

國立臺灣大學工學院機械工程學系

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

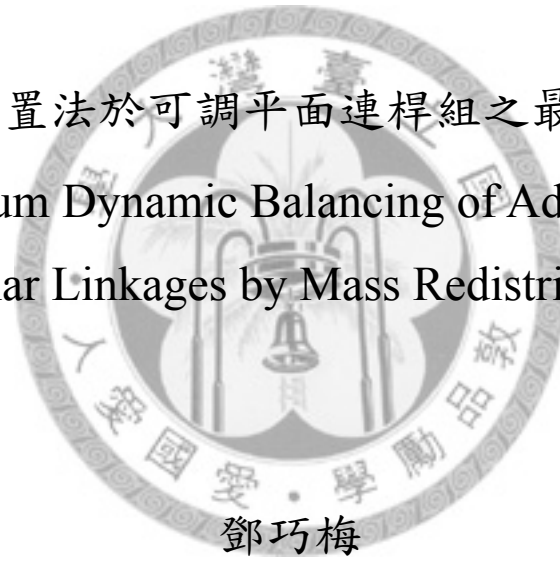
National Taiwan University

Master Thesis

應用質量重置法於可調平面連桿組之最佳動態平衡

Optimum Dynamic Balancing of Adjustable

Planar Linkages by Mass Redistribution



鄧巧梅

Teng, Chiao-Mei

指導教授：劉霆 博士

Advisor: Liu, Tyng, Ph.D.

中華民國 100 年 7 月

July, 2011

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

應用質量重置法於可調平面連桿組之最佳動態平衡
Optimum Dynamic Balancing of Adjustable
Planar Linkages by Mass Redistribution

本論文係鄧巧梅君 (R97522615) 在國立臺灣大學機械學系完成之碩士學位論文，於民國 100 年 07 月 29 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

劉 霆

劉霆

李志中

李志中

鍾添東

鍾添東

系主任

張所鎡

張所鎡

誌謝

感謝指導教授劉霆老師這段時日以來的指導與照顧，以及感謝口試委員李志中老師與鍾添東老師撥空審閱本論文與出席論文口試，不僅於問答間令我領略本論文內容與口試報告中敘述與表達上的不足之處，更提供諸多寶貴的意見與建議，使本論文更臻完善，並感謝實驗室所有學長、學姐、同學、學弟們平日的協助，謝謝各位。



應用質量重置法於可調平面連桿組之最佳動態平衡

鄧巧梅

摘要

本研究應用質量重置法，針對可視為由四連桿前後串聯而成之串聯型平面可調 n 連桿，進行動態平衡最佳化，以權衡改善所有調整狀態之各項動力性能。首先，以向量閉迴路方程式分析串聯型平面 n 連桿之各桿件運動性質，再以牛頓—尤拉運動方程式，由輸出端反向遞迴演算，依序推導各接頭作用力與驅動扭矩，而後，列出可調平面連桿組的動力性能最佳化問題與評估動力性能改善成效之無因次指標，再以固定輸入轉速、固定樞軸位置可調整的一組可調六連桿與可調八連桿為例，分別對於無負載與外加負載的情形，最佳化其動力性能，驗證本研究之可行性。為考慮負載之影響，僅與慣性相關之搖撼力、搖撼力矩，本研究則以更能直接代表機架狀況之機架合力、機架合力矩取代，範例結果顯示，各調整狀態之軸承力、可調樞軸力、驅動扭矩、機架合力與機架合力矩，皆可獲得改善。此外，本研究亦討論質量性質與外加負載以閉迴路為單位往輸入端影響之特性，以及最佳化時考慮負載之重要性，整體而言，若外加負載相對於各慣性力與力矩明顯較大，較難以改變桿件質量性質的方式改善連桿組的動力性能。本研究結果可應用於串聯型平面可調 n 連桿之質量性質設計，亦探究其動力特性，助於連桿機構動態平衡之研究，並對於日後可調連桿組於實務上之發展有所助益。

關鍵詞：質量重置法、平面可調 n 連桿、動態平衡、最佳化、搖撼力、搖撼力矩

Optimum Dynamic Balancing of Adjustable Planar Linkages by Mass Redistribution

Teng, Chiao-Mei

Abstract

This study presents the optimum dynamic balancing of adjustable planar n -bar linkages, which is considered a series of 4-bar linkages, for the trade-off of dynamic performance improvement between every adjustment state by mass redistribution. First, the kinematics is analyzed using the vector loop closure equations. Subsequently, joint forces and driving torque are formulated in sequence using Newton-Euler equations of motion. They are calculated reversely and recursively, and the driving torque is last determined. Then, the optimization problem for improving the dynamic performances is posed. Finally, two examples, including an 6-bar and 8-bar linkages with constant drive speed and adjustable fixed pivots, are given to demonstrate the feasibility of this study. Two situations which are with and without external loads are involved in both examples. In order to take the effect of external loads into account, the frame status is evaluated by the frame force and moment instead of shaking force and shaking moment in this study. The result of examples shows that the bearing forces, adjustable pivot forces, driving torque, frame force and moment are improved in every state. This study could be applied to the design of mass properties of serial planar n -bar linkages, and promote the research on dynamic balancing and the practical application of adjustable linkages.

Keywords: dynamic balancing, adjustable planar n -bar linkages, mass redistribution, optimization, shaking force, shaking moment

目錄

口試委員會審定書	i
誌謝	ii
中文摘要	iii
英文摘要	iv
目錄	v
圖目錄	vii
表目錄	x
第一章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 文獻回顧	2
1.2.1 可調連桿機構	2
1.2.2 動態平衡	3
1.3 研究目的	5
1.4 論文架構	5
第二章 串聯連桿組之運動分析	7
2.1 位置分析	7
2.2 速度分析	10
2.3 加速度分析	12
第三章 串聯連桿組之動力分析	14
3.1 接頭力與驅動扭矩	14
3.2 搖撼力與搖撼力矩	18
第四章 動力性能之最佳化	21
4.1 設計變數與限制條件	21

4.2 無因次指標與目標函數.....	22
4.3 程式規劃與驗證.....	24
第五章 範例與討論.....	32
5.1 可調六連桿.....	32
5.1.1 無外加負載.....	37
5.1.2 具外加負載.....	43
5.1.3 討論.....	55
5.2 可調八連桿.....	58
5.2.1 無外加負載.....	63
5.2.2 具外加負載.....	72
5.2.3 討論.....	91
第六章 結論與未來展望.....	94
6.1 結論.....	94
6.2 未來展望.....	96
參考文獻.....	97
附錄 程式碼.....	102



圖目錄

圖 2.1	串聯型平面 n 連桿之位置向量迴路.....	8
圖 3.1	串聯型平面 n 連桿之子系統自由體圖.....	15
圖 3.2	耦桿 j 之自由體圖.....	16
圖 3.3	參接頭桿 k 之自由體圖.....	18
圖 3.4	輸入桿 2 之自由體圖.....	18
圖 3.5	平面 n 連桿與機架之自由體圖.....	19
圖 4.1	程式流程圖.....	25
圖 4.2	驗證用八連桿模型.....	27
圖 4.3	驗證用八連桿桿 2 施加於機架之作用力量值.....	28
圖 4.4	驗證用八連桿桿 4 施加於機架之作用力量值.....	28
圖 4.5	驗證用八連桿桿 6 施加於機架之作用力量值.....	28
圖 4.6	驗證用八連桿桿 8 施加於機架之作用力量值.....	29
圖 4.7	驗證用八連桿之驅動扭矩.....	29
圖 4.8	驗證用八連桿之機架合力.....	30
圖 4.9	驗證用八連桿之機架合力矩.....	30
圖 4.10	驗證用八連桿之搖撼力.....	31
圖 4.11	驗證用八連桿之搖撼力矩.....	31
圖 5.1	可調六連桿組.....	32
圖 5.2	可調六連桿之調整四連桿.....	34
圖 5.3	可調六連桿各調整狀態之輸出桿角度.....	35
圖 5.4	可調六連桿各調整狀態之輸出桿角速度.....	35
圖 5.5	可調六連桿各調整狀態之輸出桿角加速度.....	35
圖 5.6	可調六連桿之參考連桿組.....	36

圖 5.7	無外加負載可調六連桿調整狀態 1 之各動力性能曲線.....	40
圖 5.8	無外加負載可調六連桿調整狀態 2 之各動力性能曲線.....	41
圖 5.9	無外加負載可調六連桿調整狀態 3 之各動力性能曲線.....	42
圖 5.10	可調六連桿各調整狀態之輸出桿外加扭矩.....	43
圖 5.11	六連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 1 之各動力性能曲線.....	49
圖 5.12	六連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 2 之各動力性能曲線.....	50
圖 5.13	六連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 3 之各動力性能曲線.....	51
圖 5.14	六連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 1 之各動力性能曲線.....	52
圖 5.15	六連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 2 之各動力性能曲線.....	53
圖 5.16	六連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 3 之各動力性能曲線.....	54
圖 5.17	可調八連桿組.....	58
圖 5.18	可調八連桿各調整狀態之輸出桿角度.....	60
圖 5.19	可調八連桿各調整狀態之輸出桿角速度.....	60
圖 5.20	可調八連桿各調整狀態之輸出桿角加速度.....	60
圖 5.21	可調八連桿之參考連桿組.....	62
圖 5.22	無外加負載可調八連桿調整狀態 1 之各動力性能曲線(一).....	66
圖 5.23	無外加負載可調八連桿調整狀態 1 之各動力性能曲線(二).....	67
圖 5.24	無外加負載可調八連桿調整狀態 2 之各動力性能曲線(一).....	68
圖 5.25	無外加負載可調八連桿調整狀態 2 之各動力性能曲線(二).....	69
圖 5.26	無外加負載可調八連桿調整狀態 3 之各動力性能曲線(一).....	70
圖 5.27	無外加負載可調八連桿調整狀態 3 之各動力性能曲線(二).....	71
圖 5.28	可調八連桿各調整狀態之輸出桿外加扭矩.....	72
圖 5.29	八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 1 之各動力性能曲線(一).....	79
圖 5.30	八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 1 之各動力性能曲線(二).....	80
圖 5.31	八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 2 之各動力性能曲線(一).....	81

圖 5.32	八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 2 之各動力性能曲線(二)	82
圖 5.33	八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 3 之各動力性能曲線(一)	83
圖 5.34	八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 3 之各動力性能曲線(二)	84
圖 5.35	八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 1 之各動力性能曲線(一).....	85
圖 5.36	八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 1 之各動力性能曲線(二).....	86
圖 5.37	八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 2 之各動力性能曲線(一).....	87
圖 5.38	八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 2 之各動力性能曲線(二).....	88
圖 5.39	八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 3 之各動力性能曲線(一).....	89
圖 5.40	八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 3 之各動力性能曲線(二).....	90



表目錄

表 4.1	驗證用八連桿模型之各桿尺寸與質量性質.....	26
表 5.1	可調六連桿之桿件尺寸.....	33
表 5.2	可調六連桿參考連桿組之質量性質.....	36
表 5.3	無外加負載可調六連桿之最佳化設計變數.....	38
表 5.4	無外加負載可調六連桿之動力性能指標.....	39
表 5.5	具外加扭矩可調六連桿案例 I 至 IV 之最佳化設計變數.....	44
表 5.6	具外加扭矩可調六連桿案例 V 至 VIII 之最佳化設計變數.....	45
表 5.7	具外加扭矩可調六連桿案例 I 至 IV 之動力性能指標.....	46
表 5.8	具外加扭矩可調六連桿案例 V 至 VIII 之動力性能指標.....	47
表 5.9	六連桿無負載最佳化結果受負載時之動力性能指標.....	55
表 5.10	六連桿具負載案例 I 至 III 之目標函數值.....	56
表 5.11	六連桿具負載各案例驅動扭矩量值平均值.....	56
表 5.12	可調八連桿之桿件尺寸.....	59
表 5.13	可調八連桿參考連桿組之質量性質.....	62
表 5.14	無外加負載可調八連桿之最佳化設計變數.....	64
表 5.15	無外加負載可調八連桿之動力性能指標.....	65
表 5.16	具外加負載可調八連桿案例 I 至 IV 之最佳化設計變數.....	74
表 5.17	具外加負載可調八連桿案例 V 至 VIII 之最佳化設計變數.....	75
表 5.18	具外加負載可調八連桿案例 I 至 IV 之動力性能指標.....	76
表 5.19	具外加負載可調八連桿案例 V 至 VIII 之動力性能指標.....	77
表 5.20	八連桿無負載最佳化結果受負載時之動力性能指標.....	91
表 5.21	八連桿具負載案例 I 至 III 之目標函數.....	92
表 5.22	八連桿具負載各案例驅動扭矩量值平均值.....	92

第一章 緒論

1.1 研究動機

連桿機構構造簡單，製造容易，故製造成本較為低廉，維護亦較為容易，且運動輸出型態多元，可規劃運動路徑、導引剛體位置、轉換運動函數關係等，具高應用性，使用相當普遍，因此設計符合運動要求之連桿，其相關研究為數甚多，當中又以四連桿的尺寸合成(dimensional synthesis)方法更為完整，而後，諸多研究以此為基礎，進一步探討連桿機構之可調整性，試圖令同一組機構的運動輸出具更多可能，擴展其應用層面與提高其使用彈性。

除連桿機構的尺寸外，所設計連桿組之動態平衡(dynamic balancing)亦十分重要，尤其是高速運轉時，慣性作用增加而提高搖撼力(shaking force)與搖撼力矩(shaking moment)，使機架受力與力矩的狀況更為嚴重，導致機架振動加劇，引發噪音、精度降低、機件磨耗、疲勞破壞等問題，因此需要動態平衡以降低機架振動幅度。此外，驅動力或驅動扭矩的波動(fluctuation)，使實際上的驅動速度較難維持等速，而驅動力或驅動扭矩的極大值，可能造成動力源裝置的需求更高階，至於軸承力除與機架受力相關外，亦牽涉軸承之選用，所以這些動力特性同樣需要藉由動態平衡改善。

前述動力特性關乎機器的成本與品質，機構設計時勢必將其列入考量，未來，可調連桿機構要在實務中廣泛使用，除需有對應之合成方法外，亦終將面臨動態平衡問題，基於可調連桿組在不同的調整狀態，具備不同的運動輸出，亦可能承受不同的負載，相對而言，較一般不可調連桿組之動態平衡更為複雜，因此，本研究冀望可檢視不同負載之影響，並權衡改善可調連桿組於不同調整狀態之各項動力性能。

1.2 文獻回顧

1.2.1 可調連桿機構

關於可調連桿機構之研究，多為探討可調四連桿的運動分析與尺寸合成，而常以固定樞軸(fixed pivot)位置作為可調參數。Tao 與 Krishnamoorthy[1, 2]以圖解法合成可調四連桿，利用改變四連桿固定樞軸位置，產生具尖點(cusp)的可變耦桿曲線與具二重點(double point)的 8 字形可變對稱耦桿曲線。Ahmad 與 Waldron[3]提出可調四連桿的剛體導引(motion generation)合成方法，利用改變被動曲柄的固定樞軸位置，使四連桿具兩種調整狀態。Shimajima 等人[4-6]同樣以固定樞軸位置作為可調參數，提出路徑演生(path generation)與函數演生(function generation)合成方法，用精確點(precision point)合成可調的直線和 L 形路徑演生機構，而利用具對稱耦桿曲線的四連桿，合成輸出搖桿在擺動範圍兩端可近似暫停的可調六連桿。

部分研究以五連桿架構調整可調四連桿的固定樞軸，Naik 與 Amarnath[7]即以五連桿為理論基礎，將第五桿視為可調四連桿其中一固定樞軸之調整桿，提出具兩種調整狀態的四連桿，其函數演生合成方法。而 Zhou[8]同樣以五連桿的架構為基礎，將第五桿視為四連桿中被動桿固定樞軸的調整桿，提出可調四連桿的函數演生合成方法，並附加雙桿與被動桿、第五桿形成平行四邊形，轉移被動桿的輸出至第五桿的固定樞軸，因此可調四連桿實際上為 7 個旋轉對的連桿組。另外，Zhou[9]亦提出可調四連桿的路徑演生合成方法，利用滑塊位置調整可調四連桿的被動桿固定樞軸。

除旋轉對的四連桿外，亦有含滑動對機構之研究，Chang[10]提出可調曲柄搖桿或可調滑塊曲柄的合成方法，經由改變曲柄的固定樞軸位置，可使機構描繪指定速度的可變圓弧。而 Zhou 與 Ting[11]亦提出可調滑塊曲柄的合成方法，但是是以改變滑塊軌道(sliding guide)位置，使機構可產生多種路徑。

另有研究探討高階暫停機構之調整方式，林進水[12]透過串聯多組可全部或部分同時達極限位置之四連桿，組成高階暫停連桿機構，並以與暫停連桿組的桿件尺寸具幾何相關性之拘束連桿組，調整固定樞軸位置，使其調整前後仍可維持高階暫停特性。

可調參數除調整固定樞軸位置外，亦可調整之運動樞軸(moving pivot)或桿長，Wang 與 Sodhi[13]藉由調整四連桿的運動樞軸位置，合成剛體導引的可調四連桿，使其於兩種調整狀態可分別通過三個特定耦桿位置。而 Hong 與 Erdman[14]則是利用調整輸入桿與輸出桿的桿長，使平面和球面(spherical)四連桿可產生多種剛體導引結果。

可調連桿組甚至可應用於變速傳動，Pennock 與 Israr[15]提出可調六連桿的運動分析與合成，其應用於可變速傳動機構(variable-speed transmission mechanism)中，此六連桿為史蒂文生三型(Stephenson-III)，輸入曲柄等速旋轉，而輸出桿為裝於輸出軸的超速離合器(overrunning clutch)，另外附加一控制臂，可沿圓弧軌跡調整六連桿的固定樞軸(非輸入桿與輸出桿)，因此可以控制臂改變輸出。Zero-Max 的可調速傳動裝置(adjustable speed drive)[16]，即是以輸入軸驅動四組不同相位的六連桿，再分別帶動輸出軸上的四個單向離合器(one-way clutch)，使輸出轉速低於輸入轉速，達減速機效果，並可以控制臂調整六連桿固定樞軸位置，改變輸出轉速，使機構具不同的轉速比，包括可調成輸出轉速為 0。

1.2.2 動態平衡

關於平面連桿組之動態平衡研究相當豐富，Arakelian 與 Smith[17]將主要的方法分類為四類，包括直接增加配重於桿件，重新調整機構質量的分佈、以兩個反轉質量諧和平衡(harmonic balancing)、透過增加軸對稱的複製機構(duplicate mechanism)，以相反的運動平衡，使其新的系統質心靜止、增加雙桿(dyad)形成平行四邊形迴路，轉移耦桿運動至機架上的轉軸，再以配重平衡。

大部分的平衡方法，無論是藉由增加機構或凸輪、齒輪、增加桿件數量、直接附加配重於桿件上或直接計算桿件的質量性質等，皆為利用新質量產生的慣性效應盡可能抵銷原慣性影響，其中又以增加圓盤或圓柱配重於桿件上最為常見。

Hertrich[18]提及配重質量的慣性應盡量小，避免增加過多的驅動扭矩與應力，並建議使用高密度的配重材料，例如鉛，而配重質量的外形應為圓柱，長度在允許範圍內盡量長，中心軸線平行於旋轉軸而外圍相切於旋轉軸。亦有研究使用其他配重形狀，Demeulenaere 等人[19]以扇形配重平衡平面連桿組的搖撼力、搖撼力矩、驅動扭矩與軸承力，並以複雜的十連桿為例，驗證使用之最佳化方法極有效率。

以增加圓盤或圓柱配重改變現有連桿之質量分佈，設計上較為容易，但僅考慮桿件質量增而不減的情形，且桿件質量性質具一定的形式，因此，部分研究改採直接計算桿件質量、質心位置等的質量重置法，以得更富彈性的質量性質。Chaudhary 與 Saha[20, 21]分別利用兩點質量模型與三點質量模型作為等效系統，透過最佳化重置桿件質量分佈，改善連桿組的動力性能。亦有嘗試混合使用增加配重與桿件質量重置的方法，Guo 等人[22]以求四連桿之耦桿與輸出桿的質量、質心位置、轉動慣量，及輸入桿與輸出桿的配重，改善連桿組的性能。

由於連桿組之動力性能與其運動特性相關，部分研究於設計桿件尺寸時，將動力特性列入考慮，以得兩方面皆符合需求的連桿組。Rigelman 與 Kramer[23]探討四連桿的尺寸合成，經由最佳化時設置運動與動力的限制條件，以得可接受的可各桿桿長。另外，除桿件尺寸會影響運動特性外，輸入轉速的大小與變動亦對連桿組整個週期的運動特性有所影響。Yan 與 Soong[24, 25]整合連桿尺寸合成、圓盤配重或質量重置平衡、變輸入轉速設計於同一設計階段，以得符合運動要求、動力要求與限制的四連桿，包括其尺寸、質量性質與應搭配之輸入轉速。

動態平衡除使用方法不同外，目標亦不盡相同，部分研究聚焦於完全平衡搖撼力[26, 27]，而後，則有研究探討對於已完全搖撼力平衡的機構，再平衡其部份

的搖撼力矩[28, 29]，亦有著重於完全平衡搖撼力與搖撼力矩的研究[30, 31]，然而，驅動扭矩與軸承力也相當重要，因此，部分研究則未著眼於完全平衡，而選擇權衡(trade-off)改善搖撼力、搖撼力矩、驅動扭矩的波動與軸承力[32, 33]。

1.3 研究目的

本研究旨為應用質量重置法，針對已合成尺寸之串聯型平面可調 n 連桿，權衡最佳化各調整狀態之動力性能。目前關於可調連桿組之研究，以利用調整固定軸改變連桿組運動輸出之方法較為簡單可行，且已實際應用於可變速裝置，因此本研究以瓦特二型(Watt-II)形式串聯四連桿之平面 n 連桿為探討對象，不僅具多可調樞軸，構造亦相對簡單，為切入探討可調連桿組動態平衡之合適選擇，至於以質量重置作為本研究之動態平衡方法，則是因其不會增加系統複雜度。

本研究除可應用於串聯型平面可調 n 連桿之質量性質設計外，亦探究其動力特性，不僅有助於連桿機構動態平衡之研究，更對於日後可調連桿組於實務上之發展有所助益。

1.4 論文架構

本文共分為六章，第一章說明本研究之研究動機與目的，並回顧相關文獻，以及簡述本文架構。第二章以向量閉迴路方程式(loop closure equation)分析串聯型平面 n 連桿各桿件角度、角速度、角加速度與質心位置、速度、加速度，以供後續動力分析之用。第三章推導串聯型平面 n 連桿之所有作用力，利用牛頓—尤拉運動方程式(Newton-Euler Equation of motion)，由輸出端反向遞迴演算，進而求得各接頭力、軸承力、可調樞軸力與驅動扭矩，並區分搖撼力、搖撼力矩與機架合力、機架合力矩之定義，以及說明兩者間的關聯。第四章列出可調平面連桿組的動力性能最佳化問題，經由設計各桿件質量、質心位置與轉動慣量等質量性質，權衡改善所有調整狀態之各項動力特性，並闡述用以評估動力性能改善成效之各

項無因次指標，另外，說明求解最佳化問題之 MATLAB 程式架構，並以 ADAMS 驗證程式演算結果無誤。第五章以固定輸入轉速的一組可調六連桿與可調八連桿為例，驗證本研究之可行性，除關注連桿組動力特性的改善效果，亦比較權重之影響，且探討最佳化過程考慮負載與否的差異。第六章則為本研究之結論與未來展望。



第二章 串聯連桿組之運動分析

為提供各桿件角加速度與質心加速度，作為動力分析之依據，本章以向量閉迴路方程式，依序分析串聯型平面 n 連桿各桿件角度、角速度、角加速度以及須知的參考點位置、速度與加速度。

本章使用兩點假設，以簡化運動分析模型：

1. 各接頭無間隙。
2. 所有桿件均視為剛體。

2.1 位置分析

一個串聯型平面 n 連桿如圖 2.1 所示，桿 2 為輸入桿，坐標系統原點 O_1 為輸入軸，而整個連桿機構可視為 m 組四連桿分別以角度 γ 串聯，由於各個迴路型式相同，僅需推導其中一迴路，其餘以遞迴方式演算即可。

如圖 2.1 所示，位置向量 \mathbf{d}_p 、 \mathbf{r}_i 、 \mathbf{r}_j 及 \mathbf{b}_k 構成向量閉迴路方程式：

$$-\mathbf{d}_p + \mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j - \mathbf{b}_k = \mathbf{0} \quad (2.1)$$

上式可改寫為 X 軸、Y 軸方向之分量方程式：

$$-d_p \cos \theta_{dp} + r_i \cos \theta_i + r_j \cos \theta_j - b_k \cos \beta_k = 0 \quad (2.2)$$

$$-d_p \sin \theta_{dp} + r_i \sin \theta_i + r_j \sin \theta_j - b_k \sin \beta_k = 0 \quad (2.3)$$

其中， d_p 、 r_i 、 r_j 及 b_k 為已知桿長，而四連桿中的地桿角 θ_{dp} 與主動桿角 θ_i 為已知，耦桿角 θ_j 與從動桿角 β_k 待求。

為先求 β_k ，將(2.2)與(2.3)移項，分別為：

$$r_j \cos \theta_j = d_p \cos \theta_{dp} - r_i \cos \theta_i + b_k \cos \beta_k \quad (2.4)$$

$$r_j \sin \theta_j = d_p \sin \theta_{dp} - r_i \sin \theta_i + b_k \sin \beta_k \quad (2.5)$$

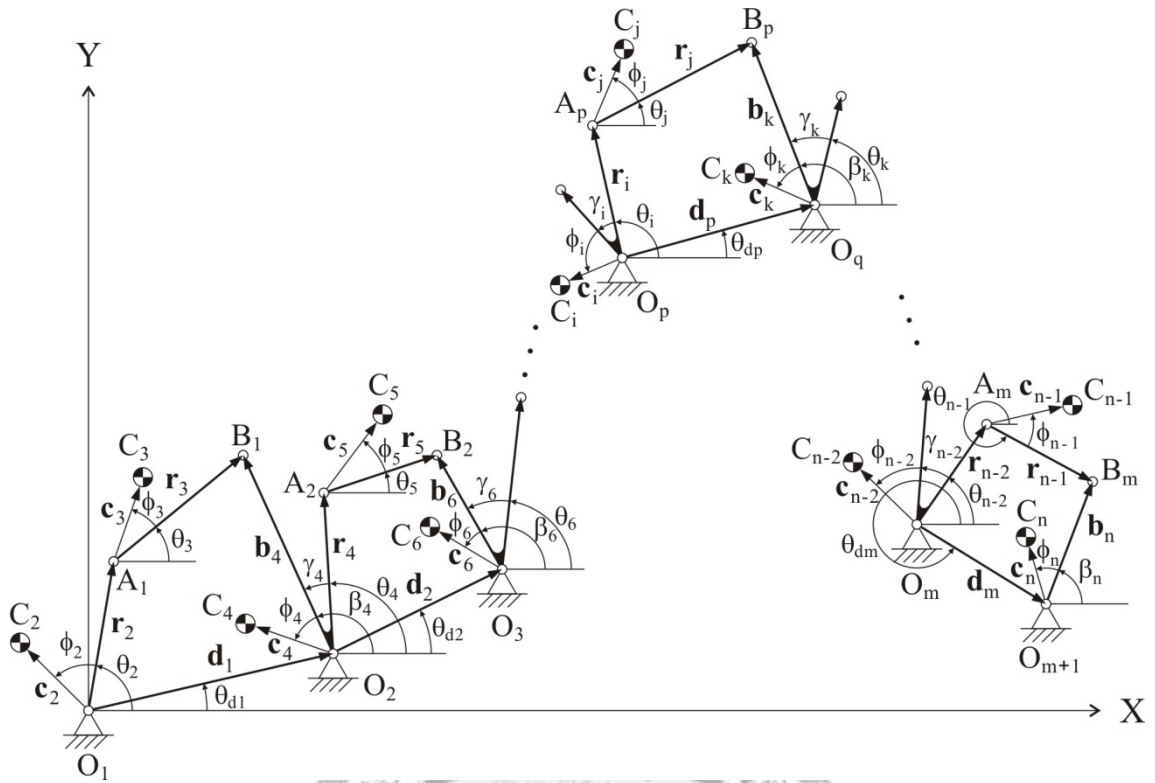


圖 2.1 串聯型平面 n 連桿之位置向量迴路

將上兩式分別平方後相加，可消去 θ_i ，得到下式：

$$\begin{aligned}
 r_j^2 &= d_p^2 + r_i^2 + b_k^2 - 2d_p r_i (\cos \theta_{dp} \cos \theta_i + \sin \theta_{dp} \sin \theta_i) \\
 &\quad + 2d_p b_k (\cos \theta_{dp} \cos \beta_k + \sin \theta_{dp} \sin \beta_k) \\
 &\quad - 2r_i b_k (\cos \theta_i \cos \beta_k + \sin \theta_i \sin \beta_k)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

為得 β_k 之閉合解(closed form solution)，上式可整理為：

$$A_p \cos \beta_k + B_p \sin \beta_k + C_p = 0 \tag{2.7}$$

其中

$$\begin{aligned}
 A_p &= 2b_k (d_p \cos \theta_{dp} - r_i \cos \theta_i) \\
 B_p &= 2b_k (d_p \sin \theta_{dp} - r_i \sin \theta_i) \\
 C_p &= d_p^2 + r_i^2 + b_k^2 - r_j^2 - 2d_p r_i (\cos \theta_{dp} \cos \theta_i + \sin \theta_{dp} \sin \theta_i)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

利用正弦、餘弦函數的二倍角公式，代入 β_k 的半角，如下所示：

$$\sin \beta_k = \frac{2 \tan\left(\frac{\beta_k}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\beta_k}{2}\right)} \quad (2.9)$$

$$\cos \beta_k = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\beta_k}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\beta_k}{2}\right)} \quad (2.10)$$

將(2.9)與(2.10)代入(2.7)，可得：

$$(C_p - A_p) \tan^2\left(\frac{\beta_k}{2}\right) + 2B_p \tan\left(\frac{\beta_k}{2}\right) + A_p + C_p = 0 \quad (2.11)$$

由上式即可得：

$$\beta_k = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-B_p + \sigma_p \sqrt{B_p^2 - C_p^2 + A_p^2}}{C_p - A_p} \right) \quad (2.12)$$

其中 $\sigma_p = \pm 1$ ，分別代表此組四連桿的兩種分支(Branch)構型，即兩種可能的組裝方式。

求出 β_k 後， θ_j 可由(2.5)除以(2.4)而得：

$$\theta_j = \tan^{-1} \left(\frac{d_p \sin \theta_{dp} - r_i \sin \theta_i + b_k \sin \beta_k}{d_p \cos \theta_{dp} - r_i \cos \theta_i + b_k \cos \beta_k} \right) \quad (2.13)$$

另外，下一組銜接的四連桿組主動桿角 θ_k 為：

$$\theta_k = \beta_k - \gamma_k \quad (2.14)$$

其中串聯角 γ_k 為下一組四連桿組主動桿至此組從動桿的夾角。

各四連桿組中之主動桿與耦桿間的接頭 A 點，其性質可用於簡化方程式，因此將 A 點位置在 X、Y 方向之分量表示如下：

$$\begin{aligned} X_{Ap} &= \sum_{h=1}^{p-1} d_h \cos \theta_{dh} + r_i \cos \theta_i \\ Y_{Ap} &= \sum_{h=1}^{p-1} d_h \sin \theta_{dh} + r_i \sin \theta_i \end{aligned} \quad (2.15)$$

上式用於計算 A₁ 位置時，等號右側第一項為 0。

在 θ_j 與 β_k 求出後，即可求得各桿之質心位置，如下所示：

$$\begin{aligned} X_{C_2} &= c_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) \\ Y_{C_2} &= c_2 \sin(\theta_2 + \phi_2) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} X_{C_j} &= X_{A_p} + c_j \cos(\theta_j + \phi_j) \\ Y_{C_j} &= Y_{A_p} + c_j \sin(\theta_j + \phi_j) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} X_{C_k} &= \sum_{h=1}^p d_h \cos \theta_{dh} + c_k \cos(\beta_k + \phi_k) \\ Y_{C_k} &= \sum_{h=1}^p d_h \sin \theta_{dh} + c_k \sin(\beta_k + \phi_k) \end{aligned} \quad (2.18)$$

其中， X_{C_2} 、 Y_{C_2} 分別代表輸入桿質心 C_2 的位置在 X、Y 方向之分量， X_{C_j} 、 Y_{C_j} 分別為各耦桿質心位置在 X、Y 方向之分量， X_{C_k} 、 Y_{C_k} 則是各參接頭桿(Ternary link)與輸出桿 n 質心位置在 X、Y 方向之分量，而 c_2 、 c_j 及 c_k 為各桿參考點至質心的距離，簡稱質心距，若桿件與地桿相接，參考點為 O 點，若否，則為 A 點，如圖 2.1 所示，另外， ϕ 為定義質心位置的角度，簡稱質心角， ϕ_2 為 \mathbf{r}_2 至 \mathbf{c}_2 之夾角，而 ϕ_j 、 ϕ_k 則分別為 \mathbf{r}_j 至 \mathbf{c}_j 與 \mathbf{b}_k 至 \mathbf{c}_k 之夾角。

2.2 速度分析

將位置向量閉迴路方程式對時間微分一次，即可獲得速度方程式，X、Y 方向之位置向量方程式(2.2)與(2.3)的微分結果如下：

$$-r_j \omega_j \sin \theta_j + b_k \omega_k \sin \beta_k = r_i \omega_i \sin \theta_i \quad (2.19)$$

$$-r_j \omega_j \cos \theta_j + b_k \omega_k \cos \beta_k = r_i \omega_i \cos \theta_i \quad (2.20)$$

其中， $\omega_i = \dot{\theta}_i$ 、 $\omega_j = \dot{\theta}_j$ 與 $\omega_k = \dot{\beta}_k$ ， ω_i 為已知的主動桿角速度，耦桿角速度 ω_j 與從動桿角速度 ω_k 則為待求。

解線性聯立方程式(2.19)及(2.20)，即可求得 ω_j 與 ω_k ，以加減消去法求解，可先求得：

$$\omega_k = \frac{r_i \omega_i (\sin \theta_i \cos \theta_j - \cos \theta_i \sin \theta_j)}{D_p} \quad (2.21)$$

其中

$$D_p = b_k (\cos \theta_j \sin \beta_k - \sin \theta_j \cos \beta_k) \quad (2.22)$$

求出 ω_k 後， ω_j 即可由(2.19)求得：

$$\omega_j = \frac{b_k \omega_k \sin \beta_k - r_i \omega_i \sin \theta_i}{r_j \sin \theta_j} \quad (2.23)$$

另外，因為實際上為同一桿件，下一組銜接的四連桿組主動桿與此組從動桿角速度相等：

$$\omega_k = \dot{\beta}_k = \dot{\theta}_k \quad (2.24)$$

將(2.15)對時間微分一次，可得 A 點在 X、Y 方向之速度分量：

$$\begin{aligned} v_{ApX} &= \dot{X}_{Ap} = -r_i \omega_i \sin \theta_i \\ v_{ApY} &= \dot{Y}_{Ap} = r_i \omega_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (2.25)$$

而在 ω_j 與 ω_k 求出後，將(2.16)、(2.17)與(2.18)對時間微分一次，即可求得各桿之質心速度，如下所示：

$$\begin{aligned} v_{C2X} &= \dot{X}_{C2} = -c_2 \omega_2 \sin(\theta_2 + \phi_2) \\ v_{C2Y} &= \dot{Y}_{C2} = c_2 \omega_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} v_{CjX} &= \dot{X}_{Cj} = v_{ApX} - c_j \omega_j \sin(\theta_j + \phi_j) \\ v_{CjY} &= \dot{Y}_{Cj} = v_{ApY} + c_j \omega_j \cos(\theta_j + \phi_j) \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} v_{CkX} &= \dot{X}_{Ck} = -c_k \omega_k \sin(\beta_k + \phi_k) \\ v_{CkY} &= \dot{Y}_{Ck} = c_k \omega_k \cos(\beta_k + \phi_k) \end{aligned} \quad (2.28)$$

其中， v_{C2X} 、 v_{C2Y} 分別代表輸入桿質心 C_2 在 X、Y 方向之速度分量， v_{CjX} 、 v_{CjY} 分別為各耦桿質心在 X、Y 方向之速度分量， v_{CkX} 、 v_{CkY} 則是各參接頭桿與輸出桿 n 質心在 X、Y 方向之速度分量。

2.3 加速度分析

將速度方程式(2.19)與(2.20)對時間微分一次，即可獲得加速度方程式，如下所示：

$$\begin{aligned} r_j \alpha_j \sin \theta_j - b_k \alpha_k \sin \beta_k = & -r_i \alpha_i \sin \theta_i - r_i \omega_i^2 \cos \theta_i \\ & - r_j \omega_j^2 \cos \theta_j + b_k \omega_k^2 \cos \beta_k \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} r_j \alpha_j \cos \theta_j - b_k \alpha_k \cos \beta_k = & -r_i \alpha_i \cos \theta_i + r_i \omega_i^2 \sin \theta_i \\ & + r_j \omega_j^2 \sin \theta_j - b_k \omega_k^2 \sin \beta_k \end{aligned} \quad (2.30)$$

其中， $\alpha_i = \dot{\omega}_i$ 、 $\alpha_j = \dot{\omega}_j$ 與 $\alpha_k = \dot{\omega}_k$ ，主動桿角加速度 α_i 為已知，耦桿角加速度 α_j 與從動桿角加速度 α_k 則為待求。

解線性聯立方程式(2.29)及(2.30)前，先將(2.25)對時間微分一次，得 A 點在 X、Y 方向之加速度分量：

$$\begin{aligned} a_{ApX} = \dot{v}_{ApX} = & -r_i \alpha_i \sin \theta_i - r_i \omega_i^2 \cos \theta_i \\ a_{ApY} = \dot{v}_{ApY} = & r_i \alpha_i \cos \theta_i - r_i \omega_i^2 \sin \theta_i \end{aligned} \quad (2.31)$$

而後，(2.29)及(2.30)可以上式代換為：

$$r_j \alpha_j \sin \theta_j - b_k \alpha_k \sin \beta_k = a_{ApX} - r_j \omega_j^2 \cos \theta_j + b_k \omega_k^2 \cos \beta_k \quad (2.32)$$

$$r_j \alpha_j \cos \theta_j - b_k \alpha_k \cos \beta_k = -a_{ApY} + r_j \omega_j^2 \sin \theta_j - b_k \omega_k^2 \sin \beta_k \quad (2.33)$$

以加減消去法解(2.32)及(2.33)，可得：

$$\alpha_k = \frac{-a_{ApX} \cos \theta_j - a_{ApY} \sin \theta_j + r_j \omega_j^2 - b_k \omega_k^2 (\cos \theta_j \cos \beta_k + \sin \theta_j \sin \beta_k)}{D_p} \quad (2.34)$$

其中， D_p 定義於(2.22)。求出 α_k 後， α_j 即可由(2.32)求得：

$$\alpha_j = \frac{a_{ApX} - r_j \omega_j^2 \cos \theta_j + b_k (\omega_k^2 \cos \beta_k + \alpha_k \sin \beta_k)}{r_j \sin \theta_j} \quad (2.35)$$

在 α_j 與 α_k 求出後，各桿之質心加速度可由(2.26)、(2.27)與(2.28)對時間微分一次而得：

$$\begin{aligned} a_{C2X} &= \dot{v}_{C2X} = -c_2 \alpha_2 \sin(\theta_2 + \phi_2) - c_2 \omega_2^2 \cos(\theta_2 + \phi_2) \\ a_{C2Y} &= \dot{v}_{C2Y} = c_2 \alpha_2 \cos(\theta_2 + \phi_2) - c_2 \omega_2^2 \sin(\theta_2 + \phi_2) \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} a_{CjX} &= \dot{v}_{CjX} = a_{ApX} - c_j \alpha_j \sin(\theta_j + \phi_j) - c_j \omega_j^2 \cos(\theta_j + \phi_j) \\ a_{CjY} &= \dot{v}_{CjY} = a_{ApY} + c_j \alpha_j \cos(\theta_j + \phi_j) - c_j \omega_j^2 \sin(\theta_j + \phi_j) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} a_{CkX} &= \dot{v}_{CkX} = -c_k \alpha_k \sin(\beta_k + \phi_k) - c_k \omega_k^2 \cos(\beta_k + \phi_k) \\ a_{CkY} &= \dot{v}_{CkY} = c_k \alpha_k \cos(\beta_k + \phi_k) - c_k \omega_k^2 \sin(\beta_k + \phi_k) \end{aligned} \quad (2.38)$$

其中， a_{C2X} 、 a_{C2Y} 分別代表輸入桿質心 C_2 在 X、Y 方向之加速度分量， a_{CjX} 、 a_{CjY} 分別為各耦桿質心在 X、Y 方向之加速度分量， a_{CkX} 、 a_{CkY} 則是各參接頭桿與輸出桿 n 質心在 X、Y 方向之加速度分量。



第三章 串聯連桿組之動力分析

機構的動力性能攸關機器的優劣，尤其在高速運轉時，搖撼力與搖撼力矩易導致機架振動，產生噪音、精度降低、機件磨耗、疲勞破壞等問題，而動力源與軸承的挑選則是取決於驅動扭矩與軸承力的大小，因此，上述動力特性關乎機器的成本與品質，機構設計時勢必將其列入考量。

本章以牛頓—尤拉運動方程式推導串聯型平面 n 連桿中的作用力，由輸出端反向遞迴演算，過程中最多僅會產生二元聯立方程式，再將其化為閉合解型式，求得各個接頭力、軸承力與驅動扭矩，而後分析搖撼力與搖撼力矩，作為設計或檢驗元件與評估機構動力性能之依據。

為簡化動力分析模型，本章使用以下三點假設：

1. 忽略各接頭摩擦力。
2. 所有桿件均視為剛體。
3. 不計重力影響。

3.1 接頭力與驅動扭矩

將串聯型平面 n 連桿拆成 m+1 個子系統，如圖 3.1 所示，輸入桿 2 為子系統 1，而其餘的耦桿與從動桿則分別以雙桿形式組成子系統。

首先針對子系統 q，自由體圖如圖 3.1 所示，對參考點 O_q 列力矩平衡方程式：

$$\begin{aligned}
 & G_p - F_{jX} (b_{kY} - r_{jY} + e_{jY}) + F_{jY} (b_{kX} - r_{jX} + e_{jX}) \\
 & \quad + f_{jiX} (b_{kY} - r_{jY}) - f_{jiY} (b_{kX} - r_{jX}) + T_k + T_j \\
 & = H_p + I_{Cj} \alpha_j - m_j a_{CjX} (b_{kY} - r_{jY} + c_{jY}) + m_j a_{CjY} (b_{kX} - r_{jX} + c_{jX})
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

其中

$$G_p = -F_{kX} e_{kY} + F_{kY} e_{kX} - f_{(k+1,k)X} r_{kY} + f_{(k+1,k)Y} r_{kX} \tag{3.2}$$

$$H_p = I_{Ck} \alpha_k - m_k a_{CkX} c_{kY} + m_k a_{CkY} c_{kX} \tag{3.3}$$

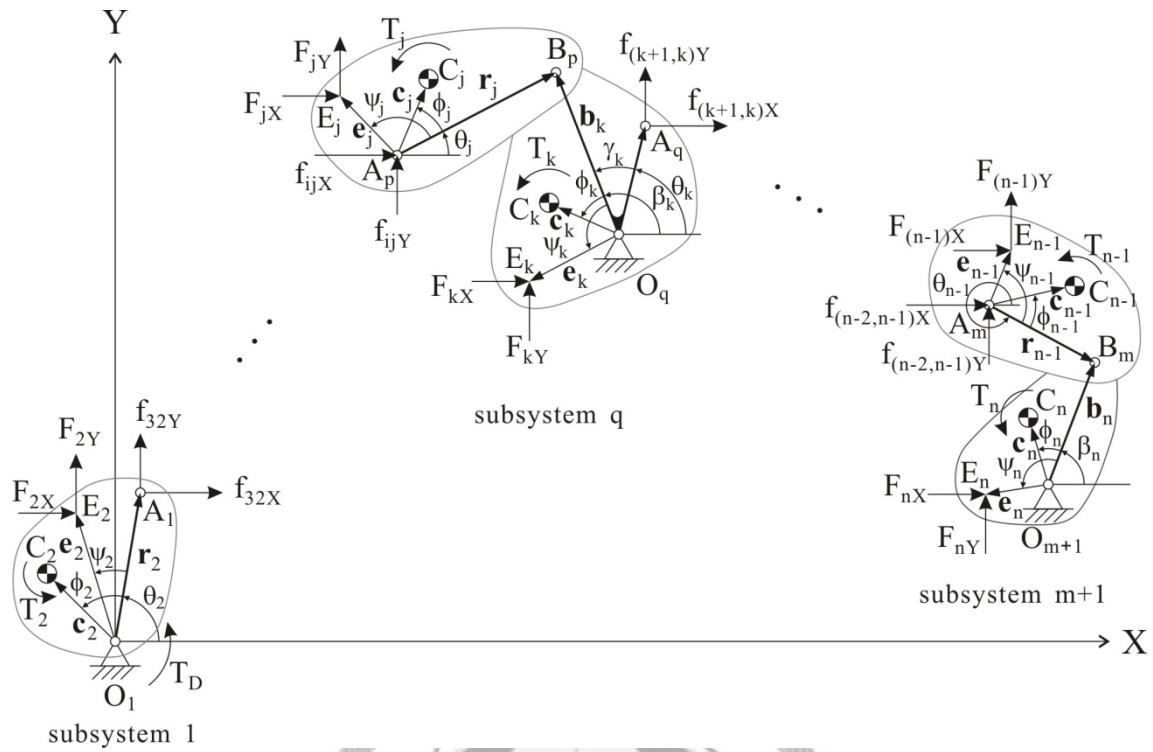


圖 3.1 串聯型平面 n 連桿之子系統自由體圖

F_{jX} 、 F_{jY} 、 F_{kX} 、 F_{kY} 分別代表桿 j 與桿 k 在 X、Y 方向所受的外力， e_{jX} 、 e_{jY} 、 e_{kX} 、 e_{kY} 分別為桿 j 與桿 k 各參考點至受外力位置之位置向量的 X、Y 方向分量， f_{jiX} 、 f_{jiY} 為桿 j 施加於桿 i 的接頭力在 X、Y 方向之分量，其值分別等同於 $-f_{ijX}$ 、 $-f_{ijY}$ ，而 $f_{(k+1,k)X}$ 、 $f_{(k+1,k)Y}$ 為桿 k+1 施加於桿 k 的接頭力在 X、Y 方向之分量， T_j 、 T_k 分別代表桿 j 與桿 k 的外加扭矩， m_j 、 m_k 為桿 j 與桿 k 的質量， I_{C_j} 、 I_{C_k} 則是桿 j 與桿 k 相對其質心的質量慣性矩(mass moment of inertia)，或稱轉動慣量。

由於運算流程是由輸出端反向遞迴演算，因此(3.1)所包含的未知項僅有 f_{jiX} 、 f_{jiY} ，而 $f_{(k+1,k)X}$ 、 $f_{(k+1,k)Y}$ 則為已知。將(3.1)移項，可得：

$$\begin{aligned}
 & f_{jiX}(b_{kY} - r_{jY}) - f_{jiY}(b_{kX} - r_{jX}) \\
 &= -T_k - T_j - G_p + F_{jX}(b_{kY} - r_{jY} + e_{jY}) - F_{jY}(b_{kX} - r_{jX} + e_{jX}) \\
 & \quad + H_p + I_{C_j}\alpha_j - m_j a_{C_jX}(b_{kY} - r_{jY} + c_{jY}) + m_j a_{C_jY}(b_{kX} - r_{jX} + c_{jX})
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

為求得上式的兩個未知數，仍需一條關係式，因此針對桿 j，如圖 3.2 所示，對參考點 B_p 列力矩平衡方程式：

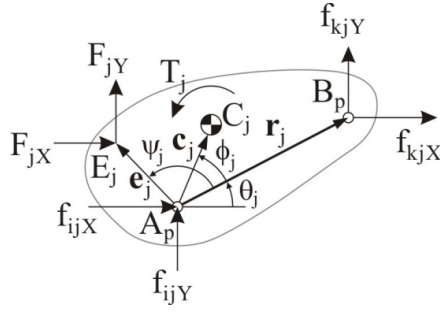


圖 3.2 耦桿 j 之自由體圖

$$\begin{aligned}
 & -F_{jX}(-r_{jY} + e_{jY}) + F_{jY}(-r_{jX} + e_{jX}) - f_{jiX}r_{jY} + f_{jiY}r_{jX} + T_j \\
 & = I_{C_j}\alpha_j - m_j a_{CjX}(-r_{jY} + c_{jY}) + m_j a_{CjY}(-r_{jX} + c_{jX})
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

將上式移項，改寫為：

$$-f_{jiX}r_{jY} + f_{jiY}r_{jX} = P_p \tag{3.6}$$

其中

$$\begin{aligned}
 P_p = & -T_j + F_{jX}(-r_{jY} + e_{jY}) - F_{jY}(-r_{jX} + e_{jX}) + I_{C_j}\alpha_j \\
 & - m_j a_{CjX}(-r_{jY} + c_{jY}) + m_j a_{CjY}(-r_{jX} + c_{jX})
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

而(3.4)與(3.6)部分項目相同，可相減消去以簡化方程式，兩式相減得：

$$f_{jiX}b_{kY} - f_{jiY}b_{kX} = Q_p \tag{3.8}$$

其中

$$Q_p = -T_k - G_p + F_{jX}b_{kY} - F_{jY}b_{kX} + H_p - m_j a_{CjX}b_{kY} + m_j a_{CjY}b_{kX} \tag{3.9}$$

G_p 與 H_p 分別定義於(3.2)、(3.3)。

解線性聯立方程式(3.6)及(3.8)，即可求得 f_{jiX} 與 f_{jiY} 的閉合解：

$$f_{jiX} = \frac{b_{kX}P_p + r_{jX}Q_p}{R_p} \tag{3.10}$$

$$f_{jiY} = \frac{b_{kY}P_p + r_{jY}Q_p}{R_p} \tag{3.11}$$

其中

$$R_p = r_{jX} b_{kY} - r_{jY} b_{kX} \quad (3.12)$$

以(3.10)及(3.11)求 $f_{(n-2,n-1)X}$ 、 $f_{(n-2,n-1)Y}$ ，即 $k=n$ 、 $p=m$ 時，(3.2)中的最後兩項 $f_{(n+1,n)X}$ 、 $f_{(n+1,n)Y}$ 為 0。

接頭力 f_{jiX} 與 f_{jiY} 已知後，即可求桿 k 施加於桿 j 的接頭力 f_{kjX} 與 f_{kjY} ，桿 j 自由體圖如圖 3.2 所示，對其列 X 、 Y 方向之力平衡方程式，可得：

$$\begin{aligned} f_{kjX} &= f_{jiX} - F_{jX} + m_j a_{CjX} \\ f_{kjY} &= f_{jiY} - F_{jY} + m_j a_{CjY} \end{aligned} \quad (3.13)$$

而後，再對桿 k 列 X 、 Y 方向之力平衡方程式，自由體圖如圖 3.3 所示，可得軸承反作用力：

$$\begin{aligned} f_{1kX} &= f_{kjX} - f_{(k+1,k)X} - F_{kX} + m_k a_{CkX} \\ f_{1kY} &= f_{kjY} - f_{(k+1,k)Y} - F_{kY} + m_k a_{CkY} \end{aligned} \quad (3.14)$$

而軸承力 f_{k1X} 、 f_{k1Y} 為軸承在 X 、 Y 方向所受的作用力，分別等於 $-f_{1kX}$ 、 $-f_{1kY}$ 。在可調平面連桿組中， O_q 為可調樞軸，上述軸承力即代表作用於樞軸的可調樞軸力。

利用上述推導結果，由子系統 $m+1$ 開始，依序往前遞迴演算至子系統 2，即可求得輸入軸軸承力之外的所有接頭力與軸承力，最後再對輸入桿 2，自由體圖如圖 3.4 所示，列力平衡與力矩平衡方程式：

$$\begin{aligned} f_{12X} &= -f_{32X} - F_{2X} + m_2 a_{C2X} \\ f_{12Y} &= -f_{32Y} - F_{2Y} + m_2 a_{C2Y} \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$T_D = (I_{C2} + m_2 c_2^2) \alpha_2 - T_2 + f_{32X} r_{2Y} - f_{32Y} r_{2X} + F_{2X} e_{2Y} - F_{2Y} e_{2X} \quad (3.16)$$

其中， f_{12X} 、 f_{12Y} 為輸入軸在 X 、 Y 方向的軸承反作用力， f_{32X} 、 f_{32Y} 為耦桿 3 施加於輸入桿 2 的接頭力在 X 、 Y 方向之分量， F_{2X} 、 F_{2Y} 為輸入桿 2 在 X 、 Y 方向所受的外力， e_{2X} 、 e_{2Y} 為參考點 O_1 至受外力位置之位置向量的 X 、 Y 方向分量， T_D 、 T_2 分別代表機構的驅動扭矩與輸入桿 2 所受的外加扭矩， m_2 、 I_{C2} 分別為輸入桿 2 的質量與相對其質心 C_2 的轉動慣量。

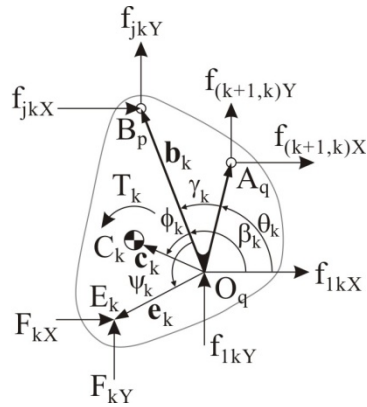


圖 3.3 參接頭桿 k 之自由體圖

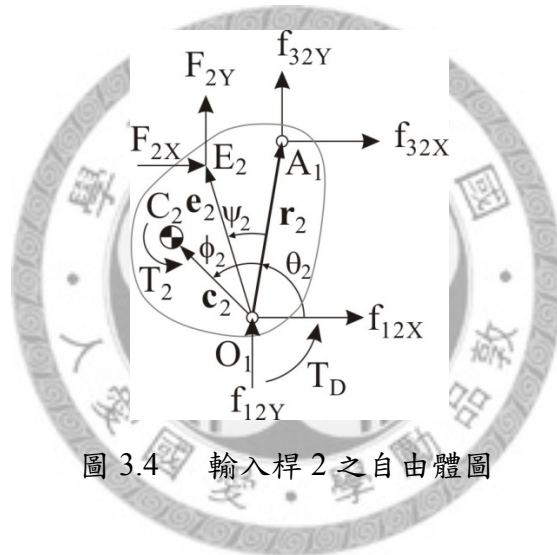


圖 3.4 輸入桿 2 之自由體圖

3.2 搖撼力與搖撼力矩

分離機架與整組連桿機構，如圖 3.5 所示，傳至機架的作用力為軸承力或可調樞軸力，其總合即是機架所受合力，將機架合力表示如下：

$$\mathbf{F}_{fr} = \sum_{h=1}^{m+1} \mathbf{f}_{2 \times h, 1} \quad (3.17)$$

而對於任意參考點 U，機架合力矩可表示為：

$$\mathbf{M}_{fr, U} = \sum_{h=1}^{m+1} \mathbf{u}_{O_h} \times \mathbf{f}_{2 \times h, 1} \quad (3.18)$$

其中 \mathbf{u}_{O_h} 為參考點 U 至 O_h 的位置向量。

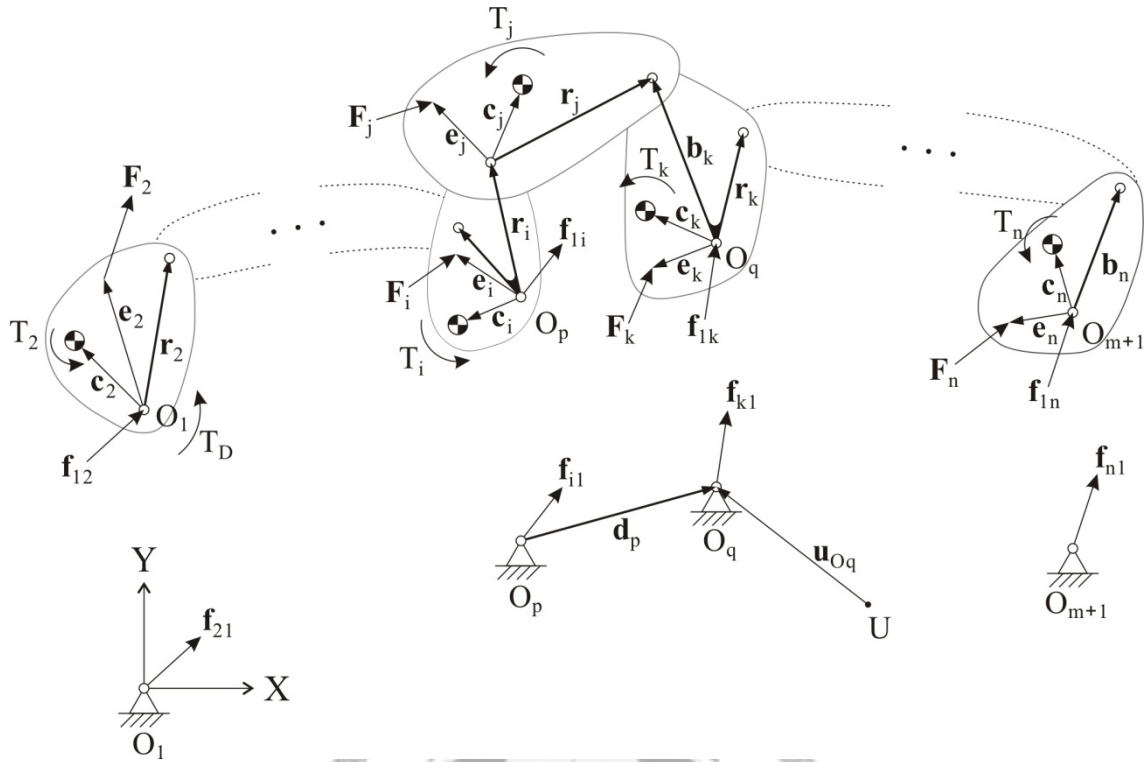


圖 3.5 平面 n 連桿與機架之自由體圖

連桿機構運轉時，各桿產生的慣性力與力矩會傳至機架，將機架合力中由慣性力所貢獻的部分定義為搖撼力，而各桿慣性扭矩與慣性力對於參考點的力矩則定義為搖撼力矩[33]，分別如下：

$$\mathbf{F}_{sh} = -\sum_{h=2}^n m_h \mathbf{a}_{Ch} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{M}_{sh,U} = -\sum_{h=2}^n (\mathbf{u}_{Ch} \times m_h \mathbf{a}_{Ch} + I_{Ch} \boldsymbol{\alpha}_h) \quad (3.20)$$

其中， \mathbf{F}_{sh} 為搖撼力， $\mathbf{M}_{sh,U}$ 為對於參考點 U 的搖撼力矩，而 \mathbf{u}_{Ch} 為參考點 U 至桿 h 質心 C_h 的位置向量。

對整組連桿列力平衡方程式，自由體圖如圖 3.5 所示，可得：

$$\sum_{h=1}^{m+1} \mathbf{f}_{1,2 \times h} + \sum_{h=2}^n \mathbf{F}_h - \sum_{h=2}^n m_h \mathbf{a}_{Ch} = 0 \quad (3.21)$$

因此，搖撼力可改寫如下：

$$\mathbf{F}_{sh} = -\left(\sum_{h=1}^{m+1} \mathbf{f}_{1,2 \times h} + \sum_{h=2}^n \mathbf{F}_h \right) = \mathbf{F}_{fr} - \sum_{h=2}^n \mathbf{F}_h \quad (3.22)$$

上式顯示搖撼力亦等同於機架合力除去連桿機構所受的外力。

同理，對整組連桿列力矩平衡方程式，自由體圖如圖 3.5 所示，可得：

$$\sum_{h=1}^{m+1} \mathbf{u}_{O_h} \times \mathbf{f}_{1,2 \times h} + \mathbf{T}_D + \sum_{h=2}^n (\mathbf{T}_h + \mathbf{u}_{E_h} \times \mathbf{F}_h) - \sum_{h=2}^n (\mathbf{u}_{C_h} \times m_h \mathbf{a}_{C_h} + I_{C_h} \boldsymbol{\alpha}_h) = 0 \quad (3.23)$$

其中， \mathbf{u}_{E_h} 參考點 U 至桿 h 受外力位置 E_h 的位置向量。而後，搖撼力矩可改寫為：

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{sh,U} &= - \left[\sum_{h=1}^{m+1} \mathbf{u}_{O_h} \times \mathbf{f}_{1,2 \times h} + \mathbf{T}_D + \sum_{h=2}^n (\mathbf{T}_h + \mathbf{u}_{E_h} \times \mathbf{F}_h) \right] \\ &= \mathbf{M}_{fr,U} - \mathbf{T}_D - \sum_{h=2}^n (\mathbf{T}_h + \mathbf{u}_{E_h} \times \mathbf{F}_h) \end{aligned} \quad (3.24)$$

上式顯示搖撼力矩亦等同於機架合力矩除去連桿機構的驅動扭矩、所受的外加扭矩與外力導致的力矩。



第四章 動力性能之最佳化

可調平面連桿機構之各桿長訂定後，藉由調整可調樞軸位置，改變地桿尺寸，進而獲得不同的運動輸出，由於各調整狀態下各桿的運動特性不同，導致動力特性亦不相同，另外，可調平面連桿機構在各調整狀態下可能面臨不同的受力情形，亦影響其動力特性。

本章針對已知尺寸及各調整狀態之可調平面連桿組，列出動力性能的最佳化問題，以設計各桿質量、質量分布與轉動慣量，同時考量各個調整狀態，權衡改善各動力特性，包括搖撼力、搖撼力矩、機架合力、機架合力矩、軸承力、可調樞軸力與驅動扭矩，並以無因次指標，評估動力性能改善成效。另外，說明 MATLAB 程式架構，並以 ADAMS 驗證程式演算結果無誤。

4.1 設計變數與限制條件

本研究是經由質量重置的方式，改善連桿組的動力性能，因此以各桿的質量性質作為設計變數，包括各桿質量、質心距、質心角與轉動慣量，將所有設計變數表示為向量：

$$\mathbf{x} = [m_2 \quad c_2 \quad \phi_2 \quad I_{C2} \quad m_3 \quad c_3 \quad \phi_3 \quad I_{C3} \quad \cdots \quad m_n \quad c_n \quad \phi_n \quad I_{Cn}]^T \quad (4.1)$$

對於平面 n 連桿，設計向量 \mathbf{x} 含 $4n-4$ 個設計變數。

限制條件可以是設計變數的大小限制，例如質量下限取決於材料強度，質量上限與搖撼力、搖撼力矩及驅動扭矩等的容許範圍相關，質心位置可由設計空間要求限定，而轉動慣量需大於 0，或是限定其範圍。另外，亦可限制動力特性的大小，例如軸承力或驅動扭矩的最大值。在此考慮設計變數的範圍，因此限制條件為：

$$\begin{aligned}
m_{k,\min} &\leq m_k \leq m_{k,\max} \\
c_{k,\min} &\leq c_k \leq c_{k,\max} \\
\phi_{k,\min} &\leq \phi_k \leq \phi_{k,\max} \\
I_{Ck,\min} &\leq I_{Ck} \leq I_{Ck,\max}
\end{aligned}
\quad k = 2, 3, \dots, n \quad (4.2)$$

其中， $m_{k,\max}$ 、 $c_{k,\max}$ 、 $\phi_{k,\max}$ 與 $I_{Ck,\max}$ 分別為桿 k 質量、質心距、質心角與轉動慣量的上限，而 $m_{k,\min}$ 、 $c_{k,\min}$ 、 $\phi_{k,\min}$ 與 $I_{Ck,\min}$ 則是桿 k 質量、質心距、質心角與轉動慣量的下限。

4.2 無因次指標與目標函數

評估動力性能的指標，各有不同單位和量值，為方便比較及弭平目標函數中不同單位的差異，分別將這些項目無因次化，若無因次化之參數為力，除以 $m_2^o r_2 \omega_2^2$ 消除單位，若無因次化之參數為力矩或扭矩，除以 $m_2^o r_2^2 \omega_2^2$ 消除單位[34]，如下所示：

$$\bar{f} = \frac{|\mathbf{f}|}{m_2^o r_2 \omega_2^2} \quad (4.3)$$

$$\bar{F} = \frac{|\mathbf{F}|}{m_2^o r_2 \omega_2^2} \quad (4.4)$$

$$\bar{M} = \frac{M}{m_2^o r_2^2 \omega_2^2} \quad (4.5)$$

$$\bar{T} = \frac{T}{m_2^o r_2^2 \omega_2^2} \quad (4.6)$$

其中， m_2^o 為未經最佳化的輸入桿原質量， \bar{f} 與 \bar{F} 為力的量值無因次化， \bar{M} 與 \bar{T} 分別為無因次化的力矩與扭矩，負值為順時針。

為考量連桿組各動力特性整個週期的狀況，而非僅注重極值，以各項目之均方根值(root-mean-square, RMS)作為動力性能指標，分別如下：

$$\bar{f}_{k1_rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}_{k1}^2 d\theta_2} \quad , \quad k = 2, 4, \dots, n \quad (4.7)$$

$$\bar{F}_{sh_rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{F}_{sh}^2 d\theta_2} \quad (4.8)$$

$$\overline{M}_{sh_rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \overline{M}_{sh}^2 d\theta_2} \quad (4.9)$$

$$\overline{F}_{fr_rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \overline{F}_{fr}^2 d\theta_2} \quad (4.10)$$

$$\overline{M}_{fr_rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \overline{M}_{fr}^2 d\theta_2} \quad (4.11)$$

$$\overline{T}_{D_rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \overline{T}_D^2 d\theta_2} \quad (4.12)$$

其中， \overline{f}_{k1_rms} 為無因次化軸承力或可調樞軸力之均方根值， \overline{F}_{sh_rms} 與 \overline{M}_{sh_rms} 分別為無因次化搖撼力與搖撼力矩之均方根值， \overline{F}_{fr_rms} 與 \overline{M}_{fr_rms} 分別為無因次化機架合力與機架合力矩之均方根值， \overline{T}_{D_rms} 則為無因次化驅動扭矩之均方根值。

除冀望最佳化可令機架合力與合力矩獲得改善，亦期盼軸承力或可調樞軸力可各別降低，因此以軸承力平方總和與驅動扭矩之線性組合[33]作為各調整狀態性能的代表，連桿之調整狀態 i 的性能以下式表示：

$$s_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(w_1 \sqrt{\overline{f}_{21}^2 + \overline{f}_{41}^2 + \dots + \overline{f}_{n1}^2} + w_2 \sqrt{\overline{T}_D^2} \right) d\theta_2 \quad (4.13)$$

其中， w_1 與 w_2 分別為所有調整狀態的軸承力與驅動扭矩權重因子，是為性能權重，且 $w_1 + w_2 = 1$ ，而 \overline{f}_{21} 至 \overline{f}_{n1} 與 \overline{T}_D 則分別是調整狀態 i 中無因次化的軸承力或可調樞軸力與驅動扭矩。

目標函數則是概括所有調整狀態之性能，以各調整狀態性能的線性組合作為目標函數 $f(\mathbf{x})$ ，為設計變數之函數，欲最小化，如下所示：

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^g w_{Si} s_i(\mathbf{x}) \quad (4.14)$$

其中， w_{Si} 為調整狀態 i 相對於所有調整狀態所佔權重，是為狀態權重，且所有狀態權重總和為 1， g 為調整狀態的個數。 w_1 、 w_2 與 w_{Si} 可視需求調整。

因此，本研究之最佳化問題可表示為：

最小化

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^g w_{Si} s_i(\mathbf{x})$$

受限於

$$\begin{aligned} m_{k,\min} &\leq m_k \leq m_{k,\max} \\ c_{k,\min} &\leq c_k \leq c_{k,\max} \\ \phi_{k,\min} &\leq \phi_k \leq \phi_{k,\max} \\ I_{Ck,\min} &\leq I_{Ck} \leq I_{Ck,\max} \end{aligned} \quad k = 2, 3, \dots, n$$

4.3 程式規劃與驗證

本研究探討之最佳化問題為多設計變數的限制非線性最佳化問題，因此利用 MATLAB 的最佳化指令”fmincon”，求適切的设计變數，以得權衡改善之最佳動力性能。程式流程如圖 4.1 所示，依序說明如下：

1. 在最佳化主程式 Opt_multi.m 中，設定質量性質之初猜值與上、下限，以及目標函數內所使用的狀態權重與性能權重，並根據質量性質之上、下限，將所有質量性質線性轉換為 0 至 1 的係數，即 0 為下限、1 為上限，作為程式最佳化演算之設計變數。
2. 以 MATLAB 內建指令”optimset”設置最佳化相關選項，並以內建指令”fmincon”針對子程式 State_multi.m 的計算結果進行最佳化。
3. 在最佳化子程式 State_multi.m 中，設定各調整狀態之可調樞軸位置，並呼叫子程式 KDSL_multi.m 進行運算。
4. 在最佳化子程式 KDSL_multi.m 中，設定各桿件的尺寸、輸入桿轉速與所有桿件的外加負載。
5. 以陣列之形式代表整個週期的桿件運動特性，由輸入端向後遞迴演算各桿角度、角速度、角加速度與質心加速度。
6. 續以陣列運算桿件之動力特性，由輸出端向前遞迴演算各接頭作用力、可調樞軸力、軸承力與驅動扭矩。

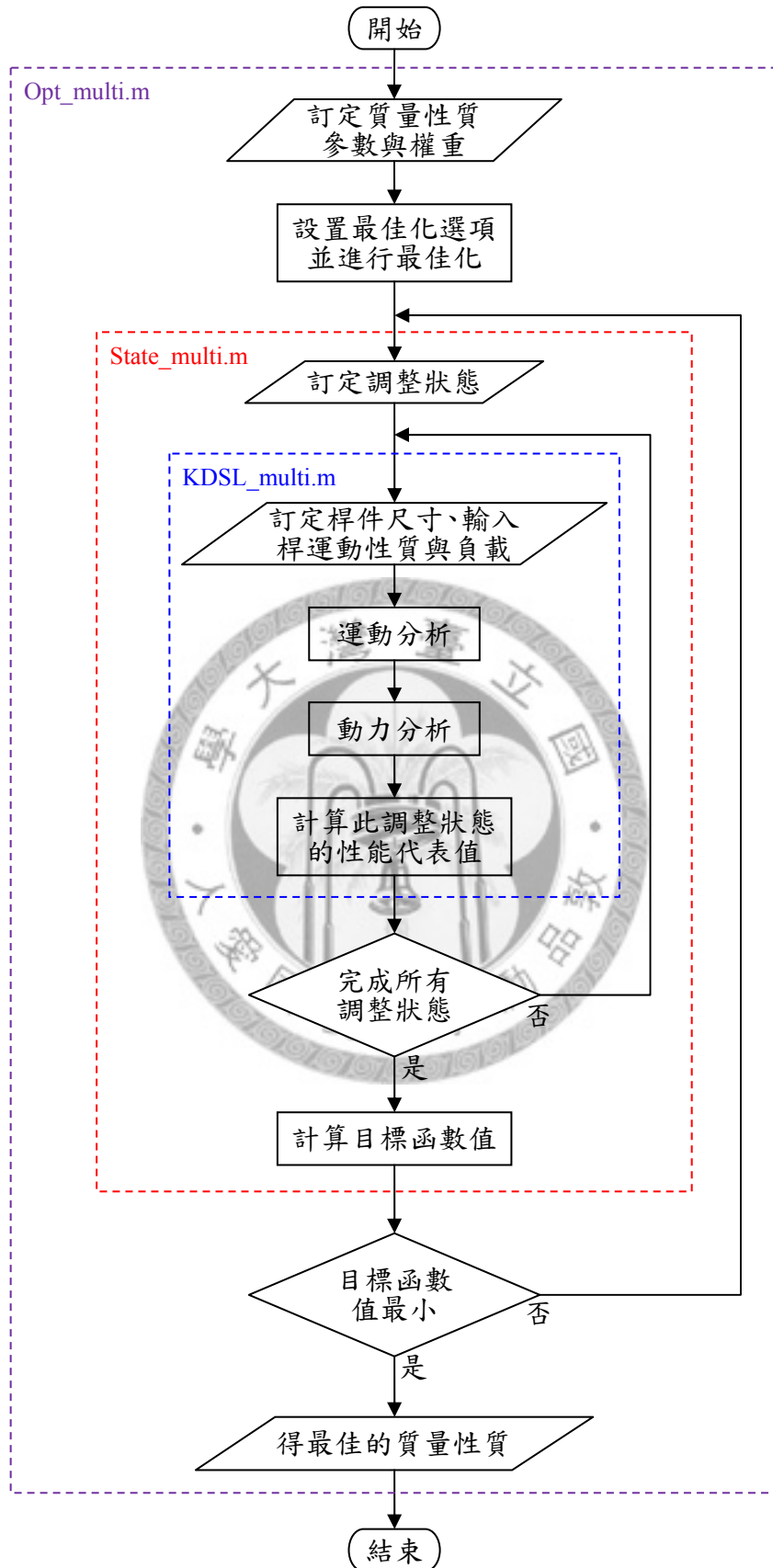


圖 4.1 程式流程圖

7. 以無因次化之軸承力與驅動扭矩計算此調整狀態之性能代表值，即(4.13)之計算結果，並傳回子程式 State_multi.m。
8. 在最佳化子程式 State_multi.m 中，迭代演算各調整狀態之性能代表值，直至完成所有調整狀態。
9. 所有調整狀態之演算完成後，即可計算最佳化問題之目標函數值。
10. 若目標函數值並非最小，則持續進行最佳化，直至所得之目標函數值最小。
11. 得最小目標函數值後，將所輸出之設計變數係數，線性轉換回質量性質，即求得各桿之最佳質量性質。

上述為最佳化程式之程序，於最佳化程式中僅進行必要的計算，程式碼可參考附錄，得知最佳質量性質後，即可進行後續分析，求得對應之動力性能指標值。

為確認程式撰寫無誤，對照 MATLAB 程式演算結果與 Adams/View 模擬結果，以驗證數學分析模型與程式碼之正確性。以一組八連桿作為分析對象，各桿尺寸與質量性質如表 4.1 所示，而固定旋轉軸裝配位置則如圖 4.2 所示，單位為公尺，並設定輸入轉速為等轉速 1000rpm 逆時針旋轉，而外力 F_3 整個週期皆為 280N 向下，外加扭矩 T_8 則於整個週期皆為 30N-m 逆時針方向。

以 Adams/View 建立平面八連桿模型，並完成旋轉接頭、驅動源與外加負載之設置，即可使用後處理器(PostProcessor)繪製與機架相連之桿件各別施加於機架的

表 4.1 驗證用八連桿模型之各桿尺寸與質量性質

連桿	桿長		串聯角 γ [deg]	受外力位置		質量 m [kg]	質心距 c [m]	質心角 ϕ [deg]	轉動慣量 I_c [kg-m ²]
	b [m]	r [m]		e [m]	ψ [deg]				
2	-	0.1	-	-	-	0.1056	0.05	0	1.4061×10^{-4}
3	-	0.3	-	0.2	20	0.6070	0.1584	7.466	4.3563×10^{-3}
4	0.2	0.109	92	-	-	0.5725	0.0797	-26.189	2.9272×10^{-3}
5	-	0.1	-	-	-	0.1056	0.05	0	1.4061×10^{-4}
6	0.114	0.116	86	-	-	0.3925	0.0573	-43.528	1.0865×10^{-3}
7	-	0.11	-	-	-	0.1136	0.055	0	1.7690×10^{-4}
8	0.1	-	-	-	-	0.1056	0.05	0	1.4061×10^{-4}

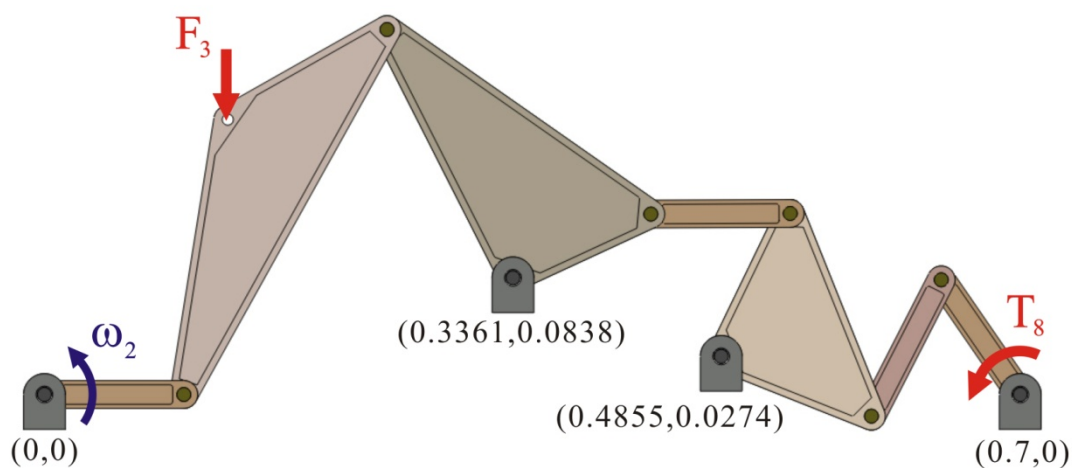


圖 4.2 驗證用八連桿模型

作用力及驅動扭矩，而後匯入與繪製由 MATLAB 計算而得之數值資料，兩相比較，如圖 4.3 至圖 4.7 所示，所得結果一致。

利用 Adams/View 中的量測器列式計算(Computed Measure)機架合力 X、Y 方向之分量與機架合力矩，如(3.17)及(3.18)所示，其中機架合力矩以輸入軸(原點)為參考點，同樣以後處理器繪製曲線，並與匯入的 MATLAB 所得數值比較，如圖 4.8 與圖 4.9 所示，所得結果一致。另外，以量測器測量各桿質心於 X、Y 方向之加速度與坐標值，而後用於量測器列式計算搖撼力 X、Y 方向之分量與搖撼力矩，如(3.19)及(3.20)所示，搖撼力矩亦取輸入軸為參考點，同樣用後處理器繪製曲線，並與匯入的 MATLAB 計算結果比較，如圖 4.10 與圖 4.11 所示，仍得一致的結果。

由上述比較可知，本研究以 MATLAB 程式演算結果與 Adams/View 模擬結果吻合，證實數學分析模型與程式撰寫均正確無誤。

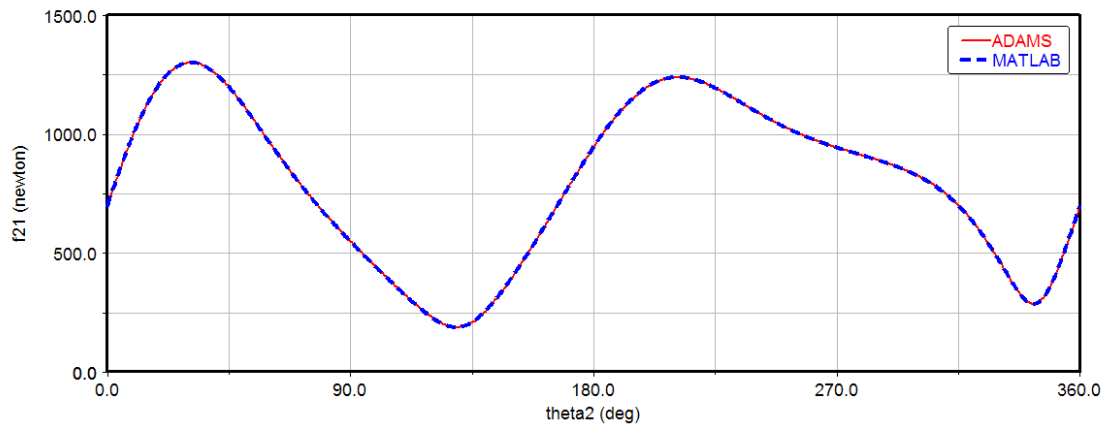


圖 4.3 驗證用八連桿桿 2 施加於機架之作用力量值

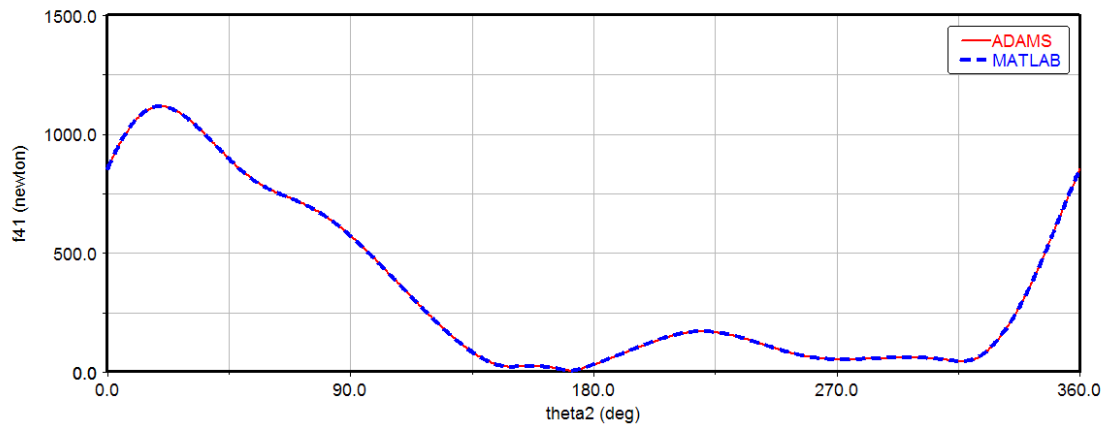


圖 4.4 驗證用八連桿桿 4 施加於機架之作用力量值

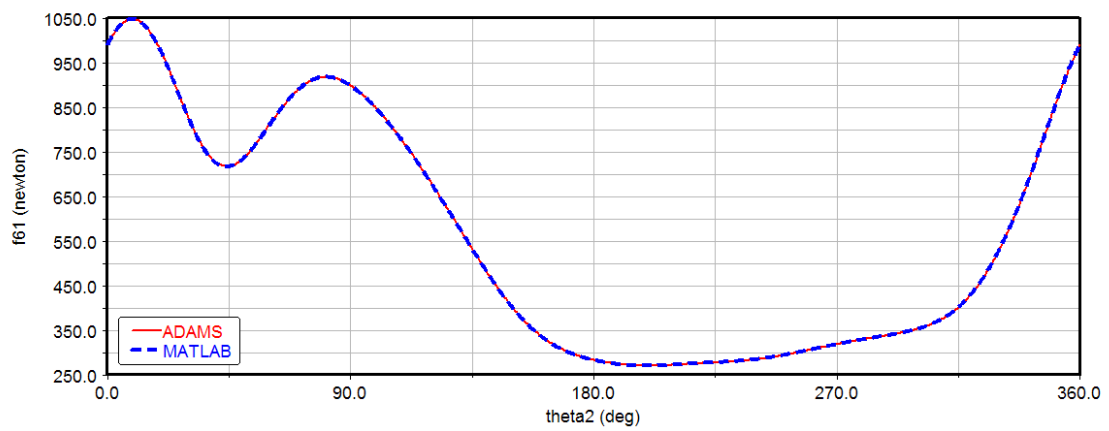


圖 4.5 驗證用八連桿桿 6 施加於機架之作用力量值

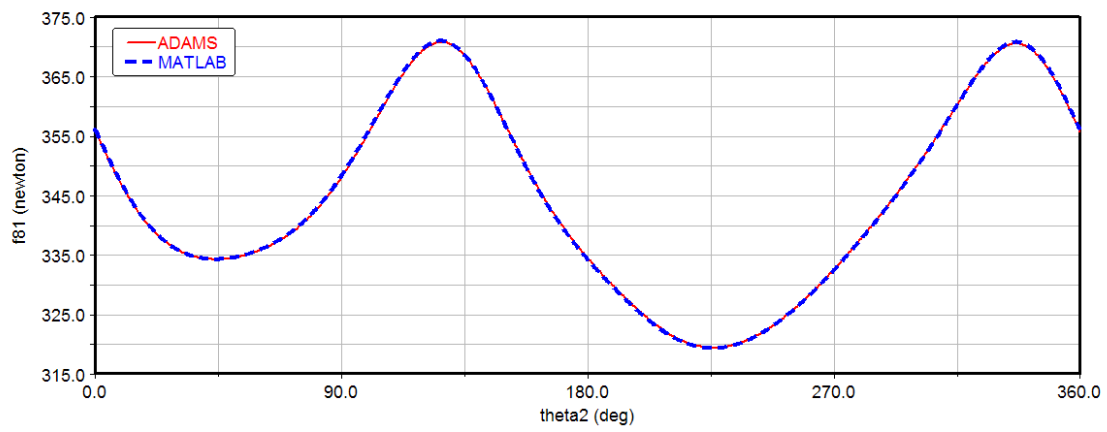


圖 4.6 驗證用八連桿桿 8 施加於機架之作用力量值

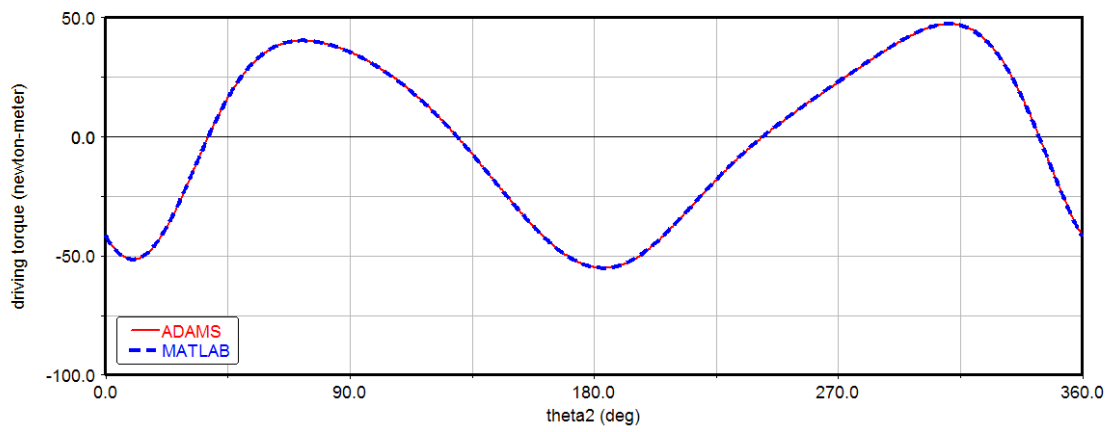
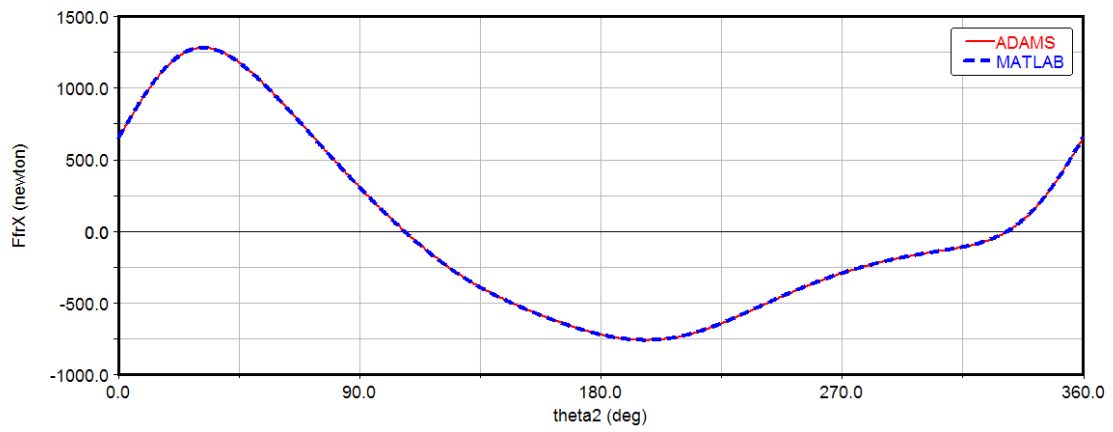
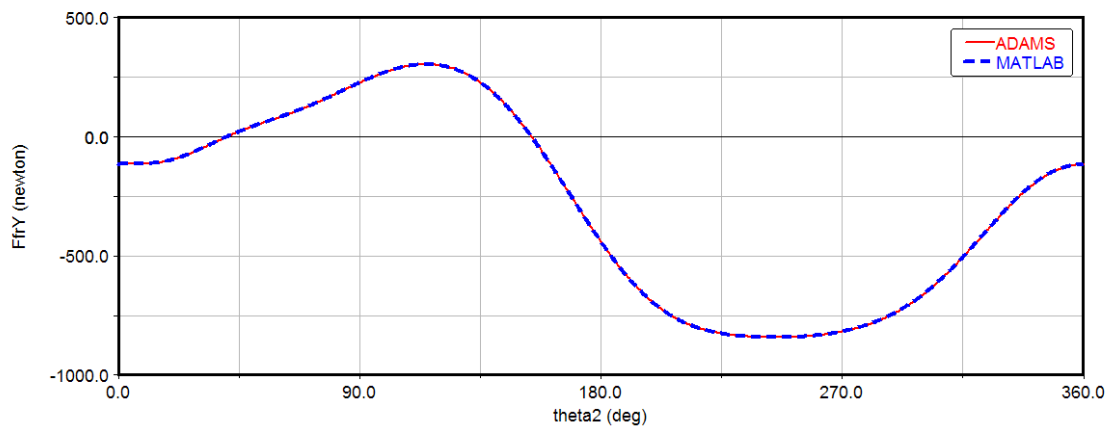


圖 4.7 驗證用八連桿之驅動扭矩



(a) X 方向之分量



(b) Y 方向之分量

圖 4.8 驗證用八連桿之機架合力

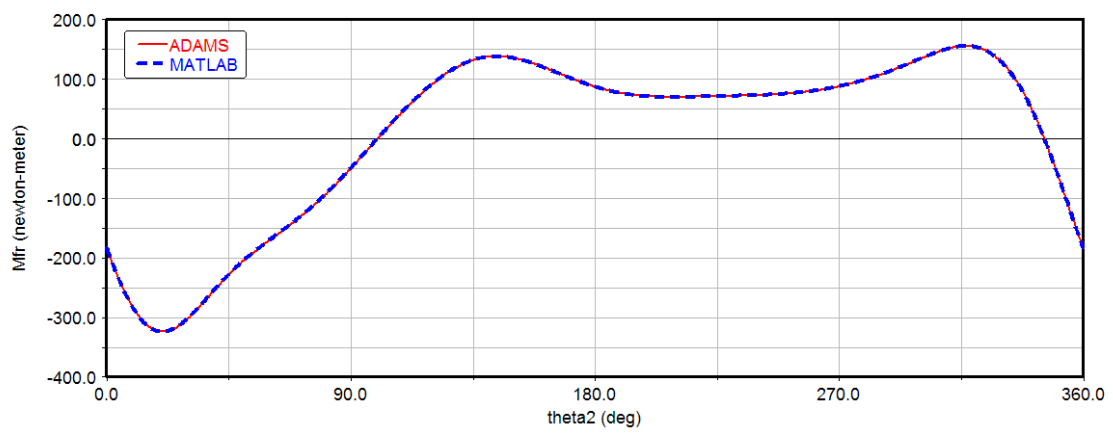
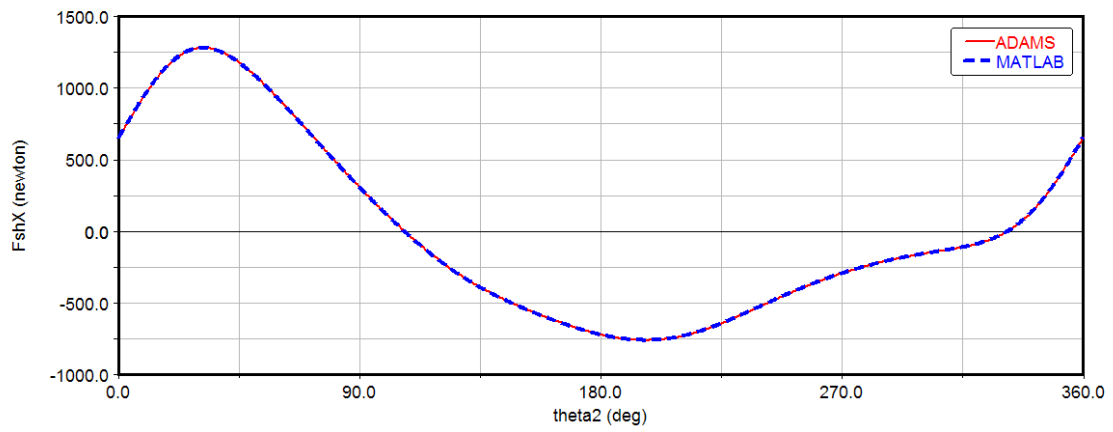
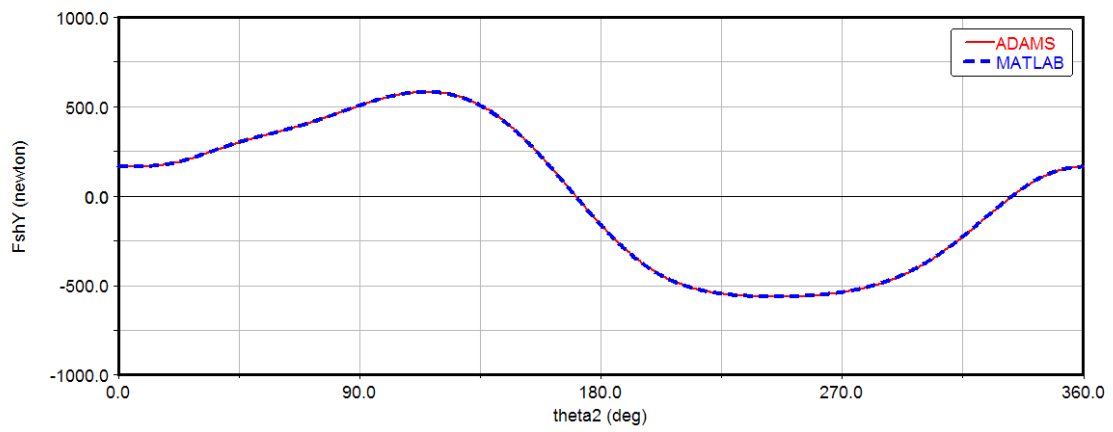


圖 4.9 驗證用八連桿之機架合力矩



(a) X 方向之分量



(b) Y 方向之分量

圖 4.10 驗證用八連桿之搖撼力

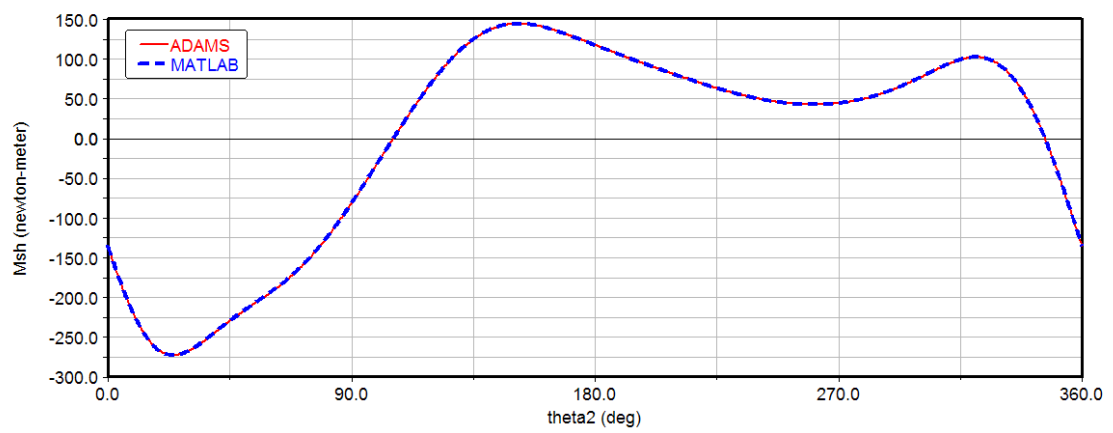


圖 4.11 驗證用八連桿之搖撼力矩

第五章 範例與討論

前述方法適用於串聯型平面 n 連桿，而本章以一組可調六連桿及一組可調八連桿為例，分別對於無負載與外加負載的情形，最佳化其動力性能。除關注各項動力指標改善效果外，亦探討權重的影響與不同調整狀態的差別，以及搖撼力與機架合力、搖撼力矩與機架合力矩的差異與消長，其中搖撼力矩與機架合力矩均以輸入軸為參考點。此外，比較無負載與外加負載的案例，討論連桿組具負載與否對於最佳化結果造成的差異。

5.1 可調六連桿

具三種調整狀態的可調六連桿組，如圖 5.1 所示，桿 2 至 6 與地桿組成可調六連桿，而桿 7 至 9 與地桿組成調整四連桿，當調整控制臂桿 7 至 S_1 、 S_2 與 S_3 時，可分別移動桿 8 之耦桿點位置至 P_1 、 P_2 與 P_3 ，進而帶動可調六連桿之可調樞軸 O_2 至 P_1 、 P_2 與 P_3 位置，使得可調六連桿分別處於調整狀態 1、2 與 3，產生不同的運動輸出。

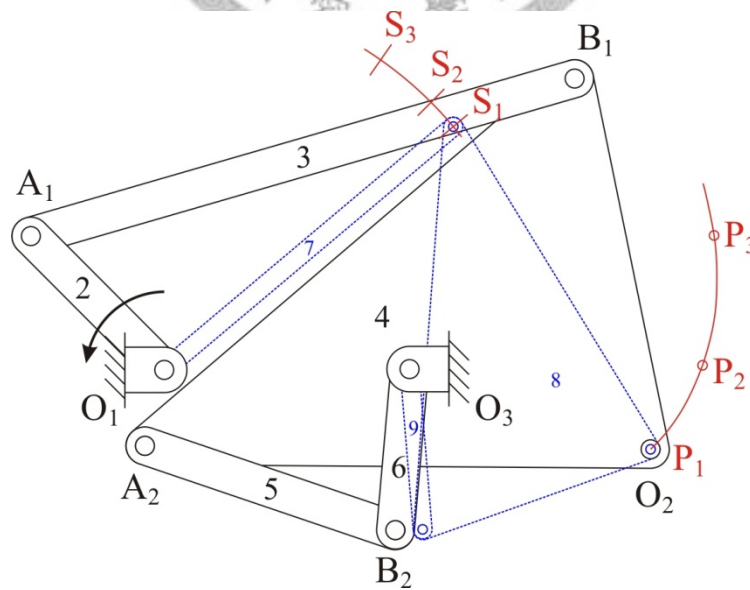


圖 5.1 可調六連桿組

此可調六連桿為肘節機構，在三個調整狀態下均具雙肘節效應，當輸入桿與桿 3 夾 0° 時($\theta_2-\theta_3=180^\circ$)，桿 4 與桿 5 夾角也為 0° ($\beta_4-\theta_5=180^\circ$)。為於調整前後皆保有雙肘節效應，以可調六連桿達雙肘節位置時之 $O_1B_1B_2O_3$ 作為調整四連桿，並以此時之 O_2 為耦桿點，藉由此調整四連桿之耦桿點軌跡帶動可調樞軸 O_2 ，即可確保雙肘節效應之維持[12]。

可調六連桿各桿尺寸與可調樞軸位置如表 5.1 所示，而調整四連桿尺寸則如圖 5.2 所示，當控制臂桿 7 轉至 40° 、 45° 與 55° 時，耦桿點所在位置 P_1 、 P_2 與 P_3 ，即為表 5.1 之可調樞軸 O_2 位置。

可調六連桿處於調整狀態 1 時，輸出桿角度範圍為 158.3° 至 274.8° ，當調整至狀態 2，輸出範圍變更為 178.9° 至 305.7° ，而在調整狀態 3，輸出角度則為 186.5° 至 341.2° ，如圖 5.3 所示。六連桿的調整狀態 1、2 與 3，分別是在輸入桿 220° 、 226° 與 236° 時達雙肘節位置，此時輸出桿角度為 274.8° 、 305.7° 與 341.2° ，而角速度、角加速度皆為 0，如圖 5.4、圖 5.5 所示。

表 5.1 可調六連桿之桿件尺寸

參數	單位	調整狀態 1	調整狀態 2	調整狀態 3	
連桿尺寸	r_2	m	0.1		
	r_3	m	0.3		
	b_4	m	0.2		
	r_4	m	0.268		
	r_5	m	0.14		
	b_6	m	0.085		
串聯角	γ_4	deg	-78		
輸入軸位置	O_1	m	(0, 0)		
可調樞軸位置	O_2	m	(0.2578, -0.0419)	(0.2856, 0.0028)	(0.292, 0.0713)
輸出軸位置	O_3	m	(0.13, 0)		

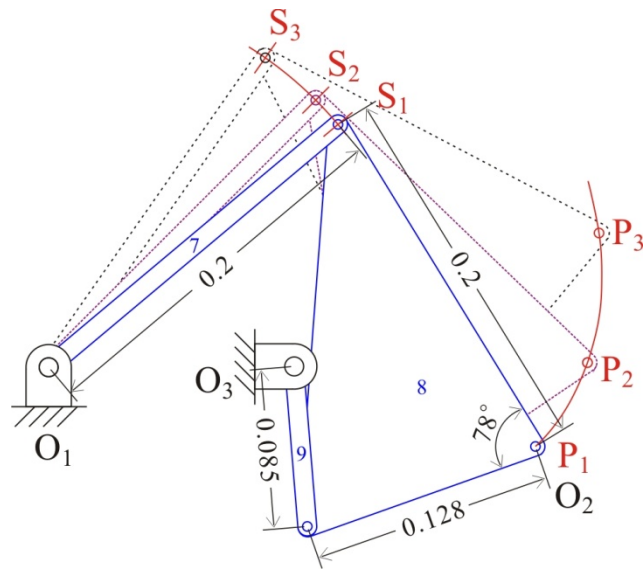


圖 5.2 可調六連桿之調整四連桿

本節所討論之可調六連桿範例，在任何調整狀態下，輸入桿轉速均為 500rpm，而表 5.2 訂定參考連桿組之質量性質，包括質量、質心位置與轉動慣量，至於可調六連桿各調整狀態與參考連桿組質心位置可見圖 5.6，為圖面清晰，圖中不再標示調整四連桿。

本節可調六連桿範例中，無論具外加負載與否，各最佳化案例的設計變數皆受限於：

$$\begin{aligned}
 0 &\leq c_k \leq 2c_k^o & k = 2, 3, \dots, 6 \\
 0 &\leq \phi_k \leq 360 \\
 0.6m_k^o &\leq m_k \leq 3m_k^o & k = 2, 3, 5, 6 \\
 0.8I_{Ck}^o &\leq I_{Ck} \leq 10I_{Ck}^o \\
 0.4m_4^o &\leq m_4 \leq 2m_4^o \\
 0.5I_{C4}^o &\leq I_{C4} \leq 6I_{C4}^o
 \end{aligned}$$

其中 c_k^o 、 ϕ_k^o 、 m_k^o 、 I_{Ck}^o 分別為參考連桿組桿 k 之質心距、質心角、質量與轉動慣量。

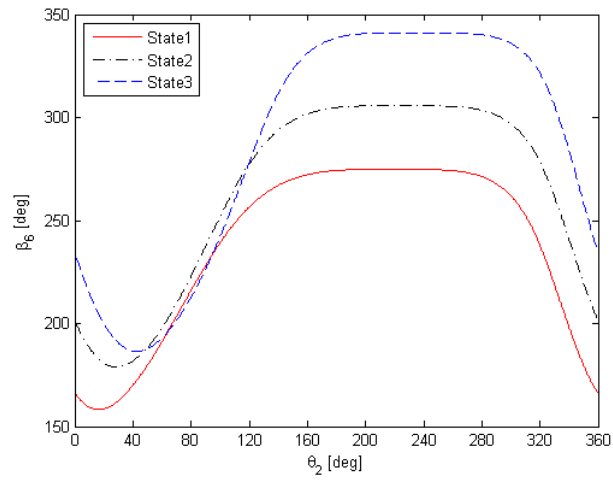


圖 5.3 可調六連桿各調整狀態之輸出桿角度

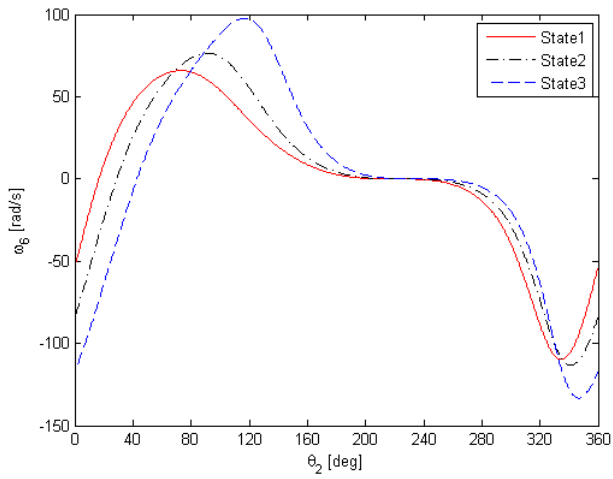


圖 5.4 可調六連桿各調整狀態之輸出桿角速度

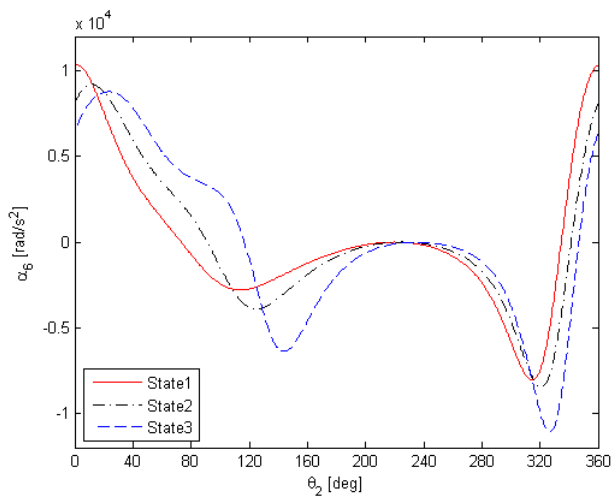
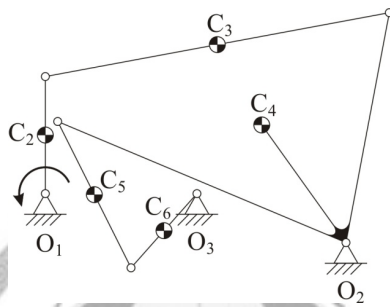


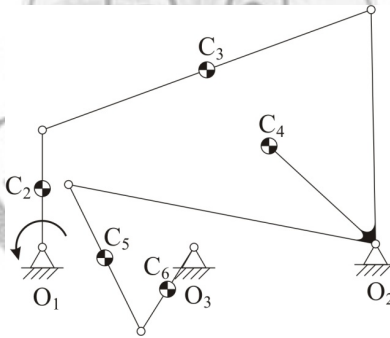
圖 5.5 可調六連桿各調整狀態之輸出桿角加速度

表 5.2 可調六連桿參考連桿組之質量性質

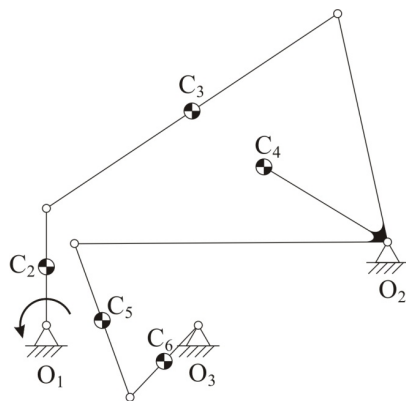
連桿	m^o [kg]	c^o [m]	ϕ^o [deg]	I_C^o [kg·m ²]
2	0.1661	0.05	0	1.7503×10^{-4}
3	0.5771	0.15	0	4.7518×10^{-3}
4	2.6153	0.1238	46.4	1.8505×10^{-2}
5	0.2277	0.07	0	4.3403×10^{-4}
6	0.143	0.0425	0	1.1481×10^{-4}



(a) 調整狀態 1



(b) 調整狀態 2



(c) 調整狀態 3

圖 5.6 可調六連桿之參考連桿組

5.1.1 無外加負載

針對不受任何外力或外加扭矩的可調六連桿，以參考連桿組之質量性質作為設計變數初猜值，對於不同權重配置的目標函數進行最佳化，各案例權重如下：

案例 I： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = 1$ ； $w_{S2} = w_{S3} = 0$

案例 II： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S2} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S3} = 0$

案例 III： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S3} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S2} = 0$

案例 IV： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

各案例之最佳化結果如表 5.3 所示，在所限定的設計變數範圍內，具固定旋轉軸之桿件，質量均趨近於各質量範圍之最大值，其餘桿件之質量則趨近於最小值。而輸入桿外的桿件，其轉動慣量皆趨近於最小值。定義質心位置的距離與角度則是各案例略有不同，但輸入桿之質心距均為最大值，而具固定旋轉軸之桿件質心則落於旋轉軸附近。

參考連桿組與各最佳化案例之動力性能指標如表 5.4 所示，案例 I 至 III 可視為分別對調整狀態 1 至 3 進行最佳化，而案例 IV 指標的改善效果大致介於案例 I 至 III 的改善效果間。另外，由於目標函數為多個動力特性的組合，針對單個調整狀態進行最佳化，其性能指標未必優於其他案例，例如針對調整狀態 3 進行最佳化之案例 III，其驅動扭矩於調整狀態 3 改善 90.6%，而針對調整狀態 2 進行最佳化之案例 II，其驅動扭矩於調整狀態 3 則改善 91.1%，優於案例 III 的 90.6%。參考連桿組之軸承力均方根值是以輸入軸軸承力大於可調樞軸力，可調樞軸力再大於輸出軸軸承力，而最佳化可使輸入軸軸承力改善較多，可調樞軸力次之，輸出軸軸承力改善最少，因此三者結果可較為平均。除目標函數包含之軸承力與驅動扭矩外，未直接列入目標函數的性能指標，搖撼力、搖撼力矩、機架合力與機架合力矩等也連帶獲得改善，其中由於連桿不受外力，搖撼力與機架合力會完全相同。

調整狀態 1 至 3 的各動力性能曲線如圖 5.7 至圖 5.9 所示，各個案例相較於參考連桿組，不僅最大值，整個週期均有顯著的改善。另外，如同上表之軸承力均方根值，圖中也顯示參考連桿組中較差的軸承力改善的較多。

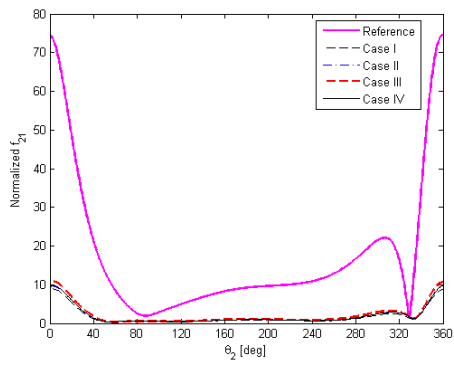
表 5.3 無外加負載可調六連桿之最佳化設計變數

設計變數	單位	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
m_2	kg	0.1661	0.4983	0.4983	0.4983	0.4983
m_3	kg	0.5771	0.3463	0.3463	0.3463	0.3463
m_4	kg	2.6153	5.2301	5.2306	5.2276	5.2306
m_5	kg	0.2277	0.1366	0.1366	0.1366	0.1366
m_6	kg	0.143	0.4275	0.4290	0.4263	0.4290
c_2	m	0.05	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
c_3	m	0.15	0.0960	0.0974	0.0926	0.0970
c_4	m	0.1238	0.0084	0.0090	0.0102	0.0090
c_5	m	0.07	0.1400	0.1177	0.0908	0.1126
c_6	m	0.0425	0.0022	0.0027	0.0031	0.0028
ϕ_2	deg	0	178.78	178.63	178.02	178.72
ϕ_3	deg	0	255.57	249.51	245.31	249.38
ϕ_4	deg	46.4	40.17	25.97	13.55	24.63
ϕ_5	deg	0	45.61	50.33	56.63	49.97
ϕ_6	deg	0	215.19	229.31	230.62	225.32
I_{C2}	kg-m ²	1.7503×10^{-4}	9.6013×10^{-4}	9.5119×10^{-4}	9.4241×10^{-4}	9.5737×10^{-4}
I_{C3}	kg-m ²	4.7518×10^{-3}	3.8016×10^{-3}	3.8015×10^{-3}	3.8029×10^{-3}	3.8015×10^{-3}
I_{C4}	kg-m ²	1.8505×10^{-2}	9.2526×10^{-3}	9.2525×10^{-3}	9.2529×10^{-3}	9.2525×10^{-3}
I_{C5}	kg-m ²	4.3403×10^{-4}	3.4724×10^{-4}	3.4723×10^{-4}	3.4730×10^{-4}	3.4723×10^{-4}
I_{C6}	kg-m ²	1.1481×10^{-4}	9.1854×10^{-5}	9.1847×10^{-5}	9.1872×10^{-5}	9.1847×10^{-5}

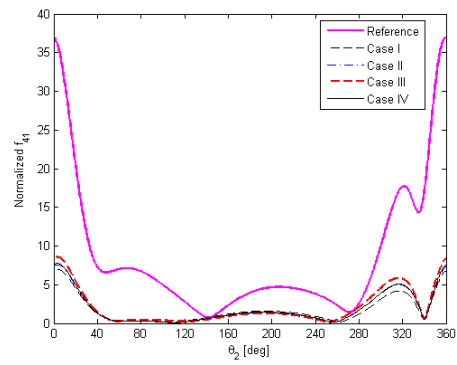
表 5.4 無外加負載可調六連桿之動力性能指標

指標	狀態	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
\bar{f}_{21_rms}	1	25.1437	2.7363(89.1)	2.9469(88.3)	3.3665(86.6)	3.0030(88.1)
	2	18.8128	1.8180(90.3)	1.8963(89.9)	2.1428(88.6)	1.9288(89.7)
	3	16.8777	1.8233(89.2)	1.8077(89.3)	1.9503(88.4)	1.8239(89.2)
\bar{f}_{41_rms}	1	12.4290	2.4477(80.3)	2.6946(78.3)	3.0520(75.4)	2.7471(77.9)
	2	8.1282	1.7940(77.9)	1.8123(77.7)	1.9405(76.1)	1.8340(77.4)
	3	7.3833	2.1790(70.5)	1.9176(74.0)	1.7990(75.6)	1.9010(74.3)
\bar{f}_{61_rms}	1	1.0662	0.6819(36.0)	0.5516(48.3)	0.4725(55.7)	0.5267(50.6)
	2	1.2185	0.9023(25.9)	0.6626(45.6)	0.4884(59.9)	0.6162(49.4)
	3	1.8313	1.6581(9.5)	1.2132(33.8)	0.8219(55.1)	1.1226(38.7)
\bar{F}_{sh_rms}	1	15.8996	1.2330(92.2)	1.4443(90.9)	1.8344(88.5)	1.4569(90.8)
	2	13.4845	1.1974(91.1)	1.2625(90.6)	1.5247(88.7)	1.2608(90.6)
	3	12.7150	1.5294(88.0)	1.3783(89.2)	1.4409(88.7)	1.3466(89.4)
\bar{M}_{sh_rms}	1	14.0319	3.5792(74.5)	4.4612(68.2)	5.4227(61.4)	4.5418(67.6)
	2	9.1391	2.8536(68.8)	3.3783(63.0)	3.9684(56.6)	3.4194(62.6)
	3	7.7973	2.8364(63.6)	3.0588(60.8)	3.4171(56.2)	3.0683(60.6)
\bar{F}_{fr_rms}	1	15.8996	1.2330(92.2)	1.4443(90.9)	1.8344(88.5)	1.4569(90.8)
	2	13.4845	1.1974(91.1)	1.2625(90.6)	1.5247(88.7)	1.2608(90.6)
	3	12.7150	1.5294(88.0)	1.3783(89.2)	1.4409(88.7)	1.3466(89.4)
\bar{M}_{fr_rms}	1	19.6990	4.5041(77.1)	5.4891(72.1)	6.6345(66.3)	5.5943(71.6)
	2	12.0908	3.2588(73.0)	3.8055(68.5)	4.5081(62.7)	3.8625(68.1)
	3	9.9438	3.1794(68.0)	3.3226(66.6)	3.7436(62.4)	3.3402(66.4)
\bar{T}_D_rms	1	11.9987	1.2584(89.5)	1.3503(88.7)	1.5768(86.9)	1.3797(88.5)
	2	8.9541	0.8141(90.9)	0.7968(91.1)	0.9157(89.8)	0.8126(90.9)
	3	8.1893	0.8810(89.2)	0.7320(91.1)	0.7685(90.6)	0.7333(91.0)

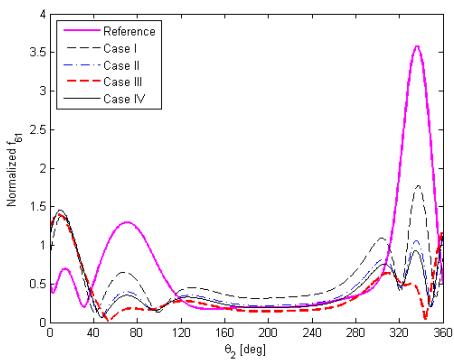
()內為相較於參考連桿組之改善百分比



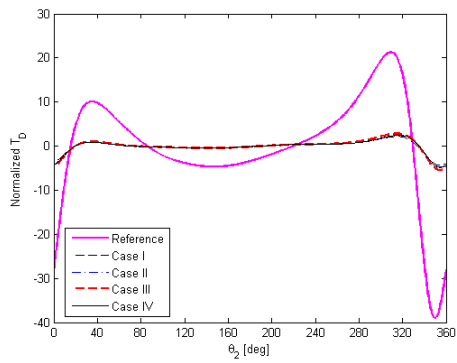
(a) 無因次輸入軸軸承力



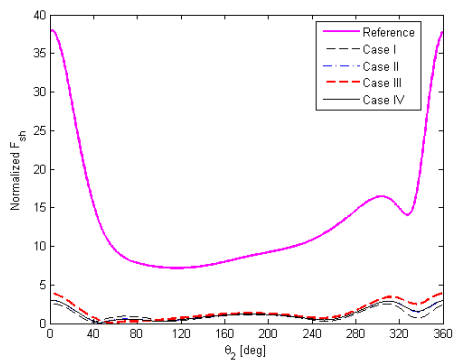
(b) 無因次可調樞軸力



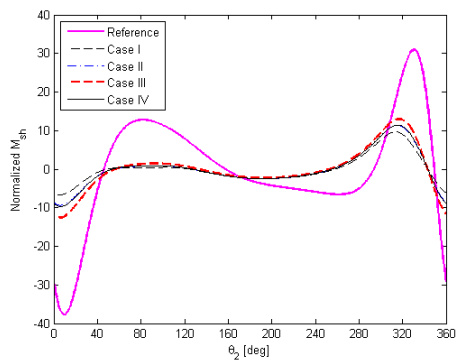
(c) 無因次輸出軸軸承力



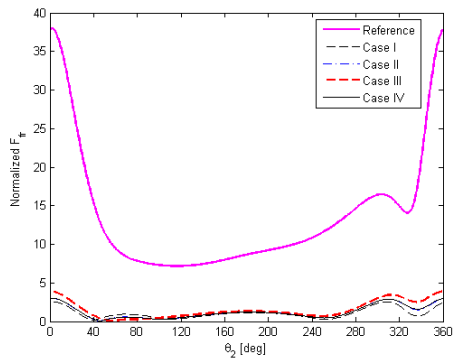
(d) 無因次驅動扭矩



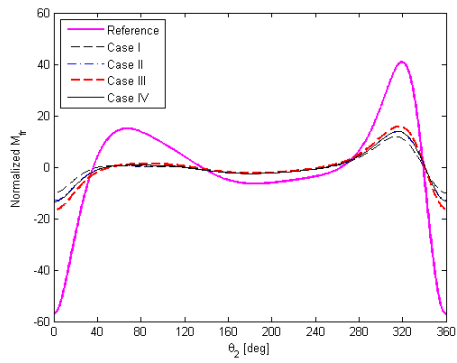
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

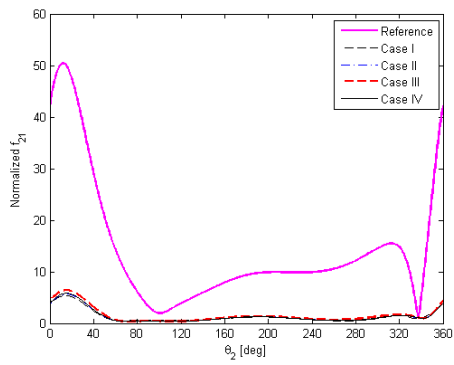


(g) 無因次機架合力

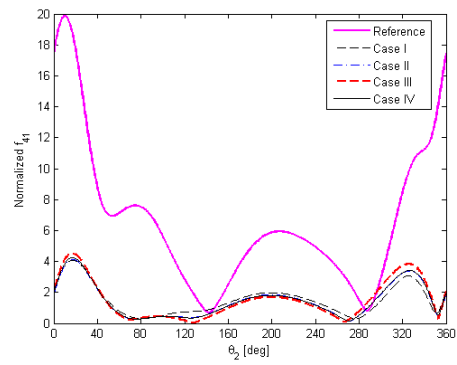


(h) 無因次機架合力矩

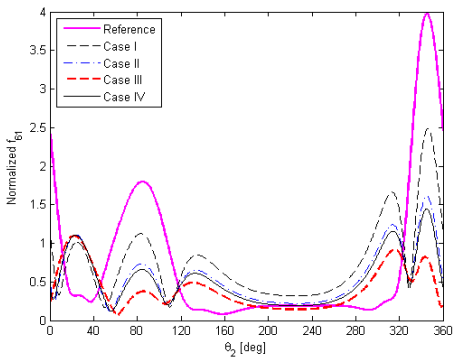
圖 5.7 無外加負載可調六連桿調整狀態 1 之各動力性能曲線



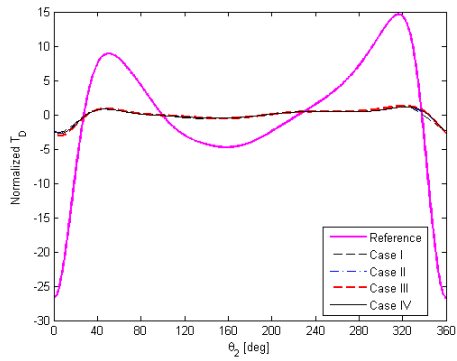
(a) 無因次輸入軸軸承力



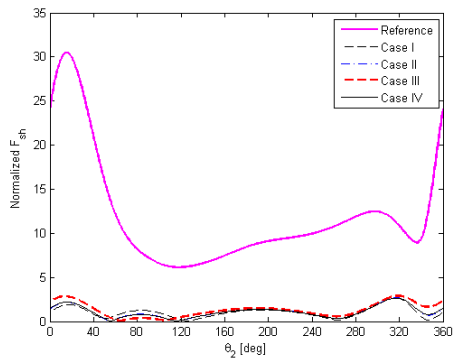
(b) 無因次可調樞軸力



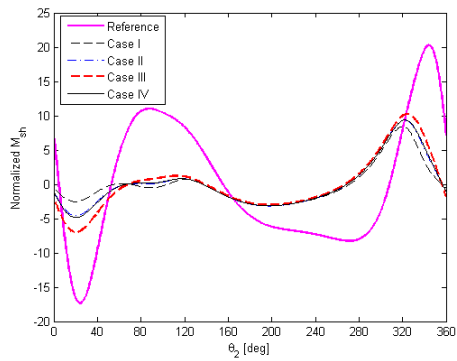
(c) 無因次輸出軸軸承力



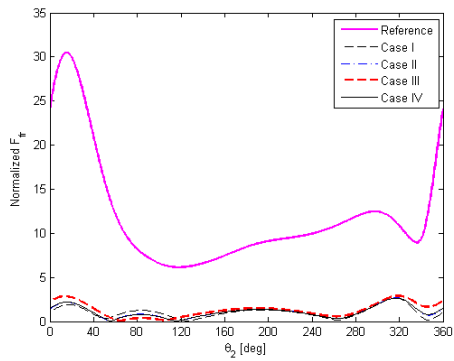
(d) 無因次驅動扭矩



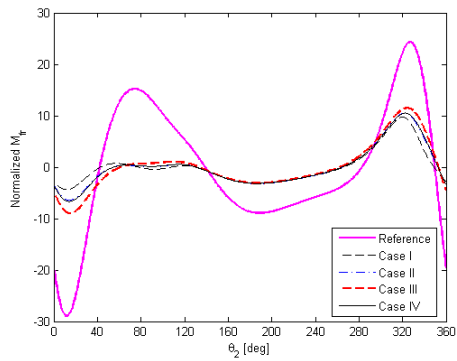
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

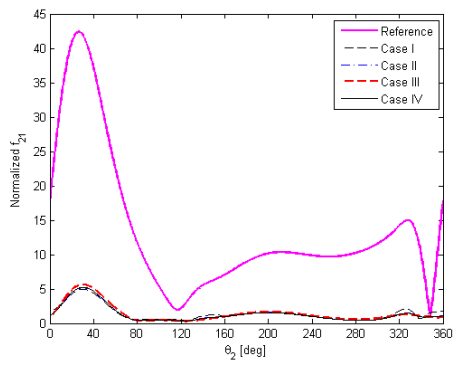


(g) 無因次機架合力

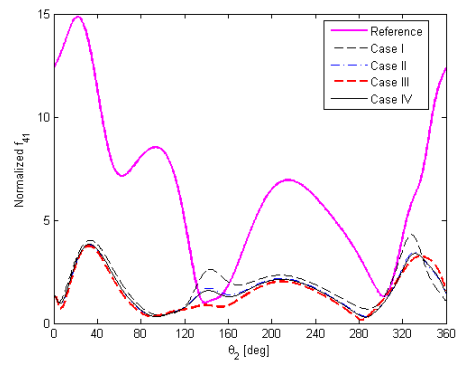


(h) 無因次機架合力矩

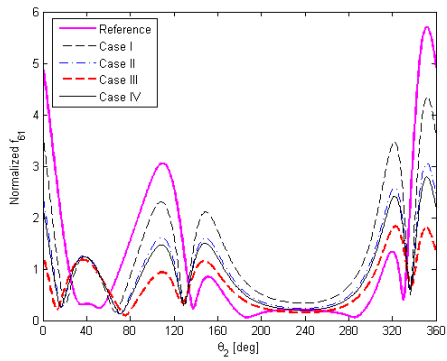
圖 5.8 無外加負載可調六連桿調整狀態 2 之各動力性能曲線



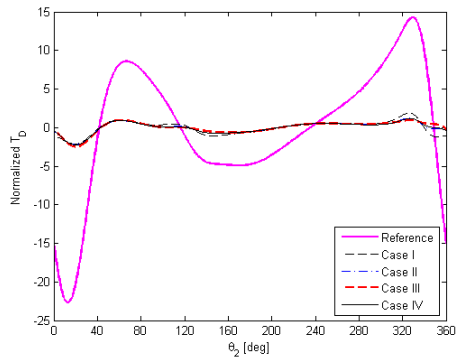
(a) 無因次輸入軸軸承力



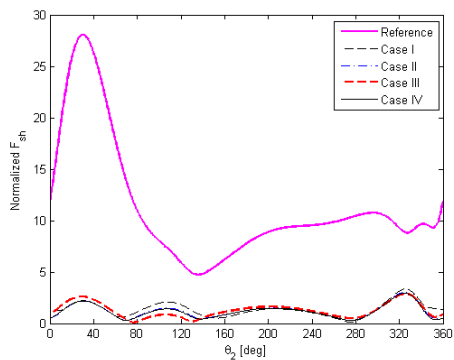
(b) 無因次可調樞軸力



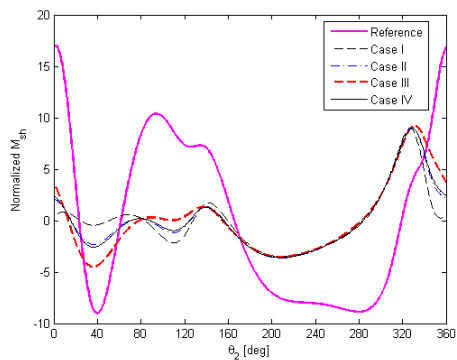
(c) 無因次輸出軸軸承力



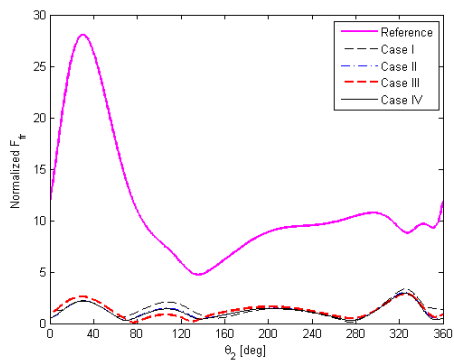
(d) 無因次驅動扭矩



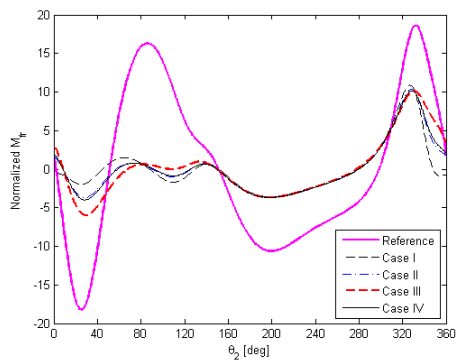
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩



(g) 無因次機架合力



(h) 無因次機架合力矩

圖 5.9 無外加負載可調六連桿調整狀態 3 之各動力性能曲線

5.1.2 具外加負載

可調六連桿各調整狀態輸出桿所受外加扭矩如圖 5.10 所示，六連桿的調整狀態 1、2 與 3，分別是在輸入桿 105.5° 至 316° 、 118° 至 322° 與 139.5° 至 327.5° 時有負載，極值依序為 $342.5\text{N}\cdot\text{m}$ 、 $350\text{N}\cdot\text{m}$ 與 $374\text{N}\cdot\text{m}$ ，皆為順時針方向。

針對外加扭矩於輸出桿的可調六連桿，以參考連桿組之質量性質作為設計變數初猜值，對於不同權重配置的目標函數進行最佳化，各案例權重如下：

案例 I： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = 1$ ； $w_{S2} = w_{S3} = 0$

案例 II： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S2} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S3} = 0$

案例 III： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S3} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S2} = 0$

案例 IV： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

案例 V： $w_1 = 1$ ； $w_2 = 0$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

案例 VI： $w_1 = 0$ ； $w_2 = 1$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

案例 VII： $w_1 = 0.6$ ； $w_2 = 0.4$ ； $w_{S1} = 0.5$ ； $w_{S2} = 0.1$ ； $w_{S3} = 0.4$

案例 VIII： $w_1 = 0.9$ ； $w_2 = 0.1$ ； $w_{S1} = 0.1$ ； $w_{S2} = 0$ ； $w_{S3} = 0.9$

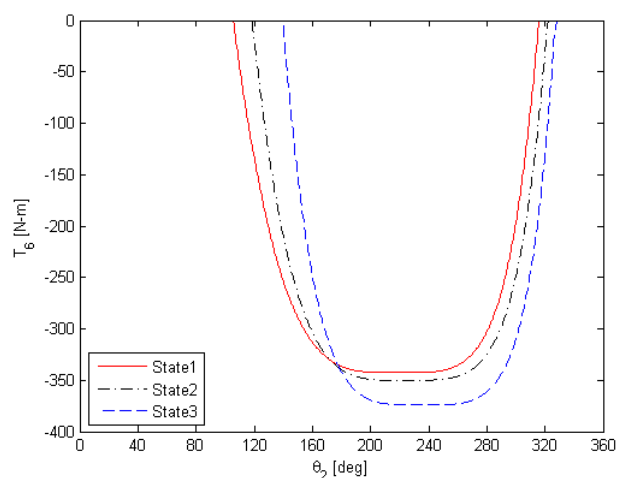


圖 5.10 可調六連桿各調整狀態之輸出桿外加扭矩

各案例之最佳化結果如表 5.5 與表 5.6 所示，在所限定的設計變數範圍內，除案例 VI 外，具固定旋轉軸之桿件，質量較接近各質量範圍之最大值，而桿 3 則較接近最小值。所有案例的轉動慣量，除輸入桿與桿 5 外，皆較接近最小值。質心距與質心角則是各案例略為不同，但除案例 VI 外，輸入桿與桿 5 質心距均為最大值，而桿 4 質心在各案例皆大致落於旋轉軸附近。

表 5.5 具外加扭矩可調六連桿案例 I 至 IV 之最佳化設計變數

設計變數	單位	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
m_2	kg	0.1661	0.4983	0.4978	0.4983	0.4983
m_3	kg	0.5771	0.4185	0.3476	0.3463	0.3463
m_4	kg	2.6153	5.2306	5.1145	5.2302	5.2298
m_5	kg	0.2277	0.1366	0.1540	0.2717	0.1366
m_6	kg	0.143	0.4290	0.4220	0.4290	0.4289
c_2	m	0.05	0.1000	0.0999	0.1000	0.1000
c_3	m	0.15	0.0932	0.1444	0.2285	0.1293
c_4	m	0.1238	0.0060	0.0062	0.0098	0.0060
c_5	m	0.07	0.1400	0.1399	0.1400	0.1400
c_6	m	0.0425	0.0064	0.0097	0.0161	0.0093
ϕ_2	deg	0	178.72	175.66	174.90	176.30
ϕ_3	deg	0	262.42	253.49	253.47	253.17
ϕ_4	deg	46.4	106.93	111.73	137.36	110.51
ϕ_5	deg	0	65.91	82.41	105.86	83.06
ϕ_6	deg	0	183.51	190.80	199.63	191.74
I_{C2}	kg-m ²	1.7503×10^{-4}	9.9782×10^{-4}	9.4501×10^{-4}	9.4590×10^{-4}	9.7564×10^{-4}
I_{C3}	kg-m ²	4.7518×10^{-3}	3.8015×10^{-3}	3.8175×10^{-3}	3.8017×10^{-3}	3.8016×10^{-3}
I_{C4}	kg-m ²	1.8505×10^{-2}	9.2525×10^{-3}	9.2569×10^{-3}	9.2526×10^{-3}	9.2526×10^{-3}
I_{C5}	kg-m ²	4.3403×10^{-4}	3.4723×10^{-4}	6.6060×10^{-4}	1.5585×10^{-3}	5.7609×10^{-4}
I_{C6}	kg-m ²	1.1481×10^{-4}	9.1847×10^{-5}	9.2501×10^{-5}	9.1851×10^{-5}	9.1851×10^{-5}

表 5.6 具外加扭矩可調六連桿案例 V 至 VIII 之最佳化設計變數

設計變數	單位	參考連桿	案例 V	案例 VI	案例 VII	案例 VIII
m_2	kg	0.1661	0.4983	0.2989	0.4982	0.4983
m_3	kg	0.5771	0.3463	1.3833	0.3482	0.3463
m_4	kg	2.6153	5.2305	2.7575	5.2105	5.2304
m_5	kg	0.2277	0.1366	0.2913	0.1367	0.2427
m_6	kg	0.143	0.4290	0.2269	0.4278	0.4290
c_2	m	0.05	0.1000	0.0500	0.1000	0.1000
c_3	m	0.15	0.1588	0.0124	0.1289	0.2413
c_4	m	0.1238	0.0067	0.0022	0.0062	0.0105
c_5	m	0.07	0.1400	0.1234	0.1400	0.1400
c_6	m	0.0425	0.0126	0.0022	0.0099	0.0192
ϕ_2	deg	0	175.27	180.34	176.44	173.49
ϕ_3	deg	0	255.92	248.62	253.92	257.90
ϕ_4	deg	46.4	118.72	179.92	110.64	140.25
ϕ_5	deg	0	81.89	61.55	80.77	102.05
ϕ_6	deg	0	193.98	180.33	191.90	201.16
I_{C2}	kg-m ²	1.7503×10^{-4}	9.5763×10^{-4}	9.4522×10^{-4}	9.4516×10^{-4}	9.6286×10^{-4}
I_{C3}	kg-m ²	4.7518×10^{-3}	3.8015×10^{-3}	3.8610×10^{-3}	3.8039×10^{-3}	3.8016×10^{-3}
I_{C4}	kg-m ²	1.8505×10^{-2}	9.2525×10^{-3}	9.2784×10^{-3}	9.2533×10^{-3}	9.2526×10^{-3}
I_{C5}	kg-m ²	4.3403×10^{-4}	1.6577×10^{-4}	3.5275×10^{-4}	7.1142×10^{-4}	3.7679×10^{-3}
I_{C6}	kg-m ²	1.1481×10^{-4}	9.1847×10^{-5}	9.4012×10^{-5}	9.1962×10^{-5}	9.1850×10^{-5}

參考連桿組與各最佳化案例之動力性能指標如表 5.7 與表 5.8 所示，整體而言， \bar{f}_{41_rms} 、 \bar{f}_{61_rms} 、 \bar{M}_{fr_rms} 與 \bar{T}_{D_rms} 的改善效果有限，而連桿組僅受外加扭矩而未受外力，搖撼力與機架合力完全相同。比較狀態權重不同的案例 I 至 IV，案例 I 較利於搖撼力、搖撼力矩與機架合力，案例 III 較利於軸承力、可調樞軸力、機架合力矩與驅動扭矩，案例 II 則是較平均，而案例 IV 的指標改善效果皆介於案例 I 至 III 間，與案例 II 的結果較接近。

表 5.7 具外加扭矩可調六連桿案例 I 至 IV 之動力性能指標

指標	狀態	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
\bar{f}_{21_rms}	1	24.6934	12.8012(48.2)	12.4785(49.5)	12.1853(50.7)	12.5345(49.2)
	2	19.6031	13.5635(30.8)	13.2055(32.6)	12.1248(38.1)	13.2765(32.3)
	3	19.6102	16.0022(18.4)	15.5551(20.7)	13.9380(28.9)	15.6576(20.2)
\bar{f}_{41_rms}	1	65.6871	64.4033(2.0)	64.0898(2.4)	62.6827(4.6)	64.1418(2.4)
	2	67.9998	67.4225(0.8)	66.9776(1.5)	65.0025(4.4)	67.0689(1.4)
	3	80.5799	80.1857(0.5)	79.5350(1.3)	76.7140(4.8)	79.6932(1.1)
\bar{f}_{61_rms}	1	58.2414	58.1194(0.2)	58.0985(0.2)	58.0989(0.2)	58.0994(0.2)
	2	60.2315	59.9027(0.5)	59.7846(0.7)	59.4139(1.4)	59.8154(0.7)
	3	71.0199	70.4145(0.9)	70.1560(1.2)	69.2359(2.5)	70.2371(1.1)
\bar{F}_{sh_rms}	1	15.8996	1.1198(93.0)	1.5305(90.4)	2.7423(82.8)	1.3952(91.2)
	2	13.4845	1.2582(90.7)	1.6752(87.6)	3.0209(77.6)	1.5164(88.8)
	3	12.7150	1.6482(87.0)	2.0686(83.7)	3.7915(70.2)	1.8541(85.4)
\bar{M}_{sh_rms}	1	14.0319	2.7484(80.4)	4.4310(68.4)	8.7364(37.7)	3.9697(71.7)
	2	9.1391	2.2905(74.9)	3.5529(61.1)	6.7589(26.0)	3.1369(65.7)
	3	7.7973	2.4338(68.8)	3.3857(56.6)	6.0713(22.1)	2.9590(62.1)
\bar{F}_{fr_rms}	1	15.8996	1.1198(93.0)	1.5305(90.4)	2.7423(82.8)	1.3952(91.2)
	2	13.4845	1.2582(90.7)	1.6752(87.6)	3.0209(77.6)	1.5164(88.8)
	3	12.7150	1.6482(87.0)	2.0686(83.7)	3.7915(70.2)	1.8541(85.4)
\bar{M}_{fr_rms}	1	53.1264	49.1157(7.5)	48.5921(8.5)	47.2072(11.1)	48.6480(8.4)
	2	54.0244	50.3243(6.8)	49.9650(7.5)	48.7646(9.7)	49.9817(7.5)
	3	56.8501	52.7051(7.3)	52.4708(7.7)	51.4773(9.5)	52.4604(7.7)
\bar{T}_D_rms	1	12.0536	10.6407(11.7)	10.3961(13.8)	9.5636(20.7)	10.4126(13.6)
	2	10.9700	11.3144(-3.1)	11.0899(-1.1)	10.1508(7.5)	11.1055(-1.2)
	3	12.2887	12.8236(-4.4)	12.5529(-2.1)	11.4590(6.8)	12.5892(-2.4)

()內為相較於參考連桿組之改善百分比

表 5.8 具外加扭矩可調六連桿案例 V 至 VIII 之動力性能指標

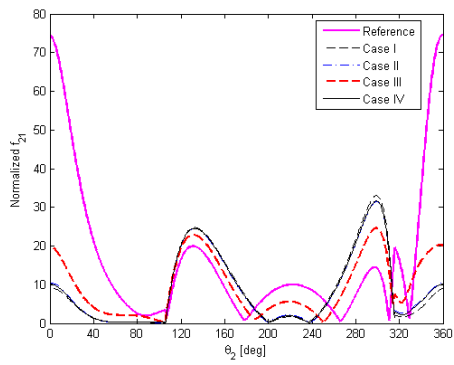
指標	狀態	參考連桿	案例 V	案例 VI	案例 VII	案例 VIII
\bar{f}_{21_rms}	1	24.6934	12.3631(49.9)	13.7983(44.1)	12.5419(49.2)	12.3202(50.1)
	2	19.6031	12.9943(33.7)	14.0419(28.4)	13.2747(32.3)	12.0628(38.5)
	3	19.6102	15.2162(22.4)	15.9457(18.7)	15.6408(20.2)	13.6755(30.3)
\bar{f}_{41_rms}	1	65.6871	63.7797(2.9)	64.5974(1.7)	64.1275(2.4)	62.3037(5.2)
	2	67.9998	66.5702(2.1)	67.5648(0.6)	67.0462(1.4)	64.4302(5.2)
	3	80.5799	78.9484(2.0)	80.2429(0.4)	79.6503(1.2)	75.7947(5.9)
\bar{f}_{61_rms}	1	58.2414	58.0756(0.3)	58.1719(0.1)	58.0934(0.3)	58.0922(0.3)
	2	60.2315	59.7138(0.9)	59.8975(0.6)	59.8057(0.7)	59.3220(1.5)
	3	71.0199	70.0013(1.4)	70.2915(1.0)	70.2176(1.1)	68.9873(2.9)
\bar{F}_{sh_rms}	1	15.8996	1.6050(89.9)	8.2067(48.4)	1.3844(91.3)	2.6373(83.4)
	2	13.4845	1.7074(87.3)	8.1965(39.2)	1.5031(88.9)	2.8798(78.6)
	3	12.7150	2.0150(84.2)	8.3918(34.0)	1.8353(85.6)	3.5511(72.1)
\bar{M}_{sh_rms}	1	14.0319	4.9478(64.7)	4.1730(70.3)	3.9068(72.2)	9.5684(31.8)
	2	9.1391	3.9575(56.7)	3.6876(59.6)	3.1053(66.0)	7.5370(17.5)
	3	7.7973	3.6934(52.6)	4.2430(45.6)	2.9561(62.1)	6.8337(12.4)
\bar{F}_{fr_rms}	1	15.8996	1.6050(89.9)	8.2067(48.4)	1.3844(91.3)	2.6373(83.4)
	2	13.4845	1.7074(87.3)	8.1965(39.2)	1.5031(88.9)	2.8798(78.6)
	3	12.7150	2.0150(84.2)	8.3918(34.0)	1.8353(85.6)	3.5511(72.1)
\bar{M}_{fr_rms}	1	53.1264	48.3276(9.0)	47.7738(10.1)	48.6712(8.4)	46.9206(11.7)
	2	54.0244	49.6568(8.1)	49.0252(9.3)	49.9926(7.5)	48.3074(10.6)
	3	56.8501	52.1078(8.3)	51.4765(9.5)	52.4563(7.7)	50.8977(10.5)
\bar{T}_D_rms	1	12.0536	10.2407(15.0)	10.4936(12.9)	10.4124(13.6)	9.5042(21.2)
	2	10.9700	10.8838(0.8)	11.2250(-2.3)	11.0965(-1.2)	9.9628(9.2)
	3	12.2887	12.2711(0.1)	12.7446(-3.7)	12.5676(-2.3)	11.2070(8.8)

()內為相較於參考連桿組之改善百分比

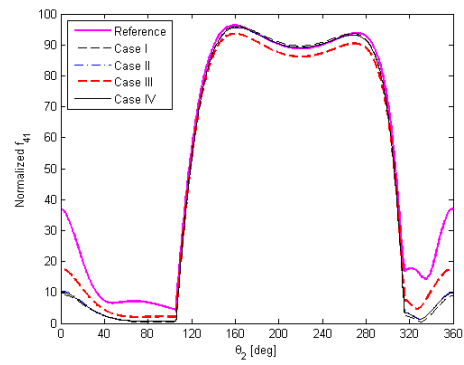
比較性能權重不同的案例 IV 至 VI，案例 V 不但利於軸承力與可調樞軸力，驅動扭矩亦較佳，僅考慮驅動扭矩的案例 VI，只利於機架合力矩，驅動扭矩的均方根值反而較差。透過性能權重與狀態權重的搭配，可獲得更合適的改善效果，與各動力指標權衡改善的案例 IV 相比，案例 VII 大部分的指標皆略為降低，另外，案例 VIII 除搖撼力矩較差與搖撼力、機架合力改善效果稍微降低外，其餘指標大多有最佳的改善效果。

參考連桿組與案例 I 至 IV 於調整狀態 1 至 3 之各動力性能曲線如圖 5.11 至圖 5.13 所示，其中，可調樞軸力、輸出軸軸承力與機架合力矩的曲線分佈，明顯受到外加扭矩影響，尤其是輸出軸軸承力，各案例皆與參考連桿組差異不大。部分的動力特性相較於參考連桿組，均方根下降，但最大值略為增加，例如案例 I、II、IV 於調整狀態 3 的輸入軸軸承力，以及案例 III 於調整狀態 3 的搖撼力矩等。

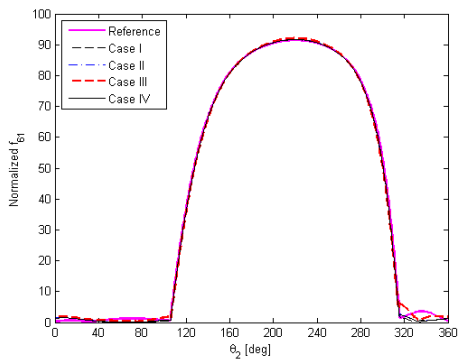
案例 IV 至 VIII 於調整狀態 1 至 3 之各動力性能曲線如圖 5.14 至圖 5.16 所示，其中，可調樞軸力、輸出軸軸承力與機架合力矩的曲線分佈，同樣明顯受到外加扭矩影響。比較案例 IV、V、VI 的曲線，除案例 VI 的輸入軸軸承力、搖撼力、機架合力外明顯較差外，其餘動力性能曲線未有太大差異。案例 IV 與 VII 各動力性能曲線差異甚小，幾乎重疊。案例 VIII 與案例 IV 至 VII 相比，輸入軸軸承力、可調樞軸力、驅動扭矩與機架合力矩皆為最佳，最大值也獲得改善，輸出軸軸承力曲線較無差異，而搖撼力與機架合力較差，搖撼力矩為最差。



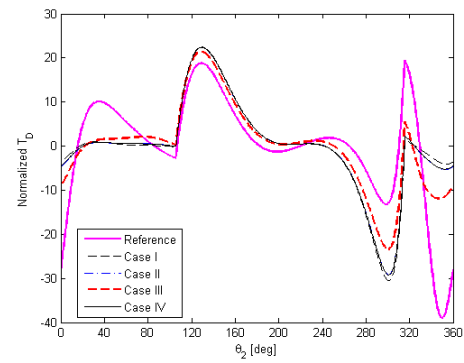
(a) 無因次輸入軸軸承力



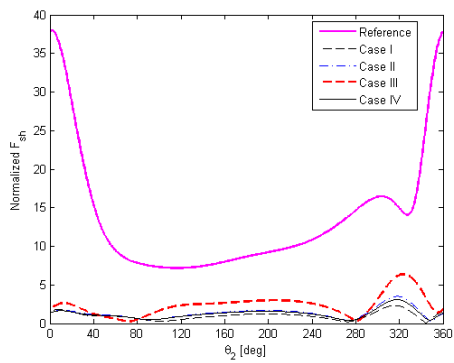
(b) 無因次可調樞軸力



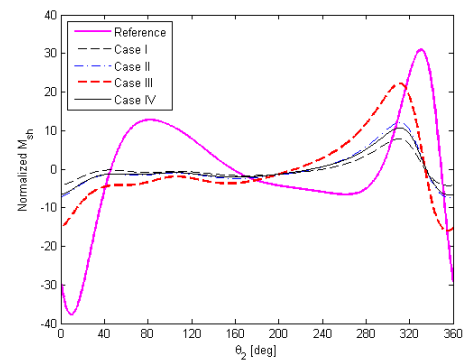
(c) 無因次輸出軸軸承力



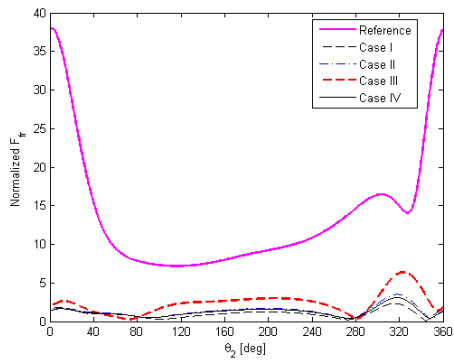
(d) 無因次驅動扭矩



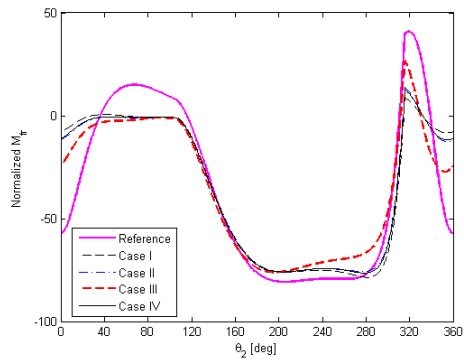
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

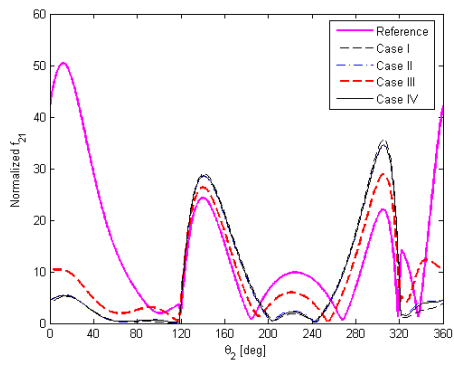


(g) 無因次機架合力

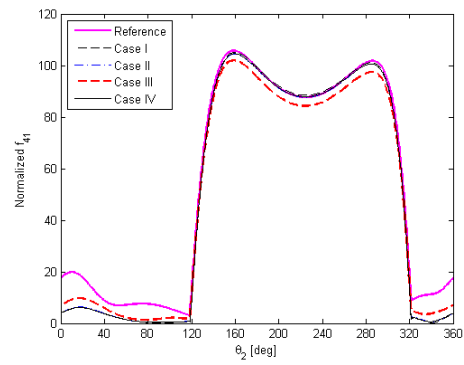


(h) 無因次機架合力矩

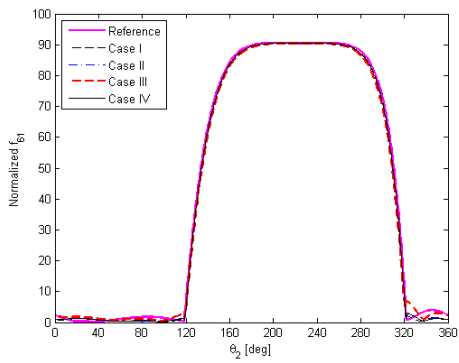
圖 5.11 六連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 1 之各動力性能曲線



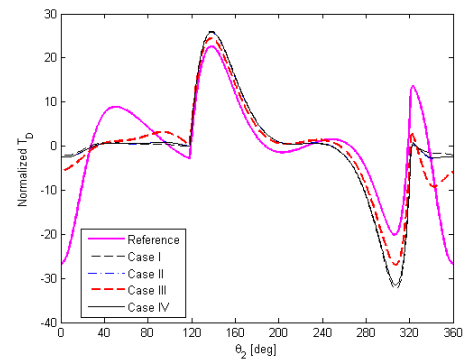
(a) 無因次輸入軸軸承力



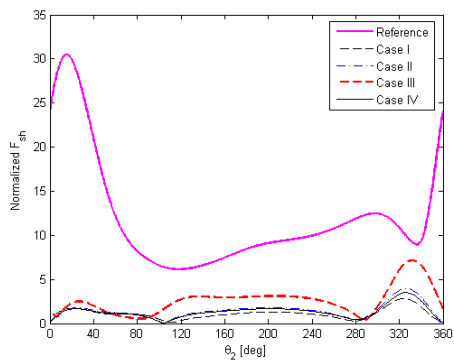
(b) 無因次可調樞軸力



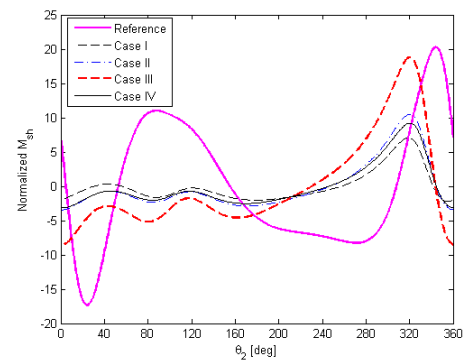
(c) 無因次輸出軸軸承力



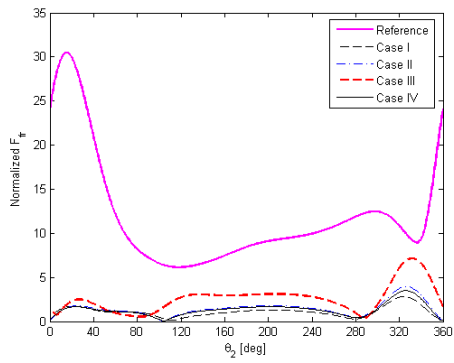
(d) 無因次驅動扭矩



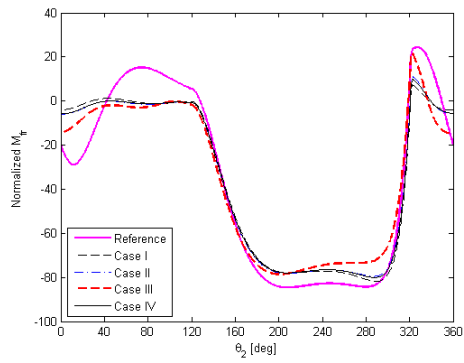
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

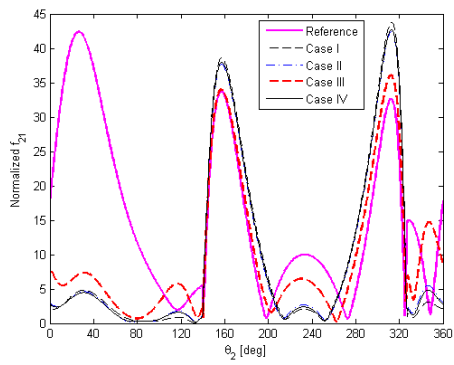


(g) 無因次機架合力

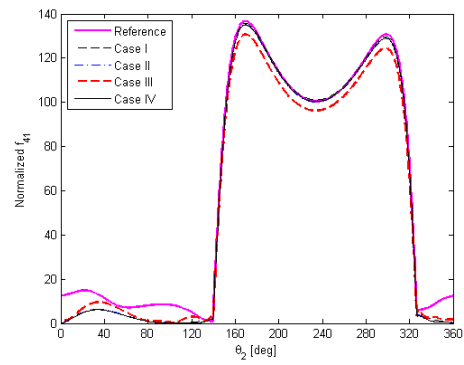


(h) 無因次機架合力矩

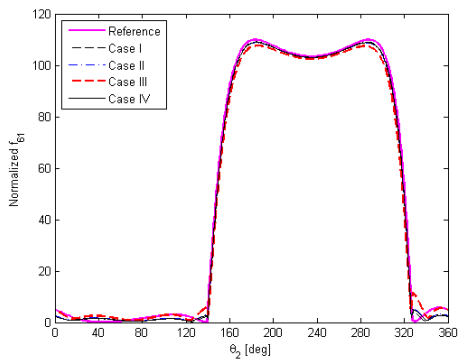
圖 5.12 六連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 2 之各動力性能曲線



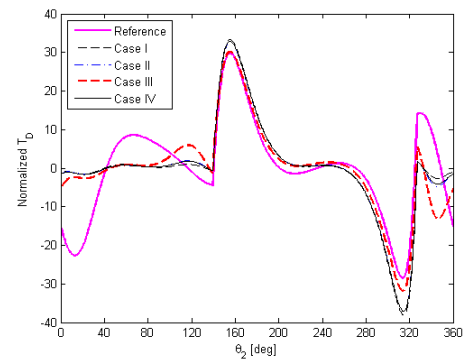
(a) 無因次輸入軸軸承力



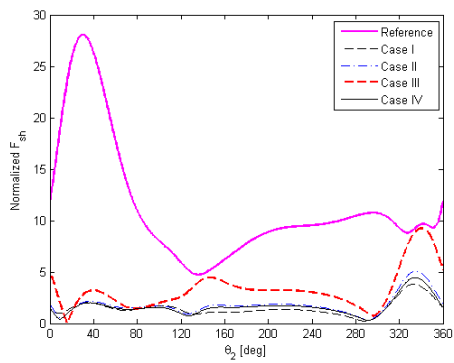
(b) 無因次可調樞軸力



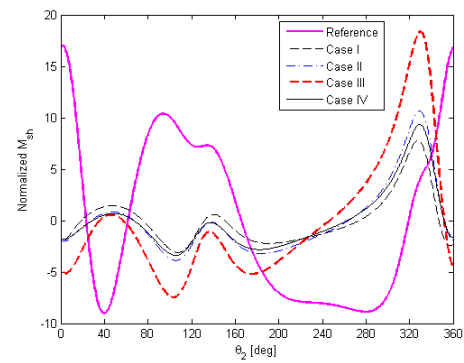
(c) 無因次輸出軸軸承力



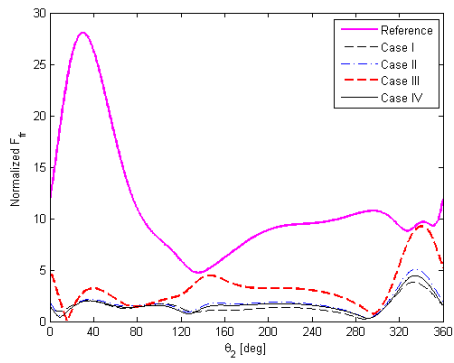
(d) 無因次驅動扭矩



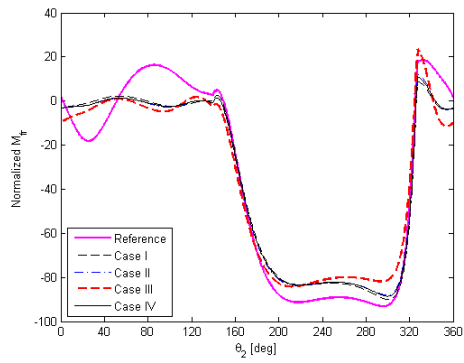
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

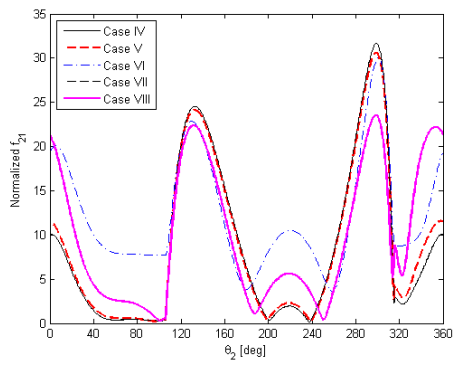


(g) 無因次機架合力

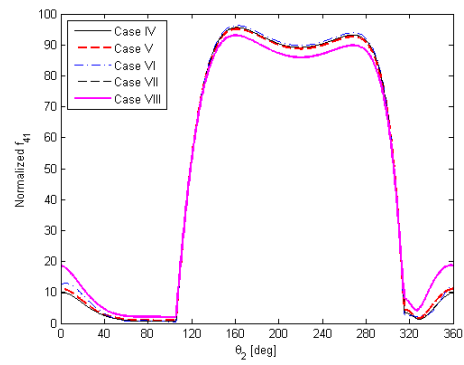


(h) 無因次機架合力矩

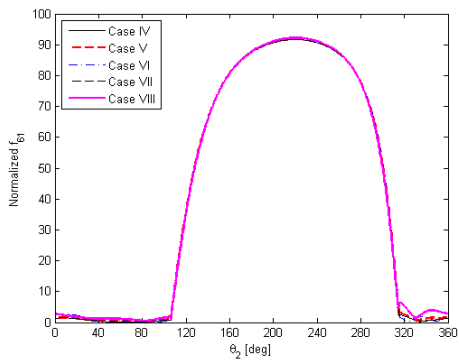
圖 5.13 六連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 3 之各動力性能曲線



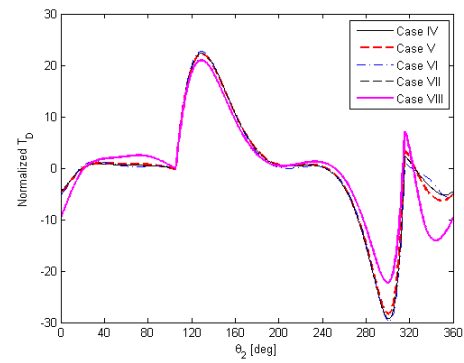
(a) 無因次輸入軸軸承力



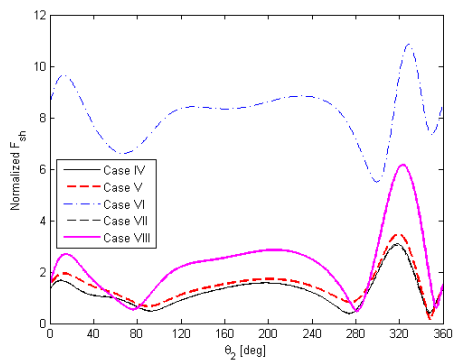
(b) 無因次可調樞軸力



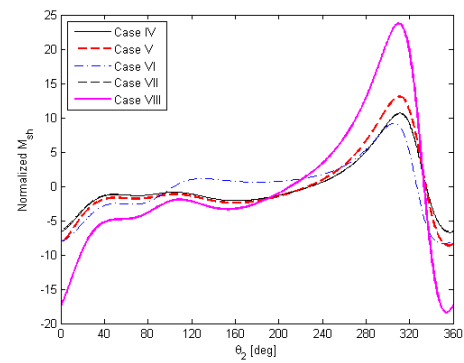
(c) 無因次輸出軸軸承力



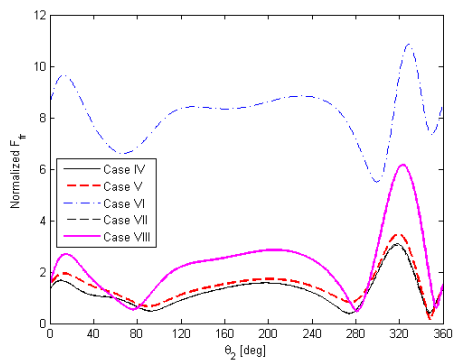
(d) 無因次驅動扭矩



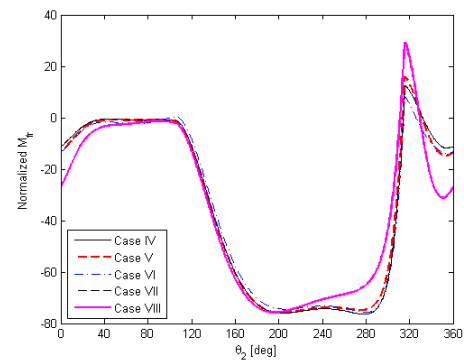
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

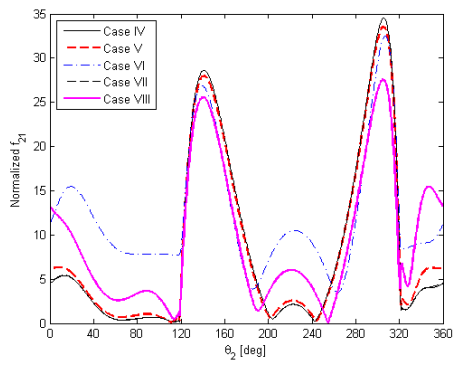


(g) 無因次機架合力

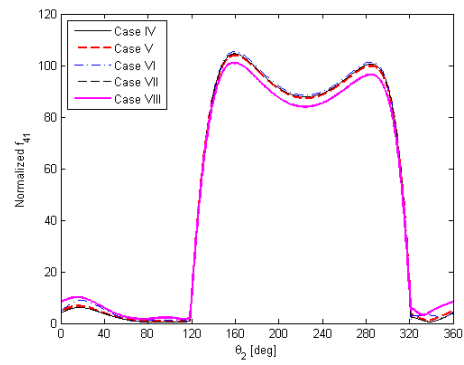


(h) 無因次機架合力矩

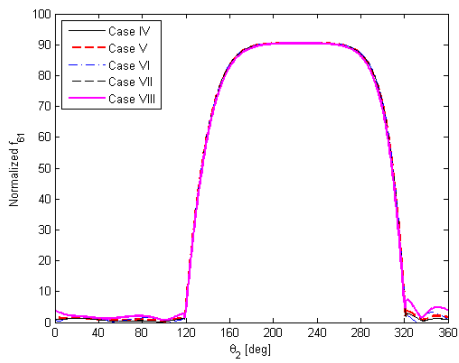
圖 5.14 六連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 1 之各動力性能曲線



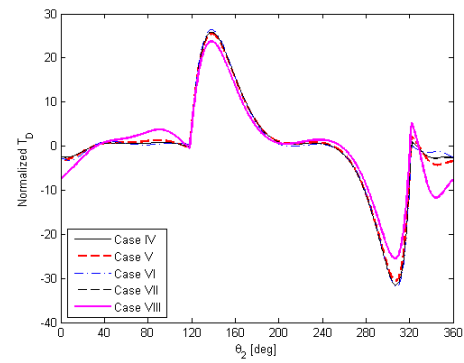
(a) 無因次輸入軸軸承力



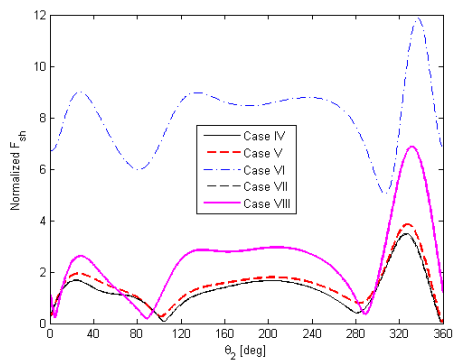
(b) 無因次可調樞軸力



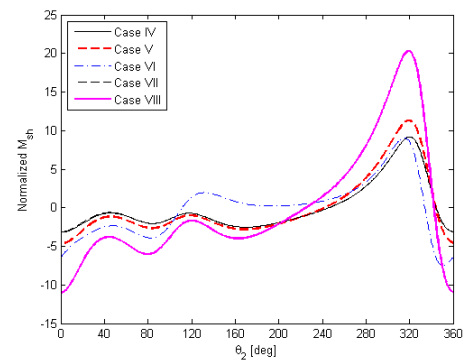
(c) 無因次輸出軸軸承力



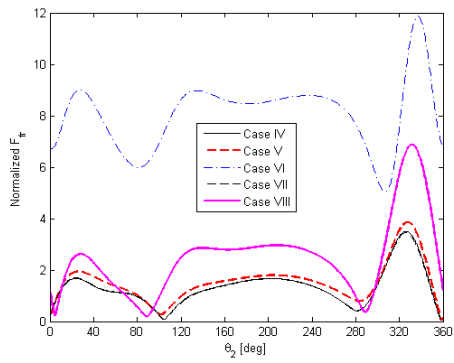
(d) 無因次驅動扭矩



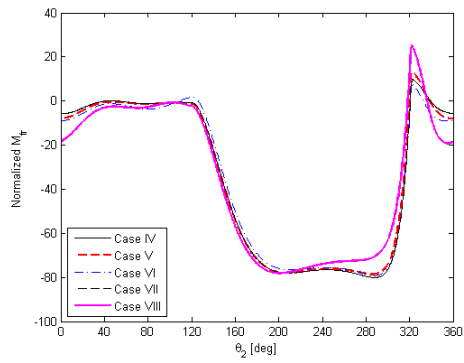
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩

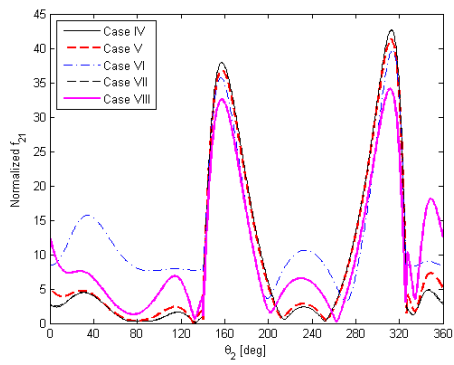


(g) 無因次機架合力

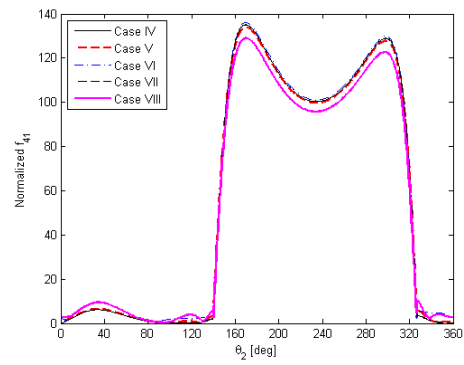


(h) 無因次機架合力矩

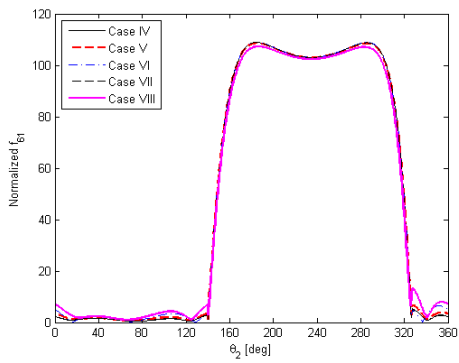
圖 5.15 六連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 2 之各動力性能曲線



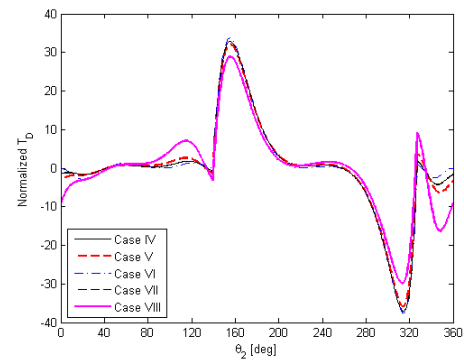
(a) 無因次輸入軸軸承力



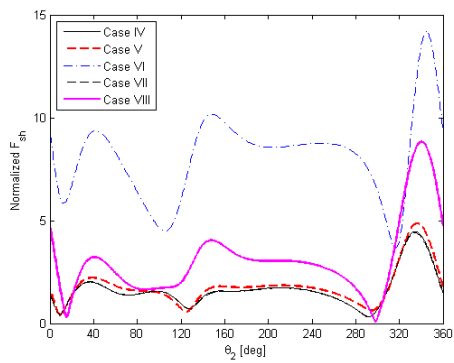
(b) 無因次可調樞軸力



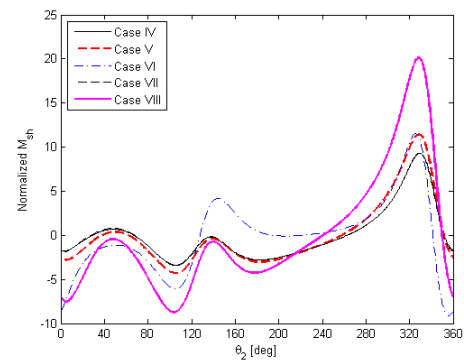
(c) 無因次輸出軸軸承力



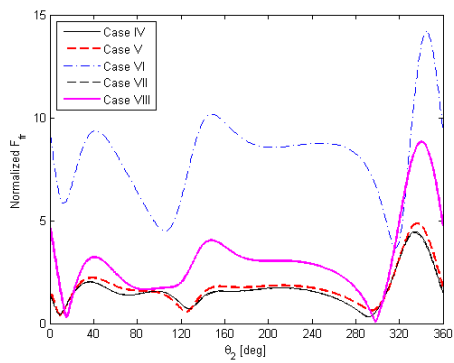
(d) 無因次驅動扭矩



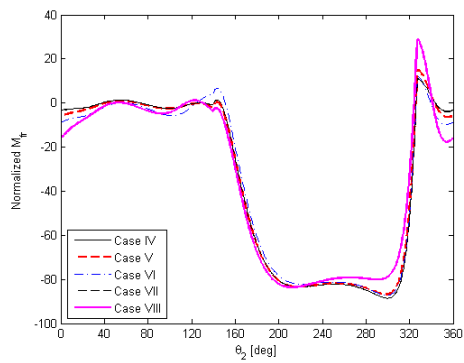
(e) 無因次搖撼力



(f) 無因次搖撼力矩



(g) 無因次機架合力



(h) 無因次機架合力矩

圖 5.16 六連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 3 之各動力性能曲線

5.1.3 討論

為驗證最佳化結果確實納入外加負載的影響，並有助於動力性能改善，以及檢視省略負載進行最佳化對於實際動力性能改善成效的差異，將可調六連桿的質量性質設為無負載案例 IV 的設計變數，如表 5.3 所示，計算受外加負載時，各項動力性能指標，其值如表 5.9 所示。

比較表 5.7 中案例 IV 與表 5.9 的性能指標，除調整狀態 2 與 3 的搖撼力與機架合力改善較少外，最佳化時考慮負載的動力性能較佳，意即若在最佳化過程省略負載，所得之質量性質並不適用於實務上會受負載的連桿組，且動力性能指標改善百分比，如表 5.4 的案例 IV，也無法反映出實際的改善效果，與表 5.9 有大幅度的落差。

由於搖撼力與搖撼力矩僅與慣性力、慣性扭矩有關，當連桿組之運動狀況與質量性質確立後，搖撼力與搖撼力矩即決定，無關連桿組受負載與否，因此前兩節的參考連桿組，其搖撼力與搖撼力矩完全相同，如表 5.4 與表 5.7 所示。若以搖撼力與搖撼力矩作為目標函數，外加負載的影響無法反映於最佳化結果中，而本研究目標函數是以軸承力、可調樞軸力與驅動扭矩所組成，這些項目皆會因外加負載而改變，因此最佳化結果包含外加負載的影響。

表 5.9 六連桿無負載最佳化結果受負載時之動力性能指標

指標	調整狀態 1	調整狀態 2	調整狀態 3
\bar{f}_{21_rms}	13.0685(47.1)	13.8544(29.3)	16.4233(16.3)
\bar{f}_{41_rms}	65.2956(0.6)	68.3764(-0.6)	81.3001(-0.9)
\bar{f}_{61_rms}	58.1554(0.1)	60.0436(0.3)	70.7182(0.4)
\bar{F}_{sh_rms}	1.4569(90.8)	1.2608(90.6)	1.3466(89.4)
\bar{M}_{sh_rms}	4.5418(67.6)	3.4194(62.6)	3.0683(60.6)
\bar{F}_{fr_rms}	1.4569(90.8)	1.2608(90.6)	1.3466(89.4)
\bar{M}_{fr_rms}	49.5843(6.7)	50.8786(5.8)	53.3834(6.1)
\bar{T}_{D_rms}	10.7726(10.6)	11.4698(-4.6)	13.0828(-6.5)

()內為相較於具負載參考連桿組之改善百分比

另外，目標函數為數個動力特性於同時刻的總和，再累計整個運轉週期與數個調整狀態的結果，而動力性能指標為單一動力特性於整個週期的均方根值，兩者性質不盡相同，因此，當最佳化令代表綜合效果的目标函數值降低時，各動力特性均方根值並非必定降低。比較具負載的案例 I 至 III，分別考慮調整狀態 1 至 3，可個別得到最小的目標函數值，如表 5.10 所示，案例 I 的子目標函數值 s_1 為三者間最小，案例 II 的 s_2 與案例 III 的 s_3 亦同，然而，並未因此使案例 I 中調整狀態 1 之輸入軸軸承力均方根值、可調樞軸力均方根值、輸出軸軸承力均方根值與驅動扭矩均方根值為三案例間的最佳值，如表 5.7 所示。

具負載之案例 VI 僅考慮三調整狀態的驅動扭矩，相較於其他案例，並未獲得最佳的驅動扭矩均方根值，主要是由於當 w_1 為 0、 w_2 為 1 時，(4.13) 中 s_i 等同於驅動扭矩的絕對值於整個週期的平均值，如下：

$$s_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |T_D| d\theta_2 \quad (5.1)$$

因此，案例 VI 具最佳驅動扭矩平均值，而非最佳均方根值，表 5.11 列出具負載之參考連桿組與各案例分別在調整狀態 1、2 與 3 的驅動扭矩絕對值於整個週期的平均值，末列為三調整狀態之平均值，顯示案例 VI 確實小於其餘案例。

表 5.10 六連桿具負載案例 I 至 III 之目標函數值

目標函數	案例 I	案例 II	案例 III
s_1	36.3308	36.4306	37.1905
s_2	37.1762	37.1199	37.3359
s_3	42.2709	42.0973	41.9565
$f(\mathbf{x})$	36.3308	37.1199	41.9565

表 5.11 六連桿具負載各案例驅動扭矩量值平均值

狀態	參考	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	8.1064	6.3601	6.3995	6.5867	6.3919	6.4498	6.3246	6.3947	6.6627
2	7.9041	6.4666	6.4910	6.6469	6.4839	6.5413	6.4420	6.4875	6.7334
3	8.8077	6.9348	6.9610	7.1641	6.9521	7.0593	6.8885	6.9628	7.3640
平均	8.2727	6.5872	6.6172	6.7992	6.6093	6.6834	6.5517	6.6150	6.9200

機架合力為各軸承力與可調樞軸力的總和，當這些力方向不同時，會相互抵消，若因某軸承力或可調樞軸力變小而降低抵消效果，反而會使機架合力增加，比較具負載的案例 IV 與 VIII，案例 VIII 之所有軸承力與可調樞軸力在任何調整狀態時皆較案例 IV 為佳，而機架合力於三個調整狀態皆較差，如表 5.7 與表 5.8 所示。

機架合力與機架合力矩為傳至機架之力與力矩，而搖撼力與搖撼力矩僅為其中與慣性相關的部分，當搖撼力改善時，機架合力未必改善，因機架合力需視搖撼力與外力的搭配而定，當搖撼力矩改善時，機架合力矩亦未必改善，因機架合力矩需視搖撼力矩、驅動扭矩、外力之力矩、外加扭矩的搭配狀況，因此比起搖撼力與搖撼力矩，機架合力與機架合力矩更適合評估機架的實際狀況。

具負載的案例 VIII，搖撼力矩較案例 IV 差，但機架合力矩較佳，而與所有案例相比，由於機架合力與機架合力矩比搖撼力與搖撼力矩相對重要，不計搖撼力與搖撼力矩，除機架合力改善效果稍微降低外，其餘指標的改善效果皆較佳，如表 5.7 與表 5.8 所示，可視為最佳案例。

動力分析是由輸出端反向遞迴演算，可看出近輸出端的桿件質量性質會影響全部的軸承力，而近輸入端的桿件質量性質不會影響輸出桿軸承力，以可調六連桿為例，桿 5 與輸出桿之質量、質心位置、轉動慣量，會影響所有的軸承力與可調樞軸力，桿 3 與桿 4 之質量、質心位置、轉動慣量，則是僅影響輸入軸軸承力與可調樞軸力，而輸入桿之質量與質心位置，僅影響輸入軸軸承力，由於輸入桿等速旋轉，其轉動慣量完全無任何作用，且質量與質心位置並不影響驅動扭矩。

整體而言，透過改變各桿質心位置，以得較有利的質心加速度，再搭配合適的質量與轉動慣量，可改善連桿組的動力性能，而在可調六連桿的範例中，外加扭矩相對較大，以質量性質改善動力性能之成效較有限。

5.2 可調八連桿

具三種調整狀態的可調八連桿，如圖 5.17 所示，桿 2 至 8 與地桿組成可調八連桿，桿 9 與桿 10 分別為繞 Q_1 、 Q_2 旋轉之控制臂，當控制臂桿 9 落於 S_1 ，而控制臂桿 10 落於 P_1 時，可調八連桿處於調整狀態 1，當同時調整控制臂桿 9、桿 10 至 S_2 、 P_2 時，進而帶動可調八連桿之第一可調樞軸 O_2 與第二可調樞軸 O_3 至 S_2 、 P_2 位置，使得可調八連桿處於調整狀態 2，同理，當控制臂桿 9、桿 10 調整可調樞軸 O_2 、 O_3 至 S_3 、 P_3 位置時，可調八連桿則處於調整狀態 3。

可調八連桿各桿尺寸與調整軸位置如表 5.12 所示，而圖 5.17 中控制臂之固定旋轉軸 Q_1 、 Q_2 位置分別為 $(0.3305, 0.0085)$ 與 $(0.5090, -0.0019)$ ，單位為公尺，至於控制臂桿 9、桿 10 之桿長分別為 0.0755 與 0.0375 公尺，當控制臂桿 9 轉至 85.73° 且控制臂桿 10 轉至 128.72° 時， S_1 與 P_1 即為表 5.12 之可調樞軸 O_2 與 O_3 於調整狀態 1 的位置，當控制臂桿 9 轉至 254.19° 且桿 10 轉至 308.07° 時， S_2 與 P_2 為表中 O_2 與 O_3 於調整狀態 2 的位置，同理，當控制臂桿 9 轉至 221.83° 且桿 10 轉至 288.23° 時， S_3 與 P_3 為表中 O_2 與 O_3 於調整狀態 3 的位置。

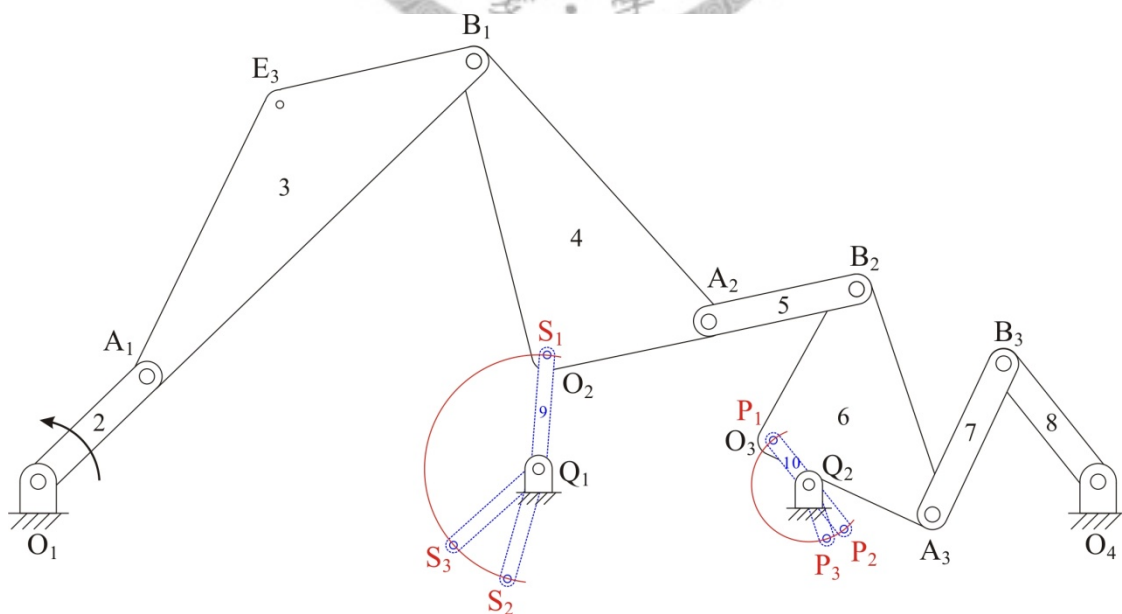


圖 5.17 可調八連桿組

表 5.12 可調八連桿之桿件尺寸

參數		單位	調整狀態 1	調整狀態 2	調整狀態 3
連桿尺寸	r_2	m	0.1		
	r_3	m	0.3		
	b_4	m	0.2		
	r_4	m	0.109		
	r_5	m	0.1		
	b_6	m	0.114		
	r_6	m	0.116		
	r_7	m	0.11		
	b_8	m	0.1		
串聯角	γ_4	deg	92		
	γ_6	deg	86		
輸入軸位置	O_1	m	(0, 0)		
可調樞軸位置	O_2	m	(0.3361, 0.0838)	(0.3099, -0.0642)	(0.2742, -0.0419)
	O_3	m	(0.4855, 0.0274)	(0.5321, -0.0314)	(0.5207, -0.0375)
輸出軸位置	O_4	m	(0.7, 0)		
耦桿點位置	e_3	m	0.2		
	Ψ_3	deg	20		

此可調八連桿為肘節機構，各調整狀態的輸出桿角度、角速度、角加速度如圖 5.18 至圖 5.20 所示。當八連桿處於調整狀態 1 時具兩次雙肘節效應，當輸入桿角度為 44° 時，輸入桿與桿 3 夾 $180^\circ(\theta_2-\theta_3=0^\circ)$ ，桿 4 與桿 5 夾角也為 $180^\circ(\beta_4-\theta_5=0^\circ)$ ，達第一次雙肘節位置，此時輸出桿角度為 128.6° ，而輸出桿角速度、角加速度皆為 0。當輸入桿角度為 224° 時，輸入桿與桿 3 夾 $0^\circ(\theta_2-\theta_3=180^\circ)$ ，桿 6 與桿 7 夾 $180^\circ(\beta_6-\theta_7=0^\circ)$ ，達第二次雙肘節位置，此時輸出桿角度為 90.3° ，而輸出桿角速度、角加速度同樣為 0。

八連桿於調整狀態 2 具一次參肘節效應，當輸入桿角度為 206° 時，輸入桿與桿 3 夾 $0^\circ(\theta_2-\theta_3=180^\circ)$ ，桿 4 與桿 5 夾 180° ，且桿 6 與桿 7 夾 180° ，此時輸出桿角度為 80.2° ，而輸出桿角速度、角加速度皆為 0。

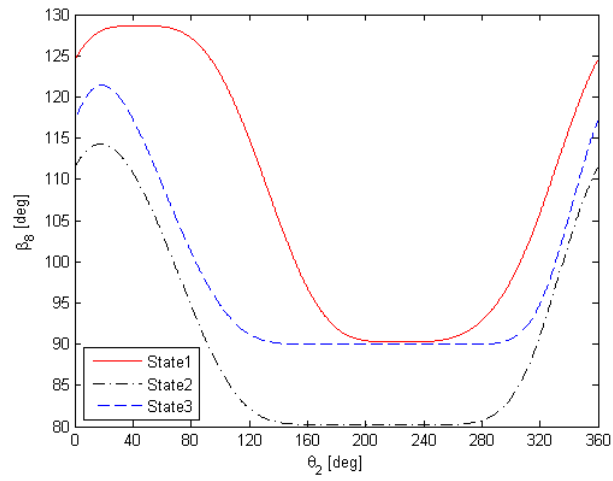


圖 5.18 可調八連桿各調整狀態之輸出桿角度

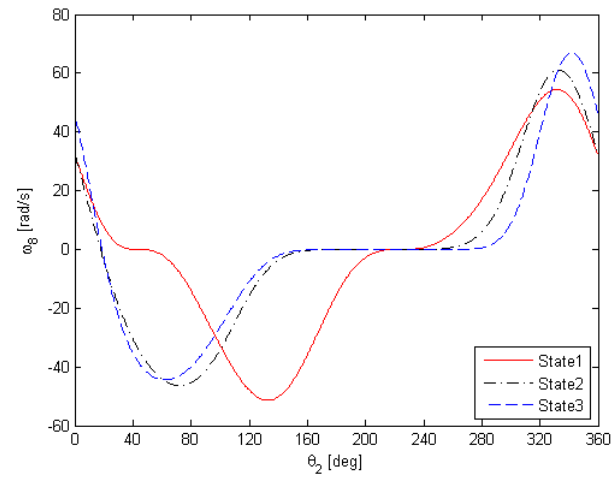


圖 5.19 可調八連桿各調整狀態之輸出桿角速度

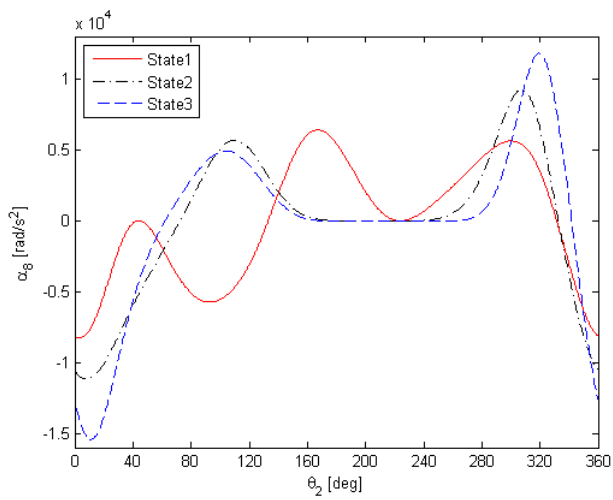


圖 5.20 可調八連桿各調整狀態之輸出桿角加速度

八連桿於調整狀態 3 為近似接續雙肘節效應，當輸入桿角度為 177° 時，桿 4 與桿 5 夾 180° ，同時桿 6 與桿 7 夾 180° ，而後，輸入桿角度轉至 217.5° ，變為輸入桿與桿 3 夾 0° ，而桿 6 與桿 7 夾 180° ，最後，輸入桿角度轉至 257° ，再回復為桿 4 與桿 5 夾 180° ，且桿 6 與桿 7 夾 180° ，這段期間，輸出桿的角速度與角加速度皆接近 0。

本節所討論之可調八連桿範例，在任何調整狀態下，輸入桿轉速均為 1000rpm，而表 5.13 訂定參考連桿組之質量性質，包括質量、質心位置與轉動慣量，至於可調八連桿各調整狀態與參考連桿組質心位置可見圖 5.21，為圖面清晰，圖中不再標示兩控制臂。

本節可調八連桿範例中，無論具外加負載與否，各最佳化案例的設計變數皆受限於：

$$0 \leq c_k \leq 2c_k^o \quad k = 2, 4, 5, 6, 7, 8$$

$$0 \leq c_3 \leq 1.5c_3^o$$

$$0 \leq \phi_k \leq 360 \quad k = 2, 3, \dots, 8$$

$$m_2^o \leq m_2 \leq 10m_2^o$$

$$m_k^o \leq m_k \leq 5m_k^o \quad k = 3, 4, 6$$

$$m_k^o \leq m_k \leq 8m_k^o \quad k = 5, 7, 8$$

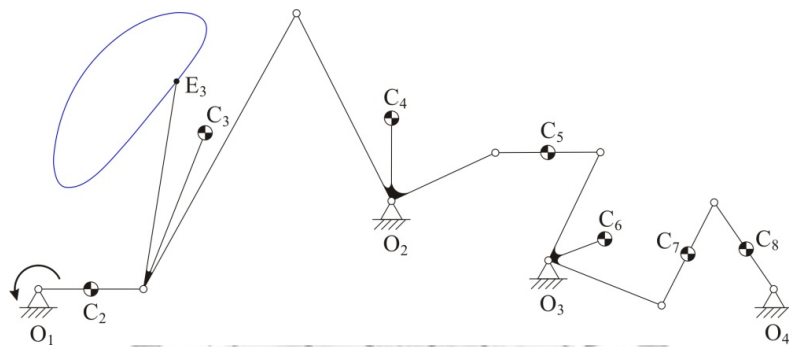
$$I_{Ck}^o \leq I_{Ck} \leq 12I_{Ck}^o \quad k = 2, 5, 7, 8$$

$$I_{Ck}^o \leq I_{Ck} \leq 8I_{Ck}^o \quad k = 3, 4, 6$$

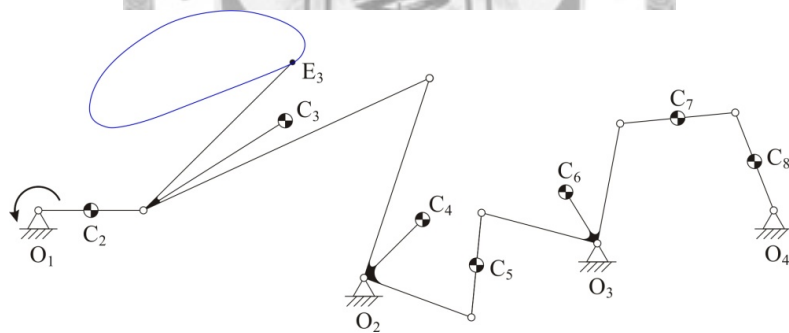
其中 c_k^o 、 ϕ_k^o 、 m_k^o 、 I_{Ck}^o 分別為參考連桿組桿 k 之質心距、質心角、質量與轉動慣量。

表 5.13 可調八連桿參考連桿組之質量性質

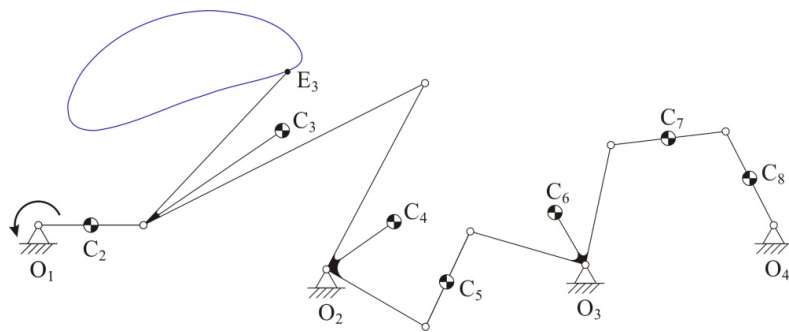
連桿	m^o [kg]	c^o [m]	ϕ^o [deg]	I_c^o [kg-m ²]
2	0.1056	0.05	0	1.4061×10^{-4}
3	0.6070	0.1584	7.466	4.3563×10^{-3}
4	0.5725	0.0797	-26.189	2.9272×10^{-3}
5	0.1056	0.05	0	1.4061×10^{-4}
6	0.3925	0.0573	-43.528	1.0865×10^{-3}
7	0.1136	0.055	0	1.7690×10^{-4}
8	0.1056	0.05	0	1.4061×10^{-4}



(a) 調整狀態 1



(b) 調整狀態 2



(c) 調整狀態 3

圖 5.21 可調八連桿之參考連桿組

5.2.1 無外加負載

針對不受任何外力或外加扭矩的可調八連桿，以參考連桿組之質量性質作為設計變數初猜值，對於不同權重配置的目標函數進行最佳化，各案例權重如下：

案例 I： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = 1$ ； $w_{S2} = w_{S3} = 0$

案例 II： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S2} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S3} = 0$

案例 III： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S3} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S2} = 0$

案例 IV： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

各案例之最佳化結果如表 5.14 所示，由於未受外加負載干擾，最佳化結果僅與各調整狀態的運動特性密切相關，此可調八連桿調整狀態 2 與 3 的運動性質較為接近，並與調整狀態 1 有較大差異，因此案例 II 與 III 可得較相近的最佳化設計變數，而與案例 I 略有差別，如案例 I 之輸出桿質量、桿 4 質心距、桿 5 與桿 7 質心角等。大致而言，除案例 I 之輸出桿質量外，具固定旋轉軸之桿件，質量趨近於限定範圍的最大值，除桿 3 外的其餘桿件，質量則趨近於最小值。由於輸入軸等速旋轉，輸入軸轉動慣量未構成任何影響，而其餘桿件之轉動慣量皆趨於最小值。具固定旋轉軸之桿件，愈近輸出端，質心有愈靠近其固定旋轉軸的趨勢，而輸入桿質心距皆最大，且質心角近 180° 。

參考連桿組與各最佳化案例之動力性能指標如表 5.15 所示，目標函數的形式有助於均衡各軸承力與可調樞軸力，參考連桿組之軸承力與可調樞軸力指標是愈近輸入端者愈差，而各案例最佳化後，各軸承力與可調樞軸力明顯較為接近，不過亦因此導致輸出軸軸承力較參考連桿組惡化一倍的情形。案例 IV 部分指標改善效果介於案例 I 至 III 間，但亦有部分指標反而有較其他案例為佳之改善效果，如調整狀態 2 與 3 之輸出軸軸承力與第二可調樞軸力。

調整狀態 1 至 3 的各動力性能曲線如圖 5.22 至圖 5.27 所示，各案例於三調整狀態之輸入軸軸承力與第一可調樞軸力整個週期明顯獲得改善，極值亦大幅降低，

第二可調樞軸力則是在調整狀態 2、3 才有較顯著的改善，而輸出軸軸承力於調整狀態 1 時，案例 II、III 明顯變差，調整狀態 2、3，則是案例 I 明顯變差，極值皆大幅增加。至於其餘的動力特性，整個週期皆獲得改善，其中因為無外力，搖撼力矩與機架合力曲線完全相同。

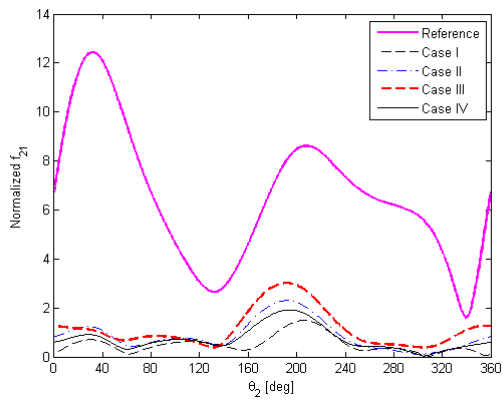
表 5.14 無外加負載可調八連桿之最佳化設計變數

設計變數	單位	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
m_2	kg	0.1056	1.0420	1.0538	1.0551	1.0539
m_3	kg	0.6070	0.9155	0.9092	0.9284	0.9099
m_4	kg	0.5725	2.8562	2.8610	2.8615	2.8611
m_5	kg	0.1056	0.1056	0.1056	0.1056	0.1056
m_6	kg	0.3925	1.9567	1.9552	1.9535	1.9582
m_7	kg	0.1136	0.1137	0.1136	0.1136	0.1136
m_8	kg	0.1056	0.6212	0.8329	0.8142	0.8259
c_2	m	0.05	0.0987	0.0998	0.0999	0.0998
c_3	m	0.1584	0.0088	0.0204	0.0314	0.0198
c_4	m	0.0797	0.0084	0.0148	0.0152	0.0145
c_5	m	0.05	0.0552	0.0609	0.0585	0.0367
c_6	m	0.0573	0.0075	0.0050	0.0039	0.0063
c_7	m	0.055	0.0849	0.1099	0.1099	0.0802
c_8	m	0.05	0.0009	0.0040	0.0022	0.0027
ϕ_2	deg	0	179.98	179.89	179.93	180.00
ϕ_3	deg	7.466	228.13	236.56	252.57	234.02
ϕ_4	deg	-26.189	49.51	51.25	56.15	52.22
ϕ_5	deg	0	42.67	207.32	174.34	191.10
ϕ_6	deg	-43.528	32.72	58.36	46.14	41.88
ϕ_7	deg	0	302.69	39.43	42.55	27.91
ϕ_8	deg	0	45.99	79.61	74.60	81.75
I_{C2}	kg-m ²	1.4061×10^{-4}	9.0474×10^{-4}	9.2473×10^{-4}	9.0431×10^{-4}	9.1389×10^{-4}
I_{C3}	kg-m ²	4.3563×10^{-3}	4.3574×10^{-3}	4.3571×10^{-3}	4.3569×10^{-3}	4.3571×10^{-3}
I_{C4}	kg-m ²	2.9272×10^{-3}	2.9276×10^{-3}	2.9275×10^{-3}	2.9274×10^{-3}	2.9274×10^{-3}
I_{C5}	kg-m ²	1.4061×10^{-4}	1.4104×10^{-4}	1.4169×10^{-4}	1.4172×10^{-4}	1.4168×10^{-4}
I_{C6}	kg-m ²	1.0865×10^{-3}	1.0868×10^{-3}	1.0866×10^{-3}	1.0866×10^{-3}	1.0866×10^{-3}
I_{C7}	kg-m ²	1.7690×10^{-4}	1.7743×10^{-4}	1.7725×10^{-4}	1.7711×10^{-4}	1.7720×10^{-4}
I_{C8}	kg-m ²	1.4061×10^{-4}	1.4082×10^{-4}	1.4080×10^{-4}	1.4076×10^{-4}	1.4075×10^{-4}

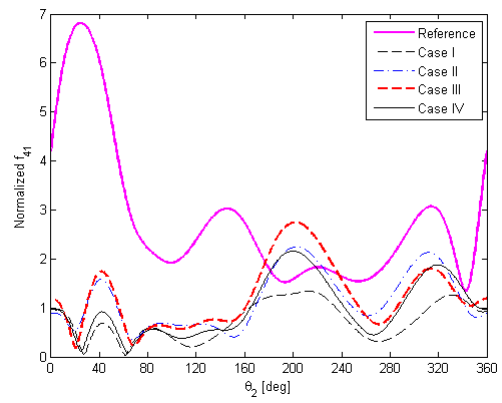
表 5.15 無外加負載可調八連桿之動力性能指標

指標	狀態	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
\bar{f}_{21_rms}	1	7.0709	0.6263(91.1)	1.0526(85.1)	1.3755(80.5)	0.8723(87.7)
	2	8.1361	1.4698(81.9)	0.8150(90.0)	0.9516(88.3)	0.8841(89.1)
	3	10.4291	2.6046(75.0)	1.5828(84.8)	1.3163(87.4)	1.7014(83.7)
\bar{f}_{41_rms}	1	3.1534	0.8311(73.6)	1.2977(58.8)	1.4044(55.5)	1.1533(63.4)
	2	5.8708	2.7726(52.8)	1.2873(78.1)	1.2915(78.0)	1.4470(75.4)
	3	8.9524	4.1679(53.4)	2.1299(76.2)	1.8653(79.2)	2.3033(74.3)
\bar{f}_{61_rms}	1	1.4931	0.5267(64.7)	1.4526(2.7)	1.5194(-1.8)	1.0150(32.0)
	2	1.7962	1.4523(19.2)	0.5228(70.9)	0.6114(66.0)	0.3589(80.0)
	3	1.4895	1.3791(7.4)	0.7231(51.5)	0.6777(54.5)	0.4121(72.3)
\bar{f}_{81_rms}	1	0.1888	0.1397(26.0)	0.4839(-156.3)	0.5502(-191.4)	0.2445(-29.5)
	2	0.2069	0.4244(-105.2)	0.1935(6.5)	0.2317(-12.0)	0.1758(15.0)
	3	0.2205	0.5670(-157.2)	0.2047(7.1)	0.2076(5.8)	0.1771(19.7)
\bar{F}_{sh_rms}	1	6.4495	0.7170(88.9)	1.3328(79.3)	1.4181(78.0)	1.1245(82.6)
	2	6.1441	1.3535(78.0)	1.1147(81.9)	1.1535(81.2)	1.0713(82.6)
	3	6.9741	1.4269(79.5)	1.3460(80.7)	1.2715(81.8)	1.2300(82.4)
\bar{M}_{sh_rms}	1	11.1513	2.4951(77.6)	2.9513(73.5)	3.2438(70.9)	2.8621(74.3)
	2	12.4654	4.1026(67.1)	4.1748(66.5)	4.2726(65.7)	3.8337(69.2)
	3	16.5085	5.7382(65.2)	5.2549(68.2)	4.6060(72.1)	5.0549(69.4)
\bar{F}_{fr_rms}	1	6.4495	0.7170(88.9)	1.3328(79.3)	1.4181(78.0)	1.1245(82.6)
	2	6.1441	1.3535(78.0)	1.1147(81.9)	1.1535(81.2)	1.0713(82.6)
	3	6.9741	1.4269(79.5)	1.3460(80.7)	1.2715(81.8)	1.2300(82.4)
\bar{M}_{fr_rms}	1	11.9202	2.5420(78.7)	2.8782(75.9)	3.0963(74.0)	2.7846(76.6)
	2	13.4382	4.6981(65.0)	4.2879(68.1)	4.2003(68.7)	4.0170(70.1)
	3	18.2654	6.9231(62.1)	5.8050(68.2)	4.7842(73.8)	5.7328(68.6)
\bar{T}_{D_rms}	1	2.6830	0.2558(90.5)	0.4742(82.3)	0.5973(77.7)	0.3763(86.0)
	2	3.3498	0.9473(71.7)	0.4170(87.6)	0.4136(87.7)	0.4951(85.2)
	3	4.4488	1.5366(65.5)	0.8621(80.6)	0.5853(86.8)	0.9745(78.1)

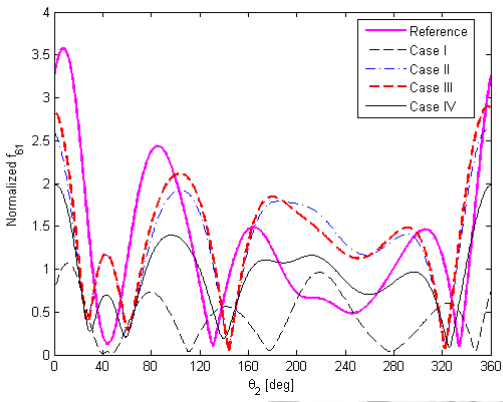
()內為相較於參考連桿組之改善百分比



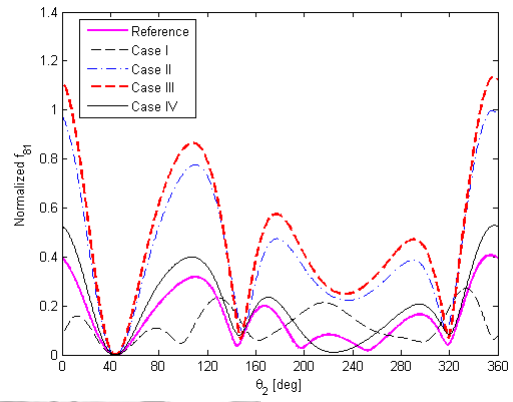
(a) 無因次輸入軸軸承力



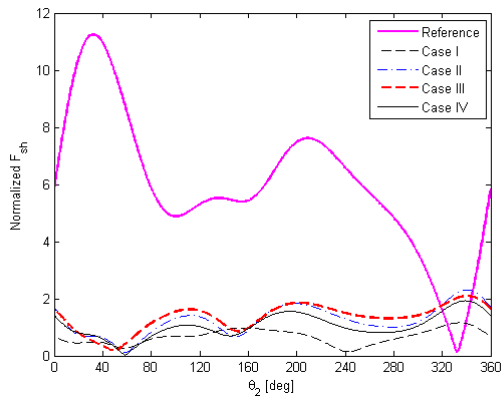
(b) 無因次第一可調樞軸力



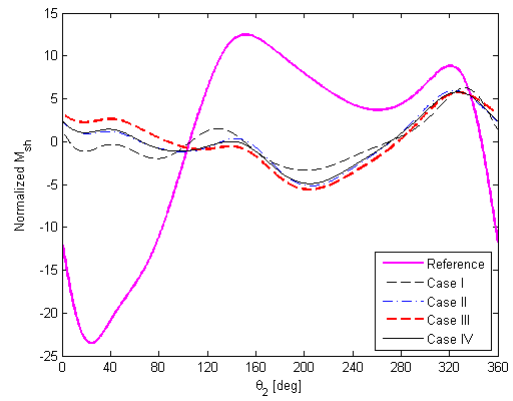
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

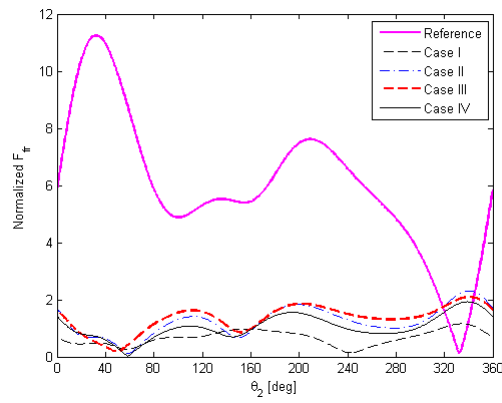


(e) 無因次搖撼力

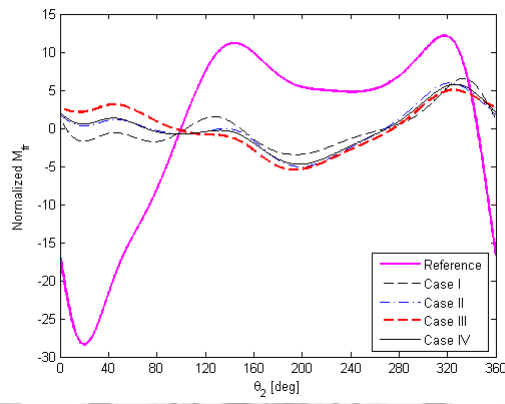


(f) 無因次搖撼力矩

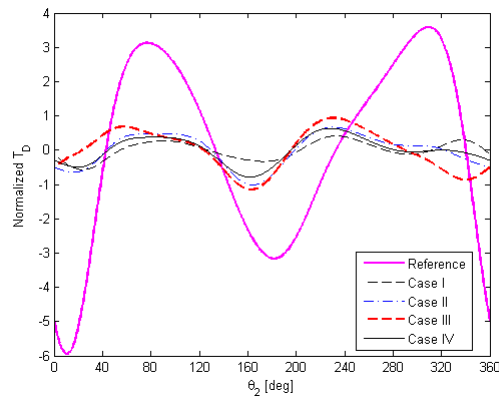
圖 5.22 無外加負載可調八連桿調整狀態 1 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

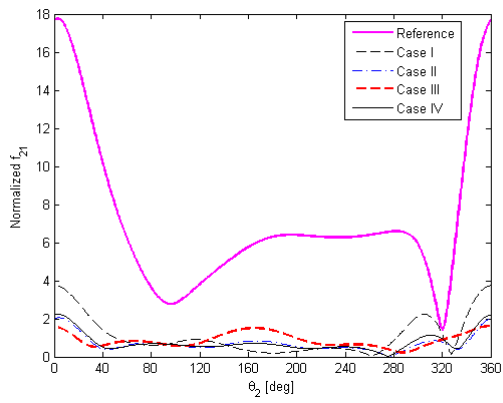


(b) 無因次機架合力矩

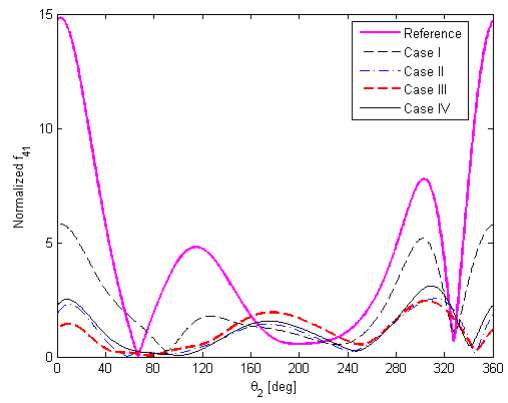


(c) 無因次驅動扭矩

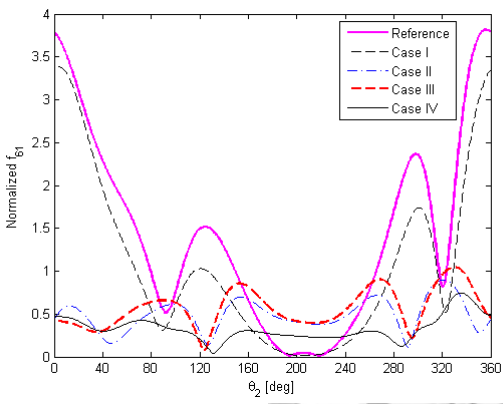
圖 5.23 無外加負載可調八連桿調整狀態 1 之各動力性能曲線(二)



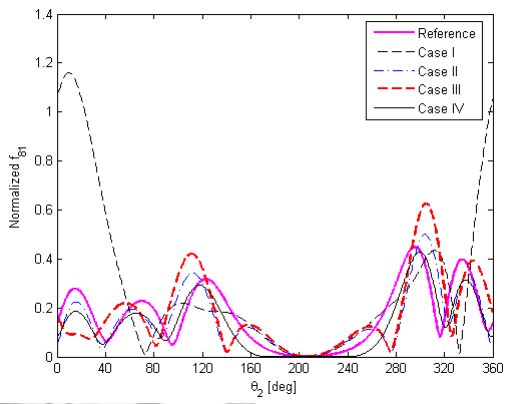
(a) 無因次輸入軸軸承力



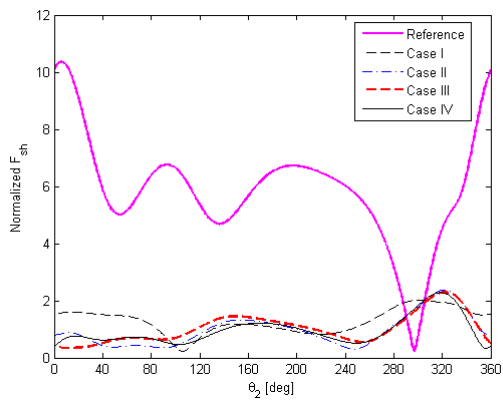
(b) 無因次第一可調樞軸力



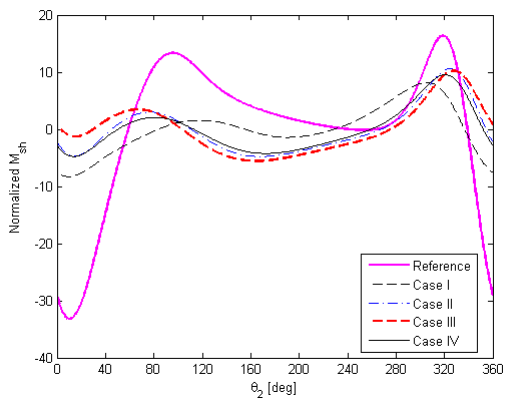
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

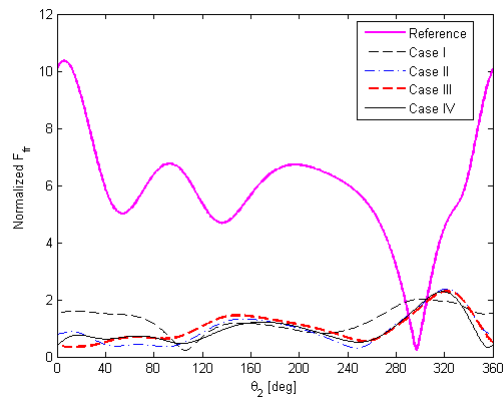


(e) 無因次搖撼力

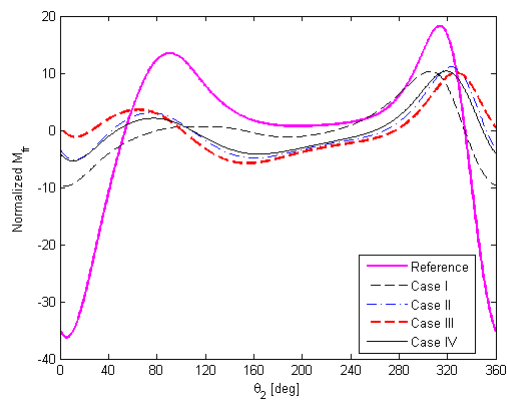


(f) 無因次搖撼力矩

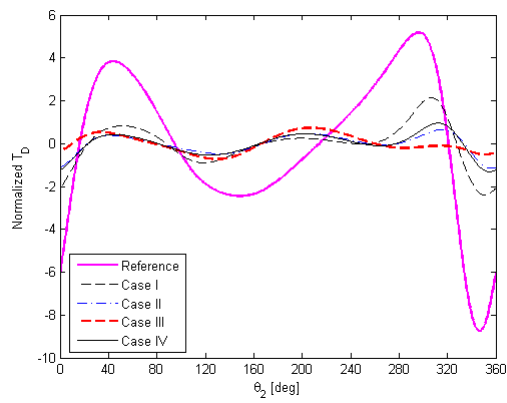
圖 5.24 無外加負載可調八連桿調整狀態 2 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

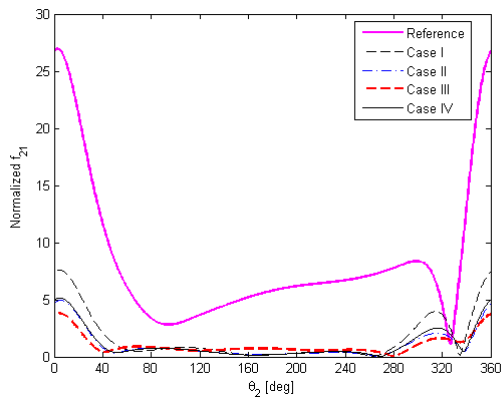


(b) 無因次機架合力矩

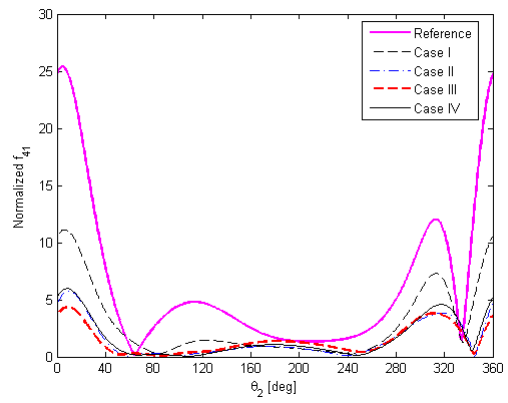


(c) 無因次驅動扭矩

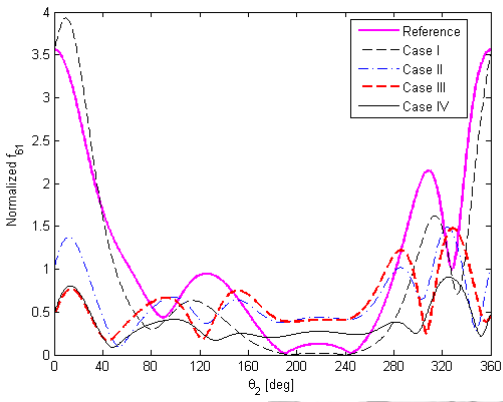
圖 5.25 無外加負載可調八連桿調整狀態 2 之各動力性能曲線(二)



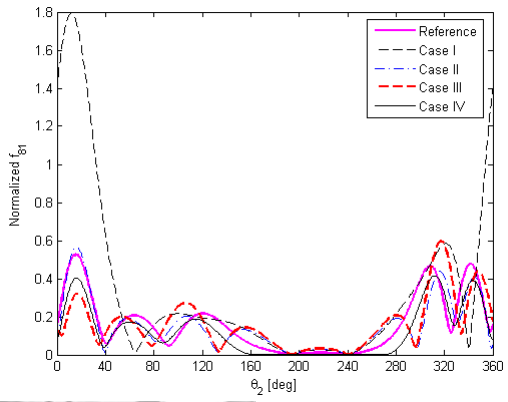
(a) 無因次輸入軸軸承力



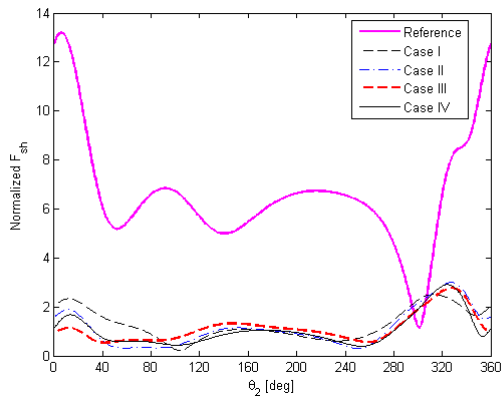
(b) 無因次第一可調樞軸力



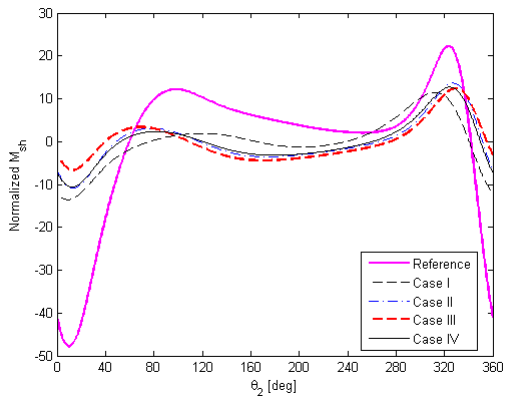
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

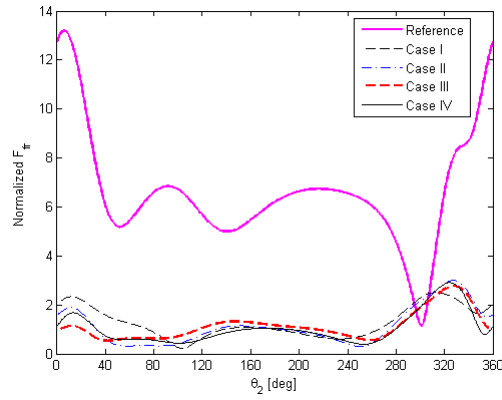


(e) 無因次搖撼力

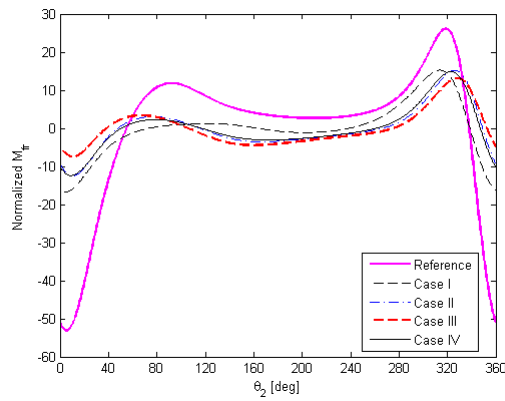


(f) 無因次搖撼力矩

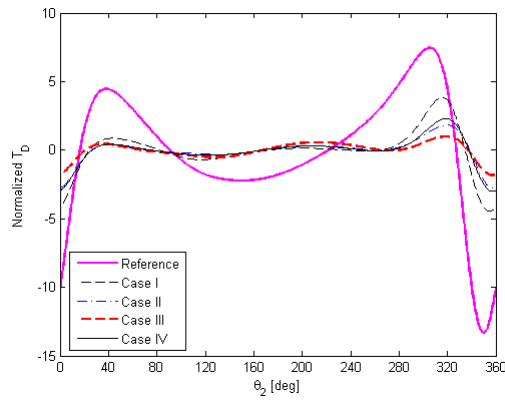
圖 5.26 無外加負載可調八連桿調整狀態 3 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力



(b) 無因次機架合力矩



(c) 無因次驅動扭矩

圖 5.27 無外加負載可調八連桿調整狀態 3 之各動力性能曲線(二)

5.2.2 具外加負載

可調八連桿桿 3 耦桿點分別於各調整狀態受到不同角度的外力，並在週期中的不同時間區段承受常數外力，當八連桿處於調整狀態 1 時，在輸入桿角度 0° 至 40° 與 270° 至 360° 時，受 280N 、角度為 230.5° 的外力，即僅在輸入桿由 270° 逆時針轉至 40° 這段期間，桿 3 耦桿受固定不變的外力，而在輸入桿由 40° 逆時針轉至 270° 時不受外力。調整狀態 2 則是在輸入桿角度 0° 至 10° 與 250° 至 360° 時，受同樣 280N 的外力，但外力角度為 200.5° ，即僅在輸入桿由 250° 逆時針轉至 10° 這段期間，桿 3 耦桿受固定外力，而在輸入桿由 10° 逆時針轉至 250° 時無外力。當八連桿調至調整狀態 3 時，是在輸入桿角度 260° 至 360° 受 280N 的外力，外力角度則是 198° ，即僅在輸入桿由 260° 逆時針轉回 0° 間受固定外力，其餘時段不受外力。

可調八連桿各調整狀態輸出桿所受外加扭矩如圖 5.28 所示，調整狀態 1 在輸入桿角度 44° 至 224° 時，輸出桿由 128.6° 順時針擺動至 90.3° ，此期間承受逆時針扭矩，且在輸入桿角度 54° 至 214° 間，扭矩皆為 $30\text{N}\cdot\text{m}$ ，當輸入桿角度由 224° 逆時針轉回 44° 時，輸出桿由 90.3° 逆時針擺回 128.6° ，此時變為受順時針扭矩，且在輸入桿角度 0° 至 34° 與 234° 至 360° 間，扭矩大小同樣皆為 $30\text{N}\cdot\text{m}$ 。調整狀態 2 則是在輸入桿角度 145° 至 265° 時，承受逆時針扭矩，其中輸入桿角度 165° 至 245°

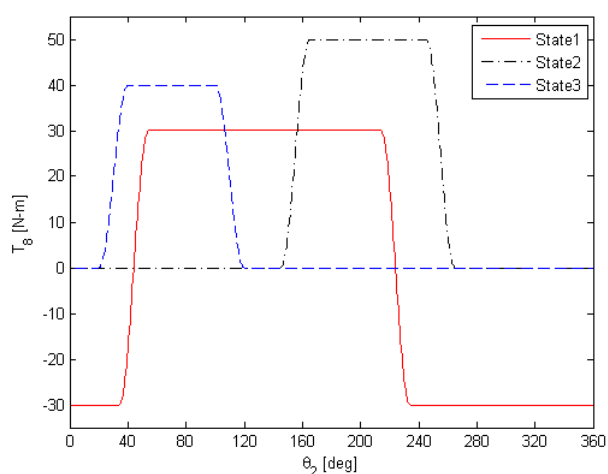


圖 5.28 可調八連桿各調整狀態之輸出桿外加扭矩

間，扭矩皆為 50N-m，此時輸出桿約維持於 80.2°，而當輸入桿角度由 265°逆時針轉回 145°時，未受扭矩。當八連桿調至調整狀態 3，是在輸入桿角度 20°至 120°時，承受逆時針扭矩，此時輸出桿由 121.4°順時針擺動至 91.2°，其中輸入桿角度 40°至 100°間，扭矩皆為 40N-m，而當輸入桿角度由 120°逆時針轉回 20°時，未受任何扭矩。

針對施力於桿 3 耦桿點與外加扭矩於輸出桿的可調八連桿，以參考連桿組之質量性質作為設計變數初猜值，對於不同權重配置的目標函數進行最佳化，各案例權重如下：

案例 I： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = 1$ ； $w_{S2} = w_{S3} = 0$

案例 II： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S2} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S3} = 0$

案例 III： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S3} = 1$ ； $w_{S1} = w_{S2} = 0$

案例 IV： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

案例 V： $w_1 = 1$ ； $w_2 = 0$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

案例 VI： $w_1 = 0$ ； $w_2 = 1$ ； $w_{S1} = w_{S2} = w_{S3} = \frac{1}{3}$

案例 VII： $w_1 = 0.7$ ； $w_2 = 0.3$ ； $w_{S1} = 0.8$ ； $w_{S2} = 0$ ； $w_{S3} = 0.2$

案例 VIII： $w_1 = w_2 = 0.5$ ； $w_{S1} = 0.4$ ； $w_{S2} = 0.2$ ； $w_{S3} = 0.4$

各案例之最佳化結果如表 5.16 與表 5.17 所示，在所限定的設計變數範圍內，除案例 VI 外，具固定旋轉軸的桿件，質量趨於其限制範圍之最大值，而桿 5、桿 7 質量趨於最小值。案例 VI 的桿 5 轉動慣量接近最大值，其餘案例除輸入桿外的桿件，轉動慣量皆趨近於最小值。質心位置各案例略有不同，案例 VI 之輸入桿質心距為限定範圍的中值，質量亦為中值，其餘案例輸入桿質心距趨近於最大值，且質心角皆近 180°。桿 3 質心較接近最小值，而桿 7 質心距較接近最大值，其他具固定旋轉軸的桿件質心落在旋轉軸附近。

參考連桿組與各最佳化案例之動力性能指標如表 5.18 與表 5.19 所示，整體而

表 5.16 具外加負載可調八連桿案例 I 至 IV 之最佳化設計變數

設計變數	單位	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
m ₂	kg	0.1056	1.0553	1.0524	0.9288	1.0543
m ₃	kg	0.6070	0.9641	0.9357	0.7036	0.9340
m ₄	kg	0.5725	2.8622	2.8605	2.8624	2.8604
m ₅	kg	0.1056	0.1056	0.1056	0.1056	0.1056
m ₆	kg	0.3925	1.9623	1.9567	1.9622	1.9550
m ₇	kg	0.1136	0.1136	0.1137	0.1136	0.1137
m ₈	kg	0.1056	0.8442	0.8241	0.8427	0.8126
c ₂	m	0.05	0.1000	0.0997	0.0877	0.0999
c ₃	m	0.1584	0.0079	0.0205	0.0000	0.0270
c ₄	m	0.0797	0.0074	0.0169	0.0144	0.0145
c ₅	m	0.05	0.0624	0.0542	0.0322	0.0408
c ₆	m	0.0573	0.0051	0.0073	0.0040	0.0060
c ₇	m	0.055	0.0938	0.1024	0.1100	0.0984
c ₈	m	0.05	0.0076	0.0038	0.0019	0.0029
φ ₂	deg	0	174.36	176.83	178.95	176.23
φ ₃	deg	7.466	0.00	261.65	35.83	274.96
φ ₄	deg	-26.189	44.63	55.83	55.43	53.20
φ ₅	deg	0	42.28	167.29	233.16	172.12
φ ₆	deg	-43.528	0.01	55.27	24.29	43.65
φ ₇	deg	0	330.93	35.22	45.09	35.72
φ ₈	deg	0	179.58	79.00	127.22	104.25
I _{C2}	kg-m ²	1.4061×10 ⁻⁴	9.1421×10 ⁻⁴	9.2845×10 ⁻⁴	9.1308×10 ⁻⁴	9.0728×10 ⁻⁴
I _{C3}	kg-m ²	4.3563×10 ⁻³	4.3564×10 ⁻³	4.3577×10 ⁻³	4.3564×10 ⁻³	4.3574×10 ⁻³
I _{C4}	kg-m ²	2.9272×10 ⁻³	2.9272×10 ⁻³	2.9277×10 ⁻³	2.9272×10 ⁻³	2.9276×10 ⁻³
I _{C5}	kg-m ²	1.4061×10 ⁻⁴	1.4062×10 ⁻⁴	1.4249×10 ⁻⁴	1.4065×10 ⁻⁴	1.4237×10 ⁻⁴
I _{C6}	kg-m ²	1.0865×10 ⁻³	1.0865×10 ⁻³	1.0868×10 ⁻³	1.0865×10 ⁻³	1.0867×10 ⁻³
I _{C7}	kg-m ²	1.7690×10 ⁻⁴	1.7690×10 ⁻⁴	1.7733×10 ⁻⁴	1.7691×10 ⁻⁴	1.7728×10 ⁻⁴
I _{C8}	kg-m ²	1.4061×10 ⁻⁴	1.4063×10 ⁻⁴	1.4091×10 ⁻⁴	1.4062×10 ⁻⁴	1.4088×10 ⁻⁴

表 5.17 具外加負載可調八連桿案例 V 至 VIII 之最佳化設計變數

設計變數	單位	參考連桿	案例 V	案例 VI	案例 VII	案例 VIII
m ₂	kg	0.1056	1.0556	0.5801	1.0554	1.0556
m ₃	kg	0.6070	0.9487	2.9104	0.9707	0.9341
m ₄	kg	0.5725	2.8624	1.5116	2.8622	2.8623
m ₅	kg	0.1056	0.1056	0.1069	0.1056	0.1056
m ₆	kg	0.3925	1.9626	1.0366	1.9620	1.9623
m ₇	kg	0.1136	0.1136	0.1146	0.1136	0.1136
m ₈	kg	0.1056	0.8444	0.3922	0.8438	0.8431
c ₂	m	0.05	0.1000	0.0500	0.1000	0.1000
c ₃	m	0.1584	0.0073	0.0131	0.0114	0.0284
c ₄	m	0.0797	0.0162	0.0017	0.0109	0.0139
c ₅	m	0.05	0.0306	0.0986	0.0209	0.0378
c ₆	m	0.0573	0.0056	0.0020	0.0049	0.0056
c ₇	m	0.055	0.1036	0.0830	0.0839	0.0974
c ₈	m	0.05	0.0031	0.0032	0.0050	0.0027
φ ₂	deg	0	177.58	179.80	176.26	176.12
φ ₃	deg	7.466	0.00	235.55	0.00	277.03
φ ₄	deg	-26.189	56.95	179.80	52.35	52.17
φ ₅	deg	0	180.53	215.42	27.96	174.25
φ ₆	deg	-43.528	40.07	179.80	10.44	39.55
φ ₇	deg	0	37.72	26.98	360.00	35.22
φ ₈	deg	0	115.70	179.80	174.43	115.53
I _{C2}	kg-m ²	1.4061×10 ⁻⁴	9.2049×10 ⁻⁴	9.1310×10 ⁻⁴	9.1721×10 ⁻⁴	9.2169×10 ⁻⁴
I _{C3}	kg-m ²	4.3563×10 ⁻³	4.3563×10 ⁻³	4.3781×10 ⁻³	4.3564×10 ⁻³	4.3564×10 ⁻³
I _{C4}	kg-m ²	2.9272×10 ⁻³	2.9272×10 ⁻³	2.9364×10 ⁻³	2.9272×10 ⁻³	2.9272×10 ⁻³
I _{C5}	kg-m ²	1.4061×10 ⁻⁴	1.4062×10 ⁻⁴	1.6008×10 ⁻³	1.4066×10 ⁻⁴	1.4068×10 ⁻⁴
I _{C6}	kg-m ²	1.0865×10 ⁻³	1.0865×10 ⁻³	1.0949×10 ⁻³	1.0865×10 ⁻³	1.0865×10 ⁻³
I _{C7}	kg-m ²	1.7690×10 ⁻⁴	1.7690×10 ⁻⁴	1.8893×10 ⁻⁴	1.7692×10 ⁻⁴	1.7691×10 ⁻⁴
I _{C8}	kg-m ²	1.4061×10 ⁻⁴	1.4061×10 ⁻⁴	1.4878×10 ⁻⁴	1.4063×10 ⁻⁴	1.4062×10 ⁻⁴

表 5.18 具外加負載可調八連桿案例 I 至 IV 之動力性能指標

指標	狀態	參考連桿	案例 I	案例 II	案例 III	案例 IV
\bar{f}_{21_rms}	1	7.2296	1.8765(74.0)	1.8413(74.5)	2.2994(68.2)	1.7106(76.3)
	2	8.0413	2.0392(74.6)	1.4652(81.8)	1.9108(76.2)	1.3372(83.4)
	3	10.7231	3.3411(68.8)	2.3129(78.4)	3.0639(71.4)	1.9821(81.5)
\bar{f}_{41_rms}	1	3.9450	2.8578(27.6)	3.2268(18.2)	3.0937(21.6)	3.1405(20.4)
	2	5.8980	2.7363(53.6)	1.6325(72.3)	1.6283(72.4)	1.6400(72.2)
	3	9.4773	4.8407(48.9)	3.1275(67.0)	3.3717(64.4)	3.1454(66.8)
\bar{f}_{61_rms}	1	4.7726	4.6064(3.5)	4.7307(0.9)	4.8041(-0.7)	4.7217(1.1)
	2	3.6139	3.4030(5.8)	3.2186(10.9)	3.2566(9.9)	3.2068(11.3)
	3	2.2158	2.0351(8.2)	1.5142(31.7)	1.4716(33.6)	1.4669(33.8)
\bar{f}_{81_rms}	1	2.8643	2.8760(-0.4)	2.8901(-0.9)	2.9215(-2.0)	2.8895(-0.9)
	2	3.1170	3.1571(-1.3)	3.1363(-0.6)	3.1522(-1.1)	3.1356(-0.6)
	3	1.6440	1.7527(-6.6)	1.6179(1.6)	1.6201(1.5)	1.6186(1.5)
\bar{F}_{sh_rms}	1	6.4495	1.2451(80.7)	1.834(71.6)	1.3585(78.9)	1.8534(71.3)
	2	6.1441	1.5481(74.8)	1.5745(74.4)	1.2480(79.7)	1.7310(71.8)
	3	6.9741	1.5778(77.4)	1.8111(74.0)	1.4961(78.5)	1.8991(72.8)
\bar{M}_{sh_rms}	1	11.1513	1.5531(86.1)	3.5011(68.6)	1.5106(86.5)	2.9281(73.7)
	2	12.4654	3.2276(74.1)	3.5449(71.6)	3.2392(74.0)	3.6880(70.4)
	3	16.5085	4.5726(72.3)	4.8609(70.6)	4.1901(74.6)	4.8654(70.5)
\bar{F}_{fr_rms}	1	6.4387	1.4785(77.0)	2.0100(68.8)	2.0354(68.4)	1.9241(70.1)
	2	6.0949	1.8684(69.3)	1.8005(70.5)	1.9086(68.7)	1.8287(70.0)
	3	6.9091	1.8377(73.4)	2.0906(69.7)	2.1134(69.4)	2.0350(70.5)
\bar{M}_{fr_rms}	1	12.4654	3.2186(74.2)	4.4018(64.7)	2.8643(77.0)	3.9229(68.5)
	2	13.9079	5.2556(62.2)	4.6757(66.4)	4.7506(65.8)	4.5948(67.0)
	3	19.0373	7.0571(62.9)	7.3199(61.5)	6.9008(63.8)	7.1461(62.5)
\bar{T}_{D_rms}	1	3.1961	1.9336(39.5)	1.7637(44.8)	1.9864(37.8)	1.7101(46.5)
	2	3.5403	1.8070(49.0)	1.3818(61.0)	1.6377(53.7)	1.3256(62.6)
	3	4.8554	2.4892(48.7)	1.8927(61.0)	2.2847(52.9)	1.7492(64.0)

()內為相較於參考連桿組之改善百分比

表 5.19 具外加負載可調八連桿案例 V 至 VIII 之動力性能指標

指標	狀態	參考連桿	案例 V	案例 VI	案例 VII	案例 VIII
\bar{f}_{21_rms}	1	7.2296	2.1540(70.2)	27.2260(-276.6)	1.9904(72.5)	1.6914(76.6)
	2	8.0413	1.8836(76.6)	26.8473(-233.9)	1.9463(75.8)	1.3269(83.5)
	3	10.7231	3.0673(71.4)	27.2411(-154.0)	3.1927(70.2)	1.9245(82.1)
\bar{f}_{41_rms}	1	3.9450	2.9529(25.1)	4.7866(-21.3)	2.8201(28.5)	3.1228(20.8)
	2	5.8980	1.5170(74.3)	2.9921(49.3)	2.0584(65.1)	1.6490(72.0)
	3	9.4773	3.2003(66.2)	5.1060(46.1)	3.9833(58.0)	3.1658(66.6)
\bar{f}_{61_rms}	1	4.7726	4.7430(0.6)	4.9024(-2.7)	4.6341(2.9)	4.7188(1.1)
	2	3.6139	3.2128(11.1)	3.5520(1.7)	3.1952(11.6)	3.2043(11.3)
	3	2.2158	1.4426(34.9)	2.2902(-3.4)	1.5542(29.9)	1.4599(34.1)
\bar{f}_{81_rms}	1	2.8643	2.8971(-1.1)	2.8802(-0.6)	2.8717(-0.3)	2.8889(-0.9)
	2	3.1170	3.1405(-0.8)	3.1286(-0.4)	3.1280(-0.4)	3.1353(-0.6)
	3	1.6440	1.6197(1.5)	1.6299(0.9)	1.6644(-1.2)	1.6200(1.5)
\bar{F}_{sh_rms}	1	6.4495	1.7091(73.5)	24.7675(-284)	1.2952(79.9)	1.8632(71.1)
	2	6.1441	1.5824(74.2)	25.1309(-309)	1.3892(77.4)	1.7789(71.0)
	3	6.9741	1.9190(72.5)	24.9214(-257.3)	1.4945(78.6)	1.9392(72.2)
\bar{M}_{sh_rms}	1	11.1513	1.6608(85.1)	4.2084(62.3)	1.2091(89.2)	2.7862(75.0)
	2	12.4654	2.8027(77.5)	4.3801(64.9)	2.6320(78.9)	3.727(70.1)
	3	16.5085	4.1711(74.7)	4.3589(73.6)	4.0623(75.4)	4.8657(70.5)
\bar{F}_{fr_rms}	1	6.4387	2.1766(66.2)	24.6064(-282.2)	1.7066(73.5)	1.9130(70.3)
	2	6.0949	2.0846(65.8)	24.9065(-308.6)	1.8441(69.7)	1.8522(69.6)
	3	6.9091	2.4301(64.8)	24.6797(-257.2)	1.9266(72.1)	2.0436(70.4)
\bar{M}_{fr_rms}	1	12.4654	3.3056(73.5)	4.0823(67.3)	3.1217(75.0)	3.8049(69.5)
	2	13.9079	4.3137(69.0)	5.9448(57.3)	4.4677(67.9)	4.5897(67.0)
	3	19.0373	6.8095(64.2)	6.7094(64.8)	6.6305(65.2)	7.1104(62.7)
\bar{T}_{D_rms}	1	3.1961	2.0116(37.1)	1.7259(46.0)	1.9667(38.5)	1.7016(46.8)
	2	3.5403	1.6703(52.8)	1.3407(62.1)	1.7383(50.9)	1.3179(62.8)
	3	4.8554	2.3221(52.2)	1.7252(64.5)	2.3814(51.0)	1.7238(64.5)

()內為相較於參考連桿組之改善百分比

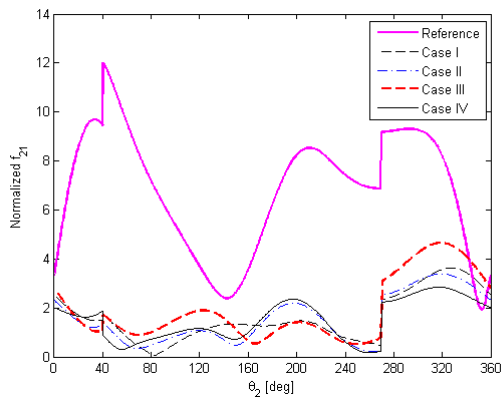
言，第二可調樞軸力與輸出軸軸承力的改善效果較有限，而連桿組受外力與外加扭矩，所以搖撼力與機架合力不同，搖撼力矩與機架合力矩亦不同。比較狀態權重不同的案例 I 至 IV，案例 IV 的改善效果大多介於案例 I 至 III 間，但其輸入軸軸承力、第二可調樞軸力與驅動扭矩的改善效果更優於其他三案例，相對而言，案例 I 較利於機架合力，不利於軸承力、可調樞軸力與驅動扭矩，案例 II 較利於軸承力與驅動扭矩，不利於搖撼力與搖撼力矩，案例 III 較利於搖撼力、搖撼力矩與機架合力矩，不利於機架合力。

比較性能權重不同的案例 IV 至 VI，案例 V 較利於第一可調樞軸力、搖撼力、搖撼力矩與機架合力矩，較不利於輸出軸軸承力、驅動扭矩，案例 VI 僅在調整狀態 3 之機架合力矩、驅動扭矩改善效果較佳，其餘性能皆較差，尤以輸入軸軸承力、搖撼力與機架合力最為嚴重，案例 IV 則是利於輸入軸軸承力、第二可調樞軸力、機架合力與驅動扭矩。

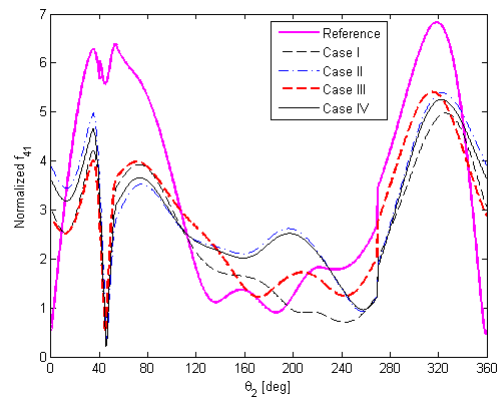
透過性能權重與狀態權重的搭配，可加強所需性能的改善效果，與上述性能較佳之案例 IV 相比，案例 VII 的第二可調樞軸力、輸出軸軸承力、搖撼力、搖撼力矩、機架合力與機架合力矩相對更佳，而案例 VIII 則可得最好的輸入軸軸承力與驅動扭矩，第二可調樞軸力亦不差。

參考連桿組與案例 I 至 IV 於調整狀態 1 至 3 之各動力性能曲線如圖 5.29 至圖 5.34 所示，各案例於三調整狀態，除可調樞軸力與輸出軸軸承力外，其餘性能皆於整個週期獲得明顯改善，而第一可調樞軸力於調整狀態 1 的改善較少，但最大值明顯降低，至於在調整狀態 2 與 3 則是整個週期改善明顯。第二可調樞軸力與輸出軸軸承力曲線急遽變化源自外加扭矩，改善效果較少，輸出軸軸承力甚至略差於參考連桿組。

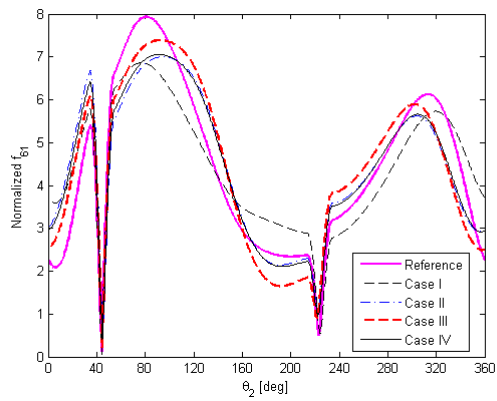
案例 IV 至 VIII 於調整狀態 1 至 3 之各動力性能曲線如圖 5.35 至圖 5.40 所示，其中第二可調樞軸力與輸出軸軸承力仍明顯受外加扭矩影響，案例 VI 多數性能皆嚴重不佳，其餘案例差異相對較小。



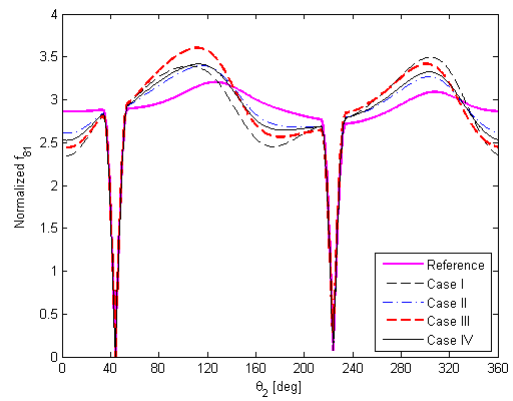
(a) 無因次輸入軸軸承力



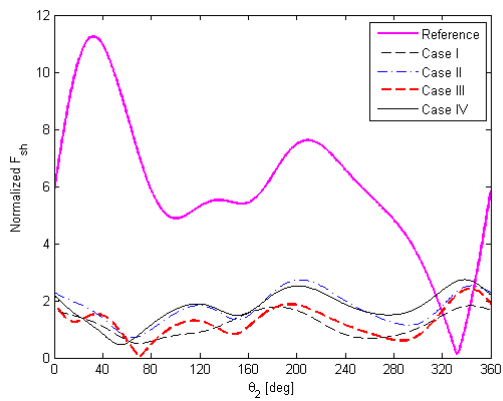
(b) 無因次第一可調樞軸力



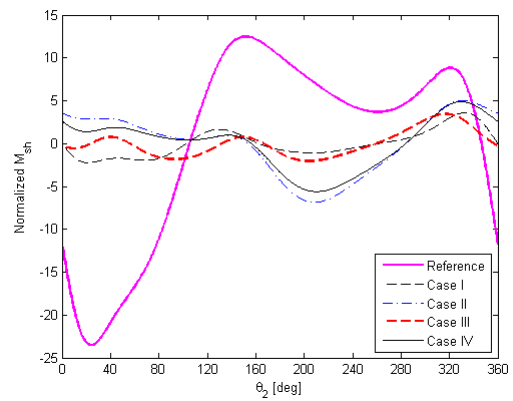
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

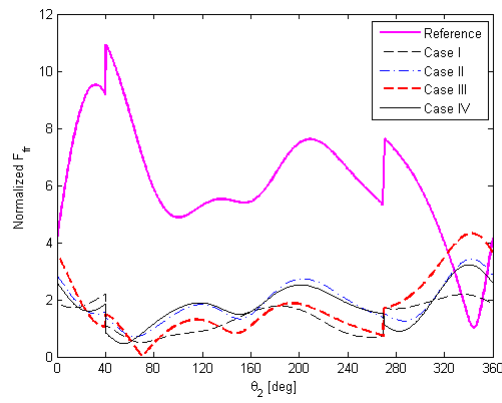


(e) 無因次搖撼力

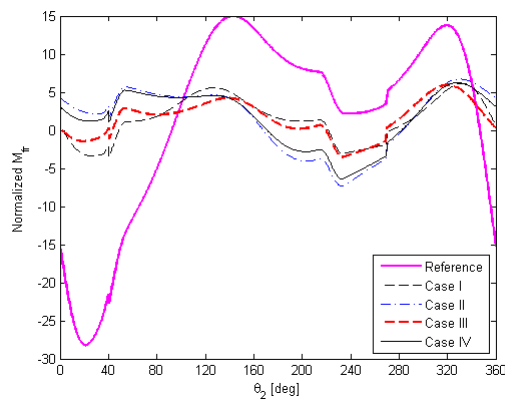


(f) 無因次搖撼力矩

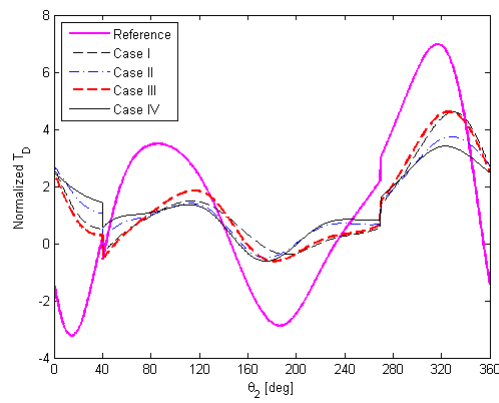
圖 5.29 八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 1 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

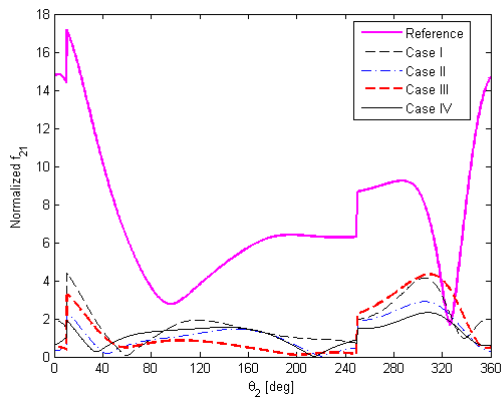


(b) 無因次機架合力矩

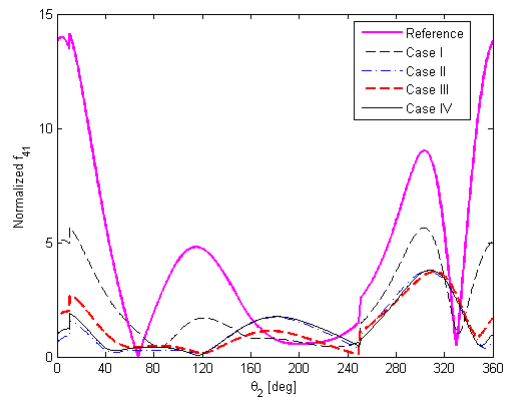


(c) 無因次驅動扭矩

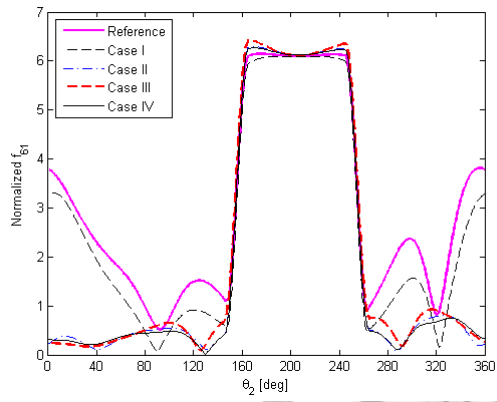
圖 5.30 八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 1 之各動力性能曲線(二)



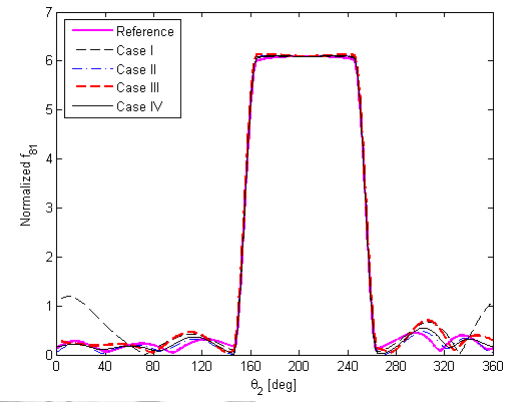
(a) 無因次輸入軸軸承力



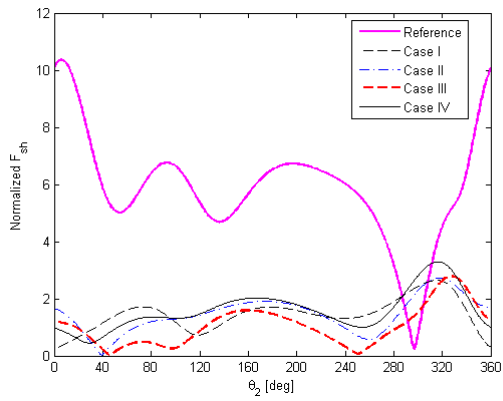
(b) 無因次第一可調樞軸力



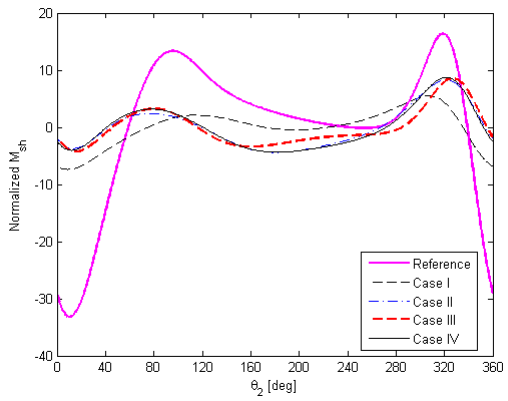
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

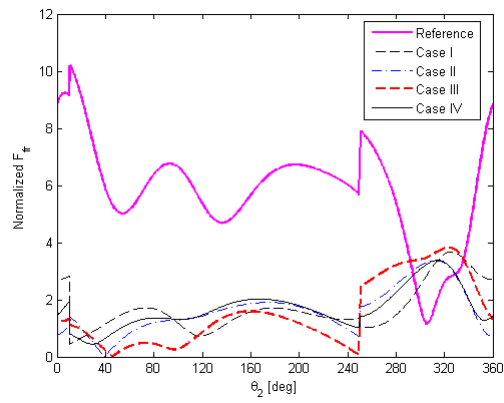


(e) 無因次搖撼力

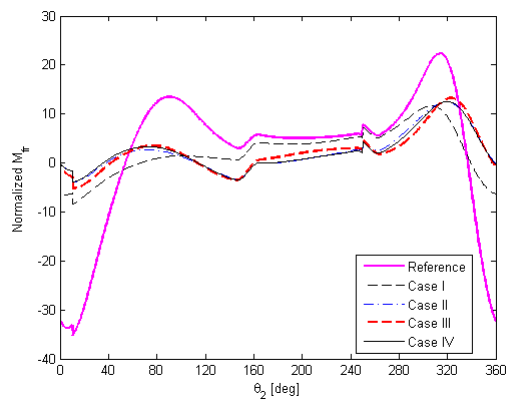


(f) 無因次搖撼力矩

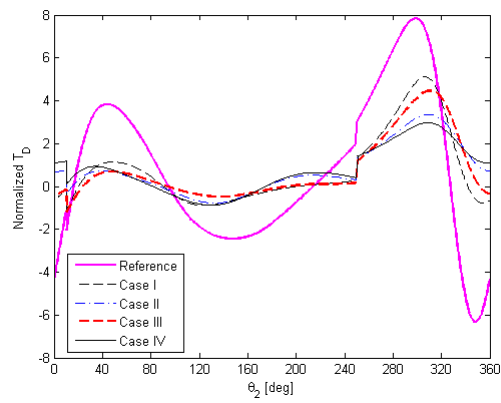
圖 5.31 八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 2 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

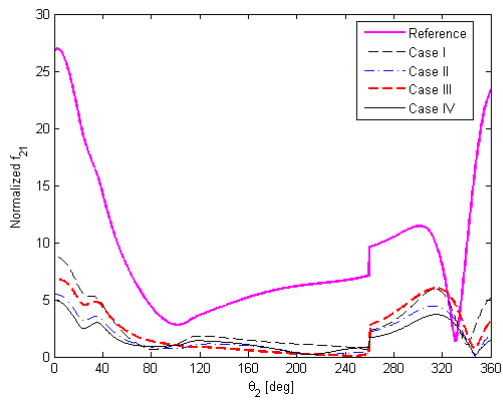


(b) 無因次機架合力矩

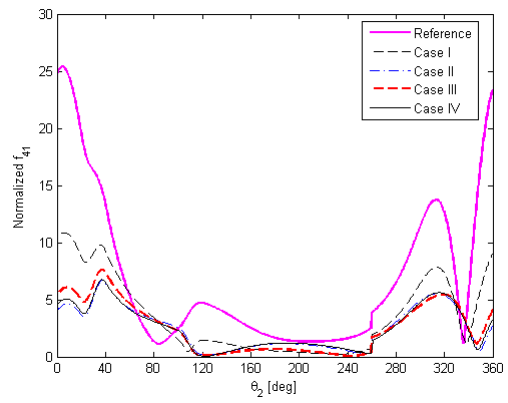


(c) 無因次驅動扭矩

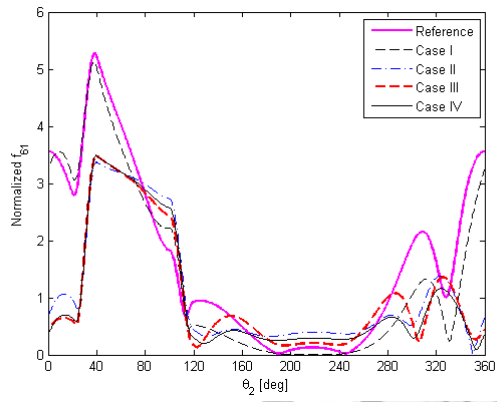
圖 5.32 八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 2 之各動力性能曲線(二)



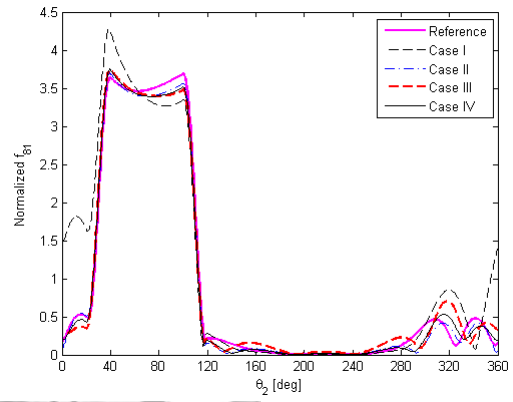
(a) 無因次輸入軸軸承力



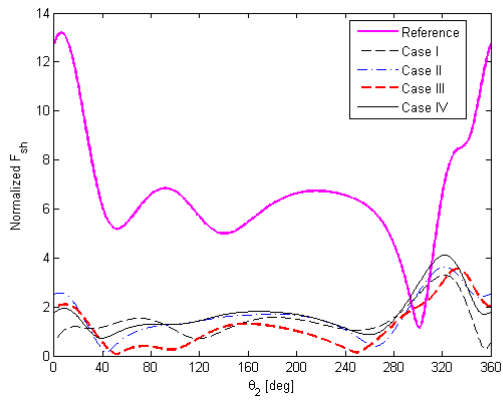
(b) 無因次第一可調樞軸力



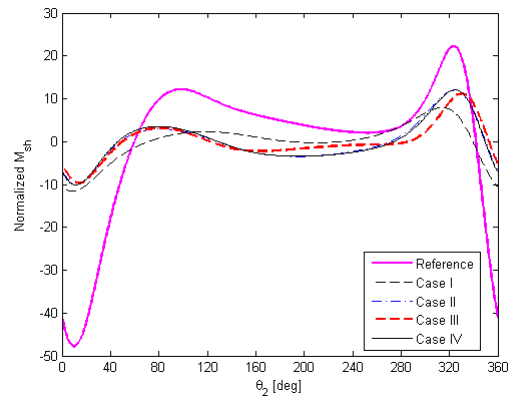
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

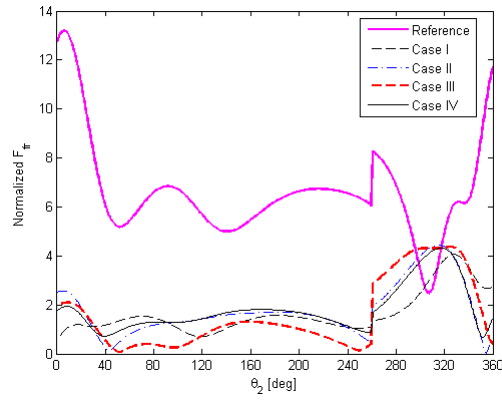


(e) 無因次搖撼力

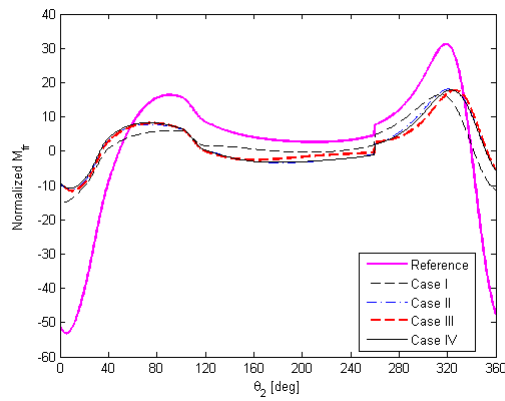


(f) 無因次搖撼力矩

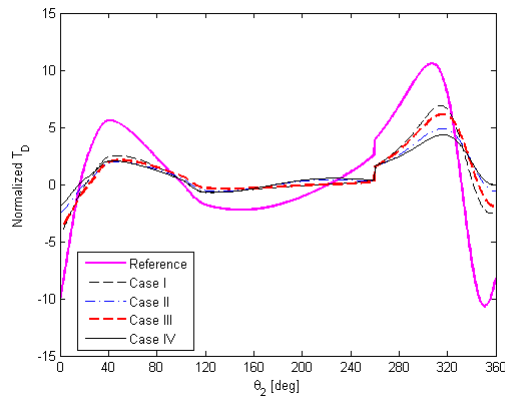
圖 5.33 八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 3 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

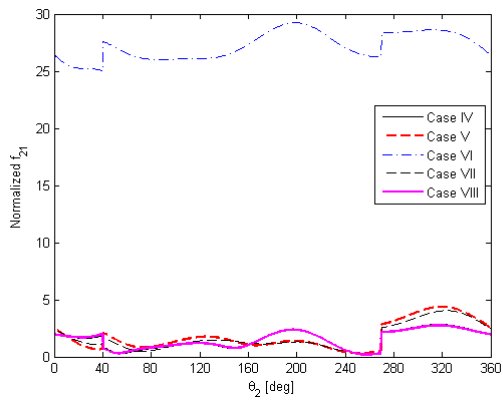


(b) 無因次機架合力矩

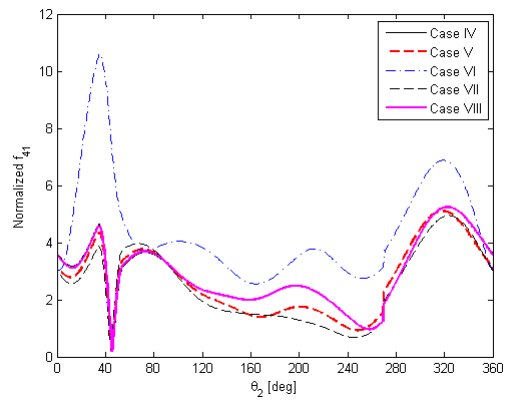


(c) 無因次驅動扭矩

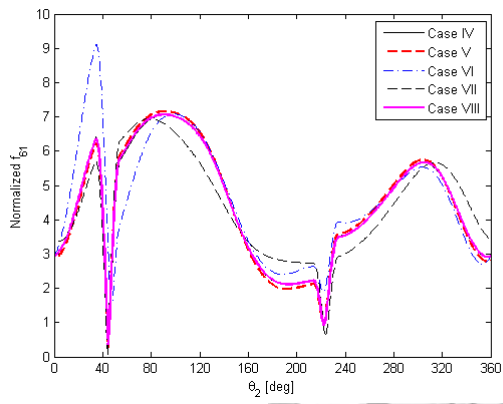
圖 5.34 八連桿參考組與案例 I 至 IV 調整狀態 3 之各動力性能曲線(二)



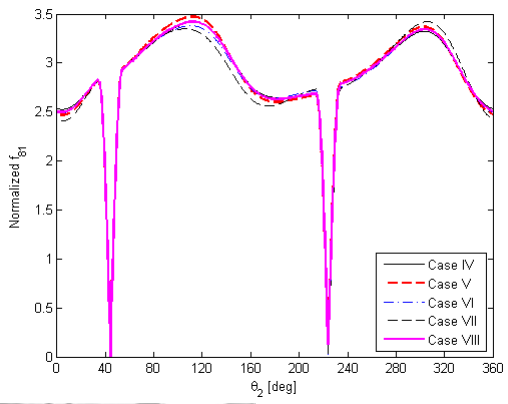
(a) 無因次輸入軸軸承力



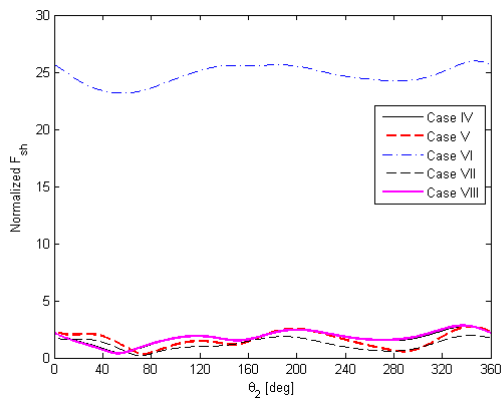
(b) 無因次第一可調樞軸力



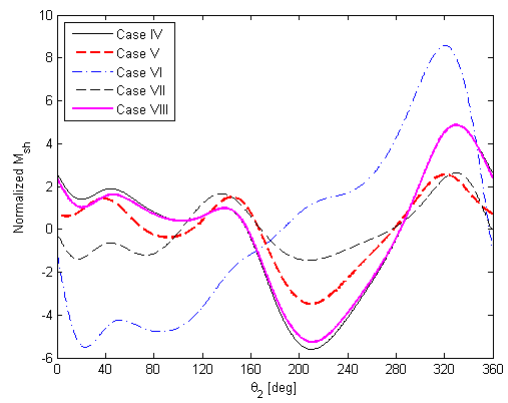
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

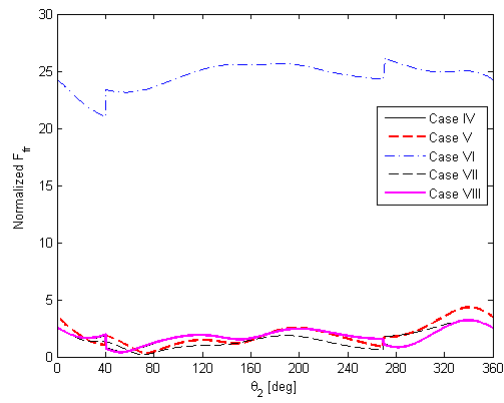


(e) 無因次搖撼力

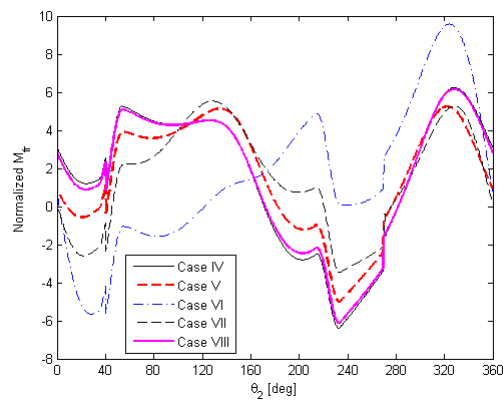


(f) 無因次搖撼力矩

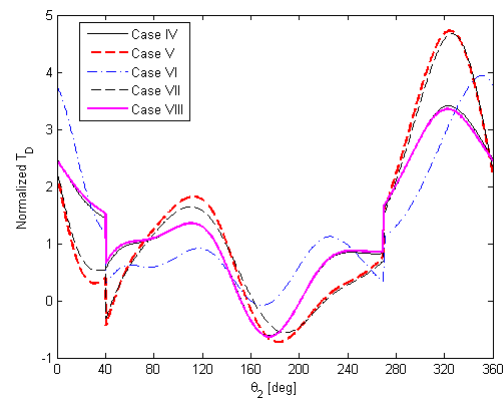
圖 5.35 八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 1 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

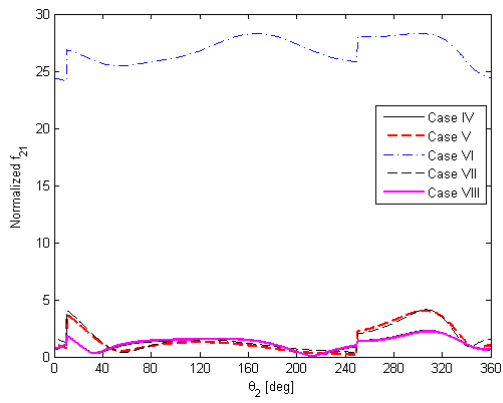


(b) 無因次機架合力矩

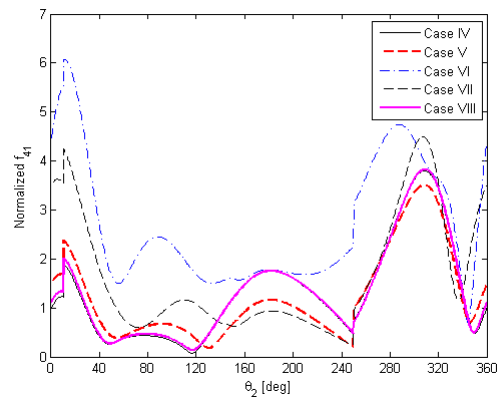


(c) 無因次驅動扭矩

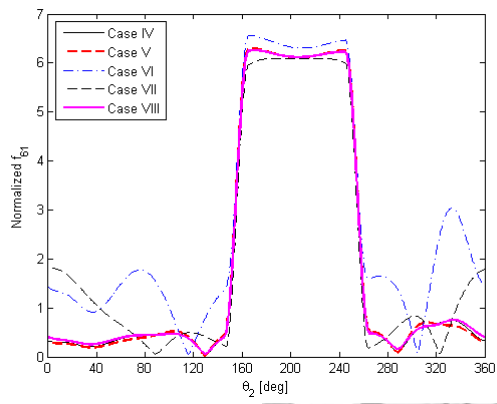
圖 5.36 八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 1 之各動力性能曲線(二)



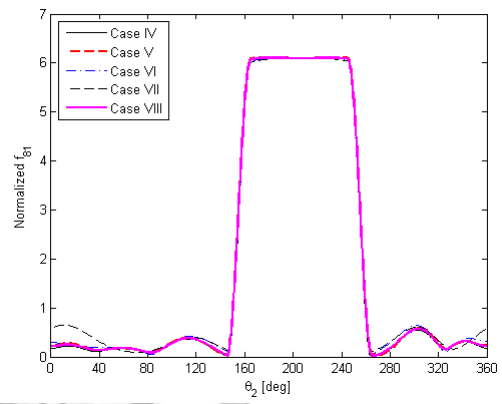
(a) 無因次輸入軸軸承力



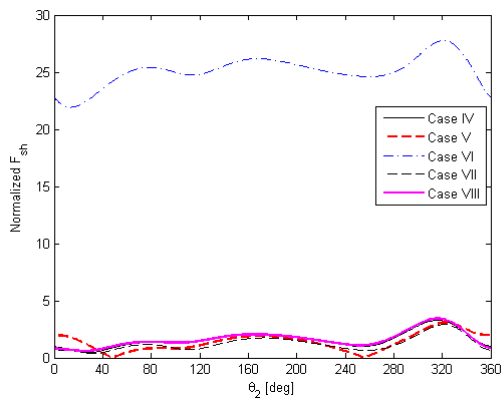
(b) 無因次第一可調樞軸力



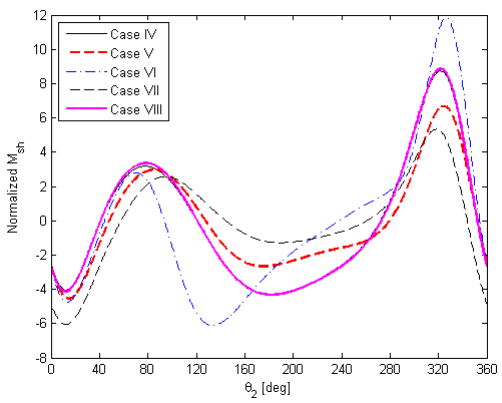
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

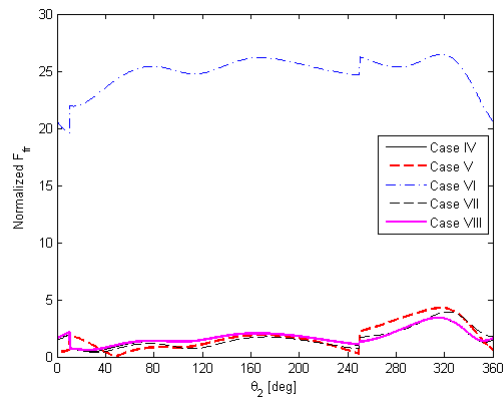


(e) 無因次搖撼力

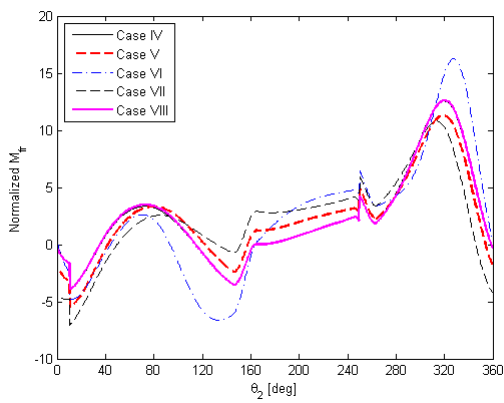


(f) 無因次搖撼力矩

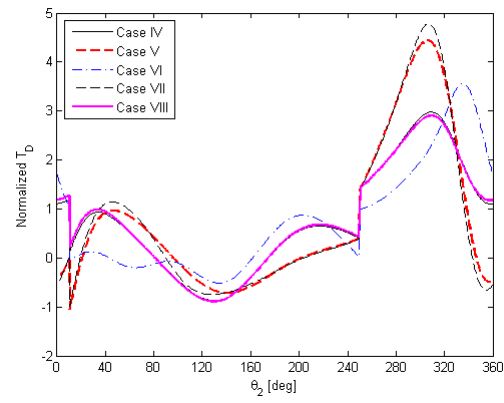
圖 5.37 八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 2 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力

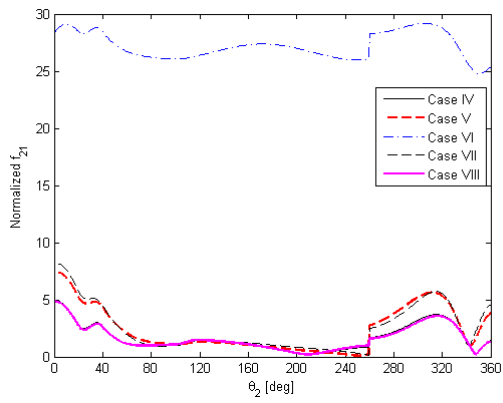


(b) 無因次機架合力矩

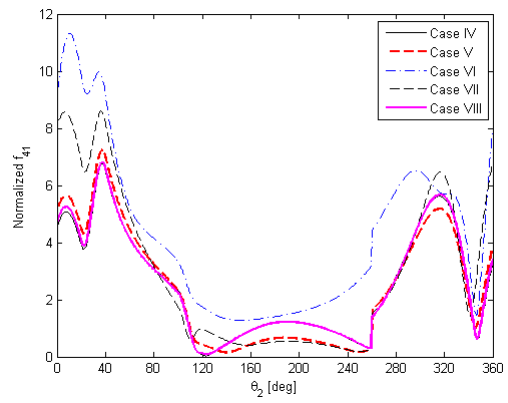


(c) 無因次驅動扭矩

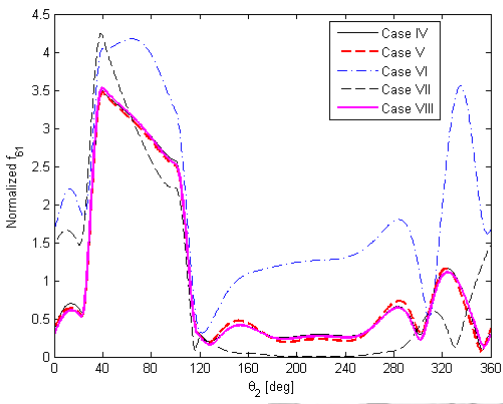
圖 5.38 八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 2 之各動力性能曲線(二)



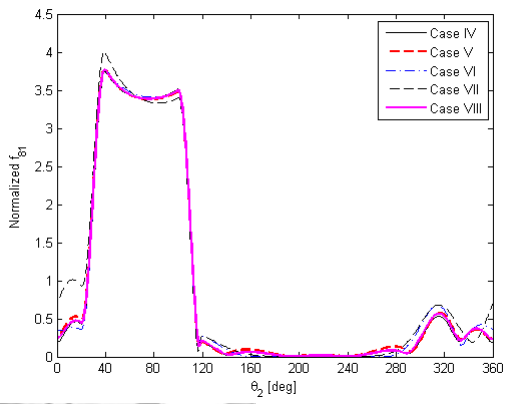
(a) 無因次輸入軸軸承力



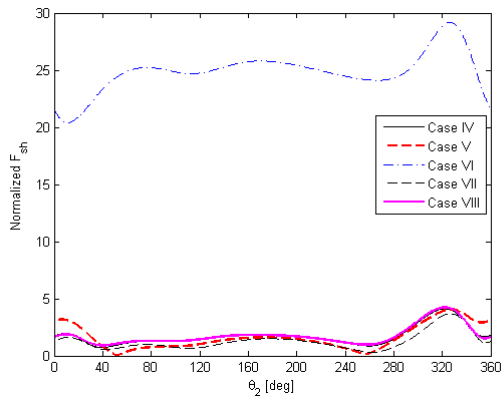
(b) 無因次第一可調樞軸力



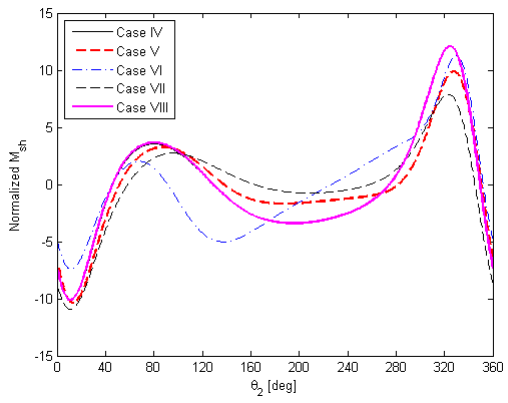
(c) 無因次第二可調樞軸力



(d) 無因次輸出軸軸承力

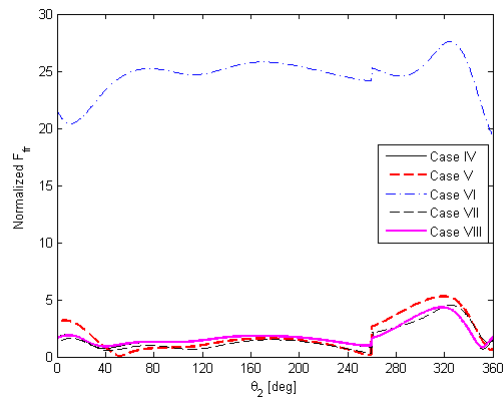


(e) 無因次搖撼力

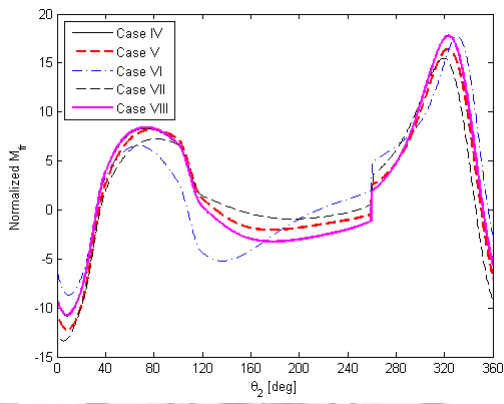


(f) 無因次搖撼力矩

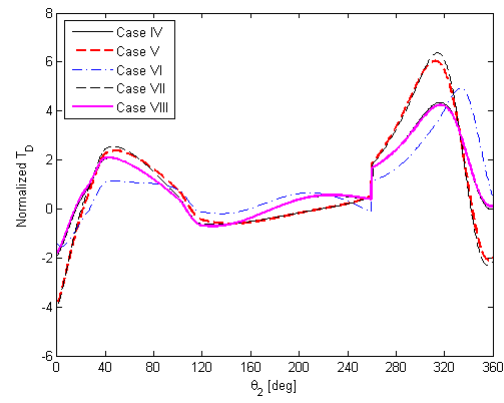
圖 5.39 八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 3 之各動力性能曲線(一)



(a) 無因次機架合力



(b) 無因次機架合力矩



(c) 無因次驅動扭矩

圖 5.40 八連桿案例 IV 至 VIII 調整狀態 3 之各動力性能曲線(二)

5.2.3 討論

同樣檢視省略負載進行最佳化對於動力性能改善成效的影響，將可調八連桿的質量性質設為無負載案例 IV 的設計變數，如表 5.14 所示，計算桿 3 受外力而輸出桿受外加扭矩時之動力性能指標，其值如表 5.20 所示。比較表 5.18 中案例 IV 與表 5.20 的性能指標，具負載案例 IV 的輸入軸軸承力、第一可調樞軸力、機架合力矩與驅動扭矩，明顯改善較多，而第二可調樞軸力與輸出軸軸承力僅略差 1% 左右，雖然搖撼力與機架合力稍差，但整體而言，仍是最佳化時考慮負載的動力性能較佳，且表 5.15 的無負載案例 IV 與表 5.20 之改善百分比亦極具差異，無法反映實際的改善效果。

比較具負載的案例 I 至 III，分別考慮調整狀態 1 至 3 可個別得最小的目標函數值，如表 5.21 所示，然而，即使是包含於目標函數中的性能指標，除第二可調樞軸力外，並未使各案例在權重 1 的調整狀態下，獲得最佳值，如表 5.18 所示，因目標函數值為軸承力、可調樞軸力、驅動扭矩的綜合效果，其值降低時，這些均方根指標不一定皆減小。

表 5.20 八連桿無負載最佳化結果受負載時之動力性能指標

指標	調整狀態 1	調整狀態 2	調整狀態 3
\bar{f}_{21_rms}	2.1648(70.1)	1.7342(78.4)	2.6567(75.2)
\bar{f}_{41_rms}	3.3010(16.3)	1.8668(68.3)	3.5673(62.4)
\bar{f}_{61_rms}	4.6633(2.3)	3.1706(12.3)	1.4500(34.6)
\bar{f}_{81_rms}	2.8704(-0.2)	3.1229(-0.2)	1.6206(1.4)
\bar{F}_{sh_rms}	1.1245(82.6)	1.0713(82.6)	1.2300(82.4)
\bar{M}_{sh_rms}	2.8621(74.3)	3.8337(69.2)	5.0549(69.4)
\bar{F}_{fr_rms}	1.7132(73.4)	1.6727(72.6)	1.7638(74.5)
\bar{M}_{fr_rms}	3.6256(70.9)	5.3005(61.9)	7.6848(59.6)
\bar{T}_D_rms	1.8061(43.5)	1.4762(58.3)	2.0522(57.7)

() 內為相較於具負載參考連桿組之改善百分比

表 5.21 八連桿具負載案例 I 至 III 之目標函數

目標函數	案例 I	案例 II	案例 III
s_1	3.7699	3.9272	3.9623
s_2	3.1475	2.4411	2.5861
s_3	3.3895	2.5106	2.7404
$f(x)$	3.7699	2.4411	2.7404

具負載案例中僅考慮驅動扭矩之案例 VI，未獲得所有案例中最佳之驅動扭矩均方根值，但仍具(5.1)提及之最佳驅動扭矩平均值，表 5.22 列出具負載之參考連桿組與各案例分別在調整狀態 1、2 與 3 的驅動扭矩絕對值於整個週期的平均值，未列為三調整狀態之平均值，其中案例 VI 的平均值確實小於其餘所有案例。

機架合力比起搖撼力更適合評估機架狀況，且搖撼力改善時，機架合力未必改善，比較具負載案例 III 與案例 IV，案例 III 的搖撼力矩較佳，但機架合力較差，如表 5.18 所示。

由於機架合力、機架合力矩比搖撼力、搖撼力矩更適合評估機架，若不計搖撼力與搖撼力矩，具負載之案例 VII 是在第二可調樞軸力、輸出軸軸承力、機架合力與機架合力矩較具優勢，而案例 VIII 則是在輸入軸軸承力與驅動扭矩明顯最佳，可調樞軸力亦不差，可視為最佳案例。

動力分析是由輸出端反向遞迴演算，因此，可調八連桿之桿 7 與輸出桿的質量性質會影響所有的軸承力與可調樞軸力，桿 5 與桿 6 的質量性質則是影響輸入軸軸承力與兩可調樞軸力，桿 3 與桿 4 的質量性質只會影響輸入軸軸承力與第一

表 5.22 八連桿具負載各案例驅動扭矩量值平均值

狀態	參考	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
1	2.6426	1.3766	1.3843	1.4393	1.4100	1.4667	1.3100	1.4228	1.4146
2	2.8574	1.1671	0.9954	0.9902	1.0386	1.0854	0.9147	1.1372	1.0486
3	3.7270	1.6871	1.3317	1.5216	1.2804	1.6218	1.1870	1.6513	1.2759
平均	3.0757	1.4103	1.2372	1.3170	1.2430	1.3913	1.1372	1.4038	1.2464

可調樞軸力，輸入桿僅影響輸入軸軸承力。同理，輸出桿的外加扭矩會影響所有的軸承力與可調樞軸力，但桿3之外力僅會影響輸入軸軸承力與第一可調樞軸力。由於輸入桿質量與質心位置僅影響輸入軸軸承力，可藉由調整質心位置控制質心加速度的方向，以改善輸入軸軸承力，另外，因輸入桿等速旋轉，驅動扭矩與輸入桿質量性質無關，當最佳化僅考慮驅動扭矩時，輸入桿質量性質不受控制，導致輸入軸軸承力惡化，如具負載之案例 VI。

整體而言，可調八連桿的範例，外力與外加扭矩相對而言，並未造成極為顯著的影響，因此，透過各桿件質量性質之搭配，仍可大幅改善大部份的動力性能，且軸承力與可調樞軸力仍可改善為較均勻。



第六章 結論與未來展望

6.1 結論

本研究之主旨為應用質量重置法，針對已知桿件尺寸與各調整狀態之串聯型平面可調 n 連桿，進行動態平衡最佳化，以權衡改善各調整狀態之動力性能。首先，以向量閉迴路方程式分析串聯型平面 n 連桿各桿件的角度、角速度、角加速度與質心位置、速度、加速度，其次，以牛頓—尤拉運動方程式求得各接頭力、軸承力、可調樞軸力與驅動扭矩，而後，訂定目標函數、設計變數與限制條件，列出可調平面連桿組的動力性能最佳化問題，並闡明用以評估動力性能改善成效的各項動力特性無因次指標，再撰寫程式供最佳化演算與分析動力特性之用。最後，以固定輸入轉速的一組可調六連桿及一組可調八連桿為例，分別對於無負載與外加負載的情形，最佳化其動力性能，以驗證本研究之可行性。

綜觀全文，本研究主要之結論歸納如下：

1. 本研究應用質量重置法，針對以調整固定軸改變運動輸出之串聯型平面可調 n 連桿，權衡最佳化各調整狀態之動力性能，並以更適合評估機架狀況之機架合力、機架合力矩，分別取代僅與慣性相關之搖撼力、搖撼力矩，作為評估機架狀況之指標，以及討論兩者間的關聯與差異。
2. 以牛頓—尤拉運動方程式，建構由輸出端反向遞迴演算、適用於串聯型平面 n 連桿之動力分析模型，利用子系統選取的相似性，消去部分項目，並以閉合形式解表達所有參數，簡化最佳化過程之運算。透過由輸出端反向演算至輸入端之動力分析過程，可知各桿質量性質僅會影響所在閉迴路的接頭力，並持續影響往輸入端的其他閉迴路接頭力，連帶影響驅動扭矩，但不影響往輸出端的其他閉迴路接頭力，外加負載的影響範圍同理。

3. 本研究以一組可調六連桿與可調八連桿為例，驗證此質量性質設計方法權衡改善各調整狀態之軸承力、可調樞軸力、驅動扭矩、機架合力與機架合力矩的可行性。範例中，除輸入桿外，具固定旋轉軸的桿件質心，有落於其旋轉軸附近的趨勢，使其質心加速度相對較小，以降低軸承力或可調樞軸力。
 4. 當輸入桿等速旋轉，其轉動慣量未造成任何作用，可省略不列為設計變數，且此時輸入桿的質量與質心，僅影響輸入軸軸承力，因此可變換質心位置，使其質心加速度與 f_{32} 同向，以專門改善輸入軸軸承力，並適當加大質量與質心距，放大改善效果。另外，由於輸入桿等速旋轉，其質量性質不影響驅動扭矩，若目標函數僅考慮驅動扭矩，會導致輸入桿的質量性質未受牽制，極可能造成輸入桿的質量與質心位置不佳，使得輸入軸軸承力極度惡化。
 5. 對照無外加負載與具外加負載之範例，印證最佳化結果確實納入外加負載的影響，並有助於改善動力性能，而在最佳化過程中省略負載，較難獲得真正合適的各桿質量性質，且性能指標難以真實反映改善程度。
 6. 整體而言，若外加負載相對於各慣性力與力矩明顯較大，較難以改變桿件質量性質的方式改善連桿組的動力性能，而當外加負載相對於各慣性力與力矩量值差異不大或是較小時，較易以質量重置改善其性能。
 7. 本研究以 MATLAB 撰寫適用於串聯型平面可調 n 連桿的程式，並利用內建最佳化指令“fmincon”，求適切之各桿質量性質，然而其結果可能為局部最佳解。
- 由以上結論可知，本研究確實可權衡改善串聯型可調平面連桿組之各項動力性能，並有助於瞭解質量性質與負載對接頭力的影響，以及釐清搖撼力與搖撼力矩的意義，而目標函數與均方根指標的討論，亦有助於最佳化之設置，此外，更展現最佳化需考慮負載的重要性，以及質量重置法的改善效果受到外加負載的限制，對於日後連桿機構動態平衡之研究與可調連桿組於實務上之發展應有所助益。

6.2 未來展望

針對本研究之相關主題，提出以下可進一步探討之建議方向：

1. 擴展動力模型至滑塊或其他複合連桿組，以拓展應用層面。
2. 搭配可得全域最佳解之最佳化方法。
3. 探討權重的最佳配置方法，以得最合適的動力性能指標。
4. 建立質量、質心距、質心角、轉動慣量間的關聯性，可列為限制條件，確保解集合具實務上之可行性，以及建立將質量性質轉換為桿件幾何設計之系統，使其更便於實務應用。
5. 本研究可擴展至其他調整形式的可調連桿組，使可調連桿組之動態平衡探討更臻完備。



參考文獻

- [1] Tao, D. C. and Krishnamoorthy, S., "Linkage mechanism adjustable for variable coupler curves with cusps," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.13, No. 6, pp. 577-583, 1978.
- [2] Tao, D. C. and Krishnamoorthy, S., "Linkage mechanism adjustable for variable symmetrical coupler curves with a double point," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.13, No. 6, pp. 585-591, 1978.
- [3] Ahmad, A. and Waldron, K. J., "Synthesis of adjustable planar 4-bar mechanisms," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.14, No. 6, pp. 405-411, 1979.
- [4] Shimojima, H., Ogawa, K., Fujiwara, A. and Sato, O., "Kinematic synthesis of adjustable mechanisms: Part 1, path generators," *Bulletin of the JSME*, Vol. 26, No. 214, pp. 627-632, 1983.
- [5] Shimojima, H. and Ogawa, K., "Kinematic synthesis of adjustable mechanisms: Part 2, function generators," *Bulletin of the JSME*, Vol. 27, No. 227, pp. 1025-1030, 1984.
- [6] Shimojima, H., Iida, K., and Kuwabara, M., "Kinematic synthesis of adjustable mechanisms: Part 3, 6-link dwell mechanisms," *Bulletin of the JSME*, Vol. 29, No. 254, pp. 2718-2723, 1986.
- [7] Naik, D. P. and Amarnath, C., "Synthesis of adjustable four bar function generators through five bar loop closure equations," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.24, No. 6, pp. 523-526, 1989.
- [8] Zhou, H., "Synthesis of adjustable function generation linkages using the optimal pivot adjustment," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.44, No. 5, pp. 983-990, 2009.

- [9] Zhou, H., “Dimensional synthesis of adjustable path generation linkages using the optimal slider adjustment,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.44, No. 10, pp. 1866-1876, 2009.
- [10] Chang, C.-F., “Synthesis of adjustable four-bar mechanisms generating circular arcs with specified tangential velocities,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.36, No. 3, pp. 387-395, 2001.
- [11] Zhou, H. and Ting, K.-L., “Adjustable slider-crank linkages for multiple path generation,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.37, No. 2, pp. 499-509, 2002.
- [12] 林進水，平面連桿組可調整高階暫停機構之探討，碩士論文，國立台灣大學機械工程學研究所，台北，1994。
- [13] Wang, S. J. and Sodhi, R. S., “Kinematic synthesis of adjustable moving pivot four-bar mechanisms for multi-phase motion generation,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.31, No. 4, pp. 459-474, 1996.
- [14] Hong, B. and Erdman, A. G., “A method for adjustable planar and spherical four-bar linkage synthesis,” *Journal of Mechanical Design*, Vol.127, No. 3, pp. 456-463, 2005.
- [15] Pennock, G. R. and Israr, A., “Kinematic analysis and synthesis of an adjustable six-bar linkage,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.44, No. 2, pp. 306-323, 2009.
- [16] Zero-Max: Adjustable Speed Drives,
<http://www.zero-max.com/adjustable-speed-drives-c-21-l-en.html>
- [17] Arakelian, V. H. and Smith, M. R., “Shaking force and shaking moment balancing of mechanisms: A historical review with new examples,” *Journal of Mechanical Design*, Vol.127, No. 2, pp. 334-339, 2005.
- [18] Hertrich, F. R., “How to balance high-speed mechanisms with minimum-inertia

- counterweights,” *Machine Design*, Vol. 35, No. 6, pp. 160-164, 1963.
- [19] Demeulenaere, B., Verschuur, M., Swevers, J. and De Schutter, J., “A general and numerically efficient framework to design sector-type and cylindrical counterweights for balancing of planar linkages,” *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, No. 1, pp. 011002.1-011002.10, 2010.
- [20] Chaudhary, H. and Saha, S. K., “Balancing of four-bar linkages using maximum recursive dynamic algorithm,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 42, No. 2, pp. 216-232, 2007.
- [21] Chaudhary, H. and Saha, S. K., “Balancing of shaking forces and shaking moments for planar mechanisms using the equimomental systems,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 43, No. 3, pp. 310-334, 2008.
- [22] Guo, G., Morita, N. and Torii, T., “Optimum dynamic design of planar linkage using genetic algorithms,” *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, Vol. 43, No. 2, pp. 372-377, 2000.
- [23] Rigelman, G. A. and Kramer, S. N., “A computer-aided design technique for the synthesis of planar four bar mechanisms satisfying specified kinematic and dynamic conditions,” *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, No. 3, pp. 263-268, 1988.
- [24] Yan, H.-S. and Soong, R.-C., “Kinematic and dynamic design of four-bar linkages by links counterweighing with variable input speed,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 36, No. 9, pp. 1051-1071, 2001.
- [25] Yan, H.-S. and Soong, R.-C., “An integrated design approach of four-bar linkages with variable input speed,” *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, Vol. 47, No. 1, pp. 350-362, 2004.
- [26] Berkof, R. S. and Lowen, G. G., “New method for completely force balancing

- simple linkages,” *Journal of Engineering for Industry*, Vol. 91, No. 1, pp. 21-26, 1969.
- [27] Balasubramanian, S. and Bagci, C., “Design equations for the complete shaking force balancing of 6R 6-bar and 6-bar slider-crank mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 13, No. 6, pp. 659-674, 1978.
- [28] Arakelian, V. and Dahan, M., “Partial shaking moment balancing of fully force balanced linkages,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol.36, No. 11-12, pp. 1241-1252, 2001.
- [29] Arakelian, V. H., Dahan, M. and Smith, M. R., “Complete shaking force and partial shaking moment balancing of planar four-bar linkages,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, Vol. 215, No.1, pp. 31-34, 2001.
- [30] Esat, I. and Bahai, H., “A theory of complete force and moment balancing of planer linkage mechanisms,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 34, No. 6, pp. 903-922, 1999.
- [31] Arakelian, V. H. and Smith, M. R., “Complete shaking force and shaking moment balancing of linkages,” *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 34, No. 8, pp. 1141-1153, 1999.
- [32] Rao, S. S. and Kaplan, R. L., “Optimal balancing of high-speed linkages using multiobjective programming techniques,” *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, No.4 , pp. 454-460, 1986.
- [33] Lee, T. W. and Cheng, C., “Optimum balancing of combined shaking force, shaking moment, and torque fluctuations in high-speed linkages,” *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.106, No. 2, pp. 242-251, 1984.

- [34] Conte, F. L., George, G. R., Mayne, R. W. and Sadler, J. P., “Optimum mechanism design combining kinematic and dynamic-force considerations,” *Transactions of ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 95, No. 2, pp. 662-670, 1975.



附錄 程式碼

(a) 最佳化主程式：Opt_multi.m

```
% Optimum Dynamic Balancing of Adjustable Planar Series-Linkage
% Need State_multi.m & KDSL_multi.m
% Teng, Chiao-Mei, 2011.
clear all;close all;clc
format long
tic

global WeightALL weight c_mm_lb mass_g_lb Ic_gmm2_lb c_mm_ub mass_g_ub Ic_gmm2_ub
WeightALL=[1/3 1/3 1/3]; % 各調整狀態的目標函數權重
weight=[0.5 0.5]; % 軸承力與 Td 的權重

n=8; % 總連桿數
% 質量性質參數初猜值
phi_deg_0=[0 7.466 -26.189 0 -43.528 0 0]; % 質心在對應坐標系的夾角[deg],即 phi2,phi3...
c_mm_0=[50 158.393 79.691 50 57.252 55 50]; % 質心與對應參考點距離[mm],即 c2,c3...
mass_g_0=[105.57 607.03 572.48 105.57 392.52 113.62 105.57]; % 各桿質量[g],即 m2,m3...
Ic_gmm2_0=[140610 4356334 2927150 140610 1086465 176897 140610]; % 各桿慣性矩[g-mm^2],即 Ic2,Ic3...

% 質量性質參數下限
c_mm_lb=0*c_mm_0;
mass_g_lb=mass_g_0;
Ic_gmm2_lb=Ic_gmm2_0;
% 質量性質參數上限
c_mm_ub=[2 1.5 2 2 2 2 2].*c_mm_0;
mass_g_ub=[10 5 5 8 5 8 8].*mass_g_0;
Ic_gmm2_ub=[12 8 8 12 8 12 12].*Ic_gmm2_0;

coef_0=[phi_deg_0/360 (c_mm_0-c_mm_lb)/(c_mm_ub-c_mm_lb)
(mass_g_0-mass_g_lb)/(mass_g_ub-mass_g_lb)...
(Ic_gmm2_0-Ic_gmm2_lb)/(Ic_gmm2_ub-Ic_gmm2_lb)];
% 依序為 phi_deg,c_mm,mass_g,Ic_gmm2 的係數
coef_lb=zeros(1,4*(n-1));
coef_ub=ones(1,4*(n-1));
```

```

options=optimset('Algorithm','interior-point','MaxFunEvals',300000);
[coef,funval,exitflag,output]=fmincon(@State_multi,coef_0,[],[],[],[],coef_lb,coef_ub,[],options)

phi_deg_best=360*coef(1:n-1);
c_mm_best=coef(n:2*n-2).*(c_mm_ub-c_mm_lb)+c_mm_lb;
mass_g_best=coef(2*n-1:3*n-3).*(mass_g_ub-mass_g_lb)+mass_g_lb;
Ic_gmm2_best=coef(3*n-2:end).*(Ic_gmm2_ub-Ic_gmm2_lb)+Ic_gmm2_lb;

TimeOpt=toc;

```

(b) 最佳化子程式：State_multi.m

```

% States of Series-Linkage
% Under Opt_multi.m
% Teng, Chiao-Mei, 2011.

function ObjALL=State_multi(coef)
global WeightALL
s=3; % 可調整狀態數量
pivotALL_mm=[336.1 485.5;83.8 27.4;...
              309.9 532.1;-64.2 -31.4;...
              274.2 520.7;-41.9 -37.5]; % 調整軸位置[mm]
% [State1x1 State1x2...;State1y1 State1y2...;State2x1 State2x2;...;State2y1 State2y2;...;]
Obj=zeros(1,s); % 定義子目標函數的維度

for k=1:s
    pivot_mm=pivotALL_mm(2*k-1:2*k,:);
    Obj(k)=KDSL_multi(pivot_mm,coef);
end
ObjALL=sum(WeightALL.*Obj);

```



(c) 最佳化子程式：KDSL_multi.m

```
% Kinematics and Dynamics of Series-Linkage
% Under State_multi.m
% Teng, Chiao-Mei, 2011.

function objval=KDSL_multi(pivot_mm,coef)
global weight c_mm_lb mass_g_lb Ic_gmm2_lb c_mm_ub mass_g_ub Ic_gmm2_ub
%% Parameter Setting
n=8; % 總連桿數

% 桿件幾何尺寸
inshaft_mm=[0;0]; % 輸入軸的 x,y 坐標[mm]
outshaft_mm=[700;0]; % 輸出軸的 x,y 坐標[mm]
r2_mm=[100 109 116]; % 串聯的各個四連桿中的輸入桿長[mm],即 r2,r4...
r3_mm=[300 100 110]; % 串聯的各個四連桿中的耦桿長[mm],即 r3,r5...
r4_mm=[200 114 100]; % 串聯的各個四連桿中的輸出桿長[mm],即 b4,b6...
gamma_deg=[0 92 86]; % 各組四連桿的串聯角[deg],第一組沒有串聯角,設為 0
sigma=[-1 -1 -1]; % 各組四連桿的型態所對應的 sigma 值

% 運動分析參數
step=720; % 輸入軸轉 360 度分段運算的切割總數
omega2_rpm=1000; % 輸入軸等角速度[rpm],順時針為負

% 質量性質參數
m2_0=0.10557; % 輸入桿質量初猜值[kg],用於無因次化
phi_deg=360*coef(1:n-1); % 質心在對應坐標系的夾角[deg],即 phi2,phi3...
c_mm=coef(n:2*n-2).*(c_mm_ub-c_mm_lb)+c_mm_lb; % 質心與對應參考點距離[mm],即 c2,c3...
mass_g=coef(2*n-1:3*n-3).*(mass_g_ub-mass_g_lb)+mass_g_lb; % 各桿質量[g],即 m2,m3...
Ic_gmm2=coef(3*n-2:end).*(Ic_gmm2_ub-Ic_gmm2_lb)+Ic_gmm2_lb;
% 各桿慣性矩[g-mm^2],即 Ic2,Ic3...

% 外力與扭力
e_mm=[0 200 0 0 0 0 0]; % 各桿件的外力施加處與對應參考點的距離[mm]
psi_deg=[0 20 0 0 0 0 0]; % 各桿件的外力施加處在對應坐標系的夾角[deg]

if pivot_mm(1)==336.1
    fid=fopen('8bar_State1_T8unit.txt','r');
    T8=30*fscanf(fid,'%g');
```

```

fclose(fid);
F3=280*[ones(1,81) zeros(1,459) ones(1,181)];           % 270~40deg 有外力
psiF3_deg=230.5*[ones(1,81) zeros(1,459) ones(1,181)]; % 270~40deg 有外力
elseif pivot_mm(1)==309.9
    fid=fopen('8bar_State2_T8unit.txt','r');
    T8=50*fscanf(fid,'%g');
    fclose(fid);
    F3=280*[ones(1,21) zeros(1,479) ones(1,221)];       % 250~10deg 有外力
    psiF3_deg=200.5*[ones(1,21) zeros(1,479) ones(1,221)]; % 250~10deg 有外力
else
    fid=fopen('8bar_State3_T8unit.txt','r');
    T8=40*fscanf(fid,'%g');
    fclose(fid);
    F3=280*[zeros(1,520) ones(1,201)];                   % 260~360deg 有外力
    psiF3_deg=198*[zeros(1,520) ones(1,201)];           % 260~360deg 有外力
end

Tex=[zeros(6,step+1);T8];                               % 各桿件的外加扭力[N-m]
Fex=[zeros(1,step+1);F3;zeros(5,step+1)];              % 各桿件的外力[N]
psiF_deg=[zeros(1,step+1);psiF3_deg;zeros(5,step+1)]; % 各桿件外力的絕對角度[deg]

% Tex=zeros(n-1,step+1);                               % 各桿件的無外加扭矩[N-m]
% Fex=zeros(n-1,step+1);                               % 各桿件無外力[N]
% psiF_deg=zeros(n-1,step+1);                          % 各桿件外力的絕對角度[deg]

%% Unit Conversion
inshaft=inshaft_mm/1000;                               % [m]
outshaft=outshaft_mm/1000;                             % [m]
r2=r2_mm/1000;                                         % [m]
r3=r3_mm/1000;                                         % [m]
r4=r4_mm/1000;                                         % [m]
pivot=pivot_mm/1000;                                   % [m]
rad2deg=180/pi;                                        % rad 轉換成 deg 時所乘係數
gamma=gamma_deg/rad2deg;                               % [rad]
omega_in=omega2_rpm*2*pi/60;                           % [rad/s]
phi=phi_deg/rad2deg;                                   % [rad]
c=c_mm/1000;                                           % [m]
mass=mass_g/1000;                                      % [kg]
Ic=Ic_gmm2*(10^-9);                                    % [kg-m^2]

```

```

psiF=psiF_deg/rad2deg;    % [rad]
e=e_mm/1000;              % [m]
psi=psi_deg/rad2deg;     % [rad]

%% Kinematic Analysis
m=(n-2)/2;                % 總串聯四連桿組數
r1C1=[pivot(1,:) outshaft(1)]-[inshaft(1) pivot(1,:)];
                                % 各個固定桿長的 x 分量,即 r1*cos(theta1)[d1x d2x d3x ...][m]
r1S1=[pivot(2,:) outshaft(2)]-[inshaft(2) pivot(2,:)];
                                % 各個固定桿長的 y 分量,即 r1*sin(theta1)[d1y d2y d3y ...][m]
[~,r1]=cart2pol(r1C1,r1S1);    % 各個固定桿長[m]與絕對坐標角[rad]
num_data=step+1;          % 輸入軸轉 360 度切割後的數據總數
theta_in=linspace(0,2*pi,num_data);    % 輸入軸角度陣列[rad]
armdx=cumsum(r1C1,2);        % 軸承力對於輸入軸的 x 方向力臂[d1x d1x+d2x d1x+d2x+d3x ...][m]
armdy=cumsum(r1S1,2);        % 軸承力對於輸入軸的 y 方向力臂[d1y d1y+d2y d1y+d2y+d3y ...][m]
% 定義維度
theta2=[theta_in;zeros(m-1,num_data)];    % 指定存放串聯的各個四連桿中輸入角的維度[rad]
theta3=zeros(m,num_data);                % 耦桿角的維度[rad]
theta4=theta3;                            % 輸出角的維度[rad]
omega2=[omega_in*ones(1,num_data);zeros(m-1,num_data)];
                                % 輸入角速度的維度[rad/s],動力源等角速度輸入
omega3=theta3;                            % 耦桿角速度的維度[rad/s]
omega4=theta3;                            % 輸出角速度的維度[rad/s]
alpha2=theta3;                            % 輸入角加速度的維度[rad/s^2],動力源等角速度輸入
alpha3=theta3;                            % 耦桿角加速度的維度[rad/s^2]
alpha4=theta3;                            % 輸出角加速度的維度[rad/s^2]
alpha=zeros(n-1,num_data);                % 所有桿件角加速度的維度[rad/s^2],動力源等角速度輸入
aAx=theta3;                              % A 點(接頭 23,45,67...)加速度 x 分量的維度[m/s^2]
aAy=theta3;                              % A 點(接頭 23,45,67...)加速度 y 分量的維度[m/s^2]
ac3x=theta3;                              % 耦桿質心加速度 x 分量的維度[m/s^2]
ac3y=theta3;                              % 耦桿質心加速度 y 分量的維度[m/s^2]
ac4x=theta3;                              % 輸出桿質心加速度 x 分量的維度[m/s^2]
ac4y=theta3;                              % 輸出桿質心加速度 y 分量的維度[m/s^2]
r2x=theta3;                              % 輸入桿長 x 分量的維度[m]
r2y=theta3;                              % 輸入桿長 y 分量的維度[m]
r3x=theta3;                              % 耦桿長 x 分量的維度[m]
r3y=theta3;                              % 耦桿長 y 分量的維度[m]
r4x=theta3;                              % 輸出桿長 x 分量的維度[m]

```

```

r4y=theta3;          % 輸出桿長 y 分量的維度[m]
c3x=theta3;          % 耦桿質心位置 x 分量的維度[m]
c3y=theta3;          % 耦桿質心位置 y 分量的維度[m]
c4x=theta3;          % 輸出桿質心位置 x 分量的維度[m]
c4y=theta3;          % 輸出桿質心位置 y 分量的維度[m]
e3x=theta3;          % 耦桿外力施加位置 x 分量的維度[m]
e3y=theta3;          % 耦桿外力施加位置 y 分量的維度[m]
e4x=theta3;          % 輸出桿外力施加位置 x 分量的維度[m]
e4y=theta3;          % 輸出桿外力施加位置 y 分量的維度[m]
f32x=theta3;         % A 點內力 x 分量的維度[N]
f32y=theta3;         % A 點內力 y 分量的維度[N]
f43x=theta3;         % B 點內力 x 分量的維度[N]
f43y=theta3;         % B 點內力 y 分量的維度[N]
f14x=theta3;         % O 點(不含 O1)內力 x 分量的維度[N]
f14y=theta3;         % O 點(不含 O1)內力 y 分量的維度[N]
armFx=alpha;         % 外力對於輸入軸(O1)的 x 方向力臂的維度[m]
armFy=alpha;         % 外力對於輸入軸(O1)的 y 方向力臂的維度[m]

for i=1:m
    % 計算角度
    C2=cos(theta2(i,:));
    S2=sin(theta2(i,:));
    r2x(i,:)=r2(i)*C2;          % 計算動力分析會用到的 x,y 方向分量
    r2y(i,:)=r2(i)*S2;          % 計算動力分析會用到的 x,y 方向分量
    A=2*r4(i)*(r1C1(i)-r2x(i,:));
    B=2*r4(i)*(r1S1(i)-r2y(i,:));
    C=r1(i)^2+r2(i)^2+r4(i)^2-r3(i)^2-2*(r1C1(i)*r2x(i,:)+r1S1(i)*r2y(i,:));
    discriminant=B.^2-C.^2+A.^2;
    if sum(discriminant(:)<0)>0
        disp('error, (B.^2-C.^2+A.^2)<0')
        return
    end
    theta4(i,:)=2*atan((-B+sigma(i)*sqrt(discriminant))./(C-A));
    C4=cos(theta4(i,:));
    S4=sin(theta4(i,:));
    r4x(i,:)=r4(i)*C4;          % 計算動力分析會用到的 x,y 方向分量
    r4y(i,:)=r4(i)*S4;          % 計算動力分析會用到的 x,y 方向分量
    theta3(i,:)=atan2(2*r4(i).*r4y(i,:)+B,2*r4(i).*r4x(i,:)+A);

```

```

% 計算角速度
C3=cos(theta3(i,:));
S3=sin(theta3(i,:));
r3x(i,:)=r3(i)*C3;          % 計算動力分析會用到的 x,y 方向分量
r3y(i,:)=r3(i)*S3;          % 計算動力分析會用到的 x,y 方向分量
D=C3.*r4y(i,:)-S3.*r4x(i,:);
omega4(i,:)=omega2(i,:).*(C3.*r2y(i,:)-S3.*r2x(i,:))./D;
omega3(i,:)=(omega4(i,:).*r4y(i,:)-omega2(i,:).*r2y(i,:))./r3y(i,:);
% 計算角加速度
omega2sq=omega2(i,:).^2;
omega3sq=omega3(i,:).^2;
omega4sq=omega4(i,:).^2;
aAx(i,:)=-alpha2(i,:).*r2y(i,:)-omega2sq.*r2x(i,:);
aAy(i,:)=alpha2(i,:).*r2x(i,:)-omega2sq.*r2y(i,:);
alpha4(i,:)=(r3(i)*omega3sq-omega4sq.*(C3.*r4x(i,:)+S3.*r4y(i,:))-aAx(i,:).*C3-aAy(i,:).*S3)./D;
alpha3(i,:)=(aAx(i,:)-omega3sq.*r3x(i,:)+(omega4sq.*r4x(i,:)+alpha4(i,:).*r4y(i,:)))./r3y(i,:);
alpha((2*i):(2*i+1),:)=alpha3(i,:);alpha4(i,:);
% 計算質心加速度
if i==1
    c2x=c(i)*cos(theta2(i,.)+phi(i));
    c2y=c(i)*sin(theta2(i,.)+phi(i));
    ac2x=-alpha2(i,:).*c2y-omega2sq.*c2x;    % 整個機構的輸入桿質心加速度 x 分量[m/s^2]
    ac2y=alpha2(i,:).*c2x-omega2sq.*c2y;    % 整個機構的輸入桿質心加速度 y 分量[m/s^2]
    e2x=e(i)*cos(theta2(i,.)+psi(i));        % 整個機構的輸入桿外力施加位置 x 分量[m]
    e2y=e(i)*sin(theta2(i,.)+psi(i));        % 整個機構的輸入桿外力施加位置 y 分量[m]
    armFx(i,:)=e2x;
    armFy(i,:)=e2y;
end
c3x(i,:)=c(2*i)*cos(theta3(i,.)+phi(2*i));
c3y(i,:)=c(2*i)*sin(theta3(i,.)+phi(2*i));
ac3x(i,:)=aAx(i,:)-alpha3(i,:).*c3y(i,:)-omega3sq.*c3x(i,:);
ac3y(i,:)=aAy(i,:)+alpha3(i,:).*c3x(i,:)-omega3sq.*c3y(i,:);
c4x(i,:)=c(1+2*i)*cos(theta4(i,.)+phi(1+2*i));
c4y(i,:)=c(1+2*i)*sin(theta4(i,.)+phi(1+2*i));
ac4x(i,:)=alpha4(i,:).*c4y(i,:)-omega4sq.*c4x(i,:);
ac4y(i,:)=alpha4(i,:).*c4x(i,:)-omega4sq.*c4y(i,:);
e3x(i,:)=e(2*i)*cos(theta3(i,.)+psi(2*i));
e3y(i,:)=e(2*i)*sin(theta3(i,.)+psi(2*i));

```

```

e4x(i,:)=e(1+2*i)*cos(theta4(i,:)+psi(1+2*i));
e4y(i,:)=e(1+2*i)*sin(theta4(i,:)+psi(1+2*i));
armFx(2*i,:)=e3x(i,:)+r2x(i,:)+(armdx(i)-r1C1(i));
armFy(2*i,:)=e3y(i,:)+r2y(i,:)+(armdy(i)-r1S1(i));
armFx(2*i+1,:)=e4x(i,:)+armdx(i);
armFy(2*i+1,:)=e4y(i,:)+armdy(i);

if i~=m
    theta2(i+1,:)=theta4(i,:)-gamma(i+1);
    omega2(i+1,:)=omega4(i,:);
    alpha2(i+1,:)=alpha4(i,:);
end
end

%% Dynamic Analysis
U=-Tex(2:end,:)+diag(Ic(2:end))*alpha(2:end,:); % [-T3+Ic3*alpha3;-T4+Ic4*alpha4...][N-m]
[Fexx,Fexy]=pol2cart(psiF,Fex); % 各桿件外力的 x,y 分量[N]

for j=m:-1:1
    P=U(2*j-1,:)+Fexx(2*j,:).*(e3y(j,:)-r3y(j,:))-Fexy(2*j,:).*(e3x(j,:)-r3x(j,:))...
        -mass(2*j)*(ac3x(j,:).*(c3y(j,:)-r3y(j,:))-ac3y(j,:).*(c3x(j,:)-r3x(j,:)));
    if j==m
        Q=U(2*j,:)+Fexx(2*j+1,:).*e4y(j,:)-Fexy(2*j+1,:).*e4x(j,:)...
            +Fexx(2*j,:).*r4y(j,:)-Fexy(2*j,:).*r4x(j,:)...
            -mass(2*j+1)*(ac4x(j,:).*c4y(j,:)-ac4y(j,:).*c4x(j,:))...
            -mass(2*j)*(ac3x(j,:).*r4y(j,:)-ac3y(j,:).*r4x(j,:));
    else
        Q=U(2*j,:)+Fexx(2*j+1,:).*e4y(j,:)-Fexy(2*j+1,:).*e4x(j,:)...
            +Fexx(2*j,:).*r4y(j,:)-Fexy(2*j,:).*r4x(j,:)...
            -mass(2*j+1)*(ac4x(j,:).*c4y(j,:)-ac4y(j,:).*c4x(j,:))...
            -mass(2*j)*(ac3x(j,:).*r4y(j,:)-ac3y(j,:).*r4x(j,:))...
            +f32x(j+1,:).*r2y(j+1,:)-f32y(j+1,:).*r2x(j+1,:);
    end
    R=r3x(j,:).*r4y(j,:)-r3y(j,:).*r4x(j,:);
    f32x(j,:)=(r4x(j,:).*P+r3x(j,:).*Q)/R;
    f32y(j,:)=(r4y(j,:).*P+r3y(j,:).*Q)/R;
    f43x(j,:)=f32x(j,:)-Fexx(2*j,:)+mass(2*j)*ac3x(j,:);
    f43y(j,:)=f32y(j,:)-Fexy(2*j,:)+mass(2*j)*ac3y(j,:);
end

```



```

if j==m
    f14x(j,:)=f43x(j,:)-Fexx(2*j+1,:)+mass(2*j+1)*ac4x(j,:);
    f14y(j,:)=f43y(j,:)-Fexy(2*j+1,:)+mass(2*j+1)*ac4y(j,:);
else
    f14x(j,:)=f43x(j,:)-f32x(j+1,:)-Fexx(2*j+1,:)+mass(2*j+1)*ac4x(j,:);
    f14y(j,:)=f43y(j,:)-f32y(j+1,:)-Fexy(2*j+1,:)+mass(2*j+1)*ac4y(j,:);
end
end

f12x=-f32x(1,:)-Fexx(1,:)+mass(1)*ac2x;    % 輸入軸軸承力 x 分量[N]
f12y=-f32y(1,:)-Fexy(1,:)+mass(1)*ac2y;    % 輸入軸軸承力 y 分量[N]
[~,f12]=cart2pol(f12x,f12y);                % 輸入軸軸承力[N]
[~,f14]=cart2pol(f14x,f14y);                % 非輸入軸軸承力[N]
Td=-Tex(1,:)+f32x(1,:).*r2y(1,:)-f32y(1,:).*r2x(1,:)+Fexx(1,:).*e2y-Fexy(1,:).*e2x;
% 輸入扭矩 Driving Torque[N-m],動力源等角速度輸入

% Normalization
norf=m2_0*r2(1)*omega_in^2;                % 力的無因次化因子 normalized factor
nort=norf*r2(1);                            % 力矩的無因次化因子 normalized factor
f12n=f12/norf;                               % 無因次化的輸入軸軸承力
f14n=f14/norf;                               % 無因次化的非輸入軸軸承力
Tdn=Td/nort;                                % 無因次化的輸入扭力

objval=sum(weight(1)*sqrt(f12n.^2+sum(f14n.^2,1))+weight(2)*sqrt(Tdn.^2))/num_data;

```