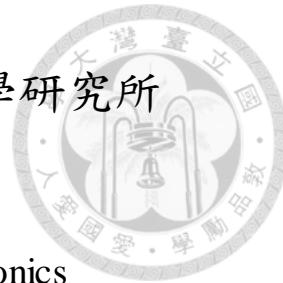


國立臺灣大學電機資訊學院光電工程學研究所



碩士論文

Graduate Institute of Photonics and Optoelectronics

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Taiwan University

Master Thesis

準相位匹配之級聯光學參量振盪器

與倍頻橘黃光雷射研究

A Study of Generation of Orange-Yellow Laser by
Cascaded OPO-SHG Processes on Quasi-Phase-Matching
Periodically-Poled Lithium Tantalate

楊富翔

Fu-Hsiang Yang

指導教授:彭隆瀚 博士

Advisor: Lung-Han Peng, Ph.D.

中華民國 112 年 4 月

April 2023

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

MASTER'S THESIS ACCEPTANCE CERTIFICATE
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY

準相位匹配之級聯光學參量振盪器與倍頻橘黃光雷射
研究

A Study of Generation of Orange-Yellow Laser by
Cascaded OPO-SHG Processes on Quasi-Phase-Matching
Periodically-Poled Lithium Tantalate

本論文係楊富翔君（學號 R09941114）在國立臺灣大學光電工程
學研究所完成之碩士學位論文，於民國 112 年 4 月 21 日承下列考試委
員審查通過及口試及格，特此證明

The undersigned, appointed by the Graduate Institute of Photonics and Optoelectronics, on 21 April 2023 have examined a Master's thesis entitled above presented by FU-HSIANG YANG (student ID:R09941114) candidate and hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

(指導教授 Advisor)

彭隆游

賴志明

王維新

所長 Director:

吳育任

摘要



本篇論文內容是由三大部分構成:(1) 準相位匹配基本理論與光學參量振盪器原理之介紹，(2)光學參量振盪器-倍頻橘黃光晶片之設計與研製，(3) 用光學方法測量光參振盪器-倍頻橘黃光晶片，並觀測共振腔內橘黃光模態的情況。

理論的部分介紹非線性頻率轉換、準相位匹配與光參振盪器。接著在鉭酸鋰光學參量振盪器晶體週期設計的部分中，以並聯光學參量振盪結構級聯倍頻與和頻週期結構方式，波長為532nm之綠光泵浦雷射達成準相位匹配之條件，使532nm綠光泵浦源先光學參量轉換成兩對波長為1163nm/1186nm之間置光與986nm/964nm之信號光等近紅外光後再倍頻與和頻換成波長為581nm/587nm/593nm的橘黃光雷射。最後再利用本實驗室研究的晶片內擴散鎳金屬配合極高電壓致極化反轉之製程，用於製作厚度為1mm之共熔鉭酸鋰晶片。

光學量測部分，以脈衝之泵浦光經過光參振盪器晶體，以及級聯光參振盪器之腔內倍頻與和頻架構，成功的產生出效率為8.1%，而共振閾值為 30.1MW/cm^2 的多波長橘黃光雷射，其光束品質因子 M_x^2 與 M_y^2 分別為2.23及5.13。

Abstract

There are three parts in this thesis: (1) Quasi-phase matching (QPM) theory and the theory of optical parametric oscillators (OPO), (2) the design and fabrication of optical parametric oscillator-second harmonic generation (OPO-SHG) orange-yellow light QPM crystals, (3) optical measurement of OPO-SHG orange-yellow light generation and observation of the intra-cavity laser mode patterns of orange-yellow.

First of all, we outline the QPM theory for OPO and SHG processes. Secondly, the design of periodically poled congruent LiTaO₃(PPCLT) which has parallel OPO structures cascaded by SHG and sum frequency generation(SFG) structures is introduced. This design can convert a 532 nm green laser pump into idler/signal waves at 1163/986 nm and 1186/964 nm simultaneously near infrared. In addition, it can continuously convert the idler waves 1163/1186 nm to SHG of 581/593 nm also enable SHG of 587 nm orange-yellow lasers. By taking the nickel-diffusion assisted electric poling process, cascaded OPO-SHG devices on a 1mm-thick CLT substrate is fabricated.

Finally, the OPO-SHG device was measured to exhibit multi-wavelength spectra with a slope efficiency of 8.1% and threshold intensity of 30.1 MW/cm², the orange-yellow laser was also characterized with a beam quality factor $M_x^2 = 2.23$ and $M_y^2 = 5.13$.

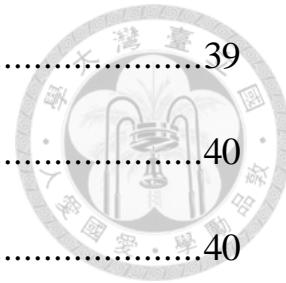
目錄



口試委員會審定書.....	i
中文摘要.....	ii
英文摘要.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄	vii
表目錄	x
第一章 簡介	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 非線性晶體的比較與選擇.....	3
1.3 鉭酸鋰介紹	5
1.4 極化反轉製程介紹.....	9
1.4.1 週期性區域反轉之製程.....	9
1.4.2 高溫擴散金屬致鐵電疇反轉法.....	9
1.5 非線性光學之頻率轉換	10
1.5.1 和頻轉換	10
1.5.2 差頻轉換	10
1.5.3 倍頻轉換	10
1.5.4 光學參量振盪器簡介.....	11



第二章 相位匹配理論.....	12
2.1 非線性光學轉換.....	12
2.1.1 非線性頻率轉換與 $\vec{\chi}^{(2)}$	12
2.1.2 基頻光泵浦源無損耗之倍頻與和頻轉換.....	15
2.1.3 基頻光泵浦源損耗之倍頻轉換.....	16
2.1.4 基頻光考慮高斯光束之空間分布	18
2.2 雙折射相位匹配理論	19
2.3 準相位匹配理論.....	21
2.4 光參振盪器理論.....	25
2.4.1 光參產生理論	25
2.4.2 光學參量振盪器	27
第三章 非線性晶體設計及製程	30
3.1 準相位匹配晶體週期之計算及設計.....	30
3.1.1 倍頻晶體週期設計	30
3.1.2 光學參量振盪器晶體週期設計	31
3.1.3 頻寬及倍頻長度設計	33
3.1.4 橘黃光晶體週期設計.....	33
3.2 鈦酸鋰晶體內建電場方向確認	37
3.2.1 晶體矯頑電場與內建電場之測量	37



3.2.2 晶格方向判斷.....	39
3.2 週期性極化反轉晶片之製作.....	40
3.2.1 晶片製程介紹.....	40
3.2.2 極高電壓致極化反轉技術	42
3.2.3 極化反轉模型.....	44
3.2.4 反轉電壓脈衝波型	46
3.2.5 晶片端面研磨拋光	49
第四章 光學量測與分析	52
4.1 光學量測架構	52
4.1.1 泵浦雷射	52
4.1.2 共振腔設計及模態匹配.....	56
4.2 光學測量與分析	59
4.2.1 溫度頻寬	60
4.2.2 光譜分析	62
4.2.3 斜線效率	63
4.2.4 橘黃光模態.....	64
第五章 結論與未來展望	66
參考資料.....	68
附錄	73

圖 目 錄



圖 1.1-1 經 589 nm 橘黃光雷射針灸之血管圖(a)針灸前(b)針灸後	6
分鐘	1
圖 1.1-2 摻鎬鋁石榴石轉換出黃光的效率	2
圖 1.3-1 高壓電擊後，鉭酸鋰晶片反轉之區域.....	5
圖 1.3-2 (a)鉭酸鋰之晶體結構(b)鐵電相(c)順電相.....	6
圖 1.3-3 氧平面附近之鋰離子位能圖.....	7
圖 2.1.2-1 和頻轉換示意圖.....	15
圖 2.1.3-1 效率對 dephasing 作圖	17
圖 2.1.4-1 高斯光束之光腰示意圖.....	18
圖 2.3-1 QPM 結構示意圖	21
圖 2.3-2 d_{eff} 與 D 關係圖	23
圖 2.3-3 二倍頻轉換效率與路程關係圖 A 相位匹配 B 準相位匹配 C 相位不匹配.....	24
圖 3.1.1-1 基頻光第一階倍頻轉換對應週期.....	31
圖 3.1.2-1 信號光、閒置光與光柵週期關係圖.....	32
圖 3.1.3-1 $\text{sinc}^2(\frac{1}{2}\Delta kL)$ 對 $\frac{1}{2}\Delta kL$ 之關係圖.....	33
圖 3.1.3-2 1164 nm 基頻光容忍頻寬與晶體長度關係圖.....	34
圖 3.1.4-1 光罩與樣品設計示意圖.....	35



圖 3.1.4-2 OPO/SHG(SFG)結構週期對應轉換之波長	36
圖 3.1.4-3 相位匹配圖	36
圖 3.2.1-1 量測矯頑電場與內建電場之架構(a)正向電極化反轉 (b) 反向電極化反轉	37
圖 3.2.1-2 0.75mm 樣品正向電極化反轉之電壓電流曲線圖	38
圖 3.2.1-3 0.75mm 樣品反向電極化反轉之電壓電流曲線圖	38
圖 3.2.2-1 鉭酸鋰鐵電疇方向判斷.....	39
圖 3.3.1-1 製程流程圖	40
圖 3.3.2-1 極高電壓致極化反轉架構圖	42
圖 3.3.2-2 極化反轉之液態電極基座設計	43
圖 3.3.3-1 高電壓極化反轉之成核側擴散模型(a)~(f)	45
圖 3.3.4-1 高電壓極化反轉電壓電流波形圖.....	46
圖 3.3.4-2 極化反轉後，晶片 +z 面 10 倍放大圖	48
圖 3.3.4-3 極化反轉後，晶片 -z 面 10 倍放大圖	48
圖 3.3.5-1 研磨機台示意圖	50
圖 3.3.5-2 研磨晶片銅柱	50
圖 4.1.1-1 綠光泵浦源架構圖	52
圖 4.1.1-2 綠光泵浦 M ² 量測架設	54
圖 4.1.1-3 綠光光束束腰之 CCD 影像圖	55

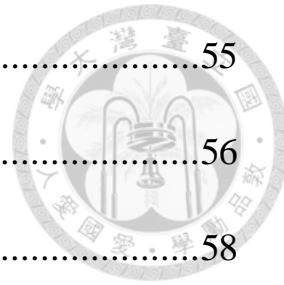


圖 4.1.1-4 綠光光束品質分析圖	55
圖 4.1.2-1 共振腔架設位置圖	56
圖 4.1.2-2 線型共振腔示意圖	58
圖 4.1.2-3 閒置光理論模態於共振腔內空間變化圖	58
圖 4.2-1 光學測量架構圖	59
圖 4.2-2 泵浦入射點	59
圖 4.2.1-1 溫度頻寬	60
圖 4.2.2-1 信號光譜量測	61
圖 4.2.2-2 閒置光譜量測	61
圖 4.2.2-3 倍頻光光譜量測	62
圖 4.2.3-1 黃光斜線效率量測	63
圖 4.2.4-1 黃光混合模態圖與等高線圖	64
圖 4.2.4-2 黃光混合模態圖曲線圖	64



表 目 錄

表 1.2 三種非線性晶體特性之比較.....	3
表 2.2 各類型之相位匹配.....	19
表 3.3 研磨用水砂紙與拋光液規格.....	49
表 4.1 NL204 雷射之特性.....	52
表 4.2 共振腔之參數	57
表 4.3 效率數據比較	64



第一章簡介

1.1 研究動機

自從梅曼（T. H. Maiman）於 1960 年發明了紅寶石雷射[1]，藉此雷射開始在學術各個領域與工業各方面扮演著十分重要的角色，例如：光學雷達(LIDAR)[2]、光遺傳學[3]、超解析螢光顯微鏡(Stimulated Emission Depletion, STED)[4,5]等。其中，橘黃光雷射深受醫學界青睞，被用於眼科[6]、皮膚科[7]和針灸[8]如圖 1.1-1 所示。

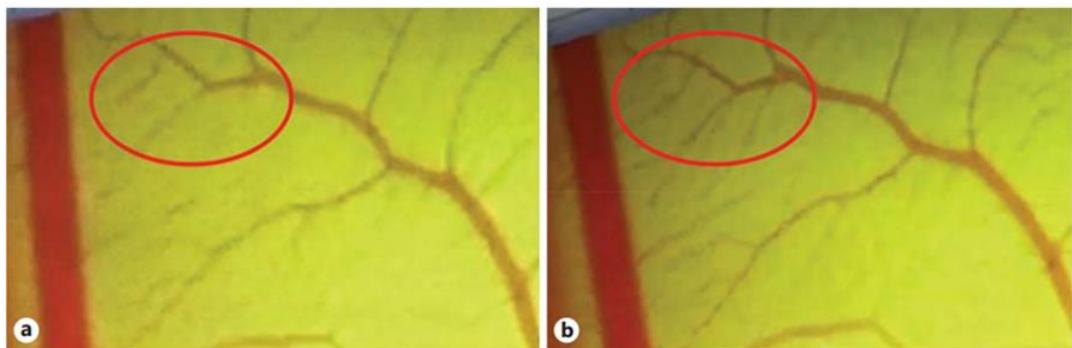


圖 1.1-1 經 589 nm 橘黃光雷射針灸之血管圖(a)針灸前(b)針灸後 6 分鐘[8]

但是，這些橘黃光雷射通常是由半導體泵浦固體雷射(Diode-Pumped Solid-State Laser, DPSS Laser)產生，具有雷射系統體積巨大的缺點。近年來利用摻雜稀土元素晶體縮小整個橘黃光雷射系統的尺寸，可是製作過程非常困難而且轉換出的效率很低[9]。如圖 1.1-2 所示，摻鎘鋁石榴石(Dy:YAG)轉換出黃光的效率低於 5%[10]。

因此，為了產生所要的橘黃光雷射並且有效率，吾人利用由阿姆斯壯 (J. Armstrong) 與布隆伯根 (N. Bloembergen) 等人提出的非線性光學理論[11]，並利用本實驗室研製的極高電壓致極化反轉技術，製作一具有週期性極化反轉結構的非線性晶體，進而達成目的。本論文藉由級聯光參振盪器之腔內倍頻與和頻架構來提升橘黃光轉換效率，並觀察腔內橘黃光模態。

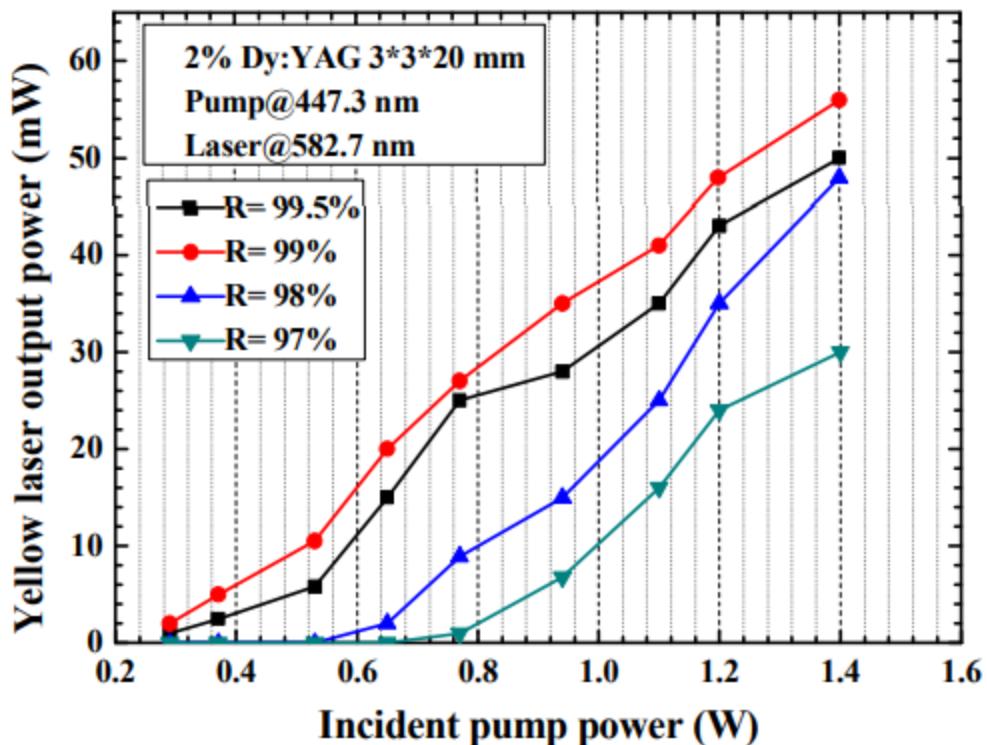


圖 1.1-2 摻鎬鋁石榴石轉換出黃光的效率[10]

1.2 非線性晶體的比較與選擇

非線性光學已發展了數多年，種類繁多的非線性晶體已被開發出來，而以下於表 1.1 中介紹本實驗室使用的非線性晶體[12]。



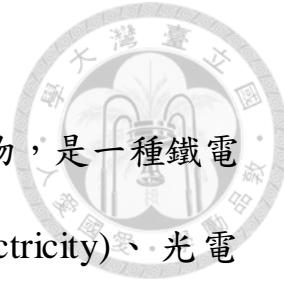
表 1.2 三種非線性晶體特性之比較[12]

	非線性係數 d_{33} (pm/V)	矯頑電場 (kV/mm)	光損傷閾值 (MW/cm ²)	居禮溫度 (°C)
鋇酸鋰 LiNbO_3	34.4	21	60	1140
鉭酸鋰 LiTaO_3	26	21	580	601
磷酸鈦化鉀 KTP	10.7	5	310-3500	936



選擇非線性晶體，首先要考量晶體之非線性係數 d_{33} 的大小，因為會關係到單位長度下的轉換效率，值越大代表轉換效率會越好，其次，考慮光損傷閾值，閾值越低者表示抗光損傷能力越低，容易造成泵浦雷射損壞晶體的情況。最後晶體之矯頑電場的大小與製程的難易度息息相關，若晶體內的矯頑電場愈大，則需施加愈高電壓進行週期性極化反轉，倘若施加電壓愈高，製程精度調控會越不易，亦且有可能發生介電崩潰情況；相反的，晶體內的矯頑電場愈小，則較可以製作高厚度的晶片，增加其入射孔徑。

吾人透過以上的條件分析，鉭酸鋰(LiTaO_3)的 d_{33} 雖然小於鈮酸鋰(LiNbO_3)，但其光損傷閾值較高，有較佳的抗光損傷能力，因此，本篇論文選擇非線性轉換的晶體為鉭酸鋰(LiTaO_3)。



1.3 鉭酸鋰介紹

鉭酸鋰(LiTaO₃, LT) 是不存在自然界的人工化合物，是一種鐵電(Ferroelectric)材料，由於具備優秀的壓電(Piezoelectricity)、光電(Electro-Optic)、聲光(Acousto-Optic)以及非線性光學(Nonlinear-Optics)等性質，因此備受材料界矚目。

鉭酸鋰屬於三方晶系，可歸類在 3m 點群之中。我們可以使用高電壓致區域級化反轉的方式，並藉由光學顯微鏡就能觀察到其反轉區域，進而判斷晶體的方向。

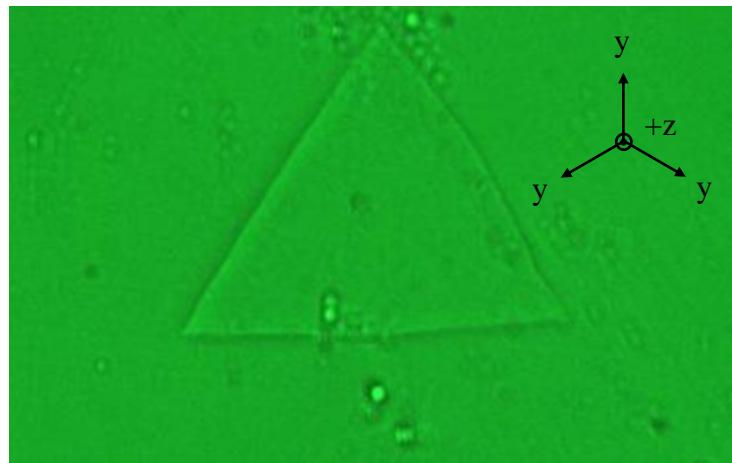


圖 1.3-1 高壓電擊後，鉭酸鋰晶片反轉之區域

圖 1.3-2 為鉭酸鋰晶體的結構[13]。由表 2.2 所示，鉭酸鋰的居禮溫度為 601°C，當鉭酸鋰的溫度低於其居禮溫度時，會發生自發性極化(Spontaneous Polarization)的現象，此狀態稱為鐵電相，如圖 1.3-2 (b)

所示，帶有電光效應、壓電效應等性質，跟鉭酸鋰晶體內部的鋰離子(Li^+)與鉭離子(Ta^{5+})的不對稱排列有關；當鉭酸鋰的溫度高於其居禮溫度時，則會使鋰離子與鉭離子位於氧平面上，且因晶體對稱度較高而不會發生自發性極化，此狀態稱為順電相，如圖 1.3-2(c)所示。

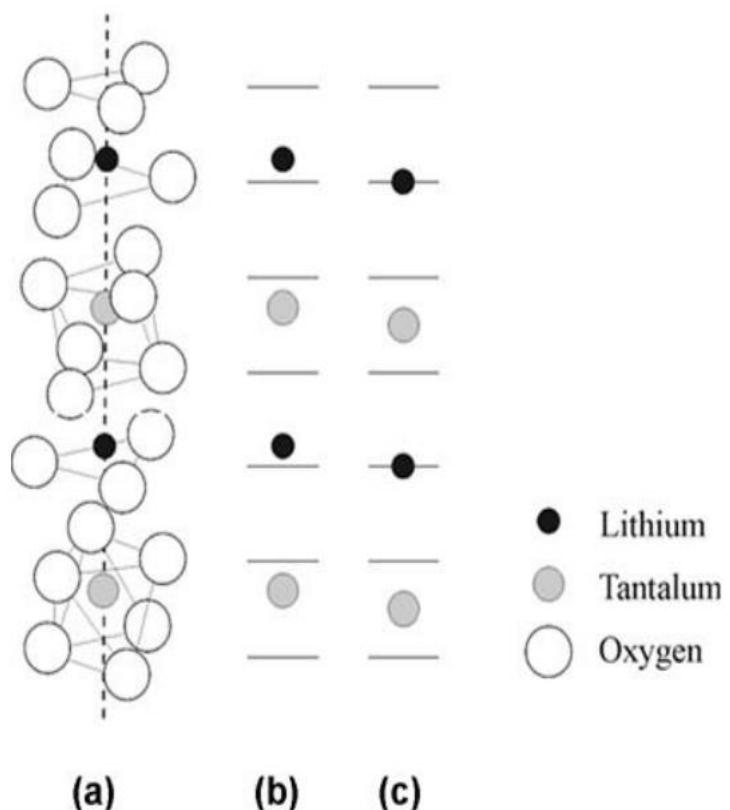


圖 1.3-2 (a)鉭酸鋰之晶體結構(b)鐵電相(c)順電相[13]



圖 1.3-3 為鉭酸鋰處於鐵電相狀態的時候，此時鋰離子擁有兩個位能穩定態在靠近氧平面處[14]。晶體自發性極化之方向是取決於晶體內部的鋰離子相對於氧平面的位置決定，而在穩定態的鋰離子需藉由外加高壓電壓使其克服氧平面之位能障壁到達另一個穩態，此最小的外加電場稱為矯頑電場 E_c (Coercive field)，而稱此過程為極化反轉。

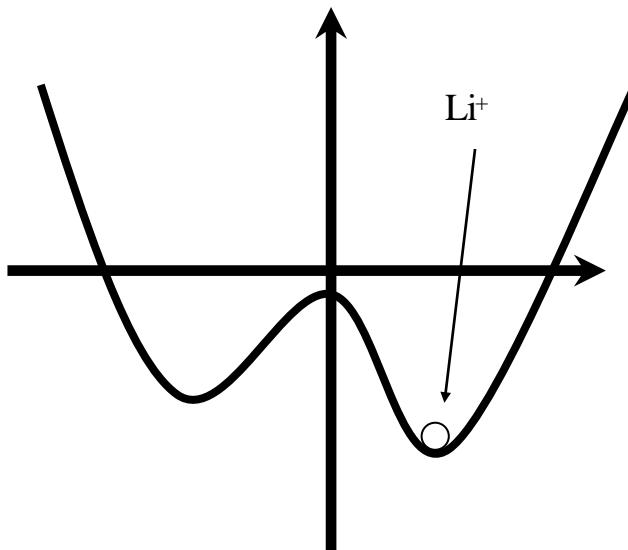


圖 1.3-3 氧平面附近之鋰離子位能圖[14]

另外，此兩個穩定態的位能不相同的原因是鉭離子和鋰離子兩者比例不均而導致晶格上的缺陷，進而產生內建電場 E_{int} (Internal field)。因此，正向和反向區域反轉時的矯頑電場並不相同，而由 $+z$ 至 $-z$ 和由 $-z$ 至 $+z$ 所需要用來達成鐵電域反轉條件的外加電壓也會不相同，

由晶體內部的內建電場大小確定此兩種電壓的差距，其數學表示式可寫成如下[15]：

$$E_c + E_{int} = E_{cf} \quad (1.1)$$

$$E_c - E_{int} = E_{cr} \quad (1.2)$$

其中 E_{cf} 代表正向極化反轉(Forward Poling)所要制伏的矯頑總場，亦即將+Ps變至-Ps的歷程； E_{cr} 則代表反向極化反轉(Reverse Poling)所要制伏的矯頑總場，亦即將-Ps變至+Ps的歷程。其中，由實驗可取得式(1.1)與式(1.2)所需的參數。

解式(1.1)與式(1.2)可得 E_c 與 E_{int} [15]：

$$E_c = \frac{E_{cf} + E_{cr}}{2} \quad (1.3)$$

$$E_{int} = \frac{E_{cf} - E_{cr}}{2} \quad (1.4)$$

即為鉭酸鋰晶體的矯頑電場與內建電場。



1.4 極化反轉製程介紹

1.4.1 週期性區域反轉之製程

目前的鉭酸鋰晶體製程週期性極化反轉的方式有質子交換法、鎳內擴散法、層狀結構長晶控制法[16]及電子束掃描法[17]等等。但是上述的方法只可以用於製作於面積小且區域性極化反轉較淺的結構，因此適用於小規模且量小的生產。除此之外，極高電壓致鐵電疇反轉法也是一種常見的週期性極化反轉方式，可迅速製程面積大、高均勻度的晶體，但使用這個方式需要有阻擋層的搭配以控制局部區域的不反轉，進而使其餘未被阻擋的區域透過極高電壓的方式，形成週期性極化反轉的結構[18,19]。

1.4.2 高溫擴散金屬致鐵電疇反轉法

水內潔（K. Mizuuchi）於1995年提出先以質子交換反轉無金屬遮罩處，可使晶片表面具有週期性淺層反轉極化[20]，另外再外加高壓電極以致極化反轉。這些表面極化區由於已有淺層反轉，可以形成去極化場，用高壓電經過晶片時，使之難以進行深層的極化反轉，故而有效防止表面反轉極化側擴的情形，因此能達成小週期之晶片製作。本實驗室利用上述方法，以鎳金屬高溫內擴散至鉭酸鋰晶片表面並使之鐵電疇極化反轉，再外加高壓電晶過鉭酸鋰晶片，已可研製出厚度1mm 週期 7.66 μm 的極化反轉結構塊狀(bulk)鉭酸鋰晶片。



1.5 非線性光學之頻率轉換

非線性頻率轉換技術是由非線性光學理論發展而來，建立出數種頻率轉換的模式。本實驗室主要是以倍頻、和頻以及光學參量振盪器之研究，因此擇其簡述之。

1.5.1 和頻轉換

和頻轉換(Sum Frequency Generation, SFG)為一頻率為 ω_1 的弱光場與一頻率為 ω_2 的強光場，經過一具有二階非線性係數 $\vec{\chi}^{(2)}$ 的非線性晶體，進而會產生一頻率為 ω_3 的光場，此現象遵守能量守恆，故

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$$

1.5.2 差頻轉換

差頻轉換(Difference Frequency Generation, DFG)為一頻率為 ω_3 的強光場與另一頻率為 ω_1 的弱光場，經過一具有二階非線性係數 $\vec{\chi}^{(2)}$ 的非線性晶體，消耗強光場增加弱光場並額外產生一頻率為 ω_2 的光場，此現象遵守能量守恆，故 $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ 。

1.5.3 倍頻轉換

倍頻轉換(Second Harmonic Generation, SHG)為一頻率為 ω 的強光場經過一具有二階非線性係數 $\vec{\chi}^{(2)}$ 的非線性晶體，進而產生出一頻率為 ω_2 的光場，此現象遵守能量守恆，故 $2\omega = \omega + \omega$ 。



1.5.4 光學參量振盪器簡介

由於現今半導體雷射因材料之特性而無法涵蓋所有的波段，又固體、氣體雷射可調整的波段範圍有限。但光學參量振盪器(Optical Parametric Oscillator, OPO)可以更有用地製造出可調變之雷射，因具有波長可調動範圍大、較為簡單的架構等潛力而被廣泛地研究。

光學參量振盪器主要擁有增益介質以及一組共振腔，其增益介質以非線性光學的光學參量產生(Optical Parametric Generation, OPG)為基礎原理，而光學參量產生可分為上轉換與下轉換，其工作原理是由一頻率為 ω_p 的高能量泵浦光(pump)，經過一具有二階非線性係數 $\chi^{(2)}$ 的非線性晶體，生成兩個能量較低的波段，分別是頻率為 ω_s 的信號光(signal)與頻率為 ω_i 的閒置光(idler)，整個過程遵守能量守恆，故 $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ 。通常泵浦光為固定波長，而我們可以藉由調變增益介質的溫度以及角度，改變信號光與閒置光的波長。



第二章 相位匹配理論

2.1 非線性光學轉換

2.1.1 非線性頻率轉換與 $\chi^{(2)}$

光依據波動觀念說明非線性光學中的頻率轉換，光波的電場可以用波動方程式表示，如下式[21]:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (2.1.1)$$

μ_0 與 ϵ_0 分別為真空中導磁係數(Permeability)與介電常數(Dielectric Constant)，而 \vec{E} 為電場， \vec{P} 為極化密度。

在非線性(nonlinear)與各向異性(anisotropic)的介質中， \vec{P} 可以通過線性光學與非線性光學的加總表示成[21]:

$$\begin{aligned} \vec{P} &= \vec{P}_L + \vec{P}_{NL} \\ &= \epsilon_0 \vec{\chi}^{(1)} \cdot \vec{E} + \epsilon_0 (\vec{\chi}^{(2)} : \vec{E} \vec{E} + \vec{\chi}^{(3)} : \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots) \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

其中， $\vec{\chi}$ 為一張量，而 $\vec{\chi}^{(1)}$ 為磁化率(susceptibility)用以表示線性光學的貢獻，此項造成反射、折射以及繞射等等現象； $\vec{\chi}^{(2)}$ 為二階非線性係數是非線性光學中頻率轉換重要的參數，此項是造成和頻(Sum Frequency)、差頻(Difference Frequency)、倍頻(Second Harmonic)的主要參數； $\vec{\chi}^{(3)}$ 為三階非線性係數是導致柯爾效應(Kerr effect)、光折變



效應(photorefractive effect)的主要參數。

舉和頻轉換為例，以三種不同頻率光場傳播於非線性晶體， ω_1 與 ω_2 為入射光，而 ω_3 為輸出光。此過程滿足能量守恆，故得 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ，傳播方向為非線性晶體之 x 方向，則光場可令為下式[22]:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(x, t) &= \frac{1}{2} \{ E_1(x) e^{i(k_1 x - \omega_1 t)} + c.c. \} \\ \vec{E}_2(x, t) &= \frac{1}{2} \{ E_2(x) e^{i(k_2 x - \omega_2 t)} + c.c. \} \\ \vec{E}_3(x, t) &= \frac{1}{2} \{ E_3(x) e^{i(k_3 x - \omega_3 t)} + c.c. \}\end{aligned}\quad (2.1.3)$$

將式(2.1.3)代入式(2.1.2)後，並只考慮 $\vec{\chi}^{(2)}$ 這一項，則可表示成為下式[22]:

$$\begin{aligned}\vec{P}_{NL}^{\omega_1} &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_{eff}^{(2)} \{ E_2^*(x) E_3(x) e^{i[(k_3 - k_2)x - (\omega_3 - \omega_2)t]} \} \vec{e}_{n1} \\ \vec{P}_{NL}^{\omega_2} &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_{eff}^{(2)} \{ E_1^*(x) E_3(x) e^{i[(k_3 - k_1)x - (\omega_3 - \omega_1)t]} \} \vec{e}_{n2} \\ \vec{P}_{NL}^{\omega_3} &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi_{eff}^{(2)} \{ E_1(x) E_2(x) e^{i[(k_1 + k_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t]} \} \vec{e}_{n3}\end{aligned}\quad (2.1.4)$$

二階等效非線性係數也可表示成 d_{eff} ，其與 $\vec{\chi}^{(2)}$ 的關係式為 $\vec{\chi}^{(2)} = 2d_{eff}$ [22]，再往下推導改用 d_{eff} 。將(2.1.4)以個別頻率代入(2.1.1)式中，假設電場振幅為緩慢變化 $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \ll k \frac{\partial E}{\partial x}$ ，以平面波近似的



方式可改寫成如下[21]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_1}{\partial x} &= -i \frac{\omega_1 d_{eff}(x)}{c n_1} E_3 E_2^* e^{-i \Delta k x} \\ \frac{\partial E_2}{\partial x} &= -i \frac{\omega_2 d_{eff}(x)}{c n_2} E_3 E_1^* e^{-i \Delta k x} \\ \frac{\partial E_3}{\partial x} &= -i \frac{\omega_3 d_{eff}(x)}{c n_3} E_1 E_2^* e^{i \Delta k x}\end{aligned}\quad (2.1.5)$$

$$\Delta k = k_3 - k_1 - k_2 = 2\pi \left(\frac{n_3}{\lambda_3} - \frac{n_1}{\lambda_1} - \frac{n_2}{\lambda_2} \right) \quad (2.1.6)$$

即為三種不同頻率光場傳播於非線性晶體之耦合波方程式。

其中， Δk 為在非線性晶體中傳播時所產生的相位差，其數值在非線性頻率轉換中扮演了重要的角色。



2.1.2 基頻光泵浦源無損耗之倍頻與和頻轉換

和頻轉換為兩頻率光場進入非線性晶體中而生成新光場的情況，即 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ，如圖 2.1.2-1 所示。其中，當 $\omega_1 = \omega_2$ 即為倍頻轉換；當 $\omega_1 \neq \omega_2$ 則是為和頻轉換。



圖 2.1.2-1 和頻轉換示意圖

(1) 倍頻轉換

假設基頻光泵浦源無損耗(non-depleted pump)， $\frac{\partial E_{\omega}}{\partial x} = 0$ ，以平面波近似代入式(2.1.5)，可得[22]:

$$\frac{\partial E_{2\omega}}{\partial x} = -i \frac{\omega_{2\omega} d_{eff}}{cn_{2\omega}} |E_{\omega}|^2 e^{i\Delta kx} \quad (2.1.7)$$

對式(2.1.7)進行 $x = 0$ 至 $x = L$ 積分，其中 L 為晶體之長度，可得[22]:

$$E_{2\omega}(L) = -i \frac{\omega_{2\omega} d_{eff}}{cn_{2\omega}} L |E_{\omega}(0)|^2 \sin c\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.8)$$

用光強度(Intensity) $I_{2\omega}$ 與光功率(Power) $P_{2\omega}$ 表示[22]:

$$I_{2\omega}(L) = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega} \lambda_{\omega}^2 c \epsilon_0} L^2 I_{\omega}^2 \sin c^2\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.9)$$

$$P_{2\omega}(L) = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_{\omega}^2 n_{2\omega} \lambda_{\omega}^2 c \epsilon_0} L^2 \frac{P_{\omega}^2}{A} \sin c^2\left(\frac{1}{2} \Delta k L\right) \quad (2.1.10)$$

而倍頻轉換效率(SHG conversion efficiency)定義為輸出倍頻光場



功率與入射基頻光場功率之比值為下式[22]:

$$\eta = \frac{P_{2\omega}}{P_\omega} = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_\omega^2 n_{2\omega} \lambda_\omega^2 c \epsilon_0} L^2 \frac{P_\omega}{A} \sin c^2 \left(\frac{1}{2} \Delta k L \right) \quad (2.1.11)$$

由式(2.1.11)可得知在基頻光場泵浦源無損耗的情況下，倍頻轉換的效率取決於 d_{eff} 的大小、晶體的長度以及基頻光場的光功率與 Δk 相關。其中以 Δk 這項更為重要，當 $\Delta k = 0$ 時，轉換效率可達最高，此時稱為相位匹配(Phase matching)。

(2) 和頻轉換

假設為基頻光場泵浦源無損耗的情況下，而 E_1 與 E_2 皆微弱場且不隨 x 改變，其輸出光場強度為[22]:

$$I_3(L) = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_1 n_2 n_3 \lambda_3^2 c \epsilon_0} L^2 |I_1| |I_2| \sin c^2 \left(\frac{1}{2} \Delta k L \right) \quad (2.1.12)$$

2.1.3 基頻光泵浦源損耗之倍頻轉換

考慮一般情況時，基頻光泵浦源並不可能達到完全的無損耗，故此篇探討廣義情況基頻光泵浦源會損耗(depleted pump)的解，如此可將理論套用在更廣泛的實驗架構中。

將式(2.1.9)重新整理，可寫成下式[23]:

$$I_{2\omega}(L) = I_\omega \eta_0 \sin c^2(\delta) \quad (2.1.13)$$

其中， $\eta_0 = \frac{8\pi^2 d_{eff}^2}{n_\omega^2 n_{2\omega} \lambda_\omega^2 c \epsilon_0} L^2 I_\omega$ ， $\delta = \frac{1}{2} \Delta k L$ ， δ 稱為 dephasing。

而倍頻轉換效率則可用下式表示[23]:

$$\eta = \eta_0 \sin c^2(\delta) \quad (2.1.14)$$

由參考資料[23]，我們可得知在 $\delta = 0$ 時，式(2.1.14)應改成為：

$$\eta = \tanh^2 \sqrt{\eta_0} \quad (2.1.15)$$

若 $\delta \neq 0$ 時，倍頻轉換效率之解為[23]：

$$\eta = \eta_m \operatorname{sn}^2 \left[\sqrt{\frac{\eta_0}{\eta_m}}, \eta_m^2 \right] \quad (2.1.16)$$

其中， $\eta_m = 1 + \left(\frac{\delta^2}{2\eta_0} \right) - \sqrt{\left[1 + \left(\frac{\delta^2}{2\eta_0} \right) \right]^2 - 1}$

以下考慮不同 δ 時對效率作圖，詳見附錄(一)。：

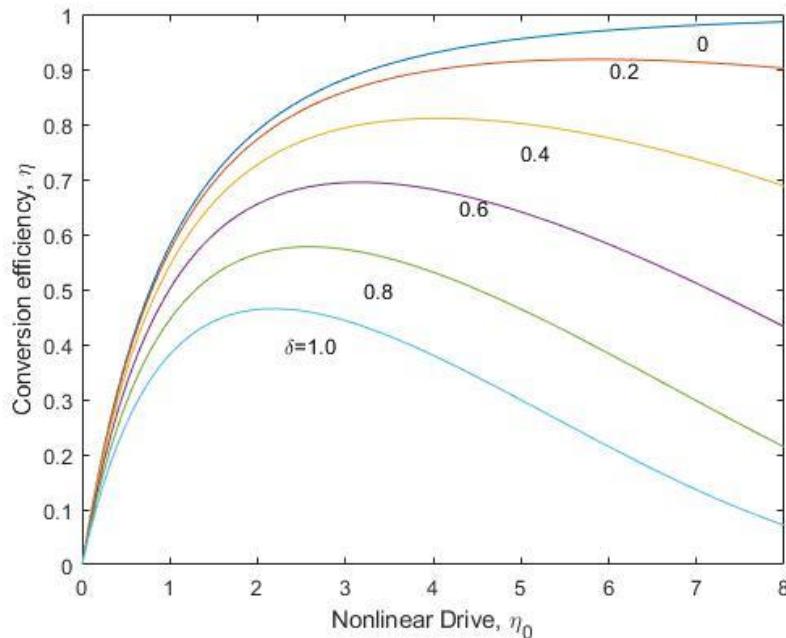
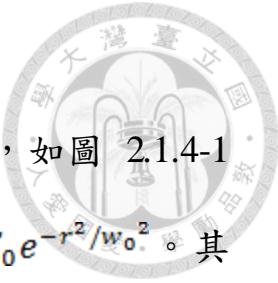


圖 2.1.3-1 效率對 dephasing 作圖，詳見附錄(一)

由圖 2.1.3-1 可得知當 $\delta = 0$ 時，倍頻轉換效率值可以到達最大，因此倍頻轉換的效率跟 δ 息息相關，而 $\delta = \frac{1}{2} \Delta k L$ ，當 $\Delta k = 0$ 時，轉換效率可達最高，因此可以說明在非線性光學中，相位有沒有匹配是相當重要的。



2.1.4 基頻光考慮高斯光束之空間分布

由於實際上雷射輸出是高斯光束(Gaussian beam)，如圖 2.1.4-1 所示，故式(2.1.11)需考慮電場的空間分布 $E^{(\omega)}(r) \cong E_0 e^{-r^2/w_0^2}$ 。其中， w_0 為光腰處的光束半徑(bean waist)。

若設計的晶體長度符合 $L = z_R$ ，其中 $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ ，又設計使光腰位於晶體中間位置，此時則稱為共聚焦條件(Condition of Confocal Focusing)。

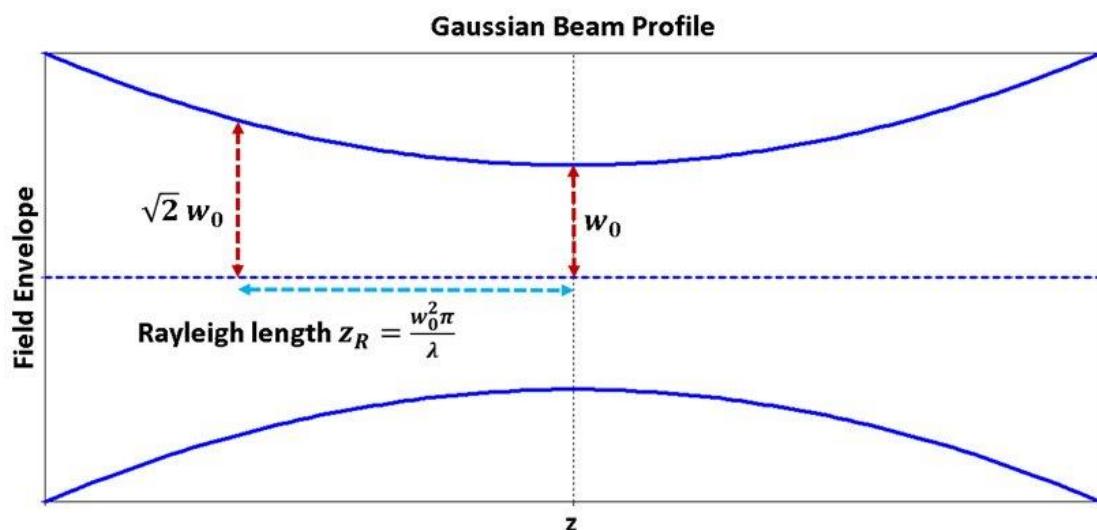


圖 2.1.4-1 高斯光束之光腰示意圖



2.2 雙折射相位匹配理論

在倍頻轉換中，因各種材料本身的特性使大部分經過此材料之光譜通常會隨著頻率增大而增大，難以達成相位匹配之條件，即 $\Delta k = 0$ 。然而在非等向性晶體(Anisotropic crystal)中，折射率跟頻率以及偏振有十分密切的關係，對單軸(Uniaxial)晶體而言擁有非普極化(Extraordinary)折射係數 n_e 與普極化(Ordinary)折射係數 n_o 。當 $n_e > n_o$ ，表示正單軸晶體(Positive uniaxial crystals)；當 $n_e < n_o$ ，表示負單軸晶體(Negative uniaxial crystal)。

因此，折射率會隨著單軸晶體極化的方向而有所不同，其公式如下[21]：

$$\frac{1}{n_\theta^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \quad (2.2.1)$$

當中相位匹配又可分為兩種類型，即入射光為單一極化方向與入射光為兩個極化方向相互垂直這兩種，前者稱為第一類相位匹配(Type I phase matching)，後者則稱為二類相位匹配(Type II phase matching)，如表 2.2[21]:

表 2.2 各類型之相位匹配[21]

	Positive uniaxial	Negative uniaxial
Type I	$n_e^\omega + n_o^\omega = n_o^{2\omega}$ (eeo)	$n_o^\omega + n_e^\omega = n_e^{2\omega}$ (ooe)
Type II	$n_e^\omega + n_o^\omega = n_o^{2\omega}$ (eo and oe)	$n_o^\omega + n_e^\omega = n_e^{2\omega}$ (oe and eo)



以 Type I 來說， $n_e^{2\omega}(\theta) = n_o^{\omega}(\theta)$ ，若選擇一角度 θ_m 射入晶體，讓基頻光的折射係數恰好與倍頻光的折射係數相等，即 $n_e^{2\omega}(\theta_m) = n_o^{\omega}(\theta_m)$ ，此時基頻光與倍頻光的相速度(Phase velocity)相同，稱此情況為雙折射相位匹配(Birefringence-Phase Matching, BPM)。

而 BPM 中，為了滿足相位匹配，由於基頻光與倍頻光不再同一極化方向，彼此產生空間離散效應(walk-off)，進而限制其轉換效率大小[24]。此時的夾角稱為離散角度(walk-off angle)，其夾角如下式所示[23]:

$$\rho(\theta) = \pm \tan^{-1} \left[\left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \cdot \tan \theta \right] \mp \theta \quad (2.2.2)$$

此外，為了滿足相位匹配，其基頻光與倍頻光的偏振方向未必與最大非線性係數的偏振方向相同，而再一次侷限 BPM 晶體的轉換效率。



2.3 準相位匹配理論

異於雙折射相位匹配，準相位匹配(Quasi-Phase-Matching, QPM)

是運用在製程晶體的週期性結構上做出一動量補償項 G_m ，即為光柵向量(Grating vector)，去避免在晶體中產生空間離散效應，進而使用此晶體之較大二階非線性係數，使並其轉換效率大小最大化。

在 1962 年，阿姆斯壯(J. Armstrong)與布隆伯根(N. Bloembergen)等人首次提出了準相位匹配的觀念[11]，主要構思為藉由調變週期性結構晶格的方向，進而調制晶體內之非線性係數，提供動量補償項 G_m 。圖 2.3-1 為 QPM 結構示意圖，其中，等效非線性係數 d_{eff} 之值會以每間格同調長度(Coherence length) l_c 而有正負變號，而 Λ 為達成相位匹配之週期，其值為 $\Lambda = 2 l_c$ 。

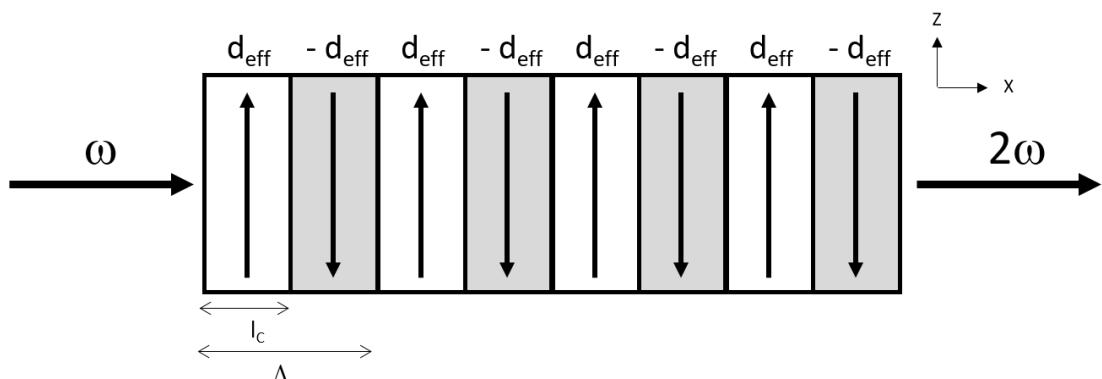


圖 2.3-1 QPM 結構示意圖



此週期性結構晶體之 d_{eff} 可利用傅立葉分析表示[25]:

$$d_{\text{eff}}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d_{Q,\text{eff}}(G_m) e^{-iG_m x} \quad (2.3.1)$$

$$d_{Q,\text{eff}}(G_m) = \frac{2}{m\pi} d_{\text{eff}} \quad , m \in N \quad (2.3.2)$$

$$G_m = \frac{2\pi m}{\Lambda} \quad , m \in N \quad (2.3.3)$$

$d_{Q,\text{eff}}$ 為第 m 階之等效非線性係數，此項為在動量空間描述 d_{eff} 。

令經由調變後的相位差修正量為 Δk_Q ，則相位差公式(2.1.6)再外加一可調變的光柵向量 G_m ，即可改寫原式如下[25]:

$$\Delta k_Q = k_3 - k_1 - k_2 - G_m = \Delta k - G_m \quad (2.3.4)$$

其中，當 $\Delta k_Q = 0$ 時，則達成準相位匹配條件(QPM condition)。我們可以藉由此式來求得可調變的相位匹配之週期 Λ ，以二倍頻為例 [25]:

$$\Delta k_Q = \frac{4\pi}{\lambda_\omega} (n_{2\omega} - n_\omega) - G_m = \frac{4\pi}{\lambda_\omega} (n_{2\omega} - n_\omega) - \frac{2\pi m}{\Lambda} \quad (2.3.5)$$

$$\Lambda = m \frac{\lambda_\omega}{2} \frac{1}{(n_{2\omega} - n_\omega)} \quad , m \in N \quad (2.3.6)$$

根據式(2.3.6)等效非線性係數 d_{eff} 需修正為 $d_{Q,\text{eff}}$ [25]:

$$d_{Q,\text{eff}}(G_m) = \frac{2}{m\pi} \sin(m\pi D) d_{\text{eff}} \quad , m \in N \quad (2.3.7)$$

其中， D 稱為佔空比(Duty cycle)，其值為 $D = \frac{l_c}{\Lambda}$ ， l_c 為上述之同調長度。

由式(2.3.6)，我們可以得知出 D 與第 m 階非線性轉換之間的關係。其關係如圖 2.3-2，在第 1 階非線性轉換中且 $D = 50\%$ 時，會有 d_Q 之最大值[25]。

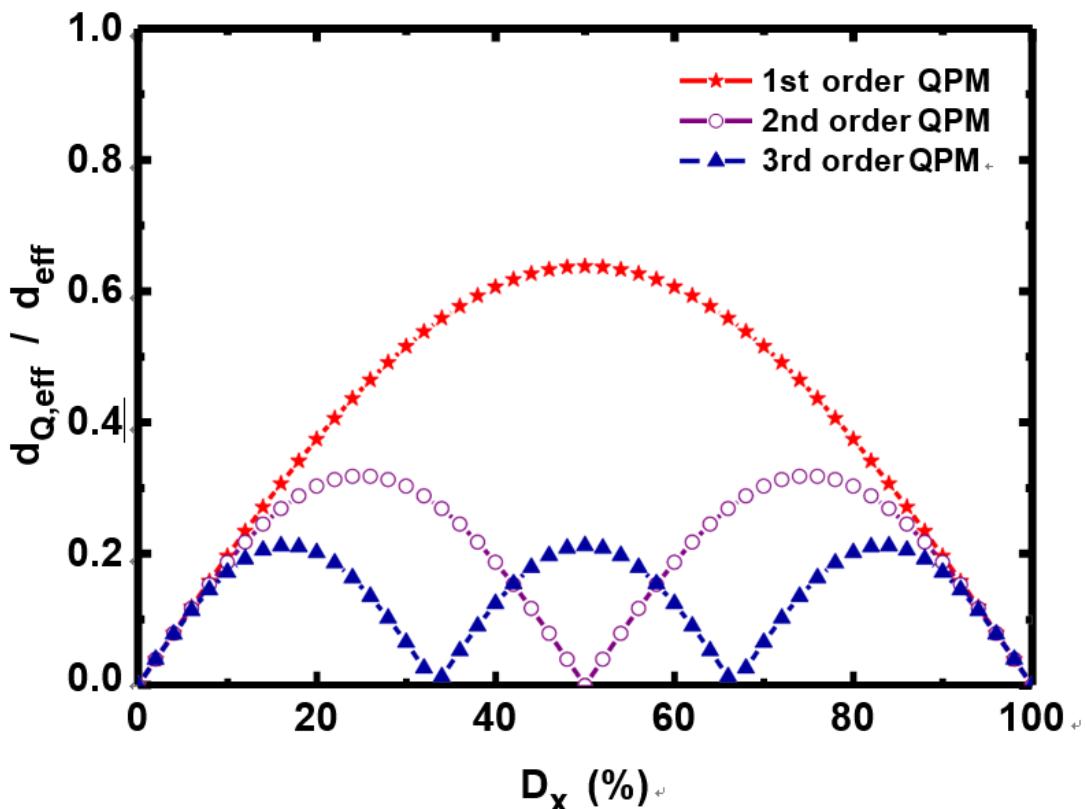


圖 2.3-2 d_{eff} 與 D 關係圖[25]

如圖 2.3-3 所示，當在相位不匹配時，其能量會在經過晶體長 l_c 度後而回流於基頻光泵浦光，因此會以 Δ 為週期進行倍頻轉換效率振盪。基於此，我們可藉由 D 之設計，透過改變等效非線性係數之正負變號的方式，將原本因相位不匹配而導致倍頻能量開始回流至基

頻光泵浦光的情況，使倍頻能量因達成準相位匹配之條件而持續累積

上升[11]。

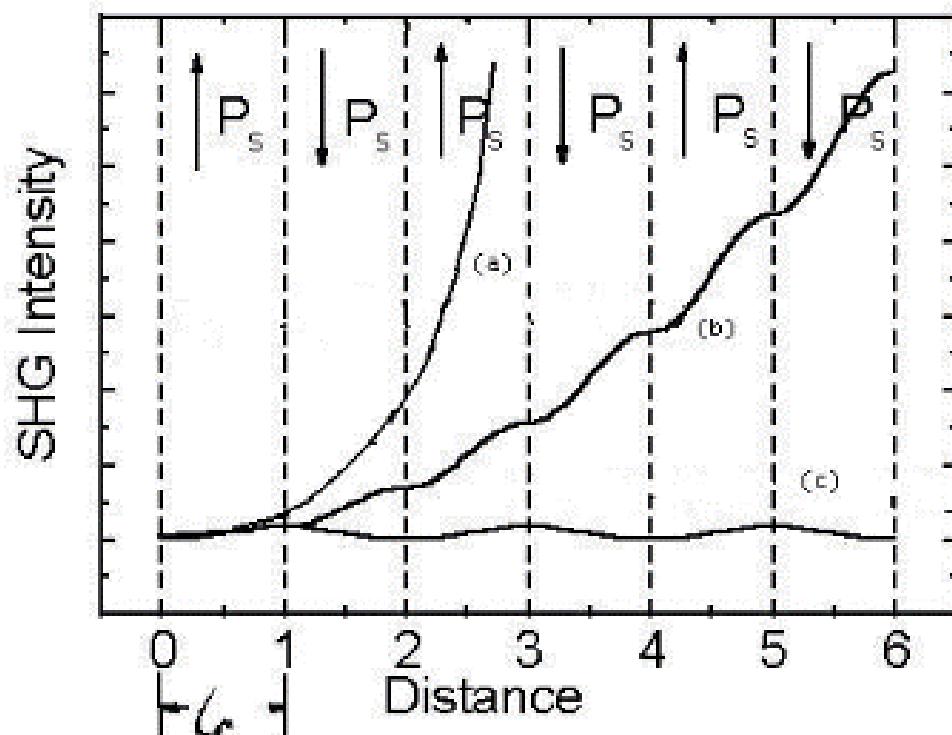


圖 2.3-3 二倍頻轉換效率與路程關係圖
A 相位匹配 B 準相位匹配 C 相位不匹配[27]



2.4 光參振盪器理論

2.4.1 光參產生理論

光參的產生需考量三個不同頻率的單頻光 ω_p 、 ω 與 ω_i ，並要遵守能量守恆，滿足關係如下：

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i \quad (2.4.1)$$

其中， ω_p 為幫泵浦光(Pump)之頻率， ω_s 為信號光(Signal)頻率， ω_i 為閒置光(Idler)頻率，帶入耦合波方程式(Coupled wave equation)，如下[21]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_s}{\partial x} &= -i \frac{\omega_s d_{eff}(x)}{c n_s} E_p E_i^* e^{-i \Delta k x} \\ \frac{\partial E_i}{\partial x} &= -i \frac{\omega_i d_{eff}(x)}{c n_i} E_p E_s^* e^{-i \Delta k x} \\ \frac{\partial E_p}{\partial x} &= -i \frac{\omega_p d_{eff}(x)}{c n_p} E_s E_i e^{i \Delta k x} \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

其中， d_{eff} 為等效非線性係數

$$\Delta k = k_p - k_s - k_i = 2\pi \left(\frac{n_p}{\lambda_p} - \frac{n_s}{\lambda_s} - \frac{n_i}{\lambda_i} \right) \quad (2.4.3)$$

假設 E_p 為定值，即泵浦光能量保持固定，並重寫式(2.4.2)，可得[21]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_s}{\partial x} &= -K_s E_i^* e^{-i \Delta k x} \\ \frac{\partial E_i}{\partial x} &= -K_i E_s^* e^{-i \Delta k x} \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

其中 $K_l = i \frac{\omega_l d_{eff}}{c n_l} E_p$ ， $l = s, i$



假設(2.4.4)其解 E_s, E_i 為[21]:

$$\begin{aligned} E_s(x) &= (Ae^{gx} + Be^{-gx})e^{-\frac{i\Delta kx}{2}} \\ E_i(x) &= (Ce^{gx} + De^{-gx})e^{-\frac{i\Delta kx}{2}} \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

將式(2.4.4)帶入式(2.4.3)中，比較其係數如下[21]:

$$\begin{aligned} W\left(g + i\Delta k \frac{x}{2}\right) &= K_s Y^* \\ X\left(i\Delta k \frac{x}{2} - g\right) &= K_s Z^* \\ Y\left(g + i\Delta k \frac{x}{2}\right) &= K_i W^* \\ Z\left(i\Delta k \frac{x}{2} - g\right) &= K_i X^* \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

將式(2.4.6)化為矩陣形式[21]:

$$\begin{bmatrix} g + \frac{1}{2}i\Delta kx & -K_s \\ K_i^* & -g + \frac{1}{2}i\Delta kx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ Y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.7)$$

令式(2.4.7)為非零解，得[21]:

$$g = \sqrt{K_s K_i^* - \frac{1}{4}\Delta k^2} \quad (2.4.8)$$

由式(2.4.8)定義光學參量增益係數(Parametric gain coefficient)[21]:

$$\Gamma^2 = K_s K_i^* = \frac{\omega_s \omega_i |d_{eff}|^2 |E_p|^2}{n_s n_i c^3} = \frac{2\omega_s \omega_i |d_{eff}|^2 I_p}{n_s n_p n_i \epsilon_0 c^3} \quad (2.4.9)$$

考慮邊界條件代入式(2.4.5)，可得[21]:

$$\begin{aligned} E_s(0) &= W + X \\ E_i(0) &= Y + Z \end{aligned} \quad (2.4.10)$$



解式(2.4.6)、式(2.4.10)可得一般解為[21]:

$$E_s(x) = \left[E_s(0) \left(\cosh gx - \frac{i\Delta k}{2g} \sinh gl \right) + \frac{K_s}{g} E_i^*(0) \sinh gx \right] e^{\frac{i\Delta kx}{2}} \quad (2.4.11)$$

$$E_i(x) = \left[E_i(0) \left(\cosh gx - \frac{i\Delta k}{2g} \sinh gl \right) + \frac{K_i}{g} E_s^*(0) \sinh gx \right] e^{\frac{i\Delta kx}{2}}$$

得到單次通過功率增益(Single-Pass power gain)G 為[26]:

$$G(l) = \frac{|E_s(l)|^2}{|E_s(0)|^2} - 1 = \left[1 + \left(\frac{\Delta k}{2g} \right)^2 \right] \sinh^2 gl = \Gamma^2 l^2 \frac{\sinh^2 gl}{(gl)^2} \quad (2.4.12)$$

於高增益近似如下式[26]:

$$G_i(l) = \frac{1}{4} e^{2\Gamma l} \quad , \quad \left(\frac{\Delta k}{2} \right) < g \text{ 或 } \Gamma^2 l^2 > \left(\frac{\Delta k l}{2} \right)^2 \quad (2.4.13)$$

於低增益近似如下式[26]:

$$G_i(l) = \Gamma^2 l^2 \operatorname{sinc}^2 \left\{ \left[\left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2 - \Gamma^2 \right]^{\frac{1}{2}} l \right\} \quad , \quad \Gamma^2 l^2 < \left(\frac{\Delta k l}{2} \right)^2 \quad (2.4.14)$$

增益頻寬則定義為[26]:

$$\left| \left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2 - \Gamma^2 \right|^{\frac{1}{2}} l = \pi \quad (2.4.15)$$



2.4.2 光學參量振盪器

光學參量振盪器的優點之一在於其簡單的架構，只需將非線性晶體置入於共振腔中，即可完成光學參量振盪器。當泵浦光(Pump)功率高於雷射共振閾值(Threshold)時可發生非線性轉換，非線性晶體可對產生的信號光(Signal)及閒置光(Idler)兩者提供增益並共振。此時的共振腔之特性類似於雷射，其輸出光為同調光並且方向與泵浦光之方向相同。

依共振腔之腔鏡設計的不同可分為許多種，本篇舉出其中的兩種分別為 SRO(Singly resonant oscillator) 與 DRO(Doubly resonant oscillator)。其中，SRO 是指共振腔只對信號光或閒置光其中之一進行共振；而 DRO 則是共振腔之可同時對信號光及閒置光進行共振。在一般情況中，SRO 較能穩定地提供輸出，而 DRO 則有較低的閾值功率。

在光學參量振盪器中，非線性晶體被泵浦光單次通過時，透過式(2.4.11)可得知，信號光與閒置光得到增益而成長，由於光學參量振盪器的增益是單向，所以當信號光與閒置光經過反射和回程後再度和泵浦光同向時，增益又可再次被放大。但是光學參量振盪器的損耗是要考量到整個共振腔迴路。



當達成相位匹配之條件時，即 $\Delta k = 0$ ，而達到共振腔閾值之情況為[21]:

$$\begin{aligned} E_s(\ell = 0)e^{\alpha_s \ell} &= E_s(0) \cosh \Gamma \ell + \frac{K_s}{\Gamma} E_i^*(0) \sinh \Gamma \ell \\ E_i(l = 0)e^{\alpha_i l} &= E_i(0) \cosh \Gamma l + \frac{K_i}{g} E_s^*(0) \sinh \Gamma l \end{aligned} \quad (2.4.16)$$

其中， α_s 、 α_i 分別為共振腔內信號光或閒置光來回一次的電場損耗 (Round trip electric optical loss)。

若低損耗， $e^{\alpha_s l} \sim 1 + \alpha_s$ 、 $e^{\alpha_i l} \sim 1 + \alpha_i$ [21]:

$$\begin{aligned} \cosh \Gamma \ell &= 1 + \frac{\alpha_s \alpha_i \ell^2}{2 + \alpha_s \ell + \alpha_i \ell} \\ \Gamma^2 l^2 &\sim \alpha_s \alpha_i l^2 \quad (DRO) \\ \Gamma^2 l^2 &\sim 2 \alpha_s l \quad (SRO) \end{aligned} \quad (2.4.17)$$



第三章 非線性晶體設計及製程

3.1 準相位匹配晶體週期之計算及設計

3.1.1 倍頻晶體週期設計

設定好泵浦光源之波長以及轉換方式，可藉由式(2.3.4)求得對應一維週期性極化反轉共熔組成鉭酸鋰(Periodically poled congruent lithium tantalate, PPCLT)雷射晶片之週期。舉第一階週期二倍頻為例，式(2.3.5)可簡化為：

$$\Lambda = \frac{\lambda_\omega}{2} \frac{1}{(n_{2\omega} - n_\omega)} \quad (3.1.1)$$

由式(3.1.1)可說明當 PPCLT 雷射晶片被頻率為 λ_ω 之基頻光通過時，雷射晶片之週期 Λ 是由 n_ω 與 $n_{2\omega}$ 所決定。欲使 PPCLT 雷射晶片有最大非線性係數，入射泵浦光源之極化方向應為晶體的 z 軸方向，而式(3.1.1)的折射率為 PPCLT 雷射晶片之非普及化方向折射率 n_e 。此折
射率之計算採自費傑(M. M. Fejer)等人提出的 PPCLT 之 Sellmeier 方
程式[27]：

$$n_e^2(\lambda, T) = A + \frac{B + b(T)}{\lambda^2 - [C + c(T)]^2} + \frac{E}{\lambda^2 - F^2} + D\lambda^2 \quad (3.1.2)$$

$$A = 4.528$$

$$b(T) = 2.679 \times 10^{-8}(T + 273)^2$$

$$B = 7.245 \times 10^{-3}$$

$$c(T) = 1.623 \times 10^{-8}(T + 273)^2$$

$$C = 0.245$$

$$D = -2.367 \times 10^{-2}$$

$$E = 7.769 \times 10^{-2}$$

$$F = 0.184$$

由式(3.1.2)可以計算出各種基頻光於溫度 140°C 下進行一階倍頻轉換時的折射率 n_{ω} 與 $n_{2\omega}$ ，將折射率值帶入式(3.1.1)即可計算出所需要之準項為匹配週期 Λ 。圖 3.1.1-1 為各種基頻光於溫度 140°C 進行一階倍頻轉換所對應之週期，詳見附錄(二)。

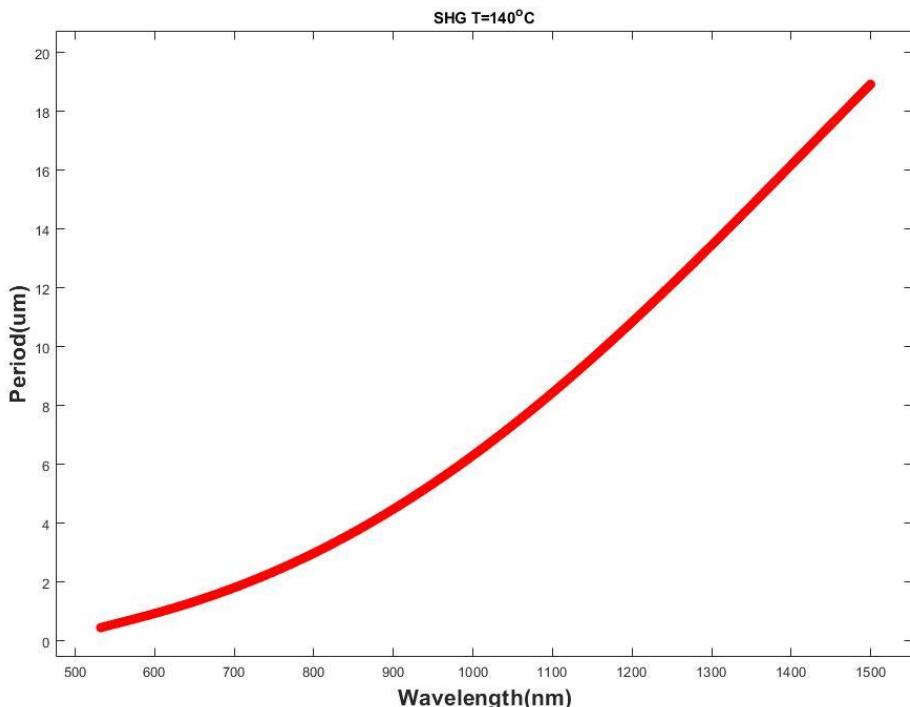


圖 3.1.1-1 基頻光第一階倍頻轉換對應週期，詳見附錄(二)

3.1.2 光學參量振盪器晶體週期設計

光學參量振盪器週期設計理論如(2.3)節所示，滿足 $\Delta k_Q = 0$ ，即準相位匹配發生，經由計算後可得光柵週期式(3.1.3):

$$\Lambda = \left[\frac{n(\lambda_p, T)}{\lambda_p} - \frac{n(\lambda_s, T)}{\lambda_s} - \frac{n(\lambda_i, T)}{\lambda_i} \right]^{-1} \quad (3.1.3)$$

光學參量振盪器可透過調整實驗晶體之光柵週期與實驗晶體之操作溫度而改變信號光與閒置光之波長。在脈衝綠光源為固定波長 532 nm 之泵浦光下，圖 3.1.2-1 為信號光與閒置光波長在溫度 140 °C 時對應到光柵週期之關係，詳見附錄(三)。

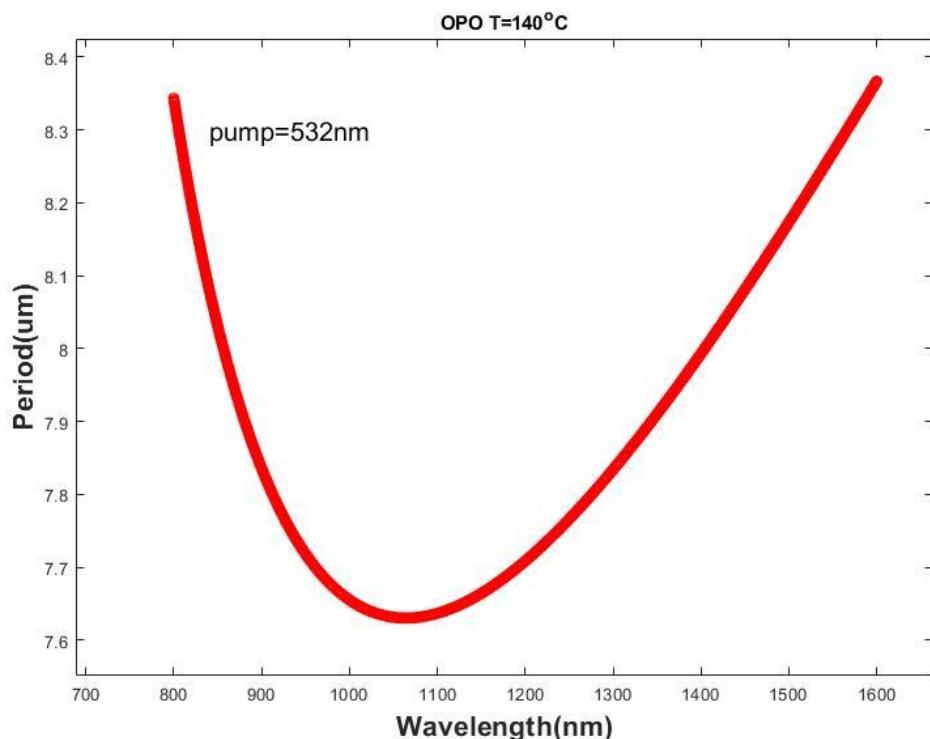


圖 3.1.2-1 信號光、閒置光與光柵週期關係圖，詳見附錄(三)



3.1.3 頻寬及倍頻長度設計

參照(2.1.2)節的轉換效率公式，可以得知非線性光學轉換效率與晶體長度、基頻光場功率和 Δk 有關，分析頻寬部分，若定義非線性光學轉換效率容忍範圍為 50% 附近，則 sinc 平方函數在該點的變數大小為 0.443π ，如圖 3.1.3-1 藍線所示，詳見附錄(四)。

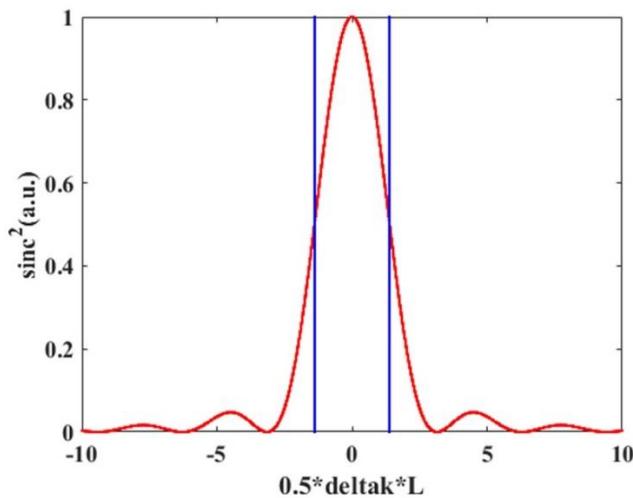


圖 3.1.3-1 $\text{sinc}^2(\frac{1}{2}\Delta kL)$ 對 $\frac{1}{2}\Delta kL$ 之關係圖，詳見附錄(四)

由代入非線性光學轉換效率式(2.1.9)，可得下式[24]:

$$\frac{1}{2}\Delta kL = \pm 0.443\pi \quad (3.1.4)$$

將 Δk 作泰勒展開至一階，可得基頻光場之波長頻寬 $\Delta\lambda$ (Fundamental wave bandwidth)[24]:

$$\Delta\lambda = \frac{1.39\lambda_\omega}{\pi L \left(\frac{1}{2} \frac{\partial n_{2\omega}}{\partial \lambda} \Big|_{\frac{\lambda_\omega}{2}} - \frac{\partial n_\omega}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_\omega} - \frac{n_{2\omega} - n_\omega}{\lambda_\omega} \right)} \quad (3.1.5)$$

將式(3.1.5)與晶體長度 L 作圖，即可得知在週期 $7.66 \mu\text{m}$ 與 $7.68 \mu\text{m}$ 時，基頻光場容忍頻寬與晶體長度之間的關係變化，如圖 3.1.3-2，詳見附錄(五)。

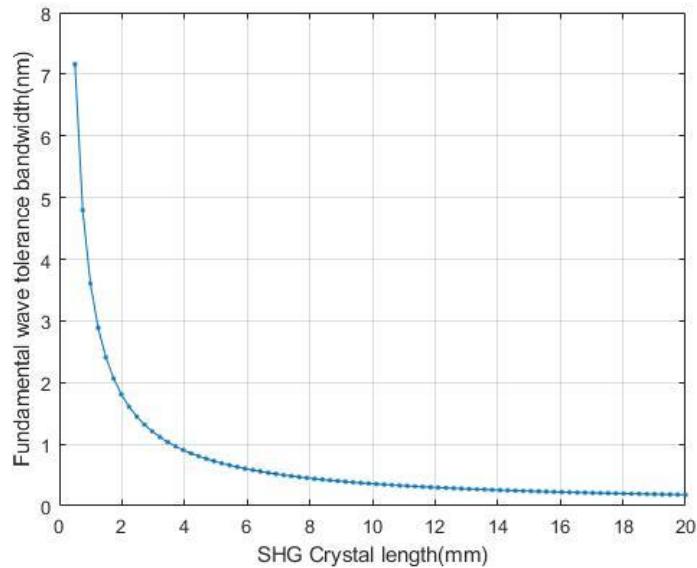


圖 3.1.3-2 1164 nm 基頻光容忍頻寬與晶體長度關係圖，詳見附錄(五)



3.1.4 橘黃光晶體週期設計

橘黃光晶體週期設計如下圖 3.1.4-1 所示。晶體週期設計之操作溫度為 140 °C，而其週期結構可分成兩部分的頻率轉換結構之級聯，總長為 2.9 cm。前端部分為並聯 2 組 OPO 結構之設計，其長 2 cm，可使波長 532 nm 之泵浦光轉換成 2 道信號光與 2 道閒置光；後端部分為級聯 2 組 SHG 結構與 1 組 SFG 結構之設計，其長 0.9 cm，此結構可使 OPO 段之 2 道閒置光倍頻成橘光與黃光，並且還能使這 2 道閒置光和頻成另一道橘黃光。

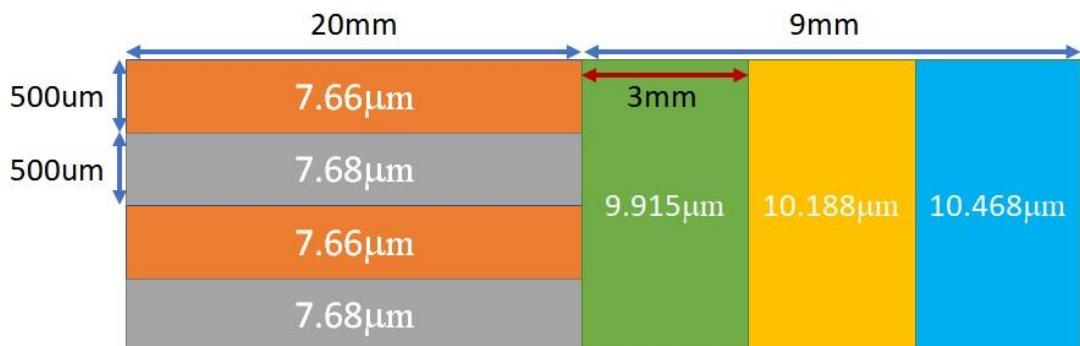


圖 3.1.4-1 光罩與樣品設計示意圖

第一部分為 OPO 並聯之結構，兩段週期分別為 7.66 μm/7.68 μm；而第二部分為 SHG 與 SFG 級聯之結構，其三段週期分別為 9.915 μm/10.188 μm/10.468 μm，其中週期 10.188 μm 為 SFG 之結構。下圖 3.1.4-2 為各週期結構對應轉換波長之整理。



OPO structure:

7.66μm: 532nm \longrightarrow 1163.6nm + 986.1nm

7.68μm: 532nm \longrightarrow 1186.1nm + 964.4nm

SHG(SFG) structure:

9.915μm: 1163.6nm + 1163.6nm \longrightarrow 581.8nm

10.188μm: 1163.6nm + 1186.1nm \rightarrow 587.4nm

10.468μm: 1186.1nm + 1186.1nm \rightarrow 593.1nm

圖 3.1.4-2 OPO/SHG(SFG)結構週期對應轉換之波長

由式(3.1.2) Sellmeier 方程式，推導出不同設計波長下所相對應到的操作溫度，將之作圖即可得到相位匹配圖，如圖 3.1.4-3。

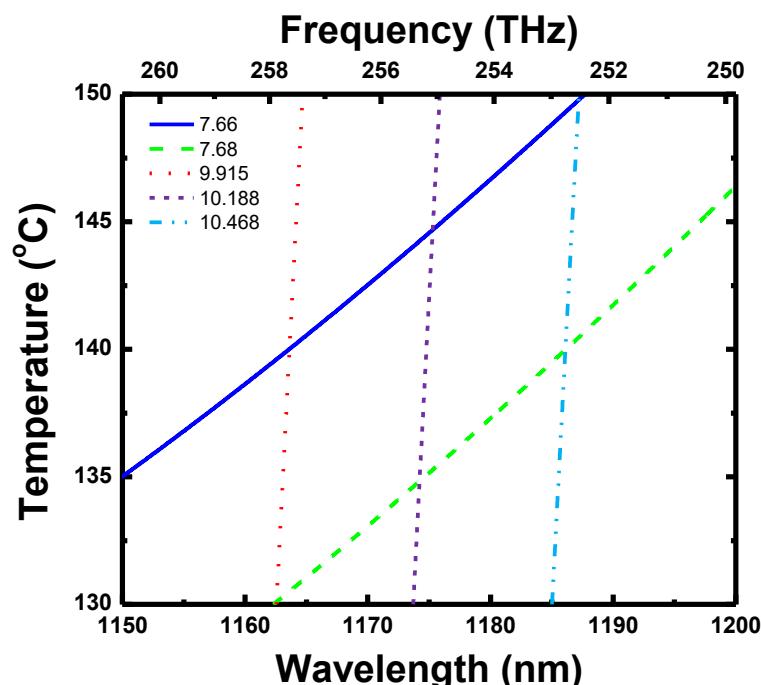


圖 3.1.4-3 相位匹配圖

3.2 鉭酸鋰晶體內建電場方向確認

3.2.1 晶體矯頑電場與內建電場之測量



介於各個製造廠商生產鉭酸鋰晶體時所用參數不同，以致鉭酸鋰晶體如矯頑電場、內建電場與晶體方向都會有所差異。本節將以三角波的形式用極高電壓致極化反轉技術分別對晶體進行正向及反向電極[15]量測晶體的矯頑電場與內建電場的數值。

測試樣品為本實驗室 0.75 mm PPCLT，下圖 3.2.1-1 是量測樣品之架構。

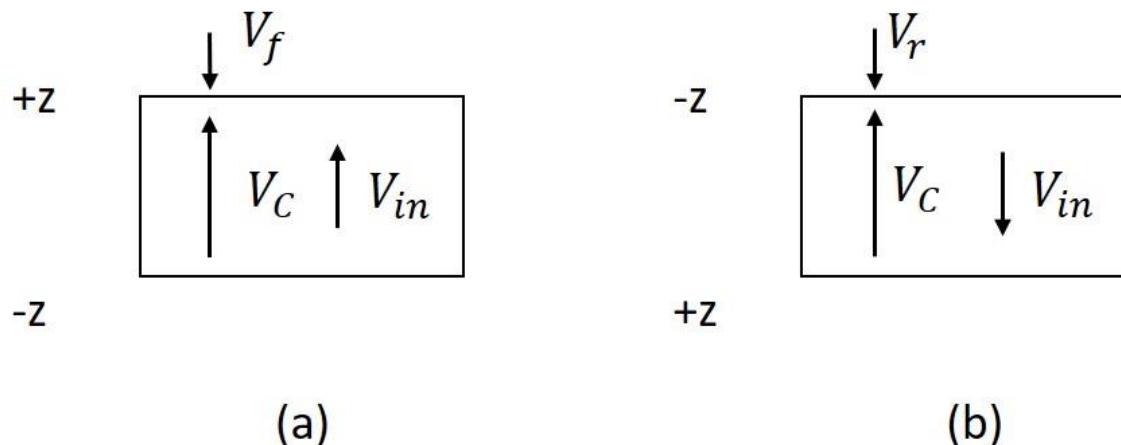


圖 3.2.1-1 量測矯頑電場與內建電場之架構
(a)正向電極化反轉 (b)反向電極化反轉



(1) 正向電極化反轉

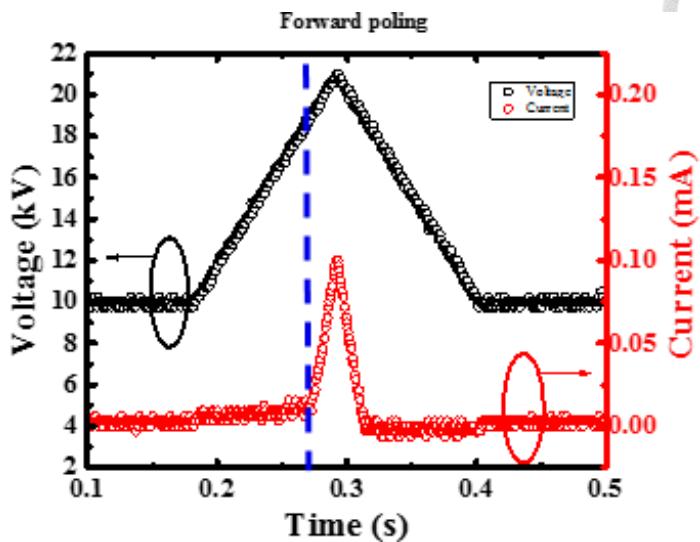


圖 3.2.1-2 0.75mm 樣品正向電極化反轉之電壓電流曲線圖

由圖 3.2.1-2 可計算正向電極化反轉所需之最低電壓 V_f 大小[15]:

$$V_f = V_c + V_{in} = 17.1kV \quad (3.2.1)$$

(2) 反向電極化反轉

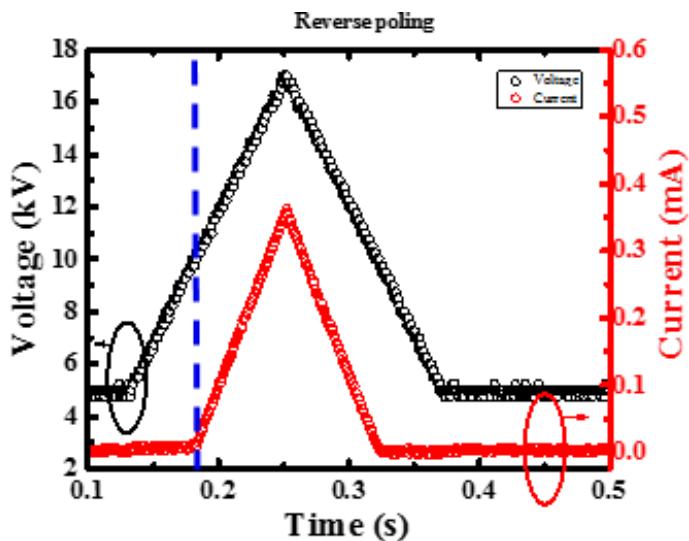


圖 3.2.1-3 0.75mm 樣品反向電極化反轉之電壓電流曲線圖

由圖 3.2.1-3 可計算逆向電極化反轉所需之最低電壓 V_r 大小[15]:



$$V_r = V_c - V_{in} = 10.1kV \quad (3.2.2)$$

將式(3.2.1)與式(3.2.2)求聯立，即可得內建電場與矯頑電場之大小 [15]:

$$\begin{aligned} V_c &= 13.6kV, V_{in} = 3.5kV \\ E_c &= 18.1kV \cdot mm^{-1}, E_{in} = 4.6kV \cdot mm^{-1} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

3.2.2 晶格方向判斷

用顯微鏡下觀察經過電極化極化反轉後的鉭酸鋰晶片，可得到晶片的鐵電疇如圖 3.2.2-1，即可判斷方向。注意外加電壓之持續時間不可以過長，以免導致各個鐵電疇合併(merge)的發生進而影響鉭酸鋰晶體內建電場之方向鑑定。

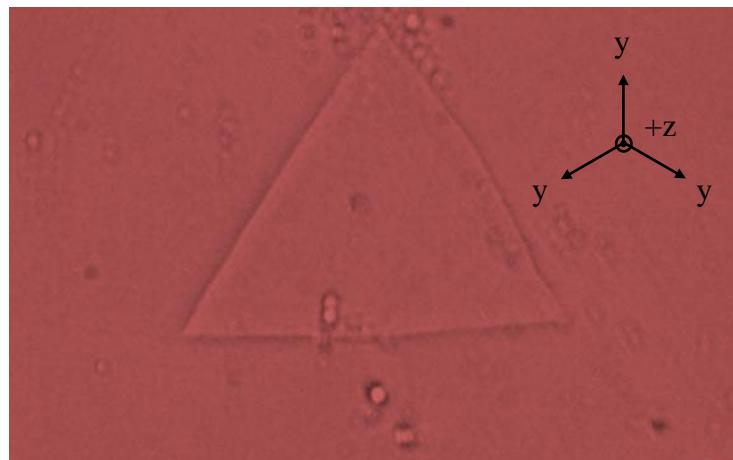


圖 3.2.2-1 鉭酸鋰鐵電疇方向判斷



3.3 週期性極化反轉晶片之製作

3.3.1 晶片製程介紹

1 mm 厚度鉭酸鋰晶片詳細製程步驟與流程如下圖 3.3.1-1 所示。

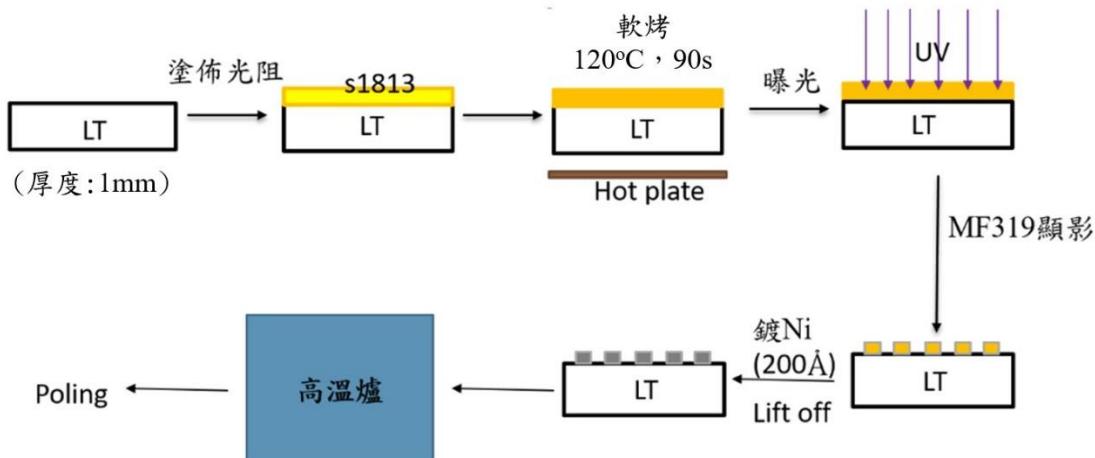


圖 3.3.1-1 製程流程圖

(1) 塗佈光阻:

為了使正光阻劑 s1813 均勻塗佈在晶片 +z 面上，旋轉塗佈機要設定參數以 1000 rpm 運行 10 秒，再以 6000 rpm 運行 30 秒。

(2) 軟烤:

將均勻塗佈過的晶片放到 120 °C 之加熱台軟烤 90 秒，增加光阻對晶片之附著力。

(3) 曝光顯影:

使用設計晶體之光罩與 ABM 曝光機(波長 365 nm/400 nm)進行曝光 10 秒，並使用 MF319 顯影液進行顯影 80 秒，使設計不反轉區域



的光阻顯影掉。

(4) 滅鍍於晶體:

利用 DC 滅鍍設備滅鍍金屬鎳，其厚度為 20 nm。再使用先去法，將樣品置於於丙酮中並清洗，使可將設計反轉區域的光阻清洗乾淨，並且一同剝離(lift off)在該光阻區域上的鎳金屬，保留不反轉區域之週期性金屬鎳結構。

(5) 高溫鎳擴散[28]:

先將高溫管型爐的爬升速度參數設定為 $6.5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 持續升溫直到 591°C 為止，並在溫度 591°C 持續擴散 12 hr。再將晶片裝於氧化鋁坩鍋置入高溫管型爐進行擴散。使晶片上之金屬鎳成功高溫擴散至晶片中，以達到造成淺層反轉的目的。

(6) 極高電壓極化反轉:

以 Labview 控制 Trek 40/15A 脈衝電壓放大器，並以水作為液態電極，開始以高電壓極化時欲反轉面積，對欲反轉區域進行極化反轉。完成以上步驟後，即可對晶片端面進行化學研磨步驟，晶片端面之潔淨度足夠好可以使雷射閥值降低，並且使晶體損傷閥值增加，因此，端面化學研磨製程是非線性轉換最為重要之步驟。



3.3.2 極高電壓致極化反轉技術

於室溫下之高電壓致極化反轉架構如圖 3.3.2-1 所示[25]。

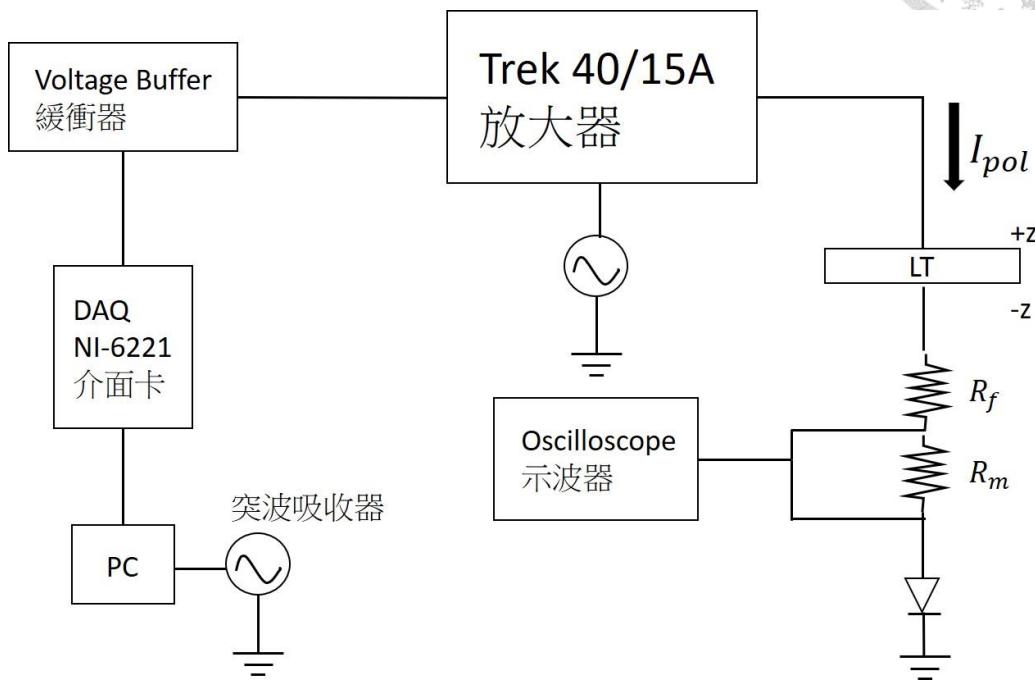


圖 3.3.2-1 極高電壓致極化反轉架構圖[25]

適用於所加電場大於或等於矯頑電場時，施加脈衝式電壓於晶片上，反應時間以數毫秒至數百毫秒，因此需要利用數位式波器以擷取反轉電流之訊號，由電腦程式 Labview 建立輸出波形，並將訊號用 NI-6221 介面卡傳送至 Trek 40/15A 電壓放大器，其最大輸出為 40 kV，而電流最大輸出則為 15 mA，並且能將電壓放大 4000 倍後再輸出。在這架構當中，途中的緩衝器(Buffer)最主要功用是防止 NI-6221 介面卡因電流不足而喪失驅動電壓放大器之準位電壓，進而提供電流來驅動電壓放大器。而 NI-6221 介面卡有連接的突波吸收器，可以濾除放大訊號時所產生的突波回授(feedback)。



放大的電壓會跨在晶片、 R_f 、 R_m 與二極體上，而為了防止電流過大而造成晶體介電崩潰，在通路中使用了 6 顆大小為 $3\text{ M}\Omega$ 的限流電阻 R_f 來控制整條電路的電流大小；而為了回推分壓定理搭配示波器線路的電流大小，在系統架構中級聯了一顆大小為 $20\text{ M}\Omega$ 的監控電阻 R_m 。因此，可推算出反轉電流 I_{Pol} 公式如式(3.3.1)，並用式(3.3.2)關係式，對 I_{Pol} 積分即可得到反轉電荷量 Q 。

$$I_{Pol} = \frac{V_{applied} - V_c}{R_f + R_m} \quad (3.3.1)$$

$$Q = \int I_{pol} dt = 2P_s A \approx I_{pol} \Delta t \quad (3.3.2)$$

其中 $V_{applied}$ 為極化反轉時晶片上的跨壓， V_c 為矯頑電壓， P_s 為晶片的自發性極化反轉(Spontaneous polarization)值。

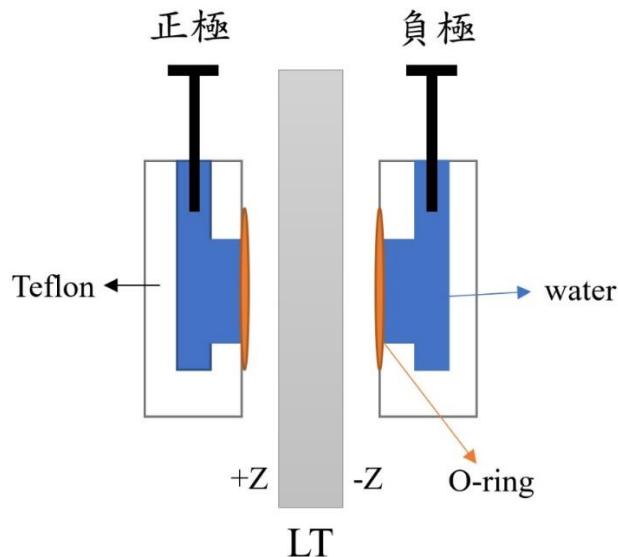


圖 3.3.2-2 極化反轉之液態電極基座設計

圖 3.3.2-2 為高電壓致極化反轉之液態電極基座，使用鐵氟龍材料(Teflon)當基座可以有效絕緣高壓電，確保高壓電能透過液態電極形成良好的通路，這裡使用水當液態電極。而 O-ring 為不易介電崩潰之抗腐蝕橡膠材料(Viton)，以 O-ring 當作夾具除了能平均分散施力，也能避免液態電極流出夾具而導致有漏電的情況發生。

3.3.3 極化反轉模型

米勒 (R. C. Miller) 於 1960 年發表成核後側擴散模型(nucleation control sidewise wall model)[29]後，米勒 (G. D. Miller) 繼而以此模型建構出週期性極化反轉的過程[30]。如圖 3.3.3-1 所示。

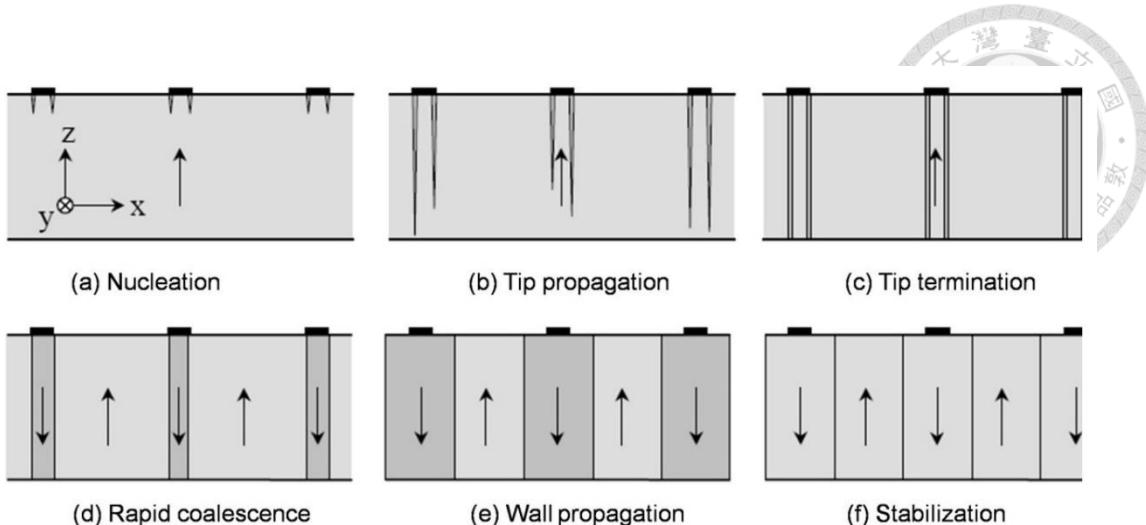


圖 3.3.3-1 高電壓極化反轉之成核側擴散模型(a)~(f)[30]

(a) 成核(Nucleation):

施加一高於矯頑電場 V_c 的電壓於晶片上時，會使晶片表面產生許多極化反轉的起始點，稱為成核點(Nucleation site)。由於晶片表面是金屬結構而成核點較容易出現於金屬電極邊緣兩旁，此為邊緣電場效應(Fringe field effect)所導致。

(b) 縱向擴散(Tip propagation):

成核反轉的區域會迅速的由+Z面生長到-Z面，但由於極化反轉沿著Z軸生長的速度(Tip propagation velocity)會遠大於橫向的側擴散速度(Sidewise domain wall velocity)，一般而言約為 1000 : 1，故此時側擴散現象並不明顯。

(c) 縱向擴散終止 (Tip termination):

當極化反轉沿著Z軸生長到-Z面時，縱向極化反轉即終止。



(d) 快速內側合併 (Rapid coalescence):

由於電極處的電場比電極下方的電場強，故會先進行電極下方的內擴散合併。

(e) 側擴散 (Wall propagation):

當極化反轉區域佈滿整個電極下方後，外擴散會使得反轉區域超出電極定義的範圍。

(f) 反轉區域穩定 (Stabilization):

當反轉區域達到所需要的佔空比時，仍需施加一低於矯頑電場 V_c 的電壓一段時間，使得反轉區域的結構穩定。

3.3.4 反轉電壓脈衝波型

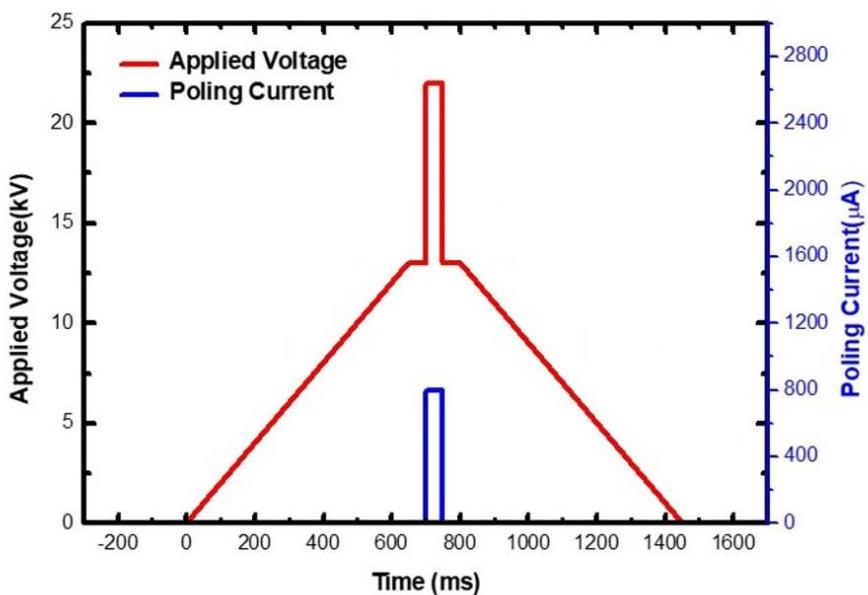


圖 3.3.4-1 高電壓極化反轉電壓電流波形圖[31]

參照(3.3.3)節介紹的成核後側擴散模型，輸出之反轉電壓波形設計大致分為五個階段，如圖 3.3.4-1 所示[31]。

(1) 緩慢上升波行階段:

目的是避免瞬間的高電壓差導致晶體介電崩潰，且上升最後不可以超過矯頑電場 V_c ，防止此階段有極化反轉的發生。

(2) 緩衝電壓階段:

將整條串連電路包含晶片與其他寄生電容充電至滿，使之後通過的電流不受到線路充放電的影響。

(3) 成核電壓階段:

主要以瞬間高於矯頑 V_c 之較高電壓形成密度高且均勻的成核點。

(4) 平衡穩定電壓階段:

鐵電材料在剛反轉時需要時間進行重新分佈[32]，此時晶體內部將因塊材屏蔽消失而留有強大的去極化場，為了防止鐵電疇反轉回初始的方向[15]，則需施加一低於矯頑電場 V_c 之電壓與之抗衡。

(5) 緩慢下降波行階段:

緩慢下降並還原到最初狀態。



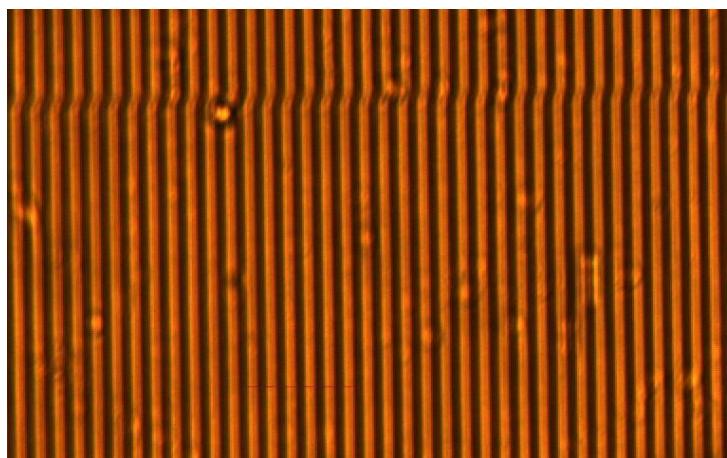


圖 3.3.4-2 極化反轉後，晶片+z 面 10 倍放大圖

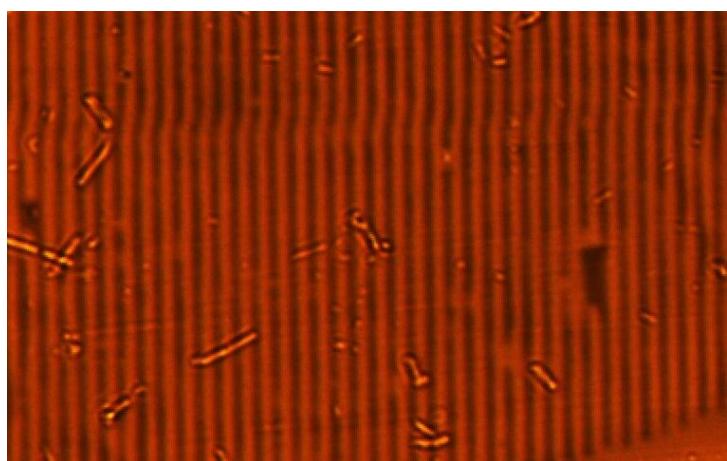


圖 3.3.4-3 極化反轉後，晶片-z 面 10 倍放大圖



3.3.5 晶片端面研磨拋光

非線性晶片的端面品質在光學量測中扮演著十分重要的角色，因為不佳的晶片端面平整度、潔淨度與精細度都會造成多餘的泵浦源之損耗，進而影響非線性晶片的轉換效率與損傷閥值。因此，好的晶片端面研磨拋光可以使光學量測更加精確。研磨及拋光所使用之耗材如表 3.3 所示，其中#代表顆粒目數，目數越小，顆粒直徑越大。

表 3.3 研磨用水砂紙與拋光液規格

種類	廠商	顆粒大小
水砂紙#500	3M	25 μm
水砂紙#1200	3M	15 μm
水砂紙#2500	3M	4 μm
拋光液 P-1	JENG	80 μm

圖 3.3.5-1 為研磨機台的示意圖，大致將儀器分成四個部分，分別為 8 吋的小研磨盤、晶體固定所使用的銅柱、不鏽鋼環，最後則是機台本身。

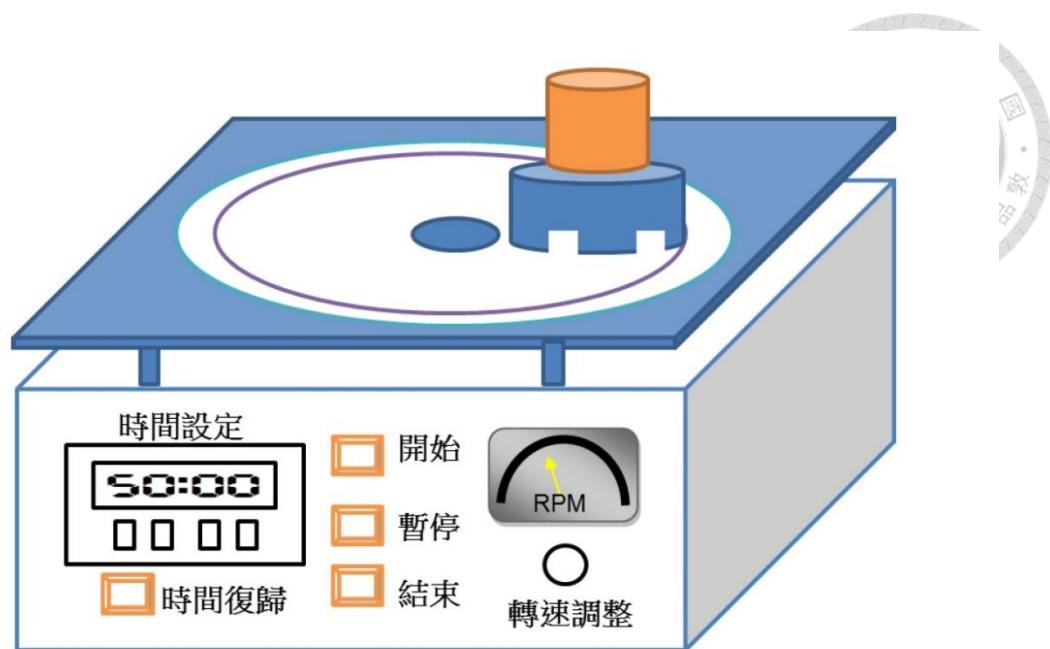


圖 3.3.5-1 研磨機台示意圖

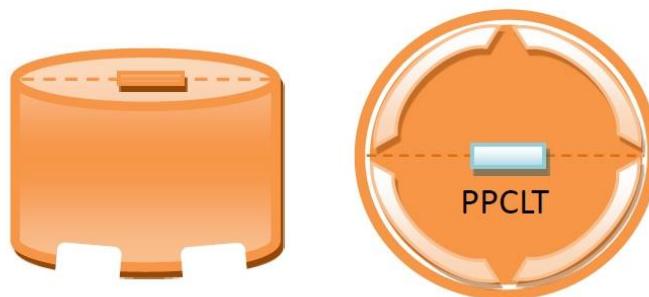


圖 3.3.5-2 研磨晶片銅柱

研磨拋光之實驗步驟如下：

(1) 固定晶片：

將研磨銅塊放置加熱台加熱至 200 °C，使黃蠟成功地融化在研磨銅塊凹槽內並將非線性晶片置入於其中，而後靜待自然降溫即可固定於研磨銅塊上。



(2) 水砂紙研磨:

總共有三道，皆以水潤滑，從水砂紙顆粒大開始磨到顆粒小。第一道用水砂紙#500 進行研磨，並保持 15 rpm 研磨 5 分鐘，途中需檢查銅塊刮痕是否均勻，以確保晶片端面研磨平行。第二道用水砂紙#1200 進行研磨，保持 30 rpm 研磨 15 分鐘，途中需觀察晶片端面之精細度，是否更細緻更光滑。第三道用水砂紙#2500 進行研磨，保持 50 rpm 研磨 30 分鐘，途中仍須持續檢查晶片端面狀況。

(3) 抛光液化學研磨:

以拋光液(Polishing slurry)進行化學研磨拋光，保持 60 rpm 研磨 75 分鐘。利用拋光液滲透至端面擦痕並侵蝕掉擦痕與擦痕間的不連續面，進而拋光晶片之端面。

(4) 清洗晶片:

研磨結束後，需跟步驟(1)一樣，先加熱研磨銅塊並取下晶片，浸泡於 85 °C 之丙酮中，由於丙酮可以溶解殘留在晶片上之黃蠟，故後續用棉化棒沾丙酮並輕擦拭晶片端面，再依序以甲醇與去離子水清洗，以達到良好的晶片端面潔淨度。

第四章 光學量測與分析

4.1 光學量測架構

4.1.1 泵浦雷射



吾人的光學量測皆是以綠光雷射為泵浦源進行實驗測量，泵浦光源是由 EKSPLA 的 NL204 雷射，透過輸出 1064 nm 基頻光並激發 KTP 晶體進而倍頻產生 532 nm 的綠光脈衝雷射。其詳細規格如表 4.1。

表 4.1 NL204 雷射之特性

輸出 波長	脈衝 能量	重複率	脈衝 寬度	空間 模態	光束 直徑	光束發 散角	極化 方向
1064 nm	Max: 4 mJ	500Hz	7 ns	TEM ₀₀	0.7 mm (at output)	<3 mrad	水平方向 (>100:1)

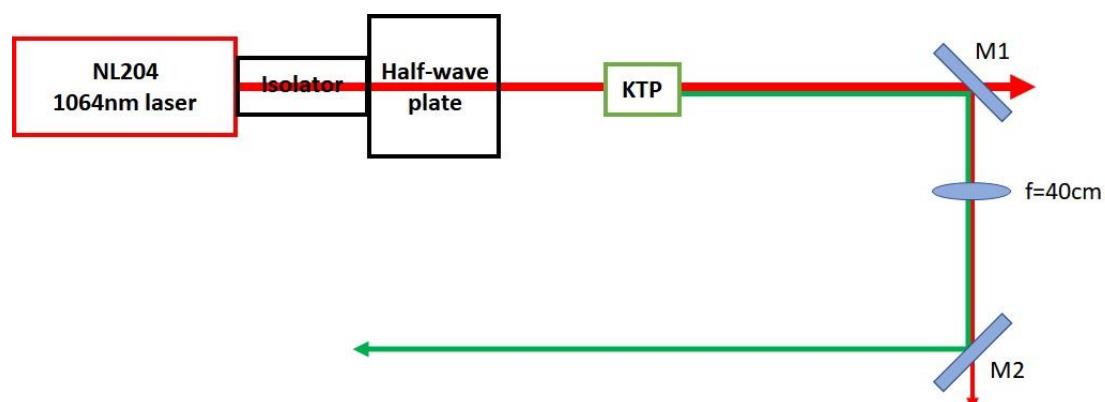


圖 4.1.1-1 綠光泵浦源架構圖

綠光泵浦源光路設計架構如圖 4.1.1-1 所示。經由反射鏡 M1(HR@532;HT@1064)濾除大部分未被 KTP 倍頻轉換的 1064 nm 近紅外光，使剩下的近紅外光與綠光透過 $f=40\text{ cm}$ 焦距的透鏡聚焦於共架腔時的束腰半徑為 $200\text{ }\mu\text{m}$ ，而途中反射鏡 M2(HR@532;HT@1064) 的目的是再把 1064 nm 的光過濾一次，確保只留下 532 nm 的綠光泵浦源。

一台雷射的好壞除了與其轉換效率有關，更重要的是其繞射極限特性，雷射品質則是定義繞射極限的指標，稱為 M^2 。因此架設完綠光泵浦源光路之後，要量測 M^2 以利之後的實驗進行。

M^2 的定義方法有 $1/e^2$ 法與桶中功率法[33]；國際間較常用的方法而是二階矩(Second moment method) [34]。當 $M^2 = 1$ 視為理想值，然而真實的情況下 $M^2 > 1$ ，其廣義式如下[35]:

$$w^2(z) = w_0^2 + M^4 \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_0^2} (z - L_0)^2 \quad (4.1.1)$$

其中， w_0 是束腰半徑，而 L_0 為從某一參考面相對於束腰位置的距離。其光斑隨 z 傳播的數學形式如同雙曲線方程式(4.1.2)[35]。

$$w^2(z) = Az^2 + Bz + C \quad (4.1.2)$$



接著整理式(4.1.1)與式(4.1.2)，得出 A、B 與 C 於雙曲線擬合後的回歸參數，如下[35]：

$$\begin{aligned}
 M^2 &= \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{AC - \frac{B^2}{4}} \\
 w_0 &= \sqrt{C - \frac{B^2}{4A}} \\
 L_0 &= -\frac{B}{2A}
 \end{aligned} \tag{4.1.3}$$

圖 4.1.1-2 為綠光泵浦 M^2 實驗架構，吾人藉由移動 CCD 於滑軌上，固定間隔距離逐步拍攝光束影像，如圖 4.1.1-3 為 CCD 所拍攝的光束束腰之影像，CCD 相機型號為 Chameleon CMLN-13S2C。經由二階矩方式計算後，即可確認各個位置光束之大小，如圖 4.1.1-4 所示，詳見附錄(七)。

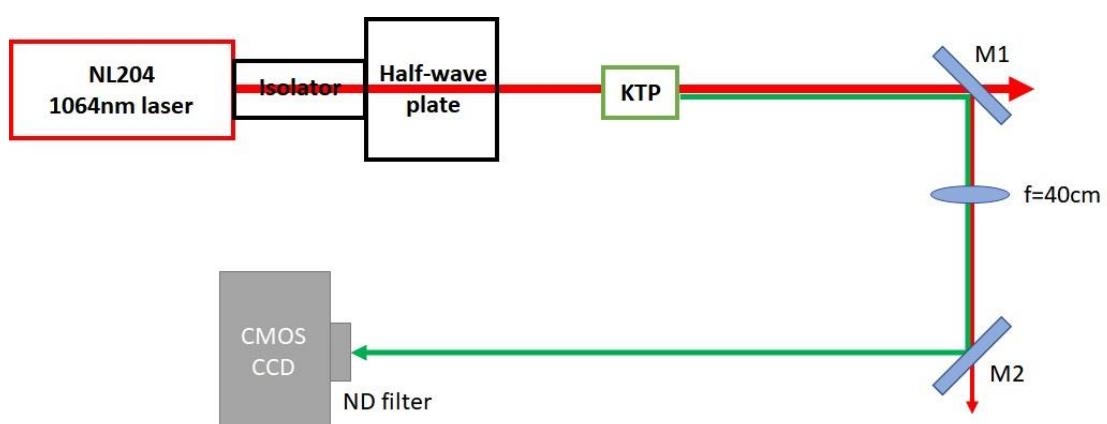


圖 4.1.1-2 綠光泵浦 M^2 量測架設

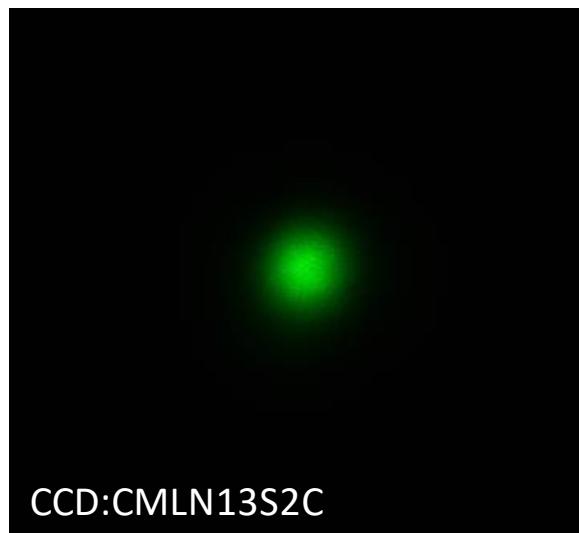


圖 4.1.1-3 綠光光束束腰之 CCD 影像圖

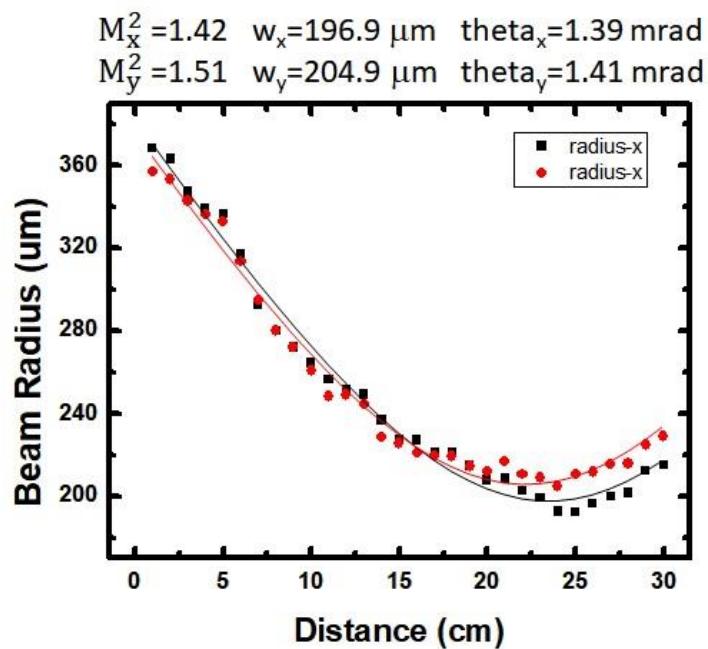


圖 4.1.1-4 綠光光束品質分析圖，詳見附錄(七)

其中，光束品質分別在 X 方向與 Y 方向值為 $M_x^2=1.42$ 與 $M_y^2=1.51$ ，光束光腰處之最小半徑為 w ，而 θ 為發散角。

4.1.2 共振腔設計及模態匹配

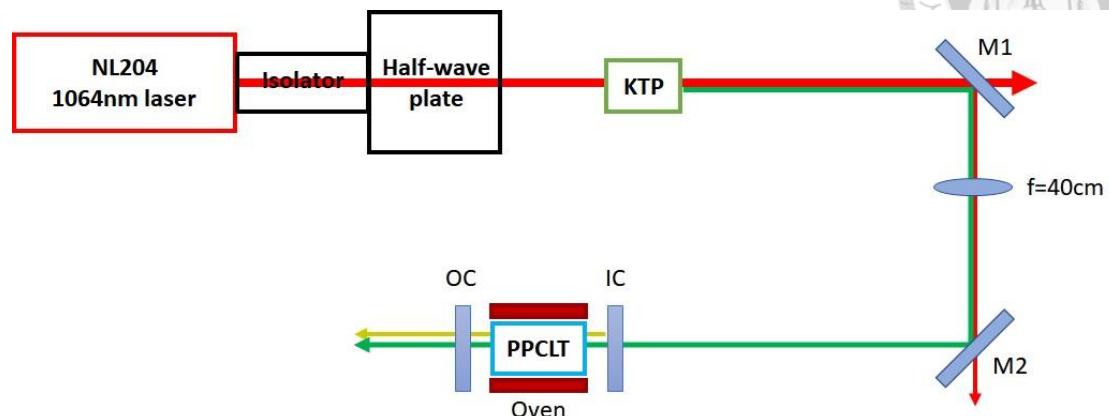


圖 4.1.2-1 共振腔架設位置圖

共振腔架設於綠光光束之光腰處，如圖 4.1.2-1 所示，吾人以經 KTP 轉換過之 532 nm 綠光為泵浦光源入射共振腔並對控制加熱台到 PPCLT 設計之匹配溫度，即可轉換產生 986 nm、964 nm 之信號光與 1163 nm、1186 nm 的近紅外閒置光，藉由腔內的倍頻與和頻產生出 581 nm、587 nm、593 nm 之橘黃光雷射，並用不同波段之濾光片(filter)來分離欲測量之波段光，最後用 $f = 7.9 \text{ cm}$ 之非球面鏡聚焦於傳遞至光譜分析儀(OSA)的多模光纖，分析實驗光譜結果。

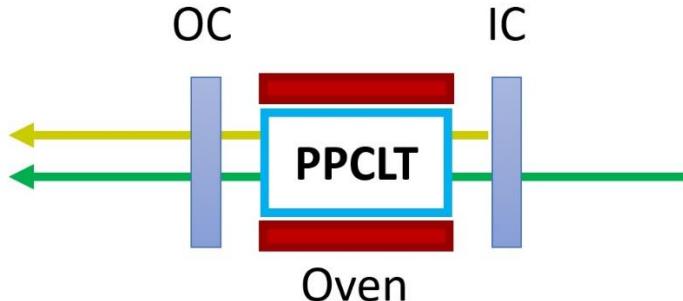


圖 4.1.2-2 線型共振腔示意圖

本篇論文中使用線性共振腔，並用雙反射腔鏡的形式，如圖 4.1.2-2。其中，泵浦光由輸入耦合鏡(Input Coupler, IC)進入，與加熱台(Oven)上之 PPCLT 晶體作用形成光參產生，欲使閒置光在腔內進行共振並有效倍頻黃光，因此在輸入耦合鏡挑選中要高穿透泵浦光 532 nm 與高反射閒置光 1163 nm、1186 nm；而在輸出耦合鏡(Output Coupler, OC)挑選中也是高反射閒置光 1163 nm、1186 nm，並且還要高穿透產生的黃光，如表 4.2。

表 4.2 共振腔之參數

共振腔	IC (R=15cm)	OC (R=10m)
	HT@532 R~95% @ idler R~48% @ signal R~2% @ orange	HT@532 R~95% @ idler R~30% @ signal R~6% @ orange

其中，OC 的曲率半徑為 10 m，等效上可視為平面鏡，因此此腔鏡為凹平且線型共振腔的架構。

為了與泵浦光達成模態匹配(Mode matching)，因此需先模擬共振腔內共振光(閒置光)的模態大小，圖 4.1.2-3 為共振光在腔內的模態大小隨等效空腔長(effective cavity length)之分佈，詳見附錄(六)。

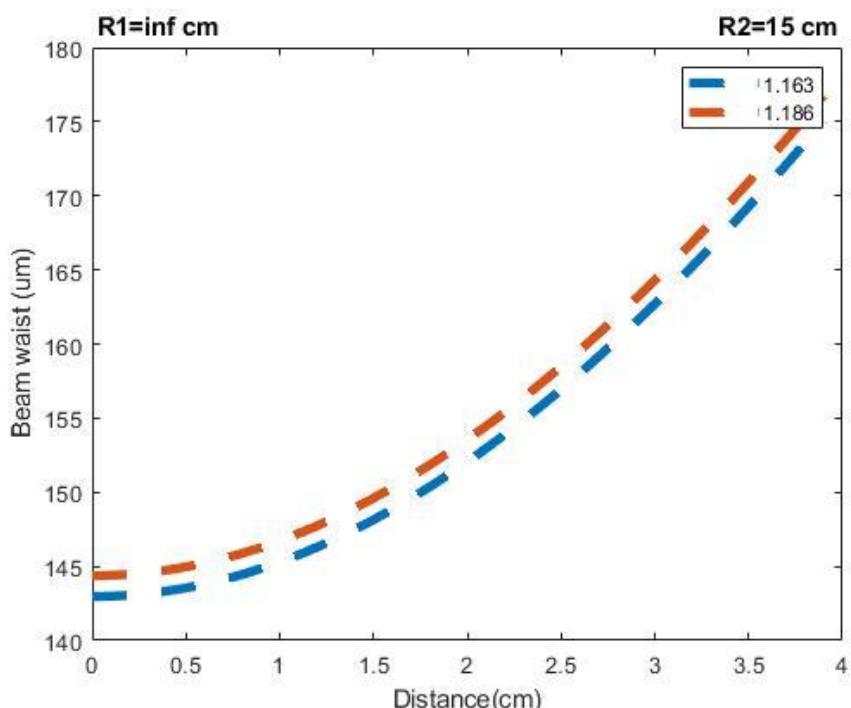


圖 4.1.2-3 閒置光理論模態於共振腔內空間變化圖，詳見附錄(六)



4.2 光學測量與分析

圖 4.2-1 為實驗量測架構，而共振腔內綠光泵浦入射晶體點為圖 4.2-2 所示，是兩個並聯結構 $7.66\text{ }\mu\text{m}$ 、 $7.68\text{ }\mu\text{m}$ 之中間，以進行光學測量。

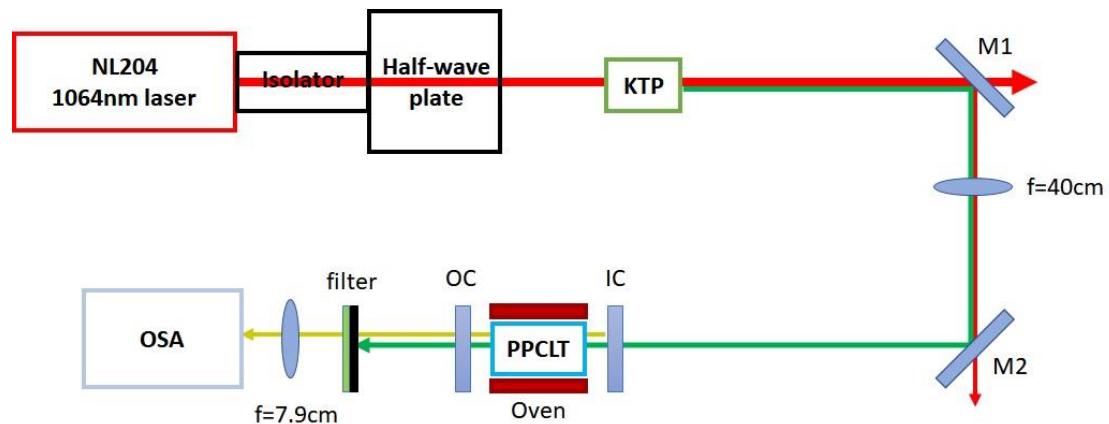


圖 4.2-1 光學測量架構圖

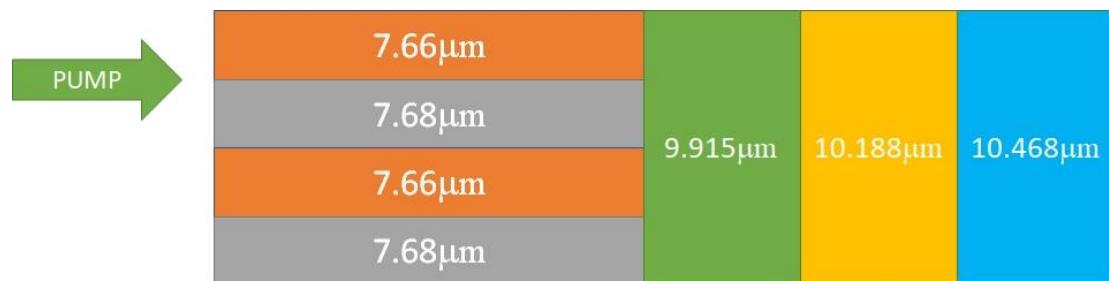


圖 4.2-2 泵浦入射點



4.2.1 溫度頻寬

吾人以 322 mW 的綠光泵浦入射並聯結構中，再以每 0.2°C 的等間隔調整溫度並測量其橘黃光之能量大小，整理過後可得溫度頻寬，如圖 4.2.1-1。由圖可觀察到有五個峰值與(3.1.4)節相位匹配圖得比較相互對應，但實際的溫度卻與設計的溫度有所差異，吾人猜測原因可能是實際溫度與溫度控制器顯示的溫度有所落差，導致實際值與理論值約有 9.6°C 的誤差。

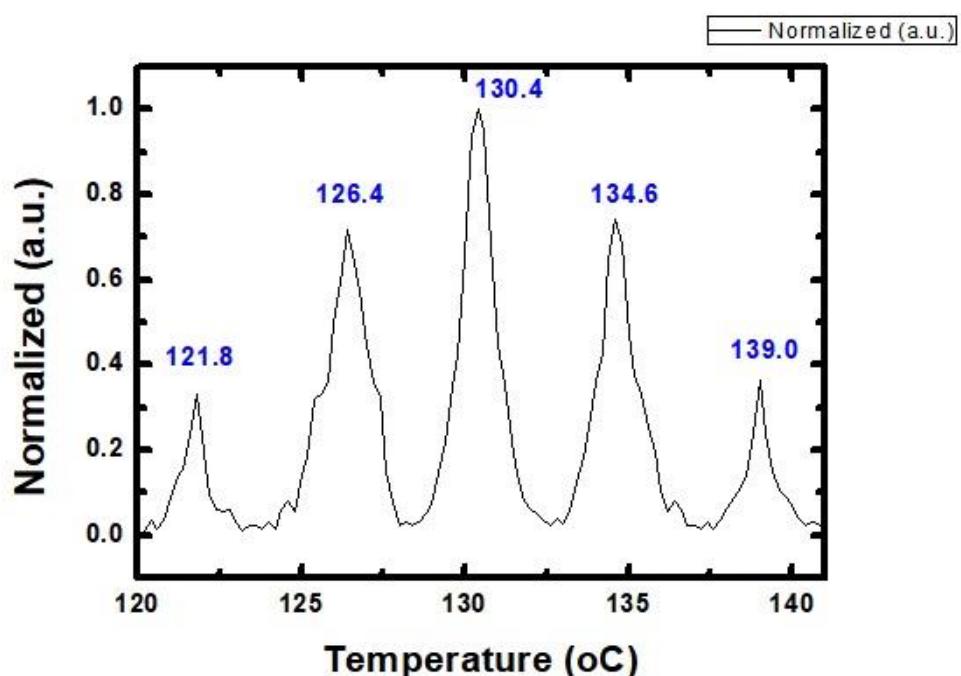


圖 4.2.1-1 溫度頻寬



4.2.2 光譜分析

量測輸出紅外與橘黃光之光譜時，吾人以綠光 pump=322 mw 為
泵浦源入射並聯結構中，操作溫度為 130.4 °C，而光譜分析儀 OSA
的解析度(resolution)分別對信號光(Signal)與閒置光(Idler)設定為 0.1
nm 與 0.5 nm，並設 20 秒掃描時間，以取得更加精確的數據繪製所測
量 OPO 輸出信號光與閒置光測量光譜圖 4.2.2-1 與圖 4.2.2-2。

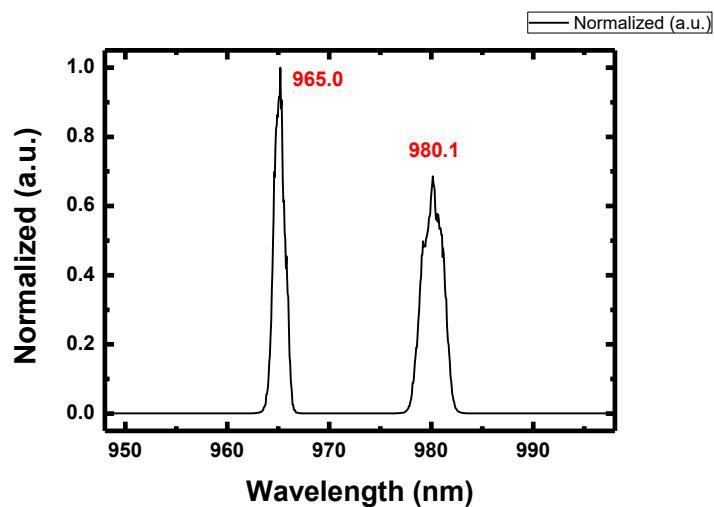


圖 4.2.2-1 信號光譜量測

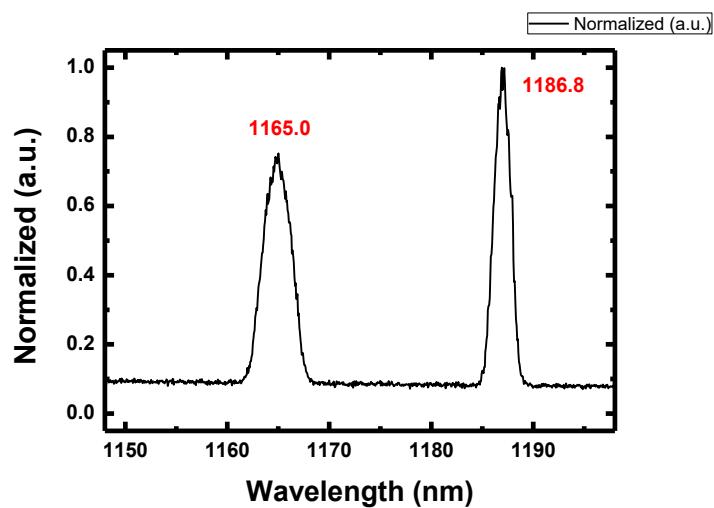


圖 4.2.2-2 閒置光譜量測

由於泵浦源是入射週期 $7.66 \mu\text{m}$ 與 $7.68 \mu\text{m}$ 結構中間 (p.54 圖 4.2.2-2)，故信號光的光譜應為兩根，且要明顯對稱，然而從圖 4.2.2-1 之光譜上觀察明顯不對稱，但卻與閒置光的光譜相互對應，吾人推斷原因是入射泵浦源並不是真正打在兩個週期之中間點，而是有些許的偏差，導致不對稱。

橘黃光之光譜如圖 4.2.2-3，與閒置光光譜相呼應，左右兩根波長分別對應閒置光左右兩根波長之倍頻，而中間波長則是閒置光兩根波長之和頻所得。

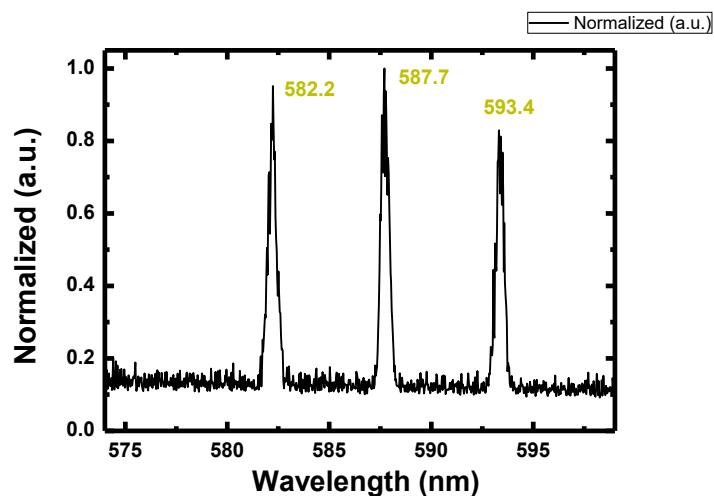


圖 4.2.2-3 倍頻光光譜量測



4.2.3 斜線效率

吾人將操作溫度設為 $130.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ 進行測量輸出橘黃光的效率。為確保量測之功率為橘黃光波段，測量前要額外架設將信號光與閒置光等近紅外光濾除的短波長濾波片(Short pass filter)，量測到的橘黃光功率才能是準確的。

在 PPCLT 端面沒有鍍膜的情況，圖 4.2.3-1 是統計測量的結果，輸出為三根橘黃光雷射波長之功率總和，橘黃光輸出功率量測至 33 mW，橘黃光雷射閾值為 30.1 mW/cm^2 ，而斜線效率為 8.1%，表 4.3 為效率數據比較表。

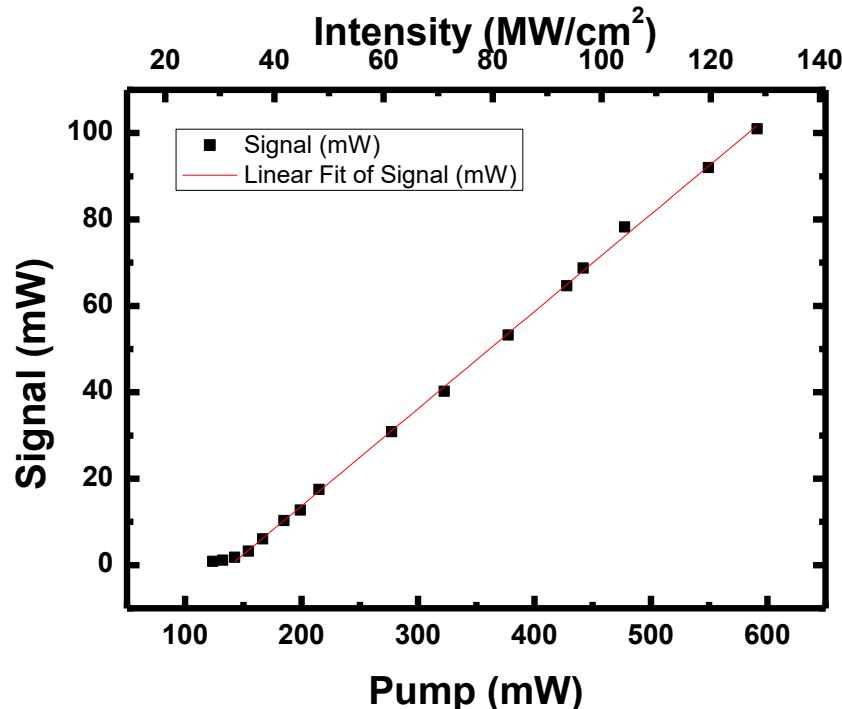
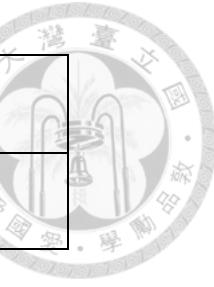


圖 4.2.3-1 橘黃光斜線效率量測

表 4.3 效率數據比較[37]

實驗比較組	Tb ³⁺ :LLF	LT
橘黃光斜線效率	22%	8.1%



4.2.4 橘黃光模態

根據(4.2.2)節的光譜分析與圖 4.2.4-1 的模態圖的對比，可以觀察到橘黃光圖形稍微偏左，而且略有三條黃光重疊在一起，並與圖 4.2.2-3 對應從左到右分別是 582 nm/587 nm/593 nm 波長之橘黃光，CCD 相機型號為 Chameleon CMLN-13S2C。下圖 4.2.4-2 為橘黃光混合模態圖之雷射品質，詳見附錄(七)。

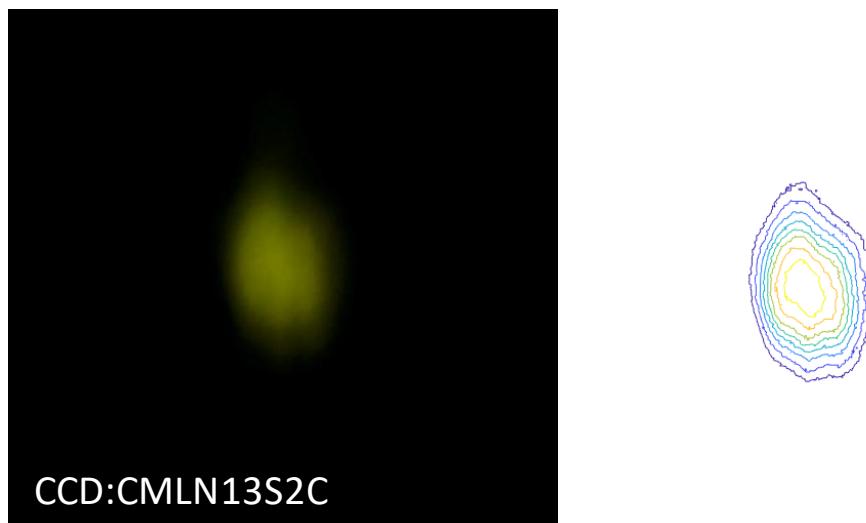


圖 4.2.4-1 黃光混合模態圖與等高線圖

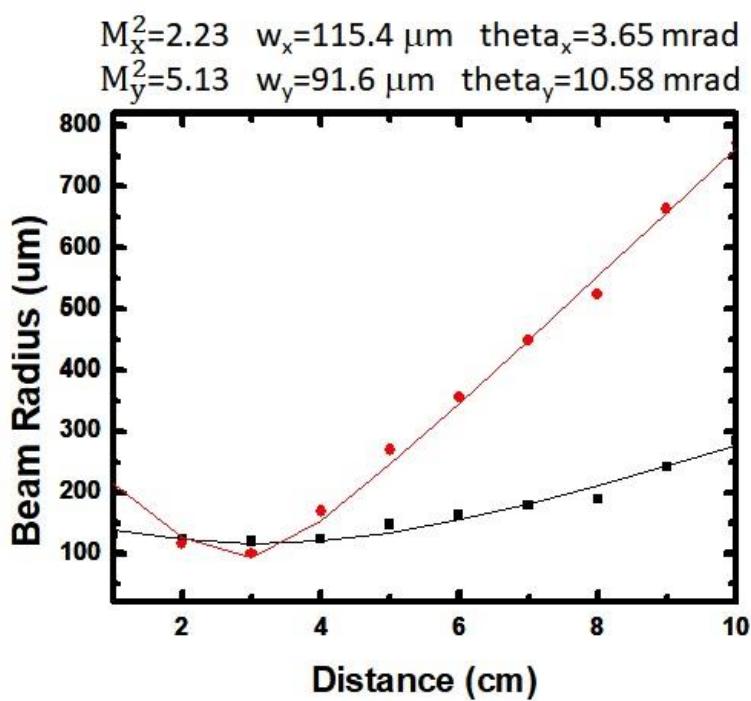


圖 4.2.4-2 黃光混合模態圖曲線圖，詳見附錄(七)



第五章 結論與未來展望

5.1 結論

於晶片製作上，使用金屬內擴散法混合極高壓電極致極化反轉製程於鉭酸鋰晶片之+Z面上且能有效的定義出週期性結構，並能成功在1mm厚度的鉭酸鋰晶片上研製週期為 $7.66\text{ }\mu\text{m}$ 的橘黃光OPO-SHG晶片。

在橘黃光之輸出方面，透過共振腔內倍頻與和頻之方式與調變操作溫度之方法，順利地轉換出斜線效率為8.1%之倍頻與和頻橘黃光，且雷射品質因子 $M_x^2=2.23$ ； $M_y^2=5.13$ 的結果，而其雷射啟動閾值則為 30.1 MW/cm^2 。將來藉由改善成像系統，以便可以更加精確的知道目前實驗的位置，正打在設計之點位，應能提升日後的轉換效率和降低雷射閾值。



5.2 未來展望

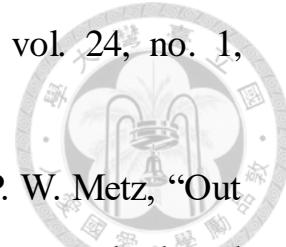
由 PPCLT 晶體所建立的 OPO-SHG 結構，藉由非線性光學轉換可直接輸出橘黃光。對於在設計倍頻晶體週期上，先模擬計算並設計多組不同長度之倍頻週期段，嘗試增加對基頻光波長的容忍寬度，並且找到一個最佳長度來提升轉換效率，藉由實驗結果分析與模擬數值的比對，來修正現有的晶體長度之設計。

在雷射模態部分，藉由凹平腔更換為雙凹腔，期望能使腔內之模態改善，並且提升橘黃光雷射之轉換效率。況且光學參量振盪的並聯結構會存在多個不相同週期之間的週期不連續面，這也會損失能量，因此要重新構思光學參量振盪之並聯結構設計以耦合多束紅外光，透過改變雷射模態達到提升橘黃光轉換效率的作用。

參考資料



1. T. H. Maiman, "Stimulated optical radiation in ruby," *Nature*, vol. 187, pp. 493– 494, 1960.
2. T. T. Basiev and R. C. Powell, "Solid State Raman Lasers," in *Handbook of Laser Technology and Applications*, C. Webb and J. Jones, Ed., London, UK: IOP, 2004, pp. 469-498.
3. L. Fenn, O. Yizhar, and K. Deisseroth, "The Development and Application of Optogenetics," *Annu. Rev. Neurosci.*.. vol. 34, pp. 389-412, 2011.
4. K. I. Willig, R. R. Kellner, R. Medda, B. Hein, S. Jakobs, and S. W. Hell, "Nanoscale resolution in GFP-based microscopy," *Nat. Methods*, vol. 3, pp. 721-723, 2006.
5. J. Bückers, D. Wildanger, G. Vicidomini, L. Kastrup, and S. W. Hell, "Simultaneous multi-lifetime multi-color STED imaging for colocalization analyses," *Opt. Express*, vol. 19, no. 4, pp. 3130-3143, 2011.
6. M. A. Mainster, "Wavelength Selection in Macular Photocoagulation: Tissue Optics, Thermal Effects, and Laser Systems," *Ophthalmology*, vol. 93, no. 7, pp. 952-958, 1986.
7. T. S. Alster and J. R. Lupton, "Lasers in Dermatology An Overview of Types and Indications," *Am. J. Clin. Dermatol.*, vol. 2, no. 5, pp. 291-303, 2001.
8. D. Litscher, G. Wang, I. Gaischek, L. Wang, S. W. Liebmann, and E. Petek, "Yellow laser acupuncture — A new option for prevention and early intervention of lifestyle-related diseases: A randomized,



- placebo-controlled trial in volunteers," *Laser Ther.*, vol. 24, no. 1, pp.53-61, 2015.
9. C. Kränkel, D. T. Marzahl, F. Moglia, G. Huber, and P. W. Metz, "Out of the blue: Semiconductor laser pumped visible rare-earth doped lasers," *Laser & Photonics Reviews*, vol. 10, no. 4, pp. 548-568, 2016.
10. Q. Ju, W. Yao, G. Ma, H. Tan, W. Liu, Q. Zhang, and J. Gao, "Diode pumped Dy:YAG yellow laser," in *2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Pacific Rim*, Singapore, Singapore: Optical Society of America, 2017
11. J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, "Interactions between light waves in a nonlinear dielectric," *Phys. Rev.*, vol. 127, no. 6, pp. 1918–1939, 1962.
12. D. N. Nikogosyan, "Basic Nonlinear Optical Crystals," in *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*, D. N. Nikogosyan, Ed. New York, NY: Springer, 2006, pp. 5-74.
13. M. Marangoni and R. Ramponi, "Nonlinear Optical Waveguides in Stoichiometric Lithium Tantalate," in *Ferroelectric Crystals for Photonic Applications*, P. Ferraro, S. Grilli, and P. D. Natale, Ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014, pp. 79-98.
14. S. Kim and V. Gopalan, "Domain reversal and nonstoichiometry in lithium tantalate," *J. Appl. Phys.*, vol. 90, no. 6, pp. 2949, 2001.
15. L. H. Peng, Y. C. Fang, and Y. C. Lin, "Polarization switching of lithium niobate with giant internal field," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 74, no. 14, 2070, 1999.

- 16.D. Feng, N. B. Ming, J. F. Hong, Y. S. Yang, J. S. Zhu, Z. Yang, and Y. N. Wang, “Enhancement of second-harmonic generation in LiNbO₃ crystals with periodic laminar ferroelectric domains,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 37, no. 7, pp. 607-609, 1980.
- 17.H. Ito, C. Takyu, and H. Inaba, “Fabrication of periodic domain grating in LiNbO₃ by electron beam writing for application of nonlinear optical processes,” *Electron. Lett.*, vol. 27, no. 14, pp. 1221-1222, 1991.
- 18.I. Camlibel, “Spontaneous polarization measurements in several ferroelectric oxides using a pulsed-field method,” *J. Appl. Phys.*, vol. 40, no. 4, pp. 1690-1693, 1969.
- 19.M. Yamada, N. Nada, M. Saitoh, and K. Watanabe, “First-order quasi-phase matched LiNbO₃ waveguide periodically poled by applying an external field for efficient blue second-harmonic generation,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 62, no. 5, pp. 435-436, 1993.
- 20.K. Mizuuchi and K. Yamamoto, “Harmonic blue light generation in bulk periodically poled LiTaO₃,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 66, no. 22, pp. 2943-2945, 1995.
- 21.R. Boyd, “Wave-Equation Description of Nonlinear Optical Interactions,” in *Nonlinear Optics*, 3rd Edition, R. Boyd, Ed. Cambridge, MA: Academic Press, 2008, pp.69-134.
- 22.J. Yao and Y. Wang, “Nonlinear Optical Frequency Mixing Theory,” in *Nonlinear Optics and Solid-State Lasers, Advanced Concepts, Tuning-Fundamentals and Applications*, J. Yao and Y. Wang, Ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007, pp. 125-178.



23. W. Koechner, “Nonlinear Devices,” in *Solid-State Laser Engineering*, 6th revised and updated edition, W. Koechner, Ed. New York, NY: Springer, 2007, pp. 587-679.
24. G. D. Boyd, A. Ashkin, J. M. Dziedzic, and D. A. Kleinman, “Second-Harmonic Generation of Light with Double Refraction,” *Phys. Rev.*, vol. 137, no. 4A, pp. 1305-1320, 1965.
25. 韓志勇, “利用鎳擴散利用鎳擴散製程於週期性極化反轉鉭酸鋰垂直調制準相位匹配結構,” 國立臺灣大學光電工程學研究所碩士論文, 2018.
26. R. G. Smith, “Effects of Momentum Mismatch on Parametric Gain,” *J. Appl. Phys.*, vol. 41, no. 10, pp. 4121-4124, 1970.
27. M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, and R. L. Byer, “Quasi-Phase-Matched Second Harmonic Generation: Tuning and Tolerances,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 28, no. 11, pp. 2631-2654, 1992.
28. L. H. Peng, Y. P. Tseng, K. L. Lin, Z. X. Huang, C. T. Huang, and A. H. Kung, “Depolarization field mitigated domain engineering in nickel diffused lithium tantalate,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 92, no. 9, 092903, 2008.
29. R. C. Miller and G. Weinreich, “Mechanism for the Sidewise Motion of 180° Domain Walls in Barium Titanate,” *Phys. Rev.*, vol. 117, no. 6, pp. 1460-1466, 1960.
30. G. D. Miller, “Periodically Poled Lithium Niobate: Modeling, Fabrication, and Non-linear-Optical Performance,” Ph.D. Thesis, Stanford University, Stanford, California, 1998.



31. 周志賢, “準相位匹配鉭酸鋰高效率寬頻藍光雷射晶片之研製,”
國立臺灣大學光電工程學研究所碩士論文, 2011.
32. I. S. Baturin, A. R. Akhmatkhanov, V. Ya. Shur, M. S. Nebogatikov,
M. A. Dolbilov, and E. A. Rodina., “Characterization of Bulk
Screening in Single Crystals of Lithium Niobate and Lithium
Tantalate Family,” *Ferroelectrics*, vol. 374, no. 1, pp. 1-13, 2008.
33. 吕百达, 激光光学 : 光束描述、传输变换与光腔技术物理, 第三版,
第八章, 高等教育出版社, 2003, pp.268-292.
34. ISO/TR 11146-3:2004, *Lasers and laser-related equipment — test
methods for laser beam widths, divergence angles and beam
propagation ratios — part 3: Intrinsic and geometrical laser beam
classification, propagation and details of test methods*, 2004, [Online].
Available: <https://www.iso.org/standard/33627.html>.
35. 吕百达, 激光光学 : 光束描述、传输变换与光腔技术物理, 第三版,
第三章, 高等教育出版社, 2003, pp.75-97.
36. 范家浚, “同時產生雙波長近紅外光學參輪震盪器及橘黃光雷射研
究,” 國立臺灣大學光電工程學研究所碩士論文, 2022.
37. E. C. Hernández, S. Kalusniak, P. W. Metz, and C. Kränkel,
“Diode-Pumped Laser Operation of Tb³⁺:LiLuF₄ in the Green and
Yellow Spectral Range,” *Laser & Photonics Reviews*, vol. 14, no. 2,
pp. 1900229, 2020.

附錄

(一)Dephasing 作圖模擬程式



```
clc
clear
close all

%dephasing 作圖

%-----
nonlinear_drive = linspace(0.000001,8,100); %非線性

%-----
wavelength = 1.064; %(um)
wo = 0.175; %(um)
M_square = 1;
dephasing = [0,0.2,0.4,0.6,0.8,1]; %dephasing(rad)
for i = 1:6
    dephasingm = dephasing(i)
    eta_m =
    1+(dephasingm.^2./(2.*nonlinear_drive))-sqrt((1+dephasingm.^2./(2.*nonlinear_drive)).^2-1));
    conversion_efficiency = eta_m.*ellipj(sqrt(nonlinear_drive./eta_m),eta_m.^2).^2;
    plot(nonlinear_drive,conversion_efficiency)
    hold on
end

%-----
text(2.3,0.4,'delta=1.0');
text(3.2,0.5,'0.8');
text(4.3,0.65,'0.6');
text(5,0.75,'0.4');
text(6,0.9,'0.2');
text(7,0.95,'0');
xlabel('Nonlinear Drive, \eta_0');
ylabel('Conversion efficiency, \eta');
```

(二)基頻光第一階倍頻轉換對應週期模擬程式



```
clc
clear all
close all

% lambda v.s. QPM period

Lp=532:0.1:1500; %nm
Lpp=Lp./1000;
Ls=Lpp./2 ;
T=140;

%-
b = 2.6794e-8*(T+273.15).^2;
c = 1.6234e-8*(T+273.15).^2;
Eo = 8.85e-12;
c1 = 3e8;
np =
(4.5284+(7.2449E-3+b)./(Lpp.^2-(0.2453+c).^2)+7.7690E-2./(Lpp.^2-0.1838^2)-2.3670E-2*Lpp.^2)
.^0.5;
ns =
(4.5284+(7.2449E-3+b)./(Ls.^2-(0.2453+c).^2)+7.7690E-2./(Ls.^2-0.1838^2)-2.3670E-2*Ls.^2).^0
.5;

%-
deltak = ((ns./Ls)-(np./Lpp)-(np./Lpp)).*2.*pi
dektakk = ((ns./Ls)-(np./Lpp)-(np./Lpp)) ;
D = (2*pi)./deltak;

%-
plot(Lp,D,'ro')
ylabel('Period(um)', 'Fontweight', 'bold', 'FontSize', 16);
xlabel('Wavelength(nm)', 'Fontweight', 'bold', 'FontSize', 16);
title(['SHG T=' num2str(T), '^{\circ}C'])
```

(三)信號光、閒置光與光柵週期模擬程式

```
clc  
clear all  
close all  
  
% OPO v.s. grating period  
  
%-----  
L3 = 532; %pump  
L2 = 800:0.1:1600; %signal or idler  
L1 = 1./(1./L3-1./L2);  
  
lambda1 = L1./1000;  
lambda2 = L2./1000;  
lambda3 = L3./1000;  
T=140;  
  
%-----  
A = 4.5284;  
B = 7.2449e-3;  
C = 0.2453;  
D = -2.3670e-2;  
E = 7.7690e-2;  
F = 0.1838;  
b = (2.6794e-8).*(T+273.15).^2;  
c = (1.6234e-8).*(T+273.15).^2;  
  
%-----  
n1 = sqrt(A + ((B+b)./(lambda1.^2-((C+c).^2)))+(E./(lambda1.^2-F.^2))+D.*lambda1.^2);  
n2 = sqrt(A + ((B+b)./(lambda2.^2-((C+c).^2)))+(E./(lambda2.^2-F.^2))+D.*lambda2.^2);  
n3 = sqrt(A + ((B+b)./(lambda3.^2-((C+c).^2)))+(E./(lambda3.^2-F.^2))+D.*lambda3.^2);  
  
%-----  
k1 = n1 ./ lambda1;  
k2 = n2 ./ lambda2;  
k3 = n3 ./ lambda3;
```

```

period = abs (1 ./ ( k3 - k2 - k1 ) ); %um

%-----
plot(L2,period,'ro')
ylabel('Period(um)', 'Fontweight','bold', 'FontSize',16);
xlabel('Wavelength(nm)', 'Fontweight','bold', 'FontSize',16);
text(840,8.3,'pump=532nm', 'FontSize',15);
title(['OPO T=' num2str(T), '^{\circ}C'])

```

(四)頻寬模擬程式

```

clc
clear
close all

% sinc2

%-----
T=140;
A = 4.5284;
B = 7.2449e-3;
C = 0.2453;
D = -2.3670e-2;
E = 7.7690e-2;
F = 0.1838;
b = (2.6794e-8).*(T+273.15).^2;
c = (1.6234e-8).*(T+273.15).^2;

%-----
deltak = -10:0.01:10;
y = sinc(x).^2;

%-----
plot(deltak,y)
xlabel('0.5*deltak*L');

```

```
ylabel('sinc^2(a.u.');
```

(五)基頻光容忍頻寬與晶體長度模擬程 式

```
clc
clear
close all

%容忍頻寬

%-----
%lambda = [1186.1e-3,593.1e-3];      %um
lambda = [1163.6e-3,581.8e-3];      %um
temp = 140;
L = linspace(0.5,20,80);    %mm

%-----
A = 4.5284;
B = 7.2449*10^-3;
C = 0.2453;
D = -2.3670*10^-2;
E = 7.7690*10^-2;
F = 0.1838;
b_T = 2.6794*10^-8.*((temp+273.15).^2);
c_T = 1.6234*10^-8.*((temp+273.15).^2);

%-----
for lamda = 1:1:size(lambda,2)
n_1 = A;
n_2 = (B+b_T)./(lambda(lamda).^2-(C+c_T).^2);
n_3 = E./(lambda(lamda).^2-F.^2);
n_4 = D.*lambda(lamda).^2;
ne_square(lambda) = n_1+n_2+n_3+n_4;
```

```

n1 = sqrt(ne_square);
end

for i = 1:1:size(lambda,2)
n_2 = -2*(B+b_T).*lambda(i)./(lambda(i).^2-(C+c_T).^2).^2;
n_3 = -2*E.*lambda(i)./(lambda(i).^2-F.^2).^2;
n_4 = 2*D.*lambda(i);
n_square_par_lambda(i) = n_2+n_3+n_4;
n = n1;
diff_n = n_square_par_lambda./(2.*n);
end

%-----
delta_lambda = 1.39.*lambda(1)./(pi.*L.*(diff_n(2)./2-diff_n(1)-(n(2)-n(1))./lambda(1)));
delta_lambda2 =
1.39.*lambda(1)./(pi.*20.*(diff_n(2)./2-diff_n(1)-(n(2)-n(1))./lambda(1)));

delta_lambda_ABS = abs(delta_lambda);

%-----
plot(L,abs(delta_lambda),'.-');
xlabel('SHG Crystal length(mm)');
ylabel('Fundamental wave tolerance bandwidth(nm)')

p=11; %10mm
grid on
%text(L(p),abs(delta_lambda(p)), 'o', 'color', 'g')
%text(L(p)+0.5,abs(delta_lambda(p)+0.1),[ ' \leftarrow ' P(' num2str(3) ',' num2str(abs(delta_lambda(p))) ')' ],'FontSize',16);

```

(六)閒置光於共振腔內理論模態模擬程式

clc

```

clear
close all

%腔內模態

%-----
global cm um nm
cm = 1;
um = cm*1e-4;
nm = cm*1e-7;

%-----
T = 140;
R1 = inf *cm;      %入射光第一個碰到的鏡子
R2 = 15 *cm;      %第二個鏡子曲率半徑
crystal_length = 2.9 *cm; %晶體長度
x1 = 0.5*cm;      %晶體與 R1 鏡子距離
x2 = 0.5*cm;      %晶體與 R2 鏡子距離
x = 0;
theta_1 = 0;      %degree
lambda = [1.163,1.186] *um;           %um

for i = 1:length(lambda)
n = sell_1(lambda(i)*1e-2,T);

d = linspace(0,crystal_length + x1+x2,100);
self_ABCD = [1 x1;0 1]*[1 0 ;0 n]*[1 crystal_length/n;0 1]*[1 0 ;0 1/n]*[1 x2 ;0 1]*...
[1 0;-2/R2 1]*[1 x2 ;0 1]*[1 0 ;0 n]*[1 crystal_length/n;0 1]*[1 0 ;0 1/n]*[1 x1;0 1]*[1
0;-2/R1 1];

%-----

A = self_ABCD(1);B = self_ABCD(3); C = self_ABCD(2) ; D = self_ABCD(4);
theta_2 = C*x+D*theta_1;

w0 = (sqrt(lambda(i)*B/2/pi*sqrt(4-(A+D)^2)/(1-A*D))) /um           %算最小 beamsize
w1 = sqrt(2*lambda(i)*B/(pi*sqrt(4-(A+D).^2)));           %R1 之 beamsize

```

```
w(i,:) = w1*sqrt((1-d/(R1)).^2+(lambda(i)*d/(pi*w1^2)).^2)/um; %w(d)4
end

%-----
hold on
% plot(d,w_c,'LineWidth',4);
plot(d,w,'--','LineWidth',4);
hold off
box on
xlabel(['Distance(cm']]);
ylabel(['Beam waist (um)']);
title('R1=inf cm
R2=15 cm');
legend('1.163','1.186');
```

(七)光束品質 M^2 分析範例程式

```
clc
close all
clear all

%M square poly fitting
Lambda = 0.593e-4; %cm

%-----
beam_waistx = [
131.3812635
122.5501081
119.631671
124.3780557
148.1839589
163.1446334
178.4822196
```

```
188.6033887
```

```
241.6858076
```

```
285.0195094
```

```
].*1e-4;
```

```
%
```

```
beam_waisty = [
```

```
204.7700182
```

```
116.6795014
```

```
99.3606034
```

```
168.687514
```

```
269.0023537
```

```
356.6061275
```

```
448.9303452
```

```
524.2155696
```

```
663.0458999
```

```
771.1157038
```

```
].*1e-4;
```

```
%
```

```
Position = [
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

```
4
```

```
5
```

```
6
```

```
7
```

```
8
```

```
9
```

```
10
```

```
]; %cm
```

```
%
```

```
p1 = polyfit(position,beam_waistx.^2,2);
```

```

A1 = p1(1);
B1 = p1(2);
C1 = p1(3) ;
beam_radiusx = sqrt(A1.*position.^2+B1.*position+C1);

p2 = polyfit(position,beam_waisty.^2,2);
A2 = p2(1);
B2 = p2(2);
C2 = p2(3) ;
beam_radiusy = sqrt(A2.*position.^2+B2.*position+C2);

plot(position,beam_waistx,'o');
hold on
plot(position,beam_radiusx,'blue')
plot(position,beam_waisty,'o');
hold on
plot(position,beam_radiusy,'red')

```

%-----x

```

w0x = sqrt(C1-B1^2/(4*A1)).*1e4      %cm->um
M2x = pi.*sqrt(A1.*C1-B1.^2/4)/lambda
L0x = -B1/(2.*A1)
Thetax = sqrt(A1).*1000    %mrad
w00x = sqrt(1-B1^2/(4*A1));
ZR_theyx = pi.*w00x.^2./lambda      %cm
ZR_perx = w00x./(sqrt(A1).*1000)

```

%-----y

```

w0y = sqrt(C2-B2^2/(4*A2)).*1e4      %cm->um
M2y = pi.*sqrt(A2.*C2-B2.^2/4)/lambda
L0y = -B2/(2.*A2)
Thetay = sqrt(A2).*1000    %mrad
w00y = sqrt(1-B2^2/(4*A2));
ZR_theyy = pi.*w00y.^2./lambda      %cm
ZR_pery = w00y./(sqrt(A2).*1000)

```

```
%-----  
  
 xlabel('displacement(cm)')  
 ylabel('Spot radius(cm)')  
 legend('x-direction') %改  
 title(['Mx-square=' num2str(M2x) ' ZRx=' num2str(ZR_perx) 'cm Lox=' num2str(L0x) 'cm  
 w0x=' num2str(w0x) 'um thetax=' num2str(thetax) 'mrad'])  
 % 'My-square=' num2str(M2y) ' ZRy=' num2str(ZR_pery) 'cm Loy=' num2str(L0y) 'cm w0y='  
 num2str(w0y) 'um thetay=' num2str(thetay) 'mrad'])% chirped grating
```