



國立臺灣大學生物資源暨農學院森林環境暨資源學系

博士論文

School of Forestry and Resource Conservation

College of Bioresources and Agriculture

National Taiwan University

Doctoral Dissertation

臺灣柳杉人工林產能管理之研究

The Study of the Production Capacity and Management of  
Japanese Cedar (*Cryptomeria japonica*) Plantation in Taiwan

鄭景鵬

Ching-Peng Cheng

指導教授：邱祈榮 博士

Advisor: Chyi-Rong Chiou, Ph.D

中華民國 111 年 5 月

May, 2022

國立臺灣大學博士學位論文  
口試委員會審定書

PhD DISSERTATION ACCEPTANCE CERTIFICATE  
NATIONAL TAIWAN UNIVERSITY



(論文中文題目) (Chinese title of PhD dissertation)

臺灣柳杉人工林產能管理之研究

(論文英文題目) (English title of PhD dissertation)

The Study of the Production Capacity and Management of  
Japanese Cedar (*Cryptomeria japonica*) Plantation in Taiwan

本論文係 鄭景鵬 (姓名) D03625003 (學號) 在國立臺灣大學 森林  
環境暨資源學系 (系/所/學位學程) 完成之博士學位論文，於民國  
111 年 4 月 14 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明。

The undersigned, appointed by the School of Forestry and Resource Conservation, National Taiwan University on 14 (date) 4 (month) 2022 (year) have examined a PhD dissertation entitled above presented by Cheng Ching-Peng (name) D03625003 (student ID) candidate and hereby certify that it is worthy of acceptance.

口試委員 Oral examination committee:

邱新榮  
(指導教授 Advisor)

王兆桓

顏添助

林世昌

林俊成

系主任/所長 Director: 曲吉華



## 致謝

學業得以完成，首先誠摯的感謝指導老師邱祈榮博士，在這 8 年期間不離不棄的給予高度的支持與指導，如此本論文才能在辭職後兩年半期間內順利的完成。初稿承蒙 王教授兆桓、林教授世宗、顏教授添明、林主秘俊成撥冗悉心校閱，提供諸多寶貴意見，使論文得以充實完整；特別感謝過去近百年的林業歷史中，各位林業前輩在調查時勞力費力的付出，使得晚輩得利用其累積的數據與經驗，尤其 姚榮鼎博士的傾囊相授，使我在整理長期試驗地資料時，得以處理這近百年的資料量。

在最後準備衝刺論文時，感謝政道學長、忠義學長、巧盈學姊、為巽學長、小南學長給予各種技術支援與諮詢，尤其勝驛學弟幫了很大的忙。亦得感謝各位好朋友們，娘娘、文逸、雅攷、松徽、琪琪、雨寒、小楓、灰熊、林俊佑、周修宇、阿寬、韋廷，在我感到迷惘、焦慮不知如何繼續的時候大方的伸出援手。

於研究室與成員們相處的回憶點滴在心頭，感謝海之、悌懿、乃維、啟元、子暉、翊偉、許皓、小班、呂權周，還有調查隊成員亦欣、德彥、建良、翔耀、小花、翊誠，總能在我疲憊的時候帶我去吃好吃的晚餐。

在水里鄉生活的日子裡，要感謝陳秀環姊妹、梁草分弟兄、詹益洲弟兄、林柏雄長老、玉玲姊妹、宜玲姊妹、如順弟兄、Uncle Marty、雅情姊妹、學進弟兄，以及曾長森牧師、何金瑛師母、林詠城弟兄、吳佳蓉姊妹、陳柏嘉弟兄、林文健姊妹，因為你們的幫助在我最困難的時候使我重新振作起來。

老婆婕妤在背後大力的支持更是我前進的動力，沒有婕妤的支持、包容，相信這兩年半的生活將是很不一樣的光景。而爸爸、媽媽與兄弟姊妹一直以來的陪伴更是令人感動，在此一併致謝。在此對於幫助過我的人，向你們至上最大誠摯的謝意。

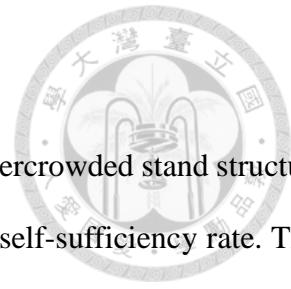
## 中文摘要



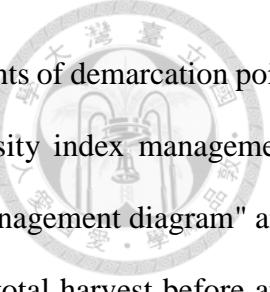
現今臺灣的人工林大多缺乏密度管理，其過度擁擠的林分直接或間接的造成產能停滯與木材自給率低迷的問題。本研究利用數學模式發展出一套管理柳杉人工林的工具，為幫助管理者擬定輪伐期間產能管理的策略以及評估柳杉人工林的優劣，期能幫助穩定的輸出木材。本研究首先將臺大實驗林長期試驗地與林務局永久樣區的數據集進行資料的比對與偵錯反饋，將校正後的數據分級成 9 個百分層級後，進一步利用 Schunte 生長模式擬合不同齡級各 PR 的「林齡級-林分胸徑」以及「林齡級-林分密度」的生長曲線組，合併曲線組為邱氏密度管理量表。同時利用有母數法與無母數法擬合柳杉人工林的胸徑大小與密度軌跡，並進行互相驗證，由此作為立木度管理圖的基礎。另一方面，考量蓄積量的計算問題，利用浮動樹高值與形數計算出不同情況的「蓄積量模擬量表」，能幫助使用者迅速在量表中，點出各種柳杉人工林林分狀態的蓄積量。為幫助第一次疏伐規劃，合併立木度管理圖與邱氏密度管理量表衍生出「C-檢索表」。研究結果顯示利用 Schunte 生長模式擬合的林齡-林分胸徑曲線組與林齡-密度曲線組誤差值偏低，而且量表也能夠有效的演示文獻數據與虛擬數據的疏伐前後變化，由此可見管理者能利用邱氏密度管理量表的 PR50 作為生長基線評估生長優劣與擬訂疏伐計畫，也能預測各種生長性狀柳杉人工林的林分隨林齡的變化。而有母數法與無母數法都能夠有效的擬合與驗證林分發展的軌跡，為便於林業實務上的應用，建議採用有母數法。進一步應用有母數法的參數計算林分進入各階段間分界點的係數為 SDI 閾值，由此製作立木度管理圖，其搭配「蓄積量模擬量表」能在內業規劃輪伐期的時候快速估算疏伐前後蓄積量變化與總產量，從不同尺度檢視每階段的生長與收穫軌跡，進一步的掌控整個輪伐期的產能管理。未來期能進一步以資料庫的形式推廣，並應用在不同樹種的經營管理上。

**關鍵字：**生長基線、胸徑大小與密度關係、立木度、蓄積量預測

## Abstract



Most of Taiwan's plantations lack of density management today, and the overcrowded stand structure either directly or indirectly leads to stagnant productivity and low timber self-sufficiency rate. This study used mathematical models to develop a set of tools for managing Japanese cedar (*Cryptomeria japonica*) plantations, and it aims to provide a quantified strategy for managers to evaluate Japanese cedar's production during rotation in order to stabilize the output of. In this study, the data was compared and debugged between the long-term experimental plots of the National Taiwan University Experimental Forest and the permanent plots of the Forestry Bureau. After grading the processed data into 9 percentile ranks, the Schunite growth model was imported to fit the growth curve groups of "age - size" and "age - density" of each PR from different age classes, then the different curve groups were merged as the "Chiou's density management diagram". Meanwhile, the size-density trajectories of Japanese cedar plantations were fitted by the parametric and nonparametric methods. The basis of "stand density index management diagram" was the outcome of mutual authentication between those two methods. On the other hand, considering the calculation of the volume, various value of tree height and form-factor were used to draw a volume simulation diagram for different situations. This could help the user to point out volume of Japanese cedar plantations promptly. In order to assist the first thinning plan, a "Classification Chat" was derived by combining the Chiou's density management diagram and stand density index management diagram. The results showed the error values of age-size curve group and age-density curve group which was fitted by Schunite growth, were relatively low. Moreover, Chiou's density management diagram could also effectively demonstrated the changes between literature data and virtual on before and after thinning. Hence, managers could use the PR50 of Chiou's density management diagram as the growth baseline to evaluate the growth quality, formulate thinning plans, and predict the change of Japanese cedar plantations' various growth traits with stand age. Both parametric and nonparametric methods could effectively fit and verify the trajectories of stand development. Parametric method is suggested for



facilitate the application in forestry practice. SDI threshold used the coefficients of demarcation point among each stage of the standby parametric method, and the "stand density index management diagram" was came out from it. The combination of "stand density index management diagram" and "volume simulation diagram" could quickly estimate volume changes and total harvest before and after thinning, view the growth and yield trajectories of each stage from different scales, and control the production capacity management of the entire rotation period. In the future, it could be promoted in a form of database and applied to the management of different tree species.

**Keywords:** growth baseline, size-density relationship, stand density index, volume prediction

## 目錄



口試委員會審定書 .....	i
致謝 .....	ii
中文摘要 .....	iii
Abstract .....	iv
目錄 .....	vi
 壹、 前言 .....	1
一、 研究動機與目的 .....	1
二、 擬解決問題 .....	3
三、 研究架構與流程 .....	5
 貳、 材料與方法 .....	8
一、 資料來源 .....	8
1. 柳杉永久樣區 .....	8
2. 柳杉長期試驗地 .....	8
二、 邱氏密度管理量表 .....	10

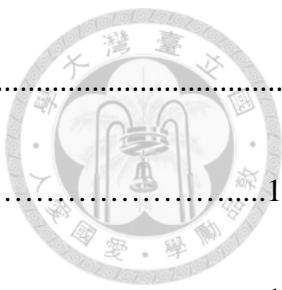


1. 資料統計、偵錯反饋與分級 .....	10
2. 生長模式擬合 .....	11
三、胸徑大小與密度關係 .....	14
1. 有母數法 .....	19
2. 無母數法 .....	22
四、密度管理指南與檢索 .....	23
1. 立木度閥值 .....	23
2. 蓄積量模擬量表 .....	26
五、C-檢索表 .....	26
六、模式驗證與實例引述 .....	27
1. 回歸指標(regression metrics) .....	27
2. 分類指標(classification metrics).....	27
3. 實例引述 .....	28
參、結果與討論 .....	29
一、林齡級-林分胸徑-林分密度組圖 .....	29
1. 各齡級與各百分層級生長 .....	29
2. 曲線組擬合結果 .....	32



3. 邱氏密度管理量表 .....	37
4. 量表的應用實例 .....	41
5. 四種疏伐模擬應用 .....	44
二、柳杉人工林胸徑大小與密度關係 .....	50
1. 林分生長軌跡 .....	50
2. 有母數法與無母數法的比較 .....	54
三、C-檢索表 .....	58
1. 胸徑大小與密度發展軌跡與立木度百分比關係 .....	58
2. 立木度管理圖 .....	61
3. 檢索表製作理論 .....	71
4. 蓄積量模擬量表理論與應用實例 .....	76
肆、結論與建議 .....	82
一、邱氏密度管理量表 .....	82
二、立木度管理圖與蓄積量模擬量表 .....	83
三、C-檢索表 .....	84
五、研究限制 .....	85
六、未來展望與應用 .....	86

伍、參考文獻 .....	87
附錄一 .....	103
附錄二 .....	105
附錄三 .....	107
附錄四 .....	108





## 表目錄

表 1 所有柳杉人工林樣區林分性狀概述.....	30
表 2 利用 Schnute 生長模式擬合平均胸徑的統計摘要.....	33
表 3 利用 Schnute 生長模式擬合二次平均胸徑的統計摘要.....	34
表 4 利用 Schnute 生長模式擬合林分密度的統計摘要.....	34
表 5 比較兩種組圖在長期生長的評估結果.....	40
表 6 四種疏伐模擬的評估結果.....	45
表 7 有母數法的完整和簡化分段回歸模型係數估計摘要.....	52
表 8 有母數法與無母數法的誤差值統計摘要.....	54
表 9 有母數法與無母數法在各階段的誤差值統計摘要.....	55
表 10 有母數法的分界點係數位置所對應到的林分結構參數.....	58
表 11 疏伐方案 II 之疏伐、主伐收穫(引述自楊榮啟等，1976) .....	62
表 12 強度疏伐樣本的案例一模擬規劃.....	65
表 13 中度疏伐樣本的案例二模擬規劃結果.....	66
表 14 弱度疏伐樣本的案例三模擬規劃結果.....	67
表 15 C-檢索表.....	75
表 16 蓄積量模擬量表的模擬值與觀察值的差異(引述自翁世豪等，2011) .....	77
表 17 強度疏伐樣區規劃案例伐採蓄積量預測.....	78
表 18 中疏伐樣區規劃案例總蓄積量預測.....	78
表 19 弱疏伐樣區規劃案例總蓄積量預測.....	79



## 圖目錄

圖 1 本研究之架構流程圖 .....	7
圖 2 本研究所有樣區分布情形 .....	9
圖 3 八種生長模式間之關係(修改自顏添明，1997) .....	11
圖 4 Schunte 生長模式的八種型態(修改自 Schunte, 1981) .....	13
圖 5 用於沿海花旗松的林分密度管理圖 (修改自 Newton, 1997) .....	16
圖 6 有母數法的分段回歸模型(引述自 VanderSchaaf and Burkhart 2008) .....	21
圖 7 重要的林分密度閾值(引述自 Powell, 1999) .....	25
圖 8 各事業區樣區調查次數情形 .....	29
圖 9 平均胸徑各齡級資料結構鬚盒圖 .....	31
圖 10 二次平均胸徑各齡級資料結構鬚盒圖 .....	31
圖 11 林分密度各齡級資料結構鬚盒圖 .....	32
圖 12 各齡級平均胸徑百分等級分布擬合曲線 .....	36
圖 13 各齡級二次平均胸徑百分等級分布擬合曲線 .....	36
圖 14 各齡級林分密度百分等級分布擬合曲線 .....	37
圖 15 平均胸徑、二次平均胸徑、林分密度模擬結果的殘差值分布 .....	37
圖 16 邱氏密度管理量表(林齡-QMD-林分密度組圖) .....	38
圖 17 邱氏密度管理量表(林齡-平均胸徑-林分密度組圖) .....	38
圖 18 兩種組圖的評估情況 .....	41
圖 19 邱氏密度管理量表評估翁世豪等(2011)強度疏伐樣區結果 .....	44

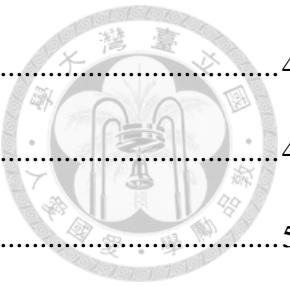


圖 20 四種疏伐的結果於邱氏密度管理量表的評估 .....	46
圖 21 四種疏伐模擬的直徑級分布 .....	49
圖 22 分段回歸模型擬合胸徑大小與密度關係結果 .....	51
圖 23 柳杉人工林林分發展各階段 SDI% 閥值 .....	60
圖 24 柳杉人工林林分密度管理圖(楊榮啟等，1976) .....	63
圖 25 三個規劃方案在密度管理圖的軌跡(引用翁世豪等，2011 數據) .....	64
圖 26 立木度評估圖(引述自 Ginrich 1967) .....	69
圖 27 C-檢索表(引用翁世豪等 2011 數據) .....	73
圖 28 三個規劃方案蓄積量變化軌跡於蓄積量模擬量表 .....	81

## 壹、前言

### 一、研究動機與目的



一般以木材生產為主要目地之林業經營，其首要目標為在永續經營的基礎下增加林木的生長以得到更多材積收穫，或者提升木材之品質以提高林木價值(Zeide, 2004)。因此，如何於單位林地面積內產出最大的材積收穫量，並以較低的成本進行林分經營，都是獲益的重要關鍵。而合法合理的規畫森林經營為臺灣林業當前生產木材的重要方針，特別是有規劃的疏伐可以在整個輪伐期中有效的利用原本會枯死的有價值樹木，並能夠最大限度地減少競爭來維持單木的快速生長提高總林分產量。

邱祈榮等(2012)研究 2012 年的臺灣區合板製造輸出業同業公會發行之臺灣合板工業年報資料指出，臺灣的進口木材比例高達 99% 以上，木材自給率不到 1%。據林務局近 10 年統計報表(2011-2020)，臺灣每年進口的木材大約是 410-640 萬  $m^3$  左右，有逐年上升的趨勢；然而。詹為巽等(2020)指出目前有許多國家為保護自己的自然環境與森林生態系，紛紛制定更嚴謹的森林經營規範。可以預見未來國際間的木材出口貿易情況，將會依受到各國內的天然資源與政經條件將有所限制，臺灣木材進口的數量將會受到影響。因此，如何有效的提升臺灣木材自給率至關重要。

由長期的立木蓄積變化趨勢來看，人工林林分的生長與收穫受樹種特性、林分結構、立地環境，以及天然災害敏感性影響，這些特徵主要取決於森林經營的策略 (Zeng *et al.*, 2004; Yoshida and Noguchi, 2009)。長期以來，寺崎(1905; 1963)與 Ashton and Kelty (2018)所論及的間伐或疏伐原則，這些純理論的措施大大的影響了臺灣人工林的密度管理。尤其林業單位進行撫育措施或密度管理時，通常為達滿足節省成本、促進留存木的生長或多重目的，常合併間伐(intermediate cutting)的多種施作原則進行，大多於施行疏伐(thinning)時一併進行除害伐(salvage cutting)、衛生伐



(sanitation cutting)、整理伐(improvement cutting)等育林作業，至於管理者應施行何種措施，是定性或是定量原則，使其施作後產生最大的效益，是長期備受關注的問題。

而森林亦扮演固碳之重要角色也屬於生質能重要的一環，如何有效推估森林生長量，是於預測碳吸存量時之重要基礎(林裕仁等，2002)。進一步來說，在輪伐期的規劃中，了解作業成本的結構(卓志隆，2013)時結合有效的密度管理促進其產能有助於達成 2030 年林業淨零碳排的目標。同時，人工林的永續經營亦有助於直接或間接達成 SDGs 的各項目標(鄭景鵬與邱祈榮，2022)。

柳杉自西元 1900 年初期由日本引進，其在臺灣的初期生長速度優於日本原產地的生長紀錄(楊榮啟，1975)，因應當時的政策推廣，曾於全島大面積推廣造林(劉慎孝等，1955)，如今已成為臺灣山區潛在的重要木材資源。據林務局第四次森林資源調查的人工針葉林統計數字中顯示，柳杉造林面積為 41,390 公頃，平均每公頃蓄積量為  $388.89\text{ m}^3$ ，到目前為止仍為全臺平均單位面積蓄積量最高的人工針葉林。

劉慎孝等(1955)、楊榮啟與黃清泉(1972)、劉宣誠等(1977)、高強(1982)曾利用林務局永久樣區、臺大實驗林轄區內的柳杉長期試驗地、烏來及文山事業區樣區資料發展柳杉收穫表、林分密度管理圖(stand density management diagram : SDMD)、柳杉地區材積表、最佳疏伐與輪伐期之經濟分析，在過去為柳杉人工林的經營策略提出了重要的參考工具。然而，現今的柳杉人工林大部分缺乏密度管理，過度擁擠的林分直接或間接的造成產能停滯，亦已經超過了理論上所制定的輪伐期林齡，同時缺乏初始栽植密度紀錄與樹高量測精準度偏低所造成的誤差等情況，使得前人所開發的 SDMD 等工具在利用上有所受限。

有鑑於臺灣柳杉人工林缺乏輪伐期間的間伐或密度管理的措施，利用現今計

算機科學(computer science)進步的優勢，合併過去累積的資料集與實務經驗提出具統計基礎的數學模式工具，期能更精準地評估與預測林分生產量並提供輪伐期間伐採的規劃策略，幫助管理者對於木材產能的管理與控制。



## 二、擬解決問題

臺灣柳杉人工林目前普遍的問題是長久未進行疏伐以及缺乏輪伐期內疏伐的規劃，本研究以臺大實驗林(National Taiwan University Experimental Forest : NTUEF)長期試驗地與林務局(Taiwan Forest Bureau : TFB)永久樣區兩大資料集為研究材料，利用多參數生長模式的配置結果製作出邱氏密度管理量表，針對當前長久未疏伐的柳杉造林地提供了有用的規劃工具，管理者利用林分胸徑(cm)、林分密度(density: trees per hectare( $ha^{-1}$ ))、林齡(yr)就能評估林分所屬的行百分比層級(percentile rank : PR)等級並規劃疏伐的策略。

為有效的幫助管理者執行生產與收穫之規劃，並進一步在不同的尺度上規劃與預測輪伐期間的產能，結合不同的數學模式製作專屬臺灣柳杉的立木度管理圖與蓄積量模擬量表，俾利林地管理者在輪伐期間規管理產能。

顧及規畫第一步疏伐時擬定策略的困難，合併邱氏密度管理量表與立木度管理圖製作專屬柳杉的 C-檢所表為密度管理初步指南，本研究成果期能達成以下目的。未來期能進一步以資料庫或 APP 的形式推廣，並應用在不同樹種的經營管理上。

1. 邱氏密度管理量表：可快速的利用實際點位與生長基線上的參考點位的相對位置評估各種柳杉人工林 PR 等級，並預測未疏伐柳杉人工林生長，若 PR 等級偏低的則建議林相更新，若為 PR 等級偏高則可進一步規劃輪伐期的收穫策略。管理者在內業研擬疏伐策略時，能藉此量表檢視疏伐前後目標林分的相對位置，俾利



規畫何種疏伐方式與疏伐率。

2. 立木度管理圖與蓄積量模擬量表：幫助管理者從不同尺度檢視每階段的生長與收穫軌跡，進一步的掌控整個輪伐期的產能管理，並預測輪伐期間的總收穫量。

3. C-檢索表：為合併邱氏密度管理量表與立木度管理圖之結果，檢索實際點位與參考點位在立木度管理圖各閥值間的相對位置能快速獲得初次疏伐時的參考策略。



### 三、研究架構與流程

本研究的流程如圖 1 所示，原始資料包含 NTUEF 長期試驗地與 TFB 永久樣區兩大資料集，先針對兩巨量調查數據進行敘述統計，檢視各樣區的平均胸徑、二次平均胸徑、平均樹高、林分密度等林分結構之屬性，藉其數據最大值、最小值、離均值與離散程度在不同年份的同一樣區數據特質，進行資料的比對與偵錯反饋(Debug Feedback)，由此挑出可疑的數據回饋給該單位比對原始資料與移除重複置入的樣本後，將校正後的數據反饋到台帳與其資料庫，再對數據重新進行敘述統計，進一步將資料進行百分比層級(percentile rank : PR)分級。

接著應用 Schunte 生長模式擬合不同齡級的「林齡級-林分胸徑」以及「林齡級-林分密度」的關係，建立各 PR 分級的曲線組，進一步組合曲線組為「邱氏密度管理量表」，該量表包含「林齡級-平均胸徑-林分密度分級圖」與「林齡級-二次平均胸徑-林分密度分級圖」，利用長期試驗地數據(Cheng *et al.*, 2021)檢驗此兩組圖無差異後，於進行模式應用與範例中引述翁世豪等(2011)文獻數據評估其疏伐前後林分結構變化(邱祈榮等，2022)，以及使用模擬的數據針對 Ashton and Kelty (2018)論及的「四種疏伐」進行模擬，將模擬疏伐前後的結果置入邱氏密度管理量表評估，作為疏伐規劃之參考。

另一方面，利用有母數法(VanderSchaaf and Burkhart, 2008)與無母數法(Kublin *et al.*, 2013; Hazelton, 2015; Jeong *et al.*, 2016; Scolforo *et al.*, 2018)擬合出柳杉自我疏伐線斜率與柳杉人工林二次平均胸徑與林分密度發展軌跡，由兩數據集互相驗證並比較有母數法及無母數法之間的差異。

接著應用 Long (1985); Cochran(1994); Powell (1999)的理論將柳杉人工林的最大 SDI 值與有母數法所擬合的各階段軌跡參數換算為 SDI 的特定閥值，提出柳杉人工林林分發展各階段 SDI 百分比閥值圖說，由此建立立木度管理圖。同時考量



蓄積量的計算問題，利用浮動樹高值與形數計算出不同情況的「蓄積量模擬量表」，能幫助使用者迅速在量表中點出各種柳杉人工林林分狀態的蓄積量，在輪伐期間規劃時快速估算疏伐前後蓄積量變化與總產量。與此同時合併立木度管理圖與邱氏密度管理量表衍生出「C-檢索表(Classification Chat)」，用以輔助第一次的疏伐策略參考之用。

管理者在規劃輪伐期時能根據林地現場資訊，利用本研究發展之邱氏密度管理量表、立木度管理圖、蓄積量模擬量表、C-檢所表等工具能規劃與預測輪伐期間的蓄積量產能，俾利穩定生產木材，並達到提升木材自給率與的目的。

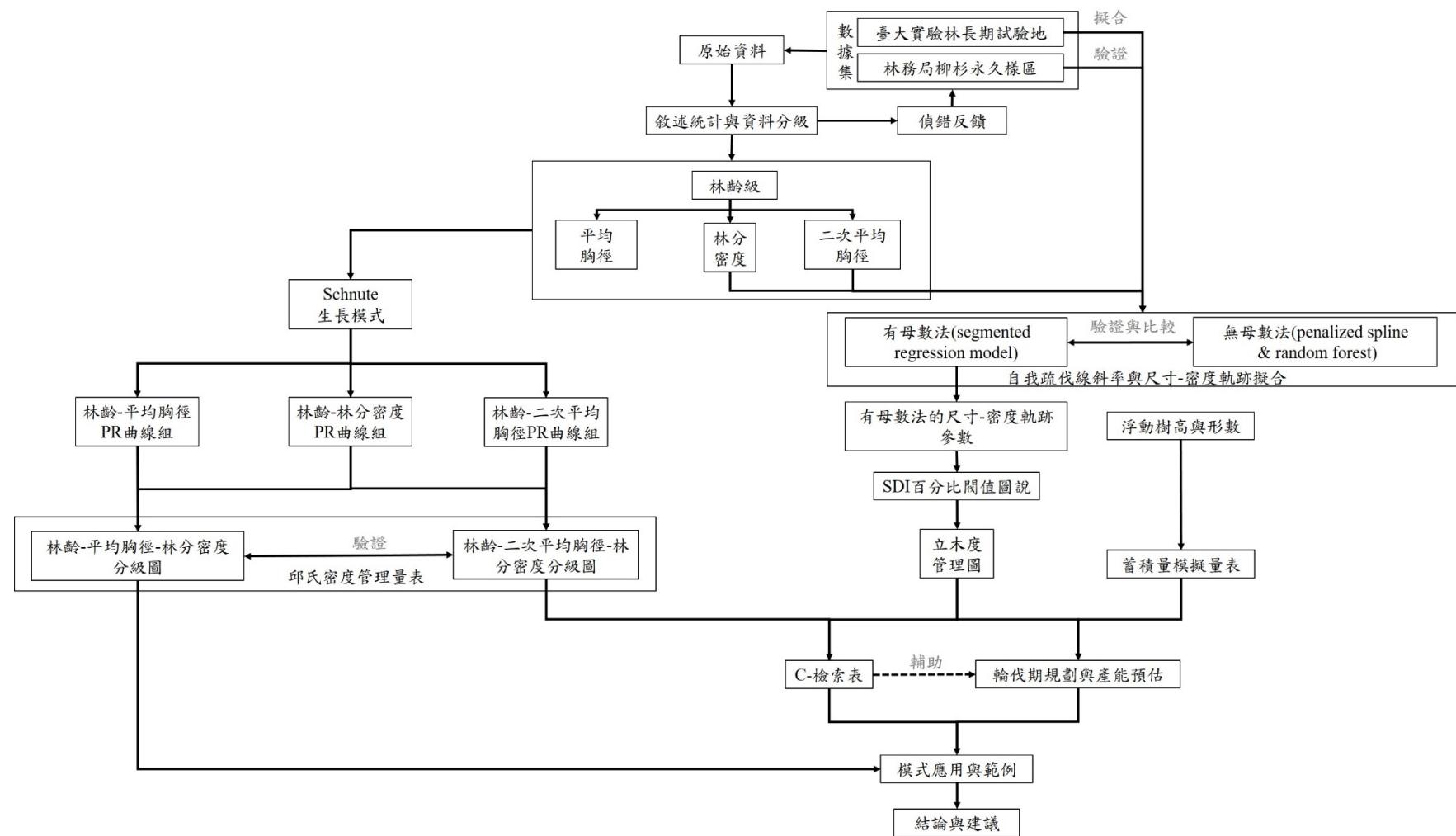


圖 1 本研究之架構流程圖

## 貳、材料與方法



### 一、資料來源

#### 1. 柳杉永久樣區

樣區分布於全臺灣 8 個林管處山區轄內(羅東、新竹、東勢、南投、嘉義、屏東、台東、花蓮)的 35 個事業區，海拔由 410 m 至 2680 m。係 TFB 森林資源調查的柳杉永久樣區於 1997 年所設立，設置方法為先利用數值地型及土地利用型建構數化影像的土地利用型之高程分布級，依各林型的面積比例求出總樣區數與分配數量，再應用直方圖等畫法配合高程分布資訊，計算出各高程級之樣區分配數目(邱祈榮，1997)，由各林管處現場隨機選取樣區設置，可區分為 0.02 ha 及 0.05 ha 兩種，並規劃每 5 年進行複查，調查時間為 1997 年至 2009 年之間；樣區內只有大於 6 公分的林木會被調查與記錄，調查內容包含樹種、胸徑、樹高、每木位置、樹冠級(dimensions)及林地屬性。本研究擬針對柳杉人工林樣區進行分析，由於些許樣區有其他本土樹種侵入，形成次生林狀態，故先篩選出優勢樹種為柳杉的永久樣區，樣區總計 222 處(圖 2 黑點)。

#### 2. 柳杉長期試驗地

另選取 NTUEF 柳杉長期試驗地 20 處代表 TFB 以外的柳杉造林地，NTUEF 位於臺灣中央山脈西邊，轄內海拔由 220 m 至 3952 m 之間，全區山勢大都陡急，僅局部山麓地帶有少許之緩斜地，根據 1941-2005 年之氣象記錄，長期試驗地之區域年平均氣溫介於 15.5 °C~24.6 °C 之間，一般氣溫以 1、2 月為最低，7、8 月為最高，平均年降雨量在 1,600 mm 至 2700 mm，全年可依降雨之型態，劃分乾季(10 月至翌年 4 月)與雨季(5 月至 9 月)(臺大實驗林，2009)。

本研究引用的 20 筆長期試驗地(圖 2 灰點)分別為 14 個柳杉生長量長期試驗

地，1 個柳杉林分構成試驗地，5 個柳杉栽植距離試驗地，其栽植年為 1912 年至 1938 年之間，設置年為 1921 年至 1945 年之間。歷次調查的項目為活樹的胸徑與樹高，各樣區林分樹高之資料大多為標準木法選木進行調查而來，各試驗地調查間隔為 1 至 5 年之間，部分試驗地紀錄因不明原因延長至 6-10 年調查，至 2007 年起穩定每 5 年調查一次，胸徑與樹高皆為每木調查，樣區面積為 0.0828 公頃至 0.165 公頃不等。

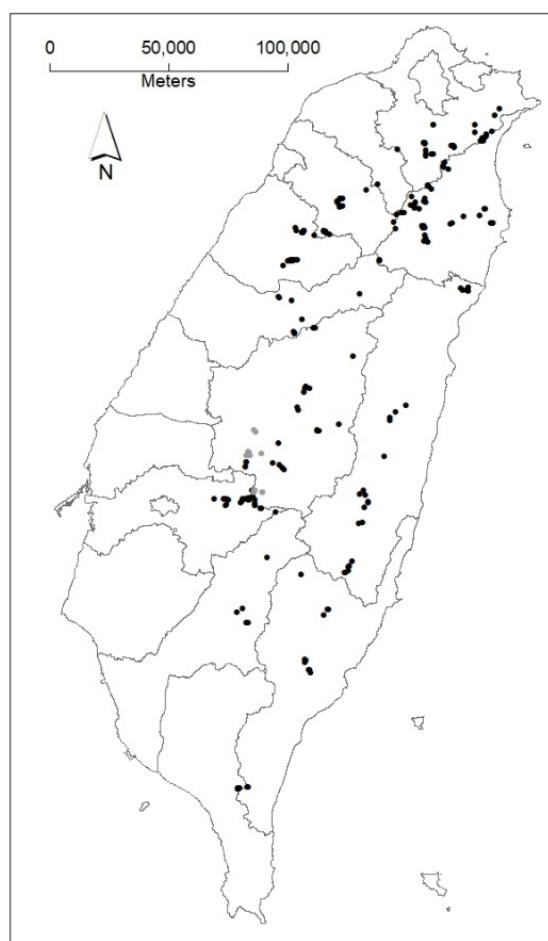


圖 2 本研究所有樣區分布情形  
黑點為 TFB 永久樣區；灰點為 NTUEF 長期試驗地。



## 二、邱氏密度管理量表

### 1. 資料統計、偵錯反饋與分級

將所有試驗地的林齡、平均胸徑、二次平均胸徑、林分密度、胸高斷面積、平均樹高等林分性態值進行敘述統計後，檢視數據最大值、最小值、離散程度等以及不同年份的同一樣區數據特質來執行偵錯反饋，由此挑出可疑的數據比對台帳資料的紀載與移除重複置入的樣本後，將校正後的數據反饋到台帳紀錄，並重新進行資料的敘述統計。

然而，偵錯反饋時發現邱祈榮等(2014)大部分的柳杉文獻數據與表 1 同源，故在此部分使用偵錯反饋後的資料，並且篩選 6 年生以上之資料，最終將修正後的數據置入資料庫再進一步將資料進行百分層級分級。由於少數的高齡級林齡於本研究所蒐集之資料量不足，因此首先將林分胸徑資料依林齡以 5 年為一齡級進行分群，一齡級之年分以該齡級之上界值為代表，如 6-10 年生之資料均以屬齡級 10，其中林齡 6 至 70 年以 5 年為一齡級，但限於 70 年後資料樣本較低，故 70 至 80 年生林齡，以 10 年為一齡級，林齡資料共分為 14 組。

或許由於臺灣許多文獻先例和大眾廣泛的使用習慣，使得大部分林業從事人員大多在提出林分胸徑統計摘要與調查數據呈現皆使用算術平均數(Arithmetic mean)來呈現林分胸徑。綜觀國際上的林業文獻可見二次平均胸徑或稱平均胸高斷面積直徑(Quadratic mean diameter : QMD)的使用較具廣泛性，因此本研究在繪製邱氏密度管理量表時，一併計算平均胸徑(DBH)值與 QMD 值並探討其差異。QMD 計算如公式 1 所示。

$$QMD = \sqrt{BA / (k \times n)} \text{ (cm)} \quad (1)$$

BA 為胸高斷面積( $m^2 ha^{-1}$ )；n 為單位面積株數，k 為常數，當 BA 單位為平

方英尺(square feet)的時候  $k=0.005454$ ；當 BA 單位為平方公尺(square meter)的時候， $k=0.0000785$ 。



## 2. 生長模式擬合

生物學使用的生長模式(growth model or growth equation)為利用隨時間變化的數學模式研究生物生長過程的一種方法。顏添明(1997)曾探討臺灣林業研究常用的 8 種生長模式之間的關係，將常用的 8 種生長模式包含與平行關係用圖 3 表示；並指出「Schunte 生長模式如將  $a$ 、 $b$  參數之值域範圍加以歸納，其包含 Richards、Mitscherlich、Logistic、Gompertz 模式、直線模式、二次曲線、指數函數等(Schunte, 1981)，由此可知該模式為複合體之型態」。顏添明、李久先(1998)研究中比較了 7 種林業常用的生長模式於紅檜人工林疏伐林分單木胸高斷面積生長擬合情形，認為生長模式特性應如大隅(1976)所論述「良好之生長模式除了要具備生物學之理論基礎，並可有效的描述及解析生長現象外，且要能預測未來生長之能力」。

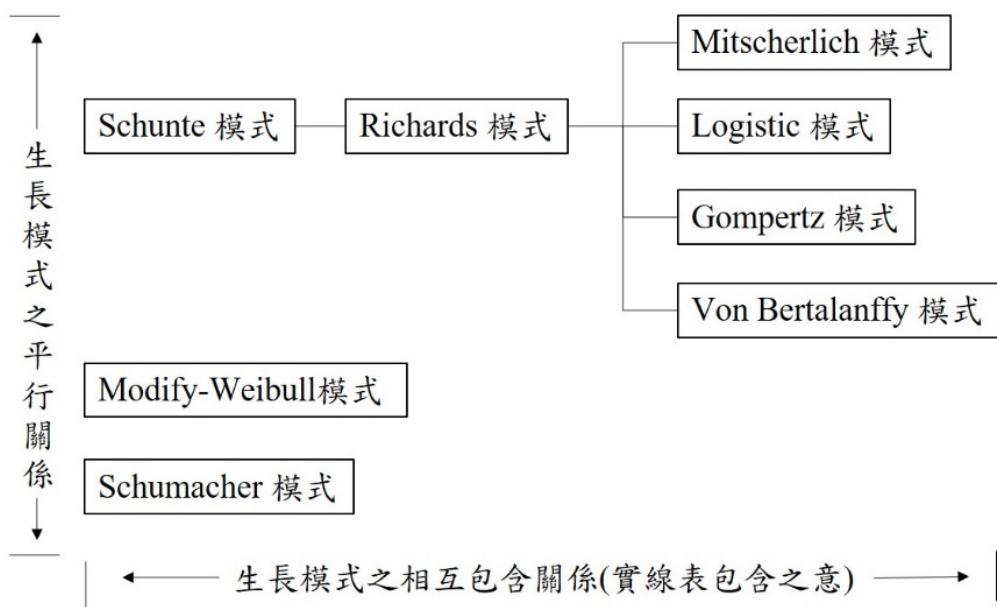


圖 3 八種生長模式間之關係(修改自顏添明，1997)

臺灣林業過去常用的生長模式分別為 Schunte、Richards、Mitscherlich、

Logistic、Gompertz、Von Bertalanffy、Modify-Weibull、Schumacher 等模式。迄今已有許多臺灣的林業論文為應用生長模式進行林木生長變化之相關研究(楊榮啟，1985；馮豐隆、楊榮啟，1990；李久先、顏添明，1994；李久先、顏添明，1995a；李久先、顏添明，1995b；李久先、顏添明，1996；顏添明、李久先，1998a；顏添明、李久先，1998b；顏添明等，2006)；劉知好、王兆桓，2008；鄭景鵬等，2010；鄭景鵬等，2014；劉怡宏等，2021；Shih *et al.*, 2021)。

Zeide (2003)分析了林業常用的 12 種生長模式，並討論他們之間的特質與差異，認為已經有許多描述植物生長的方程式被發明，但只有少數被證明是有用的，由於沒有生物學家相信有一個方程式可以適用於所有的植物生長過程，所以使用生長模式時應考慮選擇較適合目標生物生長特質的。邱祈榮等(2013)曾探討臺灣常用的生長模式使用習慣與其特性，結果顯示 Gompertz 和 Richards 生長模式有較佳的模擬效果，可做為林木生長模擬的第一優先選用模式，建議使用時依據生長模式與林木性態值對應，選用最佳的生長模式。

Schnute(1981)生長模式的  $a$ 、 $b$  參數值域變化使模式形成 8 種型態(圖 4)，當  $a$ 、 $b$  參數值皆大於 0 時能轉換為參數具生物意義的 Richards 模式。然而，當小於 0 的  $a$ 、 $b$  參數轉換成 Richards 生長模式的參數時會產生「參數不具生物意義」或「不合理的生物生長表現」的情況，但仍較具有預測力與敘述力。

特別的是，Schnute 生長模式的第 3 型能夠描述生長被壓縮後再釋放後的現象，指數型上升的型態(第 4 型)亦能描述速生樹種初期的高生長率狀態；Maunder (2001); Punt *et al.*, (2016)曾利用反向的軌跡模擬魚類族群數量減少的狀況(第 7 型)，可見其亦能應用於擬合族群數量隨時間死亡的情況，其較 Richards 模式更具變化與敘述能力，概括而言，利用第 1 至 4 型幾乎可擬合大部分林木生長的軌跡，特別在擬合林分密度隨時間降低的部分，第 5 至 8 型尚未在林業研究中使用過。

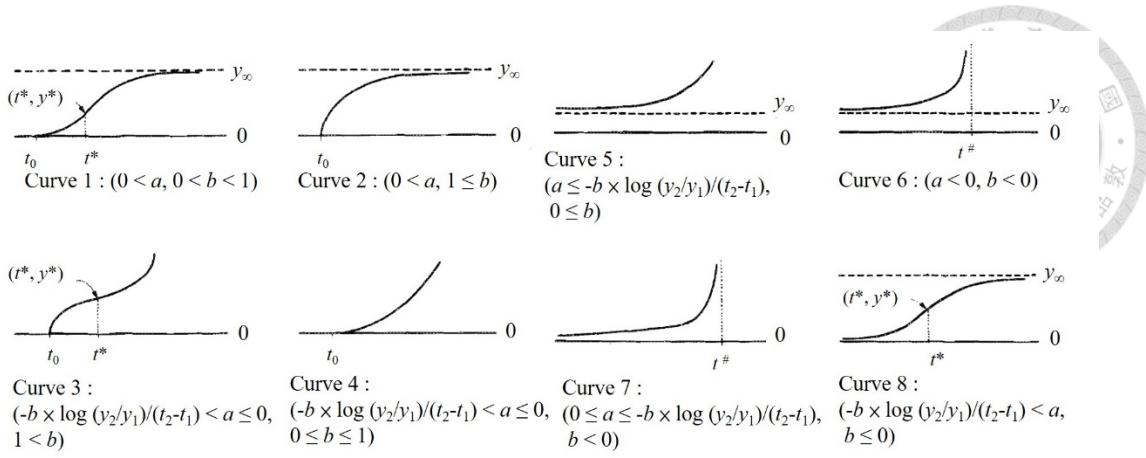


圖 4 Schunute 生長模式的八種型態(修改自 Schunute, 1981)

虛線( $y_\infty$ )為生長量  $y$  的漸進線；Curve 為各曲線 Schunute 模式的型態； $t_0$  為時間為 0 的起始點； $t^*$  為反曲點的時間點； $t^\#$  為漸近線的時間點； $(t^*, y^*)$  為反曲點時間  $t^*$  對應到的生長量  $y^*$  值，亦為反曲點座標位置； $y_1$  為  $t_1$  時之生長量； $y_2$  為  $t_2$  時之生長量； $t$  為欲計算之林齡； $t_1$  為模擬之林齡範圍下界(lower bound)； $t_2$  為模擬之林齡範圍上界(upper bound)； $a$ ； $b$  為模式參數。

因此本研究使用 Schnute 生長模式進行擬合，首先將前述計算出來的 14 組齡級平均胸徑、QMD 與林分密度值由小到大排序，並依序分級為 PR10、PR20、PR30 至 PR90，以林齡為 X 軸，DBH、QMD 與林分密度的各 PR 等級為 Y 軸，透過 Schnute 生長模式(Schnute, 1981) 進行擬合(公式 2)，各適配一條代表該 PR 等級之生長曲線。因此 DBH、QMD 與林分密度各可適配 9 條生長曲線，並外推齡級 90 年生的數值，分別組合成「林齡級-平均胸徑(DBH)」、「林齡級-二次平均胸徑(QMD)」與「林齡級-林分密度」此三種生長基線曲線組，作為建立邱氏密度管理量表之基礎。Schnute 生長模式的特質即參數能夠有效的轉化為不同生長模式的形式，由此進一步探討各參數之間的關係。Schnute 生長模式如公式 2 所示。

$$y = \left[ y_1^b + (y_2^b - y_1^b) \times \frac{(1-e^{-a(t-t_1)})}{(1-e^{-a(t_2-t_1)})} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (2)$$

$y$  為欲計算之林齡  $t$  的生長量； $y_1$  為  $t_1$  時之生長量； $y_2$  為  $t_2$  時之生長量； $t$  為欲計算之林齡； $t_1$  為模擬之林齡範圍下界； $t_2$  為模擬之林齡範圍上界； $a$ ； $b$  為模



式參數。

由於 Schnute 模式為多參數的非線性模式，擬合時容易出現無法收斂的狀況，故設置初始值前先評估曲線可能發展的形狀屬於第幾型，依定義輸入所屬的參數範圍，再利用 Excel 表的「規劃求解」求解最小平方法殘差值的最小值，進行多次測試符合曲線類型的初始參數後，再將獲得收斂的參數置入 R 語言擬合。

最後根據生長模式所擬合的各 PR 等級生長基線組，以 DBH 與 QMD 分別為 X 軸，林分密度為 Y 軸，並依齡級以及 PR 分別連線，繪製臺灣地區柳杉人工林之「林齡-平均胸徑-林分密度」分級圖(age-DBH-density diagram)與「林齡-二次平均胸徑-林分密度」分級圖(age-QMD-density diagram)為邱氏密度管理量表(Chiou's density management diagram)兩種曲線組圖，作為評估全臺灣不同齡級柳杉林分生長量之基準量表。

### 三、胸徑大小與密度關係

Reineke (1933)曾圖示 14 種松樹(*Pinus spp.*)的 QMD 與林分密度的關係於雙對數(log-log)軸上，進一步指出所有樹種應該具有固定斜率為 -1.605 的自我疏伐線斜率，由此定義出立木度(Stand Density Index:SDI)與最大密度線，其理論在人工林林分密度管理的研究中被廣泛的應用。歷年來林業學者曾爭論著自我疏伐線斜率是否為固定值，也隨至著樣本數的增加與電腦運算能力的提高，得知不同擬合方式、不同的育林方式、初始栽植密度、立地環境的差異、樣本本質與樹種的不同皆會產生不同的斜率(Bi and Turvey, 1997; Morris, 2002; Cao and Dean, 2008; Sun *et al.* 2011; Zhang *et al.* 2013; Zhang *et al.* 2018; Yang *et al.*, 2018)。

有關林分的胸徑大小與密度關係隨時間發展過程中的模型，從 Lewis and Ferguson (1993); Curtis *et al.*, (1997); Gilmore *et al.*, (2005)的文獻應用中能明顯看出 Langsaeter (1941)模型是描述林分密度和生長關係最早的文獻。Langsaeter

(1941)認為林分密度能藉由單位面積的蓄積量或 BA 來表示，提出了一套模型來描述林分生長和林分密度之間的軌跡關係(圖 5B)，該模型有五個反應階段。

①(第一階段)代表林分材積生長隨著林分密度增加而線性增加的區域。林分還沒有完全佔據立地環境，樹木之間幾乎沒有競爭。

②(第二階段)代表一個過渡區，此時林木之間的競爭加劇，導致生長率下降。

③(第三階段)為林木完全佔用立地環境時，此時單位面積的生長量將持續維持一個大致持平的狀態，這段時間的林分狀態被定義為高原(plateau)。

④(第四階段)表示一個過渡區，隨著林木競爭逐漸增加，導致生長逐漸減少。

⑤(第五階段)時林分發生極端的競爭，導致死亡率提高以及生長率降低。

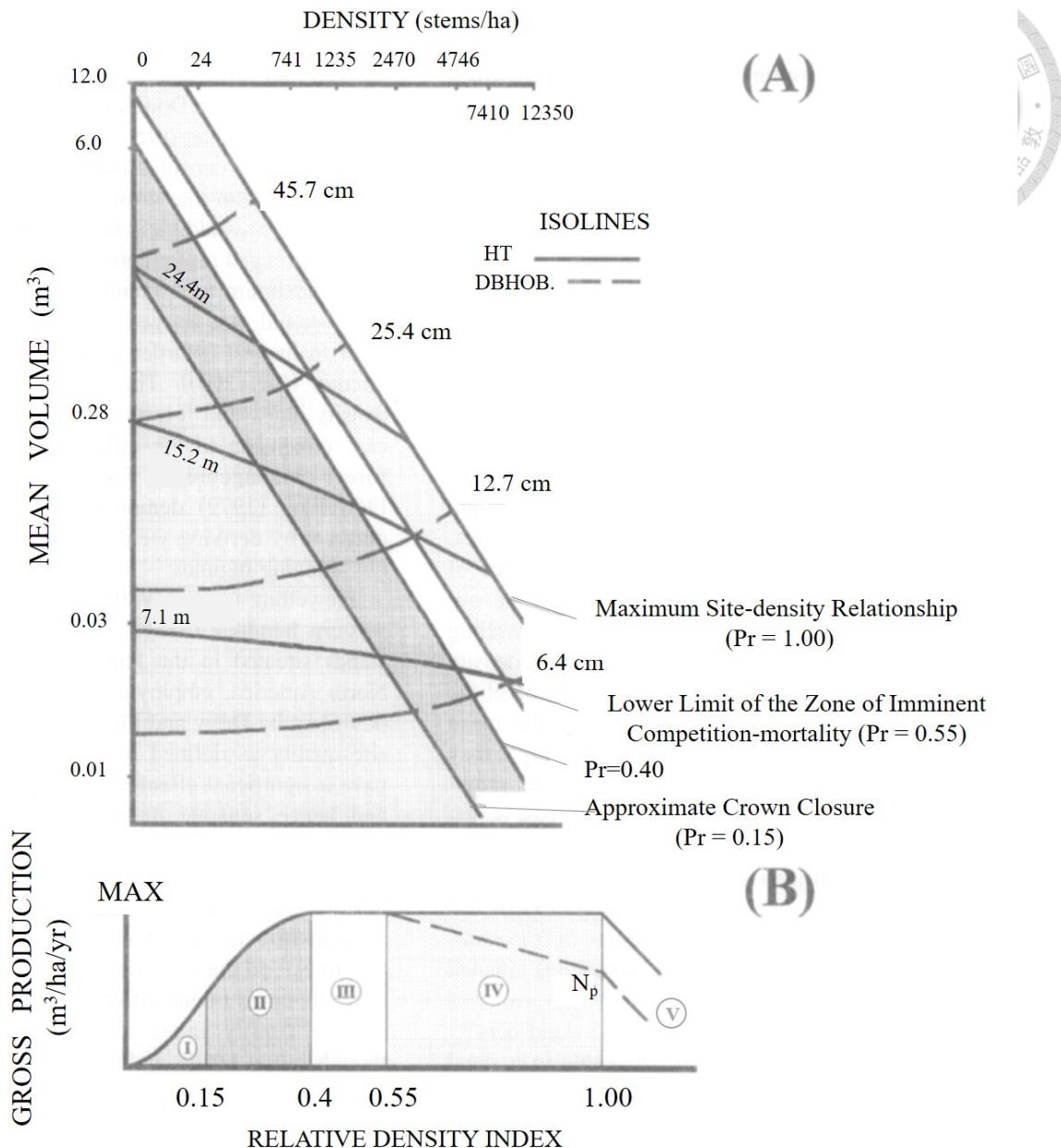


圖 5 用於沿海花旗松的林分密度管理圖 (修改自 Newton, 1997)  
灰色實線(HT)為平均優勢木樹高的等值線；灰色虛線(DBHOD)為林分平均胸徑的等值線；Pr 為相對密度。

Yoda *et al.*, (1963)利用單位面積密度與草本植物平均植物重量(mean plant weight)之間的關係以及林分密度與平均樹幹材積之間的關係推導出了-3/2 法則(-3/2 power rule)，認為無論任何年齡或地點的最大胸徑大小與密度關係在雙對數軸上皆會呈現趨近斜率為-1.5 的自我疏伐線斜率，並描述其法則由農作物到森林

收穫都能適用。該研究進一步指出在同齡的單一物種人工林中，最大植群密度取決於植物的發育階段，當該生育地被植群完整佔滿時依定會發生自我疏伐，對過度擁擠的耐受性會因物種而異；此外，隨著時間的增加，最終會收斂到一個固定的密度水平。

Drew and Flewelling (1977)應用 Yoda *et al.*, (1963)的理論於林分密度-QMD 的雙對數軸中，以自我疏伐線斜率為-1.5 的線性回歸繪製出輻射松(*Pinus radiata*)的完滿立木度線(Full stocking line)，以及迫近的競爭引起死亡的較低下限區邊界(the lower bound of the lower limit of the zone of imminent competition-mortality)，雖然下限區邊界(bound of the lower limit of the zone)的位置並不完全清楚，但在這個區域內，死亡率可能與競爭有關，而在下限區邊界以下，死亡率與密度無關。

Drew and Flewelling(1979)進一步沿用 Drew and Flewelling (1977)的理論與相對密度指數(Relative density index)定義出花旗松(*Pseudotsuga menziesii*)林分三種密度管理的機制繪製在 SDMD 上，其機制為定義符合完滿立木度線上的林分處於最大蓄積量，即為相對密度等於 100%，所有的林分蓄積量皆以比值(Pr)呈現。

其管理的機制將 Pr 區分為 0.15、0.55、1 等三個線性邊界，如圖 5A 所示。當 Pr 接近 0.15 代表林分趨於冠層鬱閉(approximate crown closure)的狀況，為 Drew and Flewelling (1977)論及的下限區邊界，而迫近的競爭引起死亡區域介於 Pr 於 0.55 至 1.00 之間；在 Pr 為 0.15 到 0.55 區間時，些許的死亡會發生在這個階段，在 Pr 范圍於 0.15 至 0.40 時，單位面積的生長隨密度增加，但每棵樹的生長下降。在 Pr 范圍於 0.40 至 0.55 之間的單位面積生長不受密度的影響。對於 Pr 大於 0.55 時，淨生長量隨著密度下降，總生長與 Pr 介於 0.40 至 0.55 區域相同，但如果發生大量死亡率，淨增長可能遠低於此。

若為達到林分最大收穫發展，可維持 Pr 大於 0.4 時的狀態獲得最大總生產

量(maximum gross production)。如果要在沒有顯著死亡的情況下管理林分密度時，則應考量迫近的競爭引起死亡區域(zone of imminent competition-mortality)為林分活力和潛在死亡率降低的指標。



Newton(1997)進一步論述林分發展的關係，疊製 Langsaeter(1941); Drew and Flewelling (1977); Drew and Flewelling (1979)研究的模型如圖 5 所示。圖中包含林分發展的①至⑤階段、平均材積-密度關係，以及從它們與平均體積和密度的關係經驗式推導出的二次平均直徑等值線和平均優勢高度等值線，與利用最大相對密度計算出來的各  $Pr$ 。①(第一階段)即是  $Pr < 0.15$  的情況，此時冠層尚未鬱閉；②(第二階段)即是  $0.15 \leq Pr < 0.40$ ；③(第三階段)為  $0.40 \leq Pr < 0.55$ ；④(第四階段)為  $Pr \geq 0.55$ 。本研究認為⑤(第五階段)應為接近  $Pr = 1$  的區域，可能大於、小於、等於。

前人研究林分發展軌跡時常應用許多合併的數學模型與生物學觀念清楚的描述，例如完全立地占有(full-site occupancy)、自我疏伐線斜率、族群中林木株數和平均尺寸間的關係；各個觀念大多能與最大胸徑大小與密度模型合為一體。Cao and Dean (2008); VanderSchaaf and Burkhart (2008)為延續前人的胸徑大小與密度軌跡之研究提出分段回歸模型來擬合杉木(*Cunninghamia lanceolata*)與松樹的人工林林分胸徑與密度之關係，由此計算自我疏伐線斜率與最大立木度(Maxium Stand Density Index : SDI<sub>MAX</sub>)獲得良好的結果，且模式的參數皆能描述各階段的狀態，因此本研究應用 VanderSchaaf and Burkhart (2008) 研究提出分段回歸模型來擬合柳杉人工林的胸徑大小與密度之軌跡。

在近十年中，由於電腦運算能力的提高，資料密集運算(data intensive computing)已廣泛的被應用在處理巨量數據的實務中；其中無母數(或稱非參數)方法已被廣泛應用並被證明可用於解決林業問題(Nunes and Görgens, 2016; Silva *et al.*, 2017; Scolforo *et al.*, 2018; Socha *et al.*, 2020)。據本研究所知，應用無母數

法來估計大小-密度關係軌跡還沒有被明確地研究過，特別是對於老熟的柳杉人工林。,

因此在本研究中採用懲罰樣度雲曲線(penalized spline)與隨機森林(random forest)兩種無母數法來比較並驗證分段回歸模型(有母數法)對柳杉人工林的胸徑大小與密度關係軌跡與自我疏伐線的擬合結果，並進一步評估方法論的可行性，應用在立木度管理圖的繪製上。

### 1. 有母數法

如圖 6 與公式 3、4 所示，本研究中應用 VanderSchaaf and Burkhart (2008) 研究所提出的兩個分段回歸模型。其模型為基於 Reineke (1933) 對自我疏伐線理論的延伸，認為林分的單位面積株數與其二次平均胸徑在雙對數軸上的 x-y 分布呈現一定趨勢，從不同栽植距離的放射松試驗地數據分布推導出林分的發展應分為兩個階段(Stage)與三個時期(Phase)。藉此對給定的二次平均胸徑來量化林分最大胸徑大小與密度關係(maximum size-density relationships)或每單位面積可獲得的最大樹木密度，為助於資源管理者更好的了解不同的管理方式如何影響生產率。

其完整模型(公式 3)具有七個參數，而簡化模型(公式 4)僅具有三個參數。簡化模型與完整模型在第二階段(即競爭引起的死亡率階段)中的差異為林分胸徑大小與密度關係在簡化模型中由單個二次函數描述。在完整模型中所假設的自我疏伐時期為線性的，而在簡化模型中，所假設的自我疏伐時期為曲線。此外，在完整模型中的二階段的第三時期為一條線，而在簡化模型中則表示為曲線。

模式的第一階段為林分初始階段，也是自我疏伐的起始階段，在這個階段中的死亡率與競爭無關，稱為密度無關死亡率階段(density-independent mortality stage)，假設曲線為內凹型趨勢，而樹木隨著林齡增長開始產生競爭效應時則進

入第二階段。公式 3、4 中的  $c_1$  代表由第一階段進入第二階段的分界點， $b_1$  代表第一階段的係數。

第二階段代表林分胸徑大小與密度軌跡進入自我疏伐的階段，是假設隨著時間推移的情況，林分由生長初期到樹冠鬱閉，林木進入競爭資源的階段，林分中的樹木林分胸徑與死亡數量隨著時間增加，最終林分胸徑大小與密度軌跡變為線性的狀態，稱為密度有關死亡率階段(density-dependent mortality stage)。林分胸徑大小與密度軌跡模型的簡化模式為簡明的利用曲線描述這兩階段的發展。

在第二階段中區分為三個時期，第一時期為林分建立後，此時年輕的林分進入樹冠閉合階段，是自我疏伐最初的反應，此時林分中的單木開始產生競爭效應，其自我疏伐率大於當時的自然死亡率，於圖 6 的胸徑大小與密度關係動態疏伐線中呈現向下彎曲的曲線。公式 3 中的  $c_2$  代表由第一時期進入第二時期的分界點。

在第二階段的第二時期為林分進入自我疏伐時期，此時期假設隨著時間推進，林分中樹木林分胸徑增加與株數減少兩者的變化使得林分胸徑大小與密度軌跡是直線的，這時期在公式 3 的二次平均胸徑等同於 Reineke (1933)研究中論及的立木度中的二次平均胸徑參數( $D_q$ )等於 24.5 cm，而這個時期的林分稱為達到林分發展的最大胸徑大小與密度關係動態疏伐線階段(Weller, 1990)，或者林分滿蓄積(fully stocked)的狀態(del Río *et al.*, 2001)。

在第二階段的第三時期為描述隨著樹木的死亡，留存木無法繼續完全佔據樹冠間孔隙，並且軌跡偏離了林分最大胸徑大小與密度關係動態疏伐線(Zeide, 1985; Bredenkamp and Burkhart, 1990; Cao *et al.*, 2000; Nishizono and Tanaka, 2012)。這部分的差異隨著不同林分而變化，有一些學者將與林分最大胸徑大小與密度關係動態疏伐線的差異描述為線性(Lonsdale, 1990; Nishizono *et al.*, 2002; Ningre *et al.*, 2016)，或為向下彎曲的曲線(Zeide, 1985; Cao *et al.*, 2000)。

$$\begin{aligned} \text{LnN} = & b_1 I_1 + [b_1 + b_2 (\text{LnQMD} - c_1)^2] I_2 + [b_1 + b_2 (c_2 - c_1)^2 + b_3 (\text{LnQMD} - \\ & c_2)] I_3 + [b_1 + b_2 (c_2 - c_1)^2 + b_3 (c_3 - c_2) + b_4 (\text{LnQMD} - c_3)] I_4 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{LnN} = b_1 I_1 + [b_1 + b_2 (\text{LnQMD} - c_1)^2] I_2 \quad (4)$$



公式 3、4 中  $\text{Ln}$  為自然對數； $N$  為林分密度； $\text{QMD}$  為二次平均胸徑； $b_1, b_2, b_3, b_4$  為係數； $I_1, I_2, I_3, I_4$  為分段回歸式分界點； $c_1$  為第一階段與第二階段的分界點； $c_2$  為第二階段的第一時期與第二時期分界點； $c_3$  為第二階段的第二時期與第三時期的分界點。

如果  $\text{LnQMD} \leq c_1$ ，則  $I_1 = 1$ ，其他狀況是 0；

如果  $c_1 < \text{LnQMD} \leq c_2$ ，則  $I_2 = 1$ ，其他狀況是 0；

如果  $c_2 < \text{LnQMD} \leq c_3$ ，則  $I_3 = 1$ ，其他狀況是 0；

如果  $\text{LnQMD} > c_3$ ，則  $I_4 = 1$ ，其他狀況是 0。

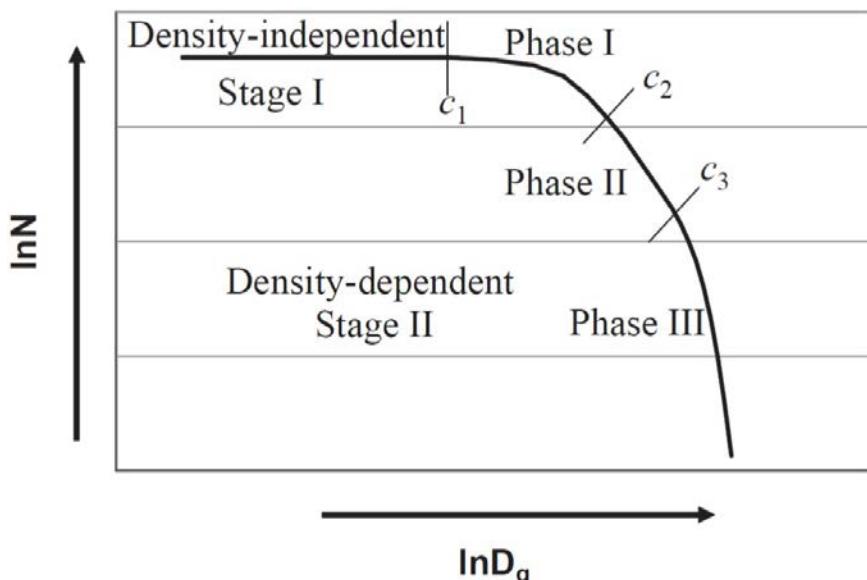


圖 6 有母數法的分段回歸模型(引述自 VanderSchaaf and Burkhart 2008)  
 $\text{LnN}$  為林分密度取自然對數( $\text{Ln}$ )； $\text{LnD}_q$  為  $\text{QMD}$  取自然對數( $\text{Ln}$ )；Stage I 與 Stage II 為第一階段與第一階段；Phase I、Phase II、Phase III 分別為第二階段的第一時期與第二時期、第二時期與第三時期的分界點。

一、二、三時期； $c_1$  為第一階段與第二階段的分界點； $c_2$  與  $c_3$  為第二階段三個時期的兩個分界點。



## 2. 無母數法

懲罰概率雲曲線為一種形式的雲曲線(spline)，其包括兩個主要成分：平滑函數和不規則懲罰項(Eilers and Marx, 1996)。平滑函數用於控制節點函數的平滑度，該平滑度由函數中的節(node)數確定，與嶺回歸(ridge regression)相似，不規則懲罰項用於縮小係數，該係數由平滑參數( $\lambda$ )控制。在這項研究中，使用三次方函數，如公式 5、公式 6 所示，藉由最小廣義交叉驗證值(Minimum Generalized Cross Validation : GCV)選擇節點數量和平滑參數(Ruppert, 2002)。

$$\begin{aligned} \text{LnN} &= f(\text{LnQMD}) \\ &= \beta_1 + \beta_2 (\text{LnQMD})^2 + \beta_3 (\text{LnQMD})^3 \\ &\quad + \sum_{i=1}^T b_i (\text{LnQMD} - k_i)^3_+ \end{aligned} \quad (5)$$

$$L(\text{LnQMD}) = \sum_{j=1}^n [\text{LnN}_j - f(\text{LnQMD}_j)]^2 + \lambda \int f''(\text{LnQMD}) d(\text{LnQMD}) \quad (6)$$

如果  $\text{LnQMD} > k_i$  時  $(\text{LnQMD} - k_i)^3_+ = (\text{LnQMD} - k_i)^3$ ，其他狀況是 0。

$\text{Ln}$  為自然對數； $N$  為林分密度； $\text{QMD}$  為二次平均胸徑； $b_i$  為第  $i$  項權重的參數； $k_i$  為節點  $i$  的位置； $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  為係數； $\lambda \int f''(\text{LnQMD}) d(\text{LnQMD})$  為不規則懲罰項。

在本研究中使用 NTUEF 的長期試驗地作為擬合數據集，TFB 的永久樣區作為模型驗證。儘管長期試驗地的樣區數量少於 TFB 永久樣區數量，但對於胸徑大小與密度關係軌跡而言，同一個樣區需要有更多的量測次數。因此，長期試驗地更適合模型擬合完整的胸徑大小與密度關係軌跡。一般而言，驗證數據集是

數據的隨機子集。但在這項研究中，由於模型數據是從兩個不同的來源獲得的，因為這兩個完全獨立的數據集有利於評估模型的準確性，所以在模型擬合和驗證中將數據分開更合適。隨機森林的擬合是利用 R 語言中的 Random Forest 軟件套件所進行。

#### 四、密度管理指南與檢索

Powell (1999)曾利用Long (1985); Cochran (1994)提出的立木度百分比的閥值理論建立一套專屬特定松樹的林分密度管理與蓄積發展指南，儘管過去有許多柳杉的生長與收穫的研究，但目前還沒有一套利用立木度百分比建立的立木度管理圖能提供臺灣的林農和木材市場使用。

為進一步研擬產能管理的方案，本研究利用臺灣柳杉人工林林分發展階段的胸徑大小與密度關係軌跡中不同階段的軌跡特性(Chiou *et al.*, 2020)與Powell (1999)提出的密度管理執行指南(Implementation Guide)的方法論，計算SDI百分比與定義其區間，建立由林分密度與QMD為X-Y軸的立木度管理圖。

##### 1. 立木度閥值

Long (1985)曾應用 SDI 的百分比做為閥值擬定密度管理的方針，先由 Reineke (1933)的公式求出該樹種的 SDI 最大值，再制訂其百分比的 25%、35%、60% 等 3 個量化的相對 SDI 百分比作為閥值，建議在數次的伐採規劃中，將林分的 SDI 百分比維持在某個區間作為密度管理制度；其論文以高蓄積的扭葉松 (*Pinus contorta*)為例，設定其密度管理的上下限為 50% 至 35%，在第一次預先投資商業疏伐(pre-commercial thinning)後，每當林分成長至 SDI=50% 時即進行商業疏伐(commercial thinning)至 35%，直至終伐收穫(final yield)。

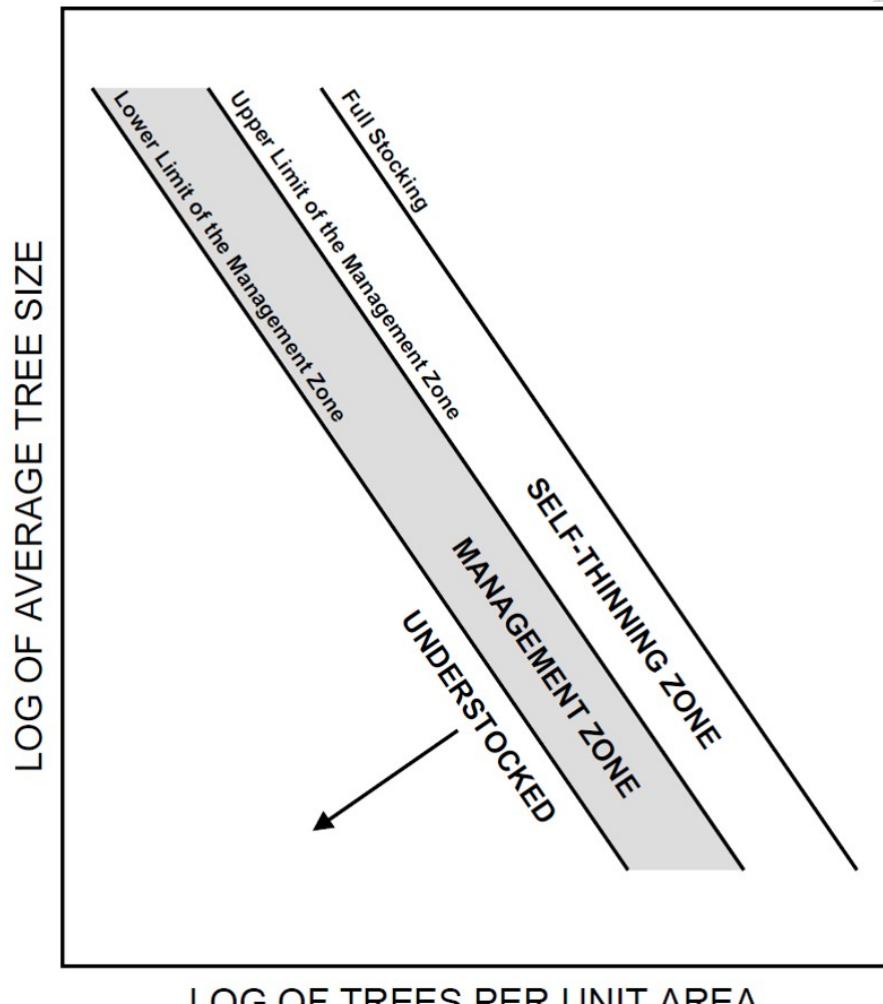
Cochran (1994)利用 Long (1985)提出的原則為 7 種松樹提供特定 SDI% 的蓄

積等級管理曲線圖，制定了 SDI=75% 為上限密度管理區(upper density limits or management zones : UMZs)，以及 SDI=50% 為下限密度管理區(lower density limits or management zones : LMZs)；特別的是，由於某些松樹在密度較高的情況容易遭受甲蟲危害的問題，所以將部分松樹的 SDI 值百分比閥值調低。

其決定何種 SDI% 為適當的區間上限標準是依循可以接受的單木最小生長率，或是可接受的最低單木生長勢水平。具統計，在這兩個區間(LMZs and UMZs)以下許多針葉樹的活樹冠與樹高的比率至少為 40%，對於幾種針葉樹(特別指松樹)，林分中的活樹冠比率為 40% 時似乎對應於該物種約為 SDI=50%。這代表了一般可接受的個體樹木生長勢水平。因此這兩個區域允許去除足夠的林木，同時保持足夠的生立木獲取林木生長中的大部分的環境資源。

Powell (1999)進一步圖示林分密度管理與蓄積發展關係的閥值區域(圖 7)，定義完滿立木度(Full stocking)是特定樹種的蓄積上限，也就是 SDI=100% 的狀態，而管理區上限(Upper Limit of the Management Zone : ULMZ)為邊界為完滿立木度的 75%，也就是 SDI=75% 的狀態；而管理區下限(Lower Limit of the Management Zone : LLMZ)對於文獻中論及的七個樹種而言，LLMZ 為 SDI=50% 的狀態，其邊界為符合立地最大蓄積容積的底限，這代表著大部分立地環境的資源可以被利用。

圖 7 中的 ULMZ 上方區域至完滿立木度界線屬於自我疏伐區(SELF-THINNING ZONE)，在此處的林木死亡率與林分密度具相關性，主要由資源競爭所引起，即是林分進入自我疏伐階段的狀態，當 SDI 百分比處於 ULMZ 界線下方與 LLMZ 界線上方範圍內的區域為管理區(MANAGEMENT ZONE)，其死亡率與林分密度無關，所以建議將林分的 SDI 百分比維持在這個區域以維持較佳的林木生長率，當林分的 SDI 百分比觸及 ULMZ 邊界時即建議進行疏伐；而低於 LLMZ 線的下方區域，可視為不足立木(UNDERSTOCKED)，因為樹木並未完全佔據林地生長空間。



LOG OF TREES PER UNIT AREA

圖 7 重要的林分密度閾值(引述自 Powell , 1999)

為有效的利用 SDI% 作為疏伐的參考閾值，合併 Long (1985)、Powell (1999) 的 SDI 閎值方法論以及 VanderSchaaf and Burkhart (2008)論及的林分發展軌跡方程式兩套論點，計算林分胸徑大小與密度軌跡中進入各階段間的係數的 SDI% 為閎值，首先定義 Chiou *et al.* (2020)文中所計算出的最大  $SDI=2126$  為 100%，也就是完滿立木度；接著計算出的林分發展之胸徑大小與密度軌跡中進入各階段間的節點 SDI 值作為閎值發展柳杉人工林的立木度管理圖，管理者能藉此自由的規劃每次伐採時的林分平均胸徑，直至終伐收穫。



## 2. 蓄積量模擬量表

柳杉過去的研究中不乏各種材積式，然而因應地域性或樣本值域的關係，除了一些自行研發的材積式的研究以外(劉宣誠等，1977、羅紹麟、馮豐隆，1986、顏添明等，2008、陳洧婷、顏添明，2018)，有許多以公式 7 為較簡便的計算方式。因此，以浮動的樹高值與形數(0.40 至 0.50)為基礎，利用公式 7 計算 10 m 至 35 m 的平均樹高值時在各 BA 情況下的蓄積量作為「蓄積量模擬量表」，以便於評估伐採前後的蓄積量變化，以及直至終伐收穫的規劃中，預期的總蓄積量。

$$V_{Hs, PR}(\text{age}) = \sum_{i=1}^p BA_i \times Hs \times Fs \quad (7)$$

BA 為胸高斷面積( $m^2 ha^{-1}$ )；age 為林齡(yr)； $BA_i$  為樣區內第 i 株林木的單木胸高斷面積( $m^2$ )；p 為樣區內株數；Hs 為不同平均樹高值， $Hs=5, 10, 15\dots (m)$ ；Fs 為不同形數， $Fs=0.4, 0.41, 0.42\dots$ 。

## 五、C-檢索表

為幫助森林經營者評估近期的疏伐措施，或是第一次疏伐的決策，結合 VanderSchaaf and Burkhardt (2008)論及的軌跡特性將不同 SDI 百分比閥值的立木度管理圖於置入邱氏密度管理量表，提出具有檢索功能的 C-檢索表(Classification Chart)」，透過 C-檢索表能幫助管理者快速評估應採取何種疏伐措施，管理者必須至少有林齡、林分密度與 QMD 三者必要的數據，先以 PR50 的生長基線作為評估目標林分 PR 等級依據，再依所屬的實際點位與生長基線上的參考點位的相對位置檢索其施作建議，評估現況後進行適當的措施。

## 六、模式驗證與實例引述



### 1. 回歸指標(regression metrics)

常見的評估回歸模型典型指標分別是均值誤差(Mean Bias Error: MBE)、平均絕對誤差(Mean Absolute Error: MAE)、平均絕對百分誤差(Mean Absolute Percentage Error: MAPE)、均方根誤差(Root Mean Square Error : RMSE)、平均均方誤差(Mean Squared Error: MSE)、平均均方對數誤差(Mean Squared Logarithmic Error, MSLE)等公式，其數值越小越好，因此為了比較兩種模型之間每個階段的誤差與變異，主要利用 MBE 和 RMSE 計算誤差(公式 8、9)，而 Schnute 生長模式的誤差利用 RMSE 和 MAPE 計算誤差。

$$MBE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (sim_i - obs_i) \quad (8)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (sim_i - obs_i)^2} \quad (\text{unit}) \quad (9)$$

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{(sim_i - obs_i)}{obs_i} \right| \quad (10)$$

N 為樣本數；i 為 N 中的第 i 個樣本  $obs_i$  = 實際值； $sim_i$  = 模擬值；RMSE 單位與所計算資料一致。

### 2. 分類指標(classification metrics)

計算無母數法的誤差值主要使用靴拔重抽總合法( Bagging 又稱 Bootstrap aggregation)演算法，將由模擬值所繪製的邱氏密度管理量表生成訓練資料，應用隨機森林由樣區資料裡隨機抓取 1000 的次結果對測試資料進行驗證，來評估準確率。

### 3. 實例引述



為驗證邱氏密度管理量表實用性，先引述部分長期試驗地數據(Cheng *et al.*, 2021)評估「林齡-QMD-林分密度」組圖與「林齡-平均胸徑-林分密度」組圖兩種組圖之間使用上的差異。再進一步引述翁世豪等(2011)將柳杉人工林在不同強度疏伐處理前後與若干年的平均胸徑生長置入邱氏密度管理量表，以論述邱氏密度管理量表在評估疏伐前後的實用性與特質；最後利用 Ashton and Kelty(2018)論及的四種定量疏伐原則，以 TFB 數據為例製作模擬的數值置入邱氏密度管理量表進一步討論，由此了解不同疏伐原則在邱氏密度管理量表上的應用變化。

進行輪伐期的案例模擬時接續引述翁世豪等(2011)的數據在立木度管理圖上與蓄積量模擬量繪製軌跡，藉此計算出前述案例的總收穫量。最後檢視前述案例於 C-檢索表的疏伐建議方針，俾利規畫時的參考。

## 參、結果與討論



### 一、林齡級-林分胸徑-林分密度組圖

#### 1. 各齡級與各百分層級生長

資料彙整如圖 8 與表 1 所示，柳杉永久樣區資料中被重複調查 3 次的樣區有 81 個、被重複調查 2 次的有 141 個，累計的調查資料總計有 525 筆資料，各樣區中的樣木的總數從 10 到 88 株不等，其林齡、林分密度、DBH、QMD、BA 的跨距分別是由 8 年生至 93 年生、340 株至 4400 株、11.9 cm 至 55.6 cm、12.1 cm 至 57.4 cm、 $13.3 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$  至  $197.6 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ 。

柳杉長期試驗地歷年記錄累積的連續性同一樣區的調查資料總計 612 筆，其林齡、林分密度、DBH、QMD、BA 的跨距分別是由 2 年生至 105 年生、190 株至 3657 株、1.1 cm 至 56.1 cm、1.1 cm 至 58.8 cm、 $0.2 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$  至  $170.2 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ 。

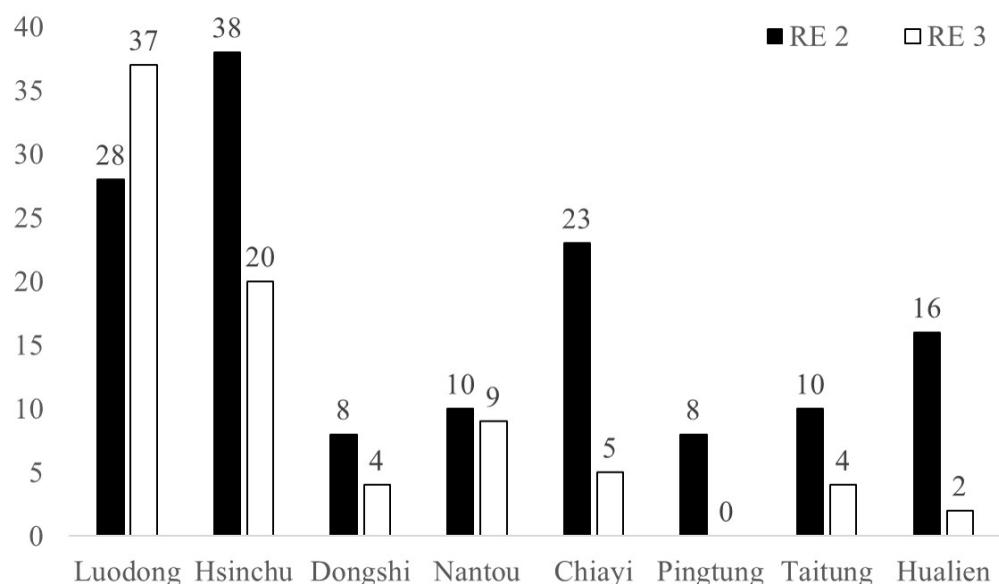


圖 8 各事業區樣區調查次數情形  
實心黑色長方柱為重複 2 次的樣本；空心黑色長方柱為重複 3 次的樣本。

表 1 所有柳杉人工林樣區林分性狀概述

Sources	# of plots	# of obs.	Stand Variable	Average	Min.	Max.	Std.
NTUEF Long-term experimental plots	20	612	Age (yr)	36	2	105	24
			DBH (cm)	26.6	1.1	56.1	10.4
			QMD (cm)	27.4	1.1	58.8	10.6
			TPH ( $N\ ha^{-1}$ )	1269	190	3657	693
			BA( $m^2\ ha^{-1}$ )	60.5	0.2	170.2	26.2
TFB permanent plots	222	525	Age (yr)	43	8	93	14
			DBH (cm)	25.9	11.9	55.6	8.2
			QMD (cm)	27.2	12.1	57.4	7.6
			TPH ( $N\ ha^{-1}$ )	1316	340	4400	604
			BA( $m^2\ ha^{-1}$ )	79.5	13.3	197.6	35.0

# of plots. 為樣區數量；# of obs. 為資料數量；Age 為林齡；DBH 為平均胸徑 (diameter at breast height)；QMD 為二次平均胸徑 (quadratic mean diameter)；TPH 為林分密度 (trees per hectare)；BA 為胸高斷面積 (basal area)。

DBH(圖 9)與 QMD(圖 10)的生長隨著齡級增加，林分密度(圖 11)隨林齡減少，齡級 10 至 80 之 DBH 為 10.8 cm 至 39.8 cm 之間，QMD 則為 11.1 cm 至 41.1 cm 之間，平均林分密度為 564 株  $ha^{-1}$  至 2376 株  $ha^{-1}$  之間，偵錯反饋後的統計數據與邱祈榮等(2014)列出的胸徑平均值僅有稍微差異，整體趨勢變化一致。

由各齡級變化間可以發現臺灣地區柳杉人工林之胸徑齡級 25 年前生長相對較快速，齡級 10、15、20、25 間的胸徑定期生長量分別為 5.4 cm、3.3 cm 及 3.0 cm，齡級 25 年後每隔 5 年齡級約成長 2 cm 以下；而 QMD 在齡級 10、15、20、25 年間的定期生長量分別為 5.6 cm、3.4 cm 及 3.1 cm，齡級 25 年後每隔 5 年齡級約成長 2.2 cm 以下。林分密度則是在齡級 35 年以前每五年平均的下降數量為 200-500 之間，齡級 35 年以後平均每 5 年約減少都在約 100 株以下。

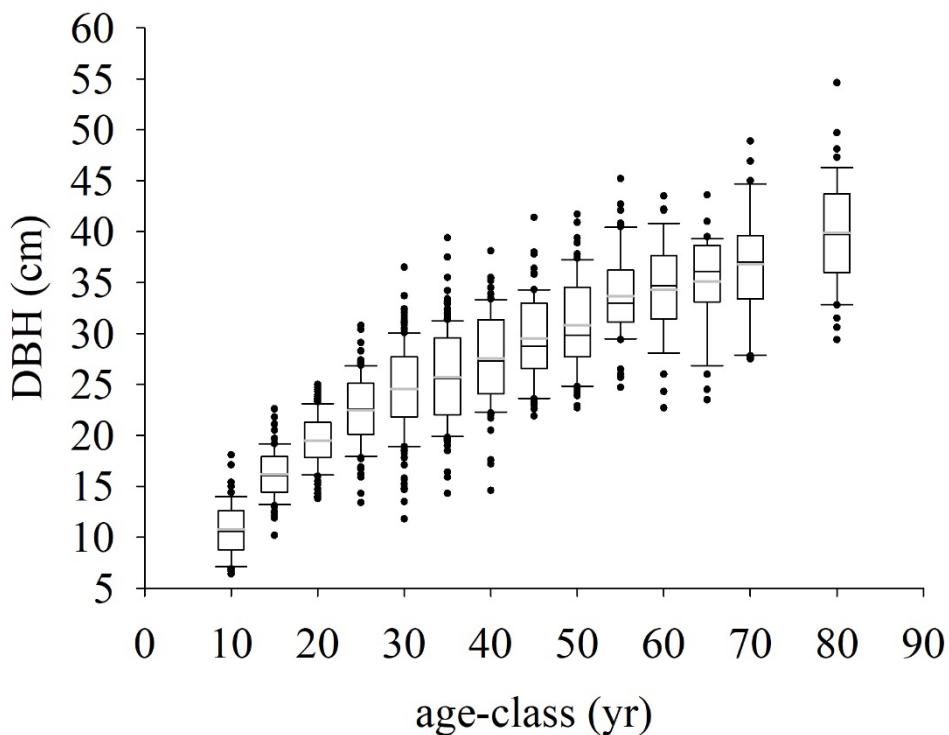


圖 9 平均胸徑各齡級資料結構鬚盒圖

黑點為離均值；盒子上方黑線為第一四分位；盒子中間黑線為中位數；盒子下方黑線為第三四分位；盒子中間粗灰線為平均值。

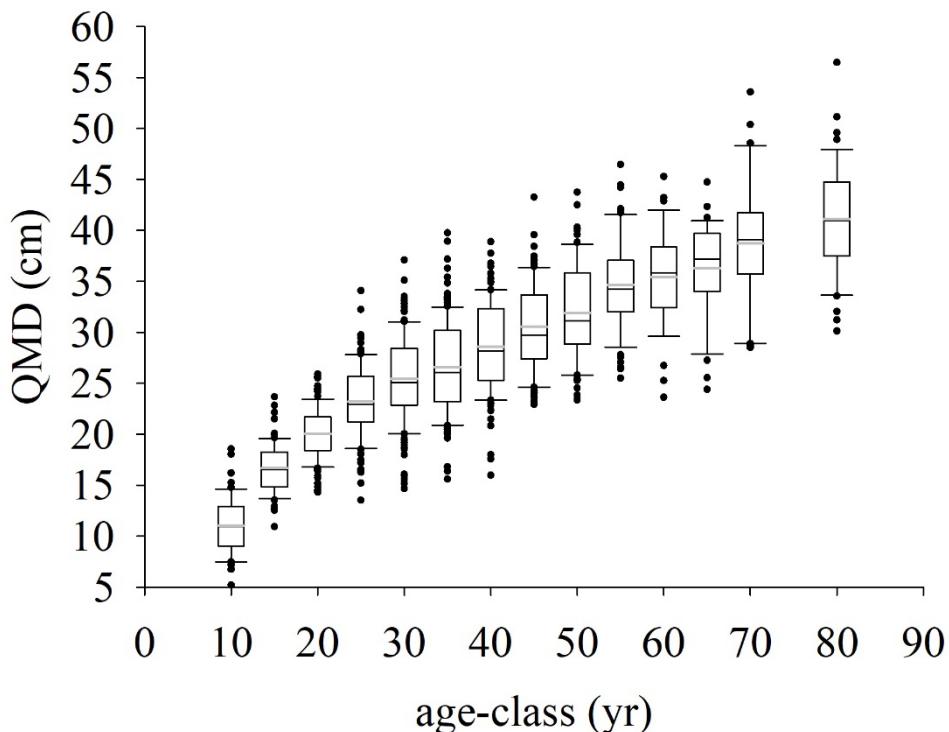


圖 10 二次平均胸徑各齡級資料結構鬚盒圖

黑點為離均值；盒子上方黑線為第一四分位；盒子中間黑線為中位數；盒子上方黑線為第三四分位；盒子中間粗灰線為平均值。

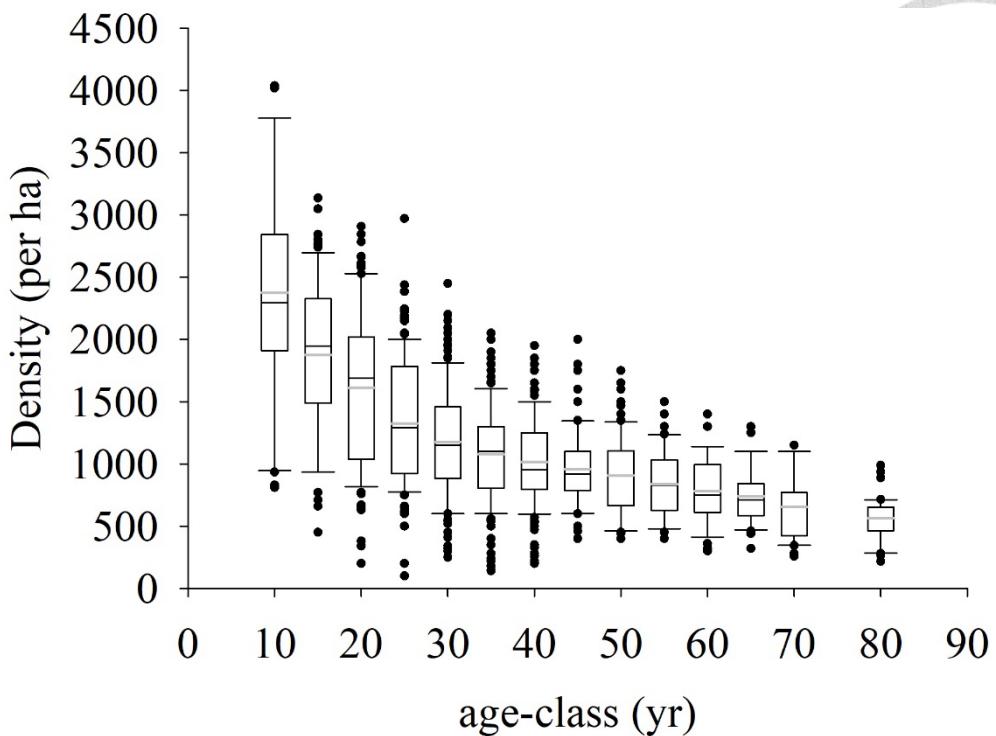


圖 11 林分密度各齡級資料結構鬚盒圖

黑點為離均值；盒子上方黑線為第一四分位；盒子中間黑線為中位數；盒子上方黑線為第三四分位；盒子中間粗灰線為平均值。

## 2. 曲線組擬合結果

各齡級的不同 PR 曲線組如圖 12-14 所示，其中圖 12 中的 PR50 曲線即等同於邱祈榮等(2014)發表之臺灣地區之柳杉林分平均生長基線。DBH 與 QMD 擬合的各參數與其結果如表 2、3 所示，其 RMSE 分別介於 0.251 cm 至 0.412 cm 之間以及 0.798 cm 至 1.005 cm 之間，MAPE 介於 0.0327% 至 0.0731% 之間以及 0.1640% 至 1.1019% 之間；DBH 各 PR 的殘差值分布介於 -1.754 與 1.627 之間，而 QMD 各 PR 的殘差值分布介於 -2.477 與 0.667 之間。

相較之下，兩者的  $R^2$  皆高達 0.992 以上，QMD 的 RMSE 與 MAPE 皆略高於 DBH，綜合來看 DBH 比 QMD 有較佳的擬合結果，由圖 15a 與圖 15b 能觀察到 QMD 比 DBH 的模擬值有較大的誤差，究其原因，是由於計算 QMD 時所計算的單木胸高斷面積對胸徑較大的樹賦予較大的權重，容易使胸徑較大的樹成為

偏高的極端值，而模擬值通常接近平均趨勢，因此計算 QMD 時的殘差值分布會呈現較多的負值。

特別的是，Schnute 生長模式也能被應用在隨時間遞減的魚類生長變化中 (Maunder, 2001; Punt *et al.*, 2016)，雖然軌跡具相反的方向性，但仍能擬合出其生長曲線變化。比對 Schnute 生長模式值域變化的 8 種形式(圖 4)，擬合林分密度隨時間遞減的參數特質在 PR10 時屬於第 7 型曲線( $0 \leq a \leq -b \times \log(y_2/y_1)/(t_2-t_1)$ ,  $b < 0$ )，PR20 至 PR90 皆屬於第 6 型曲線( $a < 0, b < 0$ )。原本第 6 型的曲線在  $t=0$  時  $y=0$ ，第 7 型的曲線在  $t=0$  時具有  $y=y^*$ —漸進線，兩者在  $t=y^*$  時代表生物體的  $y$  向 Y 軸正向無限生長；而使用遞減的林分密度數據擬合時則呈現曲線特質左右相反的結果，在  $t=0$  的時候代表生物體的  $y$  向 Y 軸正向無限生長。由於林分密度的起始值不是 0，曲線在 PR10 的曲線即呈現林齡( $t=10$  時曲線具有起始值 1239 株，隨時間遞減至 80 年生時為 365 株，而 PR20 至 PR90 的林分密度曲線同樣在林齡( $t=10$  時曲線各自有起始值(圖 14)，並隨時間遞減至 80 年生時各自具有一最小的模擬值(表 4)；理論上當  $t = \infty$  時 PR10 的曲線會趨近於 0，而其他曲線將各自趨於一定值。

表 2 利用 Schnute 生長模式擬合平均胸徑的統計摘要

PR	parameter				RMSE (cm)	MAPE(%)	$R^2$
	$a$	$b$	$y_1$	$y_2$			
PR10	-0.025	3.704	7.4	33.1	0.4122	0.0556	0.992
PR20	-0.021	3.542	8.5	35.4	0.3260	0.0423	0.995
PR30	-0.018	3.361	9.4	37.0	0.2773	0.0342	0.996
PR40	-0.017	3.320	10.1	38.5	0.2538	0.0327	0.997
PR50	-0.014	3.190	10.8	39.7	0.2514	0.0366	0.998
PR60	-0.012	3.107	11.4	41.1	0.2674	0.0357	0.998
PR70	-0.010	2.997	12.1	42.5	0.2795	0.0402	0.998
PR80	-0.009	2.913	12.9	44.1	0.3127	0.0461	0.998
PR90	-0.006	2.803	14.0	46.3	0.3887	0.0731	0.997

PR 為各百分層級； $a$ ； $b$  為模式參數； $y_1$  為  $t_1$  時之生長量； $y_2$  為  $t_2$  時之生長量。

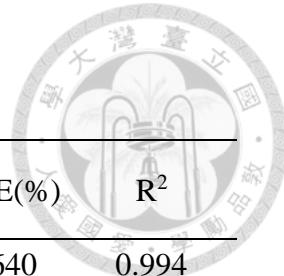


表 3 利用 Schnute 生長模式擬合二次平均胸徑的統計摘要

PR	parameter				RMSE (cm)	MAPE(%)	$R^2$
	<i>a</i>	<i>b</i>	$y_1$	$y_2$			
PR10	-0.024	3.640	7.5	34.4	0.7976	0.1640	0.994
PR20	-0.020	3.457	8.7	36.7	0.8035	0.1419	0.996
PR30	-0.018	3.357	9.6	38.4	0.8185	0.1333	0.998
PR40	-0.015	3.191	10.4	39.8	0.8106	0.1244	0.997
PR50	-0.014	3.162	11.1	41.2	0.8434	0.1209	0.998
PR60	-0.012	3.062	11.8	42.6	0.8702	0.1145	0.998
PR70	-0.011	3.011	12.4	44.1	0.8960	0.1082	0.998
PR80	-0.009	2.892	13.3	45.8	0.9253	0.1034	0.998
PR90	-0.006	2.718	14.5	48.2	1.0047	0.1019	0.997

PR 為各百分層級；*a*；*b* 為模式參數； $y_1$  為  $t_1$  時之生長量； $y_2$  為  $t_2$  時之生長量。

林分密度各 PR 擬合的 RMSE 分別介於  $25.2411 \text{ ha}^{-1}$  至  $35.6569 \text{ ha}^{-1}$  之間，MAPE 分別介於 0.0020% 至 0.0120% 之間(表 4)，其殘差值在 -76 至 94 之間，齡級 20、70、45 有較大的誤差分布(圖 14c)，細究樣本分布，這些齡級的 PR10 與 PR90 皆有較大的模擬誤差，是由於本身為極端值所致。

表 4 利用 Schnute 生長模式擬合林分密度的統計摘要

PR	parameter				RMSE ( $\text{ha}^{-1}$ )	MAPE(%)	$R^2$
	<i>a</i>	<i>b</i>	$y_1$	$y_2$			
PR10	0.004	-1.556	1239	365	33.5789	0.0120	0.970
PR20	-0.006	-1.824	1632	447	31.0663	0.0066	0.988
PR30	-0.011	-1.945	1914	506	29.2916	0.0046	0.993
PR40	-0.014	-2.047	2156	557	27.7446	0.0036	0.995
PR50	-0.017	-2.126	2382	604	26.4328	0.0029	0.996
PR60	-0.019	-2.201	2609	651	25.2411	0.0024	0.997
PR70	-0.021	-2.274	2852	701	25.5762	0.0020	0.997
PR80	-0.023	-2.320	3135	761	29.6485	0.0020	0.997
PR90	-0.026	-2.411	3528	843	35.6569	0.0020	0.997

PR 為各百分層級；*a*；*b* 為模式參數； $y_1$  為  $t_1$  時之生長量； $y_2$  為  $t_2$  時之生長量。

Schnute 生長模式的 *a*、*b* 值代表著曲線的形狀與趨勢，在不同條件下皆能轉

換為不同的生長模式，若將各 PR 的  $a$ 、 $b$ 、 $y_1$ 、 $y_2$ 、 $t_1$ 、 $t_2$  參數其轉換為 Richard 生長模式(Richards, 1959)時，所換算出來的各參數與 PR 呈現相關性，但不符合參數在生物上的意義；雖然如此，本研究仍能從參數  $a$  的變化得知 DBH 與 QMD 的 PR 等級越高增加效率就越高，而林分密度則是 PR 等級越高，減少的效率就越低。

馮豐隆與楊榮啟(1990)曾應用 Richards 與 Schnute 兩生長模式擬合 5 種栽植距離的柳杉人工林初期生長情形，其林分性態值其各自呈現出 Schnute 生長模式的不同種類曲線，特別是無漸近線或是生長再生的生長趨勢較 Richards 生長模式有較佳的擬合結果，雖然有關生物性的解釋欠周全，但是再生的生長趨勢能夠描述其林分生長釋放後的現象。由於絕大部分的生物生長皆具有其上限，故生長模式的使用皆建議使用具有漸進線、反曲點、S 型曲線進行擬合。

值得注意的是，表 2 與邱祈榮等(2014)發表之各 PR 分級曲線參數相較，本研究 DBH 與 QMD 的  $a$  參數皆小於零， $b$  參數皆大於 1，屬於 Schnute 生長模式的第 3 型曲線( $-b \times \log(y_2/y_1)/(t_2-t_1) < a \leq 0, 1 < b$ )，其特性為無漸進線，曲線具反曲點，且具有再生現象，表示初期生長旺盛，經過一段時間生長緩慢後，又轉為旺盛，相似於林木隨時間生長經歷鬱閉、競爭、生長釋後的胸徑生長特性。細究參數上的差異主要受到兩個原因影響，主要是置入模式的應變數與自變數不同，由於本研究所使用的最小林齡級為 6-10 年生，以及偵錯反饋後的統計值略微變動所致。

雖然圖 12 至 14 的曲線組皆不具有漸進線與反曲點的 S 型生長特質，但曲線形狀與軌跡變化皆在合理的生長理論值內，此三曲線軌跡為收錄全臺灣數據所擬合結果，其  $R^2$  值皆達 0.99 以上且誤差的範圍皆在 0.16% 以內，顯示該曲線能在其範圍內進行有效的模擬與應用，以此三曲線組代表臺灣地區柳杉人工林 DBH、QMD 以及林分密度之分布情形，藉由 PR50 的曲線以評估臺灣各地區之柳杉人工林生長情形，以作為各林分採取經營活動之基礎評估資訊。

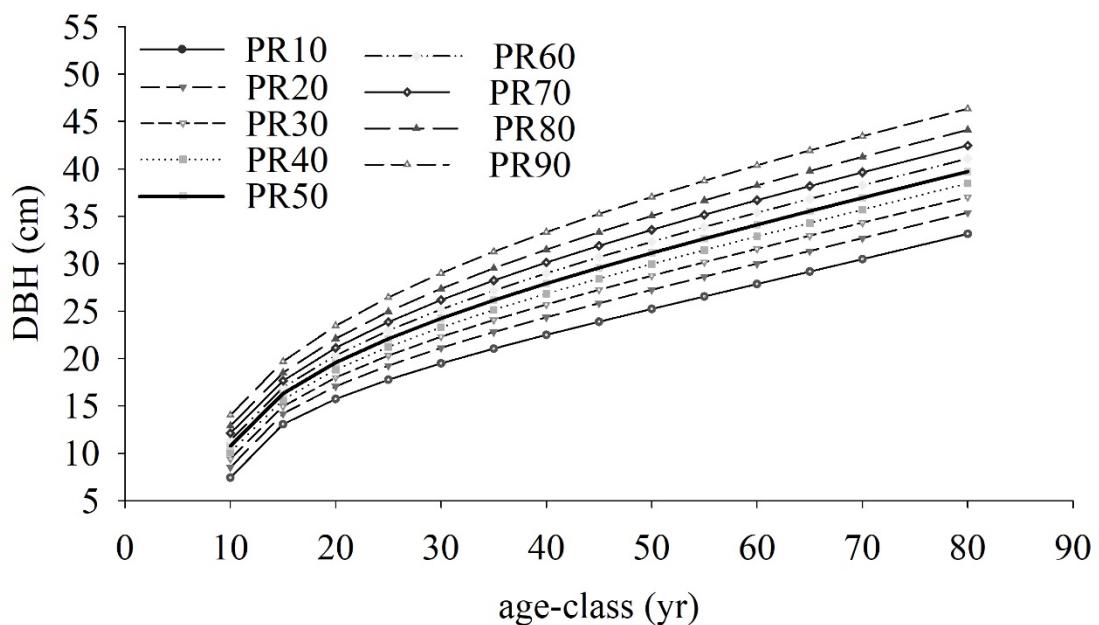


圖 12 各齡級平均胸徑百分等級分布擬合曲線

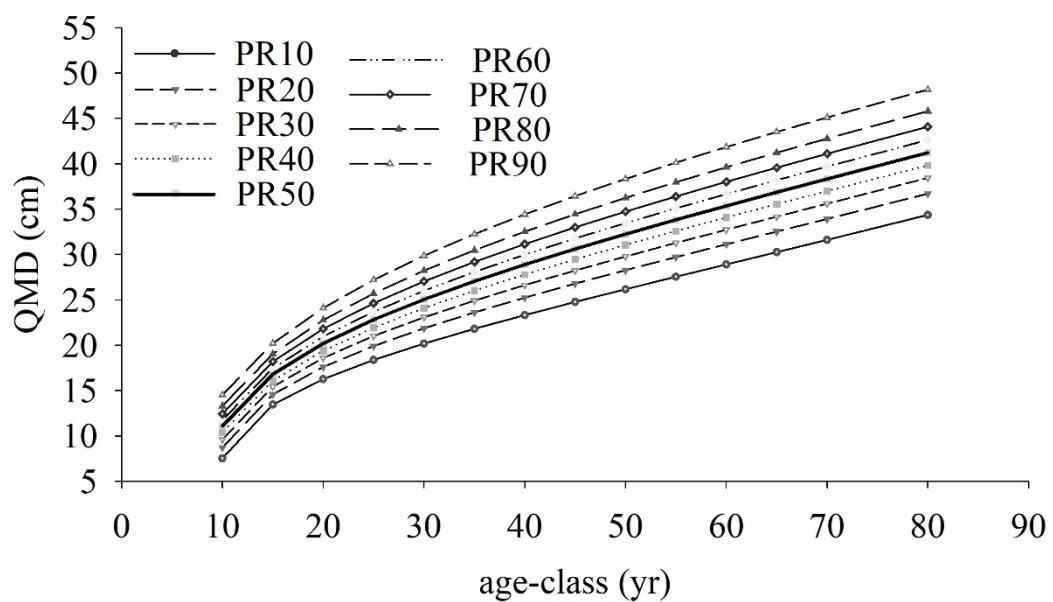


圖 13 各齡級二次平均胸徑百分等級分布擬合曲線

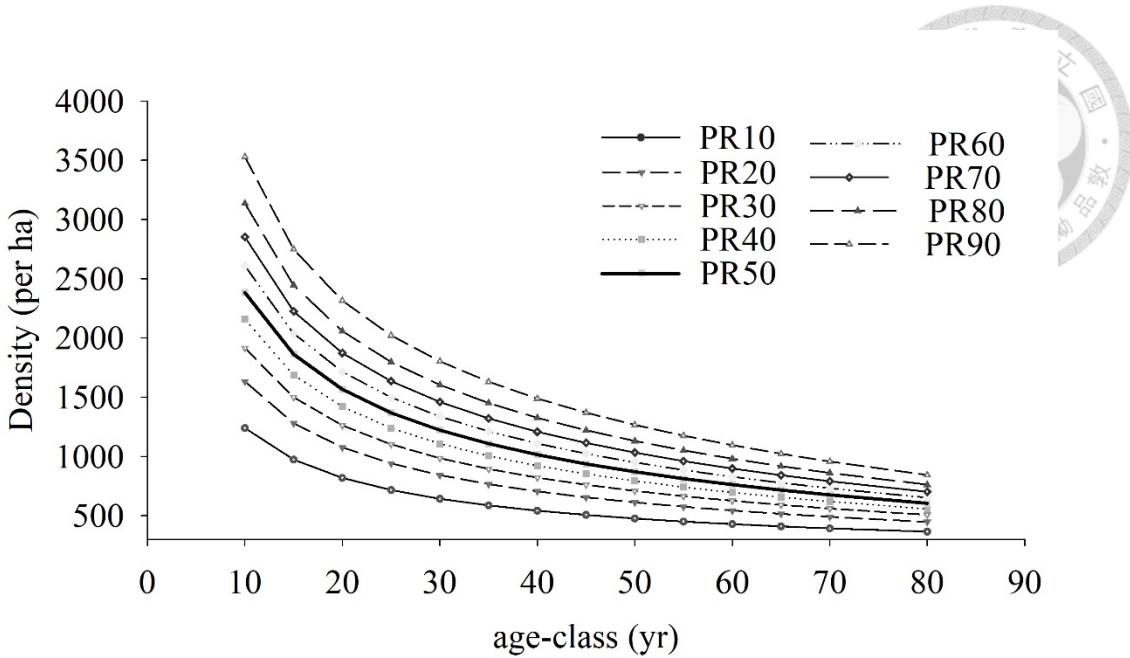


圖 14 各齡級林分密度百分等級分布擬合曲線

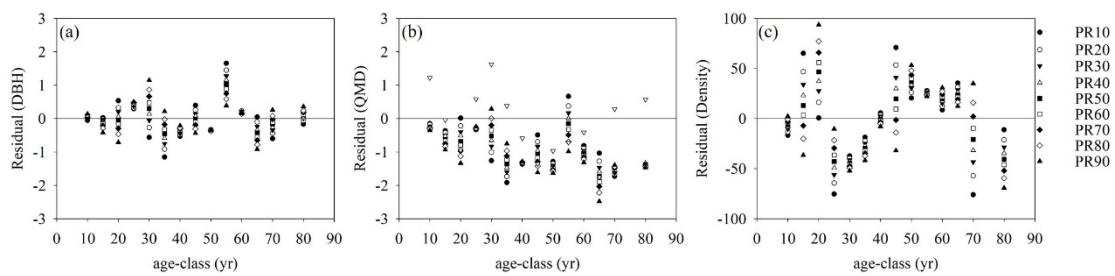


圖 15 平均胸徑、二次平均胸徑、林分密度模擬結果的殘差值分布

(a)為平均胸徑；(b)為二次平均胸徑；(c)林分密度。

### 3. 邱氏密度管理量表

邱氏密度管理量表的製作為結合前述樣區各齡級以生長模式建立之理論模式模擬結果(圖 12 至 14)，依據各齡級與 PR 分別連線時，將林齡外推 10 年，其林齡 10 至 90 之「林齡-二次平均胸徑-林分密度」組圖與「林齡-平均胸徑-林分密度」組圖如圖 16、圖 17 所示，其中 PR50 之曲線即臺灣地區柳杉平均的「林齡-林分胸徑生長-林分密度」變化曲線；本研究能從曲線直接標記出目標林分的模擬林齡、林分密度 PR 等級、林分胸徑亦可反推回去做對照。

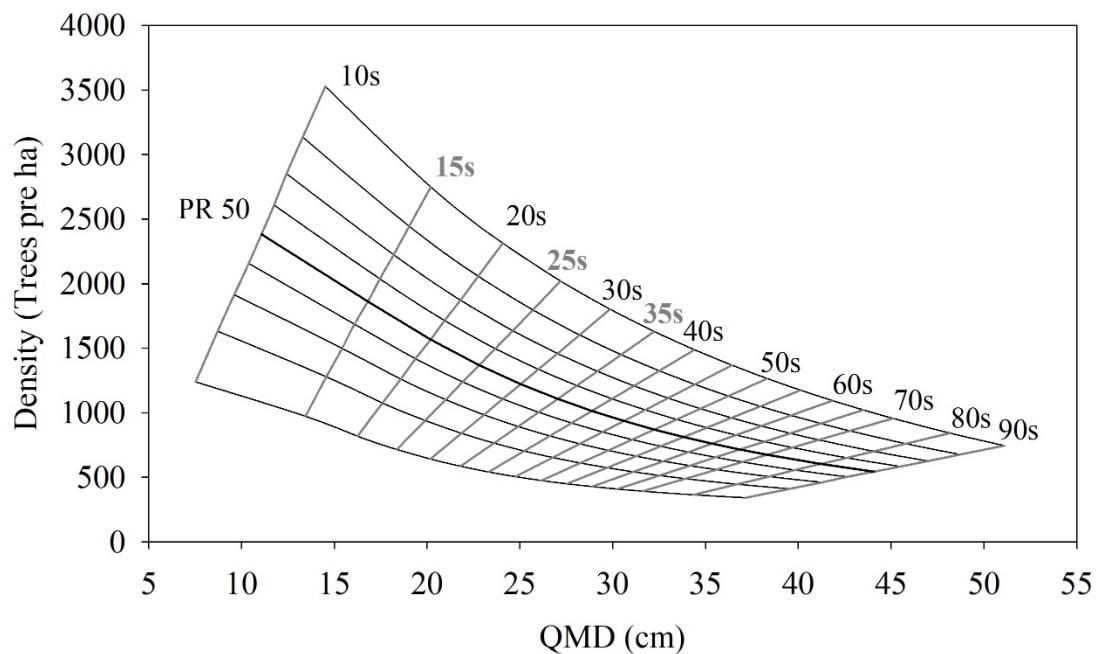


圖 16 邱氏密度管理量表(林齡-QMD-林分密度組圖)

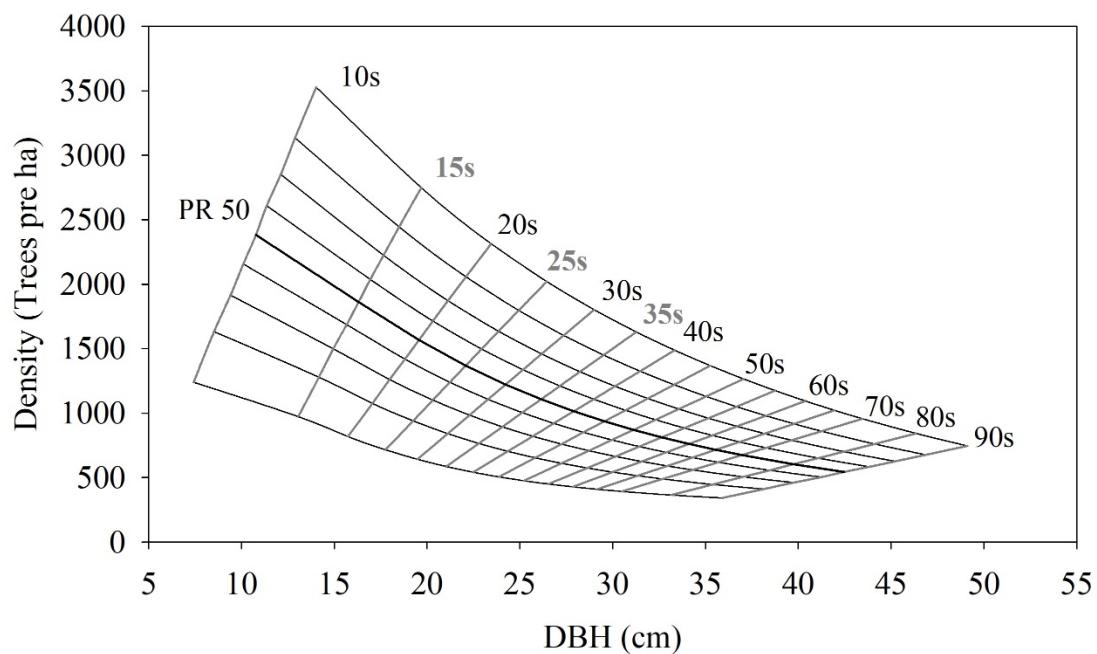


圖 17 邱氏密度管理量表(林齡-平均胸徑-林分密度組圖)

進一步比較「林齡-平均胸徑-林分密度」組圖與「林齡-二次平均胸徑-林分密度」組圖此兩種量表使用上的差異，將(Cheng *et al.*, 2021)部分數據置入量表中，以初始栽植密度為  $3000 \text{ 株 } \text{ha}^{-1}$  的樣區生長資料為例，其於 1944 與 1955 兩次調查記錄為風災過後進行，透過編號確定風害木後，以 1943 年(15 年生)與 1954 年

(26 年生)的調查資料定義為風害前後的統計基準。

將部分的林分結構數據置入兩種量表如圖 18 所示，圖 18a 與圖 18c 黑點分別代表林齡 15 年生與 26 年生時的生長基線上的基線點位，兩次的風害後皆使得林分實際點位由左上至右下移動(圖 18 黑線)，雖然干擾非人工疏伐作業所至，但風害所移除林木的結果類似下層疏伐，使得在生長基線上的基線林齡增加且林分密度 PR 等級下降(圖 18a, c 藍色虛線)。

比較兩個長期試驗地樣區兩次風害前後在兩種胸徑量表所對應到的林分胸徑與模擬林齡變化如表 5 與圖 18 所示，在林齡-平均胸徑-林分密度圖的變化中，第一次風害前後的基線林齡由 14.9 上升至 16.5，且林分密度由 PR73 下降至 PR60，第二次的風害前後基線林齡變化則是由 24.8 上升至 29.2，且林分密度由 PR65 下降至 PR47(圖 18a)；而在林齡-QMD-林分密度圖的變化中，第一次風害前後的基線林齡由 14.9 上升至 16.3，林分密度由 PR73 下降至 PR60，第二次的風害前後基線林齡的變化則是由 24.6 上升至 28.5，林分密度由 PR64 下降至 PR46(圖 18c)。

檢視單一樣區林分胸徑-密度結構在兩種邱氏密度管理量表的長期變動，其發生風害後時，生長基線上的基線林齡值皆會增加，但是林分密度 PR 等級則相對降低，特別是第二次風害後由 26 年生至 58 年生有連續的調查紀錄顯示枯死率停滯，使得相對的 PR 等級隨著增加至 PR70 左右；其中 DBH 與 QMD 對應的基線林齡之間的差異在 2.30% 以下，而林分密度的 PR 評估值差異也在 2.13% 以下(表 5)，兩者差異皆在 5% 以下，且其變動亦具一致性。由此可知，無論是以 DBH 或是 QMD 為量測基準的量表，兩者的變動一致，也具有相同的評估效果。

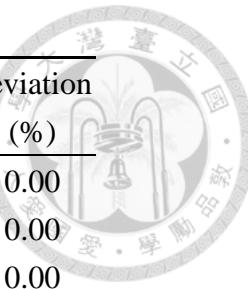


表 5 比較兩種組圖在長期生長的評估結果

Age	density	DBH / QMD of simulated age	deviation (%)	evaluation density	PR of deviation (%)
15	2479	14.9 / 14.9	0.00	73 / 73	0.00
(15)*	2014	16.5 / 16.3	1.21	60 / 60	0.00
16	2014	17.0 / 16.8	1.18	61 / 61	0.00
17	2000	17.9 / 17.6	1.68	63 / 63	0.00
20	1944	19.4 / 19.1	1.55	65 / 64	1.54
23	1831	22.1 / 21.7	1.81	66 / 65	1.52
26	1662	24.8 / 24.6	0.81	65 / 64	1.54
(26)*	1183	29.2 / 28.5	2.40	47 / 46	2.13
27	1183	30.4 / 29.7	2.30	48 / 47	2.08
28	1169	31.0 / 30.4	1.94	49 / 48	2.04
31	1141	33.6 / 32.9	2.08	50 / 49	2.00
40	1127	38.6 / 37.6	2.59	56 / 55	1.79
50	1099	47.7 / 46.8	1.89	65 / 64	1.54
58	1014	56.6 / 56.9	-0.53	68 / 69	-1.47
72	690	74.5 / 73.4	1.48	55 / 55	0.00
82	648	83.9 / 83.8	0.12	60 / 60	0.00

(15)\*與(26)\*為風害後的統計數值。

值得注意的是，QMD 普遍被認為較 DBH 適合作為管理密度的要素，是因為它具有結合單位面積林分密度和胸高斷面積兩項林分參數的特質，我們能藉由 QMD 與林分密度計算出 BA，但利用 DBH 與林分密度計算出的 BA 有些微誤差；Curtis and Marshall (2000)曾論及林業常用的平均林分胸徑(average stand diameter)指的不是林分內林木胸徑的算術平均數(arithmetic mean of diameters)，而是二次平均胸徑 (quadratic mean diameter: QMD)，特別是 Reineke (1933)發表著名的立木度也是基於 QMD 與林分密度關係導出的結果，除此之外，許多松樹的 SDMD 也是如此。

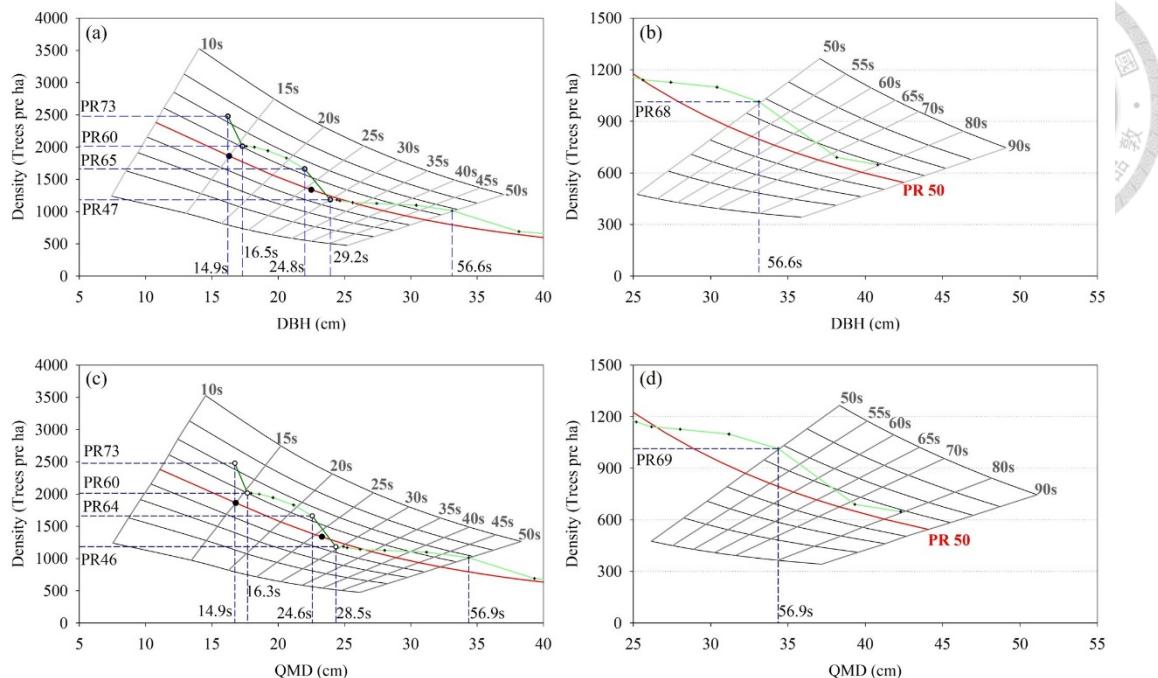


圖 18 兩種組圖的評估情況

黑點為對應風害前林齡生長基線上的參考點；紅線為 PR50 的生長基線；綠線為長期生長的樣區軌跡；深綠色線和空心圓圈為風害前後的位置變化；藍色虛線為輔助線。

#### 4. 量表的應用實例

量表的使用方法，首先於 PR50 的生長基線中標記出符合目標林分林齡等級的點位為基線點位，再將目標林分的林分密度與胸徑於量表中標記出實際點位，由此比對實際點位在量表中的林分密度 PR 等級與基線林齡的相對位置，當量表中的實際點位位於基線點位左上方時，此時該林分的實際點位密度 PR 等級高於生長基線，同時胸徑的基線林齡高於實際林齡，相對而言屬於密度偏高且胸徑生長偏低的林分，此時符合建議疏伐的條件，需要綜合基線點位與實際點位的相對位置以及林分現況判定該林分是否需要進行疏伐。

而臺灣常用的疏伐措施大多採用下層疏伐，當判定需要疏伐時，則進一步對照生長基線擬定株數或 BA 疏伐率，在選定疏伐木以後，藉由生長基線、基線點位、實際點位的相對位置評估疏伐前後的林分狀態，由此判斷疏伐量是否適當，

最後透過疏伐後的點位來預測未來林木生長是否能滿足需求。



以翁世豪等(2011)研究中的強度疏伐林分為例，該林分於林齡 28 年生時進行平均強度 78% 的株數疏伐率，為便於檢視，將量表以 50 年生為界線拆成圖 19a、圖 19b。以紅色生長基線上的 28 年生疏伐前基線點位為比較的參考點，其 28 年生的林分密度生長基線(PR50)與 DBH 為 1271 株  $ha^{-1}$  與 23.4 cm (圖 19a 黑點)，而其疏伐前林分結構的實際點位(圖 19a 綠點)位於參考點的左上方，林分密度為 2365 株  $ha^{-1}$ ，PR 級級高達 84，DBH 為 20.5 cm，基線林齡值處於 21.9 年生，相對上為密度偏高且生長量偏低的林分，滿足建議進行疏伐的條件。

假設其經過評估後，進行了株數疏伐率 78% 的下層疏伐，疏伐後林分實際點位的相對位置由右上方的綠點移動至左下方的藍點(圖 19a)，其疏伐後林分密度與 DBH 為 515 株  $ha^{-1}$  (PR17)與 28.2 cm，換算基線林齡為 40.9 年生；然而，在不疏伐的情況下，8 年後(36 年生) 基線點位(PR50)的林分密度與 DBH 為 1081 株  $ha^{-1}$  (PR50)與 26.4 cm (圖 19 灰點)，由此比較能發現疏伐後的林分 DBH 提升至未來年分的林分結構，並超過未疏伐 8 年後的狀態，而密度 PR 級級由 84 降為 17。

在量表中隨著年齡的增加，理論上無論林分密度與 DBH 會沿著點位所屬的曲線軌跡移動，疏伐後 8 年的基線林齡應為 48.9 年生(圖 19 紫點)，其點位對應的林分密度與 DBH 為 470 株  $ha^{-1}$  (PR17)與 30.8 cm，但實際上為圖 19 黃點的位置，其林分密度與 DBH 為 515 株  $ha^{-1}$  (PR25)與 33.4 cm，其生長量大於生長基線的理論值(30.8 cm)，同時 8 年內無林木枯死紀錄，因此相對林分密度上升至 PR25 級級，可見此疏伐作業提升生長量同時也具有降低死亡率(競爭)的效益。

綜觀翁世豪等(2011)其他樣區疏伐前後與 8 年後數據變化，可以發現其疏伐後的皆有死亡率停滯同時生長量增加的現象；而疏伐後會促進留存木的生長與降

低死亡率、改變林分結構，在不同樹種之間與其不同強度皆是如此(Mäkinen and Isomäki (2004); Chiu *et al.*, (2010); Manning *et al.*, (2012); 李隆恩、顏添明，2010；陳湧婷、顏添明，2018)。邱氏密度管理量表論及的疏伐後林分密度 PR 等級是一個調整後的理論狀態值，在疏伐後未來的實際林分密度 PR 等級軌跡應會優於理論值。

當利用邱氏密度管理量表預測疏伐後林分的生長動態時，本研究能從疏伐前後所對應的點位軌跡得知第一步的理論值，若干年調查後能得知包含疏伐效益的第二步理論值，此時 DBH 對應的林齡與林分密度的 PR 軌跡皆會上修，前者因為疏伐促進生長量，後者因為競爭效應的消除或延遲；俟疏伐效益消失後，林分生長穩定時，生長將會依循該 PR 的軌跡進行。由此可知藉由邱氏密度管理量表能評估其疏伐前後的差異以及未來生長與死亡率的效益。

若以 Ashton and Kelty(2018)所論及的疏伐(或間伐)原則進行作業，疏伐必需同時考量空間配置與林木的大小，就量表中的點位相對位置來看，疏伐後都會使目標林分的實際點位向下移動，而點位相對位置或左或右的移動，依不同疏伐作業與疏伐度而定，吾人能藉由疏伐前後的基線點位與實際點位的相對位置評估疏伐度是否足夠，並進一步預測伐採後的林分生長軌跡。

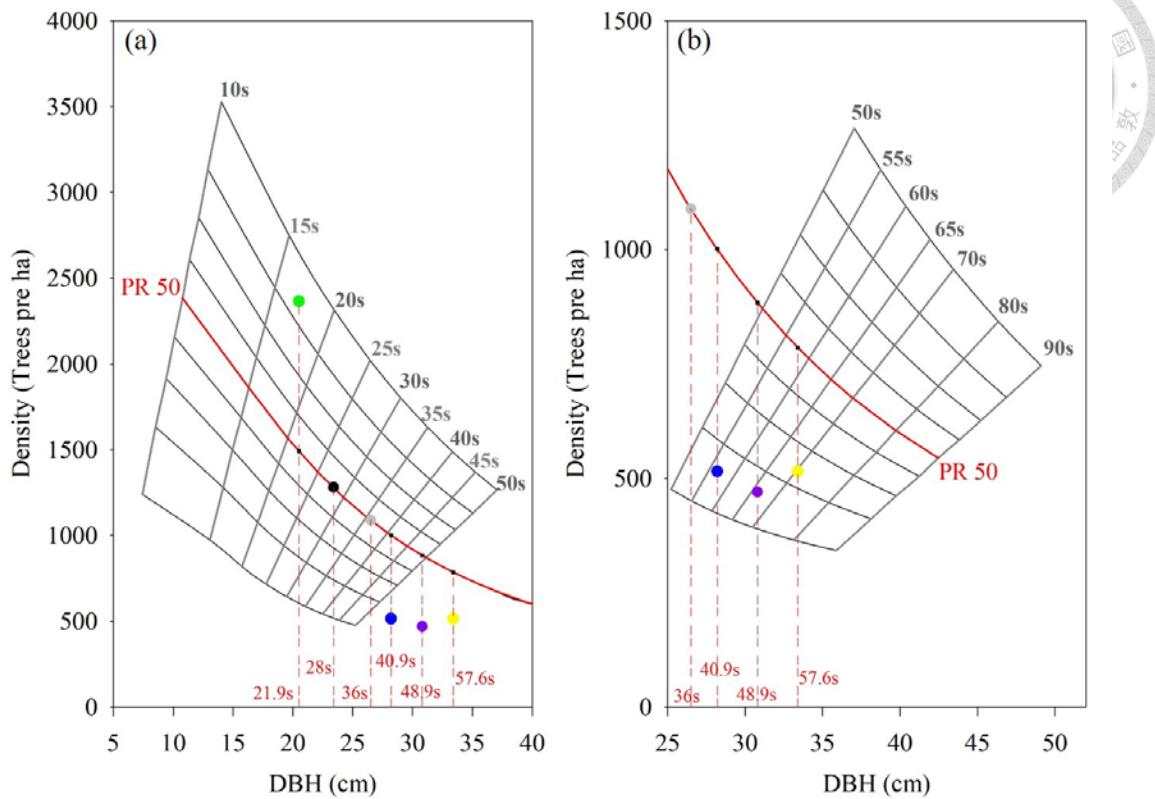


圖 19 邱氏密度管理量表評估翁世豪等(2011)強度疏伐樣區結果

紅線為 PR50 的生長基線；黑點為林齡 28 年生於生長基線上的參考點位；灰點為林齡 36 年生於生長基線上的參考點位；綠點為林齡 28 年生的實際點位；藍點為疏伐後的實際點位(28 年生)；紫色點為疏伐後 8 年的預測參考點位；黃色點為疏伐後 8 年的實際位置；紅色虛線和黑色方塊為輔助線和點。

## 5. 四種疏伐模擬應用

為進一步展示量表在密度管理的實用性，引述 Ashton and Kelty (2018)對於下層疏伐(Low Thinning)、選擇疏伐(Selection Thinning)、冠層疏伐(Crown Thinning)或稱 Dominant Thinning)、機械疏伐(Mechanized Thinning 或稱 Geometric Thinning)等四種疏伐方法的徑級分布情況進行模擬，進行 BA 疏伐率為 40% 的定量疏伐模擬，模擬時考量實際選木的當下會同時考慮林木位置與疏伐木大小，在主觀判斷上做輕微調整：例如當一小區域內的林木皆符合疏伐木徑級時，為避免產生過大空隙，則不會砍伐該區域所有林木，或屬於留存木徑級的林木生長於同一小區域內時，為避免過度擁擠，所以伐除數株預定留存木，基於經驗法則各分配 8% 的



株數隨機分布在其他徑級。

利用 Excel 亂數表製作出一份虛擬的林分數據(Example data)，其符合表 1 中 TFB 的  $DBH25.9 \pm 8.2 \text{ cm}$  與  $1316 \text{ 株 } \text{ha}^{-1}$  的狀態，其徑級分布呈正偏歪，藉邱氏密度管理量表評估表 6 所列的 4 種疏伐前後的模擬狀態。

以 PR50 的生長基線與 43 年生的交叉點(圖 20 紅點)為參考點位作為評估，其林分密度為  $968 \text{ 株 } \text{ha}^{-1}$ ，DBH 為  $28.9 \text{ cm}$ ；而虛擬的林分數據為平均密度與  $DBH1316 \text{ 株 } \text{ha}^{-1}$  (PR61)與  $25.9 \pm 8.2 \text{ cm}$  的林分(圖 20 黑點)，位於參考點位的左上方，滿足建議進行疏伐的條件。將四種疏伐的模擬置入邱氏密度管理量表結果如表 6 與圖 20、圖 21 所示，四種疏伐模擬只有下層疏伐的 DBH 與對應的基線林齡皆上升，而模擬機械疏伐後的 DBH 恰巧不變，但對應的基線林齡下降，標準差也降低，另外兩種疏伐模擬的 DBH 與對應的基線林齡皆下降。

表 6 四種疏伐模擬的評估結果

treatment	DBH	simulated age (yr)	remained trees ( $\text{ha}^{-1}$ )	PR of estimation	thinning rate of TPH ( $\text{ha}^{-1}$ )
Baseline point (PR50)	<b>28.9</b>	<b>43</b>	<b>968</b>	<b>50</b>	-
Example data	$25.9 \pm 8.2$	34.4	1316	61	-
Low Thinning	$33.1 \pm 6.6$	56.6	504	21	61.7
Crown Thinning	$25.6 \pm 9.5$	33.6	762	28	42.1
Selection Thinning	$23.0 \pm 4.0$	27.1	1053	36	20.0
Mechanized Thinning	$25.9 \pm 7.5$	34.4	790	29	40.0

Baseline point (PR50)為林齡 43 年生時生長基線上的參考點；thinning rate of TPH ( $\text{ha}^{-1}$ )為每公頃株數疏伐率；Example data 是使用 EXCEL 表製作的虛擬數據，其符合表 1 的平均值的狀態；DBH 為  $25.9 \pm 8.2 \text{ cm}$  與林分密度為  $1316 \text{ 株 } \text{ha}^{-1}$ 。

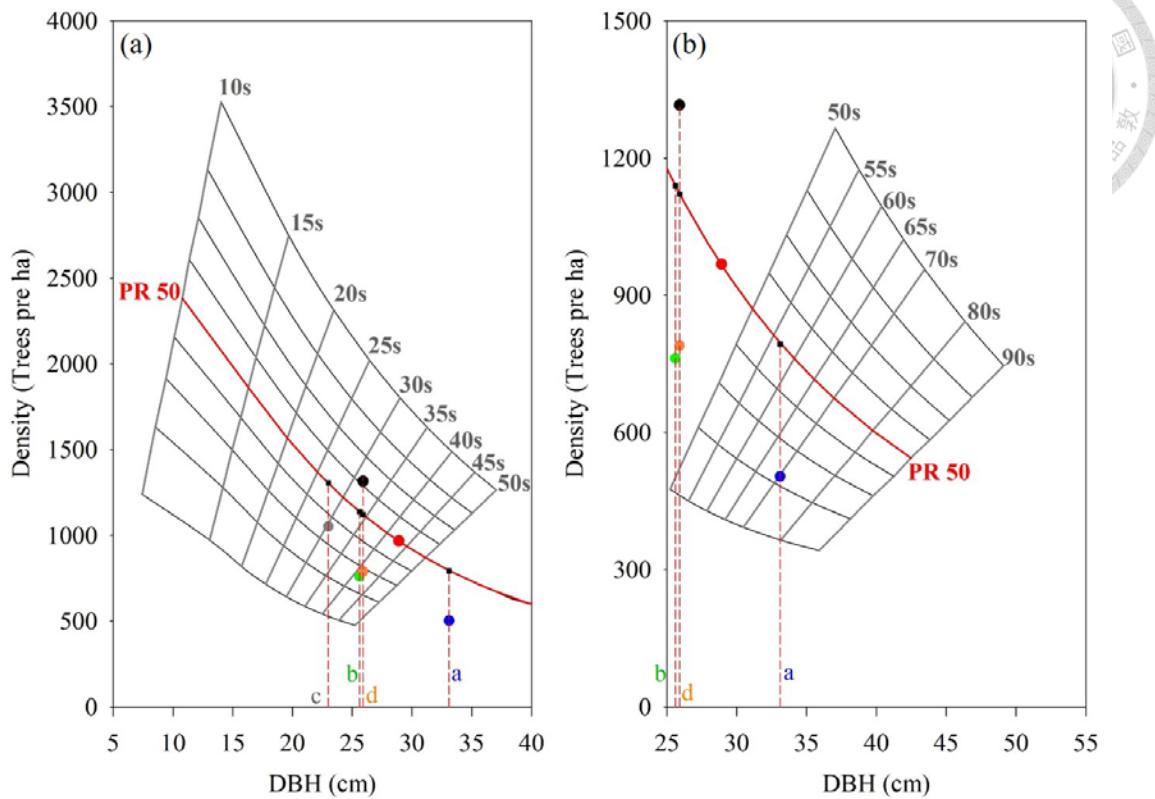


圖 20 四種疏伐的結果於邱氏密度管理量表的評估

紅線為 PR50 的生長基線；紅點為 43 年生的基線上的參考點位；黑點為林齡 43 年生的實際位置；藍點為模擬下層疏伐後的點位；綠點為模擬冠層疏伐後的點位；灰點為模擬選擇疏伐後的點位；橙色點為模擬機械疏伐後的點位；紅色虛線和黑色方塊是輔助線和點。

下層疏伐主要移除較小胸徑以及不良樹冠級的林木，目的是藉由移除競爭性較小的下層林木，將生長潛力集中在優勢木及次優勢木徑級的林木。尤其高強度的疏伐率下，往往會導致樹木分布不均，並且有必要去除一些形質最差的次優勢木，因此會留下少部分形質較佳的下層木。臺灣許多相關的伐木業務或是林業研究大多採用下層疏伐(馮豐隆等，2001；王亞男等，2009；李隆恩與顏添明，2010；翁世豪等，2011；陳洧婷與顏添明，2018)。

下層疏伐模擬的徑級分布如圖 21a 所示，其株數疏伐率為 61.7%，由於移除的林木幾乎屬於中下層林木，DBH 由 25.9 cm 增加至 33.1 cm，基線林齡上升為 56.6 年生同時林分密度 PR 下降至 21(表 6)，點位移動到基線點位的右下方(圖 20)

藍點)，其疏伐後的生長可期望與翁世豪等(2011)相似。馮豐隆等(2001)曾搭配林木位置圖模擬 4 種下層疏伐的選木方法，結果顯示應用胸徑級法將獲得比隨機法較高的 DBH，其 4 種方法各呈現不同的結果，經營者可依規劃需求進行參考。

冠層疏伐是疏伐作業中一種獲取較高經濟效益的手段，也是一種重新調整林地生長潛力的方針，常施作於闊葉樹人工林，主要伐採屬於冠層之次優勢木或形質較差的優勢木，促進最具生長希望的期望樹(promising trees)，如優勢木、具潛力的中庸木與被壓木的生長，並保留豐富的樹冠結構，通常是逐次進行且需要較佳的技術(Baker, 1934; 王子定，1964)。

冠層疏伐模擬的徑級分布如圖 21b 所示，其株數疏伐率為 42.1%，由於移除冠層林木使得 DBH 由 25.9 cm 降至 25.6 cm，基線林齡下降為 33.6 年生同時林分密度 PR 下降至 28(表 6)，林分結構調整到基線點位的左下方(圖 20 綠點)，呈現疏伐後林地產能下降的現象，考量疏伐具有促進留存木生長的效益，其未來的生長量可能會優於該 PR 的點位理論值，此法應較適合基線點位在理論點位右上方的林地。

選擇疏伐在不同的體系中，可以只選擇下層、中層、上層或固定徑級林木，於 Ashton and Kelty (2018)書籍所論述的選擇疏伐為選擇優勢木群進行伐採，所以其認為收益常常會高於冠層疏伐與下層疏伐，而整體林分木材的利用率也高於其它疏伐作業，主要伐採優勢木而選留之次優勢木、中庸木與小型之優勢木，通常能發育成通直無節、枝條較少之林木施行選擇疏伐，使生長旺盛的樹種移除，剩下的留存木成為母樹，但容易使次代皆非生長旺盛之品系(王子定，1964)，不適合連續進行。

由於主要移除的對象是優勢木(圖 21c)，選擇疏伐模擬後的株數疏伐率為 20.0%，使模擬值的 DBH 由 25.9 cm 下降至 23.0 cm，基線林齡下降為 27.1 年生

同時林分密度 PR 下降至 36(表 6)，亦呈現疏伐後林地產能下降的現象，點位移動到基線點位的左下方(圖 20 灰點)，此種疏伐方式有助於次優勢木與中間木有較佳的提升效果。Schädelin (1942) 文中最早定義的選擇性疏伐(Auslesedurchforstung)其清楚地標示了最終收穫木(final crop trees)數量的逐漸進展，其概念看起來相對靈活和資源密集性，但在隨後的每次疏伐作業中都會重新評估它們對最終伐期的適用性。近年日本學者渡邊(2005)、望月等(2020)提出具相似概念且高度靈活性的中層疏伐規畫方針，較適合長伐期大徑木育林體系或是大徑級之恆續收穫林的規畫。

機械疏伐是以間隔或距離來選留伐採林木，區分為間隔疏伐(Spacing Thinning)或稱空間疏伐，以及行列疏伐(Row Thinning, Line Thinning)，其適用於未施行過疏伐之擁擠幼林，僅考量空間的配置，而非前述三種疏伐法以冠層層級挑選疏伐木，因此大多建議只適用於第一次的疏伐，不該再行施用(王子定，1964)。Chung *et al.* (2017) 曾利用樹輪學的方法評估進行不同間距的行列疏伐的柳杉人工林，分析歷史事件的特性在生長差異的顯示正如預期般的，行列疏伐促進了柳杉的生長，其差異在伐採後的 11 年及 5 至 6 年間觀察到。行列疏伐除了促進生長以外，亦能利用此手法進行林相更新或林相改良。羅卓振南等(1997)、林謙佑等(2010)曾於棲蘭山林區的柳杉人工林利用行列疏伐營建複層林，初步研究證實檜木栽植作業可使林相更新為以檜木為主的人工林，在持續的育林措施之下，可更新為檜木及闊葉樹混合林。

進行機械疏伐模擬後(圖 21d)，隨機移除了各徑級的林木使得模擬值的 DBH 與株數移除率恰巧不變，因此基線林齡與實際值相等，但是標準差變小，同時林分密度 PR 下降至 29(表 6)，點位移動到基線點位的正下方(圖 20 橘點)，此種作業適合於造林初期第一次使用或是林相更新的規畫。

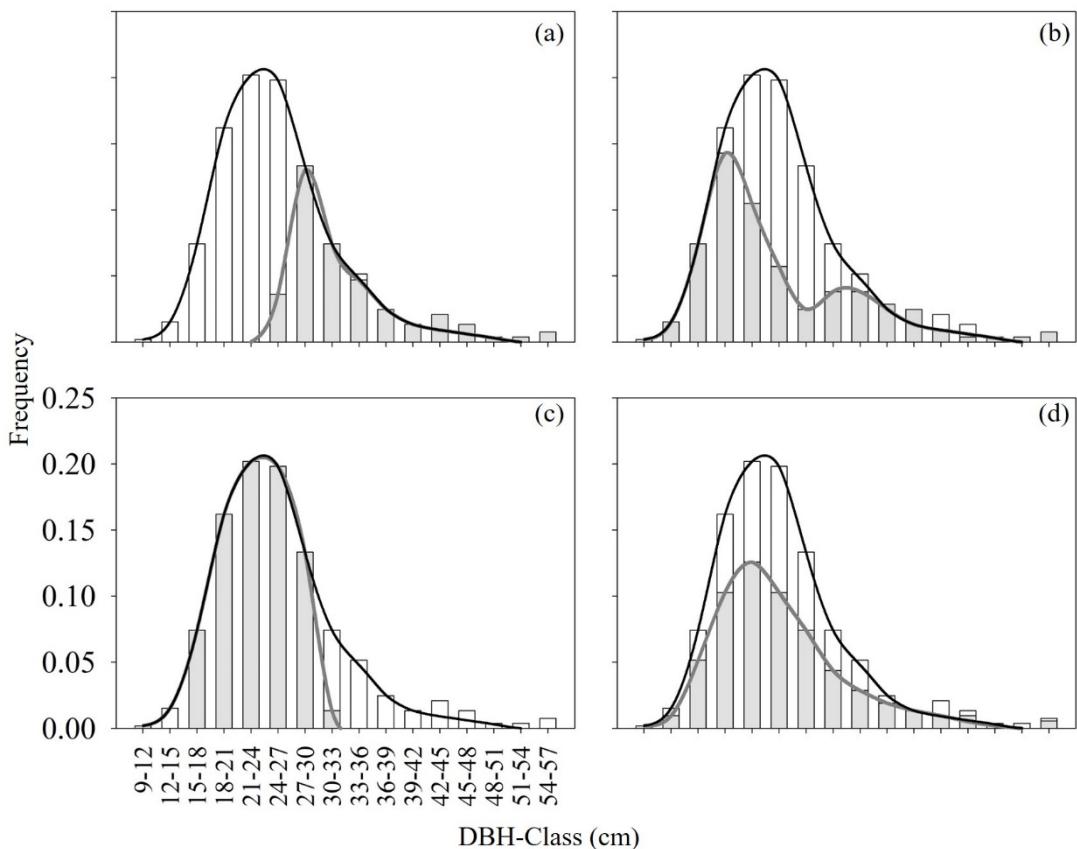


圖 21 四種疏伐模擬的直徑級分布

(a)下層疏伐；(b)冠層疏伐；(c)選擇疏伐；(d)機械疏伐；黑色曲線和空白直方圖為疏伐前的直徑級分布；灰色曲線和灰色直方圖為疏伐後的直徑級分布，黑線和灰線包圍的部分為疏伐木的直徑級分布。

綜合前述四種疏伐模擬在邱氏密度管理量表的評估結果，疏伐後都使得林分密度 PR 下降，其變動幅度依其疏伐率而定；除了下層疏伐以外，疏伐後的點位大多移動到基線點位的左下方，呈現疏伐後產能下降的林分狀態；然而，在邱氏密度管理量表中林分點位所在的曲線即是未來的生長軌跡，本研究能藉此預測未來生長情況。然而眾所皆知疏伐具有調節林分密度與提升留存木生長的效益，普遍而言皆高於未疏伐的林地，由於量表為彙整未疏伐林分而成的綜合理論曲線，所以實際上疏伐後的生長通常會優於曲線模擬的軌跡。

在密度管理的策略中，通常會混合不同的伐木作業逐漸轉換林分冠層的分布與鬱閉度，而各國學者的疏伐措施依其學派與其適用情形(樹種)而大同小異，但

無論如何都希望完成輪伐期時獲得最大的效益。然而，疏伐為較常見的密度管理手段；伐區作業中，又分為主伐收獲與間伐收獲(intermediate yield)，而間伐收獲為由造林後至伐期間，撫育伐所得之木材，如除伐(cleaning)，疏伐(thinning)等是，但在非成熟林木且不更新之臨時伐採量亦屬之(周楨，1968)。王子定與劉嘉昌(1964)論到「疏伐為間伐之一種，雖為一重要之方法，然不應統稱為間伐。臺灣各地所施行之撫育伐採，幾全屬疏伐，然而以間伐名之，甚感不當，亟應改稱疏伐，藉使名副其實」。

日本學者寺崎(1905)曾修編國際林業試驗場聯合會議協定的選木分類法，進而制定出由樹冠分級的間伐(thinning)選木原則，其作業法常以未滿 30 年生之針葉樹單層林為的對象，在施作上類似於合併下層疏伐(low thinning)與除伐(cleaning)的定性疏伐；而 Ashton and Kelty (2018)認為間伐(intermediate cutting)也稱為疏伐(thinning)，為主要致力於藉由調整林分密度或物種組成來控制林分的生長，並在書本中詳述六種疏伐的施作原則。

綜觀臺灣林業單位所採用的下層疏伐原則，包含了似寺崎(1905)所定義的定性間伐原則與 Ashton and Kelty (2018) 所詳述的定量疏伐原則。或許在名詞翻譯或是不同國家學者論點的差異所致，疏伐與間伐名詞的定義容易產生混淆；然而，當本研究綜合育林學的撫育伐論點來看時，間伐應為在輪伐期內對於時間與空間的密度管理措施，疏伐為間伐作業的其中一項，本文與王子定與劉嘉昌(1964)論點一致。

## 二、柳杉人工林胸徑大小與密度關係

### 1. 林分生長軌跡

利用有母數法(VanderSchaaf and Burkhart, 2008)進行分段回歸法擬合隨林齡變動的軌跡的結果如圖 22 與表 7 所示，藉其完整模型和簡化模型擬合的胸徑大

小與密度關係軌跡與各樣區組成的林分發展趨勢相似。根據兩個模型中  $b_1$  的估計係數與軌跡來看，當 QMD 接近 6.25 和 10.9 cm ( $\ln QMD$  在 1.833 和 2.389 之間)時，這兩種分段回歸模型皆描述了此處為一直線關係，表示林分從第 I 階段轉移到第 II 階段(即由競爭引起的死亡的開始)的胸徑大小與密度的死亡率並不明顯。

然而，完整模型的  $b_2$  與  $c_2$  的係數未達統計學意義的水準，這表明在競爭誘發的死亡率階段中，第 I 時期和第 II 時期之間的過渡期並不明顯，因為競爭引起的死亡率階段(即 Stage II)中的三個不同階段對於每個數據集可能會發生不顯著。但簡化模型很好地描述了第 II 階段整個範圍內林分胸徑與林分密度在 X-Y 雙對數軸的關係曲線軌跡。

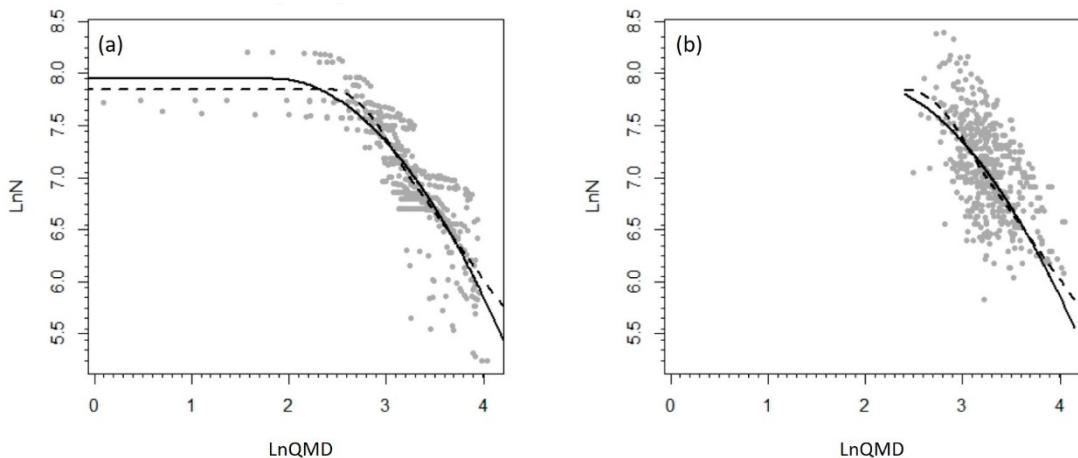


圖 22 分段回歸模型擬合胸徑大小與密度關係結果

(a)灰點為設置在 NTUEF 的長期實驗樣區用於擬合數據集；(b)灰點為設置於 TFB 的永久樣區用於模型驗證數據集；黑色實線為簡化模型擬合軌跡；黑色虛線為完整模型擬合軌跡。

由完整模型的結果顯示柳杉的自我疏伐線斜率為 -1.579(表 7)，比較 Nishizono and Tanaka(2012)曾經研究日本東北部的柳杉人工林 QMD 與林分密度之間的關係，其利用未疏伐林分所擬和出的自我疏伐線斜率是 -1.486，本研究的斜率較陡，這可能是由於兩個地區的環境條件與管理措施之間的差異。Zhang et

*al.*, (2018)研究指出，不同省份的溫度差異會影響杉木自我疏伐線的斜率差異。Nishizono and Tanaka (2012)評估了日本東北部未疏伐和疏伐的老柳杉人工林的林分發展，指出疏伐處理對林分的長期發展有明顯的影響。



另一方面，Ogawa and Hagihara (2003)指出樹木與競爭相關的死亡率是在林分生長至自我疏伐期之後隨機發生的。可見樣本的組成與特質也會影響斜率，Sun *et al.* (2011)曾擬合不同初始栽植密度在不同死亡率的杉木長期試驗地樣區自我疏伐線，發現最早在死亡率達 2% 以後，杉木林分即進入自我疏伐階段，利用死亡率不同的林分能擬合出不同的自我疏伐線斜率，其最大密度線亦隨之變動。Ogawa (2005)進一步發現日本中部 21 年生的日本柳杉自我疏伐線遵循 Yoda *et al.*, (1963)的-3/2 自疏規則。由此可知，自我疏伐線斜率的擬合受到林分特性、立地環境、不同的林分發展階段的取樣因素影響而異。

表 7 有母數法的完整和簡化分段回歸模型係數估計摘要

Coefficient	Full model		Reduced model	
	Estimate	p-value	Estimate	p-value
b <sub>1</sub>	7.850	< 0.0001*	7.949	< 0.0001*
b <sub>2</sub>	-1.267	0.079	-0.445	< 0.0001*
b <sub>3</sub>	-1.579	0.008*		
b <sub>4</sub>	-1.293	< 0.0001*		
c <sub>1</sub>	2.389	< 0.0001*	1.833	< 0.0001*
c <sub>2</sub>	3.027	0.225		
c <sub>3</sub>	3.211	< 0.0001*		

\*為 p-value 小於 0.05。

與 Reineke (1933)的自我疏伐線相比，Yoda *et al.*, (1963)的自我疏伐法則(或稱-3/2 法則)曾針對柳杉進行了精確的調查(Ogawa and Hagihara, 2003; Ogawa, 2005)；事實上，兩者的自我疏伐法則在數學上等同於假設樹木體積和 QMD 之間存在異速生長關係(Burkhart and Tomé, 2012)。而在本研究中，所使用的模型描述了 QMD 與林分密度的關係，不同於 yoda *et al.*, (1963); 楊榮啟(1975)論及的樹木材積(或生物量)與林分密度之間的關係，這為柳杉的自我疏伐研究提供了不同的

視角。其他自我疏伐相關指標，如競爭-密度指數，也與 Yoda 的自我疏伐法則有關(Hagihara, 2014)。未來將其他自我疏伐指數例如 BA 納入胸徑大小與密度軌跡模型的研究。

Reineke (1933)曾經提出了立木度(SDI)來評估林分的最大承載能力，其定義為如公式 11 所示。

$$SDI = N \times \left( \frac{QMD}{25.4} \right)^b \quad (11)$$

b 為自我疏伐線的斜率，即為表 7 中的  $b_3$ ，N 為單位面積株數。

Fukumoto *et al.* (2020)發現 SDI 是屬於間距無關胸徑增長模型中的重要預測因子，它提高了不同疏伐強度下柳杉胸徑增長的可預測性。利用 VanderSchaaf and Burkhart (2008)所使用的方法，SDI 可以使用完整模型的自我疏伐線階段的起點與終點來估計，本研究計算所得出的最大 SDI 值域為 1190-2126 之間。

若樣本在第一次測量期間林分明顯發生自我疏伐，則模型中第一階段水平線可能不足以預測林分密度的下降，因此 Cao and Dean (2008)建議使用二次的二分段模型來處理這種情況，這使初始水平階段無效化。VanderSchaaf and Burkhart (2008)研究不同密度的火炬松(*Pinus taeda*)林分中發現當擬合完整模型時，由於缺乏足夠的自我疏伐樣本，在九種種植密度中的兩種沒有獲得收斂。

因此在參數較少的情況下，簡化模型可以很好地捕捉複雜的軌跡，儘管簡化模型對胸徑大小與密度關係產生較可靠的擬合參數，但缺乏敘述各階段的參數。而使用多參數的分段回歸模型時較容易發生不收斂的情況，因此，在設置初始值時最好先使用簡化模型，如果胸徑大小與密度關係在第二階段是線性的，則可以修改簡化模型的第二部分。檢視表 7 與表 8 曲線的參數、軌跡與擬合、驗證之間的誤差顯示兩種模式皆能在低誤差的情況下有效的描述軌跡。

## 2. 有母數法與無母數法的比較



利用懲罰概度雲曲線的回歸方法(Hazelton, 2015)、隨機森林(Jeong *et al.*, 2016)，以及 VanderSchaaf and Burkhart (2008)提出的兩個分段回歸模型進行了比較，並且互相檢驗柳杉胸徑大小與密度，各林分密度的估計值與觀察值相當接近，其 MBE 在 -0.001 至 0.110 之間，RMSE 在  $0.040 \text{ ha}^{-1}$  至  $0.190 \text{ ha}^{-1}$  之間(表 8)。由此可見這個方法在林分發展的不同階段皆具有可預測性。表 9 顯示在林分偏離自我疏伐線(即第二階段的第三階段)之前估算 LnN-LnQMD 關係時，可以達到更高的準確度。

檢視數據擬合結果顯示所使用的其他三種方法相比，分段回歸模型的誤差比懲罰概度雲曲線或隨機森林的準確度稍高，無論數據集或林分發育階段如何，懲罰概度雲曲線始終表現良好，用於回歸數據的隨機森林在驗證數據集上產生最低的 RMSE，而在驗證數據中估計林分密度時則具有最高的 RMSE(表 8)。

但是，對於驗證數據集，利用完整的分段回歸模型可以更好地描述與預測大小密度關係(表 7)，這意味著分段模型可能比懲罰概度雲曲線和隨機森林算法相對更適合。綜觀各數據集擬合與驗證的表現，由較小的誤差值顯示本研究中使用的有母數和無母數方法皆可以可靠地擬合栽植在臺灣的柳杉造林地其胸徑大小與密度之關係。

表 8 有母數法與無母數法的誤差值統計摘要

Method	Fitting data		Validation data	
	MBE	RMSE( $\text{ha}^{-1}$ )	MBE	RMSE( $\text{ha}^{-1}$ )
Segmented Regression (Full)	0.000	0.079	0.098	0.153
Segmented Regression (Reduced)	0.000	0.083	0.083	0.151
Penalized Spline	0.000	0.075	0.103	0.158
Random Forest for Regression	-0.001	0.040	0.110	0.190

表 9 有母數法與無母數法在各階段的誤差值統計摘要

Method	Fitting data							
	Stage I		Phase I		Phase II		Phase III	
	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )
Segmented Regression (Full)	-0.002	0.059	0.000	0.032	-0.058	0.060	0.002	0.105
Segmented Regression (Reduced)	-0.061	0.073	0.080	0.039	-0.032	0.062	-0.016	0.106
Penalized Spline	-0.004	0.054	0.005	0.032	-0.019	0.060	0.004	0.098
Random Forest for Regression	0.010	0.021	-0.003	0.018	0.002	0.032	-0.002	0.052
Validation data								
Method	Stage I		Phase I		Phase II		Phase III	
	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )	MBE	RMSE (ha <sup>-1</sup> )
Segmented Regression (Full)	-	-	-0.015	0.141	-0.058	0.158	0.179	0.154
Segmented Regression (Reduced)	-	-	0.049	0.144	-0.033	0.158	0.143	0.150
Penalized Spline	-	-	-0.013	0.141	-0.019	0.159	0.192	0.164
Random Forest for Regression	-	-	-0.003	0.140	-0.021	0.175	0.202	0.212

Horowitz (2015)研究指出，當在預測的數據中，使用不存在的條件下可能發生的情況時，無母數法可能會受到限制。由此可知，隨機森林演算法對所訓練的數據集預測能力比驗證數據的預測更準確，而可預測性的差異可能是由於集成演算法的性質，其中預測是通過對訓練數據中大量決策樹的結果進行平均來進行的。因此不存在的數據將使得超出原始訓練數據範圍的預測不準確，即外推不良 (Jeong *et al.*, 2016)。本研究所使用的獨立數據集模型範圍，其數據集範圍包含了驗證數據集的範圍 (表 1)。因此，隨機森林演算法仍然可以很好地預測林分發展這項研究。

不同種類的樣條回歸(pline regression)方法已被證明具有高度的靈活性和適用性(Hazelton, 2015)，其已廣泛應用於幹端錐體(stem taper)的擬合(Kublin *et al.*,

2013; Scolforo *et al.*, 2018)。在這項研究中，本研究發現懲罰概度雲曲線也可用於擬合長期林分發展各個階段的胸徑大小與密度關係。此外，Hazelton (2015)指出無母數法的回歸方法，像是平滑曲線(spline)，可以在進行正式模型擬合之前的初步行動中作為數探勘和可視化的重要工具。

整體來看懲罰概度雲曲線有最佳的表現，因為它的準確性、適用性和簡單的實踐方式，在這項研究中，NTUEF 的數據集被用作擬合的數據，TFB 的數據集被作為驗證，主要是因為利用無母數法從原始範圍外推時將可能會產生較高的誤差，NTUEF 的數據集比 TFB 的數據集有較大的值域範圍較適合用來擬合或訓練，其優勢仍在於給予的適合的訓練數據集與較佳的擬合結果；若反過來可能會產生外推不良的結果。若想與其他自我疏伐研究比較或是外推預測值時，較為推薦使用分段回歸模型，雖然設置了不合適的初始值會導致參數估計無法收斂，但是現今的電腦運算方式已可較輕鬆解決此問題。

在林業實踐中，由於時間和成本限制，在編製模擬曲線時可能需要外推，例如外推 5-10 年的生長量。因此，當應用隨機森林或其他集成演算法，例如，裝袋決策樹(bagging trees)時，應考慮該方法的穩健性。值得注意的是，隨機森林演算法也可以用於變量選擇。本研究中為了與其他模型進行比較，僅使用了兩個預測變量(QMD 與 N)。未來將進一步添加額外的預測因子，例如其他的分割數據方案、環境和氣候因素，以探索該演算法的適用性。

概括來說，兩種方式皆有其優點與限制性，使用有母數法(分段回歸模型)主要的優勢是參數能描述林分發展軌跡的詳細訊息，如自我疏伐的起始點、幅度、自我疏伐線斜率以及各階段的變化，使用者能簡易的利用公式與參數重複應用研究結果，亦能適用林業的短期外推趨勢，缺點為參數初始值需要較繁瑣的測試以及較大的誤差或是產生無法收斂的結果。

而利用無母數法的優勢為能較準確的擬合林分發展軌跡，在擬合時是較有利的，因為它們不需要在參數估計中指定初始起始值，也不強烈的依賴於分布假設和模型規範。但缺點是需要較長的電腦運算時間以及可能發生的外推不良情況，特別是使用者需要訓練相同的數據集才能複製研究結果；若為實踐懲罰概度雲曲線或隨機森林演算法，需要對超參數(hyperparameter)或調諧參數(tuning parameter)進行許多選擇，例如節點數(knot)、平滑參數(smoothing parameter)，以及決策樹(decision tree)的數量，利用電腦找尋最佳節點數量或最佳決策樹數量則需要較長的運算，若能以線上資料庫的方式進行輸入與輸出，能幫助使用者較容易重複應用研究結果。

綜合其優缺點觀之，在誤差值極小的前提下，有母數法較能適用於林業實務上的使用，特別是外推的需求與模式的重複應用，而無母數法雖然受限於樣本範圍與操作方式，在樣本範圍內具有較佳的擬合與預測能力，應用此法對於驗證所擬合結果相當適合。兩者搭配使用能產出準確度較高的模擬與預測結果。因此後續的研究持續應用使用分段回歸式的完整模型(有母數法)進行分析。

如圖 22 的軌跡所示，雖然部分林分的樹木數量已明顯減少，但當 QMD 超過 40.4 cm( $\text{LnDq}=3.7$ )時，仍有許多林分仍停留在自我疏伐線上。這意味著臺灣的柳杉具有生產大尺寸原木的潛力，目前柳杉的輪伐期定在 30 或 40 年生，若為生產大徑級之原木可考慮延長輪伐期；如此一來除了木材生產，還能較長時間的提供野生動物棲息地，能使人工林經營多功能化。

然而，當多個物種在同一林地上蓬勃發展時，量化各種競爭林木的影響很重要的研究方向。值得注意的是，為避免種間競爭的影響，本研究在選取 TFB 的樣區時以柳杉為優勢種的柳杉人工林，所以沒有進一步分析少量的種間競爭，這應是本研究中使用的模型的限制性。



### 三、C-檢索表

#### 1. 胸徑大小與密度發展軌跡與立木度百分比關係

藉由分段回歸式的完整模式(有母數法)所擬合的參數(Chiou *et al.*, 2020)代表著 VanderSchaaf and Burkhart (2008)研究論文中圖式的林分胸徑大小與密度發展軌跡各階段與時期分界點。

本研究定義 SDI 最大值 = 2126 為 SDI% = 100，即 Powell (1999)論及的完滿立木度，分別計算出代表分界點的  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$  之 SDI% 為閥值。SDI% = 32 % 時代表第一、二階段的分界點，SDI% = 52 %、73 % 時為第二階段內三個時期的分界點。將 SDI% = 32 %、52 %、73 %、100 % 等四個閥值分別如表 10 與圖 23 定義如下：

表 10 有母數法的分界點係數位置所對應到的林分結構參數

Parameter	coefficient		
	$c_1$	$c_2$	$c_3$
QMD	10.9	20.6	24.8
TPA	2565	1531	1620
SDI 值	674	1100	1560
SDI%	32	52	73
			2126

$c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$  為表 7 中之有母數法的係數；原 SDI 值為 674、1100、1560，換算為百分比時，SDI% = 31.7 %、51.7 %、73.4 %，將其四捨五入為 SDI = 32%、52%、73%，並調整 SDI 值為 680、1100、1560。

$c_1$  代表第一階段進入第二階段的分界點，此分界的 QMD 為 10.9 cm、林分密度為 2565 株  $ha^{-1}$ 、SDI 值為 674 時，SDI % = 32 %，將 SDI % = 32 % 定義為下限密度邊界(Lower Density Limit Boundary : LDLB)；當 SDI % < 32 % 時林分死亡率與競爭無關，林木自由的生長不相互影響為不足立木度，如圖 23 右下空白區域所示，為樹木自由生長區(Tree Free Growth Zone: TFGZ)。

當 SDI % > 32 % 時年輕的林分進入樹冠閉合階段，林木進入競爭資源的階段，是自我疏伐最初的反應，也就是林分由密度無關死亡率階段進入到密度有關



死亡率階段，即“開始產生競爭效應時”，因此進一步將  $32\% \leq \text{SDI\%} < 52\%$  之區間(圖 23 網點區域)定義為密度管理區(Density Management Zone : DMZ)，為生產一定直徑規格的木材同時維持林分較佳生長率的狀態，應考慮將疏伐後的立木度維持在該區域內之間，且建議疏伐後的 SDI% 不宜低於 LDLB。

而  $c_2$  代表第二階段的第一時期進入第二時期的分界點，此分界的 QMD 為  $20.6\text{ cm}$ 、林分密度為  $1531\text{ 株 ha}^{-1}$ 、SDI 值為  $1100$ ，其  $\text{SDI\%} = 52\%$ 。當  $\text{SDI\%} > 52\%$  時自我疏伐率大於當時的自然死亡率，即“林分進入自我疏伐時期”，每單位面積的株數將隨著平均樹木大小的輕微增加而逐漸減少，留存木具有偏低的生長率與偏高的死亡率，因此將  $\text{SDI\%} = 52\%$  定義為上限密度邊界(Upper Density Limit Boundary : UDLB)，此時是林分隨著時間推移發展進到密度有關死亡率階段，依其特性將  $52\% \leq \text{SDI\%} < 73\%$  之區間(圖 23 淺灰色區域)的範圍定義為自我疏伐區(Self-Thinning Zone : STZ)，當  $\text{SDI\%} > 52\%$  時建議進行疏伐，而這個時期的林分處於林分發展的最大胸徑大小與密度關係動態疏伐線階段(Weller 1990)。

$c_3$  代表第二階段的第二時期進入第三時期的分界點，為描述隨著時間推進，未受干擾的柳杉人工林林分發展經歷自我疏伐階段後，其軌跡可能偏離自我疏伐線為向下彎取的外凸曲線，或維持自我疏伐斜率為一直線，此分界點的 QMD 為  $24.8\text{ cm}$ 、林分密度為  $1620\text{ 株 ha}^{-1}$ 、SDI 值達  $1560$ ，為  $\text{SDI\%} = 73\%$ ；如圖 23 深灰色區域所示，這個時期的  $\text{SDI\%}$  範圍為  $73\% \leq \text{SDI\%} \leq 100\%$  之間，定義為完全立木區(Fully Stocking Zone : FSZ)。然而，隨著時間推移，林分發展未來的立木度不一定維持在此值域，林分蓄積量隨時間發展會因著現實狀態而有所不同，可能達到完滿立木度( $\text{SDI\%} = 100\%$ )或過度立木( $\text{SDI\%} > 100\%$ )的階段(圖 23 左上空白區)，也可能隨時間推進，最終相鄰的留存木無法完全補償樹冠間隙，林地內樹木將不受競爭影響而自由的生長。

特別的是，因為栽植在臺灣的柳杉很少被記錄到天然更新的情況，同時為具

有生產大徑級木材潛力之樹種，所以收穫伐的規劃不一定依循 Powell (1999)的建議，將 SDI% 調整為 DMZ (SDI=32%-52%)範圍，也能利用長伐期的大徑木育林體系理論建立大徑級之恆續收穫林(渡邊, 2005；陳財輝等, 2018；望月等, 2020)，在較佳的生育地也可考慮將 SDI% 調整為 73% 以上，先進行預先投資之商業疏伐，重新擬定柳杉長輪伐期的策略，使大徑木散生林地保留較佳的生長率。

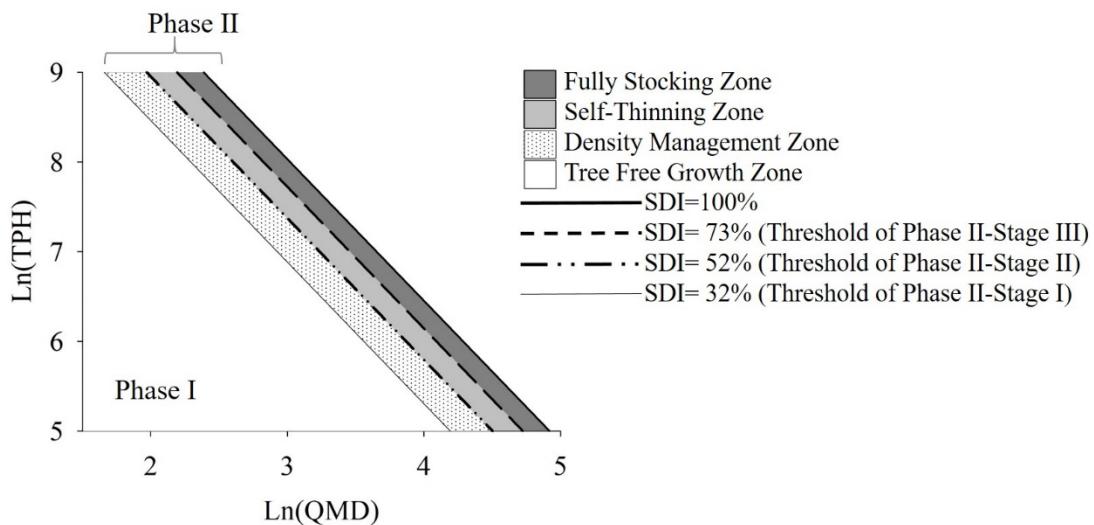


圖 23 柳杉人工林林分發展各階段 SDI% 閥值  
Phase I 與 Phase II 為 VanderSchaaf and Burkhart (2008)論及的林分隨時間發展的兩個階段。

Drew and Flewelling (1979)利用相對密度的方法對於花旗松人工林中控制林分密度時使用的四個基本原則：(1)  $Pr$  小於 0.15 的林分沒有充分利用該場地，因此可以在不減少平均樹的情況下增加密度(2)以 0.15 的  $Pr$  管理的林分將產生最大尺寸的樹木，(3)維持  $Pr$  介於 0.40 至 0.55 之間管理的林分將產生最大的單位面積總體積和 (4)  $Pr$  不應超過 0.55，除非緊接之前收穫已最大化總淨產量(圖 5B)，其通過導出各種疏伐方案的產量預測表證明了該圖的實用性。

為有效的擬定自我疏伐線斜率並劃出相對密度指數在 SDMD 上的界線，Solomon and Zhang (2002)進一步沿用 Drew and Flewelling (1979)的論點認為所有  $Pr > 0.7$  的樣區選擇當成最完全立木度的樣區(the most fully-stocked plots)，用來

發展最大胸徑大小與密度關係；儘管這個閾值( $Pr > 0.7$ )是任意的，但有依據兩個理由：(1)任何  $RD > 0.7$  的林分應該已經發生自我疏伐且最後的連續物種(late successional species)經歷密度相關的死亡，(2)可以獲得足夠的樣區數量以繪製最大胸徑大小與密度關係。

由此可見，相對密度指數和森林生產之間的聯繫為這些圖表在森林管理中的實用性增加了重要的維度。雖然與本研究使用的立木度管理圖閾值計算方式與相對密度的方法相異，但兩者皆基於林分發展軌跡的原理制定閾值。與此相較，本研究的閾值建立在明確的各階段與時期的分界點，而非一個經驗上或是推理出的閾值，可見此法更適合作為定義閾值之用。

## 2. 立木度管理圖

長期以來美國和加拿大進行密度管理的 SDMD 常被利用來作為生產松木的規劃。基本的 SDMD 製作是基於異速生長理論與收量密度效果逆數式(reciprocal equation of yield-density effect)對於有效樣本進行密度與蓄積量之間關係式的推導，這些關係式代表了各種潛在競爭過程對產量參數累積的影響。

現今常見的 SDMD 採用了許多經驗和功能性的數學關係式，由平均樹高曲線、平均胸徑曲線、最大密度線、自我疏伐線、自然枯死線以及收穫比數曲線所構成，大多採用自我疏伐線作為定義密度上限的參考，而 SDMD 也會因為新穎的分析方法與數據集更新而有進一步的修訂。因此，其廣泛的應用為許多森林管理者提供了一套密度控制計劃的客觀方法，是林分密度決策中特別有用的工具。

楊榮啟與黃清泉(1972)；楊榮啟等(1976)曾經提出了柳杉人工林的 SDMD 與其疏伐相關研究，在當時提供了重要的工具。以楊榮啟等(1976)的方案二(圖 24、表 11)為例，為一初始栽植密度每公頃 3000 株的林分，於林分平均樹高達到 10 m 時實施第一次疏伐，株數疏伐率為 40%，於林分平均樹高達到 14 m 時實施第

二次疏伐，株數疏伐率為 40%，於林分平均樹高達 18 m 主伐；其林地 2 次的疏伐收穫材積合計  $107\text{ m}^3$ ，主伐收穫材積  $475\text{ m}^3$ ，總收穫材積  $582\text{ m}^3$ 。

從生產潛力來看現階段臺灣的柳杉人工林密度管理，其缺乏關於所有處理第一次疏伐時間和疏伐週期的細節規畫，若應用圖 24 的 SDMD 來規劃，使用者能從 Y 軸直接讀出疏伐前後的材積以及目標樹高所對應的胸徑值，進一步直接的標出平均樹高與平均值徑的座標進行規劃。

表 11 疏伐方案 II 之疏伐、主伐收穫(引述自楊榮啟等，1976)

Tree Height	before thinning			thinning tree			after thinning	
	mean DBH	TPH	V	TPH	V	residual trees	V	
10	12.4	2840	183	1136	37	1704	146	
14	19.5	1704	332	682	70	1022	262	
18	28	1022	475					

Tree height (m)為預期定進行伐採的平均林分樹高值；TPH ( $\text{ha}^{-1}$ )為每公頃株數；V( $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$ )為每公頃材積。

然而，利用此 SDMD 進行輪伐期的規畫時，使用者須利用沿等平均林分樹高線變化來評估，由於林分樹高的量測倍極辛苦，且較容易產生誤差，藉由樹高來規劃時較容易產生疑慮，而其複雜的曲線對於初學者的使用上較為難以上手；雖然透過 SDMD 能估算林分平均單木材積與林分材積，但目前許多柳杉人工林已超過預定的輪伐年再加上缺乏初始密度紀錄，難以適當採取此 SDMD 進行規劃，容易產生較大的誤差。

自安藤(1962)、只木(1963)、安藤(1968)、相場(1975a, b)、楊榮啟 (1975)建立 SDMD 的基礎與柳杉 SDMD 以來，Drew and Flewelling (1977)發現，由於自然疏伐(natural thinning)導致林分密度降低後，競爭-密度效應(competete-density effect)的倒數方程不能精確地描述平均體積密度關係。因此，建議修改倒數方程，以納入過去不同密度對當前平均體積的影響。

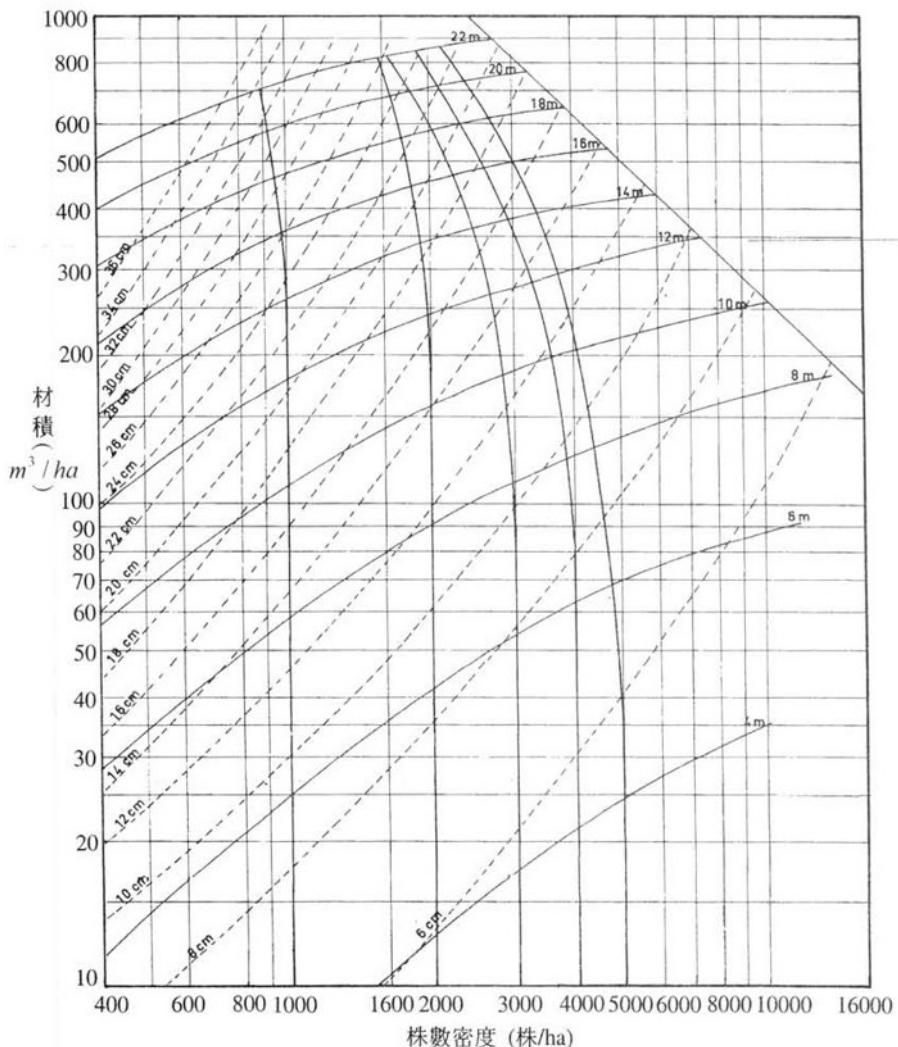
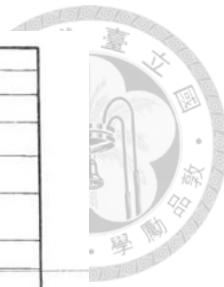


圖 24 柳杉人工林林分密度管理圖(楊榮啟等，1976)

長期以來林業學家致力於發展各種樹種與更精確實用的 SDMD(Farnden, 1996; Kumar *et al.*, Vacchiano *et al.*, 2008; Newton, 2021)，仍然受限於生物體的變異而有所限制，尤其是林木生長隨林齡增大時的變異。無論是由競爭-密度效應或收穫-密度效應(yield-density effect)的倒數方程推估與擬合，由單位面積材積( $m^3 \text{ ha}^{-1}$ )回推為單株立木材積( $m^3$ )、平均林分樹高(m)、平均林分胸徑(cm)時，雖然能在 X-Y 座標圖上產出各種等值線理論值，但實際操作時不得不受到生長變異產生難以預期的誤差。

綜觀各類的林分密度管理工具，典型的 SDMD 似乎較適合用於輪伐期較短

的松木類，因其能在較短的林齡掌握其變異較小的林分平均胸徑與林分平均樹高生長，若將柳杉定調為短輪伐期的林業收穫，則楊榮啟(1975)建立的柳杉 SDMD 仍具實用價值，若以為長輪伐期的林業收穫規劃則較不適用。



目前已有許多 SDMD 模型是利用 SDI 百分比做為疏伐的閥值界線(Goodwin, 1990; Marangon *et al.*, 2017; Gyenge *et al.*, 2020)，而最大 SDI 可能會根據環境條件、初始栽植密度、土壤條件或每個物種對它們的特定反應而變化(Condés *et al.*, 2017)。因此利用圖 23 各 SDI% 的閥值特性製作柳杉專屬的立木度管理圖。

將圖 23 林分密度與 QMD 的雙對數軸線性關係圖轉換成一般的 X-Y 分布圖，並延續使用翁世豪等(2011)研究論文中的疏伐前後的數據為例進行三種規劃案例模擬(圖 25)，首先利用公式 1 將其 BA 與林分密度換算為 QMD。以 SDI% = 52% 為界線原則，超過則建議疏伐至  $32\% \leq SDI < 52\%$  的 DMZ 的方式進行規劃模擬。

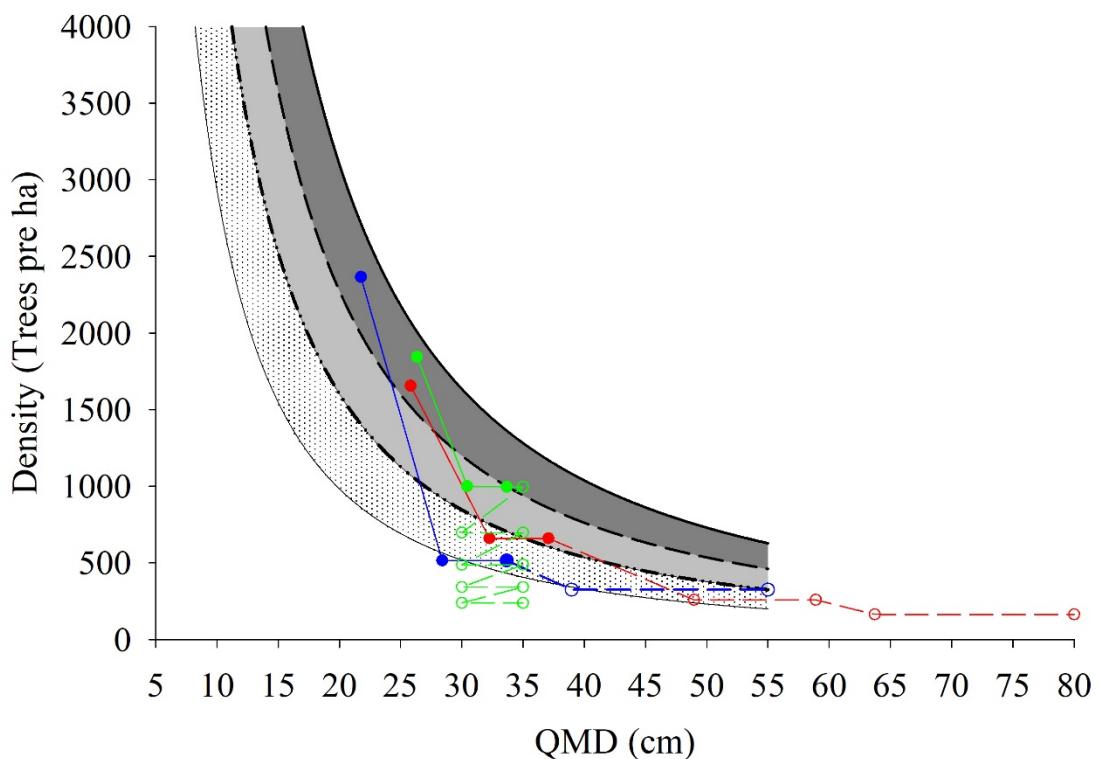


圖 25 三個規劃方案在密度管理圖的軌跡(引用翁世豪等，2011 數據)  
藍色實線為文獻中強度疏伐的 SDI 軌跡變化；藍色虛線為後續模擬疏伐規劃 SDI

的軌跡；綠色實線為文獻中中度疏伐的 SDI 軌跡變化，綠色虛線為後續模擬疏伐規劃 SDI 的軌跡；紅色實線為文獻中弱度疏伐的 SDI 軌跡變化；紅色虛線為後續模擬疏伐規劃 SDI 的軌跡；細黑線為 SDI% = 32% 閾值線；粗黑-點線為 SDI% = 52% 閾值線；粗黑虛線為 SDI% = 73% 閾值線；粗黑線為 SDI% = 100% 閾值線；網點範圍為 DMZ；淺灰色範圍為 STZ；深灰色範圍為 FSZ。



第一個案例引述強度下層疏伐案例，模擬結果如表 12 所示，第一次疏伐時，將林分從 SDI=87% 疏伐至 SDI=29%，低於原則的 SDI=32%，8 年後 SDI 生長至 38%，此時的狀態位於  $32\% \leq SDI < 52\%$  的 DMZ(圖 25 藍色實線)。接著可考慮進行預先投資之商業疏伐，或者不採取措施，等到林分成長至 SDI% = 52% 時再行疏伐。

此案例的規畫方案為在終伐收穫的時候設定林分 QMD 為 55 cm，同時 SDI=52% 的情況，由此計算的預期的留株數為  $325 \text{ 株 } \text{ha}^{-1}$ ，再向上推算前一次的商業疏伐應進行林分密度疏伐率為 37% 的作業，疏伐後的 QMD 調整在 39.0 cm，此時的 SDI=32%(圖 25 藍色虛線)。

表 12 強度疏伐樣本的案例一模擬規劃

treatment	SDI		SDI%		density ( $\text{ha}^{-1}$ )		QMD(cm)	
	before	after	before	after	before	after	before	after
LT	1852	614	87	29	2365	515	21.8	28.4
LT -8	803		38		515		33.7	
CT	803	680	38	32	515	325	33.7	39.0
FY	1100		52		325		55	

LT：下層疏伐(low thinning)、LT -8：疏伐後 8 年、CT：商業疏伐(commercial thinning)、FY：終伐收穫(final yield)。

第二個案例引述中度下層疏伐的數據，其第一次疏伐時，將林分從 SDI=80% 疏伐至 SDI=45%，高於原則的 SDI=32%，8 年後生長至 SDI=56%，此時的狀態位於  $52\% \leq SDI < 72\%$  的自我疏伐區(圖 25 紅色實線)。

此案例採取終伐收穫時生產大徑級林木(QMD=80 cm)進行疏伐模擬(表 13)，

在這個案例中，本研究需要先把 SDI 調整至  $32\% \leq \text{SDI} < 52\%$  的 DMZ 內的一定閾值，並且增加疏伐次數，經評估後設置兩次商業疏伐，設定疏伐後的  $\text{SDI}=800$ ( $\text{SDI}=38\%$ )，最後於  $\text{SDI}=1000$ ( $\text{SDI}=47\%$ )時進行主伐(圖 25 紅色虛線)。

然而，此部分的株數變化為假設等待的年間未有株數枯死的情況下，實際操作時株數可能略減，且等待時間可能長達 20 年，並且超過立木度管理圖所能預測的範圍，這部分有待未來更多的大徑木生長資料方可實證。

表 13 中度疏伐樣本的案例二模擬規劃結果

treatment	SDI		SDI%		density ( $\text{ha}^{-1}$ )		QMD( cm)	
	before	after	before	after	Before	before	after	before
LT	1698	962	80	45	1655	660	25.8	32.2
LT -8	1199		56		660		37.1	
CT-1	1199	800	56	38	660	257	37.1	49.0
CT-2	1100	800	52	38	257	163	58.9	63.7
FY	-		-		163		80	

LT：下層疏伐(low thinning)、LT -8：疏伐後 8 年、CT-1、CT-2：第一、二次商業疏伐(commercial thinning)、FY：終伐收穫(final yield)。

第三個案例引述弱度下層疏伐的數據，其在第一次疏伐時，將林分從  $\text{SDI}=92\%$  疏伐至  $\text{SDI}=63\%$ ，高於原則的  $\text{SDI}=32\%$ ，8 年後生長至  $\text{SDI}=73\%$ ，此時的狀態位於  $73\% \leq \text{SDI} < 100\%$  的完全立木區(圖 25 綠色實線)。

此案例的設計為生產一定尺寸的木材(表 14)，首先等到林分  $\text{QMD}=35 \text{ cm}$  時進行商業疏伐，株數疏伐率為 30%，疏伐後林分  $\text{QMD}=30 \text{ cm}$ ，此時  $\text{SDI}=43\%$ ，每次等到  $\text{QMD}=35 \text{ cm}$  時再實施株數疏伐率為 30%的商業疏伐，直至終伐收穫(圖 25 綠色虛線)。由此可見，若想將柳杉人工林長期產出固定尺寸木材，利用立木度管理圖將林分維持在 DMZ 以維持較佳的生長，是可以優先考量的方案。

表 14 弱度疏伐樣本的案例三模擬規劃結果

treatment	SDI		SDI%		density ( $\text{ha}^{-1}$ )		QMD( cm)	
	before	after	before	after	Before	before	after	before
LT	1953	1330	92	63	1845	1000	26	30.4
LT -8	1552		73		995		34	
CT-1	1552	906	73	43	995	697	35	30.0
CT-2	1156	634	54	30	697	488	35.0	30.0
CT-3	809	444	38	21	488	341	35.0	30.0
CT-4	566	310	27	15	341	239	35.0	30.0
FY	397		19		239		35.0	

LT：下層疏伐(low thinning)、LT -8：疏伐後 8 年、CT-1-CT-4：第一至四次商業疏伐(commercial thinning)、FY：終伐收穫(final yield)。

邱祈榮 (2013)曾剖析育林手冊(2007)第十四章中論及的「適正株數」公式，這個公式能利用 DBH 計算出所對應適當的每公頃株數(公式 12)，隨著胸徑的增長，必須透過疏伐來降低林分株數才能維持「適正株數」。

$$\text{適正株數} = \frac{9000}{d^2 + 2d} \quad (12)$$

公式 12 中 9,000 為常數、 $d$  為林分平均胸徑除以 10， $d = 1$  表示林分平均胸徑為 10 公分。

文中利用公式中的胸徑值代數推理出常數 9000 應代表每公頃原始栽植株數為 3000 株，並進一步推導出不同初始栽植株數的適正株數公式常數，當置入三種初始栽植株數不同 DBH 對應的適正株數於 SDMD(楊榮啟，1975)中並連線以後發現，其常數應該代表不同的原始栽植株數對應著不同的最大立木度(SDI=100%)的界線，儘管導出了不同栽植初始株數「適正株數」的常數，但這個公式並沒有進一步建議如何幫助林分維持或達到「適正株數」。

若將育林手冊(2007)表列的林分平均胸徑與所對應的適正株數以公式 11 計算，則 SDI 值介於 688 至 781 之間，若將斜率係數換成本研究的-1.579 時，則

SDI 值介於 674 至 783 之間，由此可見「適正株數」的原理可能基於固定 SDI 閥值的原則，與大多數由 SDI 的建立的林分密度管理圖原則相似，有一固定的 SDI 閥值。但其公式未詳細註明適用於何種樹種、純林、混合林、收穫方式，不建議選用此法來進行林分密度管理。

進一步比較 Ginrich (1967) 發表的立木度評估圖(圖 26)，其曾彙整主要林分構成為橡木-山核桃木與混合林(chiefly oak-hickory and mixed species)的高地硬木林分(upland hardwood stands)蓄積數據繪製出蓄積百分比圖，作為基準來評估蓄積量百分比與建議疏伐量的參考。由株數每英畝 200 株與胸高斷面積每英畝 90 平方英呎定義為 80% 的蓄積量，此狀態的林分平均單木胸高斷面積為 9 英寸。並且定義 A 線(A-line)、B 線(B-line)、C 線(C-line)來區隔出過度立木(overstocked)、完全立木(fully Stocked)、不足立木(understocked)三種林分蓄積區域。

A 線是由 80% 的蓄積量外推的 100% 的蓄積量界線，A 線以上屬於大於 100% 的蓄積量百分比區域，代表屬於未受干擾的高地硬木林分結構最大蓄積量的一般情況，在過度立木(overstocked)的樹木也就是靠近最大平均胸徑大小與密度的樹木，他們具有較高的死亡率以及較低的生長率；因此在疏伐的應用規劃上，通常是建議將目標林分的 BA 量移除至點位靠近 B 線邊界處。但是關於 B 線的規劃中，Goelz(1995a; 1995b)認為 B 線不應代表在任何情況下理想的疏伐後蓄積量界線，因為若有一闊葉林分從高於 A 線的蓄積量受到強度疏伐至 B 線的邊緣，那麼留存木的品質可能會因為大量產生萌發擴張枝(epicormic sprouts)的影響而下降。由此可見，進行疏伐時應依實際狀況進行調整，不一定每個林分都能接受較高強度的疏伐。

而 B 線的建立是應用樹木-面積比(tree-area ratio)的方程式在開闊樹冠的林木(open-grown trees)狀態與完全立木(Fully stock)林分狀態的比值作為基準，定出 B 線的位置為 A 線的 55-58% 之間。

特別的是，Ginrich (1967)對於 C 線的定義是在平均的狀況下，該生育地的橡木林分(地位指數在 55-75 之間)樣區，其立木度能在 10 年以內能夠達到 B 線界線所構成的株數-BA 關係線，而屬於 B、C 線間百分比區域為較低的蓄積層級，有部分屬於幼年期林分，或是生長不佳的林分。

而 Goetz and Meadows (1997)進一步利用其林木生長特性將 C 線區分出平均 10、20、25 年以內能夠達到 B 線林分蓄積量的林分，C-10 線為可能 10 年內不需要干預的林分，而 C-20 線表示那些林分可能生產力不足應該進行更新；更進一步提出一套有關提升蓄積量生長的育林作業檢索表指引，針對木材生產或特定管理目標的適中立木度(Optimum stocking)生長是介於完全立木(fully Stocked)的 A-B 帶之間。由此可見比起蓄積量，胸高斷面積更適合應用在產能管理的規劃上，因為它結合了林分密度與 BA 的關係，並同時具備容易獲得與誤差較低的特性，

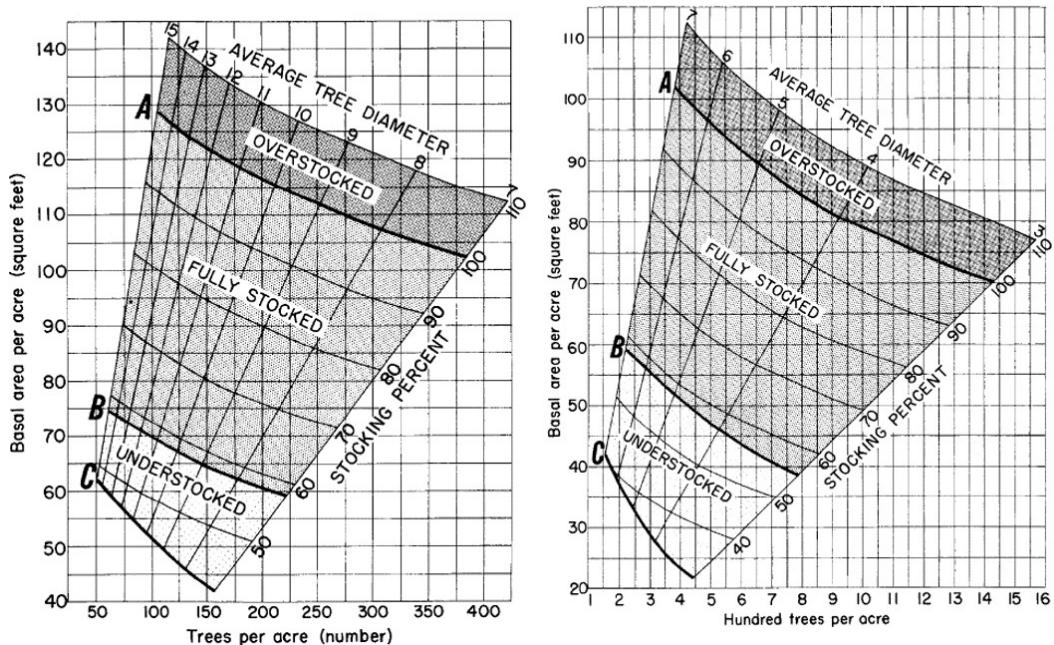


圖 26 立木度評估圖(引述自 Ginrich 1967)

然而，具 A、B、C 線特質的立木度評估圖是以混合林林分構成的高地林地或是松樹所使用，其以確切的林地條件與開闊樹木樹冠與面積的比例來定義 A、

B、C 線，但是在實際應用上，仍依賴生育地條件與樹種而定(Ginrich, 1967; Goelz, 1995a; Goelz, 1995b; Goelz and Meadows, 1997; Kara *et al.*, 2017; Lee and Choi, 2020)。由此可見準確量化大小-密度關係在森林管理中對於預測林分發展、估計林分承載力和製定造林處理方法很重要(Burkhart and Tomé, 2012; Yang and Burkhart, 2017)。

綜觀 Ginrich (1967)的立木度評估圖、Long (1985); Cochran (1994); Powell (1999)的 SDI 閾值理論、Drew and Flewelling (1979); Drew and Flewelling (1979); Solomon and Zhang (2002)對於相對密度指數的應用，其閾值的界線值皆是建立在林分隨時間發展軌跡的基礎上，雖然其在特定閾值的界線上尚未有明確的數學模式驗證，仍然提供了林分密度與產能管理有用的工具。

本研究開發的立木度管理圖為建立在有母數法與無母數法互相擬合與驗證的林分發展軌跡之上，其具有偏低的誤差與合理的生長軌跡描述，利用其軌跡上的參數特性設置各階段的 SDI%，僅需要 QMD 與林分密度即能簡易操作，其特性為不受林齡限制，管理者可依林地的生育地評估輪伐期內的疏伐規劃。

立木度管理圖最常見的應用是確定進行何種撫育伐後，其疏密度將導致下一次進入所需的林分類型(Farnden, 2002)。其缺點是當林地發生天然更新的情況時，其胸徑級分布為雙峰時會出現與單峰具相同的 DBH 與林分密度，同時 SDI 也一樣的情況，若缺乏現場資訊只藉由圖 23 評估時容易失準。

有趣的是，臺灣種植的柳杉人工林特性是幾乎不會天然更新，僅有極少的情況觀察到天然更新小苗長成樹木，因此栽植在臺灣的柳杉人工林直徑級分布幾乎是單峰分布，在造林與撫育的作業中幾乎需要人為控制，比起原產地具備的天然更新因素更容易管理，因此利用此法能較為有效的進行輪伐期內的疏伐規劃。

### 3. 檢索表製作理論



進一步參照 Ginrich (1967); Powell(1999)對於立木度百分比的圖說、林分密度管理與蓄積發展關係的閥值區域概念，合併圖 23 與邱氏密度管理量表的林齡-二次平均胸徑-林分密度」組圖，賦予林齡的背景值於立木度管理圖中，如圖 27 所示，儘管 SDI 與地位指數、林齡無關，於量表中的林齡曲線仍能做為具輔助價值的背景值。

如圖 27 所示，由各 PR 級級曲線中本研究能觀察到同一個林齡級隨著 PR 級級的增加，其對應到的 SDI% 也增加。在 PR40 至 PR70 之間隨著 PR 級級的增加，所屬的曲線在越小的林齡進入自我疏伐區( $SDI > 52\%$ )，相反的則是越低的 PR 值曲線越晚進入自我疏伐階段。本研究能觀察到給定相同的初始密度，與生產力較低的立地環境相比，在生產力更高的立地上的林分會更早地達到競爭、樹冠關閉、林地完整利用和自我疏伐的時間。

特別的是，PR35 級級以下在 10 至 90 年生之間皆無法進入  $SDI = 52\%$  的自我疏伐階段，而 PR80 級級以上的林分則是一直處於  $SDI > 52\%$  的自我疏伐階段，這意味著在較差的林木生長情況或是初始栽植密度較低的林分表現出較低的 SDI%，林分始終不會進入自我疏伐階段；相反的，較優的林木生長情況或是初始栽植密度較高的林分在較低的林齡即進入自我疏伐階段。

於圖 27 中能觀察到相同的 SDI 能對應到不同的林齡，同一個 SDI 值也可以由不同的林分密度與 QMD 所組合，因此在不同的林分發展階段或林齡都可能呈現相同的 SDI 值，特別是  $SDI > 73\%$  的林分不一定是較老的林分， $SDI < 32\%$  的林分也不一定是較年輕的林分，因此在利用 SDI 百分比評估林分疏伐策略時需同時了解現場狀況。尤其是現實林分的樣本中的特例，存在著超過  $SDI = 2126(100\%)$  之林分，以及 SDI 小於 674(32%) 的同時林地內皆是大徑級柳杉的林分。

然而，SDI 的特性為不受林齡影響，是由於計算立木度主要的參數為 QMD 與林分密度，而本研究所使用的柳杉人工林樣本中，由於長期未疏伐使得林齡仍為影響 QMD 與林分密度的主要參數(圖 12 至 14)，由此可見，採用林齡參數做為評估 SDI 值仍具參考價值。

從彙整許多樣本的結果來看，尺度-密度之間的關係與林齡無關，因為不同的樹種、初始栽植密度、生育地環境、成活率等皆會導致林分在不同的時間點達到同一個 SDI 值，從而我們能夠推導出尺度-密度之間的關係與林齡無關，換句話說，即是由尺度-密度計算出來的 SDI 與林齡沒有關係。但是單獨檢視同一個樣區的尺度-密度之間長期的關係，是隨著林齡變動，逐漸往完滿立木度前進的，也就是說，當我們對於 SDI 值賦予林齡背景值時，我們能夠藉由足夠的數據集的樣本進一步檢視出個別樣本組成中各別的特性，如栽植密度、生育地環境、成活率。

C-檢索表如表 15 與圖 27 所示，其能幫助管理者為林地選擇合適的疏伐方式，實際的操作方式需要依管理者依現況的規劃而定，如前述立木度管理圖，吾人可以考慮或不考慮林齡的情況將林地維持在 DMZ 生產一定徑級的木材，也能將林齡考慮在其中，作為規劃生產目標徑木所需年分的參考。

其使用方式首先依據目標林分的林齡於圖中點出基線點位為參考原點(圖 27 紅點)，區分出 I、II、III、IV 四個象限，接著點出實際點位的座標(圖 27 黑點)，依其坐落在哪個象限與 SDI 區間的交集提供密度管理的參考策略。以翁世豪等(2011)的疏伐林分為範例，由檢索表查詢目標三個處裡別的林分皆屬於 1b-2b-3b 建議高強度下層疏伐，而其進行的試驗實施不同強度下層疏伐試驗。

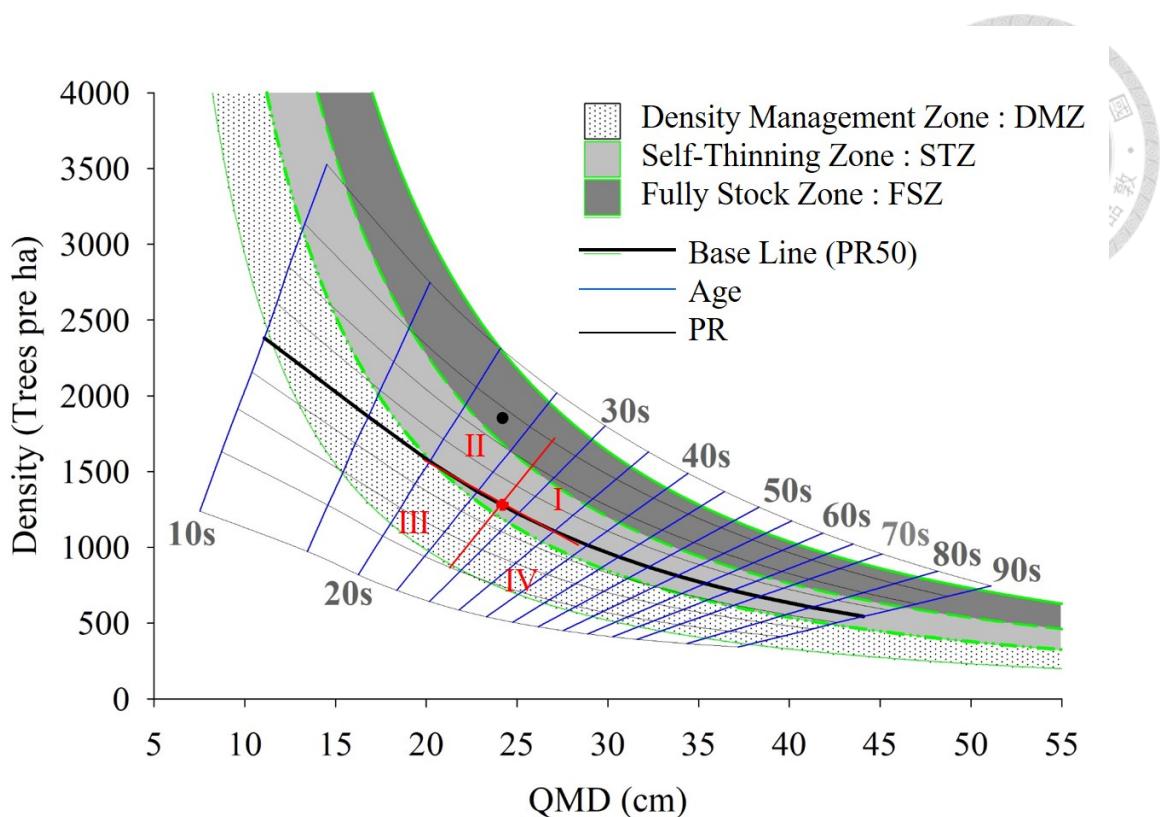


圖 27 C-檢索表(引用翁世豪等 2011 數據)

綠色細線為 SDI% = 32%；綠色點-虛線為 SDI% = 52%；綠色虛線為 SDI% = 73%；綠色粗線為 SDI% = 100%；紅色線為象限輔助線，紅色點位為林齡 28 年生的目標林分基線點位；黑色點為翁世豪等(2011)數據林齡 28 年生的目標林分實際點位圓形為強度疏伐樣區、三角形為中度疏伐樣區、方形為弱度疏伐樣區。

C-檢所表所列之處理方式分為建議林相更新、靜待林木成長、弱度下層疏伐、中度下層疏伐、強度下層疏伐、機械疏伐、選擇疏伐、冠層疏伐、培養大徑級林木等項目。原則上如 PR 低於 30 的林地，除了老林齡的狀況外，應屬生育地環境不適合栽植柳杉的情況，應進行林相更新栽植新樹種。

下層疏伐是當前國內外最常使用的撫育策略之一，於 C-檢索表中依照不同的 SDI% 區域、林齡、QMD 值建議不同的強度疏伐，管理者可以依當前林地狀況予以調整。特別的是機械疏伐只出現在 1b-2a-3c 的情況，是由於林分發展初期的林地處於 FSZ 時有較高枯死率與較低的生長率，因此利用機械疏伐是最較為簡易且合適的施業方式，特別是第一次進行疏伐時。

在阿里山山脈與玉山山脈交界處的樣區中具有一些此較特別的案例，其蓄積量倍於一般狀況，具有較高的成活株數與較佳的生長量，建議的方針為 1a-2a-3c，因此必須要依現況評估選擇疏伐、冠層疏伐、下層疏伐等方式或是培養大徑木的長輪伐期規畫，具多重選擇。

特別的是，C-檢索表中具有「培養大徑級林木」此項目，其為本研究的限制性，由於研究中胸徑超過 24 inch(56 cm)的大徑級林木樣本數量較少，參照渡邊(2005)、陳財輝等(2018)、望月 貴等(2020)曾提出「未來木」的經營方式，將柳杉人工林以長輪伐期的經營方式、規劃長伐期大徑木育林體系同時建造多樣性階層，或是大徑級之恆續收穫林是能夠考量的方向，有待未來進一步研究。

表 15 C-檢索表

---

1a. 實際點位相對位置在第 I 象限
2a. QMD<55 cm
3a. 位於 DMZ (幼林齡)-靜待林木成長
3b. 位於 STZ -建議下層疏伐
3c. 位於 FSZ 或以上-依現況評估選擇、冠層、下層疏伐等方式
2b. QMD>55 cm
3. 建議培養大徑級林木
1b. 實際點位相對位置在第 II 象限
2a. 林齡小於 20s
3a. 位於 DMZ-靜待林木成長
3b. 位於 STZ-建議中度下層疏伐
3c. 位於 FSZ 或以上-建議機械疏伐或高強度下層疏伐
2b. 林齡大於 20s
3a. 位於 DTZ-建議中度下層疏伐
3b. 位於 FSZ 或以上-建議高強度下層疏伐
1c. 實際點位相對位置在第 III 象限
2a. 林齡<20s
3a. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新
3b. 位於 TFGZ-建議林相更新
2b. 林齡>20s
3a. 位於 STZ-建議弱度下層疏伐
3b. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新
3c. 位於 TFGZ-建議林相更新
1d. 實際點位相對位置在第 IV 象限
2. QMD<55 cm
3a. 林齡<20s
4a. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新
4b. 位於 TFGZ-建議林相更新
3b. 林齡>20s
4a. 位於 STZ-建議輕度下層疏伐
4b. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新
4c. 位於 TFGZ-建議林相更新
2. QMD>55 cm
3. 生育地優良，大徑木分散其中-建議培養大徑級林木
3. 生育地不佳，大徑木分散其中-建議林相更新

---



如果林分是建議疏伐的，但是木材太小未達理想的尺寸，那麼要考慮延遲五年後進行，在這期間先進行弱度下層疏伐或整理伐，若干年後持續的生長不良，則可以考慮林相更新，因為太早的(強度)疏伐可能對於下層的林木產生不良的影響，這將使他們有較長的時間獲得充裕的陽光，這樣的樹木容易發生超過預期的樹冠(側枝)生長，可能產生矮胖型的林木，將影響到終伐收穫時的收穫量。

相較於圖 25, SDI% = 32% (c<sub>1</sub>) 在圖 26 中代表的意義相似於 C 線, SDI% = 52% (c<sub>2</sub>) 代表的意義相似於 B 線, SDI% = 100% 的閾值相似於 A 線，雖然臺灣的柳杉造林地缺乏林齡與樹冠與面積的比例的相關研究，應用不同林分發展階段分界點能作為 SDI% 的閾值，結合邱氏密度管理量表亦可作為柳杉人工林密度管理工具(圖 25)，能同時滿足前述立木度評估圖與適正株數公式的不足，管理者可分別檢視邱氏密度管理量表(圖 16、圖 17)、林分密度管理圖(圖 25)、C-檢索表(圖 27 與表 15)來幫助做第一次疏伐與後續產能管理的決策。

#### 4. 蓄積量模擬量表理論與應用實例

蓄積量模擬量表的應用範例如表 16 至 18 與圖 28 所示，為形數等於 0.45 的量表，沿用翁世豪等(2011)的疏伐林分為範例，以各樣區疏伐前後的蓄積量平均值為基準，其預測最大誤差的情況是強度下層疏伐前的林分的樣區平均值，差距  $80.3 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，且達 11.0% 的誤差，最小的誤差情況是弱度下層疏伐 8 年後的樣區平均值，差距  $-0.5 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，且僅 -0.1% 的誤差。

進一步檢視其標準差，所有樣區的誤差都在各標準差的範圍以內，是由於不同樣區內林相的差異所造成的。總括來看，雖然會產生一些幅度較大的誤差值，但該模擬值作為一般林分的蓄積量數值亦不失為一參考數值。

表 16 蓄積量模擬量表的模擬值與觀察值的差異(引述自翁世豪等，2011)

treatment	data from Weng et al. 2011			prediction V(m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> )	error V(m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> )	V error (%)
	BA(m <sup>2</sup> ha <sup>-1</sup> )	H (m)	V(m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup> )			
before H-LT	87.9	16.5	733.0±103.4	652.7	80.3	11.0
before M-LT	86.61	18.3	776.8±114.6	713.2	63.6	8.2
before L-LT	100.4	18.3	890.7±89.5	826.8	63.9	7.2
after H-LT	32.6	19.4	293.6±45.9	284.6	9.0	3.1
after M-LT	53.88	20.4	514.3±137.6	494.6	20.0	3.9
after L-LT	72.7	20.0	669.5±63.4	654.3	15.2	2.3
after H-LT-8	45.8	21.4	452.1±72.9	441.1	11.0	2.4
after M-LT-8	71.2	22.1	731.5±163.9	708.1	23.4	3.2
after L-LT-8	88.5	21.4	851.8±49.9	852.3	-0.5	-0.1
ctr	82.3	18.1	731.7±88.4	670.3	61.4	8.4
ctr-8	98.9	19.9	945.9±101.5	885.6	60.3	6.4

H-LT 為重度下層疏伐(heavily low thinning)；中度下層疏伐(moderately low thinning)；弱度下層疏伐 lightly low thinning)；ctr 為控制組(control)；ctr-8 為伐採 8 年後。

進一步利用蓄積量模擬量表預測表 13 與圖 26 的強度疏伐樣區規劃案例總蓄積量如表 17 與圖 28 所示，樣區的初始強度疏伐已經獲得  $368.1\text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  的伐採量，伐採後 8 年時預測的總蓄積量上升至  $441.1\text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (圖 28 藍色實線)，緊接著進行商業疏伐，調整為 SDI% = 32% 時伐採了  $49.2 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，最後的終伐收穫為 SDI% = 52% 時進行皆伐，此時的蓄積量為  $880.4 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (圖 28 藍色虛線)；在整個輪伐期間疏伐的模擬蓄積量為  $417.2 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，總收穫量為  $1297.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ 。

表 17 強度疏伐樣區規劃案例伐採蓄積量預測

treatment	BA( $m^2 ha^{-1}$ )		H(m)		V		thinned V	predicted V before	predicted V after	predicted V logging
	before	after	before	after	before	after				
LT	87.9	32.6	16.5	19.4	733	293.6	440	652.7	284.6	368.1
-8		45.8		21.4		452.1			441.1	
CT	45.8	38.7	21.4	22.5			440.9	391.7		49.2
FY	77.1		25.4				880.4		880.4	

LT-8 為下層疏伐後 8 年；CT 為商業疏伐(commercial thinning)；FY 為終伐收穫(final yield)；thinned V 為疏伐後獲得實際材積( $m^3 ha^{-1}$ )；predicted V 為利用蓄積量模擬量表模擬的蓄積量( $m^3 ha^{-1}$ )；predicted logging V 為利用蓄積量模擬量表模擬後計算的材積伐採量( $m^3 ha^{-1}$ )。

而利用蓄積量模擬量表預測表 14 與圖 26 的中度疏伐樣區規劃案例總蓄積量如表 18 與圖 28 所示，樣區的初始中度疏伐已經獲得  $209.0 m^3 ha^{-1}$  的伐採量，伐採後 8 年時預測的總蓄積量上升至  $708.1 m^3 ha^{-1}$ (圖 28 綠色實線)；在這個案例中，先把 SDI 調整至  $32\% \leq SDI < 52\%$  的 DMZ 內的一定閾值，並且增加疏伐次數，經評估後設置兩次商業疏伐，設定疏伐後的  $SDI=800$ ( $SDI=38\%$ )；第一次商業疏伐時伐採了  $173.5 m^3 ha^{-1}$  的蓄積量，等到  $SDI=52\%$  時進行第二次的商業疏伐，此時伐採量為  $196.7 m^3 ha^{-1}$ ，最後的終伐收穫於  $QMD=80 cm$  時進行，此時的蓄積量為  $1026.5 m^3 ha^{-1}$ (圖 28 綠色虛線)；在整個輪伐期間疏伐的模擬蓄積量為  $579.2 m^3 ha^{-1}$ ，總收穫量為  $1605.6 m^3 ha^{-1}$ 。

表 18 中疏伐樣區規劃案例總蓄積量預測

treatment	BA( $m^2 ha^{-1}$ )		H(m)		V		thinned V	predicted V before	predicted V after	predicted V before
	before	after	before	after	before	after				
LT	86.61	53.88	18.3	20.8	776.8	514.3	262	713.2	504.2	209.0
-8		71.2		22.1		731.5			708.1	
CT-1	71.2	48.5	22.1	24.4			706.7	533.2		173.5
CT-2	70.1	52.1	25.9	26.4			816.0	619.3		196.7
FY	82.1		27.8				1026.5		1026.5	

LT-8 為下層疏伐後 8 年；CT 為商業疏伐(commercial thinning)；FY 為終伐收穫(final yield)；thinned V 為疏伐後獲得實際材積( $m^3 ha^{-1}$ )；predicted V 為利用蓄積量模擬量表模擬的蓄積量( $m^3 ha^{-1}$ )；predicted logging V 為利用蓄積量模擬量表模擬後計算的材積伐採量( $m^3 ha^{-1}$ )。

第三個案例(表 15 與圖 26)為引述弱度疏伐的數據，其初始的疏伐作業時，伐採了  $172.0 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  的蓄積量，8 年後總蓄積量生長為  $852.3 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，此時的狀態位於  $73\% \leq \text{SDI} < 100\%$  的完全立木區(圖 26 綠色實線)；此案例的設計為生產一定尺寸的木材，蓄積量模擬變化如表 19 所示，首先等到林分 QMD=35 cm 時進行商業疏伐，株數疏伐率為 30%，此時獲得  $481.1 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  的蓄積量，接著再等到林分 QMD=35 cm 時進行商業疏伐，株數疏伐率為 30%，此時獲得  $336.8 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  的蓄積量，依此原則進行在第三次與第四次商業疏伐分別獲得  $235.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  與  $164.9 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  的蓄積量，終伐收穫時獲得  $222.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  的蓄積量(圖 28 綠色虛線)；在整個輪伐期間疏伐的模擬蓄積量為  $1391.0 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，總收穫量為  $1614.0 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ 。

表 19 弱疏伐樣區規劃案例總蓄積量預測

treatment	BA( $\text{m}^2 \text{ ha}^{-1}$ )		H(m)		V		thinned V		predicted V	
	before	after	before	after	before	after	before	after	before	before
LT	100.4	72.7	18.3	20	890.7	669.5	221	826.8	654.3	172
-8		88.5		21.4		851.8			852.3	
CT-1	95.7	49.2	21.5	20.1			927.2	446.1	481.1	
CT-2	67.0	34.4	21.5	20.1			649.0	312.3	336.8	
CT-3	46.9	24.1	21.5	20.1			454.3	218.6	235.7	
CT-4	32.8	16.9	21.5	20.1			317.7	152.9	164.9	
FY	23.0		21.5				222.7		222.7	

LT-8 為下層疏伐後 8 年；CT 為商業疏伐(commercial thinning)；FY 為終伐收穫(final yield)；thinned V 為疏伐後獲得實際材積( $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$ )；predicted V 為利用蓄積量模擬量表模擬的蓄積量( $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$ )；predicted logging V 為利用蓄積量模擬量表模擬後計算的材積伐採量( $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$ )。

至此，合併使用立木度管理圖(圖 26)與蓄積量模擬量表(圖 28)的伐採規劃，在整個輪伐期期間產出的模擬蓄積量如表 17-19 所示，而前置作業的規劃如表 12-14 所示；在這整個規劃中利用立木度管理圖的規劃時只需考慮林分密度與 QMD，以及假設每次疏伐期間不會有林木枯死；而進一步利用蓄積量模擬量表規劃時，需要增加林分樹高這個參數，在所引述的據中，樹高是由文獻中的樹高

曲線所計算而來，而實際進行評估時，在考慮樹高量測時容易誤差的前提下，建議建立所屬的樹高曲線。

然而，在中度疏伐樣區規劃案例中的終極目標是生產 80 cm 以上的大徑木，至所終伐收穫的總蓄積量為  $1026.5 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ，但在生產大徑木的規劃中，此伐期不一定全數伐採，此為本研究的限制性，有待未來更多數據的蒐集方能驗證。

綜觀前述的案例應用，我們能應用這些數學模式建立的量表來預估總收穫量，由於林木的生長亦會因為疏伐的作業影響未來的生長，直至終伐收穫的總收穫量會因此有所變動，若維持得當，疏伐的效益將使實際的收穫量可能更高。

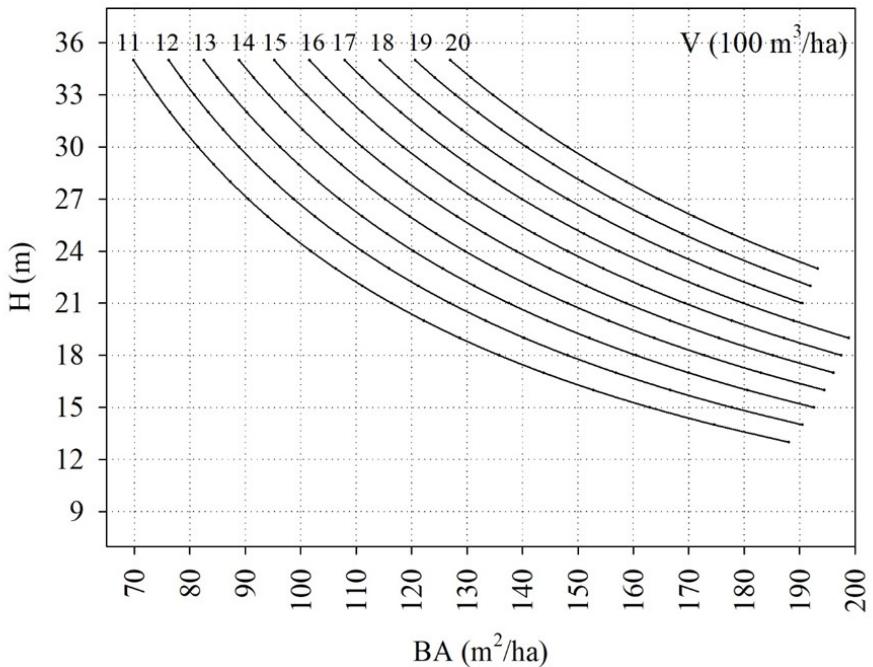
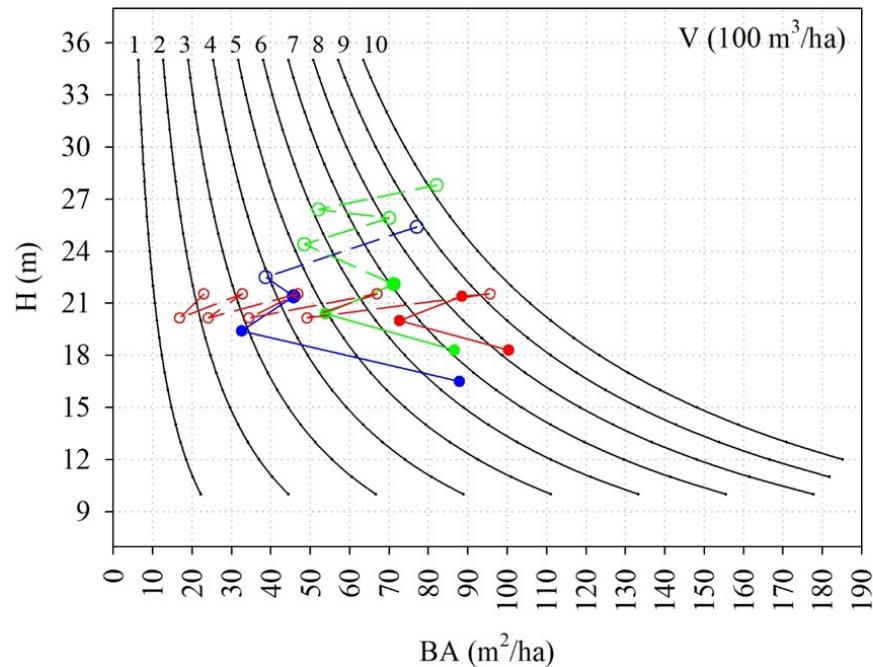
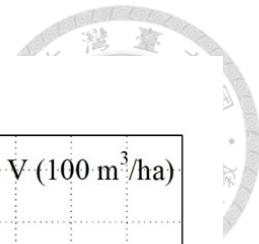


圖 28 三個規劃方案蓄積量變化軌跡於蓄積量模擬量表

比對圖 20 的規畫軌跡；藍色實線為強度疏伐的軌跡變化，藍色虛線為後續模擬疏伐規劃軌跡；綠色實線為中度疏伐的軌跡變化，綠色虛線為後續模擬疏伐規劃軌跡；紅色實線為弱度疏伐的軌跡變化，紅色虛線為後續模擬疏伐規劃軌跡。形數為 0.45 的蓄積量模擬量表，黑色曲線為每公頃蓄積量，單位為  $100\text{m}^3\text{ha}^{-1}$ 。



## 肆、結論與建議

目前臺灣的柳杉人工林密度管理，大多缺乏關於所有處理第一次疏伐時間和疏伐週期的細節規畫，本研究為解決這個問題，制定一套柳杉林分產能管理指南，對於現今的柳杉人工林進行有效率的產能管理，期能穩定的生產木材。在前人累積的數據基礎上，彙整可用的數據與文獻資料，利用現今計算機科學的優勢，發展了柳杉人工林胸徑與林分密度的生長模式，由此描述與預測各 PR 林分的生長，並組合成邱氏密度管理量表；另一方面，利用有母數法與無母數法擬合出林分長期發展軌跡，由有母數法的參數發展出立木度管理圖，其皆能準確描述長期林分發展與狀態，這將為安排高齡的柳杉人工林的產能管理和管理措施提供有用的資訊。

當密度管理的目標直接是為了最大化同齡單一物種人工林木材的價金回報時，如果林分是具有適當生產與收穫模型的，則相對容易實踐。概括而言，就目前臺灣的柳杉人工林生產規劃中，先利用邱氏密度管理量表評估目標林分 PR 等級，搭配立木度管理圖與蓄積量模擬量表進行規劃時，利用 C-檢索表的建議方案進行依現況擬定第一次的伐採計畫，能夠從不同尺度檢視每階段的生長與收穫軌跡，進一步的掌控整個輪伐期的產能管理。未來期能進一步以資料庫的形式推廣，並應用在不同樹種的經營管理上。

### 一、邱氏密度管理量表

邱氏密度管理量表是由各齡級大量的林分胸徑與林分密度樣本所構成，原始資料包含 NTUEF 長期試驗地、TFB 永久樣區與文獻資料，進行資料的比對與偵錯反饋後利用多參數的 Schunte 生長模式擬合不同齡級的「林齡級-林分胸徑」以及「林齡級-林分密度」的關係建立各 PR 分級的曲線組圖 12、圖 13、圖 14，使用者能由此預測目標林分在不進行任何作業時未來的生長軌跡，評估若干年後需要進



行疏伐，若要更進一步精細的算出預測值則可帶入表 2、表 3、表 4 的參數至 Schnute 生長模式計算。

邱氏密度管理量表分別為「林齡-平均胸徑-密度組圖」(附錄一)與「林齡-QMD-密度組圖」(附錄二)，前者由圖 12、圖 14 構成，後者由圖 13、圖 14 構成。使用時需要柳杉人工林林齡紀錄、林分胸徑與林分密度三項較易量測且精準度高的要素即可，最少只需要林分胸徑與林分密度要素即能使用，使用者能藉此評估目標林分的生長狀態處於全臺灣的何種相對的 PR 等級，若太低則表示該生育地較不適合柳杉生長，可考慮進行林相更新；另一方面也能快速評估一林分疏伐規劃強度是否足夠，相較而言較為輕省方便。

藉由量表評估臺灣柳杉人工林生長狀況或規劃疏伐時，必須要同時對照林分現況，不可單獨由量表做規劃，建議先由 PR50 的生長基線點出符合該林分林齡的參考點位，藉由實際點位與參考點位的相對位置來評估是否應進行疏伐或何種疏伐措施。使用者也能自由的標記參考點來規劃伐採前後的相對點位，由此作為伐採強度的參考基準，或由期望的點位反推預定伐採的方針。

## 二、立木度管理圖與蓄積量模擬量表

立木度管理圖的建立是利用林分胸徑大小與密度發展軌跡的參數與自我疏伐線斜率計算出各 SDI 值以後，定義最大 SDI 值=2126 即為  $SDI\% = 100\%$ 。選擇進入各階段間分界點的係數計算 SDI 閾值，將柳杉人工林的胸徑大小與密度關係於雙對數軸上區分出樹木自由生長區( $SDI\% < 32\%$ )、密度管理區( $32\% \leq SDI\% < 52\%$ )、自我疏伐區( $52\% \leq SDI\% < 73\%$ )、完全立木區( $73\% \leq SDI\% \leq 100\%$ )、過度立木區( $SDI\% > 100\%$ )，依其特性提出三個規劃方案為參考，管理者能藉由立木度管理圖依現況擬定未來不同的徑級木材產出，或由主伐收穫的目標徑級回推密度管理措施。



使用由 SDI 閥值構成的立木度管理圖(附錄三)，只需要林分 QMD 與林分密度兩要素即能使用，透過閥值或主伐目標的設定，管理者能夠簡易的針對整個輪伐期進行產能的管理與規劃，合併使用蓄積量模擬量表將能從不同角度檢視並規畫輪伐期間的軌跡同時計算總產量，相較 SDMD(圖 24)較為簡易操作，且能從不同尺度檢視產能變動。

蓄積量的計算涵蓋樹高與形數兩者量測不易且誤差率大的因子，為適用不同生育地環境的狀況利用浮動樹高值與形數畫出蓄積量模擬量表(附錄四)，圖 28 為形數=0.45 的三個模擬案例，此量表搭配立木度管理圖(附錄三)可以事先在內業計算時規畫出各種株數疏伐率、BA 疏伐率其所對應的蓄積量，進一步於柳杉產能管理有效率的掌握與規劃，幫助使用者在量表的 X-Y 座標軸上快速檢視林地的蓄積量變動。

在整個輪伐期間的產能管理中，管理者需要仔細斟酌「願意放棄多少林分的潛在產量以換取增加留存樹木的生長和大小」。然而，立木度管理圖與蓄積量模擬量表所計算的預測值前提是每次伐採期間沒有林木枯死，而實際進行評估時，在考慮樹高量測時容易誤差的前提下，建議建立所屬的樹高曲線便於預測；若維持得當，疏伐所促進的生長效益可能幫助實際總收穫量超過預測值。

### 三、C-檢索表

為進一步提升邱氏密度管理量表的多功能性與便利性，將立木度管理圖置入邱氏密度管理量表的林齡-QMD-密度組圖(附錄二)，賦予林齡的背景值於 SDI% 各閥值區間，衍生出具有檢索功能的疏伐策略列表。使用時應同時比對現場狀況來擬訂適合之伐木作業，建議於未疏伐林分或是長年未疏伐的林分進行第一次疏伐時參考 C-檢索表。



C-檢索表為利用 SDI 閾值的特性幫助決定應施作何種疏伐或疏伐率時提供的參考策略列表，使用時需先於 PR50 生長基線上點出符合目標林分林齡的參考點位，以其為十字座標的原點區分出四個象限，透過檢視目標林分實際點位與參考點位在量表上的相對位置，由表 15 檢索出第一步的施作策略。

一般而言，在使用邱氏密度管理量表時，利用目標林分實際點位與參考點位的相對位置來規劃疏伐，在定義參考點位處於 PR50 生長基線的前提下，若目標林分的相對位置位於參考點位左下方，則屬生長不良的林分，建議林主考慮林相更新；若目標林分的相對位置位於參考點位左上方，則屬臺灣當前大部分柳杉人工林的狀態，林分密度偏高與生長量偏低的情形，符合建議疏伐的條件；若目標林分的相對位置位於參考點位右上方，為較罕見的高生長量柳杉人工林狀態，應把握此優良生育地規劃生長優質木材；若目標林分的相對位置位於參考點位右下方，則可能考量生產大徑木或是考慮林相更新。

## 五、研究限制

邱氏密度管理量表由無疏伐林分與長久未進行疏伐的林分樣本組成，將各林齡、胸徑與其 PR 等級的平均增長軌跡聚集而成，於圖 12、圖 13、圖 14、圖 15 顯示了大量樣本的軌跡與其殘差值，對於一特定年齡的林分的胸徑值提供了參考基準，但非絕對的正確答案，較適合鬱閉後施行或中後期撫育，幼齡林若為密植或是立地環境較佳也可考慮使用。

本研究能幫助管理者能利用研究中的量表達到 QMD=55 cm 的預期林分，但由於胸徑超過 24 inch(57.6 cm)的大徑級林分的樣本數數量相對較少，對於「未來木」的經營模式、長輪伐期的經營方式、規劃長伐期大徑木育林體系，此例超過量表評估範圍生產大徑級林木的經營模式，有待未來進一步研究。



在本研究中關注著 QMD 與林分密度之間的長期關係，設置多參數回歸式(有母數法)的初始值時可能具有極大的挑戰性和難度，較優的電腦設備較能幫助快速解決此問題。利用分段回歸模型可用於描述整個柳杉林分發展軌跡，所計算出的自我疏伐線斜率為-1.579，未來若有更新的資料或方法時則應取代之。而無母數法的演算為人力難以執行的艱澀且複雜數學模式，通常需要電腦較長時間的運算，由此檢驗或擬合整個柳杉林分發展軌跡為一種可信的方式。然而，除非由同一批數據集演算或是建立線上的資料庫進行演算，才能重現研究結果。

在選取 TFB 的樣區時以柳杉為優勢種為主，所以沒有進一步分析少量的種間競爭，這應是本研究中使用的模型的限制性。未來研究其他自我疏伐線斜率時，將進一步置入環境因素和氣候、坡度、坡向等變量添加到胸徑大小與密度發展軌跡模型中。

若產能管理的柳杉人工林包含了複層林經營規劃時，會因為林分物種或年齡的複雜構成影響，使得本研究的模型無法使用，因此，邱氏密度管理量表、C-檢索表、林分密度管理圖、蓄積量模擬量表皆無法利用於複合林分結構的密度管理之中。亦難以仔細解釋生育地的異同與其交互作用對林分生長產生的影響，此部分有待未來更多的資料累積方能進一步研究。

## 六、未來展望與應用

本研究提供柳杉人工林林分產能管理指南。此一結果供柳杉人工林經營規劃之應用，期能開發 APP 將原本圖示化的邱氏密度管理量表與 C-檢索表數字化，再將浮動的樹高值與形數設定為可調整的按鈕，如此能獲取任一林分性態值在邱氏密度管理量表上所對應的檢索項目，幫助管理主能較精細的讀取 PR 值，以及調整形數與樹高就能更迅速的獲得預測的蓄積量。

未來若有足夠的數據，期能建立資料庫的形式對此模型驗證與回饋，進一步產生網頁板的臺灣的柳杉人工林地方性收穫表，如電子化劉宣誠等(1977)收穫表；並進一步應用在不同樹種的經營管理上。未來設置資料庫時增加其他立地環境參數（坡度、坡向、海拔等），區分出林業從業人員與一般民眾使用功能，前者幫助管理者進行規畫決策，後者幫助林業科普教育的普及性。

## 伍、參考文獻

- 大隅真一 (1976) RICHARDS の生長函數とその林木生長への應用。日本林學大會論文集 87 回。第 1-3 頁。
- 只木良也 (1963) 競争密度効果を基にした幹材積収穫予測。林業試験場研究報告 154(1): 1-19。
- 寺崎 渡 (1905) 落葉松ノ間伐試験。林業試験報告(2):97-177。
- 寺崎 渡 (1963) カラマツの間伐試験(iii):カラマツ植栽林における間伐に関する研究。林業試験場研究報告(148):51-71。
- 安藤 貴 (1962) アカマツ天然生除伐試験林の解析(第 2 報)：本数密度を中心とした解析。林業試験場研究報告 147(2):1-153。
- 安藤 貴 (1968) 同齡単純林の密度管理に関する生態学的研究。林業試験場研究報告 210(1):1-153。
- 相場 芳憲 (1975a) スギ人工林の生長におよぼす保育の影響 (II)日本林學會誌 57 (1): 39-44。
- 相場 芳憲 (1975b) スギ人工林の生長におよぼす保育の影響 (III)日本林學會誌

57 (3): 67-73。



望月 貴、智 竹内、博 水永與定 渡邊 (2020) 長伐期施業林における伐採列を利用した中層間伐に伴う更新木の損傷。日本森林学会大会発表データベース 131:734。

渡邊 定 (2005) 新しい間伐法の紹介：列状間伐と中層間伐。森林科学 44:18-25。

王子定 (1964) 美國之疏伐。台灣林業季刊 1(1):63-77。

王子定、劉嘉昌 (1964) 疏伐之實行與價值。台灣林業季刊 1(1):2-21。

王亞男、蔡明哲、劉啟福、鄭景鵬 (2009) 不同林分密度臺灣杉人工林下層疏伐對其生長之影響。國立臺灣大學生物資源暨農學院實驗林研究報告 23(4):295-307。

李久先、顏添明 (1994) 紅檜人工林單木生長之研究(一)-未疏伐林分及疏伐林分單木生長模式模擬效果之分析。中興大學實驗林研究報告 16(2):129-141。

李久先、顏添明 (1995a) 紅檜人工林單木生長之研究(二)-Chapman-Richards 生長模式在疏伐林分之應用。中興大學實驗林研究報告 17(1):125-136。

李久先、顏添明 (1995b) 紅檜人工林疏伐林分生長之研究-Mitscherlich、Logistic 和 Gompertz 模式模擬單木生長效果分析。中興大學實驗林研究彙刊 17(2):109-116。

李久先、顏添明 (1996) 三種生長模式在紅檜人工林生長適用性之探討。中華林學季刊 29(2):3-14。



李隆恩、顏添明 (2010) 紅檜人工林疏伐後 4 年對林分及單木層級之影響。中華林學季刊 43(2):249-260。

育林手冊 (2007) 第十四章。郭幸榮 (總編)。台灣。行政院農業委員會林務局。  
157-180 頁。

卓志隆 (2013) 竹東事業區柳杉人工林疏伐作業之研究 (ii): 作業成本分析。林產工業 32(2):91-101。

周楨 (1968) 森林經理學。臺灣。國立編譯館。

林裕仁、李國忠、林俊成 (2002) 生物量與材積關係式推估臺灣地區森林林木碳貯存量之研究。國立臺灣大學生物資源暨農學院實驗林研究報告 16(2):71-80。

林謙佑、邱志明、林世宗、鍾智昕、林進龍 (2010) 棲蘭山地區柳杉人工林行列疏伐更新之研究。中華林學季刊 43(2):233-247。

邱祈榮 (1997) 地面樣區分配之研究--以太平山事業區為例。中華林學季刊 30(1):105-116。

邱祈榮、林俊成、何幸耘 (2012) REDD 施行對臺灣進口原木與製材衝擊之評估。中華林學季刊 45(2):271- 287。

邱祈榮 (2013) 立木度指數應用之探討。林業研究專訊 20(6):41-46。

邱祈榮、鄭景鵬、楊勝驛 (2013) 生長模式應用於臺灣林木生長研究之探討。中華林學季刊 46(4):545-558

邱祈榮、詹為巽、楊勝驛 (2014) 建立人工林分胸徑生長比較基線—以臺灣地區柳杉為例。中華林學季刊 47(3):287-296。



邱祈榮、鄭景鵬、詹為巽 (2022) 邱氏密度管理量表應用於柳杉生長評估及疏伐規劃之研究。台灣林業科學 37(1):1-20。

翁世豪、沈介文、游啓皓、林謙佑、鍾年鈞、陳柏因、郭幸榮 (2011) 疏伐對柳杉林分生長結構及冠層下植物之影響。中華林學季刊 44(2):157-181。

高強 (1982) 台灣柳杉最佳疏伐與輪伐期之經濟分析。國立成功大學 Edn.臺南, 臺灣。行政院國家科學委員會。

陳洧婷、顏添明 (2018) 柳杉人工林疏伐後 7 年之林分生長、林分結構及森林健康探討。林業研究季刊 40(2):161-178。

陳財輝、陳永修、林文智 (2018) 培育長伐期高蓄積大徑材之中層疏伐。林業研究專訊 25(4):52-55。

馮豐隆、李宣德、林明進 (2001) 林木位置圖應用於香杉之疏伐業務。林業研究季刊 23(2):77-88。

馮豐隆、楊榮啟 (1990) 史納德、柴普曼-理查茲生長函數式在林木各性態值生長上之應用。臺灣大學農學院季刊 30(1):51-63。

楊榮啟 (1975) 臺灣大學實驗林產柳杉之生長與收穫的研究。國立臺灣大學實驗林研究報告(116):1-149。

楊榮啟、陳昭明、林文亮 (1976) 柳杉人工林之經濟疏伐。國立臺灣大學實驗林研究報告(118):1-94。

楊榮啟、黃清泉 (1972) 柳杉人工林林分密度管理之研究。中華農學會報(80):42-51。

楊榮啟 (1985) 貝爾陀蘭斐生長模式在研究台灣樹木生長分析上的適用性。中華林



學季刊 18(4):25-36。

詹為巽、成瑋、林俊成 (2020) 木質原料從哪來-淺談國際木材出口貿易限制現況。

林業研究專訊 27(1):65-68。

臺大實驗林 (2009) 國立臺灣大學生物資源暨農學院實驗林管理處六十五年之氣象。南投縣，臺灣。臺大實驗林。

劉慎孝、楊寶霖、徐渙榮、陳松藩 (1955) 臺灣柳杉林收穫表。林試所合作報告 1:1-39。

劉知妤、王兆桓 (2008) 以林齡-蓄積量模式估算柳杉及檜木人工林的碳吸存量。宜蘭大學生物資源學刊 4(1):35-45。

劉怡宏、林政融、顏添明 (2021) 評估不同生長模式應用於模擬新生桂竹稈高初期生長之適用性。台灣林業科學 36(2): 127–139。

劉宣誠、洪富文、張麗白 (1977) 本省柳杉人工林生長與收穫之研究-烏來及竹東事業區。林業試驗所報告第 295 號 pp.36。

鄭景鵬、許崑衍、林金樹、蔡明哲 (2010) 溪頭地區臺灣杉人工林林分生長的長期變化趨勢。臺大實驗林研究報告 24(3):147-156。

鄭景鵬、邱祈榮 (2021) 人工林經營與永續發展目標(SDGs)的連結。林業研究專訊 28(6):88-92。

鄭景鵬、楊勝驛、王亞男、蔡明哲、邱祈榮 (2014) 溪頭地區柳杉長期樹高生長與胸徑-樹高曲線之研究。臺大實驗林研究報告 28(1): 17-29。

顏添明 (1997) 臺灣大雪山地區紅檜人工林生長收穫系統之研究。中興大學森林研



究所博士論文。137 頁。

顏添明、李久先 (1998a) 七種生長模式模擬紅檜人工林疏伐林分單木胸高斷面積  
生長適用性之比較。中華林學季刊 31(1):13-24。

顏添明、李久先 (1998b) 應用 RICHARDS 生長模式分析疏伐林分之單木生長。中  
華林學季刊 31(2):165-176。

顏添明、劉兆昌、張維仁 (2006) 低密度林分杉木樹冠特性之研究。中華林學季刊  
39(3):303-314。

顏添明、李久先、黃凱洛 (2008) 台灣中部地區紅檜及柳杉人工林疏伐示範區生長  
收穫模式建立之研究。林業研究季刊 30(3):31-40。

羅卓振南、鍾旭和、邱志明、黃進睦 (1997) 棲蘭山林區柳杉人工林行列疏伐營造  
複層林之研究。臺灣林業科學 12(4):459-465。

羅紹麟、馮豐隆 (1986) 台灣第一次林相變更造林木生長情形及生物量調查計畫報  
告。林務局 pp.89。

Ashton, M.S. and M.J. Kelty. (2018) The practice of silviculture: Applied forest ecology,  
10<sup>th</sup> edition. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Baker, F.S. (1934) Theory and practice of silviculture.

Bi, H. and N. D. Turvey. (1997) A method of selecting data points for fitting the maximum  
biomass-density line for stands undergoing self-thinning. Australian Journal of  
Ecology, 22: 356-359.

Bredenkamp, B.V. and H.E. Burkhardt. (1990) An examination of spacing indices for



- eucalyptus grandis. Canadian Journal of Forest Research, 20: 1909-1916.
- Burkhart, H.E. and M. Tomé. (2012) Modeling forest trees and stands. The Netherlands: Springer: Dordrecht.
- Cao, Q.V. and T.J. Dean. (2008) Using segmented regression to model the density-size relationship in direct-seeded slash pine stands. Forest Ecology and Management, 255(3): 948-952.
- Cao, Q.V., T.J. Dean and V.C. Baldwin, Jr. (2000) Modeling the size-density relationship in direct-seeded slash pine stands. Forest Science, 46(3): 317-321.
- Cheng, C.-P., C.-R. Chiou and C.-Y. Chou. (2021) Simulating the impacts of wind damage on stand structure and dynamics of plantations: A case study of long-term *Cryptomeria japonica* experimental plots with two spacing trials. Taiwan Journal of Forest Science, 36(1): 51-67.
- Chiou, C.-R., C.-P. Cheng and S.-I. Yang. (2020) Comparison of parametric and nonparametric methods for estimating size-density relationships in old-growth Japanese cedar (*Cryptomeria japonica* D. Don) plantations. Forests, 11: 625.
- Chiou, C.-M., G. Nigh, C.-T. Chien and C. C. Ying. (2010) Growth patterns of plantation-grown *Taiwania cryptomerioides* following thinning. Australian Forestry, 73(4): 246-253.
- Chung, C.-H., C.-J. Lin, S.-T. Lin and C.-Y. Huang. (2017) Determining Ideal Timing of Row Thinning for a *Cryptomeria japonica* Plantation Using Event History Analysis. Forests, 8(3): 77.



Cochran, P.H. (1994) Suggested stocking levels for forest stands in northeastern oregon and southeastern washington. US Department of Agriculture, Forest Service, Pacific Northwest Research Station.

Condés, S., P. Vallet, K. Bielak, A. Bravo-Oviedo, L. Coll, M.J. Ducey, M. Pach, H. Pretzsch, H. Sterba and J. Vayreda. (2017) Climate influences on the maximum size-density relationship in scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and european beech (*fagus sylvatica* l.) stands. *Forest Ecology and Management*, 385: 295-307.

Curtis, R.O. and D.D. Marshall. (2000) Why quadratic mean diameter? *Western Journal of Applied Forestry*, 15(3): 137-139.

Curtis, R. O., D. D. Marshall and J.F. Bell. (1997) A pioneering example of silvicultural research in coast Douglas-fir. *Journal of Forestry*, 95(7):19-25.

del Río, M., G. Montero and F. Bravo. (2001) Analysis of diameter–density relationships and self-thinning in non-thinned even-aged scots pine stands. *Forest Ecology and Management*, 142(1-3): 79-87.

Drew, T. J. and J. W. Flewelling. (1977) Some recent Japanese theories of yield-density relationships and their application to Monterey pine plantations, *Forest Science*. 23(4): 517-534.

Drew, T. J. and J. W. Flewelling. (1979) Stand density management: an alternative approach and its application to Douglas-fir plantations. *Forest Science*, 25(3): 518-532.

Eilers, P.H.C. and B.D. Marx. (1996) Flexible smoothing with b-splines and penalties.

Statist. Sci., 11(2): 89-121.



Farnden, C. (1996) Stand density management diagrams for lodgepole pine, white spruce and interior Douglas-fir. Information report.

Farnden, C. (2002) Recommendations for constructing stand density management diagrams for the province of Alberta. Report to Alberta Land and Forest Division. Alberta, Canada. Ministry of Sustainable Resource Development.

Fukumoto, K., T. Nishizono, F. Kitahara and K. Hosoda. (2020) Evaluation of individual distance-independent diameter growth models for Japanese cedar (*Cryptomeria japonica*) trees under multiple thinning treatments. *Forests*, 11(3): 344.

Gilmore, D. W., T. C. O'Brien and H. M. Hoganson. (2005) Thinning red pine plantations and the Langsaeter hypothesis: a northern Minnesota case study. *Northern Journal of Applied Forestry*, 22(1): 19-26.

Ginrich, S.F. (1967) Measuring and evaluating stocking and stand density in upland hardwood forests in the central states. *Forest Science*, 13(1): 38-53.

Goelz, J. and J. Meadows. (1997) Stand density management of southern bottomland hardwoods. In: Meyer, Dan A., ed. *Proceedings of the 25<sup>th</sup> annual hardwood symposium: 25 years of hardwood silviculture: a look back and a look ahead; 1997 May 7-10; Cashiers, NC; Memphis, TN: National Hardwood Lumber Association*: 73-82.

Goelz, J.C.G. (1995a) A stocking guide for southern bottomland hardwoods. *Southern Journal of Applied Forestry*, 19(3): 103-104.



Goelz, J.C.G. (1995b) Stocking guides for water tupelo and baldcypress. *Southern Journal of Applied Forestry*, 19(3): 105-108.

Goodwin, A. (1990) Thinning response in eucalypt regrowth. *Tasforests*, 2(1): 27-35.

Gyenge, J., A. Lupi, P. Ferrere, G. Milione, A. Martínez-Meier, G. Caballé, D.D. Daguer and M.E. Fernández. (2020) Stand density management diagrams of eucalyptus viminalis: Predicting stem volume, biomass and canopy cover for different production purposes. *Cerne*, 25: 463-472.

Hagihara, A. (2014) Deriving the mean mass-density trajectory by reconciling the competition-density effect law with the self-thinning law in even-aged pure stands. *Journal of Forest Research*, 19(1): 125-133.

Hazelton, M.L. (2015) Nonparametric regression. In: International encyclopedia of the social & behavioral sciences (second edition), J. D. Wright, (Ed.). Elsevier, Oxford: pp: 867-877.

Horowitz, J.L. (2015) Semiparametric models. In: International encyclopedia of the social & behavioral sciences (second edition), J. D. Wright, (Ed.). Elsevier, Oxford: pp: 598-603.

Jeong, J.H., J.P. Resop, N.D. Mueller, D.H. Fleisher, K. Yun, E.E. Butler, D.J. Timlin, K.-M. Shim, J.S. Gerber, V.R. Reddy and S.-H. Kim. (2016) Random forests for global and regional crop yield predictions. *PLOS ONE*, 11(6): e0156571.

Kara, F., E.F. Loewenstein, J.M. Lhotka and J.S. Kush. (2017) A gingrich-style stocking chart for longleaf pine (*Pinus palustris* Mill.) forests. *Forest Science*, 64(3): 307-



Kublin, E., J. Breidenbach and G. Kändler. (2013) A flexible stem taper and volume prediction method based on mixed-effects b-spline regression. European Journal of Forest Research, 132(5): 983-997.

Kumar, B. M., J. N. Long. and P. Kumar (1995) A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular India. Forest ecology and management, 74(1-3): 125-131.

Langsaeter, A. (1941) Om tynning i enaldret gran- og furuskog. Norske skogforskresen Meddeldser, (8):131-216.

Lee, D. and J. Choi. (2020) Stocking diagrams for silvicultural guideline in korean pines and japanese larch. Forests, 11(8): 833.

Lewis, N.B. and I.S. Ferguson. (1993) Management of Radiata Pine. Inkata Press, Melbourne, Australia, 404 pp.

Long, J.N. (1985) A practical approach to density management. The Forestry Chronicle, 61(1): 23-27.

Lonsdale, W. (1990) The self-thinning rule: Dead or alive? Ecology, 71(4): 1373-1388.

Mäkinen, H. and A. Isomäki. (2004) Thinning intensity and growth of Scots pine stands in Finland. Forest Ecology and Management, 201(2-3): 311-325.

Manning, T., J. C. Hagar and B. C. McComb. (2012) Thinning of young Douglas-fir forests decreases density of northern flying squirrels in the Oregon Cascades.

Forest Ecology and Management, 264:115-124.



Marangon, G.P., P.R. Schneider, A.P.L. Zimmermann, R.V. Longhi and J.P. Cavalli. (2017)

Density management diagrams for stands of eucalyptus grandis w. Hill rs, brazil.  
Revista Árvore, 41.

Maunder, M.N. (2001) Growth of skipjack tuna (*katsuwonus pelamis*) in the eastern pacific ocean as estimated from tagging data. Inter-American Tropical Tuna Commission Bulletin, 22(2): 95-131.

Newton, P. F. (1997) Stand density management diagrams: Review of their development and utility in stand-level management planning. Forest Ecology and Management, 98(3): 251-265.

Newton, P. F. (2021) Stand density management diagrams: modelling approaches, variants, and exemplification of their potential utility in crop planning. Canadian Journal of Forest Research, 51(2): 236-256.

Ningre, F., J.-M. Ottorini and N. Le Goff. (2016) Modeling size-density trajectories for even-aged beech (*fagus silvatica* L.) stands in france. Annals of Forest Science, 73(3): 765-776.

Nishizono, T., A. Inoue and T. Iehara. (2002) Relationship between self-thinning exponent and relative spacing index for *Cryptomeria japonica* and *Chamaecyparis obtusa* stands. Journal of Forest Planning, 8(2): 41-47.

Nishizono, T. and K. Tanaka. (2012) Does the relationship between quadratic mean diameter and stem density in old thinned and unthinned *Cryptomeria japonica*

forests deviate from a power function? Journal of Forest Planning, 18(1): 63-76.

Morris, E. C. (2002) Self-thinning lines differ with fertility level. Ecological Research, 17(1): 17-28.

Nunes, M.H. and E.B. Görgens. (2016) Artificial intelligence procedures for tree taper estimation within a complex vegetation mosaic in brazil. PLOS ONE, 11(5): e0154738.

Ogawa, K. (2005) Time-trajectory of mean phytomass and density during a course of self-thinning in a sugi (*Cryptomeria japonica* D. Don) plantation. Forest Ecology and Management, 214(1): 104-110.

Ogawa, K. and A. Hagihara. (2003) Self-thinning and size variation in a sugi (*Cryptomeria japonica* D. Don) plantation. Forest Ecology and Management, 174(1): 413-421.

Powell, D.C. (1999) Suggested stocking levels for forest stands in northeastern oregon and southeastern washington: An implementation guide for the umatilla national forest. US Department of Agriculture, Pacific Northwest Region, Umatilla National Forest.

Punt, A.E., M. Haddon and R. McGarvey. (2016) Estimating growth within size-structured fishery stock assessments: What is the state of the art and what does the future look like? Fisheries Research, 180: 147-160.

Reineke, L.H. (1933) Perfecting a stand-density index for even-aged forests. Journal of Agricultural Research, 46: 627-638.



Richards, F.J. (1959) A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 10(2): 290-301.

Ruppert, D. (2002) Selecting the number of knots for penalized splines. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 11(4): 735-757.

Schnute, J. (1981) A versatile growth model with statistically stable parameters. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 38(9): 1128-1140.

Schädelin, W. (1942) Die auslesedurchforstung als erziehungsbetrieb höchster wertleistung, 3<sup>rd</sup>. Bern, Leipzig: Paul Haupt.

Scolforo, H.F., J.P. McTague, M.R. Raimundo, A. Weiskittel, O. Carrero and J.R.S. Scolforo. (2018) Comparison of taper functions applied to eucalypts of varying genetics in brazil: Application and evaluation of the penalized mixed spline approach. *Canadian Journal of Forest Research*, 48(5): 568-580.

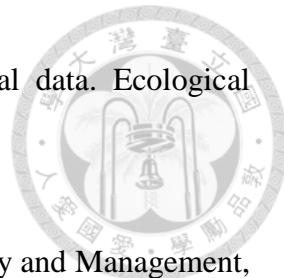
Shih, C.Y., T. M. Yen and Y. N. Wang. (2021) Comparison of various growth functions for predicting long-term stand development associated with different initial spacing in 64-year-old Japanese cedar (*Cryptomeria japonica* (L.f.) D. Don) plantations. *Annals of Forest Research*, 64(1): 87–97.

Silva, C.A., C. Klauberg, A.T. Hudak, L.A. Vierling, W.S.W.M. Jaafar, M. Mohan, M. Garcia, A. Ferraz, A. Cardil and S. Saatchi. (2017) Predicting stem total and assortment volumes in an industrial *pinus taeda* L. Forest plantation using airborne laser scanning data and random forest. *Forests*, 8(7): 254.

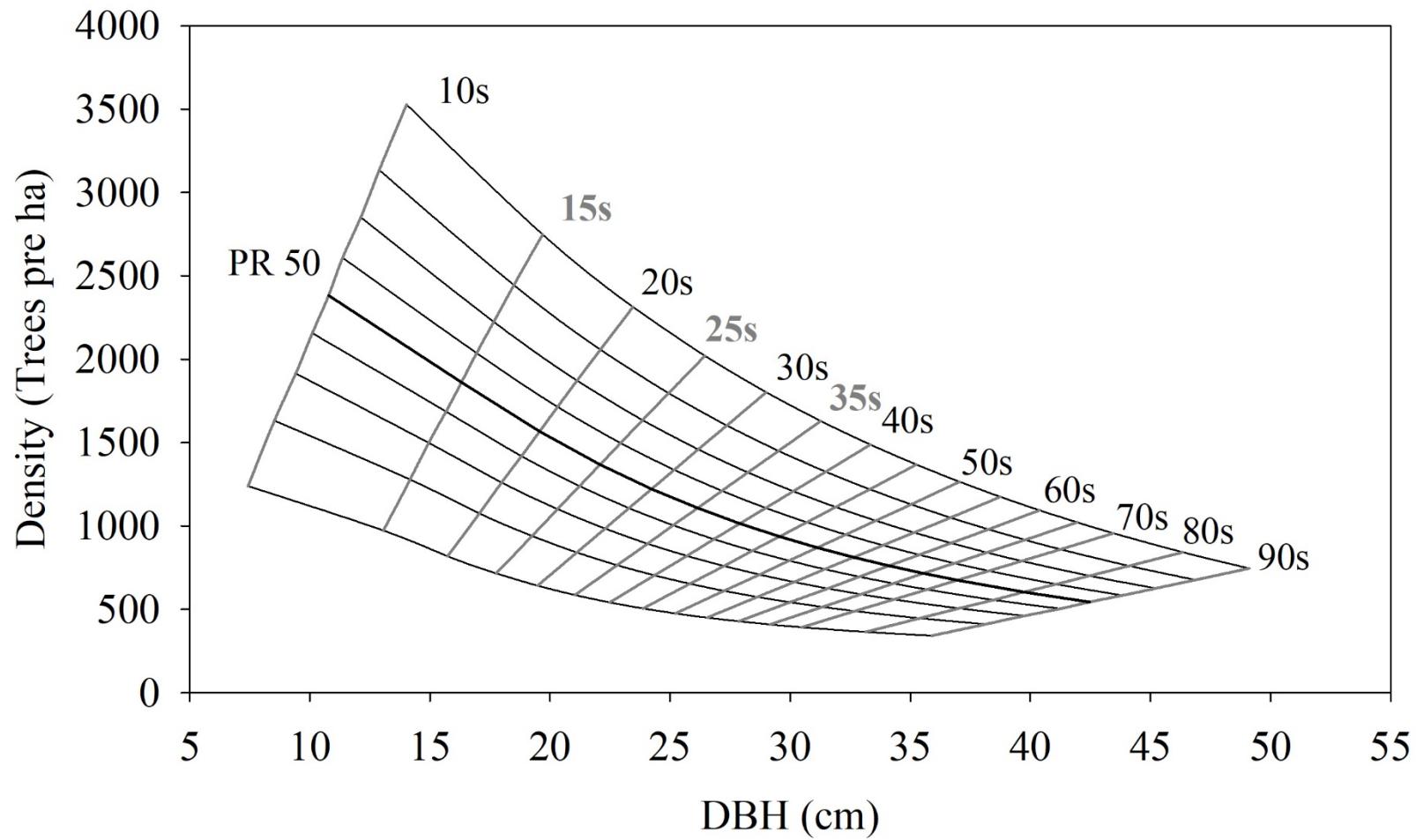
Socha, J., P. Netzel and D. Cywicka. (2020) Stem taper approximation by artificial neural



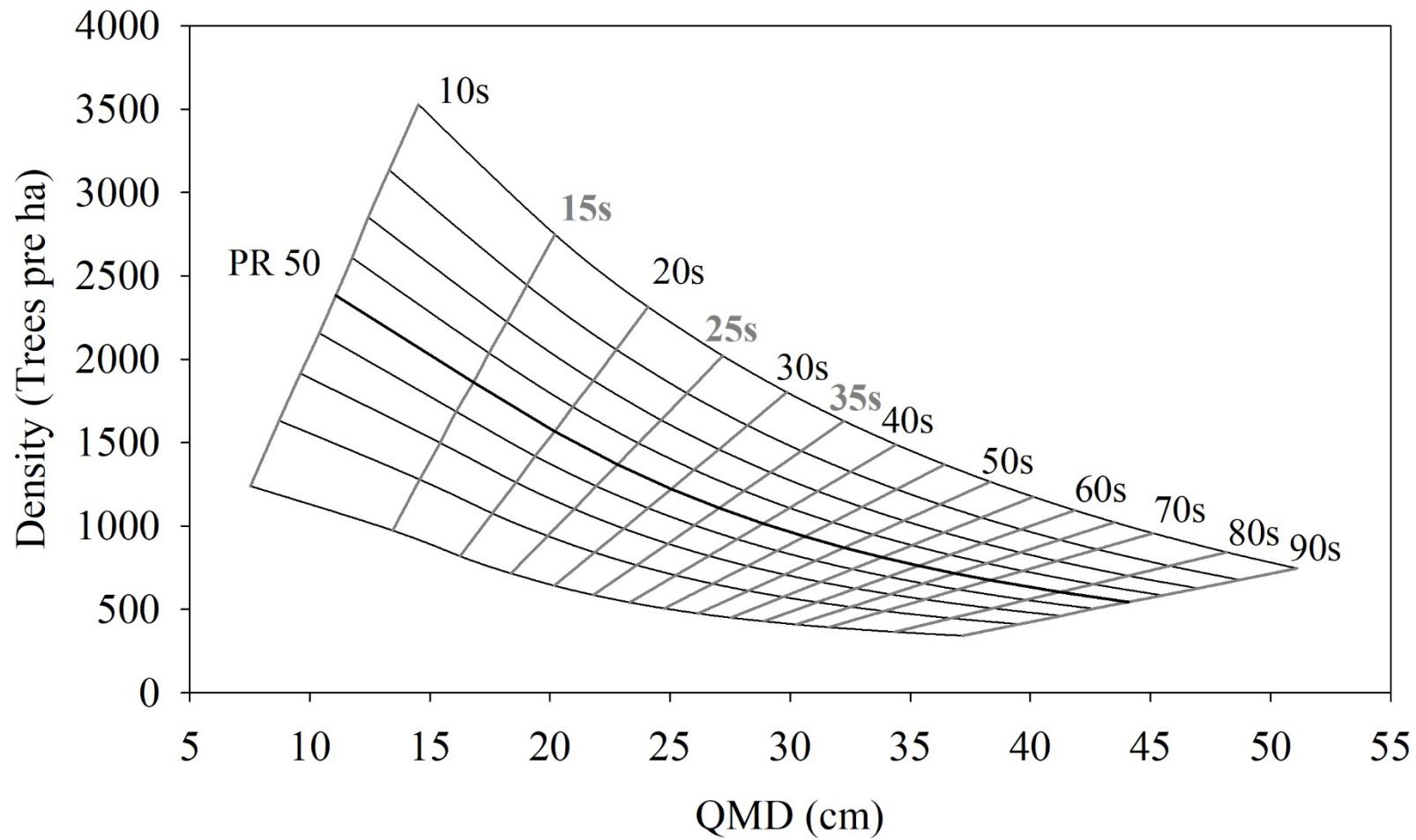
- network and a regression set models. *Forests*, 11(1): 79.
- Solomon, D. S. and L. Zhang. (2002) Maximum size-density relationships for mixed softwoods in the northeastern USA. *Forest and Ecology Management*, 155: 163-170.
- Sun, H., J. Zhang, A. Duan and C. He. (2011) Estimation of the self-thinning boundary line within even-aged chinese fir (*Cunninghamia lanceolata* (Lamb.) hook.) stands: Onset of self-thinning. *Forest Ecology and Management*, 261(6): 1010-1015.
- Vacchiano, G., R. J. Motta, N. Long and J. D. Shaw (2008) A density management diagram for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.): A tool for assessing the forest's protective effect. *Forest Ecology and Management*, 255(7): 2542-2554.
- VanderSchaaf, C.L. and H.E. Burkhart. (2008) Using segmented regression to estimate stages and phases of stand development. *Forest Science*, 54(2): 167-175.
- Weller, D.E. (1990) Will the real self-thinning rule please stand up?--a reply to osawa and sugita. *Ecology*, 71(3): 1204-1207.
- Yang, S.-I. and H.E. Burkhart. (2017) Estimation of carrying capacity in loblolly pine (*Pinus taeda* L.). *Forest Ecology and Management*, 385: 167-176.
- Yoda, K., T. Kira, H. Ogawa and K. Hozumi. (1963) Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions (intraspecific competition among higher plants. XI). *Journal of biology, Osaka City University*, 14: 107-129.
- Yoshida, T. and M. Noguchi. (2009) Vulnerability to strong winds for major tree species



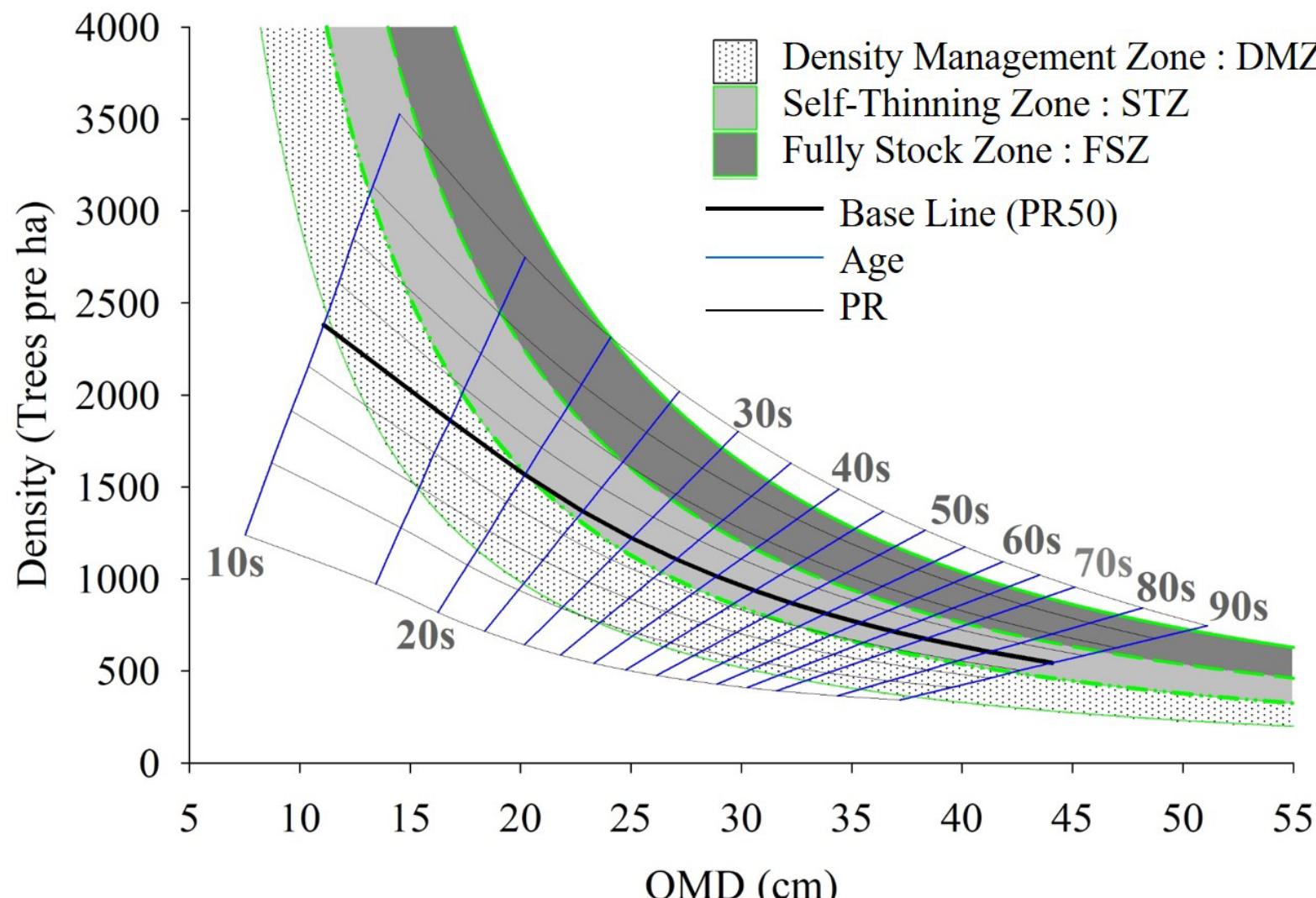
- in a northern Japanese mixed forest: Analyses of historical data. *Ecological research*, 24(4): 909-919.
- Zeide, B. (1985) Tolerance and self-tolerance of trees. *Forest Ecology and Management*, 13: 149-166.
- Zeide, B. (1993) Analysis of growth equations. *Forest Science*, 39(3):594-616.
- Zeide, B. (2004) Optimal stand density: A solution. *Canadian Journal of Forest Research*, 34(4): 846-854.
- Zeng, H., H. Peltola, A. Talkkari, A. Venäläinen, H. Strandman, S. Kellomäki and K. Wang. (2004) Influence of clear-cutting on the risk of wind damage at forest edges. *Forest Ecology and Management*, 203(1): 77-88.
- Zhang, J., W. W. Oliver, and R. F. Powers. (2013) Reevaluating the self-thinning boundary line for ponderosa pine (*Pinus ponderosa*) forests. *Canadian Journal of Forest Research*, 43(10): 963-971.
- Zhang, X., L. Lu, Q.V. Cao, A. Duan and J. Zhang. (2018) Climate-sensitive self-thinning trajectories of Chinese fir plantations in south China. *Canadian Journal of Forest Research*, 48(11): 1388-1397.



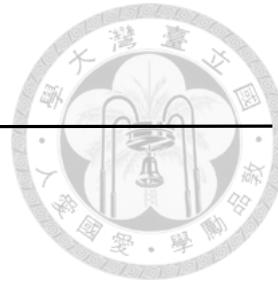
邱氏密度管理量表(林齡-平均胸徑-林分密度組圖)



邱氏密度管理量表(林齡-QMD-林分密度組圖)



C-檢索表(圖)



C-檢索表

1a. 實際點位相對位置在第 I 象限

2a. QMD<55 cm

3a. 位於 DMZ (幼林齡)-靜待林木成長

3b. 位於 STZ -建議下層疏伐

3c. 位於 FSZ 或以上-依現況評估選擇、冠層、下層疏伐等方式

2b. QMD>55 cm

3. 建議培養大徑級林木

1b. 實際點位相對位置在第 II 象限

2a. 林齡小於 20s

3a. 位於 DMZ-靜待林木成長

3b. 位於 STZ-建議中度下層疏伐

3c. 位於 FSZ 或以上-建議機械疏伐或高強度下層疏伐

2b. 林齡大於 20s

3a. 位於 DTZ-建議中度下層疏伐

3b. 位於 FSZ 或以上-建議高強度下層疏伐

1c. 實際點位相對位置在第 III 象限

2a. 林齡<20s

3a. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新

3b. 位於 TFGZ-建議林相更新

2b. 林齡>20s

3a. 位於 STZ-建議弱度下層疏伐

3b. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新

3c. 位於 TFGZ-建議林相更新

1d. 實際點位相對位置在第 IV 象限

2. QMD<55 cm

3a. 林齡<20s

4a. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新

4b. 位於 TFGZ-建議林相更新

3b. 林齡>20s

4a. 位於 STZ-建議輕度下層疏伐

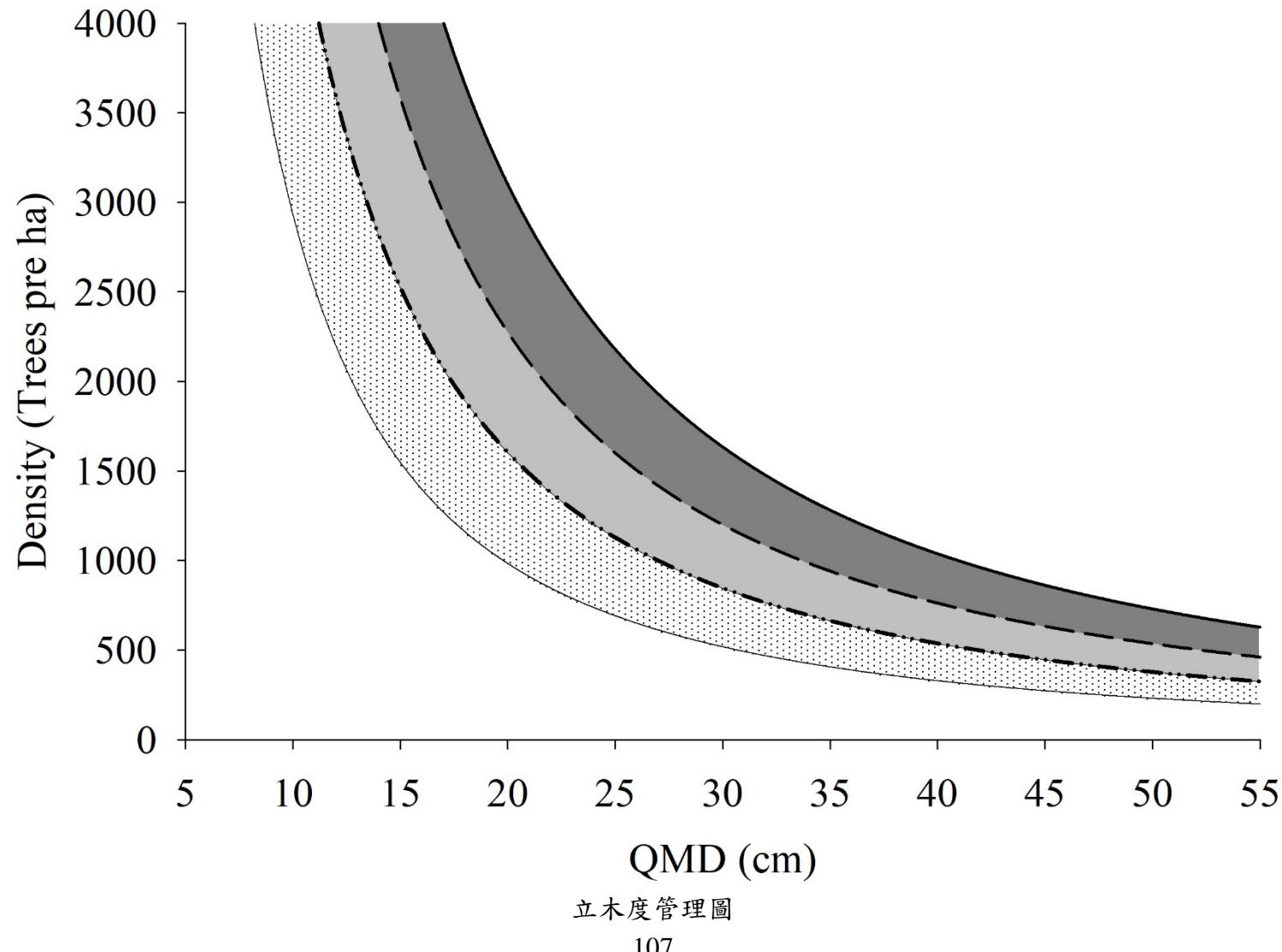
4b. 位於 DMZ-靜待林木成長或林相更新

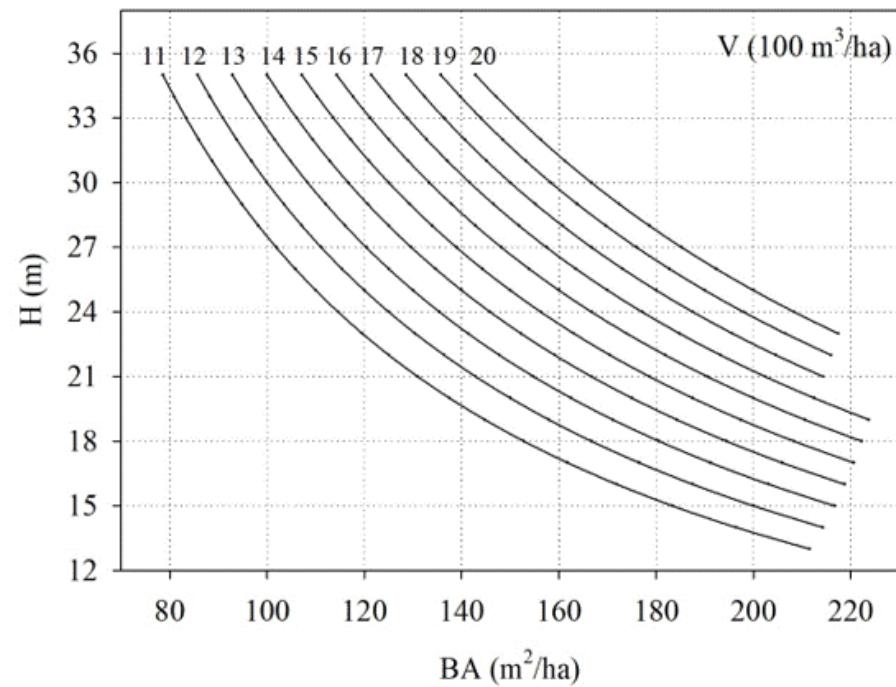
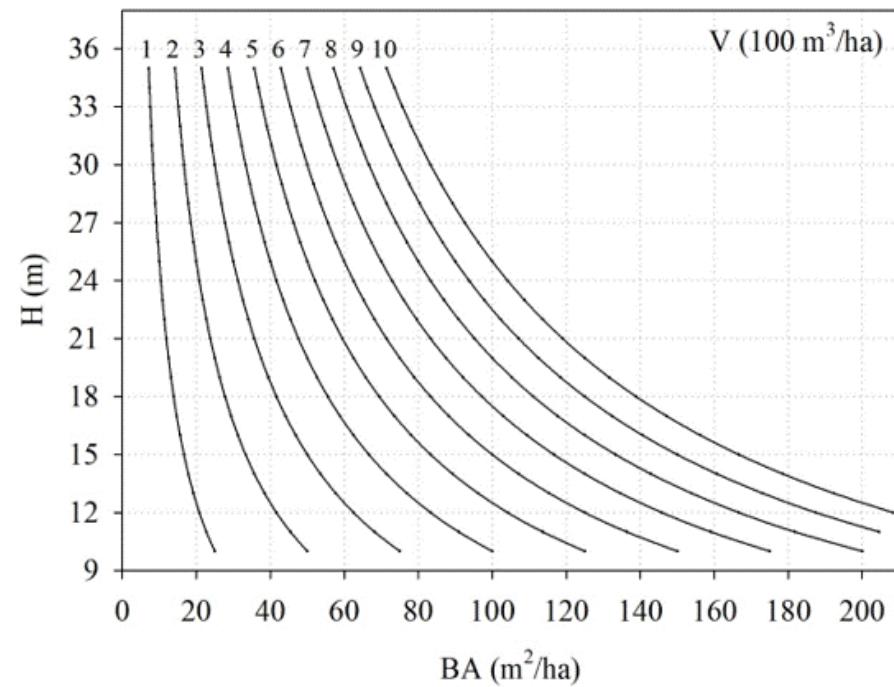
4c. 位於 TFGZ-建議林相更新

2. QMD>55 cm

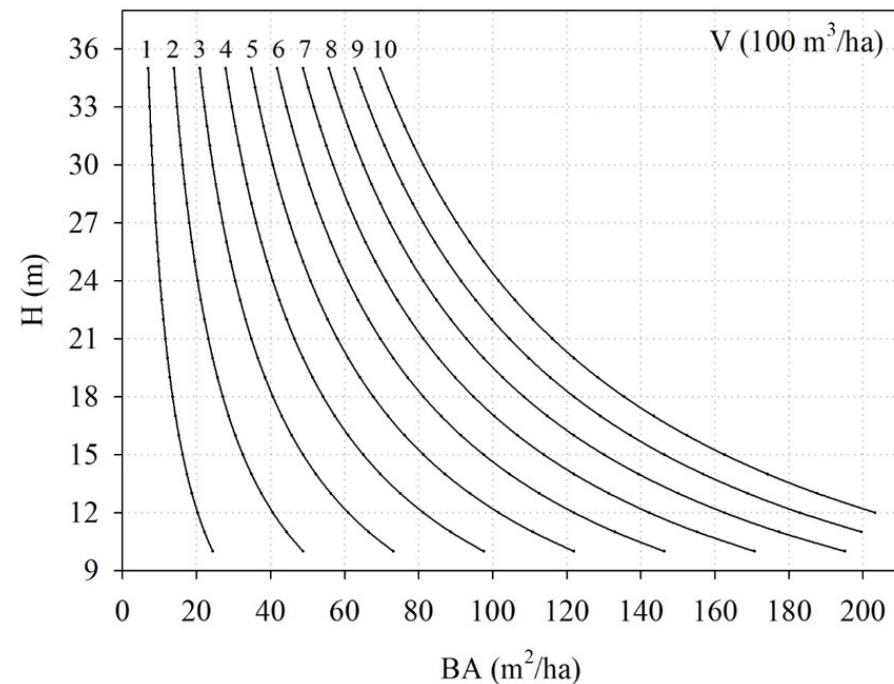
3. 生育地優良，大徑木分散其中-建議培養大徑級林木

3. 生育地不佳，大徑木分散其中-建議林相更新

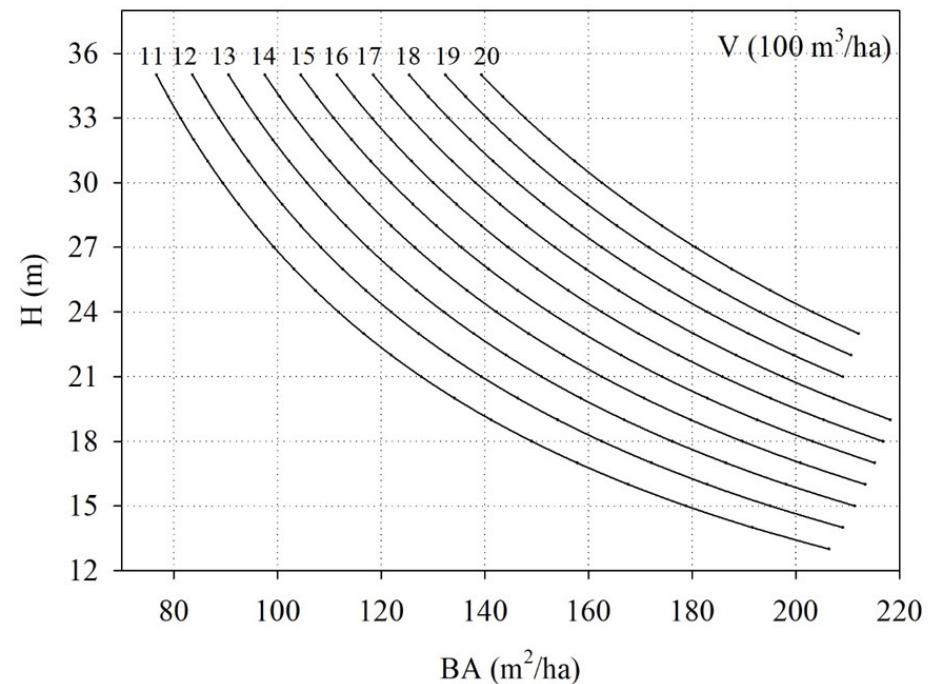


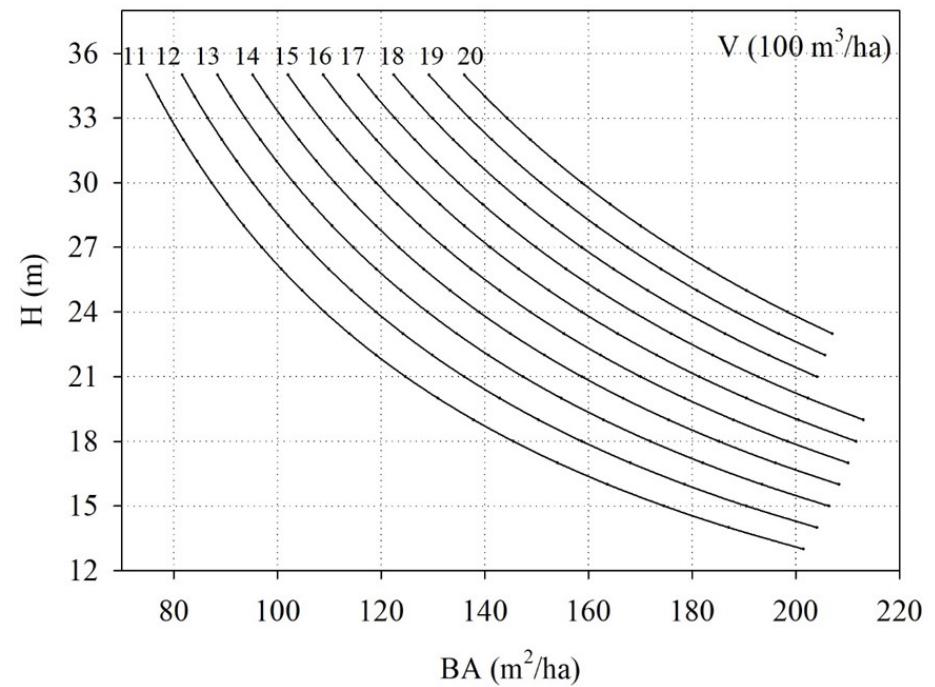
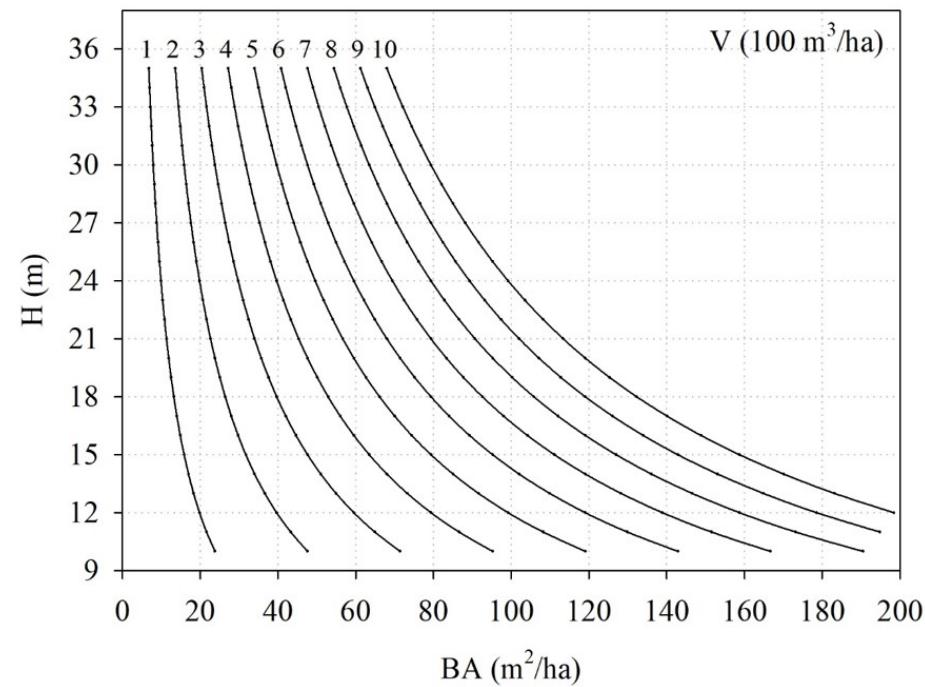


蓄積量模擬量表( $F=0.40$ )

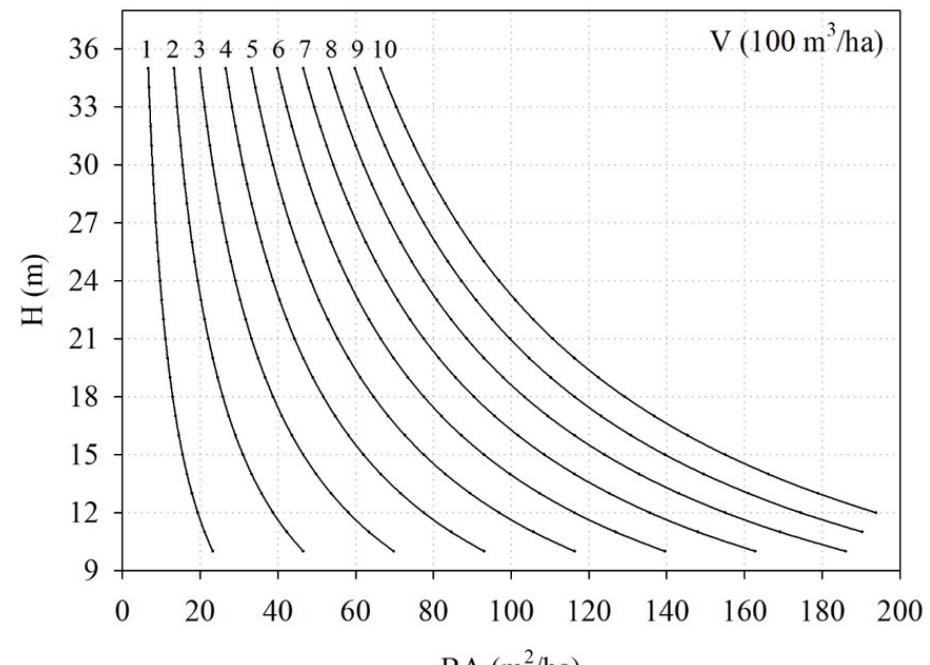


蓄積量模擬量表( $F=0.41$ )

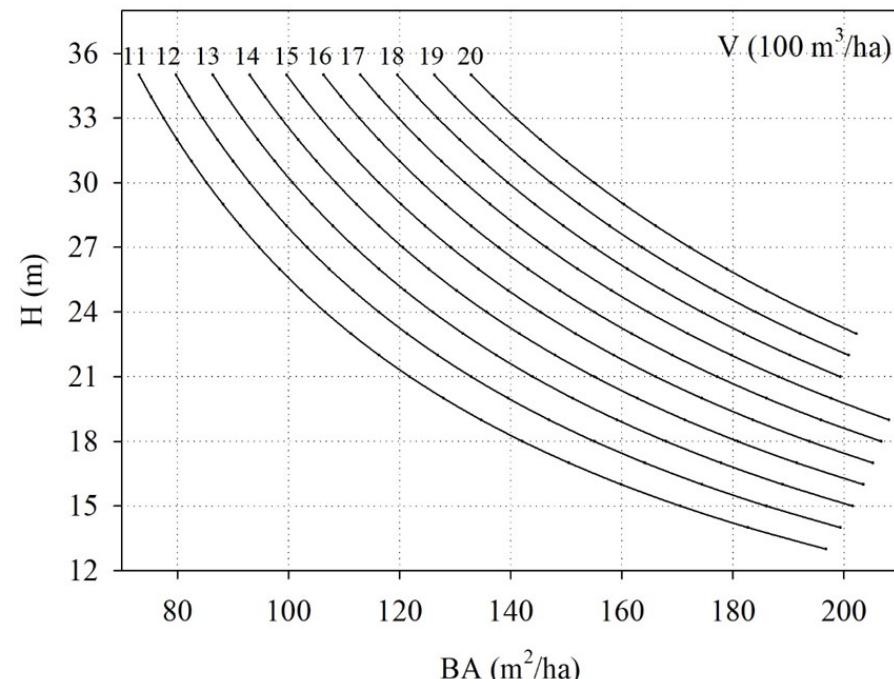


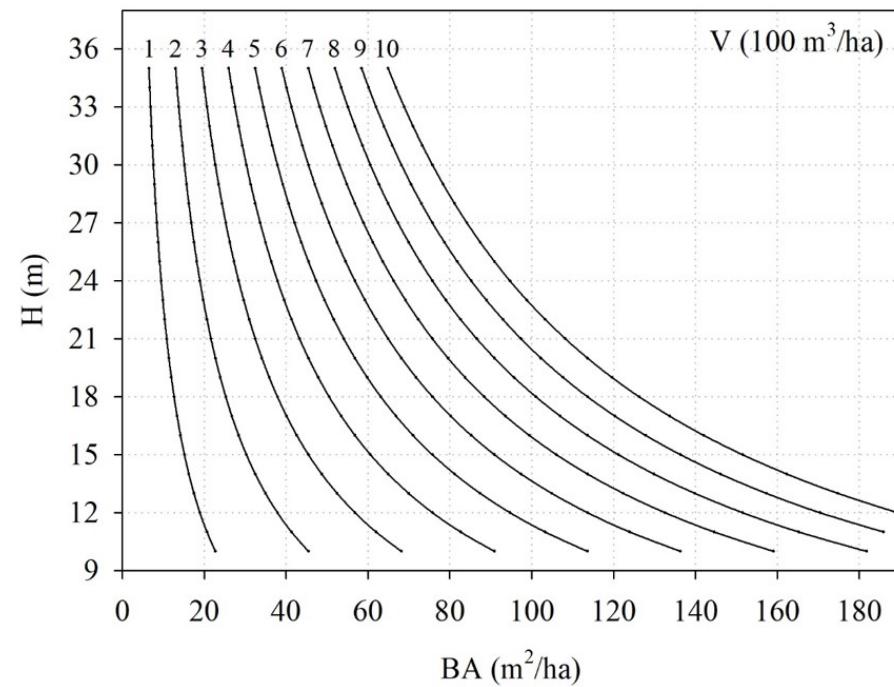


蓄積量模擬量表( $F=0.42$ )

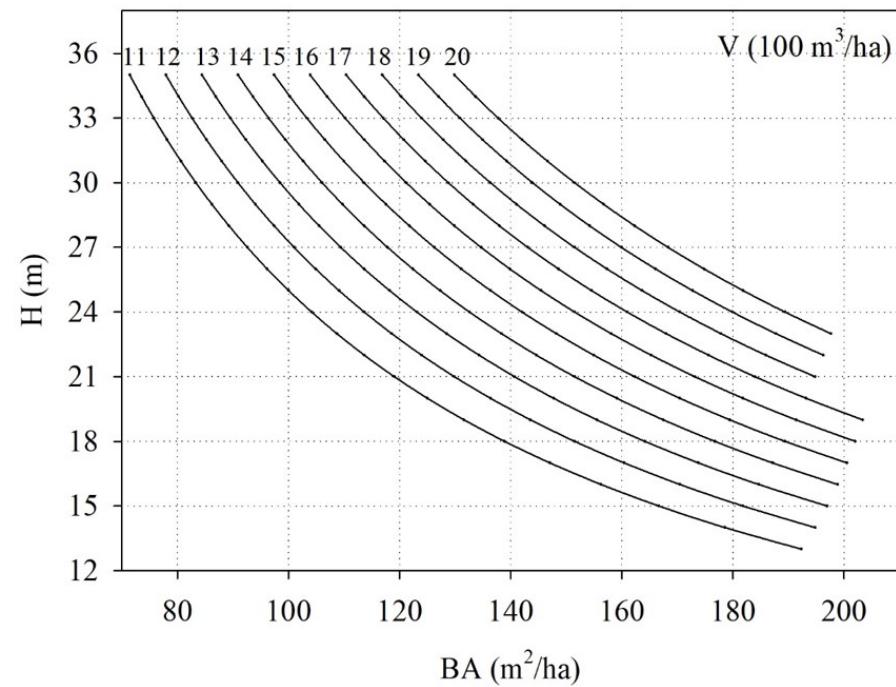


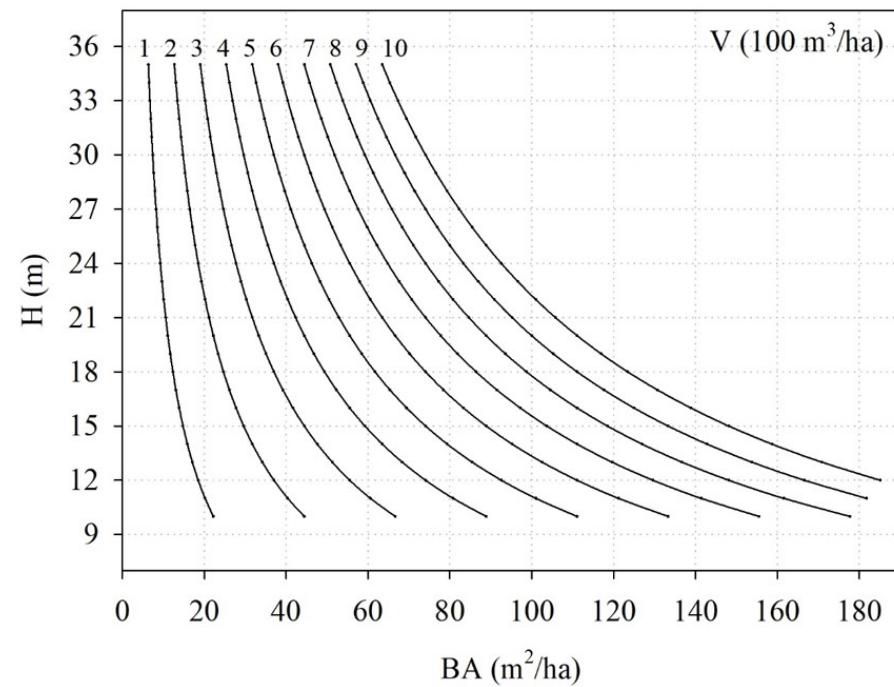
蓄積量模擬量表( $F=0.43$ )



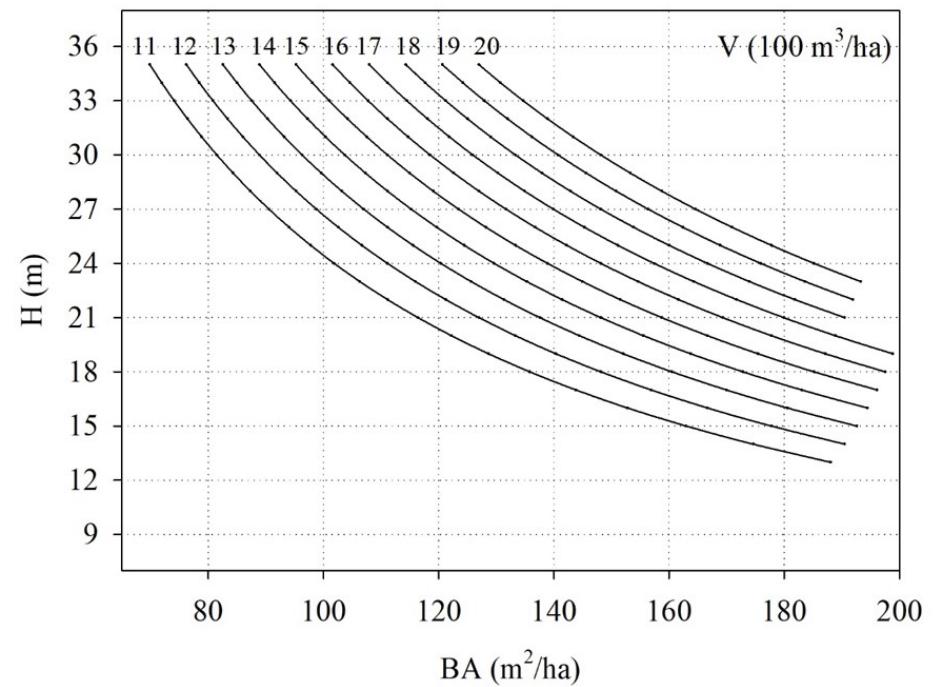


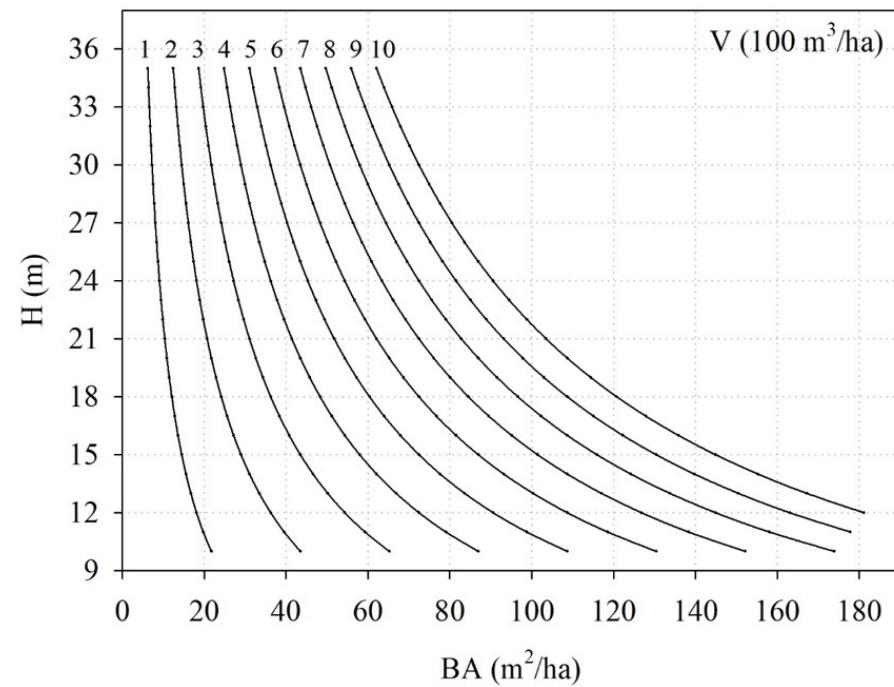
蓄積量模擬量表( $F=0.44$ )



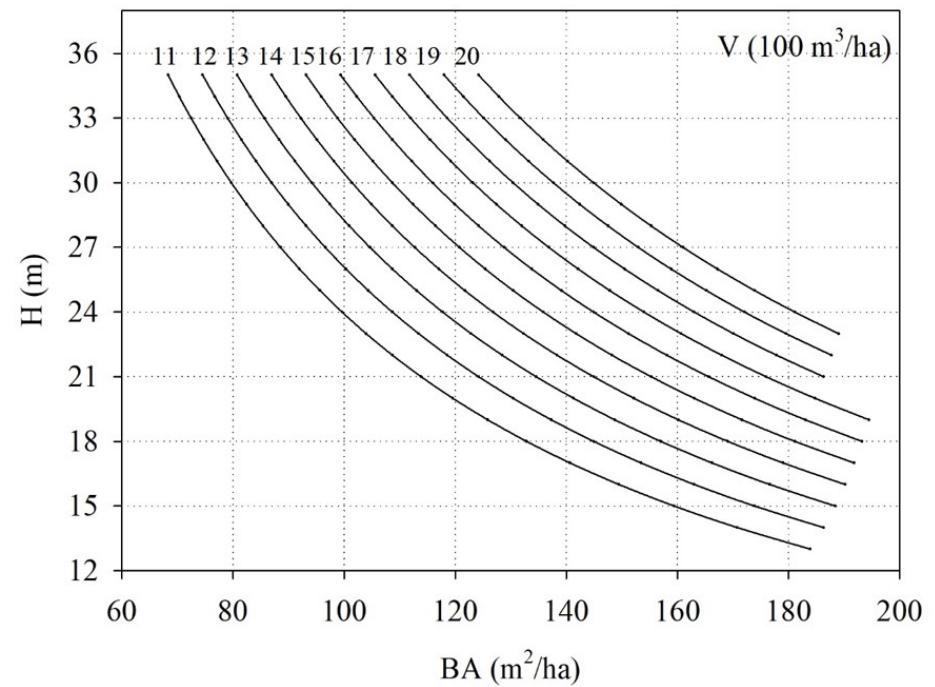


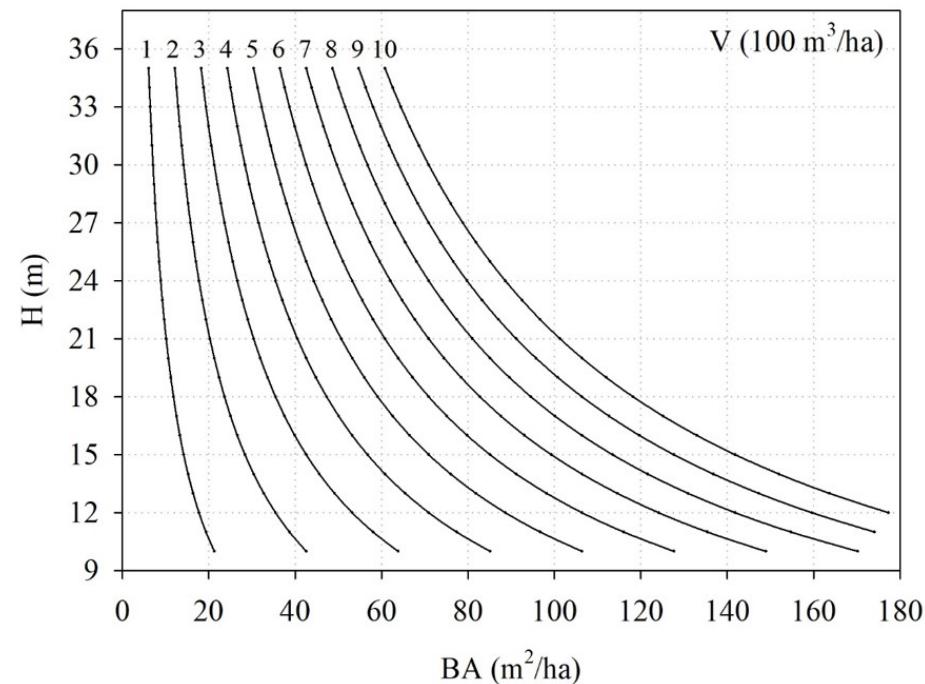
蓄積量模擬量表( $F=0.45$ )



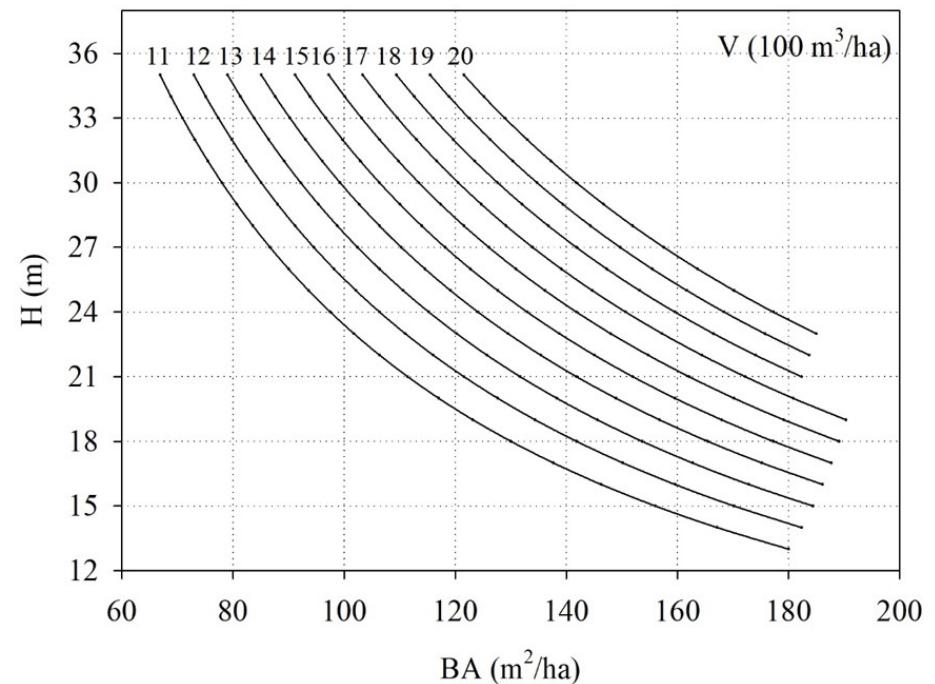


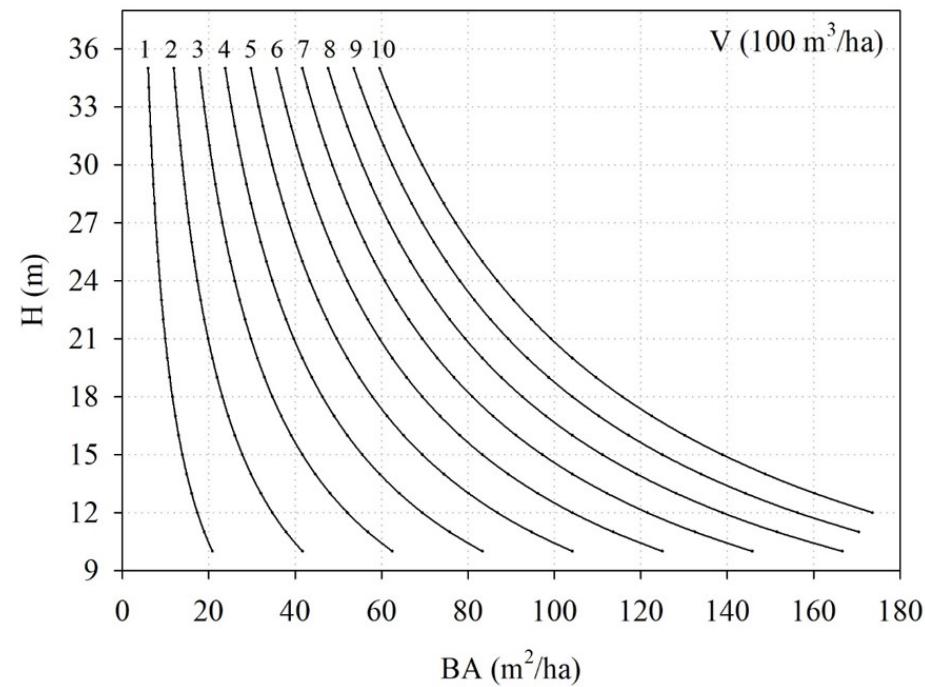
蓄積量模擬量表( $F=0.46$ )



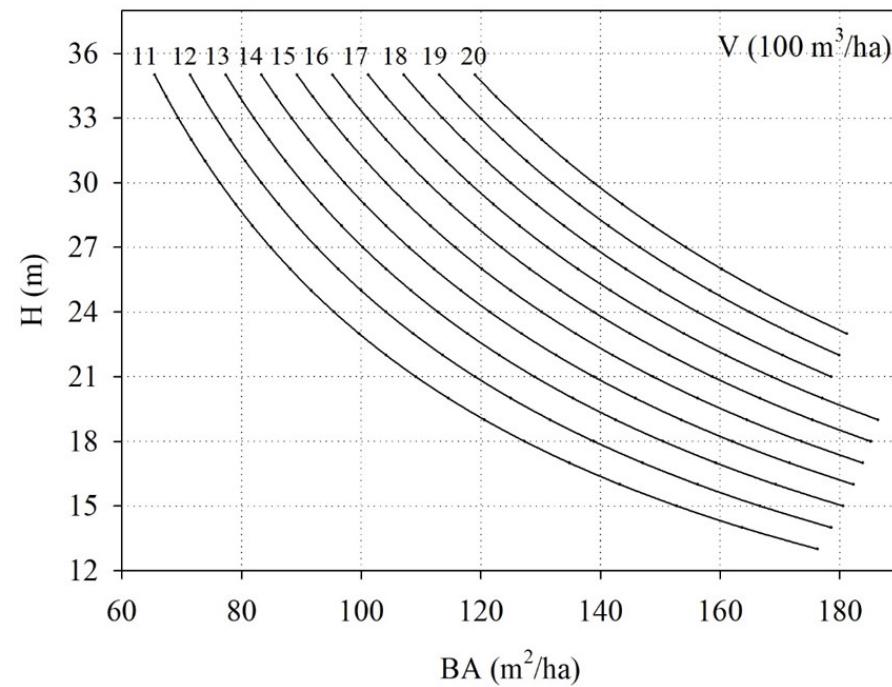


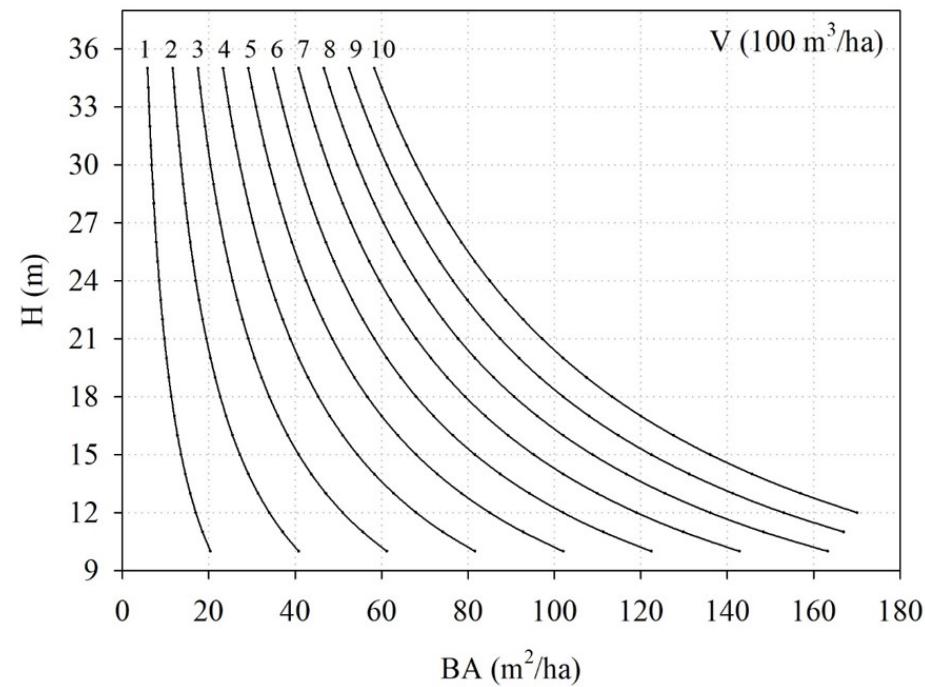
蓄積量模擬量表( $F=0.47$ )



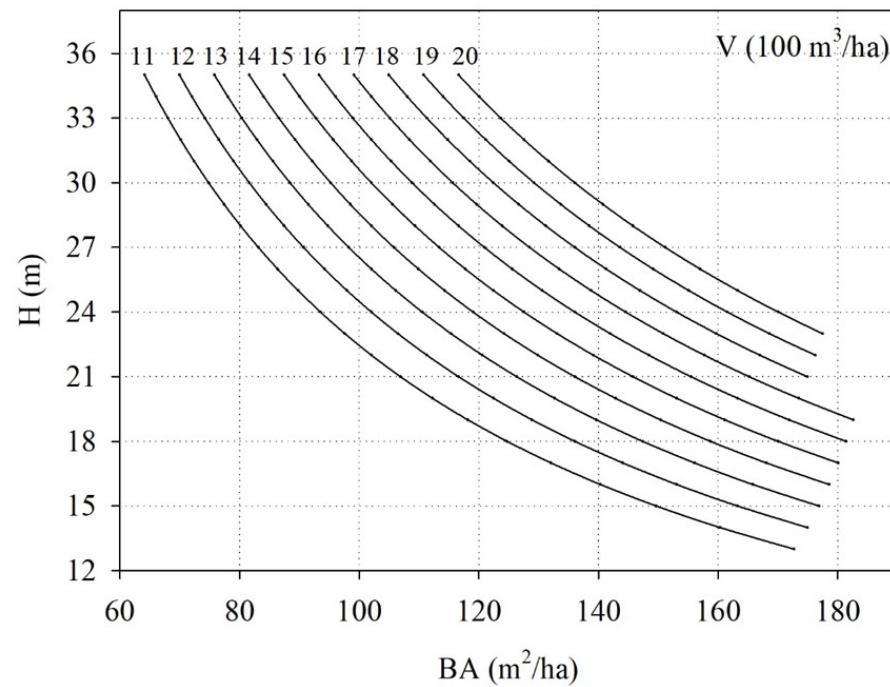


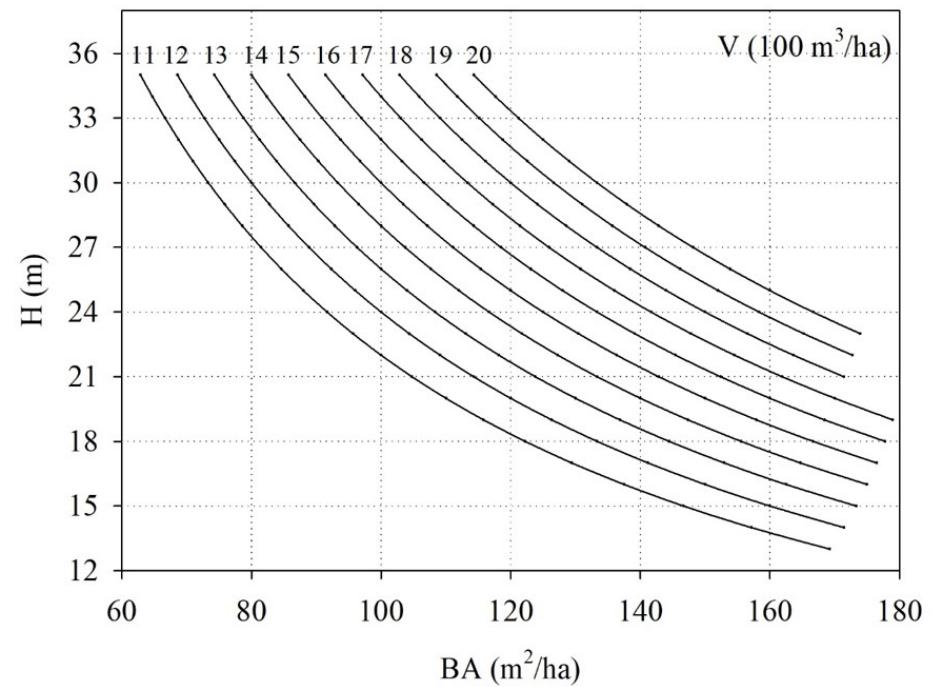
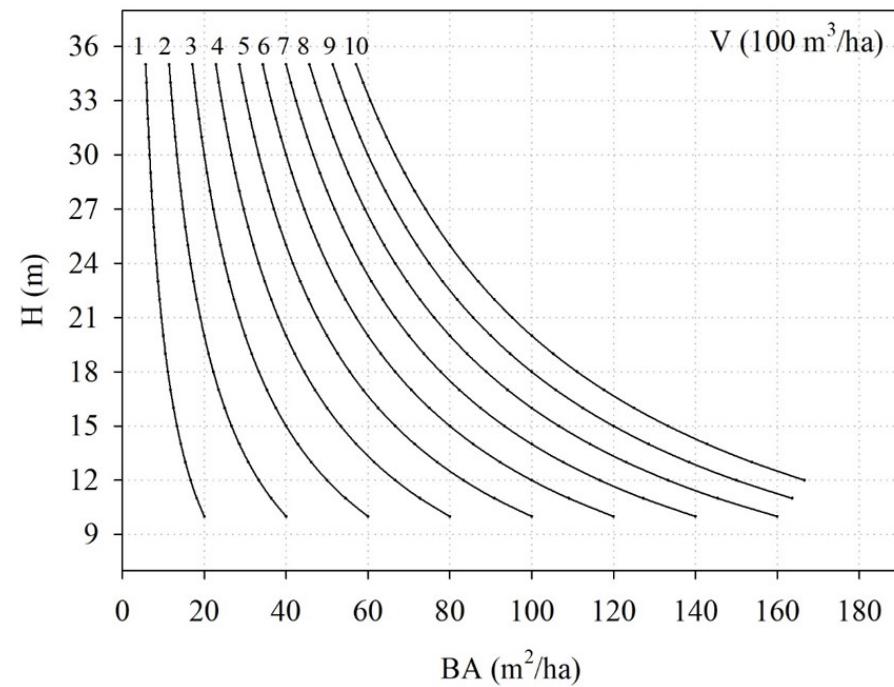
蓄積量模擬量表( $F=0.48$ )





蓄積量模擬量表( $F=0.49$ )





蓄積量模擬量表( $F=0.50$ )