

國立臺灣大學工學院機械工程學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis



數位影像相關法之自動特徵擷取及計算效能提升

Automatic Feature Extraction and Improving Computing

Speed of Digital Image Correlation

林家雋

Chia-Chun Lin

指導教授：黃育熙 博士

Advisor: Yu-Hsi Huang, Ph.D.

中華民國 112 年 7 月

July, 2023

國立臺灣大學碩士學位論文

口試委員會審定書

MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY

數位影像相關法之自動特徵擷取及計算效能提升
Automatic Feature Extraction and Improving Computing Speed of
Digital Image Correlation

本論文係林家雋君 (R10522504) 在國立臺灣大學機械工程學系
完成之碩士學位論文，於民國 112 年 7 月 20 日承下列考試委員審查
通過及口試及格，特此證明。

口試委員：

黃育鳳

(指導教授)

吳卉茹

鄭志鈞

系主任：

林永祥

致謝

謝謝黃育熙教授在我的碩士生涯中的指導，在研究上也給予我很多想法與自由開放的學習環境，讓我順利找到研究的方向；當合作計畫遇到困難時，老師也能對於當前的數據找出可能的問題所在，並在其他方面提供很多協助，讓我在這段經歷獲益良多。

感謝鄭志鈞教授及吳亦莊教授特地撥空前來擔任本論文口試委員，並給予很多專業的建議，讓本論文能更加完善。謝謝鄭志鈞教授在我大學期間指導我的專題研究，讓我學到許多工程上的技術及應用；謝謝吳亦莊教授在我進入碩士班前給予我的建議，讓我能順利找到適合的指導教授。

感謝實驗室所有成員的照顧，首先謝謝建佑學長在實驗上提供了很多幫助，合作計畫也扛下了很多事情才能進行的那麼順利，希望學長今年能順利畢業。謝謝上屆的浩安、御宸、國勛及秀宜，平時互相打鬧讓實驗室的氣氛十分歡樂，特別謝謝浩安，在我碩一時常常提供我的研究很多幫助，讓我可以順利地改寫程式並掌握實驗上的問題。謝謝同屆的揚開、明杰、振原及奕安，平時一起吃飯、嘴砲的時間很快樂，特別謝謝揚開導遊安排了兩次實驗室旅遊，希望大家畢業後都能愛惜白飯、年薪百萬、入眠無礙、蹭癮不再。謝謝學弟淳期、景順、柏宇、紘廷、正諺及以信，你們特別到人印象深刻，祝你們研究順利、睡眠順利、納妃順利、改運順利、感情順利。

最後感謝父母、家人與女友的陪伴與支持，讓我能無後顧之憂地完成這兩年的學業。

摘要

數位影像相關法(Digital image correlation, DIC)是一種非接觸式全場量測的影像光學量測技術，常應用在跨尺度量測的工程領域及實驗力學的學術研究上。數位影像相關法可以透過影像追蹤待測物上的特徵，將作為特徵的樣本子集合與拍攝的影像序列進行相關係數(Normalized cross correlation, NCC)的計算，再搭配次像素(Sub-pixel)演算法，獲得高精度的位移、速度及應變等多種物理量。

實驗上有時需要量測試片上確切位置的位移或位移，會以圓形斑點作為特徵，而在定義欲追蹤的樣板影像時，經常是以人工方式選取特徵點再獲取樣板影像，但當需要同時追蹤多點特徵時，便需要花費大量的時間選取特徵。為了在各種影像中自動擷取特徵，本文使用影像處理及邊緣偵測的方法加強並擷取所有特徵，再利用大津演算法(Otsu's method)來過濾並保留位於前景的特徵，最後以特徵周圍的亮度值來篩選特徵，獲取最終的樣板影像。

本文也提出在數位影像相關法中，以計算出的相關係數值為基準來進行樣板影像的更新，以減少反向合成高斯牛頓法(Inverse compositional Gauss-Newton method, ICGN method)迭代運算時所需的迭代次數，同時加入像素選擇策略來減少計算所需的像素數量，先以電腦生成斑點影像測試不同參數設定的精度及計算效率，也藉由拍攝懸臂薄板振動、黏彈性材料的拉伸及鋼珠落擊薄膜等實驗，分別探討穩態振動的條件、特徵具有大變化的準靜態大變形、以及高速衝擊下的暫態變化，驗證處理實際拍攝影像時，此方法對於提升運算速度以及量測準確度的影響，除了能夠量測較大應變的情形，對於 DIC 系統解析連續影像變化的強韌度亦於本研究有所貢獻。

關鍵字：數位影像相關法、影像處理、特徵擷取、樣本子集合

Abstract

Digital Image Correlation (DIC) is a non-contact, optical measurement technique for full-field measurement. It is commonly used in engineering for measuring across different scales and in academic research for experimental mechanics. DIC can track features on the test object through image tracking and calculate the correlation coefficient by normalized cross correlation (NCC) between the template image and the captured image sequence of the feature. Combined with sub-pixel algorithms, DIC can obtain high-precision physical quantities such as displacement, velocity, and strain.

When experiments require measuring the exact displacement of a specimen, it is often necessary to manually select feature points to define the template image. As tracking multiple feature points, selecting features might be time-consuming. To automatically capture features from various images, image processing and edge detection methods are used to enhance and capture all features. The Otsu method is then used to filter and retain foreground features, and the brightness values around the features are used to select the final template image.

This thesis proposes using correlation coefficients to determine whether to update the template subset when calculating the inverse-compositional Gauss-Newton method (ICGN). Additionally, a pixel selection strategy is introduced to decrease the number of pixels involved in the calculations. The improvement in accuracy and speed was tested using computer-generated speckle images with different parameter settings. This method is tested in the experiment by the images from vibration, quasi-static tensile test, and high-speed impact. A cantilevered plate tests the steady-state dynamics. The viscoelastic material is tested by tensile test at various speeds. A high-speed steel ball impacts the large deformation of a polymer membrane. The results show to improve computation speed and measures more enormous strains effectively.

Keywords: Digital image correlation, Image processing, Feature extraction ,Template subset



目錄



論文口試委員審定書	I
致謝	II
摘要	III
Abstract	IV
目錄	VI
表目錄	IX
圖目錄	X
第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 內容簡介	4
第二章 數位影像相關法基本原理與實驗儀器	7
2.1 數位影像相關法簡介	7
2.1.1 數位影像相關法基本原理	7
2.1.2 空間參數	8
2.1.3 時間參數	9
2.1.4 樣板子集合與半窗格	10
2.1.5 搜尋子集合與搜尋窗格	11
2.1.6 形狀函數	12
2.2 數位影像相關法計算方法	15
2.2.1 相關係數值	15
2.2.2 相關係數極值搜尋法	18
2.2.3 牛頓拉福森法	20
2.2.4 正向疊加牛頓拉福森法	23
2.2.5 反向合成高斯牛頓法	26
2.3 數位影像相關法種類	30
2.3.1 二維數位影像相關法	30
2.3.2 立體數位影像相關法	32
2.4 實驗儀器介紹	39
2.4.1 數位工業相機	39

2.4.2	高速攝影機	39
2.4.3	數位工業相機鏡頭	39
2.4.4	雷射都卜勒振動儀	40
2.4.5	全域振動量測系統	40
2.4.6	振動器	41
第三章	數位影像相關法之自動特徵擷取	50
3.1	特徵獲取	50
3.1.1	影像前處理	52
3.1.2	強化邊緣特徵偵測	56
3.1.3	圓形霍夫轉換(Circle Hough transform, CHT)	59
3.2	特徵篩選	63
3.2.1	大津演算法(Ostu's method)	64
3.2.2	亮度值之離群值移除	66
第四章	數位影像相關法之效能提升	71
4.1	電腦生成之斑點影像	71
4.2	更新樣板子集合(Update Template, UT).....	72
4.2.1	應變公式轉換	72
4.2.2	更新樣板子集合之閾值設定	74
4.2.3	輸入影像尺寸探討	75
4.3	像素選擇策略(Pixel Selection Strategy, PS).....	76
4.4	時間序影像測試	78
4.4.1	半窗格測試	78
4.4.2	搜尋窗格測試	79
4.4.3	多點追蹤測試	80
第五章	位移與應變量測驗證	97
5.1	振動量測	97
5.2	拉伸試驗量測	100
5.3	鋼珠落擊薄膜實驗量測	102
第六章	結論與未來展望	126
6.1	結論	126
6.2	未來展望	128

Reference129



表目錄



表 2-1	交叉相關係數公式.....	17
表 2-2	離差平方和相關係數公式.....	17
表 2-3	NI-DAQ 規格	48
表 2-4	微動振鏡規格.....	48
表 2-5	Data Physics GW-V4 振動器規格表	49
表 2-6	Data Physics PA30E 功率放大器規格表.....	49
表 4-1	兩種設計影像應變.....	93
表 4-2	不同閾值之第一種設計應變測試結果.....	93
表 4-3	不同閾值之第二種設計應變測試結果.....	94
表 4-4	不同輸入影像尺寸之測試結果.....	94
表 4-5	像素選擇策略之測試結果.....	95
表 4-6	不同半窗格大小之測試結果.....	95
表 4-7	不同搜尋窗格大小之測試結果.....	96
表 4-8	不同追蹤數量之測試結果.....	96
表 5-1	薄板尺寸與材料參數.....	124
表 5-2	振動量測之量測結果.....	124
表 5-3	拉伸試驗之量測結果.....	124
表 5-4	鋼珠落擊薄膜實驗之量測結果.....	125

圖目錄



圖 2-1	DIC 常見的斑點特徵圖	8
圖 2-2	黑白棋盤格校正板之示意圖	9
圖 2-3	樣本子集合及半窗格示意圖	10
圖 2-4	搜尋子集合及搜尋窗格示意圖	11
圖 2-5	待測物進行剛體平移之示意圖	14
圖 2-6	待測物之一階變形示意圖	14
圖 2-7	待測物之二階變形示意圖	15
圖 2-8	(a) 相關係數極值搜尋法之區域座標 (b)相關係數場極值示意圖	20
圖 2-9	正向疊加牛頓拉福森法之計算流程	26
圖 2-10	反向合成高斯牛頓法之計算示意圖	29
圖 2-11	反向合成高斯牛頓法之計算流程	30
圖 2-12	理想針孔成像模型示意圖	32
圖 2-13	理想針孔成像模型 (a)俯視圖 (b)側視圖	32
圖 2-14	影像座標與世界座標轉換示意圖	36
圖 2-15	單台相機投影示意圖	37
圖 2-16	兩台相機投影示意圖	37
圖 2-17	雙相機模型在各座標之參數關係示意圖	38
圖 2-18	相機鏡頭之輻射畸變(圖源：OpenCV)	38
圖 2-19	相機鏡頭之正切畸變(圖源：MathWorks)	38
圖 2-20	數位工業相機 Allied Vision Alvium 1800 U-158m	41
圖 2-21	數位工業相機 Allied Vision Alvium 1800 U-158m 之詳細尺寸圖	42
圖 2-22	高速攝影機 Olympus i-SPEED Series 3	42
圖 2-23	高速攝影機 Olympus i-SPEED Series 之詳細規格	43
圖 2-24	Nikon Nikkor 35mm 相機鏡頭外觀	44
圖 2-25	雷射督卜勒振動儀 LDV-OFV505	44
圖 2-26	布拉格盒內部構造	45
圖 2-27	雷射督卜勒振動儀之內部光路圖	45
圖 2-28	NI-9234 資料擷取系統	45

圖 2-29	Agilent-33210A 訊號產生器.....	46
圖 2-30	微動振鏡系統.....	46
圖 2-31	全域振動量測系統實驗流程圖.....	46
圖 2-32	全域振動量測系統之實驗架設圖.....	47
圖 2-33	Data Physics GW-V4 振動器.....	47
圖 2-34	Data Physics PA30E 功率放大器.....	48
圖 3-1	印刷電路板之三點彎曲實驗原始影像.....	51
圖 3-2	壓電纖維置於風洞實驗原始影像.....	51
圖 3-3	球形壓電萬向馬達旋轉量測實驗原始影像.....	52
圖 3-4	影像經頂帽變換示意圖.....	54
圖 3-5	調整影像亮度值示意圖.....	54
圖 3-6	二值化影像示意圖.....	55
圖 3-7	篩選特徵大小示意圖.....	55
圖 3-8	特徵中心位置示意圖.....	56
圖 3-9	特徵遺漏影像.....	57
圖 3-10	經 Sobel 邊緣偵測之影像.....	58
圖 3-11	經閉運算填補之影像.....	58
圖 3-12	填補後之邊緣影像.....	58
圖 3-13	前景邊緣與原始影像合併後之影像.....	59
圖 3-14	特徵中心位置示意圖.....	59
圖 3-15	Canny 邊緣偵測於壓電纖維影像.....	61
圖 3-16	Canny 邊緣偵測於球形壓電萬向馬達影像.....	61
圖 3-17	圓形霍夫轉換示意圖.....	62
圖 3-18	圓形霍夫轉換於壓電纖維影像.....	62
圖 3-19	圓形霍夫轉換於球形壓電萬向馬達影像.....	63
圖 3-20	壓電纖維影像之特徵獲取.....	63
圖 3-21	球形壓電萬向馬達影像之特徵獲取.....	64
圖 3-22	壓電纖維二值化影像.....	66
圖 3-23	球形壓電萬向馬達二值化影像.....	66

圖 3-24	亮度值篩選示意圖	68
圖 3-25	僅剩目標特徵之亮度值篩選示意圖	69
圖 3-26	亮度值之離群值示意圖	69
圖 3-27	(a) (b) (c)印刷電路板 (d)球形壓電萬向馬達 (e)壓電纖維 影像之自動偵測特徵結果	70
圖 4-1	電腦生成之斑點影像	81
圖 4-2	更新樣本子集合之流程圖	81
圖 4-3	更新樣本子集合求得之應變與實際應變示意圖	82
圖 4-4	第一種設計應變之 ε_x 結果	82
圖 4-5	第一種設計應變之 ε_y 結果	83
圖 4-6	第一種設計應變之 ε_x 誤差	83
圖 4-7	第一種設計應變之 ε_y 誤差	84
圖 4-8	第二種設計應變之 ε_x 結果	84
圖 4-9	第二種設計應變之 ε_y 結果	85
圖 4-10	第二種設計應變 ε_x 之誤差	85
圖 4-11	第二種設計應變 ε_y 之誤差	86
圖 4-12	第二種設計應變 ε_x 之誤差(不含 $C_{th}=0$)	86
圖 4-13	第二種設計應變 ε_y 之誤差(不含 $C_{th}=0$)	87
圖 4-14	不同輸入影像尺寸與計算時間關係圖	87
圖 4-15	三種方法在第一種設計應變之 ε_x 結果	88
圖 4-16	三種方法在第一種設計應變之 ε_y 結果	88
圖 4-17	三種方法在第一種設計應變 ε_x 之誤差	89
圖 4-18	三種方法在第一種設計應變 ε_y 之誤差	89
圖 4-19	半窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合)	90
圖 4-20	半窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合與像素選擇)	90
圖 4-21	搜尋窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合)	91
圖 4-22	搜尋窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合與像素選擇)	91

圖 4-23	追蹤數量變化與計算時間關係圖(結合更新樣板子集合).....	92
圖 4-24	追蹤數量變化與計算時間關係圖(結合更新樣板子集合與像素選擇)....	92
圖 5-1	懸臂薄板架設圖.....	104
圖 5-2	振動器及全域量測系統示意圖.....	104
圖 5-3	振動實驗之相機架設示意圖.....	105
圖 5-4	右相機拍攝之校正影像.....	105
圖 5-5	左相機拍攝之校正影像.....	106
圖 5-6	校正的誤差及結果.....	106
圖 5-7	重投影誤差示意圖(圖源：MathWorks).....	107
圖 5-8	左右相機拍攝之影像.....	107
圖 5-9	左右影像中 180 個分析位置.....	108
圖 5-10	LDV 量測之位移場結果.....	108
圖 5-11	LDV 之位移時域訊號.....	109
圖 5-12	未結合更新樣板子集合的 DIC 之位移場結果.....	109
圖 5-13	未結合更新樣板子集合的 DIC 之位移時域訊號.....	110
圖 5-14	未結合更新樣板子集合的 DIC 之位移頻域訊號(20 Hz).....	110
圖 5-15	結合更新樣板子集合與像素選擇策略的 DIC 之位移場結果.....	111
圖 5-16	結合更新樣板子集合與像素選擇策略的 DIC 之位移時域訊號.....	111
圖 5-17	結合更新樣板子集合與像素選擇策略的 DIC 之位移時域訊號(20 Hz).....	112
圖 5-18	兩方法的位移時域訊號相減結果.....	112
圖 5-19	拉伸試驗之試片外形尺寸示意圖.....	113
圖 5-20	夾持試片示意圖.....	113
圖 5-21	拉伸試驗之實驗架設示意圖.....	114
圖 5-22	拉伸試驗之拍攝影像示意圖.....	114
圖 5-23	原方法之縱向應變結果.....	115
圖 5-24	拉伸試驗之縱向應變結果.....	115
圖 5-25	拉伸試驗之縱向應變相減結果.....	116
圖 5-26	LDV 量測拉伸試驗機之振動頻率.....	116
圖 5-27	拉伸試驗之橫向應變結果.....	117

圖 5-28	蒲松比與縱向應變圖(工程應變).....	117
圖 5-29	蒲松比與縱向應變圖(真實應變).....	118
圖 5-30	繃膜治具.....	118
圖 5-31	繃膜實驗之試片.....	119
圖 5-32	薄膜試片架設圖.....	119
圖 5-33	鋼珠落擊薄膜實驗之實驗架設示意圖.....	120
圖 5-34	拍攝薄膜影像示意圖.....	120
圖 5-35	鋼珠落擊薄膜實驗之橫向應變結果.....	121
圖 5-36	鋼珠落擊薄膜實驗之縱向應變結果.....	121
圖 5-37	鋼珠落擊薄膜實驗之橫向應變相減結果.....	122
圖 5-38	鋼珠落擊薄膜實驗之縱向應變相減結果.....	122
圖 5-39	局部縱向應變結果.....	123
圖 5-40	鋼珠撞擊時之過曝現象.....	123

第一章 緒論



1.1 研究動機

隨著自動化工業的發展，電腦視覺(Computer vision)技術在工業領域中扮演著關鍵的角色。電腦視覺從影像中提取資訊並進行品質檢測、物體辨識及物體追蹤等功能，且屬於自動化光學檢測中的一環，可以應用於各種不同的場景，因此被廣泛運用於工業量測及非破壞檢測(Non-destructive test, NDT)中。

在實驗力學領域中，光學量測技術的應用越來越受到重視，因傳統的單點接觸式感測器在量測中存在著許多限制，例如需直接接觸測量對象及僅能測得單一點的資訊等，而光學量測具有非接觸式的方式進行高精度、全域式量測的優點，其中包含光彈法(Photoelasticity)及電子斑點干涉術(Electronic speckle pattern interferometry, ESPI)，然而這些方法在光路及實驗架設的要求較為嚴謹，需要經驗和技術知識，並以人工的方式調整量測原點及條紋中心位置，容易造成量測的不便，而數位影像相關法則可以透過簡易的實驗架設，在光源充足且不影響成像的環境中利用攝影器材拍攝待測物上的特徵影像，再藉由電腦程式進行運算後，可以直接求得待測物表面的所有的位移及變形資訊，也能將量測之位移場進行數值微分得到速度及加速度場。隨著資料儲存以及感光元件製造技術的進步，數位影像能透過各種光學儀器取得，例如手機、數位相機、工業相機及高速攝影機等，使數位影像相關法變得更加容易實施和應用，也能透過更換不同焦距的鏡頭達到不同空間尺度的效果。

數位影像相關法目前在選取特徵作為追蹤點時，經常以人工的方式手動選擇，在全域量測時能以佈點的方式大量選擇追蹤點，若需追蹤多個特定位置的變形資訊時，則需耗費大量時間以手動的方式選取特徵，因此本研究開發自動擷取斑點特徵的方法，使數位影像相關法更具備自動化的能力；而數位影像相關法在進行特徵追蹤時，皆是以第一張影像作為參考影像，並從中提取樣本子集合，然而，在特定情況下進行樣本子集合的更新或許會有更高的精度及計算效率，因此本研究同時

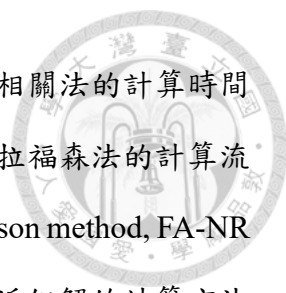
也嘗試以更新樣本子集合的方式提升數位影像相關法的運算效率，使其更具備即時量測的潛力，並透過在懸臂薄板振動實驗、黏彈性材料拉伸實驗及鋼珠落擊薄膜實驗不同場景中的應用，以確保在此系統在實際應用的效能及準確度。

1.2 文獻回顧

當前數位影像相關法的量測技術源自於 1980 年代，當時美國南卡羅來納大學的 Peters 等學者[1]在實驗力學的研究中引入了二維數位影像相關法的概念，以電子斑點干涉術的原理作為參考，在一片鋁片上照射雷射斑點條紋並使用了基本的交叉相關演算法進行剛體運動的計算，再將實驗的量測結果與其邊界條件結合，利用邊界積分法(Boundary-integral methods, BIMs)計算出鋁片表面的應力。Sutton 等學者[2]與 Peters 等學者[3]在後來的研究中，將隨機強度的特徵噴灑在試片上，並將拍攝的實驗影像分割成多個子集合，再藉由雙線性內插法(Bilinear interpolation)來模擬次像素的分佈情況，以提高收斂時的相關係數值，接著使用粗細迭代法(Coarse-fine iteration approach)搭配離差平方和(Sum of squared differences, SSD)與

變形參數 $\left(u, v, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ 進行計算，也將此方法應用於量測懸臂樑的運動及變

形情形。接著 Chu 等學者[4]利用交叉相關法(Cross-correlation)計算影像間的相關係數值，並在實際量測剛體平移、剛體旋轉及有限應變中探討不同的迭代法與多項式內插法(Polynomial interpolation)的計算差異，驗證數位影像相關法在實驗力學領域中的量測能力。Sutton 等學者[5]提出牛頓-拉福森法(Newton-Raphson method, NR method)來取代粗細迭代法的計算，後續 Bruck 等學者[6]在牛頓拉福森法的基礎上加入雙三次插值法(Bicubic spline interpolation)，以插值的方式來提高次像素的精度。Pan 等學者[7]比較了當時經常被使用的三種次像素演算法，其中包括梯度法(Gradient-based algorithm)、相關係數極值搜尋法(Correlation coefficient peak-finding, CCPF)與牛頓拉福森法，根據最終的比較結果顯示，牛頓拉福森法在這三種次像素演算法中表現出最高的精度，但相對於其他方法，其運算效率較低。



然而，牛頓拉福森法所涉及的繁複迭代過程，導致數位影像相關法的計算時間大幅增加，為了解決這個問題，Vendroux 等學者[8]改良了牛頓拉福森法的計算流程，並提出正向疊加牛頓拉福森法(Forward additive Newton-Raphson method, FA-NR method)，透過忽略海森矩陣的高階項來簡化計算流程，並使用近似解的計算方法減少計算的複雜度及時間消耗。Lu 等學者[9]於大變形的力學問題上引入二階形狀函數取來代一階形狀函數，並在實驗中驗證二階形狀函數在較大變形的情況會有較佳的精度。Pan 等學者[10][11]推導不同種類的相關係數計算方法之定義，並證明零正規化離差平方和(Zero-normalized sum of square difference, ZNSSD)、零正規化交叉相關法(Zero-normalized cross-correlation, ZNCC)與參數化離差平方和(Parametric sum of squared differences, PSSD)的計算標準是相等的，同時提出拍攝的影像對數位影像相關法的量測精度有明顯的影響，當斑點影像的平均強度梯度(Mean intensity gradient)越高，數位影像相關法的計算精度也會越高。Baker 等學者[12][13]改良了正向疊加牛頓拉福森法的計算過程，並提出反向合成高斯牛頓法(Inverse compositional Gauss-Newton method, ICGN)，透過減少需要重複計算的參數來提高計算效率，並驗證相較於其他次像素演算法能維持量測精度並有更高的運算效率。而 Pan 等學者[14][15]首次將反向合成高斯牛頓法應用於數位影像相關法的量測上，此後該方法成為最常被使用的次像素演算法。接著 Gao 等學者[16]在反向合成高斯牛頓法中引入了二階形狀函數的假設並進行迭代運算，發現反向合成高斯牛頓法搭配一階形狀函數適合處理小變形的二維問題，而反向合成高斯牛頓法搭配二階形狀函數則更適合處理高階變形或大變形的問題。因此本文在次像素演算法上採用反向合成高斯牛頓法，因為該方法具有較高的量測精度，但其相較於交叉相關法與相關係數極值搜尋法則需耗費大量的計算資源與時間，因此 Yuan 等學者[17]提出以粒子群最佳化(Particle swarm optimization, PSO)運用在數位影像相關法的量測上，Shao 等學者[18]也將像素選擇策略引入反向合成高斯牛頓法中，減少運算過程時需要計算的像素數量，而本研究則嘗試以更新樣本子集合的

方法降低高斯牛頓法的迭代次數，並結合像素策略的方法，以提升數位影像相關法在計算上的效率。

利用兩台或多台相機以不同視角拍攝待測物，可以透過立體數位影像相關法(Stereo digital image correlation, Stereo DIC)進行三維空間的量測，該方法首先由 Kahn-Jetter 等學者[19]提出，透過將相機平行架設於待測物表面並進行拍攝，再藉由結合二維數位影像相關法與三角定位法，成功將其用於量測懸臂樑表面的變形。Luo 等學者[20]則利用兩個理想的針孔成像模型(Ideal pin-hole model)來對照兩台相機，結合多個已知的三維空間座標，最後以非線性最小平方法求得兩相機之間的內部及外部參數矩陣，並將其實際應用在量測待測物的面外變形。由於立體數位影像相關法的便利性，其被廣泛應用在動態量測的問題上，例如動態變形與振動量測[21]-[24]。相機鏡頭造成的畸變也是量測誤差的來源，Zhang[25]提出以空間中的已知座標對應至影像座標上，利用最佳化的方法推導出相機內外部參數矩陣並改善鏡頭畸變所造成的誤差，而本文在振動實驗也使用由 Zhang 提出的相機校正法來進行相機的校正。

在影像特徵的搜尋上，Harris 等學者[26]提出具有旋轉不變特性的角點檢測法，但由於在檢測過程存在部份錯誤，Mikolajczyk 等學者[27]在算法中加入尺度參數，使其具有尺度不變性。後來 Low 等學者[28]將特徵提取的方法中加入圖像尺度空間的概念，提出尺度不變特徵轉換(Scale invariant feature transform, SIFT)的演算法，來對比不同尺度和旋轉的局部特徵。而這些特徵搜尋的演算法需要透過局部特徵的匹配以提取特徵，本研究將嘗試影像處理的方法直接進行數位影像相關法上的斑點特徵檢測。

1.3 內容簡介

本論文以數位影像相關法為核心，針對兩種不同面向進行研究，分別為獲取斑點特徵與加速其計算效能。首先探討利用影像處理的方法自動獲取數位影像相關法所需的斑點特徵影像，再探討結合樣本子集合與像素選擇策略的數位影像相關

法與傳統的數位影像相關法相比，其精度表現及提升運算速度的多寡，並以懸臂薄板振動、黏彈性材料的拉伸及鋼珠落擊薄膜實驗，比較兩者方法在實際應用上的表現。

接下來將說明本論文各章節的主要內容：

第一章 緒論

敘述本研究的研究動機，接著回顧數位影像相關法的相關文獻並簡介各章節的內容架構。

第二章 數位影像相關法基本原理與實驗儀器

簡介數位影像相關法的基本原理與重要的參數設定，及不同量測精度的整像素與次像素演算法，並介紹二維與立體數位影像相關法的量測系統，說明平面及空間中影像量測的流程和步驟，最後介紹本論文在數位影像相關法所使用的各項攝影器材及其他實驗儀器。

第三章 數位影像相關法之自動特徵擷取

使用影像處理相關方法來自動截取影像中的斑點特徵，並利用各種實驗影像進行測試。本研究提出了三個方法來確保能夠有效獲取目標特徵。首先通過影像前處理來增強目標特徵的辨識能力，確保所有目標特徵都能在不同影像中被提取到，再將修補後的前景影像與原始影像合併，避免位於前景邊緣之特徵與背景相連而被遺漏，同時利用圓形霍夫轉換來強化圓形特徵的擷取。獲取特徵後以兩種特徵篩選方法來排除偵測到的非目標特徵，透過大津演算法將影像二值化，排除位於背景中的特徵，再根據剩餘特徵周圍 5×5 區域的亮度值作為判斷標準，利用中值絕對離差篩選掉離群值的特徵，並成功篩選出只保留目標特徵的結果。

第四章 數位影像相關法之效能提升

將數位影像相關法結合更新樣本子集合的方法，以減少反向合成高斯牛頓法所需的迭代次數，同時加入像素選擇的方法，減少計算所需的像素數量，進而提高計算效率。透過轉換應變公式，使更新樣本子集合後求得的應變能夠得出實際的應

變量，並以電腦生成的斑點影像作為測試資料，探討更新樣板子集合的閾值設定及輸入影像尺寸在精度方面和計算時間的影響，也探討各方法在不同窗格大小、搜尋窗格大小與追蹤點數時對提升速度的影響。

第五章 位移及應變量測驗證

透過拍攝懸臂薄板振動、黏彈性材料的拉伸及鋼珠落擊薄膜實驗，分別探討穩態振動的條件、特徵具有大變化的準靜態大變形、以及高速衝擊下的暫態變化的量測結果，並比較「結合更新樣板子集合與像素策略」前後的數位影像相關法在處理實際拍攝影像時，對於提升運算速度以及量測準確度的影響。

第六章 結論與未來展望

總結本論文的研究成果，並提出在內容上改進的可能性及未來可以延伸探討的相關題目及研究方向。

第二章 數位影像相關法基本原理與實驗儀器

首先將會對數位影像相關法的基本計算原理進行說明，包含數位影像相關法量測中的重要參數，以及如何解得整像素與次像素的運算方法。接著介紹數位影像相關法在二維及三維座標的模型及相機的校正，最後將會介紹數位影像相關法在本論文所使用的各項攝影器材及其他相關量測設備。

2.1 數位影像相關法簡介

2.1.1 數位影像相關法基本原理

數位影像相關法為非接觸式且全域的光學量測技術，透過對影像中特定區域內的灰階值進行運算，可以獲得待測物體的位移、速度及應變等資訊。數位影像是離散的資訊，像素(pixel)為構成影像的最小單位，每一個像素亮度值是以 8 個位元(bit)進行資料儲存，亮度值的範圍為 0~255，共有 2^8 種亮度的變化，其中亮度值為 0 代表最暗，亮度值為 255 則代表最亮。一般灰階影像在電腦中儲存的形式為二維矩陣，每個像素的亮度值對應到矩陣中的每個元素；若為彩色影像則以三維矩陣的方式進行資料儲存，矩陣的第三個維度包含三個矩陣，分別代表在彩色影像中每個像素在紅色、綠色及藍色通道之亮度值。而數位影像相關法所分析的影像類型，一般使用灰階影像為主，因為彩色影像會產生多餘的計算量、增加影像的儲存空間並降低影像的傳輸速度，所以使用彩色影像進行分析並無明顯優勢。

在量測實驗中，會先使用數位工業相機或高速攝影機來拍攝並取得影像，拍攝影像為與時間相關之連續序列，紀錄物體在實驗過程中的連續變化，對影像序列進行數位影像相關法的分析即可得到待測物體的運動情形。取得影像後，會將拍攝的第一張影像作為參考影像(Reference image)，並將參考影像中特徵位置所在的感興趣區域(Region of interest, ROI)作為樣板影像，再使其與後續影像進行交叉相關法(Cross Correlation, CC)的計算，則可以求得整像素解。將整像素解再搭配次像素演算法，可以使量測精度提升至次像素等級。數位影像相關法具備單點的追蹤能力，

若選取多個感興趣區進行追蹤，即可透過每個點的分析結果建立成全場的量測資訊。

數位影像相關法在實驗力學中有很廣泛的應用，因為僅需簡易的實驗架設，最基本的器材只需要有相機及電腦即可完成量測工作，且在確保相機視野內能完全捕捉待測物的運動與相機成像的品質足夠清晰後，即可在不同的實驗中進行量測；相較於傳統的量測方法，數位影像相關法可以藉由直接拍攝待測物表面的特徵影像進行分析，而不需有其他繁雜的步驟，圖 2-1 為經常使用的斑點特徵圖案。在不同的實驗中也可以選用不同的鏡頭來進行不同空間尺度的量測，或更換不同的影像擷取設備進行靜態或高速動態的量測。接下來將介紹數位影像相關法中所需的名詞及參數，來說明其相關特性及意義。



圖 2-1 DIC 常見的斑點特徵圖

2.1.2 空間參數

像素是構成影像的最小單位，因此將拍攝到的影像利用數位影像相關法來量測待測物體的位移時，分析出的位移會是以像素為單位，要將其轉換為真實世界的長度，則需要透過空間參數(Gauge factor)進行轉換。空間參數是代表影像長度與真實世界長度的比例尺，常用單位為 mm/pixel。空間參數的大小由空間的解析度決定，依據不同的鏡頭與光學元件能有不同尺度的量測，例如從公尺到微米等級。實

驗中常會使用黑白棋盤格的校正板進行校正，並計算出影像的空間參數，圖 2-2 為黑白棋盤格校正板的示意圖。拍攝黑白棋盤格的校正板影像後，透過 Harris 角點檢測法偵測校正板影像中的黑白方格交會點，並計算在影像中交會點之間的影像長度，再搭配校正板方格的實際長度即可計算出影像的空間參數，但此種方法獲得的空間參數只適用於二維量測的校正，三維的量測具有相機深度方向的變化，需透過三角定位法(Triangulation)來計算真實世界長度。

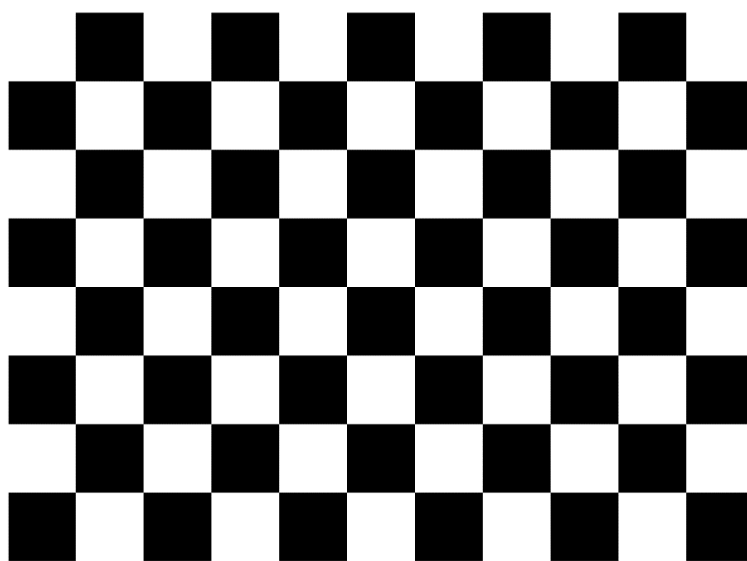


圖 2-2 黑白棋盤格校正板之示意圖

2.1.3 時間參數

在分析物體運動狀況時，時間是不可或缺的參數，而在數位影像相關法中時間解析度稱為時間參數(Time factor)，代表相機每秒能夠拍攝的影像數量，常用的單位為幀率(Frame per second, fps)。不同的實驗在量測時所需的時間解析度也不同，時間參數與擷取設備的拍攝速度、影像傳輸速率及程式運算速度等因素有關，而影像的解析度(Image resolution)越高會導致電腦在傳輸過程中能負荷的影像張數越少，進而導致時間參數越低。一般市售相機常見的時間參數為 30fps、60fps，此時間參數適合用於單純的位移及變形等準靜態量測；若使用高速攝影機則可使時間參數最高達 150,000fps，可以應用於高動態的量測。隨著現今電腦硬體設備的進步及運算能力的提升，可以將數位影像相關法的應用範圍擴展到即時量測，其方法為使用

工業相機串接至電腦，即時獲取影像並計算，以此法可以不用儲存大量的影像以達到節省儲存空間的效果，且可以立即生成並呈現量測結果，這些特性使其能實際應用在工業界的品質控制及監測系統等領域。



2.1.4 樣本子集合與半窗格

數位影像相關法在影像序列上進行追蹤時，需要先定義欲追蹤的特徵，才能夠在後續的待測影像上進行追蹤，而單個像素無法完全呈現要追蹤的特徵全貌，因此特徵通常以一個範圍代表。將拍攝的初始影像作為參考影像，並選取影像上的特徵中心像素，從特徵中心向上、下、左、右四個方向延伸 M 個像素，形成 $(2M+1)^2$ 個像素的特徵範圍，此特徵範圍稱為樣本子集合(Template subset)，而 M 則稱為半窗格(Half window)，用來定義樣本子集合的範圍大小，如圖 2-3 所示。樣本子集合需具備高對比度、背景差異較大及隨機排列圖樣的特性，以提高樣本子集合的辨識度並獲得更精準的量測結果，常見的方法有手寫字跡、網版印刷或噴漆。在立體數位影像相關法的量測中，待測物體在運動過程會有相機深度方向的位移，造成樣板影像縮放或旋轉，所以會選擇對稱或相對簡易的特徵作為樣板影像。

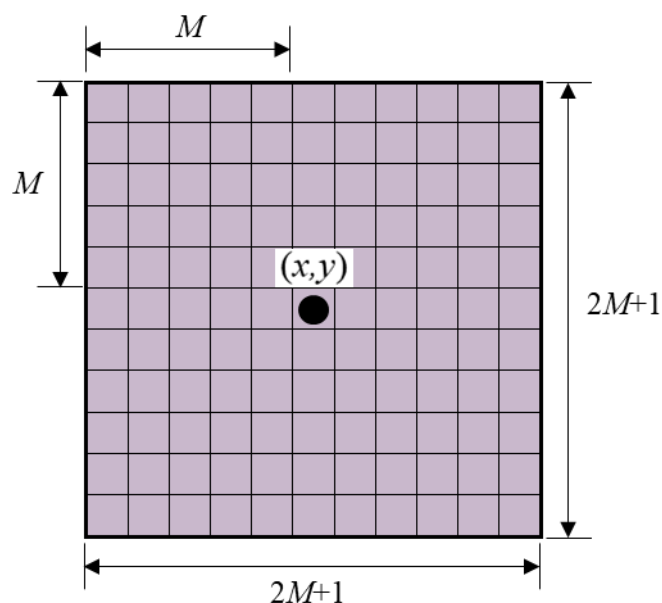


圖 2-3 樣本子集合及半窗格示意圖



2.1.5 搜尋子集合與搜尋窗格

數位影像相關法在進行特徵的搜尋時，會使用樣本子集合對影像序列進行相關性的運算，求得兩者的相關係數場，其中的極值代表樣本子集合在待測影像中最匹配的位置，也就是特徵在待測影像中的位置。由於物體運動是連續的行為，因此可以預測待測影像中特徵的大概位置，且為了提高運算效率並避免追蹤到錯誤的目標，可以設定搜尋範圍進行相關係數場的計算，而不需對整張影像進行全域搜尋。此搜尋範圍稱為搜尋子集合(Search subset)，其概念與樣本子集合相似，但搜尋子集合的大小必須容納樣本子集合並留出額外的範圍，因此是以樣本子集合再向上、下、左、右四個方向延伸 N 個像素，形成 $(2M+2N+1)^2$ 個像素的搜尋範圍，而 N 則稱為搜尋窗格(Search window)，用來定義搜尋子集合的範圍大小，如圖 2-4 所示。搜尋窗格大小的選擇並沒有固定的數值或比例，而是根據每次實驗的需求進行調整，搜尋窗格的大小設定不當會導致追蹤失敗，其範圍至少要包含特徵在所有拍攝影像中的移動範圍，才能達到最佳的特徵追蹤效果。

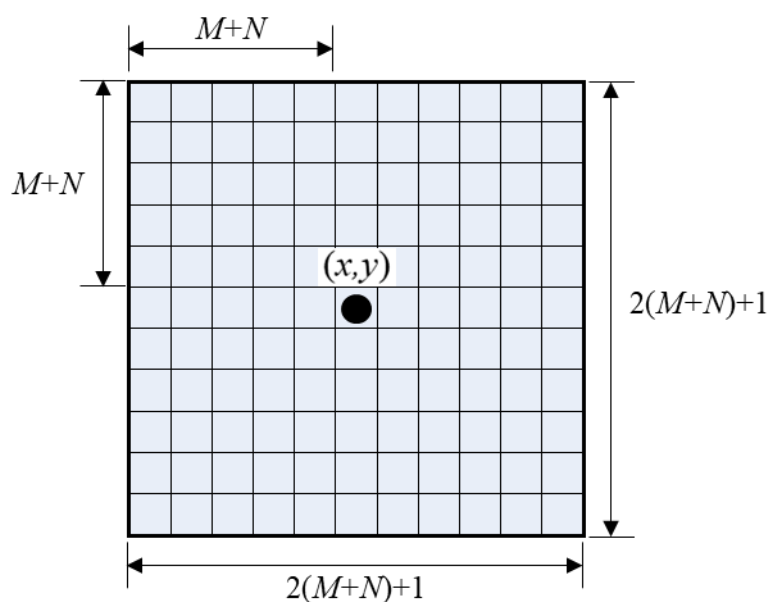


圖 2-4 搜尋子集合及搜尋窗格示意圖



2.1.6 形狀函數

在多數的實際工程問題中，待測物體可能會發生拉伸、壓縮或破壞等力學的問題，也會因為相機的架設位置及相機鏡頭扭曲等因素，造成樣板子集合在影像中受到變形，樣板子集合的變形主要包含平移、旋轉、縮放及剪切等變換，為了解決這類變形帶來的問題，因此提出形狀函數(Shape function)來對樣板子集合進行處理，常見的形狀函數包含零階變形、一階變形及二階變形等。

零階變形經常用於量測特徵變形幾乎為零的剛體運動，例如鋼珠滾動、機械手臂運動、工作平台移動或是線性滑軌移動等幾乎不發生變形的剛體運動，而量測剛體運動無需複雜的形變計算，是效率最高的計算方法。圖 2-5 為待測物體進行剛體平移的示意圖，圖中的 (x, y) 為樣板子集合的中心像素座標， Q 為樣板子集合內的任意點， Δx 為 Q 點與樣板子集合中心在 x 方向的距離， Δy 為 Q 點與樣板子集合中心在 y 方向的距離，將樣板子集合向 x 方向剛體平移 u 及向 y 方向剛體平移 v ， Q 點移動後的位置 $Q^*(x^*, y^*)$ 則可以表示為(2.1)式。

$$\begin{aligned} x^* &= x + u + \Delta x \\ y^* &= y + v + \Delta y \end{aligned} \quad (2.1)$$

在位移量小且變形程度較低的情況下，物體受到外力會引起材料表面的特徵變形，例如拉伸試驗試片的位移和應變場，使用零階形狀函數的假設已經不足以準確量測特徵變形的情況，而需要使用一階形狀函數的假設來進行更準確的量測。圖 2-6 為待測物之一階變形示意圖，圖中的 (x, y) 為樣板子集合的中心像素座標， Q 為樣板子集合內的任意點， Δx 為 Q 點與樣板子集合中心在 x 方向的距離， Δy 為 Q 點與樣板子集合中心在 y 方向的距離，將樣板子集合向 x 及 y 方向剛體平移 u 及 v 並經過變形， Q 點移動後的位置 $Q^*(x^*, y^*)$ 可以使用一階形狀函數來表示，如(2.2)式，



$$\begin{aligned}x^* &= x + u + \Delta x + u_{,x}\Delta x + u_{,y}\Delta y \\y^* &= y + v + \Delta y + v_{,x}\Delta x + v_{,y}\Delta y\end{aligned}\quad (2.2)$$

上式中 $u_{,x}$ 為 u 在 x 方向上的一階偏微分， $u_{,y}$ 為 u 在 y 方向上的一階偏微分， $v_{,x}$ 為 v 在 x 方向上的一階偏微分， $v_{,y}$ 為 v 在 y 方向上的一階偏微分。

當待測物發生大變形或高階變形時，零階和一階形狀函數已經無法提供足夠的準確性，為了準確量測物體的變形情況，需要引入二階形狀函數的假設。圖 2-7 為待測物之二階變形示意圖，圖中的 (x, y) 為樣板子集合的中心像素座標， Q 為樣板子集合內的任意點， Δx 為 Q 點與樣板子集合中心在 x 方向的距離， Δy 為 Q 點與樣板子集合中心在 y 方向的距離，將樣板子集合向 x 及 y 方向剛體平移 u 及 v 並經過變形， Q 點移動後的位置 $Q^*(x^*, y^*)$ 則可以使用二階形狀函數來表示，如(2.3)式，

$$\begin{aligned}x^* &= x + u + \Delta x + u_{,x} \cdot \Delta x + u_{,y} \Delta y + \frac{1}{2} u_{,xx} (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} u_{,yy} (\Delta y)^2 + u_{,xy} (\Delta x \Delta y) \\y^* &= y + v + \Delta y + v_{,x} \cdot \Delta x + v_{,y} \Delta y + \frac{1}{2} v_{,xx} (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} v_{,yy} (\Delta y)^2 + v_{,xy} (\Delta x \Delta y)\end{aligned}\quad (2.3)$$

上式中 $u_{,x}$ 為 u 在 x 方向上的一階偏微分， $u_{,y}$ 為 u 在 y 方向上的一階偏微分， $u_{,xx}$ 為 u 在 x 向上的二階偏微分， $u_{,yy}$ 為 u 在 y 方向上的二階偏微分， $u_{,xy}$ 為 u 在 x 與 y 方向上的二階偏微分， $v_{,x}$ 為 v 在 x 方向上的一階偏微分， $v_{,y}$ 為 v 在 y 方向上的一階偏微分， $v_{,xx}$ 為 v 在 x 方向上的二階偏微分， $v_{,yy}$ 為 v 在 y 方向上的二階偏微分， $v_{,xy}$ 為 v 在 x 與 y 方向上的二階偏微分。

形狀函數應依照不同的實驗情況來選擇，越複雜的變形問題應使用越高階的形狀函數，來達到較高的量測精度，但同時也將伴隨著較長的運算時間。而次像素演算法通常搭配形狀函數進行迭代運算，後續將對各種整像素及次像素演算法進行介紹。

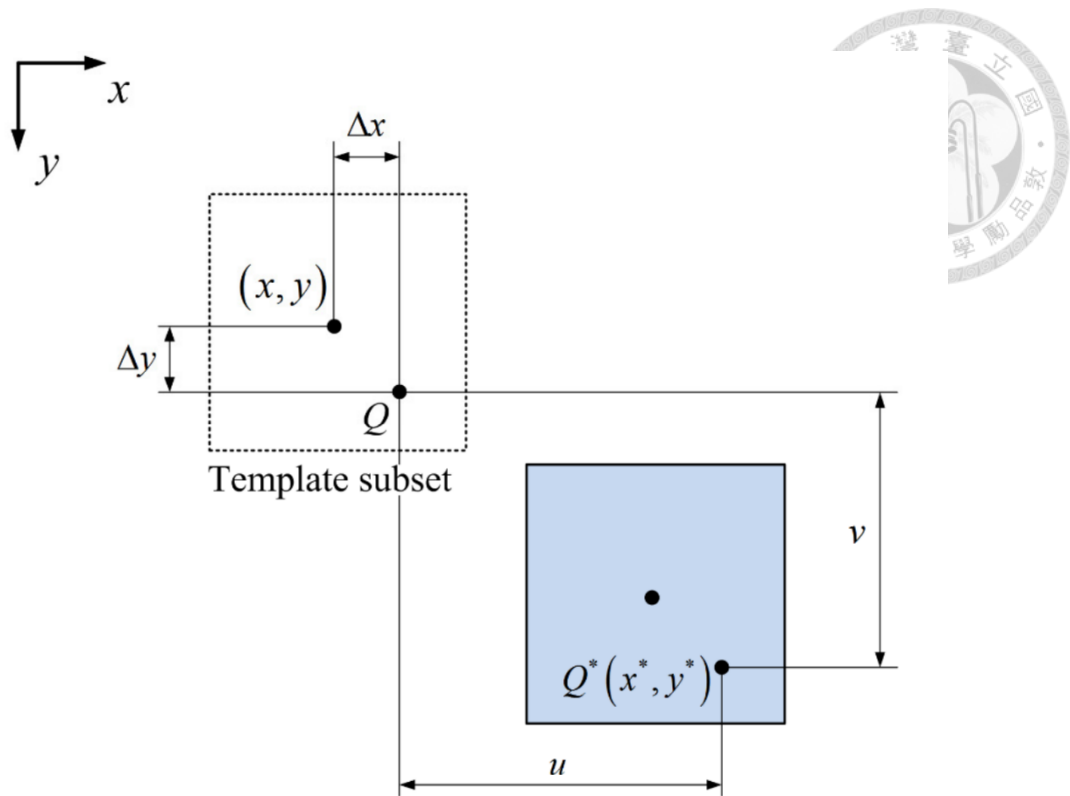


圖 2-5 待測物進行剛體平移之示意圖

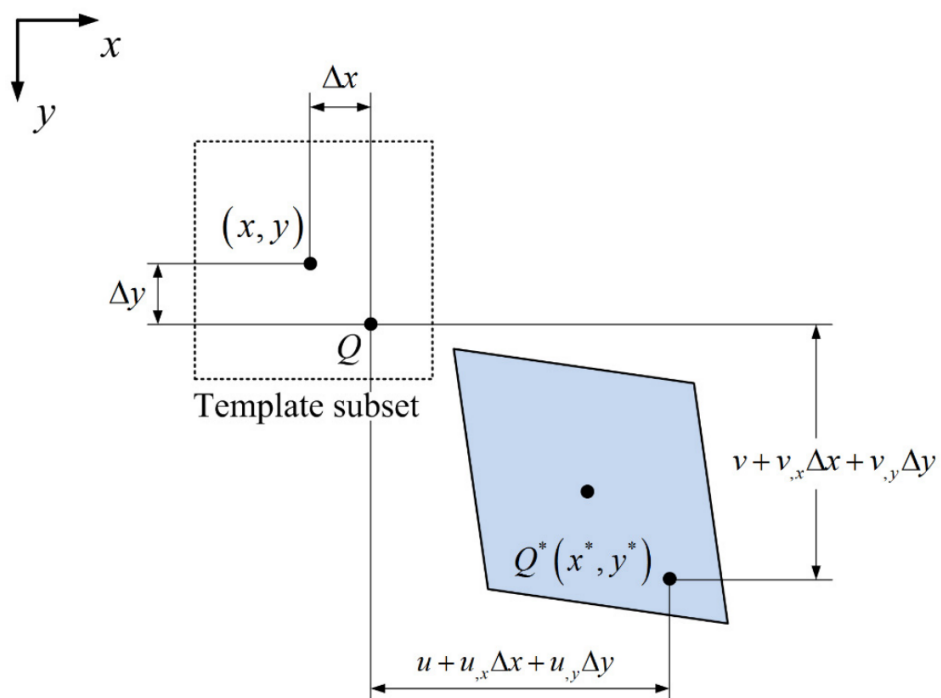


圖 2-6 待測物之一階變形示意圖

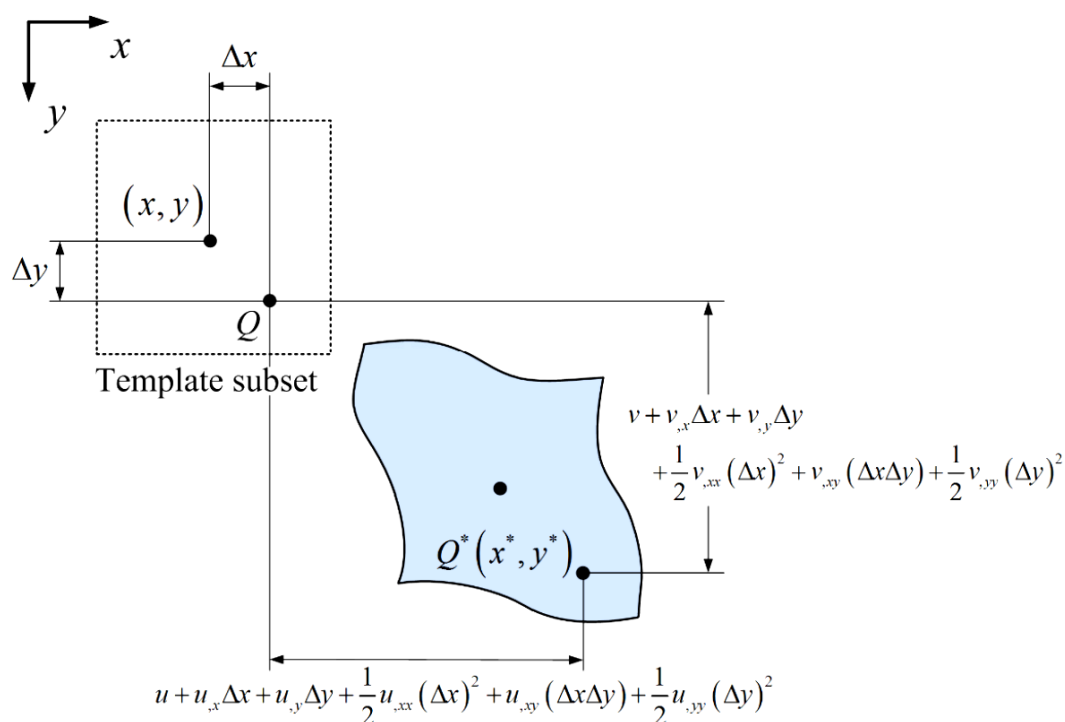


圖 2-7 待測物之二階變形示意圖

2.2 數位影像相關法計算方法

數位影像相關法的計算過程可以分為兩個主要步驟，首先使用二維交叉相關法計算樣板子集合與搜尋子集合之間的相關係數場，其反映了樣板子集合在搜尋子集合中的匹配程度，再透過尋找相關係數場中最大值與其整數座標，作為整像素解。而實際的移動情形並不會都剛好為整數座標，為了處理符合實際移動情況中的次像素解，因此需要透過特定的演算法來提升數位影像相關法的空間解析度，以求得次像素等級的解。

2.2.1 相關係數值

在數位影像相關法的計算中，利用二維交叉相關法計算樣板子集合與搜尋子集合之間的相關係數以獲得整像素解。將參考影像中的像素座標 (x_0, y_0) 作為樣板子集合的中心，從特徵中心向上、下、左、右四個方向延伸半窗格大小的像素，使

其共有 N 個像素並將此範圍設為樣板子集合的矩陣 t ，並將其與搜尋子集合的矩陣 s 進行二維交叉相關法的運算，二維交叉相關法的數學式如(2.4)式，

$$C_{cc} = \sum_{i=1}^N t_i \cdot s_i \quad (2.4)$$

在實際量測中，常會因為照射的光源強弱不均，導致影像上亮暗不均的問題，而使用正規化交叉相關法(Normalized Cross Correlation, NCC)計算相關係數值可以減少亮度不均對計算結果的影響。此外，零正規化交叉相關法(Zero-Normalized Cross Correlation, ZNCC)透過將影像中背景的平均亮度值減去，達到與正規化交叉相關法相同的效果，兩者的數學式如(2.5)式與(2.6)式所示，

$$C_{NCC} = \sum_{i=1}^N \frac{t_i \cdot s_i}{\bar{t} \cdot \bar{s}} \quad (2.5)$$

$$C_{ZNCC} = \sum_{i=1}^N \left[\frac{(t_i - t_m) \cdot (s_i - s_m)}{\Delta t \cdot \Delta s} \right] \quad (2.6)$$

上式中 $\bar{t}$ 代表樣板子集合平方和開根號， $\bar{s}$ 代表搜尋子集合平方和開根號，如(2.7)式所示， t_m 代表樣板子集合的平均亮度值， s_m 代表搜尋子集合的平均亮度值，如(2.8)式所示， Δt 代表樣板子集合離差平方和開根號， Δs 代表搜尋子集合離差平方和開根號，如(2.9)式所示。

$$\bar{t} = \sqrt{\sum_{i=1}^N t_i^2}, \quad \bar{s} = \sqrt{\sum_{i=1}^N s_i^2} \quad (2.7)$$

$$t_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad s_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \quad (2.8)$$

$$\Delta t = \sqrt{\sum_{i=1}^N (t_i - t_m)^2}, \quad \Delta s = \sqrt{\sum_{i=1}^N (s_i - s_m)^2} \quad (2.9)$$

除了使用二維交叉相關法計算樣板子集合與搜尋子集合之間的相關性之外，亦可使用離差平方和(Sum of squared differences, SSD)計算其相關性，兩種方法間存在著轉換關係，如(2.10)式~(2.12)式所示，而各種交叉相關法與離差平方和的公式如表 2-1 與表 2-2 所示。



$$C_{CC} = 1 - \frac{C_{SSD}}{2} \quad (2.10)$$

$$C_{NCC} = 1 - \frac{C_{NSSD}}{2} \quad (2.11)$$

$$C_{ZNCC} = 1 - \frac{C_{ZNSSD}}{2} \quad (2.12)$$

經過相關係數的計算後，可以求得影像間的相關係數場，並透過尋找相關係數場中最大值的座標位置，即可得到整像素解。

表 2-1 交叉相關係數公式

Criterion	Definition
Cross Correlation	$C_{cc} = \sum_{i=1}^N t_i \cdot s_i$
Normalized Cross Correlation	$C_{NCC} = \sum_{i=1}^N \frac{t_i \cdot s_i}{\bar{t} \cdot \bar{s}}$
Zero-Normalized Cross correlation	$C_{ZNCC} = \sum_{i=1}^N \left[\frac{(t_i - t_m) \cdot (s_i - s_m)}{\Delta t \cdot \Delta s} \right]$

表 2-2 離差平方和相關係數公式

Criterion	Definition
Sum of squared differences	$C_{SSD} = \sum_{i=1}^N (t_i - s_i)^2$
Normalized sum of squared differences	$C_{NSSD} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{t_i}{\bar{t}} - \frac{s_i}{\bar{s}} \right)^2$
Zero-normalized sum of squared differences	$C_{ZNSSD} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{t_i - t_m}{\Delta t} - \frac{s_i - s_m}{\Delta s} \right)^2$



2.2.2 相關係數極值搜尋法

透過相關係數極值搜尋法(Correlation coefficient peak-finding method, CCPF)將先前求得整像素解的像素位置 (x_i, y_i) 與周圍八個相鄰的像素進行二元二次方程式曲面擬合，以求得次像素解，區域座標(Local coordinate)及相關係數場之示意圖如圖 2-8 所示。

二次曲面擬合在解的穩定性方面具有優勢，其開口方向單一且僅有六個待定係數，使得在求解過程中能有更高的計算效率，其數學式如(2.13)式所示，

$$C_{NCC} = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \quad (2.13)$$

此式有九個座標位置的相關係數值可以作為代入條件，大於待求解的六個未知數，因此透過最小平方方法(Least-square method)使得代入值與預測值的誤差平方和有最小誤差，以求得六個待定係數，誤差 E 的公式如(2.14)式，

$$E = \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right]^2 \quad (2.14)$$

其中 z_j 為九個座標位置的相關係數值， N 為代入條件的數量， x_j 與 y_j 為區域座標。

為求得最小誤差，將六個待定係數進行偏微分並使其等於零，如(2.15)式所示，

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a_0} &= (-1) \cdot 2 \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right] = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_1} &= (-x_j) \cdot 2 \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right] = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_2} &= (-y_j) \cdot 2 \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right] = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_3} &= (-x_j^2) \cdot 2 \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right] = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_4} &= (-x_jy_j) \cdot 2 \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right] = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_5} &= (-y_j^2) \cdot 2 \sum_{j=1}^N \left[z_j - (a_0 + a_1x_j + a_2y_j + a_3x_j^2 + a_4x_jy_j + a_5y_j^2) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$



將上式改寫成矩陣形式並進行求解，如 (2.16) 式，

$$\sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} 1 & x_j & y_j & x_j^2 & x_j y_j & y_j^2 \\ x_j & x_j^2 & x_j y_j & x_j^3 & x_j^2 y_j & x_j y_j^2 \\ y_j & x_j y_j & y_j^2 & x_j^2 y_j & x_j y_j^2 & y_j^3 \\ x_j^2 & x_j^3 & x_j^2 y_j & x_j^4 & x_j^3 y_j & x_j^2 y_j^2 \\ x_j y_j & x_j^2 y_j & x_j y_j^2 & x_j^3 y_j & x_j^2 y_j^2 & x_j y_j^3 \\ y_j^2 & x_j y_j^2 & y_j^3 & x_j^2 y_j^2 & x_j y_j^3 & y_j^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^N \begin{bmatrix} z_j \\ x_j z_j \\ y_j z_j \\ x_j^2 z_j \\ x_j y_j z_j \\ y_j^2 z_j \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

將(2.16)式乘上等號左邊第一項的反矩陣即可求得六個待定係數。再將代定係數代入(2.13)式中，並對該方程式進行空間偏微分，而偏微分為零處即為曲面發生極大值的位置，如 (2.17) 式所示，

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{NCC}}{\partial x} &= a_1 + 2a_3 x + a_4 y = 0 \\ \frac{\partial C_{NCC}}{\partial y} &= a_2 + 2a_5 y + a_4 x = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

將上式移項並簡化後，可求得區域座標解 (x_s, y_s) ，如 (2.18) 式所示。

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{2a_1 a_5 - a_2 a_4}{a_4^2 - 4a_3 a_5} \\ y_s &= \frac{2a_2 a_3 - a_1 a_4}{a_4^2 - 4a_3 a_5} \end{aligned} \quad (2.18)$$

將整數解與次像素的區域座標解相加，即可得到在影像上的位置座標 (x^*, y^*) ，如 (2.19) 式，

$$\begin{aligned} x^* &= x_i + x_s \\ y^* &= y_i + y_s \end{aligned} \quad (2.19)$$

而最終位置 (x^*, y^*) 減初始位置 (x_0, y_0) 的位移 (u, v) 如 (2.20) 式所示。

$$\begin{aligned} u &= x^* - x_0 \\ v &= y^* - y_0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

相關係數極值搜尋法在計算效率和精度方面皆具有優勢，在程式編寫上相對容易且不需要進行迭代求解，運用在不同的影像上皆有穩定的計算速度；此演算法

的量測精度可達 0.02 pixel，雖然精度相對其他迭代演算法較低，但此演算法十分適用於無大變形或精度要求不高的量測。相關係數極值搜尋法的空間精度為精度 0.02 pixel 乘以空間參數，可以作為初步評估實驗的量測精度及實驗結果的好壞，但在實際的工程應用中，常會遇到樣板影像旋轉或較複雜的變形問題，因此需要再透過其他迭代演算法進行形狀函數的迭代運算，求得更高精度的解。

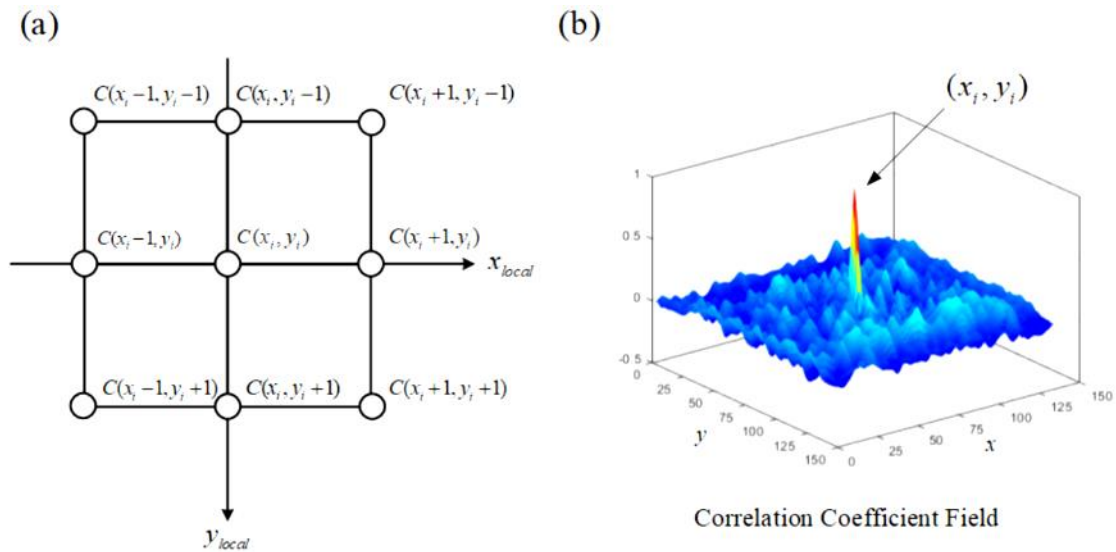


圖 2-8 (a) 相關係數極值搜尋法之區域座標 (b)相關係數場極值示意圖

2.2.3 牛頓拉福森法

最早用於影像搜尋的迭代演算法為牛頓拉福森法(Newton-Raphson method, NR method)，該方法引入了形狀函數的假設，並透過迭代運算的方式來獲得樣本子集合的位移場，以反映實際的變形情況。迭代運算的方式使得牛頓拉福森法在精度方面優於相關係數極值搜尋法，但在運算過程也需耗費更高的計算成本。假設 f 為參考影像及 g 為變形影像，從參考影像中以 (x, y) 為特徵中心像素，並從特徵中心向上、下、左、右四個方向延伸 M 個像素，形成 $(2M+1)^2$ 個像素的樣本子集合，設變形參數的初始猜值 $P_0 = [u_0 \quad v_0 \quad u_{0,x} \quad v_{0,x} \quad u_{0,y} \quad v_{0,y}]^T$ ，牛頓拉福森法再透過應用一階變形假設的形狀函數，獲得樣本子集合在變形後的最終位置，若 Q 點為樣板

子集合內的任意點， Δx 為 Q 點與樣本子集合中心在 x 方向的距離， Δy 為 Q 點與樣本子集合中心在 y 方向的距離， Q 點在變形後的最終位置 $Q^*(x^*, y^*)$ 如(2.21)式，

$$\begin{aligned} x^* &= x + u_0 + u_{0,x} \cdot \Delta x + \Delta x + u_{0,y} \cdot \Delta y \\ y^* &= y + v_0 + v_{0,x} \cdot \Delta x + \Delta y + v_{0,y} \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (2.21)$$

利用零正規化離差平方和來計算樣本子集合與搜尋子集合之間的相關係數值，如(2.22)式所示。

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.22)$$

假設變形參數的實際值為 $\tilde{P} = [u \quad v \quad u_{,x} \quad v_{,x} \quad u_{,y} \quad v_{,y}]^T$ ，並將相關係數對變形參數的初始猜值 P_0 進行一階泰勒展開，如(2.23)式所示。

$$C_{ZNSSD} = C_{ZNSSD}(P_0) + \nabla C_{ZNSSD}(P_0)(\tilde{P} - P_0) + H.O.T \quad (2.23)$$

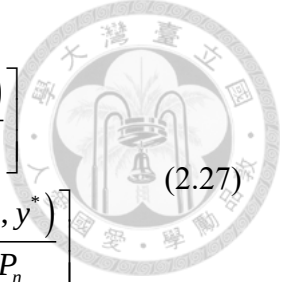
上式中泰勒展開式的高階項以 $H.O.T$ 表示，令變形參數的差值為 $\Delta \tilde{P} = \tilde{P} - P_0 = [\Delta u \quad \Delta v \quad \Delta u_{,x} \quad \Delta v_{,x} \quad \Delta u_{,y} \quad \Delta v_{,y}]^T$ ，並將上式改寫為(2.24)式，

$$C_{ZNSSD} = C_{ZNSSD}(P_0) + \sum_{m=1}^6 \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_m} \cdot \Delta P_m \quad (2.24)$$

為了求得變形參數的初始猜值與實際值之間的差值，將泰勒展開後的相關係數對變形參數 P 進行偏微分，並使其結果為零，如(2.25)式~(2.27)式所示。

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}}{\partial P_n} = 0 = \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_n} + \sum_{m=1}^6 \frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_m \partial P_n} \cdot \Delta P_m \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_n} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g} \left[\frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right] \cdot \left[-\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right] \quad (2.26)$$



$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_m \partial P_n} &= \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g^2} \left[\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_m} \right] \cdot \left[\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right] \\ &+ \frac{2}{\Delta g} \left[\frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right] \cdot \left[-\frac{\partial^2 g(x^*, y^*)}{\partial P_m \partial P_n} \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

透過忽略(2.27)式中的高階項來簡化計算流程，其近似解的表示如(2.28)式，

$$\frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_m \partial P_n} \cong \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g^2} \left[\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_m} \right] \cdot \left[\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right] \quad (2.28)$$

利用近似解進行求解可以大幅減少計算高階項而耗費的時間，後再將式子以矩陣形式表示，如(2.29)式所示。

$$\underline{0} = \nabla C_{ZNSSD}(\underline{P}_0) + \mathbf{H} \cdot \Delta \underline{P} \quad (2.29)$$

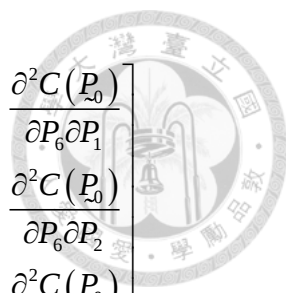
將上式移項後可以求得變形參數的差值 $\Delta \underline{P}$ ，如(2.30)式所示，

$$\Delta \underline{P} = -\mathbf{H}^{-1} \cdot \nabla C_{ZNSSD}(\underline{P}_0) \quad (2.30)$$

上式中 $\nabla C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)$ 為相關係數對變形參數的梯度，如(2.31)式， $\mathbf{H}$ 則為海森矩陣

(Hessian Matrix)，將 C_{ZNSSD} 簡寫成 C 並展開則如(2.32)所示。

$$\begin{aligned} \nabla C_{ZNSSD}(\underline{P}_0) &= \\ &\left[\frac{\partial C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_1} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_2} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_3} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_4} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_5} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)}{\partial P_6} \right]^T \end{aligned} \quad (2.31)$$



$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_3 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_4 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_5 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_6 \partial P_1} \\ \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_2 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_3 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_4 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_5 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_6 \partial P_2} \\ \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_1 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_2 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_3 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_4 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_5 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_6 \partial P_3} \\ \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_1 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_2 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_3 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_4 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_5 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_6 \partial P_4} \\ \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_1 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_2 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_3 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_4 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_5 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_6 \partial P_5} \\ \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_1 \partial P_6} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_2 \partial P_6} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_3 \partial P_6} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_4 \partial P_6} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_5 \partial P_6} & \frac{\partial^2 C(\underline{P}_0)}{\partial P_6 \partial P_6} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

令 $\underline{P}_k$ 為在第 k 次運算所求得的變形參數猜值， $\Delta \underline{P}_k$ 為在第 k 次運算所求得的變形參數差值，而第 $k+1$ 次運算所求得的變形參數猜值 $\underline{P}_{k+1}$ 如 (2.33) 式所示。

$$\underline{P}_{k+1} = \underline{P}_k + \Delta \underline{P}_k \quad (2.33)$$

牛頓拉福森法在每次的迭代運算中，相關係數對變形參數梯度 $\nabla C_{\text{ZNSSD}}(\underline{P}_0)$ 與海森矩陣 $\mathbf{H}$ 皆需要重新計算，導致該方法存在計算效率不佳的問題。

2.2.4 正向疊加牛頓拉福森法

為了改良牛頓拉福森法計算效率不佳的問題，提出了正向疊加牛頓拉福森法 (Forward additive Newton-Raphson method, FA-NR method)，其改善牛頓拉福森法在每次迭代運算時，需要重新計算相關係數對變形參數梯度 $\nabla C_{\text{ZNSSD}}(\underline{P}_0)$ 與海森矩陣 $\mathbf{H}$ 的缺點。該方法假設變形前後的樣板子集合皆沒有亮度值的變化，因此透過計算「搜尋子集合對變形參數的梯度」來取代「相關係數對變形參數的梯度」的計算，再透過連鎖律，可以將其改寫為「搜尋子集合對空間的梯度」乘以「變形函數對變形參數的梯度」，由於變形前後的樣板子集合在亮度值上並無變化，因此在每次迭代運算中無需重複計算這些值。正向疊加牛頓拉福森法之計算流程如圖 2-9 所示。假設 f 為參考影像及 g 為變形影像，從參考影像中以 (x, y) 為特徵中心像素，並從

特徵中心向上、下、左、右四個方向延伸 M 個像素，形成 $(2M+1)^2$ 個像素的樣本子集合，設變形參數的初始猜值 $\tilde{P} = [u \ u_{,x} \ u_{,y} \ v \ v_{,x} \ v_{,y}]^T$ ，再透過應用一階變形假設的形狀函數，獲得樣本子集合在變形後的最終位置，若 Q 點為樣本子集合內的任意點， Δx 為 Q 點與樣本子集合中心在 x 方向的距離， Δy 為 Q 點與樣本子集合中心在 y 方向的距離， Q 點在變形後的最終位置 $Q^*(x^*, y^*)$ 如 (2.34) 式所示，

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P}) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

上式中 $W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})$ 為搜尋子集合變形下的位移場，又稱為變形函數(Warping function)，將其代入零正規化離差平方和(ZNSSD)公式，如 (2.35) 式，

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.35)$$

假設搜尋子集合具有極小的變化 $\Delta \tilde{P}$ ，將上式改寫為(2.36)式，

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P} + \Delta \tilde{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.36)$$

上式中 $\Delta \tilde{P} = [\Delta u \ \Delta u_{,x} \ \Delta u_{,y} \ \Delta v \ \Delta v_{,x} \ \Delta v_{,y}]^T$ ，並將相關係數對變形參數進行一階泰勒展開，如 (2.37) 式所示，

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{g}}{\Delta g} - \frac{1}{\Delta g} \frac{\partial g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P}))}{\partial W_1} \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \cdot \Delta \tilde{P} \right]^2 \quad (2.37)$$

上式中 $\frac{\partial g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, P))}{\partial W_1}$ 為搜尋子集合的空間梯度， $\frac{\partial W_1}{\partial P}$ 為變形函數對變

形參數的梯度，又稱為亞可比矩陣(Jacobian matrix)，如 (2.38) 式所示。

$$\frac{\partial W_1}{\partial P} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x & \Delta y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

將符號簡化後如 (2.39) 式所示，

$$\begin{aligned} f &= f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, P)) \\ g &= g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, P)) \\ \nabla g &= \frac{\partial g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, P))}{\partial W_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, P))}{\partial x} & \frac{\partial g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, P))}{\partial y} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.39)$$

為了求得變形參數的初始猜值與實際值之間的差值，將泰勒展開後的相關係數對 ΔP 進行偏微分，並使其結果為零，以求得極小值，如 (2.40) 式所示。

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}}{\partial \Delta P} = 0 = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g} \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\frac{f - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g - \bar{g}}{\Delta g} - \frac{1}{\Delta g} \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \cdot \Delta P \right] \quad (2.40)$$

將上式展開並移項後如 (2.41) 式，

$$\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right] \cdot \Delta P = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\frac{\Delta g}{\Delta f} (f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right] \quad (2.41)$$

變形參數的差值 ΔP 如 (2.42) 式所示。

$$\Delta P = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\frac{\Delta g}{\Delta f} (f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right] \quad (2.42)$$

而上式中的海森矩陣 $\mathbf{H}$ 如 (2.43) 式所示。

$$\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right] \quad (2.43)$$

正向疊加牛頓拉福森法搭配連鎖率進行改寫後，可減少每次迭代過程的運算，因此在計算上相較於牛頓拉福森法有較高的效率。



Forward additive Newton-Raphson method

Iterate

- (1) Warp g with $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$ to compute $g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P))$
- (2) Compute $\frac{\Delta g}{\Delta f}(f - \bar{f}) - (g - \bar{g})$
- (3) Compute ∇g at $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$
- (4) Compute the Jacobian matrix $\frac{\partial W_1}{\partial P}$ at $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$
- (5) Compute the steepest descent image $\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P}$
- (6) Compute the Hessian matrix $\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]$
- (7) Compute $\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\frac{\Delta g}{\Delta f}(f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right]$
- (8) Compute $\Delta P = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla g \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\frac{\Delta g}{\Delta f}(f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right]$
- (9) Compute $P \leftarrow P + \Delta P$

Until $\|\Delta P\| \leq 10^{-4}$

圖 2-9 正向疊加牛頓拉福森法之計算流程

2.2.5 反向合成高斯牛頓法

正向疊加牛頓拉福森法雖然相較於牛頓拉福森法已有較好的運算效率，但該方法在每次迭代時也需要重新計算「搜尋子集合對空間的梯度」與「變形函數對變形參數的梯度」，而反向合成高斯牛頓法(Inverse compositional Gauss-Newton method, ICGN method)則改善了這個問題，該方法考量了樣本子集合具有微小的變化，使其在迭代運算的過程中僅需要計算一次「搜尋子集合對空間的梯度」與「變形函數對變形參數的梯度」，不僅大幅減少了計算的次數並提升其計算效能，反向合成高斯牛頓法之計算流程如圖 2-10 所示。假設 f 為參考影像及 g 為變形影像，

從參考影像中以 (x, y) 為特徵中心像素，並從特徵中心向上、下、左、右四個方向延伸 M 個像素，形成 $(2M+1)^2$ 個像素的樣本子集合，設變形參數的初始猜值 $\tilde{P} = [u \quad u_{,x} \quad u_{,y} \quad v \quad v_{,x} \quad v_{,y}]^T$ ，再透過應用一階變形假設的形狀函數，獲得樣本子集合在變形後的最終位置，若 Q 點為樣本子集合內的任意點， Δx 為 Q 點與樣本子集合中心在 x 方向的距離， Δy 為 Q 點與樣本子集合中心在 y 方向的距離， Q 點在變形後的最終位置 $Q^*(x^*, y^*)$ 如 (2.44) 式所示，

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P}) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

上式中 $W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})$ 為搜尋子集合變形下的位移場，將其代入零正規化離差平方和公式，如 (2.45) 式所示。

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{Q})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.45)$$

假設樣本子集合具有極小的變化 $\Delta \tilde{P}$ ，將上式改寫為 (2.46) 式，

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \Delta \tilde{P})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.46)$$

上式中 $\Delta \tilde{P} = [\Delta u \quad \Delta u_{,x} \quad \Delta u_{,y} \quad \Delta v \quad \Delta v_{,x} \quad \Delta v_{,y}]^T$ ，並將相關係數對變形參數進行一階泰勒展開，如 (2.47) 式所示，

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\frac{f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{Q})) - \bar{f}}{\Delta f} + \frac{1}{\Delta f} \frac{\partial f((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{Q}))}{\partial W_1} \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \cdot \Delta \tilde{P} - \frac{g((x, y) + W_1(\Delta x, \Delta y, \tilde{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.47)$$



上式中 $\frac{\partial f((x, y) + \tilde{W}_1(\Delta x, \Delta y, \underline{0}))}{\partial \tilde{W}_1}$ 為樣本子集合的空間梯度， $\frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}}$ 為變形函數對變形

參數的梯度，將符號簡化後如 (2.48) 式所示，

$$\begin{aligned} f &= f((x, y) + \tilde{W}_1(\Delta x, \Delta y, \underline{0})) \\ g &= g((x, y) + \tilde{W}_1(\Delta x, \Delta y, \underline{P})) \\ \nabla f &= \frac{\partial f((x, y) + \tilde{W}_1(\Delta x, \Delta y, \underline{0}))}{\partial \tilde{W}_1} = \left[\frac{\partial f((x, y) + \tilde{W}_1(\Delta x, \Delta y, \underline{0}))}{\partial x} \quad \frac{\partial f((x, y) + \tilde{W}_1(\Delta x, \Delta y, \underline{0}))}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2.48)$$

為了求得變形參數的初始猜值與實際值之間的差值，將泰勒展開後的相關係數對 $\Delta \tilde{P}$ 進行偏微分，並使其結果為零，以求得極小值，如 (2.49) 式所示。

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}}{\partial \Delta \tilde{P}} = 0 = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta f} \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[\frac{f - \bar{f}}{\Delta f} + \frac{1}{\Delta f} \nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \cdot \Delta \tilde{P} - \frac{g - \bar{g}}{\Delta g} \right] \quad (2.49)$$

將上式展開並移項後如 (2.50) 式，

$$\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right] \cdot \Delta \tilde{P} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[(f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g} (g - \bar{g}) \right] \quad (2.50)$$

變形參數的差值 $\Delta \tilde{P}$ 如 (2.51) 式所示，

$$\Delta \tilde{P} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[(f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g} (g - \bar{g}) \right] \quad (2.51)$$

而上式中的海森矩陣 $\mathbf{H}$ 如 (2.52) 式所示。

$$\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[\nabla f \frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} \right] \quad (2.52)$$

令 $\tilde{P}_k$ 為在第 k 次運算所求得的變形參數猜值， $\Delta \tilde{P}_k$ 為在第 k 次運算所求得的變形參

數差值，而第 $k+1$ 次運算所求得的變形參數猜值 $\tilde{P}_{k+1}$ 如 (2.53) 式所示。

$$W_1(\underline{p}_{k+1}) = W_1(\underline{p}_k) \cdot W_1(\Delta \underline{p}_k)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+\Delta u_{,x} & \Delta u_{,y} & \Delta u \\ \Delta v_{,x} & 1+\Delta v_{,y} & \Delta v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.53)$$

從圖 2-11 可看出反向合成高斯牛頓法相較於正向疊加牛頓拉福森法少了四個需要重複計算的參數，在不降低精度的前提，也大幅提升演算法的計算效率，因此反向合成高斯牛頓法是學者較推崇的方法，也成為數位影像相關法領域中最被廣泛使用的次像素演算法。而反向合成高斯牛頓法的初始猜值必須有一定的準確度，不然會導致收斂性不佳而無法收斂，因此常利用相關係數極值搜尋法的計算結果作為變形參數的初始猜值。

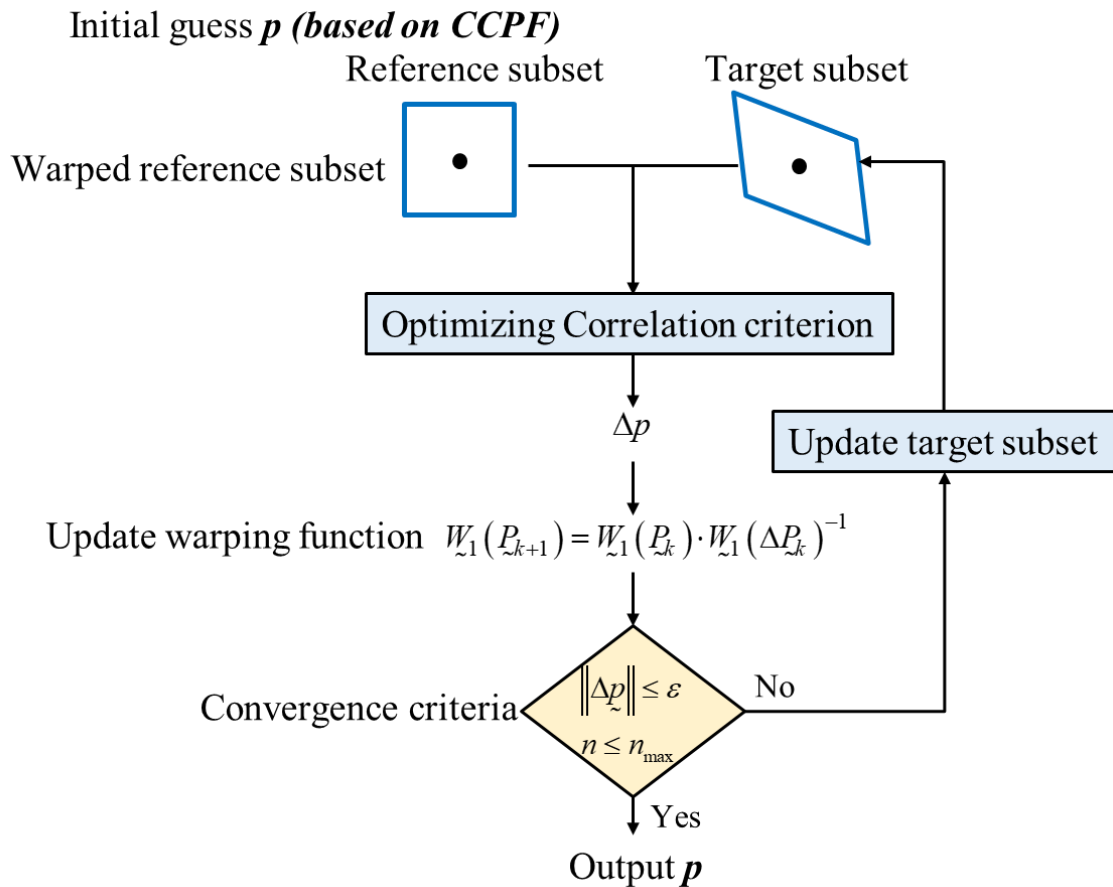


圖 2-10 反向合成高斯牛頓法之計算示意圖



Inverse compositional Gauss-Newton method

Pre-compute

(3) Compute ∇f at $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, 0)$

(4) Compute the Jacobian matrix $\frac{\partial W_1}{\partial P}$ at $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, 0)$

(5) Compute the steepest descent image $\nabla f \frac{\partial W_1}{\partial P}$

(6) Compute the Hessian matrix $\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[\nabla f \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]$

Iterate

(1) Warp g with $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$ to compute $g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P))$

(2) Compute $(f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g}(g - \bar{g})$

(7) Compute $\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[(f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g}(g - \bar{g}) \right]$

(8) Compute $\Delta P = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[\nabla f \frac{\partial W_1}{\partial P} \right]^T \left[(f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g}(g - \bar{g}) \right]$

(9) Compute $W_1(P) \leftarrow W_1(P) \cdot W_1(\Delta P)^{-1}$

Until $\|\Delta P\| \leq 10^{-4}$

圖 2-11 反向合成高斯牛頓法之計算流程

2.3 數位影像相關法種類

透過使用不同的相機數量，數位影像相關法可以進行平面或立體的量測。二維數位影像相關法僅需要使用一台相機進行影像擷取，適用於待測物體的位移在同一平面上，例如拉伸實驗；立體數位影像相關法則使用兩台或多台相機來擷取影像，可以利用拍攝影像建立三維空間座標，並量測待測物體在相機深度方向的位移或變形。

2.3.1 二維數位影像相關法

二維數位影像相關法(Two-dimensional digital image correlation, 2D DIC) 為建立於針孔成像模型的數位影像相關法之基本形式，僅需要透過單一相機來量測待

測物表面的位移或變形，但無法量測相機深度方向的資訊。圖 2-12 為理想針孔成像模型示意圖，圖中利用主軸、影像平面及觀察平面來描述影像座標、相機座標及世界座標之間的關係。相機的透鏡中心 O 至影像平面的距離為焦距 f ， (c_x, c_y) 為影像平面與主軸的交點，當觀察平面與影像平面平行且與相機透鏡中心 O 距離 Z 時，在觀察面上的任意點 (X, Y, Z) 可對應到影像平面之影像座標 (u, v) 。如圖 2-13 所示，可以透過針孔成像模型的上視圖與側視圖中得到兩個相似三角形，進而推導出影像座標 (u, v) 與真實座標 (X, Y, Z) 之間的關係式，如(2.54)式所示，

$$\frac{u - c_x}{f} = \frac{X}{Z}, \frac{v - c_y}{f} = \frac{Y}{Z} \quad (2.54)$$

將上式移項後的結果如(2.55)式，

$$u - c_x = \frac{f}{Z} X, v - c_y = \frac{f}{Z} Y \quad (2.55)$$

假設觀察平面與影像平面之間平行，相機深度方向的距離 Z 即可設為定值，將上式微分並移項後如(2.56)式。

$$dX = \frac{Z}{f} du, dY = \frac{Z}{f} dv \quad (2.56)$$

上式中 dX 與 dY 為真實世界座標中的微小變化量， du 與 dv 為影像座標中的微小變化量， $\frac{Z}{f}$ 為連接真實長度與影像長度的倍數關係，也代表轉換兩座標長度的空間參數。使用二維數位影像相關法進行量測時，需要確保觀察平面與影像平面為平行，若相機鏡頭與觀察面不平行，則會使得空間參數中的 Z 成為變數，進而產生量測誤差。

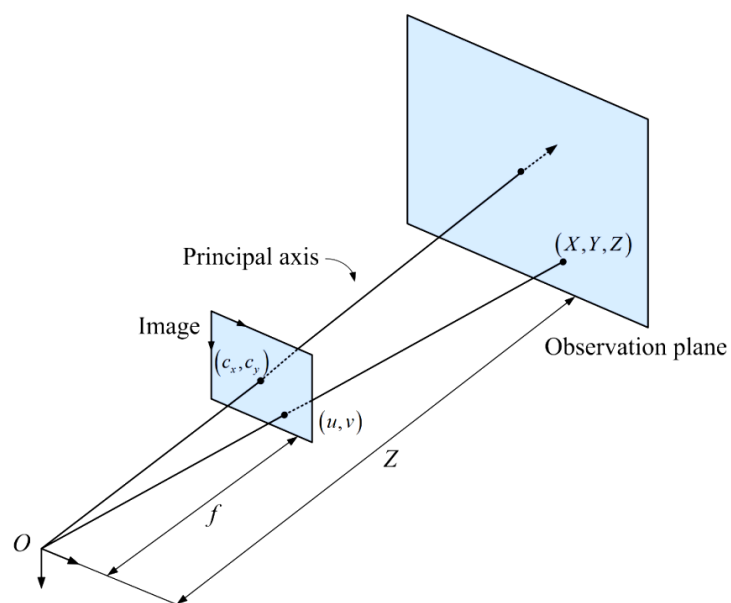


圖 2-12 理想針孔成像模型示意圖

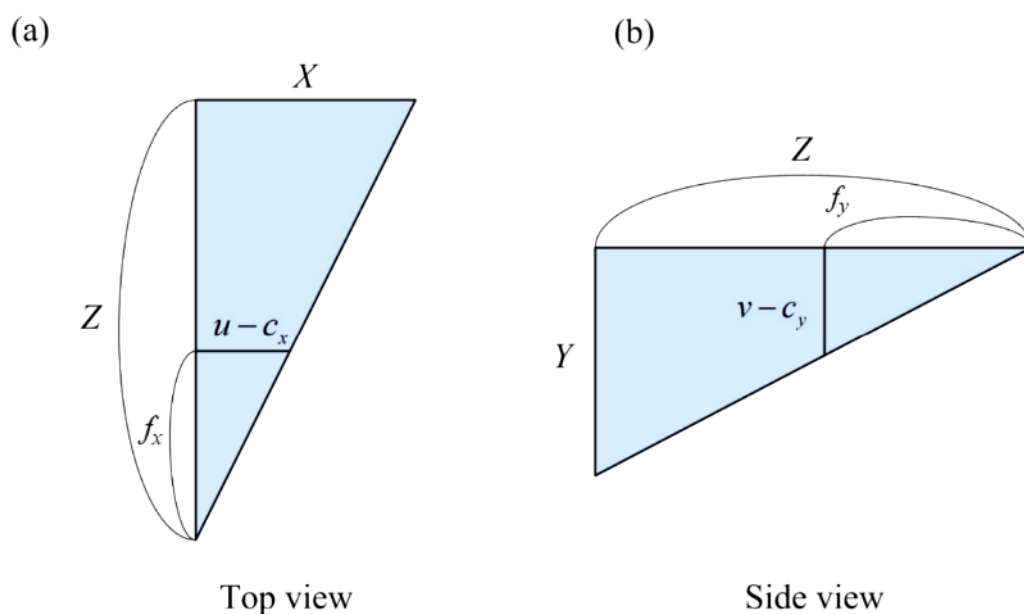


圖 2-13 理想針孔成像模型 (a)俯視圖 (b)側視圖

2.3.2 立體數位影像相關法

立體數位影像相關法(Stereo digital image correlation, Stereo DIC)利用兩台或多台相機以不同視角同時追蹤待測物體上同一特徵時，需要藉由三角定位法來建構特徵在真實世界座標的位置，進而分析出其位移及變形，該方法同時也改善了無法



獲得相機深度方向資訊的缺點。將針孔成像模型的幾何關係改寫為矩陣形式，如(2.57)式。

$$sm = \mathbf{K}\tilde{\mathbf{M}} \quad (2.57)$$

$$\tilde{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

s 為尺度因子(Scale factor)， $\tilde{\mathbf{m}}$ 為影像座標， $\mathbf{K}$ 為相機的內部參數矩陣， $\tilde{\mathbf{M}}$ 為真實座標，內部參數矩陣中的 f_x 為相機在水平方向上的焦距， f_y 則為相機在垂直方向上的焦距， c_x, c_y 為主軸與影像平面的交點。針孔成像模型的真實座標 $\tilde{\mathbf{M}}$ 與相機透鏡中心 O 有關，無法直接獲得其座標位置，所以引入世界座標 $\tilde{\mathbf{W}}$ 作為統一的參考框架，並藉由世界座標來描述真實座標的情況，如(2.58)式所示，

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{W}} + \tilde{\mathbf{T}} \quad (2.58)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

上式中 $\mathbf{R}$ 為旋轉矩陣， $\tilde{\mathbf{W}}$ 為世界座標， $\tilde{\mathbf{T}}$ 為剛體平移矩陣，可以將旋轉矩陣與平移矩陣合併，並將其稱為相機的外部參數矩陣(Extrinsic Parameter Matrix)，影像座標與世界座標轉換示意圖如圖 2-14 所示。結合針孔成像模型與世界座標後可以得到(2.59)式。

$$sm = \mathbf{K}(\mathbf{R}\tilde{\mathbf{W}} + \tilde{\mathbf{T}}) \quad (2.59)$$

上式中相機的內部參數矩陣 $\mathbf{K}$ 、旋轉矩陣 $\mathbf{R}$ 及剛體平移矩陣 $\tilde{\mathbf{T}}$ 為已知參數，世界座標中則有森個未知數有三個未知數 X_w, Y_w, Z_w ，但從單一的針孔成像模型中僅有兩條方程式能進行求解，導致在計算上會有無限多的解。如圖 2-15 所示，空間中的 Q 點及 R 點在影像上的投影皆會對應到 p 點，因此單一相機僅能得到平面的資

訊，無法辨別空間中的相機深度方向的資訊，而為了求解空間座標中的三個未知數，因此必須增加一台以上的相機來獲得更多空間資訊，以得到額外的方程式。圖 2-16 為雙相機投影的示意圖，圖中的 Q 點與 R 點在左相機的視野中，會同時投影至左影像平面的 p 點，但 Q 點和 R 點在右相機的視野中，則會分別投影至右影像平面的 q 點與 r 點。左相機及右相機的針孔成像模型如(2.60)式及(2.61)式所示，

$$sm_L = \mathbf{K}_L (\mathbf{R}_L \tilde{W} + \tilde{T}_L) \quad (2.60)$$

$$\tilde{m}_L = \begin{bmatrix} u_L \\ v_L \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} f_{xL} & 0 & c_{xL} \\ 0 & f_{yL} & c_{yL} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_L = \begin{bmatrix} R_{11L} & R_{12L} & R_{13L} \\ R_{21L} & R_{22L} & R_{23L} \\ R_{31L} & R_{32L} & R_{33L} \end{bmatrix}, \tilde{T}_L = \begin{bmatrix} T_{1L} \\ T_{2L} \\ T_{3L} \end{bmatrix}$$

$$sm_R = \mathbf{K}_R (\mathbf{R}_R \tilde{W} + \tilde{T}_R) \quad (2.61)$$

$$\tilde{m}_R = \begin{bmatrix} u_R \\ v_R \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} f_{xR} & 0 & c_{xR} \\ 0 & f_{yR} & c_{yR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} R_{11R} & R_{12R} & R_{13R} \\ R_{21R} & R_{22R} & R_{23R} \\ R_{31R} & R_{32R} & R_{33R} \end{bmatrix}, \tilde{T}_R = \begin{bmatrix} T_{1R} \\ T_{2R} \\ T_{3R} \end{bmatrix}$$

上式中的 L 為左相機的參數， R 為右相機的參數。圖 2-17 為雙相機模型在各座標之參數關係圖，圖中的 $\mathbf{R}_{L-R}$ 為左影像座標轉換至右影像座標的旋轉矩陣， $\tilde{T}_{L-R}$ 為左影像轉換至右影像座標的平移矩陣，將上兩式合併後如(2.62)式。

$$sm_R = \mathbf{K}_R [\mathbf{R}_{L-R} (\mathbf{R}_L \tilde{W} + \tilde{T}_L) + \tilde{T}_{L-R}] \quad (2.62)$$

$$\mathbf{R}_{L-R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \tilde{T}_{L-R} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

為了共同描述左相機及右相機的座標，因此定義左相機座標為世界座標原點，並令左相機參數中的 $\mathbf{R}_L$ 為單位矩陣及 $\tilde{T}_L$ 為零，左相機及右相機的座標改寫後如(2.63)式與(2.64)式所示，



$$sm_L = K_L W \quad (2.63)$$

$$sm_R = K_R [R_{L-R} W + T_{L-R}] \quad (2.64)$$

透過上兩式可以得到四條方程式，即可利用方程式求解兩相機座標與世界座標之間的關係，方程式如(2.65)式所示。

$$\begin{aligned} f_{xL} X + (c_{xL} - u_L) Z &= 0 \\ f_{yL} Y + (c_{yL} - v_L) Z &= 0 \\ [(u_R - c_{xR}) R_{31} - f_{xR} R_{11}] X + [(u_R - c_{xR}) R_{32} - f_{xR} R_{12}] Y \\ &+ [(u_R - c_{xR}) R_{33} - f_{xR} R_{13}] Z = f_{xR} T_1 - (u_R - c_{xR}) T_3 \\ [(v_R - c_{yR}) R_{31} - f_{yR} R_{21}] X + [(v_R - c_{yR}) R_{32} - f_{yR} R_{22}] Y \\ &+ [(v_R - c_{yR}) R_{33} - f_{yR} R_{23}] Z = f_{yR} T_2 - (v_R - c_{yR}) T_3 \end{aligned} \quad (2.65)$$

上述方程式中的相機的內部參數矩陣 K 、旋轉矩陣 R 及剛體平移矩陣 T ，皆必須透過相機校正來取得。本論文使用的相機校正方法是 Zhang 所提出，該方法藉由拍攝多張不同旋轉角度及距離之黑白棋盤格的校正板影像，並搭配校正板方格的實際長度，再透過最大概似估計(Maximum-likelihood estimation)計算出左右相機的內部參數矩陣及外部參數矩陣。利用相機校正得到兩相機的內外部參數矩陣及左右影像座標中的任意點後，即可透過三角定位法獲得三維的空間座標。

在理想的針孔成像模型中，影像並不存在扭曲的情形，但在實際的相機鏡頭中，光線通過透鏡時會發生折射，再投影到感光元件上形成影像，這種非理想的情況會導致影像畸變(Distortion)。影像畸變分為輻射畸變(Radial distortion)與正切畸變(Tangential distortion)，如圖 2-18 及圖 2-19 所示。鏡頭形狀是影響輻射畸變的主要原因，而輻射畸變的公式如(2.66)式所示。

$$\begin{aligned} x_{distorted} &= x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \\ y_{distorted} &= y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \end{aligned} \quad (2.66)$$

上式中 $x_{distorted}$ 、 $y_{distorted}$ 為輻射畸變後的影像座標， k_1 、 k_2 、 k_3 為輻射畸變係數， x 、 y 為理想的影像座標， r 為影像座標與影像中心的距離，輻射畸變係中的 k_1 及 k_2 主

導了鏡頭的扭曲，因此校正模型通常忽略高階項。鏡頭鏡片與感光元件是否平行是造成正切畸變的原因，而正切畸變的公式如(2.67)式。

$$\begin{aligned} x_{distorted} &= x + \left[2p_1xy + p_2(2x^2 + r^2) \right] \\ y_{distorted} &= y + \left[p_1(2y^2 + r^2) + 2p_2xy \right] \end{aligned} \quad (2.67)$$

上式中 $x_{distorted}$ 、 $y_{distorted}$ 為正切畸變後的影像座標， p_1 、 p_2 為正切畸變係數， x 、 y 為理想的影像座標， r 為影像座標與影像中心的距離。影像畸變會影響量測的準確性，因此在進行實驗量測前，必須先拍攝校正影像並進行相機校正，以確保獲得最佳的量測結果。

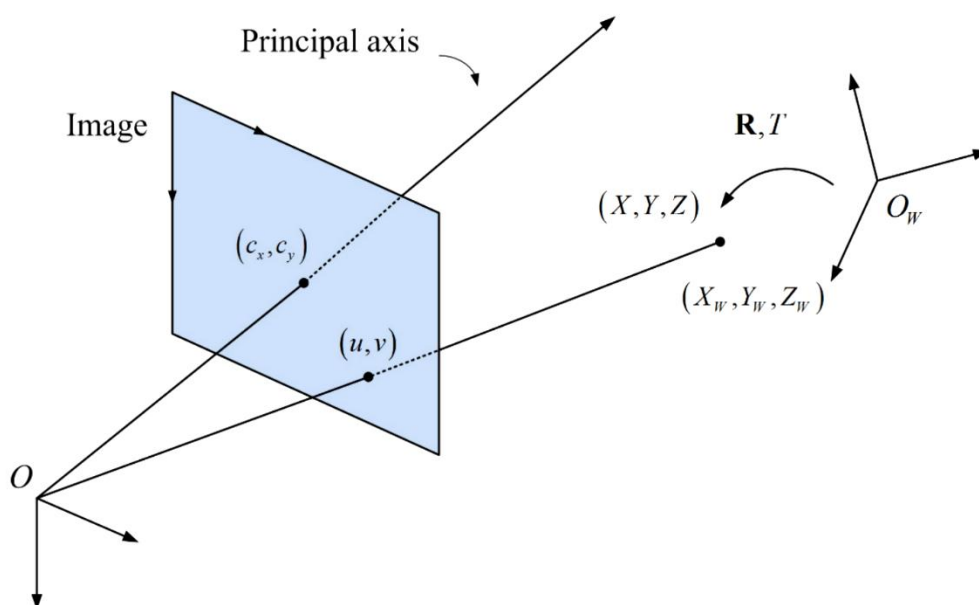


圖 2-14 影像座標與世界座標轉換示意圖

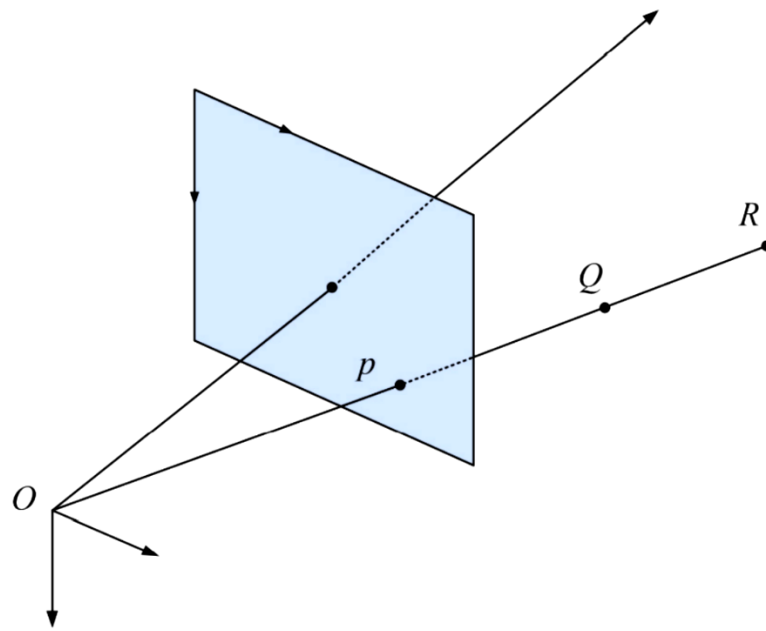


圖 2-15 單台相機投影示意圖

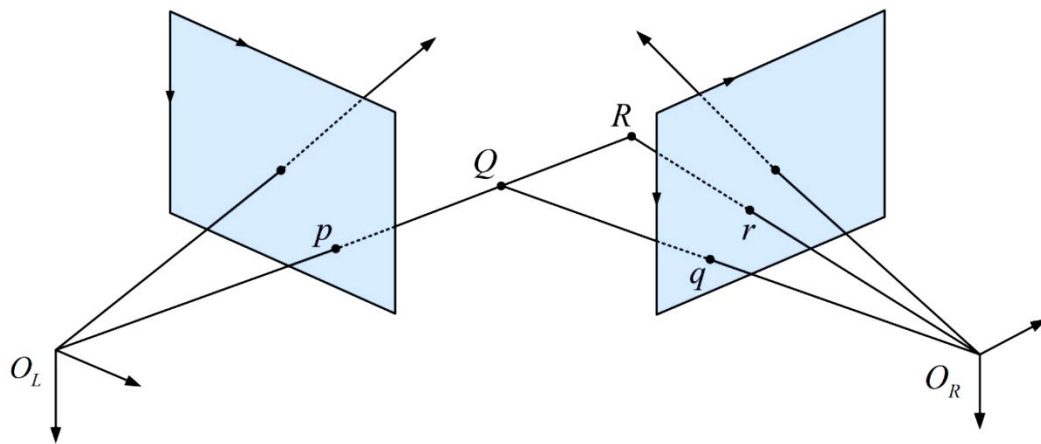


圖 2-16 兩台相機投影示意圖

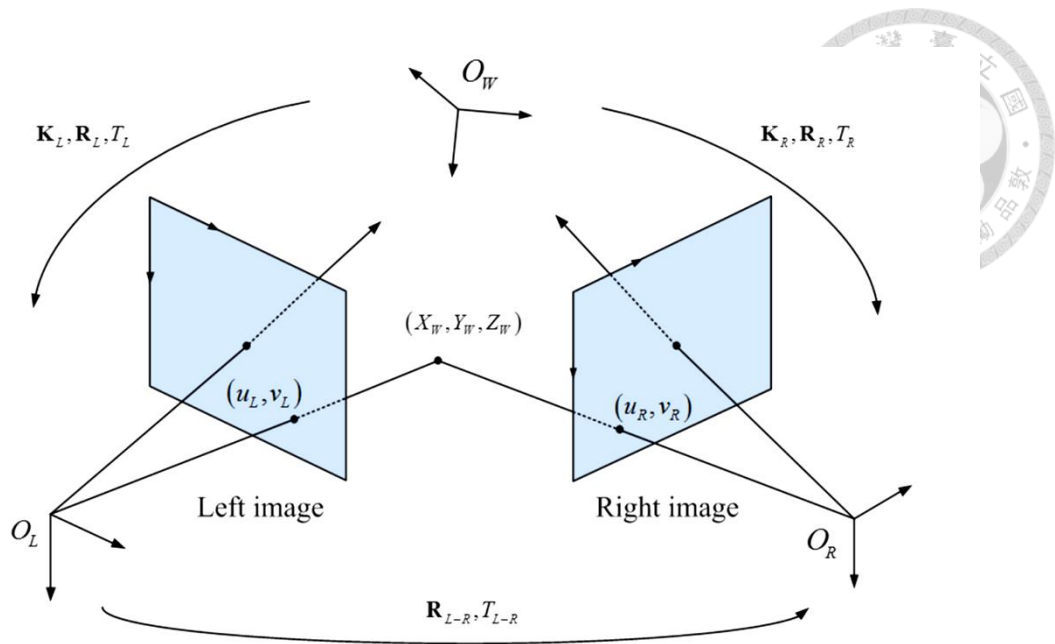


圖 2-17 雙相機模型在各座標之參數關係示意圖

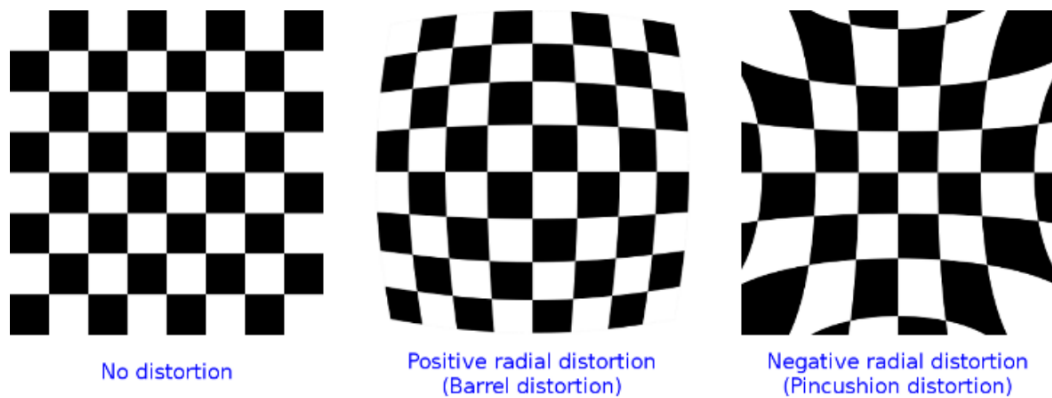


圖 2-18 相機鏡頭之輻射畸變(圖源：OpenCV)

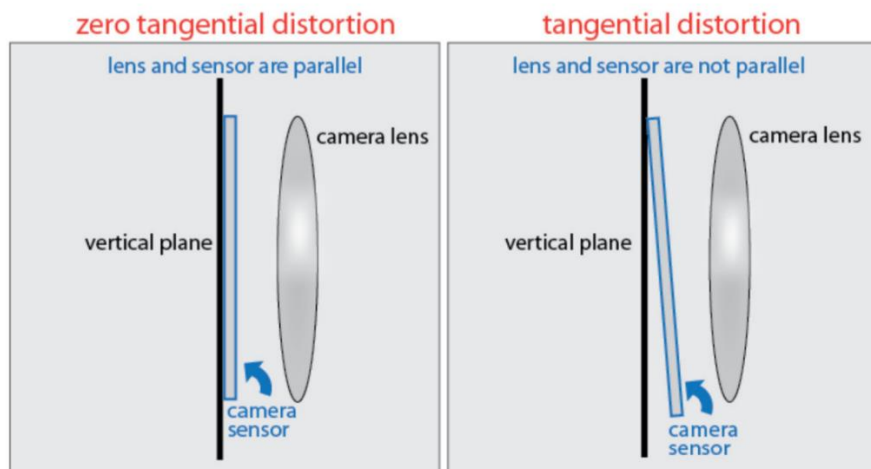


圖 2-19 相機鏡頭之正切畸變(圖源：MathWorks)



2.4 實驗儀器介紹

本論文皆利用數位影像相關法進行實驗量測，為驗證量測結果的正確性，實驗中也搭配其他高精度的儀器進行相互比對。本章將會介紹數位影像相關法實驗所使用的各項攝影器材與其他實驗儀器。

2.4.1 數位工業相機

本論文使用德國 Allied Vision.所生產的數位工業相機，相機型號為 Alvium 1800 U-158m，相機外觀與詳細尺寸如圖 2-20 及圖 2-21 所示。感光元件解析度為 1456×1088 pixels，感光元件尺寸為 1/2.9 英吋，感光元件的像素大小(Sensor size)為 $3.45 \mu\text{m}$ ，CMOS 晶片型號為 Sony IMX273，色彩模式為單色灰階(Monochrome)，以 USB3.0 進行傳輸，在 1456×1088 pixels 全解析度的情況下，每秒最高可拍攝 153 張影像。

2.4.2 高速攝影機

本論文中使用日本 Olympus 所生產的高速攝影機，相機型號為 i-SPEED Series 3 camera，相機外觀與規格如圖 2-22 及圖 2-23 所示。感光元件解析度為 1280×1024 pixels，感光元件尺寸為 21.504×26.88 mm，感光元件的像素大小為 $21 \mu\text{m}$ ，感光晶片為 CMOS 晶片，影像位元深度為 10bit，每次輸出檔案大小最大為 4 GB，最大幀率可高達 150,000 fps，在 1280×1024 pixels 全解析度的情況下，每秒最高可拍攝 2000 張影像。

2.4.3 數位工業相機鏡頭

本論文中使用日本 Nikon 所生產的數位工業相機鏡頭，鏡頭型號為 Nikkor 35mm 1:2，焦距為 35 mm，光圈範圍為 F2.0 ~ F22，拍攝距離為 0.3 m ~ Inf.，可以經由 C-mount 與德國 Allied Vision.所生產的數位工業相機進行連接，鏡頭外觀如圖 2-24 所示。



2.4.4 雷射都卜勒振動儀

為了驗證數位影像相關法之實驗量測結果的準確性，因此利用雷射都卜勒振動儀(Laser doppler vibrometer, LDV)的量測結果作為結果的比對。雷射都卜勒振動儀為非接觸式、單點量測的光學量測系統，其原理為都卜勒效應(Doppler effect)，當雷射光照射在靜止物體表面時，反射光的頻率與入射光的頻率相同，但當物體進行振動時，反射光的頻率就會有所變化，其頻率變化物體的運動速度成正比，因此可量測物體在振動時的面外速度，並透過數值方法求得物體的位移與加速度。

本論文使用 Ploytec 公司所生產的雷射都卜勒振動儀，LDV 型號為 OFV-505，其外觀如圖 2-25 所示，其使用布拉格盒(Bragg cell)進行量測，其原理為聲光效應，當聲波在晶體內傳遞，晶體的折射率會受到聲波的影響而產生變化，進而影響光的傳播特性，如圖 2-26 所示。在實際量測中，雷射都卜勒振動儀射出一道雷射光並藉由分光鏡分成兩道光，一道入射光通過布拉格盒，在布拉格盒內調整頻率後傳遞至檢測器，而另外一道光則傳遞至振動的待測物，再反射到分光鏡上，最後傳遞至檢測器，即可透過反射光與入射光的頻率差異量測出待測物的振動速度，雷射都卜勒振動儀之內部光路如圖 2-27 所示。

2.4.5 全域振動量測系統

全域振動量測系統(DPM)其中包含 LDV、微動振鏡組、資料擷取系統(NI-DAQ)與訊號產生器。在此所選用之資料擷取系統為 NI-9234 如圖 2-28，其規格如表 2-3 所示；訊號產生器為 Agilent 33210A 如圖 2-29；微動振鏡則如圖 2-30，規格如表 2-4 所示，其包含兩面反射鏡，並分別以一步進馬達進行控制，將微動振鏡固定於 LDV 雷射出口處正前方，控制馬達轉動的角度，一面反射鏡使得反射後的雷射光朝水平方向移動，另一面則朝垂直方向移動，因此可以將雷射入射於待測物上的任意點。實驗量測的流程如圖 2-31 所示，首先利用 LabVIEW 系統傳送振鏡轉動函式至鏡組，使得鏡組反射雷射至指定的待測點，接著發送指令至 LDV 使其進行自動對焦，隨後控制訊號產生器生成特定之穩態頻率與電壓訊號以激振待測物，最

後將 LDV 所量測到的速度由資料擷取系統進行記錄整理後回傳至 LabVIEW 中，此即完成一個點的量測，藉由重複以上步驟即可達到在所設範圍內之全域速度量測，本論文之實驗架設圖如圖 2-32 所示。由於量測的為穩態的振動模態，有輸入頻率的資訊可以將速度轉換為位移，再透過正負相位的判斷，即可求得試片振動之全域模態振形。

2.4.6 振動器

本論文使用美國 Data Physics 公司所生產的振動器，並在振動實驗中透過振動器給予懸臂薄板週期性的振動，振動器型號為 GW-V4，為單點式的振動器，振動器外觀與規格如圖 2-33 及表 2-5 所示。而振動器需搭配專屬的功率放大器，功率放大器型號為 PA30E，其外觀與規格如圖 2-34 及表 2-6 所示。透過函數產生器產生週期訊號並將訊號傳至功率放大器，功率放大器再藉由輸出電壓的調整，來改變振動器產生的振幅大小，其頻率最高可達 18,000 Hz，最大的輸出外力可達 17.8 N。



圖 2-20 數位工業相機 Allied Vision Alvium 1800 U-158m

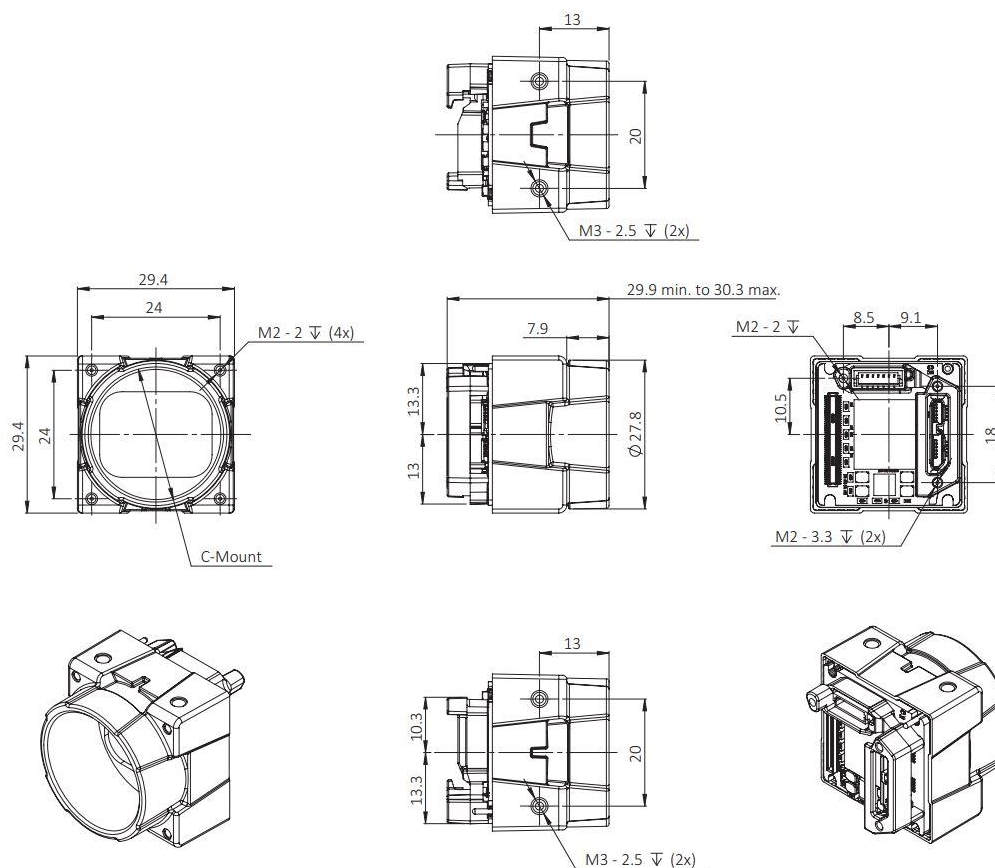


圖 2-21 數位工業相機 Allied Vision Alvium 1800 U-158m 之詳細尺寸圖



圖 2-22 高速攝影機 Olympus i-SPEED Series 3

Standard Set		Features	
i-SPEED 3 camera		Resolution	1280 x 1024 @ 2,000 fps
Power supply	Pickle switch	Maximum Frame Rate	150,000 fps
Gigabit Ethernet crossover cable	PC software - Control	Shutter	1 µs - automatic electronic individual FPN correction on power up
Composite video cable	Getting started guide	i-CHEQ	Externally visible indicators to confirm camera record status. Positioned on rear of camera
S-Video cable	CF card adaptor	i-FOCUS	Electronic function to confirm focal depth of lens and point of focus. Ideal for ease of camera set up
Feature connector cable	Battery	Luminance Histogram	For precise illumination and image set up
Mains cable x 3 (UK, USA/Japan, Europe)	Transport case	User Settings	Five programmable user settings in camera and infinitely expandable via CF card
Controller Display Unit (CDU) is a recommended accessory		Image Processing	Process images before saving via on board editing suite
Models		Image Manipulation	Zoom/Pan/Select region of interest
Each camera is available as a monochrome or colour unit and has a selectable internal memory size.		Measurement	On board analysis function enabling measurement of distance, speed, acceleration, angle, angular velocity, and angular acceleration
Memory size	Record time at full resolution	Triggering	0-5V TTL, Video Trigger, ROC, BRDC
4 GB Monochrome/HG	1.2 seconds	Permanent Text	Burn permanent text onto individual frames
8 GB Monochrome/HG	2.4 seconds	Logo Load	Load corporate logos to personalise cameras and videos
16 GB Monochrome	4.9 seconds	Synchronisation	Phase lock enables multiple cameras to be synchronised to one microsecond accuracy
4 GB Colour/HG	1.2 seconds	Image Storage Formats	Raw bayer/AVI/MJPEG
8 GB Colour/HG	2.4 seconds	Security Secure	Once powered down, the camera does not retain video images
16 GB Colour	4.9 seconds	Random Snapshot	Image capture upon receipt of a synchronisation pulse
Memory upgrade is available between units			
Operation		Storage Case	
Cameras may be operated as stand-alone units with the patented* CDU or by PC via Gigabit Ethernet connection (see software sheet)		Dimensions	560 mm (W) x 270 mm (H) x 450 mm (D)
Dimensions	112 mm (W) x 141 mm (H) x 341 mm (D)	Weight	8.20 kg without contents
Weight	5 kg including battery	CDU	
Input Voltage	14 V -0% to 28 V +5%	Dimensions	267 mm (W) x 210 mm (H) x 43 mm (D)
Power Consumption	Camera 70 W max/System 80 W max	Weight	1.25 kg
Mounting	5 x 1/4" Whitworth threads located on three sides	Display	8.4" LCD Daylight viewing
Battery (optional)	Li-Ion, 10.8 V, 45 minutes continuous usage	Input Voltage	12 V ± 10%
Lens Mounting	F-Mount	Power Consumption	8 W maximum
Image Sensor			
Alignment	Laser aligned at 90°	i-SPEED 3 (High Quality) HQ Mode - 4 GB Internal Memory	
Sensor Type	Custom CMOS	Frames per Second	Resolution
Resolution	1280 x 1024		Frames in Memory
Sensor Size	34.423 (diagonal) 21.504 x 26.88 mm		Record Time (s)
Pixel Size	21 micron	1	1280 x 1024
Aspect Ratio	5:4	25	1280 x 1024
Shutter	2.16 µs (HQ mode)/1 µs (QS Mode)	100	1280 x 1024
Bit depth	10 bit	150	1280 x 1024
Sensor	Sealed unit, no dust ingress	200	1280 x 1024
ISO Rating (ISO 12232)	Mono 5,000/Mono 40,000 [†] Colour 1,600/Colour 12,800 [†] [†] ISO sensitivity with sensor gains on maximum	300	1280 x 1024
		400	1280 x 1024
		500	1280 x 1024
		1,000	1280 x 1024
		1,500	1280 x 1024
		2,000	1280 x 1024
		3,000	1068 x 800
		4,000	912 x 684
		5,000	804 x 600
		10,000	528 x 396
		15,000	420 x 312
		20,000	348 x 260
		30,000	264 x 196
		40,000	216 x 160
		50,000	180 x 132
		75,000	132 x 96
		100,000	96 x 72
		125,000	72 x 52
		150,000	60 x 44
Regulatory Compliance			
EMC	CISPR 22 (BS EN55022)	i-SPEED 3 (Quality with Speed) QS Mode	
Safety	CISPR 24 (BS EN55024)	100,000	108 x 80
CE	BS EN61010-1	125,000	84 x 60
Lead Free	RoHS Directive	150,000	72 x 52
WEEE	Compliant		
IP Rating	EN60529		
Export restrictions apply			
Operating Environment			
Temperature	0 °C to +40 °C operation -20 °C to +60 °C storage		
Pressure	71 kpa to 106 kpa		
Relative Humidity	95% at 40 °C non-condensing		
G Rating			
HQ Cameras	100 G @ 11 milliseconds 100 G @ 2 milliseconds		
	IEC 68-2-27 Ea IEC 68-2-29 Eb		

圖 2-23 高速攝影機 Olympus i-SPEED Series 之詳細規格



圖 2-24 Nikon Nikkor 35mm 相機鏡頭外觀



圖 2-25 雷射督卜勒振動儀 LDV-OFV505

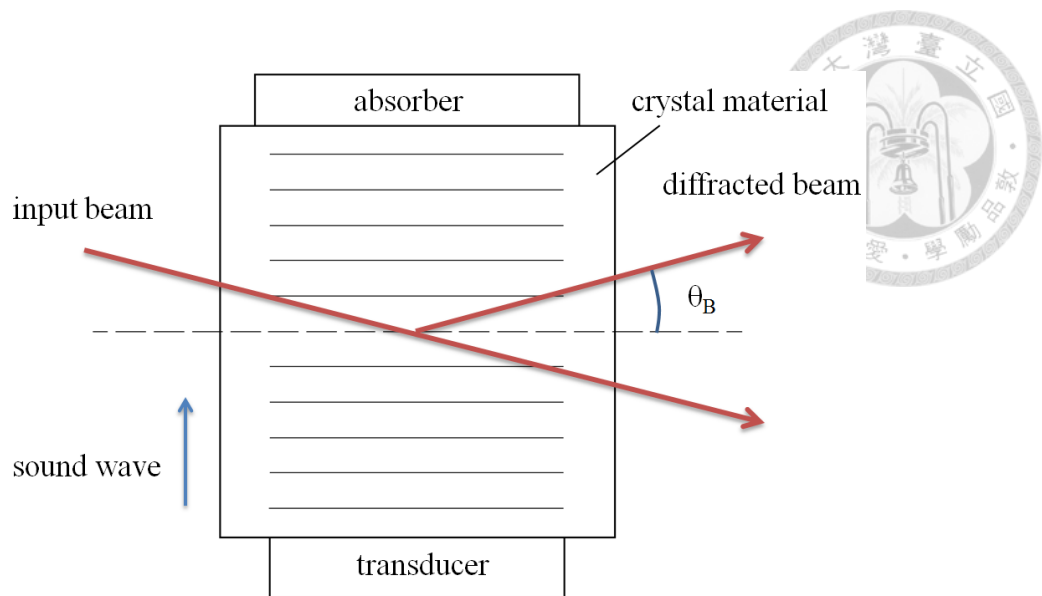


圖 2-26 布拉格盒內部構造

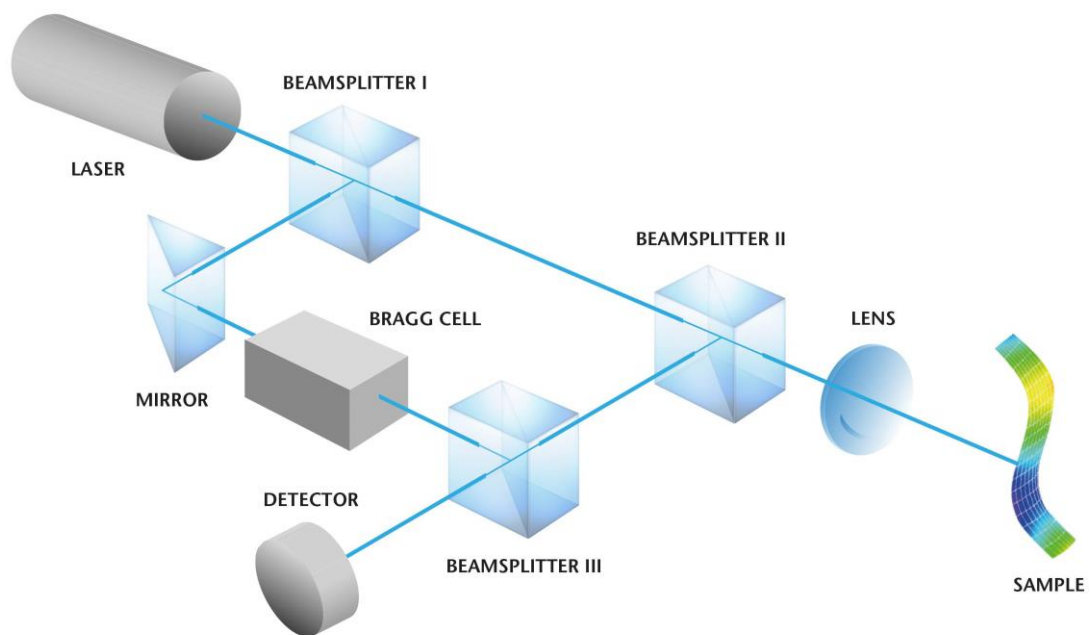


圖 2-27 雷射督卜勒振動儀之內部光路圖



圖 2-28 NI-9234 資料擷取系統



圖 2-29 Agilent-33210A 訊號產生器



圖 2-30 微動振鏡系統

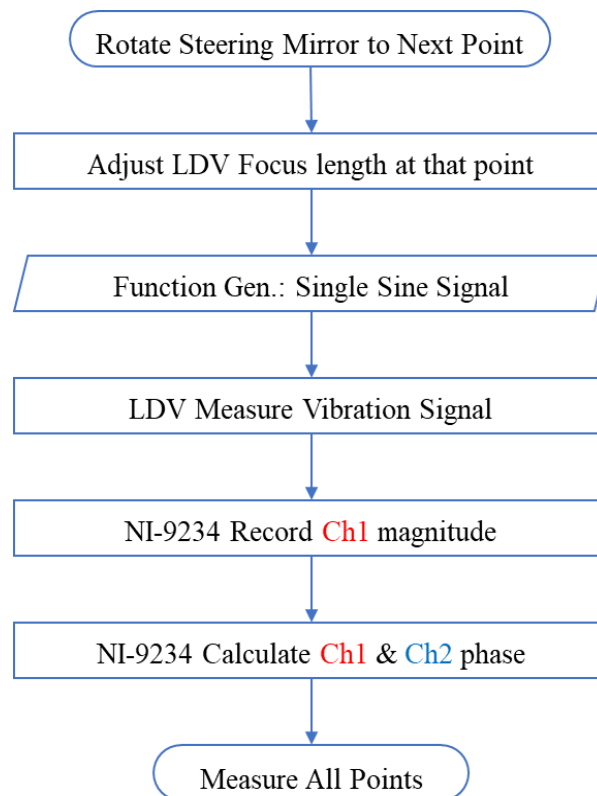


圖 2-31 全域振動量測系統實驗流程圖

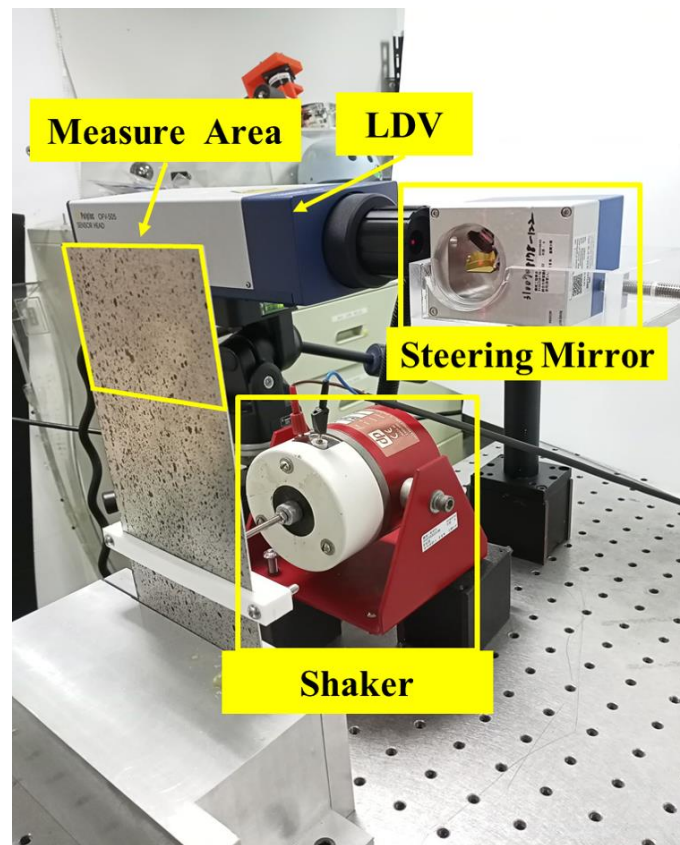


圖 2-32 全域振動量測系統之實驗架設圖



圖 2-33 Data Physics GW-V4 振動器

PA30E

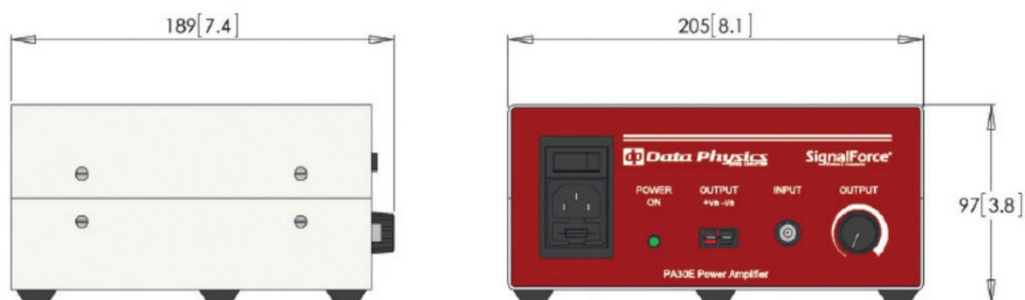


圖 2-34 Data Physics PA30E 功率放大器

表 2-3 NI-DAQ 規格

	NI-9234
Voltage	$\pm 5 \text{ V}$
Max Sampling Frequency	51200 Hz
Max Sampling Frequency	65536 points
Resolution	24 bits
Channels	4

表 2-4 微動振鏡規格

Specifications	
Max rotate angle	$\pm 22.53^\circ$
Resolution	0.000687°
Rotate Speed	85 rad/sec
Mirror Wavelength	1064 nm
Firmware	Marking_2.7A ActiveX Control (.ocx)

表 2-5 Data Physics GW-V4 振動器規格表



Model No.	GW-V4
Maximum Sine Force (pk)	17.8 N
Maximum Random Force (rms)	5.9 N
Maximum Shock Force	17.8 N
Maximum Acceleration (Sine)	892.4 m/s ²
Maximum Velocity	1.49 m/s ²
Displacement Peak to Peak	5 mm
Armature Diameter	12.7 mm
Armature Mass	0.02 kg
Insert Threads	M4
Armature Resonance	> 18000 Hz
Frequency Range	DC - 18000 Hz
Static Load Support – Axial Stiffness	0.45 kgf/mm
Electrical Power Consumed	0.10 kVA
Shaker Body Mass	1.76 kg

表 2-6 Data Physics PA30E 功率放大器規格表

Model No.	PA30E
Supply Power	1.0 V _{rms}
Input Sensitivity for Full Output	115V/230V, 50/60 Hz, 1 phase
Output Voltage	10 V
Output Current	3 Amps
Frequency Range	DC – 20 kHz
Signal to Noise Ratio	< 10 mV _{rms}
Weight	10 V

第三章 數位影像相關法之自動特徵擷取

隨著工業的進步，許多技術正逐漸邁向自動化。在數位影像相關法中，定義追蹤的樣板影像常需要以手動方式選取特徵中心，並向上、下、左、右四個方向延伸半窗格大小的像素作為樣本子集合，但對於同時追蹤多個特徵而言，手動選取特徵的過程耗時且費力。儘管使用噴漆作為特徵的方式，可以在噴漆區域內利用自動佈點的方式選取特徵中心，但欲獲得待測物體上特定位置的量測結果時，仍需要進行手動標記。然而，此種手動標記的方式無法使用自動佈點來選取特徵中心，因此需要耗費大量時間手動選取特徵中心位置。本章將以手動標記之斑點特徵為目標，以影像處理相關方法來獲取並篩選特徵，達到在各影像中自動擷取特徵並作為樣板影像的目的。

3.1 特徵獲取

為了在不同影像中自動獲取特徵，本章使用不同實驗影像進行測試，例如印刷電路板之三點彎曲實驗、壓電纖維置於風洞實驗及球形壓電萬向馬達旋轉量測實驗，原始影像如圖 3-1 至圖 3-3 所示。每張影像的拍攝狀況皆不同，因此必須先進行影像前處理以增強影像中的目標特徵，例如調整影像強度或過濾雜訊等，同時也透過邊緣偵測的方法來準確獲取得測物體邊緣，防止特徵與背景相連而無法正確偵測，此外，因手動標記之斑點特徵相似於圓形特徵，可以運用圓形霍夫轉換來加強圓形特徵的獲取，這些方法在確保從各影像中皆能準確提取欲追蹤的目標特徵。

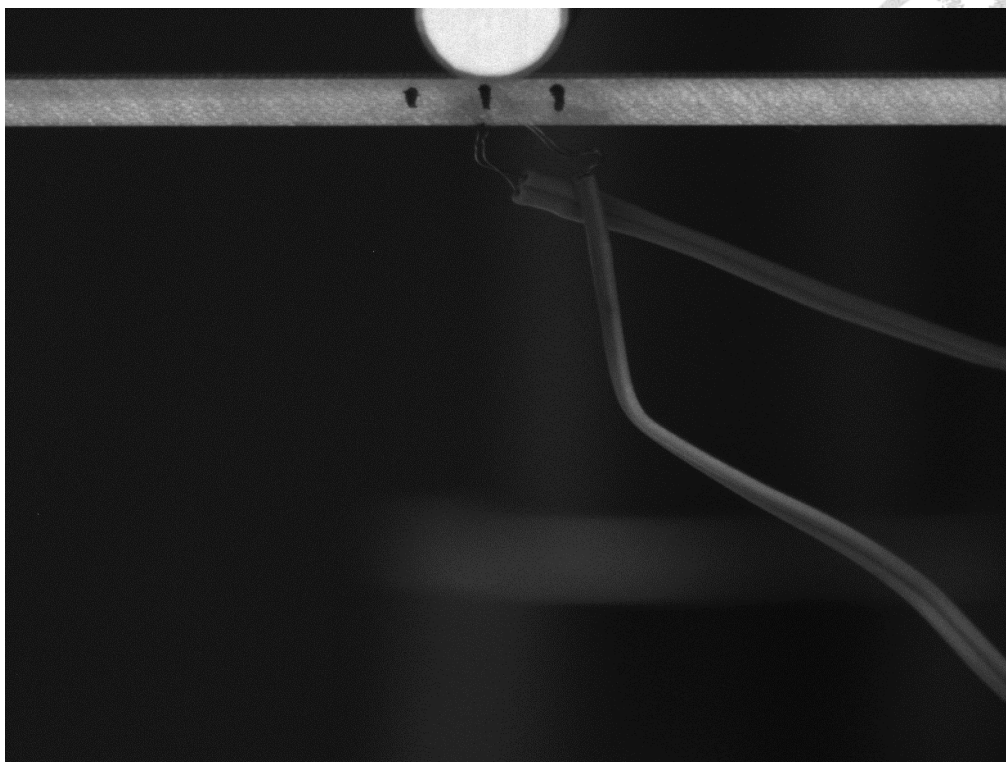


圖 3-1 印刷電路板之三點彎曲實驗原始影像

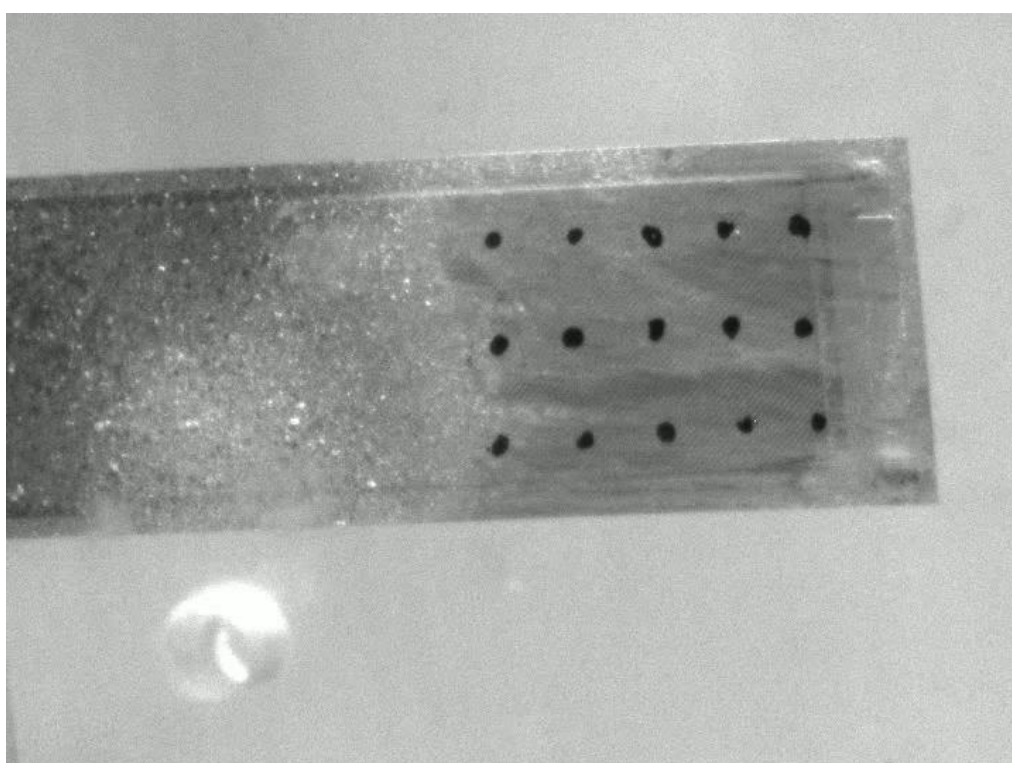


圖 3-2 壓電纖維置於風洞實驗原始影像



圖 3-3 球形壓電萬向馬達旋轉量測實驗原始影像

3.1.1 影像前處理

數位影像相關法進行影像拍攝時，欲追蹤的目標特徵會位於影像前景，而為了加強目標特徵的辨識，將原始影像經過頂帽變換(Top-hat transform)來加強前景影像，如圖 3-4。頂帽變換用於深色背景上的亮色物體，可以修正影像中非均勻照明的影響並突顯前景細微部分，其數學式如(3.1)式，

$$T_{hat}(f) = f - (f \circ b) \quad (3.1)$$

上式中 f 為輸入影像， b 為結構元素(Structuring element)， $\circ$ 為影像型態學中的開運算(Opening)，開運算會平滑影像中物體的輪廓並斷開狹窄的連接部分，並消除細長的突出部分，數學式如(3.2)式。

$$A \circ B = \bigcup \{(B)_z \mid (B)_z \subseteq A\} \quad (3.2)$$

上式中 A 為前景像素的集合， B 為結構元素， z 為前景像素值， $\cup$ 為聯集。接著調整影像亮度值，將影像中最低和最高的 1% 亮度值進行飽和(Saturates)截位，即為將小於影像亮度值 1% 的像素亮度值變為 0，大於影像亮度值 1% 的像素亮度值

變為 255，以提高影像對比度，如圖 3-5。影像經過調整後，前景已較為清晰，因此將影像轉換為二值化影像(Binary image)，並使用半徑為 3 的圓盤結構元素進行影像形態學中的開運算及閉運算(Closing)，如圖 3-6。開運算可以過濾影像中的雜訊，閉運算則可以避免影像模糊或過曝所造成前景斷裂邊緣的情形，以確保特徵的完整性，閉運算數學式如(3.3)式。

$$A \bullet B = \left[\bigcup \{ (B)_z \mid (B)_z \cap A = \emptyset \} \right]^c \quad (3.3)$$

上式中 A 為前景像素的集合， B 為結構元素， z 為前景像素值， $\bigcup$ 為聯集， c 為補集。最後再透過 MATLAB 的 `bwareafilt` 函式取得二值化影像中連通區域(Connected component)的面積大小，並僅保留面積大小介於 0.1 至 2.5 倍半窗格大小平方的連通區域，如圖 3-7。將篩選後的連通區域中心位置作為特徵中心位置，以中心位置向上、下、左、右各延伸出半窗格大小的像素，即可獲取目標特徵及樣板影像，如圖 3-8。而保留的面積大小範圍為測試而來，此範圍是為了將所有特徵都能被提取，同時考慮到數位影像相關法中特徵在樣板影像中的大小，但也導致半窗格大小的選擇相當重要，選擇不當會造成無法準確獲取特徵。雖然影像前處理為獲取特徵的必要方法，可以獲取大多數相似類型的目標特徵，但在少數實驗影像中卻無法準確獲取所有目標特徵，因此需再透過其他方法加強特徵的獲取。



圖 3-4 影像經頂帽變換示意圖

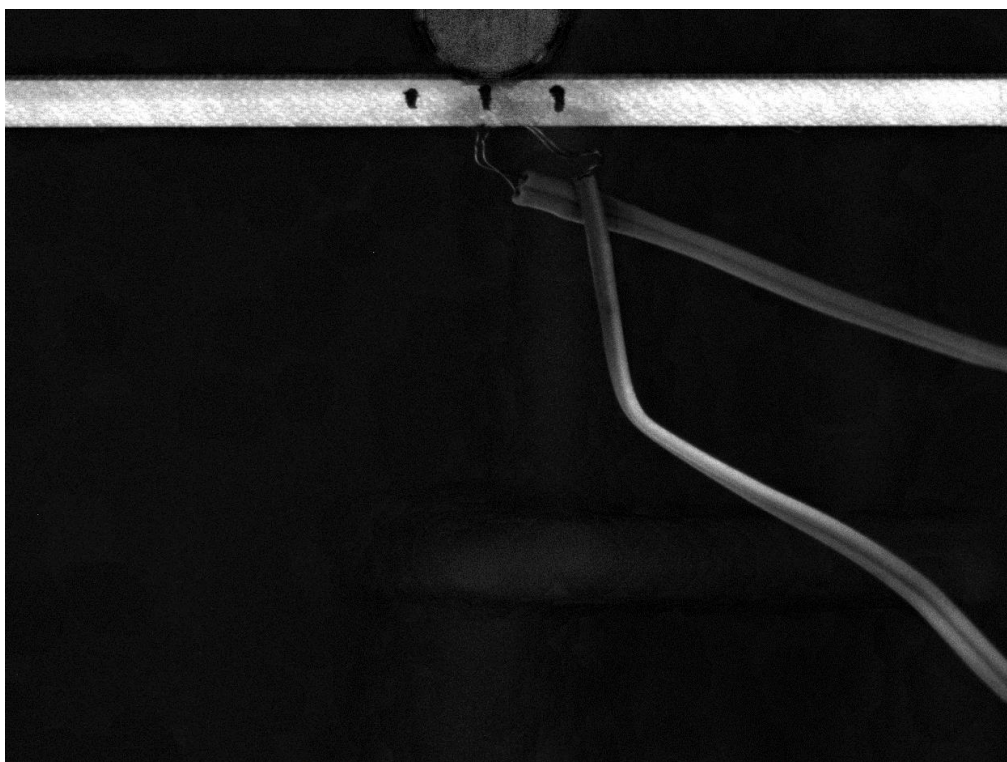


圖 3-5 調整影像亮度值示意圖



圖 3-6 二值化影像示意圖

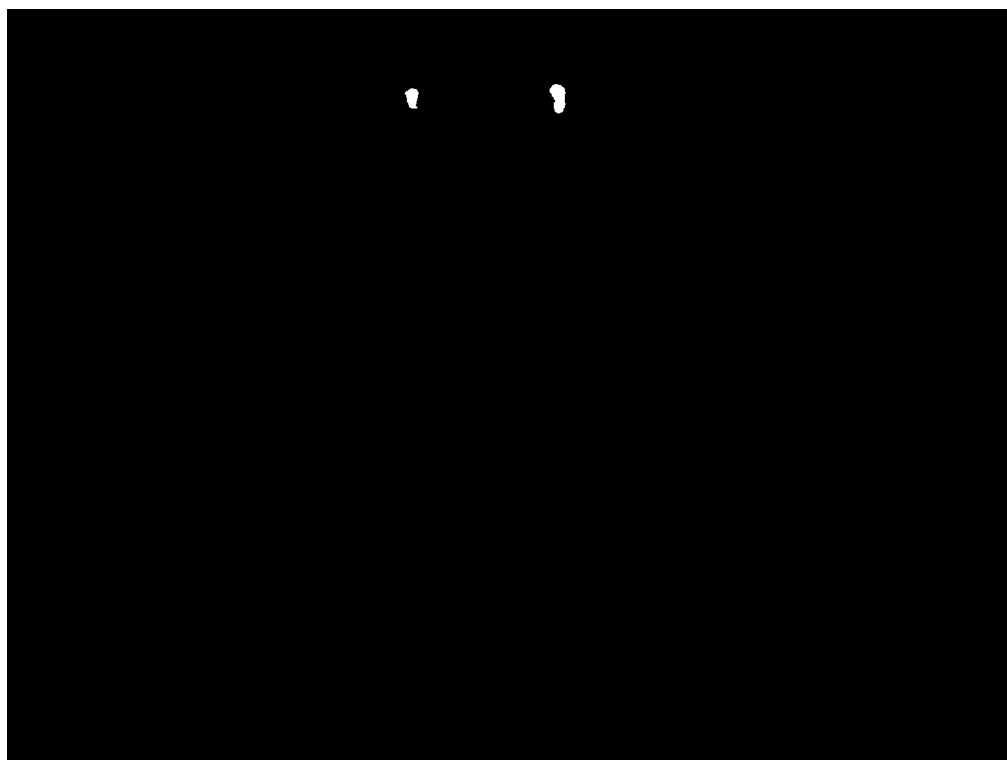


圖 3-7 篩選特徵大小示意圖

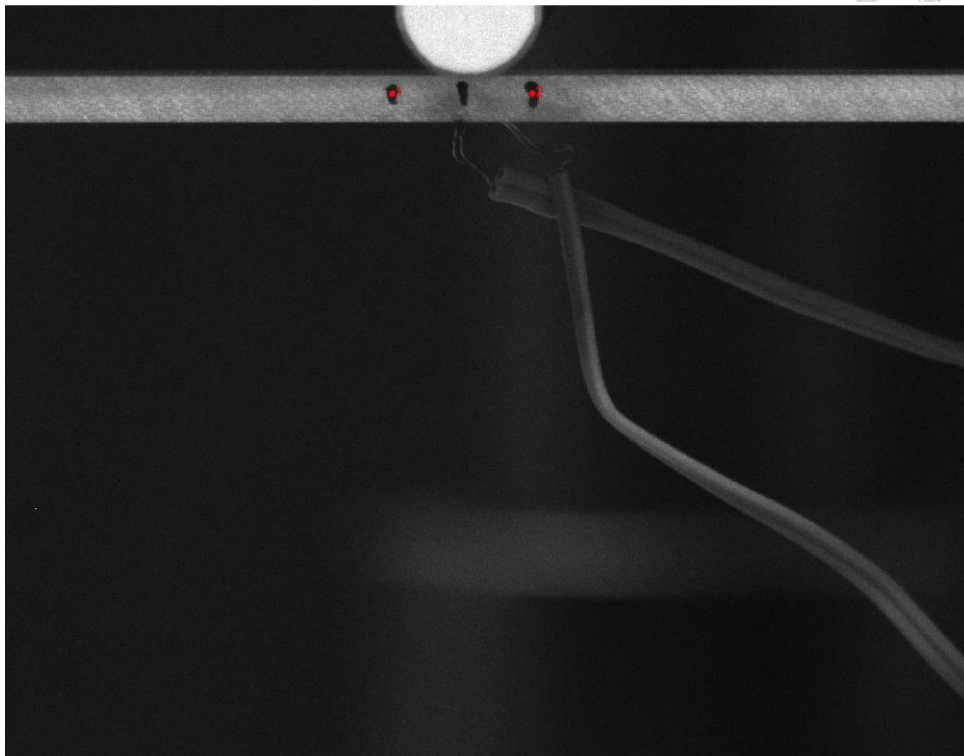


圖 3-8 特徵中心位置示意圖

3.1.2 強化邊緣特徵偵測

在數位影像相關法的分析中，一般使用灰階影像為主，若手動標記之特徵位置在前景邊緣且與背景色調相近，容易使特徵與背景相連並造成特徵遺漏的狀況，如圖 3-9 中紅色圈起部分。為了預防此現象造成的問題，需要準確獲取前景的邊緣來區分特徵的位置，因此對經過頂帽變換及調整亮度的影像使用索伯運算子(Sobel Operator)進行邊緣偵測，如圖 3-10 所示。Sobel 運算子包含兩組卷積核(Kernel)，將其與影像進行卷積運算，以獲得每個像素位置的橫向梯度值與縱向梯度值，如(3.4)式所示，

$$g_x = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * f \quad g_y = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * f \quad (3.4)$$

上式中 g_x 為橫向梯度值， g_y 為縱向梯度值， f 為原始影像。利用像素位置的橫向梯度值與縱向梯度值計算出其梯度大小及方向，如(3.5)式所示，

$$M(x, y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \approx |g_x| + |g_y|$$

$$\Theta = \arctan\left(\frac{g_y}{g_x}\right) \quad (3.5)$$



上式中 g_x 為橫向梯度值， g_y 為縱向梯度值， M 為梯度的大小， Θ 為梯度方向。梯度大小反映了該像素位置的亮度變化，即可提取影像中的邊緣，而在實際運算上常使用絕對值來近似梯度大小，以減少計算上的負擔。接著使用半徑為 11 的圓盤結構元素將 Sobel 邊緣偵測後的影像進行閉運算，以填補前景邊緣特徵造成的斷裂邊緣，如圖 3-11。對填補後影像進行 Sobel 邊緣偵測，獲得前景實際的邊緣，如圖 3-12。最後將前景邊緣影像與原先經過影像處理之影像結合，如圖 3-13，再次進行前一小節中獲取目標特徵的流程，而位於邊緣的特徵此時已經與背景區隔開，因此可以被順利偵測，如圖 3-14。結合前景邊緣影像的方法能讓位於邊緣上的特徵皆完整被偵測，但同時也產生更多的小區塊，如圖 3-13 中的下半部，導致會獲取更多非目標特徵，後續將會透過其他方法進行特徵篩選。

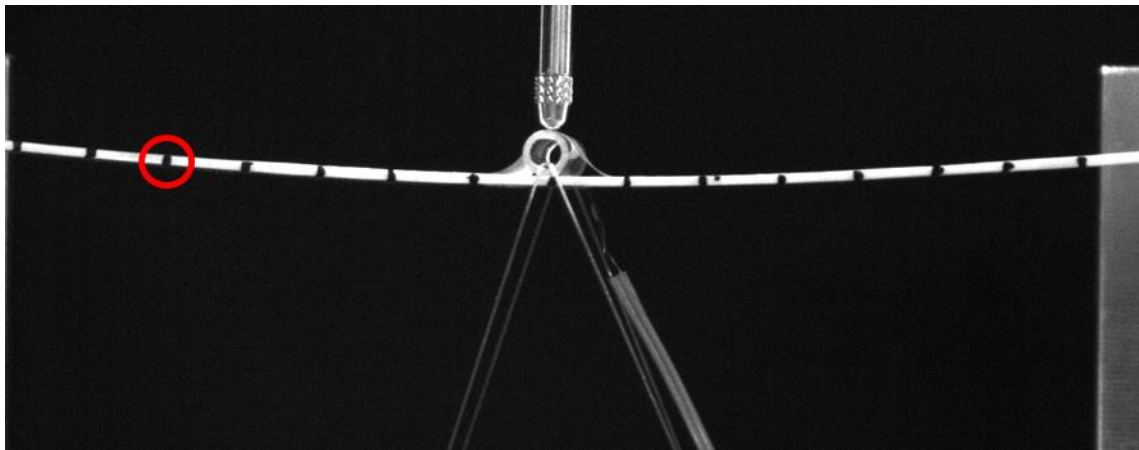


圖 3-9 特徵遺漏影像

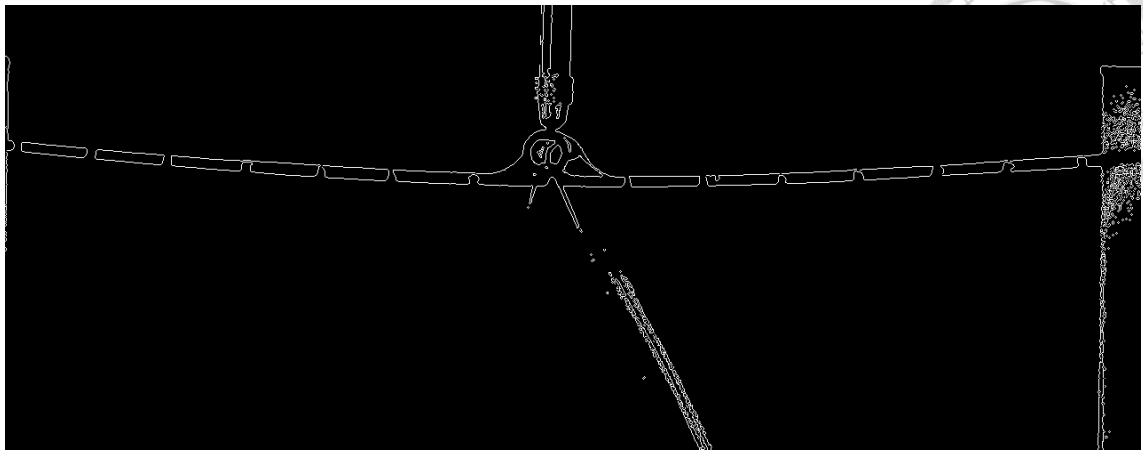


圖 3-10 經 Sobel 邊緣偵測之影像

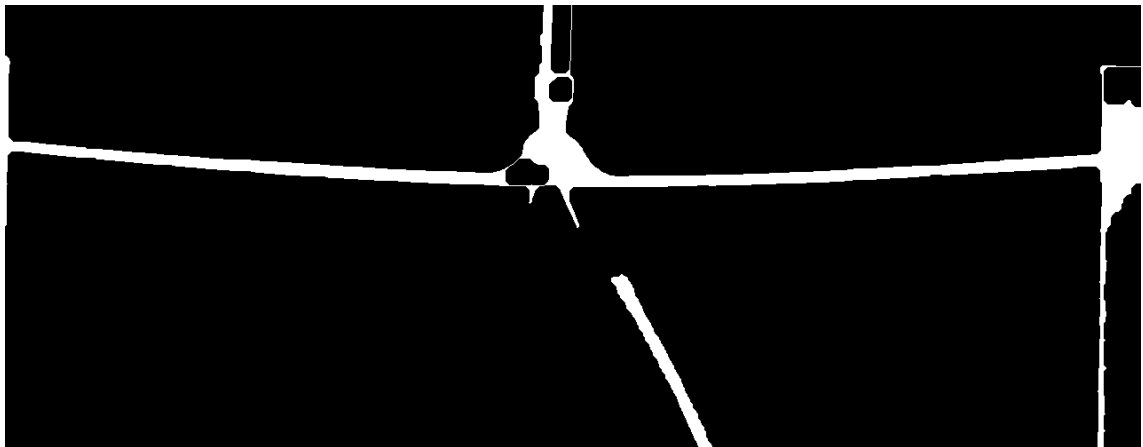


圖 3-11 經閉運算填補之影像



圖 3-12 填補後之邊緣影像

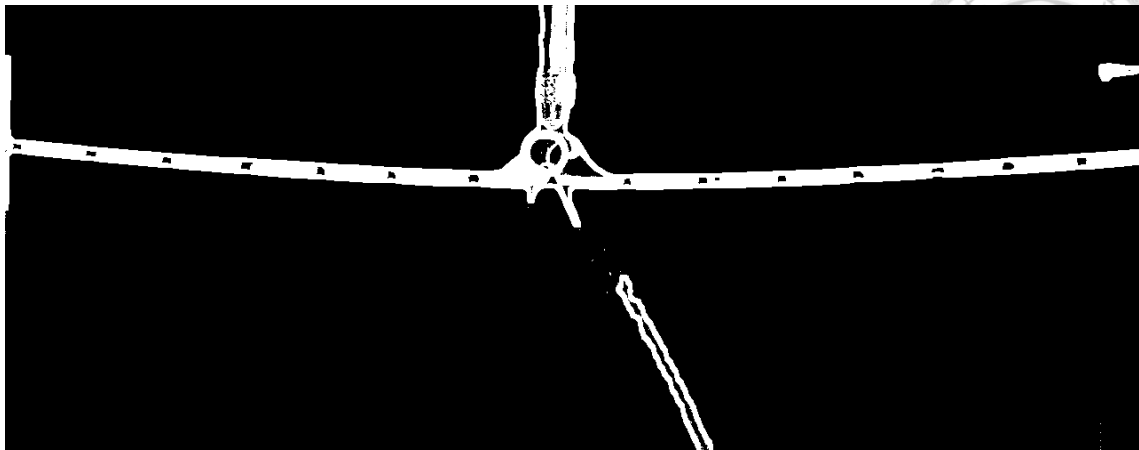


圖 3-13 前景邊緣與原始影像合併後之影像

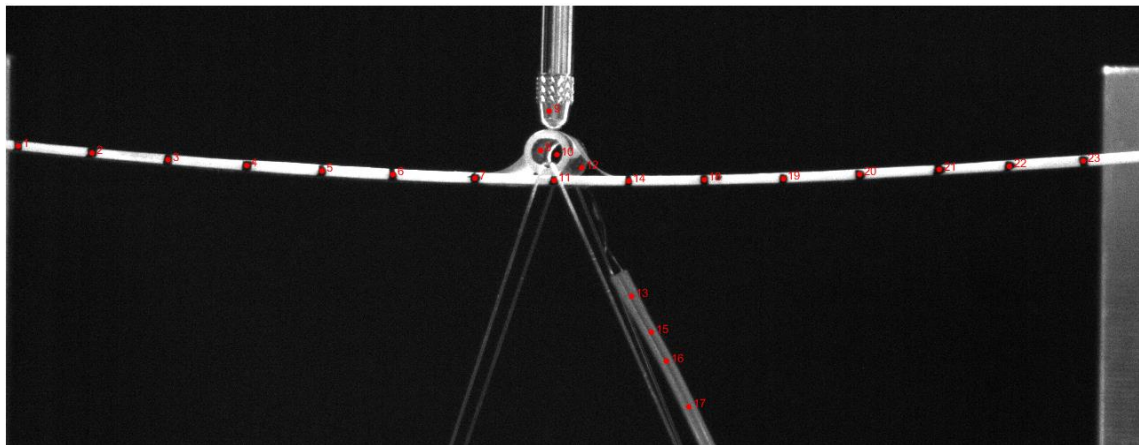


圖 3-14 特徵中心位置示意圖

3.1.3 圓形霍夫轉換(Circle Hough transform, CHT)

手動標記之斑點特徵相似於圓形特徵，可以運用圓形霍夫轉換來尋找圓形的形心，並加強圓形特徵的獲取。圓形霍夫轉換首先會進行 Canny 邊緣偵測，以檢測影像中的邊緣。Canny 邊緣偵測會使用高斯濾波器對影像進行平滑處理，高斯函數如(3.6)式，

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \quad (3.6)$$

上式中 x, y 為像素座標位置， σ 為標準差。將平滑影像使用任意運算子計算像素位置的橫向梯度值與縱向梯度值，並計算出其梯度大小及方向。利用計算出的梯度方向將其略分為水平、垂直、 45° 及 -45° 四種角度，而通常邊緣會出現在梯度强度高

的位置，因此以像素為中心在 kernel 範圍內使用最大值抑制演算法，僅保留梯度方向上的最大梯度值，梯度方向其餘值抑制為零。最後透過雙閾值處理確保邊緣之間可以連接，閾值分為高閾值 T_H 及低閾值 T_L ，像素梯度值大於高閾值 T_H 則保留，小於低閾值 T_L 則捨去，若介於兩閾值之間，則需要周圍八個相鄰像素中存在一個像素梯度值大於高閾值 T_H 才可保留，保留像素即為影像中的邊緣，經過 Canny 邊緣偵測之影像如圖 3-15 及圖 3-16。將偵測之邊緣像素點以極座標表示，如(3.7)式，

$$\begin{aligned} x &= x_0 + r \cos \theta \\ y &= y_0 + r \sin \theta \end{aligned} \quad (3.7)$$

上式中 x_0 和 y_0 為霍夫空間的圓心座標， r 為圓形的半徑大小， θ 為圓形的角度，圓形霍夫轉換的示意圖如圖 3-17 所示。影像座標中的像素經由霍夫轉換後，會對應到霍夫空間中的灰色虛線，並由累加器矩陣(Accumulator matrix)計算霍夫空間中每個位置重複的次數，累加器矩陣的局部最大值即為圓的圓心。像素點要給定圓形半徑區間才能藉由霍夫轉換至霍夫空間，而樣板影像之邊長為 $(2M+1)$ ，因此將圓形半徑設為 0.3 至 1 倍半窗格大小作為未知半徑的範圍，使用圓形霍夫轉換偵測圓形特徵的影像如圖 3-18 及圖 3-19，可以偵測到所有較圓的斑點特徵。為了在不同影像中皆能有效獲取目標特徵，因此在圓形霍夫轉換中給定較大範圍的圓形半徑區間，來確保能夠獲取所有目標特徵，但同時也造成會有偵測到更多非目標特徵的情況。

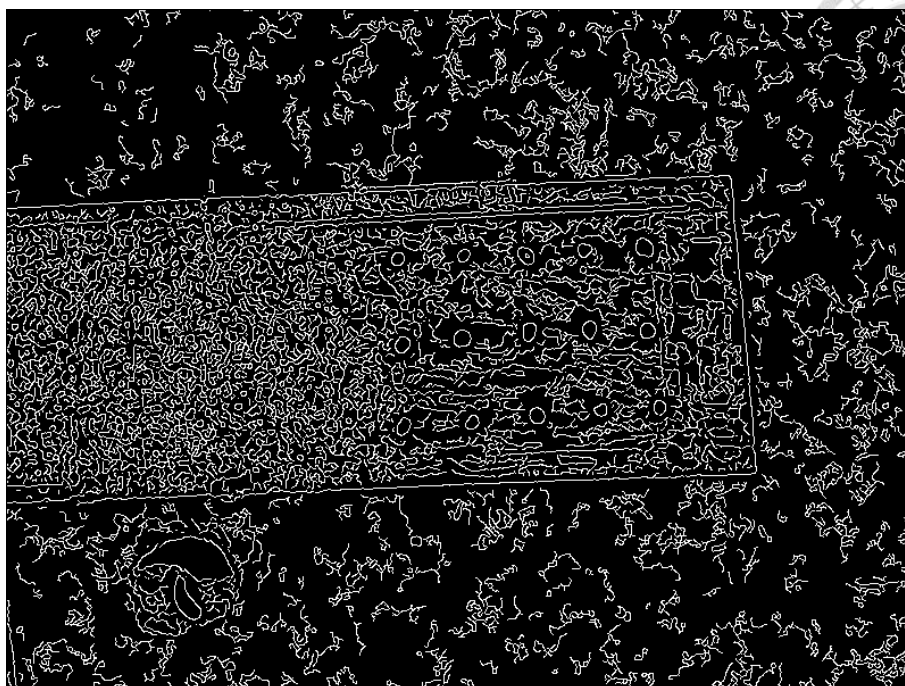


圖 3-15 Canny 邊緣偵測於壓電纖維影像

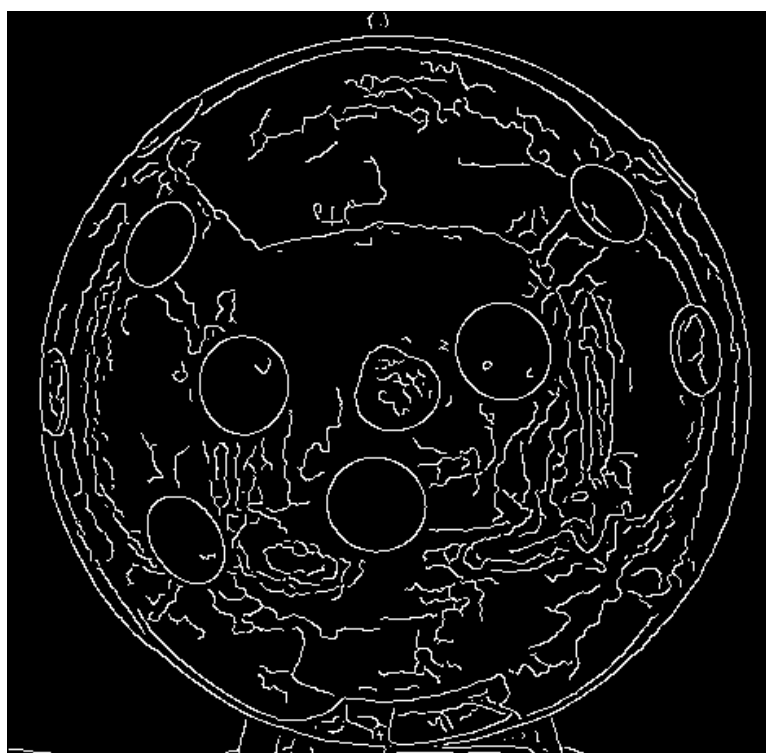


圖 3-16 Canny 邊緣偵測於球形壓電萬向馬達影像

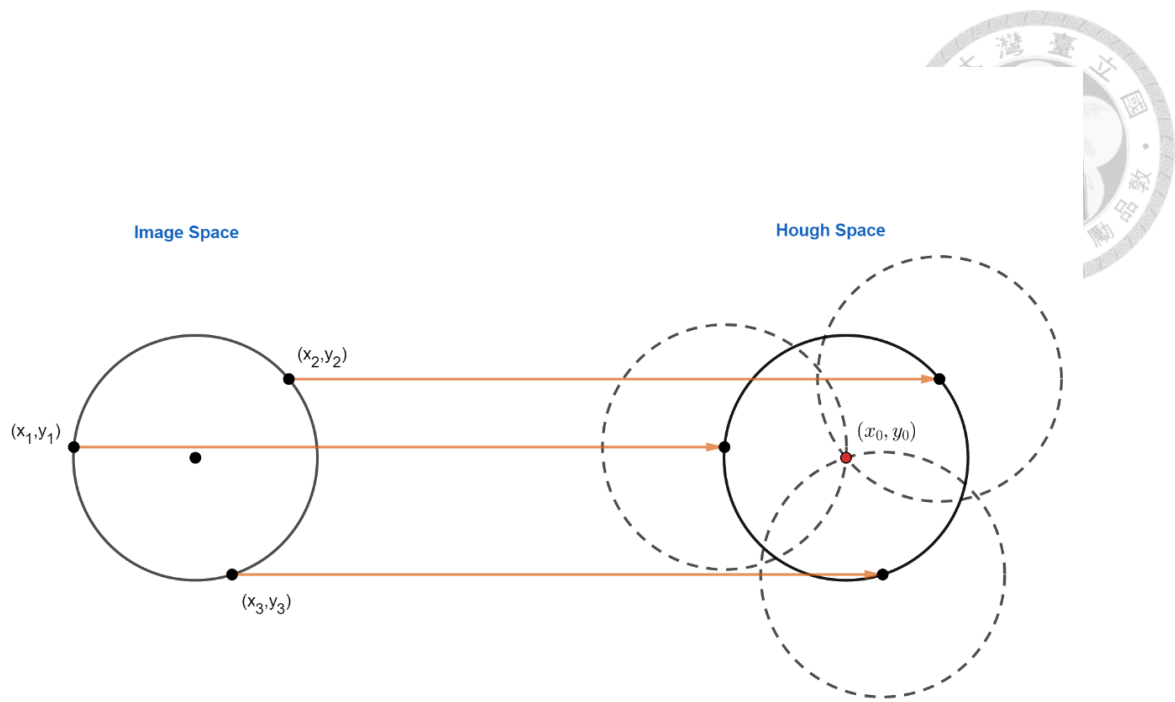


圖 3-17 圓形霍夫轉換示意圖

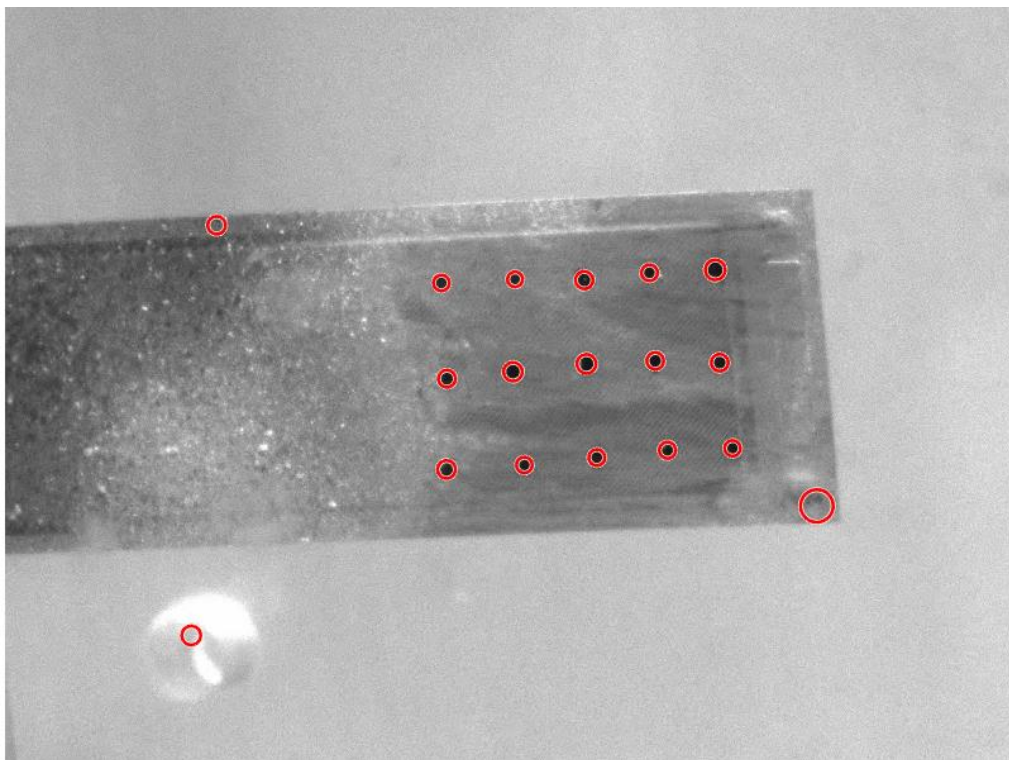


圖 3-18 圓形霍夫轉換於壓電纖維影像

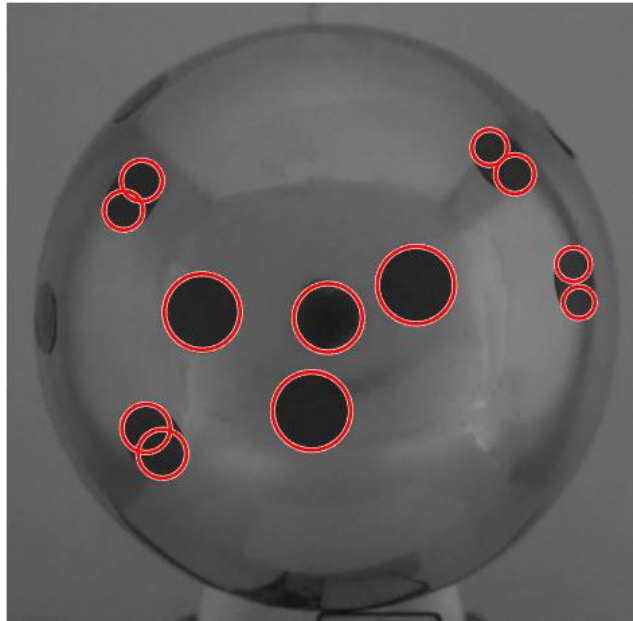


圖 3-19 圓形霍夫轉換於球形壓電萬向馬達影像

3.2 特徵篩選

在經過獲取特徵的方法後，雖然能偵測到所有目標特徵，但也獲取到許多非目標特徵，如圖 3-20 及圖 3-21 所示，因此需要再將特徵進行篩選。而目標特徵必定位於影像的前景，因此透過大津演算法將影像二值化並過濾位於背景之特徵，再將特徵中心周邊亮度值為標準，進行離群值的移除，即可濾除非目標特徵。

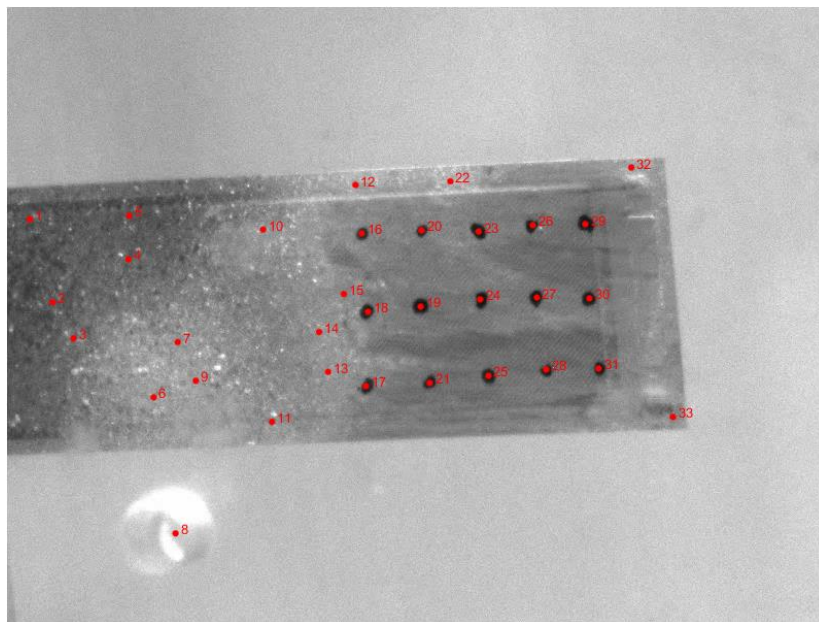


圖 3-20 壓電纖維影像之特徵獲取

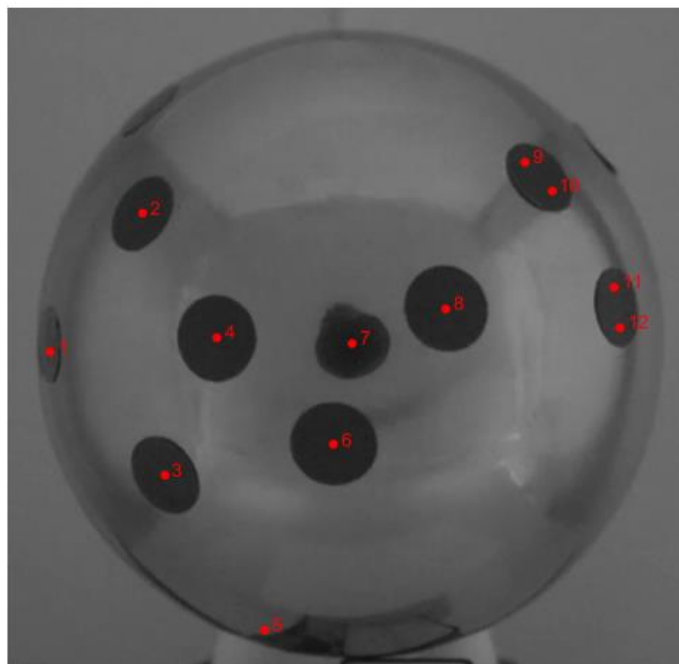


圖 3-21 球形壓電萬向馬達影像之特徵獲取

3.2.1 大津演算法(Ostu's method)

大津演算法為影像二值化的方法，可以自動找出影像二值化的最佳閾值並將影像分為前景及背景，而手動標記之特徵必定位於影像的前景，因此可透過大津演算法來過濾位於背景之特徵。影像的灰階尺度為 $[0, 1, 2, \dots, L-1]$ ，灰階值 i 的像素個數為 n_i ，總像素個數為 N ，灰階像素的機率值如(3.8)式，

$$p_i = \frac{n_i}{N} \quad p_i \geq 0, \sum_{i=0}^{L-1} p_i = 1 \quad (3.8)$$

而整張影像的灰階平均值 m_G 及灰階變異數 σ_G 的數學式如(3.9)式。

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i \quad (3.9)$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i = \sigma_w^2 + \sigma_B^2$$

上式中 σ_w 為群內變異數， σ_B 為群間變異數。大津演算法假定要將影像分為前景與背景兩個類別，以灰階值之閾值 k 將像素分為兩群，當計算出的群內變異數 σ_w 最



小或群間變異數 σ_B 最大，則代表此閾值 k 的分群效果最好，群內變異數 σ_w 與群間變異數 σ_B 的數學式如(3.10)式。

$$\begin{aligned}\sigma_w^2 &= P_1\sigma_1^2 + P_2\sigma_2^2 \\ \sigma_B^2 &= P_1(m_1 - m_G)^2 + P_2(m_2 - m_G)^2 = P_1P_2(m_1 - m_2)^2\end{aligned}\quad (3.10)$$

上式中 P_1 為第一群之機率， P_2 為第二群之機率， m_1 為第一群之灰階平均值， m_2 為第二群之灰階平均值， σ_1 為第一群之灰階變異數， σ_2 為第一群之灰階變異數，其數學式如(3.11)式。

$$\begin{aligned}P_1 &= \sum_{i=0}^k p_i & P_2 &= \sum_{i=k+1}^{L-1} p_i \\ m_1(k) &= \sum_{i=0}^k ip_i & m_2(k) &= \sum_{i=k+1}^{L-1} ip_i \\ \sigma_1^2 &= \sum_{i=0}^k (i - m_1)^2 p_i & \sigma_2^2 &= \sum_{i=k+1}^{L-1} (i - m_2)^2 p_i\end{aligned}\quad (3.11)$$

由(3.9)式可知整張影像的灰階變異數 σ_G 為定值，且為群內變異數 σ_w 平方與群間變異數 σ_B 平方相加，因此僅需計算群間變異數 σ_B 以減少計算量。透過大津演算法的二值化影像如圖 3-22 與圖 3-23 所示，圖中的白色區塊視為前景，黑色區塊是為背景，當獲取之特徵位於影像中的黑色區塊，就將其視為非目標特徵並過濾。而在使用大津演算法前會預先識別特徵的顏色來確保特徵落在白色區塊，以避免遭到濾除。

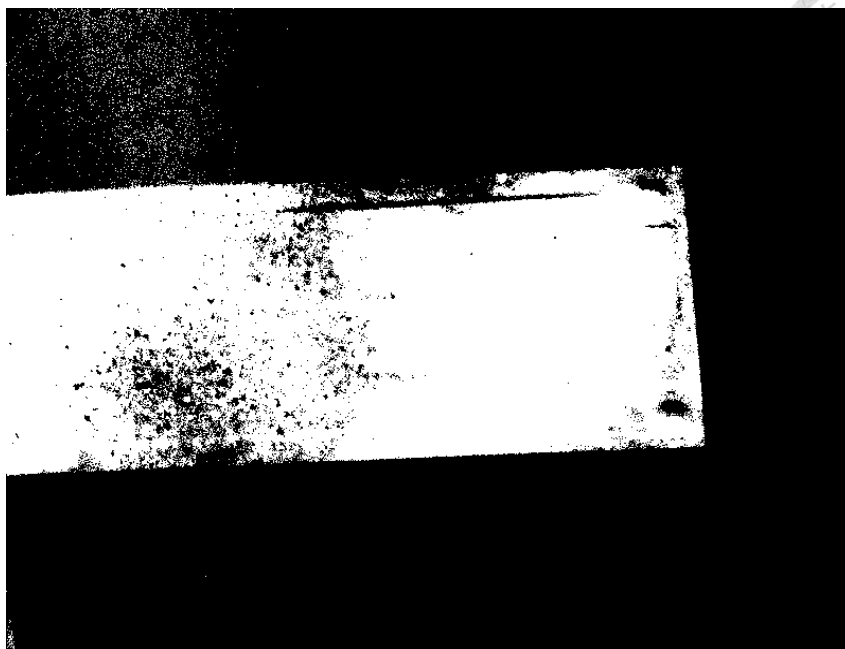


圖 3-22 壓電纖維二值化影像



圖 3-23 球形壓電萬向馬達二值化影像

3.2.2 亮度值之離群值移除

透過大津演算法已將背景上的非目標特徵濾除，但前景仍存在非目標特徵，在數位影像相關法中，特徵與待測物體的顏色需差異較大，使其有較好的辨識度，因

此本研究以特徵中心周邊亮度值(Intensity value)為判斷標準，並將剩餘的特徵進行亮度值之離群值移除。首先獲取所有特徵周圍 5x5 區域中的亮度值，並對其使用大津演算法以計算出分群之閾值 k ，接著計算每個特徵周圍 5x5 區域中的平均亮度值，作為代表此特徵的亮度值，而分析影像中的斑點特徵皆為亮度值較低的黑色，因此僅保留平均亮度值小於 $k+10$ 之特徵。圖 3-24 為所有特徵周邊亮度值的直方圖，橫軸為亮度值，縱軸為像素個數，紅色虛線為閾值 k ，紅色實線為閾值 $k+10$ ，圖中可看出此影像獲取特徵的周邊亮度值差異較大，也代表獲取的非目標特徵較多，所以以兩種閾值進行篩選並無太大差異，但若周邊亮度值較集中，如圖 3-25，代表獲取之特徵可能皆為目標特徵，直接使用 k 作為閾值會將部分目標特徵濾除，因此利用大津演算法計算得到的閾值 k 再加上人類肉眼對於灰階的分辨能力，通常人類肉眼無法區別的灰階約為 10 個色階以內。最後以剩餘特徵的平均亮度值計算中值絕對離差(Median absolute deviation, MAD)，中值絕對離差可以衡量數據的離散程度，中值絕對離差的數學式如(3.12)式，

$$MAD = median(|X_i - \tilde{X}|) \quad (3.12)$$

上式中 X_i 為數據， $\tilde{X}$ 為數據的中位數。在正態分布中，約有 68% 的數據落在一個標準差範圍內，約有 95% 的數據落在兩個標準差範圍內，約有 99.7% 的數據落在三個標準差範圍內，三倍的中值絕對離差大致可對應到正態分佈的三個標準差範圍，若特徵的平均亮度值 X_i 減去所有特徵的平均亮度值之中位數 $\tilde{X}$ 大於三倍的中值絕對離差，則將此特徵作為剩餘特徵的離群值，接著將離群值之特徵過濾，可獲得平均亮度值較一致之特徵，亮度值之離群值示意圖如圖 3-26，圖中橫軸為剩餘特徵之編號，縱軸為代表特徵之平均亮度值，藍線為篩選離群值前的剩餘特徵，紅色虛線為篩選離群值後的特徵，黑色虛線代表平均亮度值之中位數 $\tilde{X}$ 加上中值絕對離差的值，可從圖中看出平均亮度值超過黑色虛線的特徵被過濾後，剩下特徵的平均亮度值較低且相對較接近，可以很好的保留目標特徵。當透過所有特徵篩選的方法，

可成功將特徵篩選至僅剩目標特徵，即可達成在手動標記之斑點特徵影像進行自動佈點的目的，如圖 3-27，再以特徵中心向上、下、左、右四個方向延伸半窗格大小的像素作為樣板影像，利用樣板影像進行數位影像相關法的後續分析。

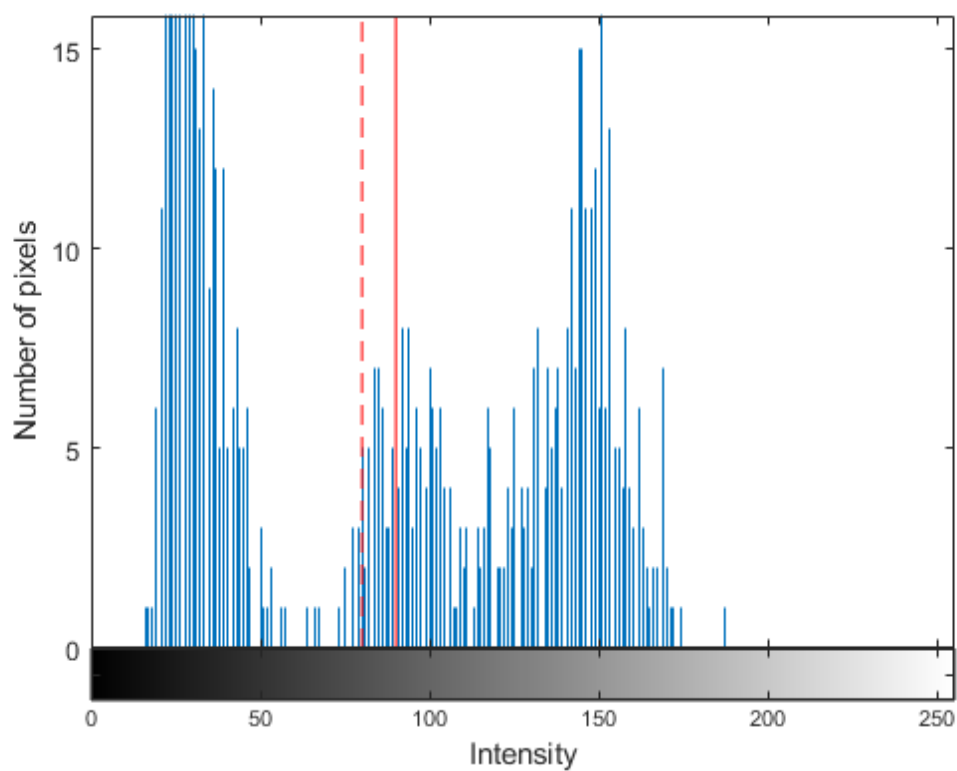


圖 3-24 亮度值篩選示意圖

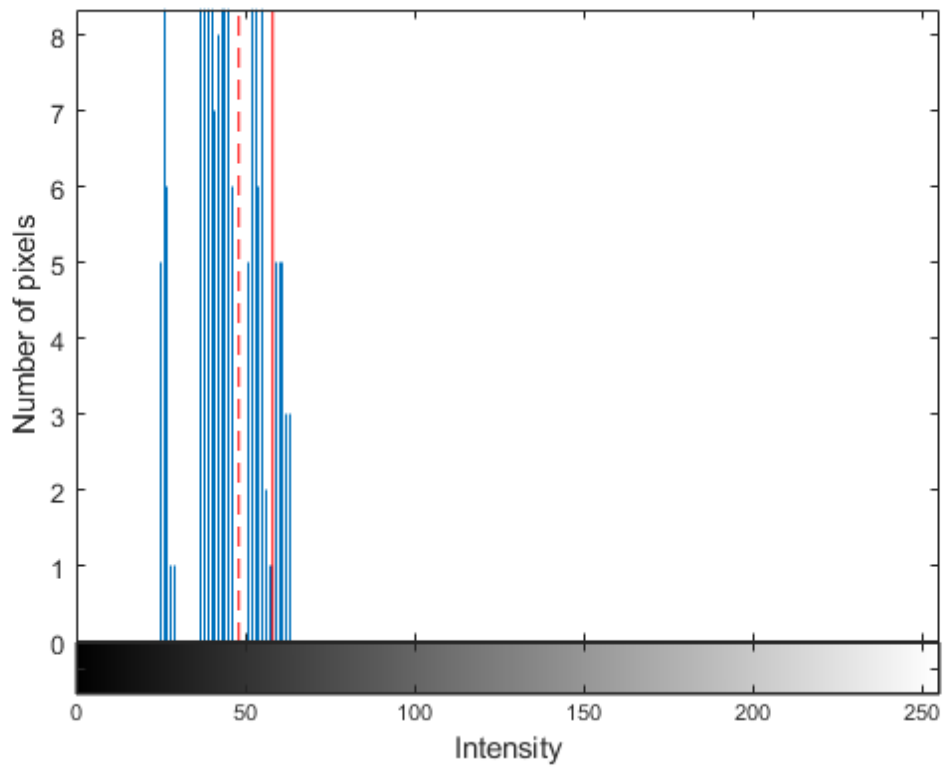
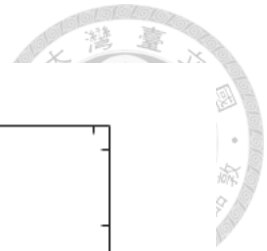


圖 3-25 僅剩目標特徵之亮度值篩選示意圖

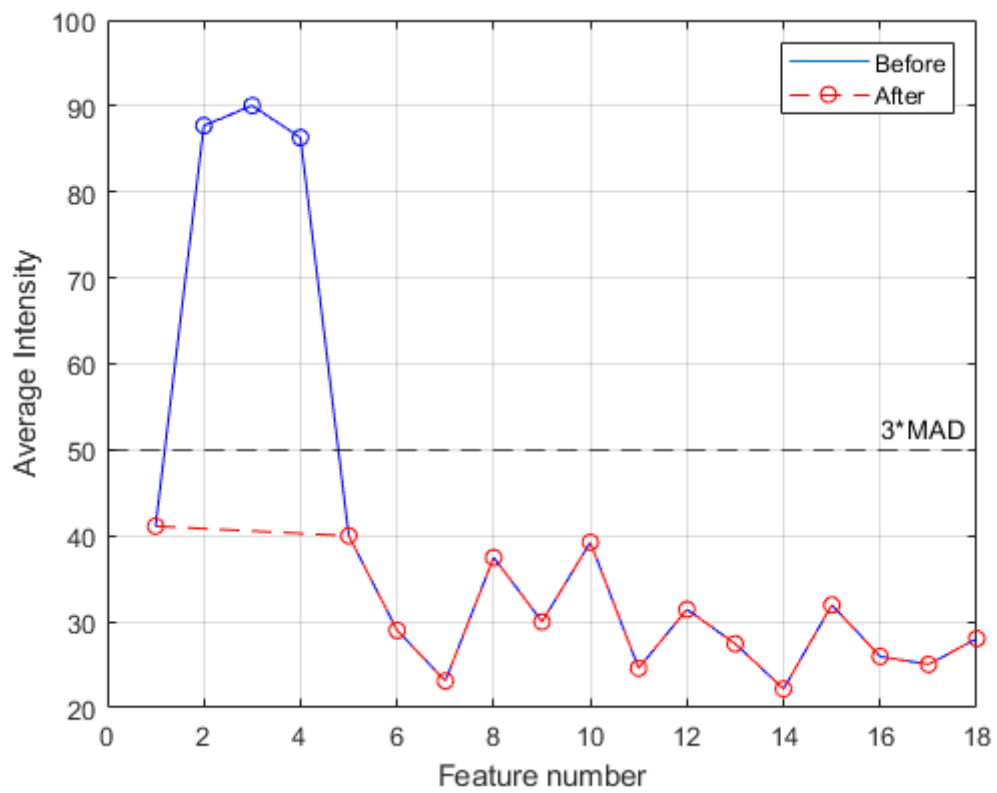
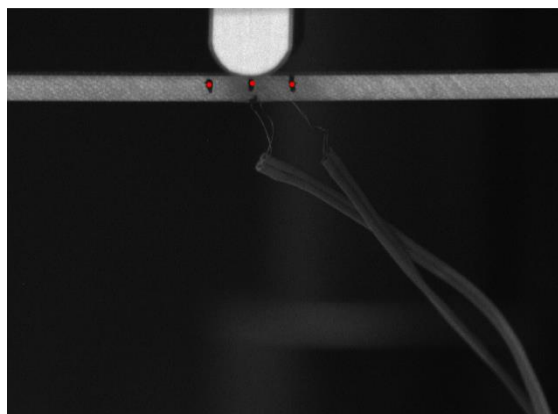
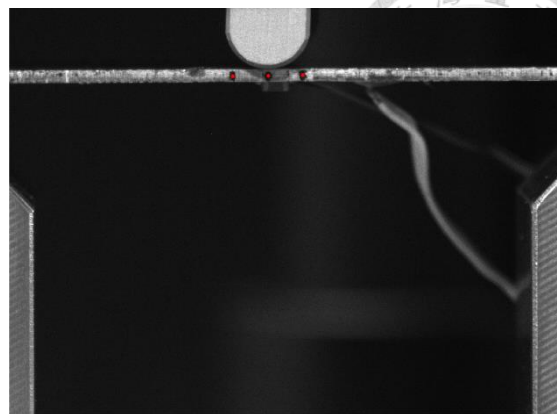


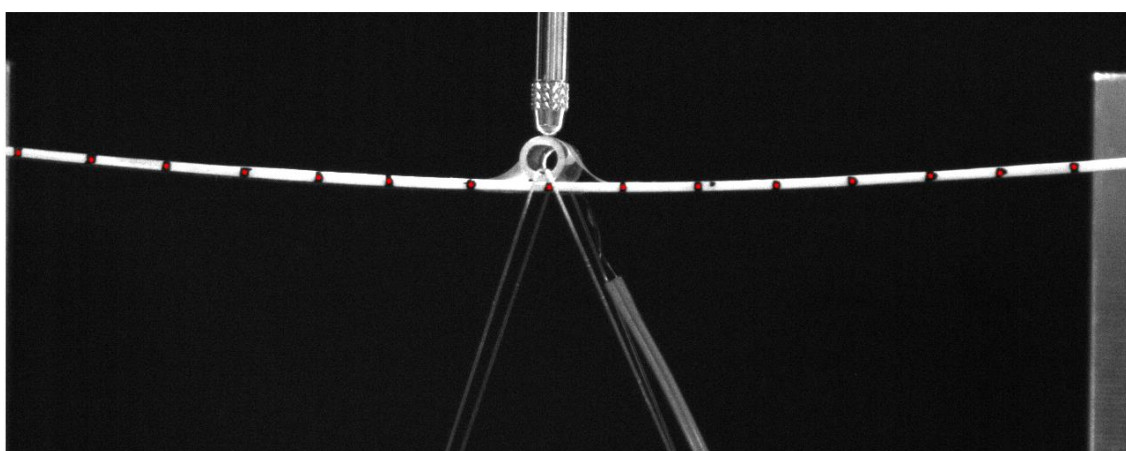
圖 3-26 亮度值之離群值示意圖



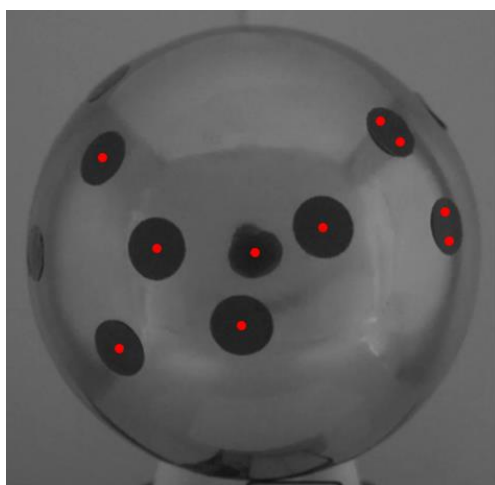
(a)



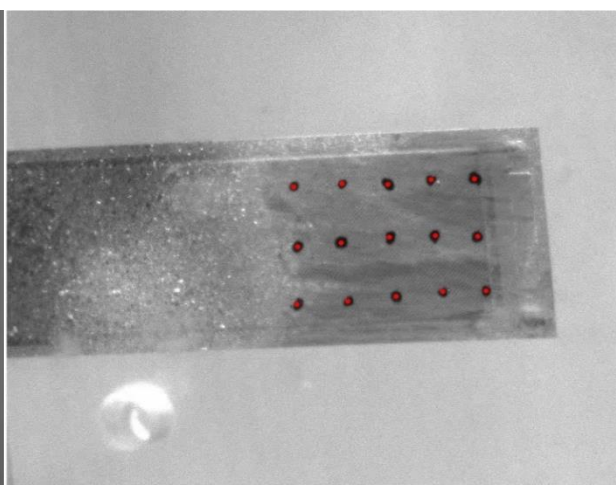
(b)



(c)



(d)



(e)

圖 3-27 (a) (b) (c)印刷電路板 (d)球形壓電萬向馬達 (e)壓電纖維 影像之自動偵測特徵結果

第四章 數位影像相關法之效能提升

隨著數位影像相關法發展至今，在精度方面已經取得了不錯的成果，能夠在許多應用中提供準確的位移和變形量測。然而，數位影像相關法的計算複雜度高，對於大規模圖像或快速測量的應用仍是一大挑戰，為了克服這些限制，本論文的目标是在不降低精準度的前提下，有效提升數位影像相關法的計算效率，並將其進一步應用在實際量測中。

4.1 電腦生成之斑點影像

為了定量評估數位影像相關法演算法的誤差及精度，常利用電腦生成的斑點影像進行測試。此測試方法具有可控性及重複性，且在數位影像相關法領域被廣泛採用，透過生成具有已知位移或應變的斑點影像，比對演算法計算得到的結果與真實值之間的差異，進而評估演算法的準確性。電腦生成之斑點影像再包含變形前後之影像，其數學式分別如(4.1)式及(4.2)式所示。

$$I_1(x, y) = \sum_{k=1}^s \exp \left(\frac{-\left((x-x_k)^2 + (y-y_k)^2\right)}{R^2} \right) \quad (4.1)$$

$$I_2(x, y) = \sum_{k=1}^s \exp \left(\frac{-\left((x-x_k-\varepsilon_x x_k)^2 + (y-y_k-\varepsilon_y y_k)^2\right)}{R^2} \right) \quad (4.2)$$

上式中 $I_1(x, y)$ 為變形前影像， $I_2(x, y)$ 為變形後的影像， s 為斑點的總數量， (x_k, y_k) 為斑點在影像上的中心座標位置， R 為斑點的半徑大小， $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 為斑點的應變量。電腦生成之斑點影像是透過指數函數所繪製，根據位移的大小來改變繪製斑點的中心位置，在斑點半徑的範圍內，距離斑點中心位置越近在影像上就越亮，超過斑點的半徑範圍就越暗，藉此來達成生成斑點的效果。藉由(4.2)式可以自由調整 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 的值來獲得已知的應變場，電腦生成之斑點影像如圖 4-1 所示，後續章節

會依照需求來改變斑點影像的尺寸、斑點總數及應變量，且將計算二值化之斑點影像中白色像素除以總像素數的值，使其斑點覆蓋率達約 40% [29]。



4.2 更新樣板子集合(Update Template, UT)

在數位影像相關法的計算中，會先將樣板子集合與待測影像的搜尋子集合透過正規化相關係數計算相關係數場以取得整像素解，接著利用整像素解進行相關係數極值搜尋法，得到精度更高的次像素解，最後透過反向合成高斯牛頓法進行迭代運算以求得精度最高的次像素解。其中精度最高但也最耗時的方法為反向合成高斯牛頓法，本節將以更新樣板子集合的方法，減少反向合成高斯牛頓法運算時需要的迭代次數，來提升數位影像相關法的計算效率。在計算整像素解時，會透過尋找相關係數場中最大的相關係數值來確認座標位置，此相關係數值也代表樣板子集合與搜尋子集合的相似程度，而兩者的相似程度越高，反向合成高斯牛頓法在計算時的迭代次數也會越少，因此將設定一個閾值 C_{th} ，當計算出的相關係數值小於閾值 C_{th} ，將當前影像作為參考影像並進行樣板影像的更新，若相關係數值大於閾值 C_{th} ，則不更新當前的樣板影像，更新樣板影像之流程圖如圖 4-2 所示。樣板影像的更新可能會因為從影像中重新切割新的影像，而造成計算效能的耗費，在接下來的章節將會進行閾值 C_{th} 及輸入影像大小的探討。

4.2.1 應變公式轉換

在使用更新樣板子集合的方法計算位移時，將樣板子集合更新前後的位移直接相加會造成些微的累積誤差，但還保有一定的精準度，若用此方法計算應變時，將樣板子集合更新前後的應變量直接相加則會有很大的誤差，因為更新後的樣板子集合和初始影像的樣板子集合的特徵大小已經不同，將反向合成高斯牛頓法所求得之應變直接相加會使得計算出的應變遠小於實際的應變量，因此需要將應變



公式進行轉換，接下來將以應變公式進行推導其關係式，再由反向合成高斯牛頓法所能求得之應變進行代換。一般的應變公式如(4.3)式，

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (4.3)$$

上式中 ΔL 為變形量， L 為變形後的長度， L_0 為初始長度。更新樣本子集合後，應變公式中的初始長度已經與初始影像的初始長度 L_0 不同，因此將實際應變 ε_n 及更

新樣本子集合後的應變 ε_n' 之公式轉換為(4.4)式，

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \frac{L_n - L_0}{L_0} \\ \varepsilon_n' &= \frac{L_n - L_{n-1}}{L_{n-1}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

上式中 n 為更新樣本子集合的次數， L_n 為第 n 次變形後的長度， L_0 為初始長度。使用更新樣本子集合的方法僅會計算出變化後的應變 ε_n' ，無法得到實際應變 ε_n ，以更新兩次樣本子集合所獲得的所有應變與實際應變求出相關式，如(4.5)式。

$$\varepsilon_2 = \frac{L_2 - L_0}{L_0} = \frac{L_1 - L_0}{L_0} + \frac{L_1}{L_0} \frac{L_2 - L_1}{L_1} = \varepsilon_1' + (1 + \varepsilon_1')\varepsilon_2' \quad (4.5)$$

上式中 L_2 為第二次變形後的長度， L_1 為第一次變形後的長度， L_0 為初始長度， ε_2' 為更新第兩次樣本子集合的應變， ε_1' 為更新第一次樣本子集合的應變。從(4.5)式中得出需要將 ε_2' 再與 $1 + \varepsilon_1'$ 相乘再與先前獲得之應變相加才可求得實際應變值，更新兩次樣本子集合之應變與實際應變示意圖如圖 4-3 所示。而可以再透過(4.5)式推導出更新樣本子集合後的應變 ε_n' 及實際應變 ε_n 的關係式，如(4.6)式所示。

$$\varepsilon_n = \varepsilon_1' + (1 + \varepsilon_1')\varepsilon_2' + \cdots + (1 + \varepsilon_1')(1 + \varepsilon_2') \cdots (1 + \varepsilon_{n-1}')\varepsilon_n' \quad (4.6)$$

藉由上述關係式，可以將透過更新樣本子集合後計算得出的所有應變值轉換為使用初始影像的樣本子集合所計算得出的實際應變值。



4.2.2 更新樣板子集合之閾值設定

本節將「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法跟「結合更新樣板子集合」的數位影像相關法做比較，並探討更新樣板子集合之閾值大小與運算時間的關係。

一共會設計兩種應變量，分別為 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.1\sin 2t, 0.1\sin 2t)$ 與 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.3t, 0.3t)$ ，

時間間隔 Δt 為 0.001，時間長度 t 分別為 2π 與 1，兩種設計測試影像應變如

表 4-1 所示。電腦生成之斑點測試影像的尺寸為 $200 \times 200 \text{ pixel}^2$ ，斑點半徑大小為 2 pixel，斑點總數量為 2000，斑點覆蓋率為 40.87%，總共 1001 張影像，而參數設置中的半窗格大小為 30，搜尋窗格大小為 20。

更新樣板子集合之閾值 C_{th} 會以 0.6 至 1，間隔為 0.1，共 5 種閾值做測試，當

閾值 C_{th} 設定為 0，則代表不更新樣板子集合的方法，若閾值設定為 1，則代表幾乎每張影像都會更新樣板子集合，意味著閾值越大，更新樣板子集合的次數會越多。

第一種設計應變 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.1\sin 2t, 0.1\sin 2t)$ 的結果如圖 4-4 與圖 4-5 所示，圖中的

每種閾值之分析結果基本上都一致，而實際設計應變的誤差 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 分別如圖 4-6

與圖 4-7，圖中可以看到當閾值 C_{th} 設定為 0，其誤差呈現與設計應變相同趨勢的

sin 波，當設計應變的值為 0 時，其誤差也同時為 0；其餘閾值 C_{th} 的誤差皆緩慢的

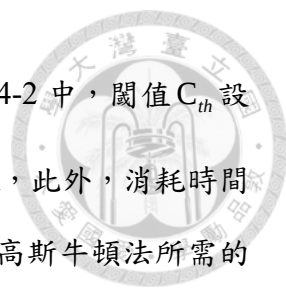
上升，因為其樣板子集合間的相關性較高，較不容易造成計算上的誤差，而在更新

樣板子集合後則會保留其些微誤差，造成後續的累積誤差；當閾值 C_{th} 設定為 1 時，

其誤差則會因為更新頻率太過頻繁造成明顯的累積誤差，進而導致誤差逐漸放大。

不同閾值之在計算時所耗費的時間、精度及反向合成高斯牛頓法的迭代次數，不同閾值的測試結果如表 4-2 所示，而使用方均根誤差(Root-mean-square error, RMSE)作為計算誤差的方式，計算提升速度的數學式如(4.7)式，

$$V_{improve} = \frac{T_o - T_n}{T_o} \quad (4.7)$$



上式中 T_0 為原始方法的計算時間， T_n 為新方法的計算時間。表 4-2 中，閾值 C_{th} 設定為 1 時，其方均根誤差達 10^{-3} pixel，其他閾值則僅有 10^{-4} pixel，此外，消耗時間與迭代次數也呈現一定的相關性，當設定的閾值越大，反向合成高斯牛頓法所需的迭代次數也會越少，進而減少計算時間，而綜合精度與消耗時間，閾值 C_{th} 設定為 0.9 的效果最佳，與不更新樣板子集合的方法相比，其誤差僅提高約 3×10^{-5} pixel 且速度提升了 19.86%。第二種設計應變 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.3t, 0.3t)$ 的結果如圖 4-8 與圖 4-9 所示，當閾值設定為 0 且在應變量接近 0.2 時，已無法準確的追蹤並分析，而實際設計應變 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 的差值分別如圖 4-10 與圖 4-11，但閾值設定為 0 的誤差太大，因此去除閾值為 0 的結果再做觀察，如圖 4-12 與圖 4-13。不同閾值之在計算時所耗費的時間、精度及反向合成高斯牛頓法的迭代次數，統整的結果如表 4-3 所示，除了閾值 C_{th} 為 0，其他閾值之方均根誤差僅有 10^{-4} pixel，而如同第一種設計應變的測試結果，當設定的閾值越大，其消耗時間與反向合成高斯牛頓法所需的迭代次數也會越少，綜合精度與消耗時間，閾值 C_{th} 設定為 0.9 在此次測試的效果也最佳，誤差在所有測試的閾值中最小且速度提升了 42.33%。在電腦生成影像的測試中，使用更新樣板子集合的方法並將閾值 C_{th} 設定為 0.9，可以幾乎不影響量測精度，也減少計算的時間並可以量測較大應變的情況，往後將會以閾值 C_{th} 設定為 0.9 進行測試。

4.2.3 輸入影像尺寸探討

使用更新樣板子集合的方法時，當相關係數值小於閾值則需要重新定義參考影像並更新樣板子集合，而此更新的過程需要耗費部分時間，因此將探討不同輸入影像尺寸與運算時間的關係。將「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法跟「結合更新樣板子集合」的數位影像相關法做比較，並使用第一種設計應變

($\varepsilon_x, \varepsilon_y$) = (0.1sin 2t, 0.1sin 2t) 的電腦生成之斑點影像做為測試影像，更新樣板子集合之閾值 C_{th} 設定為 0.9，而參數設置中的半窗格大小為 30，搜尋窗格大小為 20。輸入的測試影像尺寸分別為 200×200、400×400、800×800 及 1600×1600 pixel²，共四種尺寸做測試，所有測試影像之斑點大小皆為 2 pixel，斑點覆蓋率約為 40%，共 1001 張影像。

不同輸入影像尺寸與計算時間的關係如圖 4-14，圖中紅線代表「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法在不同影像尺寸所耗費的時間，藍線代表「結合更新樣板子集合」的數位影像相關法在不同影像尺寸所耗費的時間，淺藍線代表提升的速度量，計算提升速度的數學式如(4.7)式，圖中可以看出在所有測試的影像尺寸中，「結合更新樣板子集合」的數位影像相關法都比「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法耗費更少的計算時間，然而，隨著輸入影像尺寸的增加，提升的速度也逐漸下降，從原先提升 21.77%下降至 18.4%，統整的結果如表 4-4 所示。當前測試影像的最大尺寸僅為 1600×1600 pixel² 且無雜訊，其更新樣板子集合的次數僅需要數十次，然而，在實際實驗中，若拍攝影像的清晰度較差且尺寸較大，會導致計算的相關係數值較低，可能會造成更新過程耗費更多時間，進而導致提升速度不多，甚至接近原先的方法。

4.3 像素選擇策略(Pixel Selection Strategy, PS)

像素選擇策略為 Shao 等人所提出，數位影像相關法的位移誤差主要由三部分組成，分別為插值引起的誤差、欠匹配系統誤差及雜訊引起的隨機誤差，此方法主要以雜訊引起的隨機誤差作為理論基礎，並將其與反向合成高斯牛頓法結合，雜訊引起的隨機誤差的數學式如(4.8)式及(4.9)式。

$$\text{Var}(u) \cong \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sum_{y=-M}^M \sum_{x=-M}^M (f_x(x, y))^2}, \quad \sigma_u = \sqrt{\text{Var}(u)} \quad (4.8)$$

$$\text{Var}(v) \cong \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sum_{y=-M}^M \sum_{x=-M}^M (f_y(x, y))^2}, \quad \sigma_v = \sqrt{\text{Var}(v)} \quad (4.9)$$



上式中 u, v 分別為在 x, y 方向的位移， σ_1, σ_2 分別為參考影像及變形影像中高斯雜訊的標準差， $f_x(x, y), f_y(x, y)$ 分別為像素位置在 x, y 方向的亮度梯度， σ_u, σ_v 分別為在 x, y 方向的隨機誤差之標準差。上兩式中的變異數由隨機誤差之標準差平方求得，可看出隨機誤差之變異數與亮度梯度的平方和相關，亮度梯度越小對誤差所造成的影響也越小，而局部區域內的亮度梯度大小(The Modulus of the Local Intensity Gradient Vector, MLIGV)如(4.10)式所示，

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{f_x(x, y)^2 + f_y(x, y)^2} \quad (4.10)$$

上式中 $f_x(x, y), f_y(x, y)$ 分別為像素位置在 x, y 方向的亮度梯度。利用影像中的亮度梯度大小作為像素選擇的標準，MLIGV 較小的像素則將其權重設為 0，MLIGV 較大的像素則保留並用於反向合成高斯牛頓法的運算，如(4.11)式。

$$\begin{cases} |\nabla f(x, y)| \geq \text{threshold}, \text{Weight}(x, y) = 1 \\ |\nabla f(x, y)| < \text{threshold}, \text{Weight}(x, y) = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

將此像素選擇方法與反向合成高斯牛頓法之(2.46)式結合，如(4.12)式。

$$C_{\text{ZNSSD}} = \sum_{y=-M}^M \sum_{x=-M}^M \text{Weight}(x, y) \left[\frac{f(W(x+\Delta x, y+\Delta y, \Delta p)) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W(x+\Delta x, y+\Delta y, p)) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (4.12)$$

其中(4.11)式中的閾值(Threshold)選用為 20，在斑點半徑為 2、4 及 8 的測試影像中，會有多數像素之 MLIGV 小於 20，因此將多數像素去除以提升反向合成高斯牛頓法的計算效率。將原先、結合更新樣板子集合與「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法做比較，測試再加入像素選擇策略的數位影像相關法是否能維持精度並提升效率，使用第一種設計應變 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.1 \sin 2t, 0.1 \sin 2t)$ 的電

腦生成之斑點影像做為測試影像，而參數設置中的半窗格大小為 30，搜尋窗格大小為 20。

三種方法的應變測試結果如圖 4-15 與圖 4-16 所示，圖中的每種方法之分析結果基本上都一致，而實際設計應變的誤差 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 分別如圖 4-17 與圖 4-18 所示，測試的比較結果如表 4-5 所示。三種方法在 ε_y 上的誤差相近，皆落在 10^{-4} 量級且最大差異僅約 5×10^{-5} pixel，但圖中可以看出結合更新樣板子集合的兩種方法誤差有逐漸上升的趨勢，如同 4.2.2 節的情形；在 ε_x 上的誤差相近，「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」後僅略大於「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法，但都維持在 10^{-4} 量級且最大差異僅約 3×10^{-5} pixel，加入像素選擇策略後速度也再提升了 3.33%，後續將以此方法與更新樣板子集合的方法結合，以測試兩者之提升效率。

4.4 時間序影像測試

為了驗證更新樣板子集合和像素選擇策略於數位影像相關法之穩健性及效率提升狀況，使用第一種設計應變 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.1 \sin 2t, 0.1 \sin 2t)$ 的電腦生成之斑點影像做為測試影像，其時間長度 t 為 2π ，影像尺寸為 200×200 pixel²，斑點大小為 2 pixel，總斑點數量為 2000，斑點覆蓋率為 40.87%，總共 1001 張影像，並改變數位影像相關法中的參數大小，例如：半窗格 M 、搜尋窗格 N 及多點追蹤，觀察不同參數條件下各種方法所需耗費的計算時間及提升效率。

4.4.1 半窗格測試

實際將「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法跟「結合更新樣板子集合」及「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法進行比較，並探討半窗格大小與計算時間之間的關係。參數設置中的搜尋窗格大小固定為 20，半窗格大小則會以 10 至 50，間隔為 5，共 9 種半窗格做測試，重複計算 20 次並取平均時間作為最終結果。



半窗格大小變化的測試結果如圖 4-19 與圖 4-20，不同半窗格大小之測試結果如表 4-6 所示，圖中紅線代表數位影像相關法在不同半窗格大小所耗費的時間，藍線在兩圖中分別數位影像相關法「結合更新樣板子集合」與「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」在不同半窗格大小所耗費的時間，淺藍線代表提升的速度量，計算提升速度的數學式如(4.7)式，圖 4-19 可以看出在所有測試的半窗格大小中，「結合更新樣板子集合」的數位影像相關法都比「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法耗費更少的計算時間；圖 4-20 可看出「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法可以再些微的降低運算時間，約為 1%至 5%之間。結合更新樣板子集合的方法所提升的速度量，會隨著半窗格變大而有上升的趨勢，提升的速度最少為 12.71%，最多為 34.54%，此現象也符合反向合成高斯牛頓法的計算過程，矩陣在迭代過程中皆以樣板子集合的大小進行運算，因此半窗格大小會較影響數位影像相關法的計算效率；而像素選擇策略則與半窗格大小較無關係，其時間差異並沒有很穩定，可能是由於原先的方法在計算時間上已經很少，或不同半窗格大小下的搜尋子集合，其範圍內的 MLIGV 組成差異，導致減少計算次數的不同，進而影響速度的提升效果。

4.4.2 搜尋窗格測試

實際將「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法跟「結合更新樣板子集合」及「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法進行比較，並探討搜尋窗格大小與計算時間之間的關係。參數設置中的半窗格大小固定為 30，搜尋窗格大小則會以 10 至 50，間隔為 5，共 9 種搜尋窗格做測試，重複計算 20 次並取平均時間作為最終結果。

不同搜尋窗格大小的測試結果如圖 4-21 與圖 4-22，統整的結果如表 4-7 所示，圖中紅線代表數位影像相關法在不同搜尋窗格大小所耗費的時間，藍線在兩圖中分別代表數位影像相關法「結合更新樣板子集合」與「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」在不同搜尋窗格大小所耗費的時間，淺藍線代表提升的速度量，計算



提升速度的數學式如(4.7)式，圖 4-21 可以看出在所有測試的搜尋窗格大小中，「結合更新樣板子集合」的數位影像相關法都比「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法耗費更少的計算時間，且提升的速度約落在 17.8%與 20.2%之間，平均提升速度為 19.01%，近似半窗格測試中半窗格大小為 30 的提升速度量，其提升速度為 19.63%；圖 4-22 可看出「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法可以再些微的降低運算時間，約在 2%以內。結合更新樣板子集合的方法在搜尋窗格變化時，其運算時間有很微小的增加，因為搜尋窗格只對於零正規化交叉相關法的計算時間產生影響，而其佔比在數位影像相關法的計算時間中相對較少，導致搜尋窗格與提升的速度量並無明顯的關係。

4.4.3 多點追蹤測試

實際將「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法跟「結合更新樣板子集合」及「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法行比較，並探討追蹤數量與計算時間之間的關係。參數設置中的半窗格固定為 30，搜尋窗格大小固定為 20，追蹤數量以 2 的次方為間隔，從 2^0 至 2^5 ，共 6 種追蹤數量做測試。

追蹤數量變化的測試結果如圖 4-23 與圖 4-24，不同追蹤數量之測試結果如表 4-8 所示，圖中紅線代表數位影像相關法在不同追蹤數量所耗費的時間，藍線在兩圖中分別代表反數位影像相關法「結合更新樣板子集合」與「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」在不同追蹤數量所耗費的時間，淺藍線代表提升的速度量，計算提升速度的數學式如(4.7)式，兩圖皆可看出不論是「結合更新樣板子集合」或「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法，在多點追蹤時仍維持良好的效果，且多點追蹤的提升速度量皆大於單點追蹤時的提升速度量，並會落在較相近的區間內。



圖 4-1 電腦生成之斑點影像

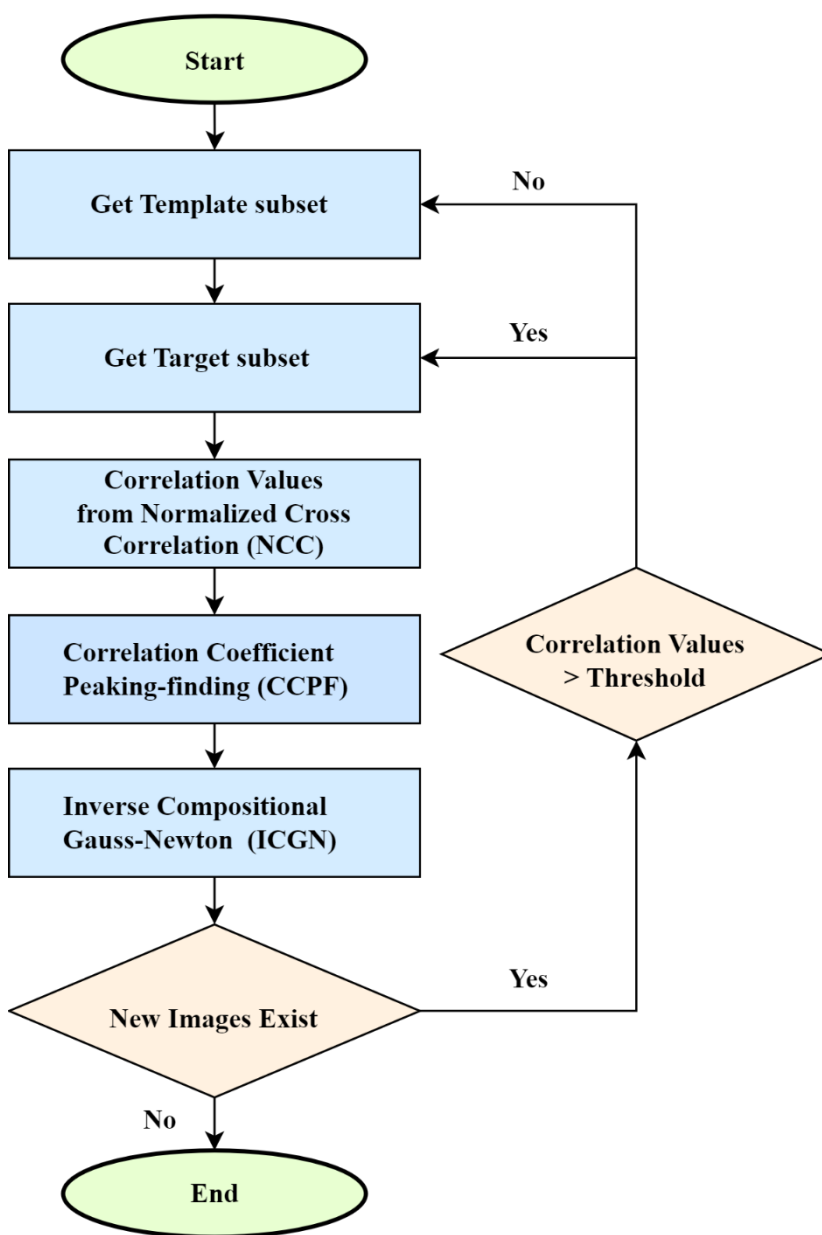


圖 4-2 更新樣本子集合之流程圖

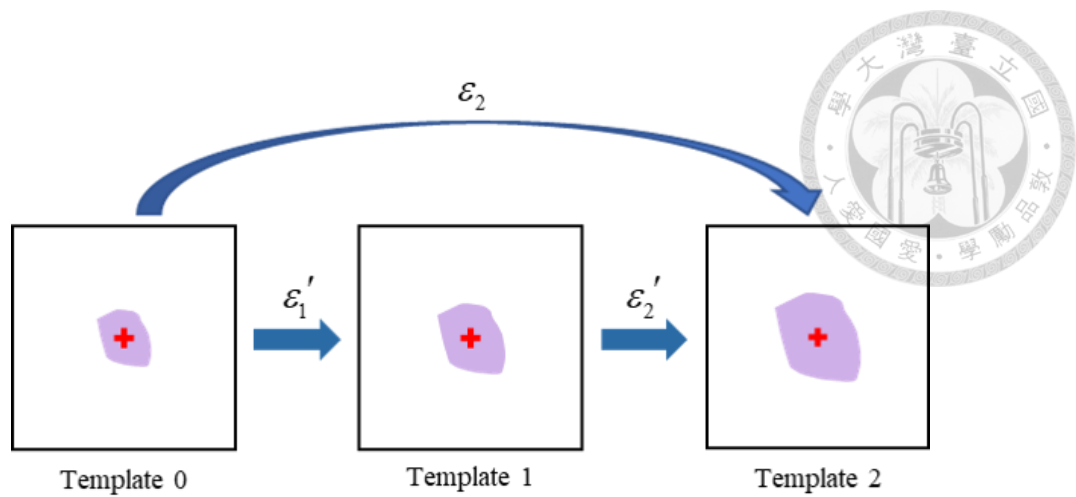


圖 4-3 更新樣本子集合求得之應變與實際應變示意圖

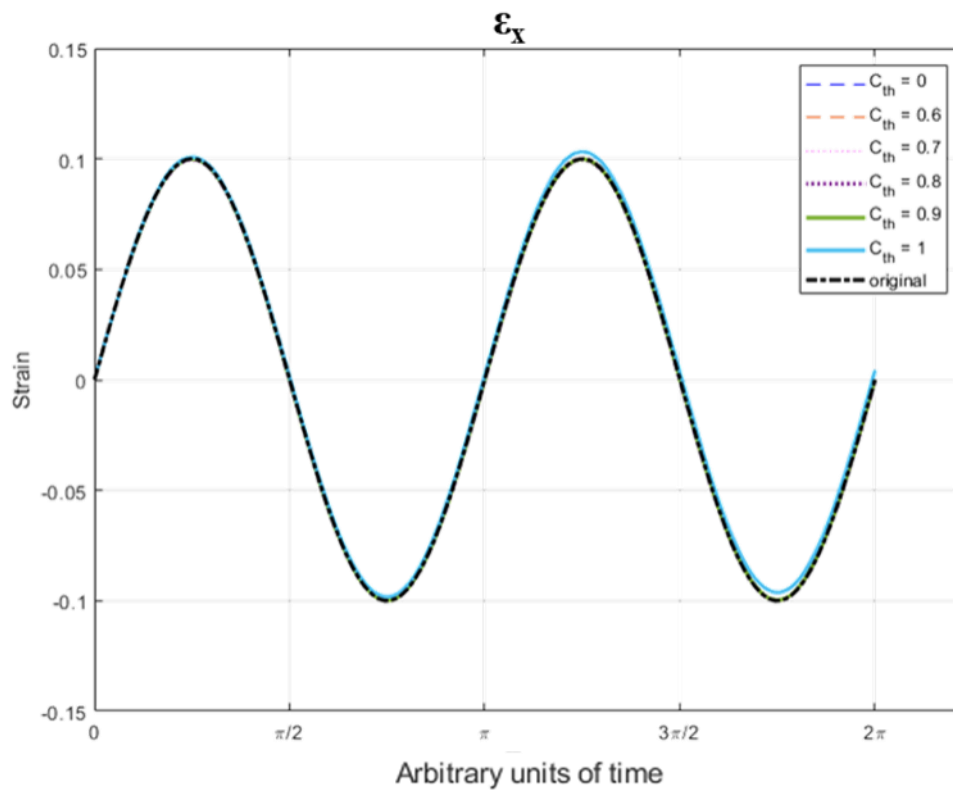


圖 4-4 第一種設計應變之 ε_x 結果

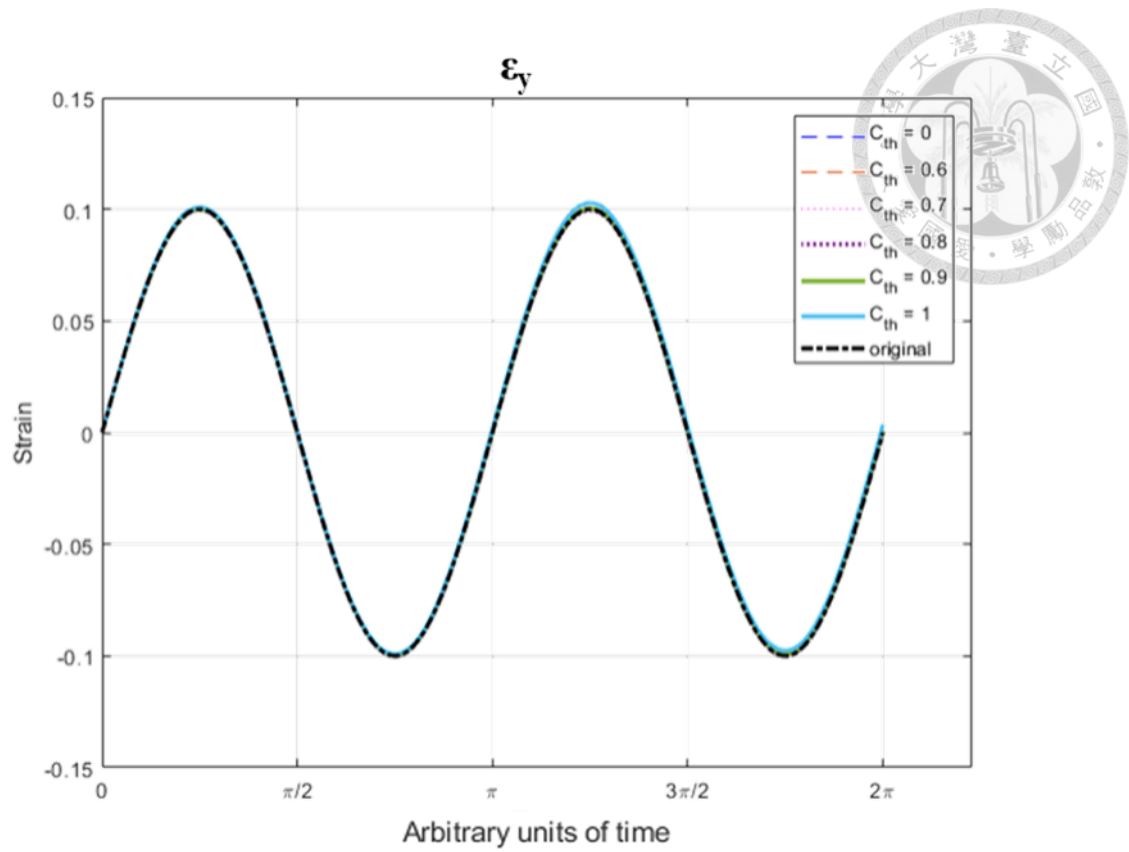


圖 4-5 第一種設計應變之 ε_y 結果

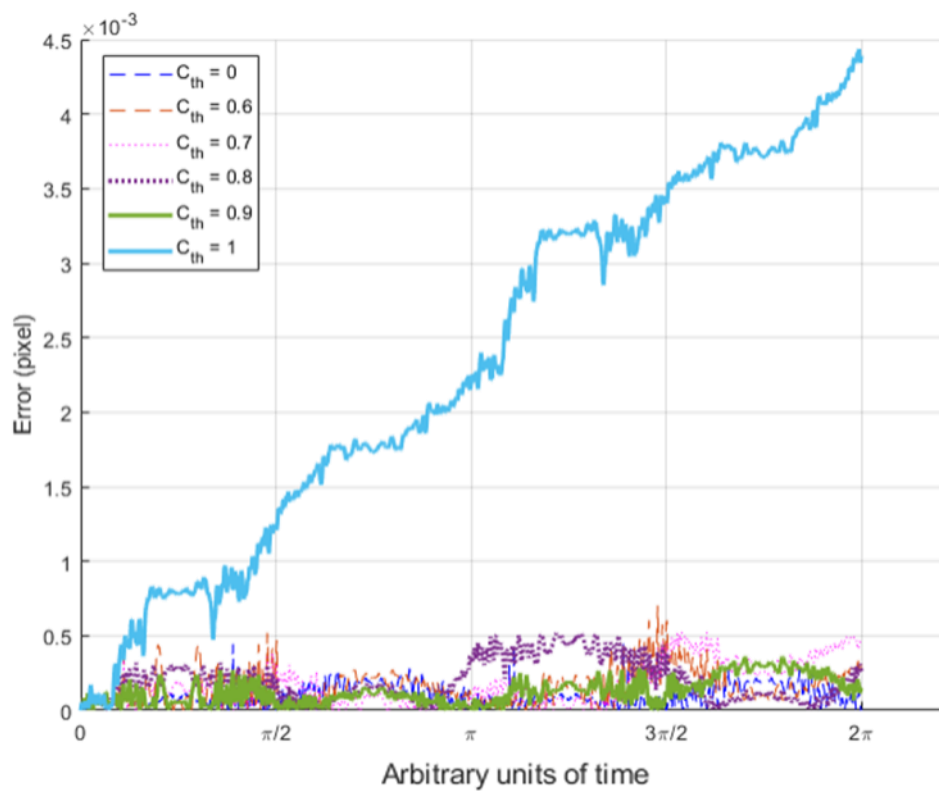


圖 4-6 第一種設計應變之 ε_x 誤差

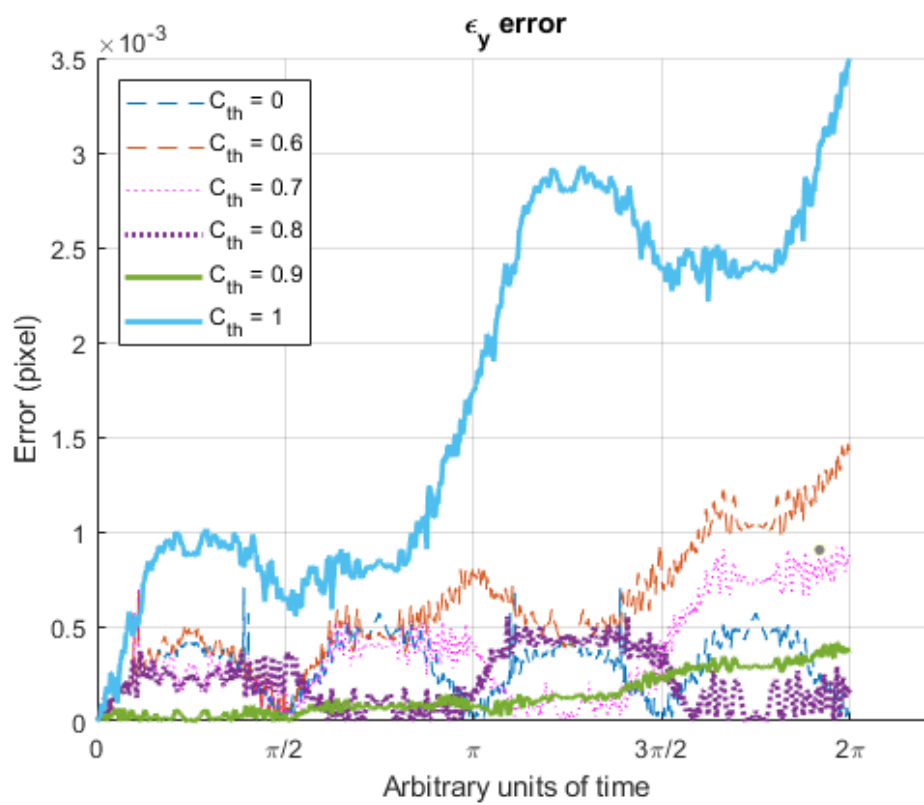


圖 4-7 第一種設計應變之 ε_y 誤差

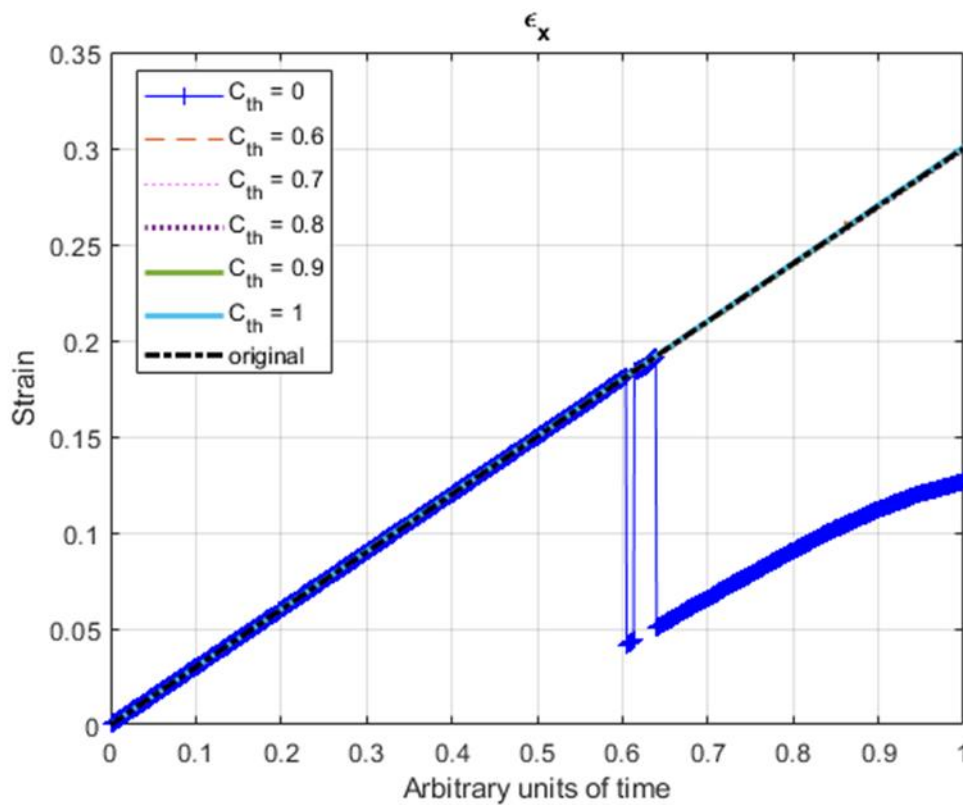


圖 4-8 第二種設計應變之 ε_x 結果

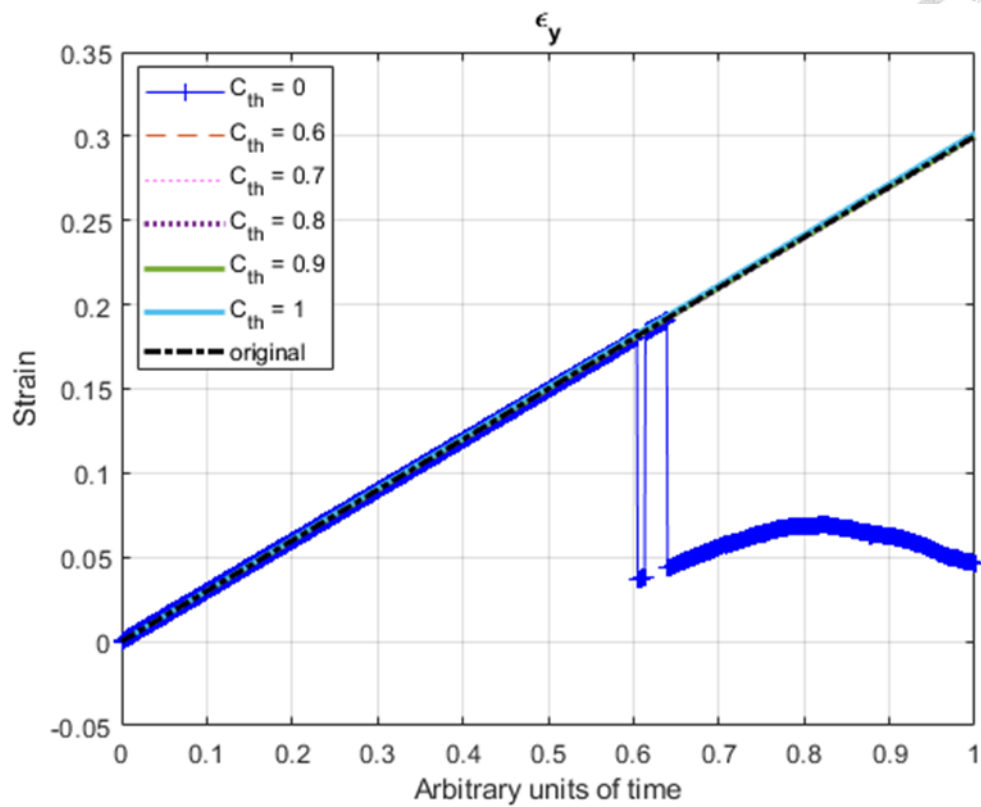


圖 4-9 第二種設計應變之 ϵ_y 結果

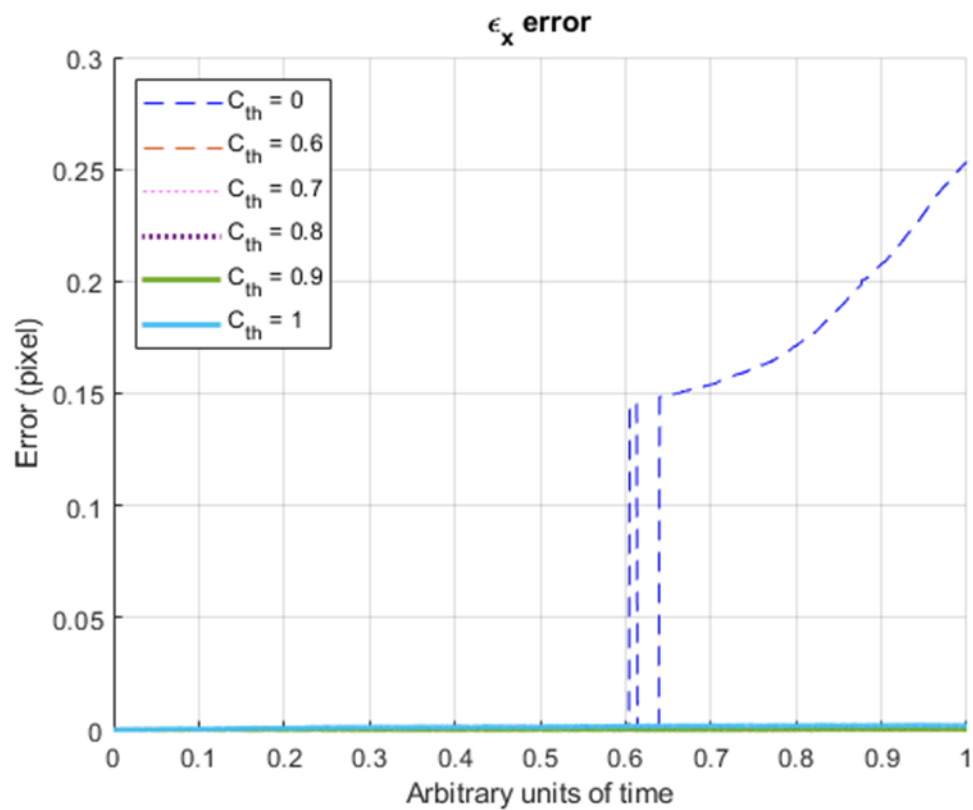


圖 4-10 第二種設計應變 ϵ_x 之誤差

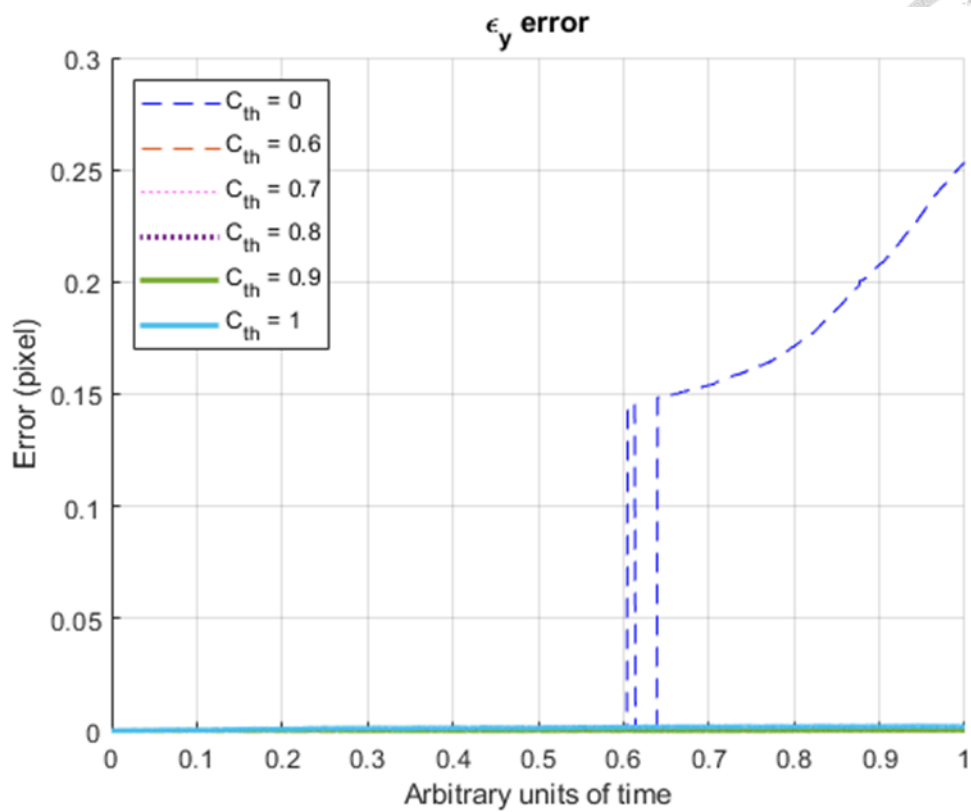


圖 4-11 第二種設計應變 ε_y 之誤差

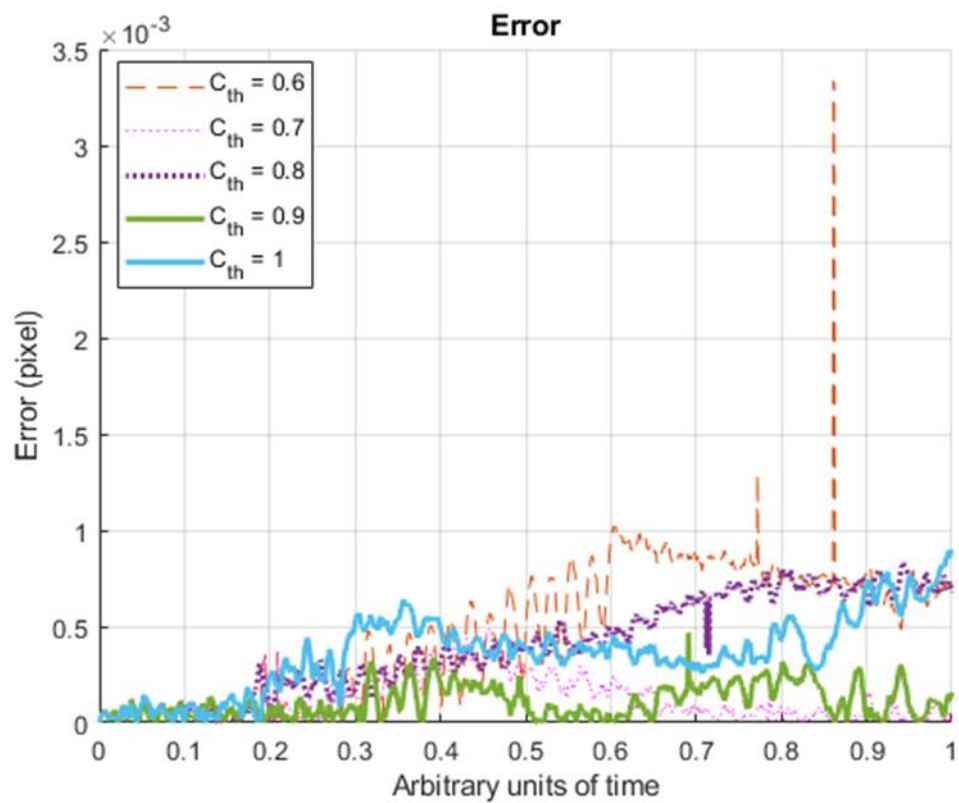


圖 4-12 第二種設計應變 ε_x 之誤差(不含 $C_{th}=0$)

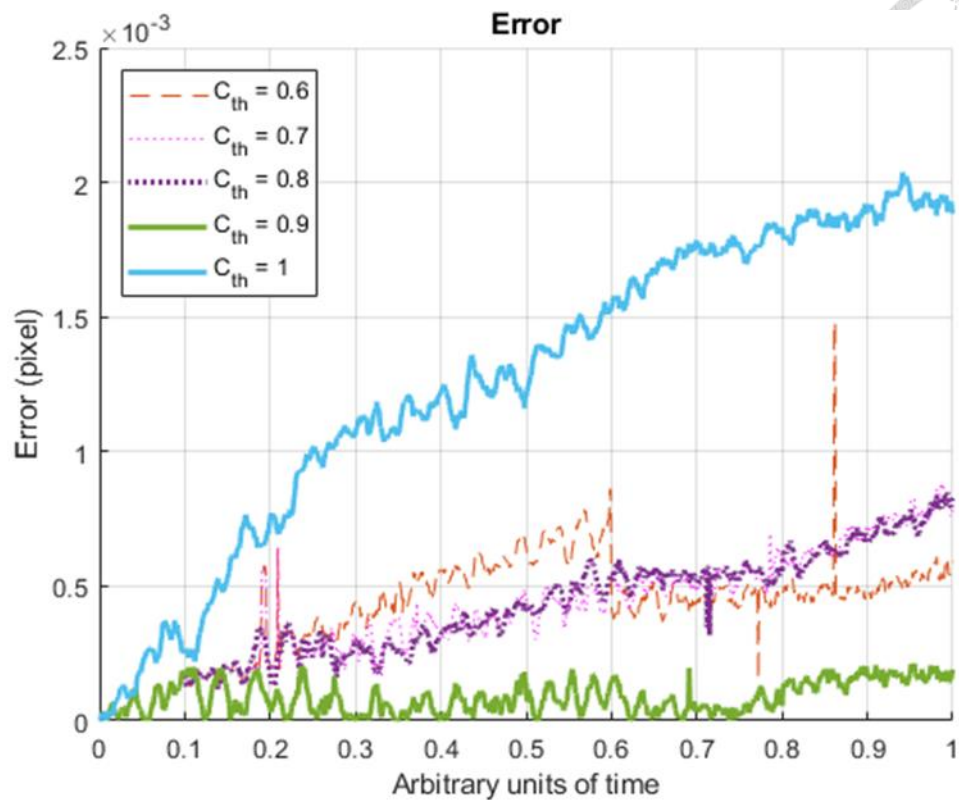


圖 4-13 第二種設計應變 ε_y 之誤差(不含 $C_{th}=0$)

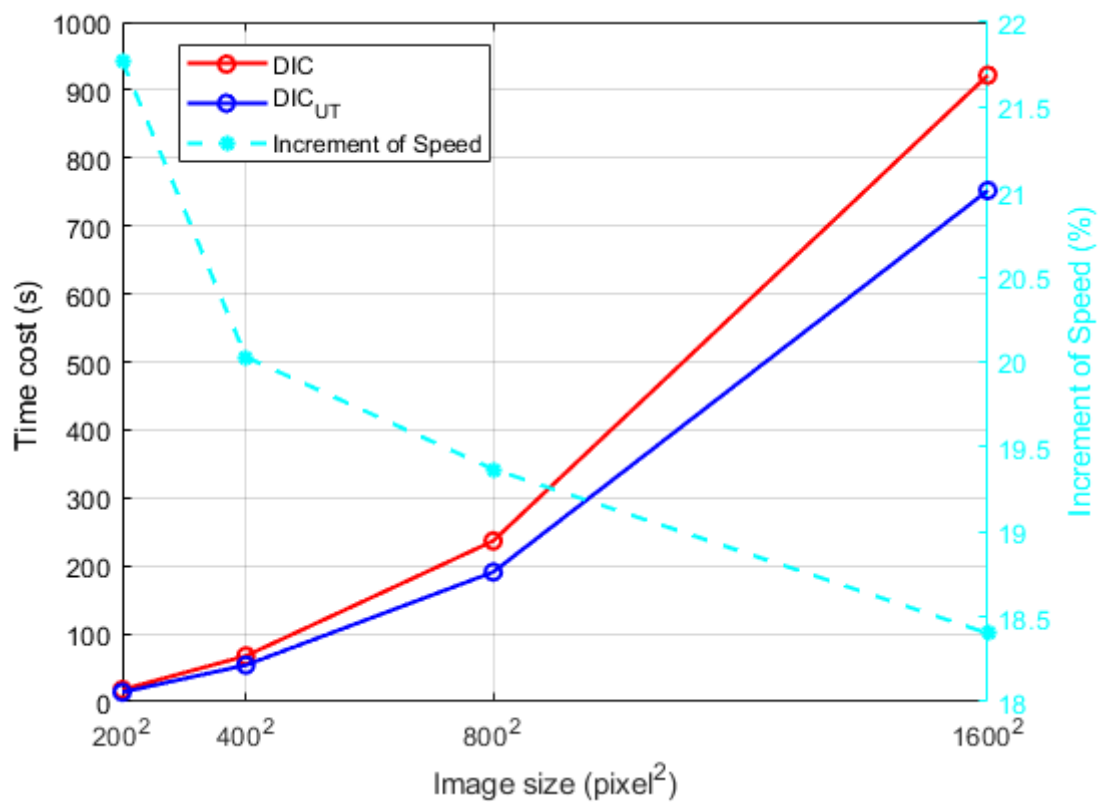


圖 4-14 不同輸入影像尺寸與計算時間關係圖

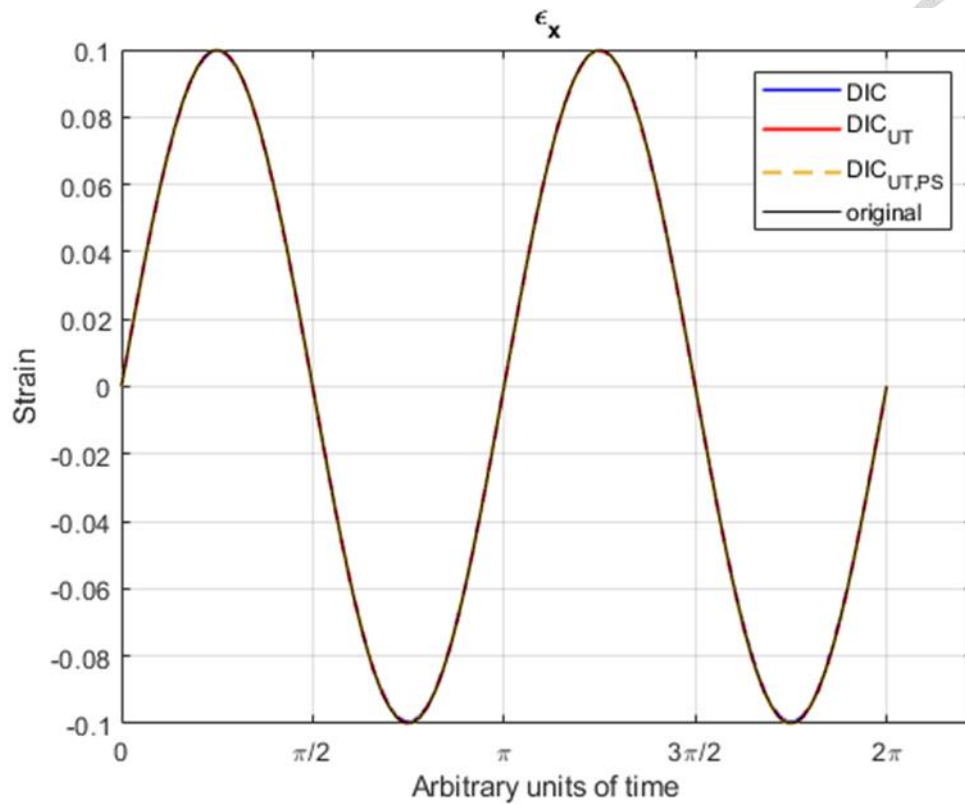


圖 4-15 三種方法在第一種設計應變之 ϵ_x 結果

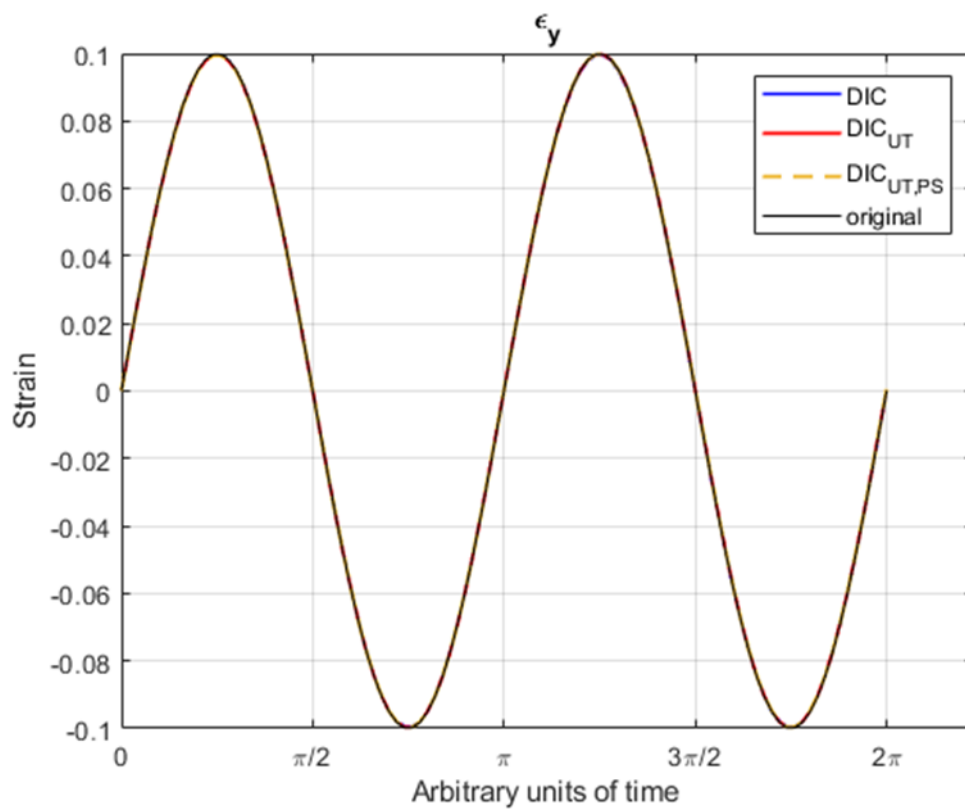


圖 4-16 三種方法在第一種設計應變之 ϵ_y 結果

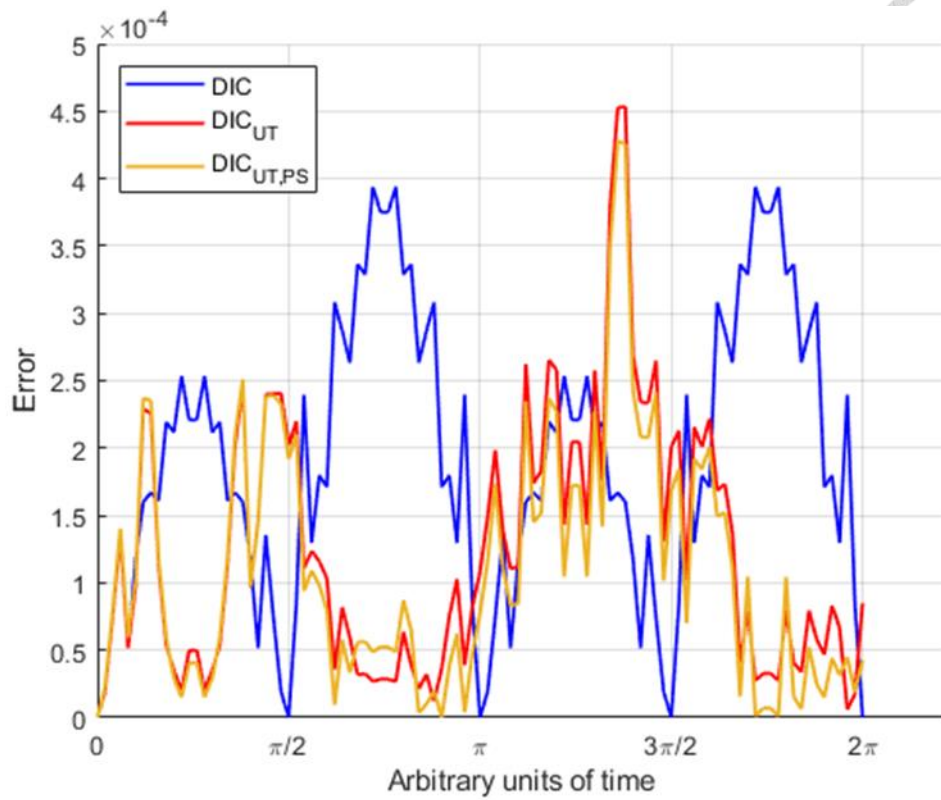


圖 4-17 三種方法在第一種設計應變 ε_x 之誤差

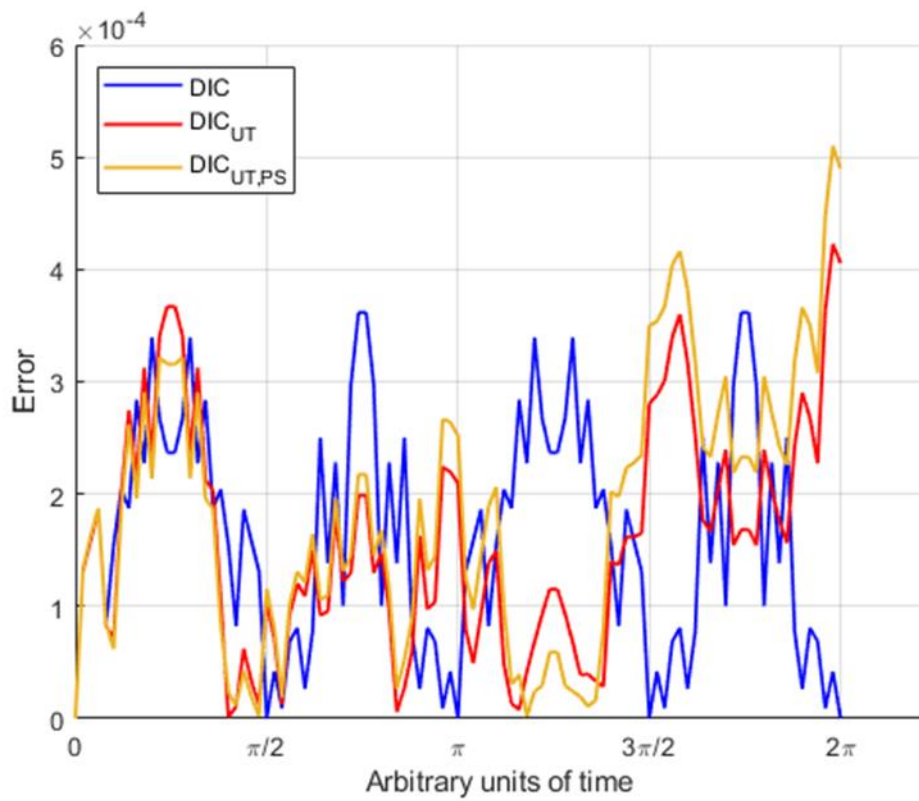


圖 4-18 三種方法在第一種設計應變 ε_y 之誤差

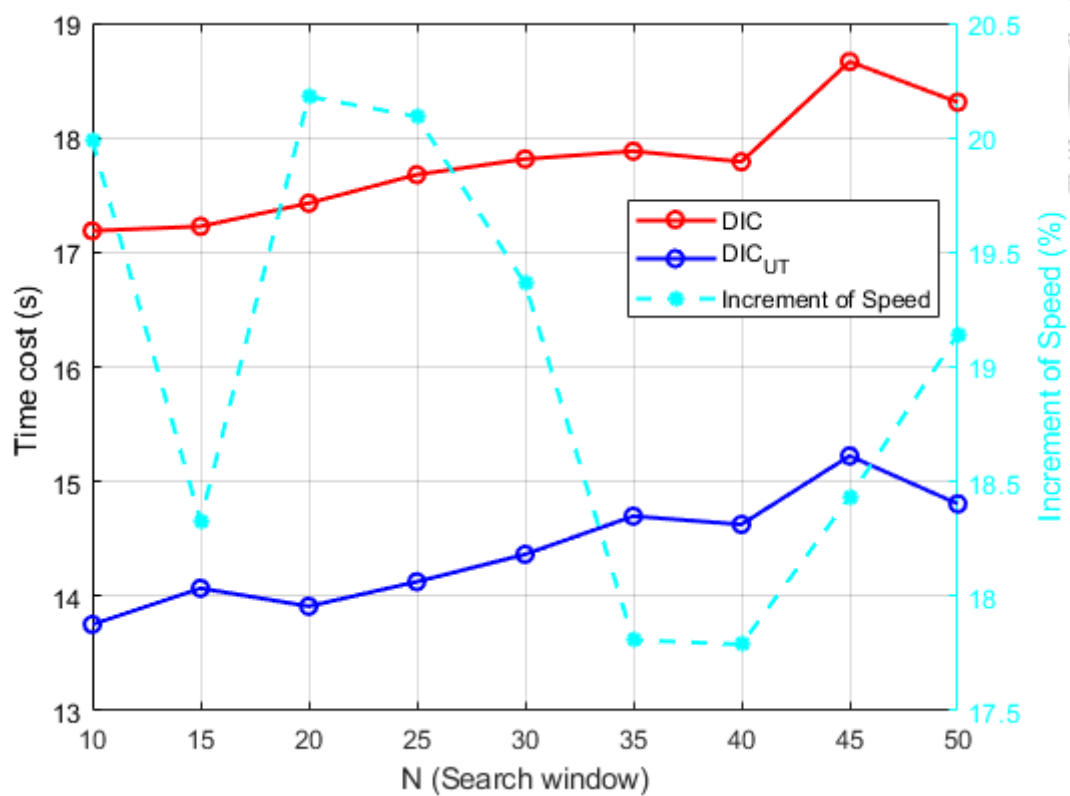


圖 4-19 半窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合)

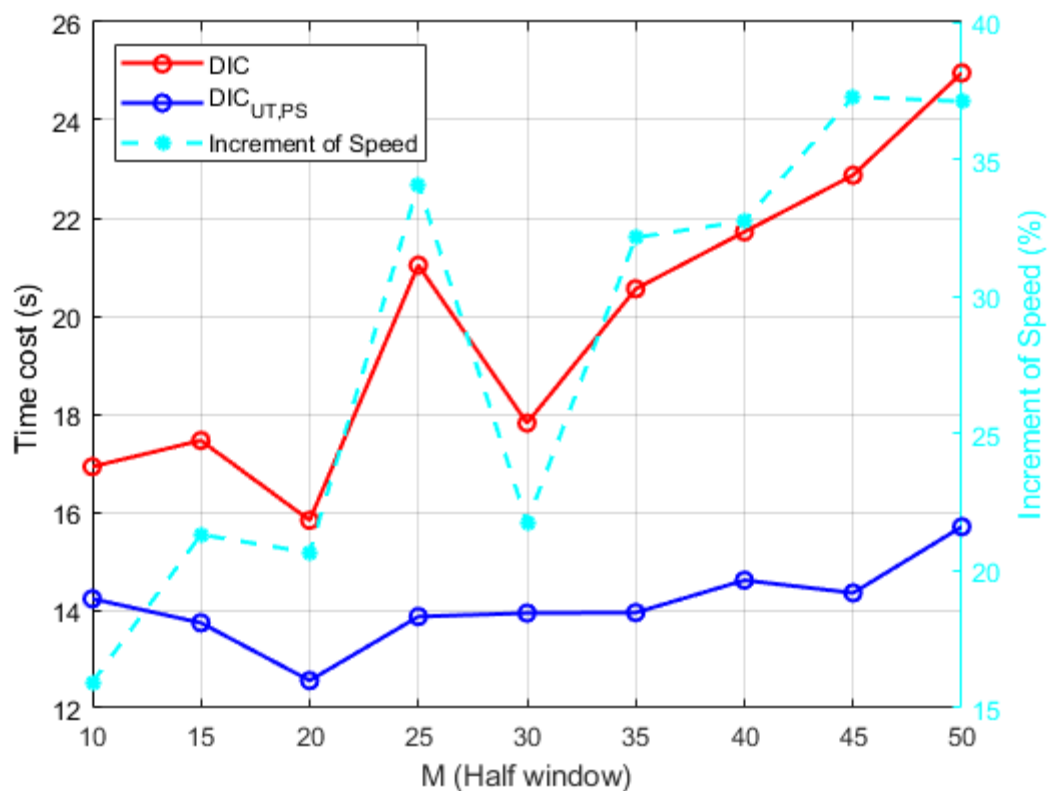


圖 4-20 半窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合與像素選擇)

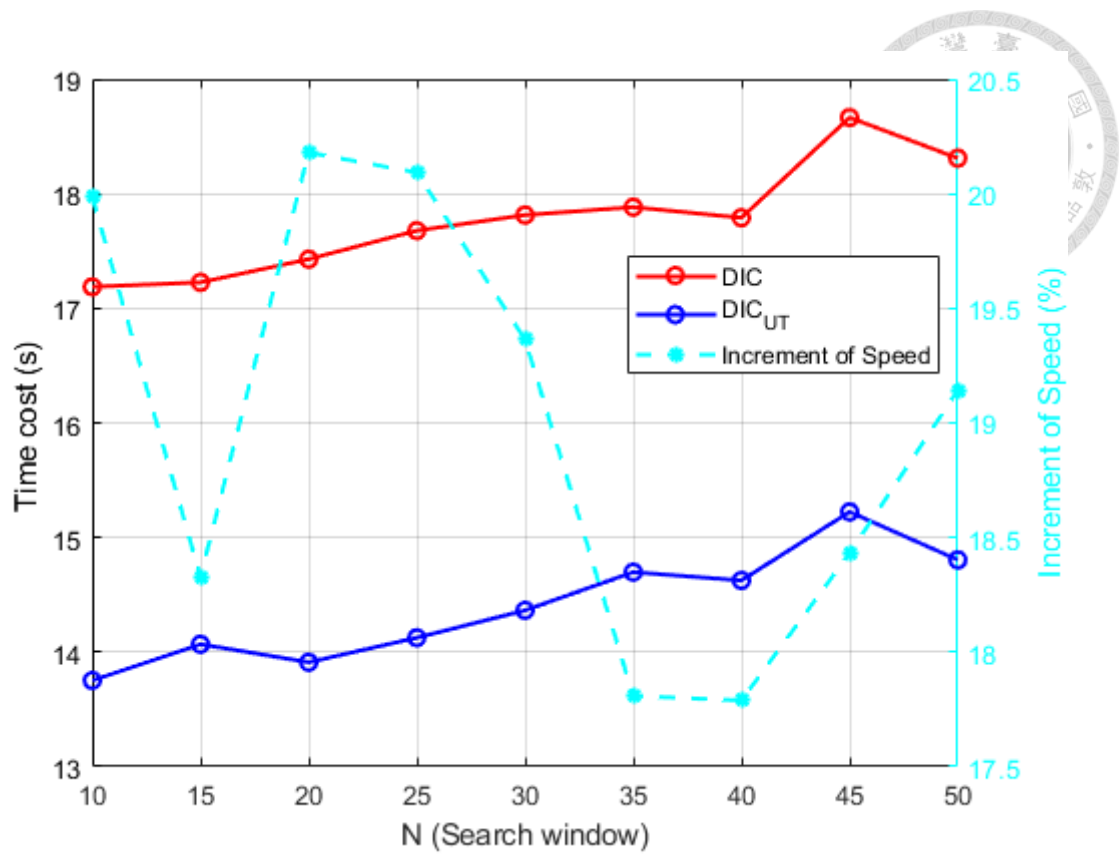


圖 4-21 搜尋窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合)

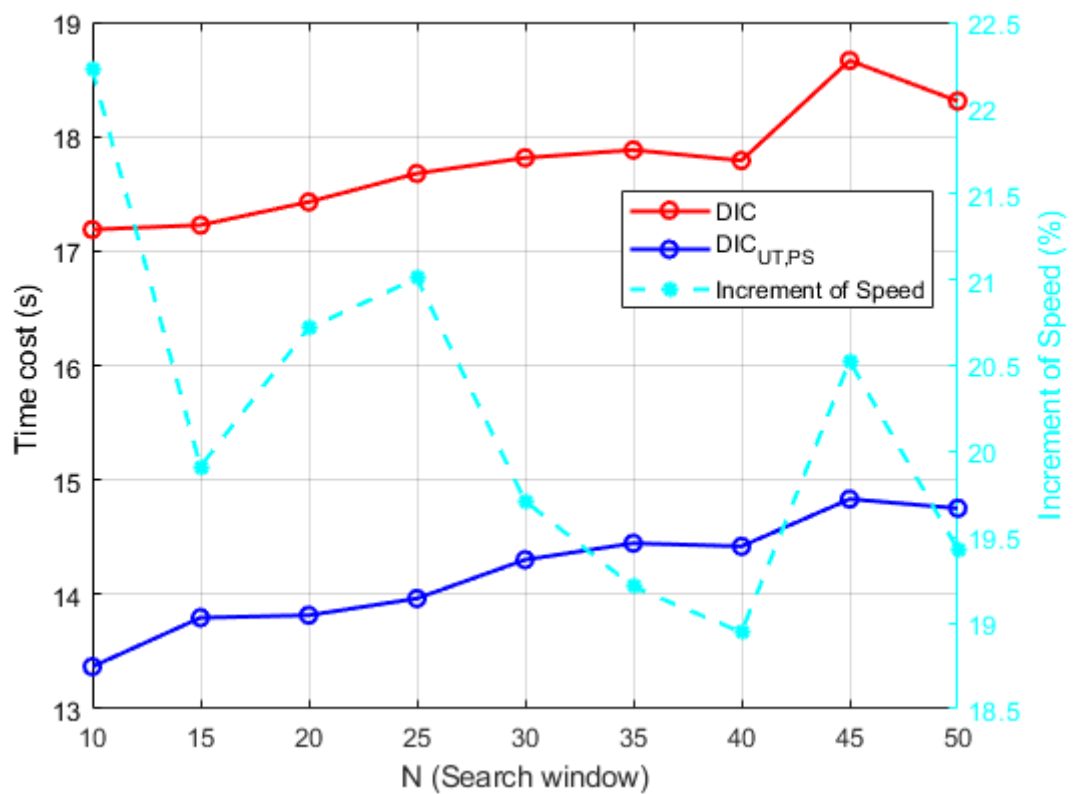


圖 4-22 搜尋窗格大小變化與計算時間關係圖(結合更新樣本子集合與像素選擇)

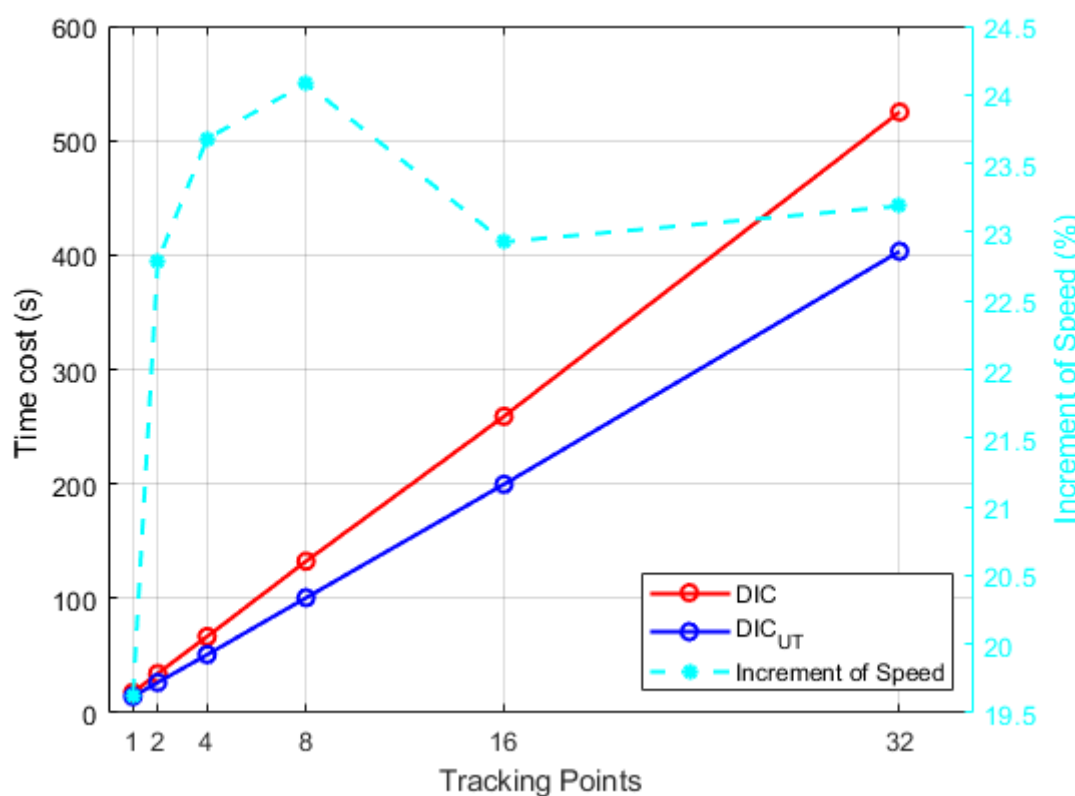


圖 4-23 追蹤數量變化與計算時間關係圖(結合更新樣板子集合)

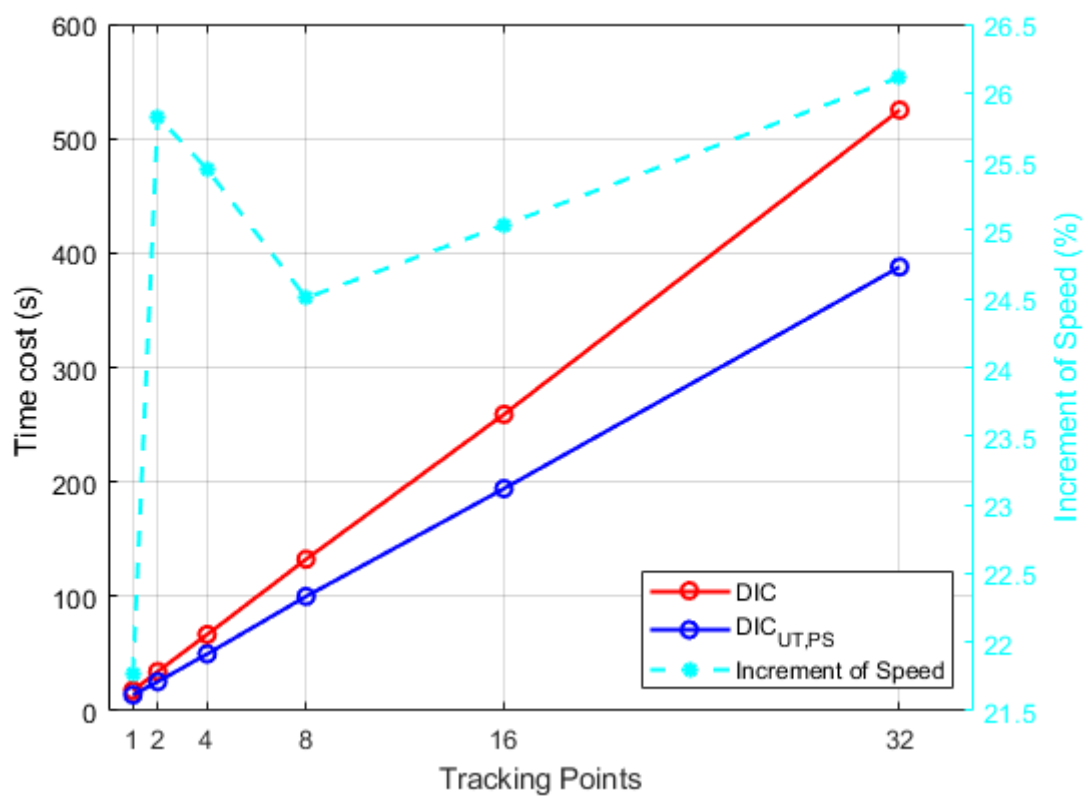


圖 4-24 追蹤數量變化與計算時間關係圖(結合更新樣板子集合與像素選擇)

表 4-1 兩種設計影像應變

設計應變	時間間格	時間長度
$(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.1\sin 2t, 0.1\sin 2t)$	$\Delta t = 0.001$	$t = 2\pi$
$(\varepsilon_x, \varepsilon_y) = (0.3t, 0.3t)$	$\Delta t = 0.001$	$t = 1$

表 4-2 不同閾值之第一種設計應變測試結果

	$C_{th} = 0$	$C_{th} = 0.6$	$C_{th} = 0.7$	$C_{th} = 0.8$	$C_{th} = 0.9$	$C_{th} = 1$
Time cost (s)	17.319	15.541	14.331	14.311	13.880	13.564
ε_x RMSE (10^{-3} pixels)	0.1205	0.1914	0.2192	0.2426	0.1554	2.6245
ε_y RMSE (10^{-3} pixels)	0.3267	0.6857	0.4347	0.2805	0.3523	1.9540
Increment of Speed	0%	+10.27%	+17.26%	+17.37%	+19.86%	+21.68%
Average number of iterations	6.3516	5.7233	5.3766	5.3626	5.2388	4.6394

表 4-3 不同閾值之第二種設計應變測試結果

	$C_{th} = 0$	$C_{th} = 0.6$	$C_{th} = 0.7$	$C_{th} = 0.8$	$C_{th} = 0.9$	$C_{th} = 1$
Time cost (s)	24.546	17.128	16.215	15.320	14.154	12.199
ε_x RMSE (10^{-3} pixels)	93	0.5871	0.1929	0.4327	0.1474	0.4087
ε_y RMSE (10^{-3} pixels)	93	0.4599	0.4605	0.4595	0.1045	1.3825
Increment of Speed	0%	+30.22%	+33.94%	+37.59%	+42.33%	+50.30%
Average number of iterations	8.7313	6.3067	6.0010	5.7163	5.3427	4.2158

表 4-4 不同輸入影像尺寸之測試結果

Image size (pixel ²)	DIC time cost (s)	DIC-UT time cost (s)	Increment of Speed
200 ²	17.815	13.937	+21.77%
400 ²	67.427	53.922	+20.03%
800 ²	236.602	190.776	+19.37%
1600 ²	921.751	752.118	+18.40%

表 4-5 像素選擇策略之測試結果

	Time cost (s)	ε_x RMSE (10^{-3} pixels)	ε_y RMSE (10^{-3} pixels)	Increment of Speed
DIC	17.3190	0.1205	0.3267	+0%
DIC-UT	13.8800	0.1554	0.3523	+19.86%
DIC-UT,PS	13.3024	0.1756	0.3516	+23.19%

表 4-6 不同半窗格大小之測試結果

Half window	DIC time cost (s)	DIC-UT time cost (s)	Increment of Speed	DIC-UT,PS time cost (s)	Increment of Speed
10	16.9248	14.7740	12.71%	14.2286	15.93%
15	17.4596	14.1956	18.69%	13.7375	21.32%
20	15.8295	13.1219	17.10%	12.5592	20.66%
25	21.0367	14.0339	33.29%	13.8651	34.09%
30	17.8147	14.3177	19.63%	13.9365	21.77%
35	20.5537	14.774	28.12%	13.9464	32.15%
40	21.7173	15.1592	30.20%	14.6063	32.74%
45	22.8738	15.2114	33.50%	14.3479	37.27%
50	24.9607	16.3404	34.54%	15.6991	37.10%

表 4-7 不同搜尋窗格大小之測試結果

Search window	DIC time cost(s)	DIC-UT time cost(s)	Increment of Speed	DIC-UT,PS time cost (s)	Increment of Speed
10	17.1876	13.7524	19.99%	13.3682	22.22%
15	17.2261	14.0688	18.33%	13.7962	19.91%
20	17.4283	13.9114	20.18%	13.8178	20.72%
25	17.6778	14.1259	20.09%	13.9640	21.01%
30	17.8139	14.3645	19.36%	14.3026	19.71%
35	17.8825	14.6978	17.81%	14.4470	19.21%
40	17.7902	14.6255	17.79%	14.4197	18.95%
45	18.6641	15.2240	18.43%	14.8331	20.53%
50	18.3098	14.8049	19.14%	14.7523	19.43%

表 4-8 不同追蹤數量之測試結果

Tracking points	DIC time cost(s)	DIC-UT time cost(s)	Increment of Speed	DIC-UT,PS time cost (s)	Increment of Speed
1	17.8147	14.3187	19.63%	13.9365	21.77%
2	34.3394	26.5142	22.79%	25.4701	25.83%
4	66.6756	50.8863	23.68%	49.7115	25.44%
8	132.4473	100.5507	24.08%	99.9898	24.51%
16	259.0168	199.6271	22.93%	194.1673	25.04%
32	524.8952	403.1744	23.19%	387.8320	26.11%

第五章 位移與應變量測驗證



上一章皆是以電腦生成之斑點影像來做為基礎驗證，本章則會利用實際的實驗影像對「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法做驗證，並證明在相同硬體設備的狀況下，新的方法也能夠有效提升數位影像相關法的運算速度。實驗的部分包含雙相機的振動量測、單相機的拉伸試驗量測與鋼珠落擊於繃膜實驗量測。

5.1 振動量測

振動量測實驗為利用兩台相機拍攝單邊固定懸臂薄板之振動行為，將拍攝到的影像利用「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法與「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法做計算時間及效率的比較。懸臂薄板架設如圖 5-1 所示，在懸臂薄板上以噴漆的方式作為數位影像相關法欲追蹤的特徵，在懸臂薄板後方架設振動器對懸臂薄板激振並使用雷射都卜勒振動儀進行驗證，如圖 5-2 所示，相機架設情形如圖 5-3 所示，懸臂薄板的材料參數與尺寸如圖 5-12 所示。

雙相機進行立體數位影像相關法時，需要將兩台相機透過校正的方式，結合成相同的三維空間座標系統，而校正的品質也會影響到最終分析的結果，本論文使用 Zhang 的相機校正法，透過拍攝黑白棋盤格的影像作為校正影像，再由此校正影像計算兩台相機的內外部參數矩陣，最後經過非線性優化得到近似解。而拍攝的校正影像會因為光照條件或影像雜訊造成校正參數不同，但有系統地拍攝校正影像有助於校正參數的穩定。用來拍攝校正影像的校正板設計為六乘九的黑白棋盤格，其每個方形之邊長為 15 mm，利用兩台相機同時拍攝 20 次不同姿態與位置之黑白棋盤格作為校正影像，拍攝之校正影像如圖 5-4 及圖 5-5 所示，再經由 MATLAB 的校正函式來校正相機的內部參數矩陣、旋轉矩陣及鏡頭畸變係數，並獲得兩台相機間的空間座標關係。校正的誤差及結果如圖 5-6 所示，其中重投影誤差(Reprojection error)是將校正影像的計算出的特徵點座標重新投影至影



像座標，其位置與實際偵測到的特徵點座標之間的距離差，重投影誤差示意圖如

圖 5-7 所示，而校正獲得的相關參數如(4.13)式所示，

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{L-R} &= \begin{bmatrix} 0.9909 & -0.0253 & 0.1320 \\ 0.0205 & 0.9991 & 0.0372 \\ -0.1328 & -0.0342 & 0.9906 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{T}_{L-R} &= \begin{bmatrix} 303.2054 \\ 40.1184 \\ 31.4949 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_L &= \begin{bmatrix} f_{xL} & 0 & c_{xL} \\ 0 & f_{yL} & c_{yL} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10327 & 0 & 466 \\ 0 & 10343 & 724 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K}_R &= \begin{bmatrix} f_{xR} & 0 & c_{xR} \\ 0 & f_{yR} & c_{yR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10419 & 0 & 93 \\ 0 & 10439 & 885 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 k_{1L} &= 0.0842, \quad k_{2L} = -7.1695 \\
 p_{1L} &= 0, \quad p_{2L} = 0 \\
 k_{1R} &= 0.3631, \quad k_{2R} = -57.0987 \\
 p_{1R} &= 0, \quad p_{2R} = 0
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

上式中 $\mathbf{R}_{L-R}$ 為左影像座標轉換至右影像座標的旋轉矩陣， $\mathbf{T}_{L-R}$ 為左影像轉換至右影

像座標的平移矩陣， $\mathbf{K}_L$ 為左相機的內部參數矩陣， $\mathbf{K}_R$ 為右相機的內部參數矩陣，

k_{1L}, k_{2L} 為左鏡頭的輻射畸變參數， k_{1R}, k_{2R} 為右鏡頭的輻射畸變參數， p_{1L}, p_{2L} 為左

鏡頭的正切畸變參數， p_{1R}, p_{2R} 為右鏡頭的正切畸變參數。

本實驗用於分析的電腦之 CPU 為 11th Gen Intel(R) Core(TM) i9-11900K，數位工業相機的型號為 Alvium 1800 U-158，並搭配焦距 35 mm 的 Nikon 相機鏡頭，拍攝影像的解析度為 $600 \times 1088 \text{ pixel}^2$ ，空間參數(Gauge factor)約為 0.1806 mm/pixel ，拍攝的幀率為 150 fps，拍攝時長為 6 s，共 900 張影像。根據取樣定理(Nyquist sampling theorem)，對於取樣頻率 $f_s = 150 \text{ Hz}$ 的影像截取系統，能夠完全呈現

$\frac{f_s}{2} = 75 \text{ Hz}$ 以下的位移訊號，並且不會造成混疊(Aliasing)的現象，因此將驅動振動

器的交流電壓之頻率設定為 20 Hz，電壓大小為 1 V，左右相機拍攝之影像畫面如圖 5-8 所示。為配合全域振動量測系統的量測範圍，將影像分析的點位置位於懸臂薄板上方，分析位置總共有 12×15 ，共 180 個點，如圖 5-9 所示，而參數設置中的半窗格大小為 30，搜尋窗格大小為 20。

利用雷射都卜勒振動儀量測的結果驗證數位影像相關法在振動實驗中的準確性，使用全域量測振動系統的位移場結果如圖 5-10 所示，而將圖 5-9 中的第 7 個點位置作標記並以雷射都卜勒振動儀量測，其量測之位移時域訊號如圖 5-11 所示，穩態的最大位移為 6.9438 mm，以「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法求得位移場結果如圖 5-12，平均每張影像所耗費的計算時間為 110.51 s (1.84 min)，其中圖 5-9 中的第 7 個點位置之位移時域訊號如圖 5-13 所示，穩態的最大位移為 6.9940 mm，將時域訊號經由快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)所得的頻域訊號如圖 5-14 所示；利用「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法求得位移場結果如圖 5-15，平均每張影像所耗費的計算時間為 99.96 s (1.67 min)，其提升速度量為 9.55%，其中圖 5-9 中的第 7 個點位置之位移時域訊號如圖 5-16 所示，因為更新樣板子集合會造成累積誤差的現象，可從圖 5-16 看出大約在 4 秒開始的位移有明顯向下偏移的情形，而未偏移之穩態最大位移為 7.0070 mm，振動量測之量測結果如表 5-2 所示，時域訊號經由快速傅立葉轉換所得的頻域訊號如圖 5-17 所示，將兩種數位影像相關法與雷射都卜勒振動儀的穩態量測結果相比，兩種數位影像相關法的量測結果相近，僅有 0.013 mm 的差距，但皆比雷射都卜勒振動儀的量測結果大，若將兩方法求得的位移時域訊號相減，其結果如圖 5-18，圖中可看出皆有一些偏差，且在隨著時間增加而有逐漸變大的趨勢，此次實驗的最大的偏移達 0.8075 mm，最大偏移約為穩態之最大位移的 11.5%。雖然在此次實驗中結合更新樣板子集合與像素選擇策略後可以減少計算時間，但是後續造成的累積誤差在實際實驗中還是會影響量測精度。



5.2 拉伸試驗量測

拉伸試驗量測為利用單台相機拍攝知名國際化工廠提供的工業用膠體材料在拉伸試驗的過程，將拍攝到的影像利用數位影像相關法分析並與拉伸試驗機的應變量互相比對。拉伸試片為膠體材料，其尺寸參考 ASTM D638 之標準規範，厚度為 0.3mm，試片外形尺寸如圖 5-19 所示，在試片上以噴漆的方式作為數位影像相關法欲追蹤的特徵，拉伸試驗則以氣壓式夾頭將試片夾持在拉伸試驗機上，如圖 5-20 所示，並在拍攝拉伸過程的影像時，使用補光燈穩定光源以減少光源不均和雜訊造成的誤差，實驗架設如圖 5-21。此次拉伸試驗的拉伸速度為 5 mm/min，拉伸距離為 200 mm，用於分析的電腦之 CPU 為 11th Gen Intel(R) Core(TM) i9-11900K，拍攝之數位工業相機的型號為 Alvium 1800 U-158，並搭配焦距 35 mm 的 Nikon 相機鏡頭，拍攝影像的解析度為 $800 \times 1088 \text{ pixel}^2$ ，空間參數為 0.079 mm/pixel，拍攝的幀率為 1 fps，共 2415 張影像，相機拍攝之影像畫面如圖 5-22 所示，而參數設置中的半窗格大小為 30，搜尋窗格大小為 20。

原先的數位影像相關法在不更新樣板子集合的狀況下，應變量小於 0.1 的範圍內較能有準確的量測結果，而本次實驗的特徵具有大變化的準靜態大變形，為較大應變量的量測，若不改變方法會無法準確分析，如圖 5-23 所示，圖中橘線為數位影像相關法量測之應變，黑線為拉伸試驗機拉伸距離轉換之應變，在 100 s 以後皆無法準確的量測實際的應變情況，因此將其改為應變量達 0.1 時更新樣板子集合，並與「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法相互比較，後面依舊稱其為「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法。此實驗在拍攝影像時，需注意拍攝位置在拍攝過程皆位於狗骨頭形狀試片之長條區域，因為試片在拉伸過程中可能會進入塑性變形並產生不同的材料特性，避免因為分析位置的差異而影響數位影像相關法分析結果的準確性。

利用數位影像相關法求得之縱向應變 ε_y 如圖 5-24，圖中黑線為由拉伸試驗機拉伸距離轉換之應變，紅線為「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像

相關法分析之應變，藍線為「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法分析之應變，實際的最大應變為 3.0905，「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」及「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法分析之最大應變分別為 3.1702 與 3.1094，所耗費的計算時間分別為 529.688 s(8.83 min)與 648.879 s(10.81 min)，將拉伸試驗機與數位影像相關法量測之縱向應變相減，其結果如圖 5-25 所示，方均根誤差分別為 0.0550 與 0.0396，其誤差的抖動幅度約為 0.02，佔「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法分析的最大誤差約 25%，為了驗證此抖動是否為機台振動的問題，利用 LDV 量測拉伸試驗機在尚未拉伸時的振動頻率，如圖 5-26 所示，其 200 Hz 前的振動頻率為 20、84、120 和 165 Hz，但此實驗在拍攝影像的幀率僅為 1 fps，根據取樣定理無法從拍攝的影像中準確分析出有效的振動訊號。

拉伸試驗的量測結果如表 5-3 所示，兩方法在應變量小於 0.1 的範圍內都維持良好的精度，而「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法在 500 至 1000 秒間量測到的應變量差異較大，「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法則是隨著分析張數越多而有越大的差異，但整體看來兩者的趨勢相似。數位影像相關法可以透過影像量測拉伸試驗機無法量測的橫向應變 ε_x ，橫向應變的量測結果如圖 5-27 所示，圖中紅線為「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法分析之應變，藍線為「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法分析之應變，試片在拉伸的過程中會逐漸向內收縮，兩者求得的應變量皆以曲線的形式逐漸下降，但兩者在 500 至 1000 秒間量測到的應變量差異較大，可能是拍攝影像的雜訊所造成的誤差。數位影像相關法可以再利用量測之橫向及縱向應變求得蒲松比，如圖 5-28 所示，而此試片為黏彈性(Viscoelasticity)材料，較容易變形而進入塑性區域，因此將求得的工程應變進行轉換，以獲得真實應變，再利用真實應變求得之蒲松比會比較符合實際的表現，如圖 5-29 所示。在縱向及橫向應變的量測結果中，雖然「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」與「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法的量測結果都相近，且「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」

的數位影像相關法也提升 18.36% 的速度，但相較於「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法依舊有較大的誤差。



5.3 鋼珠落擊薄膜實驗量測

鋼珠落擊薄膜實驗量測為將知名國際化工廠提供的工業用膠體材料進行繃膜，並利用單台相機拍攝鋼珠從高處落下撞擊試片中心的過程，再將拍攝到的影像利用「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」與「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法分析並互相比對。繃膜前的膠體材料厚度為 0.3 mm，將膠體材料固定在方形治具上並下壓 10 mm 的距離，讓中心的圓形治具能將膠體材料撐起，最後將壓克力板貼附在膠體材料上並剪裁成適當大小，即得到繃膜實驗之試片，繃膜治具如圖 5-30 所示，薄膜試片如圖 5-31 所示。試片上以噴漆的方式作為數位影像相關法欲追蹤的特徵，並將試片放置於壓克力治具上，利用高速攝影機由下向上進行拍攝，如圖 5-32 所示，在拍攝鋼珠撞擊薄膜試片過程的影像時，使用補光燈穩定光源以減少光源不均和雜訊造成的誤差，實驗架設如圖 5-33 所示。本實驗用於分析的電腦之 CPU 為 11th Gen Intel(R) Core(TM) i9-11900K，拍攝之高速攝影機的型號為 Olympus i-SPEED Series 3，並搭配焦距 35 mm 的 Nikon 相機鏡頭，拍攝影像的解析度為 1280*1088 pixel²，空間參數為 0.1364 mm/pixel，拍攝的幀率為 2,000 fps，共 1377 張影像，相機拍攝之影像畫面如圖 5-34 所示，而參數設置中的半窗格大小為 40，搜尋窗格大小為 20。

利用數位影像相關法求得鋼珠撞擊位置之橫向應變 ε_x 及縱向應變 ε_y 分別如圖 5-35 與圖 5-36 所示，圖中藍線為「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法量測之應變，紅線為「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法量測之應變，可從圖中看出兩種方法量測的應變量趨勢一致，但在峰值位置及 0.4 s 後的應變有較明顯的差異，而鋼珠在數次彈跳後停留在薄膜上，所以分析結果呈現永久應變。「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」與「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法量測之橫向及縱向應變相減，其結果分別如圖 5-37 與圖 5-38 所

示，可以更明顯看出在不斷的更新樣板子集合後，量測之應變會因為累積誤差，導致兩者的量測結果有更大的差異。

此實驗主要是觀察試片在高速衝擊下的暫態變化，因此鋼珠第一次撞擊試片所產生的應變量具有關鍵意義，若將縱向應變的時間區間設定在 0.23 s 到 0.24 s 之間，並將該區間內的第一個波峰進行放大觀察，如圖 5-39 所示，圖中可以看出「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法在此區間呈現一個明顯的低谷，同時這也是兩種方法的量測結果中最大的差異所在，而此低谷所對應到的拍攝影像如圖 5-40 所示，由於試片中心位置受到鋼珠撞擊的影響，導致該區域出現了過曝現象，「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法使用第一張影像作為參考影像來建立樣板子集合，然而由於試片中心位置的變化，樣板子集合與該影像之間存在較大的差異，此波峰區間的相關係數僅為落在 0.161 至 0.173 之間(相關係數最大為 1)，此差異影響了分析結果的準確性，相比之下，「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法則能夠使樣板子集合與待測影像的搜尋子集合有較高的相關係數，因此能夠避免受到過曝的影響。「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法與「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法所耗費的計算時間分別為 778.222 s (12.97 min) 與 746.463 s (12.44 min)，提升了 4.08% 的速度，鋼珠落擊薄膜實驗之量測結果如表 5-4 所示，本次實驗相較於之前的實驗提升較少的速度，推測是影像大小所影響。儘管「結合更新樣板子集合與像素選擇策略」的數位影像相關法在此實驗僅帶來些微的速度提升，且面臨累積誤差的挑戰，但它能更準確地呈現試片在高速衝擊下的暫態變化情況。



圖 5-1 懸臂薄板架設圖

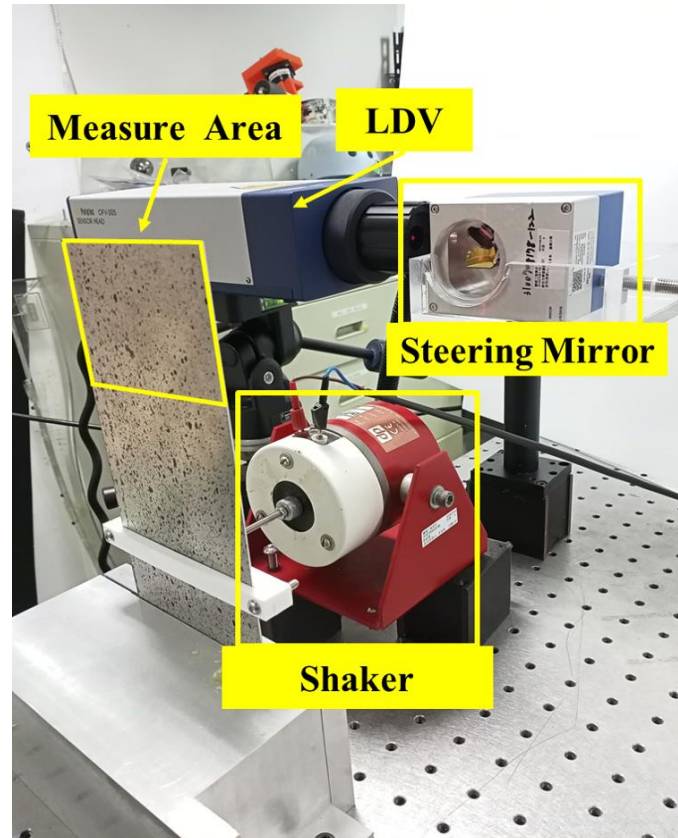


圖 5-2 振動器及全域量測系統示意圖

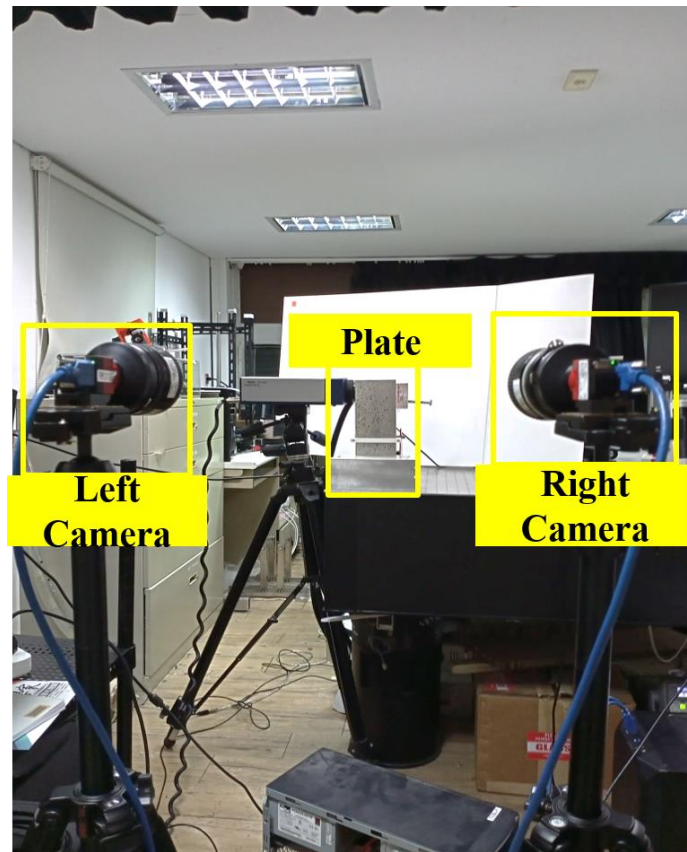


圖 5-3 振動實驗之相機架設示意圖

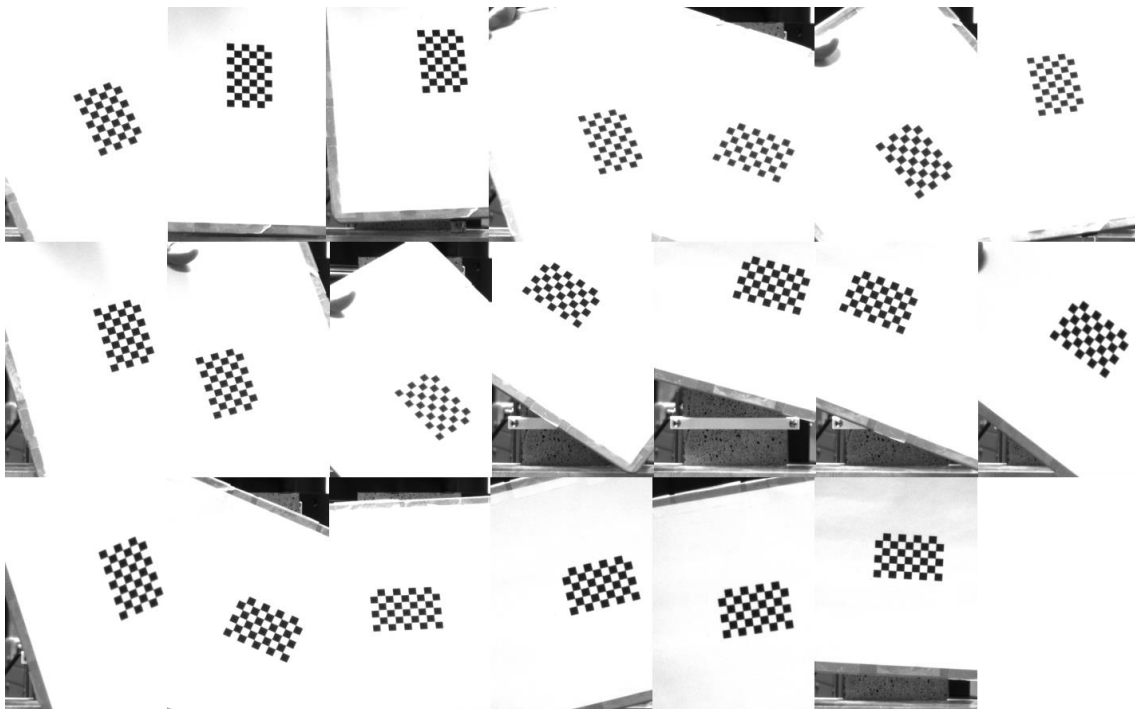


圖 5-4 右相機拍攝之校正影像

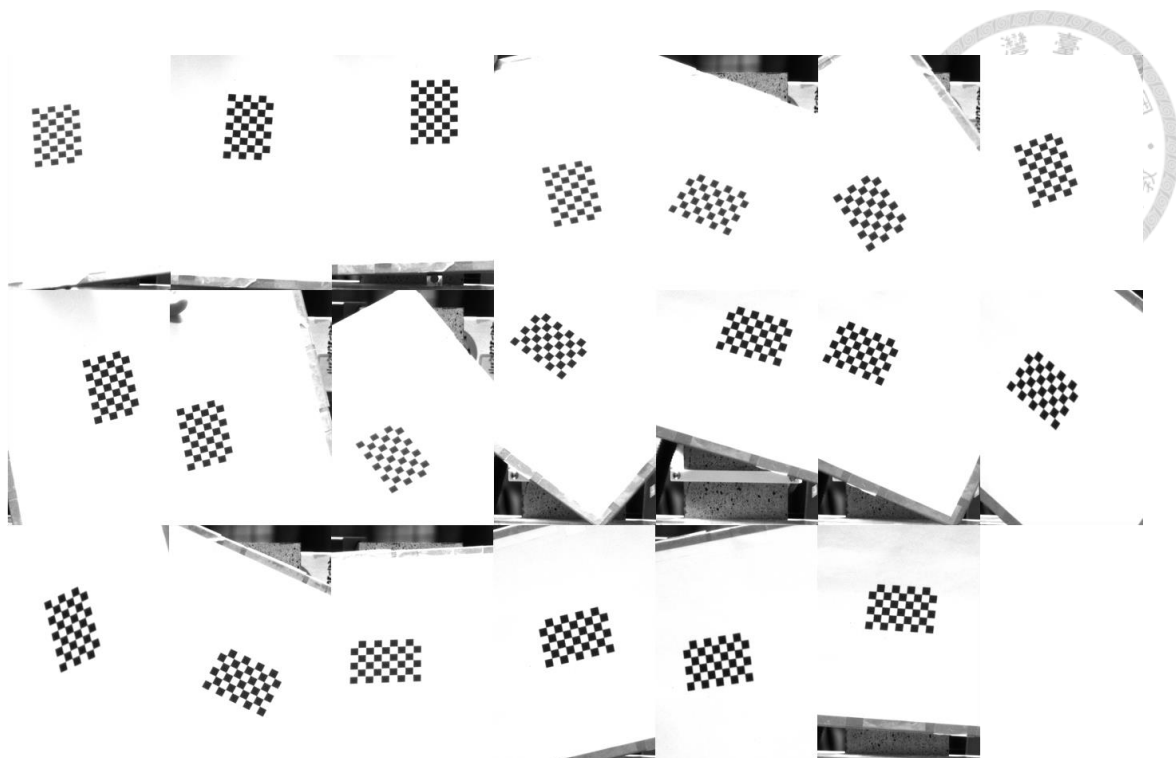


圖 5-5 左相機拍攝之校正影像

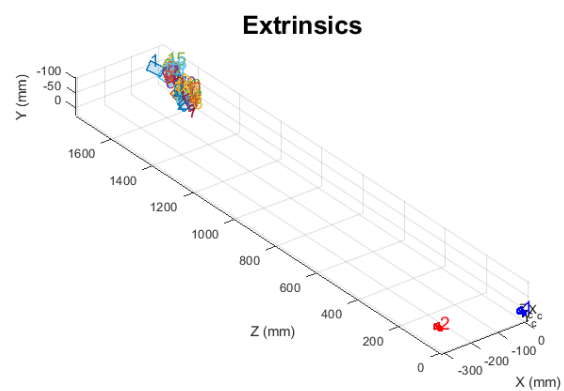
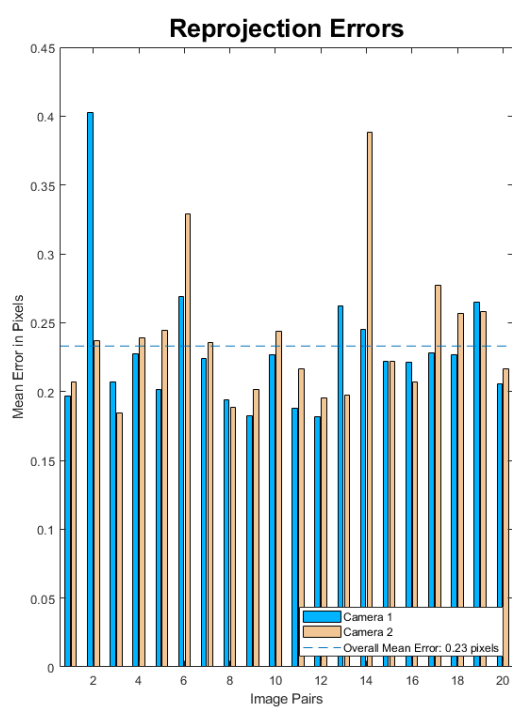


圖 5-6 校正的誤差及結果

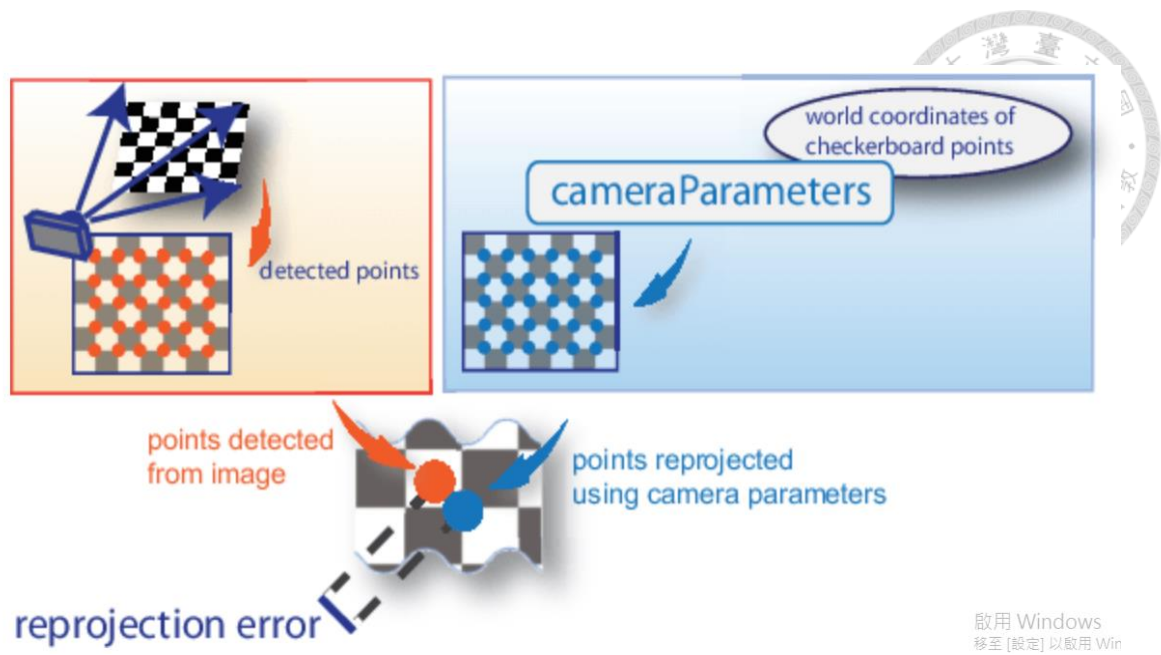


圖 5-7 重投影誤差示意圖(圖源：MathWorks)

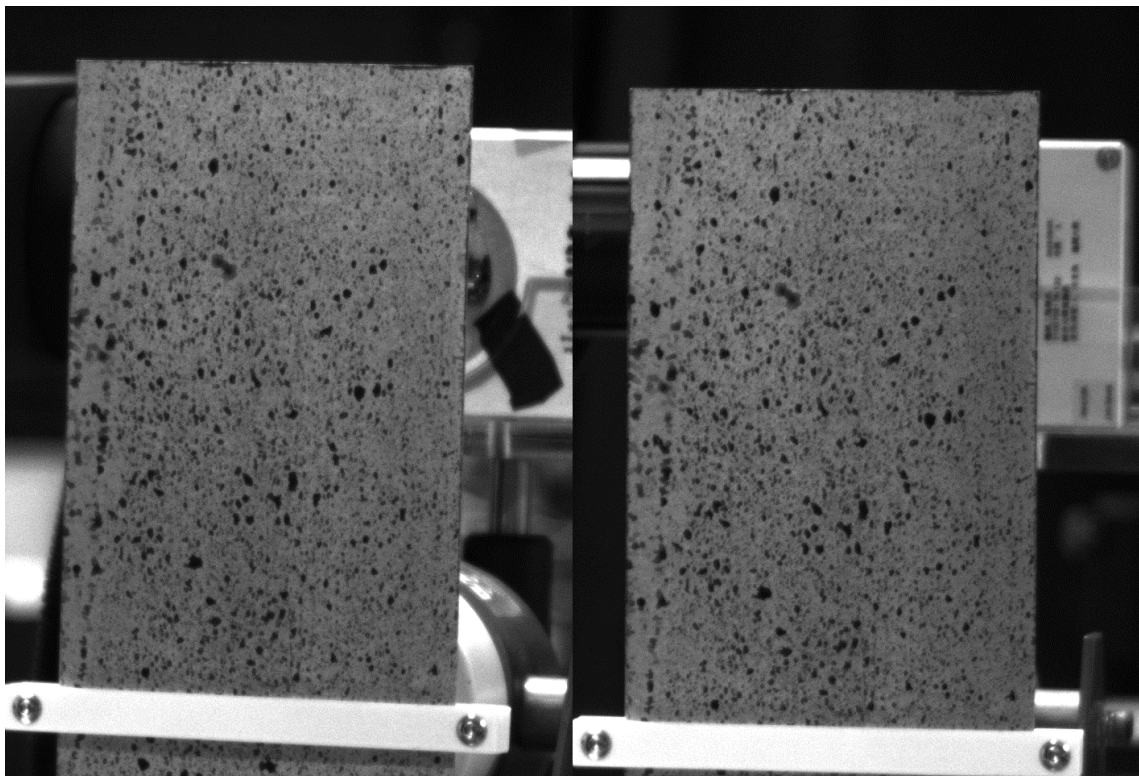


圖 5-8 左右相機拍攝之影像

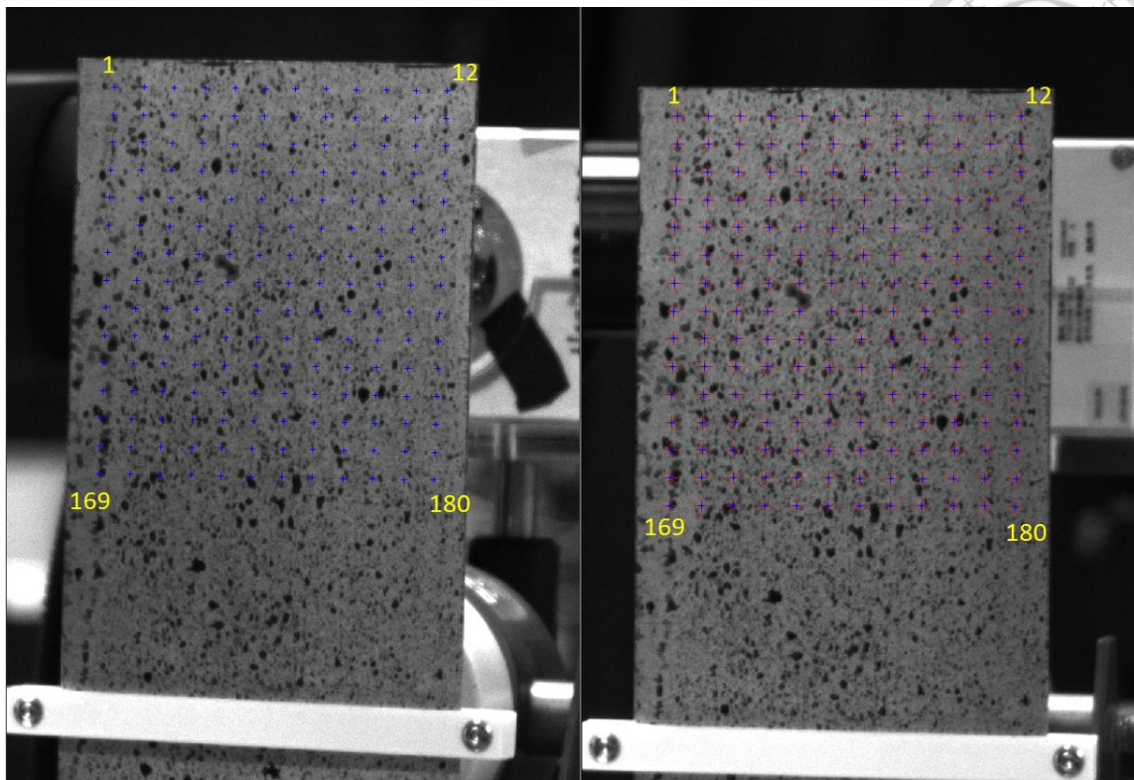


圖 5-9 左右影像中 180 個分析位置

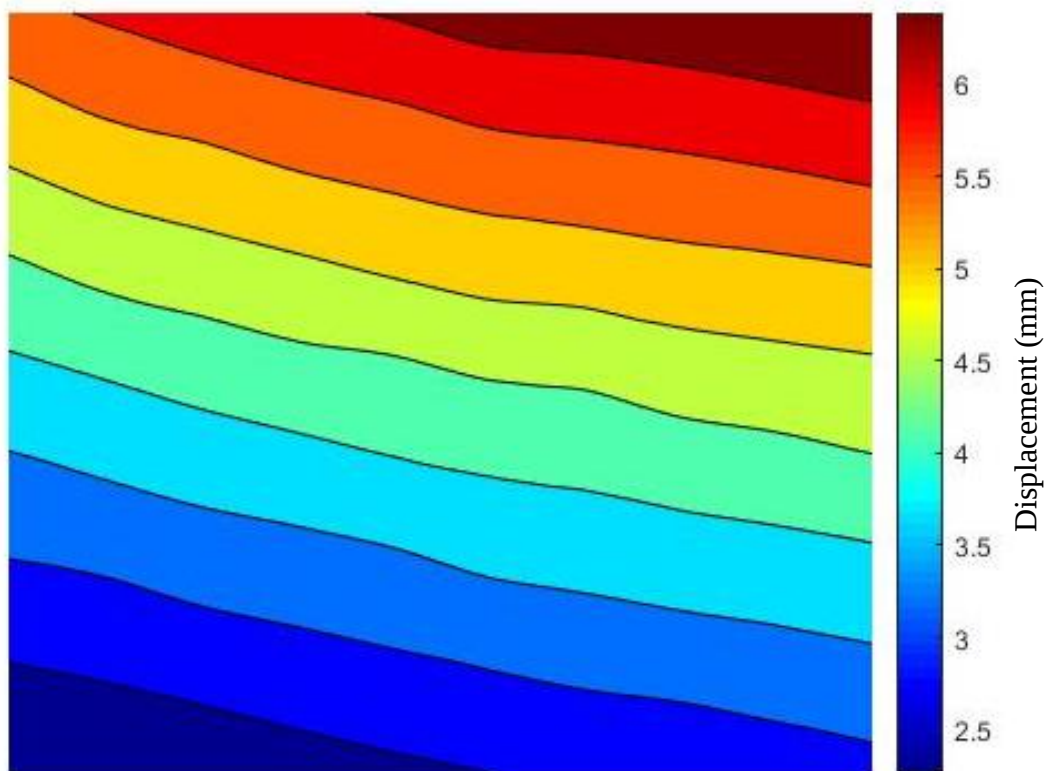


圖 5-10 LDV 量測之位移場結果

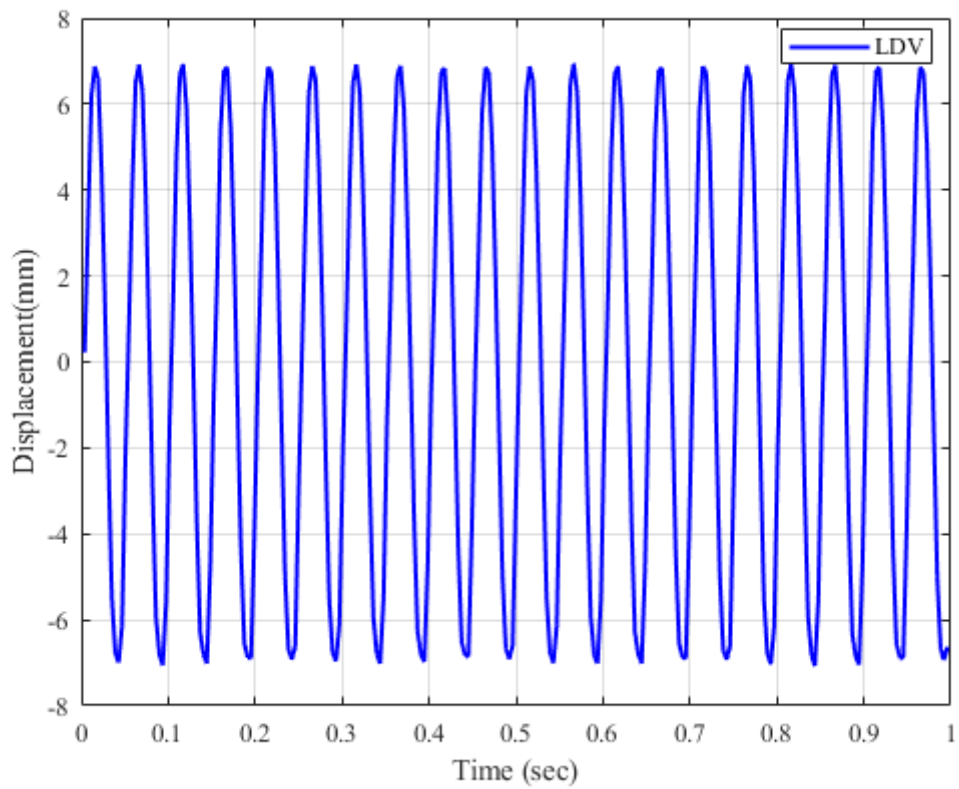


圖 5-11 LDV 之位移時域訊號

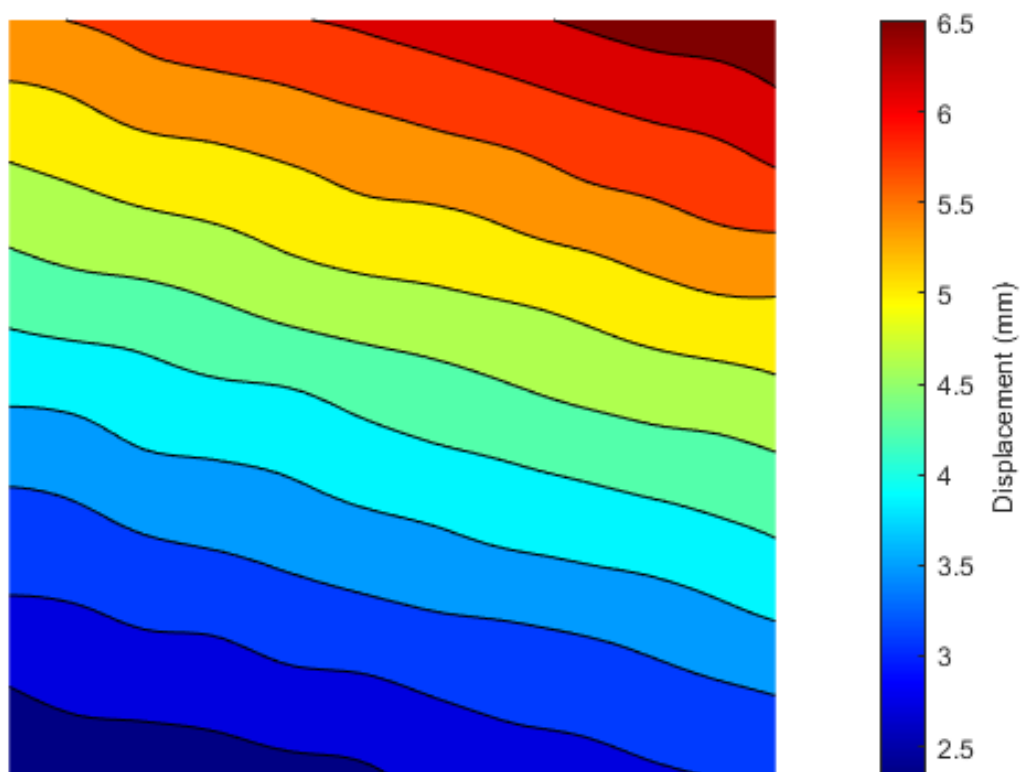


圖 5-12 未結合更新樣板子集合的 DIC 之位移場結果

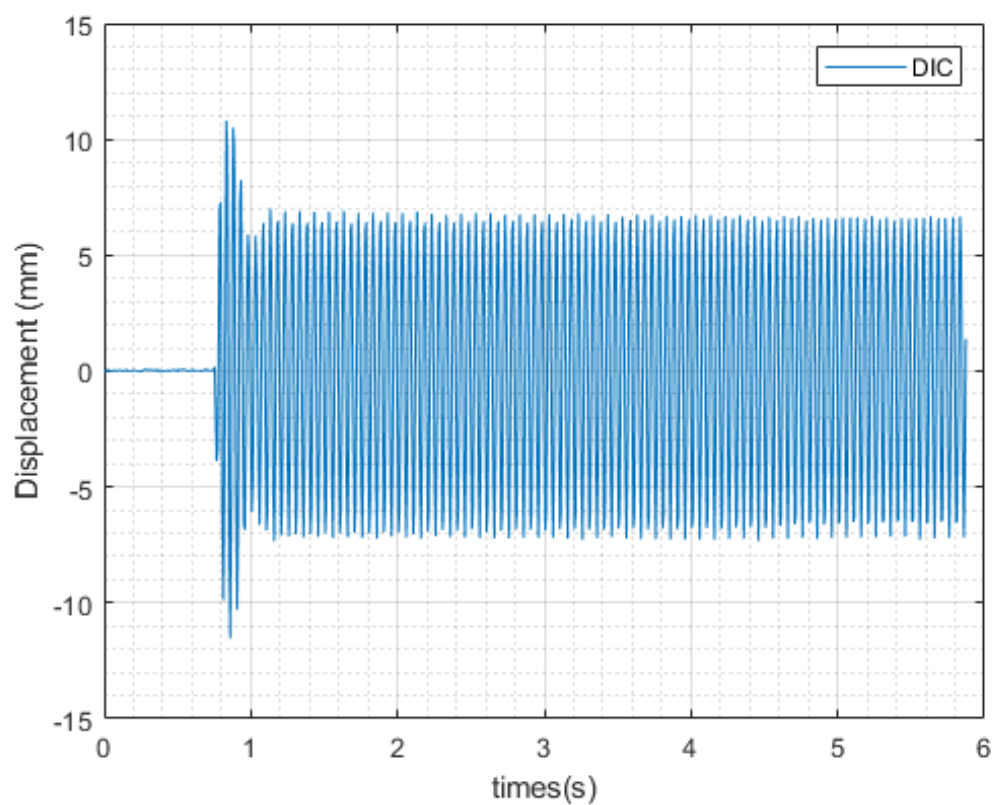


圖 5-13 未結合更新樣板子集合的 DIC 之位移時域訊號

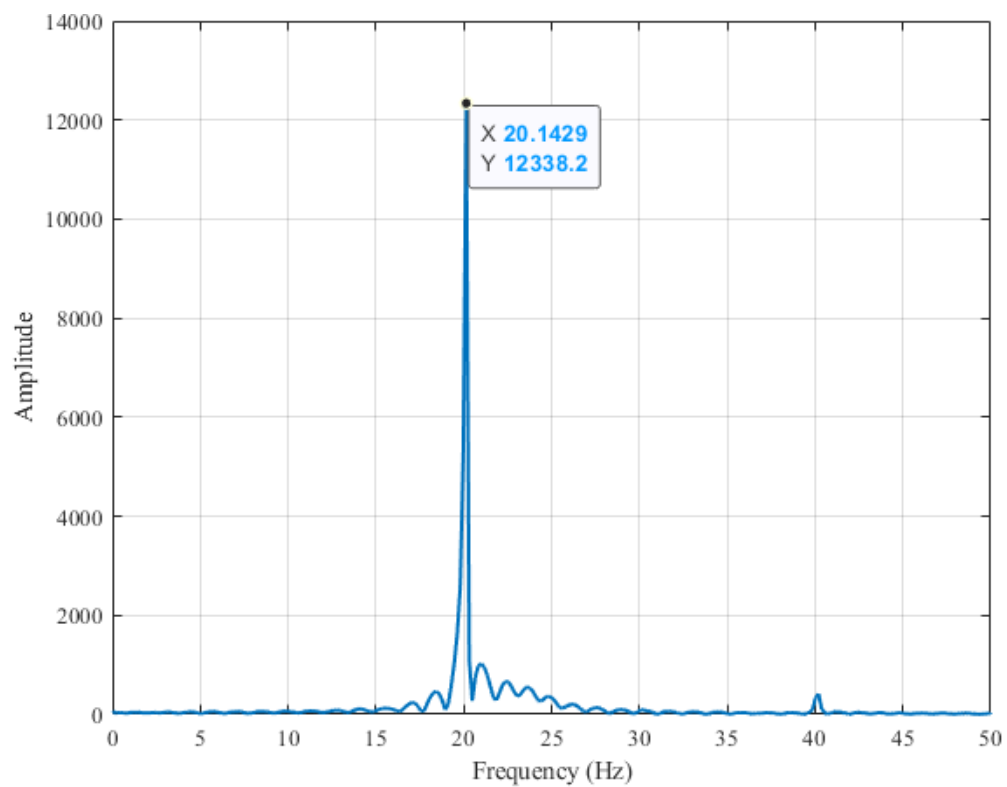


圖 5-14 未結合更新樣板子集合的 DIC 之位移頻域訊號(20 Hz)

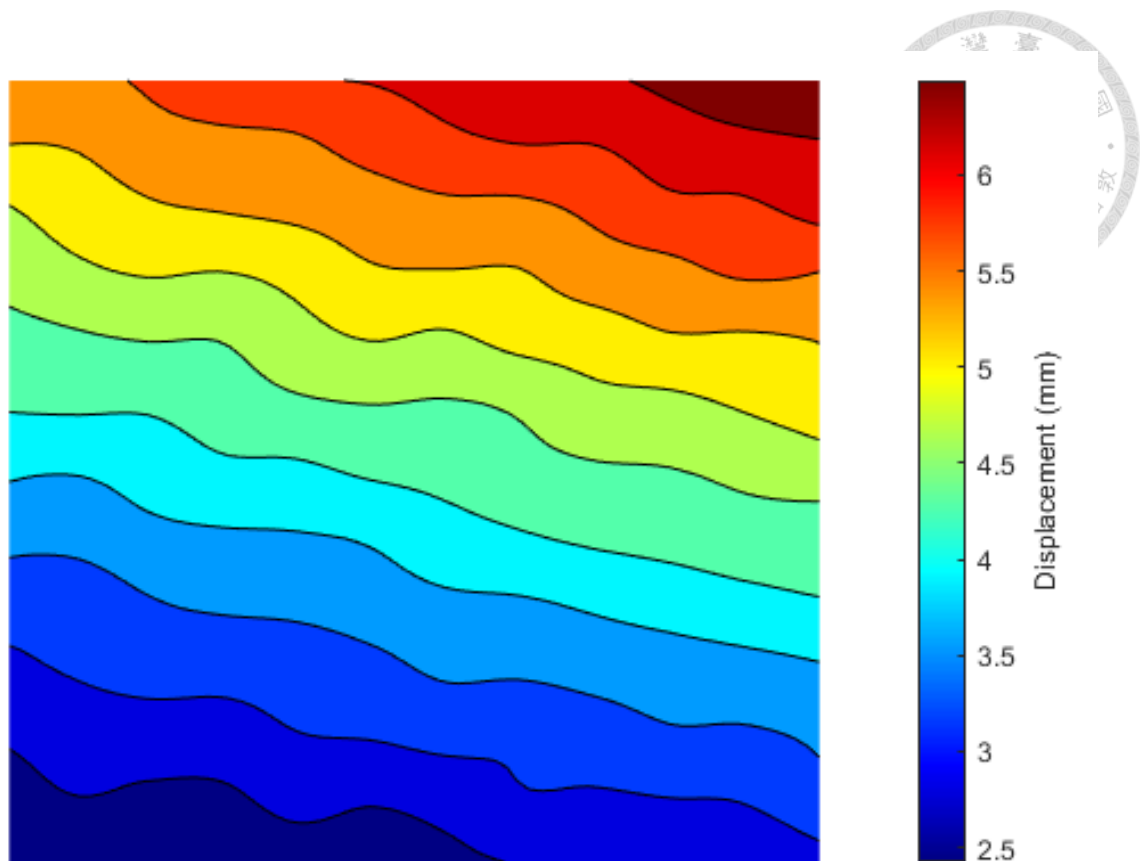


圖 5-15 結合更新樣板子集合與像素選擇策略的 DIC 之位移場結果

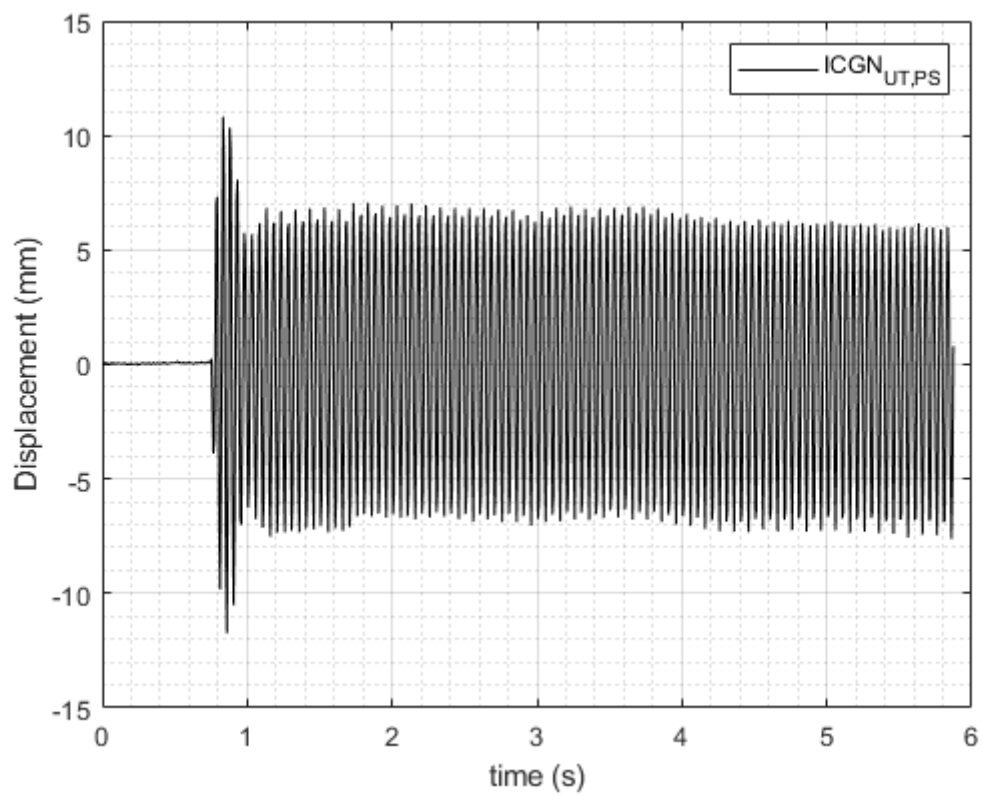


圖 5-16 結合更新樣板子集合與像素選擇策略的 DIC 之位移時域訊號

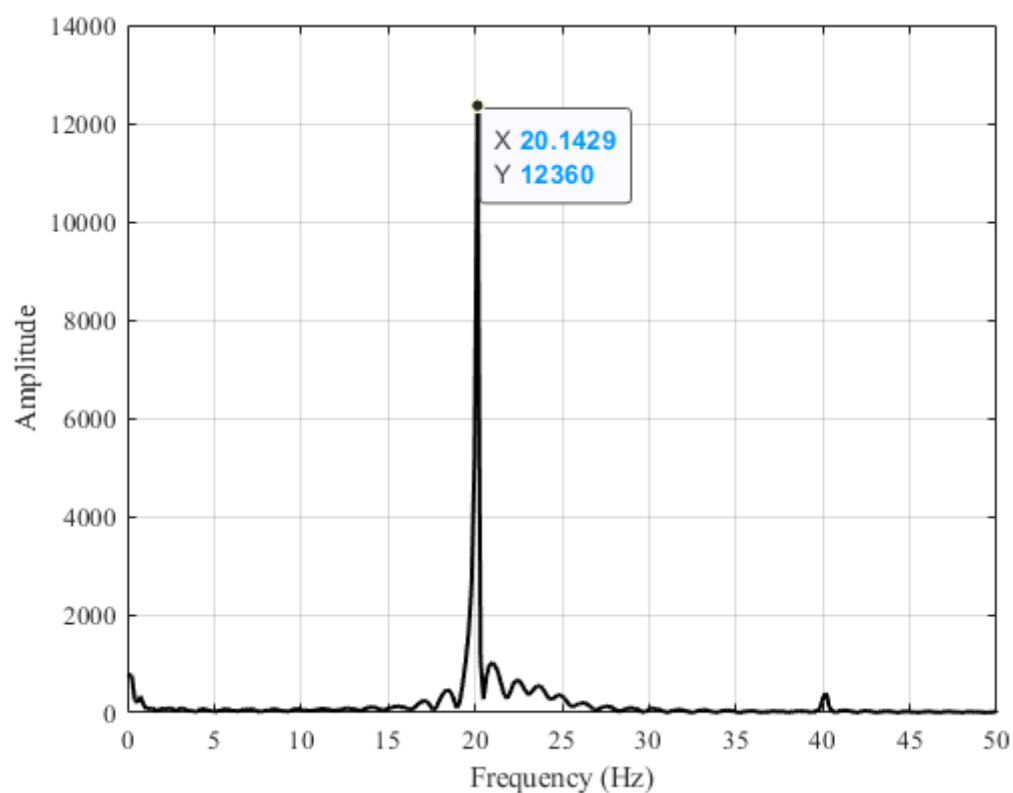


圖 5-17 結合更新樣板子集合與像素選擇策略的 DIC 之位移時域訊號(20 Hz)

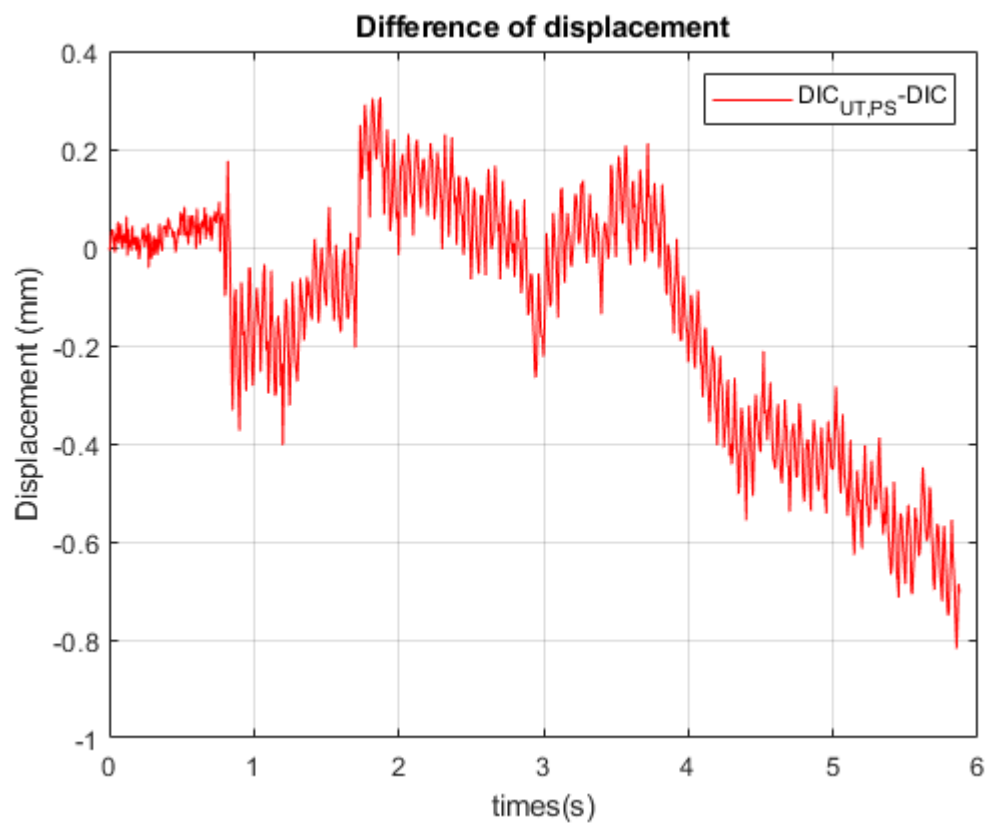


圖 5-18 兩方法的位移時域訊號相減結果

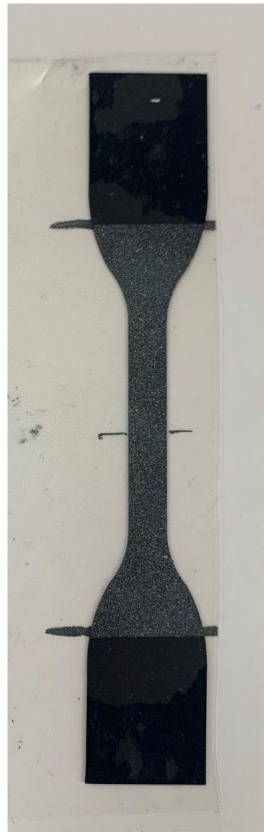


圖 5-19 拉伸試驗之試片外形尺寸示意圖



圖 5-20 夾持試片示意圖

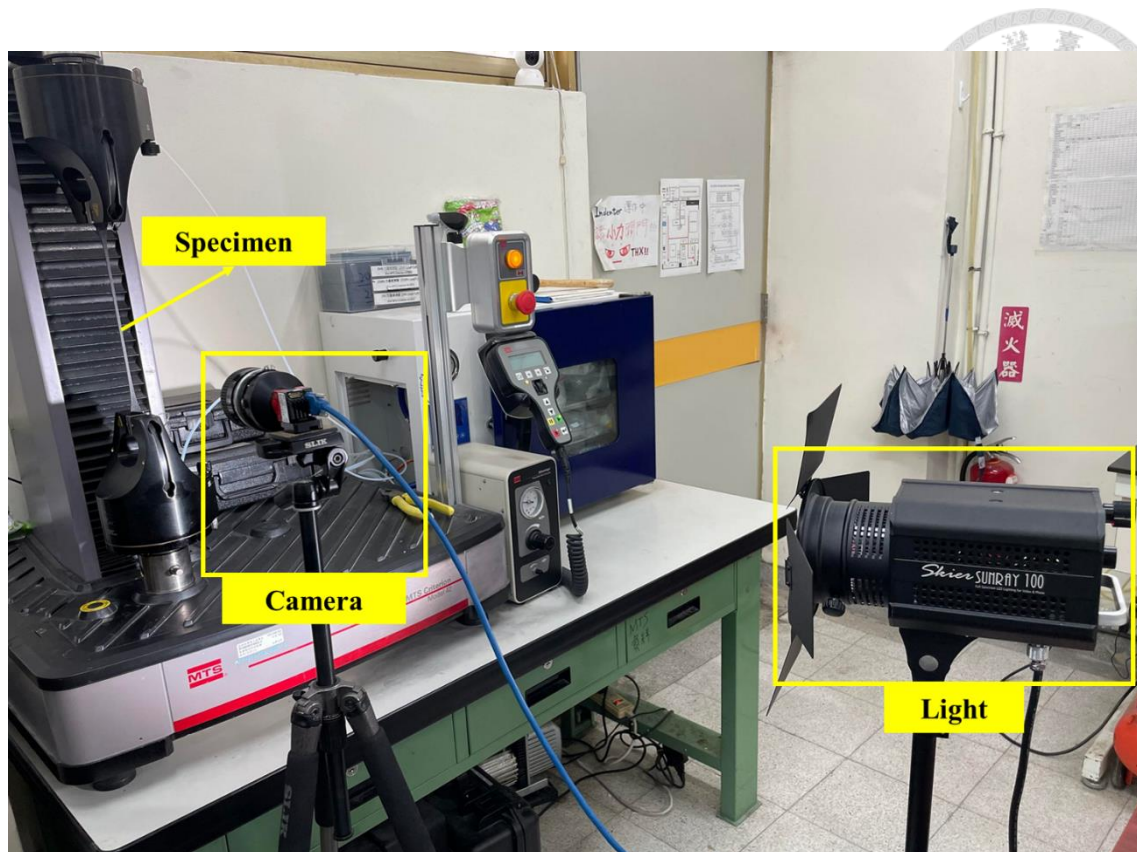


圖 5-21 拉伸試驗之實驗架設示意圖

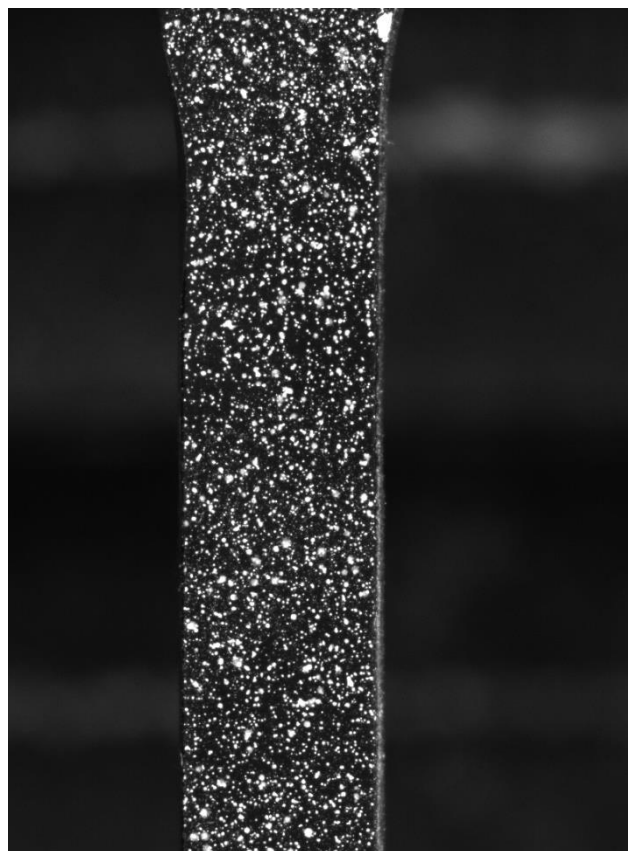


圖 5-22 拉伸試驗之拍攝影像示意圖

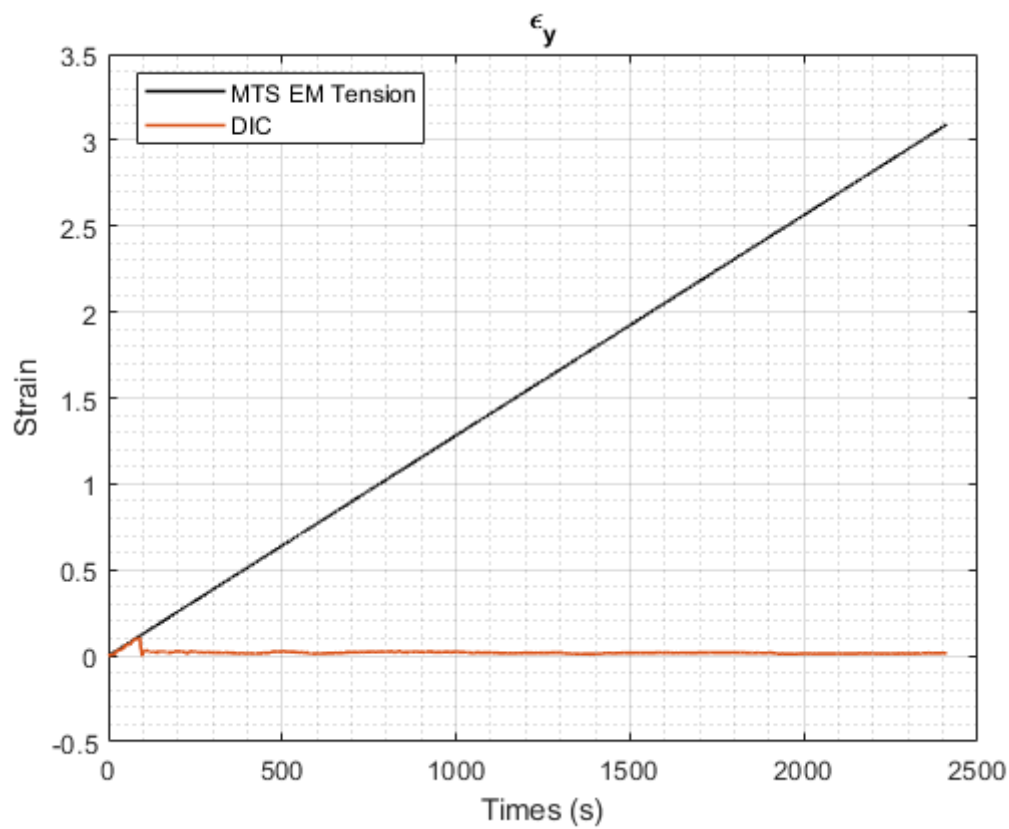


圖 5-23 原方法之縱向應變結果

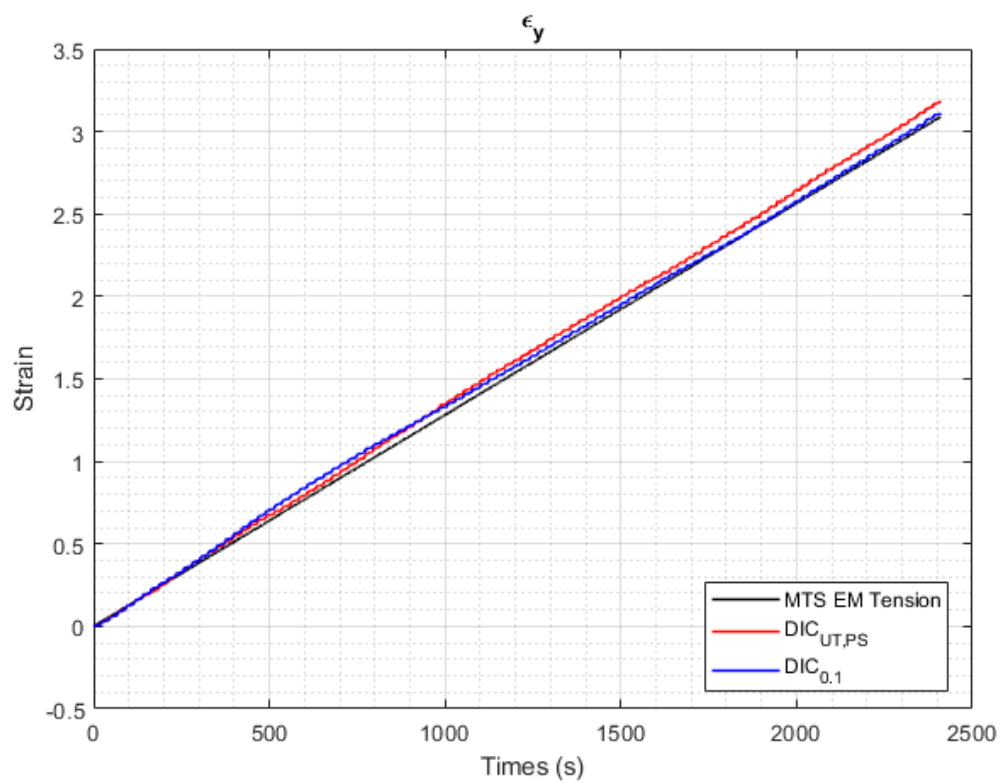


圖 5-24 拉伸試驗之縱向應變結果

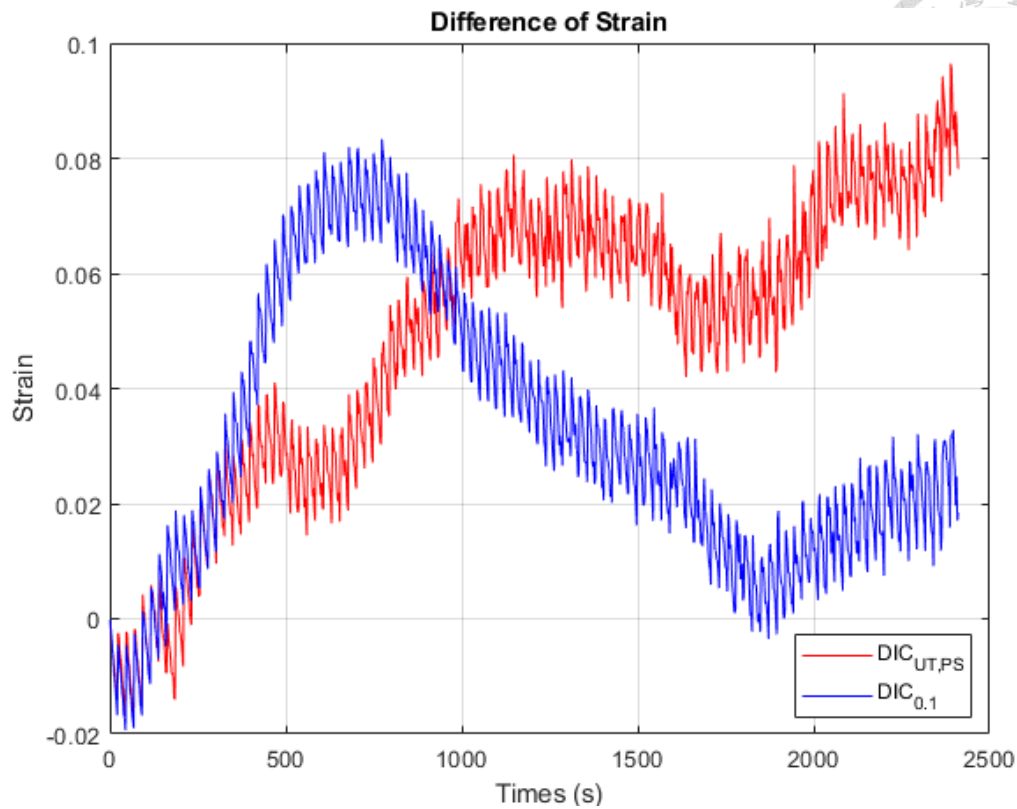


圖 5-25 拉伸試驗之縱向應變相減結果

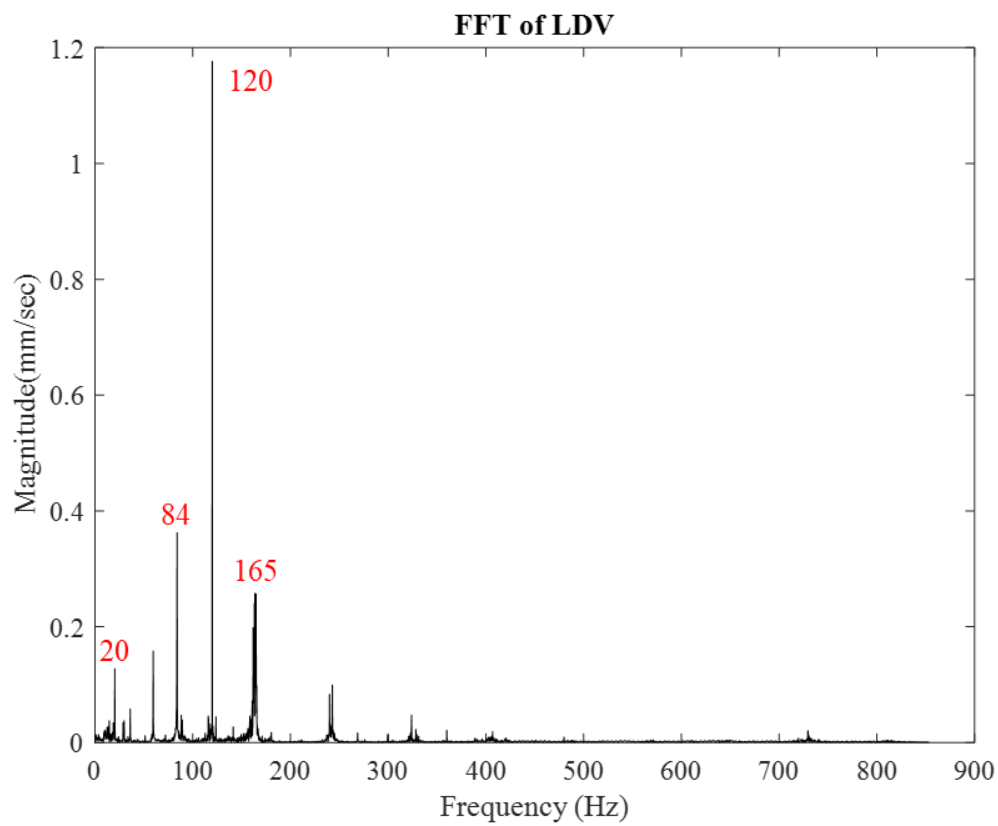


圖 5-26 LDV 量測拉伸試驗機之振動頻率

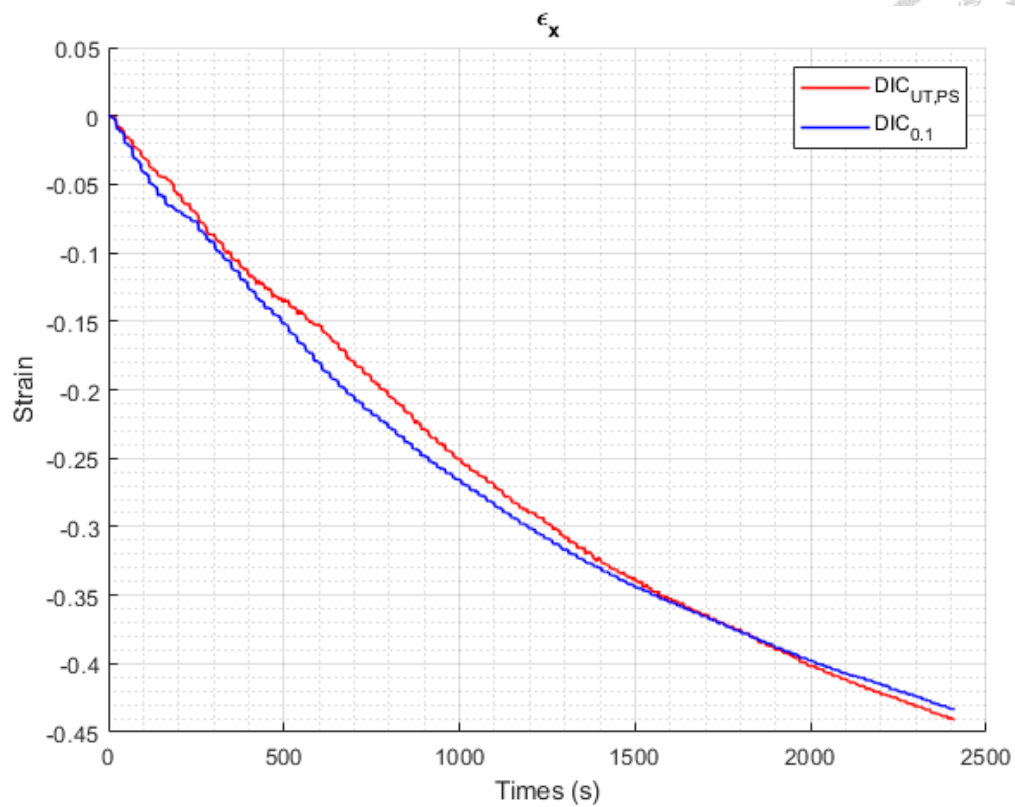


圖 5-27 拉伸試驗之橫向應變結果

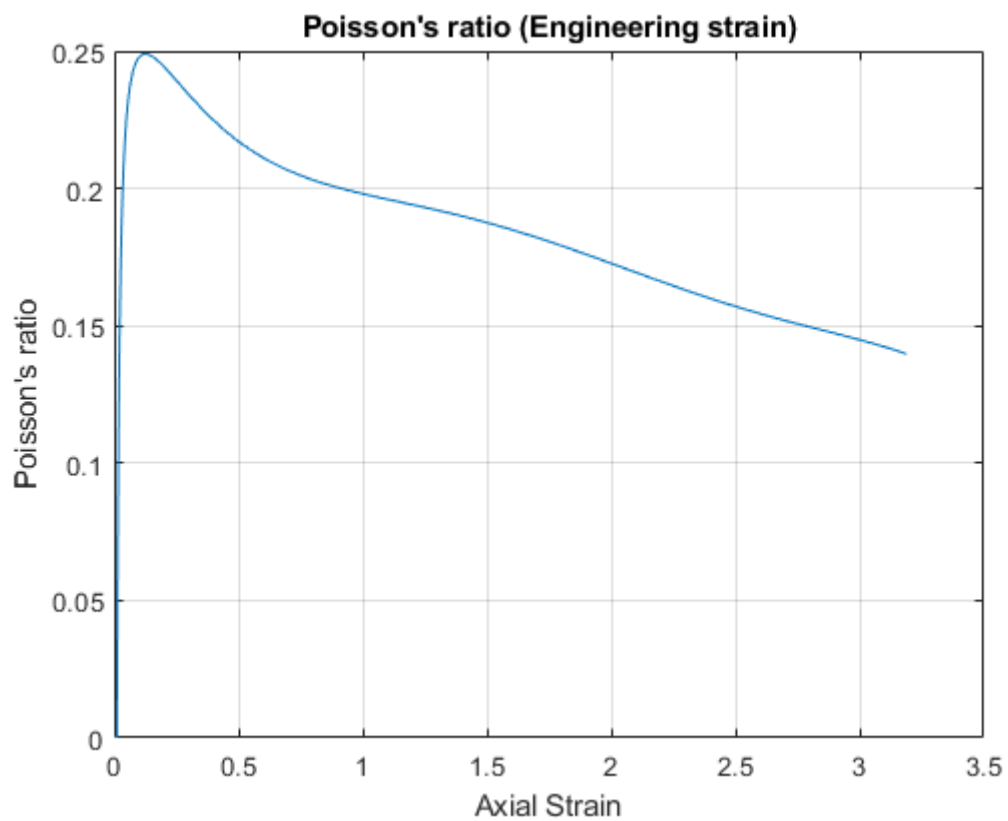


圖 5-28 蒲松比與縱向應變圖(工程應變)

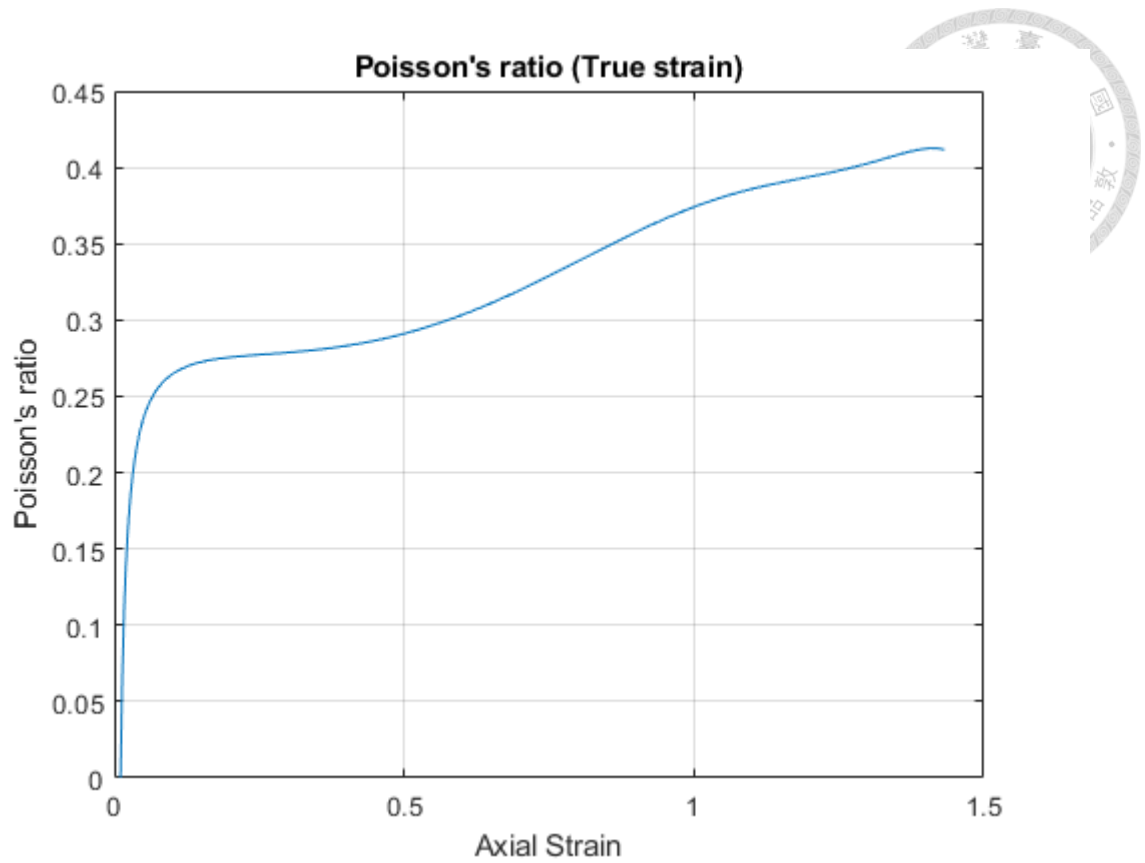


圖 5-29 蒲松比與縱向應變圖(真實應變)

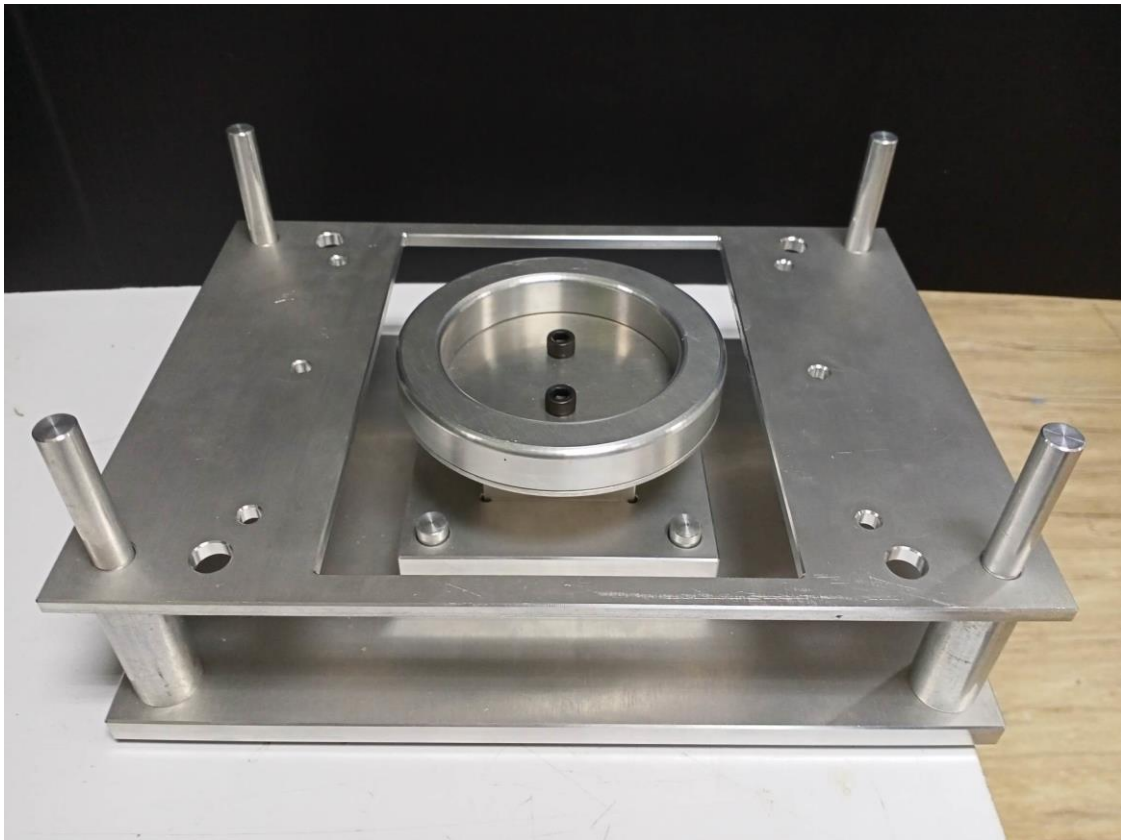


圖 5-30 繃膜治具

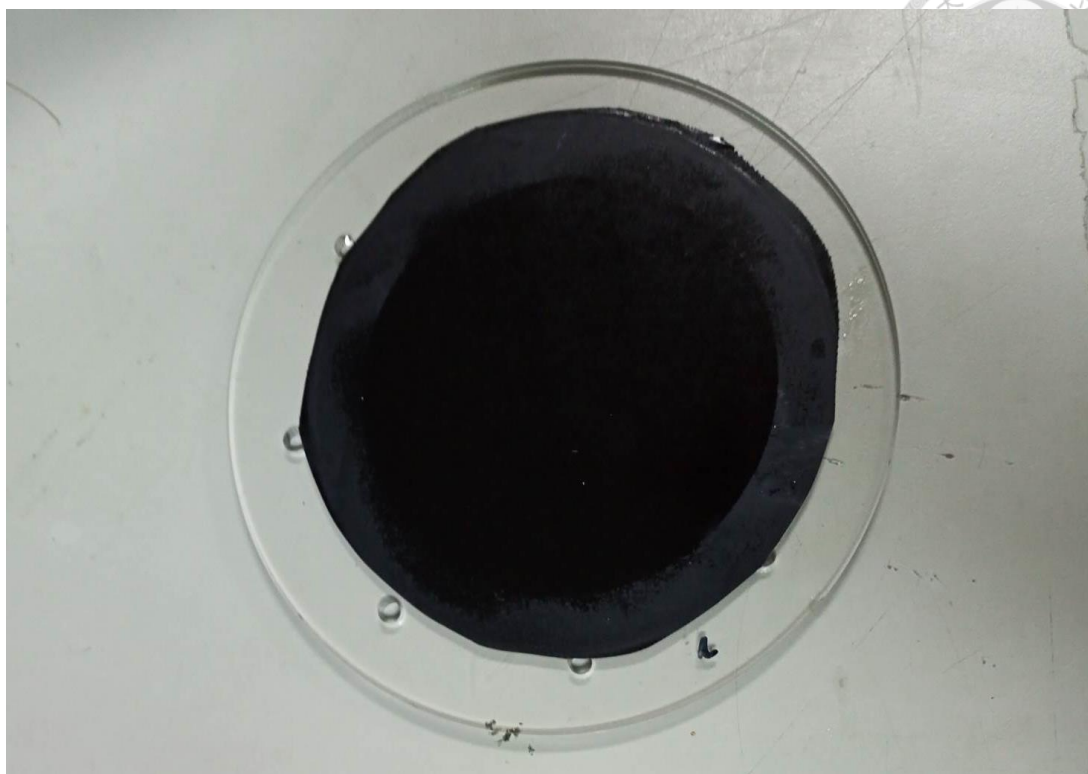


圖 5-31 繃膜實驗之試片

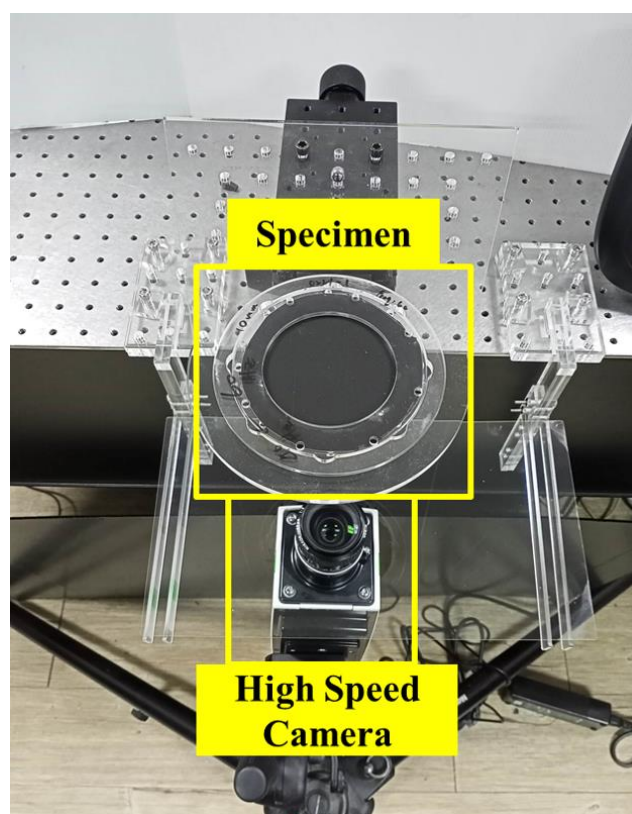


圖 5-32 薄膜試片架設圖

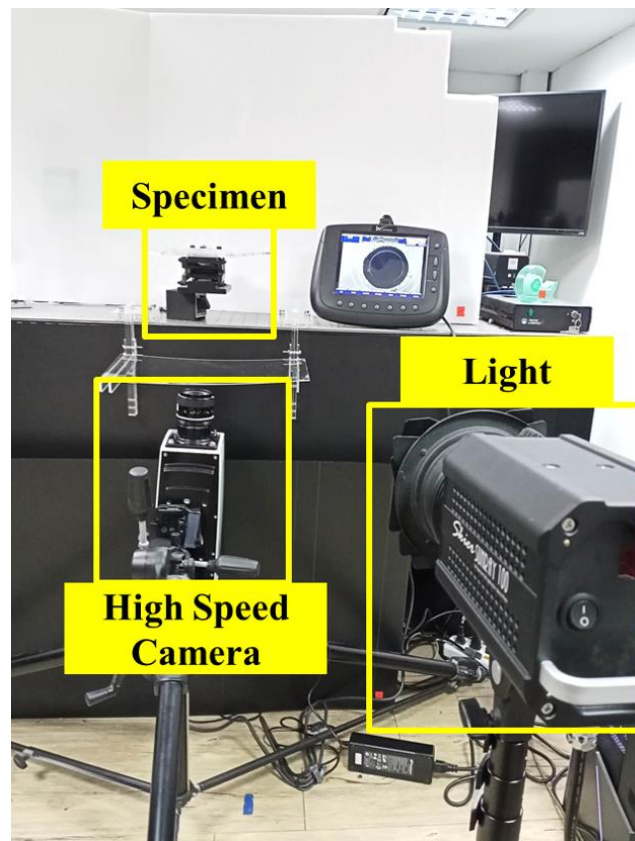


圖 5-33 鋼珠落擊薄膜實驗之實驗架設示意圖

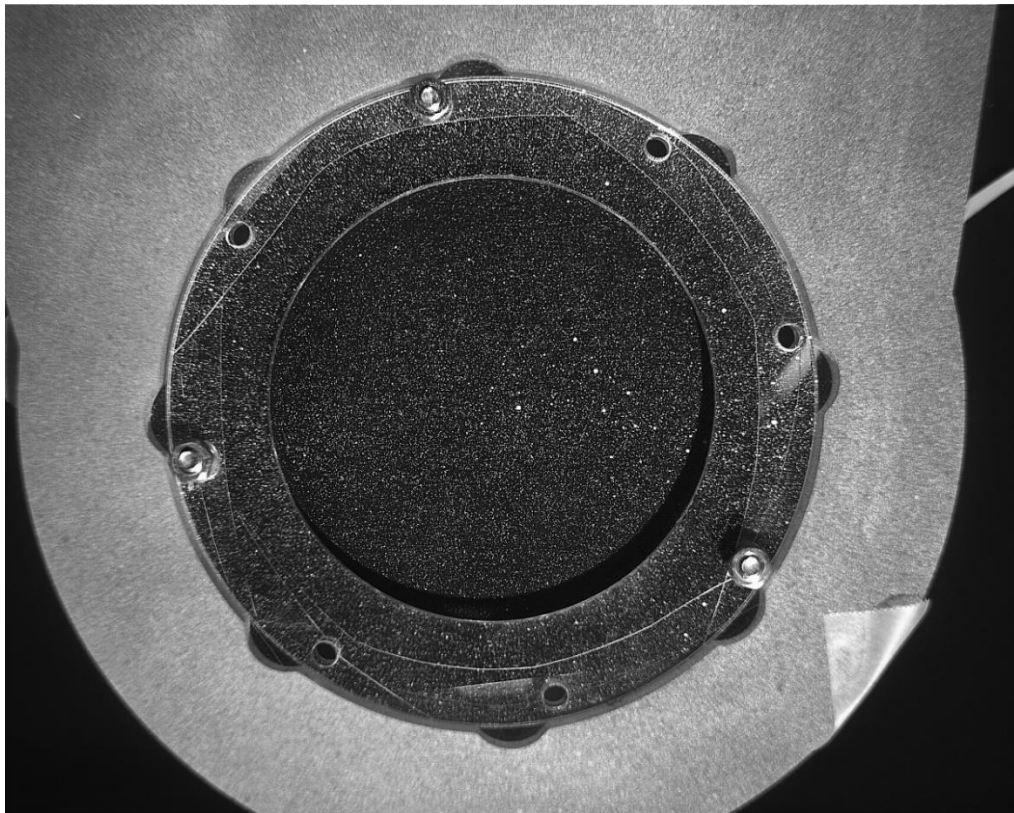


圖 5-34 拍攝薄膜影像示意圖

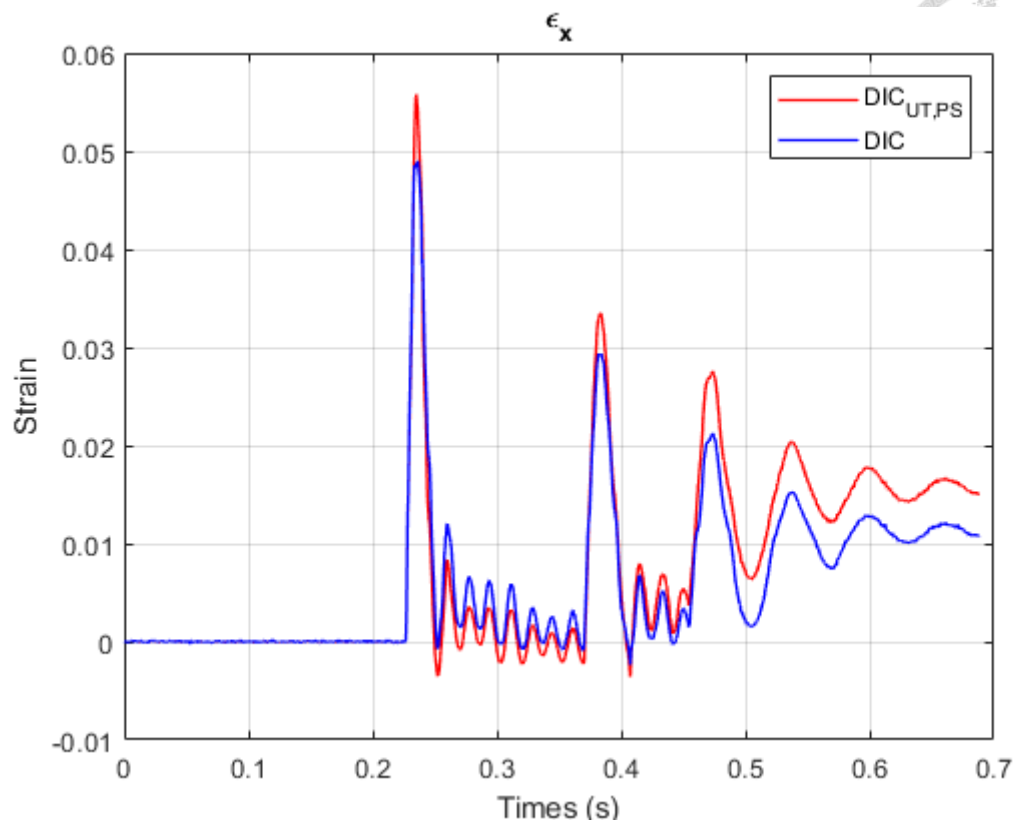


圖 5-35 鋼珠落擊薄膜實驗之橫向應變結果

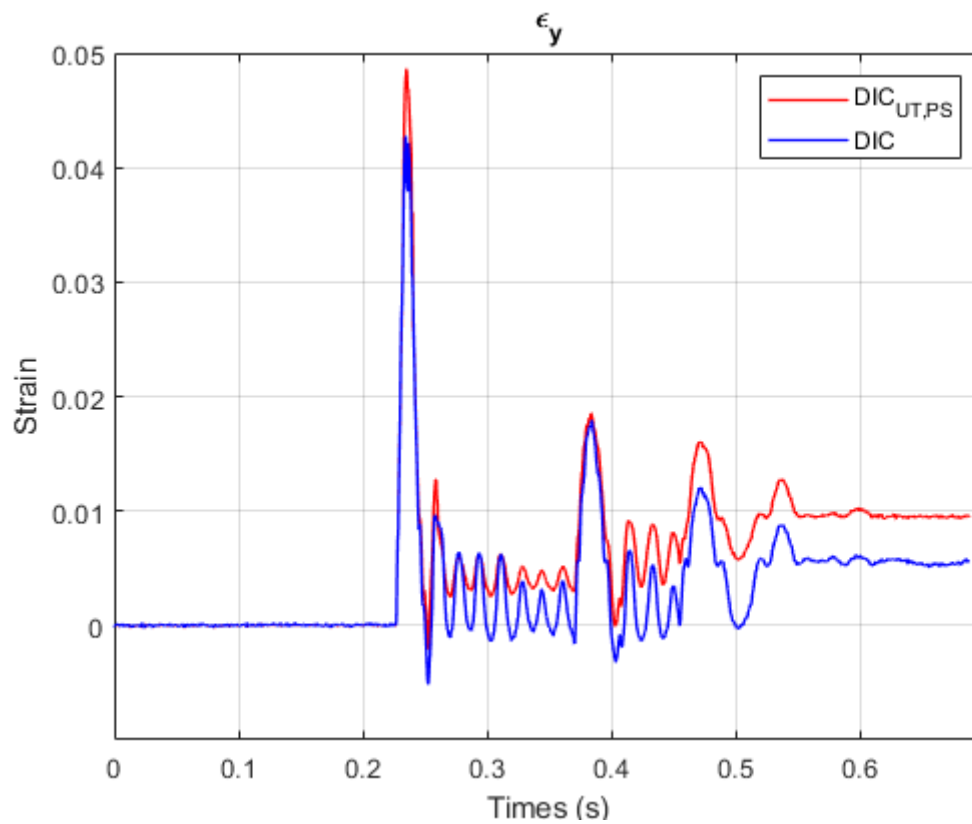


圖 5-36 鋼珠落擊薄膜實驗之縱向應變結果

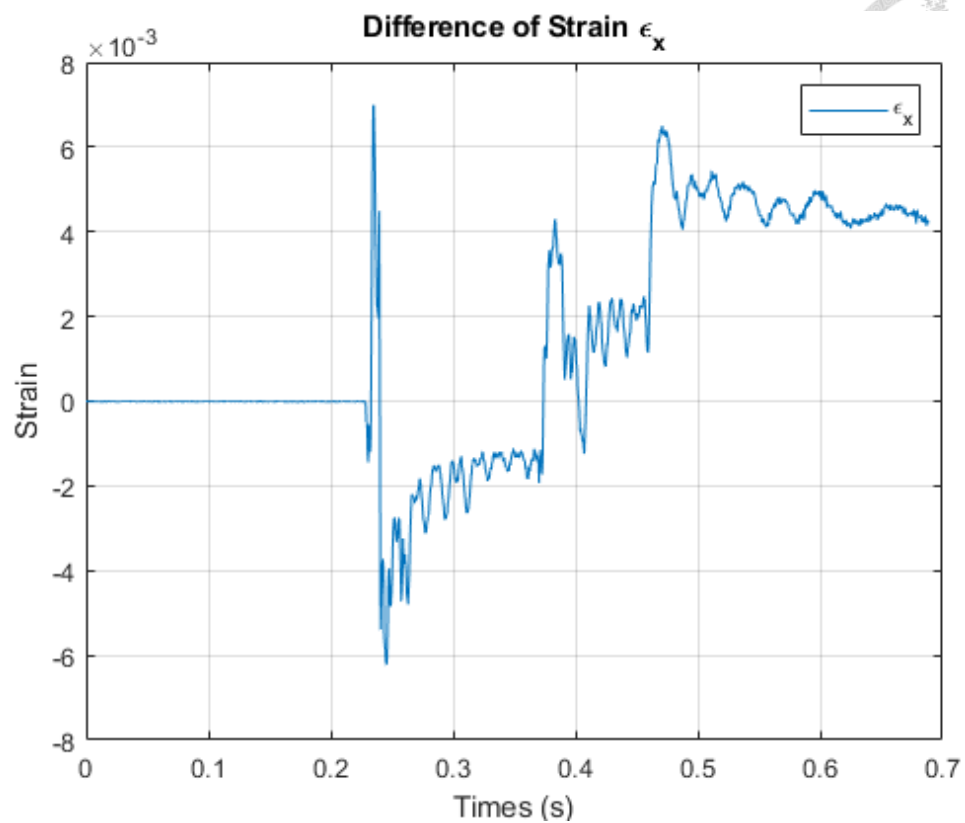


圖 5-37 鋼珠落擊薄膜實驗之橫向應變相減結果

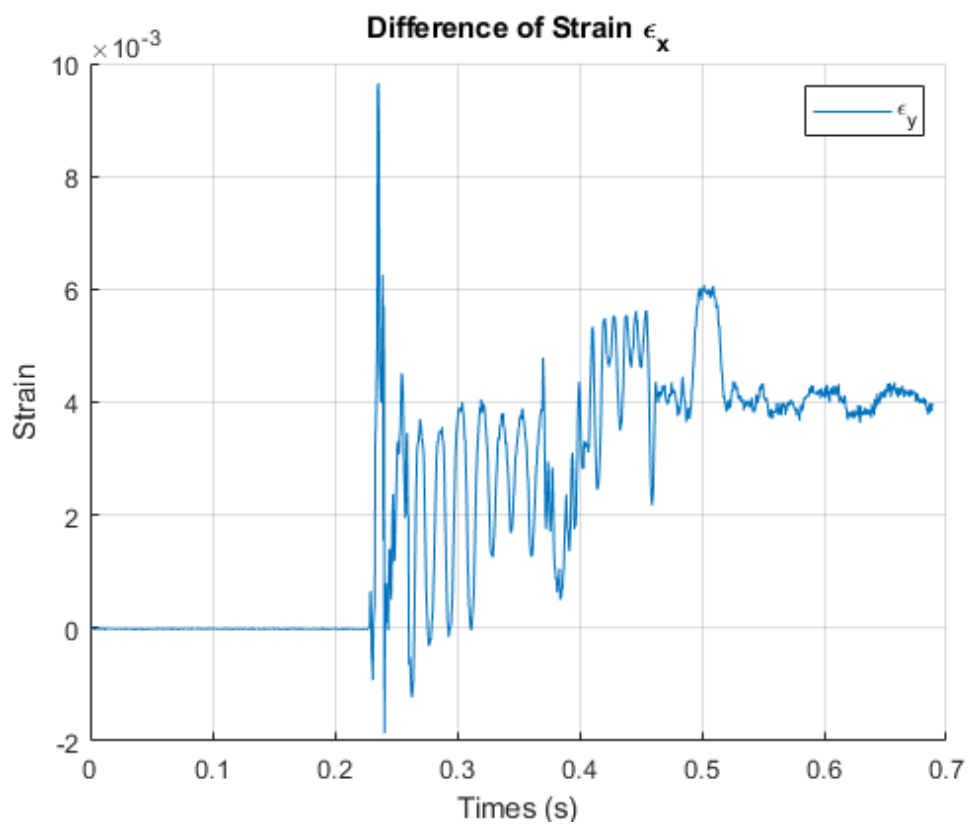


圖 5-38 鋼珠落擊薄膜實驗之縱向應變相減結果

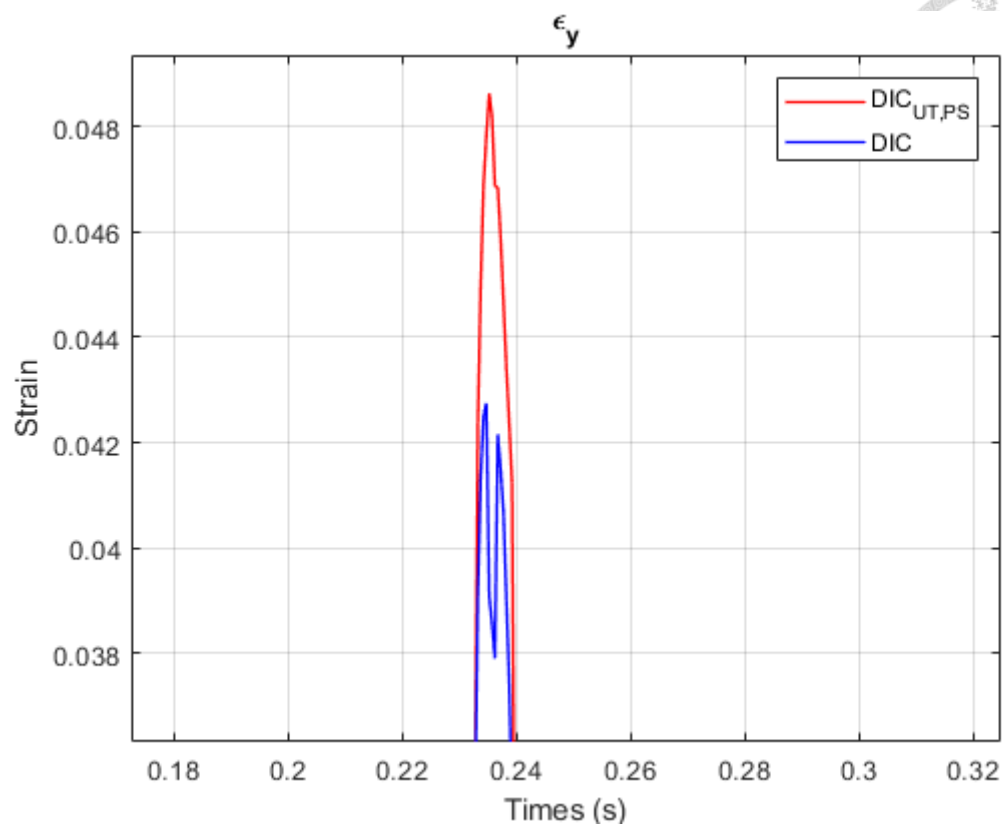


圖 5-39 局部縱向應變結果

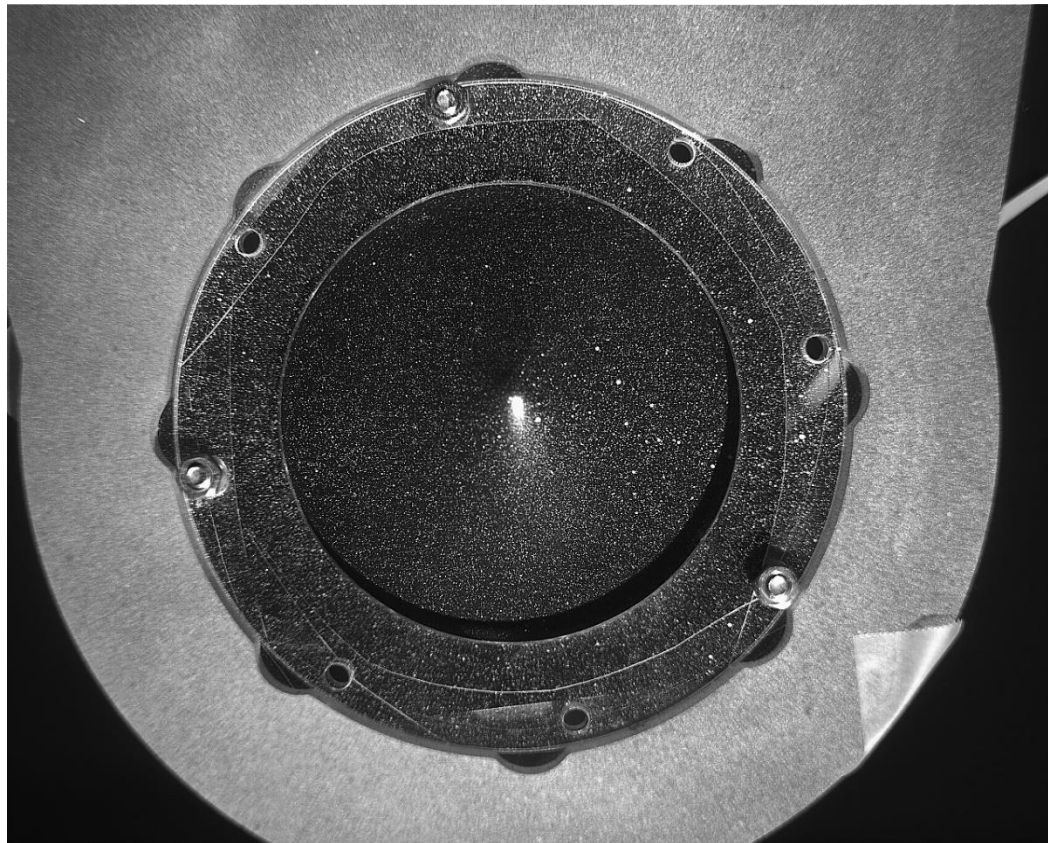


圖 5-40 鋼珠撞擊時之過曝現象

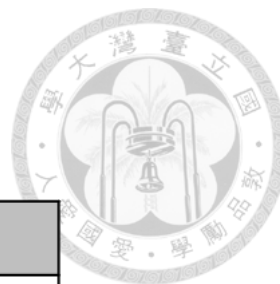


表 5-1 薄板尺寸與材料參數

Plate – Material (Al 6061)	
Density (kg/m ³)	2700
Young's modulus (GPa)	69
Poisson's ratio	0.33
Plate – Geometry	
Length (mm)	250
Width (mm)	100
Thickness (mm)	1

表 5-2 振動量測之量測結果

	Maximum Displacement (mm)	RMSE (mm)	Time cost (s/frame)	Increment of Speed
DIC	6.9940	0.2843	110.510	+0%
DIC-UT,PS	7.0570		99.958	+9.55%

表 5-3 拉伸試驗之量測結果

	Maximum Strain	RMSE	Time cost (s)	Increment of Speed
DIC	3.1094	0.0396	648.879	+0%
DIC-UT,PS	3.1702	0.0550	529.688	+18.36%

表 5-4 鋼珠落擊薄膜實驗之量測結果

	Maximum Strain (ϵ_x, ϵ_y)	RMSE	Time cost (s)	Increment of Speed
DIC	(0.0490, 0.0427)	0.0034	778.222	+0%
DIC-UT,PS	(0.0558, 0.0486)		746.463	+4.08%

第六章 結論與未來展望



本論文主要探討數位影像相關法的自動特徵擷取及效能提升，在第三章利用不同影像處理的方法獲取並篩選特徵，並以各種實驗影像作為測試特徵篩選的準確性，在第四章利用更新樣本子集合及像素選擇方法提升數位影像相關法的計算效率，並以電腦生成之斑點影像來驗證速度提升的多寡及精度的表現，第五章則運用三種實驗量測驗證數位影像相關法結合更新樣本子集合及像素選擇的運算效率及精度，本章將歸納本研究之結果，並提出未來可能的研究方向。

6.1 結論

依據章節的順序，本論文有以下成果及討論：

1. 在獲取手動標記之斑點特徵時，利用影像前處理、結合前景影像及圓形霍夫轉換可以有效的獲取目標特徵，且可以避免位於前景邊緣的特徵與背景相連而被遺漏，但同時也獲取很多非目標特徵，需再透過篩選的方法過濾特徵。
2. 自動獲取特徵的方法中，影像前處理及圓形霍夫轉換皆基於半窗格大小來保留特徵，因此選擇適當的半窗格大小相當重要，選擇不當會導致無法準確獲取所有目標特徵。
3. 在特徵篩選時，目標特徵必位於前景上，透過大津演算法將影像二值化並分為前景及背景，可以過濾多數在背景上的非目標特徵，再根據剩餘特徵周圍 5×5 區域的亮度值作為判斷標準，利用中值絕對離差篩選掉離群值的特徵，即可成功在所有測試影像中篩選出目標特徵。
4. 數位影像相關法中使用更新樣本子集合的方法時，因為更新後的樣本子集合和初始影像的樣本子集合已有變化，需要透過應變轉換公式才能準確求得實際的應變量。
5. 更新樣本子集合的閾值設定，經過斑點大小為 2 且斑點覆蓋率為 40% 的電腦生成之斑點影像測試，以相關係數值為 0.9 作為更新的閾值，所得精度與未使



用更新樣板子集合方法的數位影像相關法相近且提升速度效果最佳，同時也可以量測大應變的情況。

6. 輸入影像尺寸、半窗格大小皆會影響計算效率，影像尺寸越大則提升速度的幅度越小，半窗格越大則提升速度的幅度越大；而搜尋窗格大小會些微影響運算時間，但與提升的速度量並無明顯的關係；多點追蹤的提升速度量皆大於單點追蹤時的提升速度量，且維持在較相近的區間。
7. 經過斑點大小為 2 且斑點覆蓋率為 40% 的電腦生成之斑點影像測試，將像素選擇策略引入結合更新樣板子集合(C_{th} 為 0.9)的數位影像相關法，可以再提升約 3% 的計算速度，且精度方面與結合更新樣板子集合的數位影像相關法接近。
8. 在振動量測實驗中，結合更新樣板子集合與像素選擇策略的數位影像相關法在硬體設備完全相同的狀況下提升約 9.55% 的運算速度，但在穩態情況下最大的偏移達 0.8075 mm，約為穩態之最大位移的 11.5%，且有誤差逐漸累積並放大的情形。
9. 在拉伸實驗量測中，結合更新樣板子集合與像素選擇策略的數位影像相關法在硬體設備完全相同的狀況下提升約 18.36% 的運算速度，能成功量測較大變形的情況，且在實際最大應變約為 3 的情況下，相較於「未結合更新樣板子集合」的數位影像相關法，其量測應變之方均根誤差僅多 0.0154。
10. 在鋼珠落擊薄膜實驗量測中，結合更新樣板子集合與像素選擇策略的數位影像相關法在硬體設備完全相同的狀況下提升約 4.08% 的運算速度，且能夠避免鋼珠撞擊試片造成的影響，準確量測試片在高速衝擊下的暫態變化，但此實驗量測之應變較小，累積誤差的狀況較為明顯。



6.2 未來展望

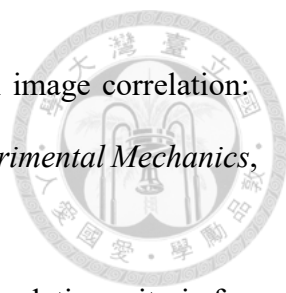
綜合本研究之成果與過程中遇到的問題，在此提出改進的可能性及此研究題目未來的方向：

1. 隨著機器學習的發展，卷積神經網路(Convolutional Neural Networks, CNN)在影像領域得到廣泛應用，利用獲取的特徵影像使用卷積神經網路進行影像分類，或透過 k-平均演算法(K-means clustering)分析特徵影像中的資訊並進行分群，或許能夠有效的區分多種不同特徵。
2. 目前自動獲取特徵是基於半窗格大小進行挑選，若將卷積神經網路中的 YOLO、Fast-RCNN 或 SSD 模型與數位影像相關法結合並進行物件偵測，或許能同時辨別不同特徵且自動挑選適合的半窗格大小，使數位影像相關法達到完全自動化的效果。
3. 可以針對結合更新樣本子集合的閾值選擇訂定 SOP，使得在不同密度的斑點測試影像或不同實驗情況下，能有更適合的閾值進行數位影像相關法的分析。
4. 結合更新樣本子集合與像素選擇策略的數位影像相關法在實際實驗中會有明顯的累積誤差，或許可以透過分析每次更新樣本子集合與其造成誤差的關係來進行誤差補償，使得此方法能克服累積誤差的問題，並有效地提升運算速度。
5. 本研究是使用 MATLAB 語言來撰寫數位影像相關法的程式，MATLAB 的語法相較於其他程式語言簡單，且有大量的函式庫可以使用，而 C 語言在撰寫上相對複雜，但在效率、時間及記憶體使用上會優於 MATLAB，若使用 C 語言來撰寫數位影像相關法的程式，或許能夠大幅提高運算效率並更好的應用在即時量測上。

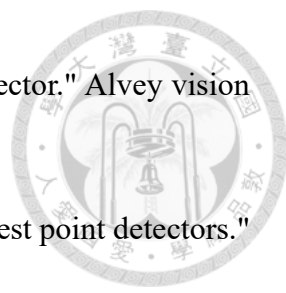
Reference



- [1] W. H. Peters and W. F. Ranson. "Digital imaging techniques in experimental stress analysis", *Optical Engineering*, vol. 21, no. 3, p. 213427, 1982.
- [2] M. A. Sutton, W. J. Wolters, W. H. Peters, W. F. Ranson and S. R. McNeill, "Determination of displacements using an improved digital correlation method", *Image and Vision Computing*, vol. 1, no. 3, pp. 133-139, 1983.
- [3] W. H. Peters, W. F. Ranson, M. A. Sutton, T. C. Chu and J. Anderson," Application of digital correlation methods to rigid body mechanics", *Optical Engineering*, vol. 22, no. 6, p. 226738, 1983.
- [4] T. C. Chu, W. F. Ranson, and M. A. Sutton, "Applications of digital image correlation techniques to experimental mechanics", *Experimental Mechanics*, vol. 25, no. 3, pp. 232-244, 1985.
- [5] M. A. Sutton, C. Mingqi, W. H. Peters, Y. J. Chao and S. R. McNeill, "Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis", *Image and Vision Computing*, vol. 4, no. 3, pp. 143-150. 1986.
- [6] H. A. Bruck, S. R. McNeill, M. A. Sutton and W. H. Peters Iii, "Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction", *Experimental Mechanics*, vol. 29, no. 3, pp. 261-267, 1989.
- [7] B. Pan, H. M. Xie, B. Q. Xu and F. L. Dai, "Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation," *Measurement Science and Technology* vol. 17, no. 6, p. 1615, 2006.
- [8] G. Vendroux and W. G. Knauss, "Submicron deformation field measurements: Part 2. Improved digital image correlation", *Experimental Mechanics*, vol. 38, no. 2, pp. 86-92, 1998.

- 
- [9] H. Lu and P. D. Cary, "Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient", *Experimental Mechanics*, vol. 40, no. 4, pp. 393-400, 2000.
- [10] B. Pan, H. Xie, and Z. Wang, "Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching", *Applied Optics*, vol. 49, pp. 5501-5509, 2010.
- [11] B. Pan, "Recent progress in digital image correlation", *Experimental Mechanics*, vol. 51, no.7 pp. 1223-1235, 2011.
- [12] S. Baker and I. Matthews, "Equivalence and efficiency of image alignment algorithms", *In Computer Vision and Pattern Recognition, 2001. CVPR 2001. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on IEEE*, vol. 1, pp. I-1090, 2001.
- [13] S. Baker and I. Matthews, "Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework," *International Journal of Computer Vision*, vol. 56, no. 3, pp. 221-255, 2004.
- [14] B. Pan, K. Li and W. Tong, "Fast, robust and accurate digital image correlation calculation without redundant computations," *Experimental Mechanics*, vol. 53, no. 7, pp. 1277-1289, 2013.
- [15] B. Pan, "An evaluation of convergence criteria for digital image correlation using inverse compositional Gauss–Newton algorithm," *Strain*, vol. 50, no. 1, pp. 48-56, 2014.
- [16] Y. Gao, T. Cheng, Y. Su, X. Xu, Y. Zhang and Q. Zhang, "High-efficiency and high-accuracy digital image correlation for three-dimensional measurement," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 65, pp. 73-80, 2015.
- [17] Y. Lin, and Z. Lan, "Sub-pixel displacement measurement in digital image correlation using particle swarm optimization." 2010 International Conference on Information, Networking and Automation (ICINA). Vol. 2. IEEE, 2010.

- 
- [18] X. Shao, et al. "Digital image correlation with improved efficiency by pixel selection." *Applied optics* 59.11 (2020): 3389-3398.
- [19] Z. L. Kahn-Jetter and T. C. Chu, "Three-dimensional displacement measurements using digital image correlation and photogrammic analysis," *Experimental Mechanics*, vol. 30, no. 1, pp. 10-16, 1990.
- [20] P. F. Luo, et al. "Accurate measurement of three-dimensional deformations in deformable and rigid bodies using computer vision," *Experimental Mechanics*, vol. 33, no. 2, pp. 123-132, 1993.
- [21] V. Tiwari, et al. "Application of 3D image correlation for full-field transient plate deformation measurements during blast loading," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 36, no. 6, pp. 862-874, 2009.
- [22] M. N. Helfrick, C. Niezrecki, P. Avitabile and T. Schmidt, "3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 3, pp. 917-927, 2011.
- [23] C. Warren, C. Niezrecki, P. Avitabile, and P. Pingle, "Comparison of FRF measurements and mode shapes determined using optically image based, laser, and accelerometer measurements," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, no. 6, pp. 2191-2202, 2011.
- [24] W. Wang, J. E. Mottershead, T. Siebert, and A. Pipino, "Frequency response functions of shape features from full-field vibration measurements using digital image correlation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 28, pp. 333-347, 2012.
- [25] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22(11), pp. 1330-1334, 2000.

- 
- [26] C. Harris, and M. Stephens, "A combined corner and edge detector." Alvey vision conference. Vol. 15. No. 50. 1988.
- [27] K. Mikolajczyk, and C. Schmid, "Scale & affine invariant interest point detectors." International journal of computer vision 60 (2004): 63-86.
- [28] L. David, "Distinctive image features from scale-invariant keypoints." International journal of computer vision 60 (2004): 91-110.
- [29] C. Lane, R. L. Burguete, and A. Shterenlikht. "An objective criterion for the selection of an optimum DIC pattern and subset size." Proceedings of the XIth international congress and exposition. 2008.
- [30] R. Pereira, et al. "Energy efficiency across programming languages: how do energy, time, and memory relate?." Proceedings of the 10th ACM SIGPLAN international conference on software language engineering. 2017
- [31] 陳亮至，馬劍清，「建構立體數位影像相關法之基礎理論並應用於結構靜態與動態三維變形精密量測」，碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2016。
- [32] 王盛儀，馬劍清，「數位影像相關法於二維軌跡及變形量測和應用於建構立體形貌」，碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2018。
- [33] 李宇倫，馬劍清，「提升數位影像相關法的量測精度並應用於車輛追蹤與機械手臂的三維量測」，碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2020。
- [34] 李霽儒，馬劍清，「提升數位影像相關法效能並應用於跨尺度動態問題量測與機械手臂之系統整合」，碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2021。
- [35] 陳義翔，馬劍清，「提升數位影像相關法的量測精度並應用於車輛追蹤與機械手臂的三維量測」，碩士論文，機械工程學研究所，臺灣大學，2020。