

國立臺灣大學工學院土木工程學系



碩士論文

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

以傅立葉轉換估算影像中顆粒位移的方法

A method for Estimating Particle Displacement in Images by

Fourier Transform

張智涵

Jhieh-Han Jhang

指導教授：劉格非 博士

Advisor: Ko-Fei Liu, Ph.D.

中華民國 110 年 8 月

August 2021

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

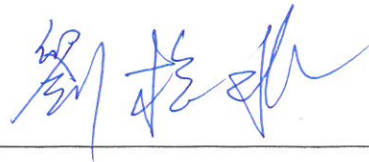
以傅立葉轉換估算影像中顆粒位移的方法
A method for estimating particle displacement in images
by Fourier transform

本論文係 張智涵 君 (R08521331) 在國立臺灣大學土木工程學系
完成之碩士學位論文，於民國 110 年 8 月 9 日承下列考試委員
審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

劉格非

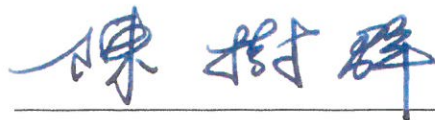
(指導教授)



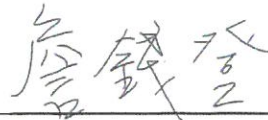
周憲德



陳樹群



詹錢登



系主任

謝尚賢



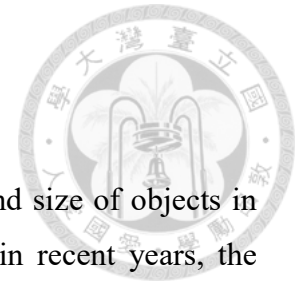
中文摘要



由於近年監視設備的發展，監視影像的清晰度及成本獲得了極大的改善，透過監視影像對土石流事件的分析效益也因此提升。本研究之目的是透過影像來分析影像中物體之位移。假設影像中物體形狀在運動過程保持不變，且物體的所有邊界皆以該物體速度運動。當兩幀影像的時間差極小時，將物體的運動近似將為等速度運動，時間相鄰的兩幀影像相減以去除背景並萃取物體邊界的位移，將相減後的影像資料重新排列成一維陣列後，以兩次傅立葉轉換與互相關分析估計影像中物體之長度以及總長度最長的邊界之速度，也就是影像中最具有優勢的速度。透過室內水槽試驗以及室內土石流試驗對本方法進行驗證，在室內水槽單顆保麗龍球試驗中成功估計出顆粒長度，誤差約為 3.06%。室內試驗中本方法能成功估計出物體的速度，在室內水槽試驗中本方法估計的速度與人眼追蹤的誤差約為 2.2%到 3.4%；而在室內土石流試驗中本方法估計的速度誤差約為 11.1%。在現場影像分析中，與人眼追蹤的結果相比，與本方法估計的速度差距落在 2 個像素內。

關鍵字：影像、土石流、速度、傅立葉分析、互相關分析

ABSTRACT



The purpose of this study was to estimate the displacement and size of objects in the image. With the fast development of surveillance equipment in recent years, the quality and cost of surveillance system have been greatly improved. The benefits of analysis debris flow through image were increased. The assumptions that shape of objects remains meanwhile all the boundary of an object moving at the same velocity of the objects in the image were made. If the time difference between two frames is small, the motion of the object will be approximated as a constant velocity motion. Background removal and object movement extraction were accomplished by subtracting of two frames. The subtracted image data was then rearranged into one-dimension array. Fourier analysis and Cross-Correlation analysis were applied on the one-dimension array to estimate the velocity and size of objects in the image. The estimated velocity was which the most object boundaries moving with, while the estimated size was the summation of boundaries moving with the same velocity.

The results were examined by three laboratory experiments. In single particle experiment, the method was successfully estimated the size of styrofoam ball with error about 3.07%. In the single and multiple particle experiments, the error of estimated velocity was about 2.2% to 3.4%, while the error of estimated velocity in debris flow experiments was about 11.1%. In the field image analysis, the difference between the velocity estimated by the method and by human eyes was within 2 pixels.

Key words: Image, Debris flow, Velocity, Fourier analysis, Cross-Correlation analysis

目錄



中文摘要	i
ABSTRACT	ii
目錄	iii
圖目錄	v
表目錄	xii
第一章 緒論	1
1.1 研究背景與目的	1
1.2 文獻回顧	1
1.3 論文架構	3
第二章 研究方法	4
2.1 影像前處理	4
2.1.1 選取 ROI	5
2.1.2 影像灰階化	5
2.1.3 影像相減	5
2.2 單顆粒影像分析	6
2.2.1 基本理論	6
2.2.2 一維陣列轉換	7
2.2.3 頻譜分析	10
2.2.4 互相關分析	11
2.3 多顆粒影像分析	18
2.4 實際案例	24
第三章 數值實驗	25
3.1 單顆粒試驗	25
3.2 粒徑的影響	33
3.3 速度的影響	36
3.4 相對位置的影響	39
3.5 多顆粒試驗	42

第四章 室內實驗室試驗	45
4.1 室內水槽試驗	45
4.1.1 實驗目的	45
4.1.2 實驗器材與配置	45
4.1.3 實驗流程	46
4.1.4 單顆粒影像結果與分析	46
4.1.5 多顆粒影像結果與分析	51
4.2 室內土石流試驗	54
4.2.1 實驗目的	54
4.2.2 實驗器材與配置	54
4.2.3 實驗流程	57
4.2.4 實驗結果與分析	57
第五章 現場影像分析	64
5.1 案例一：2014 年 520 豪雨事件	64
5.2 案例二：2012 年 6 月 10 號愛玉子溪上游鋼索斷裂事件	70
5.3 案例三：2004 年敏督利颱風	76
第六章 結論	79
參考文獻	81



圖目錄



圖 1.3.1 研究方法流程圖	4
圖 2.2.1 單一顆粒之二值化影像示意圖	7
圖 2.2.2 沿水平方向之一維陣列轉換示意圖	8
圖 2.2.3 時間相鄰兩幀相減影像 $D(x, y, t_i)$ 、一維陣列轉換 $D_x(x, t_i)$ 與兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 示意圖	12
圖 2.2.4 兩幀相減影像的一維陣列的兩次傅立葉轉換示意圖； $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 分別以橘色與藍色表示。	14
圖 2.3.1 多顆粒二值化影像示意圖； ∂S_1 、 ∂S_2 與 ∂S_3 分別由紅、綠與藍線表示。	18
圖 2.4.1 運動中物體邊界之實際案例影像；(1)、(2)為室內水槽試驗之實驗影像與顆粒邊界影像；(3)、(4)為土石流事件之影像以及事件中巨石的邊界影像。	24
圖 3.1.1 單顆粒人造二值化影像；(1)、(2)與(3)依序為第一幀 $I(x, y, t_1)$ 、第二幀 $I(x, y, t_2)$ 與第三幀 $I(x, y, t_3)$ ；(4)為(2)減去(1)的影像 $D(x, y, t_2)$ ；(5)為(3)減去(2)的影像 $D(x, y, t_3)$ ，在(4)與(5)中黑色為-1、灰色為0、白色為1。	27
圖 3.1.2 相鄰兩幀單顆粒人造二值化影像亮度值相減影像 $D(x, y, t_i)$ 的一維陣列；(1)沿水平方向的轉換 $D_x(x, t_i)$ ；(2)為圖(1)在區間[140.1,140.6]的放大圖；(3)沿垂直方向的轉換 $D_y(x, t_i)$ ；(4)為圖(3)在區間[200.2,200.7]的放大圖。	28
圖 3.1.3 單顆粒人造二值化影像一維陣列的兩次傅立葉轉換；(1)沿水平方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_x(x, t_i)$ ；(2)為圖(1)在區間[140.1,140.6]放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_y(x, t_i)$ ；(4)為圖(3)在區間[200.1,200.7]放大。	29
圖 3.1.4 單顆粒人造二值化影像一維陣列的前差分；(1)沿水平方向的一維陣列之前差分 $\hat{D}_x(x, t_i)$ ；(2)為圖(1)在區間[140.1,140.6]放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之前差分 $\hat{D}_y(x, t_i)$ ；(4)為圖(3)在區間[200.1,200.7]放大。	30

- 圖 3.1.5 單顆粒人造二值化影像一維陣列之兩次傅立葉轉換的互相關；(1)沿水平方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換的互相關 $C_x(x, t_3)$ ；(2)為圖(1)在區間 $[-40, 40]$ 放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換的互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(4)為圖(3)在區間 $[-30, 50]$ 放大。.....31
- 圖 3.1.6 單顆粒人造二值化影像一維陣列之前差分的互相關；(1)沿水平方向的一維陣列之前差分的互相關 $C_x(x, t_3)$ ；(2)為圖(1)在區間 $[-40, 40]$ 放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之前差分的互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(4)為圖(3)在區間 $[-30, 50]$ 放大。.....32
- 圖 3.2.1 不同粒徑之人造二值化影像 $I(x, y, t_3)$ 與互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(1)、(2)、(3)依序為顆粒二 P_2 直徑為 11、30 與 75 個像素的第三幀人造二值化影像 $I(x, y, t_3)$ ；(4)、(5)、(6)依序為顆粒二 P_2 直徑為 11、30 與 75 個像素時 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-30, 50]$ 的放大圖。.....34
- 圖 3.2.2 不同顆粒二 P_2 直徑與互相關最大值估計的速度 u_{corr} 圖；橫軸為顆粒二 P_2 的直徑；縱軸為由互相關最大值估計的速度 u_{corr} ； u_{p1} 與 u_{p2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的速度。.....35
- 圖 3.2.3 不同顆粒二 P_2 直徑與互相關最大值估計的顆粒水平長度 L_{xCorr} 圖；橫軸為顆粒直徑；縱軸為顆粒尺寸； L_{xCorr} 為由互相關最大值估計的顆粒水平長度； L_{p1} 與 L_{p2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的直徑。.....35
- 圖 3.3.1 不同顆粒二速度 u_{p2} 的第三幀與第二幀亮度值相減人造影像 $D(x, y, t_3)$ 與互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(1)至(3)依序為顆粒二速度 u_{p2} 為每幀 55、19 與 -25 個像素時的第三幀與第二幀亮度值相減影像 $D(x, y, t_3)$ ，其中黑、灰與白色亮度值分別為 -1、0 與 1；(4)至(6)依序為顆粒二速度 u_{p2} 為每幀 55、19 與 -25 個像素之 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-40, 80]$ 放大圖。.....37
- 圖 3.3.2 不同顆粒二速度 u_{p2} 與由互相關最大值估計的速度 u_{corr} 圖；橫軸為顆粒二速度 u_{p2} ；縱軸為由互相關最大值估計的速度 u_{corr} ； u_{p1} 與 u_{p2} 分別為顆

粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的速度。	38
圖 3.3.3 不同顆粒二速度 u_{p_2} 與由互相關最大值估計的顆粒尺寸 L_{xCorr} 圖；橫軸為顆粒二之速度 u_{p_2} ；縱軸為顆粒的尺寸； L_{xCorr} 與 L_{P_1} 分別為由互相關最大值估計的顆粒尺寸與 P_1 的直徑，其中 P_1 與 P_2 直徑相同。	38
圖 3.4.1 不同相對位置之人造二值化影像 $I(x, y, t_3)$ 與互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(1)、(2)與(3)依序為兩顆粒中心距離為 272、138 與 17 個像素的第三幀影像 $I(x, y, t_3)$ ；(4)、(5)與(6)依序為兩顆粒中心距離為 272、138 與 17 個像素時 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-50, 50]$ 的放大圖。	40
圖 3.4.2 不同顆粒相對位置與由互相關最大值估計的速度 u_{corr} 圖；橫軸為在第一幀影像中顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 中心的距離；縱軸為速度； u_{corr} 為由互相關最大值估計的速度； u_{p_1} 與 u_{p_2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的速度。 ..	41
圖 3.4.3 不同顆粒相對位置與由互相關最大值估計顆粒尺寸 L_{xCorr} 圖；橫軸為在第一幀影像中顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 中心的距離；縱軸為顆粒尺寸； L_{xCorr} 與 L_{P_1} 分別為由互相關最大值估計的顆粒水平長度與顆粒一 P_1 的直徑。 ..	41
圖 3.5.1 多顆粒人造二值化影像；(1)、(2)與(3)依序為第一幀 $I(x, y, t_1)$ 、第二幀 $I(x, y, t_2)$ 與第三幀 $I(x, y, t_3)$ ；(4)為(2)減去(1)的影像 $D(x, y, t_2)$ ；(5)為(3)減去(2)的影像 $D(x, y, t_3)$ ，在(4)與(5)中黑、灰與白色亮度值分別為 -1、0 與 1。	43
圖 3.5.2 多顆粒人造二值化影像一維陣列之前差分的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-30, 30]$ 的放大圖	44
圖 4.1.1 室內水槽實驗與 ROI 範圍	45
圖 4.1.2 單顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像；(1)至(3)依序為第 300、299 與 298 幀。 ..	48
圖 4.1.3 第 300 幀二值化影像的互相關分析結果(不考慮位於 $[-1, 1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 300 幀二值化影像(閾值為 170)；(2)為第 300 幀與第 299 幀二值化影像相減；(3)第 300 幀二值化影像之互相關分析結果在區間 $[-60, 60]$ 放大圖。	48
圖 4.1.4 單顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像亮度值相減；(1)與(2)分別為第 300 幀與 299	

	<p> 幀相減以及第 299 幀與 298 幀相減；黑色表示負值，灰色為零，白色為正。48 </p>
圖 4.1.5	<p> 第 300 幀單顆粒水槽 ROI 灰階影像分析過程；(1)沿水平方向的影像一維陣列 $D_x(x, t_i)$；(2)為圖(1)在區間[499,449.8]的放大圖；(3) $D_x(x, t_i)$ 的前差分 $\hat{D}_x(x, t_i)$；(4)為圖(3)在區間[499,449.8]的放大圖。49 </p>
圖 4.1.6	<p> 第 300 幀單顆粒水槽 ROI 灰階影像互相關分析結果在區間[-60,60]放大圖49 </p>
圖 4.1.7	<p> 單顆粒水槽試驗-互相關最大值估計之垂直速度隨時間變化圖；(1)考慮位於[-1,1]的峰值；(2)不考慮位於[-1,1]的峰值；灰色為理論最大誤差範圍，虛線為保麗龍前端進入 ROI 與尾部離開 ROI 的瞬間。50 </p>
圖 4.1.8	<p> 灰階影像互相關分析結果(不考慮位於[-1,1]區間內之最大值)；(1)至(3)依序為第 250、272 與 319 幀之灰階影像；(4)至(6)依序為第 250、272 與 319 幀之灰階影像互相關分析結果在區間[-60,60]放大圖。50 </p>
圖 4.1.9	<p> 多顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像；(1)至(3)依序為第 300、299 與 298 幀。 52 </p>
圖 4.1.10	<p> 多顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像亮度值相減；(1)與(2)分別為第 300 幀與 299 幀相減以及第 299 幀與 298 幀相減。52 </p>
圖 4.1.11	<p> 第 300 幀多顆粒水槽 ROI 二值化影像分析結果(不考慮位於[-1,1]區間內之最大值)；(1)為第 300 幀二值化影像(閾值為 170)；(2)為第 300 幀與第 299 幀二值化影像相減；(3)第 300 幀二值化影像之互相關分析結果在區間[-60,60]放大圖。53 </p>
圖 4.1.12	<p> 第 300 幀多顆粒水槽 ROI 灰階影像分析結果在區間[-60,60]的放大圖 .53 </p>
圖 4.1.13	<p> 多顆粒水槽試驗-互相關最大值估計之垂直速度隨時間變化圖；灰色為理論最大誤差範圍；虛線為保麗龍群開始進入 ROI 與完全離開 ROI 的幀號，保麗龍球從第 140 幀開始進入 ROI 並在第 577 幀完全離開 ROI。 53 </p>
圖 4.2.1	<p> 室內土石流試驗渠道側拍圖54 </p>
圖 4.2.2	<p> 室內土石流試驗實驗水槽配置示意圖56 </p>
圖 4.2.3	<p> 室內土石流試驗底床配置圖；細粒礫石 D50 為 3.34mm，粗粒礫石 D50 為 11.65 mm；鵝卵石直徑約為 50mm；渠道內白色橫條為木架。56 </p>
圖 4.2.4	<p> 室內土石流試驗 ROI 範圍示意圖57 </p>

圖 4.2.5 室內土石流試驗 ROI 灰階影像第 1 幀；(1)像素水平長度校正前；(2)像素水平長度校正後。	60
圖 4.2.6 像素水平長度校正後的室內土石流試驗 ROI 灰階影像；(1)至(3)依序為第 4400、4450 以及 4560 幀；(4)至(6)分別為(1)至(3)與各自的前一幀影像亮度值相減。	61
圖 4.2.7 灰階影像之互相關分析結果(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)至(3)依序第 4400、4450 與 4560 幀互相關分析結果在區間 $[-80,80]$ 的放大圖。	61
圖 4.2.8 室內土石流試驗-互相關最大值估計的水平速度隨時間變化圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；縱軸為水平速度；橫軸為試驗影片中第 n 幀影像；灰色為理論速度最大誤差 ± 1 個像素的範圍；虛線為在第 4417 幀土石流前峰出現在 ROI 的瞬間。	62
圖 4.2.9 室內土石流試驗-互相關最大值所得之水平速度隨時間變化圖(不考慮 $[-10,10]$ 區間內的峰值)；縱軸為水平速度；橫軸為試驗影片中第 n 幀影像；灰色為理論速度最大誤差 ± 1 個像素的範圍；虛線為在第 4417 幀土石流前峰出現在 ROI 的瞬間。	62
圖 4.2.10 被人眼追蹤顆粒分布圖(水平校正後).....	63
圖 4.2.11 被追蹤顆粒速度分配直方圖	63
圖 5.1.1 案例一-現場影像 ROI 範圍示意圖(第 1380 幀).....	64
圖 5.1.2 案例一-第 1380 幀 ROI 灰階影像亮度值相減與影像處理後比較；(1)為第 1380 幀減去第 1379 幀的兩幀相減影像；(2)為圖(1)去除亮度差異小於 5 的像素；(3)為圖(2)去除孤立像素。	66
圖 5.1.3 案例一-第 1380 幀二值化影像分析結果圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 1380 幀二值化影像(閾值為 180)；(2)為第 1380 幀與第 1379 幀二值化影像相減；(3)第 1380 幀二值化影像之互相關分析結果在區間 $[-100,60]$ 放大圖。	66
圖 5.1.4 案例一-ROI 之灰階影像；(1)至(6)依序為第 100、520、780、1212、1380 以及 1570 幀。	67
圖 5.1.5 案例一-兩幀灰階影像亮度值相減後經處理之影像；(1)至(6)依序為第 100、	

	520、780、1212、1380 與 1570 幀。	67
圖 5.1.6	案例一-灰階影像之互相關分析水平分量速度之結果在區間 $[-100,60]$ 的放大圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)至(6)依序為第 100、520、780、1212、1380 與 1570 幀。	68
圖 5.1.7	案例一-灰階影像之互相關分析估計之水平速度隨時間變化圖(不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值).....	68
圖 5.1.8	案例一-被追蹤的的巨石邊界位置圖；(1)與(2)分別為第 1379 幀與第 1380 幀各自與前一幀影像亮度值相減後經影像處理的影像。	69
圖 5.2.1	案例二-現場影像(第 150 幀)ROI 範圍示意圖	70
圖 5.2.2	案例二-ROI 灰階影像；(1)至(6)依序為第 10、50、162、326、540 以及 1130 幀。	71
圖 5.2.3	案例二-兩幀亮度值相減後經處理之影像；(1)至(6)依序為第 10、50、162、326、540 以及 1130 幀。	71
圖 5.2.4	案例二-第 162 幀二值化影像分析結果圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 162 幀二值化影像(閾值為 215)；(2)為第 162 幀與第 161 幀二值化影像相減；(3)與(4)分別為第 162 幀二值化影像在垂直與水平方向尺寸之互相關分析結果在區間 $[-80,60]$ 放大圖。	72
圖 5.2.5	案例二-灰階影像之互相關分析水平分量速度之結果在區間 $[-80,60]$ 的放大圖；(1)~(6)依序為第 10、50、162、326、540 與 1130 幀。	73
圖 5.2.6	案例二-灰階影像之互相關分析垂直分量速度之結果在區間 $[-80,60]$ 的放大圖；(1)~(6)依序為第 10、50、162、326、540 與 1130 幀。	73
圖 5.2.7	案例二-灰階影像之互相關最大值估計之垂直速度隨時間變化圖(不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值).....	74
圖 5.2.8	案例二-灰階影像之互相關最大值估計之水平速度隨時間變化圖(不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值).....	74
圖 5.2.9	案例二-被追蹤的的邊界位置分布圖；(1)與(3)分別為第 49、48 幀相減以及第 50、49 幀相減；(2)與(4)分別為第 161、160 幀相減以及第 162、161 幀相減。	75
圖 5.3.1	案例三現場影像 ROI 範圍(第 100 幀).....	76

圖 5.3.2 案例三-ROI 灰階影像；(1)至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。	77
圖 5.3.3 案例三-兩幀亮度值相減後經處理之影像；(1)至(6)依序為第 100、900、 1150、1500、2200 與 3200 幀。	77
圖 5.3.4 案例三-由互相關分析水平分量速度之結果在區間 $[-100,100]$ 的放大圖；(1) 至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。	78
圖 5.3.5 案例三-由互相關分析垂直分量速度之結果在區間 $[-60,60]$ 的放大圖；(1) 至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。	78

表目錄



表格 1 多顆粒人造影像顆粒數量、尺寸與速度	42
表格 2 不同速度之顆粒邊界總長與本方法估計的顆粒尺寸	44
表格 3 案例一-被追蹤的的巨石邊界點影像座標	69
表格 4 案例二-第 50 幀到 49 幀被追蹤邊界影像座標	75
表格 5 案例二-第 162 幀到 161 幀被追蹤邊界影像座標	75

第一章 緒論



1.1 研究背景與目的

由於台灣島的地質與氣候特性，充分滿足了土石流發生所需的條件：破碎的地質、陡峭的地形及充足的雨量，每年雨季帶來了豐沛的水資源卻也誘發了土石流。土石流是泥沙、礫石以及巨石等與水之混合物受重力作用沿山坡地往低處流動的自然現象，其沖蝕力與衝擊力常使得沿線建物受損或破壞，每至雨季土石流災害頻頻造成難以估計的損失。

為了降低土石流帶來生命財產損失的風險，水土保持局於土石流潛勢溪流以及其集水區設置土石流觀測系統，於各觀測站設置雨量計、CCD 攝影機、鋼索檢知器、地聲檢知器、超聲波水位計等設備即時追蹤土石流潛勢溪流做為防患未然之用，同時於各觀測站收集流域的水文資料以提供日後預報需求。

近年來隨著數位儲存裝置以及資料傳輸技術的進步與普及，使得透過 CCD 攝影機捕捉溪流動態所需成本隨之降低，其低成本、遠距離觀測、可重複性等性質令將 CCD 攝影機作為監測方式的好處增加，透過 CCD 攝影機觀測溪流不但有助於了解溪流在不同季節的樣貌，同時也透過影像保留了洪峰事件與土石流事件發生時溪流動態變化情形，這些影像不只可以即時追蹤掌握事件的發生亦可提供學者作為相關學術研究的材料。

在現地影像中，土石流前鋒進入拍攝範圍前溪水異常混濁且流量明顯增加，之後土石流前鋒進入拍攝範圍並逐漸覆蓋溪床，過程中能觀察到土石流挾帶滾動的巨石前進。由於土石流前鋒的特性，尺寸較大的岩石多集中在前端，透過這些大石頭的尺寸與速度便能估計土石流的規模，本研究期望由土石流事件的影像以傅立葉轉換與互相關的方法來評估土石流事件的規模提供後續土石流防治工作之參考。

1.2 文獻回顧

偵測影像中運動物體一直是計算機視覺的重要且熱門研究方向之一，至今已有許多方法被提出並廣泛應用在監控系統中，根據原理的不同這些方法大致上可



以分為三個類別，分別是幀差分(Anderson et al., 1985)、背景相減(Wren et al., 1997)以及光流法(Horn & Schunck, 1981; Lucas & Kanade, 1981)。幀差分(Frame Differencing)的概念是分析時間相鄰影像間的差異對運動物體進行偵測，Anderson (1985)使用金字塔轉換分析兩幀影像間的變化(Anderson et al., 1985)，Collins (2000)以三幀差分法改善兩幀差分在偵測物體輪廓的不完整的問題(Collins et al., 2000)。在背景相減法(Background Subtraction)方面，其原理是透過估計背景模型來偵測運動的物體，有許多估計背景模型的方法被提出，如 Wren (1997)建議以一個隨時間遞迴的高斯模型來估計背景；Lo 與 Velastin (2001)建議使用前數幀影像像素的中值作為背景模型(Lo & Velastin, 2001)。在光流法(Optical Flow Method)方面，Gibson (1950)首先提出了光流的概念(Gibson, 1950)，之後 Lucas 與 Kanade (1981)提出的 L-K 光流法(Lucas & Kanade, 1981)，此外 Horn 與 Schunck (1981)也提出了 H-S 光流法(Horn & Schunck, 1981)，上述前人研究的分析對象多為道路或室內監視系統影像，偵測的對象多為行人與車輛等對，較少著墨於土石流事件的分析與應用。

在土石流事件的影像分析相關的研究中，Genevois (2001)透過一場發生在 Acquabona Creek 的土石流事件之影像估計土石流的前鋒速度、表面流速、粒徑分布、剪應力與黏滯度等特性(Genevois et al., 2001)。Yan (2016)使用稠密光流法(Dense Optical Flow)來量測土石流表面流速場(Yan et al., 2016)。Theule (2018)以大尺度質點影像量測法(Large-Scale Particle Image Velocimetry, LSPIV)估計現地土石流的表面流速(Theule et al., 2018)。張守陽等人(2005)經由數位影像處理與機械視覺理論分析，分別針對實驗與現場模擬土石流之發生流動過程分析，以「移動之物體判識」、「土石流波前判識」、「現場溪床之特定物判識」及「土石流與洪水紋理判識」等四種影像處理方法，進行土石流影像監測及土石流特徵值研究(張守陽 et al., 2005)。林國輝(2006)透過影像辨識法估算土石流表面流速，以質點影像量測法(Particle Image Velocimetry, PIV)與時空導數空間法(Spatio Temporal Derivative Space Method, STDSM)演算土石流表面流場(林國輝, 2006)。莊淑欣等人(2007)以影像之形狀、紋理、色彩等特徵，使用 Sobel 之邊緣偵測、灰階共立矩陣萃取紋理特徵及考慮影像亮度及前後時間序列關係，分析無災害及土石流事件影像之特徵，並據以建立土石流事件判釋準則(莊淑欣 et al., 2007)。

在上述土石流影像的研究中，前人多利用 PIV 與 STDSM 在二維空間下偵測

土石流前鋒與估計土石流前鋒的速度，並在影像中嘗試建構土石流的表面流場，然而上述方法對於影像品質要求較高，同時需要透過影像處理中的濾波對影像進行優化，本研究不對現場土石流監視器之影像進行濾波，將二維影像轉換成一維陣列後直接估計出整個被分析區域中最具優勢的速度。



1.3 論文架構

本文架構分為第一章緒論與文獻回顧、第二章研究方法、第三章數值實驗、第四章室內實驗室試驗、第五章現地影像分析與第六章結論。第一章介紹本研究背景以及目的並回顧前人在運動偵測與運動偵測應用在土石流事件分析的研究與發展。第二章研究方法首先說明在本研究中對被分析影像的前處理，透過以簡單的數學模型與假設來描述被分析影像進行後續的分析，分析的方法依序是將空間二維的影像資料轉換成一維陣列，在兩次傅立葉轉換後透過互相關分析得到顆粒的位移。第三章數值實驗透過人造的二值化影像驗證本研究之方法的可行性，並探討影像中顆粒的尺寸、速度以及相對位置對於本方法的影響。第四章室內實驗室試驗將在理想環境下來驗證本方法應用在真實世界的影像可行性以及誤差來源。第五章現地影像分析將以現地土石流監視影像作為分析對象，嘗試透過本方法分析土石流事件的速度與尺寸，探討在現地情況下本方法的結果、限制與誤差來源。第六章結論回顧全篇研究之內容並總結。

第二章 研究方法



在本章中將說明分析土石流事件影像使用的影像處理方法，依序為選取 ROI、影像灰階化、兩幀相減、一維陣列轉換、兩次傅立葉轉換以及互相關。

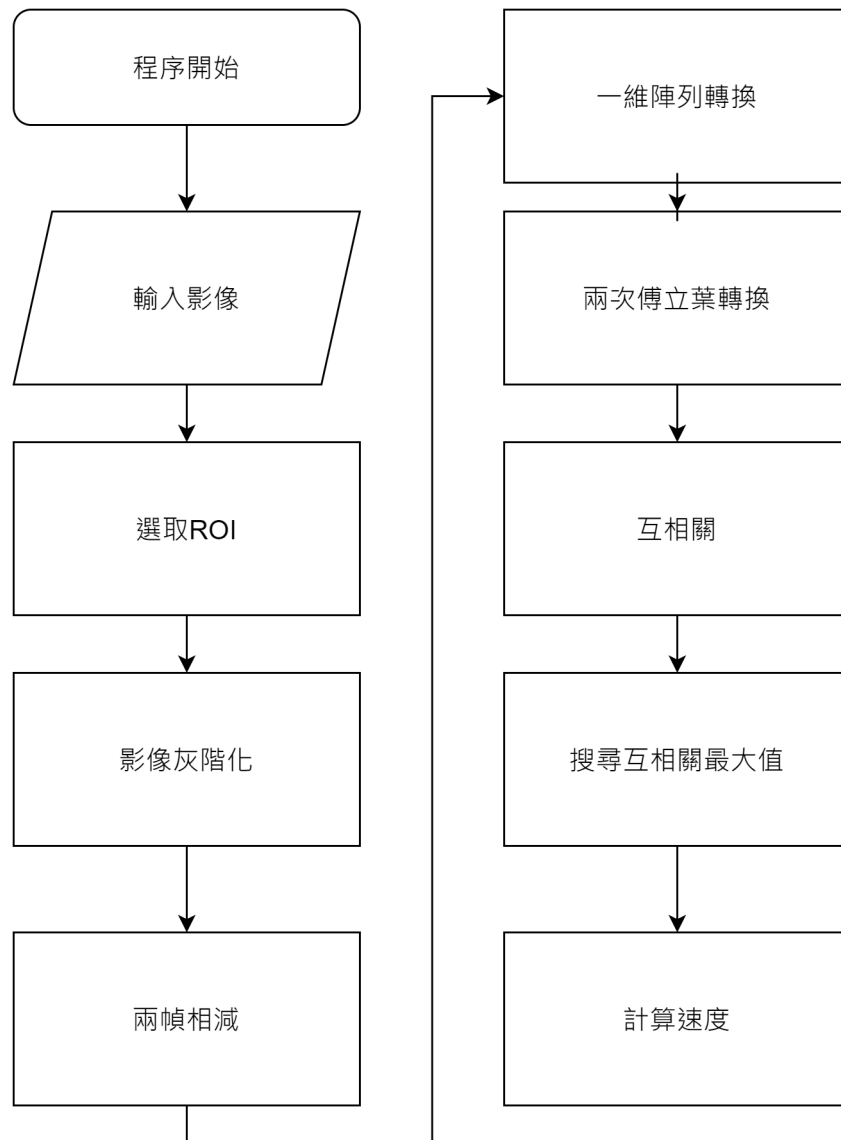


圖 1.3.1 研究方法流程圖

2.1 影像前處理

在土石流事件發生時，影像中包含了土石流本身以及背景，為了瞭解影像中土石流的運動情況，必須先透過影像前處理來將影像中移動中的土石流與背景分離以利後續分析進行。



2.1.1 選取 ROI

在影像中通常不只包含欲分析的對象，同時也會有不感興趣的部分，這些不必要的區域會影響分析結果，透過選取影像中感興趣的區域(Region of Interest, ROI)使得分析更有效率與意義。在本方法中只要影像中的花草樹木發生位移便會對分析結果造成影響，此外現場拍攝環境的限制常使得影像中存在物體遠近不同的影像深度問題。為了避免上述可能的誤差來源，選取 ROI 時盡量選取在河道中，ROI 的形狀未必要是矩形並避免 ROI 涵蓋範圍過大，避免包含過多不必要的區域且避免影像深度不同造成的影響。

2.1.2 影像灰階化

當土石流事件出現在現地影像中時，能夠觀察到土石流前鋒伴隨著泥沙、礫石以及水花向河道下游移動，其顏色並無特定而是由拍攝當下的天候以及構成土石流的料源決定，而能察覺到事件發生是因為土石流改變了河道區域的影像結構，也就是影像的亮度(Intensity) 分布發生改變，故使用影像灰階化保留影像亮度能夠減少運算負擔。本研究參考國際電信聯盟(International Telecommunication Union, ITU) 所訂定的影像灰階化公式，如式(2.1)

$$I(x, y) = 0.299 \times R(x, y) + 0.578 \times G(x, y) + 0.144 \times B(x, y) \quad (2.1)$$

其中 x 與 y 為影像的座標， I 為灰階化後影像的亮度值， R 、 G 、 B 分別為影像在紅、綠以及藍色通道的亮度值。

2.1.3 影像相減

假設當影像中有物體在運動，透過將時間相鄰的兩幀影像的亮度值相減可以將靜止不動的背景去除並萃取運動中的物體，然而考慮到實際背景可能受到光線、天候等因素產生微小的亮度改變，透過定義一個門檻值 T 決定兩幀影像的像素亮度值是否在兩幀之間是真正有差異的，當兩幀影像像素的亮度值差異不超過門檻值 T 則令兩幀影像在該像素的差異為零，將兩幀影像亮度值相減的影像記為 $D(x, y, i)$ ，如式(2.2)與(2.3)。

$$D(x, y, i) = I(x, y, i) - I(x, y, i-1) \quad (2.2)$$

$$D(x, y, i) = \begin{cases} D(x, y, i) & , D(x, y, i) \geq T \\ 0 & , D(x, y, i) < T \end{cases} \quad (2.3)$$

其中 $I(x, y, i)$ 為第 i 幀影像，由於在土石流預警系統中需要即時的運算，故在影像相減運算的標記中使用當前影像 $I(x, y, i)$ 減去前一幀影像 $I(x, y, i-1)$ 。



2.2 單顆粒影像分析

為了分析影像中顆粒的運動情形，假設一幅包含單顆粒的二值化影像進行分析，影像中白色顆粒的亮度值為 1，黑色背景的亮度值為 0，假設影像中背景是完全靜止僅顆粒發生運動。

2.2.1 基本理論

假設當時間 t 時有一幅 $M \text{ pixels} \times N \text{ pixels}$ 的二值化影像 $I(x, y, t)$ ，影像中僅存在單一任意形狀顆粒，令顆粒邊界 ∂S 為一閉曲線， ∂S 形狀保持不變僅有位置改變，顆粒在 x 方向與 y 方向的最大長度分別為 L_x 與 L_y 個像素，顆粒內第 n 列的寬度為 L_n 個像素，該顆粒之亮度值為 1，背景亮度值為 0，如圖 2.2.1 所示，由於矩陣中第一個元素在矩陣左上角位置，故令影像座標的原點在左上角， x 軸正方向為水平向右， y 軸正方向為垂直向下，在時間 t 時二值化影像 $I(x, y, t)$ 可以表示為式 (2.4)

$$I(x, y, t) = \begin{cases} 1 & , \text{inside } \partial S \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.4)$$

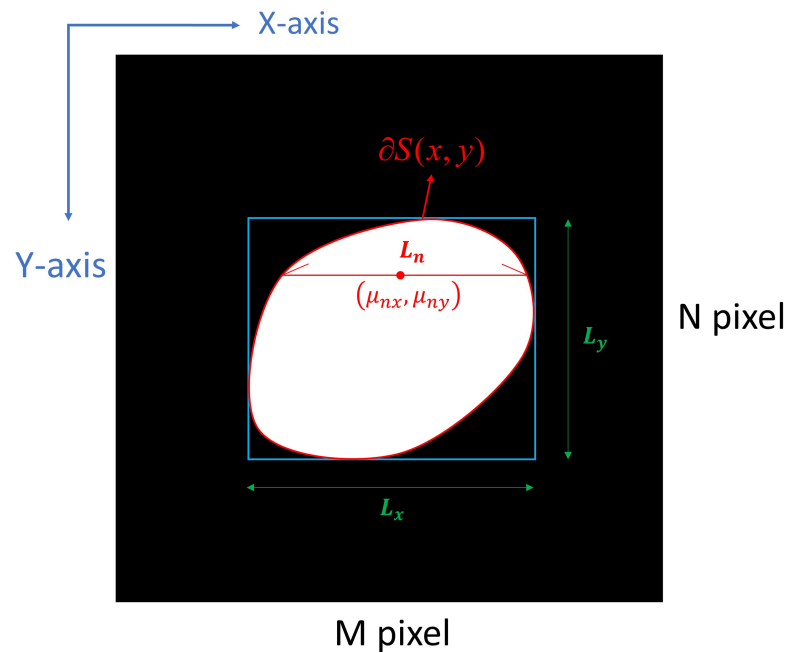


圖 2.2.1 單一顆粒之二值化影像示意圖

2.2.2 一維陣列轉換

在數位影像中，灰階影像一般以二維矩陣的方式被儲存在裝置中，矩陣中每個位置的稱作像素，像素的數值代表灰階影像的亮度值，為了快速萃取影像中的顆粒，本研究嘗試將二維影像矩陣 $I(x, y, t)$ 轉換為一維陣列 $f(x, t)$ 。

轉換的方式為將二維矩陣重新排列成一維陣列，根據數據讀取方向的不同可分為沿 x 軸方向的水平取出與沿 y 軸方向的垂直取出。今以水平取出為例，將 $I(x, y, t)$ 之數據沿影像座標系 x 軸方向逐列(row)取出後，依照取出的順序將每列前後頭尾相接排序成一維陣列，令得到的一維陣列記為 $f_x(x, t)$ ，其排列方式如下

$$f_x(x, t) = \{ I(\Delta x, \Delta y, t), I(2\Delta x, \Delta y, t), \dots, I(M\Delta x, \Delta y, t), \\ I(\Delta x, 2\Delta y, t), I(2\Delta x, 2\Delta y, t), \dots, I(M\Delta x, 2\Delta y, t), \\ \vdots \\ I(\Delta x, N\Delta y, t), I(2\Delta x, N\Delta y, t), \dots, I(M\Delta x, N\Delta y, t) \}$$

其中下標 x 代表沿 x 軸方向對影像進行一維陣列轉換； $I(\Delta x, \Delta y, t)$ 為影像中第一行第一列之像素的亮度值； Δx 與 Δy 分別為每單位像素在水平與垂直方向的長度，圖 2.2.2 為沿水平方向之一維陣列轉換示意圖。若改沿 y 軸方向垂直取出，則排列方式為



$$f_y(x,t) = \left\{ I(\Delta x, \Delta y, t), I(\Delta x, 2\Delta y, t), \dots, I(\Delta x, M\Delta y, t), \right. \\ \left. I(2\Delta x, \Delta y, t), I(2\Delta x, 2\Delta y, t), \dots, I(2\Delta x, M\Delta y, t), \right. \\ \vdots \\ \left. I(N\Delta x, \Delta y, t), I(N\Delta x, 2\Delta y, t), \dots, I(N\Delta x, M\Delta y, t) \right\}$$

沿水平與垂直方向之一維陣列與二維矩陣之關係，分別可由式(2.5)與式(2.6)來描述

$$I(c\Delta x, r\Delta y, t) = f_x(\Delta x(c+(r-1)\times M), t) \quad (2.5)$$

$$I(c\Delta x, r\Delta y, t) = f_y(\Delta y((c-1)\times N+r), t) \quad (2.6)$$

其中下標 x 與 y 分別代表沿 x 軸與 y 軸方向對影像進行一維陣列轉換； $I(c\Delta x, r\Delta y, t)$

影像矩陣中第 c 行第 r 列的亮度值，當影像的比例尺無法確定時，分別令 Δx 為 $\frac{1}{M}$ 、

Δy 為 $\frac{1}{N}$ ，以解析度 720p 的攝影機拍攝的 16:9 的影像為例，由攝影機得到的影像

解析度為 1280 pixels × 720 pixels 時，則 Δx 與 Δy 分別為 $\frac{1}{1280}$ 與 $\frac{1}{720}$ 。

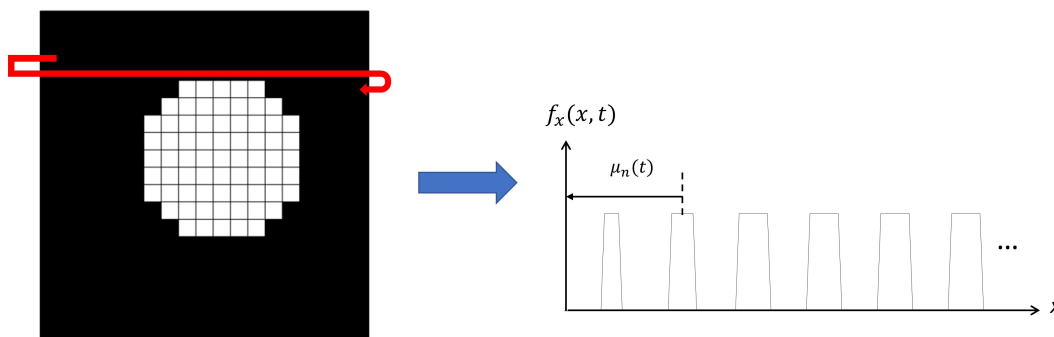


圖 2.2.2 沿水平方向之一維陣列轉換示意圖

將假設的二值化影像從原本的二維矩陣 $I(x, y, t)$ 沿水平方向轉換成一維陣列 $f_x(x, t)$ ， $f_x(x, t)$ 為許多個不同寬度、不同中心的矩形函數 (Rectangular Function) 的求和，其表示為式(2.7)

$$f_x(x, t) = \sum_{n=1}^{L_y} u\left(x - \Delta x\left(\mu_n(t) + \frac{L_n}{2}\right)\right) - u\left(x - \Delta x\left(\mu_n(t) - \frac{L_n}{2}\right)\right) \quad (2.7)$$

$$\mu_n(t) = \mu_{nx}(t) + (\mu_{ny}(t) - 1) \times M \quad (2.8)$$

其中變數 x 為一維陣列中的空間變數，與原影像中的變數 x 不同； L_y 為顆粒在垂直方向的最大長度； $u(x)$ 為單位步階函數(Unit step function)； Δx 為單位像素水平方向長度； $\mu_n(t)$ 為一維陣列中顆粒內第 n 個矩形函數的中心距離座標原點的距離， $\mu_{ny}(t)$ 與 $\mu_{nx}(t)$ 分別為在顆粒內第 n 個矩形函數中心在二維影像矩陣中的座標； L_n 為顆粒內第 n 個矩形函數之寬度。

若選擇垂直方向進行一維陣列的轉換時 $f_x(x,t)$ 的表示式則為

$$f_x(x,t) = \sum_{n=1}^{L_x} u\left(x - \Delta y\left(\mu_n(t) + \frac{L_n}{2}\right)\right) - u\left(x - \Delta y\left(\mu_n(t) - \frac{L_n}{2}\right)\right) \quad (2.9)$$

$$\mu_n(t) = (\mu_{nx}(t) - 1) \times N + \mu_{ny}(t) \quad (2.10)$$

其中 L_x 為顆粒在水平方向的最大長度； Δy 為單位像素垂直方向長度。



2.2.3 頻譜分析

由式(2.5)與可以觀察到二維影像在同行不同列的位置在一維陣列中相距 M 個像素，因此顆粒的尺寸 L_n 與位置 $\mu_n(t)$ 的資訊在 $f_x(x, t)$ 的將重複的以空間週期 M 出現，故本研究引入傅立葉轉換作為空間頻率分析的工具。本研究在分析過程中使用的傅立葉轉換偶為

$$\hat{f}(k, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) e^{-j2\pi kx} dx \quad (2.11)$$

$$f(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(k, t) e^{j2\pi kx} dk. \quad (2.12)$$

其中變數 x 、 k 、 t 分別為空間、空間頻率以及時間變數。

將式(2.7)代入式(2.11)，對 $f_x(x, t)$ 的空間變數 x 做傅立葉轉換

$$\begin{aligned} \hat{f}_x(k, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x, t) e^{-j2\pi kx} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{L_y} u\left(x - \Delta x \left(\mu_n(t) + \frac{L_n}{2}\right)\right) - u\left(x - \Delta x \left(\mu_n(t) - \frac{L_n}{2}\right)\right) e^{-j2\pi kx} dx \\ &= \sum_{n=1}^{L_y} e^{-j2\pi k \Delta x \mu_n(t)} \frac{\sin(\Delta x \pi L_n k)}{\pi k}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

由式(2.13)得到影像一維陣列 $f_x(x, t)$ 的頻率域表示式 $\hat{f}_x(k, t)$ ，所求之顆粒的尺寸 L_n 與位置 $\mu_n(t)$ 分別存在於 $\sin(\Delta x \pi L_n k)$ 以及 $e^{-j2\pi k \Delta x \mu_n(t)}$ 中，為了取得顆粒的尺寸 L_n 與位置 $\mu_n(t)$ 的資訊，令 $\hat{f}_x(k, t)$ 乘以 $2jk\pi$ 後代入式(2.11)對變數 k 再做一次傅立葉轉換記為 $\hat{\hat{f}}_x(x, t)$ ，

$$\begin{aligned} \hat{\hat{f}}_x(x, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} 2jk\pi \times \hat{f}_x(k, t) e^{-j2\pi kx} dk \\ &= 2j \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{L_y} e^{-j2\pi k \Delta x \mu_n(t)} \sin(\pi \Delta x L_n k) e^{-j2\pi kx} dk \\ &= \sum_{n=1}^{L_y} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi k \Delta x (-x - \mu_n(t) + \frac{L_n}{2})} - e^{-j2\pi k \Delta x (x + \mu_n(t) + \frac{L_n}{2})} dk. \end{aligned} \quad (2.14)$$

由傅立葉級數的概念可知，式(2.14)僅在 $x = \Delta x \left(-\mu_n + \frac{L_n}{2}\right)$ 與 $x = \Delta x \left(-\mu_n - \frac{L_n}{2}\right)$ 有

值，故將 $\hat{\hat{f}}_x(x, t)$ 表示為



$$\hat{f}_x(x,t) = \sum_{n=1}^{L_y} \delta(-x - \Delta x \left(\mu_n(t) - \frac{L_n}{2} \right)) - \delta(-x - \Delta x \left(\mu_n(t) + \frac{L_n}{2} \right)).$$

因 $\delta(x) = \delta(-x)$ ，故

$$\hat{f}_x(x,t) = \sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + \Delta x \left(\mu_n(t) - \frac{L_n}{2} \right)) - \delta(x + \Delta x \left(\mu_n(t) + \frac{L_n}{2} \right)) \quad (2.15)$$

其中 x 為變數 k 對應的頻率變數； $\delta(x)$ 為狄拉克脈衝函數(delta impulse function)； $\Delta x \mu_n(t)$ 為顆粒內第 n 個矩形函數的中心距離座標原點的距離； $\Delta x L_n$ 為顆粒內第 n 個矩形函數之寬度。

由式(2.15)可知顆粒邊界被表示成脈衝函數的形式，然而所求之顆粒的尺寸 L_n 與位置 $\mu_n(t)$ 的資訊存在於脈衝函數 $\delta(x)$ 的位置依然難以萃取，僅能夠知道經過一段時間 Δt 後，顆粒邊界由於顆粒本身的速度移動到新的位置，此時在前後兩個時間的顆粒邊界之間具有最高相關性，因此後續將透過互相關(Cross-Correlation)對顆粒邊界的位移進行分析。

2.2.4 互相關分析

影像中包含著運動中的顆粒以及靜止的背景，由於靜止的背景通常佔了影像大部分的面積，為了去除背景對互相關分析的影響，將時間相鄰的兩幀影像做亮度值相減以消去背景並得到顆粒在兩幀之間的位置變化。

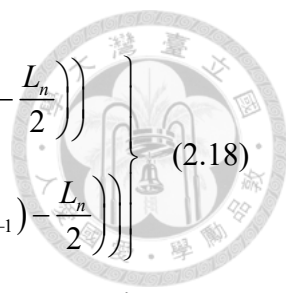
令時間 t_i 、 t_{i-1} 與 t_{i-2} 的二值化影像分別記為 $I(x,y,t_i)$ 、 $I(x,y,t_{i-1})$ 與 $I(x,y,t_{i-2})$ ，將時間相鄰的兩幀影像代入式(2.2)後得到 $D(x,y,t_i)$ 與 $D(x,y,t_{i-1})$ ，其中

$$D(x,y,t_i) = I(x,y,t_i) - I(x,y,t_{i-1}) \quad (2.16)$$

$$D(x,y,t_{i-1}) = I(x,y,t_{i-1}) - I(x,y,t_{i-2}) \quad (2.17)$$

其中 t_{i-1} 為 $t_i - \Delta t$ ， t_i 為當前時間； Δt 為兩幀影像間的時間差。

將 $D(x,y,t_i)$ 代入式(2.5)與式(2.11)，將沿水平方向的一維陣列轉換記為 $D_x(x,t_i)$ 以及 $D_x(x,t_i)$ 的兩次傅立葉轉換記為 $\hat{D}_x(x,t_i)$ ，其中



$$D_x(x, t_i) = \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{array}{l} u\left(x - \Delta x \left(\mu_n(t_i) + \frac{L_n}{2} \right)\right) - u\left(x - \Delta x \left(\mu_n(t_i) - \frac{L_n}{2} \right)\right) \\ -u\left(x - \Delta x \left(\mu_n(t_{i-1}) + \frac{L_n}{2} \right)\right) + u\left(x - \Delta x \left(\mu_n(t_{i-1}) - \frac{L_n}{2} \right)\right) \end{array} \right\} \quad (2.18)$$

$$\hat{D}_x(x, t_i) = \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{array}{l} \delta\left(x + \Delta x \left(\mu_n(t_i) - \frac{L_n}{2} \right)\right) - \delta\left(x + \Delta x \left(\mu_n(t_i) + \frac{L_n}{2} \right)\right) \\ -\delta\left(x + \Delta x \left(\mu_n(t_{i-1}) - \frac{L_n}{2} \right)\right) + \delta\left(x + \Delta x \left(\mu_n(t_{i-1}) + \frac{L_n}{2} \right)\right) \end{array} \right\} \quad (2.19)$$

其中下標 x 代表沿水平方向做一維陣列轉換； L_y 為顆粒在垂直方向的最大長度； $u(x)$ 為單位步階函數(Unit step function)； Δx 為單位像素水平方向長度； $\mu_n(t)$ 為一維陣列中顆粒內第 n 個矩形函數的中心距離座標原點的距離； L_n 為顆粒內第 n 個矩形函數之寬度。

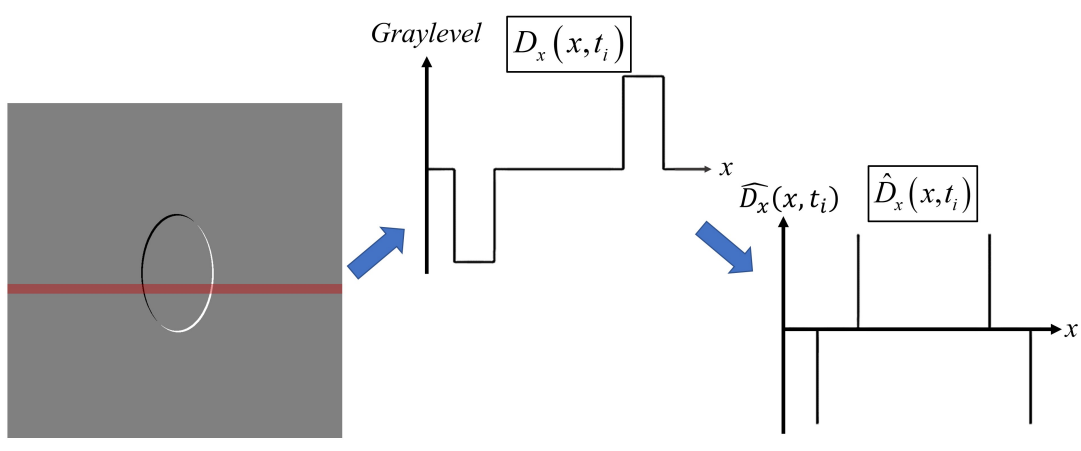


圖 2.2.3 時間相鄰兩幀相減影像 $D(x, y, t_i)$ 、一維陣列轉換 $D_x(x, t_i)$ 與兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 示意圖

若兩幀影像間的時間差 Δt 極小時，假設顆粒的邊界都以相同的速度移動，且將顆粒在極短時間 Δt 的運動近似成等速度運動，因此式(2.19)中的 $\dot{\mu}_n(t_i)$ 由於顆粒的邊界以相同速度移動的假設被化簡為 $\dot{\mu}(t_i)$ ，而將顆粒的速度近似成等速度運動使 $\mu_n(t_{i-1}) = \mu_n(t_i) - \dot{\mu}(t_i)\Delta t$ ，故可以將式(2.19)的 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 表示為

$$\hat{D}_x(x, t_i) = \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{array}{l} \delta\left(x + \Delta x\left(\mu_n(t_i) - \frac{L_n}{2}\right)\right) - \delta\left(x + \Delta x\left(\mu_n(t_i) + \frac{L_n}{2}\right)\right) \\ -\delta\left(x + \Delta x\left(\mu_n(t_i) - \dot{\mu}(t_i)\Delta t - \frac{L_n}{2}\right)\right) + \delta\left(x + \Delta x\left(\mu_n(t_i) - \dot{\mu}(t_i)\Delta t + \frac{L_n}{2}\right)\right) \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

為了簡化表達將式(2.20)表示為

$$\hat{D}_x(x, t_i) = \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{array}{l} \delta(x + B_{down}(t_i, n)) - \delta(x + B_{up}(t_i, n)) \\ -\delta(x + B_{down}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) + \delta(x + B_{up}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

其中

$$B_{down}(t_i, n) = \Delta x \left(\mu_n(t_i) - \frac{L_n}{2} \right) \quad (2.22)$$

$$B_{up}(t_i, n) = \Delta x \left(\mu_n(t_i) + \frac{L_n}{2} \right) \quad (2.23)$$

$$\Delta B(t_i) = \dot{\mu}(t_i) \Delta t \Delta x \quad (2.24)$$

$B_{down}(t_i, n)$ 與 $B_{up}(t_i, n)$ 分別為當時間 t_i 時顆粒的第 n 個矩形函數的左邊界與右邊界的位置； $\Delta B(t_i)$ 為顆粒邊界在時間差 Δt 內產生的位移。由時間 t_{i-1} 與 t_{i-2} 的兩幅影像亮度值相減影像的沿水平方向轉換一維陣列之兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 則如式 (2.25)

$$\hat{D}_x(x, t_{i-1}) = \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{array}{l} \delta(x + B_{down}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) - \delta(x + B_{up}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) \\ -\delta(x + B_{down}(t_i, n) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(x + B_{up}(t_i, n) - 2\Delta B(t_i)) \end{array} \right\} \quad (2.25)$$

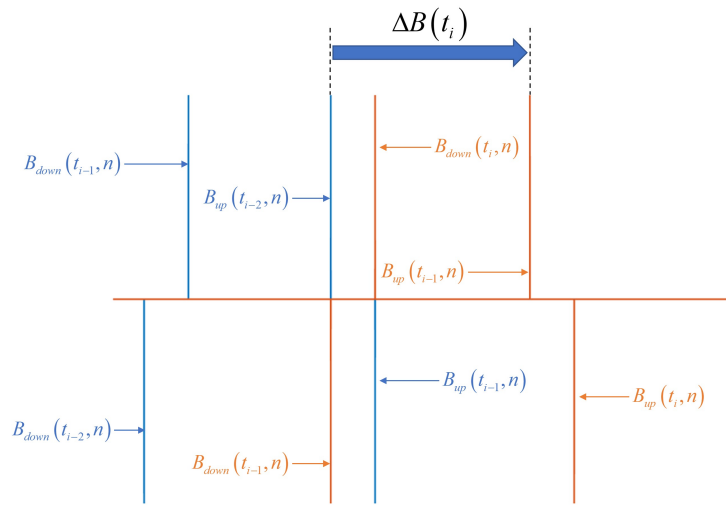


圖 2.2.4 兩幀相減影像的一維陣列的兩次傅立葉轉換示意圖； $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 分別以橘色與藍色表示。

如圖 2.2.4 所示，同時比較式(2.21)與式(2.25)可以發現顆粒邊界上的脈衝函數因為顆粒的運動移動了 $\Delta B(t_i)$ ，為了得到顆粒邊界的位移 $\Delta B(t_i)$ ，利用脈衝函數 $\delta(x)$ 僅在一個點有定義的特性，將 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 代入式(2.26)對變數 x 做互相關運算並記做 $C_x(x, t_i)$ 。本研究使用的互相關公式如式(2.26)所示

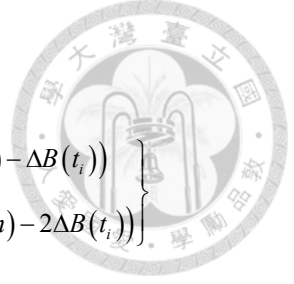
$$C(x, t) = f(x, t) \otimes g(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(s, t)} g(s + x, t) ds \quad (2.26)$$

其中 \otimes 運算子為互相關運算子。

其中 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 的第一項 $\sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{down}(t_i, n))$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 的互相關為

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{down}(t_i, n)) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{L_y} \delta(s + B_{down}(t_i, n)) \times \sum_{m=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} & \delta(s + x + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(s + x + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ & - \delta(s + x + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(s + x + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{L_y} \sum_{n=1}^{L_y} \delta(s + B_{down}(t_i, n)) \times \left\{ \begin{aligned} & \delta(s + x + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(s + x + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ & - \delta(s + x + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(s + x + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} ds \end{aligned}$$

由 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - a) f(x) dx = f(a)$ ，上式可得如下



$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{down}(t_i, n)) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\ &= \sum_{m=1}^{L_y} \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} & \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ & - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

同理， $\hat{D}_x(x, t_i)$ 的第二項 $-\sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{up}(t_i, n))$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 的互相關為

$$\begin{aligned} & -\sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{up}(t_i, n)) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\ &= -\sum_{m=1}^{L_y} \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} & \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ & - \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

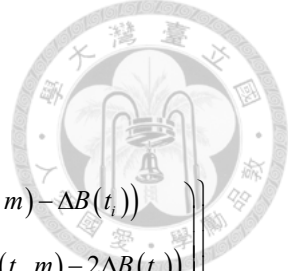
$\hat{D}_x(x, t_i)$ 的第三項 $-\sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{down}(t_i, n) - \Delta B(t_i))$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 的互相關為

$$\begin{aligned} & -\sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{down}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\ &= -\sum_{m=1}^{L_y} \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} & \delta(x - B_{down}(t_i, n) + \Delta B(t_i) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + \Delta B(t_i) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ & - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + \Delta B(t_i) + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{down}(t_i, n) + \Delta B(t_i) + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} \\ &= -\sum_{m=1}^{L_y} \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} & \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m)) - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m)) \\ & - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$\hat{D}_x(x, t_i)$ 的第四項 $\sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{up}(t_i, n) - \Delta B(t_i))$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 的互相關為

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{L_y} \delta(x + B_{up}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\ &= \sum_{m=1}^{L_y} \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} & \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m)) - \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m)) \\ & - \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

將上述合併後可得 $C_x(x, t_i)$ ，如式(2.27)



$$\begin{aligned}
C_x(x, t_i) &= \hat{D}_x(x, t_i) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\hat{D}_x(s, t_i)} \hat{D}_x(s+x, t_{i-1}) ds \\
&= \sum_{n=1}^{L_y} \sum_{m=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} &\left(\begin{aligned} &\delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ &-\delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right) \\ &- \left(\begin{aligned} &\delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) - \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \\ &-\delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right) \\ &- \left(\begin{aligned} &\delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m)) - \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m)) \\ &-\delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \end{aligned} \right) \\ &+ \left(\begin{aligned} &\delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m)) - \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m)) \\ &-\delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{up}(t_i, m) - \Delta B(t_i)) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

其中當 $m=n$ 代表兩個時間的顆粒邊界在互相關運算中完全重疊，此時 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 的相關性最高，故 $C_x(x, t_i)$ 有最大值 $C_x(x, t_i)_{m=n}$ ，

$$C_x(x, t_i)_{n=m} = \sum_{n=1}^{L_y} \left\{ \begin{aligned} &4\delta(x - \Delta B(t_i)) - 2\delta(x) - 2\delta(x - 2\Delta B(t_i)) \\ &-2\delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, n) - 2\Delta B(t_i)) \\ &-2\delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, n) - \Delta B(t_i)) + \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, n) - 2\Delta B(t_i)) \\ &+ \delta(x - B_{down}(t_i, n) + B_{up}(t_i, n)) + \delta(x - B_{up}(t_i, n) + B_{down}(t_i, n)) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

在互相關 $C_x(x, t_i)$ 中每個點的值都是由 $\hat{D}_x(s, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(s+x, t_{i-1})$ 的乘積在整個定義域對變數 s 的積分。如圖 2.2.4 所示，當 $x=0$ ， $\hat{D}_x(s, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(s, t_{i-1})$ 分別有 $\delta(s - B_{down}(t_i, n))$ 與 $-\delta(s - B_{up}(t_{i-1}, n))$ 以及 $-\delta(s - B_{down}(t_{i-1}, n))$ 與 $\delta(s - B_{up}(t_{i-2}, n))$ 共 4 個脈衝函數分別在兩個點重合，故在式(2.28)中 $\delta(x)$ 的係數絕對值為 2；當 x 恰為顆粒位移量 $\Delta B(t_i)$ 時， $\hat{D}_x(s, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(s, t_{i-1})$ 所有邊界上共八個脈衝函數分別在四個點重疊，因此式(2.28)中 $\delta(x - \Delta B(t_i))$ 的係數絕對值為 4。由於脈衝函數 $\delta(x)$ 僅在一個點有定義的性質，沒有任何邊界重合時 $C_x(x, t_i)$ 的值將為 0，故 $C_x(x, t_i)$ 中每項係數絕對值的代表顆粒邊界重合的數量，正負號代表邊界的正負相關，當顆粒邊界在兩幀中位置完全重合時為最大正相關，因此搜尋互相關的最大正值來估



計顆粒邊界在 Δt 內的位移。

由式(2.28)可知互相關最大值 $C_x(x_{\max}, t_i)$ 為 $\sum_{n=1}^{L_y} 4\delta(x - \Delta B(t_i))$ ，互相關最大值發生在 $x_{\max}(t_i) = \Delta B(t_i)$ ，由式(2.24)可知 $\Delta B(t_i) = \dot{\mu}(t_i) \Delta x \Delta t$ ，且 $C_x(x_{\max}, t_i)$ 的值為四倍的 L_y ，由互相關最大值 $C_x(x_{\max}, t_i)$ 可得到顆粒在 y 方向的最大長度 L_y ，如式(2.29)所示

$$L_y = \frac{C_x(x_{\max}, t_i)}{4} \quad (2.29)$$

顆粒邊界的速度 $\dot{\mu}(t_i)$ 為

$$\dot{\mu}(t_i) = \frac{\Delta B(t_i)}{\Delta x \Delta t} = \frac{x_{\max}(t_i)}{\Delta x \Delta t} \quad (2.30)$$

將式(2.8)代入式(2.30)

$$\frac{x_{\max}(t_i)}{\Delta x \Delta t} = \dot{\mu}(t_i) = \dot{\mu}_x(t_i) + \dot{\mu}_y(t_i) \times M \quad (2.31)$$

其中 M 為被分析的二值化影像在水平方向的尺寸，由解析度 720p 的攝影機為例，由此攝影機得到的影像解析度為 $1280 \text{ pixel} \times 720 \text{ pixel}$ ，此時 M 為個 1280 像素。

若選擇以垂直方向對影像進行一維陣列轉換時，會有類似的結論

$$L_x = \frac{C_y(y_{\max}, t_i)}{4} \quad (2.32)$$

$$\frac{y_{\max}(t_i)}{\Delta y \Delta t} = \dot{\mu}(t_i) = \dot{\mu}_x(t_i) \times N + \dot{\mu}_y(t_i) \quad (2.33)$$

其中 y_{\max} 為以垂直方向做影像的一維陣列的互相關最大值發生位置； Δy 為單位像素的垂直長度； L_x 為顆粒在水平方向最大長度。由式(2.31)與式(2.33)可得一組二元一次聯立方程式組，求解此方程組便可求得顆粒的水平速度 $\dot{\mu}_x(t_i)$ 與垂直速度 $\dot{\mu}_y(t_i)$ 。

由以上討論可知若選擇沿 x 軸方向做一維陣列的轉換能夠分析顆粒在 y 軸方向的最大長度與速度；選擇沿 y 軸方向做一維陣列的轉換能夠分析顆粒在 x 軸方向的最大長度與速度，即此方法能夠分析與一維陣列轉換的方向垂直之最大長度與分量速度。



2.3 多顆粒影像分析

今假設在時間 t 時二值化影像 $I(x, y, t)$ 中存在數個任意尺寸與位置顆粒，顆粒有可能部分被其他顆粒遮蔽，如圖 2.3.1 所示，令顆粒 l 在影像 $I(x, y, t)$ 中能被觀察到的邊界為 ∂S_l ， ∂S_l 為影像 $I(x, y, t)$ 中所有能被觀察到的顆粒邊界 ∂S_l 的總和，將 $I(x, y, t)$ 與 ∂S_l 表示為式(2.34)與式(2.35)，

$$\partial S(x, y, t) = \partial S_1 + \partial S_2 + \partial S_3 + \dots = \sum_{l=1} \partial S_l(x, y, t) \quad (2.34)$$

$$I(x, y, t) = \begin{cases} 1 & , \text{inside } \partial S \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.35)$$

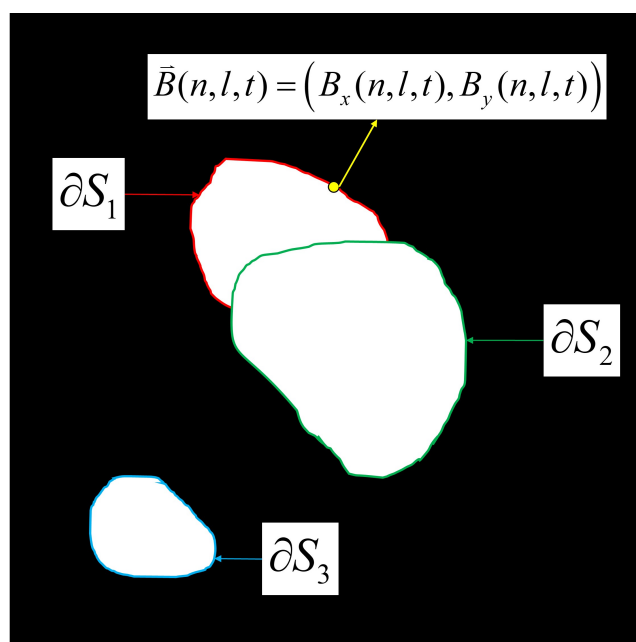


圖 2.3.1 多顆粒二值化影像示意圖； ∂S_1 、 ∂S_2 與 ∂S_3 分別由紅、綠與藍線表示。

今將影像 $I(x, y, t)$ 代入式(2.5)沿水平方向作一維陣列轉換，影像 $I(x, y, t)$ 的一維陣列 $f_x(x, t)$ 如式(2.36)

$$f_x(x, t) = \sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} u(x - B(n, l, t)) \quad (2.36)$$

$$B(n, l, t) = B_x(n, l, t) + M \times (B_y(n, l, t) - 1) \quad (2.37)$$

其中 l 代表顆粒的編號； n 代表的是顆粒邊界； $B(n, l, t)$ 為當時間 t 時顆粒 l 能被觀



察到的邊界 ∂S_l 上的第 n 個點在一維陣列中的座標； $B_x(n, l, t)$ 與 $B_y(n, l, t)$ 為當時間 t 時顆粒 l 能被觀察到的邊界 ∂S_l 上的第 n 個點在影像中的座標； $L_{y,l}$ 為顆粒 l 在垂直方向的最大長度。

如前述單顆粒影像互相關分析流程與假設，若兩幀影像間的時間差 Δt 極小時，假設同一顆粒的邊界都以相同的速度移動，且將顆粒在極短時間 Δt 的運動近似於等速度運動。由三個時間 t_i 、 t_{i-1} 與 t_{i-2} 的影像 $I(x, y, t_i)$ ，將相鄰的兩幀影像代入式(2.2)相減後記做 $D(x, y, t_i)$ ，其中

$$D(x, y, t_i) = I(x, y, t_i) - I(x, y, t_{i-1})$$

將 $D(x, y, t_i)$ 代入式(2.5)沿水平方向轉換成一維陣列後記做 $D_x(x, t_i)$ ，對變數 x 做兩次傅立葉轉換後記做 $\hat{D}_x(x, t_i)$ ， $D_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 如式(2.38)與式(2.39)，

$$D_x(x, t_i) = \sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} u(x - B(n, l, t_i)) - u(x - [B(n, l, t_i) - \Delta B(l, t_i)]) \quad (2.38)$$

$$\hat{D}_x(x, t_i) = \sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} \delta(x + B(n, l, t_i)) - \delta(x + [B(n, l, t_i) - \Delta B(l, t_i)]) \quad (2.39)$$

$$\hat{D}_x(x, t_{i-1}) = \sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} \delta(x + [B(n, l, t_i) - \Delta B(l, t_i)]) - \delta(x + [B(n, l, t_i) - 2\Delta B(l, t_i)]) \quad (2.40)$$

$$\Delta B(l, t_i) = [\dot{\mu}_x(l, t_i) + \dot{\mu}_y(l, t_i) \times M] \Delta t \Delta x \quad (2.41)$$

其中下標 x 代表沿水平方向將影像轉換成一維陣列； $\Delta B(l, t_i)$ 為顆粒 l 能被觀察到的邊界 S_l 在時間 t_{i-1} 到 t_i 之間的位移； $\dot{\mu}_x(l, t_i)$ 與 $\dot{\mu}_y(l, t_i)$ 分別為顆粒 l 在水平與垂直分量的速度； Δx 為影像 $I(x, y, t)$ 每單位像素的水平方向長度； Δt 為兩幀影像之間的時間差。

將 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 代入式(2.26)對變數 x 做互相關運算，



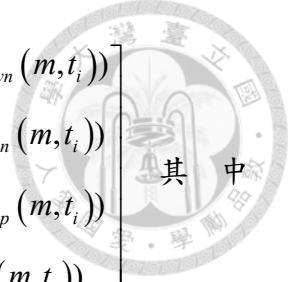
$$\begin{aligned}
C_x(x, t_i) &= \hat{D}_x(x, t_i) \otimes \hat{D}_x(x, t_{i-1}) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\hat{D}_x(s, t_i)} \hat{D}_x(s+x, t_{i-1}) ds \\
&= \sum_p \sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} \sum_{m=1}^{L_{y,p}} \left[\begin{aligned} &\delta(x - B(n, l, t_i) + B(m, p, t_i) - \Delta B(p, t_i)) \\ &-\delta(x - B(n, l, t_i) + \Delta B(l, t_i) + B(m, p, t_i) - \Delta B(p, t_i)) \\ &-\delta(x - B(n, l, t_i) + B(m, p, t_i) - 2\Delta B(p, t_i)) \\ &+\delta(x - B(n, l, t_i) + \Delta B(l, t_i) + B(m, p, t_i) - 2\Delta B(p, t_i)) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{2.42}$$

其中 l 與 n 分別代表的是時間 t_i 的顆粒與顆粒邊界； p 與 m 分別代表的是時間 t_{i-1} 的顆粒與顆粒邊界。

若影像中僅有一顆粒時，式(2.42)可化簡為

$$\begin{aligned}
C_x(x, t_i) &= \sum_{p=1}^1 \sum_{l=1}^1 \sum_{n=1}^{L_{y,l}} \sum_{m=1}^{L_{y,p}} \left[\begin{aligned} &\delta(x - B(n, l, t_i) + B(m, p, t_i) - \Delta B(p, t_i)) \\ &-\delta(x - B(n, l, t_i) + \Delta B(l, t_i) + B(m, p, t_i) - \Delta B(p, t_i)) \\ &-\delta(x - B(n, l, t_i) + B(m, p, t_i) - 2\Delta B(p, t_i)) \\ &+\delta(x - B(n, l, t_i) + \Delta B(l, t_i) + B(m, p, t_i) - 2\Delta B(p, t_i)) \end{aligned} \right] \\
&= \sum_{n=1}^{L_y} \sum_{m=1}^{L_y} \left[\begin{aligned} &\delta(x - B(n, t_i) + B(m, t_i) - \Delta B(t_i)) \\ &-\delta(x - B(n, t_i) + \Delta B(t_i) + B(m, t_i) - \Delta B(t_i)) \\ &-\delta(x - B(n, t_i) + B(m, t_i) - 2\Delta B(t_i)) \\ &+\delta(x - B(n, t_i) + \Delta B(t_i) + B(m, t_i) - 2\Delta B(t_i)) \end{aligned} \right]
\end{aligned} \tag{2.43}$$

若影像 $I(x, y, t)$ 中僅有單一顆粒時能確保顆粒所有邊界都不會被遮蔽，則可以將 $B(n, t_i)$ 重新表示成顆粒的左邊界 $B_{down}(n, t_i)$ 以及右邊界 $B_{up}(n, t_i)$ ，因此 $\delta(x - B(n, t_i) + B(m, t_i) - \Delta B(t_i))$ 將被改寫為



$$\delta(x - B(n, t_i) + B(m, t_i) - \Delta B(t_i)) = \begin{bmatrix} \delta(x - \Delta B(t_i) - B_{down}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - \Delta B(t_i) - B_{up}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - \Delta B(t_i) - B_{down}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \\ +\delta(x - \Delta B(t_i) - B_{up}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \end{bmatrix}$$

$B_{down}(n, t_i)$ 與 $B_{up}(n, t_i)$ 分別為當時間 t_i 時顆粒的第 n 個左邊界與右邊界的位置； $\Delta B(t_i)$ 為顆粒邊界在時間差 Δt 內產生的位移。同理，將式(2.43)中每一項重新由左右邊界 $B_{down}(n, t_i)$ 與 $B_{up}(n, t_i)$ 來表示，

$$\delta(x - B(n, t_i) + \Delta B(t_i) + B(m, t_i) - \Delta B(t_i)) = \begin{bmatrix} \delta(x - B_{down}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - B_{up}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - B_{down}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \\ +\delta(x - B_{up}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \end{bmatrix}$$

$$\delta(x - B(n, t_i) + B(m, t_i) - 2\Delta B(t_i)) = \begin{bmatrix} \delta(x - 2\Delta B(t_i) - B_{down}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - 2\Delta B(t_i) - B_{up}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - 2\Delta B(t_i) - B_{down}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \\ +\delta(x - 2\Delta B(t_i) - B_{up}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \end{bmatrix}$$

$$\delta(x - B(n, t_i) + \Delta B(t_i) + B(m, t_i) - 2\Delta B(t_i)) = \begin{bmatrix} \delta(x - \Delta B(t_i) - B_{down}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - \Delta B(t_i) - B_{up}(n, t_i) + B_{down}(m, t_i)) \\ -\delta(x - \Delta B(t_i) - B_{down}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \\ +\delta(x - \Delta B(t_i) - B_{up}(n, t_i) + B_{up}(m, t_i)) \end{bmatrix}$$

將上述項代回式(2.43)整理後與式(2.27)相同，故可知單顆粒之互相關為多顆粒互相關中的特例。

在式(2.42)中，當 $p=l$ 且 $n=m$ 時，代表同一顆粒的邊界在不同時刻的位置在互相關運算中重疊，此處 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 的相關性最高，故 $C_x(x, t_i)$ 有最大值 $C_x(x, t_i)_{n=m \cap p=l}$ 為



$$C_x(x, t_i)_{n=m \cap p=l} = \sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} 2\delta(x - \Delta B(l, t_i)) - \delta(x) - \delta(x - 2\Delta B(l, t_i)) \quad (2.44)$$

其中 $\Delta B(l, t_i)$ 為顆粒 l 能被觀察到的邊界 ∂S_l 在時間 t_{i-1} 到 t_i 之間的位移。由式(2.44)

可知 $C_x(x, t_i)$ 的最大值為 $\sum_l \sum_{n=1}^{L_{y,l}} 2\delta(x - \Delta B(l, t_i))$ ，而 $C_x(x, t_i)$ 的最大值發生在

$x_{\max} = \Delta B(l, t_i)$ 。由式(2.41)可得

$$x_{\max} = \Delta B(l, t_i) = [\dot{\mu}_x(l, t_i) + \dot{\mu}_y(l, t_i) \times M] \Delta t \Delta x \quad (2.45)$$

當選擇以垂直方向做影像的一維陣列轉換時，會有類似的結論

$$y_{\max} = \Delta B(l, t_i) = [\dot{\mu}_x(l, t_i) \times N + \dot{\mu}_y(l, t_i)] \Delta t \Delta y \quad (2.46)$$

其中 y_{\max} 為以垂直方向做影像的一維陣列的互相關最大值發生位置； Δy 為單位像素的垂直長度。由式(2.45)與式(2.46)解聯立方程組可得顆粒 l 的水平速度 $\dot{\mu}_x(l, t_i)$ 與垂直速度 $\dot{\mu}_y(l, t_i)$ 。

顆粒 l 能被觀察到的垂直方向最大長度 $L_{y,l}$ 越長則 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_{i-1})$ 在顆粒 l 的位移處相關性越高，但在屬於同一顆粒之邊界都以同樣的速度移動的假設下，所有相同速度的顆粒會被當成一個顆粒，此一顆粒的邊界長度為所有相同速度顆粒的邊界長度總和，因此互相關最大值發生的位置 x_{\max} 所對應的速度並非是整個影像 $I(x, y, t)$ 中最大顆粒之速度，而是整個影像 $I(x, y, t)$ 中以此速度移動的顆粒邊界是所有移動的顆粒邊界中總長度最長的，即以速度將所有顆粒邊界分類，可得在不同速度下的顆粒邊界總數，本方法估計的速度為邊界總數最多的速度，故稱本方法估計的速度為整個 ROI 中最具優勢的速度。

當式(2.45)與式(2.46)分別來自不同的顆粒邊界時，聯立方程組為無解。式(2.45)中 M 為被分析的二值化影像在水平方向的尺寸，以解析度 720p 的攝影機為例，720p 的攝影機之影像解析度為 $1280 \text{ pixel} \times 720 \text{ pixel}$ ，此時 M 與 N 分別為個 1280 與 720。由於 $O(M) \gg 1$ ，故將式(2.45)近似為

$$x_{\max} = [\dot{\mu}_x(l, t_i) + \dot{\mu}_y(l, t_i) \times M] \Delta t \Delta x \approx \dot{\mu}_y(l, t_i) \times M \Delta t \Delta x$$

$$\dot{\mu}_y(l, t_i) \approx \frac{x_{\max}}{M \Delta t \Delta x} \quad (2.47)$$

若以式(2.47)估計顆粒在垂直方向的速度 $\dot{\mu}_y(l, t_i)$ ，造成的誤差來自於忽略顆粒



的水平速度 $\dot{\mu}_x(l, t_i)$ ，而顆粒的水平速度 $\dot{\mu}_x(l, t_i)$ 最大值為在 Δt 內通過整個影像，即顆粒的水平速度理論最大值 $\dot{\mu}_x(l, t_i)|_{\max}$ 為 M ，故理論最大誤差為

$$\left| \frac{\dot{\mu}_x(t_i)|_{\max}}{M} \right| = \left| \frac{\pm M}{M} \right| = 1.$$

故以式(2.47)估計顆粒在垂直方向速度 $\dot{\mu}_y(t_i)$ 所造成的理論最大誤差為每幀 ± 1 個像素，若以百分比表示理論最大誤差 E_{\max} 則可寫成

$$|E_{\max}| = \left| \frac{1}{\dot{\mu}_y(t_i)} \right| \times 100\% \quad (2.48)$$

同理，由式(2.46)可得

$$\dot{\mu}_x(l, t_i) \approx \frac{y_{\max}}{N \Delta t \Delta y} \quad (2.49)$$

$$\left| \frac{\dot{\mu}_y(t_i)|_{\max}}{N} \right| = \left| \frac{\pm N}{N} \right| = 1.$$

$$|E_{\max}| = \left| \frac{1}{\dot{\mu}_x(t_i)} \right| \times 100\% \quad (2.50)$$

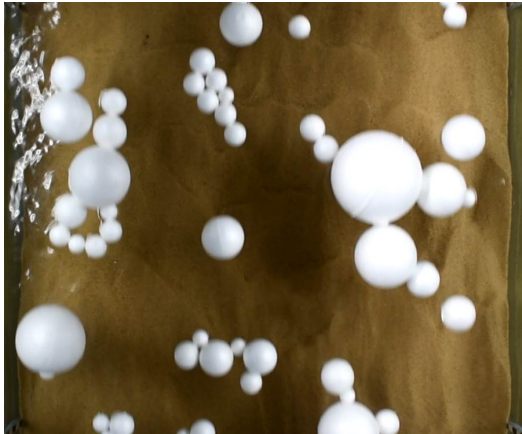
由式(2.48)與式(2.50)可知，估計的速度與誤差百分比呈現反比的關係。



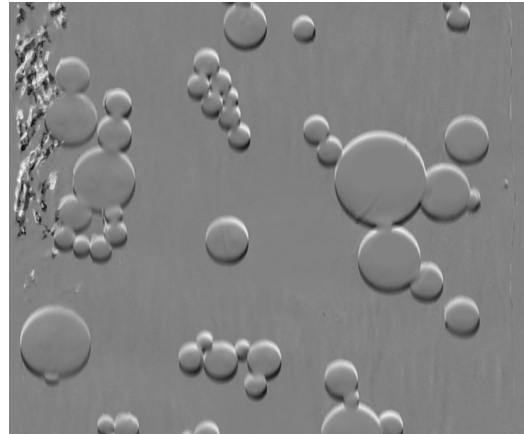
2.4 實際案例

透過前後兩幀影像相減之後，靜止的背景能夠被去除，同時運動中的物體邊界將被萃取出來，後續再透過互相關分析影像中物體邊界的位置隨時間改變來估計物體的速度。圖 2.4.1 為兩幀影像相減的實際案例，其中圖 2.4.1 (1)與(2)分別為室內水槽試驗之實驗影像以及透過兩幀相減得到的顆粒邊界影像；(3)以及(4)為土石流事件之影像以及透過兩幀相減得到的巨石邊界影像，無論是水槽試驗或是土石流攝影機都能明顯地觀察到由兩幀相減得到的顆粒邊界，後續將在第三章數值實驗中透過多幅人為產生的二值化影像對本方法的結論進行驗證與探討。

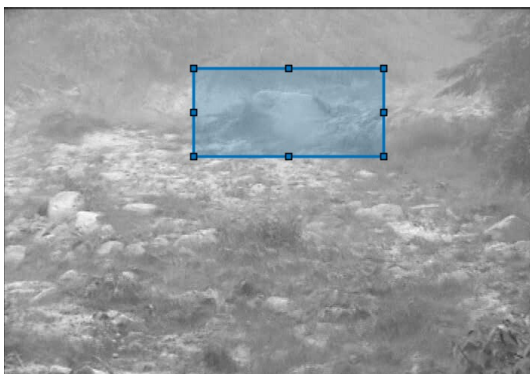
(1)



(2)



(3)



(4)



圖 2.4.1 運動中物體邊界之實際案例影像；(1)、(2)為室內水槽試驗之實驗影像與顆粒邊界影像；(3)、(4)為土石流事件之影像以及事件中巨石的邊界影像。

第三章 數值實驗



在本章中將透過人為產生的二值化影像對本方法進行驗證，首先以單顆粒的案例進行測試與討論，再分別探討當存在兩顆粒時，顆粒的粒徑、速度以及相對位置對於本方法的影響，最後以多顆粒的影像模擬較為複雜的情況作為多顆粒理論的證明。

3.1 單顆粒試驗

今有一幅 $512\text{pixel} \times 256\text{pixel}$ 的二值化影像，將影像座標原點定為左上角，水平方向朝右為正，垂直方向朝下為正，影像中顆粒為圓形顆粒，顆粒直徑為 31 個像素，顆粒在水平方向速度為每幀向右 19 個像素，垂直方向速度為每幀向下 5 個像素，在第一幀時顆粒中心點在影像座標(192,128)，令第一、第二與第三幀影像分別記為 $I(x,y,t_1)$ 、 $I(x,y,t_2)$ 與 $I(x,y,t_3)$ ，第三幀與第二幀亮度值相減的影像記為 $D(x,y,t_3)$ ，第二幀與第一幀相減記為 $D(x,y,t_2)$ ，如圖 3.1.1 所示。

將 $D(x,y,t_i)$ 沿垂直方向轉換為一維陣列，分別將 $D(x,y,t_i)$ 沿水平與垂直方向的一維陣列轉換記為 $D_x(x,t_i)$ 與 $D_y(x,t_i)$ ，其中下標 x 與 y 分別代表沿水平以及垂直，結果如圖 3.1.2 所示。由圖 3.1.2 可觀察到一連串矩形函數，將局部放大後能夠觀察到圖(2)與圖(4)中矩形函數的寬度不同，這是因為圓形顆粒在每一行或每一列的寬度都不盡相同。

對變數 x 分別將 $D_x(x, t_i)$ 與 $D_y(x, t_i)$ 進行兩次傅立葉轉換，並將結果分別記為 $\hat{D}_x(x, t_i)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_i)$ ，結果如圖 3.1.3 所示。由於數值計算中有限長的資料序列之離散傅立葉轉換是透過有限個正餘弦函數對連續傅立葉轉換的近似，因此在不連續點會有吉伯斯現象(Gibbs phenomenon)，在不連續點附近會出現一個過沖，並在不連續點兩側呈現衰減振盪。由式(2.15)可知，本方法的理論中二次傅立葉轉換將顆粒邊界表示成脈衝函數 $\delta(x)$ ，如圖 3.1.2 (2)在 $x = 140.4$ 的邊界在圖 3.1.3 (2)中出現一個峰值並在兩側振盪衰減，在實際應用中為了減少運算負擔，使用前差分法代替二次傅立葉轉換來萃取一維陣列中顆粒邊界，結果如圖 3.1.4 所示。

將 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關並記為 $C_y(x, t_3)$ ；將 $\hat{D}_x(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_x(x, t_2)$ 的互相關並記為 $C_x(x, t_3)$ 。由式(2.28)可知互相關最大值為顆粒在 x 與 y 方向最大長度的四倍，互相關最大值的位置為顆粒在 x 與 y 方向的位移，比較兩次傅立葉轉換與前差分得到的互相關結果，發現互相關最大值的位置相同僅互相關最大值之值不同，這是因為吉伯斯現象產生的振盪使得互相關之值產生的難以預測的差異，結果如圖 3.1.5 與圖 3.1.6 所示。

由圖 3.1.6 的(2)與(4)可得，互相關最大值 $C_x(x_{\max}, t_3)$ 與 $C_y(x_{\max}, t_3)$ 分別為 128 與 124，由式(2.28)可知互相關最大值為顆粒在 x 與 y 方向最大長度的四倍，因此由互相關最大值估計的顆粒在 x 與 y 方向的最大長度分別為 32 與 31 個像素，與所設定的顆粒直徑僅相差一個像素。

互相關最大值估計的顆粒在水平與垂直方向速度分別為每幀向右 19.0195 個像素與每幀向下 5.0371 個像素，而實際顆粒在水平方向速度為每幀向右 19 個像素，垂直方向速度為每幀向下 5 個像素。當沿水平方向做一維陣列轉換時，由式(2.31)

$$\dot{\mu}(t_i) = \frac{x_{\max}(t_i)}{\Delta x \Delta t} = \dot{\mu}_x(t_i) + \dot{\mu}_y(t_i) \times M$$

其中

$$\dot{\mu}_x(t_i) + \dot{\mu}_y(t_i) \times M = 19 + 5 \times 512 = 2579$$

$$\frac{x_{\max}(t_i)}{\Delta x \Delta t} = \frac{5.0371}{1/512} \doteq 2579.$$

當沿垂直方向做一維陣列轉換時，



$$\dot{\mu}(t_i) = \frac{x_{\max}(t_i)}{\Delta y \Delta t} = \dot{\mu}_x(t_i) \times N + \dot{\mu}_y(t_i)$$

$$\dot{\mu}_x(t_i) \times N + \dot{\mu}_y(t_i) = 19 \times 256 + 5 = 4869$$

$$\frac{x_{\max}(t_i)}{\Delta y \Delta t} = \frac{19.0195}{1/256} \doteq 4869.$$

由以上結果可知在人造的二值化影像中存在單一顆粒時，本方法能夠成功估計顆粒的水平以及垂直方向的長度與速度。以下將使用一幅包含兩顆粒的影像分別探討顆粒的粒徑、速度以及相對位置對於本方法的影響。

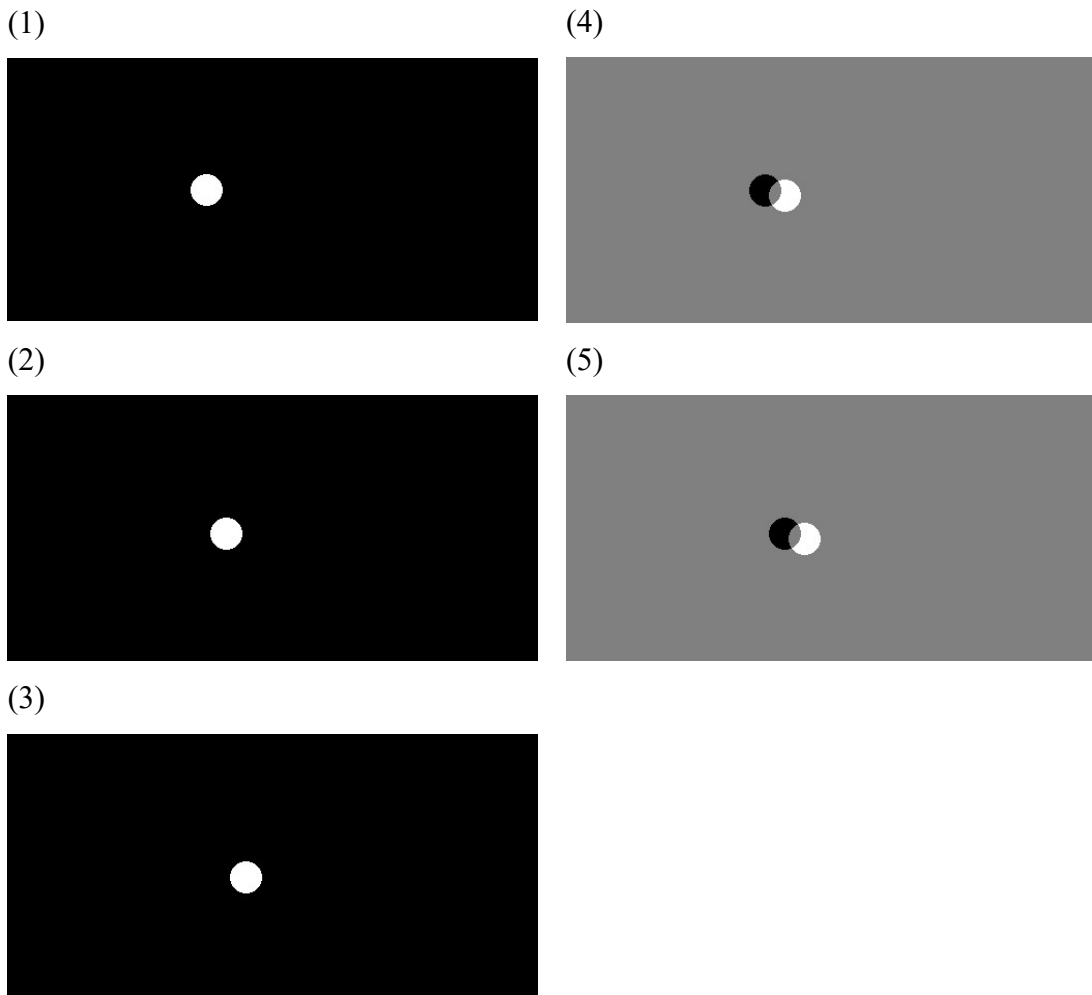


圖 3.1.1 單顆粒人造二值化影像；(1)、(2)與(3)依序為第一幀 $I(x, y, t_1)$ 、第二幀 $I(x, y, t_2)$ 與第三幀 $I(x, y, t_3)$ ；(4)為(2)減去(1)的影像 $D(x, y, t_2)$ ；(5)為(3)減去(2)的影像 $D(x, y, t_3)$ ，在(4)與(5)中黑色為-1、灰色為0、白色為1。

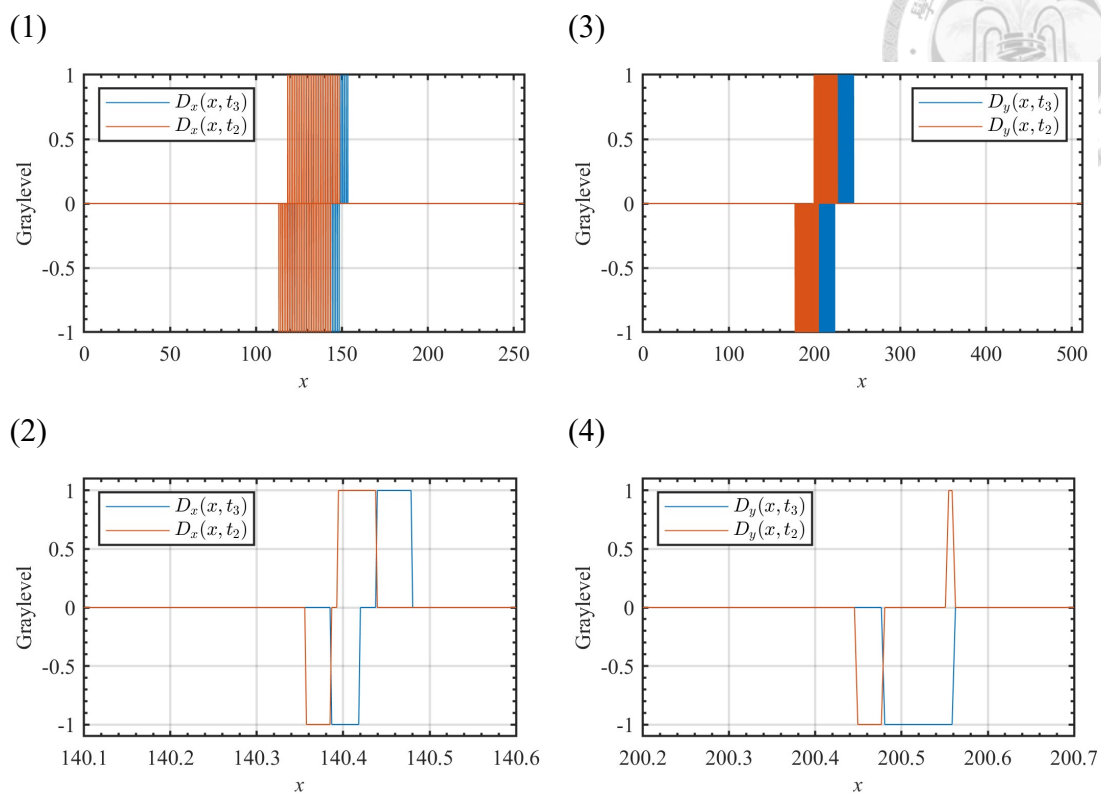
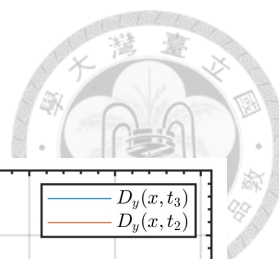


圖 3.1.2 相鄰兩幀單顆粒人造二值化影像亮度值相減影像 $D(x, y, t_i)$ 的一維陣列；(1) 沿水平方向的轉換 $D_x(x, t_i)$ ；(2) 為圖(1)在區間[140.1,140.6]的放大圖；(3) 沿垂直方向的轉換 $D_y(x, t_i)$ ；(4) 為圖(3)在區間[200.2,200.7]的放大圖。

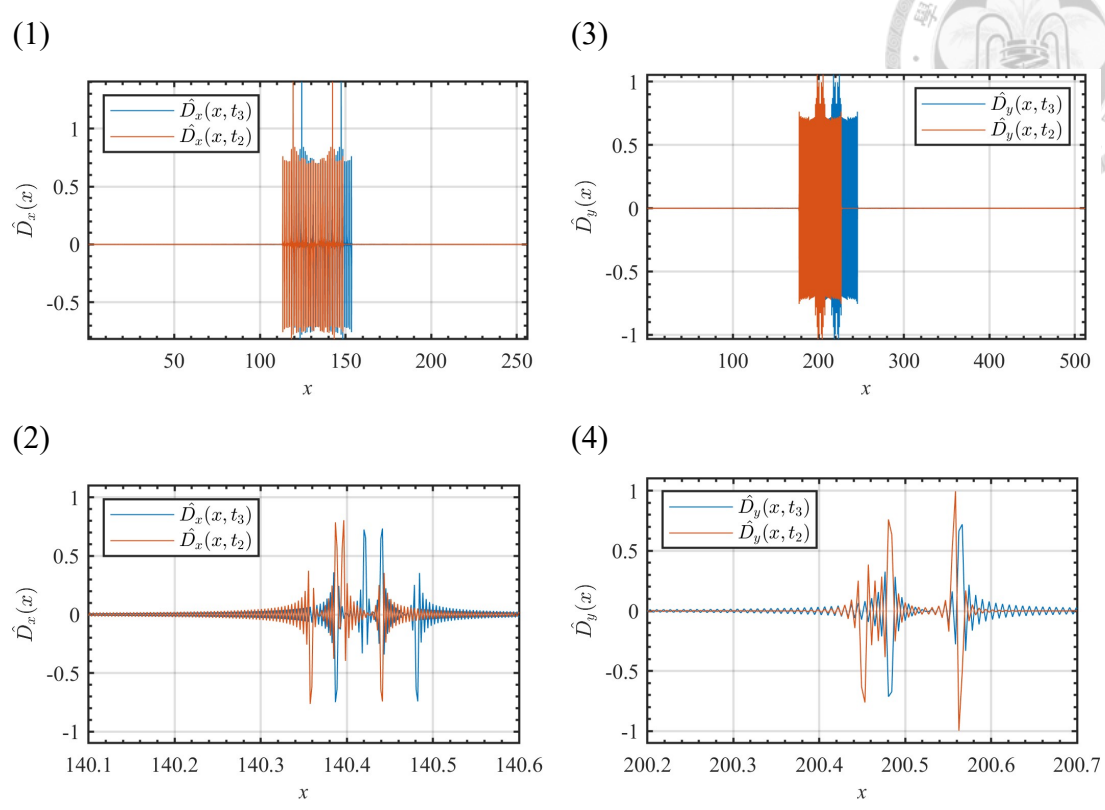
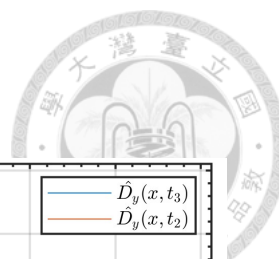


圖 3.1.3 單顆粒人造二值化影像一維陣列的兩次傅立葉轉換；(1)沿水平方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_x(x, t_i)$ ；(2)為圖(1)在區間[140.1,140.6]放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換 $\hat{D}_y(x, t_i)$ ；(4)為圖(3)在區間[200.1,200.7]放大。

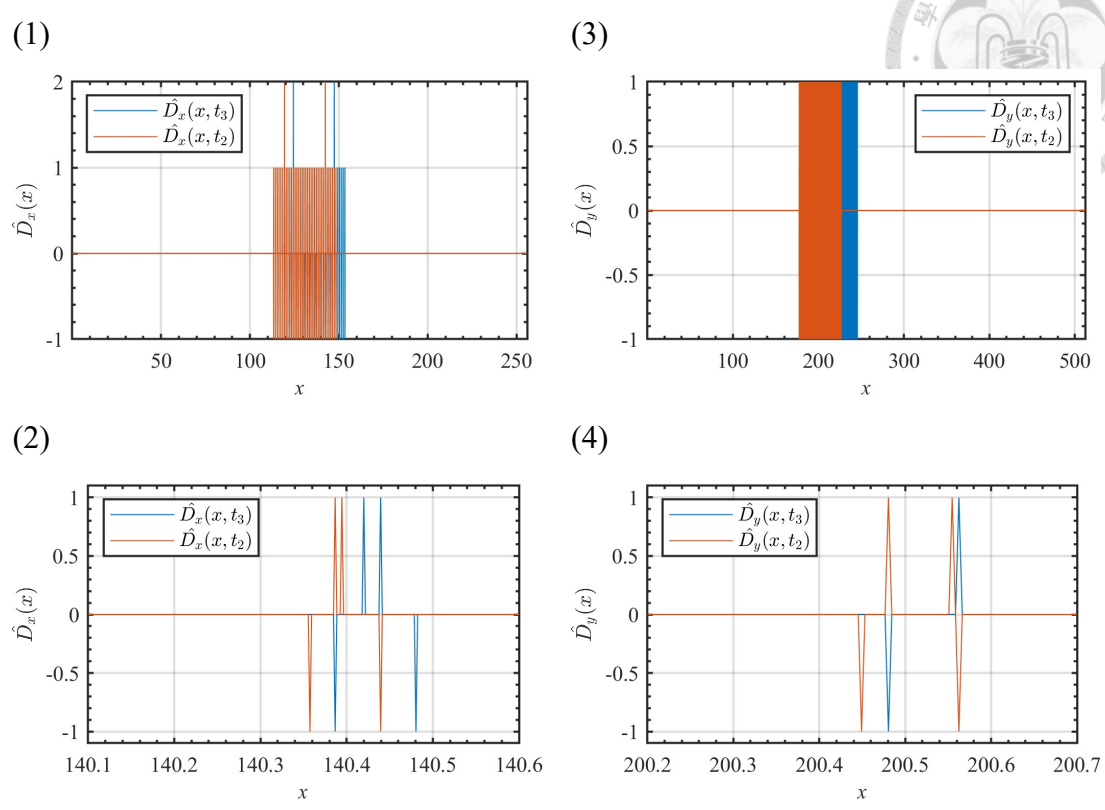
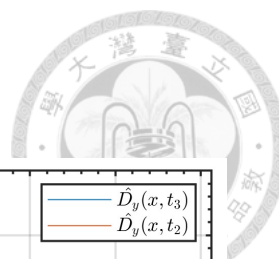


圖 3.1.4 單顆粒人造二值化影像一維陣列的前差分；(1)沿水平方向的一維陣列之前差分 $\hat{D}_x(x, t_i)$ ；(2)為圖(1)在區間[140.1,140.6]放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之前差分 $\hat{D}_y(x, t_i)$ ；(4)為圖(3)在區間[200.1,200.7]放大。

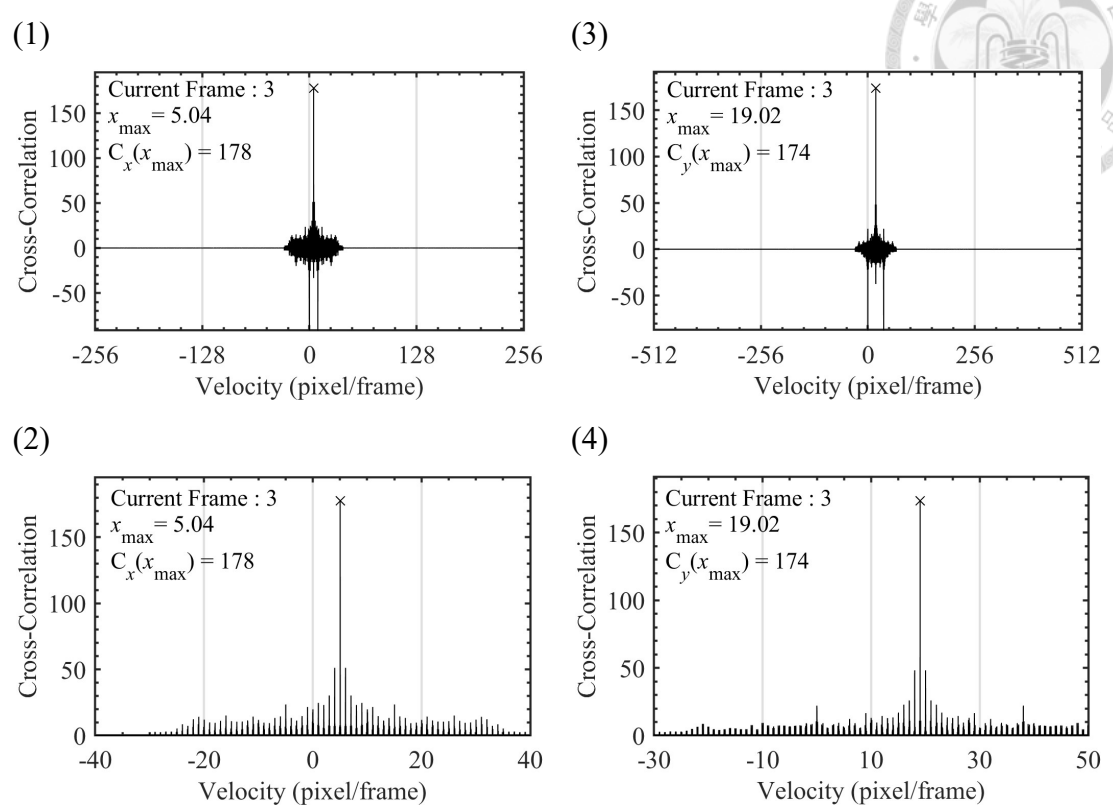
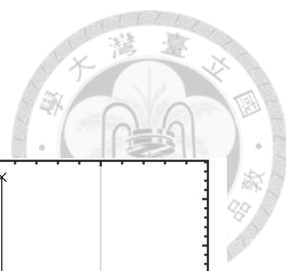


圖 3.1.5 單顆粒人造二值化影像一維陣列之兩次傅立葉轉換的互相關；(1)沿水平方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換的互相關 $C_x(x, t_3)$ ；(2)為圖(1)在區間[-40,40]放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之兩次傅立葉轉換的互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(4)為圖(3)在區間[-30,50]放大。

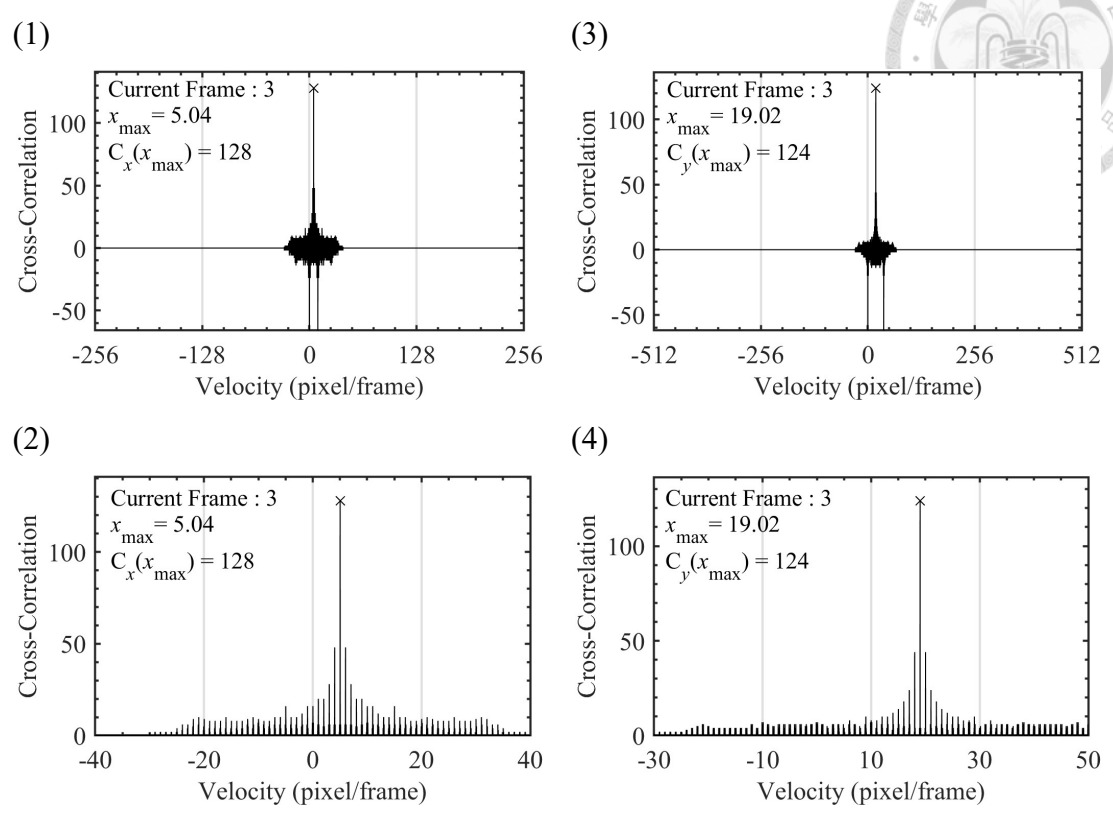
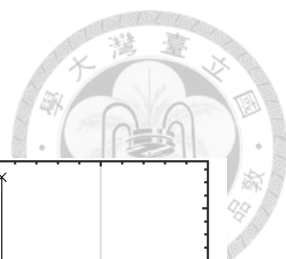


圖 3.1.6 單顆粒人造二值化影像一維陣列之前差分的互相關；(1)沿水平方向的一維陣列之前差分的互相關 $C_x(x, t_3)$ ；(2)為圖(1)在區間[-40,40]放大；(3)沿垂直方向的一維陣列之前差分的互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(4)為圖(3)在區間[-30,50]放大。



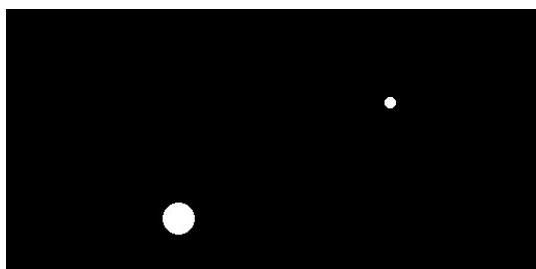
3.2 粒徑的影響

在本節中將探討粒徑對於本方法的影響，若在影像中存在兩顆不同粒徑的圓形顆粒時，藉由僅改變其中一顆圓形顆粒的粒徑大小對本方法進行測試。

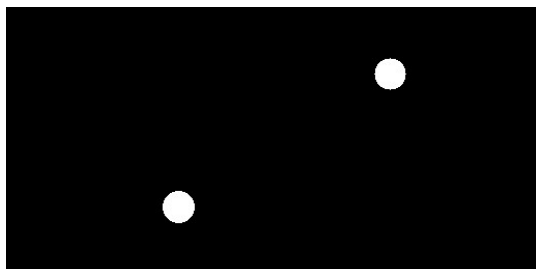
今有一幅尺寸為 $512\text{pixel} \times 256\text{pixel}$ 二值化影像如圖 3.2.1，影像中存在二圓形顆粒，兩顆粒僅沿水平方向運動，將圖 3.2.1 左下角的顆粒記做 P_1 ，右上角的顆粒記做 P_2 ， P_1 的直徑為 31 個像素，在第一幀時 P_1 的中心點在影像座標(128,192)， P_1 的速度 u_{p_1} 為每幀向右 19 個像素； P_2 的直徑為從 1 個像素逐漸增加到 75 個像素，第一幀時 P_2 的中心點在影像座標(384,64)， P_2 的速度 u_{p_2} 為每幀向左 7 個像素。

由圖 3.2.1 (1)與(4)，當 P_1 的粒徑大於 P_2 時，互相關值在 P_1 的速度 u_{p_1} 處較 P_2 的速度 u_{p_2} 處相關性高，此時由互相關最大值估計的顆粒速度 u_{corr} 為 P_1 的速度 u_{p_1} ，而由互相關最大值估計的顆粒水平最大長度 L_{xCorr} 與較大的顆粒相同。隨著 P_2 的直徑增加， P_2 的顆粒邊界長度也增加，互相關在 P_2 的速度 u_{p_2} 的相關性逐漸增加，如圖 3.2.1(2)與(5)所示。當 P_2 的直徑大於 P_1 ，由互相關最大值估計的顆粒速度 u_{corr} 轉變為 u_{p_2} ，如圖 3.2.1(3)與(6)。當兩顆粒的粒徑相近時，兩顆粒邊界長度相當，因此互相關最大值會在兩顆粒的速度之間跳動，如圖 3.2.2 與圖 3.2.3 所示。故從本實驗案例中可證明由互相關最大值估計的顆粒速度 u_{corr} 與顆粒水平長度 L_{xCorr} 將會是顆粒水平長度最長的顆粒與理論的結論相符。

(1)



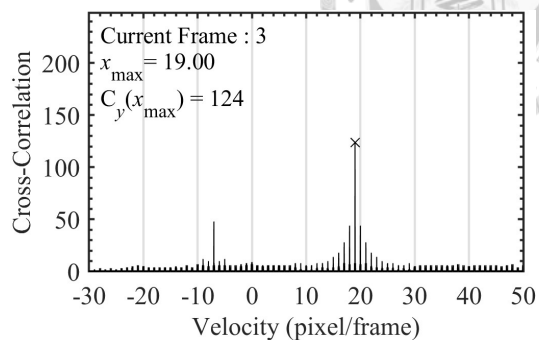
(2)



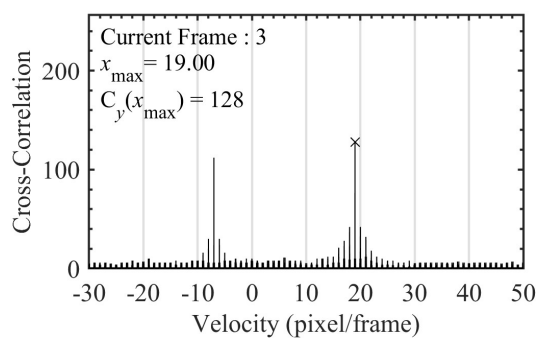
(3)



(4)



(5)



(6)

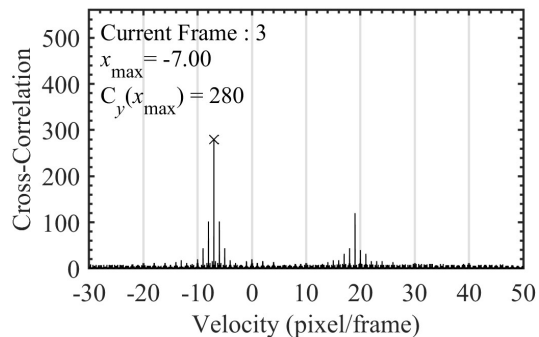


圖 3.2.1 不同粒徑之人造二值化影像 $I(x, y, t_3)$ 與互相關 $C_y(x, t_3)$; (1)、(2)、(3) 依序為顆粒二 P_2 直徑為 11、30 與 75 個像素的第三幀人造二值化影像 $I(x, y, t_3)$; (4)、(5)、(6) 依序為顆粒二 P_2 直徑為 11、30 與 75 個像素時 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-30, 50]$ 的放大圖。

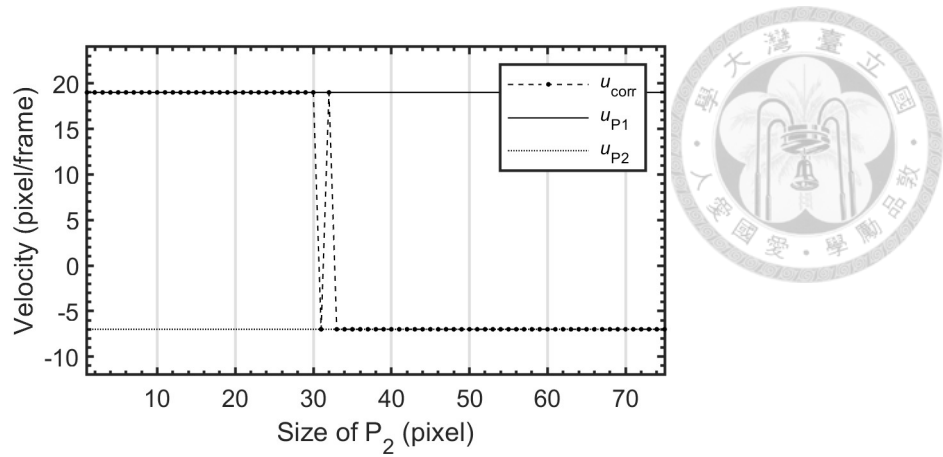


圖 3.2.2 不同顆粒二 P_2 直徑與互相關最大值估計的速度 u_{corr} 圖；橫軸為顆粒二 P_2 的直徑；縱軸為由互相關最大值估計的速度 u_{corr} ； u_{P1} 與 u_{P2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的速度。

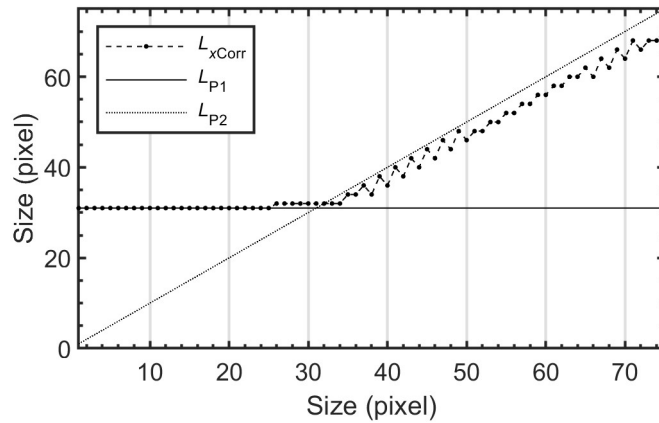


圖 3.2.3 不同顆粒二 P_2 直徑與互相關最大值估計的顆粒水平長度 L_{xCorr} 圖；橫軸為顆粒直徑；縱軸為顆粒尺寸； L_{xCorr} 為由互相關最大值估計的顆粒水平長度； L_{P1} 與 L_{P2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的直徑。



3.3 速度的影響

在本節中將探討顆粒速度對於本方法的影響，若在影像中存在兩顆相同直徑的圓形顆粒時，透過僅改變某一顆粒的速度來進行測試。

今有一幅尺寸為 $512\text{pixel} \times 256\text{pixel}$ 二值化影像，影像中存在二圓形顆粒，兩顆粒僅在水平方向運動，將左下角的顆粒為顆粒記做 P_1 ，右上角的顆粒記做 P_2 ， P_1 與 P_2 的直徑皆為 31 個像素，在第一幀時 P_1 的中心點在影像座標(128,192)， P_1 的速度 u_{p1} 為每幀向右 19 個像素； P_2 在第一幀時中心位置在影像座標(384,64)， P_2 的速度 u_{p2} 從每幀向右 55 個像素逐漸改變到向左 25 個像素，在圖 3.3.1 中以兩幀相減影像表示。

由圖 3.3.1 (6)可以觀察到 $C_y(x, t_3)$ 在顆粒一速度 u_{p1} 與顆粒二速度 u_{p2} 的周圍的有許多小的峰值存在，當 $C_y(x, t_3)$ 對應顆粒二速度 u_{p2} 的峰值隨著 u_{p2} 改變而向左移動的過程中與周圍的小峰值疊加，因此互相關最大值估計的速度 u_{corr} 在顆粒一速度 u_{p1} 與顆粒二速度 u_{p2} 之間呈現不規則的跳動如圖 3.3.2 所示。當兩顆粒的速度相同時，由互相關估計的顆粒水平長度為兩顆粒之水平最大長度的總和，與理論的結論相同，如圖 3.3.3 所示。

由理論可知互相關值大小由顆粒邊界長度決定，故當兩顆粒粒徑相同時由互相關最大值應該要成功估計出兩顆粒的速度，由本案例可知顆粒的速度對估計速度雖有影響，但依然可以由互相關最大值正確估計出其中一顆顆粒的速度，而當顆粒速度相同時，由互相關最大值估計的顆粒長度為以相同速度移動的顆粒長度之總和。

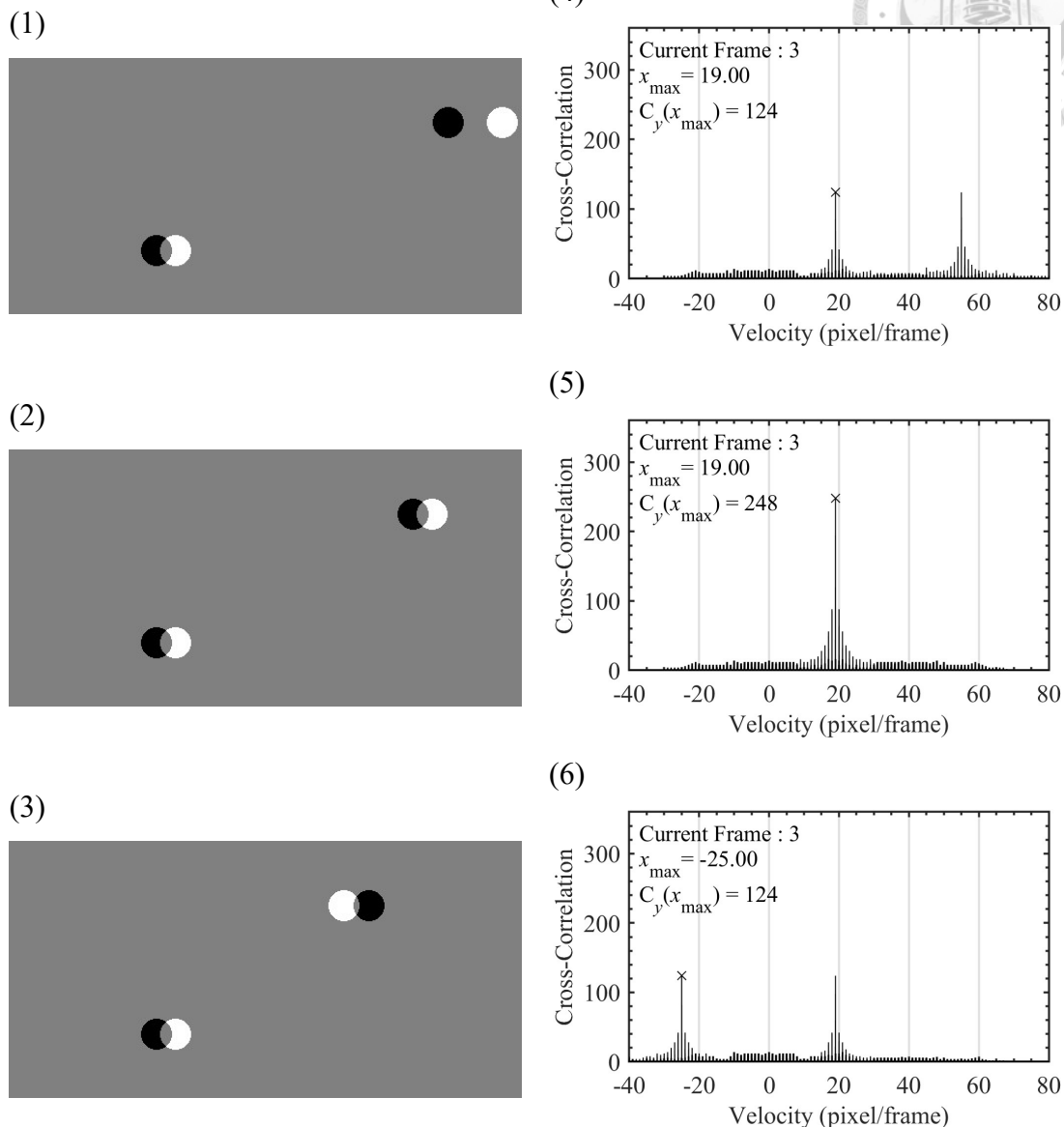


圖 3.3.1 不同顆粒二速度 u_{p2} 的第三幀與第二幀亮度值相減人造影像 $D(x, y, t_3)$ 與互相關 $C_y(x, t_3)$ ；(1)至(3)依序為顆粒二速度 u_{p2} 為每幀 55、19 與 -25 個像素時的第三幀與第二幀亮度值相減影像 $D(x, y, t_3)$ ，其中黑、灰與白色亮度值分別為 -1、0 與 1；(4)至(6)依序為顆粒二速度 u_{p2} 為每幀 55、19 與 -25 個像素之 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-40, 80]$ 放大圖。

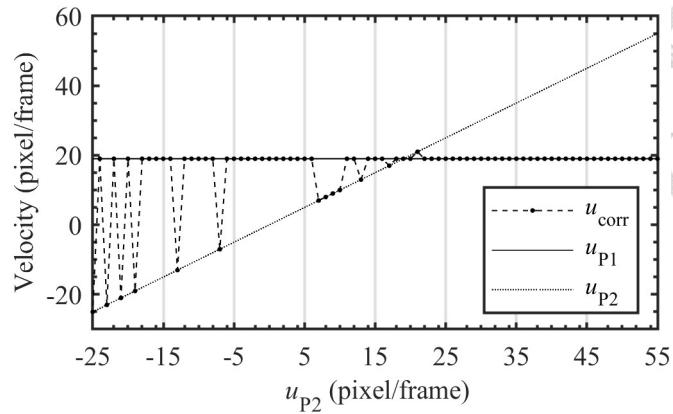
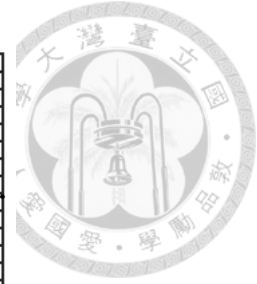


圖 3.3.2 不同顆粒二速度 u_{p2} 與由互相關最大值估計的速度 u_{corr} 圖；橫軸為顆粒二速度 u_{p2} ；縱軸為由互相關最大值估計的速度 u_{corr} ； u_{p1} 與 u_{p2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的速度。

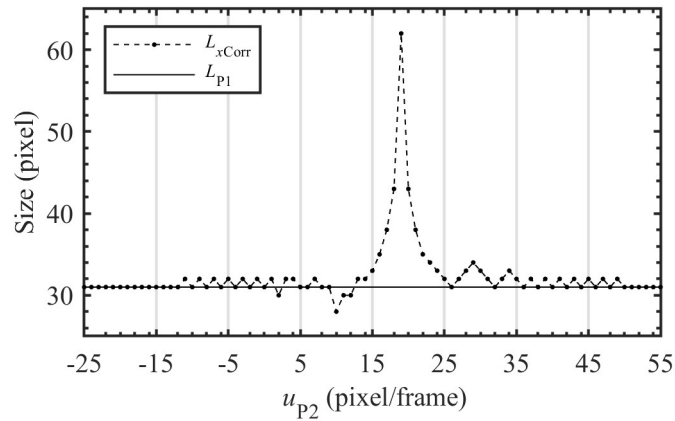


圖 3.3.3 不同顆粒二速度 u_{p2} 與由互相關最大值估計的顆粒尺寸 L_{xCorr} 圖；橫軸為顆粒二之速度 u_{p2} ；縱軸為顆粒的尺寸； L_{xCorr} 與 L_{p1} 分別為由互相關最大值估計的顆粒尺寸與 P_1 的直徑，其中 P_1 與 P_2 直徑相同。



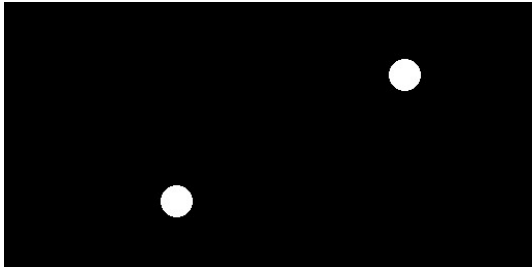
3.4 相對位置的影響

在本節中將探討顆粒的相對位置對本方法造成的影響，若在影像中存在兩顆相同直徑的圓形顆粒時，僅改變在第一幀中兩顆粒間的相對位置，並固定兩顆粒的速度與尺寸來進行測試。

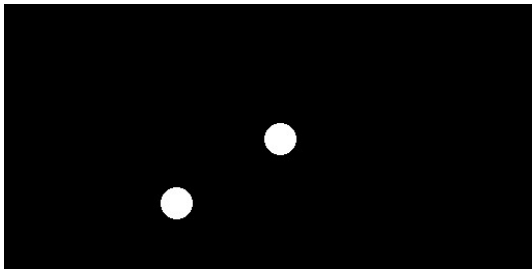
今有一幅尺寸為 $512\text{pixel} \times 256\text{pixel}$ 二值化影像，影像中存在二圓形顆粒如圖 3.4.1，兩顆粒僅在水平方向運動，將影像中左下角的顆粒為顆粒記做 P_1 ，右上角的顆粒記做 P_2 ， P_1 與 P_2 的直徑皆為 31 個像素，在第一幀中 P_1 的中心點在影像座標 $(128,192)$ ， P_1 的速度 u_{P_1} 為每幀向右 19 個像素； P_2 在第一幀時中心位置在影像座標 $(384,64)$ ， P_2 的速度 u_{P_2} 為每幀向右 7 個像素，令 P_2 在第一幀的中心位置逐漸朝向顆粒 P_1 靠近，如圖 3.4.1 所示。

由圖 3.4.2 可以觀察到當顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 間的相對距離改變時，互相關最大值發生的位置與值並沒有改變。當兩顆粒有部分面積重疊時，由於部分邊界被遮蔽使得互相關最大值降低，但只要顆粒沒有完全被遮蔽住仍能在互相關 $C_y(x, t_3)$ 中觀察到兩顆粒的速度，透過本案例可以證明顆粒間的相對位置對於由互相關最大值估計速度沒有影響，但當顆粒彼此遮蔽時會對低估顆粒長度。

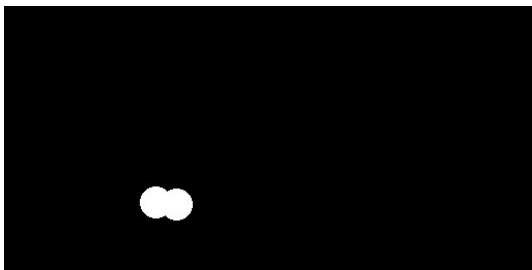
(1)



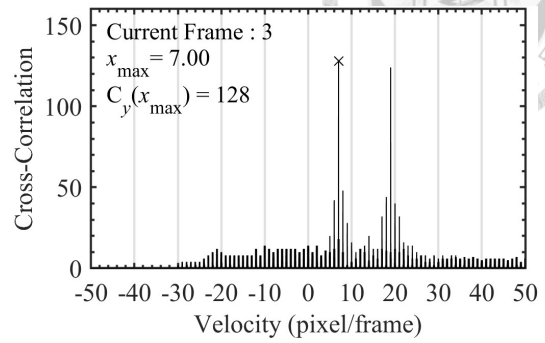
(2)



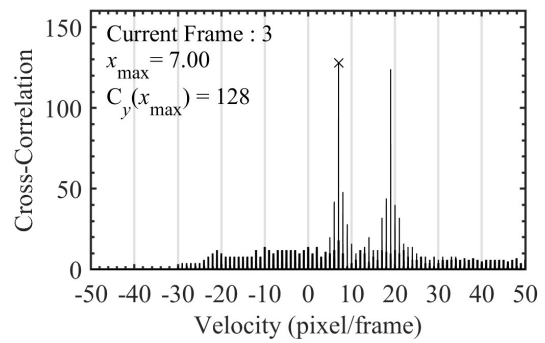
(3)



(4)



(5)



(6)

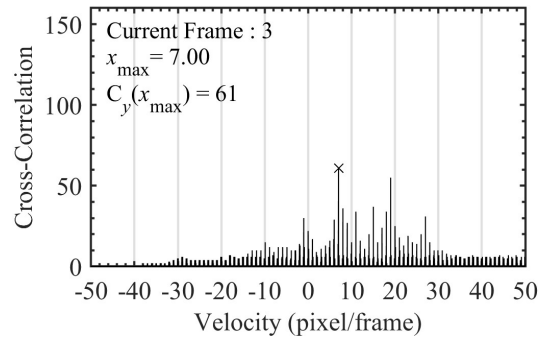


圖 3.4.1 不同相對位置之人造二值化影像 $I(x, y, t_3)$ 與互相關 $C_y(x, t_3)$; (1)、(2) 與 (3) 依序為兩顆粒中心距離為 272、138 與 17 個像素的第三幀影像 $I(x, y, t_3)$; (4)、(5) 與 (6) 依序為兩顆粒中心距離為 272、138 與 17 個像素時 $\hat{D}_y(x, t_3)$ 與 $\hat{D}_y(x, t_2)$ 的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-50, 50]$ 的放大圖。

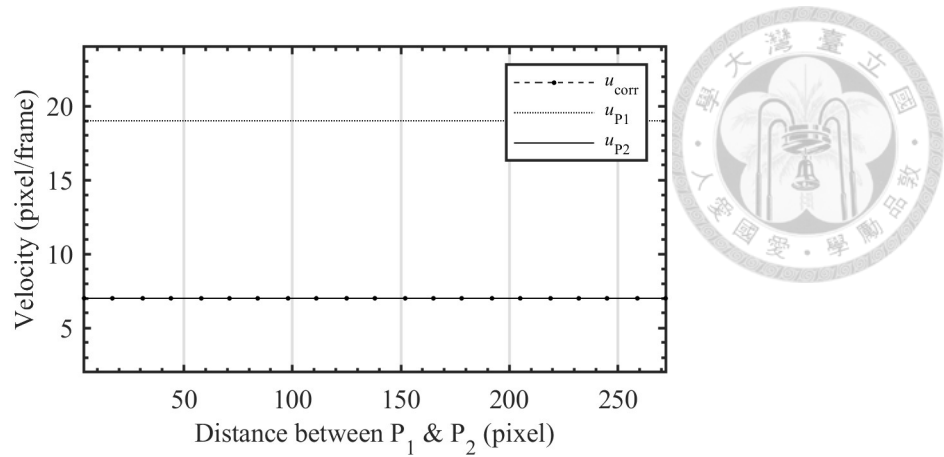


圖 3.4.2 不同顆粒相對位置與由互相關最大值估計的速度 u_{corr} 圖；橫軸為在第一幀影像中顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 中心的距離；縱軸為速度； u_{corr} 為由互相關最大值估計的速度； u_{p1} 與 u_{p2} 分別為顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 的速度。

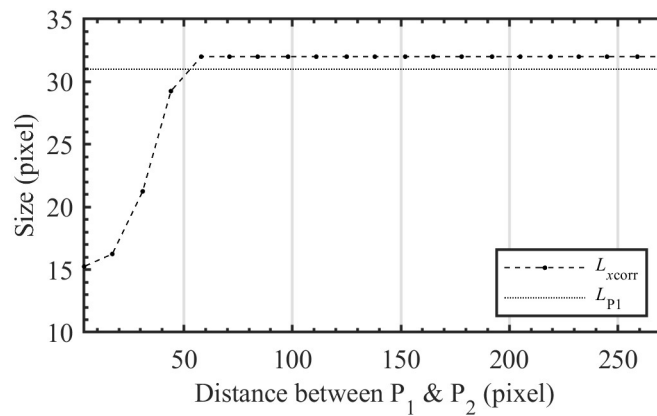


圖 3.4.3 不同顆粒相對位置與由互相關最大值估計顆粒尺寸 L_{xCorr} 圖；橫軸為在第一幀影像中顆粒一 P_1 與顆粒二 P_2 中心的距離；縱軸為顆粒尺寸； L_{xCorr} 與 L_{p1} 分別為由互相關最大值估計的顆粒水平長度與顆粒一 P_1 的直徑。



3.5 多顆粒試驗

在本節中將探討本方法應用在影像中存在多顆直徑不盡相同的圓形顆粒情況下的結果。今有一幅尺寸為 $512\text{pixel} \times 256\text{pixel}$ 二值化影像，影像中總共存在 21 顆圓形顆粒如圖 3.5.1，所有顆粒僅沿水平方向運動，顆粒的中心位置由隨機亂數產生，其中共有四種尺寸的顆粒在影像中，顆粒的數量、尺寸與速度如表格 1 所示。

由圖 3.5.2 可知，由互相關最大值所估計的速度為每幀向右 3 個像素，雖然分別在每幀-19 與 5 個像素都能觀察到明顯的峰值，但以每幀向右 3 個像素的速度移動的顆粒邊界總和長度是最長的。表格 2 將顆粒邊界以速度分類，以粒徑乘以數量粗估顆粒邊界的長度，比較粗估的顆粒邊界長度與由互相關最大值估計的顆粒尺寸最大誤差為 7.5%。

本案例可證明本方法估計的顆粒水平長度為所有相同速度的顆粒邊界之長度總和，而本方法估計的速度並非粒徑最大的顆粒，而是在整個影像中以該速度移動的顆粒邊界是所有移動的顆粒邊界中總和長度最長的邊界，結果與理論的結論相符。

表格 1 多顆粒人造影像顆粒數量、尺寸與速度

粒徑(像素)	速度(像素/幀)	數量
7	3	2
7	5	5
9	5	5
11	3	8
55	-19	1

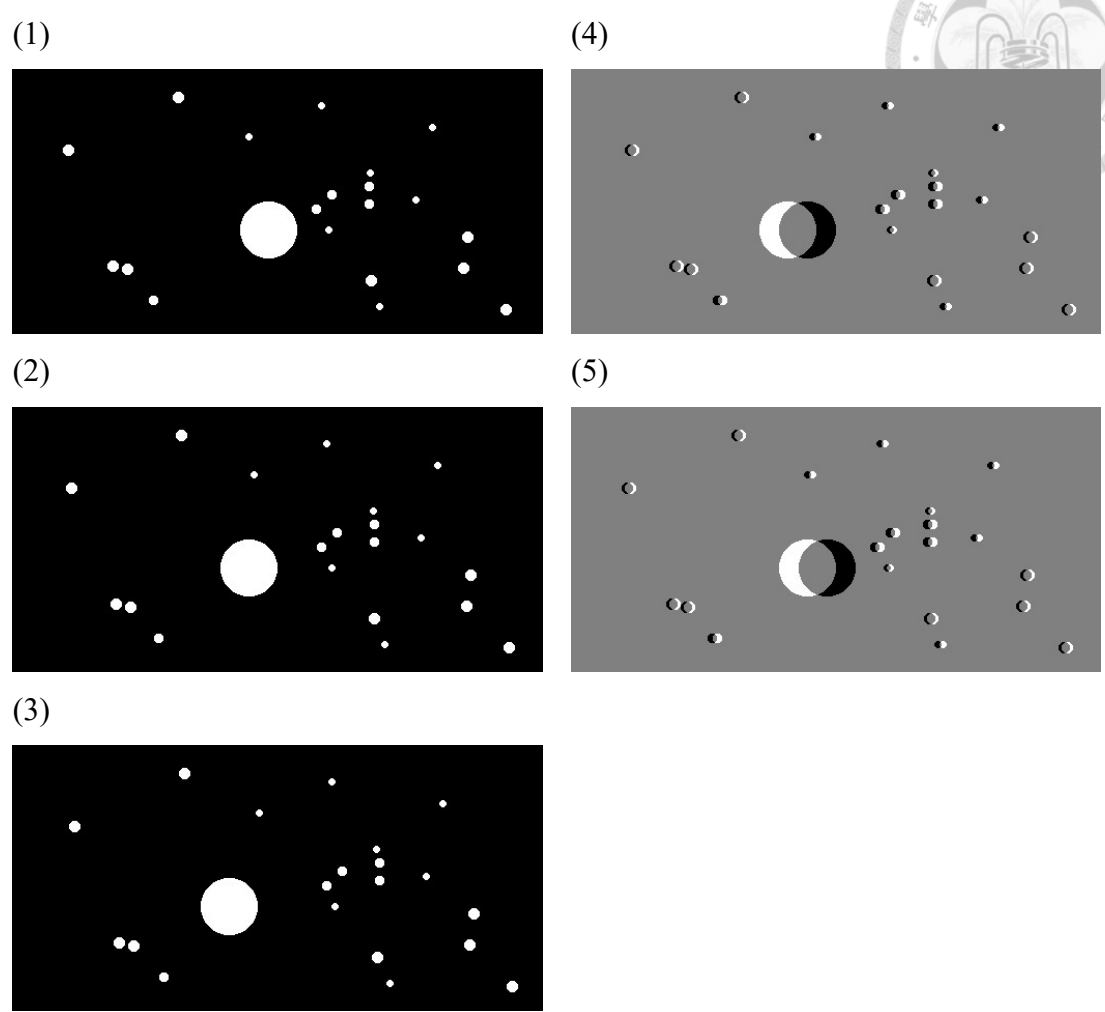


圖 3.5.1 多顆粒人造二值化影像；(1)、(2)與(3)依序為第一幀 $I(x, y, t_1)$ 、第二幀 $I(x, y, t_2)$ 與第三幀 $I(x, y, t_3)$ ；(4)為(2)減去(1)的影像 $D(x, y, t_2)$ ；(5)為(3)減去(2)的影像 $D(x, y, t_3)$ ，在(4)與(5)中黑、灰與白色亮度值分別為-1、0與1。

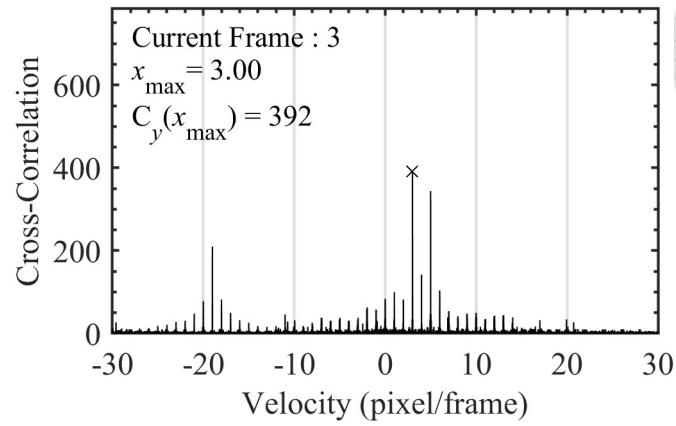


圖 3.5.2 多顆粒人造二值化影像一維陣列之前差分的互相關 $C_y(x, t_3)$ 在區間 $[-30, 30]$ 的放大圖

表格 2 不同速度之顆粒邊界總長與本方法估計的顆粒尺寸

速度(像素/幀)	數量×粒徑	本方法估計的顆粒水平長度	誤差
3	102	98	3.92%
5	80	86	7.50%
-19	55	52.5	4.55%

第四章 室內實驗室試驗



4.1 室內水槽試驗

4.1.1 實驗目的

透過使用保麗龍球作為材料模擬顆粒在影像中的運動，測試當影像中存在水波、反光等非顆利物體的情況下，本方法是否能夠估計出保麗龍球在影像中的速度並與人眼判釋的顆粒速度作比較。

4.1.2 實驗器材與配置

實驗使用的水槽寬度為 0.6 公尺、長度為 5 公尺，水槽斷面為矩形，透過循環水維持固定流量。攝影機型號為 Nikon D5600，感光元件 CMOS 尺寸為 $23.5\text{ mm} \times 15.6\text{ mm}$ ，所錄製的影像解析度為 1920×1080 ，將攝影機架設在水槽正上方並置於水槽正中央，以正射液面方式進行拍攝。使用直徑 1.5 公分到 10 公分的混合尺寸保麗龍球作為實驗的顆粒，自水槽上游將保麗龍球釋放後透過攝影機捕捉保麗龍球運動的過程。

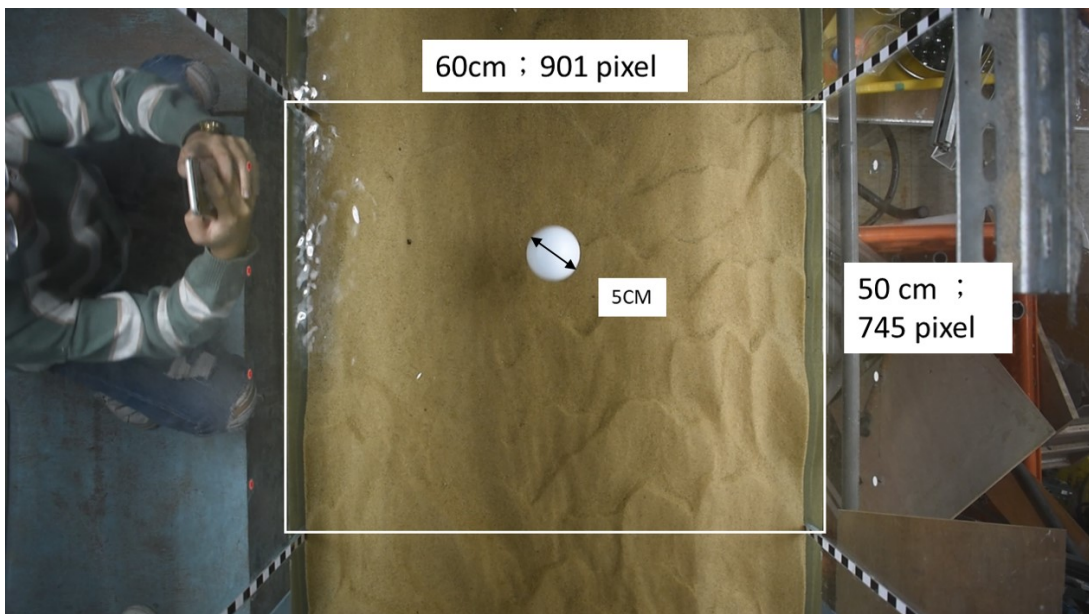
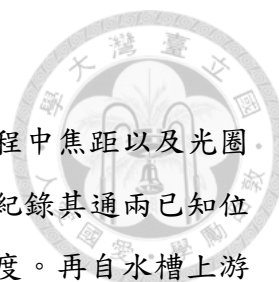


圖 4.1.1 室內水槽實驗與 ROI 範圍



4.1.3 實驗流程

首先將攝影機調整為固定光圈以及固定焦距，避免實驗過程中焦距以及光圈改變，開啟水槽開關待流況穩定後，自上游將保麗龍球釋放，紀錄其通兩已知位置之斷面所需之時間，計算保麗龍球通過兩斷面之間的平均速度。再自水槽上游釋放一群混合粒徑的保麗龍球，以攝影機記錄保麗龍通過拍攝範圍的過程。

4.1.4 單顆粒影像結果與分析

分析的實驗影片幀率為每秒 60 幀，對影像進行分析前必須先對影像進行前處理，首先對影像作灰階化處理後，根據實驗水槽玻璃上的比例尺在液面上選取一個由 $901\text{ pixel} \times 745\text{ pixel}$ 組成的矩形 ROI，由比例尺可知此矩形 ROI 的真實長度為 $60\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ ，每單位像素垂直與水平長度約為 0.0671 與 0.0666 公分/像素，如圖 4.1.1 所示。

圖 4.1.2 為單顆保麗龍球進入 ROI 後之影像，保麗龍球在影像中移動的方向為由下向上，與數值實驗中的二值化影像比較，在水槽試驗影像中除保麗龍外還包含了底床、水波、水面反光以及陰影等。

保麗龍的運動方向是沿著影像座標的負 y 軸方向前進的，故選擇以水平方向對兩幀相減影像作一維陣列轉換進行分析。由於灰階影像相減後的互相關最大值包含了影像的亮度值資訊，無法從灰階影像的互相關最大值估計顆粒長度，必須透過二值化影像萃取顆粒後才能估計顆粒尺寸。以人眼判釋第 300 幀二值化影像中的保麗龍球垂直長度為 90 個像素；由互相關最大值估計的顆粒垂直長度為 92.75 個像素，與人眼判釋比較之下，在本實驗中本方法估計的顆粒垂直長度誤差約為 3.06%，二值化影像的互相關分析結果如圖 4.1.3 所示。

以二值化萃取目標物體一般僅能透過試誤法決定二值化的閾值且結果未必理想，在實際應用上效率並不理想，因此在對顆粒速度進行分析時將直接以灰階影像來進行分析。將第 300 幀與 299 幀以及第 299 幀與 298 幀灰階影像亮度值相減後，由圖 4.1.4 可以觀察到大部分的背景都成功地被消除，但仍存在水面的反光以及水波，在第 300 幀由互相關最大值估計的速度為每幀 9 個像素，已知每單位像素垂直長度為 0.067 公分/像素以及每秒 60 幀，將每幀 9 個像素換算成真實單位約為每秒 36.24 公分，分析過程與結果如圖 4.1.5 與圖 4.1.6 所示。

為了驗證本方法估計的速度之正確性將透過人眼追蹤保麗龍球進行比較，以人眼追蹤的保麗龍球前端進入到離開 ROI 所費的時間進而得到保麗龍球在 ROI 內的平均速度。由人眼追蹤保麗龍球前端進入到離開 ROI 所花費時間為 1.417 秒，平均垂直速度約為每秒 35.29 公分，換算後約為每幀 8.78 個像素，與本方法在第 300 幀估計的速度比較之下每幀相差約為 0.22 個像素，由本方法估計之速度誤差約為 2.7%，其中誤差的計算方式為

$$Error = \frac{|\text{互相關最大值估計的速度} - \text{人眼判釋的速度}|}{\text{人眼判釋的速度}} \times 100\% \quad (4.1)$$

圖 4.1.7 為由互相關最大值估計的垂直速度隨時間變動圖，其中保麗龍球的前端在第 270 幀時進入 ROI 並第 355 幀時保麗龍球的尾部完全離開 ROI。在顆粒進入 ROI 前影像中僅有水波與左上角的水面反光，水面反光的不規則變動使得由互相關最大值估計的速度變動非常劇烈。在保麗龍球進入 ROI 前互相關在[-1,1]已出現一個峰值，因此區間中互相關的峰值並非由保麗龍球引起的，故將此區間的峰值視為由背景雜訊所造成，在後續室內實驗分析中搜尋互相關最大值時將不考慮[-1,1]內之峰值。

當保麗龍甫進入 ROI 時僅有前端進入影像，此時影像中保麗龍球所占面積並不足，直到第 272 幀才開始成功捕捉到保麗龍球的速度；在第 319 幀開始便無法捕捉到保麗龍球的速度，推測是水槽中流況的不穩定，使得影像左上角的水面反光的面積改變，由圖 4.1.8(6)仍可觀察到保麗龍球的運動造成的峰值，但由互相關最大值估計的速度卻非保麗龍球的速度。

在單顆粒水槽試驗中，本方法成功以二值化影像估計顆粒在垂直方向的尺寸約為 92.75 個像素，與人眼判釋的結果相比誤差約為 3.06%；而在以灰階影像估計顆粒速度方面，在不考慮位於[-1,1]區間內之最大值的情況下，成功由互相關最大值估計的速度估計出保麗龍球的垂直速度為每幀 9 個像素，與人眼判釋的速度比較之下誤差約為 2.7%。然而受到水面反光的影響，在保麗龍球通過 ROI 的 1.417 秒的時間中有約 0.6 秒的時間無法成功估計出保麗龍球的速度。接下來將在混合尺寸多顆粒水槽試驗以本方法對多顆粒影像進行分析。

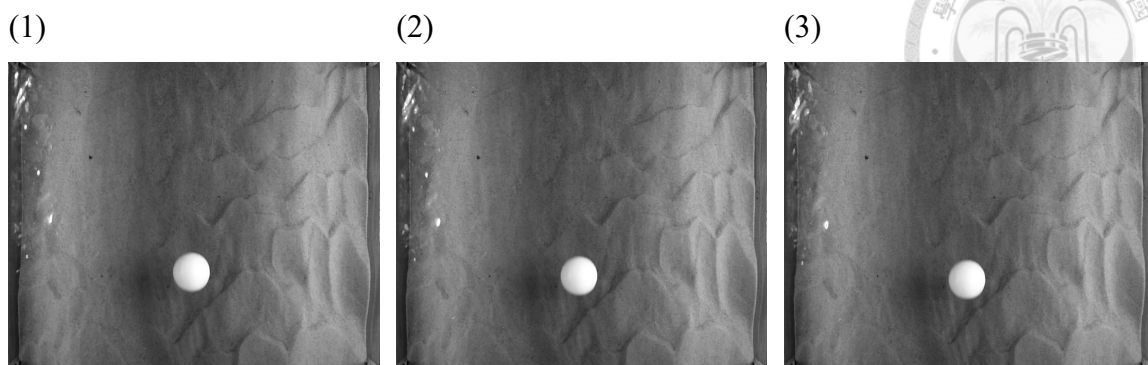


圖 4.1.2 單顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像；(1)至(3)依序為第 300、299 與 298 幀。

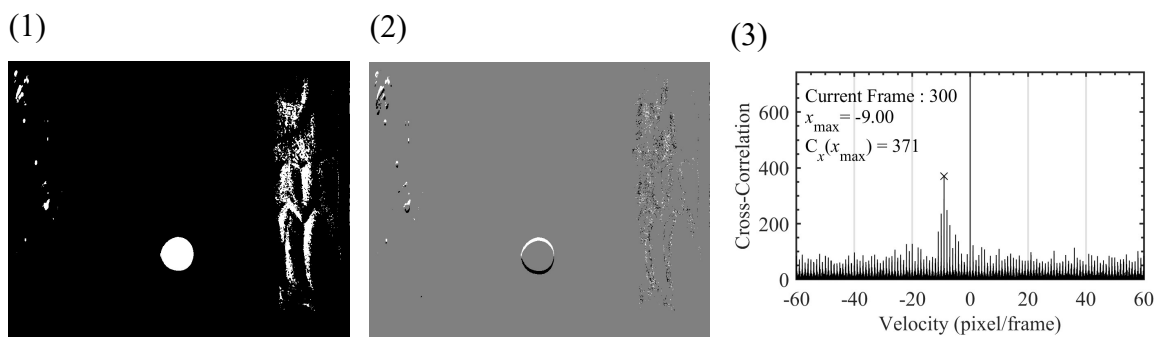


圖 4.1.3 第 300 幀二值化影像的互相關分析結果(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 300 幀二值化影像(閾值為 170)；(2)為第 300 幀與第 299 幀二值化影像相減；(3)第 300 幀二值化影像之互相關分析結果在區間 $[-60,60]$ 放大圖。

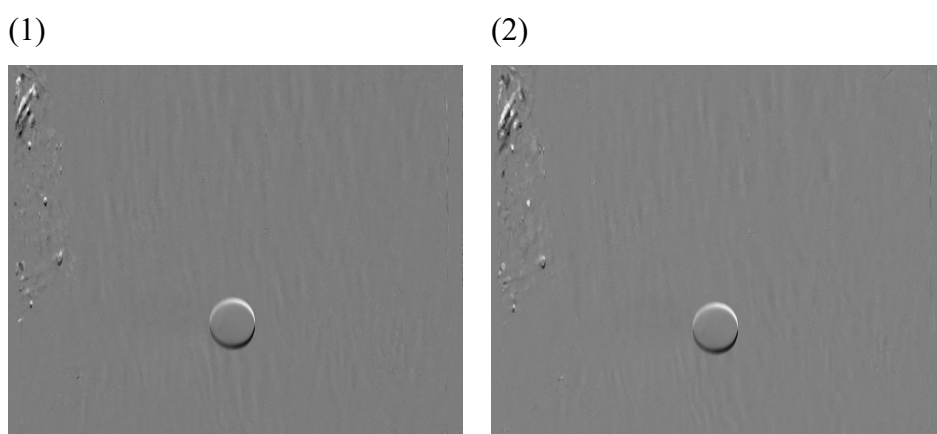


圖 4.1.4 單顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像亮度值相減；(1)與(2)分別為第 300 幀與 299 幀相減以及第 299 幀與 298 幀相減；黑色表示負值，灰色為零，白色為正。

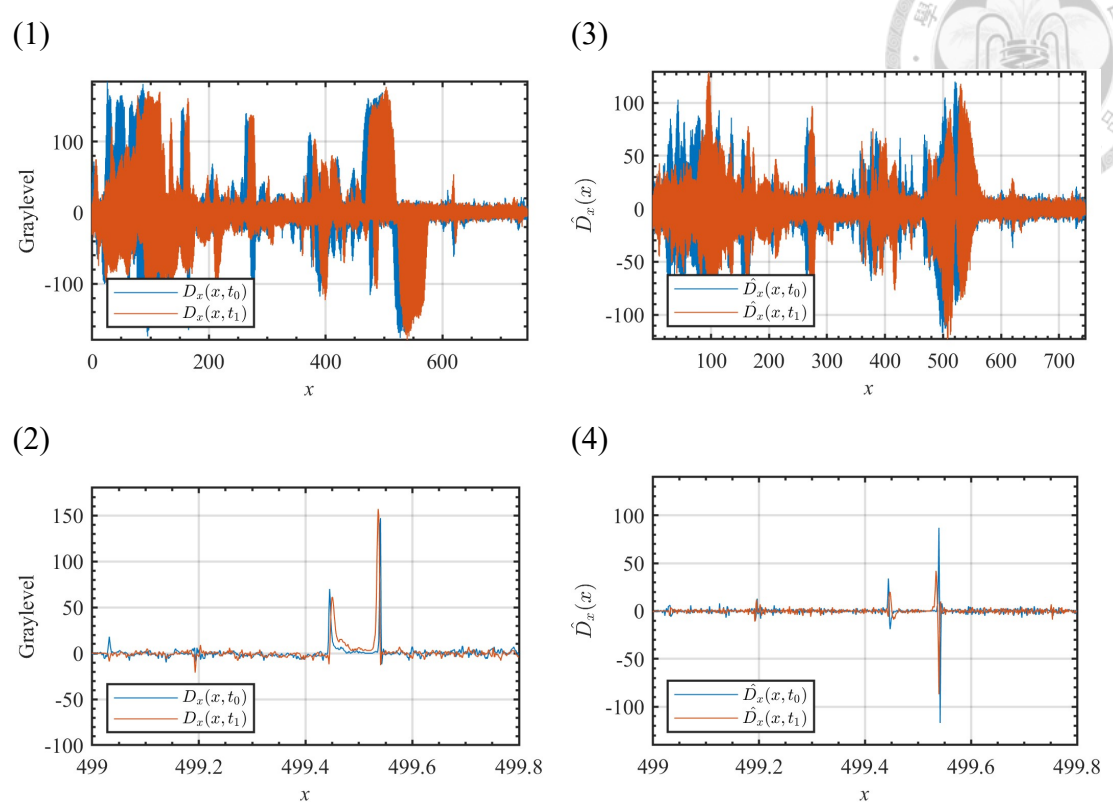
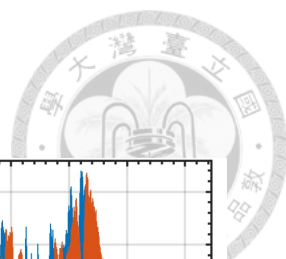


圖 4.1.5 第 300 幀單顆粒水槽 ROI 灰階影像分析過程；(1)沿水平方向的影像一維陣列 $D_x(x, t_i)$ ；(2)為圖(1)在區間[499,499.8]的放大圖；(3) $D_x(x, t_i)$ 的前差分 $\hat{D}_x(x, t_i)$ ；(4)為圖(3)在區間[499,499.8]的放大圖。

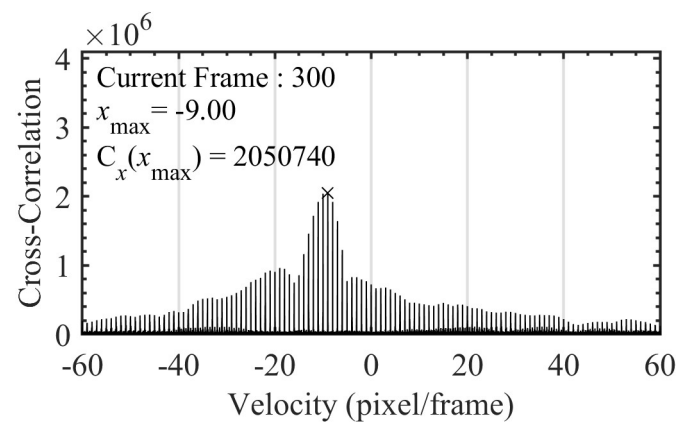


圖 4.1.6 第 300 幀單顆粒水槽 ROI 灰階影像互相關分析結果在區間[-60,60]放大圖

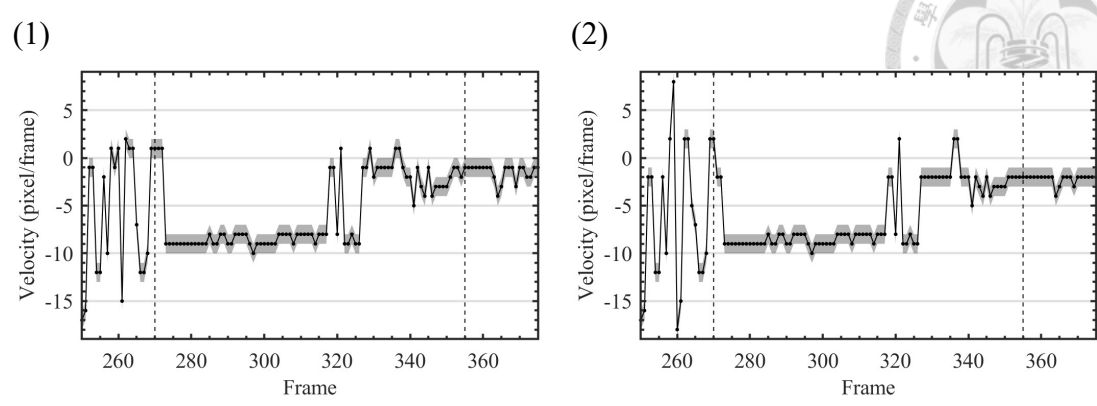
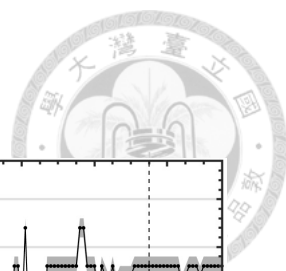


圖 4.1.7 單顆粒水槽試驗-互相關最大值估計之垂直速度隨時間變化圖；(1)考慮位於 $[-1,1]$ 的峰值；(2)不考慮位於 $[-1,1]$ 的峰值；灰色為理論最大誤差範圍，虛線為保麗龍前端進入 ROI 與尾部離開 ROI 的瞬間。

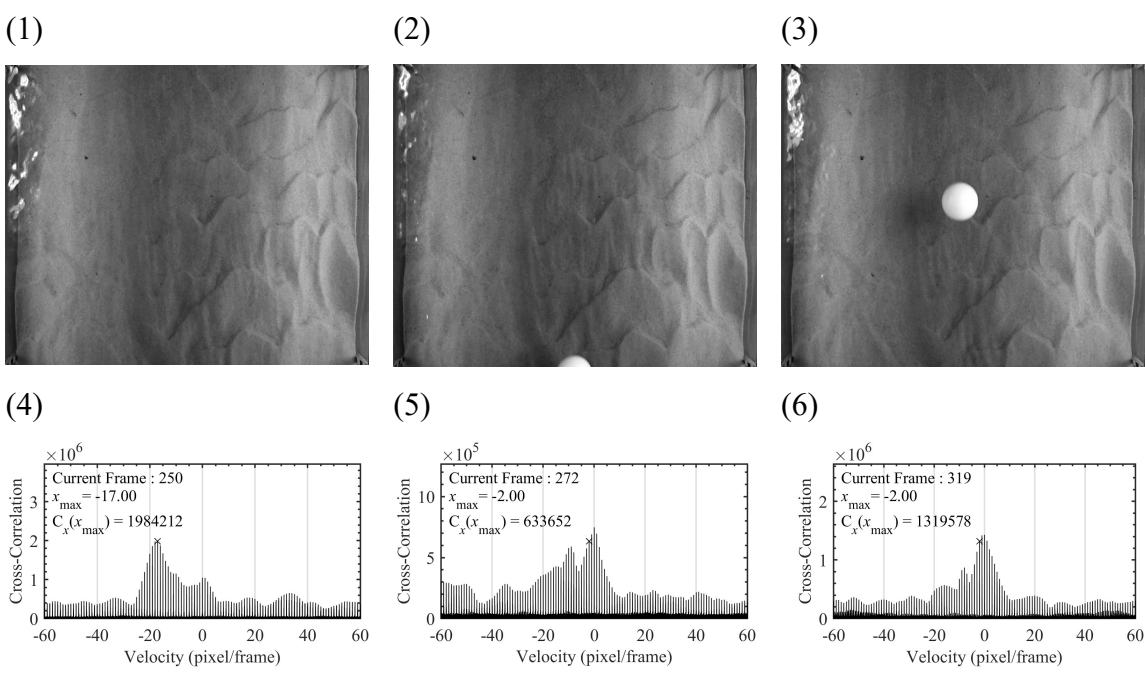


圖 4.1.8 灰階影像互相關分析結果(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)至(3)依序為第 250、272 與 319 幀之灰階影像；(4)至(6)依序為第 250、272 與 319 幀之灰階影像互相關分析結果在區間 $[-60,60]$ 放大圖。



4.1.5 多顆粒影像結果與分析

在多顆粒保麗龍球試驗中，將水槽流量調整較單顆粒試驗高，確保顆粒在運動過程中不會有堵塞的情形，圖 4.1.9 為當保麗龍群進入 ROI 後的灰階影像，圖 4.1.10 為將時間相鄰的兩幀灰階影像亮度值相減的影像。

在單顆粒水槽試驗分析中已知在互相關位於 $[-1,1]$ 的峰值並非由顆粒造成，在不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值下，由第 300 幀二值化影像的互相關分析結果可知，本方法估計的顆粒垂直方向長度為 892.75 個像素。本方法估計的顆粒垂直方向長度遠大於影像本身的垂直方向長度，這是因為有許多不同顆粒以相同速度運動，使得互相關最大值為所有相同速度的顆粒水平長度之總和，因此無法直接估計特定顆粒的尺寸，結果如圖 4.1.11 所示。由第 300 幀灰階影像的互相關分析結果可知，本方法估計的速度為每幀 10 個像素，換算為真實單位為約每秒 40.27 公分，互相關分析結果如圖 4.1.12。

為了驗證本方法估計的速度之正確性，透過人眼追蹤保麗龍球來驗證。在水槽中央區域的被追蹤保麗龍球通過 ROI 的平均速度約為每秒 37.05 到 41.67 公分，即約每幀 9.20 到 10.35 個像素；靠近水槽側壁處被追蹤保麗龍球平均速度約為每秒 32.0 公分，約為每幀 7.95 個像素。

由圖 4.1.9 能夠觀察到大部分的顆粒都在水槽中央，故在水槽中央的顆粒邊界長度總和比靠近水槽側壁的顆粒邊界長度總和更長，因此在保麗龍球群通過 ROI 的過程中由互相關最大值估計的速度為水槽中央的保麗龍球速度。本方法在第 174 幀到 550 幀之間成功捕捉到水槽中央的保麗龍球速度，由互相關最大值估計的速度在每幀 9 到 10 個像素之間擺盪，換算為真實單位為每秒 36.24 到 40.27 公分，本方法估計的速度與在水槽中央的被追蹤保麗龍球速度相比之下誤差約為 2.2%到 3.4%，如圖 4.1.13 所示。

在多顆粒水槽試驗中，以二值化影像估計的顆粒長度方面，由於影像中存在多個速度相同的顆粒，使得本方法估計的顆粒長度為多個速度相同顆粒的長度之總和，因此無法直接估計特定顆粒的尺寸，從本試驗中可知二值化影像估計顆粒尺寸的方法較適合應用在影像中存在一粒徑遠大於其他顆粒的情形；以灰階影像分析顆粒速度方面，在不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值的情況下，成功由互相關最大值估計的速度估計出水槽中央的保麗龍球的垂直速度為每幀 9 到 10 個像素，

與人眼判釋的速度比較之下誤差約為 3.4%到 2.2%。由於在保麗龍群進入 ROI 後使得水面反光被遮蔽，因此水面反光在多顆粒水槽試驗中的影響有限，保麗龍球群通過 ROI 的 7.283 秒的時間中僅有前後約 0.5 秒的時間無法成功估計出保麗龍球的速度。接下來將以室內土石流試驗的影像作為分析對象，探討當本方法應用於更複雜影像的分析結果以及誤差。

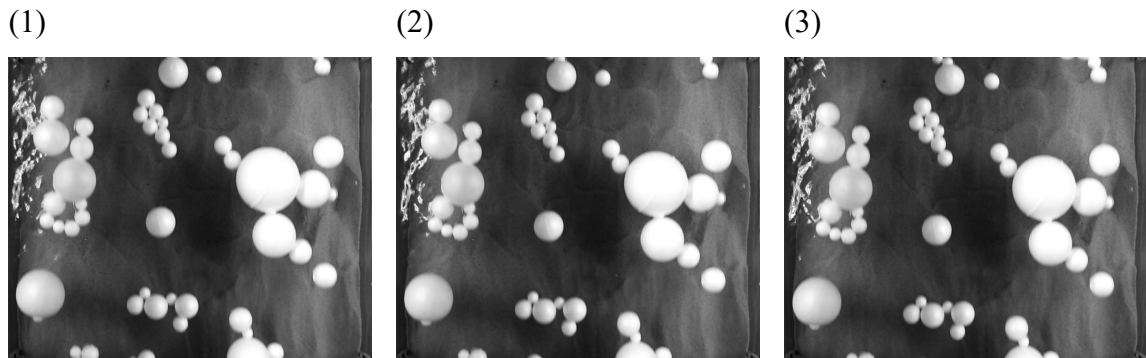


圖 4.1.9 多顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像；(1)至(3)依序為第 300、299 與 298 幀。

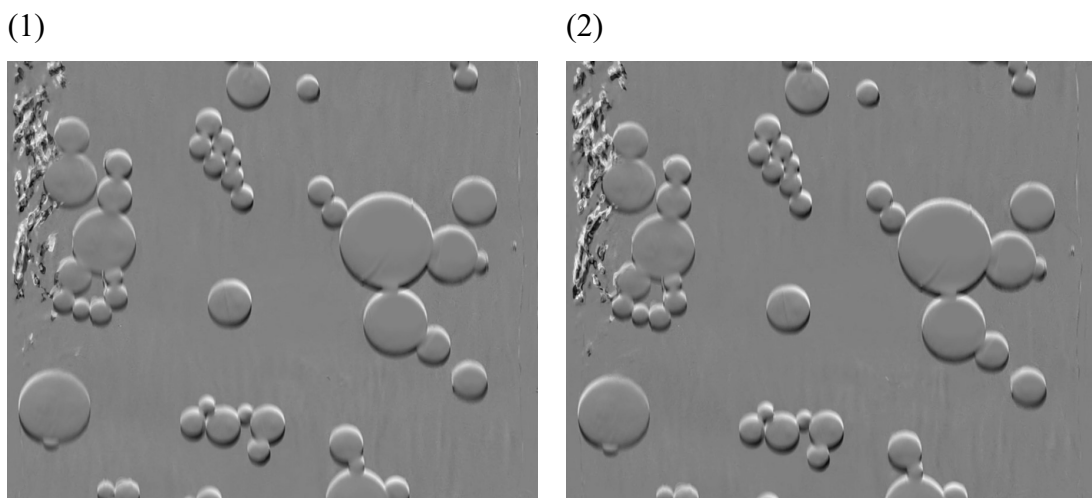


圖 4.1.10 多顆粒水槽試驗 ROI 灰階影像亮度值相減；(1)與(2)分別為第 300 幀與 299 幀相減以及第 299 幀與 298 幀相減。

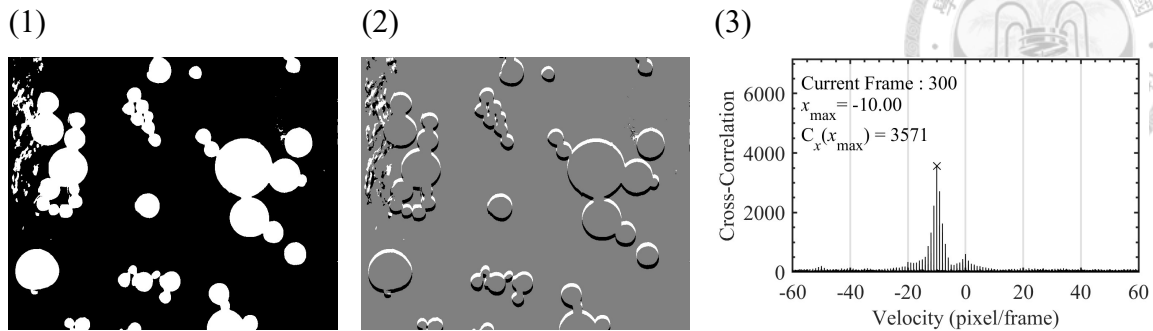


圖 4.1.11 第 300 幀多顆粒水槽 ROI 二值化影像分析結果(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 300 幀二值化影像(閾值為 170)；(2)為第 300 幀與第 299 幀二值化影像相減；(3)第 300 幀二值化影像之互相關分析結果在區間 $[-60,60]$ 放大圖。

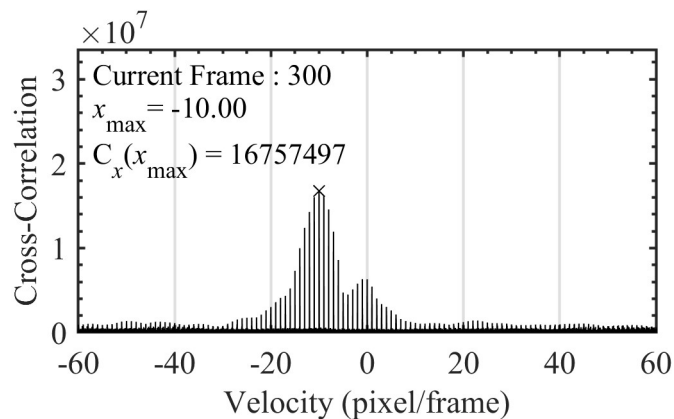


圖 4.1.12 第 300 幀多顆粒水槽 ROI 灰階影像分析結果在區間 $[-60,60]$ 的放大圖

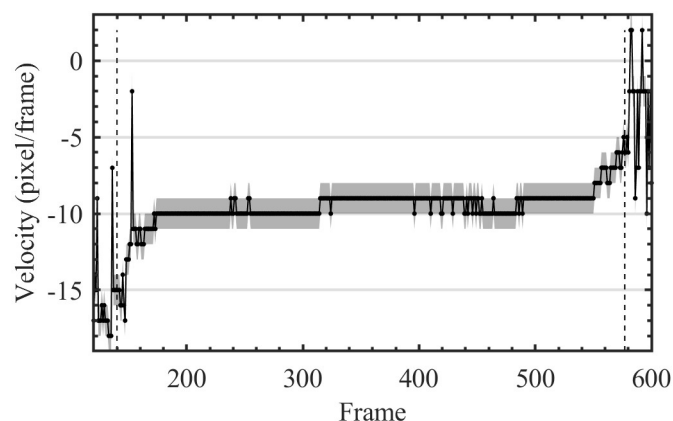


圖 4.1.13 多顆粒水槽試驗-互相關最大值估計之垂直速度隨時間變化圖；灰色為理論最大誤差範圍；虛線為保麗龍群開始進入 ROI 與完全離開 ROI 的幀號，保麗龍球從第 140 幀開始進入 ROI 並在第 577 幀完全離開 ROI。



4.2 室內土石流試驗

4.2.1 實驗目的

透過以室內水槽模擬土石流事件，使用鵝卵石與小粒徑礫石模擬天然底床，並以小粒徑礫石作為料源，混合充足的水份後自渠道上游料源區釋放，當料源受到重力作用下形成土石流向渠道出口移動，透過攝影機記錄土石流通過底床的運動過程。

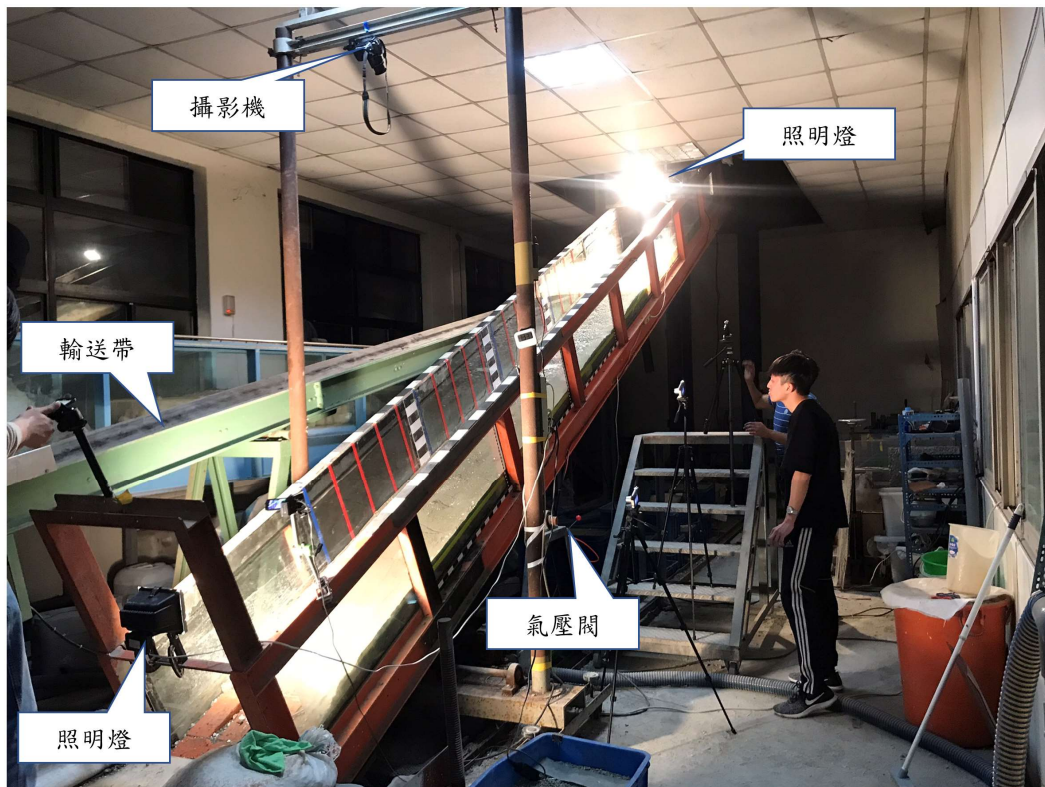
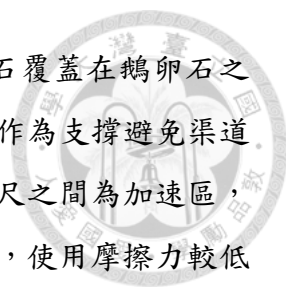


圖 4.2.1 室內土石流試驗渠道側拍圖

4.2.2 實驗器材與配置

1. 實驗渠道：在本實驗中使用的渠道長度為 10 公尺、寬 0.5 公尺、深 0.5 公尺的矩形斷面渠道，水槽坡度設定為 24 度，水槽兩側為透明強化玻璃，允許實驗過程中自側面觀察波前的運動過程，並在渠道上方兩側設有黑白相間的比例尺，最小單位為 10 公分。水槽由下往上依序為料源區、加速區與觀測區等三個區域。避免底床因渠道坡度上升後底床滑動，在距渠道出口前 0.4 公尺設置了磚頭，定義此區域為實驗區域的邊界。自實驗邊界往上游 4.81 公尺為觀測區，為了模擬天然環境的底床摩擦情況，將鵝卵石



膠黏在渠道底部作為固定底床，混合等體積的粗細礫石覆蓋在鵝卵石之上，將底床厚度調整至 9 公分，並設有兩個門字型木架作為支撐避免渠道坡度上升後底床滑動。距實驗邊界 4.81 公尺到 7.79 公尺之間為加速區，為了使土石流在釋放後能夠在抵達觀測區之前完全發展，使用摩擦力較低的壓克力作為底床，壓克力底床總長 4.07 公尺、厚度為 8.5 公分，涵蓋整個加速區與部分料源區。在 7.79 公尺處設有一個油壓控制的閘門分隔加速區與料源區，能夠以外接空氣壓縮機進行控制。7.79 公尺到 10 公尺為料源區，作為儲存與混合料源的區域。

2. 供水系統：本實驗使用抽水馬達將水抽到水槽上游，抽水馬達設有一浮筒式流量計，流量計刻度範圍為 0.005cms 到 0.05cms，本實驗以流量計監測並控制流量維持在 0.002cms。
3. 攝影機：本實驗使用攝影機型號為 Nikon D5600，感光元件 CMOS 尺寸為 23.5 mm×15.6 mm，所錄製的影像解析度為 1920 pixel×1080 pixel，將攝影機架設在距離渠道出口 0.78 公尺、距離地面高 2.26 公尺處。
4. 輸送帶：置於渠道旁，自渠道下游處運送礫石至料源區儲存的裝置。
5. 空氣壓縮機：以空氣壓縮機改變閘門上的液壓阻尼器內的氣壓對閘門進行控制，通過設置在渠道側邊的氣壓閥使閘門開啟。
6. 照明燈：光源為本實驗中的控制變因，為避免環境光源的影響，故本實驗在夜間進行，並在加速區與觀測的交界處設置一地燈朝下游進行照明。

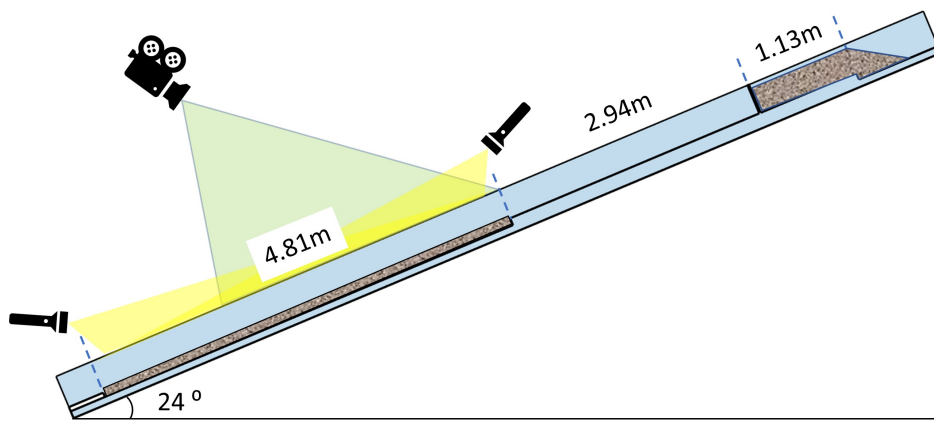
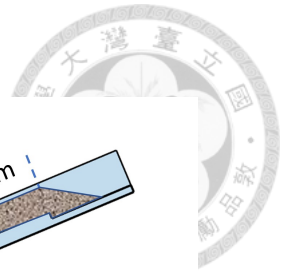


圖 4.2.2 室內土石流試驗實驗水槽配置示意圖

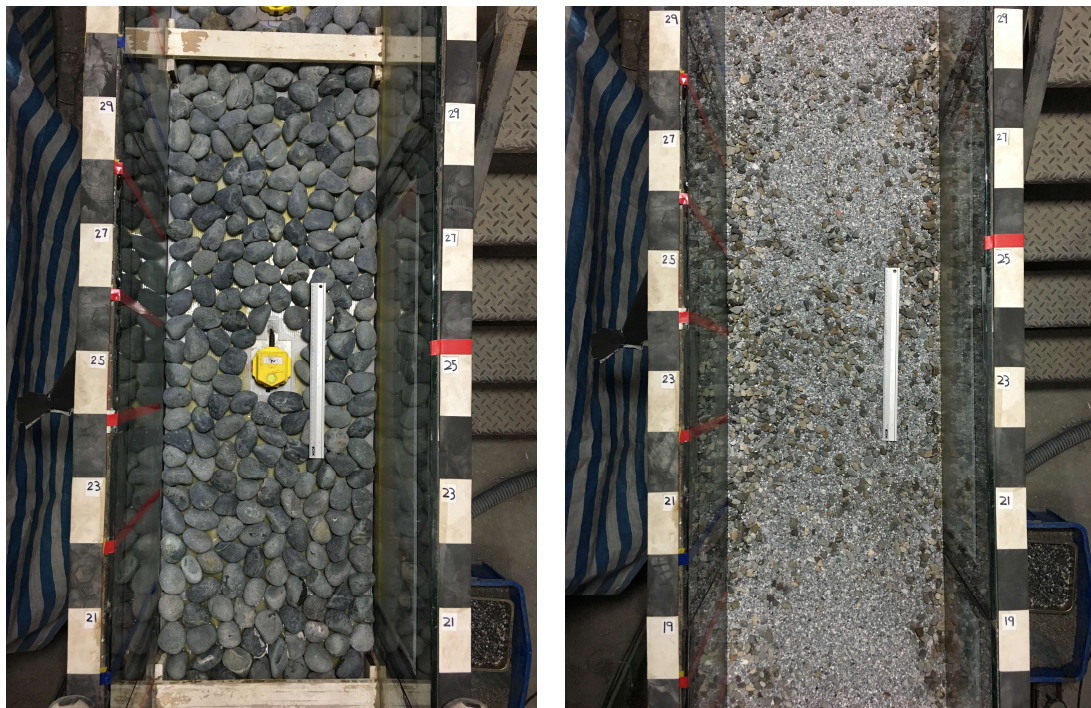


圖 4.2.3 室內土石流試驗底床配置圖；細粒礫石 D50 為 3.34mm，粗粒礫石 D50 為 11.65 mm；鵝卵石直徑約為 50mm；渠道內白色橫條為木架。

4.2.3 實驗流程

1. 設置底床：將小粒徑礫石均勻鋪在觀測區，使鵝卵石間的空隙充分被填滿，透過水槽兩側強化玻璃確認底床厚度，直到底床厚度到達 9 公分為止，所使用之礫石尺寸為將 D50 為 3.34mm 與 D50 為 11.65 mm 的小礫石以體積比約 1:1 混合而成。
2. 設置料源：透過輸送帶將礫石運送到水槽上游的料源區儲存，將礫石堆積成上底 0.8 公尺、下底 1.2 公尺、寬 0.5 公尺與高 0.35 公尺的梯型體，體積約為 $0.2\text{m}^3 \pm 10\%$ ，所使用之礫石級配與底床相同。
3. 設置水槽與攝影機：將水槽坡度調整到 24 度，同時將攝影機架設定位並確認攝影機是否正常運作。
4. 濕潤底床：為了讓底床的水份處於飽和狀態，以灑水的方式將底床潑溼。
5. 開始錄影。
6. 啟動抽水馬達，將流量自 0 開始增加並調整到 0.02cms。
7. 開啟閘門：當料源區的水量足以潤浸料源時，開啟閘門。
8. 實驗結束

4.2.4 實驗結果與分析



圖 4.2.4 室內土石流試驗 ROI 範圍示意圖

試驗影像幀率為每秒 60 幀，依照水槽兩側比例尺選取長 230 公分，寬 50 公分的 ROI，ROI 影像由 $1773 \text{ pixel} \times 553 \text{ pixel}$ 組成，如圖 4.2.4 所示。由於模擬的土石流在水槽中的流動方向與影像座標的 x 軸方向幾乎平行，故分析本試驗影像時僅沿垂直方向做一維陣列轉換進行分析。受限於本試驗的拍攝角度難以垂直拍攝水槽，試驗所錄製的影像並非正射影像，觀察水槽兩側的比例尺可以發現在水槽上下游的大小並不相同，在下游每個像素的水平長度約為 0.071 公分/像素；而在上游每個像素的水平長度約為 0.244 公分/像素，因此在分析前必須校正像素長度。

今透過線性內插將每單位像素的水平長度校正成相同。假設影像中從上游到下游每單位像素的水平長度是線性變化的，可以算得從上游到下游間每個像素的水平長度，再重新沿著影像的 x 軸方向做等間距的採樣使每單位像素水平長度相同，當重新採樣的點落在原影像的兩個像素之間，則以線性內插得到該採樣點的亮度值，採樣數目為 1773 個像素與 ROI 的水平尺寸相同，經校正後每單位像素水平長度約為 0.13 公分，校正前後之差異如圖 4.2.5 所示。

觀察室內土石流試驗中 ROI 灰階影像，如圖 4.2.6 所示，在第 4400 幀為開啟閘門前 ROI 內的影像，可以觀察到由於閘門側邊滲水造成的底床表面的沖刷底床，第 4450 幀為模擬的土石流前峰挾帶著跳起的水花進入觀測區的瞬間，而在第 4560 幀是土石流前峰已經離開 ROI 後的完全發展土石流的表面影像。

由於本試驗並未在模擬的土石流料源中加入粒徑較大的礫石，而是混合粒徑相近的小礫石作為料源，因此不適合以二值化影像之互相關估計顆粒的長度。圖 4.2.7 為第 4400、4450 以及 4560 幀灰階影像之互相關分析的結果，在第 4400 幀中土石流前鋒進入 ROI 前互相關在原點的附近已存在一個峰值，應是由閘門滲水造成的底床沖刷以及背景雜訊所產生的峰值；在第 4450 幀中土石流前峰挾帶水花進入 ROI 後，可以在互相關的結果觀察到在 20 到 60 之間有明顯峰值出現，但此時由互相關最大值仍發生在原點附近；在第 4560 幀中隨著水花散去土石流持續發展，由互相關最大值估計的速度為每幀 20 個像素，換算為真實單位約為每秒 155.67 公分。

圖 4.2.8 為互相關最大值估計的速度對隨時間變化圖，在整個試驗過程中部分互相關最大值發生在原點附近。在第 4400 幀中模擬的土石流尚未進入 ROI，可由

圖 4.2.7(1)的互相關分析結果觀察到在 $[-10, 10]$ 區間內已有峰值存在，若將此區間內的峰值視為背景雜訊，搜尋互相關最大值時不考慮 $[-10, 10]$ 內的峰值則結果如圖 4.2.9。

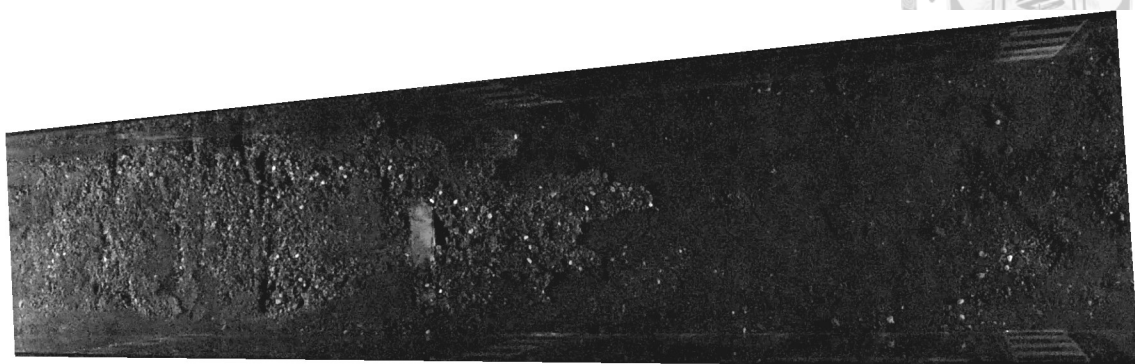
為了驗證本方法估計之速度是否正確，以人工追蹤第 4559 幀到第 4560 幀之間共 85 顆石頭之水平位移來進行驗證，將 ROI 分成分別六個區域，在每一個區域追蹤至少十個顆粒以上。在最左方兩個區域為模擬之土石流入口處，在兩幀影像間的變動非常劇烈對顆粒追蹤造成困難，故此兩區追蹤的顆粒數量較少。圖 4.2.10 為像素水平長度校正後的第 4560 幀中被追蹤顆粒之位置分布圖，綠色叉號為被追蹤之顆粒，虛線將 ROI 區分為六等分。

以人眼追蹤顆粒的頭部或尾部，最大誤差理論上為兩個像素，圖 4.2.11 記錄了不同速度下之被追蹤顆粒的數量，其中最多顆粒以每幀 18 個像素移動，換算成真實單位約為每秒 140.10 公分，在 85 顆中共有 12 顆，所有被追蹤顆粒平均速度約為每幀 24.21 個像素，約為每秒 188.44 公分。在第 4560 幀時由本方法估計的速度為每幀 20 個像素，約為每秒 155.67 公分，落在人眼追蹤的最大誤差 2 個像素的範圍內，比較在第 4560 幀的最多被追蹤顆粒的速度與本方法估計的速度誤差約為 11.1%。

在室內水槽單顆粒、多顆粒以及室內土石流試驗以上三個室內試驗分析發現無論顆粒是否進入 ROI，互相關在原點附近的 $[-1, 1]$ 區間中總會有一個峰值，故將互相關中 $[-1, 1]$ 區間內的峰值視為由背景雜訊所產生；由二值化影像分析顆粒尺寸的方法僅適用於被分析影像內存在明顯大顆粒的情況；使用灰階影像分析的顆粒速度與人眼判釋的結果差異在 2 個像素的誤差範圍內。在後續現場影像分析中搜尋互相關最大值時將不考慮 $[-1, 1]$ 區間內的峰值。



(1)



(2)

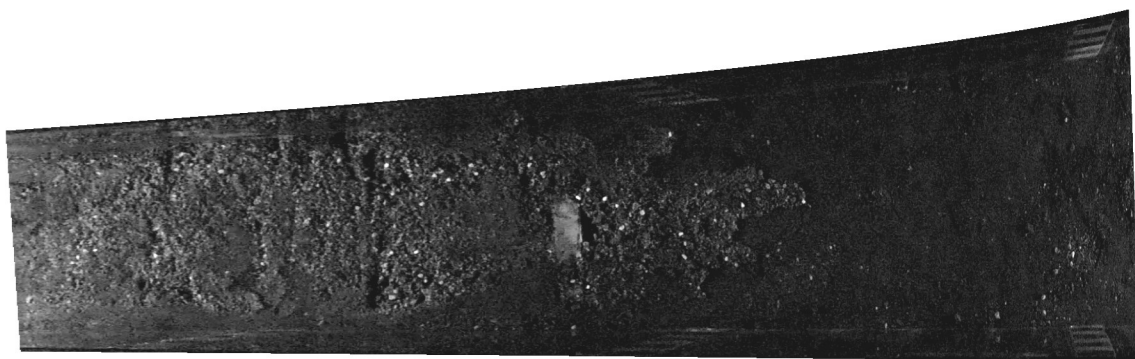


圖 4.2.5 室內土石流試驗 ROI 灰階影像第 1 幀；(1)像素水平長度校正前；(2)像素水平長度校正後。

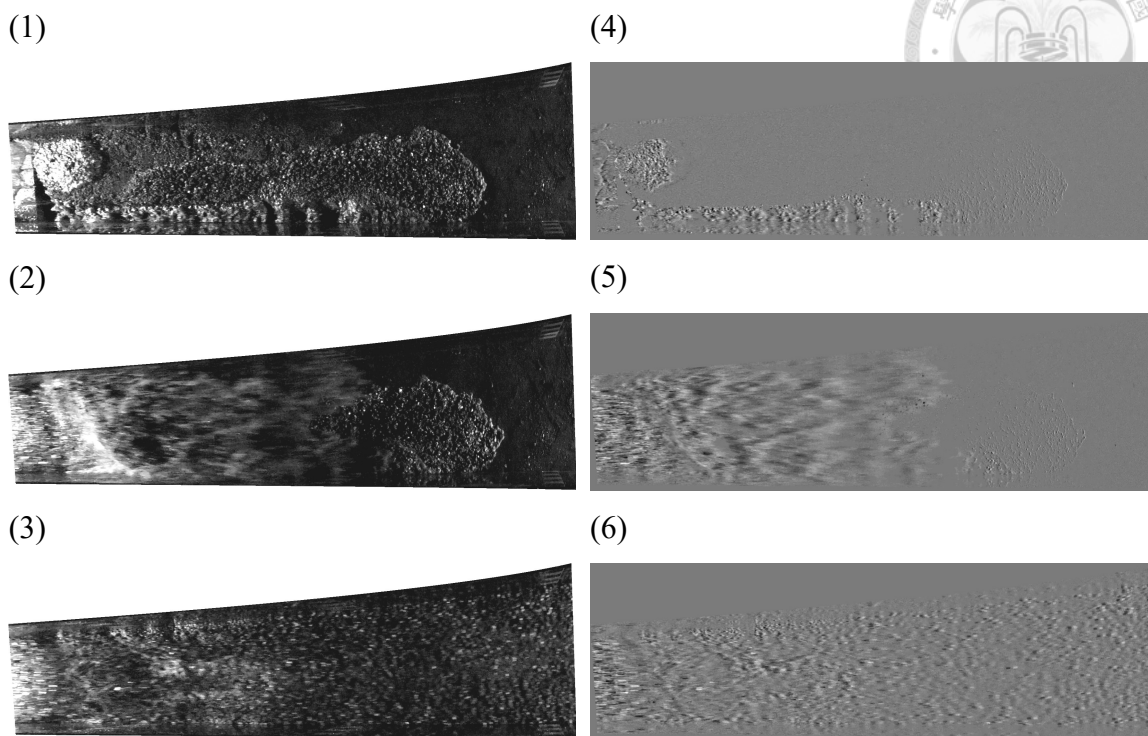


圖 4.2.6 像素水平長度校正後的室內土石流試驗 ROI 灰階影像；(1)至(3)依序為第 4400、4450 以及 4560 幀；(4)至(6)分別為(1)至(3)與各自的前一幀影像亮度值相減。

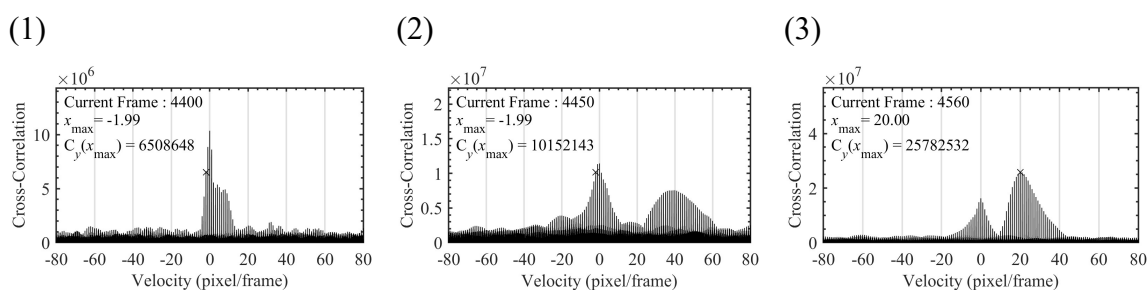


圖 4.2.7 灰階影像之互相關分析結果(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)至(3)依序第 4400、4450 與 4560 幀互相關分析結果在區間 $[-80,80]$ 的放大圖。

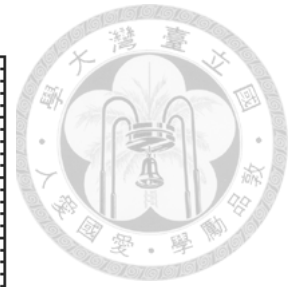
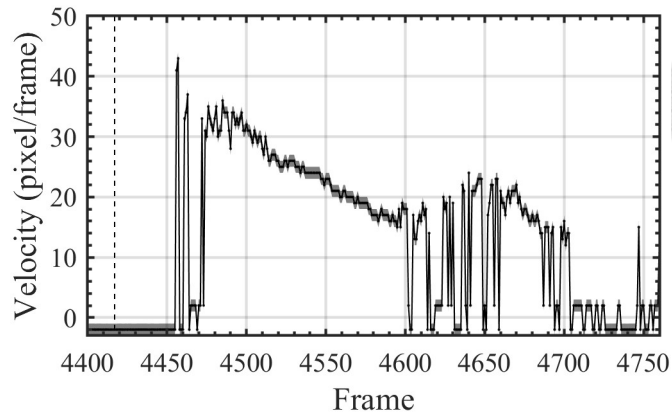


圖 4.2.8 室內土石流試驗-互相關最大值估計的水平速度隨時間變化圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；縱軸為水平速度；橫軸為試驗影片中第 n 幀影像；灰色為理論速度最大誤差 ± 1 個像素的範圍；虛線為在第 4417 幀土石流前峰出現在 ROI 的瞬間。

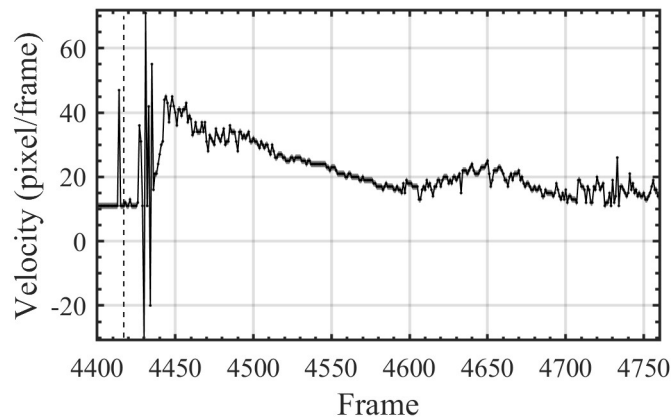


圖 4.2.9 室內土石流試驗-互相關最大值所得之水平速度隨時間變化圖(不考慮 $[-10,10]$ 區間內的峰值)；縱軸為水平速度；橫軸為試驗影片中第 n 幀影像；灰色為理論速度最大誤差 ± 1 個像素的範圍；虛線為在第 4417 幀土石流前峰出現在 ROI 的瞬間。

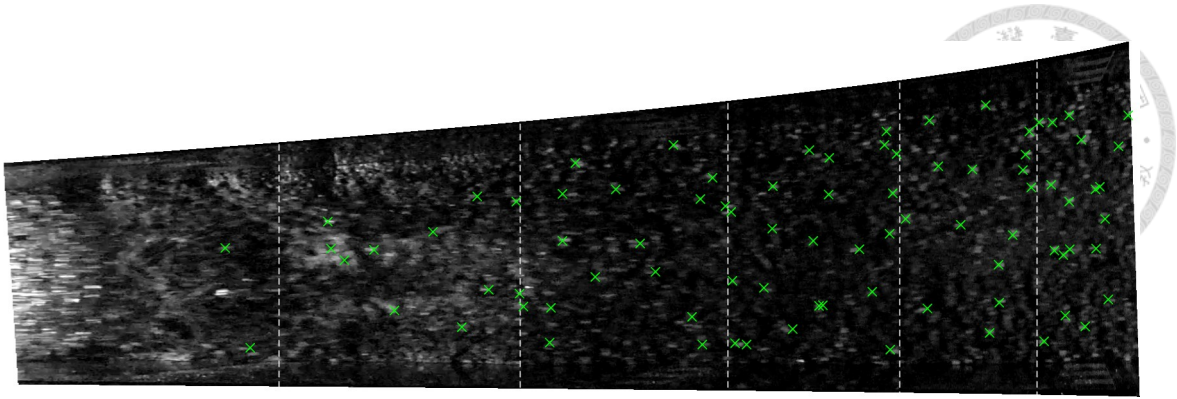


圖 4.2.10 被人眼追蹤顆粒分布圖(水平校正後)

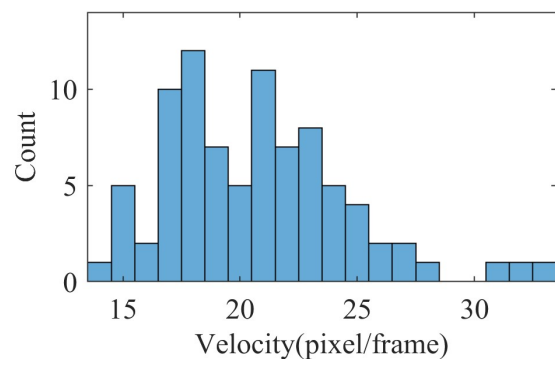


圖 4.2.11 被追蹤顆粒速度分配直方圖

第五章 現場影像分析

以下將應用本方法分析三場發生在南投信義鄉神木村的土石流事件的影像，三場事件分別是 2004 年敏督利颱風、2012 年 6 月 10 號愛玉子溪上游鋼索斷裂事件以及 2014 年 520 豪雨事件。



5.1 案例一：2014 年 520 豪雨事件

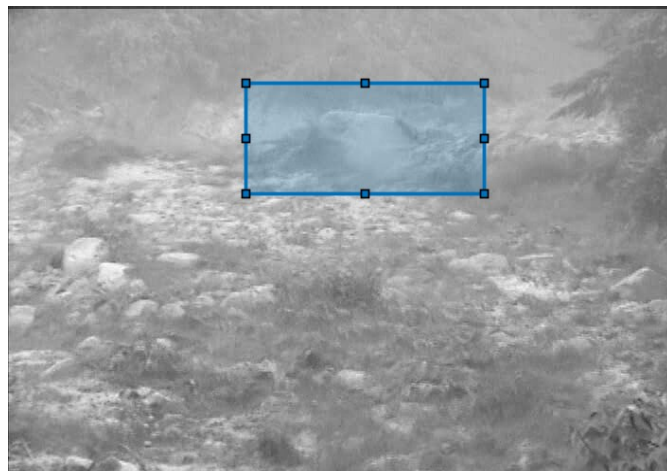


圖 5.1.1 案例一-現場影像 ROI 範圍示意圖(第 1380 幀)

在本案例中分析的現地影片幀率為每秒 27 幀，由於拍攝角度使得影像上半部與下半部的像素真實長度差異過於巨大，故在進行分析前必須先選取 ROI，盡量避免分析區域內像素長度的差異。由第 1380 幀可以觀察到一顆巨石在土石流中移動，而巨石常是土石流造成災害的主因之一，亦可透過以人眼追蹤巨石對分析結果進行驗證，故以巨石的位置選取 ROI 作為分析區域，圖 5.1.1 為 ROI 選取範圍，ROI 影像尺寸為 $253 \text{ pixel} \times 115 \text{ pixel}$ ，由於在 ROI 內土石流多呈現水平運動，故選擇沿垂直方向對影像一維陣列轉換進行分析。

由於現場影像天候不佳，肉眼可見的豪雨不時出現於影像中，使得兩幀之間亮度值應該恆定的背景亮度值出現差異，故將影像兩幀亮度值相減之後代入式 (2.3)，令門檻值 T 為 5 去除兩幀之間差異不大的部分，並且當一個像素的八鄰域被 0 包圍時，將此被零孤立的像素視為雜訊令此像素亮度值為零，圖 5.1.2 為兩幀直接相減與經過處理後的比較。

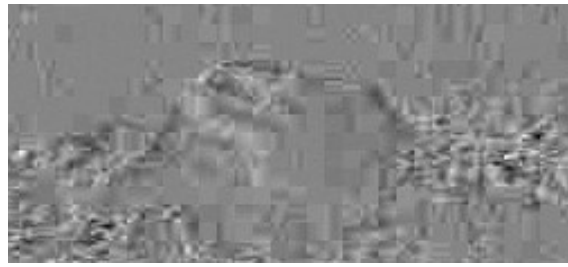
第 1380 幀的影像中巨石恰滾動到 ROI 內，透過人眼判釋可知巨石水平方向長度約為 125 個像素，以閾值 180 將影像二值化後進行互相關分析，本方法估計的顆粒水平長度為 39.5 個像素，與人眼判釋結果比較誤差約為 68.4%，這是因為本案例中二值化無法成功萃取出顆粒，使二值化影像之互相關分析的結果產生極大的誤差，二值化後的影像分析結果如圖 5.1.3 所示。

本案例中二值化無法成功萃取出顆粒，故直接以灰階影像進行分析，由室內試驗分析結果發現在互相關在原點常有峰值出現，故搜尋互相關最大值時不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值，分析過程與結果如圖 5.1.4 至圖 5.1.7 所示。本案例中透過人眼追蹤第 1380 幀出現的巨石對本方法估計的速度進行驗證，在圖 5.1.8 中綠色又號為被追蹤的巨石邊界，由人眼追蹤顆粒邊界的水平速度約為每幀向左 4 個像素，被追蹤點之影像座標列於表格 3 中。

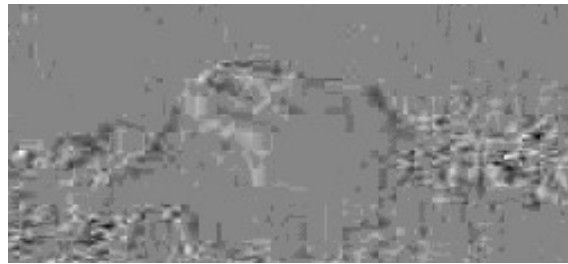
在不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內的互相關峰值的情況，第 1380 幀本方法估計的速度為每幀向左 4 個像素，由於人眼追蹤顆粒邊界的最大誤差為兩個像素，本方法估計的速度落在 2 個像素的誤差範圍中。



(1)



(2)



(3)

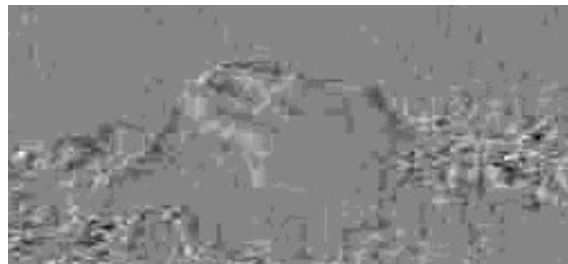
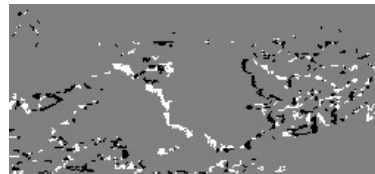


圖 5.1.2 案例一-第 1380 幀 ROI 灰階影像亮度值相減與影像處理後比較；(1)為第 1380 幀減去第 1379 幀的兩幀相減影像；(2)為圖(1)去除亮度差異小於 5 的像素；(3)為圖(2)去除孤立像素。

(1)



(2)



(3)

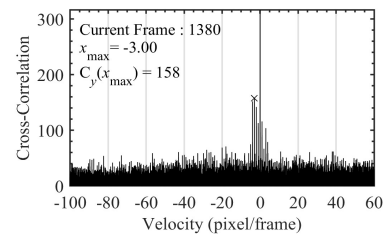


圖 5.1.3 案例一-第 1380 幀二值化影像分析結果圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 1380 幀二值化影像(閾值為 180)；(2)為第 1380 幀與第 1379 幀二值化影像相減；(3)第 1380 幀二值化影像之互相關分析結果在區間 $[-100,60]$ 放大圖。

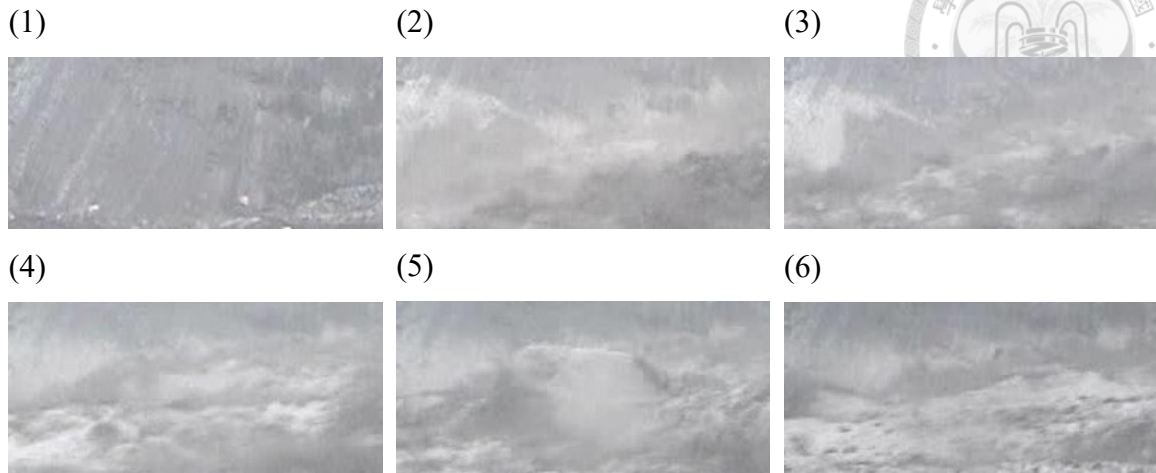


圖 5.1.4 案例一-ROI 之灰階影像；(1)至(6)依序為第 100、520、780、1212、1380 以及 1570 幀。

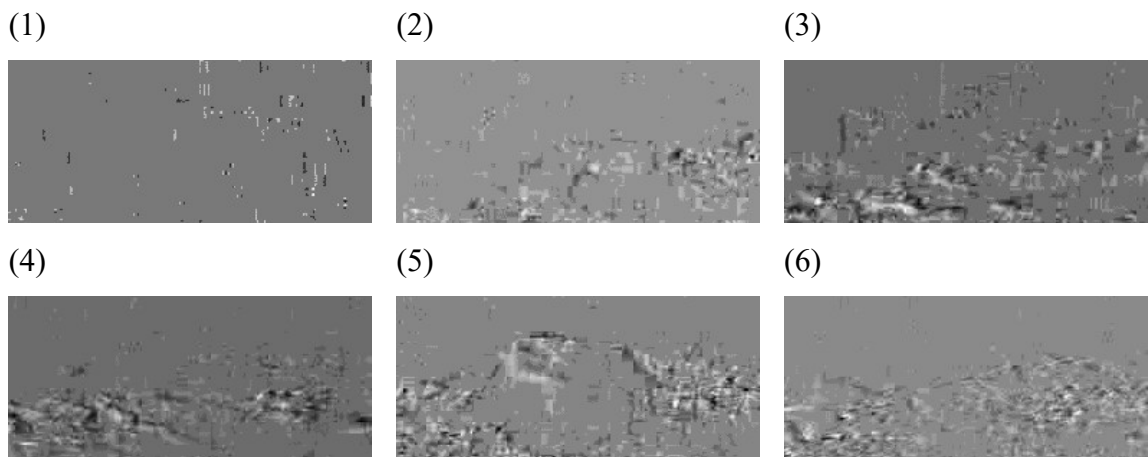


圖 5.1.5 案例一-兩幀灰階影像亮度值相減後經處理之影像；(1)至(6)依序為第 100、520、780、1212、1380 與 1570 幀。

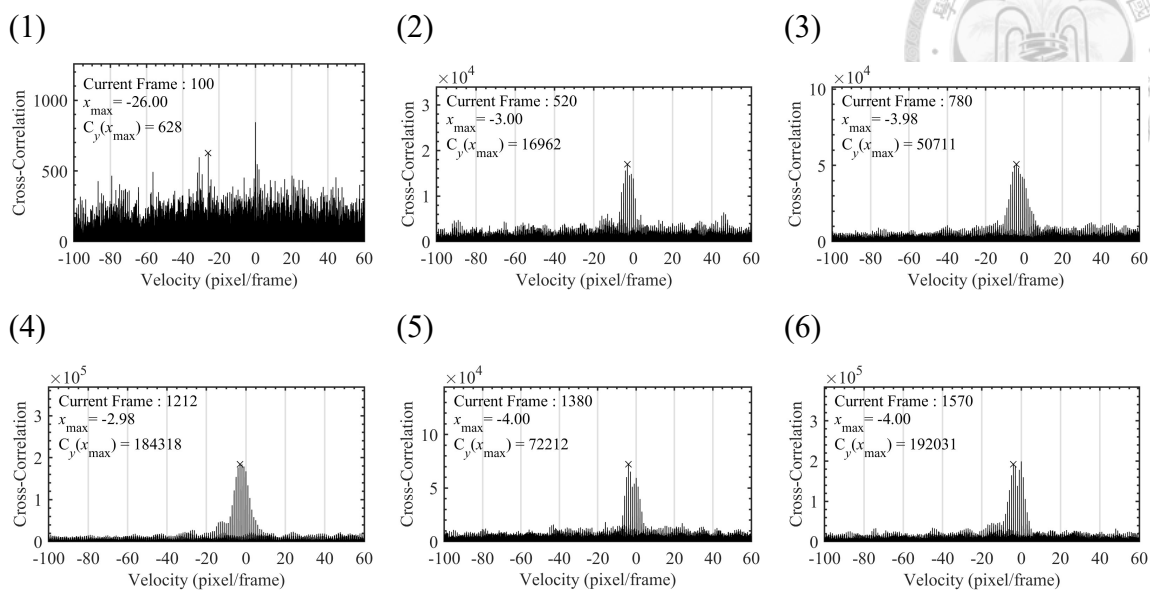
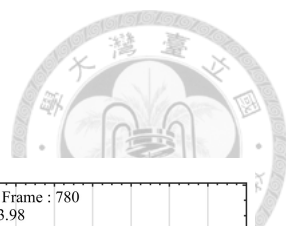


圖 5.1.6 案例一-灰階影像之互相關分析水平分量速度之結果在區間 $[-100,60]$ 的放大圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值);(1)至(6)依序為第 100、520、780、1212、1380 與 1570 幀。

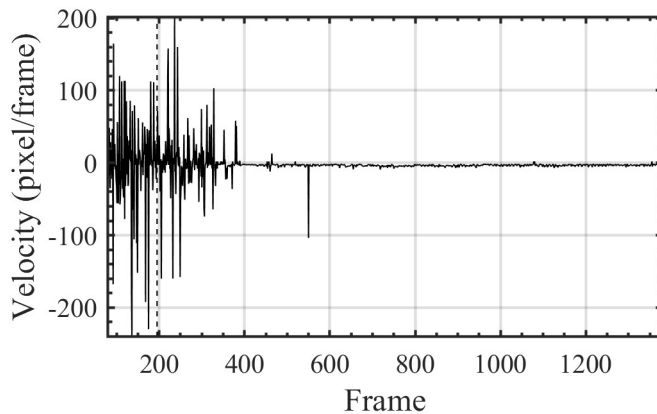
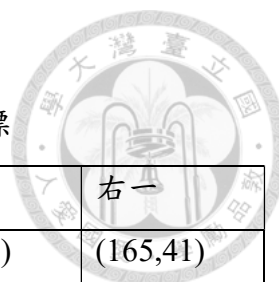


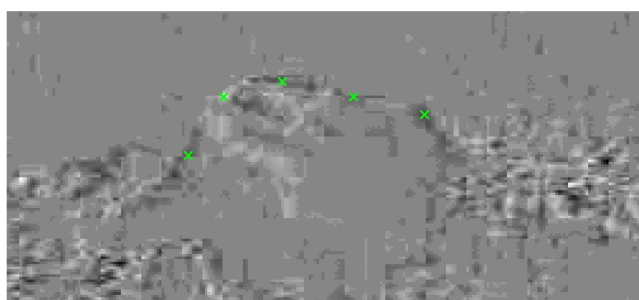
圖 5.1.7 案例一-灰階影像之互相關分析估計之水平速度隨時間變化圖(不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值)



表格 3 案例一-被追蹤的的巨石邊界點影像座標

	左一	左二	中	右二	右一
1379-1378	(72,57)	(85,34)	(109,28)	(137,34)	(165,41)
1380-1379	(68,57)	(82,35)	(105,30)	(133,33)	(160,41)
位移	(-4,0)	(-3,1)	(-4,2)	(-4, -1)	(-5,0)

(1)



(2)

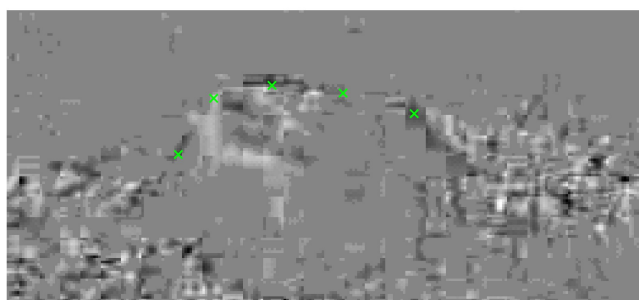


圖 5.1.8 案例一-被追蹤的的巨石邊界位置圖；(1)與(2)分別為第 1379 幀與第 1380 幀各自與前一幀影像亮度值相減後經影像處理的影像。

5.2 案例二：2012 年 6 月 10 號愛玉子溪上游鋼索斷裂事件



圖 5.2.1 案例二-現場影像(第 150 幀)ROI 範圍示意圖

在本案例中分析的現地影片幀率為每秒 9 幀，為了避免影像中非河道部分的雜訊造成影響，進行分析前沿河道選取 ROI 並對影像使用與案例一相同的前處理，ROI 影像尺寸為 $321\text{ pixel} \times 191\text{ pixel}$ 。

圖 5.2.4 為以本方法分析第 162 幀二值化影像中的巨石尺寸之結果，本方法估計的垂直與水平顆粒尺寸為 51.25 與 31.25 個像素，以人眼判釋第 162 幀中的巨石的垂直與水平方向最大長度為 35 與 24 個像素，比較之下誤差分別約為 31.7% 與 23.2%，由於本方法估計的顆粒尺寸為所有相同速度之顆粒邊界長度總和，因此本方法估計的顆粒尺寸會大於人眼判釋之顆粒尺寸。

在本案例中透過以人眼追蹤第 50 幀中的土石流前鋒與第 162 幀中出現的巨石對本方法估計的速度進行驗證，分別將被追蹤的顆粒影像座標列於表格 4 與表格 5 中。在第 50 幀時本方法估計的水平與垂直速度分別為每幀向左 3 個像素與每幀向上 2 個像素，人眼追蹤的土石流前鋒水平速度為向左 2.75 個像素、垂直速度為每幀向下 0.25 個像素；在第 162 幀時本方法估計的水平與垂直速度分別為每幀向左 2 個像素與每幀向下 2 個像素，人眼追蹤物體邊界水平速度為向左 3.5 個像素、垂直速度為每幀為向上 0.17 個像素，本方法估計的速度差異仍落在 2 個像素的誤差範圍內，如圖 5.2.5 與圖 5.2.6。

從圖 5.2.7 與圖 5.2.8 發現在土石流事件發生後本方估計速度幾乎沒有改變，應是 ROI 範圍內每單位像素長度有數公尺長，使得本方法估計的速度解析度不足。

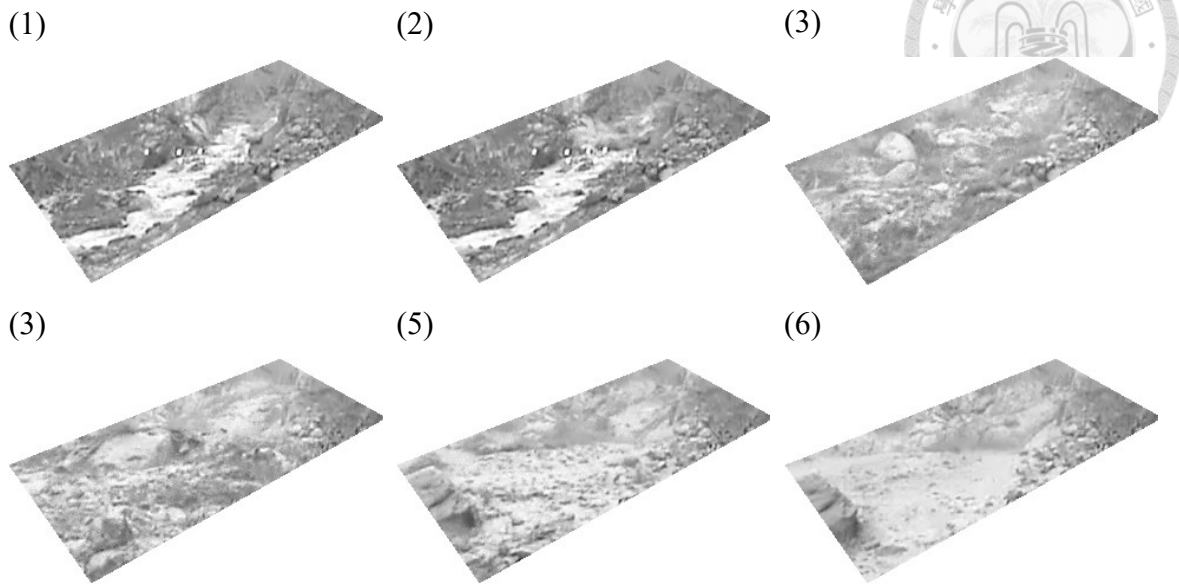


圖 5.2.2 案例二-ROI 灰階影像；(1)至(6)依序為第 10、50、162、326、540 以及 1130 幀。

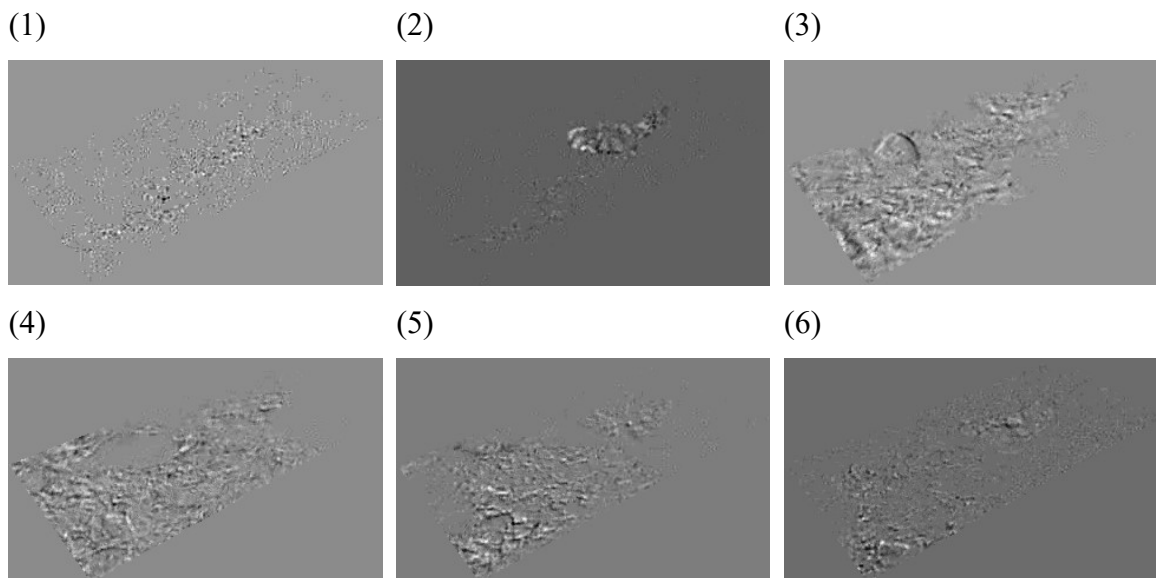
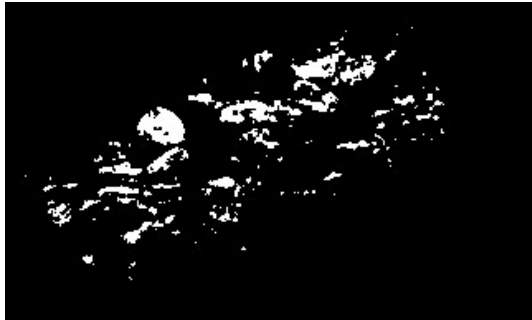
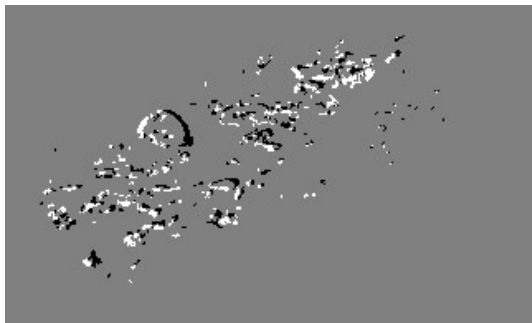


圖 5.2.3 案例二-兩幀亮度值相減後經處理之影像；(1)至(6)依序為第 10、50、162、326、540 以及 1130 幀。

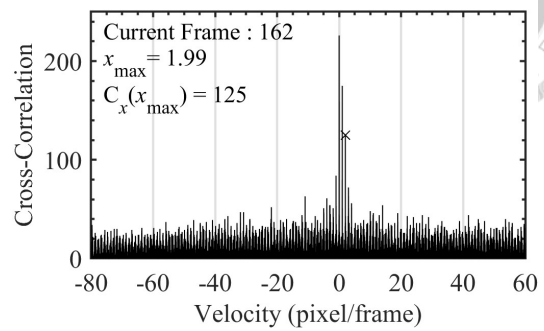
(1)



(2)



(3)



(4)

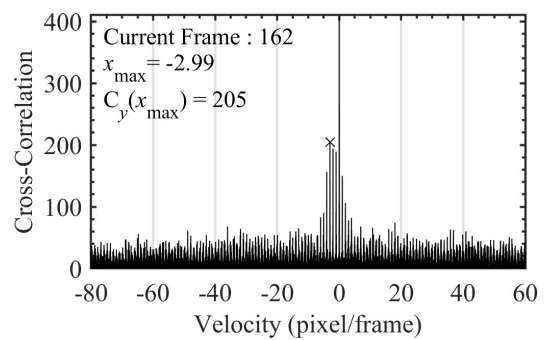


圖 5.2.4 案例二-第 162 幀二值化影像分析結果圖(不考慮位於 $[-1,1]$ 區間內之最大值)；(1)為第 162 幀二值化影像(閾值為 215)；(2)為第 162 幀與第 161 幀二值化影像相減；(3)與(4)分別為第 162 幀二值化影像在垂直與水平方向尺寸之互相關分析結果在區間 $[-80,60]$ 放大圖。

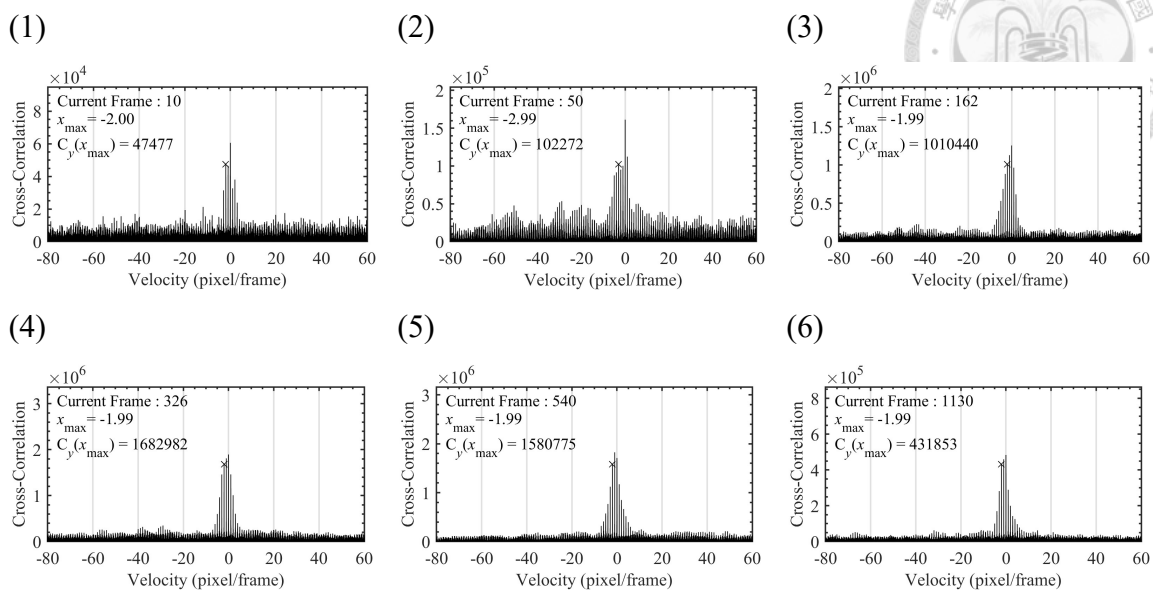
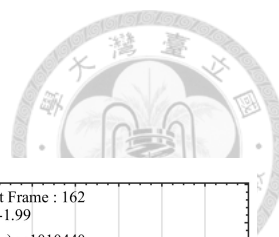


圖 5.2.5 案例二-灰階影像之互相關分析水平分量速度之結果在區間 $[-80,60]$ 的放大圖；(1)~(6)依序為第 10、50、162、326、540 與 1130 幀。

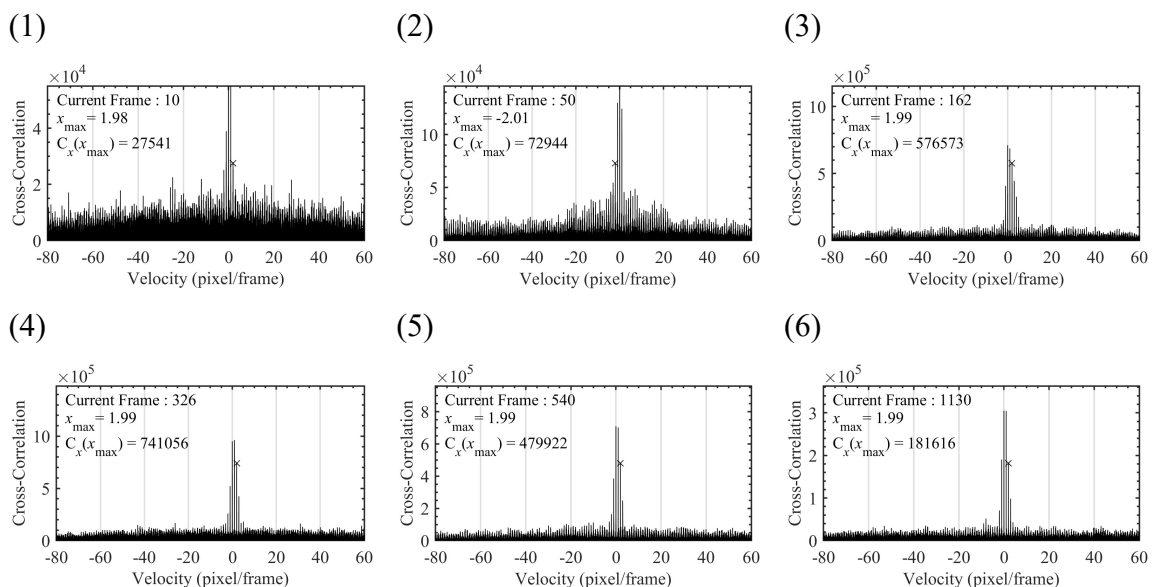


圖 5.2.6 案例二-灰階影像之互相關分析垂直分量速度之結果在區間 $[-80,60]$ 的放大圖；(1)~(6)依序為第 10、50、162、326、540 與 1130 幀。

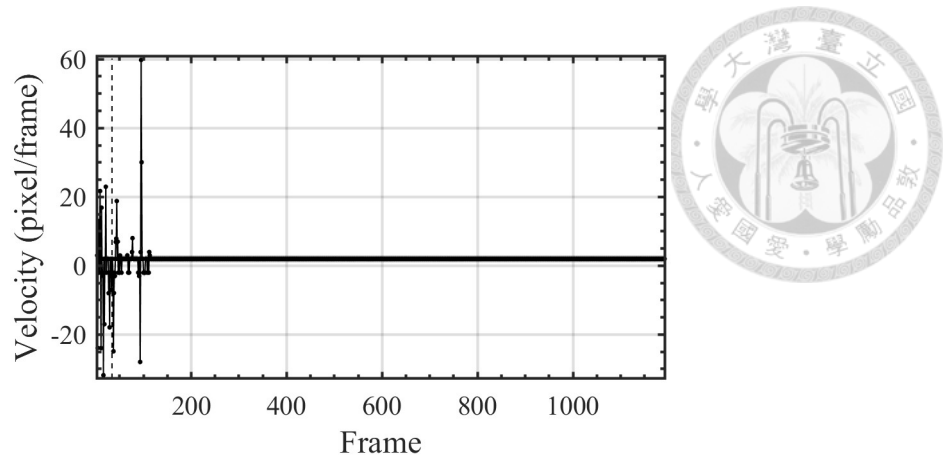


圖 5.2.7 案例二-灰階影像之互相關最大值估計之垂直速度隨時間變化圖(不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值)

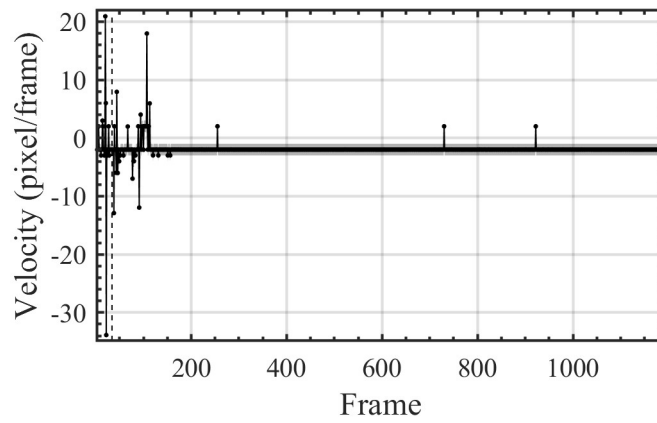


圖 5.2.8 案例二-灰階影像之互相關最大值估計之水平速度隨時間變化圖(不考慮 $[-1,1]$ 區間內的峰值)

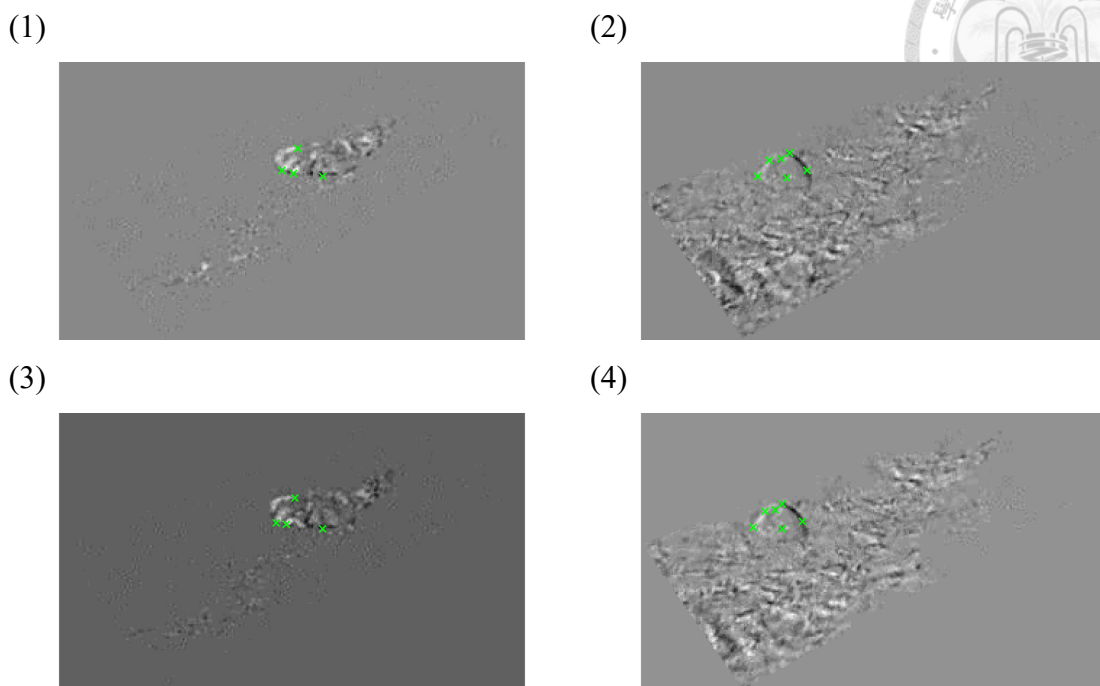


圖 5.2.9 案例二-被追蹤的的邊界位置分布圖；(1)與(3)分別為第 49、48 幀相減以及第 50、49 幀相減；(2)與(4)分別為第 161、160 幀相減以及第 162、161 幀相減。

表格 4 案例二-第 50 幀到 49 幀被追蹤邊界影像座標

	1	2	3	4
49-48	(165,60)	(154,75)	(162,77)	(182,79)
50-49	(163,59)	(150,76)	(157,77)	(182,80)
位移	(-2, -1)	(-4, 1)	(-5,0)	(0,1)

表格 5 案例二-第 162 幀到 161 幀被追蹤邊界影像座標

	1	2	3	4	5	6
161-160	(81,79)	(89,68)	(97,67)	(103,63)	(101,80)	(115,75)
162-161	(78,79)	(86,68)	(93,67)	(98,63)	(98,80)	(112,74)
位移	(-3,0)	(-3,0)	(-4,0)	(-5,0)	(-3,0)	(-3, -1)

5.3 案例三：2004 年敏督利颱風



圖 5.3.1 案例三現場影像 ROI 範圍(第 100 幀)

在本案例中分析的現地影片幀率每秒 6 幀，對本案例進行分析前沿河道選取一 ROI 作為分析區域，ROI 影像尺寸為 $626 \text{ pixel} \times 306 \text{ pixel}$ ，對兩幀相減影像進行與前例相同的前處理，將亮度值相差不足 5 與以及孤立的像素令為零。

在資料傳輸與儲存過程使得本案例的影像出現許多受損以及雜訊干擾，難以觀察到任何顆粒在土石流中運動，無法透過二值化對本案例之影像進行顆粒尺寸的分析，亦無法使用人眼追蹤來對本方法估計的速度進行驗證。此外由於拍攝的角度造成 ROI 河道上下游的像素真實長度不同，但缺少對像素長度進行校正必須的比例尺，結合以上種種因素使得本方法在本案例的分析結果難以被驗證。

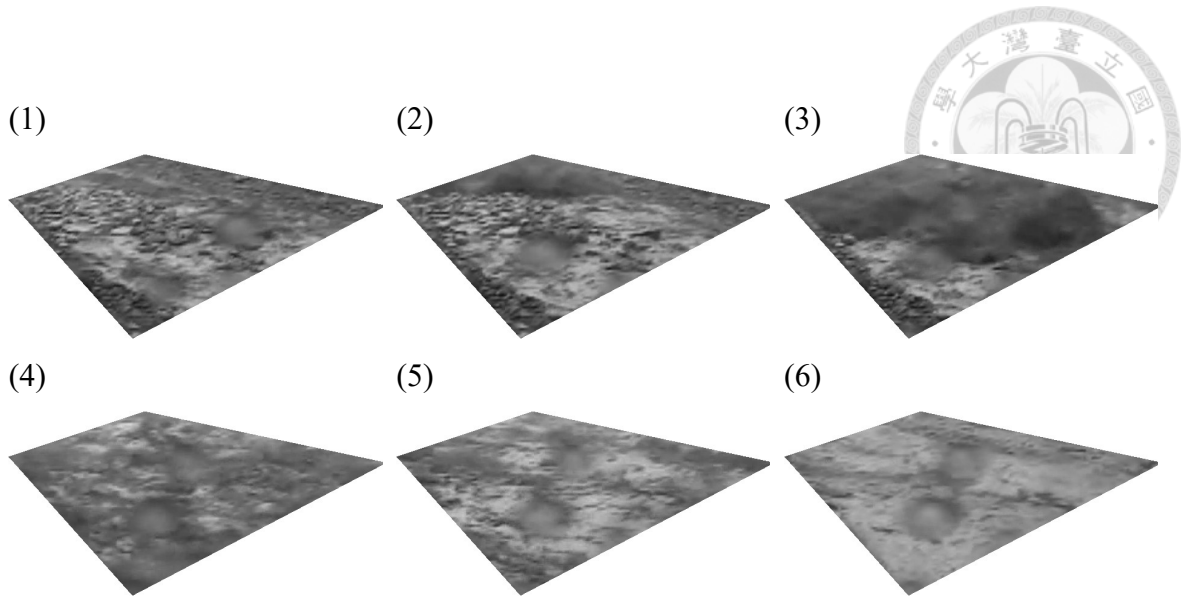


圖 5.3.2 案例三-ROI 灰階影像；(1)至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。

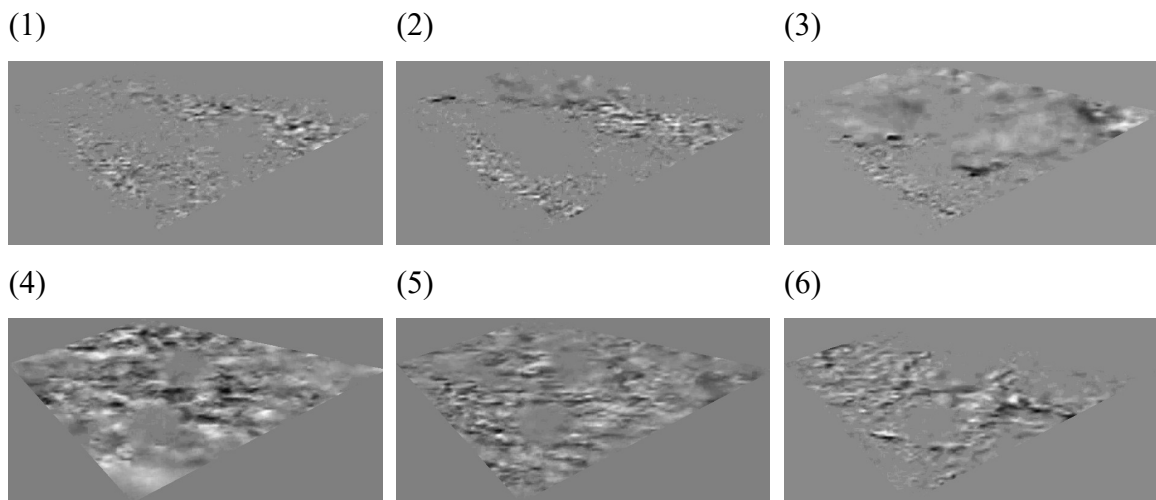


圖 5.3.3 案例三-兩幀亮度值相減後經處理之影像；(1)至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。

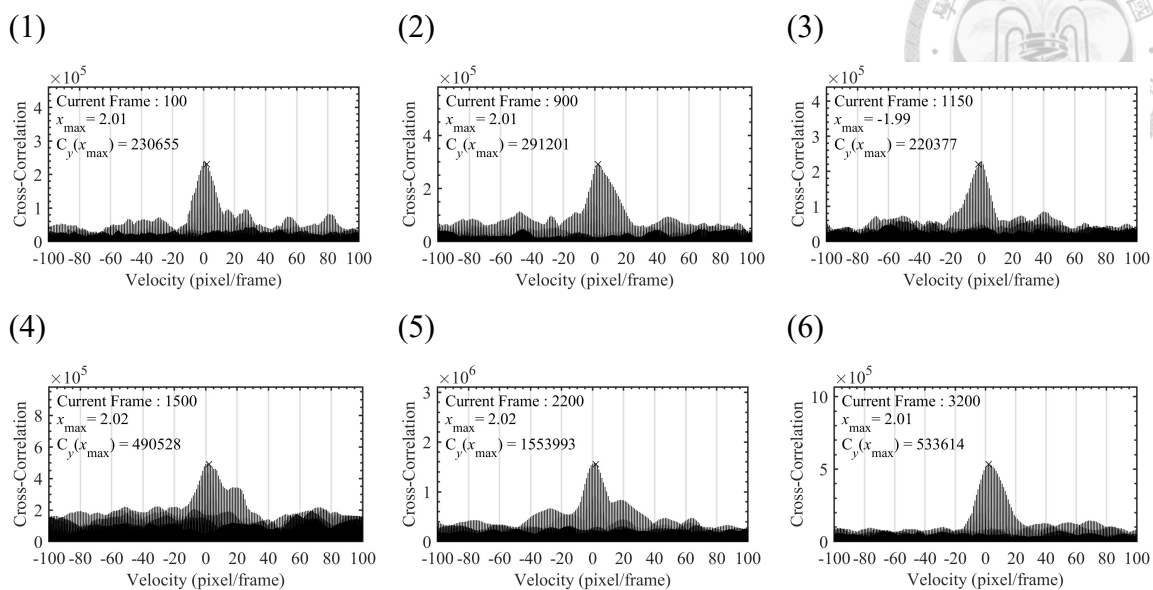


圖 5.3.4 案例三-由互相關分析水平分量速度之結果在區間 $[-100,100]$ 的放大圖；(1)至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。

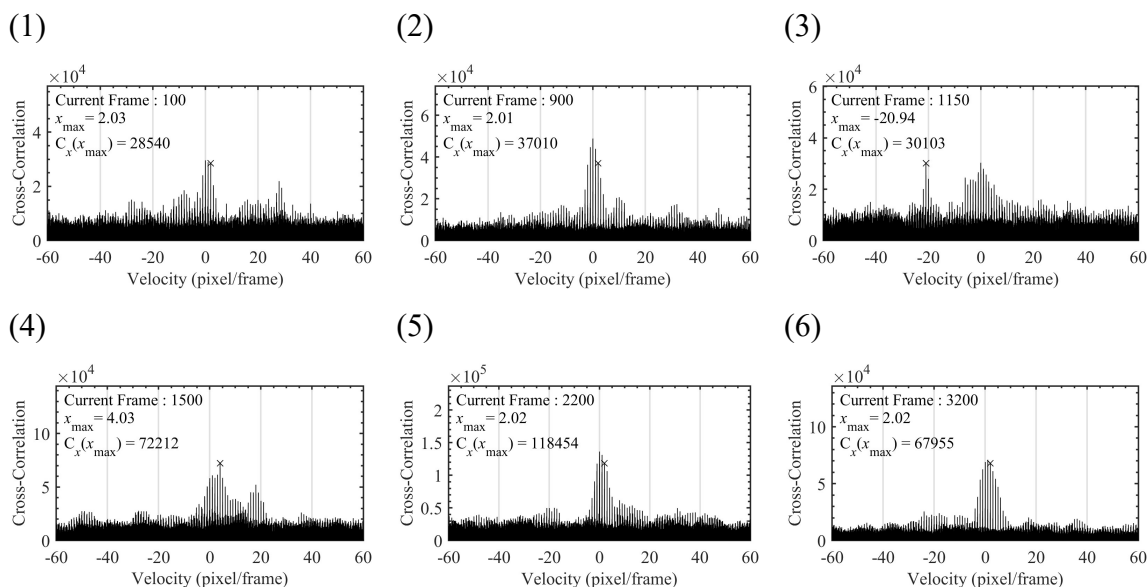


圖 5.3.5 案例三-由互相關分析垂直分量速度之結果在區間 $[-60,60]$ 的放大圖；(1)至(6)依序為第 100、900、1150、1500、2200 與 3200 幀。

第六章 結論



1. 由互相關最大值估計的速度為垂直一維陣列轉換的方向之分量的速度，若選擇沿水平方向對影像做一維陣列轉換能夠估計顆粒在垂直分量的長度與速度；選擇沿垂直方向做一維陣列的轉換能夠估計顆粒在水平分量的長度與速度。
2. 若以速度將顆粒邊界分類，則可得不同速度下邊界的數量，其中數量最多的速度即為本方法所估計的速度；而本方法估計的長度為以此速度移動的邊界長度之總和。因此本方法並非估計影像中最大的物體之速度，而是整個影像中以此速度移動的邊界總長度最長
3. 在單顆粒水槽試驗中，成功由本方法估計出保麗龍球的垂直速度與長度，本方法估計的垂直長度與人眼判釋比較之下誤差約為 3.06%；本方法估計的垂直速度與人眼判釋的速度比較之下誤差約為 2.7%。在多顆粒水槽試驗中，成功由本方法估計出水槽中央的保麗龍球的垂直速度與人眼判釋的速度比較之下誤差約為 2.2%到 3.4%。
4. 室內土石流試驗中，在第 4560 幀時由本方法估計的速度為每幀 20 個像素，約為每秒 155.67 公分；第 4560 幀中以人眼追蹤的顆粒中最多顆粒以每幀 18 個像素移動，換算成真實單位約為每秒 140.10 公分，本方法估計的速度落在人眼追蹤的最大誤差 2 個像素的範圍內，兩者誤差約為 11.1%。
5. 在現地影像分析的案例一中，在第 1380 幀時由本方法估計的水平速度為每幀向左 4 個像素，由人眼追蹤巨石邊界水平速度平均約為每幀 4 個像素，與人眼追蹤的巨石邊界速度相比之下由本方法估計的速度落在 2 個像素的誤差範圍內。
6. 在現場影像分析的案例二中，分別人眼追蹤第 50 幀中的土石流前鋒與第 162 幀中出現的巨石作為驗證，透過人眼追蹤得到的速度與本方法估計的速度相差在 2 個像素的誤差範圍內。
7. 在現場影像分析的案例三中，由於傳輸過程中壓縮造成的影像受損以及攝影鏡頭上的雨珠，難以觀察到任何顆粒在土石流中運動，無法透過人眼追蹤來對案例三的分析結果進行比較，難以驗證案本方法在案例三分析結果。
8. 本方法估計的顆粒長度為所有速度相同顆粒邊界的總和，因此無法直接估計特

定顆粒的尺寸，故在估計顆粒尺寸方面，本方法較適合應用在影像中存在粒徑遠大於其他顆粒的情形。

9. 本方法所估計的速度單位為每幀移動的像素數，每單位像素之長度決定了由本方法估計的速度之解析度，當影像中被分析區域內解析度較低時，會使物體速度解析度降低。
10. 若現地攝影機的影像中存在單位像素長度或影像深度的差異時，同樣的速度在影像所造成的位移不同，將無法估計出有意義的速度，必須對像素長度與影像深度進行校正，或是透過選取 ROI 使分析區域內每單位像素長度與影像深度的差距降低。

參考文獻



- Anderson, C., Burt, P., & van der Wal, G. (1985). *Change Detection and Tracking Using Pyramid Transform Techniques* (Vol. 0579): SPIE.
- Collins, R. T., Lipton, A. J., Kanade, T., Fujiyoshi, H., Duggins, D., Tsin, Y., . . . Wixson, L. (2000). A System for Video Surveillance and Monitoring.
- Genevois, R., Galgaro, A., & Tecca, P. (2001). Image analysis for debris flow properties estimation. *Physics and Chemistry of The Earth Part C-solar-terrestrial and Planetary Science - PHYS CHEM EARTH P C-SOLAR-T P*, 26, 623-631. doi:10.1016/S1464-1917(01)00059-9
- Gibson, J. J. (1950). *The Perception Of The Visual World* (Vol. 60): Houghton Mifflin.
- Horn, B. K. P., & Schunck, B. G. (1981). Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17(1), 185-203. doi:[https://doi.org/10.1016/0004-3702\(81\)90024-2](https://doi.org/10.1016/0004-3702(81)90024-2)
- Lo, B. P. L., & Velastin, S. A. (2001, 4-4 May 2001). *Automatic congestion detection system for underground platforms*. Paper presented at the Proceedings of 2001 International Symposium on Intelligent Multimedia, Video and Speech Processing. ISIMP 2001 (IEEE Cat. No.01EX489).
- Lucas, B. D., & Kanade, T. (1981). *An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision*. Paper presented at the IJCAI.
- Theule, J. I., Crema, S., Marchi, L., Cavalli, M., & Comiti, F. (2018). Exploiting LSPIV to assess debris-flow velocities in the field. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 18(1), 1-13. doi:10.5194/nhess-18-1-2018
- Wren, C. R., Azarbayejani, A., Darrell, T., & Pentland, A. (1997). Pfinder: Real-Time Tracking of the Human Body. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 19, 780-785.

Yan, Y., Cui, P., Guo, X., & Ge, Y. (2016). Trace projection transformation: a new method for measurement of debris flow surface velocity fields. *Frontiers of Earth Science*, 10(4), 761-771. doi:10.1007/s11707-015-0576-6

林國暉. (2006). 土石流表面速度影像估算方法之研究. 國立成功大學, Available from Airiti AiritiLibrary database. (2006 年)

張守陽, 黃榮堂, & 李璟芳. (2005). 機械視覺應用於土石流監測之研究. *中華水土保持學報*, 36(1), 1-18. doi:10.29417/JCSWC.200503_36(1).0001

莊淑欣, 陳美心, 周天穎, & 黃博惠. (2007). 序列影像分析於土石流事件判釋之研究. *中華水土保持學報*, 38(3), 259-274. doi:10.29417/jcswc.200709_38(3).0005