國立臺灣大學管理學院財務金融學系

碩士論文

Department of Finance

College of Management

National Taiwan University

Master Thesis

衡量以 Merton 模型預測公司是否違約之精確度

Assessing the Accuracy of Default Prediction with Merton Model

張 秦

Chin Jang

指導教授：陳業寧博士

Advisor: Yehning Chen, Ph.D.

中華民國 98 年 7 月

July, 2009

論文摘要

本文探討根據 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論建立的模型，其對於台灣上市上櫃公司違約之預測能力。並將其與保留其函數型式而變數估計方法較簡單的模型、函數型式相對簡單之市場模型、以及由 Altman(1968)與李哲惠(2002)延伸之會計模型的預測能力進行比較。我們使用 hazard 模型進行相關檢測，結果顯示在考慮相關的市場變數之後，Merton 模型複雜的函數型式以及其估計資產市值相關變數的作法，對於預測公司是否違約並無幫助。且不同於之前研究，Merton 模型與若干市場模型對於公司是否違約之預測能力，並不劣於由 Altman(1968)或李哲惠(2002)延伸之會計模型。

我們的樣本橫跨民國七十九年至九十八年，共採計 1,689 家國內曾經上市上櫃公司、及 10,390 筆公司之年資料。並把全樣本依時間先後分成兩個子樣本，發現主要的結果在兩個樣本皆成立。我們並測試市場模型與會計模型在兩個子樣本之間的表現，發現隨著時間經過，市場模型與會計模型對於預測公司違約之精確程度，皆有小幅度的提升，且市場模型預測精確度之增進幅度較會計模型略高。

關鍵詞：信用風險；Merton 模型；存活分析

Thesis Abstract

We examine the accuracy of the Merton model, which is based on the theory proposed by Black and Scholes (1973) and Merton (1974). We compare the model with a simple alternative, which uses the same functional form with the Merton model but does not solve the model for an implied probability of default. We also compare the Merton style models with the model with the similar input but without the complex functional form and with the accounting models proposed by Altman (1968) and Lee (2002). We find that after considering the relevant market variables, the complex functional form of the Merton model and the numerical solution of the model do not contribute to the accuracy of default prediction. While contrary to the previous empirical result, the accuracy of the Merton model and other market models is definitely not inferior to the accuracy of either the accounting models.

Our sample contains all Taiwan listed firms except for ones belong to the banking and finance industry. The time horizon is from 1990 to 2009. The full sample contains 1,689 Taiwan listed firms with 10,390 firm-year data. We divide the full sample into two subsamples according to the time. The main results hold in each subsample. We also conclude that the accuracy of both the accounting models and the market models improve as the time goes by.

Keywords: Credit Risk；Merton Model；Survival Analysis

目錄

口試委員會審定書....................i
中文摘要....................ii
英文摘要....................iii
第一章　研究目的....................1
第二章　文獻探討....................3
第三章　研究方法....................7
第一節　Merton 模型....................7
第二節　Merton模型延伸變數....................11
第三節　會計模型....................14
第四節　Hazard 模型....................16
第四章　樣本....................18
第一節　樣本描述....................18
第二節　敘述統計量....................21
第五章　實證結果....................23
第一節　Hazard 模型結果....................23
第二節　全樣本之樣本外預測....................25
第三節　子樣本之樣本外預測....................28
第六章　結論與延伸....................31
第一節　結論....................31
第二節　後續延伸....................31
參考文獻....................35

表目錄

表一　相關敘述統計量..21
表二　π_{Merton}、π_{simple}與$\pi_{Merton}^{\mu=r}$的相關係數矩陣..................................22
表三(A)　市場模型參數估計..23
表三(B)　會計模型參數估計..23
表四　全樣本之樣本外預測結果..25
表五　樣本外預測結果—第一個子樣本..28
表六(A)　樣本外預測結果—第二個子樣本..28
表六(B)　樣本外預測結果—第二個子樣本..28

第一章　研究目的

在本文中，我們提出以下六個假說。第一個假說：Merton 模型所算出的違約機率，是預測公司是否發生財務危機的充分統計量。如果 Merton 模型所有的假設都滿足，以及在市場效率性的假設之下，Merton 模型所算出的違約機率應該包含所有關於公司違約機率的相關資訊，亦即我們要是藉由適當的計量方法，應該只有 Merton 模型所產生的變數是顯著的。若我們可以建構一個還有其他變數同時顯著的模型，則 Merton 模型所算出的違約機率便不是預測公司是否會違約的充份統計量。

第二個假說：Merton 模型所算出的違約機率，當中複雜的函數形式(functional form)，對於預測公司違約有相當程度的幫助。我們之後會考慮一個模型，自變數包括權益市值、負債面額、股價報酬率標準差等變數，且其為這些自變數之線性函數，並比較這個模型與 Merton 模型對公司發生違約的預測能力。若該模型算出的違約機率與 Merton 模型所算出的違約機率，其對公司違約的預測能力差不多，則 Merton 模型當中複雜的函數形式，對於預測公司是否違約並沒有太大的幫助。

第三個假說：Merton 模型中聯立求解目前公司資產市值、公司資產預期成長率與資產成長率標準差的步驟，對於預測公司違約有相當程度的幫助。在此，我們考慮其他若干較為簡單的方法，來估算公司的資產市值之相關變數。並把這些相關變數仍然放入 Merton 模型複雜的函數形式當中，由此產生一個新的違約機率。若此違約機率對於公司違約的預測能力不差於 Merton 模型太多，我們便認為 Merton 模型聯立求解的步驟並非很重要。

第四個假說：用選擇權隱含波動性代入 Merton 模型算出之違約機率，相較於由歷史資料推斷之波動性所代入 Merton 模型算出之違約機率，其預測力較為優越。我們認為由選擇權價格所推出的隱含波動性，可以更真實反映市場上對未來股價波動的預期，故用其代入 Merton 模型算出之違約機率，應該會更精確。

第五個假說：Merton 模型所算出的違約機率，相較於常用以會計變數為主的會計模型所算出之違約機率，對於公司是否違約有較差之預測力。之前研究以民國八十六年至九十年的上市公司資料作為樣本，發現 Merton 模型的預測力明顯劣於會計模型的預測力。我們認為之前的結果可能一定程度受到樣本選擇以及計量方法的影響；故我們拉長預測期間、採用較大的樣本數、使用另外的計量方法，測試之前研究所得到之結果是否仍然成立。

第六個假說：Merton 模型對於公司是否違約的預測力，會隨著時間的經過而越來越好。我們認為，隨著時間的經過，台灣之資本市場會更加發達、資訊傳播會更徹底、市場也會更有效率。如此包括 Merton 模型、及其他以市場變數為主的市場模型，其對公司違約的預測能力亦會越來越好。

第二章文獻探討

本章主要探討由 Black 及 Scholes(1973)理論延伸出之模型、一般市場變數所形成之市場模型、一般會計變數所形成之會計模型，他們相關的文獻。同時討論一些存活分析理論文獻，或是把存活分析應用於財務研究上之相關文獻。

Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)指出，一般來說，公司的股東權益可以視為標的物是公司資產、執行價格為公司負債面額的買權；而公司的債權可以視為無風險債券,加上一個標的物為公司資產且執行價格為公司負債面額的賣權。在包括公司資產市值、公司資產市值預期成長率、公司資產市值成長率標準差這些值已知的情形之下,我們可以算出公司負債的價值,以及推出公司理論上之違約機率。Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)的理論，在預測公司違約的觀念上，確實具有高度的原創性及以卓越的貢獻；可惜的是，他們並未提出如何推估公司資產市值相關變數的合理方法。直到 Vassalou 及 Xing(2004)與 Hillegeist et al.(2004)在其論文中列出了兩條聯立方程式，在把可觀察的市場變數與會計變數、代入其中之後，這些與公司資產市值相關的變數，雖然不存在解析解，但仍可採用數值方法，求得這些與資產市值相關變數的近似值。從那時起至到今日，學界開始廣泛使用 Black 及 Scholes(1973)的選擇權評價模型，來對公司的違約風險進行估算。

另一方面，比較以會計變數建立的模型、以 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論建立的模型、以及以其他市場變數建立的模型，他們對於預測公司違約準確性，近來也成為學界研究信用風險相當熱門的議題。Chava 及 Jarrow(2004)指出，與半強勢效率市場假說一致，若原本之預測公司違約之模型已經放入市場變數，則即使在模型中多放入一些會計變數，並不會顯著增加其對

公司違約的解釋能力與預測能力。Hillegeist et al.(2004)比較 Altman(1968)提出的 Z-score 會計模型、Ohlson(1980)提出的 O-score 會計模型、以及根據 Black 及 Scholes(1973)選擇權評價模型建立的市場模型，發現由 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論建立的模型，相較於 Z-score 模型與 O-score 模型，含有更多關於公司是否違約的資訊、認為其更有預測力；以及推薦後人採用 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論模型，而非 Z-score 或 O-score 等會計模型，來進行與公司違約相關之後續研究。Agarwal 及 Taffler(2008)採用英國的資料，得到了與 Chava 及 Jarrow(2004)與 Hillegeist et al.(2004)不同的結論。使用英國的資料，會計模型與選擇權評價理論模型分別捕捉到關於公司違約不同面向的資訊，且 Z-score 模型對於公司是否違約的預測能力，顯著優於 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)之理論模型。但值得注意的是，在 Agarwal 及 Taffler(2008)中，不僅觀測期間短於 Chava 及 Jarrow(2004)與 Hillegeist et al.(2004)，樣本數更遠低於上述兩篇論文；故結論之不同是源自於使用不同國家之資料還是來自於樣本選擇，實有不少值得探討的空間。Campbell、Hilscher 及 Szilagyi(2008)指出，考慮由 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論得到的變數 distance to default(縮寫 DD)、以及其他產生 DD 的市場變數，發現在已放入市場變數的情形之下，多放入 DD 在模型之中，並不會明顯增加其對公司違約的預測能力。

關於此點，Bharath 及 Shumway(2008)採用不同的計量方法，而得到不一樣的結果。他們指出放入其他市場變數進入模型中，由 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)產生的違約機率不但仍然具有統計顯著性；且多放入該違約機率之模型，其對公司是否違約之預測能力，顯著優於沒有放入該 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論隱含違約機率之市場模型。此外，Bharath 及 Shumway(2008)提出了一個相當簡單的方法，來推估公司資產市值、公司資產

市值預期成長率、公司資產市值成長率標準差等變數之值；而不用考慮如同 Vassalou 及 Xing(2004)與 Hillegeist et al.(2004)，使用兩條聯立方程式、並採用數值方法求取近似值。而該簡單方法所算出之理論違約機率相較於採用 Vassalou 及 Xing(2004)方法所求得之違約機率，不但在樣本期間內有更好的解釋力，在樣本期間外的預測能力更是較佳。再者，他們是第一篇將選擇權市場所得出各股報酬率的隱含波動性(Black-Scholes implied volatility)，放入 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)的模型，來推估理論上之違約機率的文獻。而在可取得隱含波動性之樣本期間內，使用隱含波動性的理論模型，其預測力遠優於任何 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論所建立之模型。由 Bharath 及 Shumway(2008)更得到一個相當重要的結論：即使由 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)產生的違約機率，雖非推估公司違約真正違約機率的充份統計量，但產生該理論違約機率的函數形式(functional form)，卻對預測公司是否違約有著相當重要的幫助。

近來也出現若干與 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論相關，卻不是直接比較會計模型與市場模型的文獻。像是 Duffie、Saita 及 Wang(2007)把 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論、與晚近迅速發展的隨機過程相連結，相當具有原創性。在上個段落提到的所有文獻中，我們都假定股價報酬率的期望值、股價報酬率的標準差、與無風險利率等市場變數，在我們的預測期間內皆為定值；但一般之預測期間多長達一年，如此假設並不合理。故 Duffie、Saita 及 Wang(2007)採用市場變數當自變數，並讓模型中所有自變數服從聯合之連續時間過程(joint continuous-time process)，並使用 doubly stochastic 與連續時間 hazard rate 之方法，來預測公司是否違約。他們指出由 distance to default、三個月期國庫券利率、前一年各股股價報酬率、以及前一年 S&P 500 大盤報酬率形成的連續時間 hazard 模型，其對公司違約之預測力優於其他任何

公開可得模型之預測力。而 Bao 及 Pan(2008)並非探討公司違約相關議題，而是採用 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)的架構，以及 Vasicek(1977)所提出的隨機瞬時利率模型，計算公司債的理論價值以及理論公司債報酬率的標準差，進而比較公司債報酬率理論波動性以及實際波動性，發現在短期、實際波動性遠高於理論波動性，存在所謂的超額波動性(excess volatility)現象。

而在主要探討會計模型的文獻方面，李哲惠(2002)以民國七十九年至八十八年台灣的上市公司資料，以配對法(發生財務危機公司對應同產業且市值大小相近之正常公司)及 logistic 迴歸，建立台灣預測公司違約的 Z-score 會計模型，並以民國八十九年至九十年間的樣本作為測試樣本，發現該模型對於預測公司是否違約，具有 70.59%之正確區別率。許鴻英(2004)則採民國八十六年至九十年台灣所有的上市公司資料，並同樣採用 logistic 迴歸及群內分析(intra-cohort analysis)法，比較李哲惠(2002)所建立的 Z-score 模型與由 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論建立的模型，發現後者的預測力明顯劣於 Z-score 模型。

在存活分析相關文獻方面，Hosmer 及 Lemeshow(1999)則對存活分析與 Cox proportional hazard 模型在基本理論以及初步的應用上，有著相當詳盡而平實的介紹。而在使用 Cox proportional hazard 模型進行財務研究方面，國內的文獻並不多。有意者可參考張靖宜(2004)，其使用該模型配合上因素分析(factor analysis)，預測信用卡持卡人對於其信用卡債務之倒帳機率，並得到相當顯著的結果。

第三章研究方法

第一節　Merton 模型

一般來說，在公司負債到期之時，若其資產總額小於負債面額、又無法取得再融資的情形之下，則公司無法償還其全部之負債，我們稱之為公司於負債到期之時違約。又在事前一般人無法確定負債到期日時公司資產的價值，故我們可把到期日的公司資產價值是為一隨機變數。事實上，公司在負債到期之時的違約機率，則可由資產價值的機率分配與負債面額所決定。又一般我們常見或財務研究上所使用的機率分配，皆被其一階動差與二階動差獨特決定，故在一般應用上，我們只須了解資產價值的期望值與變異數，便可推算破產機率。而 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)所提出具有高度原創性卓越之作，則是為我們如何推估資產價值的分布、進而推算公司於負債到期時的違約機率，提供了一個相當好的出發點。

考慮 Merton(1974)的負債評價模型，為了維持其原意，但簡化討論，我們提出以下假設：

(1)資產市場完美性(perfect market)。

(2)資產的交易可以連續進行。

(3)零息公債殖利率曲線(zero rate curve) 為水平，不論多少年期的無風險利率皆為固定常數。

(4)公司的資金來源只有兩類：普通股以及單一等級、到期前不發利息的純折價債券(pure discount bond)。且在負債到期之前，公司不可發放普通股股利。

(5)資產價值服從幾何布朗運動；亦即在不發放股利及在負債到期前不付利息的情況下，

$$dA = \mu_A A dt + \sigma_A A d\mathbf{B}_1(t) \tag{1}$$

其中 A 為資產價值，μ_A為資產瞬時報酬率的期望值，σ_A為資產瞬時報酬率的標準差，而 $dB_1(t)$為一個標準布朗運動。

由以上假設，我們可以推得在債券到期時，若公司資產價值大於等於負債面額，則債權人所得之報償即為負債面額，股東所得之報償則為資產價值超過負債面額的部分。亦即此時可視為股東以負債面額等同金額，向債券人買下公司資產。但若到期時公司資產價值小於負債面額，此時公司違約，債券人無成本取得公司所有資產，且股東的報償為零。如此，我們可把普通股視為其標的物為公司資產、而其執行價格為負債面額的歐式買權。在滿足以上假設，我們可引用 Black 與 Scholes(1973)的結果，算出公司權益的價值：

$$E = AN(d_1) - Fe^{-rT}N(d_2) \tag{2}$$

當中 E 為普通股的價值，F 為負債面額，r 為無風險利率，T 為觀測時點距負債到期日的時間，

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A}{F}\right) + \left(r + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)}{\sigma_E\sqrt{T}} \tag{3}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_E\sqrt{T} \tag{4}$$

而 N(‧)為標準常態分配的累加機率密度函數。這條方程式，對我們推算公司的μ_A與σ_A相當重要。

接著，我們可以參考 Merton(1974)的作法，假設普通股價值服從幾何布朗運動；亦即在不發放股利的情況下，

$$dE = \mu_E E dt + \sigma_E E dB_2(t) \tag{5}$$

其中 E 為股票價值，μ_E為股票瞬時報酬率的期望值，σ_E為股票瞬時報酬率的標準差，而 $dB_2(t)$為一個標準布朗運動。又事實上，普通股價值可視為公司資產價值與時間的函數：E=E(A, t)，藉由伊藤引理，我們可得

$$dE = E_t dt + E_A dA + \frac{1}{2}E_{AA}(dA)^2 \tag{6}$$

又由(1)，我們可得

$$dE = E_t dt + E_A\left(\mu_A A dt + \sigma_A A d\mathbf{B}_1(t)\right) + \frac{1}{2}E_{AA}\left(\mu_A A dt + \sigma_A A d\mathbf{B}_1(t)\right)^2$$

$$= \left(E_t + \mu_A A E_A + \tfrac{1}{2}\mu_A^2 A^2 E_{AA}\right)dt + \sigma_A A E_A d\mathbf{B}_1(t) \quad (7)$$

既然(5)與(7)相等，我們可得

$$\mu_E E = E_t + \mu_A A E_A + \tfrac{1}{2}\mu_A^2 A^2 E_{AA} \quad (8)$$

$$\sigma_E E = \sigma_A A E_A \quad (9)$$

$$B_2(t) = d\mathbf{B}_1(t) \quad (10)$$

考慮(9)，可得

$$\sigma_E = \tfrac{A}{E} E_A \sigma_A \quad (11)$$

由 Hull(2009)，可得

$$E_A \equiv \frac{\partial E}{\partial A} = N(d_1) \quad (12)$$

故 $\sigma_E = \frac{A}{E} N(d_1)\sigma_A$ (13)

這裡我們同時考慮(2)與(13)，帶入 E、F、r、T、σ_E、d_1、d_2等值，可由數值方法解出 A 與σ_A的近似值，見 Hillegeist et al. (2004)。再由算出來 A 的歷史資料，可推估μ_A的值。

有了μ_A與σ_A的估計值，我們可以進一步來計算公司的違約機率。再一次，

由 $dA(t) = \mu_A A(t)dt + \sigma_A A(t)d\mathbf{B}_1(t)$ (1)

考慮$G(t) = e^{\left(-\mu_A + \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)t - \sigma_A B_1(t)}$ (14)

可得$d\big(A(t)G(t)\big) = G(t)dA(t) + A(t)dG(t) + \big(dA(t)\big)\big(dG(t)\big) =$

$G(t)\left(\mu_A A(t)dt + \sigma_A A(t)d\mathbf{B}_1(t)\right) + A(t)(\left(-\mu_A + \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)G(t)dt -$

$\sigma_A G(t)d\mathbf{B}_1(t) + \frac{1}{2}\sigma_A^2 G(t)dt) + \left(\mu_A A(t)dt + \sigma_A A(t)d\mathbf{B}_1(t)\right)(\left(-\mu_A +\right.$

$\frac{1}{2}\sigma_A^2\Big)G(t)dt-\sigma_A G(t)d\mathbf{B}_1(t)+\frac{1}{2}\sigma_A^2 G(t)dt)=$

$G(t)\left(\mu_A A(t)dt+\sigma_A A(t)d\mathbf{B}_1(t)\right)+A(t)((-\mu_A+\frac{1}{2}\sigma_A^2)G(t)dt-$

$\sigma_A G(t)d\mathbf{B}_1(t)+\frac{1}{2}\sigma_A^2 G(t)dt)+(-1)\sigma_A^2 A(t)G(t)dt=\mu_A A(t)G(t)dt-$

$\mu_A A(t)G(t)dt+(\frac{1}{2}\sigma_A^2 A(t)\,G(t)dt+\frac{1}{2}\sigma_A^2 A(t)\,G(t)dt+(-1)\sigma_A^2 A(t)G(t)dt)+$

$\sigma_A A(t)G(t)d\mathbf{B}_1(t)-\sigma_A A(t)G(t)d\mathbf{B}_1(t)=0$，

亦即$d\big(A(t)G(t)\big)=0\ \forall t\in[0,T]$（16），由(16)，等式兩邊對 t 積分，可得

$\int_0^T d\big(A(t)G(t)\big)=0\Rightarrow A(T)G(T)-A(0)G(0)$

$=A(T)e^{\left(-\mu_A+\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T-\sigma_A B_1(T)}-A(0)e^{\left(-\mu_A+\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)0-\sigma_A B_1(0)}$

$=A(T)e^{\left(-\mu_A+\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T-\sigma_A B_1(T)}-A(0)=0$ (17)，考慮(17)，又已知 A(0)=A，可得

$A(T)e^{\left(-\mu_A+\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T-\sigma_A B_1(T)}=A\Rightarrow$

$$A(T)=Ae^{\left(\mu_A-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T+\sigma_A B_1(T)} \tag{18}$$

當中$B_1(T)\sim N(0,T)$，(18)即為給定初始值之下，T 時點公司資產市值的分配。

我們現在假設預測之時點為 t=0、負債到期時點為 t=T、且到期時負債面額為 F，根據定義，公司違約表示到期時資產價值小於負債面額，即$A(T)<F$，考慮(18)可得，$A(T)<F\Leftrightarrow Ae^{\left(\mu_A-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T+\sigma_A B_1(T)}<F$

$\Leftrightarrow e^{\left(\mu_A-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T+\sigma_A B_1(T)}<\frac{F}{A}$

$\Leftrightarrow\left(\mu_A-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T+\sigma_A B_1(T)<\ln(\frac{F}{A})$

$\Leftrightarrow\sigma_A B_1(T)<\ln\left(\frac{F}{A}\right)-\left(\mu_A-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T$

$\Leftrightarrow\frac{B_1(T)}{\sqrt{T}}<\frac{\ln\left(\frac{F}{A}\right)-\left(\mu_A-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}$ ，又$\frac{B_1(T)}{\sqrt{T}}\sim N(0,1)$，

故令 $\pi_{\text{Merton}} \equiv \mathrm{P}(\mathrm{A(T)} < \mathrm{F}) = \mathrm{N}\left(\frac{\ln\left(\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{A}}\right)-\left(\mu_{\mathrm{A}}-\frac{1}{2}\sigma_{\mathrm{A}}^{2}\right)\mathrm{T}}{\sigma_{\mathrm{A}}\sqrt{\mathrm{T}}}\right)$ (19)

(19)即為 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論中的公司違約機率。

考慮(19)，令

$$\mathrm{DD} = \frac{\ln\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{F}}\right)+\left(\mu_{\mathrm{A}}-\frac{1}{2}\sigma_{\mathrm{A}}^{2}\right)\mathrm{T}}{\sigma_{\mathrm{A}}\sqrt{\mathrm{T}}} \tag{20}$$

DD 意為違約距離(distance to default)，表示資產價值與負債面額的距離，還有幾倍資產價值的標準差。其為公司於負債到期時不違約之正向指標，違約距離之值越大，表示公司於負債到期之時的違約機率越低。

第二節　Merton 模型延伸變數

一、簡單版本

為了檢驗之前所述之第三個假說，亦即測試聯立求解目前公司資產市值、公司資產預期成長率與資產成長率標準差那些值的步驟是否必要；我們採用 Bharath 及 Shumway(2008)提出之一個較簡單的方法，其並不需要以數值方法來聯立求解(2)與(13)，來估計公司資產市值及其衍生相關變數之值。他們採行的簡單作法，必須要滿足以下兩個條件：一是簡單方法得到的結果必須要盡量捕捉到π_{Merton}所包含的資訊，故他們保留原本π_{Merton}複雜的函數型式；二是要在維持複雜的函數型式之下，盡量簡化計算量。因此，我們採用與 Bharath 及 Shumway(2008)相同的步驟，計算在 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)理論架構下，的簡單版本破產機率。

首先，他們把目前負債的市值用負債面額來估計，simple D 為在此模型中，負債的市場價值，即

$$\text{simple D} = \text{F} \tag{21}$$

接著，他們假設simple σ_D為在此模型中債權報酬率的標準差，即

$$\text{simple } \sigma_D = 0.05 + 0.25\sigma_E \tag{22}$$

又假設持有普通股之報酬率與持有公司債權之報酬率為完全正相關，即

$\text{corr}(r_E, r_D) = 1$，又令在此模型中資產成長率的標準差為simple σ_A，可得

$$\text{simple } \sigma_A = \frac{E}{E + \text{simple D}}\sigma_E + \frac{\text{simple D}}{E + \text{simple D}}\text{simple } \sigma_D$$

$$= \frac{E}{E+F}\sigma_E + \frac{F}{E+F}(0.05 + 0.25\sigma_E) \tag{23}$$

下一步，他們假設公司資產報酬率之期望值大約等於該公司前一年普通股之報酬率，simple $\mu_A = r_{it-1}$（24），當中r_{it-1}為公司普通股前一年之報酬率。因此，同上一段的討論，他們定義公司違約的簡單機率測度為

$$\pi_{simple} \equiv N\left(\frac{\ln\left(\frac{F}{E+F}\right) - \left(r_{it-1} - \frac{1}{2}(\text{simple } \sigma_A)^2\right)T}{(\text{simple } \sigma_A)\sqrt{T}}\right) \tag{25}$$

而簡單版本的違約距離為

$$\text{simple DD} = \frac{\ln\left(\frac{E+F}{F}\right) + \left(r_{it-1} - \frac{1}{2}(\text{simple } \sigma_A)^2\right)T}{(\text{simple } \sigma_A)\sqrt{T}} \tag{26}$$

由(25)可知，π_{simple}確實包含原本π_{Merton}複雜的函數形式，以及若干原本π_{Merton}所包含的資訊；然而，在去掉聯立求解這個步驟之後，計算π_{simple}的確比計算π_{Merton}要簡便且快速許多。由於其與π_{Merton}有相當大的相似之處，我們認為如此產生的π_{simple}對於公司是否違約，會有一定程度的預測能力；至於其預測力是否可與π_{Merton}相媲美，則是本文預計要討論的重點之一。

二、風險中立機率

由 Hull(2009)可知，若把無風險利率當作公司資產的成長率，即把(19)中

的μ換成 r，則可得到公司違約的風險中立機率。

$$\pi_{\text{Merton}}^{\mu=r} \equiv Q(A(T) < F) = N\left(\frac{\ln\left(\frac{F}{A}\right)-\left(r-\frac{1}{2}\sigma_A^2\right)T}{\sigma_A\sqrt{T}}\right) \quad (27)$$

上中 Q 代表風險中立機率測度。雖然風險中立機率並非模型隱含之真正違約機率，但仍然是公司是否違約之一個機率測度；且因為其函數形式與π_{Merton}一樣、加上其估計A及σ_A的步驟也與π_{Merton}相同，我們認為其對公司是否違約，仍具有一定程度的預測能力。

三、隱含波動性

如上所述，我們認為在計算π_{Merton}時，我們使用的股價報酬率之標準差，是由歷史資料所估算出來的，其很有可能無法代表人們真正對股價未來波動性之預期。故我們認為若使用把股價放入 Black-Scholes 選擇權評價模型，所得到之隱含波動性(implied volatility)來對公司是否違約進行預測，會得到更加精確之結果。事實上，根據 Bharath 及 Shumway(2008)亦指出，在較小的樣本之下，使用隱含波動性來進行預測，的確較以其他模型進行預測所得之結果來得精準。但國內個股選擇權的市場並不發達，做為選擇權標的物之個股相當有限；若使用個股選擇權來預測，會使我們可使用的樣本大大受限、結果難以一般化，且可能面臨樣本選擇(sample selection)問題，真正拿來應用的空間相當受限。因此，我們採取一個修正的方法，來推估選擇權隱含未來個股報酬率的標準差，進而估計模型隱含之破產機率。

首先，我們考慮資本資產訂價模型。

$$r_i = r_f + \beta(r_m - r_f) + \varepsilon_i \quad (28)$$

其中r_i為個股的股價報酬率、r_f為無風險利率、r_m為大盤報酬率、β為個股報酬率對大盤報酬率之敏感程度、而ε_i為個別風險。在無風險利率為固定常數、及以大

盤報酬率與個別風險無相關之假設下，我們可得

$$\sigma_E^2 = \beta^2\sigma_m^2 + \sigma_i^2 \tag{29}$$

考慮(29)，由歷史資料，我們可推出β、σ_E、σ_m之值，又由上式可推得σ_i。接著，

我們可以由大盤選擇權，反推大盤的隱含波動性$\left(\sigma_m^{\text{implied}}\right)^2$，帶回(29)可得

$$\left(\sigma_E^{\text{implied}}\right)^2 = \beta^2\left(\sigma_m^{\text{implied}}\right)^2 + \sigma_i^2 \tag{30}$$

其中$\sigma_E^{\text{implied}}$為修正過後之隱含個股波動性。所以我們可以改寫(2)與(13)分別為：

$$E = A^{\text{implied}}N(d_1) - Fe^{-rT}N(d_2) \tag{31}$$

$$\sigma_E^{\text{implied}} = \frac{A^{\text{implied}}}{E}N(d_1)\sigma_A^{\text{implied}} \tag{32}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A^{\text{implied}}}{F}\right) + (r + \frac{\left(\sigma_A^{\text{implied}}\right)^2}{2})}{\sigma_E^{\text{implied}}\sqrt{T}} \tag{33}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_E^{\text{implied}}\sqrt{T} \tag{34}$$

考慮(31)與(32)，帶入E、F、r、T、$\sigma_E^{\text{implied}}$、$d_1$、$d_2$等值，可由數值方法解出在此模型中公司資產市值的估計值A^{implied}、與資產市值成長率標準差的估計值$\sigma_A^{\text{implied}}$，進一步可推估此模型中資產市值期望成長率之估計值$\mu_A^{\text{implied}}$。得到$A^{\text{implied}}$、$\mu_A^{\text{implied}}$與$\sigma_A^{\text{implied}}$後，我們將其放入Black及Scholes(1973)與Merton(1974)的理論架構中，即代入(19)，可得

$$\pi_{\text{Merton}}^{\text{implied}} = N\left(\frac{\ln\left(\frac{F}{A^{\text{implied}}}\right) - \left(\mu_A^{\text{implied}} - \frac{1}{2}\left(\sigma_A^{\text{implied}}\right)^2\right)T}{\sigma_A^{\text{implied}}\sqrt{T}}\right) \tag{35}$$

其中$\pi_{\text{Merton}}^{\text{implied}}$代表使用修正後隱含波動性所算出之理論違約機率。

第三節　會計模型

至目前為止，學界利用會計變數所建立的信用風險模型，最廣為人們討論的是由Altman(1968)所提出的Z-score模型。Altman利用多元線性鑑別分析(multiple linear discriminant analysis)，得到了以下模型：

$$Z = 1.2z_1 + 1.4z_2 + 3.3z_3 + 0.6z_4 + 0.999z_5 \tag{36}$$

當中，$z_1 = \frac{營運資金}{資產總額}, z_2 = \frac{保留盈餘}{資產總額}, z_3 = \frac{稅前息前盈餘}{資產總額}, z_4 = \frac{股東權益市值}{負債帳面價值}, z_5 = \frac{銷貨淨額}{資產總額}$。若某公司之Z值小於1.81，則該公司被認為有相當高之違約風險。但使用多元線性鑑別分析，需假設自變數之間服從多元常態分配，但實證結果並不符合這個假設，故後續研究多採用logistic迴歸來建立預測公司違約機率之模型。

在國內方面，李哲惠(2002)以民國七十九至八十八年之間台灣44家發生財務危機之公司，配對44家正常營運公司作為樣本，並採用logistic迴歸，而得到了以下信用風險模型：

$$\hat{y}_i = 3.074 + 0.1593x_1 + 0.0716x_2 - 0.0477x_3 - 0.0341x_4 + 0.0377x_5 \tag{37}$$

當中，$x_1 =$ 產業相對應收款週轉率，$x_2 = \frac{保留盈餘}{資產總額}, x_3 = \frac{(本期資產總額-前期資產總額)}{前期資產總額}$，$x_4 = \frac{負債總額}{資產總額}$，$x_5 = \frac{營運現金流量}{流動負債}$，$\hat{y}_i = \ln(\frac{\hat{p}_i}{(1-\hat{p}_i)})$，$\hat{p}_i$為該公司正常、即其不發生違約之機率的估計值。而以民國八十九年至九十年之資料來做樣本外預測，發現其正確區別率達70.59%。而包括許鴻英(2004)等後續研究所使用之會計模型，也都以該模型作為代表。

本文所探討之會計模型，主要即指Altman(1968)與李哲惠(2002)所建立之這兩個模型。但因使用之樣本不同，以及為了與Merton模型或其他市場模型進行比較，我們不使用(36)及(37)中的參數，而是將同樣之自變數，放入Cox proportional hazard模型中重新估算參數，再使用新得到的參數估計值，推估未來公司發生違約之機率，以及進行後續相關探討。

第四節　Hazard 模型

要檢驗公司真正的違約機率是否等於π_{Merton}，直觀來說，可以把總樣本依π_{Merton}的大小分成若干群，再來考慮每一群中真正發生違約的比率，檢定該比率是否與該群中π_{Merton}代表的值相等。此法聽來合理，但因公司違約乃為稀有事件，加上如何分群似乎過於主觀，此法並不廣為人所接受。故在本文中，我們採用 Bharath 及 Shumway(2008)所使用的 Cox proportional hazard 模型。事實上，近來研究公司違約的重要文獻，包括 Chava 及 Jarrow(2004)、Hillegeist et al.(2004)、Duffie、Saita 及 Wang(2007)與 Bharath 及 Shumway(2008)等，皆是採用 hazard 模型。

proportional hazard 模型假設 hazard rate 為λ、也就是給定在預測時點仍存活的違約強度(default intensity)為

$$\lambda = \phi e^{x^T\beta} \tag{38}$$

當中ϕ可被視為基準的 hazard rate，而 x 是在預測時點個別廠商自變數所形成的向量，而β是對應的係數向量。事實上，若我們預測的期間長度為一年，違約強度大致可視為由 hazard 模型得出、廠商會在未來一年內違約之機率，詳見 Hull(2007)與 Ross(2007)。對於每一家廠商來說，基準的 hazard rate 都是一樣的；但每家廠商的自變數都是不同的，甚至會因時而異。又因λ事實上為$x^T\beta$的單調正向轉換，故要比較λ大小，事實上只要比較$x^T\beta$的大小即可。這點對於我們進行後續的樣本外預測，是相當重要的。關於 Cox proportional hazard 模型詳盡的探討，可見林建甫(2007)；至於張靖宜(2004)則對於如何採用 Cox proportional hazard 模型進行信用風險的衡量，有著相當清晰的介紹。

在假設檢定方面。若第一個假設為真，亦即π_{Merton}是預測公司是否發生財務危機的充分統計量，那麼即使把其他自變數放入 hazard 模型中，應該只有π_{Merton}具有統計顯著性。若第二個假設為真，即 Merton 模型中複雜的函數形式有幫助，則即使放入權益市值、股價報酬率等當作自變數，π_{Merton}仍然應具有統計顯著性。而若第三個假設為真，則即使在 hazard 模型中放入其他自變數如π_{simple}，π_{Merton}仍然應具有統計顯著性。至於第四個至第六個假設，我們則直接比較各個模型在樣本外的預測能力，不採用 Cox proportional hazard 模型來進行檢定。

第四章樣本

第一節　樣本描述

參考台灣經濟新報資料庫，可知於民國七十九年之前，並非每年皆有上市上櫃公司違約之資料，且關於公司違約相關資料非常稀少。故本文之研究期間，從民國七十九年至九十八年，其中採用民國七十九年至九十六年之年會計資料，以及民國八十年至九十七年之市場資料。本文所使用之資料，除非特別提及，皆來自於台灣經濟新報資料庫。

由於一般公司前一年之會計年報，多於當年之四月份發布，故我們所考慮的預測期間，皆為每年之五月一日至隔年之四月三十日。為了符合即時性與一致性，本文用來進行預測之市場資料，皆採用當年四月份最後一個交易日之市場資料。舉例來說，我們想了解某公司於民國八十年五月至八十一年四月間之違約機率為何，我們會使用該公司於民國七十九年的會計年資料、或是該公司於民國八十年四月底之市場資料，放入模型中來預測。故本文使用民國七十九年底至九十六年底之會計資料、配合上民國八十年四月底至民國九十七年四月底之市場資料，預測民國八十年五月初至民國九十八年四月底，台灣地區上市上櫃公司之違約情形。

值得注意的是，如同李哲惠(2002)與許鴻英(2004)，本文不討論金融保險業。故在排除掉金融保險業中的公司之後，本文所使用之樣本包含 1,689 家國內曾經上市上櫃公司、且共有 10,390 筆公司之年資料。

本文把公司是否發生財務危機，當作公司是否違約之代理變數，此雖與

Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)的假設稍微不同，但在國內之實證研究上，該做法較具有一般性。於台灣經濟新報資料庫中，若公司發生以下事件之一，即被視為該公司發生財務危機：1、公司倒閉或破產；2、公司申請重整；3、跳票或擠兌；4、公司向財政部申請紓困、或向銀行或債權人等申請展延、或尋求外援；5、外人接管經營；6、會計師針對公司的繼續經營假設提出疑慮；7、公司淨值為負數；8、公司轉列為全額交割股或下市；9、財務吃緊而停工。而由台灣經濟新報資料庫中的「曾經上市上櫃資料庫」可得，從民國八十年五月一日至九十八年四月三十日，於符合我們條件的樣本之中，發生財務危機的公司共有 293 家。

為了測試第五個假說及第六個假說，即為了了解各個模型的預測能力，是否會因時間演進而有所差異，我們將原始的樣本分為兩群。第一個子樣本使用民國七十九年底至八十九年底之會計資料、配合上民國八十年四月底至民國九十年四月底之市場資料，預測民國八十年五月初至民國九十一年四月底，台灣地區上市上櫃公司之違約情形。其包含 759 家國內曾經上市上櫃公司，以及 4,399 筆這些公司的年資料。第二個子樣本使用民國九十年底至九十六年底之會計資料、配合上民國九十一年四月底至民國九十七年四月底之市場資料，預測民國九十一年五月初至民國九十八年四月底，台灣地區上市上櫃公司之違約情形。其包括 1,651 家國內曾經上市上櫃公司，以及 8,691 這些公司的年資料。雖然這兩個子樣本在觀測期長、包含公司數目與內含資料多寡上，皆有一定程度之差距，但因第一個子樣本討論的期間，幾乎與李哲惠(2002)的研究期間相同，且幾乎涵蓋許鴻英(2004)所使用之樣本，故我們認為如此畫分，最能測試之前所提出之假設五與假設六。

本文所有資料幾乎都取自台灣經濟新報資料庫，但某些資料在選擇上，帶有

相當程度之主觀判斷，在此一並加以說明。

第一點，本文所採取之無風險利率，為第一銀行一年固定利率定存之利率。雖然 Duffie、Saita 及 Wang(2007)、Campbell、Hilscher 及 Szilagyi(2008)與 Bharath 及 Shumway(2008)所使用的無風險利率，皆為美國國庫券之殖利率；但國內公債市場交易量遠較美國之公債市場稀薄，我們採取與許鴻英(2004)相同的作法，把國內大型行庫之定存利率視作無風險利率，並認為其在國內有相當好的代表性。

第二點，我們所放入選擇權模型中之負債金額，為短期負債之面額加上一半之長期負債面額。此作法同於許鴻英(2004)以及若干其他文獻，在實證上所作之適當調整。

第三點，之前提到，我們為了檢驗第四個假說，必須使用台指選擇權之隱含波動性。在此我們使用當年度七月底到期，其執行價格與該年度四月最後一個交易日指數收盤價最接近之歐式買權，該歐式買權於該年四月最後一個交易日之收盤價，代入 Black-Scholes 選擇權評價模型，所算出之隱含波動性。

第四點，與第三點相關，由於我們在文中必須使用台指選擇權之隱含波動性，且於台灣經濟新報資料庫中，台指選擇權最相關資料始於民國九十一年，故我們所進行檢驗假設四之相關步驟，採用的都是第二個子樣本的資料。

第二節　敘述統計量

表一 相關敘述統計量

	平均數	標準差	最小值	0.25	中位數	0.75	最大值
			百分位數				
E	12524	55998	12	1128	3034	7854	1.77E+06
F	3408	10014	3	407	1009	2585	2.46E+05
r	0.0483	0.0262	0.014	0.0228	0.05	0.071	0.095
$r_{it-1}-r_{mt-1}$	-0.0810	0.5083	-4.8575	-0.3197	-0.0667	0.1979	3.0106
NI/TA	0.0242	0.1481	-5.0269	0.0013	0.0392	0.0819	0.9697
A	15862	62376	56	1878	4470	10759	1.82E+06
σ_A	0.3163	0.1545	0.0027	0.2213	0.2970	0.3874	3.6565
μ_A	0.0992	0.5006	-1.2126	-0.1439	0.0279	0.1967	12.9276
π_{Merton}	0.0437	0.1592	0	0	0	0.002	1
simple σ_A	0.3585	0.1338	0.03	0.2733	0.339	0.4188	3.4309
r_{it-1}	-0.0275	0.5367	-3.6792	-0.3104	-0.0156	0.2775	3.1852
π_{simple}	0.1077	0.2454	0	0	0.0001	0.0345	1

表一為一些敘述統計量之彙整，所有符號皆同於之前段落所定義。當中 A、E 與 F 之單位皆為新台幣百萬元。在此我們都使用完整樣本的資料，包括 1,689 家國內曾經上市上櫃公司、以及 10,390 筆公司之年資料。其中特別引人注意的是，不論個別股價報酬、或是個股超額報酬的平均數及中位數皆為負值。我們認為這可能是因為我們觀測期間的始點，是台股有史以來指數最高的一段時期，之後隨即經過一段很大幅度的向下修正，才導致這個看似奇怪的結果。至於π_{Merton}與π_{simple}的相對大小來說，在 Bharath 及 Shumway(2008)中，不管是平均數、第一四分位數、中位數或第三四分位數，π_{Merton}的值都比π_{simple}的值來的大；但我們卻發現使用台灣的資料得到了相反的結論，一般來說，π_{Merton}的值不但比π_{simple}的值來的小，而且變異程度也較小。這個結果可能是因為我們計算π_{simple}所用的假設，與 Bharath 及 Shumway(2008)的一樣，而由於台灣與美國資料的特性不同所致。

表二 π_{Merton}、π_{simple}與$\pi_{Merton}^{\mu=r}$的相關係數矩陣

	π_{Merton}	π_{Simple}	$\pi_{Merton}^{\mu=r}$
π_{Merton}	1	0.585	0.529
π_{Simple}	0.585	1	0.37
$\pi_{Merton}^{\mu=r}$	0.529	0.37	1

表二為π_{Merton}、π_{simple}與$\pi_{Merton}^{\mu=r}$在完整樣本中的相關係數矩陣。令人訝異的結果是，在 Bharath 及 Shumway(2008)中，π_{Merton}與π_{simple}之間的相關係數達 0.8642，屬於高度正相關；而我們的結果則是π_{Merton}與π_{simple}之間的相關係數為 0.585，僅為中度正相關。而π_{Merton}與$\pi_{Merton}^{\mu=r}$之間的相關係數也只有 0.529，也是中度正相關。若 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)提出的理論為真，則π_{simple}或$\pi_{Merton}^{\mu=r}$對於公司違約之解釋力或預測能力，應該會與π_{Merton}相差甚多。至於真實情況是否如此，則是下面預計要討論的重點之一。

第五章實證結果

第一節　Hazard 模型結果

表三(A)　市場模型參數估計

變數	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4	模型 5	模型 6	模型 7
π_{Merton}	2.233***		1.023***			-0.799***	
	(0.178)		(0.256)			(0.298)	
π_{simple}		1.957***	1.485***		0.243	0.334	
		(0.15)	(0.206)		(0.236)	(0.241)	
$\pi_{Merton}^{\mu=r}$							3.146***
							(0.469)
ln(E)				-0.276***	-0.248***	-0.274***	
				(0.05)	(0.057)	(0.058)	
ln(F)				0.413***	0.39***	0.417***	
				(0.052)	(0.057)	(0.058)	
$1/\sigma_E$				-0.468***	-0.45***	-0.49***	
				(0.095)	(0.096)	(0.1)	
$r_{it-1}-r_{mt-1}$				-0.613***	-0.582***	-0.647***	
				(0.09)	(0.096)	(0.11)	
NI/TA						-0.587**	
						(0.293)	

表三(B)　會計模型參數估計

變數	模型 8	變數	模型 9
z1	0.044	x1	0
	(0.261)		(0)
z2	0.633**	x2	1.134***
	(0.286)		(0.278)
z3	-2.14***	x3	-0.008***
	(0.393)		(0.003)
z4	-0.215***	x4	0.02***
	(0.033)		(0.003)
z5	-0.5***	x5	-0.02***
	(0.123)		(0)

表三(A)與表三(B)分別為市場模型與會計模型放入 Cox proportional hazard 模型中估計參數所得到的結果，使用了民國七十九年至九十八年的全樣本資料，包括 1,689 家國內曾經上市上櫃公司、以及 10,390 筆公司之年資料，括號中之數值代表標準誤。就係數的正負號以及變數之顯著性來說，我們得到與 Bharath 及 Shumway(2008)相當一致的結果。

模型一、模型二與模型七為單變數模型，結果顯示π_{Merton}、π_{simple}與$\pi_{\text{Merton}}^{\mu=r}$分別來看，對於解釋公司是否會違約均相當顯著。模型三同時考慮π_{Merton}與π_{simple}，結果顯示兩者都具有解釋力，且兩者包含公司違約不同面向的資訊，又因為π_{simple}包括了π_{Merton}所沒有的相關資訊，故在此我們推翻我們的第一個假說，即 Merton 模型所算出的違約機率，並非推估公司真正違約機率的充分統計量。模型四使用的變數為權益市值之自然對數值、選擇權模型中負債面額之自然對數值、股價報酬率標準差的倒數與前一年股價報酬率與大盤報酬率之差，為函數型式最簡單之市場模型。共同考慮這些市場變數，每個都具有相當程度之解釋力。此結果同於 Bharath 及 Shumway(2008)，我們認為，即使不計算π_{Merton}或π_{simple}，在預測公司是否違約時，至少也應考慮這些市場變數。模型五放入了π_{simple}與模型四中的四個變數，而我們必須要使用與模型四相關的權益市值、選擇權模型中之負債面額、股價報酬率標準差等變數，才能計算π_{simple}，在此我們得到為模型四中的四個變數均相當顯著，但π_{simple}解釋公司是否會違約卻完全不顯著。這個結果讓我們得以拒絕第二個假說，即我們認為 Merton 模型推出之為約機率中其複雜之函數型式，對於解釋公司是否違約沒有重大的幫助。模型六放入了π_{Merton}、π_{simple}、模型四中的四個變數，以及公司的淨利除以總資產帳面值，此時只有π_{Merton}與模型四中的四個變數顯著，再一次拒絕第二個假說。值得注意的是，不同於直觀推論與 Bharath 及 Shumway(2008)的結果，π_{Merton}前面之係數為負且

π_{Merton}為相當顯著，使得我們在此無法拒絕第三個假說，故我們要留待後面之樣本外預測，再來對第三個假說作進一步檢測。

模型八與模型九為會計模型，其中模型八放入Altman(1968)所使用的變數，而模型九中放入李哲惠(2002)所使用之變數。在模型八中，只有營運資金除上資產總額這個變數並不顯著，在Altman(1968)之研究之時空背景與本文相差如此之大的情形之下，此結果可為出乎意料的好。至於李哲惠(2002)所使用的五個變數，在此也只有產業相對應收款週轉率這個變數不顯著。到目前看來，會計模型的表現似乎相當不錯，至於會計模型真正的樣本外預測能力為何，我們則留待之後段落討論。

第二節　全樣本之樣本外預測

表四　全樣本之樣本外預測結果

Decile	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model 7	Model 8	Model 9
1	33.9	30.7	27.8	32.3	32.6	31.0	29.7	25.8	24.6
2	20.8	21.5	22.8	21.3	20.6	21.7	30.0	20.3	14.9
3	14.1	12.3	11.4	15.2	15.6	15.7	12.7	16.5	19.6
4	7.1	12.3	11.0	12.1	9.9	9.6	7.8	8.6	8.5
5	6.7	5.8	4.6	3.5	6.0	7.1	4.6	10.0	9.6
6-10	17.3	17.4	22.4	15.6	15.2	14.9	15.2	18.9	22.8

表四為樣本外預測模型，這裡採用的仍是民國七十九年至九十八年的全樣本資料，包括1,689家國內曾經上市上櫃公司、以及10,390筆公司之年資料，在此我們先敘述製作表四的大致原則。

首先我們把民國七十九年的年會計資料及民國八十年四月底的市場資料放入模型中，可得到對應的係數的向量β，再考慮民國八十年的年會計資料與民國

八十一年四月底的市場資料所形成的向量 x，把兩者內積之後，可得一配適值(fitted value)，如同之前介紹 hazard 模型時所言，考慮模型預測公司於民國八十一年五月初至八十二年四月底之違約機率，該配適值即為此違約機率之單調正向轉換。

我們接著便把該配適值由大到小排序，並依其大小順序將採用民國八十年年會計資料或民國八十一年四月底市場資料的樣本，等分為十個群組。位在第一個群組(decile)為該模型隱含最容易發生違約的一群公司、第二個群組則為第二容易違約的一群公司、依此類推、第十個群組則為最不容易發生違約的一群公司。

接著，我們再計算於民國八十一年五月初至八十二年四月底間，每個群組中真正違約的公司數目。同此步驟，我們繼續考慮民國八十二年、八十三年一直至民國九十八年，把當年四月底所有可得之資料放入模型中，採行最大概似法求解後，每年可得到一係數向量β，進一步可算出模型預測公司於該年五月初至隔年四月底之配適值，再把這些配適值排序、分組，並計算每個 decile 中真正違約公司之數目。再來，我們把在民國八十一年五月初至八十二年四月底之間，第一個 decile 中真正違約之數目；加上在八十二年五月至八十三年四月之間，第一個 decile 中真正違約之數目；……；加上在民國九十七年五月至九十八年四月之間，第一個 decile 中真正違約之數目。同此步驟，我們可以計算在整個樣本期間中，每一個 decile 中真正違約之數目。再把每一個中真正違約之數目，除以樣本中所有的違約數目，即可得到表四。

由表四可以得到，考慮模型一，約有 33.9%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile，且約有 68.8%的違約樣本落在前三個 decile；而模型二約有 30.7%的違約樣本落在第一個 decile、64.5%落在前三個 decile。我們認為

如此差距並不代表π_{Merton}之預測能力顯著優於π_{simple}之預測力，故我們在此拒絕第三個假說，即我們認為 Merton 模型中聯立求解目前公司資產市值、公司資產預期成長率與資產成長率標準差的步驟，對於預測公司違約沒有太大程度的幫助，這同於 Bharath 及 Shumway(2008)所得的結果。

考慮模型四，約有 32.3%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile，且約有 68.8%的違約樣本落在前三個 decile。我們認為此結果與模型一相差不多，甚至其預測力較模型二還要好上一些，故我們再度拒絕第二個假說，即 Merton 模型算出的違約機率中複雜的函數形式，對於預測公司違約沒有甚麼實質的幫助。關於這一點，其與 Bharath 及 Shumway(2008)所得的結果並不相同；但卻表示以簡單的型式放入市場變數，對於預測公司違約會有一定程度的效力。

我們接著來比較會計模型與市場模型，考慮以 Altman(1968)使用之變數的模型八，約有 25.8%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile，且約有 62.6%的違約樣本落在前三個 decile；而以李哲惠(2002)使用之變數的模型九，約有 24.6%的違約樣本落在第一個 decile、59.1%落在前三個 decile，甚至還有 22.8%的違約樣本，落在一般認為不太可能違約的後面五個 decile。考慮這個結果，我們可以說 Altman(1968)模型的預測力，並不會差於李哲惠(2002)的模型。而且，即使我們沒有很強的證據，表示市場模型之預測力顯著優於會計模型，至少得到會計模型的預測力並未較佳。故在此我們拒絕第五個假說，即不同於許鴻英(2004)，我們認為市場模型的預測能力並未差於會計模型之預測能力。

此外，我們考慮模型七，即 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)架構下，模型隱含公司違約之風險中立機率。在此約有 29.7%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile，且約有達 72.4%的違約樣本落在前三個 decile。表

示模型七之預測能力並未顯著差於模型一與模型四，風險中立機率也算是一個預測違約相當具有參考價值的指標。

第三節　子樣本之樣本外預測

表五　樣本外預測結果—第一個子樣本

Decile	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model 7	Model 8	Model 9
1	33.6	31.5	22.8	31.7	30.1	25.2	28.8	24.8	24.4
2	17.6	18.1	16.3	18.7	17.9	20.3	25.6	23.2	14.6
3	12.8	8.7	8.1	17.9	17.1	15.4	14.4	16.0	22.8
4	7.2	13.4	12.2	12.2	9.8	9.8	5.6	7.2	8.1
5	6.4	7.1	4.1	5.7	7.3	10.6	4.0	12.0	6.5
6-10	22.4	21.3	36.6	13.8	17.9	18.7	21.6	16.8	23.6

表六(A)　樣本外預測結果—第二個子樣本

Decile	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5
1	34.2	30.1	29	35.6	34.9
2	23.4	24.1	26.9	23.3	18.5
3	15.2	15.1	13.1	17.8	17.8
4	7	11.4	8.3	8.2	6.2
5	7	4.8	4.1	4.8	6.8
6-10	13.3	14.5	18.6	10.3	15.8

表六(B)　樣本外預測結果—第二個子樣本

Decile	Model 6	Model 7	Model 8	Model 9	Model 10
1	33.1	30.4	34	32.4	35.2
2	22.1	33.5	19.6	23.4	22.1
3	17.9	11.4	7.8	12.4	15.2
4	6.9	9.5	11.8	5.5	9.7
5	4.1	5.1	7.2	6.9	4.8
6-10	15.9	10.1	19.6	19.3	13.1

表五為使用第一個子樣本，即使用民國七十九年底至八十九年底之會計資料、

配合上民國八十年四月底至民國九十年四月底之市場資料,的樣本外預測結果。表六(A)與表六(B)則為使用第二個子樣本,即使用民國九十年底至九十六年底之會計資料、配合上民國九十一年四月底至民國九十七年四月底之市場資料,的樣本外預測結果。表五與表六(A)與表六(B)中,模型一至模型九所使用之變數,同於表四中模型一至模型九使用之變數。而表六(B)中的模型十,則為單變數模型,使用放入大盤選擇權隱含波動性的$\pi_{\text{Merton}}^{\text{implied}}$作為自變數。

我們先考慮模型一,在第一個子樣本中,其約有 33.6%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile,且約有 64%的違約樣本落在前三個 decile;在第二個子樣本中,其約有 34.2%的違約樣本落在第一個 decile,且約有 72.8%的違約樣本落在前三個 decile。再考慮模型四,在第一個子樣本中,其約有 31.7%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile,且約有 68.3%的違約樣本落在前三個 decile;在第二個子樣本中,其約有 35.6%的違約樣本落在第一個 decile,且約有 76.7%的違約樣本落在前三個 decile。相較之下,市場模型的預測力似乎有隨著時間的經過而增加,也有一定幅度的改變,故我們在此不拒絕第六個假說,即我們認為市場模型對公司違約之預測能力,隨著時間得經過而改進。而且在兩個子樣本中,模型四的預測力並不劣於模型一的預測能力,上一段所得之結果更為強化。

我們再來看看會計模型,先考慮由 Altman(1968)衍生之模型八,在第一個子樣本中,其約有 24.8%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile,且約有 64%的違約樣本落在前三個 decile;在第二個子樣本中,其約有 34%的違約樣本落在第一個 decile,且約有 61.4%的違約樣本落在前三個 decile。再考慮由李哲惠(2002)衍生之模型九,在第一個子樣本中,其約有 24.4%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile,且約有 61.8%的違約樣本落在前三個

decile；在第二個子樣本中，其約有 32.4%的違約樣本落在第一個 decile，且約有 68.3%的違約樣本落在前三個 decile。考慮這些資料，我們認為會計模型的預測能力也有隨時間經過而增加，但其增加的幅度並不如市場模型增加的幅度。而在兩個子樣本中，會計模型的預測能力皆為優於市場模型之預測力，更強化我們拒絕第五個假說的證據。

再來看放入僅風險中立機率的模型七，在第一個子樣本中，其約有 28.8%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile，且約有 68.8%的違約樣本落在前三個 decile；在第二個子樣本中，其約有 30.4%的違約樣本落在第一個 decile，且約有 75.3%的違約樣本落在前三個 decile。把它與模型一與模型四比較，發現其預測力真的沒有比較差，此亦不同於 Bharath 及 Shumway(2008)所得的結果。

最後，我們來看使用$\pi_{\text{Merton}}^{\text{implied}}$的模型十。如上所述，於民國九十一年以前，並無台指選擇權隱含波動性相關資料，故我們在建立模型十時，僅能考慮第二個子樣本。而在其中，其約有 35.2%的違約樣本落在模型隱含最容易違約的第一個 decile，且約有 72.4%的違約樣本落在前三個 decile。再次不同於 Bharath 及 Shumway(2008)所得的結果，在這裡我們使用選擇權之隱含波動性，並未增加 Merton 模型對公司是否違約的預測能力，使得我們在此拒絕第四個假說。然而，這個結果也有可能受到變數選擇以及我們處理方法的影響，我們在討論與延伸之部分，會對這一部分再作說明。

第六章結論與延伸

第一節　結論

我們探討了根據Black及Scholes(1973)與Merton(1974)理論建立的模型，其對於台灣上市上櫃公司是否違約的預測精確程度。在使用 hazard 模型檢驗之後，我們認定由 Merton 模型所推得的違約機率，並非預測公司是否違約的充分統計量。在樣本外預測方面，而在考慮相關市場變數之後，不論是 Merton 模型中複雜的函數型式、或是其求解資產市值及資產瞬時成長率之標準差的作法，對於公司是否違約並無明顯幫助，故其預測力之主要來源應為其所使用之市場資料。我們也試著使用台指選擇權之隱含波動性來計算違約機率、並用其進行樣本外預測，但如此並未得到較原始 Merton 模型更加精確的結果。考慮權益市值之自然對數值、放入選擇權模型中負債面額之自然對數值、股價報酬率標準差倒數與前一年股價超額報酬，且函數型式最為簡單之市場模型，其預測公司是否違約之精確程度，不下於任何函數型式更複雜的模型。我們也比較了市場模型與由Alatman(1968)與李哲惠(2002)所衍生之會計模型，不同於許鴻英(2004)的研究，會計模型對於公司是否違約之預測能力，並不優於市場模型。為了得到較一般性的結果，我們把完整的樣本依時間先後分為兩個子樣本。本文中幾個比較主要的結果，在前後兩個子樣本中皆成立。我們並測試市場模型與會計模型的預測能力是否因時而異，發現兩者隨著時間經過其預測能力皆上升，但市場模型的上升幅度略高於會計模型之上升幅度。

第二節　後續延伸

第一點：關於多重負債到期日。在本文中，我們假設公司所有負債都在觀測

時點一年之後到期，而且在這一年之內，也不用支付任何的利息，這是相當強的假設。一般公司在一年之內，會有多重負債到期日，也需針對其中長期負債支付利息。Black 及 Scholes(1973)指出，若在一年之中，廠商須在多重時點付錢給債權人，且任一時點不付錢，就被視為違約、債權人立即取得所有公司資產。在這個情況下，公司的股東權益可被視為一複合選擇權(compound option)。假設一年之內，廠商要在兩筆負債在不同時間到期，廠商在第一次付款，代表股東取得一個可以在第二筆負債到期時，報酬為 max(A-F,0)之歐式買權。故在第一筆負債到期前，股東權益可視為一個標的物為一買權之複合買權(call option on call)。又由 Hull(2007)，我們可得複合買權之評價模型。也就是說，我們可以假設廠商於預測期間之內，分別在兩個不同之時間點有債務到期，再把複合買權的評價模型放入 Black 及 Scholes(1973)的架構中，我們可以得到有風險債權之理論價格，以及模型隱含之違約機率。看看由這個較貼近真實的假設所得出的結果，會不會顯著優於我們目前得到的結果。

第二點：關於隨機瞬時利率模型。在 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)的理論架構下，無風險利率在選擇權到期之前，皆為一固定常數。但在一般預測是否違約的觀測期間長達一年的情形之下，如此假設相當不符合現實情況。如此，我們可考慮 Bao 及 Pan(2008)的做法，在 Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)的架構下，放入隨機瞬時利率的 Vasicek 模型，之後再來推算模型所隱含之破產機率，我們認為這會是一個相當值得嘗試的作法。

第三點：關於波動性的估計。晚近選擇權評價理論的核心在於波動性之估計，許多重要文獻，包括 Engle(1982)、Bollerslev(1986)、Admati 及 Pfleiderer(1988)、Duan(1995)、與 Heston 及 Nandi(2000)在這方面都有相當重要的貢獻。由實證結果得知，與本文之假設不同，一般公司之股價報酬率並不

服從布朗運動，而近似一般化自我迴歸條件異質變異數(GARCH)過程。我們建議有以下調整方法，一是由公司普通股股價歷史資料，代入 GARCH 模型之中，算出模型相關參數，再由那些參數推算出未來股價報酬率之波動性，接著代入(2)與(13)，沿著本文的架構便可算出改良之π_{Merton}。二是直接考慮 Heston 及 Nandi(2000)所提出的 GARCH 選擇權評價模型，採用數值方法，推算出在 GARCH 選擇權評價模型架構下，公司資產市值與其衍生相關變數之值，再代入 GARCH 模型中，算出模型隱含之破產機率。當然，不管我們假設背後之股價過程為何，我們都認為使用選擇權價格推出來之隱含波動性來進行預測，應該會得到比較精確之結果。我們所得之結果雖不支持第四個假說，但可能是因為我們使用的方法太過於簡單。我們並未考慮到著名之波動性微笑(volatility smile)現象，使用價平選擇權所推出之隱含波動性往往會產生低估未來波動性之結果。我們建議後續研究可以先建立兩軸分別為選擇權執行價與到期日之波動性曲面(volatility surface)，再來推估於觀測期間內各股報酬之波動性。

第四點：關於債權重協商。近來若干財務文獻，包括 Rajan(1992)與 Gorton 及 Kahn(2000)等指出，即使在公司負債到期之前，若公司資產價值跌落至一定程度以下，債權人會有相當誘因提出重協商，即提供給股東一些好處，而使公司於負債到期前結束營運。因此，此時普通股可被視為一 knock-out 買權。在此假設之下，Brockman 及 Turtle(2003)算出了公司普通股之價值。

$$E = A^{KO}N(a) - Fe^{-rT}N\left(a - \sigma_A^{KO}\sqrt{T}\right) - A^{KO}\left(\frac{H}{A^{KO}}\right)^{2\eta} N(b)$$
$$+Fe^{-rT}\left(\frac{H}{A^{KO}}\right)^{2\eta-2} N\left(b - \sigma_A^{KO}\sqrt{T}\right) + R\left(\frac{H}{A^{KO}}\right)^{2\eta-1} N(c)$$
$$+R\left(\frac{A^{KO}}{H}\right) N\left(c - 2\eta\sigma_A^{KO}\sqrt{T}\right) \qquad (39)$$

$$a = \frac{\ln\left(\frac{A^{KO}}{\max(F,H)}\right) + \left(r + \frac{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}{2}\right)T}{\sigma_A^{KO}\sqrt{T}} \qquad (40)$$

$$b=\frac{\ln\left(\frac{H}{A^{KO}}\times\min\left(1,\frac{H}{F}\right)\right)+\left(r+\frac{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}{2}\right)T}{\sigma_A^{KO}\sqrt{T}} \tag{41}$$

$$c=\frac{\ln\left(\frac{H}{A^{KO}}\right)+\left(r+\frac{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}{2}\right)T}{\sigma_A^{KO}\sqrt{T}} \tag{42}$$

$$\eta\equiv\frac{r}{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}+\frac{1}{2} \tag{43}$$

當中 H 為觸發債權人與公司重協商之資產價值邊界,R 為重協商後公司停止營運、股東可以得到的報償。故由(38),考慮類似 Vassalou 及 Xing(2004)所提出之方法,可由數值方法解出公司目前資產價值的近似值A^{KO},以及公司資產成長率標準差的近似值σ_A^{KO}。Brockman 及 Turtle(2003)進一步指出,在此公司結束營運的風險中立機率,存在一解析解。

$$Q(\mathrm{exit})=N\left(\frac{\left(H-A^{KO}\right)-\left(r-\frac{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}{2}\right)T}{\sigma_A^{KO}\sqrt{T}}\right)$$
$$+\exp\left(\frac{2\left(r-\frac{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}{2}\right)\left(H-A^{KO}\right)}{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}\right)\left[1-N\left(\frac{-\left(H-A^{KO}\right)-\left(r-\frac{\left(\sigma_A^{KO}\right)^2}{2}\right)T}{\sigma_A^{KO}\sqrt{T}}\right)\right] \tag{44}$$

(44)中之 Q 代表風險中立機率測度,Q(exit)代表公司於負債到期前因重協商結束營運,或於到期時因違約而結束營運之風險中立機率。把以上用數值方法所得之A^{KO}與σ_A^{KO}帶入(44),可得該風險中立機率之近似值。結果以該風險中立機率進行預測,其精確度顯著優於使用 Z-score 模型來進行預測。我們建議後續研究可以使用國內資料,探討 knock-out 買權推得之公司違約機率、Black 及 Scholes(1973)與 Merton(1974)架構下推得之違約機率、會計模型推得之違約機率,他們對於預測公司違約的相對精確程度。

参考文獻

1、李哲惠，2002，"財務預警模型於資產定價之應用”，台灣大學財務金融研究所碩士論文。

2、林建甫，2008，存活分析，雙葉書廊。

3、許鴻英，2004，”以選擇權模型衡量台灣上市公司信用風險之有效性”，台灣大學財務金融研究所碩士論文。

4 張靖宜，2006，”存活分析模型應用在信用卡使用者之違約風險研究”，台灣大學財務金融研究所碩士論文。

5、Bao, Jack, and Pan, Jun, 2008, Excess Volatility of Corporate Bonds. Working Paper.

6、Bharath, Sreedhar T., and Tyler Shumway, 2008, Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model, *Review of Financial Studies* 21, 1339–1369.

7、Black, F., Scholes, M., 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy* 81, 637–654.

8、Brockman, Paul B., and H.J. Turtle, 2003, A Barrier Option Framework for Corporate Security Valuation. *Journal of Financial Economics* 67:511–29.

9、Campbell, J. Y., J. Hilscher, and J. Szilagyi. 2007. In Search of Distress Risk. *Journal of Finance* 6:2899-2939.

10、Chava, S., and R. Jarrow. 2004. Bankruptcy Prediction with Industry Effects. *Review of Finance* 8:537–69.

11、Duffie, D., L. Saita, and K. Wang. 2007. Multi-Period Corporate Failure Prediction with Stochastic Covariates. *Journal of Financial Economics* 83:635–65.

12、Hillegeist, S. A., E. K. Keating, D. P. Cram, and K. G. Lundstedt. 2004. Assessing the Probability of Bankruptcy. *Review of Accounting Studies* 9(1):5–34.

13、Hull, John, 2009, Options, Futures, and Other Derivatives. Prentice Hall.

14、Merton, R. C. 1974. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. *Journal of Finance* 29:449–70.

15、Ross, Sheldon, 2006, Introduction to Probability Models. John Wiley & Sons.

16、Vassalou, M., and Y. Xing. 2004. Default Risk in Equity Returns. *Journal of Finance* 59:831–68.