



國立臺灣大學生物資源暨農學院森林環境暨資源學系

碩士論文

School of Forestry and Resource Conservation

College of Bioresources and Agriculture

National Taiwan University

Master Thesis

梓樹木材應用於古琴背板之音響性質探討

Acoustical Properties of *Catalpa ovata*

for the Back Plate of Guqin

蔡宜軒

Yi-Hsuan Tsai

指導教授：張豐丞 博士

Advisor: Feng-Cheng Chang, Ph.D.

中華民國 109 年 7 月

July 2020

誌 謝



雖然過程有點跌跌撞撞、有點辛苦，然而多虧了許多人的幫助與鼓勵，順利完成這本碩士論文！感謝我的指導老師張豐丞教授，總是很有耐心地教導我學術寫作以及進行實驗的方法，並常常在討論時提出許多想法，讓我不小心卡住的思緒能夠茅塞頓開，真的非常謝謝老師。感謝卓志隆教授，在實驗階段提供支援，並撥冗擔任口試委員，給予我許多建議與方向。謝謝龍暉教授與吳四印教授，讓我在碩士階段能夠學到額外的知識，並在擔任口試委員時給予我重要的建議以及研究想法，誠摯感謝老師們的教導。

研究過程中，許多人提供了莫大的幫助，幫助我成功完成實驗。特別感謝斲琴家鄭德宣老師提供研究材料，並告訴我許多斲琴經驗，每一次與老師討論都非常愉快。特別感謝孫俊彥教授協助完成試驗，並給予我許多建議與想法，讓我有更全面的觀點去研究古琴。特別謝謝許碧娟同學、蔡耀仲助理、張淑華博士、林谷樺助理、涂三賢組長、楊小將助理的大力相助，讓研究順利完成。

感謝研究室夥伴 Hannah、Peter、Christy、鈞瑋、DaiDai 學姊、嵐婷學姊、婉瑄、嘉芸、Kevin、亞諭、學承，謝謝大家豐富了我的研究生活。謝謝在臺大這段時間遇到的朋友：冠儒、霖人、Nanu、發現團、子育、Jin、Victor、Jin-Jia、Wu、Shawn、、Zoey、邱翊、臺北幫、Kilaya、SYD、映辰、一誠、梓傑、國融、老大、嘉崎、B02 朋友，有時你們一句不經意的話，卻令人感到溫暖；有許多許多非常艱辛的時候，這些溫暖給了我前進的動力，我想我的成就有一大部分建立於此，真的很開心也很感謝能與你們度過這段時光，希望有一天我也可以令你們覺得溫暖。

最後，感謝一直以來支持我的家人，讓我在求學階段不用煩惱太多，盡情地去做我想做、選擇做的事。

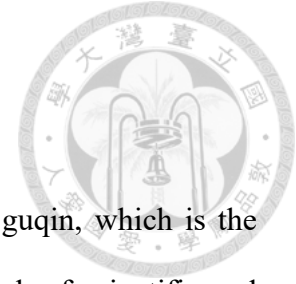
摘要



古琴為中國傳統木質樂器，通常以梓樹木材 (*Catalpa ovata*，簡稱梓木) 作為背板、泡桐木材 (*Paulownia tomentosa*) 作為面板。由於古琴具有個人風格與多元特色，在材料選擇上以斲琴師的個人經驗為主要依據，缺乏系統化、科學化的方法，因此本研究目的為探討梓木背板對於古琴發聲之影響，討論不同背板材料產生的結果，進而作為未來挑選古琴材料時的依據。本研究先以板振動法測量梓木機械性質，再製作成簡易琴，並利用頻譜分析法剖析彈撥琴弦所發出的聲音。結果顯示密度越大的梓木平板可以更有效地傳遞振動能量至材料內的每一處，但不容易轉換成聲波放射至空氣中。製作成簡易琴後，由頻譜結果可以發現彈撥簡易琴 1 弦與彈撥 4 弦的頻譜峰值分佈大致呈現 M 字形，具有 2 個較高峰值的區域，彈撥 7 弦的頻譜峰值分佈則呈現山峰狀，僅有 1 個區域；而從峰值隨時間變化的結果得知，縱向動彈性模數較高的背板在高頻率區域的衰減程度較明顯。比較梓木性質與簡易琴聲音特徵的結果，梓木背板的異方性較低時，反而可以在部分頻率範圍具有較高的特徵峰；而泡桐面板與梓木背板之間的穿透率越大時，在 1175.0 Hz 的特徵峰峰值較高，1300.0–1400.0 Hz 之間的峰值較低；當聲音輻射率與損失係數的比值較小時，彈撥 1 弦與彈撥 4 弦的聲音在 588.0 Hz 具有較高的峰值，1176.0 Hz 具有較低的峰值。

關鍵字：古琴、梓樹木材、板振動法、自身功率頻譜、音響指標

ABSTRACT



Catalpa ovata is the traditional material of the back plate of guqin, which is the prominent musical instrument in ancient China. Since there is a lack of scientific and systematic method of selecting materials of guqin, the guqin luthiers' experience and craftsmanship dominate the procedure. Thus, the aim of this study is to evaluate the effects of back plate materials on the sound characteristic of guqin and try to form a basis for choosing materials of guqin in the future. This study used the plate vibration method to measure vibrational properties of *Catalpa ovata*, which simplified guqins were assembled with after testing, and acoustical properties of simplified guqins were obtained with the spectral analysis. According to the results, the high-density *Catalpa ovata* plate could easily transmit energy around the plate itself but radiate to the air obstructively. Observing the Auto Power Spectrum, the distribution of peaks was M-shape when plucking the 1st and 4th strings and was mountain-shape when plucking the 7th string. Depending on the difference between peak values, we could find the peaks of back plates whose longitudinal dynamic elastic modulus was higher decayed fastly at high frequency. Comparing the properties of *Catalpa ovata* and the characteristic of guqin, there were higher peaks at partial frequency range if the back plate was less anisotropic. When the ratio of the transmitted sound intensity was higher, the peak value was higher at 1175.0 Hz and was lower at 1300.0–1400.0 Hz. As a result of the higher ratio of sound radiation coefficient to loss coefficient, sound of plucking the 1st string and the 4th string would have higher peak value at 588.0 Hz and lower peak value at 1176.0 Hz.

【Key Words】 : Guqin, *Catalpa ovata*, plate vibration method, Auto Power Spectrum, acoustical properties

目 錄



誌謝	i
摘要	ii
ABSTRACT	iii
目錄	iv
圖目錄	vi
表目錄	viii
壹、前言	1
貳、文獻回顧	3
一、木材的振動	3
(一) 材料振動性質	3
(二) 平板振動性質	7
(三) 木材振動性質	13
(四) 木材振動性質在非破壞性檢測上的應用—以板振動法為例	16
二、木材在樂器上的應用	18
(一) 音響指標	18
(二) 樂器用木材的特性	21
(三) 古琴用木材的特性	23
參、材料與方法	25
一、木材平板振動性質	25
(一) 梓木	25
(二) 梧桐	25
(三) 板振動法與音響指標	26
二、簡易琴的聲學性質	28



(一) 簡易琴製作	28
(二) 簡易琴聲音訊號量測	29
(三) 頻譜分析	32
(四) 集群分析	33
肆、結果與討論	35
一、木材性質	35
(一) 振動性質	35
(二) 音響性質	38
二、簡易琴聲音特性	41
(一) 彈撥 1 弦的聲音	44
(二) 彈撥 4 弦的聲音	50
(三) 彈撥 7 弦的聲音	55
(四) 時間變化對於頻譜組成之影響	60
三、梓木木材性質對於簡易琴聲音特徵之影響	68
(一) 密度	68
(二) 聲波速度與木材異方性	71
(三) 音波抵抗與穿透率	77
(四) 聲音輻射率以及損失係數	78
伍、結論	80
參考文獻	82

圖目錄



圖 1、短棒狀材料的三種振動方式 (Bucur, 2006)	4
圖 2、木琴鍵振動模態 (Benade, 1990)	5
圖 3、木琴鍵長軸方向與短軸方向的振動模態 (Benade, 1990)	6
圖 4、木琴鍵長軸與短軸方向同時振動的振動模態 (Benade, 1990)	6
圖 5、平板示意圖	8
圖 6、平板內部自由體示意圖	11
圖 7、典型弦樂器用木材之音響性質 (Yoshikawa, 2007)	22
圖 8、古琴照片 (Waltham <i>et al.</i> , 2016)	23
圖 9、板振動法實驗架設圖	27
圖 10、矩形平板的振動模態	27
圖 11、古琴背板上視圖	28
圖 12、簡易琴構件圖	29
圖 13、無響室空間配置	30
圖 14、簡易琴架設圖	31
圖 15、麥克風設置圖	31
圖 16、簡易琴 QaA-4 頻譜圖	34
圖 17、簡易琴 Qa-4 凝聚分層法之點間距離	34
圖 18、梓木平板 A 的第 1-10 個振動模態	36
圖 19、與典型弦樂器用木材比較圖	40
圖 20、彈撥琴弦的自身功率頻譜平均值	41
圖 21、Qm-1 前 30 個分音峰值	42
圖 22、Qm-4 前 20 個分音峰值	43
圖 23、Qm-7 前 13 個分音峰值	44



圖 24、簡易琴 Qa-1、Qb-1、Qc-1 之集群分析圖	46
圖 25、Qa-1-1~3 與 Qm-1 前 30 個分音峰值	47
圖 26、Qb-1-1~4 與 Qm-1 前 30 個分音峰值	48
圖 27、Qc-1-1~3 與 Qm-1 前 30 個分音峰值	49
圖 28、簡易琴 Qa-4、Qb-4、Qc-4 集群分析圖	51
圖 29、Qa-4-1~4 與 Qm-4 前 20 個分音峰值	52
圖 30、Qb-4-1~4 與 Qm-4 前 20 個分音峰值	53
圖 31、Qc-4-1~4 與 Qm-4 前 20 個分音峰值	54
圖 32、簡易琴 Qa-7、Qb-7、Qc-7 集群分析圖	56
圖 33、Qa-7-1~4 與 Qm-7 前 13 個分音峰值	57
圖 34、Qb-7-1~5 與 Qm-7 前 13 個分音峰值	58
圖 35、Qc-7-1~4 與 Qm-7 前 13 個分音峰值	59
圖 36、簡易琴彈撥 1 弦 0 s 與 1 s 特徵峰比較圖	60
圖 37、簡易琴彈撥 4 弦 0 s 與 1 s 特徵峰比較圖	61
圖 38、簡易琴彈撥 7 弦 0 s 與 1 s 特徵峰比較圖	61
圖 39、簡易琴彈撥琴弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群分析圖	62
圖 40、Qdec-1-1~5 前 30 分音 0 s 與 1 s 的峰值差	65
圖 41、Qdec-4-1~4 前 20 分音 0 s 與 1 s 的峰值差	66
圖 42、Qdec-7-1~5 前 13 分音 0 s 與 1 s 的峰值差	67

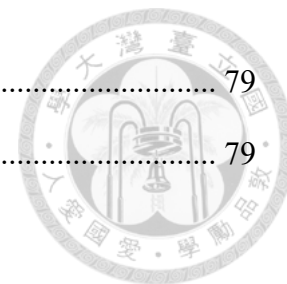
表目錄



表 1、不同振動情況之頻率常數 (Nakao <i>et al.</i> , 1985)	15
表 2、板振動法結果	37
表 3、音響指標結果	39
表 4、以 A 背板製作成的簡易琴彈撥 1 弦之特徵峰值	45
表 5、以 A 背板製作成的簡易琴彈撥 4 弦之特徵峰值	50
表 6、以 A 背板製作成的簡易琴彈撥 7 弦之特徵峰值	55
表 7、簡易琴彈撥 1 弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群表	63
表 8、簡易琴彈撥 4 弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群表	63
表 9、簡易琴彈撥 7 弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群表	64
表 10、密度對簡易琴彈撥 1 弦之影響	68
表 11、密度對簡易琴彈撥 4 弦之影響	69
表 12、密度對簡易琴彈撥 7 弦之影響	70
表 13、縱向聲波速度對簡易琴彈撥 1 弦之影響	72
表 14、橫向聲波速度對簡易琴彈撥 1 弦之影響	72
表 15、縱向聲波速度對簡易琴彈撥 4 弦之影響	73
表 16、橫向聲波速度對簡易琴彈撥 4 弦之影響	74
表 17、縱向聲波速度對簡易琴彈撥 7 弦之影響	74
表 18、橫向聲波速度對簡易琴彈撥 7 弦之影響	75
表 19、木材異方性對簡易琴彈撥 1 弦之影響	75
表 20、木材異方性對簡易琴彈撥 4 弦之影響	76
表 21、木材異方性對簡易琴彈撥 7 弦之影響	76
表 22、Qb 面板與背板間穿透率對簡易琴聲音之影響	77
表 23、聲音輻射率與損失係數比值對彈撥 1 弦聲音之影響	78

表 24、聲音輻射率與損失係數比值對彈撥 4 弦聲音之影響 79

表 25、聲音輻射率與損失係數比值對彈撥 7 弦聲音之影響 79






壹、前言

古琴為中國傳統木質樂器，屬於彈撥樂器的一種。2003 年，聯合國教育、科學及文化組織將古琴列入「人類口述和無形遺產代表作」，肯定其文化價值，讓世人更加重視此藝術。古琴音樂是以個人獨奏為主，並不像西方的樂團必須統一各個樂器的聲音，因此容易具有不同的個人風格，也導致材料選擇、製作工法與樂器形制具多元特色。

古琴主要由面板、背板以及內部的空氣腔組成，長度約 1200 mm、額寬約 200 mm、尾寬約 150 mm、厚度則在 50 mm 左右；由於古琴具有非常長的共鳴體和有效弦長，因此發聲的頻率範圍較廣，且能產生共振現象的頻率範圍也較廣。古琴面板的材料通常選用梧桐 (*Firmiana simplex*)、泡桐 (*Paulownia tomentosa*) 或杉木 (*Cunninghamia lanceolata*)，背板的材料大都使用梓樹木材 (*Catalpa ovata*，以下簡稱梓木) 或是柏木 (*Cupressus L.*) (吳釗，2006；林西莉，2009；Waltham *et al.*, 2016)；關於材料的選擇，東方的古琴與西方的小提琴具有類似的設計，密度較低、木理通直的面板有利於樂器的發聲，而硬度、密度皆較高的背板則利於反射振動能量，有益於樂器本體的共振 (戴桓青，2017)。

古琴的發聲不只是由面板帶動空氣腔內的空氣振動，而是由整體結構的振動與空氣腔的振動產生耦合作用，相互影響後的複雜振動 (于洋、許震宇，2016)。而在古琴或是提琴的振動方式中，呼吸模態 (breathing mode) 指共鳴體某部分的面板與背板同向或反向振動時，空氣腔的空氣體積因為體積的迅速膨脹與收縮，導致聲壓急遽變化，進而發出較大的音量 (Schelleng, 1963；陳璇，2011；Day, 2016；于洋、許震宇，2016)。



不同樹種材料組合成的古琴共鳴體具有不同的振動特性，其中面板為桐木、底板為梓木的材料組合具有較高的聲音輻射功率（楊帆，2015）。陳璇（2011）以頻譜分析杉木面板古琴和桐木面板古琴在振動發聲後隨時間的變化，發現桐木面板古琴具有較多的特徵峰值，且在較高的頻率範圍亦有共振發生，聲音較為豐富，再經由時間變化的結果發現桐木面板古琴的振動能量損失較少。

木材為具有變異性的材料，地區、氣候、樹種、樹齡、處理方式等皆會影響材料性質，加上古琴具有個人風格與多元特色，因此在製作古琴上一直沒有系統化、科學化的依據，仍然以斲琴師的個人經驗為主，且目前討論古琴用木材的對象主要為面板材料，對於背板的相關研究較少。由於聲音是由物體產生振動，並經由介質將能量傳遞至人耳後的結果，若是對聲音訊號進行頻譜分析，則可以將其量化為科學數據，進一步剖析聲音特徵。

本研究目的為探討梓木背板對於古琴發聲之影響，先利用非破壞性檢測技術測量梓木機械性質，再製作成簡易琴，並以頻譜分析法剖析彈撥琴弦所發出的聲音，了解其聲音特徵後，討論使用不同背板材料產生的結果，進而作為未來挑選古琴材料時的依據。



貳、文獻回顧

一、木材的振動

(一) 材料振動性質

材料的振動依照振動方向可分為縱向振動與橫向振動，前者振動方向與波的前進方向平行，後者則垂直。由於材料的邊界會反射波而使材料內部形成駐波，因此一個具有自由邊界的彈性體，縱向基本振動狀態為中央形成波節 (node)，兩端形成波腹 (antinode)，且其基本頻率為：

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1)$$

f 為頻率， l 為彈性體的長度， E 為動彈性模數， ρ 為彈性體的密度。若以三維空間的角度，除了縱向振動和橫向振動，仍有其他不同的振動方式，如短棒狀材料具有縱向振動、扭轉振動以及橫向振動 (圖 1)，其中波節與波腹的出現位置受到材料結構的影響，如圖 1c 的節點出現在距離材料邊界 $0.224L$ (L 為材料長度) 的位置 (Bucur, 2006)。

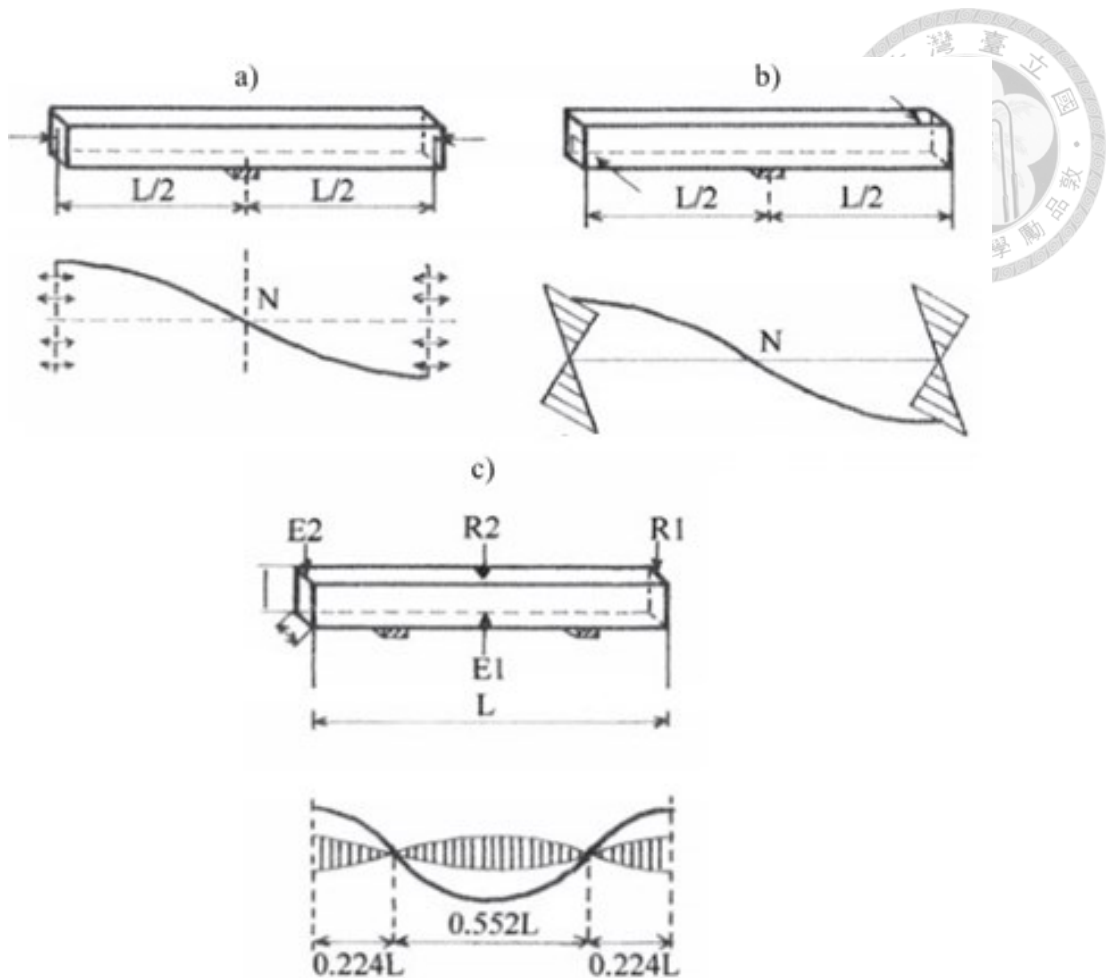


圖 1、短棒狀材料的三種振動方式；(a) 縱向振動，(b) 扭轉振動，(c) 橫向振動。L 為長度，N 為節點 (Bucur, 2006)

Figure 1. Different vibration modes in bars (a) Longitudinal vibration (b) Torsional vibration (c) Flexural vibration ; L : length ; N : nodal point (Bucur, 2006)

對一系統施加外力並產生頻率為 f 、振幅為 A 的振動時，若此系統具有阻尼 (damping)，則振幅 A 會隨著能量消耗越來越小；然而不管一開始施加在此系統的外力為何，產生的振動頻率始終會是 f ，也就是該系統的自然頻率 (natural frequency)。每個系統都具有自然頻率，通常由其材料、結構、尺寸等因素決定 (Bucur, 2006)。

系統的自然頻率並不僅有一個，通常有無限多個。複雜的振動系統通常包含許多不同的振動方式，不同的振動方式分別對應不同的自然頻率，這些不同自然頻率

下的振動方式便是該系統的振動模態 (vibration mode)。當施加在系統上的外力產生的振動頻率接近該系統的自然頻率時，由於能量轉移的損失較小，會產生較巨大的振幅，並且以該自然頻率下的振動模態進行振動，此現象稱為共振 (resonance) (Bucur, 2006)。

在樂器的發聲機制上，木材大多以二維的平板振動作為振動方式，如：鋼琴的響板、小提琴的面板；相較於以正弦函數表示的一維振動，二維振動較為複雜 (鄭德淵, 1981)。Benade (1990) 以木琴琴鍵為例，說明單一木琴鍵的二維振動模態；輕敲木琴鍵的中央時，會產生第一振動模態 (圖 2a)，木琴鍵的中央以及兩端為具有較大振幅的波腹，而輕敲的位置若改在木琴鍵的節線 (nodal line)，則不會產生明顯的振動現象；當敲擊頻率繼續增加時，木琴鍵產生與第一振動模態截然不同的扭轉振動 (圖 2b)。

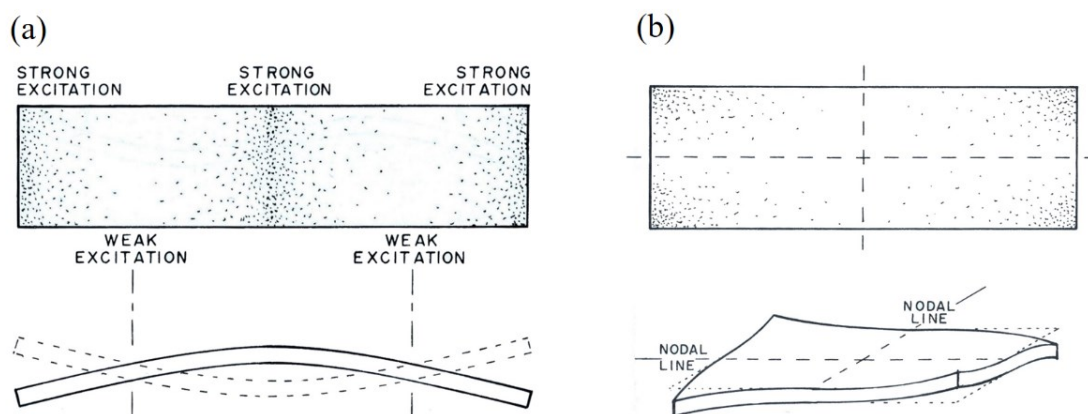


圖 2、木琴鍵振動模態；(a) 彎曲振動，(b) 扭轉振動。虛線為節線 (Benade, 1990)

Figure 2. Vibration modes of xylophone (a) Flexural vibration (b) Torsional vibration ; dash line : nodal line (Benade, 1990)

木琴鍵的長軸方向與短軸方向皆可以產生彎曲振動，由於長度越長振動頻率越低，因此長軸方向的振動頻率較短軸方向低 (圖 3)。不同方向的振動模態除了分別存在，亦可以同時發生 (圖 4)，且此合成振動模態的自由頻率將比原本兩個



方向單獨振動的自然頻率高，其自然頻率為：

$$f_{(m,n)} = \sqrt{f_m^2 + f_n^2} \quad (2)$$

$f_{(m,n)}$ 為合成振動模態的自然頻率， m 為垂直長軸方向的節線數目， n 為垂直短軸方向的節線數目， f_m 、 f_n 分別為原本兩個方向的自然頻率 (Benade, 1990)。

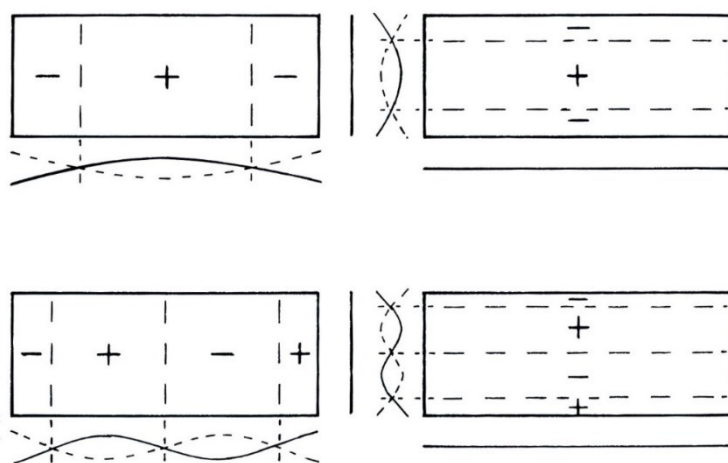


圖 3、木琴鍵長軸方向與短軸方向的振動模態 (Benade, 1990)

Figure 3. Vibration modes of xylophone in longitudinal and transverse direction respectively (Benade, 1990)

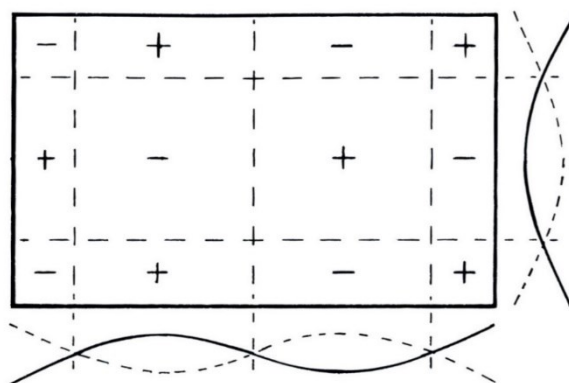


圖 4、木琴鍵長軸與短軸方向同時振動的振動模態 (Benade, 1990)

Figure 4. Vibration modes of xylophone in longitudinal and transverse direction simultaneously (Benade, 1990)



(二) 平板振動性質

根據虎克定律，彈性限度內，三維空間的彈性材料符合以下應力-應變關係：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_4 \\ 2\varepsilon_5 \\ 2\varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_4 \\ 2\varepsilon_5 \\ 2\varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ε_i 為應變， σ_i 為應力， s_{ij} 為柔度 (compliance)， c_{ij} 為剛度 (stiffness)，1-3 為直角坐標系的三個方向，4-6 分別表示 23 平面、13 平面與 12 平面。平板是中面 (mid plane) 為一平面的扁平連續體 (圖 5)，由於平板的厚度 h 遠小於寬度 w 以及長度 l ，因此可視為二維材料，並且關係式 (3)、(4) 可簡化為：

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 2\varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{62} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$



$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & b_{26} \\ b_{61} & b_{62} & b_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ 2\varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

T_i 、 S_i 分別表示平板特定方向的平均應力和平均應變， b_{ij} 表示二維剛度 (two-dimensional stiffness) 並滿足下列關係式，其中 Δs_{ij} 為 Δs 的子行列式 (Hearmon, 1961)。

$$b_{ij} = \frac{\Delta s_{ij}}{\Delta s} \quad (7)$$

$$\Delta s = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{26} \\ s_{61} & s_{62} & s_{66} \end{vmatrix} \quad (8)$$

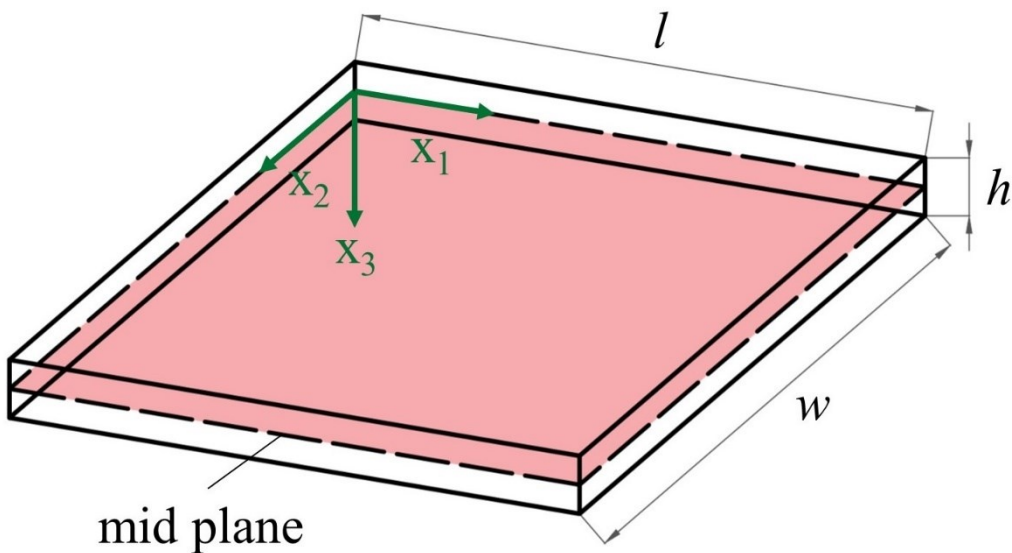


圖 5、平板示意圖， l 、 w 、 h 為長、寬、厚度， x_1 – x_3 為直角坐標系的三個方向

Figure 5. Plate. l , w , h : length, width and height ; x_1 – x_3 : rectangular coordinate system

由於平板的厚度遠小於長度與寬度，因此根據 Kirchhoff 薄板理論，可作以下簡化假設 (Hearmon, 1961)：(1) 垂直於平板中面的直線在平板變形後仍然垂直於中面，因此不考慮厚度方向的剪應變 ($S_4 = S_5 = 0$)；(2) 垂直中面的正向應力遠小於平行中面的應力以及剪應力 ($T_3 = 0$)。

依據上述假設，薄板內的位移 u_1 、 u_2 會沿厚度方向與中面的距離 x_3 呈線性關係，如式 (9)、(10)，並可與式 (6) 合併為式 (12)–式 (14)：

$$u_1 = -x_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \quad (9)$$

$$u_2 = -x_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \quad (10)$$

$$x_3 \leq \left| \frac{1}{2} h \right| \quad (11)$$

$$T_1 = -x_3 \left(b_{11} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + b_{12} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + 2b_{16} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (12)$$

$$T_2 = -x_3 \left(b_{21} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + b_{22} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + 2b_{26} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (13)$$

$$T_6 = -x_3 \left(b_{61} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + b_{62} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + 2b_{66} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (14)$$

若考慮平板內一個厚度 h 、長度 dx_1 、寬度 dx_2 的自由體元素 (圖 6)， T_1 、 T_2 、 T_6 分別產生力矩 $M_{22}dx_1$ 、 $M_{11}dx_2$ 、 $M_{12}dx_1$ ， T_4 、 T_5 則產生剪力 Q_2dx_1 與 Q_1dx_2 ；其中



M_{22} 、 M_{11} 為單位長度上的彎曲力矩， M_{12} 、 M_{21} 為單位長度上的扭轉力矩， Q_1 、 Q_2 為單位長度上的剪力， D_{ij} 為正交性板類之剛性值：

$$M_{11} = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} T_1 x_3 dx_3 = - \left(D_{11} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + D_{12} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + 2D_{16} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (15)$$

$$M_{22} = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} T_2 x_3 dx_3 = - \left(D_{21} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + D_{22} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (16)$$

$$M_{12} = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} T_6 x_3 dx_3 = - \left(D_{61} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + D_{62} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + 2D_{66} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right) \quad (17)$$

$$Q_1 = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} T_5 x_3 dx_3 \quad (18)$$

$$Q_2 = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} T_4 x_3 dx_3 \quad (19)$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} b_{ij} x_3^2 dx_3 = \frac{b_{ij} h^3}{12} \quad (20)$$

由於此自由體本身必須維持平衡，因此由 x_3 方向的力平衡以及 $x_1 x_2$ 平面的力矩平衡可得式 (21) – 式 (23)：

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x_1} + \frac{\partial Q_2}{\partial x_2} + q = 0 \quad (21)$$



$$Q_1 = \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_2} \quad (22)$$

$$Q_2 = \frac{\partial M_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x_1} \quad (23)$$

整理式 (15) - 式 (17)、式 (21) - 式 (23) 可得平板面外位移之微分方程式：

$$D_{11} \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^3 \partial x_2} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1 \partial x_2^3} + D_{22} \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_2^4} = q \quad (24)$$

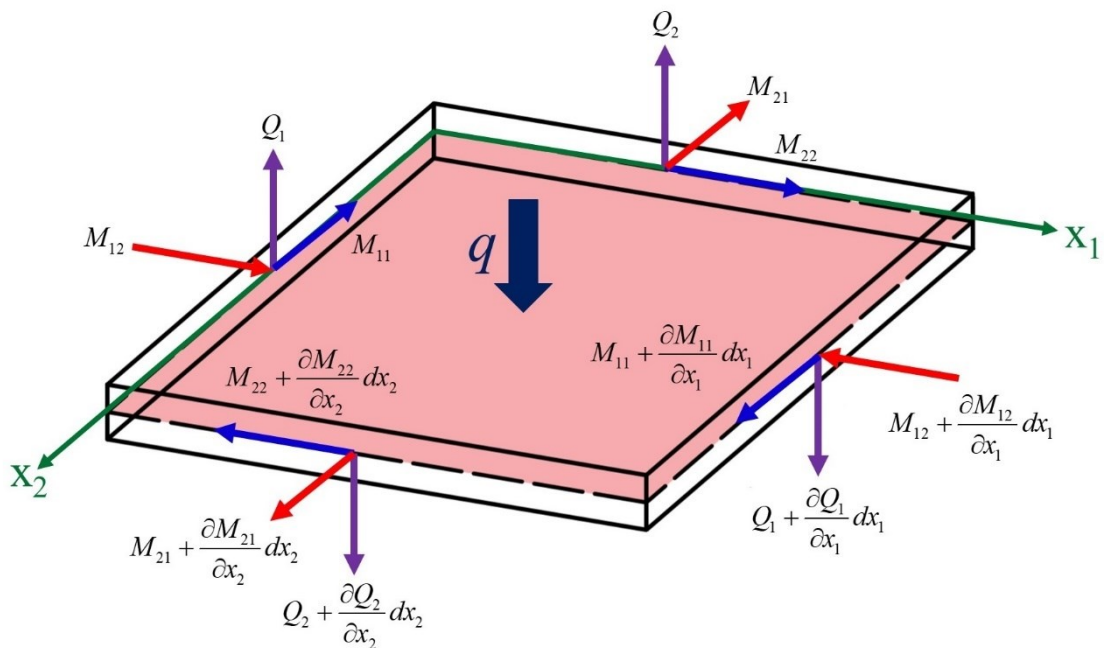


圖 6、平板內部自由體示意圖

Figure 6. Free-body diagram of plates



平板進行振動時會受到邊界條件影響，邊界條件主要有三種，分別為固定邊界 (clamped)、簡支邊界 (simply supported) 以及自由邊界 (free)。

1、固定邊界

平板在固定邊界處的面外位移與旋轉皆為 0，因此其邊界條件可用式 (25) 表示，其中 ν 表示垂直邊界處的方向。

$$u_3 = \frac{\partial u_3}{\partial \nu} = 0 \quad (25)$$

2、簡支邊界

平板在簡支邊界處的面外位移以及彎曲力矩皆為 0，因此其邊界條件可以用式 (26) 表示。

$$u_3 = M_\nu = 0 \quad (26)$$

3、自由邊界

由於自由邊界之平板在邊界處沒有受到任何限制，彎曲力矩、扭轉力矩以及剪力皆為 0，因此可用式 (27) 表示，其中 s 代表邊界的方向， t 代表正切邊界的方向。

$$M_\nu = N_\nu + \frac{\partial M_{t\nu}}{\partial s} = 0 \quad (27)$$



(三) 木材振動性質

木材具有黏彈性 (viscoelastic) 以及正交性 (orthotropic)，因此前一節推導之微分方程式 (24) 無法完整表達木材的振動特性。Nakao *et al.* (1985) 以黏彈性樑的微分方程式為基礎，利用 Rayleigh-Ritz 法推導出木質平板振動頻率以及損失正切 (loss tangent, $\tan\delta$) 的方程式：

$$f_{(m,n)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\rho h} \sqrt{\frac{\alpha_1 D_{11}}{a^4} + \frac{\alpha_2 D_{22}}{b^4} + \frac{2\alpha_3 D_{12}}{a^2 b^2} + \frac{4\alpha_4 D_{66}}{a^2 b^2}}} \quad (28)$$

$$\tan \delta_p = \frac{D_{11} \tan \delta_x \frac{\alpha_1}{a^4} + D_{22} \tan \delta_y \frac{\alpha_2}{b^4} + 2D_{12} (\tan \delta_x + \tan \delta_y) \frac{\alpha_3}{a^2 b^2} + 4D_{66} \tan \delta_G \frac{\alpha_4}{a^2 b^2}}{D_{11} \frac{\alpha_1}{a^4} + D_{22} \frac{\alpha_2}{b^4} + 2D_{12} \frac{\alpha_3}{a^2 b^2} + 4D_{66} \frac{\alpha_4}{a^2 b^2}} \quad (29)$$

a 、 b 為平板的長度與寬度， α_1 – α_4 為不同情況的常數 (表 1)， $\tan\delta_p$ 、 $\tan\delta_L$ 、 $\tan\delta_T$ 、 $\tan\delta_G$ 分別表示平板、縱向動彈性模數 (E_L)、橫向動彈性模數 (E_T) 與剪斷模數 (G_{LT}) 的損失正切。

根據式 (5)、(6)，正交性平板材料的應力—應變關係可用式 (30)、(31) 表示，其中 E_1 、 E_2 為 1、2 方向的彈性模數， ν 為波松比 (Poisson's ratio)， G 為剪斷模數。

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ 2S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_6 \end{bmatrix} \quad (30)$$



$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{21}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ 2S_6 \end{bmatrix} \quad (31)$$

將式 (30)、(31) 代入式 (7)、(8)、(20)，可得 D_{11} 、 D_{22} 、 D_{12} 、 D_{66} ，如式 (32)–式 (35)。根據 Hurlebaus (1990)，若平板為自由邊界，其 (1, 1) 振動模態之自然頻率如式 (36)，且具有關係式 (37)。因此若已知木質平板的振動模態與自然頻率，便可利用表 1、式 (28)、式 (32)–式 (37) 求得彈性模數、剪斷模數與波松比 (卓志隆、葉小雲，2006；周琬喻等，2016)。

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})} \quad (32)$$

$$D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})} \quad (33)$$

$$D_{12} = D_{11}\nu_{21} = D_{22}\nu_{12} \quad (34)$$

$$D_{66} = \frac{G_{12} h^3}{12} \quad (35)$$

$$f_{(1,1)}^2 = \frac{\pi^2 \hat{D}_{12}}{2\rho h a^2 b^2} \quad (36)$$

$$\hat{D}_{12} = (D_{12} + 2D_{66}) \quad (37)$$



表 1、不同振動情況之頻率常數 (Nakao *et al.*, 1985)

Table 1. Frequency coefficients in different conditions (Nakao *et al.*, 1985)

邊界條件	m	n	α_1	α_2	α_3	α_4
簡支邊界	0,1,2...	0,1,2...	γ^4	ε^4	$\gamma^2\varepsilon^2$	$\gamma^2\varepsilon^2$
	0	0	500.6	500.6	151.3	151.3
固定邊界	0	1,2,3...	500.6	ε^4	$12.3\varepsilon(\varepsilon-2)$	$12.3\varepsilon(\varepsilon-2)$
	1,2,3...	0	γ^4	500.6	$12.3\gamma(\gamma-2)$	$12.3\gamma(\gamma-2)$
	1,2,3...	1,2,3...	γ^4	ε^4	$\gamma\varepsilon(\gamma-2)(\varepsilon-2)$	$\gamma\varepsilon(\gamma-2)(\varepsilon-2)$
	1	1	0	0	0	144
	0	2	0	500.6	0	0
	0	3,4,5...	0	ε^4	0	0
	2	0	500.6	0	0	0
	3,4,5...	0	γ^4	0	0	0
	1	2	0	500.6	0	593.76
自由邊界	1	3,4,5...	0	ε^4	0	$12.3\varepsilon(\varepsilon+6)$
	2	1	500.6	0	0	593.76
	3,4,5...	1	γ^4	0	0	$12.3\gamma(\gamma+6)$
	2	2	500.6	500.6	151.3	2448.3
	2	3,4,5...	500.6	ε^4	$12.3\varepsilon(\varepsilon-2)$	$49.5\varepsilon(\varepsilon+6)$
	3,4,5...	2	γ^4	500.6	$12.3\gamma(\gamma-2)$	$49.5\gamma(\gamma+6)$
	3,4,5...	3,4,5...	γ^4	ε^4	$\gamma\varepsilon(\gamma-2)(\varepsilon-2)$	$\gamma\varepsilon(\gamma+6)(\varepsilon+6)$

m、n 分別為垂直縱向與橫向的節線數目；簡支邊界時， $\gamma = (m+1)\pi$ ， $\varepsilon = (n+1)\pi$ ；固定邊界時， $\gamma = (m+1.5)\pi$ ， $\varepsilon = (n+1.5)\pi$ ；自由邊界時， $\gamma = (m-0.5)\pi$ ， $\varepsilon = (n-0.5)\pi$




(四) 木材振動性質在非破壞性檢測上的應用－以板振動法為例

非破壞性檢測 (non-destructive testing) 是評估材料性質或結構的一種方式，其最重要的特點是不需要破壞檢測對象本身結構或影響其性質；而木材作為一種被廣泛使用的材料，能以非破壞檢測的方式評估性質將對木材工業帶來許多效益。現今使用於木材的非破壞性檢測主要以木材本身的簡單物理現象為基礎，如振動分析 (vibration analysis)、超聲波檢測 (ultrasonic measurement)、鑽孔檢測法 (drilling apparatus) 等，並具有下列優點：(1) 適用於各種尺寸的產品、(2) 快速得到結果、(3) 可廣泛應用在不同類型的木質材料 (如原木、木樑、木板等) (Bos and Casagrande, 2003)。板振動法 (plate vibration method) 為非破壞性檢測的一種，主要利用平板的二維形狀以及振動特性來檢測材料的力學性質。由於木材或木質產品經常以平板的方式使用，所以板振動法為適合木材的非破壞性檢測方式 (Larsson, 1997)。

板振動法實驗配置包括：產生振動的設備 (如敲擊槌、喇叭)、感測振動訊號的儀器 (如加速規)、訊號擷取器 (data acquisition device, DAQ) 以及訊號處理軟體 (Bos and Casagrande, 2003；卓志隆、葉小雲，2006；Guan *et al.*, 2014；周琬瑜等，2016；Zhou *et al.*, 2016；Guan *et al.*, 2017)。將試材以自由邊界狀態放置於支撐點，以敲擊槌或喇叭令試材產生振動，再由加速規感測振動訊號並傳遞至訊號擷取器，最後以數值軟體進行快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform, FFT)，便可獲得該試材的頻譜 (frequency spectrum) 與振動模態，進而利用此頻譜求得試材的機械性質。

Zhou 等人 (2016) 以板振動法對直交集成板 (cross laminated timber, CLT)、定向粒片板 (oriented strand board, OSB) 以及中密度纖維板 (medium density fiberboard, MDF) 進行模態試驗 (modal test) 與靈敏度分析 (sensitivity analysis)，



邊界條件為兩邊簡支邊界、兩邊自由邊界；結果顯示 $(2, 0)$ 、 $(2, 2 \text{ or } 3)$ 、 $(2, 1)$ 分別為 E_L 、 E_T 、 G_{LT} 靈敏度最高的振動模態。Guan 等人 (2017) 以靈敏度分析探討不同厚度 MDF 與前 9 個振動模態對 E_L 、 E_T 、 G_{LT} 的影響程度，其試材支撐點為 $(2, 0)$ 、 $(0, 2)$ 振動模態的節線位置，並保持自由邊界；結果顯示 $(2, 0)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(2, 1)$ 為最適合計算 E_L 、 E_T 、 G_{LT} 的振動模態。Bos and Casagrande (2003) 將板振動法應用在工廠的生產線上，檢測 OSB、MDF、粒片板 (particle board, PB) 以及合板 (plywood) 的機械性質，由於不同材料的振動模態出現順序不相同，無法直接由頻譜判斷振動模態；解決方法是將生產線上產生振動的設備以及檢測訊號的設備設置在材料正中央，因為正中央位置為 $(0, 2)$ 、 $(2, 0)$ 振動模態的波腹，也是 $(1, 1)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(1, 2)$ 等振動模態的節線位置，此時測量到的振動訊號會以 $(0, 2)$ 、 $(2, 0)$ 振動模態為主，進而減少判斷振動模態所帶來的困難。



二、木材在樂器上的應用

(一) 音響指標

由於聲音是由材料本身振動產生，因此樂器聲學表現的優劣將直接受到材料性質的影響，如：密度、動彈性模數以及損失係數 (loss coefficient)；這些物理與機械性質主要影響聲波在材料內部的傳遞速度、材料的自然頻率以及材料發出聲音的強度 (intensity) (Wegst, 2008)。透過計算可以將木材的物理與機械性質轉換為評價聲學性質的音響指標，進而作為挑選樂器用材的依據，分別為 (1) 聲波速度、(2) 音波抵抗 (characteristic impedance)、(3) 聲音輻射率 (sound radiation coefficient) 以及 (4) 損失係數。

1、聲波速度 (c)

木材中的聲波速度可以用動彈性模數與密度比值的平方根表示：

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (38)$$

由於木材為異方性材料，縱向動彈性模數大約為徑向的 10–20 倍，因此木材的徑向聲波速度僅有縱向的 20–30% (Wegst, 2008)。影響聲波速度的因子主要有含水率以及木理傾斜角，當含水率上升時，木材的聲波速度會降低；而當木理傾斜角較大時，聲波速度明顯較低 (黃彥三、陳欣欣，1997)。



2、音波抵抗 (Z)

音波抵抗主要描述振動能量在不同介質之間傳遞的情形，可以用聲波速度與密度的乘積表示：

$$Z = c\rho = \sqrt{E\rho} \quad (39)$$

當振動能量在具有不同音波抵抗的介質間傳遞時，反射音強與入射音強的比值、穿透音強與入射音強的比值可以分別用下列式子表示：

$$\frac{I_r}{I_0} = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2 \quad (40)$$

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2} \quad (41)$$

I_r 為反射音強， I_t 為穿透音強， I_0 為入射音強， Z_1 為原先介質的音波抵抗， Z_2 為後來介質的音波抵抗；當 Z_1 遠大於 Z_2 或 Z_1 遠小於 Z_2 時， I_t 趨近於 0，表示聲音能量幾乎沒有穿透至另外一個介質 (Wegst, 2008；林宗翰等，2017)。樂器響板的阻抗 (impedance) 除了受到製作材料音波抵抗的影響外，材料厚度也是考量的因素，如鋼琴響板的阻抗明顯大於琴弦；然而為了確保樂器發聲的品質，謹慎控制琴弦與響板的阻抗至關重要，必須從琴弦傳遞足夠的振動能量至響板，卻又不能短時間傳遞過多的能量，產生如雷鳴般急促響亮卻快速消散的聲音 (Benade, 1990)。



3、聲音輻射率 (R)

聲音輻射率描述材料有多少振動能量傳播至空氣中，可以用聲波速度與密度的比值表示：

$$R = \frac{c}{\rho} = \sqrt{\frac{E}{\rho^3}} \quad (42)$$

通常聲音輻射率越高的材料，在振動發聲時具有較大的響度。若要最大化響板的峰值響應 (peak response)，則應最大化聲音輻射率與損失係數的比值 (Wegst, 2008)。

4、損失係數 (η)

損失係數描述振動能量因為材料內部摩擦 (internal friction) 所耗散的程度；除了損失係數，品質因子 (quality factor, Q)、對數衰減 (logarithmic decrement, δ) 以及損耗角 (loss angle, ψ) 皆可用來描述此現象：

$$\eta = \frac{1}{Q} = \frac{\delta}{\pi} = \tan \psi \quad (43)$$

損失係數主要受到溫度、含水率以及木理傾斜角影響，高溫且含水率高的木材大約為 0.1，而室溫下自然風乾的木材大約為 0.002 (Wegst, 2008; Obataya *et al.*, 2020)。黃彥三、陳欣欣 (1997) 以雲杉 (*Picea sitchensis*) 作為實驗材料，探討含水率與木理傾斜角對於損失係數的影響，發現含水率增加與木理傾斜角增加皆會使損失係數增加。



(二) 樂器用木材的特性

木材在樂器上的應用可以分為(1)發聲主體：作為樂音的主要來源、(2)共振材料：傳遞並放大發聲主體的能量。前者代表如馬林巴木琴，馬林巴木琴為體鳴樂器，以木製琴鍵作為其發聲主體，當琴棒敲擊琴鍵產生振動之後，藉由琴鍵下方的共鳴管將振幅放大。卓志隆等人(2008)曾以三種不同樹種製作馬林巴木琴的琴鍵，探討含水率變化對於振動性質的影響；當木材含水率增加時，第一、第二彎曲振動模態的自然頻率會降低，內部摩擦則會上升；而木材含水率變化超過2%以上時，琴鍵的第一、第二彎曲振動模態自然頻率差異將超過10音分，造成音準偏差。

小提琴為弦鳴樂器，木材主要作為共鳴材料，其發聲機制為：以弓擦弦產生振動，並透過琴橋將振動能量傳遞至面板和底板，最後面板、底板與空氣腔產生共鳴傳遞至空氣中；其中琴橋可以將弦產生的橫向振動轉為縱向振動，再傳遞至面板與背板。安藤由典(1989)施加正弦波於琴橋，並測量所發出的聲響；發現簡單的正弦波經過琴橋傳遞之後，振動能量在不同頻率範圍有加強或減弱的變化，表示琴橋除了傳遞振動能量之外，亦會影響樂器的音色。

不論是發聲主體還是共振材料，材料皆直接影響樂器發出的聲音，因此製造者在選擇材料上必須格外注意細節。Bucur(2006)說明小提琴所使用的雲杉平均年輪寬需為1mm，大提琴為3mm，低音提琴為5mm，且材料木理通直、組織狀況良好，秋材率大約25%、春秋材移行變化不能太劇烈，也不可有反應材。

樂器用木材需注意的結構特徵可分為巨觀以及微觀尺度，前者主要囊括年輪寬、年輪一致性、秋材比率、年輪的密度模式等，後者則包含管胞長度、木質線分布、微纖維傾斜角、結晶度等。Holz(1984)比較六種不同品質木材的結構特徵；結果顯示吉他用材、小提琴用材、鋼琴用材的秋材率都接近25%；年輪寬方面，吉

他用材、小提琴用材分布較窄，而普通用材分布較廣；聲波速度方面，樂器用材和普通用材分布曲線相似，但普通用材聲波速度分布區域較高，若比較波速除以密度的結果，可以發現樂器用材的分布曲線有明顯的峰值，普通用材則較為平滑；綜合比較結果，樂器用材不同性質的分布較集中，表示樂器用材較普通用材均質。

除了木材結構等物理特徵外，利用計算獲得的音響指標亦是挑選樂器用材的依據之一。Yoshikawa (2007) 以聲波速度與品質因子的乘積 ($c*Q$) 表示材料傳播聲波能量的參數、以密度對聲波速度的比值 (ρ/c) 表示材料的抵抗振動的參數，比較過去最適合用來製作弦樂器的木材，其中 $c*Q$ 越大該材料越容易產生聲音並傳遞至環境中、 ρ/c 越大則該材料越不容易振動並發出聲音，根據兩個參數的線性迴歸可以將適合作為樂器響板的木材與適合作為樂器結構的木材 (wood for frame boards) 分為兩類 (圖 7)，而其迴歸方程式可以作為尋找替代木材的依據。

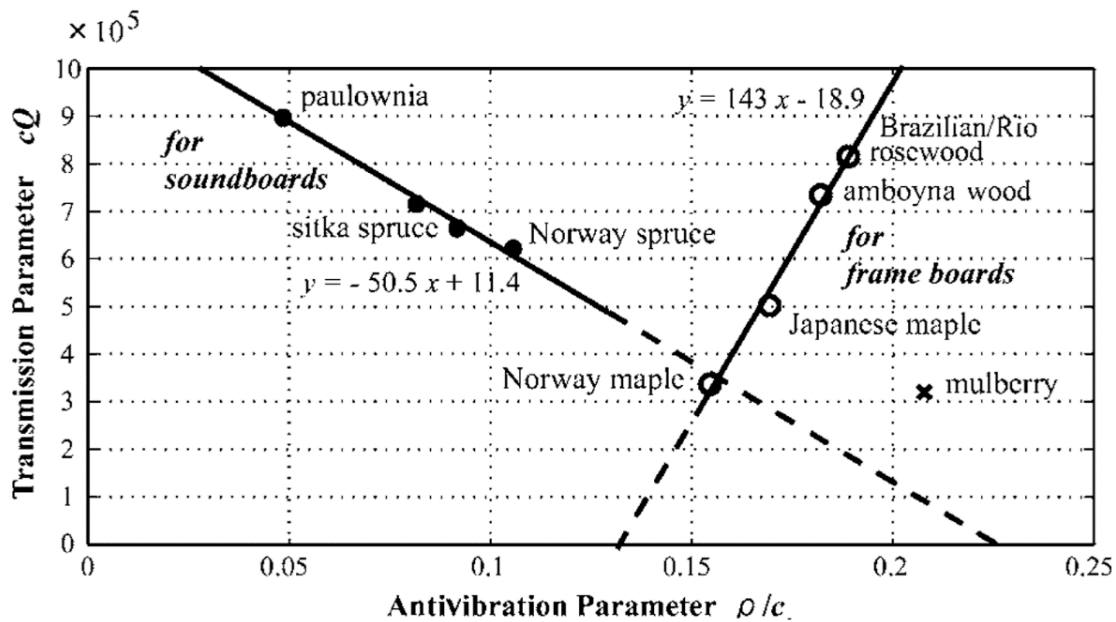


圖 7、典型弦樂器用木材之音響性質 (Yoshikawa, 2007)

Figure 7. Acoustical properties of traditional woods best suited for stringed instruments (Yoshikawa, 2007)



(三) 古琴用木材的特性


古琴主要由面板、背板與空氣腔組成，長度約 1200 mm，額寬約 200 mm，尾寬度大約 150 mm，厚度則在 50 mm 左右(圖 8); 古琴面板材料通常選用泡桐(*Pau lownia tomentosa*)、梧桐(*Firmiana simplex*)或是杉木(*Cunninghamia lanceolata*)，背板材料則使用梓木(*Catalpa ovata*)或柏木(*Cupressus L.*)(吳釗，2006; Waltham *et al.*, 2016)。材料的選擇上，東方的古琴與西方的小提琴採取了類似的設計：密度低、木理通直的面板有利於樂器的振動發聲，而硬度和密度較高的背板則利於反射振動能量，有益樂器本體的共振現象(戴桓青，2017)。

古琴的面板為一個圓弧形的木板，中央較厚的設計可以增強琴體的結構強度與擴大琴腔內部空間，而較薄的邊緣則利於樂器的振動發聲並傳遞能量。面板的背後會挖空形成槽腹，並且部分古琴具有納音，通常槽腹會被分隔成兩個主要的空腔。背板則為一平整的木板，形狀與面板相吻合，並且開挖龍池與鳳沼兩個音孔，而槽腹中若有兩個納音，其位置會與龍池和鳳沼對應。



圖 8、古琴照片 (Waltham *et al.*, 2016)

Figure 8. Guqin (Waltham *et al.*, 2016)



古琴發聲分為 4 個系統：振動、激勵、傳導與共鳴。振動系統指琴弦，即產生振動的部分，與音高有關；激勵系統為人的手指，手指彈撥琴弦發出聲音，與音強有關；傳導系統是古琴的岳山（琴橋），將琴弦振動能量傳遞至琴體；共鳴系統則是擴散能量的琴體，放大聲音並影響音色。由於古琴共鳴體與弦長非常長，因此與振源可以產生良好共振的頻率區域較廣（Penttinen, 2006；陳璇，2011）。

古琴的發聲不僅由面板帶動空氣腔振動，而是由整體結構與空氣腔的振動產生耦合作用，相互影響後的複雜振動（于洋、許震宇，2016）。在古琴或是提琴的振動模態中，呼吸模態（breathing mode）指共鳴體某部分的面板與背板同向或反向振動，空氣腔的空氣體積迅速膨脹與收縮，導致聲壓急遽變化，進而發出較大的音量（Schelleng, 1963；陳璇，2011；于洋、許震宇，2016）。陳璇（2011）利用有限元素法進行古琴的模態分析得出前 30 個振動模態，其中呼吸模態為第 12、21、24、28 振動模態，自然頻率依序為 595.11 Hz、898.07 Hz、1033.70 Hz、1176.70 Hz。

楊帆（2015）對不同樹種材料組合成的古琴進行有限元素分析，探討各個方向振動的參與係數（participation factors），發現面板為桐木、底板為梓木的組合可以提高共鳴體的參與係數，具有較高的聲音輻射率。陳璇（2011）則以頻譜分析杉木面板古琴和桐木面板古琴振動發聲後隨時間變化的結果，發現桐木面板古琴具有較多的特徵峰值，在較高的頻率範圍也有共振發生，表示桐木面板古琴的聲音較為豐富；從時間變化來看，桐木面板古琴振動能量損失也較杉木面板少。

古琴與西方的小提琴相同，年代久遠的琴通常具有較佳的聲音（Noguchi *et al.*, 2012）。戴桓青（2017）指出西方的小提琴經過漫長時間後具有良好的音質是因為木材中的半纖維素降解，且長期受到高頻率振動使纖維素重新排列。趙美霞等人（2016）探討木材中抽出物含量與結晶度對於對數衰減、比動彈性模數的影響，發現對數衰減與抽出物含量、比動彈性模數以及結晶度皆為高度正相關。



參、材料與方法

一、木材平板振動性質

(一) 梓木

研究材料為梓木 (*Catalpa ovata*)，來源為中國四川省屋齡 80 年的老舊建築所拆除之木料，經過斲琴師傅挑選，適合作為古琴背板的樂器用材。試材為 12 片長 1280 mm、寬 200 mm、厚 12 mm 的矩形平板，平均密度為 $0.54 \pm 0.05 \text{ g/cm}^3$ ，每片試材依密度由低至高編號 A~L，並以氣乾狀態保存於室溫環境，平均含水率為 $9.21 \pm 1.49\%$ ，再接著進行後續加工與試驗。利用萬能強度試驗機 (MTS Criterion Model 43, MTS Systems Corporation) 對試材切削後剩下的 48 片小試片進行中央集中載重抗彎試驗，其斷面為寬 20 mm、厚 12 mm 的弦切面，跨距為 170 mm，載重速度為 5 mm/min；結果顯示梓木試材之平均抗彎彈性模數 (modulus of elasticity, MOE) 為 $9.92 \pm 2.28 \text{ GPa}$ ，平均抗彎強度 (modulus of rupture, MOR) 為 $86.11 \pm 20.86 \text{ MPa}$ 。

(二) 泡桐

本研究使用泡桐 (*Paulownia tomentosa*) 作為後續實驗簡易琴的面板，共 3 片，分別編號為 a ($\rho: 0.31 \text{ g/cm}^3$)、b ($\rho: 0.28 \text{ g/cm}^3$)、c ($\rho: 0.27 \text{ g/cm}^3$)，並以氣乾狀態保存於室溫環境，平均含水率為 $9.24 \pm 1.93\%$ 。b 試材為長 $1250 \times 220 \times 40 \text{ mm}^3$ 的長方體材料，並進行後續試驗與加工；a 試材與 c 試材為斲琴師事先製作完成之古琴面板，後續將組裝成簡易琴，進行相關試驗。



(三) 板振動法與音響指標

樂器用木材通常以彎曲振動產生樂音，而考慮實際情況，古琴等弦樂器大多以平板構件組合而成，因此板振動法適合作為研究古琴用木材的實驗方法(卓志隆、葉小雲，2006；王松永，2018)；透過板振動法測得材料機械性質後，便可以計算音響指標，描述該材料的音響性質，進而評估是否適合作為樂器用材。

本研究以板振動法測量木材平板之振動性質。先讓試材處於自由邊界狀態，並將試材長度平均劃分 10 個區間、寬度則為 5 個區間，共 50 個區塊、66 個點，此 66 個點即為敲擊點(圖 9)；接著以敲擊鎚(2302-50 Modal hammer, Meggitt Endevco)依序敲擊 66 個點，並利用加速規(2250A-10 Miniature IEPE Accelerometer, Meggitt Endevco)接收振動訊號後傳輸至振動分析儀(PULSE multi-analyzer system type 3560C, Brüel & Kjær)進行快速傅立葉轉換，再以模態分析軟體(ME' scope VES 4.0, Vibrant Technology)判斷(2, 0)、(1, 1)和(0, 2)振動模態(圖 10)以及材料的損失係數；獲得材料的振動模態與自然頻率後，利用式(28)、式(32)–式(35)以及表 1 計算試材之縱向彈性模數(E_L)、橫向彈性模數(E_T)、剪斷模數(G_{LT})以及波松比(ν_{LT} 、 ν_{TL})。

測得試材的 E_L 與 E_T 後，代入式(38)、(39)、(42)、(43)，分別計算試材的聲波速度、音波抵抗與聲音輻射率，並結合板振動法測得之損失係數，評價各試材的音響性質。

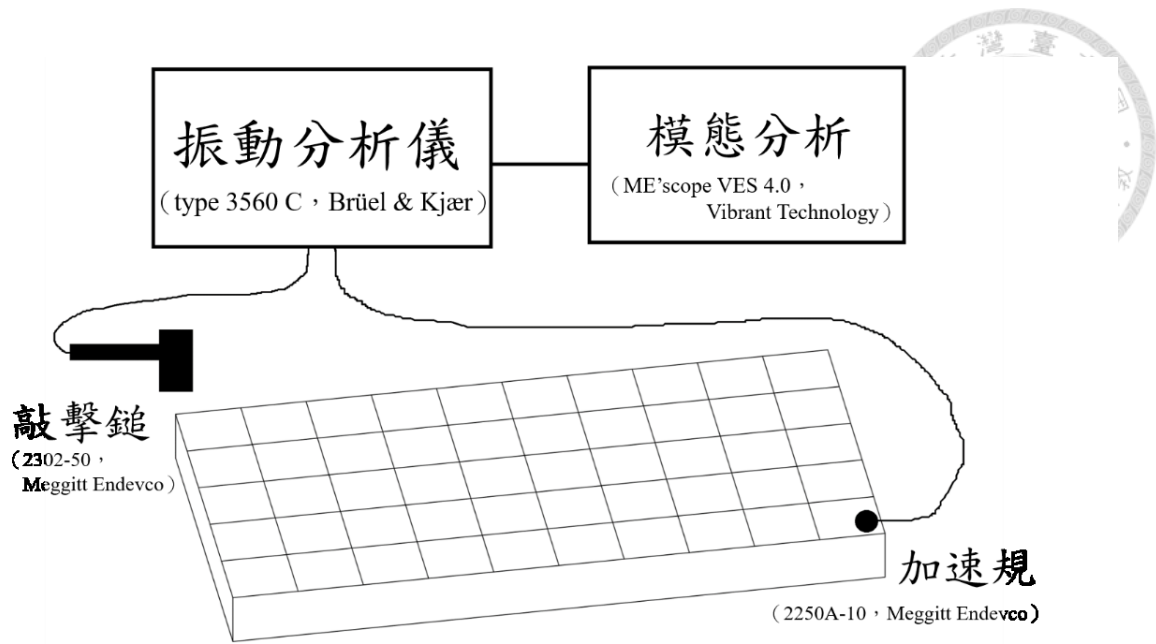


圖 9、板振動法實驗架設圖

Figure 9. Plate vibration method

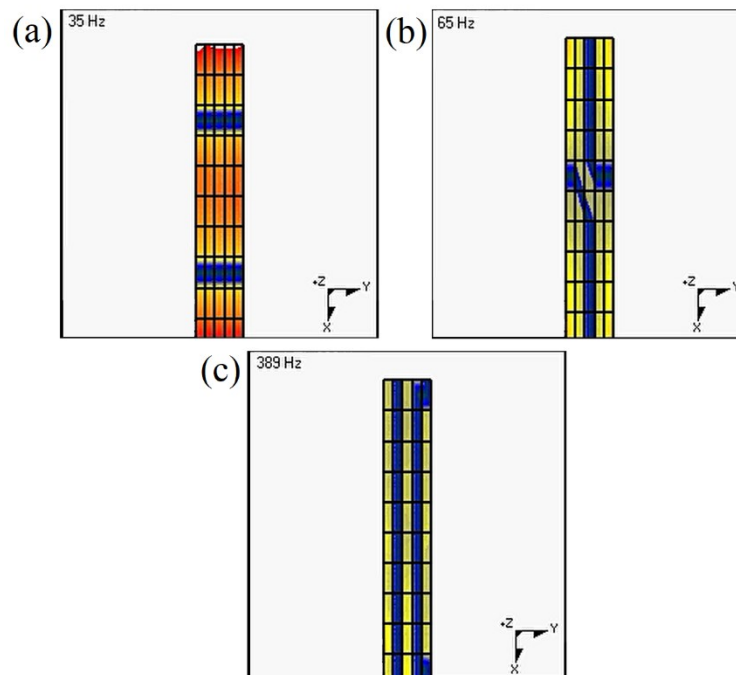


圖 10、矩形平板的振動模態；(a) $(2, 0)$ 振動模態，(b) $(1, 1)$ 振動模態，
(c) $(0, 2)$ 振動模態

Figure 10. Plate vibration modes ; (a) $(2, 0)$ vibration mode , (b) $(1, 1)$ vibration mode , (c) $(0, 2)$ vibration mode



二、簡易琴的聲學性質

測量並觀察樂器所產生的聲音訊號可以直接了解其特徵，而無響室作為聲學實驗場所，提供一個自由場空間並使環境雜訊降至最低，其中自由場空間係指該場所如無限大的空間，不存在任何反射面，使聲波可以在該環境中自由傳播；因此簡易琴製作完成後，在無響室內彈奏並測量聲音訊號，便可以觀察其特徵。除了聲音訊號在時間域的變化外，利用頻譜分析將其轉換為頻率域後，可以剖析該聲音訊號在不同頻率區間的能量分布，進而探討簡易琴發出的聲音。

(一) 簡易琴製作

試材 A~L 測量完機械性質後，切削成古琴背板（圖 11），並利用試音架將背板與面板組合成未上漆的簡易琴（圖 12），以進行後續試驗。根據使用之背板與面板，簡易琴的編號為 Q_{ij} (i 為面板編號， j 為背板編號)，如 a 面板與 A 背板組合成之簡易琴為 Q_{aA} ；若是統稱某一片面板與所有背板的組合，則以 Q_i 表示，如 Q_a 包含了 $Q_{aA} \sim Q_{aL}$ 。

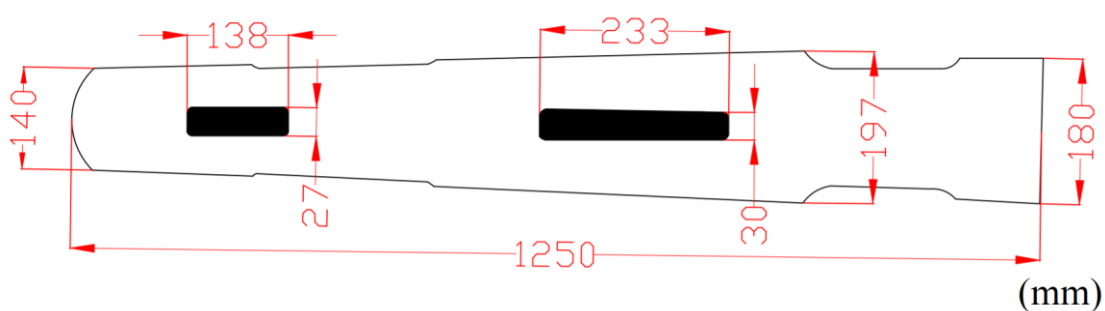


圖 11、古琴背板上視圖

Figure 11. Back plate of guqin

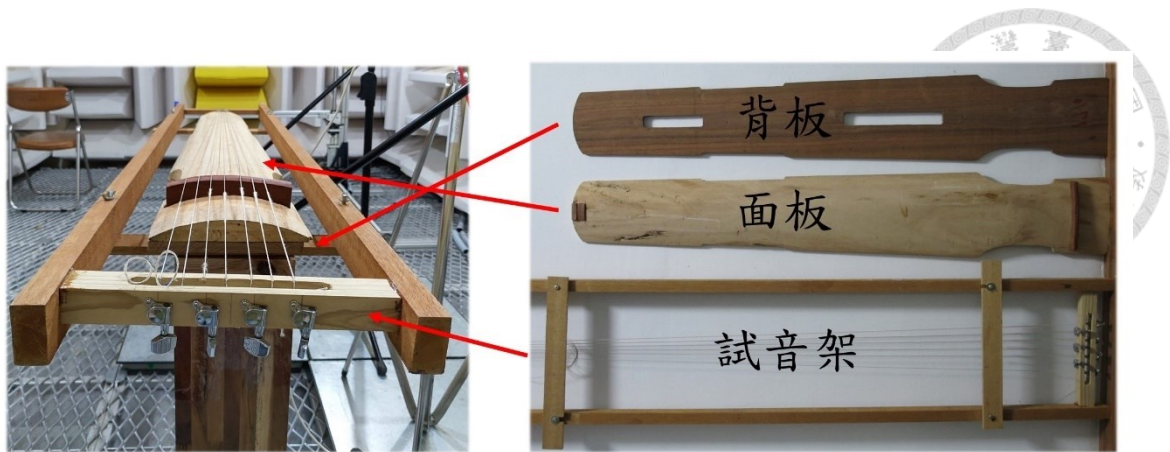


圖 12、簡易琴構件圖
Figure 12. Simplified guqin

(二) 簡易琴聲音訊號量測

聲音訊號於國立臺灣大學工程科學及海洋工程學系聲學實驗室的無響室中測量，其空間配置如圖 13。將簡易琴架設於兩根短柱上，使其共鳴體僅與試音架接觸，盡可能減少干擾（圖 14），而錄音位置設定在彈奏者左側、簡易琴下方的音孔（該位置為古琴的鳳沼，圖 15），此處為古琴共鳴體傳遞聲音至環境中的主要位置之一；量測時，固定由彈奏者單獨在空間中彈撥琴弦，並以自由場麥克風（free-field microphone; 378B02, PCB Piezotronics）作為感測器傳送訊號至訊號擷取器（SQuadriga II, HEAD Acoustics）。由於古琴一共有 7 條弦，低音至高音依序為 1~7 弦，本研究的測量項目分別為彈撥簡易琴最低音的 1 弦、中間的 4 弦以及最高音的 7 弦的聲音，並以 Q_{ij-1} 、 Q_{ij-4} 、 Q_{ij-7} 編號。簡易琴 1 弦、4 弦、7 弦的基本頻率分別為 65.4 Hz、98.0 Hz 以及 146.8 Hz，音名為 C2、G2、D3。

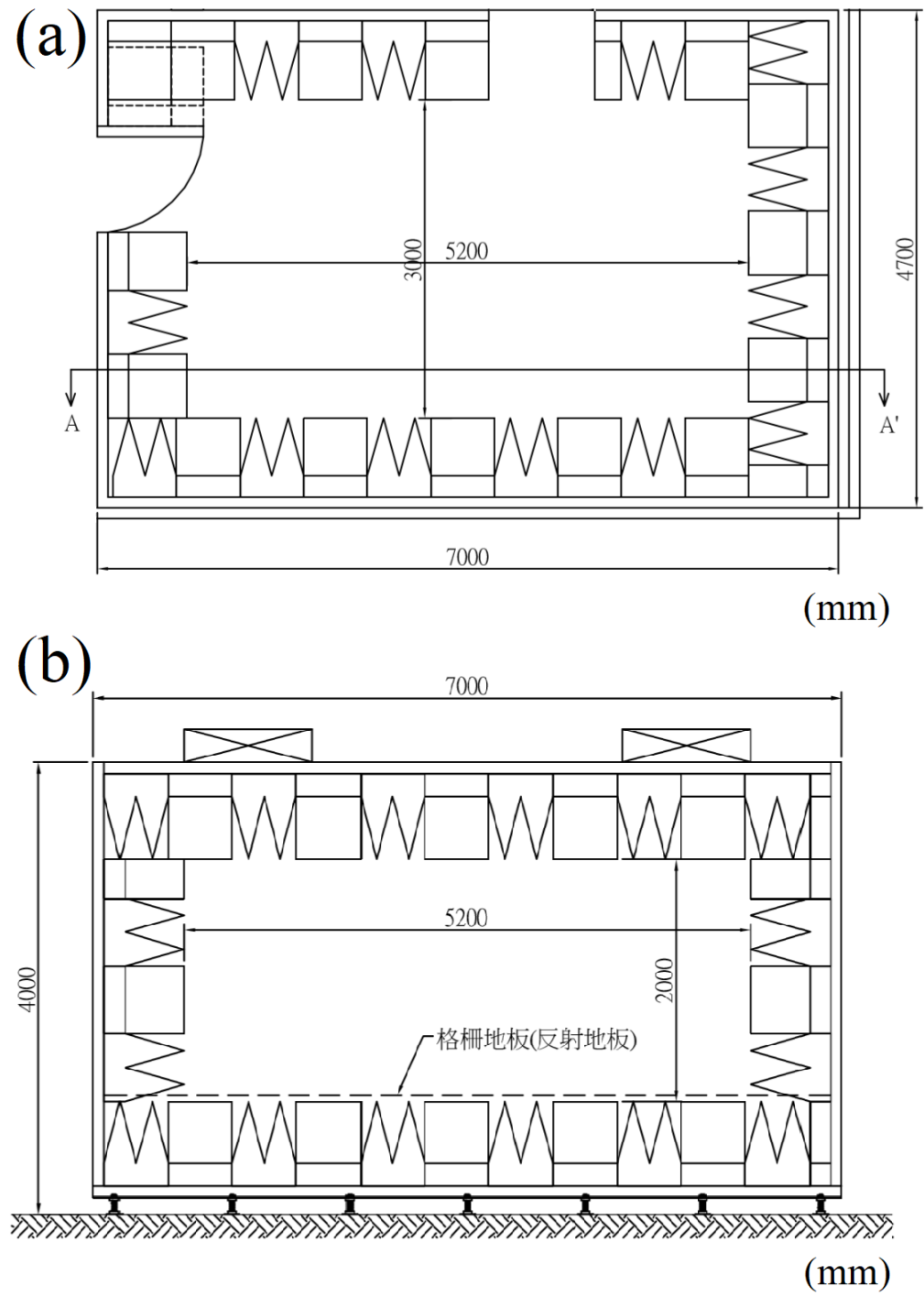
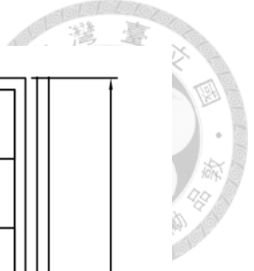


圖 13、無響室空間配置；(a) 平面圖 (b) AA'線段剖面圖

Figure 13. Anechoic chamber ; (a) planimetric diagram , (b) AA' cross section

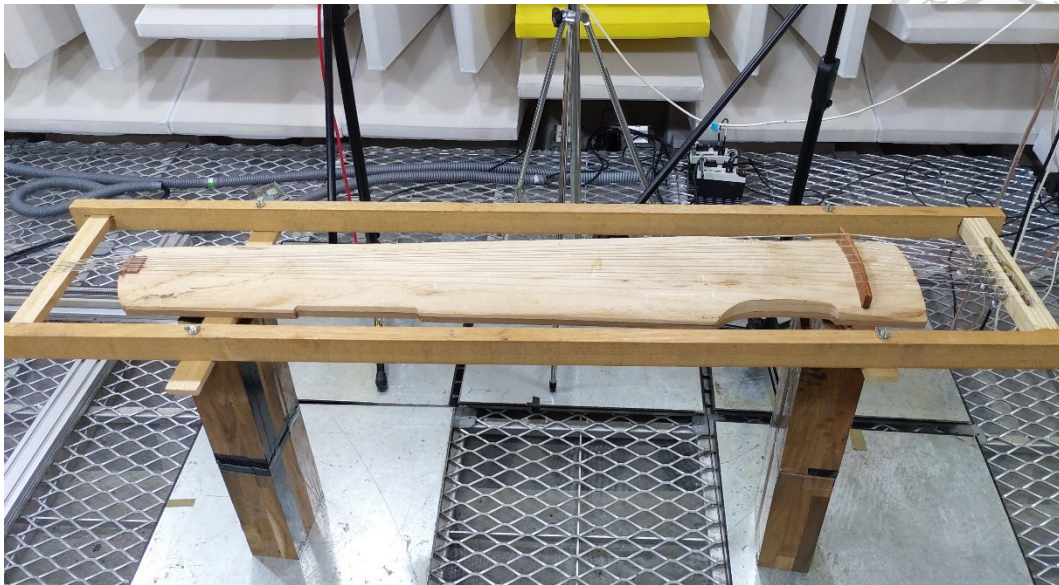


圖 14、簡易琴架設圖

Figure 14. Simplified guqin's configuration in anechoic chamber

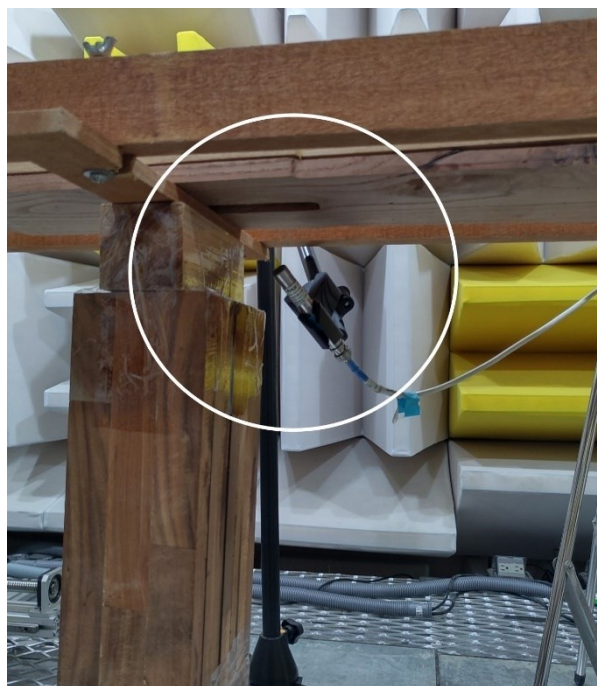


圖 15、麥克風設置圖

Figure 15. Location of microphone



(三) 頻譜分析

利用訊號分析軟體 (Sound Measurement System, 國立屏東科技大學機械工程系所振動噪音實驗室) 分析聲音訊號 (Wang *et al.*, 2018)。獲得聲音的時間域訊號後, 使用視窗加權函數 Exponential 0.01 進行加權處理, 並經過快速傅立葉轉換, 以 90% 重疊率、取 5 次平均產生自身功率頻譜 (auto power spectrum), 自身功率頻譜的 x 軸為頻率 (Hz), y 軸為聲壓級 (sound pressure level, dB)。

自身功率頻譜是由傅立葉頻譜與其共軛複數相乘而得, 與傅立葉頻譜不同, 自身功率頻譜可以將不同時間區間的聲音訊號平均, 並獲得其頻率域的聲音特徵; 由於低頻率區間容易受到背景噪音的影響產生誤差, 加上古琴的彈奏範圍在 C2 (65.4 Hz) – C6 (1046.5 Hz), 因此本研究主要探討 51–2050 Hz 之間的聲音訊號特徵。

由於量測簡易琴聲音訊號時, 每次彈撥琴弦的力道具有些許不同, 因此為了降低產生的誤差, 本研究將各別頻譜結果之聲壓級轉換為聲壓 (sound pressure) 並進行標準化 (normalization) (圖 16), 如式 (44):

$$\text{Mag}_{\text{normalized}} = \frac{\text{Mag}_i - \text{Mag}_{\min}}{\text{Mag}_{\max} - \text{Mag}_{\min}} \quad (44)$$

Mag_i 為頻譜上每一點的聲壓值, Mag_{\min} 、 Mag_{\max} 分別為最小聲壓值與最大聲壓值, $\text{Mag}_{\text{normalized}}$ 則為標準化之結果, 其值介於 0 到 1 之間。



(四) 集群分析

利用頻譜分析結果觀察聲音訊號在不同頻率的聲壓，了解該聲音訊號的特徵後，可以進一步利用集群分析 (cluster analysis) 將具有相似特徵的頻譜聚集成同一個集群 (cluster)，使集群內總變異最小、集群間總變異最大，以進行後續不同簡易琴之間的比較與分析。本研究利用簡易琴於 51–2050 Hz 之間出現的分音峰值作為變量，並以凝聚分層法 (agglomerative hierarchical clustering) 與 K-means 集群分析法 (K-means clustering) 進行兩階段的集群分析。

凝聚分層法主要利用各資料點間的距離找出適合合併成一群的兩個資料點，而藉由資料點間的距離大小可以判斷是否繼續合併成集群，當欲合併之兩個資料點距離過大時，表示其不適合繼續合併成更大的集群。本研究以歐氏距離 (Euclidean distance) 計算各資料點間的距離，以華德法 (Ward's Method) 計算各集群間的距離，將具有最近距離的兩者合併在一起，並利用合併兩點之點間距離找出最適合的集群數，如圖 17 由 elbow point 判斷分為 4 群最佳。

K-means 集群分析法則是將所有資料點分成 K 個集群，再任意移動集群中點，直到集群內變異最小、集群間變異最大，其中資料點與最終集群中點的距離越近表示該資料點越能代表該集群的性質。本實驗先以凝聚分層法找出適合的集群個數，再以 K-means 集群分析法進行分組，並獲得各集群的中心點；接著再以集群別作為自變數、各集群中點之分音峰值作為依變數進行變異數分析 (analysis of variance, ANOVA)，找出各集群間峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$) 的分音。

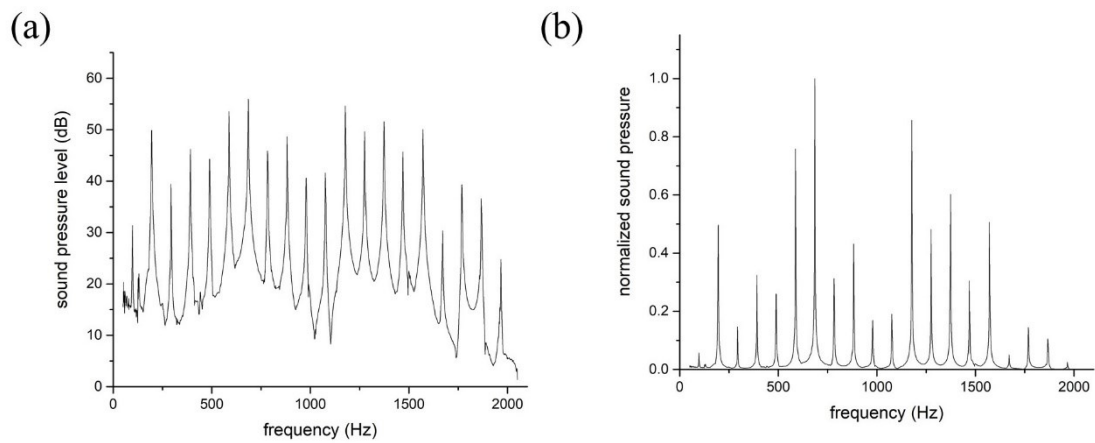


圖 16、簡易琴 QaA-4 頻譜圖；(a) 標準化前，(b) 標準化後

Figure 16. Spectrum of QaA-4 ; (a) original spectrum (b) normalized spectrum

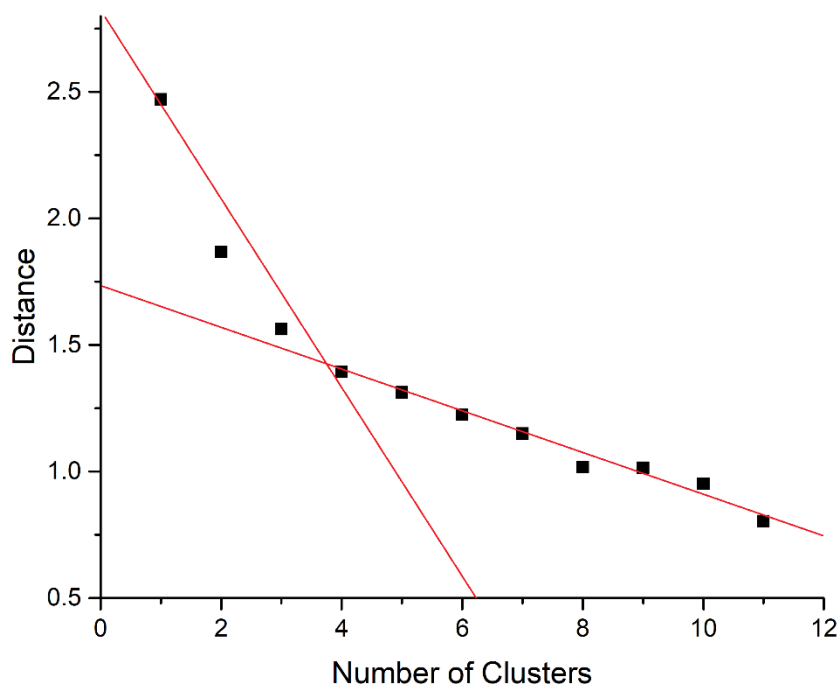


圖 17、簡易琴 Qa-4 凝聚分層法之點間距離

Figure 17. Distance of Qa-4 in agglomerative hierarchical clustering



肆、結果與討論

一、木材性質

(一) 振動性質

典型梓木平板的振動模態如圖 18，由節線位置可以辨別其第 1–10 個振動模態依序為： $(2, 0)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(5, 1)$ 、 $(6, 0)$ 、 $(3, 2)$ 振動模態（圖 18a~j）。梓木平板的第 1–3 振動模態大致相同，然而當振動模態越來越複雜後，其節線位置較難判斷（圖 18h），且不同平板間的自然頻率與振動模態差異也較大；由於板振動法依據 $(2, 0)$ 、 $(1, 1)$ 與 $(0, 2)$ 振動模態之自然頻率進行計算，屬於較簡單的振動模態，因此大多為各個平板的第 1、2、7 振動模態。

板振動法之結果如表 2，密度較大的材料通常具有較高的 E_L 、 E_T 、 G_{LT} ，其中 E_L （相關係數 $r = 0.83$ ）和 G_{LT} （ $r = 0.84$ ）為高度正相關；而波松比則與密度沒有相關（ $r = 0.23$ ）。

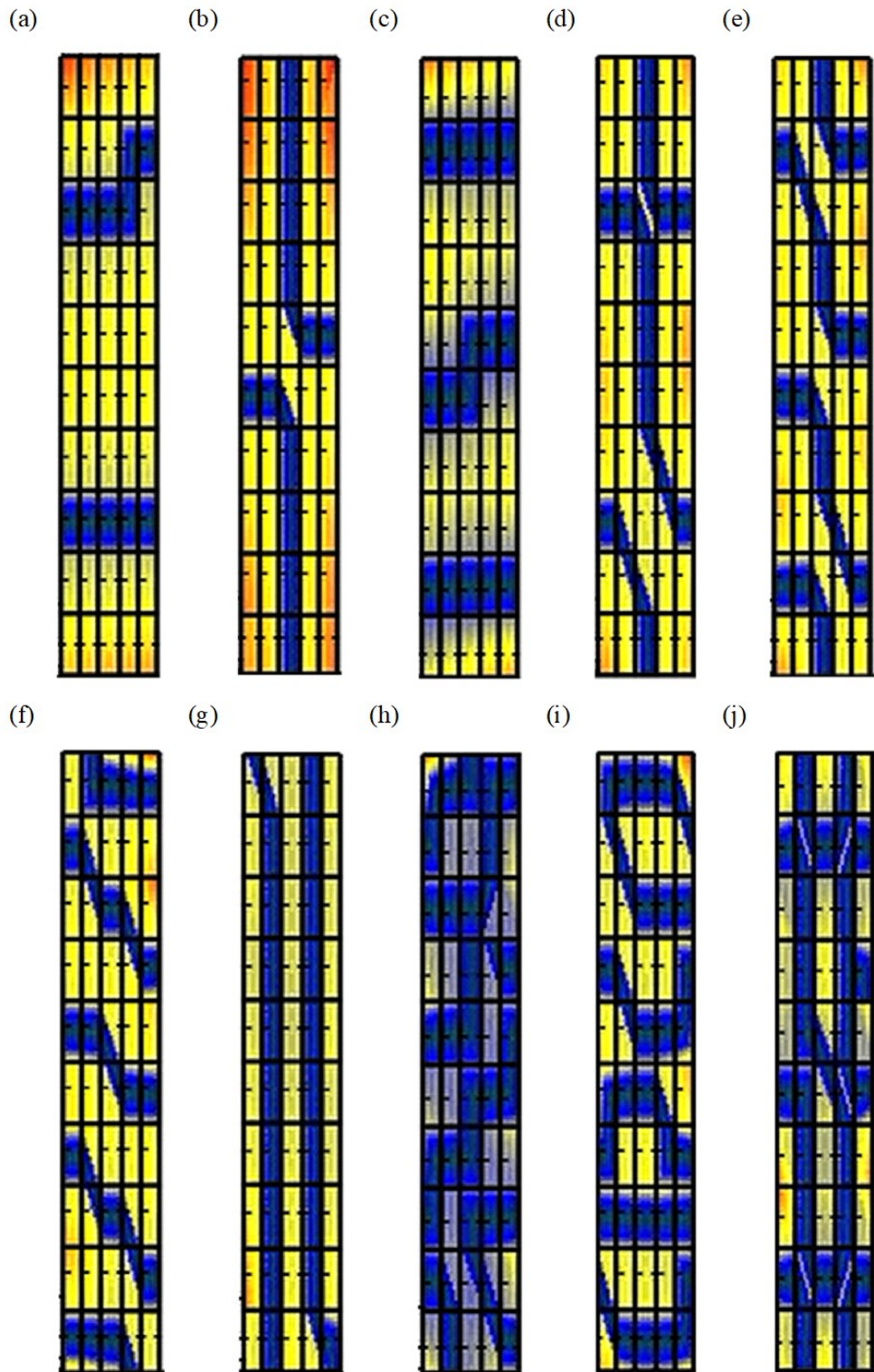


圖 18、梓木平板 A 的第 1–10 個振動模態，藍色部分為節線

Figure 18. The 1st–10th vibration mode of Plate A; the blue area is nodal lines.



表 2、板振動法結果

Table 2. Results of plate vibration method

背板	ρ (g/cm ³)	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{LT}	ν_{TL}
A	0.43	8.33	0.62	0.58	0.85	0.06
B	0.48	9.18	0.69	0.74	0.95	0.07
C	0.48	7.27	0.91	0.65	0.65	0.08
D	0.51	10.27	0.76	0.81	0.95	0.07
E	0.53	8.99	0.69	0.72	0.93	0.07
F	0.54	12.58	0.70	0.66	0.87	0.05
G	0.55	9.22	0.80	0.82	0.91	0.08
H	0.57	10.87	0.82	0.82	0.89	0.07
I	0.58	13.18	0.71	0.78	0.98	0.05
J	0.58	11.11	0.93	0.83	0.80	0.07
K	0.60	13.06	0.93	0.87	0.84	0.06
L	0.62	14.04	0.96	0.98	0.92	0.06
平均數	0.54	10.67	0.79	0.77	0.88	0.07
C.V. (%)	10.07	20.30	14.60	13.89	10.11	14.41
面板 b	0.28	5.49	0.42	0.35	0.76	0.06

C.V.：變異係數 (coefficient of variation)



(二) 音響性質

梓木平板的音響性質如表 3，分別為縱向聲波速度 (c_L)、橫向聲波速度 (c_T)、縱向音波抵抗 (Z_L)、橫向音波抵抗 (Z_T)、縱向聲音輻射率 (R_L)、橫向聲音輻射率 (R_T) 與損失係數 (η)。由結果可以發現梓木平板的密度越大，其縱向聲波速度 ($r=0.50$) 與音波抵抗 ($Z_L: r=0.92, Z_T: r=0.87$) 越大、聲音輻射率 ($R_L: r=-0.76, R_T: r=-0.88$) 越小，與橫向聲波速度 ($r=-0.09$) 損失係數 ($r=-0.40$) 則較不相關，表示密度大的梓木平板可以更有效率地傳遞聲波能量至材料內每一處，但是能量不容易轉換成聲波放射至空氣中，因此推論聲波在密度大的梓木平板內停留較久，波形受到影響的程度較大。進而比較損失係數與其餘音響指標的相關性，發現損失係數與縱向波速 ($r=-0.91$)、縱向音波抵抗 ($r=-0.70$) 呈現高度負相關，表示損失係數越大的試材，內部傳遞聲波能量的能力越差。



表 3、音響指標結果

Table 3. Results of acoustic properties

背板	聲波速度		音波抵抗		聲音輻射率		η (%)
	$(10^3 * m * s^{-1})$		$(10^6 * kg * s^{-1} * m^{-2})$		$(m^4 * s^{-1} * kg^{-1})$		
	c_L	c_T	Z_L	Z_T	R_L	R_T	
A	4.39	1.20	1.90	0.52	10.18	2.78	1.76
B	4.36	1.20	2.11	0.58	9.02	2.48	1.79
C	3.88	1.37	1.87	0.66	8.03	2.83	1.96
D	4.49	1.22	2.29	0.62	8.82	2.39	1.73
E	4.11	1.14	2.19	0.61	7.71	2.13	1.97
F	4.81	1.13	2.61	0.62	8.85	2.08	1.63
G	4.09	1.20	2.25	0.66	7.44	2.19	1.86
H	4.38	1.20	2.48	0.68	7.72	2.12	1.73
I	4.78	1.11	2.75	0.64	8.31	1.93	1.73
J	4.39	1.27	2.53	0.73	7.63	2.21	1.85
K	4.66	1.24	2.80	0.75	7.74	2.07	1.64
L	4.77	1.25	2.94	0.77	7.73	2.02	1.64
平均數	4.43	1.21	2.39	0.65	8.26	2.27	1.77
C.V. (%)	6.72	5.72	14.64	11.21	9.80	12.85	6.56
面板 b	4.42	1.22	1.24	0.34	15.73	4.35	0.70

C.V.：變異係數 (coefficient of variation)

為了討論梓木平板的音響性質，以 $c*Q$ 表示材料傳播聲波能量的參數、以 ρ/c 表示材料抵抗振動的參數，並與 Yoshikawa (2007) 研究典型弦樂器木材的結果互相比較，發現梓木平板與典型響板、典型樂器結構木板之回歸線都非常相近，表示梓木作為古琴背板同時具有兩者之特性，除了反射面板產生的聲音外，同時亦參與樂器的發聲；而相較於其他典型樂器用材，梓木兩個參數皆較小，正好符合古琴樂器的彈奏風格：重視聲音的音韻、不重視聲音的響亮(吳釗，2006；林西莉，2009)。

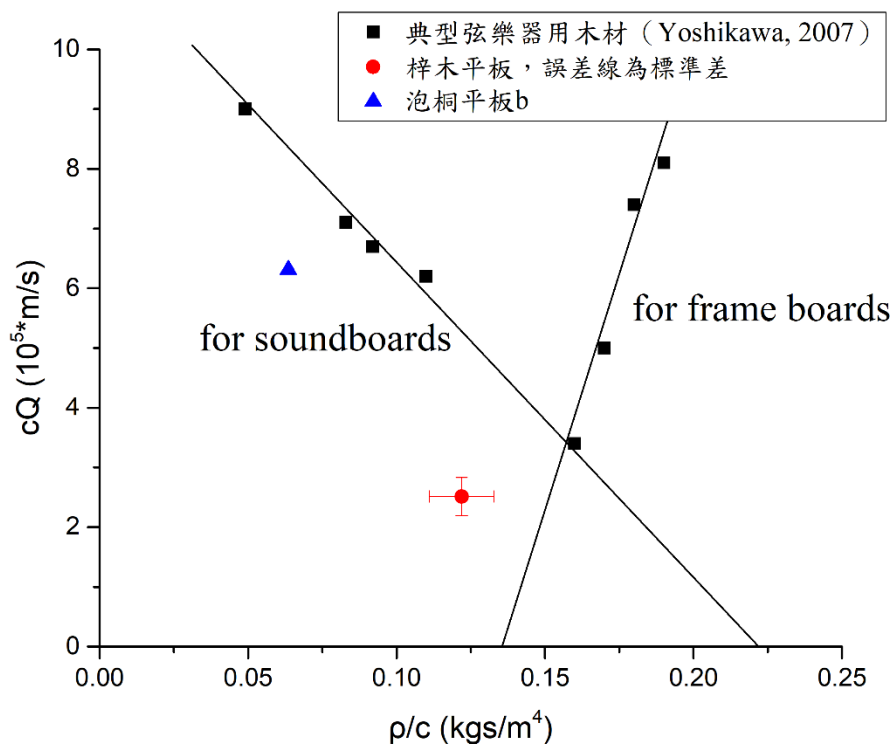


圖 19、與典型弦樂器用木材比較圖，部分資料來自 Yoshikawa (2007)

Figure 19. Comparing *Catalpa ovata*, *Paulownia tomentosa* and traditional woods best suited for stringed instruments, some data were from (Yoshikawa, 2007)



二、簡易琴聲音特性

36 把簡易琴彈撥 1 弦、4 弦、7 弦的自身功率頻譜平均值如圖 20。由結果發現高頻率區域的特徵峰形狀較寬且不規則，除了快速傅立葉轉換計算時產生的誤差，高頻率特徵峰所在的頻率範圍也較低頻率廣，且不一定剛好是基頻的整數倍，會有些許誤差，因此利用相同頻率計算平均值後的特徵峰較寬且不規則。為了減少特徵峰頻率不同產生的差異，後續主要以各個特徵峰的峰值作為討論，並將其頻率平移至最近的分音頻率。36 把簡易琴彈撥 1 弦、4 弦、7 弦的自身功率頻譜各分音的特徵峰值平均值如圖 21、圖 22、圖 23，分別編號為 Qm-1、Qm-4、Qm-7。

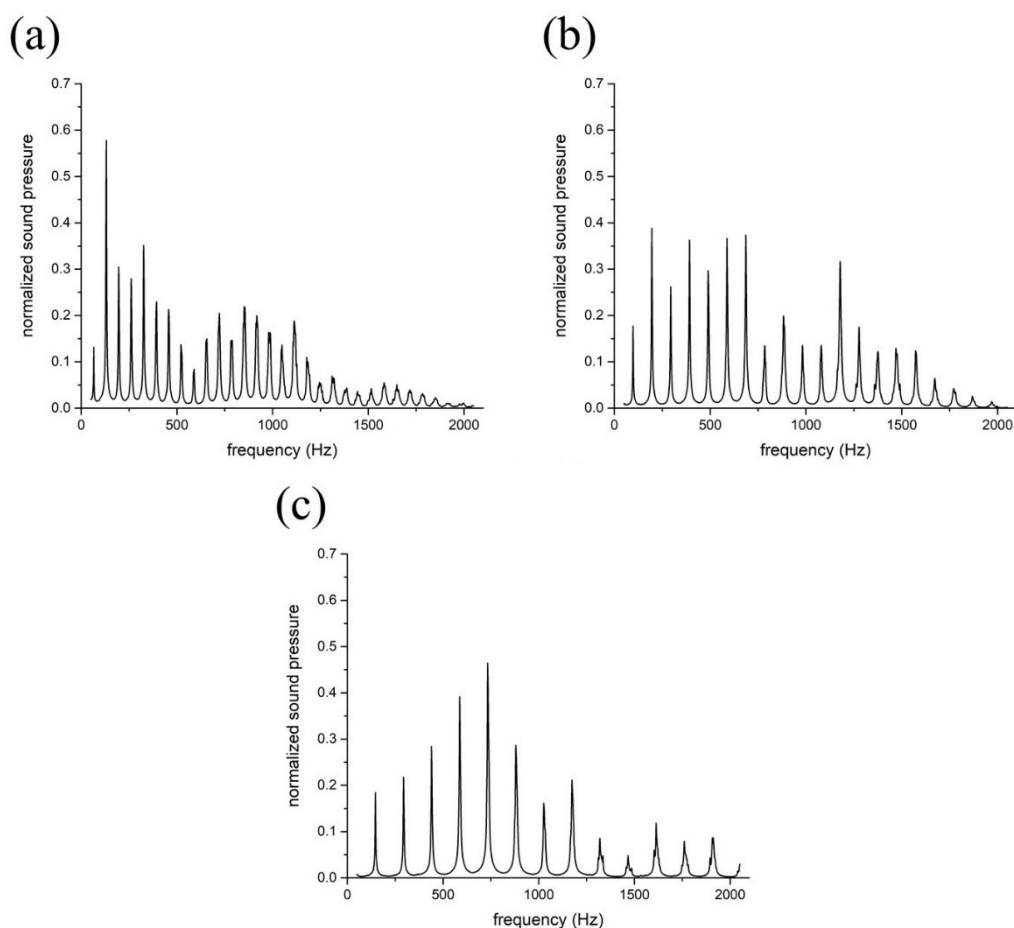


圖 20、彈撥琴弦的自身功率頻譜平均值；(a) 1 弦，(b) 4 弦，(c) 7 弦

Figure 20. Mean values of the auto power spectrum ; (a) the 1st string , (b) the 4th string ,
(c) the 7th string

由彈撥 1 弦的結果可以發現彈撥簡易琴 1 弦的主要共振範圍在前 18 個分音，更高頻率的分音則峰值較小；前 18 個分音中，第 1 分音（基頻，65.4 Hz）、第 8 分音（523.2 Hz）、第 9 分音（588.6 Hz）、第 18 分音（1177.2 Hz）具有較小的峰值，而第 2 分音（130.8 Hz）則具有最高的峰值（圖 21）。進一步觀察圖 21 中各個分音峰值，可以發現峰值的分布大致呈現 M 字形，第 5 分音（327.0 Hz）以及第 13、14 分音（850.2 Hz、915.6 Hz）的峰值較大。

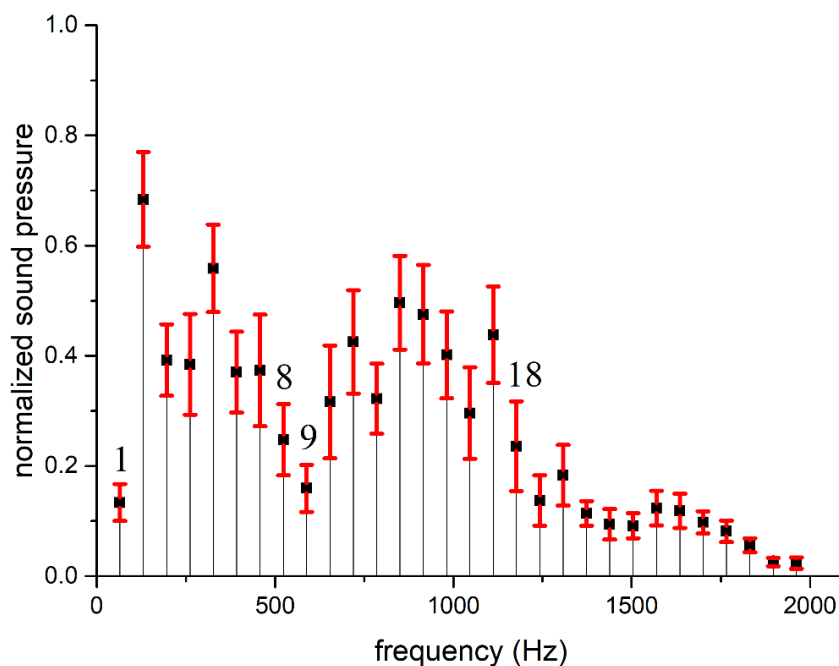


圖 21、Qm-1 前 30 個分音峰值，誤差線為 95% 信賴區間

Figure 21. The 1st-30th peak values of Qm-1; error bars are 95% confidence interval

由彈撥 4 弦的結果可以發現彈撥簡易琴 4 弦時，第 15 分音之後的峰值較小，而較低頻率範圍的部分，基頻（98.0 Hz）、第 8 分音（784.0 Hz）、第 10 分音（980.0 Hz）、第 11 分音（1078.0 Hz）、第 13 分音（1274.0 Hz）、第 14 分音（1372.0 Hz）、第 15 分音（1470.0 Hz）具有較小的峰值（圖 22）。進一步觀察各個峰值的分布，發現其亦呈現 M 字形，在第 6、7 分音（588.0 Hz、686.0 Hz）以及第 12 分音（1176.0 Hz）具有較高的峰值。

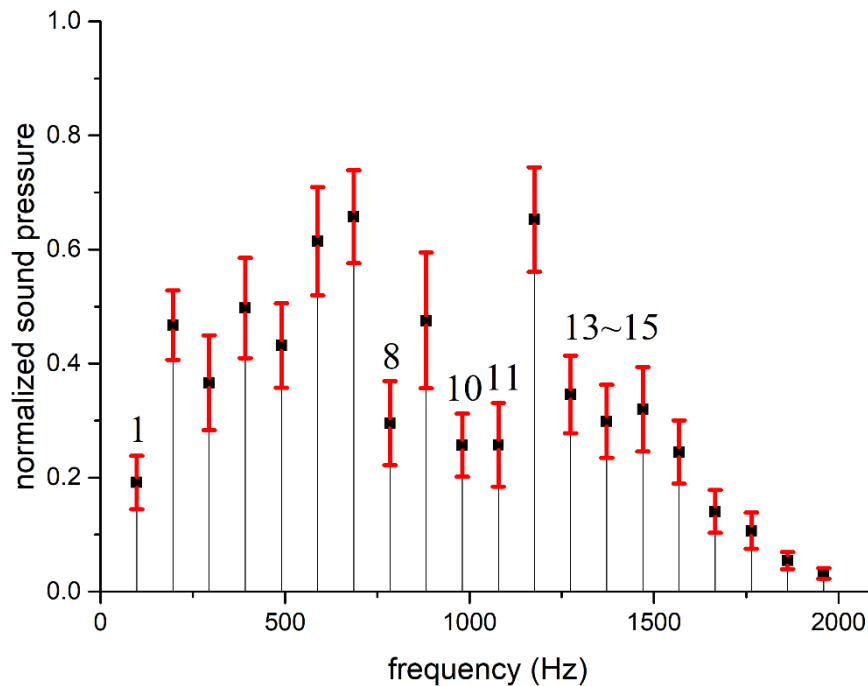


圖 22、Qm-4 前 20 個分音峰值，誤差線為 95% 信賴區間
Figure 22. The 1st-20th peak values of Qm-4; error bars are 95% confidence interval

由彈撥 7 弦的結果可以發現簡易琴彈撥 7 弦時，基頻 (146.8 Hz)、第 9 分音 (1321.2 Hz)、第 10 分音 (1468.0 Hz) 以及更高頻率的分音具有較小的特徵峰，而第 5 分音 (734.0 Hz) 則具有最高的峰值 (圖 23)。

綜合彈撥 1、4、7 弦的自身功率頻譜，簡易琴的振動能量主要集中在 1200 Hz 以下，其中基頻與第 8-10 分音之間容易出現峰值較小的情形。觀察其峰值分布，彈撥 1 弦呈現 M 字形，除了第 2 分音特別突出外，在第 5、13、14 分音具有較高的峰值；彈撥 4 弦亦呈現 M 字形，在第 6、7、12 分音具有較高的峰值；彈撥 7 弦則呈現山峰形，在第 5 分音具有最高的峰值。下個部分將詳細討論 36 種簡易琴組合彈撥 1 弦、4 弦、7 弦的自身功率頻譜。

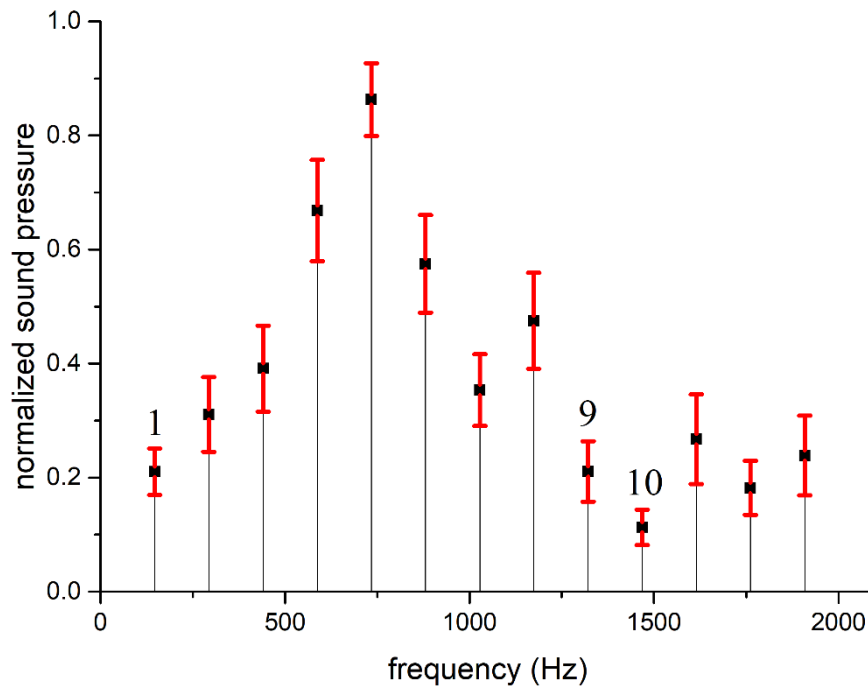


圖 23、Qm-7 前 13 個分音峰值，誤差線為 95%信賴區間

Figure 23. The 1st–13th peak values of Qm-7; error bars are 95% confidence interval

(一) 彈撥 1 弦的聲音

簡易琴 1 弦之音名為 C2，基本頻率為 65.4 Hz，在 51–2050 Hz 之間共有 30 個分音（表 4，以 A 背板製作而成的簡易琴作為代表）。利用兩階段集群分析對 Qa-1、Qb-1、Qc-1 進行分群，並以點間距離判斷適合的集群數（圖 24a、c、e），可分為 Qa-1-1~3（圖 24b）、Qb-1-1~4（圖 24d）、Qc-1-1~3（圖 24f）。

表 4、以 A 背板製作成的簡易琴彈撥 1 弦之特徵峰值

Table 4. Peak values of QaA-1, QbA-1 and QcA-1

QaA-1		QbA-1		QcA-1	
頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)	頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)	頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)
65	0.13	65	0.13	65	0.29
130	1.00	131	0.23	131	0.67
194	0.31	196	0.16	196	0.50
259	0.30	262	0.46	262	0.03
324	0.42	327	0.43	327	0.37
389	0.29	393	0.72	393	0.23
454	0.61	458	0.26	458	0.18
519	0.17	524	0.44	523	0.12
584	0.13	590	0.27	590	0.57
647	0.05	655	0.24	655	0.89
714	0.34	722	1.00	722	0.59
779	0.30	787	0.52	787	0.30
844	0.54	853	0.85	852	0.24
909	0.87	919	0.75	918	0.24
975	0.72	986	0.40	982	0.11
1040	0.89	1055	0.16	1051	0.06
1106	0.59	1113	0.05	1114	1.00
1172	0.05	1181	0.09	1185	0.84
1238	0.16	1251	0.11	1245	0.24
1304	0.15	1317	0.05	1318	0.46
1369	0.04	1385	0.09	1384	0.10
1436	0.15	1452	0.08	1452	0.15
1502	0.12	1517	0.03	1507	0.06
1568	0.09	1586	0.11	N/A	N/A
1635	0.03	1653	0.06	1653	0.07
1702	0.10	1706	0.02	1720	0.10
1768	0.11	1787	0.03	1787	0.08
1835	0.13	1856	0.04	1856	0.10
1902	0.03	1923	0.04	1923	0.07
1950	0.07	N/A	N/A	1992	0.05

N/A：表示該分音的峰值過低 (peak value < 0.01)

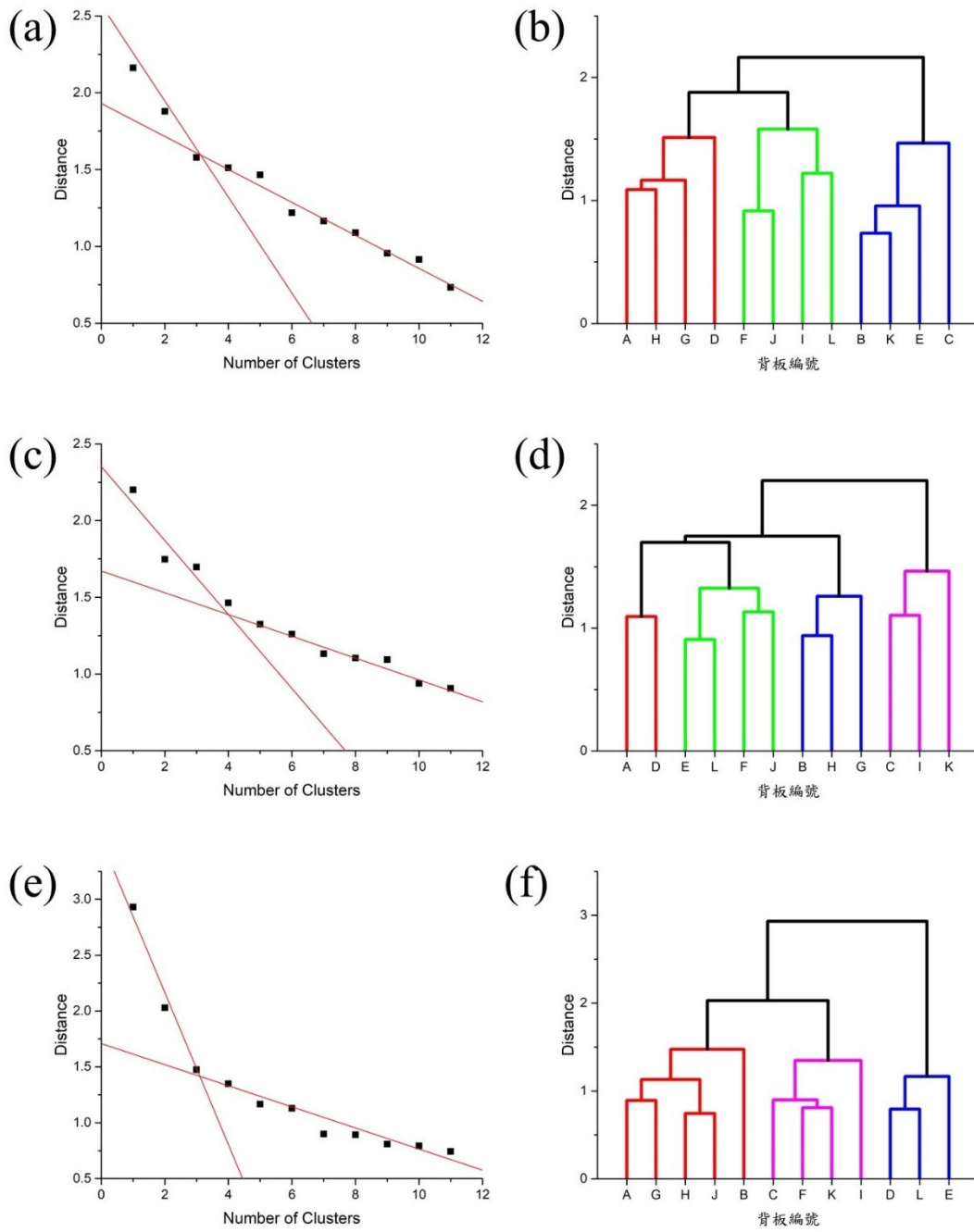


圖 24、簡易琴 Qa-1、Qb-1、Qc-1 之集群分析圖

Figure 24. Cluster analysis of Qa-1, Qb-1 and Qc-1

圖 25 為 Qa-1-1~3 前 30 個分音峰值，根據變異數分析的結果，第 5、7、14、16 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$) (圖 25)，其中第 16 分音為完全和諧音程，第 5 分音為不完全和諧音程，第 7、14 分音則為不和諧音程。比較頻譜結果，Qa-1-1 在第 5 分音的特徵峰值較低，且低於平均值；Qa-1-2 在第 14、16 分音具有最高的特徵峰值；Qa-1-3 則在第 7 分音最為突出，而第 5 分音低於平均值，第 16 分音高於平均值。因此 Qa-1-1 與 Qm-1 最為相似，Qa-1-2 則具有較豐富的聲音，而 Qa-1-3 具有最不合諧的聲音。

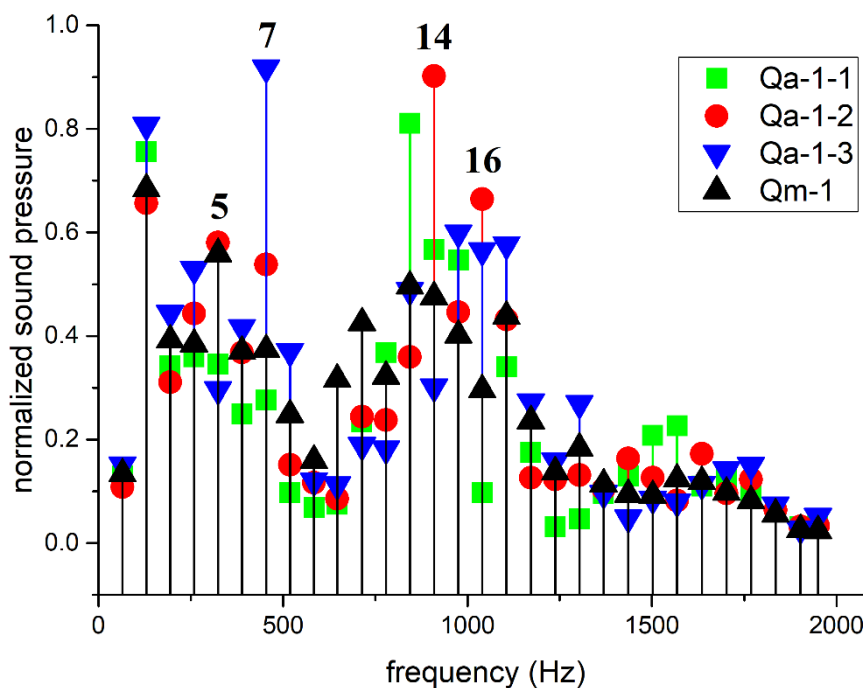


圖 25、Qa-1-1~3 與 Qm-1 前 30 個分音峰值

Figure 25. The 1st-30th peak values of Qa-1-1~3 and Qm-1

Qb-1-1~4 在第 2、7、10、11、13 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$) (圖 26)，其中第 2 分音為完全和諧音程，第 10、13 分音為不完全和諧音程，第 7、11 分音則為不和諧音程。比較頻譜結果，發現 Qb-1-1 在較高頻率的第 10、11、13 分音具有最高的峰值，Qb-1-4 則在較低頻率的第 2、7 分音具有最高的峰值，而 Qb-1-2 與 Qb-1-3 則介於兩者之間，與 Qm-1 較為接近；因此 Qb-1-1 的頻率響應區間較高，聲音較為複雜，而 Qb-1-4 主要特徵峰所在的頻率範圍則較低，整體聲音較為單純，而 Qb-1-4 較 Qb-1-1 和諧。

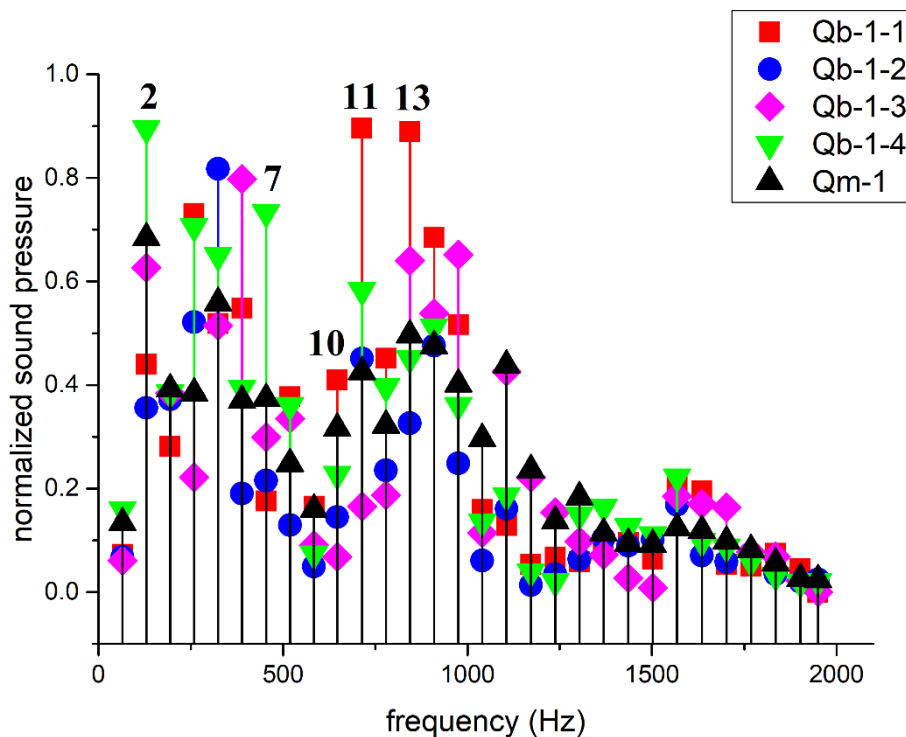


圖 26、Qb-1-1~4 與 Qm-1 前 30 個分音峰值

Figure 26. The 1st-30th peak values of Qb-1-1~4 and Qm-1

Qc-1-1~3 在第 1、2、9、10、11、13、17、18、20 分音的峰值具有顯著差異 (p-value < 0.05) (圖 27)，其中第 2 分音為完全和諧音程，第 10、13、20 分音為不完全和諧音程，第 9、11、17、18 分音則為不和諧音程。比較頻譜結果，Qc-1-1 在第 2、17 分音具有明顯特徵峰，其他分音則峰值較小，由於第 17 分音為不和諧音程，因此其聲音較不悅耳；Qc-1-2 在第 9、10、18、20 具有較高的峰值，而 Qc-1-3 在第 11、13 分音的特徵峰非常突出，由於這些分音皆為不完全和諧音程或是不和諧音程，因此其聲音受到這些分音的干擾而較不悅耳。

綜合 3 個面板的結果，推論以 c 面板製成的簡易琴彈撥 1 弦所發出的聲音較 a 面板與 b 面板不悅耳，而 Qb-1 突出的分音頻率較 Qa-1 低，表示其頻率響應範圍較低。

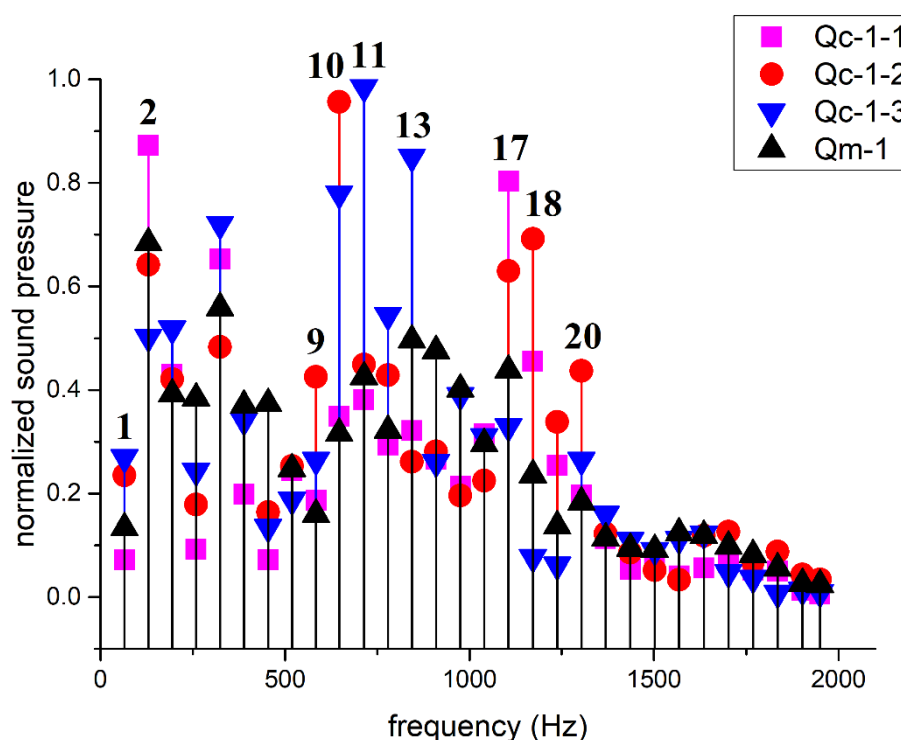


圖 27、Qc-1-1~3 與 Qm-1 前 30 個分音峰值

Figure 27. The 1st-30th peak values of Qc-1-1~4 and Qm-1



(二) 彈撥 4 弦的聲音

簡易琴 4 弦之音名為 G2，基本頻率為 98.0 Hz，在 51–2050 Hz 之間共有 20 個分音（表 5，以 A 背板製成之簡易琴作為代表）。利用兩階段集群分析對 Qa-4、Qb-4、Qc-4 進行分群，並以點間距離判斷適合的集群數（圖 28a、c、e），可分為 Qa-4-1~4（圖 28b）、Qb-4-1~4（圖 28d）、Qc-4-1~4（圖 28f）。

表 5、以 A 背板製作成的簡易琴彈撥 4 弦之特徵峰值

Table 5. Peak values of QaA-4, QbA-4 and QcA-4

QaA-4		QbA-4		QcA-4	
頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)	頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)	頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)
98	0.06	98	0.12	98	0.31
196	0.50	196	0.18	197	0.41
293	0.15	294	0.59	296	0.30
392	0.32	393	0.67	395	0.40
489	0.26	490	0.54	493	0.45
587	0.76	588	1.00	591	0.30
685	1.00	687	0.63	690	0.38
783	0.31	785	0.05	789	0.30
882	0.43	883	0.07	888	1.00
979	0.17	983	0.23	988	0.11
1076	0.19	1081	0.10	1086	0.06
1177	0.86	1180	0.55	1184	0.67
1275	0.48	1278	0.23	1284	0.15
1373	0.60	N/A	N/A	1383	0.12
1469	0.30	1475	0.07	1479	0.36
1571	0.51	1575	0.11	1582	0.10
1670	0.05	1673	0.05	1676	0.07
1768	0.14	N/A	N/A	1781	0.08
1867	0.11	N/A	N/A	N/A	N/A
1966	0.03	N/A	N/A	N/A	N/A

N/A：表示該分音的峰值過低（peak value < 0.01）

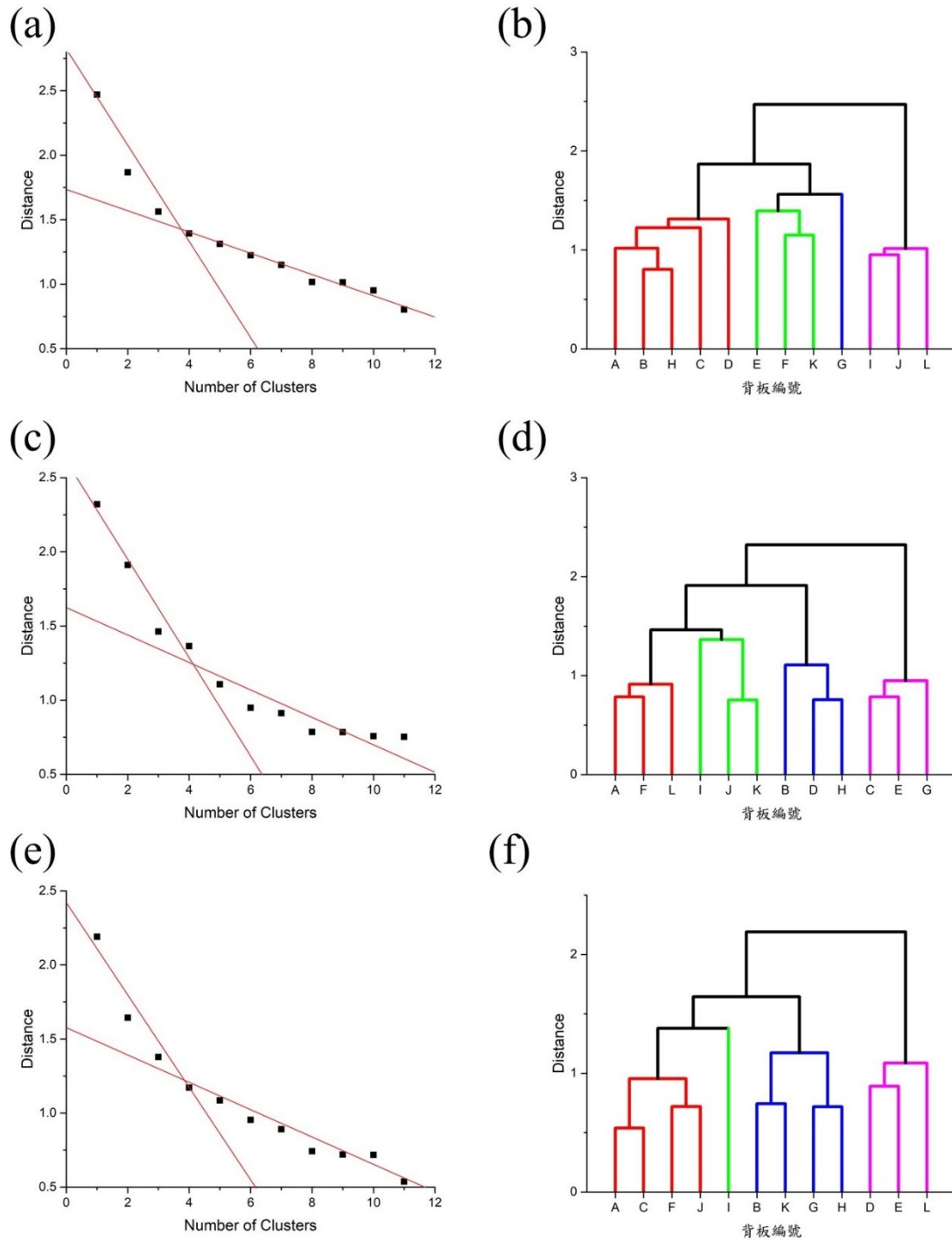


圖 28、簡易琴 Qa-4、Qb-4、Qc-4 集群分析圖

Figure 28. Cluster analysis of Qa-4, Qb-4 and Qc-4

圖 29 為 Qa-4-1~4 前 20 個分音峰值，根據變異數分析的結果，第 1、11、12、13 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$)，而第 5、8、10、19、20 分音則在 4 個集群中皆具有接近的峰值 (圖 29)，其中第 12 分音為完全和諧音程，第 13 為不完全和諧音程，第 11 分音為不和諧音程。Qa-4-1 在第 1、11、12 分音相較其他三者較為突出，具有最豐富的聲音；Qa-4-2 在第 12、13 分音具有較高的峰值，頻率響應範圍位於較高頻率的區間；Qa-4-3 與 Qm-4 最為相似；Qa-4-4 亦與平均值相似，但在完全和諧音程的第 12 分音峰值低於平均值，使其聲音較為單調。

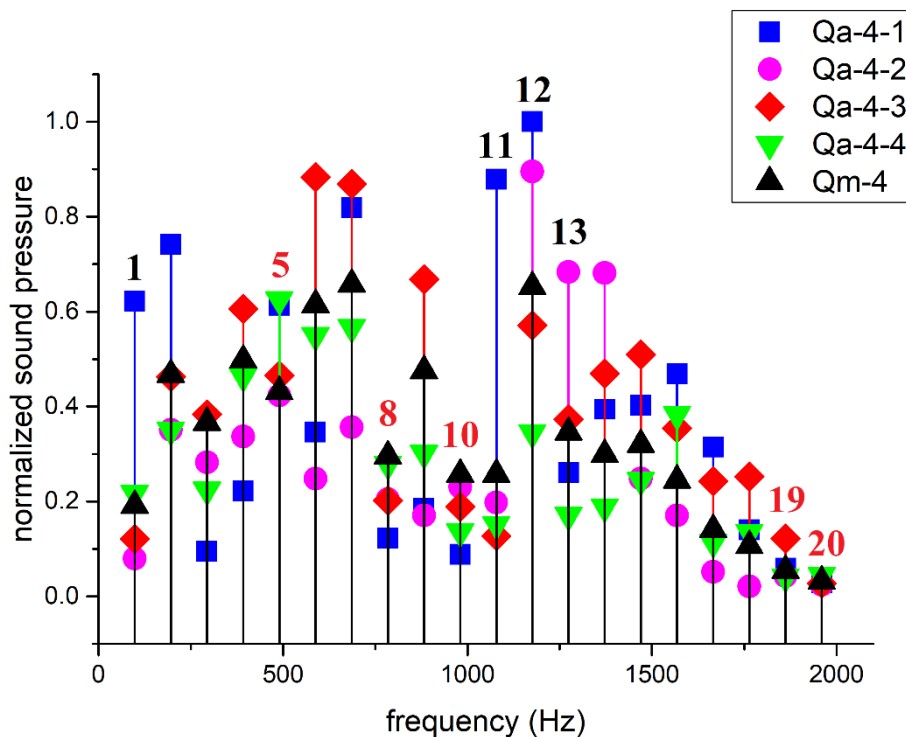


圖 29、Qa-4-1~4 與 Qm-4 前 20 個分音峰值

Figure 29. The 1st-20th peak values of Qa-4-1~4 and Qm-4

Qb-4-1~4 在第 2、6、11、12、16、17 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$)，而在第 8、9、15 分音具有接近的峰值 (圖 30)，其中第 2、6、12、16 分音為完全和諧音程，第 11、17 為不和諧音程。比較頻譜結果，Qb-4-1 在第 6 分音具有最突出的特徵峰；Qb-4-2 在第 11、12 分音具有明顯的特徵峰，其中第 11 分音相較其他三者特別突出，因此對其聲音產生一定程度的干擾；Qb-4-3 則與 Qm-4 最為相似；而 Qb-4-4 在第 2、12、16、17 分音具有較高的峰值，因此 Qb-4-4 具有較悅耳且豐富的聲音。

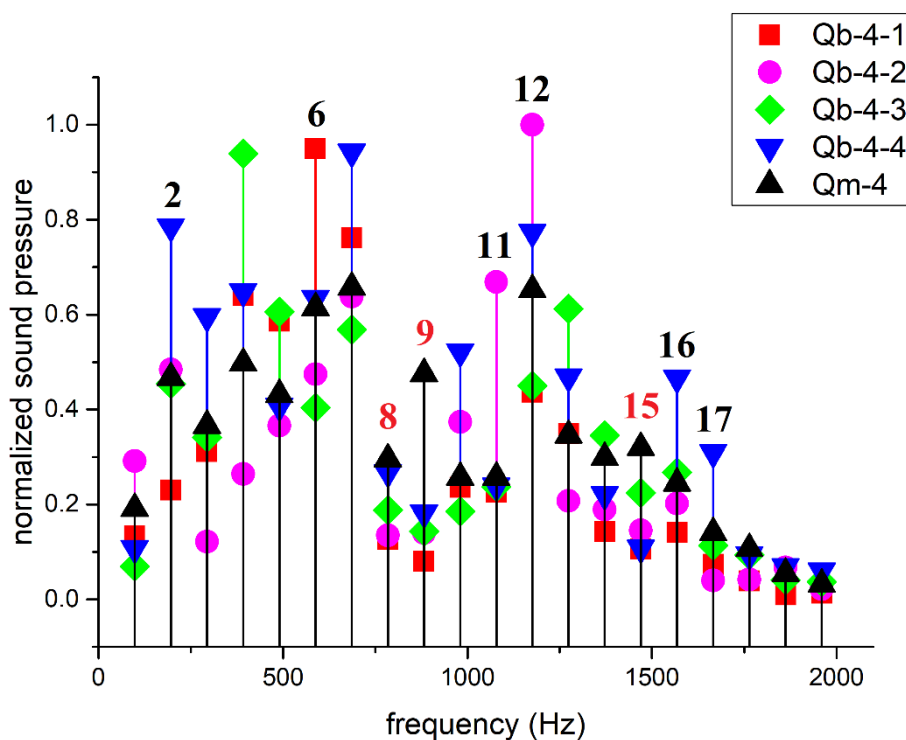


圖 30、Qb-4-1~4 與 Qm-4 前 20 個分音峰值

Figure 30. The 1st-20th peak values of Qb-4-1~4 and Qm-4

Qc-4-1~4 在第 3、7、8、9、12、15 分音的峰值具顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$)，而第 11、13、14、17、18、19、20 分音峰值較接近 (圖 31)。在具顯著差異的特徵峰中，第 3、8、12 分音為完全和諧音程，第 7、9、15 為不和諧音程；比較此 6 個特徵峰，發現 Qc-4-1 在第 12 分音具有明顯特徵峰；Qc-4-2 在第 3、15 分音非常突出，雖然第 3 分音為完全和諧音程，但第 15 分音為不和諧音程；Qc-4-3 在第 7、8、9 分音皆有較高的峰值，雖然第 8 分音為完全和諧音程，然而不和諧音程的第 7、9 分音對其聲音產生干擾；而 Qc-4-4 在不和諧音程的第 9 分音具有最高的峰值。由結果發現 4 個集群在不和諧音程的第 9 分音峰值皆高於平均值，推論為 c 面板製作成的簡易琴的特性，而比較 4 個集群，Qc-4-1 有最和諧的聲音，Qc-4-2 次之。

綜合 3 個面板的結果，發現 Qc-4 具有最凌亂的特徵峰，與 Qm-4 差異最大，而 Qa-4 與 Qb-4 較為相似，不過 Qa-4 主要在高頻率範圍峰值高於平均，Qb-4 則在較低頻率的範圍高於平均，表示 Qb-4 的頻率響應範圍較低。

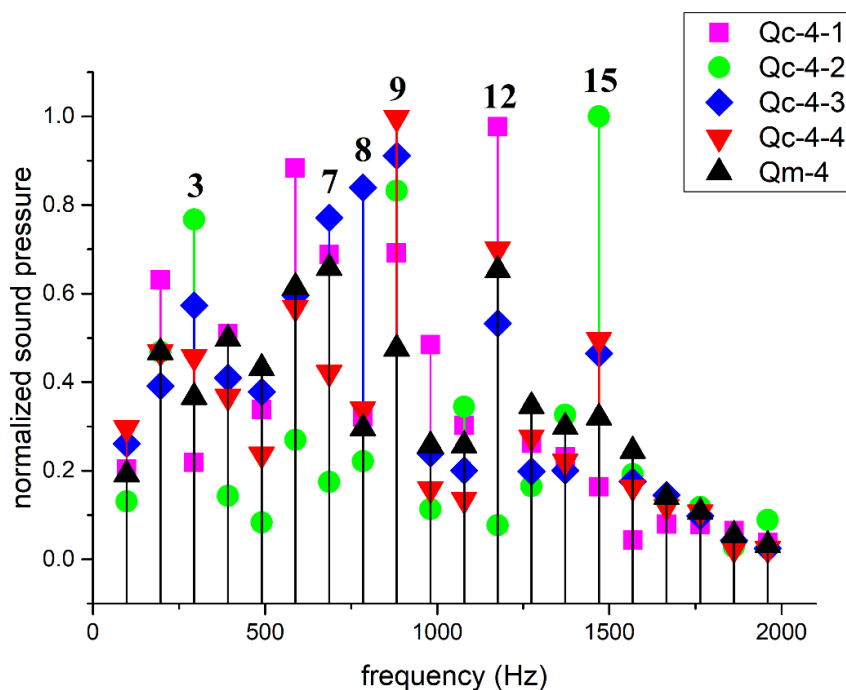


圖 31、Qc-4-1~4 與 Qm-4 前 20 個分音峰值

Figure 31. The 1st-20th peak values of Qc-4-1~4 and Qm-4



(三) 彈撥 7 弦的聲音

簡易琴 7 弦之音名為 D3，基本頻率為 146.8 Hz，在 51–2050 Hz 之間共有 13 或 14 個分音（表 6，以 A 背板製成的簡易琴作為代表）。利用兩階段集群分析對 Qa-7、Qb-7、Qc-7 進行分群，並以點間距離判斷適合的集群數（圖 32a、c、e），可分為 Qa-7-1~4（圖 32b）、Qb-7-1~5（圖 32d）、Qc-7-1~4（圖 32f）。

表 6、以 A 背板製作成的簡易琴彈撥 7 弦之特徵峰值

Table 6. Peak values of QaA-7, QbA-7 and QcA-7

QaA-7		QbA-7		QcA-7	
頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)	頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)	頻率 (Hz)	聲壓 (normalized)
146	0.02	147	0.20	148	0.09
293	0.14	295	0.43	296	0.29
440	0.55	442	0.40	444	0.19
587	0.51	589	1.00	592	1.00
733	0.92	736	0.84	740	0.70
880	0.49	884	0.37	888	0.50
1024	0.30	1031	0.26	1035	0.06
1173	1.00	1178	0.18	1184	0.16
1320	0.22	1325	0.05	1331	0.10
1467	0.10	1473	0.04	1480	0.06
1613	0.14	1620	0.16	1628	0.12
N/A	N/A	1768	0.05	1776	0.10
1907	0.08	1916	0.14	1924	0.03

N/A：表示該分音的峰值過低（peak value < 0.01）

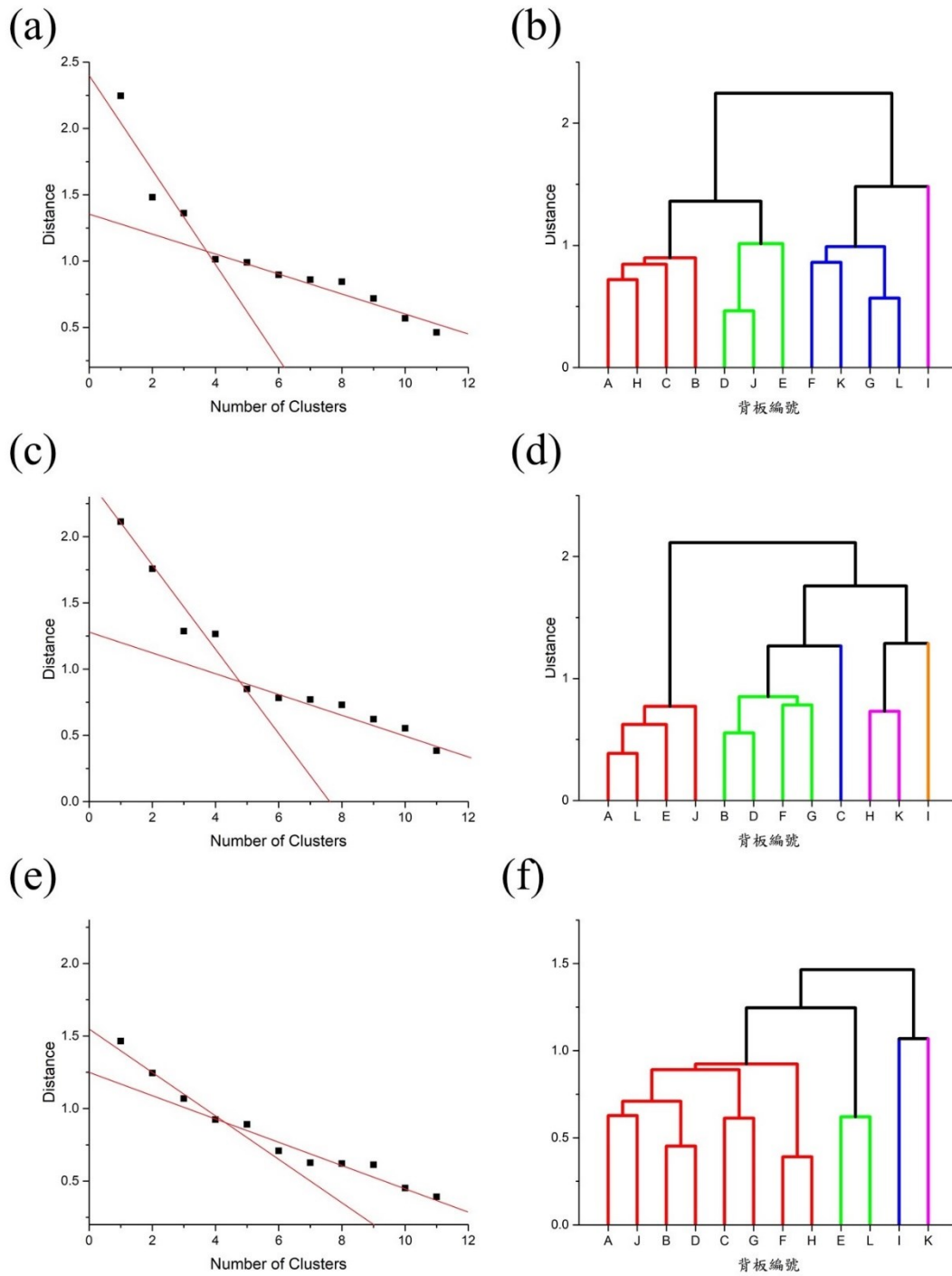


圖 32、簡易琴 Qa-7、Qb-7、Qc-7 集群分析圖

Figure 32. Cluster analysis of Qa-7, Qb-7 and Qc-7

圖 33 為 Qa-7-1~4 前 13 個分音峰值，根據變異數分析的結果，第 4、9、11、13 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$) (圖 33)，其中第 4 分音為完全和諧音程，第 13 分音為不完全和諧音程，第 9、11 分音則為不和諧音程。比較 4 個集群的頻譜結果，Qa-7-1 在高頻率的第 9、11、13 分音具有明顯的特徵峰，使其聲音受到較多干擾，且不悅耳；Qa-7-2 則在第 3-8 分音皆有相近的特徵峰值，第 9 分音以後的特徵峰則迅速下降，聲音最為豐富；Qa-7-3 與 Qm-7 最為接近；Qa-7-4 在完全和諧音程的第 4 分音具有最高的峰值，表示其為 4 個集群中聲音較悅耳的集群。

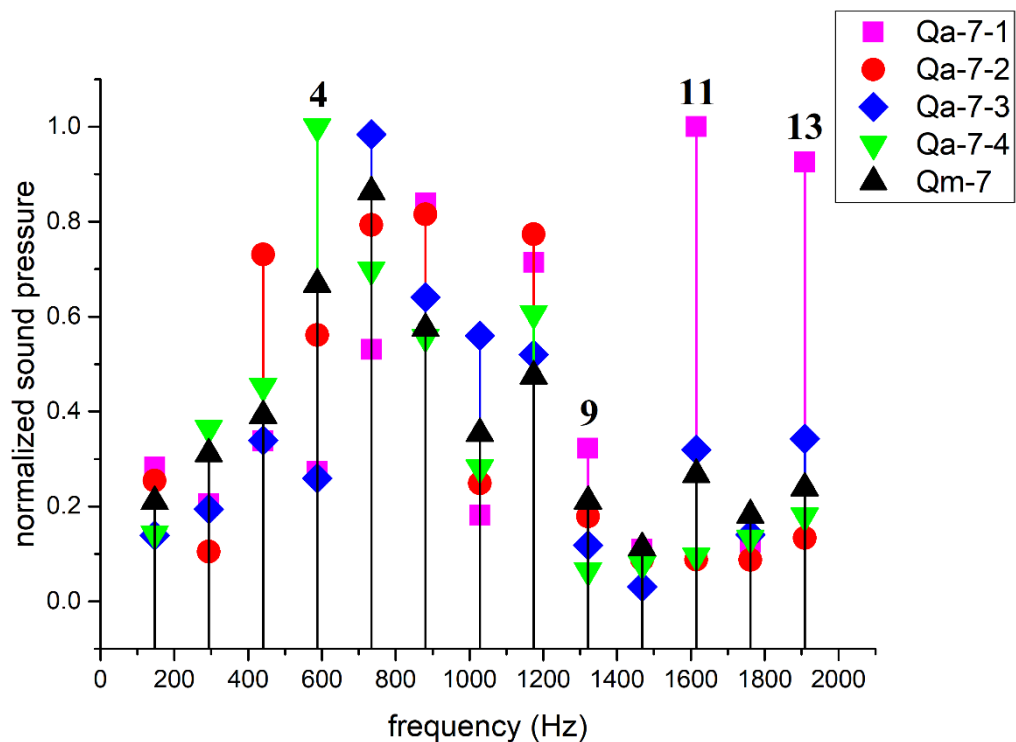


圖 33、Qa-7-1~4 與 Qm-7 前 13 個分音峰值

Figure 33. The 1st-13th peak values of Qa-7-1~4 and Qm-7

Qb-7-1~5 第 4、5、6、11、12 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$) (圖 34)，其中第 4、6、12 分音為完全和諧音程，第 5 分音為不完全和諧音程，第 11 分音則為不和諧音程。比較各集群的結果，Qb-7-1 在頻率較低的第 4、5 分音的峰值較高，Qb-7-2 在第 4、5、6 分音的峰值較高，而其他頻率範圍沒有特別突出的特徵峰，表示這 2 個集群主要頻率響應範圍位於 500–800 Hz，具有相似的聲音組成，且與 Qm-7 較為相似；Qb-7-3 除了完全和諧音程的第 6 分音具有較高的峰值外，其他分音皆較低，使其聲音單調；Qb-7-4 在高頻率的第 11、12 分音具有明顯特徵峰，使其聲音受到高頻率干擾較多；Qb-7-5 在完全和諧音程的第 8 分音的特徵峰明顯高於其他 4 個集群，在第 5、13 分音亦具有較高的峰值，表示 Qb-7-5 的聲音較為豐富且和諧。

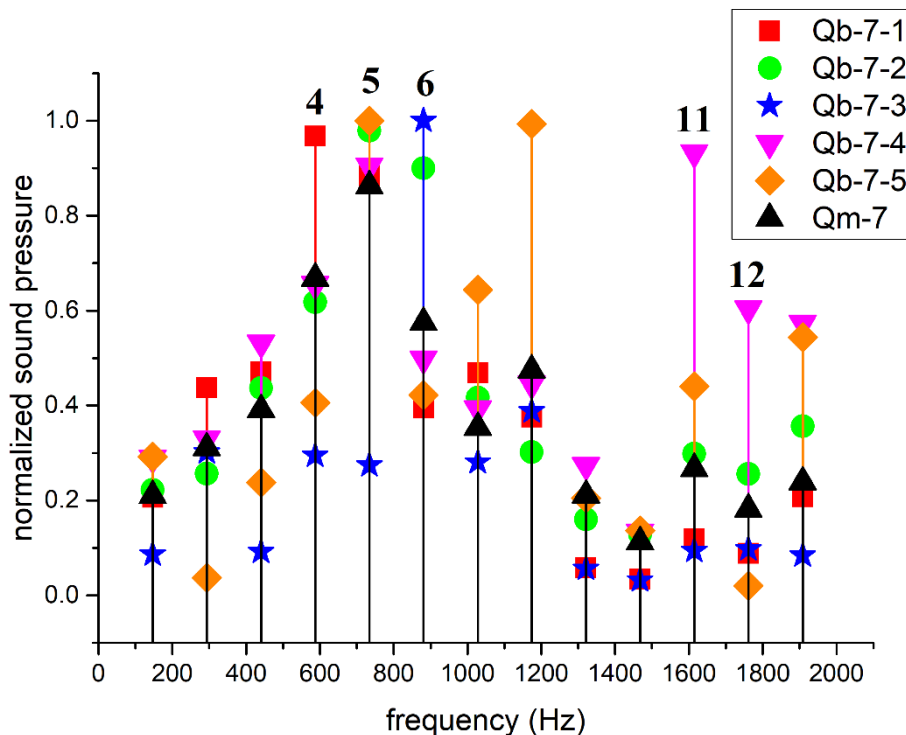


圖 34、Qb-7-1~5 與 Qm-7 前 13 個分音峰值

Figure 34. The 1st–13th peak values of Qb-7-1~4 and Qm-7

Qc-7-1~4 第 2、4、5、7、8、12 分音的峰值具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$) (圖 35)，其中第 2、4、8、12 分音為完全和諧音程，第 5 分音為不完全和諧音程，第 7 分音則為不和諧音程。Qc-7-1 在第 4、5 分音具有明顯特徵峰，頻率響應範圍主要在較低頻率的區域；Qc-7-2 在第 7、8、12 具有較高的峰值，頻率響應範圍較高；Qc-7-3 在第 2 分音具有明顯特徵峰，第 5 分音則低於平均值，聲音較為和諧且單調；Qc-7-4 則除了第 5 分音具有較高的峰值外，其他分音皆較低，因此其聲音較為單調，與 Qc-7-3 相比亦較不和諧。

綜合比較 3 個面板之結果，Qa-7、Qb-7、Qc-7 與 Qm-7 皆相似，然而 Qa-7 與 Qb-7 更為相近，在高頻率區域有較突出的特徵峰，而 Qc-7 則在低頻率區域有較突出的特徵峰。

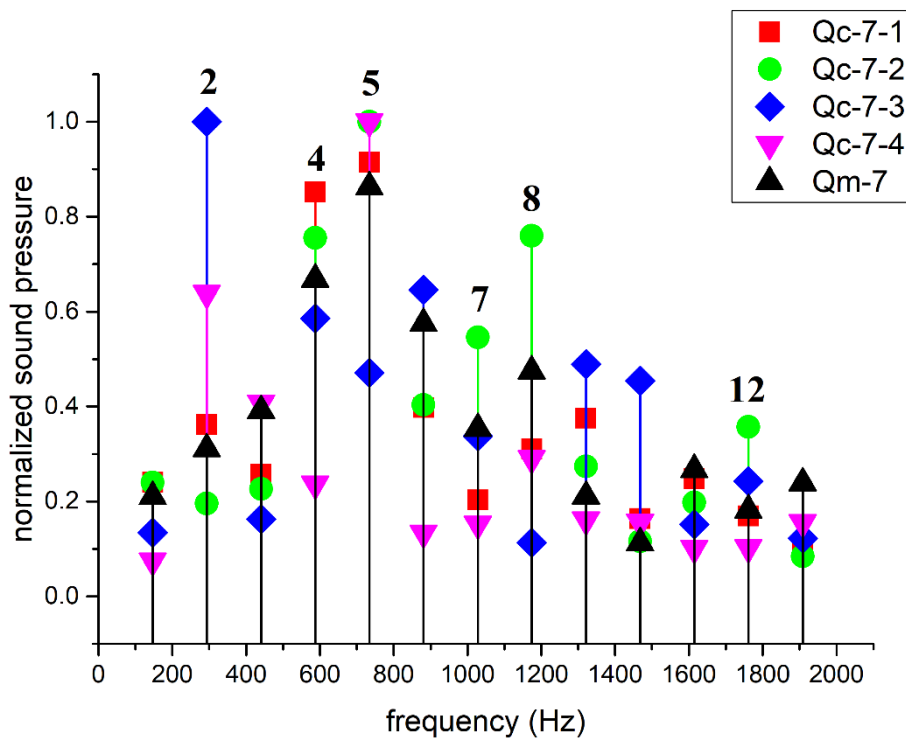


圖 35、Qc-7-1~4 與 Qm-7 前 13 個分音峰值

Figure 35. The 1st–13th peak values of Qc-7-1~4 and Qm-7



(四) 時間變化對於頻譜組成之影響

系統的振動能量會隨著時間逐漸衰減，其所發出的聲音亦隨之改變，當樂器振動能量衰減速度較慢時，容易產生餘音蕩漾的效果，而衰減過於迅速時，則會有嘎然而止的感覺；由於古琴是一種非常重視音韻的樂器，因此其振動能量若能延續較久，勢必可以在彈撥琴弦之後，維持較久的聲響，產生耐人尋味的餘韻。

圖 36 為 36 把簡易琴彈撥 1 弦 0 s (發聲的瞬間) 與 1 s (發聲後 1 秒) 各個分音的峰值比較圖，由結果發現 1 s 時，振動能量主要集中在 50–1100 Hz，而 1200 Hz 以上的特徵峰峰值皆趨近於 0。圖 37 為簡易琴彈撥 4 弦 0 s 與 1 s 各個分音的峰值比較圖，由圖中發現 1 s 時，振動能量主要集中在 100–1200 Hz，而 1300 Hz 以上的特徵峰峰值皆趨近於 0。圖 38 為簡易琴彈撥 7 弦 0 s 與 1 s 各個分音的峰值比較圖，由結果發現 1 s 時，振動能量主要集中在 300–900 Hz，而 1500 Hz 以上的特徵峰峰值皆趨近於 0。

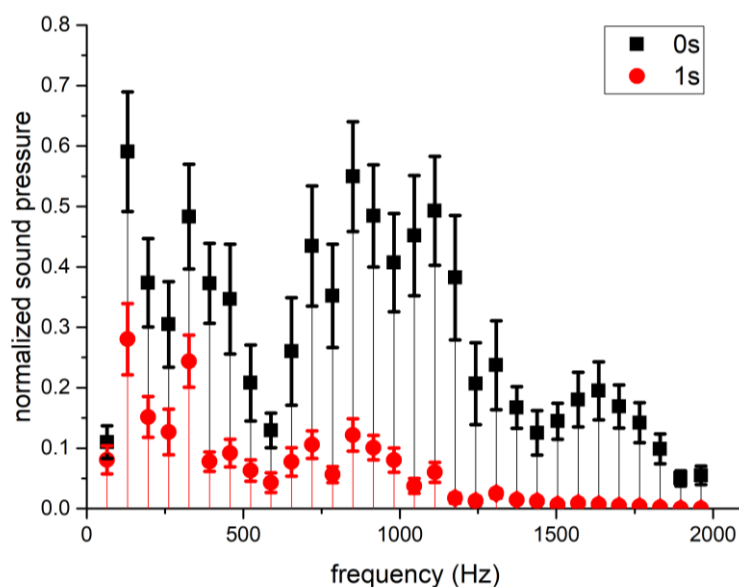


圖 36、簡易琴彈撥 1 弦 0 s 與 1 s 特徵峰比較圖，誤差線為 95%信賴區間

Figure 36. Peak values of plucking 1st string at 0 s and 1 s; error bars are 95% confidence interval

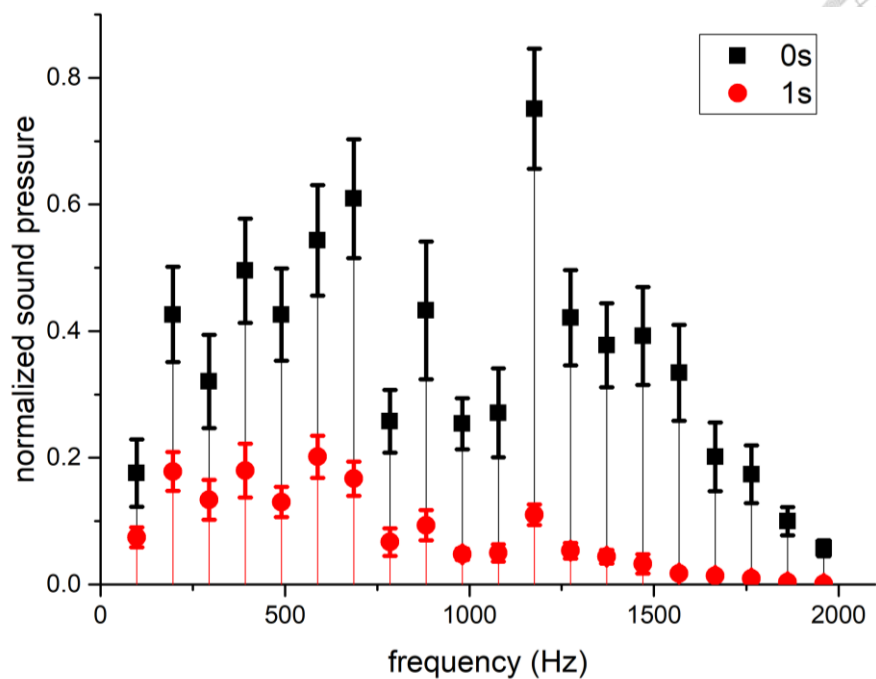


圖 37、簡易琴彈撥 4 弦 0 s 與 1 s 特徵峰比較圖，誤差線為 95%信賴區間

Figure 37. Peak values of plucking 4th string at 0 s and 1 s; error bars are 95% confidence interval

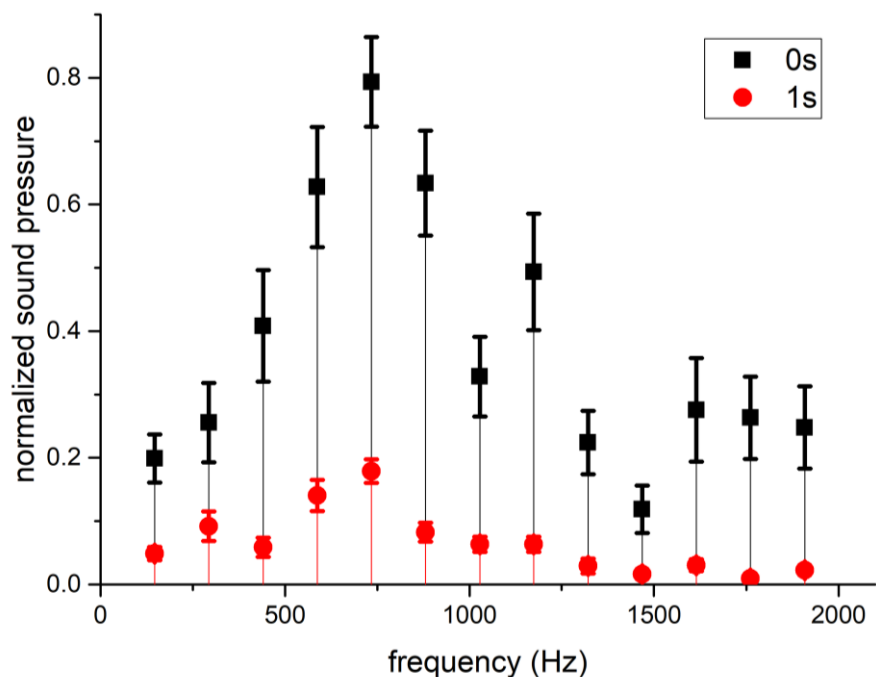


圖 38、簡易琴彈撥 7 弦 0 s 與 1 s 特徵峰比較圖，誤差線為 95%信賴區間

Figure 38. Peak values of plucking 7th string at 0 s and 1 s; error bars are 95% confidence interval

進一步利用 0 s 與 1 s 的峰值差 (0 s 的峰值減掉 1 s 的峰值, 以 Q_{dec-i} 表示, i 為彈撥的琴弦) 比較時間變化的影響, 並進行集群分析 (以 $Q_{dec-i-j}$ 表示, j 為集群編號) (圖 39), 可以將 36 個簡易琴彈撥 1 弦的資料分為 $Q_{dec-1-1\sim 5}$ (表 7), 彈撥 4 弦分為 $Q_{dec-4-1\sim 4}$ (表 8), 彈撥 7 弦分為 $Q_{dec-7-1\sim 5}$ (表 9), 其中中點距離為該簡易琴組合與其集群中點的距離, 若中點距離越小表示該簡易琴的頻譜特徵與集群中點越相似。

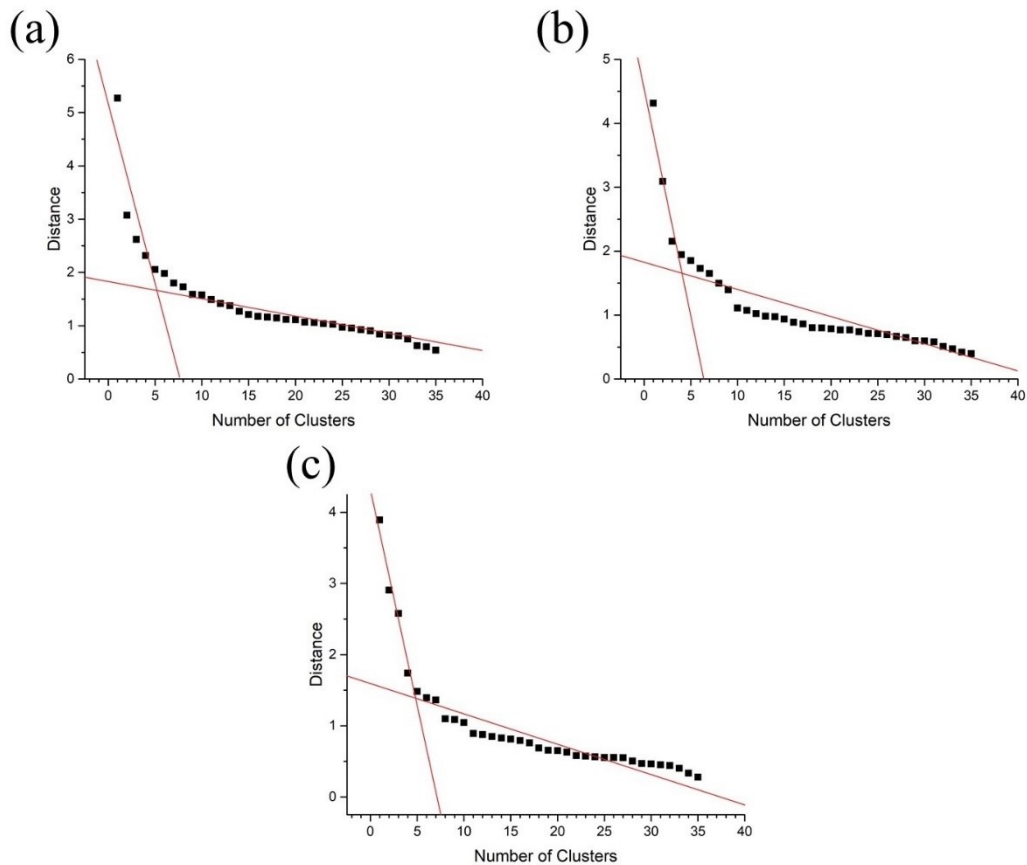


圖 39、簡易琴彈撥琴弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群分析圖；(a) 彈撥 1 弦，(b) 彈撥 4 弦，(c) 彈撥 7 弦

Figure 39. Cluster analysis of the difference between plucking strings at 0 s and 1 s ; (a) 1st string , (b) 4th string , (c) 7th string



表 7、簡易琴彈撥 1 弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群表

Table 7. Cluster analysis results of Qdec-1-1~5

Qdec-1-1		Qdec-1-2		Qdec-1-3		Qdec-1-4		Qdec-1-5	
編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離
QcL-1	0.60	QbA-1	0.68	QaK-1	0.69	QcA-1	0.52	QaF-1	0.49
QcD-1	0.71	QbI-1	0.71	QaD-1	0.71	QcG-1	0.55	QaE-1	0.60
QbD-1	0.74	QbH-1	0.71	QaH-1	0.78	QcK-1	0.75	QaA-1	0.62
QbL-1	0.75	QbG-1	0.72	QaB-1	0.79	QcB-1	0.76	QbE-1	0.63
QcE-1	0.76			QaI-1	0.80	QcJ-1	0.77	QaJ-1	0.67
QbB-1	0.79			QaC-1	0.87	QcF-1	0.78	QbF-1	0.73
QaG-1	0.90			QbK-1	0.96	QcH-1	0.93	QbJ-1	0.95
QcI-1	1.03			QaL-1	0.99	QcC-1	0.93		
				QbC-1	1.00				

表 8、簡易琴彈撥 4 弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群表

Table 8. Cluster analysis results of Qdec-4-1~4

Qdec-4-1		Qdec-4-2		Qdec-4-3		Qdec-4-4	
編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離
QcJ-4	0.31	QaA-4	0.53	QaB-4	0.55	QaE-4	0.44
QcC-4	0.32	QbK-4	0.54	QaH-4	0.60	QcE-4	0.47
QcG-4	0.35	QaL-4	0.60	QaK-4	0.64	QbL-4	0.53
QcA-4	0.46	QbJ-4	0.61	QaD-4	0.72	QcD-4	0.55
QcB-4	0.53	QaJ-4	0.65	QaF-4	0.73	QbF-4	0.57
QcK-4	0.53	QbI-4	0.66	QaC-4	0.80	QbA-4	0.57
QcF-4	0.54	QaI-4	0.72			QbC-4	0.58
QcH-4	0.58	QbD-4	0.81			QcL-4	0.60
		QaG-4	0.88			QbB-4	0.60
		QbH-4	0.89			QbE-4	0.69
		QcI-4	1.02			QbG-4	0.81



表 9、簡易琴彈撥 7 弦 0 s 與 1 s 峰值差之集群表

Table 9. Cluster analysis results of Qdec-7-1~4

Qdec-7-1		Qdec-7-2		Qdec-7-3		Qdec-7-4		Qdec-7-5	
編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離	編號	中點 距離
QaE-7	0.34	QaJ-7	0.47	QcG-7	0.32	QbK-7	0.50	QbE-7	0.32
QaL-7	0.37	QbJ-7	0.47	QcB-7	0.33	QbH-7	0.51	QbD-7	0.41
QbB-7	0.40	QaA-7	0.49	QcH-7	0.33	QaI-7	0.60	QcL-7	0.45
QaG-7	0.40	QaH-7	0.50	QcA-7	0.33			QbL-7	0.45
QbG-7	0.42	QaB-7	0.50	QcJ-7	0.39			QcE-7	0.49
QbC-7	0.56	QaD-7	0.52	QcD-7	0.41			QcK-7	0.59
		QaC-7	0.59	QbF-7	0.43			QaF-7	0.59
				QbA-7	0.43			QaK-7	0.66
				QcC-7	0.46			QbI-7	0.69
				QcF-7	0.54				
				QcI-7	0.83				

圖 40 為 Qdec-1-1~5 前 30 分音 0 s 與 1 s 的峰值差，根據變異數分析的結果，第 2、7、9-13、15-20、27、28 分音具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$)。Qdec-1-5 在第 2、7 分音具有較高的峰值差，表示 1 s 時第二分音衰減許多，其中 Qdec-1-5 包含了 QaE-1、QaF-1、QbE-1、QbF-1，推論 E、F 背板所製作成的簡易琴在第二分音的衰減較為劇烈；Qdec-1-4 在第 9-13 分音、第 18、19 分音具有較高的峰值差，其中 Qdec-1-4 的成員皆是由 c 面板製作而成的簡易琴，因此可能 c 面板在此頻率範圍的特徵峰衰減較明顯，而 Qdec-1-1 亦是包含較多以 c 面板製作而成的簡易琴，在第 11、13、16 分音也有同樣的現象；Qdec-1-3 則在第 7、17 分音具有較高的峰值差，此集群主要由 a 面板組成，推論為 a 面板產生的現象；Qdec-1-2 則在所有集群裡具有最小的峰值差，且大多低於平均值，表示此集群的聲音衰減現象較不明顯，延續性較佳，推論為 b 面板產生的現象。

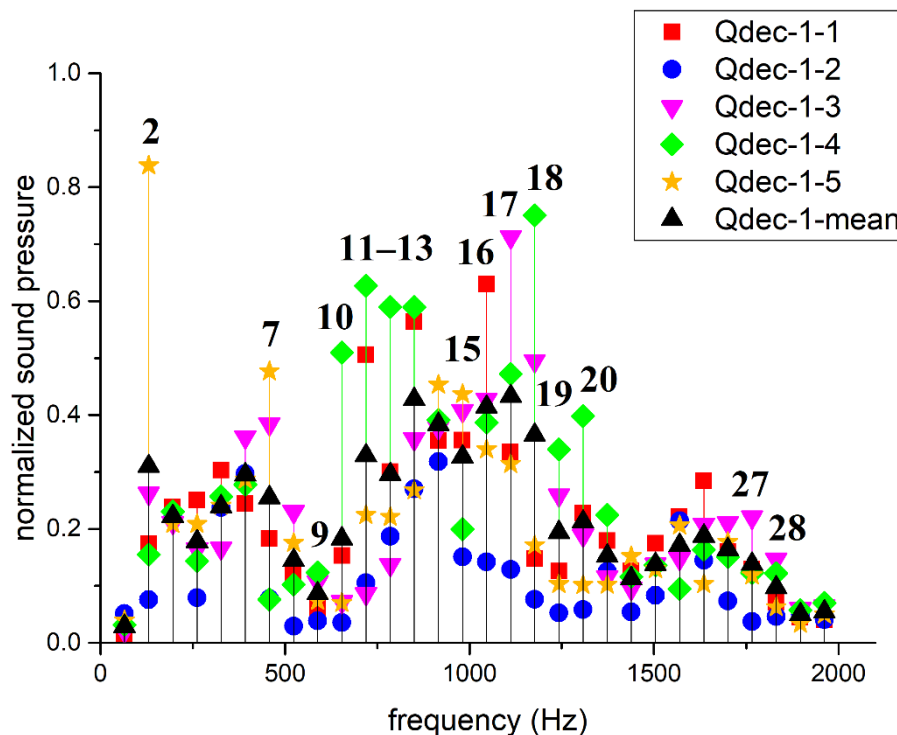


圖 40、Qdec-1-1~5 前 30 分音 0 s 與 1 s 的峰值差

Figure 40. The 1st-30th peak values of Qdec-1-1~5 and Qdec-1-mean

圖 41 為 Qdec-4-1~4 前 20 分音 0 s 與 1 s 的峰值差，根據變異數分析的結果，第 3、5-7、9、12-19 分音具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$)。Qdec-4-1 在第 9、12 分音具有非常高的峰值差，其中 Qdec-4-1 所包含的簡易琴皆是由 c 面板製作而成，因此推論此現象主要是 c 面板產生的影響；Qdec-4-2 在第 13、14、16 分音具有較大的峰值差，其中 I 背板製作成的簡易琴皆在此集群；Qdec-4-3 在第 5-7、15-19 分音具有明顯的峰值差，由於 Qdec-4-3 包含的簡易琴皆是以 a 面板製作而成，因此推論其為 a 面板所造成的現象；Qdec-4-4 則在第 6、7 分音具有較高的峰值差，以 E 背板製作成的簡易琴皆屬於此集群。

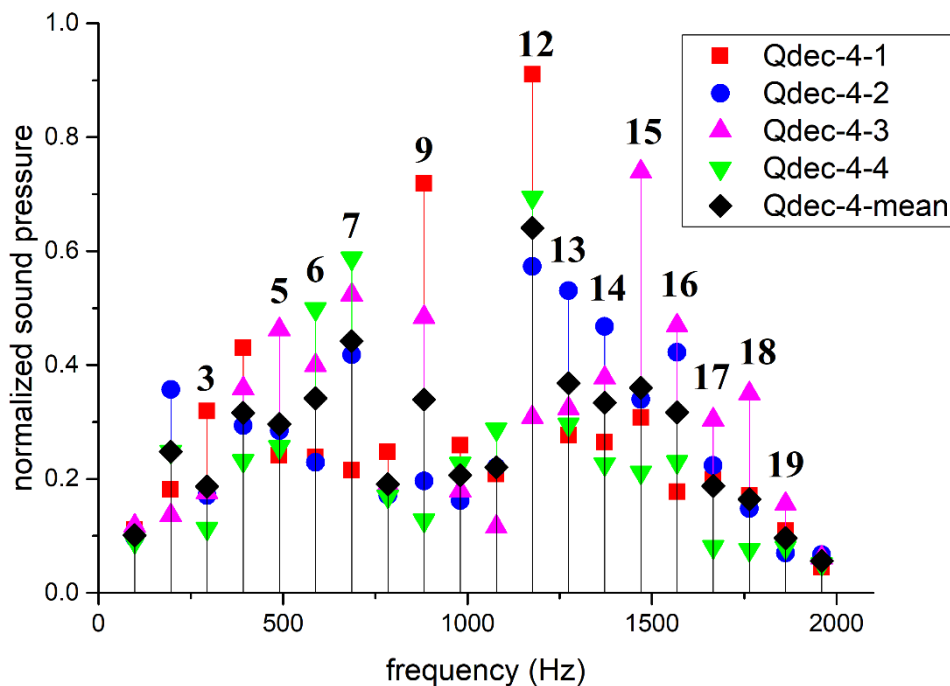


圖 41、Qdec-4-1~4 前 20 分音 0 s 與 1 s 的峰值差

Figure 41. The 1st-20th peak values of Qdec-4-1~4 and Qdec-4-mean

圖 42 為 Qdec-7-1~5 前 13 分音 0 s 與 1 s 的峰值差，根據變異數分析的結果，第 3–8、11–13 分音具有顯著差異 ($p\text{-value} < 0.05$)。Qdec-7-1 在第 6 分音具有明顯的峰值差；Qdec-7-2 在第 3、8 分音具有較高的峰值差，其所包含的簡易琴大都由 a 面板製作而成，推論此為 a 面板所造成的現象；Qdec-7-3 在第 4 分音具有較高的峰值差，推論為 c 面板造成的影響；Qdec-7-4 在第 11–13 分音具有明顯的峰值差，包含的簡易琴為 QaI-7、QbK-7、QbH-7，皆具有較高密度的背板；Qdec-7-5 在第 5、7 分音具有較高的峰值差。

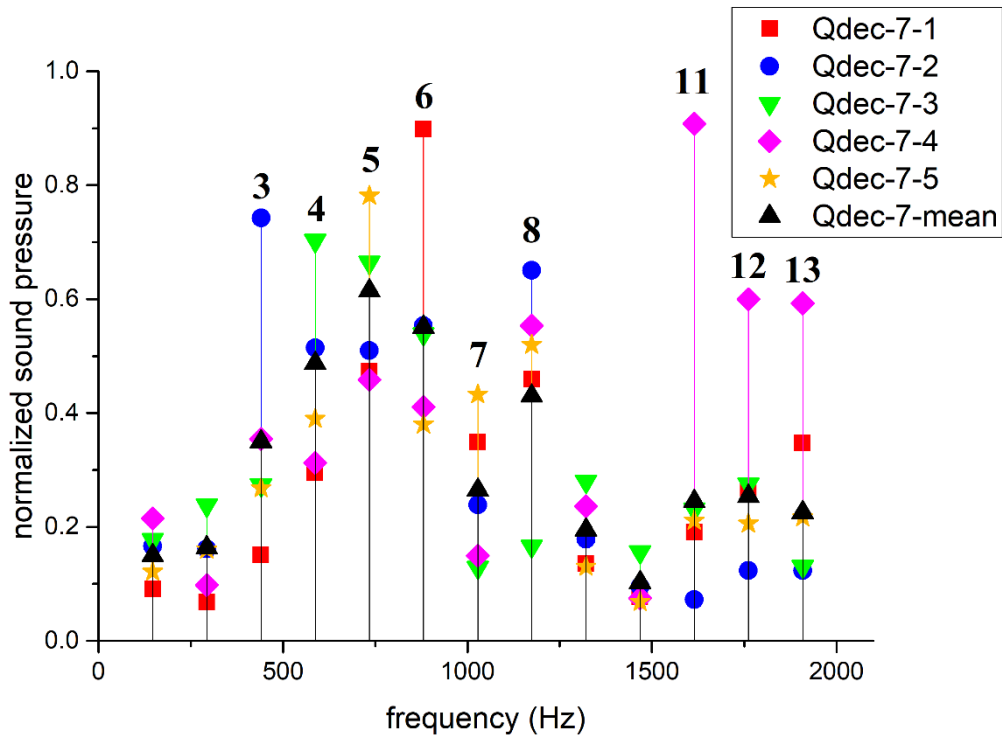


圖 42、Qdec-7-1~5 前 13 分音 0 s 與 1 s 的峰值差

Figure 42. The 1st–13th peak values of Qdec-7-1~5 and Qdec-7-mean



三、梓木木材性質對於簡易琴聲音特徵之影響

利用相關係數 (r) 可以反應梓木背板 A~L 對於簡易琴彈撥 1 弦、4 弦、7 弦時各個分音峰值相互關係的密切程度，本段落主要探討各個性質與峰值的相關程度，分別以「中度相關」表示 $0.4 < |r| < 0.7$ ，「高度相關」表示 $|r| > 0.7$ 。

(一) 密度

表 10 為密度對簡易琴彈撥 1 弦的各個分音峰值以及 0 s 與 1 s 的峰值差 (以 Qdec 表示) 所計算而得的相關係數。由結果可以發現密度與 Qa-1 在第 7、9、12、16、19、20、28 分音呈現中度負相關，第 23 分音呈現中度正相關，而峰值差與峰值具有相似的結果，表示對於 Qa-1 而言，背板密度越大，這些分音峰值越小；Qb-1 在低頻率的第 9、11、13 分音峰值呈現中度負相關，在較高頻率的第 20、21、24、30 分音峰值呈現正相關，表示對於其背板密度越高，振動能量會集中至高頻率的區域。

表 10、密度對簡易琴彈撥 1 弦之影響

Table 10. Effect of density on the sound of plucking 1st string

Qa-1		Qb-1				Qc-1					
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
7	-0.53	7	-0.45	9	-0.51	5	0.43	18	-0.51	11	-0.58
9	-0.56	9	-0.63	11	-0.48	12	0.64	20	-0.43		
12	0.47	12	0.55	13	-0.49	14	0.44	22	-0.47		
16	-0.52	16	-0.45	20	0.72	20	0.69	29	-0.49		
19	-0.48	19	-0.58	21	0.52	21	0.87				
20	-0.48	20	-0.45	24	0.59	24	0.67				
23	0.50	23	0.53	30	0.41						
28	-0.40	24	0.49								

表 11 為密度對簡易琴彈撥 4 弦的各個分音峰值以及 0 s 與 1 s 的峰值差所計算而得的相關係數。由結果可以發現密度與 Qa-4 在第 6、7、19 分音呈現中度負相關，而峰值差與峰值具有相似的結果；Qb-1 在低頻率的第 10、12 分音峰值呈現中度負相關，在較高頻率的第 13、14、18 分音峰值呈現正相關，表示對於其背板密度越高，振動能量會集中至高頻率的區域，與彈撥 1 弦有相似的結果；Qc-4 在第 10、13、19 分音為中度正相關。

表 11、密度對簡易琴彈撥 4 弦之影響

Table 11. Effect of density on the sound of plucking 4th string

Qa-4		Qb-4				Qc-4					
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
6	-0.73	6	-0.61	10	-0.41	9	0.48	10	0.55	9	-0.41
7	-0.48	19	-0.46	12	-0.42	10	-0.45	13	0.55	10	0.53
19	-0.40			13	0.50	13	0.53	19	0.65	13	0.63
				14	0.71	14	0.63			19	0.46
				18	0.54	18	0.55				

表 12 為密度對簡易琴彈撥 7 弦的各個分音峰值以及 0 s 與 1 s 間的峰值差所計算而得的相關係數。由結果可以發現密度與 Qa-7 在第 3 分音呈現中度負相關，第 11 分音呈現中度正相關；Qb-1 在第 3、9 分音峰值呈現中度正相關；Qc-4 在第 1、4 分音為中度負相關，在第 3、8、12 分音為中度正相關。

綜合密度彈撥 1、4、7 弦的結果，發現密度主要影響 Qa-1、Qb-1、Qb-4、Qc-7 的峰值大小；而同一分音峰值與 Qdec 的相關係數大致吻合，表示其峰值越大時，能量衰減程度也越大。

表 12、密度對簡易琴彈撥 7 弦之影響

Table 12. Effect of density on the sound of plucking 7th string

Qa-7		Qb-7				Qc-7					
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
3	-0.57	3	-0.45	3	0.41	1	0.50	1	-0.47	1	-0.58
11	0.40			9	0.49	3	0.51	3	0.56	12	0.47
						6	-0.40	4	-0.41		
						9	0.52	8	0.44		
						11	0.43	12	0.50		



(二) 聲波速度與木材異方性

表 13 為縱向聲波速度對簡易琴彈撥 1 弦的各個分音峰值以及 0 s 與 1 s 的峰值差 (Qdec) 所計算而得的相關係數。由結果可以發現縱向聲波速度與 Qa-1 在第 7、8、9、20、21、27 分音呈現中度負相關，第 16 分音呈現高度負相關；Qb-1 在第 12、21、24 分音峰值呈現中度正相關；Qc-4 在第 27 分音為中度正相關。

表 14 為橫向聲波速度對簡易琴彈撥 1 弦的各個分音峰值以及 0 s 與 1 s 間的峰值差所計算而得的相關係數。由結果可以發現橫向聲波速度與 Qa-1 在第 8、9、17、18、20、21、27、30 分音呈現中度或高度正相關，第 11、13、24 分音呈現中度負相關；Qb-1 在第 8、16、17、18 分音峰值呈現中度正相關；Qc-4 在第 5、17、21、22、27 分音為中度正相關。

由縱向與橫向聲波速度對於 Qa-1 的第 8、9、20、21、27 分音與 Qb-1 的第 18 分音以及 Qc-1 的第 27 分音的相關係數結果可以發現，縱向聲波速度與橫向聲波速度的關係正好相反，也就是說對於 Qa-1 與 Qb-1 的這些分音而言，縱向速度越小、橫向速度越大（異方性較不明顯）反而可以產生較高的峰值，而 Qc-1 的第 27 分音則在異方性較明顯時有較高的峰值。

表 13、縱向聲波速度對簡易琴彈撥 1 弦之影響

Table 13. Effect of longitudinal sound speed on the sound of plucking 1st string

Qa-1				Qb-1				Qc-1			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
7	-0.57	4	-0.42	12	0.44	7	0.46	27	0.57	11	-0.77
8	-0.56	8	-0.50	18	-0.48	10	0.56			14	0.54
9	-0.42	12	0.43	21	0.41	12	0.54			21	0.48
16	-0.72	13	0.40	24	0.41	18	-0.46			23	0.59
20	-0.56	16	-0.67							27	0.44
21	-0.40	20	-0.49								
27	-0.52	23	0.51								
		24	0.52								

表 14、橫向聲波速度對簡易琴彈撥 1 弦之影響

Table 14. Effect of transverse sound speed on the sound of plucking 1st string

Qa-1				Qb-1				Qc-1			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
8	0.57	1	0.52	8	0.67	8	0.64	5	-0.42	5	-0.49
9	0.48	8	0.67	16	0.49	9	0.65	17	-0.44	11	0.47
11	-0.41	9	0.42	17	0.58	16	0.67	21	-0.56	18	0.43
13	-0.51	10	0.58	18	0.68	17	0.59	22	-0.44	21	-0.53
17	0.51	13	-0.46			18	0.69	27	-0.56	22	-0.66
18	0.43	17	0.57			20	0.43				
20	0.74	18	0.42			30	0.55				
21	0.58	20	0.77								
24	-0.57	21	0.61								
27	0.49	23	-0.40								
30	0.62	28	0.45								
		30	0.58								

表 15、表 16 分別為縱向聲波速度與橫向聲波速度對簡易琴彈撥 4 弦的影響。由結果可以發現聲波速度主要與 Qa-4 各個分音峰值相關性較為密切；而比較縱向速度與橫向速度的結果，發現 Qa-4 在第 7、9、17、18、19 分音的峰值與縱向聲波速度為負相關、與橫向聲波速度為正相關，表示背板木材異方性較小時，這些分音的峰值會較高，與彈撥 1 弦的結果相吻合。

表 15、縱向聲波速度對簡易琴彈撥 4 弦之影響

Table 15. Effect of longitudinal sound speed on the sound of plucking 4th string

Qa-4		Qb-4				Qc-4					
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
5	0.43	5	0.47	4	0.54	4	0.54	13	0.43	2	0.65
6	-0.66	6	-0.60	11	-0.55	11	-0.65	15	0.48	12	-0.41
7	-0.49	7	-0.58	12	-0.83	12	-0.86			15	0.60
9	-0.50	9	-0.42								
17	-0.58	17	-0.58								
18	-0.53	18	-0.47								
19	-0.51	19	-0.48								

表 16、橫向聲波速度對簡易琴彈撥 4 弦之影響

Table 16. Effect of transverse sound speed on the sound of plucking 4th string

Qa-4				Qb-4				Qc-4			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
7	0.50	9	0.54	N/A	N/A	8	-0.41	11	-0.47	1	-0.60
8	0.45	10	0.49			12	0.44	18	-0.57	10	0.49
9	0.47	17	0.60			18	-0.41	20	-0.70	12	0.45
10	0.68	18	0.65							20	-0.56
17	0.62	19	0.42								
18	0.67										
19	0.51										
20	-0.54										

N/A：所有分音的 $|r| < 0.4$

表 17、表 18 分別為縱向聲波速度與橫向聲波速度對簡易琴彈撥 7 弦的影響。比較縱向速度與橫向速度的結果，發現 Qa-7 的第 3、11 分音與 Qb-7 的第 5 分音以及 Qc-7 的第 2、10 分音對於縱向與橫向聲波速度的相關係數正好相反，當背板木材異方性較小時，Qa-7 第 3 分音的峰值會較高，而異方性較大時，Qa-7 的第 11 分音與 Qb-7 的第 5 分音以及 Qc-7 的第 2、10 分音峰值也會較大。

表 17、縱向聲波速度對簡易琴彈撥 7 弦之影響

Table 17. Effect of longitudinal sound speed on the sound of plucking 7th string

Qa-7				Qb-7				Qc-7			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
3	-0.44	6	-0.47	5	0.63	3	0.43	1	-0.50	2	0.58
4	-0.43	11	0.52	9	0.41	9	0.54	2	0.54	3	0.69
11	0.54							3	0.62	10	0.52
								10	0.56		

表 18、橫向聲波速度對簡易琴彈撥 7 弦之影響

Table 18. Effect of transverse sound speed on the sound of plucking 7th string

Qa-7				Qb-7				Qc-7			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
3	0.62	3	0.61	1	-0.59	1	-0.48	2	-0.47	2	-0.53
5	0.47	11	-0.55	5	-0.78	5	-0.53	7	-0.41	9	-0.41
11	-0.44			7	-0.51			10	-0.60	10	-0.61
										12	-0.47

利用縱向動彈性模數與橫向動彈性模數的比值表示木材的異方性，並計算相關係數，如表 19、表 20、表 21。由結果發現背板異方性較低時，在 400.0 – 600.0 Hz 以及 1000.0 – 1300.0 Hz 可以產生較高的峰值，300.0 – 400.0 Hz 以及 1400.0 – 1600.0 Hz 的峰值則較低。

表 19、木材異方性對簡易琴彈撥 1 弦之影響

Table 19. Effect of anisotropy on the sound of plucking 1st string

Qa-1				Qb-1				Qc-1			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
7	-0.47	1	-0.50	8	-0.48	7	0.41	21	0.49	5	0.57
8	-0.57	8	-0.57	18	-0.55	10	0.42	27	0.65	11	-0.76
9	-0.48	9	-0.41	21	0.42	18	-0.54			14	0.51
13	0.48	10	-0.54			30	-0.42			21	0.64
16	-0.65	13	0.53							22	0.62
17	-0.48	16	-0.61							23	0.41
18	-0.45	20	-0.63								
20	-0.66	23	0.58								
21	-0.50	24	0.55								
24	0.53										
27	-0.53										



表 20、木材異方性對簡易琴彈撥 4 弦之影響

Table 20. Effect of anisotropy on the sound of plucking 4th string

Qa-4				Qb-4				Qc-4			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
6	-0.57	6	-0.47	4	0.50	4	0.51	15	0.50	1	0.46
7	-0.60	7	-0.60	12	-0.67	11	-0.45	18	0.56	2	0.68
9	-0.56	9	-0.52			12	-0.81	20	0.48	10	-0.47
17	-0.65	10	-0.48							12	-0.58
18	-0.63	17	-0.65								
19	-0.61	18	-0.57								
		19	-0.53								

表 21、木材異方性對簡易琴彈撥 7 弦之影響

Table 21. Effect of anisotropy on the sound of plucking 7th string

Qa-7				Qb-7				Qc-7			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
3	-0.55	3	-0.52	5	0.74	5	0.42	2	0.66	2	0.72
11	0.66	6	-0.47			9	0.51	3	0.41	3	0.60
		11	0.72					10	0.73	5	-0.41
										9	0.51
										10	0.73
										12	0.50



(三) 音波抵抗與穿透率

音波抵抗反映聲波於不同介質交界處傳遞的狀況，因此本部分主要討論 b 面板與 A~L 背板所組合而成的簡易琴之聲音特徵。利用式 (41) 計算面板與背板之間的穿透率，木材縱向穿透率為 0.90 ± 0.04 、木材橫向穿透率為 0.90 ± 0.03 ，由於兩者非常相近，因此以縱向結果進行下列討論。

比較穿透率與 Qb 彈撥 1 弦、4 弦、7 弦的分音峰值與 0s 與 1s 的峰值差(Qdec) 的相關係數 (表 22)。發現彈撥 1 弦時，第 18 分音 (1177.2 Hz) 為正相關，更高頻率的第 20 分音 (1308.0 Hz)、第 21 分音 (1373.0 Hz)、第 24 分音 (1569.6 Hz) 與穿透率呈現負相關；彈撥 4 弦時，第 10 分音 (980.0 Hz)、第 12 分音 (1176 Hz) 為正相關，而較高頻率的第 13 分音 (1274 Hz)、第 14 分音 (1372 Hz)、第 18 分音 (1764 Hz) 為負相關；彈撥 7 弦時，第 3 分音 (440.4 Hz)、第 5 分音 (734.0 Hz)、第 9 分音 (1321.2 Hz) 為負相關。綜合 3 者的結果可以推論，穿透率越大時，在 1175.0 Hz 左右的特徵峰峰值越高，在 1300–1400 Hz 左右的特徵峰峰值則較低。

表 22、Qb 面板與背板間穿透率對簡易琴聲音之影響

Table 22. Effect of transmission ratio on the sound of plucking strings

Qb-1		Qb-4				Qb-7					
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
18	0.43	5	-0.42	10	0.45	4	-0.41	3	-0.43	3	-0.55
20	-0.68	7	-0.49	12	0.67	10	0.47	5	-0.49	6	0.46
21	-0.54	10	-0.50	13	-0.51	12	0.59	9	-0.52	9	-0.59
24	-0.59	12	-0.69	14	-0.63	13	-0.52			11	-0.42
		20	-0.62	18	-0.48	14	-0.53				
		21	-0.77			18	-0.49				
		24	-0.61								



(四) 聲音輻射率以及損失係數

聲音輻射率與損失係數的比值 (R/η) 可以反映材料發出聲響的能力，當其比值越大時，可以發出較響亮的聲響 (Gunji *et al.*, 2012)。 R/η 對簡易琴彈撥 1 弦、4 弦、7 弦的分音峰值與 0 s 與 1 s 峰值差 (Qdec) 的相關係數如表 23、表 24、表 25。

由結果可以發現，Qa-1 的第 4 分音 (261.6 Hz) 與 Qc-1 的第 4 分音皆為負相關；Qb-1 的第 9 分音 (588.6 Hz) 與 Qb-4 的第 6 分音 (588.0 Hz) 為正相關；Qa-1 的第 18 分音 (1177.2 Hz) 與 Qb-4 的第 12 分音 (1176.0 Hz) 皆為負相關，然而對於 Qa-7 的第 8 分音 (1174.4 Hz) 則為正相關，其中此頻率 (1174.5~1177.2 Hz) 接近 588.0 Hz 的 2 倍。由結果推論當 R/η 越大時，彈撥 1 弦的第 4、18 分音以及彈撥 4 弦的第 12 分音峰值會較小，而彈撥 1 弦的第 9 分音與彈撥 4 弦的第 6 分音峰值較大；也就是說彈撥 1 弦與 4 弦時，背板 R/η 較大的簡易琴在 588.0 Hz 左右具有較高的分音峰值，而背板 R/η 較小的簡易琴則在較高頻率的 1176.0 Hz 具有較高的峰音峰值。

表 23、聲音輻射率與損失係數比值對彈撥 1 弦聲音之影響

Table 23. Effect of R/η on plucking 1st string

Qa-1				Qb-1				Qc-1			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
4	-0.42	N/A	N/A	2	-0.47	2	-0.44	4	-0.51	14	0.64
18	-0.49			9	0.48			9	0.45	16	-0.42
25	-0.51			10	0.43			15	-0.48	21	0.62
				11	0.67			27	0.48	22	0.55
				13	0.47					23	0.52
				29	0.44						

N/A : 30 個分音的 $|r| < 0.4$



表 24、聲音輻射率與損失係數比值對彈撥 4 弦聲音之影響

Table 24. Effect of R/η on plucking 4th string

Qa-4				Qb-4				Qc-4			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
16	0.55	16	0.49	6	0.56	6	0.48	17	-0.55	10	-0.67
				11	-0.63	7	0.47	19	-0.48		
				12	-0.50	9	-0.43				
				14	-0.43	11	-0.63				
						12	-0.62				
						14	-0.46				

表 25、聲音輻射率與損失係數比值對彈撥 7 弦聲音之影響

Table 25. Effect of R/η on plucking 7th string

Qa-7				Qb-7				Qc-7			
峰值		Qdec		峰值		Qdec		峰值		Qdec	
分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r	分音	r
6	-0.46	6	-0.55	7	-0.54	7	-0.53	7	-0.42	3	0.41
8	0.40							12	-0.49		



伍、結論


梓木為古琴傳統材料。由試驗結果得知，梓木試材的平均密度為 0.54 ± 0.05 g/cm³，平均含水率為 $9.21 \pm 1.49\%$ ，平均抗彎彈性模數為 9.92 ± 2.28 GPa，平均抗彎強度為 86.11 ± 20.86 MPa，由於本批試材保存時間較久，且皆來自同一批木材，並且是經過斲琴師挑選的樂器用材，因此材料性質變異不大。

透過板振動法進行非破壞性檢測，得知梓木平板的縱向動彈性模數為 10.67 ± 2.17 GPa，橫向動彈性模數為 0.79 ± 0.12 GPa，剪斷模數為 0.77 ± 0.11 GPa，其中梓木平板的縱向動彈性模數與剪斷模數與密度呈現高度正相關。

音響指標是評估材料是否適合作為樂器用材的重要性質，梓木平板的縱向聲波速度為 4.43 ± 0.30 $10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，橫向聲波速度為 1.21 ± 0.07 $10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，縱向音波抵抗為 2.39 ± 0.35 $10^6 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ，縱向聲音輻射率為 8.26 ± 0.81 $\text{m}^4 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ ，損失係數為 $1.77 \pm 0.12\%$ 。由結果得知密度較大的梓木平板可以更有效地傳遞振動能量至材料內的每一處，但不容易轉換能量為聲波放射至空氣中，因此聲波容易在密度大的梓木平板內停留較久，波形受到影響的程度較大。

利用頻譜分析結果得知，簡易琴的振動能量主要集中在 1200.0 Hz 以下，其中彈撥 1 弦與彈波 4 弦的峰值分佈呈現 M 字形，彈波 7 弦則呈現山峰狀。

對於彈波 1 弦而言，以 c 面板製作成的簡易琴 (Qc) 聲音最不悅耳，b 面板製作成的簡易琴 (Qb) 頻率響應範圍較 a 面板 (Qa) 低；在彈撥 4 弦方面，Qc 的頻譜分佈較為凌亂，Qb 和 Qa 則較為相似，其中 Qb 的頻率響應範圍較 Qa 低；彈撥 7 弦時，Qa、Qb、Qc 的差異較小，然而 Qa 和 Qb 更為相近，在高頻率範圍有突出的特徵峰，Qc 則出現在低頻率的範圍。



透過簡易琴發聲瞬間與 1 s 後的峰值差可以探討振動能量隨時間的變化，由結果得知，彈撥 1 弦時，Qb 的峰值下降最少，使聲音有較長時間的延續；在彈撥 4 弦方面，縱向動彈性模數較大的 I 背板製作成的簡易琴在較高頻率區域有明顯的峰值下降，縱向動彈性模數較小的 E 背板的則是在低頻率的區域；而彈撥 7 弦時，背板密度較高的 QaI、QbK、QbH 在高頻率區域產生明顯的峰值差。

比較梓木木材性質與聲音特徵的結果，發現密度主要影響 Qa 彈撥 1 弦的峰值、Qb 彈撥 1 弦與 4 弦的峰值以及 Qc 彈撥 7 弦的峰值；若簡易琴的背板異方性較低時，在 400.0 - 600.0 Hz 以及 1000.0 - 1300.0 Hz 可以產生較高的峰值，300.0 - 400.0 Hz 以及 1400.0 - 1600.0 Hz 的峰值則較低。

由泡桐面板與梓木背板之間的穿透率結果發現，當穿透率越大時，1175.0 Hz 左右的特徵峰峰值較高，1300.0-1400.0 Hz 之間的峰值則較低。透過聲音輻射率與損失係數的比值 (R/η) 可以發現，當背板的 R/η 較高時，在 500.0 - 850.0 Hz 可以產生較高的峰值，100.0 - 300.0 Hz、850 - 1400 Hz 的峰值則較低。


參考文獻



- 于洋、許震宇 (2016) 古琴共鳴體的聲固耦合模態分析。振動與衝擊 35(16)：226-230。
- 王松永 (2018) 木材物理學 (增訂版)：物理性質篇。新學林出版股份有限公司 472 頁。
- 安藤由典 (1989) 樂器的音響學。國立編譯館 192 頁。
- 吳釗 (2006) 絕世清音。古吳軒出版社 168 頁。
- 卓志隆、葉小雲 (2006) 低分子量甲醛樹脂處理雲杉平板振動性質之影響。林產工業 25(1)：21-28。
- 卓志隆、葉小雲、吳四印 (2008) 含水率對馬林巴木琴琴鍵振動特性之影響。林產工業 27(1)：1-11。
- 林西莉 (2009) 林西莉古琴的故事。貓頭鷹出版社 256 頁。
- 林宗翰、羅盛峰、卓志隆 (2017) 四種闊葉樹木材作為木琴琴鍵之音響性質評估。林產工業 36(2)：69-78。
- 周琬瑜、羅盛峰、卓志隆 (2016) 高溫處理對阿拉斯加雲杉之平板振動性質之影響。林產工業 35(4)：193-202。
- 黃彥三、陳欣欣 (1997) 木理傾斜角與含水率對樂器用材音響性質之影響。台灣林業科學 12(3)：355-361。
- 陳璇 (2011) 古琴共鳴體聲學振動特性的研究和分析。長春理工大學機電工程學院碩士論文。
- 楊帆 (2015) 古琴振動體與共鳴體聲學特性研究。中央音樂學院出版社 204 頁。
- 鄭德淵 (1981) 音樂音響學 (上冊)。樂韻出版社 181 頁。
- 趙美霞、康柳、儲德森、母軍 (2016) 超聲/高溫熱處理對古琴面板聲學性能的影響。木材加工機械 27(4)：45-50。

戴桓青 (2017) 為何五百年才有正音：從義大利名琴研究看古琴典籍中的木材化學知識。「古琴、音樂美學與人文精神」跨領域、跨文化。朝陽科技大學通識教育中心。日月潭教師會館，106 年 10 月 15 日。

- Benade, A.H. (1990) *Fundamentals of Musical Acoustics*. Dover Publications. 596pp.
- Bos, F., S. B. Casagrande (2003) On-line non-destructive evaluation and control of wood-based panels by vibration analysis. *Journal of Sound and Vibration* 268(2): 403-412.
- Bucur, V. (2006) *Acoustics of Wood*. Springer. 393pp.
- Day, C. (2016) Sounding out the qun. *Physics Today* 69(6): 22.
- Guan, C., L. Zhou, H. Zhang and K. Li (2014) Vibration modal analysis of the full-sized medium density fiberboard. *Applied Mechanics and Materials* 620: 268-273.
- Guan, C., H. Zhang, X. Wang, H. Miao, L. Zhou and F. Liu (2017) Experimental and theoretical modal analysis of full-sized wood composite panels supported on four nodes. *Materials* 10(6): 683-697.
- Gunji, T., E. Obataya and K. Aoyama (2012) Vibrational properties of harp soundboard with respect to its multi-layered structure. *Journal of Wood Science* 58(4): 322-326.
- Hearmon, R. F. S. (1961) *An introduction to applied anisotropic elasticity*. Oxford University. 136 pp.
- Holz, D. (1984) On some relation between anatomic properties and acoustical qualities of resonance wood. *Holztechnologie* 25(1): 31-36.
- Hurlebaus, S. (1999) Nondestructive evaluation of composite laminates. *NDT.net* 4(3).
- Larsson, D. (1997) Using modal analysis for estimation of anisotropic material constants. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE* 123(3): 222-229.
- Nakao, T., T. Okano and I. Asano (1985) Vibration properties of wooden plate. *Mokuzai Gakkaishi* 31(10): 793-800.
- Noguchi, T., E. Obataya and K. Ando (2012) Effects of aging on the vibrational properties

- 
- of woods. *Journal of Cultural Heritage* 13(3): S21-S25.
- Obataya, E., N. Zeniya and K. Endo-Ujii (2020) Effects of seasoning on the vibrational properties of wood for soundboards of string instruments. *The Journal of the Acoustical Society of America* 147: 998-1005.
- Penttinen, H., J. Pakarinen, V. Välimäki, M. Laurson, H. Li and M. Lemman (2006) Model-based sound synthesis of the guain. *The Journal of the Acoustical Society of America* 120: 4052-4063.
- Schelleng, J. C. (1963) The violin as a circuit. *The Journal of the Acoustical Society of America* 35: 326-338.
- Waltham, C., Y. Lan and E. Koster (2016) An acoustical study of the qin. *The Journal of the Acoustical Society of America* 139(4): 1592-1600.
- Wang, B.-T., S.-W. Liang and Y.-H. Wu (2018) Development of customized sound measurement program and application to product noise evaluation. 25th International Congress on Sound and Vibration 2018. International Institute of Acoustics and Vibration. Hiroshima, 8-12 July 2018.
- Wegst, U. G. K. (2008) Bamboo and wood in musical instruments. *Annual Review of Materials Research* 38: 323-349.
- Yoshikawa, Shigeru (2007) Acoustical classification of woods for string instrument. *The Journal of the Acoustical Society of America* 122(1): 568-573.
- Zhou, J., Y. H. Chui, M. Gong and L. Hu (2016) Simultaneous measurement of elastic constants of full-size engineered wood-based panels by modal testing. *Holzforschung* 70(7): 673-682.