

國立臺灣大學工學院機械工程學系



碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

蝴蝶轉彎之飛行動態與流場機制

Flight Kinematic and Flow Mechanism in Turning Flight of
Butterfly (*Idea leuconoe*)

魯以樂

Yi-La Luu

指導教授：楊鏡堂 博士

Advisor: Jing-Tang Yang, Ph.D.

中華民國一一二年一月

January 2023



口試委員審定書

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

蝴蝶轉彎之飛行動態與流場機制

Flight Kinematic and Flow Mechanism in Turning Flight of
Butterfly (*Idea leuconoe*)

本論文係魯以樂君 (R09522125) 在國立臺灣大學機械工程學系
完成之碩士學位論文, 於民國 112 年 1 月 10 日承下列考試委員審查通
過及口試及格, 特此證明。

口試委員:

楊鏡堂

(簽名)

(指導教授)

陳志鴻

葉思沂

王安邨

系主任

林泮群

(簽章)



謝辭

口試前一晚，回想著兩年多前的決定，仍無法想像自己竟然有機會踏入仿生領域，以自身有限的方式一瞥上帝美麗的創造，而這一路上有太多人值得感謝。首先要感謝我的指導教授楊鏡堂老師，感謝老師讓我於研究所期間有充分空間自由探索，在面對研究方法焦頭爛額時，是老師給我足夠時間進行調整，並適時給我鼓勵。蝴蝶若被束縛，無法證明所產生的能量能使之飛行，唯有在自由飛行的狀態，才能真實飛舞於世界。

感謝家柝和怡奴，永遠記得是你們的溫暖接待我加入實驗室，也是你們的認真與自律激發著我努力向前邁進。感謝家柝時常與我腦力激盪，並聽我述說面對研究生活而卡住的思緒；感謝怡奴總是在我狀態低迷時為我加油打氣。感謝藍博、渝翔、勝凱和有駿，總是不厭其煩地給予我各樣協助，是你們和實驗室前人的努力所建立的堅實地基，使我得以踏上蝴蝶飛行研究的新方向。感謝翊庭、佑叡、千茵、靖玟、昀靜和禹靜帶領著我加入實驗室，並成為我最好的榜樣。感謝彥閎、新棧、嘉宏、詠心和品綸，在最後幾哩路陪伴著我。感謝彥閎和嘉宏時常與我激烈討論，彼此碰撞出更合適而穩固的研究方向，並願意接納我有時混亂而突如其來的想法；感謝新棧總是細心地記念實驗室各項需要，提供著實驗室穩定力量。

感謝我的家人，在我忙碌於研究時，給我最堅強的後盾；遇到挫折時，是母親的訊息鼓勵與禱告，撐起我的徬徨不安，安撫我心中的畏懼害怕。感謝蒲翎，妳的陪伴與支持，是我研究生活最溫柔的底蘊。感謝冠亘、耿敬在我的自我懷疑與低潮中鼓勵著我，並成為彼此最好的伙伴。感謝上帝在生活中處處賜下恩典，並使我在青年團契中學習和成長。

感謝在實驗中努力飛行的蝴蝶，絢麗了我的研究。感謝科技部 MOST 109-2221-E-002-201-MY2 和 MOST 111-2221-E-002-123-MY3 以及國立臺灣大學 NTU-CC-110L891401 的研究經費支持。

感謝過去和未來的我，願你珍惜你此刻所擁有的。



摘要

本文探討蝴蝶身體姿態和左右翅膀拍撲與偏移動作對轉彎軌跡與空氣動力的影響，透過觀察大白斑蝶(*Idea leuconoe*)飛行動態，建構三維運動數值模擬，歸納蝴蝶高操控性飛行的不對稱流場結構與重要動作參數。

首先以三台高速攝影機建立生物動態實驗，觀測五隻大白斑蝶的轉彎飛行，並計算動作角度函數，分別為身體姿態的偏航、俯仰與滾轉角，以及左右翅膀的拍撲、掃掠、旋轉與前翅偏移角。結果顯示身體於 0.3 週期時開始向右偏轉，俯仰姿態與前飛動態有相同趨勢，滾轉角則無明顯變化。左右翅膀可看作以對稱掃掠及旋轉動作飛行；然而一週期內翅拍撲幅度相對外翅增加 20.31%，並且外翅會先向前再向後偏移，內翅則有相反趨勢；兩翅不對稱拍撲和偏移角為轉彎關鍵的飛行參數。

由真實生物動態給定物理模型動作函數，建構六自由度運動之三維數值模型，模擬與實驗量測飛行速度具一致性。研究結果顯示，滾轉角為影響空氣作用力方向的主要因素，而與固定翼傾斜轉彎有相似機制；外翅於下拍提供法向力，內翅提供垂直力，兩翅於上拍共同產生水平推力。進一步分析流場結構，研究發現翅膀不對稱動作以及側向來流速度為影響流場結構的兩大因素。拍撲幅度差異使內翅先產生較大動力，而不對稱偏移動作和側向來流則透過影響展向流傳遞方向，提高外翅翼前緣渦流強度與穩定貼附時間，進而使兩翅先後產生最大升力。下拍初期內翅升力為外翅之 1.53 倍，下拍後期外翅升力則為內翅之 1.93 倍。

最後針對翅膀拍撲和偏移動作進行參數分析，由空氣動力矩結果顯示，拍撲幅度差異可透過產生負滾轉力矩穩定滾轉姿態，避免過度傾斜；不對稱偏移動作改變翅膀面積和壓力中心位置，產生順偏航力矩以降低逆偏航效應。

本研究使用數值模擬，由不對稱流場結構觀點分析蝴蝶的飛行力學，提供轉彎飛行一嶄新解釋方式。蝴蝶於轉彎透過翅膀拍撲和偏移動作，調控偏航和滾轉姿態穩定的動作機制，可提供微飛行器對於高操控性飛行設計上之重要參考。

關鍵字：蝴蝶飛行、轉彎飛行、身體姿態、前翅偏移角、飛行穩定性



Abstract

This thesis analyzes how the body motion, wing flapping, and forewing-deviation motion affect turning trajectories and aerodynamic forces. Through observing the flight posture of *Idea leuconoe*, a three-dimensional numerical simulation is established to discuss the asymmetric flow structure and vital wing parameters of butterflies' maneuvering flight.

In the biological experiment, three high-speed cameras are used to capture the feature points of butterflies. The posture of a butterfly is defined by yaw, pitch, and roll angles. Also, the wing motion is expressed by flapping, sweeping, rotation, and deviation angles. The flight dynamic indicates that in turning flight, the yaw angle increases at 0.3 period, and the pitch postures are similar to those in forward flight. In wing motion analysis, the sweeping and rotation motion between the left and right wings are symmetric during turning. However, compared to the outer wing, the flapping amplitude of the inner wing increases by 20.31%. In addition, the outer forewing deviates forward and backward during the flight. In contrast, the inner forewing has the opposite deviation motion. In summary, the crucial flight parameters are asymmetric flapping and deviation wing motion.

With the analysis results of the biological experiment, a three-dimensional simulation model with six degrees of freedom is developed to analyze flight performance. The flight velocity calculated by simulation conforms with the experiment results. The simulation results reveal that the roll angle has a significant influence on the direction of aerodynamic forces, which is similar to the banked turn mechanism of aircraft. During the downstroke, the outer wing mainly provides the centripetal force, and the vertical force is mostly produced by the inner wing. During the upstroke, the inner and outer wings both generate thrust for acceleration. Also, the results indicate that asymmetric wing

motion and lateral velocity have main implications on the flow field structure. The flapping amplitude difference results in stronger force generation by the inner wing. Besides, the forewing-deviation motion and lateral inflow increase the strength of the leading edge vortex and extend the attachment time due to the direction change of spanwise flow. The flow mechanism makes the inner wing generate a force 1.53 times larger than the outer wing in the early stage of the downstroke, contributing to the force increase of the outer wing in the later stage of the downstroke.

Parameter analyses of flapping and deviation motion are applied in the discussion of flight stability. The aerodynamic moment results show that the difference in the flapping amplitude between wings results in a negative roll moment, stabilizing the roll posture. Asymmetric forewing-deviation motion changes the wing area and the center of pressure, counteracting adverse yaw by producing a yaw moment.

This research analyzes the flight mechanics of butterflies from the perspective of asymmetric flow field structure with numerical simulation, offering a different explanation for turning flight. The asymmetric wing motion control can be applied to stabilize the roll and yaw posture, providing new insights into the stability design of flapping micro aerial vehicles in maneuvering flight.

Keywords: butterfly flight, turning flight, body motion, forewing-deviation angle, flight stability



符號說明

AR	展弦比
a_c	向心加速度($m \cdot s^{-2}$)
a_f	假想加速度($m \cdot s^{-2}$)
C_C	法向力係數
C_{M,x_b}	滾轉力矩係數
C_{M,y_b}	偏航力矩係數
C_{M,z_b}	俯仰力矩係數
C_P	功率係數
C_T	推力係數
C_Y	垂直力係數
\bar{c}	平均弦(m)
F_C	法向力(N)
F_D	阻力(N)
F_L	升力(N)
F_T	推進力(N)
F_V, F_Y	垂直力(N)
F_X	向前推力(N)
F_Z	側向力(N)
f	拍撲頻率(Hz)
J	推進比
J_X	向前推進比
J_Y	垂直推進比
J_Z	側向推進比
M_{x_b}	滾轉力矩($kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$)



M_{y_b}	偏航力矩($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$)
M_{z_b}	俯仰力矩($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$)
m	質量(kg)
N	樣本數
P	功率($\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$)
p	壓力(Pa)
R_g	迴轉半徑(m)
Re	雷諾數
Ro	羅斯貝數
r_t	轉彎半徑(m)
S	翼展(m)
T	拍撲週期(s)
t	時間(s)
U_∞	自由來流($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
U'	下洗速度($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
\mathbf{u}	流體速度向量($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
v_f	固定翼飛行速度($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
v_{tip}	平均翼尖速度($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
v_X	向前飛行速度($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
v_Y	垂直飛行速度($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
v_Z	側向飛行速度($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
W	重量(N)
α	旋轉角(rad)
α_e	有效攻角(rad)
α_g	幾何攻角(rad)



β	偏航角(rad)
Γ	環流量($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)
γ	滾轉角(rad)
δ	來流側向角度(rad)
ζ_b	身體姿態角度(rad)
ζ_{lw}	左翅動作角度(rad)
ζ_{rw}	右翅動作角度(rad)
η	前翅偏移角(rad)
$\eta_{w,s}$	來流偏移角(rad)
θ	俯仰角(rad)
θ_b	固定翼傾斜角(rad)
μ	流體黏滯係數(Pa·s)
ρ	流體密度($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
ϕ	拍撲角(rad)
ψ	掃掠角(rad)
$\bar{\omega}$	渦度(s^{-1})



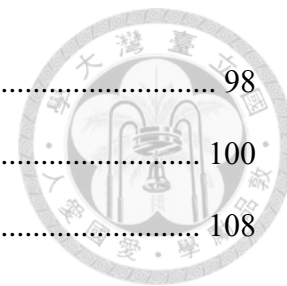
目錄

口試委員審定書	i
謝辭	ii
摘要	iii
Abstract.....	iv
符號說明	vi
目錄	ix
表目錄	xii
圖目錄	xiv
第一章 前言	1
第二章 文獻回顧	3
2-1 飛行器與背景知識.....	4
2-1.1 微飛行器介紹.....	4
2-1.2 固定翼理論.....	5
2-2 拍撲翼飛行理論.....	11
2-2.1 名詞定義與動作.....	11
2-2.2 翼渦漩.....	15
2-2.3 空氣動力學機制.....	20
2-3 昆蟲飛行研究.....	24
2-3.1 蝴蝶飛行特色.....	24
2-3.2 向前飛行.....	25
2-3.3 轉彎飛行.....	28
2-4 研究動機.....	33
第三章 研究方法	35
3-1 生物實驗.....	36



3-1.1 研究對象.....	36
3-1.2 動態實驗設置.....	38
3-1.3 座標系與角度定義.....	41
3-1.4 動態計算.....	44
3-1.5 轉彎軌跡分類.....	47
3-2 因次分析.....	50
3-3 數值模擬.....	53
3-3.1 物理模型.....	53
3-3.2 統御方程式與邊界條件.....	55
3-3.3 網格設置.....	56
3-3.4 求解器與自定義函數.....	58
3-3.5 獨立性測試.....	59
第四章 結果與討論.....	61
4-1 動作函數分析.....	61
4-1.1 身體姿態.....	62
4-1.2 翅膀動作.....	63
4-1.3 模擬函數.....	67
4-2 數值模擬.....	68
4-2.1 動態驗證.....	68
4-2.2 空氣動力.....	71
4-2.3 下拍階段流場機制.....	74
4-2.4 上拍階段流場機制.....	81
4-3 拍撲動作參數.....	84
4-3.1 僅有拍撲與平均動作.....	86
4-3.2 拍撲幅度效應.....	92
4-4 偏移動作參數.....	96

4-4.1 僅有偏移與平均動作.....	98
4-4.2 偏移幅度效應.....	100
第五章 結論與未來展望.....	108
5-1 結論.....	108
5-2 未來展望.....	110
5-3 甘特圖.....	111
第六章 參考文獻.....	112

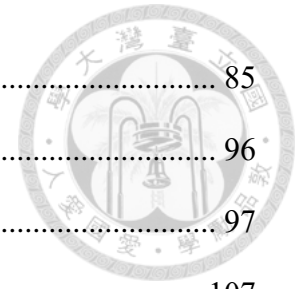




表目錄

表 2-1 微飛行器設計需求 (Pines & Bohorquez, 2006).....	5
表 3-1 實驗樣本之各部位質量.....	37
表 3-2 實驗樣本之身體尺寸.....	37
表 3-3 實驗樣本之翅膀尺寸(前後翅共同計算).....	38
表 3-4 實驗樣本之前後翅面積(前後翅分開計算).....	38
表 3-5 高速攝影機規格(Phantom).....	40
表 3-6 高速攝影機規格(DITECT).....	41
表 3-7 翼後緣向量旋轉角度.....	46
表 3-8 輸出參數列表.....	50
表 3-9 輸入參數列表.....	51
表 3-10 無因次輸入參數列表.....	51
表 3-11 實驗樣本與物理模型尺寸比較.....	53
表 3-12 各球層區域與網格尺寸.....	57
表 3-13 動網格參數設定.....	58
表 3-14 使用者定義函數列表.....	59
表 3-15 網格獨立性測試平均力與誤差.....	60
表 3-16 計算域獨立性測試平均力與誤差.....	60
表 4-1 身體姿態擬合係數與決定係數.....	63
表 4-2 左翅動作擬合係數與決定係數.....	65
表 4-3 右翅動作擬合係數與決定係數.....	65
表 4-4 翅膀對稱動作擬合係數與決定係數.....	66
表 4-5 下拍階段翅膀表面壓力分布圖 ($P^* = P/(0.5\rho(2\Delta\phi/S)^2) = P/1.946$).....	75
表 4-6 上拍階段翅膀表面壓力分布圖 ($P^* = P/(0.5\rho(2\Delta\phi/S)^2) = P/1.946$).....	82
表 4-7 拍撲角參數模擬方式 (第一組).....	84

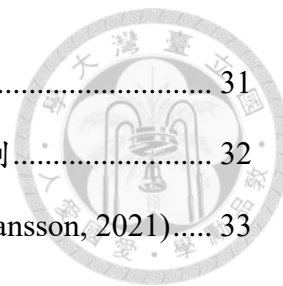
表 4-8 拍撲角參數模擬方式 (第二組).....	85
表 4-9 前翅偏移角參數模擬方式 (第一組).....	96
表 4-10 前翅偏移角參數模擬方式 (第二組).....	97
表 4-11 座標系分析列表.....	107





圖目錄

圖 2-1 文獻回顧架構圖	3
圖 2-2 定翼機基本構造示意圖	6
圖 2-3 定翼機旋轉軸方向	7
圖 2-4 升阻力、攻角與壓力中心	7
圖 2-5 傾斜轉彎示意圖。(a)為前視圖，(b)為上視圖。	9
圖 2-6 昆蟲基本構造示意圖	12
圖 2-7 絕對座標系與身體座標系	13
圖 2-8 (a)拍撲平面與(b)翅膀座標系	14
圖 2-9 拍撲週期示意圖	15
圖 2-10 流場可視化與翼前緣渦漩 (Ellington <i>et al.</i> , 1996)	17
圖 2-11 飛行生物翅膀羅斯貝數與質量分布圖 (Lentink & Dickinson, 2009b)	18
圖 2-12 夾翼與拋翼機制示意圖 (參考重繪自 Sane, 2003)	22
圖 2-13 尾流捕獲示意圖 (參考重繪自 Sane, 2003)	23
圖 2-14 身體俯仰角度初始值、振幅與飛行軌跡圖。初始俯仰角為(a)70 度、(b)80 度與(c)90 度。(Fei & Yang, 2016)	26
圖 2-15 (a)上拍捕獲誘導氣流示意圖與(b)旋轉角與前飛速度關係圖 (Lin <i>et al.</i> , 2021)	26
圖 2-16 (a)負掃掠角與(b)正掃掠角翅膀之展向流示意圖 (張勝凱, 2022)	27
圖 2-17 力向量導引示意圖，(a)空氣作用力改變影響飛行軌跡，(b)空氣作用力相 對於身體座標系不會改變，身體旋轉影響作用力方向。(Ros <i>et al.</i> , 2011)	29
圖 2-18 拍撲反向力矩示意圖 (Hedrick <i>et al.</i> , 2009)	30
圖 2-19 蜻蜓轉彎飛行下拍中期之(a)壓力等位面與(b)渦漩結構示意圖 (Li & Dong, 2017)	31
圖 2-20 (a)仿蝴蝶拍撲機構與(b)向右轉彎時左右翅掃掠角變化 (Ozawa <i>et al.</i> , 2018)	



.....	31
圖 2-21 Henningsson & Johansson (2021)解決逆偏航效應力學機制.....	32
圖 2-22 蝴蝶傾斜轉彎之渦旋等位面上視圖 (Henningsson & Johansson, 2021).....	33
圖 3-1 研究方法架構圖.....	35
圖 3-2 大白斑蝶分類階層與成蟲上視圖.....	36
圖 3-3 實驗設置示意圖.....	39
圖 3-4 動態實驗架設.....	39
圖 3-5 高速攝影機。(a) Phantom v7.3 與(b) Phantom v310。.....	40
圖 3-6 高速攝影機 DITECT HAS-D73.....	41
圖 3-7 身體座標系定義。(a)實驗室座標、(b)偏航角、(c)俯仰角與(d)滾轉角。..	42
圖 3-8 翅膀座標系定義。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)前翅偏移角。..	43
圖 3-9 標記特徵點位置.....	45
圖 3-10 轉彎軌跡分類圖.....	49
圖 3-11 擬合圓半徑直方圖.....	50
圖 3-12 物理模型與實驗樣本下視對照圖.....	54
圖 3-13 身體與前後翅側視圖.....	54
圖 3-14 相對座標系示意圖。(a)上視圖與(b)側視圖。.....	56
圖 3-15 流場計算域與邊界條件示意圖.....	56
圖 3-16 計算域網格設置.....	57
圖 3-17 垂直力比較圖。(a)網格獨立性與(b)計算域獨立性。.....	60
圖 4-1 初步結果與討論架構圖.....	61
圖 4-2 身體姿態角度擬合曲線圖。(a)偏航角、(b)俯仰角與(c)滾轉角。.....	63
圖 4-3 左翅動作擬合曲線。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)偏移角。.....	65
圖 4-4 右翅動作擬合曲線。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)偏移角。.....	66
圖 4-5 翅膀對稱動作擬合曲線。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)偏移角。	67

圖 4-6 輸入轉彎動態模擬之身體與翅膀動作函數。(a)身體姿態、(b)拍撲角、(c)掃掠角、(d)旋轉角與(e)偏移角。.....	68
圖 4-7 數值模擬與實驗量測飛行速度(實驗室座標)。(a) x 方向、(b) y 方向與(c) z 方向速度。.....	69
圖 4-8 數值模擬與實驗量測位移。(a) xy 平面與(b) xz 平面。.....	70
圖 4-9 實驗與數值模擬飛行動態對照圖.....	71
圖 4-10 身體座標系與切線法向座標系示意圖.....	72
圖 4-11 切線法向座標下(a)空氣動力之合力與(b)空氣作用於左右翅膀之力.....	73
圖 4-12 力作用於翅膀表面方向示意圖 ($P^* = P/(0.5\rho(2\Delta\phi fS)^2) = P/1.946$)。(a) 下拍階段與(b)上拍階段。.....	74
圖 4-13 下拍階段渦漩結構 ($Q = 20(2\Delta\phi f)^2 = 16721 \text{ s}^{-2}$).....	75
圖 4-14 下拍階段弦向平面渦度圖 ($\omega^* = \omega/(2\Delta\phi f) = \omega/28.915$)。(a) $t/T = 0.15$ 、(b) $t/T = 0.25$ 、(c) $t/T = 0.4$ 與(d) $t/T = 0.55$ 。.....	77
圖 4-15 下拍階段翼根處展向平面渦度圖 ($\omega^* = \omega/(2\Delta\phi f) = \omega/28.915$).....	77
圖 4-16 (a)實驗室座標系下考慮偏航角與(b)身體座標系下之模擬飛行速度.....	78
圖 4-17 (a)來流偏移角定義與(b)轉彎過程來流偏移角度圖.....	79
圖 4-18 下拍階段翼根處展向平面展向速度圖 ($v^* = v/(2\Delta\phi f) = v/1.783$).....	80
圖 4-19 切線法向座標下左右翅膀於下拍階段垂直力與法向力之合力.....	81
圖 4-20 上拍階段渦漩結構 ($Q = 15(2\Delta\phi f)^2 = 12541 \text{ s}^{-2}$).....	82
圖 4-21 下拍階段弦向平面渦度圖 ($\omega^* = \omega/(2\Delta\phi f) = \omega/28.915$)。(a) $t/T = 0.7$ 、(b) $t/T = 0.85$ 與(c) $t/T = 0.95$	83
圖 4-22 拍撲參數模擬之輸入動作函數.....	85
圖 4-23 第一組拍撲參數於切線法向座標下之空氣動力.....	86
圖 4-24 下拍階段對稱與不對稱拍撲動作之法向力比較.....	87
圖 4-25 第一組拍撲參數之(a)下拍階段垂直和法向合力與(b)上拍階段推力.....	88
圖 4-26 力矩與旋轉軸和轉彎方向關係示意圖。(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩。.....	90



圖 4-27 第一組拍撲參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩.....	91
圖 4-28 第二組拍撲參數於切線法向座標下之空氣動力.....	92
圖 4-29 第二組拍撲參數之(a)下拍階段垂直和法向合力與(b)上拍階段推力.....	93
圖 4-30 第二組拍撲參數各模式與 Test 1 之空氣動力差值.....	94
圖 4-31 第二組拍撲參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩.....	94
圖 4-32 下拍階段左右翅膀拍撲差異作用滾轉力矩示意圖.....	95
圖 4-33 偏移參數模擬之輸入動作函數.....	97
圖 4-34 第一組偏移參數於切線法向座標下之空氣動力.....	98
圖 4-35 第一組偏移參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩.....	99
圖 4-36 第二組偏移參數於切線法向座標下之空氣動力.....	100
圖 4-37 第二組偏移參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩.....	101
圖 4-38 第二組偏移參數之(a)左翅與(b)右翅壓力中心 x_w 位置圖.....	102
圖 4-39 偏移動作、壓力中心位置與偏航力矩關係示意圖.....	103
圖 4-40 轉彎力學機制整理.....	105
圖 5-1 單獨拍撲和偏移動作、兩動作組合和原始動作之平均力矩比較 (a)偏航力矩與(b)滾轉力矩.....	110



第一章 前言

土地孕育生命，人因土地而生；人們在此之上建立根基，努力工作而生活。雖然處境時代不同，但人類無不擁有一個共同的經驗：在忙碌間錯落的閒暇抬頭望天，讚嘆著天空的遼闊，嚮往著徜徉在空中的自由，暫時離開世界的喧囂；如此信念驅動著人類投入對飛行的研究，期盼突破自身的限制，如同飛鳥和昆蟲般，得以在天空中自由飛翔。

1903 年，Wright 兄弟成功打造人類飛行史上第一架重於空氣、具動力之固定翼航空器(fixed-wing aircraft)，使用內燃機配合滑翔機(glider)的技術，以及升降舵(elevator)和方向舵(rudder)等操控設計，完成可控制的穩定飛行。隨後兩次世界大戰帶動的軍事目的加速了航太科技的研究發展，而戰爭結束後冷戰時期的軍備競賽也使人類從最初僅 260 公尺的固定翼飛行，在僅僅 66 年後，於 1969 年首次完成太空航行器載人登陸月球的任務；由歷史可知，各國在軍事技術上的明爭暗鬥一直是航太科技發展的原動力。奠基於軍用飛機的基礎，民用航空面對客運和貨運的市場需求，積極提高速度與負載量的限制，商業用途與交通便利性成為現今航空業發展的另一目的。

相對於大型載人航空器的蓬勃發展，最早由美國國防先進研究計畫局(Defense Advanced Research Project Agency, DARPA)提出微飛行器(micro air vehicles, MAVs)的概念，則是聚焦於微小尺寸的無人飛行載具(unmanned aerial vehicles, UAVs)；微飛行器在尺度小於 15 公分和 0.1 公斤的設計需求下須具有高機動性和穩定性，以期應用於軍事監測、地形勘查與災難救援等領域，近年來進而成為學者們所積極關注的研究議題。然而尺度的限制使微飛行器從基本的飛行模式就勢必與定翼機有所差異，發展較為成熟的固定翼空氣動力理論也無法完全套用於微飛行器；許多研究便選擇向身旁大自然中的老師們學習，自然界生物如鳥類、昆蟲等皆以翅膀往復拍動的拍撲翼(flapping-wing)方式飛行。長年演化的共同結果使昆蟲在高攻角(angle of attack, AOA)和低雷諾數(Reynolds number, Re)流場中仍擁有靈活的飛行動態，如

此獨特的飛行模式就如一道道結果已知但解題方式未知的難題等待著學者們深入探索。透過觀察生物的行為模式和材質構造，萃取生物的智慧，而歸納出合理的方法與機制，藉此運用於工程領域之中，便是仿生學(biomimicry)與工程應用相輔相成的結果。

在眾多仿生飛行研究中，昆蟲雖然較鳥類有較短的飛行距離與較低的速度，但昆蟲的尺寸卻與微飛行器的設計需求更為相近，適合作為微飛行器設計的參考原型，而蝴蝶特殊的外型構造與飛行動態在昆蟲之中更加顯得獨特。蝴蝶的飛行軌跡看似縹緲不定，身軀和透薄的翅膀看似荏弱不堪，卻可以在一陣強風吹過後仍保持著穩定飛行；然相對於同樣使用拍撲方式飛行之蜻蜓和豆娘，蝴蝶的翅膀形狀較短而寬，具有較低的展弦比(aspect ratio, AR)，前後翅相互交疊而有相似的拍撲模式。同時蝴蝶較低之拍撲頻率約介於 7.5 至 12 Hz 之間，相比於蜜蜂(約 300 Hz)和蚊子(約 600 Hz)，此拍撲模式給予蝴蝶在單一拍撲週期內身體姿態和翅膀動作相互配合的空間，以此及時調整飛行狀態，而能達到如急轉、低速懸停等高靈活度的飛行模式。蝴蝶如何在上述條件下調控身體和翅膀動作進而影響飛行動態，達到高機動性的表現，便成為本文主要的研究動機。

現今對於蝴蝶飛行研究主要聚焦於向前飛行，對於身體姿態與翅膀動作如何影響前飛的研究逐漸完善，然而對於在飛行過程中轉換方向的轉彎飛行相關研究則相對較少，蝴蝶是如何在低頻率狀態下，透過不對稱的左右翅膀動作改變飛行動態並進一步影響身體姿態變化，背後的空氣動力學與流場機制仍須深入探討。本文便透過對於蝴蝶轉彎飛行的動態分析，建構三維數值模擬，歸納蝴蝶飛行的流場機制，期望提供微飛行器在轉彎策略上的設計參考，以達到微飛行器所預期的高操控性飛行。



第二章 文獻回顧

本章分為三個部分。第一部分介紹飛行器分類與微飛行器，並由固定翼理論，建立飛行力學的背景知識。奠基於固定翼研究之基礎，第二部分回顧拍撲翼飛行理論，介紹翅膀構造與拍撲動作，以及拍撲翼之空氣動力學機制。第三部分由蝴蝶飛行研究介紹此物種之特性與飛行動態，並對於向前和轉彎兩種飛行模式的研究進行文獻回顧。圖 2-1 為文獻回顧架構圖。

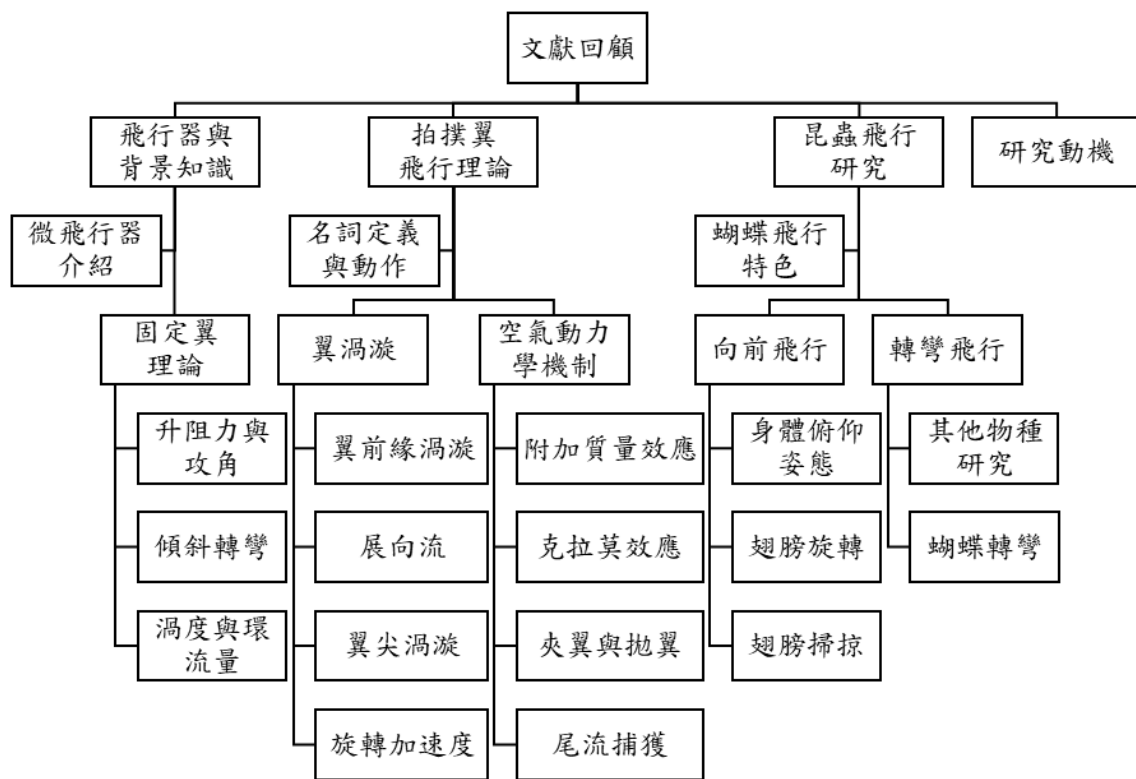


圖 2-1 文獻回顧架構圖



2-1 飛行器與背景知識

飛行器可依據飛行於大氣層內外分為航空器與太空航行器(spacecraft)兩大類，本節將聚焦於航空器的介紹。航空器藉由與空氣的相對運動，包括透過氣體本身的浮力(buoyancy)或利用翼型(airfoil)設計產生的升力抵銷向下的重力進而在空中飛行，因此航空器可依據與空氣的相對重量再分為輕航空器(aerostat)與重航空器(aerodyne)；後者根據機翼的運動方式可再細分為固定翼、旋翼式(rotary-wing)和拍撲翼，三者因升力產生的方式不同而具有各自的飛行特性。

固定翼為機翼固定於機身兩側之航空器，人們最熟悉的空中交通工具—飛機，即為最常見的類型；利用引擎等動力裝置產生推力和向前速度，使氣流流過機翼產生升力。優點為飛行速度快而穩定、航程遠和負載能力高，但另一方面固定翼飛行器需要較長的起落跑道，並且操控性低，無法進行懸停和急轉彎等高機動性運動。

旋翼式航空器的升力裝置由一個或多個旋翼所組成，透過旋轉葉片直接產生升力，相對固定翼具有更高的機動性，可達到懸停、低空飛行和垂直起降等飛行方式，也使旋翼式航空器有較低起降場地之限制；但是因著旋翼的高速旋轉而有噪音和震動的問題，耗油量高和平均飛行速度低則限縮了旋翼機適用的航程範圍。

拍撲翼航空器的原型主要源於自然界生物的飛行模式，如鳥類和昆蟲等，透過翅膀的拍撲動作產生所需升推力，調整拍撲頻率和振幅，配合身體和翅膀動態，得以靈活轉換飛行方向和姿態。生物利用此方式飛行所具有的高機動性，以及面對外界擾動即時的操控能力，是人類設計飛行器所嚮往之一大目標；然而生物長年演化而成的飛行方式尚未為人所完全參透，背後複雜的操控機制和空氣動力原理仍待人類深入研究。

2-1.1 微飛行器介紹

自 1996 年開始，美國國防先進研究計畫局便對微飛行器的概念進行研究發想，最初的設計需求僅限定微飛行器尺寸須小於 15 公分；為在障礙物、建築間和隧道內等密閉空間進行偵查任務，同時符合高效率、操作設計簡易等特性，又進一步提



出更詳細的設計需求，以此建立微飛行器設計的指導方針(Pines & Bohorquez, 2006)，詳細設計需求如表 2-1 所示。

表 2-1 微飛行器設計需求 (Pines & Bohorquez, 2006)

Specification	Requirements	Details
Size	<15.24 cm	Maximum dimension
Weight	~100 g	Objective GTOW
Range	1 to 10 km	Operational range
Endurance	60 min	Loiter time on station
Altitude	<150m	Operational ceiling
Speed	15 m/s	Maximum flight speed
Payload	20 g	Mission dependent
Cost	\$1500	Maximum cost

Note. GTOW = Gross Take-off Weight

2-1.2 固定翼理論

Wright 兄弟在嘗試發明定翼機的歷程中，首先製造雙層機翼的風箏，以繩子綁定進行試飛，再使用無動力裝置的滑翔機進行載人測試，以此建立基礎的控制方式，調節飛行的平衡與穩定性；另一方面也製作風洞(wind tunnel)對機翼的翼面尺寸進行反覆測試。定翼機的原型便是在如此不斷嘗試與失敗、試誤與驗證的過程中誕生。對於拍撲翼飛行器的研究同樣也是由固定翼飛行器的空氣動力學理論，循序漸進地建構出適用於撲翼機的飛行機制，本小節將介紹固定翼的基本知識。

定翼機基本構造上視圖如圖 2-2 所示。機翼外圍可分為翼根(wing root)、翼尖(wing tip)、翼前緣(leading edge)與翼後緣(trailing edge)；翼根為機翼與機身(fuselage)連接處，翼尖為機翼末端，在穩定飛行時流體會先接觸翼前緣，流經翼上下表面後，於翼後緣交會後脫離。機翼的外型尺寸可由翼展(span)、翼弦(chord)和翼型(airfoil)所定義；翼展為兩翼尖連線距離，翼型為機翼截面形狀，翼弦為此截面之長度，並定義翼展方向為展向(spanwise)，翼弦方向為弦向(chordwise)。

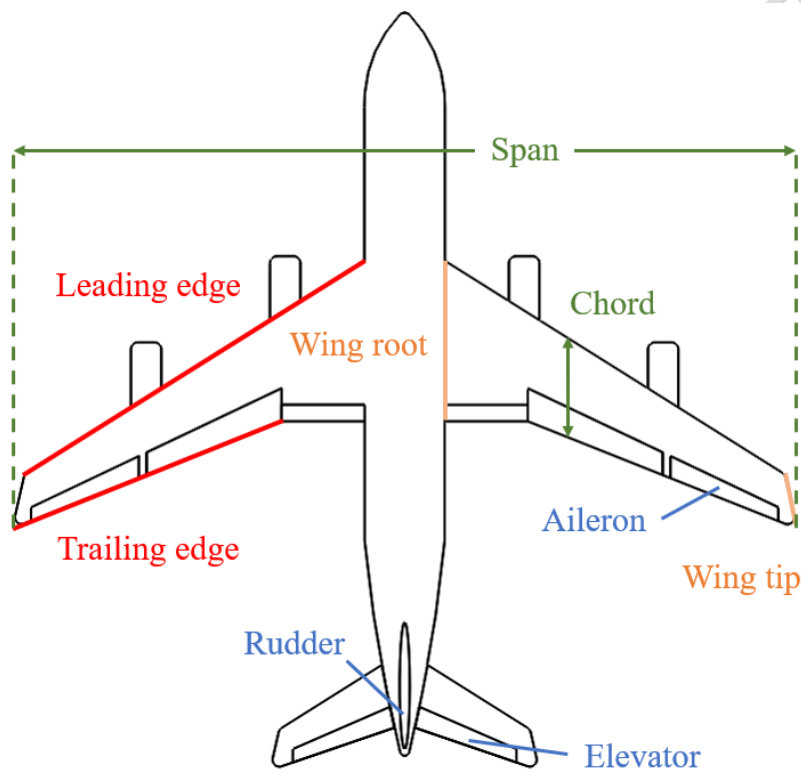


圖 2-2 定翼機基本構造示意圖

航空器在空間中的運動可由六個自由度(degrees of freedom, DOF)所構成，分別為三個平移(translational)自由度和三個旋轉(rotational)自由度，而定翼機的旋轉運動以機身身體軸的旋轉方向分為偏航(yaw)、俯仰(pitch)和滾轉(roll)，旋轉軸方向示意圖如圖 2-3 所示。定翼機在飛行過程受擾動影響，須透過眾多裝置維持飛行的穩定，並控制定翼機的轉向，在此主要介紹方向舵、升降舵和副翼(Aileron)等裝置。位於垂直尾翼(vertical tail)的方向舵控制偏航力矩以確保穩定性，方向舵向左擺動則可使機體於尾翼產生偏航力矩，使機頭向右偏轉；升降舵產生俯仰力矩以控制定翼機下降或爬升，升降舵向下擺動所產生之俯仰力矩則會使機頭向下偏移。滾轉力矩的控制則可由左右副翼上下擺動進行調整，當左側副翼向上擺動，右側副翼向下擺動，則會使機身沿滾轉軸向左偏轉；然上述方式僅為定翼機控制升降轉向的基礎概念，實際仍須配合精密控制系統與裝置達到穩定安全的航行。

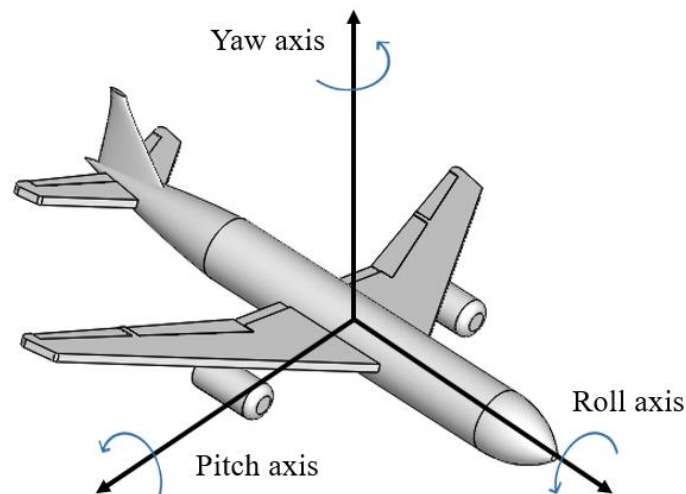


圖 2-3 定翼機旋轉軸方向

升阻力與攻角

定翼機從靜止起動時，由動力裝置提供向前動力，開始與周圍流體產生相對運動，氣流接觸翼前緣流經上下表面後由翼後緣離開，流體分子因而改變速度的量值與方向，並對翼表面產生作用力；將此分佈在翼表面的壓力對面積積分，可以得到流體施加於機翼上之合力。定義此合力與自由流(free stream, U_∞)之來流方向同向的分量為阻力(drag, F_D)，垂直於來流方向的分量為升力(lift, F_L)，如圖 2-4 所示。當定翼機在二維流場中為穩定向前飛行時，來流方向與地面平行，因此產生升力之方向為垂直地面之垂直力，倘若在爬升或下降時，來流增加垂直方向速度，則升力與垂直力兩者方向將不相同。

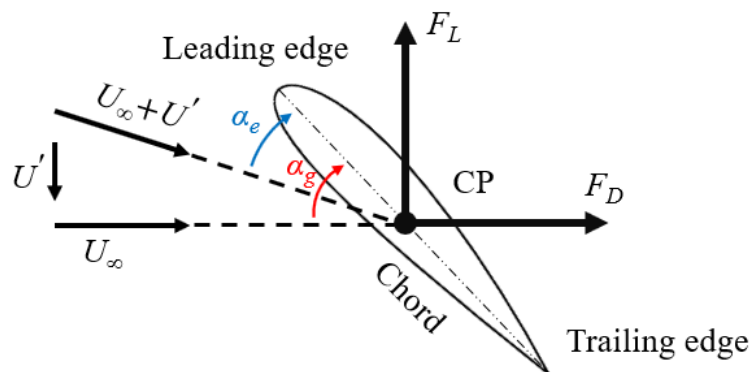


圖 2-4 升阻力、攻角與壓力中心

假設分佈力之合力施加於機翼上一點且該點合力矩為 0，則稱此點為機翼之壓力中心(center of pressure, CP)。空氣動力學中定義弦向與來流方向兩者之間夾角為幾何攻角(geometrical angle of attack, α_g)，翼前緣向上時攻角為正；若攻角改變，壓力中心的位置亦會改變。飛行時可透過提高機翼攻角以增加升力，然而隨著升力提升，亦會造成阻力的增加，並在達到特定攻角時機翼上流體會與上表面分離(flow separation)，造成升力急速減少，阻力急速增加，升阻比(lift-drag ratio)急遽降低，此現象稱為失速(stall)，而該特定攻角被稱為失速攻角(stalling angle of attack)；因此定翼機飛行須避免攻角過大的情況。

另一方面，機翼可被看作一個個二維翼型截面所組成的三維實體，在翼根和翼尖處會有升力下降的現象。因下表面具較大壓力，流體在翼尖處向上表面移動而產生翼尖渦漩(wingtip vortex, WTV)，影響機翼附近來流方向並額外產生阻力，此因翼尖渦漩而引發的阻力被稱為誘導阻力(induced drag)。此外，來流與翼前緣接觸時會隨著表面產生下洗流(downwash)而產生下洗速度(downwash velocity, U')，降低來流方向與機翼的夾角。若以原本定義之攻角計算升力則會高於實際升力，因此又定義機翼弦向與實際來流($U_\infty + U'$)方向之夾角為有效攻角(effective angle of attack, α_e)。

傾斜轉彎

當定翼機為穩定前飛時，機翼展向上各截面主要以來流方向為基準，僅考慮二維方向的速度與受力，即前後、上下方向的速度與升阻力；當改變水平飛行方向時，則須將側向力加入考慮，而定翼機最常使用的轉彎方式便是以滾轉軸為旋轉軸的傾斜轉彎(banked turn)。

假設定翼機保持與地面平行之飛行速度(v_f)，對滾轉軸旋轉一傾斜角(bank angle, θ_b)，原本垂直於地面的升力將減少垂直方向分量，而增加水平方向分量，兩分量之合力仍垂直於翼面，如圖 2-5 所示。垂直分力與機體重量(W)抵銷，水平分力為提供轉向之向心力(centripetal force, F_c)。

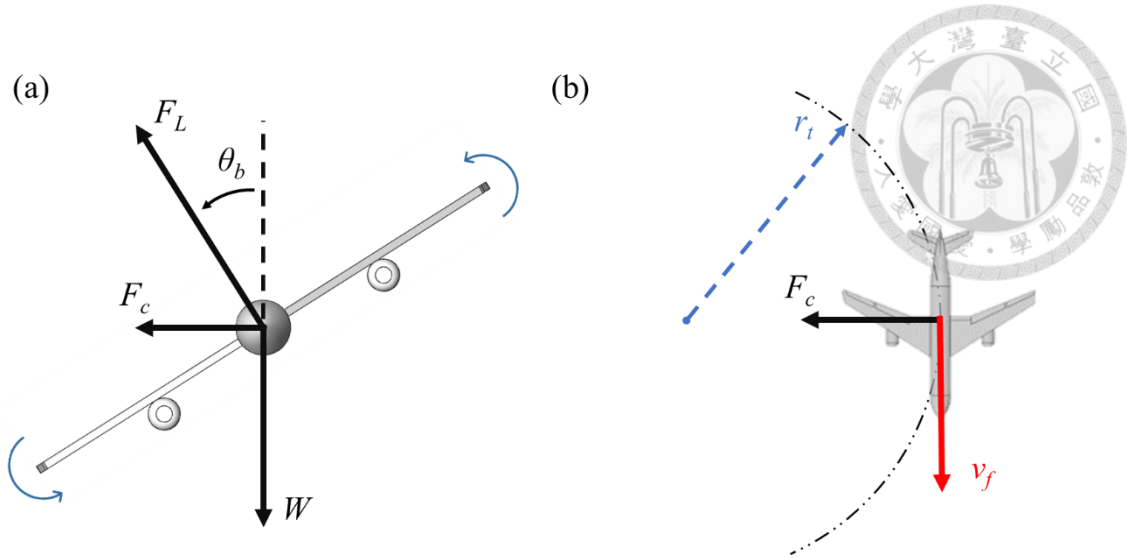


圖 2-5 傾斜轉彎示意圖。(a)為前視圖，(b)為上視圖。

由向心力提供之向心加速度(centripetal acceleration, a_c)與飛行速度關係如式(2-1)所示，其中 r_t 為轉彎半徑(radius of turn)， m 為機體質量。

$$F_c = ma_c = \frac{mv_f^2}{r_t} \quad (2-1)$$

而向心力和重量與升力關係可寫如式(2-2)所示。

$$F_c = F_L \sin \theta_b, \quad W = mg = F_L \cos \theta_b \quad (2-2)$$

將式(2-2)代入式(2-1)可得轉彎半徑與飛行速度和傾斜角度關係式，如式(2-3)所示。

$$r_t = \frac{v_f^2}{g \tan \theta_b} \quad (2-3)$$

由式(2-3)可以發現，當給定一固定飛行速度時，隨著傾斜角度增加，轉彎半徑會降低，代表轉彎程度提升；相對地，若維持一固定傾斜角度，飛行速度的增加則會受慣性(inertia)影響而減弱轉彎程度，有較大的轉彎半徑。

欲完成傾斜轉彎飛行，須控制左右機翼之副翼上下擺動產生滾轉力矩。以向右轉彎為例，左側副翼向下擺動提高升力，使左翼向上方抬起，而右側副翼向上擺動降低升力使右翼向下壓，對機體施加滾轉力矩。然而在進行傾斜轉彎時，可能會導致以下三個現象而影響飛行的穩定，分別為飛行高度降低、過度傾斜(overbanking tendency)和逆偏航(adverse yaw)。

若定翼機穩定向前飛行，則垂直升力剛好與機體重量抵銷而不會爬升或下降

當進入轉彎過程，則部分的垂直升力將分至水平方向，而減少原本垂直方向的分力，此力將小於原本機體重量造成定翼機持續下降。若要回復為原本的飛行高度，則須提高機首以增加攻角，使垂直升力與機體重量相同，以此維持同一高度飛行。

過度傾斜則是在轉彎過程中，相對於內側機翼，外側機翼有更大之轉彎半徑，而在傾斜角相同的狀況下有更高的飛行速度，即單位時間內掠過的路徑長較大；由於飛行速度的提升會使升力隨之增加，因此外側機翼較內側機翼會產生更大升力，進而增加滾轉力矩。雖然在一般傾斜轉彎下，內外側的速度差約為 1%，但仍會使定翼機持續產生滾轉力矩。

隨著升力提升，阻力會隨之增加，在傾斜轉彎過程中，外側機翼升力提升導致阻力增加，內側機翼升力下降導致阻力減少，因此產生與轉彎方向相反的偏航力矩，此現象便稱為逆偏航。

渦度與環流量

在流體力學領域中，以渦度(vorticity, $\vec{\omega}$)描述流體分子自旋(spin)的程度，一個微小流體粒子對質心(center of mass, COM)旋轉之角動量便與渦度有關。渦度定義為速度場(\vec{v})的旋度(curl)，因此渦度為一向量場，如式(2-4)所示。

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v} \quad (2-4)$$

另一衡量流體旋轉程度的重要物理量為環流量(circulation, Γ)，定義為沿著一封閉曲線(C)對速度場作線積分(line integral)，如式(2-5)所示。

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{r} \quad (2-5)$$

其中 $d\vec{r}$ 為與封閉曲線相切之單位向量。

進一步將式(2-5)改寫為式(2-6)，可以發現一封閉曲線的環流量與通過該曲線表面區域之渦度淨通量相等，因此可以環流量估算流體之渦旋強度(vortex strength)。

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{r} = \iint \vec{\nabla} \times \vec{v} \cdot d\vec{A} = \iint \vec{\omega} \cdot \vec{n} dA \quad (2-6)$$

其中 A 為任一被封閉曲線包住之表面區域面積， \vec{n} 為此面積之單位法向量(normal vector)。



若封閉曲線周圍有環流量，則曲線內任一曲面上之流體都具有旋度；反之，若通過一特定區域的每一個曲線上之環流量皆為 0，則稱該區域內之流體為無旋 (irrotational)。

最初對於流經定翼機之機翼的流體主要以勢流理論 (potential flow theory) 分析，將三維物體如機翼簡化為二維流場問題，翼展設為無限長。假設將機翼置於一均勻 (uniform)、穩態 (steady)、無旋 (irrotational) 和不可壓縮 (incompressible) 之流場中，來流速度為 U_∞ 。當環流量為已知，則可使用庫塔-儒可夫斯基定理 (Kutta-Joukowski theorem) 估算機翼上之升力，如式 (2-7) 所示。

$$F_L' = \rho U_\infty \Gamma \quad (2-7)$$

其中 F_L' 為單位展長之升力， ρ 為流體密度， Γ 為機翼周圍之環流量。

2-2 拍撲翼飛行理論

隨著電腦技術進步，實驗方法與數值計算技術發展逐漸成熟，學者對於拍撲翼飛行複雜的流場機制和空氣動力學得以有更細部的觀察與分析，相關研究因而蓬勃發展。奠基於傳統空氣動力學理論，許多關於拍撲翼的暫態空氣動力學機制相繼被提出，以此解釋拍撲翼特殊的流場結構與飛行動態。此節便會延續 2-1 節之固定翼理論，分別對翅膀名詞與動作、翼渦旋結構和空氣動力學機制進行介紹。

2-2.1 名詞定義與動作

基本構造與名詞介紹

拍撲翼的名詞與基本構造以昆蟲為基礎，延續定翼機的定義所建立，本小節會以蝴蝶為範例說明，示意圖如圖 2-6 所示。身體構造可分為頭部 (head)、胸部 (thorax) 與腹部 (abdomen) 三部分；在飛行過程中，因頭部和胸部不會有明顯的相對運動，在昆蟲飛行研究中多把頭部和胸部看作身體的主要構造，稱為頭胸部 (head-thorax)。而蝴蝶腹部在飛行過程中與頭胸部會有明顯的相對轉動，此現象則稱為腹部擺動 (abdominal oscillation; Chang *et al.*, 2020)。

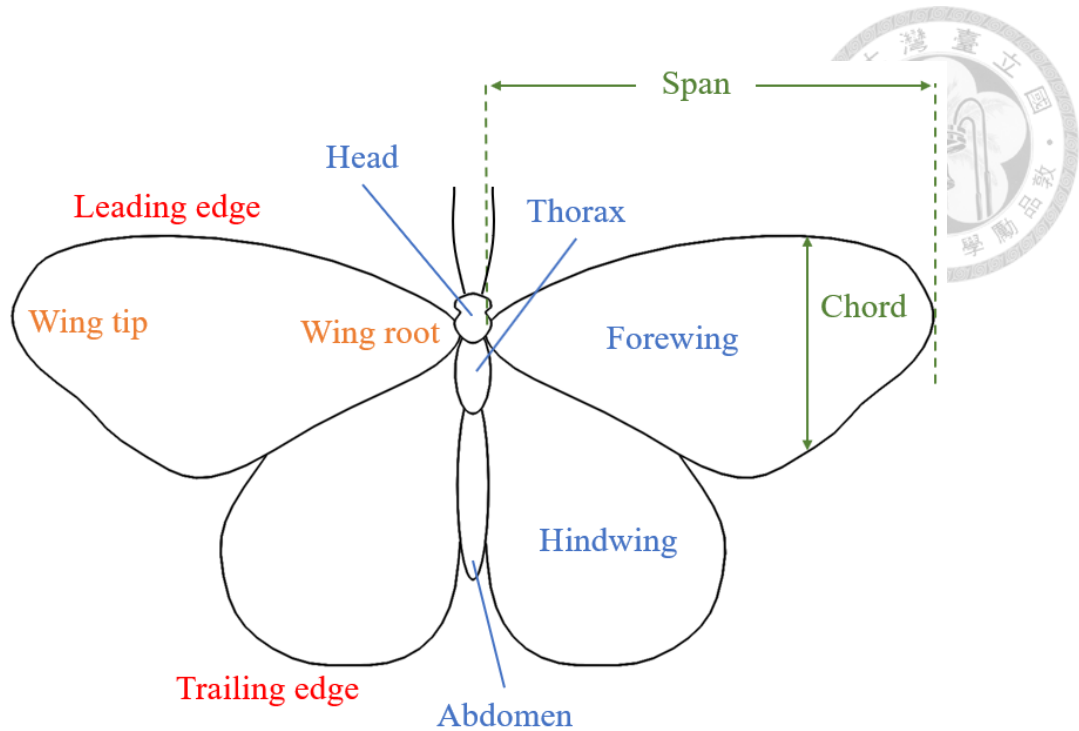


圖 2-6 昆蟲基本構造示意圖

昆蟲多具有兩對翅膀，左右兩邊各由前翅(forewing)和後翅(hindwing)所組成。蜻蛉目(Odonata)昆蟲如蜻蜓和豆娘，前後翅可有獨立動作進行自由拍撲，並可透過調整後翅的動作參數改變推力效率(thrust efficiency; Lai *et al.*, 2022)；雙翅目(Diptera)昆蟲如蚊蠅，後翅退化成平衡棍(halteres)，除了達到平衡效果，根部的感覺細胞(sensory cell)可透過感測飛行過程中身體旋轉造成的慣性力(inertial force)，協助蒼蠅修正身體姿態(Yarger & Fox, 2016)。蝴蝶屬於鱗翅目(Lepidoptera)，前後翅有部分面積重疊，兩者以相似模式進行拍撲，因此對於蝴蝶飛行多將前後翅視為一片翅膀進行研究；然而在轉彎飛行中，前後翅之間重疊面積會有明顯的改變，於 2-3.3 小節會進一步介紹此動作。

翅膀構造的部分與定翼機之機翼定義大致相同，包括翅膀上名詞：翼根、翼尖、翼前緣和翼後緣；翅膀外型尺寸同樣定義翼展和翼弦，然而原本翼展為兩翼尖距離，此定義方式會忽略身體寬度，且在轉彎飛行中左右兩邊翅膀為不對稱動作，因此定義翼展(S)為單翅翼根至翼尖距離。翼弦為翅膀截面之長度，即翼前緣至翼後緣之距離，然而隨著翅膀截面改變，翼弦的長度亦會更動，因此為了更方便敘述翅膀幾



何，又定義平均弦(mean chord, \bar{c})，由翅膀面積(wing area, A)除以翼展求得，如式(2-8)所示。

$$\bar{c} = \frac{A}{S} \quad (2-8)$$

昆蟲翅膀外型亦可由展弦比所描述，展弦比定義為翅膀翼展除以平均弦，並可進一步以翅膀面積表示，如式(2-9)所示。

$$AR = \frac{S}{\bar{c}} = \frac{S^2}{A} \quad (2-9)$$

身體與翅膀動作

拍撲翼的飛行動態可由三個座標系(coordinate system)所建立，分別為實驗室座標系、身體座標系和翅膀座標系，三者皆為正交(orthogonal)座標系。

昆蟲身體在空間中的運動同樣可由三個平移自由度和三個旋轉自由度所描述。如圖 2-7 所示，實驗室座標系($Ox_eY_eZ_e$)為絕對座標系(absolute coordinate system)，身體的平移運動相對 X_e 軸、 Y_e 軸和 Z_e 軸有前後、左右和上下等位移。身體座標系($O_bx_by_bz_b$)則是以身體質心為原點(O_b)建立座標系，並延續定翼機定義，分別以 y_b 軸、 z_b 軸和 x_b 軸為旋轉軸，分為偏航、俯仰和滾轉三個旋轉運動。關於昆蟲身體姿態的相關文獻會於 2-3.2 小節進行介紹。

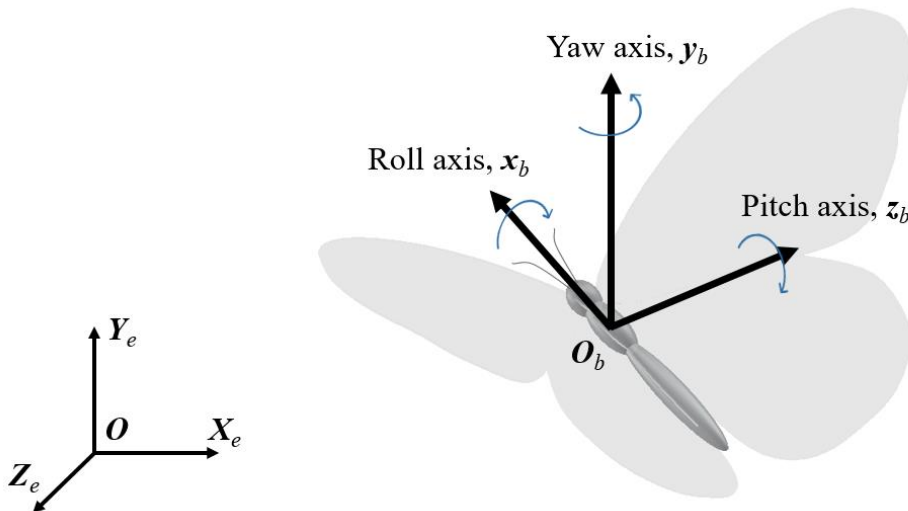


圖 2-7 絕對座標系與身體座標系

翅膀於翼根處與身體相連，而翅膀座標系($O_w x_w y_w z_w$)即是以翼根為座標系原點(O_w)作旋轉運動，而此三維動態可以三個方向的旋轉所建立，分別為拍撲、掃掠(sweep)和旋轉(rotate)。拍撲動作為飛行過程中最明顯的翅膀動作，以身體軸為拍撲旋轉軸方向往復拍動，並可以此動作建立翅膀運動的基準面，即拍撲平面(wing stroke plane；圖 2-8(a))。掃掠軸垂直於翅膀平面，以此軸向前後作掃掠運動，使翅膀偏離拍撲平面。旋轉運動以展向為旋轉方向，此運動會改變與遠方來流方向的夾角，因此在拍撲翼飛行過程中除了身體俯仰動態影響攻角外，須加入考慮旋轉角以計算攻角；同時因拍撲翼翅膀動作複雜，難以估計因下洗氣流造成的來流方向改變，多以幾何攻角進行計算(Sane 2003)。身體座標系和旋轉軸示意圖如圖 2-8(b)所示。

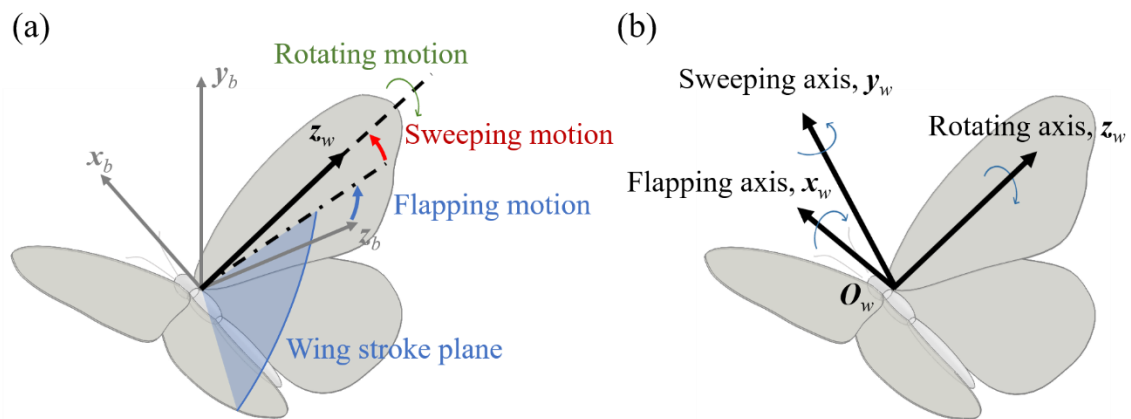


圖 2-8 (a)拍撲平面與(b)翅膀座標系

昆蟲飛行動態可以翅膀最為明顯之往復拍撲運動定義拍撲週期，若翅膀僅有拍撲動作，則會在拍撲平面上建立一固定曲線軌跡，然而在實際拍翅過程中包括掃掠和旋轉動作，故可將一次拍撲週期分為四個部分：翅膀由背側(dorsal)拍向腹側(ventral)稱為下拍(downstroke)、由腹側拍向背側稱為上拍(upstroke)、下拍轉換至上拍時期稱為仰轉(supination)、上拍轉換至下拍稱為俯轉(pronation)，如圖 2-9 所示。上拍與下拍階段與來流維持高攻角飛行，由拍撲動作所主導，合稱為平移階段(translational phases)；仰轉和俯轉則合稱為迴轉階段(rotational phase)，兩階段在上下拍轉換期間，翅膀有明顯翼旋轉運動，藉此使平移階段之攻角保持為正以提供足夠升力(Dickinson *et al.*, 1999; Sane, 2003)。

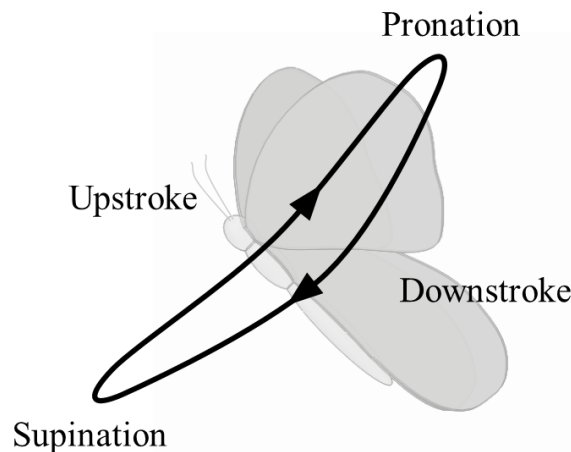


圖 2-9 拍撲週期示意圖

2-2.2 翼渦漩

在日常生活中，處處可見渦漩的產生，小至水槽排水時產生的渦漩，大至大氣系統中的熱帶氣旋(tropical cyclone)，都可觀察到渦漩的特殊結構：流體沿旋轉方向流動，並在接近旋轉軸時壓力降低而速度增加。渦漩可能被視為流體運動中受到擾動的象徵，然而流體亦可以渦漩形式透過旋轉運動傳遞動量、角動量，並穩定地保存能量和質量。本小節會介紹拍撲翼飛行中的流場渦漩結構，藉此歸納過去學者對於昆蟲飛行穩定性的解釋。

翼前緣渦漩

昆蟲翅膀拍撲過程產生的翼前緣渦漩貼附(leading edge vortex attachment, LEV attachment)現象被視為拍撲飛行中產生穩定升力的主要流場機制(Eldredge & Jones, 2019)。在固定翼飛行中，當機翼相對於來流開始移動時，在維持高攻角的情況下，會於翼後緣產生翼後緣渦漩(trailing edge vortex, TEV)，同時於翼前緣生成翼前緣渦漩，當兩種渦漩尺寸持續增大，流體由翼上表面脫離，並隨著機翼繼續向前移動而規律地相繼以相反旋轉方向向後進入尾流區，此重複的動態過程便稱為卡門渦街(von Kármán vortex street)。若攻角持續增加，渦漩的脫離使機翼無法對流體有效地施以向下動量，造成升力突然的降低而造成失速(Sane 2003)；然而拍撲翼飛行中，

昆蟲翅膀在維持高攻角飛行時，翼前緣渦旋卻會維持一固定尺寸，不會脫離至尾流區而能穩定貼附於翼前緣，此現象便稱為翼前緣渦旋貼附。由於翼前緣渦旋貼附能持續地給予翼面穩定的空氣動力而避免失速，又稱為延遲失速(delayed stall)，然而失速主要用以描述固定翼飛行，實際上拍撲翼並不會發生失速的狀況，因此主要以翼前緣渦旋貼附直接敘述拍撲翼穩定飛行的原因(Chin & Lentink, 2016)。

對於翼前緣渦旋穩定貼附以及此現象提供的持續性升力，學者相繼提出假說以解釋原因。Jardin & David (2014, 2015)將渦旋貼附原因分為三大類，分別為展向流、翼尖渦旋和旋轉加速度(rotational acceleration)，以下分別進行介紹。

展向流

Ellington *et al.*於 1996 年於風洞中觀察菸草天蛾(*Manduca sexta*)翅膀附近的流場結構，利用染色煙霧將流場可視化(flow visualization)。由實驗中觀察到在下拍中期，流體在翼前緣分離，並在上表面後半部重新貼附，產生翼前緣渦旋結構；翼前緣渦旋由翼根至翼尖穩定發展，尺寸逐漸增大，並在四分之三翼展處與翼尖渦旋捲合在一起。翼前緣渦旋貼附使翼上表面產生一低壓區，相對於下表面的高壓區產生壓差，而對翅膀產生額外升力。此研究又參考菸草天蛾懸停時的翅膀動作，製作拍撲機構進一步觀察翅膀展向的流場結構；機構實驗觀察到與生物實驗相同的現象，翼前緣渦旋尺寸向翼尖方向增大，更進一步驗證下拍產生的翼前緣渦旋並非延續上拍和俯轉階段產生的渦旋，而是於下拍階段重新產生新的翼前緣渦旋，並且穩定貼附於翼表面，直至下拍階段結束；圖 2-10 中的紅色煙霧為俯轉階段產生的渦旋，藍色煙霧則為下拍階段心產生的渦旋。

此研究認為翼前緣渦旋展向的錐狀螺旋結構是受到展向流的影響；在同樣拍撲角速度下，翅膀速度會由翼根至翼尖逐漸增大，使流體由翼根高壓區流向翼尖低壓區。此展向流使渦旋由翼根向翼尖穩定發展，將流體動量沿展向傳遞，避免流體累積產生過大的渦旋沿弦向脫離翅膀，而無法於上表面產生穩定低壓區。

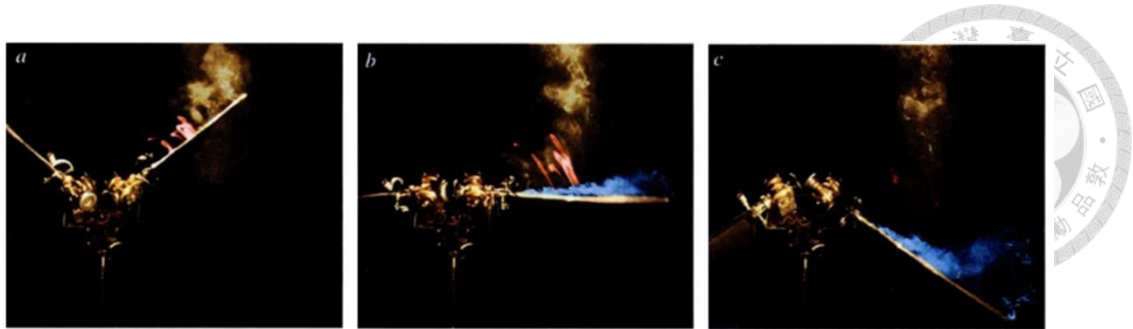


圖 2-10 流場可視化與翼前緣渦漩 (Ellington *et al.*, 1996)

翼尖渦漩

展向流最初被視為翼前緣能夠穩定貼附的主要原因，然而 Birch & Dickinson (2001)的研究發現阻斷展向流並不會造成翼前緣渦漩脫離；作者以黑腹果蠅 (*Drosophila melanogaster*)為研究對象製作拍撲機構，並使用數位粒子影像測速法 (Digital particle image velocimetry, DPIV)觀察翅膀上流場。此研究在翅膀展向距翼根 0.4 和 0.6 翼展處裝設隔板，藉此阻斷展向流的發展，發現無論在翅膀前半部或是後半部加設隔板，翼前緣渦漩皆穩定貼附於翅膀，作者更進一步提出是翼尖渦漩產生的下洗流可以抑制翼前緣渦漩的生長，而使翼前緣渦漩穩定貼附。如 2-1.2 小節提到，傳統空氣動力學將機翼簡化為無數個二維截面，並不會考慮如展向流和翼尖渦漩等三維流場結構，因此拍撲翼三維流場會與二維流場的假設有所區別；Birch & Dickinson (2001)認為翼尖渦漩和之前脫離的尾流渦漩會在翅膀周圍產生下洗氣流，降低翅膀的有效攻角，因此限制了翼前緣渦漩的發展，使渦漩持續穩定貼附於翅膀上。然而作者也提到黑腹果蠅飛行時的雷諾數($100 < Re < 250$)與 Ellington *et al.*(1996)研究中的菸草天蛾($Re = 2000$)相比有較低的雷諾數，無法觀察到螺旋狀的渦漩結構；作者認為黑腹果蠅的翅膀尺寸較小，翼上的壓力梯度無法產生具明顯結構的展向流。由此可知，翅膀尺寸與雷諾數皆會影響翅膀上的渦漩結構，但兩者與翼前緣渦漩貼附的關係尚未明確。

旋轉加速度

納維爾-斯托克斯方程式(Navier Stokes equations)為流體力學中敘述黏性不可壓縮流體運動的統御方程式(governing equation)，由於昆蟲翅膀在飛行時有拍撲的

旋轉運動，為了更準確敘述翅膀附近的流體運動，Lentink & Dickinson (2009a, 2009b) 以翅膀上的旋轉參考座標系改寫納維爾-斯托克斯方程式，推得翅膀運動所造成的旋轉加速度，分別為角加速度(angular acceleration)、向心加速度(centripetal acceleration)和科氏加速度(Coriolis acceleration)，並推導出代表此三種旋轉加速度的無因次參數；其中羅斯貝數(Rossby number, Ro)代表著由科氏力造成的加速度，為迴轉半徑(radius of gyration, R_g)與平均弦之比值，而作者認為昆蟲翅膀迴轉半徑約為翼展的一半，且翼展可直接由實驗樣本測量，因此在懸停飛行時以翼展與平均弦之比值計算羅斯貝數更為方便，可以發現此羅斯貝數定義與 2-2.1 小節展弦比定義相同，由此可知羅斯貝數亦為形容翅膀形狀的重要參數。

羅斯貝數可用以描述翅膀的旋轉程度，為流體慣性力與旋轉向心力或科氏力的比值。若翅膀僅有平移運動，則迴轉半徑趨近無限，羅斯貝數亦趨近無限，此時流體受慣性力主導；若羅斯貝數下降，流體所受科氏力增大，代表旋轉程度增加。作者進一步討論旋轉加速度與翼前緣渦旋穩定性的關係，分析發現在懸停飛行狀態下，角加速度與無因次化拍撲振幅(stroke amplitude)的倒數成正比，向心和科氏加速度則與羅斯貝數的倒數成正比。研究指出在低羅斯貝數下，向心和科氏加速度可穩定翼前緣渦旋，而翅膀前後轉動的角加速度對於翼前緣渦旋穩定貼附的影響性則較低。作者亦整理計算昆蟲、鳥類和蝙蝠等生物翅膀在懸停飛行時的羅斯貝數，發現平均接近於 3，推測在此區間能產生穩定的翼前緣渦旋，如圖 2-11 所示。

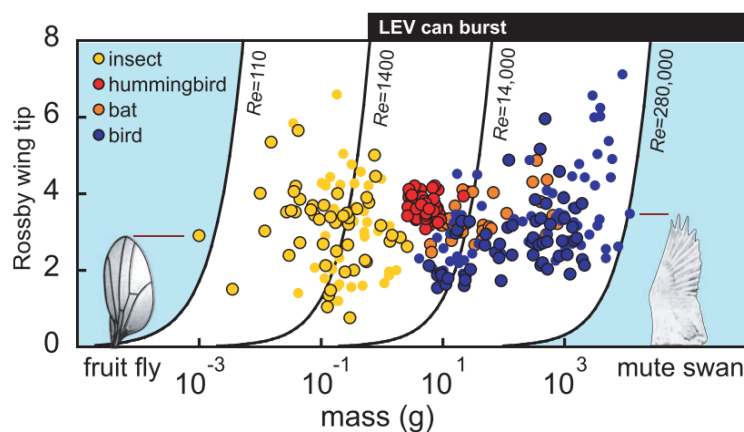


圖 2-11 飛行生物翅膀羅斯貝數與質量分布圖 (Lentink & Dickinson, 2009b)

另一方面，作者認為在昆蟲飛行的雷諾數範圍($100 < Re < 14000$)中，翼前緣渦旋的穩定性與雷諾數無關，然而當雷諾數超過 1400 時，於下拍中期會發生渦旋螺旋崩解(spiral bursting)的現象，靠近翼尖的流體會趨於混亂但不影響渦旋的穩定貼附。作者分析在低雷諾數下，向心加速度為果蠅飛行主要的流場機制；在高雷諾數壓力梯度所產生的力可解釋翼前緣渦旋內部的展向流。由以上結論可以發現，翅膀尺寸和雷諾數與翼前緣渦旋的關係逐漸明朗，此研究也從翅膀旋轉運動的角度，給予學者們對於翼前緣渦旋穩定貼附另一種解釋方式。

延續翅膀旋轉運動所產生的向心和科氏加速度，Jardin & David (2014)將這兩種加速度對翼前緣渦旋的影響共稱為假想效應(fictitious effects)，即旋轉座標系轉時所產生的假想力，並認為由展向壓力梯度所產生的展向流雖然能幫助翼前緣渦旋穩定貼附，卻不是翅膀產生升力的原因，向心和科氏力等假想效應才是產生穩定升力的關鍵。Jardin 團隊後續的研究進一步指出，相比於向心力，科氏力所產生的科氏效應(Coriolis effects)是翅膀產生持續升力的主要原因，使翼前緣渦旋穩定的貼附於上表面，並幫助穩定旋轉氣流，避免翼前緣渦旋因旋轉運動產生的剪力(rotational shear)而發生崩解(Jardin & David, 2015)。Jardin (2017)繼續指出，對於旋翼翅膀，當雷諾數大於 200 時，科氏效應使翼前緣渦旋穩定的關鍵；反之，當雷諾數小於 200 時，則由黏滯效應(viscous effects)主要影響渦旋的穩定性。

綜合以上所述，展向流、翼尖渦旋和旋轉加速度中的科氏加速度為影響翼前緣渦旋穩定貼附的主要原因。展向流可幫助翼前緣渦旋由翼根沿展向往翼尖發展；翼尖渦旋產生的下洗氣流可降低翅膀的有效攻角，使翼前緣渦旋穩定貼附而不會脫離翼面。然而若翅膀僅有平移運動，展向流僅能讓翼前緣渦旋短暫貼附於翅膀上，須再加上翅膀的旋轉運動延長翼前緣渦旋的貼附時間，透過科氏效應將其他非展向的渦度轉向至展向(Coriolis tilting)，以此平衡翼前緣渦旋的貼附現象(Eldredge & Jones, 2019)。



2-2.3 空氣動力學機制

對於昆蟲拍撲飛行的力學和流場分析，學者們試圖利用數值方法(numerical methods)和力學模型(mechanical models)尋找近似的解析解(analytical solutions)；然而相對於體型較大的鳥類飛行，小型昆蟲飛行的雷諾數較低，黏滯效應對於流場結構的影響無法被忽略；另一方面，翅膀拍撲造成的動態運動使昆蟲附近的流體屬於暫態(transient)流場，亦即流體性質隨時間變化而改變，因此無法直接假設為穩態流場。早期研究為簡化此流場問題，學者便提出以準穩態模型(quasi-steady model)的方式估算空氣動力(Sane, 2003)。

準穩態模型將暫態的飛行過程切分成一個個時刻，每個時刻假設為穩態流場計算空氣動力，但各時刻的翅膀動態隨時間改變，由此便可將翅膀動態的運動模式細分為一連串的靜態動作，並將各時刻的計算結果串聯以建構出翅膀受力隨時間的變化。在準穩態模型的條件下，僅需建立翅膀各時刻的運動，如瞬時速度和攻角等，便可使用相對簡單的方程式組計算昆蟲翅膀上的受力。然而模型的簡化常使升力的估算結果較實際飛行所需的升力低，許多學者便繼續提出許多拍撲翼特有的暫態空氣動力學機制，以準穩態模型為基礎，修正分析昆蟲拍撲飛行的流場機制。

在昆蟲飛行的一次拍撲週期中，現今學者普遍使用的空氣動力學機制依照週期階段可分為：仰轉和俯轉期間的附加質量效應(added mass effect)和克拉莫效應(Kramer effect)、僅發生在俯轉期間的夾翼與拋翼(clap and fling)以及上下拍初期的尾流捕獲(wake capture)，以上四種機制將於本小節進行介紹。

附加質量效應

附加質量效應主要發生於拍撲動作開始和上下拍間轉換的迴轉階段，翅膀在啟動或是轉換拍撲方向時有最大的加速度量值，帶動周圍流體一同進行加速或減速運動，因此額外作用一因壓力而產生的反作用力於翅膀表面(Chin & Lentink, 2016)。考慮流體的黏性效應，在流體與固體交界面上形成一邊界層，流體與固體表面之間沒有相對速度，即無滑移條件(no-slip condition)，因此被翅膀帶動的薄層

流體相對於翅膀如同增加了翅膀質量，此效應便稱為附加質量效應。此效應所產生的力與渦漩結構所產生的環流力(circulatory forces)同時發生，因此難以獨立計算附加質量效應額外產生的力(Sane, 2003)；若從另一角度分析此力，因為力的產生與翅膀迴轉時加速度和慣性有關，又被稱為非環流力(non-circulatory force)，因此有研究以數學模型(mathematical model)改寫受附加質量效應影響的翅膀慣性，量值隨時間改變，配合流體加速度以此計算額外的空氣作用力(Sane & Dickinson, 2001)。

克拉莫效應

在昆蟲飛行的拍撲動作中，為維持平移階段翅膀與來流攻角為正以產生升力，翅膀在迴轉階段會沿展向軸有明顯旋轉運動，提供附近流體環流量而產生額外升力，此現象便稱為克拉莫效應(Kramer effect)，或將此翅膀沿展向旋轉產生的環流量稱為旋轉環流量(rotational circulation; Dickinson *et al.*, 1999)。依照翅膀旋轉發生的時間點，可以將旋轉模式分為領先旋轉(advanced rotation)、對稱旋轉(symmetrical rotation)和延遲旋轉(delayed rotation)；分別代表翅膀在迴轉階段的前期、中期和後期有快速的展向旋轉運動。在不同的旋轉模式中，額外產生的環流量會搭配翅膀動作而提升或減低升力；領先旋轉可以提升升力，延遲旋轉則因平移階段初期翅膀攻角仍為負而產生負向升力。Sun & Tang (2002)則指出對稱旋轉產生之升力雖然介於其他兩種模式之間，此種旋轉模式產生單位升力所需功率最低，而適合用於長時程的高效率飛行。對於昆蟲翅膀沿展向旋轉運動的相關研究，會進一步於 2-3.2 小節進行介紹。

夾翼與拋翼

夾翼與拋翼為發生在俯轉階段前後的兩個空氣動力機制，用以解釋左右兩翅之間交互作用(wing-wing interaction)所產生的額外升力，又稱為 Weis-Fogh 機制。夾翼與拋翼機制示意圖如圖 2-12 所示，粗體黑線為左右翅膀截面，並以圓點標示翼前緣位置，黑色細實線為流線(flow line)，深紅色箭頭為流體受翼渦漩影響的誘導速度(induced velocity)，而淺紅色虛線箭頭為施加於翅膀上之淨作用力。

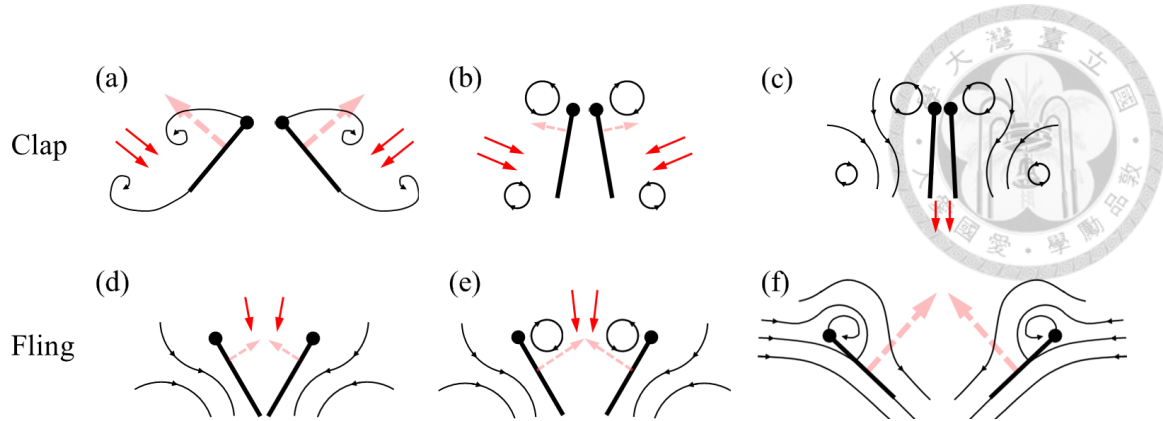


圖 2-12 夾翼與拋翼機制示意圖 (參考重繪自 Sane, 2003)

在部分昆蟲的翅膀拍撲運動中，左右兩翅在俯轉階段會互相靠近(圖 2-12 (a))，並於背側相觸後開始下拍運動；兩翅會由翼前緣先接觸(圖 2-12 (b))，並沿弦向在翼後緣貼合，將兩翅縫隙間的流體向後擠壓產生射流，而使昆蟲產生額外推力(圖 2-12 (c))，以上機制便稱為夾翼。在夾翼過程中，左右兩翅所產生相反的環流量會互相抵消，並降低脫離翼面的翼後緣渦旋之渦度，使翅膀得以在接續的下拍階段更快產生新的環流量，而延長產生升力的時間。Johansson & Henningsson (2021)研究發現，翅膀的撓性(flexibility)可包覆住兩翅之間的空氣而避免洩漏，以加強夾翼所產生之射流，而使推力提升 22%，效率提升 28%。在俯轉階段的後期，兩翅的翼前緣會首先分離而翼後緣仍保持貼合(圖 2-12 (d))，此過程會在兩翅之間產生低壓區，是周圍流體快速流入此區域(圖 2-12 (e))，藉此促使翅膀於下拍初期建立初始的環流量並幫助渦旋貼附(圖 2-12 (f))，此機制便稱為拋翼或剝翼(peel)。然而，夾翼與拋翼兩種機制並不普遍存在於所有物種之昆蟲飛行，亦有學者認為昆蟲為突破身體結構上的限制，而試圖利用此機制提高拍撲振幅，藉此提升升力(Sane, 2003)。

尾流捕獲

在固定翼飛行過程中，機翼與來流產生的渦旋結構會向後流入尾流區，然而昆蟲飛行特殊的往返拍撲動作可使翅膀與前一拍撲衝程所產生之渦旋交互作用，此現象通常發生在上下拍初期；由於翅膀會再次與原應脫離致尾流區的渦旋結構作用，翅膀可藉此「捕捉」到前次拍撲週期流失的能量，進而提高整體的空氣動力，因此稱此空氣動力現象為尾流捕獲，或稱為翅膀尾流交互作用(wing-wake

interaction)。尾流捕獲效應示意圖如圖 2-13 所示，右側和左側的平行箭頭代表自由流的方向，粗體黑線為翅膀截面，並以圓點標示翼前緣位置；黑色實線為流線，深綠色箭頭為流體受翼渦旋所產生的速度場，而淺綠色虛線箭頭為施加於翅膀上之作用力。

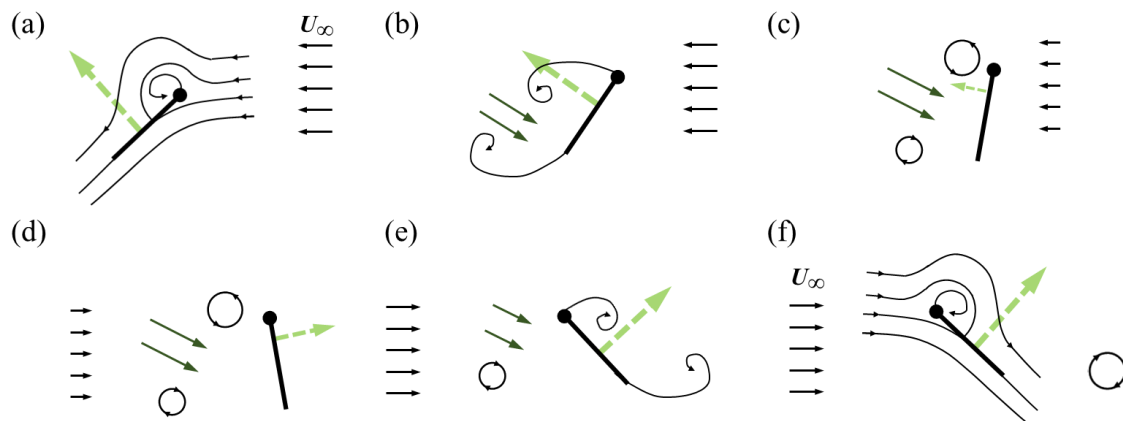


圖 2-13 尾流捕獲示意圖 (參考重繪自 Sane, 2003)

當翅膀進入迴轉階段時，翼前緣渦旋和翼後緣渦旋會相繼脫離翼面(圖 2-13 (a)-(b))，此兩種渦旋因旋轉方向不同，會在兩渦旋間區域產生強大的誘導氣流(圖 2-13 (c))，此射流速度的量值和方向受兩渦旋的強度和位置影響。當翅膀改變拍撲方向時，會撞上此射流(圖 2-13 (d)-(e))，如同提高來流速度而增加空氣動力。翅膀在迴轉和平移階段的運動以及與尾流渦旋交互作用的時機皆會影響此效應所產生的作用力。然而對於此力並沒有合適的空氣動力模型作預測，亦難以進行量化，主要因為翅膀與尾流的交互作用無可避免地會直接影響流體的速度與渦旋結構；又對於尾流渦旋的結構，主要使用粒子影像測速法進行流場測量，而難以將作用於飛行昆蟲的各個空氣動力效應獨立分解進行分析(Chin & Lentink, 2016)。

近年隨著計算流體力學(computational fluid dynamics, CFD)技術的成熟，可直接以數值方法求解統御方程式，學者建立在準穩態模型之上所提出的空氣動力學機制，便可加以用於分析暫態流場，對於昆蟲飛行時的身體姿態和翅膀動作所產生空氣動力的相關效應有更完整的解釋。



2-3 昆蟲飛行研究

由 2-2 節文獻回顧可以發現，昆蟲飛行研究與拍撲翼理論的建立發展密切相關。為了躲避天敵、尋找資源和棲息地，昆蟲演化出獨特的飛行模式，生物學家積極研究飛行昆蟲特有的感測系統、生理構造與行為模式；昆蟲的微小尺寸、往復拍撲動作，則給予工程師在微飛行器設計上的啟發。近年隨著高速攝影(high speed photography)技術、計算與力學模型和流場可視化技術的發展，使學者得以深入探討昆蟲的飛行動態與背後流場機制之間的關係。

影響昆蟲拍撲飛行的因素主要可以分為翅膀形態學(morphology)、飛行動態、流場參數，以及 2-2.3 小節所介紹的空氣動力機制。本節將介紹本文的研究物種—蝴蝶之飛行特色，並針對向前飛行和轉彎飛行的兩種飛行模式進行文獻回顧。

2-3.1 蝴蝶飛行特色

對於昆蟲飛行研究所關注的研究物種，可依體型大小略分為小型昆蟲和大型昆蟲，前者如蚊子果蠅等，後者則包括蜻蜓、蛾類和蝴蝶等。不同體型昆蟲的飛行模式各有差異，雷諾數、推進比(advance ratio, J)與展弦比等飛行參數便可用於敘述各昆蟲之飛行特性(費約翰, 2017)。

雷諾數代表著黏滯力與慣性力的比值，而昆蟲飛行之雷諾數範圍主要介於 1 至 10^4 之間；推進比定義為飛行速度與平均翼尖速度的比值，為量化暫態效應的重要參數，推進比越低代表流場受翅膀拍撲運動的影響越大。展弦比則直接敘述翅膀的二維尺寸，昆蟲相比於固定翼有較低的展弦比。對於本研究所使用關鍵的無因次參數會於 3-2 節進行分析。

蝴蝶此物種的雷諾數量級主要落在 10^3 至 10^4 之間；推進比的量值區間($0 < J < 0.9$)則代表著蝴蝶擁有高靈活度的飛行模式，可以達到低速懸停、滑翔、垂直上飛和急轉彎等高機動飛行。相對於其他昆蟲，蝴蝶翅膀具有較低的展弦比($1.5 < AR < 2.5$)，前後翅交疊而有較大翅膀面積，兩翅可以相似的運動模式進行拍撲，進而產生強大的空氣動力。蝴蝶另一與眾不同的飛行特性，便是較低的拍撲頻率，7.5 至 12 Hz

的拍撲頻率使蝴蝶在飛行過程並不會如蒼蠅和蜜蜂等產生拍翅聲，也較不易因快速反覆拍撲，於翼根處產生結構性損壞；此拍撲特性也使蝴蝶在單一拍撲週期內的身體姿態和翅膀動作能相互配合，及時調整飛行狀態，而使蝴蝶有著身體與翅膀動作高度耦合的特殊飛行動態。

2-3.2 向前飛行

一般對於蝴蝶飛行的研究多聚焦於向前飛行，也就是指飛行過程身體僅在與地面垂直、與身體軸平行的平面，有前後和垂直方向的平移運動，以及俯仰之旋轉運動，而左右兩翅運動則視為對稱動作。本小節將依序介紹蝴蝶特殊的身體俯仰姿態、翅膀的掃掠與旋轉動作。

身體俯仰姿態

蝴蝶上下飄移的飛行動態看似跌宕起伏，卻是蝴蝶高機動性飛行下能保持穩定的表現，而身體的俯仰姿態便是影響蝴蝶獨特飛行軌跡的重要動作(Zhang *et al.*, 2021)。此明顯的週期性俯仰姿態可在眾多蝴蝶物種的飛行動態中發現，對於飛行最直接的影響就是拍撲平面的改變；透過改變身體軸與地面的夾角，使翅膀拍撲所產生的升推力轉至不同方向，進而改變蝴蝶的飛行軌跡。

Fei & Yang (2016)觀察枯葉蝶(*Kallima inachus*)的自由飛行動態，將身體與翅膀動作輸入數值模擬，研究發現蝴蝶的飛行模式與初始俯仰角度和俯仰角度振幅有著密切關係。身體初始俯仰角的增加會減少向前位移而增加垂直位移，使蝴蝶趨向於垂直上飛。俯仰角度振幅的提升則使蝴蝶產生向下射流，在下拍後期產生垂直力，蝴蝶藉由將身體上仰，減少與來流的投影面積，藉此避免負垂直力的產生。透過調整俯仰角度初始值和振幅，可使蝴蝶有不同的飛行軌跡，如圖 2-14 所示。

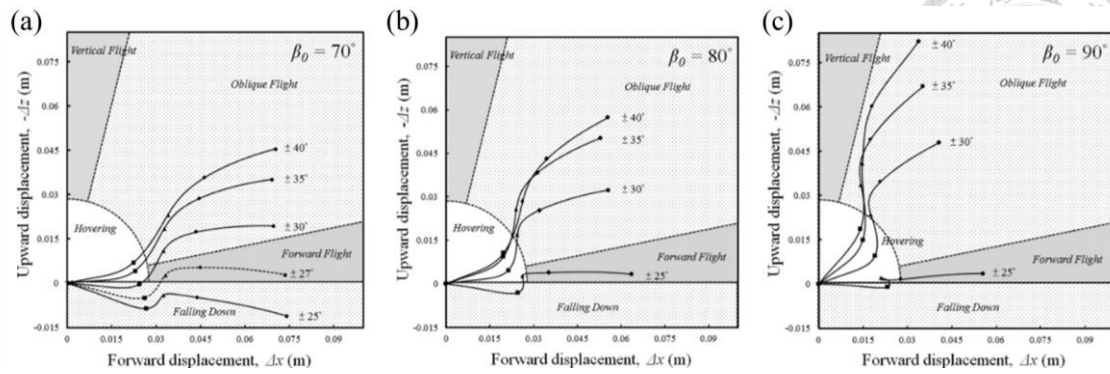


圖 2-14 身體俯仰角度初始值、振幅與飛行軌跡圖。初始俯仰角為(a)70 度、(b)80 度與(c)90 度。(Fei & Yang, 2016)

翅膀旋轉

由 2-2.3 小節可知，昆蟲飛行在迴轉階段，即上下拍轉換時期會有明顯的翅膀旋轉動作，藉此改變翅膀與來流的攻角；蝴蝶相較於其他昆蟲有較小的翅膀旋轉幅度，然而 Lin *et al.*, (2021)研究發現小紋青斑蝶(*Tirumala septentrionis*)在旋轉振幅 45 度時可提升尾流捕獲效應，此較小之旋轉振幅可使蝴蝶於上拍捕獲下拍所產生之誘導氣流而額外產生 47%的推力，並相對於其他旋轉振幅的模擬飛行有最大的前飛速度；由此解釋為何真實蝴蝶選擇以較小之旋轉振幅進行飛行，亦顯示旋轉角對於蝴蝶飛行不可忽略之重要性。圖 2-15(a)為尾流捕獲示意圖，翅膀向左與下拍脫離的翼前緣渦漩相遇，其中 t^* 為無因次時間；圖 2-15(b)為旋轉角與前飛速度關係圖， α_A 為翅膀旋轉角振幅。

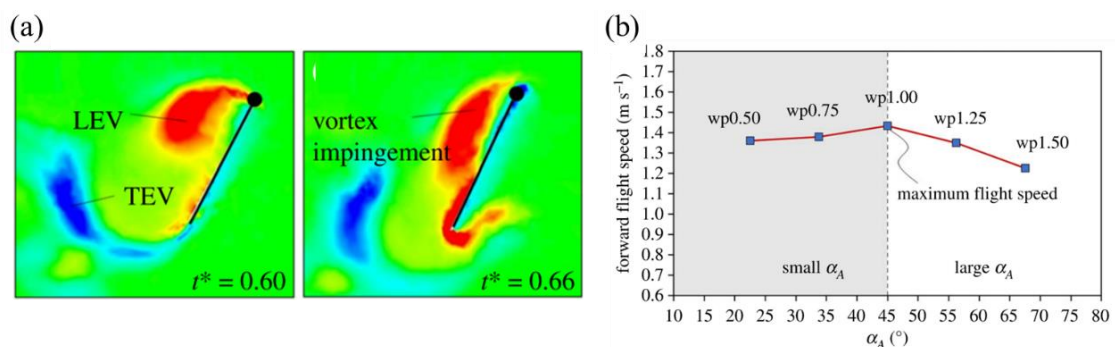


圖 2-15 (a)上拍捕獲誘導氣流示意圖與(b)旋轉角與前飛速度關係圖
 (Lin *et al.*, 2021)



翅膀掃掠

翅膀的掃掠動作代表著翅膀偏移於拍撲平面，因此最初以偏移(deviation)角度敘述翅膀以翼面法向量為轉軸之旋轉運動。Sunada *et al.* (1993) 觀測黑紋粉蝶(*Pieris melete*)起飛時的飛行動態，分別以拍撲、掃掠與旋轉三種動作計算前翅和後翅的動態，發現後翅幾乎沒有掃掠角度的改變，而僅有前翅於下拍期間有先向前再向後的掃掠動作，因此對於翅膀掃掠的相關研究主要是以前翅的掃掠動作為定義。

相較於翅膀拍撲和旋轉動作，蝴蝶的翅膀掃掠動作較不明顯，振幅約介於 15-30 度之間，在一次拍撲週期內無明顯趨勢。然而由於蝴蝶前後翅交疊，掃掠動作直接影響翅膀的總面積，使翅膀相對於來流具更大之投影面積；翅膀向前後掃掠也會改變翅膀之壓力中心，透過空氣動力矩(aerodynamic moment)的改變而影響蝴蝶身體的俯仰姿態，使蝴蝶有更穩定的飛行動態(Fujikawa *et al.*, 2009, 2010; 李哲安, 2017)。由於前後掃掠的同時也會改變翅膀的展弦比，張勝凱(2022)將掃掠角與展弦比的解耦(decoupling)，建立不同翅型組合，獨立比較兩者的流場效應；作者認為掃掠角變化會影響因來流而產生的展向流之方向與量值，進而改變翼前緣渦漩的貼附區域。圖 2-16 為不同掃掠角下展向流的示意圖，SP 為展向流，SPF 和 SPU 各自代表翅膀拍撲和來流所造成之展向流。負掃掠角產生兩個同向之展向流，使翼前緣渦漩靠內側貼附，並使翼尖渦漩向上發展；正掃掠角產生反向之 SPU，在翅膀外側使翼前緣渦漩貼附，同時限制翼尖渦漩發展。研究指出掃掠角增大會使平均升力和阻力降低，展弦比減少則會使平均升力增加而平均阻力降低。

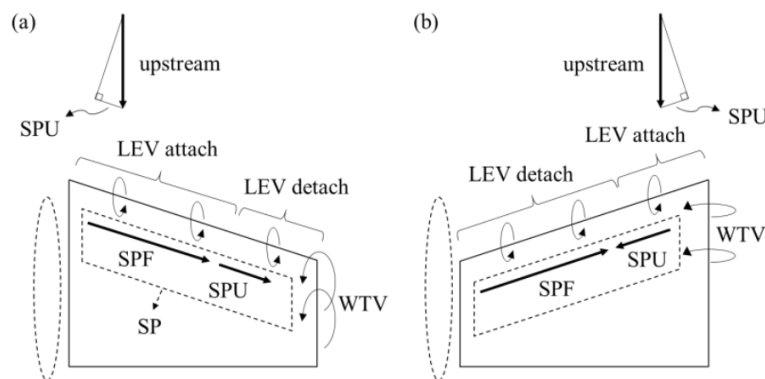


圖 2-16 (a)負掃掠角與(b)正掃掠角翅膀之展向流示意圖 (張勝凱, 2022)

關於掃掠動作相關研究多將前後翅視為同一剛體建立物理模型，以整片翅膀作掃掠運動(Yokoyama *et al.*, 2013; Lua *et al.*, 2016; Ancel *et al.*, 2017)，然而此設定會忽略前翅各時刻相對於後翅的掃掠動作所產生的暫態變化。張勝凱(2022)進一步觀測大白斑蝶身體和翅膀共 20 個特徵點，同時考慮身體俯仰姿態、腹部擺動動作和翅膀的拍撲、掃掠、旋轉動作，再加上前翅相對後翅掃掠的動作，建立貼近於真實蝴蝶的飛行動態，又以前述的翅膀動作為基準面透過曲面擬合建構撓性變形的翅膀模型。

2-3.3 轉彎飛行

相對於向前飛行，轉彎飛行增加一左右平移自由度，以及偏航和滾轉兩個旋轉自由度，身體在空間有完整六個運動自由度；透過左右兩翅的不對稱動作，產生旋轉力矩而產生側向位移，生物所呈現如此靈活變化的飛行動態便是微飛行器欲達到的高操縱性(maneuvering)飛行。根據不同物種的外型尺寸、身體結構和拍撲頻率，可對應有不同的轉彎策略，本小節會由各物種相關研究切入拍撲翼轉彎飛行，再針對蝴蝶物種進行文獻回顧。

其他物種研究

Alexander (1986)將蜻蜓生物飛行的轉彎模式分為傾斜轉彎和偏航轉彎(yaw turn)，前者透過左右翅的不對稱動作，包括拍撲振幅和攻角，外側翅膀產生更大的升推力而使身體傾斜，提供側向力達成轉彎，適合用於快速前飛；後者身體不需傾斜，由內外側翅膀產生之阻力差如同划船的左右兩槳般使身體旋轉，適合用於低速或懸停飛行模式。此兩種模式相似於固定翼使用之轉彎原理，可運用於其他昆蟲飛行之中，然拍撲翼不如固定翼持續產生穩定升推力，而在一次拍撲週期有所變化，對於轉彎機制與流場結構的關係值得深入探討。

Muijres *et al.* (2014)研究果蠅(*Drosophila hydei*)為逃避天敵而達到的迅速轉彎飛行，作者指出這與先前觀察蒼蠅透過產生偏航力矩而轉換飛行方向的方式不同，發現果蠅在急速轉彎過程中，身體會先有快速的傾斜旋轉，再立即產生反向旋轉



(counter-rotation)以維持身體的水平姿態，最終加速離開突然的威脅。此轉彎方式與2-1.2 小節所介紹的固定翼傾斜轉彎大同小異，皆是透過身體旋轉而將部分升力轉為側向力。

在傾斜轉彎初期，生物透過翅膀不對稱動作產生旋轉力矩，以此改變身體姿態，即可進入穩定的轉彎飛行，此時生物不需頻繁調整動作和空氣作用力方向(圖 2-17(a))，而僅需透過旋轉整個身體調整空氣作用力方向，便可讓身體轉至欲飛行之方向(圖 2-17(b))。此飛行方式被學者稱之為力向量導引(force vectoring)或是直昇機模型(helicopter model)，空氣動力作用的方向與量值相對於身體座標系並不會改變，在前述果蠅的急遽轉彎中亦是。以上轉彎機制可在果蠅、蟬(Zeyghami *et al.*, 2016)和鴿子(Ros *et al.*, 2011)等生物飛行中發現，學者認為向量導引提升對於飛行控制的穩定性和操縱性。圖 2-17 為力向量導引示意圖，其中灰色線為飛行軌跡，紅色、綠色和藍色箭頭分別代表身體的滾轉軸、俯仰軸和偏航軸，淺藍色箭頭則為空氣動力作用方向。

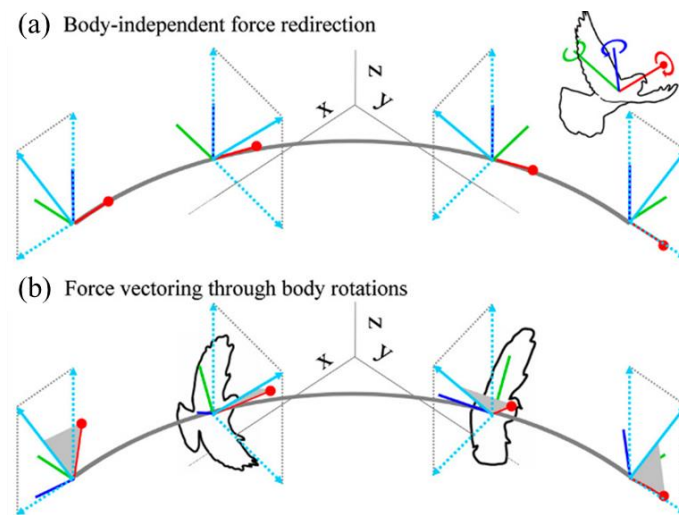


圖 2-17 力向量導引示意圖，(a)空氣作用力改變影響飛行軌跡，(b)空氣作用力相對於身體座標系不會改變，身體旋轉影響作用力方向。(Ros *et al.*, 2011)

一般轉彎飛行包含轉彎起始的角加速階段(angular acceleration phase)和結束轉彎的角減速階段(angular deceleration phase)，生物可透過不對稱動作產生啟動轉彎的空氣動力矩，在轉彎減速階段勢必也要有對應機制以結束轉彎。體型較大生物如

鳥類可主動產生反向力矩完成減速，而小型生物如蒼蠅則傾向以流體摩擦力產生被動阻尼降低角速度。然而 Hedrick *et al.* (2009) 研究各體型物種低速的偏航轉彎動態，發現小至果蠅大至鳳頭鸚鵡(*eolophus roseicapilla*)在轉彎過程，皆可透過拍撲被動產生反向力矩，達到旋轉減速的目的。

如圖 2-18 所示，當生物為向前飛行時，於上拍產生向下空氣動力(圖 2-18(a))，於下拍時產生向上空氣動力，左右兩翅所受力相等；然而當身體開始旋轉，外側翅膀受來流速度較大，使兩翅受到不對稱的空氣動力，儘管兩翅持續以對稱方式拍撲，仍會產生與旋轉方向相反的力矩(圖 2-18(c)(d))，此力矩便稱為拍撲反向力矩(flapping counter torque, FCT)。本研究認為此效應相似於 2-1.2 小節所介紹固定翼於傾斜轉彎所面臨的逆偏航現象。

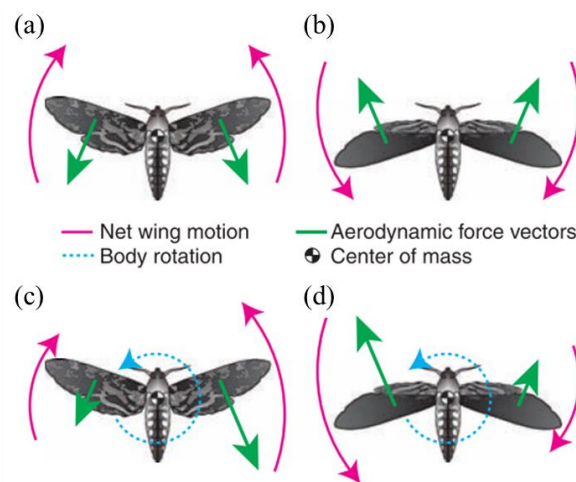


圖 2-18 拍撲反向力矩示意圖 (Hedrick *et al.*, 2009)

一般對於生物轉彎飛行研究主要著重於翅膀動作與力學分析，較少以空氣動力學和流場結構觀點解釋。Li & Dong (2017) 研究描金晏蜓(*Erythemis Simplicicollis*)轉彎的飛行動態與流場機制；發現相對於外側翅膀，內側翅膀於下拍有較大攻角並有較慢掃掠速度，上拍時則有較快的拍撲速度，以上不對稱動作使內翅翼尖軌跡呈現橢圓形，外翅則為 8 字型。圖 2-19 為壓力和渦漩結構圖，可以發現內翅有較大之低壓區，外翅低壓區則集中於翼尖，內翅亦有更大的環流量和翼前緣渦漩，不對稱之流場結構使內翅於下拍產生較外翅 2.8 倍的阻力，而產生力矩維持轉彎動態。

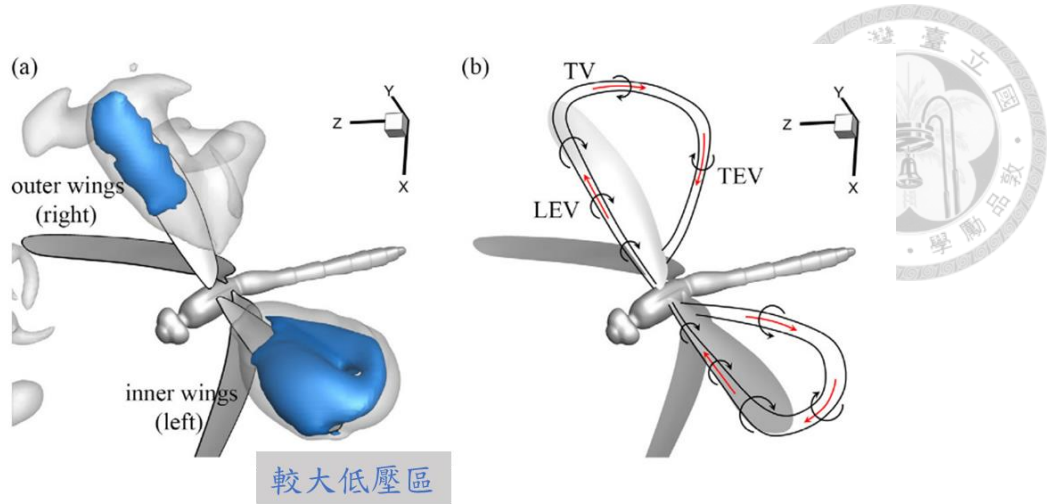


圖 2-19 蜻蜓轉彎飛行下拍中期之(a)壓力等位面與(b)渦旋結構示意圖
 (Li & Dong, 2017)

蝴蝶轉彎

據本研究所知，現以蝴蝶為研究物種針對轉彎飛行動態進行研究的有二，第一為 Ozawa *et al.* (2018)以柑橘鳳蝶(*Papilio xuthus*)為參考設計的拍撲機構，第二則為 Henningsson & Johansson (2021)觀測綠豹蛺蝶(*Argynnis paphia*)的傾斜轉彎動態。

Ozawa *et al.* (2018)延續 Fujikawa 團隊對於翅膀掃掠角和拍撲機構的研究，以彈力為動力來源，使用竹子為翅脈(wing vein)，聚乙烯膜(polyethylene film)為翅膜(wing membrane)，製作出單自由度連桿、具翅膀拍撲、掃掠和腹部擺動的仿蝴蝶機構，並達到蝴蝶特殊上下擺動的身體俯仰姿態，如圖 2-20(a)所示。研究發現在蝴蝶轉彎時，外側翅膀會向前掃掠，而內側翅膀則會向後掃掠，兩者平均角度差為 6.9 度，如圖 2-20(b)所示，並以機構驗證飛行，偏航角改變 28.8 度，滾轉角則改變 18.8 度。然此研究僅針對翅膀動態和機構進行分析，並無對力學或甚是流場深入解釋。

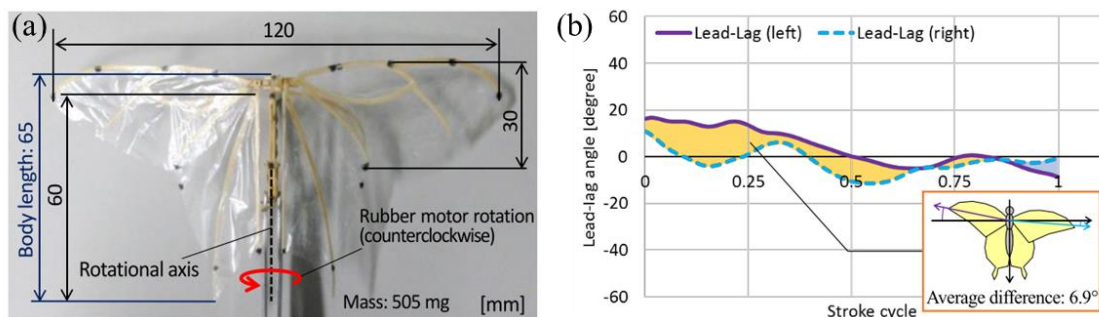


圖 2-20 (a)仿蝴蝶拍撲機構與(b)向右轉彎時左右翅掃掠角變化 (Ozawa *et al.*, 2018)

Henningsson & Johansson (2021)將蝴蝶置於風洞中，使用層析粒子影像測速法 (tomographic particle image velocimetry, Tomo-PIV))觀測蝴蝶起飛時傾斜轉彎的飛行動態，研究認為蝴蝶亦使用向量導引的方式進行轉彎，然而外側翅膀所產生額外的阻力會產生與轉彎方向逆向的偏航力矩，而導致推力與飛行方向不同向，使轉彎半徑增大而降低轉彎表現。固定翼和鳥類可透過尾翼調整抵銷此力矩，然蝴蝶並不具有尾翼，勢必有另一機制與之抗衡。

作者進一步指出上述逆偏航的現象在上拍階段更為顯著，主要原因如下所述：解決逆偏航效應有兩種方式，一為增加外翅推力，另一則是增加內翅阻力以抵銷力矩，然而當上拍時內翅相較於外翅有較低飛行速度，當兩翅以同樣拍翅速度進行上拍時，內翅相對有更高來流速度使推力增加，反而提高逆偏航的效應。相對地，下拍時，內翅相對有更高來流速度使推力增加，反而提高逆偏航的效應。相對地，下拍時外翅產生較大的升力而產生額外的滾轉力矩，為抵銷此力矩，作者觀察到內翅透過提高攻角以提升升力，然而內翅也隨之產生外型阻力(profile drag)，進而減輕逆偏航的現象，以上機制可整理如圖 2-21 所示，以綠色外框標示解決逆偏航效應機制，橘色外框標示抵銷滾轉力矩機制。

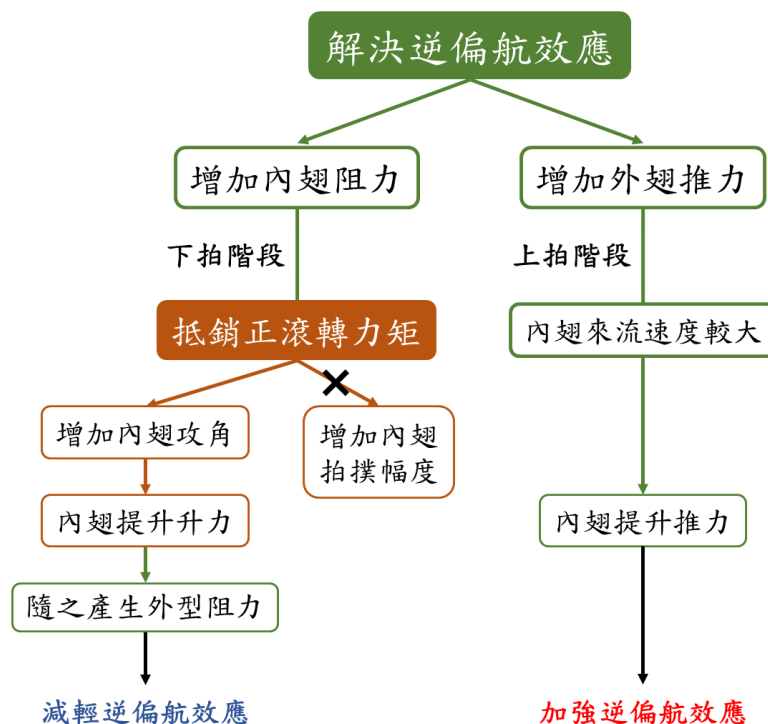


圖 2-21 Henningsson & Johansson (2021)解決逆偏航效應力學機制



傾斜轉彎之渦旋結構圖如圖 2-22 所示，蝴蝶由右向左飛行，轉彎方向為右邊，標記上下拍虛線為與空氣動力向垂直，可以發現上拍產生空氣動力偏向軌跡左側，與轉彎所需向心力方向相反，而使轉彎程度降低。

此研究對於力學有詳盡的分析，但並沒有提到蝴蝶身體姿態和翅膀動作對飛行的影響，對於轉彎飛行兩翅所產生的流場結構亦無深入描述。

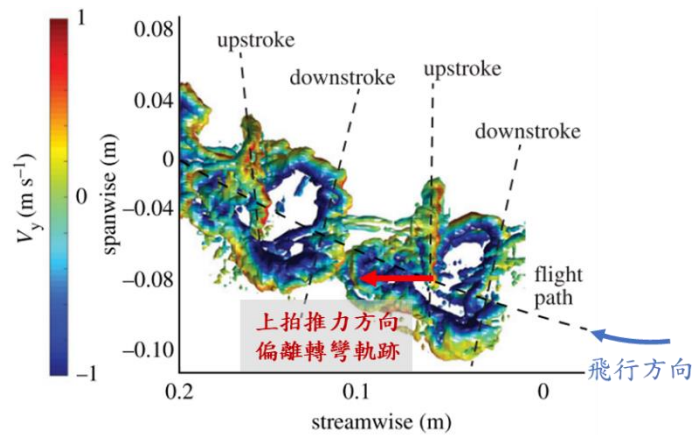


圖 2-22 蝴蝶傾斜轉彎之渦旋等位面上視圖 (Henningsson & Johansson, 2021)

2-4 研究動機

綜合本章所述，飛行生物以翅膀拍撲方式達到的高操控性飛行為設計微飛行器極佳的參考原型；然而對於同屬高操控性飛行之轉彎飛行動態，過去研究主要聚焦於高拍撲頻率和 high aspect ratio 翅膀的昆蟲如蚊蠅類和蜻蜓豆娘等，此類昆蟲之共通點為以拍撲速度和攻角的變換作為轉彎時所採取的翅膀動作。相對於此，蝴蝶具較低之拍撲頻率和 low aspect ratio 翅膀亦可達到高機動性的飛行動態，其應用於轉彎之飛行模式勢必與前述昆蟲物種有所不同，而值得深入探討。另一方面，對於生物的轉彎飛行多以翅膀動作與力學分析等角度投入研究，鮮有研究針對轉彎過程中不對稱動作所產生之流場結構深入詮釋，此情況於蝴蝶物種相關研究上亦是。而蝴蝶如何在缺乏尾翼的條件下，在單一拍撲週期維持偏航和滾轉姿態的穩定性，何謂蝴蝶轉彎過程的重要飛行參數，須進一步進行歸納分析。綜上所述，蝴蝶轉彎之飛行動態、空氣動力學與流場機制之間關係尚未明朗，仍需進一步釐清，遂成為本文的研究動機。

對於蝴蝶轉彎飛行的相關研究通常採用仿拍撲機構和粒子影像測速法為研究方法，而數值模擬也是研究拍撲翼飛行的重要研究方法，然前人建立翅膀物理模型時多將前後翅視為同一剛體，而忽略前翅掃掠動作，但此動作在轉彎飛行中尤為明顯。因此本研究各別定義將前後翅物理模型，以此建立蝴蝶三維運動之數值模擬，以身體姿態和翅膀動作建構飛行動態，由空氣動力學探討渦漩結構對轉彎飛行之影響，歸納背後之流場機制，期盼未來應用於微飛行器的設計與開發。



第三章 研究方法

本研究探討蝴蝶身體姿態與左右翅膀的不對稱動作對轉彎軌跡與空氣動力的影響，透過調控左右翅膀的拍撲和偏移幅度，比較蝴蝶轉彎時的飛行表現。本章分為共三部分。第一部分說明以大白斑蝶(*Idea leuconoe*)為研究對象的生物實驗，使用高速攝影機觀察蝴蝶轉彎時的飛行動態，利用標點軟體建立蝴蝶各特徵點之三維座標，以此計算身體姿態與左右翅膀之動作。第二部分整合實驗中的物理參數，使用因次分析定義出無因次化參數，利於對流場結果進行分析。第三部分建立之數值模擬之物理模型，以數值方法和自定義函數計算蝴蝶轉彎飛行的流場結構與空氣動力。圖 3-1 為本章架構圖。

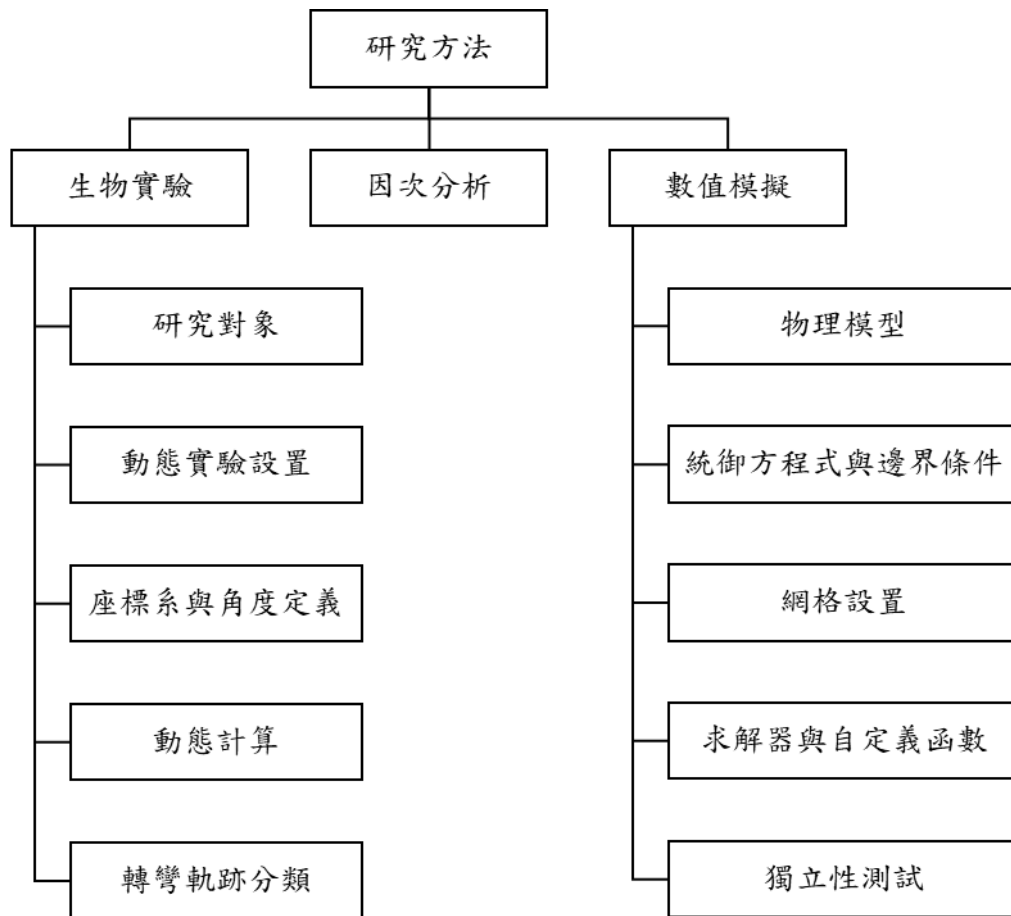


圖 3-1 研究方法架構圖



3-1 生物實驗

3-1.1 研究對象

本研究以台灣常見物種—大白斑蝶為研究對象。大白斑蝶為蛺蝶科 (Nymphalidae) 下斑蝶亞科 (Danainae) 中的一種大型斑蝶；臺灣分布兩種亞種，分別為臺灣亞種和綠島亞種。一年四季皆有成蟲，因飼養容易，大量被蝴蝶園所飼養。大白斑蝶外觀和分類階層如圖 3-2 所示。

相較於其他種蝴蝶，大白斑蝶的飛行速度緩慢，拍撲頻率較低，利於觀察飛行動態。大白斑蝶左右翅展介於 110 至 140 毫米之間，為台灣最大的斑蝶；翅膀以白色為底色，靠近翅膀根部為淡黃色，翅上黑色翅脈紋列明顯，有助於在兩翅上標註特徵點，適合作為本研究的實驗對象。

界	動物界 Animalia
門	節肢動物門 Arthropoda
綱	昆蟲綱 Insecta
目	鱗翅目 Lepidoptera
科	蛺蝶科 Nymphalidae
亞科	斑蝶亞科 Danainae
屬	白斑蝶屬 <i>Idea</i>
種	大白斑蝶 <i>leuconoe</i>



圖 3-2 大白斑蝶分類階層與成蟲上視圖

本研究的有效實驗樣本數為 5 隻 ($N=5$)，於左後翅編號，記錄各樣本之質量和尺寸，將身體分為頭胸部和腹部，左右兩翅各分為前後翅進行量測。質量以電子精密秤進行測量，精確度為 10^{-4} 公克，實驗樣本各部位質量如表 3-1 所示。每部位測量三次取平均後，再計算五隻樣本的平均數 (mean value) 與母體標準差 (population standard deviation, SD)，以建立數值模擬的物理模型。

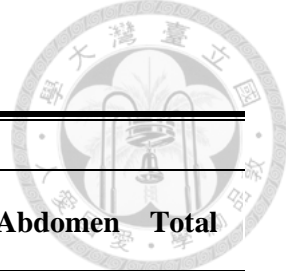


表 3-1 實驗樣本之各部位質量

Mass (Unit: g)							
No.	Left		Right		Head thorax	Abdomen	Total
	Forewing	Hindwing	Forewing	Hindwing			
1	0.0122	0.0101	0.0120	0.0097	0.0857	0.1426	0.2723
2	0.0141	0.0109	0.0143	0.0109	0.0618	0.1056	0.2176
3	0.0241	0.0186	0.0230	0.0178	0.1675	0.3213	0.5723
4	0.0159	0.0133	0.0171	0.0130	0.1251	0.1880	0.3724
5	0.0222	0.0173	0.0221	0.0172	0.1852	0.3823	0.6463
Average	0.0177	0.0140	0.0177	0.0137	0.1251	0.2279	0.4162
Standard deviation	0.0046	0.0034	0.0043	0.0033	0.0468	0.1062	0.1669
Mass ratio (%)	4.25	3.38	4.25	3.30	30.05	54.77	100.00
		15.18					

尺寸測量使用 SOLIDWORKS 2019 繪圖軟體，將樣本上視圖匯入軟體後重新描繪，根據樣本旁所放置之校正尺計算真實樣本尺寸。尺寸量測結果如表 3-2 至表 3-4 所示；表 3-3 是以前後翅為同片翅膀計算之尺寸，表 3-4 則為前後翅各自面積。

表 3-2 實驗樣本之身體尺寸

Dimensions of Body (Unit: mm)				
No.	Head-thorax		Abdomen	
	Length	Diameter	Length	Diameter
1	12.85	5.82	23.98	3.77
2	13.28	5.71	19.86	3.78
3	15.90	6.25	31.58	5.01
4	13.96	5.57	26.52	4.10
5	15.08	6.43	29.62	5.33
Average	14.21	5.96	26.31	4.40
Standard deviation	1.13	0.33	4.14	0.65

表 3-3 實驗樣本之翅膀尺寸(前後翅共同計算)

Dimensions of Whole Wing							
No.	Area (mm ²)		Average chord (mm)		Aspect ratio		Span (mm)
	Left	Right	Left	Right	Left	Right	
1	2048.31	1998.38	34.66	33.82	1.70	1.75	59.09
2	2067.48	1994.18	34.49	33.26	1.74	1.80	59.95
3	2742.26	2873.87	39.39	41.28	1.77	1.69	69.62
4	2335.50	2354.39	37.03	37.33	1.70	1.69	63.07
5	2522.90	2667.31	37.60	39.75	1.78	1.69	67.10
Average	2343.29	2377.63	36.63	37.09	1.74	1.72	63.77
Standard deviation	266.30	352.58	1.85	3.16	0.03	0.05	4.06

表 3-4 實驗樣本之前後翅面積(前後翅分開計算)

Area of Separated Wings (Unit: mm ²)				
No.	Forewing		Hindwing	
	Left	Right	Left	Right
1	1097.29	1292.41	1099.31	1249.67
2	1223.17	1308.08	1217.86	1300.27
3	1537.95	1707.17	1462.48	1635.96
4	1276.71	1427.10	1291.50	1378.84
5	1480.90	1592.77	1419.62	1474.94
Average	1394.36		1353.05	
Standard deviation	177.66		145.56	

3-1.2 動態實驗設置

本實驗使用三台高速攝影機同步進行蝴蝶動態拍攝，光學桌上放置 120 × 90 × 110 cm³的透明壓克力箱作為觀測箱，將三台高速攝影機架設在觀測箱外；為同

時觀測到身體和兩翅上之特徵點，兩台攝影機架設在觀測箱兩側上方，第三台攝影機則架設在預定轉彎軌跡之內側，確保每一時刻各特徵點至少被兩台高速攝影機所記錄，以此計算特徵點之三維位置。在觀測箱兩側各架設一光源，以提供攝影機足夠亮度記錄動態，另一方面利用蝴蝶的趨光性，透過光源擺放位置和亮度差異使蝴蝶改變飛行方向。圖 3-3 和圖 3-4 為實驗架設圖，以拍攝蝴蝶向右轉彎為例，於觀測箱前方左側釋放蝴蝶，兩光源各放置在前方左側和後方右側，第三台攝影機則設置在觀測箱前方右側，欲拍攝向左轉彎動態，蝴蝶釋放位置和攝影機與光源架設位置則須左右對調。

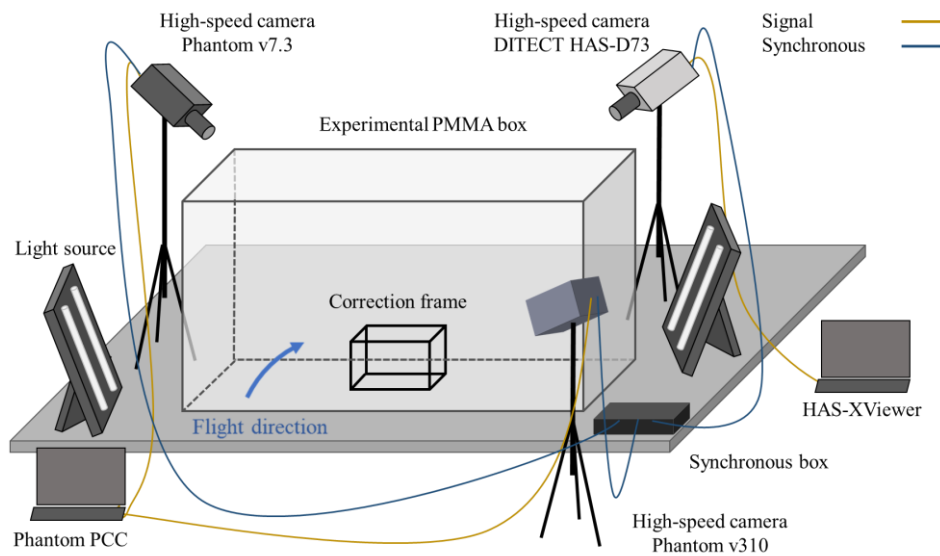


圖 3-3 實驗設置示意圖

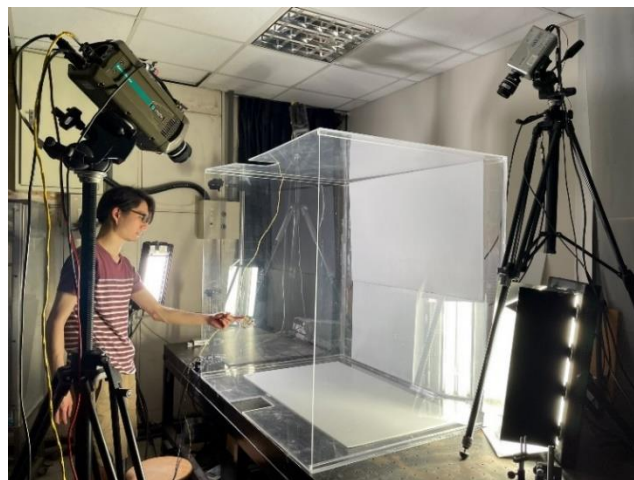


圖 3-4 動態實驗架設

三台高速攝影機分別為 Phantom v7.3、Phantom v310 和 DITECT HAS-D73，規格如表 3-5 和表 3-6 所示，外觀如圖 3-5 和圖 3-6 所示。在拍攝動態前放置校正框，利用框上 $20 \times 20 \times 20 \text{ cm}^3$ 正方體的八個校正點計算空間中的三維座標，調整攝影機焦距和光圈後儲存校正照片。本實驗設定取樣率為 1000 fps，Phantom v7.3 解析度為 $800 \times 600 \text{ pixel}$ ，Phantom v310 解析度為 $1024 \times 768 \text{ pixel}$ ，DITECT HAS-D73 解析度為 $1280 \times 1028 \text{ pixel}$ 。

表 3-5 高速攝影機規格(Phantom)

Camera type	Phantom v7.3 high-speed CMOS camera	Phantom v310 high-speed CMOS camera
Resolution	800×600 pixel at 6688 fps	1280×800 pixel at 3250 fps
Max. frame rate	190476 fps	500000 fps
Pixel size	22 μm	20 μm
Sensitivity	ISO 4800 (mono), 1200 (color)	ISO 7000 (mono), 2100 (color)
Shutter	Global electronic shutter	Global electronic shutter
Exposure mode	Extreme Dynamic Range (EDR)	Extreme Dynamic Range (EDR)
Lens	Vivitar 28-105 mm macro lens	Nikon NIKKOR 50mm F1.2 Ai-S
Lens mount	G-mount, F-mount, PL-mount	F-mount
Sensor aspect ratio	4 : 3	8 : 5
Storage capacity	16 GB	16 GB
Software	Phantom PCC	Phantom PCC

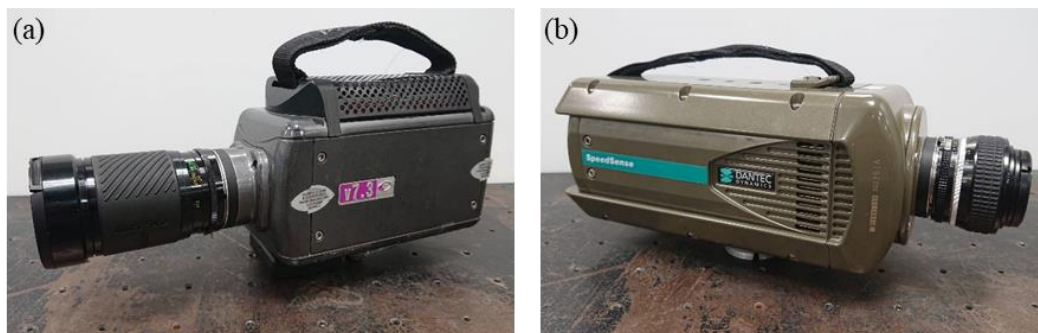


圖 3-5 高速攝影機。(a) Phantom v7.3 與(b) Phantom v310。



表 3-6 高速攝影機規格(DITECT)

Camera type	DITECT HAS-D73 digital high-speed camera
Resolution	1280×1028 pixel at 2000 fps
Max. frame rate	15000 fps
Sensor format	2.54 cm (1 inch)
Sensitivity	20 V/lx.s
Shutter speed	Minimum 1μs shutter
Lens	Nikon zoom-NIKKOR 28-50mm F3.5 Ai-S
Lens mount	C-mount
Storage capacity	8 GB
Software	HAS-XViewer



圖 3-6 高速攝影機 DITECT HAS-D73

3-1.3 座標系與角度定義

本研究定義六個座標系，將動態實驗之絕對座標系轉換為數值模擬所使用之相對座標系(relative coordinate)，分別為實驗室座標系($X_e Y_e Z_e$)、身體座標系($x_b y_b z_b$)、左後翅座標系($x_{lw} y_{lw} z_{lw}$)、左前翅座標系($x_{lfw} y_{lfw} z_{lfw}$)、右後翅座標系($x_{rw} y_{rw} z_{rw}$)與右前翅座標系($x_{rfw} y_{rfw} z_{rfw}$)。

實驗室座標系為固定於地面上之絕對座標系，因每組數據之絕對位置皆不同，為了統一座標，定義 X_e 軸為每組數據初始時刻之切線速度(tangential velocity)向量

投影於地面的方向， Y_e 軸為空間上方，而 Z_e 為初始軌跡之法向。身體座標系為身體上之參考座標系，實驗室座標系以胸部中點為基準點，依序以 Y_e 、 Z_e 和 X_e 軸為旋轉軸，旋轉偏航角(yaw angle, β)、俯仰角(pitch angle, θ)和滾轉角(roll angle, γ)； x_b 為胸部中點點往頭部方向，稱為身體軸， y_b 為垂直身體軸之蝴蝶背側方向， z_b 則為垂直身體軸之蝴蝶右側方向，圖 3-7 為身體座標系與身體角度之定義。

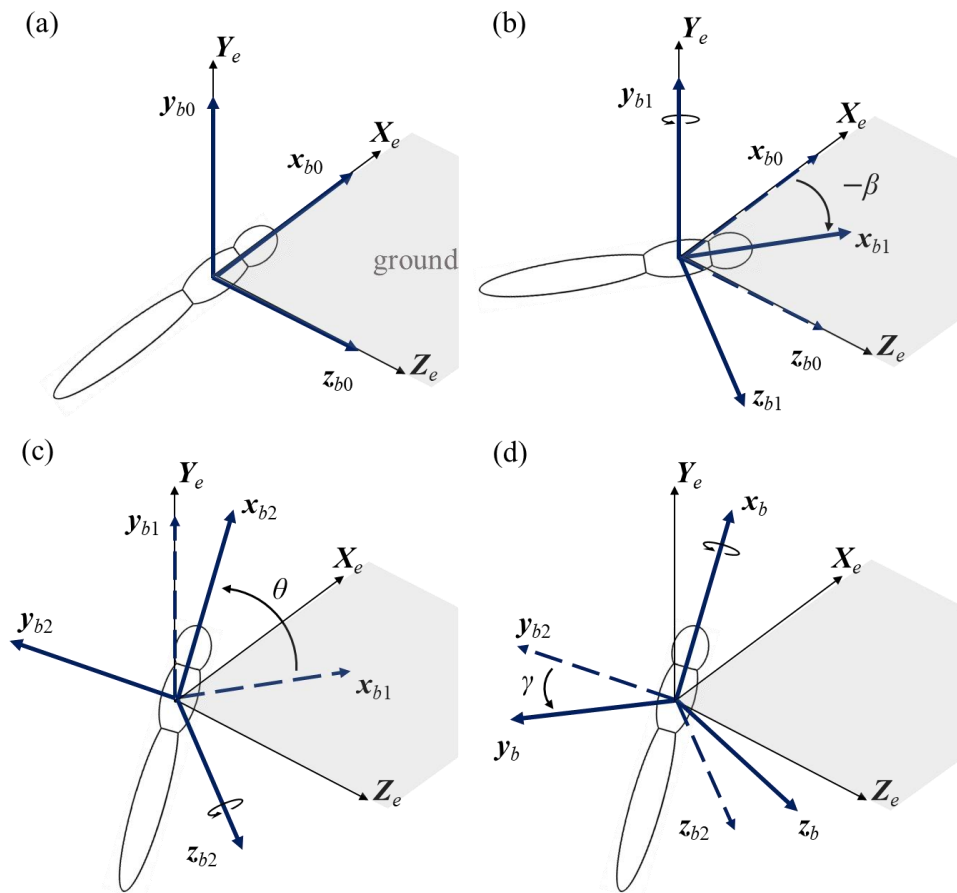


圖 3-7 身體座標系定義。(a)實驗室座標、(b)偏航角、(c)俯仰角與(d)滾轉角。

翅膀座標系為翅膀上之參考座標系，以右後翅座標系為例，身體座標系以右翼根為基準點，依序以 x_b 、 y_b 和 z_b 為旋轉軸，旋轉拍撲角(flapping angle, ϕ)、掃掠角(sweeping angle, ψ)和旋轉角(rotation angle, α)， x_{rw} 為右翅弦向，由翼後緣往翼前緣方向為正， y_{rw} 為右側翅膀上平面法向， z_{rw} 為右翅展向，身體往右翼尖方向為正。左翅座標系則以左翼根為基準點，旋轉軸與右翅座標系相同，但拍撲角和掃掠角定義之旋轉方向與右翅座標系相反，圖 3-8 為翅膀座標系與翅膀角度之定義。

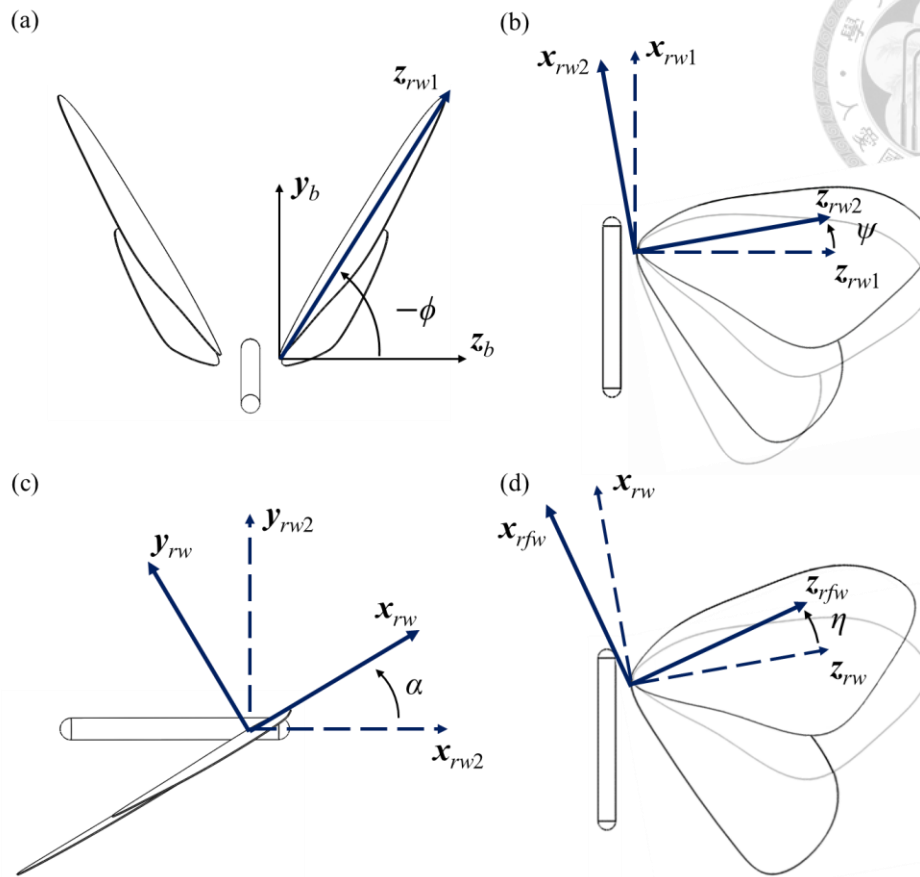
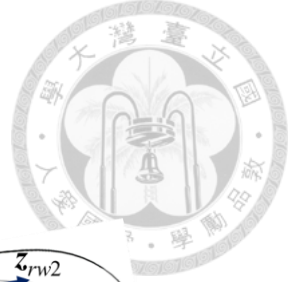


圖 3-8 翅膀座標系定義。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)前翅偏移角。

本研究觀察到蝴蝶於轉彎飛行前翅相對於後翅的掃掠動作，因此各別定義前後翅座標系，為避免與後翅掃掠角產生混淆，本研究以前翅偏移角 (forewing-deviation angle, η) 定義前翅相對於後翅掃掠動作。前後翅共同以拍撲、掃掠和旋轉角進行座標轉換後，前翅再以翅膀平面法向量為旋轉軸進行旋轉。

各座標系之間的轉換可以旋轉矩陣表示，實驗室座標系與身體座標系之間的旋轉矩陣寫為 \mathbf{R}_b (式(3-1))，身體座標系與後翅座標系之間的旋轉矩陣寫為 \mathbf{R}_w (式(3-2))，而後翅座標系與前翅座標系之間的旋轉矩陣寫為 \mathbf{R}_{fw} (式(3-3))。空間中一個固定的向量 \mathbf{v} 若要以不同座標系表示須經過旋轉矩陣轉換，向量 \mathbf{v} 下標 e 、 b 、 w 和 fw 分別代表以實驗室座標系、身體座標系、後翅座標系和前翅座標系表示之向量；而旋轉矩陣 \mathbf{R} 下標之 x 、 y 和 z 則代表該旋轉矩陣之旋轉軸。



$$\begin{aligned}
 [\mathbf{R}_b] &= [\mathbf{R}_{Y_e}][\mathbf{R}_{Z_e}][\mathbf{R}_{X_e}] \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \theta & \sin \beta \sin \gamma - \cos \beta \sin \theta \cos \gamma & \sin \beta \cos \gamma + \cos \beta \sin \theta \sin \gamma \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \gamma & -\cos \theta \sin \gamma \\ -\sin \beta \cos \theta & \cos \beta \sin \gamma + \sin \beta \sin \theta \cos \gamma & \cos \beta \cos \gamma - \sin \beta \sin \theta \sin \gamma \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3-1}$$

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{R}_w] &= [\mathbf{R}_{x_b}][\mathbf{R}_{y_b}][\mathbf{R}_{z_b}] \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \alpha & -\cos \psi \sin \alpha & \sin \psi \\ \cos \phi \sin \alpha + \sin \phi \sin \psi \cos \alpha & \cos \phi \cos \alpha - \sin \phi \sin \psi \sin \alpha & -\sin \phi \cos \psi \\ \sin \phi \sin \alpha - \cos \phi \sin \psi \cos \alpha & \sin \phi \cos \alpha + \cos \phi \sin \psi \sin \alpha & \cos \phi \cos \psi \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3-2}$$

$$[\mathbf{R}_{fw}] = [\mathbf{R}_{y_w}] = \begin{bmatrix} \cos \eta & 0 & \sin \eta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \eta & 0 & \cos \eta \end{bmatrix} \tag{3-3}$$

$$[\mathbf{v}]_w = [\mathbf{R}_{fw}][\mathbf{v}]_{fw} \tag{3-4}$$

$$[\mathbf{v}]_b = [\mathbf{R}_w][\mathbf{v}]_w = [\mathbf{R}_w][\mathbf{R}_{fw}][\mathbf{v}]_{fw} \tag{3-5}$$

$$[\mathbf{v}]_e = [\mathbf{R}_b][\mathbf{v}]_b = [\mathbf{R}_b][\mathbf{R}_w][\mathbf{v}]_w = [\mathbf{R}_b][\mathbf{R}_w][\mathbf{R}_{fw}][\mathbf{v}]_{fw} \tag{3-6}$$

3-1.4 動態計算

將動態實驗三台攝影機所記錄的影片匯入 DIPP-Motion 標點軟體，並配合由校正框所定位的三維座標，於三部影片中標記特徵點，使用軟體計算蝴蝶上各特徵點於空間下之三維位置，以此獲得各特徵點之移動軌跡。

本實驗共標記九個特徵點，身體分別標記頭部、胸部中點與腹部尾端，左右翅膀分別標記翼根、前翼翼尖與後翼翼後緣，特徵點實際位置如圖 3-9 所示。

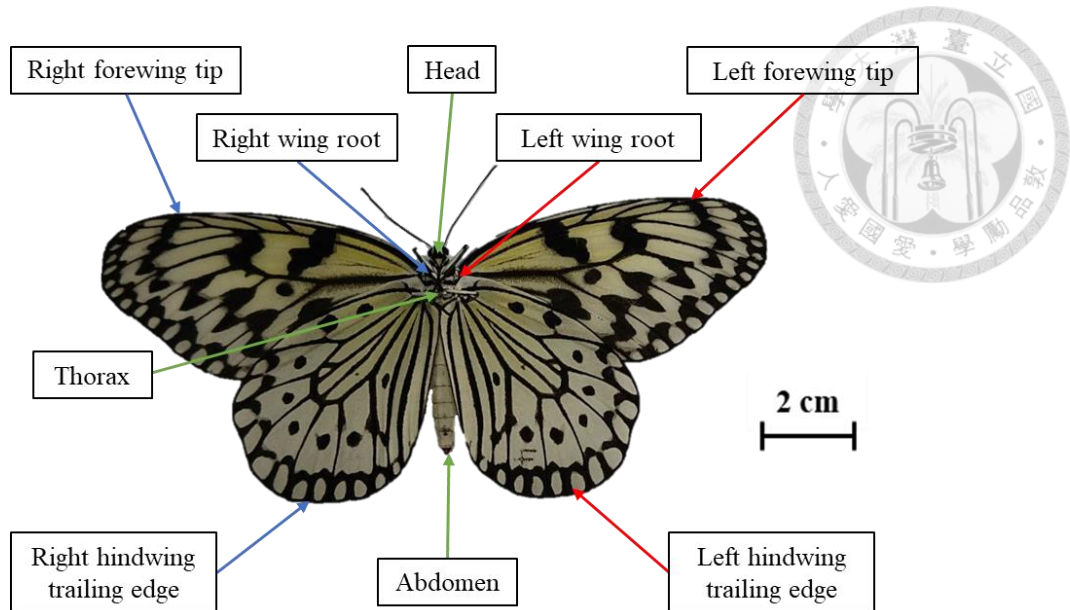


圖 3-9 標記特徵點位置

計算各特徵點於實驗室座標之絕對位置後即可計算各點之間向量關係。首先將各飛行動態轉至以切線速度方向定義之實驗室座標，以初始時刻和第二時刻之胸部中點位置計算初始切線速度向量，將此向量投影至地面，並定義此投影向量為實驗室座標前方 X_e ， Y_e 為上方，將 X_e 對 Y_e 外積後，可得初始軌跡之法向，即右側向量，如此便能使各動態轉移之相同座標系比較。

建立實驗室座標後，定義身體上向量以建立身體座標系，胸部中點往頭部方向為身體向量，即本章 3-1.3 小節中定義之身體軸 x_b 。將兩翼根視為身體上之固定位置，右翼根往左翼根方向定義為翼根向量，將身體向量與翼根向量外積，得蝴蝶身體背側向量 y_b 。再將身體向量對背側向量外積，可得蝴蝶右側向量 z_b ，以此建立身體上之相對座標系。腹部於胸腹節點與身體相連，定義腹部尾端往胸腹節點方向為腹部向量。翅膀上定義翼根往前翼尖方向為翼尖向量，翼根往後翼翼後緣方向為翼後緣向量，將翼後緣向量對翼尖向量作外積，可得翅膀平面法向量 y_w ，特別注意左翅則需將翼尖向量對翼後緣向量作外積，才可得到左翅上表面之法向量。翼後緣向量為翅膀平面上之向量，將此向量以 y_w 為軸旋轉 -23.67 度後定義為 $-x_w$ 軸，並將 x_w 對 y_w 外積後，得另一位於翅膀平面上之翅膀向量 z_w 。上述定義 x_w 過程為使旋轉角之旋轉軸與身體右側平行，翼後緣旋轉角度由樣本量測，如表 3-7 所示。

表 3-7 翼後緣向量旋轉角度

No.	Angle of Hindwing Vector (Unit: deg)					Average	Standard deviation
	1	2	3	4	5		
right	23.38	24.92	25.62	20.22	25.62	23.67	1.77
left	24.92	20.81	24.00	23.28	23.95		

定義出實驗室、身體與翅膀向量後，根據向量間角度關係計算身體和翅膀的動作函數；在對兩向量取內積前，須先將各向量轉為單位向量，使所求內積值為角度餘弦值，如此才可進一步使用反餘弦函數計算角度。

身體動作函數依照座標系轉換方式依序為偏航角、俯仰角與滾轉角。將 x_b 投影至 XZ_e 平面之向量定義為偏航向量，將 Z_e 對偏航單位向量內積，取反餘弦值後扣除 90 度即為偏航角度。偏航角之意義為身體於地面投影向量與初始切線速度投影向量之夾角，偏航角為負時代表身體相較於切線速度向右偏航。俯仰角為 x_b 與 XZ_e 平面之夾角，將 x_b 對 Y_e 內積，取反餘弦值後以 90 度扣除即為俯仰角度，俯仰角為正時代表身體相對於水平面上仰。滾轉角為身體以 x_b 旋轉軸之旋轉角度，定義偏航向量對 x_b 外積之向量為身體右側與 XZ_e 平面平行之身體參考向量，將身體參考向量對 y_b 內積，取反餘弦值後以 90 度扣除即為滾轉角度，滾轉角為正時代表身體以 x_b 為旋轉軸順時針旋轉，此時身體向右傾斜。

翅膀動作函數為拍撲角、掃掠角與旋轉角，因翅膀動作是建立在身體座標系上，向量須以此座標系作投影。拍撲角先以 z_w 與身體軸 x_b 內積後乘以單位向量 x_b ，再以 z_w 扣除，便可得到掃掠前 z_w 之投影向量，以此向量與身體背側向量 y_b 作內積，取反餘弦值後扣除 90 度即為拍撲角度，拍撲角為負時代表翅膀位於身體 xz_e 平面上方。掃掠角相對計算上則較為容易，以 z_w 與對身體軸 x_b 作內積，取反餘弦值後以 90 度扣除即為掃掠角度，掃掠角為正時代表前後翅共同向前掃掠。以 z_w 之投影向量對 z_w 作外積，可得計算旋轉動作前之參考向量，以此參考向量對 x_w 作內積，取反餘弦值後以 90 度扣除即為旋轉角度，旋轉角為正時代表翅膀向上仰。



前翅偏移角為接續上述翅膀動作所建立，翼尖向量和翼後緣向量皆位於翅膀平面上，以翼尖向量與翅膀 x_w 內積，取反餘弦值後以 90 度扣除即得前翅偏移角。偏移角為正時代表前翅相對於後翅向前偏移。

前述四個翅膀動作函數對於左右翅膀之計算方式相同，唯在如外積等具方向性之操作時須考慮方向；另如同定義，除旋轉角，拍撲角、掃掠角與旋轉角於左右翅之旋轉方向相反，左翅動作如同對右翅作鏡射。將每組動態所計算之動作函數對無因次時間(normalized time)作圖，可得每一拍撲週期下之角度變化，使用傅立葉三階級數對動作函數作曲線擬合，在數值模擬中輸入預定動作函數。

3-1.5 轉彎軌跡分類

如 3-1.4 小節所述，在比較各飛行動態之轉彎程度前，先統一轉換至由各自初始切線速度向量所建立之實驗室座標系，並將三維位置投影至地面，以 XY_e 位置進行轉彎程度分類。然而蝴蝶轉彎過程之軌跡並非圓弧，而會有左右偏移的 S 型，難以直接估算轉彎半徑，因此本研究以最小平方方法(least square method, LSM)計算擬合圓，繪製最能代表該軌跡之近似圓，並計算圓半徑。本研究假設相近轉彎半徑之飛行動態具相似身體姿態和翅膀動作，而針對相近半徑區間之軌跡進行動態計算。本小節將介紹本研究所使用之擬合圓方法。

Kåsa 擬合圓方法

根據一般圓的定義，圓的標準式可寫為：

$$(x - A)^2 + (y - B)^2 = x^2 + y^2 - 2Ax - 2By + A^2 + B^2 = R^2 \quad (3-7)$$

其中 (A, B) 為圓心位置， R 為圓半徑，若將式(3-7)展開，則可寫成圓的一般式：

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \quad (3-8)$$

可以觀察式(3-7)和式(3-8)兩式中係數，整理如式(3-9)和式(3-10)所示。

$$a = -2A, b = -2B, c = A^2 + B^2 - R^2 \quad (3-9)$$

$$A = -\frac{a}{2}, B = -\frac{b}{2}, R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} \quad (3-10)$$



若有一平面上散布之數據點，如本研究投影至地面之軌跡位置，各點至圓心的距離可以 h_i 表示，而此距離與圓半徑之誤差則可寫為 e_i ，整體誤差平方和則可寫為 $f(a, b, c)$ ，三者定義如式(3-11)至(3-13)所示。

$$h_i^2 = (X_i - A)^2 + (Y_i - B)^2 \quad (3-11)$$

$$e_i = h_i^2 - R^2 = X_i^2 + Y_i^2 + aX_i + bY_i + c \quad (3-12)$$

$$f(a, b, c) = \sum e_i^2 = \sum (X_i^2 + Y_i^2 + aX_i + bY_i + c)^2 \quad (3-13)$$

若欲計算與此數據最相近之擬合圓，則須求目標函數 $f(a, b, c)$ 之最小值以及此時之係數 a 、 b 、 c 。由於 f 定義為各點誤差之平方和，因此 f 函數值必定大於等於0。將 f 分別對係數 a 、 b 、 c 取偏微分值为0，三式可寫成聯立線性方程式，以求 f 之最小值；將求得之係數 a 、 b 、 c 代回至式(3-10)，則可得擬合圓之圓心位置 (A, B) 和半徑 (R) 。

上述即為最常見之擬合圓方法(Kåsa, 1976)，此方法計算簡單，可快速得到圓心位置之估計值；然而，此方法若運用於較短之圓弧而並非完整圓形軌跡，或是誤差值較大如同蝴蝶不規則之飛行軌跡，使用 Kåsa 擬合圓方法會近似出較小之擬合圓半徑，後續學者便透過修正目標函數，以降低估計誤差。

Pratt 擬合圓方法

Pratt (1987)所提出的擬合圓方法與 Kåsa 類似，然而 Pratt 對於圓一般式的定義卻不同，在二次項前新增一係數而改寫為：

$$a(x^2 + y^2) + bx + cy + d = 0 \quad (3-14)$$

此時係數 a 、 b 、 c 、 d 與圓心位置和半徑之關係則轉換為：

$$A = -\frac{b}{2a}, B = -\frac{c}{2a}, R = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 4ad}}{2a} \quad (3-15)$$

另一方面，由於半徑大小與圓弧長度會影響擬合圓估計的準確性，Pratt 擬合圓方法亦透過修正目標函數，將原本函數(式(3-13))除以兩倍半徑之平方，消除半徑對擬合圓的影響；目標函數則可改寫為 $g(a, b, c, d)$ ，如式(3-16)所示



$$g(a, b, c, d) = \frac{\sum e_i^2}{(2R)^2} = \frac{\sum [(X_i - A)^2 + (Y_i - B)^2 - R^2]^2}{(2R)^2} \quad (3-16)$$

$$= \frac{\sum [a(X_i^2 + Y_i^2) + bX_i + cY_i + d]^2}{b^2 + c^2 - 4ad}$$

Pratt 圓擬合方法以 $b^2 + c^2 - 4ad = 1$ 作為約束條件，對於目標函數 g 進行後續對於係數 a 、 b 、 c 、 d 之偏微推導；同樣由偏微分值为 0 之係數，求得目標函數最小值，以此得到更準確之擬合圓估計。綜合以上，本研究便選擇以 Pratt 圓擬合方法作為轉彎軌跡之初步分類方法。

本研究共拍攝 36 組轉彎動態數據 ($m = 36$)，圖 3-10 為以 Pratt 方法計算各動態擬合圓之結果，因蝴蝶樣本平均身體長度接近 4 公分，以此長度建立轉彎半徑之區間，並以顏色標記與各區間平均半徑相近之飛行軌跡。圖 3-11 則為轉彎半徑下直方圖 (Histogram)，轉彎半徑主要分布於 4 至 12 公分之間，即 1 至 3 倍身體長度。

X-Z Trajectories ($m = 36$)

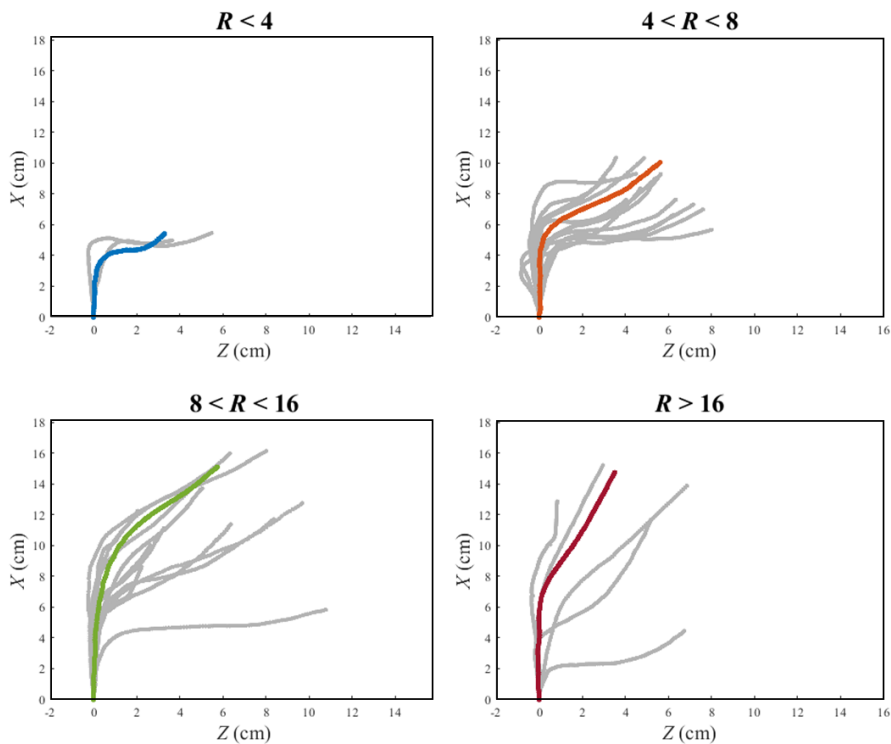


圖 3-10 轉彎軌跡分類圖

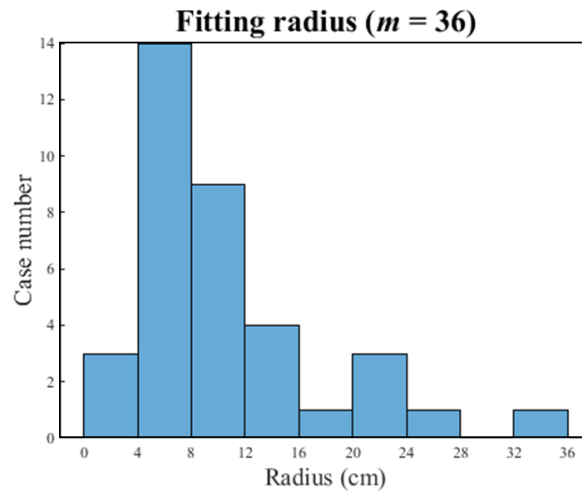


圖 3-11 擬合圓半徑直方圖

3-2 因次分析

蝴蝶飛行涉及多項物理參數，對於流體力學研究須先透過因次分析 (dimensional analysis) 整合各物理參數的因次，以建立無因次參數 (dimensionless parameter)。在設計研究方法時，可以更方便地對於特定輸入參數進行調整，並透過各無因次參數所蘊含之物理意義進行結果分析。

本研究關注於蝴蝶之轉彎飛行動態，以飛行參數、翅膀尺寸、身體姿態和左右翅膀動作為輸入參數，並以質心速度、力、力矩和功率為輸出參數。參數列表如表 3-8 和表 3-9 所示，其中飛行速度以實驗室座標表示，並分別使用水平切線速度方向、垂直方向和法向表示力的分量，力矩則以身體座標系建立。

表 3-8 輸出參數列表

Output Parameters					
Parameter	Symbol	Dimension	Parameter	Symbol	Dimension
向前飛行速度	v_X	LT^{-1}	法向力	F_C	MLT^{-2}
垂直飛行速度	v_Y	LT^{-1}	滾轉力矩	M_{x_b}	ML^2T^{-2}
側向飛行速度	v_Z	LT^{-1}	偏航力矩	M_{y_b}	ML^2T^{-2}
推進力	F_T	MLT^{-2}	俯仰力矩	M_{z_b}	ML^2T^{-2}
垂直力	F_V	MLT^{-2}	功率	P	ML^2T^{-3}

表 3-9 輸入參數列表

Input Parameters					
Parameter	Symbol	Dimension	Parameter	Symbol	Dimension
流體密度	ρ	ML^{-3}	左翅拍撲角	ϕ_{lw}	1
黏滯係數	μ	$ML^{-1}T^{-1}$	左翅掃掠角	ψ_{lw}	1
時間	t	T	左翅旋轉角	α_{lw}	1
拍撲頻率	f	T^{-1}	左翅偏移角	η_{lw}	1
初始展長	S_0	L	右翅拍撲角	ϕ_{rw}	1
初始平均弦	\bar{c}_0	L	右翅掃掠角	ψ_{rw}	1
偏航角	β	1	右翅旋轉角	α_{rw}	1
俯仰角	θ	1	左翅偏移角	η_{rw}	1
滾轉角	γ	1			

以白金漢 Π 定理繼續進行因次分析，本研究所列出之共 17 個輸入參數，並可以 3 個獨立因次組成，因此可得共 14 個之無因次參數，如表 3-10 所示。

表 3-10 無因次輸入參數列表

Dimensionless Parameters					
Parameter	Symbol	Definition	Parameter	Symbol	Definition
Π_1	Re_c	$\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}$	Π_8	ψ_{lw}	ψ_{lw}
Π_2	t^*	ft	Π_9	α_{lw}	α_{lw}
Π_3	AR_0	$\frac{S_0}{\bar{c}_0}$	Π_{10}	η_{lw}	η_{lw}
Π_4	β	β	Π_{11}	ϕ_{rw}	ϕ_{rw}
Π_5	θ	θ	Π_{12}	ψ_{rw}	ψ_{rw}
Π_6	γ	γ	Π_{13}	α_{rw}	α_{rw}
Π_7	ϕ_{lw}	ϕ_{lw}	Π_{14}	η_{rw}	η_{rw}

無因次輸入參數中， Re_c 是以平均弦為特徵長度之雷諾數，而 $\Delta\phi$ 為拍翅振幅，並定義此振幅為拍撲角之峰對峰值， $2\Delta\phi S_0 f$ 則是平均翼尖速度(v_{tip})，為蝴蝶飛行的特徵速度。 t^* 為無因次時間，亦可以頻率之倒數即拍撲週期(T)計算；初始展弦比 AR_0 為初始展長與平均弦之比值，是代表翅膀尺寸的重要參數。由 Π_4 至 Π_{14} 可以發現各角度本身即為無因次之參數，因共有 11 個，為避免繁雜，因此以 ζ_b 代表身體姿態的三個角度參數， ζ_{lw} 和 ζ_{rw} 則各自代表左右翅各四個角度參數。進一步將十個輸出參數無因次化，如此並可與無因次輸入參數建立函數方程式，如式(3-17)至(3-26)。

$$J_X = \frac{v_X}{2\Delta\phi S_0 f} = f_1 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-17)$$

$$J_Y = \frac{v_Y}{2\Delta\phi S_0 f} = f_2 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-18)$$

$$J_Z = \frac{v_Z}{2\Delta\phi S_0 f} = f_3 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-19)$$

$$C_T = \frac{F_T}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^2(2S_0\bar{c}_0)} = f_4 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-20)$$

$$C_V = \frac{F_V}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^2(2S_0\bar{c}_0)} = f_5 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-21)$$

$$C_C = \frac{F_C}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^2(2S_0\bar{c}_0)} = f_6 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-22)$$

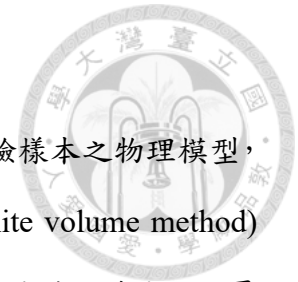
$$C_{M,x_b} = \frac{M_{x_b}}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^2(2S_0\bar{c}_0)S_0} = f_7 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-23)$$

$$C_{M,y_b} = \frac{M_{y_b}}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^2(2S_0\bar{c}_0)S_0} = f_8 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-24)$$

$$C_{M,z_b} = \frac{M_{z_b}}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^2(2S_0\bar{c}_0)S_0} = f_9 \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-25)$$

$$C_P = \frac{P}{0.5\rho(2\Delta\phi S_0 f)^3(2S_0\bar{c}_0)} = f_{10} \left(\frac{\rho(2\Delta\phi S_0 f)\bar{c}_0}{\mu}, ft, \frac{S_0}{\bar{c}_0}, \zeta_b, \zeta_{rw}, \zeta_{lw} \right) \quad (3-26)$$

其中 J_X 、 J_Y 和 J_Z 各自代表於實驗室座標三個方向之推進比； C_T 為推力係數(thrust coefficient)， C_V 為垂直力係數(vertical force coefficient)，而 C_C 為法向力係數(centripetal force coefficient)。 C_{M,x_b} 、 C_{M,y_b} 和 C_{M,z_b} 為身體座標系三方向之力矩係數(moment coefficient)，而 C_P 則為功率係數。



3-3 數值模擬

本研究使用商用軟體 ANSYS Fluent 進行數值模擬，建立實驗樣本之物理模型，並輸入由生物動態實驗所記錄之動作函數，使用有限體積法(finite volume method)求解流體力學統御方程式，並透過數值方法迭代計算流場，以此得到蝴蝶飛行之壓力、渦度和速度場等流場資訊。本節將介紹本研究之數值模擬方法，依序為物理模型與邊界條件、網格設置、自定義函數和獨立性測試。

3-3.1 物理模型

物理模型參考 3-1.1 量測之實驗樣本尺寸繪製，分為身體、左右之前翅和後翅共五個模型；因左右翅的前翅和後翅之面積皆位於平均一個標準差內，左右翅看作無生理差異，故左右皆使用相同前後翅模型。實驗尺寸與物理模型比較如表 3-11 所示，由上至下依序為身體、翅膀尺寸、蝴蝶質量與拍撲頻率，其中展長以前後翅各角度皆為 0 時之初始狀況進行計算，並以整片翅膀計算翼面積。

表 3-11 實驗樣本與物理模型尺寸比較

Dimensions comparison			
Dimension		Experimental data ^a	Simulation model
Length (mm)	Head-thorax	14.21 ± 1.13	38.00
	Abdomen	26.31 ± 1.14	
Diameter (mm)	Head-thorax	5.96 ± 0.33	3.50
	Abdomen	4.40 ± 0.65	
Span (mm)	Fore-hind wing	63.77 ± 4.06	61.65
	Fore-hind wing	2360.46 ± 312.91	2098.28
Wing area (mm ²)	Forewing	1394.36 ± 177.66	1413.16
	Hindwing	1353.05 ± 145.56	1098.00
Wing root position (mm)	x_b	12.56 ± 2.34	13.00
	z_b	3.27 ± 0.36	6.00
Total mass (g)		0.4162 ± 0.1669	0.4000
Flapping frequency (Hz)		7.64 ± 0.29	7.50

^aaverage ± standard deviation

物理模型位置尺寸與實驗樣本對照圖如圖 3-12 所示，假設各部位為密度均勻分布之三維剛體模型。頭胸部和腹部共同由一長為 34.5 mm、直徑為 3.5 mm 圓柱與上下兩個直徑為 3.5 mm 之半球體組成，因身體姿態直接由動作函數給定，不考慮腹部擺動。蝴蝶質心設於圓柱中心即原點位置，身體姿態之動作函數以此點作旋轉。翅膀模型部分以真實大白斑蝶翅膀為原型，忽略翅脈和撓性效應，前翅部分交疊於後翅之上，以身體 xz_b 平面為前後翅膀平面之對稱面，兩翅間隔為 0.6 mm，而翅膀厚度設為 0.2 mm，身體與前後翅之側視圖如圖 3-13 所示。前後翅以 xz_b 平面上翼根位置為旋轉中心，共同進行拍撲、掃掠和旋轉動作。由於蝴蝶轉彎觀察到較前飛更大之拍撲角度，且於上拍轉換至下拍之俯轉階段，左右翅膀會互相貼合後分離，本研究透過調整身體直徑和後翅面積，並增加翼根相對於身體之位置，以避免模型相撞導致負體積(negative cell volume)網格產生而中斷計算(張勝凱, 2022)。因翼前緣渦漩集中於前翅表面，空氣動力主要由前翅產生，而 Jantzen & Eisner (2008) 研究指出後翅的移除不影響轉彎半徑，又本研究聚焦於左右翅的不對稱動作，因此上述左右對稱設定不影響本文之研究目標。本研究選擇相近轉彎程度之五次飛行動態，各實驗樣本對應一次飛行，記錄每次飛行之拍撲週期以計算拍撲頻率。

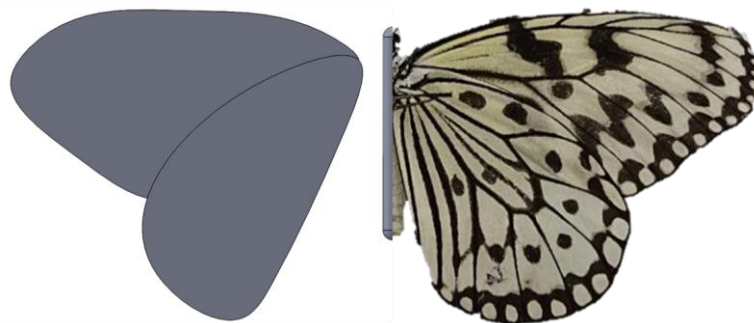


圖 3-12 物理模型與實驗樣本下視對照圖

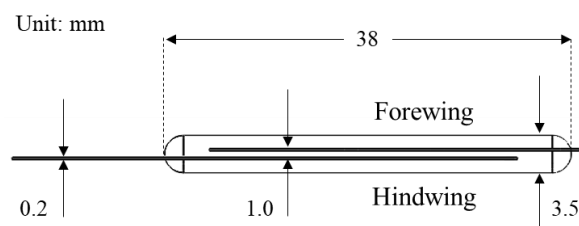


圖 3-13 身體與前後翅側視圖



3-3.2 統御方程式與邊界條件

如 2-3.1 小節所述，蝴蝶飛行雷諾數之數量級約為 10^3 ，本研究之雷諾數亦屬此區間。模擬假設為不可壓縮之層流(laminar flow)；忽略熱傳而不考慮能量方程式，以連續方程式(continuity equation)和動量方程式為統御方程式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (3-27)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + \rho \mathbf{a}_f \quad (3-28)$$

其中 ρ 為流體密度， \mathbf{u} 為流體速度場向量， p 為壓力場， μ 為流體黏滯係數， \mathbf{g} 為重力加速度，而 $\rho \mathbf{a}_f$ 為作用於質心之假想力。本研究以空氣為流體介質，密度設為 1.225 kg/m^3 ，黏滯係數設為 $1.7894 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，而重力加速度為 9.81 m/s^2 。

本研究以相對座標系模擬蝴蝶的三維動態，座標系各座標軸與實驗室座標系相同，然而此相對座標系會以蝴蝶質心為座標系原點，隨蝴蝶進行三維平移運動，相對座標系示意圖可參考圖 3-14。模擬求解之流場對蝴蝶施加之空氣作用力會於相對座標系產生一假想加速度(fictitious acceleration)，因此於動量方程式中加入一假想加速度修正項($\rho \mathbf{a}_f$)，如式(3-28)最後一項所示，此加速度方向與質心加速度相反。上述座標系可以大量減少流場計算域(computational domain)體積，而集中計算蝴蝶周圍產生之流場變化。

流場計算域與邊界條件如圖 3-15 所示。整體計算域為一直徑為 20 倍展長之圓球體，邊界條件部分以球面前側設為速度入口(velocity inlet)，球面後側設為壓力出口(pressure outlet)；其中來流速度為質心速度之相反方向，而前後表面皆設定為靜壓分布。前後表面之間截面距後方 6 倍展長，此設定是因為模擬轉彎過程，隨著身體姿態偏航角改變，來流速度的側向分量亦會隨之增加，為更貼近真實蝴蝶來流速度方向，因此前方表面之速度入口有較大之面積。身體與翅膀模型表面設為無滑移條件。初始條件各方向速度場為 0，壓力為靜壓分布。

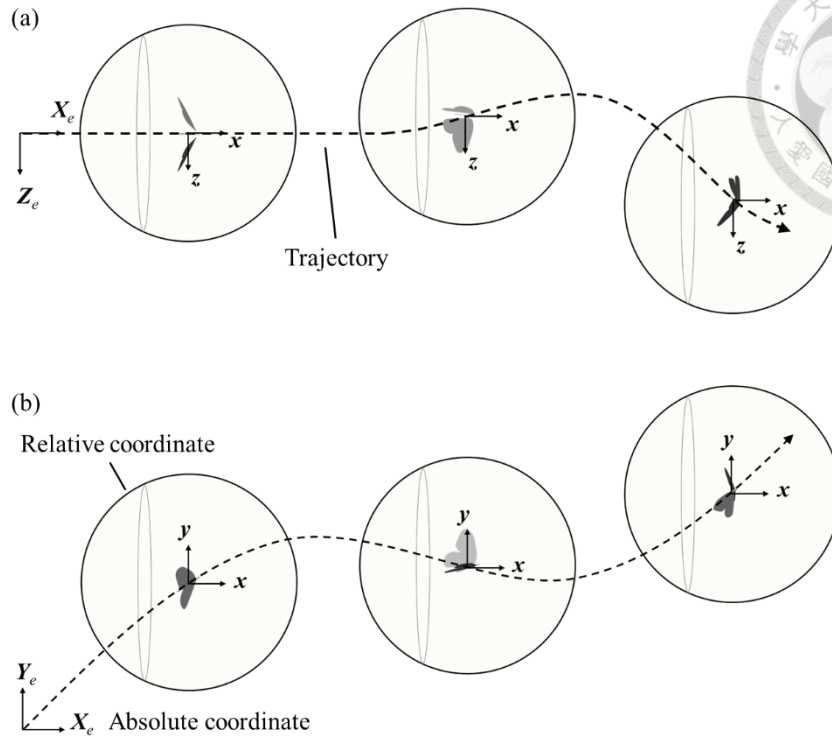


圖 3-14 相對座標系示意圖。(a)上視圖與(b)側視圖。

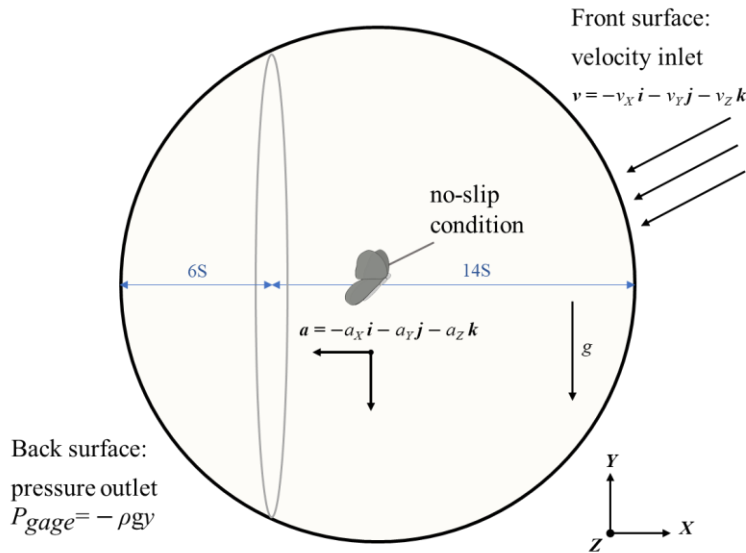


圖 3-15 流場計算域與邊界條件示意圖

3-3.3 網格設置

有限體積法將計算域劃分為細部網格(grid)，以離散方式求解後積分算得整體計算域的結果；網格類型與數值模擬求解品質密切相關，因此須根據模擬條件以合適方式進行網格的劃分。

因翅膀模型以真實蝴蝶建立，邊界幾何較為複雜而呈不規則狀，且身體與翅膀動作會使周圍網格發生變形，故選擇非結構性的三角形和四面體網格進行劃分。由於蝴蝶周圍之流場變化較為劇烈，本研究將計算域分為五層球殼區域，由外至內進行網格加密以提高網格品質，網格設置和各層網格尺寸如表 3-12 和圖 3-16 所示。

表 3-12 各球層區域與網格尺寸

Domain	Radius (mm)	Sizing (mm)
Body and wing	-	0.3
Sphere1	120	2.4
Sphere2	180	4.2
Sphere3	240	6
Sphere4	360	8.4
Sphere5	480	12

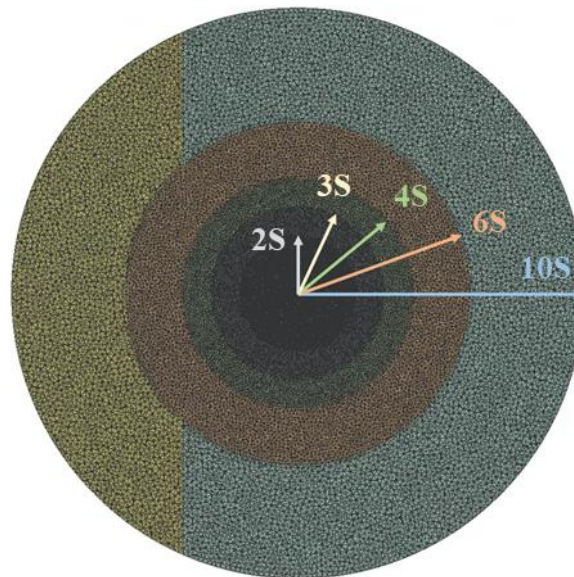


圖 3-16 計算域網格設置

本研究同時考慮身體和翅膀六自由度的運動，若各模型動作過大容易導致周圍網格間劇烈變形而產生負體積，使計算發散而中斷。為解決此情況可藉由動態網格模型(dynamic mesh model)更新動態區域之網格，本文所使用之動網格方法為彈簧光順法(spring-based smoothing method)與網格重構法(remeshing method)。彈簧光

順法將網格間視為彈簧，網格位移與假想彈簧力關係可以彈性係數(spring constant factor)表示，透過設定係數量值可以控制網格的拉伸和壓縮等位移量，此方法並不會改變網格數量而適用於小變形量之網格；網格重構法則是透過檢測網格的變形參數，包括尺寸長度和偏斜度(skewness)等，重新建構超出限制之網格，以此維持網格品質。本研究所使用之動網格參數設定如表 3-13 所示。

表 3-13 動網格參數設定

Dynamic Mesh Setting	
Spring-Based smoothing method	
Spring constant factor	0.001
Convergence tolerance	0.001
Maximum Number of Iterations	20
Spring smoothing method	
Minimum length scale (m)	0.002
Maximum length scale (m)	0.004
Maximum cell skewness	0.75
Maximum face skewness	0.7
Size remeshing interval	1

3-3.4 求解器與自定義函數

數值求解使用壓力求解器(pressure-based solver)，並以 SIMPLEC(semi-implicit method for pressure linked equations-consistent)方法作為壓力與速度耦合方式，先假設速度場和壓力場之初始值求解動量方程式，並使用速度修正壓力項，進行迭代計算直到收斂。空間離散(spatial discretization)之計算梯度選擇格林高斯節點方法(Green-Gauss Node Based)，壓力與動量皆選擇二階。亞鬆弛因子(under-relaxation factor)中壓力設為 0.35，動量則為 0.75。一週期時間步階(time steps per period)設為 400 步，每步階時間為 3.3×10^{-4} 秒，每步階最大迭代次數為 30 次

使用者定義函數(User Defined Function)為 ANSYS Fluent 中的函數功能，以 C 語言和 Fluent 內建之巨集 (macro)，將自定義函數編譯 (compile) 至求解器。本章 3-1 節由生物動態實驗量測計算之蝴蝶身體姿態和翅膀動作，便是透過使用者定義函數於模擬中給定。本研究所使用之使用者定義函數與相關描述如表 3-14 所示。

表 3-14 使用者定義函數列表

Macro	Description
DEFINE_INIT	於初始化給定流場速度與壓力等初始條件。
DEFINE_PROFILE	給定流場邊界條件，如速度入口和壓力出口。
DEFINE_SOURCE	於動量方程式加入源項(source term)，如重力加速度和相對座標系下之假想加速度。
DEFINE_CG_MOTION	定義每一時間步階特定動態區域之速度與角速度，如本研究之身體與翅膀動作。
DEFINE_EXECUTE_AT_END	於每一時間步階迭代計算完成後執行，計算受力、力矩等參數，並更新假想加速度和來流速度；以文字檔(.txt)形式匯出流場、動作函數和飛行軌跡等後續分析資訊。

3-3.5 獨立性測試

獨立性測試(independence test)為驗證模擬可信度之測試，本研究分別進行網格獨立性測試(mesh independence test)和計算域獨立性測試(domain independence test)。

網格獨立性部分以 8.2×10^6 、 1.1×10^7 與 1.4×10^7 三種網格數量進行測試，以模擬最後一週期實驗室座標系三方向之受力係數進行比較，計算平均值和誤差。由表 3-15 可知， 1.4×10^7 網格結果相對於 1.1×10^7 之平均力差分別為 0.1249%、0.0046% 和 0.1064%，誤差數量級為 10^{-4} 。

計算域獨立性部分以最外圍計算域半徑為 8 倍、10 倍和 12 倍展長進行測試，



由表 3-16 可知，誤差數量級亦小於 1%。圖 3-17 為兩種獨立性測試下之垂直力比較。為分析左右翅之細部流場結構，本研究以 1.4×10^7 總網格數量，計算域半徑為 10 倍展長之模擬設定進行計算。

表 3-15 網格獨立性測試平均力與誤差

Grid independent test (Unit: N)						
Mesh grid	Forward force, F_X		Vertical force, F_Y		Side force, F_Z	
	Mean value	Error (%)	Mean value	Error (%)	Mean value	Error (%)
Coarse	-0.001614	-	0.004132	-	0.001896	-
Medium	-0.001607	-0.3982%	0.004130	-0.0508%	0.001896	0.0490%
Fine	-0.001605	-0.1249%	0.004130	-0.0046%	0.001894	-0.1064%

表 3-16 計算域獨立性測試平均力與誤差

Domain independent test (Unit: N)						
Domain radius	Forward force, F_X		Vertical force, F_Y		Side force, F_Z	
	Mean value	Error (%)	Mean value	Error(%)	Mean value	Error (%)
8S	-0.001610	-	0.004132	-	0.001893	-
10S	-0.001607	-0.2000%	0.004130	-0.0587%	0.001896	0.2035%
12S	-0.001604	-0.2124%	0.004126	-0.0911%	0.001898	0.0627%

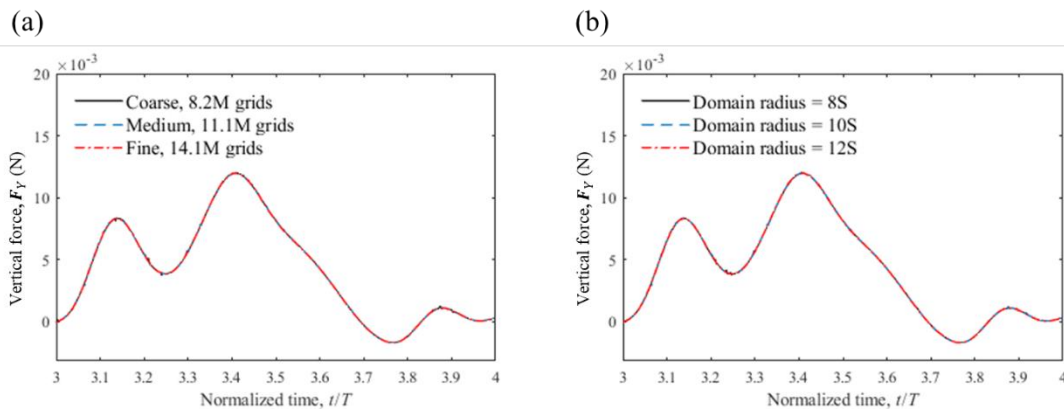


圖 3-17 垂直力比較圖。(a)網格獨立性與(b)計算域獨立性。



第四章 結果與討論

本章分為四部分。第一部分分析由生物動態實驗所計算之身體和翅膀動作函數。第二部分將模擬結果與實驗進行驗證，並針對飛行軌跡、空氣作用力和流場結構進行分析，歸納轉彎飛行動態之流場機制。第三和第四部分將分析影響飛行動態之特殊參數，分別為拍撲角和前翅偏移角。最後為本研究所使用之座標系列表。

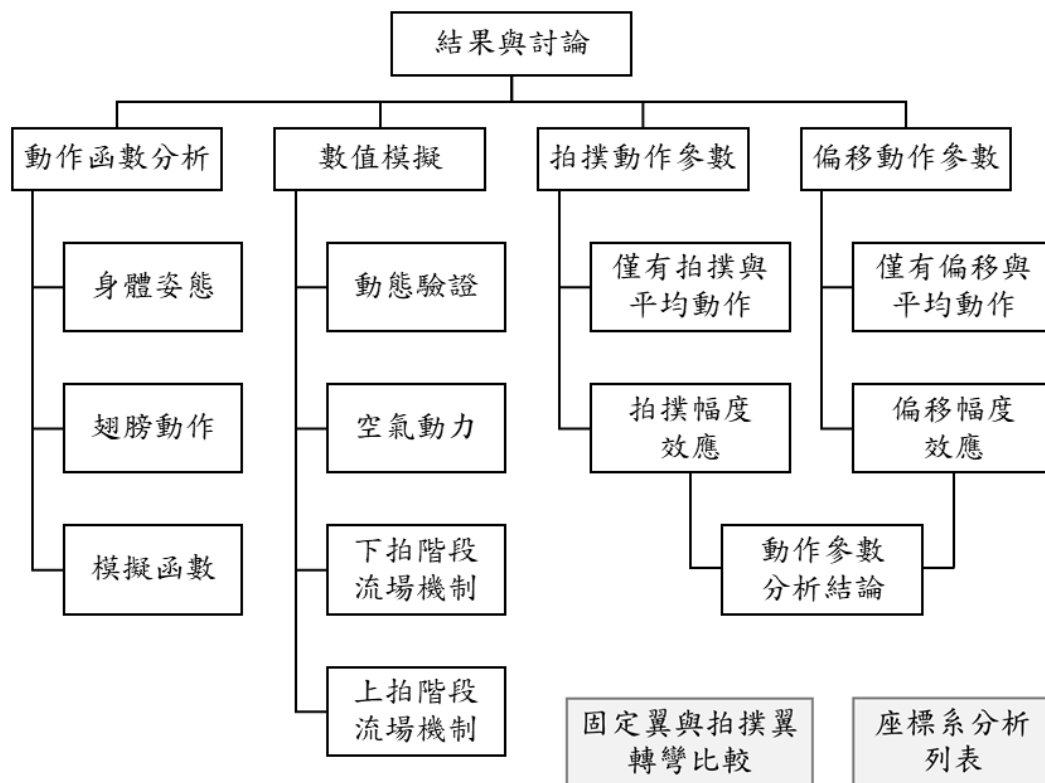


圖 4-1 初步結果與討論架構圖

4-1 動作函數分析

由生物動態實驗共拍攝 36 組轉彎動態數據，首先以標點軟體標記胸部中點計算三維位置後，將軌跡各點投影至地面，以最小平方法擬合近似圓並計算半徑，以此對軌跡進行轉彎程度分類。本研究選擇近似圓半徑介於 10 至 14 公分區間之五組數據進行細部標點，並以 3-1.4 小節方法計算蝴蝶身體和翅膀之動作角度，再於每組數據各角度函數中，選取 40 個時間點後作平均並計算標準差，以三階傅立葉



級數(Fourier series)搭配線性函數進行曲線擬合，計算每組擬合曲線之決定係數(coefficient of determination, R^2)。擬合函數形式可寫為：

$$\zeta(t) = a_0 + \sum_{n=1}^3 \{a_n \cos(2\pi nft) + b_n \sin(2\pi nft)\} + c_1 t \quad (4-1)$$

其中 $\zeta(t)$ 為角度擬合函數， a_0 為常數項係數， a_n 與 b_n 為正弦與餘弦函數係數， c_1 為線性項係數，前兩項為週期性函數。

本研究計算之動作函數分別為身體姿態的偏航、俯仰和滾轉三個角度以及左右翅膀動作的拍撲、掃掠、旋轉和前翅偏移角各四個角度，總共十一個角度函數，將依序於本節分析。

4-1.1 身體姿態

表 4-1 為身體姿態角度函數之擬合係數與決定係數，圖 4-2 為擬合曲線結果，以各角度函數對無因次時間作圖，黑色圓點為平均實驗數據，深色實線為擬合曲線，淺色區域為正負一個標準差區間。

偏航角為身體軸投影向量與初始水平速度之夾角，角度變化代表著身體的轉向，因此假設偏航角為非週期性函數，角度量值隨轉彎過程增加，因此額外以一階線性項進行擬合，決定係數為 0.995。如圖 4-2(a)所示，偏航角初始值($t/T = 0$)為 -14.26 度，身體相對於初始速度向左稍微偏移後便持續向右轉彎，並於一週期後($t/T = 1$)達到 -42.16 度。

俯仰角為身體軸與地面之夾角，如圖 4-2(b)所示，蝴蝶身體先下俯再上仰，趨勢與 2-3.2 所敘述之前飛俯仰姿態相似，此姿態為蝴蝶特殊的飛行動態，透過俯仰角週期性的變化，於一週期內改變空氣動力的方向。以傅立葉級數進行擬合，平均俯仰角為 25.63 度，角度變化幅度($\Delta\theta$)為 17.65 度，決定係數為 0.967。

滾轉角為身體沿身體軸旋轉之角度，由圖 4-2(c)可以發現，滾轉角於一週期內並無明顯的變化趨勢，於平均滾轉角 33.08 度上下之間變動，並於後段些微上升，身體於轉彎過程持續向右傾斜。滾轉角於一次拍撲週期的變化以及對於轉彎飛行



的影響尚未明確，因此先假設為週期性函數，單以傅立葉級數進行擬合，決定係數為 0.667，有較差的擬合結果。

表 4-1 身體姿態擬合係數與決定係數

Body Angle (Unit: deg)									
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	R^2
Yaw angle, β	-9.081	-4.909	-0.841	0.574	6.050	0.381	0.313	-27.903	0.995
Pitch angle, θ	25.545	4.888	-0.686	-0.742	-6.407	0.631	0.320	0	0.967
Roll angle, γ	33.023	2.557	0.798	-1.081	-2.403	-2.846	-0.795	0	0.667

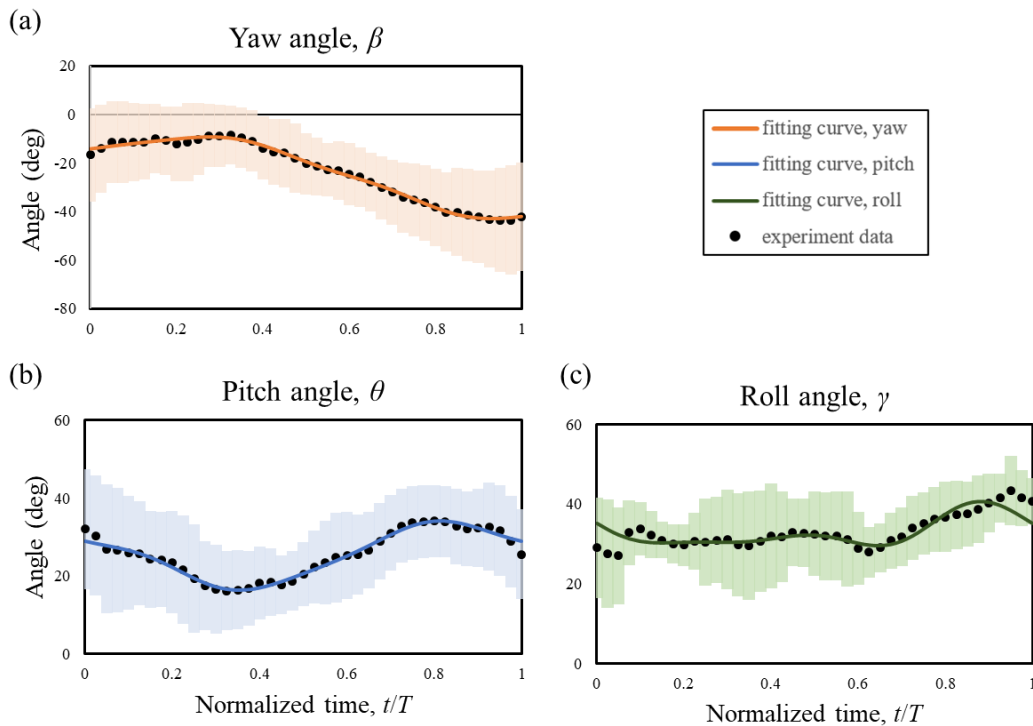


圖 4-2 身體姿態角度擬合曲線圖。(a)偏航角、(b)俯仰角與(c)滾轉角。

4-1.2 翅膀動作

本研究所選取之五組數據皆為向右轉彎的飛行動態，因此將左翅稱為外側翅膀，右翅稱為內側翅膀。表 4-2 至表 4-3 為左翅和右翅動作角度函數的擬合係數與決定係數，圖 4-3 至圖 4-4 為擬合曲線結果，同樣以各角度函數對無因次時間作圖，黑色圓點為平均實驗數據，深色實線為擬合曲線，淺色區域為正負一個標準差區間。

假設翅膀各動作為週期性函數，以傅立葉三階級數進行擬合而不加入線性項，對於左右翅之拍撲、掃掠與旋轉角度函數有極佳的擬合程度，決定係數皆大於 0.985；偏移角因有較多細部的角度變化，有稍差的擬合結果，左翅和右翅偏移角決定係數分別為 0.881 和 0.935。

比較左右翅四種角度的趨勢變化，主要以拍撲角和偏移角有較明顯之差別。左右翅拍撲角皆隨上下拍動作變化，左翅和右翅的拍撲角初始值為 -77.81 度和 -72.96 度，兩翅由相近角度開始下拍，然而於下拍後期拍撲角達到最大值，左翅和右翅拍撲角度分別為 16.97 度和 41.07 度，左翅相較於右翅有較小之拍撲幅度 ($\Delta\phi$)，分別為 94.78 度和 114.03 度，右翅為左翅 1.203 倍。另一方面，蝴蝶翅膀在一次拍撲週期中之下拍與上拍階段具不對稱時間，向前飛行中下拍階段約占 0.6 週期，而上拍約占 0.4 週期(Chang *et al.*, 2020)，本研究所計算轉彎飛行下拍結束時間約為 0.675 週期，下拍與上拍之時間占比差距更大，代表蝴蝶於轉彎上拍階段有較短的拍撲時間，而會產生更快的拍翅速度。

左右翅的偏移角皆有小幅度的上下變化，然而兩翅有不同的偏移趨勢。左翅會於下拍向前偏移並於上拍初期向後偏移，平均偏移角為 19.39 度，最大值為 23.70 度；右翅則於下拍向後偏移，於上拍向前偏移，平均偏移角為 13.60 度，最小值為 8.19 度。此結果與 Ozawa *et al.* (2018)所觀察到柑橘鳳蝶轉彎外翅向前偏移和內翅向後偏移之趨勢相同，顯示兩種蝴蝶物種皆使用不對稱偏移角進行轉彎飛行。

相對於拍撲和偏移角，左右翅之掃掠和旋轉角有相似的趨勢與量值。翅膀於下拍向前掃掠，於仰轉階段達到最大值後向後掃掠，左翅和右翅的掃掠角初始值分別為 -32.89 度和 -34.04 度，最大值分別為 10.45 度和 6.10 度。旋轉角方面，翅膀於下拍初期會先向下俯轉，並於下拍階段中期($t/T = 0.3$)達到旋轉角最小值後向上仰轉，於上拍中期($t/T = 0.85$)達到最大值後開始俯轉。左翅和右翅的旋轉角平均值分別為 11.50 度和 12.05 度。左右翅膀可看作以對稱方式進行掃掠和旋轉動作。

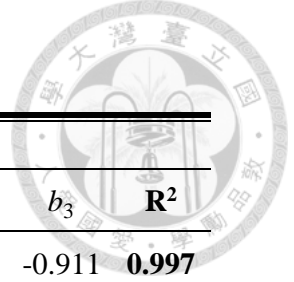


表 4-2 左翅動作擬合係數與決定係數

Left Wing Angle (Unit: deg)								
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	R^2
Flapping angle, ϕ_{lw}	-17.230	-40.114	-12.887	-2.726	-34.862	5.303	-0.911	0.997
Sweeping angle, ψ_{lw}	-13.130	-18.076	-4.968	2.135	-2.131	4.419	3.314	0.990
Rotation angle, α_{lw}	11.987	8.604	-3.327	-2.514	-22.226	-5.979	-0.124	0.994
Deviation angle, η_{lw}	13.490	0.505	2.958	1.089	-0.721	-2.683	-1.650	0.881

表 4-3 右翅動作擬合係數與決定係數

Right Wing Angle (Unit: deg)								
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	R^2
Flapping angle, ϕ_{rw}	-30.921	-34.901	-9.000	-2.987	-28.896	4.479	0.656	0.996
Sweeping angle, ψ_{rw}	-9.731	-17.531	-6.843	1.213	-4.975	2.009	3.976	0.994
Rotation angle, α_{rw}	11.304	10.271	-0.434	-1.919	-18.885	-7.456	-2.003	0.985
Deviation angle, η_{rw}	19.397	-2.618	1.642	0.891	2.493	-0.882	-1.704	0.935

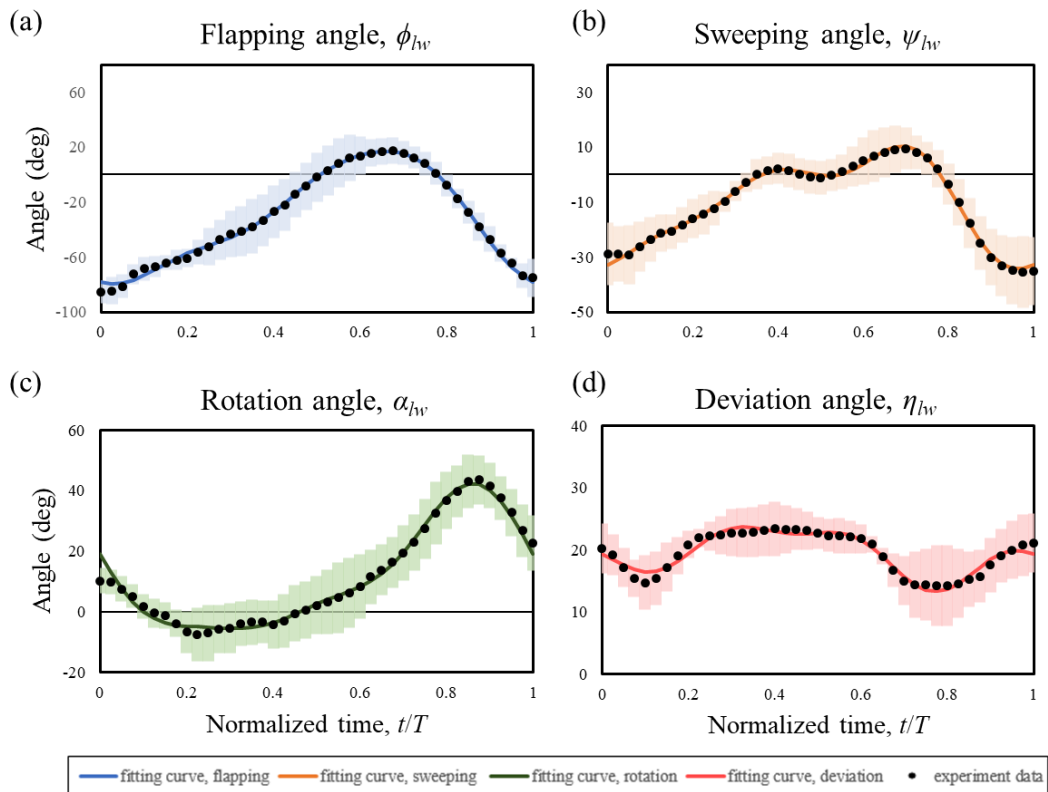


圖 4-3 左翅動作擬合曲線。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)偏移角。

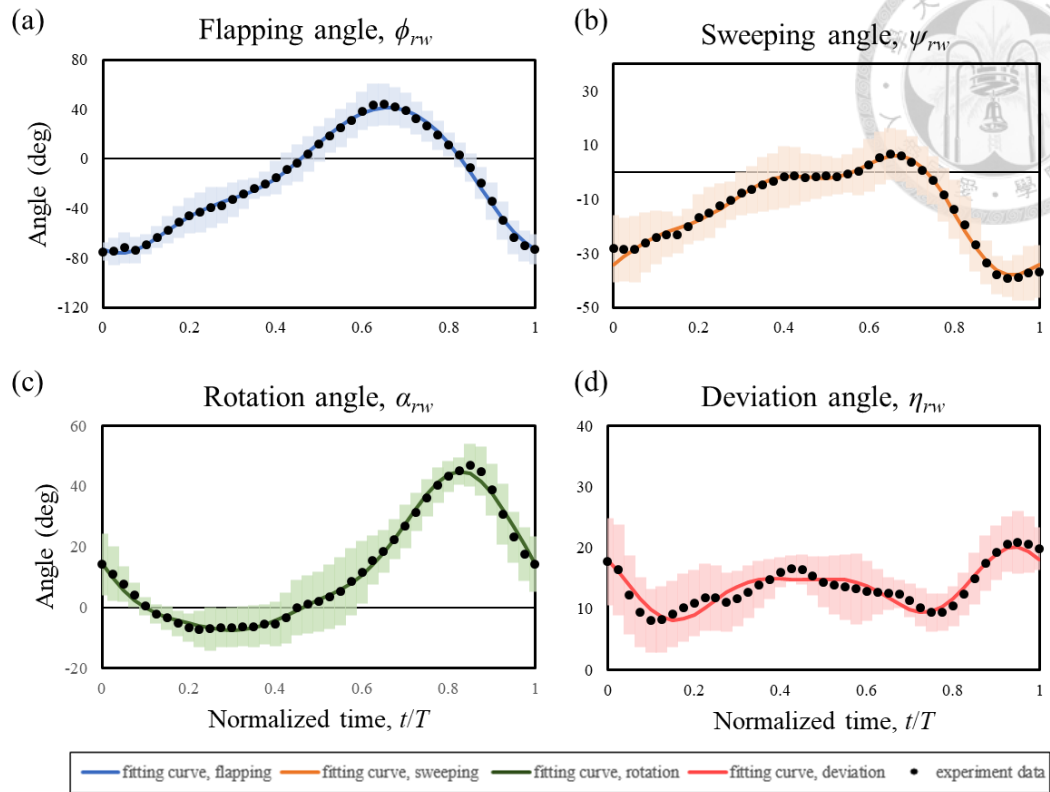


圖 4-4 右翅動作擬合曲線。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)偏移角。

前述為轉彎飛行時的左右翅膀不對稱的四個動作函數，將各角度以左右翅膀作平均，以計算模擬前飛動態時的對稱翅膀動作。表 4-4 為翅膀對稱動作角度函數的擬合係數與決定係數，圖 4-5 為擬合曲線結果，以各角度函數對無因次時間作圖，黑色圓點為平均實驗數據，深色實線為擬合曲線，並以灰色區域標示下拍階段。

表 4-4 翅膀對稱動作擬合係數與決定係數

	Wing Angle (Unit: deg)							R^2
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	
Flapping angle, ϕ_w	-24.075	-37.508	-10.944	-2.856	-31.879	4.891	-0.127	0.999
Sweeping angle, ψ_w	-11.431	-17.804	-5.905	1.674	-3.553	3.214	3.645	0.993
Rotation angle, α_w	11.645	9.438	-1.881	-2.216	-20.555	-6.718	-1.063	0.994
Deviation angle, η_w	16.443	-1.057	2.300	0.990	0.886	-1.783	-1.677	0.895

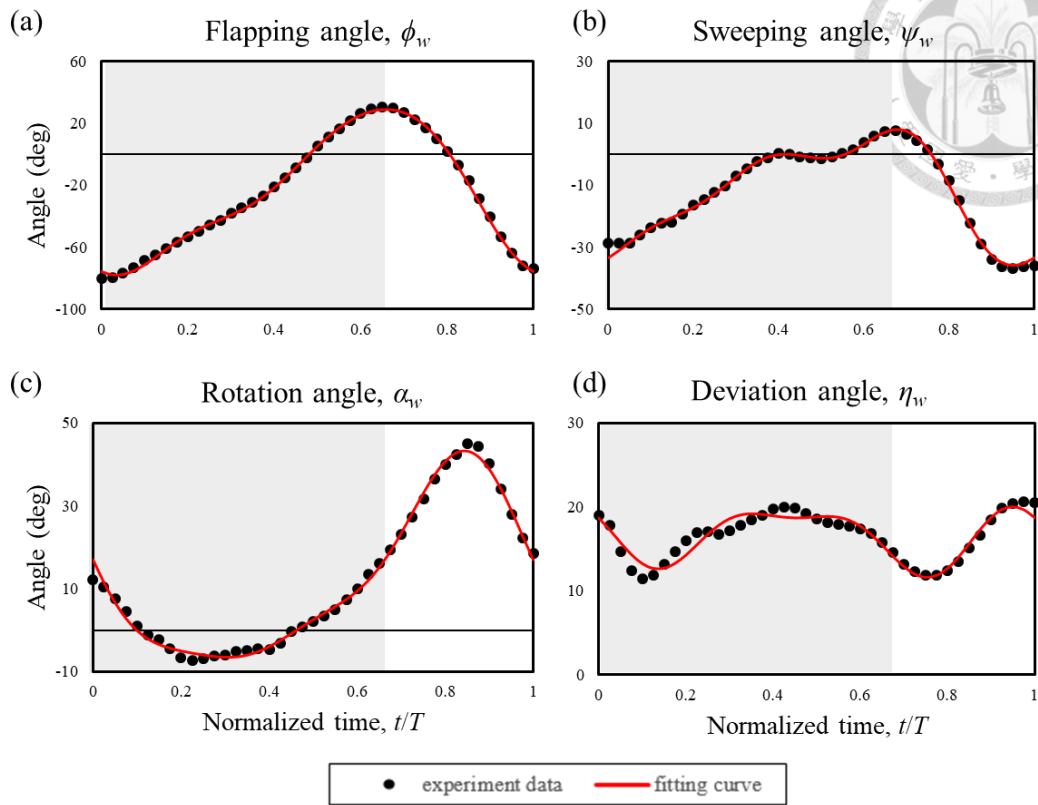


圖 4-5 翅膀對稱動作擬合曲線。(a)拍撲角、(b)掃掠角、(c)旋轉角與(d)偏移角。

4-1.3 模擬函數

整理 4-1.1 至 4-1.2 小節所分析之身體姿態和翅膀動作函數，圖 4-6 為輸入轉彎動態模擬的角度函數。圖 4-6(a)為身體姿態的三個角度函數，圖 4-6(b)至(e)依序代表左右翅膀的拍撲角、掃掠角、旋轉角與偏移角，以實線表示左翅動作，虛線表示右翅動作，並以灰色區域標示下拍階段；圖 4-5 則為輸入前飛動態模擬的角度函數。各函數以擬合曲線係數輸入至模擬中進行計算。

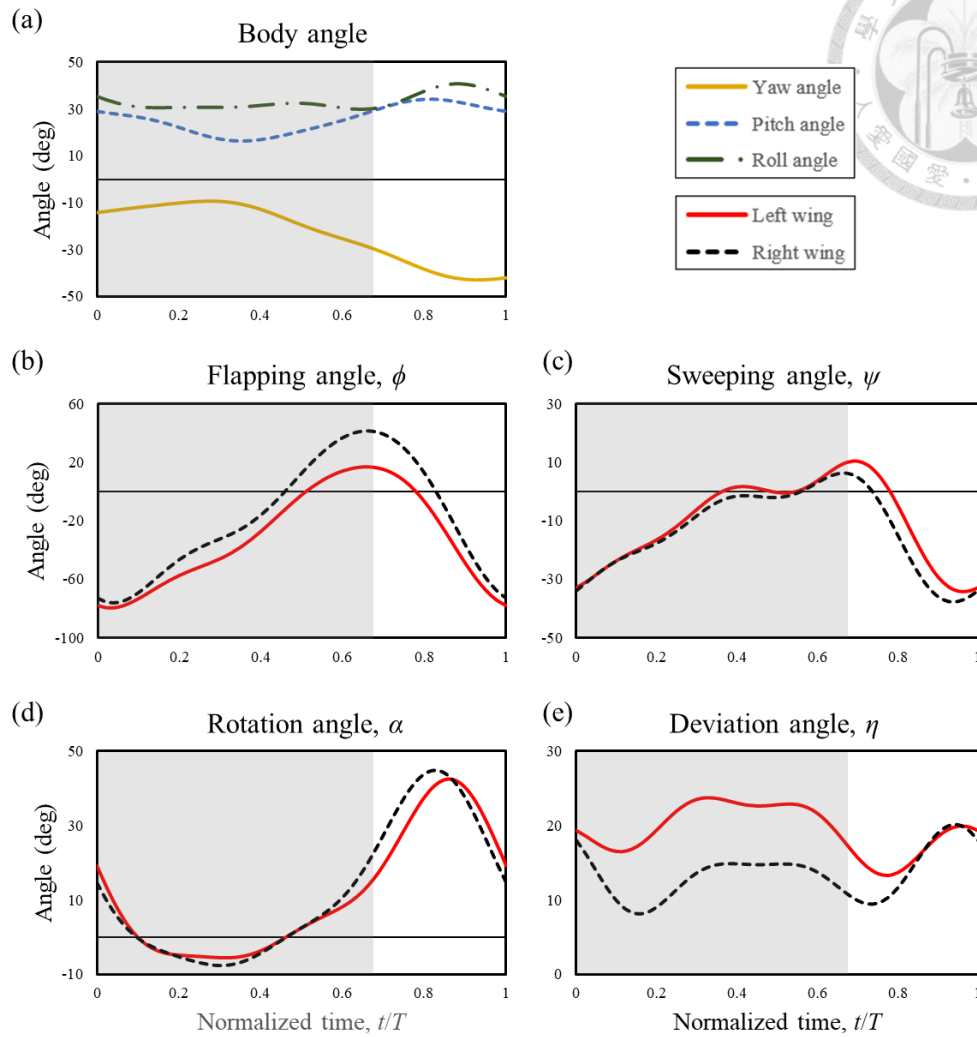


圖 4-6 輸入轉彎動態模擬之身體與翅膀動作函數。(a)身體姿態、(b)拍撲角、(c)掃掠角、(d)旋轉角與(e)偏移角。

4-2 數值模擬

本研究模擬方式分為兩階段，第一階段為向前飛行，輸入身體俯仰姿態和左右翅對稱動作函數，模擬蝴蝶由靜止起飛後向前飛行兩週期；第二階段為轉彎飛行，接續前飛輸入身體姿態包括偏航和滾轉角，以及左右翅不對稱動作，模擬蝴蝶由前飛轉換至轉彎動作，第三週期為動作過渡階段，並以第四週期之軌跡進行驗證。本節將由左右翅膀之空氣作用力和流場結構分析轉彎模擬結果。

4-2.1 動態驗證

為驗證數值模擬方法的準確性，將數值模擬結果與實驗量測之飛行動態進行

比較。圖 4-7 為數值模擬與實驗飛行速度於實驗室座標之比較圖，以實驗各數據及模擬第四週期初始速度方向為 x 方向，以垂直方向為 y 方向，並以初始右側方向為 z 方向；黑色圓點為實驗量測五組數據之平均速度，實線為以傅立葉三階級數建立之擬合曲線，淺色區域為正負一個標準差區間，而虛線則為數值模擬所計算之速度。模擬的速度結果是由給定物理模型動作後，計算暫態流場產生的空氣動力得到每一時刻之加速度，將加速度對時間積分後可得該時間步階之飛行速度。

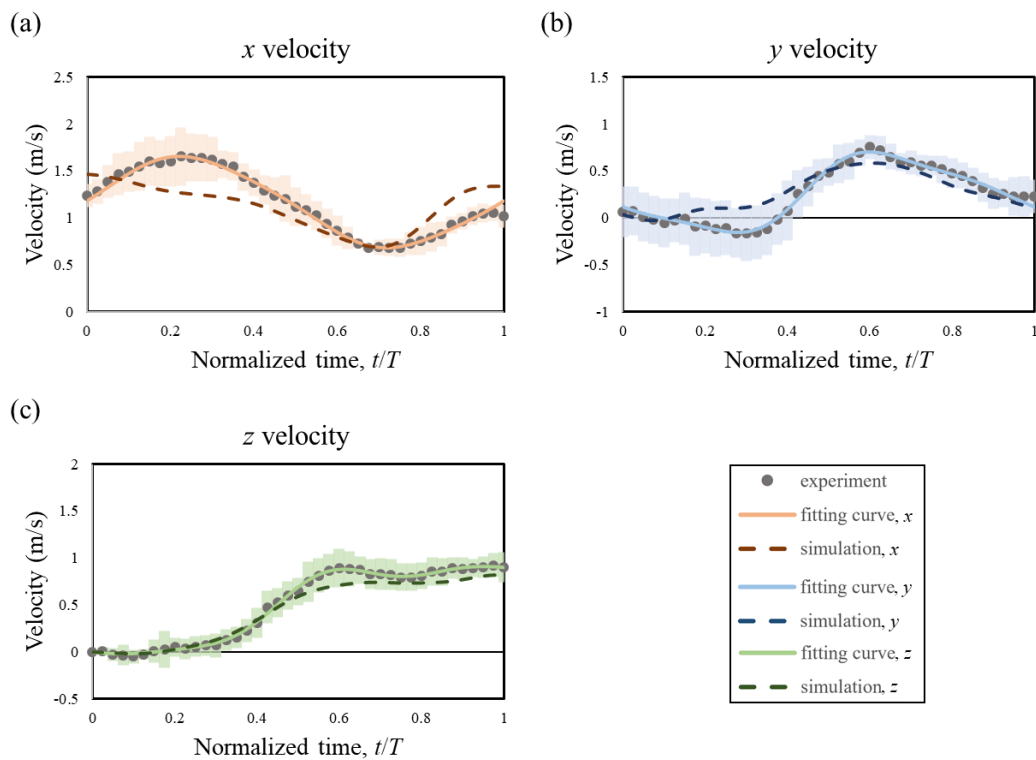


圖 4-7 數值模擬與實驗量測飛行速度(實驗室座標)。

(a) x 方向、(b) y 方向與(c) z 方向速度。

數值模擬與實驗各方向速度趨勢大致相同，由圖 4-7(c)可以發現兩者於 z 方向速度高度重疊，具有高度的一致性。然而對於下拍階段的飛行速度， x 方向和 y 方向速度有些許落差，模擬相對於實驗產生較低之 x 方向和較高之 y 方向速度(圖 4-7(a)(b))，主要原因有二，第一為數值模擬之物理模型假設為剛體而忽略撓性效應，第二則為輸入動作受標點誤差影響而與真實動作有些微落差。以整體趨勢而言，模擬計算速度大致符合實驗量測之結果。

對於蝴蝶轉彎飛行之速度變化進行分析， x 方向速度於下拍階段逐漸降低後於



上拍階段又再次提高， y 方向速度則主要於下拍中期開始轉為正值，並於上拍階段開始緩緩下降， z 方向速度即為側向速度，可以發現側向速度主要於下拍中後期開始增加，並在上拍階段趨於平緩。

圖 4-8 與圖 4-9 為數值模擬與實驗軌跡比較圖，圖 4-8 為模擬第三和第四週期與實驗量測位移圖，實線為實驗量測五組數據之平均位移，虛線則分別為第三和第四週期之結果，以 0.2 週期為區間繪製空心圓點。第三週期為動作過渡階段，身體姿態開始加入偏航角和俯仰角，翅膀動作亦逐漸轉換至不對稱動作，第四週期動作則與轉彎角度函數相同。相對於第三週期，第四週期於 x 和 z 方向的位移皆與實驗更為相似，而 y 方向因模擬於下拍階段產生較大速度而因此提早有向上位移，然而最後 y 方向位置與實驗結果相近。綜合以上結果，本研究便以第四週期模擬結果進行空氣動力與流場分析。

對於蝴蝶的轉彎軌跡進行分析，可以發現蝴蝶轉彎投影至地面之軌跡並非如圓弧般，而主要於 0.4 至 0.6 週期有較大之旋轉幅度，並於上拍階段偏離原本的轉彎軌跡。此結果與 Henningsson & Johansson (2021) 觀察轉彎飛行中所發生的逆偏航現象相似，反向的偏航力矩導致推力與飛行方向不同向，使轉彎半徑增大而降低轉彎表現。

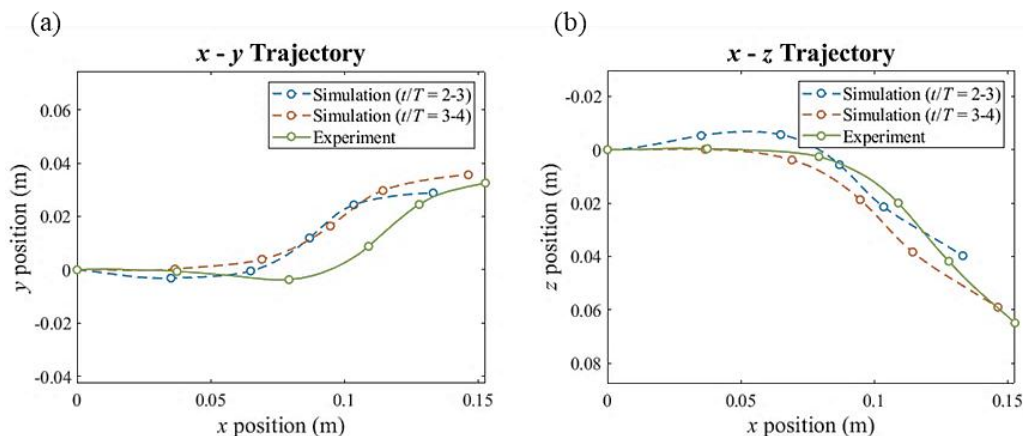


圖 4-8 數值模擬與實驗量測位移。(a) xy 平面與(b) xz 平面。

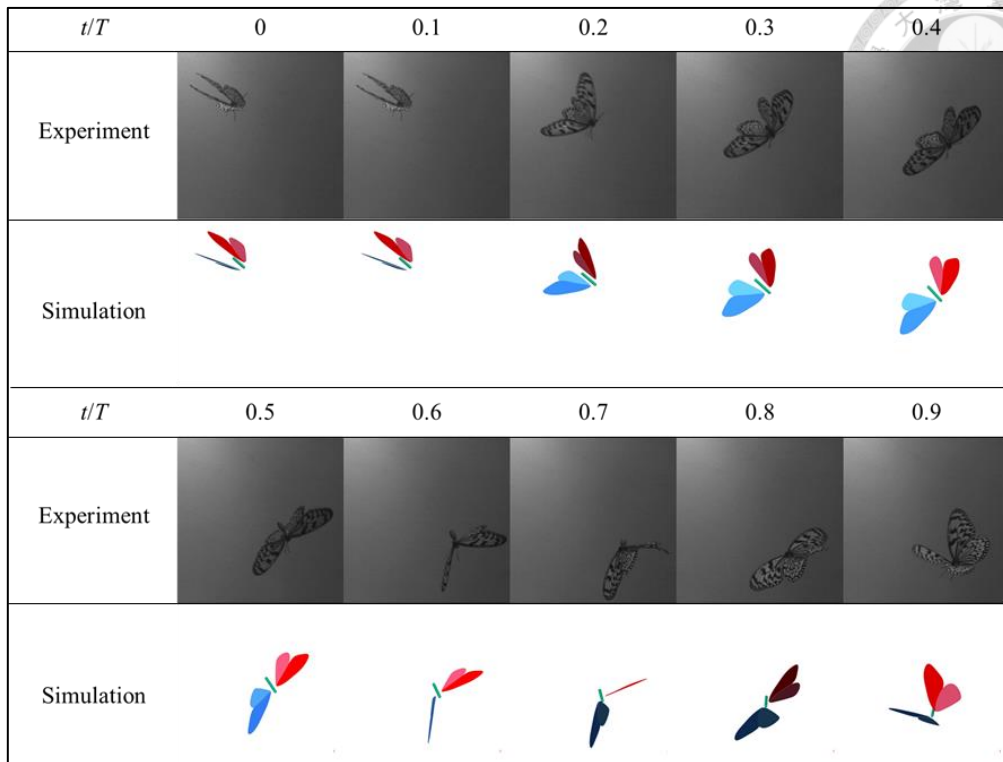


圖 4-9 實驗與數值模擬飛行動態對照圖

將數值模擬所計算之速度和位移由相對座標系轉換回實驗室座標系，以此與實驗動態比較。圖 4-9 為實驗與數值模擬兩者之飛行動態對照圖，以紅色模型為左翅，藍色模型為右翅，深色為前翅，淺色則為後翅；可以發現模擬與實驗兩者有相似的飛行軌跡與身體翅膀動作。

4-2.2 空氣動力

轉彎飛行動態為空間中之三維運動，為了分析轉彎每一時刻的空氣動力作用於質心的方向，本研究另定義描述質心運動的切線法向座標系 $(\hat{T}\hat{Y}\hat{N})$ ，以每時刻的水平切線速度方向為 x 軸，垂直地面方向為 y 軸，與切線速度垂直之水平方向為法向 z 軸。將作用力各方向分量投影至此座標系，切線方向的水平推力改變質心速度量值，而法向力也就是向心力則改變速度方向，本研究便使用此座標系敘述蝴蝶動態，包括速度和力。相對地，由身體軸、身體背側和右側向量所構成之身體座標系 $(\hat{x}_b \hat{y}_b \hat{z}_b)$ 則於流場分析時建立弦向和展向平面，弦向平面垂直於 \hat{z}_b ，展向平面垂直於 \hat{x}_b 。切線法向座標系與身體座標系關係如圖 4-10 所示。

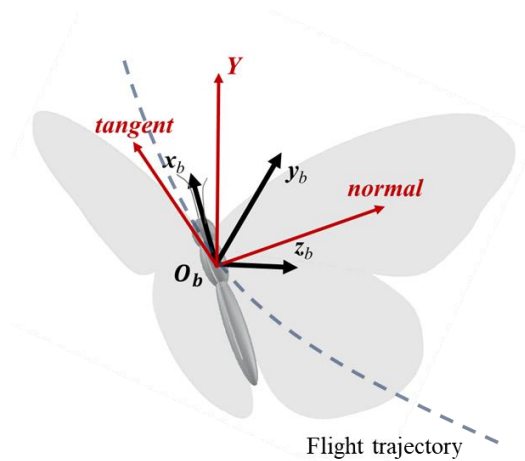


圖 4-10 身體座標系與切線法向座標系示意圖

以切線法向座標系計算模擬第四週期各方向力並對無因次時間作圖，下拍階段標記為灰色區域，如圖 4-11 所示。由圖 4-11(a)可以發現翅膀下拍階段提供垂直力和法向力，垂直力於 0.15 和 0.4 週期時有兩個局部波峰，於 0.25 週期時有一個局部波谷，而法向力於 0.45 週期有最大值，推力則皆維持負值；翅膀上拍階段主要提供水平推力，於 0.85 週期達到最大值，垂直力量值接近 0，法向力則於 0.8 週期有最小值。

蝴蝶於向前飛行動態中，翅膀主要於下拍階段提供正垂直力和阻力，於上拍階段提供負垂直力和推力，兩翅的側向力會互相抵銷；當對應到轉彎飛行中，因身體加入滾轉姿態，會改變原本的作用力方向，使垂直力分至側向，產生向心力而達到轉彎動態。下拍階段所產生向上的垂直力隨著滾轉姿態向右傾斜，而產生向心力，並於下拍中期有最大向心力而達到最大轉彎程度；上拍階段仍然產生向前推力，然原本前飛所產生的負向垂直力則被分至法向的相反方向，向心力由下拍的正值轉為上拍的負值而降低了轉彎表現，並進一步解釋了蝴蝶為何於上拍階段會偏離原本的轉彎軌跡；由以上結果可知，蝴蝶拍撲飛行中滾轉角依舊扮演著如同固定翼傾斜轉彎時重要的角色。

進一步由圖 4-11(b)分析空氣作用於左右翅膀的力。下拍前期由右翅提供垂直力，左翅提供法向力，且兩作用力同樣有兩個局部波峰和一個局部波谷，水平推力部分兩翅皆為負值；在下拍後期，左右翅各作用力皆相近。上拍階段兩翅所產生的



垂直力互相抵銷，使整體垂直力接近 0；法向力部分則主要由左翅提供負向的法向力。左右翅在上拍階段提供相等的水平推力，然而左翅相較於右翅提早 0.075 週期達到最大值。

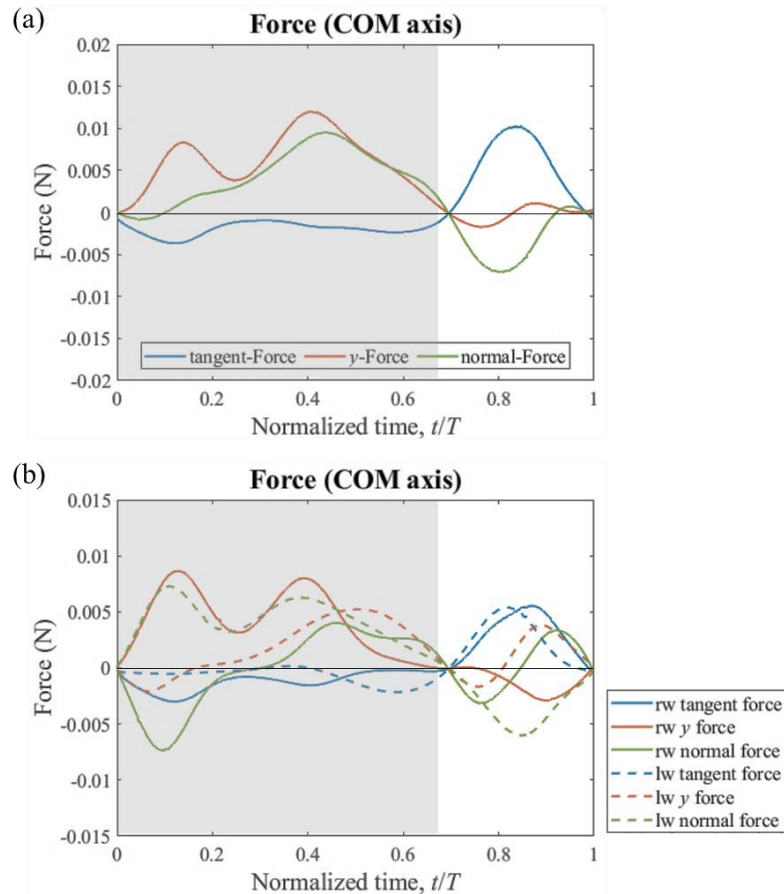


圖 4-11 切線法向座標下(a)空氣動力之合力與(b)空氣作用於左右翅膀之力

延續前段對作用力的分析，選取下拍階段作用力波峰波谷時刻($t/T = 0.15$ 、 0.25 與 0.4)和下拍後期($t/T = 0.55$)，以及上拍初期($t/T = 0.7$)、水平推力最大值時刻($t/T = 0.85$)和上拍後期($t/T = 0.95$)，下拍四個和上拍三個時刻，共七個時刻，觀察動作與流場結構。

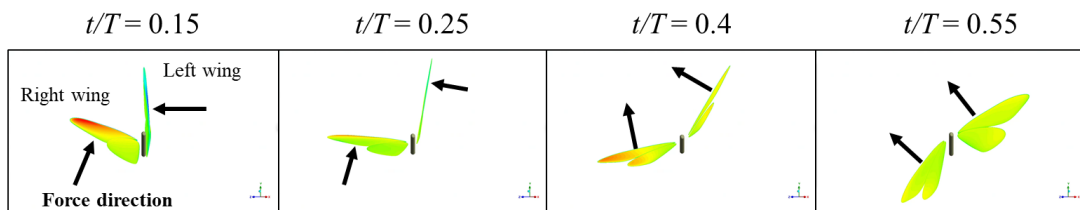
圖 4-12 以每一時刻身體前側平行地面之視角觀察翅膀動作與翅膀表面壓力，箭頭為翅膀表面法向量，即空氣作用力方向。由圖 4-12(a)觀察下拍過程翅膀動作與作用力關係，下拍初期($t/T = 0.15$ 至 0.25)左翅幾乎垂直地面提供法向力，右翅接近平行地面而提供垂直力；隨著左右翅繼續下拍($t/T = 0.4$ 至 0.55)，翼表面攤平而



有接近的法向量，使兩翅產生的垂直力和法向力在約 0.45 至 0.55 週期時相交，此時拍撲角接近 0 度，使左右翅產生相近的作用力。

由圖 4-12(b)分析上拍過程的垂直力和法向力，可以發現上拍前期($t/T = 0.7$ 至 0.85)左右兩翅皆提供負向的法向力，並且是由左翅因身體偏向右側而持續提供反向的法向力；垂直力則是於上拍中期隨著左翅與地面垂直後，兩翅作用力開始相互抵銷，而使垂直力由負轉正。上述分析是建立在蝴蝶透過俯仰姿態於下拍提供升力、於上拍提供推力的結論，並以滾轉角為影響作用力方向的主要因素；尚未考慮左右翅膀明顯的不對稱拍撲和偏移動作，也還未解釋各作用力的變化，因此須由流場結構繼續進行分析。

(a) Downstroke



(b) Upstroke

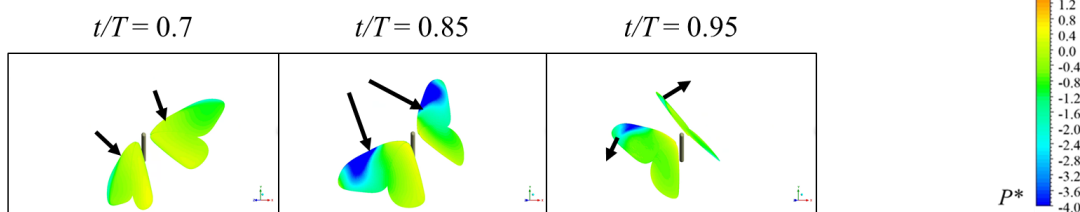


圖 4-12 力作用於翅膀表面方向示意圖 ($P^* = P/(0.5\rho(2\Delta\phi S)^2) = P/1.946$)。

(a)下拍階段與(b)上拍階段。

4-2.3 下拍階段流場機制

為觀察身體與翅膀動作產生之渦旋結構，本研究以 Q 判斷法(Q -criterion)建立渦度等位面判斷三維渦旋位置，如圖 4-13 所示；同時也以翅膀平面向量建立視角，以觀察翅膀上下表面壓力分布，如表 4-5 所示，圖左右側為身體座標 z_b 軸。

由渦旋結構圖可以發現下拍初期($t/T = 0.15$)所產生第一個作用力局部波峰為翼前緣渦旋第一次穩定貼附，使翼上表面產生穩定且大面積的低壓區，翼下表面也

因拍撲動作於翼前緣產生高壓區。隨著翅膀下拍動作($t/T = 0.25$)，翼前緣渦流和翼尖渦流由翼尖開始向後脫離，由翅膀壓力分佈亦可以觀察渦流沿低壓區向斜後方脫離，主要因為渦流會由翼尖向翼根脫離表面；此時翼上表面翅膀低壓區減少，使翅膀受力下降，形成力圖上的局部波谷。渦流開始脫離後，拍撲所產生的展向流會持續由翼根流向翼尖，使翼前緣渦流再次貼附($t/T = 0.4$)，但是這次翼表面上低壓區和渦流相對於第一次渦流貼附時較不明顯；然而此時因為左右兩翅拍撲角接近 0 度，翅膀相對於來流的投影面積增大，翅膀旋轉角也在此時開始快速仰轉，產生旋轉力幫助翼前緣穩定貼附，上述兩因素進而造成垂直力和法向力的二次提升。

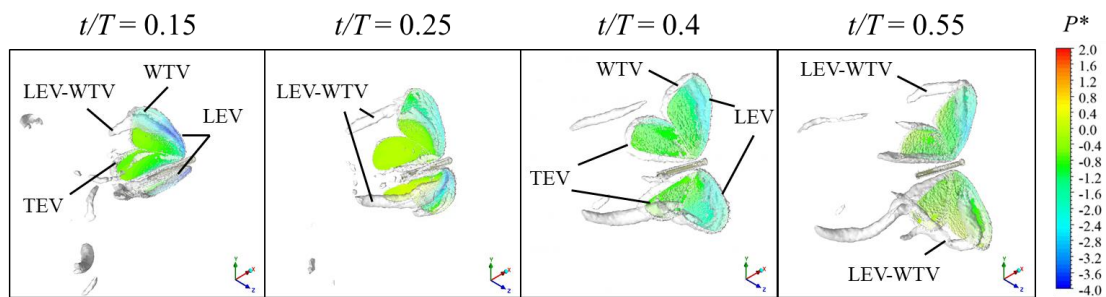
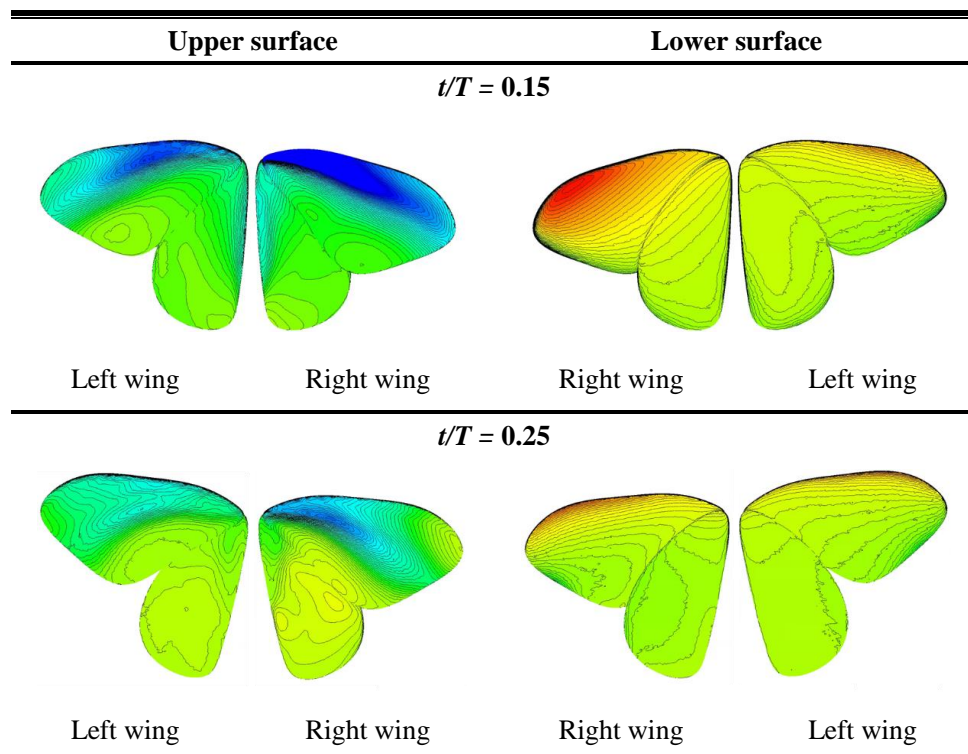
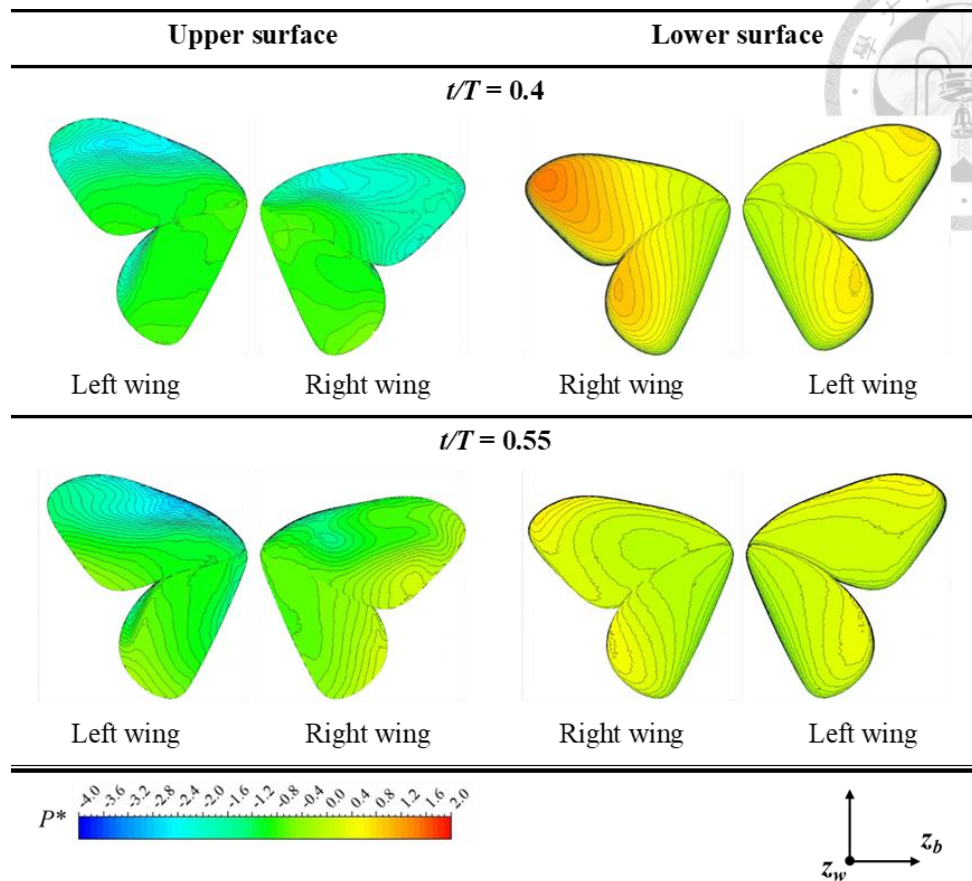


圖 4-13 下拍階段渦流結構 ($Q = 20(2\Delta\phi f)^2 = 16721 \text{ s}^{-2}$)

表 4-5 下拍階段翅膀表面壓力分布圖 ($P^* = P/(0.5\rho(2\Delta\phi fS)^2) = P/1.946$)





觀察翅膀渦漩圖可以發現左右兩翅的翼尖渦漩和翼前緣渦漩幾乎同時脫離 ($t/T = 0.25$)，但是右翅在下拍初期 ($t/T = 0.15$) 產生的渦漩大小較左翅明顯，同時由翅膀上壓力分布可以發現在下拍前期 ($t/T = 0.15$ & 0.25)，右翅有較大的高壓和低壓區，然而在下拍後期 ($t/T = 0.55$) 時左翅相較於右翅有較大的低壓區。

為了更清楚觀察翼前緣渦漩結構，沿著左右翅膀展向分別於 0.2、0.4、0.6、0.8 展長處建立弦向平面，並於平面上以渦度作圖，如圖 4-14 所示，視角為以身體座標所建立的等角視圖 (isometric view)；另一方面於翼根處建立展向平面，並於平面上以渦度和速度向量作圖，如圖 4-15 所示，以身體軸方向為視角。由弦向和展向平面渦度圖皆可以觀察到渦漩貼附 (圖 4-14(a) & 圖 4-15(a))、脫離 (圖 4-14(b) & 圖 4-15(b)) 和再次貼附 (圖 4-14(c) & 圖 4-15(c)) 的現象。兩翅在下拍中期 ($t/T = 0.4$) 翼前緣渦漩穩定貼附，然而到 0.55 週期時右翅翼前緣渦漩的渦度降低，並且會先脫離翼表面；推測在下拍過程中，左右翅膀並非都保持著相同的渦漩結構。

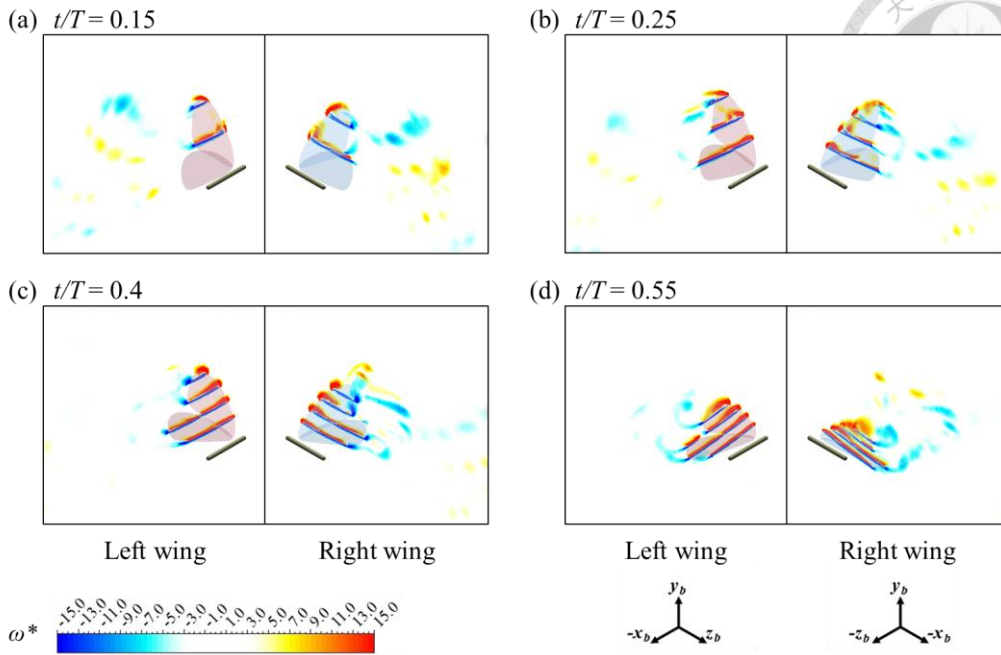
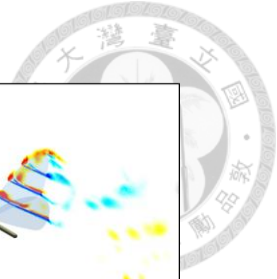


圖 4-14 下拍階段弦向平面渦度圖 ($\omega^* = \omega / (2\Delta\phi f) = \omega / 28.915$)。
 (a) $t/T = 0.15$ 、(b) $t/T = 0.25$ 、(c) $t/T = 0.4$ 與 (d) $t/T = 0.55$ 。

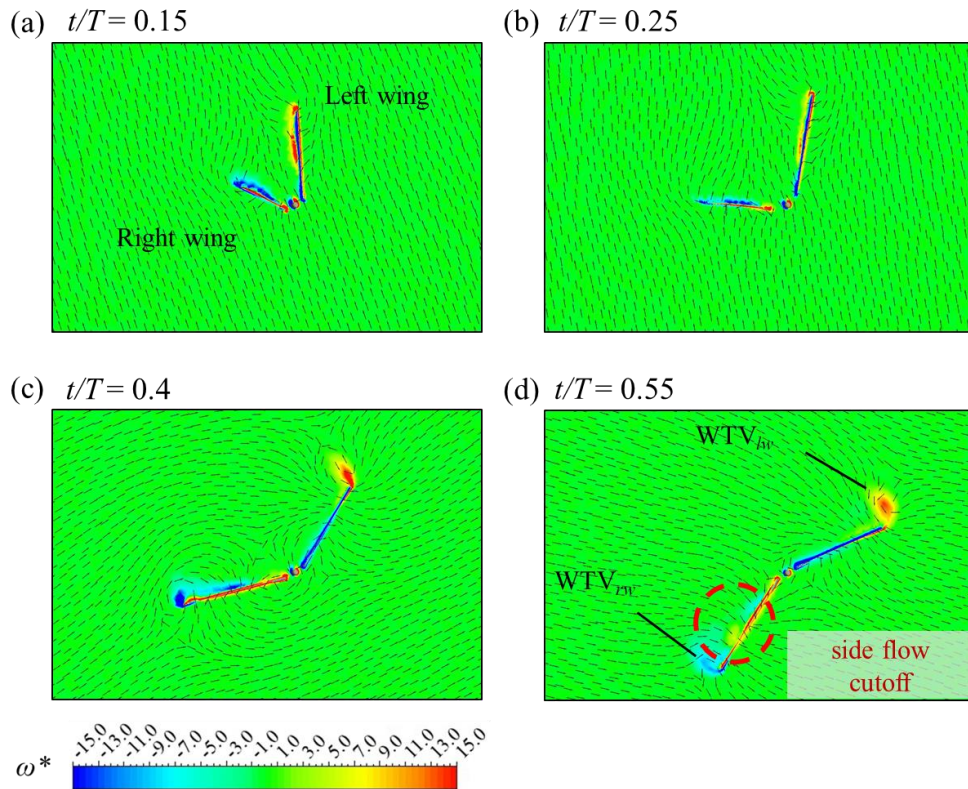


圖 4-15 下拍階段翼根處展向平面渦度圖 ($\omega^* = \omega / (2\Delta\phi f) = \omega / 28.915$)

由圖 4-15(d)可以觀察到，下拍後期左翅相較於右翅有較大之翼尖渦流，身體受到法向力而開始有側向速度，來流速度方向因此由身體下方轉換至右上方，側向流(side flow)對於右翅產生如截斷的效應，影響表面渦度的穩定性。因此除了側向力的產生，轉彎飛行與向前飛行的相異處還包括身體軸與來流方向的側向差異；對於前飛，來流方向僅包括前後和上下方向，轉彎則多了側邊方向的來流，因此會改變翅膀與來流的相對方向。

將實驗室座標下之飛行速度(圖 4-7)轉換至身體座標系，如圖 4-16 所示。圖 4-16(a)為實驗室考慮偏航姿態後之飛行速度，也就是以平行地面之身體軸前方、垂直方向以及與地面平行之右側為座標軸之結果，可以發現向前速度的趨勢與原本相似，然而水平側向部分相對於身體軸先有向左的速度，於下拍中期($t/T = 0.3$)轉為向右，並於上拍前期($t/T = 0.8$)恢復為向左。圖 4-16(b)進一步將速度轉至身體座標系，相對於圖 4-16(a)會額外考慮俯仰和滾轉姿態，可以發現此時 x_b 、 z_b 方向的速度變化不大，蝴蝶相對於身體軸前方和側向各保持著相近的速度，平均值分別為 1.21 m/s 和 0.21m/s；身體的垂直方向速度則是由負值後轉為正值($t/T = 0.4$)，於上拍前期($t/T = 0.75$)轉為負值，代表著來流速度相對於身體依序由下方、上方和下方流過。

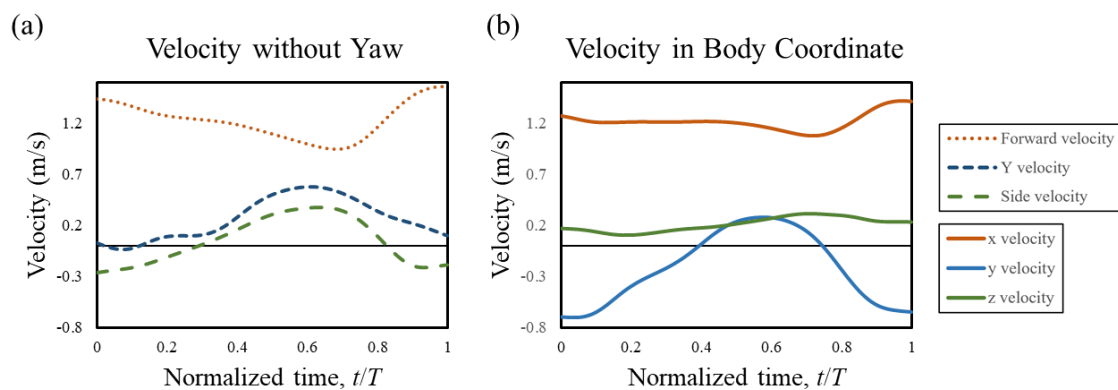


圖 4-16 (a)實驗室座標系下考慮偏航角與(b)身體座標系下之模擬飛行速度

依據上述觀察，本研究推測下拍過程右翅和左翅先後產生較大低壓區的主要因素共分為兩項，第一項是翅膀的不對稱拍撲和前翅偏移動作，第二項則是側向來

流，兩者互相關聯。首先為了更準確敘述側向來流，本研究定義來流側向角度(free stream angle, δ)為來流速度向量投影至身體座標系 xz_b 平面與身體軸 x_b 向量之間的角度，如圖 4-17 所示，由圖 4-16(b)身體座標系速度之 x_b 和 z_b 兩分量計算反正切值可得來流側向角度，即圖 4-17(b)之灰色虛線；可以發現來流側向角度保持負值，代表相對於身體由右前側流過。另又定義相對於來流的偏移角(圖 4-17(a))，進一步描述偏移角與來流方向的關係，假設翅膀 xz_w 與 xz_b 平面平行，側向來流角度為負時，對於左翅會如同向前偏移，因此定義左翅來流偏移角($\eta_{lw,s}$)為左翅偏移角加上來流側向角；對於右翅則如同向後偏移，因此定義右翅來流偏移角($\eta_{rw,s}$)為右翅偏移角扣除來流側向角。雖然因著翅膀拍撲和旋轉動作，翅膀 xz_w 並不與 xz_b 平面平行，然而來流偏移角可以提供前翅實際與側向來流方向關係的參考。

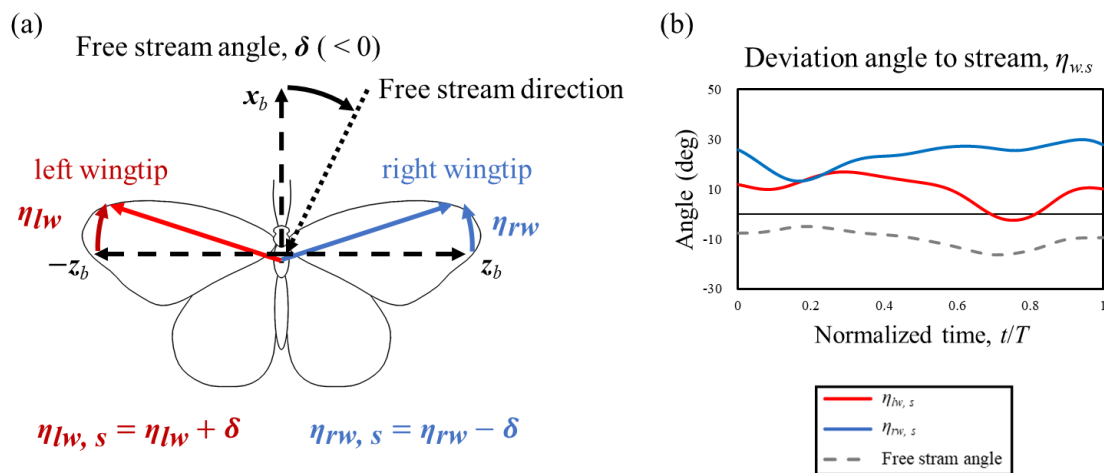


圖 4-17 (a)來流偏移角定義與(b)轉彎過程來流偏移角度圖

由圖 4-17(b)檢視左右翅偏移角，可以發現原本左翅先往前偏移、右翅向後偏移的前翅動作(圖 4-6(e))，在考慮側向來流時，則是由左翅持續保持著較小的來流偏移角，右翅雖然原本有較小偏移角，對於來流卻可看作向前偏移而有較大的來流偏移角。然而對於拍撲動作部份，右翅相較左翅有較大的拍撲幅度，拍撲所產生的展向流協助穩定翼前緣渦流貼附，使右翅在下拍前期上表面先產生較大低壓區而有較大作用力；左翅則因較小的拍撲幅度較晚產生穩定翼前緣渦流，並且有較小低壓區。

隨著下拍過程接近中期($t/T=0.4$)，兩翅拍撲角度接近 0 度，同時來流相對於身體也由右下方轉至由右上方流過，增加側向來流對於兩翅的效應，左右翅的來流偏移角度差異也使左右翅的發展不同的流場結構；此時相對於來流左前翅較為後移，來流提供的展向流與拍撲造成的展向流同向，使翼前緣渦漩穩定貼附，並使翼尖渦漩向上發展，於左翅上表面具有較大之低壓區。右翅較為前移則使來流更趨於產生與拍撲展向流反向的展向流，限縮翅膀上的低壓區面積，使右翅在下拍後期產生較小作用力。

於翼根處展向平面，以展向速度和速度向量作圖，如圖 4-18 所示，此時以身體軸方向為視角，綠色箭頭為來流方向，紅色區域代表展向速度為正向右，藍色區域則代表速度為負向左。 $t/T=0.4$ 時為翼前緣渦漩第二次穩定貼附，此時左翅無因次展向速度量值最大值為 0.884，右翅為 1.029，右翅因較大的拍撲幅度而先有較大的展向速度。在 0.4 週期之後，來流方向逐漸轉至右上方，側向來流影響展向流發展，左翅無因次展向速度量值最大值為 0.753，右翅為 0.660；由右方流過之側向流幫助左翅產生穩定之展向速度，對於右翅於 $t/T=0.45$ 開始便可觀察到在靠近翼尖處，側向速度截斷展向流的傳遞，使右翅有較低之展向速度。

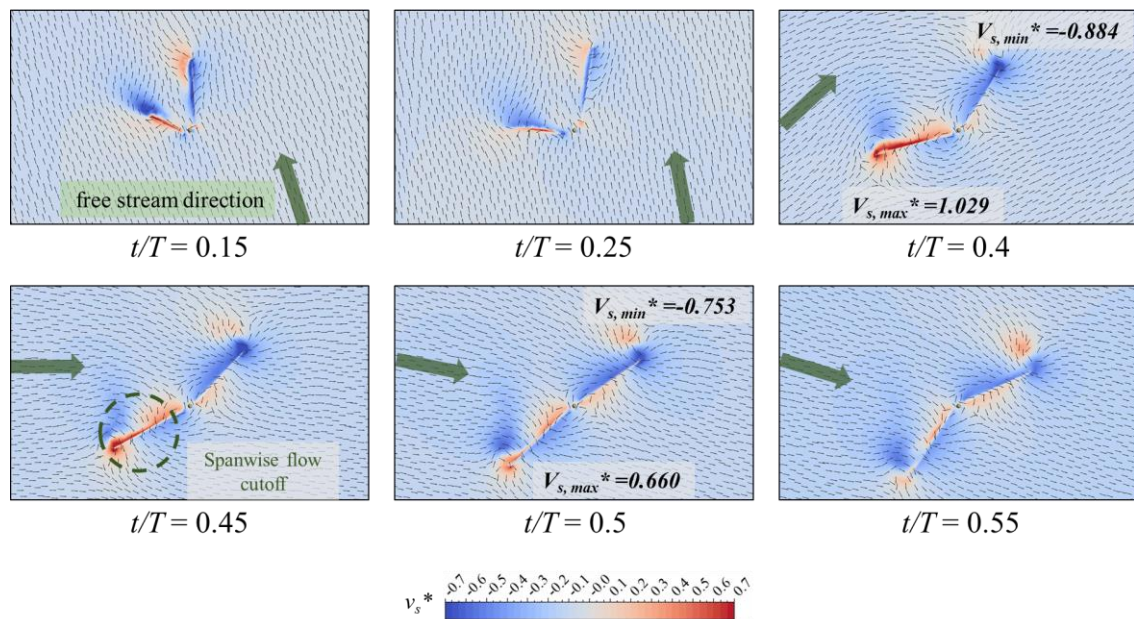


圖 4-18 下拍階段翼根處展向平面展向速度圖 ($v^* = v/(2\Delta\phi Sf) = v/1.783$)

文獻回顧 2-3.2 小節中，張勝凱(2022)提出前翅掃掠角(即本文偏移角)會改變因來流而產生之展向流方向，偏移角增大使平均升力和阻力降低。本研究認為側向來流會加深或是減弱翅膀上空氣動力效應，影響展向流發展並使左右翅膀產生相異渦漩結構，對於來流速度方向和偏移角的效應須以來流偏移角同時考慮兩者的影響。

圖 4-19 為左翅和右翅垂直方向與法向之合力，可進一步驗證下拍初期由右翅產生較大作用力，右翅較大的拍撲幅度使升力(即垂直方向與法向合力)增加，右翅較左翅產生 1.53 倍升力($t/T = 0.1$)。中期渦漩脫離兩翅表面後，左翅於下拍後期因側向流而產生較大作用力，左翅升力為右翅 1.93 倍($t/T = 0.55$)，並延長受力持續時間。

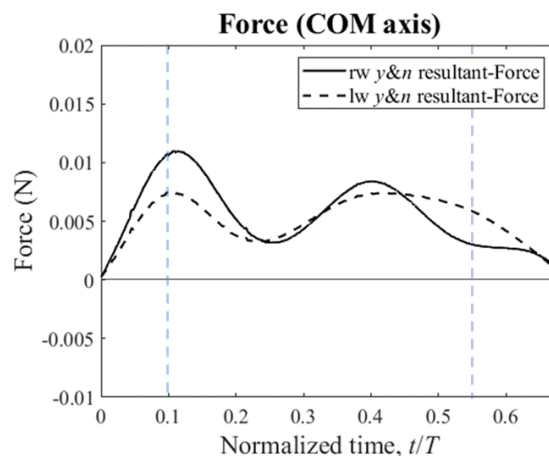


圖 4-19 切線法向座標下左右翅膀於下拍階段垂直力與法向力之合力

4-2.4 上拍階段流場機制

相對於下拍，上拍階段的流場機制較不複雜，同樣以 Q 判斷法(Q -criterion)建立渦漩結構圖，如圖 4-20 所示；表 4-6 則為翅膀表面壓力分布圖，由翅膀法向量為視角，圖左右側為身體座標 z_b 軸。由渦漩結構圖可以發現上拍初期($t/T = 0.7$)時，下拍階段產生之渦漩脫離翅膀，翼下表面還未產生穩定翼前緣渦漩；上拍中期($t/T = 0.85$)時於翼下表面產生低壓區，並於下表面產生穩定翼前緣渦漩；由翅膀表面壓力圖可以發現左右翅有相近的壓力分布，翼下表面低壓區集中於翼前緣並向斜後方分布，翼上表面高壓區則集中於翼尖處。此時也是翅膀旋轉角快速俯轉時期幫助



翼前緣穩定貼附，使上拍作用力達到最大值。上拍後期($t/T = 0.95$)可以觀察到脫離的翼前緣和翼尖渦流於左右翅各產生渦流環(vortex ring)結構，此結構幫助蝴蝶於上拍產生切線方向推力。

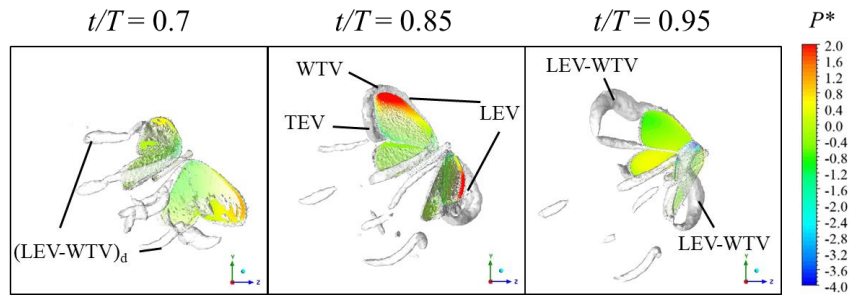
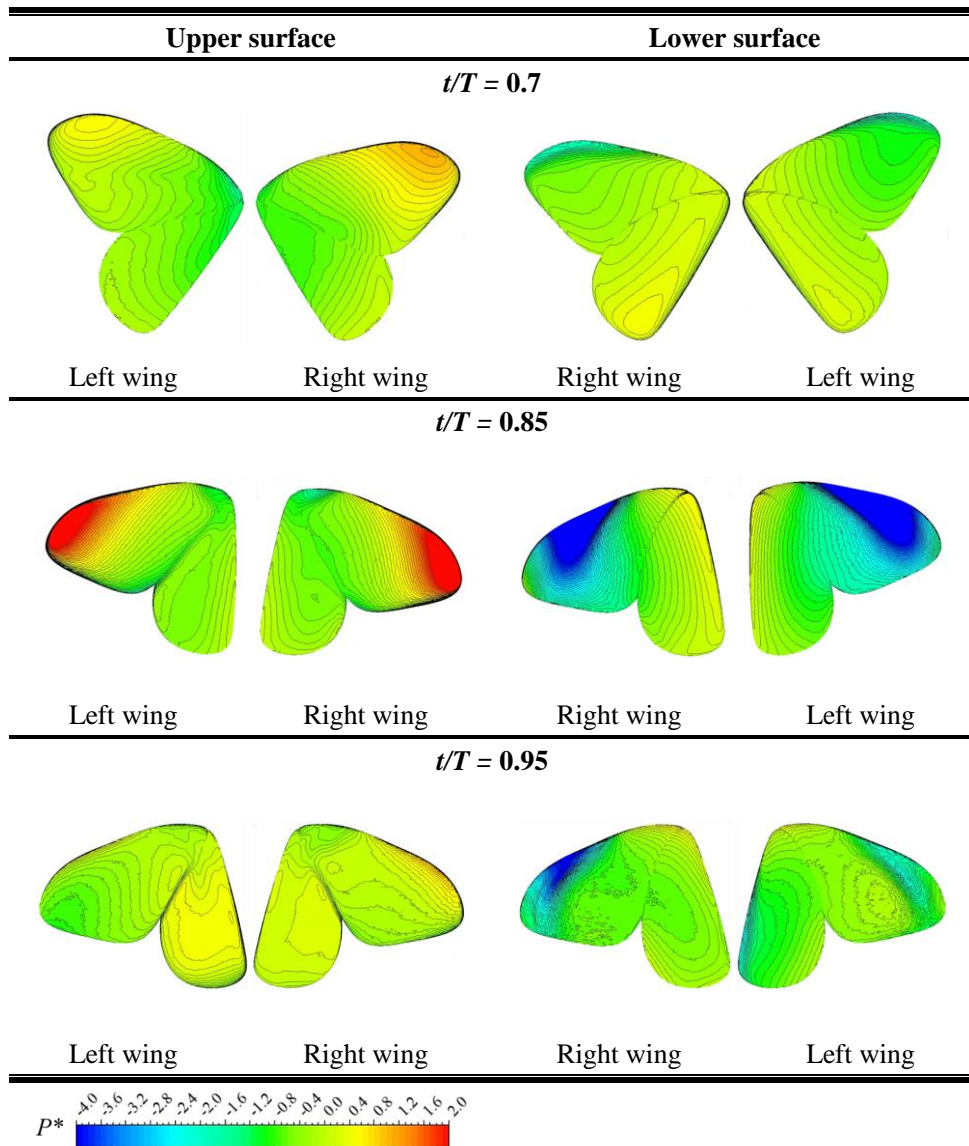


圖 4-20 上拍階段渦流結構 ($Q = 15(2\Delta\phi f)^2 = 12541 \text{ s}^{-2}$)

表 4-6 上拍階段翅膀表面壓力分布圖 ($P^* = P/(0.5\rho(2\Delta\phi f S)^2) = P/1.946$)



於翅膀上弦向平面以渦度作圖，如圖 4-21 所示，視角為以身體座標所建立的等角視圖。由弦向平面渦度圖可以觀察到上拍初期渦漩渦度值較小，由上拍產生之渦漩結構還在發展中(圖 4-21(a))。上拍中期翼前緣渦漩渦度值達到最大值，並且左右翅之渦度和渦漩大小相近(圖 4-21(b))，渦漩也開始於翼前緣和翼後緣處脫離翅膀表面(圖 4-21(c))。

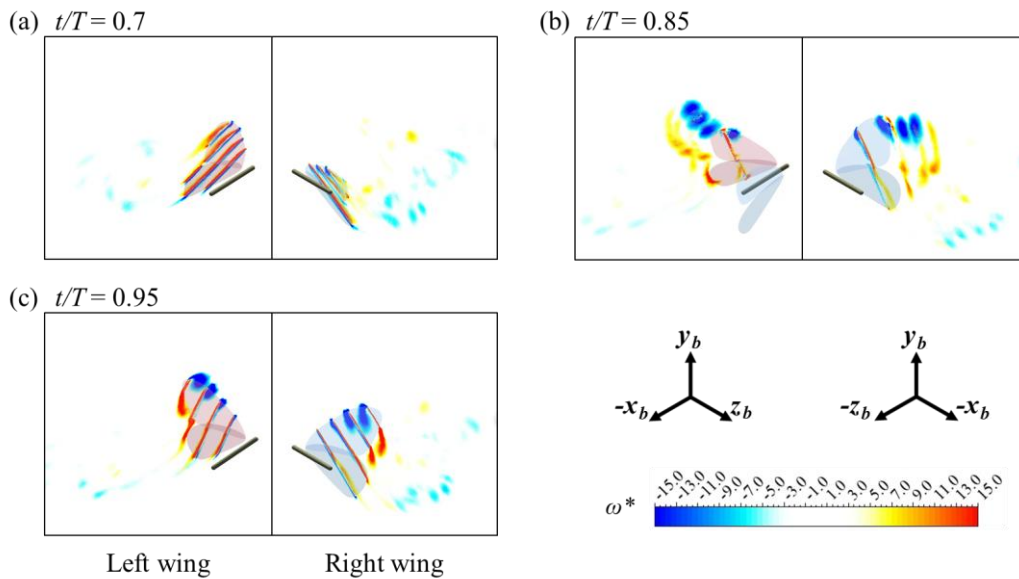


圖 4-21 下拍階段弦向平面渦度圖 ($\omega^* = \omega / (2\Delta\phi f) = \omega / 28.915$)。
(a) $t/T = 0.7$ 、(b) $t/T = 0.85$ 與 (c) $t/T = 0.95$

由 4-2.2 小節與圖 4-11 的空氣動力分析可知上拍階段左右翅推力量值相近，但左翅相較於右翅約提早 0.075 週期達到最大值；由圖 4-17(d)可以發現上拍初期 ($t/T = 0.675$ 至 0.8)仍受到側向來流，並於 0.75 週期時相對於身體由右上方轉為右下方流過，此時左翅依然有著較小的來流偏移角，亦即相對於來流左翅向後偏移，使左翅較快產生穩定渦漩結構進而產生推力。隨著翅膀上拍，右翅較大的拍撲幅度在上拍後期($t/T = 0.95$)使右翅下表面仍存在低壓區(表 4-6)。垂直力和法向力部分則受滾轉角影響作用力方向。



4-3 拍撲動作參數

4-2 節的數值模擬方法是輸入真實蝴蝶身體姿態和翅膀動作，以此計算空氣動力和流場結構；在此飛行模式下，左右翅膀的拍撲、掃掠、旋轉和偏移動作皆為本研究觀察蝴蝶在轉彎飛行的實際動作，其中拍撲和前翅偏移動作更有明顯不對稱動作，為了獨立分析這兩項翅膀動作對於轉彎飛行的效應，本節與下一節將各自針對左右翅膀的拍撲和偏移角進行模擬，以歸納影響轉彎飛行的重要飛行參數。

對於兩參數研究的模擬方式會建立在前述轉彎動態的飛行模式上，輸入與原始動態相同的身體姿態，並透過調整翅膀所輸入的動作函數進行結果比較。

拍撲動作的模擬方式共分為兩組。第一組是比較蝴蝶在僅有不對稱翅膀拍撲動作下(Test 1)與原始動態(Original)的飛行差異，其他翅膀動作包括掃掠、旋轉和前翅偏移角皆輸入對稱動作，也就是原始動態的兩翅平均動作；同時也考慮蝴蝶偏移動作為平均定值(Deviation Constant)以及所有動作皆為對稱(Symmetry)的狀況。第一組模擬方式如表 4-7 所示。

表 4-7 拍撲角參數模擬方式 (第一組)

Flapping angle (Group 1)	
Case	輸入動作
Test 1	僅有拍撲角為不對稱動作，其他翅膀動作為對稱。
Original	皆為原始動作
Deviation Constant	偏移動作為一定值，搭配不對稱拍撲動作
Symmetry	翅膀動作皆為對稱

在分離翅膀拍撲與其他動作的效應後，第二組模擬方式則是先基於原始動態的左右翅膀不對稱拍撲動作和平均動作之間的差值，建立更大和更小幅度的拍撲動作函數；圖 4-22 為於模擬輸入之拍撲動作參數，其中紅色和黑色實線為原始動態的左翅和右翅動作，藍色實線為平均動作，虛線是以平均值加上或減去兩倍與原始動作差值後的動作函數。

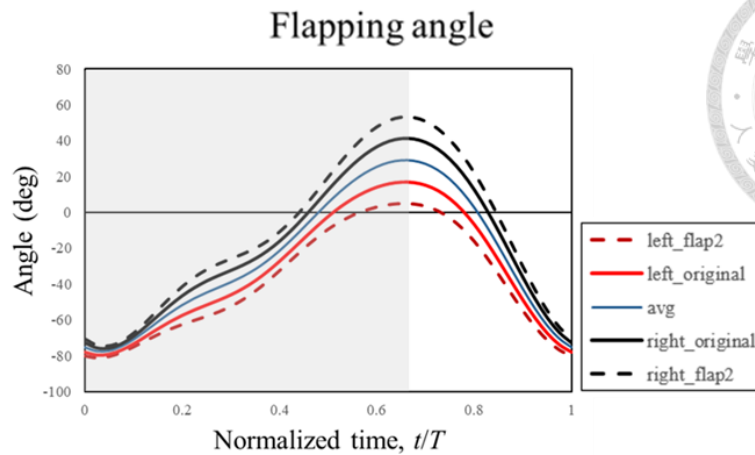


圖 4-22 拍撲參數模擬之輸入動作函數

建立了輸入拍撲動作函數後，第二組便是透過輸入更大或更小拍撲幅度的翅膀動作，以比較不對稱拍撲動作對於轉彎飛行的效應，模擬方式如表 4-8 所示，先依序減少左翅拍撲幅度(Test 2)，增大右翅拍撲幅度(Test 3)，最後則結合前兩個模擬的拍撲動作(Test 4)進行模擬，並與僅有不對稱翅膀拍撲動作比較(Test 1)。

表 4-8 拍撲角參數模擬方式 (第二組)

Flapping angle (Group 2)				
Wing motion	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
Left flap2		Left		Left
Left original	Left		Left	
Average				
Right original	Right	Right		
Right flap2			Right	Right



4-3.1 僅有拍撲與平均動作

第一組模擬方式是比較僅有拍撲為不對稱動作搭配平均(Test 1)或是定值的不對稱偏移動作(Deviation Constant)、原始動作(Original)與所有動作皆為對稱(Symmetric)的四種拍撲模式, 首先以切線法向座標比較各模擬之空氣動力, 包括水平切線推力、垂直力和法向力, 如圖 4-23 所示。

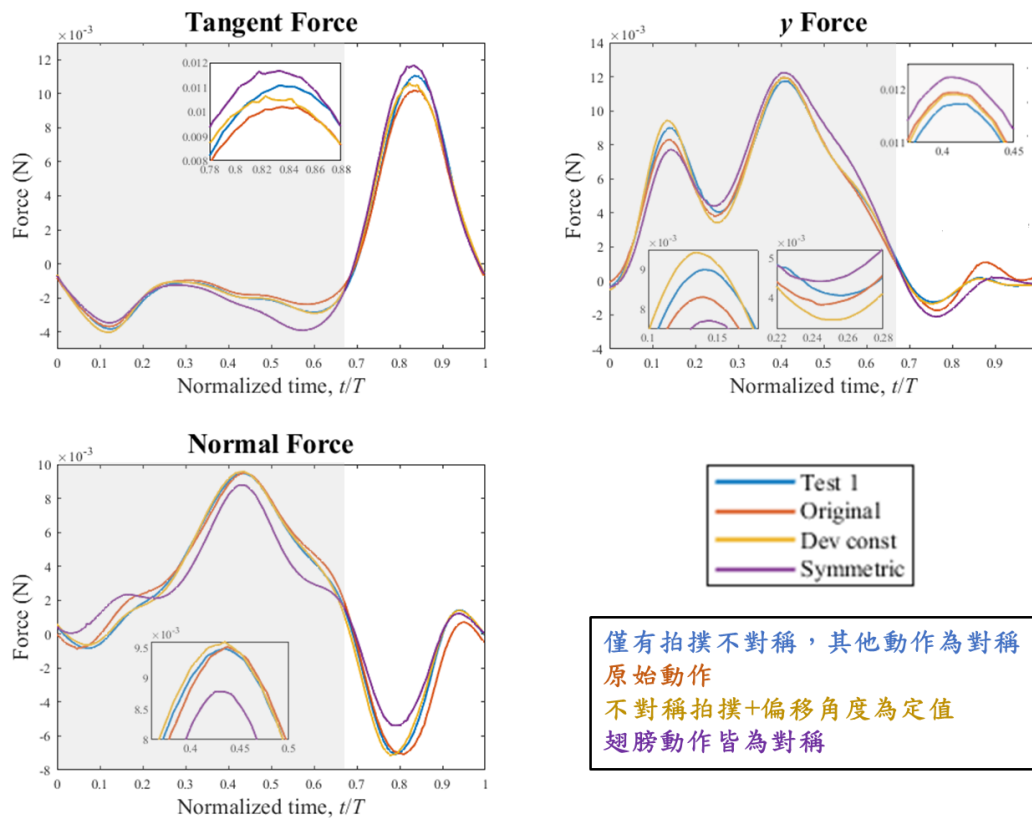


圖 4-23 第一組拍撲參數於切線法向座標下之空氣動力

由力圖可以發現, 各空氣動力分量之趨勢皆相似, 但在極值部分上會有所差異。上拍階段($t/T = 0.8$)時, 原始動作產生最低推力, 翅膀對稱動作則產生最大推力, 兩者分別相對於 Test 1 降低 6.21 % 和提升 9.19 % 的水平推力。

垂直和法向力部分, 當不對稱拍撲動作搭配固定偏移動作時, 在下拍階段的第一個波峰波谷皆產生最大垂直力, 然而在第二個波峰($t/T = 0.4$), 不對稱拍撲動作產生較低的垂直力, 對稱動作則有最大垂直力, 相對於 Test 1 提升 4.22 % 的垂直力。下拍階段($t/T = 0.425$)時有法向力最大值, 對稱動作則相對於 Test 1 下降 6.76 % 法向力, 皆小於其他三種模式。

前述空氣動力分析顯示當翅膀為對稱動作時，可產生最大推力和垂直力極值，同時卻有最低的法向力極值；相對地，當翅膀為不對稱拍撲動作時，雖然在推力和垂直力有較差效果，但可以於下拍階段增加法向力，藉此提升蝴蝶飛行的轉彎表現。另一方面，不對稱拍撲動作搭配平均或是固定偏移動作的兩種模式，相較於對稱拍撲動作的空氣動力差異並不明顯，偏移動作對於轉彎飛行的效應將於 4-4 節分析。

法向力的產生可以改變蝴蝶飛行的速度方向，故進一步分析下拍階段左右翅膀各自產生的法向力，圖 4-24 為對稱與不對稱拍撲動作之法向力比較圖，實線為左翅，虛線為右翅。由結果可以發現 Test 1 因不對稱拍撲動作，左翅有較小拍撲幅度，因此於下拍初期($t/T = 0.1$)左翅產生較小法向力，然而右翅則因為有較大拍撲幅度，而於下拍後期($t/T = 0.45$)產生較大法向力，顯示不對稱的拍撲幅度可以於下拍後期產生更大的法向力極值。

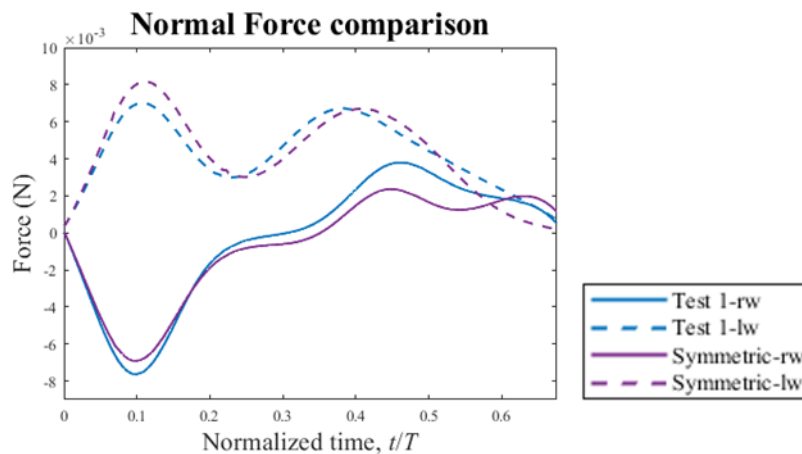


圖 4-24 下拍階段對稱與不對稱拍撲動作之法向力比較

由 4-2 節結論可知，向前飛行時主要於下拍階段產生升力，於上拍階段產生推力；對應到轉彎飛行中，下拍階段產生的升力為垂直力和法向力的合力，上拍階段則產生切線推力，左右翅膀因著身體姿態而在各個時刻貢獻不同方向的力，因此將左右翅膀的空氣動力分開作圖，下拍階段以垂直和法向合力、上拍階段以推力作圖，如圖 4-25 所示，依序以右翅和左翅呈現。

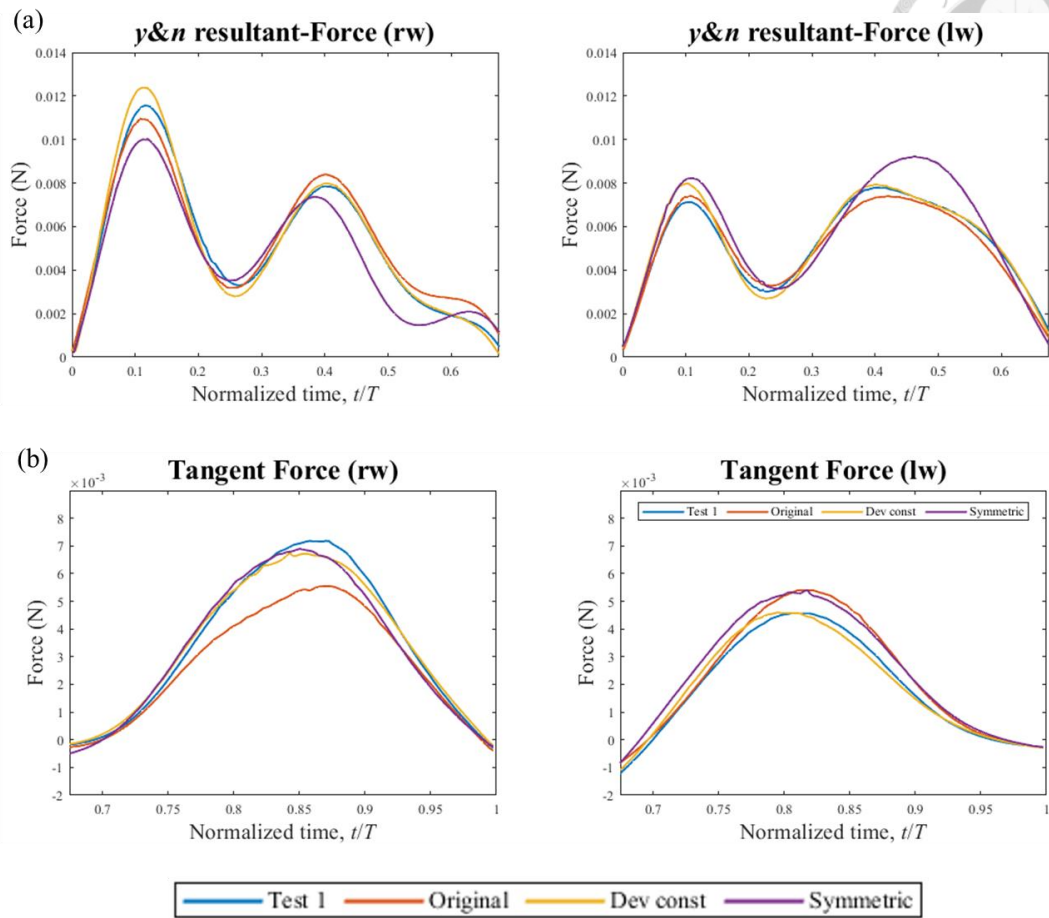
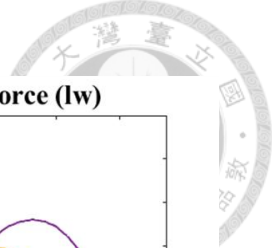


圖 4-25 第一組拍撲參數之(a)下拍階段垂直和法向合力與(b)上拍階段推力

由圖 4-25(a)可以發現不對稱的拍撲動作使右翅於下拍階段的升力增大，兩次的波峰($t/T = 0.1$ & 0.4)皆較對稱動作大，而左翅所產生的升力則較對稱動作小。外翅(左翅)升力降低，內翅(右翅)升力提升的結果，可於下拍階段產生反向的滾轉力矩，而有較穩定的轉彎動態，避免因持續的滾轉力矩而產生如 2-1.2 小節所提到的過度傾斜現象，此現象會導致飛行的不穩定。

圖 4-25(b)呈現兩翅的推力表現，可以發現原始動作相對於其他三種模式，右翅產生較小的推力，左翅則是由原始和對稱動作產生較大推力，因此對稱動作可以產生最大的總推力。整體而言，內翅(右翅)的水平推力大於外翅(左翅)，會導致蝴蝶於上拍階段發生逆偏航效應，也就是產生與原本轉彎反向的偏航力矩，使蝴蝶偏離原本轉彎軌跡，降低轉彎表現。另一方面有趣的是，可以發現原始動作左翅雖然會早於右翅產生水平推力，但兩翅有相近的推力極值，推測原始動作除了不對稱拍



撲外，還搭配掃掠、旋轉和偏移的不對稱動作，在真實動作模式下可降低上拍階段的逆偏航現象。

關於前述影響轉彎飛行穩定性的過度傾斜以及逆偏航現象，兩者與蝴蝶在轉彎飛行中所產生的滾轉力矩和偏航力矩息息相關。在 2-3.3 小節對於蝴蝶轉彎飛行的文獻回顧中，Henningsson & Johansson (2021) 主要關注蝴蝶在起飛轉彎所發生的逆偏航現象，作者認為蝴蝶等拍撲翼在沒有尾翼輔助的狀態下，可以透過增大外翅推力或是內翅阻力以解決逆偏航效應，然而 Henningsson & Johansson 及本文皆發現，上拍階段內翅因相較於外翅產生較大推力，反而提高逆偏航的效應(圖 4-25(b))。

另一方面對於滾轉力矩的穩定性，Henningsson & Johansson 則是認為下拍階段外翅容易因較大的來流速度產生較大升力，導致滾轉力矩持續產生；為避免此現象，作者認為若要維持滾轉姿態的穩定性，蝴蝶需要透過兩種方式增加內翅的升力，分別是提升內翅的拍撲幅度或是攻角，然而此篇研究僅發現蝴蝶提高內翅攻角的現象，並無觀察到兩翅拍撲幅度有所差異。作者也進一步認為，內外翅攻角的差異除了可以幫助維持滾轉姿態的穩定性，也會因著內翅的升力提升而隨之產生外型阻力，於下拍階段降低逆偏航的效應。

本研究與 Henningsson & Johansson (2021) 的不同之處在於，在本文的生物動態實驗中並無發現內外翅有明顯的攻角差異，卻發現蝴蝶於轉彎過程有明顯的不對稱拍撲動作，不對稱拍撲動作是否也能幫助穩定滾轉姿態並減低逆偏航效應，將於下一小節進行分析。

為敘述各參數對於力矩的效應，須先定義偏航和滾轉力矩的趨勢方向與穩定性，兩力矩分別對於旋轉軸和轉彎方向的關係定義如圖 4-26 所示。本研究定義偏航力矩為模擬中所產生的 Y_e 方向力矩(圖 4-26(a))，而因為模擬所輸入的轉彎動態為向右轉彎，因此若由上往下觀察，正向偏航力矩為逆時鐘方向，然而此方向與轉彎方向相反，因此又稱此正偏航力矩為逆偏航力矩；相對地，順時鐘方向的負偏航力矩則稱為順偏航力矩。由前述可知，蝴蝶轉彎飛行中，下拍階段可產生順偏航力矩，上拍則會發生逆偏航效應，因此蝴蝶若在單一週期內可產生負向的順偏航力矩，



即平均力矩為負值，則定義身體偏航姿態具穩定性。

對於滾轉力矩，本研究定義身體軸 x_b 方向的力矩為滾轉力矩(圖 4-26(b))，若由身體後方沿身體軸往前觀察，正向滾轉力矩為順時鐘方向，可提高身體滾轉姿態而幫助產生法向力，因此正滾轉力矩為順滾轉力矩；相對地，負滾轉力矩為逆滾轉力矩。由於左右翅膀的來流速度差異而產生順滾轉力矩，使身體有過度傾斜的趨勢；然而逆滾轉力矩則會使身體恢復傾斜而趨於結束轉彎。因此本研究定義蝴蝶在單一週期內無產生滾轉力矩，即力矩量值接近 0，則身體滾轉姿態具穩定性。若飛行目標為增強轉彎幅度或結束轉彎趨勢，則須進一步修正對於偏航和滾轉力矩所影響身體姿態穩定性的定義。

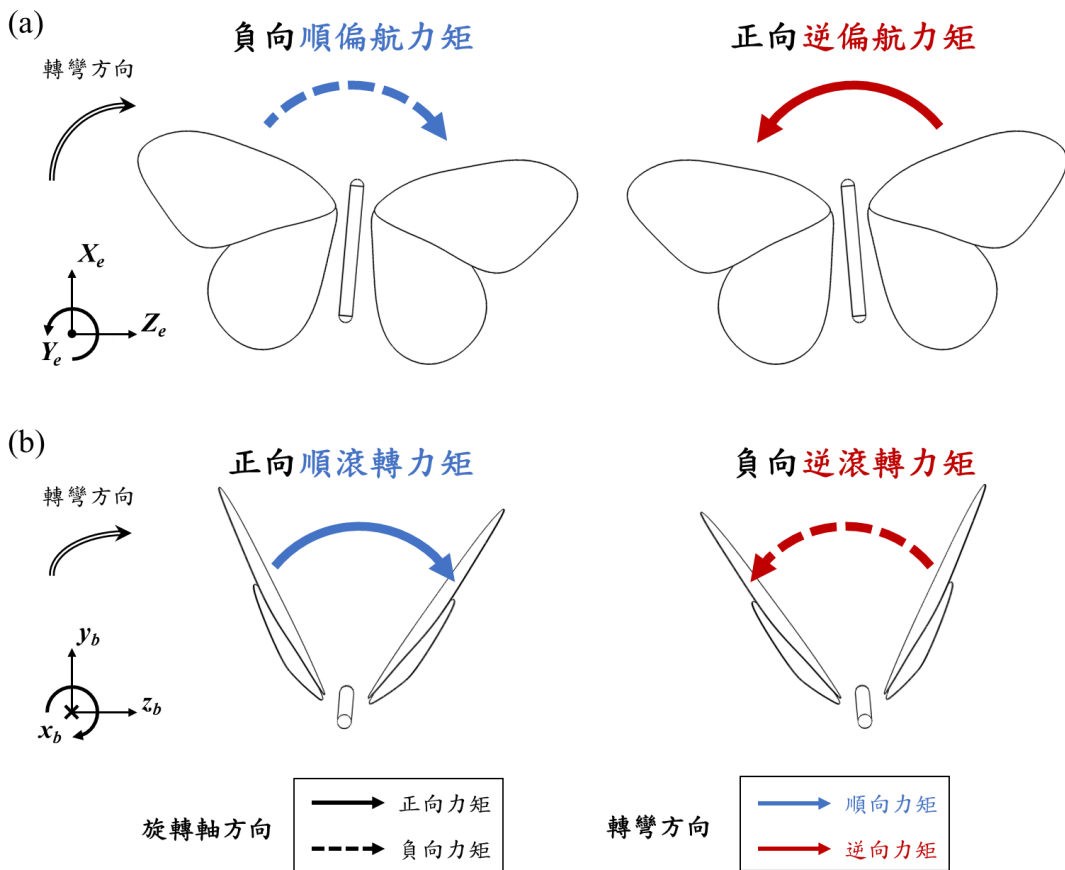


圖 4-26 力矩與旋轉軸和轉彎方向關係示意圖。(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩。

進一步分析第一組拍撲方式的力矩結果，分別整理模擬飛行中所產生的 Y_e 方向力矩，也就是本研究所定義的偏航力矩，以及身體軸 x_b 方向的力矩，即滾轉力

矩，並計算兩者的平均力矩，以比較各拍撲模式下所產生的偏航和滾轉力矩，如圖 4-27 所示，藍色虛線代表下拍階段，橘色虛線代表上拍階段，黑色實線則代表單一週期內的平均力矩。其中因為模擬所輸入的轉彎動態為向右轉彎，因此若偏航力矩為正，則與轉彎方向反向；相對地，若滾轉力矩為正，則與轉彎方向同向。

首先在僅有不對稱拍撲動作搭配平均(Test 1)或是定值(Deviation Constant)偏移動作的兩種模式間有相近的力矩結果，於下拍階段產生與轉彎同向的順偏航力矩，而幾乎不產生滾轉力矩，上拍階段產生與轉彎反向的逆偏航力矩以及較大的滾轉力矩，整體在單一週期內受到逆偏航效應，並產生正向的滾轉力矩。

對稱動作則是因為下拍階段沒有產生足夠大與轉彎同向的順偏航力矩，雖然上拍階段的逆偏航效應較小，然而整體來說還是受到逆偏航的影響；滾轉力矩則是因為在上下拍階段皆產生正向的順滾轉力矩而有最差的結果，在轉彎過程中會因為持續產生滾轉力矩而發生過度傾斜的現象，嚴重影響飛行的穩定性。

相對於前三個模式，原始翅膀動作因為在下拍產生更大的順偏航力矩，並且在上拍由前述左右兩翅提供相近的水平推力，而產生較低的逆偏航力矩，單一週期內的偏航力矩與轉彎同向，而沒有發生逆偏航的現象；另一方面，原始翅膀動作於上下拍階段皆產生微小的滾轉力矩，使整體有接近 0 的負滾轉力矩，可藉此穩定滾轉姿態，而不會有過大的正反向滾轉趨勢。整體而言，原始動作下的飛行模式具有最佳的轉彎穩定性。

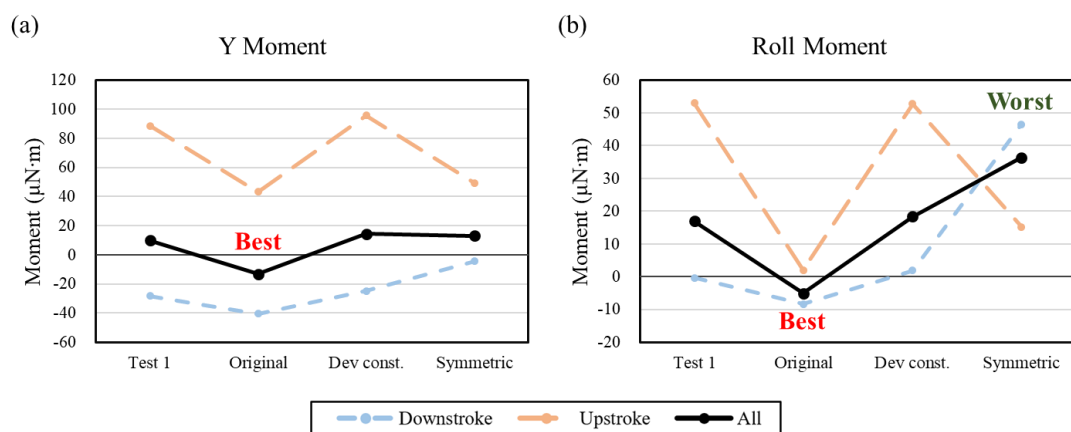
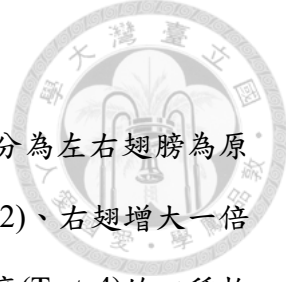


圖 4-27 第一組拍撲參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩



4-3.2 拍撲幅度效應

第二組模擬方式是比較左右翅膀不同幅度的拍撲模式，共分為左右翅膀為原始拍撲幅度(Test 1)、左翅降低一倍幅度搭配右翅原始動作(Test 2)、右翅增大一倍幅度搭配左翅原始動作與左翅(Test 3)和右翅同時減小和增大幅度(Test 4)的四種拍撲模式，其他翅膀動作皆為平均動作；圖 4-28 為切線法向座標下之空氣動力圖。

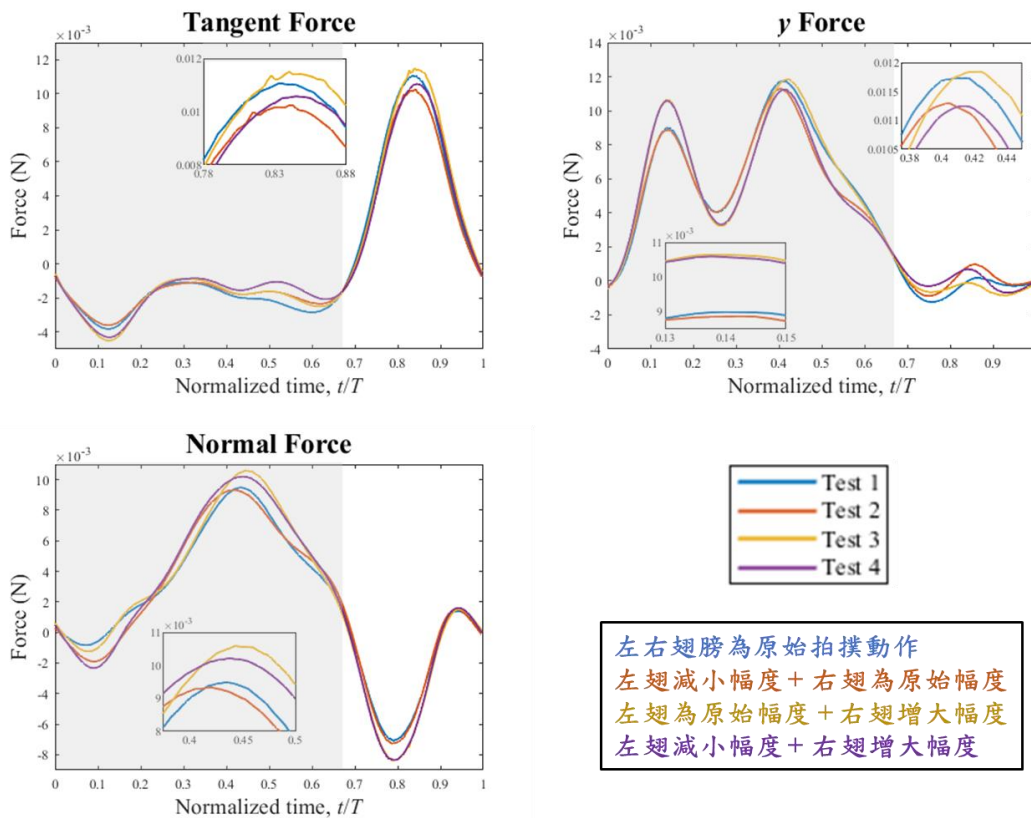
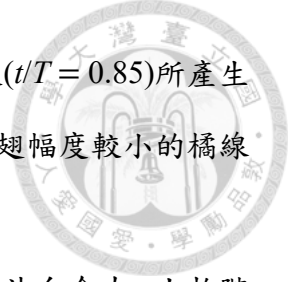


圖 4-28 第二組拍撲參數於切線法向座標下之空氣動力

首先分析垂直力部分，可以發現下拍階段($t/T = 0.1$ 至 0.3)垂直力第一次的波峰波谷主要受右翅影響，右翅幅度較大的黃線(Test 3)和紫線(Test 4)相較於右翅為原始幅度的藍線(Test 1)和橘線(Test 2)有較大峰值和較小的谷值；當翅膀持續下拍，垂直力出現第二次的波峰($t/T = 0.4$)，此時則是由左翅主導，左翅為原始幅度的藍線(Test 1)和黃線(Test 3)相較於左翅幅度較小的橘線(Test 2)和紫線(Test 4)有較大峰值。法向力的部分則是受右翅拍撲幅度增加影響，於下拍中期($t/T = 0.4$)產生正法向力，右翅幅度較大的黃線(Test 3)和紫線(Test 4)相較於右翅為原始幅度的藍線(Test 1)和橘線(Test 2)有較大峰值，但在下拍初期($t/T = 0.1$)和上拍階段($t/T = 0.8$)則



會產生較大的負法向力。在水平推力部分，左翅主導在上拍階段($t/T = 0.85$)所產生的峰值，左翅為原始幅度的藍線(Test 1)和黃線(Test 3)相較於左翅幅度較小的橘線(Test 2)和紫線(Test 4)有較大的推力。

為檢視左右翅各自對於空氣動力的效應，下拍階段以垂直和法向合力、上拍階段以推力作圖，如圖 4-29 所示，依序以右翅和左翅呈現，可以得到與前述相同的結論。在垂直和法向合力的部分(圖 4-29(a))，下拍前期($t/T = 0.1$)因右翅拍撲增大(Test 3 & 4)而有更大的升力，隨著翅膀下拍第二次波峰($t/T = 0.1$)，兩種拍撲幅度則有相近的升力；左翅的部分則一樣由原本較大的拍撲幅度(Test 1 & 3)可以產生較大的升力，並且在第二次波峰延長升力持續的時間。上拍階段的推力部分(圖 4-29(b))亦有相似的結論，較大的拍撲幅度有較大峰值，然而水平推力是由兩翅共同生成渦漩結構而產生，因此兩翅的拍撲幅度會互相影響，而右翅因著拍撲幅度原本即大於左翅，因此各拍撲模式之間的峰值差距也較左翅大。

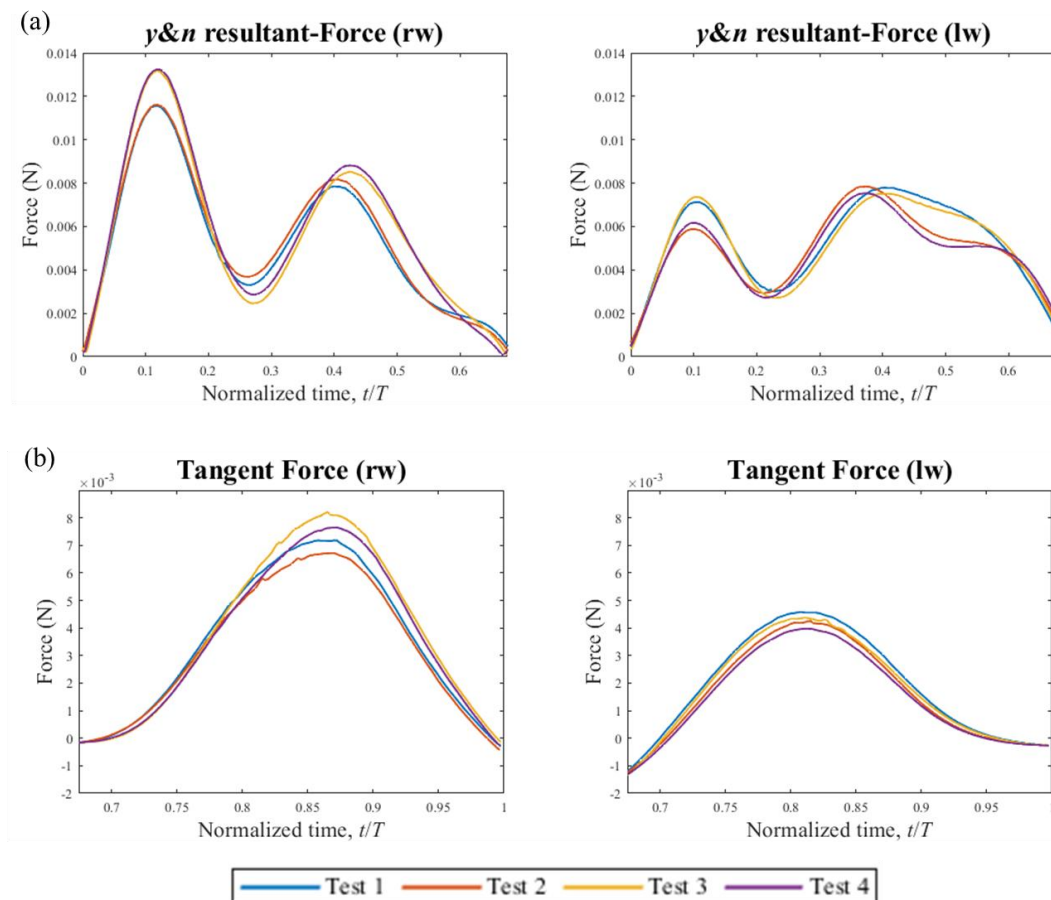


圖 4-29 第二組拍撲參數之(a)下拍階段垂直和法向合力與(b)上拍階段推力

將各拍撲模式的空氣動力與原始拍撲幅度(Test 1)比較，圖 4-30 為一週期內的平均切線推力、垂直力和法向力與 Test 1 各分力的差值；可以發現在左右翅膀都相較於其他拍撲模式有較大幅度的 Test 3 在各平均分力都為最大值，而 Test 2 的左右翅膀拍撲幅度皆為最小，因此導致各平均分力都有所下降。Test 4 隨著相對於 Test 1 右翅拍撲幅度增加，左翅卻減小的狀況僅在垂直力有所減少，對於空氣動力的效應中等。整體來說，拍撲幅度的增加可提升各方向的分力。

然而，轉彎過程所考慮的重要性不僅在於增加翅膀動作所產生的空氣動力，如何在轉彎過程保持旋轉力矩的穩定性亦是轉彎動態所須考慮的因素。

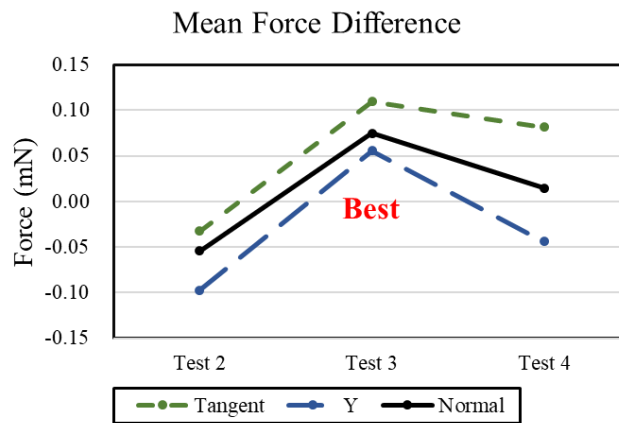


圖 4-30 第二組拍撲參數各模式與 Test 1 之空氣動力差值

計算此組拍撲參數下的平均力矩，以比較各拍撲模式下所產生的偏航和滾轉力矩，如圖 4-31 所示，藍色虛線代表下拍階段，橘色虛線代表上拍階段，黑色實線則代表單一週期內的平均力矩。

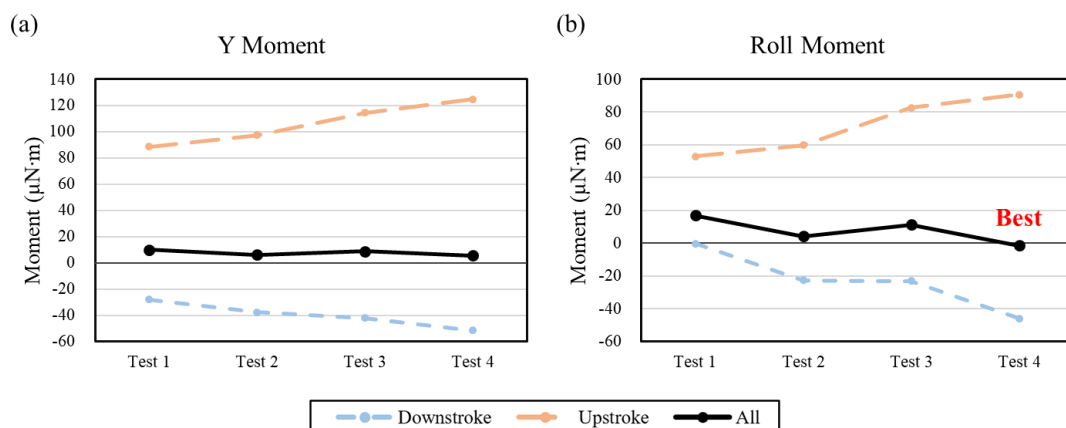


圖 4-31 第二組拍撲參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩

由圖 4-31(a)可以發現，模擬中蝴蝶主要於下拍階段產生與轉彎同向的順偏航力矩，上拍階段則產生逆偏航力矩，然而左右翅膀的拍撲幅度改變並不會對於偏航力矩有太多影響。增大內翅拍撲幅度的確可以幫助提升內翅升力，同時也會於下拍階段產生更多順偏航力矩，但也會增加上拍階段所產生的逆偏航力矩，使下拍與上拍各自增加的力矩互相抵消，無法降低但也不會增加單一週期的逆偏航效應。

另由圖 4-31(b)比較滾轉力矩，在左右翅不對稱的拍撲幅度條件下，主要於下拍階段產生負滾轉力矩，上拍階段則產生正偏航力矩；隨著拍撲幅度差異增加，會同時增加下上拍所產生的拍撲力矩，然而因為下拍階段佔一週期的時間比例相較於上拍階段大，下上拍階段比例約為 2:1，因此下拍階段可貢獻較多的滾轉力矩；圖 4-32 呈現左右翅膀拍撲幅度差異對於滾轉力矩的作用方式。在四種拍撲模式中，左右翅膀拍撲幅度差距最大的 Test 4，透過提高右翅拍撲幅度可產生較大升力，降低左翅拍撲幅度使升力降低，產生接近 0 的負滾轉力矩，也就是抵銷兩翅對稱動作下所產生的正滾轉力矩，相對於其他三種模式可以在避免發生過度傾斜的狀況下維持滾轉姿態的穩定性。相對地，雖然 Test 3 可以產生最大的空氣動力，但仍會持續造成身體沿滾轉軸傾斜，而趨於加強轉彎的效應。本研究認為，若考慮轉彎飛行的穩定性，可透過增加左右兩翅的拍撲幅度差異產生滾轉力矩，使身體滾轉姿態保持穩定。

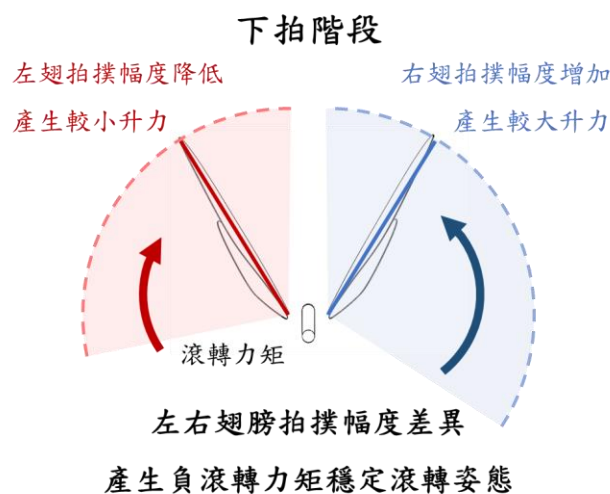


圖 4-32 下拍階段左右翅膀拍撲差異作用滾轉力矩示意圖

另一方面，左右翅膀的不對稱拍撲動作也可用於身體滾轉姿態的操控，以達到蝴蝶飛行的高操縱性。若須保持一週期內之滾轉姿態轉彎，可使用如圖 4-31(b)中 Test 4 之不對稱拍撲幅度。若要使身體持續傾斜，則可降低右翅幅度或是提高左翅幅度，透過增大滾轉動作提高法向力，而提升轉彎幅度。若欲結束轉彎飛行，可透過提高右翅幅度或降低左翅幅度，產生更大負滾轉力矩，而使身體脫離傾斜而恢復為前飛動態。

4-4 偏移動作參數

對於偏移動作參數研究的模擬方式同樣建立在原始轉彎動態的飛行模式上，輸入原始身體姿態，並透過調整翅膀的輸入動作函數進行結果比較。

前翅偏移動作的模擬方式共分為兩組。第一組是比較蝴蝶在僅有不對稱翅膀偏移動作下(Test 1)與原始動態(Original)的飛行差異，其他翅膀動作包括拍撲、掃掠和旋轉皆輸入原始動態兩翅平均的對稱動作；同時也考慮蝴蝶偏移動作為平均值(Deviation Constant)而不會上下浮動以及所有動作皆為對稱(Symmetry)的狀況。第一組模擬方式如表 4-9 所示。

表 4-9 前翅偏移角參數模擬方式 (第一組)

Deviation angle (Group 1)	
Case	輸入動作
Test 1	僅有前翅偏移角為不對稱動作，其他翅膀動作為對稱。
Original	皆為原始動作
Deviation Constant	偏移動作為一定值，搭配對稱拍撲動作
Symmetry	翅膀動作皆為對稱

在分離翅膀偏移與其他動作的效應後，第二組模擬方式同樣是先基於原始動態的左右翅膀不對稱偏移動作和平均動作之間的差值，建立更大和更小幅度的前翅偏移動作函數；圖 4-33 為於模擬輸入之偏移動作參數，其中紅色和黑色實線為原始動態的左翅和右翅動作，藍色實線為平均動作，虛線是以平均值加上或減去兩



倍與原始動作差值後的動作函數。

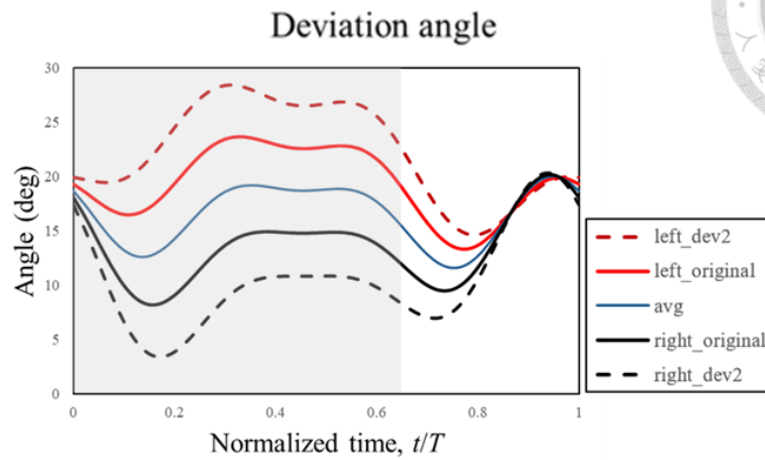


圖 4-33 偏移參數模擬之輸入動作函數

建立了前翅偏移的輸入動作函數後，第二組便是透過輸入更大或更小偏移幅度的翅膀動作，以比較不對稱拍撲動作對於轉彎飛行的效應，模擬方式如表 4-10 所示，先依序增大左翅向前偏移幅度(Test 2)，增大右翅向後偏移幅度(Test 3)，最後則結合前兩個模擬的偏移動作(Test 4)進行模擬，並與僅有不對稱翅膀偏移動作的模式比較(Test 1)。

表 4-10 前翅偏移角參數模擬方式 (第二組)

Deviation angle (Group 2)				
Wing motion	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4
Left dev2		Left		Left
Left original	Left		Left	
Average				
Right original	Right	Right		
Right dev2			Right	Right



4-4.1 僅有偏移與平均動作

第一組偏移參數模擬方式在於比較僅有前翅偏移動作而其他翅膀動作皆為對稱(Test 1)、原始動作(Original)、偏移動作為不對稱平均定值(Constant)與所有動作皆為對稱(Symmetric)的四種偏移模式,圖 4-34 為於切線法向座標下之空氣動力圖。

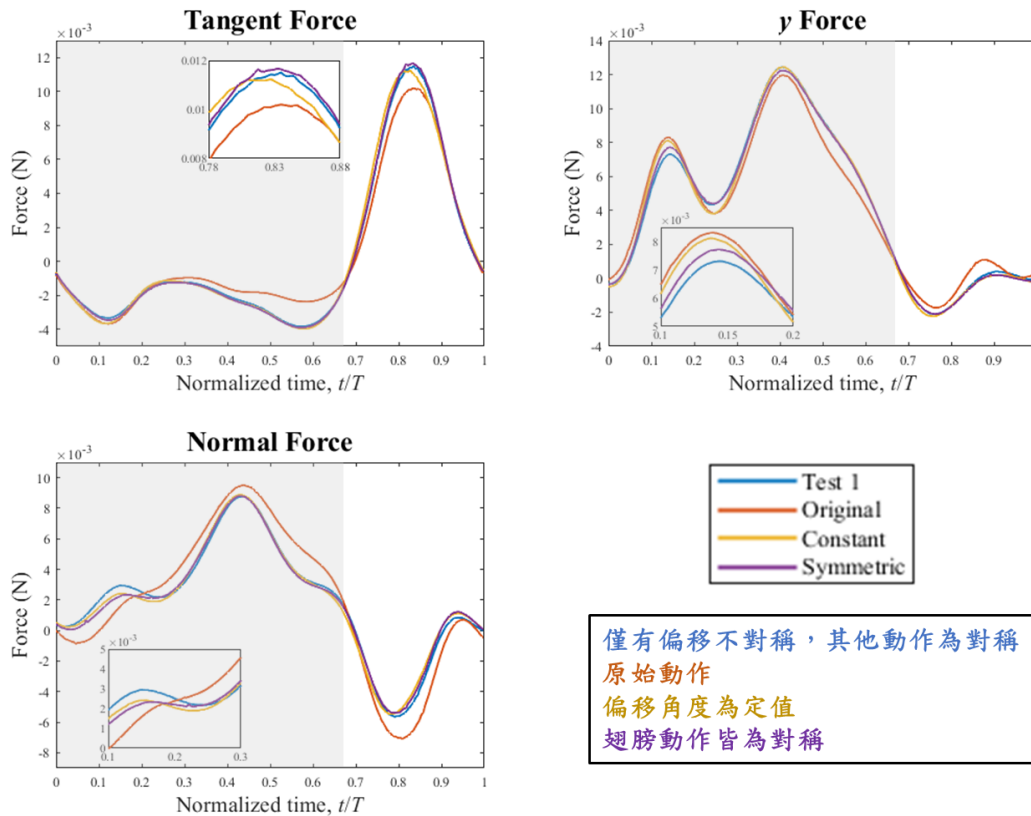


圖 4-34 第一組偏移參數於切線法向座標下之空氣動力

力圖顯示當拍撲、掃掠和旋轉動作為對稱,而僅有偏移為不對稱動作時,整體空氣動力與對稱動作(Test 4)相似,相較於原始動作在下拍前期($t/T = 0.1$)產生較大法向力和較小垂直力,然而在下拍後期($t/T = 0.4$)有較小的正法向力;推力部分則是相較於原始動作於上拍階段產生較大切線推力。原始動作在產生較大法向力的同時會犧牲掉部分水平推力,而可以達到較佳轉彎表現,同時又保有較大垂直力以避免喪失飛行高度。

偏移動作對空氣動力的影響主要發生在下拍初期的偏移轉換時期($t/T = 0$ 至 0.3),在下拍前期($t/T = 0.1$),僅有原始偏移動作(Test 1)或是偏移動作保持定值(Constant)的兩種模式相較於對稱動作有較低垂直力和較大法向力,然而在後續拍



撲過程卻有高度重疊的空氣動力趨勢。此結果顯示左右翅膀在拍撲動作為對稱的狀況下，不對稱偏移動作的效應與所有翅膀動作為對稱時相似，偏移動作對於空氣動力的影響相較於拍撲動作並不明顯。

進一步計算各偏移模式的偏航和滾轉平均力矩，如圖 4-35 所示，藍色虛線代表下拍階段，橘色虛線代表上拍階段，黑色實線則代表單一週期內的平均力矩。由結果可以發現原始動作(Original)在兩方向力矩仍產生最理想的結果，一週期內產生的偏航力矩與轉彎方向同向；滾轉部分產生負向接近 0 的力矩，有最佳的穩定性。相對於原始動作，不對稱偏移模式下(Test 1)產生與轉彎方向反向的偏航力矩，在單一週期內產生微小的逆偏航效應，主要是因為下拍階段所產生的順偏航力矩較小，無法彌補上拍所產生的逆偏航力矩。而偏移動作為不對稱定值(Constant)和對稱動作(Symmetric)的兩種模式下，則因為在下拍階段產生更小的順偏航力矩，上拍又產生更大的逆偏航力矩，導致單一週期的逆偏航效應增大。

滾轉力矩的部分可以發現相較於原始動態，其他三種模式所產生的滾轉力矩較大，皆於下拍階段產生較大的正滾轉力矩。若與僅有不對稱拍撲的滾轉力矩結果(圖 4-31, Test1)比較，在僅有不對稱偏移動作而拍撲動作為對稱的狀況下(圖 4-35, Test1)，單一週期所產生的滾轉力矩為不對稱拍撲的 1.94 倍，顯示若缺少不對稱拍撲動作的效應，會提升轉彎飛行時的正滾轉力矩，容易發生過度傾斜的現象，再次驗證左右翅膀不對稱拍撲幅度對於滾轉姿態穩定的重要性。

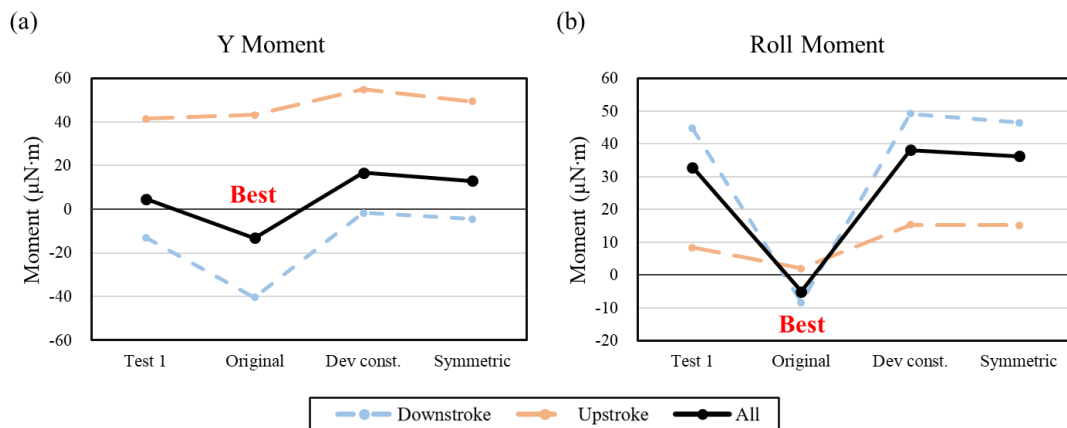


圖 4-35 第一組偏移參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩



4-4.2 偏移幅度效應

第二組偏移參數模擬方式是比較左右翅膀不同幅度的前翅偏移模式，共分為左右翅膀為原始偏移幅度(Test 1)、左翅增加一倍向前偏移幅度搭配右翅原始動作(Test 2)、右翅增大一倍向後偏移幅度搭配左翅原始動作與左翅(Test 3)和右翅同時增大向前和向後偏移幅度(Test 4)的四種偏移模式，其他翅膀動作皆為平均動作；圖 4-36 為切線法向座標下之空氣動力圖。

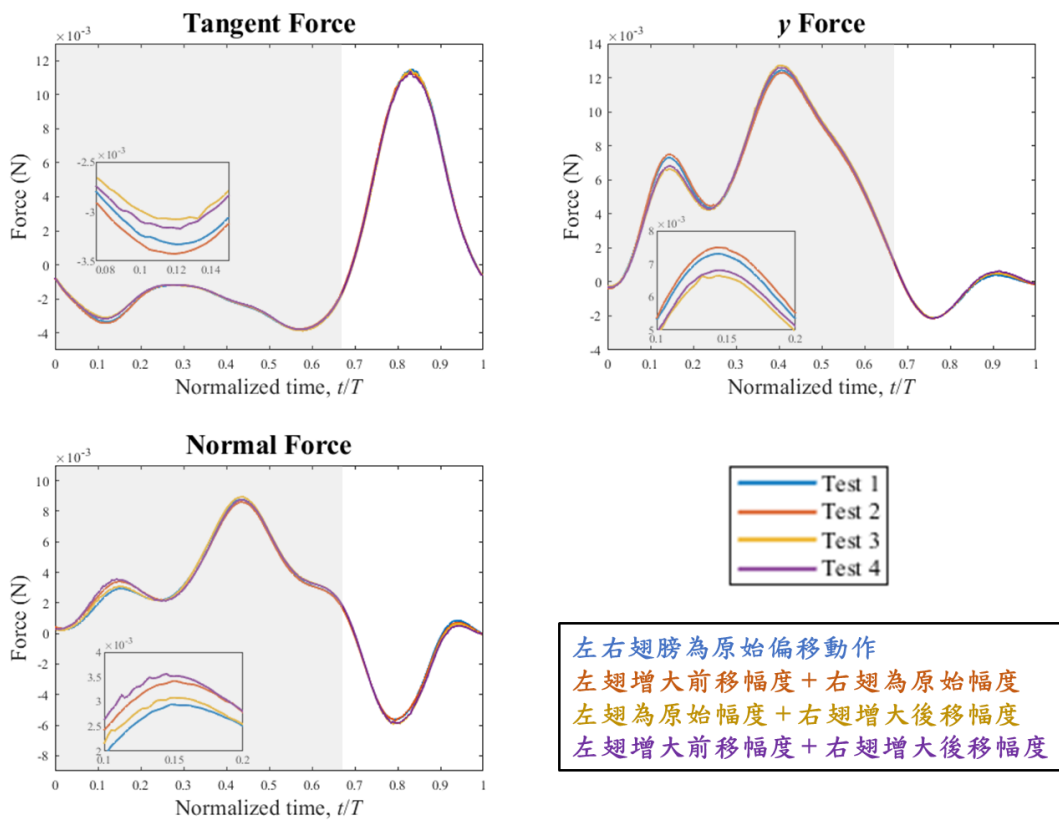


圖 4-36 第二組偏移參數於切線法向座標下之空氣動力

由空氣動力結果可知，調整偏移動作對於各方向力無太多差異，左右翅膀的前後偏移動作帶來的效應主要發生在下拍初期的偏移轉換時期($t/T = 0$ 至 0.3)，在這段時期主要由右翅提供垂直力，右翅為原始向後偏移幅度的藍線(Test 1)和橘線(Test 2)相較於右翅向後偏移幅度較大的黃線(Test 3)和紫線(Test 4)產生較大的垂直力峰值；法向力主要由左翅主導，左翅有較大向前偏移幅度的橘線(Test 2)和紫線(Test 4)相較於原始向前偏移幅度的藍線(Test 1)和黃線(Test 3)有較大的法向力峰值。主要原因為前翅偏移動作會改變前後翅膀的相疊區域面積，而影響整體形狀，向前

偏移動作會增大翅膀面積，使流體作用的面積增大而增加整體空氣動力。因此向前偏移幅度較大的前翅偏移方式在下拍初期的轉換期間可產生較大的空氣動力；而在下拍中期後至後期($t/T=0.3$ 至 0.675)，偏移動作維持定值，使各偏移方式產生相近的空氣動力。然而整體而言，偏移動作對於空氣動力的效應遠小於拍撲動作；而偏移動作的變化，除了對於形狀和面積的效應，同時也會改變流體作用的壓力中心位置，進而影響各方向空氣動力矩的量值。

圖 4-37 為第二組各偏移模式下之偏航和滾轉平均力矩，藍色虛線代表下拍階段，橘色虛線代表上拍階段，黑色實線則代表單一週期內的平均力矩，可以發現單一週期內偏移動作對於偏航和滾轉力矩效應的趨勢相似。

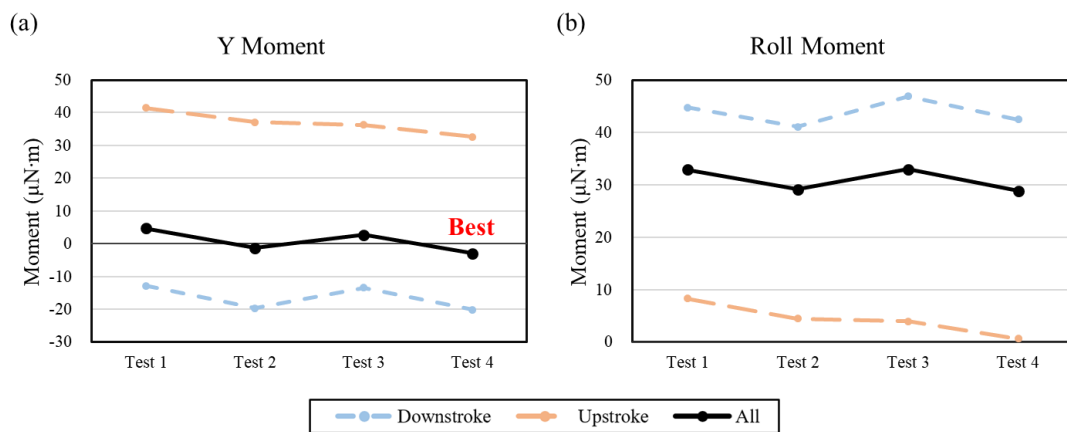


圖 4-37 第二組偏移參數之平均(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩

先針對偏航力矩部分(圖 4-37(a))，將各模式與原始偏移動作(Test 1)比較，若僅增大左翅前移幅度(Test 2)，可於上下拍階段減少與轉彎反向的偏航力矩；若只增大右翅後移幅度(Test 3)，僅能在上拍階段產生較小的逆偏航力矩。然而若同時增大左翅前移和右翅後移幅度時(Test 4)，無論在下拍還是上拍階段都可減少轉彎反向的偏航力矩，使單一週期的偏航力矩為負，代表在此偏移模式下不會產生逆偏航效應，而可以有最佳的轉彎表現。

為了計算翅膀偏移所造成壓力中心的變化，首先以翅膀座標系定義壓力中心之計算方式。假設空氣動力以壓力垂直分佈於翅膀表面，並忽略黏滯力和側面之空



氣動力；假設壓力中心位於翅膀中心面(xz_w)上，力、力臂與力矩的關係可寫為：

$$M_{x_w} = F_{y_w} \cdot r_{z_w} \quad (4-2)$$

$$M_{z_w} = F_{y_w} \cdot r_{x_w} \quad (4-3)$$

分別將每時刻力和力矩轉換至左翅和右翅座標，以身體中心為座標原點，計算左右翅的壓力中心，不同偏移模式下之壓力中心於 x_w 位置變化如圖 4-38 所示，圖 4-38(a)為左翅，圖 4-38(b)為右翅。可以觀察到左翅因前翅向前偏移，後翅向後偏移，使左翅壓力中心位置相對於右翅較為靠前。

若比較不同偏移模式下的壓力中心位置，左翅前移幅度較大的橘線(Test 2)和紫線(Test 4)相較於左翅為原始幅度的藍線(Test 1)和黃線(Test 3)有較為靠前的壓力中心位置，以 0.24 週期時 Test 1 左翅壓力中心位置為基準，Test 2 壓力中心向前移動 11.21%；相對地，右翅後移幅度較大的黃線(Test 3)和紫線(Test 4)相較於右翅為原始幅度的藍線(Test 1)和橘線(Test 2)有較為靠後的壓力中心，以 0.24 週期時 Test 1 右翅壓力中心位置為基準，Test 3 壓力中心向後移動 16.02%。此結果顯示前翅的前後偏移動作會影響空氣動力作用於翅膀的位置，而使改變力臂長度，進而影響空氣動力矩的量值。

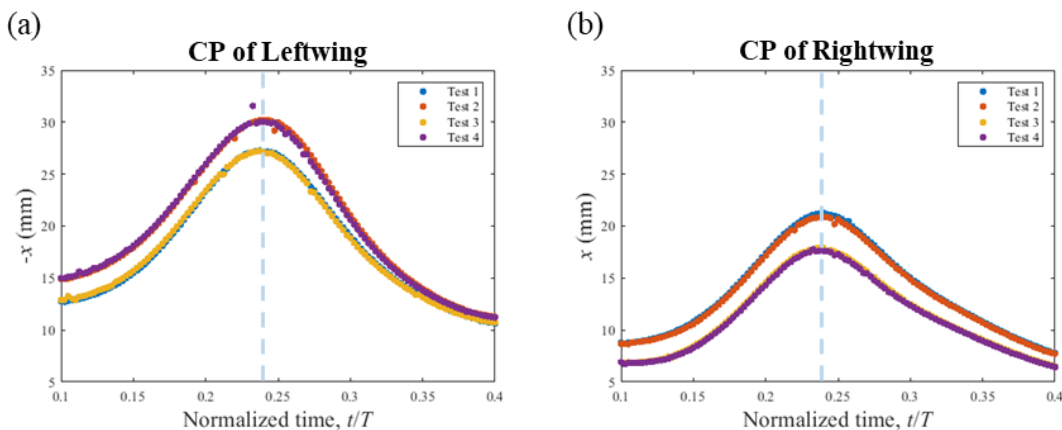


圖 4-38 第二組偏移參數之(a)左翅與(b)右翅壓力中心 x_w 位置圖

以壓力中心計算結果解釋圖 4-37(a)之偏航力矩結果，圖 4-39 為偏移動作改變壓力中心位置進而影響偏航力矩之示意圖。在轉彎過程的單一週期中，下拍階段主

要由左翅提供法向力，因此若前翅往前偏移使壓力中心前移，會使法向力作用於翅膀而產生偏航力矩的力臂增加，進而產生更大的順偏航力矩；相對地，右翅向後偏移使壓力中心後移，使力臂縮短而產生更小的逆偏航力矩。整體於下拍階段產生更大的順向偏航力矩，幫助減輕逆偏航效應。另一方面，左翅於下拍階段皆產生正法向力，右翅所產生的法向力則是由負轉正，且量值較左翅低，因此僅有左翅前移動作(Test 2)相較僅有右翅後移(Test 3)對於偏航力矩的影響更大。

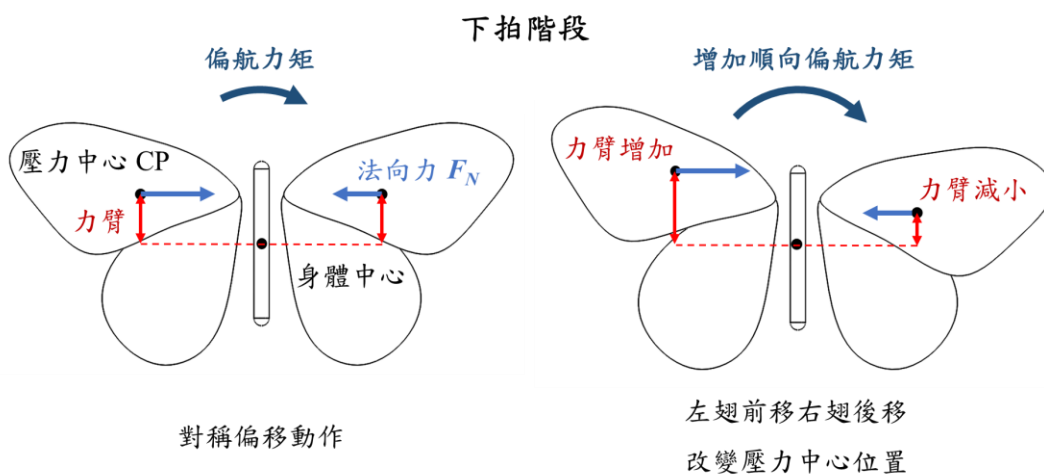


圖 4-39 偏移動作、壓力中心位置與偏航力矩關係示意圖

上拍階段左右翅膀皆主要產生水平推力，左翅相較於右翅會先產生推力峰值，因此主要於上拍後期產生逆偏航力矩。壓力中心的前後移動並不會影響偏航力矩，然而前翅偏移的動作會改變翅膀面積，左翅前移使面積增大，右翅後移則有較小面積，略微減輕上拍階段左右翅膀推力不對稱所產生的逆偏航力矩。結合下拍和上拍階段偏移動作對於偏航力矩的效應；整體而言，外翅(左翅)向前偏移而內翅(右翅)向後偏移可有效降低逆偏航效應，提升轉彎表現。

對於滾轉力矩(圖 4-37(b))，提高偏移幅度同樣可以減少滾轉力矩的產生，並且當左翅前移和右翅後移幅度同時增大，也就是左右翅膀偏移動作為最不對稱的模式時(Test 4)，可以產生最小滾轉力矩。然而在僅有不對稱偏移動作的四種模式下，相較於僅有不對稱拍撲動作仍產生較大的滾轉力矩，使身體趨於持續傾斜而大幅降低對於轉彎過程滾轉姿態的穩定性。



動作參數分析結論

整理 4-3 至 4-4 節對於翅膀拍撲和前翅偏移動作等不對稱運動參數的力學分析結果。首先發現提高左右翅膀的拍撲幅度有助於提升各方向的空氣動力，包括切線推力、垂直力和法向力等，然而對於轉彎飛行須同時考慮偏航和滾轉力矩，若一味提高拍撲幅度而忽略轉彎過程所產生的空氣動力矩，會影響飛行的穩定性。第二部分，在轉彎過程中，若左右翅膀為對稱動作，則會持續產生正滾轉力矩而使身體持續傾斜導致滾轉姿態的不穩定。根據 4-3.2 小節對於不對稱拍撲幅度的分析結果，本研究認為增加左右翅膀的拍撲幅度差異，透過提高內翅拍撲幅度產生較大升力。減低外翅拍撲幅度使升力降低，使整體滾轉力矩接近 0 以維持身體滾轉姿態的穩定性，對於逆偏航效應則沒有影響。

偏移動作部分，提高左右翅膀的前後偏移幅度僅於下拍初期對於空氣動力有些微影響，整體遠小於拍撲動作所帶來的效應，然而前翅偏移動作除了影響翅膀面積外也會改變壓力中心位置，進而影響空氣動力矩量值。根據 4-4.2 小節對於不對稱偏移幅度的分析結果，本研究認為提高左右翅膀的偏移動作差異，透過增加外翅向前偏移、內翅向後偏移幅度，可以於下拍階段透過力臂長度改變，於上拍階段因為翅膀面積差異，減輕轉彎過程所產生的逆偏航效應，提升蝴蝶轉彎表現。對於偏移動作的參數研究也進一步驗證缺乏不對稱拍撲動作調節，而僅有偏移幅度差異，會大幅提升滾轉力矩而增加不穩定性，顯示左右翅膀不對稱拍撲幅度對於滾轉姿態穩定的重要性。

最後，相對於各拍撲和偏移模式，原始動態仍保有於力矩穩定性上的最佳表現，分別產生順向的偏航力矩和最接近 0 的負滾轉力矩，在單一週期保持身體滾轉姿態的穩定並提升轉彎表現。以上結果也解釋了真實蝴蝶為何同時運用不對稱的拍撲和前翅偏移動作完成轉彎。

綜上所述，本研究認為若考慮轉彎飛行的穩定性並能獨立控制左右翅膀的拍撲幅度和偏移動作，可透過調控左右翅膀的拍撲幅度和偏移動作差異，維持滾轉姿態的穩定性並降低逆偏航效應，而有效操縱滾轉和偏航力矩而達到最佳轉彎表現。

圖 4-40 為本研究整理關於轉彎穩定性之力學機制，可與圖 2-21 之 Henningsson & Johansson 力學機制進行比較。相對於 Henningsson & Johansson(2021)發現蝴蝶利用左右翅膀攻角不對稱以抵銷正滾轉力矩，本研究發現另一運用內外翅拍撲幅度操縱策略；對於解決逆偏航效應，本研究更額外提出以前翅偏移動作調節偏航力矩之力學機制。

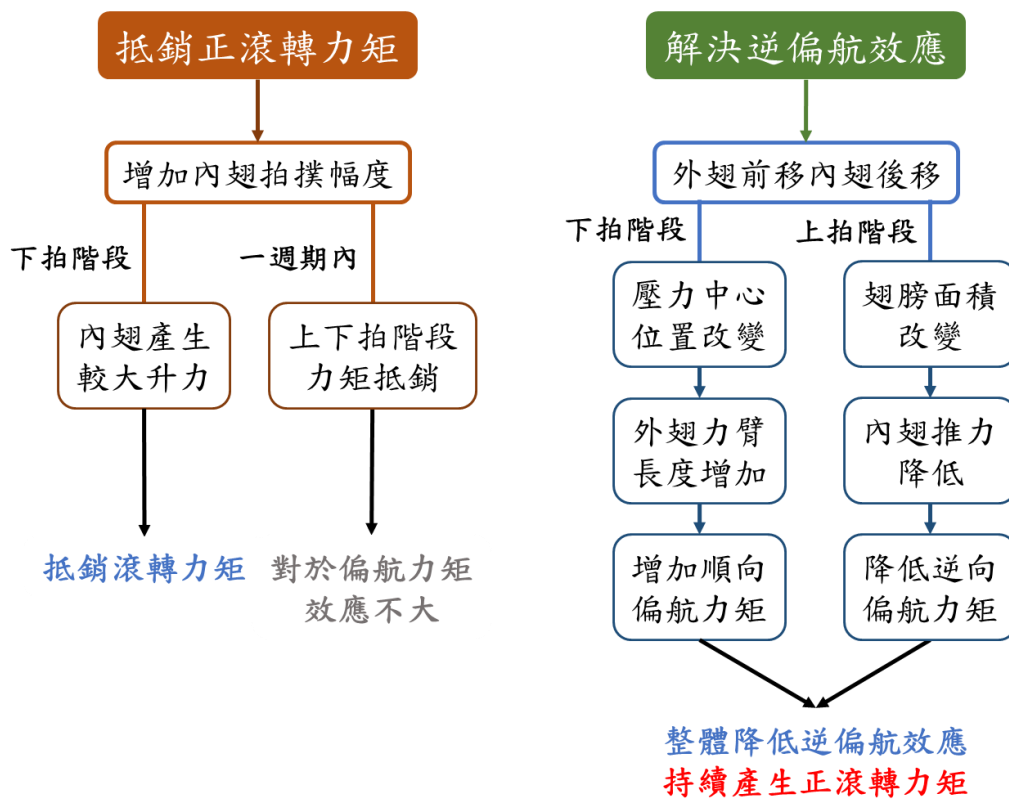


圖 4-40 轉彎力學機制整理

固定翼與拍撲翼轉彎比較

固定翼航空器，顧名思義即機翼對於機身不會有相對運動，在固定來流速度和攻角的條件下，機翼產生固定升力和推力。在轉彎飛行中，固定翼透過控制左右副翼產生滾轉力矩使機身傾斜，原本的部分垂直升力被分至側向，進而產生傾斜轉彎所需之側向力；然而轉彎過程可能會導致三個不穩定現象，分別為飛行高度降低、過度傾斜和逆偏航，須進一步透過以下方式維持飛行的穩定性。

首先因部分升力被分至水平方向，因此須提升引擎動力或透過升降舵提高機首以增加垂直升力，避免造成飛行高度的降低。第二，因外側機翼相較內側機翼有

更大的來流速度，導致升力的不對稱，須控制副翼以維持固定的傾斜角度，避免因持續產生滾轉力矩而使機身過度傾斜。第三，左右機翼的來流速度差異使升力不對稱，進而導致外翅產生較大阻力而發生逆偏航效應，為解決此效應，須透過方向舵的控制，抵銷逆偏航力矩以維持協調飛行(coordinated flight)。

拍撲翼與固定翼最顯著的差異，就是拍撲翼飛行可依照翅膀的拍撲動作分為一個個拍撲週期。基於身體姿態加上翅膀拍撲、旋轉和掃掠動作的變化，使拍撲翼在單一週期各時刻所產生空氣動力的方向和量值皆會改變。相對於固定翼，拍撲翼可直接透過左右翅膀的動作差異，先後生成不對稱渦旋結構，並因此產生不對稱的空氣動力和力矩，進而改變身體姿態完成轉彎飛行。隨著身體和翅膀在單一週期內的姿態動作變化，以及拍撲動作於上下拍階段有不對稱的時間比例，拍撲翼得以透過上下拍階段的動作差異進行飛行調控，解決轉彎所導致的效應。

根據本研究結果，滾轉姿態於蝴蝶拍撲飛行中同樣可使垂直力分至側向，而如同固定翼中對於側向力的產生具重大效應。而對於轉彎飛行導致的過度傾斜和逆偏航效應，蝴蝶可透過不對稱的拍撲動作和前翅偏移動作維持穩定。蝴蝶可以透過增加內翅和降低外翅的拍撲幅度，產生負滾轉力矩，以抵銷原本導致過度傾斜的正滾轉力矩，使蝴蝶在單一週期內維持滾轉姿態。另一方面，蝴蝶的前翅偏移動作除了改變翅膀面積外，亦會影響壓力中心位置，使力臂長度改變，而提升或是減少空氣動力矩量值。透過外翅前移而內翅後移，於下拍階段產生更大順偏航力矩，上拍階段產生較小逆偏航力矩，以抵銷逆偏航效應，而提升轉彎表現。

對於轉彎飛行，固定翼和拍撲翼皆須透過各樣方式，包括裝置系統以及翅膀動作，在維持飛行穩定性的狀態下完成轉彎。然而相對於固定翼，拍撲翼單一週期內的身體姿態和翅膀動作變化給予拍撲翼極大的調整空間，使拍撲翼在不穩定的飛行動態或是在面對外界干擾的不可控因素，可透過即時調整左右翅膀動作，在兼顧穩定性的同時，仍保有極佳的靈活度和操縱性。



座標系分析列表

因本研究使用多個座標系進行動態計算，對於空氣動力和流場結構等內容亦須以合適座標系進行觀察和分析，本文便整理各座標系分析列表，如表 4-11 所示。

表 4-11 座標系分析列表

座標系分析列表		
類別	分析內容	座標系 (觀察/轉換)
蝴蝶動作	身體姿態 (偏航、俯仰、滾轉)	實驗室→身體
	翅膀動作 (拍撲、掃掠、旋轉、偏移)	身體→翅膀
飛行動態	質心位置	實驗室
	質心速度/來流速度	實驗室或身體
空氣動力	力 (切線推力、垂直力、法向力)	切線法向
	力矩 (偏航力矩、滾轉力矩)	實驗室或身體
流場結構	渦漩結構	實驗室
	展向與弦向平面之流場資訊 (渦度、展向流)	實驗室和身體
	翅膀壓力分佈	身體和翅膀



第五章 結論與未來展望

5-1 結論

本研究建立三維運動數值模型，深入探討重要卻少有研究之蝴蝶轉彎動態，由不對稱流場結構觀點，提供轉彎飛行一嶄新解釋方式；並透過翅膀拍撲和偏移兩項重要動作的參數分析，歸納拍撲翼調控偏航和滾轉姿態穩定的動作模式，進而提供轉彎高操縱性飛行時的關鍵指標，以建立微飛行器控制上有效的設計原則。

蝴蝶轉彎飛行相較於向前飛行有許多相異之處，身體姿態除了俯仰角外，須額外考慮偏航和滾轉角，亦須獨立給定左右翅膀的不對稱動作；飛行動態更由二維轉至三維空間運動，對於位移速度以及飛行力學分析須同時考慮三個方向，因而增添模型建立之難度。本研究便根據生物真實飛行動態，建立三維運動數值模擬，以轉彎過程中身體與翅膀動作所產生的渦漩結構分析飛行軌跡和空氣動力，藉此歸納蝴蝶轉彎之流場機制。

由動態分析結果發現，蝴蝶身體於 0.3 週期時開始向右偏轉，一週期內變化幅度為 27.9 度；俯仰姿態則與前飛動態有相同趨勢，為先下俯再上仰，平均俯仰角為 25.63 度。身體滾轉姿態於轉彎過程中維持傾斜而無明顯變化趨勢，滾轉角平均值為 33.08 度。左右兩翅最明顯的不對稱動作為拍撲角，右翅的拍撲幅度相對於左翅增加 20.31%，使內翅於上下拍階段有更大拍撲速度。另一不對稱動作為前翅偏移角，左翅會於下拍向前偏移，於上拍向後偏移，右翅則有相反趨勢。掃掠和旋轉角的部分左右翅有相同趨勢，可視為對稱動作。對於蝴蝶左右翅膀動作，本研究推測不對稱的拍撲和偏移動作是轉彎飛行時重要的飛行參數。

數值模擬結果與生物實驗所量測之的飛行速度與位移具一致性，並發現蝴蝶的轉彎軌跡並非如圓弧般，而是在下拍中期有最大轉彎幅度，上拍階段則會降低轉彎程度。俯仰姿態改變升力和推力作用力方向而導致蝴蝶於向前飛行有上下起伏的飛行軌跡；如同俯仰姿態，轉彎過程身體偏航和滾轉姿態也會改變側向力方向，使蝴蝶產生相對於圓弧先向左再向右的飛行軌跡。

透過空氣動力分析可以發現滾轉角為影響空氣作用力方向的主要因素，與固定翼傾斜轉彎機制相似，滾轉姿態前飛過程中所產生之垂直力轉至側向，而產生轉彎所需之向心力。左右翅膀於轉彎過程中貢獻不同方向的力，左翅於下拍提供側向力，右翅提供垂直力，且兩翅法向量於下拍後期接近同向，因此產生各方向相近的作用力。上拍階段時與前飛動態相似，左右翅膀會共同產生水平推力。

由流場結果可以發現左右翅膀於下拍階段有不同的渦漩結構，本研究歸納影響流場的主要因素有兩項，分別為不對稱翅膀動作和側向來流。首先於下拍初期，內翅因拍撲幅度較大先產生相較於外翅 1.53 倍之升力。下拍後期之流場結構則受前翅偏移角和側向來流主導，若由身體座標系觀察來流方向，側向速度保持由右前方流過；為準確敘述兩者效應，本研究定義來流側向角度和來流偏移角，分別表示來流速度相對於身體座標系的側向角度，以及前翅偏移角與側向來流的關係。下拍中期外翅有較小來流偏移角，有利於展向流發展，進而提高翅膀渦漩強度與穩定貼附時間，使外翅升力為內翅之 1.93 倍。另一方面，上拍階段於左右翅膀各產生渦漩環，使兩翅共同提供水平推力；左翅相對於右翅提早 0.075 週期達到推力最大值，右翅下表面則因為較大之拍撲幅度在上拍後期仍存在低壓區。

流場分析顯示，不對稱的翅膀拍撲和偏移動作導致左右翅膀先後產生穩定的翼前緣渦漩結構，兩翅空氣動力差異產生滾轉力矩影響身體姿態，進而使空氣動力由垂直方向分至側向，轉彎過程中相對於身體的側向來流速度則反過來影響渦漩結構；空氣動力、來流速度方向和渦漩結構三者息息相關而互相影響。

最後，本研究針對不對稱翅膀拍撲和偏移動作兩運動參數進行分析，發現增大拍撲幅度雖然可提升各方向空氣動力，卻不代表能產生穩定的力矩；然而若提高內翅和降低外翅拍撲幅度，則能產生負滾轉力矩以調控滾轉姿態。另一方面，偏移動作對於空氣動力的影響較低，然此動作可以改變翅膀面積和壓力中心位置，進而產生順偏航力矩以降低逆偏航效應。本研究認為欲提升轉彎飛行的穩定性，須同時搭配內外翅膀的拍撲幅度和偏移動作差異，而達到最佳轉彎表現。



5-2 未來展望

本研究獨立分析轉彎飛行中不對稱翅膀拍撲和前翅偏移動作兩種模式的空氣動力效應，若將兩單獨動作模式與兩動作組合的平均力矩進行比較，如圖 5-1 所示，初步結果可顯示若同時使用兩動作組合，在偏航和滾轉力矩相較於單獨動作皆有最佳的穩定性，然而此結果仍不及原始動作結果。蝴蝶是如何於轉彎過程同時調控拍撲和偏移動作而達到飛行穩定性，是否可僅透過兩動作的搭配達到如真實動態下之最佳穩定性，未來可針對兩動作的耦合效應進行研究。

另一方面，本研究目前僅針對由生物動態實驗觀察到的一種轉彎模式進行探討，蝴蝶於不同轉彎幅度的飛行模式下是否有其他特殊的運動參數仍待釐清，後續可繼續針對不同轉彎模式下的身體姿態和翅膀動作進行分析，並歸納各條件下的飛行模式，以運用於微飛行器轉彎飛行的操控設計。

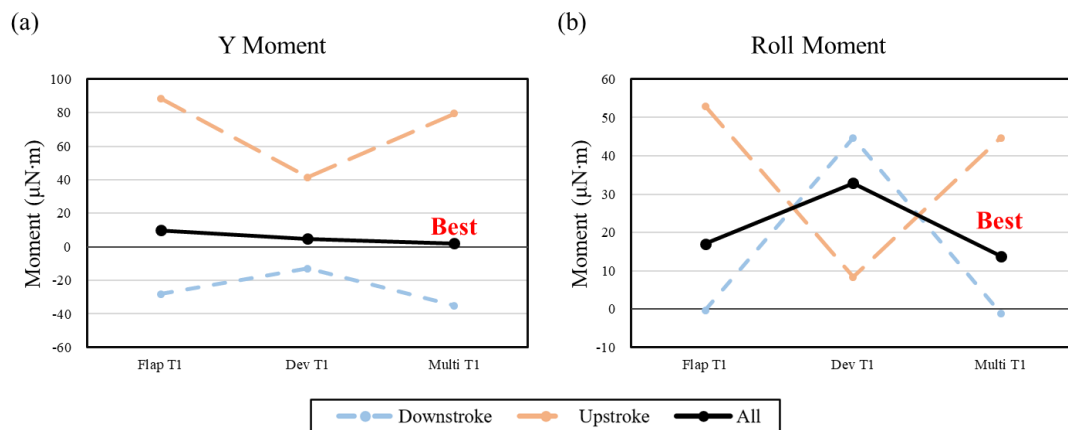
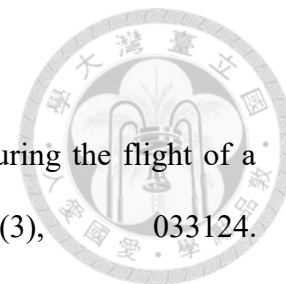


圖 5-1 單獨拍撲和偏移動作、兩動作組合和原始動作之平均力矩比較
(a)偏航力矩與(b)滾轉力矩



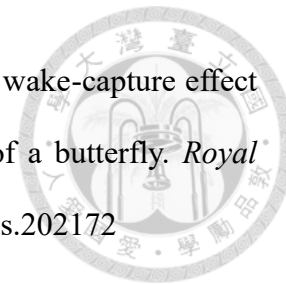
第六章 參考文獻

- Alexander, D. E. (1986). Wind tunnel studies of turns by flying dragonflies. *Journal of Experimental Biology*, 122, 81–98. <https://doi.org/10.1242/jeb.122.1.81>
- Ancel, A. O., Eastwood, R., Vogt, D., Ithier, C., Smith, M., Wood, R., & Kovač, M. (2017). Aerodynamic evaluation of wing shape and wing orientation in four butterfly species using numerical simulations and a low-speed wind tunnel, and its implications for the design of flying micro-robots. *Interface Focus*, 7(1). <https://doi.org/10.1098/rsfs.2016.0087>
- Birch, J. M., & Dickinson, M. H. (2001). Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings. *Nature*, 412(6848), 729–733.
- Chang, S. K., Lai, Y. H., Lin, Y. J., & Yang, J. T. (2020). Enhanced lift and thrust via the translational motion between the thorax-abdomen node and the center of mass of a butterfly with a constructive abdominal oscillation. *Physical Review E*, 102(6), 062407. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.102.062407>
- Chin, D. D., & Lentink, D. (2016). Flapping wing aerodynamics: from insects to vertebrates. *Journal of Experimental Biology*, 219(7), 920–932. <https://doi.org/10.1242/jeb.042317>
- Dickinson, M. H., Lehmann, F. O., & Sane, S. P. (1999). Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight. *Science*, 284(5422), 1954–1960. <https://doi.org/10.1126/science.284.5422.1954>
- Eldredge, J. D., & Jones, A. R. (2019). Leading-edge vortices: mechanics and modeling. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 51, 75–104. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010518-040334>
- Ellington, C. P., den Berg, C. van, & Willmott, A. P. (1996). Leading-edge vortices in



- insect flight. *Nature*, 384(6610), 626–630.
- Fei, Y. H. J., & Yang, J. T. (2016). Importance of body rotation during the flight of a butterfly. *Physical Review E*, 93(3), 033124. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.033124>
- Florian T. Muijres, Michael J. Elzinga, Johan M. Melis, M. H. D. (2014). Flies evade looming targets by executing rapid visually directed banked turns. *Science*, 344(6180), 172–177. <https://doi.org/10.4324/9781315081595-1>
- Fujikawa, T., Sato, Y., Makata, Y., Yamashita, T., & Kikuchi, K. (2009). Motion analysis of butterfly-style flapping robot for different wing and body design. *2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, ROBIO 2008*, 216–221. <https://doi.org/10.1109/ROBIO.2009.4913006>
- Fujikawa, T., Sato, Y., Yamashita, T., & Kikuchi, K. (2010). Development of a lead-lag mechanism using simple flexible links for a small butterfly-style flapping robot. *2010 World Automation Congress*, 5–10.
- Hedrick, T. L., Cheng, B., & Deng, X. (2009). Wingbeat time and the scaling of passive rotational damping in flapping flight. *Science*, 324(5924), 252–255. <https://doi.org/10.1126/science.1168431>
- Henningson, P., & Johansson, L. C. (2021). Downstroke and upstroke conflict during banked turns in butterflies. *Journal of the Royal Society, Interface*, 18(185), 20210779. <https://doi.org/10.1098/rsif.2021.0779>
- Jantzen, B., & Eisner, T. (2008). Hindwings are unnecessary for flight but essential for execution of normal evasive flight in Lepidoptera. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(43), 16636–16640. <https://doi.org/10.1073/pnas.0807223105>
- Jardin, T. (2017). Coriolis effect and the attachment of the leading edge vortex. *Journal*

- of Fluid Mechanics*, 820, 312–340. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.222>
- Jardin, T., & David, L. (2014). Spanwise gradients in flow speed help stabilize leading-edge vortices on revolving wings. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 90(1), 013001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.90.013011>
- Jardin, T., & David, L. (2015). Coriolis effects enhance lift on revolving wings. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 91(3), 031001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.031001>
- Johansson, L. C., & Henningsson, P. (2021). Butterflies fly using efficient propulsive clap mechanism owing to flexible wings. *Journal of the Royal Society Interface*, 18(174), 20200854. <https://doi.org/10.1098/rsif.2020.0854>
- Kåsa, I. (1976). A circle fitting procedure and its error analysis. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IM-25(1), 8–14. <https://doi.org/10.1109/TIM.1976.6312298>
- Lai, Y.-H., Chang, S.-K., Lan, B., Hsu, K.-L., & Yang, J.-T. (2022). Optimal thrust efficiency for a tandem wing in forward flight using varied hindwing kinematics of a damselfly. *Physics of Fluids*, 34, 061909. <https://doi.org/10.1063/5.0093208>
- Lentink, D., & Dickinson, M. H. (2009a). Biofluiddynamic scaling of flapping, spinning and translating fins and wings. *Journal of Experimental Biology*, 212(16), 2691–2704. <https://doi.org/10.1242/jeb.022251>
- Lentink, D., & Dickinson, M. H. (2009b). Rotational accelerations stabilize leading edge vortices on revolving fly wings. *Journal of Experimental Biology*, 212(16), 2705–2719. <https://doi.org/10.1242/jeb.022269>
- Li, C., & Dong, H. (2017). Wing kinematics measurement and aerodynamics of a dragonfly in turning flight. *Bioinspiration and Biomimetics*, 12(2), 026001. <https://doi.org/10.1088/1748-3190/aa5761>



- Lin, Y. J., Chang, S. K., Lai, Y. H., & Yang, J. T. (2021). Beneficial wake-capture effect for forward propulsion with a restrained wing-pitch motion of a butterfly. *Royal Society Open Science*, 8(8), 202172. <https://doi.org/10.1098/rsos.202172>
- Lua, K. B., Lee, Y. J., Lim, T. T., & Yeo, K. S. (2016). Aerodynamic effects of elevating motion on hovering rigid hawkmothlike wings. *Journal of Aircraft*, 54(8), 2247–2264. <https://doi.org/10.2514/1.J054326>
- Ozawa, Y., Fujikawa, T., & Kikuchi, K. (2018). Analysis of turning motion for developing a butterfly-style flapping robot. *MM Science Journal*, 2198–2204. https://doi.org/10.17973/MMSJ.2018_03_201765
- Pines, D. J., & Bohorquez, F. (2006). Challenges facing future micro-air-vehicle development. *Journal of Aircraft*, 43(2), 290–305. <https://doi.org/10.2514/1.4922>
- Pratt, V. (1987). Direct least-squares fitting of algebraic surfaces. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 21(4), 145–152. <https://doi.org/10.1145/37402.37420>
- Ros, I. G., Bassman, L. C., Badger, M. A., Pierson, A. N., & Biewener, A. A. (2011). Pigeons steer like helicopters and generate down-and upstroke lift during low speed turns. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 108(50), 19990–19995. <https://doi.org/10.1073/pnas.1107519108>
- Sane, S. P. (2003). The aerodynamics of insect flight. *Journal of Experimental Biology*, 206(23), 4191–4208. <https://doi.org/10.1242/jeb.00663>
- Sane, S. P., & Dickinson, M. H. (2001). The control of flight force by a flapping wing: lift and drag production. *Journal of Experimental Biology*, 204(15), 2607–2626. <https://doi.org/10.1242/jeb.204.15.2607>
- Sunada, S., Kawachi, K., Watanabe, I., & Azuma, A. (1993). Performance of a butterfly in take-off flight. *Journal of Experimental Biology*, 183(1), 249–277. <https://doi.org/10.1242/jeb.183.1.249>

Sun, M., & Tang, J. (2002). Lift and power requirements of hovering flight in *Drosophila virilis*. *Journal of Experimental Biology*, 205(16), 2413–2427.
<https://doi.org/10.1242/jeb.205.16.2413>

Yarger, A. M., & Fox, J. L. (2016). Dipteran halteres: perspectives on function and integration for a unique sensory organ. *Integrative and Comparative Biology*, 56(5), 865–876. <https://doi.org/10.1093/icb/icw086>

Yokoyama, N., Senda, K., Iima, M., & Hirai, N. (2013). Aerodynamic forces and vortical structures in flapping butterfly's forward flight. *Physics of Fluids*, 25(2), 021902.
<https://doi.org/10.1063/1.4790882>

Zeyghami, S., Babu, N., & Dong, H. (2016). Cicada (*Tibicen linnei*) steers by force vectoring. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 6(2), 107–111.
<https://doi.org/10.1016/j.taml.2015.12.006>

Zhang, Y., Wang, X., Wang, S., Huang, W., & Weng, Q. (2021). Kinematic and aerodynamic investigation of the butterfly in forward free flight for the butterfly-inspired flapping wing air vehicle. *Applied Sciences (Switzerland)*, 11(6), 2620.
<https://doi.org/10.3390/app11062620>

李哲安 (2017)。利用翅膀掃掠動態控制蝴蝶拍撲飛行之研究。碩士論文，國立臺灣大學機械工程研究所，臺北市。

費約翰 (2017)。蝴蝶身體俯仰動態之飛行動力機制與飛行操控研究。博士論文，國立臺灣大學機械工程研究所，臺北市。

張勝凱 (2022)。蝴蝶翅膀形狀、翅膀撓曲變形與翅膀身體耦合運動之飛行動力機制。博士論文，國立臺灣大學機械工程研究所，臺北市。