

國立臺灣大學工學院機械工程學研究所

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

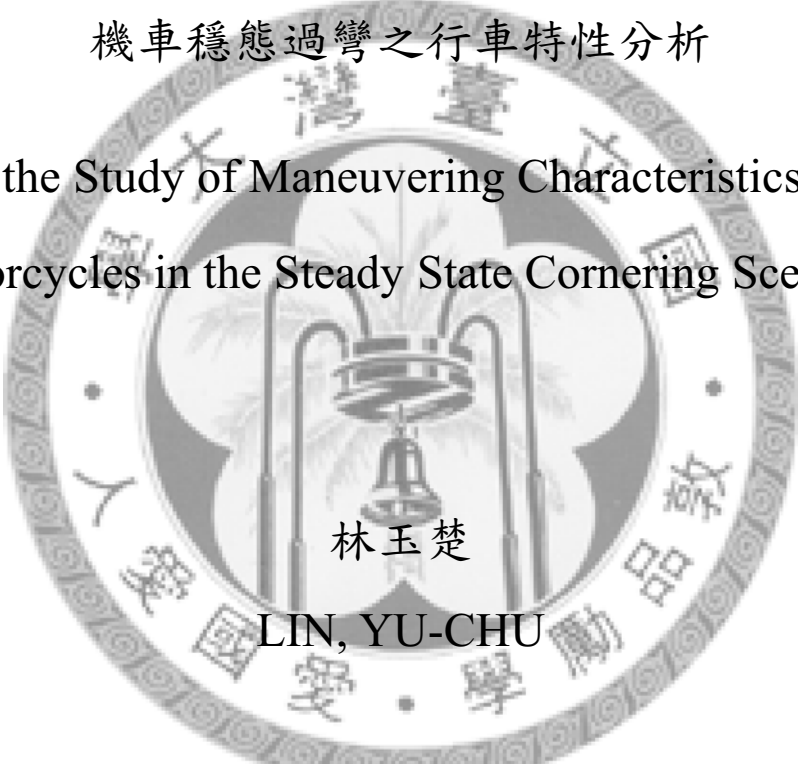
College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

機車穩態過彎之行車特性分析

On the Study of Maneuvering Characteristics for
Motorcycles in the Steady State Cornering Scenario

The seal of National Taiwan University is a circular emblem. It features a central bell (the 'University Bell') with a flame-like shape above it. The seal is surrounded by the university's name in Chinese characters: '國立臺灣大學' at the top and '人 類 學 勵 品 德' at the bottom. The seal is rendered in a light gray, semi-transparent watermark style.

林玉楚

LIN, YU-CHU

指導教授：劉 霆 博士

Advisor: Tyng Liu, Ph.D.

中華民國 98 年 7 月

July, 2009

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

機車穩態過彎之行車特性分析

On the Study of Maneuvering Characteristics for
Motorcycles in the Steady State Cornering Scenario

本論文係林玉楚君 (R96522635) 在國立臺灣大學機械工程學系完成之碩士學位論文，於民國 98 年 07 月 30 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

劉 霆

劉 霆

徐茂濱

徐茂濱

尤正吉

尤正吉

系主任

張所銘

張所銘

誌謝

感謝恩師 劉霆教授於我研究所的階段給予熱心的指導與鼓勵。即使自己事務繁忙，依然耐心地與我討論論文的細節，給予學生啟發與指導，並使本論文得以順利完成。不僅使我有知識上的成長，在為人處事方面也受益良多。讓我參加混合動力機車計畫，使我更有實際參與設計的經驗。

此外也要感謝徐茂濱教授及尤正吉教授在暑假期間撥冗審閱我的論文，進行指導並勘正錯誤，並提供許多寶貴意見，使我的論文更趨於完善。

感謝陪我度過研究所生活的 MMT 實驗室成員，感謝學長瑞安、建欣、彥欣、學熙、承舜、冠澄及學姐思佳在生活及學業上的指導。感謝王中興常與我討論，激發靈感，解決問題，給我許多建議與幫助。感謝盈秀提供我很多學業上及台大的生活資訊，使生活更便利。感謝羿名陪同大家搞笑，使我不覺得生活枯燥乏味。感謝沛宗與我交流學業及生活的心得，讓我獲益良多。感謝志明、文傑、國璋、洪毓、巧梅、柏元在生活及學業上的關心與支持。感謝混合動力車隊的所有成員，與我一起努力，一起成長。

感謝女友宛陵的陪伴與照顧，使我的生活更多姿多彩。感謝室友易明、耀馨，提供許多生活及學業上的幫助，與你們生活很開心。感謝一起在台大學習的興大同學，沒有你們我的生活不會如此豐富，也感謝你們的支持與關心。

最後感謝我的父母、姐姐、弟弟及所有親人，對我的支持及無怨無悔的付出，提供我精神及物質所需，以及曾經給予我幫助的人，因為有你們我才能順利完成論文，在此謹獻上本論文給所有指導過我的師長及親人朋友們，希望與你們分享這份喜悅。

機車穩態過彎之行車特性分析

林玉楚

摘要

本研究之目的在探討機車穩態過彎時之行車特性，分析不同行車狀態時轉向力矩及轉向特性之變化及主要影響之因素。首先，本研究將發展機車過彎時之穩態運動模型，並配合電腦輔助模擬分析，探討其轉向參數、騎士於過彎時所需施加之轉向力矩及轉向特性，找出適合機車駕駛之行車狀態。其次，調整機車設計參數，觀察其對機車穩態過彎行車特性之影響。並對不同款式之機車：一般引擎機車、電動機車及混合動力機車進行穩態過彎行車特性之分析及比較。最後，探討騎士騎乘姿勢改變或路面傾斜的情形下，對機車過彎時之行車特性所造成之影響。本研究提出並運用穩態過彎特性圖，將行車狀態與行車特性予以整合，呈現機車穩態過彎之重要性質。本研究對機車行車特性之分析，可以幫助了解機車設計參數之影響，並會有助益於機車設計參數之決定。

關鍵字：機車模型、穩態行為、轉向力矩、轉向比、騎乘姿勢、路面傾斜

On the Study of Maneuvering Characteristics for Motorcycles in the Steady State Cornering Scenario

LIN, YU-CHU

Abstract

The purpose of this study is to investigate maneuvering characteristics for motorcycles in the Steady state cornering. Firstly, the model of Steady state cornering for motorcycles has been developed in this study. The cornering parameters, the steering characteristics, and the steering torque exerted by the rider are analyzed numerically, and the preferable driving behaviors for motorcycles can be discussed. The driving characteristics of different motorcycle models are analyzed, including electric motorcycles and hybrid motorcycles. Finally, the effects of the rider posture and the inclination of road surface on the Steady state behavior are discussed. The Steady state cornering characteristic graphs are presented, and need to integrate driving behaviors and characteristics, in which the Steady state cornering characteristic can be expressed apparently. The results of this analysis could be useful understanding the major effects of the design parameters and helpful for further motorcycle design.

Key words: motorcycle model, steady behavior, steering torque, steering ratio, rider posture, the inclination of road surface

目錄

口試委員會審定書.....	i
誌謝.....	ii
摘要.....	iii
Abstract.....	iv
目錄.....	v
圖目錄.....	ix
表目錄.....	xiii
符號表.....	xv
第一章 緒論.....	1
1-1 前言.....	1
1-2 文獻回顧.....	2
1-3 研究動機與目的.....	4
1-4 研究方法與步驟.....	5
第二章 理論基礎.....	7
2-1 機車模型之建構.....	7
2-2 幾何及運動關係.....	10
2-3 輪胎力學及數學模型.....	16

2-4	機車穩態運動方程式.....	20
2-5	轉向比.....	24
2-6	轉向力矩.....	26
第三章	機車穩態過彎模型與數值分析方法.....	30
3-1	機車穩態過彎模型.....	30
3-1-1	假設條件.....	30
3-1-2	幾何及運動關係式.....	32
3-1-3	車體座標.....	34
3-1-4	機車穩態過彎行為.....	35
3-2	數值分析求解方法.....	38
3-2-1	數值分析方法建立.....	38
3-2-2	數值分析求解過程.....	42
第四章	機車穩態過彎之行車特性分析.....	45
4-1	機車穩態過彎行為分析.....	45
4-1-1	機車之不穩定模態.....	45
4-1-2	轉向力矩與行車特性.....	46
4-1-3	轉向比與轉向特性.....	51
4-2	機車穩態過彎之範例分析.....	51

4-3	機車設計參數對穩態過彎行車特性之影響.....	71
4-3-1	機車軸距.....	71
4-3-2	後傾角.....	74
4-3-3	機械拖曳距.....	76
4-3-4	前後輪半徑.....	78
4-3-5	前後輪質量.....	81
4-3-6	前後輪側滑剛性與側傾剛性.....	84
4-4	討論與小結.....	87
第五章	不同車型與行車狀況之穩態過彎行車特性分析.....	89
5-1	不同車型之行車特性分析及比較.....	89
5-2	電動機車及混合動力機車之行車特性分析.....	99
5-3	騎士騎姿對行車特性之影響.....	104
5-3-1	騎士前後傾.....	105
5-3-2	騎士側傾.....	108
5-4	路面傾斜對行車特性之影響.....	112
5-5	討論與小結.....	118
第六章	結論與建議.....	121
6-1	結論.....	121

6-2 未來展望.....	124
參考文獻.....	125
附錄 A.....	128
附錄 B.....	130
附錄 C.....	147
附錄 D.....	153



圖目錄

圖 2-1 機車之自由度	8
圖 2-2 機車之幾何尺寸[11].....	10
圖 2-3 機車前後輪側傾角[11].....	11
圖 2-4 機車前後輪接地點差異	11
圖 2-5 機車穩態過彎示意圖	14
圖 2-6 接觸點輪胎受力與力矩	16
圖 2-7 輪胎受力與力矩	17
圖 2-8 機車穩態過彎地面接觸點受力示意圖[8].....	21
圖 2-9 機車穩態過彎受力示意圖	22
圖 2-10 機車過彎之理想半徑與實際半徑	25
圖 3-1 機車之幾何尺寸示意圖	32
圖 3-2 穩態過彎模型求解概念圖	39
圖 3-3 穩態過彎模型求解流程圖[8].....	44
圖 4-1 騎士放開手把對行車之影響[15].....	49
圖 4-2 騎士未施反向力矩對行車之影響	50
圖 4-3 騎士未施正向力矩對行車之影響	50
圖 4-4 Motorcycle 1 穩態過彎側傾角等值線圖	55

圖 4-5 Motorcycle 1 穩態過彎轉向角等值線圖	56
圖 4-6 Motorcycle 1 穩態過彎轉向比等值線圖	57
圖 4-7 Motorcycle 1 穩態過彎騎士所施轉向力矩等值線圖	58
圖 4-8 Motorcycle 1 穩態過彎特性圖	60
圖 4-9 Grand King 穩態過彎側傾角等值線圖	64
圖 4-10 Grand King 穩態過彎轉向角等值線圖	65
圖 4-11 Grand King 穩態過彎轉向比等值線圖	66
圖 4-12 Grand King 穩態過彎騎士所施轉向力矩等值線圖	67
圖 4-13 Grand King 穩態過彎特性圖	69
圖 4-14 軸距調整對穩態過彎特性之影響	73
圖 4-15 後傾角調整對穩態過彎特性之影響	75
圖 4-16 拖曳距調整對穩態過彎特性之影響	77
圖 4-17 前輪半徑調整對穩態過彎特性之影響	79
圖 4-18 後輪半徑調整對穩態過彎特性之影響	80
圖 4-19 前輪質量調整對穩態過彎特性之影響	82
圖 4-20 後輪質量調整對穩態過彎特性之影響	83
圖 4-21 前輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響	85
圖 4-22 後輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響	86

圖 5-1 VENOX 穩態過彎特性圖	94
圖 5-2 VENOX 空車穩態過彎特性圖	94
圖 5-3 Grand King 穩態過彎特性圖	95
圖 5-4 Grand King 空車穩態過彎特性圖	95
圖 5-5 GTR 穩態過彎特性圖	96
圖 5-6 GTR 空車穩態過彎特性圖	96
圖 5-7 Choinori 穩態過彎特性圖	97
圖 5-8 Choinori 空車穩態過彎特性圖	97
圖 5-9 電動機車穩態過彎特性圖	101
圖 5-10 混合動力機車(電瓶置於踏板)穩態過彎特性.....	102
圖 5-11 混合動力機車(電瓶置於後車廂)穩態過彎特性.....	103
圖 5-12 騎士前後傾示意圖	106
圖 5-13 騎士前後傾對穩態過彎特性之影響	107
圖 5-14 騎士側傾示意圖 [8].....	109
圖 5-15 騎士側傾對速度之影響	110
圖 5-16 騎士側傾對穩態過彎特性之影響	111
圖 5-17 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎側傾角等值線圖	113
圖 5-18 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎轉向角等值線圖	113

圖 5-19 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎轉向比等值線圖 115

圖 5-20 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎轉向力矩等值線圖 115

圖 5-21 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎特性圖 116



表目錄

表 2-1 Tire Magic Formula 輪胎模型參數表	20
表 3-1 V.cossalter 與本研究數值分析方法之差異	42
表 4-1 機車不穩定模態特性表[8].....	46
表 4-2 轉向力矩示意圖	48
表 4-3 Motorcycle 1 模型參數設定表[11]	53
表 4-4 Motorcycle 1 穩態過彎特性表.....	61
表 4-5 光陽 Grand King125 機車模型參數設定表	63
表 4-6 Grand King 穩態過彎特性表	70
表 4-7 軸距調整對穩態過彎特性之影響表	73
表 4-8 後傾角調整對穩態過彎特性之影響表	75
表 4-9 拖曳距調整對穩態過彎特性之影響表	77
表 4-10 前輪半徑調整對穩態過彎特性之影響表	79
表 4-11 後輪半徑調整對穩態過彎特性之影響表	80
表 4-12 前輪質量調整對穩態過彎特性之影響表	82
表 4-13 後輪質量調整對穩態過彎特性之影響表	83
表 4-14 前輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響表	85
表 4-15 後輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響表	86

表 5-1 光陽 Venox 250 機車模型參數設定表	90
表 5-2 YAMAHA GTR FI 125 機車模型參數設定表	91
表 5-3 台鈴 Choinori 50 機車模型參數設定表	92
表 5-4 GTR 與電動機車穩態過彎特性之比較表	101
表 5-5 GTR 與兩種混合動力機車穩態過彎特性之比較表	103
表 5-6 騎士模型參數設定表	104
表 5-7 騎士前後傾對穩態過彎特性之影響表	107
表 5-8 騎士側傾對穩態過彎特性之影響表	112
表 5-9 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎特性表	117



符號表

a_n	前輪拖曳距
b_f	前部分重心至前輪軸之距離
b_r	後部分重心至後輪軸之距離
b_q	Q 點至後輪軸之距離
b_d	為騎士之重心至後輪軸之距離
C	迴轉中心
$C_{\lambda f}$	前輪轉向剛性係數
$C_{\lambda r}$	後輪轉向剛性係數
$C_{\phi f}$	前輪側傾剛性係數
$C_{\phi r}$	後輪側傾剛性係數
C_{mf}	前輪轉向力矩係數
C_{mr}	後輪轉向力矩係數
e_f	前部分重心至轉向軸之距離
f	前部分重心至 AB 點連線之距離



F_f, F_r	輪胎側向力
F_D	空氣阻力
F_S	空氣側向力
F_L	空氣升力
g	重力加速度
h_d	為騎士之重心高度
h_f	前部分重心高度
h_r	後部分重心高度
h_q	Q點高度
I_{Wf}, I_{Wr}	前後輪轉動慣量
I_{xf}, I_{yf}, I_{zf}	前部分轉向慣量
I_{xr}, I_{yr}, I_{zr}	後部分轉向慣量
I_{CXzf}, I_{CYzf}	前部分慣性張量
I_{CXZr}, I_{CYZr}	後部分慣性張量
K_s	轉向軸阻尼
l_d	騎士重心與機車對稱面之偏移量



l_z	前部分重心至後輪軸與轉向軸上 Q 點連線之距離
m_f	前部分質量
m_r	後部分質量
M_x	過度轉向力距
M_y	滾動摩擦力矩
M_z	修正力矩
M_{Tz}	扭轉力矩
N_f	前輪正向力
N_r	後輪正向力
p	軸距
P_f	前輪接地點
P_r	後輪接地點
q_f	前輪輪胎頭半徑
q_r	後輪輪胎頭半徑
r_f	前輪半徑
r_r	後輪半徑



R_c	迴轉半徑
S_f, S_r	輪胎縱向力
t_p	輪胎拖曳距
V_c	車速(後輪接地點)
V_{sx}	縱向滑動速度
X_{Pf}, Y_{Pf}, Z_{Pf}	前輪接地點座標位置
X_{Pr}, Y_{Pr}, Z_{Pr}	後輪接地點座標位置
X_Q, Y_Q, Z_Q	Q 點座標位置
X_{Gf}, Y_{Gf}, Z_{Gf}	前部分重心座標位置
X_{Gr}, Y_{Gr}, Z_{Gr}	後部分重心座標位置
β	前輪側傾角
δ	轉向角
ε	後傾角
κ	縱向滑動比
λ_f	前輪側滑角
λ_r	後輪側滑角



μ 俯仰角

μ_f 滾動摩擦係數

ρ_f 前輪輪胎中心線半徑

ρ_r 後輪輪胎中心線半徑

σ_f 前輪鬆弛長度

σ_r 後輪鬆弛長度

φ 側傾角

φ_{10} 迴轉半徑為 10 時最大側傾角

φ_{max} 最大側傾角

$\dot{\psi}$ 偏搖角速度

ω_f 前輪角速度

ω_r 後輪角速度

Δ 運動轉向角

ΔX 前後輪接地點 X 方向差距

ΔY 前後輪接地點 Y 方向差距



第一章 緒論

1-1 前言

機車問世已有一百多年的歷史，機車體積小，重量輕巧，操作靈活，停車方便，是人類生活中重要的交通工具之一。台灣地窄人稠，交通擁擠，是許多民眾不可或缺之交通工具，在台灣機車市場競爭激烈，刺激了機車工業迅速成長。機車的性能也十分受重視，除了銷售價格、外型美觀訴求外，更強調機車騎乘之舒適性、操控性與安全性。

隨著全球暖化的議題逐漸受到關注，環保意識抬頭，油價又不斷攀升，能源危機問題再度受到全球重視，近年來出現了純電力或混合動力等各種環保機車。電動機車技術未到成熟階段，電動機車主要動力來自馬達，提供馬達電力來源之電池蓄電力有限，造成續航力不足，還未能達到燃油引擎之性能。混合動力機車同時運用了引擎與馬達作為動力來源，透過並聯或串聯等方式運用，比燃油引擎機車省油。但混合動力之設計與控制系統複雜，比燃油引擎機車多增加了馬達與電池，大幅度提高製造成本。電動機車及混合動力機車與一般燃油引擎機車之幾何、重量等系統設計有所不同，其行車行為、操控性及穩定性都與引擎機車有所差異。

機車與汽車在同一路段中駕駛，相當危險。故機車的操控性、穩定性成為重要課題，也是機車業者和學者重要的研究目標。操控性是指車輛及時準確地執行駕駛員指令的能力，反映車輛與駕駛員配合的程度。穩定性是指車輛受到外界擾動後，維持或迅速恢復原運動狀態的能力，反映出車輛在行駛時之安定程度。機車在低速駕駛時比較穩定，當行駛速度提升，逐漸浮現不穩定現象。高速行駛時，機車對路面的起伏、外力等反應敏感，若控制不當，容易失控發生事故。這些因

外界擾動使車輛產生不穩定的運動包括側向運動、側傾運動、轉向運動、偏搖運動。

機車之普及使得機車之設計及行車行為成為重要課題，過去有研究關於機車之設計參數對行車穩定性的影響，還有對機車動態行車行為的分析，但針對機車穩態過彎行為與行車特性關係之分析較少見。本文欲探討機車穩態過彎時之轉向力矩及轉向特性，並分析適合機車駕駛之行車狀態，提升機車過彎時的安全性。本文亦會針對不同車型進行分析比較，觀察路面傾斜及騎乘姿勢改變等情形對機車過彎之影響。

1-2 文獻回顧

機車之動力學複雜，欲分析機車動態行為與特性，須先建立機車運動模型，再進行力學運算。1971年 R.S. Sharp[1]首先建立一個簡單的機車數學模型來探討機車運動行為。R.S. Sharp 之模型將騎士視為車體之一部分，將機車分為兩質量塊，不考慮懸吊之影響，以 Lagrange 運動方程式求得機車之數學模型，並從模型在各行駛速度下的模擬分析機車騎乘時之不穩定模態。

在之後的研究中，於 1985 年 R.S. Sharp[2]在二輪車模型中加入輪胎模型。R.S. Sharp 與 D.J.N. Limebeer[3]於 2004 年提出一個非線性及多自由度的機車模型，應用 AutoSim 作為運算平台，加入控制的概念，以轉向回饋控制系統找出機車在不同彎道中的車速及所需要的轉向參數，透過頻域分析、根軌跡(Root-Locus)探討設計參數對機車穩定性的敏感度、路面受力之回饋分析等。2006 年 R.S. Sharp 與 D.J.N. Limebeer[4]對二輪車的動態行為作一詳盡整理，探討二輪車研究之發展史、運動模型、輪胎模型等，並分析轉向與不穩定模態對二輪車之影響及機車過彎穩定性，更完整了機車之數學模型。

台灣亦有許多對機車動態之相關研究。1998 年游凱程[5] 將 R.S. Sharp[1] 的模型推廣到電動機車上，討論不同電瓶及直接驅動馬達對三種不穩模態的影響，並應用最佳化的方式求得一最佳的電動機車設計參數。2004 年楊斌[6]應用 R.S. Sharp[1] 的模型對不同二輪車之穩定性進行分析。2005 年蘇耿達[7]以 Visual Basic 分析轉向角與側傾角對車身姿勢的影響與機車之動態反映。2007 年朱學熙[8]發展出機車過彎時穩態運動模型，並配合電腦輔助模擬分析，探討其轉向參數、轉向力矩及穩定性。

1978 年 Weir 與 Zellner [9]測試五台不同型態機車穩態過彎行為，發現轉向力矩與側傾角的比值是穩態過彎行為的一種指標。2001 年 Seffen, K.A.等[10]觀察二輪車操性行為，發現機車過彎時，騎士透過對把手施加轉向力矩來控制機車安全過彎，在人車比重小時，此現象更明顯。1999 年 V. Cossalter 等[11]以牛頓力學之方法建立機車穩態過彎數學模型，對機車穩態過彎進行探討，由騎士過彎時所需施加之轉向力矩討論機車之機動性(manoeuvrability)。V. Cossalter[12]並在 2002 年撰寫書籍：Motorcycle Dynamics，介紹機車動力學及其運動狀態等。為了更完整的描述機車模型，V. Cossalter[13] [14]分別於 2002 與 2004 年以一 6 自由度數學模型及一 11 自由度之非線性數學模型分析機車運動，當中包含懸吊及輪胎的詳細描述。2007 年 V. Cossalter[15]從過彎速度與側向加速度之狀態，對機車穩態行為進行探討，並用實際測驗數據作比對驗證。

為研究機車動態行為，出現許多關於機車動態模型及應用之工程軟體。亦有專門分析機車動態之軟體，如 VI-grade 公司推出的 VI-MotorCycle 軟體[16]，在 ADAMS 的基礎上建構出機車之數學模型。亦有 SPACAR [17]與 AUTOLEV[18]等動態模擬分析軟體對二輪車進行類似動態分析之研究。

綜合以上的文獻回顧，對機車動態之研究有很多，但目前對機車過彎行為之研究中，並未考慮路面傾斜等行車狀況對機車穩態過彎時操控性與轉向特性之影

響。本研究將對機車穩態過彎行為與轉向特性關係進行分析，同時將針對不同車型，不同之機車設計參數、騎士之騎乘姿勢等情況對機車穩態過彎行為進行探討，更有助於對機車過彎時穩態行為之了解。

1-3 研究動機與目的

機車為兩輪交通工具，體積小，重量輕，操作靈活。但相較於汽車，其過彎穩定性較差，低速或高速都有可能不穩定。過去有許多對機車之設計參數之分析，還有大量對機車直線行車行為的分析，但針對機車穩態過彎行為與行車特性關係之分析較少見。本研究探討機車穩態過彎時之行車特性，分析不同行車狀態時轉向力矩及轉向特性之變化及主要影響之因素。再提出並運用穩態過彎特性圖，將行車狀態與行車特性予以整合，呈現機車穩態過彎之重要性質。並分析適合機車駕駛的行車狀態，以提升機車過彎時的操控性及安全性。

機車過彎過程中，騎士主要靠控制把手方向來維持其安全過彎；騎士施加轉向力矩於轉向軸上，與於轉向軸上所受力矩平衡，以維持機車穩態過彎時之平衡狀態。機車過彎時可能出現轉向不足、轉向中性、轉向過度、逆向操舵等轉向特性，此特性會影響騎士操作機車之感覺。透過轉向力矩與轉向比來探討機車過彎行為與特性，找出適合機車駕駛之行車狀態，再透過參數設計來提升機車適合駕駛區域之速度。

市面上有許多不同款式的機車，不同款式之機車其幾何尺寸，重量配置都有所不同，其過彎穩態行為與特性有所差異。故本研究將針對不同款式之機車，探討其穩態行為與特性之影響。特別是應映能源問題而出現的電動機車，去除引擎，只裝配了馬達與電池；混合動力機車增加動力元件馬達與電池，與傳統引擎機車之配置有很大之差異，過彎穩態行為與轉向特性有所差異，值得探討。

除了機車本身之設計，騎士之重量約佔騎士-機車系統總重量之三分之一左右，騎士之騎乘姿勢將直接影響機車響過彎時之穩態行為與特性。不同之行車狀況對機車過彎行為之影響不可忽略，路面側傾將改變機車過彎時騎士對把手所施加之轉向力矩，亦改變行車之轉向特性。本研究將針對不同車型，不同之機車設計參數、騎士之騎乘姿勢、路面傾斜等情況對機車穩態過彎行為與特性進行探討，進而了解機車之操控性及安全性等重要資訊。

1-4 研究方法與步驟

本研究先建立機車過彎之數學模型，再運用 Matlab 做電腦輔助計算，求得機車穩態過彎狀態，進而分析騎士所施之轉向力矩、轉向特性及不同行車狀態之性質。機車過彎數學模型包含複雜幾何關係式與力學關係式，方程式數量多，又是非線性方程式，直接求得其解析解是相當困難，故本研究利用數值方法，以反覆疊代之方式，求其數值解作為分析之用。模型建立包括三大部分：

1. 推導出機車在穩態過彎時之各幾何參數，包括前後部分重心、前後輪接地點之幾何位置、前後輪之側傾角、有效轉向角及迴轉半徑等。
2. 推導運動關係式、輪胎力學方程式，再配合幾何參數，推導機車之力平衡及力矩平衡方程式。
3. 運用機車穩態過彎行為，計算騎士所要施加之轉向力矩、轉向比等。

本研究之各章節重點分述如下：

第一章 緒論：介紹本研究之研究背景、相關文獻、動機目的，並大致介紹研究方法及步驟。

第二章 基礎理論：介紹機車過彎時，幾何及運動關係式、輪胎模型、穩態過彎力平衡方程式、轉向比、轉向力矩等。

第三章 機車穩態過彎模型與數值分析方法：建立機車穩態過彎之數學模型，並介紹數值分析求解方法及過程。

第四章 機車穩態過彎之行車特性分析：介紹機車穩態過彎行為與行車特性，討論參數調整對機車穩態過彎行車特性之影響。

第五章 不同車型與行車狀況對穩態過彎行車特性分析：對不同款式之機車：一般引擎機車、電動機車及混合動力機車進行穩態過彎行車特性之分析及比較。並討論騎士騎乘姿勢、路面傾斜對機車穩態過彎行車特性之影響。

第六章 結論與建議：本研究之研究成果，與未來可繼續研究之方向。



第二章 理論基礎

動力學分析有許多方法可以運用，最常用有從力平衡觀點出發之牛頓力平衡法、從能量觀點出發之 lagrange 分析法。本文運用牛頓法建立機車穩態過彎之數學模型，利用電腦進行模擬分析。探討機車在過彎時之穩態行為，進而了解機車之轉向特性、操控性及安全性等重要的資訊。機車穩態過彎數學模型用於探討機車在過彎時之行車特性及其轉向參數，以 V. Cossalter、A. Dori、R. Lot 和朱學熙等人所建立之機車穩態過彎數學模型為基礎[11][8]，進行修改，建構機車穩態過彎之數學模型。

本章將先介紹建立機車穩態過彎數學模型所需之基礎理論，便於數學模型之建構。本章包括定義機車模型之構成及機車接地點之幾何關係式及運動關係式，輪胎模型(Tire Magic Formula)之定義、受力情況及的介紹[20]。利用牛頓力學理論與機車在穩態行駛之假設下，推導出機車穩態過彎之力平衡方程式，再由 MF 輪胎模型求出輪胎之側滑角。透過機車穩態過彎數學模型之運算，可了解機車在穩態過彎之各種運動狀態，如機車以某一速度過某一特定半徑之彎道時所需要之轉向角及側傾角、前後輪胎發生之側滑角(side-slip angle)大小、受力情況、過彎轉向比(steering ratio)、騎士所需要施加之轉向力矩(steering torque)。

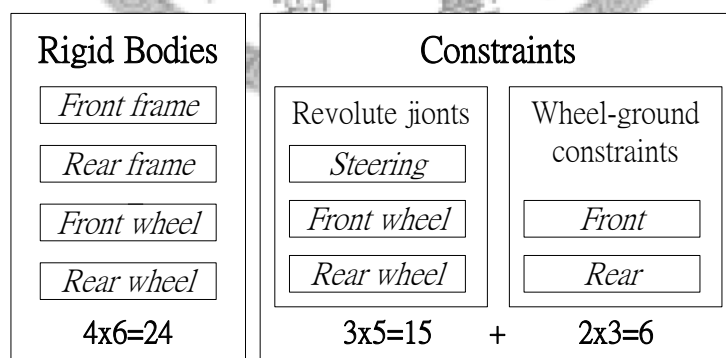
2-1 機車模型之建構

探討機車之穩態過彎運動狀態必須先建立合適的機車模型，並推導出機車之運動方程式，由運動方程式可得穩態過彎時之受力情況、轉向比、轉向力矩等。首先參考 V. Cossalter[11]及朱學熙[8]所發展之機車模型，觀察一般的機車構造，為多個零件組合而成，但某些零件之間相對靜止，可視為單一質量區塊。因此機

車拆解為幾個主要的質量區塊，質量區塊間可做相對運動。在不考慮前後懸吊之效應後，可依其質量分佈，將機車之結構分為以下四個質量塊：

1. 前架：除了前輪，包括儀表、手把、前叉及卡鉗等可相對於主車架做出旋轉運動之零件。
2. 前輪：包括輪胎、碟盤、輪轂或輪轂馬達(hub motor)。
3. 後架：除了後輪，包括騎士、引擎或馬達、變速機構、車架、電池及燃料電池系統。
4. 後輪：包括輪胎、碟盤、輪轂或輪轂馬達(hub motor)。

前架與前輪以輪軸(wheel axle)連接，合稱前部分；後架與後輪亦以輪軸連接，合稱後部分；前部分與後部分以轉向軸(steering axis)連接。此三處連接都是旋轉接頭(revolute joint)，可以轉動，前後輪分別與地面相接做純滾動(pure rolling)。如圖 2-1 所示，有三個自由機車之前後移動(即後輪之轉動)、側傾、轉向。如果考慮輪胎的滑動，機車運動共有七個自由度：機車之前後移動(即後輪之轉動)、側傾、轉向、前後輪縱向滑動、前後輪側向滑動。機車穩態過彎，視前輪轉動時無縱向滑動，所以本文建立有六個自由度之機車模型。



Number of degrees of a motorcycle

圖 2-1 機車之自由度

機車過彎時有許多變數會影響其運動，為了簡化數學模型，需要有一些的基本假設。參考 V. Cossalter[11]對機車所做之假設後，列出以下幾點：

1. 機車之前部分與後部分為兩剛體，以轉向軸上的旋轉對連接，但機車轉向受機構上限制，前部份只可有限制地相對於後部份轉動。
2. 考慮機車以等速穩定過彎，前後懸吊在彎中保持不變，忽略懸吊對機車之動態影響。
3. 假設輪胎為環面狀(toroidal shape)，形狀類似甜甜圈，與路面接觸可視為點接觸。
4. 考慮輪胎具有足夠之側向硬度，輪胎之過度轉向力矩 M_x 對機車穩定性之影響很小，故不考慮之。
5. 空氣對機車的影響有空氣上升力(lift force)、側向力(side force)及拖曳力(drag force)。
6. 機車以等速過彎，考慮前後移動(即後輪之轉動)、車頭轉向(steering)、側傾(roll)、側滑(side slip)、偏搖(yaw)及俯仰角(pitch angle)之運動。

基於以上之假設，視機車為幾個主要的質量塊組成，訂定機車之幾何尺寸，如圖 2-2 所示。

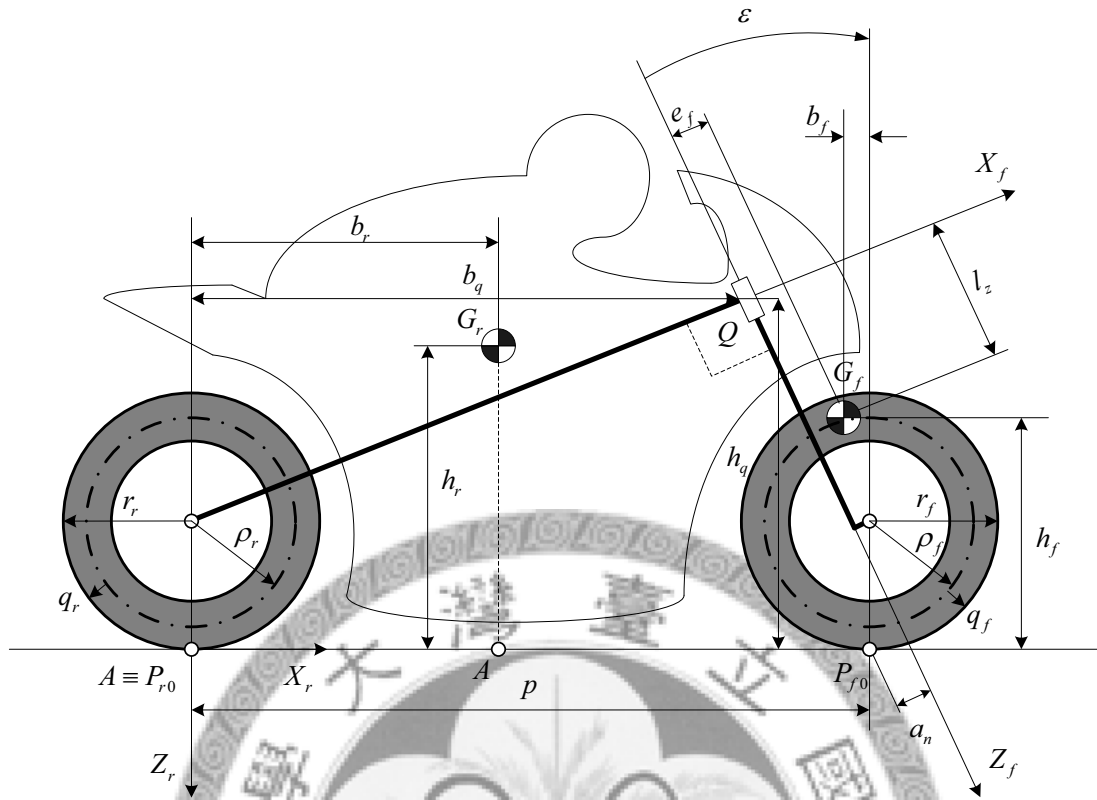


圖 2-2 機車之幾何尺寸[11]

2-2 幾何及運動關係

機車過彎有一側傾角(roll angle) φ 和一轉向角(steering angle) δ 。後輪側傾角 φ 保持不變，前輪之側傾角將會不一樣。前輪接地點由原來之 P_{f0} 沿前輪之圓周往上移 β' 角如式(2.1)，如圖 2-3 所示，至新的接地點 P_f ，此時前輪之側傾角由原來之 φ 變成 β 如式(2.2)：

$$\beta' = \epsilon + \arctan\left(\frac{\sin \delta \tan \varphi - \sin \epsilon \cos \delta}{\cos \epsilon}\right) \quad (2.1)$$

$$\beta = \sin^{-1}(\cos \delta \sin \varphi + \cos \varphi \sin \delta \sin \epsilon) \quad (2.2)$$

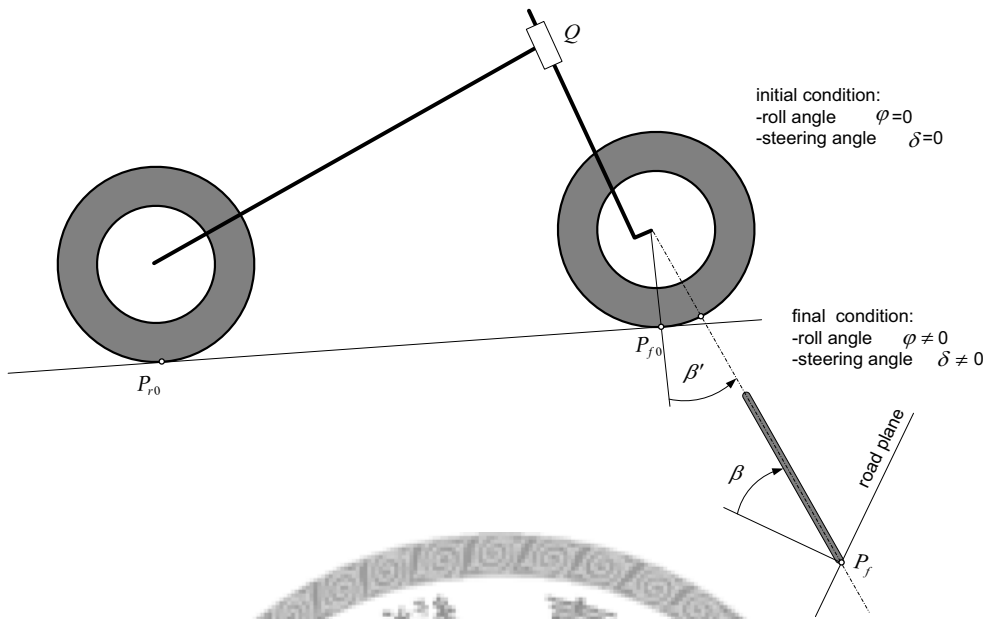


圖 2-3 機車前後輪側傾角[11]

當機車過彎時，有機車之側傾角 φ 和轉向角 δ ，前後輪接地點相對位置，如圖 2-4 所示。

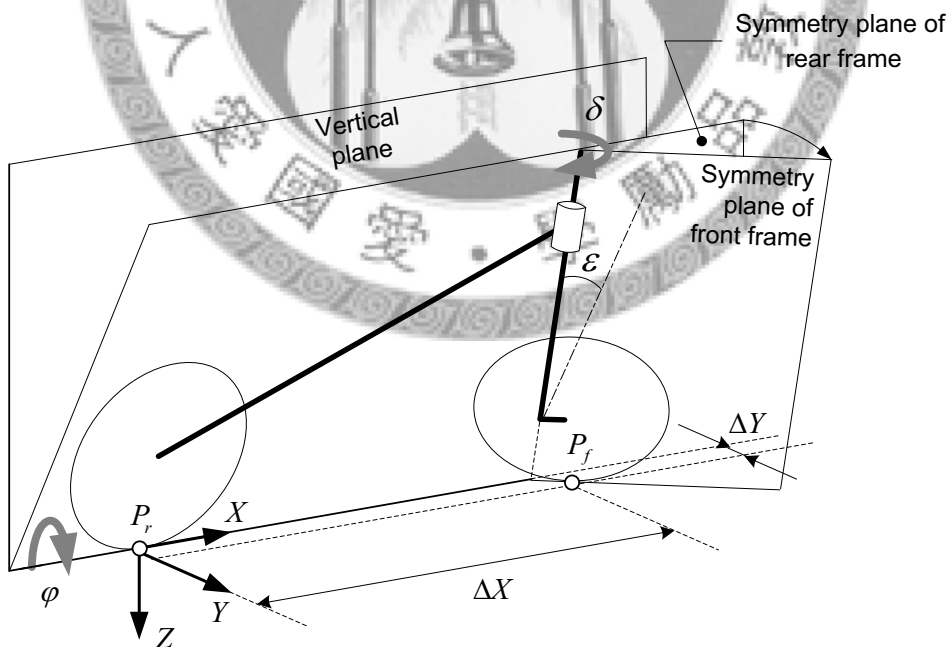


圖 2-4 機車前後輪接地點差異

由於機車的側傾角 φ 和轉向角 δ 造成幾何上之改變，前輪接地點 P_f 將離開原來車體後部分之對稱面。此時前後輪接地點 $P_f(X_{pf}, Y_{pf})$ 、 $P_r(X_{pr}, Y_{pr})$ 在 X 方向之及 Y 方向之距離分別為 ΔX 及 ΔY ，經幾何計算可得：

$$\begin{aligned}\Delta X &= X_{pf} - X_{pr} \\ &= (d_1 + e_1) \cos \mu + (a_1 + b_1 + \rho_r) \sin \mu - [b_1 + a_1 + \rho_r (1 - \cos \mu)] \sin \mu \sin \varphi\end{aligned}\quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}\Delta Y &= Y_{pf} - Y_{pr} \\ &= c_1 \cos \varphi + [b_1 - a_1 - \rho_r (1 - \cos \mu)] \cos \mu \sin \varphi + [e_1 + d_1 + \rho_r \sin \mu] \sin \mu \sin \varphi\end{aligned}\quad (2.4)$$

式中之 a_1 、 b_1 、 c_1 、 d_1 、 e_1 、 μ 之表示如下：

$$a_1 = l_1 \sin \varepsilon [(1 - \cos \delta)] + (r_r - \rho_r) - (r_f - \rho_f) \quad (2.5)$$

$$b_1 = \rho_f [\cos \varepsilon \cos (\beta' - \varepsilon) - \cos \delta \sin \varepsilon \sin (\beta' - \varepsilon) - 1] \quad (2.6)$$

$$c_1 = l_1 \sin \delta + \rho_f \sin \delta \sin (\beta' - \varepsilon) \quad (2.7)$$

$$d_1 = p - l_1 \cos \varepsilon [(1 - \cos \delta)] \quad (2.8)$$

$$e_1 = \rho_f [\sin \varepsilon \cos (\beta' - \varepsilon) + \cos \delta \cos \varepsilon \sin (\beta' - \varepsilon)] \quad (2.9)$$

$$\beta' = \varepsilon + \arctan \frac{\sin \delta \tan \varphi - \sin (\varepsilon + \mu) \cos \delta}{\cos (\varepsilon + \mu)} \quad (2.10)$$

$$\mu = - \frac{[l_1 \sin \varepsilon (1 - \cos \delta) + q_r - q_f + \rho_f (\cos \varepsilon \cos \theta - \cos \delta \sin \varepsilon \sin \theta - 1)] \cos \varphi + (l_1 \sin \delta + \rho_f \sin \delta \sin \theta) \sin \varphi + q_f - q_r}{[l_1 \cos \varepsilon (1 - \cos \delta) - p] \cos \varphi - \rho_f (\sin \varepsilon \cos \theta \sin \delta + \cos \delta \sin \varphi) \cos \theta \sin \delta} \quad (2.11)$$

$$l_1 = r_f \sin \varepsilon - a_n \quad (2.12)$$

$$\theta = \arctan \frac{\sin \delta \tan \varphi - \sin \varepsilon \cos \delta}{\cos \varepsilon} \quad (2.13)$$

從幾何角度來看，轉向角(steering angle) δ 為前部分繞轉向軸旋轉後，前部分與後部分之間之夾角，在機車有側傾角之情況下，未能反映過彎時前輪於地面上實際之轉向角，為找出更貼切之轉向角，定義運動轉向角(kinematic steering angle)為機車前後部分之對稱面與地面相交之兩直線之間的夾角，如圖 2-5 所示，可以式(2.14)表示：

$$\Delta = \arctan \left(\frac{\sin \delta \cos(\varepsilon + \mu)}{\cos \varphi \cos \delta - \sin \varphi \sin \delta \sin(\varepsilon + \mu)} \right) \quad (2.14)$$

由上面之關係式，亦可得到轉向角之表示式：

$$\delta = \arctan \left(\frac{\cos \varphi}{\frac{\cos \varepsilon}{\tan \Delta} + \sin \varphi \sin \varepsilon} \right) \quad (2.15)$$



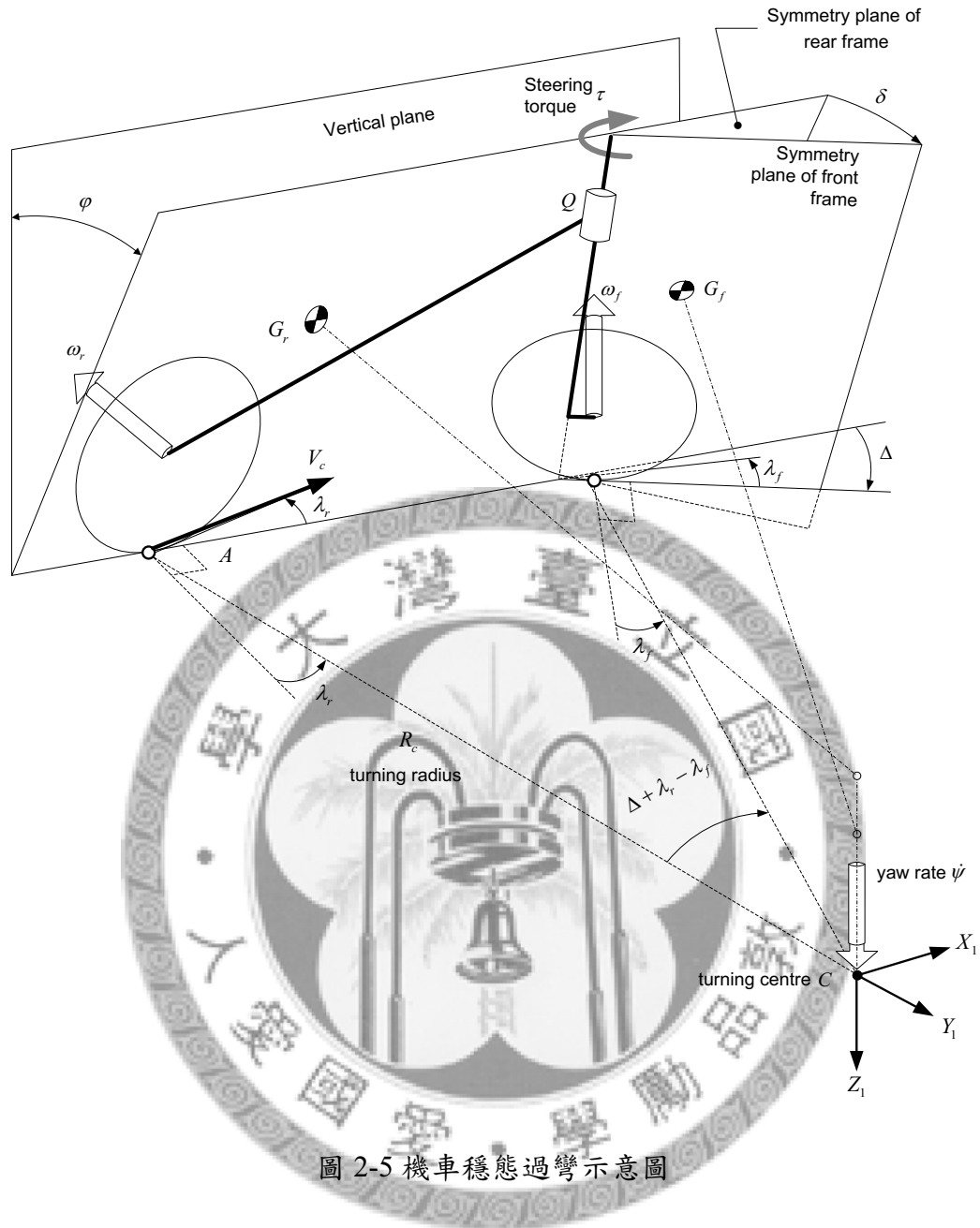


圖 2-5 機車穩態過彎示意圖

如圖 2-5 所示之機車穩態過彎圖，將機車之旋轉座標系設為 (X_l, Y_l, Z_l) ，其座標原點為機車在過彎時之迴轉中心 $C(0,0)$ ，軸 Z_l 垂直向下， X_l 軸與 Y_l 軸則落在相對座標系之 XY 平面(地面)上。

如圖 2-2 所示，訂定 r 座標固定在後部分，平面 X_r, Z_r 為後部分之對稱面。當側傾角與轉向角都為零時，座標原點 A 與前輪接地點 P_r 重疊。軸 X_r 和軸 Y_r 在水平面上， X_r 軸指向前方，軸 Z_r 垂直向下。

訂 f 座標固定在前部分，平面 X_r, Z_r 為前部分之對稱面。座標原點為經過後輪中心點垂直於轉向軸之直線與轉向軸之交點 Q 。軸 X_r 經過後輪中心點垂直於轉向軸；軸 Y_r 與前輪轉軸平行；軸 Z_r 與轉向軸重疊，方向向下。

當座標確定後，配合已知之幾何參數，經由運動學計算，可求出機車於過彎時之迴轉半徑 R_c 、車速 V_c 及前後輪角速度 ω_f 、 ω_r 等轉向參數，如式(2.16)~(2.19) 所示。

$$R_c = \frac{(X_{Pf} - X_{Pr}) \cos(\Delta + \lambda_f) + (Y_{Pf} - Y_{Pr}) \sin(\Delta + \lambda_f)}{\cos \lambda_r \sin(\Delta + \lambda_f) - \sin \lambda_r \cos(\Delta + \lambda_f)} \quad (2.16)$$

$$V_c = R_c \dot{\psi} = \Gamma_v(\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r) \dot{\psi} \quad (2.17)$$

$$\omega_f = \dot{\psi} \frac{\cos \lambda_f Y_{Pf}}{\cos(\Delta + \lambda_f) \rho_f + q_f \cos \beta'} = \Gamma_{w_f}(\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r) \dot{\psi} \quad (2.18)$$

$$\omega_r = -\frac{V_x - V_{sx}}{\rho_r + q_r \cos \varphi} = -\frac{R_c \dot{\psi} (\kappa + 1) \cos \lambda_r}{\rho_r + q_r \cos \varphi} = \Gamma_{w_r}(\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r, \kappa) \dot{\psi} \quad (2.19)$$

上式中之 V_{sx} 是縱向滑動速度， V_x 是縱向速度， κ 是縱向滑動比(longitudinal slip ratio)，分別表示如下：

$$V_x = V_c \cos \lambda_r \quad (2.20)$$

$$\kappa = -\frac{V_{sx}}{V_x} = -\frac{V_x - \omega_r r_r}{V_x} \quad (2.21)$$

由(2.16)式，亦可得到運動轉向角之表示式：

$$\Delta = \arctan \left(\frac{dx - R_c \sin(-\lambda_r)}{R_c \cos(\lambda_r) - dy} \right) - \lambda_f \quad (2.22)$$

2-3 輪胎力學及數學模型

輪胎是機車重要之組成元件，輪胎也直接關係到行車狀態之表現。參考 V. Cossalter [11][19]，輪胎跟地面直接接觸，提供了機車行駛所需之驅動力、煞車力、側向力。此小節要介紹輪胎受力及力矩，如圖 2-6 所示。

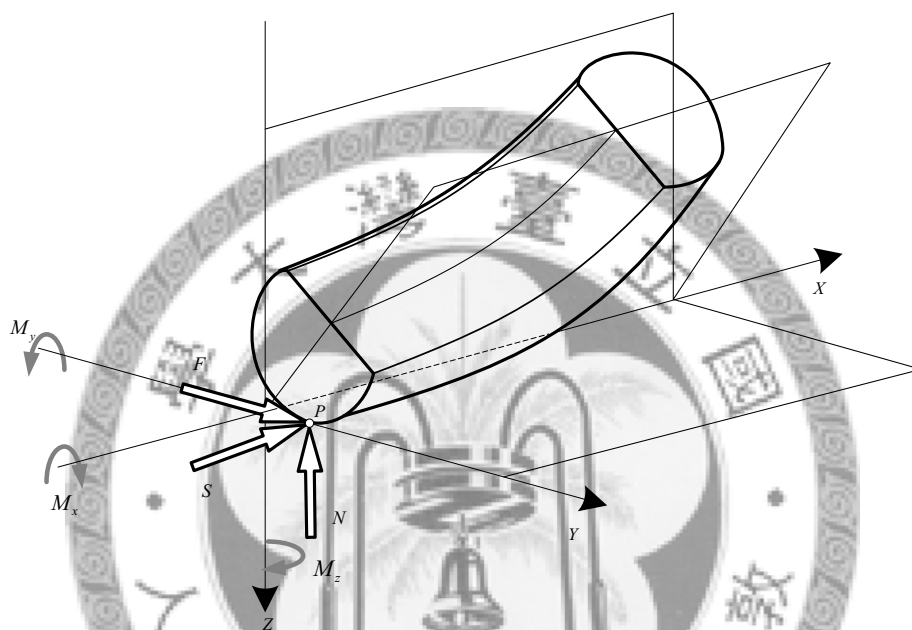


圖 2-6 接觸點輪胎受力與力矩

視輪胎為環狀面，與地面做點接觸，輪胎所受之力包括垂直力 N 、縱向力 S 、側向力 F ；所受到之力矩有過度轉向彎矩 M_x 、滾動摩擦力矩 M_y 、修正力矩 M_z 。這些力與力矩分別在三個方向：垂直向(vertical)、縱向(longitudinal)及側向(lateral)。其產生之原因分析如下：

1. N_f, N_r -垂直力：由於車身及騎乘者之重量所造成。
2. S_f, S_r -縱向力：由於輪胎縱向滑動(longitudinal slip)所造成。
3. F_f, F_r -側向力：由於車身側向滑動(lateral slip)、側傾(camber)及過彎(turn)時的滑動所造成。

4. M_x -過度轉向力矩(overcornering moment)：地面之垂直力(vertical force)對車身之正向壓力(normal pressure)所造成之力矩。
5. M_y -滾動摩擦力矩(rolling resistance moment)：乃由於輪胎之黏滯效應(Tire hysteresis properties)造成。
6. M_z -修正力矩(aligining moment)：當車身側傾或轉向時，所產生陀螺儀效應(gyroscopic effect)。

機車穩態過彎時，忽略前輪縱向滑動，前輪只受到滾動阻力，故前輪之縱向力可以表示成：

$$S_f = \mu_f N_f \quad (2.23)$$

上式中 μ_f 為滾動摩擦係數。

如圖 2-7 所示，輪胎受力及力矩亦可以表示成受垂直力 N 、縱向力 S 、側向力 F 、扭轉力矩 M_{Tz} 之型式。

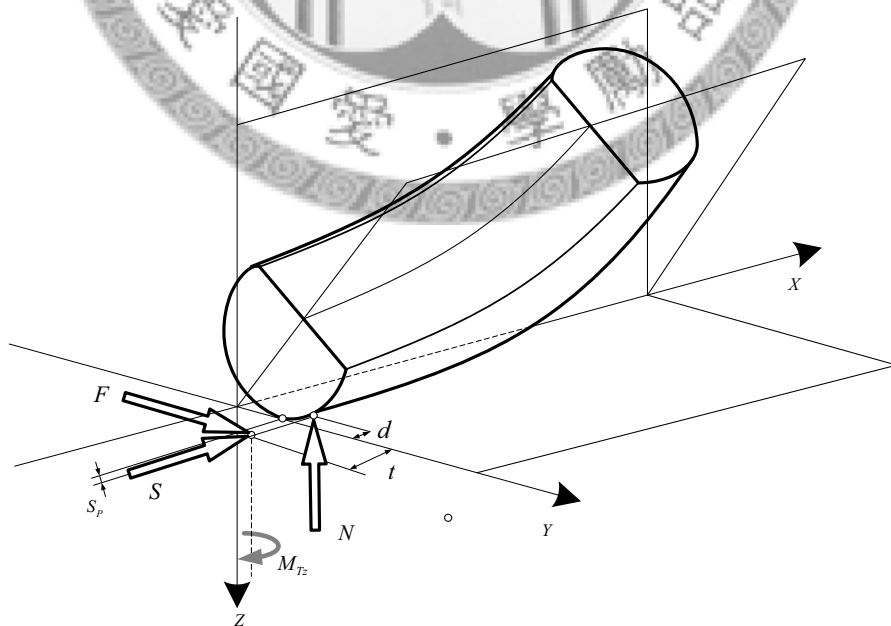


圖 2-7 輪胎受力與力矩

輪胎 X 方向所受到之力矩，主要受側向輪胎變量 s_p 影響，垂直力在 X 軸方向產生之力矩。

$$M_x = s_p N \quad (2.24)$$

式中輪胎變量 s_p 是由輪胎側向剛性決定，一般其值很小，所以 M_x 亦可不考慮。

輪胎 Z 方向所受到之力矩，輪胎接地點所受到之滾動摩擦力會對輪胎產生一 Y 方向之力矩。

$$M_y = -dN \quad (2.25)$$

式中偏移 d 由滾動阻力係數 f_w (rolling resistance coefficient) 與輪胎半徑決定：

$$d = f_w R \quad (2.26)$$

上列式中之垂直力 N 為負值。

輪胎 Z 方向所受到之力矩，包括縱向力、扭轉力矩、因輪胎側向力對輪胎造成之力矩。

$$M_z = -t_p(\alpha)F - M_{Tz}(\phi) - s_p S \quad (2.27)$$

式中第一項為由側向力而產生之力矩，有使輪胎回正(align)之傾向。其中 t_p [11] 為輪胎拖曳距(pneumatic trail)，與輪胎之回正效應及側向力有關，可表示如下：

$$t_p = t_0 \left(1 - \left| \frac{\lambda}{\lambda_{\max}} \right| \right) \quad (2.28)$$

表示式中第二項為扭轉力矩(twisting torque)，由輪胎之側傾角所產生，為提供反回正效應之力矩，此力矩可表示為 ϕ 之線性函數[11]，可表示如式(2.29)。

$$M_{Tz} = M_1\varphi \quad (2.29)$$

輪胎側滑角和正向負載的改變會影響輪胎轉向力，為了清楚的描述側向力、側滑角和正向負載之間的關係，本小節將說明本研究中所使用的輪胎模型。

根據近年來對於輪胎性質的研究與實驗數據，Pacejka[20]等人發展出 Tire Magic Formula 輪胎模型，其方程式為一條近似的曲線，可以滿足輪胎測試的實驗數據，用來模擬真實輪胎特性的方程式。因此本研究將以 Tire Magic Formula 作為輪胎模型，計算側向力與側滑角的關係。

機車運動過程中，輪胎受力包括正向力，側向力、縱向力，對機車運動狀態有很大影響。本文運用 Tire Magic Formula 輪胎數學模型[19][20]，求出輪胎因側向力所產生之側滑角。如式(2.31)所示，式中 C_α 為輪胎側滑剛性， C_ϕ 為輪胎側傾剛性， λ 為輪胎側滑角， φ 為輪胎側傾角。本研究參考 H.B. Pacejka [20]所使用之輪胎參數，各參數值如表 2-1 所示。

$$F_y = D \sin \left[C \arctan \left\{ B \left(\lambda'_{Feq} + S_H \right) \right\} \right] + S_V \quad (2.30)$$

$$\lambda'_{Feq} = \left(\frac{D_0}{D} \right) \left(\alpha + \frac{C_\phi \varphi}{C_\lambda} \right) - \frac{C_\phi \varphi}{C_\lambda} \quad (2.31)$$

$$D_0 = \frac{d_4 F_z}{(1 + d_7 \varphi^2)} \quad (2.32)$$

$$D = \sqrt{D_0^2 - F_x^2} \quad (2.33)$$

$$B = \frac{C_\lambda}{CD} \quad (2.34)$$

$$S_H = \frac{C_\phi \varphi}{C_\lambda} - \frac{S_V}{C_\lambda} \quad (2.35)$$

$$S_V = \frac{d_6 F_z \phi D}{D_0} \quad (2.36)$$

$$C_\lambda = \frac{C_{\lambda 0}}{(1 + d_5 \phi^2)} \quad (2.37)$$

$$C_{\lambda 0} = d_1 N_{f0} + d_2 (N_f - N_{f0}) \quad (2.38)$$

表 2-1 Tire Magic Formula 輪胎模型參數表

d_1		d_2		d_4	d_5		d_6	d_7	C
front	rear	front	rear		front	rear			
				1.2			0.1	0.15	1.6
14	13	9	4		0.15	0.4			

2-4 機車穩態運動方程式

本文運用牛頓力學原理推導機車穩態過彎之力平衡方程式。穩態過彎時，機車之偏搖角速度、側傾角、轉向角及側滑角均為定值。機車前後部分產生之重力分別為 F_{Gf} 和 F_{Gr} 。路面對前後輪所產生之反作用力分別為 F_{Rf} 和 F_{Rr} 。空氣對車體後部分之作用力 (F_A)，包含拖曳力 (F_D)、升力 (F_L) 及側向力 (F_S)。可得力平衡方程式如下式。

$$F_{Gr} + F_{Gf} + F_{Rr} + F_{Rf} + F_A = ma_G \quad (2.39)$$

方程式等號左方的項目為作用於機車上的外力，而右方則為慣性力。 m 是機車總質量， a_G 是質量中心之加速度。後輪縱向力與車輪滾動方向同向，是提供車輛

能以等速過彎之條件，側向力則與驅動力方向垂直。機車穩態過彎受力圖，如圖 2-8 與圖 2-9 所示。配合先前推導之幾何關係式，推導機車在 X 、 Y 、 Z 方向之力平衡方程式，如式(2.40)~(2.42)。

$$-F_D + S_r + S_f \cos \Delta - F_f \sin \Delta = -(m_r X_{Gr} + m_f X_{Gf}) \dot{\psi}^2 \quad (2.40)$$

$$F_L \sin \varphi + F_S \cos \varphi + F_f \cos \Delta + F_r + S_f \sin \Delta = -(m_r Y_{Gr} + m_f Y_{Gf}) \dot{\psi}^2 \quad (2.41)$$

$$-F_L \cos \varphi + F_S \sin \varphi + N_r + N_f + (m_r + m_f)g = 0 \quad (2.42)$$



圖 2-8 機車穩態過彎地面接觸點受力示意圖[8]

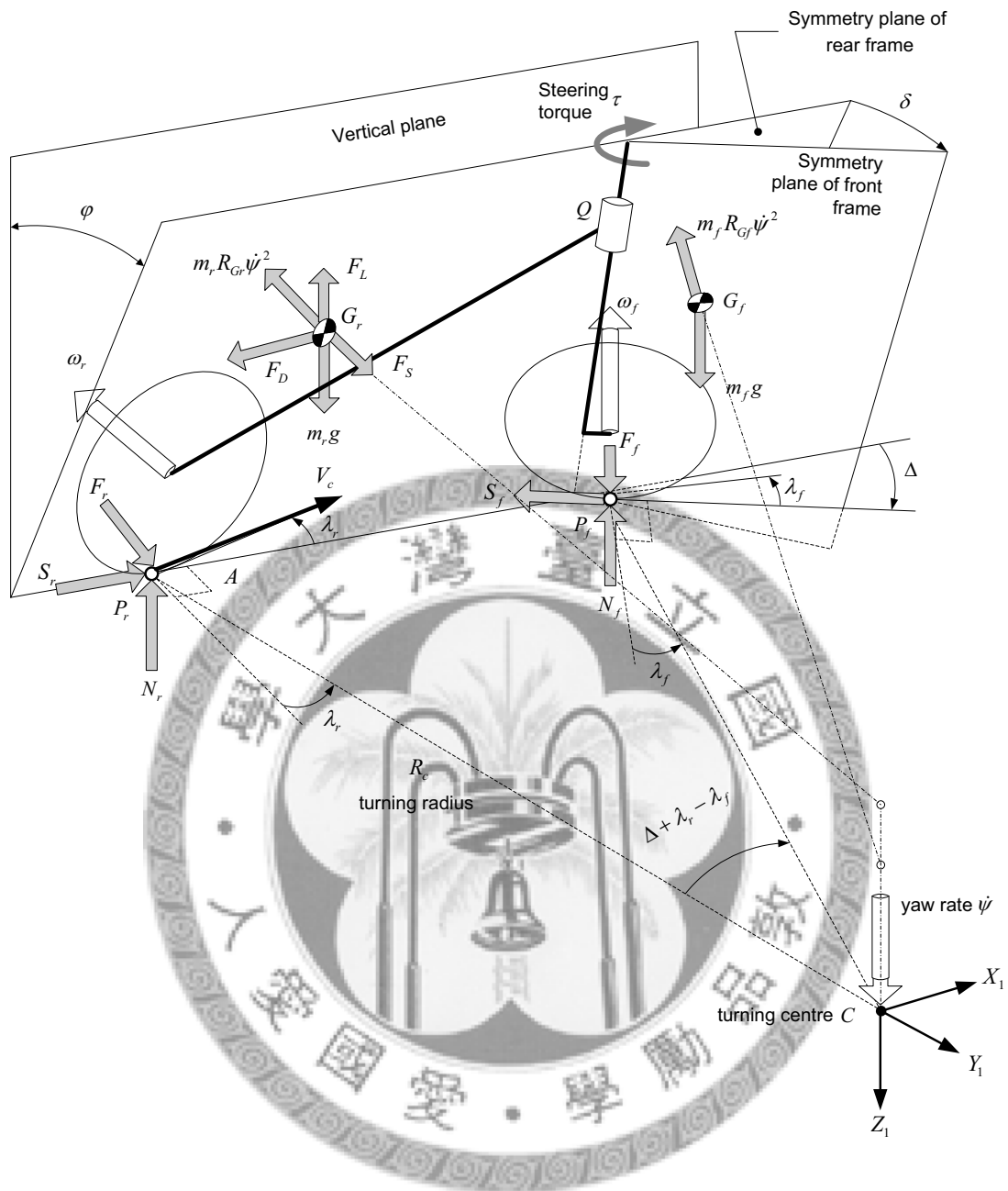


圖 2-9 機車穩態過彎受力示意圖

建立機車穩態過彎數學模型，不只需要力平衡方程式，還需有力矩平衡方程式。如圖 2-9，經過計算可得力矩平衡方程式如式(2.43)。

$$M_{Gr} + M_{Gf} + M_{Rr} + M_{Rf} + M_A = \dot{K}_r + \dot{K}_f + \dot{K}_{wr} + \dot{K}_{wf} \quad (2.43)$$

方程式等號左方為外力對機車之力矩， M_{Gf} 和 M_{Gr} 為機車前後部分重力所產生之力矩； M_{Rf} 和 M_{Rr} 為地面給輪胎之反作用力所產生之力矩。 M_A 為空氣動力所產生

之力矩。而方程式等號右方則為對於迴轉中心 C 點之角動量之改變量總和， K_f 和 K_r 分別為機車前後部分因偏搖角速度所產生之角動量；而 K_{wr} 和 K_{wf} 則分別為前後輪因角速度所產生之角動量。推廣到在 X 、 Y 、 Z 方向之方程式如式 (2.44)~(2.46)。

$$\begin{aligned} & M_{Ax} - F_L (Y_{Gr} \cos \varphi + Z_{Gr} \sin \varphi) + F_S (-Z_{Gr} \cos \varphi + Y_{Gr} \sin \varphi) + g (m_r Y_{Gr} + m_f Y_{Gf}) \\ & + N_r Y_{Pr} + N_f Y_{Pf} - M_{yf} \sin \Delta \\ & = (I_{CZr} + I_{CZf}) \dot{\psi}^2 - \{ I_{wr} \omega_r \cos \varphi + I_{wf} \omega_f [\cos \delta \cos \varphi - \sin(\varepsilon + \mu) \sin \delta \sin \varphi] \} \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} & M_{Ay} \cos \varphi - M_{Az} \sin \varphi + F_L X_{Gr} \cos \varphi - F_D Z_{Gr} - F_S X_{Gr} \sin \varphi - g (m_r X_{Gr} + m_f X_{Gf}) \\ & - N_r X_{Pr} - N_f X_{Pf} + M_{yf} \cos \Delta + M_{yr} \\ & = -(I_{CXr} + I_{CXf}) \dot{\psi}^2 - I_{wf} \dot{\psi} \omega_f \cos(\varepsilon + \mu) \sin \delta \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} & M_{Az} \cos \varphi + M_{Ay} \sin \varphi + F_S X_{Gr} + F_L X_{Gr} \sin \varphi + F_D Y_{Gr} + F_f (X_{Pf} \cos \Delta + Y_{Pf} \sin \Delta) \\ & + S_f (X_{Pf} \sin \Delta - Y_{Pf} \cos \Delta) + F_r X_{Pr} - S_r Y_{Pr} + M_{zf} + M_{zr} = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

方程式等號左方為作用於機車上的外力矩，而右方則為慣性力矩。其中慣性張量 (inertia tensor) 之表示如式 (2.47)~(2.50)。

$$I_{CXr} = m_r X_{Gr} Z_{Gr} + \cos \varphi \left[(I_{xr} - I_{zr}) + I_{x zr} (\cos^2 \mu - \sin^2 \mu) \right] \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} I_{CXzf} &= m_f X_{Gf} Z_{Gf} + (I_{xf} \cos^2 \delta + I_{yf} \sin^2 \delta - I_{zf}) \cos(\varepsilon + \mu) \sin(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \\ &+ (I_{yf} - I_{xf}) \cos(\varepsilon + \mu) \cos \delta \sin \delta \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$I_{CZr} = m_r Y_{Gr} Z_{Gr} + \cos \varphi \sin \varphi (I_{zr} \cos^2 \mu + 2I_{x zr} \cos \mu \sin \mu + I_{xr} \sin^2 \mu - I_{yr}) \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} I_{CZf} &= m_f Y_{Gf} Z_{Gf} + \cos \delta \sin \delta \sin(\varepsilon + \mu) (I_{xf} - I_{yf}) (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \\ &+ \cos \varphi \sin \varphi \{ I_{xf} [\cos^2 \delta \sin^2(\varepsilon + \mu) - \sin^2 \delta] + I_{yf} [\sin^2 \delta \sin^2(\varepsilon + \mu) - \cos^2 \delta] + I_{zf} \cos^2(\varepsilon + \mu) \} \end{aligned} \quad (2.50)$$

2-5 轉向比

機車過彎之特性受諸多因素之影響，如車架之幾何配置、車輪之大小、質量之分佈、輪胎性質等。機車過彎時，前後輪側滑角之大小影響行車之轉向特性。可透過轉向比來觀察機車過彎特性，參照 V. Cossalter[15]對轉向比 ξ (Steering Ratio)定義，轉向比為理想轉向半徑(R_O)與實際轉向半徑(R_C)之比值，表示如式(2.51)。

$$\xi = \frac{R_O}{R_C} \quad (2.51)$$

如圖 2-10 所示，由機車過彎時之幾何關係可得理想轉向半徑與實際轉向半徑如式(2.52)~(2.53)。

$$R_O = \frac{p}{\tan \Delta} = \frac{\cos \varphi \cos \delta - \sin \varphi \sin \delta \sin \varepsilon}{\sin \delta \cos \varepsilon} p \quad (2.52)$$

$$R_C = \frac{p}{\tan(\Delta - \lambda_f) \cos \lambda_r + \sin \lambda_r} \quad (2.53)$$

由上列式整理可得轉向比如式(2.54)：

$$\xi = \frac{R_O}{R_C} = \frac{\tan(\Delta - \lambda_f) \cos \lambda_r + \sin \lambda_r}{\tan \Delta} = \frac{\sin(\Delta - \lambda_f + \lambda_r)}{\cos(\Delta - \lambda_f) \tan \Delta} \approx 1 + \frac{\lambda_r - \lambda_f}{\Delta} \quad (2.54)$$

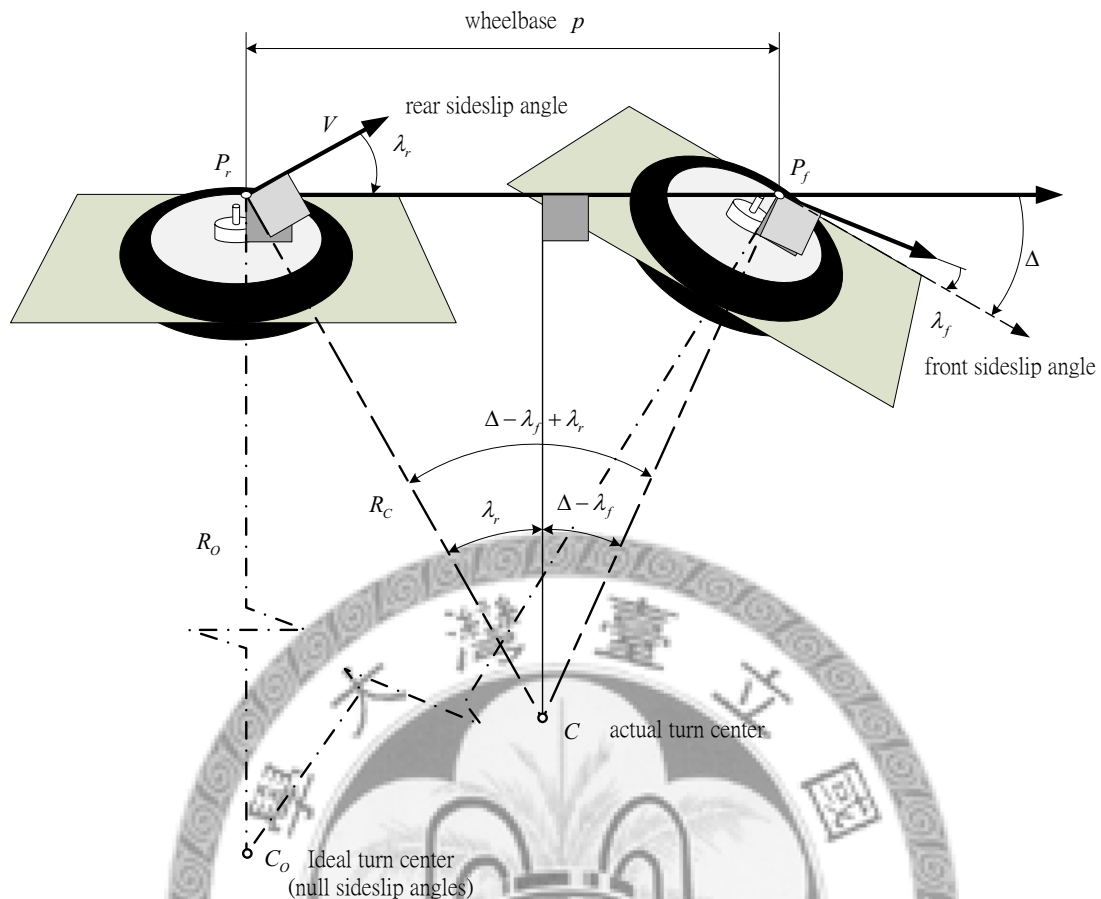


圖 2-10 機車過彎之理想半徑與實際半徑

轉向比是機車過彎之轉向特性指標，可以分為如下幾種：

1. $\xi < 1$ ：轉向不足(under-steering)，前輪側滑角大於後輪側滑角。
2. $\xi = 1$ ：轉向中性(neutral steering)，前輪側滑角等於後輪側滑角。
3. $\xi > 1$ ：轉向過度(over-steering)，前輪側滑角小於後輪側滑角。
4. $\xi = \infty$ ：臨界轉向(critical condition)，機車過彎但轉向角為零。
5. $\xi < 0$ ：逆向操舵(counter-steering)，後輪側滑角遠大於前輪側滑角，例如機車過彎但轉向角為負，此時把手轉向彎外。

2-6 轉向力矩

機車過彎過程中，騎士主要靠控制把手方向來維持其安全過彎。騎士施加轉向力矩於轉向軸上，與於轉向軸上所受之力矩平衡，以維持機車穩態過彎時之平衡狀態。探討機車前部分之平衡，參照 V. Cossalter[8]，假設機車後部分對前部分有一力 F_τ 通過轉向軸上之 Q 點和一力矩 M_τ ， u_{zf} 為前部分座標 Z 方向之單位向量如下式。騎士對轉向軸所施加之轉向力矩 τ (steering torque) 可表示為：

$$\tau = M_\tau \cdot u_{zf} \quad (2.55)$$

$$F_\tau = F_{\tau X} \hat{I}_1 + F_{\tau Y} \hat{J}_1 + F_{\tau Z} \hat{K}_1 \quad (2.56)$$

$$M_\tau = M_{\tau X} \hat{I}_1 + M_{\tau Y} \hat{J}_1 + M_{\tau Z} \hat{K}_1 \quad (2.57)$$

$$\overline{u_{zf}} = \sin(\varepsilon + \mu) \hat{I}_1 - \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \hat{J}_1 + \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \hat{K}_1 \quad (2.58)$$

接著計算出力矩 M_τ 即可得知騎士欲加之轉向力矩。可利用牛頓力平衡與轉向中心 C 點之角動量平衡，得 X、Y、Z 方向各兩方程式，解出力矩 M_τ 。

前部分之牛頓力平衡方程式如(2.59)式：

$$F_{Gf} + F_{Rf} + F_\tau = ma_{Gf} \quad (2.59)$$

可得在 X、Y、Z 方向之力平衡方程式如下：

$$S_f \cos \Delta - F_f \sin \Delta + F_{\tau X} = -m_f X_{Gf} \dot{\psi}^2 \quad (2.60)$$

$$F_f \cos \Delta + S_f \sin \Delta + F_{\tau Y} = -m_f Y_{Gf} \dot{\psi}^2 \quad (2.61)$$

$$N_f + m_f g + F_{\tau Z} = 0 \quad (2.62)$$

前部分對轉向中心 C 點之角動量平衡方程式如(2.63)式：

$$M_{Gf} + M_{Rf} + M_{\tau} + CQ \times F_{\tau} = \dot{K}_f + \dot{K}_{wf} \quad (2.63)$$

$$CQ = X_Q \hat{I}_1 + Y_Q \hat{J}_1 + Z_Q \hat{K}_1 \quad (2.64)$$

$$CQ \times F_{\tau} = (F_{\tau Z} Y_Q - F_{\tau Y} Z_Q) \hat{I}_1 + (F_{\tau X} Z_Q - F_{\tau Z} X_Q) \hat{J}_1 + (F_{\tau Y} X_Q - F_{\tau X} Y_Q) \hat{K}_1 \quad (2.65)$$

可得在 X 、 Y 、 Z 方向之角動量方程式如下：

$$\begin{aligned} & m_f g Y_{Gf} + N_f Y_{Pf} - M_{yf} \sin \Delta + M_{\tau X} + (F_{\tau Z} Y_Q - F_{\tau Y} Z_Q) \\ & = I_{CYZf} \dot{\psi}^2 - I_{wf} \omega_f [\cos \delta \cos \varphi - \sin(\varepsilon + \mu) \sin \delta \sin \varphi] \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} & -m_f g X_{Gf} - N_f X_{Pf} + M_{yf} \cos \Delta + M_{\tau Y} + (F_{\tau X} Z_Q - F_{\tau Z} X_Q) \\ & = -I_{CXZf} \dot{\psi}^2 - I_{wf} \dot{\psi} \omega_f \cos(\varepsilon + \mu) \sin \delta \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned} & F_f (X_{Pf} \cos \Delta + Y_{Pf} \sin \Delta) + S_f (X_{Pf} \sin \Delta + Y_{Pf} \cos \Delta) \\ & + M_{Zf} + M_{\tau Z} + (F_{\tau Y} X_Q - F_{\tau X} Y_Q) = 0 \end{aligned} \quad (2.68)$$

聯立解六個平衡方程式可得力矩 M_{τ} 在各方向之值分別為：

$$\begin{aligned} M_{\tau X} & = I_{CYZf} \dot{\psi}^2 - I_{wf} \omega_f [\cos \delta \cos \varphi - \sin(\varepsilon + \mu) \sin \delta \sin \varphi] \dot{\psi} \\ & \quad - m_f g Y_{Gf} - N_f Y_{Pf} + M_{yf} \sin \Delta + m_f g Y_Q + N_f Y_Q \\ & \quad - F_f \cos \Delta Z_Q - S_f \sin \Delta Z_Q - m_f Y_{Gf} \dot{\psi}^2 Z_Q \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} M_{\tau Y} & = -I_{CXZf} \dot{\psi}^2 - I_{wf} \dot{\psi} \omega_f \cos(\varepsilon + \mu) \sin \delta + m_f g X_{Gf} + N_f X_{Pf} - M_{yf} \cos \Delta \\ & \quad - F_f \sin \Delta Z_Q + S_f \cos \Delta Z_Q + m_f X_{Gf} \dot{\psi}^2 Z_Q - m_f g X_Q - N_f X_Q \end{aligned} \quad (2.70)$$

$$\begin{aligned} M_{\tau Z} & = -F_f (X_{Pf} \cos \Delta + Y_{Pf} \sin \Delta) - S_f (X_{Pf} \sin \Delta - Y_{Pf} \cos \Delta) - M_{Zf} + F_f \cos \Delta X_Q \\ & \quad + S_f \sin \Delta X_Q + m_f Y_{Gf} \dot{\psi}^2 X_Q + F_f \sin \Delta Y_Q - S_f \cos \Delta Y_Q - m_f X_{Gf} \dot{\psi}^2 Y_Q \end{aligned} \quad (2.71)$$

各力作用於機車之轉向軸上，將會產生不同的效應，其中包括回正效應 (aligning effece)及反回正效應(disaligning effect)兩個部分。而此轉向力矩主要由重力、向心力、正向力、側向力、縱向力、前輪所受之力矩及陀螺儀效應七個分量所造成，求得力矩 M_r 代入(2.55)可得轉向力矩 τ ，見下式：

$$\tau = \tau_G + \tau_\psi + \tau_N + \tau_F + \tau_S + \tau_M + \tau_\omega \quad (2.72)$$

1. τ_G ，由重力所產生之轉向力矩，提供反回正效應。

$$\tau_G = m_f g \left[(Y_Q - Y_{Gf}) \sin(\varepsilon + \mu) + (X_Q - X_{Gf}) \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \quad (2.73)$$

2. τ_ψ ，由向心力所產生之轉向力矩，提供回正效應。

$$\begin{aligned} \tau_\psi = & \dot{\psi}^2 m_f (Y_{Gf} X_Q - X_{Gf} Y_Q) \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \\ & - \dot{\psi}^2 m_f Z_Q \left[Y_{Gf} \sin(\varepsilon + \mu) + X_{Gf} \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \\ & + \dot{\psi}^2 \left[I_{CYzf} \sin(\varepsilon + \mu) + I_{CXzf} \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (2.74)$$

3. τ_N ，由正向力所產生之轉向力矩，提供反回正效應。

$$\tau_N = N_f \left[(Y_Q - Y_{Pf}) \sin(\varepsilon + \mu) + (X_Q - X_{Pf}) \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \quad (2.75)$$

4. τ_F ，由側向力所產生之轉向力矩，提供回正效應。

$$\begin{aligned} \tau_F = & F_f \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \left[(Y_Q - Y_{Pf}) \sin \Delta + (X_Q - X_{Pf}) \cos \Delta \right] \\ & - F_f Z_Q \left[\cos \Delta \sin(\varepsilon + \mu) - \sin \Delta \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (2.76)$$

5. τ_S ，由縱向力所產生之轉向力矩，提供反回正效應。

$$\begin{aligned} \tau_S = & S_f \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \left[(Y_{Pf} - Y_Q) \cos \Delta + (X_Q - X_{Pf}) \sin \Delta \right] \\ & - S_f Z_Q \left[\sin \Delta \cos(\varepsilon + \mu) + \cos \Delta \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (2.77)$$

6. τ_M ，由前輪所受力矩所產生之轉向力矩，提供反回正效應。

$$\tau_M = M_{yf} [\sin \Delta \cos(\varepsilon + \mu) + \cos \Delta \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi] - M_{zf} \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \quad (2.78)$$

7. τ_ω ，由陀螺儀效應所產生之轉向力矩，提供回正效應。

$$\tau_\omega = \dot{\psi} I_{wf} \omega_f [\sin \delta \sin \varphi - \cos \delta \cos \varphi \sin(\varepsilon + \mu)] \quad (2.79)$$

轉向力矩之值可以幫助了解機車穩態過彎之各種狀態。接下來之章節，將利用本章所得到之幾何關係、運動關係、輪胎模型、轉向參數、受力情況、轉向比及轉向力矩，建立機車穩態過彎之數學模型。



第三章 機車穩態過彎模型與數值分析方法

欲分析機車穩態過彎行為，須先建立穩態過彎模型。本章將在第二章所介紹之基礎理論上，運用牛頓法建立機車穩態過彎之數學模型，再利用電腦進行模擬分析。數學模型包含複雜幾何關係式與力學關係式，直接求其解析解相當困難，故運用數值分析方法，以重複疊代之方式，求其數值解進而探討機車過彎行為與轉向特性。

3-1 機車穩態過彎模型

探討機車之穩態過彎運動狀態必須先建立合適的機車模型，推導出機車之運動方程式，進而分析穩態過彎受力情況、轉向比、轉向力矩等。機車過彎運動學也極為複雜，為了簡化機車運動系統，本文將提出與理論基礎不一樣之假設條件，便於分析探討。

3-1-1 假設條件

參考 V. Cossalter[11]和朱學熙[8]之研究後，對機車模型之假設條件可歸納整理出以下幾點：

1. 機車可分為前部分與後部分兩剛體，以轉向軸上的旋轉對連接。由於把手轉向之限制，前部份可有限制地相對於後部份轉動。
2. 考慮機車以等速穩定過彎，前後懸吊在彎中保持不變，忽略懸吊對機車之動態影響。

3. 假設輪胎為環面狀(toroidal shape)，形狀類似甜甜圈，與路面接觸視為點接觸。
4. 考慮輪胎具有足夠之側向硬度，輪胎之過度轉向力矩 M_x 對機車穩定性之影響很小，故不考慮之。
5. 空氣對機車的影響有空氣上升力(lift force)、側向力(side force)及拖曳力(drag force)，假設機車以穩定的速度行駛，這些空氣阻力對機車的影響將遠比輪胎所受地面之力小，故不考慮空氣對機車之影響。
6. 考慮機車以等速穩定過彎，前輪之縱方向滑移很小，故不考慮前輪之縱向滑移。俯仰角(pitch angle)對輪胎前後接地點位置影響很小，不考慮俯仰角之運動。
7. 機車以等速過彎，考慮前後移動(即後輪之轉動)、車頭轉向(steering)、側傾(roll)、側滑(side slip)、偏搖(yaw)運動，不考慮俯仰角(pitch angle)之運動。

與第二章對機車模型之假設不同點，主要是不考慮空氣對機車之影響、前輪之縱向滑移、俯仰角之運動。以上假設簡化了數學模型，減少了機車過彎數學模型之數值分析難度。基於以上之假設，視機車為幾個主要的質量塊組成，訂定機車之幾何尺寸，如圖 3-1 所示。

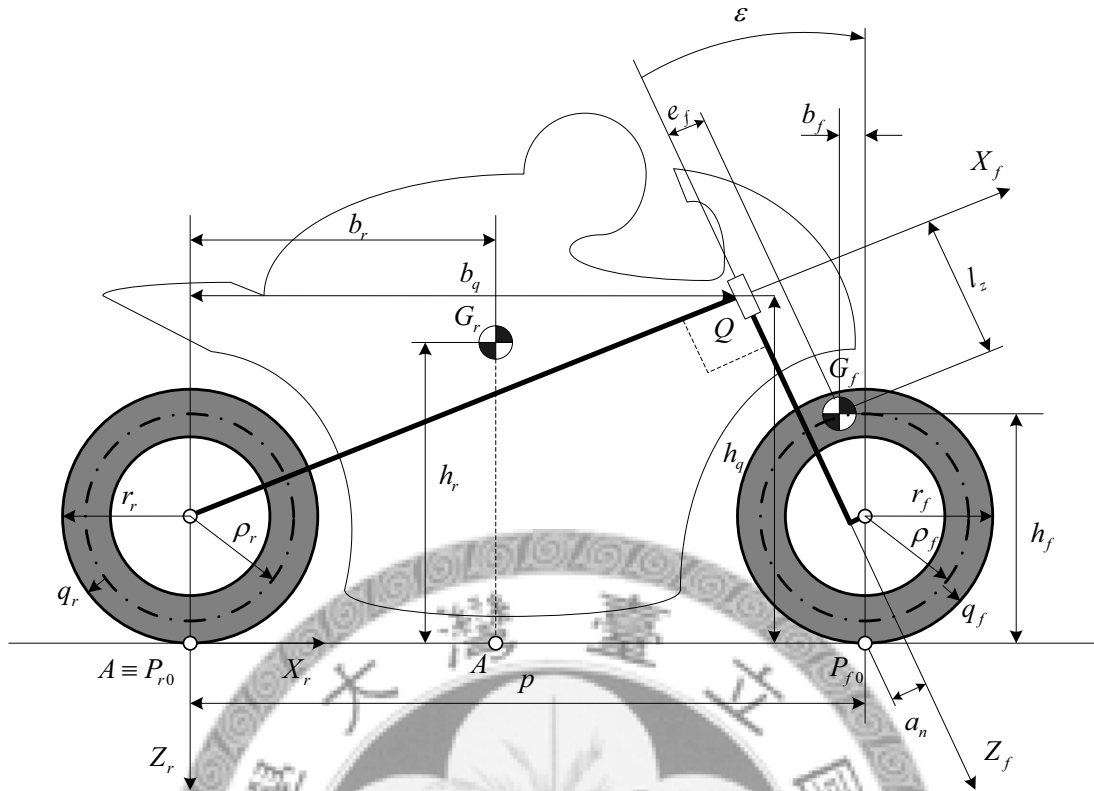


圖 3-1 機車之幾何尺寸示意圖

3-1-2 幾何及運動關係式

當機車過彎時，會有側傾角 φ 和轉向角 δ ，造成前後輪接地點之相對位置改變。前後輪接地點 $P_f (X_{pf}, Y_{pf})$ 、 $P_r (X_{pr}, Y_{pr})$ 在 X 方向之及 Y 方向之距離分別為 ΔX 及 ΔY ，經幾何計算可得如下：

$$\Delta X = X_{pf} - X_{pr} = d_1 + e_1 \quad (3.1)$$

$$\Delta Y = Y_{pf} - Y_{pr} = c_1 \cos \varphi + (b_1 - a_1) \sin \varphi \quad (3.2)$$

式中之 a_1 、 b_1 、 c_1 、 d_1 、 e_1 、 μ 之表示如下：

$$a_1 = l_1 \sin \varepsilon [(1 - \cos \delta)] + (r_r - \rho_r) - (r_f - \rho_f) \quad (3.3)$$

$$b_1 = \rho_f [\cos \varepsilon \cos(\beta' - \varepsilon) - \cos \delta \sin \varepsilon \sin(\beta' - \varepsilon) - 1] \quad (3.4)$$

$$c_1 = l_1 \sin \delta + \rho_f \sin \delta \sin(\beta' - \varepsilon) \quad (3.5)$$

$$d_1 = p - l_1 \cos \varepsilon [(1 - \cos \delta)] \quad (3.6)$$

$$e_1 = \rho_f [\sin \varepsilon \cos(\beta' - \varepsilon) + \cos \delta \cos \varepsilon \sin(\beta' - \varepsilon)] \quad (3.7)$$

$$\beta' = \varepsilon + \arctan \frac{\sin \delta \tan \varphi - \sin \varepsilon \cos \delta}{\cos \varepsilon} \quad (3.8)$$

$$\mu = 0 \quad (3.9)$$

$$l_1 = r_f \sin \varepsilon - a_n \quad (3.10)$$

前輪之側傾角由原來之 φ 變成 β 表示如下式：

$$\beta = \arcsin(\cos \delta \sin \varphi + \cos \varphi \sin \delta \sin \varepsilon) \quad (3.11)$$

運動轉向角(kinematic steering angle)為機車前後部分之對稱面與地面相交之兩直線之間的夾角，如圖 2-5 所示，經計算可得：

$$\Delta = \arctan \left(\frac{\sin \delta \cos \varepsilon}{\cos \varphi \cos \delta - \sin \varphi \sin \delta \sin \varepsilon} \right) \quad (3.12)$$

知道機車穩態過彎時之幾何關係式，經由運動學計算，可求出機車於過彎時之迴轉半徑 R_c 、車速 V_c 、前後輪角速度 ω_f 、 ω_r 等轉向參數，如式(3.13)~(3.16)所示。

$$R_c = \frac{(X_{pf} - X_{pr}) \cos(\Delta + \lambda_f) + (Y_{pf} - Y_{pr}) \sin(\Delta + \lambda_f)}{\cos \lambda_r \sin(\Delta + \lambda_f) - \sin \lambda_r \cos(\Delta + \lambda_f)} \quad (3.13)$$

$$V_c = R_c \dot{\psi} = \Gamma_V(\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r) \dot{\psi} \quad (3.14)$$

$$\omega_f = \dot{\psi} \frac{\cos \lambda_f Y_{pf}}{\cos(\Delta + \lambda_f) \rho_f + q_f \cos \beta'} = \Gamma_{w_f}(\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r) \dot{\psi} \quad (3.15)$$

$$\omega_r = -\frac{V_x - V_{sx}}{\rho_r + q_r \cos \varphi} = -\frac{R_c \dot{\psi} (\kappa + 1) \cos \lambda_r}{\rho_r + q_r \cos \varphi} = \Gamma_{w_r}(\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r, \kappa) \dot{\psi} \quad (3.16)$$

上式中 V_{sx} 是縱向滑動速度， V_x 是縱向速度， κ 是縱向滑動比(longitudinal slip ratio)，表示如下：

$$V_x = V_c \cos \lambda_r \quad (3.17)$$

$$\kappa = -\frac{V_{sx}}{V_x} = -\frac{V_x - \omega_r r_r}{V_x} \quad (3.18)$$

3-1-3 車體座標

機車穩態過彎，訂定機車之旋轉座標系設為 (X_l, Y_l, Z_l) ，其座標原點為機車在過彎時之迴轉中心 $C(0,0)$ ，軸 Z_l 垂直向下， X_l 軸與 Y_l 軸則落在相對座標系之 XY 平面(地面)上。機車穩態過彎之力與力矩平衡方程式皆是在旋轉座標系下推導。需先求得機車前後輪接地點座標位置、轉向軸上 Q 點座標位置及前後部分重心座標位置，方能進行求解，各座標位置如下。

後輪接地點座標位置：

$$\begin{cases} X_{Pr} = R_c \sin \lambda_r \\ Y_{Pr} = -R_c \cos \lambda_r \\ Z_{Pr} = 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

前輪接地點座標位置：

$$\begin{cases} X_{Pf} = \Delta X + X_{Pr} \\ Y_{Pf} = \Delta Y + Y_{Pr} \\ Z_{Pf} = 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

轉向軸上點 Q 座標位置：

$$\begin{cases} X_Q = X_{Pr} + b_Q \\ Y_Q = Y_{Pr} + h_Q \sin \varphi \\ Z_Q = -h_Q \cos \varphi \end{cases} \quad (3.21)$$

後部分質心座標位置：

$$\begin{cases} X_{Gr} = X_{Pr} + b_r \\ Y_{Gr} = Y_{Pr} + h_r \sin \varphi \\ Z_{Gr} = -h_r \cos \varphi \end{cases} \quad (3.22)$$

機車過彎時，前部分有轉向角，推導前部分座標系位置轉換矩陣：

$$[T_\Delta] = \begin{bmatrix} \cos \Delta & -\sin \Delta & 0 \\ \sin \Delta & \cos \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

前部分重心座標位置：

$$\begin{bmatrix} X_{Gf} \\ Y_{Gf} \\ Z_{Gf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Pf} \\ Y_{Pf} \\ Z_{Pf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \Delta & -\sin \Delta & 0 \\ \sin \Delta & \cos \Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b_f \\ h_f \sin \beta \\ -h_f \cos \beta \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\begin{cases} X_{Gf} = X_{Pf} - b_f \cos \Delta - h_f \sin \Delta \sin \beta \\ Y_{Gf} = Y_{Pf} - b_f \sin \Delta + h_f \cos \Delta \sin \beta \\ Z_{Gf} = Z_{Pf} - h_f \cos \beta \end{cases} \quad (3.25)$$

3-1-4 機車穩態過彎行為

運用牛頓力學原理推導機車之力平衡方程式。穩態過彎時，機車之偏搖角速度、側傾角、轉向角及側滑角均為定值。參考 2-1-5 節所推導之機車力平衡方程式，在不考慮俯仰角、空氣對車體之外力假設下，機車之力平衡方程式可表示成

(3.26)式。機車前後部分產生之重力分別為 F_{Gf} 和 F_{Gr} 。路面對前後輪所產生之反作用力分別為 F_{Rf} 和 F_{Rr} 。由(3.26)式可推導出機車在 X 、 Y 、 Z 方向之力平衡方程式(3.27)、(3.28)及(3.29)。

$$F_{Gr} + F_{Gf} + F_{Rr} + F_{Rf} = ma_G \quad (3.26)$$

$$S_r + S_f \cos \Delta - F_f \sin \Delta = -(m_r X_{Gr} + m_f X_{Gf}) \dot{\psi}^2 \quad (3.27)$$

$$F_f \cos \Delta + F_r + S_f \sin \Delta = -(m_r Y_{Gr} + m_f Y_{Gf}) \dot{\psi}^2 \quad (3.28)$$

$$N_r + N_f + (m_r + m_f)g = 0 \quad (3.29)$$

機車穩態過彎之力矩平衡方程式參考 2-1-6 節之推導，在不考慮俯仰角，忽略空氣對車體所造成之力矩的假設下，機車穩態過彎之力矩平衡方程式可表示成式(3.30)。再分別於 X 、 Y 、 Z 方向推導出力矩平衡方程式(3.31)、(3.32)及(3.33)。

$$M_{Gr} + M_{Gf} + M_{Rr} + M_{Rf} = \dot{K}_r + \dot{K}_f + \dot{K}_{Wr} + \dot{K}_{Wf} \quad (3.30)$$

$$g(m_r Y_{Gr} + m_f Y_{Gf}) + N_r Y_{Pr} + N_f Y_{Pf} - M_{yf} \sin \Delta = (I_{Cyzr} + I_{Cyzf}) \dot{\psi}^2 - \{I_{Wr} \omega_r \cos \varphi + I_{Wf} \omega_f [\cos \delta \cos \varphi - \sin \varepsilon \sin \delta \sin \varphi]\} \dot{\psi} \quad (3.31)$$

$$-g(m_r X_{Gr} + m_f X_{Gf}) - N_r X_{Pr} - N_f X_{Pf} + M_{yf} \cos \Delta + M_{yr} = -(I_{Cxr} + I_{Cxf}) \dot{\psi}^2 - I_{Wf} \dot{\psi} \omega_f \cos \varepsilon \sin \delta \quad (3.32)$$

$$F_f (X_{Pf} \cos \Delta + Y_{Pf} \sin \Delta) + S_f (X_{Pf} \sin \Delta - Y_{Pf} \cos \Delta) + F_r X_{Pr} - S_r Y_{Pr} + M_{zf} + M_{zr} = 0 \quad (3.33)$$

機車過彎時，可透過轉向比來觀察機車過彎之轉向特性，參考 2-6 節之推導，轉向比為理想轉向半徑(R_O)與實際轉向半徑(R_C)之比值。表示如式(3.34)。轉向比小於 1 表示機車轉向不足，前輪側滑角大於後輪側滑角；轉向比等於 1 表示機車

轉向中性，前輪側滑角等於後輪側滑角；轉向比大於 1 表示機車轉向過度，前輪側滑角小於後輪側滑角。

$$\xi = \frac{R_O}{R_C} = \frac{\tan(\Delta - \lambda_f) \cos \lambda_r + \sin \lambda_r}{\tan \Delta} = \frac{\sin(\Delta - \lambda_f + \lambda_r)}{\cos(\Delta - \lambda_f) \tan \Delta} \approx 1 + \frac{\lambda_r - \lambda_f}{\Delta} \quad (3.34)$$

騎士施加轉向力矩於轉向軸上，與於轉向軸上之力矩平衡，以維持機車穩態過彎時之平衡狀態。轉向力矩主要由重力、向心力、正向力、側向力、縱向力、前輪所受之力矩及陀螺儀效應七個分量所造成，參考 2-7 節之推導，可得轉向力矩 τ 表示如下：

$$\tau = \tau_G + \tau_\psi + \tau_N + \tau_F + \tau_S + \tau_M + \tau_\omega \quad (3.35)$$

$$\tau_G = m_f g \left[(Y_Q - Y_{Gf}) \sin(\varepsilon + \mu) + (X_Q - X_{Gf}) \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \tau_\psi = & \dot{\psi}^2 m_f (Y_{Gf} X_Q - X_{Gf} Y_Q) \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \\ & - \dot{\psi}^2 m_f Z_Q \left[Y_{Gf} \sin(\varepsilon + \mu) + X_{Gf} \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \\ & + \dot{\psi}^2 \left[I_{CYzf} \sin(\varepsilon + \mu) + I_{CXzf} \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\tau_N = N_f \left[(Y_Q - Y_{Pf}) \sin(\varepsilon + \mu) + (X_Q - X_{Pf}) \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \tau_F = & F_f \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \left[(Y_Q - Y_{Pf}) \sin \Delta + (X_Q - X_{Pf}) \cos \Delta \right] \\ & - F_f Z_Q \left[\cos \Delta \sin(\varepsilon + \mu) - \sin \Delta \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \tau_S = & S_f \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \left[(Y_{Pf} - Y_Q) \cos \Delta + (X_Q - X_{Pf}) \sin \Delta \right] \\ & - S_f Z_Q \left[\sin \Delta \cos(\varepsilon + \mu) + \cos \Delta \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\tau_M = M_{yf} \left[\sin \Delta \cos(\varepsilon + \mu) + \cos \Delta \cos(\varepsilon + \mu) \sin \varphi \right] - M_{zf} \cos(\varepsilon + \mu) \cos \varphi \quad (3.41)$$

$$\tau_\omega = \dot{\psi} I_{wf} \omega_f \left[\sin \delta \sin \varphi - \cos \delta \cos \varphi \sin(\varepsilon + \mu) \right] \quad (3.42)$$

3-2 數值分析求解方法

本節將介紹數學模型之數值分析方法，進而探討機車穩態過彎行為與特性。機車過彎數學模型包含複雜幾何關係式與力學關係式，方程式數量多，又是非線性方程式，直接求得其解析解是相當困難，故本研究利用數值方法，以反覆疊代之方式，希望以求得近似之數值解的方式來探討機車穩態過彎行為。

3-2-1 數值分析方法建立

穩態過彎模型求解主要包括幾何關係、運動力學之關係及輪胎模型關係三大部分之計算，如圖 3-2 所示。

1. 幾何關係：運用機車穩態過彎之幾何關係，計算機車之基本幾何參數：運動轉向角 Δ 、前後輪接地點 $P_f(X_{pf}, Y_{pf})$ 、 $P_r(X_{pr}, Y_{pr})$ 、機車前後部分之質心位置 $G_f(X_{gf}, Y_{gf})$ 、 $G_r(X_{gr}, Y_{gr})$ 、慣性張量等。
2. 運動力學關係：利用已知的幾何關係，聯立力平衡與力矩平衡方程式，解出 F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r 、 ψ 等變數。
3. 輪胎模型：利用 MF 輪胎模型側向力與側滑角之關係，計算側滑角之大小。

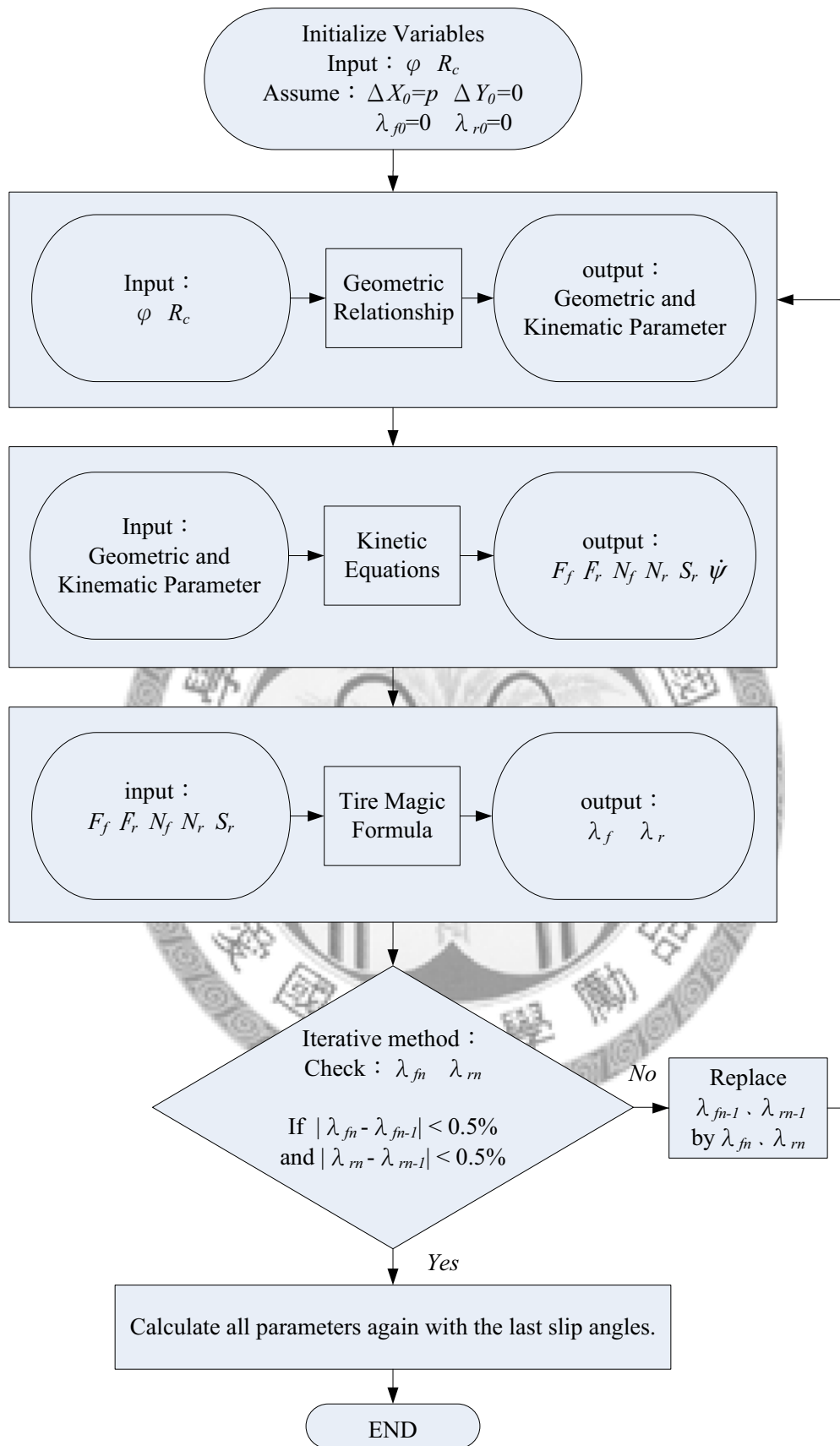


圖 3-2 穩態過彎模型求解概念圖

本文所建立之機車穩態過彎數學模型有複雜幾何關係式與力學關係式，包括機車幾何關係式、運動方程式及力平衡方程式，共有 13 組方程式，其中包含 13 個變數。其中五個為外力 F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r ，其餘參數則為 V 、 λ_f 、 λ_r 、 κ 、 R_c 、 ψ 、 ω_f 、 ω_r 。當數學方程式與變數數目相等時可以求得解析解。但運動方程式與力平衡方程式中都包含幾何關係，使變數與變數之間關係變得非常複雜；運動方程式與力矩方程式中又出現有變數相乘之項，更包含非線性相，使得解方程式之難度複雜許多。故本文以特定之數值方法進行求解，希望以求得近似數值解的方式來探討機車穩態過彎之轉向力矩及轉向特性等。

本文運用重複疊代之數值分析方法進行數學模型分析，電腦輔助分析程式是以 Matlab 撰寫，如附錄 B 所示，採用 for 迴圈寫法，經由電腦重複疊代運算，求出近似數值解。在 V. Cossalter[11]研究中以側傾角 φ 及轉向角 δ 為輸入參數，先得到幾何關係式，再對運動關係式進行分析，但是在分析結果中，於 δ 角度小時車速 V 變化很大，使分析結果分佈不平均。求解機車穩態過彎數學模型，可先設定過彎時之側傾角 φ 及轉向角 δ ，亦可先設定過彎時之側傾角 φ 及迴轉半徑 R_c ，此兩組條件均可求出機車穩態過彎之狀態。

本研究將以機車過彎時之側傾角 φ 及迴轉半徑 R_c 作為輸入參數，進行求解。以迴轉半徑 R_c 作為輸入參數，可清楚觀察在不同迴轉半徑之彎道下，機車過彎之穩態行為。故行車狀況參數 R_c 比操控狀況參數 δ 更適合作為數學模型之輸入參數。

V. Cossalter[11]研究中，設定過彎之側傾角 φ 及轉向角 δ ，假設機車之前後輪在沒有側滑的情況下進行穩定轉向，即輪胎之側滑角 λ_f 、 λ_r 為 0。做了以上之初始條件假設後，可先求出基本之幾何關係式，再簡化運動系統會由原來之 13 組方程式與 13 個變數為 6 組線性化運動方程式與 6 個變數： F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r 、 ψ 。聯立解簡化後的 6 組運動方程式，可以求得一組唯一解。再利用 MF 輪

胎模型，推導出側滑角之值，再代回原來之數學模型，重新計算原來之幾何關係，簡化運動系統為 6 組線性化運動方程式與 6 個變數： F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r 、 $\dot{\psi}$ ，聯立解運動方程式。重複以上過程，直到側滑角計算結果與上一次差異很小，得到一個最適合之近似解。進而求得轉向力矩、轉向比等值。

本研究之求解方法與 V. Cossalter 之研究[11]有所不同，本研究先給定過彎之側傾角 φ 及迴轉半徑 R_c ，假設前後輪在沒有側滑的情況下進行穩定轉向，即輪胎之側滑角 λ_f 、 λ_r 為 0。先可透過幾何關係式算出轉向角 δ ，接著求得前後輪之側向力 F_f 、 F_r ，再運用 MF 輪胎模型，推導出對應之側滑角大小。有了此組初始側滑角後，考慮有側滑角存在情況下，重新計算之幾何關係，再解出新的 F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r 、 $\dot{\psi}$ 。重複以上過程，直到側滑角計算結果與上一次差異很小，並參考 V. Cossalter[11]所用之最大側傾角度數：前輪最大側滑角 5.8° ，後輪側滑角於 4.3° ，若輪胎之側滑角超過最大側滑角，機車會滑倒。故所求得之側滑角若超過最大側傾角，表示此時之狀態非穩態過彎行為，去除此組解。

本研究數學模型的求解方法是設定側傾角 φ 及迴轉半徑 R_c 作為輸入參數後，在要求的精度內，求得機車穩態過彎的各項運動性質。V.cossalter 數學模型的求解方法是設定側傾角 φ 及轉向角 δ 作為輸入參數，先求出基本之幾何關係式，簡化運動系統會由原來之 13 組方程式為 6 組線性化運動方程式，再利用 MF 輪胎模型，推導出前後輪之側滑角 λ_f 及 λ_r 之值。V. Cossalter 數值方法與本研究數值方法之比較如表 3-1 所示。

表 3-1 V.cossalter 與本研究數值分析方法之差異

	V.cossalter	本研究
初始值設定	側傾角 φ 、轉向角 δ	側傾角 φ 、迴轉半徑 R_c
重複疊帶之最初假設	$\lambda_f = \lambda_r = 0$	$\lambda_f = \lambda_r = 0$
幾何關係計算	$\varphi, \delta, \lambda_f, \lambda_r \rightarrow$ $\Delta, R_c, P_f, P_r, G_f, G_r$	$\varphi, R_c, \lambda_f, \lambda_r \rightarrow$ $\Delta, \delta, P_f, P_r, G_f, G_r$
結果	車速 V 於 δ 角度很小時 其變化很大，不易觀察	可觀察在不同迴轉半徑 之彎道下，機車於過彎時 之穩態行為

3-2-2 數值分析求解過程

數值分析方法之概念建立後，本節將詳細說明以側傾角 φ 及迴轉半徑 R_c 作為輸入參數進行數值求解的過程。此數值求解流程圖可見圖 3-3，其求解流程說明如下。

1. 先假設在理想機車前後輪胎無側滑($\lambda_f=0$ 、 $\lambda_r=0$)之情況下進行穩態過彎，前後輪之接地點之差距 $\Delta X_0=p$ 、 $\Delta Y_0=0$ ，再設定機車在過彎時之側傾角 φ 、迴轉半徑 R_c ，進行求解。
2. 利用迴轉半徑 R_c 與運動轉向角 Δ 之關係式，求出在該側傾角 φ 及迴轉半徑

R_c 下，其所需要之運動轉向角 Δ ；再利用運動轉向角 Δ 與轉向角 δ 之關係式，求得在該過彎狀態下所需之轉向角 δ ；最後，利用此初始求得之轉向角 δ ，求出此時前後輪胎接地點差距。

3. 重複步驟 2，若所得之前後輪接地點差距 ΔX_n 、 ΔY_n 與 ΔX_{n-1} 、 ΔY_{n-1} 之變異量收斂至容許誤差範圍內，則以該轉向角 δ 值進行求解。
4. 利用從步驟 3 所求得之轉向角 δ ，可求得機車之基本幾何參數：運動轉向角 Δ 、前後輪接地點 $P_f(X_{pf}, Y_{pf})$ 、 $P_r(X_{pr}, Y_{pr})$ 、機車前後部分之質心位置 $G_f(X_{gf}, Y_{gf})$ 、 $G_r(X_{gr}, Y_{gr})$ 、慣性張量等。
5. 利用步驟 4 所求得之幾何參數，代入原來之 13 組運動方程式，可簡化為 6 組方程式，再求解得： F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r 、 ψ 6 個參數。每一組側傾角 ϕ 及迴轉半徑 R_c 可對應求出一組唯一解。
6. 將步驟 5 所算出之輪胎受力，代入 MF 輪胎模型關係式，可求出在此狀況下之側滑角大小 (λ_f 、 λ_r)，此為初始之側滑角。
7. 把利用 MF 輪胎模型求出之側滑角 (λ_f 、 λ_r) 取代原來之假設值 0，重複步驟 2~6 至側滑角之值與前一次之結果變異量小於 0.5%，且前輪之側滑角小於 5.8° ，後輪之側滑角小於 4.3° ，則取此組側滑角作為機車實際側滑角之近似值。
8. 利用步驟 7 所求出之側滑角，重新計算各幾何參數： Δ 、 δ 、 $P_f(X_{pf}, Y_{pf})$ 、 $P_r(X_{pr}, Y_{pr})$ 、 $G_f(X_{gf}, Y_{gf})$ 、 $G_r(X_{gr}, Y_{gr})$ 、慣性張量等。求解原來之 13 組運動方程式可得： F_f 、 F_r 、 N_f 、 N_r 、 S_r 、 ψ ，獲得機車過彎之運動狀態。

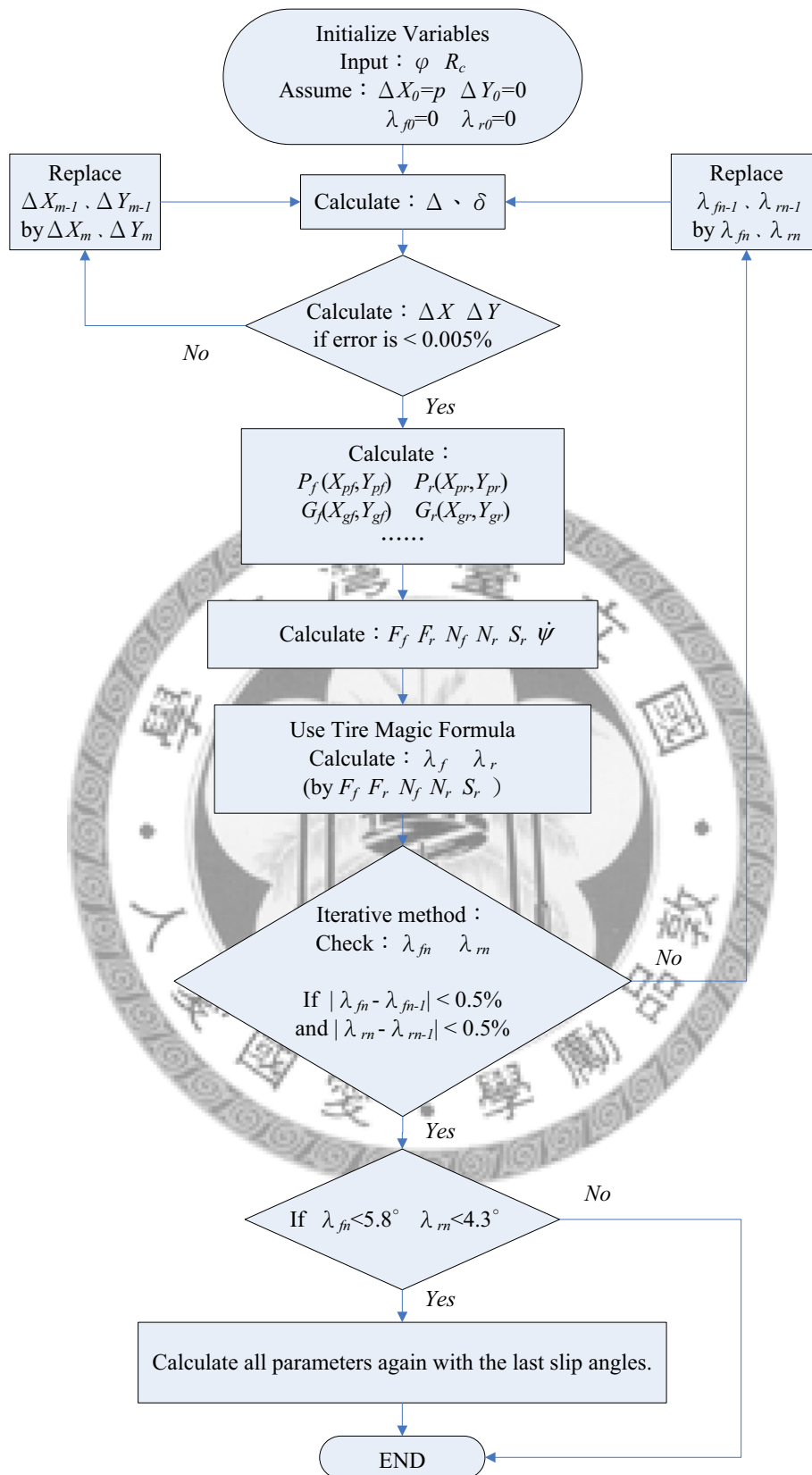


圖 3-3 穩態過彎模型求解流程圖[8]

第四章 機車穩態過彎之行車特性分析

運用第三章介紹之數值分析方法對機車穩態過彎數學模型進行電腦模擬分析，即可得到機車過彎時之行為。本章將討論機車穩態過彎時轉向參數、騎士於過彎時所需施加之轉向力矩及轉向特性，並找出適合機車駕駛之區域。再透過機車設計參數調整，觀察其對機車穩態過彎行為之影響。

4-1 機車穩態過彎行為分析

機車過彎過程中，騎士主要靠控制把手方向來維持其安全過彎；騎士施加轉向力矩於轉向軸上，與於轉向軸上所受之力矩平衡，以維持機車穩態過彎時之平衡狀態。機車過彎時可能出現轉向不足、轉向中性、轉向過度、逆向操舵等轉向特性，此特性會影響騎士操作機車之感覺，可透過轉向比來探討機車轉向特性。本節將介紹轉向力矩及轉向比與機車行車特性之關係，亦會介紹機車之不穩定模態，有助於對機車穩態行為之了解。

4-1-1 機車之不穩定模態

研究機車穩態行為，須先對機車不穩定模態有所了解。參考朱學熙[8]對機車不穩定模態之介紹，機車之不穩定模態主要可分為三種，包括非振動模態傾覆模態(Capsize)、振動模態晃動模態(Wobble)及搖擺模態(Weave)。

傾覆模態是機車產生車身左右晃動之情形，使機車無法維持平衡，此模態常發生在低速行駛。此模態隨著速度增加，穩定性增加。

晃動模態是機車之把手相對與後車架產生晃動之情形。當晃動輕微時，運動

將自動收斂；但若晃動嚴重，騎士將無法控制機車之轉向，此模態常發生於高速行駛時。

搖擺模態常發生在機車急煞車時。後輪有相對於機車後部分重心向前之加速傾向時，機車產生類似魚擺尾的動作，此模態發生時有可能將騎士甩離機車或造成機車翻覆。上述之三種不同性質之不穩定模態整理如表 4-1 所示。

表 4-1 機車不穩定模態特性表[8]

	Capsize	Wobble	Weave
描述	以輪胎接地點直線為中心軸，左右偏擺。	手把相對後車架產生晃動。	全車以重心為中心，做魚擺尾的動作。
可能之出現原因	1. 車速慢時，平衡不易維持。 2. 過彎時，輪胎失去抓地力而倒車。	1. 前輪受到路面影響。 2. 加速時。	1. 後輪滑胎。 2. 減速時。
可能之傾覆模式	機車傾倒。	失去轉向能力，不能控制。	全車搖擺，騎士被甩出車。

4-1-2 轉向力矩與行車特性

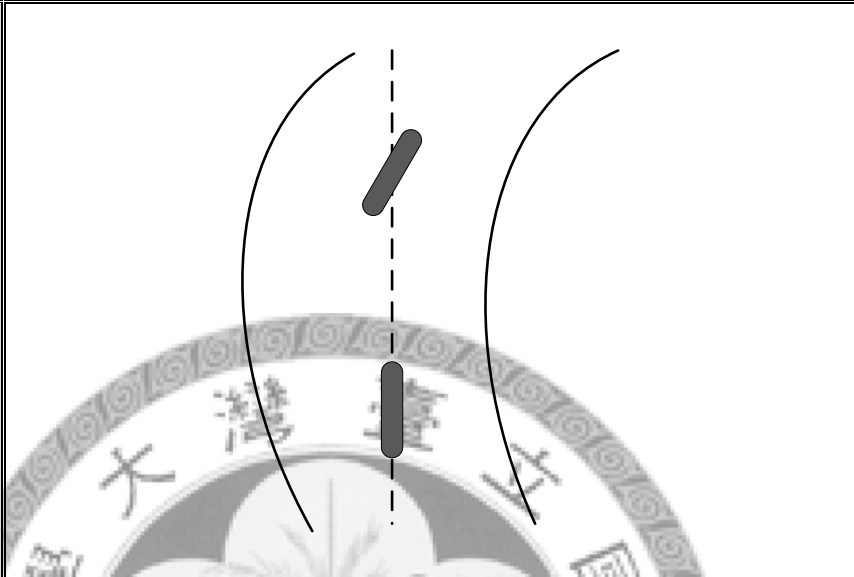


騎士在騎乘過程中，除了透過肢體動作控制機車之側傾外，騎士施加於把手上之轉向力矩亦為另一重要之控制方法之一，特別在騎士與車體之重量比小時。

機車過彎時，騎士十分依賴轉向力矩去控制機車之動態，故騎士多靠感覺轉向力矩大小來評估機車之機動性。機動性[21]是指在不考慮騎士之騎乘技巧下，機車能夠快速執行複雜之動作，如花式特技等之運動。

機車過彎過程中，騎士必需施以一轉向力矩於轉向軸上，以維持機車過彎之力矩平衡狀態，使機車安全過彎。由第二章之推導，騎士所需施加之力矩可由外力作用於轉向軸上的力矩進行評估。求得轉向力矩主要由七項提供回力或反回正效應之力矩所組成，所以騎士在過彎時會感受到回正或反回正的現象。轉向力矩包含提供回正及反回正效應之力矩共七項。其中之三項提供回正效應，欲使車頭朝向彎外，其值為正，包括由作用於機車前部分之向心力、前輪所受到之側向力及由陀螺儀效應所產生之力矩。四項提供反回正效應之力矩，欲使車頭朝向彎內，其值為負，包括機車前部分質量所產生之重力、前輪所受到之正向力、滾動阻力及前輪所受到之力矩所產生之力矩。在七項力矩中，影響力最大的是前輪所受到之正向力與前輪所受到之側向力所產生之力矩，其次為陀螺儀效應所產生之力矩，其他項影響較小，又以滾動阻力所產生之力矩影響最小。

本研究中轉向力矩均為騎士在騎乘時，騎士對機車把手所施加之轉向力矩。在機車過彎時，轉向力矩之方向、正負值定義如表 4-2 所示。機車向右過彎時，若騎士所施轉向力矩為順時針方向，其值為正，車頭欲回正，騎士要施加一個朝向彎內之力矩以抵抗車頭欲回正之作用。若騎士所施轉向力矩為逆時針方向，其值為負，車頭欲朝向彎內，騎士要施加一個朝向彎外之力矩以抵抗車頭欲朝向彎內之作用，保持力矩平衡。機車向左過彎時，轉向力矩之定義與機車向右過彎剛好相反。本文是以機車向右過彎模型為例進行模擬分析。

表 4-2 轉向力矩示意圖

	機車向右過彎	
過彎示意圖		
轉向力矩之正負值	正	負
轉向力矩之方向		
說明	<p>車頭欲回正，騎士要施加一個朝向彎內之力矩以抵抗車頭欲回正之作用，保持力矩平衡。</p>	<p>車頭欲朝向彎內，騎士要施加一個朝向彎外之力矩以抵抗車頭欲朝向彎內之作用，保持力矩平衡。</p>

對轉向力矩之方向、正負值等有基本了解後，接著將介紹轉向力矩對行車之影響。參考 V. Cossalter[15]，當轉向力矩由負值到正值時，機車由穩定狀態到傾

覆不穩定狀態。如圖 4-1(a)與圖 4-2 所示，當機車需要騎士需一負值之反向力矩維持機車力矩平衡時，若騎士雙手離開把手不再施加力矩，機車前架立刻順時針轉，轉向角立刻增加；使得轉向半徑變小與側向加速度增加，過一小段時間，側向加速度的增加使得機車前架回正，再經過小小的振蕩，使得車身變垂直，轉向角慢慢變小，使機車不易傾覆。如圖 4-1(b)與圖 4-3 所示，當機車需要騎士需一正值之正向力矩維持機車力矩平衡時，若騎士雙手離開把手不再施力矩，機車前架立刻逆時針轉，轉向角立刻減少；使得轉向半徑變大與側向加速度減少，重力使得車身側傾更多，可能造成機車傾覆。由此可見，轉向力矩為負值對機車過彎之穩定比較好。

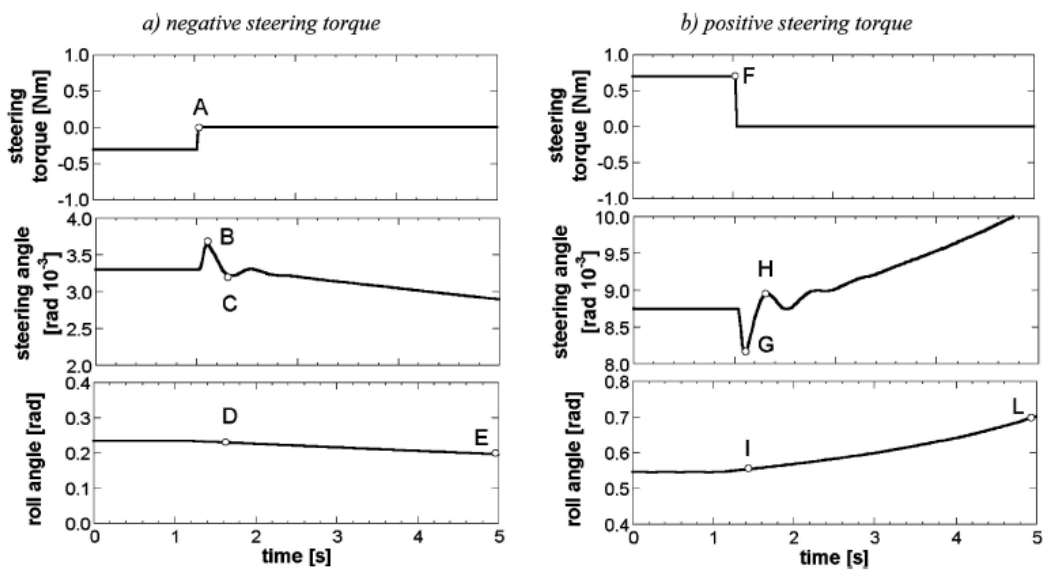


圖 4-1 騎士放開手把對行車之影響[15]

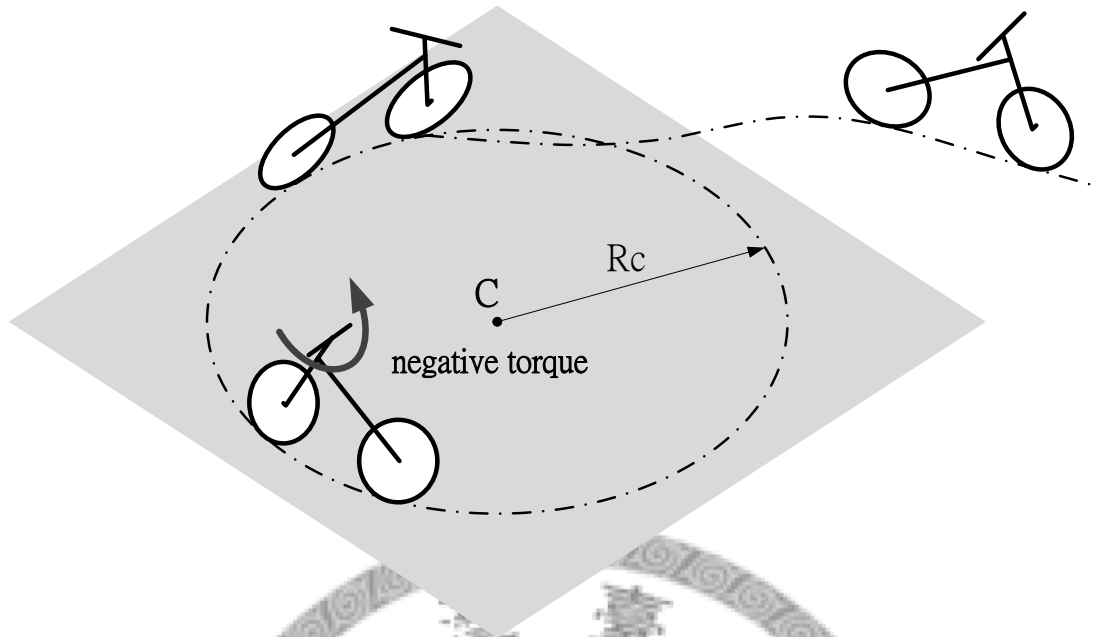


圖 4-2 騎士未施反向力矩對行車之影響

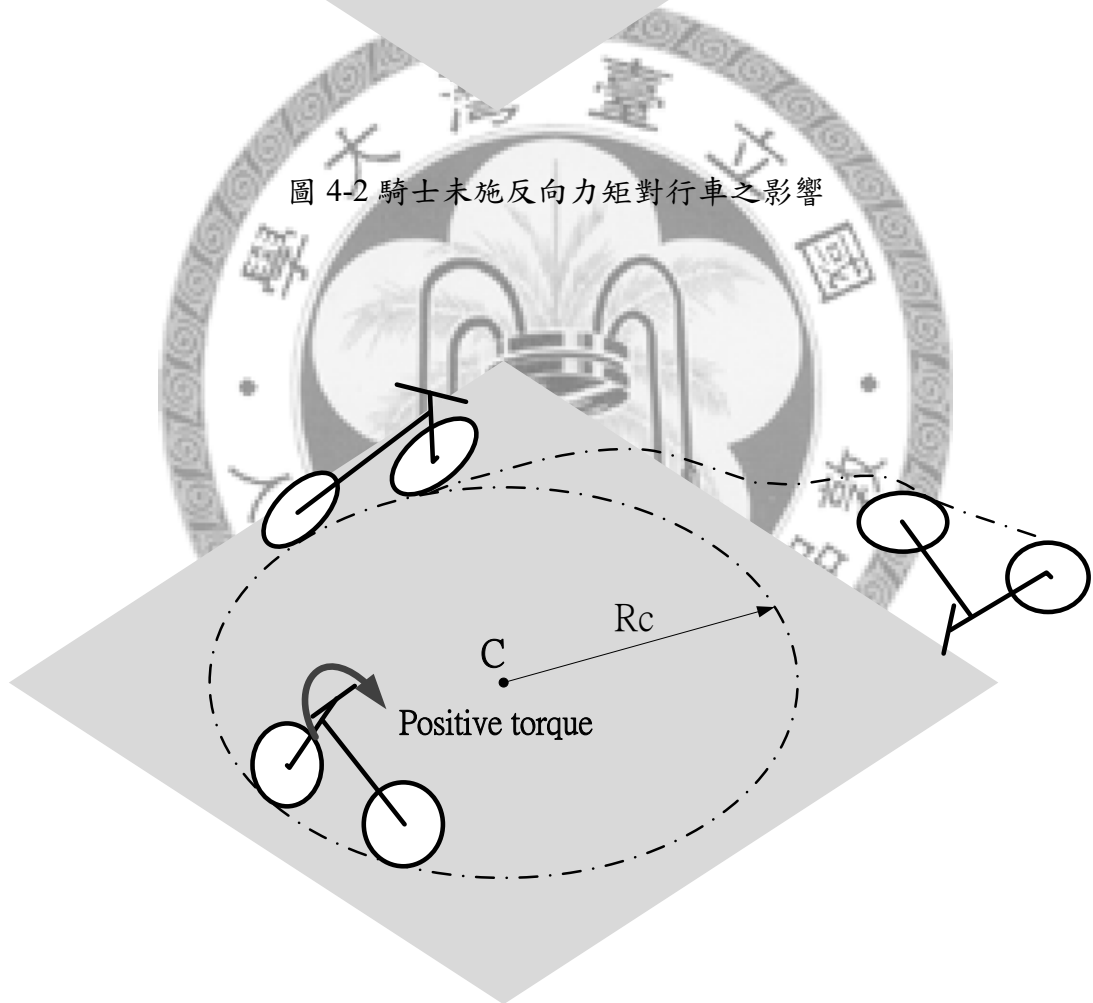


圖 4-3 騎士未施正向力矩對行車之影響

4-1-3 轉向比與轉向特性

機車過彎之特性可分為轉向不足、轉向中性、轉向過度、臨界轉向、逆向操舵。但只有轉向中性與適度的轉向過度具較好之行車特性，轉向不足、臨界轉向與逆向操舵都沒有較好之行車特性。

臨界轉向時，機車過彎但轉向角為零，不是人類之感官直覺，騎士較不適應。逆向操舵時，後輪側滑角遠大於前輪側滑角，機車過彎但轉向角為負，把手轉向彎外，如反胎過彎現象，是高難度之騎乘技巧，亦不符合人類之感官直覺，騎士較不適應。轉向中性時，前輪側滑角等於後輪側滑角，符合人類之感官直覺，騎士較適應，故有相當不錯之操控性。

轉向不足時，機車轉向半徑會慢慢增加，騎士為維持正確轉彎路線，需增加轉向角度，轉向角之增加使得前輪之側向力增加。當轉向角到達一定值，前輪之側向力就會超過前輪與地面之最大摩擦力，使得前輪滑動。當前輪滑動，騎士將無法控制車輛，機車容易跌倒，故機車過彎時處於轉向不足的狀態相當危險。相反地，轉向過度時，機車後輪比前輪較易發生滑動之情況。此狀況下，若騎士反轉機車把手，很有機會可以控制機車之平衡，避免滑倒。參考 V. Cossalter[15]對機車不穩定之探討，可知後輪滑動比前輪滑動較易控制機車之平衡，故轉向過度比轉向不足操控性好，更適合駕駛。

4-2 機車穩態過彎之範例分析

此節將利用第三章所獲得之數值分析方法對機車穩態過彎數學模型進行電腦模擬分析，由模擬結果觀察機車於穩態過彎時之穩態行為：機車在不同彎道、

不同車速情況下過彎之側傾角、轉向角、騎士所需施加之轉向力矩及轉向比等，再探討不同行車狀態之轉向特性、操控性等性質。本章將選用 V. Cossalter[11]中所提供之競速機車模型為範例，下文中稱之為 Motorcycle 1 車，來分析機車穩態過彎行為，再選用光陽 Grand King125[22]來做對照分析。

範例 1：Motorcycle 1

以 V. Cossalter[11]中所提供之競速機車模型 Motorcycle 1 為例，Motorcycle 1 之參數設定如表 4-3 所示，包括重量、幾何和輪胎三個部分。利用數值分析方法對數學模型進行電腦模擬分析，由模擬結果觀察機車於穩態過彎時之穩態行為，包括在不同迴轉半徑、不同速度情況下之機車側傾角、轉向角、騎士對把手所施加之轉向力矩、轉向比等。

通過電腦模擬分析計算，可得到機車在過彎時之穩態行為。考慮機車在過彎時不超過輪胎所能承受之最大側滑角，若機車以固定之速度在固定之迴轉半徑下穩態過彎，機車只能以一組特定之側傾角與轉向角通過彎道；若機車以固定之側傾角過固定迴轉半徑之彎道，機車只能以特定之過彎速度、轉向角穩態過彎；若機車以固定之轉向角過固定迴轉半徑之彎道，機車只能以特定之過彎速度、側傾角穩態過彎。由分析可知，當過彎半徑、速度、側傾角、轉向角中，只要有其中兩個變數決定後，其他兩個變數亦被決定。機車在穩態過彎時，機車之過彎半徑、速度、側傾角、轉向角是成組出現。

表 4-3 Motorcycle 1 模型參數設定表[11]

Mass properties	$m_f = 18 \text{ kg}, m_r = 153.4 \text{ kg}$
Inertia	$I_{xf} = 1.80 \text{ kgm}^2, I_{xr} = 22.46 \text{ kgm}^2$
	$I_{yf} = 1.77 \text{ kgm}^2, I_{yr} = 36.24 \text{ kgm}^2$
	$I_{zf} = 0.35 \text{ kgm}^2, I_{zr} = 17.36 \text{ kgm}^2$
	$I_{xpr} = -4.40 \text{ kgm}^2$
	$I_{wf} = 0.49 \text{ kgm}^2, I_{wr} = 0.71 \text{ kgm}^2$
Geometry	$p = 1.4000 \text{ m}, a_n = 0.100 \text{ m}$
	$\varepsilon = 24^\circ = 0.4189 \text{ rad}$
	$r_f = 0.296 \text{ m}, r_r = 0.310 \text{ m}$
	$p_f = 0.246 \text{ m}, p_r = 0.230 \text{ m}$
	$b_r = 0.555 \text{ m}, h_r = 0.650 \text{ m}$
	$e_f = 0.010 \text{ m}, l_z = 0.30 \text{ m}$
	$b_q = 1.1445 \text{ m}, h_q = 0.820 \text{ m}$
Tire properties	$C_{\phi f} = 0.043C_{\lambda f}, C_{\phi r} = 0.04C_{\lambda r}$
	$t_{0f} = 0.010, t_{0r} = 0.009$
	$M_{1f} = 0.024N_f, M_{1r} = 0.028N_r$
	$\lambda_{\max f} = 0.10 \text{ rad}, \lambda_{\max r} = 0.075 \text{ rad}$

機車穩態過彎的電腦模擬分析結果，以機車轉向半徑為橫軸，速度為縱軸，用 contour 的形式呈現機車穩態過彎狀態，如側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等。如圖 4-4 所示，顯示機車穩態過彎時，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下側傾角之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值側傾角之連線。

當機車過一固定半徑之彎道，側傾角越大，可達到之過彎速度越大。因為機車側傾角越大時，對接地點連線而言，重力提供較大之力矩抵抗離心力所產生之力矩，使機車不會傾覆。若機車以固定側傾角過彎，迴轉半徑越大，可達到之過彎速度越大。當側傾角固定，對接地點連線而言，重力提供之力矩固定，離心力所產生之力矩亦需固定不變才可維持機車平衡。若迴轉半徑變大，過彎速度需增加，才可不改變離心力大小。

由此可見，機車過迴轉半徑大之彎道，才可快速過彎，或增加側傾角以利快速過彎。若機車以一固定速度過彎，側傾大可過迴轉半徑小之彎道，側傾小可過迴轉半徑大之彎道。機車過一迴轉半徑小之彎道時，過彎速度都較小，側傾角之改變對速度影響不顯著。機車過一迴轉半徑大之彎道時，可以較大之速度過彎，側傾角之改變對速度影響較為顯著。

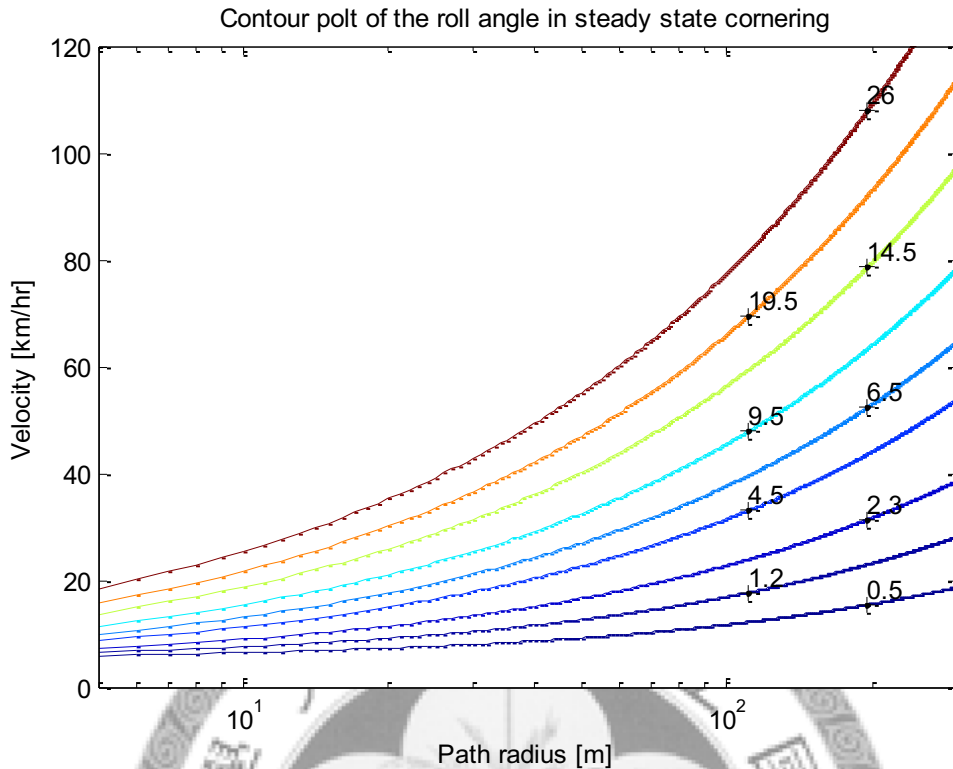


圖 4-4 Motorcycle 1 穩態過彎側傾角等值線圖

機車轉向角是穩態過彎重要之操控變數，如圖 4-5 所示，顯示機車穩態過彎，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下轉向角之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值轉向角之連線。

在圖中轉向角之值可分為三種情況：(1)轉向角大於 0 表示機車把手向彎內轉一角度，(2)轉向角等於 0 表示機車把手與機車後部分保持在同一平面上，(3)轉向角小於 0 表示機車把手向彎外轉一角度。迴轉半徑在 80m 以上，過彎速度在 70m/s 以上時才會出現轉向角等於 0。當轉向角為 0 或其值接近 0 時，轉向角對速度影響大，轉向角微小之變化就可以使過彎速度產生很大改變，操作很敏感。轉向角小於 0 時，機車過彎但轉向角為負，把手轉向彎外，此現象可稱為逆向操舵，俗稱反胎過彎，只有在機車高速行駛時才有可能出現。迴轉半徑在 9m 以下，轉向角值變化很大；迴轉半徑在 9m 至 30 m 之間，轉向角就變小在 3 度到 10 度之間，其值變化較緩和；迴轉半徑在 30 m 以上，轉向角在 3 度以內，其值變化

很小。以此可見，機車過迴轉半徑小之彎道時，需較大之轉向角，轉向角之改變對過彎速度影響小，操作較遲鈍；機車轉向角小就可過迴轉半徑大之彎道，轉向角之改變對過彎速度影響大，操作較敏感。

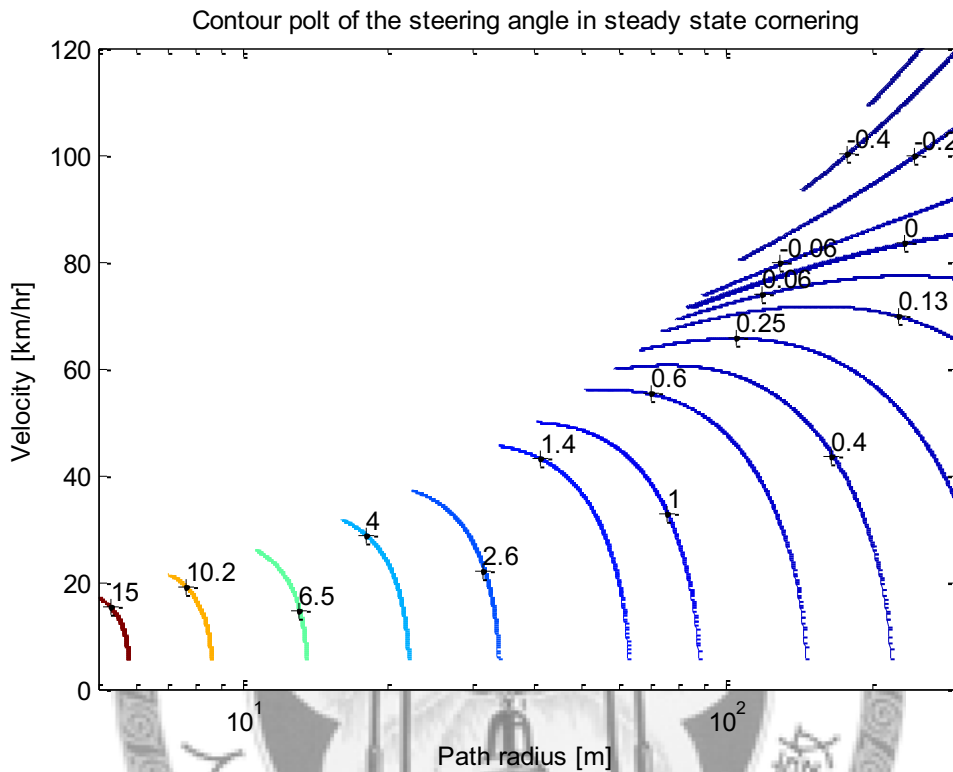


圖 4-5 Motorcycle 1 穩態過彎轉向角等值線圖

圖 4-4 與圖 4-5 呈現了機車穩態過彎時之迴轉半徑、過彎速度、側傾角、轉向角四個最重要變數。由此兩圖可知，機車過迴轉半徑小之彎道時，側傾角與轉向角之改變對過彎速度影響小，操作較遲鈍；機車過迴轉半徑大之彎道時，側傾角與轉向角之改變對過彎速度影響大，操作較敏感。

透過轉向比可觀察機車過彎之轉向特性，機車過彎之特性可分為轉向不足、轉向中性、轉向過度、臨界轉向、逆向操舵。但只有轉向中性與適度的轉向過度具較好之行車特性，轉向不足、臨界轉向與逆向操舵都沒有較好之行車特性。如圖 4-6 所示，顯示機車穩態過彎，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下轉向比之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下

3. 轉向比小於 0，逆向操舵，後輪側滑角遠大於前輪側滑角，機車過彎但轉向角為負，把手轉向彎外。當過彎速度超過 70m/s、迴轉半徑超過 75m 時才會出現逆向操舵特性，機車處於逆向操舵狀態時，需有高技巧性之騎乘技術。

對照圖 4-5 與圖 4-6，可發現轉向角為 0 之等值線與轉向比為無限大之等值線重疊，再一次證明在臨界轉向時，轉向比之值無限大時轉向角為零。在逆向操舵時，轉向比小於 0，轉向角為負。

騎士所需施加之轉向力矩最直接控制機車穩態過彎行為。機車過彎時需達到力矩平衡，機車才可順利通過彎道。故需分析騎士所需施加之轉向力矩對機車過彎時穩態行為之影響。如圖 4-7 所示，顯示機車穩態過彎，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下騎士所施加之轉向力矩之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值轉向力矩之連線。

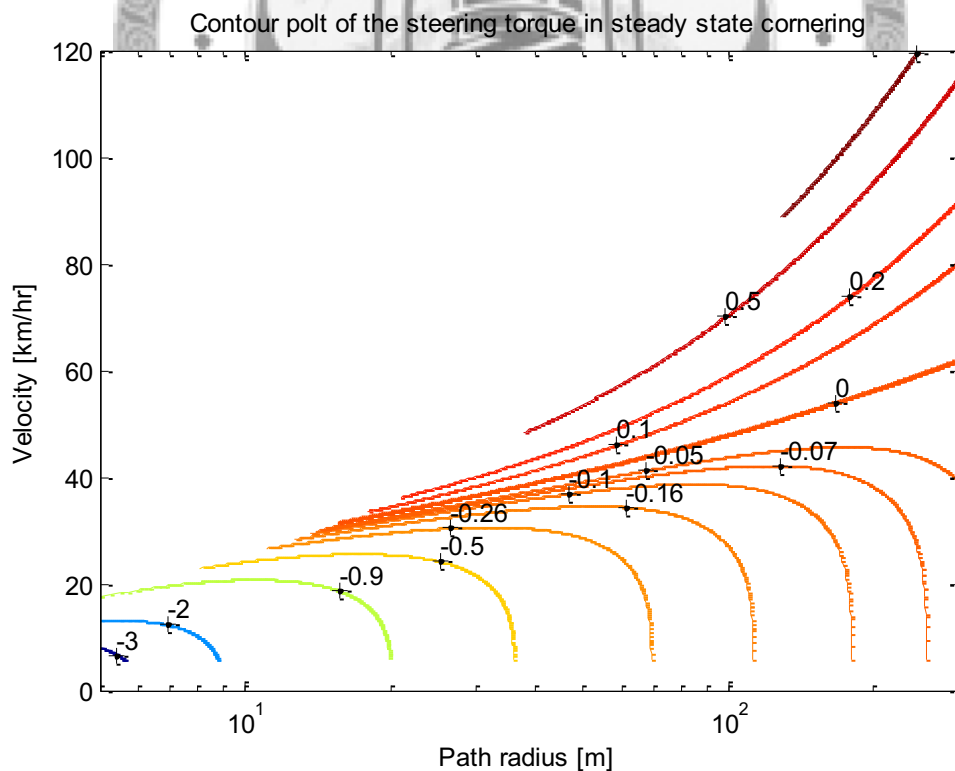


圖 4-7 Motorcycle 1 穩態過彎騎士所施轉向力矩等值線圖

在圖 4-7 中，顯示在不同狀態下騎士所需施加之轉向力矩，等值線代表騎士所施力矩之值，其中粗實線則代表騎士所施力矩為零。騎士所施力矩之值可分為三大部分：

1. 轉向力矩為負值，多發生在低速區。騎士為了抵抗反回正效應之力矩所要施加之反向力矩，以平衡車子在當時之狀態。機車在低速過彎時，由向心力、側向力及陀螺儀效應所提供回正效應之力矩皆不明顯，故於低速過彎時，反回正效應使機車前輪偏往彎內旋轉，故騎士必需施以一反向力矩去抵抗此使前輪往彎內旋轉之力矩。但此反向力矩並未表示機轉之轉向角亦為負值。當騎士需以一反向力矩以維持機車在彎中的平衡，代表機車較容易進入彎道。
2. 轉向力矩為 0，發生在過彎速度 25-60m/s 之間、迴轉半徑 15m 以上。此時，機車前部分之向心力、前輪所受到之側向力及由陀螺儀效應所產生之回正力矩與機車前部分質量所產生之重力、前輪所受到之正向力、滾動阻力及前輪所受到之力矩所產生之反回正力矩相等。騎士無需施轉向力矩，手放開機車把手，機車亦可達到力矩平衡，安全穩態過彎。
3. 轉向力矩為正值，多發生在迴轉半徑 15m 以上的高速區。騎士為了抵抗回正效應之力矩所要施加之正向力矩，以平衡車子在當時之狀態。配合圖 4-4 可知，隨著側傾角度之增加，向心力、側向力及陀螺儀效應所提供回正效應之力矩增加，其中側向力及陀螺儀效應之增加較為明顯，使得轉向力矩呈現較明顯之回正效應，故騎士需增加正向力矩才可維持平衡。

由 4-1-2 節可知，轉向力矩為負時較適合駕駛，而轉向力矩多在低速區，可解釋為何一般騎士都是以低速過彎之現象。隨著速度上升，轉向力矩呈逐漸上升之趨勢，將進入高技術駕駛區域。

機車穩態過彎時，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩之值得知後，可知機車穩態過彎狀態、轉向特性、騎士之操控

行為。將機車穩態彎之側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等值線圖組合成一張，如圖 4-8 所示，可顯示更完整行車資訊。

機車在不同之迴轉半徑下過彎，可達到之最大側傾角不同。通常迴轉半徑越大，機車最大側傾角越大。本研究在繪製機車穩態過彎特性圖時，以迴轉半徑為 10 m 時達到之最大側傾角作為機車最大側傾角之代表。在圖 4-8 中繪出四條具代表性之等值線：(1)過彎半徑為 10m 時，機車可達到之最大側傾角之等值線，稱其為線 φ_{10} ，(2)轉向角為 0 之等值線，稱其為線 δ_0 ，(3)轉向比為無限大之等值線，稱其為線 ξ_∞ ，(4)騎士所施轉向力矩為 0 之等值線，稱其為線 τ_0 。臨界轉向時，機車過彎但轉向角為 0，故轉向角為 0 之等值線與轉向比為無限大之等值線重合。由四條之等值線可以將機車穩態過彎行為等值線圖劃分為 4 個行車區域：I、II、III、IV。其中 IV 區為無效行車區域，騎士無法以 IV 區之狀態駕駛機車。

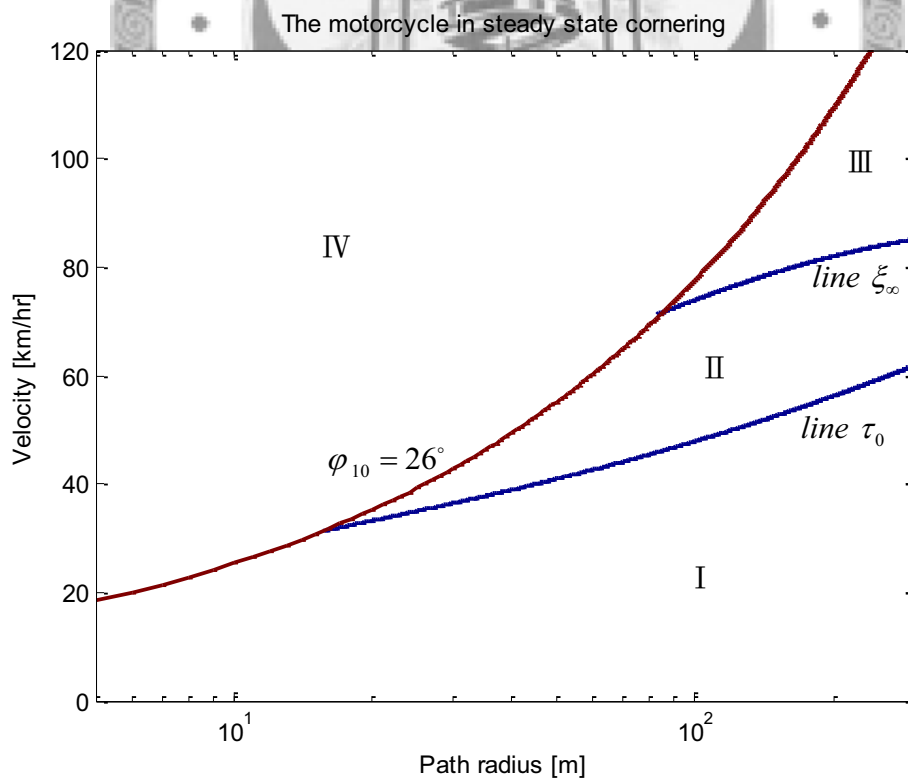


圖 4-8 Motorcycle 1 穩態過彎特性圖

表 4-4 Motorcycle 1 穩態過彎特性表

行車 狀態	δ (deg)	τ (Nm)	ξ	R (m)	V (m/s)	φ (deg)	是否適 合駕駛
I	$\delta > 0$	$\tau < 0$	$\xi > 1$	5~300	5~60	0.1~24	適合
τ_0	$\delta > 0$	$\tau = 0$	$\xi > 1$	10~300	27~60	2~24	適合
II	$\delta > 0$	$\tau > 0$	$\xi > 1$	10~300	27~85	2~25	尚可
ξ_∞	$\delta = 0$	$\tau > 0$	$\xi = \infty$	80~300	72~85	8~25	不適合
III	$\delta < 0$	$\tau > 0$	$\xi < 0$	80~300	72~120	8~25	不適合

機車穩態過彎行為等值線圖的 3 個行車區域、線 ξ_∞ 及線 τ_0 之性質可整理成表 4.4。行車區域 I，轉向角大於 0，騎士所施之轉向力矩小於 0，轉向比大於 1，具有轉向過度之特性。根據 4-1 節介紹，在行車區域 I 具有很好之行車特性，為適合駕駛之行車區域。線 τ_0 ，轉向角大於 0，騎士無需施加轉向力矩，轉向比大於 1，具有轉向過度之特性，亦是適合駕駛之行車區域。行車區域 II，轉向角大於 0，騎士所施之轉向力矩大於 0，容易傾覆，轉向比大於 1，具有轉向過度之特性，為較不適合駕駛之行車區域。線 ξ_∞ ，轉向角等於 0，騎士所施之轉向力矩大於 0，容易傾覆，轉向比無限大，具有臨界轉向之特性，是很不適合駕駛之行車區域。行車區域 III，轉向角小於 0，騎士所施之轉向力矩大於 0，容易傾覆，

轉向比小於 0，具有逆向操舵之特性，是很不適合駕駛之行車區域。

由圖 4-8 與表 4-4 可見，Motorcycle 1 在低速過彎時，機車的行駛狀態多在線 τ_0 及行車區域 I，具有好的操控性與轉向特性，較適合駕駛。在高速過彎時，機車的行駛狀態多在線 ξ_0 及行車區域 III，其操控性與行車特性較不適合駕駛。

Motorcycle 1 在過迴轉半徑小之彎道時，所需之轉向角與轉向力矩值都很大，反應遲鈍。在過迴轉半徑大之彎道時，所需要轉向角與轉向力矩值都很小，只要適當增加側傾角即可過彎，反應靈敏。

範例 2：光陽 Grand King125

參考王中興[31]所建立光陽 Grand King125(Grand King125)[22]機車資料，如表 4-5 所示 Grand King125 之參數設定，包括重量、幾何和輪胎三個部分。在參數設定表中將騎士質量合併於機車後架質量中，騎士質量設定為 65 公斤。光陽 Grand King125 為台檔車，實體圖詳見附錄 D。利用數值分析方法對數學模型進行電腦模擬分析，由模擬結果觀察機車於穩態過彎時之穩態行為，包括在不同迴轉半徑、不同速度情況下之機車側傾角、轉向角、騎士對把手所施加之轉向力矩、轉向比等。

由先前分析可知，機車在穩態過彎時，機車之過彎半徑、速度、側傾角、轉向角是成組出現，故在固定之過彎半徑與速度之下有固定之側傾角、轉向角、轉向力矩及轉向比。機車穩態過彎的電腦模擬分析結果，以機車轉向半徑為橫軸，速度為縱軸，用 contour 的形式呈現機車穩態過彎狀態，如側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等。

表 4-5 光陽 Grand King125 機車模型參數設定表

Mass properties	$m_f = 18.4 \text{ kg}$, $m_r = 90.885 + 65 \text{ kg}$
Inertia	$I_{xf} = 1.5043 \text{ kgm}^2$, $I_{xr} = 26.0001 \text{ kgm}^2$
	$I_{yf} = 1.947 \text{ kgm}^2$, $I_{yr} = 31.9944 \text{ kgm}^2$
	$I_{zf} = 0.3675 \text{ kgm}^2$, $I_{zr} = 12.1463 \text{ kgm}^2$
	$I_{xsr} = 1.692 \text{ kgm}^2$
	$I_{wf} = 0.7152 \text{ kgm}^2$, $I_{wr} = 0.8372 \text{ kgm}^2$
Geometry	$p = 1.314 \text{ m}$, $a_n = 0.075 \text{ m}$
	$\varepsilon = 26.935^\circ = 0.4701 \text{ rad}$
	$r_f = 0.299 \text{ m}$, $r_r = 0.305 \text{ m}$
	$p_f = 0.264 \text{ m}$, $p_r = 0.260 \text{ m}$
	$b_r = 0.4764 \text{ m}$, $h_r = 0.712 \text{ m}$
	$e_f = 0.0644 \text{ m}$, $l_z = 0.3672 \text{ m}$
	$b_q = 0.988 \text{ m}$, $h_q = 0.807 \text{ m}$
Tire properties	$C_{\phi_f} = 0.043C_{\lambda_f}$, $C_{\phi_r} = 0.04C_{\lambda_r}$
	$t_{0f} = 0.010$, $t_{0r} = 0.009$
	$M_{1f} = 0.024N_f$, $M_{1r} = 0.028N_r$
	$\lambda_{\max_f} = 0.10 \text{ rad}$, $\lambda_{\max_r} = 0.075 \text{ rad}$

如圖 4-9 所示，顯示機車穩態過彎，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下側傾角之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值側傾角之連線。機車過迴轉半徑大之彎道，才可快速過彎，或增加側傾角以利快速過彎。若機車以一固定速度過彎，側傾大可過迴轉半徑小之彎道，側傾小可過迴轉半徑大之彎道。機車過一迴轉半徑小之彎道時，過彎速度都較小，側傾角之改變對速度影響不顯著。機車過一迴轉半徑大之彎道時，可以較大之速度過彎，側傾角之改變對速度影響較為顯著。Grand King 與 Motorcycle 1 穩態過彎現象相似。

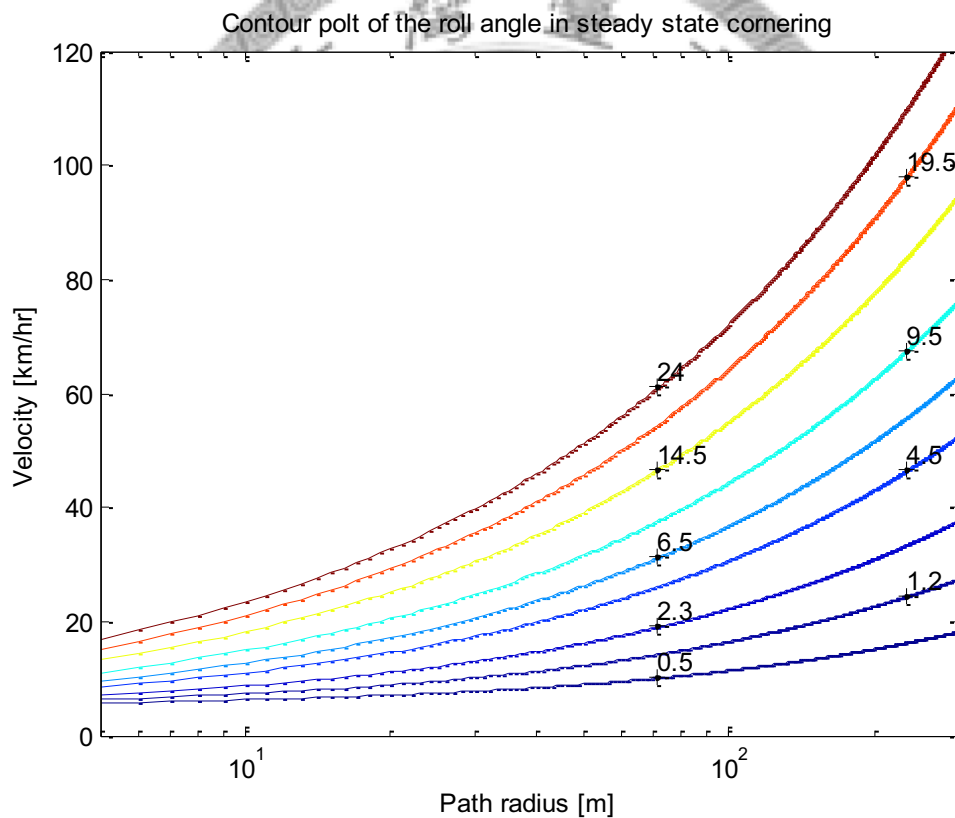


圖 4-9 Grand King 穩態過彎側傾角等值線圖

機車轉向角是穩態過彎重要之操控變數，如圖 4-10 所示，顯示機車穩態過彎時，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下轉向角之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值轉向角之連線。在圖中

轉向角之值可分為三部分：(1)轉向角大於0表示機車把手向彎內轉一角度，(2)轉向角等於0表示機車把手與機車後部分保持在同一平面上，(3)轉向角小於0表示機車把手向彎外轉一角度。迴轉半徑在60m以上，過彎速度在60m/s以上時才會出現轉向角等於0，比Motorcycle 1出現轉想角等於0時之迴轉半徑小，過彎速度低。在轉向角為0區域的附近，轉向角對速度影響大，轉向角微小之變化就可以使過彎速度產生很大改變，操作很敏感。轉向角小於0時，機車過彎但轉向角為負，把手轉向彎外，此現象可稱為逆向操舵，俗稱反胎過彎，只有在機車高速行駛時才有可能出現。與Motorcycle 1穩態過彎現象相似。

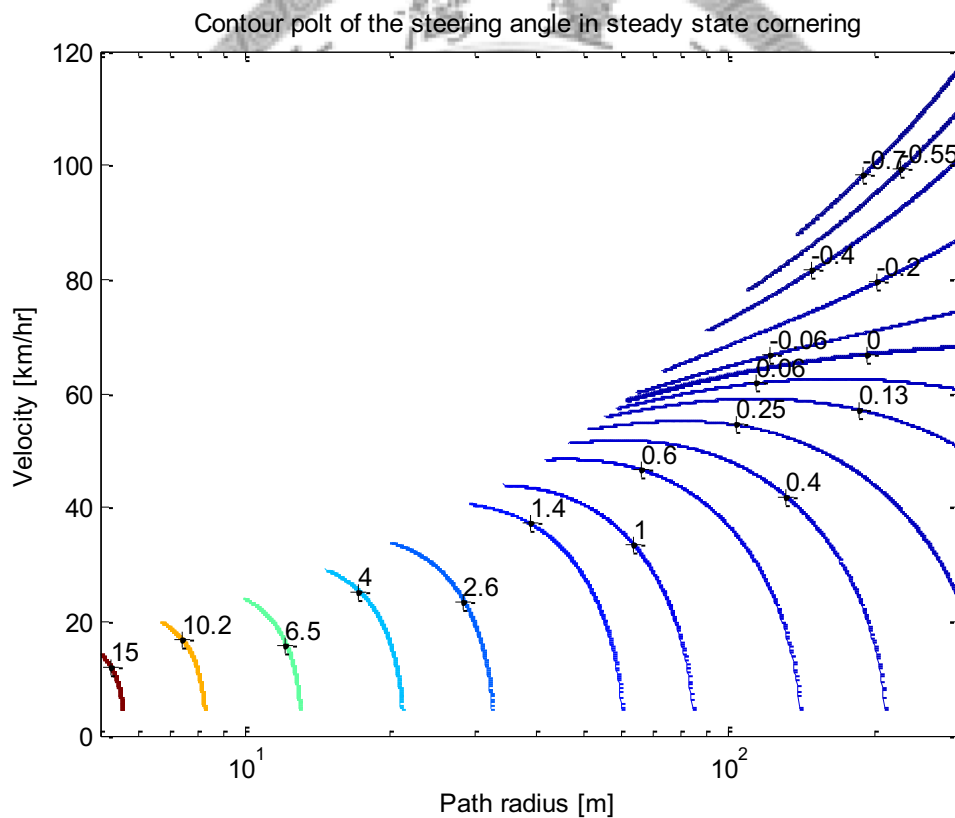


圖 4-10 Grand King 穩態過彎轉向角等值線圖

透過轉向比可觀察機車穩態過彎之轉向特性，機車過彎之特性可分為轉向不足、轉向中性、轉向過度、臨界轉向、逆向操舵。如圖 4-11 所示，顯示機車穩態過彎，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下轉向比之變化，圖中之等值線表

示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值轉向比之連線。

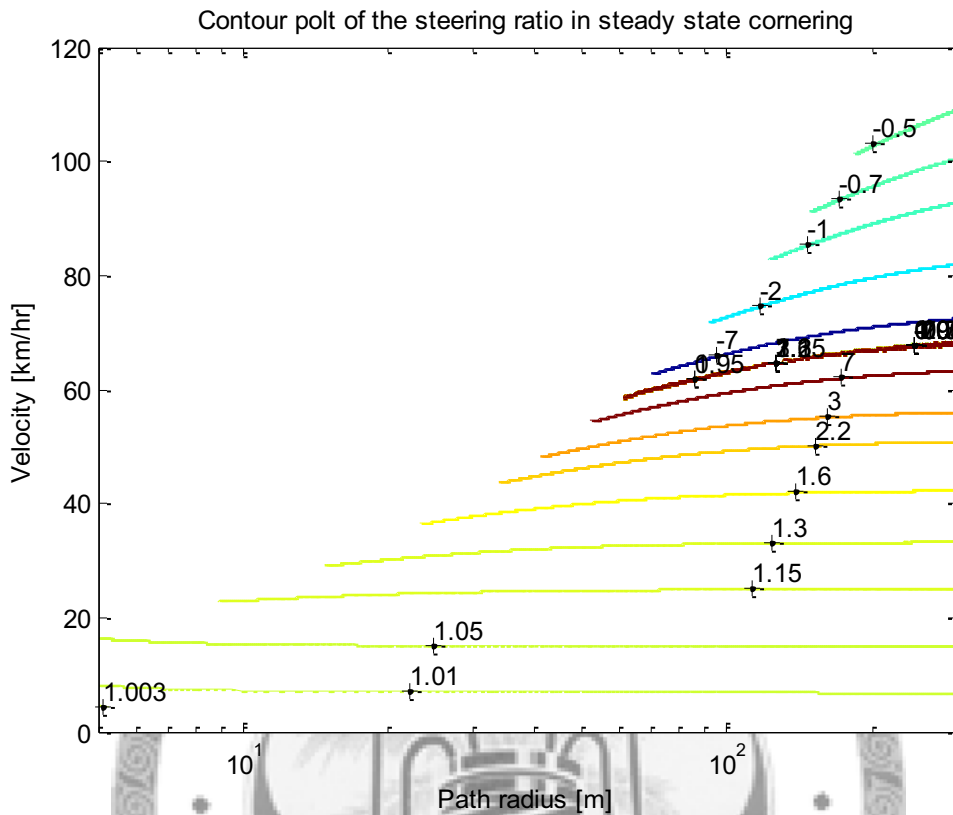


圖 4-11 Grand King 穩態過彎轉向比等值線圖

在圖 4-11 中，沒有轉向比為 1 之區域，可看出機車在穩態過彎時，幾乎不會出現轉向中性之特性，只有在速度為 20m/s 以下出現十分接近轉向中性之特性。圖中所呈現轉向比之值可以分成三大部分：

1. 轉向比大於 1，轉向過度，前輪側滑角小於後輪側滑角，在過彎速度為 60m/s 以下出現。在速度為 30m/s 以下轉向過度之現象不明顯，在速度為 55-65m/s 時，轉向比之值上升很快，轉向過度之現象明顯。迴轉半徑低於 60m 時只會出現轉向過度現象。
2. 轉向比之值無限大，臨界轉向，機車過彎但轉向角為零。在過彎速度為 58-70m/s、迴轉半徑超過 60m 時才會出現臨界轉向現象，此區域轉向比之值變化極大，騎士對其操控性之變化很難應對。

3. 轉向比小於 0，逆向操舵，後輪側滑角遠大於前輪側滑角，機車過彎但轉向角為負，把手轉向彎外。在過彎速度超過 60m/s、迴轉半徑超過 60m 時才會出現逆向操舵特性，機車處於逆向操舵狀態下時，需具有高技巧性之騎乘技術。

對照圖 4-10 與圖 4-11，可發現轉向角為 0 之等值線與轉向比為無限大之等值線重疊，與 Motorcycle 1 穩態過彎現象相符。再一次證明在臨界轉向時，轉向比之值無限大時轉向角為零。在逆向操舵時，轉向比小於 0，轉向角為負。

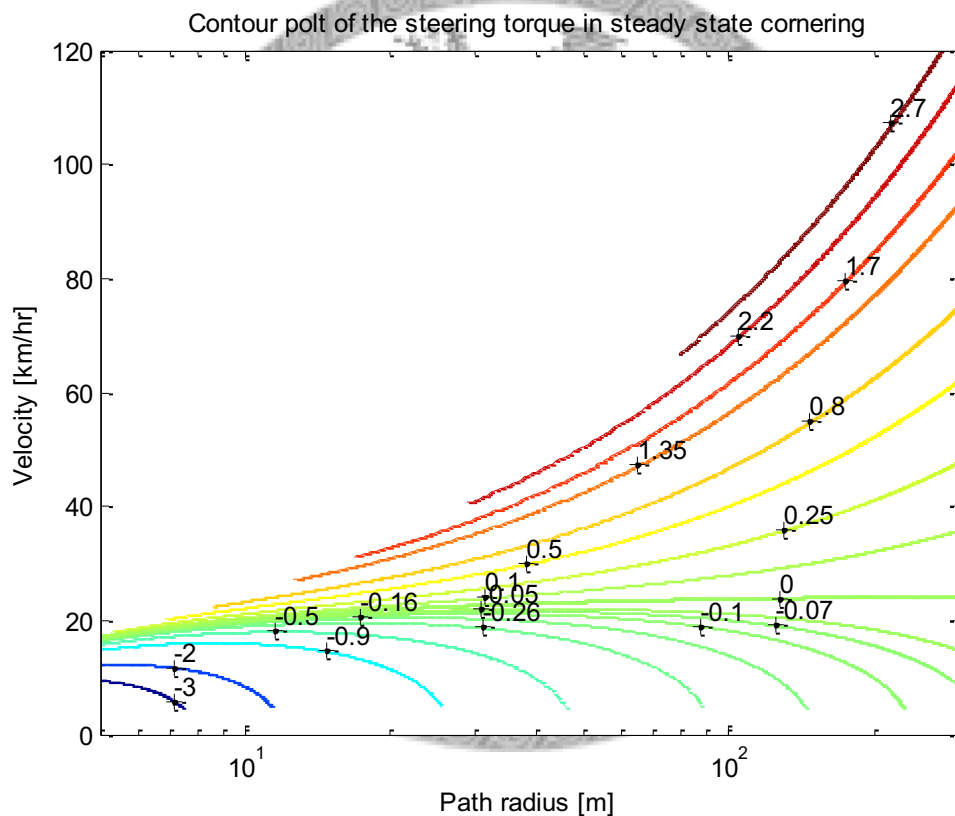


圖 4-12 Grand King 穩態過彎騎士所施轉向力矩等值線圖

經過電腦模擬分析可得機車穩態過彎時之轉向力矩等值線圖，如圖 4-12 所示。顯示機車穩態過彎，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下騎士所施加之轉向力矩之變化，圖中之等值線表示機車穩態過彎在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下等值轉向力矩之連線。等值線代表騎士所施力矩之值，其中粗實線則代表

騎士所施力矩為零。騎士所施力矩之值可分為三大部分：

1. 轉向力矩為負值，多發生在低速區。騎士為了抵抗反回正效應之力矩所要施加之反向力矩，以平衡車子在當時之狀態。機車在低速過彎時，由向心力、側向力及陀螺儀效應所提供回正效應之力矩皆不明顯，故於低速過彎時，反回正效應使機車前輪偏往彎內旋轉，故騎士必需施以一反向力矩去抵抗此使前輪往彎內旋轉之力矩。但此反向力矩並未表示機轉之轉向角亦為負值。騎士需以一反向力矩以維持機車在彎中的平衡。
2. 轉向力矩為 0，發生在過彎速度 25-26m/s 之間。此時，機車前部分之向心力、前輪所受到之側向力及由陀螺儀效應所產生之回正力矩與機車前部分質量所產生之重力、前輪所受到之正向力、滾動阻力及前輪所受到之力矩所產生之反回正力矩相等。騎士無需施轉向力矩，手放開機車把手，機車亦可達到力矩平衡，安全穩態過彎。
3. 轉向力矩為正值，多發生在過彎速度較高之區域。騎士為了抵抗回正效應之力矩所要施加之正向力矩，以平衡車子在當時之狀態。配合圖 4-9 可知，隨著側傾角度之增加，向心力、側向力及陀螺儀效應所提供回正效應之力矩增加，其中側向力及陀螺儀效應之增加較為明顯，使得轉向力矩呈現較明顯之回正效應。騎士需增加正向力矩才可維持平衡。

機車穩態過彎時，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩之值得知後，可知機車穩態過彎狀態、轉向特性、騎士之操控行為。將機車穩態彎之側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等值線圖組合成一張，如圖 4-13 所示，可顯示更完整行車資訊。

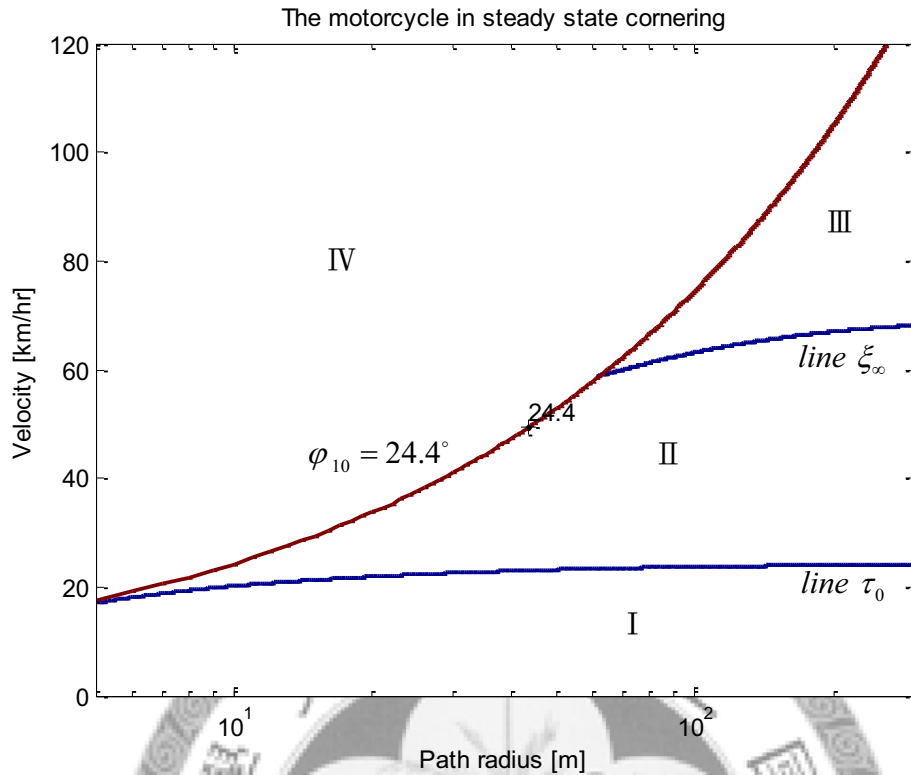


圖 4-13 Grand King 穩態過彎特性圖

機車在不同之迴轉半徑下過彎，可達到之最大側傾角不同。通常迴轉半徑越大，機車最大側傾角越大。本研究在繪製機車穩態過彎特性圖時，以迴轉半徑為 10 m 時達到之最大側傾角作為機車最大側傾角之代表。

在圖 4-13 中繪出四條具代表性之等值線：(1)過彎半徑為 10 m 時，機車可達到之最大側傾角之等值線，稱其為線 φ_{10} ，(2)轉向角為 0 之等值線，稱其為線 δ_0 ，(3)轉向比為無限大之等值線，稱其為線 ξ_∞ ，(4)騎士所施轉向力矩為 0 之等值線，稱其為線 τ_0 。臨界轉向時，機車過彎但轉向角為 0 ，故轉向角為 0 之等值線與轉向比為無限大之等值線重合。由四條之等值線可以將機車穩態過彎行為等值線圖劃分為 4 個行車區域：I、II、III、IV。其中 IV 區為無效行車區域，騎士無法以 IV 區之狀態駕駛機車。機車穩態過彎行為等值線圖的 3 個行車區域、線 ξ_∞ 及線 τ_0 之性質可整理成表 4-6，各行車區域之性質與 Motorcycle1 相同。

由圖 4-13 與表 4-6 可見，Grand King 在低速過彎時，機車的行駛狀態多在線 τ_0 及行車區域 I，具有好的操控性與轉向特性，較適合駕駛。在高速過彎時，機車的行駛狀態多在線 ξ_∞ 及行車區域 III，其操控性與行車特性較不適合駕駛。Grand King 在過迴轉半徑小之彎道時，所需之轉向角與轉向力矩值都很大，反應遲鈍。在過迴轉半徑大之彎道時，所需要轉向角與轉向力矩值都很小，只要適當地增加側傾角即可過彎，反應靈敏。

表 4-6 Grand King 穩態過彎特性表

行車狀態	δ (deg)	τ (Nm)	ξ	R (m)	V (m/s)	φ (deg)	是否適合駕駛
I	$\delta > 0$	$\tau < 0$	$\xi > 1$	5~300	5~25	0.1~20	適合
τ_0	$\delta > 0$	$\tau = 0$	$\xi > 1$	5~300	17~25	1~20	適合
II	$\delta > 0$	$\tau > 0$	$\xi > 1$	5~300	17~68	1~24.4	尚可
ξ_∞	$\delta = 0$	$\tau > 0$	$\xi = \infty$	60~300	58~68	8~24.4	不適合
III	$\delta < 0$	$\tau > 0$	$\xi < 0$	60~300	58~120	8~24.4	不適合

Grand King 穩態過彎時，線 τ_0 及行車區域 I 可達到之速度比 Motorcycle1 低。在同樣之過彎半徑之下，Grand King 出現臨界轉向與逆向操舵之速度比 Motorcycle1 低。在相同過彎半徑與速度下，Grand King 所需之轉向力矩比

Motorcycle1 來得大，反應較 Motorcycle1 遲鈍。由此可見，Grand King 較適合一般大眾騎乘，雖為市面上常見之檔車款式，但其性能與競速車有所差異。

4-3 機車設計參數對穩態過彎行車特性之影響

調整機車設計參數會改變騎士需施加於把手之轉向力矩及轉向比。本節將以光陽 Grand King125 為例，詳細分析各設計參數對機車穩態過彎行車特性之影響。當轉向力矩增加時，車頭欲回正，騎士需增加朝向彎內之力矩以抵抗力矩之增加量。當轉向力矩減少時，車頭欲朝向彎內，騎士需增加朝向彎外之力矩以抵抗力矩之增加量，保持力矩平衡。

透過轉向比可觀察機車穩態過彎時之轉向特性。轉向比主要隨機車前後輪側滑角大小之變化而改變，故輪胎之性質對轉向比之影響較為顯著。轉向比增加，後輪側滑角增加或前輪側滑角減少，造成機車轉向過度現象明顯。

4-3-1 機車軸距

運用第三章之數值解法，將不同設計參數之機車穩態過彎行為繪於同一張圖上。可在相同之過彎半徑，相同之速度下觀察轉向力矩、轉向比、側傾角、轉向角之等值線圖之變化，比較不同設計參數對機車穩態過彎之影響。

調整機車軸距之長度，而不改變機車之後傾角、拖曳距，機車後架與前架之接觸點 Q 將改變。如圖 4-14 所示，繪出軸距不改變、軸距增加百分之二十、軸距減少百分之二十之機車穩態過彎特性圖。圖中三條具代表性之等值線分別為：(1)過彎半徑為 10m 時，機車可達到之最大側傾角之等值線，稱其為線 ϕ_{10} ，(2)

轉向角為 0 之等值線，稱其為線 δ_0 ，(3)轉向比為無限大之等值線，稱其為線 ξ_∞ ，

(4)騎士所施轉向力矩為 0 之等值線，稱其為線 τ_0 。

由圖 4-14 可知，當軸距增加，騎士所需施加之轉向力矩值增加。在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度降低，在圖中 $\tau=0$ 等值線向下移動。轉向比值增大，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向下移動，轉向過度現象更明顯，過彎半徑為 10m 時之最大側傾角 φ_{10} 由 24.4 度下降為 21 度。當軸距減少，騎士所需施加之轉向力矩值降低。在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度提高，在圖中 $\tau=0$ 等值線向上移動。轉向比值降低幅度很大，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向上移動，轉向過度現象變小，過彎半徑為 10m 時之最大側傾角 φ_{10} 由 24.4 度提升為 29 度。

軸距改變對穩態過彎行為之變化趨勢可整理成表 4-7。軸距之調整對機車過彎時之轉向力矩影響較小，對轉向比和側傾角影響較為顯著。軸距較大之機車過彎時，騎士所需施加之轉向力矩值較大，轉向過度現象明顯。

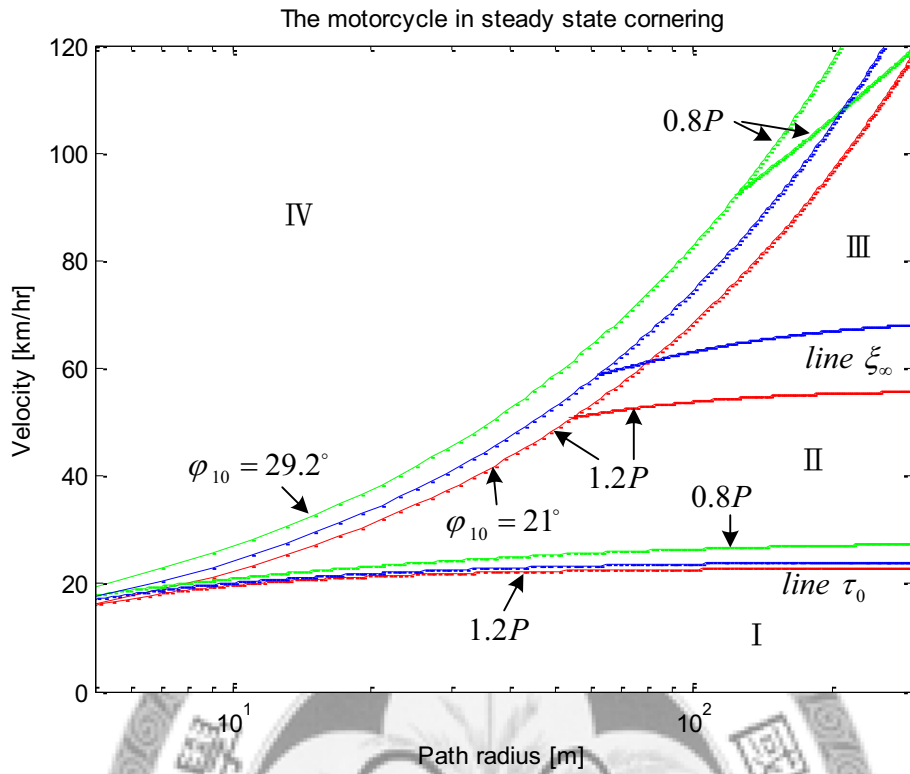


圖 4-14 軸距調整對穩態過彎特性之影響

表 4-7 軸距調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
1.2p	變大	下移	變大	下移	21°
0.8p	變小	上移	變小	上移	29.2°

4-3-2 後傾角

後傾角是機車款式設計風格之重要特徵，如 chopper 之後傾角大，把手位置高，坐墊低，其獨特騎姿所形成之嘻皮風格為許多人所喜愛。調整機車後傾角大小，而不改變機車之軸距、拖曳距，機車後架與前架之接觸點 Q 將改變。如圖 4-15 所示，繪出後傾角不改變、後傾角增加百分之二十，後傾角減少百分之二十之機車穩態過彎特性圖。後傾角是機車重要之設計參數，後傾角之改變影響機車過彎時之轉向力矩與轉向比大小，對側傾角影響微小。

由圖 4-15 可知，當後傾角增加，騎士所需施加之轉向力矩值增加。在相同過彎半徑下，轉向力矩為 0 時之速度降低，在圖中 $\tau=0$ 等值線向下移動。轉向比增大，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向下移動，轉向過度現象更明顯。過彎半徑為 $10m$ 時之最大側傾角 φ_{10} 由 24.4 度下降為 24 度，變化微小。當後傾角減少，騎士所需施加之轉向力矩值降低，在相同過彎半徑下，轉向力矩為 0 時之速度提升，在圖中 $\tau=0$ 等值線向上移動。轉向比值降低，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向上移動，轉向過度現象變小。過彎半徑為 $10m$ 時之最大側傾角 φ_{10} 由 24.4 度提升為 24.8 度，變化微小。綜合上述現象，後傾角調整對穩態過彎行為之變化趨勢可整理成表 4-8。後傾角調整對機車穩態過彎行為之影響與軸距調整之影響相似。

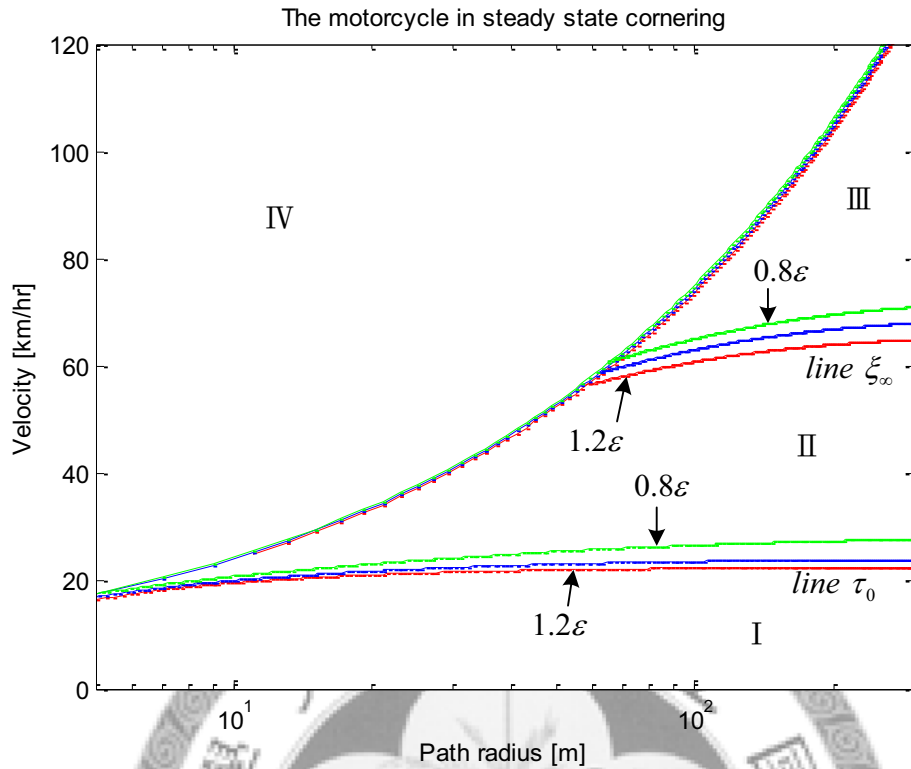


圖 4-15 後傾角調整對穩態過彎特性之影響

表 4-8 後傾角調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
1.2ε	變大	下移	變大	下移	24°
0.8ε	變小	上移	變小	上移	24.8°

4-3-3 機械拖曳距

上一小節中提到 chopper 設計風格，後傾角大，使得機械拖曳距值大。本小節討論調整機車機械拖曳距值之大小對機車穩態過彎行為之影響。調整機車拖曳距值，而不改變機車之軸距、後傾角，機車後架與前架之接觸點 Q 改變。如圖 4-16 所示，繪出拖曳距不改變、拖曳距增加百分之二十，拖曳距減少百分之二十之機車穩態過彎特性圖。由圖可知，拖曳距調整影響機車過彎特性，但幾乎不影響轉向力矩和最大側傾角。

由圖 4-16 所示，當拖曳距增加，騎士所需施加之轉向力矩值減少。在相同過彎半徑下，轉向力矩為 0 時之速度提升，在圖中 $\tau=0$ 等值線向上移動。轉向比減少，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向上移動，轉向過度現象更明顯，沒有改變最大側傾角。當拖曳距減少，騎士所需施加之轉向力矩值增加，在相同過彎半徑下，轉向力矩為 0 時之速度降低，在圖中 $\tau=0$ 等值線向下移動。轉向比值增加，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向下移動，轉向過度現象變小，沒有改變最大側傾角。整理以上現象，拖曳距調整對穩態過彎行為變化趨勢可整理成表 4-9。拖曳距調整對機車穩態過彎行為之影響與軸距、後傾角調整之影響相反。

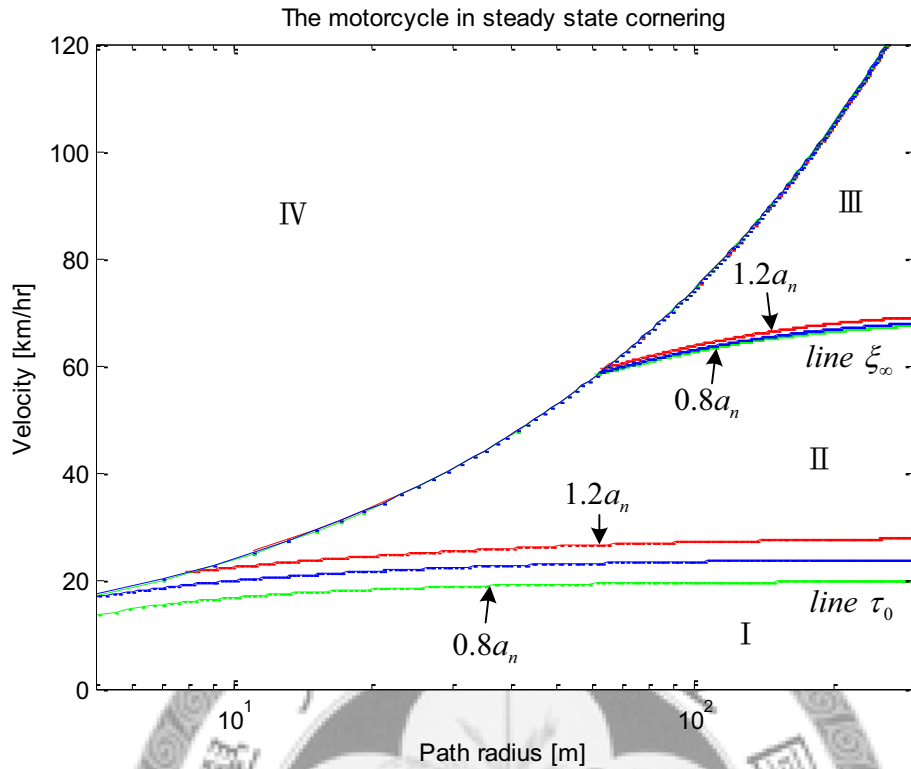


圖 4-16 拖曳距調整對穩態過彎特性之影響

表 4-9 拖曳距調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
$1.5a_n$	變小	上移	變小(小)	上移	24.4°
$0.5a_n$	變大	下移	變大(小)	下移	24.4°

4-3-4 前後輪半徑

依照同樣方法，討論調整機車前後輪半徑大小對機車穩態過彎行為之影響。調整機車前輪半徑大小，其它設計參數不改變。調整機車後輪半徑大小，不改變機車之軸距、後傾角、拖曳距，機車後架與前架之接觸點 Q 改變。如圖 4-17 與圖 4-18 所示，繪出前後輪半徑大小不改變、前後輪半徑大小增加百分之二十，前後輪半徑大小減少百分之二十之機車穩態過彎特性圖。機車前後輪半徑大小調整對穩態過彎行為變化趨勢可整理成表 4-10 與表 4-11。調整前後輪半徑大小主要影響騎士所需施加轉向力矩，轉向比值變化小，最大側傾角沒有變化。機車前輪半徑調整對穩態過彎行為之影響與上一節拖曳距調整之影響效果一樣。後輪半徑調整對穩態過彎行為之影響與前輪半徑調整之影響效果相反。



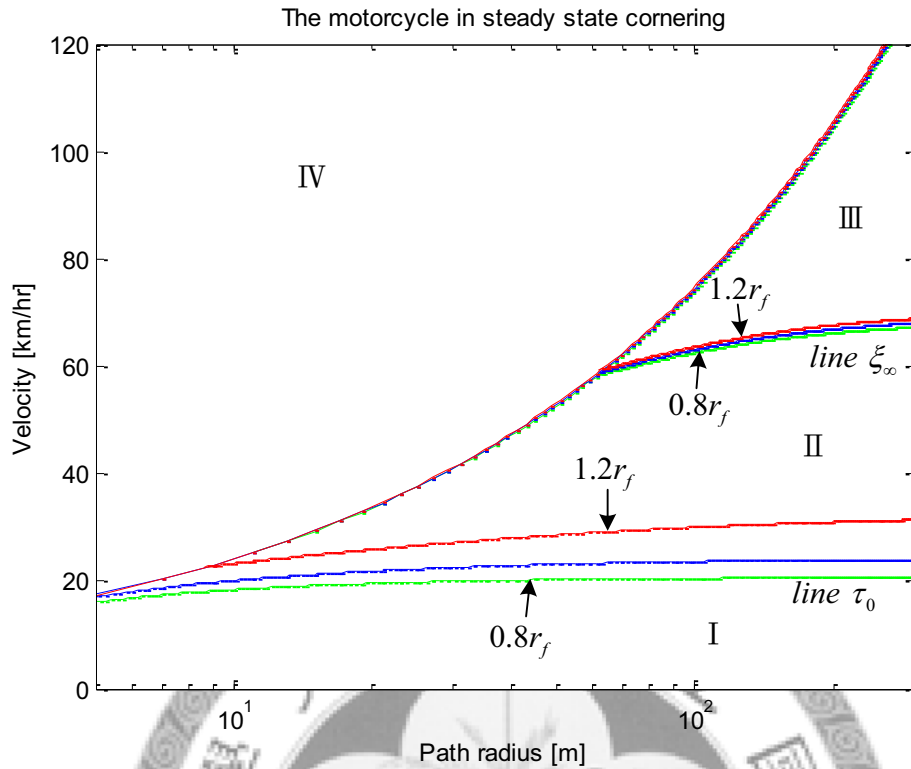


圖 4-17 前輪半徑調整對穩態過彎特性之影響

表 4-10 前輪半徑調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
$1.2r_f$	變小	上移	變小(小)	上移	24.6°
$0.8r_f$	變大	下移	變大(小)	下移	24.2°

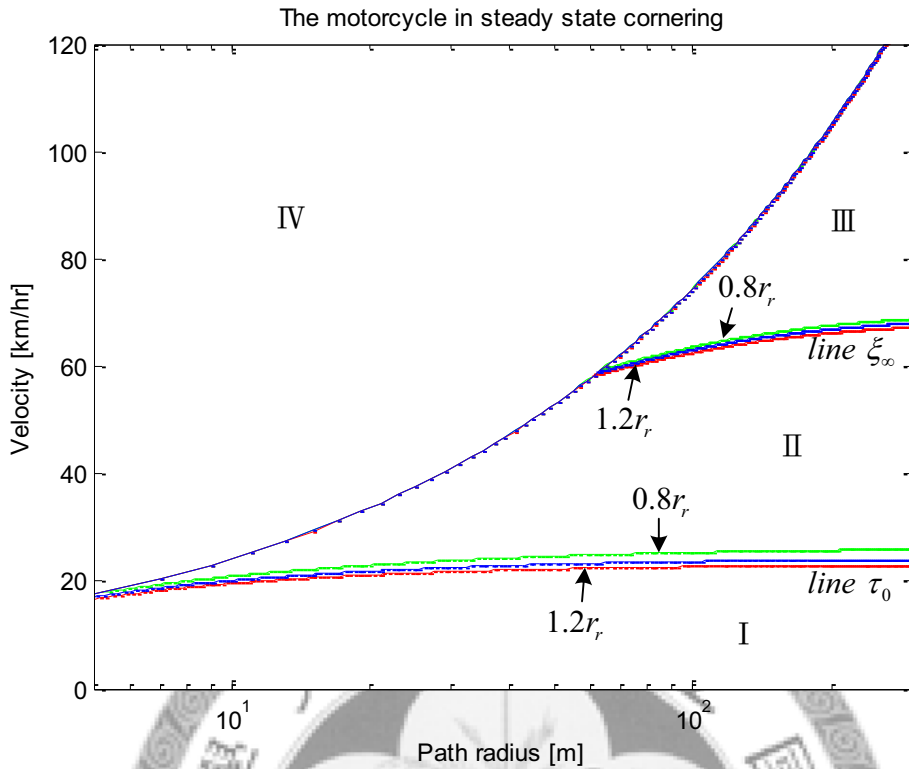


圖 4-18 後輪半徑調整對穩態過彎特性之影響

表 4-11 後輪半徑調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
$1.2r_r$	變大	下移	變大(小)	下移	24.2°
$0.8r_r$	變小	上移	變小(小)	上移	24.6°

4-3-5 前後輪質量

電動機車多採用輪殼馬達做為主要動力，輪殼馬達相較與市面上之一般鋼圈質量大很多。欲知一般引擎機車與電動車穩態過彎之差異，需討論後輪質量改變很多討論前後輪質量調整對機車穩態過彎行為之影響，可得知一般引擎機車與電動車行車特性之間的差異。

調整機車前後輪質量，而不改變機車之軸距、後傾角、拖曳距等設計參數。如圖 4-19 與圖 4-20 所示，繪出前後輪質量大小不改變、前後輪質量大小增加百分之二十，前後輪質量大小減少百分之二十之機車穩態過彎特性圖。機車前後輪質量大小調整對穩態過彎行為變化趨勢可整理成表 4-12 與表 4-13。調整前後輪質量大小主要影響騎士所需施加轉向力矩與轉向比，但最大側傾角沒有變化。

當前輪質量增加，騎士所需施加之轉向力矩值增加，在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度降低，在圖中 $\tau=0$ 等值線向下移動。但轉向比值卻變小，在圖中 $\xi=\infty$ 等值線向上移動，轉向過度現象更明顯。當前輪質量減少，轉向力矩與轉向比之改變趨勢與前者相反。

後輪質量調整對機車穩態過彎時轉向力矩與轉向比之影響與前輪質量調整之影響相反。後輪質量調整對轉向力矩之影響較不明顯，前後輪質量變化對最大側傾角都沒有影響。

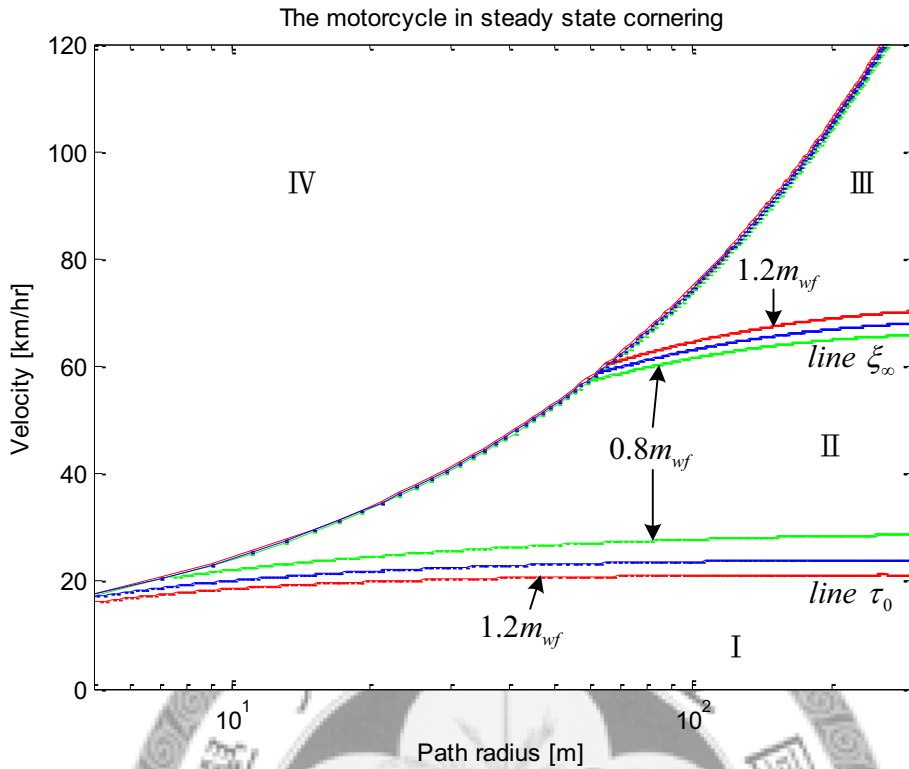


圖 4-19 前輪質量調整對穩態過彎特性之影響

表 4-12 前輪質量調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
$1.2m_f$	變大	下移	變小	上移	24.8°
$0.8m_f$	變小	上移	變大	下移	24°

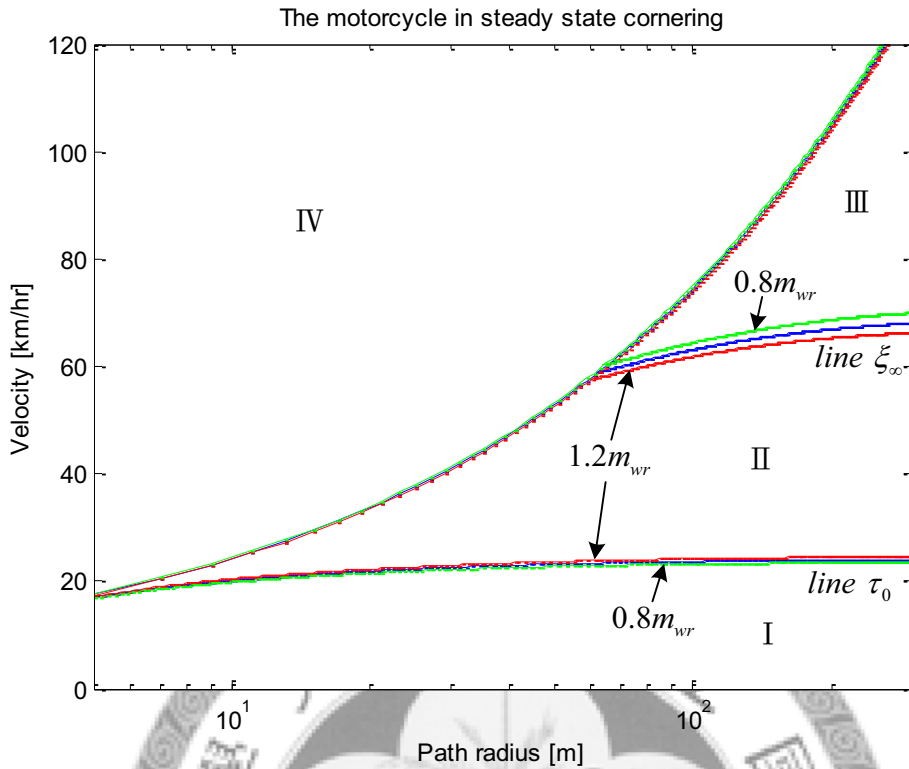


圖 4-20 後輪質量調整對穩態過彎特性之影響

表 4-13 後輪質量調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
$1.2m_r$	變小(小)	上移	變大	下移	24.2°
$0.8m_r$	變大(小)	下移	變小	上移	24.6°

4-3-6 前後輪側滑剛性與側傾剛性

輪胎側滑剛性與側傾剛性成比例[20]，若改變轉性剛性，側傾剛性亦會等比例改變。本小節探討前後輪側滑剛性與側傾剛性對機車穩態過彎行為之影響。調整前後輪側滑剛性與側傾剛性大小，而不改變機車之軸距、後傾角、拖曳距，前後輪質量等設計參數。經由電腦模擬分析，繪出前後輪大小不改變、前後輪質量大小增加百分之二十，前後輪質量大小減少百分之二十之機車穩態過彎特性圖，如圖 4-21 與圖 4-22 所示。機車前後輪側滑剛性調整對穩態過彎行為變化趨勢可整理成表 4-14 與表 4-15。很明顯可知，調整側滑剛性大小主要影響轉向比，對騎士所需施加轉向力矩與最大側傾角並無多大影響。

增加前輪側滑剛性，前輪側滑角減少，前後輪側滑角差異增加，轉向比值增加，在圖中 $\xi = \infty$ 等值線向下移動，使得轉向過度現象更加明顯。相反的，若降低前輪側滑剛性，前輪側滑角增加，前後輪側滑角差異增加，轉向比值亦減少，在圖中 $\xi = \infty$ 等值線向上移動，轉向過度現象變小。後輪側滑剛性調整對機車穩態過彎行為之影響與前輪側滑剛性調整之影響相反。

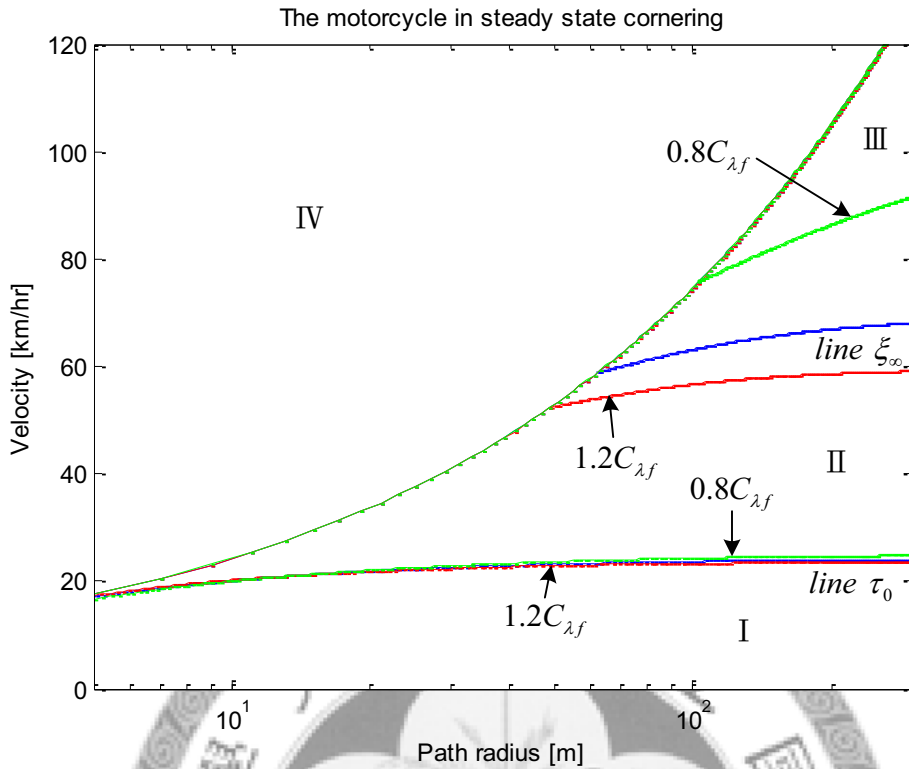


圖 4-21 前輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響

表 4-14 前輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
$1.2C_{\lambda f}$	變大(小)	下移	變大	下移	24.4°
$0.8C_{\lambda f}$	變小(小)	上移	變小	上移	24.4°

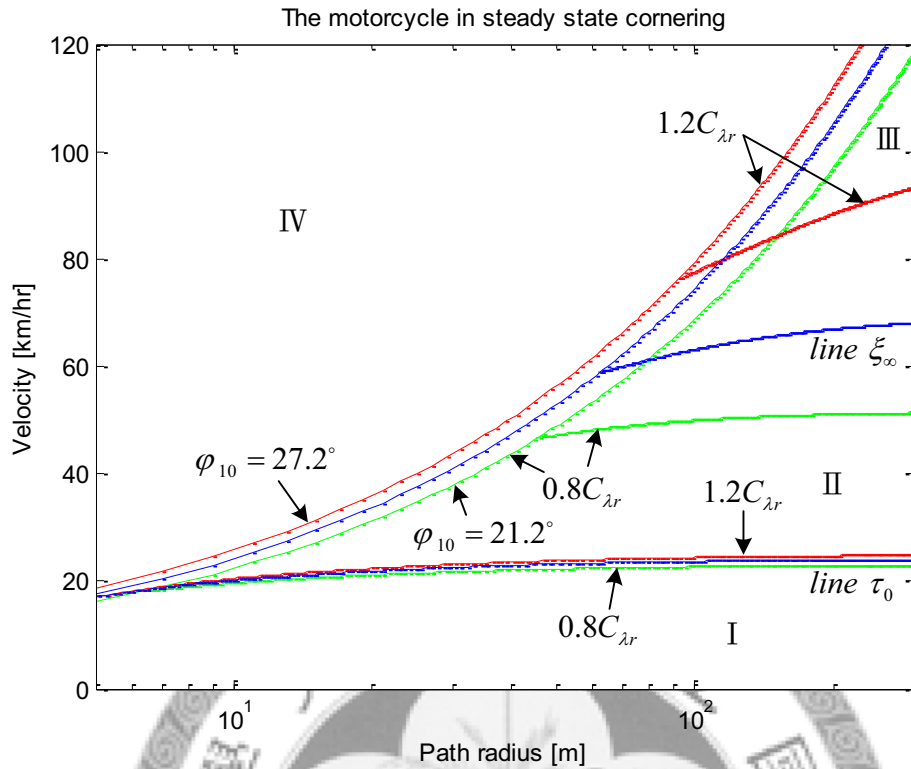


圖 4-22 後輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響

表 4-15 後輪側滑剛性調整對穩態過彎特性之影響表

調整項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 φ_{10}
$1.2C_{\lambda r}$	變小(小)	上移	變小	上移	27.2°
$0.8C_{\lambda r}$	變大(小)	下移	變大	下移	21.2°

4-4 討論與小結

經由機車穩態過彎時之轉向力矩、轉向特性及不同型車區域之分析，及對設計參數調整之探討，本章可得到以下之結論：

1. 經由機車穩態過彎之模擬分析，可觀察機車在以不同迴轉半徑和速度過彎時，其側傾角、轉向角、轉向力矩及轉向比之變化，進而探討機車過彎時之操控性、轉向特性及各行車區域性質。如圖 4-4 與圖 4-5 呈現了機車穩態過彎時之迴轉半徑、過彎速度、側傾角、轉向角四個最重要變數。由此兩圖可知，機車過迴轉半徑小之彎道時，需較大之轉向角，側傾角與轉向角之改變對過彎速度影響小，操作較遲鈍；機車過迴轉半徑大之彎道時，側傾角與轉向角之改變對過彎速度影響大，操作較敏感。
2. 機車過彎之特性可分為轉向不足、轉向中性、轉向過度、臨界轉向、逆向操舵。但只有轉向中性與適度的轉向過度具較好之行車特性，轉向不足、臨界轉向與逆向操舵都沒有較好之行車特性。對照圖 4-5 與圖 4-6，可發現轉向角為 0 之等值線與轉向比為無限大之等值線重疊，說明在臨界轉向時，轉向比之值無限大，轉向角為 0。在逆向操舵時，轉向比小於 0，轉向角為負。
3. 轉向力矩主要包括三項回正效應和四項反回正效應，影響力最大的是前輪所受到之正向力與前輪所受到之側向力所產生之力矩，其次為陀螺儀效應所產生之力矩。轉向力矩為負時較適合駕駛，且轉向力矩為負值時多在低速區，可解釋為何一般騎士都是以低速過彎之現象。在過迴轉半徑小之彎道時，所需之轉向角與轉向力矩值都很大，反應遲鈍。在過迴轉半徑大之彎道時，所需之轉向角與轉向力矩值都很小，只要側傾角適當增加即可過彎，反應靈敏。
4. 將機車穩態彎之側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等值線圖組合成一張，如圖 4-8 所示，可顯示完整行車資訊。以等值線將機車穩態過彎特性圖劃分

為 4 個行車區域。在低速過彎時，機車多處於線 τ_0 與行車區域 I，具有好的行車特性，較適合駕駛。在高速過彎時，機車多處於線 ξ_0 與行車區域 III，其行車特性與操控性較不適合駕駛。

5. 對騎士所需施加於把手之轉向力矩之影響有兩種，一種是回正影響：轉向角欲減少，機車行駛時回正力矩增加，騎士需增加其所施加之正向力矩以平衡回正力矩之增加量。另一種是反回正影響：轉向角欲增加，機車行駛時反回正力矩增加，騎士需減少其所施加之正向力矩以平衡反回正力矩之增加量。當機車設計參數其值增加時，對機車穩態過彎有回正影響之參數主要包括：後傾角、軸距、後輪半徑與前輪重量等；反回正影響之參數主要包括：拖曳距、前輪半徑與後輪重量等。
6. 當參數其值增加時，使轉向比增大之參數主要包括：前輪轉向剛性、軸距、後傾角、後輪質量等；使轉向比變小之參數主要包括：後輪轉向剛性、前輪質量等。



第五章 不同車型與行車狀況之穩態過彎行車特性分析

本章介紹不同車型機車穩態過彎行為與行車特性。在不考慮騎士騎乘技巧之前提下，本章希望利用應用第四章所提出之數值求解方法求解第三章所推導之數學模型，觀察不同車型機車於過彎時穩態行為及行車特性之差異，比較電動車與一般引擎機車之不同。並分析騎士姿勢偏移、路面側傾對機車穩態過彎之影響，以進一步了解不同行車狀況對機車穩態過彎行為與行車特性之影響。

5-1 不同車型之行車特性分析及比較

應映市場不同的需求，機車的款式有所不同。不同款式之機車其幾何尺寸，重量配置都有所不同，各有不同之常用駕駛速度域，其過彎穩態行為與特性有所差異。第四章所介紹的 Motorcycle1 為競速行之機車，光陽 Grand King 為常見之 125 檔車。為進一步了解其不同車款之機車在過彎時之穩態行為與行車特性，本節選用市面上常見之機車與 Motorcycle 1 及光陽 Grand King125 作比較，選定三台與 Motorcycle1、光陽 Grand King 不同型態且具代表性之機車：(1) 250CC 之檔車，以光陽機車所生產的 VENOX 250 為例，其參數設定如表 5-1 所示。(2) 125CC 之速克達，以台灣山葉機車生產的 YAMAHA GTR FI 125 為例，其參數設定如表 5-2 所示。(3) 50CC 之速克達，以台鈴機車生產的 Choinori 50 為例，其參數設定如表 5-3 所示。三台機車之實體圖詳見附錄 D。

表 5-1 光陽 Venox 250 機車模型參數設定表

Mass properties	$m_f = 26.8 \text{ kg}$, $m_r = 162.485 + 65 \text{ kg}$
Inertia	$I_{xf} = 2.7899 \text{ kgm}^2$, $I_{xr} = 33.1 \text{ kgm}^2$
	$I_{yf} = 3.2967 \text{ kgm}^2$, $I_{yr} = 50.3253 \text{ kgm}^2$
	$I_{zf} = 0.4267 \text{ kgm}^2$, $I_{zr} = 22.7243 \text{ kgm}^2$
	$I_{xzf} = 1.7799 \text{ kgm}^2$
	$I_{w_f} = 0.7788 \text{ kgm}^2$, $I_{w_r} = 1.2767 \text{ kgm}^2$
Geometry	$p = 1.62 \text{ m}$, $a_n = 0.149 \text{ m}$
	$\varepsilon = 34^\circ = 0.5934 \text{ rad}$
	$r_f = 0.312 \text{ m}$, $r_r = 0.311 \text{ m}$
	$p_f = 0.264 \text{ m}$, $p_r = 0.251 \text{ m}$
	$b_r = 0.5872 \text{ m}$, $h_r = 0.6247 \text{ m}$
	$e_f = 0.0474 \text{ m}$, $l_z = 0.4113 \text{ m}$
	$b_q = 1.215 \text{ m}$, $h_q = 0.893 \text{ m}$
Tire properties	$C_{\phi_f} = 0.043C_{\lambda_f}$, $C_{\phi_r} = 0.04C_{\lambda_r}$
	$t_{0f} = 0.010$, $t_{0r} = 0.009$
	$M_{1f} = 0.024N_f$, $M_{1r} = 0.028N_r$
	$\lambda_{\max_f} = 0.10 \text{ rad}$, $\lambda_{\max_r} = 0.075 \text{ rad}$

表 5-2 YAMAHA GTR FI 125 機車模型參數設定表

Mass properties	$m_f = 11 \text{ kg} , m_r = 95.285 + 65 \text{ kg}$
Inertia	$I_{xf} = 1.452 \text{ kgm}^2 , I_{xr} = 37.5468 \text{ kgm}^2$
	$I_{yf} = 1.6006 \text{ kgm}^2 , I_{yr} = 50.1053 \text{ kgm}^2$
	$I_{zf} = 0.1754 \text{ kgm}^2 , I_{zr} = 18.2503 \text{ kgm}^2$
	$I_{xpr} = -1.1776 \text{ kgm}^2$
	$I_{wf} = 0.2354 \text{ kgm}^2 , I_{wr} = 0.2825 \text{ kgm}^2$
Geometry	$p = 1.26 \text{ m} , a_n = 0.131 \text{ m}$
	$\varepsilon = 29^\circ = 0.5061 \text{ rad}$
	$r_f = 0.217 \text{ m} , r_r = 0.217 \text{ m}$
	$p_f = 0.172 \text{ m} , p_r = 0.172 \text{ m}$
	$b_r = 0.4008 \text{ m} , h_r = 0.6147 \text{ m}$
	$e_f = -0.0066 \text{ m} , l_z = 0.4325 \text{ m}$
	$b_q = 0.896 \text{ m} , h_q = 0.860 \text{ m}$
Tire properties	$C_{\phi f} = 0.043 C_{\lambda f} , C_{\phi r} = 0.04 C_{\lambda r}$
	$t_{0f} = 0.010 , t_{0r} = 0.009$
	$M_{1f} = 0.024 N_f , M_{1r} = 0.028 N_r$
	$\lambda_{\max f} = 0.10 \text{ rad} , \lambda_{\max r} = 0.075 \text{ rad}$

表 5-3 台鈴 Choinori 50 機車模型參數設定表

Mass properties	$m_f = 6.5 \text{ kg} , m_r = 34.785 + 65 \text{ kg}$
Inertia	$I_{xf} = 0.3862 \text{ kgm}^2 , I_{xr} = 22.3116 \text{ kgm}^2$
	$I_{yf} = 0.5026 \text{ kgm}^2 , I_{yr} = 24.5667 \text{ kgm}^2$
	$I_{zf} = 0.0768 \text{ kgm}^2 , I_{zr} = 5.8684 \text{ kgm}^2$
	$I_{x zr} = 2.4829 \text{ kgm}^2$
	$I_{wf} = 0.1782 \text{ kgm}^2 , I_{wr} = 0.1782 \text{ kgm}^2$
Geometry	$p = 1.055 \text{ m} , a_n = 0.086 \text{ m}$
	$\varepsilon = 27.5^\circ = 0.48 \text{ rad}$
	$r_f = 0.199 \text{ m} , r_r = 0.199 \text{ m}$
	$p_f = 0.163 \text{ m} , p_r = 0.163 \text{ m}$
	$b_r = 0.3849 \text{ m} , h_r = 0.7031 \text{ m}$
	$e_f = 0 \text{ m} , l_z = 0.3812 \text{ m}$
	$b_q = 0.818 \text{ m} , h_q = 0.642 \text{ m}$
Tire properties	$C_{\phi f} = 0.043C_{\lambda f} , C_{\phi r} = 0.04C_{\lambda r}$
	$t_{0f} = 0.010 , t_{0r} = 0.009$
	$M_{1f} = 0.024N_f , M_{1r} = 0.028N_r$
	$\lambda_{\max f} = 0.10 \text{ rad} , \lambda_{\max r} = 0.075 \text{ rad}$

機車參數設定表中包括重量、幾何和輪胎三個部分，騎士質量設定為 65 公斤，在參數設定表中將騎士質量合併於機車後架質量中。若去除騎士質量，假設機車穩態過彎時有一力矩施於機車把手，剛好可達到力平衡及力矩平衡，使機車安全過彎，但此時並未有騎士在座位上控制機車，稱此狀況下的機車為空車。空車過彎之穩態行為與特性是空車本身所具有之性質。本節介紹不同款式空車之穩態過彎行為與轉向特性，並與有騎士駕駛之機車作比較。

運用數值求解方法求出各機車穩態過彎之狀態。本節繪出光陽 VENOX 250、光陽 Grand King125、YAMAHA GTR FI 125、台鈴 Choinori 50 有騎士駕駛之機車及空車穩態過彎特性圖，如圖 5-1 至圖 5-8 所示。在不同迴轉半徑、不同速度情況下之各機車詳細側傾角、轉向角、轉向力矩及轉向比之等值線圖，詳見附錄 C。



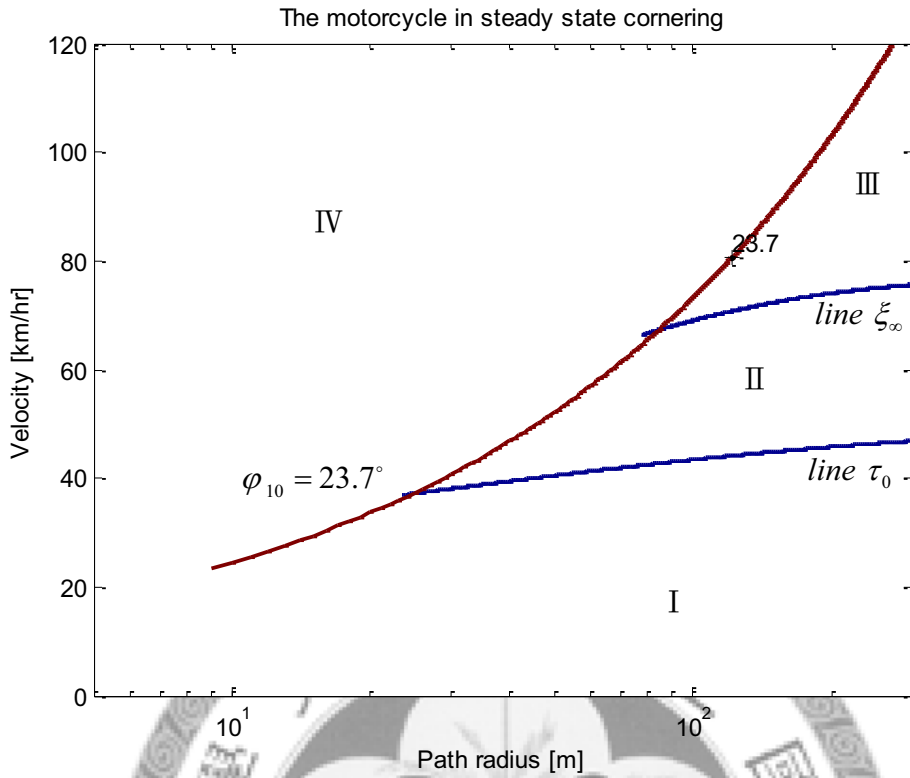


圖 5-1 VENOX 穩態過彎特性圖

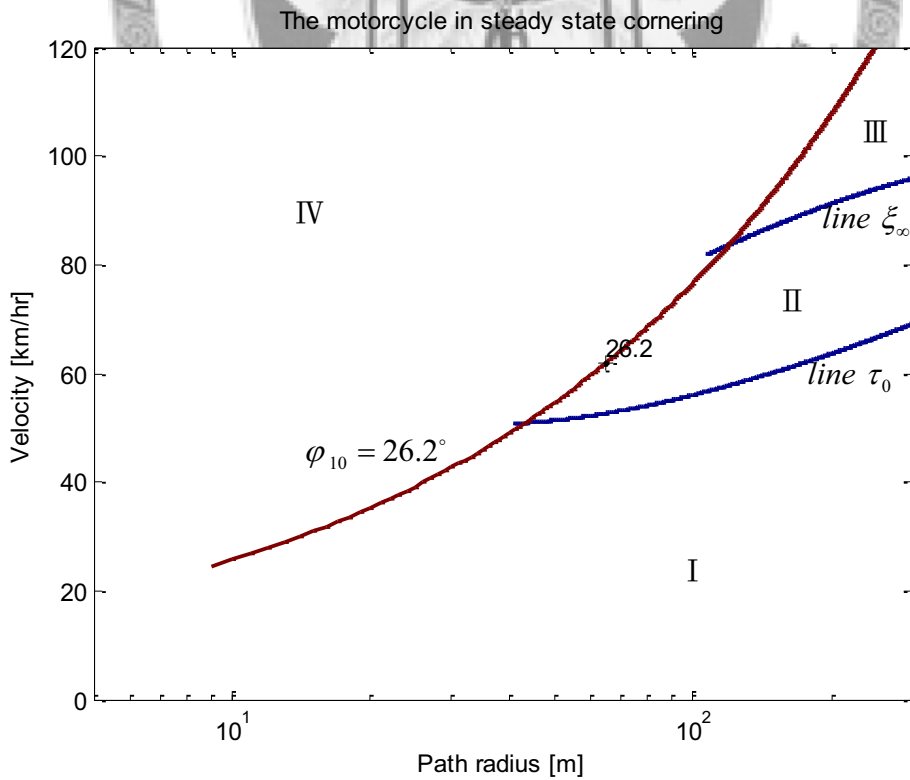


圖 5-2 VENOX 空車穩態過彎特性圖

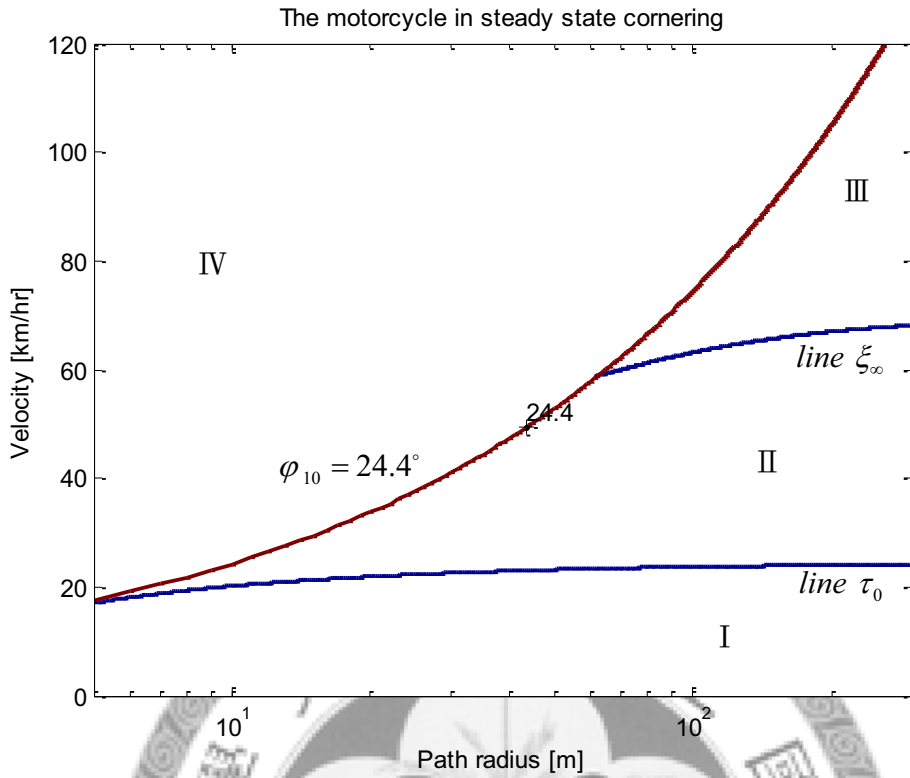


圖 5-3 Grand King 穩態過彎特性圖

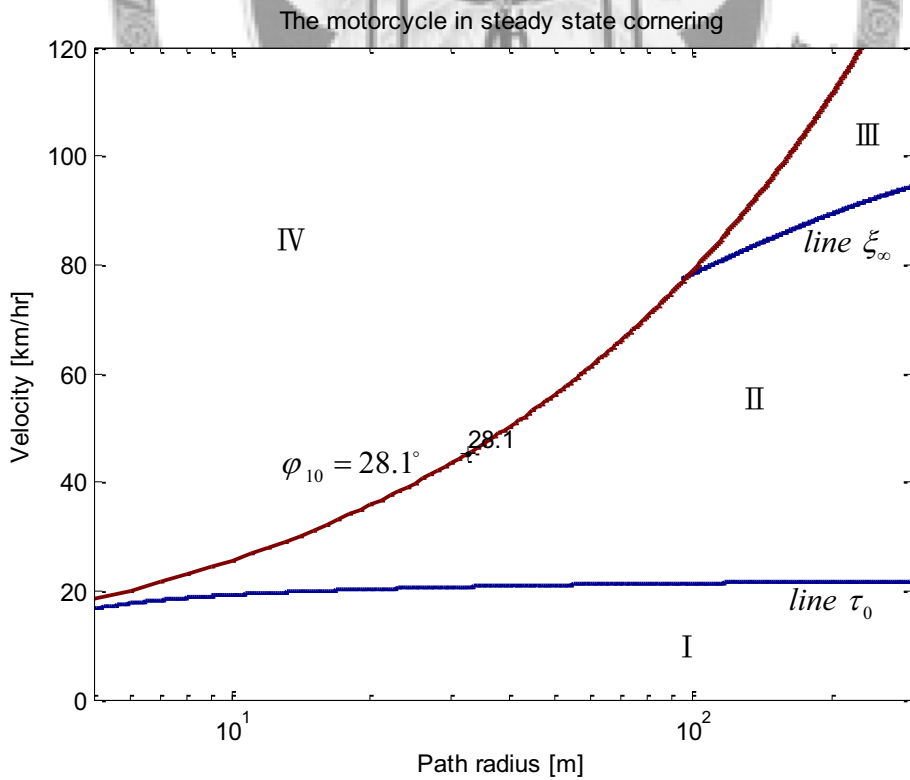


圖 5-4 Grand King 空車穩態過彎特性圖

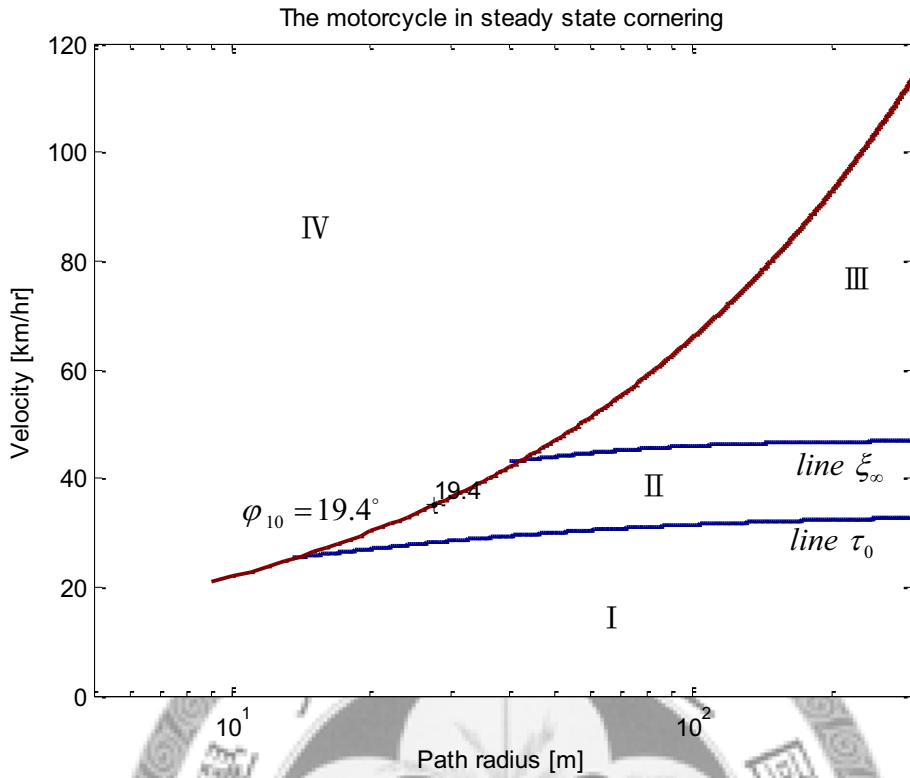


圖 5-5 GTR 穩態過彎特性圖

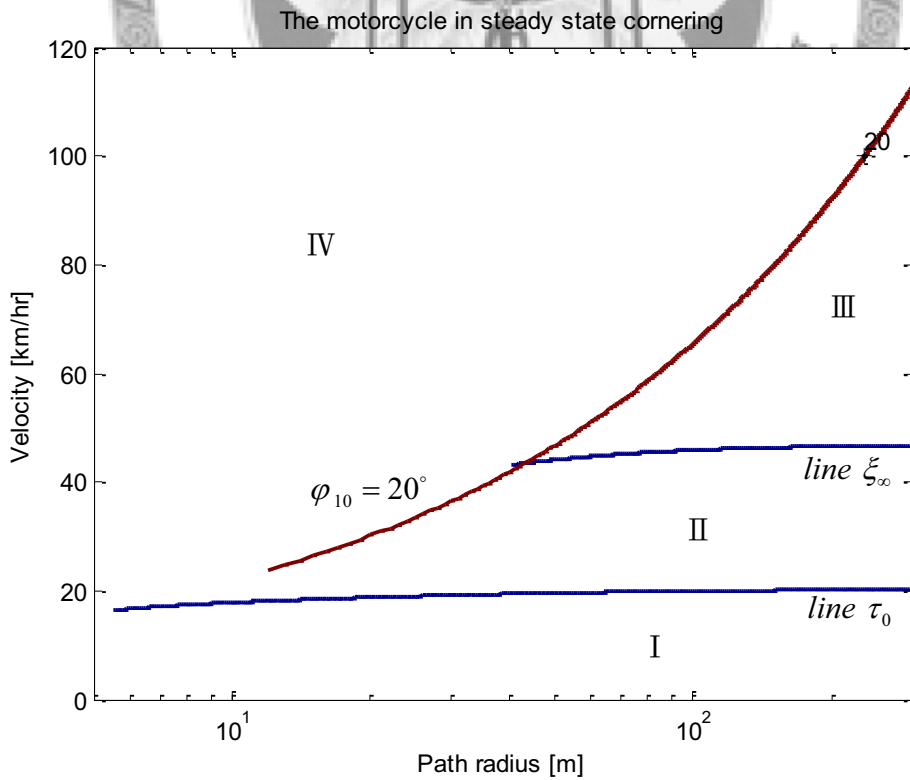


圖 5-6 GTR 空車穩態過彎特性圖

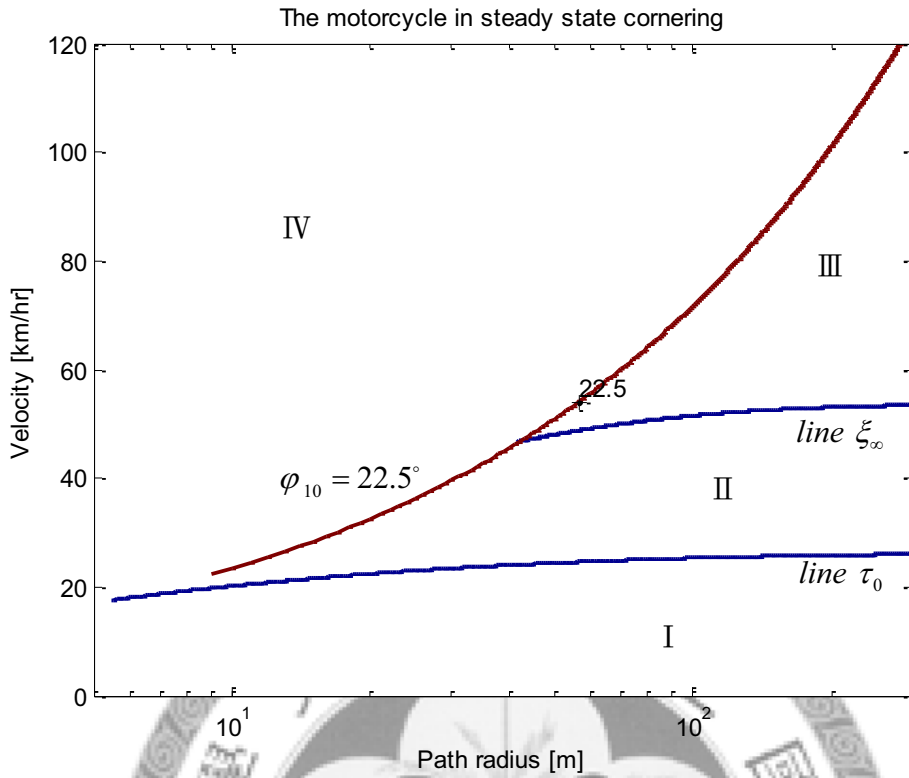


圖 5-7 Choinori 穩態過彎特性圖

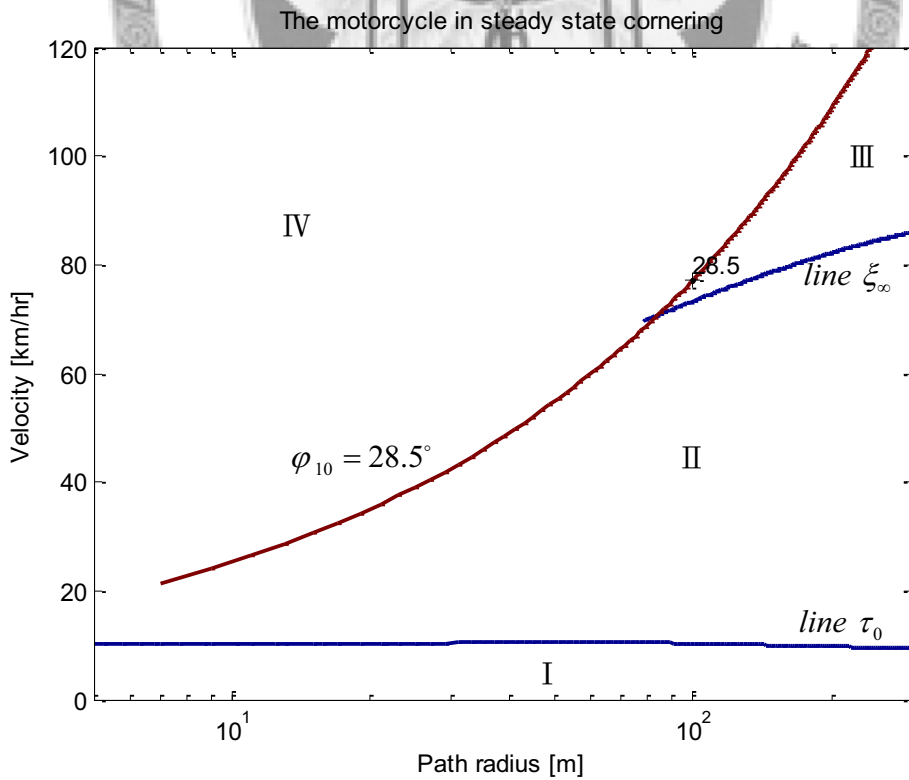


圖 5-8 Choinori 空車穩態過彎特性圖

機車穩態過彎特性圖中之線 τ_0 與行車區域 I，轉向角大於 0，騎士所施之轉向力矩小於等於 0，轉向比大於 1，都具有轉向過度之特性，是適合駕駛之行車區域。行車區域 II，騎士所施之轉向力矩大於 0，若騎士不施力矩於把手，機車易傾覆，相較於線 τ_0 及行車區域 I，適合駕駛性較低。

在五台機車中，Motorcycle1 之線 τ_0 與行車區域 I 可達到之速度最大。比較圖 4-8、圖 5-1、圖 5-3、圖 5-5 及圖 5-7 可知，在同樣之過彎半徑之下，Motorcycle1 比其它四台機車在更高之速度才出現臨界轉向之現象，也說明了 Motorcycle1 比其它四台機車之性能好，可在更高速下行駛。Motorcycle1 於過彎半徑為 10m 時之最大側傾角 ϕ_{10} 為 26 度亦比其它四台機車大。由此可見，motorcycle 1 之設計以性能取向，所以會較一般機車靈活、反應較敏銳。

如圖 5-1 所示，在相同過彎半徑下，VENOX 出現臨界轉向與逆向操舵之速度較 Motorcycle1 低，在速度較低處就出現不適合駕駛之行車區域。VENOX 在半徑大於 24m 才會出現轉向力矩為 0 之情況。GTR 在半徑大於 15m 會出現轉向力矩為零之情況。其余三台機車都在過彎半徑 10m 以下就會出現轉向力矩為零之情況。由此可知，VENOX 過迴轉半徑較低之彎道時都不可放手駕駛。

如圖 5-3 所示，Grand King 相較 Motorcycle1 與 VENOX，線 τ_0 與行車區域 I 可達到之速度相對低。在同樣之過彎半徑之下，Grand King 出現臨界轉向與逆向操舵之速度比 Motorcycle1 低。在相同過彎半徑與速度下，Grand King 所需之轉向力矩比 Motorcycle1 來得大，反應較 Motorcycle1 遲鈍。Grand King 於過彎半徑為 10m 時之最大側傾角 ϕ_{10} 為 23.5 度，一般大眾不會側傾更大之角度。由此可見，Grand King 較適合一般大眾騎乘，雖為市面上常見之檔車款式，但其性能與競速車有所差異。

GTR 與 Grand King 同樣都是市面上常見之機車種類，GTR 是 125CC 速可達，Grand King 為 125CC 檔車。比較圖 5-3 與圖 5-5，在相同迴轉半徑之下，出現轉向力矩為零之速度相差不大，適合駕駛之線 τ_0 及行車區域 I 範圍相似。在同樣迴轉半徑之下，Grand King 之行車區域 II 可達到之速度高出 GTR 很多，出現臨界轉向與逆向操舵之速度亦高於 GTR，故 Grand King 比 GTR 更適合高速過彎。如圖 5-5 所示，最適合 GTR 過彎之速度為 20~35m/h，與平常機車過彎速度相同，可知此分析結果與事實相符，分析合理。GTR 在過迴轉半徑為 10m 時之最大側傾角 ϕ_{10} 只有 19.5 度，比 Grand King 小許多，可見 GTR 不適合大角度的壓車過彎。這也說明比賽用之機車多採用跨坐之檔車型式，而不是像市面上見到的速可達型式。

Choinori 是小型之速可達，穩態過彎行為與 GTR 相近。如圖 5-7 所示，在相同迴轉半徑之下，Choinori 比 GTR 出現轉向力矩為零之速度更小，適合駕駛之線 τ_0 及行車區域 I 範圍之速度更小。可見像是 Choinori 這種小型機車適合低速駕駛。

空車穩態過彎行為是機車本身所具有之性質。比較五台機車有騎士駕駛和空車穩態過彎特性圖，可發現空車都比有騎士之機車之最大側傾角來的大，主要是因為空車去除騎士質量，使得重心為降低，故其可以以更大之側傾角過彎。空車之轉向過度現象程度都比有騎士之機車小。

5-2 電動機車及混合動力機車之行車特性分析

近年來環保意識抬頭，又因油價不斷攀升，能源危機問題再度受到全球重視。在各國政府及社會人士的倡議和推動下，業界和學術界積極投入研究，國內外大

小廠商開發出各種環保的機車，其中最值得關注是純電力或混合動力的機車。電動機車技術還未成熟，電動機車去除引擎，只裝配了馬達與電池，主要動力來自馬達，但電池蓄電力有限，續航力不夠，還未能達到燃油引擎之性能。混合動力機車同時運用了引擎與馬達作為動力來源，比燃油引擎機車省油。但混合動力之設計與控制複雜，比燃油引擎機車多加了馬達與電池，大幅度提高製造成本。電動機車與混合動力機車與一般燃油引擎機車幾何、重量等系統設計有所不同，其行車行為、操控性、穩定性都有所差異。

本節將以 GTR 改裝成電動車與混合動力車。電動車之改裝，將後輪之鋼圈更換成輪轂馬達，輪轂馬達之質量為 15.5 千克。因電動車無需引擎作動力來源，故去除引擎，其位置改放四顆電瓶，電瓶一顆為 4 千克。

將改裝之電動車設計參數代入機車穩態過彎模型進行數值求解。繪製電動機車穩態過彎特性圖，如圖 5-9 所示。比較圖 5-5 與圖 5-9，過彎半徑為 10m 時之側傾角最大極限增加一度。在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度提高，在圖中 $\tau=0$ 等值線向上移動，騎士所需施加之轉向力矩值降低，此現象與 4-3-5 節後輪值量增加之現象相同。但轉向比值變小，轉向過度現象變小，與 4-3-5 節後輪值量增加之現象剛好相反。由此可見，轉向力矩值降低，主要因為後輪鋼圈換成輪轂馬達，後輪質量增加所造成的。轉向比值變小，主要因為引擎變換成電瓶，質量減少所造成的。GTR 與電動機車穩態過彎行為之差異可整理成表 5-4。相較與 GTR，電動車適合駕駛之線 τ_0 與行車區域 I 之行車速度提高，行車區域 II 亦是如此。在相同過彎半徑下，電動車出現逆向操舵之速度提高。

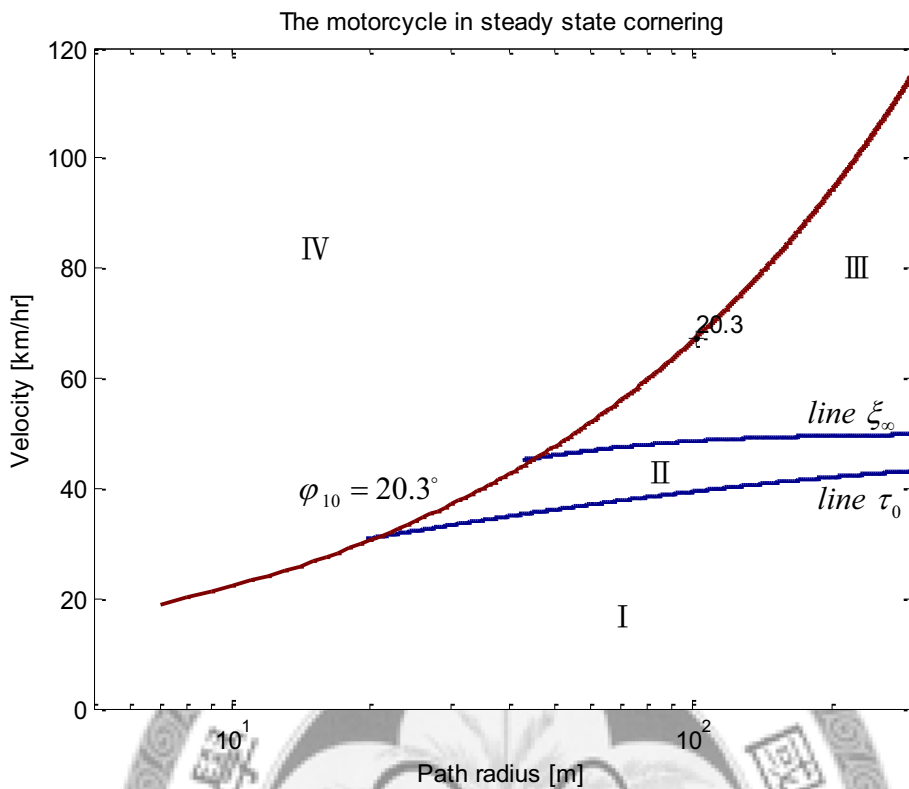


圖 5-9 電動機車穩態過彎特性圖

表 5-4 GTR 與電動機車穩態過彎特性之比較表

項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 φ_{10}
GTR	大	低	大	低	19.4°
電動機車	小	高	小	高	20.3°

混合動力機車相較與一般引擎機車，需多安裝馬達與電池作為動力來源。以 GTR 改裝成混合動力車，將後輪之鋼圈更換成輪轂馬達，輪轂馬達之質量為 15.5

千克。加裝兩顆電瓶，電瓶一顆為 4 千克，電瓶可選擇放置於機車腳踏板或後座車廂，此兩種放置電瓶的混合動力機車分別稱為混動機車 A 與混動機車 B。

將混動機車 A 與混動機車 B 之改裝設計參數代入機車穩態過彎模型進行數值求解，繪製兩種混合動力機車穩態過彎特性圖，如圖 5-10 與圖 5-11 所示。兩種混合動力機車之最大側傾角都變小，轉向比都變大，轉向過度更明顯。轉向力矩值都變小，操作靈活度變高，特別是電瓶置於踏板之混合動力機車。GTR 與電動機車穩態過彎行為之差異可整理成表 5-5。相較與 GTR，兩種混合動力機車適合駕駛之線 τ_0 與行車區域 I 之行車速度都提高。但在相同過彎半徑下，出現逆向操舵之速度都降低。相較之下，混動機車 A 比混動機車 B 之穩態過彎行車特性好，故做混合動力機車設計時，電瓶放置在腳踏板上為佳。

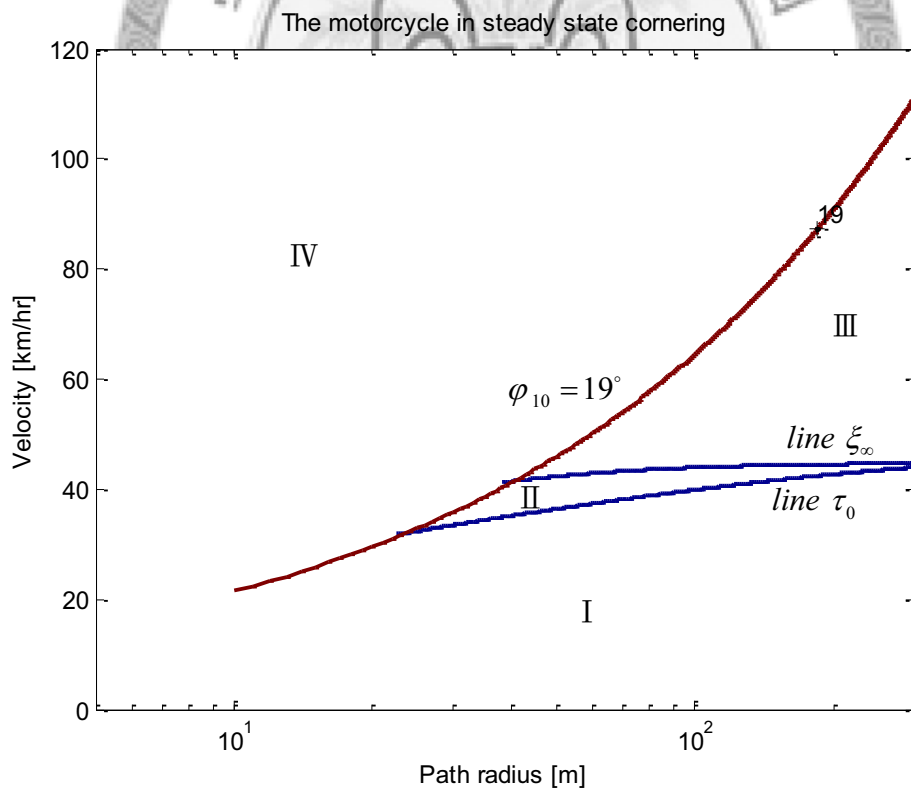


圖 5-10 混合動力機車(電瓶置於踏板)穩態過彎特性

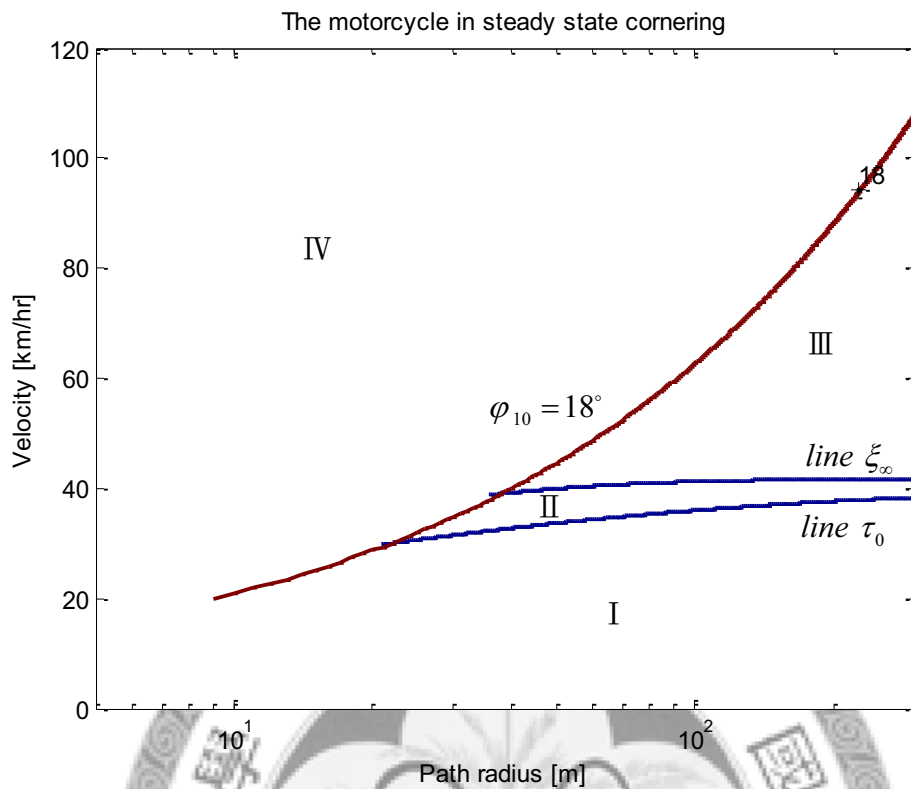


圖 5-11 混合動力機車(電瓶置於後車廂)穩態過彎特性

表 5-5 GTR 與兩種混合動力機車穩態過彎特性之比較表

項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 φ_{10}
GTR	大	低	小	高	19.4°
混動機車 A	小	高	中	中	19°
混動機車 B	中	中	大	低	18°

5-3 騎士騎姿對行車特性之影響

騎士為機車上一重要之可動元件，騎士之重量約佔騎士-機車系統總重量之三分之一左右。由此可知，騎士之重心位置將對機車過彎時之穩態表現有著重要之影響，故騎士之騎乘姿勢將直接影響機車在過彎時之表現。常見的騎姿有兩種，一種是騎士身體前後傾，另一種是騎士身體側傾。本小節介紹此兩種騎姿對機車穩態過彎行為與行車特性之影響。

騎士質量設定為 65 公斤，參考王中興[31]所建立光陽 Grand King125 機車資料，騎士模型參數設定如表 5-6 所示。其中 b_d 為騎士之重心至後輪軸之距離、 h_d 為騎士之重心高度、 l_d 為騎士重心與機車對稱面之偏移量。

表 5-6 騎士模型參數設定表

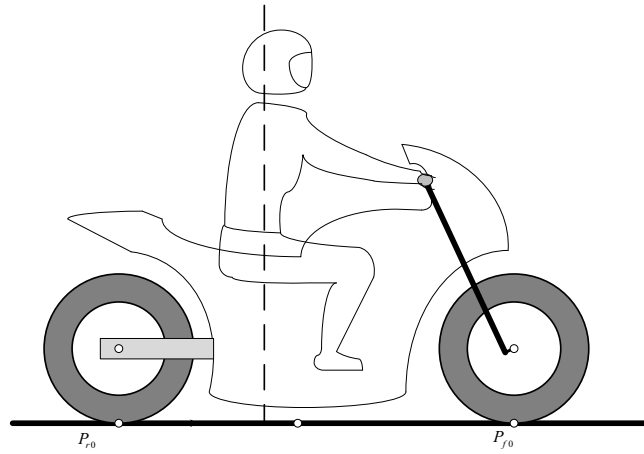
Mass propertie	$m_b = 65 \text{ kg}$
Inertia	$I_{xb} = 12.1787 \text{ kgm}^2$
	$I_{yb} = 12.4443 \text{ kgm}^2$
	$I_{zb} = 3.4681 \text{ kgm}^2$
Geometry	$b_b = 0.4493 \text{ m}$
	$h_b = 1.0038 \text{ m}$
	$l_b = 0 \text{ m}$

5-3-1 騎士前後傾

如圖 5-12 所示，騎士身體前後傾之三種情況：(A)騎士上半身與兩輪軸心連線垂直。(B) 騎士上半身向前傾，使騎士上半身與兩輪軸心連線之垂直線的夾角為 $\Delta\theta$ 。此騎姿使騎士-機車系統之重心往機車之前輪移動。(C) 騎士上半身向後傾，使騎士上半身與兩輪軸心連線之垂直線的夾角為 $\Delta\theta$ 。此騎姿使騎士-機車系統之重心往機車之後輪移動。

如圖 5-13 所示，以光陽 Grand King 為例，繪製三種不同前後傾之騎姿於穩態過彎時，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下穩態過彎特性圖。分析此三種不同之騎姿於過彎時，穩態行為與轉向特性之差異。

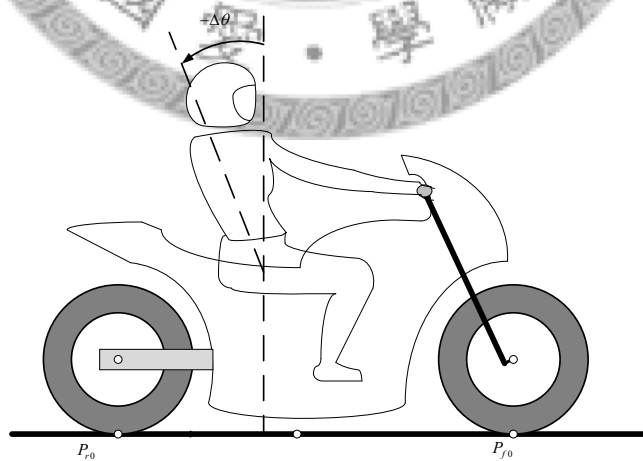
當騎士向前傾，可以增加最大側傾角度數，在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度提升，騎士所需施加之轉向力矩值減少。騎士向前傾，整車重心位置向前移動，前輪側滑角增加，後輪側滑角減少，使得轉向比值下降，轉向過度現象變小。反之，若騎士向後傾，整車重心位置向後移動，前輪側滑角減少，後輪側滑角增加，轉向過度現象變明顯。整理三種不同之騎姿對機車穩態行為與過彎特性之影響，如表 5-7 所示。



騎士無前後傾(A)



騎士向前傾(B)



騎士向後傾(C)

圖 5-12 騎士前後傾示意圖

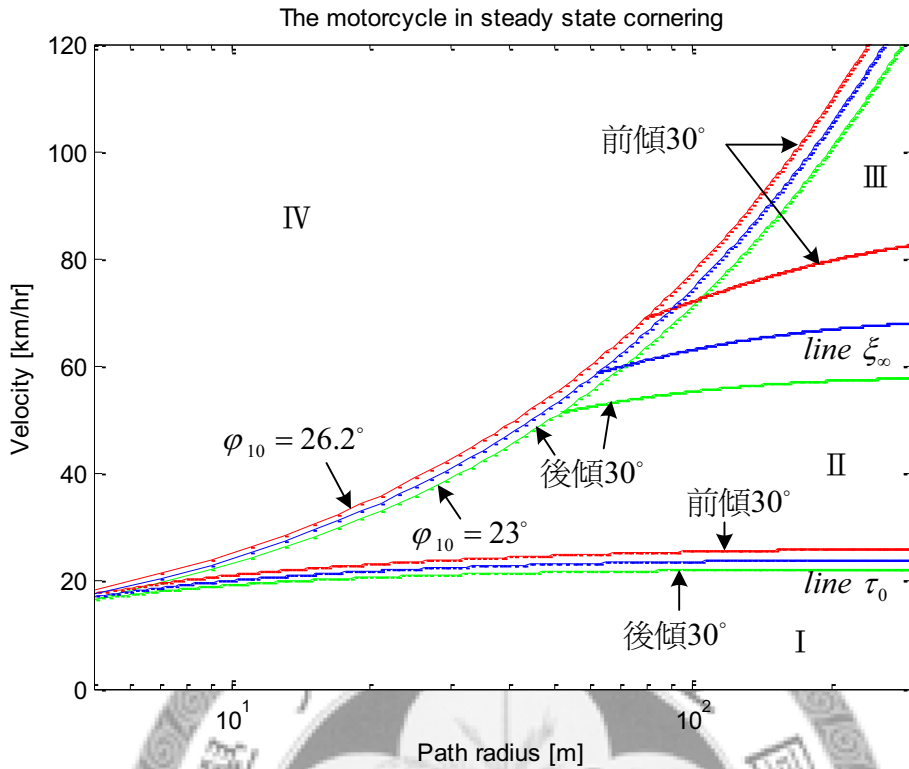


圖 5-13 騎士前後傾對穩態過彎特性之影響

表 5-7 騎士前後傾對穩態過彎特性之影響表

項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 ϕ_{10}
前傾 30°	變小(小)	上移	變小	上移	26.2°
後傾 30°	變大(小)	下移	變大	下移	22.6°

5-3-2 騎士側傾

騎姿之改變對機車之過彎行為有著重要的影響，一般騎士在過彎時自身之重心與機車之重心落在同一平面上，此騎姿對機車之轉向行為影響不大。機車過彎過程中，騎士常利用本身重心位置偏移以增加過彎速度。

如圖 5-14 所示，在不同之騎乘狀況下，騎士在側傾時，可以不同之方式過彎。如圖 5-14 (a)所示，若騎士於過彎時保持與車身一致之側傾角 φ ，騎士與機車之重心將落在同一平面上，此為騎乘機車最常見之過彎方式，騎士與機車具有同樣之側傾角。

若騎士之重心往彎外偏移，如圖 5-14 (b)所示，騎士於過彎使保持一較垂直之姿勢，此騎姿使騎士-機車系統之重心往機車之對稱面偏移一 $\Delta\theta$ ，此時系統之有效側傾角 φ_i 為機車之側傾角 φ 減去偏移角 $\Delta\theta$ 。因此，機車於過彎時必需側傾一更大之角度，才能以騎姿(a)之速度通過同樣之彎道。

當機車以如圖 5-14 (c)之方式過彎，騎士之重心往彎內偏移，這不僅讓騎士-機車系統之重心往機車對稱面偏移一 $\Delta\theta$ ，此時系統之有效側傾角 φ_i 為機車之側傾角 φ 加上偏移角 $\Delta\theta$ 。因此，機車於過彎時所需之側傾角將比以騎姿(a)過彎時所需之小，便能達到與騎姿(a)相同之速度過彎。

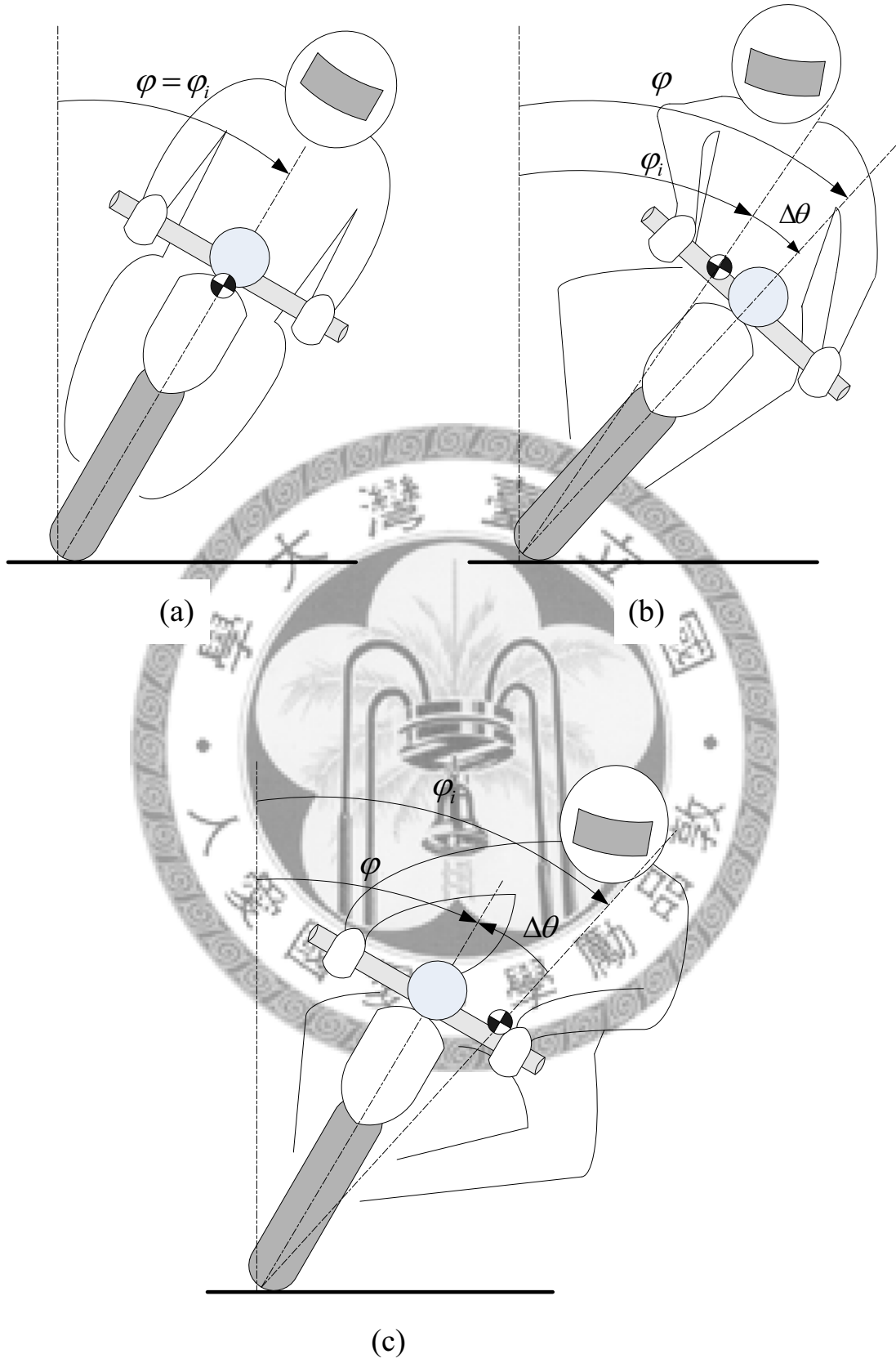


圖 5-14 騎士側傾示意圖 [8]

以光陽 Grand King 為例，分析圖 5-14 三種不同之騎姿於過彎時在穩態行為上之差異。如圖 5-15 所示，為三種不同之騎姿於穩態過彎時，在不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下側傾角之等值線圖。若以騎姿(c)過彎，騎士往彎內側傾，則能夠增加騎士-機車系統重心所產生之重力對接地點連線的力臂，更能產生較大之力矩以抵抗過彎時之離心力所造成之力矩，故在過彎時可達較高之車速。相對而言，騎士以騎姿(b)過彎，騎士身體偏往彎外，使得車速降低。

如圖 5-15 所示，在過彎半徑為 30m 時，車身同樣側傾 15 度，若騎士沒有側傾，過彎速度為 31.69 m/s；若騎士向內側傾 15 度，過彎速度為 34.55m/s；若騎士向外側傾 15 度，過彎速度為 30.47 m/s。由此可見，向內側傾可增加過彎速度，向外側傾則降低過彎速度，故賽車時，選手多以類似騎姿(c)方式快速過彎。

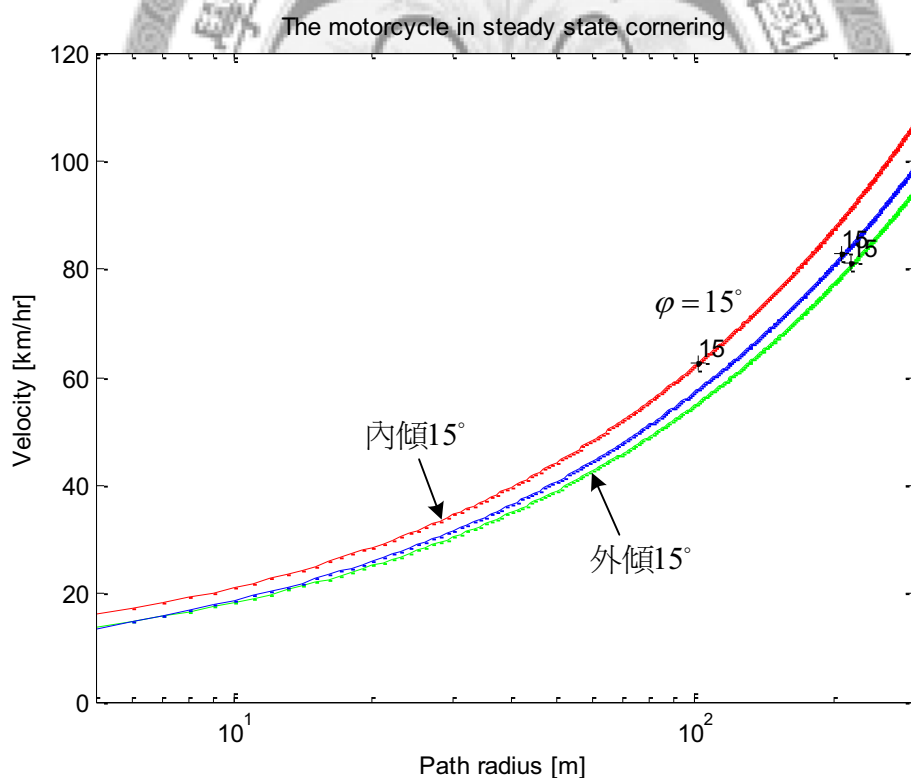


圖 5-15 騎士側傾對速度之影響

經電腦輔助分析，繪製騎士三種側傾情況之穩態過彎行為比較圖，如圖 5-16 所示，觀察不同騎姿對過彎時車速之影響。騎士側傾對穩態過彎行為之影響可整

理成表 5-8。騎士側傾對轉向特性之影響較小，但大幅度改變轉向力矩值。

騎姿(c)與騎姿(b)之轉向過度現象都比騎姿(a)明顯。以騎姿(b)過彎時，由於其自身之重心往彎外偏移，使得回正效應減少，在反回正效應變化不大之情況下[8]，騎士所需施加之轉向力矩值比騎姿(a)小。在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度下降，在圖中 $\tau=0$ 等值線向上移動許多。以騎姿(c)過彎時，由於其自身之重心往彎內偏移，使得回正效應增加，在反回正效應變化不大之情況下[8]。騎士所需施加之轉向力矩值比騎姿(a)大。在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度增加，在圖中 $\tau=0$ 等值線向下移動。

機車穩態過彎時，騎姿(b)與騎姿(c)之最大側傾角有所降低，但在同樣迴轉半徑下，同樣之側傾角，可以最高之速度過彎，騎姿(a)次之，騎姿(b)最低。故騎姿(c)是最適合過彎的姿勢。

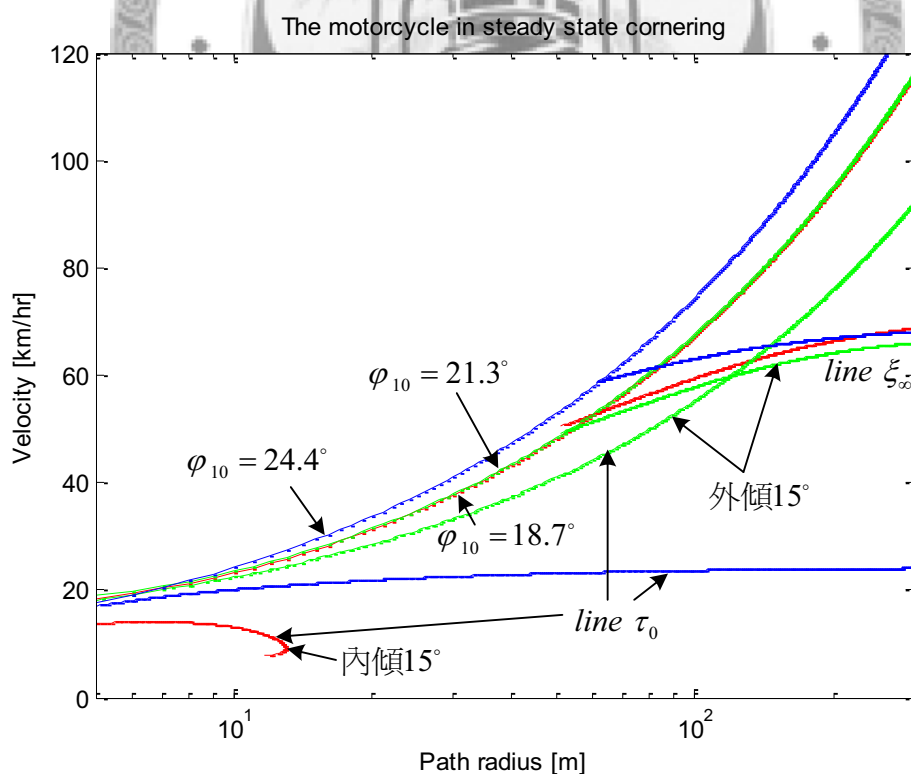


圖 5-16 騎士側傾對穩態過彎特性之影響

表 5-8 騎士側傾對穩態過彎特性之影響表

項目	轉向力矩	$\tau = 0$ 線	轉向比	$\xi = \infty$ 線	側傾角 φ_{10}
內傾 15°	變大	下移	變大	下移	18.7°
外傾 15°	變小	上移	變大	下移	21.3°

5-4 路面傾斜對行車特性之影響

在許多彎道中，有做路面傾斜之設計，本節將討論路面傾斜對機車穩態過彎之影響。機車過一路面傾斜之彎道時，機車與路面之幾何關係、力學關係改變，機車過彎之運動型態改變。假設傾斜路面與水平面夾角為 γ ，路面給機車輪胎之正向力方向垂直傾斜地面，並非垂直下向。側向力在傾斜地面上，與水平面有一夾角 γ 。機車過彎時，有很大一部分之離心力將被正向力在水平方向之分量抵銷，故機車過彎可以提升。一般路面傾斜之度數不大，本研究以路面傾斜 10 度為例，討論光陽 Grand King 穩態過彎行為與行車特性。

不同迴轉半徑、不同過彎速度情況下，機車穩態過彎之側傾角等值線圖如圖 5-17 所示，圖中之側傾角為路面垂直線與機車後架對稱面的夾角。比較無路面傾斜時 Grand King 穩態過彎側傾角等值線圖 4-9，在相同過彎半徑、相同過彎速度，相差 9.5 度左右。

比較圖 5-18 與圖 4-10 可知，以同樣之速度過迴轉半徑一樣之彎道，若路面傾斜需以比一般道路更大之轉向角過彎。因為以同樣之轉向角過彎，若路面傾斜，會形成較大之迴轉半徑。

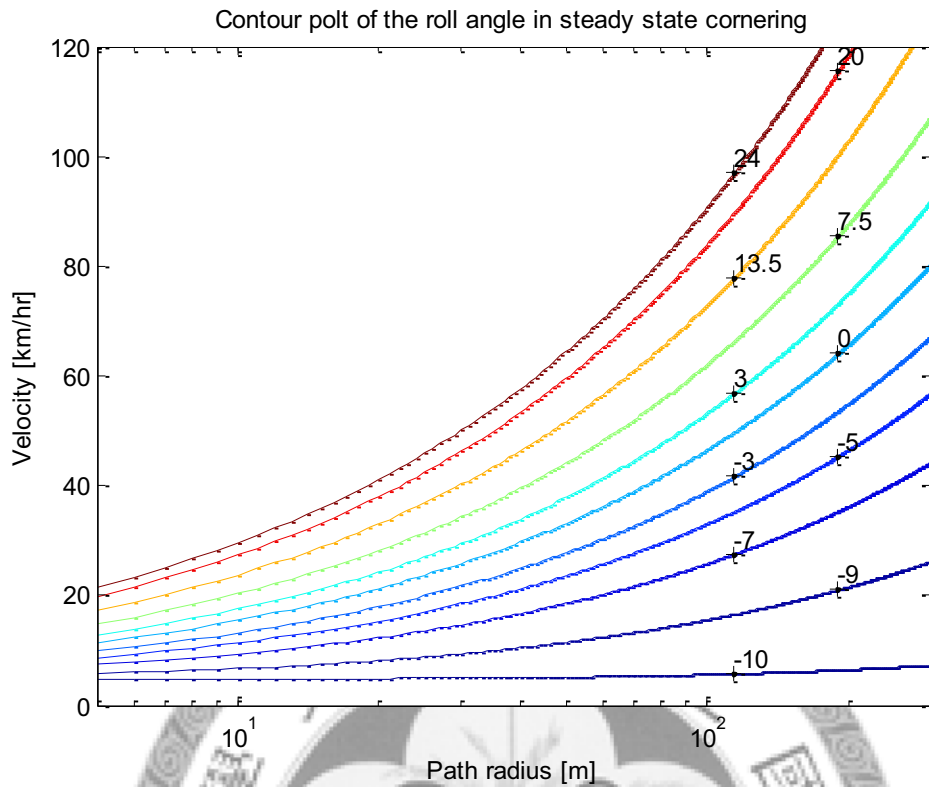


圖 5-17 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎側傾角等值線圖

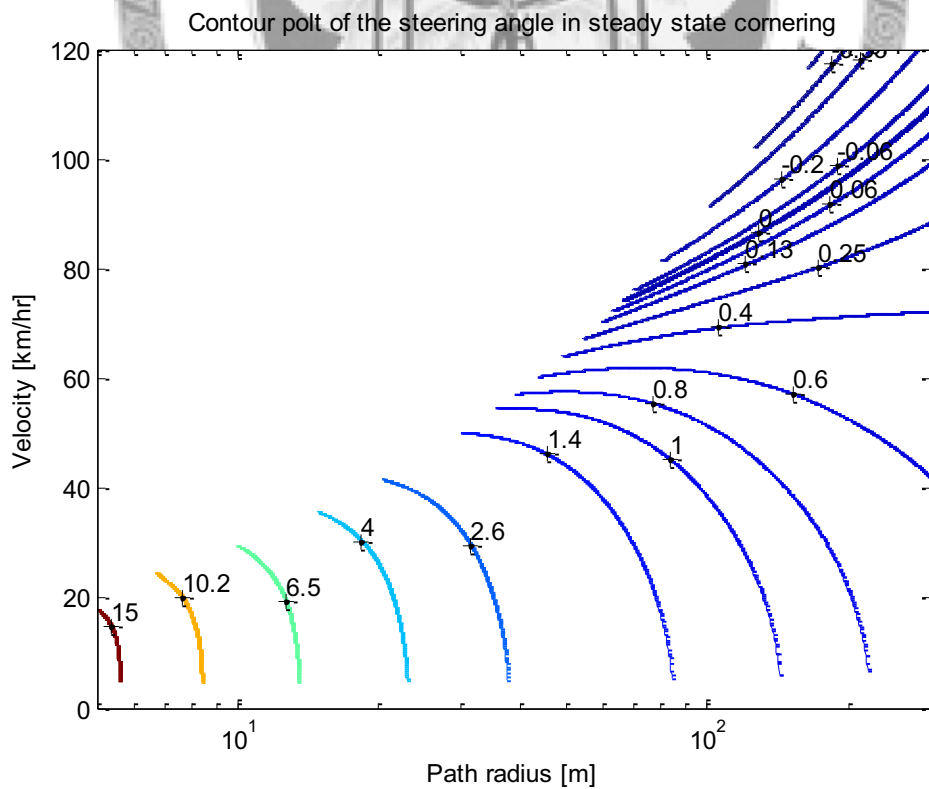


圖 5-18 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎轉向角等值線圖

機車過一路面傾斜 10 度之彎道，繪製其在不同迴轉半徑、不同過彎速度下之轉向比等值線圖，如圖 5-19 所示。相較與圖 4-11，出現了轉向比值小於等於 1 的情況。因路面側斜，機車過彎時，出現轉向中性與轉向不足之特性。圖中所呈現轉向比之值共有五大部分：

1. 轉向比小於 1，轉向不足，前輪側滑角大於後輪側滑角。多在過彎速度低時才有可能會出現轉向不足，半徑越大，轉向不足現象會越明顯。
2. 轉向比等於 1，轉向中性，前輪側滑角等於後輪側滑角。轉向中性之情況多在側傾角為 1.5~2.5 度時出現。
3. 轉向比大於 1，轉向過度，前輪側滑角小於後輪側滑角。過彎速度高於 13m/s 才出現轉向過度現象。
4. 轉向比之值無限大，臨界轉向，機車過彎但轉向角為零。在過彎速度超過 75m/s、迴轉半徑超過 68m 時才會出現臨界轉向，此區域及附近區域轉向比之值變化極大，騎士對其操性之變化很難應對。
5. 轉向比小於 0，逆向操舵，後輪側滑角遠大於前輪側滑角，此時轉向角為負。在過彎速度超過 75m/s、迴轉半徑超過 68m 時才會出現逆向操舵特性。

如圖 5-20 所示，機車過路面傾斜 10 度之彎道，騎士所施加之轉向力矩等值線，轉向力矩多為負值。由此可見，機車過路面傾斜之彎道時，需施加一反向力矩來抵抗反回正力矩，保持機車穩態過彎之力矩平衡。比較圖 4-12，過路面傾斜之彎道所需之轉向力矩值變小，主要因為側向力所提供之回正效應變小。

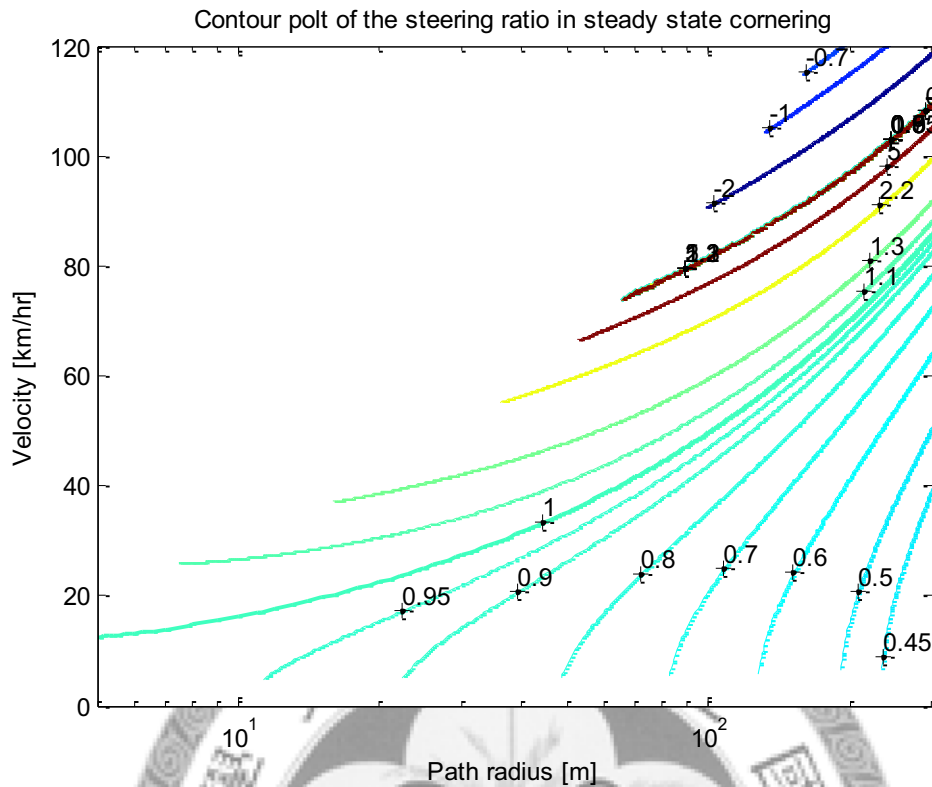


圖 5-19 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎轉向比等值線圖

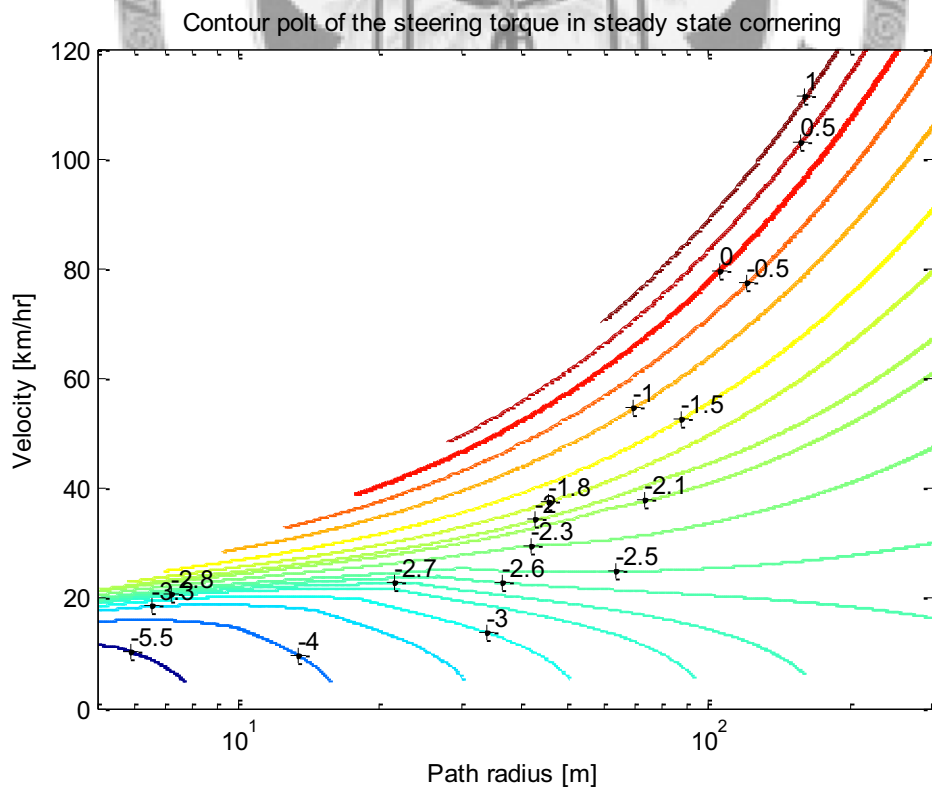


圖 5-20 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎轉向力矩等值線圖

整合機車穩態過彎之側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等資料，路面側傾時 Grand King 穩態過彎行為，如圖 5-21 所示。相較與圖 4-13 Grand King 在一般路面之穩態過彎行為，圖 5-21 中除了過彎半徑為 $10m$ 時之最大側傾角 φ_{10} 、轉向角為 0、轉向比無限大及轉向力矩為 0 的四條具代表性等值線外，多出了轉向比為 1 的等值線。其中轉向比無限大之等值線與轉向角為 0 之等值線重疊，轉向比無限大之等值線又與轉向力矩為 0 之等值線相交。這些等值線將機車穩態過彎行為等值線圖劃分為 6 個行車區域：I、II、III、IV、I^I、I^{II}，其中 IV 區為無效行車區域，騎士無法以 IV 區之狀態駕駛機車。

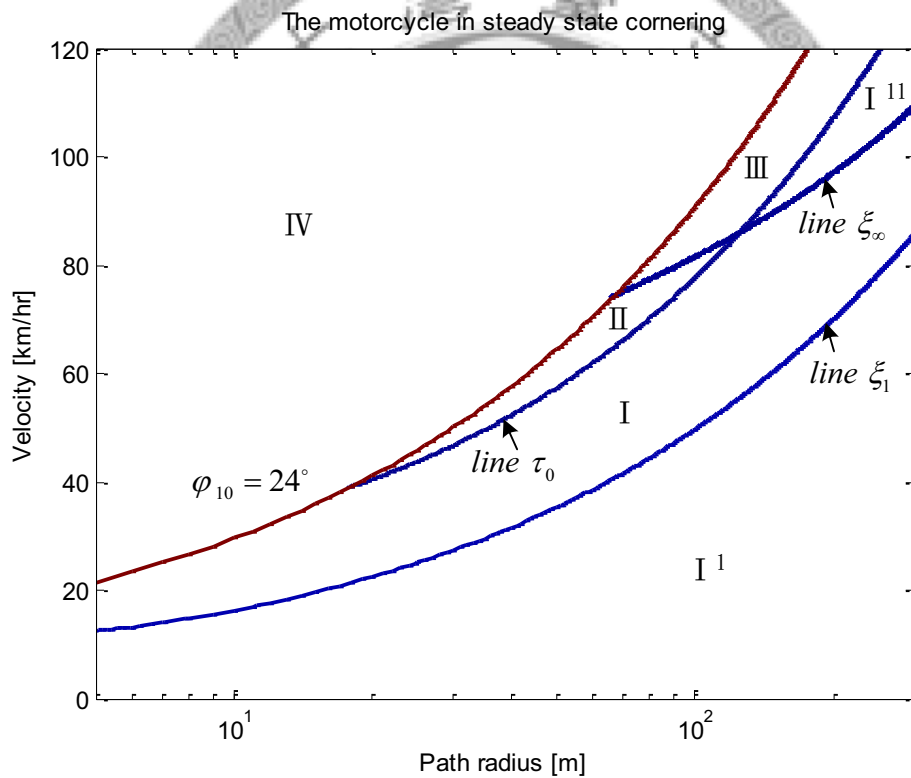


圖 5-21 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎特性圖

表 5-9 路面傾斜 10 度時 Grand King 穩態過彎特性表

行車 狀態	δ (deg)	τ (Nm)	ξ	R (m)	V (m/s)	φ (deg)	是否適 合駕駛
I	$\delta > 0$	$\tau < 0$	$\xi > 1$	5~300	13~110	1.5~16	適合
τ_0	$\delta > 0$	$\tau = 0$	$-\infty \sim \infty$	20~300	40~87	16~24	不一定
II	$\delta > 0$	$\tau > 0$	$\xi > 1$	20~125	40~87	16~24	尚可
ξ_∞	$\delta = 0$	-1~1.5	$\xi = \infty$	68~300	75~110	8~24	不適合
III	$\delta < 0$	$\tau > 0$	$\xi < 0$	68~250	75~120	16~24	不適合
I ¹¹	$\delta < 0$	$\tau < 0$	$\xi < 0$	125~300	87~120	8~16	不適合
ξ_1	$\delta > 0$	$\tau < 0$	$\xi = 1$	5~300	13~87	1.5~2.5	適合
I ¹	$\delta > 0$	$\tau < 0$	$\xi < 1$	5~300	5~87	-10~2.5	尚可

機車穩態過彎行為特性圖的 6 個行車區域、線 ξ_∞ 及線 τ_0 之性質可整理成表 5-9。其中行車區域 I、II、III 與 Grand King 在一般路面之過彎時之行車區域 I、II、III 性質相同。但在同樣之迴轉半徑之下，Grand King 在路面傾斜上過彎之行車區域 I、II、III 速度較高。線 τ_0 的行車狀態之轉向比會出現正值或負值，故

在線 τ_0 的行車狀態會有轉向過度、臨界轉向及逆向操舵現象。線 ξ_0 的行車狀態之轉向力矩可能出現正值或負值，亦可能是零，都是屬於不適合駕駛之行車區域。線 ξ_1 的行車狀態之轉向比值為 1，代表此時機車處於轉向中性，轉向角為正，轉向力矩為負，這些性質適合機車過彎之駕駛。行車區域 I¹ 因為轉向比小於 1，呈現轉向不足之現象，沒有線 ξ_1 的行車狀態那麼適合駕駛。行車區域 I¹¹ 之轉向力矩、轉向比、轉向角都為負，不適合駕駛。

當路面側傾，過同樣迴轉半徑之彎道，最適合駕駛之行車區域 I 速度大大提高，出現逆向操舵現象之速度也大大提高。

5-5 討論與小結

本章比較不同車型機車穩態過彎行為與行車特性之差異，並比較電動車及混合動力與一般引擎機車之不同。為進一步了解不同行車狀況對機車穩態過彎行為與行車特性之影響，針對騎士姿勢改變、路面傾斜之情況進行分析比較。在此將本章分析結果作個小結：

1. 在五台機車中，Motorcycle1 之線 τ_0 與行車區域 I 可達到之速度最大，相較與其它三台機車，若騎士無須施加轉向力矩，在同樣之迴轉半徑下，可以達到高的過彎速度。在同樣之過彎半徑之下，Motorcycle1 比其它四台機車在更高之速度才出現臨界轉向之現象，也說明了 Motorcycle1 比其它四台機車之性能好，可在更高速下行駛。故 motorcycle 1 之設計以性能取向，所以會較一般機車靈活、反應較敏銳。GTR 與 Grand King 同樣都是市面上常見之機車種類，適合過彎之速度為 10~35m/h，與平常機車過彎速度相同，可知

此模擬結果與事實相符，分析合理。Grand King 雖為市面上常見之檔車款式，但其性能與競速車有所差異。Choinori 小型機車適合低速駕駛。比較五台機車有騎士駕駛和空車穩態過彎特性圖，可發現空車都比有騎士之機車之最大側傾角來得大，主要是因為空車去除騎士質量，使得重心為降低，故其可以以更大之側傾角過彎。

2. 相較與一般引擎機車，在相同過彎半徑下，電動車轉向力矩為零時之速度提高，騎士所需施加之轉向力矩值降低，主要因為後輪鋼圈換成輪轂馬達，後輪質量增加所造成的。轉向比值變小，轉向過度現象變小，主要因為引擎變換成電瓶，質量減少所造成的。混合動力機車之電瓶可選擇放置於機車腳踏板或後座車廂，兩種混合動力機車之最大側傾角都變小，轉向比都變大，轉向過度更明顯。轉向力矩值都變小，操作靈活度變高。相較與 GTR，兩種混合動力機車適合駕駛之線 τ_0 與行車區域 I 行車速度都提高。相較之下，混動機車 A 比混動機車 B 之穩態過彎行車特性好，故做混合動力機車設計時，電瓶放置在腳踏上為佳。
3. 當騎士向前傾，可以增加最大側傾角度數，在相同過彎半徑下，轉向力矩為零時之速度提升，騎士所需施加之轉向力矩值減少。騎士向前傾，整車重心位置向前移動，前輪側滑角減少，後輪側滑角增加，使得轉向比值下降，轉向過度現象變小。反之，若騎士向後傾，轉向過度現象變明顯。騎士往彎外側傾將降低機車於過彎時之極限車速，轉向力矩值變小，且機車將呈明顯之反回正效應，故此騎姿顯然不適用於一般道路駕駛。而騎士往彎內側傾過彎，則有效提升於過彎時之極限車速，機車將呈明顯之回正效應。
4. 比較圖 4-10 與圖 5-18 可知，以同樣之速度過迴轉半徑一樣之彎道，若路面側傾，要以比一般道路更大之轉向角過彎。機車過彎時，因路面側傾，出現轉向中性與轉向不足之特性。過路面傾斜之彎道所需之轉向力矩值變小，主

要因為側向力所提供之回正效應變小。在同樣之迴轉半徑之下，Grand King 在路面傾斜上過彎之行車區域 I、II、III 速度較高。若路面側傾，過同樣迴轉半徑之彎道，最適合駕駛之行車區域 I 之速度大大提高，出現逆向操舵現象之速度也大大提高。

5. 總結第 3、4 點，可知對機車穩態過彎之有利條件是騎士向前傾、騎士向內傾、路面傾斜，可有效提升於過彎時之車速。



第六章 結論與建議

6-1 結論

本研究之目的在於探討機車穩態過彎之行車特性。先發展機車過彎時之穩態運動模型，以 V. Cossalter 所提供之機車模型 Motorcycle 1 和光陽 Grand King125 為例，並配合電腦輔助模擬分析，探討其轉向參數、騎士於過彎時所需施加之轉向力矩及轉向特性，找出適合機車駕駛之行車狀態。再探討機車軸距、後傾角、拖曳距、前後輪半徑、前後輪質量、前後輪轉向剛性等參數設計之改變對機車穩態過彎行車特性之影響。比較不同款式機車穩態過彎之行車特性。再探討騎士前後傾與側傾、路面傾斜之情況對機車過彎之行車特性之影響。

首先，以 V. Cossalter、A. Dori 和 R. Lot 等人所建立之機車穩態過彎模型為基礎，建立機車穩態過彎之模型。然而，數學模型包含複雜幾何關係式與力學關係式，方程式數量多，又是非線性方程式，直接求得其解析解是相當困難，因此本研究運用電腦輔助分析程式 Matlab，採用 for 迴圈，利用數值方法以反覆疊代之方式，經由電腦運算，求得近似數值解來探討機車穩態過彎之表現。

通過電腦模擬分析，將機車穩態過彎之側傾角、轉向角、轉向比、轉向力矩等值線圖組合成一張，可顯示完整行車資訊。以等值線將機車穩態過彎特性圖劃分為 4 個行車區域。機車在低速過彎時，行車區域多在線 τ_0 及行車區域 I，具有好的行車特性，較適合駕駛。在高速過彎時，多在線 ξ_0 及行車區域 III，其行車特性與操控性較不適合駕駛。行車區域 II，轉向角大於 0，轉向比大於 1，具有轉向過度之特性，騎士所施之轉向力矩大於 0，為較不適合駕駛之行車區域，需較好之駕駛技術。IV 區為無效行車區域，騎士無法以 IV 區之狀態駕駛機車。

經由對機車穩態過彎行為模擬分析，歸納本研究主要之結論如下：

1. 機車過迴轉半徑小之彎道時，需較大之轉向角，側傾角與轉向角之改變對過彎速度影響小，操作較遲鈍；機車過迴轉半徑大之彎道時，側傾角與轉向角之改變對過彎速度影響大，操作較敏感。
2. 對照機車穩態過彎時之轉向角與轉向比等值線圖，可發現轉向角為 0 之等值線與轉向比為無限大之等值線重疊。在臨界轉向時，轉向比之值無限大，轉向角為零。在逆向操舵時，轉向比小於 0，轉向角為負。
3. 轉向力矩主要包括三項回正效應和四項反回正效應，影響力最大的是前輪所受到之正向力與前輪所受到之側向力所產生之力矩，其次為陀螺儀效應所產生之力矩。轉向力矩為負時較適合駕駛，且轉向力矩為負值時多在低速區，可解釋為何一般機車都是以低速過彎之現象。在過迴轉半徑小之彎道時，所需之轉向角與轉向力矩值都很大，反應遲鈍。在過迴轉半徑大之彎道時，所需要轉向角與轉向力矩值都很小，只要側傾角適當增加即可過彎，反應靈敏。機車設計參數調整，對機車穩態過彎有回正影響之參數主要包括：後傾角、軸距、後輪半徑與前輪重量等；反回正影響之參數主要包括：拖曳距、前輪半徑與後輪重量等。
4. 透過轉向比觀察機車過彎之特性可分為轉向不足、轉向中性、轉向過度、臨界轉向、逆向操舵。轉向中性與適度的轉向過度具較好之行車特性，轉向不足、臨界轉向與逆向操舵都沒有較好之行車特性。當參數其值增加時，使轉向比增大之參數主要包括：前輪轉向剛性、軸距、後傾角、後輪質量等；使轉向比變小之參數主要包括：後輪轉向剛性、前輪質量等。
5. motorcycle 1 之設計以性能取向，所以會較一般機車靈活、反應較敏銳。GTR 與 Grand King 同樣都是市面上常見之機車種類，適合過彎之速度為 10~35m/h，與平常機車過彎速度相同。Grand King 雖為市面上常見之檔車款

式，但其性能與競速車有所差異。Choinori 小型機車適合低速駕駛。

6. 相較與一般引擎機車，在相同過彎半徑下，電動車轉向力矩為零時之速度提高，騎士所需施加之轉向力矩值降低，主要因為後輪鋼圈換成輪轂馬達，後輪質量增加所造成的。轉向比值變小，轉向過度現象變小，主要因為引擎變換成電瓶，質量減少所造成的。混合動力機車之電瓶可選擇放置於機車腳踏板或後座車廂，兩種混合動力機車之最大側傾角都變小，轉向比都變大，轉向過度更明顯。轉向力矩值都變小，操作靈活度變高。但相較之下，混動機車 A 比混動機車 B 之穩態過彎行車特性好，故做混合動力機車設計時，電瓶放置在腳踏板上為佳。
7. 在相同過彎半徑下，若騎士向前傾，轉向力矩為零時之速度提升，騎士所需施加之轉向力矩值減少。騎士往彎外側傾將降低機車於過彎時之極限車速，轉向力矩值變小，且機車將呈明顯之反回正效應，故此騎姿顯然不適用於一般道路駕駛。而騎士往彎內側傾過彎，則有效提升於過彎時之極限車速，機車將呈明顯之回正效應。
8. 以同樣之速度過迴轉半徑一樣之彎道，若路面側傾，要以比一般道路更大之轉向角過彎。過彎時，若路面側傾，機車會出現轉向中性與轉向不足之特性。過路面傾斜之彎道所需之轉向力矩值變小，主要因為側向力所提供之回正效應變小。若路面側傾，過同樣迴轉半徑之彎道，最適合駕駛之行車區域 I 之速度大大提高，出現逆向操舵現象之速度也大大提高。

由以上結論中，可知對機車穩態過彎之有利條件是騎士向前傾、騎士向內傾、路面傾斜，可有效提升於過彎時之車速。本文探討機車在過彎時之穩態行為、轉向特性及行車區域之性質，此研究對於了解機車過彎時穩態行為應有助益，也對機車設計及騎乘的影響有所幫助。

6-2 未來展望

本研究之目的在於探討機車過彎之穩態行為、轉向特性及適合機車駕駛之行車區域，未來還可以再深入研究：

1. 未來可在本研究之機車模型基礎上加入車身有側風，空氣阻力等，使分析結果能更接近實際狀況。
2. 本文建立機車穩態過彎模型探討機車以等速過彎時之穩態行為與轉向特性。但機車於過彎時常有加速或減速之情況發生，因此未來可進一步推導機車於過彎時之動態過彎模型，以進一步探討機車於過彎時之動態行為。
3. 本研究中包含一些難以取得之數據，包括不同輪胎之轉向及側傾剛性系數、車體及騎士之轉動慣量等，若能以更精確之數據代入計算，更能準確的預測機車過彎時之穩態行為及轉向特性。

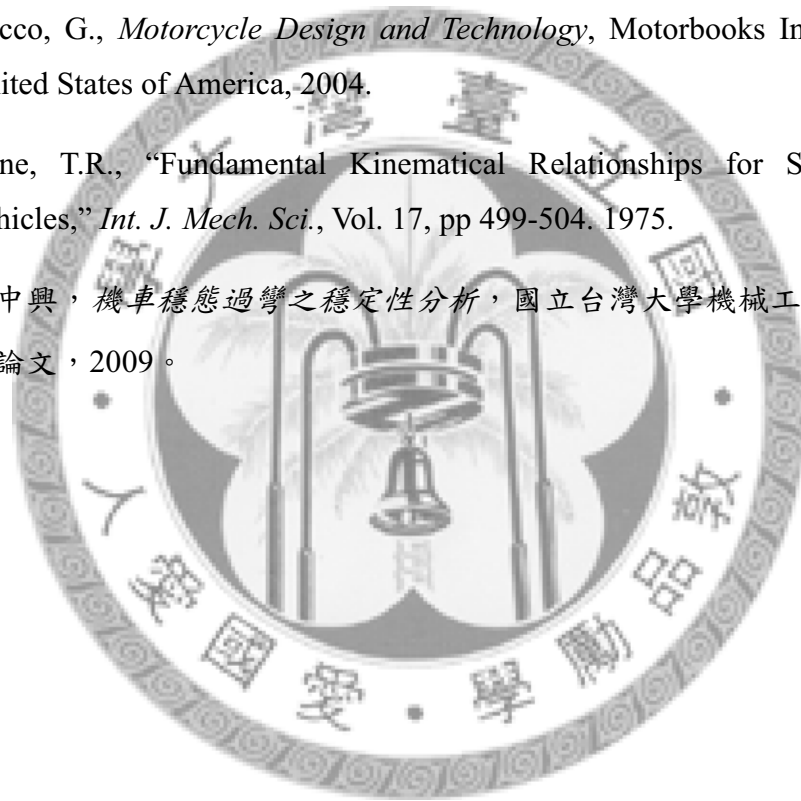


參考文獻

- [1] Sharp, R.S., "The Stability and Control of Motorcycle," *J. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 13, No. 5, pp. 316-329, 1971.
- [2] Sharp, R.S., "The Lateral Dynamics of Motorcycles and Bicycles," *Vehicle System Dynamics* Vol. 14, No.4-6, pp 265-283, 1985.
- [3] Sharp, R.S., Evangelou, S. and Limebeer, D.J.N., "Advances in the Modelling of Motorcycle Dynamics," *Multibody System Dynamics*, Vol. 12, No. 3, pp. 251-283, 2004.
- [4] Limebeer, D.J.N. and Sharp, R.S., "Bicycles, motorcycles and models," *IEEE Transactions Control Systems Magazine*, 2006.
- [5] 游凱程，電動機車穩定性分析及最佳化設計，國立台灣大學機械工程研究所碩士論文，2000。
- [6] 楊斌，二輪車穩定性探討，國立台灣大學機械工程研究所碩士論文，2004。
- [7] 蘇耿達，機車動態模擬與程式發展，國立台北科技大學車輛工程碩士班碩士論文，2005。
- [8] 朱學熙，機車過彎時之穩態行為及穩定性分析，國立台灣大學機械工程研究所碩士論文，2007。
- [9] Weir, D.H., and Zellner, J.W., "Lateral-directional Motorcycle Dynamics and Rider Control," SAE paper 780304,1978.
- [10] Seffen, K.A., Parks, G.T. and Clarkson , P.J., "Observations on the Controllability of Motion of Two-Wheelers," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, Vol. 215, No. 2, pp 143-156, 2001.
- [11] Cossalter, V., Doria, A. and Lot, R., "Steady Cornering of Two-Wheeled vehicles," *Vehicle System Dynamics*, Vol. 31, pp 157-181, 1999.

- [12] Cossalter, V., *Motorcycle Dynamics*, 2nd English Edition, Race Dynamics, United States of America, 2006.
- [13] Cossalter, V. and Lot, R., “A Motorcycle Multi-Body Model for Real Time Simulations Based on the Natural Coordinates Approach,” *Vehicle System Dynamics*, Vol. 37, pp 423–448, 2002.
- [14] Cossalter, V., Lot, R. and Maggio, F., “The Modal Analysis of a Motorcycle in Straight Running and on a Curve,” *In Meccanica*, Vol. 39 pp 1-16, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [15] Cossalter, V., Lot, R. and Peretto, M., “Steady Cornering of Motorcycle,” *IMechE*, Vol. 221 part D, pp 1343-1356, 2007.
- [16] VI-grade, <http://www.vi-grade.com/index.php?pagid=motorcycle>
- [17] Schwab, A.L., Meijaard, J.P. and Papadopoulos, J.M., “Benchmark Results on the Linearized Equations of Motion of an Uncontrolled Bicycle,” in Proc. 2nd *Asian Conf. Multibody Dynamics Seoul*, Korea, Aug. 1–4, pp. 143-151, 2004.
- [18] Moore, J., “Low Speed Bicycle Stability : Effects of Geometric Parameters,” MAE223, 2006.
- [19] Pacejka, H.B., Sharp, R.S., “Shear Force Development by Pneumatic Tires in Steady State Conditions: A Review of Modeling Aspects,” *Vehicle system dynamics* 20, pp.121-176, 1991.
- [20] Pacejka, H.B., *Tire and Vehicle Dynamics*, Butterworth Heinemann, Oxford, 2002.
- [21] Cossalter, V., Da Lio, M., Lot, R. and Fabbri, L., “A General Method for the Evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles,” *Vehicle System Dynamics* Vol. 31, No. 2, pp. 113–135, 1999.
- [22] 光陽機車網站， <http://www.kymco.com.tw/>
- [23] 台灣山葉機車網站， <http://www.yamaha-motor.com.tw/index.htm>
- [24] 台鈴機車網站， <http://www.suzukimotor.com.tw/motor/index.htm>

- [25] Evangelou, S. and Rodriguez, M.T., "Influence of Road Camder on Motorcycle Stability," ISCCSP 2008, Malta, pp.231-236,2008.
- [26] Verma, M.K., *Theoretical and Experimental Investigations of Motorcycle Dynamics, Doctoral Dissertation, University of Michigan*, 1978.
- [27] Koenen, C., *The Dynamic Behaviour of a Motorcycle when Running Straight Ahead and when Cornering*, Doctoral Dissertation, Delft University, 1983.
- [28] Ellis, J.R., *Vehicle Handling Dynamics, Mechanical Engineering Publications, London*, 1994.
- [29] Cocco, G., *Motorcycle Design and Technology*, Motorbooks International , United States of America, 2004.
- [30] Kane, T.R., "Fundamental Kinematical Relationships for Single Track Vehicles," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 17, pp 499-504. 1975.
- [31] 王中興，機車穩態過彎之穩定性分析，國立台灣大學機械工程研究所碩士論文，2009。



附錄 A

座標轉換之通式：

假設 X' 坐標系為 X 坐標系轉動後所得之新坐標系， T 為兩者之間的轉換矩陣，則其關係為：

$$X' = TX \quad (\text{A. 1})$$

各轉換矩陣之定義：

$[T]_{\psi}$ ：從運動之型態可知 ψ 角乃相對地面坐標系旋轉之角，故

$$[T]_{\psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 2})$$

$[T]_{\phi}$ ： ϕ 角定義為側傾角 (camber angle) 故從坐標系 $(\bar{X}_1, \bar{Y}_1, \bar{Z}_1)$ 到 $(\bar{X}_2, \bar{Y}_2, \bar{Z}_2)$ 之轉換矩陣為：

$$[T]_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (\text{A. 3})$$

$[T]_{\varepsilon}$ ：機車之轉向軸和垂直地面之平面之間有一傾斜角 ε ，由前部份到後部份之間的轉換矩陣可表示為：

$$[T]_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon & 0 & -\sin\varepsilon \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varepsilon & 0 & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \quad (\text{A. 4})$$

$[T]_\delta$ ：機車把手轉向時有一轉向角 δ ，故轉換矩陣為：

$$[T]_\delta = \begin{bmatrix} \cos\delta & \sin\delta & 0 \\ -\sin\delta & \cos\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 5})$$

由上述坐標轉換矩陣，可以將坐標系如下式轉換：

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} = [T]_\delta [T]_\epsilon [T]_\phi [T]_\psi \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6})$$



附錄 B

程式碼：

```
clear all
close all

% Input Parameter:
% VC_bp_p;
% FCBike_opt_5;
% FCBike_q;
% VC_bp;
% VC_bp_c;
% FCBike;
% % FCBike_sym;
% GSXR;
% RSS_bp;
% big;
% bigplusbody;
% bigplusbodymove;
% small;
% smallplusbody;
% smallplusbodymove;
% middle;
% middleplusbody;
% middlenewplusbodymove;
Grand King;
% Venox;

%
Loop:=====
====
i=1;
JJJ=0;
VVV=0;
%ps=10;
```



```

j=1;
for ps=0:0.5:30
for Rc=5:5:300
    psi=ps*pi/180;
    psi2=psi+pps2;
    hr=(hr^2+yr^2)^0.5;

% Geometric
Equations:-----0-----
RCRC;

% Position of
Pr:-----
Xpr=Rc*sin(lamr);
Ypr=-Rc*cos(lamr);
Zpr=0;

% Position of Q (Xq, Yq, Zq):
Xq=Xpr+bq;
Yq=Ypr+hq*sin(psi);
Zq=-hq*cos(psi);

% Position of Pf
Xpf=dX+Xpr;
Ypf=dY+Ypr;
Zpf=0;

% Position of Gr
Xgr=Xpr+br;
Ygr=Ypr+hr*sin(psi2);
Zgr=-hr*cos(psi2);

% Position of Gf
Xgf=-cos(DEL)*bf-sin(DEL)*hf*sin(B)+Xpf;
Ygf=-sin(DEL)*bf+cos(DEL)*hf*sin(B)+Ypf;
Zgf=-hf*cos(B);

% newton's equation for four rigid

```



```

bodies:-----
IC;

% Calculating the Wy, Nf, Nr, :
N=(g*(mr*Ygr+mf*Ygf)-(mr+mf)*g*Ypf+(dY+df*sin(DEL))*((-mr+mf)*g*df-(
mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf))/(df-df*cos(DEL)-dX));
D=(((Icyzr+Icyzf)-(Iwr*cos(psi))*((-Rc*(ka+1)*cos(lamr))/(pr+qr*cos(p
si)))+(Iwf*(cos(del)*cos(psi)-sin(ep)*sin(del)*sin(psi))*cos(lamf)*Yp
f)/(cos(DEL+lamf)*(pr+qr*cos(Bpi))))) + ((dY+df*sin(DEL))/(df-df*cos(D
EL)-dX))*((Icxzr+Icxzf)+(Iwf*(cos(ep)*sin(del)*cos(lamf)*Ypf))/(cos(D
EL+lamf)*(pr+qr*cos(Bpi)))));

% angular momentum equation around c:
Wy = sqrt(N/D);

Nf=(-(mr+mf)*g*df-(mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf)-((Icxzr+Icxzf)+(Iwf
*cos(ep)*sin(del)*cos(lamf)*Ypf)/(cos(DEL+lamf)*rf))*Wy^2)/(df-df*cos
(DEL)-dX);
Nr = -(mr+mf)*g-Nf; % coslter P167 (19) ©;²x FD FL FS
©Î ;¶ P40 (3.23)

% longitudinal friction force (front):
Sf=muf*Nf;

tf = t0f*(1-abs(lamf/lamaxf));
tr = t0r*(1-abs(lamr/lamaxr));

% torque Mz:
M1r = 0.028*Nr;
M1f = 0.024*Nf;

E1 = -(mr*Xgr+mf*Xgf)*Wy^2;
E2 = -(mr*Ygr+mf*Ygf)*Wy^2;
E5 = (Xpf*cos(DEL)+Ypf*sin(DEL));
E6 = (Xpf*sin(DEL)-Ypf*cos(DEL));

Ff =
-(Sf*E6-(E1-Sf*cos(DEL))*Ypr+(E2-Sf*sin(DEL))*(Xpr-tr)-M1f*B-M1r*psi)

```



```

/(E5-tf-sin(DEL)*Ypr-cos(DEL)*(Xpr-tr));
Sr = -Sf*cos(DEL)+Ff*sin(DEL)-(mr*Xgr+mf*Xgf)*Wy^2; % cosslter P167
(17) ②² FD FL FS ①̂ |¶ P40 (3.21)
Fr = -Ff*cos(DEL)-Sf*sin(DEL)-(mr*Ygr+mf*Ygf)*Wy^2; % cosslter P167
(17) ②² FD FL FS ①̂ |¶ P40 (3.22)

% Calculating the Lamda(f),
Lamda(r):-----
MF;

alp f=(D0f/Dyf)*(lamf+(Cpsif*psi)/Clamf)-(Cpsif*psi)/Clamf;
alpr=(D0r/Dyr)*(lamr+(Cpsir*psi)/Clamr)-(Cpsir*psi)/Clamr;

lamf1=((1/Byf)*tan((1/C)*asin((Ef-Svf)/Dyf))-Shf+(Cpsif*psi)/Clamf)*(
Dyf/D0f)-(Cpsif*psi)/Clamf; % ¶P17 (2.22)°â¥X lam ta¶J(2.23)¶¶
lamr1=((1/Byr)*tan((1/C)*asin((Fr-Svr)/Dyr))-Shr+(Cpsir*psi)/Clamr)*(
Dyr/D0f)-(Cpsir*psi)/Clamr;

% front and rear angular
velocity:-----
wf = Wy*cos(lamf1)*Ypf/(cos(DEL+lamf1)*(pf+qf*cos(Bpi))); % |¶P14
(2.15)
wr = -Rc*Wy*(ka+1)*cos(lamr1)/(pr+qr*cos(psi)); % |¶P14
(2.16)

ka1=-1-(rr*wr)/(Rc*Wy*cos(lamr1));
% ka1=(1-(Rc*Wy*cos(lamr1))/(rr*wr))/100;

%
²ÄαG|,¹Gªñ°¼·Æ´α=====
=====
RCRC1;

% Position of
Pr:-----
Xpr=Rc*sin(lamr1);
Ypr=-Rc*cos(lamr1);
Zpr=0;

```

```

% Position of Q (Xq, Yq, Zq):
Xq=Xpr+bq;
Yq=Ypr+hq*sin(psi);
Zq=-hq*cos(psi);

% Position of Pf
Xpf=dX+Xpr;
Ypf=dY+Ypr;
Zpf=0;

% Position of Gr
Xgr=Xpr+br;
Ygr=Ypr+hr*sin(psi2);
Zgr=-hr*cos(psi2);

% Position of Gf
Xgf=-cos(DEL)*bf-sin(DEL)*hf*sin(B)+Xpf;
Ygf=-sin(DEL)*bf+cos(DEL)*hf*sin(B)+Ypf;
Zgf=-hf*cos(B);

% newton's equation for four rigid
bodies:-----
IC;

% Calculating the Wy, Nf, Nr, :
N=(g*(mr*Ygr+mf*Ygf)-(mr+mf)*g*Ypf+(dY+df*sin(DEL))*((-mr+mf)*g*df-(
mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf))/(df-df*cos(DEL)-dX));
D=(((Icyzr+Icyzf)-(Iwr*cos(psi))*((-Rc*(ka1+1)*cos(lamr1))/(pr+qr*cos
(psi)))+(Iwf*(cos(del)*cos(psi)-sin(ep)*sin(del)*sin(psi))*cos(lamf1)
*Ypf)/(cos(DEL+lamf1)*(pr+qr*cos(Bpi))))) + ((dY+df*sin(DEL))/(df-df*c
os(DEL)-dX))*((Icxzr+Icxzf)+(Iwf*(cos(ep)*sin(del)*cos(lamf1)*Ypf)/(
cos(DEL+lamf1)*(pr+qr*cos(Bpi))))) );

% angular momentum equation around c:
Wy = sqrt(N/D);

Nf=(-(mr+mf)*g*df-(mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf)-((Icxzr+Icxzf)+(Iwf

```

```

*cos (ep) *sin (del) *cos (lamf1) *Ypf) / (cos (DEL+lamf1) *rf) ) *Wy^2) / (df-df*c
os (DEL)-dX);
Nr = -(mr+mf) *g-Nf;

% longitudinal friction force (front):
Sf=muf*Nf;

% pneumatic trail:
tf = t0f*(1-abs(lamf1/lamaxf));
tr = t0r*(1-abs(lamr1/lamaxr));

% torque Mz:
M1r = 0.028*Nr;
M1f = 0.024*Nf;

E1 = -(mr*Xgr+mf*Xgf) *Wy^2;
E2 = -(mr*Ygr+mf*Ygf) *Wy^2;
E5 = (Xpf*cos (DEL)+Ypf*sin (DEL));
E6 = (Xpf*sin (DEL)-Ypf*cos (DEL));

Ff =
-(Sf*E6-(E1-Sf*cos (DEL)) *Ypr+(E2-Sf*sin (DEL)) * (Xpr-tr)-M1f*B-M1r*psi)
/ (E5-tf-sin (DEL) *Ypr-cos (DEL) * (Xpr-tr));
Sr = -Sf*cos (DEL)+Ff*sin (DEL) -(mr*Xgr+mf*Xgf) *Wy^2;
Fr = -Ff*cos (DEL)-Sf*sin (DEL) -(mr*Ygr+mf*Ygf) *Wy^2;

% Calculating the Lamda (f),
Lamda (r) :-----
MF;

alp f=(D0f/Dyf) * (lamf1+(Cpsif*psi) /Clamf) -(Cpsif*psi) /Clamf;
alpr=(D0r/Dyr) * (lamr1+(Cpsir*psi) /Clamr) -(Cpsir*psi) /Clamr;

lamf2=((1/Byf) *tan ((1/C) *asin ((Ff-Svf) /Dyf)) -Shf+(Cpsif*psi) /Clamf) * (
Dyf/D0f) -(Cpsif*psi) /Clamf;
lamr2=((1/Byr) *tan ((1/C) *asin ((Fr-Svr) /Dyr)) -Shr+(Cpsir*psi) /Clamr) * (
Dyr/D0f) -(Cpsir*psi) /Clamr;

```

```

% front and rear angular
velocity:-----
wf = Wy*cos(lamf2)*Ypf/(cos(DEL+lamf2)*(pf+qf*cos(Bpi)));
wr = -Rc*Wy*(ka1+1)*cos(lamr2)/(pr+qr*cos(psi));

ka2=-1-(rr*wr)/(Rc*Wy*cos(lamr2));
% ka2=(1-(Rc*Wy*cos(lamr2))/(rr*wr))/100;

%
%=====
=====
RCRC2;

% Position of
Pr:-----
Xpr=Rc*sin(lamr2);
Ypr=-Rc*cos(lamr2);
Zpr=0;

% Position of Q (Xq, Yq, Zq):
Xq=Xpr+bq;
Yq=Ypr+hq*sin(psi);
Zq=-hq*cos(psi);

% Position of Pf
Xpf=dX+Xpr;
Ypf=dY+Ypr;
Zpf=0;

% Position of Gr
Xgr=Xpr+br;
Ygr=Ypr+hr*sin(psi2);
Zgr=-hr*cos(psi2);

% Position of Gf
Xgf=-cos(DEL)*bf-sin(DEL)*hf*sin(B)+Xpf;
Ygf=-sin(DEL)*bf+cos(DEL)*hf*sin(B)+Ypf;
Zgf=-hf*cos(B);

```



```

% newton's equation for four rigid
bodies:-----
IC;

% Calculating the Wy, Nf, Nr, :
N=(g*(mr*Ygr+mf*Ygf)-(mr+mf)*g*Ypf+(dY+df*sin(DEL))*((-mr+mf)*g*df-(
mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf))/(df-df*cos(DEL)-dX));
D=(((Icyzr+Icyzf)-(Iwr*cos(psi))*((-Rc*(ka2+1)*cos(lamr2))/(pr+qr*cos
(psi)))+(Iwf*(cos(del)*cos(psi)-sin(ep)*sin(del)*sin(psi))*cos(lamf2)
*Ypf)/(cos(DEL+lamf2)*(pr+qr*cos(Bpi)))))+(dY+df*sin(DEL))/(df-df*c
os(DEL)-dX))*((Icxzr+Icxzf)+(Iwf*(cos(ep)*sin(del)*cos(lamf2)*Ypf))/(
cos(DEL+lamf2)*(pr+qr*cos(Bpi)))));

% angular momentum equation around c:
Wy = sqrt(N/D);

Nf=(-(mr+mf)*g*df-(mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf)-((Icxzr+Icxzf)+(Iwf
*cos(ep)*sin(del)*cos(lamf2)*Ypf)/(cos(DEL+lamf2)*rf))*Wy^2)/(df-df*c
os(DEL)-dX);
Nr = -(mr+mf)*g-Nf;

% longitudinal friction force (front):
Sf=muf*Nf;

% pneumatic trail:
tf = t0f*(1-abs(lamf2/lamaxf));
tr = t0r*(1-abs(lamr2/lamaxr));

% torque Mz:
M1r = 0.028*Nr;
M1f = 0.024*Nf;

E1 = -(mr*Xgr+mf*Xgf)*Wy^2;
E2 = -(mr*Ygr+mf*Ygf)*Wy^2;
E5 = (Xpf*cos(DEL)+Ypf*sin(DEL));
E6 = (Xpf*sin(DEL)-Ypf*cos(DEL));

```

```

Ff =
- (Sf*E6- (E1-Sf*cos (DEL)) *Ypr+ (E2-Sf*sin (DEL)) * (Xpr-tr) -Mlf*B-Mlr*psi)
/ (E5-tf-sin (DEL) *Ypr-cos (DEL) * (Xpr-tr));
Sr = -Sf*cos (DEL)+Ff*sin (DEL) - (mr*Xgr+mf*Xgf) *Wy^2;
Fr = -Ff*cos (DEL)-Sf*sin (DEL) - (mr*Ygr+mf*Ygf) *Wy^2;

% Calculating the
Lamda (f),Lamda (r) :-----
MF;

alp f=(D0f/Dyf) * (lamf2+(Cpsif*psi)/Clamf) - (Cpsif*psi)/Clamf;
alpr=(D0r/Dyr) * (lamr2+(Cpsir*psi)/Clamr) - (Cpsir*psi)/Clamr;

lamf3=((1/Byf)*tan((1/C)*asin((Ef-Svf)/Dyf))-Shf+(Cpsif*psi)/Clamf)*(
Dyf/D0f)-(Cpsif*psi)/Clamf;
lamr3=((1/Byr)*tan((1/C)*asin((Fr-Svr)/Dyr))-Shr+(Cpsir*psi)/Clamr)*(
Dyr/D0f)-(Cpsir*psi)/Clamr;

% front and rear angular
velocity:-----
wf = Wy*cos (lamf3)*Ypf/(cos (DEL+lamf3)*(pf+qf*cos (Bpi)));
wr = -Rc*Wy*(ka2+1)*cos (lamr3)/(pr+qr*cos (psi));

ka3=-1-(rr*wr)/(Rc*Wy*cos (lamr3));
% ka3=(1-(Rc*Wy*cos (lamr3))/(rr*wr))/100;

if -lamf3<=0.1 && -lamr3<=0.075

%
¥HαU-°³İ«áμ²ªG=====
=====
RCRC3;

% Position of
Pr:-----
Xpr=Rc*sin (lamr3);
Ypr=-Rc*cos (lamr3);
Zpr=0;

```

```

% Position of Q (Xq, Yq, Zq):
Xq=Xpr+bq;
Yq=Ypr+hq*sin(psi);
Zq=-hq*cos(psi);

% Position of Pf
Xpf=dX+Xpr;
Ypf=dY+Ypr;
Zpf=0;

% Position of Gr
Xgr=Xpr+br;
Ygr=Ypr+hr*sin(psi2);
Zgr=-hr*cos(psi2);

% Position of Gf
Xgf=-cos(DEL)*bf-sin(DEL)*hf*sin(B)+Xpf;
Ygf=-sin(DEL)*bf+cos(DEL)*hf*sin(B)+Ypf;
Zgf=-hf*cos(B);

% newton's equation for four rigid
bodies:-----
IC;

% Calculating the Wy, Nf, Nr, :
N=(g*(mr*Ygr+mf*Ygf)-(mr+mf)*g*Ypf+(dY+df*sin(DEL))*((-mr+mf)*g*df-(
mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf))/(df-df*cos(DEL)-dX));
D=(((Icyzr+Icyzf)-(Iwr*cos(psi))*((-Rc*(ka3+1)*cos(lamr3))/(pr+qr*cos
(psi)))+(Iwf*(cos(del)*cos(psi)-sin(ep)*sin(del)*sin(psi))*cos(lamf3)
*Ypf)/(cos(DEL+lamf3)*(pr+qr*cos(Bpi))))) + ((dY+df*sin(DEL))/(df-df*c
os(DEL)-dX))*((Icxzr+Icxzf)+(Iwf*(cos(ep)*sin(del)*cos(lamf3)*Ypf))/(
cos(DEL+lamf3)*(pr+qr*cos(Bpi))));

% angular momentum equation around c:
Wy = sqrt(N/D);

Jxp = mr*g*hr*sin(psi)+mf*g*(hf*sin(psi)+(Xgf-Xq)*sin(DEL)); %yulo add

```

```

% Jxp = mr*g*hr*sin(psi)+mf*g*hf*sin(psi);
Jxn = mr*Rc*Wy*Wy*hr*cos(psi)+mf*Rc*Wy*Wy*cos(del)*hf*cos(psi);

% if abs((Jxp-Jxn)/Jxp)<=0.11 && abs((Jxp-Jxn)/Jxn)<=0.11 &&
abs(Jxp-Jxn)<=45.1

V=Wy*Rc;
Vx=Wy*sqrt(Xgr^2+Ygr^2);

Nf=(-(mr+mf)*g*df-(mr+mf)*g*Xpr+g*(mr*Xgr+mf*Xgf)-((Icxzr+Icxzf)+(Iwf
*cos(ep)*sin(del)*cos(lamf3)*Ypf)/(cos(DEL+lamf3)*rf))*Wy^2)/(df-df*c
os(DEL)-dX);
Nr = -(mr+mf)*g-Nf;

% longitudinal friction force (front):
Sf=muf*Nf;

% pneumatic trail:
tf = t0f*(1-abs(lamf3/lamaxf));
tr = t0r*(1-abs(lamr3/lamaxr));

% torque My, Mz:
M1r = 0.028*Nr;
M1f = 0.024*Nf;
Myf = -df*Nf;
Myr = -dr*Nr;
Mzf = -tf*Ff-M1f*B;
Mzr = -tr*Fr-M1r*psi;

E1 = -(mr*Xgr+mf*Xgf)*Wy^2;
E2 = -(mr*Ygr+mf*Ygf)*Wy^2;
E5 = (Xpf*cos(DEL)+Ypf*sin(DEL));
E6 = (Xpf*sin(DEL)-Ypf*cos(DEL));

Ff =
-(Sf*E6-(E1-Sf*cos(DEL))*Ypr+(E2-Sf*sin(DEL))*(Xpr-tr)-M1f*B-M1r*psi)

```



```

/ (E5-tf-sin (DEL) *Ypr-cos (DEL) * (Xpr-tr));
Sr = -Sf*cos (DEL)+Ff*sin (DEL) - (mr*Xgr+mf*Xgf) *Wy^2;
Fr = -Ff*cos (DEL)-Sf*sin (DEL) - (mr*Ygr+mf*Ygf) *Wy^2;

% Steering Torqre:
Jg = g*mf* ((Yq-Ygf) *sin (mu+ep) + (Xq-Xgf) *cos (mu+ep) *sin (psi));
Jy =
(Wy^2*mf* (Ygf*Xq-Xgf*Yq) *cos (mu+ep) *cos (psi) -Wy^2*mf*Zq* (Ygf*sin (mu+ep)
+Xgf*cos (mu+ep) *sin (psi)) +Wy^2* (Icyzf*sin (mu+ep) +Icxzf*cos (mu+ep) *s
in (psi)));
Jn = ((Yq-Ypf) *sin (mu+ep) + (Xq-Xpf) *cos (mu+ep) *sin (psi)) *Nf;
Jf =
((Yq-Ypf) *sin (DEL) + (Xq-Xpf) *cos (DEL)) *cos (mu+ep) *cos (psi) *Ff-Zq* (cos (
DEL) *sin (mu+ep) -cos (mu+ep) *sin (psi) *sin (DEL)) *Ff;
Js =
((Ypf-Yq) *cos (DEL) + (Xq-Xpf) *sin (DEL)) *cos (mu+ep) *cos (psi) *Sf-Zq* (cos (
DEL) *cos (mu+ep) *sin (psi) +sin (DEL) *sin (mu+ep)) *Sf;
Jm =
Mzf*cos (mu+ep) *cos (psi) - (cos (mu+ep) *sin (psi) *cos (DEL) +sin (mu+ep) *sin (
DEL)) *Myf;
Jw = (-sin (del) *sin (psi) +cos (psi) *cos (del) *sin (mu+ep)) * (-Iwf*wf*Wy);

J = Jg+Jy+Jn+Jf+Js+Jm+Jw;
Ja = Jy+Jf+Jw;
Jd = Jg+Jn+Jm+Js;

%
|C¥Xµ² aG=====
====
% if V>0
% VV(i,1)=V;
% else
% VV(i,1)=nan;
% % end

```

```

% if imag(V)>0
% VV(i,1)=nan;
% elseif imag(V)<0
% VV(i,1)=nan;
% else
% VV(i,1)=V;
% end
VV(j,i)=V;
VX(j,i)=Vx;
RC(j,i)=Rc;
PS(j,i)=ps;
DD(j,i)=del;
if del>0
VVP(j,i)=V*3.6;
DDP(j,i)=del;
RCP(j,i)=Rc;
end
PP(j,i)=psi;
ED(j,i)=DEL;
WY(j,i)=Wy;
JXN(j,i)=Jxn; %yulo add
JXP(j,i)=Jxp; %yulo add

Ro=p*(cos(psi)*cos(del)-sin(psi)*sin(del)*sin(ep))/(sin(del)*cos(ep))
;
% xi=Ro/Rc;
xi=sin(DEL+lamf3-lamr3)/(cos(DEL+lamf3)*tan(DEL));
XI(j,i)=xi;
RO(j,i)=Ro;

ResultM;

%result1=[LA VV RC DD*180/pi PP*180/pi NF NR DX DY];
%result2=[VVK RC DDD PPP WY];
%resultF=[FF FR SF SR NF NR ];

```



```

%result4=[DD*180/pi BB*180/pi BP*180/pi];
%resultJ=[JG JY JN JF JS JM JW];
%resultL=[LF LF2 LF3 LR LR2 LR3 LFP LRP LFP2 LRP2];
%resultL=[LF3 LR3];
%resultF=[NF NR FF FR SF SR WY LF3 LR3];
% resultD=[DD*180/pi ED*180/pi EDD];

```

```
VVV=VVV+V;
```

```
JJJ=JJJ+J;
```

```
i=i+1;
```

```
% else
```

```
% RC(j,i)=nan;
```

```
% PS(j,i)=nan;
```

```
% JXN(j,i)=Jxn; %yulo add
```

```
% JXP(j,i)=Jxp; %yulo add
```

```
% i=i+1;
```

```
% end
```

```
else
```

```
RC(j,i)=nan;
```

```
VVK(j,i)=nan;
```

```
PS(j,i)=nan;
```

```
DDD(j,i)=nan;
```

```
LA(j,i)=nan;
```

```
JJ(j,i)=nan;
```

```
XI(j,i)=nan;
```

```
RO(j,i)=nan;
```

```
i=i+1;
```

```
end
```

```
end
```

```
i=1;
```

```
j=j+1;
```

```
end
```

```
ST=JJJ/(i-1);
```

```
VM=3.6*VVV/(i-1);
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```



```

%%%%%%%%
% (R-V
contour)%%%%%%%%

figure(1)
cmat=contour(RC,VVK,JJ,[-100 0], 'linewidth',1.5);
hold on;
cmat=contour(RC,VVK,JJ,[1.6 1.5 1.35 0.8 0.5 0.2 0.1 0 -0.05 -0.07 -0.1
-0.16 -0.26 -0.5 -0.9 -2 -3 -5]); %M1 BIG
% cmat=contour(RC,VVK,JJ,[2.7 2.2 1.7 1.35 0.8 0.5 0.25 0.1 0 -0.05 -0.07
-0.1 -0.16 -0.26 -0.5 -0.9 -2 -3 -5]); %Grand King
% cmat=contour(RC,VVK,JJ,[1.1 0.8 0.5 0.2 0.1 0 -0.05 -0.07 -0.1 -0.16
-0.26 -0.5 -0.9 -2 -3 -5]); %mid
% cmat=contour(RC,VVK,JJ,[0.65 0.5 0.39 0.26 0.15 0.08 0.03 0 -0.035 -0.09
-0.2 -0.4]); %midno
% cmat=contour(RC,VVK,JJ,[0.8 0.65 0.5 0.39 0.26 0.15 0.08 0.03 0 -0.035
-0.09 -0.2 -0.4 -0.8]); %small
% cmat=contour(RC,VVK,JJ,[0.36 0.27 0.18 0.1 0.05 0.03 0.013 0.005 0
-0.02]); % smallno
axis([0 300 0 120]);
clabel(cmat);
title('Contour plot of the steering torque in steady state cornering');
xlabel('Path radius [m]');
ylabel('Velocity [km/hr]');

figure(2)
cmat=contour(RC,VVK,XI,[-7 -2 -1 -0.7 -0.5 -0.3 0.9 0.95 0.99 1 1.003 1.01
1.05 1.15 1.3 1.6 2.2 3.0 7.0]); %M1 BIG Venox
% cmat=contour(RC,VVK,XI,[-7 -2 -1 -0.7 -0.4 -0.3 -0.2 0.9 0.95 0.99 1
1.003 1.01 1.05 1.15 1.3 1.6 2.2 3.0 7.0]); %mid midno small smallno
axis([0 300 0 120]);
clabel(cmat);
title('Contour plot of the steering ratio in steady state cornering');
xlabel('Path radius [m]');
ylabel('Velocity [km/hr]');

figure(3)

```

```

cmat=contour(RC,VVK,DDD,[0 50],'linewidth',1.5);
hold on;
cmat=contour(RC,VVK,DDD,[15 10.2 6.5 4.0 2.6 1.4 1.0 0.6 0.4 0.25 0.13
0.06 0 -0.06 -0.2 -0.4 -0.55 -0.7]); %M1 BIG Venox
% cmat=contour(RC,VVK,DDD,[15 10.2 6.5 4.0 2.6 1.4 1.0 0.6 0.4 0.25 0.13
0.06 0 -0.06 -0.2 -0.4 -0.7 -1.2 -1.5]); %mid
% cmat=contour(RC,VVK,DDD,[15 10.2 6.5 4.0 2.6 1.4 1.0 0.6 0.4 0.25 0.13
0.06 0 -0.06 -0.2 -0.4 -0.7 -1.2 -1.4]); %midno small smallno
axis([0 300 0 120]);
clabel(cmat);
title('Contour plot of the steering angle in steady state cornering');
xlabel('Path radius [m]');
ylabel('Velocity [km/hr]');

figure(4)
% cmat=contour(RC,VVK,PS,[0.5 1.2 2.3 4.5 6.5 9.5 14.5 19.5 26.6]); %M1
BIG venox
cmat=contour(RC,VVK,PS,[0.5 1.2 2.3 4.5 6.5 9.5 14.5 19.5 24]); %GK
% cmat=contour(RC,VVK,PS,[0.5 1.2 2.3 4.5 6.5 9.5 14.5 18.5 20]); %mid
% cmat=contour(RC,VVK,PS,[0.5 1.2 2.3 4.5 6.5 9.5 14.5 18 20]); %midno
% cmat=contour(RC,VVK,PS,[0.5 1.2 2.3 4.5 6.5 9.5 14.5 18 21]); %small
smallno
axis([0 300 0 120]);
clabel(cmat);
title('Contour plot of the roll angle in steady state cornering');
xlabel('Path radius [m]');
ylabel('Velocity [km/hr]');

% figure(5)
% cmat=contour(RC,VVK,LA,15);
% axis([0 300 0 120]);
% clabel(cmat);
% title('Contour plot of the lateral acceleration in steady state
cornering');
% xlabel('Path radius [m]');
% ylabel('Velocity [km/hr]');

figure(6)

```

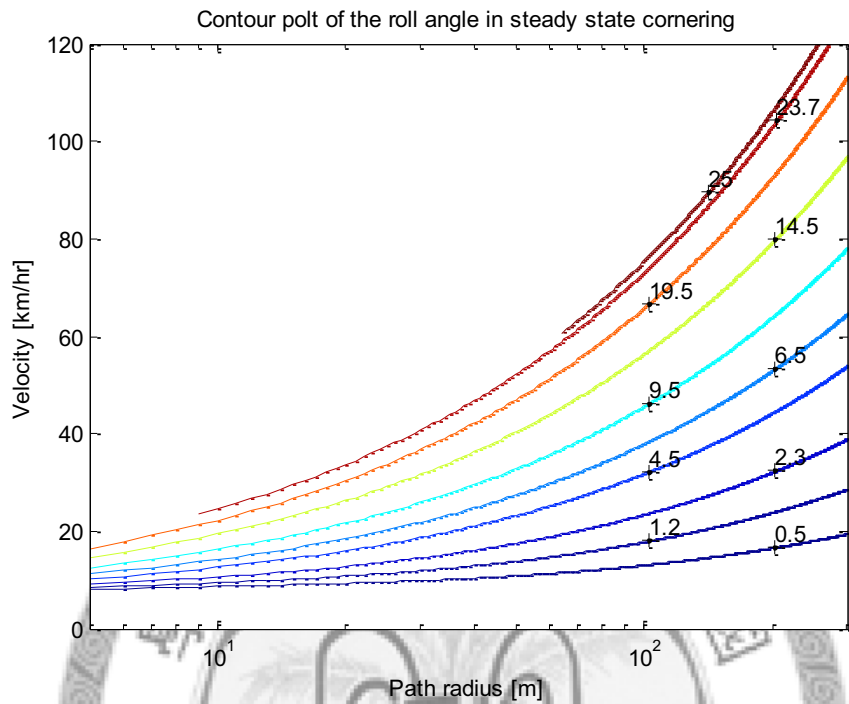
```

cmat=contour(RC,VVK,JJ,[-100 0], 'linewidth',1.5);
% clabel(cmat);
hold on;
% cmat=contour(RC,VVK,XI,[1 0.9]);
% % clabel(cmat);
% hold on;
cmat=contour(RC,VVK,DDD,[50 0], 'linewidth',1.5);
% clabel(cmat);
hold on;
cmat=contour(RC,VVK,PS,[26.8 -1], 'linewidth',1.5);
%M1 26 GrangKing 24.5 BIG 26.5 BIDNO 29.9 mid 19.4 midno 20 small 22.5
smallno 28
clabel(cmat);
axis([0 300 0 120]);
title('The motorcycle in steady state cornering');
xlabel('Path radius [m]');
ylabel('Velocity [km/hr]');

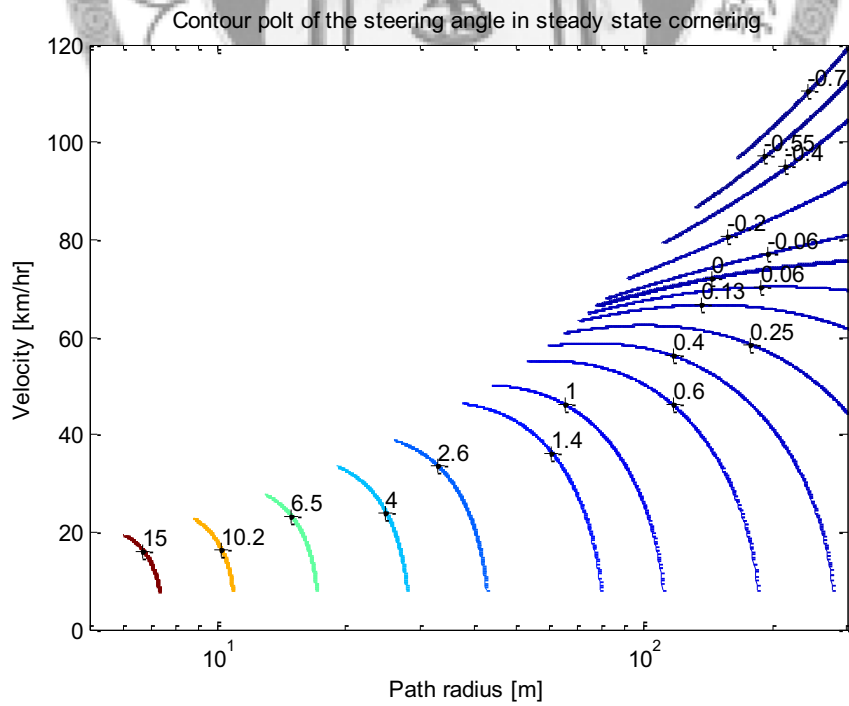
```



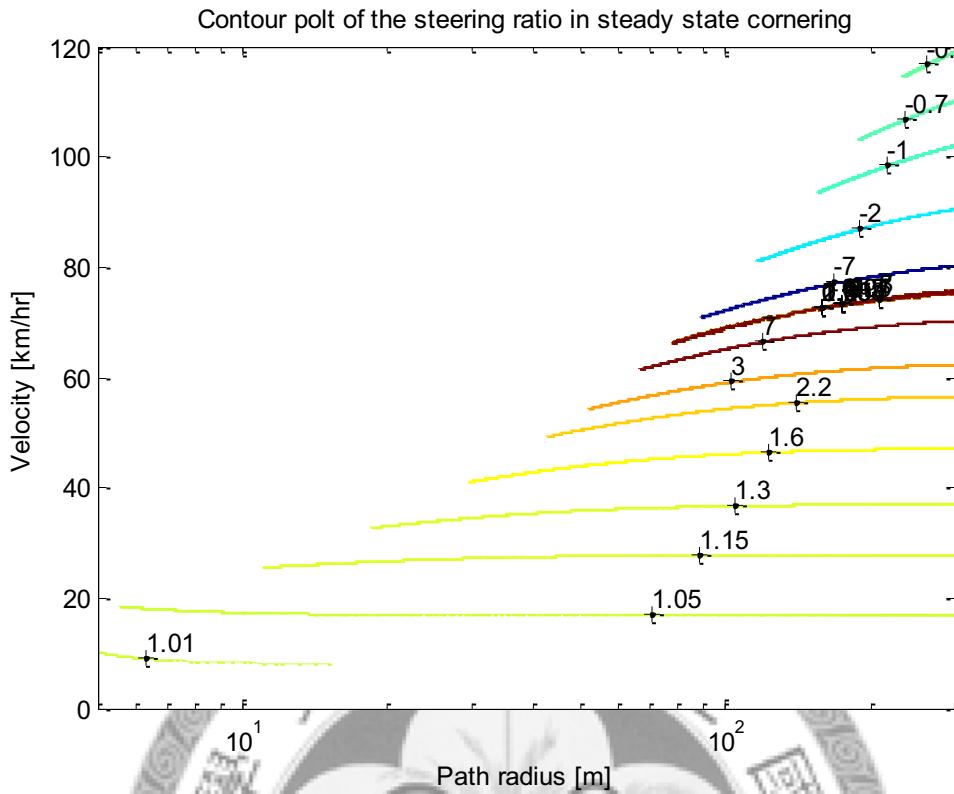
附錄 C



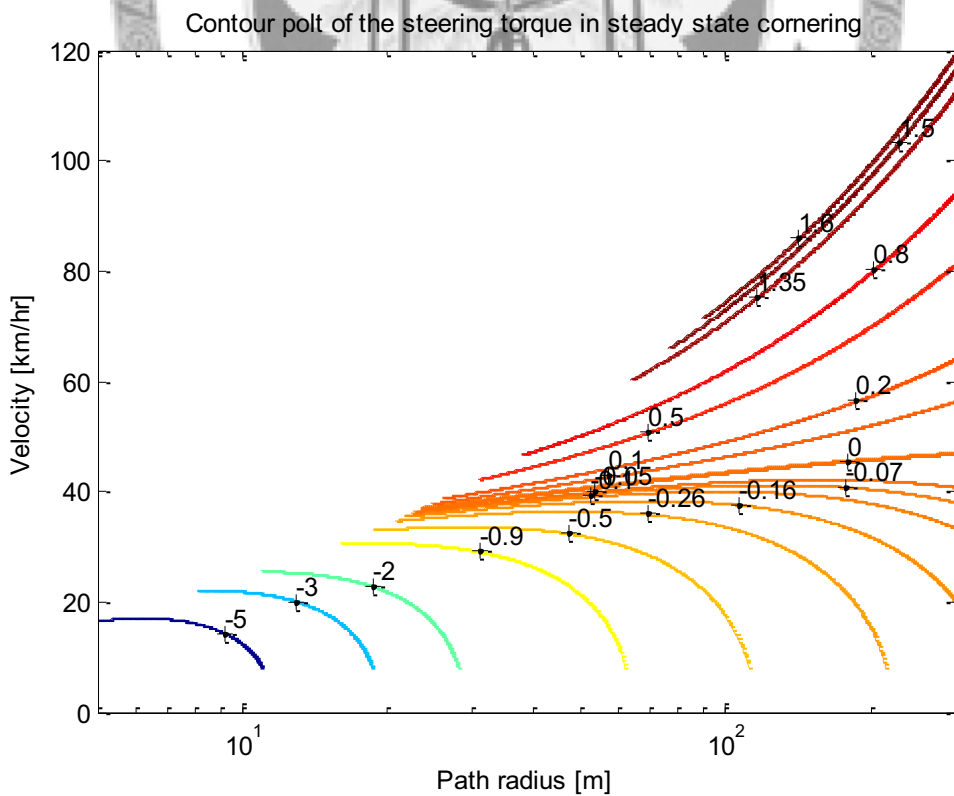
VENOX 穩態過彎側傾角等值線圖



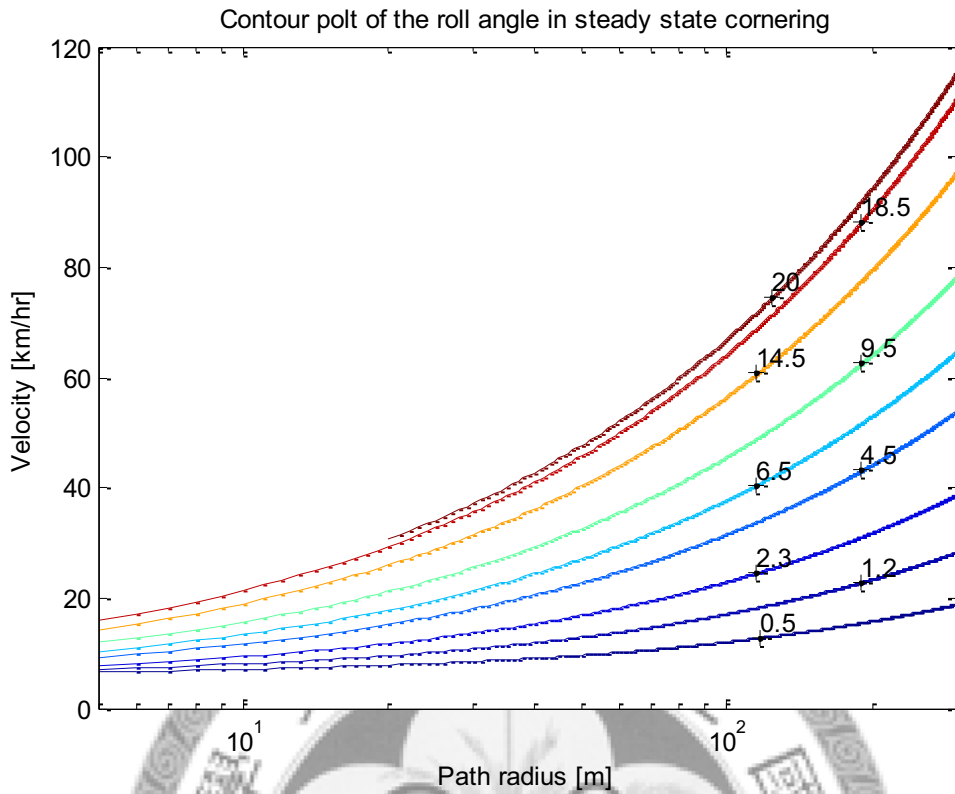
VENOX 穩態過彎側傾角等值線圖



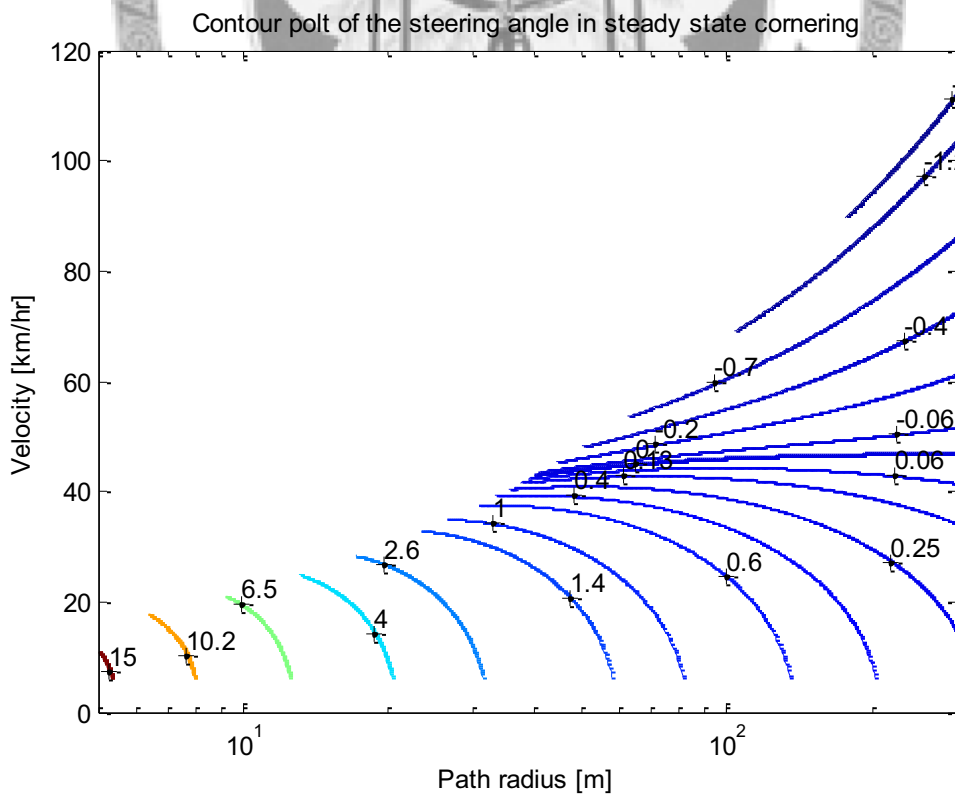
VENOX 穩態過彎轉向比等值線圖



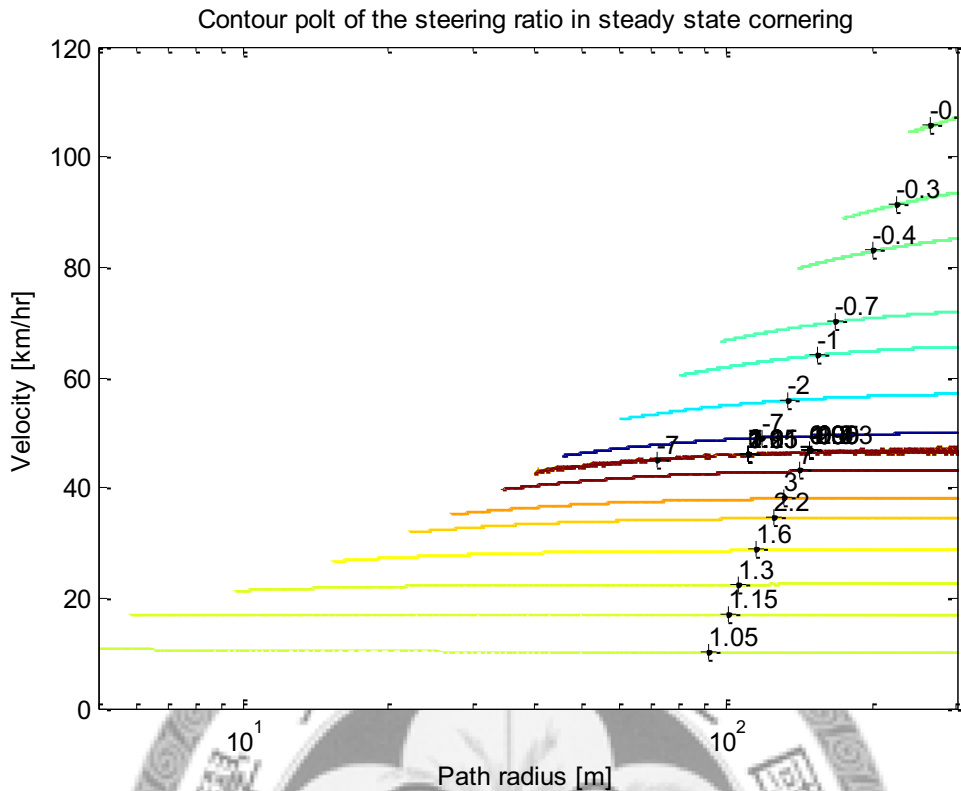
VENOX 穩態過彎轉向力矩等值線圖



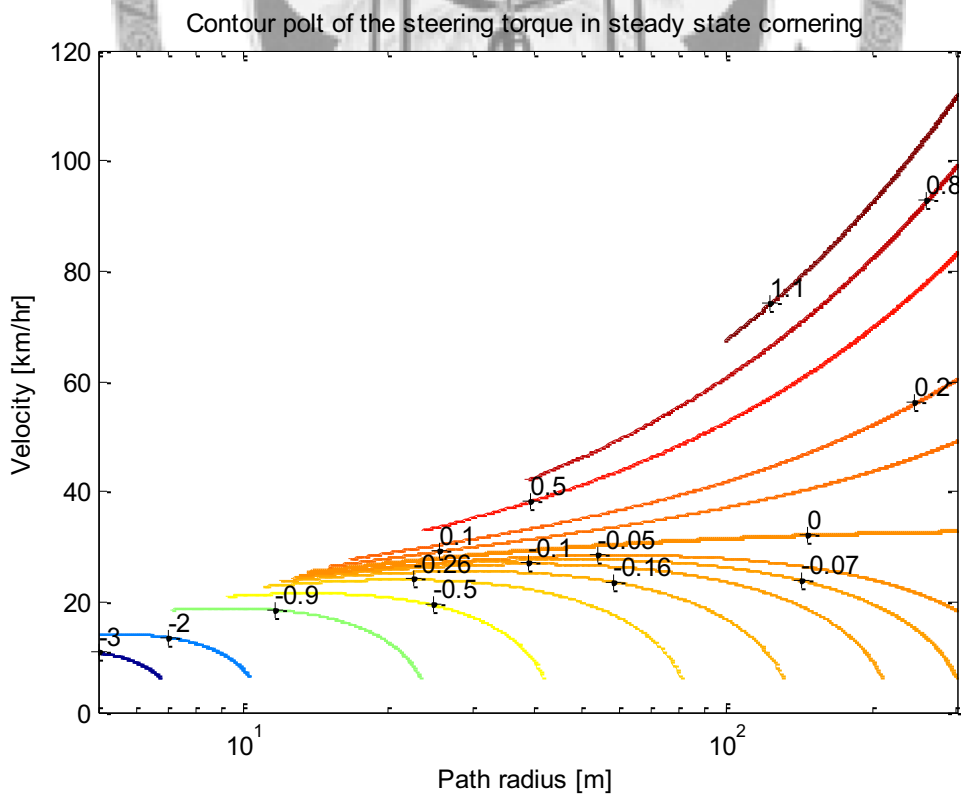
GTR 穩態過彎側傾角等值線圖



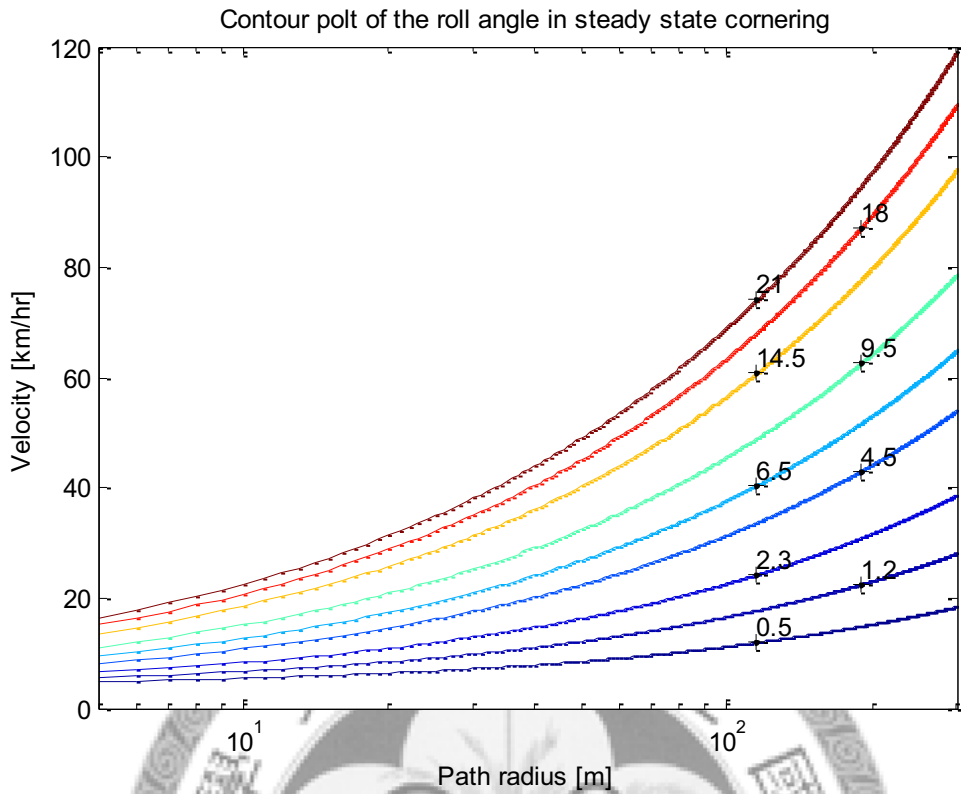
GTR 穩態過彎側傾角等值線圖



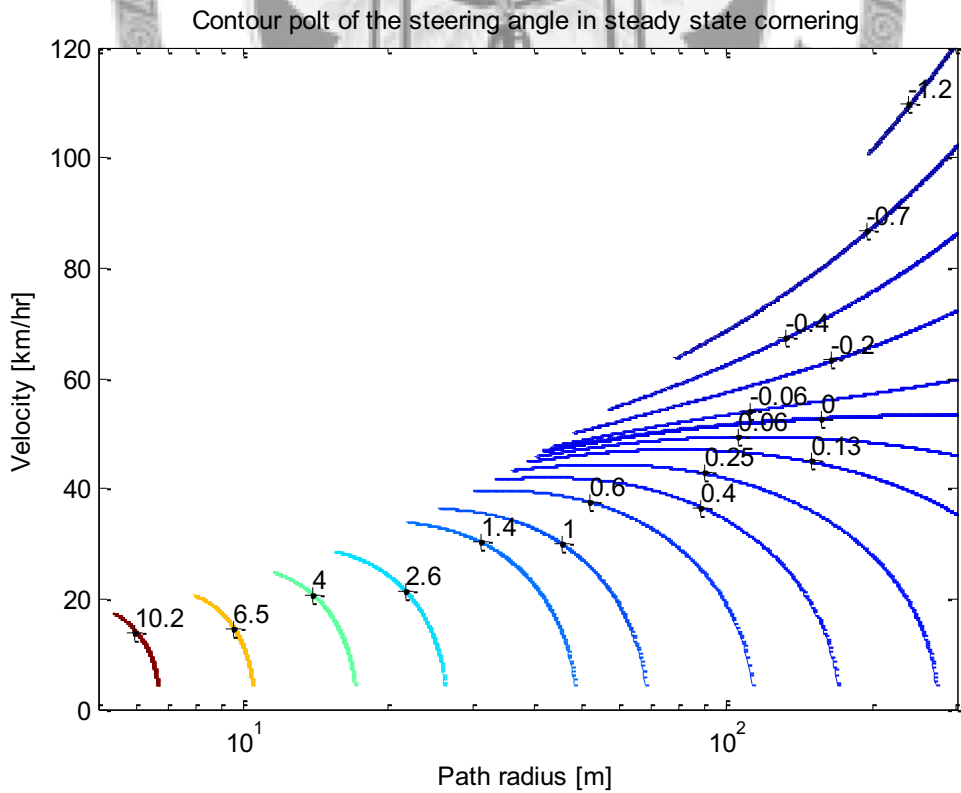
GTR 穩態過彎轉向比等值線圖



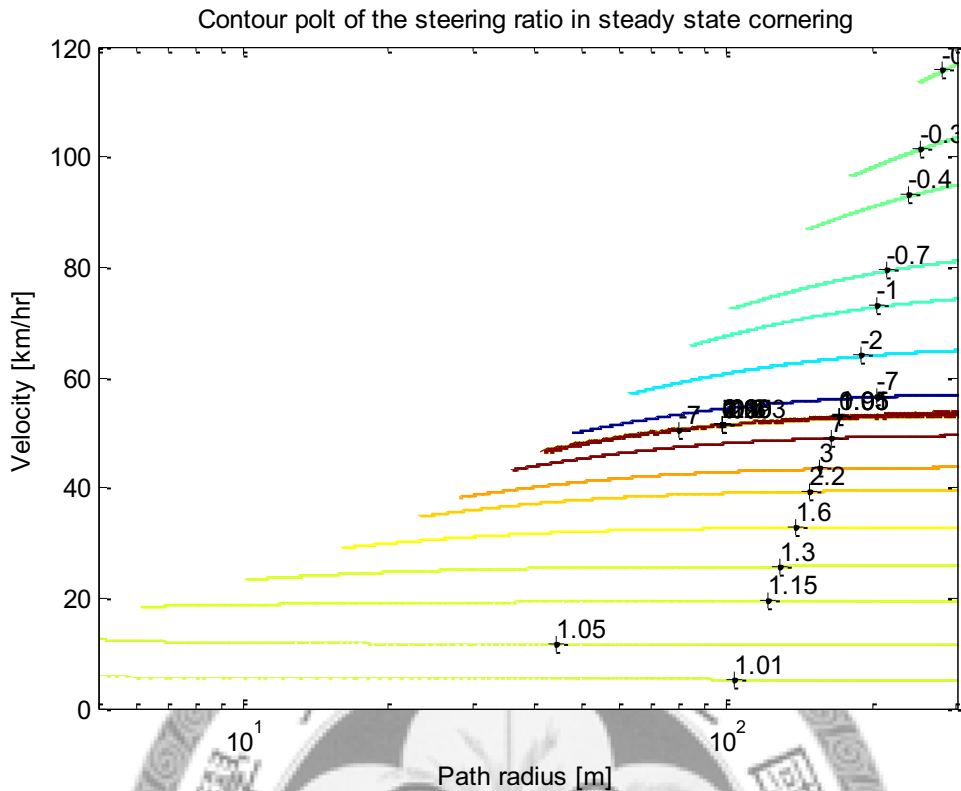
GTR 穩態過彎轉向力矩等值線圖



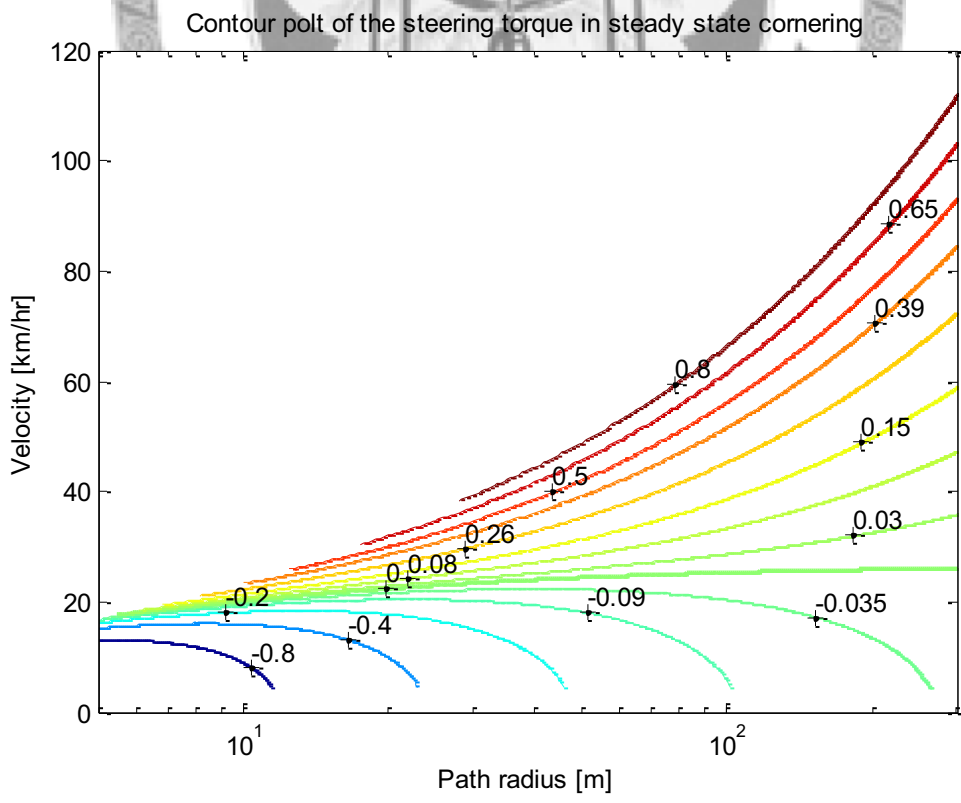
Choinori 穩態過彎側傾角等值線圖



Choinori 穩態過彎側傾角等值線圖



Choinori 穩態過彎轉向比等值線圖



Choinori 穩態過彎轉向力矩等值線圖

附錄 D

機車實體圖：



光陽 VENOX 250 [22]



光陽 Grand King125 [22]

GTR FI
125



台鈴 Choinori 50 [24]