

國立臺灣大學生物資源暨農學院生物產業機電工程學系

碩士論文

Department of Bio-Industrial Mechatronics Engineering

College of Bioresources and Agriculture

National Taiwan University

Master Thesis

輪足混合式四連桿機器人之設計與分析

Design and Analysis of
a Wheel-Legged Hybrid Four-Bar Linkage Robot

謝易穎

Yi-Ying Hsieh

指導教授：周瑞仁 博士

Advisor: Jui-Jen Chou, Ph.D.

中華民國 107 年 8 月


August 2018



致謝

這個畢業遲到了一年。兩年前的今天，我正在拚了命地撰寫論文計劃書。還記得那個時候，我的碩士論文題目還沒完全成形(那時候還在研究救災機器人呢)，甚至不覺得我能夠順利畢業。我從沒想過自己能夠走到修改論文這一步，更能夠在原本早就已經一蹋糊塗的生活中寫下這篇致謝文(雖然正在寫這篇致謝文的時候還是不停地討論與修改碩士論文直到上傳的最後一刻，期刊論文也還未完成與投稿，還得履行給教授的保證書，未來日子似乎還有好長好長的一段路才能真的畢業，但仍是咬著牙撐到了這個階段)。念碩班的這段日子裡每天都過得很糟，研究生活食之無味，心臟的問題每日每夜都在折磨著我，每個晚上都失眠睡不好，睡著了之後又是無止盡的地獄噩夢，每天早上都不太想醒來，好希望自己可以永永遠遠地睡下去。但至少還有波霸奶茶微冰少糖和杰倫的音樂伴我度過每一日，讓我殘破不堪的靈魂得以非常短暫得到一絲絲救贖。如今碩士生涯終於走到了這個關頭，雖然這條漫長又崎嶇的道路還未走完，前方還有好多困境等著面對，仍有太多太多人要感謝。

首先謝謝周瑞仁教授讓我做有興趣的主題，也花了許多時間、精力與金錢在我的論文研究上。雖然老師對這個主題一點興趣和信心都沒有，但還是不斷地用最高標準檢視我，每次討論都像是全新的架構一樣，給予我最多建議與批評，並透過在同一個段落上不斷重覆地修改與討論，讓我的這篇論文相對起來比較有臉放進圖書館裡。謝謝實驗室的好夥伴們：謝謝朝麟大學長在各方面的幫忙、指導與鼓勵，在我做錯的時候罵我，在我最徬徨的時候點醒我，也在我最失意的時候為我加油打氣；謝謝實驗室的大學長姐們玫文、明宏、彥庭、哲男、銘彥、峻逸、政宏、布拉，在我剛進實驗室時對我的教導是我踏入研究生涯領域的墊腳石，謝謝你們像是教導嬰兒學習如何走路一樣地告訴我下一步應該怎麼做，你們都兩年畢業真的很猛，我努力試過了還是沒辦法，真的好難；謝謝從我成為碩一的第一年起就一起打拼的好戰友立翰、從煊、彥甫、哲誠、思好，你們給予了我最多的陪伴與扶持，也和我



一起成長茁壯，一起面對每一天艱難與未知的挑戰，很抱歉我晚餐常常沒有心情和你們一起去吃；謝謝總是能夠與我討論出新想法和新概念的秋旺、楷能、啟軒、連鑫、詩旭，你們的動力學知識是這篇論文最強力的後盾，你們的許多想法與建議也讓這份論文變得更加豐富、美觀與具有邏輯性，也總是能夠在我徬徨挫折時與我聊天吐苦水讓我重拾能量，以及在我最需要幫忙時伸出援手；謝謝總是可以陪我大笑舒緩壓力的喻政、冠霖、顯濤、宏陽，你們時常關心著我的論文進度，也會和我討論每次開會時台上的報告問題，讓我受益良多。更是謝謝實驗室的大家都能在我碩班口試的前一天聽我預報，給予我諸多投影片上的建議，也告訴我該如何表達會更加地清楚；以及口試當天前來幫忙我、聽我報告，替我跑腿、錄影、做筆記。也非常謝謝口試委員葉仲基老師及顏炳郎老師的肯定與建議，讓這份論文更加完善。

最後謝謝需要每天聽我抱怨與痛哭的愛人和朋友們(特別是皓宇，雖然我總是記不住你的生日)，沒有了你們也許我早就無法活著撐到這一天的到來；謝謝家人幫我多繳了一年學費，讓我在研究之餘沒有經濟上的壓力考量；謝謝美珍阿姨，在我想休學的時候鼓勵我、幫助我，還會關心我的論文進度，以及我一起討論論文；謝謝我的 Doctor，在我不想面對一切時帶我暫時逃離了這個宇宙。

儘管已經絞盡了腦汁來完成這份論文，但也許還有些不盡人意的地方。不論如何，這是一篇我用盡了自己的腦漿與鮮血，一筆一畫所刻下人生最後的篇章。

摘要



本研究主旨是在開發一輪足混合式機器人，做為移動機器人使用，目標是能夠代替人類進入各式各樣的應用場合當中，協助人類完成特定的任務。為了達成此一目的，機器人平台需能夠自由地運行於平坦地形、斜坡地形、階梯地形與不平坦地形等多樣地形中。機器人平台包含機體、四個輪部與兩個足部，其中機體與足部可構成一四連桿機構，使平台能夠翻越不平坦地形。根據這個設計理念，機器人平台不僅可以在平坦地形上使用輪式運動模式快速移動，也可以在不平坦地形上使用足式運動模式跨越。輪部位於機體底部，包含有兩顆主動輪與兩顆被動輪，用於在平坦的地形上移動，如平地地形或斜坡地形。足部位於機體的兩側，同一側包含有兩個連接桿與一個支撐桿，用於上下階梯或在不平坦的地形上移動。此研究最後更引入了零力矩點的概念以確保機器人平台於運行中能夠隨時保持穩定，以模擬證明機器人平台可以在臺灣行政院內政部營建署建築技術規則所規範的樓梯與斜坡規格，以及其他多元地形下穩定運行不傾倒。

關鍵詞: 輪足混合式機器人、移動機器人、越障機器人、階梯攀爬、零力矩點

Abstract



This research developed a wheel-legged hybrid robot as a mobile robot. The goal of the design is to make the robot substituted for human in various applied occasions and assist human in specific tasks. To reach this goal, the robot platform should be adapted to a variety of environment, such as flat ground, ramp, stairways, and rugged roads. The robot platform consists of a body with four wheels and two legs. The body and the legs form a four-bar linkage mechanism, which enables the robot platform to wander on uneven terrains. With this design idea, the robot platform can not only move swiftly on the even terrains with the wheels but also be adapted to the uneven terrains with the legs. The Body has two active wheels on the front and two passive wheels on the rear, which is used for moving on the even terrains, such as the flat grounds and the ramps. The two legs are set on the two sides of the body. Each side of the leg includes two linkages and one supporting rods, which is used for climbing the stairs and moving on the uneven terrains. The study also introduced the concept of Zero-Moment Point (ZMP) to ensure that the robot platform can keep stable while moving. The simulations is conducted to prove that the robot can climb the stairs and ramps in buildings, which regulated by Taiwanese building regulations, without overturning.

Keywords: Wheel-Legged Hybrid Robot, Mobile Robot, Multi-Terrain Robot, Stair Climbing, Zero-Moment Point (ZMP)

目錄



致謝	i
摘要	iii
Abstract.....	iv
目錄	v
圖目錄	vii
表目錄	x
符號表	xi
第 1 章 前言	1
第 2 章 文獻回顧	2
2.1 輪足混合式機器人	2
2.1.1 輪部安裝於足部的尾端	2
2.1.2 足部安裝於輪部的尾端	4
2.1.3 輪部與足部藉由轉換機構切換	5
2.1.4 輪部與足部分別獨立安裝	6
2.2 零力矩點的發展	7
第 3 章 材料與方法	9
3.1 機器人平台	10
3.1.1 機體	11
3.1.2 足部	12
3.1.3 輪部	15
3.2 足式運動模式	17
3.2.1 多元地形爬行週期	17
3.2.2 足部設計	21



3.2.3	足部馬達扭力分析	29
3.2.4	足部支撐桿之靜摩擦力分析	36
3.2.5	平台質心位置分析	38
3.2.6	零力矩點分析	42
3.3	輪式運動模式	46
3.3.1	平地與斜坡直線前進	46
3.3.2	輪部馬達扭力分析	47
3.3.3	平台質心位置分析	52
3.3.4	零力矩點分析	54
第 4 章	結果與討論	57
4.1	平台參數設計	57
4.2	足式運動模式模擬	62
4.2.1	上下階梯模擬	62
4.2.2	平地模擬	67
4.2.3	上斜坡模擬	72
4.2.4	下斜坡模擬	74
4.3	輪式運動模式模擬	76
4.3.1	平地直進模擬	76
4.3.2	上斜坡直進模擬	78
4.3.3	下斜坡直進模擬	79
第 5 章	結論與建議	81
參考文獻	82

圖目錄



圖 3-1 機器人平台設計目標.....	10
圖 3-2 機器人設計過程.....	10
圖 3-3 輪足混合式機器人平台.....	11
圖 3-4 機器人平台之機體上下層配置三視圖.....	12
圖 3-5 足部設計發想過程.....	13
圖 3-6 足部設計選用(一).....	14
圖 3-7 足部設計選用(二).....	14
圖 3-8 (a)足部的支撐桿設計 (b)足部的連接桿設計.....	15
圖 3-9 機器人平台使用足式運動模式上階梯週期圖.....	18
圖 3-10 機器人平台使用足式運動模式下階梯週期圖.....	18
圖 3-11 機器人平台使用足式運動模式爬行平地週期圖.....	19
圖 3-12 機器人平台使用足式運動模式爬上斜坡週期圖.....	20
圖 3-13 機器人平台使用足式運動模式爬下斜坡週期圖.....	20
圖 3-14 足部之初步設計規範.....	21
圖 3-15 機體、連接桿與階梯之幾何關係限制.....	22
圖 3-16 機體翻越階梯之幾何關係限制.....	23
圖 3-17 支撐桿前後桿之幾何關係限制.....	24
圖 3-18 支撐桿前桿向前伸展之極限.....	25
圖 3-19 支撐桿後桿向後伸展之極限.....	25
圖 3-20 機體傾斜角度 θ 與地形之幾何關係.....	26
圖 3-21 支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉角度 $\phi_{L,Start}$ 與地形之幾何關係.....	26
圖 3-22 支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉角度 $\phi_{L,End}$ 與地形之幾何關係.....	27
圖 3-23 連接桿內彎長度與地形之幾何關係限制.....	27



圖 3-24 支撐桿質心位置.....	28
圖 3-25 足式運動模式之動力學分析圖.....	29
圖 3-26 足式運動模式之分解動力學分析圖.....	32
圖 3-27 機體抬升階段之梯形角速度曲線圖.....	34
圖 3-28 足式運動模式運行於階梯與平地時之足部支撐桿力學分析圖.....	36
圖 3-29 足式運動模式運行於斜坡時之足部支撐桿力學分析圖.....	37
圖 3-30 機器人平台質心位置 $x_{COG,L}$ 計算示意圖.....	38
圖 3-31 機器人平台各部件質心在足式運動模式定義座標軸上之位置.....	39
圖 3-32 機器人平台零力矩點位置 $x_{ZMP,L}$ 計算示意圖.....	42
圖 3-33 足式運動模式時重力與切線慣性力之力學分析圖.....	43
圖 3-34 機器人平台使用輪式運動模式平地直進.....	46
圖 3-35 機器人平台使用輪式運動模式上斜坡.....	47
圖 3-36 機器人平台使用輪式運動模式下斜坡.....	47
圖 3-37 輪式運動模式之動力學分析圖.....	48
圖 3-38 輪式運動模式之分解動力學分析圖.....	50
圖 3-39 機器人平台各部件質心在輪式運動模式定義座標軸上之位置.....	52
圖 3-40 輪式運動模式時重力與慣性力之力學分析圖.....	55
圖 4-1 支撐桿後桿長度 L_{R4} 在不同橫桿與後桿間夾角 θ_{R2} 下之邊界.....	58
圖 4-2 支撐桿橫桿與前後桿連接點間長度 L_{R2} 與機體抬升傾斜角度 θ 關係圖.....	59
圖 4-3 支撐桿橫桿長度 L_{R3} 與連接桿旋轉角度 $\phi_{L,Start}$ 關係圖.....	59
圖 4-4 支撐桿橫桿長度 L_{R3} 與連接桿旋轉角度 $\phi_{L,End}$ 關係圖.....	60
圖 4-5 足式運動模式上下階梯時之質心.....	62
圖 4-6 足式運動模式上下階梯時之梯形角速度曲線(一).....	63
圖 4-7 足式運動模式上下階梯時之零力矩點(一).....	64
圖 4-8 足式運動模式上下階梯時之靜摩擦力(一).....	64

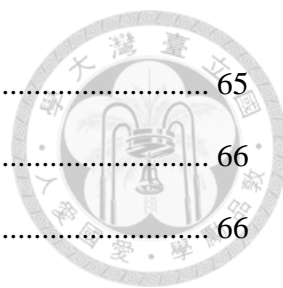


圖 4-9 足式運動模式上下階梯時之梯形角速度曲線(二).....	65
圖 4-10 足式運動模式上下階梯時之零力矩點(二).....	66
圖 4-11 足式運動模式上下階梯時之靜摩擦力(二).....	66
圖 4-12 足式運動模式平地爬行時之質心.....	67
圖 4-13 足式運動模式平地爬行時之梯形角速度曲線(一).....	68
圖 4-14 足式運動模式平地爬行時之零力矩點(一).....	69
圖 4-15 足式運動模式平地爬行時之靜摩擦力(一).....	69
圖 4-16 足式運動模式平地爬行時之梯形角速度曲線(二).....	70
圖 4-17 足式運動模式平地爬行時之零力矩點(二).....	71
圖 4-18 足式運動模式平地爬行時之靜摩擦力(二).....	71
圖 4-19 足式運動模式上斜坡時之梯形角速度曲線.....	72
圖 4-20 足式運動模式上斜坡時之零力矩點.....	73
圖 4-21 足式運動模式上斜坡時之靜摩擦力.....	73
圖 4-22 足式運動模式下斜坡時之梯形角速度曲線.....	74
圖 4-23 足式運動模式下斜坡時之零力矩點.....	75
圖 4-24 足式運動模式下斜坡時之靜摩擦力.....	75
圖 4-25 輪式運動模式平地直進時之質心.....	76
圖 4-26 輪式運動模式平地直進時之梯形速度曲線.....	77
圖 4-27 輪式運動模式平地直進時之零力矩點.....	77
圖 4-28 輪式運動模式上斜坡直進時之梯形速度曲線.....	78
圖 4-29 輪式運動模式上斜坡直進時之零力矩點.....	79
圖 4-30 輪式運動模式下斜坡直進時之梯形速度曲線.....	80
圖 4-31 輪式運動模式下斜坡直進時之零力矩點.....	80

表目錄



表 3-1 主動輪規格表.....	16
表 3-2 被動輪規格表.....	16
表 3-3 足部馬達規格表.....	35
表 3-4 輪部馬達規格表.....	51
表 4-1 機器人平台參數值列表.....	61

符號表



a ：輪式運動模式下機器人平台前進加速度

D_1 ：支撐桿前桿能夠向前伸展的水平距離

D_2 ：支撐桿後桿能夠向後伸展的水平距離

D_S ：階梯深度

$F_{1,G}$ ：輪部馬達與主動輪之重力

$F_{1,I}$ ：輪部馬達與主動輪之慣性力

$F_{2,G}$ ：輪部馬達與主動輪以外機體部分之重力

$F_{2,I}$ ：輪部馬達與主動輪以外機體部分之慣性力

$F_{12,x}$ ：輪部馬達與主動輪對機體其他部分之 x 軸方向分力

$F_{12,z}$ ：輪部馬達與主動輪對機體其他部分之 z 軸方向分力

$F_{21,x}$ ：機體其他部分對輪部馬達與主動輪之 x 軸方向分力

$F_{21,z}$ ：機體其他部分對輪部馬達與主動輪之 z 軸方向分力

$F_{B,G}$ ：機體重力

$F_{B,I}$ ：機體慣性力

$F_{B,N}$ ：機體旋轉法線力

$F_{B,T}$ ：機體旋轉切線力

$F_{BL1,x}$ ：機體與前連接桿旋轉軸接點上機體對前連接桿之 x 軸方向分力

$F_{BL1,z}$ ：機體與前連接桿旋轉軸接點上機體對前連接桿之 z 軸方向分力

$F_{BL2,x}$ ：機體與後連接桿旋轉軸接點上機體對後連接桿之 x 軸方向分力

$F_{BL2,z}$ ：機體與後連接桿旋轉軸接點上機體對後連接桿之 z 軸方向分力

$F_{L,G}$ ：連接桿重力

$F_{L,I}$ ：連接桿慣性力

$F_{L,N}$ ：連接桿旋轉法線力



$F_{L,T}$: 連接桿旋轉切線力

$F_{L1B,x}$: 機體與前連接桿旋轉軸接點上前連接桿對機體之 x 軸方向分力

$F_{L1B,z}$: 機體與前連接桿旋轉軸接點上前連接桿對機體之 z 軸方向分力

$F_{L2B,x}$: 機體與後連接桿旋轉軸接點上後連接桿對機體之 x 軸方向分力

$F_{L2B,z}$: 機體與後連接桿旋轉軸接點上後連接桿對機體之 z 軸方向分力

$F_{N1,L}$: 地面對足部支撐桿前桿之正向力

$F_{N2,L}$: 地面對足部支撐桿後桿之正向力

$F_{N1,W}$: 地面對主動輪之正向力

$F_{N2,W}$: 地面對被動輪之正向力

$F_{R,G}$: 支撐桿重力

$F_{R,I}$: 支撐桿慣性力

$F_{RL1,x}$: 支撐桿與前連接桿旋轉軸接點上支撐桿對前連接桿之 x 軸方向分力

$F_{RL1,z}$: 支撐桿與前連接桿旋轉軸接點上支撐桿對前連接桿之 z 軸方向分力

$F_{RL2,x}$: 支撐桿與後連接桿旋轉軸接點上支撐桿對後連接桿之 x 軸方向分力

$F_{RL2,z}$: 支撐桿與後連接桿旋轉軸接點上支撐桿對後連接桿之 z 軸方向分力

$F_{x,L}$: 機器人平台在足式運動模式定義座標軸下所產生的 x 軸方向合力

$F_{x,W}$: 機器人平台在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 x 軸方向合力

$F_{z,L}$: 機器人平台在足式運動模式定義座標軸下所產生的 z 軸方向合力

$F_{z,W}$: 機器人平台在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 z 軸方向合力

$f_{N1,L}$: 地面對足部支撐桿前桿之靜摩擦力

$f_{N2,L}$: 地面對足部支撐桿後桿之靜摩擦力

$f_{N1,W}$: 地面對主動輪之靜摩擦力

$f_{N2,W}$: 地面對被動輪之靜摩擦力

$f_{S,L}$: 地面對足部支撐桿之靜摩擦力

$f_{S,L,Max}$: 地面對足部支撐桿之最大靜摩擦力



g : 重力加速度值

H : 足式運動模式下支撐桿固定後，前桿接地點與後桿接地點的高度差

H_B : 機體高度

H_{BA1} : 大顆鋰電池高度

H_{BA2} : 小顆鋰電池高度

H_{PW} : 被動輪高度

H_S : 階梯高度

I_{AW} : 主動輪對旋轉軸的轉動慣量

$I_{AW,C}$: 主動輪對輪中心的轉動慣量

I_{B1} : 機體各層鋁板對旋轉軸的轉動慣量

I_{B2} : 機體前後鋁板對旋轉軸的轉動慣量

I_{B3} : 機體兩側鋁板對旋轉軸的轉動慣量

I_{BA1} : 大顆鋰電池對旋轉軸的轉動慣量

I_{BA2} : 小顆鋰電池對旋轉軸的轉動慣量

I_L : 連接桿對旋轉軸的轉動慣量

I_{ML1} : 足部馬達本體對旋轉軸的轉動慣量

I_{ML2} : 足部馬達減速機對旋轉軸的轉動慣量

I_{MW1} : 輪部馬達本體對旋轉軸的轉動慣量

I_{MW2} : 輪部馬達減速機對旋轉軸的轉動慣量

I_{MW3} : 輪部馬達彎角軸對旋轉軸的轉動慣量

L_{B1} : 機體長度

L_{B2} : 機體兩側兩旋轉軸接點間水平距離

L_L : 連接桿長度

L_{LIB} : 連接桿內彎長度

L_{ML1} : 足部馬達本體長度



L_{ML2} : 足部馬達減速機長度

L_{MW} : 輪部馬達整體長度

L_{MW1} : 輪部馬達本體長度

L_{MW2} : 輪部馬達減速機長度

L_{MW3} : 輪部馬達彎角軸長度

L_{PW} : 被動輪長度

L_{R1} : 支撐桿前桿長度

L_{R2} : 支撐桿橫桿上前桿接點至後桿接點間距離

L_{R3} : 支撐桿橫桿長度

L_{R4} : 支撐桿後桿長度

$L_{RCG,H}$: 支撐桿質心到前桿的水平距離

$L_{RCG,V}$: 支撐桿質心到橫桿的垂直距離

$M_{BCG,y,L}$: 機體質心在足式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

$M_{BCG,y,W}$: 機體質心在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

M_L : 足部馬達扭力

$M_{L1CG,y,L}$: 前連接桿質心在足式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

$M_{L1CG,y,W}$: 前連接桿質心在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

$M_{L2CG,y,L}$: 後連接桿質心在足式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

$M_{L2CG,y,W}$: 後連接桿質心在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

$M_{RCG,y,L}$: 支撐桿質心在足式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

$M_{RCG,y,W}$: 支撐桿質心在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向力矩

M_W : 輪部馬達扭力

$M_{ZMP,y,L}$: 零力矩點在足式運動模式定義座標軸下之 y 軸方向合力矩

$M_{ZMP,y,L}$: 機器人平台在足式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向合力矩

$M_{ZMP,y,W}$: 零力矩點在輪式運動模式定義座標軸下之 y 軸方向合力矩



$M_{y,W}$ ：機器人平台在輪式運動模式定義座標軸下所產生的 y 軸方向合力矩

m_{AW} ：主動輪質量

m_B ：機體質量

m_{B1} ：機體各層鋁板質量

m_{B2} ：機體前後鋁板質量

m_{B3} ：機體兩側鋁板質量

m_{BA1} ：大顆鋰電池質量

m_{BA2} ：小顆鋰電池質量

m_L ：連接桿質量

m_{ML1} ：足部馬達本體質量

m_{ML2} ：足部馬達減速機質量

m_{MW} ：輪部馬達整體對旋轉軸的轉動慣量

m_{MW1} ：輪部馬達本體質量

m_{MW2} ：輪部馬達減速機質量

m_{MW3} ：輪部馬達彎角軸質量

m_R ：支撐桿質量

R_{AW} ：主動輪半徑

$R_{BL1,x}$ ：機體與前連接桿旋轉軸接點對前連接桿質心之 x 軸方向向量

$R_{BL1,z}$ ：機體與前連接桿旋轉軸接點對前連接桿質心之 z 軸方向向量

$R_{BL2,x}$ ：機體與後連接桿旋轉軸接點對後連接桿質心之 x 軸方向向量

$R_{BL2,z}$ ：機體與後連接桿旋轉軸接點對後連接桿質心之 z 軸方向向量

$R_{L1B,x}$ ：機體與前連接桿旋轉軸接點對機體質心之 x 軸方向向量

$R_{L1B,z}$ ：機體與前連接桿旋轉軸接點對機體質心之 z 軸方向向量

$R_{L2B,x}$ ：機體與後連接桿旋轉軸接點對機體質心之 x 軸方向向量

$R_{L2B,z}$ ：機體與後連接桿旋轉軸接點對機體質心之 z 軸方向向量



R_{ML1} : 足部馬達本體半徑

R_{ML2} : 足部馬達減速機半徑

R_{MW} : 輪部馬達半徑

$R_{RL1,x}$: 支撐桿與前連接桿旋轉軸接點對前連接桿質心之 x 軸方向向量

$R_{RL1,z}$: 支撐桿與前連接桿旋轉軸接點對前連接桿質心之 z 軸方向向量

$R_{RL2,x}$: 支撐桿與後連接桿旋轉軸接點對後連接桿質心之 x 軸方向向量

$R_{RL2,z}$: 支撐桿與後連接桿旋轉軸接點對後連接桿質心之 z 軸方向向量

T_B : 機體鋁片厚度

T_L : 連接桿厚度

T_R : 支撐桿厚度

v : 輪式運動模式下機器人平台前進速度

W_{AW} : 主動輪寬度

W_B : 機體寬度

W_{BA1} : 大顆鋰電池寬度

W_{BA2} : 小顆鋰電池寬度

W_L : 連接桿寬度

W_{PW} : 被動輪寬度

W_R : 支撐桿寬度

W_S : 階梯寬度

x_{BC} : 機體旋轉中心與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離

$x_{BCG,L}$: 機體質心與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離

$x_{BCG,W}$: 機體質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離

$x_{CoG,L}$: 質心與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離

$x_{CoG,W}$: 質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離

$x_{L1CG,L}$: 前連接桿質心與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離



- $x_{L1CG,W}$: 前連接桿質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- $x_{L2CG,L}$: 後連接桿質心與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- $x_{L2CG,W}$: 後連接桿質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- x_{LJ1} : 支撐桿之前連接桿接點與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- x_{LJ2} : 支撐桿之後連接桿接點與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- $x_{RCG,L}$: 支撐桿質心與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- $x_{RCG,W}$: 支撐桿質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- $x_{S,L}$: 足式運動模式時 x 軸方向之支持多邊形範圍
- $x_{S,W}$: 輪式運動模式時 x 軸方向之支持多邊形範圍
- $x_{ZMP,L}$: 零力矩點與足式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- $x_{ZMP,W}$: 零力矩點與輪式運動模式定義座標軸原點間 x 軸方向距離
- z_{BC} : 機體旋轉中心與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{BCG,L}$: 機體質心與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{BCG,W}$: 機體質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{L1CG,L}$: 前連接桿質心與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{L1CG,W}$: 前連接桿質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{L2CG,L}$: 後連接桿質心與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{L2CG,W}$: 後連接桿質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- z_{LJ1} : 支撐桿之前連接桿接點與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- z_{LJ2} : 支撐桿之後連接桿接點與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{RCG,L}$: 支撐桿質心與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{RCG,W}$: 支撐桿質心與輪式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{ZMP,L}$: 零力矩點與足式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- $z_{ZMP,W}$: 零力矩點與輪式運動模式定義座標軸原點間 z 軸方向距離
- θ : 足式運動模式下機體與水平面間夾角



$\theta_{H=0}$: 足式運動模式在平地運行時機體與水平面間夾角

θ_{R1} : 支撐桿前桿與橫桿間夾角

θ_{R2} : 支撐桿橫桿與後桿間夾角

θ_S : 斜坡傾斜角度

$\tau_{S,L}$: 足式運動模式下足部與地面間之靜摩擦係數

$\tau_{S,W}$: 輪式運動模式下輪部與地面間之靜摩擦係數

τ_B : 機體旋轉產生的扭矩

τ_L : 連接桿旋轉產生的扭矩

ϕ_W : 機體旋轉軸接點上連接桿與水平面間夾角

$\dot{\phi}_W$: 輪部馬達旋轉角速度

$\ddot{\phi}_W$: 輪部馬達旋轉角加速度

ϕ_L : 支撐桿旋轉軸接點上連接桿與水平面間夾角

$\dot{\phi}_L$: 足部馬達旋轉角速度

$\ddot{\phi}_L$: 足部馬達旋轉角加速度

$\phi_{L,End}$: 足式運動模式機體抬升階段時結束 ϕ_L 角度

$\phi_{L,H=0}$: 足式運動模式在平地運行時支撐桿旋轉軸接點上連接桿與水平面間夾角

$\phi_{L,N}$: 支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉半徑與水平軸夾角

$\phi_{L,Start}$: 足式運動模式機體抬升階段時起始 ϕ_L 角

第1章 前言



隨著科技發展蓬勃，機器人研究已廣泛應用在各個領域之中。移動機器人的出現，更幫助人類進入難以進入的惡劣環境中、執行具有高度危險性的任務，或是需要長時間反覆執行的動作，如戰地前線偵查、災害現場資訊搜索、生態監視等等。在這些應用場合中，機器人需克服各式各樣的多元地形，其中包含平坦地形、階梯地形、斜坡地形與不平坦地形等。

由於移動機器人的地形適應能力將會大大地影響其能夠勝任任務的範圍，許多不同種類設計的機器人應運而生，本研究設計之輪足混合式四連桿機器人亦是其一。此機器人輪部與足部分別安裝：輪部用來行走於平坦地形；足部可透過與機體構成平行相等曲柄搖桿的四連桿機構來翻越不平坦地形，是此平台最大的特色。

為了驗證本研究設計之機器人能否達到能夠適應多元地形的目的，本研究選用平坦地形、階梯地形與斜坡地形做為多元地形的測試，其中階梯地形與斜坡地形至少需符合臺灣行政院內政部營建署的建築技術規則所規範。本研究期望能夠開發出一套系統簡單且低成本的輪足混合式機器人，並且能夠選用適當的運動模式運行於多元地形上穩定不會傾倒，實現穩定且強健的越障功能。



第2章 文獻回顧

克服地形的載具主要可以分為輪式、足式、履帶式與混合兩種以上型態的機器人 (Bruzzone and Quaglia, 2012)。輪式機器人可以在平坦地形上快速且有效率地移動，但難以跨越階梯與不平坦地形；足式機器人機構自由度高，可跨越階梯地形與不平坦地形，但對於較平坦地形上，卻具有難以快速移動、以及較無法在泥地等柔軟地形上運動的缺點；履帶型機器人因為可以和地形產生較大的接觸面而不易打滑，因此擁有較佳的越障能力，但具有移動速度較低的缺點 (François *et al.*, 2003)。

本研究選用的輪足混合式機器人結合了輪式機器人與足式機器人的特性，希望可以結合輪式機器人在較平坦地形與斜坡地形上移動較為快速且平穩的優點，以及足式機器人在階梯與較不平坦的地形上可以越障的優點。其可以被分類為(a)輪部安裝於足部的尾端；(b)足部安裝於輪部的尾端；(c)輪部與足部藉由轉換機構切換；(d)輪部與足部分別獨立安裝。

本章節將會介紹不同種類的輪足混合式機器人與不同的爬階控制。2.1 節介紹輪足混合式機器人的四種分類；2.2 節介紹機器人的爬階控制策略；2.3 節介紹本研究所使用的零力矩點穩定控制策略的發展。

2.1 輪足混合式機器人

2.1.1 輪部安裝於足部的尾端

Walk'n roll (Adachi *et al.*, 1999)具有四個足部，前足連接桿具有兩個自由度，末端安裝有一主動輪，後足則有一個自由度，同樣末端安裝有一主動輪。當需要跨越階梯時，其前足的兩連接桿可以優先翻上階梯，待機身皆位於較高一層的階梯上後，後足再翻上階梯。缺點是自由度較多，控制複雜度較高。



Mars Exploration Robots (Lindemann *et al.*, 1999)具有六個足部，每個足部末端皆安裝有主動輪。藉由多自由度的足部機構來控制平均分配重量至每個輪部以減少輪部陷入障礙環境中，使其能在不平坦地形上維持重心平穩前進。缺點是自由度較多，重量與機體體積較為龐大，且控制複雜度較高。

Zero Carrier (Yuan and Hirose, 2004)具有八個足部，其中四個足部安裝上主動輪，另外四個足部則安裝上被動輪。藉由每個足部的上下伸縮，可以確保機體的四個方向皆能夠在爬階的時候有兩足部先跨上較高一層的階梯，讓機體能夠在階梯上移動。優點是控制方法簡單，且在平面地形上控制平穩；缺點是致動器數目較多，因此整體重量較重。

Octal wheel (Takita *et al.*, 2004)具有四個足部，每個足部有兩個輪並排，成為類似三節的結構來翻越障礙物。缺點是控制複雜度高。


Hylos (BenAmar *et al.*, 2000; Grand *et al.*, 2004)具有四個足部，每個足部具有三個自由度，末端安裝有主動輪。ATHLETE (Wilcox *et al.*, 2007)將之改良成六個足部，且每個足部具有六個自由度。缺點是自由度過多，控制複雜度較高。

PAW (Smith *et al.*, 2006)具有四個足部，每個足部具有一個自由度，且末端皆安裝有一主動輪。缺點是足部僅能夠小角度轉動，因此能夠跨越的障礙物高度有限。

MSRox (Dalvand and Moghadam, 2006)具有四個足部，足部連接桿一端分出三個末端，並在每個末端上各有一個輪子。三個末端構成的三岔形狀可以相對於足部連接桿轉動，每個輪子也可轉動，形成兩個自由度來翻上階梯地形。優點為平面運動速度快且控制機構簡單，缺點是車體相對地不具有其他方向的自由度，降低了地形適應能力。

RT-mover (Nakajima, 2011)有兩對足，分別位於機身前後，每對足可相對機身旋轉產生一個自由度，使其中一個輪子高於機身來翻越障礙物。缺點是控制上較為複雜，且能夠跨越的障礙物高度有限。

SM Robot (Youtube, 2011a)利用最前端的輪子來讓輪部與階梯有連續性的接觸，



並將機體設計成弧形以避免與階梯碰撞而有滑落的風險。缺點是不規則地形有規格上的限制，且必須有足夠的摩擦力才能完成攀附。Stair Scream (Youtube, 2011b) 與之類似，但少了最前端的輪子而不與階梯有連續性的接觸，因此所需的扭力與摩擦力更大。

整體而言，將輪部安裝於足部的尾端，可以使用較直觀的方式模仿足部翻越障礙物，且在平地上擁有較高的移動效率。缺點是足部常必須有較多的自由度，造成控制複雜度高，且致動器數量也會較多，導致機器人重量較重。

2.1.2 足部安裝於輪部的尾端

RHex (Saranli *et al.*, 2001; Moore *et al.*, 2002; Buehler *et al.*, 2002; Campbell and Buehler, 2003)具有六個足狀輪，每個足部皆獨立運作，模仿昆蟲的步態，每次行進以其中三隻腳形成穩定的三角形，且沒有正反面之分，翻覆後只需將馬達運動方向反轉就可繼續前進。缺點是控制複雜度較高，且其在平地上因步態而較無法穩定移動，效率也較低。Wheg (Quinn *et al.*, 2002)和 SeaDog (Case Western Reserve University: Biologically Inspired Robotics, 2018)將其改良成碳纖維製成三個線形的足狀輪，缺點是線性的構造容易與障礙物互相卡住，並同樣擁有平地上移動效率較低的缺點。Loper (Herbert *et al.*, 2008)再度將三個線形的足狀輪改良成圓弧形，減少了與障礙物互相卡住的機會，但同樣有平地上移動效率較低的缺點。

IMPASS (Laney and Hong, 2005)具有兩個足狀輪與一個舵輪，分別安裝在機身前後。足狀輪可藉由調整伸縮結構來讓六個線形的足狀輪適應不規則地形。缺點是控制複雜度較高，能跨越的障礙物高度受到足狀輪構造上的限制，且其在平地上較無法穩定移動。

ASGUARD (Eich *et al.*, 2008)具有四個足狀輪，其皆可構成星形結構。缺點是能跨越的障礙物高度受到足狀輪構造上的限制，且其在平地上較無法穩定移動。



整體而言，將足部安裝於輪部的尾端構成足狀輪，可以在行走時克服障礙物。缺點是在平地上移動效率低，且能跨越的障礙物受到足狀輪構造上的限制。

2.1.3 輪部與足部藉由轉換機構切換

Roller-Walker (Endo and Hirose, 1996; Endo and Hirose, 1999; Endo and Hirose, 2012)具有四個足部，每個足部末端側邊皆有一個舵輪。當需要滑行的時候，足部末端會轉動 90 度將原本在側邊的輪子轉到最底下來變成輪部，達到切換的目的，並利用類似輪式溜冰鞋的概念，擺動足部來使舵輪前進。缺點是滑行是使用足部的擺動來產生動力，因此加速的能力差，且控制複雜度較高。

Retractable wheel-leg module (Tadakuma *et al.*, 2009)具有四個足部，其都可捲曲成輪部來完成切換。缺點是每個足部皆由四個致動器所構成，結構較為複雜。

Quattroped (Shen *et al.*, 2009; Chen *et al.*, 2011; Chen *et al.*, 2013)為一個四輪足機器人，可利用致動器切換足型和輪型。缺點是所需致動器多，結構較複雜。TurboQuad (Chen *et al.*, 2014; Chen *et al.*, 2017)將其改良成雙自由度機構，讓足型與輪型之間的轉換更加連續，更符合四足動物的步態改變過程，以達到良好的地形適應性與運動的流暢。缺點是所需致動器數目仍較多，因此整體結構上仍較複雜。

PEOPLER-II (Okada *et al.*, 2010)具有四個輪，每個輪上有兩隻足部，可以收在輪上或是伸出來，達到兩者切換的目的。缺點是控制複雜度較高。

Claw-Wheel (Chou and Yang, 2013; Pan *et al.*, 2016; Huang *et al.*, 2017)為一輪爪變形機器人，共有四個爪並搭配腰部折疊馬達，可將機體摺疊後將四個爪組成兩個合成輪，以輪式運動模式走在平坦地面上，亦可展開後以爪式運動模式越障。

整體而言，輪部與足部藉由轉換機構切換之輪足混合型機器人結構上會較為複雜，且多了轉換機構的存在，致動器多，控制複雜度較高，且機體也會較重。



2.1.4 輪部與足部分別獨立安裝

Wheleg (Guccione and Muscato, 2001; Guccione and Muscato, 2003; Lacagnina *et al.*, 2003)具有兩個足部與兩個輪部，分別安裝在機身前後。足部具有三個自由度，可以利用它來翻越障礙物。缺點是致動器多，控制複雜度高，且足部在平面上的移動效率很低，也無法幫助輪部適應不規則地形。Tavolieri *et al.* (2007)將其改良使同一個馬達可以驅動兩個足部與兩個輪部，大大地減少了致動器的使用，但仍有足部在平面上的移動效率很低，無法幫助輪部適應不規則地形的缺點。

Chariot (Nakajima *et al.*, 2004; Nakajima and Nakano, 2006)具有四個足部與兩個輪部，足部安裝在機身前後，共有三個自由度；輪部則安裝在機身側邊，兩輪的連接可以相對機身產生一個自由度，使兩輪能夠放置在不等高的地形上。缺點是自由度多，因此控制上較為複雜。

另一種機器人(Youtube, 2013)將足部設計於背後，當需要攀上階梯時，足部會透過線性伸縮調整高度來將整個機體抬起，讓前輪可以沿著階梯壁面漸漸攀上下一層階梯。其他機器人(Youtube, 2014a; Youtube, 2014b; Youtube, 2014c)也是類似的設計。缺點是能跨越的障礙物高度受到足部的長度限制。

整體而言，將輪部與足部獨立安裝具有省去轉換機構的優勢，自由度相對較低，但由於機構設計上較為不易，因此目前屬於此類型的機器人大多自由度仍較多。本研究設計之輪足混合式四連桿機器人屬於此種類型，並期望能夠降低機器人的自由度，進而降低控制複雜度、重量與成本。



2.2 零力矩點的發展

零力矩點 (Zero-Moment Point, ZMP)的概念最早在 1968 年被 Vukobratović 等人提出 (Vukobratović and Juričić, 1968; Vukobratović and Juričić, 1969; Vukobratović *et al.*, 1970), 透過在動態平衡上考慮質心位置的重力與慣性力來彌補靜態平衡中僅考慮質心位置的不足。「零力矩點」名稱最早在 1972 年被定義, 並將其應用在其設計的世界第一個外骨骼機器人上 (Vukobratović, 1973), 其中對運動穩定性的分析發展至今已被廣泛的應用在許多機器人上。為了避免機器人平台傾倒, 機器人與地面的接觸面上存在一零力矩點, 其上的 x 軸方向與 y 軸方向的合力矩必須為零, 即零力矩點上的反作用力力矩會正好與機器人平台質心的所產生的重力與慣性力力矩抵銷。若零力矩點在接地多邊形的範圍內, 機器人將不傾倒 (Vukobratović *et al.*, 1990; Vukobratović and Borovac, 2004)。

WABOT-1 (WAsada roBOT-1)是世界上第一個全尺寸的人形智能機器人, 由肢體系統、視覺系統與語音系統所組成, 已可以透過靜態平衡的方式實現緩慢的步態 (Kato *et al.*, 1973), 成為日本多產雙足機器人的起點。

在歷經了 WL-10R (Wasada Leg-10 Refined)的強化之後, WL-11 已經可以利用雙足零力矩點的概念, 在 1985 的筑波科學博覽會上展示前行超過 85 公里 (Takanishi *et al.*, 1985)。隨後研究發表的 WL-12 能夠利用二軸軀幹補償技術, 在已知或未知的外力作用下於任意平面、斜面或階梯上穩定行走 (Takanishi *et al.*, 1988; Li *et al.*, 1992; Yamaguchi *et al.*, 1995), 並展示其研究之雙足機器人能夠穩定上下 0.1 公尺高的階梯與 10 度的斜坡, 以及在背部承受 100 N 的外力而不摔倒, 證實了零力矩點概念的正確性 (Takanishi *et al.*, 1990; Takanishi *et al.*, 1991)。

不久後, WL-12RV 成功利用發展出的三軸軀幹補償技術, 讓步行比 WL-12 快上兩倍 (Yamaguchi, 1993)。

同年, Sugano *et al.* (1993)將零力矩點理論擴大應用於有負載的四輪移動載具

上。證實了同樣的概念也可以應用在四輪載具上，而非僅適用於雙足機器人上。

Kim *et al.* (2001)提出在機器人的足部底端安裝壓力感測器，可以直接量測找到反作用力平均集中點的方法，並證實此反作用力集中點即為計算得出的零力矩點。其為後來的雙足機器人發展提供了一套簡易找到零力矩點的做法。

Sugihara *et al.* (2002)和 Napoleon *et al.* (2002)將雙足機器人的質心結構簡化為一倒單擺系統來將低系統複雜度，再利用零力矩點來分析平衡問題。

HUBO 根據零力矩點的概念，結合簡化成一倒單擺系統模型的機器人質心結構，提供了一個簡易又平滑的足部步態實時生成方法 (Park *et al.*, 2005)。

Sato *et al.* (2011)提出了「虛擬斜坡法」，將機器人足位於不同一高度的兩點連線成為虛擬斜坡來進行零力矩點計算，修正了足部接地點非在同一平面下的零力矩點位置，為機器人行走於斜坡地形與階梯地形等時的參考。

日本本田公司研發的 ASIMO 透過安裝在足部底端的六維力與力矩感測器偵測出反作用力集中點的資訊，並計算得到質量中心。透過獨特的姿態控制同時調整軀幹姿態和腳部姿態，進而保持零力矩點與質量中心在行走過程中始終處於合適的位置，實現穩定行走 (Honda, 2018)。

第3章 材料與方法



本研究之目標，為設計一能夠跨越平地地形、階梯地形與斜坡地形等多元地形之機器人，並期望能夠達到在平坦地形上可以快速平穩移動、在崎嶇地形上具有高度適應力、在階梯地形上能夠穩定跨越，並且設計簡單及低成本，如圖 3-1 所示。

本章節將會介紹本研究設計之輪足混合式機器人的整體設計概念，並確保其可以使用不同的運動模式運行在多元地形上，不會在移動時超出其接地點構成的支持多邊形範圍。其在設計上必須遵循參數設計(Parameter Design)、馬達扭力分析(Motor Torque Analysis)及零力矩點分析(ZMP Analysis)的步驟逐步循環檢查來實現，如圖 3-2 所示。

3.1 節介紹機器人整體架構之設計理念，並統整整個機器人平台的設計規範，使其設計可以一體適用於平坦、階梯與斜坡等多元地形；3.2 節介紹機器人的足式運動模式，包含足部馬達之扭力分析與其運動之零力矩點分析，讓機器人平台可以利用兩顆足部馬達驅動足部的連接桿，使其與足部的支撐桿和機體本身形成四連桿機構，來跨越階梯等崎嶇不平的地形；3.3 節介紹機器人的輪式運動模式，包含輪部馬達之扭力分析與其運動之零力矩點分析，讓機器人平台可以利用兩顆輪部馬達驅動輪部的主動輪，使平台穩定運行於平地與斜坡地形上。



圖 3-1 機器人平台設計目標

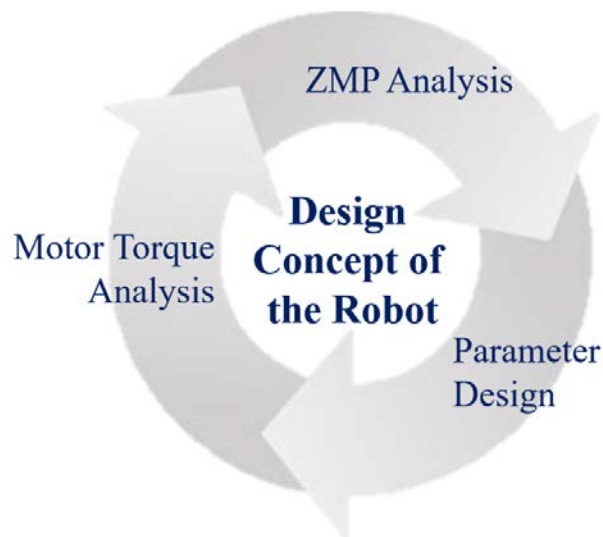


圖 3-2 機器人設計過程

3.1 機器人平台

本研究研發之機器人平台為一輪足混合型機器人，包含有機體(Body)、兩個足部(Leg)與四個輪部(Wheel)三個部分，其中輪部與足部分別由兩顆輪部馬達與兩顆足部馬達驅動，如圖 3-3 所示。3.1.1 節介紹機體，包含其內的配置與足部和輪部的連接；3.1.2 節介紹輪部；3.1.3 節介紹足部的設計與架構。

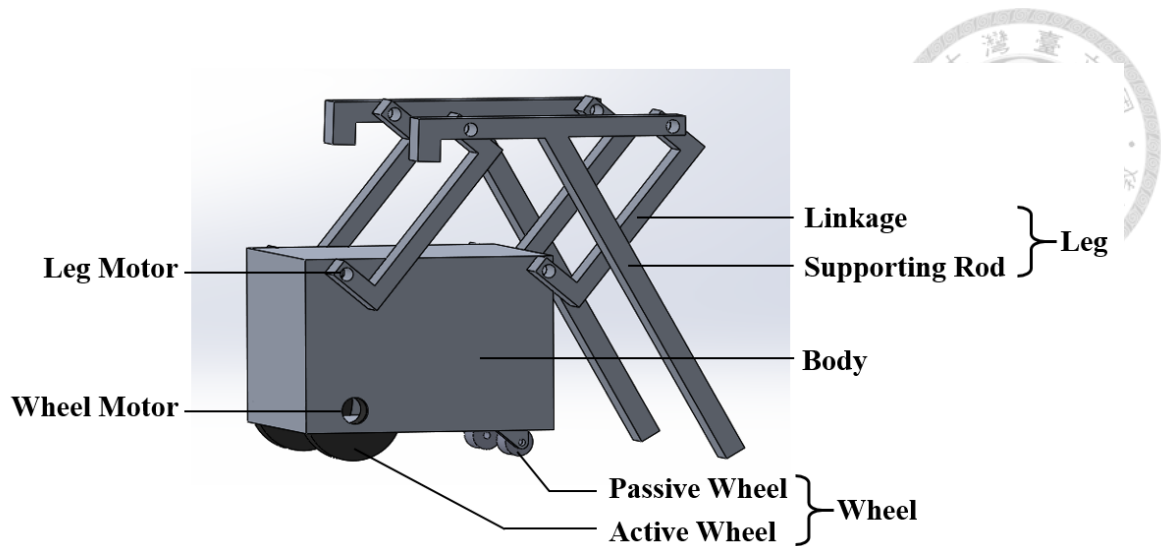


圖 3-3 輪足混合式機器人平台

3.1.1 機體

機體的設計上必須以輕巧為主要訴求，以讓它能夠被順利地被足部馬達透過連接桿抬升起來，因此選用輕薄的鋁板做為支架主要材質，且厚度 T_B 應盡可能小。內部有三層隔板構成上下兩層以分別置放足部與輪部馬達，配置如圖 3-4 所示。足部馬達位於上層前端，負責驅動足部的連接桿；輪部馬達位於下層前端，負責驅動輪部的主動輪。兩顆電池分別擺放於機體上下層，負責供給輪部與足部馬達能量。

雖然期望輕巧，但機體本身的長度 L_{B1} 、高度 H_B 與被動輪高度 H_{PW} 和必須能夠符合讓連接桿得以順利旋轉完一圈的原則。且機體的長度 L_{B1} 也不得超出臺灣行政院內政部營建署建築技術規則所規範的階梯最小深度限制 D_S 。

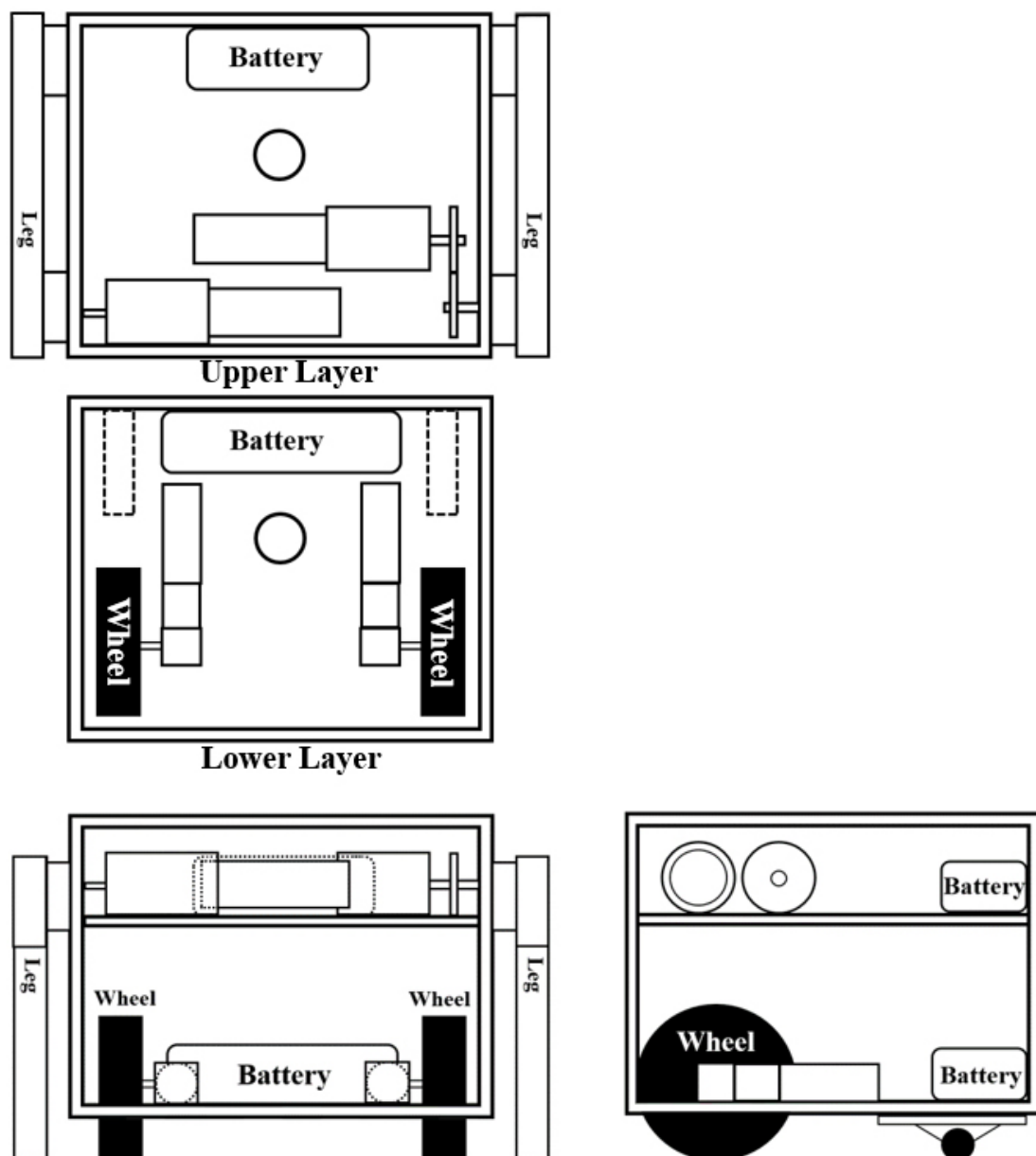


圖 3-4 機器人平台之機體上下層配置三視圖

3.1.2 足部

足部的設計由模仿四肢不便者使用門字型助行器為概念發想，包含模仿四肢不便者手部的連接桿 (Linkage)與模仿助行器的支撐桿 (Supporting Rod)，後者由前桿、橫桿與後桿構成，並為了符合階梯規格而做了調整，以減少與之碰撞的機會。因此原先四肢不便者分別僅以左右手單手握住位於身體兩側的門字型助行器，對

應支撐桿僅以一個旋轉軸接點連接，會使支撐桿可以左右搖晃不穩，如圖 3-5 (a)所示，因此須將其修正成以兩個連接桿來連接，包含前連接桿與後連接桿，形成一個四連桿的架構，如圖 3-5 (b)所示。更由於平台有爬階的需求，因此須依照階梯的規格需求，將前後桿分別設計成短與長，如圖 3-5 (c)所示。若旋轉軸接點的位置如果太過前面，會有不容易勾上階梯的缺點，因此需將旋轉軸接點的位置後移，圖 3-5 (d)所示。最後期望能夠透過前後桿角度或長度的增加來增加接地多邊形的範圍，如圖 3-5 (e)所示，形成了最終的足部設計。此機構僅有一個自由度。

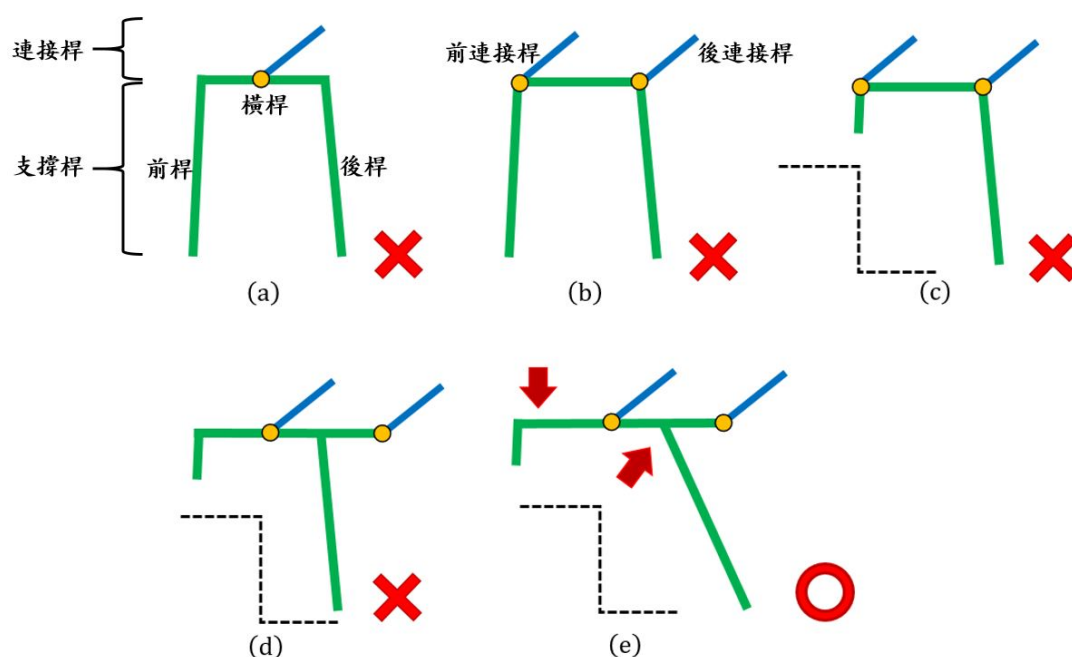


圖 3-5 足部設計發想過程

足部的設計上同樣必須以輕巧為主要訴求，以讓它能夠被順利地被足部馬達透過抬升起來，因此構成的材質同樣選用較輕的鋁。參數設計上需能夠讓前後桿能夠在臺灣行政院內政部營建署建築技術規則所規範的階梯規格下擁有最大的接地多邊形範圍。此外支撐桿後桿與前連接桿是最容易與高一層階梯豎板碰撞的部分，因此需能夠後移或以冂字形的設計避開，如圖 3-6 所示。

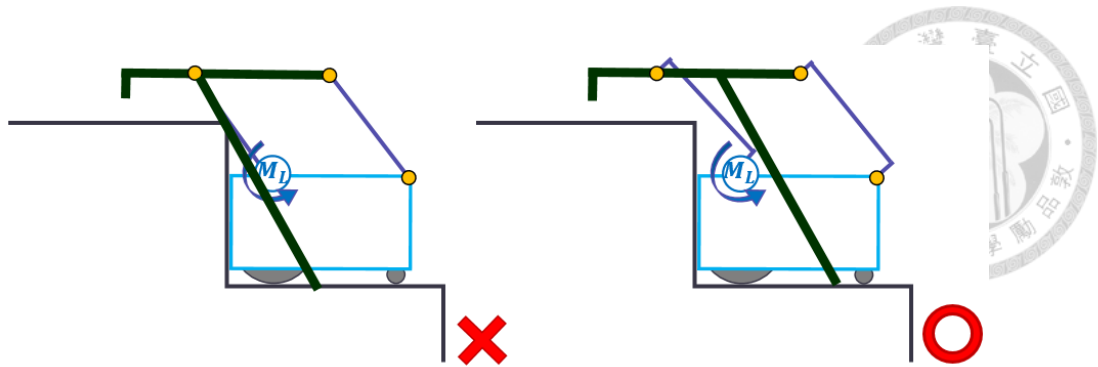


圖 3-6 足部設計選用(一)

由於階梯高度的不確定，支撐桿前桿在勾上高一層的階梯時，因為兩連接桿的長度相同的緣故，機體本身產生會與支撐桿橫桿傾斜相同角度，而不再平放在階梯踏板上。設計上選擇讓機體朝階梯豎板方向傾斜，除了可以達到分析上的簡化，也可以使機體的質心遠離接地支持多邊形的邊界，進而使零力矩點不會過於靠近接地支持多邊形的邊界，如圖 3-7 所示。

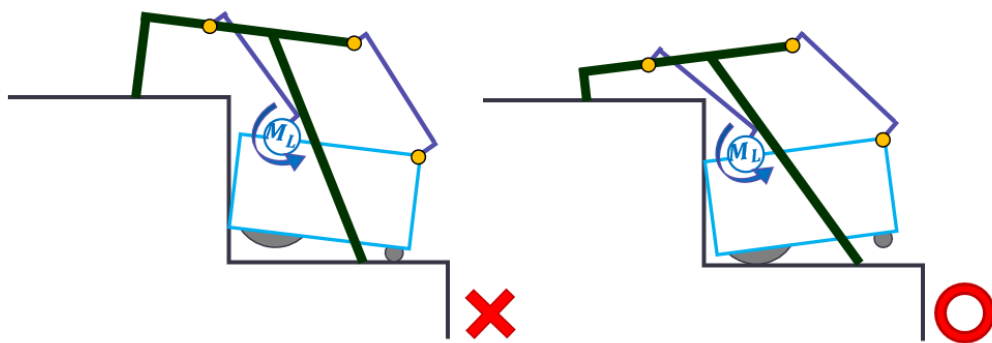


圖 3-7 足部設計選用(二)

在最終的設計結果上，機器人平台的兩個足部位於機體兩側，每一個足部包含兩個連接桿與一個支撐桿，並可與機體本身構成一個平行相等曲柄連桿的四連桿機構。支撐桿與連接桿的設計分別如圖 3-8(a)與圖 3-8(b)所示。選擇使用平行結構是為了在機體抬升過程中，機體本身相對於支撐桿不會有相對旋轉運動，簡化了馬達扭力的分析。

當機器人平台行走在階梯或不平坦地形上時，支撐桿會先支撐固定住，使前後桿的端點在水平面上會投影形成一接地支持多邊形。此時足部馬達轉動將連接桿帶著機體抬起，翻過崎嶇不平的地形，過程中必須確保零力矩點坐落在接地支持多邊形範圍內。此機構僅有一個自由度。

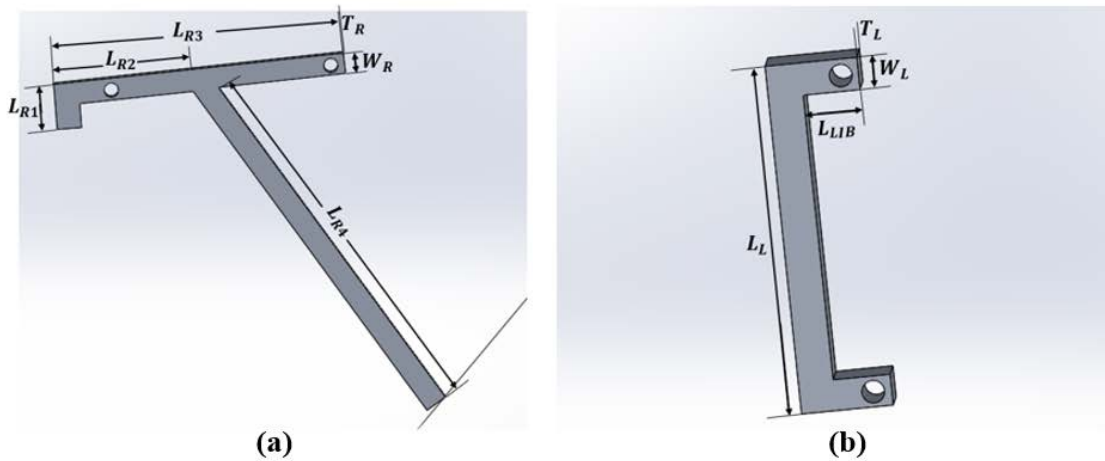


圖 3-8 (a)足部的支撐桿設計 (b)足部的連接桿設計

3.1.3 輪部

機器人平台的四個輪部位於機體正下方，包含位於前方的兩顆主動輪(Active Wheel)與後方的兩顆被動輪(Passive Wheel)。前方的兩顆主動輪選用規格表如表 3-1 所示，各由一顆輪部馬達驅動，位於機體內部，以避免其在足式運動模式時干涉到足部的運作，也簡化了整體的設計。後方的兩顆被動輪選用規格表如表 3-2 所示。

當機器人平台行走於平地地形或斜坡地形等平坦地形上時，可以輪式運動模式運動。此時足部馬達將會把足部抬起後鎖住，輪部馬達向前轉動帶動主動輪前進。



表 3-1 主動輪規格表

輪體直徑($2R_{AW}$)	75 mm
輪面寬度(W_{AW})	32 mm
本身質量(m_{AW})	0.2 kg
承載質量	80 kg

表 3-2 被動輪規格表

輪體直徑	30 mm
輪面寬度	8 mm
長(L_{PW})	81 mm
寬(W_{PW})	19 mm
高(H_{PW})	21 mm



3.2 足式運動模式

為了使機器人平台可以穩定地行走於多元地形上，本小節將分析零力矩點，以確保其不會在機器人使用足式運動模式時超出足部接地多邊形範圍，進而導致機器人平台翻覆。3.3.1 節介紹平台使用足式運動模式運行於多元地形上時的爬行週期；3.3.2 節分析足部與階梯的幾何限制以決定足部的參數設計；3.3.3 節介紹足部馬達的扭力分析，讓其扭力足夠在多元地形上運行；3.3.4 節介紹平台使用足式運動模式運行時，其與多元地形的幾何關係分析；3.3.5 節利用此幾何關係來分析運動中的零力矩點，確保平台能夠穩定運行不傾倒。

3.2.1 多元地形爬行週期

足式運動模式主要用來使機器人平台行走於階梯地形或不平坦地形。在上下階梯時，必須先使用輪式運動模式來轉動輪部馬達以將機體前端與樓梯豎板對齊，確保支撐桿後桿在攀附時不會滑出階梯，再使用足式運動模式來轉動足部馬達以將機體自一層階梯踏板移動至高一層或低一層階梯踏板，如此便完成一個週期，可分為兩個部分：支撐期(Stand Phase)與擺動期(Swing Phase)。

支撐期包含足部支撐桿的抬升階段(Supporting Rods Ascending Stage)與承重階段(Supporting Rods Weight Acceptance Stage)：前者階段時，需轉動足部馬達至支撐桿前桿勾上高一層階梯踏板或至支撐桿後桿碰上低一層階梯踏板；後者階段時，足部馬達持續旋轉，直到支撐桿的前桿與後桿完全攀附在階梯間，形成一類似助行器之架構。擺動期包含機體的抬升階段(Body Ascending Stage)與承重階段(Body Weight Acceptance Stage)：前者階段時，足部馬達持續旋轉，連接桿會繞著支撐桿的旋轉軸接點將機體旋轉至高一層或低一層的階梯踏板上；後者階段時，足部馬達持續旋轉，支撐桿會從階梯踏板上鬆開，機體也將會平放在高一層或低一層的階梯



踏板上。平台上下階梯的週期圖分別如圖 3-9 與圖 3-10 所示。

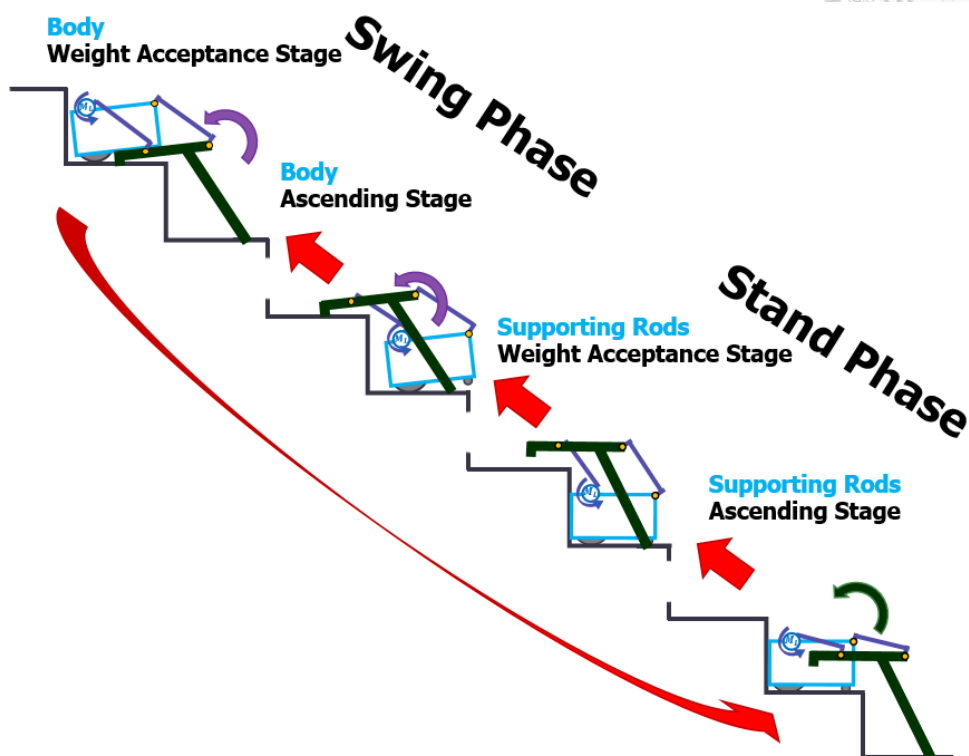


圖 3-9 機器人平台使用足式運動模式上階梯週期圖

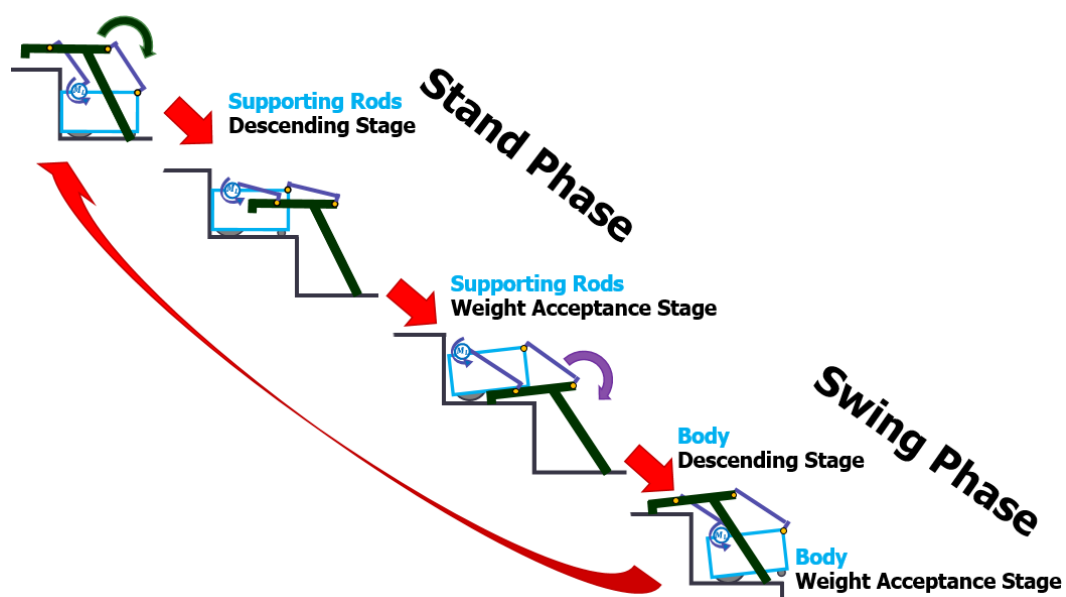


圖 3-10 機器人平台使用足式運動模式下階梯週期圖

當機器人平台行走於不平坦地形上時，可將其簡化分析成需使用足式運動模式跨越過平地或斜坡地形。平台同樣可使用足部馬達同步單方向旋轉，來使機體自平地或斜面的一位置移動至平地或斜面的下一位置上平放，如此便完成一個週期。其同樣包含有兩個部分：支撐期與擺動期。

支撐期包含足部支撐桿的抬升階段與承重階段：轉動足部馬達至支撐桿後桿碰到平地或斜坡面；後者階段時，足部馬達持續旋轉，直到支撐桿前桿與後桿完全攀附在平地或斜坡面上，形成一類似口字型助行器的架構。

擺動期包含機體的抬升階段與承重階段：前者階段時，足部馬達持續旋轉，連接桿會繞著支撐桿旋轉軸接點將機體旋轉至平地或斜坡面上的下一位置；後者階段時，支撐桿會從平地或斜坡面上鬆開，機體也將會平放在其上。

機器人平台爬行平地的週期圖如圖 3-11 所示。機器人平台上下斜坡的週期圖分別如圖 3-12 與圖 3-13 所示。

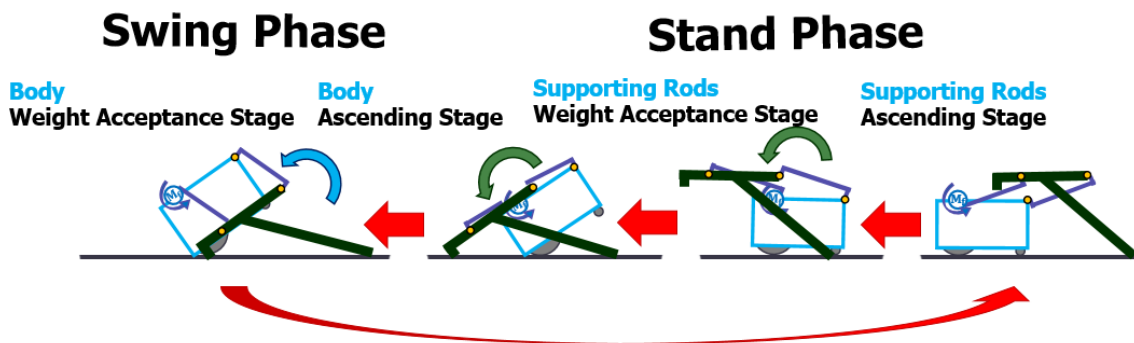


圖 3-11 機器人平台使用足式運動模式爬行平地週期圖

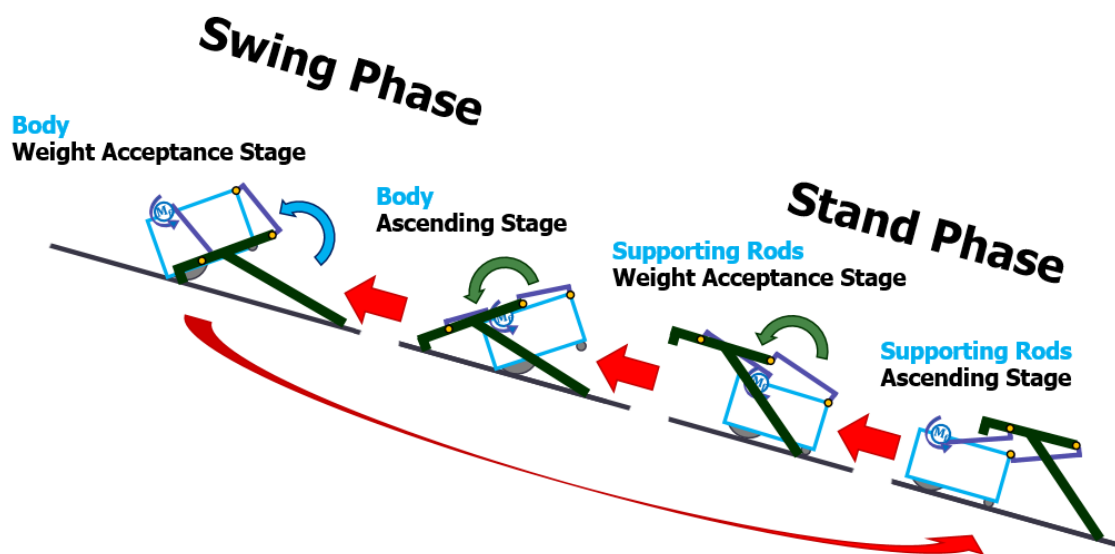


圖 3-12 機器人平台使用足式運動模式爬上斜坡週期圖

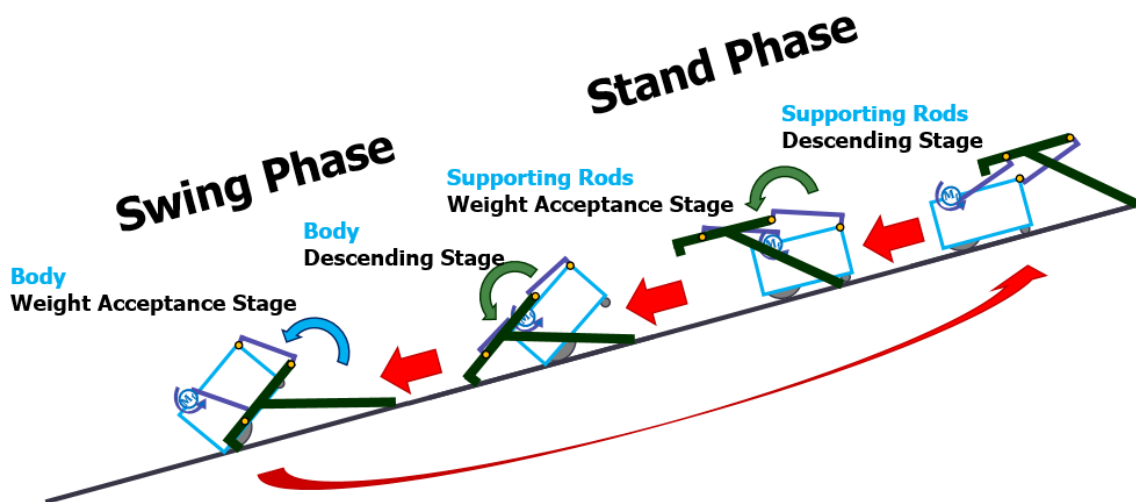


圖 3-13 機器人平台使用足式運動模式爬下斜坡週期圖



3.2.2 足部設計

綜合以上所述，機器人平台設計規範需符合以下幾點，如圖 3-14 所示：

1. 機體長度 L_{B1} 不得超出階梯深度 D_S 所規範的最小限制。
2. 機體本身的長度 L_{B1} 、機體兩側兩旋轉軸接點間水平距離 L_{B2} 、機體高度 H_B 與被動輪高度 H_{PW} 必須能夠符合讓連接桿得以順利旋轉完一圈的原則。
3. 連接桿的長度 L_L 必須能夠讓機體可以抬升至較高一層的階梯踏板上平放，其中階梯高度 H_S 符合所規範的最大限制。
4. 足部的支撐桿前桿長度 L_{R1} 必須較後桿長度 L_{R4} 短，且需確保支撐桿固定在階梯上後，機體會朝階梯豎板方向傾斜，使其質心遠離接地支持多邊形的邊界。
5. 足部的支撐桿前後桿需能夠在規範的階梯規格下有最大的接地多邊形範圍。
6. 支撐桿的後桿與前連接桿是最容易與較高一層階梯豎板碰撞的部分，因此需能夠後移或以口字形的設計來避開，以避免導致機體滑落階梯。

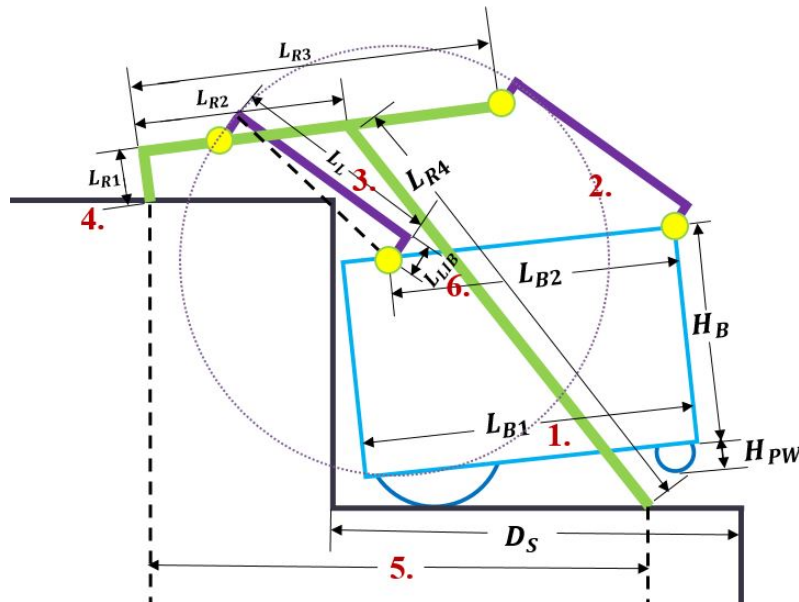


圖 3-14 足部之初步設計規範

為了達成預想的爬階功能，機器人平台必須能夠完全地平放在階梯踏板上，因此其長與寬必須符合臺灣行政院內政部營建署建築技術規則的規範，即階梯深度不得超過 21 公分，寬度不得超過 75 公分。此外，連接桿要完整地繞完一圈，它必須不能與地面或是另一支連接桿旋轉軸接點有干涉的情況發生。機體、連接桿與階梯的幾何關係如圖 3-15 所示，可列出式(3-1)至式(3-3)。

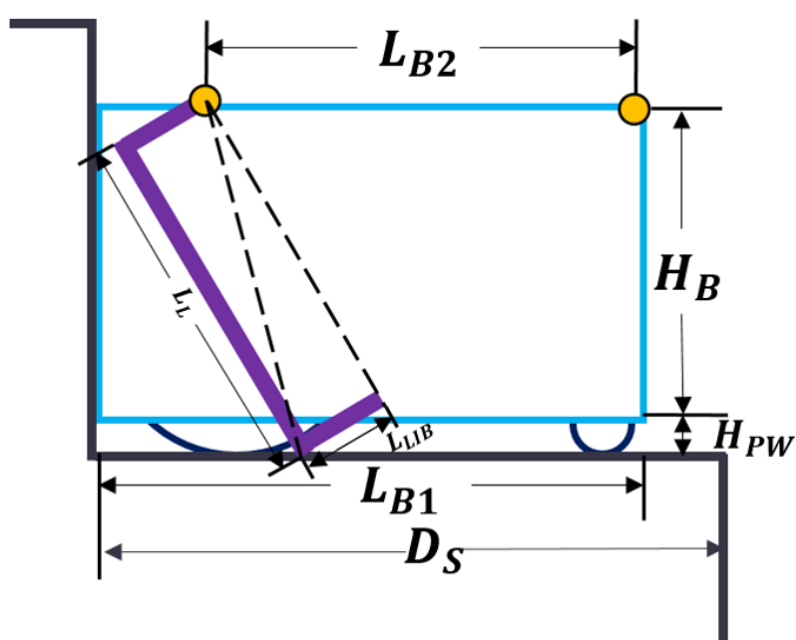


圖 3-15 機體、連接桿與階梯之幾何關係限制

$$D_S \geq L_{B1} \geq L_{B2} \geq \sqrt{L_L^2 + L_{LIB}^2}, D_S \geq 21 \text{ cm} \quad (3-1)$$

$$H_B + H_{PW} \geq \sqrt{L_L^2 + L_{LIB}^2} \quad (3-2)$$

$$W_S \geq W_B + 2T_L + 2T_R, W_S \leq 75 \text{ cm} \quad (3-3)$$

為了確保機體在上下階梯過程中不會因為過於靠近階梯邊緣而滑落，機體在每一層階梯踏板平面上都必須透過輪部馬達旋轉來讓機體前端與階梯豎板切齊。而連接桿轉一圈的最大直徑，需至少能夠讓機體可以從一層階梯踏板上與豎板切齊的位置，移動到高一層或低一層階梯踏板與邊緣切齊的位置，如圖 3-16 所示。根據內政部營建署建築技術規則規範，階梯高度不得超過 20 公分，可列出式(3-4)。

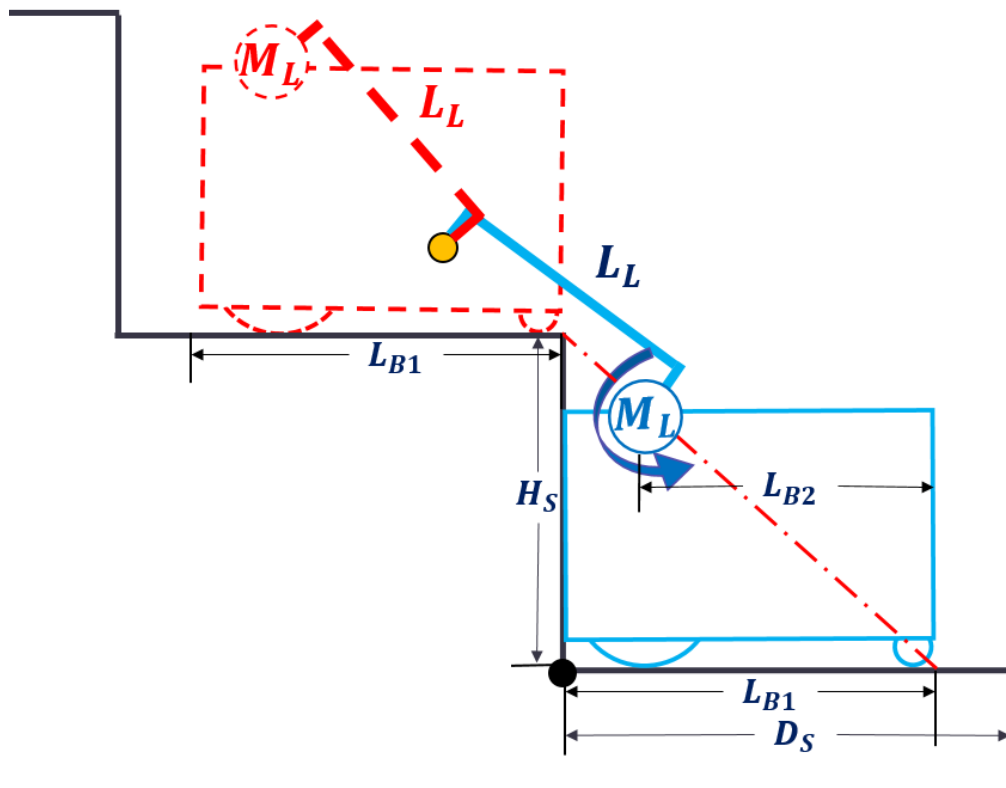


圖 3-16 機體翻越階梯之幾何關係限制

$$2L_L \geq \sqrt{H_S^2 + L_{B1}^2}, H_S \leq 20 \text{ cm} \quad (3-4)$$

根據式(3-1)和式(3-4)，可以找到連接桿長度 L_L 的邊界。又根據式(3-2)可知 L_L 值不能太大，否則機體的整體高度($H_B + H_{PW}$)會更高，進而導致機體更龐大。式(3-3)可決定機體、連接桿與支撐桿的厚度上限。

為了確保機體本身在上下階梯時朝階梯豎板方向傾斜，支撐桿前桿與階梯高度的垂直距離，必不可超過支撐桿後桿的垂直距離。又需確保整個支撐桿在連接桿抬至最高時不得碰到地面，如圖 3-17 所示，可列出式(3-5)。選擇 $\theta_{R1} = 90^\circ$ 以方便計算，如此便可在決定了 L_{R1} 後可得到 L_{R4} 與 θ_{R2} 的關係。

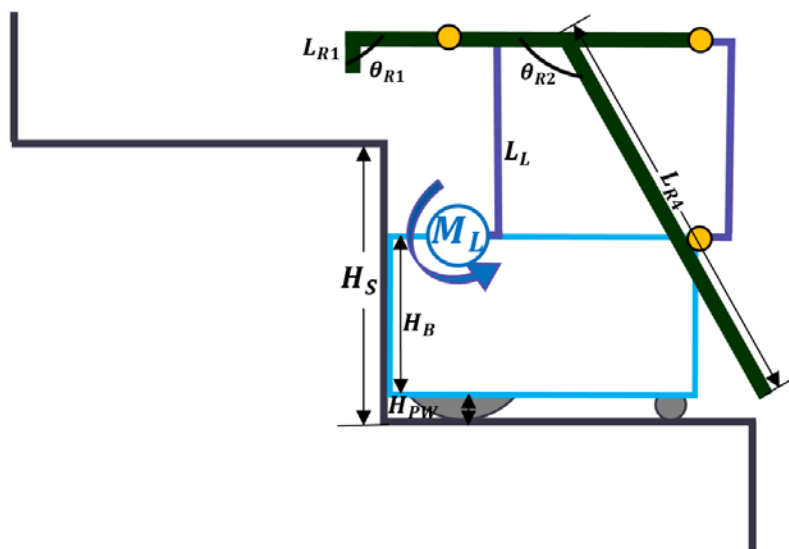


圖 3-17 支撐桿前後桿之幾何關係限制

$$L_L + H_B + H_{PW} \geq L_{R4} \cos(\theta_{R2} - \frac{\pi}{2}) \geq H_S + L_{R1} \cos(\theta_{R1} - \frac{\pi}{2}) \quad (3-5)$$

期望支撐桿前後桿與接觸面所圍出來的接地支持多邊形的面積盡可能大，又同時確保前桿不會超出較高一層階梯踏板邊界，後桿也不會滑落較低一層的階梯踏板邊界。當階梯高度 H_S 較 $(H_B + H_{PW})$ 矮時，前桿能夠盡可能地向前伸展，在 $H_S \rightarrow 0$ 時前桿能夠有最大的向前伸展極限，如圖 3-18 所示，可列出式(3-6)；當階梯高度 H_S 較 $(H_B + H_{PW})$ 高時，後桿能夠盡可能地向後伸展，若 H_S 達到最大高度 20 公分時後桿能夠有最大的向後伸展極限，如圖 3-19 所示，可列出式(3-7)。

機體傾斜角度 θ 可由圖 3-20 決定，可列出式(3-8)；支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉角度 ϕ_L 可由圖 3-21 與圖 3-22 決定，可列出式(3-9)及式(3-10)，其中 $\phi_{L,Start}$ 與 $\phi_{L,End}$ 分別為爬升起始與結束時的 ϕ_L ， H 為支撐桿固定後前後桿接地點的高度差，其中階梯高度為 H_S 。可根據式(3-6)至式(3-10)找出 L_{R2} 、 L_{R3} 與 θ 、 ϕ_L 的關係。

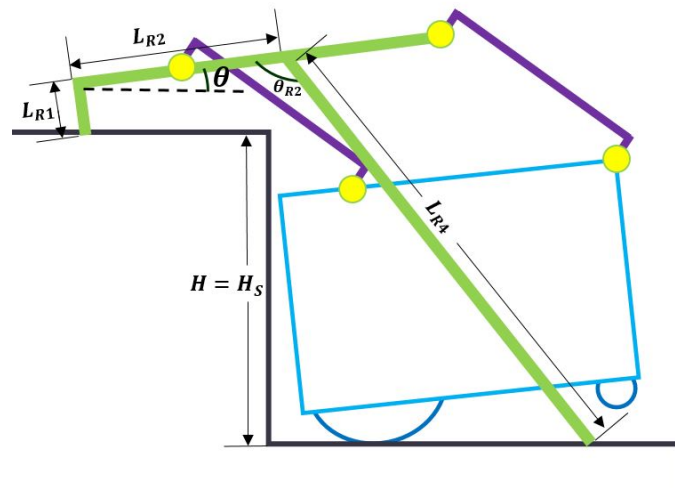


圖 3-20 機體傾斜角度 θ 與地形之幾何關係

$$H + L_{R1}\cos\theta + L_{R2}\sin\theta = L_{R4}\cos(\theta_{R2} + \theta - \frac{\pi}{2}) \quad (3-8)$$

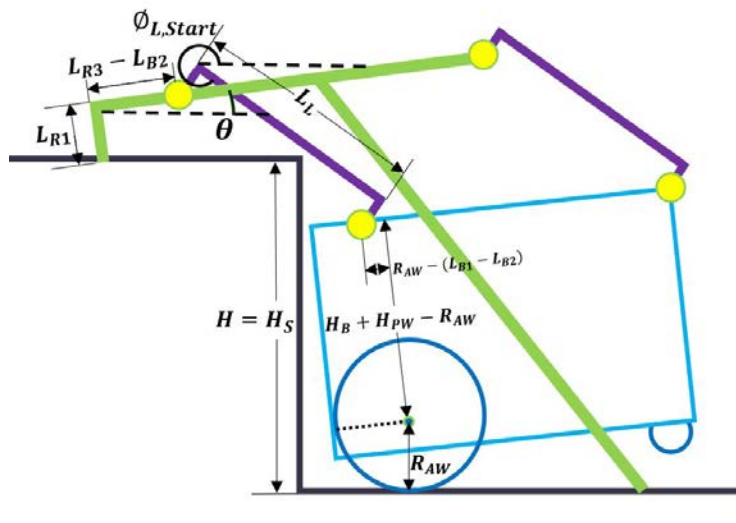


圖 3-21 支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉角度 $\phi_{L,Start}$ 與地形之幾何關係

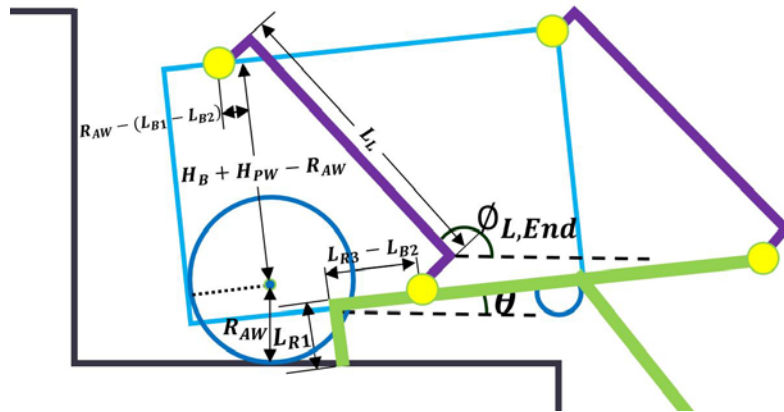


圖 3-22 支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉角度 $\phi_{L,End}$ 與地形之幾何關係

$$H + L_{R1}\cos\theta + (L_{R3} - L_{B2})\sin\theta = R_{AW} + (H_B + H_{PW} - R_{AW})\cos\theta - (R_{AW} - (L_{B1} - L_{B2}))\sin\theta + L_L\sin(2\pi - \phi_{L,start}) \quad (3-9)$$

$$L_{R1}\cos\theta + (L_{R3} - L_{B2})\sin\theta + L_L\sin(\pi - \phi_{L,End}) = R_{AW} + (H_B + H_{PW} - R_{AW})\cos\theta - (R_{AW} - (L_{B1} - L_{B2}))\sin\theta \quad (3-10)$$

最後需防止連接桿在爬階的過程中與階梯產生相撞，連接桿必須要有內彎的設計，其長度至少須能繞開與階梯的直線距離，如圖 3-23 所示。可列出式(3-11)至式(3-13)。根據式(3-1)、式(3-2)與式(3-13)的限制，可找到合適的連接桿內彎長度 L_{LIB} 。

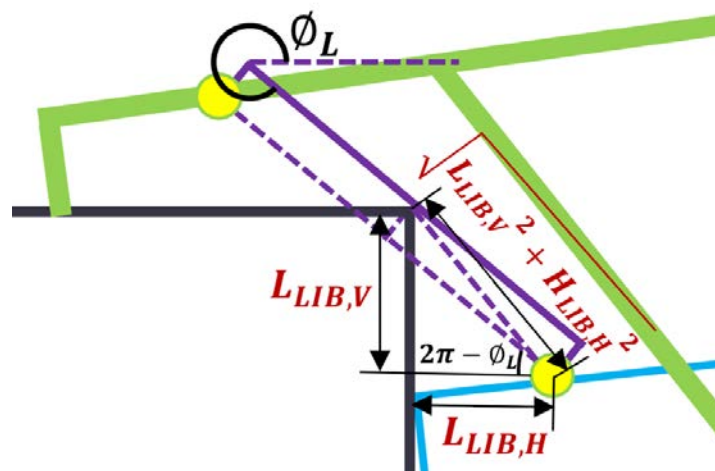


圖 3-23 連接桿內彎長度與地形之幾何關係限制



$$L_{LIB,H} = (L_{B1} - L_{B2})\cos\theta \quad (3-11)$$

$$L_{LIB,V} = H_S - (H_B + H_{PW})\cos\theta - (L_{B1} + L_{B2})\sin\theta \quad (3-12)$$

$$L_{LIB} \geq \sqrt{L_{LIB,H}^2 + L_{LIB,V}^2} \sin(\tan^{-1} \frac{L_{LIB,V}}{L_{LIB,H}} - (2\pi - \phi_L)) \quad (3-13)$$

決定足部的參數後，可以根據如圖 3-24 所示方式找到支撐桿的質心，如式(3-14)

與式(3-15)所示，其中 $L_{RCG,H}$ 與 $L_{RCG,V}$ 分別為質心距離左上角的水平與垂直距離。

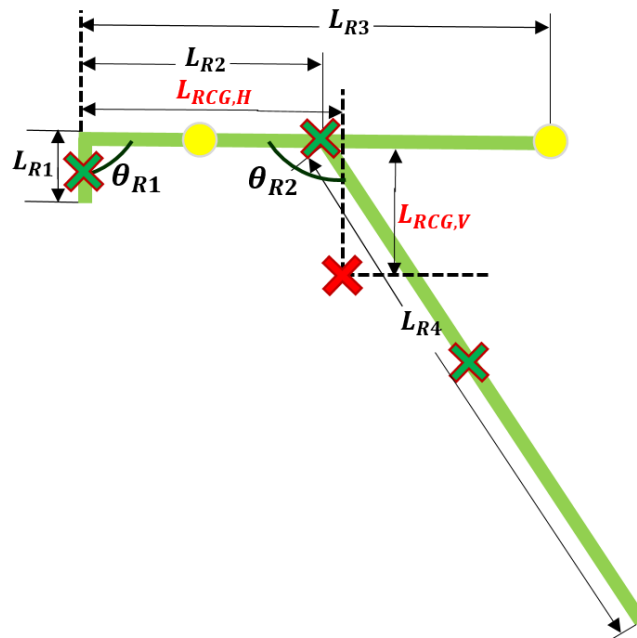


圖 3-24 支撐桿質心位置

$$L_{RCG,H} = \frac{L_{R3}}{L_{R1}+L_{R3}+L_{R4}} \frac{L_{R3}}{2} + \frac{L_{R4}}{L_{R1}+L_{R3}+L_{R4}} (L_{R2} + \frac{L_{R4}}{2} \sin(\theta_{R2} - \frac{\pi}{2})) \quad (3-14)$$

$$L_{RCG,V} = \frac{L_{R1}}{L_{R1}+L_{R3}+L_{R4}} \frac{L_{R1}}{2} + \frac{L_{R4}}{L_{R1}+L_{R3}+L_{R4}} (\frac{L_{R4}}{2} \cos(\theta_{R2} - \frac{\pi}{2})) \quad (3-15)$$



3.2.3 足部馬達扭力分析

當機器人平台使用足式運動模式運行於階梯或是不平坦地形上時，足部馬達所需最大扭力皆會發生在擺動期的機體抬升階段。此時足部的支撐桿將會完全攀附在多元地形上固定不動，並與連接桿及機體構成平行相等曲柄搖桿的四連桿機構，讓連接桿與機體繞著支撐桿旋轉軸接點做圓周運動。

定義平台在足式運動模式使用之坐標軸 x 軸通過長軸端點向右， y 軸入紙面， z 軸通過短軸端點向上。支撐桿橫桿與 x 軸間有一夾角 θ ，則因前後連接桿等長，機體在機體抬升階段時也會有一傾斜角 θ ；另連接桿旋轉時轉過的角度與 x 軸夾角為 ϕ_L 。機體抬升階段的動力學分析如圖 3-25，其中足部馬達以逆時針方向旋轉。

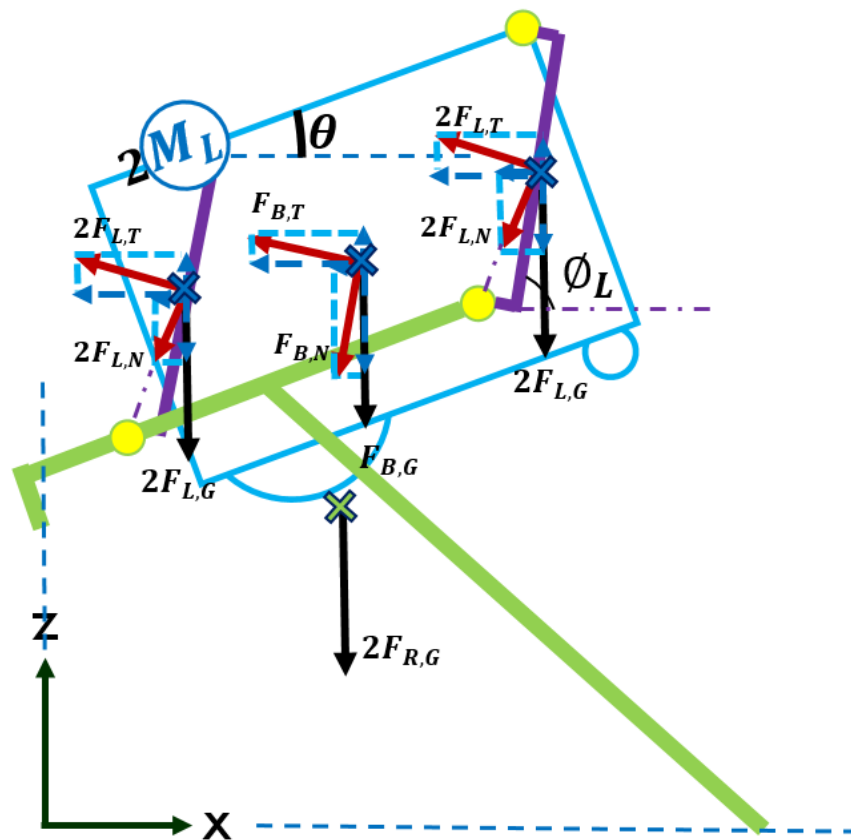


圖 3-25 足式運動模式之動力學分析圖



若機體的質量為 m_B ，則可根據力學分析列出機體所產生的重力方程式如式(3-16)，切線力方程式如式(3-17)，法線力方程式如式(3-18)。其中機體旋轉半徑恰為連接桿長 L_L 。

$$F_{B,G} = m_B g \quad (3-16)$$

$$F_{B,T} = m_B \ddot{\phi}_L L_L \quad (3-17)$$

$$F_{B,N} = m_B \dot{\phi}_L^2 L_L \quad (3-18)$$

若每個連接桿的質量為 m_L ，長度為 L_L ，內彎長度為 L_{LIB} ，則可根據力學分析列出每個連接桿所產生的重力方程式如式(3-19)，切線力方程式如式(3-20)，法線力方程式如式(3-21)。其中連接桿的旋轉半徑為 $\sqrt{L_{LIB}^2 + (\frac{L_L}{2})^2}$ 。

$$F_{L,G} = m_L g \quad (3-19)$$

$$F_{L,T} = m_L \ddot{\phi}_L \sqrt{L_{LIB}^2 + (\frac{L_L}{2})^2} \quad (3-20)$$

$$F_{L,N} = m_L \dot{\phi}_L^2 \sqrt{L_{LIB}^2 + (\frac{L_L}{2})^2} \quad (3-21)$$

若每個支撐桿的質量為 m_R ，則可根據力學分析列出每個支撐桿所產生的重力方程式如式(3-22)。

$$F_{R,G} = m_R g \quad (3-22)$$

機體的抬升階段過程中，連接桿與機體皆會產生力矩，因此需計算機體與足部連接桿的轉動慣量。因機體包含鋁板支架、足部馬達與減速機、輪部馬達與減速機及彎角軸、主動輪、被動輪、鋰電池等構成，並非是一均質方形體，必須逐項計算。

根據圖 3-4 的配置圖並忽略質量較小之物體不計，可列出各部件或物體的轉動慣量如式(3-23)至式(3-32)所示，包含各層鋁板轉動慣量 I_{B1} 、前後鋁板轉動慣量 I_{B2} 、左右兩側鋁板轉動慣量 I_{B3} 、足部馬達本體轉動慣量 I_{ML1} 、足部馬達減速機轉動慣量 I_{ML2} 、輪部馬達轉動慣量 I_{MW} 、兩顆鋰電池轉動慣量 I_{BA1} 和 I_{BA2} 、主動輪轉動慣量 I_{AW} 與連接桿轉動慣量 I_L 。其中馬達、減速機與彎角軸簡化為圓柱，連接桿簡化為細棒。

$$I_{B1} = \frac{1}{12}m_{B1}(W_B^2 + T_B^2) + m_{B1}L_L^2 \quad (3-23)$$

$$I_{B2} = \frac{1}{12}m_{B2}(H_B^2 + T_B^2) + m_{B2}L_L^2 \quad (3-24)$$

$$I_{B3} = \frac{1}{12}m_{B3}(L_B^2 + H_B^2) + m_{B3}L_L^2 \quad (3-25)$$

$$I_{ML1} = \frac{1}{2}m_{ML1}R_{ML1}^2 + m_{ML1}L_L^2 \quad (3-26)$$

$$I_{ML2} = \frac{1}{2}m_{ML2}R_{ML2}^2 + m_{ML2}L_L^2 \quad (3-27)$$

$$I_{MW} = \frac{1}{12}m_{MW}(3R_{MW}^2 + L_{MW}^2) + m_{MW}L_L^2 \quad (3-28)$$

$$I_{AW} = \frac{1}{2}m_{AW}R_{AW}^2 + m_{AW}L_L^2 \quad (3-29)$$

$$I_{BA1} = \frac{1}{12}m_{BA1}(W_{BA1}^2 + H_{BA1}^2) + m_{BA1}L_L^2 \quad (3-30)$$

$$I_{BA2} = \frac{1}{12}m_{BA2}(W_{BA2}^2 + H_{BA2}^2) + m_{BA2}L_L^2 \quad (3-31)$$

$$I_L = \frac{1}{3}m_L L_L^2 \quad (3-32)$$

其中輪式馬達的質量 m_{MW} 與長度 L_{MW} ，包含了馬達本體、減速機與彎角軸，因此必須將以上三者的質量與長度相加起來，如式(3-33)與式(3-34)所示。

$$m_{MW} = m_{MW1} + m_{MW2} + m_{MW3} \quad (3-33)$$

$$L_{MW} = L_{MW1} + L_{MW2} + L_{MW3} \quad (3-34)$$

接著可計算出機體與連接桿的力矩，分別如式(3-35)與式(3-36)所示。

$$\tau_B = (3I_{B1} + 2I_{B2} + 2I_{B3} + 2(I_{ML1} + I_{ML2} + I_{MW} + I_W) + I_{BA1} + I_{BA2})\ddot{\phi}_L \quad (3-35)$$

$$\tau_L = I_L\ddot{\phi}_L \quad (3-36)$$

假設單一顆足部馬達扭力為 M_L ，則可畫出動力分析圖如圖 3-26，並依此列出九元一次的動力學方程組如式(3-37)至式(3-45)，即可得到 M_L 對應支撐桿旋轉軸接點上連接桿與水平軸夾角 ϕ_L 之值。支撐桿旋轉軸接點上連接桿旋轉半徑與水平軸夾角 $\phi_{L,N}$ 可以式(3-46)找到。

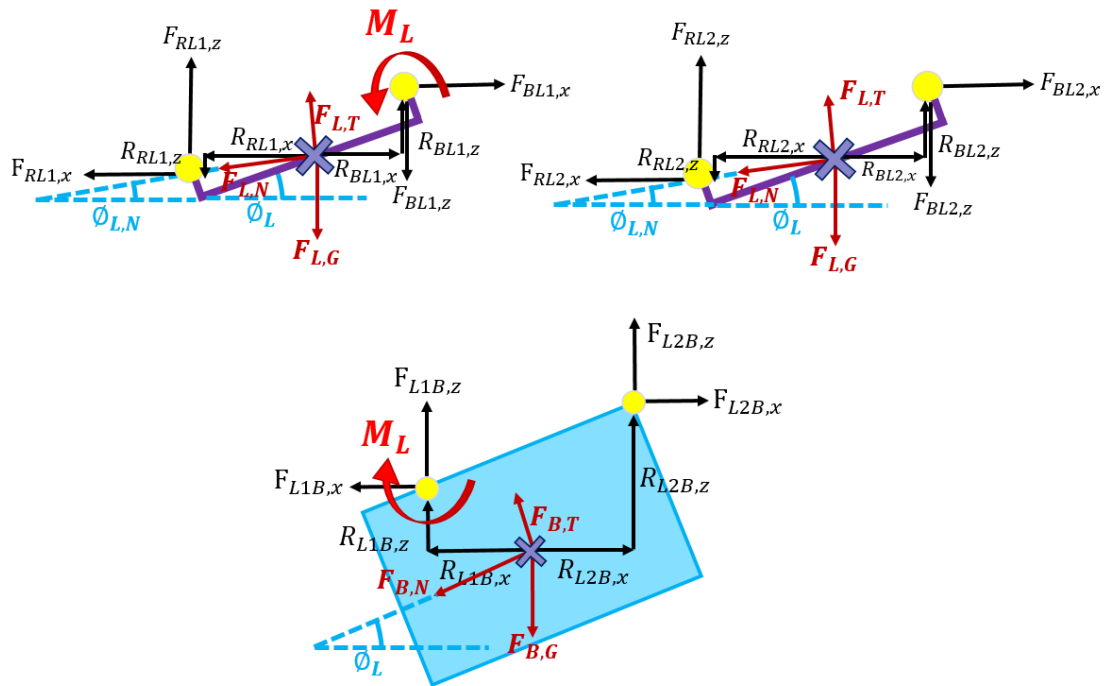
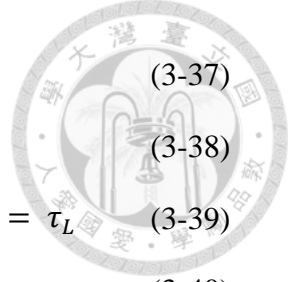


圖 3-26 足式運動模式之分解動力學分析圖



$$F_{RL1,x} + F_{BL1,x} = -F_{L,T}\sin\phi_{L,N} - F_{L,N}\cos\phi_{L,N} \quad (3-37)$$

$$F_{RL1,z} + F_{BL1,z} - F_{L,G} = F_{L,T}\cos\phi_{L,N} - F_{L,N}\cos\phi_{L,N} \quad (3-38)$$

$$M_L + (R_{RL1,z}F_{RL1,x} - R_{RL1,x}F_{RL1,z}) + (R_{BL1,z}F_{BL1,x} - R_{BL1,x}F_{BL1,z}) = \tau_L \quad (3-39)$$

$$F_{L1B,x} + F_{L2B,x} = -\frac{F_{B,T}}{2}\sin\phi_L - \frac{F_{B,N}}{2}\cos\phi_L \quad (3-40)$$

$$F_{L1B,z} + F_{L2B,z} - \frac{F_{B,G}}{2} = \frac{F_{B,T}}{2}\cos\phi_L - \frac{F_{B,N}}{2}\sin\phi_L \quad (3-41)$$

$$-M_L + (R_{L1B,z}F_{L1B,x} - R_{L1B,x}F_{L1B,z}) + (R_{L2B,z}F_{L2B,x} - R_{L2B,x}F_{L2B,z}) = \frac{\tau_B}{2} \quad (3-42)$$

$$F_{BL2,x} + F_{RL2,x} = -F_{L,T}\sin\phi_{L,N} - F_{L,N}\cos\phi_{L,N} \quad (3-43)$$

$$F_{BL2,z} + F_{RL2,z} - F_{L,G} = F_{L,T}\cos\phi_{L,N} - F_{L,N}\cos\phi_{L,N} \quad (3-44)$$

$$(R_{BL2,z}F_{BL2,x} - R_{BL2,x}F_{BL2,z}) + (R_{RL2,z}F_{RL2,x} - R_{RL2,x}F_{RL2,z}) = \tau_L \quad (3-45)$$

$$\tan\phi_{L,N} = \tan\phi_L - \tan^{-1}\frac{L_{LIB}}{L_L} \quad (3-46)$$

其中可根據作用力與反作用力定理，可得到方程式如式(3-47)至式(3-50)所示。

$$F_{L1B,x} = -F_{BL1,x} \quad (3-47)$$

$$F_{L1B,z} = -F_{BL1,z} \quad (3-48)$$

$$F_{L2B,x} = -F_{BL2,x} \quad (3-49)$$

$$F_{L2B,z} = -F_{BL2,z} \quad (3-50)$$

可根據圖 3-26 找到施力點至質心的位移向量如式(3-51)至式(3-58)所示。

$$R_{RL1,x} = R_{RL2,x} = -\frac{L_L}{2}\cos\phi_L - L_{LIB}\sin\phi_L \quad (3-51)$$

$$R_{RL1,z} = R_{RL2,z} = -\frac{L_L}{2}\sin\phi_L + L_{LIB}\cos\phi_L \quad (3-52)$$

$$R_{BL1,x} = R_{BL2,x} = \frac{L_L}{2}\cos\phi_L - L_{LIB}\sin\phi_L \quad (3-53)$$



$$R_{BL1,z} = R_{BL2,z} = \frac{L_L}{2} \sin\phi_L + L_{LIB} \cos\phi_L \quad (3-54)$$

$$R_{L1B,x} = -\frac{H_B}{2} \sin\theta - (L_{B2} + \frac{L_{B1}}{2}) \cos\theta \quad (3-55)$$

$$R_{L1B,z} = \frac{H_B}{2} \cos\theta - (L_{B2} + \frac{L_{B1}}{2}) \sin\theta \quad (3-56)$$

$$R_{L2B,x} = \frac{L_{B1}}{2} \cos\theta - \frac{H_B}{2} \sin\theta \quad (3-57)$$

$$R_{L2B,z} = \frac{L_{B1}}{2} \sin\theta + \frac{H_B}{2} \cos\theta \quad (3-58)$$

平台在擺動期的機體抬升階段時，角速度會先在短時間內加速到定值後再以等角速度運動，最後在結束前減速到 $0^\circ/s$ ，形成梯形角速度曲線，如圖 3-27 所示。經過足部馬達扭力分析後，可計算出其所需最大扭力值發生在 $\phi_L = 0^\circ$ 與 $\phi_L = 180^\circ$ 時，且當角速度 $\dot{\phi}_L = 60^\circ/s$ 、角加速度 $\ddot{\phi}_L = 0^\circ/s^2$ 時，足部馬達的最大值為 $M_L = 5.313 Nm$ 。Maxon 公司出品的 RE-35 馬達搭配 GP-42C 126:1 的減速機後，具有 9.160 Nm 的靜態最高扭力，總質量約為 800g，尚可接受，因此選用為平台的足部驅動馬達，詳細規格表如表 3-3 所示。

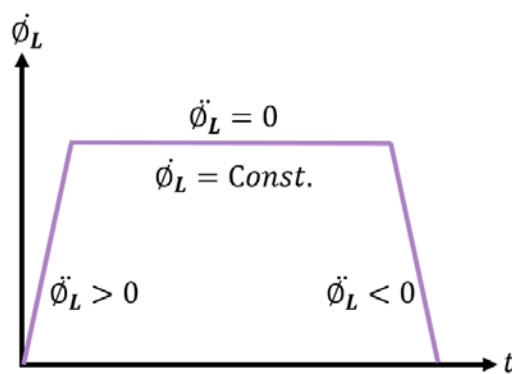
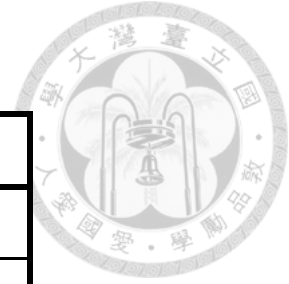


圖 3-27 機體抬升階段之梯形角速度曲線圖

表 3-3 足部馬達規格表



選用馬達	RE-35
瓦數	90 W
供給電壓	24 V
額定轉速	7750 rpm
額定扭矩(最大連續扭矩)	105 mNm
馬達長度(L_{ML1})	71 mm
馬達直徑($2R_{ML1}$)	30 mm
馬達質量(m_{ML1})	340 g
減速機	GP-42C 126:1
減速機長度(L_{ML2})	70 mm
減速機直徑($2R_{ML2}$)	42 mm
減速機質量(m_{ML2})	460 g
最大效率	72%
最後輸出額定轉速($\dot{\phi}_L$)	62 rpm
總最後輸出額定扭矩(M_L)	9.16 Nm
編碼器	MR-32



3.2.4 足部支撐桿之靜摩擦力分析

為了防止機器人平台在機體抬升階段時不會後滑，必須計算足部支撐桿與地面間的靜摩擦力 $f_{S,L}$ ，以確保其不會超出兩接觸面間的最大靜摩擦力 $f_{S,L,Max}$ 。地面選用材質為水泥地，而足部支撐桿材質選用鋁合金，而鋁與水泥地間的靜摩擦係數為 $\mu_{S,L} = 0.6$ (University of Birmingham. 2003)，故可根據式(3-59)計算出足部支撐桿與水泥地間的最大靜摩擦力 $f_{S,L,Max}$ 。

$$f_{S,L,Max} = \mu_{S,L}(F_{B,G} + 4F_{L,G} + 2F_{R,G}) \quad (3-59)$$

當平台以足式運動模式運行於階梯或平地時，可繪出力學分析圖如圖 3-28 所示，此時 x 軸方向的力平衡方程式如式(3-60)所示。

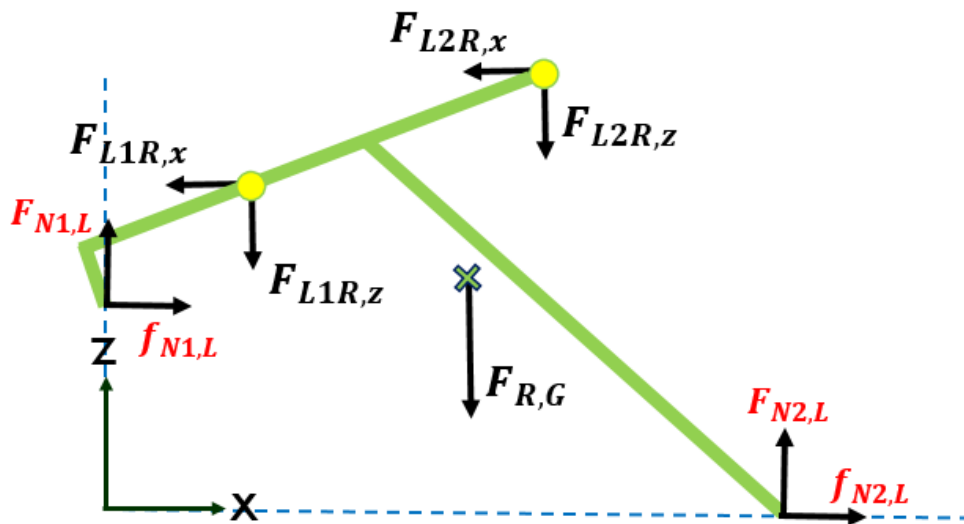


圖 3-28 足式運動模式運行於階梯與平地時之足部支撐桿力學分析圖

$$(f_{N1,L} + f_{N2,L}) - (F_{L1R,x} + F_{L2R,x}) = 0 \quad (3-60)$$



當平台以足式運動模式運行於斜坡時，可繪出力學分析圖如圖 3-29 所示，此時斜面方向的力平衡方程式如式(3-61)所示。

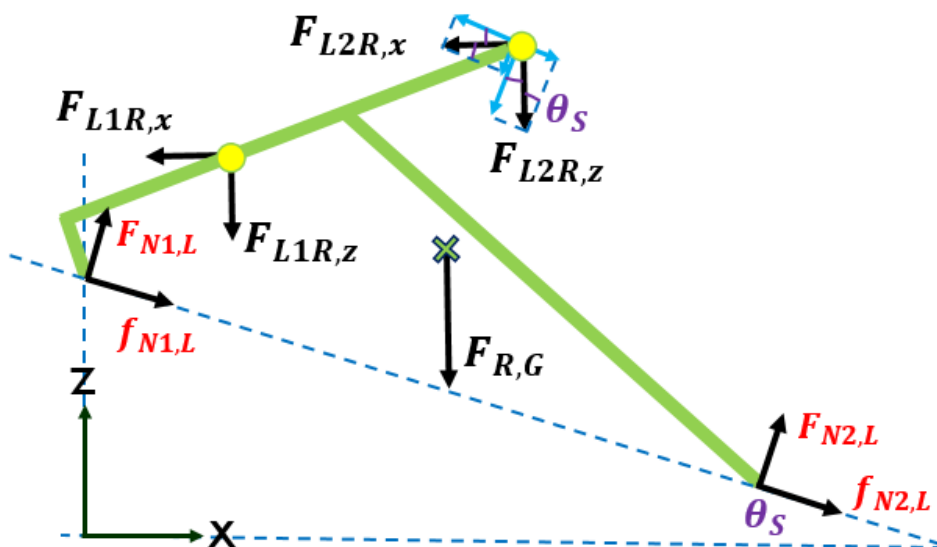


圖 3-29 足式運動模式運行於斜坡時之足部支撐桿力學分析圖

$$\begin{aligned} & (f_{N1,L} + f_{N2,L}) + (F_{L1R,z} + F_{L2R,z} + F_{R,G})\sin\theta_S \\ & - (F_{L1R,x} + F_{L2R,x})\cos\theta_S = 0 \end{aligned} \quad (3-61)$$

接著可根據作用力與反作用力定理，得到方程式如式(3-62)與式(3-63)所示。如此便可由式(3-64)得到地面對支撐桿的靜摩擦力。

$$F_{L1R,x} = -F_{RL1,x} \quad (3-62)$$

$$F_{L2R,x} = -F_{RL2,x} \quad (3-63)$$

$$f_{S,L} = f_{N1,L} + f_{N2,L} \quad (3-64)$$

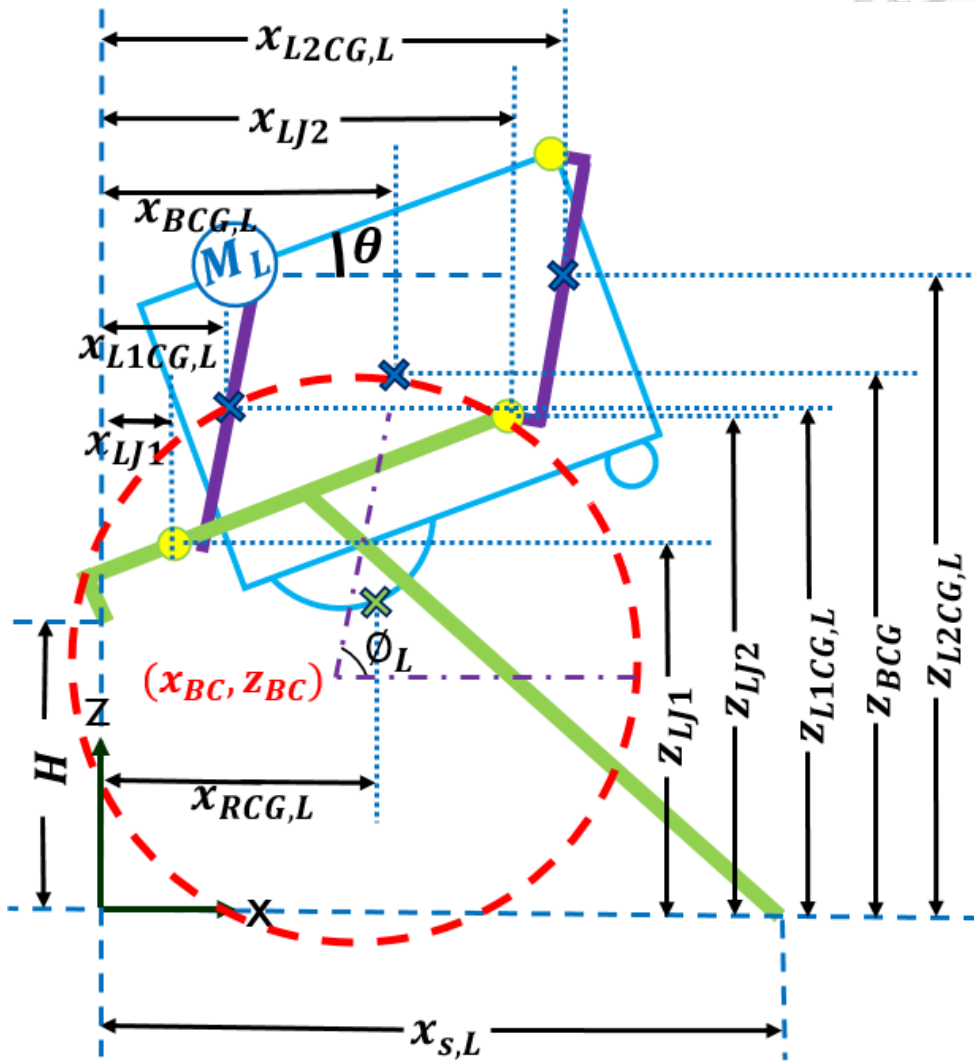


圖 3-31 機器人平台各部件質心在足式運動模式定義座標軸上之位置

$$x_{S,L} = -L_{R1}\sin\theta + L_{R2}\cos\theta + L_{R4}\sin(\theta_{R2} - \frac{\pi}{2} + \theta) \quad (3-65)$$

計算機器人平台的零力矩點前必須先找到各部件的質心位置方程式。機器人平台的機體旋轉中心至座標軸原點的水平距離如式(3-66)所示，至座標軸原點的垂直距離如式(3-67)所示。假設機體質心位於正中心，則可根據上兩式找到機體質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如(3-68)與式(3-69)所示。



$$x_{BC} = -L_{R1}\sin\theta + \left(L_{R3} - \frac{L_{B1}}{2}\right)\cos\theta + \frac{H_B}{2}\sin\theta \quad (3-66)$$

$$z_{BC} = H + L_{R1}\cos\theta + \left(L_{R3} - \frac{L_{B1}}{2}\right)\sin\theta - \frac{H_B}{2}\cos\theta \quad (3-67)$$

$$x_{BCG,L} = x_{BC} + L_L \cos \phi_L \quad (3-68)$$

$$z_{BCG,L} = z_{BC} + L_L \sin \phi_L \quad (3-69)$$

前連接桿與支撐桿橫桿的旋轉軸接點至座標軸原點的水平距離如式(3-70)所示，至座標軸原點的垂直距離如式(3-71)所示。可根據上兩式找到前連接桿的質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如式(3-72)與式(3-73)所示。

$$x_{LJ1} = -L_{R1}\sin\theta + (L_{R3} - L_{B2})\cos\theta \quad (3-70)$$

$$z_{LJ1} = H + L_{R1}\cos\theta + (L_{R3} - L_{B2})\sin\theta \quad (3-71)$$

$$x_{L1CG,L} = x_{LJ1} + L_{LIB}\sin\phi_L + \frac{L_L}{2}\cos\phi_L \quad (3-72)$$

$$z_{L1CG,L} = z_{LJ1} - L_{LIB}\cos\phi_L + \frac{L_L}{2}\sin\phi_L \quad (3-73)$$

後連接桿與支撐桿橫桿的旋轉軸接點至座標軸原點的水平距離如式(3-74)所示，至座標軸原點的垂直距離如式(3-75)所示。同樣可根據上兩式找到後連接桿質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如式(3-76)與式(3-77)所示。

$$x_{LJ2} = -L_{R1}\sin\theta + L_{R3}\cos\theta \quad (3-74)$$

$$z_{LJ2} = H + L_{R1}\cos\theta + L_{R3}\sin\theta \quad (3-75)$$

$$x_{L2CG,L} = x_{LJ2} + L_{LIB}\sin\phi_L + \frac{L_L}{2}\cos\phi_L \quad (3-76)$$

$$z_{L2CG,L} = z_{LJ2} - L_{LIB}\cos\phi_L + \frac{L_L}{2}\sin\phi_L \quad (3-77)$$

最後可以找到支撐桿質心與座標軸原點的水平距離如式(3-78)所示。

$$x_{RCG,L} = -L_{R1}\sin\theta + L_{RCG,H}\cos\theta + L_{RCG,V}\sin\theta \quad (3-78)$$

在進行斜坡爬行的分析時，可視為將平地旋轉一個角度，因此必須對機體傾斜角度 θ 與支撐桿旋轉軸接點上連接桿轉動角度 ϕ_L 做修正。定義上斜坡時角度 $\theta_S > 0$ ，下斜坡時 $\theta_S < 0$ 。此時 θ 與 ϕ_L 受到斜坡坡度的影響，如式(3-79)與式(3-80)所示。

$$\theta = \theta_{H=0} - \theta_S \quad (3-79)$$

$$\phi_L = \phi_{L,H=0} - \theta_S \quad (3-80)$$

可以式(3-81)計算出機器人平台運動時的質心位置 $x_{CoG,L}$ 。

$$\begin{aligned} x_{CoG,L} = & x_{BCG,L} \frac{m_B}{m_B+4m_L+2m_R} + x_{L1CG,L} \frac{2m_L}{m_B+4m_L+2m_R} \\ & + x_{L2CG,L} \frac{2m_L}{m_B+4m_L+2m_R} + x_{RCG,L} \frac{2m_R}{m_B+4m_L+2m_R} \end{aligned} \quad (3-81)$$



3.2.6 零力矩點分析

為了確保機器人平台在足式運動時可以維持其穩定性，必須確保其在運動過程中之零力矩點位置 $x_{ZMP,L}$ 不會超出接地支持多邊形範圍 $x_{S,L}$ 外，如圖 3-32 所示。其中各部件質心對零力矩點之重力與切線方向慣性力所造成的力矩和為零。

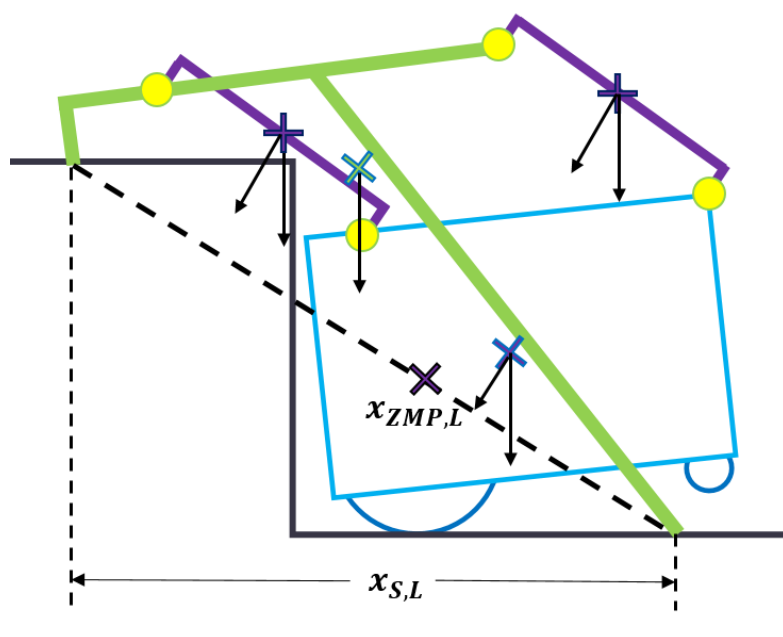


圖 3-32 機器人平台零力矩點位置 $x_{ZMP,L}$ 計算示意圖

在同一套坐標系定義中，可以根據零力矩點的定義，找到機器人平台本身重力與慣性力的所產生的 x 軸方向與 y 軸方向力矩和正好與地面反作用力的所產生的力矩和抵銷的點。平台在擺動期的機體抬升階段部分時的重力與慣性力力學圖如圖 3-33 所示，因為機體對稱且行走在左右兩側等高的地形上，因此只須考慮 y 軸方向力矩。將支點定在零力矩點座標 $(x_{ZMP,L}, z_{ZMP,L})$ 上，可列出平台各部件質心上之重力與慣性力相對於零力矩點所產生的 y 軸方向力矩和如式(3-82)所示。

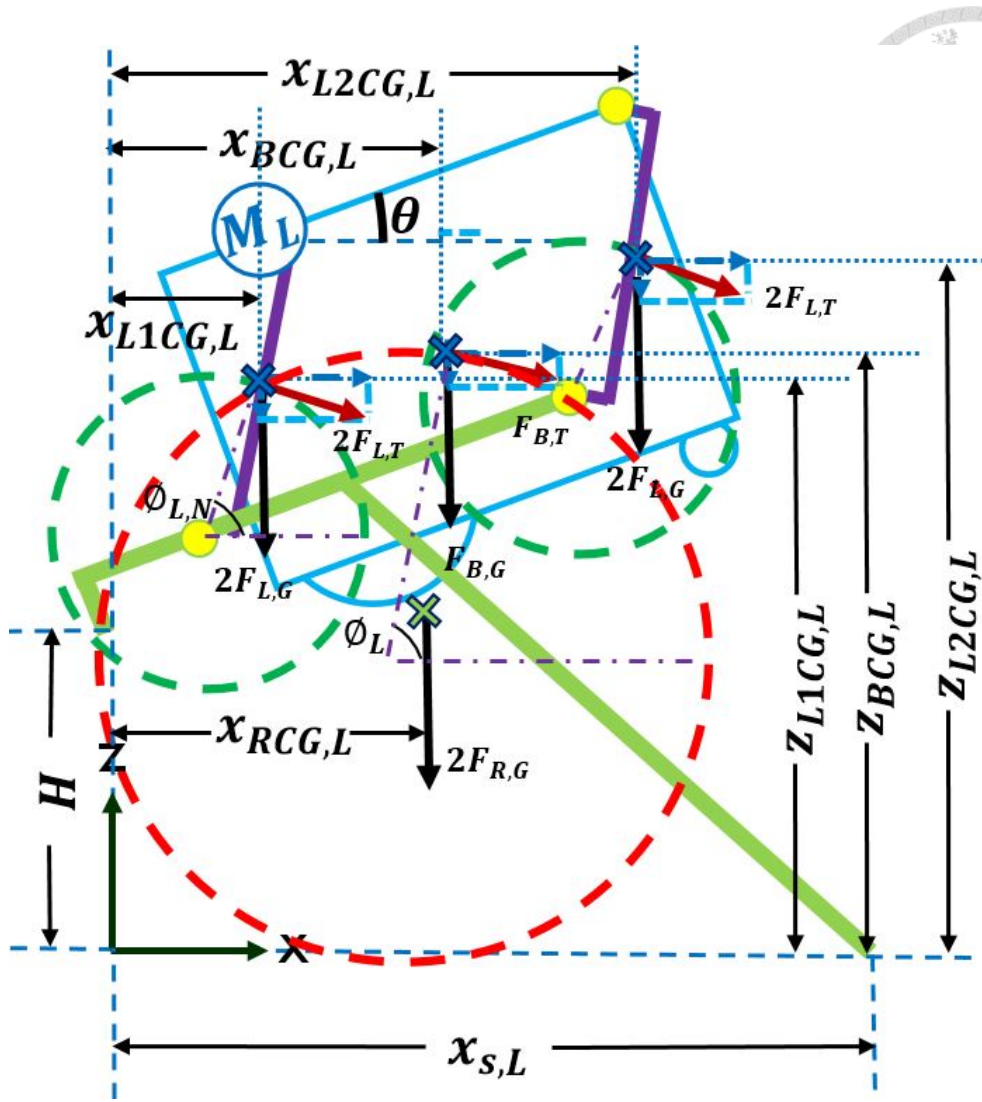


圖 3-33 足式運動模式時重力與切線慣性力之力學分析圖

$$M_{ZMP,y,L} = M_{BCG,y,L} + 2M_{L1CG,y,L} + 2M_{L2CG,y,L} + 2M_{RCG,y,L} = 0 \quad (3-82)$$

其中機體的垂直方向與水平方向受力如式(3-83)與式(3-84)所示，並可以根據受力計算出機體質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-85)所示。

$$F_{BCG,z,L} = -F_{B,G} - F_{B,T} \cos \phi_L \quad (3-83)$$

$$F_{BCG,x,L} = F_{B,T} \sin \phi_L \quad (3-84)$$

$$M_{BCG,y,L} = -(x_{BCG,L} - x_{ZMP,L})F_{BCG,z,L} + (z_{BCG,L} - z_{ZMP,L})F_{BCG,x,L} \quad (3-85)$$



足部前後連接桿的垂直方向與水平方向受力如式(3-86)與式(3-87)所示，可根據受力計算出前連接桿質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-88)所示；後連接桿質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-89)所示。

$$F_{LCG,z,L} = -F_{L,G} - F_{L,T} \cos \phi_{L,N} \quad (3-86)$$

$$F_{LCG,x,L} = F_{L,T} \sin \phi_{L,N} \quad (3-87)$$

$$M_{L1CG,y,L} = -(x_{L1CG,L} - x_{ZMP,L})F_{LCG,z,L} + (z_{L1CG,L} - z_{ZMP,L})F_{LCG,x,L} \quad (3-88)$$

$$M_{L2CG,y,L} = -(x_{L2CG,L} - x_{ZMP,L})F_{LCG,z,L} + (z_{L2CG,L} - z_{ZMP,L})F_{LCG,x,L} \quad (3-89)$$

足部支撐桿的垂直方向與水平方向受力如式(3-90)與式(3-91)，可根據受力計算出機體質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-92)所示。

$$F_{RCG,z,L} = -F_{R,G} \quad (3-90)$$

$$F_{RCG,x,L} = 0 \quad (3-91)$$

$$M_{RCG,y,L} = -(x_{RCG,L} - x_{ZMP,L})F_{RCG,z,L} \quad (3-92)$$

接著引用「虛擬斜面」的概念，以修正 $z_{ZMP,L}$ 不為 0 時的情況。想像足部支撐桿前後桿端點連線為一斜面，則此斜面的方程式如(3-93)所示。將零力矩點座標代入後如式(3-94)所示。

$$z = \left(-\frac{H}{x_{S,L}}\right)x + H \quad (3-93)$$

$$z_{ZMP,L} = \left(-\frac{H}{x_{S,L}}\right)x_{ZMP,L} + H \quad (3-94)$$



在上下階梯時， $H = H_S$ ；在平地上運行時， $H = 0$ ；在斜坡上時， H 可以根據式(3-95)所示來求得。

$$\tan \theta_S = \frac{H}{x_{S,L}} \quad (3-95)$$

將式(3-94)代回式(3-82)後可找到 x 軸方向的零力矩點 $x_{ZMP,L}$ ，如式(3-96)至式(3-98)所示。如此便可計算出在不同角度斜坡或不同高度階梯下的零力矩點。

$$F_{z,L} = F_{BCG,z,L} + 4F_{LCG,z,L} + 2F_{RCG,z,L} \quad (3-96)$$

$$F_{x,L} = F_{BCG,x,L} + 4F_{LCG,x,L} \quad (3-97)$$

$$\begin{aligned} x_{ZMP,L} = & (x_{BCG,L}F_{BCG,z,L} - z_{BCG,L}F_{BCG,x,L} + HF_{BCG,x,L} \\ & + 2x_{L1CG,L}F_{LCG,z,L} - 2z_{L1CG,L}F_{LCG,x,L} + 2x_{L2CG,L}F_{LCG,z,L} - 2z_{L2CG,L}F_{LCG,x,L} \\ & + 4HF_{LCG,x,L} + 2x_{RCG,L}F_{RCG,z,L}) / \left(F_{z,L} + \frac{H}{x_{S,L}}F_{x,L} \right) \end{aligned} \quad (3-98)$$



3.3 輪式運動模式

當機器人在平地或斜坡上運動時，可以切換至輪式運動模式以增加機器人的運動效率。當使用輪式運動模式前進時，足部馬達會將足部抬起並鎖住，輪部馬達則持續轉動來帶動機體前進。本小節將分析零力矩點，以確保其不會在機器人使用輪式運動模式時超出輪部接地多邊形範圍，進而導致機器人平台翻覆。3.3.1 節介紹機器人平台利用輪式運動模式在平地與斜坡的直線前進；3.3.2 節介紹輪部馬達扭力分析，使其扭力足夠在平地或斜坡上運行；3.3.3 節介紹平台使用輪部運動模式運行時，其與不同斜度地形的幾何關係；3.3.4 節利用此幾何關係分析運動中的零力矩點，確保平台能夠穩定運行不傾倒。

3.3.1 平地與斜坡直線前進

當機器人平台以輪式運動模式直線前進時，兩顆輪部馬達必須同步單方向轉動，帶動主動輪前行。在平地運行與上下斜坡的狀況如圖 3-34 至圖 3-36 所示。假設斜坡的斜度為 θ_s ，且上斜坡時 $\theta_s > 0$ ，下斜坡時 $\theta_s < 0$ ；連接桿與 x 軸夾角為 ϕ_w 。

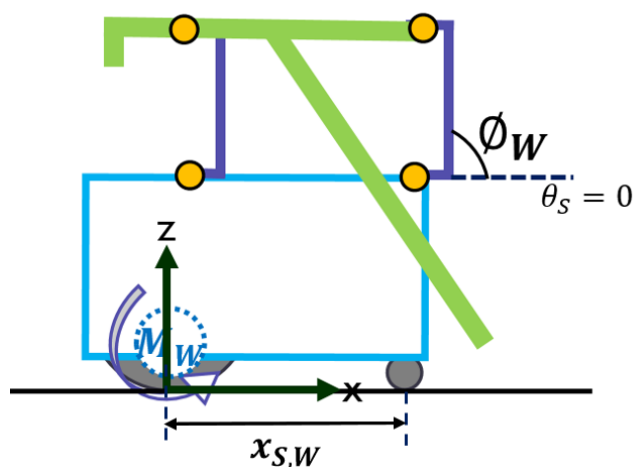


圖 3-34 機器人平台使用輪式運動模式平地直進

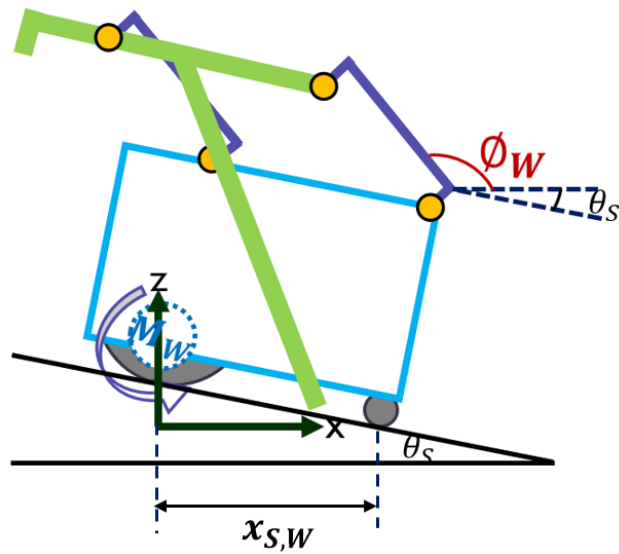


圖 3-35 機器人平台使用輪式運動模式上斜坡

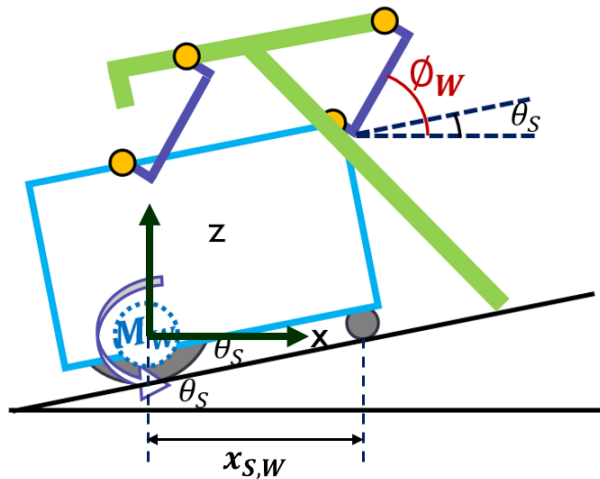


圖 3-36 機器人平台使用輪式運動模式下斜坡

3.3.2 輪部馬達扭力分析

當機器人平台使用輪式運動模式運行的斜坡越陡時，輪部馬達所需扭力會越大，因此在馬達的分析上會選用上斜坡時做為分析。定義一座標軸其 u 軸與通過輪部與斜坡面的接觸點向右， w 軸垂直斜坡面向上， v 軸入紙面，如圖 3-38 所示。其中輪部馬達以逆時針方向旋轉。

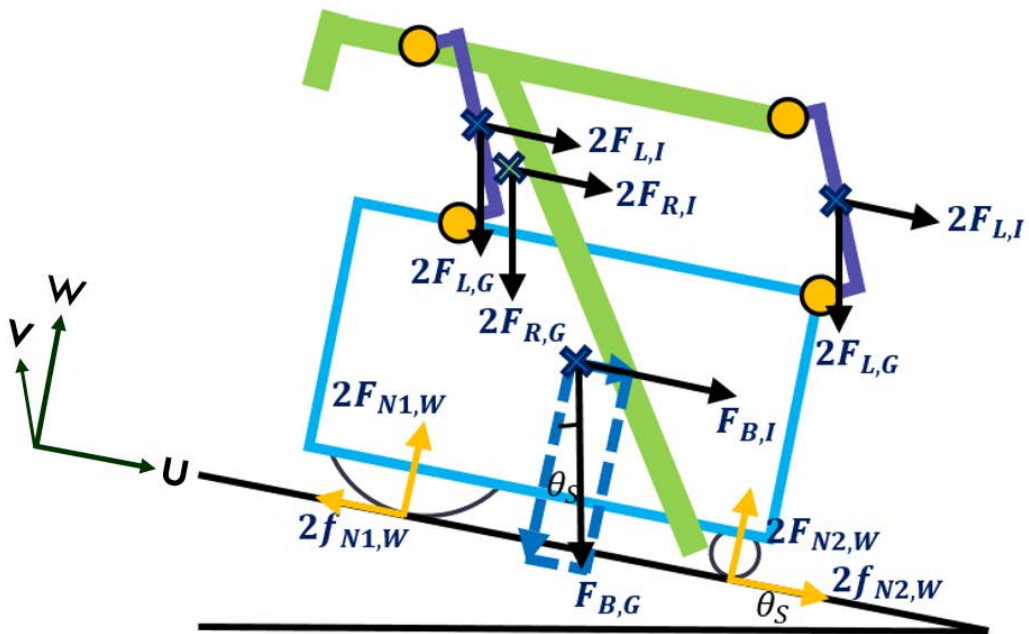


圖 3-37 輪式運動模式之動力學分析圖

若機體質量为 m_B ，則可根據力學分析列出機體所產生的重力方程式如式(3-16)所示，慣性力方程式如式(3-99)所示。

$$F_{B,I} = m_B a \quad (3-99)$$

若每個連接桿的質量為 m_L ，則可根據力學分析列出每個連接桿所產生的重力方程式如式(3-19)所示，慣性力方程式如式(3-100)所示。

$$F_{L,I} = m_L a \quad (3-100)$$

若每個支撐桿的質量為 m_R ，則可根據力學分析列出每個支撐桿所產生的重力方程式如式(3-22)所示，慣性力方程式如式(3-101)所示。



$$F_{R,I} = m_R a$$

(3-101)

因此可列出 u 軸方向與 w 軸方向的力平衡方程式如式(3-102)與式(3-103)所示。

$$2f_{N2,W} + (F_{B,I} + 4F_{L,I} + 2F_{R,I}) + (F_{B,G} + 4F_{L,G} + 2F_{R,G})\sin\theta_S - 2f_{N1,W} = 0$$

(3-102)

$$2F_{N1,W} + 2F_{N2,W} - (F_{B,G} + 4F_{L,G} + 2F_{R,G})\cos\theta_S = 0$$

(3-103)

為了防止機器人平台在斜坡上運行時不會有打滑的現象，必須確保輪部與地面間的靜摩擦力不會超過兩接觸面間的最大靜摩擦力，因此可列出正向力與摩擦力的關係如式(3-104)與式(3-105)。地面材質選用水泥地，而橡膠與水泥地間的靜摩擦係數為 $\mu_{S,W} = 1.0$ (PhyLink, 2018)。

$$f_{N1,W} \leq \mu_{S,W} F_{N1,W}$$

(3-104)

$$f_{N2,W} \leq \mu_{S,W} F_{N2,W}$$

(3-105)

接著將輪部馬達與主動輪獨立出來，繪出力學分析圖如圖 3-38 所示。輪部馬達需要撐起整個機器人平台的總質量，並期望至少能夠爬上臺灣行政院內政部營建署建築技術規則所規範的最陡斜坡約 $\theta_S = 7^\circ$ 的斜坡，以 $a = 0.10 \text{ m/s}^2$ 的加速度前進。可列出方程式如式(3-106)，其中主動輪的角加速度 $\ddot{\theta}_W$ 可由式(3-107)求得。假設主動輪為粗圓環，則主動輪對輪部馬達的轉動慣量 $I_{AW,C}$ 可由式(3-108)求出。

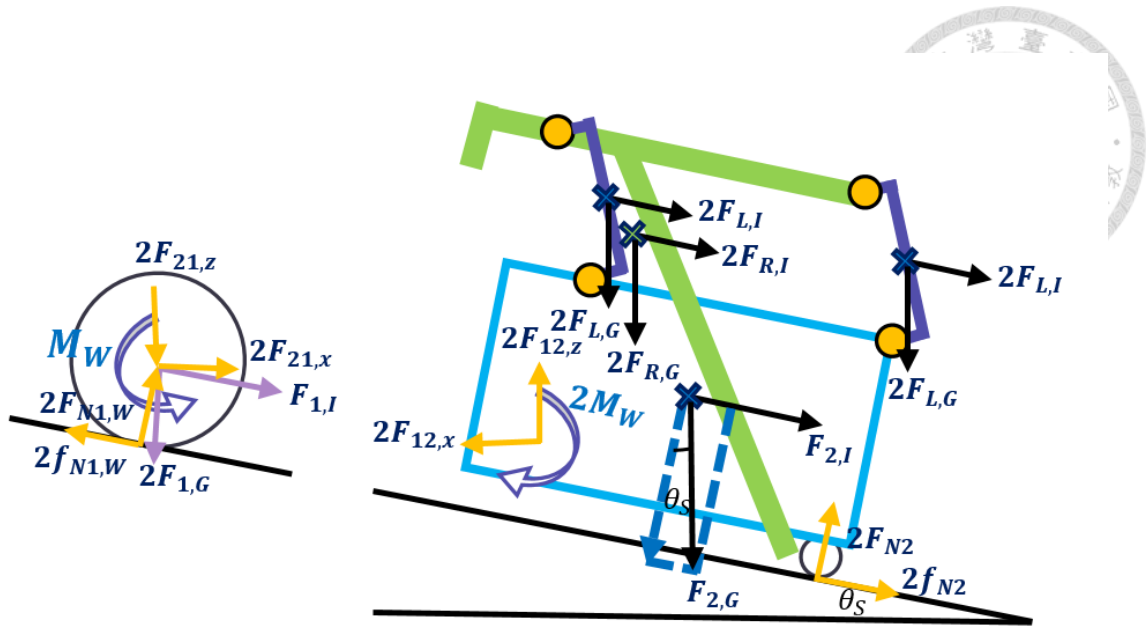


圖 3-38 輪式運動模式之分解動力學分析圖

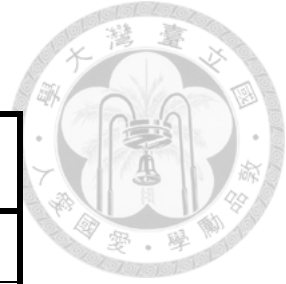
$$M_W = -R_{AW} \times (\mu_{s,W} F_{N1,W}) + I_{AW,C} \ddot{\phi}_W \quad (3-106)$$

$$\ddot{\phi}_W = \frac{a}{R_{AW}} \quad (3-107)$$

$$I_{AW,C} = (R_{AW}^2 + \frac{3}{4} (\frac{W_{AW}}{2})^2) m_{AW} \quad (3-108)$$

經過輪部馬達扭力分析後，可計算出此時所需的扭力值 $M_W = 0.957 \text{ Nm}$ 。
 Maxon 公司出品的 DCX-26L 馬達搭配 GPX-26 5.3:1 的減速機與彎角軸 GSR-017 7:1，具有 1.5 Nm 的靜態最高扭力，總質量約為 545 g ，尚可接受，因此選用為平台的輪部驅動馬達，詳細規格表如表 3-4 所示。

表 3-4 輪部馬達規格表



選用馬達	DCX-26L
瓦數	40 W
供給電壓	24 V
額定轉速	10700 rpm
額定扭矩(最大連續扭矩)	57.8 mNm
馬達長度(L_{MW1})	57 mm
馬達直徑($2R_{MW1}$)	26 mm
馬達質量(m_{MW1})	170 g
減速機	GPX-26 5.3:1
減速機長度(L_{MW2})	21.3 mm
減速機半徑($2R_{MW2}$)	26 mm
減速機質量(m_{MW2})	75 g
彎角軸	GSR-017 7:1
彎角軸長度(L_{MW3})	40 mm
彎角軸質量(m_{MW3})	300 g
最大效率	70%
最後輸出額定轉速($\dot{\theta}_W$)	288 rpm
最後輸出額定扭矩(M_W)	1.5 Nm
編碼器	ENX-10 EASY



3.3.3 平台質心位置分析

在計算零力矩點之前，需先計算出在輪式運動模式在上斜坡時，各部件質心位置的變化方程式，如圖 3-39 所示。其中輪部馬達以逆時針方向旋轉。定義平台在輪式運動模式時使用坐標軸之 x 軸通過被動輪與地面的接觸點向右， y 軸入紙面， z 軸通過主動輪與地面的接觸點向上，可以式(3-109)找到前後輪與地面接觸點圍出的接地多邊形之 x 軸方向長度為 $x_{S,W}$ 。

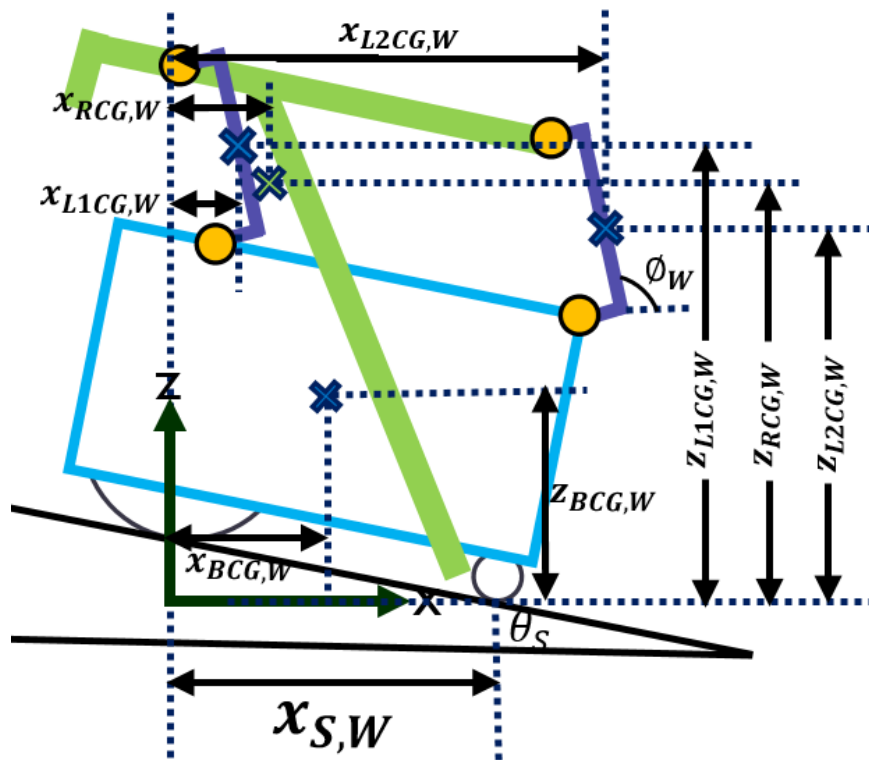


圖 3-39 機器人平台各部件質心在輪式運動模式定義座標軸上之位置

$$x_{S,W} = \left(L_{B1} - R_{AW} - \frac{L_{PW}}{2} \right) \cos \theta_s \quad (3-109)$$

假設機體質心位於正中心，則可找到機體質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如式(3-110)與式(3-111)所示。



$$x_{BCG,W} = \left(\frac{L_{B1}}{2} - R_{AW}\right) \cos\theta_s + \left(\frac{H_B}{2} + H_W\right) \sin\theta_s \quad (3-110)$$

$$z_{BCG,W} = \left(\frac{L_{B1}}{2} - L_{PW}\right) \sin\theta_s + \left(\frac{H_B}{2} + H_W\right) \cos\theta_s \quad (3-111)$$

也可找到前連接桿質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如式(3-112)與式(3-113)所示；後連接桿質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如式(3-114)與式(3-115)所示。

$$x_{L1CG,W} = (L_{B1} - L_{B2} - R_{AW}) \cos\theta_s + (H_B + H_{PW}) \sin\theta_s + \frac{L_{LIB}}{\sin\phi_W} + \frac{L_L}{2} \cos\phi_W \quad (3-112)$$

$$z_{L1CG,W} = \left(L_{B2} - \frac{L_{PW}}{2}\right) \sin\theta_s + (H_B + H_{PW}) \cos\theta_s + \frac{L_{LIB}}{\sin\phi_W} + \frac{L_L}{2} \sin\phi_W \quad (3-113)$$

$$x_{L2CG,W} = (L_{B1} - R_{AW}) \cos\theta_s + (H_B + H_{PW}) \sin\theta_s + \frac{L_{LIB}}{\sin\phi_W} + \frac{L_L}{2} \cos\phi_W \quad (3-114)$$

$$z_{L2CG,W} = \left(-\frac{L_{PW}}{2}\right) \sin\theta_s + (H_B + H_{PW}) \cos\theta_s + \frac{L_{LIB}}{\sin\phi_W} + \frac{L_L}{2} \sin\phi_W \quad (3-115)$$

最後也可找到支撐桿質心位置至座標軸原點的水平距離與垂直距離分別如式(3-116)與式(3-117)所示。

$$x_{RCG,W} = (L_{B1} - L_{B2} - R_{AW} - L_{R3} + L_{B2} + L_{RCG,H}) \cos\theta_s + (H_B + H_{PW} - L_{RCG,V}) \sin\theta_s + L_L \cos\phi_W \quad (3-116)$$

$$z_{RCG,W} = \left(L_{R3} - \frac{L_{PW}}{2} - L_{RCG,H}\right) \sin\theta_s + (H_B + H_{PW} - L_{RCG,V}) \cos\theta_s + L_L \sin\phi_W \quad (3-117)$$



可以式(3-118)計算出機器人平台運動時的質心位置 $x_{CoG,W}$ 。

$$\begin{aligned}
 x_{CoG,W} = & x_{BCG,W} \frac{m_B}{m_B+4m_L+2m_R} + x_{L1CG,W} \frac{2m_L}{m_B+4m_L+2m_R} \\
 & + x_{L2CG,W} \frac{2m_L}{m_B+4m_L+2m_R} + x_{RCG,W} \frac{2m_R}{m_B+4m_L+2m_R}
 \end{aligned}
 \tag{3-118}$$

3.3.4 零力矩點分析

為了確保機器人平台在輪式運動時可以維持其穩定性，必須確保其在運動過程中之零力矩點不會超出接地支持多邊形的範圍外。

在同一套坐標系定義中，可以根據零力矩點的定義，找到機器人平台本身重力與慣性力的所產生的 x 軸方向與 y 軸方向力矩和正好與地面反作用力的所產生的力矩和抵銷的點。平台在輪式運動模式時的重力與慣性力力學圖如所示。因為機體對稱且行走在左右兩側等高的地形上，因此只須考慮 y 軸方向力矩。將支點選在零力矩點座標 $(x_{ZMP,L}, z_{ZMP,L})$ 上，可列出平台各部件質心上之重力與慣性力相對於零力矩點所產生的 y 軸方向力矩和如式(3-119)所示。

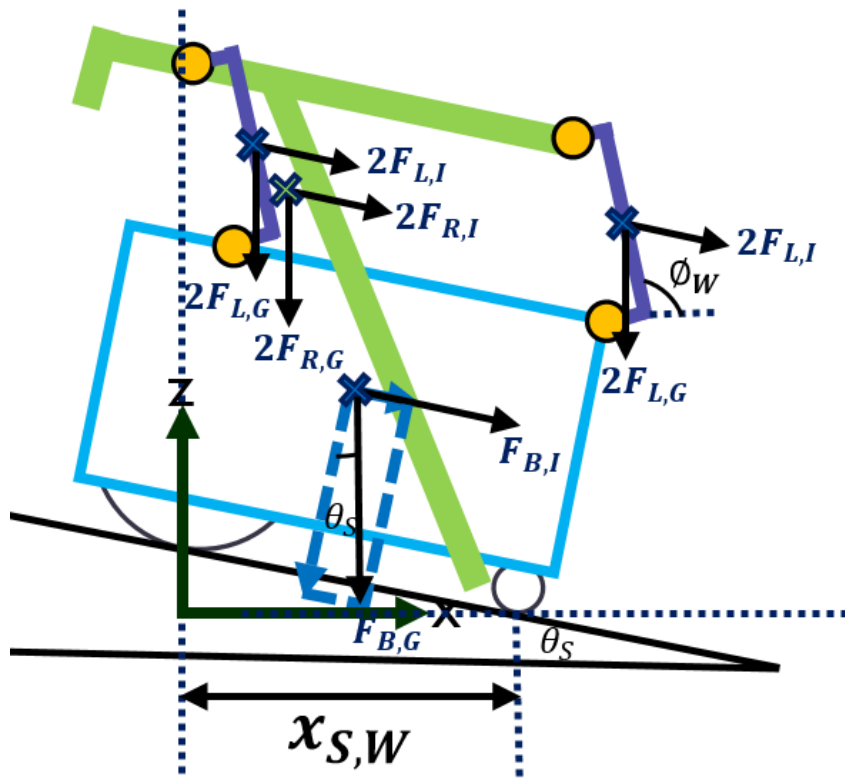


圖 3-40 輪式運動模式時重力與慣性力之力學分析圖

$$M_{ZMP,y,W} = M_{BCG,y,W} + 2M_{L1CG,y,W} + 2M_{L2CG,y,W} + 2M_{RCG,y,W} = 0 \quad (3-119)$$

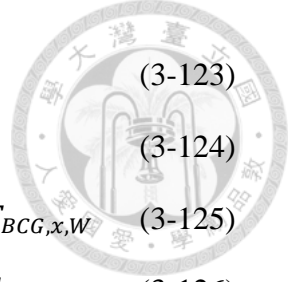
其中機體的垂直方向與水平方向受力如式(3-120)與式(3-121)所示，並可以根據受力計算出機體質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-122)所示。

$$F_{BCG,z,W} = -F_{B,G} - F_{B,I} \sin \theta_s \quad (3-120)$$

$$F_{BCG,x,W} = F_{B,I} \cos \theta_s \quad (3-121)$$

$$M_{BCG,y,W} = -(x_{BCG,W} - x_{ZMP,W})F_{BCG,z,W} + (z_{BCG,W} - z_{ZMP,W})F_{BCG,x,W} \quad (3-122)$$

足部前後連接桿的垂直方向與水平方向受力如式(3-123)與式(3-124)所示，可根據受力計算出前連接桿質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-125)所示；後連接桿質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-126)所示。



$$F_{LCG,z,W} = -F_{L,G} - F_{L,I} \sin \theta_s \quad (3-123)$$

$$F_{LCG,x,W} = F_{L,I} \cos \theta_s \quad (3-124)$$

$$M_{L1CG,y,W} = -(x_{L1CG,W} - x_{ZMP,W})F_{BCG,z,W} + (z_{L1CG,W} - z_{ZMP,W})F_{BCG,x,W} \quad (3-125)$$

$$M_{L2CG,y,W} = -(x_{L2CG,W} - x_{ZMP,W})F_{LCG,z,W} + (z_{L2CG,W} - z_{ZMP,W})F_{LCG,x,W} \quad (3-126)$$

足部支撐桿的垂直方向與水平方向受力如式(3-127)與式(3-128)，可根據受力計算出機體質心相對於零力矩點的 y 軸方向力矩如式(3-129)所示。

$$F_{RCG,z,W} = -F_{R,G} - F_{R,I} \sin \theta_s \quad (3-127)$$

$$F_{RCG,x,W} = F_{R,I} \cos \theta_s \quad (3-128)$$

$$M_{RCG,y,W} = -(x_{RCG,W} - x_{ZMP,W})F_{RCG,z,W} + (z_{RCG,W} - z_{ZMP,W})F_{RCG,x,W} \quad (3-129)$$

可找到斜面方程式如(3-130)所示，將零力矩點座標代入後如式(3-131)所示。

$$z = (-\tan \theta_s)x + (\tan \theta_s)x_{S,W} \quad (3-130)$$

$$z_{ZMP,W} = (-\tan \theta_s)x_{ZMP,W} + (\tan \theta_s)x_{S,W} \quad (3-131)$$

將式(3-131)代回式(3-119)後可找到 x 軸方向的零力矩點值 $x_{ZMP,L}$ ，如式(3-132)至式(3-134)所示。如此便可計算出在不同角度斜坡下的零力矩點。

$$F_{z,W} = F_{BCG,z,W} + 4F_{LCG,z,W} + 2F_{RCG,z,W} \quad (3-132)$$

$$F_{x,W} = F_{BCG,x,W} + 4F_{LCG,x,W} + 2F_{RCG,x,W} \quad (3-133)$$

$$\begin{aligned} x_{ZMP,W} = & (x_{BCG,W}F_{BCG,z,W} - z_{BCG,W}F_{BCG,x,W} + 2x_{L1CG,W}F_{LCG,z,W} \\ & - 2z_{L1CG,W}F_{LCG,x,W} + 2x_{L2CG,W}F_{LCG,z,W} - 2z_{L2CG,W}F_{LCG,x,W} \\ & + 2x_{RCG,W}F_{RCG,z,W} - 2z_{RCG,W}F_{RCG,x,W} + \tan \theta_s x_{Range,W}F_{BCG,x,W} + \\ & 4\tan \theta_s x_{Range,W}F_{LCG,x,W} + 2\tan \theta_s x_{Range,W}F_{RCG,x,W}) / (F_{z,W} + \tan \theta_s F_{x,W}) \end{aligned} \quad (3-134)$$

第4章 結果與討論



4.1 平台參數設計

因為連接桿內彎長度 L_{LIB} 與寬度 W_L 相較於連接桿本身長度 L_L 小很多，因此在決定 L_L 邊界時可先忽略不計。根據式(3-2)可知 L_L 值不能太大，否則機體的整體高度($H_B + H_W$)會更高而導致更加龐大。其中 H_W 為機體底部保留給輪部的空間高度，必須為選用被動輪的高度，即根據表 3-2 可知 $H_W = 2.1 \text{ cm}$ 。根據式(3-1)和式(3-4)，在階梯高度 $H_S = 20 \text{ cm}$ 且 $L_{LIB} \rightarrow 0\text{m}$ 的情況下，可選擇 $L_{B1} = 19 \text{ cm}$ ， $L_{B2} = 16 \text{ cm}$ ， $L_L = 14 \text{ cm}$ ， $H_B = 12.9 \text{ cm}$ 。須注意在此機體長度限制下，可容許的 L_L 誤差與 L_{LIB} 誤差互相受到限制。最後連接桿寬度可選擇 $W_L = 2 \text{ cm}$ ；支撐桿寬度則較不受影響，可選擇 $W_R = 2 \text{ cm}$ 。

根據式(3-3)，機體的寬度受到橫擺的足部馬達長度限制，因此根據表 3-3 可選擇 $W_B = 20 \text{ cm}$ ；連接桿與支撐桿的厚度則可選擇 $T_L = 2 \text{ cm}$ ， $T_R = 2 \text{ cm}$ 。

根據式(3-5)發現前桿長 L_{R1} 不能太長，否則會導致後桿跟著加長，造成成本的增加，故可選擇 $L_{R1} = 0.02\text{m}$ ； θ_{R1} 的影響可以橫桿長來修正，可選擇 $\theta_{R1} = 90^\circ$ 以方便計算。依此可以找到 L_{R4} 在不同 θ_{R2} 角度下的邊界，選取 θ_{R2} 介於 90° 至 120° 間的合理角度繪出如圖 4-1。可以看出當 θ_{R2} 越大， L_{R4} 也必須越長。可選擇 $\theta_{R2} = 120^\circ$ ，此時後桿長度 L_{R4} 範圍限制介於 0.254m 與 0.335m 間，可取 $L_{R4} = 0.280\text{m}$ 。

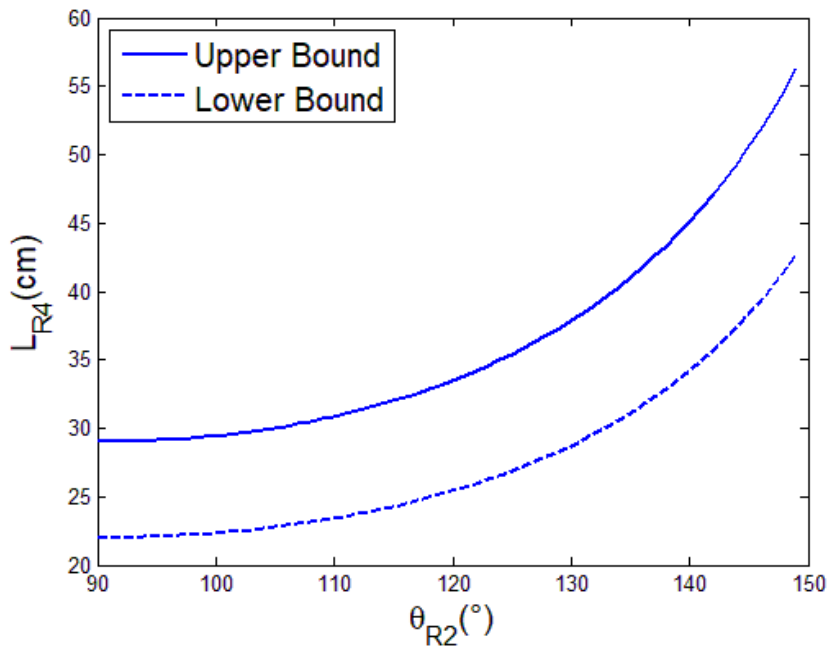


圖 4-1 支撐桿後桿長度 L_{R4} 在不同橫桿與後桿間夾角 θ_{R2} 下之邊界

接著可以利用決定好的 L_{R4} 與 θ_{R2} ，根據式(3-8)找到在階梯高度 H_S 介於0~20 cm間，不同 L_{R2} 下對應的機體抬升階段傾斜角度 θ ，繪出如圖 4-2。可以看出 L_{R2} 越大，平台在平地上行走時所傾斜的角度 θ 就越大。再將 L_{R4} 與 θ_{R2} 根據式(3-9)與式(3-10)找到在階梯高度 H_S 介於0~20 cm間，不同 L_{R3} 下對應的連接桿旋轉角度 $\phi_{L,Start}$ 與 $\phi_{L,End}$ ，捨去另一個不合的 ϕ_L 角度後，可繪出如圖 4-3 與圖 4-4。因 L_{R3} 須較 L_{B2} 大，可選擇 $L_{R2} = 10 cm$ ， $L_{R3} = 20 cm$ ，將參數代入式(3-6)與式(3-7)檢查符合限制條件。

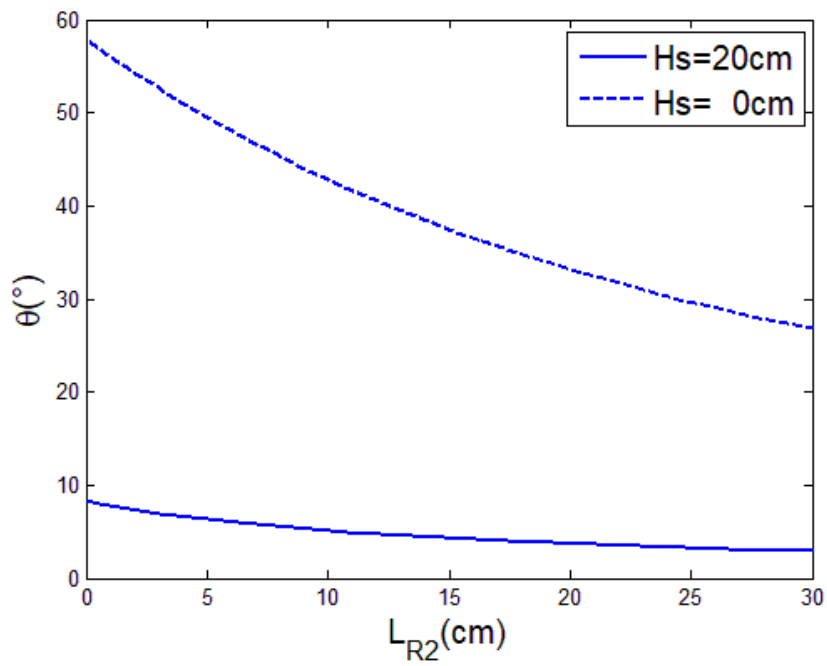
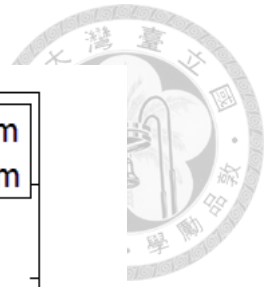


圖 4-2 支撐桿橫桿與前後桿連接點間長度 L_{R2} 與機體抬升傾斜角度 θ 關係圖

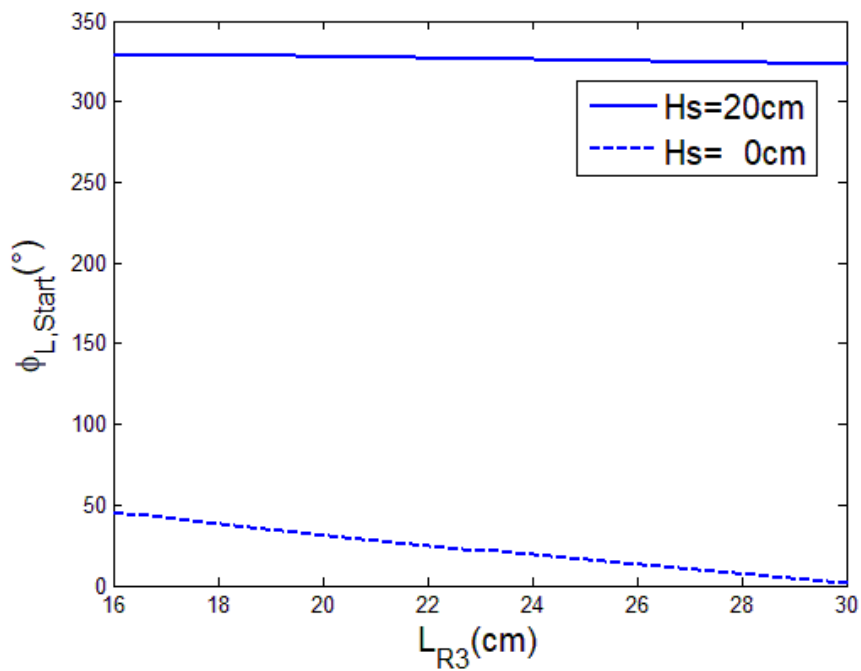


圖 4-3 支撐桿橫桿長度 L_{R3} 與連接桿旋轉角度 $\phi_{L,Start}$ 關係圖

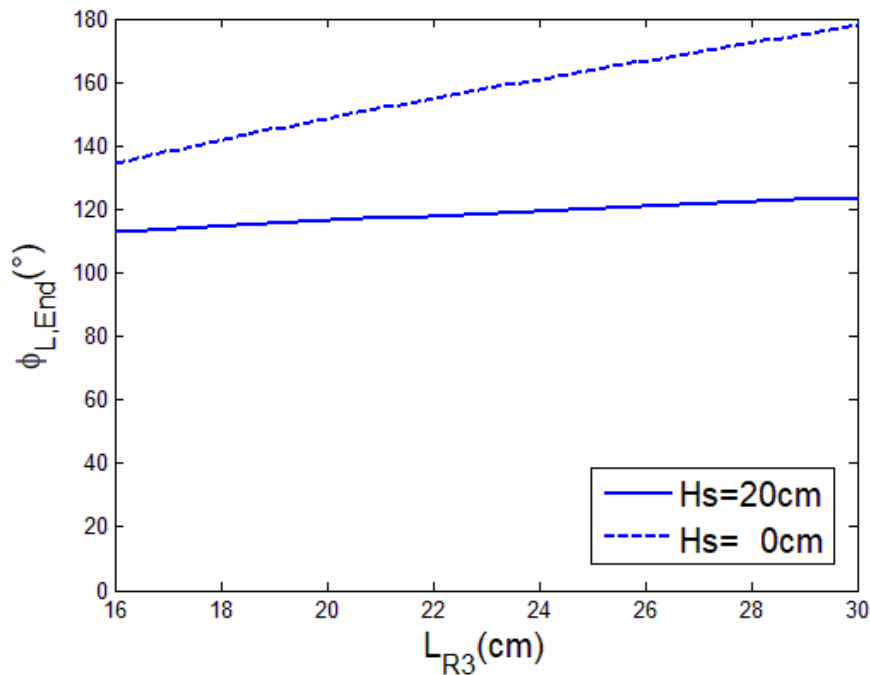
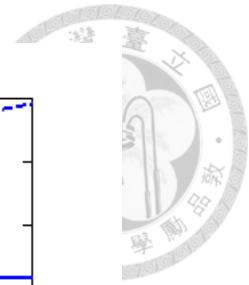


圖 4-4 支撐桿橫桿長度 L_{R3} 與連接桿旋轉角度 $\phi_{L,End}$ 關係圖

根據圖 4-2 至圖 4-4 可知在此參數條件下，當 $H_S = 20$ cm 時， $\theta = 5.16^\circ$ 且上下階梯時機體抬升階段起始狀態之 $\phi_{L,Start} = -32.22^\circ$ ，結束狀態之 $\phi_{L,End} = 116.44^\circ$ ；當 $H_S = 0$ cm 時， $\theta = 42.83^\circ$ 且上下階梯時機體抬升階段起始狀態之 $\phi_{L,Start} = 31.45^\circ$ ，結束狀態之 $\phi_{L,End} = 148.55^\circ$ 。可以利用支撐桿的參數根據式(3-14)與(3-15)取得其質心位置，得出 $L_{RCG,H} = 13.5$ cm， $L_{RCG,V} = 6.8$ cm。

可由式(3-1)與式(3-2)找到連接桿內彎長度 L_{LIB} 的上邊界，再由式(3-11)至式(3-13)找到 L_{LIB} 的下邊界。可得知 L_{LIB} 需介於0.023m與0.054m之間，才可以避免與地面或階梯產生碰撞，可選擇 $L_{LIB} = 0.030$ m。

統整機器人平台參數值列表如表 4-1 所示。

表 4-1 機器人平台參數值列表

變數	參數值	變數	參數值
機體長度 L_{B1}	19.0 cm	連接桿長度 L_L	14.0 cm
機體寬度 W_B	22.0 cm	連接桿內彎長度 L_{LIB}	3.0 cm
機體高度 H_B	12.9 cm	支撐桿前桿長度 L_{R1}	2.0 cm
機體鋁板厚度 T_B	0.5 cm	支撐桿橫桿上前後桿端點間距離 L_{R2}	10.0 cm
兩旋轉軸接點間距離 L_{B2}	16.0 cm	支撐桿橫桿長度 L_{R3}	20.0 cm
主動輪半徑 R_{AW}	3.8 cm	支撐桿後桿長度 L_{R4}	28.0 cm
主動輪寬度 W_{AW}	3.2 cm	支撐桿前桿與橫桿間夾角 θ_{R1}	90°
被動輪長度 L_{PW}	8.1 cm	支撐桿橫桿與後桿間夾角 θ_{R2}	120°
被動輪寬度 W_{PW}	1.9 cm	連接桿寬度 W_L 與支撐桿寬度 W_R	2.0 cm
被動輪高度 H_{PW}	2.1 cm	連接桿厚度 T_L 與支撐桿厚度 T_R	2.0 cm

鋁的密度為 2700 kg/m^3 ，可計算出機體各層鋁板的質量為 $m_{B1} = 0.564 \text{ kg}$ ，前後鋁板的質量為 $m_{B2} = 0.383 \text{ kg}$ ，兩側鋁板的質量為 $m_{B3} = 0.331 \text{ kg}$ ；也可計算出連接桿質量 $m_L = 0.216 \text{ kg}$ 與支撐桿質量 $m_R = 0.540 \text{ kg}$ 。

足部馬達、輪部馬達與主動輪的規格由表 3-3、表 3-4 以及表 3-1 得出。供給足部馬達的大顆鋰電池質量為 $m_{BA1} = 0.8 \text{ kg}$ ，寬為 $W_{BA1} = 4 \text{ cm}$ ，高為 $H_{BA1} = 3 \text{ cm}$ ；供給輪部馬達的小顆鋰電池質量為 $m_{BA2} = 0.3 \text{ kg}$ ，寬為 $W_{BA2} = 3 \text{ cm}$ ，高為 $H_{BA2} = 3 \text{ cm}$ 。忽略微小質量之物體，機體與輪部總質量約為 $m_B = 7.311 \text{ kg}$ 。



4.2 足式運動模式模擬

4.2.1 上下階梯模擬

機器人平台上下 $H_S = 20\text{ cm}$ 的階梯時，由式(3-8)得知機體的傾斜角度 $\theta = 5.16^\circ$ ，且由式(3-9)與式(3-10)得知機體抬升角度 $\phi_L = -32.22^\circ \sim 116.44^\circ$ 。由式(3-65)可計算出此時足部支撐桿在地面上圍出的接地支持多邊形之 x 軸方向大小為 $x_{S,L} = 25.90\text{ cm}$ ，並可透過式(3-81)計算出質心 x_{CoG} 約介於 $6.23 \sim 23.01\text{ cm}$ ，如圖 4-5 所示。可以看出在上下階梯時，質心非常靠近接地支持多邊形 $x_{S,L}$ 的邊界，因此需要確保其在角速度與角加速度的控制下，其 x 軸方向之零力矩點 $x_{ZMP,L}$ 仍會落在接地支持多邊形範圍內。

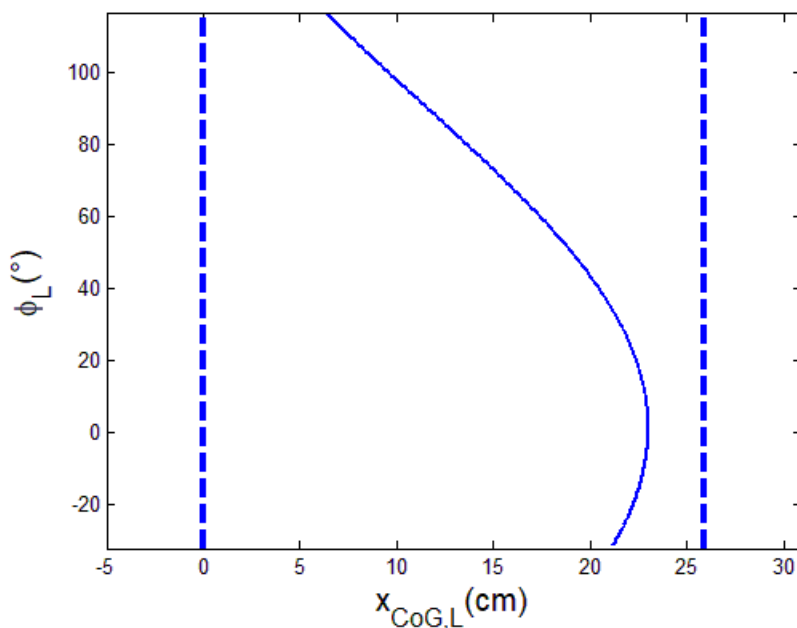


圖 4-5 足式運動模式上下階梯時之質心

依據不同的梯形角速度曲線，可由式(3-37)至式(3-45)計算出的足式機構馬達所需扭力分布，以確保不會超出足部馬達的扭力上限。並可根據式(3-98)找到 x 軸方向零力矩點，確保其可在運行過程中不超出接地支持多邊形的 x 軸方向範圍限制。選用角速度最大為 $\dot{\phi}_L = 30^\circ/s$ ，角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 5 \text{ rad/s}^2 = 286.479^\circ/s^2$ 所構成的梯形角速度曲線條件下，梯形角速度曲線如圖 4-6 所示，此時所需扭力值最大為 $M_L = 5.313 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $5.50 \sim 23.01 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,L} = 25.90 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-7 所示。x 軸方向之靜摩擦力值最大為 $f_{S,L} = 5.127 \text{ N}$ ，不超過最大靜摩擦力值 $f_{S,L,Max} = 5.553 \text{ N}$ ，因此不會產生後滑的現象，如圖 4-8 所示。

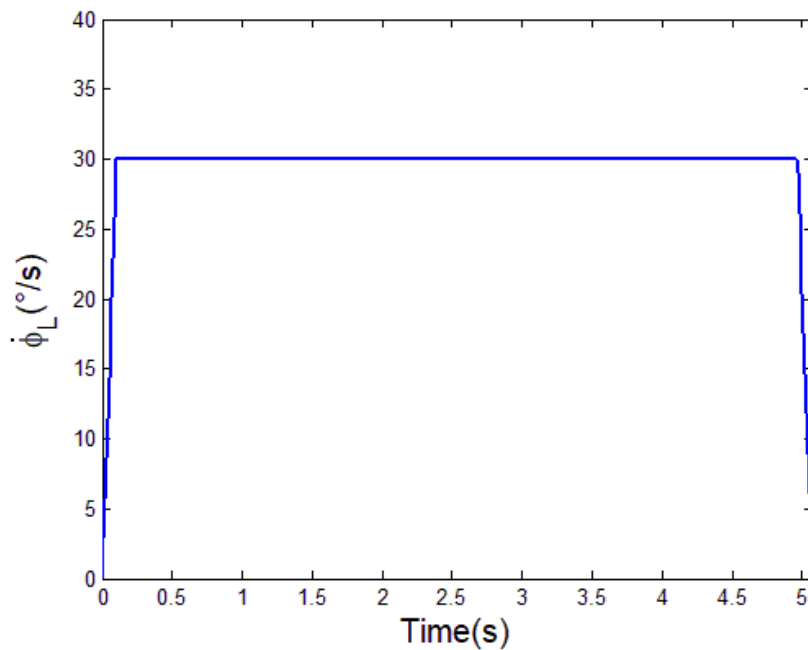


圖 4-6 足式運動模式上下階梯時之梯形角速度曲線(一)

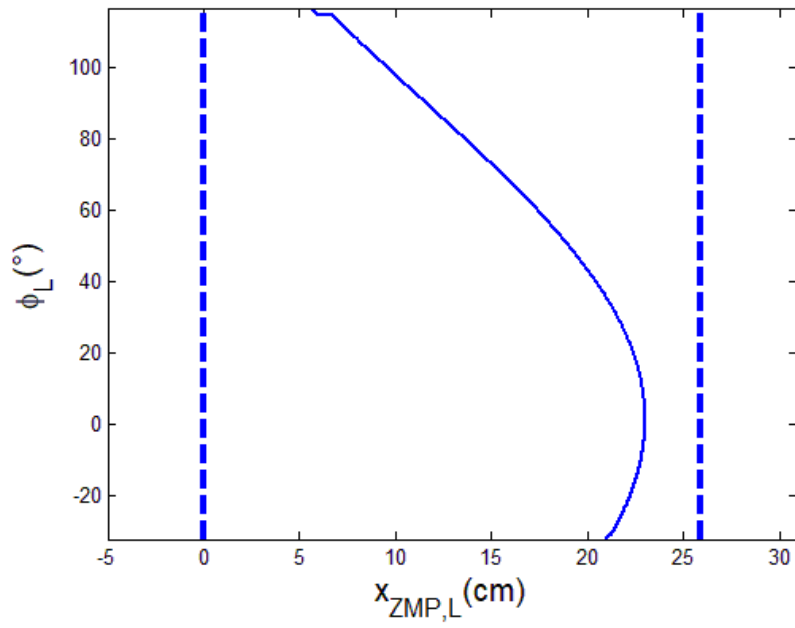


圖 4-7 足式運動模式上下階梯時之零力矩點(一)

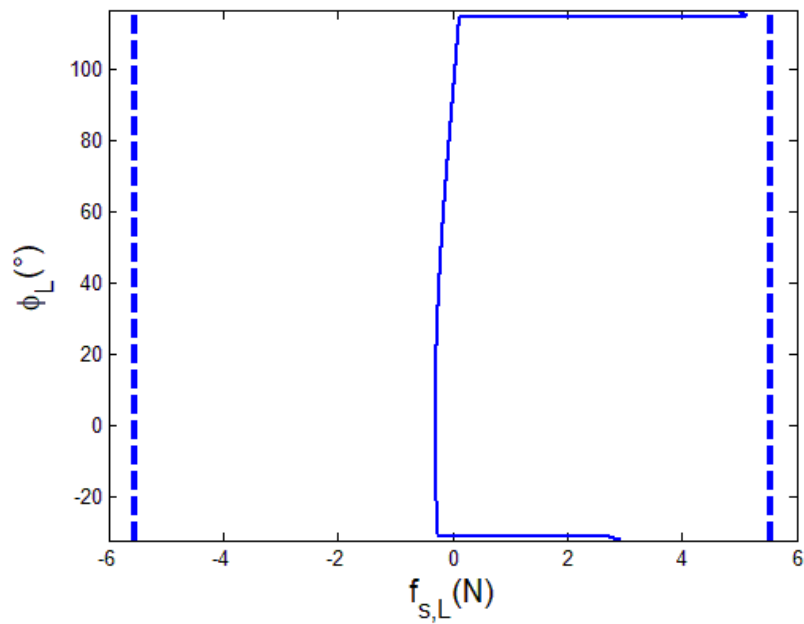


圖 4-8 足式運動模式上下階梯時之靜摩擦力(一)

在足部馬達角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 5 \text{ rad/s}^2 = 286.479^\circ/\text{s}^2$ 的條件下，不超過足部馬達所能提供的最大扭力，且支撐桿與水泥地面靜摩擦力不能超過最大靜摩擦力以防止後滑，則足部馬達所能輸出的角速度最大為 $\dot{\phi}_L = 55^\circ/\text{s}$ 。此條件下所構成的梯形角速度曲線如圖 4-9 所示，此時所需扭力值最大為 $M_L = 5.313 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $5.50 \sim 23.01 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,L} = 25.90 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-10 所示。x 軸方向之靜摩擦力值最大為 $f_{S,L} = 5.528 \text{ N}$ ，不超過最大靜摩擦力值 $f_{S,L,Max} = 5.553 \text{ N}$ ，因此不會產生後滑的現象，如圖 4-11 所示。

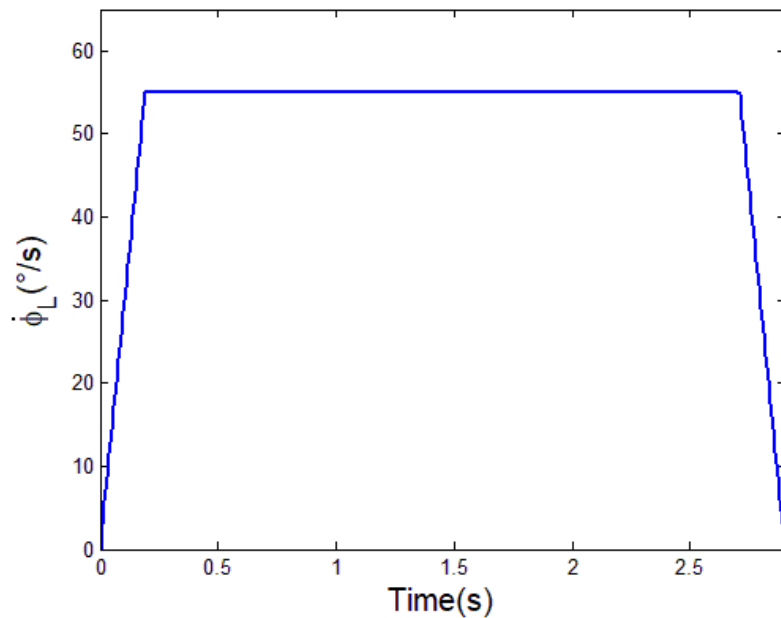


圖 4-9 足式運動模式上下階梯時之梯形角速度曲線(二)

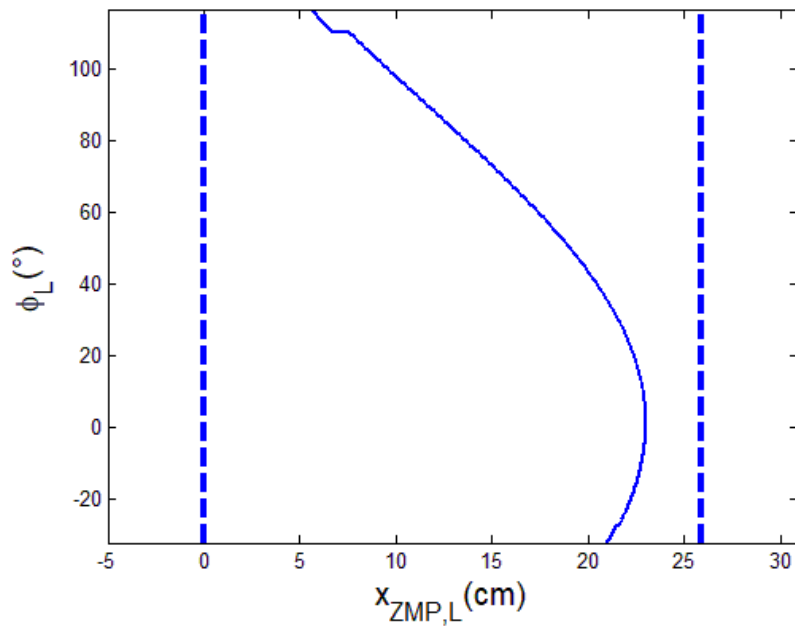


圖 4-10 足式運動模式上下階梯時之零力矩點(二)

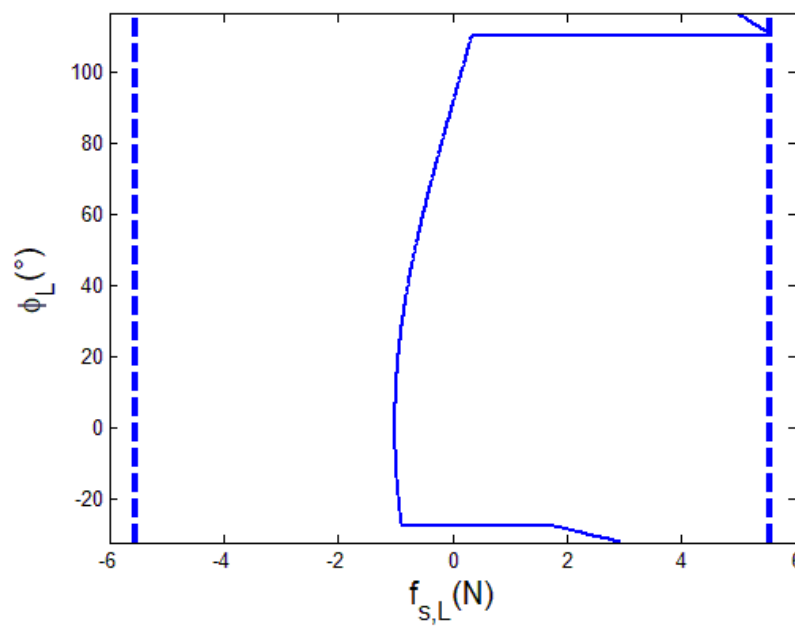


圖 4-11 足式運動模式上下階梯時之靜摩擦力(二)

由以上的分析得出，足部馬達角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 5 \text{ rad/s}^2 = 286.479^\circ/\text{s}^2$ 且角速度最大為 $\dot{\phi}_L = 55^\circ/\text{s}$ 所構成的梯形角速度曲線下，平台能夠穩定爬階不傾倒。



4.2.2 平地模擬

機器人平台在 $H_S = 0 \text{ cm}$ 的平地上爬行時，由式(3-8)得知機體的傾斜角度 $\theta = 42.83^\circ$ ，且由式(3-9)與式(3-10)得知機體抬升角度 $\phi_L = 31.45^\circ \sim 148.55^\circ$ 。由式(3-65)可計算出此時足部支撐桿在地面上圍出的接地支持多邊形之 x 軸方向大小為 $x_{S,L} = 32.73 \text{ cm}$ ，並可透過式(3-81)計算出質心 x_{CoG} 約介於 $0.70 \sim 20.89 \text{ cm}$ ，如圖 4-12 所示。可以看出平台在使用足部運行於平地時，質心非常靠近接地支持多邊形 $x_{S,L}$ 的邊界，因此需要確保其在角速度與角加速度的控制下，其 x 軸方向之零力矩點 $x_{ZMP,L}$ 仍會落在接地支持多邊形範圍內。

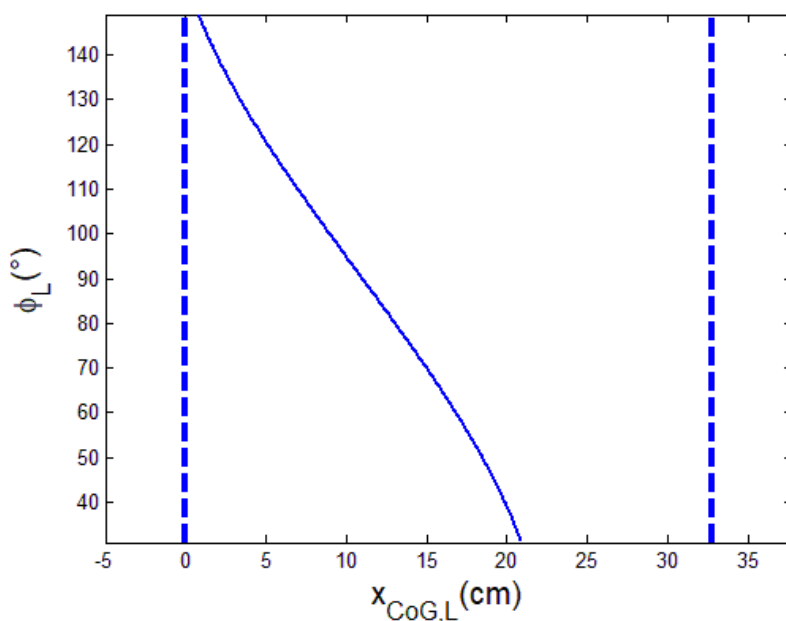


圖 4-12 足式運動模式平地爬行時之質心

依據不同的梯形角速度曲線，可由式(3-37)至式(3-45)計算出的足式機構馬達所需扭力分布，並可根據式(3-98)找到 x 軸方向零力矩點，確保其可在運行過程中不超出接地支持多邊形的 x 軸方向範圍限制。選用角速度最大為 $\dot{\phi}_L = 30^\circ/s$ ，角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 5 \text{ rad/s}^2 = 286.479^\circ/s^2$ 的條件下，梯形角速度曲線如圖 4-13 所示，此時所需扭力值最大為 $M_L = 4.974 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點介於 $0.29 \sim 21.28 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,L} = 32.73 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-14 所示。x 軸方向之靜摩擦力值最大為 $f_{S,L} = 3.286 \text{ N}$ ，不超過最大靜摩擦力值 $f_{S,L,Max} = 5.553 \text{ N}$ ，因此不會產生後滑的現象，如圖 4-15 所示。

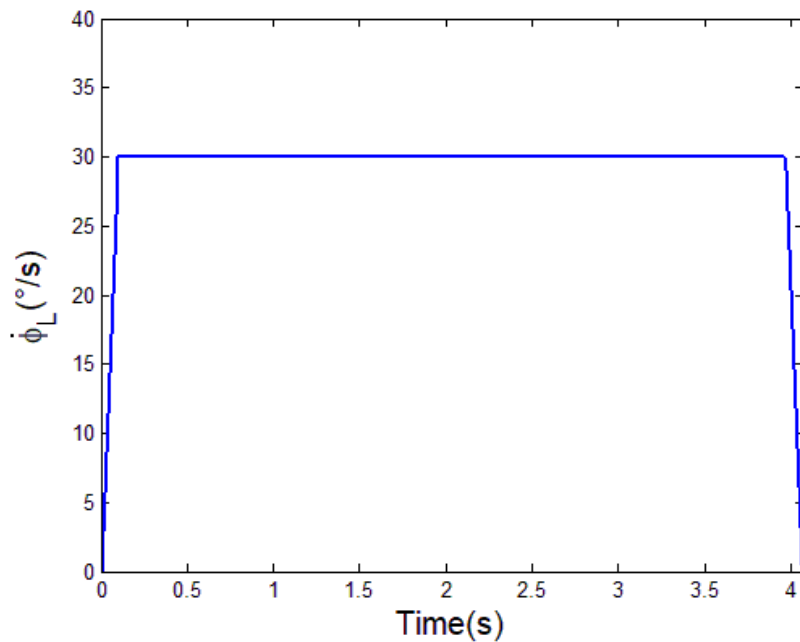


圖 4-13 足式運動模式平地爬行時之梯形角速度曲線(一)

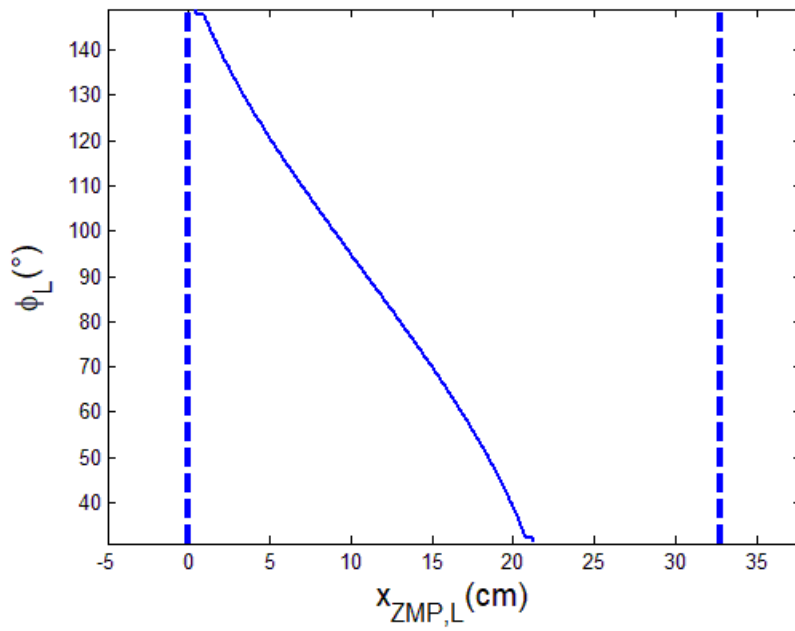


圖 4-14 足式運動模式平地爬行時之零力矩點(一)

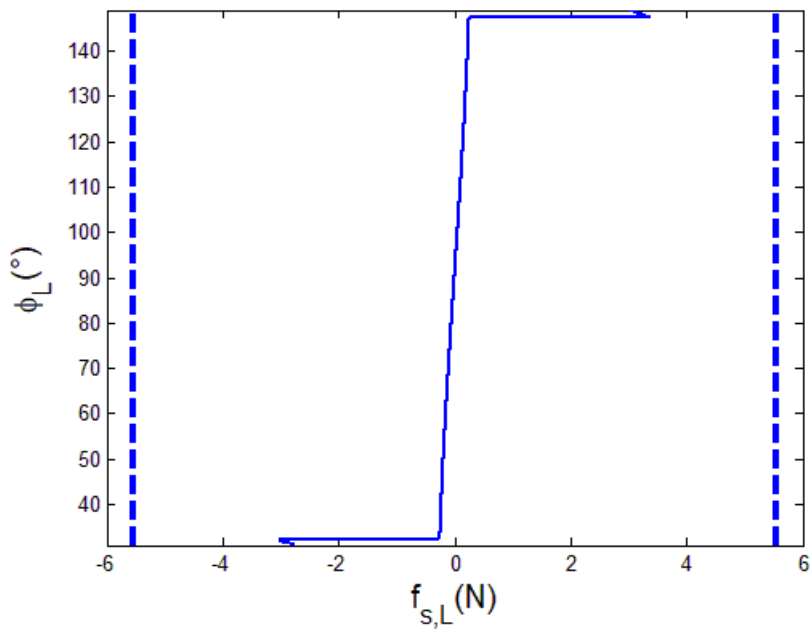


圖 4-15 足式運動模式平地爬行時之靜摩擦力(一)

在足部馬達角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 5 \text{ rad/s}^2 = 286.479^\circ/\text{s}^2$ 的條件下，不超過足部馬達所能提供的最大扭力，且靜摩擦力不能超過最大靜摩擦力以防止後滑，則足部馬達所能輸出的額定角速度為 $\dot{\phi}_L = 85^\circ/\text{s}$ ，此條件下的梯形角速度曲線如圖 4-16 所示，此時所需扭力值最大為 $M_L = 4.974 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $0.29 \sim 21.28 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,L} = 32.73 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-17 所示。x 軸方向之靜摩擦力值最大為 $f_{S,L} = 5.475 \text{ N}$ ，不超過最大靜摩擦力值 $f_{S,L,Max} = 5.553 \text{ N}$ ，因此不會產生後滑的現象，如圖 4-18 所示。

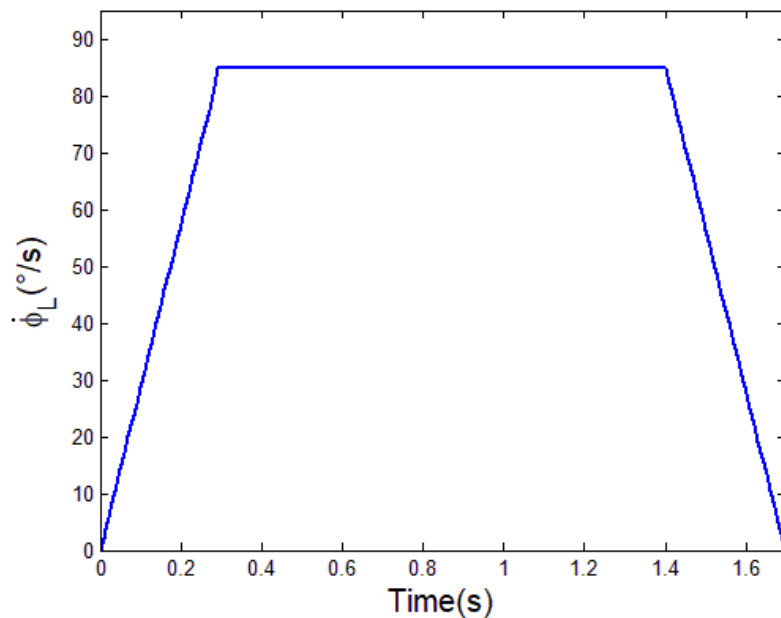


圖 4-16 足式運動模式平地爬行時之梯形角速度曲線(二)

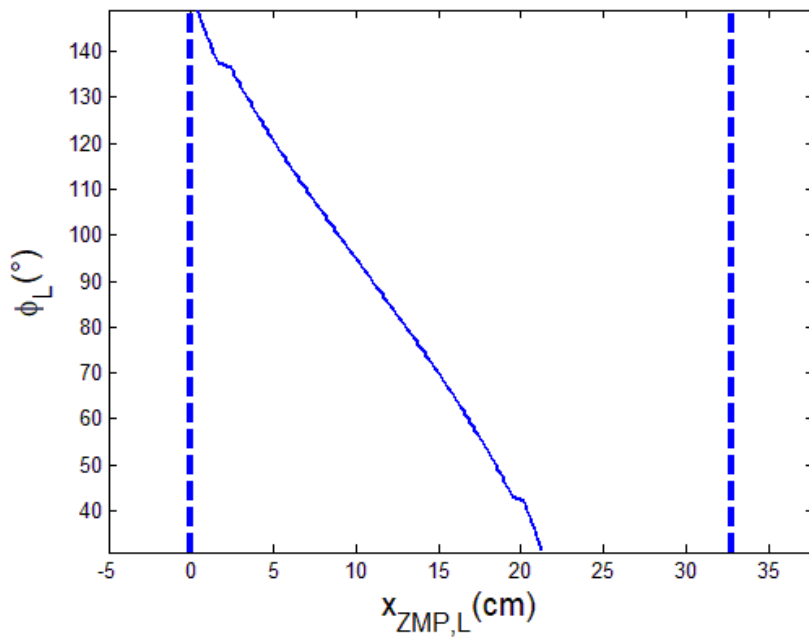
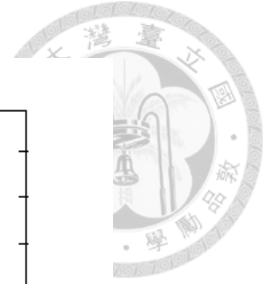


圖 4-17 足式運動模式平地爬行時之零力矩點(二)

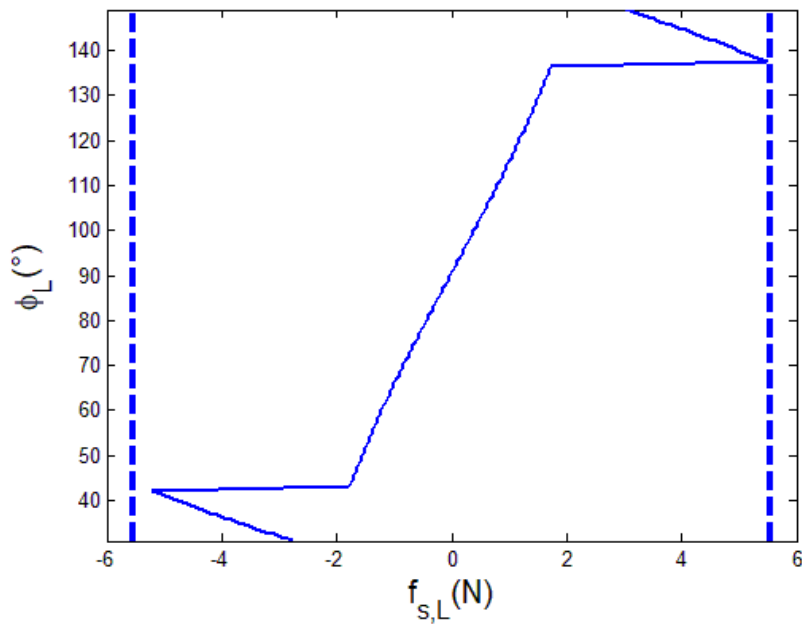


圖 4-18 足式運動模式平地爬行時之靜摩擦力(二)

由以上的分析得出，足部馬達角加速度最大為 $\ddot{\theta}_L = 5 \text{ rad/s}^2 = 286.479^\circ/\text{s}^2$ 且角速度最大為 $\dot{\theta}_L = 85^\circ/\text{s}$ 所構成的梯形角速度曲線下，平台能夠在平地運行不傾倒。



4.2.3 上斜坡模擬

機器人平台在斜度為 θ_S 的斜坡上爬行時，由式(3-79)可知機體的傾斜角度 $\theta = (42.83^\circ - \theta_S)$ ，且由式(3-80)得知機體抬升角度 $\phi_L = (31.45^\circ - \theta_S) \sim (148.55^\circ - \theta_S)$ 。依據不同的梯形角速度曲線，可由式(3-37)至式(3-45)計算出的足式機構馬達所需扭力分布，並可根據式(3-98)找到 x 軸方向零力矩點，確保其可在運行過程中不超出接地支持多邊形的 x 軸方向範圍限制。

在角速度最大為 $\dot{\phi}_L = 5^\circ/s$ ，且角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 1 \text{ rad}/s^2 = 57.296^\circ/s^2$ 的條件下，梯形角速度曲線如圖 4-19 所示，此時平台可以上爬的斜坡最陡約為 4° ，並可計算出所需扭力值最大為 $M_L = 4.867 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $1.36 \sim 21.64 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,L} = 32.65 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-20 所示。x 軸方向之靜摩擦力值最大為 $f_{S,L} = 5.408 \text{ N}$ ，不超過最大靜摩擦力值 $f_{S,L,Max} = 5.553 \text{ N}$ ，因此不會產生後滑的現象，如圖 4-21 所示。

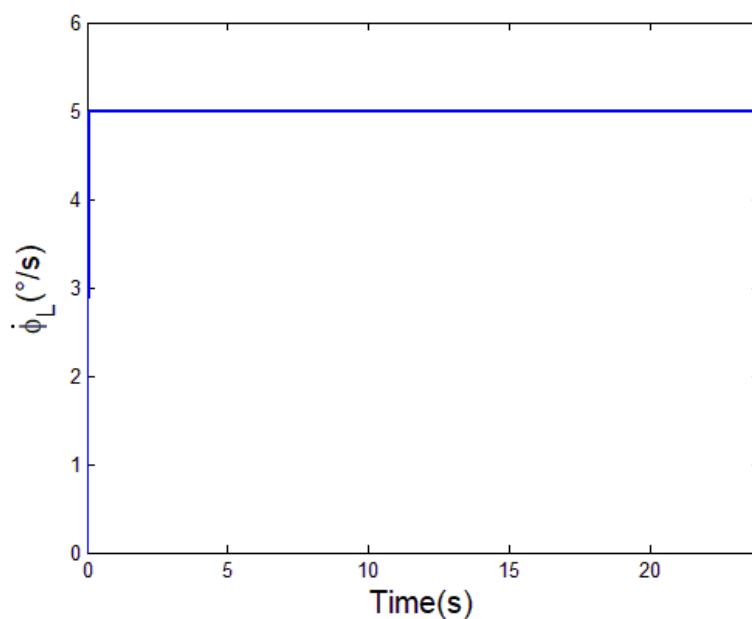


圖 4-19 足式運動模式上斜坡時之梯形角速度曲線

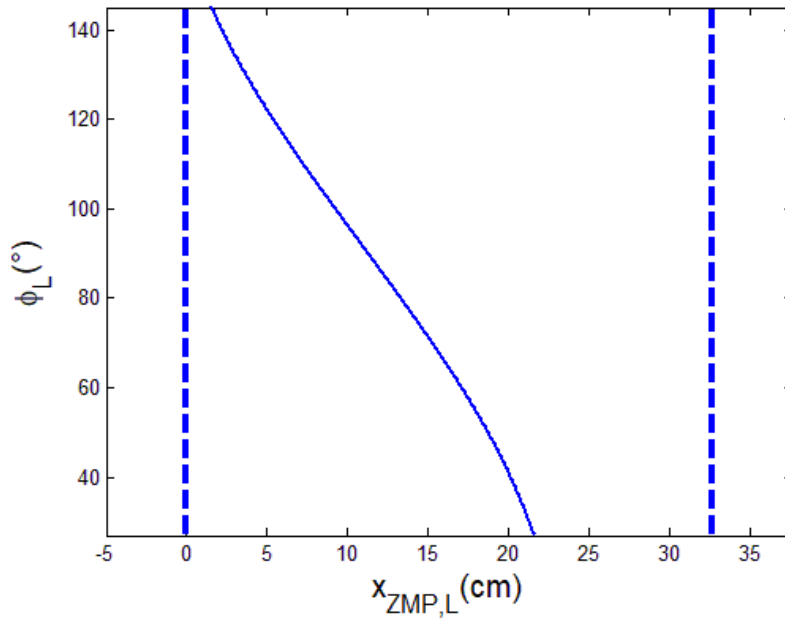


圖 4-20 足式運動模式上斜坡時之零力矩點

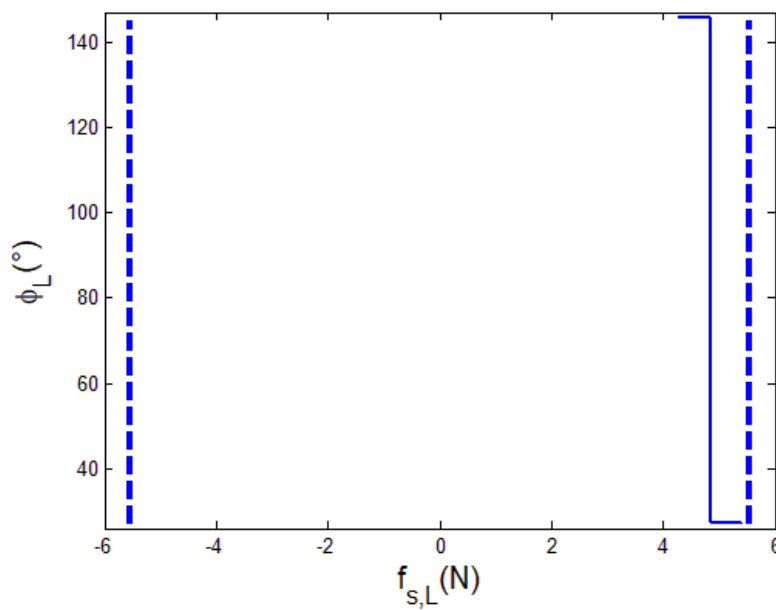


圖 4-21 足式運動模式上斜坡時之靜摩擦力

由以上的分析得出，足部馬達角速度最大為 $\dot{\theta}_L = 5^\circ/s$ 且角加速度最大為 $\ddot{\theta}_L = 1 \text{ rad}/s^2 = 57.296^\circ/s^2$ 所構成的梯形角速度曲線下，平台能夠上爬 4° 斜坡不傾倒。



4.2.4 下斜坡模擬

機器人平台在斜度為 θ_S 的斜坡上爬行時，由式(3-79)可知機體的傾斜角度 $\theta = 42.83^\circ - \theta_S$ ，且由式(3-80)得知機體抬升角度 $\phi_L = (31.45^\circ - \theta_S) \sim (148.55^\circ - \theta_S)$ 。依據不同的梯形角速度曲線，可由式(3-37)至式(3-45)計算出的足式機構馬達所需扭力分布，並可根據式(3-98)找到 x 軸方向零力矩點，確保其可在運行過程中不超出接地支持多邊形的 x 軸方向範圍限制。

在角速度最大為 $\dot{\phi}_L = 5^\circ/s$ ，且角加速度最大為 $\ddot{\phi}_L = 1 \text{ rad}/s^2 = 57.296^\circ/s^2$ 的條件下，梯形角速度曲線如圖 4-19 所示，此時平台可以下爬的斜坡最陡約為 4° ，並可計算出所需扭力值最大為 $M_L = 4.795 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $0 \sim 20.20 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,L} = 32.65 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-20 所示。x 軸方向之靜摩擦力值最大為 $f_{S,L} = 5.417 \text{ N}$ ，不超過最大靜摩擦力值 $f_{S,L,Max} = 5.541 \text{ N}$ ，因此不會產生後滑的現象，如圖 4-21 所示。

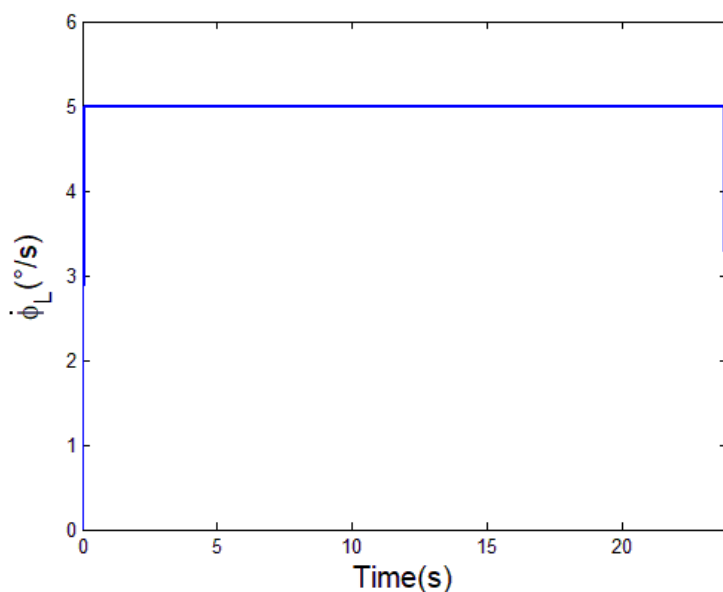


圖 4-22 足式運動模式下斜坡時之梯形角速度曲線

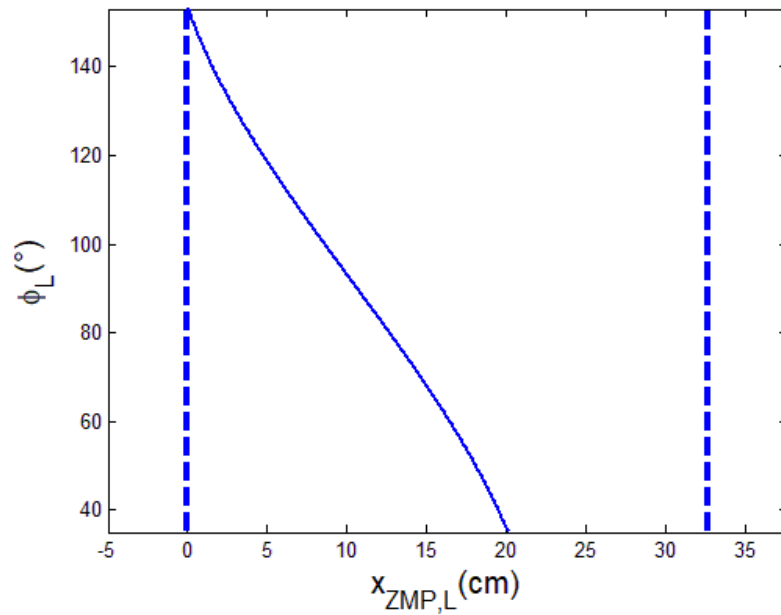
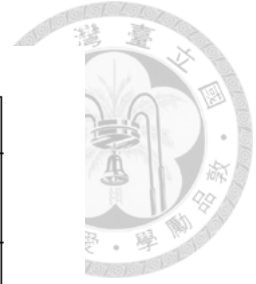


圖 4-23 足式運動模式下斜坡時之零力矩點

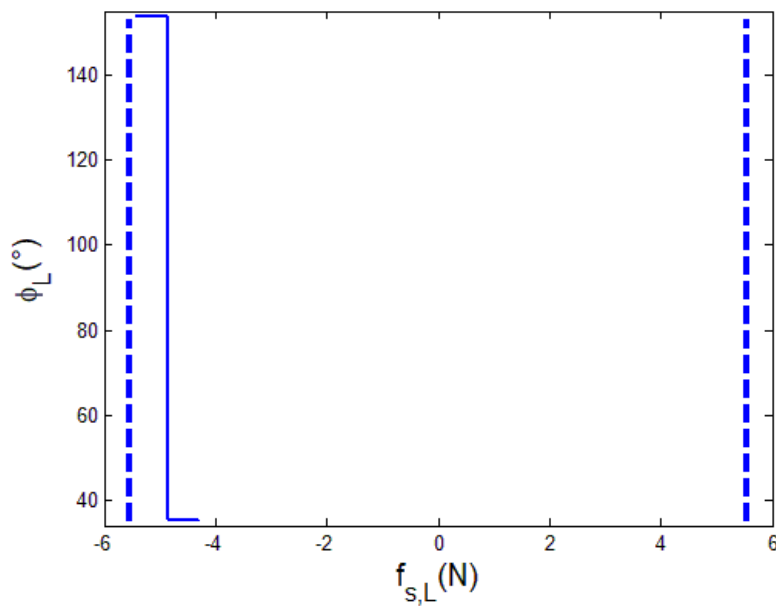


圖 4-24 足式運動模式下斜坡時之靜摩擦力

由以上的分析得出，足部馬達角速度最大為 $\dot{\theta}_L = 5^\circ/s$ 且角加速度最大為 $\ddot{\theta}_L = 1 \text{ rad/s}^2 = 57.296^\circ/s^2$ 所構成的梯形角速度曲線下，平台能夠下爬 4° 斜坡不傾倒。



4.3 輪式運動模式模擬

4.3.1 平地直進模擬

假設機器人平台將支撐桿擺至 $(\theta_W + \theta_S) = 90^\circ$ 後在 $\theta_S = 0^\circ$ 的平地上運行時，由式(3-109)可計算出此時主動輪與被動輪在地面上圍出的接地支持多邊形之 x 軸方向大小為 $x_{S,W} = 11.15 \text{ cm}$ ，並可透過式(3-118)計算出質心 $x_{CoG} = 6.47 \text{ cm}$ ，如圖 4-25 所示。需檢查在速度與加速度的控制下，其 x 軸方向之零力矩點 $x_{ZMP,W}$ 仍會落在接地支持多邊形範圍內。

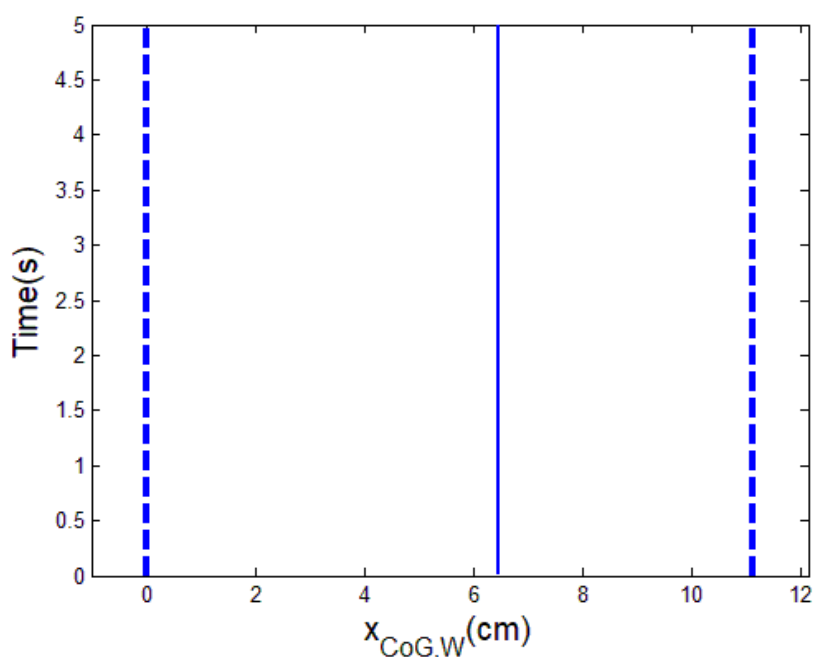
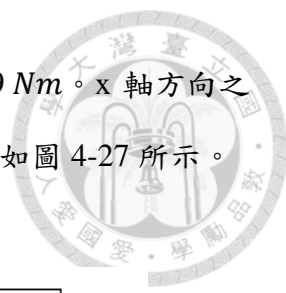


圖 4-25 輪式運動模式平地直進時之質心

根據表 3-4，輪部馬達所能輸出的額定角速度值為 $\dot{\theta}_L = 261 \text{ rpm} = 1566^\circ/\text{s}$ ，此時機器人平台的速度值為 $v = 102.5 \text{ cm/s}$ ，則平台直進的最大加速度值為 $a = 450 \text{ cm/s}^2$ 時可以不出接地多邊形範圍。在此最大速度與最大加速度所構成的梯



形速度曲線如圖 4-26 所示，此時所需扭力值最大為 $M_W = 1.279 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $1.86 \sim 11.08 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{s,W} = 11.15 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-27 所示。

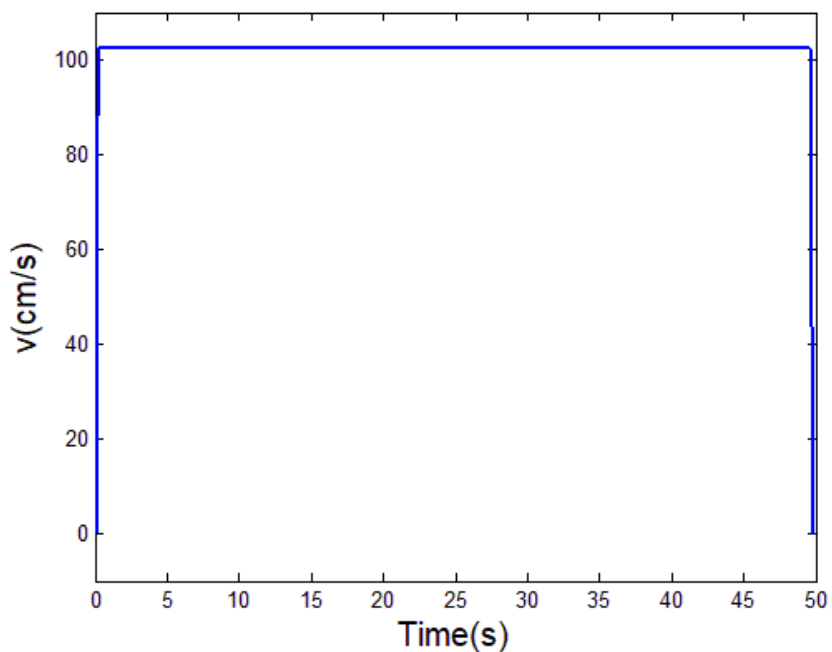


圖 4-26 輪式運動模式平地直進時之梯形速度曲線

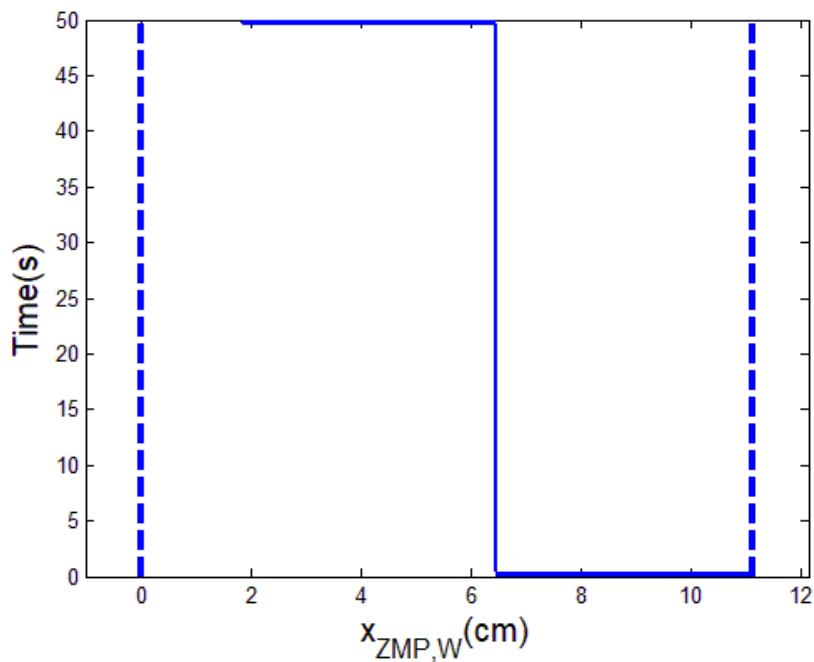


圖 4-27 輪式運動模式平地直進時之零力矩點



由以上的分析得出，在輪部馬達所能提供的任意角速度，且機器人平台加速度最大不超過 $a = 450 \text{ cm/s}$ 所構成的梯形速度曲線下，可將支撐桿擺至 $(\phi_W + \theta_S) = 90^\circ$ 後以輪式運動模式在 $\theta_S = 0^\circ$ 的平地上直線前進不傾倒。

4.3.2 上斜坡直進模擬

在角速度為足部馬達所能輸出的額定角速度 $\dot{\phi}_L = 1566^\circ/s$ ，即機器人平台的速度值為 $v = 102.5 \text{ cm/s}$ ，且加速度值為 $a = 10 \text{ cm/s}^2$ 所構成的梯形速度曲線做模擬。將支撐桿擺至 $(\phi_W + \theta_S) = 138.653^\circ$ 以讓質心盡可能後移，則平台可上爬的斜坡最陡約為 30° ，所需扭力值最大為 $M_W = 1.171 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $9.39 \sim 9.57 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,W} = 9.66 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-28 與圖 4-29 之實線所示。

此時可發現減速之加速度值最大可到 $a = 10 \text{ m/s}^2$ 而不超出接地多邊形的範圍，所需扭力值最大為 $M_W = 1.171 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $0.06 \sim 9.57 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,W} = 9.66 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-28 與圖 4-29 之虛線所示。

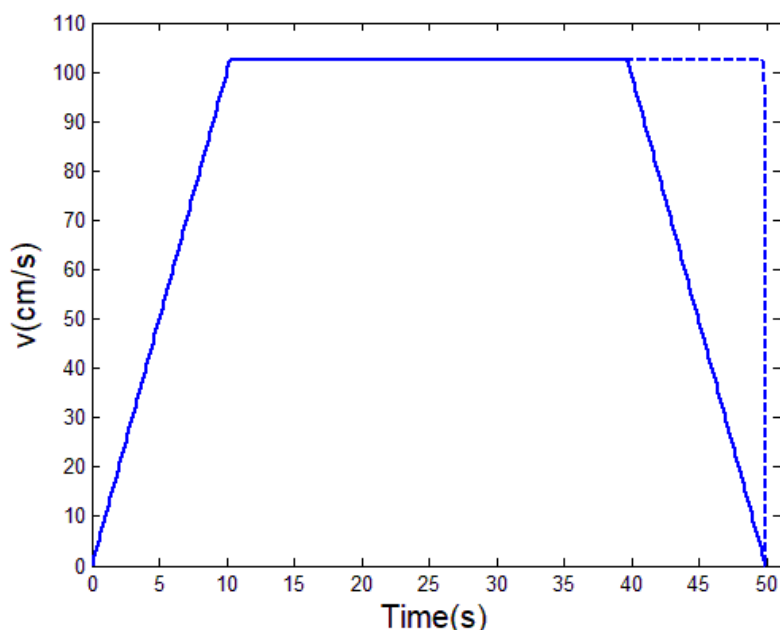


圖 4-28 輪式運動模式上斜坡直進時之梯形速度曲線

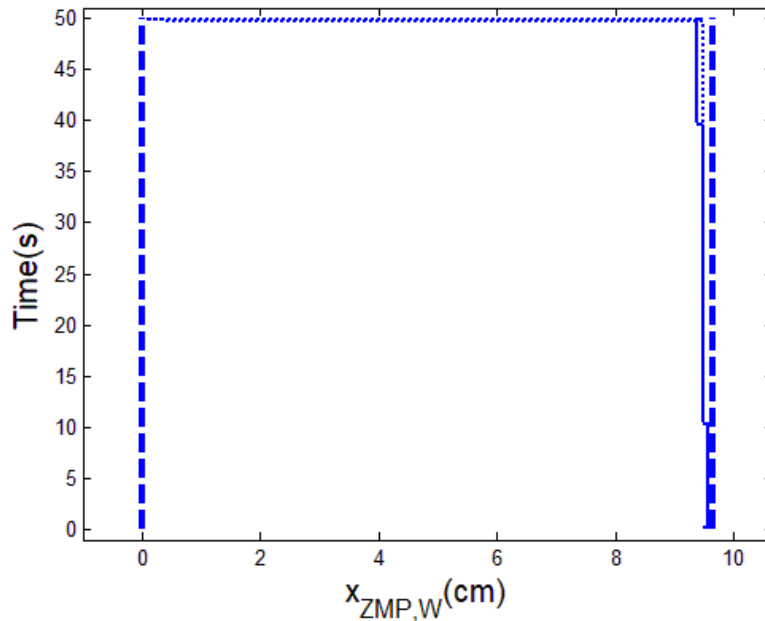
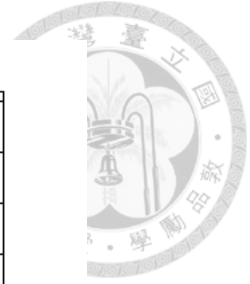


圖 4-29 輪式運動模式上斜坡直進時之零力矩點

由以上的分析得出，在輪部馬達所能提供的任意角速度，機器人平台加速時不超過 $a = 10 \text{ cm/s}^2$ ，減速時不超過 $a = 10 \text{ m/s}^2$ 所構成的梯形速度曲線下，可將支撐桿擺至 $(\phi_W + \theta_S) = 138.653^\circ$ 後以輪式運動模式上爬最陡 $\theta_S = 30^\circ$ 斜坡不傾倒。

4.3.3 下斜坡直進模擬

在角速度為足部馬達所能輸出的額定角速度 $\dot{\phi}_L = 1566^\circ/\text{s}$ ，即機器人平台的速度值為 $v = 102.5 \text{ cm/s}$ ，且加速度值為 $a = 10 \text{ cm/s}^2$ 所構成的梯形速度曲線做模擬。將支撐桿擺至 $(\phi_W + \theta_S) = 41.347^\circ$ 以讓質心盡可能後移，則平台可下爬的斜坡最陡約為 37° ，所需扭力值最大為 $M_W = 0.177 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $0.11 \sim 0.31 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,W} = 8.90 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-30 與圖 4-31 之實線所示。

此時可發現減速之加速度值最大可到 $a = 8.7 \text{ m/s}^2$ 而不超出接地多邊形的範圍，所需扭力值最大為 $M_W = 0.996 \text{ Nm}$ 。x 軸方向之零力矩點約介於 $0.11 \sim 8.79 \text{ cm}$ ，不超出 $x_{S,W} = 8.90 \text{ cm}$ 範圍，如圖 4-30 與圖 4-31 之虛線所示。

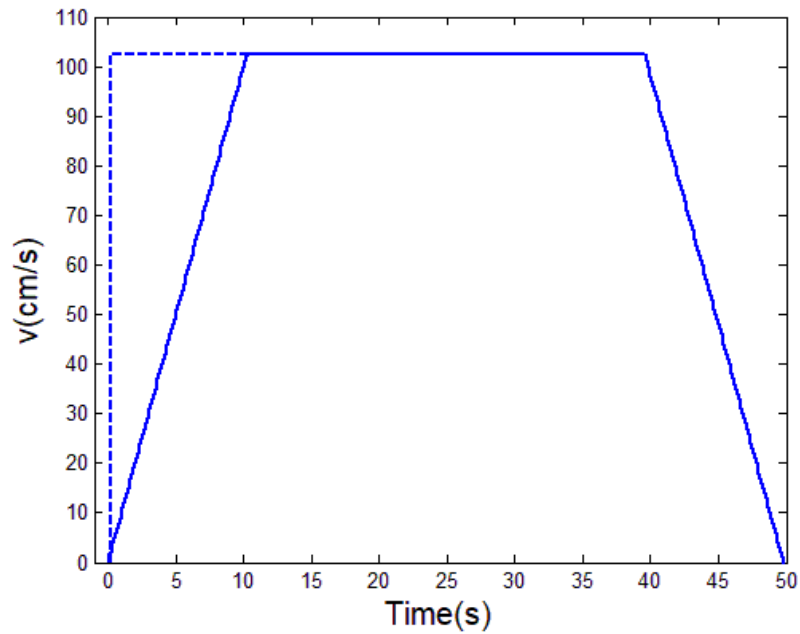
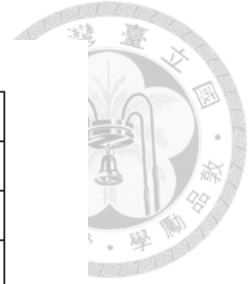


圖 4-30 輪式運動模式下斜坡直進時之梯形速度曲線

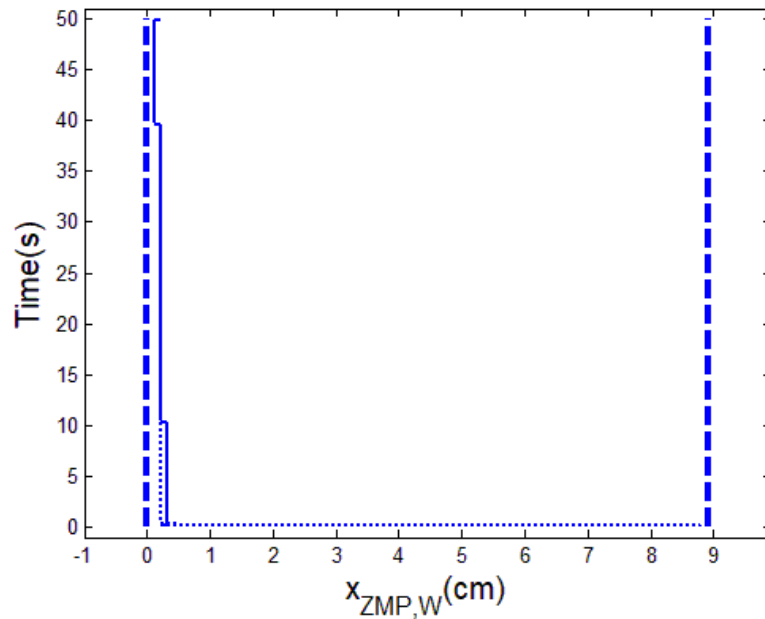


圖 4-31 輪式運動模式下斜坡直進時之零力矩點

由以上的分析得出，在輪部馬達所能提供的任意角速度，機器人平台加速時不超過 $a = 10 \text{ cm/s}^2$ ，減速時不超過 $a = 8.7 \text{ m/s}^2$ 所構成的梯形速度曲線下，可將支撐桿擺至 $(\theta_W + \theta_S) = 41.347^\circ$ 後以輪式運動模式下爬最陡 $\theta_S = 37^\circ$ 斜坡不傾倒。

第5章 結論與建議



本研究設計出一輪足混合式四連桿型機器人平台，從設計概念、馬達扭力分析到零力矩點分析皆有完整的推導與模擬。此機器人平台的地形適應力高，可行走在平地、斜坡與不同尺寸之階梯等地形，且具有結構與控制簡單、不需要轉換機構之優點。利用零力矩點的原理模擬證實，本研究之機器人平台在一定的足部馬達扭力、角速度與角加速度條件下，能夠穩定地在階梯、平地與斜坡等地形上移動而不傾倒。總結而言，機器人平台可以在足部馬達最大角加速度 1 rad/s^2 ，最大角速度 $5^\circ/\text{s}^2$ 之梯形角速度曲線條件下，以足式運動模式穩定地行走於臺灣建築法規規定最大階高 20 cm 及最小階深 21 cm 之階梯地形，或是 4° 以下之斜坡及不平坦地形；也可以在機器人平台最大前進加速度 10 cm/s^2 內所構成的梯形速度曲線下，以輪式運動模式穩定行走於約 30° 以內的平地或斜坡。


然而假設和模擬仍與現實層面有一些微小的差距。如足部或輪部與不同材質地面間的摩擦力皆不同，因此必須將各種材質所造成的影響考慮進去，而非僅有對鋁和橡膠與水泥地面間的接觸做模擬，如此會更貼近現實層面。

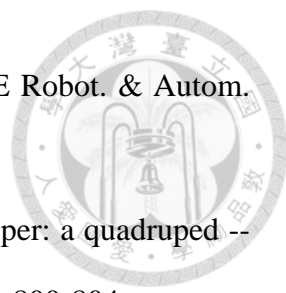
本研究之機器人平台期望能夠實際地應用在各式各樣的應用場合當中，以協助人類完成各式各樣的任務。因在實際執行任務的過程當中，要克服的障礙與任務皆為未知，因此在實務上必須讓操作人員使用人機介面來發送命令給機器人平台，透過遠端遙控的方式完成機器人的控制，再搭配攝影機回傳即時畫面以讓操作人員判斷當前情勢。依照不同的任務目標，可以搭載不同的感測器系統，如氣體感測器、溫溼度感測器、定位系統等，達到多元感知的目的，並可透過雲端系統建構線上資料庫以將收發的資訊儲存起來，做為未來研究的參考。


參考文獻

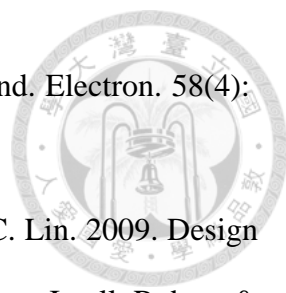


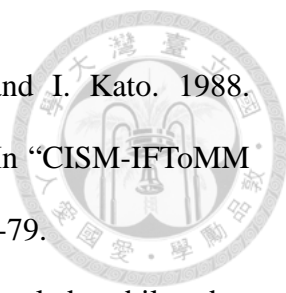
1. Adachi, H., N. Koyachi, T. Arai, A. Sku, and Y. 1999. Nogami. Mechanism and control of a leg-wheel hybrid mobile robot. In “IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.”, 1792-1797.
2. BenAmar, F., V. Budanov, Ph. Bidaud, F. Plumet, and G. Andade. 2000. A high mobility redundantly actuated mini-rover for self-adaptation to terrain characteristics. In “Int. Conf. on Climbing and Walking Robots”, 105-112.
3. Bruzzone, L., and G. Quaglia. 2012. Review article: locomotion systems for ground mobile robots in unstructured environments. *Mechanical Sciences* 3(2): 49-62.
4. Buehler, M., U. Saranli, and D. E. Koditschek. 2002. Single actuator per leg robotic hexapod. U.S. Patent No. 6481513.
5. Campbell, D., and M. Buehler. 2003. Stair descent in the simple hexapod ‘RHex’. In “IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.”, 1380-1385.
6. Case Western Reserve University: Biologically Inspired Robotics. 2018. SeaDog. Available at: <http://biorobots.case.edu/projects/whegs/seadog>. Accessed 11 May 2018.
7. Chen, S. C., K. J. Huang, C. H. Li, and P. C. Lin. 2011. Trajectory planning for stair climbing in the leg-wheel hybrid mobile robot quattroped. In “IEEE Int. Conf. on Robot. and Autom.”, 1229-1234.
8. Chen, S. C., K. J. Huang, W. H. Chen, S. Y. Shen, C. H. Li, and P. C. Lin. 2013. Quattroped: a leg-wheel transformable robot. In “IEEE/ASME Trans. Mechatron.”, 19(2): 730-742.
9. Chen, W. H., H. S. Lin, and P. C. Lin. 2014. TurboQuad: a leg-wheel transformable robot using bio-inspired control. In “Int. Conf. on Robot. & Autom.”, 2090.

- 
10. Chen, W. H., H. S. Lin, Y. M. Lin, and P. C. Lin. 2017. TurboQuad: a novel leg-wheel transformable robot with smooth and fast behavioral transitions. *IEEE Trans. on Robot.* 33(5): 1025-1040.
 11. Chou, J. J., and L. S. Yang. 2013. Innovative design of a claw-wheel transformable robot. In "Int. Conf. on Robot. & Autom.", 1337-1342.
 12. Dalvand, M. M., and M. M. Moghadam. 2006. Stair climber smart mobile robot (MSRox). *Autonomous Robots* 20(1): 3-14.
 13. Eich, M., F. Grimminger, and F. Kirchner. 2008. A versatile stair-climbing robot for search and rescue applications. In "IEEE Int. Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics", 35-40.
 14. Endo, G., and S. Hirose. 1996. Study on roller-walker (basic characteristics and its control). In "IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.", 3265-3270.
 15. Endo, G., and S. Hirose. 1999. Study on roller-walker (system integration and basic experiments). In "IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.", 4: 3183-3188.
 16. Endo, G., and S. Hirose. 2012. Study on roller-walker -- improvement of locomotive efficiency of quadruped robots by passive wheels. *Adv. Robot.* 26(8-9): 969-988.
 17. François, M., L. Dominic, A. Martin, B. Yann, C. Richard, G. Frédéric, L. Marc-Antoine, M. Mathieu, P. Jean-François, T. Marie-Christine, L. Pierre, M. Yan, B. Jonathan, and C. Serge. 2003. AZIMUT, a leg-track-wheel robot. In "IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.", 2553-2558.
 18. Grand, C., F. Benamar, F. Plumet, and P. Bidaud. 2004. Stability and traction optimization of a reconfigurable wheel-legged robot. *Int. J. of Robot. Res.* 23: 1041-1058.
 19. Guccione, S., and G. Muscato. 2001. Experimental outdoor and laboratory tests with the hybrid robot WHEELEG. In "Int. Conf. on Field and Service Robotics".

- 
20. Guccione, S., and G. Muscato. 2003. The wheeleg robot. *IEEE Robot. & Autom. Mag.* 10(4): 33-43.
21. Herbert, S. D., A. Drenner, and N. Papanikolopoulos. 2008. Loper: a quadruped -- hybrid stair climbing robot. In "Int. Conf. on Robot. & Autom.", 800-804.
22. Honda. 2018. ASMIO. Available at: <http://asimo.honda.com>. Accessed 11 May 2018.
23. Huang, C. Y., C. N. Kuo, L. H. Pan, S. Y. Lin, and J. J. Chou. 2017. Claw-wheel: a transformable robot for search and investigation in amphibious environment. In "IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst." 6541-6756.
24. Kato, I., S. Ohteru, H. Kobayashi, K. Shirai, and A. Uchiyama. 1973. Information-power machine with senses and limbs. In "CISM-IFTOMM Symp. on Theory and Practice of Robots and Manipulators", 12-24.
25. Kim, J. G., K. Noh, and K. Park. 2001. Human-like dynamic walking for a biped robot using genetic algorithm. In "Int. Conf. on Evolvable Systems", 159-170.
26. Lacagnina, M., G. Muscato, and R. Sinatra. 2003. Kinematics, dynamics and control of a hybrid robot wheeleg. *Robot. & Autonomous Syst.* 45(3-4): 161-180.
27. Laney, D., and D.W. Hong. 2005. Kinematic analysis of a novel rimless wheel with independently actuated spokes. In "ASME Mech. and Robot. Conf.", 7: 609-914.
28. Li, Q., A. Takanishi, and I. Kato. 1992. Learning control of compensative trunk motion for biped walking robot based on ZMP stability criterion. In "IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.", 597-603.
29. Lindemann, R., L. Reid, and C. Voorhees. 1999. Sub-system for the exploration technology rover. In "Aerospace Mechanisms Symposium", 115-130.
30. Moore, E. Z., D. Campbell, F. Grimminger, and M. Buehler. 2002. Reliable stair climbing in the simple hexapod 'RHex'. In "IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.", 2222-2227.

- 
31. Nakajima, S. 2011. RT-mover: A rough terrain mobile robot with a simple leg-wheel hybrid mechanism. *Int. J. of Robot. Res.* 30: 1609–1626.
 32. Nakajima, S., and E. Nakano. 2006. Adaptive gait for large rough terrain of a leg-wheel robot. *Trans. of the Jpn. Soc. of Mech. Eng.* 72(721): 2956–2963.
 33. Nakajima, S., E. Nakano, and T. Takahashi. 2004. Motion control technique for practical use of a leg-wheel robot on unknown outdoor rough terrains. In “IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.”, 1353–1358.
 34. Napoleon, S. Nakaura, and M. Sampel. 2002. Balance control analysis of humanoid robot based on ZMP feedback control. In “IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots and Syst.”, 2437-2442.
 35. Okada, T., W. T. Botelho, and T. Shimizu. 2010. Motion analysis with experimental verification of the hybrid robot PEOPLER-II for reversible switch between walk and roll on demand. *Int. J. of Robot. Res.* 29: 1199-1221.
 36. Pan, L. H., C. N. Kuo, C. Y. Huang, and J. J. Chou. 2016. The claw-wheel transformable hybrid robot with reliable stair climbing and high maneuverability. In “IEEE Int. Conf. on Autom. Sci. & Eng.”, 233-238.
 37. Park, I. W., J. Y. Kim, J. Lee, and J. H. Oh. 2005. Mechanical design of humanoid robot platform KHR-3 (KAIST humanoid robot-3: HUBO). In “IEEE/RAS Int. Conf. on Humanoid Robots”, 321-326.
 38. Quinn, R. D., J. T. Offi, D. A. Kingsley, and R. E. Ritzmann. 2002. Improved mobility through abstracted biological principles. In “IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.”, 2652-2657.
 39. Saranli, U., M. Buehler, and D. E. Koditschek. 2001. RHex: a simple and highly mobile hexapod robot. *Int. J. of Robot. Res.* 616-631.
 40. Sato, T., S. Sakaino, E. Ohashi, and K. Ohnishi. 2011. Walking trajectory planning

- 
- on stairs using virtual slope for biped robots. *IEEE Trans. on Ind. Electron.* 58(4): 1385-1396.
41. Shen, S. Y., C. H. Li, C. C. Cheng, J.C. Lu, S. F. Wang, and P.C. Lin. 2009. Design of a leg-wheel hybrid mobile platform. In “*IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.*”, 4682-4687.
 42. Smith, J. A., I. Sharf, and M. Trentini. 2006. PAW: a hybrid wheeled-leg robot. In “*IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.*”, 4043-4048.
 43. Sugano, S., Q. Huang, and I. Kato. 1993. Stability criteria in controlling mobile robotic systems. In “*IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.*”, 832-838.
 44. Sugihara, T., Y. Nakamura, and H. Inoue. 2002. Real-time humanoid motion generation through ZMP manipulation based on inverted pendulum control. In “*Int. Conf. on Robot. & Autom.*”, 1404-1409.
 45. Tadakuma, K., R. Tadakuma, A. Maruyama, E. Rohmer, K. Nagatani, K. Yoshida, A. Ming, S. Makoto, M. Higashimori, and M. Kaneko. 2009. Armadillo-inspired wheel-leg retractable module. In “*IEEE Int. Conf. on Robotics & Biomimetics*”, 610-615.
 46. Takanishi, A., H. Lim, M. Tsuda, and I. Kato. 1990. Realization of dynamic biped walking stabilized by trunk motion on a sagittally uneven surface. In “*IEEE/RSJ Int. Workshop on Intell. Robots & Syst.*”, 323-329.
 47. Takanishi, A., M. Ishida, Y. Yamazaki, and I. Kato. 1985. The realization of dynamic walking by the biped walking robot. In “*IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.*”, 459-466.
 48. Takanishi, A., M. Kumeta, K. Matsukuma, J. Yamaguchi, and I. Kato. 1991. Development of control method for biped walking under unknown external force acting in lateral plane. In “*RSJ Annual Conf. on Robotics*”, 321-3224.

- 
49. Takanishi, A., Y. Egusa, M. Tochizawa, T. Takebayashi, and I. Kato. 1988. Realization of dynamic walking stabilized with trunk motion. In “CISM-IFTOMM Symp. on Theory and Practice of Robots and Manipulators”, 68-79.
50. Takita, Y., N. Shimoi, and H. Date. 2004. Development of a wheeled mobile robot ‘octal wheel’ realized climbing up and down stairs. In “IEEE/RSJ Int. Conf. on Intell. Robots & Syst.”, 2440-2445.
51. Tavolieri, C., E. Ottaviano, M. Ceccarelli, and A. Nardelli. 2007. A design of a new leg-wheel walking robot. In “Mediterranean Conf. on Control & Autom.”.
52. Vukobratović, M. 1973. How to control artificial anthropomorphic systems. *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics* AMC-3(5): 497-507.
53. Vukobratović, M., and B. Borovac. 2004. Zero-moment point -- thirty five years of its life. *Int. J. Human. Robot.* 1(1): 157-173.
54. Vukobratović, M., and D. Juričić. 1968. Contribution to the synthesis of biped gait. In “IFAC Conf. on Technical and Biological Problems of Control”, 2(4): 469-478.
55. Vukobratović, M., and D. Juričić. 1969. Contribution to the synthesis of biped gait. *IEEE Trans. Bio-Medical Eng.* 16(1): 1-6.
56. Vukobratović, M., A. Frank, and D. Juričić. 1970. On the stability of biped locomotion. *IEEE Trans. Bio-Medical Eng.* 17(1): 25-36.
57. Vukobratović, M., B. Borovac, D. Surla, and D. Stokić. 1990. Biped locomotion -- dynamics, stability, control and application, ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
58. Wilcox, B., T. Litwin, J. Biesiadecki, J. Matthews, M. Heverly, J. Morrison, J. Townsend, N. Ahmad, A. Sirota, and B. Cooper. 2007. ATHLETE: a cargo handling and manipulation robot for the moon. *J. of Field Robotics* 24(5): 421-434.
59. Yamaguchi, J., A. Takanishi, and I. Kato. 1993. Development of a biped walking robot compensating for three-axis moment by trunk motion. In “IEEE/RSJ Int. Conf.

- on Int. Robots & Syst.”, 561-566.
60. Yamaguchi, J., A. Takanishi, and I. Kato. 1995. Experimental development of a foot mechanism with shock absorbing material for acquisition of landing surface position information and stabilization of dynamic biped walking. In “IEEE Int. Conf. on Robot. & Autom.”, 2892-2899.
61. Youtube. 2011a. Stair climbing robot - SM. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=3qWYAOGZVM4>. Accessed 11 May 2018.
62. Youtube. 2011b. Stair climbing robot - stair scream. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=S1VzpJGIM90>. Accessed 11 May 2018
63. Youtube. 2013. Molly the stair climbing robot. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=9HUHtSqhd5c>. Accessed 11 May 2018.
64. Youtube. 2014a. Group 8: stair climbing robot INDI. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=Yq45cpfJgtc>. Accessed 11 May 2018.
65. Youtube. 2014b. Stair climbing robot: group 4 INDI 2ba ontwerpproject. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=WE0l0nPhGic>. Accessed 11 May 2018.
66. Youtube. 2014c. Stair climbing robot: group 9 INDI ontwerpproject. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=XB3Uz2Pvqt4>. Accessed 11 May 2018.
67. Yuan, J., and S. Hirose. 2004. Research on leg-wheel hybrid stair-climbing robot, zero carrier. In “Int. Conf. on Robotics and Biomimetic”, 654-659.
68. University of Birmingham. 2003. Coefficients of static friction obtained from current study. In “Friction in temporary works”, ed. HSE Books, 15. HSE Priced Publications.
69. PhyLink. 2018. Coefficients of friction. Available at: <http://www.physlink.com/Reference/FrictionCoefficients.cfm>. Accessed 20 July 2018.