

國立臺灣大學 工學院 工程科學及海洋工程學系
碩士論文



Department of Engineering Science and Ocean Engineering
College of Engineering
National Taiwan University
Master Thesis

以像源法與 BTM 模型探討長方形房間中
隔板介入的聲學影響

The Acoustic Impact for the Insertion
of a Thin Partition in a Shoebox Room:
an Image-Source and BTM Diffraction Model Approach

陳庭賢
Ting-Shian Chen

指導教授：王昭男 博士

Advisor: Chao-Nan Wang, Ph.D

中華民國一百一十二年七月
July, 2023





誌謝

在大學四年毫無顧忌四處探索的學習型態之後，這一年研究經歷讓我學會專注、完整地回答一項題目，過去對研究工作的幻景也得以雕刻為比較具體的形象，一路以來的種種機遇是如此珍貴、難忘。若少掉身邊眾人的支持與幫助，我想過程不會如此順遂，容我藉這個機會由衷地感謝他們。

我首先想感謝指導老師王昭男教授，老師給予我很大的研究自由、分享了很多做研究的態度跟心得，更在我陷入徬徨歧途時給出實用且令人安心的建議，我十分感激老師的教指導與協助。同時也特別感謝謝傳璋教授、宋家驥教授、湯耀期教授撥冗擔任口試委員，周密審閱並各方面上提供研究的面向、指正論文撰寫的疏失，非常感謝委員們的協助，使此篇論文更加完善。

感謝實驗室學長姐耀仲、淑華在我實驗執行的部分提供建議與協助，也感謝實驗室研究的夥伴們昕予、致愷、信賢，我們曾在研究上相互啟發、共同成長，感謝你們的相伴並祝福你們在未來的方方面面都能順利。其中我要特別感謝我的同窗昕予，感謝你很長一段時間分享生活與學業上的明晰與晦暗，也感謝你包容我形形色色的嘮叨和絮聒，祝福你未來的憂愁與煩惱都能迎刃而解。

我要感謝一同當五年工海人的信宏、子喻，你們將生活與學業變得既認真又有趣，為無聊的日常增添許多耐人尋味的元素。我還要感謝在研究之外的時間陪伴並療癒我的兩位好友：欣于、友亮，你們賦予我許多精神層面的能量，讓我得以邁開研究的步伐不至於絆跬。最後我要感謝我的家人，謝謝你們的關心、照顧以及無聲的信任與支持。

陳庭賢 謹誌

於台大工科海洋研究所

民國一百一十二年七月

誌謝





以像源法與 BTM 模型探討長方形房間中 隔板介入的聲學影響

摘要

生活中的交談環境中的隔板影響聲音訊息的傳遞，不同聆聽者、對談者位置以及環境空間組成導致接收聲音的變化，若要設計或改善交談環境的聲音傳遞品質，分析並評估隔板介入造成的聲音變化為不可或缺的一環。本研究主要有三個目的：發展一套數值模型計算隔板介入前後的室內空間脈衝響應（RIR）、以實驗驗證數值模型在不同複雜空間的適用性、探討特定情境中隔板介入的聲學影響。本研究模型採用幾何聲學的觀點，將波動問題轉換成幾何問題來計算所有可能的聲音路徑，再透過像源法與 Biot-Tolstoy-Medwin（BTM）繞射模型來計算特定路徑的響應，最後使用混合訊號電路以對數正弦啁啾法（logarithmic chirp technique）量測真實的無響、半無響、長方形空間的 RIR 比對模擬的結果，藉此驗證模型的適用性。本研究發現聆聽者位置的清晰度指數 C_{50} 在隔板介入後下降 1.7~6.7 dB，發話者位置的 C_{50} 則沒有明顯的變化（提升 0.00~0.15 dB）。早期響應能量損失與清晰度指數下降，主要是因為隔板的介入使得直接音或部分早期反射改為繞射抵達，本研究更發現面對面坐相較於相鄰而坐的情況損失多 4 dB，且若桌子靠近牆邊，損失則會額外再多 2 dB。我們預期本研究的模型能預先在設計規劃空間階段評估最佳的聆聽位置、分析交談環境的響應，最終改善交談環境使人們的對談更加清晰。

關鍵字：繞射、室內聲學、像源法、BTM 繞射模型、空間可聽化





The Acoustic Impact for the Insertion of a Thin Partition in a Shoebox Room: an Image-Source and BTM Diffraction Model Approach

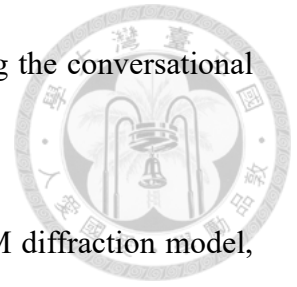
Abstract

In conversational environments, partitions would impede sound transmission. The resultant sound variation depends both on the room shape and the set of locations listeners and speakers. To improve the quality of the sound transmission in such environments, it is essential to analyze and evaluate the sound changes caused by partition insertions. This study has three main objectives: developing a numerical model to calculate the room impulse responses (RIR) before and after partition interventions, validating the applicability of the numerical model through experiments in rooms of different complexity, and examining the acoustic impact of partition insertions in specific scenarios. The proposed model adopts a geometrical acoustics approach, converting the wave propagation problem into a geometry problem to evaluate all possible sound paths. The responses of specific paths are then calculated from the image source method and the Biot-Tolstoy-Medwin (BTM) diffraction model. The measured RIR of anechoic, semi-anechoic, and rectangular spaces using the logarithmic chirp technique are compared with the simulated results to validate the model's applicability. The study finds that the clarity index C_{50} for the listener position decreases by 1.7 to 6.7 dB after partition insertions, while there is no significant change in the clarity index for the speaker position (increasing by 0.00 to 0.15 dB). The loss of early response energy and the decrease in clarity index are primarily attributed to the detour direct sound or some early reflections. Furthermore, our study reveals that sitting face to face results in a 4 dB higher loss compared to sitting adjacent to each other, and if the table is placed near the wall, an additional 2 dB loss is observed. It is expected that the model developed in this study can assess optimal listening positions and analyze the

Abstract

room response during the spatial design phase, ultimately improving the conversational environment and enhancing clarity in communication.

Keywords: diffraction, room acoustics, image-source method, BTM diffraction model, auralization





目錄

	頁次
誌謝	iii
摘要	v
Abstract	vii
目錄	ix
第一章 緒論	1
1.1 文獻回顧	1
1.1.1 室內幾何聲學	2
1.1.2 受阻隔之聲音繞射	3
1.1.3 語音清晰度	3
1.2 研究架構	4
第二章 理論根基	5
2.1 幾何聲學：像源法	6
2.2 線性非時變聲學空間系統：脈衝響應分析	10
2.3 聲波繞射模型：Biot-Tolstoy-Mediwin	12
第三章 幾何聲學模型	19
3.1 像源產生準則	20
3.2 幾何特性與像空間規律	23
3.3 計算聲音路徑	26
3.4 脈衝響應計算	31
第四章 實驗響應與驗證方法	41
4.1 實驗量測理論與設備	41
4.2 實驗設計與執行	48

4.3	驗證方法	61
4.4	驗證結果	67
4.4.1	實驗一：全無響空間	67
4.4.2	實驗二第一組：隔板緊貼單反射面之空間	69
4.4.3	實驗二第二組：隔板遠離單反射面之空間	74
4.4.4	實驗三：包含桌面之單反射面空間	78
4.4.5	實驗四：包含長桌之長型房間	82
第五章 隔板的介入影響		87
5.1	室內響應之差異分析方法	88
5.1.1	響應總能量	89
5.1.2	頻域幅度響應	90
5.1.3	清晰度指數	91
5.1.4	聲源側反射量	91
5.2	分析結果與情境探討	92
第六章 總結		95
6.1	侷限性與潛在的改善方向	95
6.1.1	理論限制	95
6.1.2	模型限制	96
6.1.3	實驗驗證有效性	96
6.1.4	模型實用性	97
參考文獻		99



圖目錄

	頁次
圖 2.1 視空間聲波路徑為多個聲學系統並聯的方塊圖	11
圖 2.2 楔形體繞射的空間位置示意圖	13
圖 2.3 範例進展函數	17
圖 2.4 有限邊緣的三段繞射響應	18
圖 3.1 有序四點構成的多邊形：凸、凹、自相交	20
圖 3.2 有效準則示範	20
圖 3.3 鄰近準則示範	21
圖 3.4 一階、二階像源的可聞準則示範	22
圖 3.5 一階、二階像源的受阻準則示範	23
圖 3.6 一維空間的像源與像空間	24
圖 3.7 六角柱空間的四軸座標	25
圖 3.8 物件加入長方形房間的拓樸空間變化	25
圖 3.9 以像源法計算聲音路徑的架構與流程	26
圖 3.10 保守估計的鄰近大長方體空間	27
圖 3.11 總房數為八的迭代順序示意	27
圖 3.12 稜錐陰影法實現受阻準則的檢查	28
圖 3.13 三種檢查具體積點受阻準則的方法	30
圖 3.14 藉由遞迴像聆聽者產生物件像源的流程示範	31
圖 3.15 平面拆解第 j 個邊緣的座標定義示意圖	34
圖 3.16 邊緣繞射等抵達路徑問題：橢圓與 z 軸交點	35
圖 3.17 有限長度邊緣允許的繞射路徑，三種情形	36
圖 3.18 計算邊緣繞射的空間位置分布圖	38
圖 3.19 使用梯形法計算邊緣繞射的誤差	39

圖 3.20 依角度內插的綜合方法估計邊緣繞射的誤差	39
圖 4.1 利用混合訊號電路量測聲學空間響應之分塊圖	41
圖 4.2 生理女性語音訊號樣本	44
圖 4.3 生理男性語音訊號樣本	44
圖 4.4 完整預錄語音測試訊號	45
圖 4.5 完整測試訊號之聲譜圖	45
圖 4.6 (二維空間) 三圓相交於一點，兩兩圓之相交線也交於該點。	46
圖 4.7 量測距離毫無誤差下，解算與真實待測點之誤差	47
圖 4.8 四量測距離皆存在1 cm 誤差下解算與真實待測點之誤差	48
圖 4.9 限縮待測點於中間區域，1 cm 量測誤差，解算點與真實點之誤差	48
圖 4.10 三個圓弧上指向性指數量測結果	49
圖 4.11 藉由水平旋轉揚聲器來測量水平面上不同角度的響應	49
圖 4.12 調整麥克風高度對準延遲時間，測量垂直面上不同角度的響應	50
圖 4.13 左為全部量測點與其平均幅度頻率響應，右為補償前後對應之響應	50
圖 4.14 實驗一物件空間位置視圖	52
圖 4.15 實驗二第一組物件空間位置視圖	54
圖 4.16 實驗二第二組物件空間位置視圖	55
圖 4.17 實驗三物件空間位置視圖	57
圖 4.18 實驗四五個麥克風位置空間聲學響應能量時間圖	59
圖 4.20 實驗四物件空間位置視圖	60
圖 4.21 實驗儀器與器具實照	61
圖 4.22 實驗一，模擬與量測綜合結果比較	68
圖 4.23 實驗一，模擬與量測交疊響應個案比較	69
圖 4.24 實驗二第一組，模擬與量測綜合結果比較	71
圖 4.25 實驗二第一組，自由聲場擬合與量測響應個案比較	72
圖 4.26 實驗二第一組，模擬與量測交疊響應個案比較	73
圖 4.27 實驗二第二組，模擬與量測綜合結果比較	75
圖 4.28 實驗二第二組，自由聲場擬合與量測響應個案比較	76
圖 4.29 實驗二第二組，模擬與量測交疊響應個案比較	77
圖 4.30 實驗三，模擬與量測綜合結果比較	79
圖 4.31 實驗三，自由聲場擬合與量測響應個案比較	80

圖 4.32 實驗三，模擬與量測交疊響應個案比較	81
圖 4.33 實驗四，模擬與量測綜合結果比較	83
圖 4.34 實驗四，自由聲場擬合與量測響應個案比較	84
圖 4.35 實驗四，模擬與量測交疊響應個案比較	85
圖 5.1 情境一空間配置圖	87
圖 5.2 情境二空間配置圖	88
圖 5.3 情境三空間配置圖	88
圖 5.4 情境四空間配置圖	88
圖 5.5 範例早期響應與廐造的晚期響應，情境四的能量時間圖	90
圖 5.6 三分之一八音度平滑後的頻域幅度響應範例：情境二	91
圖 5.7 發話者本身聆聽到的頻域幅度響應範例：情境四	93





表目錄

	頁次
表 3.1 最大容許內角與像源產生準則關係	23
表 3.2 範例六角柱聲源分布	24
表 3.3 等取樣時間間隔，繞射點分布	37
表 4.1 範例參考點之空間座標	47
表 4.2 實驗一隔板與聲源形心之空間座標	51
表 4.3 實驗一麥克風之空間座標	51
表 4.4 實驗二第一組隔板與聲源形心之空間座標	53
表 4.5 實驗二反射面之空間座標	53
表 4.6 實驗二第一組麥克風之空間座標	53
表 4.7 實驗二第二組隔板與聲源形心之空間座標	54
表 4.8 實驗二第二組麥克風之空間座標	54
表 4.9 實驗三隔板與聲源形心之空間座標	56
表 4.10 實驗三反射面與桌面之空間座標	56
表 4.11 實驗三麥克風之空間座標	56
表 4.12 實驗四隔板與聲源形心之空間座標	58
表 4.13 實驗四桌面之空間座標	58
表 4.14 實驗四麥克風之空間座標	58
表 4.15 各實驗可繞射邊之設定	62
表 5.1 不同情境室內聲場隔板介入影響之分析結果	92





第一章 緒論

2020 年初新型冠狀病毒引發全球大流行疫情，人們生活型態因應防疫措施而改變，人們戴起口罩、彼此間架起一道道隔板、實體交談轉為線上語音通訊，透過空氣介質傳遞聲音訊息面臨更多的挑戰。隨此時空背景催生的聲學研究，大多以實驗量測歸納造成的影響作為切入點，有數篇研究戴上口罩後造成的聲音損失、輻射分布的改變 [1-3]，也有直接以語音清晰度指數相關為核心檢視各類防疫措施導致的聲學影響 [4, 5]，大多研究焦點皆放在配戴口罩的聲學影響，而缺少室內架設交談隔板的聲學影響。

除了防疫措施架設的隔板之外，還有許多公共交談環境考量公衛、隱私等因素而架設隔板、障礙物，例如郵局櫃台、售票亭等，這些設施的介入阻隔室內聲音的傳遞並造成聲音損失。在現今的各個研究領域中，我們能以不同角度評估隔板介入的影響：以幾何聲學的觀點借助電腦計算出客觀聲學物理量的變化 [6] 或執行實驗來量測特定空間、情境的客觀聲學參數 [7]，以噪音防制工程的觀點用隔音牆參數估計薄板的介入損失 [8]，以心理聲學的觀點設計含有人體受試者的主觀感受實驗 [9]。

過去對於此議題的研究，多著重於方法論的通用性或是聚焦探討特定場域之結果，缺乏同時闡述預估響應方法、學理上探討形成機制、分析響應結果的全面研究。本研究基於幾何聲學理論建立電腦模型，模擬室內隔板介入前後聲場，並在實驗驗證有效性後依據模擬產生的客觀聲學響應討論其影響。

1.1 文獻回顧

為描述室內空間聲音波動傳遞現象對人類交談的影響，我們必須對於室內幾何聲學、受阻隔之聲音繞射、語言清晰度，這三種方面的研究領域有十足的認知

與掌握，承接前人的研究往下發展，本節回顧三方面的研究文獻。



1.1.1 室內幾何聲學

聲學的基礎是線性的介質密度、壓力波動，最核心的論述仰賴波動方程式的計算與其邊界值問題的解，其中研究室內空間聲場的子領域稱為室內聲學，處理複雜幾何、各式各樣介質構成的封閉空間之邊界值問題。現代的室內聲學多仰賴電腦計算結果，主要分為兩大流派：波動解法、幾何聲學解法。波動解法主要以數值方法計算偏微分方程式的邊界值問題，頻域解答採取的數值方法有：有限體積法 [10]、有限元素法 [11]、統計能量分析法 [12]，時域解答則多仰賴有限差分法。以假設簡化波動問題轉換為幾何問題，用幾何問題研究聲場的子領域稱為幾何聲學，相較於波動解，使用幾何聲學計算時域解答雖然比較不精確，但計算成本較低 [13]。

幾何聲學模型分為三類：像源法、射線追蹤法、射束追蹤法。像源法在聲學中的使用最早源自 Carslaw 延伸 Sommerfeld 在電磁學的研究 [14]，接著 Allen 和 Berkley 以像源法用電腦計算長方形空間的脈衝響應 [15]，後續研究得以開枝散葉。像源法的優勢是簡潔、分析直觀、解答精度高，在平行六面體中能夠得到精確解；劣勢的地方主要是像源成長數量與解答時間幾乎是指數關係，在複雜幾何中檢查、產生像源需耗費甚多成本，只適合計算早期抵達聲音路徑。

別於像源法確定性的算法，射線追蹤法基於蒙地卡羅方法，以隨機分布的射線充斥空間，以統計方式計算特定時間、區域的射線密度，來推估聲音能量的響應，最早以此方法計算房間聲學響應的是 Krokstad 等人 [16]。以射線追蹤計算的結果一定是近似解，透過提升射線的數量可以獲得更精確的結果，在建立漫射模型上射線追蹤比像源法容易許多、耗費更少運算資源 [13]，計算時間與隨響應總時長呈線性關係 [17]，若要計算晚期抵達的響應實務上只能用射線追蹤法達成。射束追蹤法是上兩法之間的折衷方法，主要概念是以有限數量的角錐束或圓錐束充斥空間，以聆聽者是否存在射束內計算響應，可以是延伸射線追蹤法的隨機射束統計 [18]，也可以是鏡像射束來降低像源計算量 [19]。

傳統的幾何聲學將聲音視為直線傳遞，並沒有採計聲波繞射的現象，因此與精確解在波長較長的低頻波會有較大的誤差，要將繞射部分加入幾何聲學模型

中，必須仰賴波動解析解、不確性原理等，簡化繞射現象為幾何資訊的函數。

1.1.2 受阻隔之聲音繞射

波動的繞射現象起初主要由光學發展，17 世紀惠更斯與 18 世紀菲涅耳發展光的波動說來解釋繞射現象，19 世紀克希荷夫進一步讓菲涅耳的理論完整提出菲涅耳-克希荷夫繞射公式。雖然有了描述現象的方程式，但三維空間的邊界值問題難有解析解，一直到西元 1896 年 Sommerfeld 才解出半無限長的薄剛性板繞射解析解 [20]，基於 Sommerfeld 解答往後發展的頻域精確解有 MacDonald 與 Hadden-Pierce，前者以電磁學為本討論在靠近在剛性邊界附近的情形 [21]、後者是以聲學為本討論任意聲源聆聽者位置的設定 [22]。

工程聲學中與繞射最相關的議題是：室外長形阻礙物的聲音介入損失，也就是室外的隔音牆的效能估計，因精確解都無法快速估計介入損失，於是發展出數種近似解，在此回顧廣為使用的兩種。第一種近似解，使用克希荷夫-菲涅耳近似理論推導出的簡化公式；第二種近似解，使用實驗數據迴歸菲涅耳數與介入損失，提出經驗公式 [23, 24]，進一步加入修正項使其能適用於各式情形 [25, 26]，Lam 和 Roberts 更將此估計方法套入有限大小置地的隔板之情形 [27]。

室內聲學需要了解更多時域的資訊，上述提到的頻域解答適用性較低，現今與室內幾何聲學結合的計算方式有 Biot-Tolstoy-Medwin 繞射模型 (BTM) [28, 29]、幾何繞射理論 (geometrical theory of diffraction, GTD) [30]、均勻幾何繞射理論 (uniform geometrical theory of diffraction, UTD) [31]，三個都是先解出無限長邊緣精確解再往下研究發展的計算方式。BTM 大致的概念是聲波碰觸邊緣後產生二次延遲聲源，有限長度的邊緣繞射結果為截斷產生的二次聲源；GTD 與 UTD 則是波動傳遞仍是射線前進，但假設射線碰到邊緣後改變分布方向，基於無窮長邊緣繞射的解答做漸進展開來得到有限長度邊緣的解。

1.1.3 語音清晰度

我們還需要研究客觀物理量是如何對應到人類的主觀感受，才能以聲學響應計算結果預估對實際感受的影響，聲音的主觀感受是心理聲學的範疇，在此回顧該子領域中研究室內聲學響應對人感知聲音訊號的影響。相繼兩年 1966 與 1967，Bilsen 發表單一重複單調訊號的主觀感知相關研究，討論時間差與音量差在感知

差異的關聯 [32, 33]。而 Barron 進一步執行更全面的實驗得到廣為人知的時間差、音量差感知圖，定義出幾種感知的差異：音像移位 (image shift)、聲調色彩 (tone colouration)、空間感想 (spatial impression)、干擾 (disturbance) [34]，Barron 也將室內聲學響應的物理量做出對應，包括反射音量、反射延遲、反射方向、早期響應能量比率等 [35]。

持續往下探討客觀室內聲學估測量與主觀感受關係的研究有很多，如 Bardley 和 Soulodre 就有討論，主觀估測量：空間感想、表觀的聲源寬度 (apparent source width)、聆聽者包圍感 (listener envelopment)，能夠從聲學響應計算的客觀估測量：清晰度指數 (clarity index)、響應中央時間 (centre time)、雙耳互相關函數 (interaural cross correlation function) 等 [36, 37]。綜合這些心理聲學的研究，發展出能直接衡量語音清晰度的指數如：明瞭度指數 AI (articulation index) [38]、語音清晰度指數 SII (speech intelligibility index) [39]、語音傳輸指數 STI (speech intelligibility index) [40] 等，前兩者皆是預估型的指數，可以藉由聲場參數計算得到，STI 則是使用特定調變訊號測量特定環境經一系列流程計算而得。

1.2 研究架構

本研究採用的架構分為五階段：研究文獻、摘取並整合適切的理論、建立幾何聲學模型、以實驗驗證建立之模型、應用模型於關切之情境並分析其結果。在文章架構上分為六個章節：

緒論 描述本研究的定位以及全文樞紐之梗概關係。

理論根基 整理並詮釋前人理論之適切性。

幾何聲學模型 基於理論建立、開發計算特定空間的聲學響應演算法。

實驗響應與驗證方法 以量測儀器實測空間響應來驗證、評斷模型適用性。

隔板介入的影響 使用模型計算情境，並以計算結果探討隔板介入的聲學影響。

總結 將前述章節歸納整理，提出研究關鍵的結果以及待改進的侷限之處。

本研究依據此架構，對隔板介入後在室內空間中對聲音響應的影響進行嚴謹且全面的分析與探討。



第二章 理論根基

本章節闡述聲源在室內聲場的理論根基，主要分為三大部分。第一部分，我們基於線性非齊次的波動方程式邊界值問題，利用自由聲場結果對邊界的鏡像，增加定義域以外的聲源分布來滿足邊界條件，改以幾何問題的角度去描述聲源在室內空間產生的聲場。第二部分，特定聆聽者位置接收到的聲壓訊號會是聲源經空間某路徑傳遞而至，以線性非時變的聲學系統描述接收到的訊號與原始發出的訊號之間的關係。最後一部分，呈現 Biot-Tolstoy-Mediwin 聲波繞射模型，基於脈衝聲源在楔形體內的聲場之解析解，將聲波繞射的聲場視為經邊緣的延遲脈衝訊號疊加形成，把波動現象改以純路徑資訊（邊緣的線積分）計算。

理想點聲源

首先，自由聲場中存在一聲源分布 $Q(\mathbf{x}, t)$ ，滿足非齊次線性波動方程式，在聲速 c 均勻介質中，利用線性運算符表達成

$$\mathcal{L}p(\mathbf{x}, t) = Q(\mathbf{x}, t), \quad \mathcal{L} \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (2.1)$$

符合因果關係與輻射條件的三維自由聲場存在格林函數 [41]

$$G(\mathbf{x}, t; \boldsymbol{\xi}, \tau) = \frac{\delta(t - \tau - |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|/c)}{4\pi|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|}, \quad t > \tau \quad (2.2)$$

滿足方程式 $\mathcal{L}G(\mathbf{x}, t; \boldsymbol{\xi}, \tau) = \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})\delta(t - \tau)$ ，利用格林函數我們可以求解式 (2.1)

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}, t) &= \iint G(\mathbf{x}, t; \boldsymbol{\xi}, \tau) Q(\boldsymbol{\xi}, \tau) d^3\boldsymbol{\xi} d\tau \\ &= \int \frac{Q(\boldsymbol{\xi}, t - |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|/c)}{4\pi|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|} d^3\boldsymbol{\xi}, \quad t > 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

將聲源分布表達為集中於一點之理想點聲源，聲源強度由聲源發出的連續訊號 $q(t)$ 得到

$$Q(\mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{src}})q(t) \quad (2.4)$$

代入式 (2.3)，利用狄拉克 δ 函數性質，得到

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{q(t - |\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{src}}|/c)}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{src}}|}, \quad t > 0 \quad (2.5)$$

考慮足夠短的時間 t_ϵ 此聲源形成的波抵達一球面，半徑為 $R_\epsilon = c \cdot t_\epsilon$ 以及一個參考的半徑 R_{ref} ，球心設定為 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{src}}$ ，定義此球面聲壓為聲源輸入聲壓訊號

$$p_{\text{in}}(t) = \lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_{\text{src}}} \frac{R_\epsilon}{R_{\text{ref}}} p(\mathbf{x}, t) \approx \frac{q(t)}{4\pi R_{\text{ref}}} \quad (2.6)$$

2.1 幾何聲學：像源法

現在考慮由 I 個無限大平面包圍之室內空間，暫定房間內部構成凸多面體，座標原點定在內部某一處，並且設定平面法向量指向外部，這些平面可以方程式組表示

$$\mathbf{n}_{\text{S},i} \cdot \mathbf{x} = d_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, I \quad (2.7)$$

第 i 個平面 S_i 的法向量為 $\mathbf{n}_{\text{S},i}$ ，對應的原點之距離為 d_i ，若要描述實際包圍內部的第 j 有限大的平面構成內部空間 $\mathcal{G}$ 的第 j 邊界 $\mathbf{x} \in \partial_j \mathcal{G}$ ，我們可以利用 1 個等式以及 $I - 1$ 個不等式描述該平面之空間座標

$$\mathbf{n}_{\text{S},j} \cdot \mathbf{x} = d_j; \quad [\mathbf{n}_{\text{S},i}]^T [\mathbf{x}] < [d_i], \quad i \neq j \quad (2.8)$$

若房間內為均勻介質，房間外為均勻剛體聲速趨近於無限大，所有邊界皆為剛性邊界。在第 j 邊界，垂直邊界面的聲壓梯度為零 $\mathbf{n}_{\text{S},j} \cdot \nabla p = 0$, on $\mathbf{x} \in \partial_j \mathcal{G}$ ，此為諾伊曼邊界條件。作為充分條件，我們能調整範圍為垂直第 j 無限大平面 S_j 聲壓梯度為零 $\mathbf{n}_{\text{S},j} \cdot \nabla p = 0$, on $\mathbf{x} \in \text{S}_j$ ，在內部空間 $\mathcal{G}$ 滿足式 (2.1)，能找到對應的格林函數來解方程式。



單一無限大平面之像源

我們先聚焦在滿足特定一邊界，假設內部存在單一點聲源，先試估計自由聲場解在邊界上的壓力梯度，簡化記號長度先定義任意空間點與另一點距離為 $R(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \equiv |\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|$ 並 $\mathbf{R} = \mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}$ ，與點聲源的距離為 $R_{\text{src}}(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{\text{src}})$ ，注意到 $\nabla(R^2) = 2R\nabla R = 2(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})$ ，改寫點聲源貢獻的壓力梯度為

$$\nabla p(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial p}{\partial R} \nabla R \Big|_{R=R_{\text{src}}} = \frac{\partial p}{\partial R} \Big|_{R=R_{\text{src}}} \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{src}}}{R_{\text{src}}} \quad (2.9)$$

代入式 (2.5)，在第 j 無限大平面 $\mathbb{S}_j$ 上，垂直部分為

$$\mathbf{n}_{\mathbb{S},j} \cdot \nabla p = -\frac{1}{4\pi R_{\text{src}}} \left(\frac{\dot{q}(t - t_{\text{src}})}{c} + \frac{q(t - t_{\text{src}})}{R_{\text{src}}} \right) \left(\frac{d_j - d_{\text{src},j}}{R_{\text{src}}} \right) \quad (2.10)$$

其中點聲源與平面垂直距離 $\mathbf{n}_{\mathbb{S},j} \cdot \mathbf{x}_{\text{src}} = d_{\text{src},j}$ 以及聲源強度訊號之時間導數 $\dot{q} \equiv dq/dt$ ，聲源到平面任意點的抵達時間 $t_{\text{src}} = t_{\text{src}}(\mathbf{x}) \equiv R_{\text{src}}/c$ ，點的連線與法線之間的夾角是 $\vartheta_{\text{src},j}$ ，在此 $R_{\text{src}} = \sec \vartheta_{\text{src},j} \cdot d_{\text{src},j}$ ，而 $d_j - d_{\text{src},j}$ 不見得為零，因此剛性邊界條件未滿足。現在我們試將聲壓表示成一真實聲源與一假想源 $p = p_{\text{src}} + p_{\text{isrc}}$ ，兩聲源貢獻的壓力梯度為

$$\mathbf{n}_{\mathbb{S},j} \cdot \nabla p = \frac{\partial p}{\partial R} \Big|_{R=R_{\text{src}}} \left(\frac{d_j - d_{\text{src},j}}{R_{\text{src}}} \right) + \frac{\partial p}{\partial R} \Big|_{R=R_{\text{isrc}}} \left(\frac{d_j - d_{\text{isrc},j}}{R_{\text{isrc}}} \right) \quad (2.11)$$

此假想源訊號完全零延遲「模仿」聲源訊號，兩者聲源訊號皆為 $q(t)$ ，找出滿足此邊界條件的空間點我們要求兩條件 $R_{\text{src}} = R_{\text{isrc}}$ 以及 $d_j - d_{\text{src},j} = d_{\text{isrc},j} - d_j$ 。前者相當於解一幾何問題：整個平面任意點與兩聲源點距離一致，同時兩聲源皆必須在以平面任意點作為球心的球面上，得到唯一解兩點對稱於平面，而恰巧對稱兩點也滿足第二個條件。聲源訊號一致且 $R_{\text{src}} = R_{\text{isrc}}$ 為 $\mathbf{n}_{\mathbb{S},j} \cdot \nabla p = 0$ 之充分條件，滿足兩條件的假想聲源稱為「像源」。符合諾伊曼邊界條件的適定邊界值問題存在解且解唯一，得到單一聲源單一無限大剛性平面內的非齊次波動方程式的精確解

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{q(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} + \frac{q(t - t_{\text{isrc}})}{4\pi R_{\text{isrc}}}, \quad t > 0 \text{ 且 } \mathbf{n}_{\mathbb{S},j} \cdot \mathbf{x} < d_j \quad (2.12)$$



單一平面內複數聲源，複數平面內單一聲源

同樣的道理，我們可以推廣出單一平面內側存在複數個理想點聲源的情形，表達聲源分布為 $Q(\mathbf{x}, t) = \sum_m \delta(\mathbf{R}_{\text{src},m}) q_m(t)$ ，自由聲場解為

$$p_{fr}(\mathbf{x}, t) = \sum_m p_{\text{src},m}(\mathbf{x}, t) = \sum_m \frac{q_m(t - t_{\text{src},m})}{4\pi R_{\text{src},m}} \quad \text{with } t > 0 \quad (2.13)$$

利用式 (2.12)，平面外製造出相同數量的對應像源，複數聲源單一無限大剛性平面內的非齊次波動方程式的精確解為

$$p(\mathbf{x}, t) = \sum_m \frac{q_m(t - t_{\text{src},m})}{4\pi R_{\text{src},m}} + \frac{q_m(t - t_{\text{isrc},m})}{4\pi R_{\text{isrc},m}} \quad \text{with } t > 0 \text{ and } \mathbf{n}_{S,j} \cdot \mathbf{x} < d_j \quad (2.14)$$

現在回到複數平面內單一聲源的情形，我們能將解以真實聲源加上像源展開

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{q(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} + \sum_{m(i)} \frac{q(t - t_{\text{isrc},m})}{4\pi R_{\text{isrc},m}} \quad \text{with } t > 0 \text{ and } \mathbf{n}_{S,i} \cdot \mathbf{x} < d_i \quad (2.15)$$

第 j 平面切分所有聲源，一半聲源與另一半必須對稱於第 j 平面，與式 (2.14) 描述一致。受此啟發，我們能藉由找到自由聲場的聲源分布，滿足對所有平面鏡射對稱的聲源分布，來得到複數剛性平面構成室內空間的精確解。我們能發現室內波動問題變為幾何問題，給定邊界幾何空間 $\{\mathcal{S}\}$ 、單一聲源位置 $\mathbf{x}_{\text{src}}$ ，以鏡射對稱條件找出所有的像源位置 $\{\mathbf{x}_{\text{isrc}}\}$ ，並且計算各像源指向房間內部某位置 $\mathbf{x}$ 到的距離向量 $\{\mathbf{R}_{\text{isrc}}\}$ 。像源法給出一個很好的聲音路徑框架，包括抵達距離、抵達延遲、抵達經過的平面與經過平面時的入射角。若要研究特定路徑，具體上我們想像聲音為一射線，從像源出發筆直沿 $\{\mathbf{R}_{\text{isrc}}\}$ 前進，由射線穿過的房內平面將 $\{\mathbf{R}_{\text{isrc}}\}$ 以內保留、以外鏡射變為折線，重複此步驟直到射線另一端與真實聲源重合，便可以找到聲音在房間內部的路徑。每個穿過平面的夾角 $\{\vartheta\}$ 可以藉由與平面法向量的投影計算

$$\cos\{\vartheta\} = \{\mathbf{n}_S\} \cdot \{\mathbf{R}_{\text{isrc}}\} / \{R_{\text{isrc}}\} \quad (2.16)$$

此角度就是聲音經過該平面的入射角 $\{\vartheta_{\text{inc}}\}$ 也是反射角 $\{\vartheta_{\text{ref}}\}$

非剛性平面之像源

真實房間並非被均勻剛性介質包覆，諾伊曼邊界條件不再適用，事實上每個房間內面有不同之邊界條件須滿足，為同樣保持在幾何聲學中像源法的框架下研究，我們必須調整式 (2.12)，以至於更複雜邊界的結果式 (2.15) 也得到調整。我們若將第 j 內平面設定為光滑、具有法向阻抗 $\rho c \zeta_j$ ，定義導納 $\beta_j = 1/\zeta_j$ ，我們就單一平面修改式 (2.12)。點聲源之球面波在導納為 β 平面內部的聲壓精確解能表達為 [42]

$$p(\mathbf{x}, t) = \frac{q(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} + \left(\Re(\vartheta_{\text{inc}}) + (1 - \Re(\vartheta_{\text{inc}})) \Im(R_{\text{isrc}}) \right) \frac{q(t - t_{\text{isrc}})}{4\pi R_{\text{isrc}}} \quad (2.17)$$

其中 $\mathbf{x}$ 與 t 省略，平面上特定一點反射係數為該點與聲源連線與法向量夾角 ϑ 之函數 $\Re(\vartheta) = (\cos \vartheta - \beta)/(\cos \vartheta + \beta)$ ，設定該點為房間內部某位置像源連線穿透點，則 $\vartheta = \vartheta_{\text{ref}} = \vartheta_{\text{inc}}$ ，也就是說 $\Re(\vartheta_{\text{inc}}) = \Re(\vartheta_{\text{ref}})$ 改寫為

$$\Re(R_{\text{isrc}}) = (d_{\text{isrc}}/R_{\text{isrc}} - \beta)/(d_{\text{isrc}}/R_{\text{isrc}} + \beta) \quad (2.18)$$

$\Im$ 是須以積分表示的特殊函數，若波數 k 與像源距的乘積足夠大 $k R_{\text{isrc}} \gg 1$ ，視球面波為準平面波，我們可以省略 $\Im$ 項，將式 (2.18) 代入式 (2.17) 得到近似解

$$p(\mathbf{x}, t) \approx \frac{q(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} + \left(\frac{d_{\text{isrc}} - R_{\text{isrc}}\beta}{d_{\text{isrc}} + R_{\text{isrc}}\beta} \right) \frac{q(t - t_{\text{isrc}})}{4\pi R_{\text{isrc}}} \quad (2.19)$$

若該平面導納符合 $\beta = \beta_0 \cos \vartheta$ ，就可以進一步簡化為誤差更大的近似解 [42]

$$p(\mathbf{x}, t) \approx \frac{q(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} + \left(\frac{1 - \beta_0}{1 + \beta_0} \right) \frac{q(t - t_{\text{isrc}})}{4\pi R_{\text{isrc}}} \quad (2.20)$$

以像源法估計室內聲場

由於計算室內平面的阻抗或導納分布並不實際，在此採用式 (2.20)，定義平面法向反射係數 $\Re_0 = (1 - \beta_0)/(1 + \beta_0)$ ， $\beta_0 = 0$ 使式 (2.20) 回到式 (2.12) 完全反射的情形， $\beta_0 = 1$ 使式 (2.20) 回到式 (2.5) 自由聲場的情形。通常會以隨機入射角的吸收係數 α 與適當的相位變化 φ 估計法向反射係數 [43]（為不要與編號 i 搞混，在此虛數單位記做 ι ）

$$\Re_0 = e^{\iota\varphi} \sqrt{1 - \alpha} \quad (2.21)$$

得知第 j 個平面的吸收係數 α_j 與相位變化 φ_j 。最終得到室內聲場的近似解，把式 (2.15) 調整為

$$p(\mathbf{x}, t) \approx \frac{q(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} + \sum_{m(i)} \mathcal{Q}_m \frac{q(t - t_{\text{isrc},m})}{4\pi R_{\text{isrc},m}} \quad (2.22)$$

其中第 m 像源經過 J_m 個平面， $\{j\}$ 為有通過的平面編號集合，像源強度的變化 $\mathcal{Q}_m$ 可以表示成

$$\mathcal{Q}_m = \prod_{\{j\}}^{J_m} \left(e^{i\varphi_j} \sqrt{1 - \alpha_j} \right) \quad (2.23)$$

因此以像源法解室內聲場的問題形式就是，給定邊界幾何空間 $\{\mathbf{S}\}$ 、聲源位置 $\mathbf{x}_{\text{src}}$ 、邊界的吸音性質 $\{\alpha\}$ 與 $\{\varphi\}$ ，來得到聲源相對位置 $\mathbf{R}_{\text{src}}$ 、像源相對位置 $\{\mathbf{R}_{\text{isrc}}\}$ 以及像源強度變化係數 $\{\mathcal{Q}\}$ 。

2.2 線性非時變聲學空間系統：脈衝響應分析

我們可將特定聆聽者位置的聲壓訊號，描述為聲源訊號 $q(t)$ 經過空間多個路徑疊加而成。把聲學空間路徑視為一系統 h_{acs} ，將聆聽到的聲壓訊號視作輸出訊號 $p_{\text{out}}(t) = p(\mathbf{x}, t) \big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{rec}}}$ ，並與式 (2.6) 的輸入訊號存在因果關係，找出一個輸出訊號與輸入、系統的關係 $p_{\text{out}} = p_{\text{out}}(t; p_{\text{in}}, h_{\text{acs}})$ 。我們從自由聲場單一點聲源的解開始，定義聆聽者與聲源距離 R_{rs} 、對應抵達時間 t_{rs} ，代 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{rec}}$ 進式 (2.5)，同時考慮式 (2.6)，若 $t > 0$ ，聆聽者位置的聲壓為

$$p_{\text{out}}(t) = \frac{q(t - t_{\text{rs}})}{4\pi R_{\text{rs}}} = \left(\frac{R_{\text{ref}}}{R_{\text{rs}}} \cdot \delta(t - t_{\text{rs}}) \right) * p_{\text{in}}(t) \quad (2.24)$$

本研究所採取的摺積標記為 $*$ ，任意兩訊號 $f_1(t)$ 與 $f_2(t)$ 定義為

$$(f_1 * f_2)(t) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \quad (2.25)$$

觀察此輸入輸出呈線性關係且滿足延遲關係，可以辨認為一線性非時變系統，可以用系統脈衝響應與輸入訊號的摺積表示輸出訊號 [44]， $p_{\text{rec}}(t) = h_{\text{acs}}(t) * p_{\text{src}}(t)$ ，在此聲學空間被視作單純的有增益延遲系統

$$h_{\text{acs}} = h_{\text{acs}}(t; R_{\text{rs}}) = \frac{1}{R_{\text{rs}}} \cdot \delta(t - t_{\text{rs}}) \quad (2.26)$$

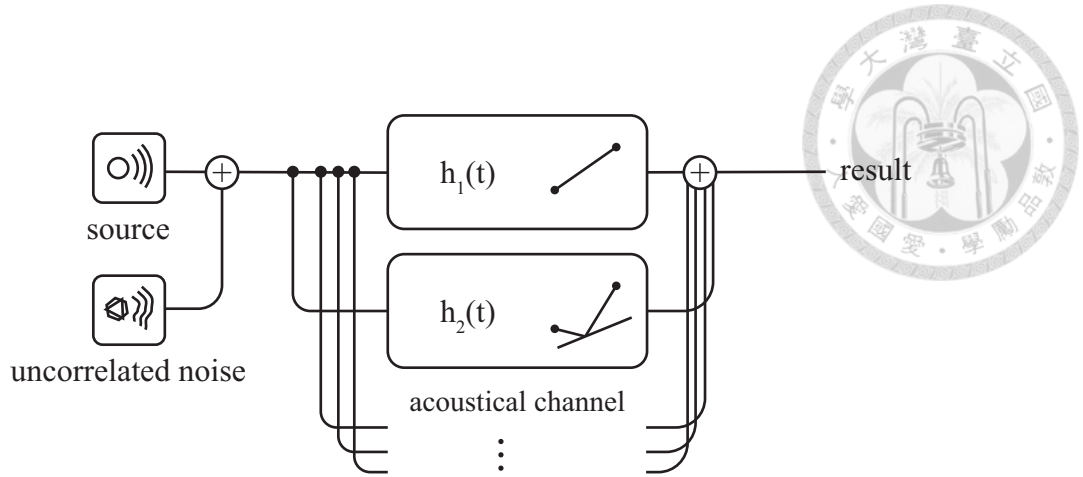


圖 2.1: 視空間聲波路徑為多個聲學系統並聯的方塊圖

接下來我們探討室內聲場是否也能建構為線性非時變系統，從章節 2.1 我們將室內聲場視為多個點聲源自由聲場的疊加，我們很容易可以把式 (2.24) 及式 (2.26) 加以改造。把輸出訊號改用式 (2.22)，代入 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{rec}}$

$$p_{\text{out}}(t) = \left(h_{\text{acs},0}(t) + \sum_{m(i)} h_{\text{acs},m}(t) \right) * p_{\text{in}}(t) \quad (2.27)$$

在此 $h_{\text{acs},0}(t)$ 就只是式 (2.26)。定義聆聽者與第 m 像源距離 $R_{\text{ris},m}$ 、對應抵達時間 $t_{\text{ris},m}$ ，聲學空間被視作多個增益不一致的純延遲系統並聯

$$\begin{aligned} h_{\text{acs}} &= h_{\text{acs}}(t; R_{\text{rs}}, \{R_{\text{ris},m}\}) \\ &= \frac{1}{R_{\text{rs}}} \cdot \delta(t - t_{\text{rs}}) + \sum_{m(i)} \frac{Q_m}{R_{\text{ris},m}} \cdot \delta(t - t_{\text{ris},m}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

我們最後可以藉由觀察前兩例的系統，加以推廣，考量聲源聆聽者之間各個聲音路徑皆為一個線性非時變系統，形成圖 2.1 中間數個獨立的聲學通道，此外也考量非相關聲源抵達聆聽者位置的聲壓訊號為雜訊，如在圖 2.1 前段兩者相加。我們便可以假設實際聲學空間的系統為所有系統的並聯

$$p_{\text{out}}(t) = \sum \{h_{\text{acs}}(t)\} * p_{\text{in}}(t) + N_{\text{acs}}(t) \quad (2.29)$$

把空間所有路徑轉以系統脈衝響應表示，這個對應也叫做空間可聽化，讓人彷彿身歷該空間當中、聽到「空間的聲響」。

2.3 聲波繞射模型：Biot-Tolstoy-Medwin

像源法中僅討論空間物件的反射，將像源與聆聽者位置的連線視作聲波直線前進，事實上波的行進也會有繞射的現象。觀察到章節 2.1 中我們把諾伊曼邊界有限大平面 $\{\partial\mathcal{E}\}$ 視為無限大平面 $\{\mathbb{S}\}$ ，在某些房間會變成對房內空間聲壓解過度約束，舉兩平面內角超過 180° 為例，我們會發現有限面在無限面中的差集與內部空間有交集。

$$\mathcal{E} \cap \left(\{\mathbb{S}\} \setminus \{\partial\mathcal{E}\} \right) \neq \emptyset \quad (2.30)$$

這代表室內存在有些聲壓零梯度面，但事實上這些面不見得存在。又或者從另一個觀點來看，對某幾何形狀房間我們找不出一種聲源分布使得所有鏡像條件全部同時成立，因此式 (2.15) 並不是個完備的解。

為計算房間內部繞射的現象，我們從無限延伸楔形體（楔外角為 θ_W ）的聲場討論，採用圓柱座標系，參照圖 2.2，設定楔尖上某點為原點，楔尖方向為 z 軸，徑方向為 r ，方位角 θ 逆時針，以右方楔面為起始 $\theta = 0$ ，左方楔面為終點 $\theta = \theta_W$ 。楔體本身為均勻剛體，在此波動方程式須在左右楔面滿足諾伊曼邊界條件，考慮一點聲源位置在 $\mathbf{r}_{\text{src}} = [r_{\text{src}} \ \theta_{\text{src}} \ z_{\text{src}}]^T$ ，聆聽者位置在 $\mathbf{r}_{\text{rec}} = [r_{\text{rec}} \ \theta_{\text{rec}} \ z_{\text{rec}}]^T$ ，並定義距離向量 $\mathbf{R}_{\text{src}}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{\text{src}}$ 與 $\mathbf{R}_{\text{rec}}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} - \mathbf{r}_{\text{rec}}$ 。試著找出聲源經楔尖抵達聆聽的最短路徑長為 $\ell_{w0} = \left(R_{\text{src}} + R_{\text{rec}} \right) \big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_{w0}}$ 與對應楔尖位置 $\mathbf{r}_{w0}$ ，考量另一個二維問題「兩點於線同側找一點與兩點距離和最短」，只要將其中一點對稱於線與另一點連線，連線長維最短路徑、與線交點為對應點。我們能得到

$$\ell_{w0}^2 = c^2 \tau_{w0}^2 = \left(r_{\text{rec}} + r_{\text{src}} \right)^2 + \left(z_{\text{rec}} - z_{\text{src}} \right)^2 \quad (2.31)$$

其中以波速 c 走該路徑行進時間 τ_{w0} 。對應的楔尖位置則是

$$r_{w0} = 0, \ \theta_{w0} = 0, \ z_{w0} = \frac{z_{\text{src}} r_{\text{rec}} + z_{\text{rec}} r_{\text{src}}}{r_{\text{src}} + r_{\text{rec}}} \quad (2.32)$$

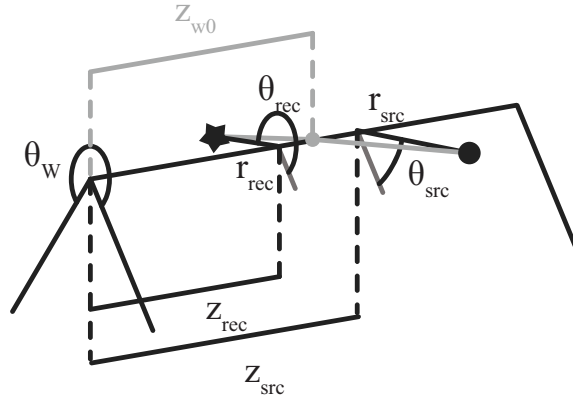


圖 2.2: 楔形體繞射的空間位置示意圖

Biot 和 Tolstoy 的表述 [28]

Biot 和 Tolstoy 研究的問題是，理想聲源在無限延伸楔形體空間的完整聲場，所設定的訊號是一向內緊縮位移的訊號，也就是從毫無位移一瞬間在聲源點向內產生負的位移定值。一樣從自由聲場描述聲源，此訊號造成的流場位移勢具遲緩時間形式相似於式 (2.5)，利用黑維塞階躍函數（Heaviside step function） $\mathcal{H}(t)$ 表示

$$\Phi_{\text{src}}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\mathcal{H}(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} \quad (2.33)$$

利用牛頓運動定律寫下位移勢與聲壓之關聯，定聲音介質密度 ρ

$$p_{\text{src}}(\mathbf{r}, t) = -\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi_{\text{src}} = \rho \frac{\dot{\delta}(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} \quad (2.34)$$

會發現聲源為一個脈衝偶訊號 $\dot{\delta}$ ，脈衝訊號狄拉克 δ 函數之時間導數，實際上代表的現象為聲源處短促壓縮的緊接短促的拉伸。

唯二的邊界條件為左右楔面沒有位移，符合諾伊曼邊界條件 $\frac{\partial}{\partial \theta} \Phi_{\text{src}} \big|_{\theta=0, \theta_w} = 0$ ，Biot 和 Tolstoy 以史特姆-萊歐維爾本徵值問題（Sturm-Liouville eigenvalue problem）的觀點解波動方程式，將原始偏微分方程中的三個空間自由度 r, θ, z 改為聯立的二階實微分方程式，找出三個本徵值的集合 $\{\kappa_1, \kappa_2, n\nu\}$ 對應到在希爾伯特空間（Hilbert space）存在的三個特徵函數族 $\{J_{n\nu}(\kappa_1 r), \cos(\kappa_2 z), \cos(n\nu\theta)\}$ ，其中 θ 方向本徵值為離散，其中我們為簡化記號定義楔指標 $\nu \equiv \pi/\theta_w$ ，而第 n 個模態 ψ_n ，必須滿足 $n \in \mathbb{N}$ 且角頻率為波數的函數 $\omega = \omega(\kappa_1, \kappa_2) = c\sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_2^2}$ ，表

達成 $\psi_n(\mathbf{r}) = J_{n\nu}(\kappa_1 r) \cos(\kappa_2 z) \cos(n\nu\theta)$ ，單一模態的波動解為

$$\Psi_n(\mathbf{r}, t) = \psi_n(\mathbf{r}) \cdot \frac{2c^2\nu}{\pi^2} \cdot \frac{\cos \omega t}{\omega^2} \quad (2.35)$$

因此任一點的位移勢可以表示成激發模態的疊加，具體上使用本徵函數的正交基

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \left\langle \Psi_n(\mathbf{r}, t), \psi_n(\mathbf{r}_{\text{src}}) \right\rangle \quad (2.36)$$

要估計此正交基我們必須對時間偏微分求速度勢，波數空間的積分 $\mathcal{J}_n(r, z)$ 能利用貝索函數瑕積分計算 [45]，表達為

$$\dot{\Phi}(\mathbf{r}, t) = -\frac{c\nu}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\nu\theta) \cos(n\nu\theta_{\text{src}}) \mathcal{J}_n(r, z, t) \quad (2.37)$$

在 $t > \tau_{w0}$ 也就是楔尖繞射波抵達所需要的最短時間，波數空間的積分為

$$\mathcal{J}_n(r, z, t) = -\frac{\sin(n\nu\pi)}{\pi r r_{\text{src}} \sinh \eta(r, z, t)} e^{-n\nu\eta(r, z, t)} \quad (2.38)$$

無窮級數中的餘弦與正弦函數可以改為複數形式，與 $\exp(-n\nu\eta(r, z, t))$ 項合併，變成八項的無窮幾何級數，算得經楔尖波動的速度勢的閉合解

$$\dot{\Phi}_{\text{df}}(\mathbf{r}, t) = \frac{c\nu}{8\pi^2 r r_{\text{src}}} \frac{\beta(\eta, \theta)}{\sinh \eta(r, z, t)} \mathcal{H}(t - \tau_{w0}) \quad (2.39)$$

$$\eta(r, z, t) = \cosh^{-1} \left(\frac{c^2 t^2 - (r^2 + r_{\text{src}}^2 + (z - z_{\text{src}})^2)}{2r r_{\text{src}}} \right) \quad (2.40)$$

$$\beta(\eta, \theta) = \sum_{i=1}^4 \frac{\sin \nu \phi_i(\theta)}{\cosh \nu \eta - \cos \nu \phi_i(\theta)} \quad (2.41)$$

$$\phi_1(\theta) \equiv \pi + (\theta_{\text{src}} + \theta), \quad \phi_2(\theta) \equiv \pi + (\theta_{\text{src}} - \theta), \quad (2.42)$$

$$\phi_3(\theta) \equiv 2\pi - \phi_1, \quad \phi_4(\theta) \equiv 2\pi - \phi_2$$

本研究稱 $\eta(r, z, t)$ 為進展函數、 $\beta(\eta, \theta)$ 為二次聲源指向性函數，BTM 繞射模型的核心在於計算兩函數進而推估繞射聲場。



脈衝點聲源的繞射聲場

Medwin 秉持 Biot 和 Tolstoy 的架構，將聲源改成突然以固定體積速率 U 向內流動的訊號 [29]，同樣使用黑維塞階躍函數

$$\dot{\Phi}_{\text{src}}(\mathbf{r}, t) = -U \frac{\mathcal{H}(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} \quad (2.43)$$

因此得到以狄拉克 δ 函數表示的脈衝聲壓訊號

$$p_{\text{src}}(\mathbf{r}, t) = -\rho \frac{\partial}{\partial t} \dot{\Phi}_{\text{src}} = \rho U \frac{\delta(t - t_{\text{src}})}{4\pi R_{\text{src}}} \quad (2.44)$$

以相似的過程，我們最終可以得到繞射聲場閉合解，修改式 (2.39) 得到

$$p_{\text{df}}(\mathbf{r}, t) = -\rho U \frac{c\nu}{8\pi^2 r r_{\text{src}}} \frac{\beta(\eta, \theta)}{\sinh \eta(r, z, t)} \quad (2.45)$$

承接 Medwin 之後 Svensson 把繞射變為脈衝響應的形式，只要依照式 (2.6) 與章節 2.2 的概念改寫式 (2.45) 為

$$p_{\text{out}}(t) = p_{\text{df}}(\mathbf{r}_{\text{rec}}, t) = h_{\text{df}}(t) * p_{\text{in}}(t) = h_{\text{df}}(t) * \rho U \frac{\delta(t)}{4\pi} \quad (2.46)$$

因此無限延伸楔形剛體的繞射聲場響應就是

$$h_{\text{df}}(t) = -\frac{c\nu}{2\pi r_{\text{rec}} r_{\text{src}}} \frac{\beta_{\text{sr}}(t)}{\sinh \eta_{\text{sr}}(t)} \quad (2.47)$$

其中聲源與聆聽者相對位置決定 $\eta_{\text{sr}}(t) = \eta(r_{\text{rec}}, z_{\text{rec}}, t)$ 與 $\beta_{\text{sr}}(t) = \beta(\eta_{\text{sr}}(t), \theta_{\text{rec}})$

二次聲源模型

試觀察進展函數，調整時間軸為 $\tau = t - \tau_{\text{w0}}$ ， τ 實際意義為其他繞射較長路徑相對於繞射最短路徑所多延遲的時間，將 $t = \tau + \tau_{\text{w0}}$ 與 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\text{rec}}$ 代入式 (2.40)

$$\eta_{\text{sr}}(\tau) = \cosh^{-1} \left(\frac{\tau(\tau + 2\tau_{\text{w0}})}{2\tau_{\text{rec}}\tau_{\text{src}}} + 1 \right) \quad (2.48)$$

再次參考圖 2.2，聲源、聆聽者直接走徑向的距離 r_{src} 、 r_{rec} ，分別有對應波傳抵達楔尖的時間 τ_{src} 、 τ_{rec} ，關係為 $r_{\text{src}} = c\tau_{\text{src}}$ 、 $r_{\text{rec}} = c\tau_{\text{rec}}$ 。注意到式 (2.48) 中， $\tau = 0$

時進展函數為零，試令一足夠短延遲時間 $\tau = \tau_\varepsilon$ 遠小於其他時間，此時斜率為

$$\left. \frac{d}{d\tau} \eta_{sr} \right|_{\tau=\tau_\varepsilon} = \sqrt{\frac{\tau_{w0}}{\tau_{rec} \tau_{src}}} \tau_\varepsilon^{-1/2} \quad (2.49)$$

這是一個單調遞減函數，在非常靠近 $\tau = 0$ 進展函數的變化率為極大，我們可以解讀為聲波偏好最短路徑，大多繞射進展皆在此時，相對來說，越長的路徑導致更多延遲所貢獻的繞射進展越少。

Medwin 提出離散惠更斯原理的詮釋 [46]，將繞射聲場想像成脈衝的聲源訊號抵達楔尖後，在楔尖形成具延遲的二次聲源，以路徑最短的點為中心往軸兩端不對稱地延遲分別發出脈衝訊號。某繞射路徑為通過一楔尖上的點位置 $\mathbf{r}_w = [0 \ 0 \ z_w]^T$ ，與聲源、聆聽者分別的直線距離與波傳時間

$$\begin{aligned} \ell_s^2 &= c^2 \tau_s^2 = r_{src}^2 + (z_w - z_{src})^2 \\ \ell_r^2 &= c^2 \tau_r^2 = r_{rec}^2 + (z_w - z_{rec})^2 \end{aligned} \quad (2.50)$$

經楔尖某點抵達時間為 $t = \tau_s + \tau_r$ 代入式 (2.40) 中，同樣令 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{rec}$ ，若視 z_w 為變數，得到在特定聲源、聆聽者相對位置的進展函數在楔尖點上的分布

$$\eta_{sr}(z_w) = \cosh^{-1} \left(\frac{\ell_s(z_w) \ell_r(z_w) + (z_w - z_{src})(z_w - z_{rec})}{r_{rec} r_{src}} \right) \quad (2.51)$$

這裡 η_{sr} 值域為 $z_w \in \mathbb{R}$ ，在 $z_w = z_{w0}$ 處極小往兩側單調遞增，以圖 2.3 的進展函數作為範例，此範例設定聲源位置在 $r_{src} = 0.4$ ， $z_{src} = 0.4$ ，聆聽者位置在 $r_{rec} = 0.1$ ， $z_{rec} = -2$ ，此設定中 $z_{w0} = -1.5$ ，此處恰剛開始形成繞射而進展為零，往左（聆聽者側）進展快速，這是因為 r_{rec} 相對於 r_{src} 小且聲波傾向走較短路徑，同樣單位長度下靠聆聽者側較容易形成短路徑。將進展函數的分布放入二次聲源想向性函數 $\beta = \beta_{sr}(z_w)$ ，並利用雙曲函數恆等式 $\sinh \cosh^{-1} x = \sqrt{x^2 - 1}$ ，for $x \geq 1$ ，對應式 (2.51) 中 $\cosh^{-1}$ 函數的變數，我們能把楔尖點對應到繞射聲場響應的貢獻改寫成

$$h_{df}(z_w) = -\frac{cV}{2\pi} \frac{\beta_{sr}(z_w)}{\sqrt{\left(\ell_s(z_w) \ell_r(z_w) + (z_w - z_{src})(z_w - z_{rec}) \right)^2 - r_{src}^2 r_{rec}^2}} \quad (2.52)$$

Svensson 還進一步討論，將響應改寫為楔尖上位置 z_w 分布的二次延遲聲源，以對

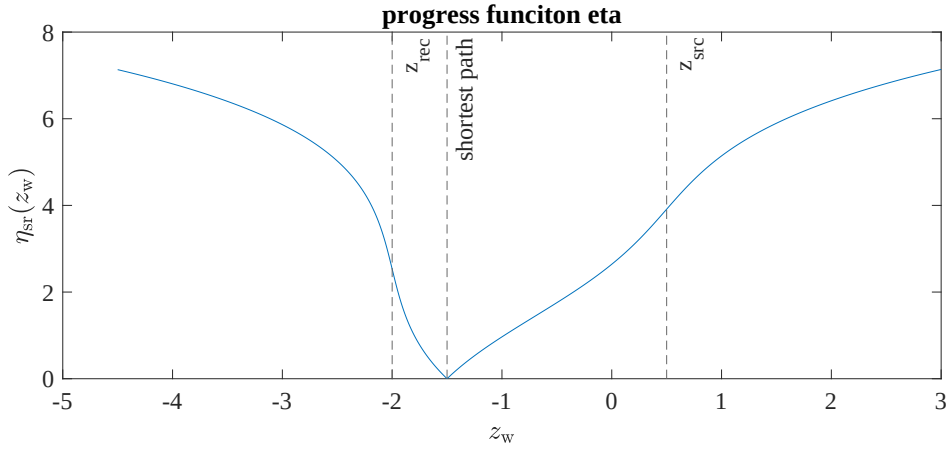


圖 2.3: 範例進展函數

z_w 積分計算響應貢獻 [47]。在等時間間隔下，最短繞射點兩側聲源密度不均，同時依據位置 z_w 具有不同的聲源強度 $(\ell_s \ell_r)^{-1}$ 與指向性 D_{sr}

$$p_{\text{diff}}(t) = p_{\text{diff1}}(t) + p_{\text{diff2}}(t) \quad (2.53)$$

$$p_{\text{diff1}}(t) = \int_{-\infty}^{z_{w0}} q(t - \tau_s(z_w) - \tau_r(z_w)) \frac{D_{sr}(\mathbf{r}_w)}{\ell_s(z_w) \ell_r(z_w)} dz_w \quad (2.54)$$

$$p_{\text{diff2}}(t) = \int_{z_{w0}}^{\infty} q(t - \tau_s(z_w) - \tau_r(z_w)) \frac{D_{sr}(\mathbf{r}_w)}{\ell_s(z_w) \ell_r(z_w)} dz_w \quad (2.55)$$

這暗示著我們可以將有限長度的邊緣視為某一段的楔尖，因此某有限片段 $z_w \in (z_{w-}, z_{w+})$ 的脈衝響應可以用 z_w 的積分表示 [48]

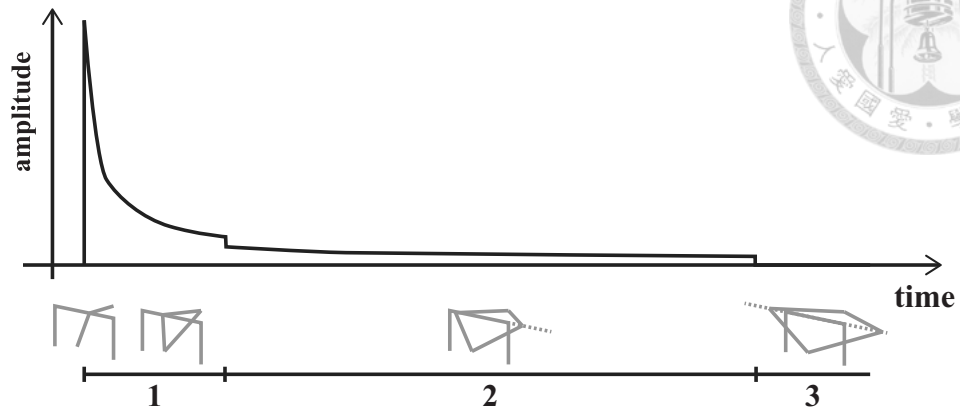
$$h_{\text{diff}}(t) = h_{\text{diff1}}(t) + h_{\text{diff2}}(t) \quad (2.56)$$

$$h_{\text{diff1}}(t) = -\frac{\nu}{4\pi} \int_{z_{w-}}^{z_{w0}} \delta(t - \tau_s - \tau_r) \frac{\beta_{sr}}{\ell_s \ell_r} \mathcal{H}(z_{w0} - z_w) dz_w \quad (2.57)$$

$$h_{\text{diff2}}(t) = -\frac{\nu}{4\pi} \int_{z_{w0}}^{z_{w+}} \delta(t - \tau_s - \tau_r) \frac{\beta_{sr}}{\ell_s \ell_r} \mathcal{H}(z - z_{w0}) dz \quad (2.58)$$

若最短路徑落於 (z_{w-}, z_{w+}) ，假設較靠近 z_{w+} 端，響應可以分為最多三段討論，如圖 2.4 所示。第一段，直到 $t = \tau_s(z_{w+}) + \tau_r(z_{w+})$ 之前 $h_{\text{diff1}}(t)$ 或 $h_{\text{diff2}}(t)$ 皆不為零，因此此段與無限長楔形繞射響應相同。第二段，在 $t = \tau_s(z_{w+}) + \tau_r(z_{w+})$ 到 $t = \tau_s(z_{w-}) + \tau_r(z_{w-})$ 之間 $h_{\text{diff1}}(t)$ 不為零、 $h_{\text{diff2}}(t)$ 為零，因此此段為原響應按某比例縮減。第三段，在 $t = \tau_s(z_{w-}) + \tau_r(z_{w-})$ 之後 $h_{\text{diff1}}(t)$ 或 $h_{\text{diff2}}(t)$ 皆為零，毫無響應。同樣我們也能推理出較靠近另一端之情形，響應仍然是分為三段。若最短

路徑沒有落於 (z_{w-}, z_{w+}) ，便只有兩段，只有 $h_{\text{diff1}}(t)$ 或 $h_{\text{diff2}}(t)$ 。



第一段：最短路徑旁兩側皆有繞射、第二段：僅一側皆有繞射、第三段：兩側皆無繞射

圖 2.4: 有限邊緣的三段繞射響應



第三章 幾何聲學模型

延伸章節 2.1 中的問題陳述，幾何聲學的觀點就是用幾何問題計算室內聲場，依據幾何聲學規則、條件把原始幾何資訊對應到聲場路徑的詳盡過程，再將聲場路徑對應到聲學脈衝響應，稱為幾何聲學模型，利用模型我們得以達到空間可聽化的目的。這個章節主要探討如建構幾何聲學模型，第一部分，會將章節 2.1 中像源須滿足的諾伊曼邊界條件，藉由界定明確的幾何問題我們可以找出像源產生的準則。第二部分討論像源法中特定幾何空間可以減省的計算方法。第三部分，依據準則建立明確幾何資訊對應聲音路徑的流程。第四部份，對應路徑到系統響應，主要分為純延遲的系統以及繞射的系統，疊加出聲學響應。

小平面規範

以大於三的正整數 $\mathcal{J}_{\text{vert}}$ 個數的點連線封閉的平面幾何（多邊形）在本研究中稱為「小平面」，陣列儲存有序的 $\mathcal{J}_{\text{vert}}$ 個 $\mathbb{R}^3$ 的位置向量。由於多邊形落於一平面上，任三個位置向量構成的矩陣，須滿足其秩皆為 2，並且該矩陣的零核空間為平面法向量 $\mathbf{n}_f$ ，法向量與任意一點內積 $\mathbf{n}_f \cdot \mathbf{x}_j$ 可以得到原點到該平面的垂直距離 $d_{f,j}$ 。幾何聲學模型允許的多邊形為簡單多邊形（凸多邊形、凹多邊形），圖 3.1 中的第一、二種情形；而複雜多邊形是不被允許的，其中一種邊與邊之間有相交的多邊形稱為自相交多邊形，圖 3.1 中的第三種情形。我們可以用 Bentley-Ottmann 演算法判斷邊與邊是否相交，定相交數為 $\mathcal{J}_{\text{inter}}$ ，演算法的複雜度為 $\mathcal{O}(\mathcal{J}_{\text{vert}} \log \mathcal{J}_{\text{vert}} + \mathcal{J}_{\text{inter}} \log \mathcal{J}_{\text{vert}})$ [49]。若多邊形為自相交我們也可以拆解為子多邊形，形成多個簡單多邊形的小平面 [50]。

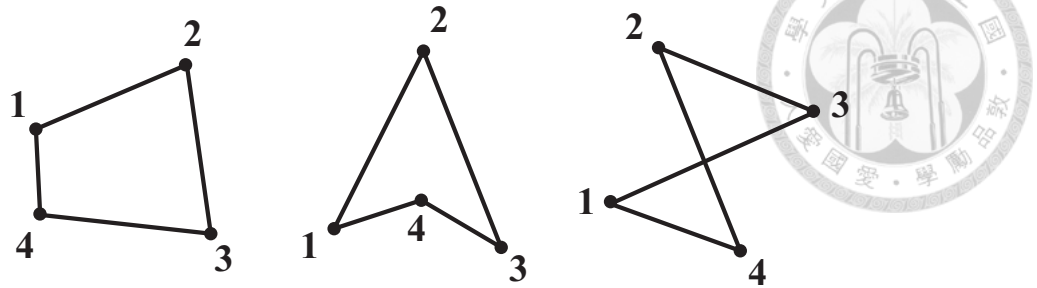


圖 3.1: 有序四點構成的多邊形：凸、凹、自相交

3.1 像源產生準則

本研究以數值運算像源的位置分布，將真實聲源位置、聆聽者位置、空間物件設置為輸入資料。我們通常使用遞迴的方式，以所有小平面鏡射當前聲源出產生像源位置，有些幾何形狀甚需要鏡射出原始空間幾何形狀（稱為像空間），遞迴過程中須檢視四個準則：有效、鄰近、可聞、受阻 [51]。

A. 有效準則

實際上的反射路徑只發生在內部空間，可以想像小平面只有朝向內側的面是具反射力的。因為數值計算的情形中，我們以真實聲源作為輸入，依據反射小平面鏡射產生更多像源，避免來回重疊的像源，聲源只有在小平面內側方向才能產生有效下一階像源，符合「有效準則」就是 $\mathbf{n}_{S,j} \cdot \mathbf{x}_{src,m} < d_j$ 。若允許無效的像源產生會發生無限遞迴，以圖 3.2 中的例子來說，真實聲源（實心圓）往某反射小平面鏡射產生一階像源（空心圓），一階像源再鏡射同樣的小平面產生二階像源（虛線空心圓），此二階像源與真實像源重疊代表無效的反射路徑。

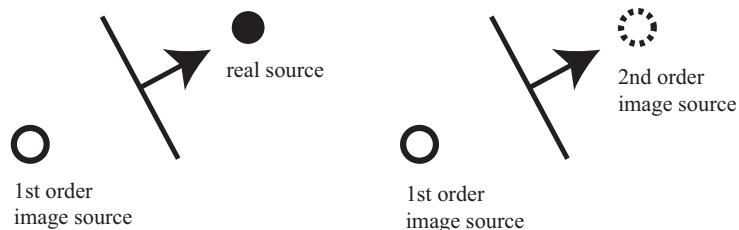


圖 3.2: 有效準則示範

B. 鄰近準則

要完整描述室內空間的像源大多情形需要無限多個，實務上只能截去較不重要的像源、得到有限數量的像源，因此遞迴必須存在一個終止條件，通常會是只保留足夠鄰近於聆聽者的像源，計算聲源與聆聽者距離 $R_{\text{isrc},m}$ ，若小於最大感興趣的距離則符合「鄰近準則」。以圖 3.3 為例，聲源以圓符號標記，聆聽者以叉符號標記，在幾何上畫出以聆聽者為圓心的圓圈，保留圈內的像源，半徑大小就是最大感興趣距離。



圖 3.3: 鄰近準則示範

C. 可聞準則

由於小平面並不是無限延伸，不是所有內部區域都聽到像源的聲音，以一階像源為例只要像源與聆聽者連線穿過反射小平面就符合「可聞準則」，但二階像源除本階的反射小平面必須穿過之外，還須要穿過前一階像源的小平面在本階像空間的鏡像，推廣到任一階像源，像源必須穿過本階反射小平面以及所有低階反射小平面在本階像空間的鏡像才符合「可聞準則」，後稱須要穿過的小平面為像出口小平面。

以圖 3.4 來說，聲源以圓符號標記，聆聽者以叉符號標記，黑色代表真實空間物件、藍色代表一階像空間物件、紅色代表二階像空間物件，深灰實線代表實際反射路徑、深灰虛線代表不可聞反射路徑、淺灰線代表可聞範圍邊界。三圖中，觀察聆聽者往像源連線穿過的小平面：

左圖 聆聽者處於下方，向右穿過藍線、向左穿過兩條紅線，兩像源皆可聞。

中圖 聆聽者處於中間，向右沒穿過藍線、向左穿過兩條紅線，二階像源可聞。

右圖 聆聽者處於上方，向右沒穿過藍線、向左穿過一條紅線，兩像源皆不可聞。

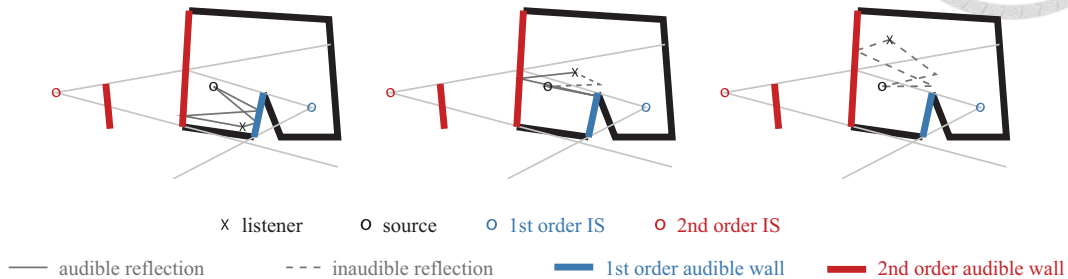


圖 3.4: 一階、二階像源的可聞準則示範

D. 受阻準則

當房間存在凹內角，即使聆聽者落於像源可聞範圍，以直線前進的反射音也有可能受到阻擋。延伸可聞準則穿過小平面的概念，若聆聽者與像源的連線僅穿過所有像出口小平面，才豁免於「受阻準則」。注意到為檢查「僅穿過」，所有低階像空間小平面皆須檢查，大大提升運算的複雜度。

以圖 3.5 為例，聲源以圓符號標記，聆聽者以叉符號標記，黑色代表真實空間物件、藍色代表一階像空間物件、紅色代表二階像空間物件，藍紅虛線代表像出口小平面之外的小平面、淺灰線為聆聽者與聲源連線，兩組聲源位置對同個聆聽者位置有不同的結果。兩圖中，觀察聆聽者往像源連線穿過的小平面：

左圖 真實聲源無穿過任何平面、一階聲源僅穿過藍實線、二階聲源除兩條紅實線之外還穿過兩條黑實線，因此三聲源都是可聞但二階聲源受阻。

右圖 真實聲源穿過兩條黑實線、一階聲源穿過一條藍實線與兩條藍虛線、二階聲源除兩條紅實線之外還穿過兩條黑實線與兩條紅虛線，因此三聲源都是可聞皆受阻。

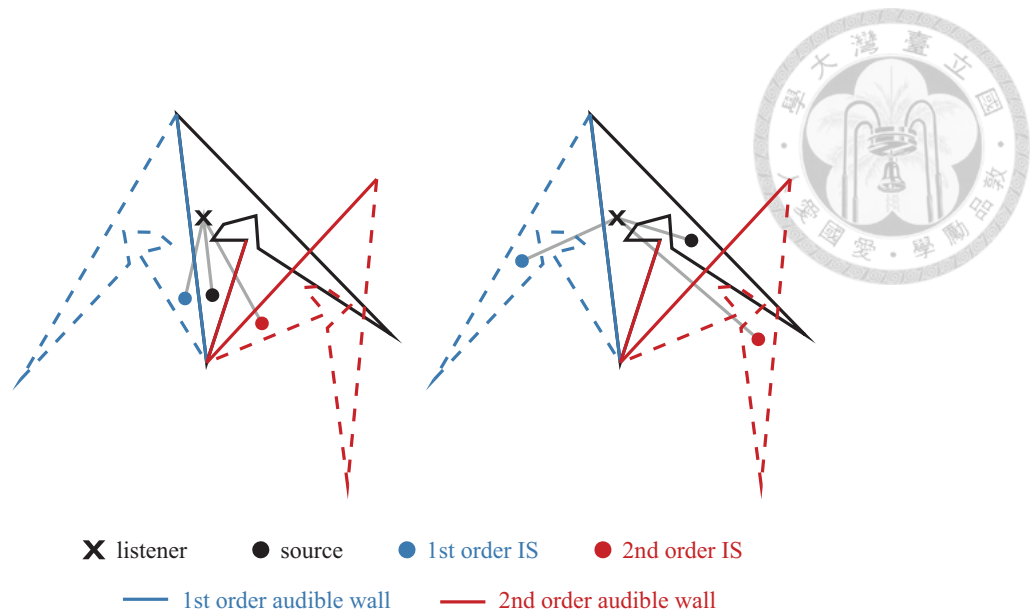


圖 3.5: 一階、二階像源的受阻準則示範

3.2 幾何特性與像空間規律

依照章節 3.1 的準則，我們可以產生任意多面體空間的像源分布，若我們額外再施加最大內角限制條件可以減省檢查準則的流程 [51]，對應的結果由表 3.1 呈現。

表 3.1: 最大容許內角與像源產生準則關係

	銳角	鈍角	凹角
可聞準則	全像源可聞	部分像源可聞	部分像源可聞
受阻準則	無像源受阻	無像源受阻	部分像源受阻
複雜度	低	中	高

若更近一步要求幾何正則性，如柏拉圖立體（凸正多面體）、正角柱體，像源的分布會具有週期性。現考慮一維真實空間（線段），有兩面反射牆 n 、 p ，範圍 $x \in (-a, a)$ 如圖 3.6 所示，真實聲源距離原點 a_0 且 $a_0 < a$ 。

先考慮一階像源，往牆 p 鏡射會是真實聲源往牆 p 延伸 2 倍的聲源與牆的距離 $2(a - a_0)$ ，所以位置是 $x = a_0 + 2(a - a_0) = 2a - a_0$ ，同理往牆 n 鏡射的一階像源位置是 $x = a_0 - 2(a + a_0) = -2a - a_0$ 。

以一階像源產生二階像源，將牆 p 側一階像源再往牆 n 鏡射得到二階像源位置是 $x = (2a - a_0) - 2|(2a - a_0) - (-a)| = -4a + a_0$ ，將牆 n 側一階像源再往牆 p 鏡射得到二階像源位置是 $x = (-2a - a_0) - 2|(-2a - a_0) - (a)| = 4a + a_0$ 。

將真實空間稱為 $\mathcal{N} = 0$ 像空間、真實聲源稱為 $\mathcal{N} = 0$ 像源，往 p 為正、往 n 為負。於是第 $\mathcal{N}$ 個像空間表示成 $x \in ((2\mathcal{N} - 1)a, (2\mathcal{N} + 1)a)$ ，而第 $\mathcal{N}$ 個像源位置為 $x = 2\mathcal{N}a + (-1)^{\mathcal{N}}a_0$ ，存在奇偶週期性。

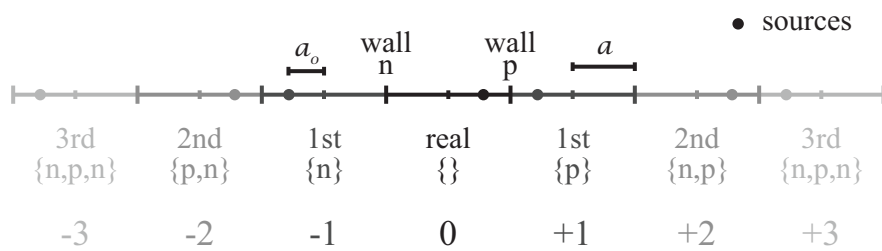


圖 3.6: 一維空間的像源與像空間

這可以推廣到多面體以多組平行面構成的情形，以圖 3.7 中的邊長為 a 的正六角柱為例，一共有四組小平面法向量，相對於幾何形心內部任意一點都可以用四軸座標表示。令 $a' = \sqrt{3}/2a$ ，某真實聲源位置在 $(0.4a', -0.7a', 0.1a', -0.3a)$ ，計算三個像源的位置，依序為：像源一（往軸一正方向鏡射的一階像源）、像源二（往軸一正再往上鏡射的二階像源）、像源三（往軸一負再往軸一正方向鏡射的二階像源）。像源座標完全可以表示成所屬像空間加上相對座標，具體結果可以用表 3.2 呈現。

表 3.2: 範例六角柱聲源分布

	座標一	座標二	座標三	座標四
真實聲源	$(0+0.4)a'$	$(0-0.7)a'$	$(0+0.1)a'$	$(0-0.3)a$
像源一	$(2-0.4)a'$	$(0-0.7)a'$	$(0+0.1)a'$	$(0-0.3)a$
像源二	$(2-0.4)a'$	$(0-0.7)a'$	$(0+0.1)a'$	$(2+0.3)a$
像源三	$(4+0.4)a'$	$(0-0.7)a'$	$(0+0.1)a'$	$(0-0.3)a$

特定多面體能夠只以鏡射獨立完成空間密鋪，如六角柱、菱面體、長方體等，也就是像空間毫無重疊。一般常見的房間多為鞋盒狀，可以簡化為長方體，同樣存在像空間奇偶週期性，長方體空間的像源可以使用排序過的對照表減少位置計

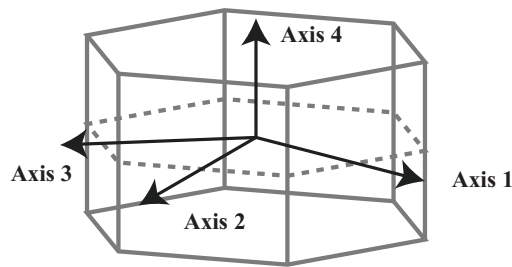
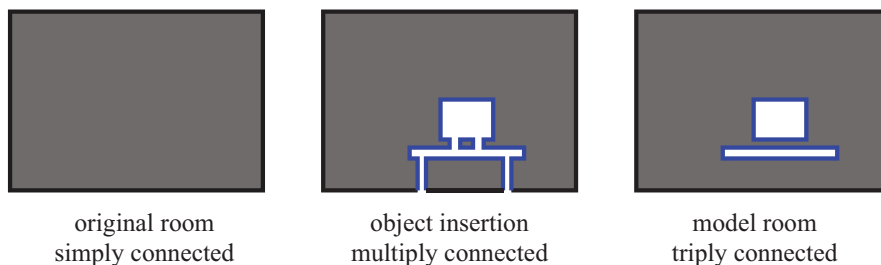


圖 3.7: 六角柱空間的四軸座標

算量 [52]，且因內角皆為 90° 全部像源皆可聞無受阻。

本研究主要聚焦在有長桌之長方形房間中隔板介入的聲場，加入長桌與隔板，相當於將長方體挖出新的內凹小平面的反射邊界，若減省桌腳、隔板支撐的小平面，甚至會讓房間拓樸上變成非單連通的空間（如圖 3.8所示）。為減省計算量需要保持「空間鏡射密鋪」、「像空間週期性」這兩個良好特性，像源的產生分成兩階段：使用長方體空間的六面對聲源、房內物件鏡像產生像源、像物件，再以像物件據章節 3.1 遞迴對現有像源產生像源。單純以房間六面產生的像源代表僅透過房間面反射而至的路線，物件鏡像產生像源則代表經過物件的反射路線。後稱第一階段產生的像源為「房間像源」，第二階段產生的像源為「物件像源」。此作法受啟發於一篇幾何聲學的文獻 [53]。



三圖皆為房間垂直地板的截面，在此截面中圖看起來像不連通空間，實際上三維空間裡是連通的，但在隔板、桌子所佔空間之外，圍繞（如桌腳處）的封閉路徑無法收束到一點。因此左圖原始空間為單連通，中圖為多連通，而右圖為三連通空間。

圖 3.8: 物件加入長方形房間的拓樸空間變化



3.3 計算聲音路徑

結合章節 3.1 和章節 3.2 的描述，我們可以整理出一套計算所有可能聲音路徑的演算法，並撰寫程式實現，本研究採用 MATLAB 來撰寫。分為四大區塊，在圖 3.9 由左至右、上至下：輸入資料、分配鄰近長方像空間與房號、房間像源與像物件的受阻測試、遞迴產生物件像源。

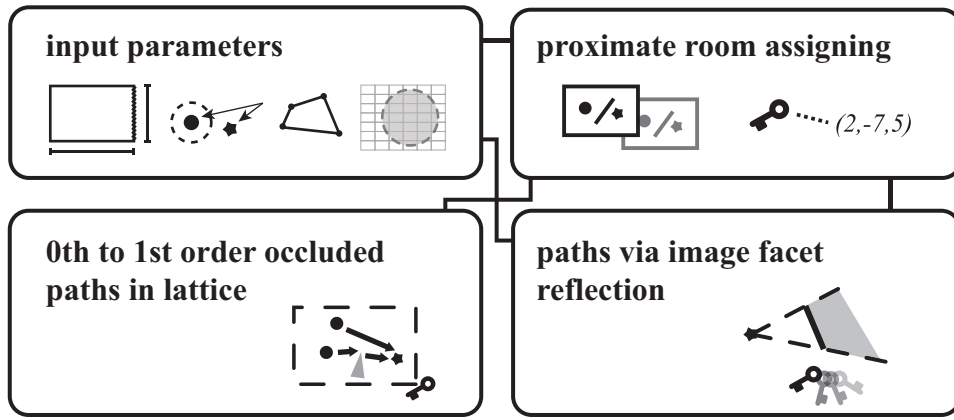


圖 3.9: 以像源法計算聲音路徑的架構與流程

鄰近長方像空間與房號

首先估計鄰近真實空間的像空間，往六面方向最大有興趣距離包含的房間數

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{p,u} &= \left\lceil \frac{r_{max} - a_{p,u}}{a_{n,u} + a_{p,u}} \right\rceil, \quad u = x, y, z \\ \mathcal{M}_{n,u} &= \left\lceil \frac{r_{max} - a_{n,u}}{a_{n,u} + a_{p,u}} \right\rceil, \quad u = x, y, z \end{aligned} \quad (3.1)$$

定出整數房號 $\text{Room}(\mathcal{N}_x, \mathcal{N}_y, \mathcal{N}_z)$ ，其中真實房號為 $\text{Room}(0, 0, 0)$ ，保守估計鄰近的空間範圍，表示成像空間堆疊成的大長方體包含半徑為 r_{max} 球如圖 3.10

$$\mathcal{N}_u \in (-\mathcal{M}_{n,u}, \mathcal{M}_{p,u}), \quad u = x, y, z \quad (3.2)$$

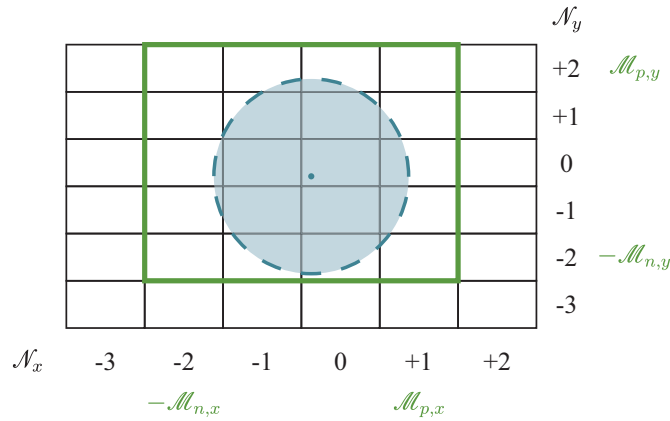
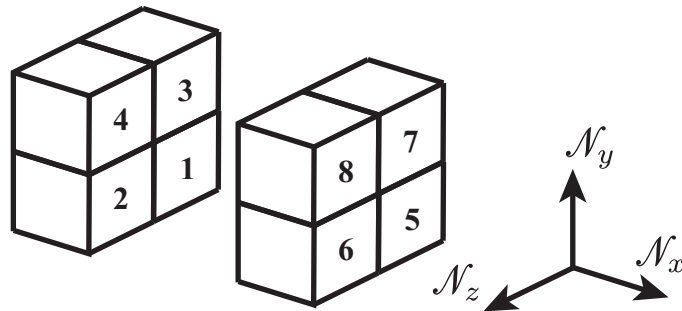


圖 3.10: 保守估計的鄰近大長方體空間

利用奇偶週期性，用房號 $\text{Room}(\mathcal{N}_x, \mathcal{N}_y, \mathcal{N}_z)$ 以及某點 $\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ 在真實空間的位置，可以計算該房號對應的空間中鏡像點的位置

$$u = \begin{cases} \mathcal{N}_u \cdot a_{p,u} + \mathcal{N}_u \cdot a_{n,u} + u_0 & \text{if } \mathcal{N}_u \text{ is even} \\ (\mathcal{N}_u + 1) \cdot a_{p,u} + (\mathcal{N}_u - 1) \cdot a_{n,u} - u_0 & \text{if } \mathcal{N}_u \text{ is odd} \end{cases}, u = x, y, z \quad (3.3)$$

總房數可以表示成 $\prod_u (\mathcal{M}_{p,u} + \mathcal{M}_{n,u} + 1)$ ，以巢狀迭代從裡到外依序為 $\mathcal{N}_z$ 、 $\mathcal{N}_y$ 、 $\mathcal{N}_x$ ，由負到正，迭代起始房號 $\text{Room}(-\mathcal{M}_{n,x}, -\mathcal{M}_{n,y}, -\mathcal{M}_{n,z})$ ，對應真實迭代順序可以參考圖 3.11。



※x 方向像空間之間實際上沒有間隔，隔開只是為了更好的視覺效果

圖 3.11: 總房數為八的迭代順序示意

迭代檢查對應像空間中所有鏡像點位置，例如房間像源位置、像物件頂點位

置，若該房間像源滿足鄰近準則，以陣列 γ_R 儲存鄰近房號 $\text{Room}(\mathcal{N}_x, \mathcal{N}_y, \mathcal{N}_z)$ 並依滿足迭代先後順序分配「房間鑰匙」，同時依該「鑰匙」用陣列 γ_{is} 儲存鄰近房間像源位置與 γ_{iv} 儲存鄰近像物件頂點位置。舉例來說，如果 $\text{Room}(-3, -2, -1)$ 的房間像源為迭代過程中第一個滿足鄰近準則的像源，那麼 $\text{Key}(-3, -2, -1) = 1$ 且可以從鄰近房號陣列中找回房號 $\gamma_R[1] = \text{Room}(-3, -2, -1)$ ，也可以取得該像空間的房間像源 $\gamma_{is}[1]$ 以及像物件頂點位置 $\gamma_{iv}[1]$ 。

房間像源與像物件受阻測試

本研究的物件主要是具一定厚度的板狀物件，簡省厚度後可以視作雙面剛性的小平面，我們檢視像源與聆聽者之間的連線，以穿過小平面的數量就可以知道受阻的程度。同樣我們也能檢視將小平面拆解成數個頂點逐一與聆聽者連線，檢查穿過小平面的數量來判斷某小平面受其他小平面阻的程度。

Borish 判斷是否穿過小平面的方式是用投影點與頂點向量逐對外積 [51]，而 Calamia 則是利用轉換到以小平面各邊長為極軸的圓柱座標，計算與各邊與兩點的方位角來判斷 [48]。本研究採取的方法為稜錐陰影法，將聆聽者位置設為稜錐頂點、小平面作為底面，把側面往下至少延伸到待測點，接著再分別計算底面、待測點到稜錐頂點的高，藉由高的比例與待測點是否在稜錐內側，我們可以推斷待測點是否在稜錐陰影區，如圖 3.12。

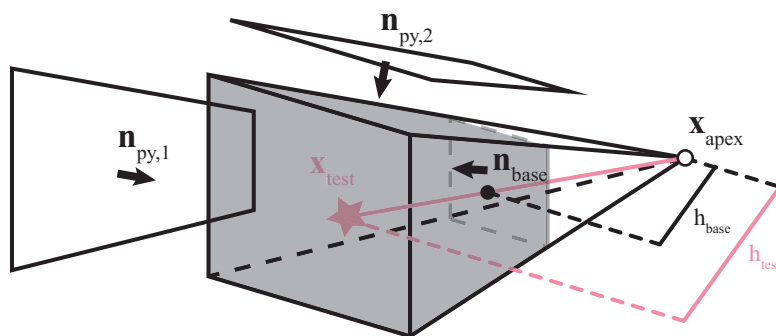


圖 3.12: 稜錐陰影法實現受阻準則的檢查

利用稜錐頂點與底面頂點的連線向量可以計算出稜錐平面的法向量 $\{\mathbf{n}_{py}\}$ (朝內為正) 以及與相對原點的法向位移 $\{d_{py}\}$, 底面有 j_{vert} 個邊就產生 j_{vert} 個包含



稜錐側面的無限大平面

$$\mathbf{n}_{py,j} \cdot \mathbf{x} = d_{py,j}, j = 1, 2, \dots, j_{\text{vert}} \quad (3.4)$$

我們可以想像成把稜錐頂點與底面的連線往無限，待測點與 j_{vert} 個無限大平面的相對位置與受阻直接相關，也就是受阻的待測點必然在所有無限大平面的內側

$$[\mathbf{n}_{py,j}]^T (\mathbf{x}_{\text{test}} - \mathbf{x}_{\text{apex}}) = [d_{\text{test},j}] - [d_{py,j}] \quad (3.5)$$

除了都要在內側之外，我們還需要計算兩個稜錐高，稜錐頂點指向底面的向量 $(\mathbf{x}_{\text{base}} - \mathbf{x}_{\text{apex}})$ ，稜錐的高就是該向量對小平面法向量的正射影長

$$h_{\text{base}} = b_{va} = \mathbf{n}_{\text{base}} \cdot (\mathbf{x}_{\text{base}} - \mathbf{x}_{\text{apex}}) \quad (3.6)$$

稜錐頂點指向待測點的向量 $(\mathbf{x}_{\text{test}} - \mathbf{x}_{\text{rec}})$ ，從稜錐頂點到待測點對應底面的高，就是該向量對小平面法向量的正射影長

$$h_{\text{test}} = b_{ta} = \mathbf{n}_{\text{base}} \cdot (\mathbf{x}_{\text{test}} - \mathbf{x}_{\text{apex}}) \quad (3.7)$$

稜錐頂點到待測點的高 h_{test} 必須到小平面的高大於 h_{base} ，才會相對於小平面處在聆聽者的異側，換句話說，受阻的待側點必然滿足高度的比例大於一

$$\frac{h_{\text{test}}}{h_{\text{base}}} > 1 \quad (3.8)$$

檢查受阻準則會因為小平面邊數 j_{vert} 與檢查點數 $\mathcal{N}_{\text{test}}$ 而提升計算量，為減省計算量我們也可以選擇放寬檢查方式，考量三種迭代檢查的流程

- a. **完整迭代** 逐稜錐側面檢查，布林值數量 $j_{\text{vert}} \times \mathcal{N}_{\text{test}}$ 。
- b. **軟陰影迭代** 待側點滿足在任一錐側面外側便視為外側，布林值數量 $\mathcal{N}_{\text{test}}$ 。
- c. **硬陰影迭代** 待側點滿足在任一錐側面內側便視為內側，布林值數量 $\mathcal{N}_{\text{test}}$ 。

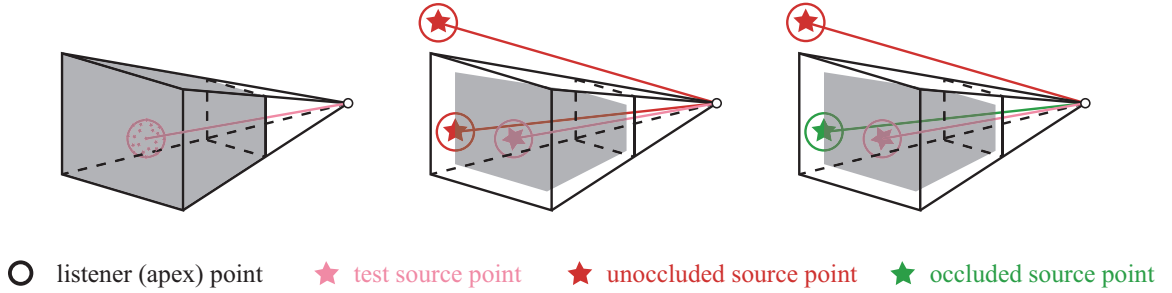
具體積的待側點如有限點聲源，假設為半徑為 r_{fs} ，則定義另三種判斷方法

- d. **十二面體近似** 待側點位置為形心，十二面體半徑為 r_{fs} 的外接球，將 20 個頂點的位置逐一檢查是否落在稜錐陰影區中，依據沒有遮蔽的比例決定聲源強

度。

e. **軟陰影縮限** 基於軟陰影迭代，額外將全部錐側面向內減少垂直距離 r_{fs} 。

f. **硬陰影縮限** 基於硬陰影迭代，額外將全部錐側面向內減少垂直距離 r_{fs} 。



同樣一個位置，軟陰影迭代（中圖紅）未受阻，硬陰影迭代（右圖綠）受阻

圖 3.13: 三種檢查具體積點受阻準則的方法

我們用鄰近像物件小平面檢視鄰近房間像源受阻情形，並區分出以下幾類：直面對聆聽者（無受阻）、只受一小平面阻擋、超過一個小平面受阻擋，可以利用兩層的巢狀迭代，定義鄰近房間數為 $\mathcal{N}_{prx}^{(3)}$ ，複雜度為

$$\mathcal{O}\left(\mathcal{N}_{prx}^{(3)} \times \mathcal{N}_{prx}^{(3)} \times \mathcal{I}_{vert}\right)$$

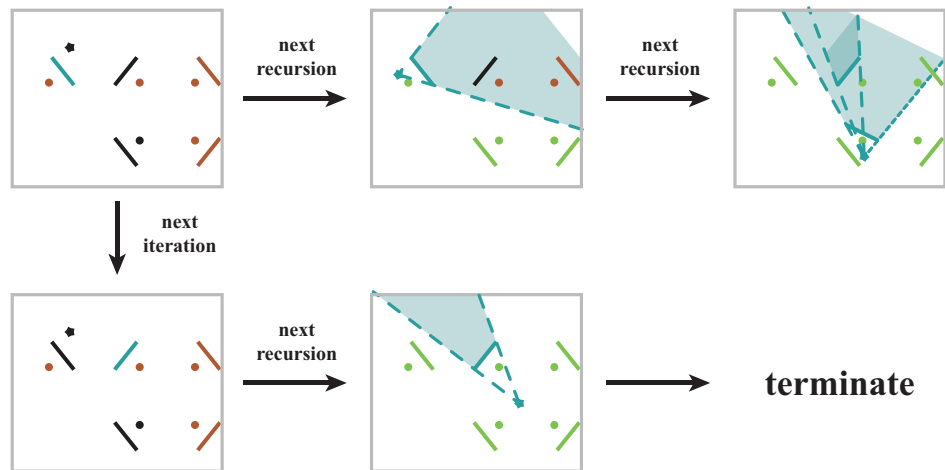
我們用鄰近像物件小平面檢視鄰近像物件小平面受阻情形，並區分出以下幾類：直面對聆聽者（無受阻）、受阻擋，可以利用兩層的巢狀迭代，複雜度為

$$\mathcal{O}\left(\mathcal{N}_{prx}^{(3)} \times \mathcal{N}_{prx}^{(3)} \times \mathcal{I}_{vert}^2\right)$$

遞迴產生物件像源

經物件面反射的路線可以藉由迭代與遞迴的混合演算法達成，參照圖 3.14，迭代任一輪中，選定其中直面對聆聽者的小平面作為為迭代起始點，標定為藍色的小平面。我們先以真實物件的小平面示範遞迴過程，從圖 3.14最左上的方格開始，將聆聽者位置（黑色星星）對該小平面鏡像進入遞迴（同列中向右一格），鏡像產生的聆聽者位置（藍色星星）稱為「像聆聽者」位置，據可聞準則該「像聆聽者」來檢查像源、像小平面，可聞的位置必須滿足與聆聽者位置連線穿過剛剛

用來鏡像的小平面，形成一個藍色錐狀的可聞範圍，在這之外的像源或像小平面皆不可聞，再利用受阻準迭代所有可聞的項目檢查是否受阻，只有與聆聽者位置連線僅通過藍色小平面才能形成可聞未受阻的項目，可聞未受阻的像源代表存在經藍色小平面的一個反射路徑、可聞未受阻的像小平面代表存在下一個可經過反射面，我們再把像聆聽者對可聞未受阻的像小平面鏡像進入下一個遞迴（同列中向右一格），此層遞迴中要穿過的藍色平面有兩個，可聞的範圍為兩個藍色錐狀範圍的交集，同樣以可聞、受阻原則檢查像源與像小平面。若該層不存在可聞未受阻或鄰近準則不滿足，遞迴終止。



藍色代表像聆聽者、可聞小平面，棕色代表可聞一次受阻像源、像小平面，黑色代表可聞直面對像源、像小平面，黑色也代表真實聆聽者，綠色代表不可聞像源、像小平面。

圖 3.14: 藉由遞迴像聆聽者產生物件像源的流程示範

3.4 脈衝響應計算

每一個路徑都可以視為一個系統，聲場有兩類聲音路徑組成：純延遲（直接音或反射音）或邊緣繞射（繞射音或反射與繞射之綜合），只有無受阻的可聞像源才對應到純延遲路徑，將小平面拆解成 $\mathcal{L}_{\text{vert}}$ 個邊緣，以聆聽者作為本位，聆聽者可聞的無受阻、一次受阻的聲源，都可以經過可聞的無受阻的邊緣形成繞射。為減省計算量，我們忽略角度造成的反射係數相位變化，透過垂直入射的反射係數與房號推算聲源的強度。



純延遲響應的計算

在章節 2.2，我們已經討論過純延遲系統連續時間的系統響應為式 (2.26)，但使用採用電腦數值計算的聲學模型，僅能表達出離散時間的系統響應。我們能夠將計算出的延遲時間貼合到最近的整數個取樣點上，利用一個離散的狄拉克函數 ($\delta[n] = 1$ ，僅在 $n = 0$) 表示成 [15]

$$h_{\text{acs}}[n] = \frac{1}{R_{\text{rs}}} \delta[n - n_{\text{rs}}], \quad n_{\text{rs}} = \text{round}\left(\frac{R_{\text{rs}}}{R_{\text{sample}}}\right) \quad (3.9)$$

其中取樣頻率為 f_{sample} ，對應的取樣時間長度為 $T_{\text{sample}} = 1/f_{\text{sample}}$ ，對應的波傳距離為 $R_{\text{sample}} = c/f_{\text{sample}}$ 。離散延遲與實際延遲存在誤差 $\Delta t_{\epsilon} = n_{\text{rs}}T_{\text{sample}} - t_{\text{rs}}$ ，最大的延遲誤差為 $\max \Delta t_{\epsilon} = 0.5T_{\text{sample}}$ ，以頻域估計兩者響應之誤差（為不要與編號 i 搞混，在此虛數單位記做 ι ）

$$\text{Error}(e^{\iota\omega}) = \frac{e^{-\iota\omega n_{\text{rs}}T_{\text{sample}}}}{R_{\text{rs}}} \left(1 - e^{0.5\iota\omega T_{\text{sample}}}\right) \quad (3.10)$$

對複數誤差取絕對值，得到

$$|\text{Error}(\omega)| = \frac{2}{R_{\text{rs}}} \left(1 - \cos(0.5\omega T_{\text{sample}})\right) = \frac{4}{R_{\text{rs}}} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_{\text{sample}}}\right) \quad (3.11)$$

將頻域絕對誤差對頻率積分，從 $f = 0$ 積分到 $f = 0.5f_{\text{sample}}$ ，計算出

$$\begin{aligned} \text{IAE} &= \frac{4f_{\text{sample}}}{\pi R_{\text{rs}}} \left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_{\text{sample}}} - \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_{\text{sample}}}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_{\text{sample}}}\right) \right) \Bigg|_{f=0}^{f=0.5f_{\text{sample}}} \\ &= \frac{\pi - 1}{\pi R_{\text{rs}}} f_{\text{sample}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

我們也可以改以低通漢寧窗的脈衝訊號來實現 [54]，但需要調整出最適當的截止頻率與窗長才能達到比式 (3.12) 更低的誤差，並且 BTM 繞射模型的解必須改以 Sinc 為基底函數，難以確保有效性。在此折衷，我們以兩個離散的狄拉克 δ 函數內插來實現

$$\begin{aligned} h_{\text{acs}}[n] &= \frac{1-a}{n_{\text{rs}}R_{\text{sample}}} \delta[n - n_{\text{rs}}] + \frac{a}{(n_{\text{rs}}+1)R_{\text{sample}}} \delta[n - n_{\text{rs}} - 1] \\ &\quad , \quad n_{\text{rs}} = \text{floor}\left(\frac{R_{\text{rs}}}{R_{\text{sample}}}\right), \quad a = \left(\frac{R_{\text{rs}}}{R_{\text{sample}}}\right) - n_{\text{rs}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

注意到我們可以把聲源、聆聽者距離 R_{rs} 取代取樣時間內波傳距離 R_{sample}

$$R_{\text{sample}} = (n_{\text{rs}} + a)^{-1} R_{\text{rs}} \quad (3.14)$$

於是改寫式 (3.13) 為

$$h_{\text{acs}}[n] = \frac{(n_{\text{rs}} + a)(1 - a)}{n_{\text{rs}} R_{\text{rs}}} \delta[n - n_{\text{rs}}] + \frac{(n_{\text{rs}} + a)a}{(n_{\text{rs}} + 1)R_{\text{rs}}} \delta[n - n_{\text{rs}} - 1] \quad (3.15)$$

考慮誤差最大的情況 $a = 0.5$ ，以頻域估計響應之誤差

$$\text{Error}(e^{i\omega}) = \frac{e^{-i\omega(n_{\text{rs}}+a)T_{\text{sample}}}}{R_{\text{rs}}} \left(1 - \frac{2n_{\text{rs}}+1}{4n_{\text{rs}}} e^{0.5i\omega T_{\text{sample}}} - \frac{2n_{\text{rs}}+1}{4n_{\text{rs}}+4} e^{-0.5i\omega T_{\text{sample}}} \right) \quad (3.16)$$

對於 $n_{\text{rs}} \gg 1$ ，近似出頻域絕對誤差

$$|\text{Error}(\omega)| = \frac{1}{R_{\text{rs}}} \left(1 - \cos(0.5\omega T_{\text{sample}}) \right) = \frac{2}{R_{\text{rs}}} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{f}{f_{\text{sample}}}\right) \quad (3.17)$$

我們發現式 (3.17) 只是式 (3.11) 的一半，因此頻域絕對誤差的積分非常雷同於式 (3.12)，得到只用一個離散狄拉克 δ 函數情形的一半

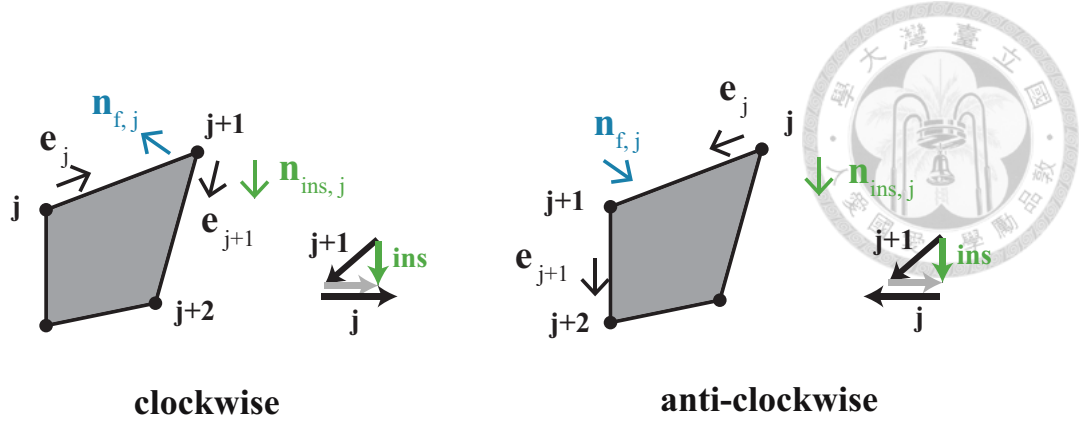
$$\text{IAE} = \frac{\pi - 1}{2\pi R_{\text{rs}}} f_{\text{sample}} \quad (3.18)$$

總結來說，在已知路徑（包括聲源、聆聽者位置）且給定聲速 c 、取樣率 f_{sample} 的前提下，可以計算出 R_{rs} 、 n_{rs} 與 a ，因此能利用式 (3.15) 來估計該路徑的脈衝響應。

邊緣繞射響應的計算

我們首先要依序號拆解出小平面的邊緣，透過迭代小平面頂點，參照圖 3.15，序號 j 的頂點位置為 $\mathbf{x}_j$ ，與其相連的下一序號頂點位置 $\mathbf{x}_{j+1}$ ，若 $j+1 > j_{\text{vert}}$ 則令該序號為 $j+1 - j_{\text{vert}}$ ，指向下一序號的邊緣向量為 $\mathbf{e}_j = \mathbf{x}_{j+1} - \mathbf{x}_j$ ，邊緣單位向量為 $\hat{\mathbf{e}}_j = \mathbf{e}_j / |\mathbf{e}_j|$ 。試著把座標調整成章節 2.3 的圓柱座標，我們的目標是將當前邊緣內側方向視作 $\theta = 0^\circ$ 的徑方向、平面法向量 $\mathbf{n}_f$ 平行於 $\theta = 90^\circ$ 的徑方向，首先把小平面單位法向量定義成

$$\hat{\mathbf{n}}_{f,j} = \hat{\mathbf{e}}_{\ell} \times \hat{\mathbf{e}}_j \quad (3.19)$$


 圖 3.15: 平面拆解第 $\mathcal{J}$ 個邊緣的座標定義示意圖

其中 $\hat{\mathbf{e}}_\ell$ 為任一其他序號單位邊緣向量 $\ell \neq \mathcal{J}$ 。注意到 $\hat{\mathbf{e}}_\ell$ 指向是往內側方向，但不見得垂直於當前邊緣單位向量 $\hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}}$ ，因此可以利用 $\hat{\mathbf{e}}_\ell$ 藉由扣除對 $\hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}}$ 的正射影，或直接表達成向量三叉積，計算當前邊緣內側垂直單位為

$$\hat{\mathbf{n}}_{\text{ins},\mathcal{J}} = \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}} \times \hat{\mathbf{n}}_{\text{f},\mathcal{J}} = \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}} \times (\hat{\mathbf{e}}_\ell \times \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}}) = \hat{\mathbf{e}}_\ell - (\hat{\mathbf{e}}_\ell \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}}) \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}} \quad (3.20)$$

為迭代考量我們簡單指定 ℓ 為 $\mathcal{J}+1$ ，若 $\mathcal{J}+1 > \mathcal{J}_{\text{vert}}$ 則令 ℓ 為 $\mathcal{J}+1 - \mathcal{J}_{\text{vert}}$ ，因此可以得到以 $\hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}}$ 為軸的圓柱座標，我們還可進一步設定 $\mathbf{x}_{\mathcal{J}}$ 為邊緣圓柱座標的原點，將任意原始座標位置 $\mathbf{x}$ 進行線性變換

$$\mathcal{U}_{\text{cart2cyl}} \mathbf{G}_{\text{edg}} \{\mathbf{x}; \mathcal{J}\} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{n}}_{\text{ins},\mathcal{J}} & \hat{\mathbf{n}}_{\text{f},\mathcal{J}} & \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}} \end{bmatrix}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathcal{J}}) \quad (3.21)$$

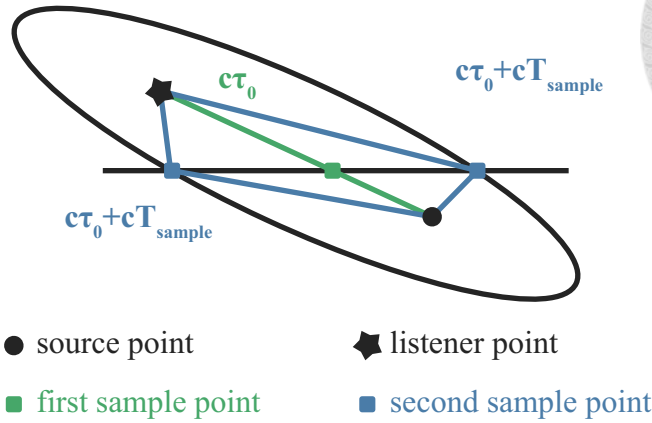
其中直角座標到圓柱座標的變換定義成

$$\mathcal{U}_{\text{cart2cyl}} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \sqrt{x^2 + y^2} & \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) & z \end{bmatrix}^T \quad (3.22)$$

在小平面拆解成邊緣後，還需要額外處理，因不計入支撐所造成的聲場改變（如圖 3.8 所示），我們必須截短或忽略支撐覆蓋的邊緣。忽略的實現方法較為簡單，我們只要直接在迭代邊緣過程中跳過要忽略的邊緣即可。截短的實現方法為，指定要截短的邊緣序號 $\mathcal{J}$ ，定義新線段起點與終點

$$\mathbf{x}_{c,1} = \mathbf{x}_{\mathcal{J}} + c_1 \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{x}_{c,2} = \mathbf{x}_{\mathcal{J}} + c_2 \hat{\mathbf{e}}_{\mathcal{J}}$$

圖 3.16: 邊緣繞射等抵達路徑問題：橢圓與 z 軸交點

其中 $0 < c_1 < c_2 < 1$ ，終點較起點靠近序號 $j+1$ 的頂點，保持同樣的單位邊緣向量 $\hat{\mathbf{e}}_j$ 。我們可以推廣到截短出多段新邊緣的方法，只要給定

$$\mathbf{x}_{c,2k-1} = \mathbf{x}_j + c_{2k-1}\hat{\mathbf{e}}_j \quad (3.24)$$

$$\mathbf{x}_{c,2k} = \mathbf{x}_j + c_{2k}\hat{\mathbf{e}}_j$$

其中 $k \in \mathbb{Z}^+$ ，且係數集合 c 滿足 $0 < c_1 < c_2 < \dots < c_{2k-1} < c_{2k} < \dots < 1$ 。

對任一拆解出的邊緣，基於式 (2.56)、式 (2.57)、式 (2.58) 的 z_w 線積分，得以計算（連續時間下）單一線段構成的邊緣脈衝響應。若要以數值積分來估計，在離散時間之間的時間間隔是固定的前提下，某耗費離散時間 n 抵達的響應，對應到的路徑是經過邊緣上點 $z = z_w[n]$ ，另一耗費離散時間 $n + \Delta n$ 抵達的響應，對應到的路徑是經過邊緣上點 $z = z_w[n + \Delta n]$ ，注意到 $\Delta z = z_w[n + \Delta n] - z_w[n]$ 是離散時間 n 的多值函數，也就是說我們無法以固定間隔的離散 z_w 做數值積分且對應點 $z_w[n]$ 不只一個。若能夠確認邊緣上的邊緣間隔點為單一，其間隔範圍是 $z \in [z_l, z_u]$ ，貢獻的脈衝響應表示成 [48]

$$h_{\text{diff}}[n; z_l, z_u] = -\frac{\nu}{4\pi} \int_{z_l}^{z_u} \frac{\beta_{\text{sr}}}{\ell_s \ell_r} dz \quad (3.25)$$

接下來要處理的問題是等取樣時間的邊緣間隔，這是一個 (r, z) 平面的問題，聲源位置 $(r_{\text{src}}, z_{\text{src}})$ 、聆聽者位置 $(r_{\text{rec}}, z_{\text{rec}})$ ，經 z 軸某點以延遲時間

$t = \tau_{w0} + mT_{\text{sample}}$ 從聲源抵達聆聽者，最短路徑是一條通過對 z 鏡射聆聽者位置 $(-r_{\text{rec}}, z_{\text{rec}})$ 與聲源位置的線段，最短路徑長度很單純只是兩點線段距離

$$c\tau_{w0} = \sqrt{(r_{\text{src}} + r_{\text{rec}})^2 + (z_{\text{src}} - z_{\text{rec}})^2} \quad (3.26)$$

經 (r, z) 平面上任意中介點從聲源抵達聆聽者，形成兩條線段，要求中介點滿足兩路徑長 ℓ_s, ℓ_r 相加等於某定值，將會形成焦點為聲源、聆聽者且長軸為 $\ell_s + \ell_r$ 的橢圓，如圖 3.16 所示。事實上我們若要求 $\ell_s + \ell_r = c\tau_{w0}$ ，焦距與長軸將會相等，橢圓退化為直線段。由此橢圓概念，現設定 $\ell_s + \ell_r = c\tau_{w0} + cmT_{\text{sample}}$ ，找橢圓與 z 軸的兩交點，便能得知耗費相等取樣時間抵達對應的兩個邊緣點。定義任兩等時點為

$$z_{w-}[m] = z_{w0} - z_{-}[m], \quad z_{w+}[m] = z_{w0} + z_{+}[m] \quad (3.27)$$

其中 z_{-} 與 z_{+} 為分別往兩個方向的間隔函數。

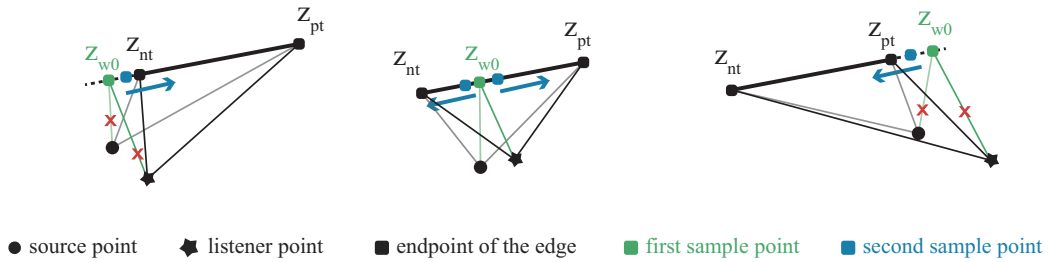


圖 3.17: 有限長度邊緣允許的繞射路徑，三種情形

明顯我們可以看到除 $m = 0$ 之外等路徑長度抵達的繞射響應皆有兩個對應 z 軸點，將往正方向的令為 $z_{w,m}$ ，往負方向的令為 $z_{w,-m}$ ，離散的繞射聲場響應可以表示成，兩個式 (3.25) 線積分的相加，令 $m = n - \text{floor}(\tau_{w0}f_{\text{sample}})$

$$\begin{aligned} h_{\text{diff}}[n] &= h_{\text{diff1}}[n] + h_{\text{diff2}}[n] \\ &= h_{\text{diff0}}[n; z_{w,-m}, z_{w,-m-1}] + h_{\text{diff0}}[n; z_{w,m}, z_{w,m+1}] \end{aligned} \quad (3.28)$$

對第 j 邊緣圓柱座標來說，實際能產生繞射的邊緣範圍為 $z \in [0, |e_j|] = [z_{\text{nt}}, z_{\text{pt}}]$ ， z 軸上一定能找到唯一的最短路徑對應點 $z = z_{w0}$ ，但因邊緣線段長度有限，實際上會有三種情形， $z_{w0} < z_{\text{nt}} < z_{\text{pt}}$ 、 $z_{\text{nt}} < z_{w0} < z_{\text{pt}}$ 、 $z_{\text{nt}} < z_{\text{pt}} < z_{w0}$ ，也就是用圖 3.17 中最短路徑點的落點來劃分。

第一種情形（圖 3.17 中最左），僅存在 $h_{\text{diff}2}$ ，兩端皆在 z_{w0} 正方向側，從一端 $z = z_{\text{nt}}$ 往正方向取一個取樣時間間隔；第二種情形（圖 3.17 中間）， $z = z_{\text{nt}}$ 端在 z_{w0} 負方向側， $z = z_{\text{pt}}$ 端在 z_{w0} 正方向側；第三種情形（圖 3.17 中最右），僅存在 $h_{\text{diff}1}$ ，兩端皆在 z_{w0} 負方向側，從一端 $z = z_{\text{nt}}$ 往正方向取一個取樣時間間隔。第一、三種情形皆由其中一端前半個取樣時間的路徑點開始，設定 $z_{\text{nt}} = z_+[m_{\text{nt}}]$ 且 $z_{\text{pt}} = -z_-[m_{\text{pt}}]$ ，具體離散繞射點的分布以表 3.3 呈現。

表 3.3: 等取樣時間間隔，繞射點分布

情形	$z_{w,-2}$	$z_{w,-1}$	$z_{w,0}$	$z_{w,+1}$	$z_{w,+2}$
一	-	-	$z_+[m_{\text{nt}} - 0.5]$	$z_+[m_{\text{nt}} + 0.5]$	$z_+[m_{\text{nt}} + 1.5]$
二	$-z_-[1.5]$	$-z_-[0.5]$	0	$z_+[0.5]$	$z_+[1.5]$
三	$-z_-[m_{\text{pt}} + 1.5]$	$-z_-[m_{\text{pt}} + 0.5]$	$-z_-[m_{\text{pt}} - 0.5]$	-	-

計算繞射點間隔便能夠以數值積分方式計算式 (3.25)，本研究直接使用 MATLAB 中內建的高斯-克龍羅德求積法（Gauss-Kronrod quadrature）作為精確數值結果 $h_{\text{gk}}[n]$ ，但考量到室內聲場可聞的邊緣繞射路徑計算量龐大，使用 MATLAB 中內建的梯形求積法作為近似數值結果 $h_{\text{trapz}}[n]$ ，切割原始積分份數為 4 份。以下固定邊緣線段為 (0, 0.6, 0) 至 (0.6, 0.6, 0) 與固定聆聽者位置 (0.1, 0.4, 0.2)，並以 (0.1, 0.4, 0.2) 為聲源分布中心，取隨機空間位置向量遵循三維獨立常態分布，標準差為 1 m，共取一萬點隨機聲源位置，參考圖 3.18。估計近似與精確數值結果的誤差定義為

$$\log \sum_n \left| h_{\text{trapz}}[n] - h_{\text{gk}}[n] \right| \quad (3.29)$$

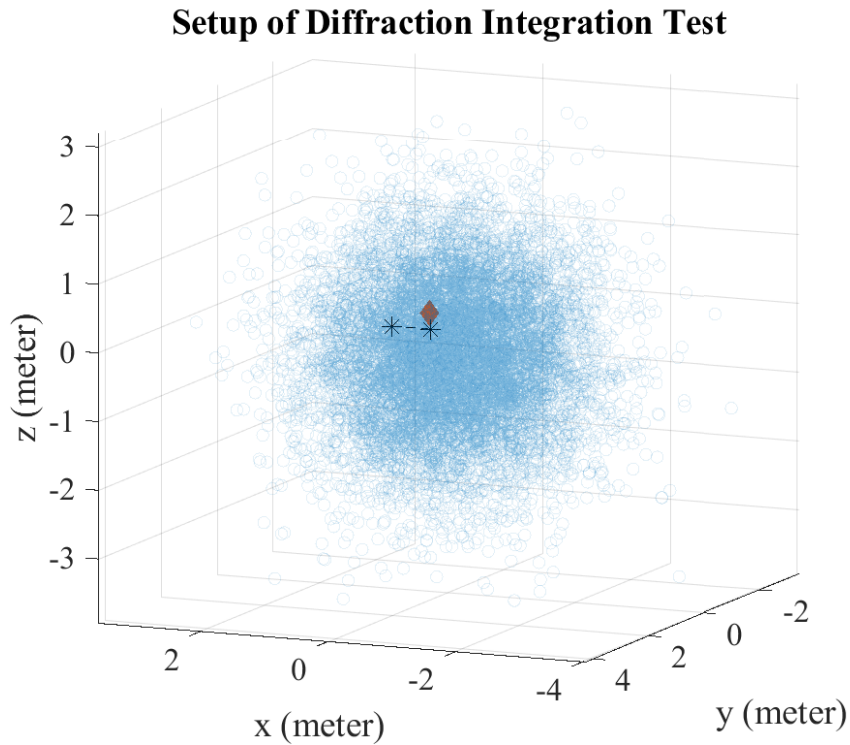
誤差分布如圖 3.19 所示，整個離散時間所累積的絕對誤差大多不超過 10^{-4} 這個數量級，精確解所耗費時間約為計算一個邊緣 80 ms，梯形法近似解所耗費時間約為計算一個邊緣 20 ms。我們還能藉由剔除特定繞射路徑來減輕繞射計算量，本研究核心想法基於 Calamia 研究的剔除法，他用角度閾值來描述靠近陰影區、反射區邊界的程度，越靠近邊界響應的變化越劇烈 [48]，遠離邊界的直接剔除不計算數值積分。在此不直接剔除，越靠近邊界的數值積分取越多點的線性內插，並且更集中計算較早的取樣點，達到減少數值積分次數同時保持精確度。採用的方法可以用以下流程表示：

1. 設定數個角度閾值 $\left\{ \theta_{\text{thres}} \right\} = \left\{ 1^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ \right\}$
2. 分別計算 $\phi_2(\theta_{\text{rec}})$ 、 $\phi_4(\theta_{\text{rec}})$



3. 陰影區邊界為 $\phi_2 = 0$ ，計算 $|\nu\phi_2(\theta_{\text{rec}})|$
4. 反射區邊界為 $\phi_4 = 0$ ，計算 $|\nu\phi_4(\theta_{\text{rec}})|$
5. 步驟 3、4 取較小值與 $\{\theta_{\text{thres}}\}$ 比較大小
6. 依大小關係決定內插數量與集中度

再次以同樣的常態分佈之聲源位置進行誤差分析，共取一萬點，誤差分布如圖 3.20a 所示，將誤差排名，取出誤差較大與中間的估計響應（百分等級分別為 99 與 50），分別如圖 3.20b、圖 3.20c 所示。再誤差分布上明顯可以看到，一大部分移到 10^{-2} 這個數量級，犧牲精確度的結果，換得計算時間的下降，此估計響應方法平均計算一個邊緣耗費 2.0 ms。



藍圓圈：聲源、黑星號：邊緣線段、實心菱形：聆聽者

圖 3.18: 計算邊緣繞射的空間位置分布圖

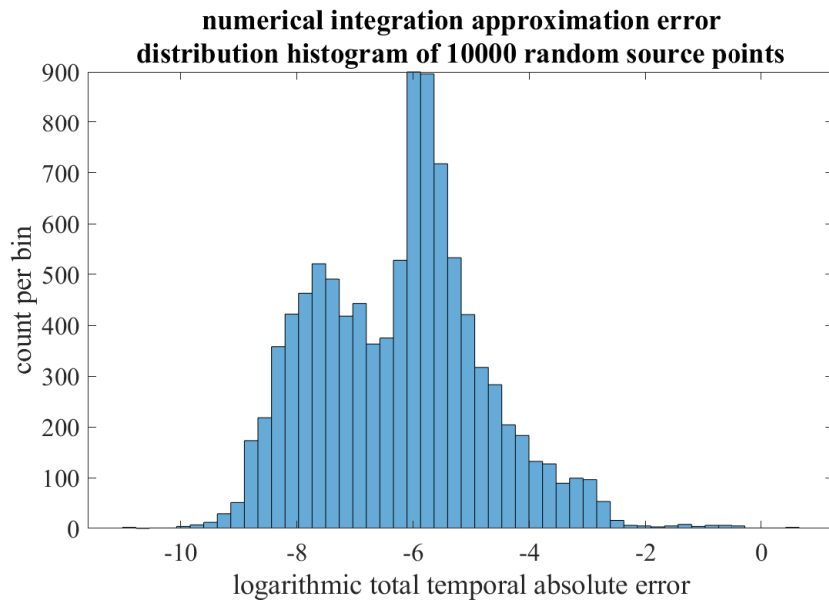
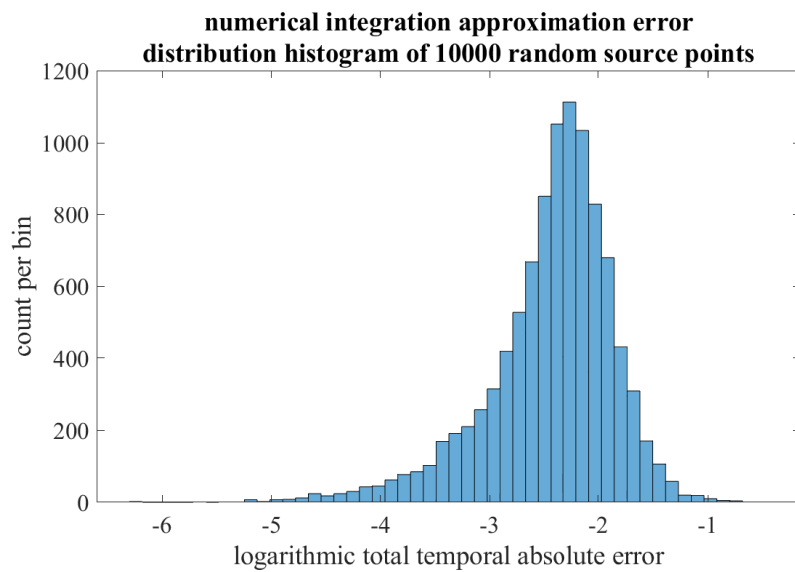
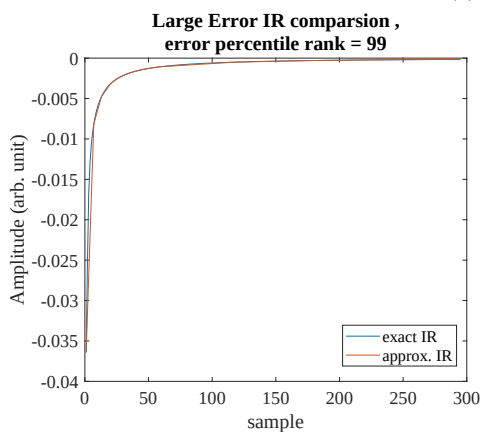


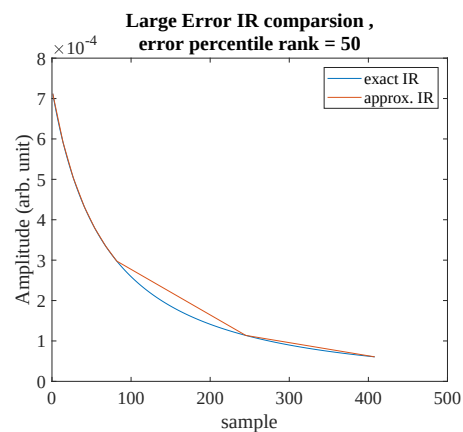
圖 3.19: 使用梯形法計算邊緣繞射的誤差



(a) 誤差分布



(b) 誤差百分等級 99 的脈衝響應比較



(c) 誤差百分等級 50 的脈衝響應比較

圖 3.20: 依角度內插的綜合方法估計邊緣繞射的誤差





第四章 實驗響應與驗證方法

4.1 實驗量測理論與設備

為量測真實空間的聲學響應，本實驗採用數位類比混合訊號經量測麥克風與揚聲器測試聲學空間，其系統可以藉由圖 4.1 表達。假使將電路、揚聲器、聲學

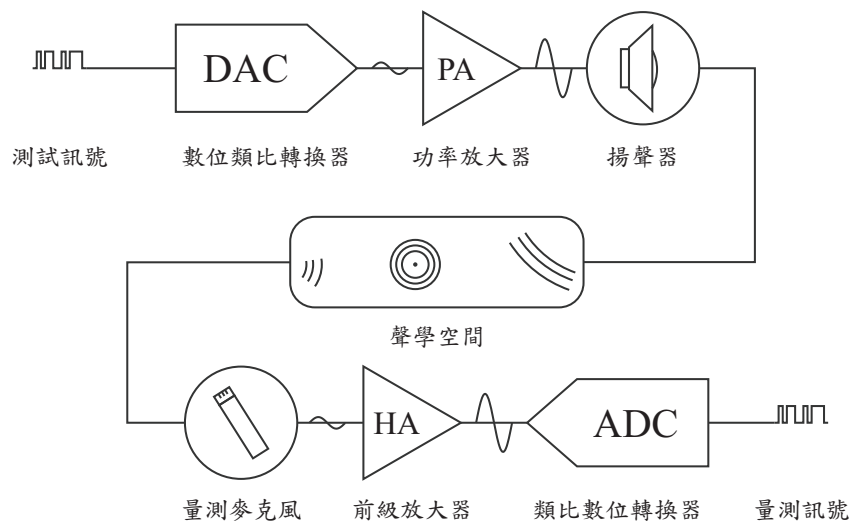


圖 4.1: 利用混合訊號電路量測聲學空間響應之分塊圖

空間、量測麥克風皆視為線性非時變系統，只要取樣率高於兩倍的最高訊號頻率根據取樣定理，我們能以理想的低通濾波器重建原始訊號 [55] 一個位元度提高量化誤差的訊雜比約為 6.02 dB [56]，如 16 bit 提供 96 dB 的範圍。恰因聲音訊號主要介於 20 Hz 到 20 kHz 而預期的動態範圍大約為 80 dB，即使以現實的濾波器實作，我們只要確保有足夠高的取樣率以及足夠大的位元度，就能忽視取樣以及量化的影響。將輸入揚聲器的訊號定為 $x(t)$ 而量測麥克風輸出的訊號定為 $y(t)$ ，考量揚聲器 $h_{ls}(t)$ 、聲學空間 $h_{acs}(t)$ 、麥克風 $h_{mic}(t)$ 之系統響應以及這之中的雜訊干擾



$N_a(t)$ ，兩訊號之關係表達為

$$y(t) = (h_{ls} * h_{acs} * h_{mic})(t) * x(t) + N_a(t) \quad (4.1)$$

定義包含放大器的轉換運算子 $\hat{A}_D$ 和 $\hat{D}_A$ ，將轉換誤差、電路雜訊定為 $N_e(t)$ 或 $N_e[n]$ ，則任意訊號 f 的數位 $f[n]$ 、連續 $f(t)$ 形式的關係表達為

$$f(t) = \hat{A}_D\{f[n]\} + N_e(t), \quad f[n] = \hat{D}_A\{f(t)\} + N_e[n] \quad (4.2)$$

且同時定義經單次轉換之訊號記法為

$$\tilde{f}(t) = \hat{A}_D\{f[n]\}, \quad \tilde{f}[n] = \hat{D}_A\{f(t)\} \quad (4.3)$$

測試數位訊號為 $x[n]$ 及量測數位訊號 $y[n]$ ，藉由式 (4.2) 與式 (4.1)，我們可以得到

$$y[n] = \hat{D}_A\{(h_{ls} * h_{acs} * h_{mic})(t) * [\hat{A}_D\{x[n]\} + N_e(t)] + N_a(t)\} + N_e[n] \quad (4.4)$$

整併為

$$y[n] = (\tilde{h}_{ls} * \tilde{h}_{acs} * \tilde{h}_{mic})[n] * \tilde{x}[n] + N_{heae}[n] \quad (4.5)$$

$N_{heae}[n]$ 為整體的雜訊與 $N_e[n]$ 、 $N_a(t)$ 以及轉換誤差相關。最終得到量測之系統響應與輸入、輸出數位訊號的關係式

$$y[n] = (h * x)[n] + N[n] \quad (4.6)$$

僅改變聲學空間，量測系統、測試訊號維持固定，式 (4.1) 與式 (4.6) 能推廣為

$$y_i(t) = (h_{ls} * h_{acs,i} * h_{mic})(t) * x(t) + N_{a,i}(t) \Leftrightarrow y_i[n] = (h_i * x)[n] + N_i[n] \quad (4.7)$$

本實驗旨在驗證特定聲學空間中加入隔板後的聲學響應變化，具體來說，在第 i 組聲學空間無隔板之響應為 $h_{acs,i}(t)$ 而加入隔板後的響應為 $g_{acs,i}(t)$ ，麥克風所輸出之連續訊號分別為：

$$y_i(t) = (h_{ls} * h_{acs,i} * h_{mic})(t) * x(t) + N_{a,i}(t) \quad (4.8)$$

$$w_i(t) = (h_{ls} * g_{acs,i} * h_{mic})(t) * x(t) + N_{a,i}(t) \quad (4.9)$$

本實驗使用兩類測試訊號：啁啾、預錄無迴響語音。前者用以取得整體系統的響應 $h_i[n]$ 及 $g_i[n]$ ，後者則用以取得經整體系統變化後的語音訊號 $y_{Ri}[n]$ 及 $w_{Ri}[n]$ 。

對數正弦啁啾法

啁啾 (chirp) 是一種以頻率隨時間變化的正弦掃描訊號，而對數正弦啁啾法 (logarithmic chirp technique) 是以頻率變化與時間成指對數關係的啁啾作為輸入訊號的測試方法，它能夠在時域分離諧波失真的響應 [57]，四種常用於量測聲音脈衝響應的方法中有著極低的誤差，在沒有一個沒有嚴重環境噪音、空蕩的房間中且無即時分析的需求，此方法是首選 [58]。具體來說以 $x(t) = \sin \phi(t)$ 作為測試訊號並將量測到的訊號 $y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t) * \sin n\phi(t)$ 經反向濾波器 $x_{inv}(t)$ 運算將可以得到 (數學表達式參考自 [59])

$$h(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t + \Delta t_n) \quad (4.10)$$

經初始相位同步過後不同階諧波響應之延遲可以表達為

$$\Delta t_n = L_{swp} \ln n \quad (4.11)$$

其中升頻時長 L_{swp} 是初始頻率 f_1 、最終頻率 f_2 、掃描期間 T_{swp} 的函數

$$L_{swp} = \frac{1}{f_1} \text{round}\left(f_1 \frac{T_{swp}}{\ln \frac{f_2}{f_1}}\right) \quad (4.12)$$

實際使用的啁啾訊號會在設定之啁啾前後插入額外訊號，分別是預掃描 (pre-sweep) 以及無聲片段。前者是為了避免待測裝置起始的不穩定 [60]；後者與量測之線性脈衝響應尾段期間直接相關，為避免欲量測之響應遭截斷，必須加入一定期間的無聲片段。綜上所述，以啁啾作為測試訊號一共有五項參數需要設定：掃描期間、初始頻率、最終頻率、預掃描期間、無聲期間。特別注意到更長的期間有更準確的線性脈衝響應，但會使得量測較耗時、資料檔案較大；而無聲期間決定可解析線性脈衝響應尾段長度 [59]。

預錄無迴響語音之測試訊號

以預先錄製語音樣本作為輸入訊號將能重現實際情形，同時也能作為可聽化模擬之對照。於無響室中從四個水平方位距發話者頭部半公尺處，預先錄製長度約六秒的談話類型語音訊號，語速與字句停頓並無統一，共有兩個樣本。設定取樣率48 kHz、位元度16 bit 以線性相位代碼調變錄製成.wav 檔。完整預錄語音測試訊號波形如圖 4.4，由三個片段組成：

片段一 作為量測音訊對齊的低頻鼓聲訊號，包含無聲片段共四秒長

片段二 生理女性（基頻約為240 Hz）的華語語音樣本，其訊號波形如圖 4.2，內容為：「這是一個聲音繞射的實驗，現在是民國一百一十二年。」

片段三 生理男性（基頻約為160 Hz）的華語語音樣本，其訊號波形如圖 4.3，內容為：「這是一個聲音繞射的實驗，今年是民國一百一十二年。」

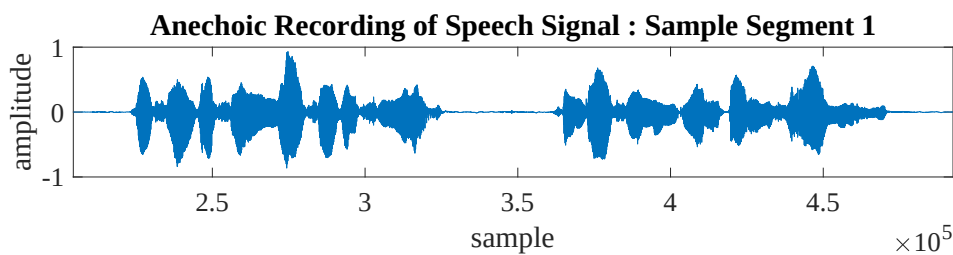


圖 4.2: 生理女性語音訊號樣本

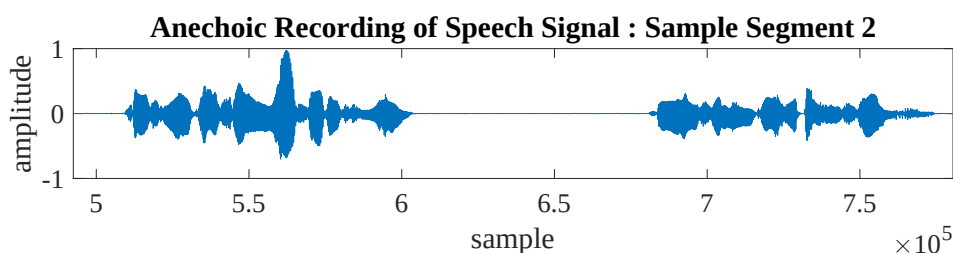


圖 4.3: 生理男性語音訊號樣本

將完整預錄語音測試訊號繪製成聲譜圖，進行短時傅立葉轉換（Short-time Fourier Transform, STFT），使用長度 $N = 4096$ sample 的 Blackman-Harris 窗 [61, 62]，窗間的重疊長度為3876 sample，完整的聲譜圖如圖 4.5所示。

我們播放完整測試訊號，經整體系統重現後以設備錄製，原始錄製到的訊號為 $y_{ri}[n]$ 及 $w_{ri}[n]$ ，考量到錄製訊號存在系統以外的群延遲誤差（例如人為執行實

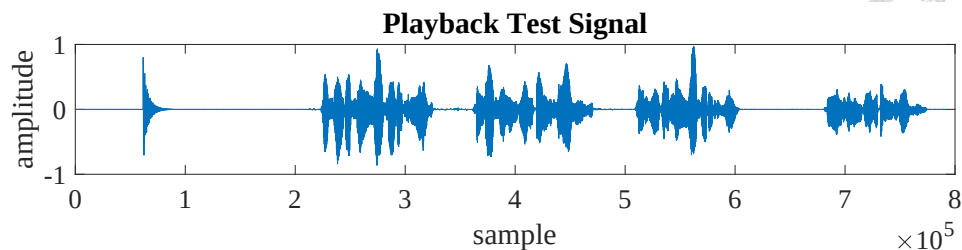


圖 4.4: 完整預錄語音測試訊號

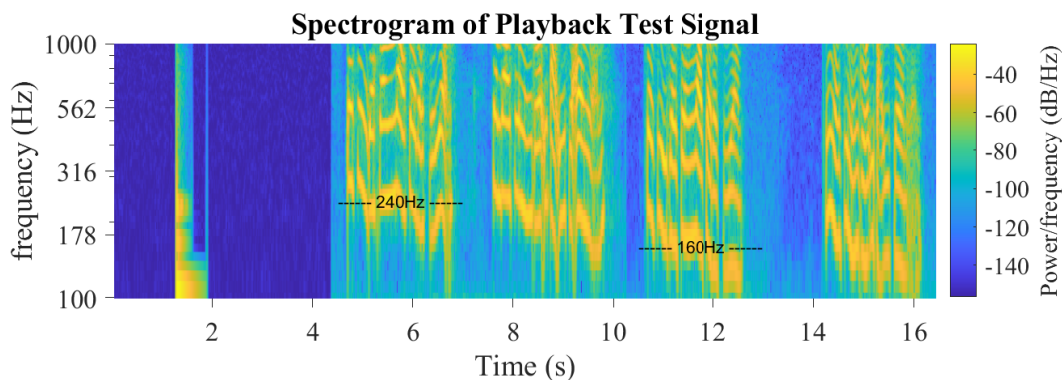


圖 4.5: 完整測試訊號之聲譜圖

驗產生的延遲誤差)，我們還要額外進行後處理移除。採用的方法是，除主要分析的語音訊號外加入低頻鼓聲（片段一），並用低頻鼓聲的峰值來對齊，對齊後截去片段一的部分僅保留人聲語音訊號，得到的訊號才是主要分析的語音訊號 $y_{Ri}[n]$ 及 $w_{Ri}[n]$ 。

空間座標量測

量測之聲音空間響應為揚聲器、麥克風位置、物間位置的函數，為進行實驗量測響應與模擬響應的比較，除量測聲學響應之外還需要額外量測空間數個物件的座標。本實驗採用與四個參考點與待測點之距離，估算實際空間中該待測點的座標。（為了不與訊號的記號方法 $x(t), y(t)$ 等混用，此章節使用 χ_1, χ_2, χ_3 表示空間三個方向的座標）

$$\|\chi - \chi_{\text{ref},i}\|^2 = l_i^2, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4.13)$$

任選兩個參考點等式相減，可以得到

$$-2(\chi_{\text{ref},i} - \chi_{\text{ref},j}) \cdot \chi + \|\chi_{\text{ref},i}\|^2 - \|\chi_{\text{ref},j}\|^2 = l_i^2 - l_j^2 \quad (4.14)$$

任四點中選出相異兩點，共有 C_2^4 種組合，只要參考四點不構成單一平面，只要選出任意三組方程式形成聯立，便能解出待測點之空間座標，在此選擇

$$\begin{bmatrix} \Delta_{12}\mathbf{x}_{\text{ref}} & \Delta_{23}\mathbf{x}_{\text{ref}} & \Delta_{34}\mathbf{x}_{\text{ref}} \end{bmatrix}^T \mathbf{x} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta_{12}(\|\mathbf{x}_{\text{ref}}\|^2 - l^2) & \Delta_{23}(\|\mathbf{x}_{\text{ref}}\|^2 - l^2) & \Delta_{34}(\|\mathbf{x}_{\text{ref}}\|^2 - l^2) \end{bmatrix}^T \quad (4.15)$$

其中差分記號定義為

$$\begin{aligned} \Delta_{ij}\mathbf{x}_{\text{ref}} &= \mathbf{x}_{\text{ref},i} - \mathbf{x}_{\text{ref},j} \\ \Delta_{ij}\|\mathbf{x}_{\text{ref}}\|^2 &= \|\mathbf{x}_{\text{ref},i}\|^2 - \|\mathbf{x}_{\text{ref},j}\|^2 \\ \Delta_{ij}l^2 &= l_i^2 - l_j^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

由式 (4.15) 對應出簡潔的線性方程組 $\mathbb{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ，當中 $\text{rank}(\mathbb{A}) = 3$ ，空間座標之解為 $\mathbf{x} = \mathbb{A}^{-1}\mathbf{b}$ 。以幾何解釋此解法，我們可以將原始四個等式想像成各自以四個參考點當作原點、半徑為四種長度的球面，如圖 4.6 所示，兩兩球面相交處能構成 C_2^4 個平面，任意取三個平面相交於一點，此點為待測點。

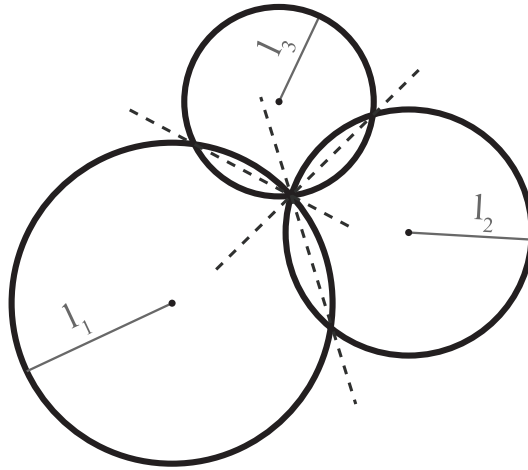


圖 4.6: (二維空間) 三圓相交於一點，兩兩圓之相交線也交於該點。

空間座標系設定

本實驗有兩種座標系，主要為原點設定差異，第一種 $\mathcal{S}_1$ 是將房間地面形心設為原點，第二種 $\mathcal{S}_2$ 將隔板於桌面投影線段之形心設為原點。兩者皆簡化

房間為長方體，並設定最長邊之方向設定為前後向 χ_3 ，與地面垂直方向為下上向 χ_2 ，剩餘方向為左右向 χ_1 。本實驗的無響室空間，整個空間可以用寬3.02m、高2.19m、深4.83m的長方體代表，設定座標為左右向： $\chi_1 \in [-1.510, +1.510]$ 、下上向： $\chi_2 \in [0.000, 2.190]$ 、前後向： $\chi_3 \in [-2.415, 2.415]$ 。本實驗的長方形房間，共為寬3.44m、高2.90m、深9.6m的長方體，設定座標為左右向： $\chi_1 \in [-1.892, +1.548]$ 、下上向： $\chi_2 \in [-0.815, 2.085]$ 、前後向： $\chi_3 \in [-6.652, 2.948]$ 。

空間座標實例計算與誤差討論

以無響室為例，並將四個參考點座標羅列於表 4.1，在空間隨機取一個待測點 $\hat{\chi}$ ，直接計算出與四個參考點之距離 $l_i = \|\chi_{\text{ref},i} - \hat{\chi}\|$ ，以這四距離 l_i 、四參考點 $\chi_{\text{ref},i}$ 作為已知解式 (4.15) 得到另一點 χ ，進行 N 次並記錄解算座標點相對距離之誤差 $\|\chi - \hat{\chi}\|$ ，誤差呈現之分布為圖 4.7，而平均誤差小於 10^{-15}m 近乎是零。接下來考慮量測存在誤差，假設四個存在平均誤差 δl 皆為1cm，

表 4.1: 範例參考點之空間座標

	參考點一	參考點二	參考點三	參考點四
χ_1	+0.000	+0.000	-0.900	+0.895
χ_2	+2.190	+2.190	+0.020	+0.020
χ_3	+0.000	+0.494	+0.605	+0.605

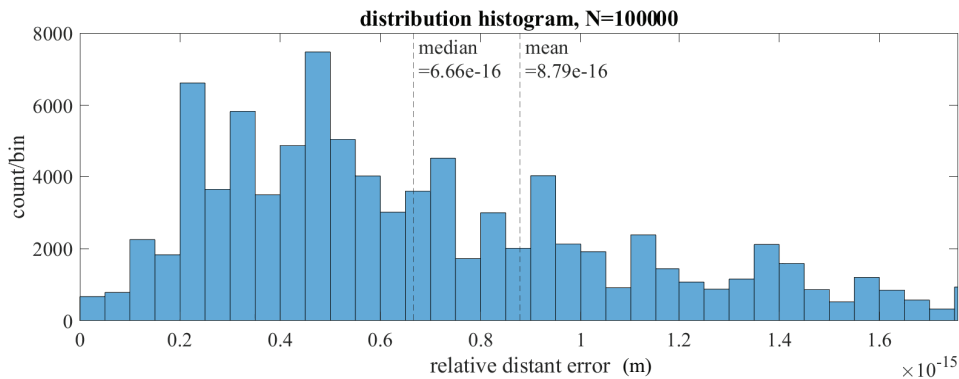


圖 4.7: 量測距離毫無誤差下，解算與真實待測點之誤差

將量測距離視為隨機變數 $\mathfrak{L}_i$ ，服從一個位置母數 l_i 、尺度母數為 δl 的常態分布，記為 $\mathfrak{L}_i \sim N(l_i, \delta l)$ ，以 $\mathfrak{L}_i$ 及 $\chi_{\text{ref},i}$ 作為已知解式 (4.15) 得到另一點 χ ，進行 N 次並記錄解算座標點相對距離之誤差 $\|\chi - \hat{\chi}\|$ ，誤差呈現之分布為圖 4.8，而平均誤差約為5cm。重複同樣的步驟僅將 δl 改變為0.1cm、0.5cm、2cm，得到之平均誤差分別約為0.5cm、2.5cm、10cm。若將待測物限縮在四參考點中

間區域，具體來說 $\chi_1 \in (-0.5, +0.5)$, $\chi_2 \in (0, +2.19)$, $\chi_3 \in (-1, +1)$ ，在設定 $\delta l = 0.1\text{ cm}, 0.5\text{ cm}, 1\text{ cm}, 2\text{ cm}$ 下，計算之平均誤差為 $0.4\text{ cm}, 1.8\text{ cm}, 3.6\text{ cm}, 7.3\text{ cm}$ 。因此推測以計算方法搭配精度為 δl 之距離量測器具，空間任一點所得到的平均誤差為 $5\delta l$ ，限縮在參考點中間區域則能下降到 $3.6\delta l$ 。

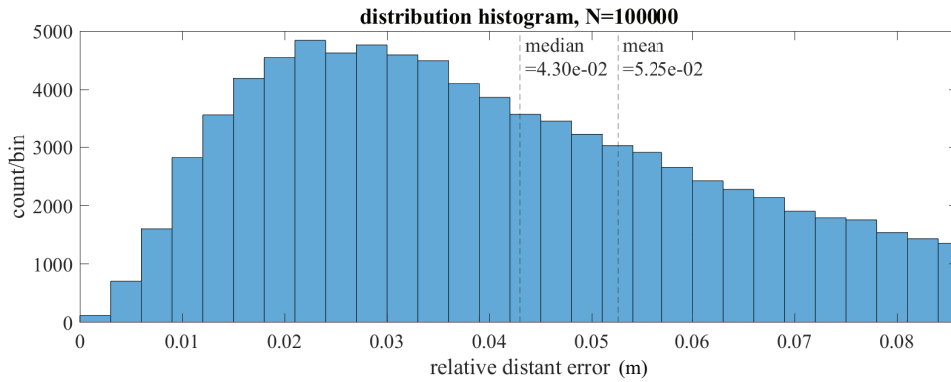


圖 4.8: 四量測距離皆存在 1 cm 誤差下解算與真實待測點之誤差

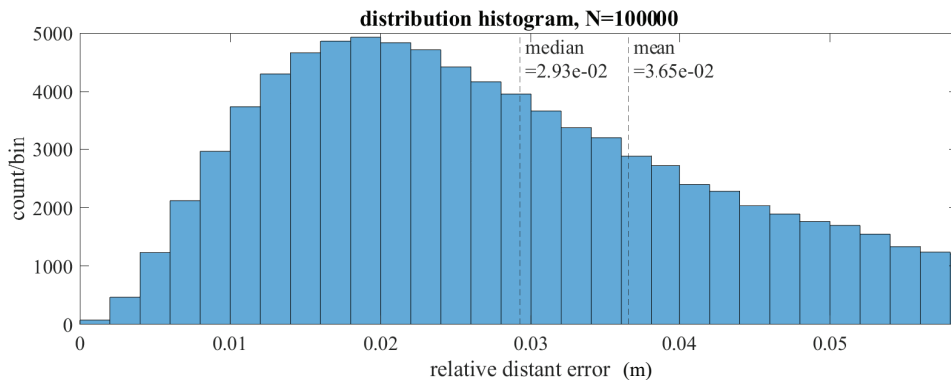


圖 4.9: 限縮待測點於中間區域，1 cm 量測誤差，解算點與真實點之誤差

4.2 實驗設計與執行

實驗分為現實全指向點聲源的驗證以及不同複雜度的聲學響應變化的四個階段，由最單純的全無響環境，逐步增加空間反射面數量，最終在實際房間中測試。除實驗零之外，實驗將固定揚聲器與隔板位置，每一組選定麥克風的位置依章節 4.1 之框架，依序量測紀錄四種結果：隔板放置於空間的整體系統響應、隔板放置於空間的語音訊號、無隔板於空間之語音訊號、無隔板於空間之整體系統響應。



實驗零：全指向聲源量測

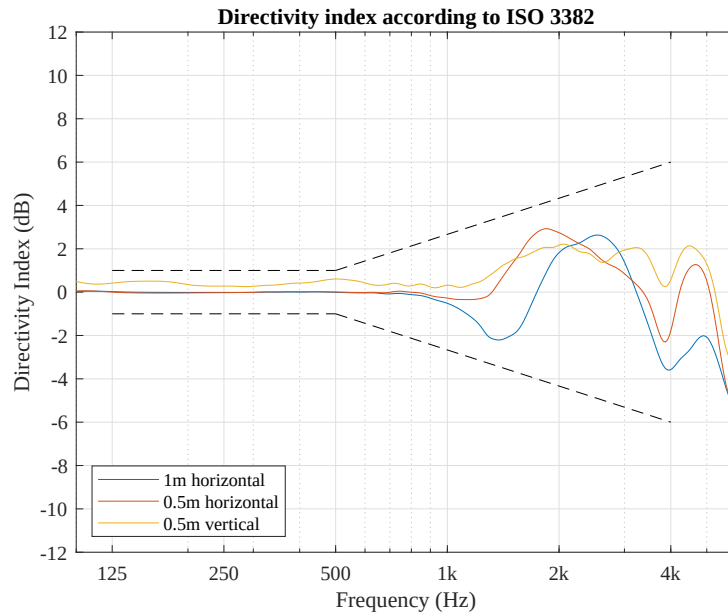


圖 4.10: 三個圓弧上指向性指數量測結果

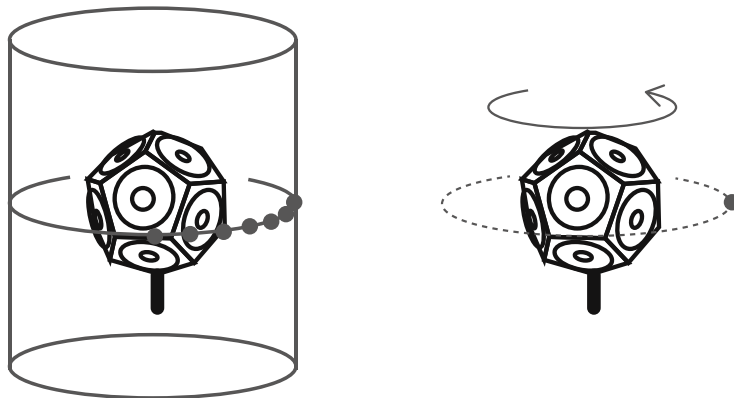


圖 4.11: 藉由水平旋轉揚聲器來測量水平面上不同角度的響應

在開始測試特定空間的聲學響應之前，必須確認揚聲器的性能。本實驗選用十二面體揚聲器來作為有限體積點聲源，以揚聲器形心作為原點、球心，於無響室中以章節 4.1 量測，忽略早期反射所測得整體系統響應為揚聲器之自由聲場響應，水平面取半徑 50 cm、100 cm 的四分之一圓弧如圖 4.11 所示，另一垂直面取半徑 50 cm 的四分之一圓弧如圖 4.12 所示，各圓弧上 15° 為一間隔、七個量測點，一

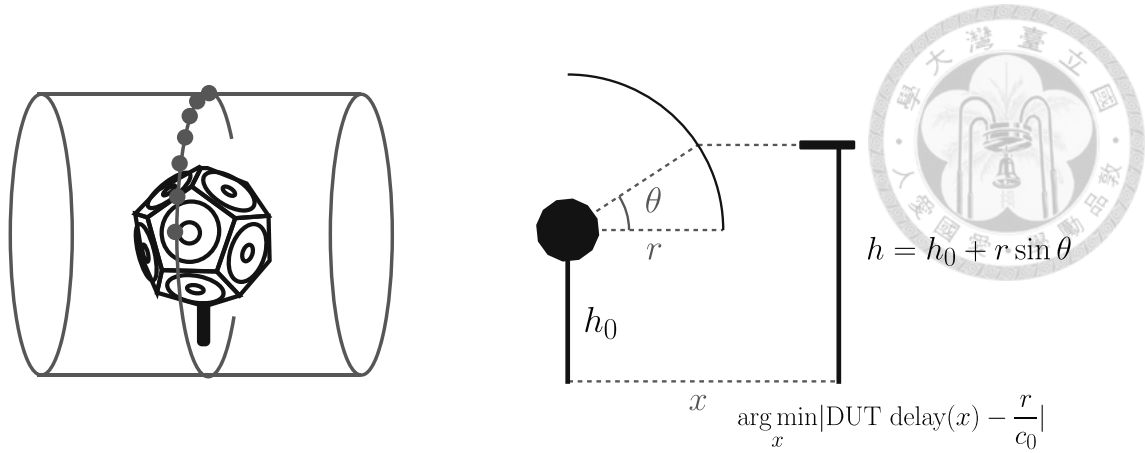


圖 4.12: 調整麥克風高度對準延遲時間，測量垂直面上不同角度的響應

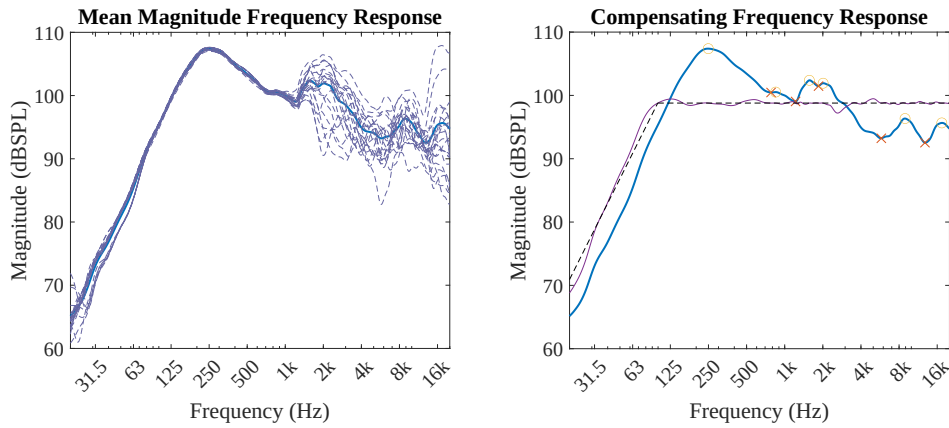


圖 4.13: 左為全部量測點與其平均幅度頻率響應，右為補償前後對應之響應

共二十一個量測揚聲器響應。將指向性指數單平面的方式計算，在第 n 個圓弧上第 i 量測點之揚聲器頻域響應 $H_{n,i}(\omega)$ ，則第 n 個圓弧所在之平面可以計算出指向性指數 [63]，三個圓弧上之指向性指數皆符合 ISO3382 之規定 [64]，結果於圖 4.10 中呈現。

$$DI_n(\omega) = 10 \log \frac{|H_{n,1}(\omega)|^2}{\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I |H_{n,i}(\omega)|^2} \quad (4.17)$$

把所有量測響應依照參考輸入電壓 0.25 V_{rms}、參考距離 0.5 m，以幅度頻率響應的平均作為原始揚聲器響應，使用至多頻域 30 點的補償修正成 100 Hz 以上 20 kHz 平坦的幅度頻率響應如圖 4.13。

實驗一：全無響空間

第一階段所要量測的是自由聲場中隔板的加入對聲源到聆聽者的聲學響應。理想上的無響室最符合自由聲場之區域應將物件遠離周圍六面，但因為現實維

持、操作物件位置的方式難以執行，實際上採取的設置是將物件放於無響室金屬網眼地上。使用座標系 G_1 ，一共三個物件存在於無響室中：麥克風（與麥克風架）、十二面體揚聲器、隔板，此階段實驗選擇七個麥克風量測點，物件具體空間座標呈列於表 4.2 以及表 4.3 中，也以三視圖的圖 4.14 標示位置。預期可能的聲音路徑為：直接抵達、隔板邊緣繞射、隔板反射、其他物件（金屬網眼、物件支架）反射與繞射。

表 4.2: 實驗一隔板與聲源形心之空間座標

	隔板頂點 1	隔板頂點 2	隔板頂點 3	隔板頂點 4	聲源形心
χ_1	-0.5055	0.0905	0.0905	-0.5055	0.021
χ_2	0.606	0.606	0.006	0.006	0.195
χ_3	0.8765	0.883	0.883	0.8765	0.312

表 4.3: 實驗一麥克風之空間座標

位置序列號	29	30	31	32	33	34	35
χ_1	0.048	0.23	-0.612	-0.225	0.275	-0.114	-0.175
χ_2	0.525	0.939	0.428	0.689	0.835	0.35	0.224
χ_3	1.253	1.679	1.105	0.839	0.589	0.615	0.965

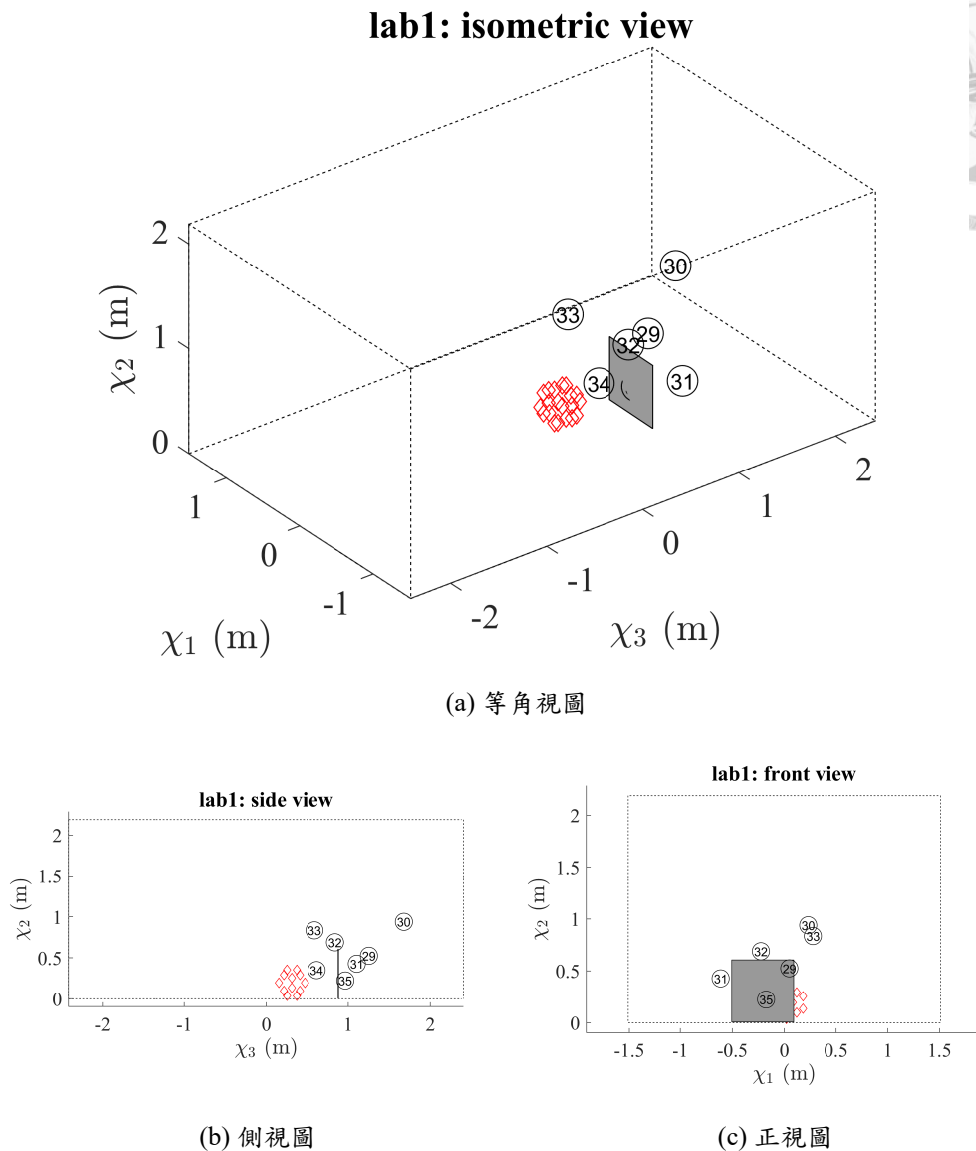


圖 4.14: 實驗一物件空間位置視圖

實驗二：單反射面空間

第二階段所要量測的情景是，具有單一無限大反射面之聲場中隔板的加入對聲源到聆聽者的聲學響應。理想上的半無響空間應該要有足夠大的反射面，但考量到現實鋪設困難僅鋪設九塊 $60\text{ cm} \times 60\text{ cm}$ 金屬反射地面，形成 $1.8\text{ m} \times 1.8\text{ m}$ 單一反射面，使用座標系 $\mathcal{S}_1$ ，一共四個物件存在於無響室中：麥克風（與麥克風架）、十二面體揚聲器、隔板、金屬反射面，共兩組隔板擺放位置，分別兩組麥克風位置。預期可能的聲音路徑為：直接抵達、地面一階反射、隔板邊緣繞射、隔板邊緣繞射與地面反射之綜合、隔板反射、隔板與地面二階反射、其他物件（金屬網眼、物件支架）反射與繞射。



第一組，聲源放置於反射面上，有七個麥克風量測點。物件具體空間座標呈列於表 4.4、表 4.5 以及表 4.6 中，也以三視圖的圖 4.15 標示位置。

第二組，將隔板懸空遠離反射面的設置，主要是要模擬一般房間中側牆反射，受限於半無響室中的反射面實務上僅能鋪設於地面，選擇將隔板架高遠離反射面。第二組有四個麥克風量測點，物件具體空間座標呈列於表 4.7、表 4.5 以及表 4.8 中，也以三視圖的圖 4.16 標示位置。

表 4.4: 實驗二第一組隔板與聲源形心之空間座標

	隔板頂點 1	隔板頂點 2	隔板頂點 3	隔板頂點 4	聲源形心
χ_1	-0.2965	0.288	0.288	-0.2965	0.097
χ_2	0.656	0.656	0.056	0.056	0.258
χ_3	0.298	0.3075	0.3075	0.298	-0.303

表 4.5: 實驗二反射面之空間座標

反射面	頂點 1	頂點 2	頂點 3	頂點 4
χ_1	-0.895	0.905	0.905	-0.895
χ_2	0.05	0.05	0.05	0.05
χ_3	-0.6	-0.6	1.192	1.192

表 4.6: 實驗二第一組麥克風之空間座標

位置序號	8	9	10	11	12	13	14
χ_1	0.146	-0.341	0.385	0.597	0.381	0.532	-0.04
χ_2	0.685	0.759	0.431	0.645	0.415	1.043	0.16
χ_3	0.813	0.752	1.277	0.6	0.106	0.289	0.346

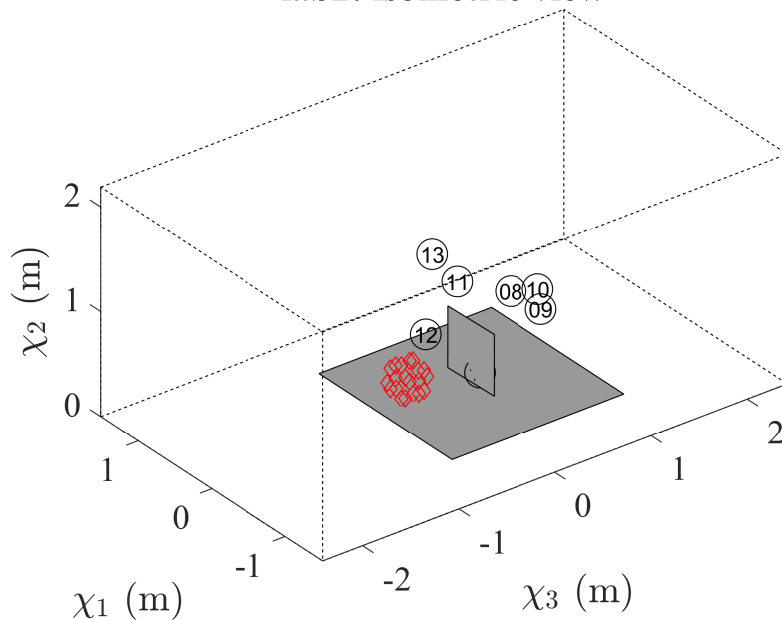
表 4.7: 實驗二第二組隔板與聲源形心之空間座標

	隔板頂點 1	隔板頂點 2	隔板頂點 3	隔板頂點 4	聲源形心
χ_1	0.44	0.997	1.049	0.492	0.097
χ_2	1.673	1.717	1.128	1.084	0.258
χ_3	0.298	0.306	0.324	0.316	-0.303

表 4.8: 實驗二第二組麥克風之空間座標

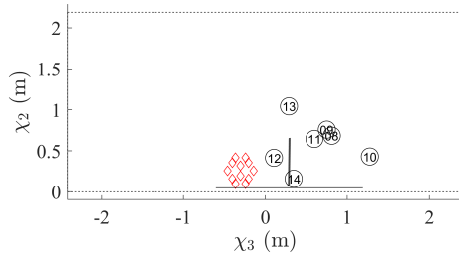
位置序號	15	16	17	18
χ_1	0.77	0.814	0.8	0.031
χ_2	1.287	1.832	1.651	0.49
χ_3	0.443	0.691	0.31	0.892

lab2: isometric view



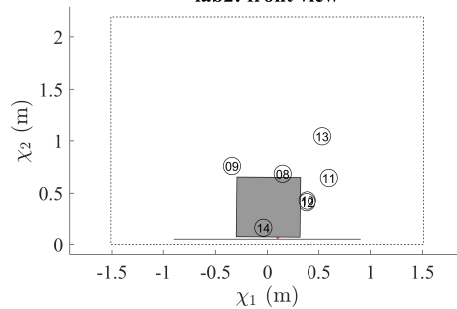
(a) 等角視圖

lab2: side view



(b) 側視圖

lab2: front view



(c) 正視圖

圖 4.15: 實驗二第一組物件空間位置視圖

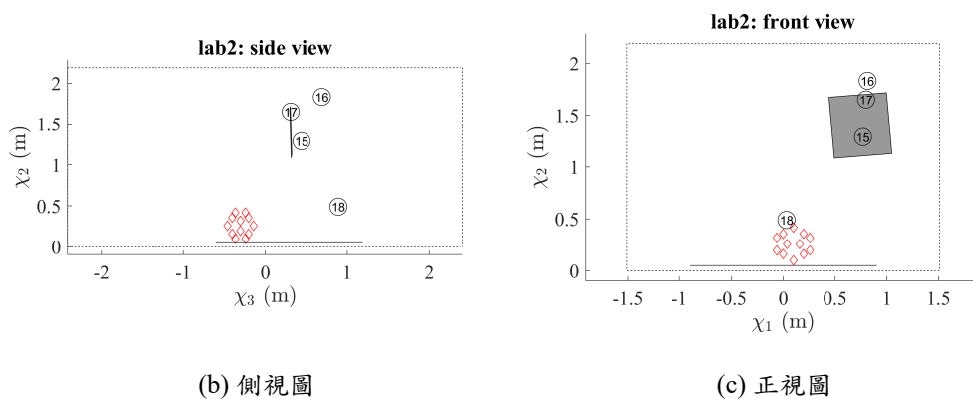
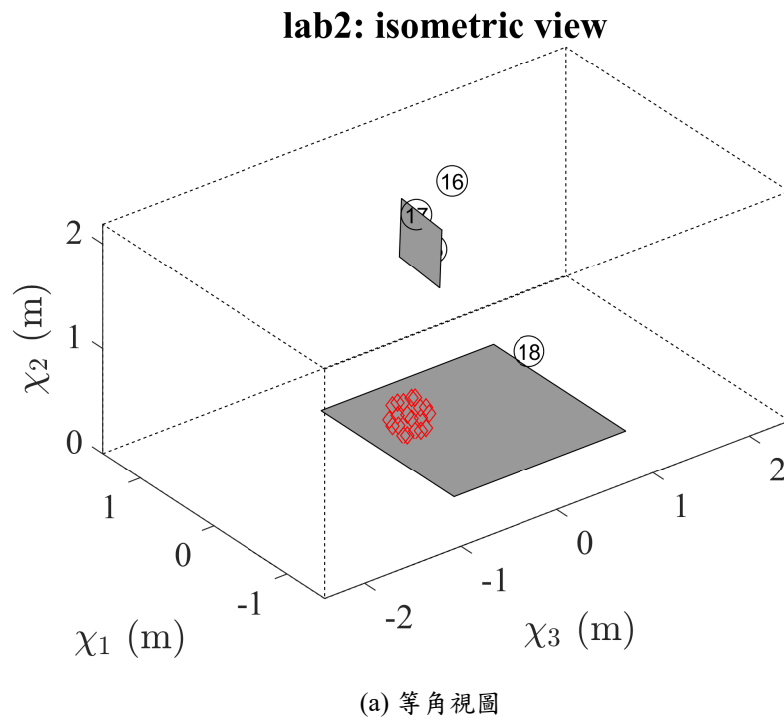


圖 4.16: 實驗二第二組物件空間位置視圖

實驗三：包含桌面之單反射面空間

第三階段所要量測的情景是，實驗二的情景再額外加入桌面。同樣使用 $1.8\text{ m} \times 1.8\text{ m}$ 單一反射面，聲源使用揚聲器架立於反射面上，隔板放置於桌面上。使用座標系 $\mathcal{S}_1$ ，一共五個物件存在於無響室中：麥克風（與麥克風架）、十二面體揚聲器（與揚聲器架）、隔板、金屬反射面、木頭摺疊桌，此階段實驗有五個麥克風量測點，物件具體空間座標呈列於表 4.9、表 4.10 以及表 4.11 中，也以三視圖的圖 4.17 標示位置。預期可能的聲音路徑為：直接抵達、桌面或地面一階反射、隔板或桌面邊緣繞射、隔板或桌面邊緣繞射與桌面或地面反射之綜合、隔板反射、隔板與桌面或地面二階反射、其他物件（金屬網眼、物件支架）反射與繞

射。

表 4.9: 實驗三隔板與聲源形心之空間座標

	隔板頂點 1	隔板頂點 2	隔板頂點 3	隔板頂點 4	聲源形心
χ_1	-0.224	0.215	0.208	-0.232	-0.479
χ_2	1.369	1.362	0.762	0.769	1.215
χ_3	0.518	0.106	0.107	0.52	-0.256

表 4.10: 實驗三反射面與桌面之空間座標

	反射面頂點 1	反射面頂點 2	反射面頂點 3	反射面頂點 4	桌面形心	桌面法向量
χ_1	-0.895	0.905	0.905	-0.895	-0.031	0.013
χ_2	0.05	0.05	0.05	0.05	0.738	1
χ_3	-0.6	-0.6	1.192	1.192	0.289	-0.003

表 4.11: 實驗三麥克風之空間座標

位置序號	19	20	21	22	23
χ_1	0.056	-0.028	-0.01	-0.098	0.018
χ_2	0.892	1.295	1.097	0.876	1.524
χ_3	0.352	0.729	-0.092	0.141	0.281

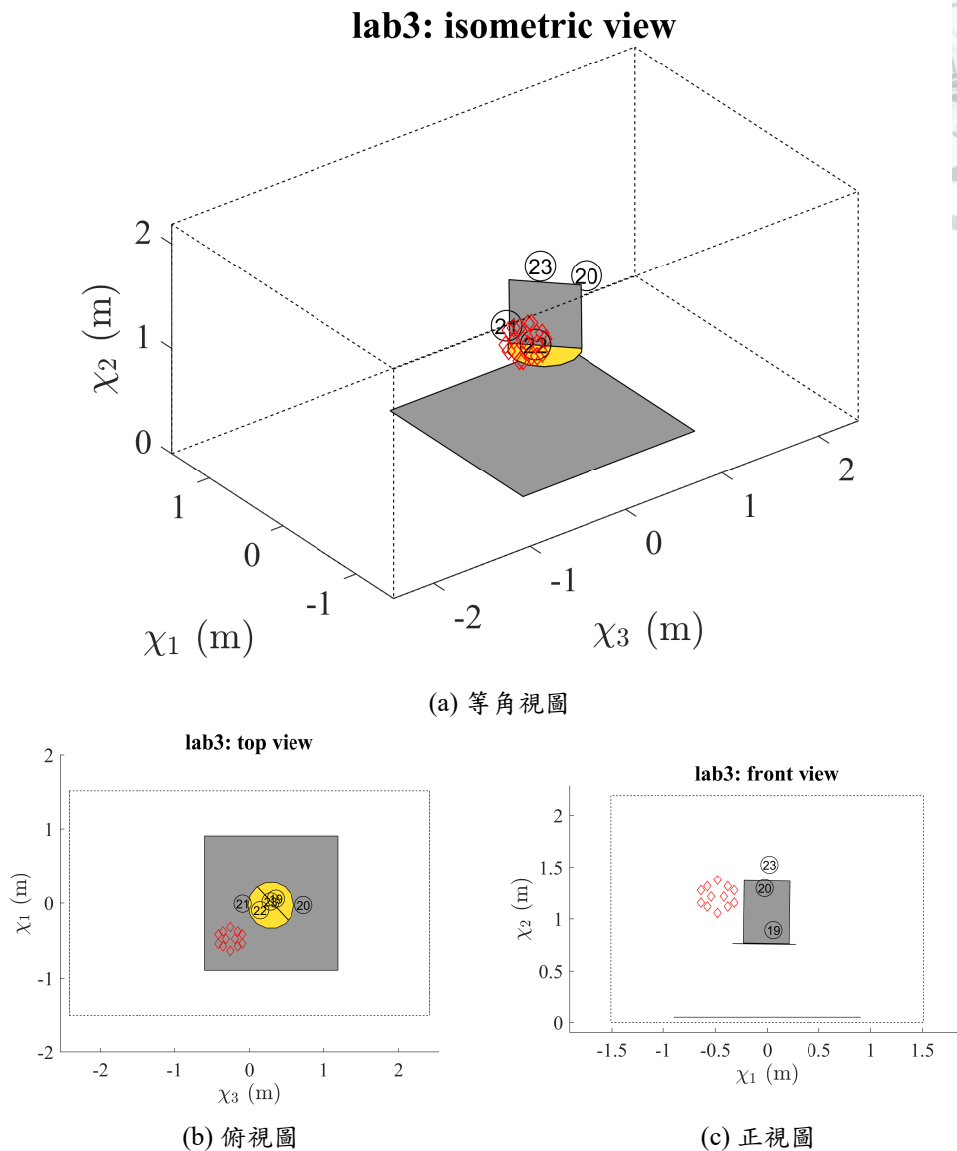


圖 4.17: 實驗三物件空間位置視圖

實驗四：包含長桌之長方形房間

第四階段所要量測的是在包含長桌的六面長方形房間隔板介入的聲學響應，實際房間有許多更複雜面構成並且有甚多物件存在，淨空到只剩長桌執行困難，同時（以聲學響應之結果來說）不足以代表實際正常使用下房間的布置，因此只有將長桌附近椅子移開以便架設量測儀器。本研究將空間簡化視為長方體與一長桌組成，其中頂部表面為天花板材質為矽酸鈣板，吸音效果與其他面無太大差異，假設僅有長方體六面吸音，所有面吸音率一致，利用沙賓公式

$$RT_{60} = 0.161 \frac{\text{Volume}}{\alpha \cdot \text{area}} \quad (4.18)$$

長方體體積除總表面積得到 1.352 m ，因此 $RT_{60} = 0.218/\alpha$ 。以實驗量測而來的響應計算聲音能量隨時間衰減的斜率，隔板介入前圖 4.18a 與隔板介入後圖 4.18b 都可以估算出 -51 dB/sec ，以此推估的 $RT_{60} = 1.18\text{ sec}$ ，得到估計之天花板吸音率 $\alpha = 0.185$ ，再利用式 (2.21) 推得法向反射係數 $\mathfrak{R}_0 = 0.903$ 。

聲源使用揚聲器架立於地面，隔板放置於桌面上。使用座標系 $\mathfrak{S}_2$ ，一共五個物件存在於簡化長形房間中：麥克風（與麥克風架）、十二面體揚聲器（與揚聲器架）、隔板、房間六反射面、長桌，此階段實驗有五個麥克風量測點，物件具體空間座標呈列於表 4.12、表 4.13 以及表 4.14 中，也以三視圖的圖 4.20 標示位置。預期可能的聲音路徑為：直接抵達、單純一階反射、單純一階邊緣繞射、一階反射與一階邊緣繞射之綜合、多階反射、多階反射緣繞射之綜合、其他物件反射與繞射、多階反射與繞射。

表 4.12: 實驗四隔板與聲源形心之空間座標

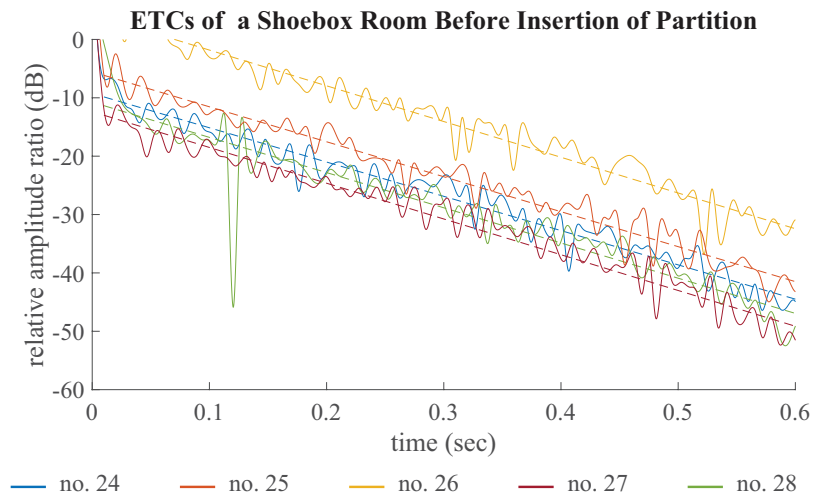
	隔板頂點 1	隔板頂點 2	隔板頂點 3	隔板頂點 4	聲源形心
χ_1	-0.3	0.3	0.3	-0.3	0.44
χ_2	0.606	0.606	0.006	0.006	0.339
χ_3	0	0	0	0	-0.32

表 4.13: 實驗四桌面之空間座標

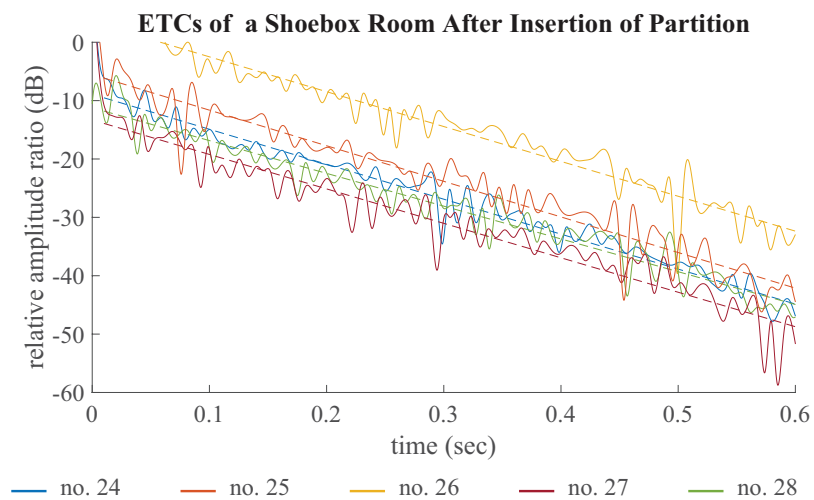
桌面	頂點 1	頂點 2	頂點 3	頂點 4
χ_1	-0.987	0.273	0.313	-0.947
χ_2	0	0	0	0
χ_3	-2.38	-2.397	1.203	1.22

表 4.14: 實驗四麥克風之空間座標

位置序號	24	25	26	27	28
χ_1	0.364	-0.025	0.022	0.124	0.058
χ_2	0.321	0.389	0.108	0.261	0.535
χ_3	0.171	0.394	0.036	-0.55	0.087



(a) 隔板介入前的情況



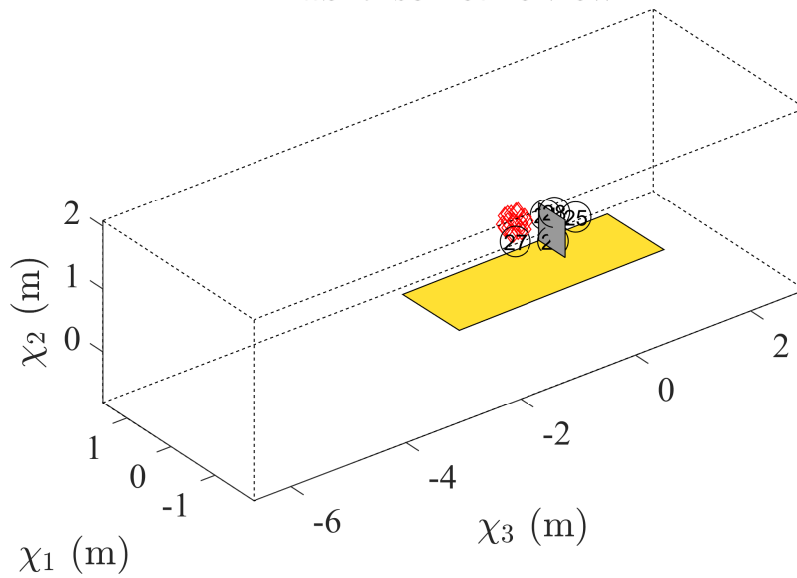
(b) 隔板介入後的情況

實現為平滑化後的量測響應，虛線為線性迴歸線

圖 4.18: 實驗四五個麥克風位置空間聲學響應能量時間圖

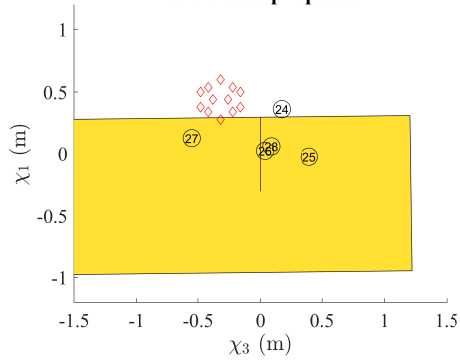


lab4: isometric view



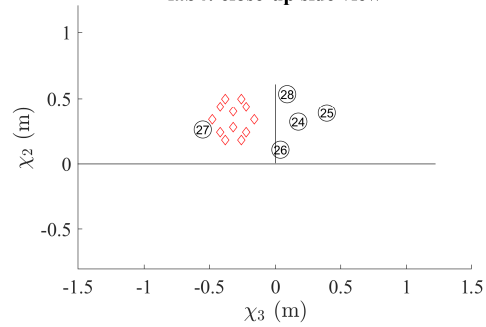
(a) 等角視圖

lab4: close-up top view



(b) 俯視圖

lab4: close-up side view



(c) 側視圖

圖 4.20: 實驗四物件空間位置視圖

其他說明

全實驗使用 Audio Precision 的產品 APx517B 量測、分析、轉換為數位訊號，取樣頻率為192 kHz。後級功率放大器為 Lab Gruppen 的產品 LAB300，單路4Ω 額定功率為130 W (0.1% THD)，兩者串聯如圖 4.21a。量測頻譜麥克風實驗四使用 PCB 的產品 130D20，除此之外皆使用 PCB 的產品 378B02。實驗二實際架設的照片可以參考圖 4.21b而實驗四實際架設的照片可以參考圖 4.21c。



(a) APx517B 分析儀與功率放大器 LAB300



(b) 半無響室實驗選照



(c) 長方形房間實驗選照

圖 4.21: 實驗儀器與器具實照

4.3 驗證方法

依照序號取得物件空間座標與房間資訊，以此作為章 3 模型的輸入計算聲學響應，隔板介入前模擬響應記為 $\hat{h}_{acs,i}[n]$ ，而隔板介入後模擬響應記為 $\hat{g}_{acs,i}[n]$ 。由於實驗量測響應為整體響應，包含麥克風、揚聲器、電路之響應，因此無法以啣啣實驗結果 $h_i[n]$ 及 $g_i[n]$ 、語音訊號實驗結果 $y_{Ri}[n]$ 及 $w_{Ri}[n]$ 直接驗證 $\hat{h}_{acs,i}[n]$ 及 $\hat{g}_{acs,i}[n]$ 。本研究將實驗結果或模擬結果進一步運算處理，以五個間接驗證方法



比較兩者。注意到實際帶入模型中的可繞射邊設定標示於表 4.15 中。

表 4.15: 各實驗可繞射邊之設定

	隔板	桌面
實驗一	第三邊截短為 35cm	-
實驗二第一組	第三邊截短為 35cm	-
實驗二第二組	忽略第二邊	-
實驗三	第三邊截短為 35cm	保留原始
實驗四	第三邊截短為 35cm	保留原始

第一抵達波前延遲

在最早抵達的聲音路徑，因波傳所耗費的時間，在此稱為第一抵達波前時間。而隔板介入相對於無介入造成第一抵達波前時間差異，定義為第一抵達波前延遲。在本研究中，隔板無介入的第一抵達波前時間都會小於或等於隔板介入的時間，具體來說，相等的情形代表直接音未受到隔板遮蔽，小於的情形代表直接音受到遮蔽而聲音必須走更長才可能抵達。假設聲學空間之外的系統響應皆為非時變，隔板是否介入它們都貢獻相同的相位響應，因此採用介入前後時間抵達差異能屏除聲學響應之外造成的系統延遲。具體來說，量測到的第一抵達波前時間為

$$\begin{aligned} T_{fw}(h_i) &= T_{fw}(h_{acs,i}) + T_{fw}(h_{ls}) + T_{fw}(h_{mic}) + T_E \\ T_{fw}(g_i) &= T_{fw}(g_{acs,i}) + T_{fw}(h_{ls}) + T_{fw}(h_{mic}) + T_E \end{aligned} \quad (4.19)$$

其中， T_E 是儀器電路造成的延遲。很明顯可以看到將下式扣除上式可以得到

$$\Delta T_{fw,i} = T_{fw}(g_i) - T_{fw}(h_i) = T_{fw}(g_{acs,i}) - T_{fw}(h_{acs,i}) \quad (4.20)$$

模擬響應的第一抵達波前延遲表達為

$$\Delta \hat{T}_{fw,i} = T_{fw}(\hat{g}_{acs,i}) - T_{fw}(\hat{h}_{acs,i}) \quad (4.21)$$

藉由找出脈衝響應極大值對應的時間來當作第一抵達波前時間，雖然可以適用於沒有底噪與其他系統響應干擾的模擬脈衝響應，但實驗量測到的脈衝響應存在多個極大值，此方法計算成本過高。取而代之的方法是對測試啁啾訊號與量測訊號



做互相關運算，並取互相關之極大值。離散互相關運算定義為

$$(x \star y_i)[n] \equiv \sum_{m=0}^{N-n-1} \bar{x}[m] y[n+m] \quad (4.22)$$

在此 N 是訊號 x 的總長度，將量測到的訊號改用響應與原始訊號的摺積表示，我們可以算得

$$(x \star y_i)[n] = (x \star (h_i \star x))[n] + (x \star N_i)[n] \quad (4.23)$$

若先暫時忽略雜訊的干擾，我們可以把互相關寫成

$$(x \star y_i)[n] \approx (h_i \star (x \star x))[n] \quad (4.24)$$

輸入啁啾訊號的自相關 $(x \star x)[n]$ 在 $n = 0$ 有全域極大值，且遠離 $n = 0$ 遞減，因此我們能說

$$\arg \max_n (x \star y_i)[n] = \arg \max_n h_i[n] = n_{\text{fw}}(h_i) = f_{\text{sample}} \cdot T_{\text{fw}}(h_i) \quad (4.25)$$

實際狀況中有些情形第二抵達波的幅值會大於第一抵達波的，因此需要額外運算。確切做法為：取出全域第一、第二之極大值，若第一、第二極大值相差 10 dB 內且第二極大值對應時間早於第一，設定第二極大值之時間為第一抵達波前時間，否則設定為第一極大值之時間。每個麥克風位置會有量測以及模擬的第一抵達波前延遲，以模擬的延遲作為自變數、量測的作為應變數，呈現兩者之關係並作圖，若兩者完美符合應呈通過原點斜率為 1 的直線（可參考實驗一的結果圖 4.22c）。可以有實際時間與取樣點兩種形式

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{fw},i} &= \Delta T_{\text{fw},i}(\Delta \hat{T}_{\text{fw},i}) \\ \Delta n_{\text{fw},i} &= \Delta n_{\text{fw},i}(\Delta \hat{n}_{\text{fw},i}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

自由聲場擬合響應驗證

由於聲學空間響應大多為非最小相位響應 [65]，聲學空間響應之反向濾波是不穩定或不因果的，數值計算反向濾波不易，意即要比較擬合的麥克風揚聲器串聯響應 $(h_i \star \hat{h}_{\text{acs},i}^{-1})[n]$ 與 $(g_i \star \hat{g}_{\text{acs},i}^{-1})[n]$ 是不可行的。我們改以以整體響應來比較，透過實驗量測揚聲器自由聲場響應 $h_{\text{tr}}[n]$ ，將模擬出的聲學空間響應與其摺積獲得

擬合的整體響應 $\hat{g}_i[n]$ 與 $\hat{h}_i[n]$ 。理想上（保持在同樣的極角、方位角）自由聲場的響應只是揚聲器、麥克風、徑向距離響應的摺積，毫無其他晚到的反射

$$y(t) = (h_{ls} * h_{mic})(t) * \frac{1}{r} \delta(t - \frac{r}{c}) + N_a(t), \text{ with } r = cT_{fw} = \frac{c}{f_{\text{sample}}} n_{fw} \quad (4.27)$$

憑此，我們假設揚聲器自由聲場響應為

$$h_{tr}[n] = \frac{f_{\text{sample}}}{cn_{fw}} (\tilde{h}_{ls} * \tilde{h}_{mic})[n - n_{fw}] \quad (4.28)$$

換句話說，自由聲場擬合的整體響應就是

$$\begin{aligned} \hat{g}_i[n] &= \hat{g}_{acs,i}[n] * \frac{cn_{fw}}{f_{\text{sample}}} h_{tr}[n + n_{fw}] \\ \hat{h}_i[n] &= \hat{h}_{acs,i}[n] * \frac{cn_{fw}}{f_{\text{sample}}} h_{tr}[n + n_{fw}] \end{aligned} \quad (4.29)$$

第 i 個擬合響應對量測響應的差異使用時域均方根偏差估計，隔板無介入、有介入分別為

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_r\{h_i\} &\equiv \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^N (\hat{h}_i[n] - h_i[n])^2} \\ \mathbb{E}_r\{g_i\} &\equiv \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^N (\hat{g}_i[n] - g_i[n])^2} \end{aligned} \quad (4.30)$$

每一序列的麥克風位置，皆可以算得兩個均方根偏差，結果以長條圖呈現，例如實驗二第一組的結果圖 4.24a，藍色的長條為隔板有介入之擬合偏差、橘色的長條為隔板無介入之擬合偏差。

交替摺積響應驗證

延續上一小節所說，要比較實驗量測的介入響應 $(g_i * h_i^{-1})[n]$ 與模擬的介入響應 $(\hat{g}_{acs,i}^{-1} * \hat{h}_{acs,i}^{-1})[n]$ 同樣也是因為數值計算反向濾波不易，因此要另尋他法。為計算交替摺積響應，我們首先觀察到量測之有無隔板聲學響應的摺積，因摺積可交換的性質得以表示成

$$(h_{acs,i} * g_{acs,i})(t) = (g_{acs,i} * h_{acs,i})(t) \quad (4.31)$$

接著，計算無隔板整體與有隔板聲學響應的摺積，也計算有隔板整體與無隔板聲學響應的摺積，若忽略雜訊，則分別表示為

$$\begin{aligned}(h_i * g_{acs,i})(t) &\approx (h_{ls} * h_{acs,i} * h_{mic} * g_{acs,i})(t) \\ (g_i * h_{acs,i})(t) &\approx (h_{ls} * g_{acs,i} * h_{mic} * h_{acs,i})(t)\end{aligned}\quad (4.32)$$

因為摺積滿足交換律，兩交替摺積響應應相當接近。本著相同的精神，將式 (4.32) 中量測的聲學響應換為模擬的響應，改為離散訊號表示，我們可以得到

$$\begin{aligned}(h_i * \hat{g}_{acs,i})[n] &\approx (\tilde{h}_{ls} * \tilde{h}_{acs,i} * \tilde{h}_{mic} * \hat{g}_{acs,i})[n] \\ (g_i * \hat{h}_{acs,i})[n] &\approx (\tilde{h}_{ls} * \tilde{g}_{acs,i} * \tilde{h}_{mic} * \hat{h}_{acs,i})[n]\end{aligned}\quad (4.33)$$

若比較一下兩式，我們不難發現兩式接近是模擬響應符合量測響應的必要條件

$$\begin{aligned}\text{若 } \tilde{h}_{acs,i}[n] &= \hat{h}_{acs,i}[n] \wedge \tilde{g}_{acs,i}[n] = \hat{g}_{acs,i}[n], \\ \text{則 } (h_i * \hat{g}_{acs,i})[n] &\approx (g_i * \hat{h}_{acs,i})[n]\end{aligned}\quad (4.34)$$

同樣，我們可以計算第 i 個兩種交替摺積響應之間計算出時域均方根偏差，得到

$$\mathbb{E}_c \equiv \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^N ((g_i * \hat{h}_{acs,i})[n] - (h_i * \hat{g}_{acs,i})[n])^2} \quad (4.35)$$

每一序列的麥克風位置，皆可以算得一個交疊響應均方根偏差，結果以長條圖呈現，例如實驗二第一組的結果圖 4.24a 中的黃色長條。

梅爾倒頻譜係數

比較語音信號的相異度可以藉由計算頻譜距 (cepstral distance) [66]，考慮兩個訊號之頻譜 $Y(\omega)$ 和 $\hat{Y}(\omega)$ ，定義出一組 L_p 範數 (L_p norm)

$$d(Y, \hat{Y})^p = d_p^p = \int_{-\pi}^{\pi} |\log Y(\omega) - \log \hat{Y}(\omega)|^p \frac{d\omega}{2\pi} \quad (4.36)$$

注意到在此 ω 為正規化頻率。實務上通常用截斷的倒頻譜距來估計 L_2 範數，從兩訊號的梅爾倒頻譜係數 c_j 和 $\hat{c}_j$ 得到

$$d_2^2 \approx d_c^2(J) = \sum_{j=1}^J (c_j - \hat{c}_j)^2 \quad (4.37)$$

依原始預錄語音分割段落，取出經系統變化、對齊後的錄製語音分割相同段落，一段落為單位計算窗長 30 ms 係數量 $J = 22$ 的梅爾倒頻譜係數，本研究直接使用 MATLAB 中 Auditory Toolbox 內建的函式 mfcc，實驗過程觀察到的介入損失主要高於 400 Hz，因此遮罩的中心頻率下界設定為 400 Hz、上界設定為 16 kHz。假設一語音片段中含有的窗數為 $M[n]$ ，定義此片段相異度為十倍的二維均方根偏差

$$\mathbb{D}_{\text{seg}, \nu} \{y[n], \hat{y}[n]\} \equiv 10 \sqrt{\frac{1}{JM[n]} \sum_{m=1}^{M[n]} \sum_{j=1}^J (c_{j,m} - \hat{c}_{j,m})^2} \quad (4.38)$$

假定各語音片段代表性一致，衡量完整語音訊號的相異度為各分割段落相異度的平均數

$$\mathbb{D}\{y[n], \hat{y}[n]\} = \langle \mathbb{D}_{\text{seg}, \nu} \{y[n], \hat{y}[n]\} \rangle \quad (4.39)$$

我們可以比較三種訊號與量測語音訊號的相異度，第一種，量測的整體響應與預錄的語音訊號圖 4.2 和圖 4.3 之摺積；第二種，以幾何聲學模型計算的空間響應擬合的響應與語音訊號預錄的語音訊號之摺積；第三種，原始預錄的語音訊號。意即計算

$$\mathbb{D}\{w_{Ri}[n], \check{w}_{Ri}[n]\}, \mathbb{D}\{w_{Ri}[n], \hat{w}_{Ri}[n]\}, \mathbb{D}\{w_{Ri}[n], x_R[n]\}$$

每一序列的麥克風位置，皆可以算得三個倒頻譜的相異度，結果以長條圖呈現，例如實驗一的結果圖 4.22b，藍色長條為第一種相異度，代表使用無雜訊的線性非時變系統所能達到的最小相異度；橘色長條為第二種相異度，代表使用模型模擬響應所能達到的相異度；黃色長條為第三種相異度，代表不考慮空間、揚聲器響應的相異度。



4.4 驗證結果

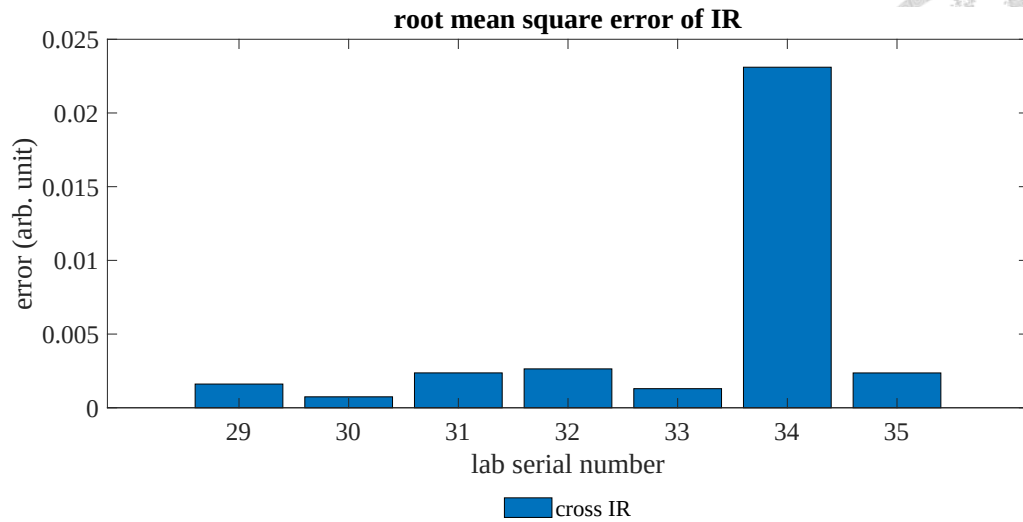
4.4.1 實驗一：全無響空間

交疊響應偏差方面，以圖 4.22a 搭配圖 4.14 察看，位置序號 34 最大，此位置介於聲源與隔板之間；位置序號 30 最小，此位置為隔板聲影區邊界附近。位置序號 34 偏差值約為其餘六個位置偏差值之十倍，觀察圖 4.23b 能發現主要是 $\hat{g}_{acs,34} * h_{34}$ 在 3ms 處較大，解讀為隔板反射量模擬響應較量測響應多，形成此偏差的因素，可能為章節 4.2 提及的有限體積點聲源與真實聲源的差異。

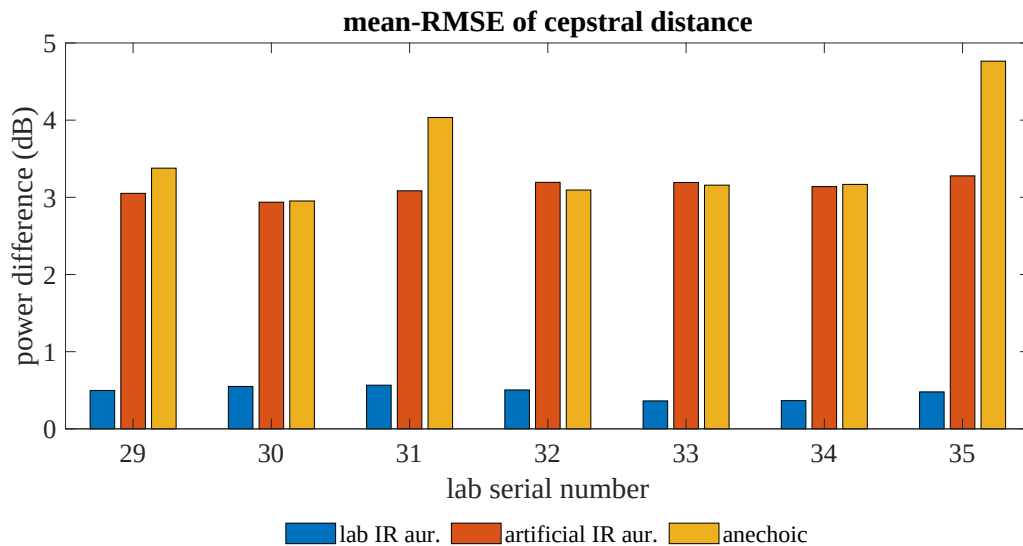
倒頻譜距相異度方面，以圖 4.22b 搭配圖 4.14 察看，空間擬合語音相異度（橘長條）只有在位置序號 31、35 明顯小於原始語音（黃長條），我們又可以觀察到原始語音相異度在位置序號 29、31、35 高於 3 dB，其共通點是在聲影區中，恰好由最淺到最深聲影處的排序為 29、31、35。

第一抵達波前延遲方面，以圖 4.22c 搭配圖 4.14 察看，直接音未受阻擋的位置序號 30、32、33、34 在圖上重疊在原點（模擬與量測皆為零延遲），七點做線性迴歸得到斜率 1.02 以及縱軸截距 1.09 sample，也就是

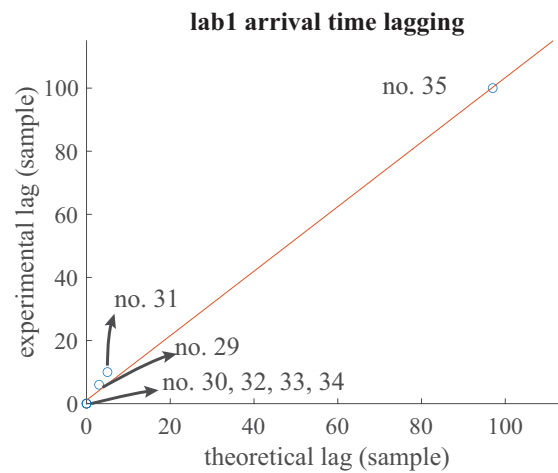
$$\Delta n_{fw} \approx 1.02 \Delta \hat{n}_{fw} + 1.09 \quad (4.40)$$



(a) 交疊響應時域均方根偏差

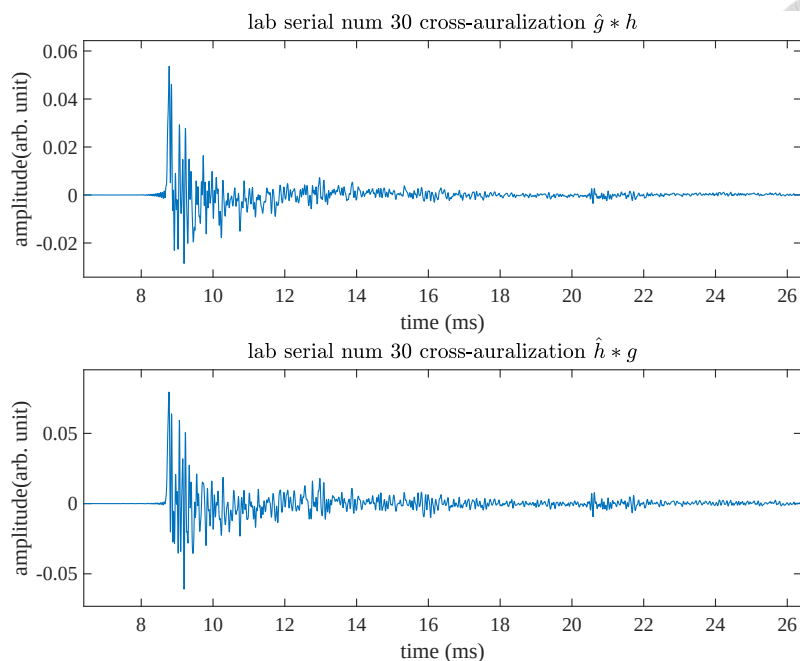
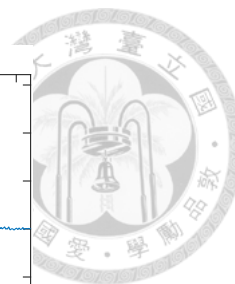


(b) 語音訊號倒頻譜距相異度

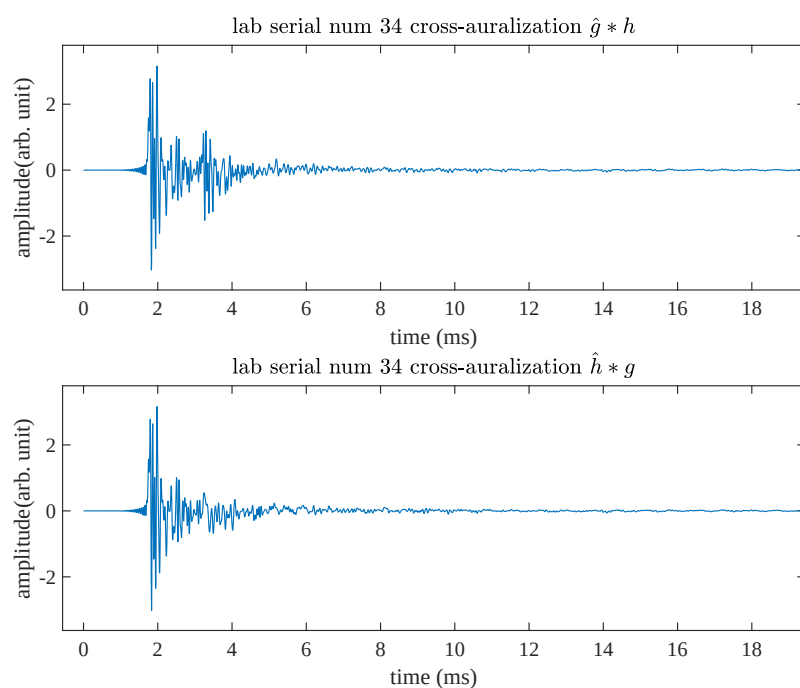


(c) 第一抵達波前延遲關係圖

圖 4.22: 實驗一，模擬與量測綜合結果比較



(a) 位置序號 30 交疊響應



(b) 位置序號 34 交疊響應

圖 4.23: 實驗一，模擬與量測交疊響應個案比較

4.4.2 實驗二第一組：隔板緊貼單反射面之空間

擬合響應偏差方面，以圖 4.24a 中的藍長條與橘長條搭配圖 4.15 察看，位置序號 12 最大，此位置介於聲源與隔板之間；位置序號 10 最小，此位置為隔板聲影區邊界附近。無隔板對有隔板偏差比率可分為兩類，約為二的是 8、9、10、14，

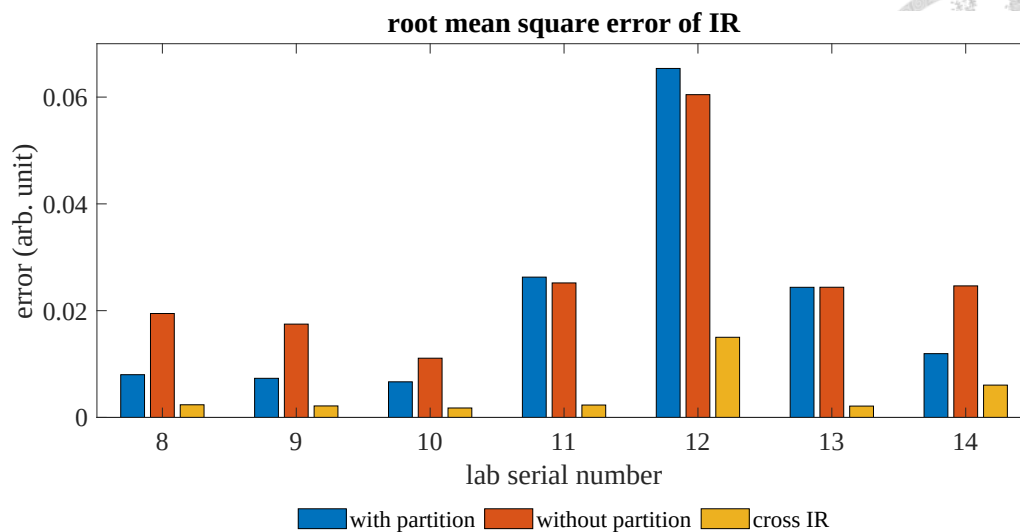
約為一的是 11、12、13。以位置序號 8 為例，無隔板的幅值約為有隔板的兩倍，這可能暗示著偏差與響應本身幅值相關。從圖 4.25a 與圖 4.25b 都能發現 10 ms 以後仍有響應，這可能為模擬空間為考慮物件之反射與繞射，或者是有忽略之高階反射與繞射。

交疊響應偏差方面，以圖 4.24a 的黃長條搭配圖 4.15 察看，最大最小偏差與擬合響應一致。觀察圖 4.26b 能發現在 4 ms 至 6 ms 處相異較大，可能解讀為模擬經地板且隔板的聲音路徑與量測的有出入。

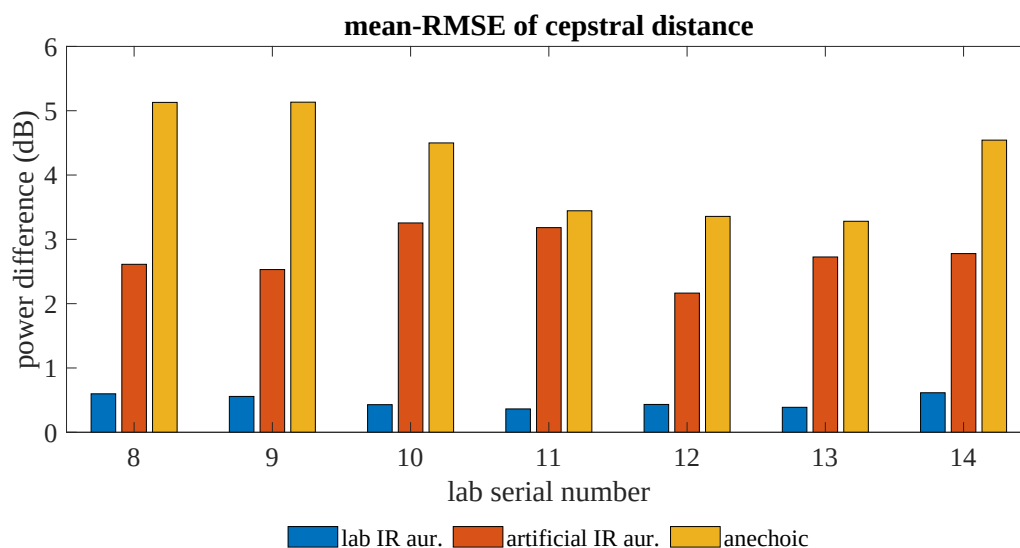
倒頻譜距相異度方面，以圖 4.24b 搭配圖 4.15 察看，全位置空間擬合語音（橘長條）皆比原始語音（黃長條）相似於量測語音，整體相異度約為 3 dB 上下。與章節 4.4.1 吻合的是，在聲影區中的 8、9、10、14 都有較高的原始語音相異度，不過跟聲影區深度沒有直接關聯。位置序號 8、9、12 有較低的相異度，前二與後一位置歧異，空間擬合相異度下降與實際位置沒有直接關聯。

第一抵達波前延遲方面，以圖 4.24c 搭配圖 4.15 察看，直接音未受阻擋的位置序號 11、12、13 在圖上原點附近，11、13 量測抵達延遲為 -1 位顯示於圖的範圍中，七點做線性迴歸得到斜率 1.21 以及縱軸截距 -0.76 sample，斜率大於一代表模擬較量測低估抵達延遲，也就是

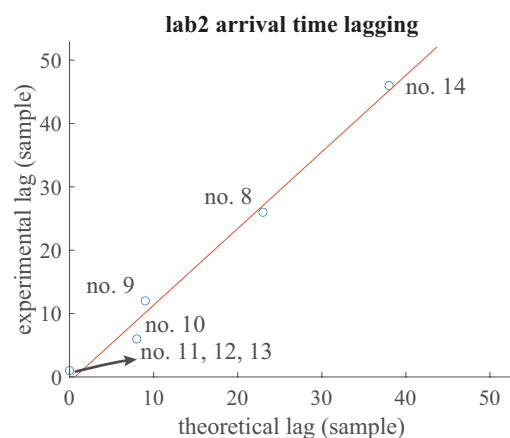
$$\Delta n_{fw} \approx 1.21 \Delta \hat{n}_{fw} - 0.76 \quad (4.41)$$



(a) 擬合與交疊響應時域均方根偏差

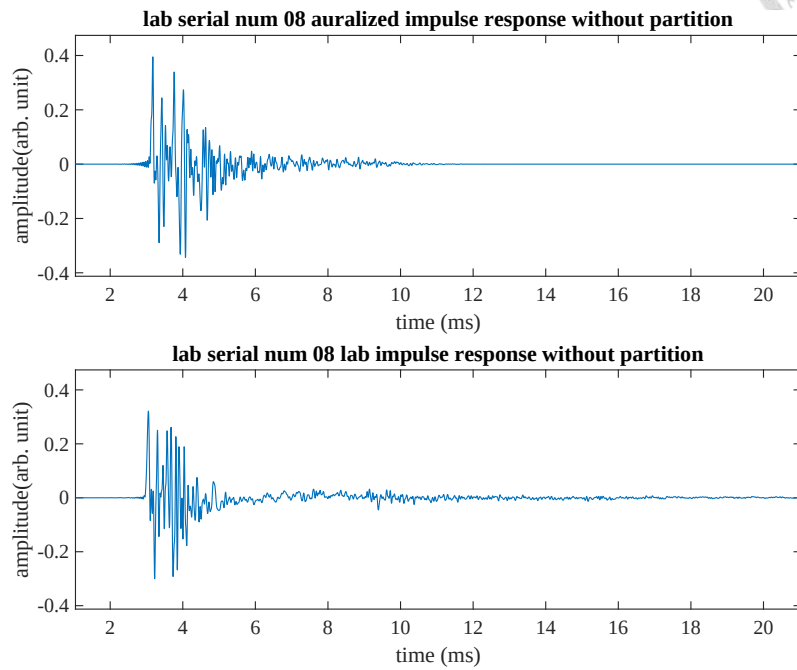
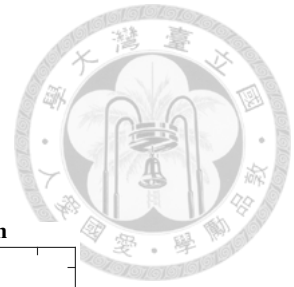


(b) 語音訊號倒頻譜距相異度

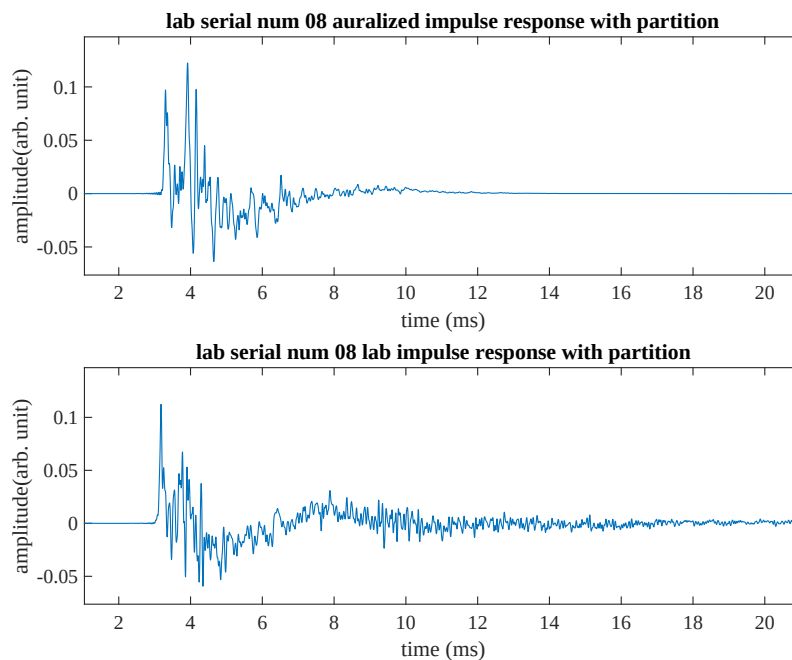


(c) 第一抵達波前延遲關係圖

圖 4.24: 實驗二第一組，模擬與量測綜合結果比較

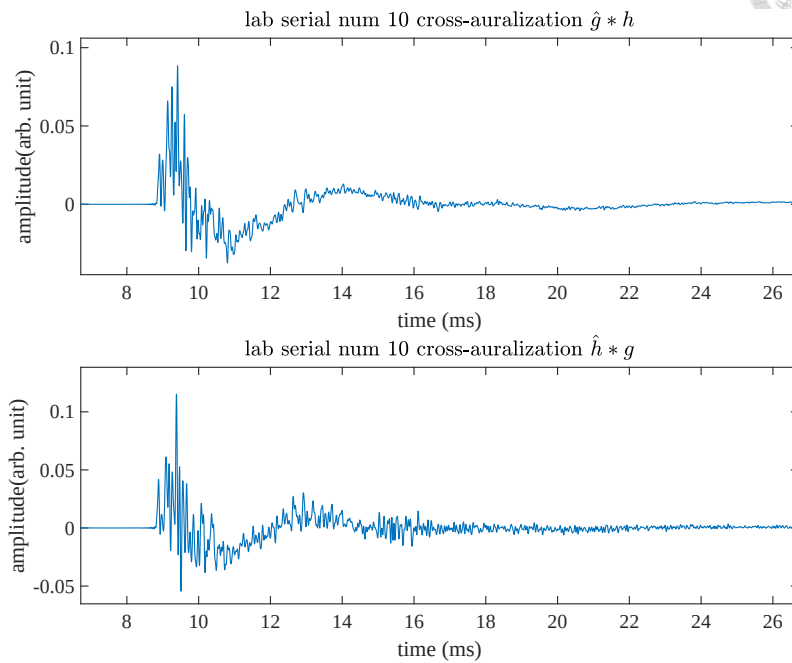
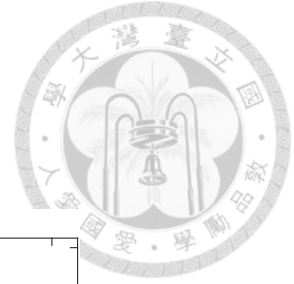


(a) 位置序號 08 無隔板介入響應，上為擬合下為量測

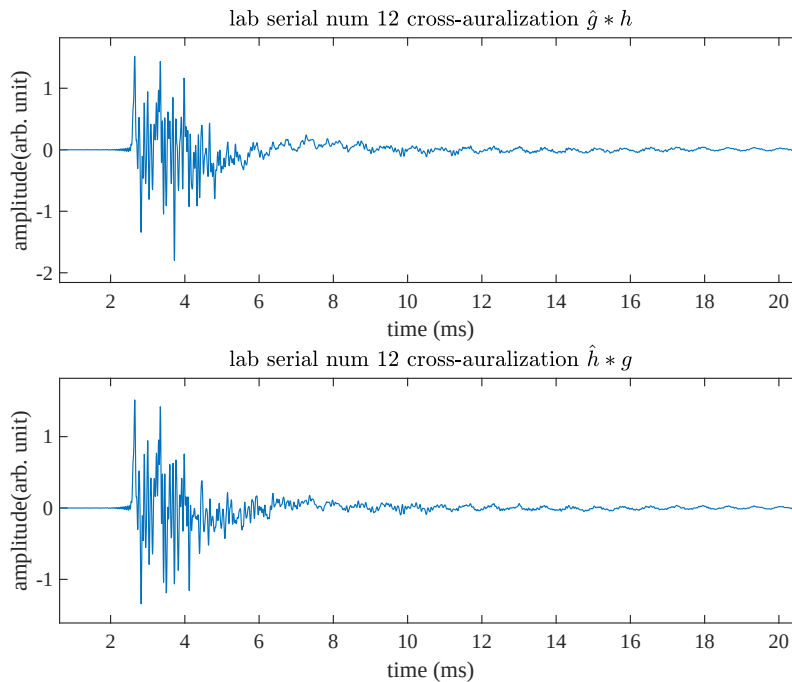


(b) 位置序號 08 有隔板介入響應，上為擬合下為量測

圖 4.25: 實驗二第一組，自由聲場擬合與量測響應個案比較



(a) 位置序號 10 交疊響應



(b) 位置序號 12 交疊響應

圖 4.26: 實驗二第一組，模擬與量測交疊響應個案比較

4.4.3 實驗二第二組：隔板遠離單反射面之空間

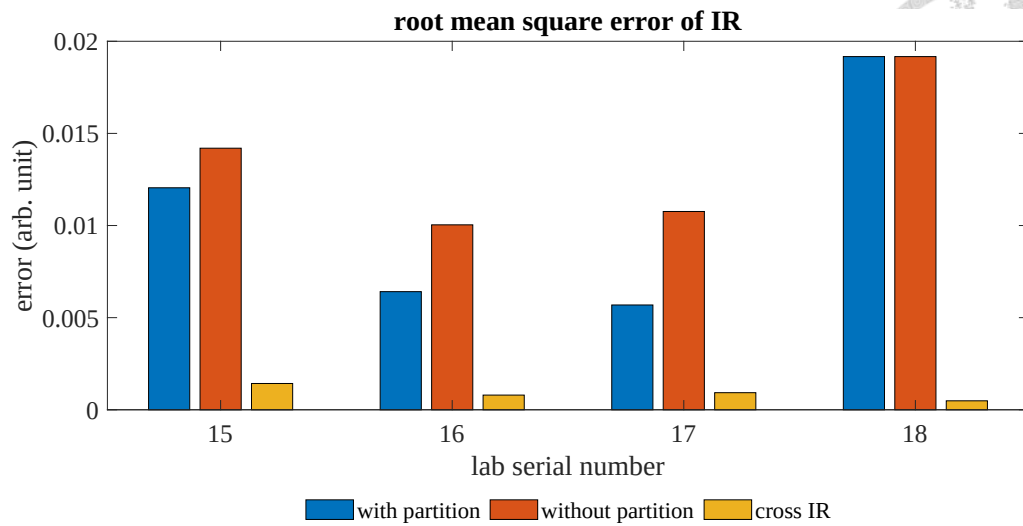
擬合響應偏差方面，以圖 4.27a 中的藍長條與橘長條搭配圖 4.16 察看，位置序號 18 最大，此位置靠近反射面與聲源、遠離聲影區與隔板反射區；位置序號 17 最小，此位置為隔板聲影區中。無隔板對有隔板偏差比率上，15、16、17 比 18 大，但並不顯著。以位置序號 17 為例，我們也能看到偏差與響應本身幅值相關的暗示。從圖 4.28a 與圖 4.28b 都能發現 10 ms 以後仍有響應，與第一組情形類似。

交疊響應偏差方面，以圖 4.27a 中的黃長條搭配圖 4.16 察看，最大最小偏差與擬合響應不一致，位置序號 18 最小、15 最大，全數皆小於 $2 \cdot 10^{-3}$ 。在圖 4.29a 中觀察到 8 ms 至 10 ms 處整段量值有差異，可能解讀為低估隔板介入模擬響應或高估隔板未介入模擬響應。在圖 4.29b 中觀察，兩者差異甚小，可能原因是遠離隔板，隔板介入對響應影響較少或者表達成 $\hat{h}_{acs,18}[n] \approx \hat{g}_{acs,18}[n]$ 且 $h_{18}[n] \approx g_{18}[n]$ 。

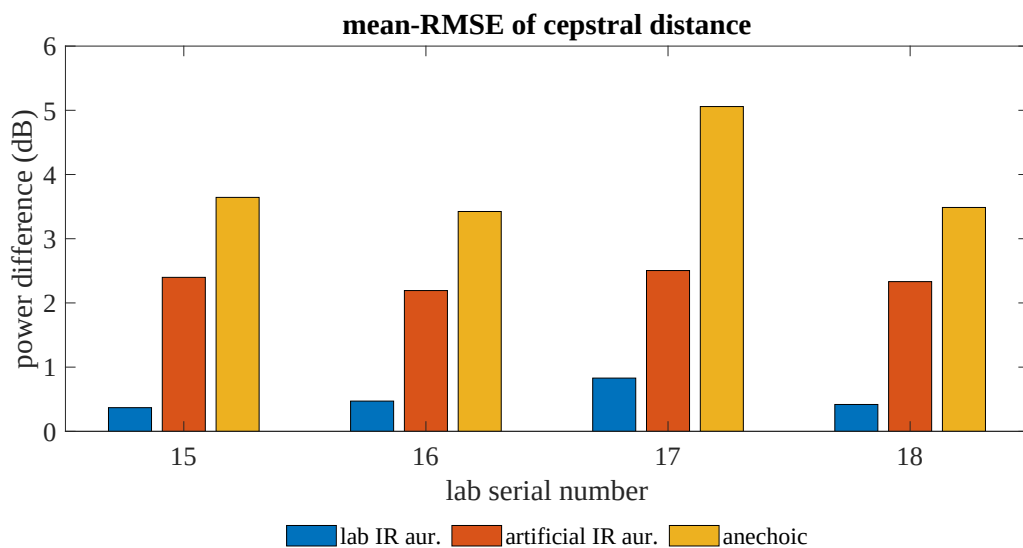
倒頻譜距相異度方面，以圖 4.27b 搭配圖 4.16 察看，全位置空間擬合語音（橘長條）皆比原始語音（黃長條）相似於量測語音，整體相異度約為 2 dB 上下。除位置序號 17 聲影區中原始語音相異度較高，其餘三個位置皆沒有顯著差異。

第一抵達波前延遲方面，以圖 4.27c 搭配圖 4.16 察看，直接音未受阻擋的位置序號 15、16、18 在圖上原點附近，15 量測抵達延遲為 -1 未顯示於圖的範圍中，四點做線性迴歸得到斜率 0.71 以及縱軸截距 0.33 sample，斜率小於一代表模擬較量測高估抵達延遲，也就是

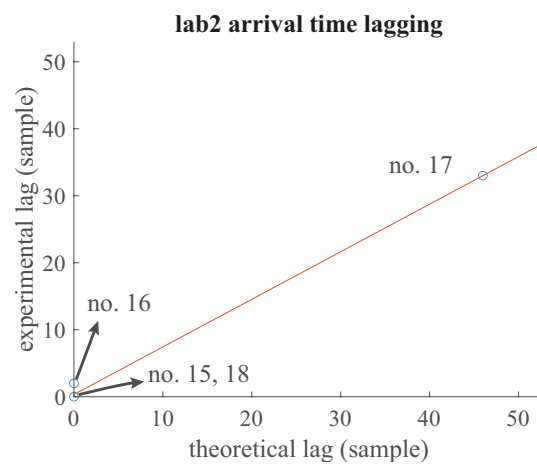
$$\Delta n_{fw} \approx 0.71 \Delta \hat{n}_{fw} + 0.33 \quad (4.42)$$



(a) 交疊響應時域均方根偏差

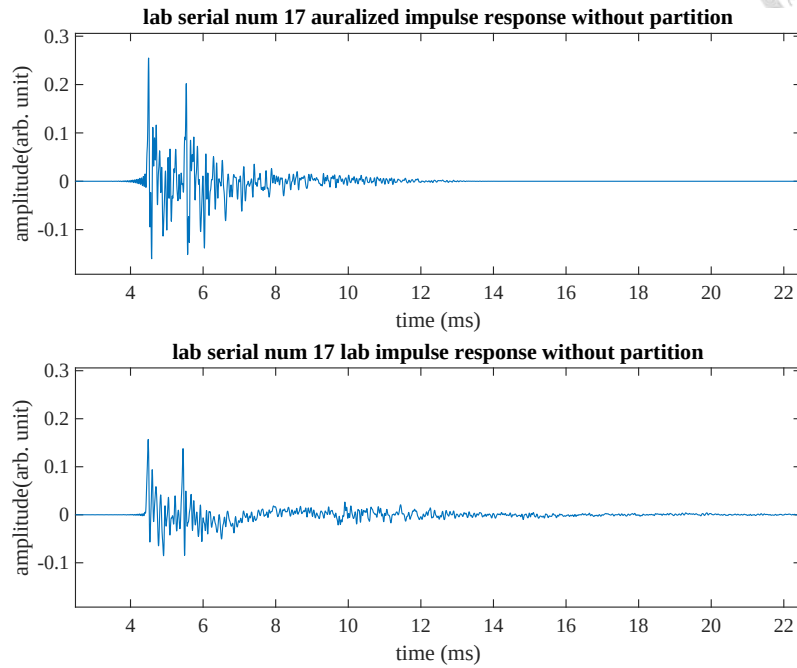


(b) 語音訊號倒頻譜距相異度

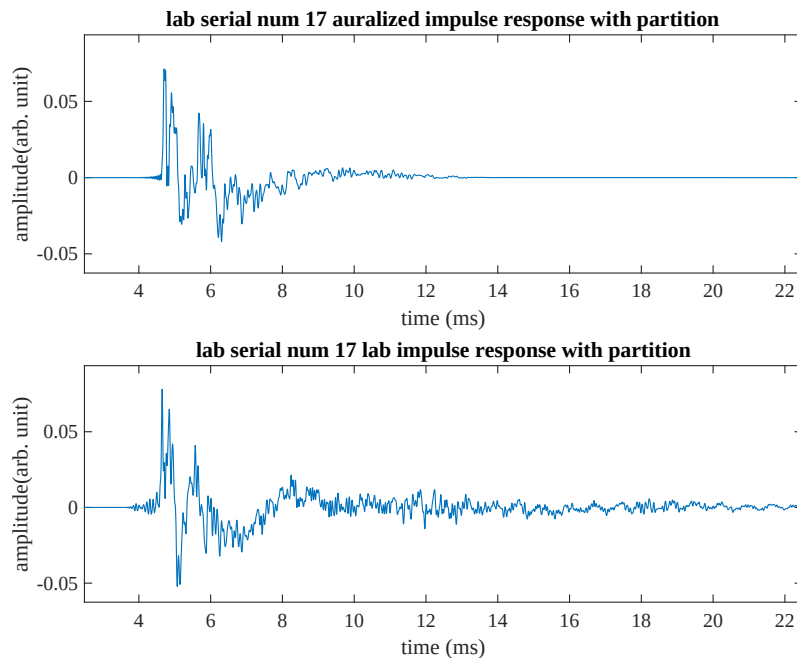


(c) 第一抵達波前延遲關係圖

圖 4.27: 實驗二第二組，模擬與量測綜合結果比較

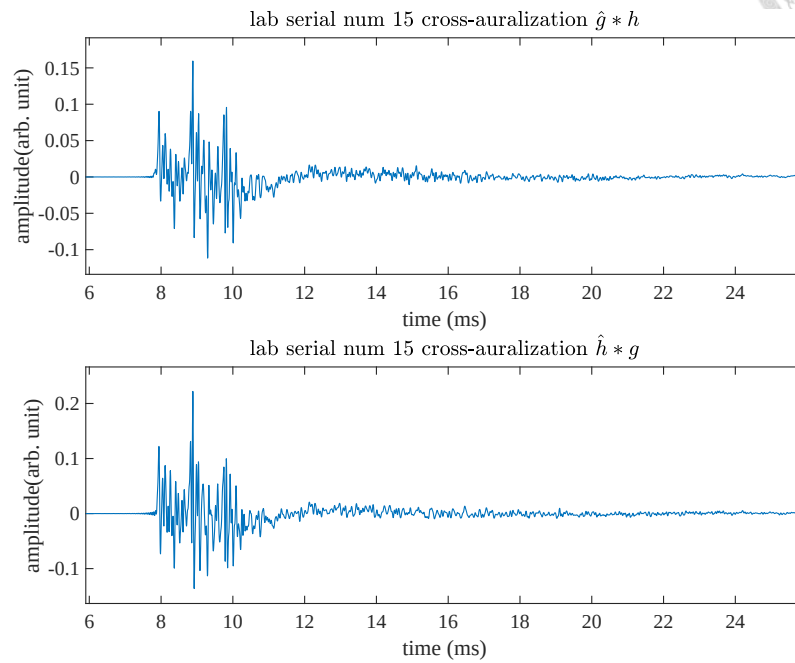
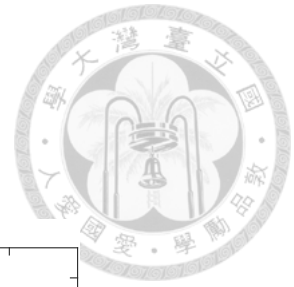


(a) 位置序號 17 無隔板介入響應，上為擬合下為量測

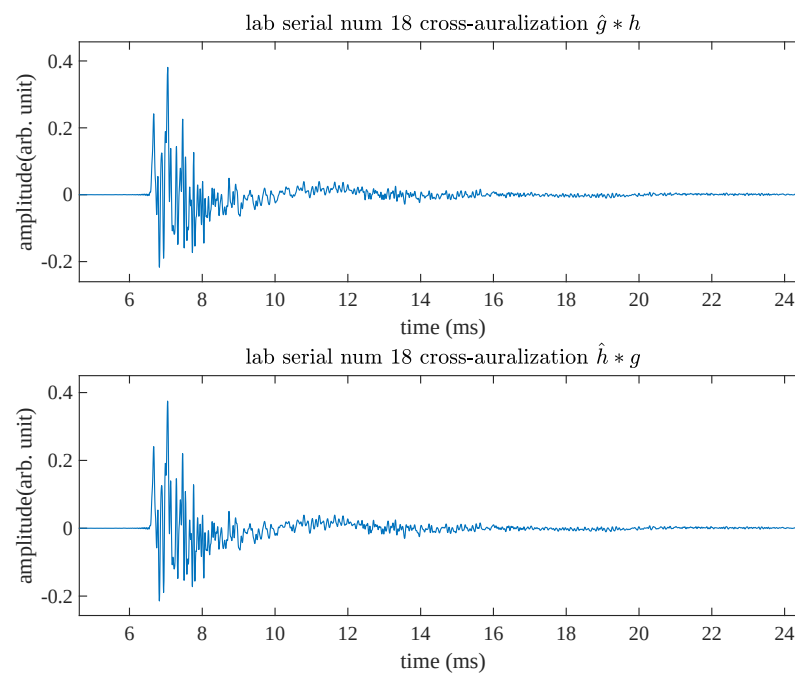


(b) 位置序號 17 有隔板介入響應，上為擬合下為量測

圖 4.28: 實驗二第二組，自由聲場擬合與量測響應個案比較



(a) 位置序號 15 交疊響應



(b) 位置序號 18 交疊響應

圖 4.29: 實驗二第二組，模擬與量測交疊響應個案比較

4.4.4 實驗三：包含桌面之單反射面空間

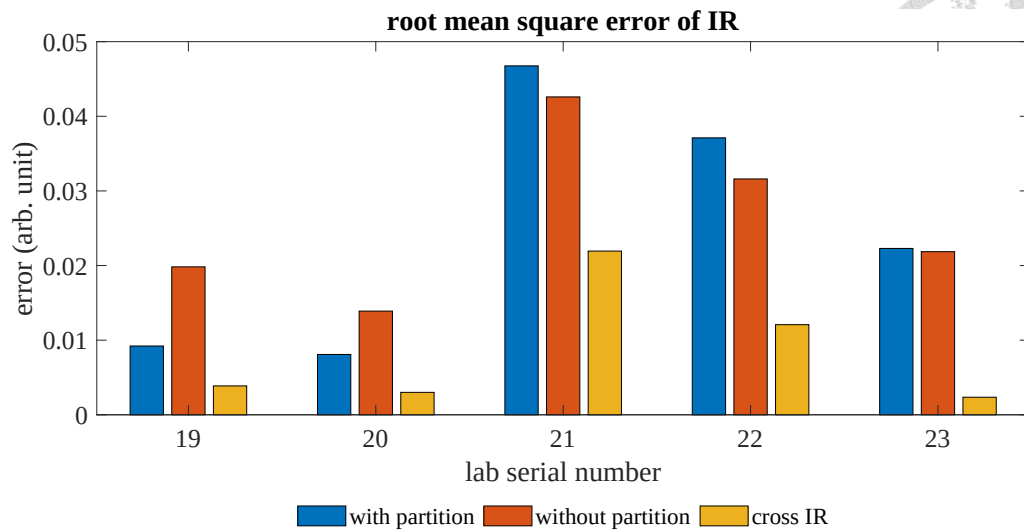
擬合響應偏差方面，以圖 4.30a 中的藍長條與橘長條搭配圖 4.17 察看，位置序號 21 最大，此位置在隔板反射區中、桌面反射區外；位置序號 20 最小，此位置為隔板聲影區邊界附近。無隔板對有隔板偏差比率由大到小，恰巧為聲源異側到同側：隔板聲影區中的 19、20，隔板正上方過渡區 23，隔板反射區 21、22。從圖 4.31a 直接音或 6ms 地面反射音兩響應皆有差異，從量測響應我們可以解讀出揚聲器自由聲場幅值並未衰減如擬合的響應，有可能是近場十二面體揚聲器不能視為有限點聲源導致。

交疊響應偏差方面，以圖 4.30a 的黃長條搭配圖 4.17 察看，最大偏差與擬合響應一致，但擬合響應偏差居於中間之位置序號 23，在此為最小偏差。聲影區挑出靠近邊界的位置序號 20 觀察，在圖 4.32b 能發現 6ms 至 8ms 處相異較大，也就是直接音與桌面反射音的遮蔽前後影響，可能是模擬高估介入前響應量或低估介入後響應量。反射區挑出最多反射量的位置序號 22 觀察，在圖 4.32b 能發現 5ms 至 6ms 處相異較大，模擬的較量測的高估經隔板與桌面的二階反射量。

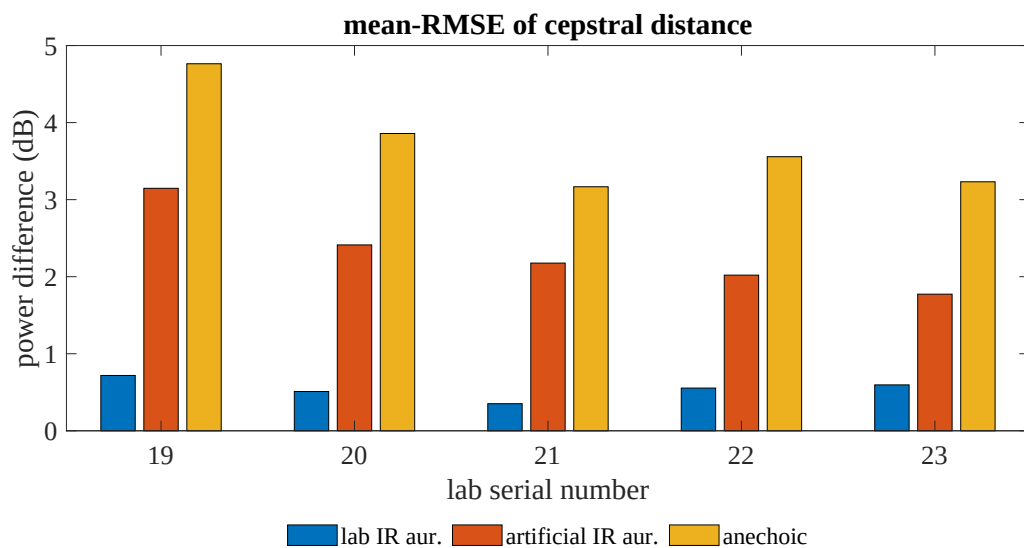
倒頻譜距相異度方面，以圖 4.30b 搭配圖 4.17 察看，全位置空間擬合語音（橘長條）皆比原始語音（黃長條）相似於量測語音，整體相異度約為 2.5 dB 上下。與章節 4.4.1 吻合的是，在聲影區中的 19、20 都有較高的原始語音相異度。相異度最高為聲影區深處的位置序號 19，最低為過渡區的位置序號 23。

第一抵達波前延遲方面，以圖 4.30c 搭配圖 4.17 察看，直接音未受阻擋的位置序號 21、22、23 重疊在原點，七點做線性迴歸得到斜率 1.18 以及縱軸截距 -1.34 sample，斜率大於一代表模擬較量測低估抵達延遲，也就是

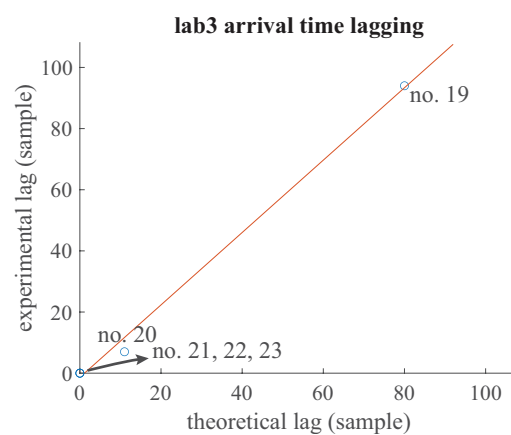
$$\Delta n_{fw} \approx 1.18 \Delta \hat{n}_{fw} - 1.34 \quad (4.43)$$



(a) 擬合與交疊響應時域均方根偏差

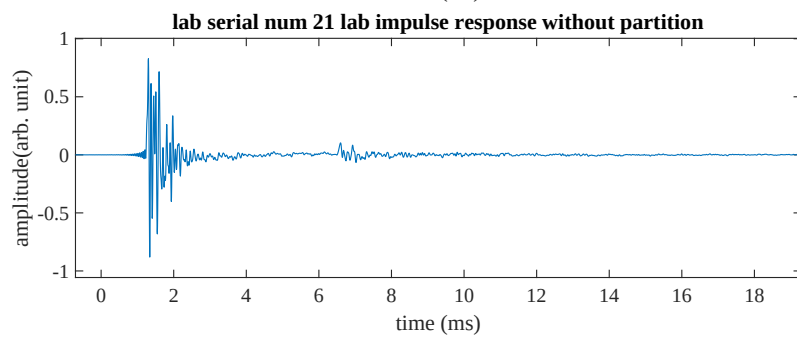
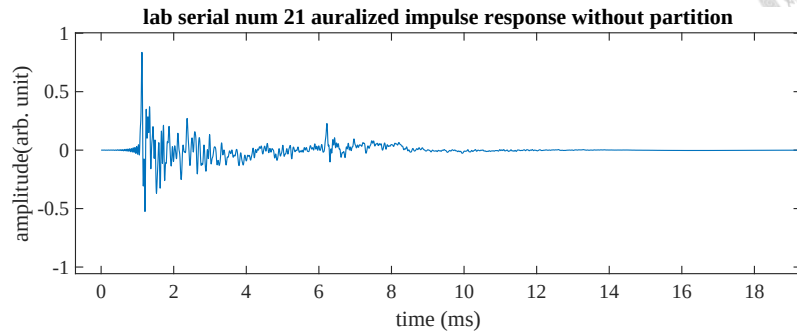
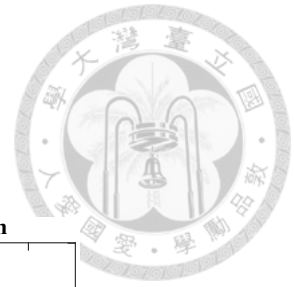


(b) 語音訊號倒頻譜距相異度

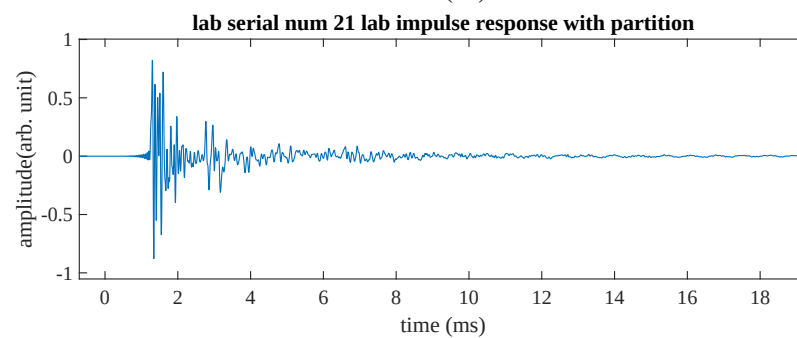
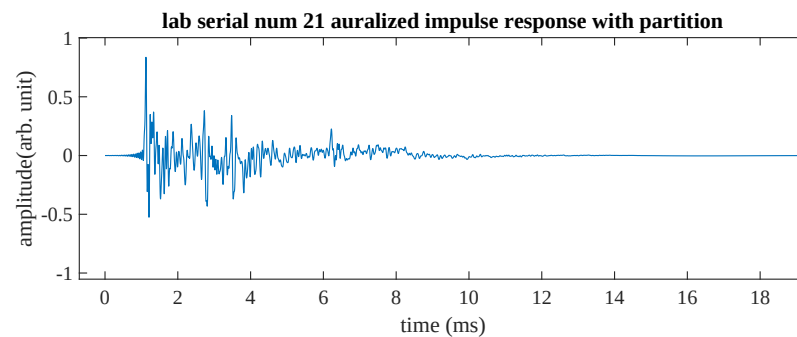


(c) 第一抵達波前延遲關係圖

圖 4.30: 實驗三，模擬與量測綜合結果比較

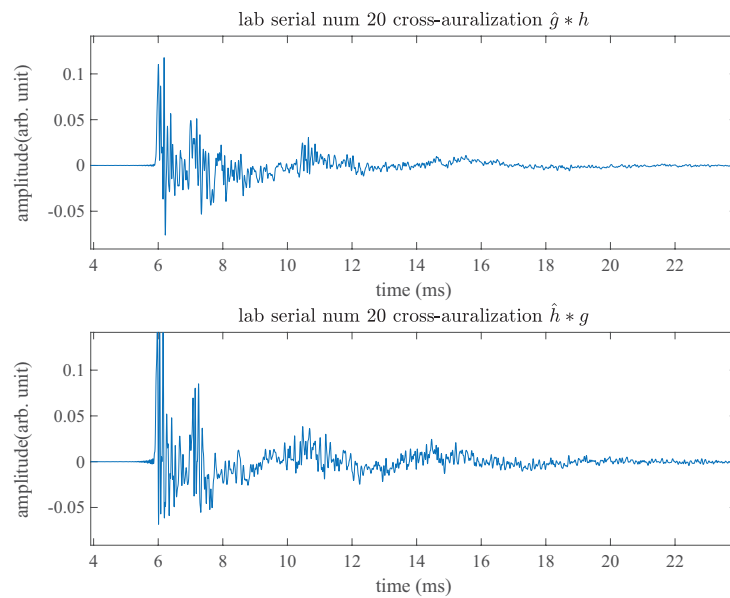


(a) 位置序號 21 無隔板介入響應，上為擬合下為量測

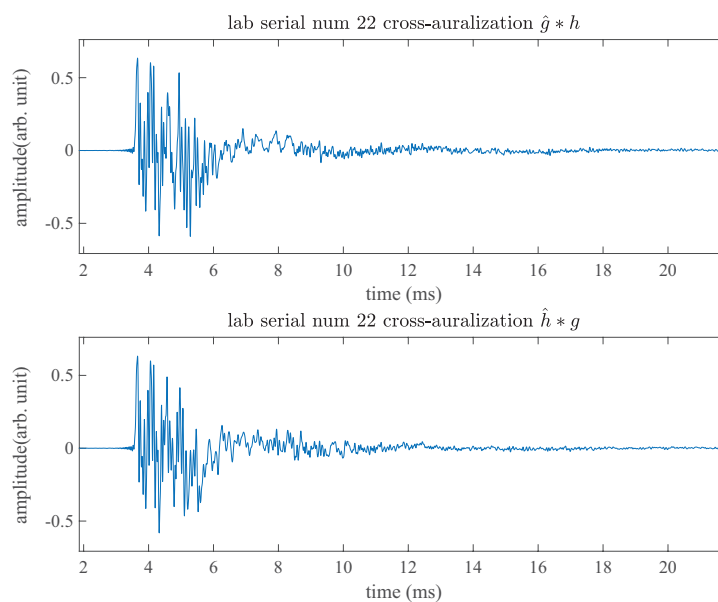


(b) 位置序號 21 有隔板介入響應，上為擬合下為量測

圖 4.31: 實驗三，自由聲場擬合與量測響應個案比較



(a) 位置序號 20 交疊響應



(b) 位置序號 22 交疊響應

圖 4.32: 實驗三，模擬與量測交疊響應個案比較



4.4.5 實驗四：包含長桌之長型房間

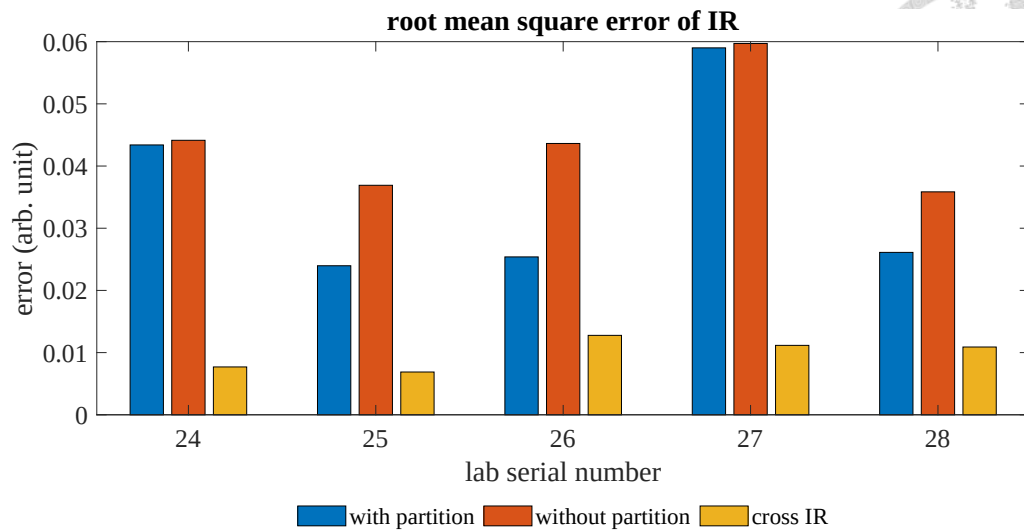
擬合響應偏差方面，以圖 4.33a 中的藍長條與橘長條搭配圖 4.20 察看，位置序號 27 最大，此位置在隔板、桌面反射區中；位置序號 25、26、28 最小，偏差量值沒有顯著差異，此三位置皆為隔板聲影區中。無隔板對有隔板偏差比率：隔板聲影區中的 25、26、28 之比率接近 1.5，未受遮蔽的 24、27 之比率接近 1。挑出在聲影區中的位置序號 25 來觀察，介入前後的響應分別為圖 4.34a 與圖 4.34b 中，擬合與量測響應的各個路徑的抵達延遲皆相近，但各路徑形成的響應皆有一定程度的幅值差異。

交疊響應偏差方面，以圖 4.33a 的黃長條搭配圖 4.20 察看，最大、最小偏差與擬合響應無明顯關聯，24、25 較 26、27、28 小，但並不顯著。在圖 4.35a 中 2ms 至 20ms 能觀察到的差異不大，但在圖 4.35b，也就是直接音與桌面反射音的遮蔽前後影響，可能是模擬高估介入前響應量或低估介入後響應量。深聲影區挑出的圖 4.35b 能發現 4ms、8ms 附近處相異較大，且下圖快速正負交替的部分較多，因此有可能是模擬響應較量測響應高估繞射的程度，或者模擬較量測低估反射程度。

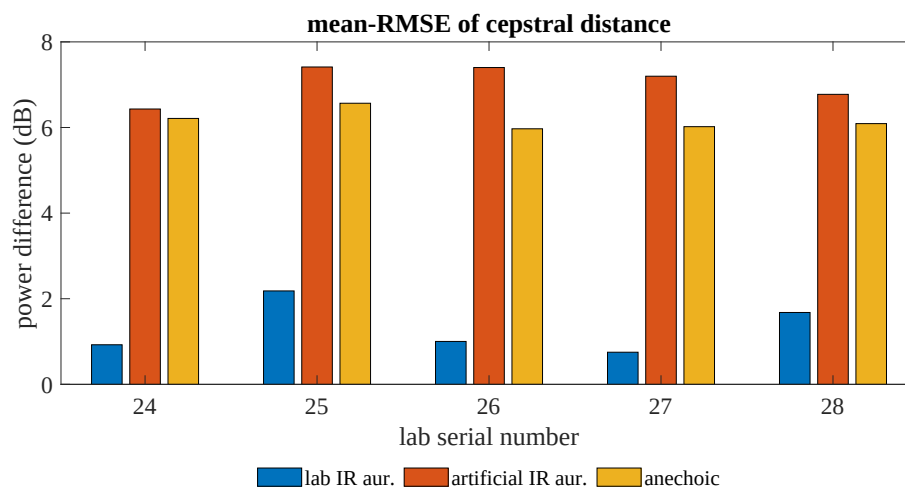
倒頻譜距相異度方面，以圖 4.33b 搭配圖 4.20 察看，全位置空間擬合語音（橘長條）並沒有比原始語音（黃長條）相似於量測語音，整體相異度約為 7dB 上下。因模擬響應總長僅計算 50ms，晚期反射、迴響並無法模擬，因此語音訊號的誤差可以預期的。

第一抵達波前延遲方面，以圖 4.33c 搭配圖 4.20 察看，直接音未受阻擋的位置序號 24、27 重疊在原點，五點做線性迴歸得到斜率 1.41 以及縱軸截距 -0.58 sample ，斜率大於一代表模擬較量測低估抵達延遲，也就是

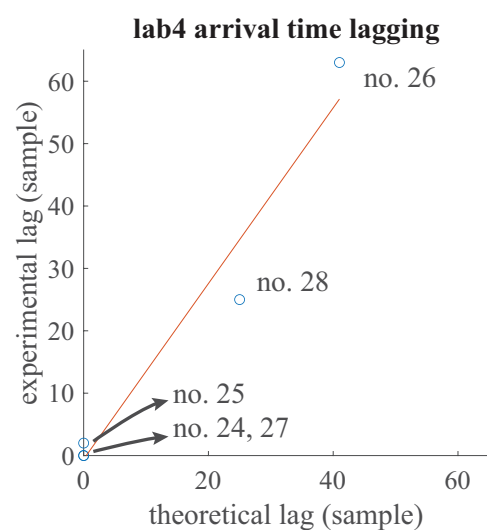
$$\Delta n_{fw} \approx 1.41 \Delta \hat{n}_{fw} - 0.58 \quad (4.44)$$



(a) 擬合與交疊響應時域均方根偏差

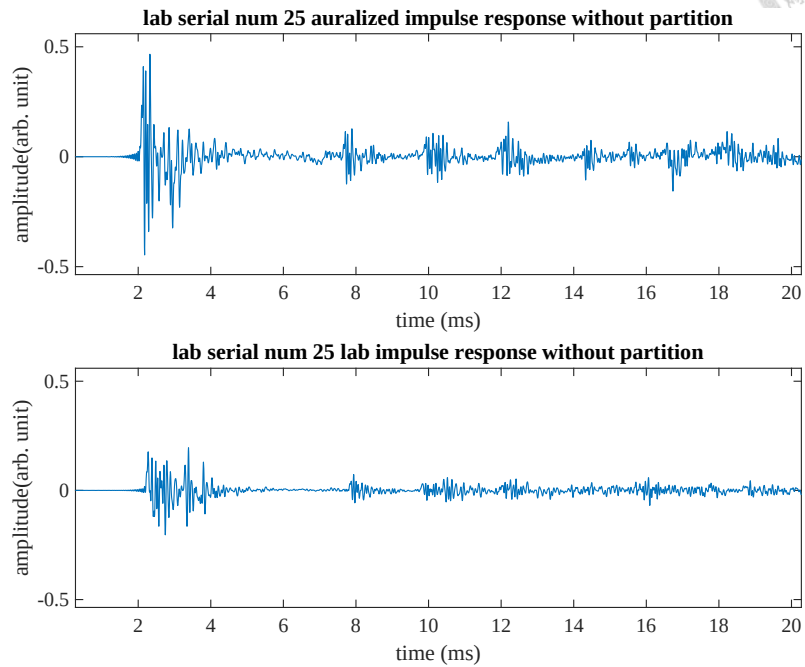
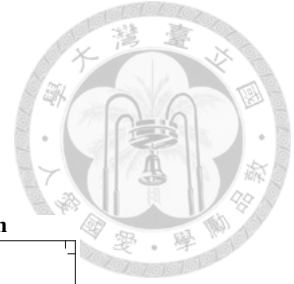


(b) 語音訊號倒頻譜距相異度

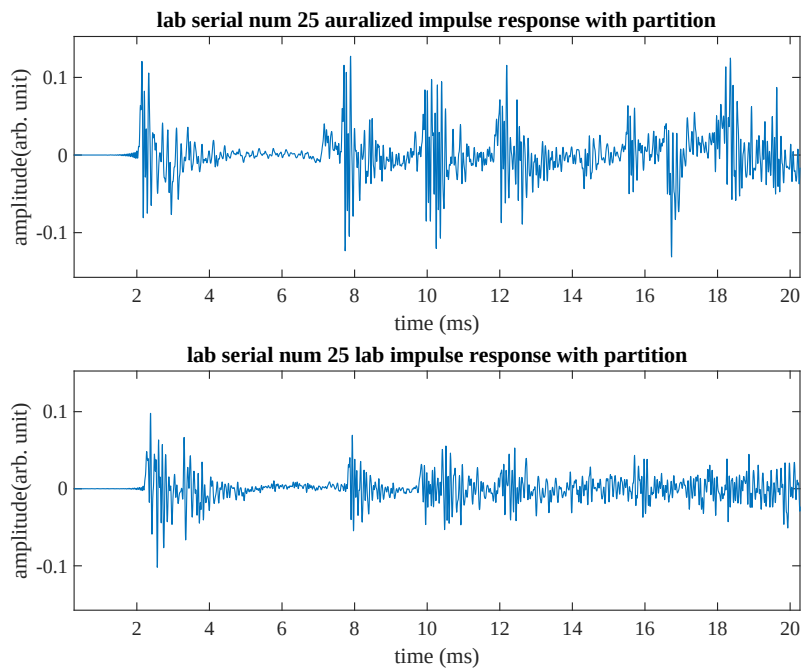


(c) 第一抵達波前延遲關係圖

圖 4.33: 實驗四，模擬與量測綜合結果比較

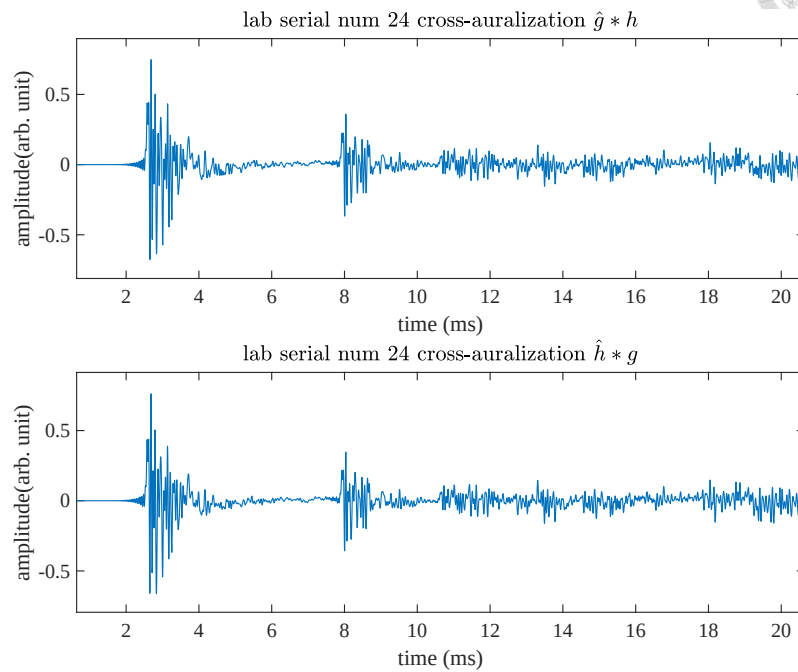
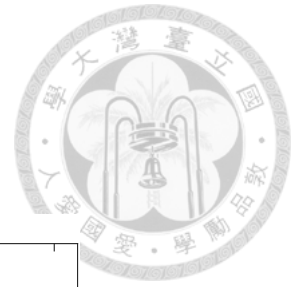


(a) 位置序號 25 無隔板介入響應，上為擬合下為量測

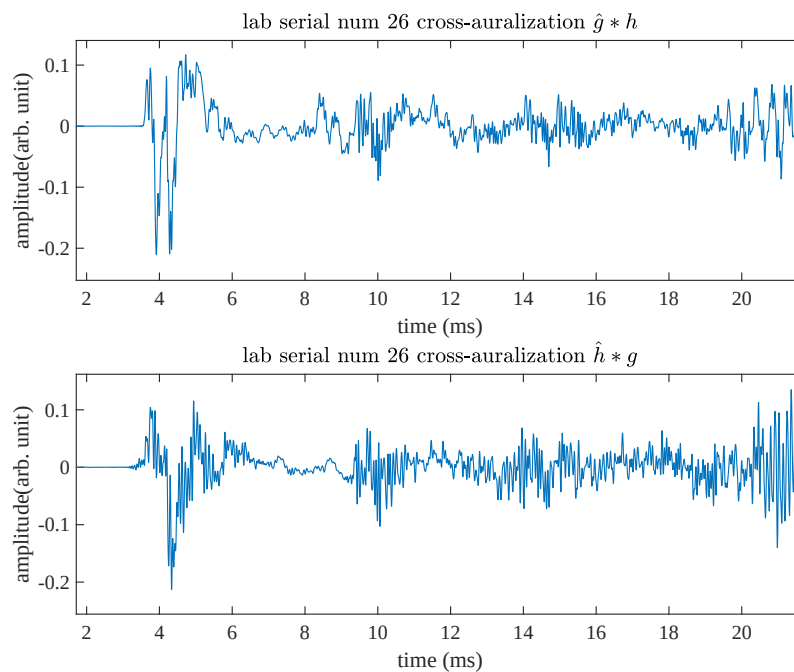


(b) 位置序號 25 有隔板介入響應，上為擬合下為量測

圖 4.34: 實驗四，自由聲場擬合與量測響應個案比較



(a) 位置序號 24 交疊響應



(b) 位置序號 26 交疊響應

圖 4.35: 實驗四，模擬與量測交疊響應個案比較

結論

綜合四個實驗的驗證結果，我們已充分檢驗幾何聲學的模型，得到以下結論

1. 聆聽者在反射區情況，交替、擬合響應偏差都有較大的傾向
2. 單一路徑響應中，模擬之有限點聲源的聲源強度估計與量測結果有落差
3. 擬合響應的無隔板對有隔板偏差比率與遮蔽程度正相關
4. 擬合響應偏差與響應本身幅度相關
5. 第一抵達波前延遲在無遮蔽情形模擬與實驗十分吻合
6. 第一抵達波前延遲在有遮蔽情形模擬與實驗最大有20 sample 的偏差
7. 大多受遮蔽情形的原始語音訊號倒頻譜距相異度較高





第五章 隔板的介入影響

本章節基於第3章的模型，模擬並探討實際情境中對談兩人因為隔板介入後受到的聲學影響，使用章節 4.2 房間空間位置以及法向反射係數，（為了不與訊號的記號方法 $x(t), y(t)$ 等混用，此章節使用 χ_1, χ_2, χ_3 表示空間三個方向的座標）設定座標為左右向： $\chi_1 \in [0, 3.44]$ 、下上向： $\chi_2 \in [0, 2.90]$ 、前後向： $\chi_3 \in [0, 9.60]$ 。採用 $0.80\text{ m} \times 1.2\text{ m}$ 的桌子、桌面高度 0.75 m 、方形 $0.60\text{ m} \times 0.60\text{ m}$ 的隔板，共討論四個情境：相鄰而坐在房間中間（圖 5.1）、面對面坐在房間中間（圖 5.2）、相鄰而坐在房間靠牆（圖 5.3）、面對面坐在房間靠牆（圖 5.3）。相鄰而坐桌子長邊的情形中，隔板介於兩人中間，兩人各分 $0.80\text{ m} \times 0.6\text{ m}$ 的空間。面對面坐桌子短邊的情形中，隔板介於兩人中間，兩人各分 $0.40\text{ m} \times 1.2\text{ m}$ 的空間。

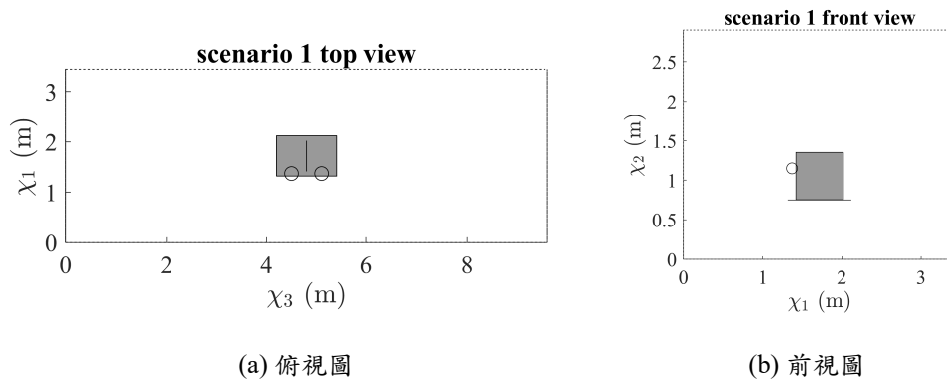


圖 5.1: 情境一空間配置圖

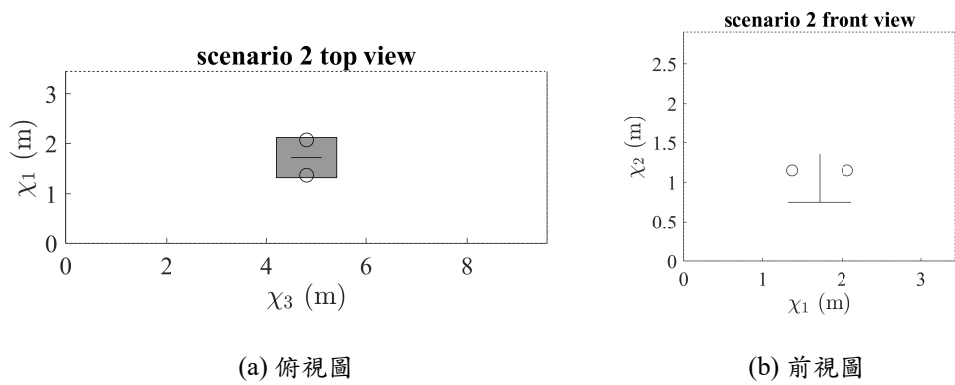


圖 5.2: 情境二空間配置圖

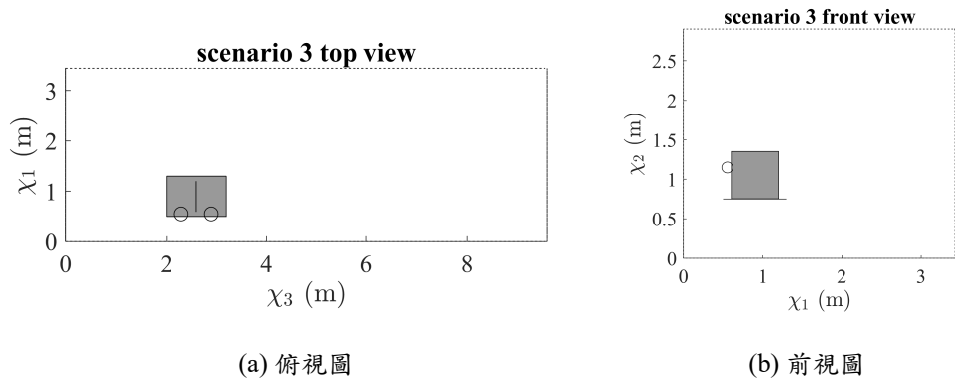


圖 5.3: 情境三空間配置圖

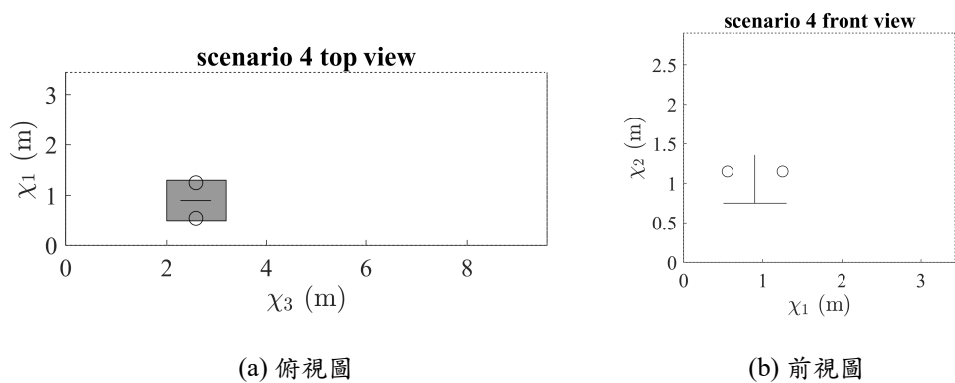


圖 5.4: 情境四空間配置圖

5.1 室內響應之差異分析方法

從模擬出的室內響應，主要比較聲源到聆聽者之間的脈衝響應，我們可以計算：響應總能量、頻域幅度響應、第一抵達波前延遲，定義早期反射為50 ms 前之響應，若能推估後期反射形成的響應總能量，便能用早期與晚期響應能量的比率

計算清晰度指數 C_{50} ，第一抵達波前延遲的計算方法已在章節 4.3 描述，在此不重複贅述。除了一說一聽的情況，我們也額外探討自說自聽的情況。



5.1.1 響應總能量

連續時域的響應總能量以對功率（脈衝響應平方）做積分計算

$$E_{\text{tot}}(t_a, t_b) = \int_{t_a}^{t_b} h^2(t) dt \quad (5.1)$$

離散時域的響應總能量則以脈衝響應平方和做計算

$$E_{\text{tot}}(n_a, n_b) = \sum_{n=n_a}^{n_b} h^2[n] \quad (5.2)$$

在此早期反射響應總能量表示成

$$E_{\text{calry}} = \sum_{n=0}^{n_e} h^2[n], \quad n_e = 0.05 \text{ sec} \cdot f_{\text{sample}} \quad (5.3)$$

晚期反射響應總能量表示成

$$E_{\text{late}} = \sum_{n=n_e}^{n_l} h^2[n], \quad n_l = RT_{60} \cdot f_{\text{sample}} \quad (5.4)$$

由於使用像源法模型計算晚期反射並不實際，在此利用實驗量測結果假定 $RT_{60} = 1.18 \text{ sec}$ ，首先從早期反射的響應中計算尾段 45 ms 至 50 ms 的方均根值

$$r_0 = \sqrt{\frac{200}{f_{\text{sample}}} E_{\text{tot}}(0.045 f_{\text{sample}}, 0.05 f_{\text{sample}})} \quad (5.5)$$

假設晚期脈衝響應以指數函數衰減每經過 RT_{60} 衰減為原先的千分之一，晚期響應開頭方均根值與早期尾段吻合，臆造的晚期脈衝響應

$$h_{\text{late}}(t) = r_0 \cdot 10^{-3 \frac{t-0.05}{RT_{60}}} \quad (5.6)$$

以情境四結果為例，我們用藍實線代表計算出的早期響應、橘虛線代表臆造的晚期響應，如圖 5.5 所示。

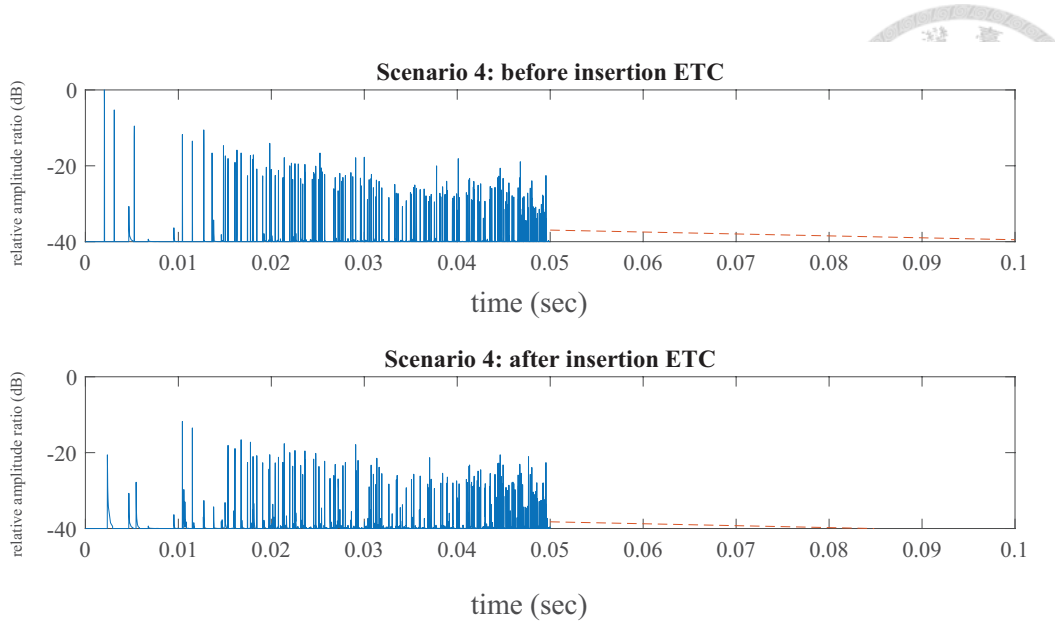


圖 5.5: 範例早期響應與製造的晚期響應，情境四的能量時間圖

5.1.2 頻域幅度響應

使用快速傅立葉轉換，將介入前後的脈衝響應以頻域幅度響應呈現

$$H[\omega] = \text{FFT}\{h[n]\} \quad (5.7)$$

並且以三分之一八音度平滑化後

$$\tilde{H}[\omega] = \text{Smooth}(H[\omega], 1/3 \text{ Octave}) \quad (5.8)$$

三分之一八音度平滑化的介入損失就是

$$\text{IL}[\omega] = 10 \log \frac{\tilde{H}[\omega]}{\tilde{G}[\omega]} \quad (5.9)$$

以情境二結果作為範例，可以畫出圖 5.6。另外，我們定義平均頻域介入損失

$$\text{MSIL} = \left\langle \text{IL}[\omega] \right\rangle_{\omega} \quad (5.10)$$

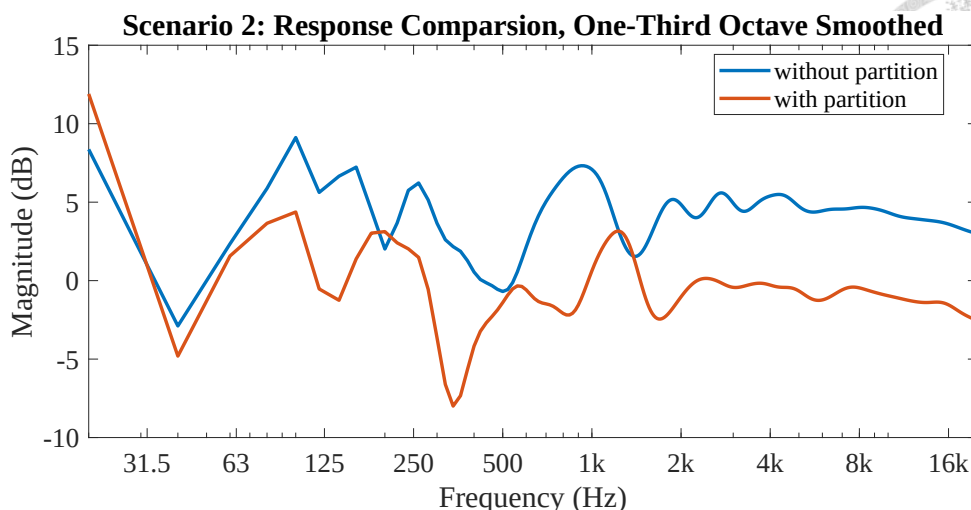


圖 5.6: 三分之一八音度平滑後的頻域幅度響應範例：情境二

5.1.3 清晰度指數

由於人耳聽覺會將時間上緊接直接音的訊號處理為同一聲響，單一反射情形下人要區別獨立兩聲的時間間隔約需50 ms 以上 [34]，以50 ms 為界，早期反射會改變原始訊號的音色並提高感受到的音量，晚期反射則會干擾原始訊號內容，更有研究指出早期反射對於人耳辨識語音有幫助 [67]。基於這個想法，我們可以使用清晰度指數

$$C_{50} = 10 \log \frac{E_{\text{early}}}{E_{\text{late}}} \quad (5.11)$$

清晰度指數越高代表，響應能量越集中在50 ms 前。使用四個情境之厝造晚期響應能量取平均，統一使用同個 E_{late} 計算各情境的 C_{50} 。

5.1.4 聲源側反射量

在第4章中我們有發現，若聆聽者落於隔板反射區中，早期反射的量會因為隔板介入而增加，本著這個現象，我們探討隔板介入對自說自聽的影響。我們設定情境一和情境三的同側聆聽位置在聲源往隔板、離桌、離地方向各10 cm，情境二和情境四的同側聆聽位置在聲源往兩個離桌、離地方向各10 cm，以同側早期響應能量差異、平均頻域介入損失、清晰度指數提升，在四個情境中額外討論聲源反射量的變化。



5.2 分析結果與情境探討

綜合各項結果，我們比較各情境中隔板介入前後的聲學影響，羅列於表 5.1 中。交換發話者與聆聽者位置的結果差異不大，情境一、三幾何位置具對稱性，其結果完全一致；情境二、四僅有些許差異，例如情境二當中的介入損失，因此我們僅討論坐右側發話、坐左側聆聽設置下的結果。

我們發現無論相鄰而坐或面對面坐，隔板的介入都會讓早期反射能量損失、清晰度下降，面對面坐比相鄰而坐損失的情況嚴重，清晰度分別下降約 2 dB 和 6 dB。接著觀察到桌子擺放位置形成的差異，同樣相鄰而坐的情境一、三損失不明顯，差異僅 0.1 dB；但同樣面對面坐的情境二、四，靠牆的情境四比在中間的情境二要多下降 2 dB 的清晰度。最後分析發話者本身聆聽到的響應差異，情境一、三皆沒有明顯變化，情境二、四因早期反射增加而提高響應能量，但頻域損失、清晰度變化並不明顯，參考圖 5.7，會發現介入後上下凹凸的頻域響應，實際上對應到發話者本身聽到自己的聲音，在隔板介入後會有音色改變但音量提升不明顯。

表 5.1: 不同情境室內聲場隔板介入影響之分析結果

情境編號	1		2		3		4	
有無隔板	無	有	無	有	無	有	無	有
早期響應總能量 (arb. unit)	4.18	2.79	2.97	1.01	4.44	2.86	2.48	0.53
平均頻域介入損失 (dB)	+1.08		+4.63		+1.15		+6.48	
清晰度指數 (dB)	5.8	4.0	4.3	-0.4	5.8	4.1	3.6	-3.1
同側響應總能量 (arb. unit)	17.7	17.7	18.0	18.9	18.0	18.0	18.0	19.5
同側頻域介入損失 (dB)	+0.00		-0.00		+0.00		-0.04	
同側清晰度指數提升 (dB)	+0.00		+0.15		-0.00		+0.12	

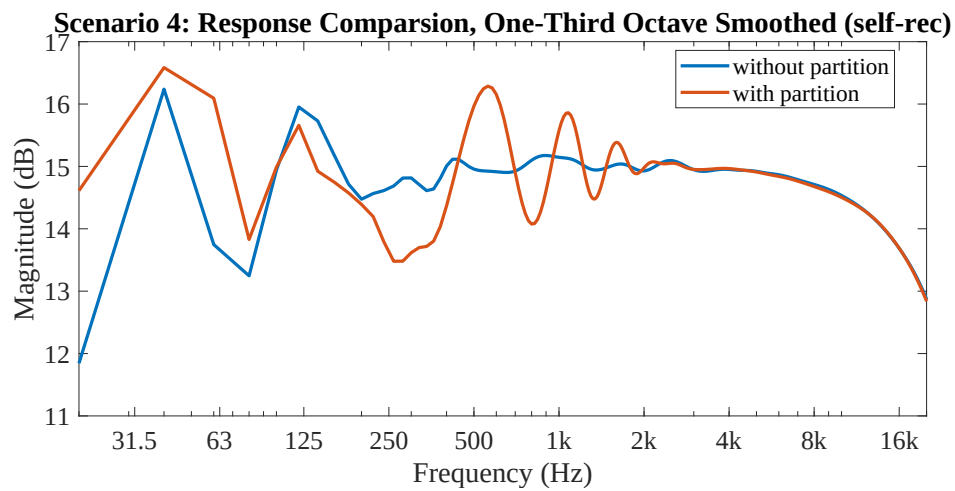


圖 5.7: 發話者本身聆聽到的頻域幅度響應範例：情境四





第六章 總結

本研究基於理想點聲源在室內的脈衝響應描述聲源與聆聽者之間的聲學系統，我們將波動方程式的邊界值問題轉換為幾何問題，利用疊加原理將理想點聲源自由聲場與楔形體的特定解得到室內聲場，以像源、邊緣、聆聽者位置幾何資訊計算響應，以程式語言 MATLAB 實踐長方形房間的空間可聽化。我們接著以階段性的實驗驗證模型的適用性，依階段在實驗空間中逐漸提升反射面的數量，用抵達延遲、時域均方根偏差、倒頻譜相異度檢驗模型與實驗量測的響應差異。最終討論長方形房間坐於一桌交談的兩人因隔板介入的聲學影響，結果顯示兩人坐法、桌子擺放位置皆有關聯，因隔半介入而下降的清晰度，相鄰而坐的2 dB 較面對面坐的6 dB 低，而桌子若靠近牆邊，清晰度將會下降更多。

6.1 侷限性與潛在的改善方向

本研究在各個環節均有未盡完善的細項，待後續研究改善、補足本研究之缺陷，具體上能夠歸類為：理論限制、模型限制、實驗驗證有效性、模型實用性。

6.1.1 理論限制

採用像源法最大的限制就是像源產生數量隨響應長度指數成長，以本研究設定的響應長度50 ms 所產出的像源大約在 200~250 個這個範圍，搭配要遮蔽檢查的像物件、計算的像物件邊緣繞射，這兩者也會隨響應長度上升，加上使用 BTM 繞射模型每一邊元皆須依響應長度計算個數值積分，所需計算力龐大因此計算時間難以縮減。若要計算更長的響應，單純改變演算法的結構是不可能的，比較實際的方式是改用其他理論的幾何聲學模型。

本研究沒考慮的聲學現象還有很多，最主要沒考慮的有：完整的反射響應、透射響應、雙耳聽覺與頭相關轉移函數。本研究採用的反射響應為帶增益之純延

遲響應，而且只以法向反射係數調整響應幅度，若額外考慮邊界介質的聲阻抗性質，反射的響應並非單純只是純延遲響應，會有更複雜的頻響幅度、相位變化。透射響應則是完全沒有計入響應中，相對直接、反射、繞射，因隔板剛性高，穿透隔板的聲音能量很可能小20 dB 以上，若計入可以得到更精確的聲學解答。最後本研究沒有計入聲源、聆聽者本身的反射、繞射現象，也就是沒有將人體算入空間的邊界條件當中，因此得到的結果僅是單聲道的響應，未來或許能結合投相關轉移函數得到更貼近人耳感知的結果。

6.1.2 模型限制

本研究模型房間要求正則性使得像源產生速度快，若要計算任意幾何空間的響應則得回歸到逐面遞迴的方法，這會讓同樣響應長度要求下模型所需計算時間更長。模型中沒考慮的有：聲源指向性，隔板、桌子的支撐結構以及本身厚度，隔板、桌子的吸音係數，包含二階以及以上的繞射路線。其中物件的吸音係數與指向性是容易擴增的功能，前者只要在遞迴過程中合計通過的面之吸音係數，便能設定物件像源的像源強度；後者需計算路徑與聲源的方位角、極角，依據給定的指向性計算響應。另兩項皆是在衡量實際帶來的影響以及提升的計算量後，選擇放棄的。

在計算路徑之外，BTM 繞射模型的計算做了依據靠近遮蔽、反射邊界程度調整積分區間以及內插，藉此降低計算每一邊緣響應的時間。在數學或物理意義上，可能還有更好的近似方法，待未來的研究探討。

6.1.3 實驗驗證有效性

本研究執行的實驗中，空間定位方法是採取用捲尺量測到四個基準點位置來計算，該方法存在量測誤差約為長度量測工具誤差之 3.6 倍，可以改用其他長度量測工具如雷射測距儀等來改善精度。實驗選用的揚聲器在尺寸上相較隔板幾乎是相當，指向性、近場其他實際有限體積聲源的不理想都會影響量測響應，揚聲器自由聲場的擬合響應可以有更仔細量測資料（各個方位角、極角、逕向距離的響應）。

本研究僅有客觀響應結果的比較而欠缺主觀聆聽測試的比較，未來可以執行空間可聽化後的語音訊號 ABX 測試，進行主觀相異度的統計分析。

6.1.4 模型實用性

本研究建立的模型，還有些實用功能不齊。以下是目前欠缺、未來可以考慮開發加入的功能：使用 CAD 軟體匯入幾何形狀、自動判斷並減省物件幾何形狀、結合吸音係數資料庫。



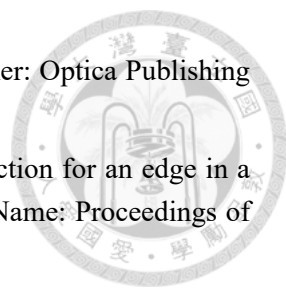




參考文獻

- ¹R. M. Corey, U. Jones, and A. C. Singer, “Acoustic effects of medical, cloth, and transparent face masks on speech signalsa)”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **148**, 2371–2375 (2020).
- ²C. Pörschmann, T. Lübeck, and J. M. Arend, “Impact of face masks on voice radiationa)”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **148**, 3663–3670 (2020).
- ³S. R. Atcherson, B. R. McDowell, and M. P. Howard, “Acoustic effects of non-transparent and transparent face coveringsa)”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **149**, 2249–2254 (2021).
- ⁴M. Magee, C. Lewis, G. Noffs, H. Reece, J. C. S. Chan, C. J. Zaga, C. Paynter, O. Birchall, S. Rojas Azocar, A. Ediriweera, K. Kenyon, M. W. Caverlé, B. G. Schultz, and A. P. Vogel, “Effects of face masks on acoustic analysis and speech perception: Implications for peri-pandemic protocolsa)”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **148**, 3562–3568 (2020).
- ⁵P. Bottalico, S. Murgia, G. E. Puglisi, A. Astolfi, and K. I. Kirk, “Effect of masks on speech intelligibility in auralized classroomsa)”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **148**, 2878–2884 (2020).
- ⁶H. Kuttruff and E. Mommertz, “Room Acoustics”, en, in *Handbook of Engineering Acoustics*, edited by G. Müller and M. Möser (Springer, Berlin, Heidelberg, 2013), pp. 239–267.
- ⁷J. S. Bradley, “Review of objective room acoustics measures and future needs”, en, *Applied Acoustics* **72**, 713–720 (2011).
- ⁸K. M. Li and H. Y. Wong, “A review of commonly used analytical and empirical formulae for predicting sound diffracted by a thin screen”, en, *Applied Acoustics* **66**, 45–76 (2005).
- ⁹N. Prodi, C. Visentin, and A. Farnetani, “Intelligibility, listening difficulty and listening efficiency in auralized classrooms”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **128**, 172–181 (2010).
- ¹⁰A. J. Burton and G. F. Miller, “The Application of Integral Equation Methods to the Numerical Solution of Some Exterior Boundary-Value Problems”, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **323**, Publisher: The Royal Society, 201–210 (1971).
- ¹¹O. C. Zienkiewicz, D. W. Kelly, and P. Bettess, “The coupling of the finite element method and boundary solution procedures”, en, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **11**, _eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.1620110210>, 355–375 (1977).

- ¹²“THE DEVELOPMENT OF STATISTICAL ENERGY ANALYSIS”, en, in *Theory and Application of Statistical Energy Analysis (Second Edition)*, edited by R. H. Lyon and R. G. DeJong (Newnes, Boston, Jan. 1995), p. i.
- ¹³L. Savioja and U. P. Svensson, “Overview of geometrical room acoustic modeling techniques”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **138**, 708–730 (2015).
- ¹⁴H. S. Carslaw, “Some multiform solutions of the partial differential equations of Physical”, *Proc. London Math. Soc.* **30**, 121–161 (1899).
- ¹⁵J. B. Allen and D. A. Berkley, “Image method for efficiently simulating small-room acoustics”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **65**, 943–950 (1979).
- ¹⁶A. Krokstad, S. Strom, and S. Sørsdal, “Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique”, en, *Journal of Sound and Vibration* **8**, 118–125 (1968).
- ¹⁷M. Vorländer, *Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality*, English, 2nd (Springer and ASA Press, 2008).
- ¹⁸J. K. Haviland and B. D. Thanedar, “Monte Carlo applications to acoustical field solutions”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **54**, 1442–1448 (2005).
- ¹⁹U. M. Stephenson, “Quantized Pyramidal Beam Tracing - a New Algorithm for Room Acoustics and Noise Immission Prognosis”, *Acta Acustica united with Acustica* **82**, 517–525 (1996).
- ²⁰A. Sommerfeld, “Mathematische Theorie der Diffraction”, de, *Mathematische Annalen* **47**, 317–374 (1896).
- ²¹H. M. MacDonald, “A Class of Diffraction Problems”, en, *Proceedings of the London Mathematical Society* **s2_14**, _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1112/plms/s2_14.1.410, 410–427 (1915).
- ²²W. J. Hadden Jr. and A. D. Pierce, “Sound diffraction around screens and wedges for arbitrary point source locations”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **69**, 1266–1276 (1981).
- ²³Z. Maekawa, “Noise reduction by screens”, en, *Applied Acoustics* **1**, 157–173 (1968).
- ²⁴E. J. Rathe, “Note on two common problems of sound propagation”, en, *Journal of Sound and Vibration* **10**, 472–479 (1969).
- ²⁵U. J. Kurze and G. S. Anderson, “Sound attenuation by barriers”, en, *Applied Acoustics* **4**, 35–53 (1971).
- ²⁶P. Menounou, “A correction to Maekawa’s curve for the insertion loss behind barriers”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **110**, 1828–1838 (2001).
- ²⁷Y. W. Lam and S. C. Roberts, “A simple method for accurate prediction of finite barrier insertion loss”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **93**, 1445–1452 (1993).
- ²⁸M. A. Biot and I. Tolstoy, “Formulation of Wave Propagation in Infinite Media by Normal Coordinates with an Application to Diffraction”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **29**, 381–391 (1957).
- ²⁹H. Medwin, “Shadowing by finite noise barriers”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **69**, 1060–1064 (1981).

- 
- ³⁰J. B. Keller, “Geometrical Theory of Diffraction”, EN, JOSA **52**, Publisher: Optica Publishing Group, 116–130 (1962).
- ³¹R. Kouyoumjian and P. Pathak, “A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface”, Proceedings of the IEEE **62**, Conference Name: Proceedings of the IEEE, 1448–1461 (1974).
- ³²F. A. Bilsen, “Repetition Pitch: Monaural Interaction of a Sound with the Repetition of the Same, but Phase Shifted, Sound”, Acta Acustica united with Acustica **17**, 295–300 (1966).
- ³³F. A. Bilsen, “Thresholds of Perception of Repetition Pitch. Conclusions Concerning Coloration in Room Acoustics and Correlation in the Hearing Organ”, Acta Acustica united with Acustica **19**, 27–32 (1967).
- ³⁴M. Barron, “The subjective effects of first reflections in concert halls—The need for lateral reflections”, en, Journal of Sound and Vibration **15**, Publisher: Academic Press, 475–494 (1971).
- ³⁵M. Barron and A. H. Marshall, “Spatial impression due to early lateral reflections in concert halls: The derivation of a physical measure”, en, Journal of Sound and Vibration **77**, 211–232 (1981).
- ³⁶J. S. Bradley and G. A. Soulodre, “Objective measures of listener envelopment”, The Journal of the Acoustical Society of America **98**, 2590–2597 (1995).
- ³⁷J. S. Bradley and G. A. Soulodre, “The influence of late arriving energy on spatial impression”, The Journal of the Acoustical Society of America **97**, 2263–2271 (1995).
- ³⁸K. D. Kryter, “Methods for the Calculation and Use of the Articulation Index”, The Journal of the Acoustical Society of America **34**, 1689–1697 (1962).
- ³⁹A. S3.5-1997, *American National Standard: Methods for the Calculation of the Speech Intelligibility Index*, 1997.
- ⁴⁰H. J. Steeneken and T. Houtgast, “A physical method for measuring speech-transmission quality”, eng, The Journal of the Acoustical Society of America **67**, 318–326 (1980).
- ⁴¹D. Crighton, A. Dowling, J. Ffowcs Williams, M. Heckel, and F. Leppinton, *Modern Methods in Analytical Acoustics: Lecture Notes*, English (Springer-Verlag, 1992).
- ⁴²U. Ingard, “On the Reflection of a Spherical Sound Wave from an Infinite Plane”, The Journal of the Acoustical Society of America **23**, 329–335 (2005).
- ⁴³J. H. Rindel, “Modelling the angle-dependent pressure reflection factor”, en, Applied Acoustics **38**, 223–234 (1993).
- ⁴⁴A. V. Oppenheim and A. S. Willsky, *Signals and Systems*, English, 2nd ed. (Prentice Hall, 1997).
- ⁴⁵G. N. Watson, *A treatise on the theory of Bessel functions*, English, 2nd ed. (The University Press, Cambridge Eng, 1944).
- ⁴⁶H. Medwin, E. Childs, and G. M. Jebsen, “Impulse studies of double diffraction: A discrete Huygens interpretation”, The Journal of the Acoustical Society of America **72**, 1005–1013 (1982).
- ⁴⁷U. P. Svensson, R. I. Fred, and J. Vanderkooy, “An analytic secondary source model of edge diffraction impulse responses”, The Journal of the Acoustical Society of America **106**, 2331–2344 (1999).

- ⁴⁸P. Calamia, “Advances in Edge-Diffraction Modeling for Virtual-Acoustic Simulations”, PhD (Princeton University, June 2009).
- ⁴⁹Bentley and Ottmann, “Algorithms for Reporting and Counting Geometric Intersections”, IEEE Transactions on Computers **C-28**, Conference Name: IEEE Transactions on Computers, 643–647 (1979).
- ⁵⁰Y. Cui, Q. Liu, G. Chen, and H. Zhang, “A general method for decomposing self-intersecting polygon to normal based on self-intersection points”, en, Theoretical Computer Science **842**, 118–129 (2020).
- ⁵¹J. Borish, “Extension of the image model to arbitrary polyhedra”, The Journal of the Acoustical Society of America **75**, 1827–1836 (1984).
- ⁵²S. G. McGovern, “Fast image method for impulse response calculations of box-shaped rooms”, en, Applied Acoustics **70**, 182–189 (2009).
- ⁵³S. M. Dance and B. M. Shield, “THE COMPLETE IMAGE-SOURCE METHOD FOR THE PREDICTION OF SOUND DISTRIBUTION IN NON-DIFFUSE ENCLOSED SPACES”, en, Journal of Sound and Vibration **201**, 473–489 (1997).
- ⁵⁴P. M. Peterson, “Simulating the response of multiple microphones to a single acoustic source in a reverberant room”, The Journal of the Acoustical Society of America **80**, 1527–1529 (1986).
- ⁵⁵A. Jerri, “The Shannon sampling theorem—Its various extensions and applications: A tutorial review”, Proceedings of the IEEE **65**, Conference Name: Proceedings of the IEEE, 1565–1596 (1977).
- ⁵⁶U. Zölzer, “Digital Audio Signal Processing”, English, in *Digital Audio Signal Processing* (John Wiley & Sons, 1997), p. 21.
- ⁵⁷A. Farina, “Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique”, journal of the audio engineering society (2000).
- ⁵⁸G.-B. Stan, J.-J. Embrechts, and D. Archambeau, “Comparison of Different Impulse Response Measurement Techniques”, English, Journal of the Audio Engineering Society **50**, Publisher: Audio Engineering Society, 249–262 (2002).
- ⁵⁹A. Novak, P. Lotton, and L. Simon, “Synchronized Swept-Sine: Theory, Application, and Implementation”, English, Journal of the Audio Engineering Society **63**, Publisher: Audio Engineering Society, 786–798 (2015).
- ⁶⁰Audio Precision, Inc, *Apx500 user’s manual*, English, version Version 7.0.0, [Online]. Available: <https://www.ap.com/download/apx500-user-manual-3/>, Audio Precision, Inc (5750 SW Arctic Drive Beaverton, Oregon 97005), pp. 328–330.
- ⁶¹R. B. Blackman and J. W. Tukey, “The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering —Part I”, en, Bell System Technical Journal **37**, _eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/j.1538-7305.1958.tb03874.x>, 185–282 (1958).
- ⁶²F. Harris, “On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform”, Proceedings of the IEEE **66**, Conference Name: Proceedings of the IEEE, 51–83 (1978).

- 
- ⁶³J. G. Tylka and E. Y. Choueiri, *On the Calculation of Full and Partial Directivity Indices*, English, tech. rep. 1 (3D Audio and Applied Acoustics Laboratory, Princeton University, Nov. 2014), pp. 5–6.
- ⁶⁴ISO 3382-2:2008. *Acoustics —Measurement of room acoustic parameters —Part 2: Reverberation time in ordinary rooms*, Standard (International Organization for Standardization, June 2008), p. 17.
- ⁶⁵S. T. Neely and J. B. Allen, “Invertibility of a room impulse response”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **66**, 165–169 (1979).
- ⁶⁶L. Rabiner and B.-H. Juang, “Fundamentals of Speech Recognition”, English, in *Fundamentals of Speech Recognition* (Prentice Hall, 1993), pp. 158–164.
- ⁶⁷J. S. Bradley, H. Sato, and M. Picard, “On the importance of early reflections for speech in rooms”, *The Journal of the Acoustical Society of America* **113**, 3233–3244 (2003).