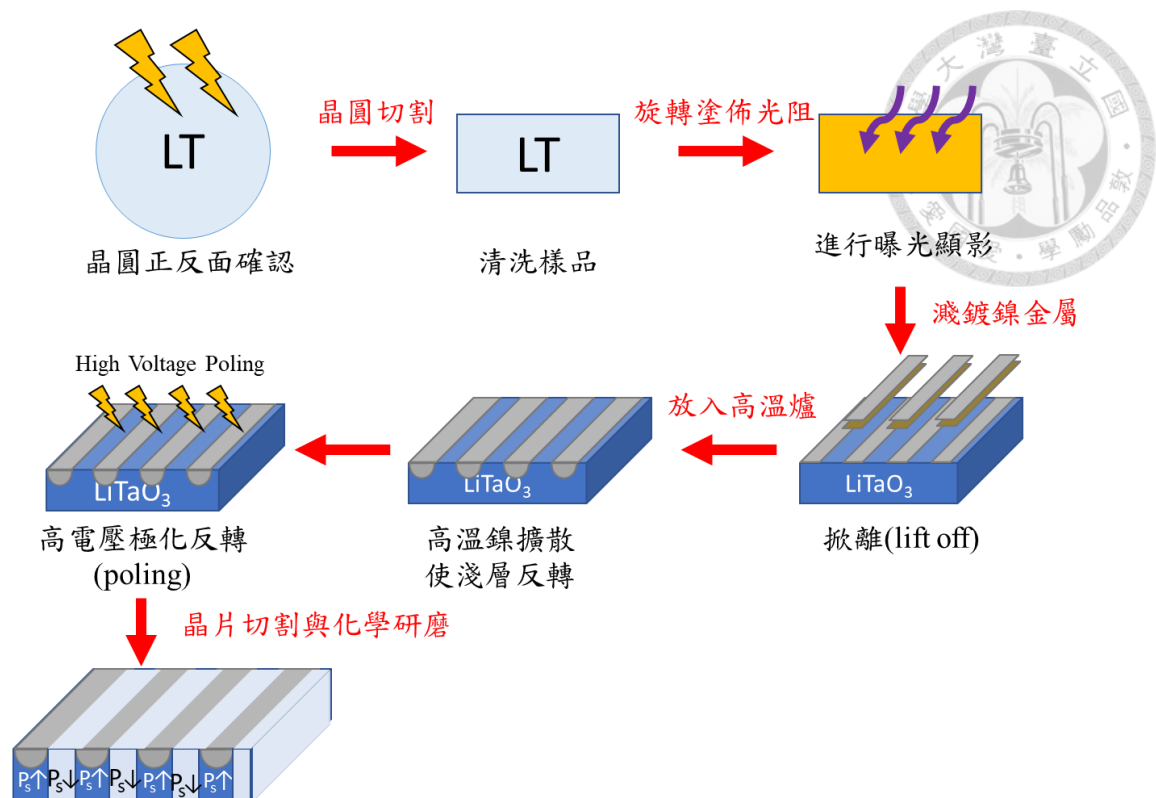


圖 3.1-1 鉭酸鋰之週期性極化反轉結構製作流程

3.1.2 晶體內建電場與矯頑電場之量測

透過高電壓極化反轉製程的正向與反向電極化步驟，我們可以使用三角波形的電壓時脈來確認鉭酸鋰晶體中內建電場和矯頑電場的數值。在測試中，我們使用了一片直徑為 1 mm 的鉭酸鋰晶圓。

為了進行高電壓極化反轉製程，我們使用三角波電壓時脈的正向和反向電極化步驟。這些步驟旨在確定鉭酸鋰晶體中的內建電場和矯頑電場的數值。在我們的測試中，我們使用了一片直徑為 1 毫米的鉭酸鋰晶圓。下圖（3.1-2）顯示了實驗的架構圖。

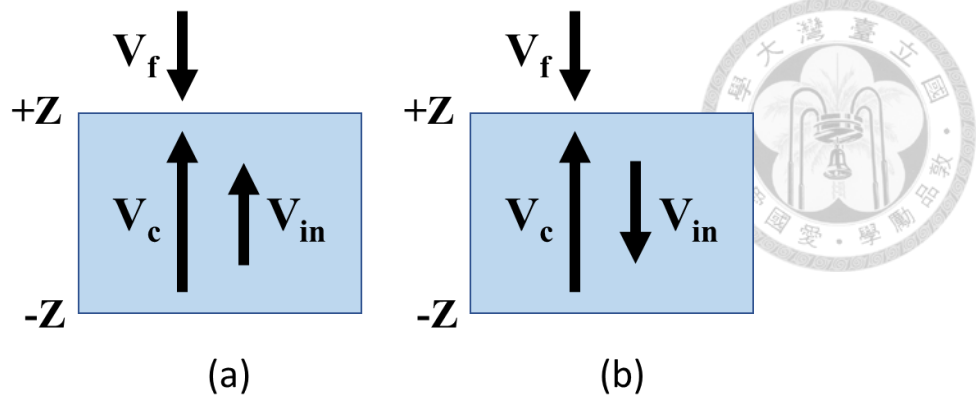


圖 3.1-2 內建電場與矯頑電場之量測

(a)順向之電致極化反轉 (b)逆向之電致極化反轉

(a)順向之電致極化反轉:

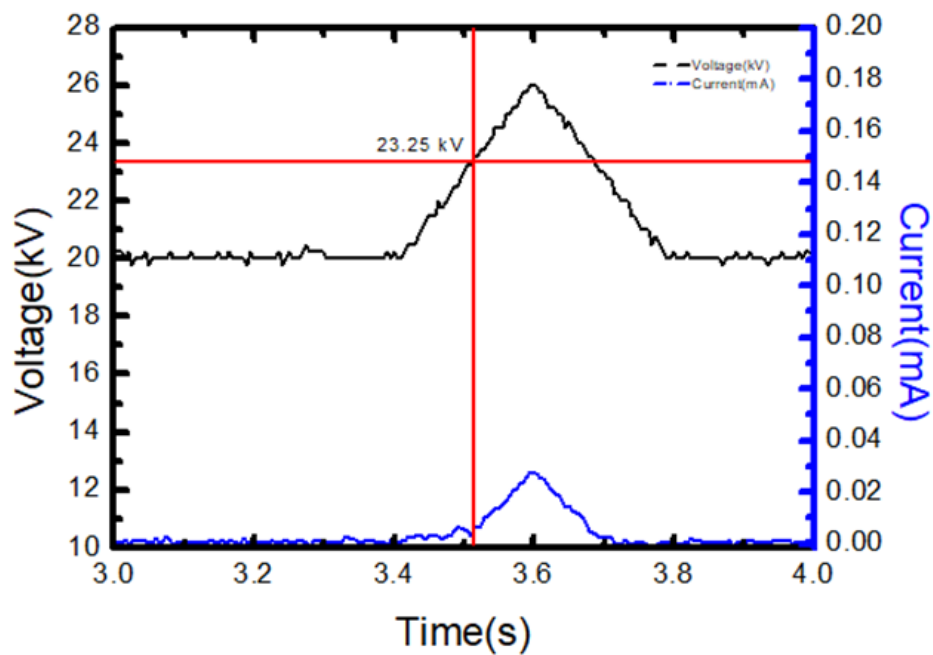


圖 3.1-3 順向之極化反轉電流電壓曲線圖

由圖 3.1-3 可得知最低電壓 V_f 的大小。

$$V_f = V_c + V_{in} = 23.25 \text{ kV} \quad (3.1.1)$$

(b)逆向電致極化反轉:

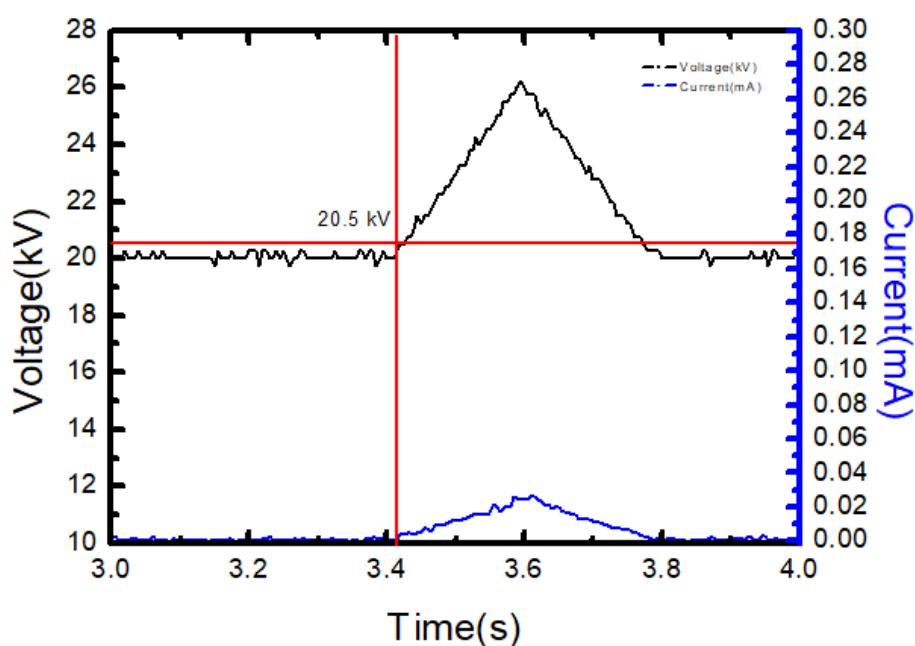
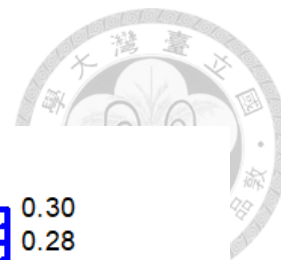


圖 3.1-4 逆向之極化反轉電流電壓曲線圖

由圖 3.1-4 可知逆向極化反轉所需的最低電壓 V_r 大小為：

$$V_r = V_c - V_{in} = 20.5 \text{ kV} \quad (3.1.2)$$

接著將式子(3.1.1)與式子(3.1.2)聯立後可推得內建電場與矯頑電場：

$$V_c = 22 \text{ kV}, V_{in} = 1.5 \text{ kV} \quad (3.1.3)$$

$$E_c = 22 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}, E_{in} = 1.5 \text{ kV} \cdot \text{mm}^{-1}$$

3.1.3 晶體之鐵電疇方向鑑定

進行極化反轉過程後，晶體內會產生鐵電疇，我們可以使用顯微鏡觀察鉬酸鋰晶體中的鐵電疇與方向。下方圖示(圖 3.1-5)展示了觀察到的鐵電疇圖像。在進行觀察時，我們需要注意外加電壓的持續時間，

以避免高電壓給予的時間過長，導致鐵電疇之間合併(merge)，使方向難以確認。

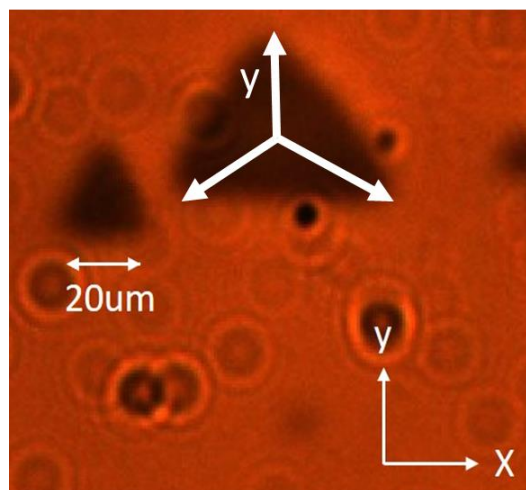


圖 3.1-5 鉮酸鉀鐵電疇影像

由於鉮酸鉀是屬於單晶材料，因此其鐵電疇的方向是一致的。在鉮酸鉀晶體中，鐵電疇以三角形的形式存在，其中 y 軸方向表示三角形的角方向。在製程中，由於我們採用一維結構的長條形形狀，因此我們需要將結構的方向與鐵電疇的 y 軸方向平行，如圖 3.1-6 所示，以確保形成完整的週期結構。

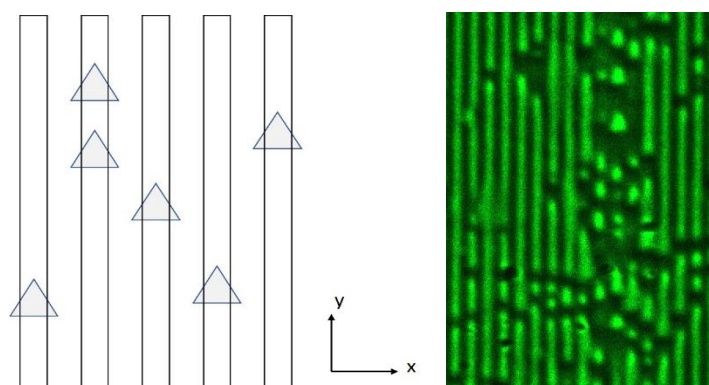


圖 3.1-6 左圖:一維週期結構方向與鐵電疇示意圖

右圖:一維週期結構方向與鐵電疇實際圖

3.2 週期性極化反轉製程



3.2.1 樣品製作流程

(a) 晶圓切割

在確認完內部鐵電疇之方向後，使用新晶圓切割儀(new dicing saw)將三吋晶圓進行切割至適合樣品製程的大小(長 36mm*高 18mm)，並且會利用顯微鏡以晶體的長邊進行對準(align)，確認完成後進行切割。

(b) 樣品清洗

將切割完成後的樣品依序用丙酮、甲醇、去離子水清洗樣品，在用丙酮時候會先利用超音波震洗機(Ultrasonic Cleaner)去掉較大粒子，再以棉花棒將對晶體表面進行擦拭，甲醇的目的是清掉晶體表面殘留丙酮，去離子水則是對表面殘留的甲醇做最後的清潔。由於接下來材料需在+z 面沉積，需注意+z 面的潔淨度，避開不必要的汙染。

(b) 旋轉塗佈與曝光顯影

利用旋轉塗佈機將正光阻 s1813 塗佈在樣品+z 面上，機台參數設定如下：以 1000 rpm 持續 10 秒決定厚度，再以 4500 rpm 持續 30 秒決定均勻度，完成後用加熱平台進行 120°C 軟烤 90 秒。

使用曝光機(波長 365 nm/400 nm) 搭配已設計好的光罩進行對準與曝光 10 秒，並用 MF319 顯影液顯影 50 秒，能顯影掉定義不反轉

區域之光阻。

(c) 濺鍍金屬

在樣品的+Z 面上，使用直流濺鍍設備濺鍍一層厚度為 25 nm 的金屬鎳。濺鍍完成後，將樣品放入超音波震洗機中，使用丙酮進行震洗。透過震洗的過程，能夠剝離光阻與該區域上的鎳金屬，從而在不反轉的區域上留下週期性的金屬鎳結構。

(d) 高溫鎳擴散

使用氧化鋁坩堝將樣品放入高溫箱型爐管進行擴散製程。製程參數如下：爬升速度為 $6.5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ ，將高溫爐管升溫至 592°C ，並持續進行 12 小時的擴散時間。這個擴散過程會導致晶體表面的金屬鎳擴散到晶體內部，形成淺層反轉層。

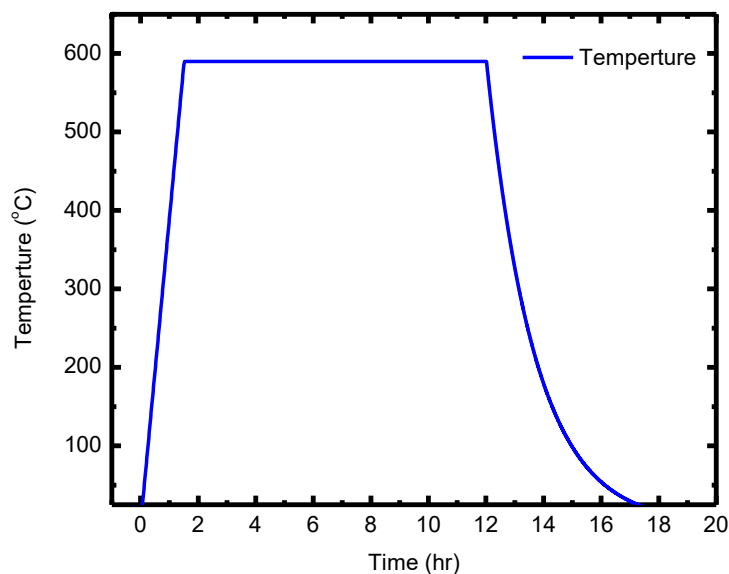


圖 3.2-1 高溫爐設定參數



(e) 高電壓致極化反轉

經過高電壓極化反轉製程，使用去離子水作為液態電極，並利用藍膠布開孔來定義欲反轉的面積。利用 Labview 控制 40/15A 脈衝電壓放大器，並設定電壓參數為 25 kV，對欲反轉的區域進行極化反轉製作。詳細計算內容以及數據分析會在 3.2.2 章節提及。

(f) 樣品切割

接著進行晶片切割，轉速以及切割刀片的行進速度不能太快，否則有機會在切割晶體時使之裂開，在對準之下必須特別考慮晶片 x 方向的平行度，以切除晶體+z 面上的多餘部分，以縮短光學實驗中的等效腔長，增加雷射進入晶體後與反轉結構接觸的效率，並降低雷射閾值。

(g) 研磨端面

完成上述步驟後，接下來進行最後的端面化學研磨製程，端面的潔淨度對於非線性轉換至關重要。良好的端面可以降低光散射以及雷射閾值，同時提高晶體的損傷閾值。

(1) 為了將樣品固定在載銅塊上，在加熱過後的銅塊上利用黃蠟(微晶蠟 Microcrystalline Wax)冷卻凝固的特性將樣品黏上去，且要注意樣品 x 方向是否平行於銅塊凹槽側壁，並等待自然降溫。

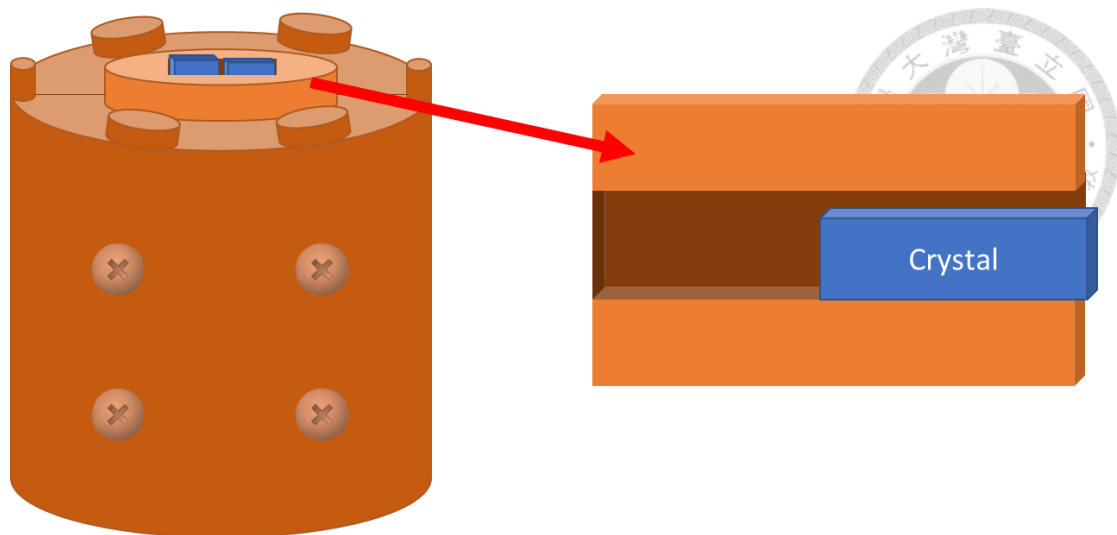


圖 3.2-2 銅塊正面圖(左)與銅塊側面示意圖(右)

- (2) 依序以下研磨種類進行研磨: #500 (顆粒數量/1 英吋平方) 、#1200、#2000 、拋光液(polishing slurry)；時間分別為:5 分鐘、10 分鐘、30 分鐘、60 分鐘。在前三種研磨砂紙會搭配水進行研磨，避免過多的熱效應導致晶體碎裂；最後一種則是用水砂紙搭配拋光液研磨，過程須注意拋光液量是否足夠。研磨完晶體一端後可再透過加熱銅塊慢慢將樣品換邊在重複上述步驟研磨一次。
- (3) 當所有端面研磨完畢，將銅塊加熱後可將樣品周遭的黃蠟稍微去除後再取下來，並等待 5 秒後放入已加熱 80°C 的丙酮，加熱到此溫度的原因是微晶蠟融點是 80°C，而過程中不可太快否則會因環境變溫過快，急速的熱漲冷縮導致晶體碎裂。接著再用棉花棒沾丙酮擦拭去除剩餘的微晶蠟，特別是端面的清潔特別重要，否則會因高能量雷射而造成晶體表面燒壞或損毀，就需要再重新研磨一次。

3.2.2 高電壓極化反轉(poling)技術架構

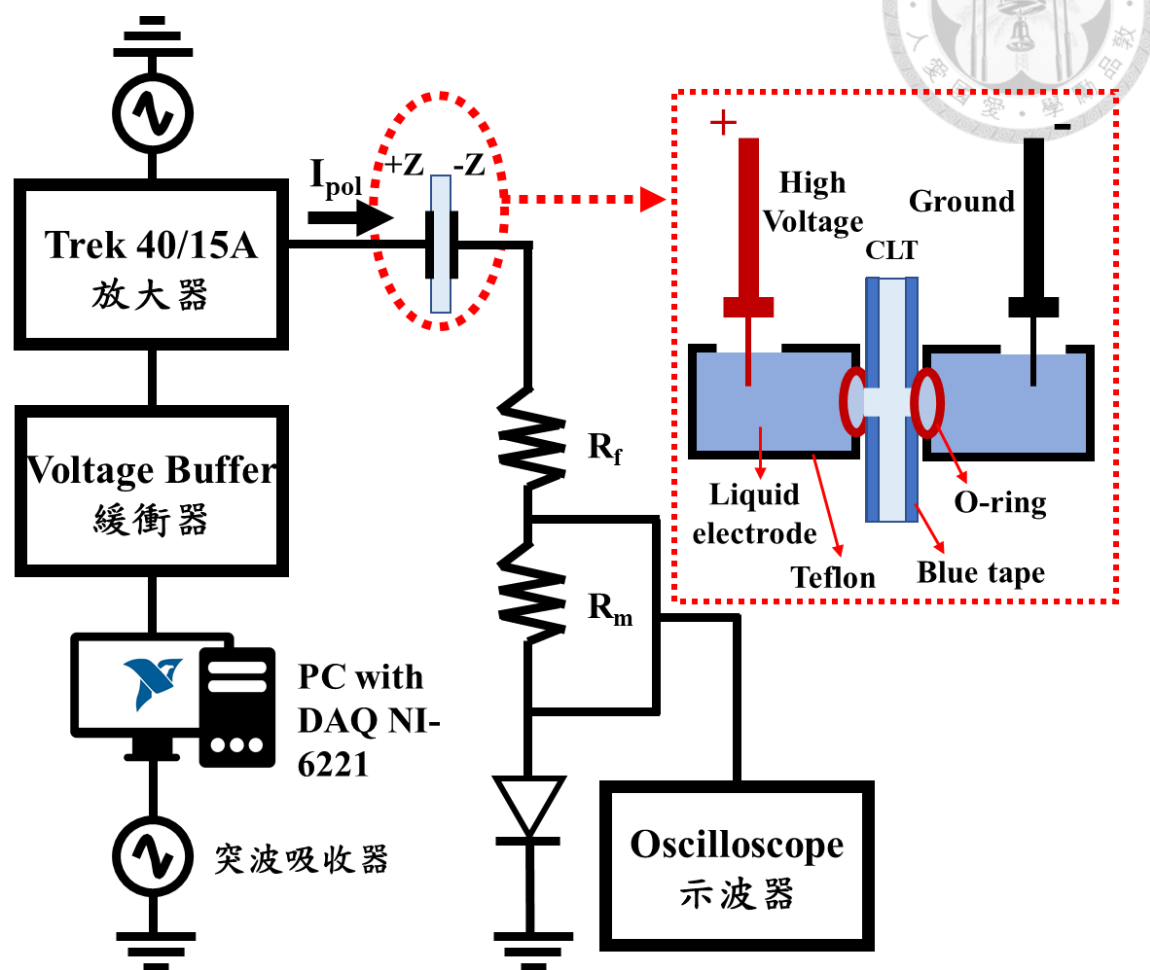


圖 3.2-3 高電壓致極化反轉技術之儀器架構圖

圖 3.2-2 展示了高電壓極化反轉的架構。為了生成輸出波形，我們使用電腦上的 Labview 程式進行控制電壓電流輸出，並通過 NI-6221 卡將信號傳送到高電壓緩衝器(Buffer)進行濾波。接著，信號通過 Trek 40/15A 電壓放大器進行放大處理。

其中簡單介紹以下儀器功用：

(1) 突波吸收器 (Transient Voltage Suppressor, TVS)：是一種用於保護

電子電路免受突波電壓的損害的裝置。能夠迅速導通並吸收大量的突波能量，有效降低突波對電路的影響時間與保護元件免受損害。



(2) 高電壓緩衝器(High Voltage Buffer)：能通過放大或保持信號的電壓給 Trek40 電壓放大器所需的準位電壓並提供低輸出阻抗，以確保信號能夠有效地傳遞到後續電路或負載中，同時最小化對輸入信號的干擾和失真。

(3) Trek 40/15A 電壓放大器：Trek 40/15A 電壓放大器可以將輸入電壓放大 4000 倍，最大輸出電壓可達 40 kV。

放大的電壓會橫跨共融鉍酸鋰樣品、 R_f 、 R_m 和二極體。其中， R_f 是一個限流電阻，其作用是保護電路和晶體不受過大電流的損害，以控制整個電路的電流大小，避免晶體介電崩潰。該限流電阻的阻值為 3 M Ω ，此實驗架構上配置了 6 個限流電阻。

R_m 是一個監控電阻，阻值為 20kV，其目的是監測晶體上的電流或電壓。由於這是一個串聯系統，可以利用分壓定理結合示波器來推算出電路中的電流大小。反轉電流 I_{Pol} 的計算公式如下：

$$I_{Pol} = \frac{V - V_C}{R_f + R_m} \quad (3.2.1)$$

圖 3.2-3 展示了串聯夾具的 poling 系統示意圖，其中使用去離子水作為液態電極並採用鐵氟龍材料(Teflon)，這種材料具有較高的耐電壓能力，避免了介電崩潰的風險。夾具中的 o-ring 不僅平均分散夾具對樣品的壓力，最主要是防止液態電極外漏，以避免漏電情況的發生。需要注意的是，鈮酸鋰是壓電材料，對於施加壓力時能產生電荷分離和電位差；反之，當施加電場時，壓電材料也能發生應力或形變，因此在操作夾具時不能施加過多的壓力，以免在施加電壓的過程中導致晶體破裂的風險。

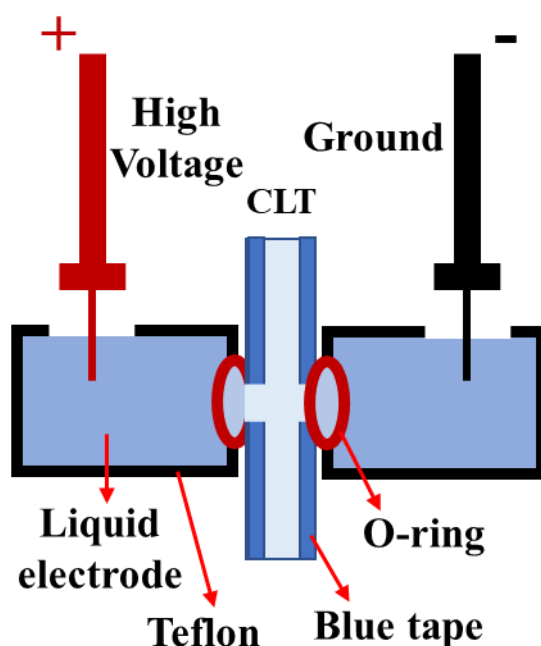


圖 3.2-4 極化用之晶體夾具之放大示意圖

3.2.3 鐵電域反轉模型

電壓與該持續時間的設定必須依照鐵電域反轉機制來設計，其描述鐵電材料之鐵電域反轉的過程為成核後側擴散模型(nucleation control sidewise wall model)[20]，其說明圖如下圖 3.2-4 所示：

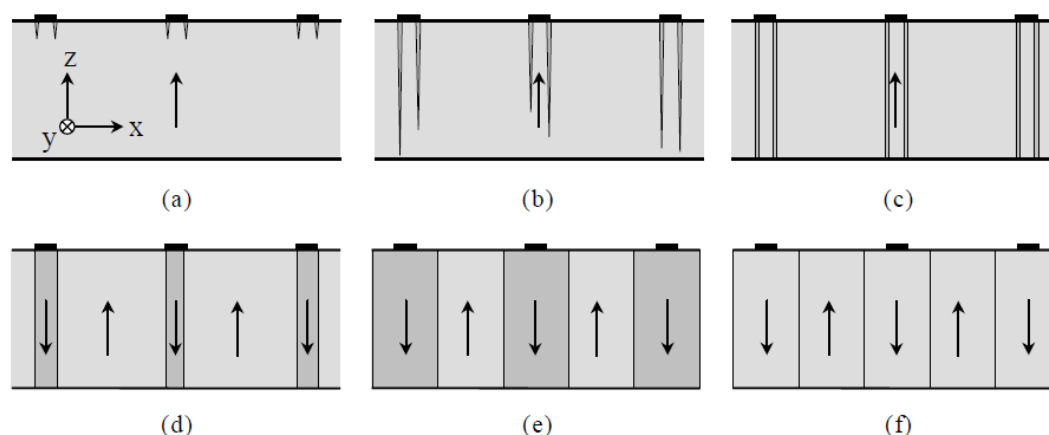


圖 3.2-5 成核後擴散模型[20]

- (1)在圖 3.2-4 之圖(a)中，因電極邊緣會有邊緣電場效應(fringe field effect)，導致電場在電極邊緣處較其它處大，容易會先有鐵電域反轉的起始點，此稱為成核點(nucleation site)，所以電極邊緣處的成核點密度較高，而施加電壓時產生的成核點密度有一定的飽和度，必須透過其它方法如表面的金屬薄膜沉積才能增加成核點密度，金屬薄膜材料和基板的物理吸附作用越強，成核點密度通常越高，越能得到均勻的鐵電域反轉，所以金屬薄膜的品質要夠好才行[11]。
- (2)圖 3.2-4 (b)、3.2-14(c)的階段說明反轉區域逐漸由+z 面往-z 面擴張，此時 z 方向的擴張速率通常是 x 和 y 方向擴張速率的 100~1000

倍[20]，在這段期間幾乎看不出側擴散。

(3) 圖 3.2-1 (d)，由於電極下方電場較高，沒有覆蓋到金屬電極的電場相對較低，所以鐵電域反轉區域往電極定義區側向擴張並且逐漸合併密合。

(4) 圖 3.2-4 (e)，當外加施加電壓到特定時間點後，鐵電域不只往電極區域側擴合併外，同時也會往非電極定義區側擴，所以外加電壓設計的時間必須適當地控制以避免鐵電域反轉範圍超過電極定義區。

(5) 在圖 3.2-4 (e)之階段，當反轉完成後必須還要在施加一段略小於矯頑電壓的外加電壓來穩定剛反轉完成而未穩定的鐵電域。

3.2.4 反轉電壓的設計

在進行鈮酸鋰高電壓極化反轉製程時，需要設定方波的對應波形。這裡所指的方波是指具有足夠高的振幅以超過矯頑電場的主波形，如圖(3.2-5)中的(c)波形。在這種波形下，成核密度達到飽和並保持穩定。當製作週期性極化反轉樣品時，透過矯頑電場的波形和波形面積，可以確定結構的相關參數。反轉電壓的波形設計通常包括五個階段，如圖(3.2-5)所示。

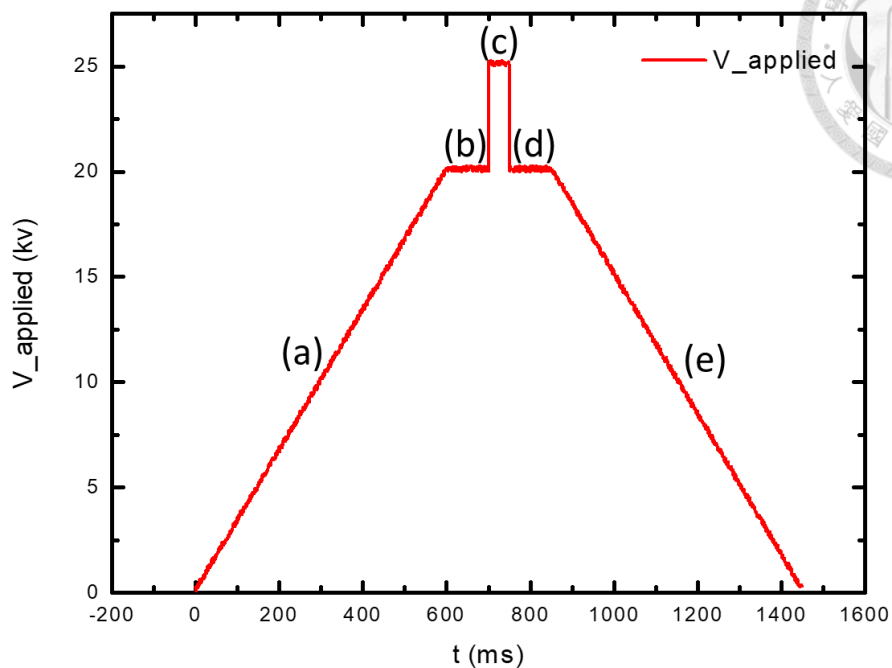


圖 3.2-6 高電壓極化反轉電壓電流圖

(a) 電壓上升階段

緩慢上升電壓到略小於矯頑電壓，避免與後方波形有過大的電位差。

(b) 電容穩定階段

在一段時間內施加外加電壓，由於系統電路中存在寄生電容效應，這個階段可以預先充電電容器，使其達到飽和，以確保在晶體上的電壓保持穩定。

(c) 晶體極化反轉階段

在此階段中，需要施加高於矯頑電壓的電壓，以引發鐵電材料的極化反轉。持續施加電壓的時間取決於反轉區域的面積和限流電阻的



大小。必須適當控制此階段的時間，以確保週期性極化反轉結構的完整性。在此階段，電流被稱為 I_{pol} 。

$$I_{pol} = \frac{V - V_c}{R_f + R_m} \quad (3.2.2)$$

其 V_c 為矯頑電壓， V 為極化反轉階段時在鈮酸鋰上的跨壓。

得知 I_{pol} 後，根據鈮酸鋰自發性極化量大小的理論值為 $0.55 \mu\text{C}/\text{mm}^2$ ，

計算開孔面積對應的極化反轉所需之補償電荷量如下：

$$Q = \int I_{pol} dt = 2p_s A \approx I_{pol} \Delta t \quad (3.2.3)$$

將式(3.2.2)代入式(3.2.3)中，可得實驗所需要的電壓 V 與持續時間 Δt 。

吾人也利用 matlab 設計程式方便於透過資料的輸入顯示 poling ratio 值。

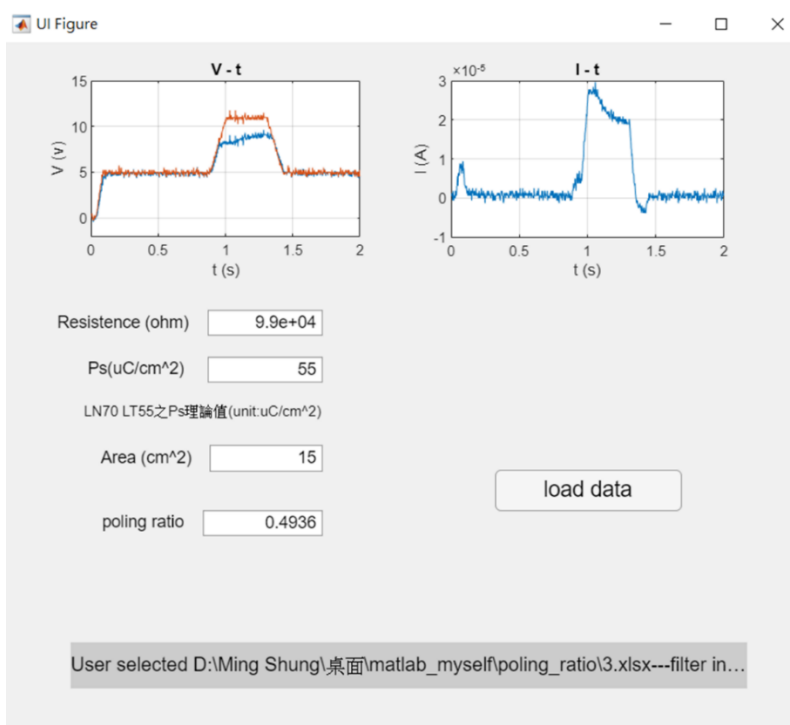


圖 3.2-7 poling ratio 運算程式畫面

(d) 平衡穩定波形階段。

此階段需略小於矯頑電壓，因為當鐵電疇反轉後電荷重新分佈需要時間[21]，塊材(bulk)內部電荷重新分佈能夠形成塊材遮蔽(bulk screening)效應[22]，能夠補償晶體表面的束縛電荷(bound charge)所形成的去極化場(depolarization field)；若沒有持續施加穩定電壓，則塊材的遮蔽效應還來不及有效地產生，去極化場無法有效被遮蔽，造成鐵電域再度反轉成原來狀態[23]並產生逆向反轉電流。

(e) 緩慢下降電壓階段

緩慢下降電壓回復到原始狀態，有助於延長儀器使用壽命。

以下圖 3.2-7 為晶體 z 面經極化反轉之放大圖

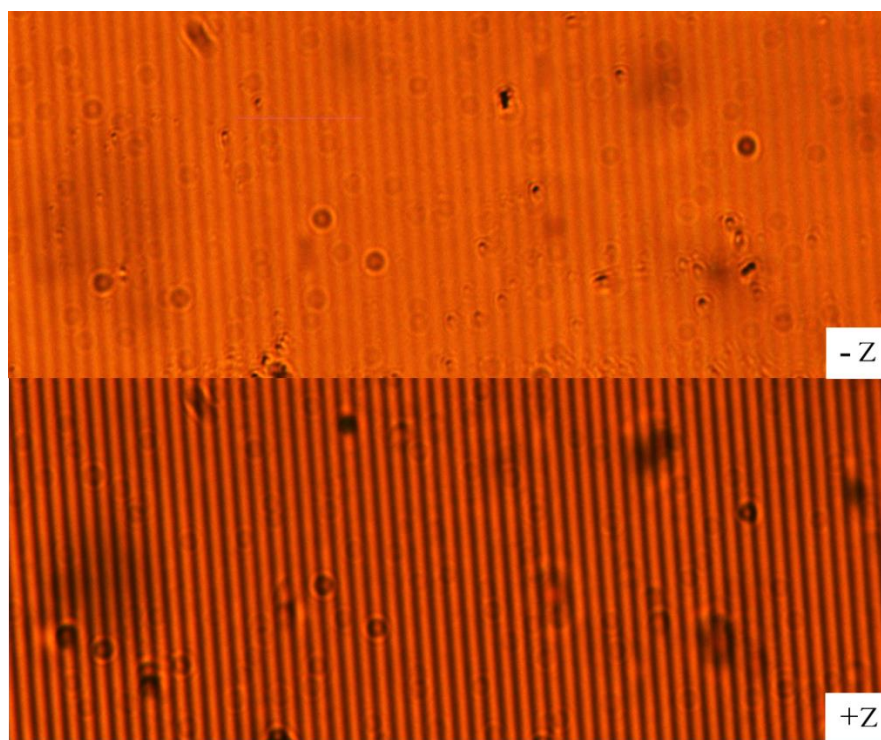


圖 3.2-8 圖上：晶體 $-z$ 面極化反轉後 20X 放大圖

圖下：晶體 $+z$ 面極化反轉後 20X 放大圖

在實際施打晶體樣品的電流與電壓如圖 3.2-8 所示，在紅色虛線之前代表反轉層正在擴散合併中，紅色虛線後代表反轉鐵電疇已經向非定義反轉區域擴散，電流逐漸減小，故在第一次進行施加電壓時可觀察波型，紅色虛線對應到的施加電壓時間為飽和時間，盡量控制在飽和附近才會有比較完整的反轉結構，過飽和的結構會有嚴重的合併情形。

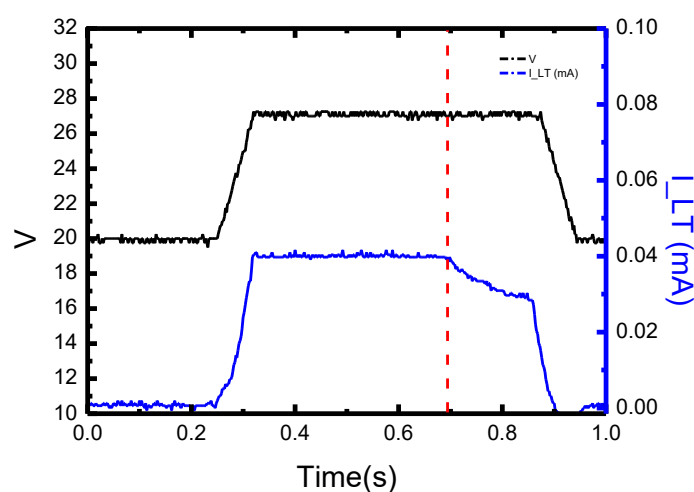


圖 3.2-9 鐵電疇反轉之施加電壓與電流圖

針對 1mm 厚的晶體經過不同的高溫爐管參數對此進行高電壓至極化反轉製程，參考[19]前人所製，高溫爐管設定參數分別如下：

樣品	溫度 $^{\circ}\text{C}$	持續時間(hr)
1	560	12
2	580	
3	590	



測試結果如下：

(1)樣品 1：溫度 565°C，持續時間 12hr

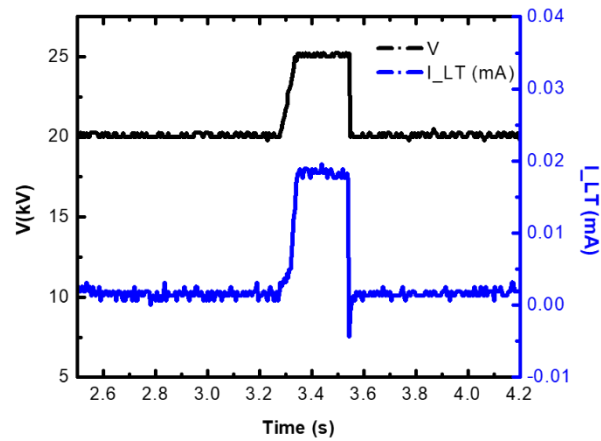


圖 3.2-10 鐵電疇反轉之施加電壓與電流

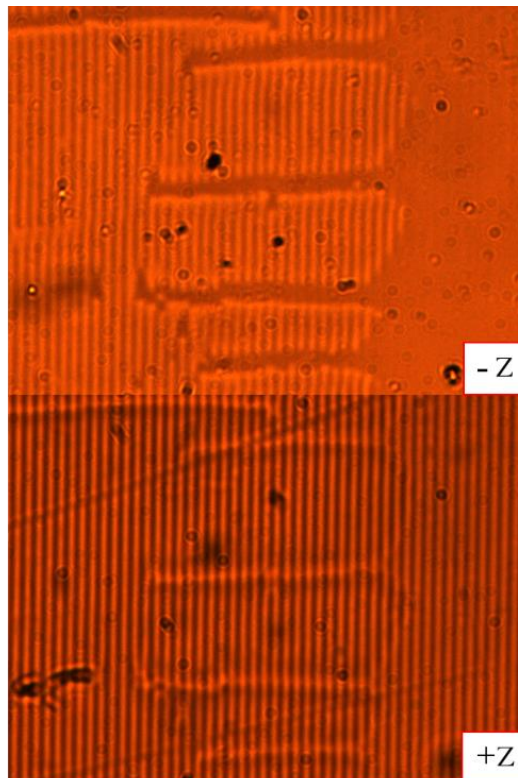


圖 3.2-11 圖上：極化反轉後晶體 - z 面 20X 放大圖

圖下：極化反轉後晶體 +z 面 20X 放大圖



(2)樣品 2：溫度 580°C，持續時間 12hr

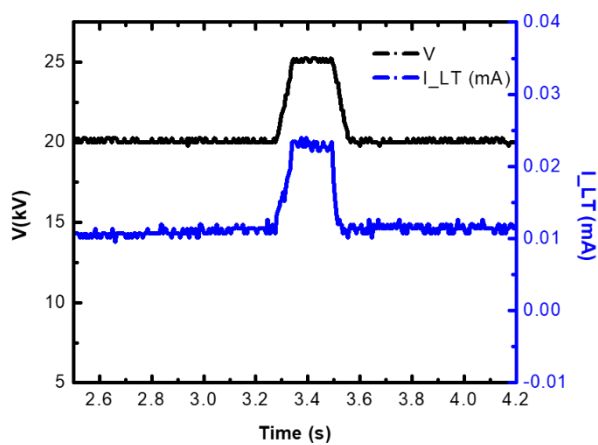


圖 3.2-12 鐵電疇反轉之施加電壓與電流

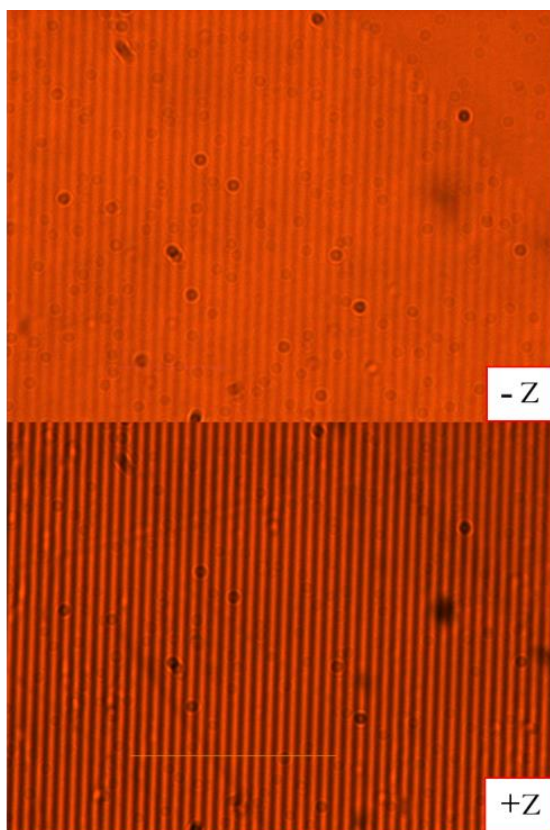


圖 3.2-13 圖上：極化反轉後晶體 - z 面 20X 放大圖

圖下：極化反轉後晶體+z 面 20X 放大圖



(3)樣品 3：溫度 590°C，持續時間 12h

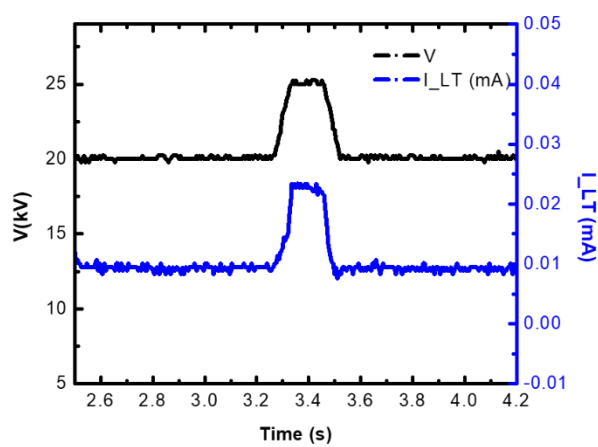


圖 3.2-14 鐵電疇反轉之施加電壓與電流

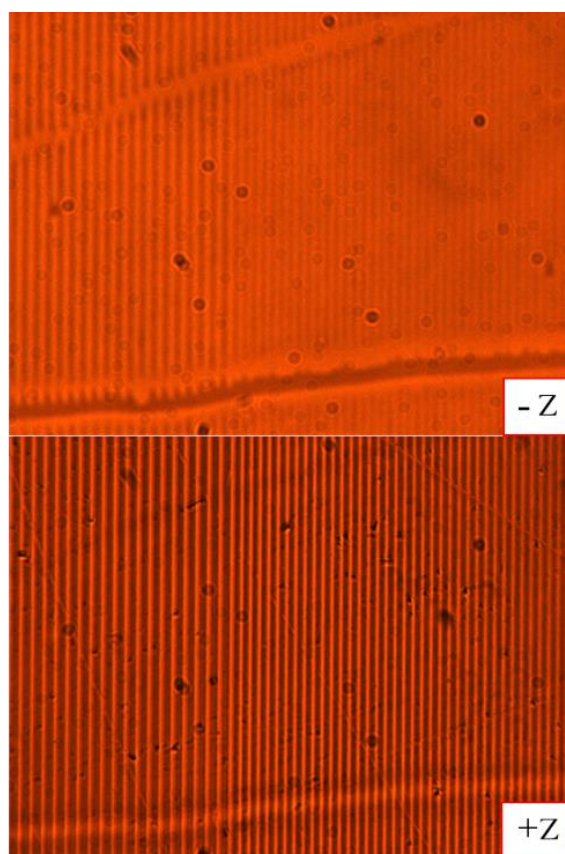


圖 3.2-15 圖左：極化反轉後晶體 - z 面 20X 放大圖

圖右：極化反轉後晶體+z 面 20X 放大圖

以溫度 590°C 下進行鎳擴散處理 12 小時後的晶體，在進行極化反轉製程後的效果比其它溫度下能呈現更完整的結構，更顯得材料之居禮溫度特性的重要，若溫度再度上升，效果沒有太大的差異甚至有可能會超過鉮酸鋰晶體的居禮溫度，反轉結構將無法呈現出來，故後續在鎳擴散的參數方面皆以此為設定。

3.2.5 週期性鐵電域反轉結構之觀察

在剛完成鐵電域反轉製程時，可透過顯微鏡明顯看見週期性反轉結構，但至於一段時間後就會對比不明顯，此時可以對樣品加熱 80°C 持續 1 分鐘，透過顯微鏡就能更明顯看見結構如下。

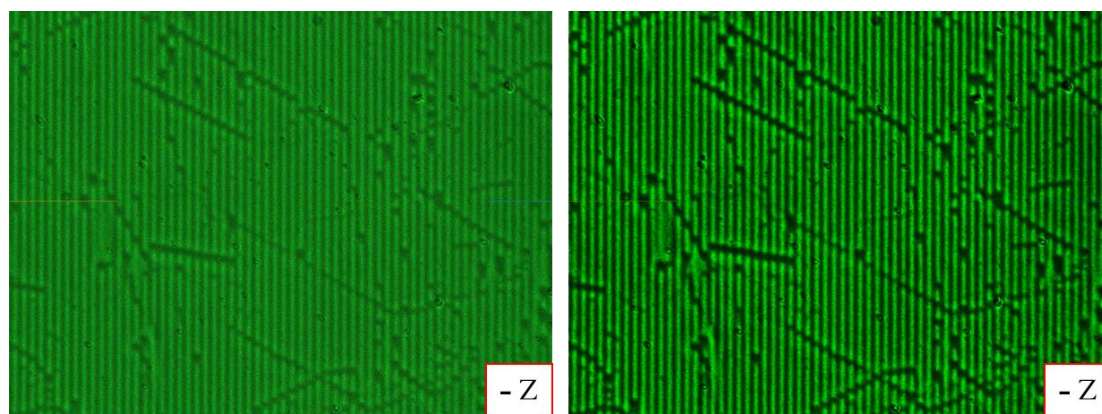


圖 3.2-16 圖左：加熱前之一維單週期結構 7.63 μm 的鐵電域觀察圖

圖右：加熱後之一維單週期結構 7.63 μm 的鐵電域觀察圖

能導致此對比度變明顯主要有兩個原因：一個是鉮酸鋰的電光效應 (electro optic effect)，另一個是鉮酸鋰之焦電效應 (pyroelectric effect)。

在晶體加熱時，表面會聚集焦電荷 (pyroelectric charge)，加熱時所產生

之焦電極化量定為 $\mathbf{P}_{PYR}$ ，其產生的束縛電荷密度(bound charge density)

為 ρ_B ，可以用下式[24]表達：

$$\rho_B = -\nabla \cdot \mathbf{P}_{PYR} \quad (3.2.4)$$

焦電效應所產生的電場大小為：

$$\mathbf{E}_{PYR} = \frac{\rho_B}{\varepsilon} \quad (3.2.5)$$

其中， $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_R$ ， ε_0 為真空下之介電常數， ε_R 為材料相對於介電常數。

搭配電光效應機制，其示意圖如下：

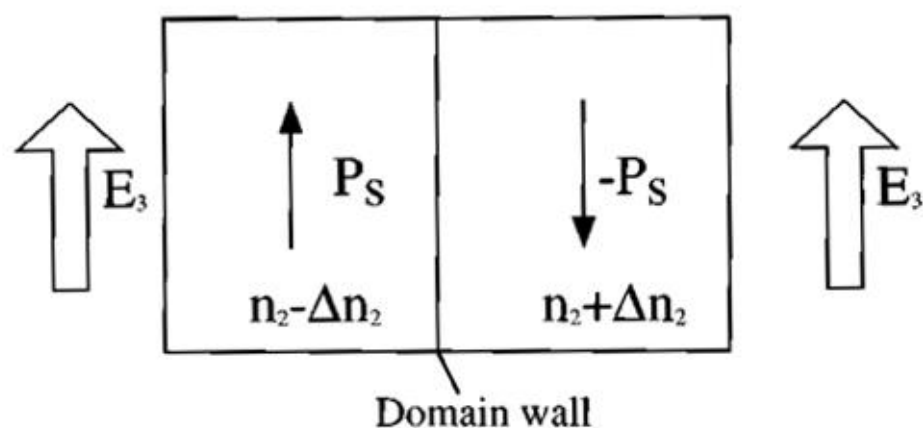


圖 3.2-17 電光效應造成折射率改變示意圖[25]

外加電場所造成折射率的改變與材料的電光係數有關，其表示式如下：

$$\Delta \frac{1}{n_{ij}} = r_{ijk} E_k \quad (3.2.6)$$



在 3m 點群的材料中，如果電場方向與 z 方向平行，其尋常光(ordinary ray)的折射率變化為下式：

$$\Delta n_{22} = -\frac{1}{2}n_o^3 r_{223} E_z \quad (3.2.7)$$

r_{223} 數值大小為 8.4 pm/V，其電光係數之符號可以寫成：

$r_{1k}=r_{11k}$ ， $r_{2k}=r_{22k}$ ， $r_{3k}=r_{33k}$ ， $r_{4k}=r_{23k}=r_{32k}$ ， $r_{5k}=r_{13k}=r_{31k}$ ， $r_{6k}=r_{12k}=r_{21k}$ ，其中 $k=1,2,3$ 。

3m 點群之電光係數張量(electro-optic tensors)形式如下[26]:

$$r_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.8)$$

由式(3.2.8)， $r_{223} = r_{13}$ ，由圖 3.2-16 可以得知 Ps 的方向會影響到折射率，若與 z 方向電場同向，折射率是 $n_0 - \Delta n_{22}$ ；反之，則折射率會增加[27]，其表示式如下：。

$$\begin{aligned} n(\text{同向}) &= n_0 - |\Delta n_{22}| \\ n(\text{反向}) &= n_0 + |\Delta n_{22}| \end{aligned} \quad (3.12)$$

由上式可知晶體內部不同鐵電域方向得到的折射率也不同，所以會有對比度出現，而 z 方向電場越強，其折射率的變化越大，其對比度越明顯。而對鉬酸鋰晶體加熱能夠產生焦電場(pyroelectric field)，能作為提供折射率差的電場來源。



3.3 晶體週期設計理論

3.3.1 晶體週期理論計算

晶體的週期設計理論如(2.4)節所示，在第一階的準相位匹配

($\Delta k_Q=0$)下計算後可得週期為式(3.3.1)

$$\Lambda = \frac{2\pi}{k_p - k_s - k_i} = \left[\frac{n(\lambda_p, T)}{\lambda_p} - \frac{n(\lambda_s, T)}{\lambda_s} - \frac{n(\lambda_i, T)}{\lambda_i} \right]^{-1} \quad (3.3.1)$$

其 λ_p 、 λ_s 、 λ_i 分別為泵浦光、信號光、閒置光的波長， T 為對晶體的操作溫度， n 為晶體折射率。

以倍頻轉換為例(3.3.1)可改為式(3.3.2)

$$\Lambda = \frac{\lambda_\omega}{2} \frac{1}{(n_{2\omega} - n_\omega)} \quad (3.3.2)$$

上式得知設計晶體上的週期 Λ 由 $n_{2\omega}$ 、 n_ω 以及入射晶體的波長 λ_ω 所決定，為了利用晶體內最大等效非線性係數，式(3.3.1)中的折射率 n 皆為非普及化之折射率，而晶體內折射率計算是採用共融鉍酸鋰之折射率模型是採用 Sellmeier 方程式，其折射率模型如下式(3.3.3):

$$n_e^2(\lambda, T) = A + \frac{B+b(T)}{\lambda^2 - [C+c(T)]^2} + \frac{E}{\lambda^2 - F^2} + D\lambda^2$$

$$\begin{aligned} A &= 4.5284 & B &= 7.2449 \times 10^{-3} & C &= 0.2453 \\ D &= -2.367 \times 10^{-2} & E &= 7.769 \times 10^{-2} & F &= 0.1838 \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

$$b(T) = 2.6794 \times 10^{-8} \times (T + 273.15)^2$$

$$c(T) = 1.6234 \times 10^{-8} \times (T + 273.15)^2$$

3.3.2 晶體之熱膨脹

在進行頻率轉換時，晶體的操作溫度設定在 140°C，在高於常溫之下材料會有熱膨脹(Thermal expansion)產生，故在設計週期上會比原先設計還要來的小一點，而熱膨脹後的長度(L)與溫度(T)關係公式如下[28]：

$$L(T) = L(T_0)\{1 + \alpha(T - 298) + \beta(T - 298)^2\} \quad (3.3.4)$$

其中 $T_0 = 298K$ ，共融鉍酸鋰的熱膨脹係數在垂直光軸下為 $\alpha = 16.2 \times 10^{-6}K^{-1}$ 、 $\beta = 5.9 \times 10^{-9}K^{-2}$ ；若是平行光軸，則 $\alpha = 2.2 \times 10^{-6}K^{-1}$ 、 $\beta = -5.9 \times 10^{-9}K^{-2}$ ，本實驗室的情況設定是垂直光軸。

假設原本設定的週期假設是 Λ_1 ，則尚未膨脹前的週期 Λ_2 是：

$$\Lambda_2 = \Lambda_1/\{1 + \alpha(T - 298) + \beta(T - 298)^2\} \quad (3.2.4)$$

依上述公式則可得實際需設計於光罩的週期 Λ_2

為了方便計算，吾人用 matlab 設計一套計算週期的程式，可以選擇晶體種類、轉換模式、溫度及波長的設定，輸出值為熱膨脹前以及熱膨脹後的週期，如下圖 3.3-1 所示：

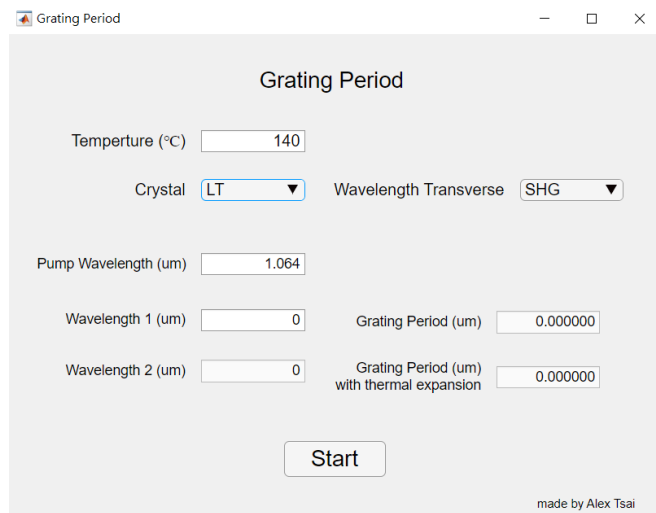


圖 3.3-1 利用 matlab 計算頻率轉換所需設計的週期與實際週期

3.3.3 一維疊加至二維晶體設計

在指導教授的建議下，吾人設計了一套兩種一維疊加的結構，是把原本晶體上的一維結構，再多一條小角度旋轉的一維結構，情形跟二維結構有點類似，但主要是希望能透過雷射的高斯仰角將特定的第二種波長也產生出來，設計結構如下：

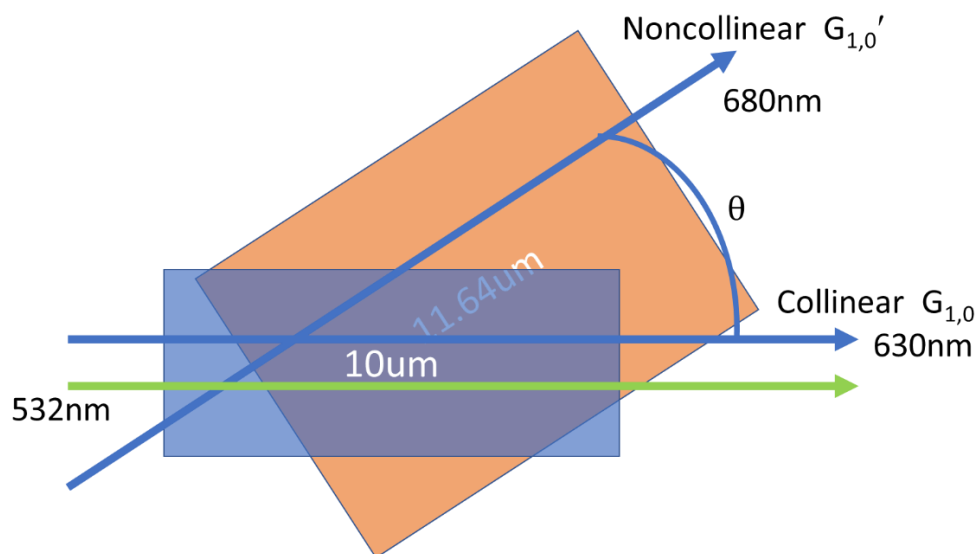


圖 3.3-2 一維小角度疊加至二維結構設計圖

此設計主要由兩種週期所組成： $10\mu\text{m}$ 與 $11.64\mu\text{m}$ 的週期，由綠光 532 輸入分別能轉換成 630nm 與 680nm 的波長，而 $11.64\mu\text{m}$ 所提供的動量方向會與 $10\mu\text{m}$ 的動量方向形成 θ 夾角，而 θ 設計分別如下： 0.04° 、 1° 、 2° 。原因是第一個角度 0.04° 的預設是在 $M^2=1.8$ 、 $w_x = w_y = 200\mu\text{m}$ 、折射率約等於 2.1 情況下所計算出來的；第二個角度 1° 是 $M^2=1.1$ 、 $w_x = w_y = 68\mu\text{m}$ 、折射率約等於 2.1 情況下計算出來的；第三個角度 2° 則是為了探討角度增加與轉換效率關係而設計的。

利用 AutoCAD 繪製此設計並由國立陽明交通大學儀器資源中心製作光罩，圖片的交疊屬性為聯集，而因為設計的結構是屬於週期性結構，為了增加效率與速度，並參考前人學長的概念，寫出一套可由 Matlab 輸出繪製圖形點的數據並輸入至 AutoCAD 繪圖軟體快速繪製出一維週期性結構。利用 AutoCAD 的陣列與點的概念，能將多達 3000 多組甚至以上的矩形一秒內繪製出來，可參考後續的附錄說明部分。

由兩個一維疊成的二維週期性鐵電域反轉結構可用二維離散傅立葉分析(2D discrete Fourier transform)快速看出此結構中之倒空間中的不同方向的晶格動量大小以及傅立葉係數大小，以下為三種不同夾角的結構中一小部分的視域圖 3.3-3：

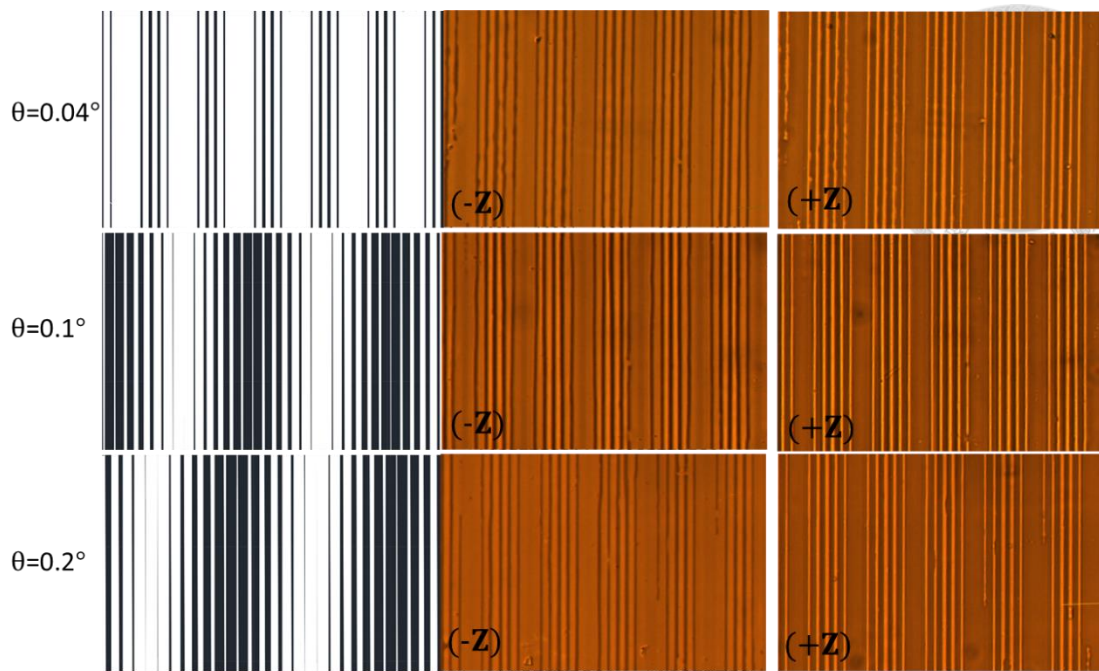


圖 3.3-3 兩種一維週期相疊之不同夾角結構部分視域圖與實際極化反轉圖

而因為製作光罩的最線條距必須為 $2\mu\text{m}$ 以上，故實際上的示域圖中有小區域會無法繪製出來。依照圖 3.3-3 分別對不同夾角的圖形進行二維離散傅立葉分析，可以得到倒空間結果分別如下：

(1) 夾角 $\theta=0.04^\circ$ ：

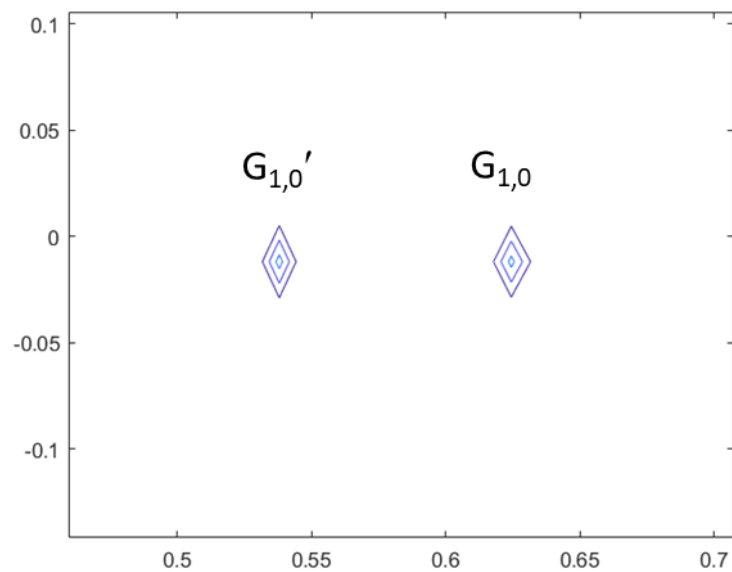


圖 3.3-4 夾角 $\theta=0.04^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之二維結果圖

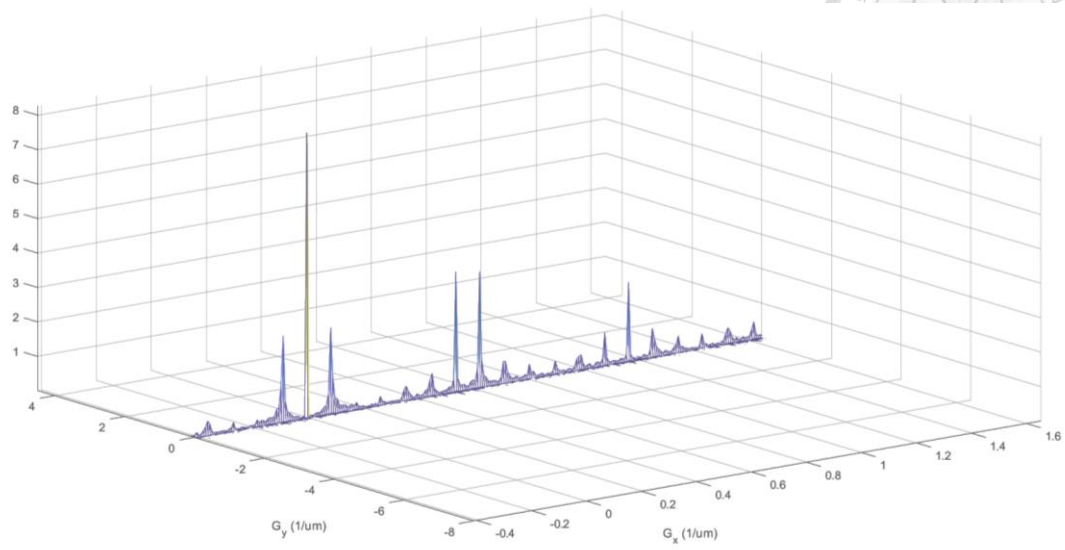


圖 3.3-5 夾角 $\theta=0.04^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之三維結果圖

(2) 夾角 $\theta=0.1^\circ$:

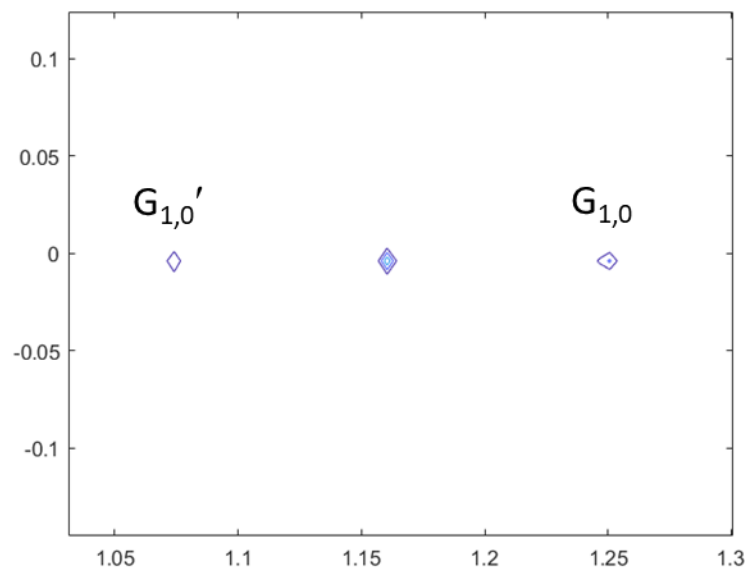


圖 3.3-6 夾角 $\theta=0.1^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之二維結果圖

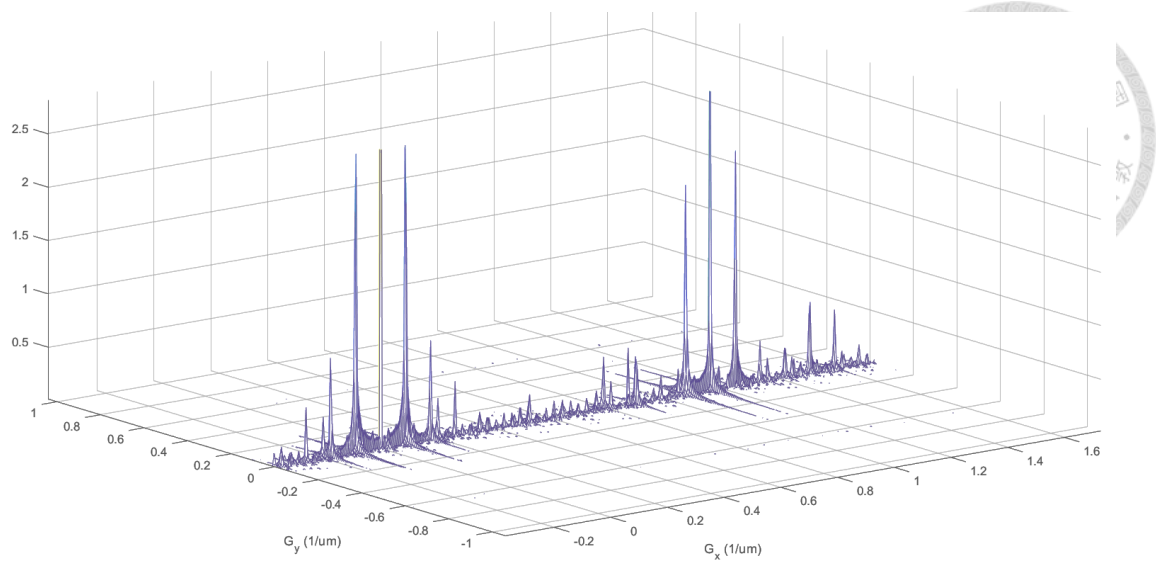


圖 3.3-7 夾角 $\theta=0.1^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之三維結果圖

(3) 夾角 $\theta=0.2^\circ$:

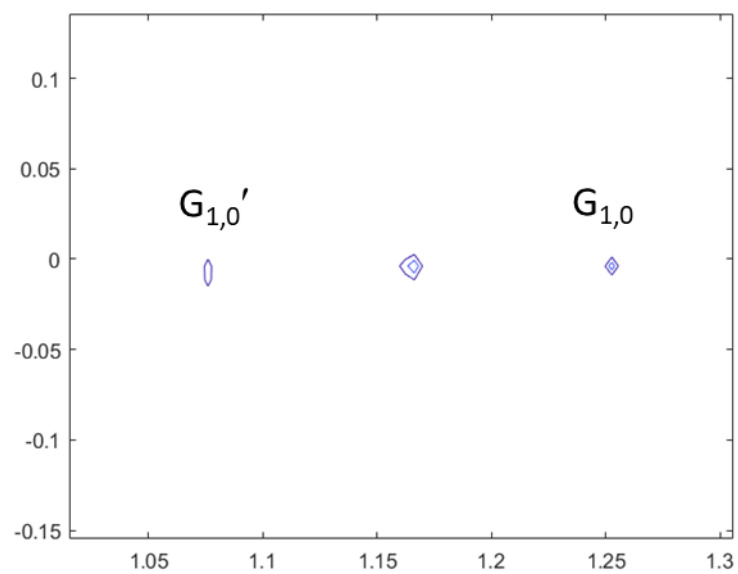


圖 3.3-8 夾角 $\theta=0.2^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之二維結果圖

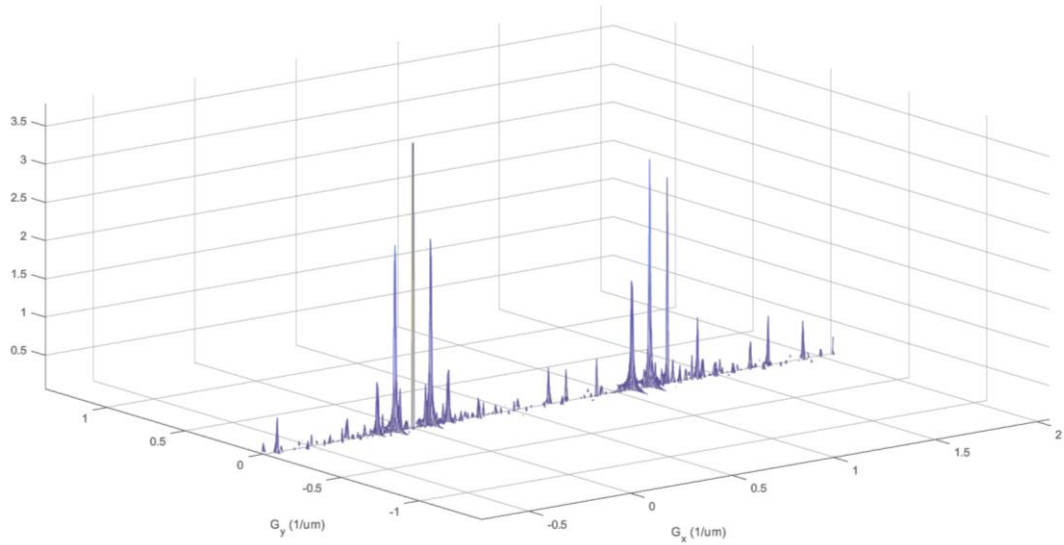


圖 3.3-9 夾角 $\theta=0.2^\circ$ 之二維離散傅立葉分析之三維結果圖

依照上圖模擬結果，會發當夾角 $\theta=0.04^\circ$ 時，會有一階準相位匹配之晶格動量，但是在夾角 $\theta=0.1^\circ$ 以及夾角 $\theta=0.2^\circ$ 時卻是從二階準相位匹配之晶格動量開始產生；不僅僅只有 $+G_x$ 方向有動量，會與 $-G_x$ 方向之動量相互對稱。將以上圖表的重點參數整理成以下表格：

(1) 只探討 630nm ($\Lambda=10\mu\text{m}$)：

表 3.3.1 630nm 波長的角度與倒晶格動量、非線性係數

θ	$Gx(\frac{1}{\mu\text{m}})$	$Gy(\frac{1}{\mu\text{m}})$	$d_{Q,\text{eff}}(\frac{\text{pm}}{\text{V}})$
0.04°	0.6244	-0.0118	3.37637
0.1°	1.2507	-0.0039	2.21778
0.2°	1.2527	-0.0038	2.75107
0.4°	1.2625	-0.0036	2.05550
1.0°	1.2448	-0.0037	1.97928
2.0°	1.2586	-0.0033	2.65444
4.0°	1.2605	-0.0032	2.4313
8.0°	1.2566	-0.0048	2.5430

(2) 只探討 680nm ($\Lambda=11.64\mu\text{m}$) :

表 3.3.2 680nm 波長的角度與倒晶格動量、非線性係數

θ	$G_x(\frac{1}{\mu\text{m}})$	$G_y(\frac{1}{\mu\text{m}})$	$d_{Q,\text{eff}}(\frac{\text{pm}}{\text{V}})$
0.04°	0.5380	-0.0118	3.48577
0.1°	1.0740	-0.0039	1.97906
0.2°	1.0760	-0.0038	1.48171
0.4°	1.0858	-0.0108	1.99210
1.0°	1.0720	-0.0187	1.23426
2.0°	1.0818	-0.0434	1.32597
4.0°	1.0799	-0.0799	1.80986
8.0°	1.0681	-0.1583	1.45695

將有效非線性係數及夾角角度以關係圖 3.3-10 呈現：

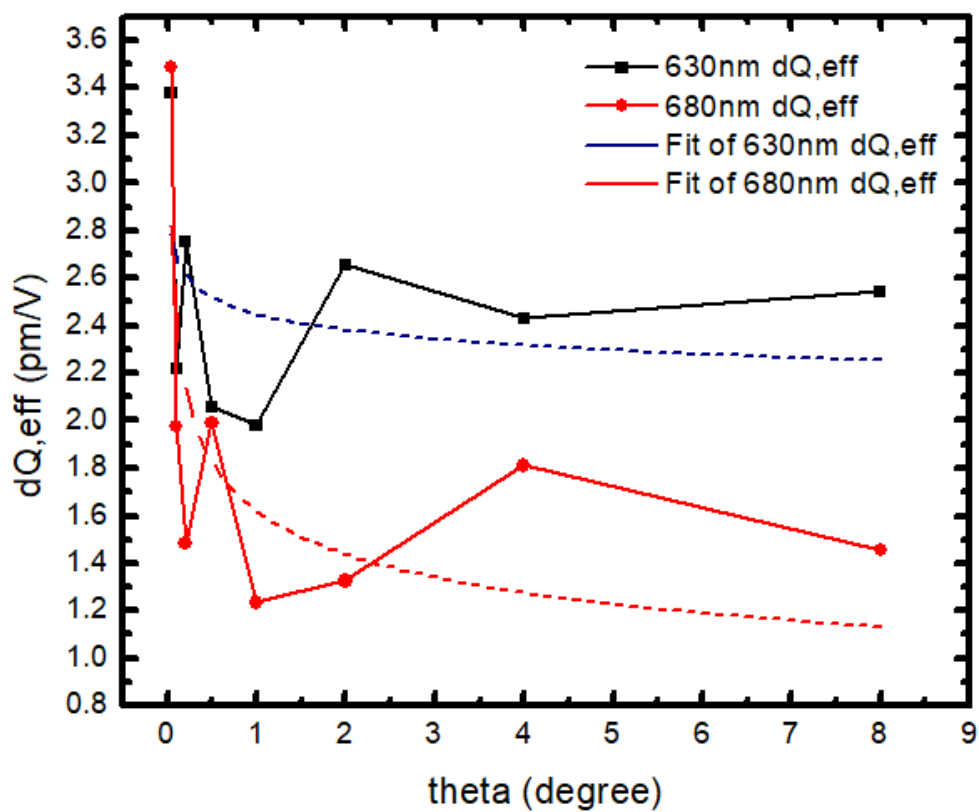


圖 3.3-10 非線性係數與線性擬合關係模擬圖

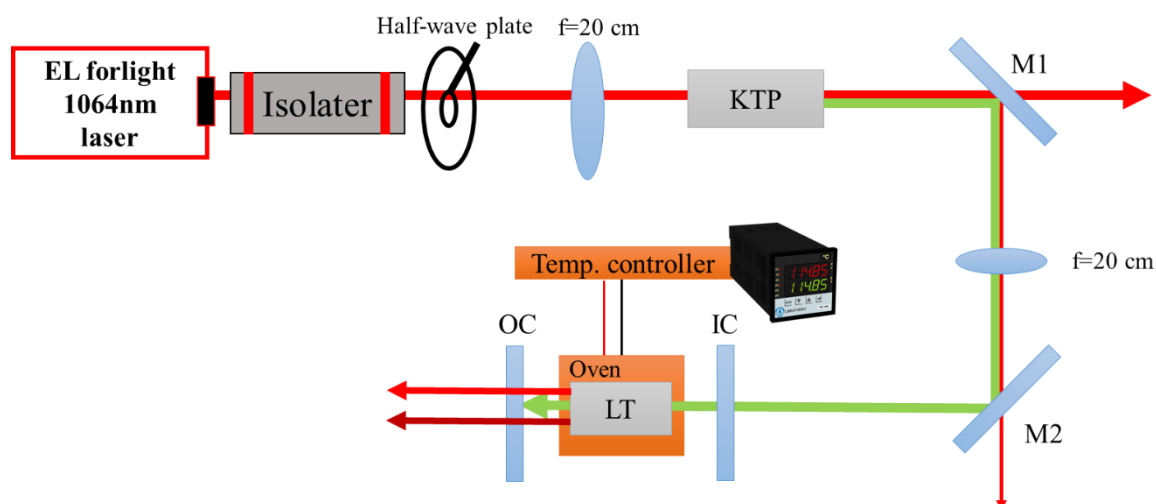
此圖 3.3-10 顯示了儘管 0.04° 的是以一階呈現，其它角度是二階，但是 $630\mu\text{m}$ 與 $680\mu\text{m}$ 的非線性係數之彼此的差距是由負轉到正並且持續擴大，且彼此兩個波長非線性係數在二階上夾角的增加時，非線性係數幾乎不變。由表可知在夾角為 2.0° 以上時， $680\mu\text{m}$ 波長的 y 方向動量 G_y 逐漸增加，意謂著 y 方向之動量需求隨夾角變大而增加。而此模擬並未包含光罩繪不出 $2\mu\text{m}$ 以下的線條的因素，特別是在夾角 0.04° 上有更多小於 $2\mu\text{m}$ 的線條，故還需要實驗上的求證與修改。

第四章 光學量測

4.1 光學量測架構

4.1.1 光學架構

在製作好的晶體取出後就可以進行光學的量測，量測前必須設計好光學系統的架構，其中最重要的部分為共振腔(cavity)的設計，且在光學進入共振腔之前的光學系統也必須與共振腔互相匹配到，才能達到效率的最大化。



這次進行腔內倍頻轉換的主要光源是來自 KTP 的 532nm 綠光脈衝雷射，本次使用 ELforlight 輸出雷射的發射源 1064nm，其中隔離器(Isolater)利用法拉第旋光器及輸出偏振片可以防止雷射打回 ELforlight 造成儀器毀損，半波片(Half-wave plate)是可以調整 1064nm 雷射的線偏振方向，使倍頻產生之綠光的功率具有可調性。KTP 是將 1064nm 紅外轉換成 532nm 綠光的晶體材料。而 ELforlight 雷射基礎

參數為以下表格：



表 4.1 ELforlight 雷射基礎參數

輸出 波長	重複率	脈衝 能量	脈衝 寬度	空間 模態	光束 直徑	極化 方向
1064 nm	2000Hz	Max: 0.7 mJ	~9 ns	TEM ₀₀	~2 mm (出光口)	水平方向 (>100:1)

當 532nm 經過 M1(HR@532;HT@1064)能濾掉大部分的 1064nm 紅外光，再透過聚焦鏡(f=20cm)使雷射聚焦在晶體時的束腰半徑為 150μm，最後由 M2(HR@532；HT@1064)能確定濾掉 1064nm 並保留 532nm 的綠光打入共振腔中，其共振腔由 IC、OC、PPLT 組成。此外因為準相位匹配設計的溫度是在 140°C，故需要由 TEC(Thermoelectric cooler)來控制溫度並且維持實驗所需之變溫條件。其 IC 與 OC 之詳細資訊顯示在以下表格：

表 4.1.1 共振腔之腔鏡參數

共振腔	IC (R=-∞cm)	OC (R=-50cm)
穿透率	T~78% at 532 T~27.77% at 630 T~60.36% at 680	T~1% at 532 T~61.95% at 630 T~70.58% at 680

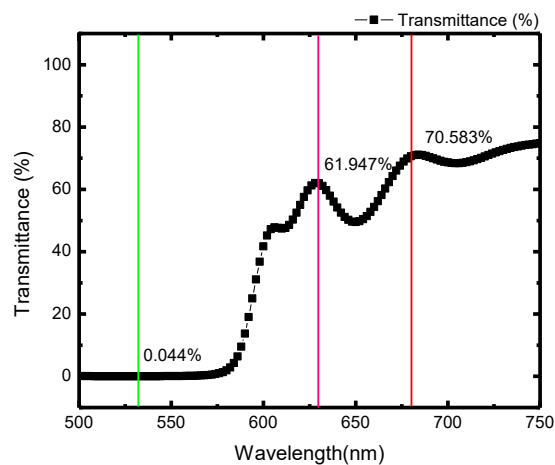


圖 4.1-1 OC 波長與穿透率關係

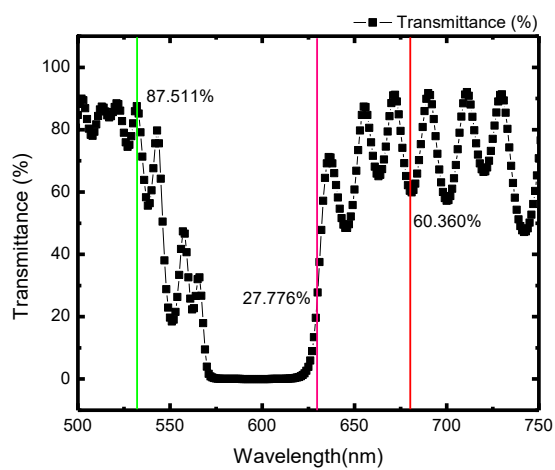


圖 4.1-2 IC 波長與穿透率關係

其共振腔內的模態大小隨著腔內的距離分布如圖 4.1-3，此關係可用在光場自再現(self-consistent)的條件下利用 ABCD 定律推導出來。

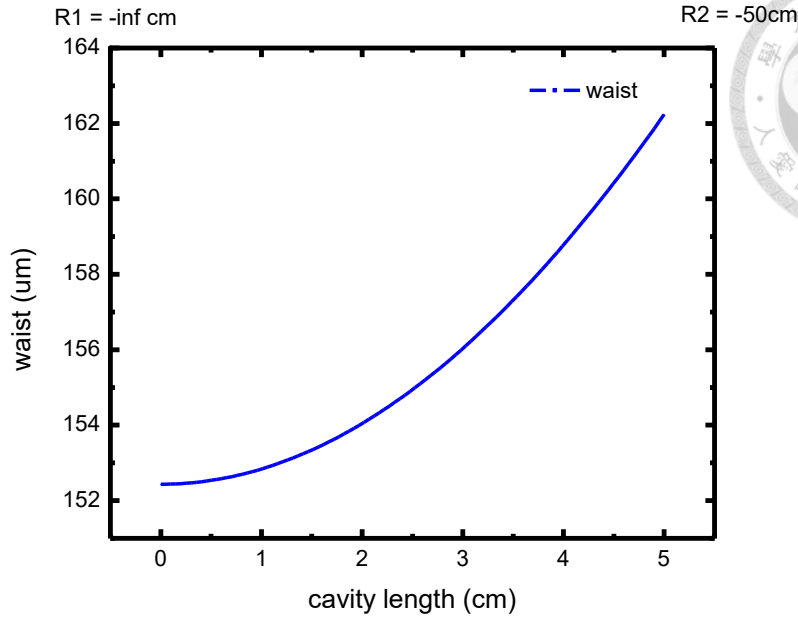


圖 4.1-3 模態大小與腔內(含晶體)的距離分布

圖片中可知在第一個 IC 腔鏡之模態半徑最小為 $152\mu\text{m}$ ，故若要與泵浦光源達成模態匹配，必須透過聚焦鏡與前置光學系統的最小束腰達成共軛，範例架構如下圖所示[29]:

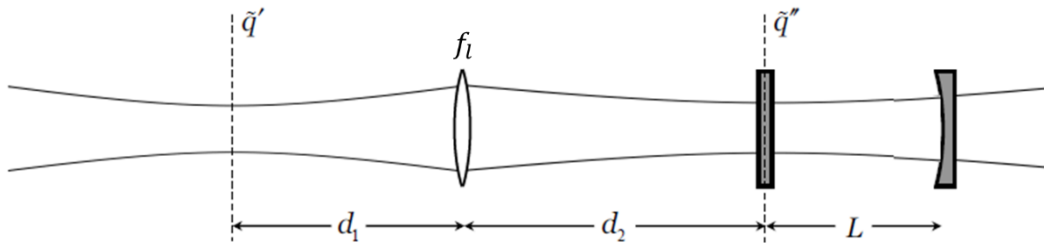


圖 4.1-4 高斯光束與平凹腔的模態匹配圖

其公式如下：

$$d_1 = f_l - \sqrt{z'_0 \left(\frac{f_l^2}{z''} - z'_0 \right)} \quad (4.1.1)$$

$$[f_l(d_1 + d_2) - d_1 d_2](f_l - d_1) - (f_l - d_2)(z'_0)^2 = 0 \quad (4.1.2)$$

$$z'_0 = \pi \omega_0^2 / \lambda$$

$$z'' = \sqrt{(R_2 - L)L}$$



由式子(4.1.1)可得出 d_1 ，再帶入式子(4.1.2)可得 d_2 ，其中 f_l 是透鏡的焦距， L 是腔長， R_2 是曲率半徑， z'_0 是瑞利長度。

或是另一個方法可得模態匹配的條件如圖 4.1-5 下[30]：

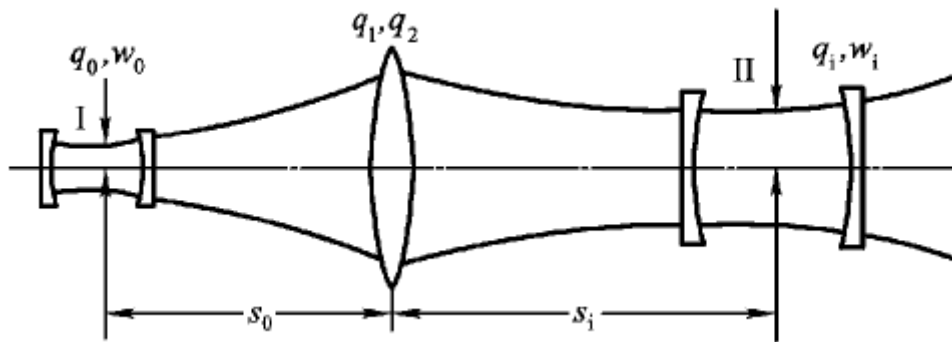


圖 4.1-5 高斯光束的匹配

其公式為[30]：

$$S_o = f \pm \frac{w_o}{w_i} \sqrt{f^2 - f_0^2}$$

$$S_i = f \pm \frac{w_i}{w_o} \sqrt{f^2 - f_0^2}$$

$$f_0 = \frac{\pi w_o w_i}{\lambda}$$

其 f 是聚焦鏡之焦距， w_o 與 w_i 分別是 I 腔與 II 腔的最小半徑， λ 為光束之波長。

經過計算後，再透過高斯曲線與距離的關係，粗略模擬出從第一個聚焦鏡到第二個聚焦鏡子聚焦後的光腰半徑與距離的關係圖 4.6-1：

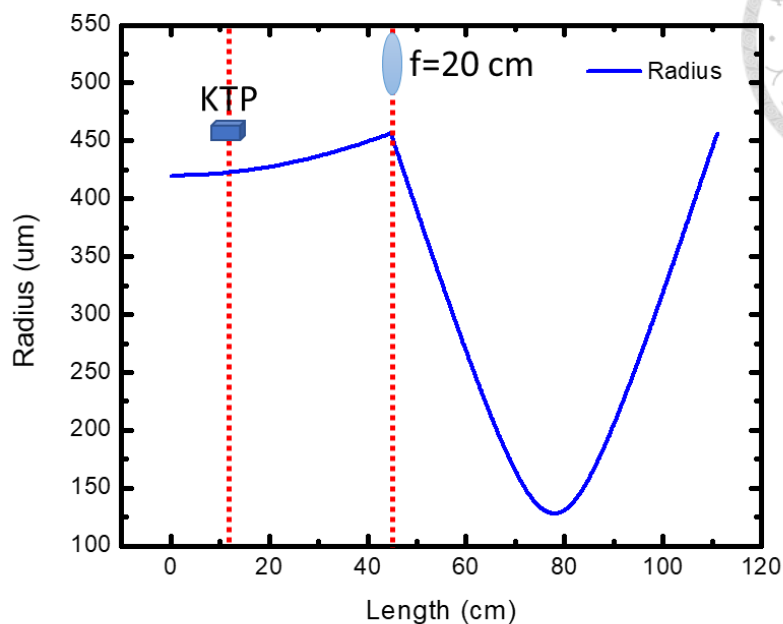


圖 4.1-6 光腰半徑經過 KTP 與鏡子後與距離的關係模擬圖

4.1.2 雷射品質 M^2 測量

在放共振腔之前可在該設定的位置上附近用 CCD 去量測品質的好壞，透過公式可得值 M^2 並由此值決定於雷射品質，若 M^2 越趨近於 1 代表雷射品質越好，下圖 4.1-7 為測量雷射光束品質的架構，透過 ccd(UC40)在設定的軌道上逐步移動與拍攝該位置之光斑， M^2 的定義方法有最簡單的 $1/e^2$ 法、桶中功率法[30]，以及較嚴謹但會跟環境噪訊強度相關的二階矩(second moment method)方法[30]。

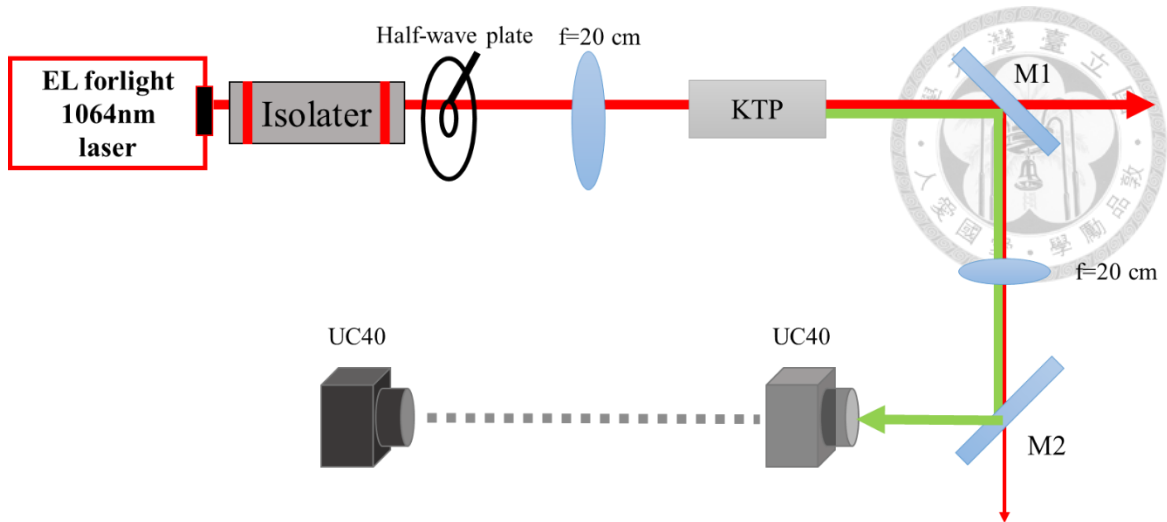


圖 4.1-7 泵浦光光束品質測量之架構圖

以 $\frac{1}{e^2}$ 為例子，雖然不及二階矩嚴謹但單純量測雷射品質的結果也相近於二階矩的結果[19]，其計算方法是在一個綠色光斑之圖片資料值之中尋找最大光強度 I_{max} ，再以 I_{max} 為中心原點向 X 軸方向以及-X 軸方向尋找 I_{max}/e^2 強度對應到的位置，此兩點距離的一半定義為光斑半徑 w ，定義如下：

$$I(w) = \frac{I_{max}}{e^2}$$

其空間中光腰的分佈為下式(4.1.5)：

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2} \quad (4.1.5)$$

$$Z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda M^2} \quad (4.1.6)$$

將式(4.1.6)代入(4.1.5)中，得式(4.1.7)：

$$w^2(z) = w_0^2 + M^4 \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^2} (z - L_0)^2 \quad (4.1.7)$$

因為用 ccd 進行路徑上的拍攝後，會將圖片資料以 matlab 進行光腰半徑與距離的二次擬合分析，故將式(4.1.3)可以整理成與距離 z 相關如同雙曲線方程式如下：

$$w^2(z) = Az^2 + Bz + C \quad (4.1.8)$$

透過二次擬合可以得到 A 、 B 、 C 三個值，再透過(4.1.3)整理能得以下參數：

$$M^2 = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{AC - \frac{B^2}{4}} \quad (4.1.9)$$

$$w_0 = \sqrt{C - \frac{B^2}{4A}} \quad (4.1.10)$$

$$L_0 = -\frac{B}{2A} \quad (4.1.11)$$

其中 M^2 為雷射品質的指標、 w_0 為光斑半徑、 L_0 為從設定的參考面到光腰半徑的距離。理想光束品質是 $M^2=1$ ，而真實的情況下會比理想 M^2 大。

在移動 CCD 於固定間隔距離拍攝光束影像時，須移動於兩倍的瑞利長度 Z_R 範圍內擷取圖像，將影像資料由二階矩方式計算後，可得知每個位置的光束大小如圖 4.1-8

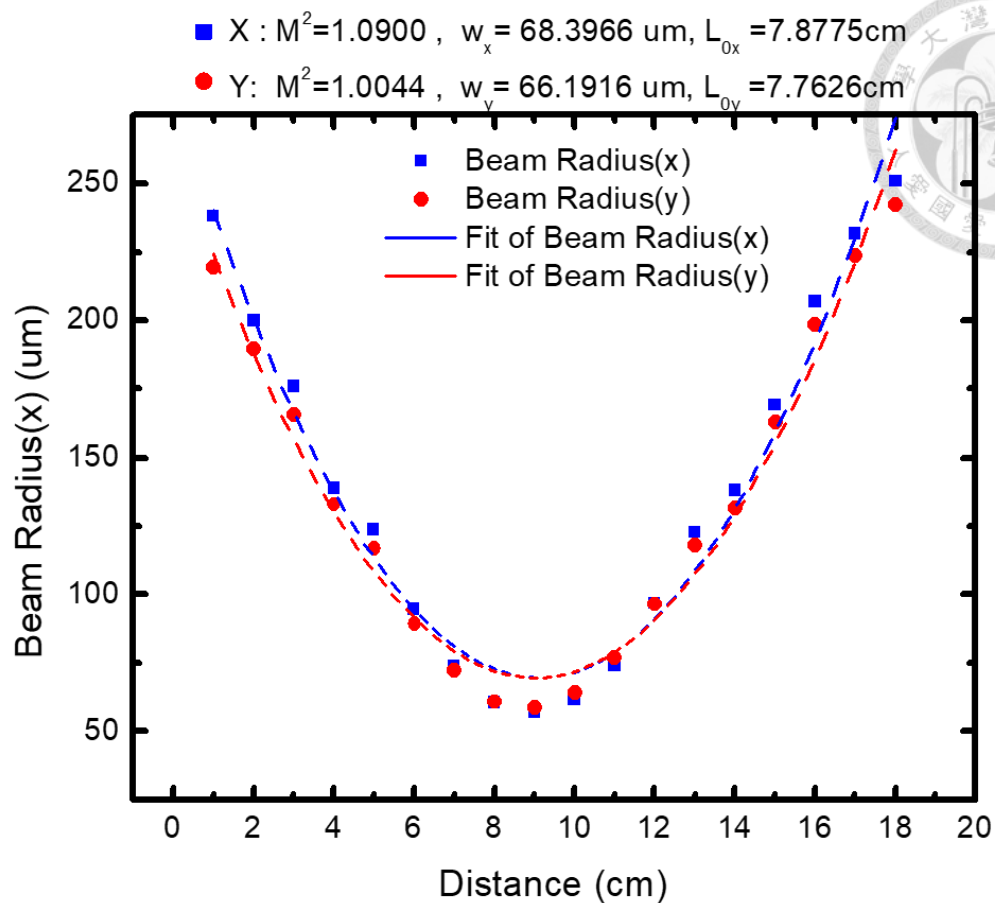


圖 4.1-8 X 和 Y 方向綠光光束品質分析圖

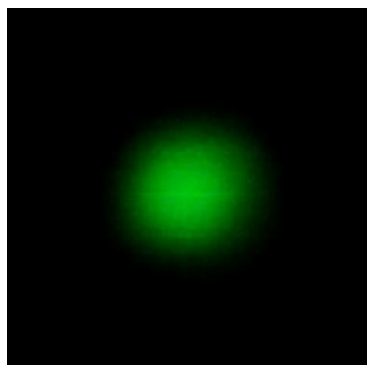


圖 4.1-9 綠光光腰之影像圖

因為在拍攝時會因相機自動調整曝光、增益與白平衡，前兩者會造成每個拍攝出來的照片可能強度會過飽和而影響數據分析，後者會影響圖片的顏色，故需要用程式去調整成手動模式，並且對當下影像進行強度的頗面分析以用來觀察是否強度過飽和，所以吾人利用matlab 設計出一套軟體可以操控並設定相機的參數如曝光、白平衡等等，且也可以透過點選影像的位置來分析出該位置之頗面強度狀況，還能多次對當下的影像直接分析出光斑半徑、 M^2 的資料，最後能儲存影像以及光斑半徑數據如下圖 4.1-10。

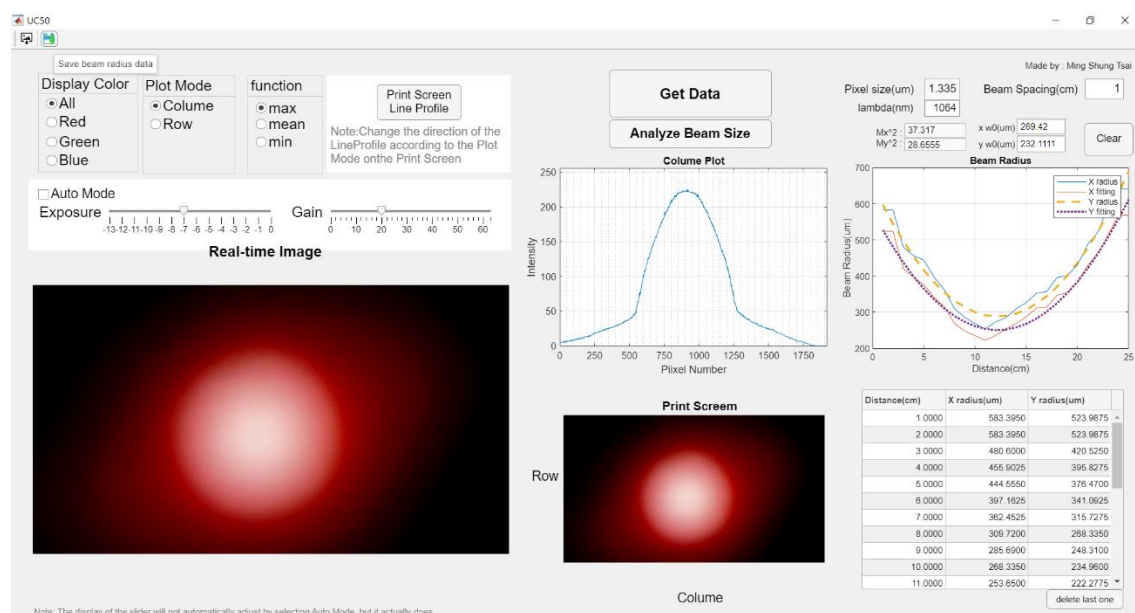


圖 4.1-10 控制 ccd 去擷取影像強度及光斑半徑軟體

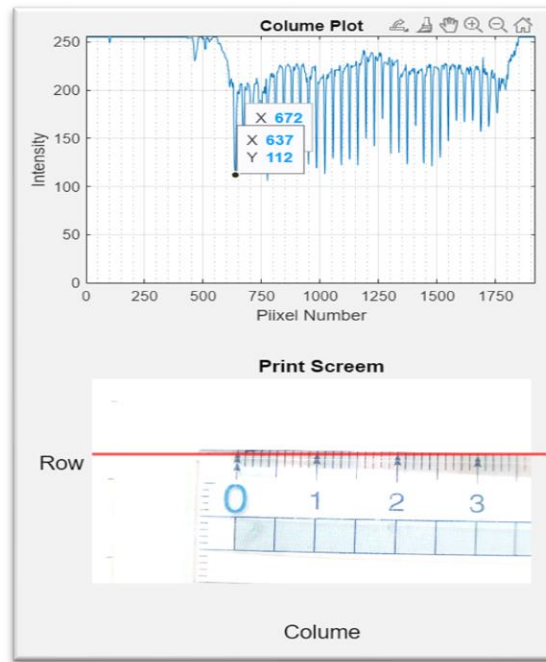


圖 4.1-11 用該設計的軟體進行頗面分析實例

吾人也把頗面分析功能獨立出來寫成一套輸入圖片資料後可透設定水平或垂直的頗面方向以及點選圖片位置來分析該位置的頗面光強度資料，以用來觀測特定強度之間的間距如圖 4.1-12 下的牛頓環示範。

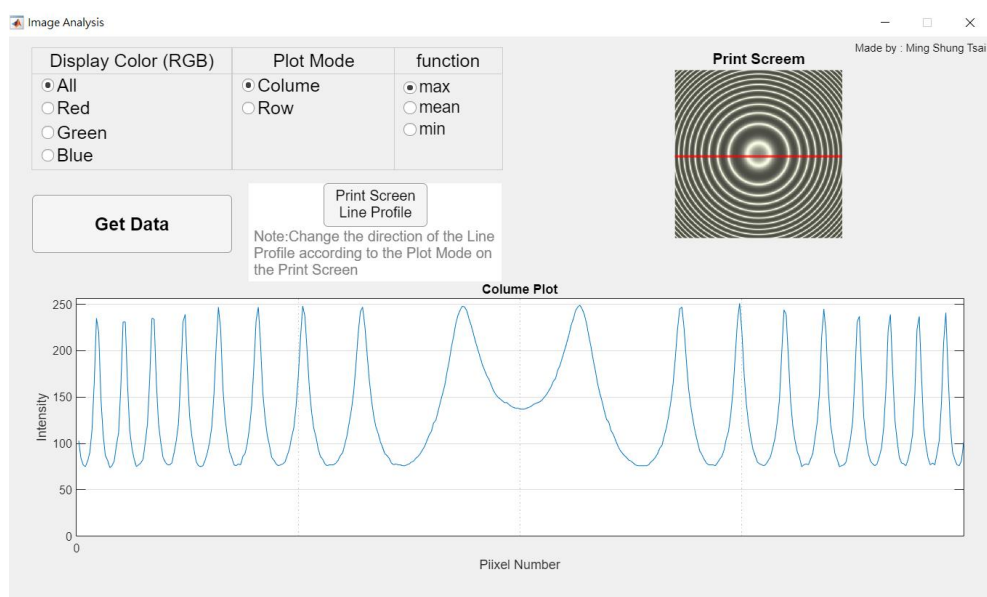


圖 4.1-12 頗面分析牛頓環實例



4.2 光學量測結果與分析

4.2.1 溫度與波長

根據 Sellmeier 方程式可得知波長會因溫度的變化而轉移，以 532nm 波長打入週期為 10um 的晶體為例子，溫度與波長經模擬與計算後的關係如下圖 4.2-1，會發現溫度的提升時訊號光波長會小幅度的下降：

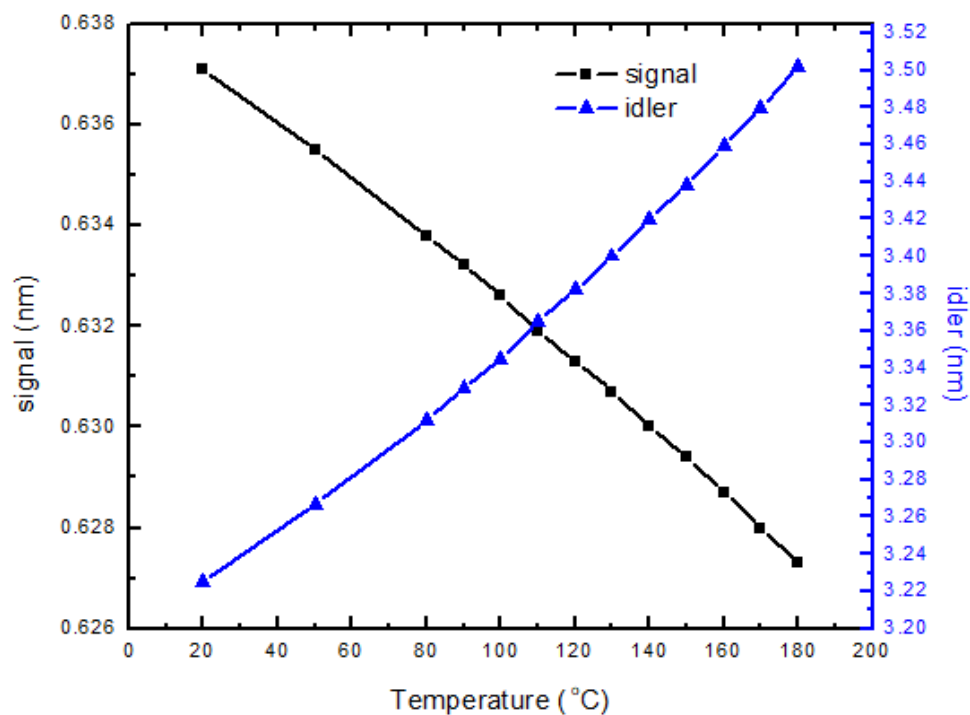


圖 4.2-1 532nm 波長打入 10um 週期的溫度與波長變化

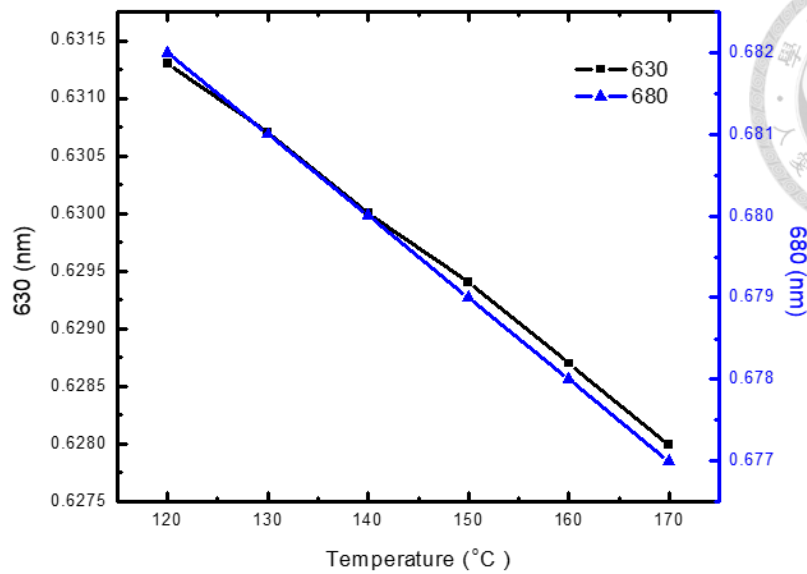


圖 4.2-2 532nm 波長打入 10um 與 11um 週期之訊號光的溫度與波長變化

此次實驗會各別測量兩週期所提供動量的向量夾角為 0.04° 、 0.1° 、 0.2° 三種不同設計的晶體，其中 0.1° 與 0.2° 設計在同一片樣品上，在放置於銅塊後並調整致出光的效率最大時，將溫度每提升 5°C 時量一次頻譜，將溫度由低到高從下往上排如下圖所示：

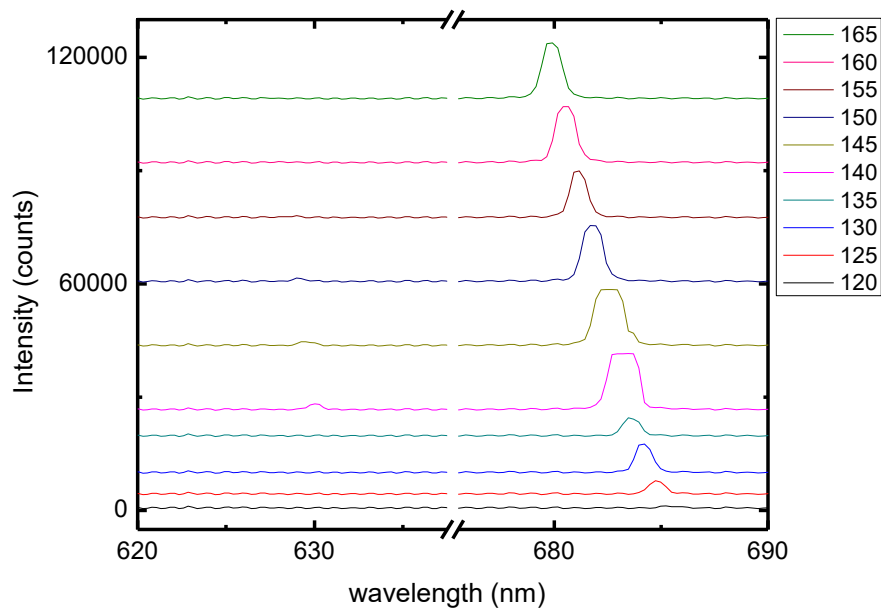


圖 4.2-3 夾角 0.04° 時頻譜與溫度關係圖

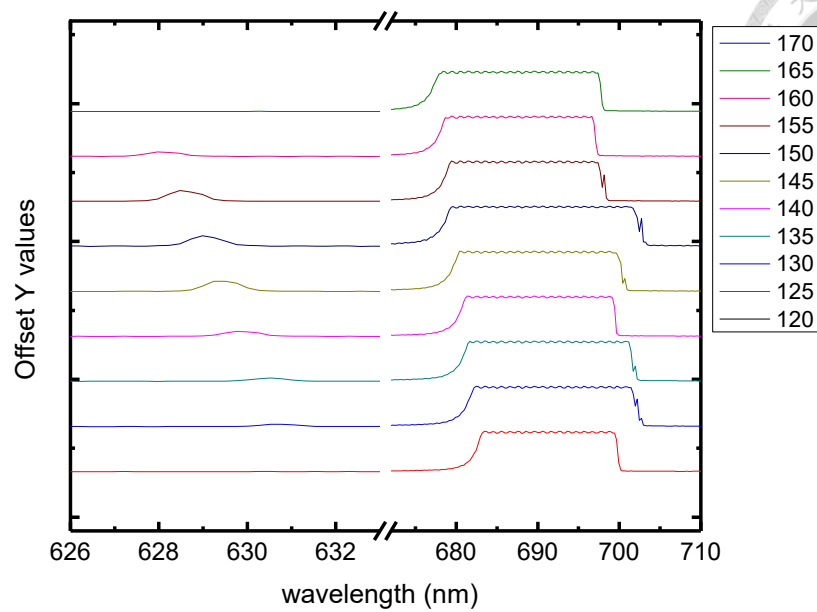


圖 4.2-4 夾角 0.1° 時頻譜與溫度關係圖

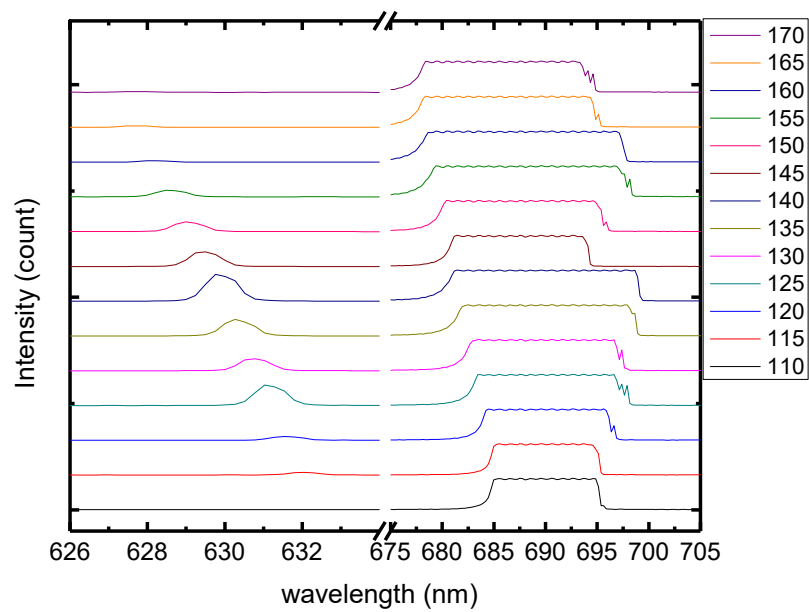


圖 4.2-5 夾角 0.2° 時頻譜與溫度關係圖

從中可發現波長的移動與模擬所預期相似，但 630nm 波長相比於 680nm 波長的強度在溫度的調變下更容易變化，且強度也相對明顯較小，為了更深層探討 630nm 波長，故把各個夾角的 630nm 波長互相比較可得下圖 4.2-6：

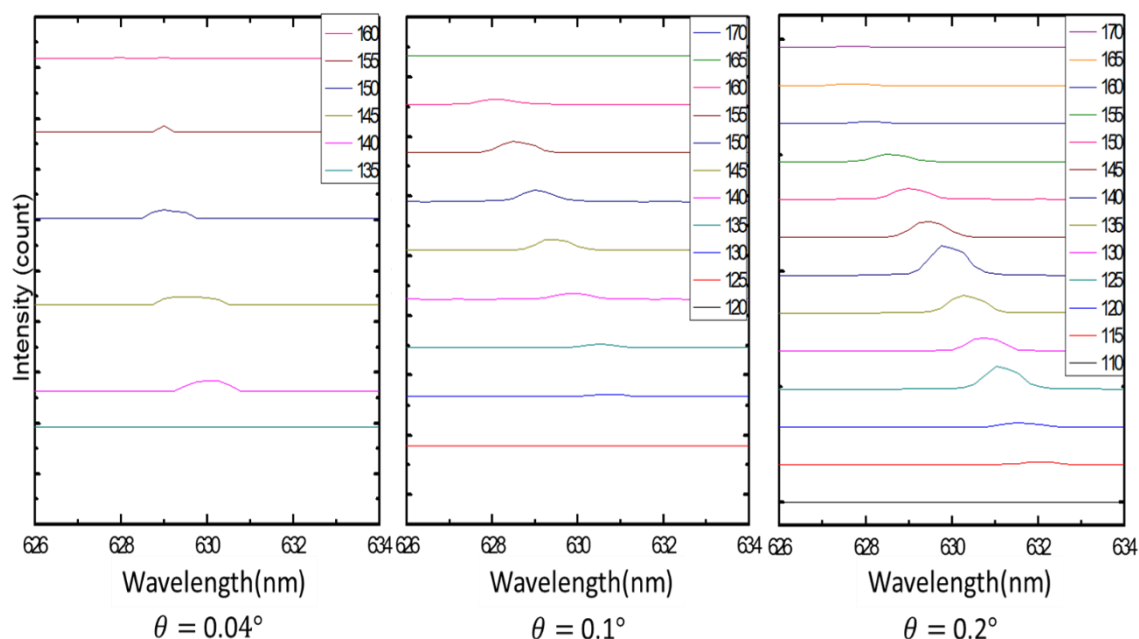


圖 4.2-6 不同夾角的 630nm 波長頻譜與溫度比較

在 630nm 波長中以夾角 0.04° 為例，溫度 145°C 時轉換效果最好，但能出光的溫度範圍只能介於 140°C ~ 155°C ，但是若增加夾角從 0.04° 提升到 0.2° 時，溫度的範圍可以擴大成 115°C ~ 165°C 。而在溫度頻寬中， $\theta = 0.04^\circ$ 的頻寬約 16°C 為、 $\theta = 0.1^\circ$ 約為 20°C 、 $\theta = 0.2^\circ$ 約為 24°C ，頻寬也會隨著夾角變大而加寬約 8°C ，如下圖 4.2-7 所示：

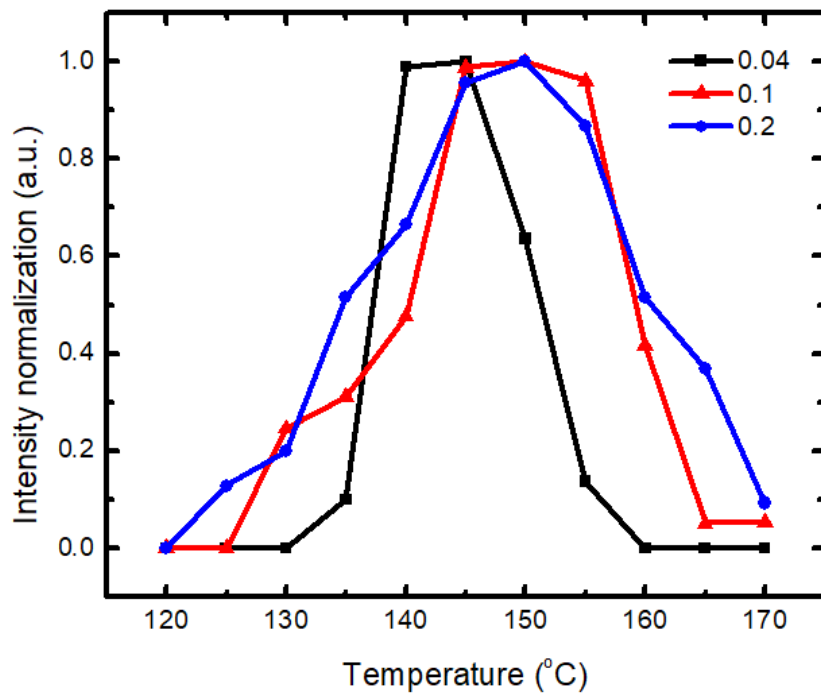


圖 4.2-7 630nm 波長之溫度頻寬

4.2.2 光譜測量與分析

頻譜量測中，532nm 波長綠光雷射打入設計好的兩種週期時，透過傅立葉分析預期會產生 630nm 和 680nm 兩種波長，而因 680nm 波長強度遠比 630nm 強，所以量測時共分成兩種情況：(1)在量測 680nm 強度剛好飽和時(綠光雷射約 350mW)之 630nm 頻譜，(2) 在 680nm 強度過飽和時(綠光雷射約 450mW)之 630nm 頻譜。



(1)三種不同的夾角在 680nm 強度剛好飽和時之全波長頻譜以及
630nm 頻譜：

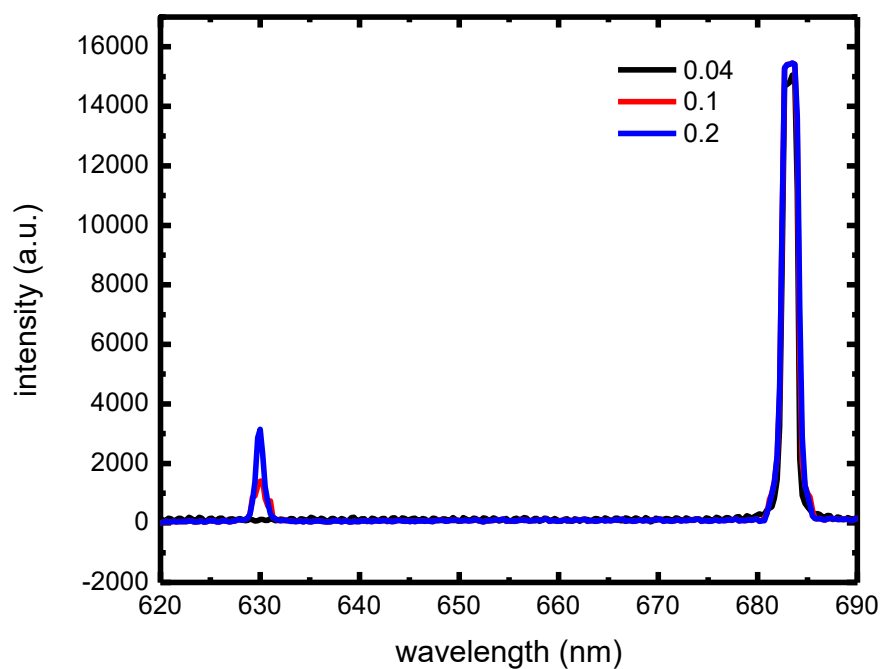


圖 4.2-8 三種夾角之全波長頻譜

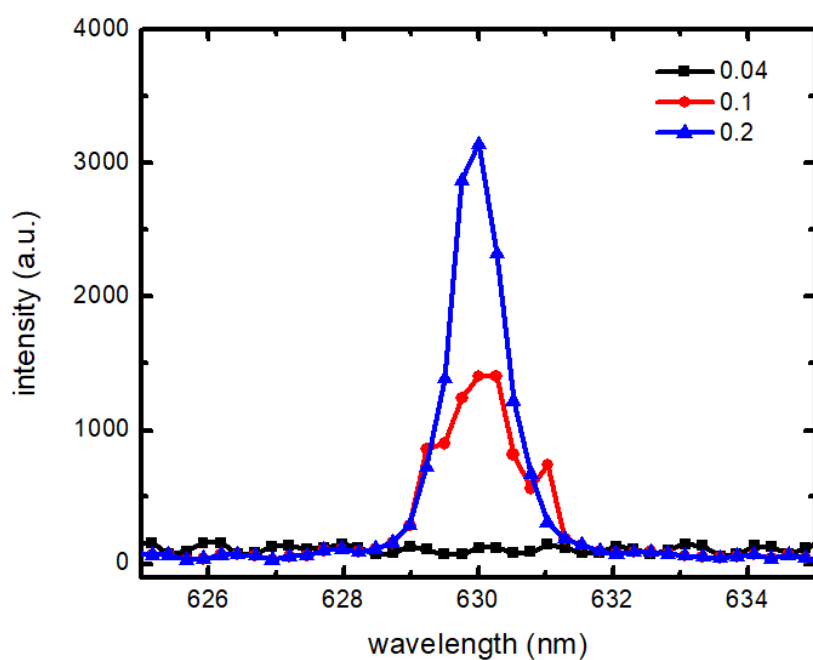


圖 4.2-9 三種夾角之 630nm 波長頻譜

(2)三種不同的夾角在 680nm 強度過飽和時之全波長頻譜以及 630nm

頻譜：

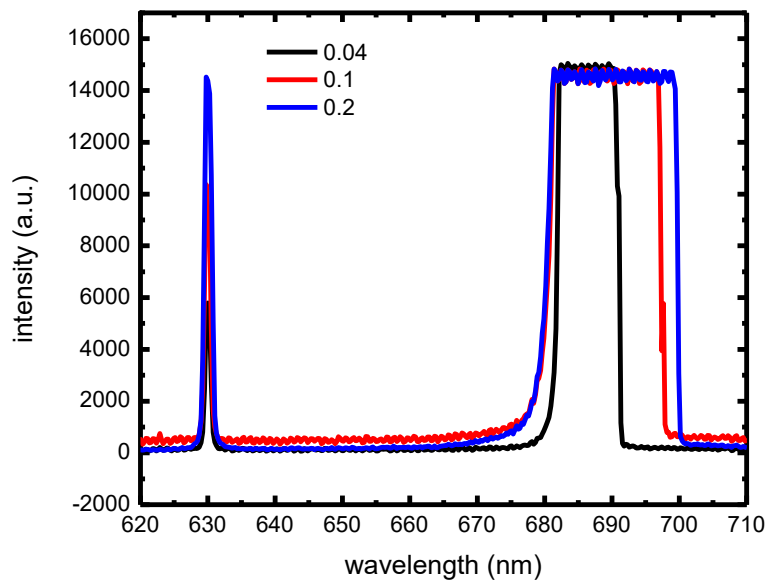


圖 4.2-10 三種夾角之全波長頻譜

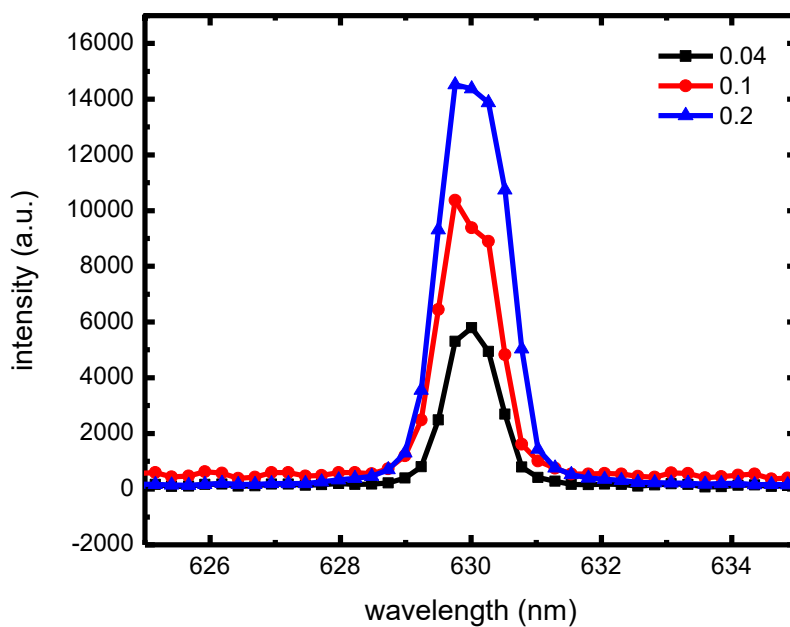


圖 4.2-11 三種夾角之 630nm 波長頻譜

頻譜量測結果與模擬值 630nm 與 680nm 相符，其 680nm 波長強度飽和時，630nm 波長強度是隨角度增加而明顯增強，甚至在

0.04°夾角是無法產出光的；而在 680nm 波長強度過飽和時，除了 630nm 波長強度是隨角度增加而變強以外，680nm 波長強度也會跟著變強。



4.2.3 斜線效率

斜線效率是在輸入光的強度與輸出光的強度對比圖中，對開始產生光以後的數據進行線性擬合分析，而此擬合線與 X 軸強度的交界處即為出光閾值(Threshold)，而該線的斜率為斜線效率。在確認頻譜的輸出波長是理論值以及溫度的最佳設定值時，即可進行斜線效率量測。此次的共振腔 IC 的綠光穿透率經過實測後為 78%，故將輸入綠光能量乘上此穿透率後，計算夾角 $\theta = 0.04^\circ$ 、 0.1° 、 0.2° 的斜線效率。

(1)夾角 $\theta = 0.04^\circ$ 的斜線效率

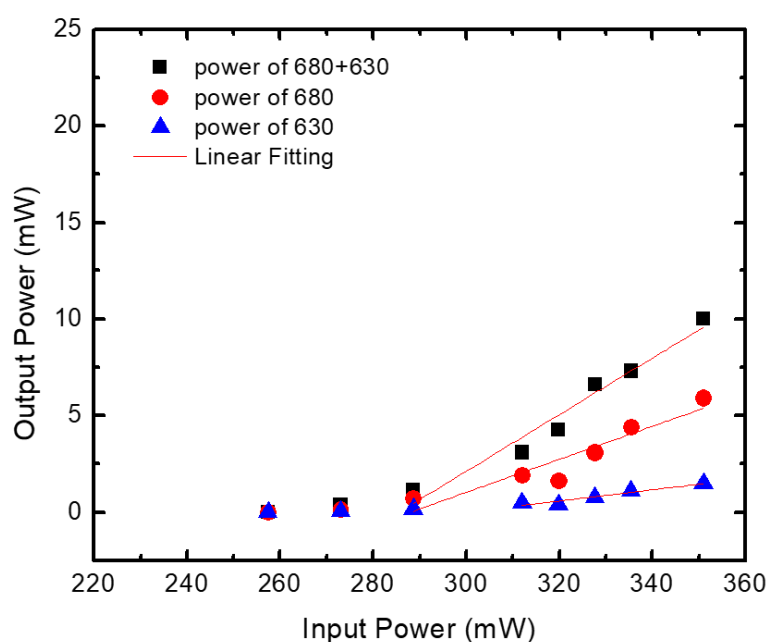


圖 4.2-12 夾角 $\theta = 0.04^\circ$ 的斜線效率

(2) 夾角 $\theta = 0.1^\circ$ 的斜線效率

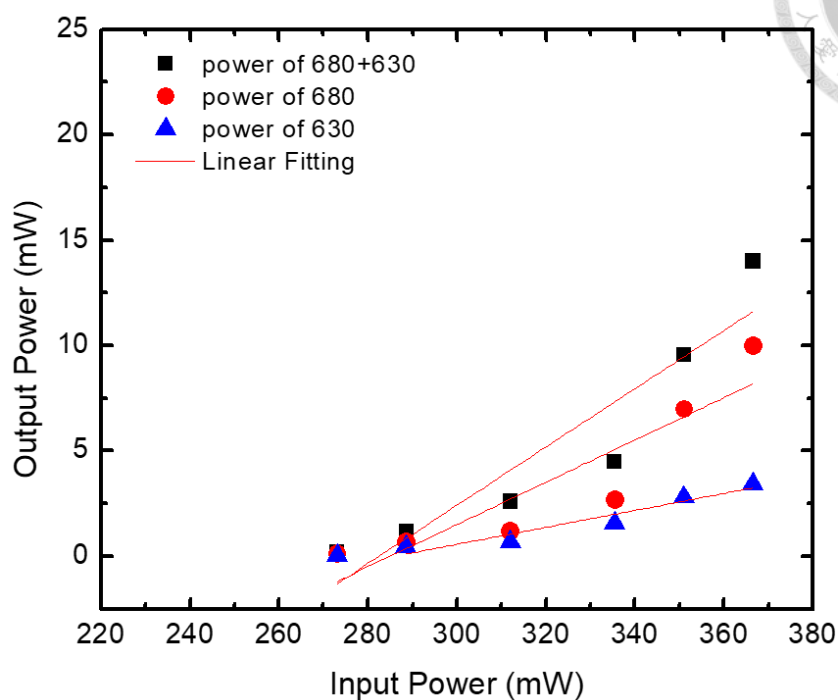


圖 4.2-13 夾角 $\theta = 0.1^\circ$ 的斜線效率

(3) 夾角 $\theta = 0.2^\circ$ 的斜線效率

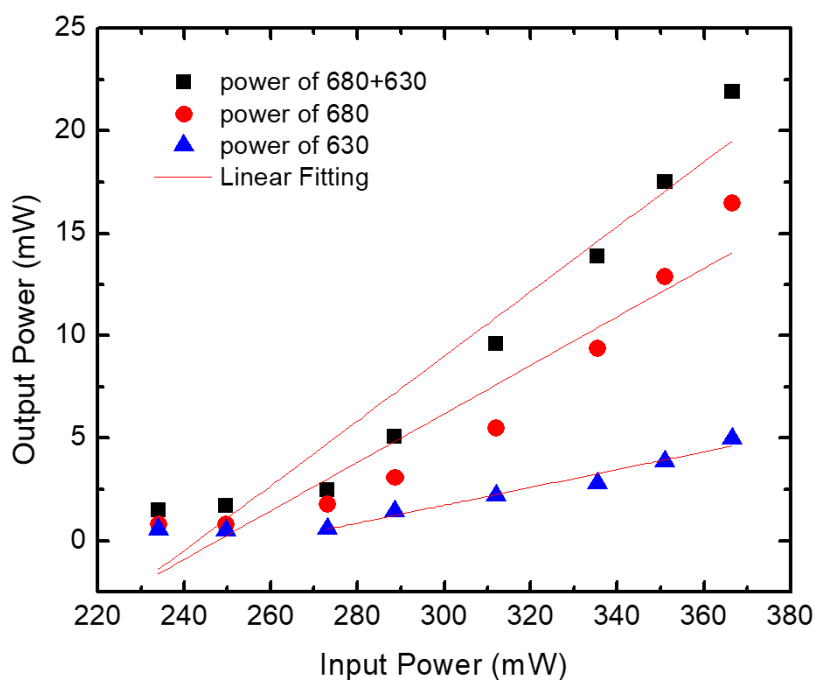


圖 4.2-14 夾角 $\theta = 0.2^\circ$ 的斜線效率

表 4.2.1 不同夾角與不同出光波長的斜線效率與出光閾值

Wavelength (nm)	夾角 $\theta = 0.04^\circ$		夾角 $\theta = 0.1^\circ$		夾角 $\theta = 0.2^\circ$	
	slope Efficiency	Threshold (MW/cm ²)	slope efficiency	Threshold (MW/cm ²)	slope efficiency	Threshold (MW/cm ²)
680	8.54%	287.925	10.01%	284.9007	11.83%	247.5972
630	2.88%	299.7966	4.04%	285.8468	4.34%	260.0493

由上圖與表格 4.2.1 結果可知夾角的增加能助於提升兩種波長斜線效率以及降低閾值，從 $\theta = 0.04^\circ$ 增加到 $\theta = 0.2^\circ$ 時，630nm 波長與 680nm 波長能增加分別為 1.46%與 3.29%斜線效率，以及降低 39.7mW 與 40.3mW 的閾值，且在同輸入能量下 630nm 波長強度會增強約 2.6 倍。最後將此三種不同夾角的圖整理成相同輸入能量對輸出能量圖如下：

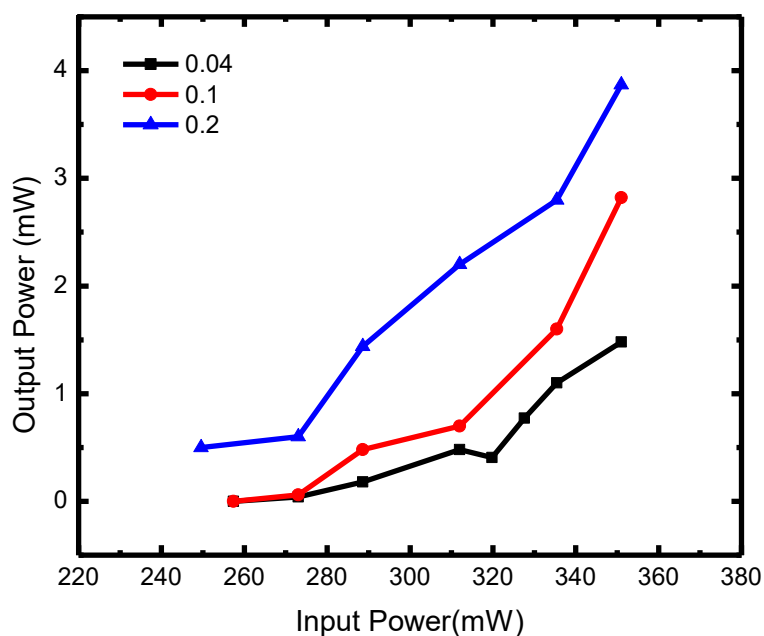


圖 4.2-15 不同夾角之 630nm 波長斜線效率

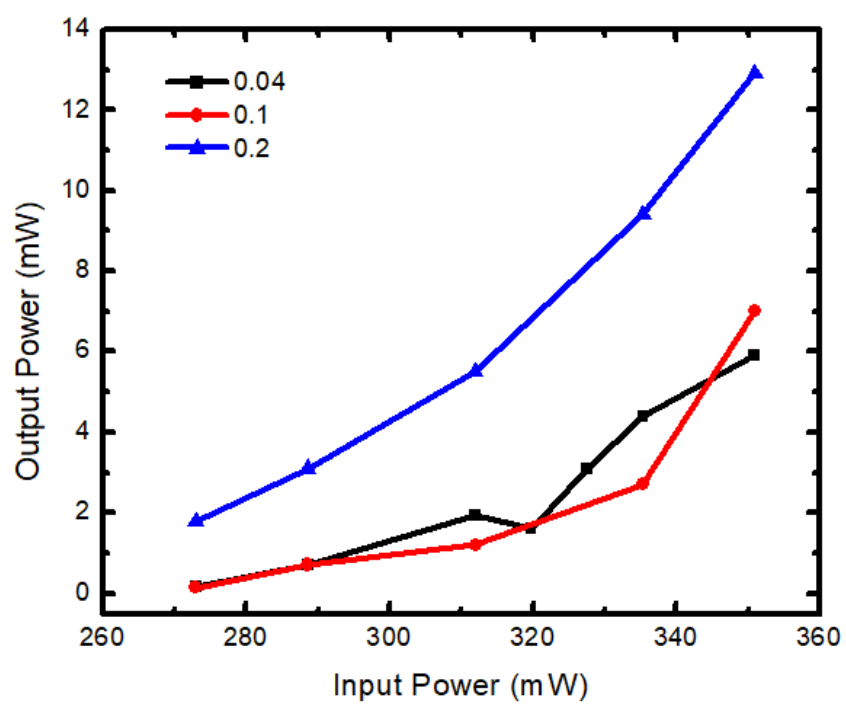


圖 4.2-16 不同夾角之 680nm 波長斜線效率

第五章 結論與未來展望

5.1 結論



本次實驗共利用了以下三種技術去達成：(1) 透過調製高溫熱擴散參數，當溫度逼近於居禮溫度且持續 12hr，在高電壓致週期性極化反轉技術能成功產出 1mm 厚度鉬酸鋰晶體的內部週期性反轉結構。

(2) 利用 MATLAB 進行二維傅立葉分析此次設計的光罩，能得出兩種週期所提供的動量之向量的夾角 θ 越大時，630nm 與 680nm 的有效非線性係數差會從-0.115 到 1.086，意謂著 630nm 波長相對於 680nm 會逐漸明顯。另外也利用此程式語言設計了計算週期、控制 OSA 頻譜、poling ratio 運算、多重影像快速裁剪、camera 控制與影像分析的人機介面，幫助我在實驗上大大地提升工作效率。(3)在光學量測中，夾角 θ 從 0.04° 增加 0.2° ，不僅能有效提升 8°C 溫度頻寬，能產生光的溫度範圍能從 $140^\circ\text{C}\sim 155^\circ\text{C}$ 擴寬成 $115^\circ\text{C}\sim 165^\circ\text{C}$ 。在斜線效率中，630nm 波長與 680nm 波長能提升分別為 1.46% 與 3.29% 斜線效率，出光閾值能分別降低 39.7mW 與 40.3mW，且在同輸入能量 350mW 情況下，630nm 波長強度會增強約 2.6 倍。以上情形皆有再透過製作第二個樣品來進行第二次量測，而結果的趨勢與上述情形相似。

5.2 未來展望



此次在設計樣品時，因光罩設計的線寬需要 $2\mu\text{m}$ 以上的限制，造成有些區域是空白無法呈現出來，會浪費掉可進行轉換頻率的空間，而且也會與模擬有誤差，若未來可以希望能過濾掉 $2\mu\text{m}$ 以下的線寬並有效利用這部分的區域。而當初在製作樣品時因為 680nm 是不平行於 X 軸，巨觀認為 630nm 會與雷射方向平行故因該強度較強，但結果卻相反，其後有考慮是否為樣品兩端面角度關係，固有進行八次不同樣品的研磨，但結果皆是 680nm 波長強度遠大於 630nm ，故將研磨因素排除。最後量測的結果，此次實驗最多只有到 $\theta=0.2^\circ$ 情況。雖然夾角增加能有效提升 630nm 的強度，但是並未看見最佳值，從二維傅立葉模擬可以知道，夾角的增加對於雷射產出 680nm 波長之 Y 方向的動量需求會更大，故推測在特定夾角時 680nm 與 630nm 的強度會相同，所以已經設計 $\theta=0.4^\circ$ 、 0.8° 、 2.0° 、 4.0° 、 8.0° 的光罩，期望能從這些角度量出最佳結果，以及 680nm 與 630nm 動量方向對調的設計，看是否會從高強度的 680nm 變成高強度 630nm 。

第六章 補充資料

6.1 超快脈衝雷射在晶體內傳播的時域色散(Temporal Spreading)模擬



在脈衝波在穿透晶體內時，會因為晶體的折射率關係造成脈衝會向兩側色散情況，此次模擬根據[31]文獻可知如何模擬出脈衝與時域和空間的分布情形：

脈衝波在透明材料內是以群速度穿透，而光的相速度與該光的頻率或波長，其群速度為 $v_g = c/n_g$ ， n_g 為跟頻率有關的群折射係數。而群速度色散(Group Velocity Dispersion, GVD)的公式為：

$$\text{GVD} = \frac{d^2 k}{d\omega^2} \quad (6.1)$$

並定義參數 $\alpha \equiv \frac{1}{2} \frac{d^2 k}{d\omega^2}$ ，對於具有高斯分布的脈衝，在介質內傳播距離為 L 後的脈衝的時域頻寬(duration)可推展成以下公式[32]：

$$\tau(L) = \tau_0 \sqrt{1 + \left(\frac{8\alpha L \ln 2}{\tau_0^2} \right)^2} \quad (6.2)$$

其中 τ_0 為在 $L=0$ 時的初始脈衝之時域頻寬。

為了推導脈衝強度，須將參數 a 整理成 $a = -\frac{1}{2v_g^2} \frac{dv_g}{d\omega} = \frac{\lambda_0^3}{4\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda_0^2}$ ，

$v_g = \frac{c}{n_g} = \frac{c}{n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}}$ ，其中 $\frac{dn}{d\lambda_0}$ 與 $\frac{d^2 n}{d\lambda_0^2}$ 就必須參考 Sellmeier equation 1 微

分推得。

其脈衝強度隨著距離與時間的變化公式：

$$I(z, t) = \frac{1}{\sqrt{1 + 16a^2\alpha^2z^2}} \exp\left(-\frac{2(t - \frac{z}{v_g})^2}{\frac{1}{\alpha} + 16a^2z^2\alpha}\right) \quad (6.3)$$

其 $\alpha = \frac{2 \ln 2}{\tau_0^2}$ 。

此次模擬設定 wavelength=0.8 μ m，溫度 25°C，initial pulse width=80 fs，設計產出 2.2 μ m 與 2.4 μ m 波長，計算出共熔鈮酸鋰與共熔鈮酸鋰的 pulse spreading 模擬圖如下，而程式碼將放在程式碼補充章節：

(1) 共熔鈮酸鋰：

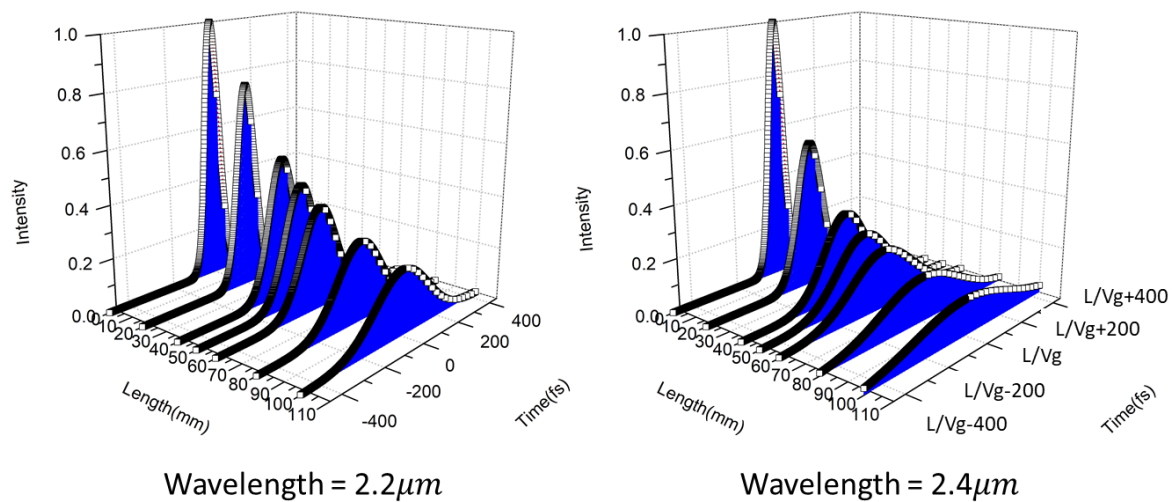


圖 6.1-1 鈮酸鋰的脈衝波與距離、時域關係模擬圖

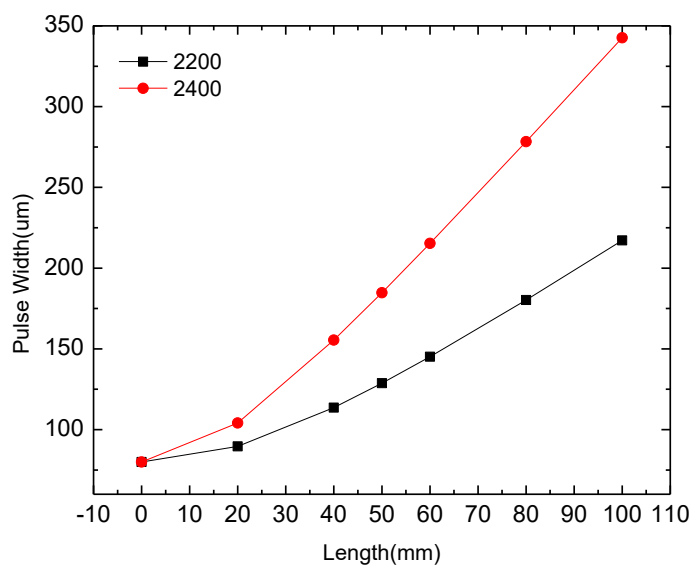


圖 6.1-2 鈮酸鋰的脈衝波頻寬與距離關係模擬圖

(2)共熔鈮酸鋰：

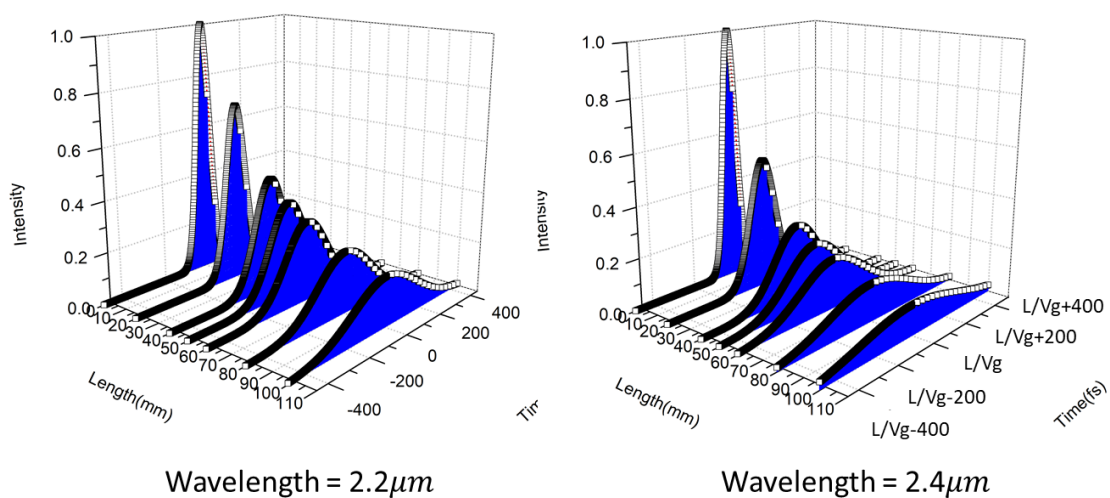


圖 6.1-3 鈮酸鋰的脈衝波與距離、時域關係模擬圖

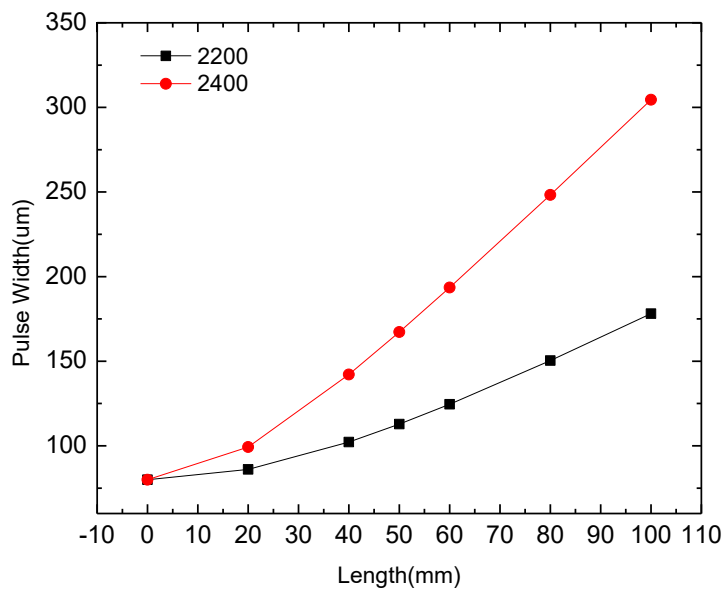


圖 6.1-4 鈮酸鋰的脈衝波與距離關係模擬圖

6.2 多重影像擷取程式設計

在進行 beam size 的影像拍攝時，因為會固定增加距離拍攝會有許多影像，若雷射光源以外有不明的光源影響到，可以對這些圖進行截圖以用來過濾外在光源。程式示範如下，可先選取多個影像如圖 6.2-1，接著對其中一個照片用滑鼠框取要擷取的範圍如圖 6.2-2 所示，最後程式就會對該選取的多重影像全部擷取，即可完成，程式碼將會補充在程式碼補充章節。

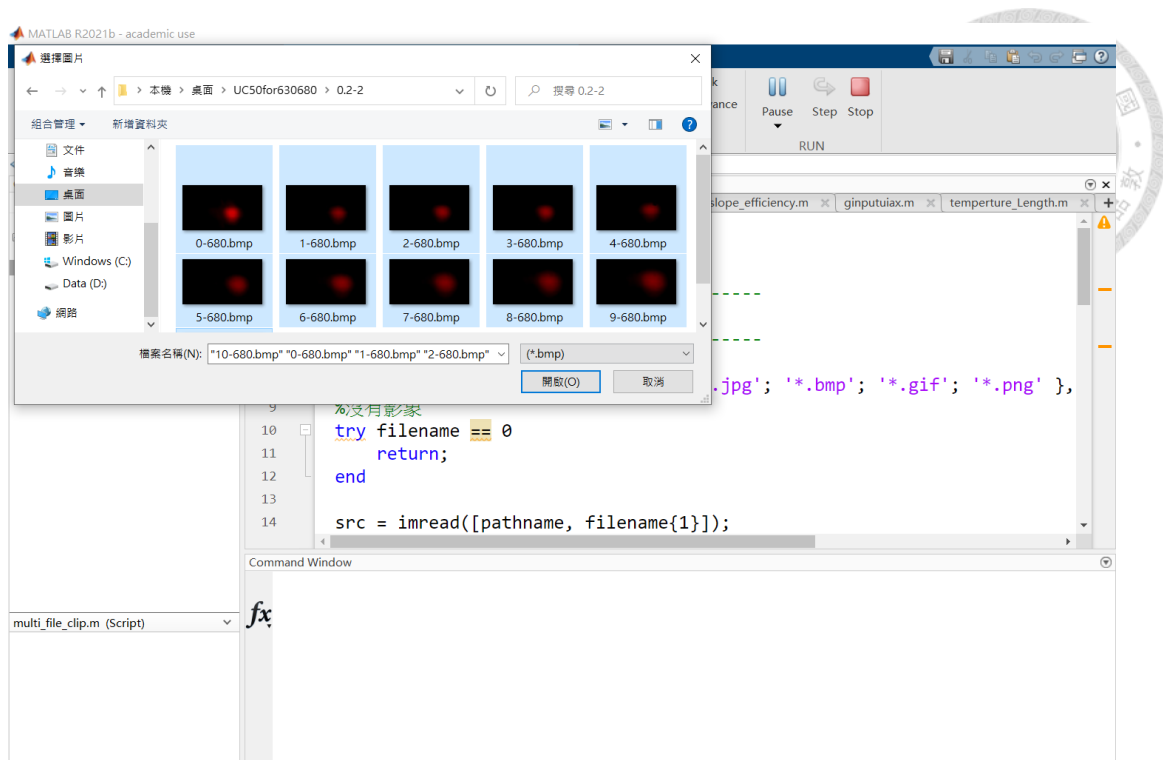


圖 6.2-1 選取多個影像

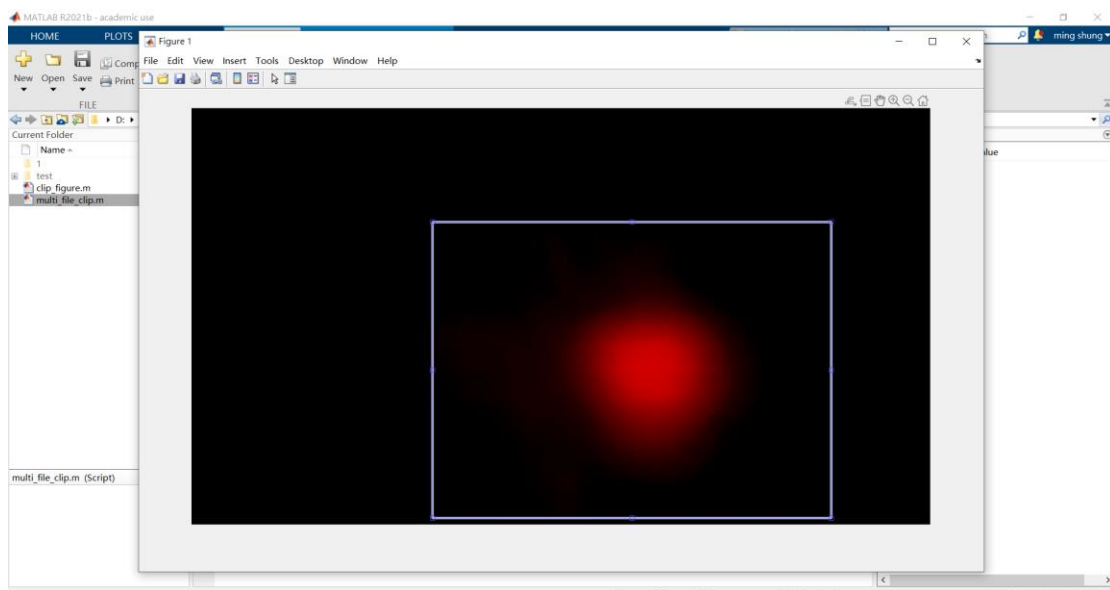


圖 6.2-2 影像擷取示範

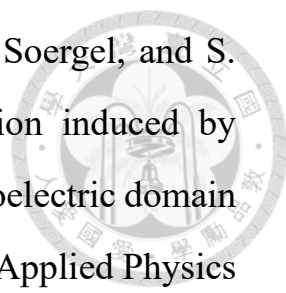
參考資料



- [1] K. -. Chang, S. M. Ousaid, L. -. Peng, and A. Boudrioua, "Wavelength Tunable Laser based on Angular Tuning of Two Dimensional Nonlinear Photonic Crystals with Disk Shape," in *Optica Advanced Photonics Congress 2022, Technical Digest Series* (Optica Publishing Group, 2022), paper NpM2F.2.
- [2] Boyd, *Nonlinear Optics 3ed*, Academic Press, Inc., Ch.2, (2008).
- [3] DN Nikogosyan, "Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey," pp. 35(2005).
- [4] M. Marangoni and R. Ramponi, "*Ferroelectric Crystals for Photonic Applications*," Ch.4, (2014).
- [5] L. Fenno, O. Yizhar, and K. Deisseroth, *Annu Rev Neurosci.* Vol .34, pp. 389 (2011).
- [6] Shinobu Aoyagi, Hitoshi Osawa, Kunihisu Sugimoto, Makoto Iwata, Shoichi Takeda, Chikako Moriyoshi, and Yoshihiro Kuroiwa, "Crystal structure analysis of LiTaO_3 under electric field," *Japanese Journal of Applied Physics*, vol.54, 10NB03, (2015).
- [7] D. Feng, N. B. Ming, J. F. Hong, Y. S. Zhu, Z. Yang, and Y. N., Wang, "Enhancement of second-harmonic generation in LiNbO_3 crystals with periodic laminar ferroelectric domains," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 37, pp. 607, (1980).
- [8] H. Ito, C. Takyu, and H. Inaba, "Fabrication of periodic domain grating in LiNbO_3 by electron beam writing for application of

- nonlinear optical processes,” *Electron. Lett.*, Vol. 27, p. 1221, (1991).
- [9] I. Camlibel, “Spontaneous polarization measurements in several ferroelectric oxides using a pulsed-field method,” *Journal of Applied Physics*, Vol. 40, pp. 1690, (1969).
- [10] Shintaro Miyazawa, “Ferroelectric domain inversion in Ti-diffused LiNbO₃ optical waveguide,” *Journal of Applied Physics*, Vol.50, p.4599, (1979).
- [11] 韓志勇, “利用鎳擴散利用鎳擴散製程於週期性極化反轉鉭酸鋰垂直調制準相位匹配結構,” 國立臺灣大學光電工程學研究所碩士論文, (2018).
- [12] Shintaro Miyazawa, “Ferroelectric domain inversion in Ti-diffused LiNbO₃ optical waveguide,” *Journal of Applied Physics*, vol.50, pp.4599, (1979).
- [13] W. Koechner, “Solid-State Laser Engineering,” Springer Series in Optical Sciences, Springer, London, UK, 6th edition, p.403 (2006).
- [14] G. D. Boyd, A. Ashkin, J. M. Dziedzic, and D. A. Kleinman, “Second-Harmonic Generation of Light with Double Refraction,” *Phys. Rev.*, Vol.137, A1305, (1965).
- [15] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, and D. N. Nikogosyan, “*Handbook of Nonlinear Optical Crystals*,” Springer, 3rd ed., Vol.64, (1999).
- [16] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan,

- “Interactions between light waves in a nonlinear dielectric,”
Physical Review, vol. 127, no. 6, pp. 1918–1939, (1962).
- [17] Martin M. Fejer, G. A. Magel, Dieter H. Jundt, and Robert L. Byer,
“Quasi-Phase-Matched Second Harmonic Generation: Tuning
and Tolerances,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol.28,
No.11, pp. 2631-2654, (1992).
- [18] V. Berger, “Nonlinear Photonic Crystals,” *Phys. Rev. Lett.*, vol.81,
pp.4136, (1998).
- [19] 吳柏緯, “利用非線性光子晶體鉭酸鋰以級聯光學參量振盪
器之腔內倍頻架構產生多波長橘黃光雷射之研究,” 國立臺
灣大學光電工程學研究所碩士論文, (2021).
- [20] G. D. Miller, “Periodically Poled Lithium Niobate: Modeling,
Fabrication, and Nonlinear-Optical Performance,” Ph.D. Thesis,
Stanford University, Stanford, California, (1998).
- [21] I. S. Baturin, A. R. Akhmatkhanov, V. YA. Shur, M. S.
Nebogatikov, M. A. Dolbilov, and E. A. Rodina,
“Characterization of Bulk Screening in Single Crystals of
Lithium Niobate and Lithium Tantalate Family,” *Ferroelectrics*,
Vol.374, pp. 1-13, (2008).
- [22] J. W. P. Schmelzer, “Nucleation Theory and Applications,” Wiley-
VCH, Weinheim, p.9 (2005).
- [23] L.-H. Peng, Y.-C. Fang, and Y.-C. Lin, “Polarization switching of
lithium niobate with giant internal field,” *Applied Physics Letters*,
Vol. 74, No. 14, pp. 2070-2072, (1999).

- 
- [24]C. Y. J. Ying, G. J. Daniell, H. Steigerwald, E. Soergel, and S. Mailis, “Pyroelectric field assisted ion migration induced by ultraviolet laser irradiation and its impact on ferroelectric domain inversion in lithium niobate crystals,” *Journal of Applied Physics* vol.114, pp.083101,(2013).
- [25]Venkatraman Gopalan, and Terence E. Mitchell, “In situ video observation of 180° domain switching in LiTaO₃ by electro-optic imaging microscopy,” *Journal of Applied Physics*, vol. 85,pp. 2304, (1999).
- [26]P. Ferraro , S. Grilli , and P. De Natale, “Ferroelectric Crystals for Photonic Applications: Including Nanoscale Fabrication and Characterization Techniques,” Springer, Berlin, pp.89(2009).
- [27]Y.S.Kim,R.T.Smith, “Thermal expansion of lithium tantalite and lithium niobite crystals.” *J. Appl. Phys.* 40(11), 4637–4641 (1969).
- [28]Aleksandra Foltynowicz, “Fiber-laser-based Noise-Immune Cavity-Enhanced Optical Heterodyne Molecula Spectrometry”, pp.64 (2009).
- [29]吕百达, 激光光学 : 光束描述、传输变换与光腔技术物理. 高等教育出版社,(2003).
- [30]ISO/TR 11146-3:2004, Lasers and laser-related equipment — test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios — part 3: Intrinsic and geometrical laser beam classification, propagation and details of test methods, (2004).
- [31]M. Rosete-Aguilar, F. Estrada-Silva, N. Bruce, C. Román-

Moreno, and R. Ortega-Martínez, “Calculation of temporal spreading of ultrashort pulses propagating through optical glasses”, Rev. Mex. Fís., vol. 54, no. 2, pp. 141–0, Jan.(2008)

[32] Yariv and Pochi Yeh, “Chromatic dispersion and polarization mode dispersion in fibers” in Photonics, 6th edition, pp. 13-19 (Oxford University Press, 2007).

[33] Mikhail polyanskiy. (2008). Refractive Index Database. RefractiveIndex.INFO. <https://refractiveindex.info/>

附錄

超快脈衝雷射在晶體內傳播的時域色散 模擬程式碼

```
clc
clear all
%% ===sellmer equation=== (求折射率n值)
%%===parameter
%LT %注意a雖然是dvg 但是跟實際dvg差兩倍 2*a = dvg
lambda = 1.064; %um
T = 25;
A=4.5284;
Bb=7.2449e-3;
Cc=0.2453;
D=-2.3670e-2;
E=7.7690e-2;
F=0.1838;
b=(2.6794e-8).*(T+273.15).^2;
c=(1.6234e-8).*(T+273.15).^2;
B = Bb+b;
C = Cc+c;
%%===equation
n=sqrt(A + ((B)./(lambda.^2-((C).^2))) + (E)./(lambda.^2-F.^2))+ D.*lambda.^2);
% n=sqrt(1+2.6734./(1-0.01764./lambda.^2)+1.2290./(1-0.05914./lambda.^2)+12.614./(1-
```

```

474.60./lambda.^2));
diffn1      =      0.5*n^-1*(-2*lambda*B/(lambda.^2-C^2)^2-2*lambda*E/(lambda^2-
F^2)^2+2*D*lambda);
diffn2      =      -1/4*n^-3*(-2*lambda*B/(lambda.^2-C^2)^2-2*lambda*E/(lambda^2-
F^2)^2+2*D*lambda).^2+ ...
0.5*n^-1*(-2*B/(lambda^2-C^2)^2+8*lambda^2*B/(lambda^2-C^2)^3-2*E/(lambda^2-
F^2)^2+8*lambda^2*E/(lambda^2-F^2)^3+2*D);
c = 3e8; %m/s
a = -lambda.^3/(4*pi*c^2)*diffn2*1e21; %fs^2/mm;
t0 = 80; %fs
a*2
alpha = 2*log(2)/t0^2;
L = [0,20,40,50,60,80,100]; %mm 晶體長度
pulse_width= @(L) t0*sqrt(1+(4*a.*L*log(2)./t0.^2).^2); %44.651
pulse_data = cat(2,L',pulse_width(L));
vg = c/(n-lambda*diffn1); %unit:m/s
Z = [];
T = [];
Intensity=[];
for z = L
% z = 100;
for t = linspace(z/vg-500,z/vg+500,1000)
I = 1./sqrt(1+16*a.^2*alpha.^2*z.^2)*exp(-2*(t-z/vg).^2/(1/alpha+16*a.^2*z.^2*alpha));
Z = [Z;z];
T = [T;t];
Intensity = [Intensity;I];
end
end
% plot3(Z,T,Intensity);
% ylim([0,1])
total_data = cat(2,Z,T,Intensity);

```

多重影像擷取程式碼

```

clc;
clear;
close all;

```

```

%-----
% Matlab截圖程式
%-----
[filename, pathname] = uigetfile({ '*.jpg'; '*.bmp'; '*.gif'; '*.png' }, '選擇圖片', 'MultiSelect', 'on');
%沒有影象
try filename == 0
return;
end
src = imread([pathname, filename{1}]);
[m, n, z] = size(src);
figure(1)
imshow(src)%顯示原影象
%-----
%畫圖後：
h=imrect;%滑鼠變成十字，用來選取感興趣區域
%-----
%圖中就會出現可以拖動以及改變大小的矩形框，選好位置後：
%-----
pos=getPosition(h);
%-----
%pos有四個值，分別是矩形框的左下角點的座標 x y 和 框的 寬度和高度
%-----
%-----
%拷貝選取圖片
%-----
imCp = imcrop( src, pos );
figure(2)
imshow(imCp);
[filename_save, pathname_save] = uiputfile({ '*.jpg'; '*.bmp'; '*.gif'; '*.png' }, '儲存圖片', [num2str(1), '.bmp']);
if filename_save == 0
return;
end
imwrite(imCp,[pathname_save,filename_save])
close all;
%-----
for i = 1:length(filename)

```

```

src = imread([pathname, filename{i}]);
imCp = imcrop( src, pos );
figure(2)
imshow(imCp);
imwrite(imCp,[pathname_save,[num2str(i), '.bmp']])
close all;
end

```

自動繪製 AutoCAD 程式(多個並聯)

```

clc;clear; close all;
start_point=[0 0]; %起始點
period= [6.6327 6.6447 6.658 6.6447]; %每段週期um 由下往上畫
mask_length =18000; %每段週期的長度，需與週期種類數目相同
width=100; %週期寬度 um
strip_size=0.25; %開孔的duty大小
n=ceil(mask_length./period); %每段週期的數目
strip_width=period.*strip_size; %開孔的寬度
col_space = 0; %週期與週期間距
period_r = [0,period];
if length(width) ==1
width = width*ones(1,length(period));
end
for i = 1:length(period_r)-1
x1(i,1) = start_point(1);
y1(i,1) = sum(width(1:i-1))+col_space*(i-1);
x2(i,1)= period_r(i+1)*strip_size;
y2(i,1) = sum(width(1:i))+col_space*(i-1);
end
y1= start_point(2)+y1;
y2 = start_point(2)+ y2;
x2 = x2+start_point(1);
total = cat(2,x1,y1,x2,y1,x2,y2,x1,y2);
fid = fopen('colume.txt','wt+');
for i = 1:size(total,1)
fprintf(fid,'PLINE %5f,%5f %5f,%5f %5f,%5f %5f,%5f C\n',total(i,:));
fprintf(fid,'Arrayrec\nL\n\nCOL\n%d\n%.5f\nR\n1\n600\n1\n\n', [n(i),period_r(i+1)]);
end
end

```



```
fclose(fid);
```



輸入圖片進行二維傅立葉分析

```
clc;clear;close all;
%參考張凱勛學長而修改的程式
img1 = rgb2gray(imread( 'D:\Ming Shung\桌面\FFT圖片\400\0.1.png' ));
imshow(img1);
img = double(img1);
for i = 1:size(img,1)
for j = 1:size(img,2)
if img(i,j)>=255/2
img(i,j)=1;
else
img(i,j)=-1;
end
end
end
full_crystal = img;
d33 = 13.8;
step_inc = 800/size(img,2) ; %1.32; 實際長度um/pixle number
sampling_k=2.*pi./step_inc; %1/um
L_total_num=size(img,2);
f_vector_L=(-1*L_total_num/2:1:L_total_num/2-1)*sampling_k/L_total_num;
W_total_num=size(img,1);
f_vector_W=(-1*W_total_num/2:1:W_total_num/2-1)*sampling_k/W_total_num;
total_length = size(img,1)*size(img,2);
fft_result=fft2(d33.*full_crystal)/total_length;
fft_shift_result=fftshift(fft_result);
% figure, imagesc(abs(fft_shift_result))
% mesh(f_vector_L,f_vector_W,abs(fft_shift_result))
% %surf(f_vector_L,f_vector_W,abs(fft_shift_result))
% xlabel('Kx (1/um)')
% ylabel('Ky (1/um)')
% figure,contourf(f_vector_L,f_vector_W,abs(fft_shift_result),15)
figure,contour(f_vector_L,f_vector_W,abs(fft_shift_result));
figure,meshz(f_vector_L,f_vector_W,abs(fft_shift_result));
```

```
%surf(f_vector_L,f_vector_W,abs(fft_shift_result))
xlabel('G_x (1/um)')
ylabel('G_y (1/um)')
xlim([-1,1.5])
%1/G*2*pi
```

高溫爐參數圖繪製

```
clc;clear;close all;
temp = 590 ;
sl = 6.5 ;
t1 = 0:590/6.5;
y1 = 6.5*t1;
t2 = 590/6.5+1 : 12*60;
y2 = temp*ones(1,length(t2));
t3 = 12*60+1:0.1:60*60;
y3 = temp*exp(-(t3-12*60-1)/100);
t = [t1,t2,t3]/60;
y = [y1,y2,y3];
data = [t,y'];
plot(t,y)
```

將圖片 RGB 資料取出

```
clc;clear;close all;
X = imread('1.2.bmp');
subplot(4,1,1)
image(X)
subplot(4,1,2)
R = X;
R(:, :, 2:3) = 0;
image(R)
subplot(4,1,3)
```

```

G = X;
G(:,:,1:3) = 0;
image(G);
subplot(4,1,4)
B = X;
B(:,:,1:2) = 0;
image(B);
x = X;
gr = rgb2gray(x);
% figure, imshow(x(:,:,1)); % Red component
% figure, imshow(x(:,:,2)); % Green component
% figure, imshow(x(:,:,3)); % Blue component

```

腔內模態模擬

```

clc;clear ;close all;
%腔內放置晶體運算
%=====unit=====
global cm um nm
cm = 1;
um = cm*1e-4;
nm = cm*1e-7;
%=====parameter=====
T = 140 ;
R1 = inf *cm; %入射光第一個碰到的鏡子
R2 = 50 *cm; %第二個鏡子曲率半徑
crystal_length = 3 *cm; %晶體長度
x1 = 1*cm; %晶體與R1鏡子距離
x2 = 1 *cm; %晶體與R2鏡子距離
x = 0;
theta_1 = 0; %degree
lambda = [0.532,1.064] *um ; %um
for i = 1:length(lambda)
n = sell_1(lambda(i)*1e-2,T);
d = linspace(0,crystal_length + x1+x2,100);
self_ABCD = [1 x1;0 1]*[1 0;0 n]*[1 crystal_length;0 1]*[1 0;0 1/n]*[1 x2;0 1]* ...

```

```

[1 0;-2/R2 1]*[1 x2 ;0 1]*[1 0 ;0 n]*[1 crystal_length;0 1]*[1 0 ;0 1/n]*[1 x1;0 1]*[1 0;-2/R1
1];
%=====ABCD矩陣另外算法:=====
L = 3.92 *cm; %crystal_length/n + x1+x2;
% self_ABCD = [1 0;-2/R1 1]*[1 L;0 1]*[1 0;-2/R2 1]*[1, L ;0 1];%法一
% self_ABCD = [1, L ;0 1]*[1 0;-2/R2 1]*[1 L;0 1]*[1 0;-2/R1 1];%法二
%=====
A = self_ABCD(1);B = self_ABCD(3); C = self_ABCD(2) ; D = self_ABCD(4);
theta_2 = C*x+D*theta_1;
w0 = (sqrt(lambda(i)*B/2/pi*sqrt(4-(A+D)^2)/(1-A*D))) /um %算最小beamsize
%
% % w = w0*sqrt(1+(d/(L/2)).^2);
%
w1 = sqrt(2*lambda(i)*B/(pi*sqrt(4-(A+D).^2))); %R1之beamsize
w(i,:) = w1*sqrt((1-d/(R1)).^2+(lambda(i)*d/(pi*w1^2)).^2)/um; %w(d)
end
%=====三波混和之光束大小=====
% w_c(1,:)=(w(2,:).^2+w(3,:).^2).^0.5;
% w_c(2,:)=(w(1,:).^2+w(3,:).^2).^0.5;
% w_c(3,:)=(w(1,:).^2+w(2,:).^2).^0.5;
%=====
%=====高階模態=====
%=====figure setting=====
hold on
% plot(d,w_c,'LineWidth',4);
plot(d,w,'--','LineWidth',4);
data = [d',w(1,:)]
hold off
box on
xlabel(['distance(cm)']);
ylabel(['beam waist (um)']);
xline(x1,'--');
xline(x1+crystal_length, '--');
title('相對於R1的鏡面，beam-size對距離關係');
legend('0.532','1.064'); %'coupling of pump','coupling of signal','coupling of idler',

```

計算週期之熱膨脹函數程式碼



```
function [actually_period] = thermal_expansion_funt(original_period,design_temp)
%THERMAL_EXPANSION_FUNT Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
% design_temp = 140 ;%*C
% original_period = 7.63;
T0 = 298; %room temperture
T = T0 + design_temp-25;
a = 16.2e-6;
b = 5.9e-9;
actually_period = original_period/(1+a*(T-T0)+b*(T-298).^2);
disp(['real period = ',num2str(actually_period)]);
end
```

計算不同經過光學系統的模態(為模態匹配觀察用)

```
clc;clear;close all;
%%%% Z代表瑞利尺度 z代表距離 s代表與光學器具間的間距。 w代表beam waist 。f代表焦距
%%%% 理論值終究是理論，跟實驗有所誤差，可能該程式碼需要再修正，參考就好
%% section1
M = 1.2; % M quality
w0 = 350; % NL204 beam size = 350um
w0 = w0*M;
lambda = 0.532;
Z1 = pi*w0.^2/lambda;
z1 = 0:135000;
s1 = 135000;
w1 = w0*sqrt(1+(z1/Z1).^2);
w2 = w1(135e3)
% plot(z1/10000,w1,'LineWidth',4);
```

```

% xlabel('distance(cm)')
% theta = lambda/pi/w0;
% theta2 = asin(1/1.7*sin(theta));
%% in Crystal KTP by using ABCD
n=sqrt(3.29100+0.04140./(lambda.^2-0.03978)+9.35522./(lambda.^2-31.45571));
lambda2 = lambda/n;
s1 = 13.5e4; %um
i = 1;
L_c = 0:5000; %um
for L = 0:L_c(end)
abcd= [1 L;0 1]*[1 0 ; 0 1/n]*[1 135000;0 1]; %um
A = abcd(1); B = abcd(3); C = abcd(2); D = abcd(4);
w22(i) = sqrt(lambda/n/pi*(A/(D/Z1)+B.^2./Z1./D./A));
i = i+1;
end
% for L = 0:5000
% w(i) = sqrt(lambda/pi*(1+((s1+L/n)/(Z1)).^2)*(Z1));
% i = i+1;
% end
w3 = w22(end);
%
% plot(z1,w1,L_c+s1,w22,'LineWidth',4);
%% section3 after crystal KTP
i = 1; %initial
lambda = lambda;
L4 = 0:30.703e4; %um 28*2.5e4
for L = L4
abcd= [1 L ;0 1]*[1 L_c(end)/n;0 1]*[1 135000;0 1]; %um
A = abcd(1); B = abcd(3); C = abcd(2); D = abcd(4);
w44(i) = sqrt(lambda/pi*(A/(D/Z1)+B.^2./Z1./D./A));
i = i+1;
end
w4 = w44(end);
% plot(z1,w1,L_c+s1,w22,L_c(end)+s1+L4,w44,'LineWidth',4)
syms z04 w04
[w04,z04]
=solve(w44(end)==w04*sqrt(1+(lambda*(z04+L4(end))/pi/w04^2)^2),w44(1)==w04
*sqrt(1+(lambda*(z04+L4(1))/pi/w04^2)^2));

```

```

double(w04)
disp([double(w04),double(z04)]);
z04 = double(z04);
w04 = double(w04);
% w1 =ans*sqrt(1+([0:9e5]*lambda/pi/ans.^2).^2);
% plot(w1)
%% section5 cross the lens
f = 30e4;
w444(1) = w04(1);
Z2f = pi*w444(1)^2/lambda;
s1f = L4(end)+z04(1);
w2f = f*w444(1)/((s1f-f).^2+Z2f^2).^0.5;
s2f = (1/f-1/s1f*1/(1+Z2f^2/(s1f*(s1f-f))))).^-1;
z2f = -s2f:s2f;
Z02f = pi*w2f.^2/lambda;
wf =w2f*sqrt(1+(z2f/Z02f).^2);
%
plot(z1,w1,L_c+s1,w22,L_c(end)+s1+L4,w44,z2f+s2f+L_c(end)+s1+L4(end),wf,'Line
eWidth',6);
hold on
plot(z1*1e-4,w1,'b',z1*1e-4,-w1,'b','LineWidth',6)
plot((L_c+s1)*1e-4,w22,'g',(L_c+s1)*1e-4,-w22,'g','LineWidth',6)
plot((L_c(end)+s1+L4)*1e-4,w44,'r',(L_c(end)+s1+L4)*1e-4,-w44,'r','LineWidth',6)
plot((z2f+s2f+L_c(end)+s1+L4(end))*1e-4,wf,
'k',(z2f+s2f+L_c(end)+s1+L4(end))*1e-4,-wf,'k','LineWidth',6)
hold off
data = [[z1*1e-4,(L_c+s1)*1e-4,(L_c(end)+s1+L4)*1e-
4,(z2f+s2f+L_c(end)+s1+L4(end))*1e-4]' ...
,[w1,w22,w44,wf]'];
box on
wf(1)
title(['beam waist of 1.064um ' ])
xlabel('z (cm)')
ylabel('beam waist(um)')

```