



國立臺灣大學理學院物理系

碩士論文

Graduate Institute of Physics

College of Science

National Taiwan University

Master Thesis

Pillbox Window之HFSS模擬與實作

HFSS Simulation and Implementation

of Pillbox Window

許泓益

Hung-Yi Hsu

指導教授：朱國瑞 博士 (Kwo-Ray Chu, PhD)

共同指導：陳漢穎 博士 (Han-Ying Chen, PhD)

中華民國 108 年 7 月

July 2019

國立臺灣大學（碩）博士學位論文
口試委員會審定書

Pillbox Window之HFSS模擬與實作

HFSS Simulation and Implementation

of Pillbox Window

本論文係 許泓益 君 (R06222052) 在國立臺灣大學物理學系、
所完成之碩士學位論文，於民國 108 年 7 月 5 日承下列考試委員審查
通過及口試及格，特此證明

口試委員：

朱國瑞

(簽名)

(指導教授)

傅淳穎

鄭復興

方正昌

系主任、所長

(簽名)



致謝

感謝朱國瑞老師，引領我進入電動力學和微波工程，也提供我一個實習機會進入宏碩系統公司，參與微波工程的最前線。也感謝宏碩副總---陳漢穎學長，讓物理系體系出身的我快速融入科技業，也願意讓實習工讀的我也有薪水可領。

也感謝引領我進入宏碩的鄧宣皓學長，和蔡頤錦課長，除了平時教導我許多微波知識，也給我許多碩士論文的建議和指導；十分感謝曾能科課長和張思源學長，在宏碩公司裡教導我太多關於繪畫機械設計圖和機械製造的工藝問題，再三叮嚀絕不能畫出製造師傅看不懂或是根本無法製造的設計；還有在爐區工作和管理的林俊謬跟何進祥大哥、陳財盛大哥，讓我見識許多巨大的真空爐和氫氣爐如何運作，還有處理許多真空系統的抓漏問題。另外也感謝測試區的謝雨蓁學長，教會我使用網路分析儀測量微波原件。

感謝我中央物理大學部的導師-陳仕宏老師介紹我到朱國瑞老師這，也引領現在台大實驗室的後輩一些方向。再感謝我中央大學的指導教授-鄭王曜和伊林老師，伊林教授兩年紮實的實驗課讓我領悟物理不該只是考試培養人，還有如何自己找資料、導證公式，找尋公式背後的物理意義；王曜老師也讓我有機會在大學後半段的時光，加入雷射實驗室實作量子光學的實驗，最後也感謝我物理啟蒙老師-長億高中物理老師詹倉海，在高中時引領我加入物理系的行列，讓我不後悔填物理系在第一志願。



中文摘要

在真空電磁元件中，Pillbox Window 是連接真空和大氣的橋梁，透過它我們可以了解真空元件中電磁訊號的情況。

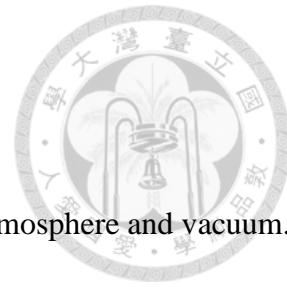
Pillbox Window 主要檢視的物理參數為中心頻率和頻寬，機械結構和陶瓷介電係數都會影響上述兩者；本實驗製作的 24GHz 的 Pillbox Window，主要搭配台大 24GHz 的 EIO 計畫使用，因此在規格上要達到中心頻 24GHz。本論文主要分為三部分：基本原理、實驗過程、和數據分析。

(一) 基本原理：從波導管的場開始導證到阻抗，最終探討不連續面的問題。

(二) 實驗製作：從零件結構到送爐焊接加工完成的過程，並在最後進行真空測漏和網路分析儀的冷測

(三) 數據分析：回到 HFSS 嘗試優化頻寬，從原本的頻寬 1.45GHz，優化到 2GHz。

關鍵字: Pillbox Window, 等效電路, 波導管阻抗, 焊接, 公差, 中心頻率, 頻寬



英文摘要

In vacuum microwave device, Pillbox Window is the bridge between atmosphere and vacuum.

We could know the information in vacuum microwave device by it.

The main data of Pillbox Window needed to examine is central frequency and bandwidth. The structure and the dielectric constant of ceramic can affect them. In this experiment we make the Pillbox Window that matches and is used in the EIO plan of NTU. Therefore, the central frequency has to reach 24GHz.

The paper is divided into three parts: the principle theory, the procedure of experiment and the analysis of data.

1. The principle theory: the derivation from the field in waveguide to the impedance. And discuss the problem of discontinuous plane between rectangle waveguide and circular waveguide.
2. The procedure of experiment: from the constructor to finishing the welding. Test the vacuum and obtain the data by network analyzer.
3. The analysis of data: try to optimize from initial 1.45GHz to 2GHz.

Key word: Pillbox Window, equivalent circuit, the impedance of waveguide, welding, central frequency, bandwidth

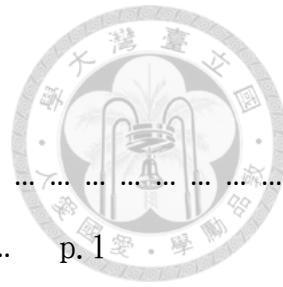


目 錄

口試委員會審定書	ii
誌謝	iii
中文摘要	iv
英文摘要	v
目錄	vi
圖目錄	vii
表目錄	viii
第一章 基本原理	
1.1 方形波導管和圓形波導管	p. 1
1.2 HFSS 的模擬	p. 3
第二章 機械加工和實作	
2.1 機械結構簡論	p. 7
2.2 組裝和焊接	p. 8
2.3 測漏和冷測	p. 11
第三章 綜合分析	
3.1 LC 等效電路和凝合	p. 14
3.2 Pillbox window 的不連續面	p. 23
3.3 數據分析和優化	p. 26
3.4 公差分析	p. 30
第四章 結論和未來期望	p. 36
參考文獻	p. 37

圖 目 錄

第一 章 基本原理
圖(1.1) Pillbox Window 示意圖	p. 1
圖(1.2) 方形波導管和場方向的示意圖	p. 2
圖(1.3) 阻抗匹配示意圖	p. 2
圖(1.4) HFSS 模擬構造圖	p. 4
圖(1.5) HFSS 模擬結果:21~26GHz 頻譜	p. 5
圖(1.6) HFSS 模擬結果搭配實作測量陶瓷介電係數	p. 6
第二 章 機械加工和實作
圖(2.1) Pillbox Window 實作的模擬圖	p. 7
圖(2.2) 方形和圓形焊接處	p. 8
圖(2.3) 方形波導管和 Flange 的焊接處	p. 8
圖(2.4) 方形波導管和 Flange 的焊接處	p. 9
圖(2.5) 焊接前在爐子內的擺放	p. 10
圖(2.6) 測漏機測漏中的 Pillbox Window	p. 11
圖(2.7) 實際冷測現場照片	p. 12
圖(2.8) 網路分析儀擷取數據圖	p. 13
第三 章 綜合分析
圖(3.1) 24GHz 時, Pillbox Window 的場型分佈	p. 14
圖(3.2) 不連續面造成的電荷分佈	p. 14
圖(3.3) 從 Pillbox Window 上方透視內部的表面電流	p. 15
圖(3.4) Pillbox Window 不連續面上產生的磁場	p. 15
圖(3.5) 不連續面之等效電路	p. 16
圖(3.6) 陶瓷的電容和電感效應	p. 17
圖(3.7) 陶瓷的電容和電感等效電路	p. 17





圖(3.8) Pillbox Window 總阻抗線路圖	p. 18
圖(3.9) 簡易繪畫等效電路函數	p. 19
圖(3.10) Origing 函數 Fitting	p. 20
圖(3.11) 25. 2GHz 時無法穿透的電場強度圖	p. 21
圖(3.12) 24. 0GHz 時完全穿透的電場強度	p. 21
圖(3.13) 25. 45GHz 時完全穿透的電場強度	p. 22
圖(3.14) 在介質層中多重反射圖 (來源參考資料: 【4】)	p. 24
圖(3.15) 方形和圓形波導管連接時的電場分布	p. 25
圖(3.16) 陶瓷厚度 t 對頻譜的變化	p. 26
圖(3.17) 圓形波導管半徑 R_c 對頻譜的變化	p. 27
圖(3.18) 圓形波導管長度 H 對頻譜的變化	p. 27
圖(3.19) 優化參數對頻譜的變化	p. 29
圖(3.20) $t=2.81$ 時所做的優化	p. 30
圖(3.21) $t=2.81$ 時所做的優化散佈圖	p. 31
圖(3.22) $t=2.76$ 時所做的優化散佈圖	p. 32
圖(3.23) $t=2.84$ 時所做的優化散佈圖	p. 33
圖(3.24) 公差流程圖	p. 35



表 目 錄

第一章 基本原理
表(一) HFSS 模擬參數	p. 3
表(二) HFSS 模擬- Surface Approximation 參數	p. 4
第三章 綜合分析
表(三) 陶瓷厚度變化參數	p. 28
表(四) 圓形波導管半徑變化參數	p. 28
表(五) 圓形波導管長度變化參數	p. 28
表(六) 優化後的變化參數	p. 29
表(七) 假定的變數公差	p. 30
表(八) $t=2.81$ 時的頻寬變化	p. 32
表(九) $t=2.76$ 時的頻寬變化	p. 34
表(十) $t=2.84$ 時的頻寬變化	p. 34



第一章 基本原理

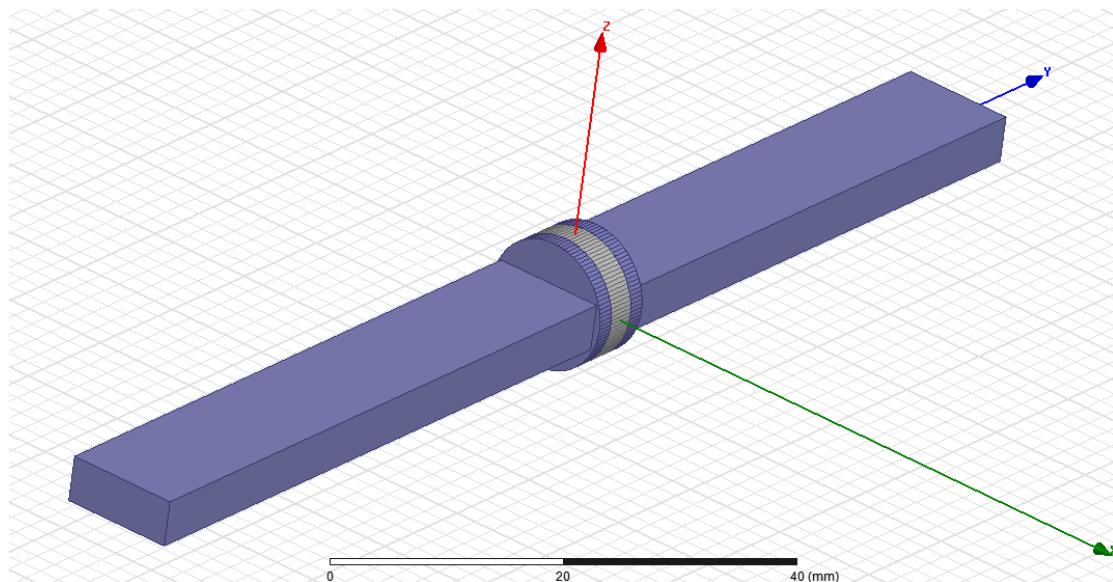
Pillbox Window 構造如圖(1.1)所示，兩側一開始皆為方形波導管，之後開始連接圓形波導管，最終中間為陶瓷區段，陶瓷和波導管是使用焊接的方式進行連結。此 Pillbox Window 主要搭配宏碩系統公司和台大 EIO---24GHz 蝦蟲實驗的計畫，所以尺寸上搭配 24GHz 的微波，選擇規格為 WR42，長寬(a 和 b)為 10.688 mm、4.318 mm。這個 Window 在使用的目標是讓 24GHz 通過率最好，也就是 S_{11} 最小，因此在設計上必須讓 24GHz 的阻抗匹配達到最好。

(一) 方形波導管和圓形波導管

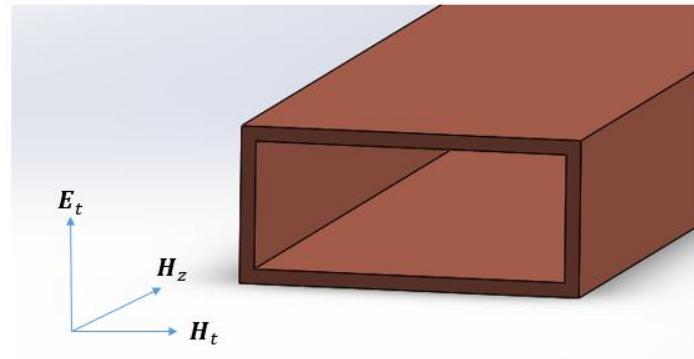
定義方形波導管的長寬為 a 和 b，圓形波導管半徑為 r，在 TE mode 時的電磁場可用下列方程式描述為【1】

$$\mathbf{H}_t = \pm \frac{ik_z}{\gamma^2} \nabla_t H_z \quad \text{----- (1.1)}$$

$$\mathbf{E}_t = \mp \frac{\mu\omega}{k_z} \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_z = \mp Z_R \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_z \quad \text{----- (1.2)}$$



圖(1.1) Pillbox Window 示意圖

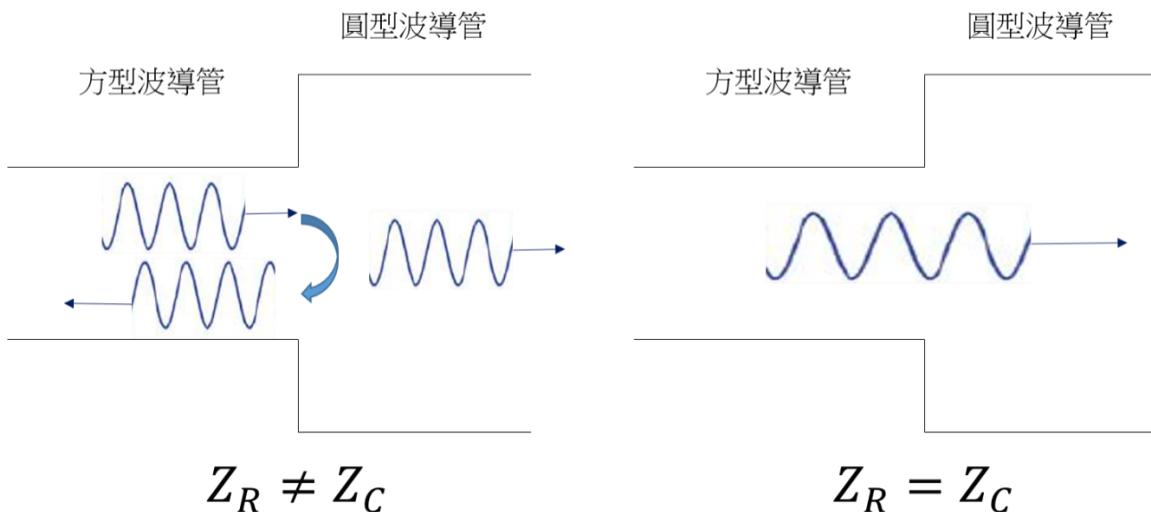


圖(1.2) 方形波導管和場方向的示意圖

\mathbf{E}_t 和 \mathbf{H}_t 為 x,y 面上的電磁場， \mathbf{H}_z 為行進方向 z 上的磁場， \mathbf{e}_z 為 z 方向的單位向量， ω 為微波的角頻率， Z_R 為方形波導管在 TE mode 的阻抗，其定義為【1】

$$Z_R = \frac{|E_t|}{|H_t|} = \frac{\mu\omega}{k_z} = \frac{\mu\omega}{\sqrt{\mu\epsilon\omega^2 - \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)}} \quad \text{--- (1.3)}$$

可以從公式中發現，波導管的尺寸除了決定截止頻率外，還決定了電磁波的阻抗，當電磁波在行進中出現阻抗不同時，將會視同在不同介質中行進，進而出現折射和反射現象。因此圓形波導管的尺寸在設計上，必須讓圓形波導管的阻抗和方形波導管的阻抗相等。



圖(1.3) 阻抗匹配示意圖，阻抗不匹配時，在不連續面將會出現折射和反射



圓形波導管在 TE mode 的阻抗為【2】

$$Z_C = \frac{\mu\omega}{k_z} = \frac{\mu\omega}{\sqrt{\mu\epsilon\omega^2 - \left(\frac{\rho_{mn}'}{r}\right)^2}} \quad \text{--- (1.4)}$$

ρ_{mn}' 由 Bessel functions 決定，我們選用最低階 mode 為 TE11，因此最後使方程式(1.3)和(1.4)兩式相等後得出

$$\frac{\pi}{a} = \frac{\rho_{10}'}{r} \rightarrow r = \frac{\rho_{10}'}{\pi} a \cong 0.5860a \quad \text{--- (1.5)}$$

ρ_{11}' 為 1.841，因此可以得出半徑 r 和長邊 a 有固定比例，可以得出 $r \cong 6.263\text{mm}$ 。

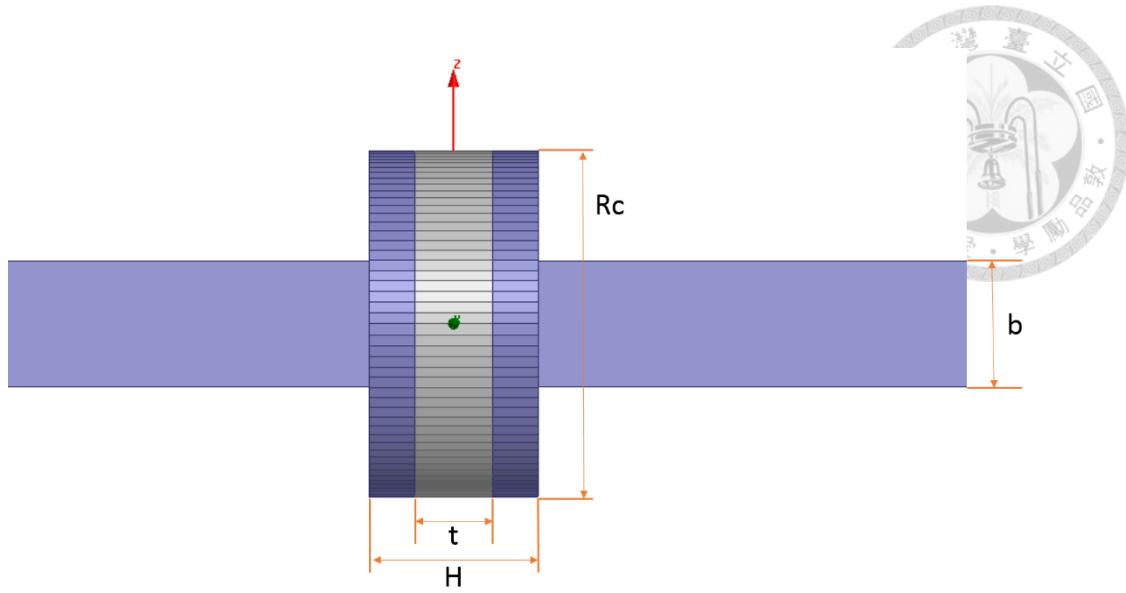
然而這種理論，只是先使用馬克斯威方程式，解出邊界條件的解，現實中波導管之所以能傳遞電磁波，是因為管內的金屬壁上有交流的表面電荷流動(skin depth)，才能在管內形成電磁波行進。因此這些流動的表面電荷流動時，必然會流經方形和圓形波導管的垂直不連續面，造成不連續面上在 TE mode 中產生 z 方向的電場，但是 TE mode 是不允許電場在 z 方向存在的，因此面對這種脫離常理的情況，必須使用 HFSS 模擬來檢視。

(二) HFSS 的模擬

HFSS 是現今微波工程上常使用的軟體，能處理電磁場和材料介質作用的問題，目前宏碁系統設計的 24GHz 的 Pillbox Window 參數和簡易構造圖如下

方形長邊 a	10.688 mm
方形長邊 b	4.318 mm
圓形半徑 Rc	5.975 mm
圓形波導長度 H	5.85 mm
陶瓷厚度 t	2.7 mm
陶瓷介電係數	9.7

表(一) HFSS 模擬參數



圖(1.4) HFSS 模擬構造圖

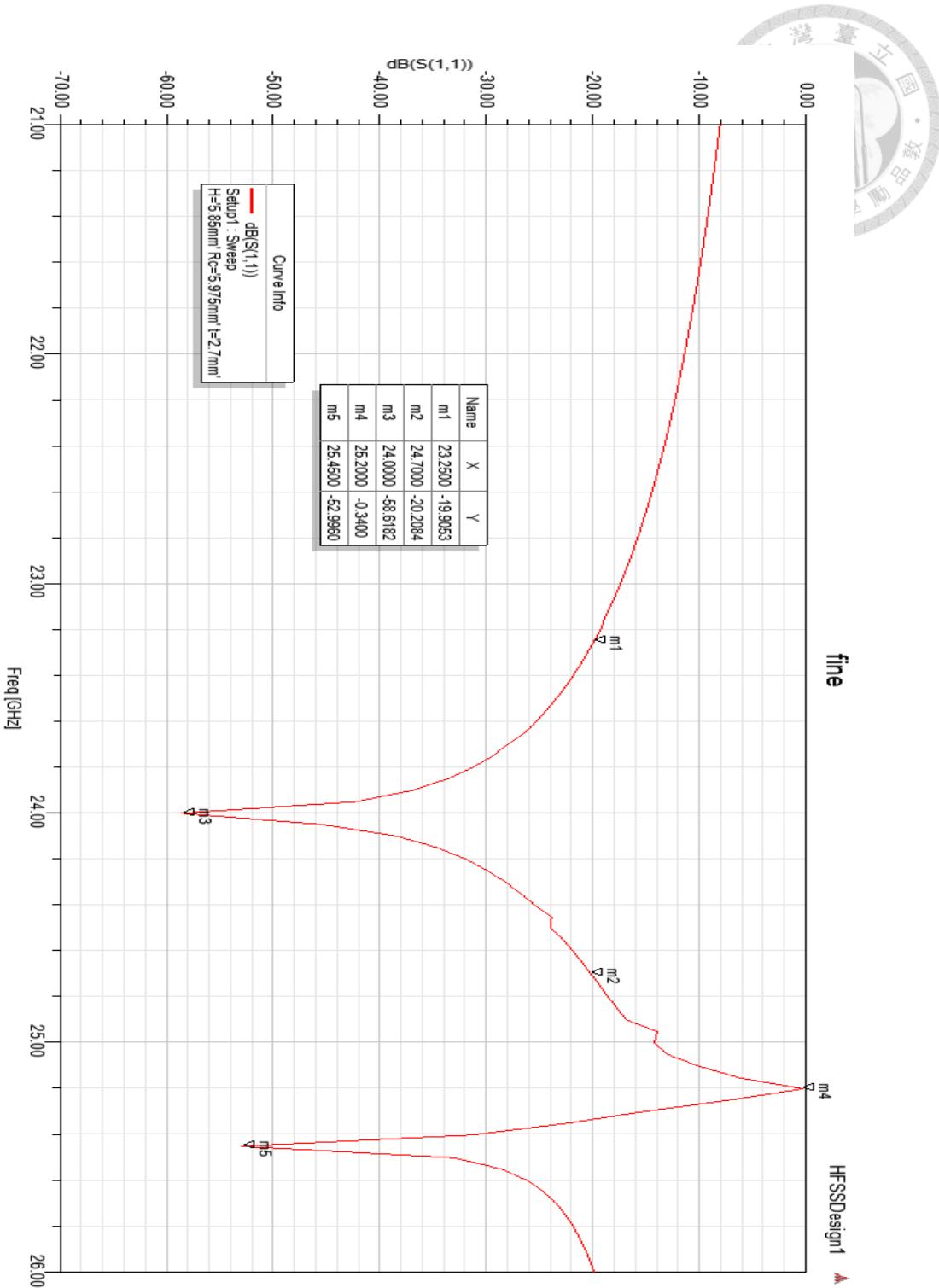
在 HFSS 的模擬參數裡， a 和 b 是工業上的規格，固定不能動的參數，因此主要能變動進行優化的參數為 R_c 、 t 和 H 三者。

紫色區域在設定上使用真空材質，表面使用內建設定的金屬銅參數，圓形波導管的圓周在設定上我們切 100 等份（右鍵 cylinder > property > Number of segment 設定 100），因為 HFSS 預設的 Surface Approximation 相對於我們的系統尺寸是比較大的，所以我們要設定更細、減少誤差，選取所有表面設定 Surface Approximation (右鍵 > Assign Mech Operation > Surface Approximation)，參數如下

Maximum surface deviation	0.01 mm
Maximum normal deviation	15 deg
Aspect ratio	3

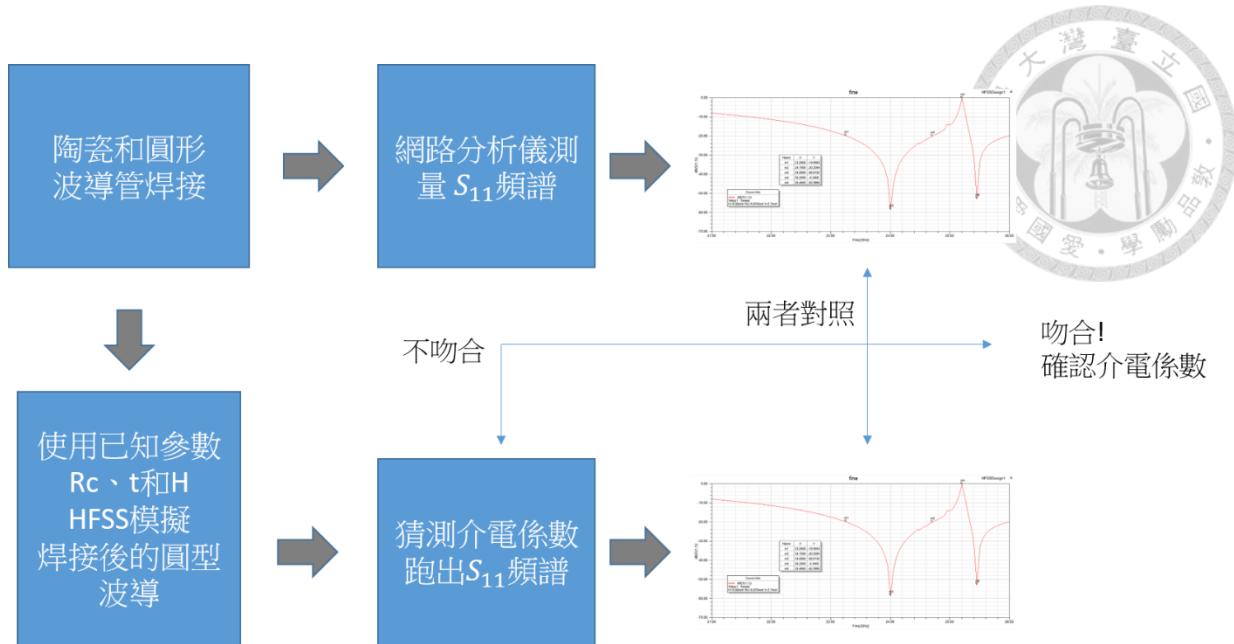
表(二) HFSS 模擬-Surface Approximation 參數

最後設定 analysis，Maximum Delta S 設定 0.002(千分之二)，也就是精準到 -54dB，疊代最多 15 步，定義連續收斂 2 步為收斂，sweep 21~26 GHz，一步 0.05 GHz，得到下列 S_{11} 頻譜：



圖(1.5) HFSS 模擬結果:21~26GHz 頻譜

我們定義頻寬為-20dB 以下，也就是穿透率 99% 以上為可用的頻段，中心頻定義為-40dB 以下且凹陷最低處。所以由圖(1.5)所示，頻寬為 1.45GHz，中心頻為 24 GHz。接下來我們的工作即為實際製作 Pillbox Window，看 HFSS 模擬結果是否合理，再來在 HFSS 上看能否保持中心頻為 24GHz，調整 R_c、t 和 H 增大頻寬。



至於為何我們模擬時的介電係數使用 9.7，主要原因是陶瓷廠商加工製做陶瓷時，使用冷壓的方式壓縮陶瓷粉、再送爐燃燒，每家廠商冷壓過程和送爐時間都不同，所以製作後的陶瓷介電係數也不盡相同，也不會和網路或是課本書籍上的參考數據一樣，因此製作前必須實際測量、確認陶瓷介電係數為何。

宏碩系統公司的測量方式如圖(1.6)，先進行陶瓷和圓形波導管的焊接，再利用網路分析儀，對內含陶瓷的圓形波導管進行頻譜測量；之後另一方面使用 HFSS 模擬內含陶瓷的圓形波導管，不斷的猜測介電係數，使模擬出的頻譜和實驗吻合時，即為猜測出正確的介電係數，本實驗測出的介電係數為 9.7。

第二章 機械加工和實作



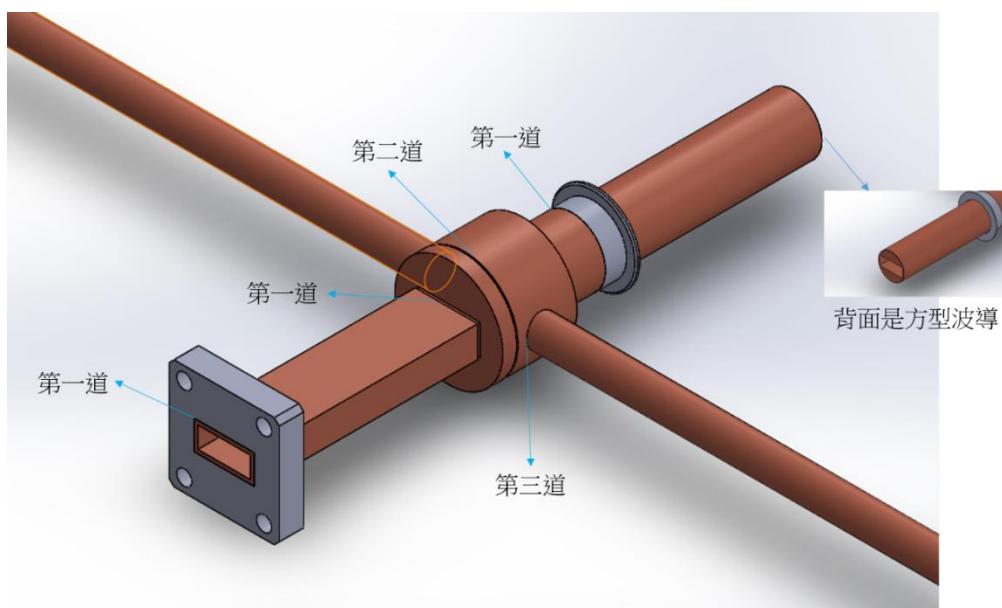
Pillbox Window 主要採三道焊接方式進行，宏碩系統公司採用真空爐進行焊接，三道焊接的焊料溫度都不同，先焊接高溫的焊料，之後使用低溫的焊料焊接時，雖然一樣送到真空爐中，但是使用較低溫的燃燒溫度，就能保持前一道焊接的地方處於固態，而非液態。

焊接時整個系統會暴露在高溫差的升降溫環境下，如果使用方形波導管和方形陶瓷焊接時，直角處會有應力產生，增加陶瓷斷裂的風險，這也是為何 Pillbox Window 目前設計上都採用圓形波導管和圓形陶瓷焊接。Pillbox Window 之後使用上當然也是在高功率、高溫的狀態，為了避免陶瓷在使用中升溫變形而破裂，在設計上也安裝了水冷系統在圓形波導管內，讓陶瓷達到降溫。

(一) 機械結構簡論

整個 Pillbox Window 大至上組裝加工的程序如圖(2.1)，第一道焊接連接方形波導管和外部的 Flange，也焊接其中一側的方形波導管跟圓形波導管，方形波導管和圓形波導管為了加工方便和精準度；另外一側的波導管在製作上用同一塊銅製作成一體成形，這側的波導管也和 seal 在第一道焊接時連接。第二道焊接的工作便是連接前後分兩段的圓形波導管，而最後一道是焊接水冷管線。

圖(2.1) Pillbox Window 實作的模擬圖



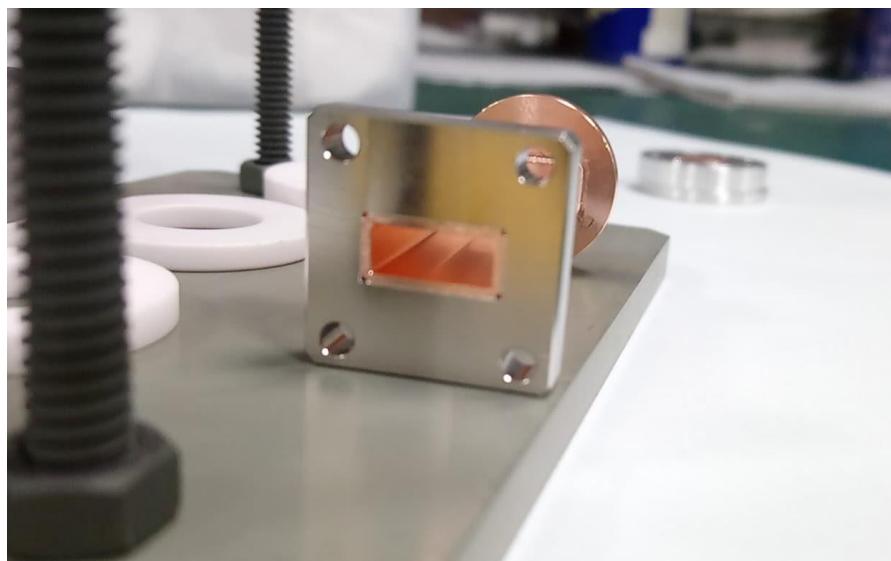


(二) 組裝和焊接

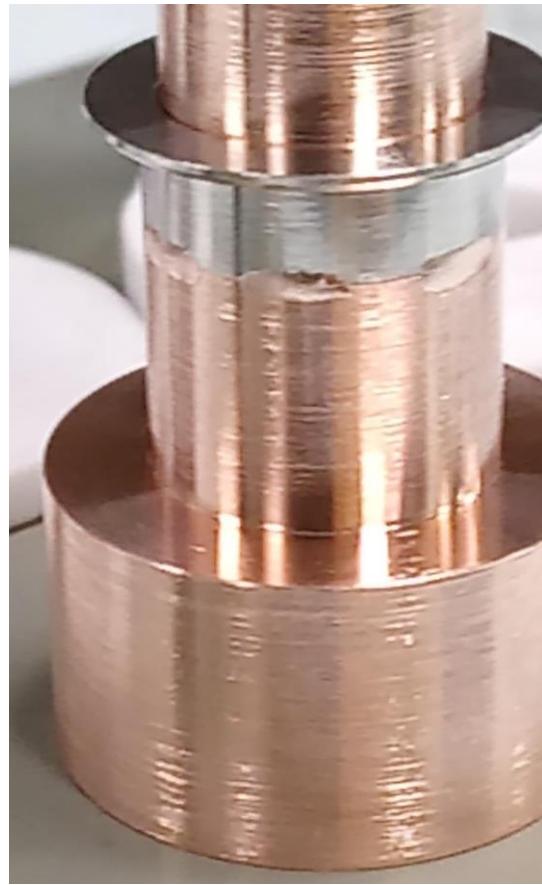
第一道焊接時，必須使焊料線綑緊在焊接的縫上，綑緊的焊料線在高溫熔化時才能進入細縫，在第一道焊接後如圖(2.2)、圖(2.3)、圖(2.4)照片所示



圖(2.2) 方形和圓形焊接處

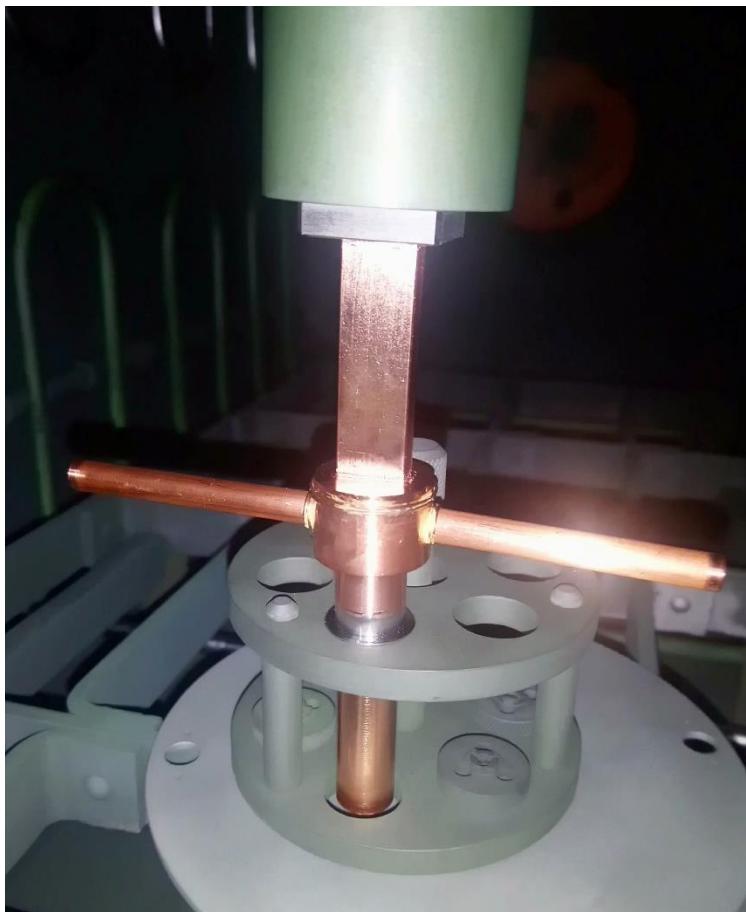


圖(2.3) 方形波導管和 Flange 的焊接處



圖(2.4) 方形波導管和 seal 的焊接處

之後第二道和第三道焊接也依序處理，如圖(2.5)照片所示



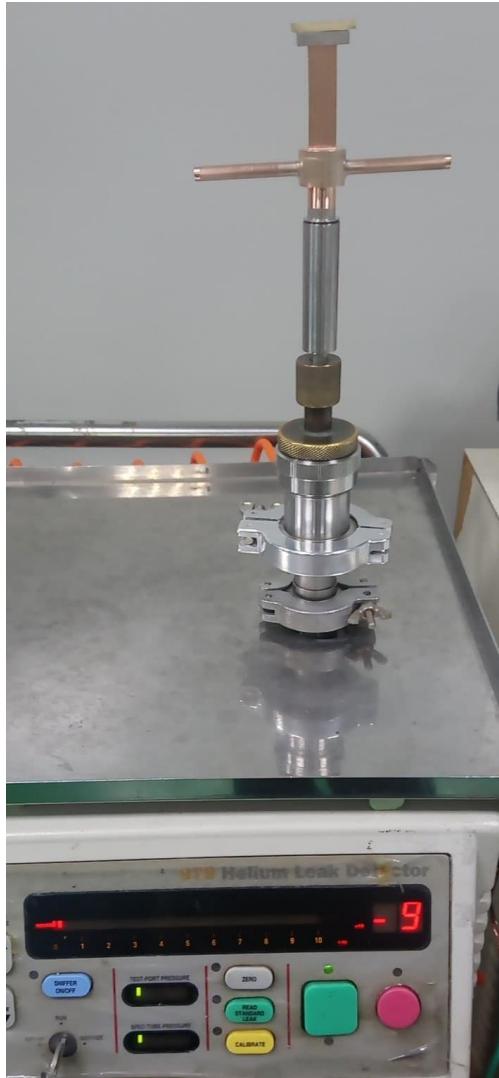
圖(2.5) 焊接前在爐子內的擺放

第二和第三道焊接時也和第一道一樣，必須將焊料線緊綑在焊接處，讓焊料自然融入細縫，再使用重物重壓，讓細縫密合到最小，使焊料在融入時能在細縫中分佈更廣、更均勻。另外要注意的安全事項就是重壓物必須要有透氣孔，讓 Pillbox Window 內的空氣能從上方讓真空爐吸出，沒吸出的話，加熱時將會讓空氣膨脹、爆衝出去，使重物滑落、損害爐壁。



(三) 測漏和冷測

焊接完後的 Pillbox Window 要接受真空測試和網路分析儀的電性測試，真空測試則使用測漏機測漏 Pillbox Window 兩側，還有水冷管線，如圖(2.6)照片所示



圖(2.6) 測漏機測漏中的 Pillbox Window，照片中的數值為真空測可抽至 10^{-9} mbar l/s

測漏時我們會使用噴出氦氣的針頭，在 Pillbox Window 的大氣測偵測是否有漏洞，氦氣是分子量小的氣體，因此它能夠滲透金屬破裂的微小隙縫，如果氦氣成功滲透隙縫、進入到 Pillbox Window 裡面，那它會瞬間被測漏機偵測到，使數值跳升。如圖(2.6)所示，宏碩系統設計的機構和組裝方式，經過氦氣在每個外部地方噴灑後，Pillbox Window 的真空度為 10^{-9} mbar l/s，這證明這次實驗在鋸接上並無缺漏。

真空缺漏有分物理和材質兩種因素，在材質上如果選用材質不好的金屬，不好的金屬在高

溫差的升降後，表面會出現細微裂痕，這些裂痕必須使用顯微鏡才能觀察，金屬的煉成、配方都是影響裂痕出現的因素，因此選用正確的金屬供應商是非常關鍵的；物理上的裂痕大則肉眼可視、小則需要顯微鏡，焊接時焊料是否確實融入細縫、細縫是否確實緊密、焊料量是否能夠供應整個細縫的空間，這些都是焊接上是否有讓焊接縫形成裂痕的重要因素。

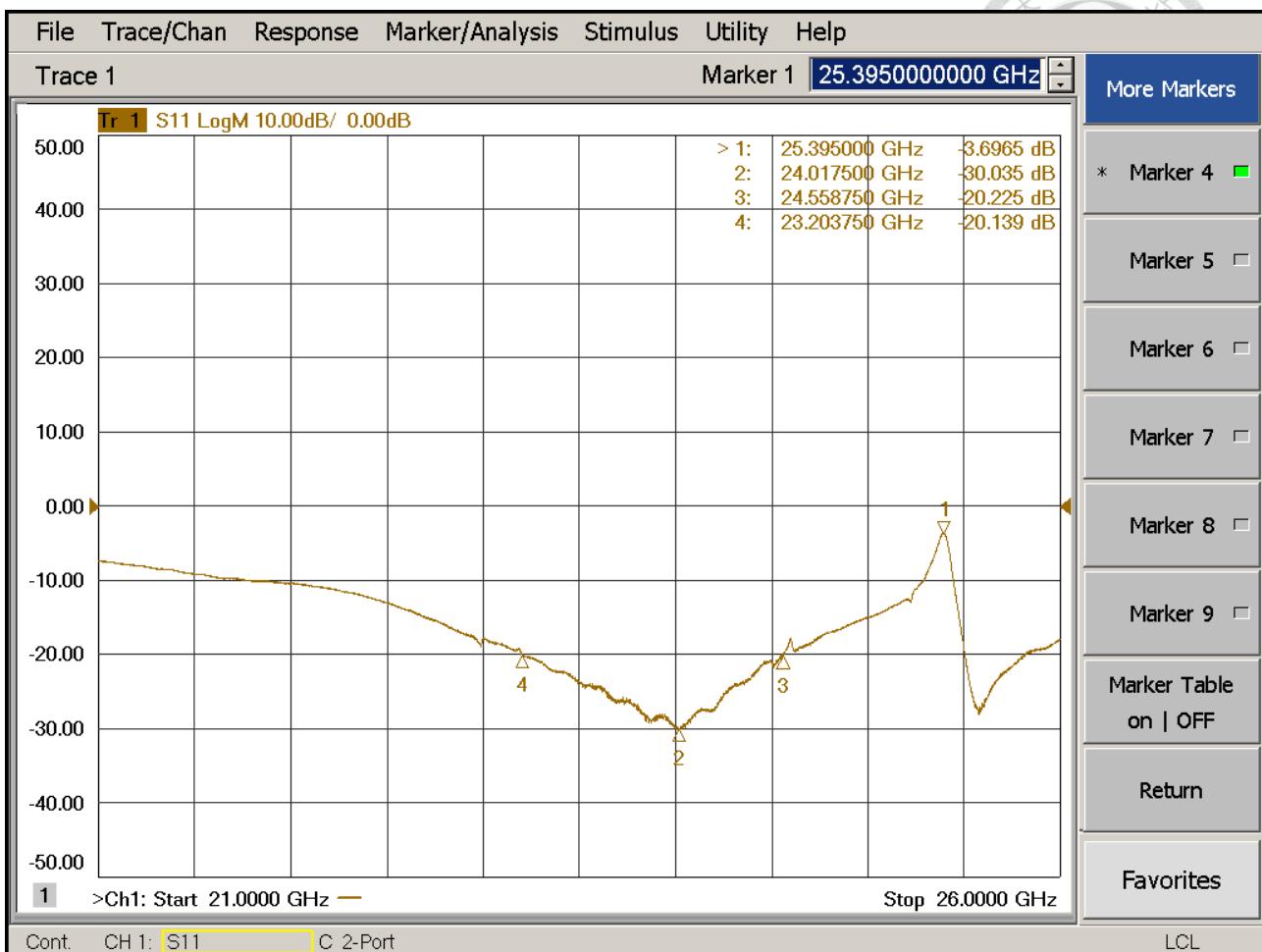
確認三次測漏三個地方都沒問題後，我們就開始使用網路分析儀進行冷測。

我們開始進行網路分析儀的分析，測量方式如下圖(2.7)



圖(2.7) 實際冷測現場照片

先完成網路分析儀的校正，就開始使用夾具鎖上 Flange 進行 S_{11} 量測，量測結果如下



圖(2.8) 網路分析儀擷取數據圖

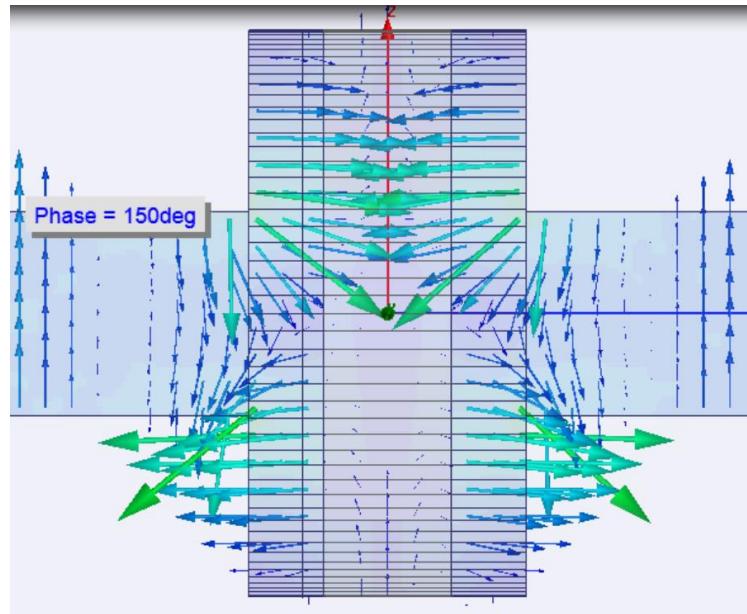
在圖(2.8)中，可發現實際測量頻寬為 1.45GHz、中心頻為 24GHz，數據上和 HFSS 模擬結果相去不遠，圖型也和圖(1.5)相差沒有多少，但是唯一差別在於頻寬內的 dB 值，實際測量時銅的損耗更高，加上考慮大氣雜訊，自然而然量不到 HFSS 模擬時的更低穿透理想值。

第三章 綜合分析



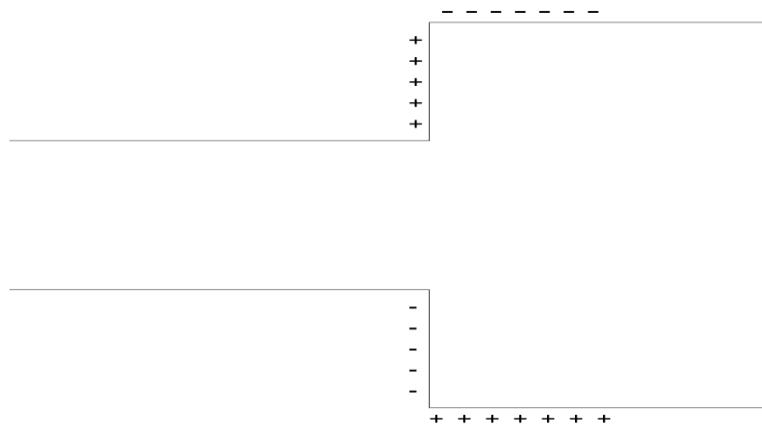
(一) LC 等效電路和凝合

接下來我們試著探討 Pillbox Window 背後的物理意義，從 HFSS 模擬，我們可以看出 Pillbox Window 裡面的場型分佈為如何，下圖即為 24Ghz 時的場型分佈



圖(3.1) 24GHz 時，Pillbox Window 的場型分佈

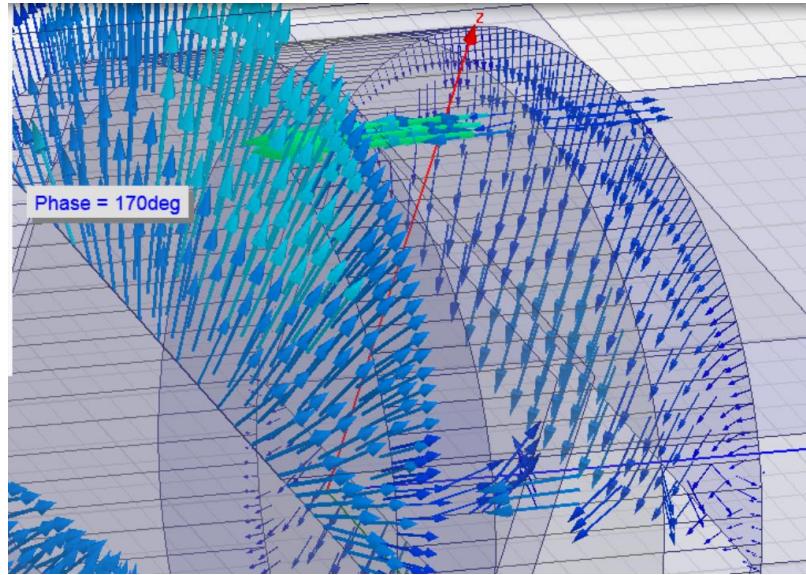
從場型分佈來看，不連續面如同第一章的預測，出現了 z 方向的電場，這些電場在上半部是從不連續面出發，匯合到圓形波導管的上部中心；下半部則反之，從圓形波導中央流回不連續面。如果從電荷分佈來看，如下圖(3.2)所示



圖(3.2) 不連續面造成的電荷分佈

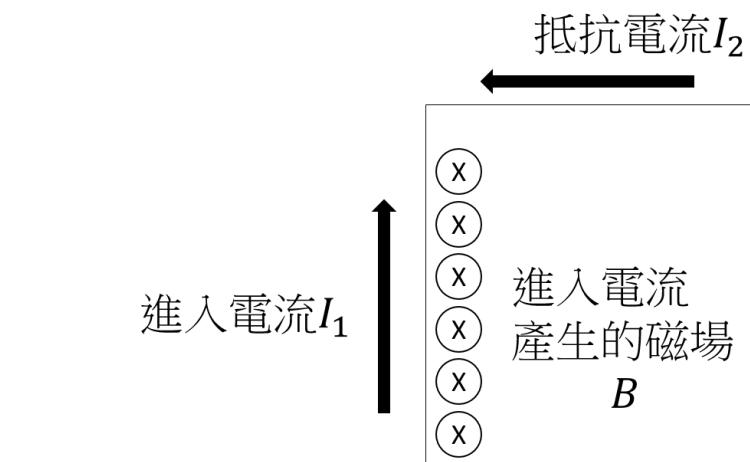
波導管傳送信號是依賴表面電流的作用，這些電荷的累積，當然對表面電流造成單一迴路、單一方向的電容效應，因此是串聯的電容效應，這電容效應我們先定義為 C_m 。

接下來我們討論不連續面的電感效應，從 HFSS 的模擬可以看出不連續面上的表面電流，如圖(3.3)所示：



圖(3.3) 從 Pillbox Window 上方透視內部的表面電流

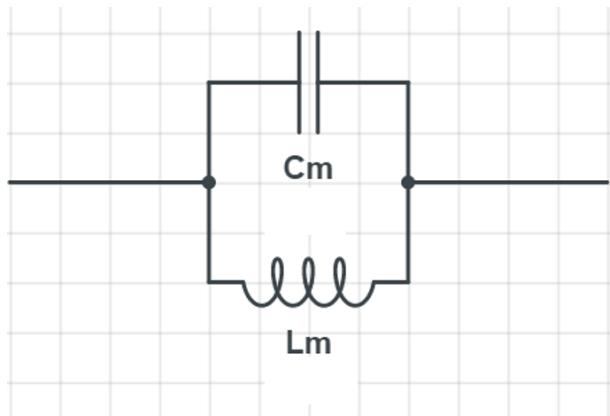
可以看到不連續面上的電流流向是垂直電磁波的行進方向，往圓形波導管的側面流動，但是我們不能忘記，不連續面上的表面電流是會產生磁場的，根據安培定律，磁場的方向如圖(3.4)所示，穿進紙面



圖(3.4) Pillbox Window 不連續面上產生的磁場

在圖(3.4)中，可以看到進入電流 I_1 向上流出，在圓形波導管內產生磁場，但不要忘記，磁場在進入環型導體內時，是會產生電磁感應抵抗這個磁場的，抵抗的磁場為穿出紙面，所以抵抗的電流 I_2 方向為流向不連續面，這抵抗的電流和不連續面上的電流注定會相撞，就算不連續面的進入電流如果一開始是向下，反之對導，還是會和抵抗電流相扣，這相撞的現象在傳遞訊號上形成串聯的電感效應，這電感效應我們先定義為 L_m 。

這不連續造成的串聯電容和串聯電感的效應，是同時發生的，所以兩者互相是並聯的，因此不連續面的等效電路可畫為下圖(3.5)



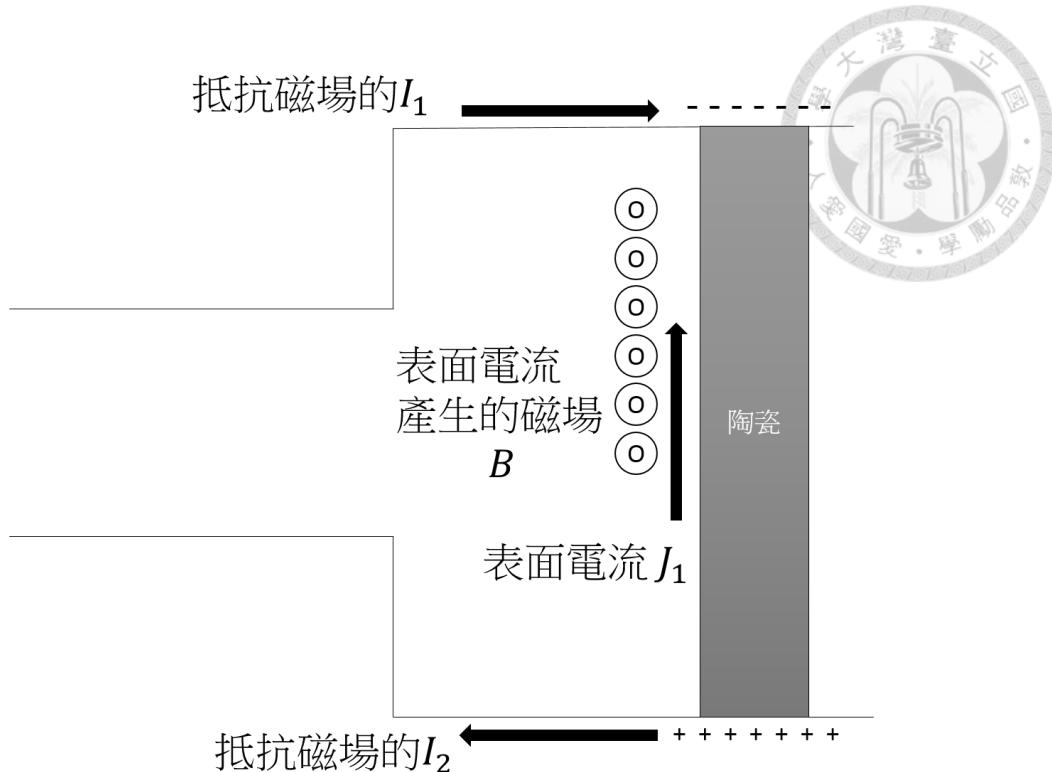
圖(3.5) 不連續面之等效電路

其等效阻抗我們定義為 Z_m ，用並聯公式可寫為下式

$$Z_m = \frac{1}{j\omega C_m + \frac{1}{j\omega L_m}} = \frac{1}{j(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m})} = \frac{-j}{(\omega C_m - \frac{1}{\omega L_m})} \quad \text{----- (3.1)}$$

或許有人會問就算有電容和電感效應，這些效應真的會影響電磁波訊號嗎？別忘記我們現在處理的高達 24GHz 的電流信號，在高頻電子學中訊號高達 GHz 時，nF~pF 微小的寄生電容對高頻訊號都會出現影響。

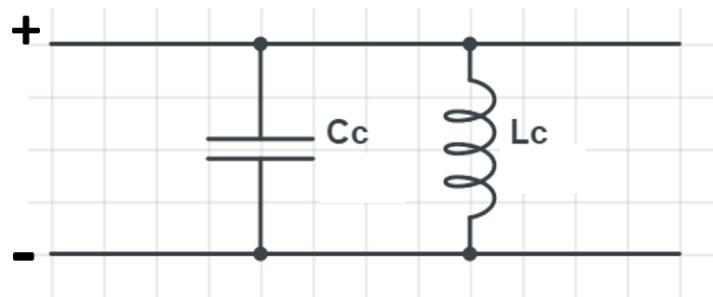
換過來探討陶瓷的效應，和不連續面造成的效果類似，從圖(3.1)的場型來看電荷分佈，很明顯陶瓷已經成為了典型的陶瓷電容器，如下圖(3.6)



圖(3.6) 陶瓷的電容和電感效應

可以看到陶瓈除了上下累積電荷外，這些電荷形成了電壓對陶瓈表面形成表面電流，電流產生的磁場為穿出紙面，圓形波導管為了抵抗磁場，整個環都產生抵抗電流，上半部流向陶瓈，下半部流出陶瓈，兩邊的電流都會減弱表面電流，我們先定義陶瓈產生的電容和電感為 C_c 和 L_c 。

如果要將波導管等效成電路，TE10 mode 的電壓是上下垂直的交流場，因此我們將方形波導管上面視為正電壓端，下面視為負電壓端，因此陶瓈的電容和電感效應畫成等效電路將會如下圖(3.7)



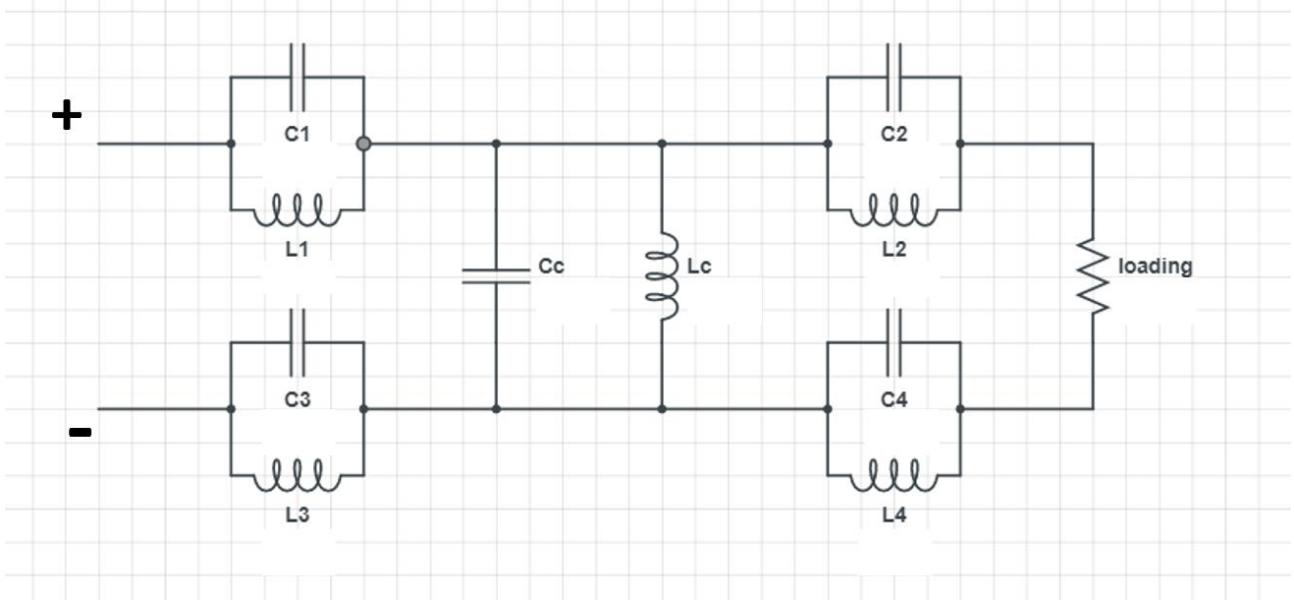
圖(3.7) 陶瓈的電容和電感等效電路



兩者都為跨壓上的並聯，假設陶瓷造成電容和電感總阻抗為 Z_c ，則可寫成

$$Z_c = j\omega C_c + \frac{1}{j\omega L_c} = j\left(\omega C_c - \frac{1}{\omega L_c}\right) \quad \text{----- (3.2)}$$

綜合以上的論點，總阻抗我們可以畫成下圖(3.8)



圖(3.8) Pillbox Window 總阻抗線路圖

總阻抗共有四個不連續面要考慮，而電阻 loading 則為我們測量接收端的負載電阻 R ，但是假設我們 Pillbox Window 為對稱的系統，那四個不連續面貢獻的效應應該相等，那各自的不連續面和總阻抗 Z 我們可以用串聯公式寫成

$$Z_i = \frac{1}{j\omega C_i + \frac{1}{j\omega L_{mi}}}$$

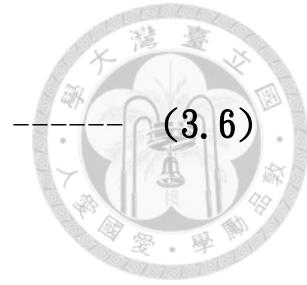
$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 \quad \text{----- (3.3)}$$

$$Z = \sum_{i=1}^4 Z_i + Z_c \quad \text{----- (3.4)}$$

因此我們可以定義所有的不連續面為

$$Z_m = \sum_{i=1}^4 Z_i = \frac{1}{j\omega C_m + \frac{1}{j\omega L_m}} \quad \text{----- (3.5)}$$

所以網路分析儀的接收端訊號的功率為

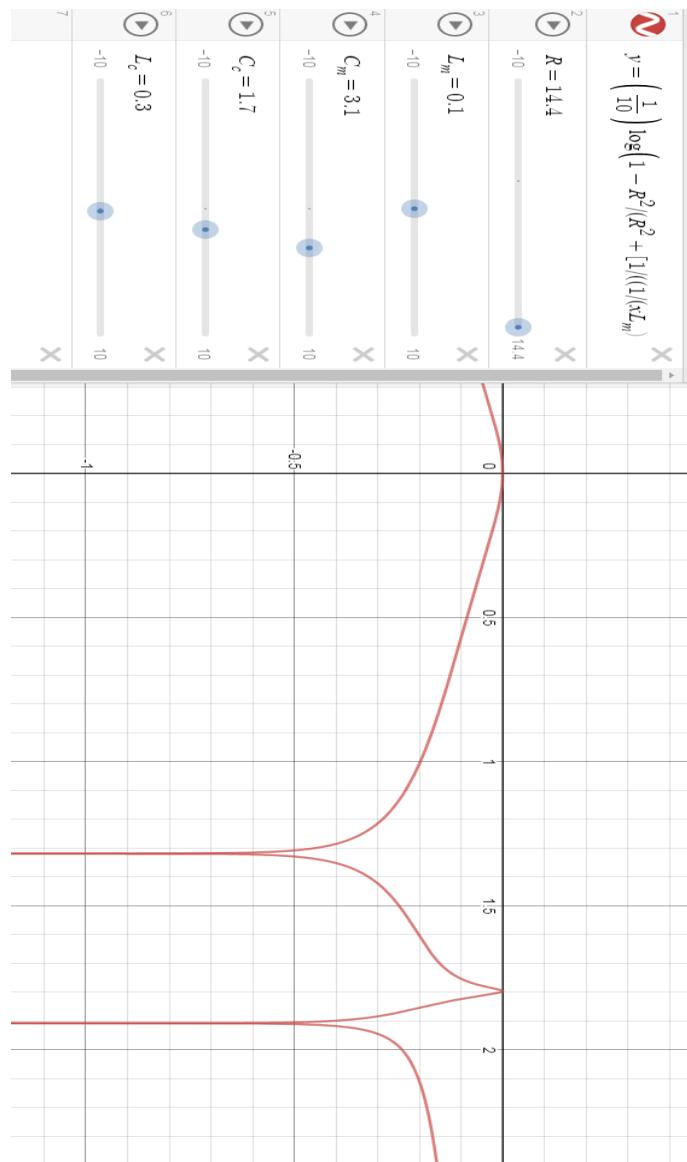


$$|V_{loading}|^2 = \frac{R^2}{R^2 + \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{\omega L_m} - \omega C_m \right)} + \left(\omega C_c - \frac{1}{\omega L_c} \right) \right]^2}$$

因此 S_{11} 參數可寫成

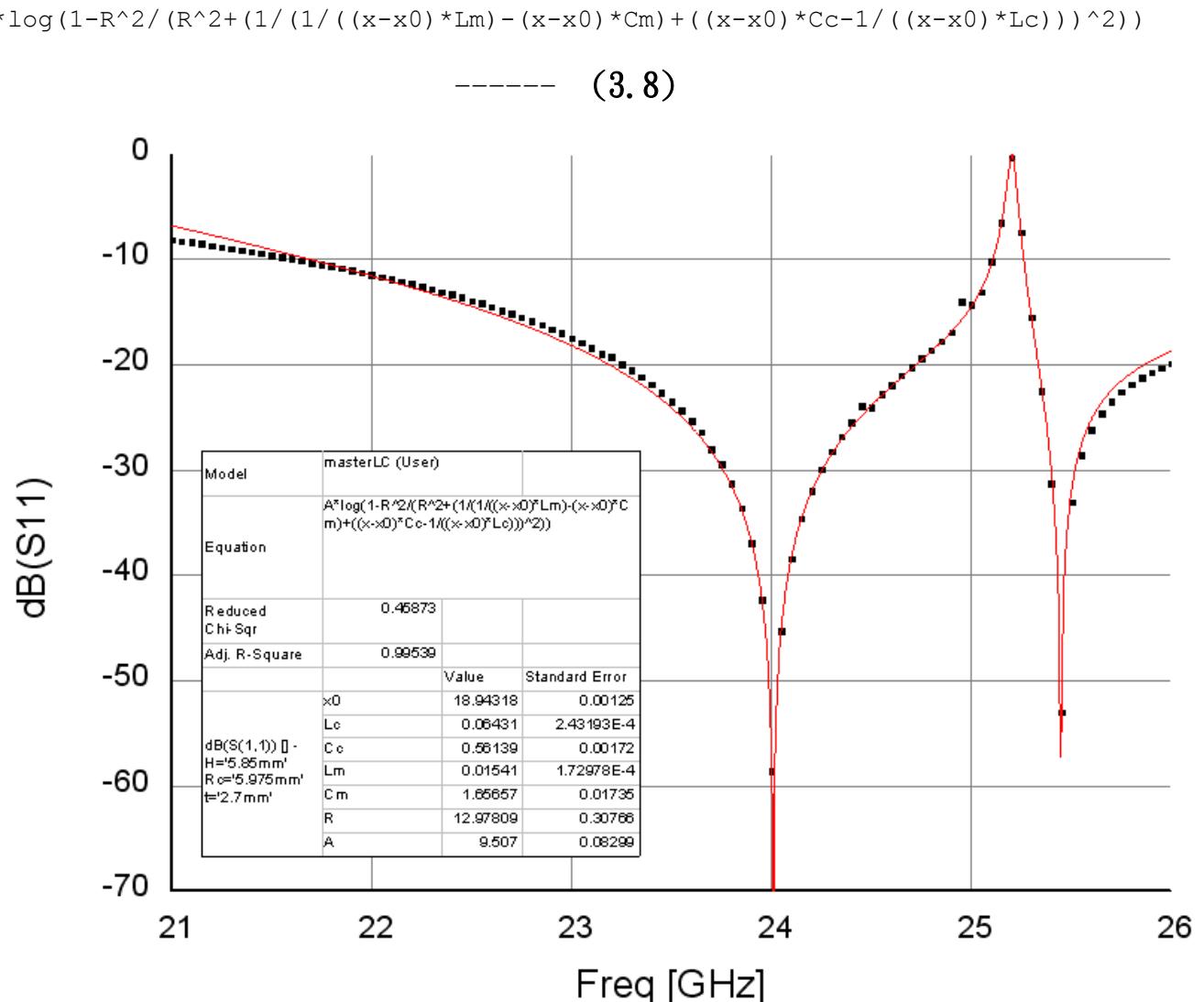
$$S_{11} = \log \left(1 - |V_{loading}|^2 \right) \quad \text{----- (3.7)}$$

先使用繪圖軟體 Desmos 作簡單確認圖型是否正確，令頻率為橫軸 X， S_{11} 為縱軸 Y，Y 軸輸出值除以 10，得到下圖(3.9)



圖(3.9) 簡易繪畫等效電路函數

確認圖型輪廓正確後，使用 Origin 軟體進行 Fitting，將公式(3.6)、(3.7)在 Origin 中設為函數，再用 HFSS 畫出的圖(五)用 CSV 檔輸出點資訊給 Origin，函數程式碼和 Fitting 結果如下：

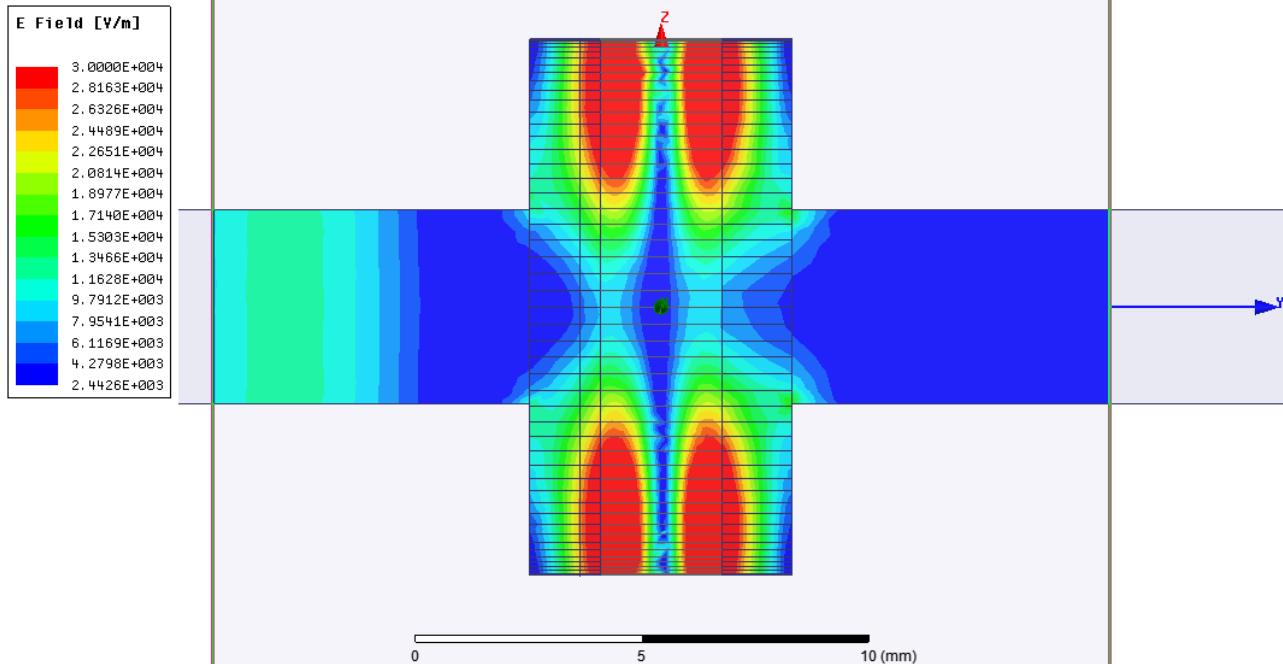


圖(3.10) Origin 函數 Fitting

在函數中我們加入 A 和 x_0 作為 Y 軸和 X 軸的修正項，得到了符合預期的結果，Fitting 曲線和 HFSS 模擬的曲線相去不遠。圖(3.10)中軟體 Fitting 出的數值也可以看出，不連續面的電容效應似乎比陶瓷來的強，畢竟作用面積比較大、電極面的距離也比較短；電感則是陶瓷的效應更強，因為陶瓷是和整個圓形波導管連接，波導管可以成功作用的抵抗電流自然也更多。

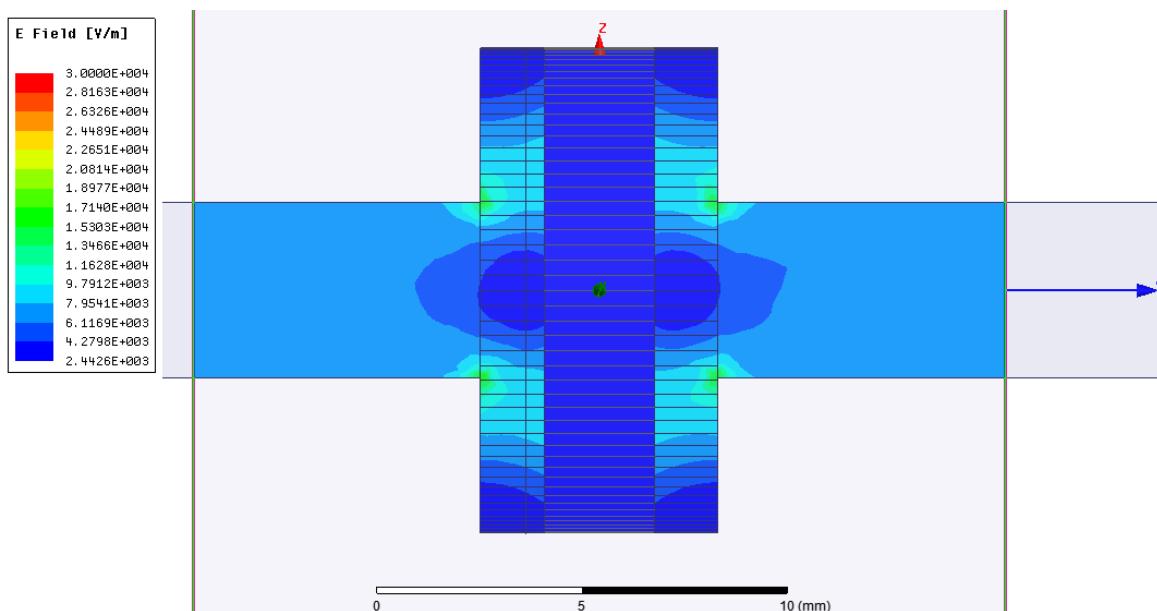
從物理來看三個峰值，兩個峰值是完全穿透，一個是完全反射、無法穿透，從公式(3.6)來看，當不連續面的阻抗 Z_m 內部的電容和電感阻抗相扣成功時，該項分母將會趨近於 0，導

至阻抗趨近於無限大，因此圖(1.5)中 25.2GHz 時可視為電磁信號和不連續面產生共振，導致訊號完全無法穿透，電場儲存在圓形波導管內，等效於電容儲能，如圖(3.11)所示

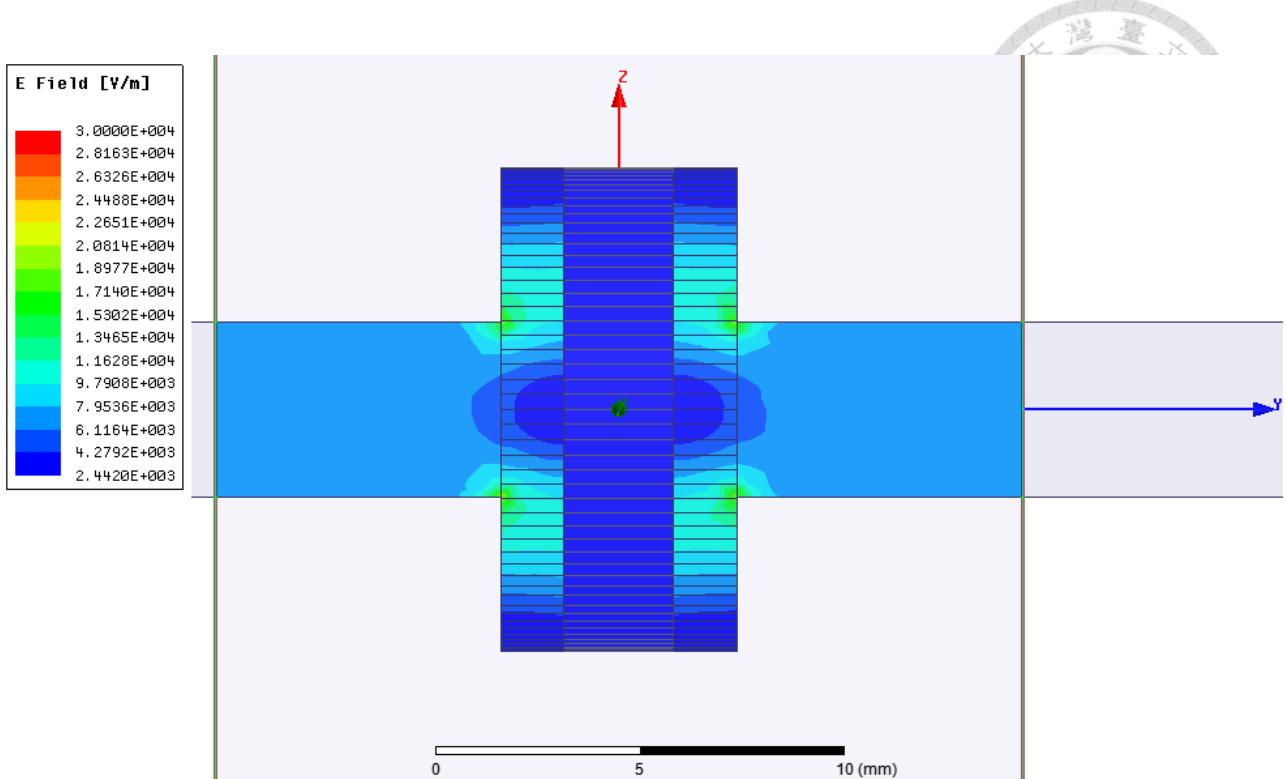


圖(3.11) 25.2GHz 時無法穿透的電場強度圖

該圖為 HFSS 在 Pillbox Window 側邊透視內部場強分佈(ComplexMag)。而完全穿透的數學條件為虛部總阻抗 $Z^2 = 0$ ，所以完全穿透的頻率會有兩個，在物理上可以說是不連續面和陶瓷兩個系統耦合在一起，如圖(3.12)和圖(3.13)所示



圖(3.12) 24.0GHz 時完全穿透的電場強度



圖(3.13) 25.45GHz 時完全穿透的電場強度



(二) Pillbox Window 的不連續面

不連續面在上一節的阻抗理論中，可以看出是造成共振頻的元凶，但是是否該用其他方式手段消除它造成的效應？我們可以先從電磁波阻抗公式看看這個問題。

從第一章圓形波導管的電磁波阻抗公式中(1.4)，

$$Z_C = \frac{\mu\omega}{k_z} = \frac{\mu\omega}{\sqrt{\mu\epsilon\omega^2 - \left(\frac{\rho mn'}{r}\right)^2}} \quad \text{--- (1.4)}$$

可以看到介電係數在分母中，陶瓷的介電係數在我們實測中高達 9.7，如果在 24GHz 時，電磁波單純以波動型式傳輸，不考慮不連續面的影響，將陶瓷內的電磁波阻抗定義為 Z_{ct} ，真空時的電磁波阻抗仍定為 Z_c ，將條件帶入兩者比較

真空介電係數 ϵ_0 和真空磁導係數 u_0 為 (SI 制)

$$\epsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \quad u_0 = 1.26 * 10^{-6} \quad \epsilon/\epsilon_0 = 9.7$$

24GHz 的電磁波真空波長 λ_0 、介質波長 λ ，還有真空波數和陶瓷波數、角頻率為

$$\lambda_0 = 12.5 \text{ mm} \quad \lambda = 4.01 \text{ mm} \quad \omega = 2 * \pi * f = 1.50 * 10^{11}$$

$$k_0 = \sqrt{\epsilon_0 u_0} * \omega = 502.65/m \quad k = \sqrt{9.7 * \epsilon_0 u_0} * \omega = 1565.50/m$$

圓形波導的參數為

$$\frac{\rho_{11}'}{r} = 308.117/m$$

所以 Z_c 和 Z_{ct} 為

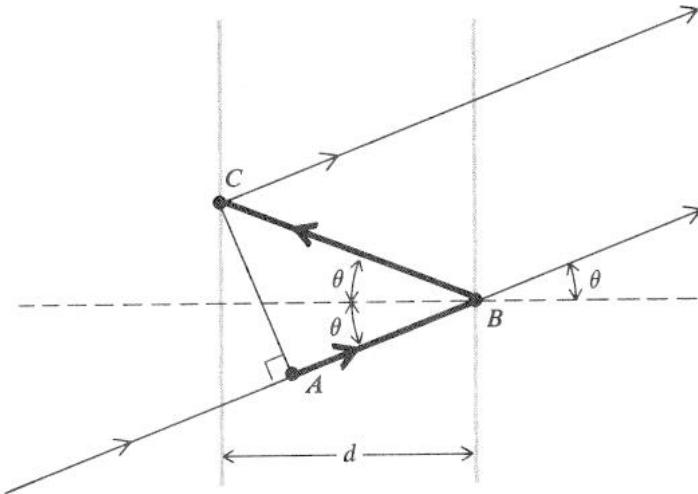
$$Z_c = \frac{1.26 * 10^{-6} * 1.50 * 10^{11}}{\sqrt{(502.65/m)^2 - (308.117/m)^2}} \cong 476.90 \Omega \quad \text{--- (3.9)}$$

$$Z_{ct} = \frac{1.26 * 10^{-6} * 1.50 * 10^{11}}{\sqrt{9.7 * (502.65/m)^2 - (308.117/m)^2}} \cong 123.39 \Omega \quad \text{--- (3.10)}$$

也就是說，沒有不連續面作用的圓形波導管，電磁波在行進時，碰到陶瓷的反射率 R 為【3】

$$R = \left| \frac{E_0'}{E_0} \right|^2 = \left| \frac{Z_{ct} - Z_c}{Z_{ct} + Z_c} \right|^2 \cong (-0.588)^2 = 0.3467 \quad \text{--- (3.11)}$$

E_0 表示真空中的電場強度， E'_0 表示為介質中的電場強度，在 24GHz 時沒有不連續面作用的話，光是電磁波的反射率就到達 34.67%，和 HFSS 模擬跟我們實驗的 -20dB 以下相去甚遠，就算考慮相位的效應，根據【4】的理論進行以下計算，考慮無限多次的反射的話：



圖(3.14) 在介質層中多重反射圖，d 為介質厚度， θ 為電磁波和介質面的法線夾角

如圖(3.14)，在介質層中電磁波多重反射的情況中，電磁波來回一次的相位差 δ 為

$$\delta = 2 * k * d * \cos \theta \quad \text{----- (3.12)}$$

現在在波導管中，電磁波和法線呈 0 度角，d 即為陶瓷厚度，經過無限多次折射和反射的電場 E_t 如同課本所示：

$$E_t = E_0 t^2 + E_0 t^2 r^2 e^{i\delta} + E_0 t^2 r^4 e^{2i\delta} + \dots \quad \text{----- (3.13)}$$

t 為穿透係數，r 為反射係數，表示折反射前和折反射後的電場比例，各自的平方即為穿透率 T 和反射率 R，因此使用無窮等比級數公式可化簡公式(3.13)為

$$E_t = \frac{E_0 t^2}{1 - r^2 e^{i\delta}} \quad \text{----- (3.14)}$$

因此穿透光強度 I_t 即為($I_0 = |E_0|^2$)

$$I_t = \frac{I_0 T^2}{|1 - R^2 e^{i\delta}|^2} = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}} \quad \text{----- (3.15)}$$

最後一項中的 F 為



$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad \text{----- (3.16)}$$

因此從公式(3.15)中可以發現，在介質決定 T 和 R 後，考慮相位變化的光強度，在最後一項中由相位決定的最大值條件是

$$\sin^2 \frac{\delta}{2} = 0 \quad \text{----- (3.17)}$$

這個條件達到時，光強度達到最強，現在回頭看我們 Pillbox Window 的案例，電磁波在波導管行進時，穿透陶瓷時是用 k_z 行進，所以在 24GHz 時，將所有條件帶入

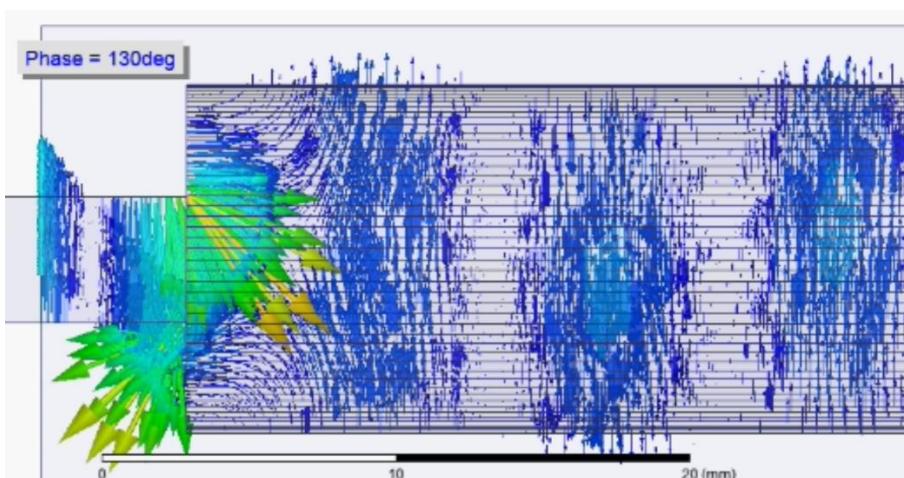
$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{(1 - 0.3467)^2}{(1 - 0.3467)^2} \frac{1}{1 + \frac{4 * 0.3467}{(1 - 0.3467)^2} \sin^2 \frac{(2 * k_z * 2.7 * 10^{-3})}{2}} \cong 30.14\%$$

$$k_z = \sqrt{9.7 * (502.65/m)^2 - (308.117/m)^2} \cong 1535.99/m$$

----- (3.18) (3.19)

代入 Pillbox Window 條件下的最大輸出，只有 30.14%，很明顯地，如果沒有不連續面所造成的效果，Pillbox Window 是無法在 24GHz 時傳輸至 99% 以上。

不連續面的作用範圍是有距離的，下圖是用 HFSS 模擬長距離的方形和圓形波導管連接時，在 24GHz 時，從側面看系統所呈現的現場分布，在我們所使用的波導管尺寸，作用距離大約 5~6 mm



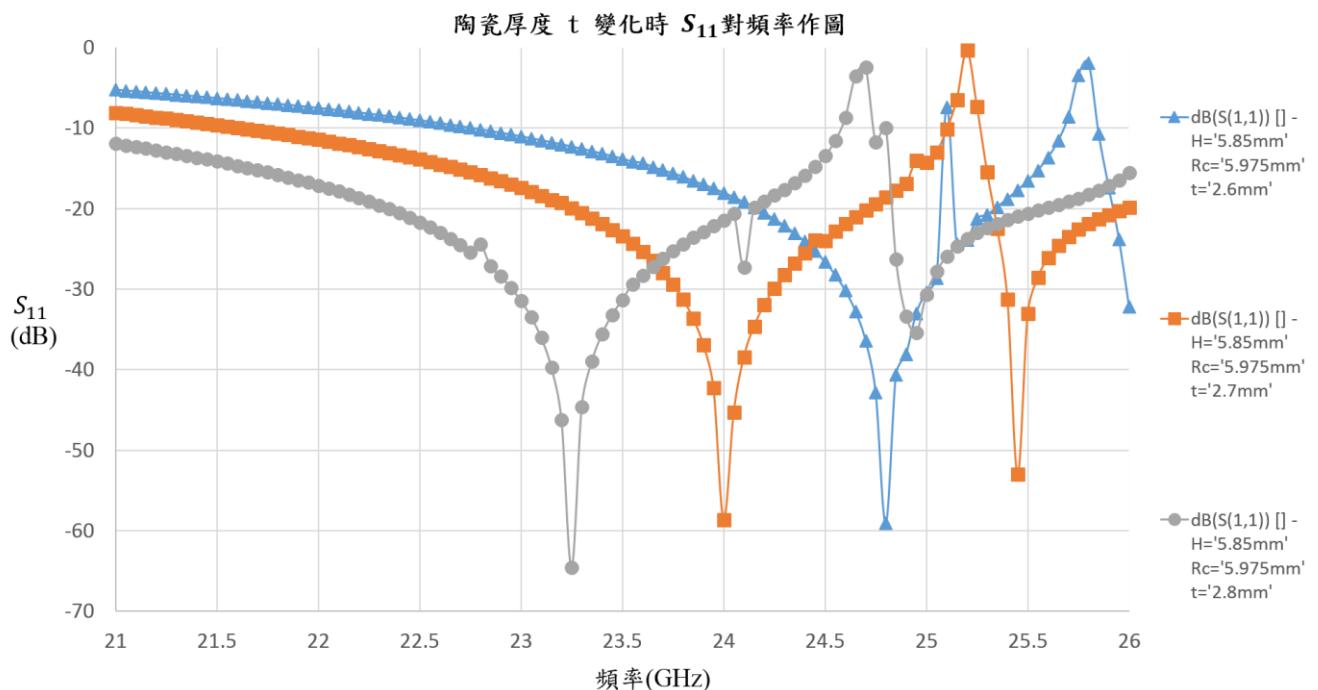
圖(3.15) 方形和圓形波導管連接時的電場分布



離開這距離時，電磁波將會如同第一章的理論，開始顯現波動的性質；在作用範圍內時，整個圓形波導管與其說是等效電路運作的微波元件，不如實質上將它視為高頻電子元件。就結論上來說，我們只能利用不連續面來達到目的，而不是想辦法消除它。

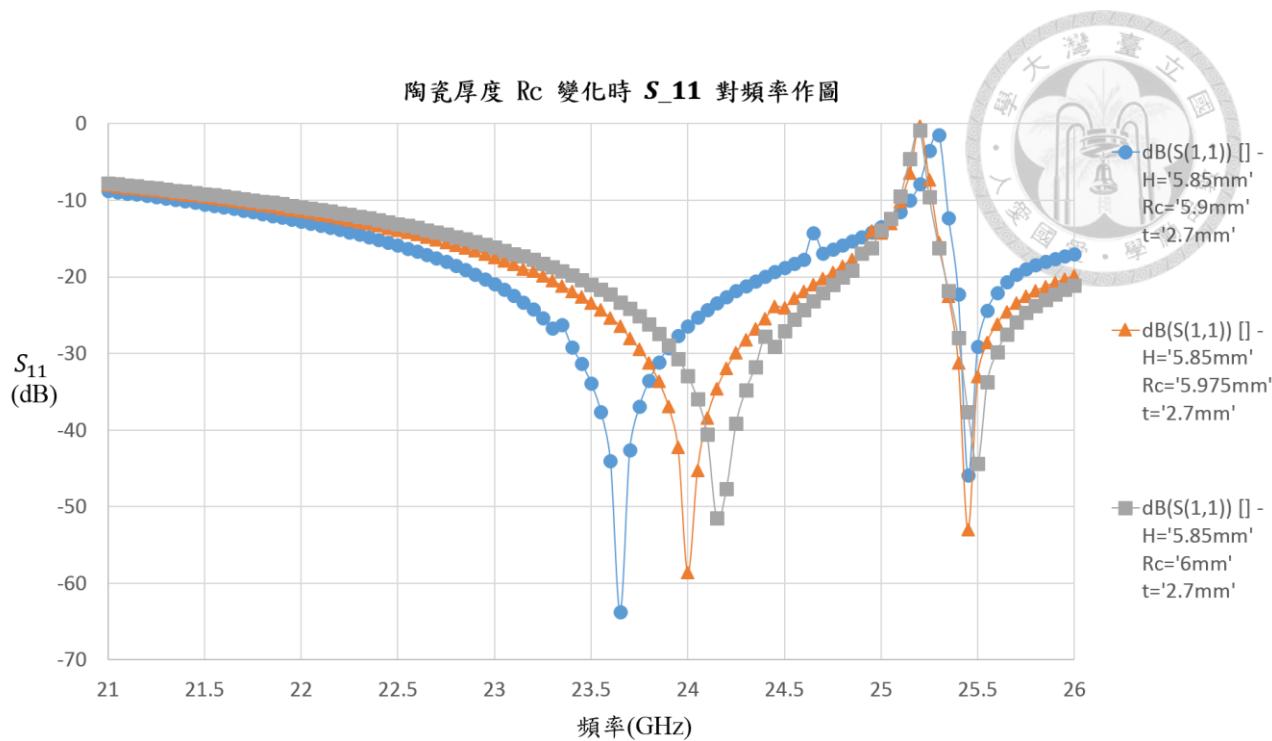
(三) 數據分析和優化

接下來我們將利用 HFSS 將 Pillbox Window 做頻寬優化，我們有三個要優化的參數：陶瓷厚度 t 、圓形波導管半徑 R_c 和圓形波導管長度 H 。利用 HFSS 的優化功能，可以掌握三個變數對頻譜的變化，我們先看陶瓷厚度對 S_{11} 頻譜的變化如下



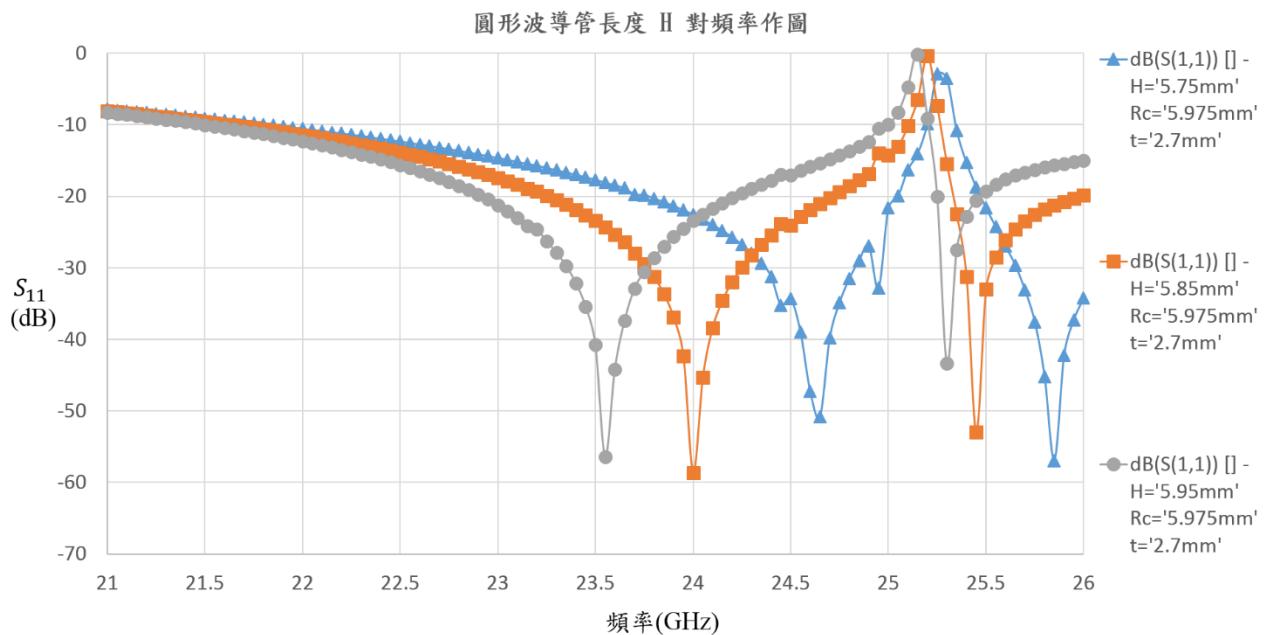
圖(3.16) 陶瓷厚度 t 對頻譜的變化

可以發現 t 的厚度增加時，中心頻向左減少，但是頻寬增厚許多。接著繼續探討圓形波導管的半徑 R_c ，如下圖



圖(3.17) 圓形波導管半徑 R_c 對頻譜的變化

從圖中可以看到，半徑減小時，頻率向左減少，但是頻寬些許增寬，繼續看圓形波導管長度 H ，如下圖



圖(3.18) 圓形波導管長度 H 對頻譜的變化



長度 H 增加時，中心頻是往左減少，但是頻寬在 H 減少時會迅速減少，反倒是讓右邊的穿透頻的頻寬增加，而且向右移動。

如果採用表格作出統計的話，如下

t(mm)	中心頻(GHz)	右-20dB 點(GHz)	左-20dB 點(GHz)	頻寬(GHz)
2.40	26.4	26.75	25.9	0.85
2.50	25.55	26	25	1.00
2.60	24.80	25.35	24.15	1.20
2.70	24.00	24.70	23.25	1.45
2.80	23.25	24.15	22.35	1.80
2.90	22.50	23.60	21.36	2.24
3.00	21.60	23.20	20.20	3.00

表(三) 陶瓷厚度變化參數

Rc(mm)	中心頻(GHz)	右-20dB 點(GHz)	左-20dB 點(GHz)	頻寬(GHz)
5.80	23.20	23.95	22.55	1.40
5.90	23.65	24.40	22.95	1.45
5.975	24.00	24.70	23.25	1.45
6.00	24.15	24.80	23.40	1.40
6.10	24.60	24.90	23.90	1.00
6.20	24.75	24.85	24.40	0.45

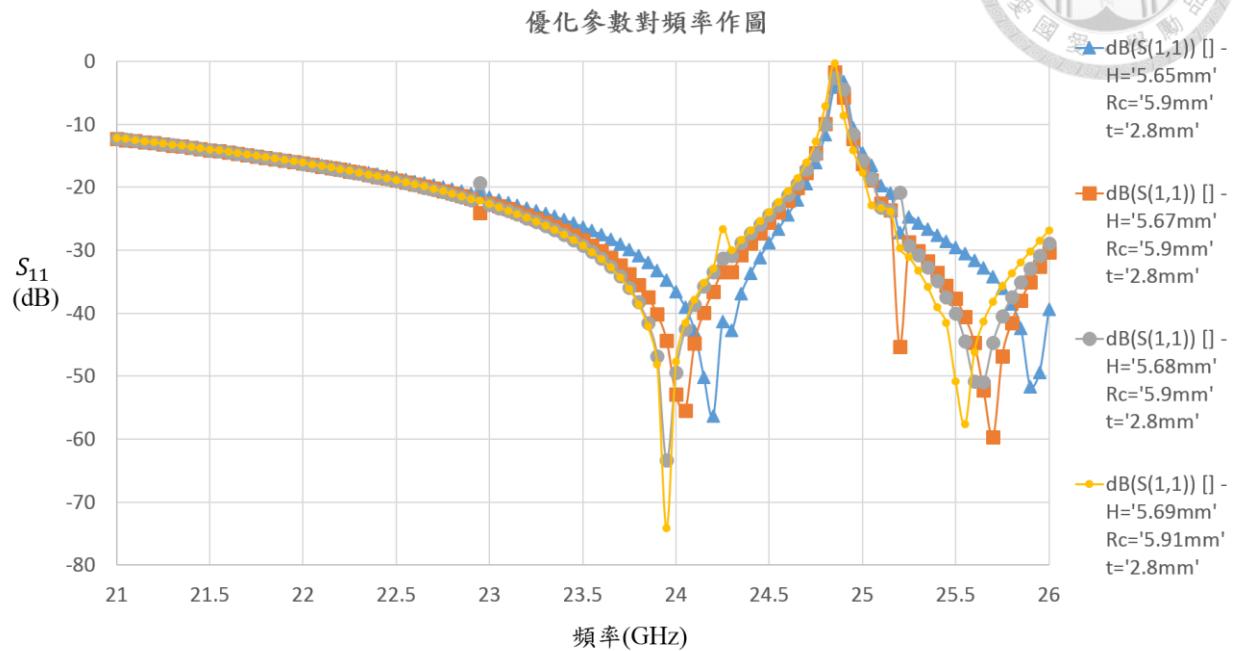
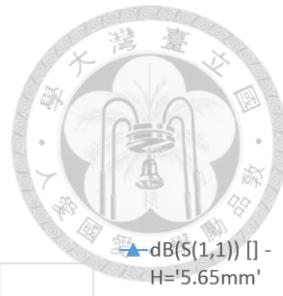
表(四) 圓形波導管半徑變化參數

H(mm)	中心頻(GHz)	右-20dB 點(GHz)	左-20dB 點(GHz)	頻寬(GHz)
5.55	25.25	25.32	25.07	0.25
5.65	25.05	25.20	24.50	0.70
5.75	24.65	25.05	23.75	1.30
5.85	24.00	24.70	23.25	1.45
5.95	23.55	24.20	22.90	1.30
6.05	23.25	23.80	22.70	1.10
6.15	22.95	23.45	22.45	1.00

表(五) 圓形波導管長度變化參數

從數據來看，很明顯的，我們第一步應為對頻寬影響最大的參數下手，也就是增加陶瓷厚度，增加厚度後，再細微調整其他兩個參數，使中心頻細調至 24GHz。經過 HFSS 的大量優化運算，即可找到 $t=2.80\text{ mm}$ 、 $H=5.65\text{ mm}$ 、 $Rc=5.9\text{ mm}$ 時，中心頻變化不大，但成功增加頻寬，

再來調整 H 和 Rc 參數，得到下圖和下表



圖(3.19) 優化參數對頻譜的變化

H(mm)	RC(mm)	中心頻(GHz)	右-20dB 點	左-20dB 點	頻寬(GHz)
5.65	5.90	24.2	24.7	22.75	1.95
5.67	5.90	24.05	24.65	22.7	1.95
5.68	5.90	23.95	24.65	22.65	2
5.69	5.91	23.95	24.6	22.65	1.95

表(六) 優化後的變化參數

可以發現 $H=5.67\sim 5.69$ 、 $Rc=5.90\sim 5.91$ 這個區間，達到了我們的增寬頻寬加上中心頻不變的目標，接下來我們將討論，考慮機械製作公差時，將對我們優化後的參數造成什麼影響。



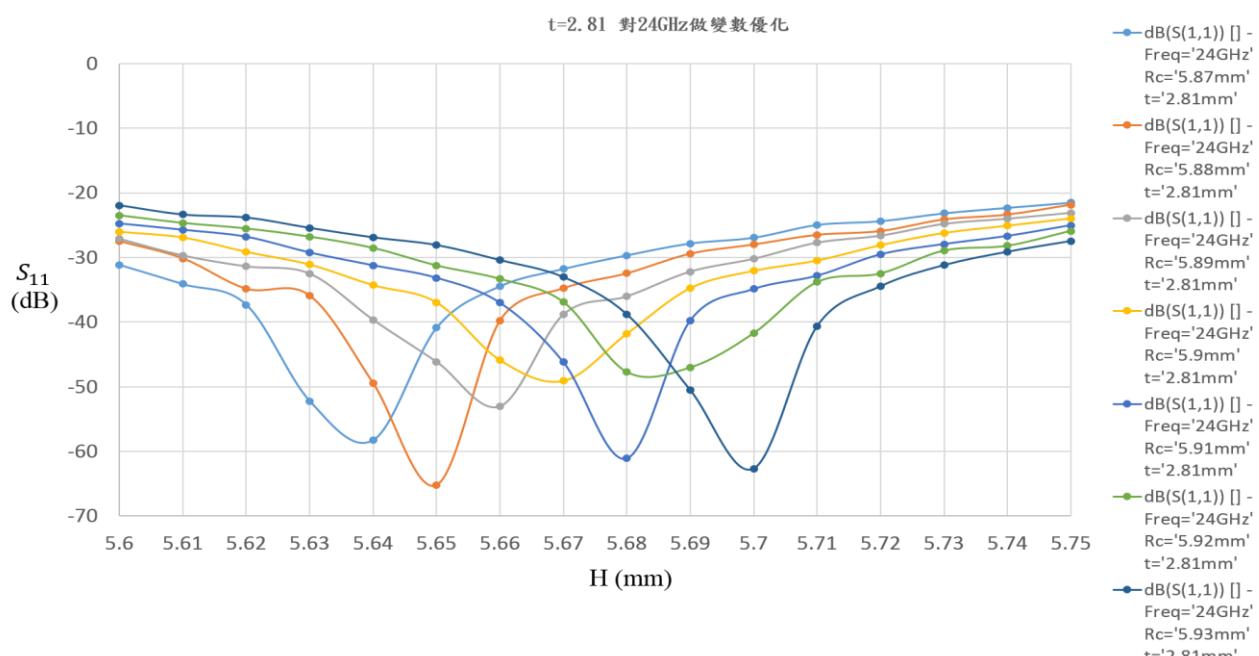
(四) 公差分析

機械加工時如果要求公差越小，所以的加工費會更高，因此公差選定是成本上都要有所顧慮。設定公差後，加工廠出產後的測量數值當然是隨機分佈，但是我們可以從 HFSS 上看出這些隨機分佈中那些數值是符合我們要求的，上一章優化後可以看到我們試出了 $H=5.67\sim5.69$ 、 $Rc=5.90\sim5.91$ 和 $t=2.80$ mm 這個區間，所以加上公差後的區間我們假定為

H (mm)	Rc (mm)	t (mm)
5.60~5.75	5.87~5.93	2.76~2.84

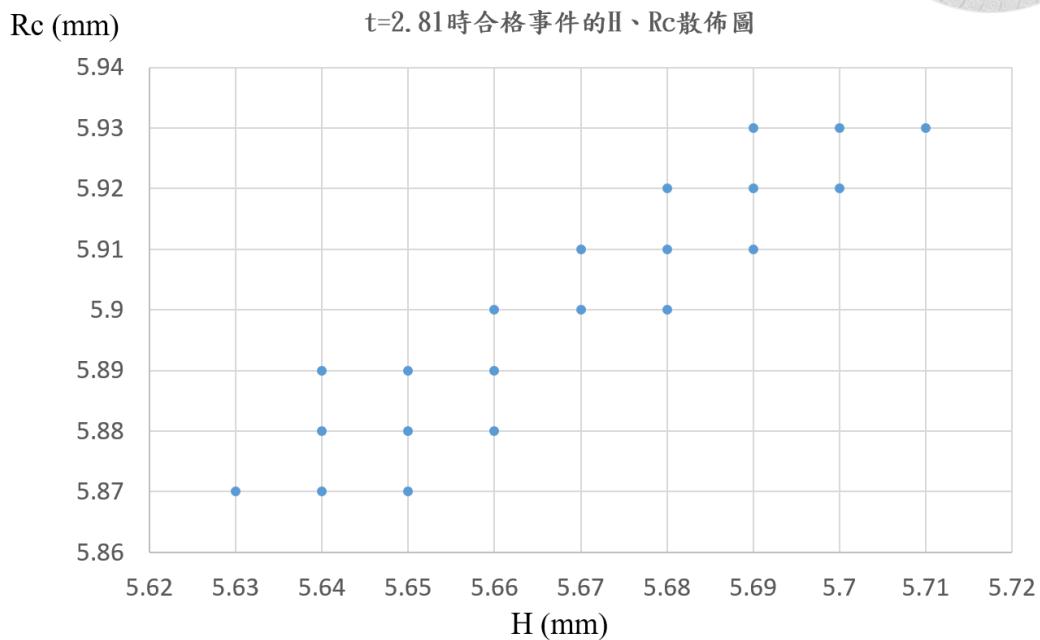
表(七) 假定的變數公差

假設我們對產品合格的目標是 24GHz 達到-40dB 以下、頻寬 2GHz，在測量上，我們最小測量至 0.01mm，因此我們先挑定 $t=2.81$ 當例子，對 H 和 Rc 作優化，先選定 H 當橫軸，縱軸為 24GHz 時的 S_{11} 值，這麼做的原因是，機械加工上，圓半徑比起圓形波導管的長度可以有較小的公差，以 0.01mm 當間距的話可以畫較少數量的線，在 $Rc=5.87\sim5.93$ mm 區間中以 0.01mm 當單位，在作圖時可以畫出 6 條線，檢視哪些點符合-40dB 以下，如下圖



圖(3.20) $t=2.81$ 時所做的優化

我們可以看到這些-40dB 以下的點，代表符合 24GHz 穿透率合格的事件，把這些事件全部挑出，我們可以看到這些事件的條件，在 R_c 和 H 的數值分佈上，如下圖，可以看出有線性關係。



圖(3.21) t=2.81 時所做的優化散佈圖

將這些點的條件對頻率做 S_{11} 的掃頻，檢視頻寬 2GHz 會偏差多少：

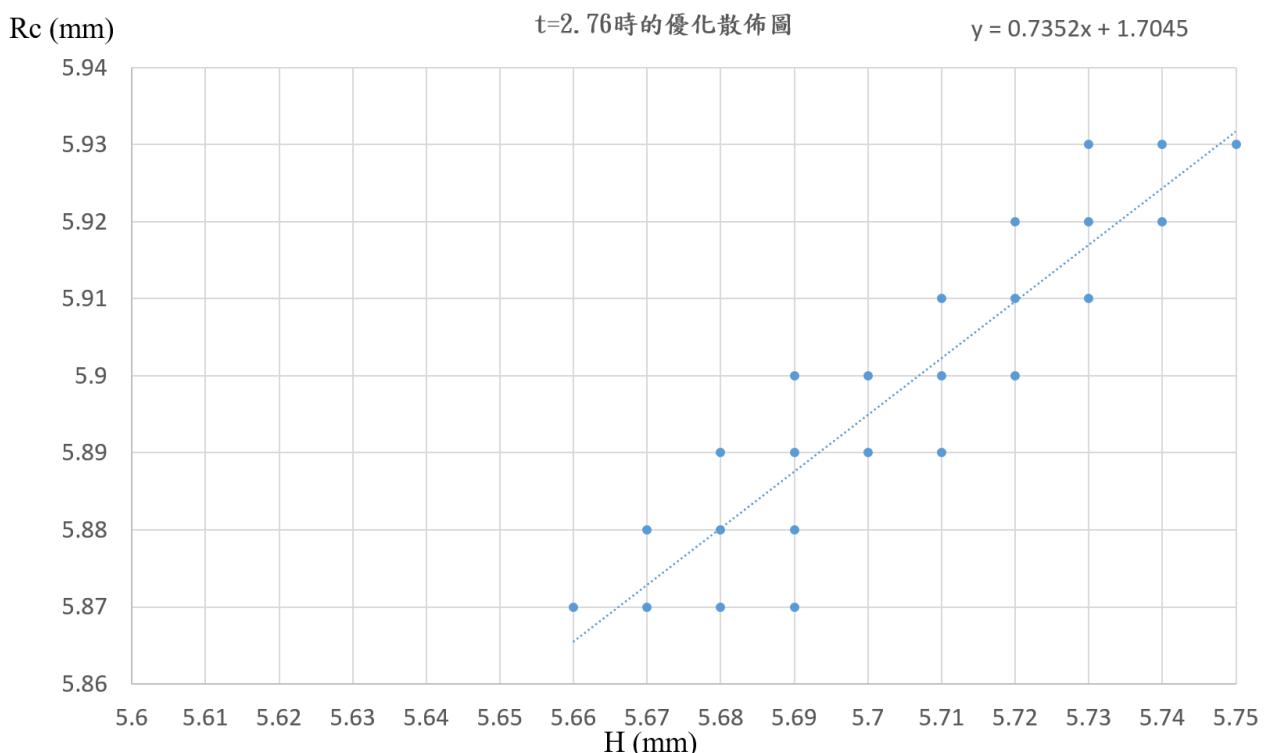
H (mm)	Rc (mm)	左-20dB (GHz)	右-20dB (GHz)	頻寬(GHz)
5.64	5.87	22.50	24.65	2.15
5.64	5.88	22.55	24.65	2.10
5.64	5.89	22.65	24.65	20
5.65	5.87	22.50	24.65	2.15
5.65	5.88	22.55	24.65	2.10
5.65	5.89	22.60	24.65	2.05
5.66	5.88	22.50	24.60	2.10
5.66	5.90	22.65	24.65	2.00
5.67	5.90	22.55	24.60	2.05
5.67	5.91	22.65	24.60	1.95
5.68	5.90	22.55	24.60	2.05
5.68	5.91	22.60	24.60	2.00
5.68	5.92	22.70	24.60	1.90
5.69	5.91	22.55	24.55	20



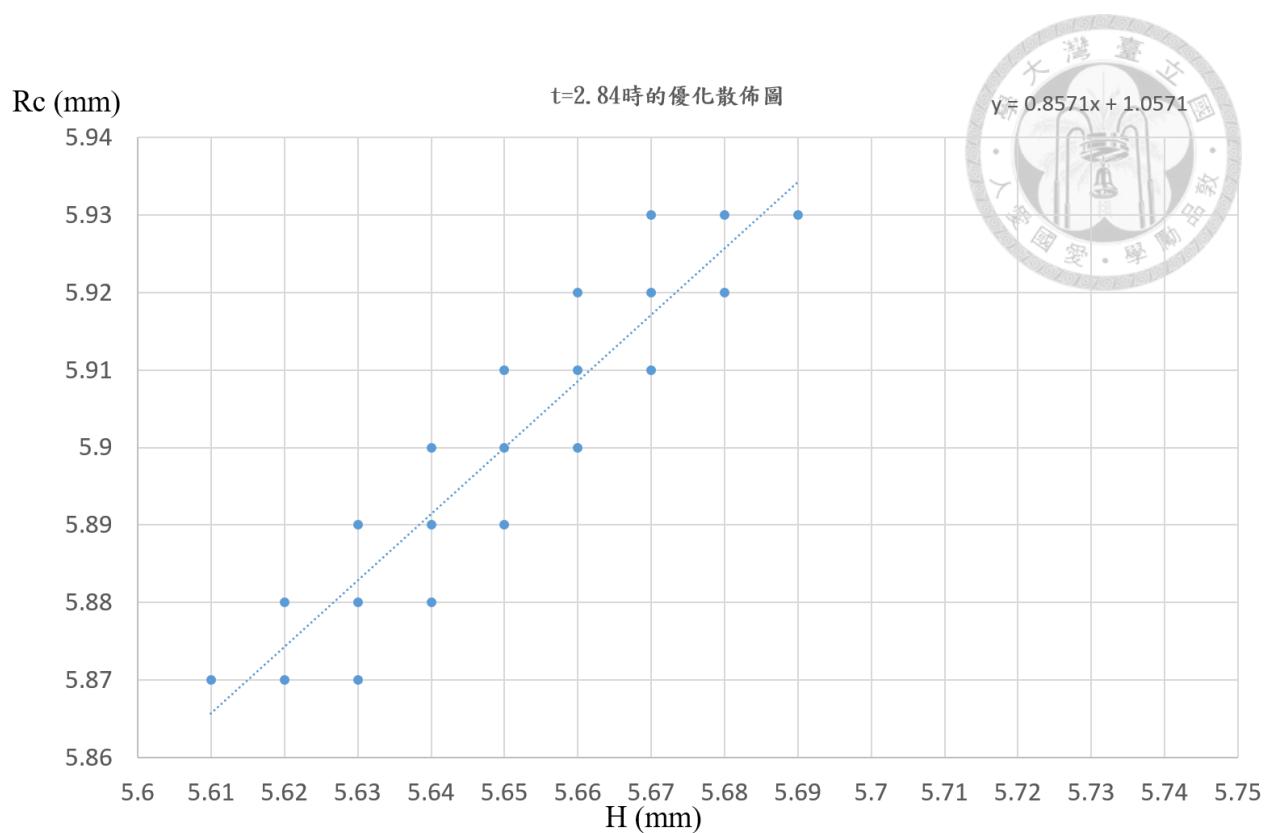
5.69	5.92	22.60	24.55	1.95
5.69	5.93	22.70	24.55	1.85
5.7	5.92	22.60	24.55	1.95
5.7	5.93	22.70	24.55	1.85
5.71	5.93	22.60	24.55	1.95
5.63	5.87	22.50	24.65	2.15
5.66	5.89	22.55	24.65	2.10

表(八) $t=2.81$ 時的頻寬變化

可以看到頻寬的變化區間為 1.85~2.15GHz，因此將 $t=2.76$ 和 2.84 的散佈圖和頻寬變化做完，可以得到



圖(3.22) $t=2.76$ 時所做的優化散佈圖



圖(3.23) t=2.84 時所做的優化散佈圖

下列為 t=2.76 和 2.84 頻寬變化數據

H (mm)	Rc (mm)	左-20dB (GHz)	右-20dB (GHz)	頻寬(GHz)
5.66	5.87	22.90	24.85	1.95
5.67	5.87	22.85	24.80	1.95
5.67	5.88	22.95	24.85	1.90
5.68	5.87	22.85	24.80	1.95
5.68	5.88	22.85	24.80	1.95
5.68	5.89	22.95	24.80	1.85
5.69	5.87	22.80	24.75	1.95
5.69	5.88	22.85	24.75	1.90
5.69	5.89	22.95	24.80	1.85
5.69	5.90	22.95	24.80	1.85
5.70	5.89	22.90	24.80	1.90
5.70	5.90	22.95	24.80	1.85
5.71	5.89	22.90	24.75	1.85
5.71	5.90	22.90	24.75	1.85
5.71	5.91	23.00	24.75	1.75
5.72	5.90	22.85	24.70	1.85



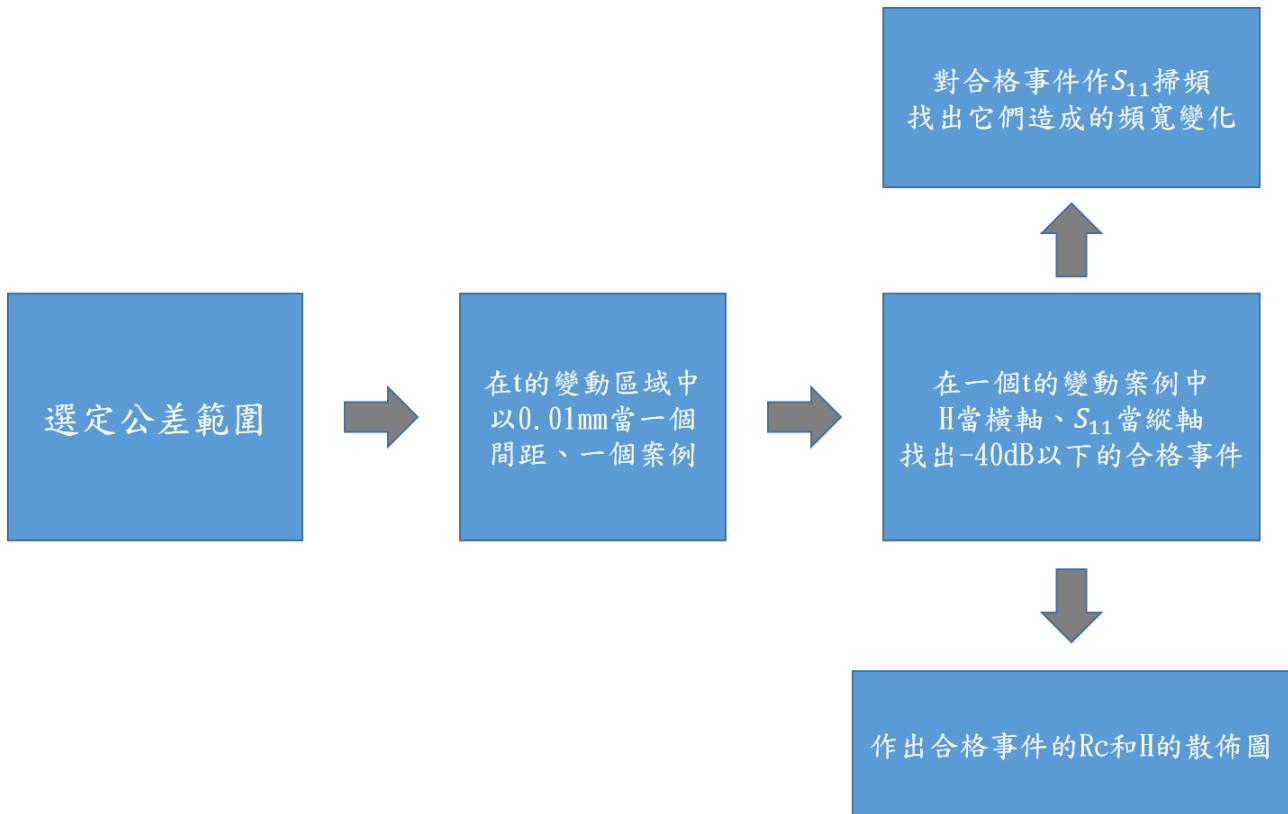
5.72	5.91	22.90	24.75	1.85
5.72	5.92	23.00	24.75	1.75
5.73	5.91	22.85	24.70	1.85
5.73	5.92	22.95	24.70	1.75
5.73	5.93	22.95	24.70	1.75
5.74	5.92	22.90	24.70	1.80
5.74	5.93	22.95	24.70	1.75
5.75	5.93	22.90	24.65	1.75

表(九) $t=2.76$ 時的頻寬變化

H (mm)	Rc (mm)	左 -20dB (GHz)	右 -20dB (GHz)	頻寬(GHz)
5.61	5.87	22.20	24.55	2.35
5.62	5.87	22.25	24.55	2.30
5.62	5.88	22.35	24.55	2.20
5.63	5.87	22.15	24.55	2.40
5.63	5.88	22.25	24.55	2.30
5.63	5.89	22.35	24.55	2.20
5.64	5.88	22.20	24.50	2.30
5.64	5.89	22.35	24.55	2.20
5.64	5.90	22.40	24.50	2.10
5.65	5.89	22.30	24.50	2.20
5.65	5.90	22.40	24.50	2.10
5.65	5.91	22.50	24.50	2.00
5.66	5.90	22.30	24.50	2.20
5.66	5.91	22.45	24.50	2.05
5.66	5.92	22.50	24.50	2.00
5.67	5.91	22.30	24.45	2.15
5.67	5.92	22.45	24.45	2.00
5.67	5.93	22.50	24.45	1.95
5.68	5.92	22.40	24.45	2.05
5.68	5.93	22.50	24.45	1.95
5.69	5.93	22.40	24.45	2.05

表(十) $t=2.84$ 時的頻寬變化

可以看到陶瓷增厚時，趨勢線的斜率增加，截距也整個減小，開始分佈在較小的 H 數值上，使圖型分佈整個往左偏移，有就是說兩圖片所圍起來的平行四邊形面積即為可以成功的事件分佈面積，表中可以最終結算出公差呈現的頻寬區間為 1.75~2.35 GHz，所以就結論上來說，我們利用 HFSS 計算出考慮機械加工的誤差時，在中心頻和頻寬上會出現多少偏差都可以估算出來，總流程圖如下：



圖(3.24) 公差流程圖



第四章 結論和未來期望

第一章我們先簡單交代何謂 Pillbox Window，先分析電磁波在波導管的阻抗，從阻抗和現實波導管的概念中發現必須使用 HFSS 去處理問題，再從 HFSS 模擬現行架構下的 Pillbox Window。

第二章中主要為宏碩系統公司在整個 Pillbox Window 的製造過程，從機械結構到焊接加工都一步步呈現在論文中，最後在真空測試和網路分析儀測試中，都證明宏碩系統公司設計和製造 Pillbox Window 毫無疑問是有品質保證的、符合 HFSS 的預期。

第三章中我們改用等效電路去分析 Pillbox Window，最終進行數據凝合確認理論可以使用，並加深討論出設計 Pillbox Window 時應該利用不連續面，而非消除它。最終 Pillbox Window 還是要考慮產業上的因素，因此我們針對公差上進行研究，利用 HFSS 看出公差在我們中心頻和頻寬在數據上影響多少。

但是還是有幾點問題還是要等我們克服、和解答，

1. 表(三)~表(五)中的數據變化，對應到等效電路時有什麼物理意義？
2. 我們提到公式(3.6)中，穿透頻是陶瓷和不連續面的耦合解，耦合解是否能在數學和物理上加深討論穿透頻的頻寬？讓我們優化頻寬時可以從推導出物理上直接下手，省下大量計算時間
3. 等效電路實際的電容值和電感值在數學上能否算出？算出後我們能否更有效地設計產品？
冷測上能否測出電容值和電感值？
4. 別忘記最後公差分析中，我們試算出合格事件的偏差，在 R_c 和 H 散佈圖中，區域以外的都是【不合格事件】，在機械設計和工業規畫上，我們能否讓事件合乎成本又能強制發生在區域內？找出散佈圖變化的物理應該就能找到答案

以上四個問題我相信應該都能找到答案，但是我在宏碩系統的時間也只有短短一年，無法處理這些問題、打贏一場漂亮的仗，將來碰到這些問題的研究生或是產業裡的工程師我相信他們應該都能找到答案。

參考資料：

- 【1】台灣大學-微波物理-朱國瑞上課用講義, 2014 年 9 月版本, **CH3 Transmission Line and Waveguide**, p10~p22
- 【2】清華大學-微波工程-柳克強上課用講義, 2019 年春季下學期版本, **CH3 General Solutions for TEM, TE, and TM Waves**, p60~61
- 【3】台灣大學-微波物理-朱國瑞上課用講義, 2014 年 9 月版本, **CH2 Electromagnetic Theory**, p55~p59
- 【4】**Introduction of modern optics, the second edition, Grant R.Fowles, CH4 Multiple-Beam Interference**, p86~p88

