

國立臺灣大學工學院應用力學研究所

碩士論文



Institute of Applied Mechanics

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

應用於氣體感測之局域表面電漿增強式

CMOS-MEMS 共振式感測平台

A CMOS-MEMS Temperature-Compensated  
Plasmonically-Enhanced Sensing Platform for  
IR-Based Gas Analyzer Applications

劉嘉仁

Jia-Ren Liu

指導教授：李尉彰 博士

Advisor: Wei-Chang Li, Ph.D.

中華民國 108 年 8 月

August, 2019

# 口試委員審定書



國立臺灣大學碩士學位論文

## 口試委員會審定書

應用於氣體感測之局域表面電漿增強式  
CMOS-MEMS 共振式感測平台

A CMOS-MEMS Temperature-Compensated  
Plasmonically-Enhanced Sensing Platform for  
IR-Based Gas Analyzer Applications

本論文係劉嘉仁君（學號：R06543007）在國立臺灣大學應用力學研究所完成之碩士學位論文，於民國 108 年 7 月 16 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

李尉彰 李尉彰

(指導教授)

張培仁 張培仁

胡毓忠 胡毓忠

莊承鑫 莊承鑫

所長 沈弘俊 沈弘俊

## 誌謝



可以完成此篇論文，首先要謝謝我的指導教授，李尉彰老師。李老師總是透過幽默詼諧以及亦師亦友的角度，在每次實驗失敗時給予建議，伴我度過苦悶冗長的研究生活。此外還要謝謝張培仁老師、胡毓忠老師，在每週五固定時間聽我們的報告、給我們建議。最後要謝謝共振微機電實驗室(Resolab)的學長、同學以及學弟，還好有你們的互相激勵以及大吐苦水的時間，這兩年才可以過得這麼快。

## 摘要

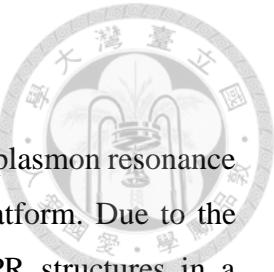


本論文研究為開發適用於非色散式(Nondispersive infrared, NDIR)紅外線氣體分析儀之局域表面電漿共振(Localized Surface Plasmon Resonance, LSPR)感測平台。透過局域表面電漿共振結構設計，此平台能針對不同紅外線光波長產生加強性吸收效果，並具有微小化、可攜式之特點。本研究為首次於 CMOS 製程平台上驗證 LSPR 結構，除理論模擬外，透過國家晶片中心所提供之 TSMC 0.35- $\mu\text{m}$  2-poly-4-metal CMOS-MEMS 平台下線晶片，並在校內的北區微機電中心進行後製程步驟，包括金屬濕蝕刻釋放結構，及反應式離子蝕刻將保護層去除。元件利用 METAL4 與 METAL3 層建構 MIM (Metal-Insulator-Metal)式的 LSPR 吸收層，並以傅立葉紅外線轉換光譜儀(Fourier Transform Infrared spectroscopy, FTIR)證明了 LSPR 結構之頻率選擇性，但推估可能由於製程誤差，元件經 FTIR 量測之光譜有  $Q$  值過低、波長飄離原本設計、非原始設計考慮到的偽模態等非理想效應產生。本研究進一步嘗試將 LSPR 吸收層與微機電共振器結合，共振器共振頻率高低可反映不同波長紅外線吸收。然而，由於共振器驗證結構設計上未考慮固定端結構應力之影響，具有表面電漿結構之元件在紅外光下雖有較大的共振頻率變化，對不同波長入射紅外光訊號並無明顯至足以區分選擇性，本論文亦提出共振器設計改善方案。

另一方面，以共振頻率做為感測平台的輸出物理量，元件需具有溫度補償特性，以減低環境溫度變化下後造成的頻率變化。本研究使用另一種後製程方式研發了一個被動式溫度頻率補償平台，適合用於偶極(dipole)形式的 LSPR 吸收層使用。此溫度補償兩端自由樑共振器利用 U 型補償電極的被動式電剛性頻率補償方法，使得共振器之頻率溫度係數(Temperature Coefficient of Frequency, TCF)由原本未經補償的-70 ppm 下降為+0.43 ppm、在 0-85°C 範圍整體頻率飄移由 5800 ppm 下降為 496 ppm，有近 12 倍之改善。另外，本研究亦提出預測頻率偏差的理論模型，經修正後可以準確預測頻率偏差，並實際演示了最佳化補償電極長度設計，免除了需要另一額外的補償電壓，可僅使用單一電壓同時供予共振器直流偏壓及補償偏壓以達到補償效果。

**關鍵字:** CMOS-MEMS、非分散性紅外線感測器、局域表面電漿共振、被動式頻率補償、電剛性

# Abstract



This thesis validated the possibility of applying localized surface plasmon resonance (LSPR) structures onto a commercially available CMOS-MEMS platform. Due to the wavelength-selectivity property of LSPR, one can embed the LSPR structures in a CMOS-MEMS resonator and realize a non-dispersive infrared (NDIR) based gas analyzer. Although the LSPR structures have been widely studied in recent years, none of them has implanted LSPR structures on a standard CMOS platform yet. The LSPR structure used by this work consists of metal-insulator-metal (MIM) absorber based on *METAL4* and *METLA3* layers in TSMC 0.35- $\mu\text{m}$  2-poly-4-metal CMOS-MEMS plat-form and in-house post fabrication process of metal wet-etching and reactive ion etching steps. The Fourier transform infrared spectroscopy (FTIR) validates the wave-length-selectivity of the fabricated LSPR structure. Possibly due to fabrication process variation, however, the spectrum measured by FTIR presents some issues such as lower quality factor, wavelength drift and spurious modes. In addition, a clamped-clamped beam (CC-beam) resonator combined with the LSPR structure aims to yield selective responses of resonance frequency to different IR wavelengths. Although the CC-beam resonator with LSPR structures indeed shows larger frequency shift compared with that with no LSPR structures, the device does not produce selective frequency drifts in response to the IR with varying wavelengths due to improper device design. Work continues to fix this issue.

On the other hand, the change of ambient temperature would affect the resonance frequency. In order to realize a NDIR sensor based on the LSPR platform, one would need to reduce the frequency drift induced by ambient temperature. This thesis utilizes a passive compensation scheme to realize a temperature insensitive resonator based on an alternative post fabrication process suitable for dipole LSPR structures. The temperature coefficient of frequency (*TCF*) of the temperature compensated resonator reduces from -70 ppm to +0.43 ppm, and the overall frequency drift from 5800 ppm to 496 ppm, which is 12 $\times$  improved through electrical stiffness compensating technique by introducing a U-shaped compensating electrode. Besides, this thesis details a mathematical model that predicts the frequency deviation well. The model also leads to an optimized compensating electrode length that eliminates the need for a second compensating DC bias. This technique presents as a great candidate for low power frequency compensation.



**Keywords:** CMOS-MEMS, electrical stiffness, localized surface plasmon resonance, non-dispersive infrared sensor, passively frequency compensation.

# 目錄



口試委員審定書 .....	i
誌謝 .....	ii
摘要 .....	iii
Abstract .....	iv
目錄 .....	vi
圖目錄 .....	viii
表目錄 .....	xiii
第一章 前言 .....	1
1-1 研究動機 .....	1
1-2 現有技術問題 .....	3
1-2-1 氣體感測機制 .....	3
1-2-2 波長選擇性與低功耗 .....	4
1-3 研究方法 .....	5
1-4 相關文獻回顧 .....	5
1-4-1 紅外線感測器 .....	6
1-4-2 頻率補償方法 .....	10
1-5 論文架構 .....	12
第二章 局域表面電漿增強式紅外線氣體感測器設計 .....	13
2-1 局域化表面電漿共振 .....	13
2-2 具波長選擇性之 CMOS-MEMS 紅外線感測器設計 .....	14
2-2-1 氣體感測機制 .....	14
2-2-2 具波長選擇性之 CMOS-MEMS 紅外線吸收層設計 .....	16
2-3 於 CMOS-MEMS 平台上進行概念驗證 .....	20
2-3-1 驗證用結構設計 .....	20



2-3-2	實驗架設 .....	26
2-3-3	實驗結果與分析 .....	26
第三章	電容式驅動共振器之等效負電容模型 .....	36
3-1	結構運作原理 .....	37
3-2	等效單質點彈簧質量阻尼系統( $k-m-b$ system) .....	37
3-3	等效集總參數電路模型(lumped parameter electrical equivalent circuit) .	43
3-3-1	機電偶合係數(Electromechanical coupling factor) .....	45
3-3-2	受電剛性影響之等效集總模型 .....	51
第四章	使用電剛性被動補償溫度效應之共振器 .....	58
4-1	結構設計與頻率補償原理 .....	58
4-2	與溫度相依之補償間隙設計 .....	62
4-3	被動式頻率補償實驗結果 .....	67
4-3-1	量測架構 .....	68
4-3-2	頻率補償量測結果 .....	69
4-3-3	頻率補償量測結果討論 .....	71
4-4	小結 .....	81
第五章	結論與未來展望 .....	84
5-1	設計改良與未來展望 .....	84
5-1-1	共振器本體改良 .....	84
5-1-2	頻率讀取電路 .....	86
5-1-3	系統整合 .....	87
5-2	結論 .....	89
參考文獻 .....		90

# 圖目錄



圖 1-1 氣體感測器應用示意圖。 .....	1
圖 1-2 行政院環保署空氣品質監測報告中，近十年空氣品質監測資料。 .....	2
圖 1-3 SWNT 結構圖以及溫度對電阻之響應圖。 .....	6
圖 1-4 (a) 具 $\text{Si}_3\text{N}_4$ 吸收層之非致冷式紅外線感測器，以及(b) 具石墨烯吸收層之非致冷式紅外線感測器以及其響應圖。 .....	6
圖 1-5 新型熱傳導式吸收層提高 CMOS-MEMS 熱電式紅外線感測器示意圖及其響應率。 .....	7
圖 1-6 利用三角晶格表面電漿吸收層實現一具波長選擇性之無冷式紅外線感測器。 .....	7
圖 1-7 利用壓電式的板狀共振器以及一維的金奈米光柵結構實現具波長選擇性之紅外光共振器。 .....	8
圖 1-8 壓電式表面電漿奈米機械共振器應用於具光譜選擇性之紅外線感測。 ...	8
圖 1-9 無濾波器之非分散式紅外線感氣體感測器——概念驗證。 .....	9
圖 1-10 利用表面電漿增強式光子開關實現零功耗紅外線數化器。 .....	9
圖 1-11 具溫度穩定性之矽/氧化矽微機電共振器。 .....	10
圖 1-12 具溫度補償之 CMOS-MEMS 氧化層共振器。 .....	10
圖 1-13 利用退化態摻雜達成矽共振器之溫度補償。 .....	11
圖 1-14 溫度不敏感具剛性補償之微機電共振器。 .....	11
圖 2-1 表面電漿子極化示意圖。 .....	13
圖 2-2 局域化表面電漿共振示意圖。 .....	13
圖 2-3 本研究感測氣體的機制示意圖。 .....	14
圖 2-4 如何判斷偵測到何種氣體示意圖。 .....	15
圖 2-5 使用比爾—朗伯定律用來描述入射光有多少機率被厚度 $x$ 的氣體吸收或	



散射示意圖。	15
圖 2-6 使用比爾一朗伯定律計算出來之入射光( $\lambda$ 為CO之吸收波長)穿透率與CO氣體濃度之關係圖。	16
圖 2-7 兩種不同形式之週期性結構,(a) 偶極式結構,電場為左右相鄰之METAL4金屬交互作用以及(b) MIM 式,使電場能有完整的上下交互作用。	17
圖 2-8 FEA 中用來模擬局域表面電漿共振之邊際條件。	17
圖 2-9 使用 Design A,偶極式之不同 NP 大小下之波長響應,可以看出週期性結構主要由左右相鄰之 METAL4 金屬顆粒發生交互作用。	18
圖 2-10 使用 Design B, MIM 式之不同 NP 大小下之波長響應,可以看出週期性結構主要由上下之金屬層發生交互作用。	18
圖 2-11 大部分常見氣體吸收波長。	19
圖 2-12 兩端固定樑式共振器後製程步驟:(a) 金屬濕蝕刻以釋放結構以及(b) RIE 已打開保護層,最後(c) 打線至 PCB 板上。	21
圖 2-13 金屬濕蝕刻步驟。	21
圖 2-14 三種 LSPR 設計之 FEA 模擬之電場強度以及吸收波長圖。	23
圖 2-15 完成之 LSPR 結構的 SEM 照片。	24
圖 2-16 完成之 LSPR-R 結構的 SEM 照片。	25
圖 2-17 量測 LSPR-R 之實驗架設圖。	27
圖 2-18 LSPR-R 實際量測架設照片。	27
圖 2-19 LSPR 結構之在 OM 下之照片。	27
圖 2-20 使用 MCT 偵測器,利用反射式路徑所獲得之 FTIR 光譜。	29
圖 2-21 使用 MCT 偵測器,利用穿透式路徑所獲得之 FTIR 光譜。	30
圖 2-22 使用 FPA 偵測器,利用反射式路徑所獲得之 FTIR 光譜。	31
圖 2-23 使用 FPA 偵測器所獲得之 FTIR 光譜與套用製程誤差後尺寸的 FEA 模擬之比較圖。	32



圖 2-24 (a) 透過 PLL 量測到的原始頻率數據以及其放大圖 (b) 將原始數據扣除平滑化後之數據後取偏差完之圖形，響應度由此圖取 RMS 後可得。 ...	33
圖 2-25 不同 LSPR-R 在不同率波片下之響應圖。 ....	35
圖 3-1 與 CMOS 相容之兩端自由樑共振器示意圖。 ....	37
圖 3-2 利用等效的單質點系統，描述自由樑最大位移處的運動情形示意圖。 .	38
圖 3-3 $k-m-b$ 單質點系統與 RLC 電路模型之類比。 ....	44
圖 3-4 分析兩端自由樑驅動力所使用的座標示意圖(上視圖)。 ....	47
圖 3-5 相同的電極大小於不同位置對修正係數之關係。 ....	50
圖 3-6 分析兩端自由樑感應電流所使用的座標示意圖(上視圖)。 ....	50
圖 3-7 考慮多個平行板電容之等效剛性示意圖。 ....	52
圖 3-8 共振器之等效集總電路模型。 ....	54
圖 3-9 共振器之等效集總電路模型(簡化後) 。 ....	54
圖 3-10 真實量測頻率響應時，共振器之等效集總電路模型。 ....	55
圖 3-11 等效集總電路模型之頻率響應：(a) 不考慮寄生元件以及(b) 考慮真實量測情況。 ....	56
圖 4-1 利用電剛性補償頻率溫度係數之原理示意圖。 ....	58
圖 4-2 本研究中對溫度不敏感之共振器設計圖。 ....	59
圖 4-3 理想的補償間隙與溫度之關係。 ....	62
圖 4-4 補償電極之設計圖。 ....	62
圖 4-5 補償電極在受熱膨脹之分析流程。 ....	63
圖 4-6 分析熱膨脹所用到的一半補償電極之自由體圖。 ....	64
圖 4-7 使用解析解以及有限元素法分析在固定溫度變化下，補償電極位移之比較圖。 ....	66
圖 4-8 共振器使用氧化層濕蝕刻之後製程示意圖。 ....	67



圖 4-9 (a) 一般兩端自由樑以及(b) 具補償電極設計之自由樑的 SEM 照片。 ..	67
圖 4-10 實際用於量測不同溫度之共振頻率的設備照片。 ..	68
圖 4-11 量測頻率響應之偏壓配置。 ..	68
圖 4-12 由圖 4-11 偏壓配置下量測到的頻率響應。 ..	69
圖 4-13 在不同補償電壓以及溫度下量到的頻率偏差。 ..	69
圖 4-14 頻率補償結果。 ..	70
圖 4-15 使用 3-2 之理論模型所得之頻率偏差與實驗值比較。 ..	71
圖 4-16 (a) 在室溫時實際的補償間隙之 SEM 照片(b) 針對間隙上三個點 $d_2$ 平均後可得(c) 不同 $L_{ext}$ 之室溫補償間隙。 ..	72
圖 4-17 分析補償電極出平面位移用的坐標系定義。 ..	73
圖 4-18 (a) 將 CMOS 金屬層參數代入圖 4-17 坐標系定義以及(b) 等效材料參數計算示意圖。 ..	74
圖 4-19 補償電極翹曲與出平面位移之幾何建構關係。 ..	76
圖 4-20 在不同 $L_{ext}$ 下估計的之出平面位移與溫度的關係。 ..	76
圖 4-21 受到殘餘應力影響使得頻率偏差曲線形成海鷗狀曲線之效應(a)示意圖以及(b) 其成因。 ..	77
圖 4-22 模擬不同 $T_0$ 時，海鷗狀頻率偏差區線之變化。 ..	78
圖 4-23 由實驗結果可觀察到水平的的溫度區。 ..	78
圖 4-24 修正後的頻率偏差曲線與實驗值對照。 ..	79
圖 4-25 在最佳化補償電極設計時使用單一偏壓配置示意圖。 ..	80
圖 4-26 在最佳化前後補償間隙與頻率偏差曲線示意圖。 ..	80
圖 4-27 在最佳化補償電極設計時使用單一偏壓配置示意圖。 ..	80
圖 4-28 在最佳化前後補償間隙與頻率偏差曲線示意圖。 ..	80
圖 4-29 最佳化補償電極與未補償之頻率偏差曲線比較圖。 ..	81



圖 4-30 本研究 TIR 與其他被動式補償共振器效能比較圖。 .....	82
圖 4-31 作為具溫度補償技術的電漿增強式紅外線感測共振器平台示意圖。 .....	83
圖 5-1 改良局域化表面電漿共振器設計示意圖。 .....	84
圖 5-2 DEFT 之共振模態圖。 .....	85
圖 5-3 DEFT 於圖 5-1 中之截面圖。 .....	85
圖 5-4 使用 FEA 模擬之 DETF 溫度分布圖形。 .....	86
圖 5-5 共振器與電路同時整合在單一晶片上之示意圖。 .....	87
圖 5-6 整個系統之完整示意圖。 .....	87
圖 5-7 使用多顆半導體式紅外光源封裝示意圖。 .....	88

## 表目錄



表 1-1	半導體電阻式與光學式氣體感測器比較。 .....	4
表 2-1	LSPR 結構之設計尺寸與相對應吸收波長對照表。 .....	22
表 2-2	LSPR 結構之製程誤差。 .....	24
表 2-3	LSPR-R 之設計參數。 .....	25
表 2-4	濾波片之校正係數。 .....	33
表 2-5	LSPR-R 於不同濾波片下之響應度。 .....	35
表 3-1	式(3.14)頻率特徵方程之特徵值的數值解。 .....	42
表 3-2	本研究所設計之共振器幾何尺寸參數整理。 .....	57
表 3-3	用於計算補償電極之材料係數表。 .....	75
表 4-1	溫度頻率補償共振器效能比較表。 .....	82



# 第一章 前言

## 1-1 研究動機

近年來，空污問題已成為全民相當關注的議題，空氣品質好壞與否影響到全民生活品質及身體健康。雖然，圖 1-2 中環保署所公布的空氣品質監測報告中，近十年空氣品質監測資料顯示  $PM_{2.5}$ 、 $PM_{10}$ 、 $SO_2$ 、 $NO_2$ 、 $CO$  呈現緩慢下降趨勢 [1]，但空氣品質監測報告中並無法顯示短時間高污染濃度，或  $PM_{1.0}$  濃度，以及其它空氣中有毒物質，包括揮發性有機化合物(volatile organic compounds (VOCs))、懸浮微粒(particulate matters)所含的有機鹽類、金屬氧化物等，而這類物質都有可能對人體健康產生危害。

因此，若有方便隨身攜帶的空氣品質感測器，可以提供個人區域直接即時的空氣品質狀況，作為第一線的個人防護參考。事實上，已有許多個人型裝置，如 CAT 最近發表的 S61 智慧型手機已搭載空氣感測器，可偵測有機揮發物。另一方面，隨著「公民科學(citizen science)」興起，建立「公民環境監測網」成為最有可能達成上述目標的解決方案之一。在透過專業規劃下，讓大眾有系統參與資料收集過程，有別於傳統上以專家為主收集資料的方式，公民監測網路可打破地域及時間上的

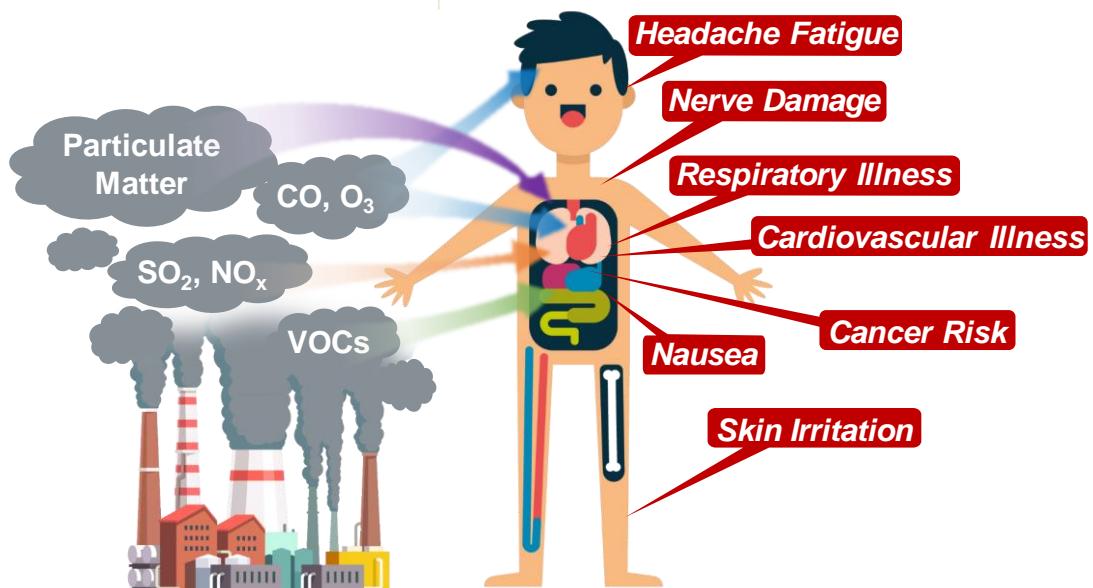


圖 1-1 氣體感測器應用示意圖。

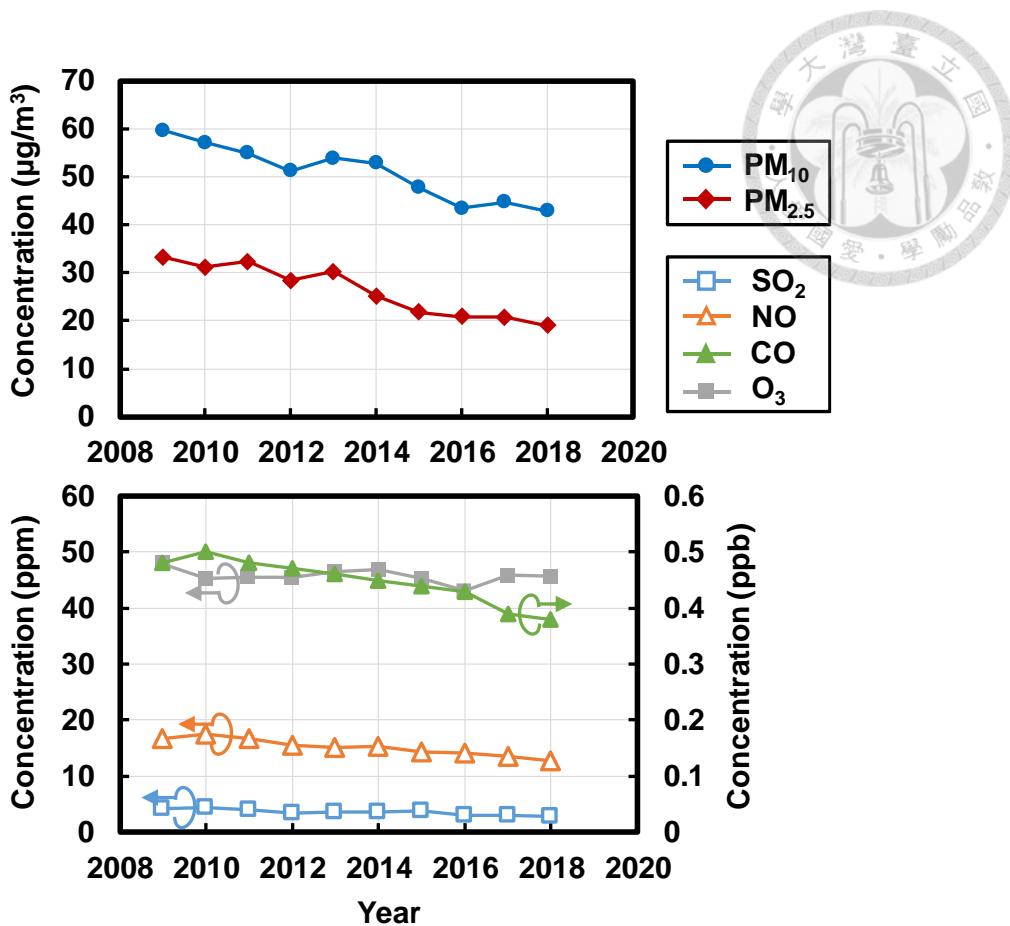


圖 1-2 行政院環保署空氣品質監測報告中，近十年空氣品質監測資料。

限制，達到更即時且有效率的空污監測。目前已有透過民間企業、研究單位及民眾組成的 LASS (Location Aware Sensor System) 「環境感測器網路系統」，在全台佈建了上千台  $\text{PM}_{2.5}$  空氣懸浮微粒感測器，比起官方的 76 個測站密集許多，並已成功量測出數次境外霧霾來襲時全台的  $\text{PM}_{2.5}$  濃度即時的移動及擴散軌跡 [2]。

除了上面所述的空氣汙染監測，氣體感測器的使用層面更是廣泛，包括普遍使用的瓦斯警報器、空氣品質量測外，目前更有將氣體感測器作為檢測食物新鮮度、農業供應鏈作物產生氣體及品茗茶酒等應用，甚至有些高靈敏度的氣體感測器可用來偵測人體呼吸組成，由呼吸氣體中所含的丙酮、氫、氮等成份進而推測個人生命體徵及慢性病徵兆。



## 1-2 現有技術問題

### 1-2-1 氣體感測機制

氣體感測機制有眾多種類，主要可區分為(1)催化燃燒式、(2)電化學式、(3)熱導式、(4)功函數/半導體式及(5)光學式等。

其中催化燃燒式氣體感測器之原理主要為燃燒氣體使白金電阻溫度升高，透過電阻值變化來反推可燃性氣體濃度，但此種感測器僅限於可以燃燒的氣體，凡是不能燃燒的氣體皆不會有反應，且在可燃性氣體的範圍內並無選擇性(但能用來綜合性地推估爆炸性氣體之危險程度) [3]。

電化學式氣體感測器之原理為透過電化學反應，以氧化或還原部分可燃性以及有毒氣體，可以分辨氣體成分以及濃度，但對於氧化還原反應相同的氣體仍具有有限的分辨率，會被其他氣體影響，且因其含有電解液而有儲存時間限制(shelf life)，另外，其操作溫度也有限制，故常常配有主動式的溫度控制，限制了功耗降低的可能性 [4]。

熱導式氣體感測器利用的是不同氣體的熱導率不同，來分辨氣體的濃度與種類。將氣體通過一定電流之電阻絲，待其達熱平衡後，將阻值與另一參考腔體的阻值相比，即可由電阻不同得出訊號。這種感測器在工業界的應用已久，其種類甚多，能分析的氣體也較廣泛，但由於是偵測熱導率，必須有預熱時間，且當外界環境變化時(例如有風或者濕度改變)，較不準確，故較適合應用於工業界，於日常環境中較不適用 [5]。

半導體式感測機制利用氣體吸附改變導電率，來檢測待測氣體，由於體積小，成本低廉，普遍使用於上述可攜式感測器中。然而，此類感測器雖可提供個人空間區域空氣品質參考，但仍限於揮發性有機化合物感測，選擇性差，且因需要加熱在高溫下操作，功耗較大 [6]。



## 1-2-2 波長選擇性與低功耗

相較之下，光學式感測方式則有較好的選擇性，及精確性。最普遍使用的光學式氣體感測主要為非分散性紅外線量測技術(Non-Dispersive Infrared, NDIR)，主要組成元件為紅外光光源、氣室及紅外線感測器，透過氣室中的待測氣體對某特定波長的紅外光吸收後，紅外線感測器接收到較低的光強，由吸收率推得氣體濃度 [7]。不同種類氣體具有不同吸收波長，但由於一般紅外線感測器並無波長選擇性，故為達到多種氣體感測，需在前端加入可調的光學濾波器來進行掃頻的動作，限制系統微小化的可能性。再者，傳統上紅外線感測器分為致冷式(cooled)及非致冷式(uncooled infrared detector)，致冷式在低溫下，利用溫度變化所產生躍遷電荷來感測紅外線，雖具有較高精度，但必須降溫功耗較大，不適合作為可攜式用途。非致冷式則透過熱敏元件吸熱後產生機械結構上形變，用以感測紅外線。然而，此類的非致冷式感測器雖不需要冷卻，相對地對環境溫度也較為敏感，仍需對溫度作校正，或是透過加熱操作在特定溫度。表 1-1 比較了半導體電阻及光學兩種感測機制。

表 1-1 半導體電阻式與光學式氣體感測器比較。

機制	半導體式	光學式
特性	利用半導體在特定溫度下，吸附氣體改變導電度來量測氣體存在與否，普遍使用於偵測微漏氣體，如：天然氣、瓦斯、硫化氫、氯氣等	利用光學吸收峰值位置及強度來感測氣體濃度及種類
優劣	✓成本低 ✓壽命長 ✓可微小化、式和大量生產 ✗需要高溫操作，功耗高 ✗選擇性差	✓靈敏度高，可定量氣體濃度 ✓具選擇性 ✗系統複雜、成本高 ✗無法微小化



### 1-3 研究方法

另一方面，隨著微機電(Microelectromechanical systems, MEMS)技術亦被應用於氣體感測，產生許多不同紅外線感測方式，例如利用微機電共振器(resonator)吸熱後的頻率改變來感測紅外線 [8]、局域表面電漿來達成波長濾波功能 [9]，以及合併兩者具有波長選擇的微機電共振器 [10]等。此類的元件目前製作上仍採用學術單位製程，將之轉為標準化製程以進行大規模量產仍需要許多金錢、人力及時間。再者，這些新穎的紅外線共振器雖然成功的達成波長選擇效果，亦透過調變頻率方式，提高感測靈敏度，但仍有上述為了克服環境溫度改變會影響輸出，因而功耗提高的問題。

而本研究所欲開發的紅外線氣體感測器，有別於傳統電化學或半導體電阻式的感測機制，結合半導體式和光學式感測機制，以及被動式電剛性溫度補償技術，同時達成具選擇性、低功耗、微小化、低成本的優點，且利用臺灣具有絕對優勢的CMOS 製程為基礎，能大幅縮短開發時程。

### 1-4 相關文獻回顧

以下為國際重要期刊及會議論文中，針對微機電式紅外線感測器及被動式溫度補償共振器技術的文獻回顧。紅外線感測器包括不具波長選擇性及具波長選擇性，微機電式紅外線感測器原理傳統上大多為輻射熱測量計(bolometer)、共振器及電熱堆(thermopile)方式，不具有波長選擇性。近年來開始有許多研究將局域表面電漿結構加入熱電堆或共振器上，達成波長選擇功能。另一方面，為降低功耗，本計畫所採用的溫度補償技術仍以被動式為主。一般微機電被動式補償主要使用正溫度係數材料如氧化矽，來抵消一般材料的負溫度係數。此方法容易有介電物質電荷累積，產生遲滯效應的缺點。其他解決方案還有包括離子參雜以及電剛性補償電極，皆成功達成溫度頻率補償效果，但離子參雜所需要的溫度太高，與 CMOS 製程的熱預算(thermal budget)並不相容。



## 1-4-1 紅外線感測器

### 不具波長選擇性之紅外線感測器

2014 年 Han 等人以單壁奈米碳管(Single wall nanotube, SWNT)薄膜懸於兩雙層金屬懸臂樑間實現一輻射熱測量計 [11]。其主要原理是利用雙層金屬懸臂樑的熱變形迫使 SWNT 薄膜發生應變，使得 SWNT 之電阻改變。單壁奈米碳管具有良好的機械性質以及電響應使之有出眾的表現(*cf.* 圖 1-3)。

在不具波長選擇的共振式非致冷式紅外線感測器方面，Hui 與 Qian 等人分別在 2013 與 2015 年製作出具有  $\text{Si}_3\text{N}_4$  [12] 以及石墨烯吸收層 [13] 的共振器。他們皆利用壓電式的(AlN)板狀共振器(lamb wave resonator)當作主體，白金指叉式電極在下面當作驅動，最上面鍍上吸收層。在 [12] 中可以看到當 IR 開以及關時，導納發生變化。在 [13] 中，結構的頻率發生飄移，並以(藍色線)當作對照組，表示石墨烯的吸收層效果優於  $\text{Si}_3\text{N}_4$  許多。*(cf.* 圖 1-4)

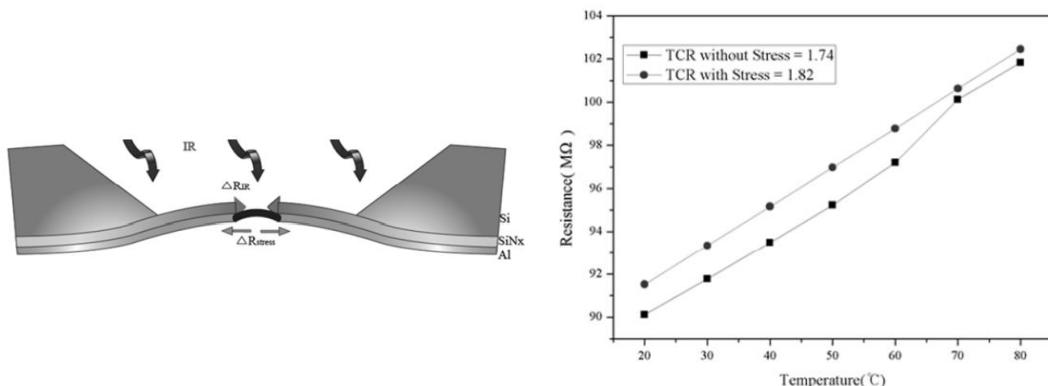


圖 1-3 SWNT 結構圖以及溫度對電阻之響應圖。

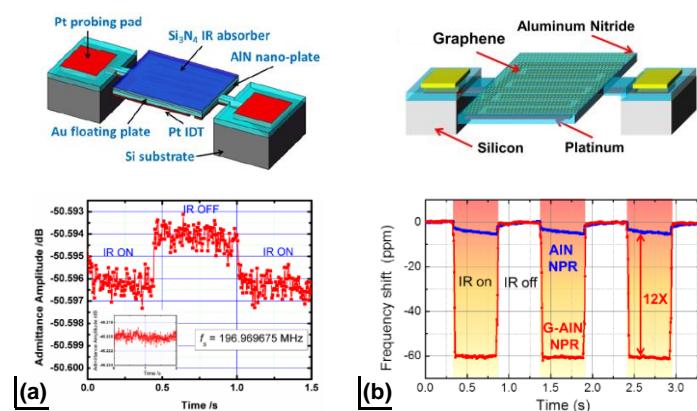


圖 1-4 (a) 具  $\text{Si}_3\text{N}_4$  吸收層之非致冷式紅外線感測器，以及(b) 具石墨烯吸收層之非致冷式紅外線感測器以及其響應圖。

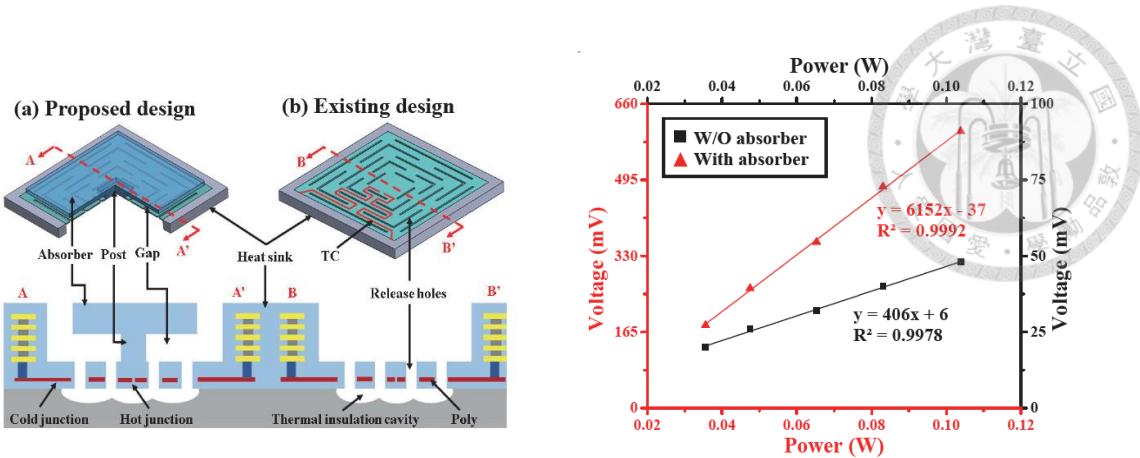


圖 1-5 新型熱傳導式吸收層提高 CMOS-MEMS 热電式紅外線感測器示意圖及其響應率。

而在 CMOS-MEMS 的平台中，Shen 等人在 2018 年製作出不具波長選擇性的非致冷式紅外線感測器 [14]。其原理是利用大量的熱電偶組成電熱堆，並配以蜿蜒的路徑增加熱阻，以提高冷端與熱端的溫差，最後加以傘狀的  $\text{SiO}_2$  吸收層增加吸收 IR 的量。(cf. 圖 1-5)

#### 具波長選擇性之紅外線感測器

具波長選擇性的非致冷式紅外線感測器方面，Ogawa 等人在 2012 年利用 Post CMOS 的製程製作出一具波長選擇性之熱電偶 [15]。利用 CMOS 製程完成熱電偶的電路，再利用後製程定義週期性結構圖樣，接著在吸收層上鍍上金後進行基材蝕刻及完成後熱電偶的製作。其量測結果可以看出其對波長具選擇性，並可以透過週期性結構的大小、排列控制選擇的波長。(cf. 圖 1-6)

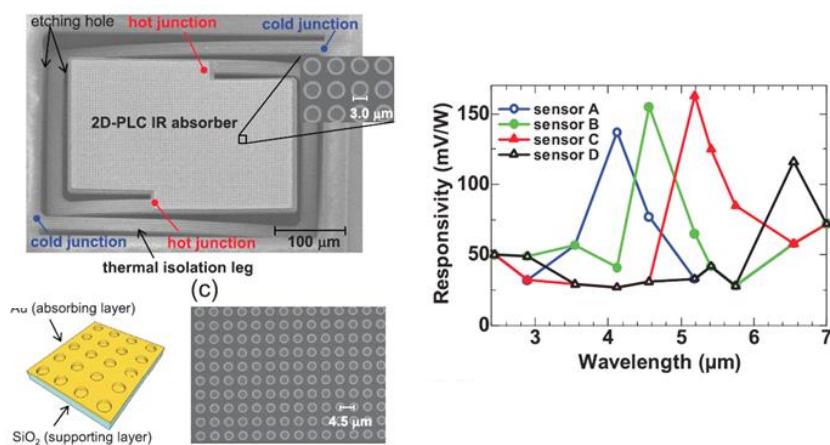


圖 1-6 利用三角晶格表面電漿吸收層實現一具波長選擇性之無冷式紅外線感測器。



2014 年 Gokhale 等人首次利用壓電式的板狀共振器以及一維的金奈米光柵結構實現具波長選擇性之紅外光共振器 [16]。局域表面電漿共振所吸收的熱使得共振器之頻率在紅外線的照射下發生飄移。而吸收的波長長度可以透過光柵的間距與大小進行調控。(cf. 圖 1-7)

Hui 等人在 2016 年製作出具有局域表面電漿共振吸收層的共振器 [17]。他們如前面所述皆利用壓電式的板狀共振器當作主體，白金指叉式電極在下面當作驅動，但這次上方鋪的吸收層為金的週期性微結構當作具波長選擇性的吸收層。由圖中可以看到當 IR 開以及關時，結構的頻率飄移。並由可以看到週期性微結構具波長選擇性。(cf. 圖 1-8)

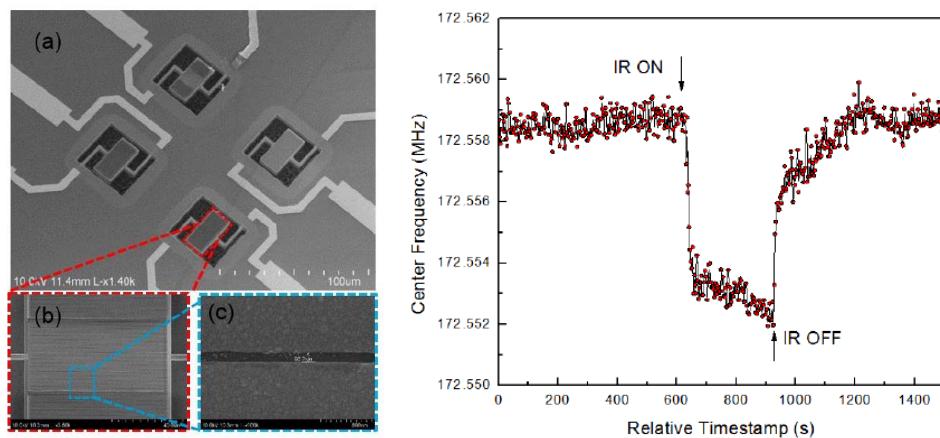


圖 1-7 利用壓電式的板狀共振器以及一維的金奈米光柵結構實現具波長選擇性之紅外光共振器。

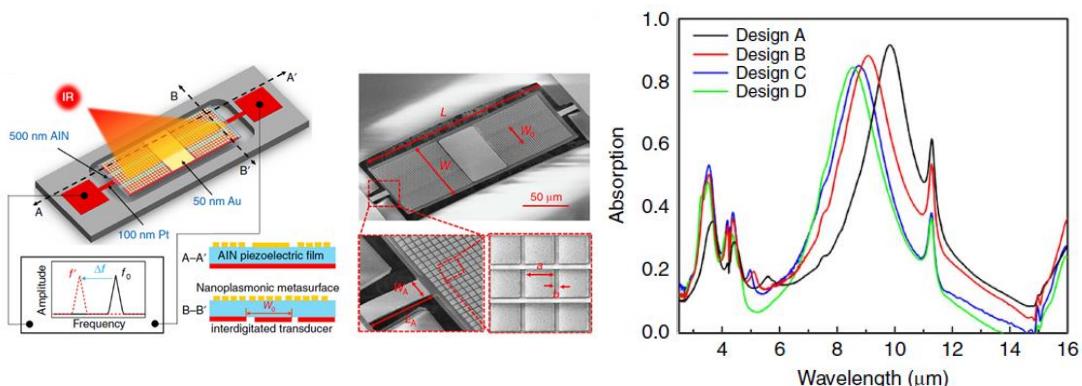


圖 1-8 壓電式表面電漿奈米機械共振器應用於具光譜選擇性之紅外線感測。

Luca1 等人於 2017 以商用的 SOI (silicon-on-insulator) CMOS 晶圓(wafer)上製作出具波長選擇性之電熱堆，將波長設計在特定氣體的吸收波長，以實現不同濃度的氣體感測 [9]。產生波長選擇性之原理亦為其具有局域表面電漿式之吸收層。此篇文章除了驗證了局域表面電漿共振於 SOI CMOS 平台上之可行性，更驗證其有潛力作為氣體感測器並具有將氣體濃度量化效果之能力。(cf. 圖 1-9)

Qian 等人在 2017 年製作出不消耗能量之紅外線光子開關 [18]。其利用表面電漿之波長選擇之特性，讓結構受到局域的熱變形，使得輸入端與輸出端導通，是為”1”，而不導通時為”0”，由圖中可以看到紅外光開啟與關閉時通過光子開關之電流差異。串接數個不同吸收波長之開關，能夠實現一數位轉化器，可以做為特殊紅外線信號之啟動前端。(cf. 圖 1-10)

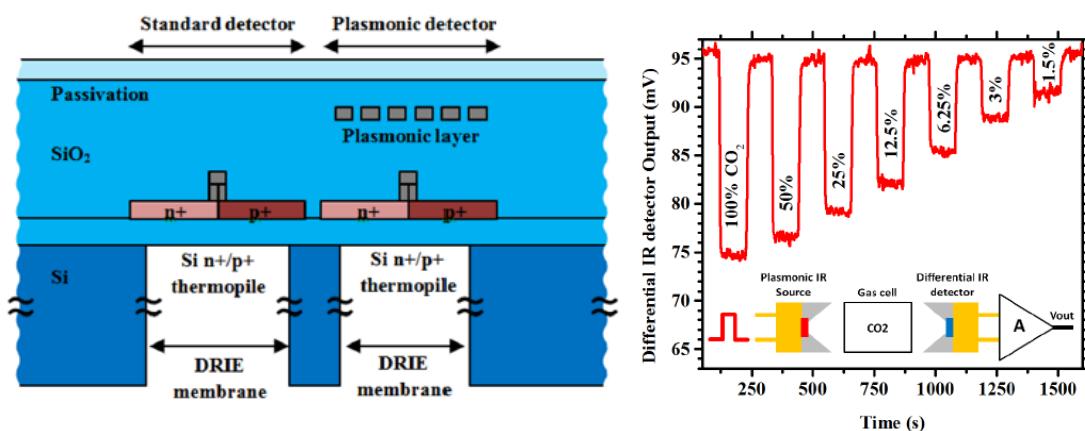


圖 1-9 無濾波器之非分散式紅外線感氣體感測器——概念驗證。

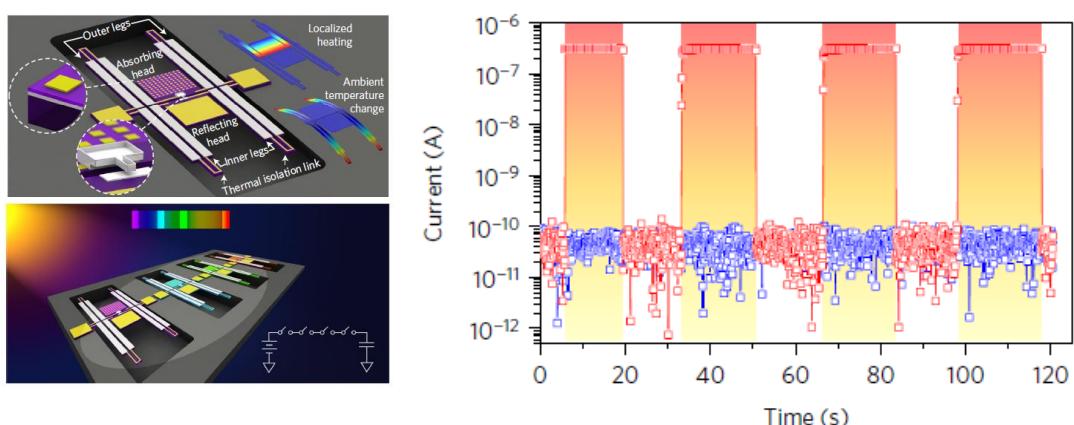


圖 1-10 利用表面電漿增強式光子開關實現零功耗紅外線數化器。



## 1-4-2 頻率補償方法

Tabrizian 等人於 2013 年以二氧化矽/矽的複合結構做出具溫度補償之壓電式微機電共振器 [19]。由於二氧化矽的機械性質較特別，其楊氏係數(Young's modulus)會隨著溫度增加而變高，正好可以抵消掉一般材料受熱變軟之特性。透過調控二氧化矽的比例，能夠完成被動式之頻率補償。(cf. 圖 1-11)

而在 CMOS-MEMS 共振器方面，新竹清華大學李昇憲教授實驗室與方維倫教授實驗室已經在 2013 年成功在商用 CMOS 平台開發出金屬濕蝕刻樑式共振器並與 CMOS 上的電路整合 [20]。此篇研究利用 CMOS 中的 VIA 層以及 METAL 層當作蝕刻走道，二氧化矽包住整根樑保護住結構中的金屬電極，使結構在後製程時不被蝕刻掉，同時氧化層豐富的結構提供溫度補償。(cf. 圖 1-12)

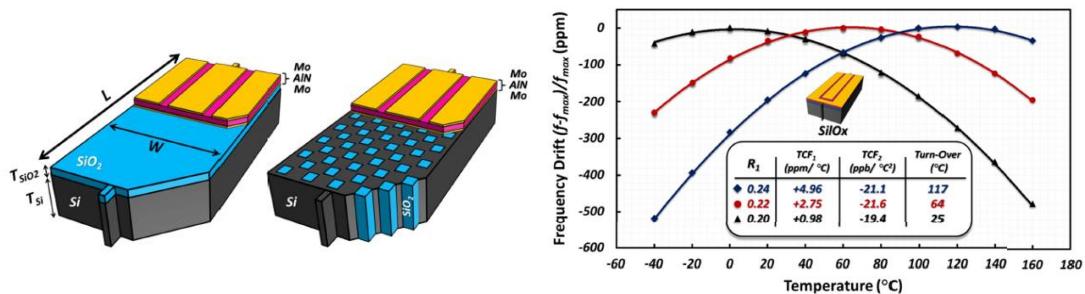


圖 1-11 具溫度穩定性之矽/氧化矽微機電共振器。

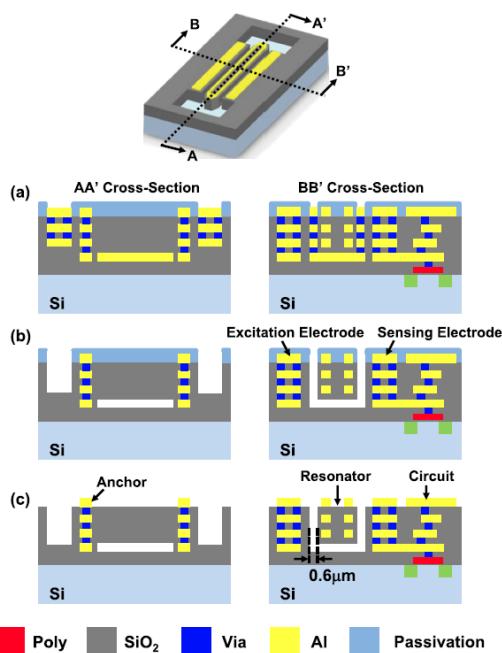


圖 1-12 具溫度補償之 CMOS-MEMS 氧化層共振器。



Samarao 等人在 2012 年以硼及鋁在矽共振器上進行退化態摻雜，成功使得共振器的頻率溫度係數(TCF)獲得補償 [21]。經過退化態參雜後的共振器，根據系統的能量守恆，經溫度提高之電能同時限制了彈性能的提高，迫使共振器的剛性下降，達成溫度-頻率補償。(cf. 圖 1-13)

Hsu 等人在 2002 年以第二個隨溫度膨脹之電極對電容傳導式共振器進行頻率補償 [22]。當外界溫度升高時，其中一個電極與共振器間之間距變大，使得電剛性之大小變小，從而抵抗楊氏模數受到環境溫度上升的軟化現象。由圖中可以看到在某特定補償偏壓( $V_P - V_C$ )下，靜電剛性的變化量恰等於結構的軟化量，而達成頻率補償。(cf. 圖 1-14)

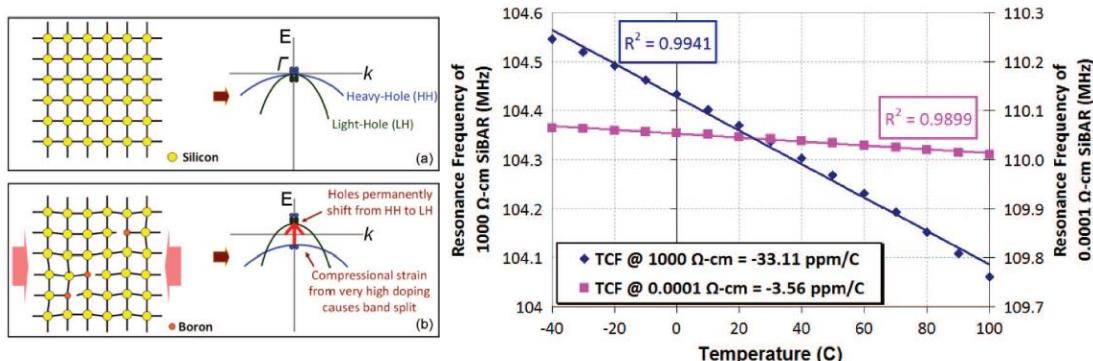


圖 1-13 利用退化態摻雜達成矽共振器之溫度補償。

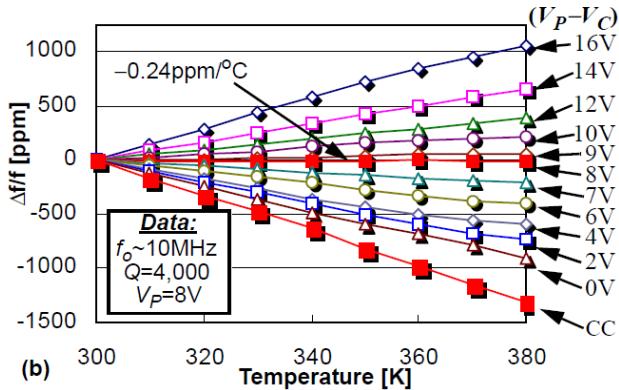
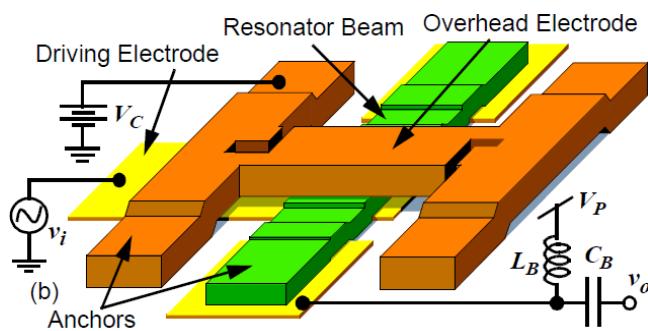


圖 1-14 溫度不敏感具剛性補償之微機電共振器。



## 1-5 論文架構

本研究始於驗證 CMOS-MEMS 平台上局域化表面電漿共振現象。雖然有關 LSPR 應用方面之文獻已有很多，但並未有前人將 LSPR 結構應用於商用的 CMOS 平台上乃至其所製作的共振器上，因此本研究第二章由介紹 NDIR 感測器的原理開始，並針對 TSMC 提供的 0.35- $\mu\text{m}$  2-poly-4-metal CMOS-MEMS 製程提供的參數進行數值模擬，最後對 CMOS 所製作的 LSPR 吸收層做了一個測試的結構，以傅立葉紅外線轉換光譜(Fourier transform infrared spectrum)以及量測共振頻變化的方  
式，來驗證 LSPR 吸收層於 CMOS 平台的可行性。

除了設計 LSPR 吸收層之外，若需以 CMOS 的共振器做為感測物理量的平台實際做出 NDIR 的感測器，由於 CMOS-MEMS 的結構為多層金屬層的堆疊，其材料系數將容易受到環境溫度的影響，造成共振頻隨環境溫度的漂移，故第二部分接著研發一溫度頻率補償平台，目的將使共振器之溫度效應減小。為了解溫度頻率補償的原理，第三章由介紹共振器之數學模型開始，詳細講述共振器之設計以及頻率補償的方法以及理論模型，最後一樣用 TSMC 提供的 CMOS-MEMS 平台，實際演示一個經過溫度補償後兩端自由樑共振器。

最後，將於第四章為結論、提出改善的方式以及未來工作，目前電漿式氣體感測器為全世界微機電領域熱門新穎的研究主題，力求持之以恆開發本技術，將本感測器推展至產品化為目標。

## 第二章 局域表面電漿增強式紅外線氣體感測器設計



表面電漿子極化(Surface Plasmon Polaritons, SPPs)是介於導體與介電質介面間，被電磁波激發出來的現象，可以視為受到電磁場影響而生成電偶極(electric dipole)振盪的電子團，並以波的形式傳遞於界面之間(*cf.* 圖 2-1)。除了 SPPs 以外，表面電漿還有第二種被激發的形式，稱為局域化表面電漿共振(Localized Surface Plasmon Resonance, LSPR) [23]。不論是 SPPs 或是 LSPR，表面電漿子的高靈敏度，都被廣泛利用於化學 [24]、生物感測上 [25]。

本章節將運用 LSPR 的特性作為感測紅外線的物理機制，提出具波長選擇性的 CMOS-MEMS 紅外線感測器之概念，並試著在 CMOS-MEMS 平台上產生局域化表面電漿共振之原型。

### 2-1 局域化表面電漿共振

局域化表面電漿共振，不像 SPPs——為存在於金屬與介電質面上有傳播、頻散(dispersive)特性的波，LSPR 為一種非傳播態(non-propagating)的導體電子團，被入射的電磁波激發於金屬微結構中(*cf.* 圖 2-2)，這些金屬微結構的幾何大小提供

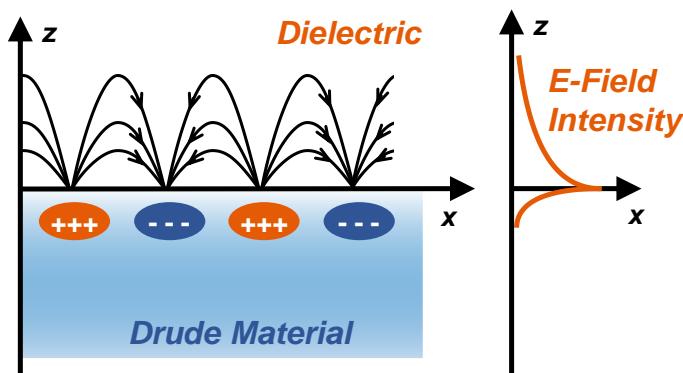


圖 2-1 表面電漿子極化示意圖。

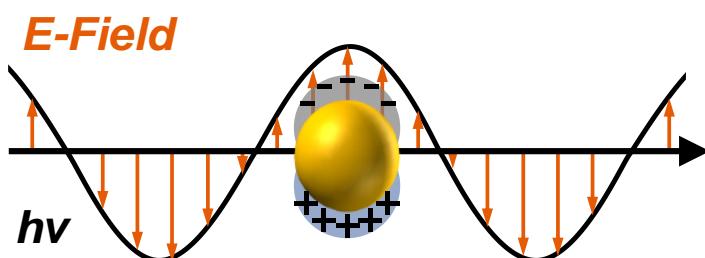


圖 2-2 局域化表面電漿共振示意圖。



了非常有效的恢復力(restoring force)於被電磁波驅動的電子，故能夠使其形成共振，使得金屬微結構內以及外部近場(near-field)區域的電磁場有放大的效果(field amplification)。此外，透過將金屬粒子對排列成列，引入粒子對與對之間的交互作用，可以發現更豐富且更強的局域電場的現象。 [26] [27]

## 2-2 具波長選擇性之 CMOS-MEMS 紅外線感測器設計

### 2-2-1 氣體感測機制

本計畫感測氣體的機制如圖 2-3 所示，當有氣體通過時，氣體會將部分紅外光散射(scatter)以及吸收(absorb)，以至於共振器所接收到的紅外線強度變小，使得共振器降溫，此時便可以透過頻率升高多少以反推通過氣體的濃度。由於不同氣體有著不同紅外光的吸收波長組合，透過具波長選擇性之週期性結構，若設計於某種氣體波長組合下之共振器同時頻率發生改變，便可得知有此種氣體，故能夠辨識氣體的種類(如圖 2-4 所示)。

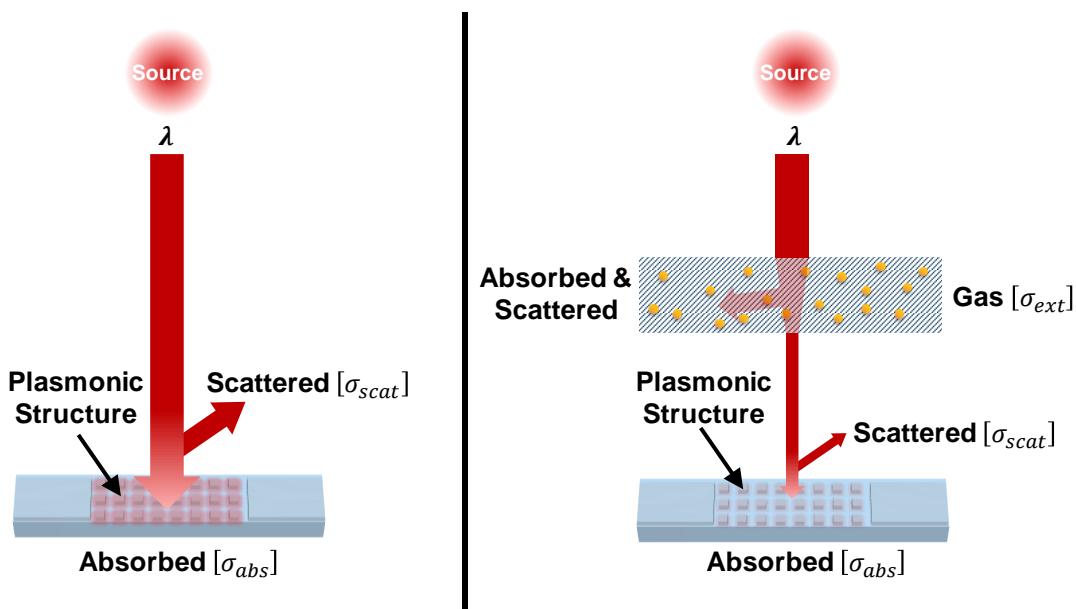


圖 2-3 本研究感測氣體的機制示意圖。

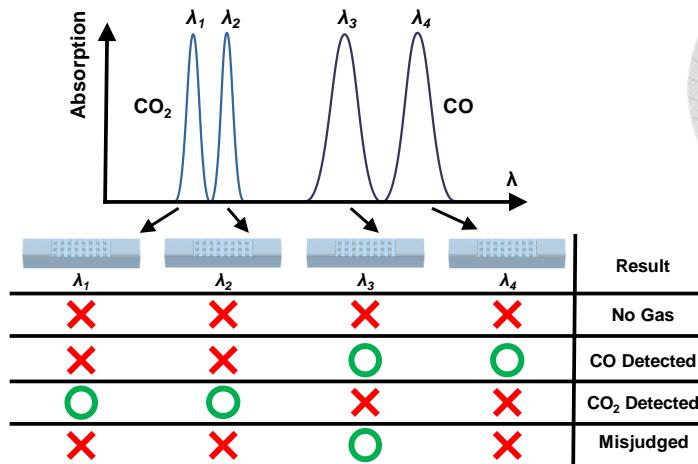


圖 2-4 如何判斷偵測到何種氣體示意圖。

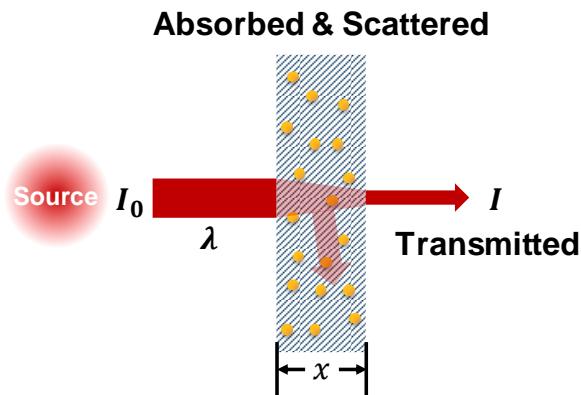


圖 2-5 使用比爾一朗伯定律用來描述入射光有多少機率被厚度 $x$ 的氣體吸收或散射示意圖。

為了預估共振器在通以多少濃度之氣體後之頻率之變化，必須先得知氣體濃度對於紅外線吸收量的大小。為了量化分析頻率變化，我們必須先分析多少濃度的氣體會吸收多少紅外線，這邊我們利用比爾一朗伯定律(Beer-Lambert's law)，此定律描述了入射光有多少機率被厚度 $dx$ 的氣體吸收或散射，如圖 2-5 所示

$$-\frac{dI_x}{I_x} = \frac{\sigma C A}{A} dx \quad (2.1)$$

其中， $I_x$ 為入射的光強度、 $\sigma$ 為消光截面(extinction cross-section)、 $C$ 為氣體濃度、 $A$ 為光線之截面積。當我們對兩邊積分後可以得到

$$\int_{I_0}^I \frac{dI_x}{I_x} = - \int_0^x \sigma C dx \Rightarrow I = I_0 e^{-\sigma C x} \quad (2.2)$$

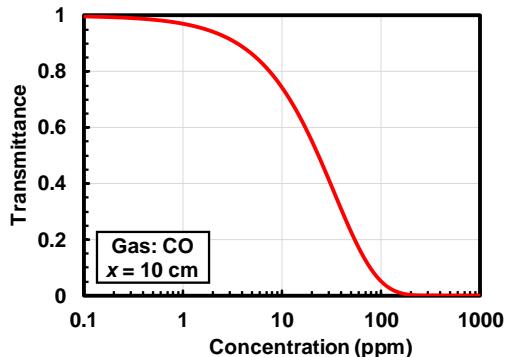


圖 2-6 使用比爾一朗伯定律計算出來之入射光( $\lambda$ 為CO之吸收波長)穿透率與CO氣體濃度之關係圖。

其中， $I_0$ 為入射光的強度、 $I$ 為穿射後光的強度、 $x$ 為通過氣體之長度，而吸光度(absorbance)可以定義為

$$A = \log\left(\frac{I_0}{I}\right) = \sigma Cx \cdot \log(e) = 0.4343\sigma Cx \quad (2.3)$$

由式(2.3)可以看出吸光度與氣體濃度、通道長度有關，而 $\sigma$ 則是氣體本身之特性(為波長的函數)，此截面同時描述了氣體的散射以及吸收性質( $\sigma = \sigma_{sca} + \sigma_{abs}$ )， $\sigma$ 的大小代表了氣體分子被光子激發之機率，故 $\sigma$ 越大表示氣體越容易吸收與散射光線。若以CO氣體為例， $\sigma$ 為 $1.438 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ ，在通道長度  $x = 10 \text{ cm}$  下，紅外線的穿透率  $T = I/I_0$  與氣體濃度間的關係如圖 2-6 所示，顯示了紅外線氣體感測器靈敏度最佳的地方發生於 1-100 ppm 左右。

## 2-2-2 具波長選擇性之 CMOS-MEMS 紅外線吸收層設計

適用於 CMOS 製程的表面電漿共振結構設計，一種為 Design A：偶極式週期性結構 [28]；一種為 Design B：金屬-絕緣層-金屬(Metal-Insulator-Metal, MIM)的三層式週期性結構 [29]。偶極式以及 MIM 週期性結構設計如圖 2-7(a)所示。偶極式的週期性結構設計將以 VIA34 支撐 METAL4 顆粒作為奈米粒子(Nano Particle, NP)形成週期性結構，使得 NP 與左、右的 NP 形成局域的強電場，產生局域表面電漿共振。由於兩兩 NP 需要形成強烈偶極的關係，故 NP 與 NP 間的距離不能太遠，是故對於較長的波長的紅外線無法形成強力的局域電場，此種設計主要是針對短紅外光(SWIR)附近的波長(2.5-4.5  $\mu\text{m}$ )。而 MIM 週期性結構是由 METAL4 顆粒作

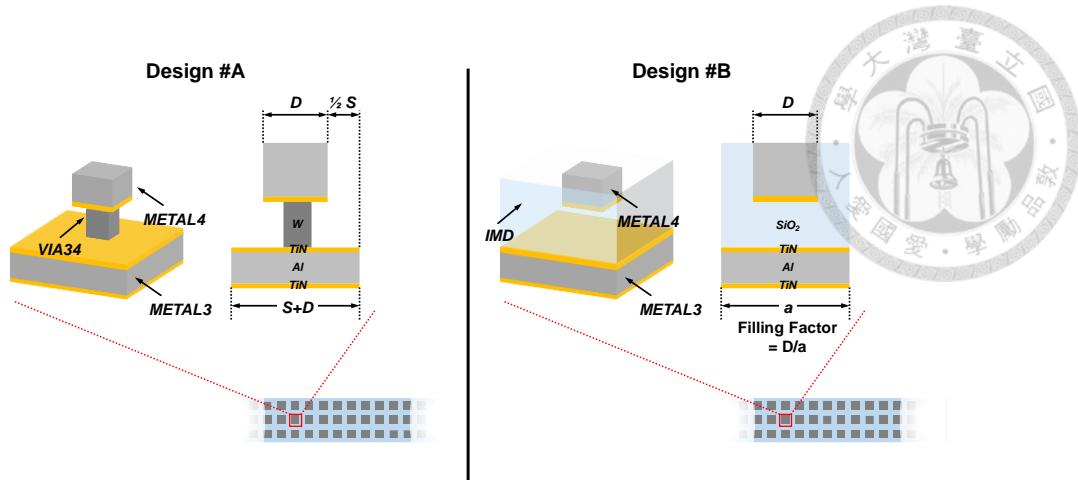


圖 2-7 兩種不同形式之週期性結構，(a) 偶極式結構，電場為左右相鄰之 METAL4 金屬交互作用以及(b) MIM 式，使電場能有完整的上下交互作用。

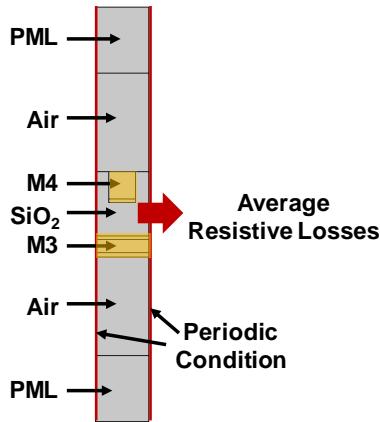


圖 2-8 FEA 中用來模擬局域表面電漿共振之邊際條件。

為 NP 以及 METAL3 做為反射層(metal mirror)，使得 NP 與左、右、下方的金屬形成局域的強電場，產生局域表面電漿共振，如圖 2-7(b)所示。由於受限於 CMOS 製程的限制，此種週期性結構較難設計於較短波長，故此種設計主要是針對為中紅外光(MWIR)以上乃至長波長紅外光(LWIR)之波長( $4.5\text{--}10.0\mu\text{m}$ )。不論是哪一種設計，不同 NP 大小以及排列方式對入射光的波長都具有選擇性，促使 NP 附近的結構在受到特定波長的光後發熱，引發共振頻的改變。

本計畫利用有限元素法(Finite Element Analysis, FEA)模擬局域表面電漿共振結構在不同波長下的熱損耗，模擬一單位晶格的 NP，並利用週期性邊界條件進行模擬，入射光方向( $\hat{k}$ )由上方往下打入，為極化後的單一頻率電磁波(TM wave)，空氣的部分加入遠場條件(far field domain)，最上及最下再加入完美匹配層(Perfect Matched Layer domain, PML domain)，模擬完後再對金屬熱損耗的部分做積分後平均即可得到單位體積的熱損耗，模擬所使用之邊界條件如圖 2-8 所示。

FEA 之模擬結果如圖 2-9 及圖 2-10 所示，偶極式周期性結構與左右的 NP 交互作用形成強電場；MIM 式的周期性結構之 NP 則與下方金屬層交互作用形成強電場。由模擬結果可見偶極式負責較短波長的區域、MIM 式周期性結構則在長波長部分表現較佳，透過這兩種週期性結構設計能夠涵蓋大部分氣體之吸收波長(如圖 2-11 所示)。

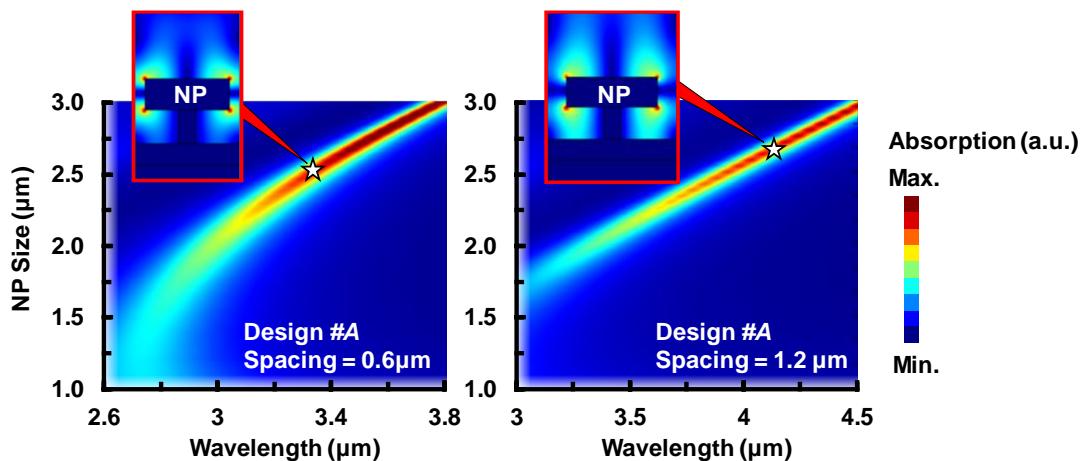


圖 2-9 使用 Design A，偶極式之不同 NP 大小下之波長響應，可以看出週期性結構主要由左右相鄰之 METAL4 金屬顆粒發生交互作用。

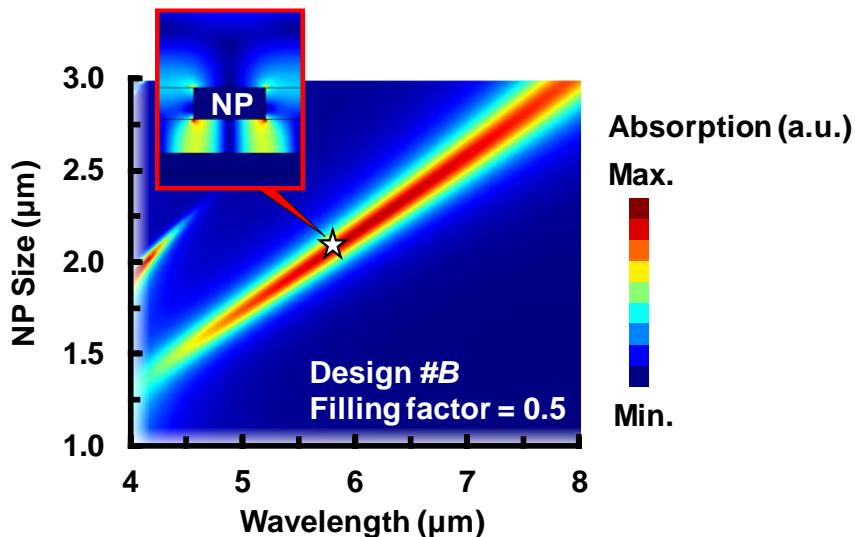


圖 2-10 使用 Design B，MIM 式之不同 NP 大小下之波長響應，可以看出週期性結構主要由上下之金屬層發生交互作用。

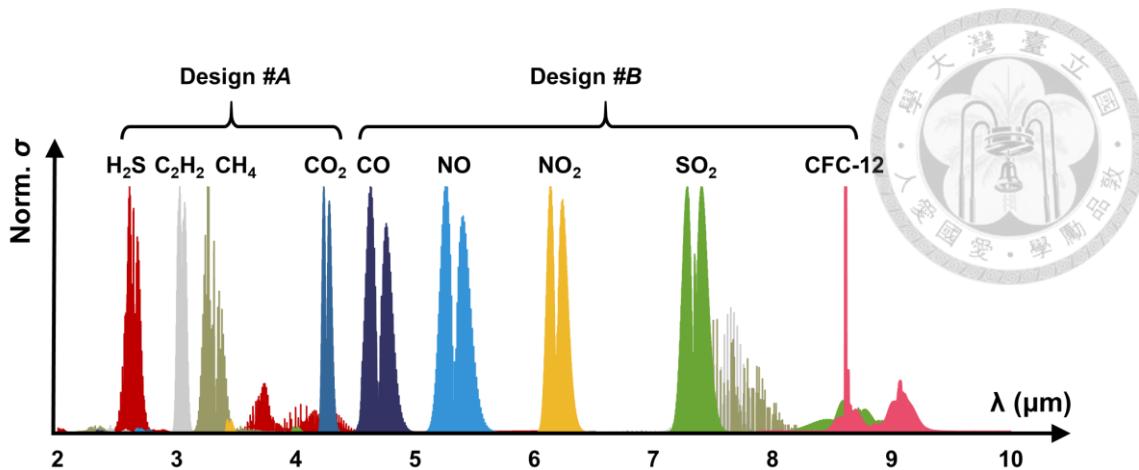


圖 2-11 大部分常見氣體吸收波長。

同樣的，在表面電漿結構上亦有相對應的等效消光截面 $\sigma$ ，但僅有吸收截面 (absorption cross-section,  $\sigma_{abs}$ ) 能夠對共振器主體產生熱量， $\sigma_{abs}$ 的計算可由下式得到

$$\sigma_{abs} = \frac{1}{I_0} \iiint Q dV \quad (2.4)$$

其中 $Q$ 為 NP 的能量消散密度(power loss density)，吸收率可以由晶格大小 $a$ 計算得到

$$Absorption = \frac{\sigma_{abs}}{a^2} \quad (2.5)$$

同樣以 CO 氣體為例，其吸收波長在  $4.6 \mu\text{m}$ ，而此波長所對應使用之週期性結構吸收率經式(2.5)計算約為 13%。



## 2-3 於 CMOS-MEMS 平台上進行概念驗證

為了驗證小節 2-2 模擬之局域表面電漿共振結構於 CMOS 平台上之可行性，本小節實際測試了其中一種局域表面電漿共振結構：Design B 的 MIM 式設計於 CMOS-MEMS 兩端固定樑(Clamped-Clamped beam, CC-beam)共振器上，本小節將論及驗證用結構之設計、量測方法以及當前測試結構所面臨的問題。

### 2-3-1 驗證用結構設計

本次設計利用 TSMC 0.35- $\mu\text{m}$  2-poly-4-metal CMOS-MEMS 平台製作，將利用 CMOS-MEMS 製程設計出多種溫度補償之兩端固定樑式的微機電共振器，並在共振器上鋪上 MIM 式的局域表面電漿共振結構，使其達到波長選擇特性；透過 LSPR 結構的設計，只讓特定波長的紅外光被吸收，使得共振器主體發熱，透過偵測來自於共振器發熱所造成的頻率改變來感測紅外線。

#### 兩端固定樑式共振器設計

兩端固定樑式共振器設計方面，參考了幾篇文章的設計 [30] [31]，將使用金屬濕蝕刻的後製程釋放結構。共振器用 *POLY2* 與共振器內部的 *METAL2* 當作電極(上下振動)。晶片由 TSMC 製作回來後，透過樑兩側的金屬入口進行濕蝕刻(*cf.* 圖 2-12(a))，並利用 *METAL1* 層進行釋放，金屬濕蝕刻步驟如圖 2-13 所示；釋放完結構後再用反應式離子蝕刻(Reactive Ion Etching, RIE)的方式打開接合墊(bonding pad)以及 NPs 上方區域之保護層(passivation)(*cf.* 圖 2-12(b))；最後再打線(wire bonding)至印刷電路板(PCB)板上即完成後製程(*cf.* 圖 2-12(c))，共振器設計以及後製程示意圖如圖 2-12 所示。

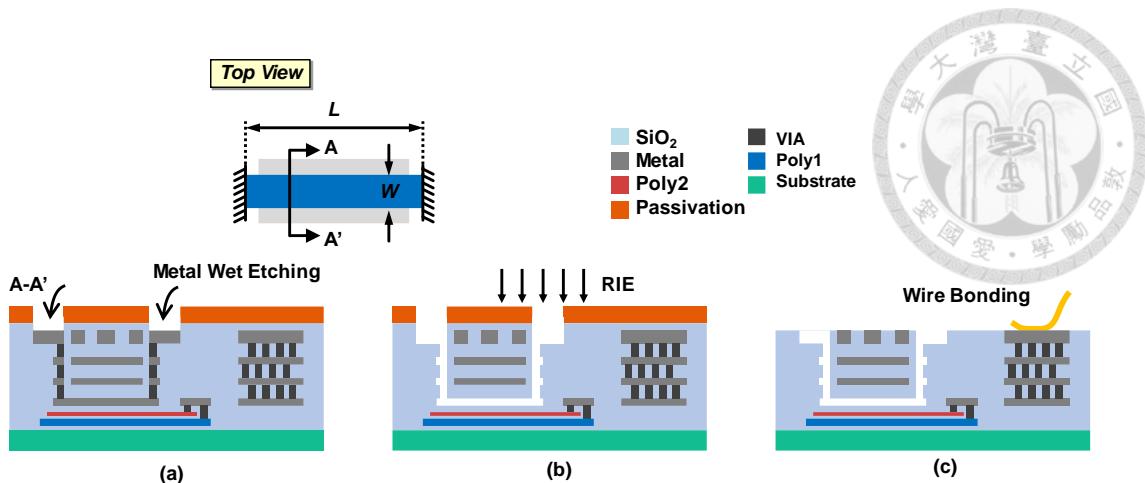


圖 2-12 兩端固定樑式共振器後製程步驟：(a) 金屬濕蝕刻以釋放結構以及  
(b) RIE 已打開保護層，最後(c) 打線至 PCB 板上。

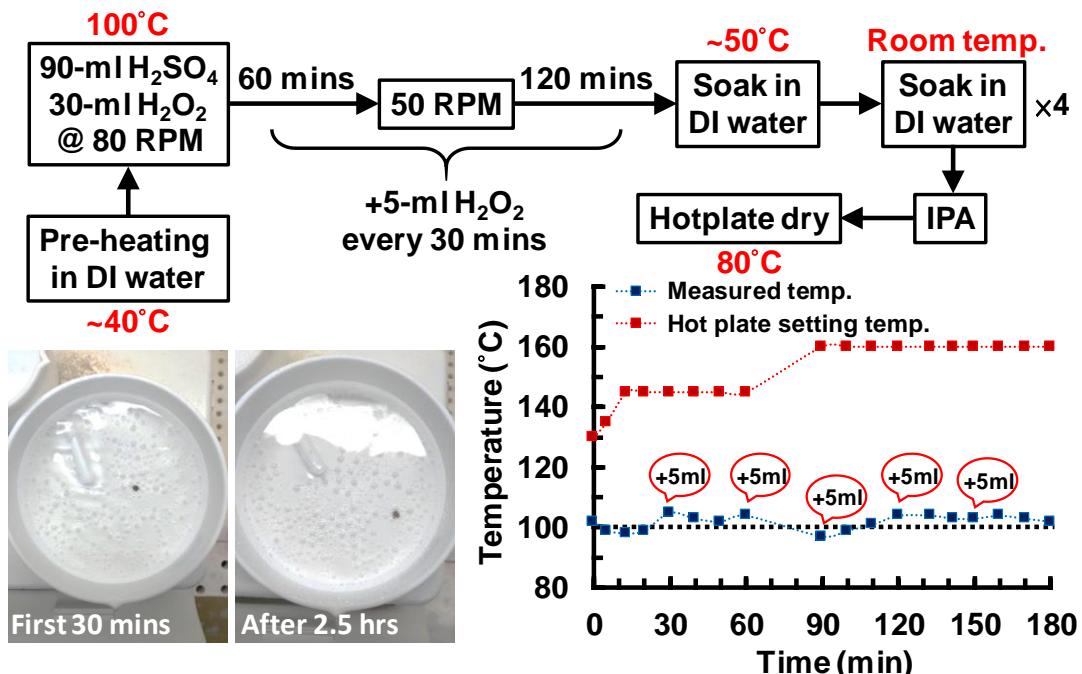


圖 2-13 金屬濕蝕刻步驟。



## LSPR 吸收層設計

本研究首先測試 MIM 式的局域表面電漿共振結構於 CMOS-MEMS 平台上，將以週期性排列的 METAL4 顆粒作為 NPs，以及 METAL3 做為反射層(*cf.* 圖 2-7)，使得 NPs 與左、右、下方的金屬形成局域的強電場，產生局域表面電漿共振。MIM 式的局域表面電漿共振結構之幾何尺寸以及其對應之吸收波長整理於表 2-1，其利用 FEA 模擬之電場強度如圖 2-14 所示。

表 2-1 LSPR 結構之設計尺寸與相對應吸收波長對照表。

Design No.	NP width ( $\mu\text{m}$ )	Filling Factor	Target $\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )
#2.96	0.988	0.5	2.96
#3.35	0.910	0.4	3.35
#4.25	1.787	0.4	4.25

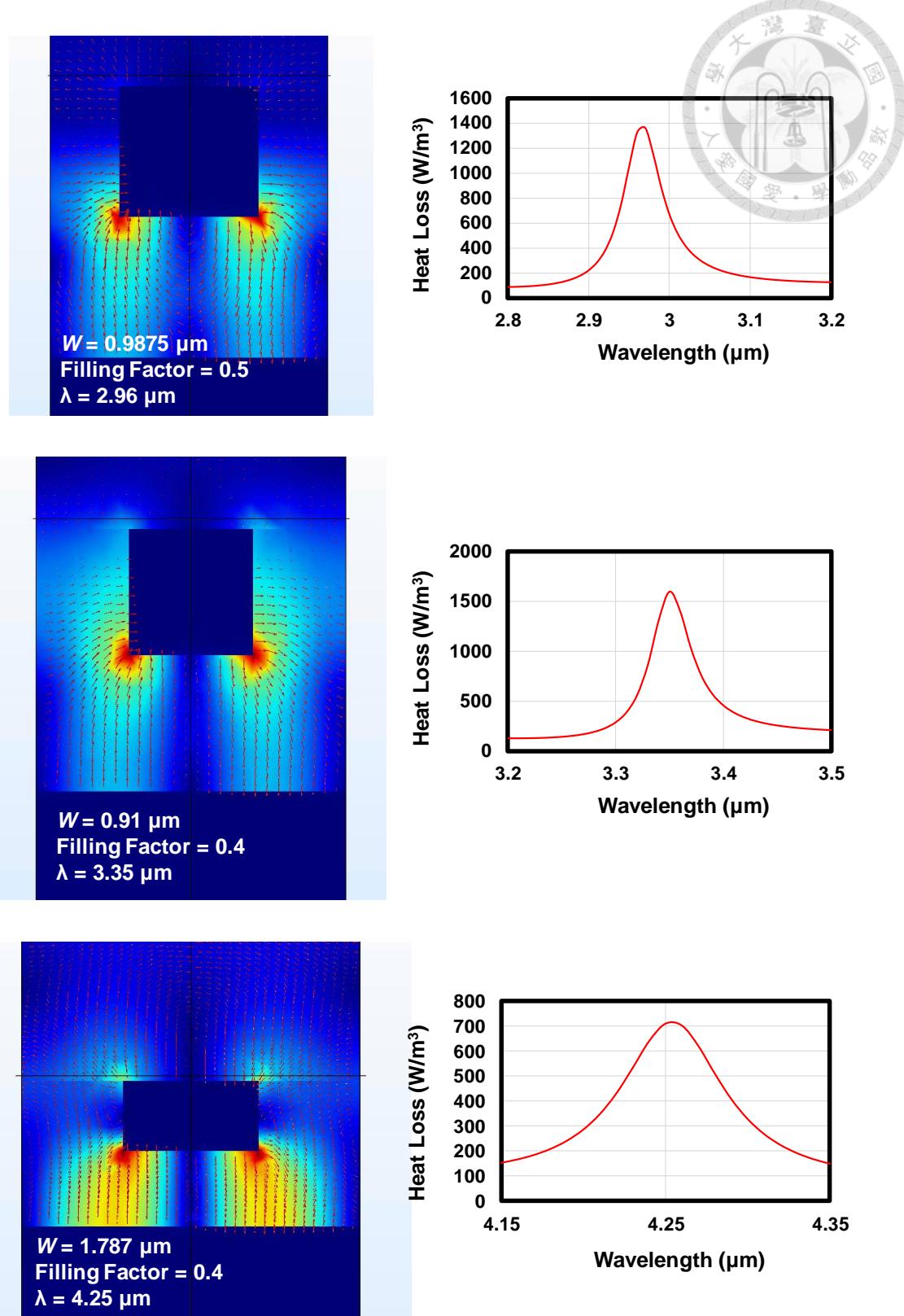


圖 2-14 三種 LSPR 設計之 FEA 模擬之電場強度以及吸收波長圖。

圖 2-15 為利用圖 2-12 之製程完成之 LSPR 結構的 SEM 照片，由圖片可以看出無論哪一種尺寸之 NP 皆有約  $0.3\text{ }\mu\text{m}$  之圓角，此圓角源自於製程本身黃光(lithography)步驟之限制，兩倍圓角之大小約為製程金屬層之最小線寬( $0.6\text{ }\mu\text{m}$ )。此外，也可以看到 NP 之 METAL4 層露出氧化層許多，原因來自於 RIE 步驟為等向性蝕刻，反應腔裡的電漿氣流容易造成某些部份過蝕刻的現象，可能會造成結構複雜處部分的紊流(使得離子停留較久)。經多次實驗實測，存在 NPs 之氧化層的蝕刻速率都較接合墊處(只有一大面 METAL4 處)快許多。表 2-2 整理了以上的製程誤差。

表 2-2 LSPR 結構之製程誤差。

Design No.	Width		Filling Factor	
	Design/Chip-Out ( $\mu\text{m}$ )	Error (%)	Design/Chip-Out ( $\mu\text{m}$ )	Error (%)
#2.96	0.988/1.050	6.2	0.5/0.544	8.8
#3.35	0.910/0.995	9.3	0.4/0.443	10.8
#4.25	1.787/1.910	6.9	0.4/0.428	5.0

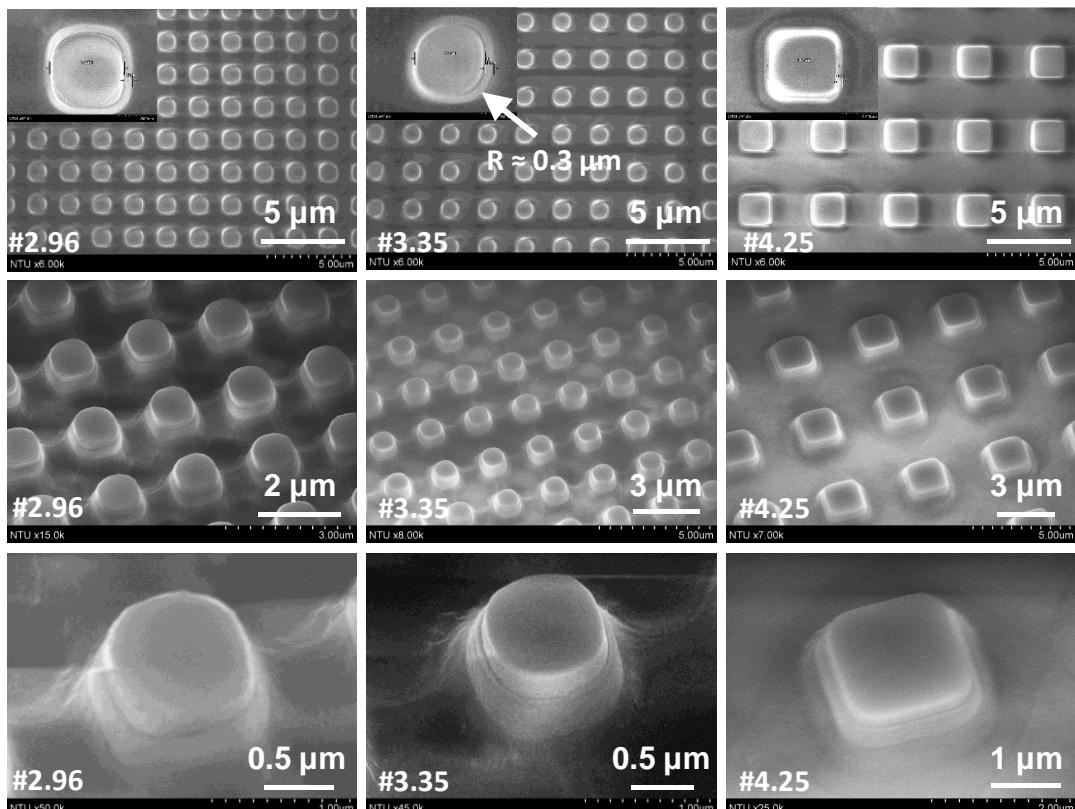


圖 2-15 完成之 LSPR 結構的 SEM 照片。



## 局部表面電漿共振式共振器(LSPR-embedded Resonator, LSPR-R)

最後，將上述 MIM 式 LSPR 吸收層整合於兩端固定樑式共振器上，本研究所設計共振器之長度為  $200\text{ }\mu\text{m}$ ，放置的 NP 數目配合共振器之長度，以鋪滿整個共振器為原則；NP 於寬度上之數目則是三個單位大小的 NP，共振器之寬度則因不同 MIM 式設計有  $0.6\text{-}12\text{ }\mu\text{m}$  不等的寬度，LSPR-R 的設計參數總結於中。圖 2-16 為利用上述製程完成之 CC-beam 的電子顯微鏡(SEM)照片，可以清楚觀察到於 CC-beam 兩側之兩條金屬蝕道。由於此種設計蝕刻的是金屬層，故不像蝕刻氧化層之 CC-beam [32]需要特別再佈局圖上於兩端定義錨定固定，未於佈局圖上定義金屬犧牲層(sacrificial layer)處的氧化層即為天然的錨定。

表 2-3 LSPR-R 之設計參數。

Design No.	Length ( $\mu\text{m}$ )	Width ( $\mu\text{m}$ )	NPs Number
#2.96	200	6.54	$3 \times 101$
#3.35		7.06	$3 \times 87$
#4.25		12.32	$3 \times 43$
#Ref		6.54	0

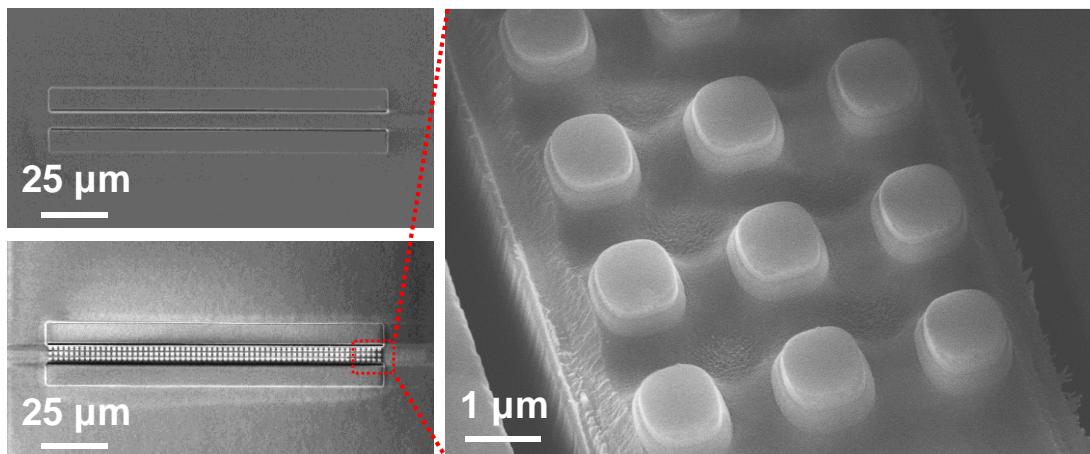


圖 2-16 完成之 LSPR-R 結構的 SEM 照片。



### 2-3-2 實驗架設

為量測 LSPR-R 對紅外光之反應，整體的實驗架設如所示。紅外線光源的部分，本研究使用黑體輻射爐(Gemini R 550 Blackbody Model 976, ISOTECH)作為紅外線之光源，並配合光學的帶通濾波片(optical band-pass filter)濾出我們所想要的紅外線波長。共振器操作的部分，本研究欲利用閉迴路的方式將共振器操作為振盪器。為將共振器操作成振盪器，本研究利用鎖相放大器(Lock-In-Amplifier, Zurich Instruments HF2LI) 配合電流放大器(current amplifier, Zurich Instruments HF2TA)放大訊號，將共振器之相位利用鎖相迴路(Phase Lock Loop, PLL)鎖定在線性操作(linear region)的共振頻上，並記錄鎖相放大器內部振盪器所打出之頻率，以觀察其頻率之飄移變化。共振器則利用打線的方式連接於 PCB 板上，並置於客製化真空腔體中(壓力抽至  $7.5 \times 10^{-5}$  Torr 以下)；真空腔體的觀景窗材質採用可以讓波長 2 到  $8 \mu\text{m}$  的紅外線通過之氟化鈣(CaF<sub>2</sub>)視窗。為了隔絕並非本研究所關心之長波長的紅外線所貢獻的熱，真空腔體上置有金屬/玻璃纖維/金屬的三明治夾層板，以作為隔熱以及阻擋非必要紅外線之用途，同時，夾層板中央有直徑約 1.4 cm 的光圈，可經由金屬板做的光閥(Shutter)調控紅外光之有無。濾波片、光圈、PCB 板乃至 PCB 板上之晶片在設計上都位在同一直線上。量測架構圖如圖 2-17 所示，實際架設之實驗照片如圖 2-18 所示。

### 2-3-3 實驗結果與分析

#### LSPR 吸收層之傅立葉轉換紅外線光譜

在設計之初，於同一個晶片(die)上亦有定義了約  $120 \times 120 \mu\text{m}^2$  大小的 LSPR 吸收層之測試結構區域，使得本研究有機會利用傅立葉紅外線轉換紅外線光譜儀驗證其吸收率對波長的響應。測試結構與 LSPR-R 結構之光學顯微鏡照片(Optical Microscope, OM)於晶片上之位置如圖 2-19 所示。

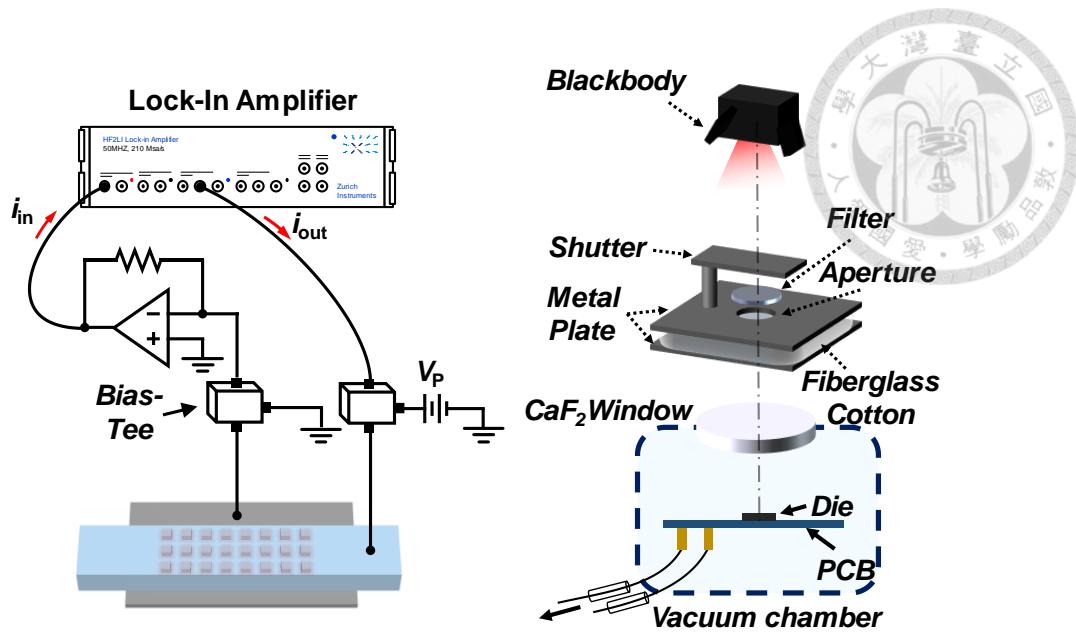


圖 2-17 量測 LSPR-R 之實驗架設圖。

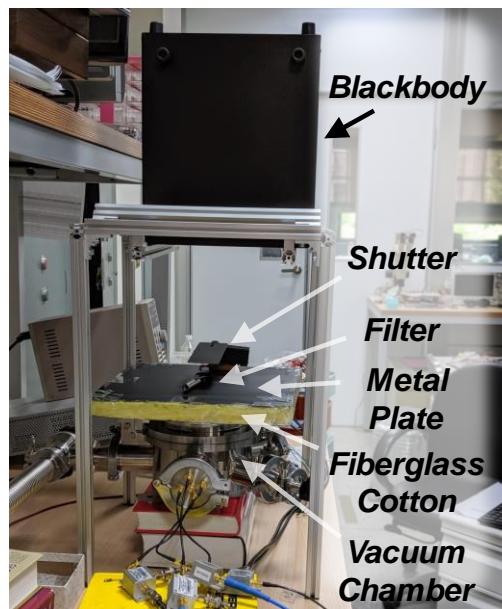


圖 2-18 LSPR-R 實際量測架設照片。

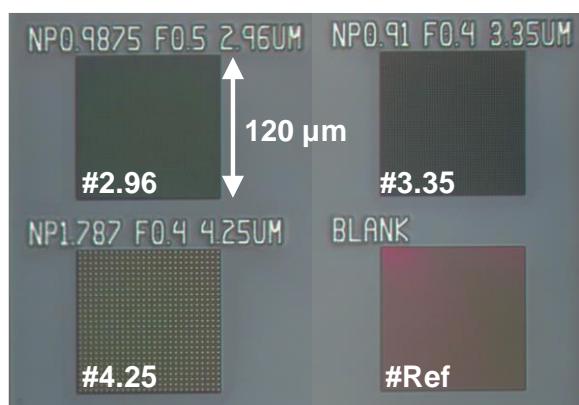


圖 2-19 LSPR 結構之在 OM 下之照片。

圖 2-20 至圖 2-22 為使用 FTIR 顯微鏡(Bruker HYPERION 3000 FT-IR Microscope)所獲得之光譜，其中，圖 2-20 是使用其附屬之 MCT 偵測器，利用反射式路徑所獲得之光譜；圖 2-21 是使用其附屬之 MCT 偵測器，利用穿透式路徑所獲得之光譜；圖 2-22 是使用其附屬之 FPA 偵測器，利用反射式路徑所獲得之光譜。顯微鏡式 FTIR 的原理即為，將含有各種波長的紅外光聚焦於樣本上，並收集其反射回(穿透過)的紅外光，再使其與原來入射的紅外光經過干涉儀干涉後，送回偵測器<sup>1</sup>做傅立葉轉換(Fourier Transform)將干涉儀空間域(單位： $\text{cm}$ )之訊號轉為波數域(單位： $\text{cm}^{-1}$ )之訊號。由於光的路徑可以經由顯微鏡聚焦於式片上，故顯微鏡式 FTIR 可以適用於較小的樣本，不需要另外製備大面積試片，剛好符合本研究之需求。

在使用 MCT 偵測器之 FTIR 結果中，低波長的部分可以看到類似  $\sin$  波的干涉圖形產生，這是因為本研究的試片因為 CMOS 製程的關係而有許多經過化學機械拋光(Chemical Mechanical Polishing, CMP)而形成的平滑層狀介面(例如：IMD1、IMD2、IMD3 之間)，使得紅外光在尚未進入干涉儀前就已經被層狀介面造成的波程差干涉，此種現象常見於平滑的金屬表面試片 [33]。由於圖中的干涉現象皆見於圖 2-20 以及圖 2-21 中設計的波長，是故由 MCT 偵測器所量到的數據皆無法證明本次經 CMOS-MEMS 製程所製作的 LSPR 吸收層具有波長的選擇性。

另一方面，反射式的 FPA 偵測器由於是大量掃描點量測，在隨機點出來的數據中，除了在某些量測點出現相同的干涉行為外，仍有一大部分之量測點有量到趨勢相同光譜。由於 LSPR 週期性結構之單位晶格大小約為  $1.98\text{-}4.47 \mu\text{m}$  之間，故推測為經由顯微鏡聚焦後之紅外光點過小，無論是 FPA 與 MCT 偵測器，都有可能使得紅外光束剛好照於金屬 NP 上或者是兩兩 NP 間的縫隙，無法激發出 LSPR 現象；而 FPA 偵測器則提供了大量的量測數據，使得在某些空間位置剛好能夠「看」到週期性結構，而激發出另一種光譜。

---

<sup>1</sup> 此台 FTIR 有兩個偵測器，一個為一般的 MCT 偵測器，可以針對各個點進行單獨的 FTIR 量測，經過多次平均後光譜雜訊較少；以及可以針對一個範圍以掃點的方式( $128\times 128$  個點)掃描出圖片的 FPA 偵測器，以此次圖 2-22 量測使用之物鏡為例，空間解析度約為  $2.7 \mu\text{m}$ 。

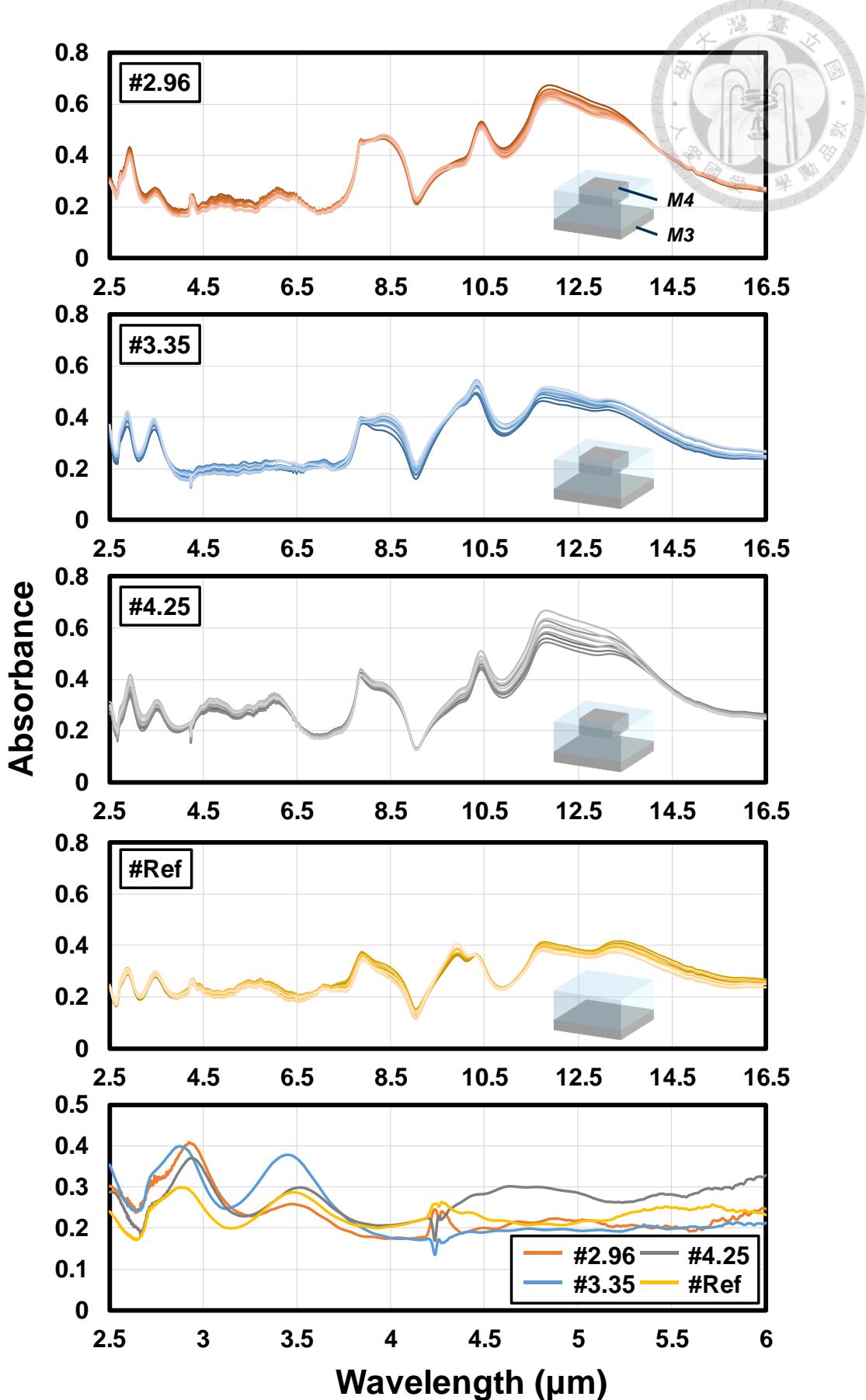


圖 2-20 使用 MCT 偵測器，利用反射式路徑所獲得之 FTIR 光譜。

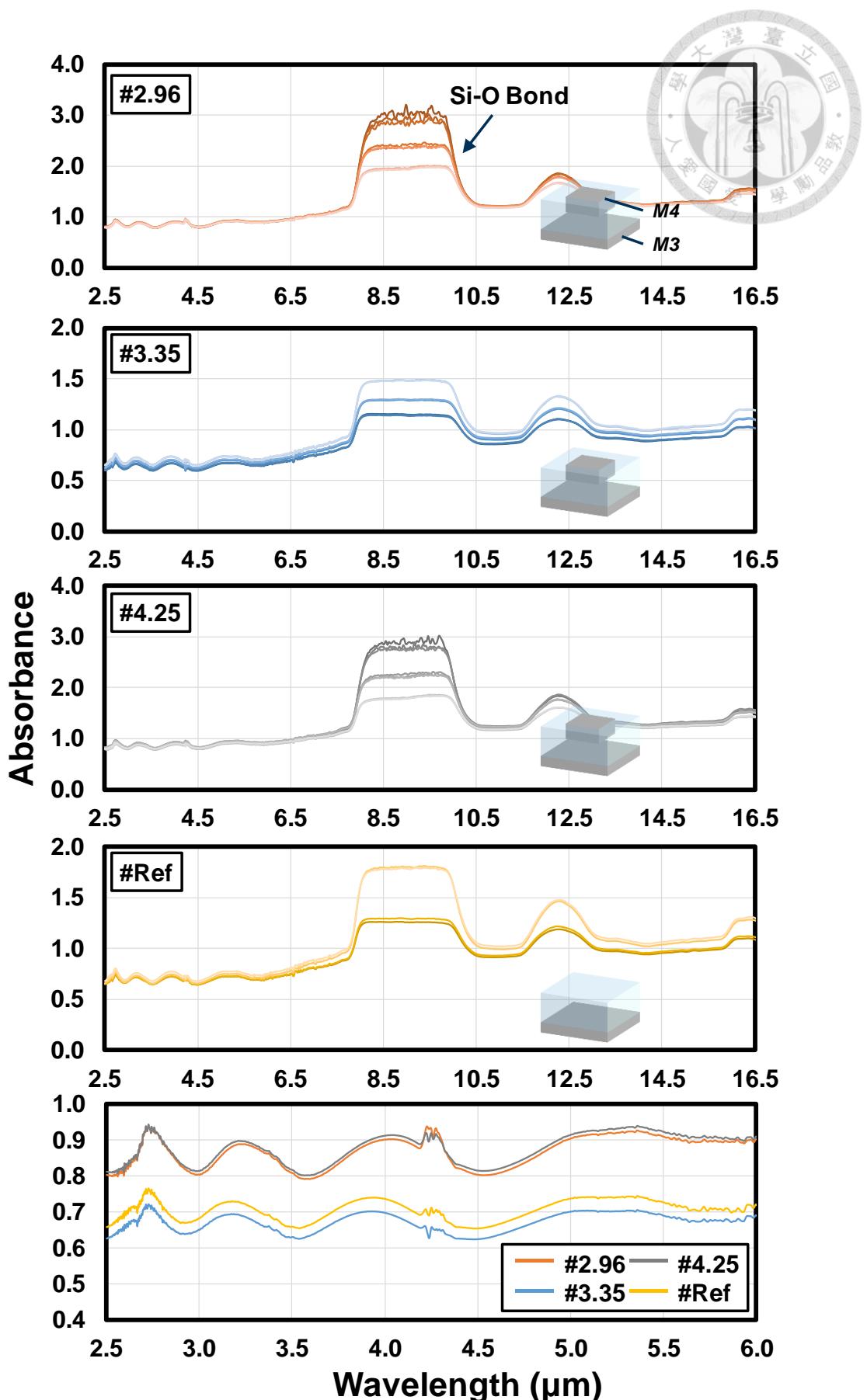


圖 2-21 使用 MCT 偵測器，利用穿透式路徑所獲得之 FTIR 光譜。

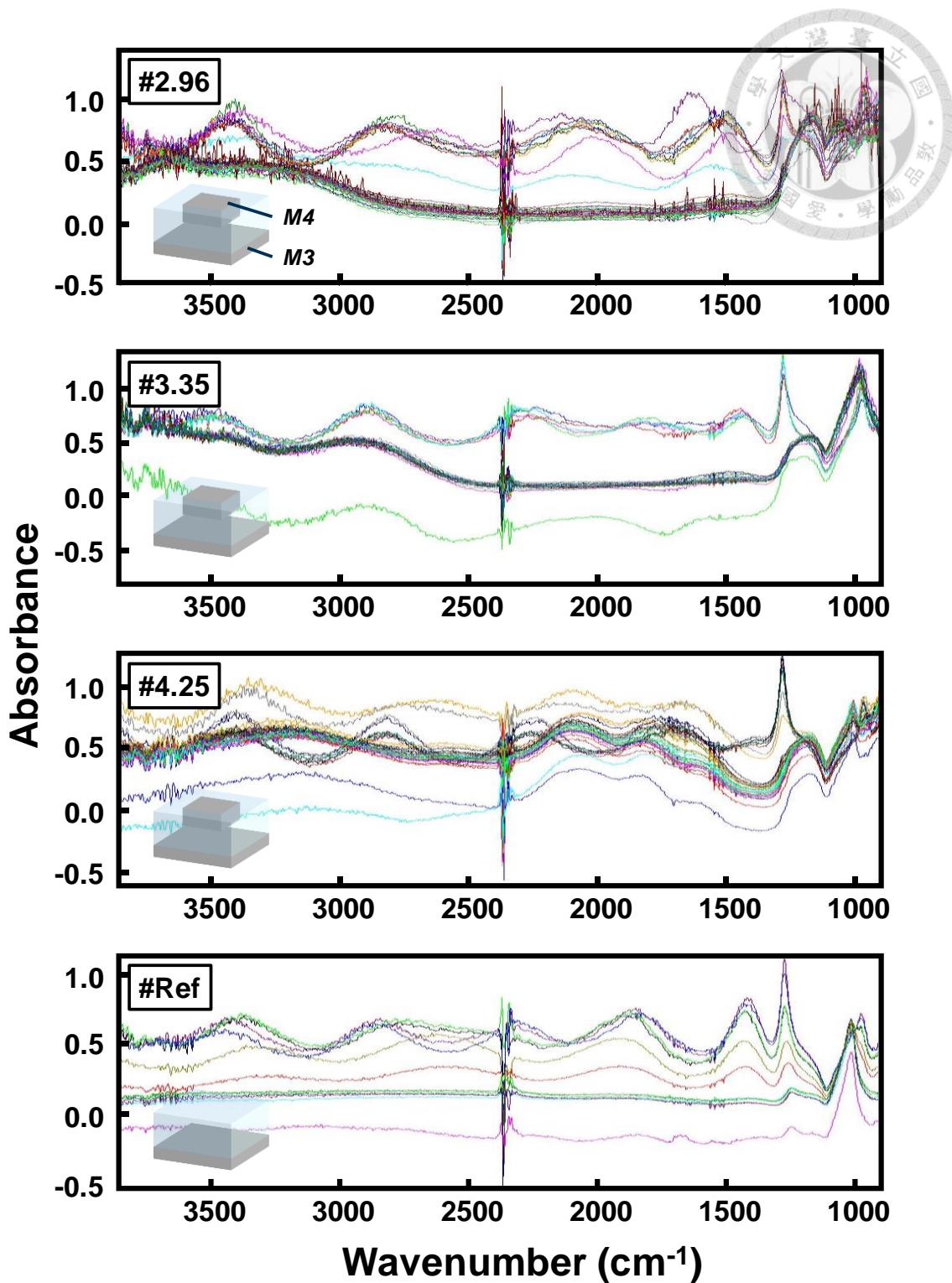


圖 2-22 使用 FPA 偵測器，利用反射式路徑所獲得之 FTIR 光譜。

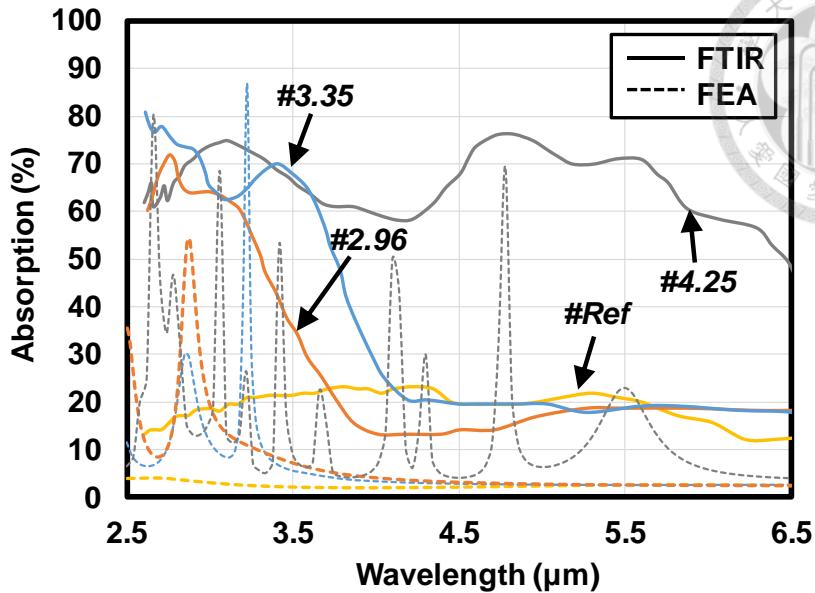


圖 2-23 使用 FPA 偵測器所獲得之 FTIR 光譜與套用製程誤差後尺寸的 FEA

總結來說，以 CMOS 製程所製備出之 LSPR 結構在低波長容易受到平滑介面影響而產生干涉，透過 MCT 偵測器所量到的光譜較無法提供有利的證據；而 FPA 偵測器所量到的數據，在去除一半干涉條紋的無效數據後，幾乎是相同的光譜，提供了有利的證據證明了：不同幾何尺寸的 MIM 結構，在波長響應上會有不同的表現。惟各個 MIM 結構量測到之波長響應與原始設計之相比，由於表 2-2 的製程變異，仍有  $Q$  值過低、波長飄離原本設計、非原始設計考慮到的偽模態(spurious mode)產生(*cf.* 圖 2-23)。

### 濾波片校正

由於不同光學濾波片之通透率(transmission)以及其半峰全幅值(full width at half-maximum, FWHM)並不完全相同，為了公正比較不同濾波片之響應，實驗結果應針對不同濾波片進行修正。

表 2-4 為利用光功率計(optical power meter, THORLABS S410C)在固定黑體輻射溫度( $500^{\circ}\text{C}$ )<sup>1</sup>以及不同濾波片下量到的紅外線功率。

<sup>1</sup>由普朗克黑體輻射定律(Planck's law)可知，從一個黑體中發射出的電磁輻射的輻射率與頻率(波長)相關，而  $500^{\circ}\text{C}$  之黑體所發出之輻射之輻射率之峰值約在表 2-1 的 4 種濾波片之中間。



表 2-4 濾波片之校正係數。

Filter	Power (mW/cm <sup>2</sup> )
2.96	0.065
3.35	0.1
4.25	0.067
4.70	0.108

### LSPR-R 頻率飄移量測結果與討論

圖 2-24(a)為其中一個 LSPR-R 在黑體輻射 500°C 以及光閥開闔週期 100 秒下所量測到頻率變化之原始數據。在量測的時後發現，即便不開啟光閥，整體的頻率會搭載在一個時間常數很大的頻率飄移上面，無法到達穩態，推測可能是由於真空腔儘管有施加隔熱作業，但由於兩端固定樑受到環境溫度影響太過敏感，使得整體的頻率一直往下；第二個原因為，由於用圖 2-12 製程所完成的共振器，表面是被氧化層所包覆住，故容易有電荷累積(charging)的情形 [34]，造成直流偏壓越來越失準的情形。由於以上兩個不同現象造成的頻率飄移偶合在一起，較無法用單一的方法將其中任一種造成的現象去偶合(例如用溫度係數將環境溫度現象扣除)。

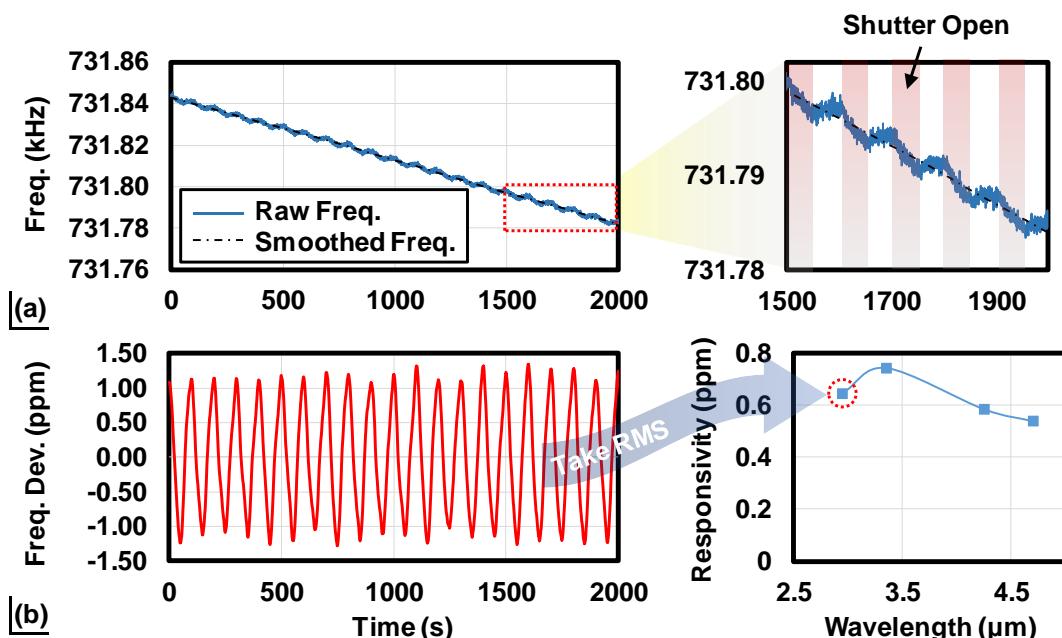


圖 2-24 (a) 透過 PLL 量測到的原始頻率數據以及其放大圖 (b) 將原始數據扣除平滑化後之數據後取偏差完之圖形，響應度由此圖取 RMS 後可得。

於是本研究採取其他作法。首先，量測長時間的訊號後將其平滑化，如圖 2-24(a)中的虛線所示，並將原始訊號扣除平滑化之數據，得到的即為短時間內由光閥開關所造成之頻率飄移，對平均值取偏差(deviation)後再平滑化即可得到如圖 2-24(b)之數據，但由於數據訊號過小，峰值還是會有上上下下的情形發生，故為了客觀比較，將長時間量測的頻率偏差取方均根(Root Mean Square, RMS)當作此結構的響應度，各個 LSPR-R 於不同濾波片下之響應度整理成表 2-5。

針對不同 LSPR-R 於不同濾波片下量測到響應後，經過

表 2-4 濾波片校正，並扣除掉參考共振器(上面無任何 LSPR 吸收層結構)所得的響應度整理成圖 2-25，由圖中可以看到三種設計的 LSPR-R 之響應度呈現三條線之分布，其中#2.96 的 LSPR-R 在扣除掉參考共振器後呈現為負值，明顯的不合理；而其他兩種設計除了響應度的大小外，於波長方面的區分度也沒有明顯差別，是故於此實驗中看不到波長的選擇性。而三種 LSPR-R 吸收層的設計為何會有三種不同大小的響應度出現，推測可能為兩端固定梁的寬度各有不同，使得吸收熱的面積、熱阻不一樣，於是造成大小上的差異。

此次 LSPR-R 並無法用以佐證 CMOS 平台所製作之 LSPR 結構具有波長選擇性，歸納下列原因如下：首先，兩端固定梁兩端之熱阻太小，導致 LSPR 結構產生之熱量不易保存於共振器上。若從光閥開闔時共振頻之飄移來看，可以看到結構之時間常數(time constant)很大，頻率並沒有瞬間變化並穩定到穩態，表示系統除了本身兩端固定樑的熱容項外，更包含除了樑以外的熱容項(例如：氧化層、矽基板)，使得整體無法在短時間內達到熱平衡，這是其一。設計失誤二為，兩端固定梁之固定端直接固定於氧化層(基板)上，由於兩端固定樑的共振頻亦會受到軸向應力的影響，且兩端固定樑之熱膨脹係數與氧化層(基板)不同，當樑的外部也跟著升溫時，會無法區分頻率之飄移是來自軸向應力抑或是溫度造成的材料軟化。第三，LSPR 吸收層的面積也不同，由於上述條件影響，故無法客觀的比較不同波長的響應。

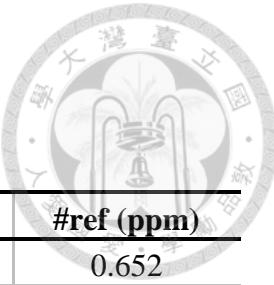


表 2-5 LSPR-R 於不同濾波片下之響應度。

Filter ( $\mu\text{m}$ )	#2.96 (ppm)	#3.35 (ppm)	#4.25 (ppm)	#ref (ppm)
2.96	0.635	0.673	0.825	0.652
3.35	0.993	1.050	1.281	1.017
4.25	0.554	0.606	0.693	0.561
4.70	0.790	0.894	1.033	0.843

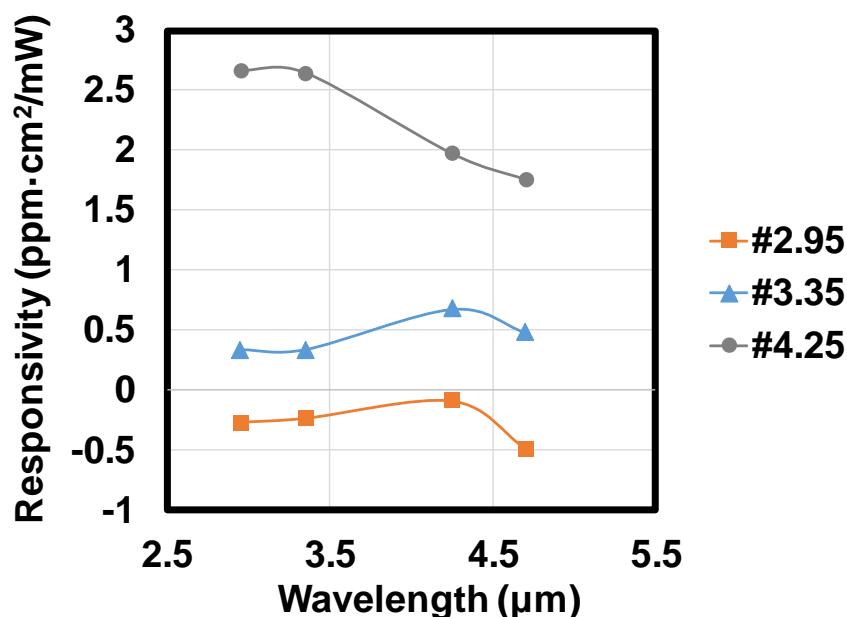


圖 2-25 不同 LSPR-R 在不同率波片下之響應圖。



### 第三章 電容式驅動共振器之等效負電容模型

為了在 CMOS 平台上實現以頻率當作物理量的感測器，我們需要一個對於環境溫度變化不敏感之共振器元件當作日後發展的基底，以便將來在結構上增加目標氣體的表面電漿子感測結構。此章節將詳細講述如何於 CMOS 平台上設計靜電試驅動(capacitively-transduced)共振器，包括其原理以及數學模型、電剛性對共振頻之影響以及建立等效電路模型。

一般大宗的共振器設計方式共分為：熱致動式(thermal-piezoresistive) [35]、壓電式(piezoelectric) [36] 以及電容式驅動 [37] 共振器三種，熱致動式的優點為有著大驅動力、可以操作於非真空環境中，但其反應時間慢，不適於應用於高頻率範圍，且需要高功率以驅動，亦不適合用於低功耗感測器元件中；壓電式則有較高的機電偶合係數(electromechanical coupling coefficient)，使得輸入阻抗可以降低，同樣可以操作於非真空環境中，但  $Q$  值相對較低，且因需要用到壓電材料，故不易與 CMOS 製程整合；另一方面，電容式共振器易與 CMOS 製程整合，並有具有高  $Q$  值的特性，但由於驅動力來自於微小間隙電容(capacitive-gap)，為避免空氣的阻尼效應，必須操作與真空環境中。為了瞭解電容式共振器的設計方法，以及如何運用於 CMOS 製程中，此節將利用兩端自由樑(Free-Free Beam, FF-Beam)共振器為例，講述電容式共振器的操作方式以及其完整的數學模型。此章中的分析與推導已經詳細記錄於文獻 [38] [39] [40]，在進入第四章被動式頻率補償方法之前，可以先回顧以幫助理解。

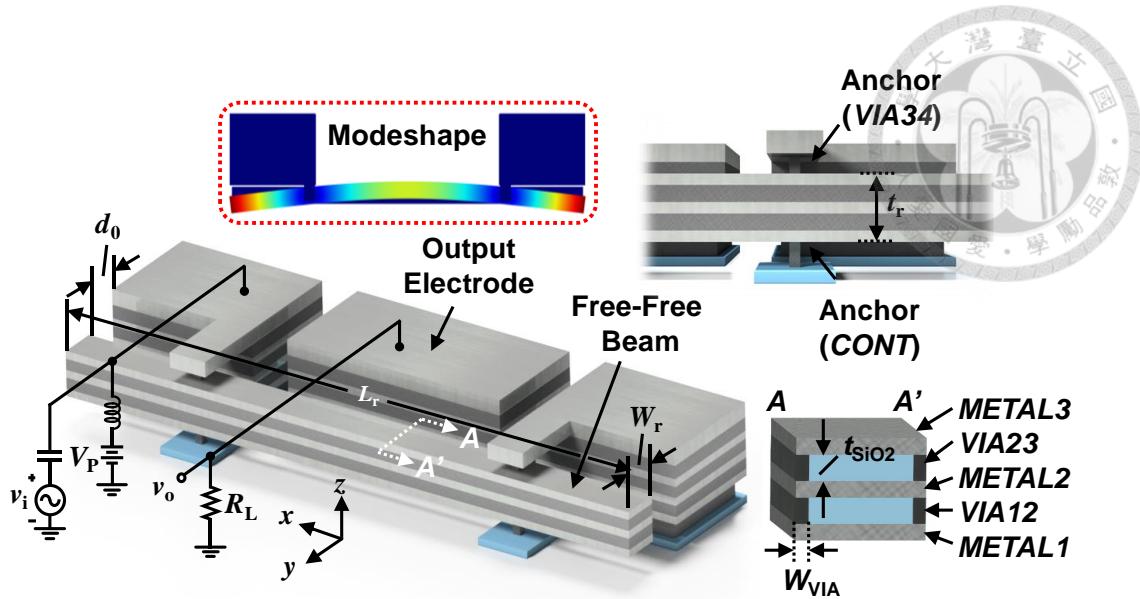


圖 3-1 與 CMOS 相容之兩端自由樑共振器示意圖。

### 3-1 結構運作原理

圖 3-1 為一與 CMOS 相容之兩端自由樑共振器示意圖，其包含了一個輸入電極(Input Electrode)、兩端自由樑、以及兩個用以固定自由樑的錨定(Anchor)。兩端自由樑為 METAL1-METAL3 的金屬層堆疊；輸入電極與錨定為 POLY1-METAL4 的堆疊。其中，錨定處的 METAL4 層延伸出來覆蓋到自由樑的節點(Node)處，利用 VIA34 層將節點與 METAL4 層連接以固定；節點的下方則利用 CO 層與 POLY1 層連接。為使共振器作動，須將直流偏壓  $V_p$  施加於兩端自由樑上，並在輸入電極通以交流訊號  $v_i$ ，以形成電容式驅動共振器，當輸入的交流訊號頻率與自由樑的共振頻率對上時，自由樑將會開始以橫向( $\pm x$  方向)運動的方式共振，並在自由樑上產生頻率相同的感應電流，透過 T 型偏壓器(bias-T)便可將此交流訊號引出，形成此共振器的輸出訊號。

### 3-2 等效單質點彈簧質量阻尼系統( $k-m-b$ system)

在開始設計共振器時，為了設計上的方便，我們可以運用數學模型，將複雜的機械結構之週期運動行為，等效成一個單質點系統的往復運動行為。在一個自由度(1-DOF)的單質點線性振動行為中，其運動行為可以用一個二階系統表示：

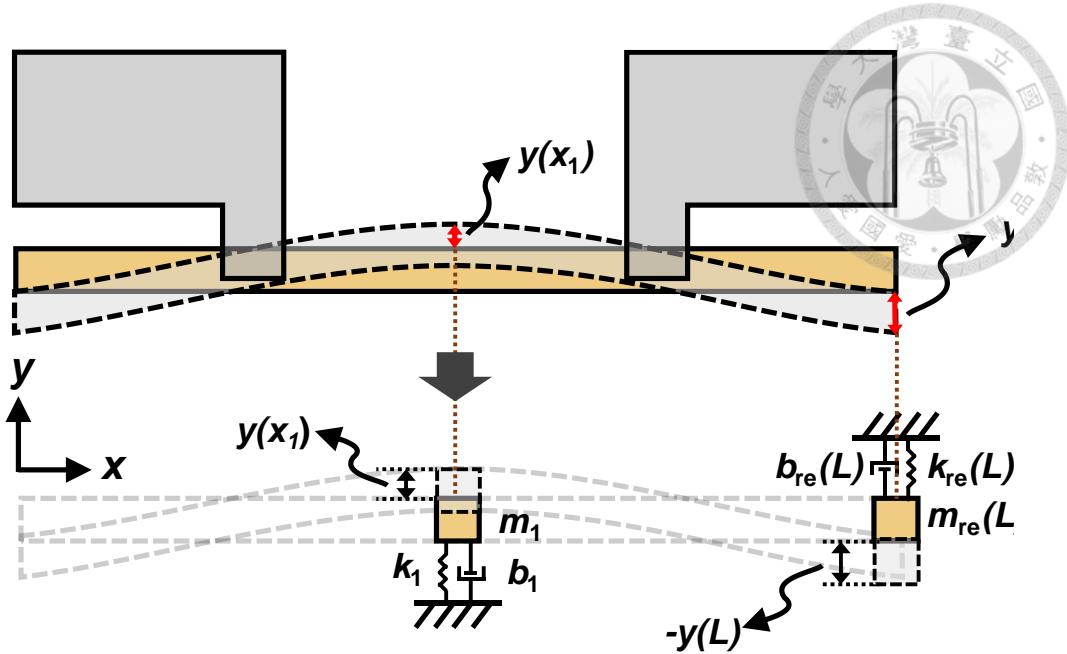


圖 3-2 利用等效的單質點系統，描述自由樑最大位移處的運動情形示意圖。

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t) \quad (3.1)$$

其中  $m$  為質量、 $b$  為阻尼係數、 $k$  為彈性係數、 $F$  為隨時間  $t$  變化的外力、 $x$  為位移。以上述圖 3-1 的情形來說，共振器為一個兩端自由樑，我們可以將整根樑連體的運動，在我們關心的任意位置——例如樑的最大位移處——作等效模型，換句話說，我們可以利用等效過後的單質點系統，描述自由樑最大位移處的運動情形，如圖 3-2 所示。

為了分析自由樑連體的運動，並求得其自然共振頻以及其簡化後的二階系統，我們引入可以同時描述樑靜態與動態的歐拉-白努力方程式(Euler-Bernoulli equation)

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x) \quad (3.2)$$

其中  $E$  為材料的楊氏係數、 $I$  為面積二次矩、 $\rho$  為材料的密度、 $A$  為樑的截面積、 $q$  為樑上的分布力。



使用歐拉-白努力方程式前必須符合下列四個假設：

- (1) 梁為等向性材料(Isotropic material)
- (2) 梁為線彈性材料(Linear elastic material)
- (3) 剪切變形(Shear deformation)可忽略
- (4) 旋轉慣量(Rotary inertia)可忽略

由於自由梁金屬層堆疊方式(*cf.* 圖 3-1)在變形方向為對稱，考慮到梁與電極間的傳感面積互相平行，為水平驅動，激發出的模態(Mode)為橫向的模態，故可假設其為橫向等向性材料；且共振器幾何尺寸接近細長梁(長深比約為 20)，在微小變形下，梁之剪切變形影響不大，在動態行為中可忽略旋轉慣量；另又因結構為兩端自由梁錨定處與自由梁的材料係數相異不大，故可忽略軸向力影響，故符合使用此方程式前的四個假設<sup>1</sup>。

當自由梁達到其中一個共振模態時，方程式(3.2)可以用分離變數法簡化。假設其位移  $y$  可以分離為兩個部分：一部分與時間  $t$  相關，另一部分與位置  $x$  相關，梁上各個點  $x$  位置在時間  $t$  時， $y$  方向上的位移可以用與位置相關的函數  $Y(x)$  以及與時間相關的函數  $\Psi(t)$  表示為 [41]

$$y(x, t) = Y(x)\Psi(t) \quad (3.3)$$

$Y(x)$  與  $\Psi(t)$  分別對於位置跟時間為獨立方程。將式(3.3)代入式(3.2)，並考慮自然共振的情況下( $q = 0$ )可得

$$EI \frac{d^4 Y(x)}{dx^4} \Psi + \rho A Y(x) \frac{d^2 \Psi(t)}{dt^2} = 0 \quad (3.4)$$

進一步化簡可得

---

<sup>1</sup> 在歐拉-白努力樑理論中，假設樑的截面與中性軸(Neutral axis)垂直，只考慮純彎矩效應，忽略了剪切變形；另一方面，在提摩盛科樑理論(Timoshenko beam theory)中假設樑的截面互相平行，但允許其與中性軸並不垂直，故此假設能考慮剪切變形。在較粗短的樑中，提摩盛科樑理論較為適用；在細長樑中，除非波長接近樑的厚度(較高模態)，否則兩者理論誤差相差並不大。



(3.5)

$$\frac{Y^{IV}}{Y} = - \left( \frac{\rho A}{EI} \right) \frac{\Psi''}{\Psi}$$

其中  $Y^{IV} = \frac{d^4 Y}{x^4}$ ，如此已經將變數分離，式(3.5)的兩邊必須等於一個常數，我們將此常數設為  $\lambda^4$ ，因此我們可將式(3.5)改寫為

$$Y^{IV} - \lambda^4 Y = 0 \quad (3.6a)$$

$$\Psi'' + \omega^2 \Psi = 0 \quad (3.6b)$$

其中

$$\omega^2 = \frac{EI\lambda^4}{\rho A} \quad (3.7)$$

若要解式(3.6a)，可被進一步分解為

$$(D^2 + \lambda^2)(D^2 - \lambda^2)Y = 0 \quad (3.8)$$

其中  $D^2 = d^2/dx^2$ ，因式(3.8)為線性常微分方程式，其解為下列分離後方程式之解的和

$$(D^2 + \lambda^2)Y = 0 \quad (3.9a)$$

$$(D^2 - \lambda^2)\Psi = 0 \quad (3.9b)$$

假設  $\lambda^2$  為正數，式(3.9a)明顯有一個以三角函數表達成的解；式(3.8b)可以用指數函數(exponential functions)或者是雙曲線函數(hyperbolic functions)表達，運用後者可以簡化解的形式，因其可為奇(odd)函數或偶(even)函數，可以表達對稱性(symmetry)或是不對稱性(asymmetry)的運動。故(3.9a)的解可以寫成：

$$Y(x) = C_1 \sin(\lambda x) + C_2 \cos(\lambda x) + C_3 \sinh(\lambda x) + C_4 \cosh(\lambda x) \quad (3.10)$$

其中  $C_1, \dots, C_4$  為常數。式(3.8)顯示了若  $\lambda^2$  為負數其解依然是式(3.10)；若  $\lambda^2 = 0$  其解將為無義解(trivial solution)。另外，式(3.6b)的解為

$$\Psi(t) = D_1 \sin(\omega t) + D_2 \cos(\omega t) \quad (3.11)$$



其中  $D_1, D_2$  為常數。 $D_1, D_2, C_1, \dots, C_4$  將由初始條件(initial condition)與邊界條件(boundary condition)決定。

將四個邊界條件代入式(3.10)後將可決定樑的振動頻率以及振動模態。位於樑兩端的物理條件必須以數學的形式表達為邊界條件，以便代入式(3.10)，以兩端自由樑為例，位於兩端( $x = 0$ 、 $x = L$ )的邊界條件可表示為：

$$\begin{aligned} M = 0 &\rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \\ V = 0 &\rightarrow \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

其中， $M$ 、 $V$ 分別為彎矩與剪力。將此邊界條件代入式(3.10)並整理後，可得

$$\begin{bmatrix} \sinh(\lambda L) - \sin(\lambda L) & \cosh(\lambda L) - \cos(\lambda L) \\ \cosh(\lambda L) - \cos(\lambda L) & \sinh(\lambda L) + \sin(\lambda L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.13)$$

為避免無義解，左側矩陣的行列式必須為零，可得頻率特徵方程如下

$$\cos\beta \cdot \cosh\beta = 1 \quad (\beta = \lambda L) \quad (3.14)$$

式(3.14)具有無限多個特徵根，可以用數值方法解出如表 3-1，其中  $i$  代表第幾個振動模態。代入邊界條件後，掌管空間域的式(3.10)可以進一步整理為第  $i$  模態的位移方程式如下

$$Y_i(x) = C_1 \left\{ [\sinh(\lambda_i x) + \sin(\lambda_i x)] + \frac{\sin(\beta) - \sin(\beta)}{\cosh(\beta) - \cos(\beta)} [\cosh(\lambda_i x) + \cos(\lambda_i x)] \right\} \quad (3.15)$$

其中  $C_1$  為一比例常數，將與初始條件有關。而模態方程(mode shape)可寫為

$$Y_{mode}(x) = \frac{Y_i(x)}{C_1} = \left[ \sinh\left(\beta \frac{x}{L}\right) + \sin\left(\beta \frac{x}{L}\right) \right] + \frac{\sin(\beta) - \sin(\beta)}{\cosh(\beta) - \cos(\beta)} \left[ \cosh\left(\beta \frac{x}{L}\right) + \cos\left(\beta \frac{x}{L}\right) \right] \quad (3.16)$$

在後面推導中，模態方程  $Y_{mode}(x)$  將經常使用，其代表樑在第  $i$  個模態振動時，各點位置間的相對大小關係。同時，在時間域方面，經表 3-1 得出的特徵根可以由式(3.7)得到自然共振的角頻率以及自然共振頻如下



表 3-1 式(3.14)頻率特徵方程之特徵值的數值解。

Mode order $i$	$\beta$
0	0
1	4.7300
2	7.8532
3	10.9956

$$\omega_{nom} = \frac{\beta^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.17a)$$

$$f_{nom} = \frac{\beta^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3.17b)$$

如前面所述，我們想建構的模型實際上是整根樑連體的運動，而等效後的彈簧、質量、阻尼是與樑上位置相依的，換句話說，在樑上的每一個特定點都有自己的等效模型( $k-m-b$  system)。但不管位置，這些等效的項必須與總動能的最大值相依，而總動能最大值可以由無限小的元素 $dm$ 根據共振器操作的模態積分出來。由總動能最大值我們可以得到下式關係：

$$KE_{tot} = \frac{1}{2} \int_0^L dm [v(x)]^2 = \frac{1}{2} \int_0^L \rho_{eq} w_r t_r [v(x')]^2 dx' \quad (3.18)$$

其中， $dm$ 為樑上一點無限小的質量、 $v(x)$ 為樑上位置  $x$  處的速度。式(3.18)可以進一步寫成下列關係

$$m_r(x) = \frac{KE_{tot}}{1/2[v(x)]^2} = \frac{\frac{1}{2} \int_0^L \rho_{eq} w_r t_r [v(x')]^2 dx'}{1/2[v(x)]^2} \quad (3.19)$$

$m_r(x)$ 即為等效於樑上位置  $x$  處的質量、 $\rho_{eq}$ 為樑的等效密度、 $w_r$ 與 $t_r$ 分別為樑的寬度與厚度。其中，樑的速度可表示為位置的微分，位置又與模態函數成正比，在動能最大時，速度可用角速度 $\omega$ 表示為

$$v(x) = \omega C_1 Y_{mode}(x) \quad (3.20)$$



經過約分整理後式(3.19)可寫為

$$m_r(x) = \rho_{eq} w_r t_r \int_0^L \frac{[Y_{mode}(x')]^2}{[Y_{mode}(x)]^2} dx' \quad (3.21)$$

式(3.21)即為在樑上位置  $x$  處的等效質量，而等效彈性係數僅為振動角頻率的平方與樑上位置  $x$  處等效質量之積

$$k_{mr}(x) = \omega_{nom}^2 m_r(x) \quad (3.22)$$

為了將機械結構等效成單質點  $k-m-b$  系統，必須於樑上選一個參考點，為了方便，通常選用位移最大處當作參考點，以兩端自由樑的第一模態來說，即為樑的兩端，故  $k-m-b$  系統中的等效彈性係數與等效質量表示如下

$$k_{mre} = k_{mr}(0) \quad and \quad m_{re} = m_r(0) \quad (3.23)$$

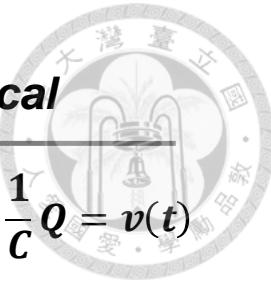
而等效的阻尼係數  $b_{mre}$  方可用品質因子  $Q$  以下式表示為

$$b_{mre} = \frac{\omega_{nom} m_{re}}{Q} = \frac{k_{mre}}{\omega_{nom} Q} = \frac{\sqrt{k_{mre} m_{re}}}{Q} \quad (3.24)$$

### 3-3 等效集總參數電路模型(lumped parameter electrical equivalent circuit)

為了預測共振器在特定輸入訊號下，會有多少輸出電流大小、相位；又或者是想要將共振器應用於具迴授的振盪器、具頻率讀取功能的感測器等，如配合已經建立完整系統的電路分析軟體(例如 SPICE)去做更進一步電路上的分析模擬，將可使我們在設計上省下很多功夫。有了前小節所得出的機械  $k-m-b$  單質點系統，為了分析方便，可以將其模擬成電路中的  $RLC$  電路模型(*cf.* 圖 3-3)，以將機械領域與電氣領域結合在一起。

在此小節中，將介紹如何將機械的  $k-m-b$  系統轉成電路的  $RLC$  模型、以及電剛性(electrical stiffness)如何影響電容式共振器，最後完成實際量測上的單埠(1-port)等效電路模型。



## Mechanical

## Electrical

$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = F(t)$	$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = v(t)$
<i>Mass, m</i>	<i>Inductor, L</i>
<i>Damper, b</i>	<i>Resistor, R</i>
<i>Stiffness, k</i>	<i>1/Capacitor, 1/C</i>
<i>Force, F</i>	<i>Voltage, <math>v_i</math></i>
<i>Velocity, <math>\dot{y}</math></i>	<i>Current, i</i>
<i>Displacement, y</i>	<i>Charge, Q</i>

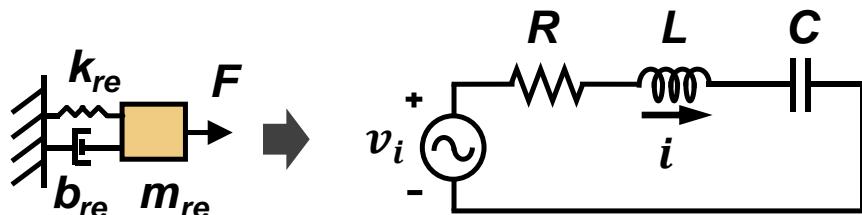


圖 3-3  $k\text{-}m\text{-}b$  單質點系統與 RLC 電路模型之類比。

機械系統中的運動方程式與電路系統中的 RLC 串聯電路微分方程式如圖 3-3 所示，基於兩者數學上統御方程式(governing equation)的相似與類比，若我們能求出靜電力  $F$  與輸入訊號  $v_i$  間的機電轉換關係，則質量、彈性係數、阻尼與電感  $l_x$ 、電容  $c_x$ 、電阻  $r_x$  間有直接的對應關係如下：

$$l_x = m_{re}; \quad c_x = 1/k_{mre}; \quad r_x = b_{mre} \quad (3.25)$$

根據圖 3-3，在左半邊為電訊號的領域，對應的物理量有電壓( $V$ )/電流( $i$ )；右半邊為機械系統的領域，對應的物理量有力量( $F$ )/速度( $\dot{y}$ )等，根據  $k\text{-}m\text{-}b$  與 RLC 統御方程式的類比，電壓/力量、電流/速度應存在對應的轉移函數(Transfer function)，使得機械與電訊號領域能連接起來。

### 3-3-1 機電偶合係數(Electromechanical coupling factor)

欲驅動如圖 3-1 所示之共振器，需要使直流偏壓  $V_P$  與週期性小訊號  $v_i$  施加於微小的傳感間隙(transducer gap)間，此時驅動的靜電力可以由電場儲存的能量之微分導出

$$F_{driving} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial(\frac{1}{2}CV^2)}{\partial y} = \frac{1}{2}\frac{\partial C}{\partial y}(V_P - v_i)^2 \quad (3.26)$$

其中  $v_i = V_i \cos \omega_0 t$  為週期性小訊號， $\partial C / \partial y$  為單位位移的電容改變量。在振動中，由於樑本身會依著振動模態變形，使得傳感間隙的大小並不一致，在這裡為了簡化推導，可先將樑與輸入電極間的相對運動想像為兩個平行電容板的運動，後面將會對此模態造成的影响加以修正。若考慮樑與電極間為兩平行電容板間的相對運動，則此電容以及單位位移的電容改變量可表示為

$$C(y) = C_0 \left(1 - \frac{y}{d_0}\right)^{-1} \rightarrow \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{C_0}{d_0} \left(1 - \frac{y}{d_0}\right)^{-2} \quad (3.27)$$

其中  $C_0$  為樑不運動時的靜態電容、 $d_0$  為原始的傳感間隙、 $y$  為樑的位移。由泰勒展開(Taylor expansion)方法，式(3.27)可以展開為

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \frac{C_0}{d_0} (1 + A_1 y + A_2 y^2 + A_3 y^3 + \dots) \quad (3.28)$$

其中

$$A_1 = \frac{2}{d_0}, \quad A_2 = \frac{3}{d_0^2}, \quad A_3 = \frac{4}{d_0^3}, \dots \quad (3.29)$$

將式(3.28)代入式(3.26)，並只考慮泰勒展開後的前兩項可得

$$\begin{aligned} F_{driving} &\approx \frac{1}{2} \frac{C_0}{d_0} (V_P^2 - 2V_P v_i + v_i^2 + A_1 V_P^2 y - 2A_1 V_P v_i y + A_1 v_i^2 y)^2 \\ &\quad @DC \quad @\omega_0 \quad @2\omega_0 \quad @\omega_0 \quad @2\omega_0 \quad @\omega_0+3\omega_0 \\ &= \frac{1}{2} \frac{C_0}{d_0} (\dots - 2V_P v_i + A_1 V_P^2 y + A_1 v_i^2 y + \dots)^2 \end{aligned} \quad (3.30)$$



由於在共振時，位移與輸入訊號會有 90 度的相位差，故在這裡定義  $v_i = V_i \cos \omega_0 t$ 、 $y = \Re \sin \omega_0 t$ ， $t$  為時間。式(3.30)的下式只留下了能夠在輸入頻率( $\omega_0$ )造成驅動力的三項力，其他項分別將驅動力給在直流與兩倍頻的地方<sup>1</sup>，將不會造成共振( $Q$ 倍放大)，故可忽略之。將式(3.29)插入式(3.30)後可得在共振頻的驅動力為

$$F_{driving} \approx - \left\{ V_p \frac{C_0}{d_0} V_i \cos \omega_0 t - \left( V_p^2 + \frac{V_i^2}{2} \right) \frac{C_0}{d_0^2} \Re \sin \omega_0 t \right\} \quad (3.31)$$

式(3.31)的第一項表示在共振時由輸入訊號  $v_i$  所造成的驅動力，在如圖 3-3 中的等效電路圖中，機電轉換的關係通常用一個變壓器(Transformer)代表，而輸入訊號轉成驅動力的關係將用一個機電轉換比例表示為

$$F_{driving} = -\eta_e V_i \cos \omega_0 t \quad (3.32)$$

其中

$$\eta_e = V_p \frac{\partial C}{\partial y} = V_p \kappa \frac{C_0}{d_0} \quad (3.33)$$

$\eta_e$  即為機電偶合係數，亦可想像為圖 3-3 變壓器的匝數比(turn ratio)，其中， $\kappa$  為修正參數(後面章節將會推導)，用以修正整根樑上，因模態而在不同位置有不同大小的位移；當整根樑的位移在不同位置皆相同，也就是前面簡化的平行電容版例子的情況下， $\kappa = 1$ 。

如同一開始所述，機電偶合係數  $\eta_e$  用以表示電流/速度以及力量/電壓之關係，並決定了在圖 3-3 之等效集總電路模型中之變壓器的線圈匝數比，故機電偶合係數可以用以下任一式表示

$$\eta_e = \frac{F}{V_i} = \frac{F(x_{eq})}{V_i} \quad \text{or} \quad (3.34)$$

<sup>1</sup> 在此用到了三角函數的二倍角以及積化和差的關係：

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta; \quad \sin \alpha \cos \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

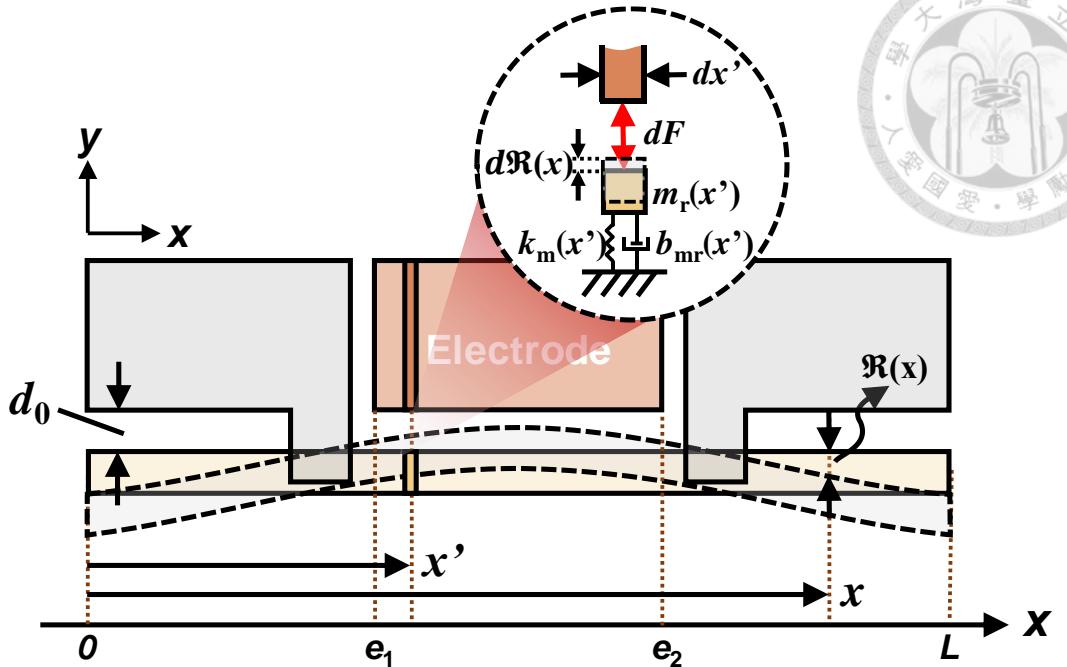


圖 3-4 分析兩端自由樑驅動力所使用的座標示意圖(上視圖)。

$$\eta_e = \frac{i}{\dot{y}} = \frac{i}{j\omega R} = \frac{i}{j\omega R(x_{eq})} \quad (3.35)$$

其中  $V_i$  為驅動交流訊號之大小、 $F$  為等效於參考點  $x_{eq}$  之總驅動力( $x_{eq}$  為式(3.23)等效集總電路中的等效位置(在此研究中設在 0))、 $R$  為相同參考點的位移大小、 $i$  為流進電極的感應電流(motional current)。 $\eta_e$  可以經由電壓/力量關係導出，根據式(3.26)可得

$$F = V_P \frac{\partial C}{\partial y} V_i \quad (3.36)$$

由於等效質量、剛性於整根樑上並不相同，為得到  $\partial C / \partial y$  項需要先求出位移  $y$  的表示方式。根據圖 3-4，輸入電極於  $x$  方向切成無限多小段，每一小段  $dx$  將提供  $y$  方向的驅動力  $dF$  表示為

$$dF = V_P V_i \frac{\varepsilon_0 t_r dx}{d_0^2} \quad (3.37)$$

共振時，在位置  $x$  處由每一小段驅動力貢獻之位移大小可表示為



(3.38)

同時，因為振動模態的關係，在每個位置的振幅大小將不相同，在 $x'$ 處的位移大小可以用下式描述另一位置(如 $x$ 處)的位移大小

$$d\Re(x) = \frac{Y_{mode}(x)}{Y_{mode}(x')} d\Re(x') \quad (3.39)$$

為了描述整個電極所貢獻的位移大小，須通過下式對每個 $x'$ 點於位置 $x$ 處造成的位移積分起來，是故輸入電極於 $x$ 處所造成的位移最終可以用下式表示為

$$\Re(x) = \int_{e_1}^{e_2} d\Re(x) = Q V_P V_i \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^2} \int_{e_1}^{e_2} \frac{Y_{mode}(x)}{Y_{mode}(x')} \cdot \frac{dx'}{k_m(x')} \quad (3.40)$$

為了進一步求得機電偶合係數 $\eta_e$ ，式(3.40)可以用來表式加總後之合力 $F$ ，並令參考點位置為 $x_{core}$

$$\begin{aligned} F &= \frac{k_m(x_{core}) \cdot \Re(x_{core})}{Q} \\ &= V_P V_i \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^2} \int_{e_1}^{e_2} \frac{Y_{mode}(x_{core})}{Y_{mode}(x')} \cdot \frac{k_m(x_{core}) dx'}{k_m(x')} \\ &= V_P V_i \frac{C_0}{d_0 (e_2 - e_1)} \int_{e_1}^{e_2} \frac{Y_{mode}(x')}{Y_{mode}(x_{core})} \cdot dx' \\ &= V_P \kappa \frac{C_0}{d_0} V_i \\ &= \eta_e V_i \end{aligned} \quad (3.41)$$

其中，靜態電容表示為

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 (e_2 - e_1) t_r}{d_0} \quad (3.42)$$

式(3.42)以及式(3.22)用以在過程中幫助化簡式子(3.41)。於是，顯而易見地，機電偶合係數可以寫成



$$\eta_e = V_P \kappa \frac{C_0}{d_0}$$

其中

$$\kappa = \frac{1}{(e_2 - e_1)} \int_{e_1}^{e_2} \frac{Y_{mode}(x')}{Y_{mode}(x_{core})} \cdot dx' \quad (3.44)$$

如前面所述為一修正係數，用以修正傳感面積為理想平行電容板之機電偶合係數，由式(3.44)可以看出機電偶合係數除了與直流偏壓與靜態電容、傳感間隙有關之外，電極位置以及大小亦會大大影響機電偶合係數，圖 3-5 描繪了相同的電極大小於不同位置對修正係數之關係，當固定長度的電極位於最旁邊時，由於電極涵蓋到模態方向向反的地方，故會抵消掉驅動力，根據電極位於不同位置的計算結果看來，當電極位於正中央時，修正係數可以達到最大，約為 0.7。 $\eta_e$ 也可以經由電流/速度關係導出(式(3.35))，當共振器正在共振時，由電極流入之感應電流可用電容隨時間之變化率表示為

$$i = V_P \frac{dC}{dt} = V_P \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (3.45)$$

相同的，這裡需要透過積分以求得不同位置處每塊小電極所感應出的電流總合，根據圖 3-6，每一小塊寬度為  $dx$  之電極所感應出之小電流可表示為

$$di(x) = j\omega_0 V_P \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^2} \Re(x) dx = j\omega_0 V_P \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^2} \Re(x_{core}) \cdot \frac{Y_{mode}(x)}{Y_{mode}(x_{core})} dx \quad (3.46)$$

其中  $\omega_0$  為振動之頻率，將整個電極積分後可以得到

$$\begin{aligned} i &= j\omega_0 V_P \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^2} \Re(x_{core}) \int_{e_1}^{e_2} \frac{Y_{mode}(x)}{Y_{mode}(x_{core})} dx \\ &= j\omega_0 V_P \frac{C_0}{d_0} \Re(x_{core}) \cdot \frac{1}{(e_2 - e_1)} \int_{e_1}^{e_2} \frac{Y_{mode}(x)}{Y_{mode}(x_{core})} dx \\ &= j\omega_0 V_P \kappa \frac{C_0}{d_0} \Re(x_{core}) \\ &= j\omega_0 V_P \eta_e \Re(x_{core}) \end{aligned} \quad (3.47)$$



其中，化簡過程中運用到了式(3.22)、(3.42)、(3.43)以及(3.44)。值得注意的是，根據式(3.47)以及式(3.41)所推導出的 $\eta_e$ 應該而且必須要相同。

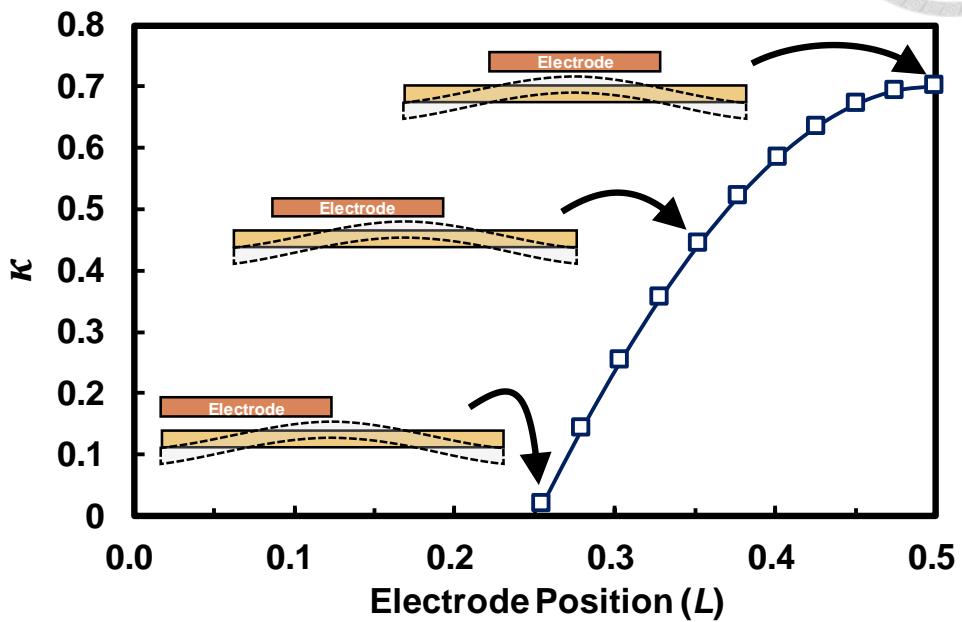


圖 3-5 相同的電極大小於不同位置對修正係數之關係。

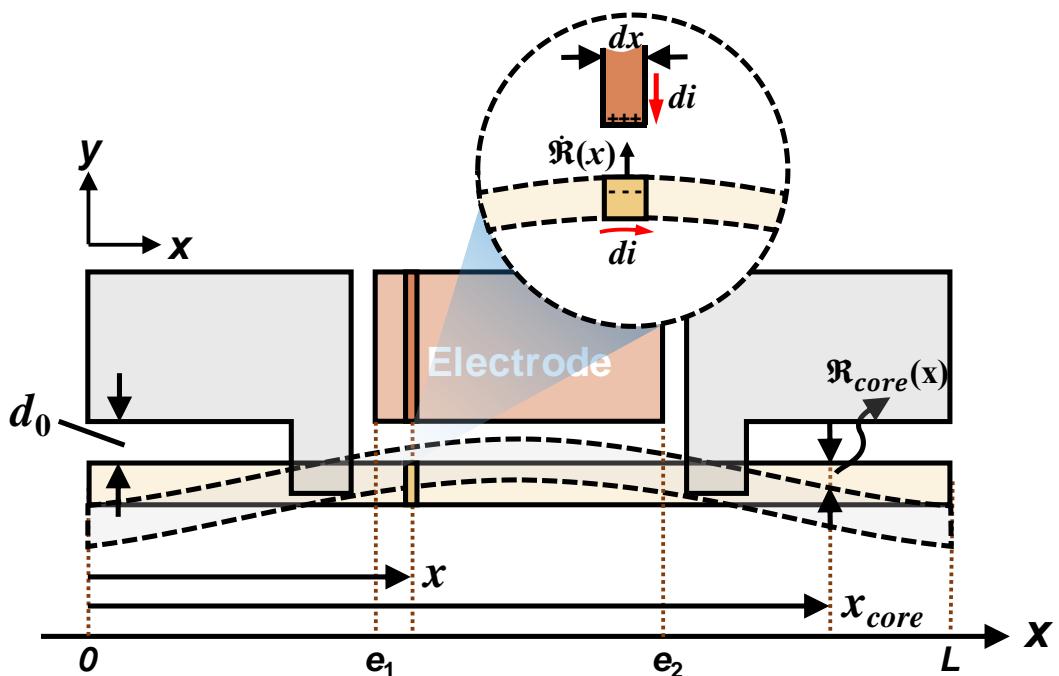


圖 3-6 分析兩端自由樑感應電流所使用的座標示意圖(上視圖)。



### 3-3-2 受電剛性影響之等效集總模型

在共振時，式(3.31)中的第二項與輸入訊號相位差 90 度，也就是與位移同相位，並且這一項亦與位移大小  $\Re$  成正比，基於上述兩項事實，這項驅動力的係數可以被視為另一個彈性係數，但其並不是根據機械結構產生，而是由靜電力所造成的彈性係數，我們稱其為電剛性。在共振中，由於傳感間隙縮小時，樑與電極間的電場強度將增強；當傳感間隙變大時，電場強度將減小，是故當樑往電極處移動時，靜電力將把力拉往電極；當樑遠離電極時，靜電力將變得沒那麼大。與機械的剛性相比——力量施加於位移的相反方向，電剛性正好相反，靜電力增強的方向是與位移同方向，換句話說是在增強位移的大小，於是我們可以將電剛性等效成一個具負值的彈性係數。這個概念，根據式(3.31)表示為

$$k_e = \left( V_p^2 + \frac{V_i^2}{2} \right) \frac{C_0}{d_0^2} \approx V_p^2 \frac{C_0}{d_0^2} \quad (3.48)$$

式(3.48)最後因為  $V_p \gg V_i$  的關係而忽略了  $V_i$  項的影響。同樣的，式(3.48)的表示式僅適用於傳感面積視為兩平行電容版的情況，在實際的例子中(有模態比例)，對於電剛性一樣有相同的修正係數  $\kappa$ (最後將會推導之)，式(3.48)將會變成

$$k_e = V_p^2 \left( \kappa \frac{C_0}{d_0} \right)^2 \frac{1}{C_0} = \frac{\eta_e^2}{C_0} \quad (3.49)$$

當輸入訊號  $v_i$  的頻率對上共振頻時，由式(3.31)所描述的力產生、樑開始於目標模態共振，其共振頻受到電剛性之影響將變為

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{re}}{m_{re}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{mre} - \sum_{i=1}^n k_{ei}}{m_{re}}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{mre}}{m_{re}}} \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \frac{k_{ei}}{k_{mre}} \right]^{1/2} = f_{nom} \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \frac{k_{ei}}{k_{mre}} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.50)$$

其中， $k_{re}$  為包括機械與電之總剛性， $n$  為平行板電容電極之數量。值得注意的是，式(3.50)考慮了多個平行板電容電極的情況(*cf.* 圖 3-7)，而  $k_{mre}$  在未有模態比例下

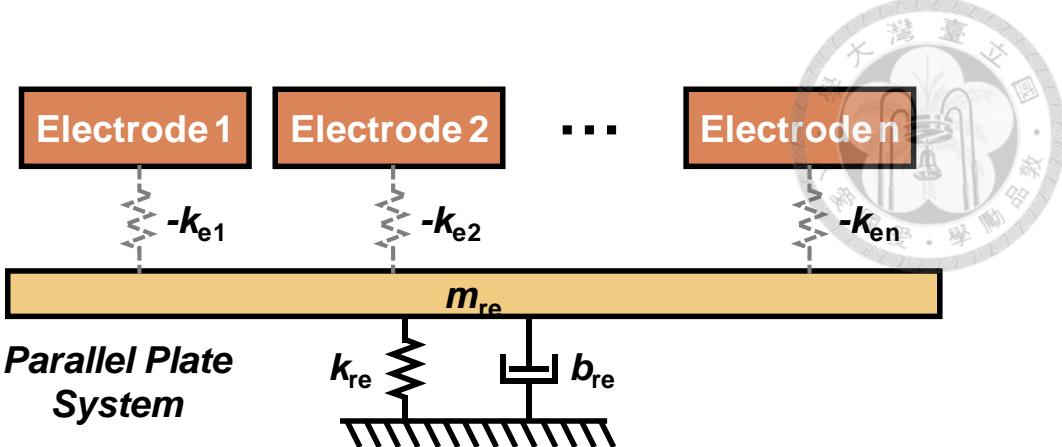


圖 3-7 考慮多個平行板電容之等效剛性示意圖。

(視為平行電容板)於所有位置皆相同，所以在式中可以分別將不同電極之電剛性除

以相同的  $k_{mre}$  後直接加總起來，但在考慮真實情況時(考慮模態比例)後，式(3.50)之最後一項總合項將必須通過積分平均表示，下方將會推導考慮模態比例後之情況。

根據式(3.31)中的第二項，由電剛性現象所造成的力量為位移大小  $\Re$  的函數，故對於位置上有模態比例的情況而言(非平行版電容)，必須再次以積分的方式將電極所造成的電剛性影響準確地反映出來。根據圖 3-4 以及式(3.31)中的第二項，每一小塊寬度為  $dx$  之電極對電剛性所造成的力量表示為

$$\begin{aligned} dF_{ke}(x') &= V_P^2 \frac{\varepsilon_0 t_r dx'}{d_0^3} \Re(x') \\ &= V_P^2 \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^3} \Re(x) \cdot \frac{|Y_{mode}(x')|}{|Y_{mode}(x)|} dx' \end{aligned} \quad (3.51)$$

其中，由於靜電力的吸引力恆為正，故模態比例需加上絕對值。將上式對整個電極積分後，由電剛性部分所貢獻的合力為

$$\begin{aligned} F_{ke}(x) &= V_P^2 \frac{\varepsilon_0 t_r}{d_0^3} \Re(x) \cdot \int_{e_1}^{e_2} \frac{|Y_{mode}(x')|}{|Y_{mode}(x)|} dx' \\ &= \left\{ V_P^2 \frac{C_0}{d_0^2 (e_2 - e_1)} \int_{e_1}^{e_2} \frac{|Y_{mode}(x')|}{|Y_{mode}(x)|} dx' \right\} \Re(x) \\ &= k_e(x) \Re(x) \end{aligned} \quad (3.52)$$



其中

$$k_e(x) = V_P^2 \frac{C_0}{d_0^2} \left\{ \frac{1}{(e_2 - e_1)} \int_{e_1}^{e_2} \frac{|Y_{mode}(x')|}{|Y_{mode}(x)|} dx' \right\} \quad (3.53)$$

為位在位置  $x$  處之電剛性，與位置相依。但式(3.53)並不足以描述電剛性對於共振頻率之影響，這是因為整體系統的剛性包括了電剛性與機械剛性——同時也是與位置相依的。根據式(3.50)，較有效的描述電剛性之影響為電剛性佔機械剛性之權重大小(後稱之電剛性權重)，經過積分後可表示為

$$\langle \frac{k_e}{k_m} \rangle = \int_{e_1}^{e_2} \frac{k_e(x)}{k_m(x)} \cdot \frac{dx}{(e_2 - e_1)} \quad (3.54)$$

則整體的電剛性(不與位置相依，可直接適用於式(3.50)中的  $k_{ei}$ )可進一步表示為

$$\begin{aligned} k_e &= \langle \frac{k_e}{k_m} \rangle \cdot k_m(x_{core}) \\ &= V_P^2 \frac{C_0}{d_0^2} \frac{1}{(e_2 - e_1)^2} \cdot \int_{e_1}^{e_2} \int_{e_1}^{e_2} \frac{|Y_{mode}(x')|}{|Y_{mode}(x)|} \cdot \frac{k_m(x_{core})}{k_m(x)} dx dx' \\ &= V_P^2 \frac{C_0}{d_0^2} \left\{ \frac{1}{(e_2 - e_1)} \int_{e_1}^{e_2} \frac{|Y_{mode}(x')|}{|Y_{mode}(x)|} dx' \right\}^2 \\ &= V_P^2 \kappa^2 \frac{C_0}{d_0^2} \\ &= \frac{\eta_e^2}{C_0} \end{aligned} \quad (3.55)$$

由式(3.54)(3.55)可以看出電剛性於等效電路中，若電極涵蓋的區域並無橫跨相反運動的模態區域的話，則可以用靜態電容以及機電偶合係數表示(若否，則  $\kappa$  運算中的模態應多掛絕對值)，這幫助我們在下一小節更漂亮地建立等效集總電路模型。若將靜態電容以及機電偶合係數展開，電剛性將表示為下式：

$$k_e = V_P^2 \kappa^2 \frac{\epsilon_0 t_r}{d_0^3} \quad (3.56)$$

直觀上，由上式可以看出電剛性強烈地與補償間隙相依，並且其與補償間隙之三次



方成反比，當  $d_0$  很大或是直流偏壓很小時，電剛性的影響將會消失；反之則必須考慮其對共振頻之影響。電剛性的存在使我們可以利用這一點，去對靜電式驅動的共振器進行主動或被動式的頻率補償。

### 單埠等效集總電路模型

如前小節 3-2 所述，一個機械系統的共振行為可以在我們關心的參考點等效為單質點的  $k-m-b$  系統表示，又因  $k-m-b$  系統與  $RLC$  系統數學上的類比，若可將  $k-m-b$  系統轉為  $RLC$  系統的元件，將能夠使得其與後端電路整合後一起模擬，提高設計者的方便性。如前小節圖 3-3 所示， $k-m-b$  系統中的係數可以根據式(3.25)轉為  $RLC$  系統中的電容、電感、電阻等元件；而由式(3.43)得到了輸入電壓與驅動力之間的關係，在電路上可以用變壓器表示其中的機電轉換關係；由式(3.55)之推導得到了電剛性的數學表示式，能夠漂亮的用機電偶合係數以及靜態電容表示之。根據上述條件，已經足夠滿足我們建立等效集總電路模型，共振器之等效集總電路模型如圖 3-8 所示，其中，利用變壓器當作機械系統與電訊號間的轉換關係，線圈匝數比為  $1:\eta_e$ ，變壓器以右為機械系統，分別由  $k-m-b$  系統的係數填入；變壓器以左即為電訊號的式系統，式(3.35)描述之電剛性經過變壓器轉換後直接於電訊號系統裡可表成  $-C_0$ 。

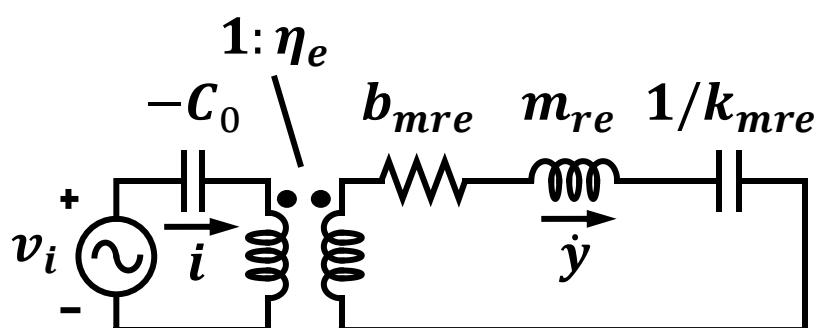


圖 3-8 共振器之等效集總電路模型。

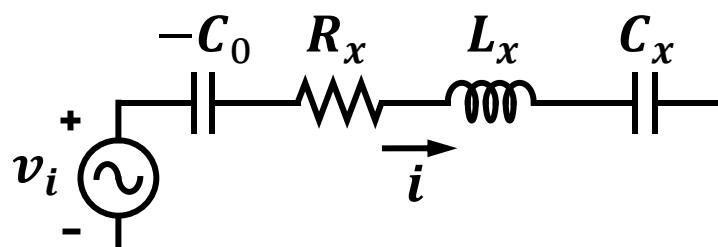


圖 3-9 共振器之等效集總電路模型(簡化後)。

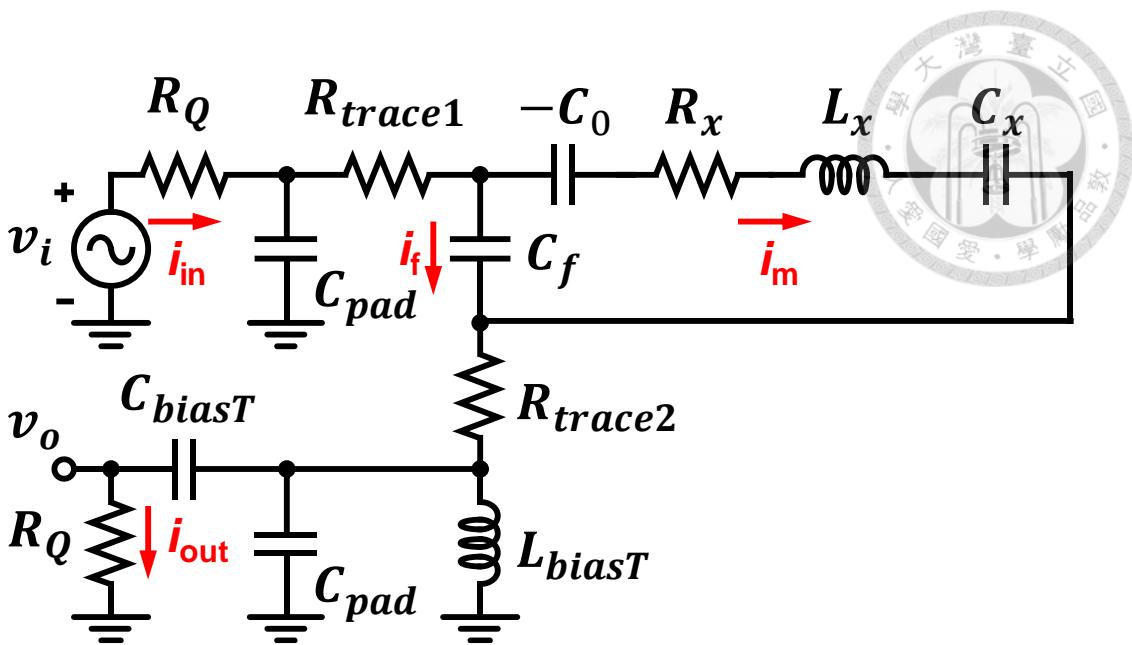


圖 3-10 真實量測頻率響應時，共振器之等效集總電路模型。

若我們將變壓器拆掉，機械系統中  $r_x$ 、 $l_x$ 、 $c_x$  等元件將由下列關係式轉換為真實的電元件<sup>1</sup>

$$R_x = \frac{r_x}{\eta_e^2}, \quad L_x = \frac{l_x}{\eta_e^2}, \quad C_x = \frac{\eta_e^2}{c_x} \quad (3.57)$$

其中， $R_x$ 、 $L_x$ 、 $C_x$  分別表示為運動阻抗(motional impedance)、運動電感(motional inductance)、運動阻抗(motional capacitance)，此時之等效電路模型將可化簡為圖 3-9。同時，當共振器操作於共振頻時， $L_x$ 、 $C_x$  將互相抵消，僅剩運動阻抗  $R_x$  一項，對於機電偶合係數相對較低的靜電式驅動共振器而言， $R_x$  通常很大(約  $M\Omega$  級)，在頻率響應上會有較大的插入損耗(insertion loss)，於此原因，為了有較好的阻抗匹配，可以透過增加傳感面積或是縮小傳感間隙的方式以增加機電偶合係數；或者將終端阻抗(terminal impedance,  $R_Q$ )拉高，以降低反射功率。

在真實量測頻率響應時，若我們將量測設備的寄生元件(parasitic elements)以及饋通電容(feedthrough capacitor,  $C_f$ )考慮進去，則等效模型將會變為如圖 3-10 所示，

<sup>1</sup> 拆掉變壓器所用到的轉換關係由理想變壓器公式提供，主匝數與次匝數之比值等於主圈阻抗與次

圈阻抗比值之平方根， $\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$ 。



其中， $R_Q$ 為終端阻抗、 $C_{pad}$ 為接合墊電容、 $R_{trace}$ 為內部線路之電阻、 $C_{biasT}$ 、 $L_{biasT}$ 分別為 T 型偏壓器之大電容與大電感。用網路分析儀進行二埠網路量測時，散射係數(Scattering parameters, S-parameters)中的穿透係數  $S_{21}$  可用下式表示為

$$S_{21} = 10 \log \left( \left| \frac{v_o(j\omega)}{v_i(j\omega)} \right| \right) \quad (3.58)$$

最後，圖 3-11 比較了利用圖 3-9 理想模型以及圖 3-10 真實情況模型之頻率響應。上述模型使用的參數以及本研究所設計的共振器幾何尺寸皆整理於表 3-2 中

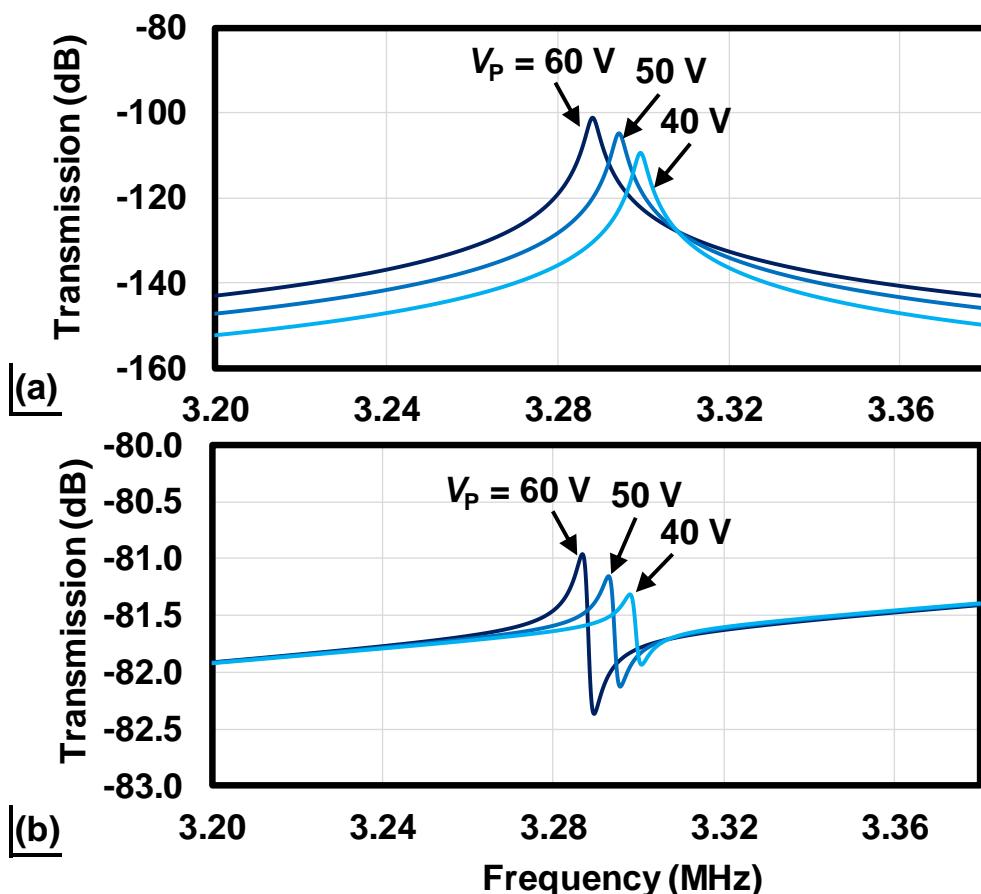


圖 3-11 等效集總電路模型之頻率響應：(a) 不考慮寄生元件以及(b) 考慮真實量測情況。

表 3-2 本研究所設計之共振器幾何尺寸參數整理。

Parameters	Value	Unit
<i>Designed</i>		
Resonator dimensions, $L_r, W_r, t_r$	100, 4.8, 2.945	μm
Cross section dimensions, $t_{\text{SiO}_2}, W_{\text{VIA}}$	1.0, 0.5	μm
Initial gap spacing, $d_0$	0.5	μm
Electrode coordinate, $e_1, e_2$	24.5, 75.5	μm
<i>Calculated<sup>a</sup></i>		
Equivalent Young's modulus <sup>†</sup> , $E$	168	GPa
Equivalent density <sup>†</sup> , $\rho_{\text{eq}}$	3743	kg/m <sup>3</sup>
Resonance frequency, $f_0$ @ $V_p = 50$ V	3.29	MHz
Resonator mass @ $x = L_r$ , $m_{\text{re}}$	3.58	×10 <sup>-12</sup> kg
Resonator stiffness @ $x = L_r$ , $k_{\text{mre}}$	1547	N·m <sup>-1</sup>
Resonator damper @ $x = L_r$ , $b_{\text{mre}}$	6.17	×10 <sup>-8</sup> N·s·m <sup>-1</sup>
Static capacitance, $C_0$	2.66	fF
Electromechanical coupling coefficient, $\eta_e$ @ $V_p = 50$ V	1.86	×10 <sup>-7</sup>
Modify factor, $\kappa$	0.70	-
Terminal impedance	50	Ω
<i>Parasitic parameters<sup>b</sup></i>		
Feedthrough capacitance, $C_f$	275	fF
Bounding pad capacitance, $C_{\text{pad}}$	356	fF
Trace resistance, $R_{\text{trace}1}, R_{\text{trace}2}$	1.32, 2.49	Ω
Bias-T capacitance, $C_{\text{biaT}}$	1.0	μF
Bias-T inductance, $L_{\text{biaT}}$	0.45	mH
<i>Measured</i>		
Quality factor, $Q$	1157	-
Resonance frequency	2.93	MHz

<sup>†</sup>Equivalent Young's modulus and density are derived from:  $E_{\text{eq}} = \frac{\sum E_i I_i}{\sum I_i}$ ,  $\rho_{\text{eq}} = \frac{\sum \rho_i A_i}{\sum A_i}$  [42]

<sup>a</sup>An effective  $Q$  of 1200 is used in the calculation.

<sup>b</sup>Parasitics are estimated values.

# 第四章 使用電剛性被動補償溫度效應之共振器

了解電剛性如何對共振頻率產生影響後，我們便可利用電剛性對共振頻率進行補償。為了減少功耗並達成頻率補償的效果，此章節將講述如將電剛性頻率控制技術被動地應用於 CMOS-MEMS 製程平台上，為了達成此目的，需根據 [22] 重新設計補償電極結構，並進行理論分析，以計算出在不同溫度下所需要補償的電剛性以及補償間隙寬度。最後配以實驗，以商用的 CMOS 製程實際製作出一對環境溫度改變不敏感之共振器(Temperature-Insensitive Resonator, TIR)，以驗證理論模型。

## 4-1 結構設計與頻率補償原理

靜電式驅動共振器之共振頻率主要決定於系統的等效質量、機械剛性以及電剛性。當溫度改變時，機械剛性會因為材料的軟化/硬化以及熱膨脹造成的張/壓應力而跟著改變；另一方面，電剛性決定於直流偏壓以及電極的幾何尺寸，如傳感間隙、傳感面積大小等，這項條件給了我們一個對靜電式驅動共振器進行頻率補償的契機，倘若我們能適當地設計電剛性，將有可能利用此項特性設計出一個對溫度不敏感之共振器。圖 4-1 為利用電剛性補償頻率溫度係數示意圖。一般材料具有負溫度係數，意即在溫度上升時，楊氏係數隨之下降，造成機械剛性軟化導致共振頻率降低(如圖 4-1 中紅線)；如前小節所提到，電剛性能夠透過直流偏壓、補償間隙或

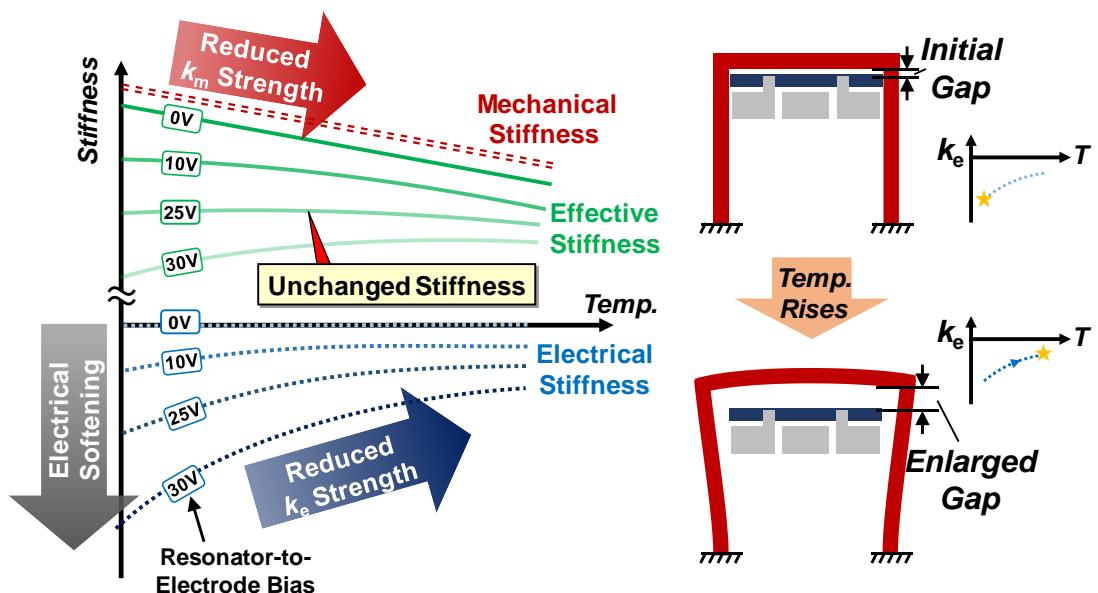


圖 4-1 利用電剛性補償頻率溫度係數之原理示意圖。

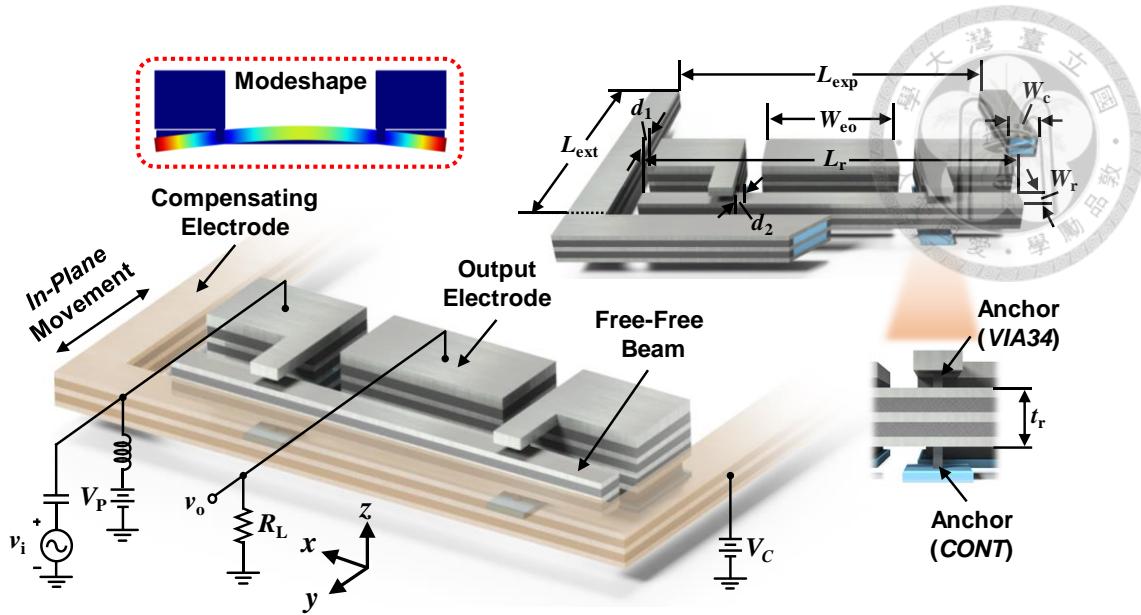


圖 4-2 本研究中對溫度不敏感之共振器設計圖。

是傳感面積來調整，我們可以透過調整電剛性，使得溫度高時讓電剛性變小(如圖 4-1 中藍線)，即可得到如中的綠線——機械、電剛性之變化幾乎相互抵消的整體剛性，於是即可以使得共振頻維持穩定。但比起直接使用主動調控直流偏壓的方式，若是能夠在固定的直流偏壓下(如圖 4-1 中的 25 V 綠線)，使得補償間隙能夠被動地隨著溫度變化調整大小，將會更吸引人並且能省下閉迴路(closed-loop)系統的功耗。

圖 4-2 為本研究中 TIR 之設計圖，與小節 3-1 圖 3-1 相仿，共振器之主體為一個兩端自由樑，其中一樣地包含了一個輸入電極(Input Electrode)、兩端自由樑、以及兩個用以固定自由樑的錨定(Anchor)。金屬層的堆疊與節點固定方式皆相同，不一樣的地方為額外增加了第二個 U 型摺疊樑補償電極(Compensating Electrode)，補償電極的金屬堆疊方式為 MEATLA1-METAL3<sup>1</sup>，為使共振器作動並達到補償效果，須將直流偏壓  $V_C$  施加補償電極上，則兩端自由樑與補償電極間的電位差( $V_P - V_C$ )即為等效的補償電壓。當溫度升高時，補償電極將往+x 方向膨脹，使得補償用的傳感間隙  $d_2$  增大，進一步降低了電剛性的大小，反之亦然。

<sup>1</sup> 這裡避免使用 METAL4 的原因為 METAL4 層較厚，結構的不對稱性將使得溫度變化時，補償電極會翹曲，將導致有 z 方向的位移出現，使用 MEATLA1-METAL3 的堆疊則能夠有較對稱的結構。



在沒有補償電極的情況下(*cf.* 圖 3-1)，根據實驗結果 [43]，共振器之溫度係數(Temperature Coefficient of Frequency, TCF)為一線性關係，結構與溫度相依之共振頻可以根據式(3.17b)用下式表示之

$$f_{nom}(T) = \frac{\beta^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{(1 + \zeta\Delta T)E_0 I}{\rho A}} \quad (4.1)$$

其中， $E_0$ 為在參考溫度點 $T_0$ 的楊氏係數， $\zeta$ 為一常數，用以概括楊氏係數之溫度係數(Temperature Coefficient of Young's modulus, TCE)以及熱膨脹<sup>1</sup>所造成之張/壓應力之影響。在考慮電剛性之影響後，共振頻變為

$$f_0(T) = f_{nom}[(1 + \zeta\Delta T)]^{1/2} \left[1 - \left\langle \frac{k_e}{k_m(T)} \right\rangle\right]^{1/2} \quad (4.2)$$

其中，若我們溯源回式子(3.54)，會發現其與溫度有關的項唯有位在分母的 $k_m(x)$ ，而深入探討式(3.22)後，可以發現 $k_m(x) \propto f_{nom}^2 \propto (1 + \zeta\Delta T)$ ，故式(4.2)可推得最終的形式為

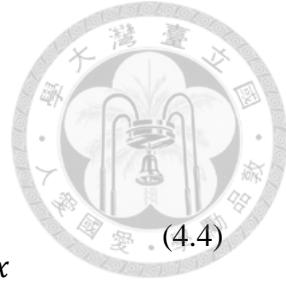
$$f_0(T) = f_{nom} \left[1 + \zeta\Delta T - \left\langle \frac{k_e}{k_{m0}} \right\rangle\right]^{1/2} \quad (4.3)$$

其中 $\left\langle \frac{k_e}{k_{m0}} \right\rangle = \left\langle \frac{k_e}{k_m(T_0)} \right\rangle$ 。式(4.3)說明了溫度將不影響電剛性權重之大小(在直流偏壓、傳感間隙大小不變；也就是 $k_e(x)$ 不變的情況下)，上式很直接地給了我們溫度係數 $\zeta$ 與電剛性權重的平衡關係，利用此式，我們可以更直覺地設計與溫度相依的電剛性權重，使其在溫度改變時與溫度係數平衡，以達成頻率補償的目的。

在式(3.50)中，若有多個平行版電容之電極，系統之總電剛性可以由各別電極之電剛性總和表示；而利用式(3.55)也能將其概念拓展到非平行版電容之電極，在圖 4-2 的情況中，因為有兩個電極皆會對共振器產生電剛性效應，故系統之總電

---

<sup>1</sup> 在此由於結構為兩端自由樑，且錨定處與自由樑的材料係數相異不大，故熱膨脹造成之張/壓應力對於頻率的變化很小，故頻率之變化主要來自於結構軟化之 TCE。



剛性權重可以用下式表示為

$$\begin{aligned}\left\langle \frac{k_{e,tot}}{k_{m0}} \right\rangle &= \left\langle \frac{k_{e1}}{k_{m0}} \right\rangle + \left\langle \frac{k_{e2}(T)}{k_{m0}} \right\rangle \\ &= \int_{e_{11}}^{e_{12}} \frac{k_{e1}(x)}{k_{m0}(x)} \cdot \frac{dx}{(e_{12} - e_{11})} + \int_{e_{21}}^{e_{22}} \frac{k_{e2}(x, T)}{k_{m0}(x)} \cdot \frac{dx}{(e_{22} - e_{21})}\end{aligned}\quad (4.4)$$

其中， $\left\langle \frac{k_{e1}}{k_{m0}} \right\rangle$ 為原始傳感間隙  $d_1$  所造成的電剛性權重、 $\left\langle \frac{k_{e2}}{k_{m0}} \right\rangle$ 為補償間隙  $d_2$  所造成的電剛性權重，由於在溫度改變的過程中， $d_1$  改變不大，故在此將 $\left\langle \frac{k_{e1}}{k_{m0}} \right\rangle$ 視為常數，而補償電極將隨著溫度上升而移動，間隙  $d_2$  將與溫度相依，使得電剛性  $k_{e2}$  也與溫度相依。在有補償電極的情況下，式(4.3)變為

$$f_0(T) = f_{nom} \left[ 1 + \zeta \Delta T - \left\langle \frac{k_{e1}}{k_{m0}} \right\rangle - \left\langle \frac{k_{e2}(T)}{k_{m0}} \right\rangle \right]^{1/2} \quad (4.5)$$

為使頻率達成平衡，上式中的溫度係數變化量需與第二電剛性權重變化量相抵，可得到

$$\begin{aligned}\zeta(T - T_0) - \left[ \left\langle \frac{k_{e2}(T)}{k_{m0}} \right\rangle - \left\langle \frac{k_{e2}(T_0)}{k_{m0}} \right\rangle \right] &= 0 \\ \Rightarrow \zeta(T - T_0) &= \left[ \frac{(V_p - V_c)^2}{(e_{22} - e_{21})} \int_{e_{21}}^{e_{22}} \int_{e_{21}}^{e_{22}} \frac{\varepsilon_o t_r}{k_{m0}(x) d_2(x, T)^3} \frac{Y_{mode}(x')}{Y_{mode}(x)} dx' dx \right]_{T_0}^T\end{aligned}\quad (4.6)$$

其中，第二補償間隙除了跟溫度  $T$  有關外，考慮到補償電極在變形後，電極之傳感面可能不會與兩端自由樑的傳感面互為平行，故在這裡使補償間隙  $d_2$  也跟位置  $x$  相依，但為了方便計算，仍可以利用下式將補償電極變形後之傳感間隙等效為一均勻分布之補償間隙  $d_{2,eff}$

$$\int_{e_{21}}^{e_{22}} \int_{e_{21}}^{e_{22}} \frac{\varepsilon_o t_r}{k_{m0}(x) d_2(x, T)^3} \frac{Y_{mode}(x')}{Y_{mode}(x)} dx' dx = \int_{e_{21}}^{e_{22}} \int_{e_{21}}^{e_{22}} \frac{\varepsilon_o t_r}{k_{m0}(x) d_{2,eff}(T)^3} \frac{Y_{mode}(x')}{Y_{mode}(x)} dx' dx \quad (4.7)$$

這不僅能使得兩者算出來之 $\left\langle \frac{k_{e2}(T_0)}{k_{m0}} \right\rangle$ 相同，且能客觀地描述出非平行之傳感面的補償間隙寬度，以利數學上的運算。利用式(4.6)以及式(4.7)，在已知機械結構溫度

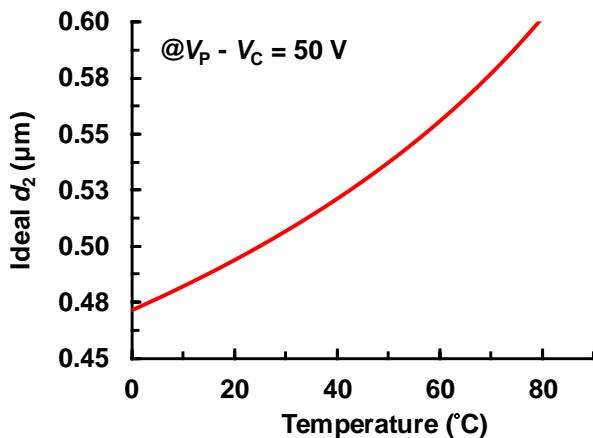


圖 4-3 理想的補償間隙與溫度之關係。

係數  $\zeta$  的情況下(在本研究中由實驗反推獲得)，即可解出不同溫度下所需的  $d_{2,eff}(T)$ 。

圖 4-3 描繪了理想的補償間隙曲線  $d_{2,eff}(T)$ ，意即在固定補償電壓下，若要完美地補償回頻率，補償間隙  $d_{2,eff}$  隨溫度應該要如圖 4-3 變動。

## 4-2 與溫度相依之補償間隙設計

由上一小節我們得到了在固定  $V_P$ 、 $V_C$  下，可以獲得理想的補償間隙曲線  $d_{2,eff}(T)$ ，此節將講述補償間隙該如何設計以貼近理想的補償曲線。

首先，本研究之補償間隙之設計如圖 4-4 所示，為一個 U 型的折疊懸臂樑固定於兩個錨定上所組成， $L_{ext}$  之長度將主要影響補償間隙隨溫度之增益，當其越長，

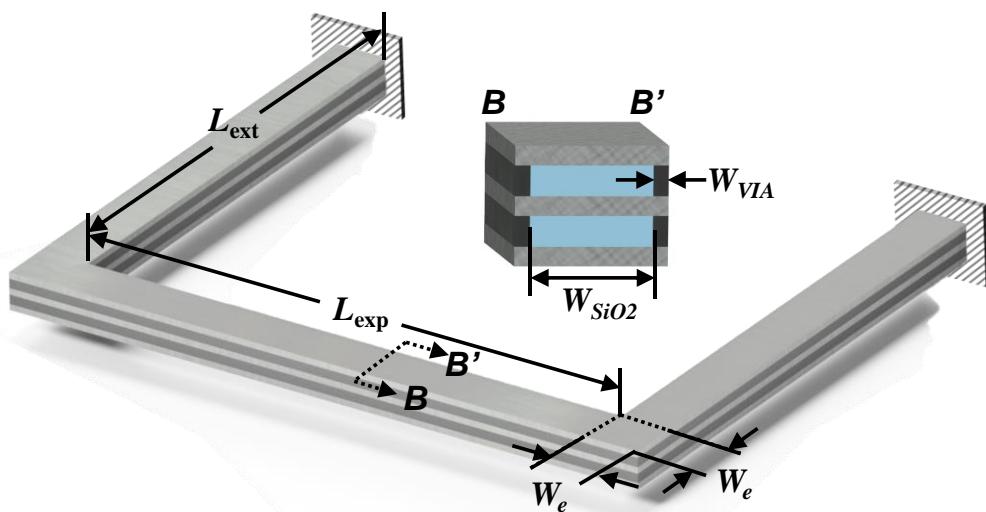


圖 4-4 補償電極之設計圖。

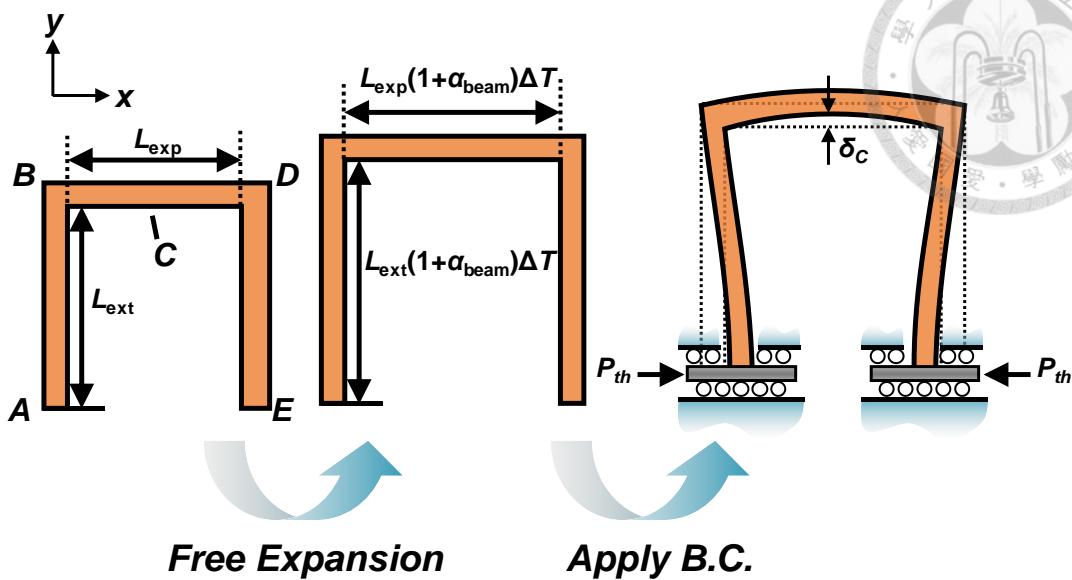


圖 4-5 補償電極在受熱膨脹之分析流程。

補償間隙隨溫度膨脹的幅度就越大；而  $L_{\text{exp}}$  主要根據共振器之長度所設計，以包覆住整個兩端自由樑為主，可以想像在  $L_{\text{ext}}$  隨溫度增長的同時， $L_{\text{exp}}$  也會跟著膨脹，如此便會將  $L_{\text{ext}}$  撐開，並使得傳感面有一彎曲弧度，如圖 4-5 所示。

為了描繪出補償電極在受熱膨脹後的變形量，本研究利用了如圖 4-5 之分析流程：(1) 首先，先假想補償電極在沒有任何邊界條件下熱膨脹；(2) 加上邊界條件使得補償電極於錨定處形成滑動對的邊界條件；(3) 以材料力學解出滑動對受力大小( $P_{\text{th}}$ )與滑動對位移大小( $\delta_{\text{max}}$ )之關係，並得到受力大小與電極傳感面之撓曲(deflection)之關係；(4) 利用補償電極與基板(substrate)熱膨脹係數之差計算實際之熱變位，再由熱變位得到受力大小，以受力大小得到電極傳感面之撓曲輪廓。故補償間隙與位置、溫度之關係可以以下式表達為

$$d_2(x, T) = d_{20} + \alpha_{beam} L_{\text{ext}} \Delta T + \delta_C(x, T) \quad (4.8)$$

其中， $\alpha_{beam}$  為補償電極之等效熱膨脹係數、 $\delta_C$  為補償電極傳感面在自由膨脹後，受到熱應力於  $BD$  段產生之撓曲輪廓(cf. 圖 4-5)，後面將會推導之。

圖 4-6 為用來推導  $\delta_C$  之自由體圖(free-body diagram)，其中  $A$ 、 $E$  兩點為固定端，但可於  $x$  軸方向滑動，由於補償電極之結構對稱，故分析一半之結構即可。如圖 4-6 所示，為了解此靜不定問題(statically indeterminate problem)，我們將  $A$  視為固定

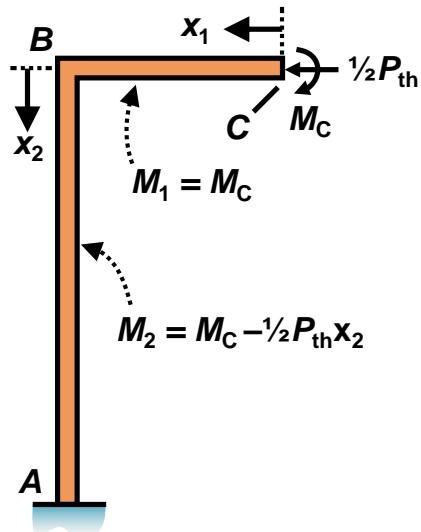


圖 4-6 分析熱膨脹所用到的一半補償電極之自由體圖。

端，並將因為熱應力(來自於補償電極與基板熱膨脹係數之差)而產生之等效力  $P_{th}$  施於  $C$  點，並考慮  $C$  點之斜率為零( $\theta_C = 0$ )可以得到

$$\theta_C = \frac{1}{EI} \int_A^C M(x, T) \frac{\partial M(x, T)}{\partial M_C} dx = 0 \quad (4.9)$$

其中， $E$ 、 $I$ 分別為補償電極之等效楊氏係數與面積二次矩， $M_C$ 為施於  $C$  點之彎矩、 $M(x)$ 為在  $AB$ 、 $BC$  段中之彎矩， $M(x)$ 表示為

$$M_{AB}(x_2, T) = M_C(T) - \frac{1}{2} P_{th}(T) x_2 \quad (4.10)$$

$$M_{BC}(T) = M_C(T)$$

故式(4.9)可進一步寫為

$$\theta_C = \frac{1}{EI} \left[ \int_0^{L_{ext}} M_C(T) dx_1 + \int_0^{L_{comp}} \left( M_C(T) - \frac{1}{2} P_{th}(T) x_2 \right) dx_2 \right] = 0 \quad (4.11)$$

整理後可得  $M_C$  與  $P_{th}$  之關係為

$$M_C(T) = \frac{P_{th}(T)}{4} \frac{L_{ext}^2}{\frac{1}{2} L_{exp} + L_{ext}} \quad (4.12)$$



透過卡斯提利安諾第二定理(Castigliano's second theorem) [44]，可以解出 A、B 點間之相對位移為

$$\frac{1}{2}\delta_{AB}(T) = \frac{1}{EI} \int_0^{L_{ext}} M_{AB}(x_2, T) \frac{\partial M_{AB}(x_2, T)}{\partial Q} dx_2 \quad (4.13)$$

其中， $Q$ 為一假想負載(fictitious load)施於 A 點， $M_{AB}$ 可用  $Q$  表示為

$$M_{AB}(x_2, T) = M_C - \frac{1}{2}P_{th}(T)x_2 - Qx_2 \quad (4.14)$$

另一方面，考慮到式(4.13)之 A、B 點間的相對位移在實際上即是來自於 BD 段補償電極與基板熱膨脹係數差異所造成的熱變位(*cf.* 圖 4-7)， $\delta_{max}$ 可表示為

$$\delta_{max}(T) = \delta_{AB}(T) = L_{exp}\alpha_{eq}\Delta T \quad (4.15)$$

其中， $\alpha_{eq}$ 為補償電極與基板的相對熱膨脹係數( $\alpha_{eq} = \alpha_{beam} - \alpha_{Sub}$ )。將式(4.12)帶入式(4.13)，並與(4.15)比較後可得

$$\delta_{max}(T) = \frac{-P_{th}(T)L_{ext}^3(4L_{exp} + L_{ext})}{12EI(L_{exp} + L_{ext})} = L_{exp}\alpha_{eq}\Delta T \quad (4.16)$$

故運用上式，可以利用補償電極幾何尺寸與機械性質推得在特定溫度變化下，熱應力所造成的等效力  $P_{th}$ ；再透過式(4.12)即可得到  $M_C$ ，即 BD 段中的彎矩。而我們想求得的 AD 段之撓曲輪廓  $\delta_C$ ，可透過積分法 [45]求得其中一半  $\delta_{CB}$

$$\delta_{CB}(x', T) = \frac{1}{EI} \int_0^{x'} M_C(T)x_1 dx_1, \quad 0 \leq x' \leq \frac{1}{2}L_{exp} \quad (4.17)$$

由於上式之原點設於 C 點，為配合式(4.8)之座標系，將  $\delta_{CB}$  原點重新設為 B 點可得

$$\delta_{BC}(x, T) = -\delta_{CB}\left(\frac{1}{2}L_{exp} - x, T\right) + \delta_{CB}\left(\frac{1}{2}L_{exp}, T\right), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}L_{exp} \quad (4.18)$$

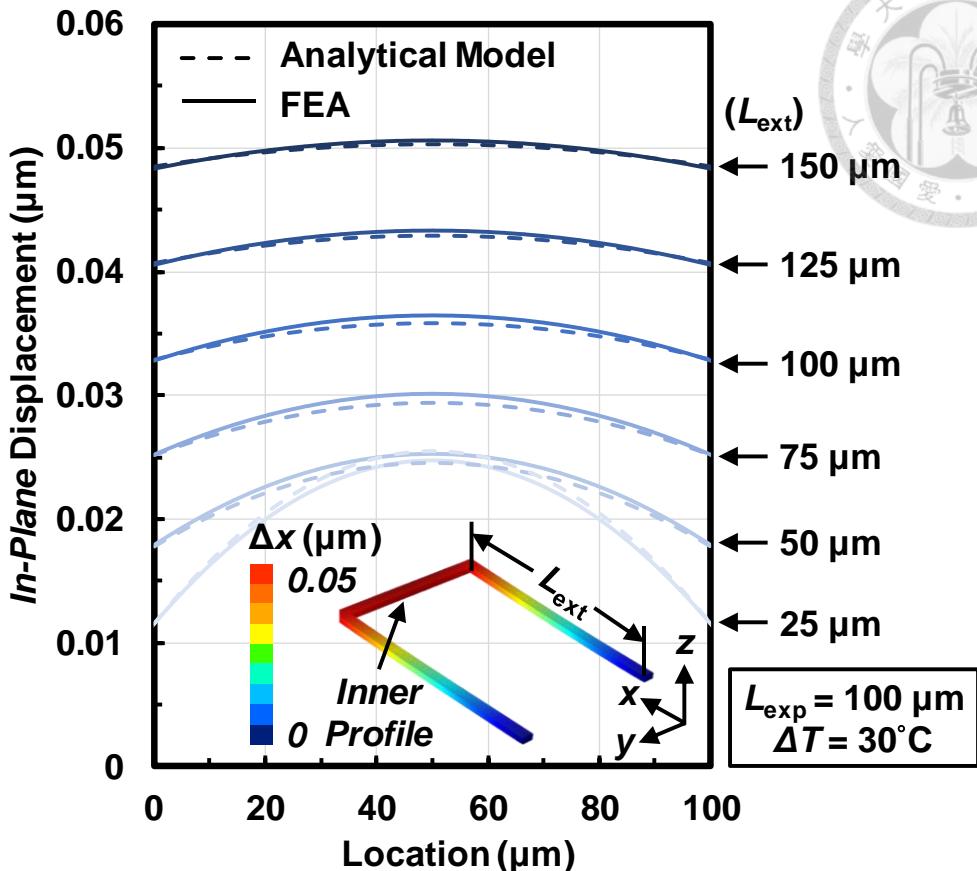
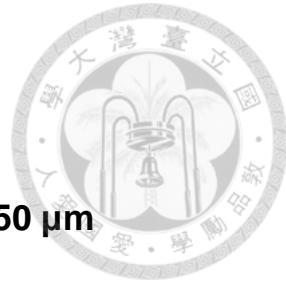


圖 4-7 使用解析解以及有限元素法分析在固定溫度變化下，補償電極位移之比較圖。

由於對稱性之故， $AD$  段之撓曲輪廓  $\delta_C$  最後形式為

$$\delta_C(x, T) = \delta_{BC}(x, T), \quad 0 \leq x \leq L_{exp} \quad (4.19)$$

最後為了驗證上述數學模型之正確性，圖 4-7 為利用式(4.8)解出之解析解(analytical solution)以及有限元素法分析在固定溫度變化下之比較圖，可以發現解析解在  $L_{ext} > 25 \mu\text{m}$  時能夠非常貼合 FEA 之結果；在  $L_{ext} < 25 \mu\text{m}$  時，由於  $L_{ext}$  段較為粗短，較不適用古典的樑理論，與 FEA 結果相比誤差較大。另外，在真實情況中，補償電極寬度的中心處有許多釋放結構用的小洞(release holes)，這點在 FEA 的模型中有考慮進去，但數學的解析模型中並沒有。由於釋放用小洞皆位於樑的中間，於面積二次矩之影響較小，雖然數學模型中未考慮到，但以圖 4-7 的比較結果看來，解析解理論仍十分適用。



### 4-3 被動式頻率補償實驗結果

此共振器使用 TSMC 0.35- $\mu\text{m}$  2-poly-4-metal CMOS-MEMS 平台製作，晶片由 TSMC 製作回來後再使用與鋁金屬相容的氫氟酸溶液進行濕蝕刻(Silox Vapox III, Transene Company, Inc.)以釋放(release)結構，後製程步驟如圖 4-8 所示。圖 4-9(a)為一般兩端自由樑共振器之 SEM 照片，以及圖 4-9(b)：具補償電極設計之共振器，其中 U 型摺疊樑補償電極橫跨整根自由樑共振器，涵蓋最大傳感面積(transducer area)，以達到最大的補償效果。

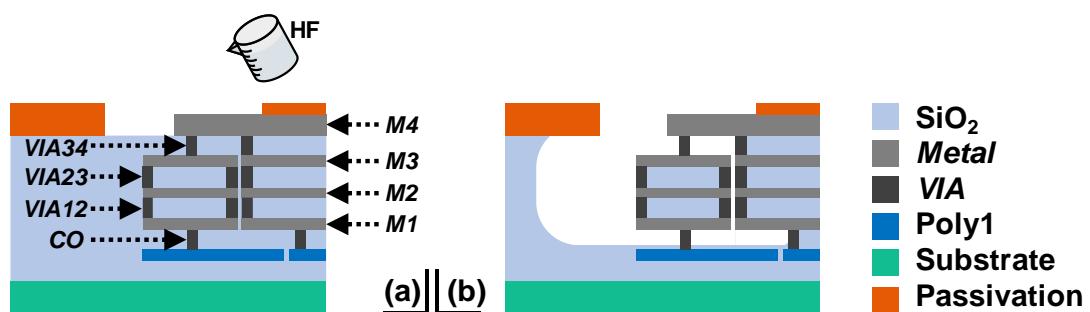


圖 4-8 共振器使用氧化層濕蝕刻之後製程示意圖。

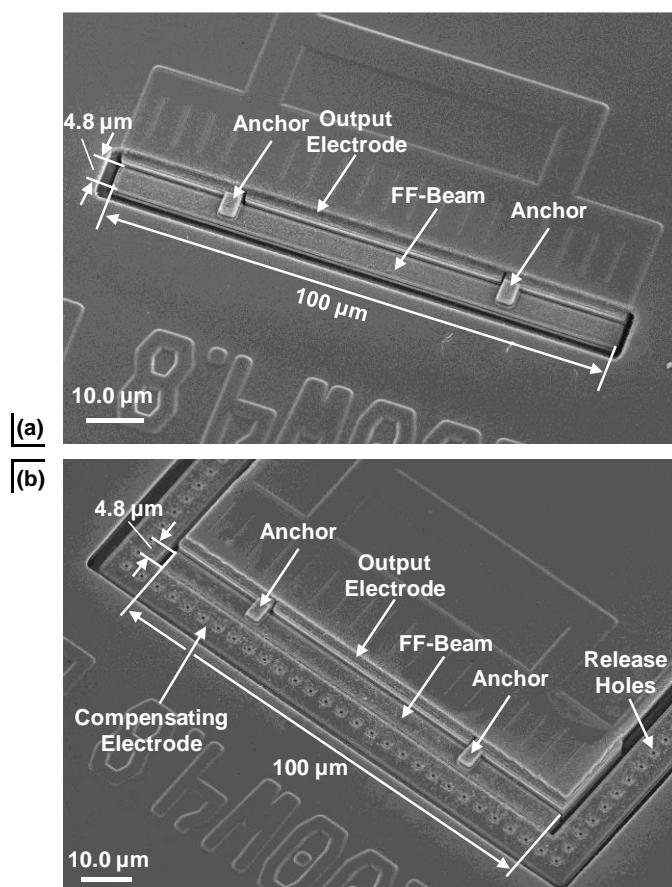


圖 4-9 (a) 一般兩端自由樑以及(b) 具補償電極設計之自由樑的 SEM 照



### 4-3-1 量測架構

本次實驗架設如圖 4-10 所示，晶片置於一具溫度控制的真空探針台上進行，壓力則抽至  $10^{-4}$  Torr 以下，將可忽略氣體阻尼所造成之擠壓膜效應(squeeze film effect)，溫度則利用液態氮配合具 PID 控制之加熱平台控制，使用此設備於每個溫度設置點之溫度精度可達 $\pm 0.1^{\circ}\text{C}$ 。圖 4-11 為量測頻率響應之示意圖， $V_P$  與  $V_C$  分別為施加於結構與補償電極上之直流偏壓， $V_P$  與  $V_C$  間之電位差即為有效的補償電壓，並透過 T 型偏壓器將網路分析儀(network analyzer, Keysight E5080A)打出之 RF(Radio frequency)訊號與直流偏壓耦合，以量測頻率響應。

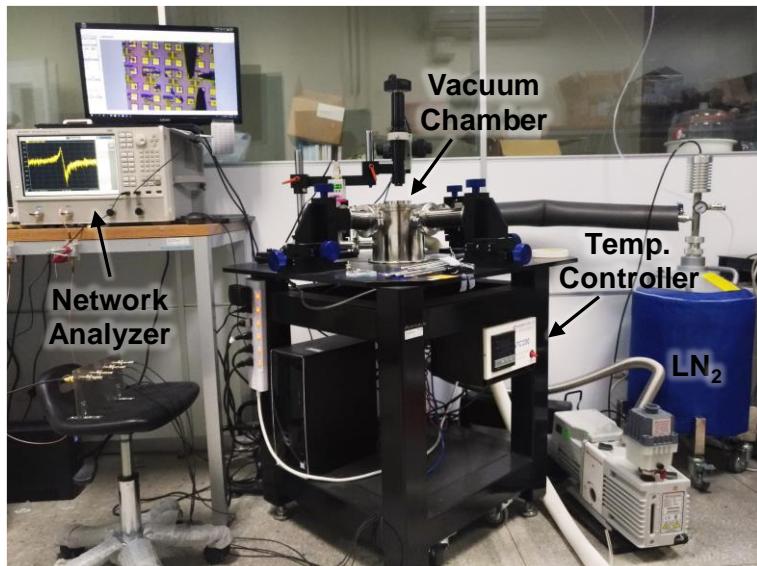


圖 4-10 實際用於量測不同溫度之共振頻率的設備照片。

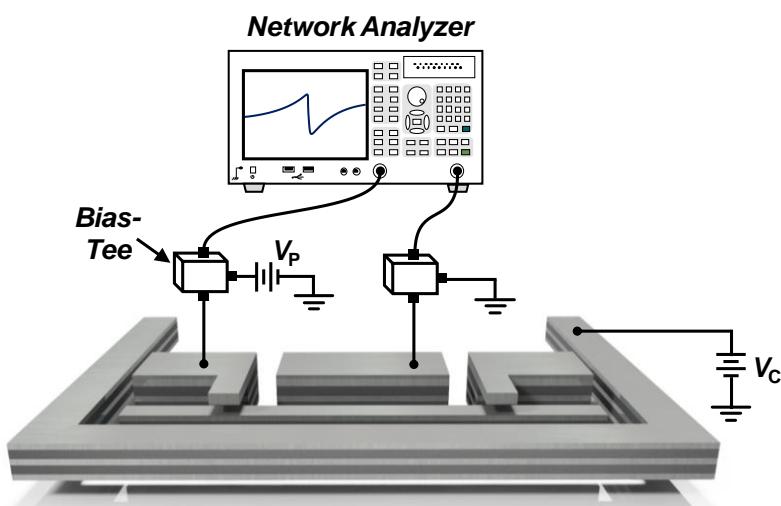


圖 4-11 量測頻率響應之偏壓配置。

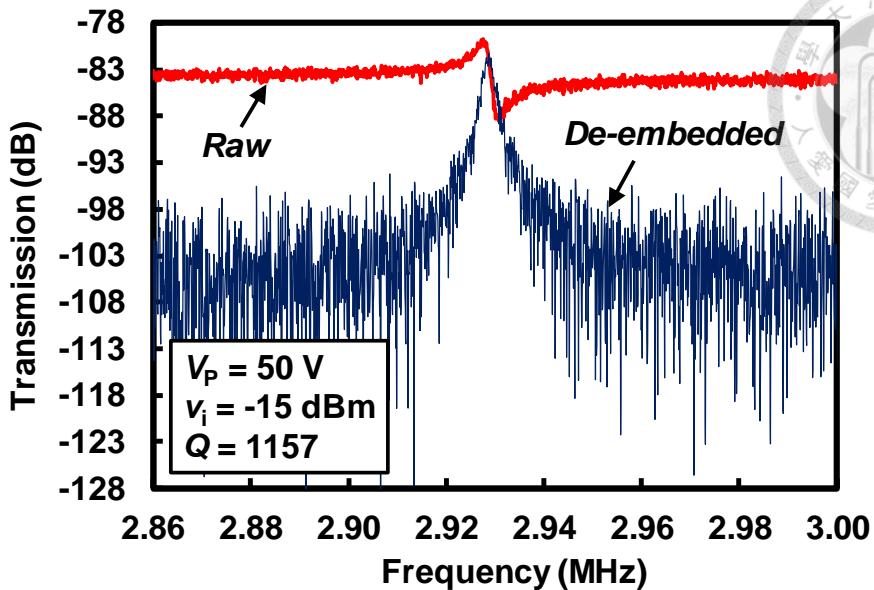


圖 4-12 由圖 4-11 偏壓配置下量測到的頻率響應。

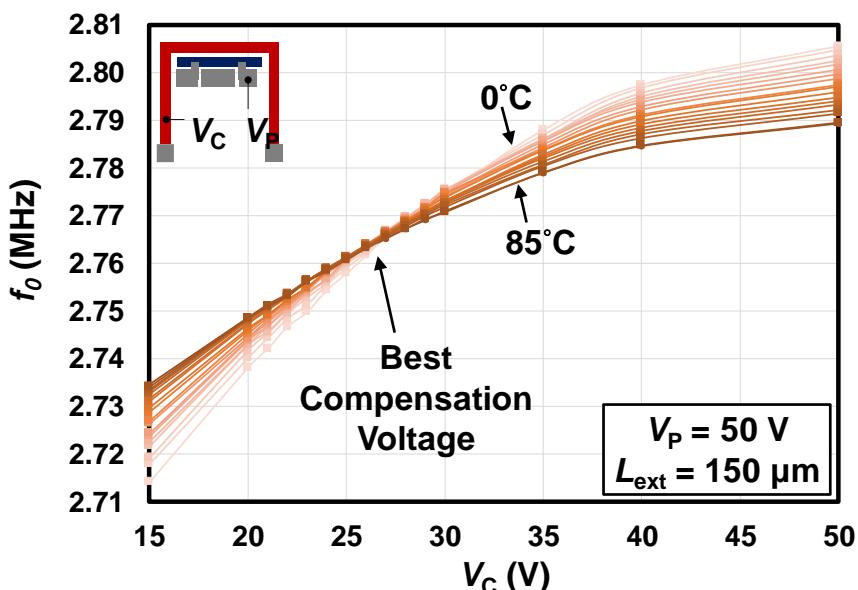


圖 4-13 在不同補償電壓以及溫度下量到的頻率偏差。

### 4-3-2 頻率補償量測結果

圖 4-12 為使用上述設備量測到之原始資料(Raw)以及經過去嵌入化<sup>1</sup>後(De-embedded)之頻率響應，此時之使用之直流偏壓配置為  $V_C = V_P = 50 \text{ V}$ (*cf.* 圖 4-11)，

<sup>1</sup> 去嵌入化的目的為去除 3-3 所提到之饋通電容之影響，將能得到單純共振器之響應，並計算共振器之  $Q$  值。

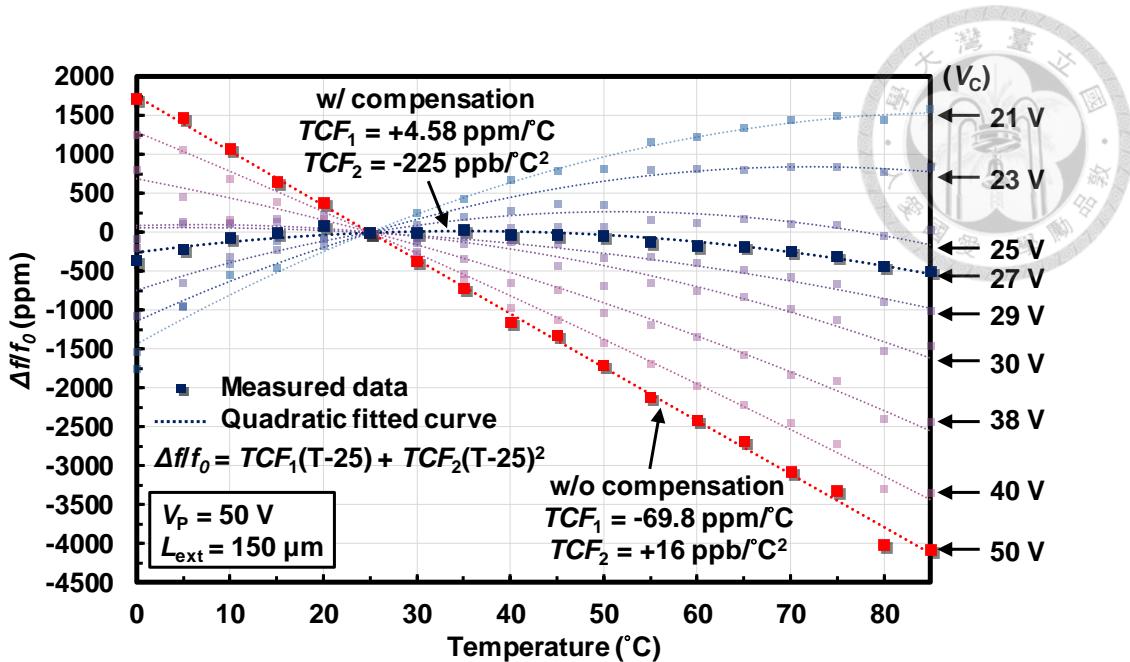


圖 4-14 頻率補償結果。

在室溫時其  $Q$  值表現約為 1157。圖 4-13 為在不同補償電壓以及溫度(0°C 至 85°C)下之頻率偏差，圖中的每一等溫度線皆為在加熱平台達到溫度設定點後 30 分鐘之三次量測平均結果。

圖 4-13 可以清楚看到整體的頻率偏差為一與補償電壓以及溫度相關之函數，透過調整補償電壓，可以得到一個最佳補償、對溫度最不敏感之共振器，這個電壓即為圖中各條溫度線的交會點( $V_C = 26$  V)，將圖 4-13 之橫軸置換成溫度後，圖 4-14 顯現了最終的補償結果，於此研究中，頻率偏差曲線在補償電壓為 26 V 時最為水平，此時共振器之  $TCF_1$  為 +4.58 ppm、整體頻率飄移(頻率最高減最低)為 589 ppm，對比未經補償共振器( $V_C = 50$  V)之頻率飄移——其  $TCF_1$  高達 70 ppm，有了 15 倍之改善。

### 4-3-3 頻率補償量測結果討論



#### 與解析解模擬結果比較

圖 4-15 為此次量測結果以及使用第三章之理論模型所得之頻率偏差比較，可以觀察到理論模型與實驗結果間存在很大的誤差，此誤差來源可分為三個。

##### (1) 實際補償間隙寬度

在下線設計時，補償電極與共振器之間隙寬度( $d_2$ )原始設計為  $0.5 \mu\text{m}$ ，但在結構釋放後，由於 U 型補償電極從錨定處延伸出來的懸臂樑長度( $L_{\text{ext}}$ )很長，將會因受到殘留應力影響而伸長或縮短，故  $d_2$  不會是原始設計之寬度，由圖 4-16(a)之 SEM 照片可觀察到在室溫時實際之  $d_2$  並非原先設計的  $0.5\mu\text{m}$ 。針對不同  $L_{\text{ext}}$  之 U 型補償電極上的三個地方進行間隙寬度量測(*cf.* 圖 4-16(b))，平均後可以得到不同  $L_{\text{ext}}$  長度在室溫( $20^\circ\text{C}$ )下的關係如圖 4-16(c)；針對越長的  $L_{\text{ext}}$ ， $d_2$  將會越小，此現象顯示結構經釋放後是縮短的，並隱含一件事實——結構在未變形時之溫度將大於室溫  $20^\circ\text{C}$ 。若將數據以線性回歸可推得當  $L_{\text{ext}} =$

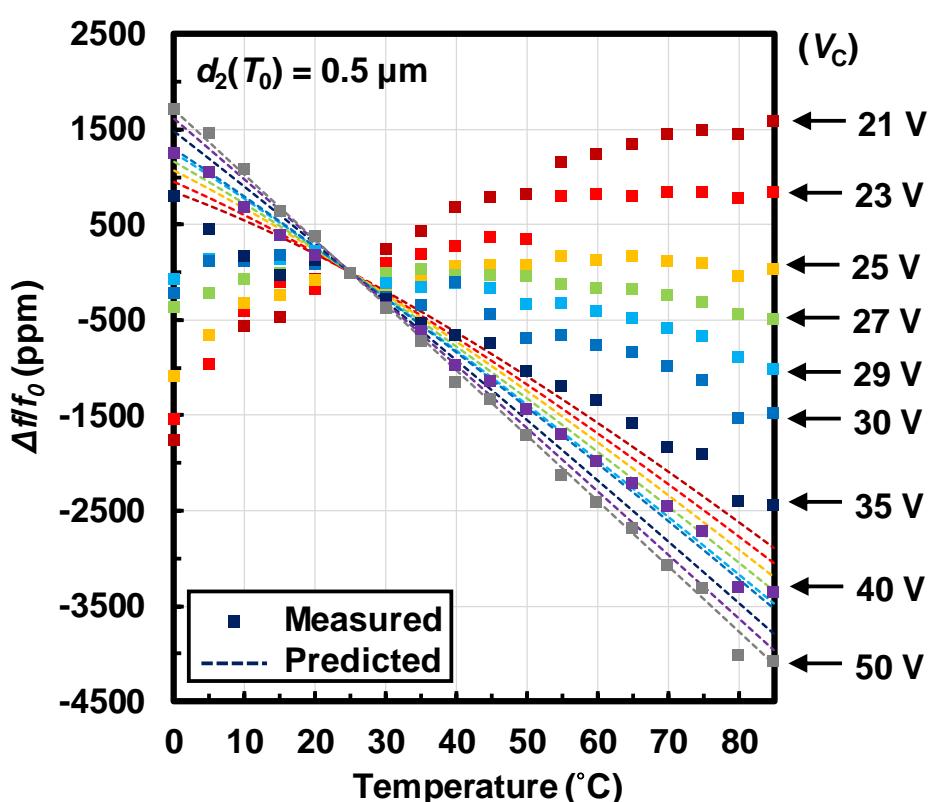


圖 4-15 使用 3-2 之理論模型所得之頻率偏差與實驗值比較。

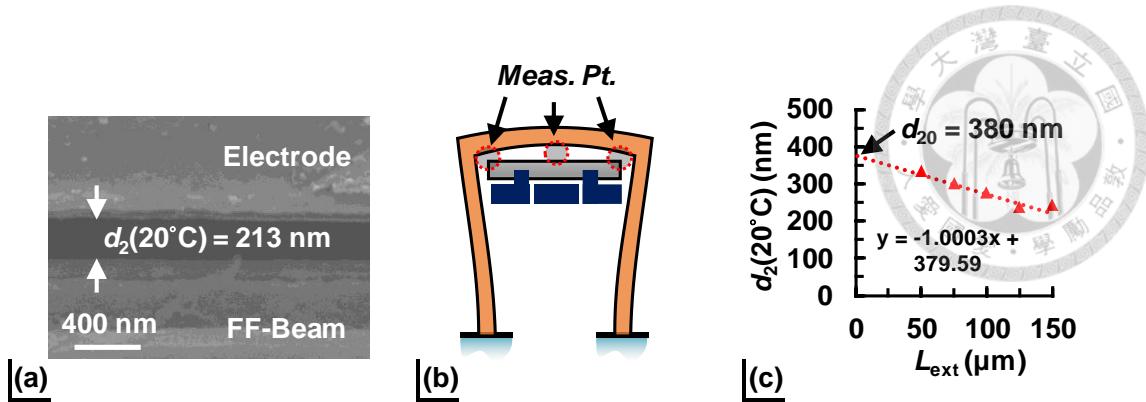


圖 4-16 (a) 在室溫時實際的補償間隙之 SEM 照片 (b) 針對間隙上三個點  $d_2$  平均後可得(c) 不同  $L_{\text{ext}}$  之室溫補償間隙。

0 時，在  $20^\circ\text{C}$  之  $d_2$  為  $0.38\mu\text{m}$ ，稱之  $d_{20}$  (在此假設  $L_{\text{ext}}=0$  時電極變形象很小， $d_2$  不為溫度之函數，即在任何溫度下  $d_2$  為定值)。

## (2) 補償電極之 z 方向位移

由於補償電極為 CMOS 金屬層的堆疊，在設計初期考量了若將結構之金屬從由 METAL1 堆疊至 METAL4，結構在釋放後容易因設計上的不對稱 (METAL1-METAL4 之厚度分別為  $0.665$ 、 $0.64$ 、 $0.64$ 、 $0.925\ \mu\text{m}$ )，而造成翹曲，故在設計時便以較對稱之 METAL1-METAL3 堆疊為之。但由於與鋁金屬相容的氫氟酸蝕刻液之選擇比實際仍是有限的，在蝕刻過程金屬層的鋁仍有部分會被蝕刻掉，並以上層之金屬(METAL3)最為嚴重(因其最早接觸到蝕刻液，且接觸面積最大)，故 METAL3 將會比原本的薄。

為了簡化推導 z 方向位移之數學模型，這裡假設 z 方向位移之貢獻全部來自於補償電極臂( $L_{\text{ext}}$  段上)，先不考慮補償電極( $L_{\text{exp}}$ )本身自己的曲率所造成的 z 方向位移，意即假設補償電極本身以簡支樑(simply supported beam)的形式搭於補償電極臂上。為了推得由於堆疊層不對稱而在補償電極臂上所產生曲率，這裡引入 [46]彈性多層結構之分析。

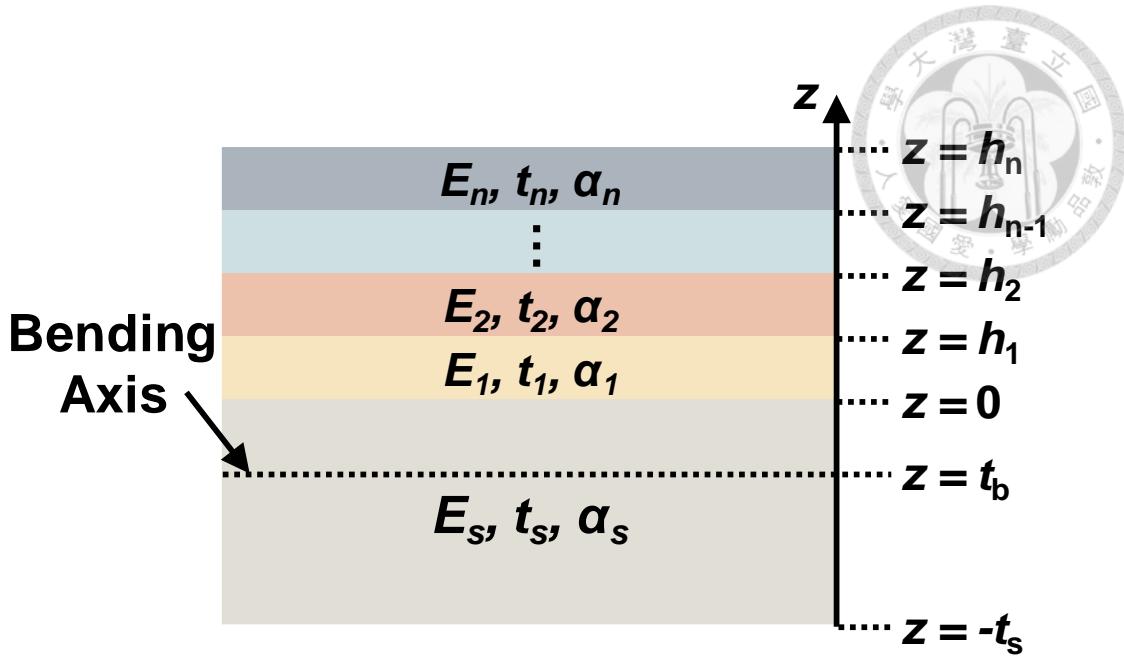


圖 4-17 分析補償電極出平面位移用的坐標系定義。

圖 4-17 為坐標系之定義，其中， $n$  層厚度分別為  $t_i$  之薄膜材料依序接合於基板上，此多層結構之曲率可表示為

$$\frac{1}{R} = \frac{3[E_s(c - \alpha_s \Delta T)]t_s^2 - \sum_{i=1}^n E_i t_i (c - \alpha_i \Delta T)(2h_{i-1} + t_i)}{E_s t_s^2(2t_s + 3t_b) + \sum_{i=1}^n E_i t_i [6h_{i-1}^2 + 6h_{i-1} t_i + 2t_i^2 - 3t_b(2h_{i-1} + t_i)]} \quad (4.20)$$

其中， $E$  為楊氏係數、 $\alpha$  為熱膨脹係數、 $\Delta T$  為溫度變化量，而各物理量右下角之小標  $s$  表示基板； $i$  表示材料依序接合於基板之層數，而  $h_i$  與  $t_i$  之關係為  $h_i = \sum_{j=1}^i t_j$  ( $i = 1$  to  $n$ )， $c$  為勻佈應變量(uniform strain component)、 $t_b$  為整個結構的彎曲軸(bending axis)，分別表示如

$$c = \frac{(E_s t_s \alpha_s + \sum_{i=1}^n E_i t_i \alpha_i) \Delta T}{E_s t_s + \sum_{i=1}^n E_i t_i} \quad (4.21)$$

以及

$$t_b = \frac{-E_s t_s^2 + \sum_{i=1}^n E_i t_i (2h_{i-1} + t_i)}{2(E_s t_s + \sum_{i=1}^n E_i t_i)} \quad (4.22)$$

值得注意的是，式(4.20)為精確解(exact solution)，並未針對基板厚度遠大於薄膜而有任何近似，是故不失一般性地，於本研究中的情況中，METAL1 層可以直接對應於上述推導中的基板層(*cf.* 圖 4-18(a))。在直接適用式(4.20)前，

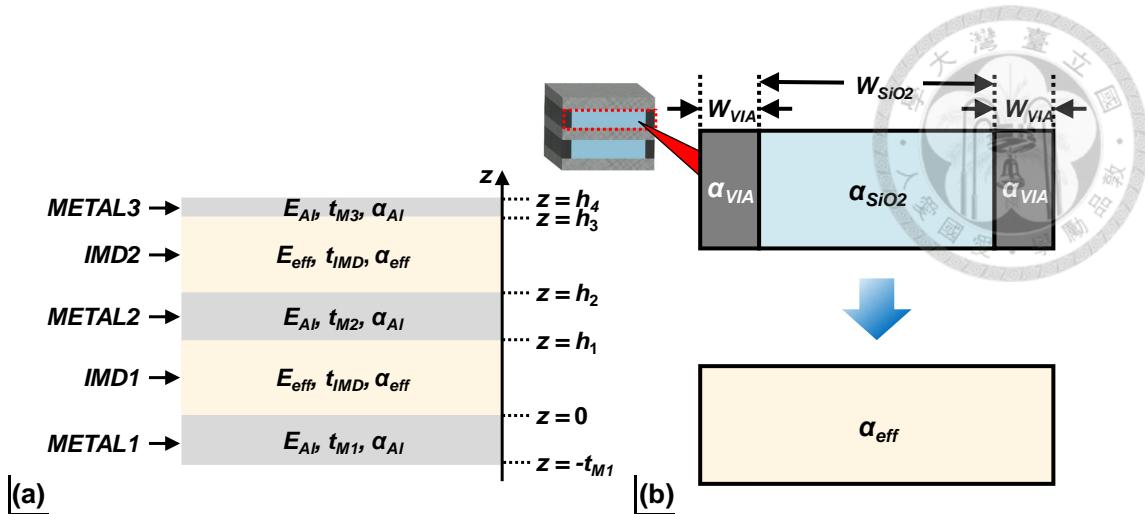


圖 4-18 (a) 將 CMOS 金屬層參數代入圖 4-17 坐標系定義以及(b) 等效材料參數計算示意圖。

需先知道於任兩層金屬層間的 *IMD/VIA* 複合層等效的熱膨脹係數，也就是式(4.20)中的 $\alpha_1$ 與 $\alpha_3$ 。複合層等效的熱膨脹係數經由文獻 [47]針對對稱三夾層的分析可得出(*cf.* 圖 4-18(b))

$$\alpha_{eff} = \frac{\alpha_{SiO2} + 2\alpha_{VIA} \frac{W_{VIA} M_{VIA}}{W_{SiO2} M_{SiO2}}}{1 + 2 \frac{W_{VIA} M_{VIA}}{W_{SiO2} M_{SiO2}}} \quad (4.23)$$

其中， $M_{VIA}$  以及  $M_{SiO2}$  分別為 *VIA* 與氧化層材料的雙軸向彈性模數(biaxial modulus of elasticity)，表示為

$$\begin{aligned} M_{VIA} &= E_{VIA}/(1 - \nu_{VIA}) \\ M_{SiO2} &= E_{ox}/(1 - \nu_{SiO2}) \end{aligned} \quad (4.24)$$



其中， $\nu$ 為材料的蒲松比(Poisson's ratio)。有了式(4.20)與式(4.23)即可以配合圖4-19 中的幾何建構關係解出  $z$  方向的位移，曲率  $\frac{1}{R}$  與  $z$  方向位移  $\delta$  間的關係可近似成如下的式子

$$\frac{1}{R} = \frac{2\sin\theta}{\sqrt{L_{ext}^2 + \delta^2}} = \frac{2\sin[\tan^{-1}(\delta/L_{ext})]}{\sqrt{L_{ext}^2 + \delta^2}} \quad (4.25)$$

經由表 3-3 的參數所估計的  $z$  方向位移如圖 4-20 所示。

表 3-3 用於計算補償電極之材料係數表。

Parameters	Values	Unit
$E_{Al}, E_{SiO_2}, E_{VIA}$	134 <sup>a</sup> , 72 <sup>a</sup> , 411	GPa
$\nu_{VIA}, \nu_{SiO_2}$	0.28, 0.17	-
$\alpha_{Al}, \alpha_{SiO_2}, \alpha_{VIA}$	17 <sup>a</sup> , 2.6 <sup>a</sup> , 4.5	$\times 10^{-6}$
$t_{M1}, t_{M2}, t_{M3}, t_{IMD}$	0.665, 0.64, 0.45 <sup>b</sup> , 1	$\mu m$
$W_{VIA}, W_{SiO_2}$	0.5, 7	$\mu m$
$L_{ext}$	150	$\mu m$

<sup>a</sup>CMOS material properties are derived in [48]

<sup>b</sup>Estimated

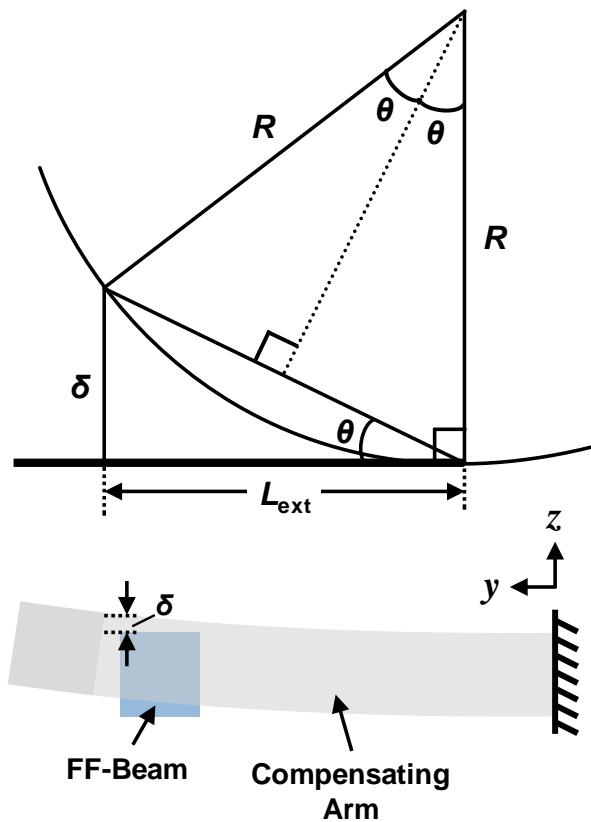


圖 4-19 補償電極翹曲與出平面位移之幾何建構關係。

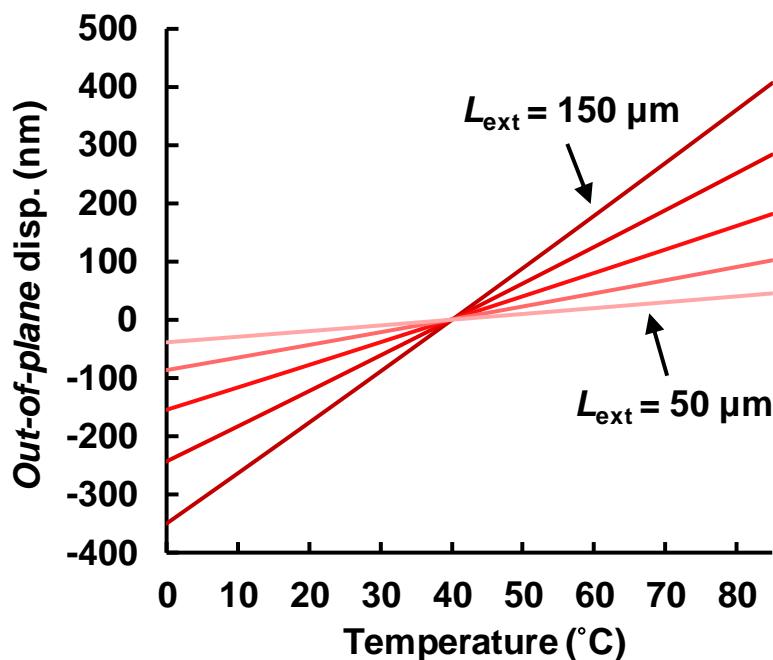


圖 4-20 在不同  $L_{ext}$  下估計的之出平面位移與溫度的關係。



### (3) 受到殘餘應力影響之零變形溫度點

由上述(1)事實我們可以得到一個結果——結構在未變形時之溫度將大於室溫  $20^{\circ}\text{C}$ ，代表在室溫時，補償電極是受到壓縮的，我們可以想像無論補償電極長度  $L_{\text{ext}}$  為何，將存在一個溫度點  $T_0$  使得結構完全不變形，即  $d_2(T_0) = d_{20}$ ， $T_0$  也就是結構未變形之溫度。由上述(2)可知，由於蝕刻後金屬結構之不對稱，在溫度不等於  $T_0$  時，因  $z$  方向亦有微小位移的緣故，導致補償電極之傳感面積將會縮減，將造成頻率偏差曲線形成海鷗狀曲線之效應(*cf.* 圖 4-21(a))。在離開  $T_0$  處之溫度(Region 1)，將因傳感面積縮減而造成電剛性下降，故造成靠近  $T_0$  附近之溫度點的共振頻率會暫時上升(*cf.* 圖 4-21(b))；而當溫度越高時，由於此時  $d_2$  已經很大，線性膨脹的  $d_2$  與隨三次方反比變小之電剛性相比，邊際效應縮小，故此區(Region 2)將由溫度所造成之機械剛性下降主導；而在低溫區(Region 3)，由於  $d_2$  很小，線性縮小的  $d_2$  與隨三次方反比變小之電剛性相比，邊際效應很大，故電剛性在此區增加劇烈，其效力大過於隨溫度線性減小之機械剛性上升，故在此區共振頻率也會減小。海鷗狀頻率偏差區線事

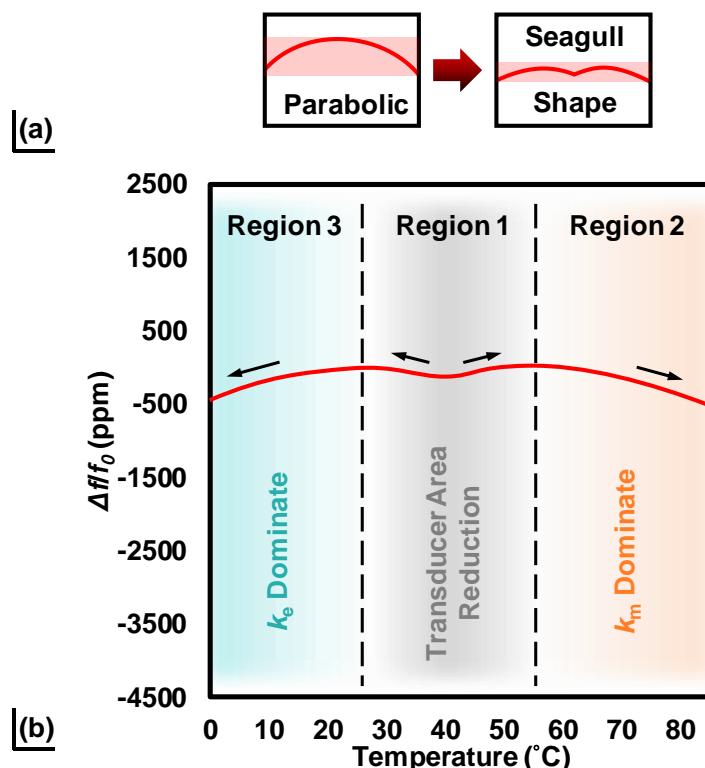


圖 4-21 受到殘餘應力影響使得頻率偏差曲線形成海鷗狀曲線之效應(a)示意圖以及(b) 其成因。

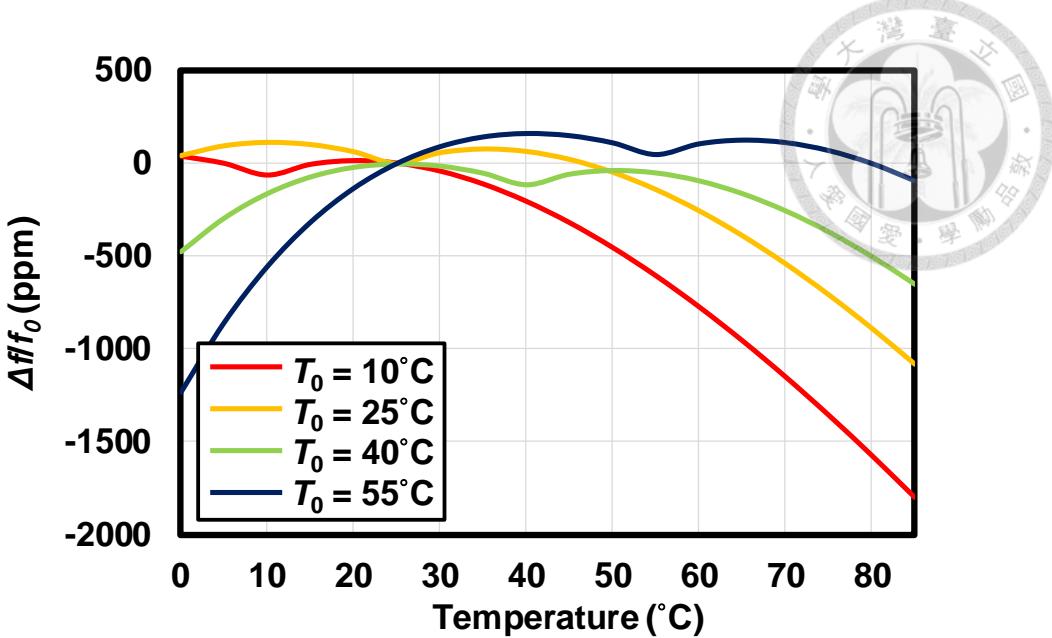


圖 4-22 模擬不同  $T_0$  時，海鷗狀頻率偏差區線之變化。

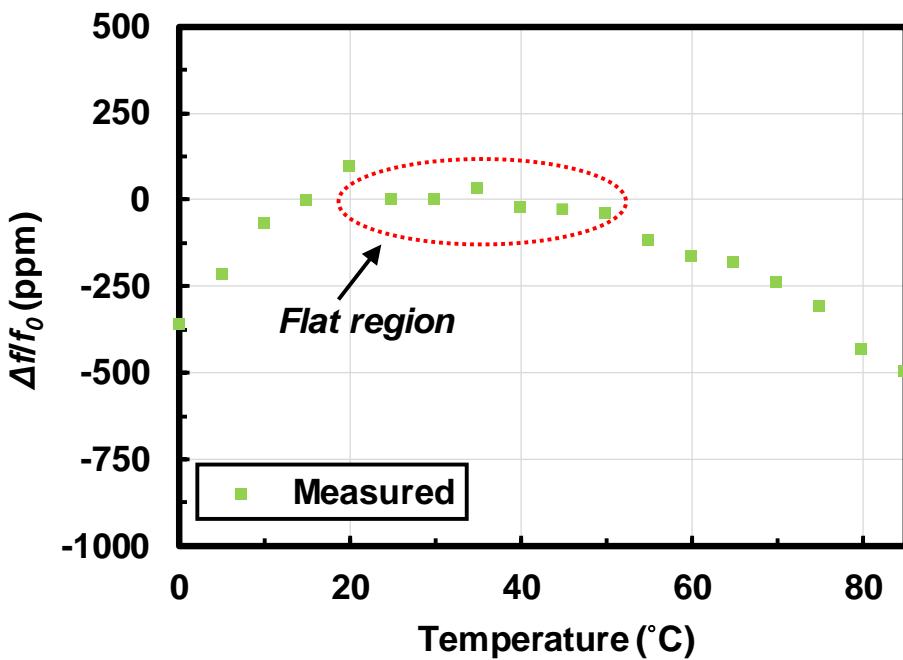


圖 4-23 由實驗結果可觀察到水平的溫度區。

實上，意外地增加了頻率的穩定度，使得在  $T_0$  附近之頻率偏差區線能夠接近水平，並延緩 Region 2、Region 3 將頻率往下拉的幅度。圖 4-22(b)模擬了當  $T_0$  變化時，海鷗狀頻率偏差區線會如何變化，由此便可判斷  $T_0$  的溫度大約為多少。由圖 4-23 之實驗結果，我們可以觀察到頻率偏差區線的確有段區間是特別水平的，驗證了 z 軸位移的存在。以實驗結果來看， $T_0$  在我們的情況中 (CMOS 製程決定) 約等於 40°C。

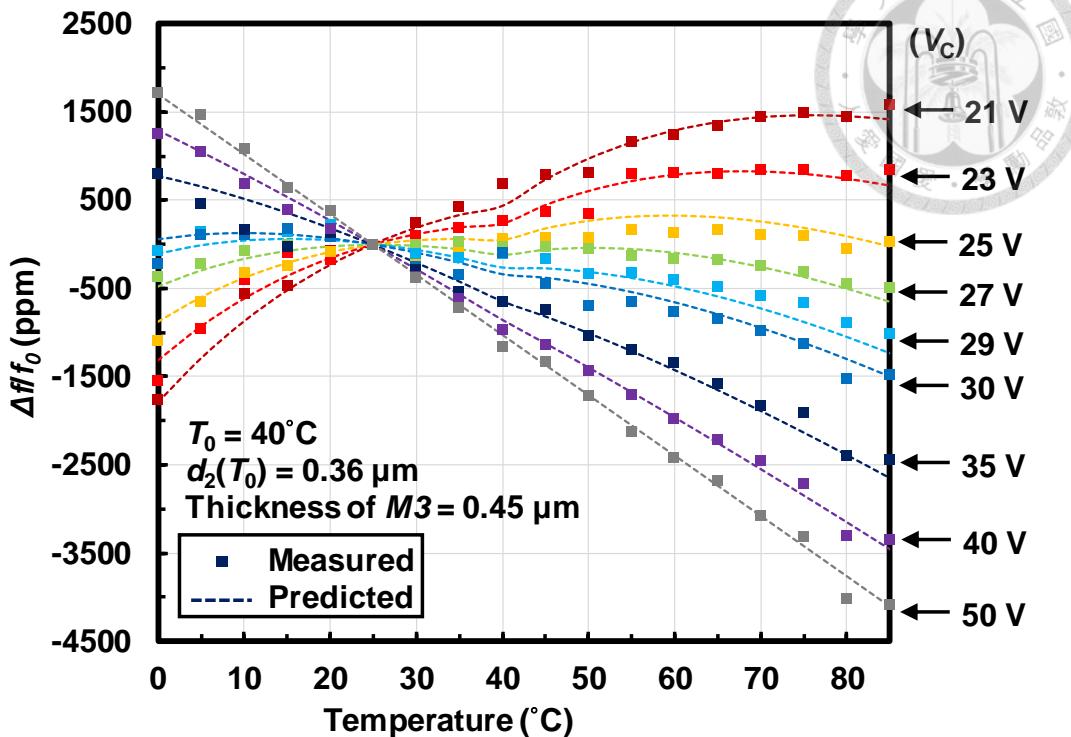
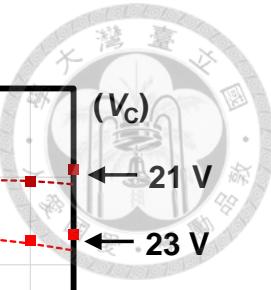


圖 4-24 修正後的頻率偏差曲線與實驗值對照。

考慮以上三種非理想的效應後，我們將  $T_0$  設為  $40^{\circ}\text{C}$ 、 $d_2(T_0)$  設為  $0.382 \mu\text{m}$ 、METAL3 的厚度設為  $0.45 \mu\text{m}$  後，修正後的模擬區線如圖 4-24 所示，將能夠更貼近事實地描述頻率補償結果。

### 最佳化補償電極設計

由上述量測結果可以發現，若要實現頻率補償作用，必須分別在結構上以及補償電極上給兩種不同的偏壓，此舉將會增加設計成本以及困難度。但由於本研究採用水平向移動的補償電極設計，其電極隨溫度變化移動的程度可以簡單地透過  $L_{\text{ext}}$  的長短來調整，若可以在單一操作電壓  $V_P$  下，設計出一個  $L_{\text{ext}}$  長度使  $V_P$  得剛好就是等效的補償電壓，此時我們便可直接將補償電極接地(即  $V_P - V_C = V_P$ )，此時便只需要一個直流偏壓，便可實現頻率補償作用。(cf. 圖 4-27)

圖 4-28(a)比較了在  $L_{\text{ext}}$  為  $150 \mu\text{m}$  且使用上述單一偏壓配置時，等效  $d_2$  隨溫度變化後對頻率偏差所造成的影響(實線)，以及為了達成完美補償頻率偏差所需之理想  $d_2$  變化(虛線)。我們可以觀察到在單一偏壓配置下， $L_{\text{ext}} = 150 \mu\text{m}$  會有明顯的熱變位過量，造成過度補償的效果。為了減少過度補償，我們可以將  $L_{\text{ext}}$  優化至  $75 \mu\text{m}$ ，此時的等效  $d_2$  溫度函數以及其頻率偏差結果將如圖 4-28(b)所示，較能完整補償之。

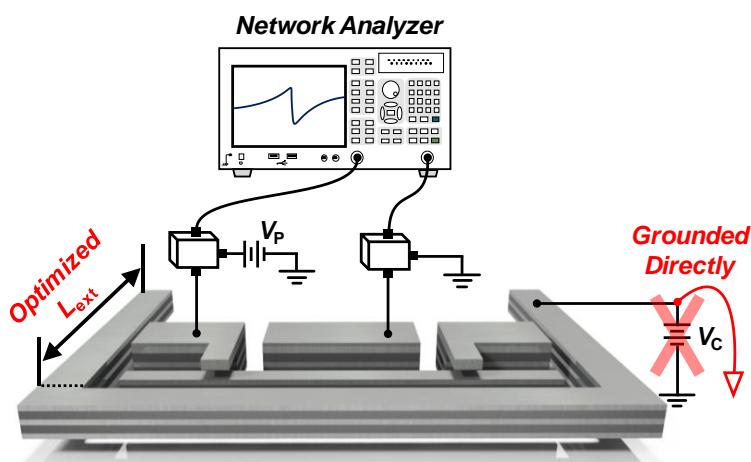


圖 4-25 在最佳化補償電極設計時使用單一偏壓配置示意圖。

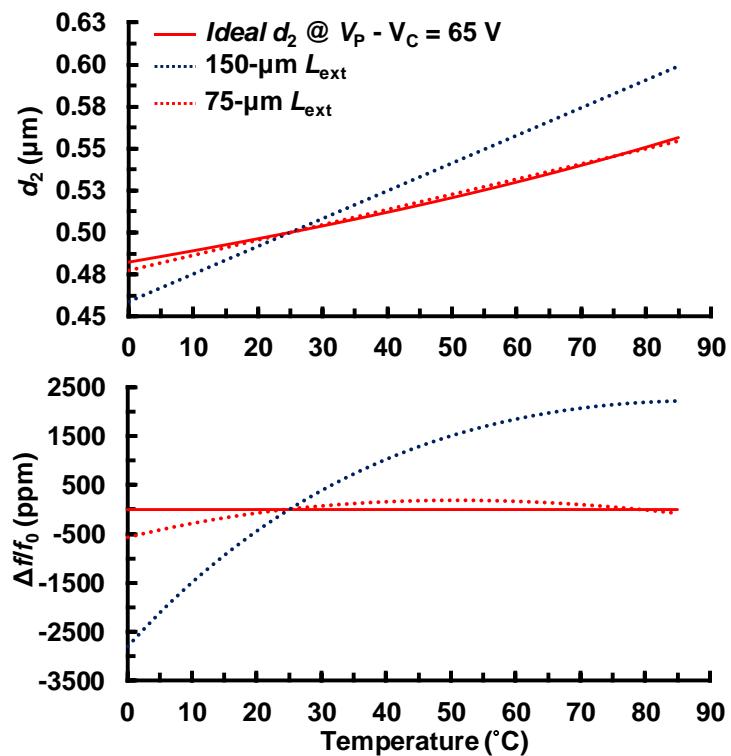


圖 4-26 在最佳化前後補償間隙與頻率偏差曲線示意圖。

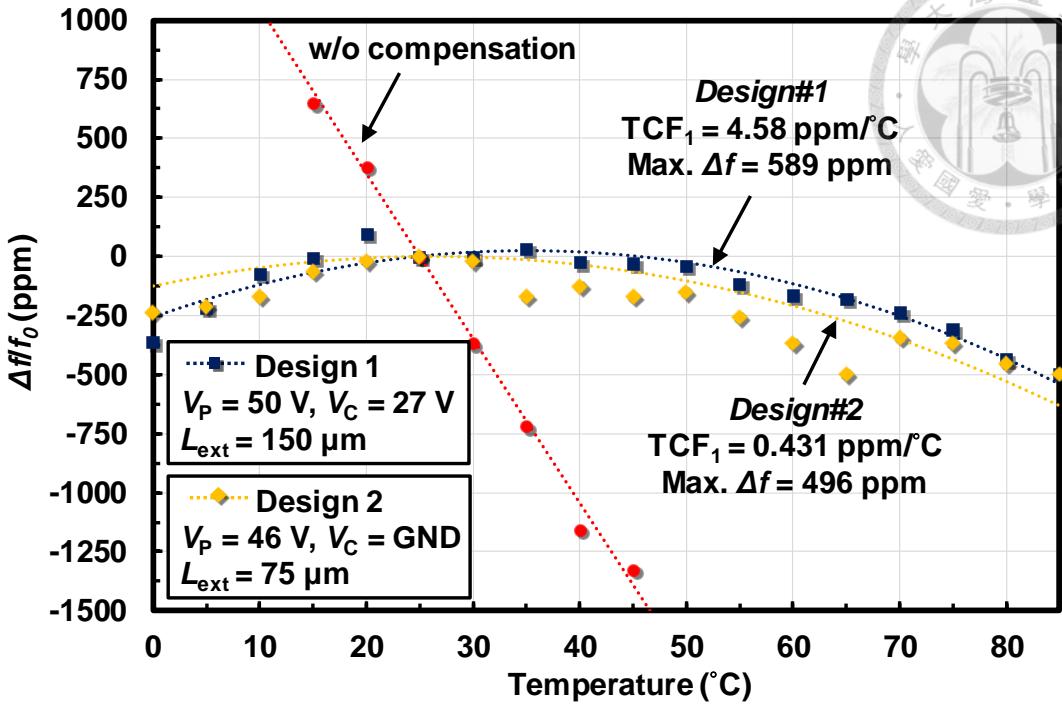


圖 4-29 最佳化補償電極與未補償之頻率偏差曲線比較圖。

我們亦演示了此種最佳化後的頻率補償結果，圖 4-29 整理了原本的兩偏壓量測( $L_{ext} = 150 \mu m$ )以及優化後單一偏壓之結果( $L_{ext} = 75 \mu m$ )並與位補償之共振器比較，可以看出其中  $75 \mu m$  的補償電極與單一偏壓方法亦能將頻率拉回接近水平，其中，共振器之  $TCF_1$  為+0.43ppm、 $TCF_2$  為-225ppm，整體頻率飄移為 589ppm，與未補償之共振器相比改善了 10 倍之多。

#### 4-4 小結

本章節成功在商用 CMOS 平台上演示了一個對溫度不敏感的兩端自由樑共振器，其中，此共振器之  $TCF_1$  由-70 ppm 下降為+0.43ppm、整體頻率飄移由 496 ppm 下降為 5800ppm，改善了近 12 倍之多。僅管量測結果與預期有所差異，透過調整補償電壓，仍可使溫度補償功能正常運作。圖 4-30 與表 4-1 比較了此研究之頻率補償成果、商用 AT 切角的石英與他人研究成果之表格，可以發現跟石英相比，我們的頻率偏差範圍仍是太大，不足以做為實際上之應用，原因來自非線性的電剛性增長與線性膨脹的補償電極增長不一致的關係，在溫度區間大時， $TCF_2$  的影響容易表現出來。當然，這是還有機會改善的，例如：可以使電極的傳感面在設計初期就並非平面，當膨脹後利用式(4.7)之等效補償間隙可達到非線性的效果；或者可以

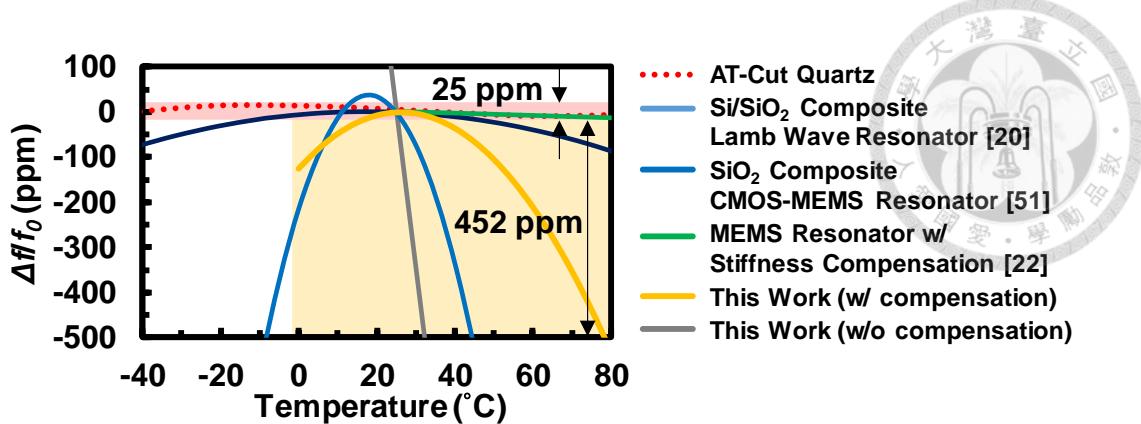


圖 4-30 本研究 TIR 與其他被動式補償共振器效能比較圖。

可以透過停止器(stopper)的安插，使電極在膨脹至某個溫度後受到停止器的影響，能夠繼續非線性的膨脹等。儘管本研究的結果跟表 4-1 的效能相比並不是最好的，但仍在 CMOS 頻率補償的領域中進了一大步。

表 4-1 溫度頻率補償共振器效能比較表。

	[22]	[49]	[50]	[51]	[19]	[20]	[21]	This Work
Mechanism	Temp.-dependent Electrical Stiffness	Constant Resistance Control	Micro Oven & PLL	Composite SiO <sub>2</sub> Structure	Composite SiO <sub>2</sub> Structure	Composite SiO <sub>2</sub> Structure	Degenerate Doping	Temp.-dependent Electrical Stiffness
Frequency [MHz]	9.91	5.13	1.19	711	26.3	8.03	109.7	2.92
TCF <sub>1</sub> [ppm/°C]	-0.24	-0.5	N/A	-0.31	+0.07	N/A	-3.53	+0.43
Max. $\Delta f/f_0$ from 0°C to 85°C	17.8	>20	$\approx 1$	100	140	3000	302.6	496
Power handling	N/A	>1 mW	125 mW	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
CMOS Compatibility	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✓

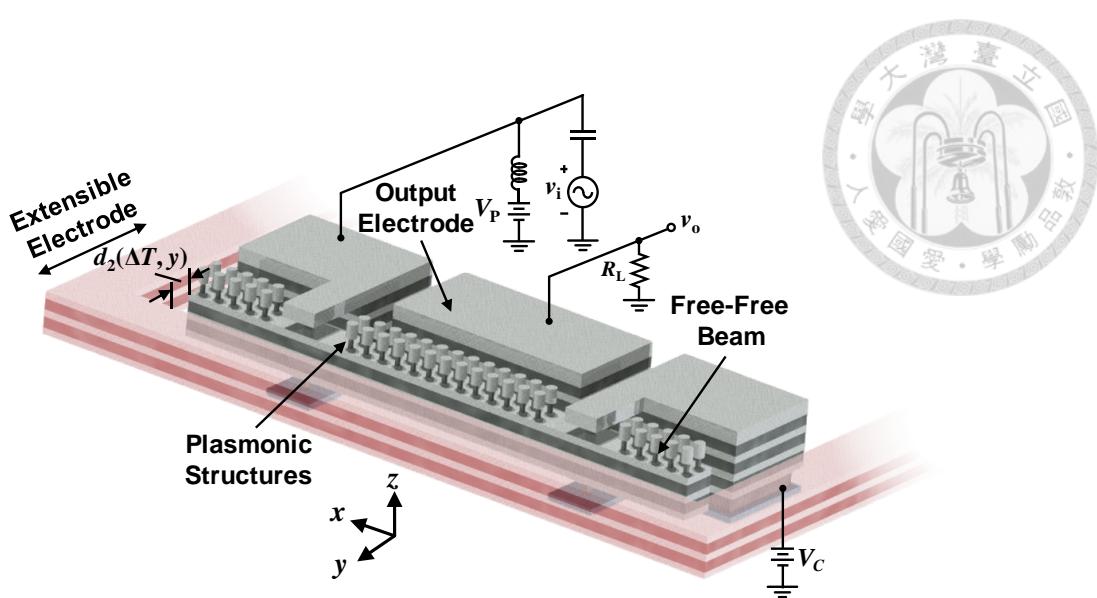


圖 4-31 作為具溫度補償技術的電漿增強式紅外線感測共振器平台示意圖。

此研究驗證了電剛性用於 CMOS 微機電製程上的可行性，可延續作為電漿增強式紅外線感測共振器的溫度補償技術。圖 4-31 為溫度補償共振器加上 LSPR 吸收層示意圖，可利用 *METAL4* 層作為結構材料，使其產生小節 2-2-2 所述的 Design A 表面共振電漿共振結構，LSPR 吸收層主要在結構邊緣及結構中間。

## 第五章 結論與未來展望



### 5-1 設計改良與未來展望

#### 5-1-1 共振器本體改良

由小節 2-3 實驗結果可以發現，此次 LSPR-R 無法用來驗證 CMOS 平台所製作之 LSPR 結構之原因為有二，其一為兩端固定梁兩端之熱阻太小，導致 LSPR 結構產生之熱量不易保存於共振器上。系統除了本身兩端固定樑的熱容項外，更包含了樑以外的熱容項(例如：氧化層、矽基板)，使得整體無法在短時間內達到熱平衡。設計失誤其二為，當共振器之固定端直接固定於氧化層(基板)上，由於兩端固定樑的共振頻亦會受到軸向應力的影響，當樑的外部也跟著升溫時，會無法區分頻率之飄移是來自軸向應力抑或是溫度造成的材料軟化，再者，不同 LSPR-R 之吸收面積並不相同，並不能客觀的比較之間的差異。綜合上述條件影響，故無法比較不同波長的響應。

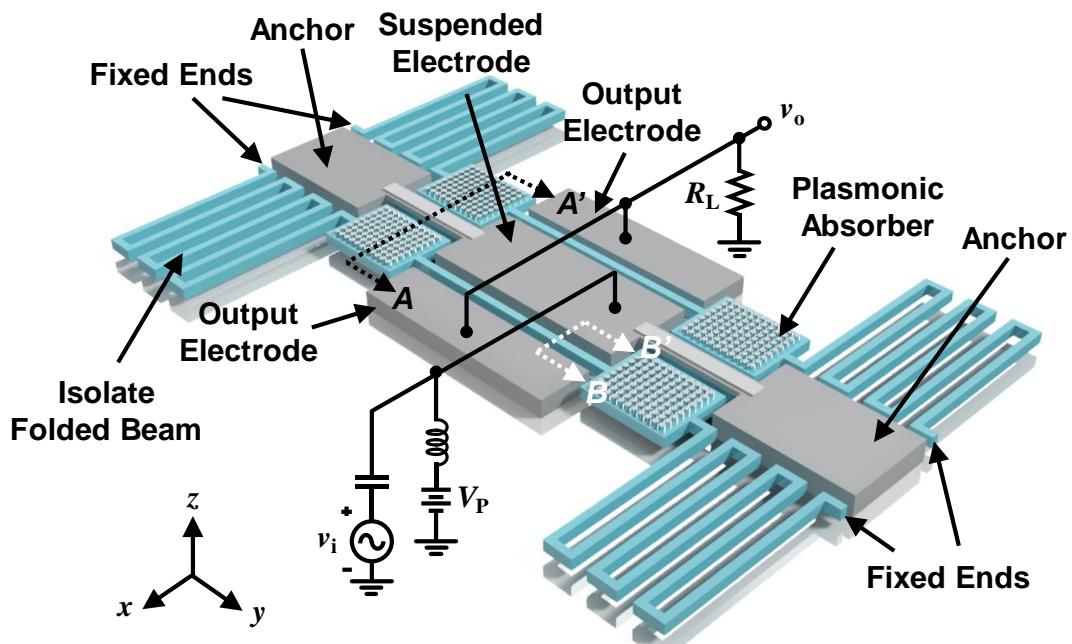


圖 5-1 改良局域化表面電漿共振器設計示意圖。

故由上述經驗我們得知，此種以吸收熱量多寡作為物理量的共振器所需具備條件為：(1) 热阻必須要大、(2) 吸收熱量所造成之頻率變化不能有太多原因以及(3) 若需比較不同的 LSPR 吸收層，則吸收面積要相同。為了解決上述兩點缺陷，本研究借鑒研究 [52]的共振器設計，而提出新的共振器設計以改善熱阻小以及容易受熱應力影響的缺點。新的共振器設計如圖 5-1 所示，將原本的兩端固定樑共振器改為兩端固定音叉型共振器(Double-Ended Tuning Fork, DETF)，由於 DETF 主體固定於一懸浮的錨定，錨定並未與基板直接連結，是故降低了熱傳導的效果；而連接錨定的折疊樑(Folded Beam)除了提高熱阻，使共振器不易「看」到氧化層與基板的熱容之功能外，其亦可以減緩 DETF 主體釋放後或溫度改變時的熱應力，使達到近乎無應力(stress free)的狀態。

圖 5-2 為 DETF 操作之模態，為了操作 DETF 於此模態，AC 訊號  $v_i$  加於中間的驅動電極(Driving Electrode)，共振器主體加上直流偏壓  $V_p$ ，而左右各有一個接

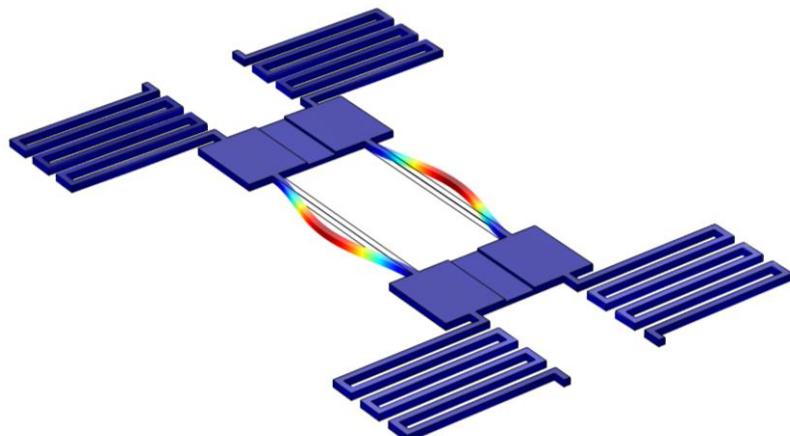


圖 5-2 DETF 之共振模態圖。

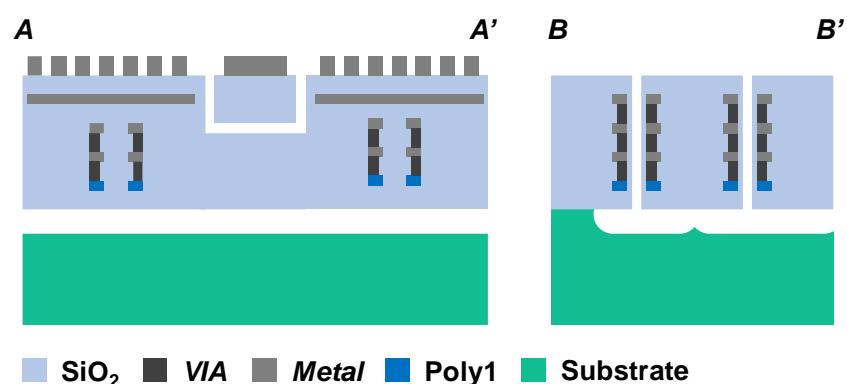


圖 5-3 DETF 於圖 5-1 中之截面圖。

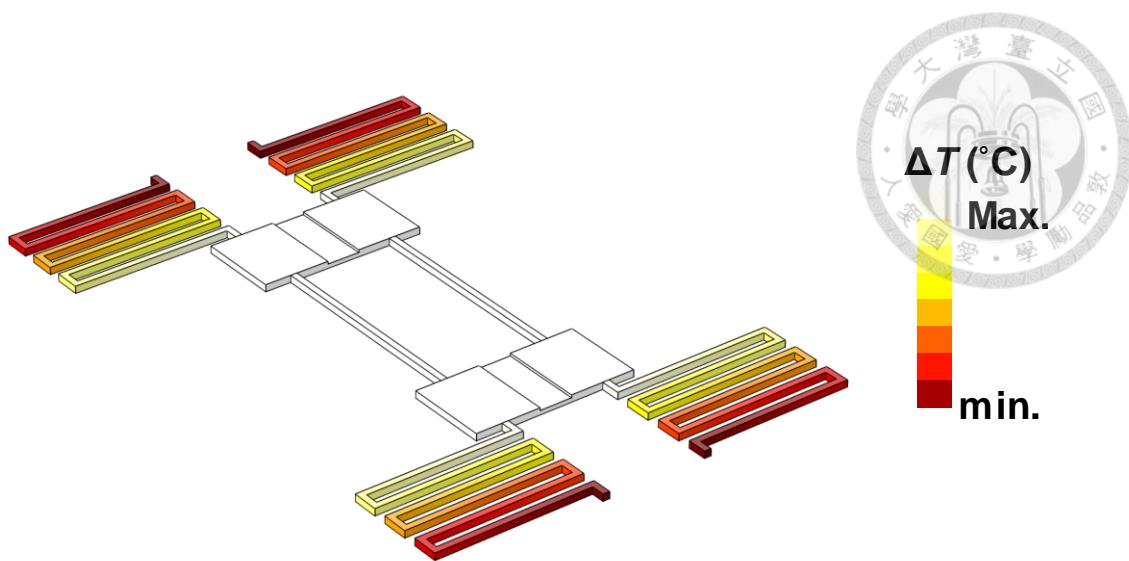


圖 5-4 使用 FEA 模擬之 DETF 溫度分布圖形。

收電極(Sensing Electrode)將共振訊號送出。圖 5-3 為其完成後製程後的截面圖，其中，使用金屬濕蝕刻定義出共振器本體，再利用  $\text{XeF}_2$  將矽基板掏空使結構懸浮。

圖 5-4 用 FEA 模擬了當 LSPR 吸收層鋪於懸浮的錨定處時，DETF 的溫度分布圖形，可以觀察到於共振器主體的溫度是相當均勻的，等效熱阻比起原本的兩端固定樑有了 75 倍的改善，顯示 DETF 的設計有潛力成為整合 LSPR 的非致冷式紅外線感測器的平台，倘若成功將可以進一步應用於氣體感測。

## 5-1-2 頻率讀取電路

除了開發上述 LSPR 吸收層技術外，為了能實現感測器集成化的目標，未來可以針對感測端讀取電路開發，以量測感測氣體時所造成的頻率飄移，產生電訊號輸出。

### 5-1-3 系統整合



為了實現能夠隨身攜帶的空氣品質感測器，最後還需要進行系統整合，包括共振器與後端類比電路整合成一子系統，以及將此子系統與紅外線光源、微處理器整合封裝成完整系統。圖 5-5 為共振器與類比電路透過 CMOS 製程平台整合於同一基材上，此單晶片整合之微機電元件與電路之間可因此作直接連接，減低了晶片面積/體積及成本，並減少寄生雜散電容效應，提高訊雜比及訊號頻寬。為提高靈敏

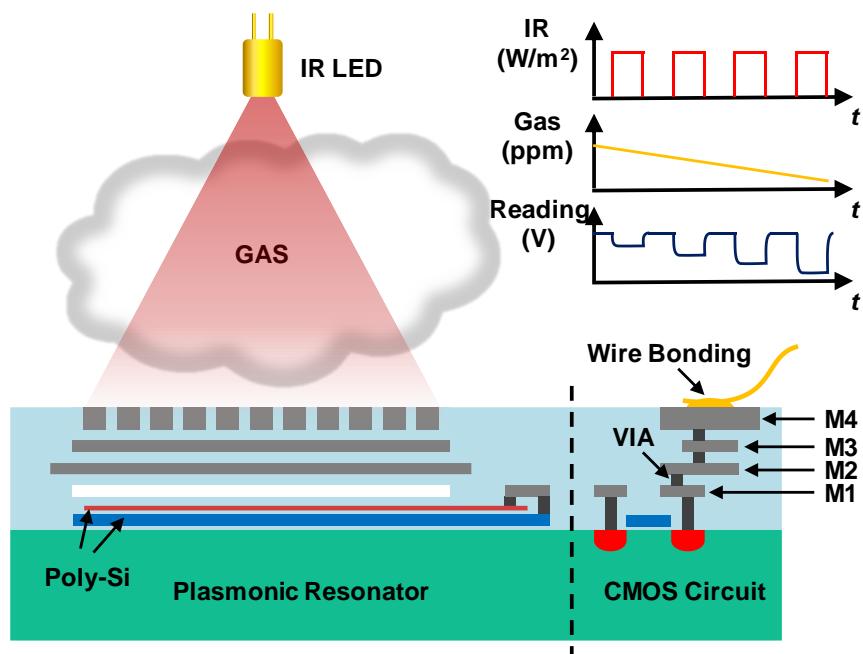


圖 5-5 共振器與電路同時整合在單一晶片上之示意圖。

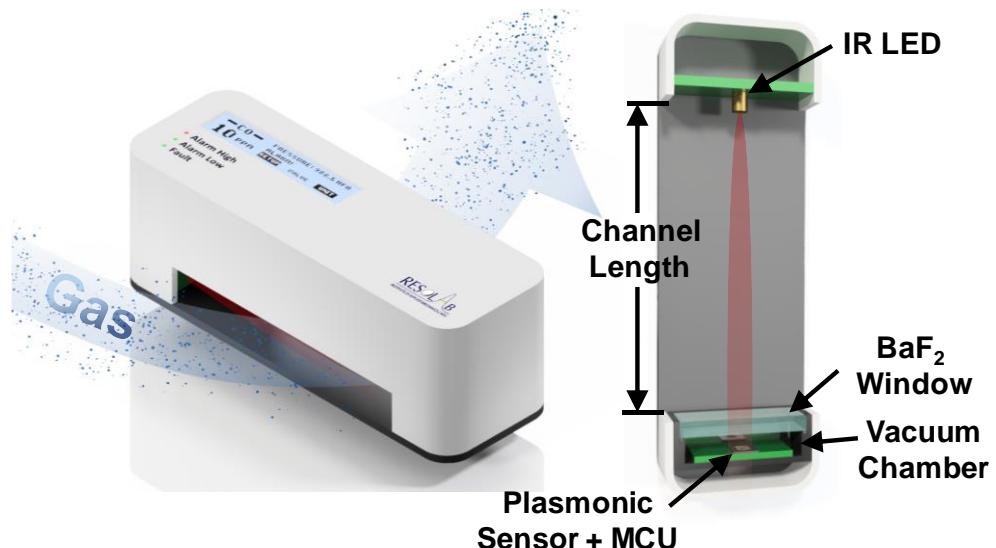


圖 5-6 整個系統之完整示意圖。

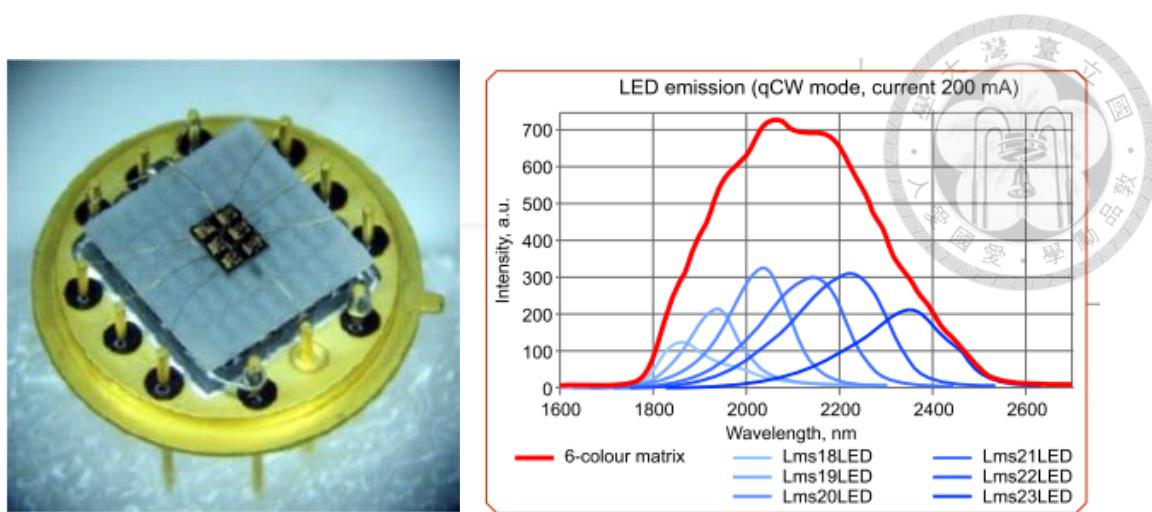


圖 5-7 使用多顆半導體式紅外光源封裝示意圖。

度同時保持低功耗，紅外光源採脈衝式提供光源，當紅外光經過氣體時，相較於低濃度，濃度高時氣體吸收率較高，共振器相對地接收到較低的加熱源，頻率變化較小。反之，氣體若為低濃度或無氣體存在時，共振器上的表面電漿結構吸收了大部份的紅外光源而變熱，造成共振頻率有較大的偏移。

整體系統封裝示意圖如圖 5-6 所示，包括紅外光源、(開放性)氣室、微機電共振器鎖相迴路晶片、微處理器等，將共振器共振頻率變化透過微處理器轉譯輸出氣體濃度。微機電共振器若操作在真空下，可具有較高的  $Q$  值，靈敏度亦會提升，是故感測端需製作一真空腔。然而，為了讓所設計的紅外線光範圍  $2.5 \mu\text{m}-10 \mu\text{m}$  能穿透進腔體，可以選擇選擇氟化鋇( $\text{BaF}_2$ )作為穿透窗材料。為降低功耗，將來可以使用發光二極體式紅外線光源，然而半導體式紅外線光源具有波長選擇性，若要達成多種類氣體感測功能，必須有多種波長的紅外光源。半導體技術的優點即為可微小化，可以在單一基材上產生不同波長的二極體，如圖 5-7 所示，六種不同波長的半導體紅外線光源可整合在單晶片上，是故可以運用半導體式紅外光源，達成多頻帶感測的目的。



## 5-2 結論

本研究首次利用商用 CMOS 製程平台設計並製作了 LSPR 吸收層結構，在 FTIR 的佐證之下，提供了有利的證據證明了：不同幾何尺寸的 MIM 結構，在波長響應上會有不同的表現。但是各個 MIM 結構量測到之波長響應與原始設計之相比，由於製程誤差，仍有  $Q$  值過低、波長飄離原本設計、非原始設計考慮到的偽模態產生，離真正設計出準確、單一吸收波長以及高吸收率的 LSPR 吸收層還有一大步要走。另一方面，驗證 LSPR 吸收層的兩端固定樑共振器結構因為設計失當，導致在實驗過程中訊號過小、頻率容易受環境因素影響，使得反應時間過長，並無法把波長選擇的現象表現出來。

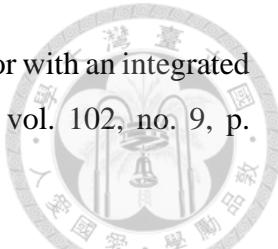
最後，利用商用的 CMOS 平台配合簡單的氧化層濕蝕刻製程所製作出的 TIR，可以達到快速製造、成本低廉、易於與後端電路整合、消除雜散電容，實現微型化並且不消耗能量即可達到頻率補償的效果。此共振器之  $TCF_1$  由 -69.8 ppm 下降為 +0.43 ppm、整體頻率飄移由 5800 ppm 下降為 496 ppm，改善了近 12 倍之多；並且配合數學模型，可以將需要兩個直流偏壓的配置降為只需要單一個直流偏壓，即可達到補償效果。本研究所完成的 TIR 原型將適合與另一種 LSPR 吸收層做整合，有潛力成為共振式 NDIR 感測器的平台。

## 參考文獻



- [1] "中華民國空氣品質監測報告年年報(107)," 行政院環境保護署, 2018. [Online]. Available: <https://www.epa.gov.tw/DisplayFile.aspx?FileID=9FDF33456FA1DB1F>. [Accessed 29 6 2019].
- [2] "PM2.5 現形記：1000 個小盒子完成不可能的任務," Taiwan Environmental Information Center, [Online]. Available: <http://e-info.org.tw/node/204036>. [Accessed 29 6 2019].
- [3] "Operating principle of catalytic-type gas sensor," FIGARO Engineering, Inc., 2018. [Online]. Available: <https://www.figaro.co.jp/en/technicalinfo/principle/catalytic-type.html>.
- [4] "The pros and cons of electrochemical sensors," 2011. [Online]. Available: <https://www.safetyandhealthmagazine.com/articles/the-pros-and-cons-of-electrochemical-sensors-2>.
- [5] "Principle of Operation for thermal conductivity analysis," Systech Instruments Ltd and Illinois Instruments, Inc., 2019. [Online]. Available: <https://www.systechillinois.com/en/support/technologies/thermal-conductivity-analyzers>.
- [6] A. Dey, "Semiconductor metal oxide gas sensors: A review," *Materials Science and Engineering: B*, vol. 229, pp. 206-217, 2018.
- [7] "Non-Dispersive Infrared (NDIR) Gas Detection," LumaSense Technologies, Inc., 2019. [Online]. Available: <https://www.lumasenseinc.com/EN/products/technology-overview/our-technologies/ndir/ndir.html>.
- [8] Y. Hui and M. Rinaldi, "Fast and high resolution thermal detector based on an

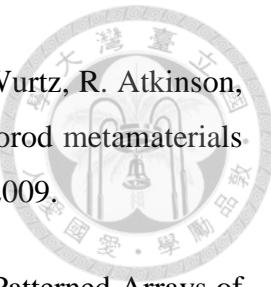
aluminum nitride piezoelectric microelectromechanical resonator with an integrated suspended heat absorbing element," *Applied Physics Letters*, vol. 102, no. 9, p. 093501, 2013.



- [9] A. D. Luca, S. Z. Ali, R. H. Hopper, S. Boual, J. W. Gardner and F. Udrea, "Filterless non-dispersive infra-red gas detection: A proof of concept," in *2017 IEEE 30th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, Las Vegas, NV, 2017.
- [10] Z. Qian, S. Kang, V. Rajaram and M. Rinaldi, "Narrowband MEMS resonant infrared detectors based on ultrathin perfect plasmonic absorbers," in *2016 IEEE SENSORS*, Orlando, FL, 2016.
- [11] S. H. Han, D. G. Jung and S. H. Kong, "An infrared detector based on SWNT film suspended on double cantilever," in *SENSORS, 2014 IEEE*, Valencia, 2014.
- [12] Y. Hui and M. Rinaldi, "High performance NEMS resonant infrared detector based on an aluminum nitride nano-plate resonator," in *2013 Transducers & Eurosensors XXVII: The 17th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS & EUROSENSORS XXVII)*, Barcelona, 2013.
- [13] Z. Qian, Y. Hui, F. Liu, S. Kai and M. Rinaldi, "1.27 GHz Graphene-Aluminum Nitride nano plate resonant infrared detector," in *2015 Transducers - 2015 18th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS)*, Anchorage, 2015.
- [14] T.-W. Shen, Y.-C. Lee, K.-C. Chang and W. Fang, "Responsivity enhancement of CMOS-MEMS thermoelectric infrared sensor by heat transduction absorber design," in *2018 IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, Belfast, 2018.
- [15] S. Ogawa, J. Komoda, K. Masuda, Y. Takagawa and M. Kimata, "Wavelength selective uncooled infrared sensor using triangular-lattice plasmonic absorbers," in *2013 International Conference on Optical MEMS and Nanophotonics (OMN)*, Kanazawa, 2013.

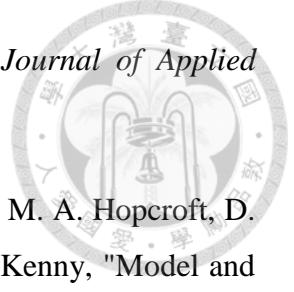


- [16] V. J. Gokhale, P. D. Myers and M. Rais-Zadeh, "Subwavelength plasmonic absorbers for spectrally selective resonant infrared detectors," in *SENSORS, 2014 IEEE*, Valencia, 2017.
- [17] Y. Hui, J. S. Gomez-Diaz, Z. Qian, A. Alù and M. Rinaldi, "Plasmonic piezoelectric nanomechanical resonator for spectrally selective infrared sensing," *Nature Communications*, vol. 7, p. 11249, 2016.
- [18] Z. Qian, S. Kang, V. Rajaram, C. Cassella, N. E. McGruer and M. Rinaldi, "Zero-power infrared digitizers based on plasmonically enhanced micromechanical photoswitches," *Nature Nanotechnology*, vol. 12, pp. 969-973, 2017.
- [19] R. Tabrizian, G. Casinovi and F. Ayazi, "Temperature-Stable Silicon Oxide (SilOx) Micromechanical Resonators," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 60, no. 8, pp. 2656-2663, 2013.
- [20] Y.-C. Liu, M.-H. Tsai, W.-C. Chen, M.-H. Li, S.-S. Li and F. Weileun, "Temperature-Compensated CMOS-MEMS Oxide Resonators," *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 22, no. 5, pp. 1054-1065, 2013.
- [21] A. K. Samarao and F. Ayazi, "Temperature Compensation of Silicon Resonators via Degenerate Doping," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 59, no. 1, pp. 87-93, Jan. 2012.
- [22] W.-T. Hsu and C. T.-C. Nguyen , "Stiffness-Compensated Temperature-Insensitive Micromechanical Resonators," in *IEEE 15th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS'02)*, Las Vegas, NV, USA, 2002.
- [23] S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, New York: Springer Science+Business Media LLC, 2007.
- [24] A. V. Kabashin and P. I. Nikitin, "Surface plasmon resonance interferometer for bio- and chemical-sensors," *Optics Communications*, vol. 150, no. 1-6, pp. 5-8, 1998.



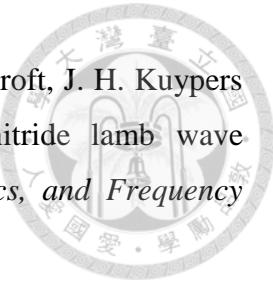
- [25] A. V. Kabashin, P. Evans, S. Pastkovsky, W. Hendren, G. A. Wurtz, R. Atkinson, R. Pollard, V. A. Podolskiy and A. V. Zayats, "Plasmonic nanorod metamaterials for biosensing," *Nature Materials*, vol. 8, no. 11, pp. 867-871, 2009.
- [26] S. Kim, J.-M. Jung, D.-G. Choi, H.-T. Jung and S.-M. Yang, "Patterned Arrays of Au Rings for Localized Surface Plasmon Resonance," *Langmuir*, vol. 22, no. 17, pp. 7109-7112, 2006.
- [27] J. Hendrickson, J. Guo, B. Zhang, W. Buchwald and R. Soref, "Wideband perfect light absorber at midwave infrared using multiplexed metal structures," *Optics Letters*, vol. 37, no. 3, p. 371, 2012.
- [28] S. Wang, X. Sun, M. Ding, G. Peng, Y. Qi, Y. Wang and J. Ren, "The investigation of an LSPR refractive index sensor based on periodic gold nanorings array," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 51, no. 4, p. 045101, 2018.
- [29] J. Hao, J. Wang, X. Liu, W. J. Padilla, L. Zhou and M. Qiu, "High performance optical absorber based on a plasmonic metamaterial," *Applied Physics Letters*, vol. 95, no. 25, p. 251104, 2010.
- [30] M.-H. Li, C.-Y. Chen, C.-S. Li, C.-H. Chin 且 S.-S. Li, "Enhanced temperature sensitivity of a single CMOS-MEMS resonator via resonant modes in orthogonal axes," 於 *2013 Joint European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC)*, Prague, 2013.
- [31] W.-C. Chen, M.-H. Li, Y.-C. Liu, W. Fang and S.-S. Li, "A Fully Differential CMOS-MEMS DETF Oxide Resonator With  $Q > 4800$  and Positive TCF," *IEEE Electron Device Letters*, vol. 33, no. 5, pp. 721-723, 2012.
- [32] S.-C. Lu, C.-P. Tsai and W.-C. Li, "A CMOS-MEMS CC-beam metal resoswitch for zero quiescent power receiver applications," in *2018 IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, Belfast, 2018.
- [33] C. C. Katsidis, A. O. Ajagunna and A. Georgakilas, "Optical characterization of free electron concentration in heteroepitaxial InN layers using Fourier transform

infrared spectroscopy and a  $2 \times 2$  transfer-matrix algebra," *Journal of Applied Physics*, vol. 113, p. 073502, 2013.

- 
- [34] G. Bahl, R. Melamud, B. Kim, S. A. Chandorkar, J. C. Salvia, M. A. Hopcroft, D. Elata, R. G. Hennessy, R. N. Candler, R. T. Howe and T. W. Kenny, "Model and Observations of Dielectric Charge in Thermally Oxidized Silicon Resonators," *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 162-174, Feb. 2010.
  - [35] C.-S. Li, M.-H. Li, C.-C. Chen, C.-H. Chin and S.-S. Li, "A Low-Voltage CMOS-Microelectromechanical Systems Thermal-Piezoresistive Resonator With  $Q > 10000$ ," *IEEE Electron Device Letters*, vol. 36, no. 2, pp. 192-194, 2015.
  - [36] G. Pillai, A. A. Zope and S.-S. Li, "A novel transducer design to enable high-performance piezoelectric MEMS resonators and oscillators," in *2018 IEEE Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, Belfast, 2018.
  - [37] S.-S. Li, "CMOS-MEMS resonators and their applications," in *2013 Joint European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC)*, Prague, 2013.
  - [38] F. D. Bannon, J. R. Clark and C. T.-C. Nguyen, "High-Q HF Microelectromechanical Filters," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 35, no. 4, pp. 512-526, 2000.
  - [39] W.-C. Chen, W. Fang and S.-S. Li, "A generalized CMOS-MEMS platform for micromechanical resonators monolithically integrated with circuits," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 21, no. 6, May 2011.
  - [40] M. Akgul, L. Wu, Z. Ren and C. T.-C. Nguyen, "A negative-capacitance equivalent circuit model for parallel-plate capacitive-gap-transduced micromechanical resonators," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 61, no. 5, pp. 849-869, 2014.
  - [41] W. Leissa and M. S. Qatu, *Vibration of continuous systems*, New York: McGraw-Hill, 2011, p. 107.



- [42] X.-G. Guo, Z.-F. Zhou, C. Sun, W.-H. Li and Q.-A. Huang, "A Simple Extraction Method of Young's Modulus for Multilayer Films in MEMS Applications," *Micromachines*, vol. 8, no. 7, p. 201, 2017.
- [43] J.-R. Liu and W.-C. Li, "A Temperature-Insensitive CMOS-MEMS Resonator Utilizing Electrical Stiffness Compensation," in *the 32nd IEEE Int. Conf. on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS'19)*, Seoul, South Korea, 2019.
- [44] A. C. Ugural and S. K. Fenster, Advanced Mechanics of Materials and Applied Elasticity, 5th ed., Pearson Education, Inc., 2012.
- [45] R. C. Hibbeler, Mechanics of Materials, 8th ed., Pearson Education, Inc., 2011.
- [46] C.-H. Hsueh, "Thermal stresses in elastic multilayer systems," *Thin Solid Films*, vol. 418, no. 2, pp. 182-188, 2002.
- [47] P. Chen, P. Raghavan, K. Yazzie and H. Fei, "On the effective coefficient of thermal expansion (CTE) of bilayer/trilayer in semiconductor package substrates," in *2015 IEEE 65th Electronic Components and Technology Conference (ECTC)*, San Diego, CA, 2015.
- [48] C.-L. Cheng, M.-H. Tsai and W. Fang, "Determining the thermal expansion coefficient of thin films for a CMOS MEMS process using test cantilevers," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 25, no. 2, p. 025014, 2015.
- [49] J. C. Salvia, R. Melamud, S. A. Chandorkar, S. F. Lord and T. W. Kenny, "Real-Time Temperature Compensation of MEMS Oscillators Using an Integrated Micro-Oven and a Phase-Locked Loop," *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 192-201, 2010.
- [50] A. A. Zope, H. G. Ranjith, J.-H. Chang, C.-C. Chen, D.-J. Yao and S.-S. Li, "An effective temperature compensation algorithm for CMOS-MEMS thermal-piezoresistive oscillators with SUB PPM/°C thermal stability," in *2017 IEEE 30th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, Las Vegas, NV, 2017.



- [51] C.-m. Lin, T.-T. Yen, Y.-J. Lai, V. V. Felmetser, M. A. Hopcroft, J. H. Kuypers and A. P. Pisano, "Temperature-compensated aluminum nitride lamb wave resonators," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 57, no. 3, pp. 524-532, 2010.
- [52] "Foundry-CMOS integrated oscillator circuits based on ultra-low power ovenized CMOS-MEMS resonators," in *2013 IEEE International Electron Devices Meeting*, Washington, DC, 2013.
- [53] "FRANKFURT LASER COMPANY," [Online]. Available: <https://www.frlaserco.com/>. [Accessed 29 6 2019].