

國立臺灣大學工學院機械工程學系

博士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Doctoral Dissertation

加速環境狀態下覆晶晶片尺寸封裝體之機率設計

與可靠度分析

Probabilistic Design and Reliability Analysis of Flip-Chip Chip
Scale Packages under Accelerated Environmental Conditions

蘇志彥

Su, Chih-Yen

指導教授：吳文方 博士

Advisor: Wu, Wen-Fang, Ph.D.

中華民國 101 年 7 月

July 2012

國立臺灣大學博士學位論文

口試委員會審定書

加速環境狀態下覆晶晶片尺寸封裝體之機率設計
與可靠度分析

Probabilistic Design and Reliability Analysis of Flip-Chip
Chip Scale Packages under Accelerated Environmental
Conditions

本論文係蘇志彥君 (D96522006) 在國立臺灣大學機械工程學系完成之博士學位論文，於民國 101 年 7 月 27 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

吳文方

(簽名)

(指導教授)

(簽名)

潘文峰

鍾榮

(簽名)

陳永楷

蔡明昇

(簽名)

系主任

楊耀升

(簽名)

致謝

首先要感謝恩師吳文方教授悉心地教導及鼓勵，不論是生活上的待人處世或研究學習上的建議與指導，都使學生受益良多。另外對參與授課的教授們一併致謝，因為有了您們辛勤的付出，學生才能順利完成學業，老師們的教誨學生將銘記在心。於論文口試階段，承蒙長庚大學蔡明義教授、成功大學潘文峰教授、元智大學陳永樹教授及彰化師範大學鍾官榮教授對論文的審查及內容等各方面給予諸多意見及指正，使得論文得以更加完備，在此致上最誠摯的謝意。在求學期間，感謝可靠度工程實驗室各學長與學弟及在生活上其他好友的關懷與協助，在課業上的幫忙與相互鼓勵，並且彼此真誠相待，願這份友誼天長地久。最後，僅以此論文獻給我最親愛的家人，你們是我求學過程中最大的支持力量，無怨無悔的付出與關懷，讓我得以專心完成博士學業。



摘要

對於電子封裝體受熱循環負荷下之疲勞壽命預估，以往研究所得的結果通常為一定值，然而觀察實際實驗或測試結果，封裝體之疲勞壽命往往具有相當的離散性。為使模擬分析能反映並呈現實際實驗或測試結果，本研究利用有限元素法，並特別納入「機率設計系統」(Probabilistic Design System, PDS)，以探討尺寸和材料之不確定性及疲勞壽命估算公式之參數變異性對封裝體疲勞壽命分佈與可靠度評估所造成的影響。本研究概分為兩大部份，在第一部份的研究中，選定一特定覆晶晶片尺寸封裝體(Flip-chip Chip Scale Package, FCCSP)，針對前述所提各參數的不確定性設定合理的假設與機率分佈，進行力學分析與疲勞壽命評估。本研究也藉由機率圖紙、卡方適合度檢定與其他機率及統計相關的數學推導與演算，比較其結果與有限元素軟體內建「機率設計系統」分析所得結果的異同性，作為分析流程修正的依據，以保證分析結果的準確性。在第二部份的研究中，針對一般加速環境試驗中藉由大量試驗手法獲得嚴苛環境下與正常環境下的加速因子(Acceleration Factor, AF)模型，由數值模擬方式探討加速因子模型的適用性，並同時驗證本研究中模擬結果的準確性，以求爾後能快速、經濟的預測封裝體於正常環境下之壽命分佈、可靠度與失效率。本研究結果顯示，封裝體尺寸和材料之不確定性，確實對封裝體疲勞壽命預估產生影響；在研究中也發現，疲勞壽命預估公式中之參數變異對封裝體之壽命與可靠度評估會造成相當程度的影響。另外，「機率設計系統」雖然可以概略得出封裝體疲勞壽命的累積分佈函數曲線(Cumulative Distribution Function Curve)，但透過研究中自行開發之分析架構，可獲得更圓滑且為封閉型式(Closed Form)的累積分佈函數曲線，增進封裝體疲勞壽命與可靠度預估之準確性。在加速試驗分析中，可以發現在選擇合宜的加速因子模型並確認其適用性後，即可依據該模型建構一標準分析流程，估算封裝體於特定環境下之平均失效時間(Mean Time to Failure, MTTF)與失效率等可靠度有關量度。

關鍵詞：電子封裝、不確定性、加速試驗、疲勞壽命、可靠度、失效率

Abstract

Considering the fatigue life of electronic packages under thermal-cyclic loading, the real test outcome reflects the fatigue life of an electronic package is, in fact, not deterministic but a random variable following a certain probability distribution. The outcome has been paid attention to and become an important issue that needs to be investigated furthermore. Therefore, in the present study, a finite element analysis and a Monte Carlo simulation-based parametric study of a flip-chip chip scale package (FCCSP) subjected to thermal cyclic loading is carried out by using Probabilistic Design System (PDS) of ANSYS. In the first stage of the analysis, a few parameters involved in the package dimension, material property and life prediction formula are assumed to be random to account for their uncertainties. Moreover, to improve the accuracy of the probabilistic life distribution obtained from PDS, a refined probabilistic design procedure which includes probability paper and chi-square goodness-of-fit test is proposed in particular. In the second stage of the analysis, emphasis is placed on the confirmation of an acceleration model in which the accelerated thermal-cyclic tests are carried out numerically based on the analytical model established previously. The analytical result indicates that random geometric configuration, material property and random life prediction formula may cause fatigue life of the package to have scattered distribution as those observed from experiments. The result also indicates that PDS can indeed be employed to find the cumulative fatigue life distribution of the electronic package owing to parameter uncertainties, and the proposed refined procedure can further improve the smoothness of the cumulative fatigue life distribution curve and transform this curve into a closed form expression. Finally, a confirmed acceleration model can be used for the prediction of mean time to failure (MTTF), reliability and failure rate of the package under different thermal-cyclic conditions including the field or field-used one.

Keywords: Electronic package, Uncertainty, Accelerated test, Fatigue life, Reliability, Failure rate.

目 錄

致謝	I
中文摘要	II
英文摘要	III
目 錄	IV
表 目 錄	VII
圖 目 錄	IX
第一章 緒論	1
1-1 前言	1
1-2 文獻回顧	2
1-3 研究動機與目的	6
1-4 研究流程	7
1-5 論文架構	8
第二章 應用理論概述	10
2-1 潛變模式	10
2-2 JEDEC標準熱循環規範	11
2-3 疲勞機制	11
2-4 加速試驗	13
2-4-1 加速因子模型	15
2-4-2 特定環境之失效率預估	17
2-5 可靠度基本理論	17
2-5-1 可靠度與機率函數	18
2-5-2 機率圖法	23
2-5-3 卡方適合度檢定	25
2-5-4 Kolmogorov-Smirnov適合度檢定	26
2-6 有限元素分析技巧	26

2-6-1	局部模型分析法	27
2-6-2	參數化設計語言	29
2-6-3	機率設計系統	29
第三章	有限元素數值分析與評估	35
3-1	有限元素模型之基本假設條件	35
3-2	有限元素模型之尺寸結構與材料性質	36
3-3	有限元素模型之邊界條件與負載條件	37
3-3-1	邊界條件	37
3-3-2	負載條件	37
3-4	探討局部模型分析法之有限元素應用	38
3-4-1	局部模型分析法之模型建立	38
3-4-2	局部模型分析法之驗證與計算效能	39
第四章	參數變異對熱疲勞壽命之影響	50
4-1	幾何尺寸及材料性質變異對熱疲勞壽命之影響	50
4-2	疲勞壽命預估公式之參數變異對熱疲勞壽命之影響	53
4-2-1	係數為隨機變數對疲勞壽命之影響	54
4-2-2	指數為隨機變數對疲勞壽命之影響	56
4-2-3	係數及指數皆為隨機變數對疲勞壽命之影響	58
4-3	參數變異之影響討論	60
第五章	加速試驗與失效率評估流程建立	73
5-1	加速試驗數據	73
5-2	失效模式之檢定	74
5-3	加速因子模型之適用性探討	75
5-4	失效率之評估	77
第六章	結論與未來展望	90

6-1	結論	90
6-2	未來展望	93
	參考文獻	94



表目錄

表2-1	熱循環測試之高低溫範圍值[18]	32
表2-2	熱循環測試之滯留模式[18]	32
表2-3	熱循環測試進行之頻率[18]	32
表3-1	覆晶晶片尺寸封裝體之材料係數[23,24]	41
表3-2	無鉛錫球潛變方程式之係數[23]	41
表3-3	熱循環負載狀態	41
表3-4	模型之等效應變範圍與疲勞壽命值比較	41
表3-5	計算時間	42
表4-1	輸入參數之平均值與標準偏差	62
表4-2	幾何尺寸及材料性質變異之熱疲勞壽命樣本	62
表4-3	各參數與疲勞壽命之間的相關係數值	62
表4-4	疲勞壽命機率圖所需資料表	63
表4-5	三種連續機率分佈函數之參數	64
表4-6	疲勞壽命分佈之卡方適合度檢定	64
表4-7	係數A具變異係數3%之熱疲勞壽命樣本	64
表4-8	指數B具變異係數3%之熱疲勞壽命樣本	65
表4-9	係數A與指數B同時具變異係數3%之熱疲勞壽命樣本	65
表4-10	各隨機參數變異性對於疲勞壽命離散之相關數據	66
表5-1	Test 1熱循環負載下之疲勞壽命與韋伯機率圖所需資料表	80
表5-2	Test 2熱循環負載下之疲勞壽命與韋伯機率圖所需資料表	81
表5-3	Test 3熱循環負載下之疲勞壽命與韋伯機率圖所需資料表	82
表5-4	各種熱循環負載環境下熱疲勞壽命之韋伯機率分佈參數值	83
表5-5	Test 1熱循環負載下熱疲勞壽命資料之Kolmogorov-Smirnov適合度檢定	84
表5-6	Test 2熱循環負載下熱疲勞壽命資料之Kolmogorov-Smirnov適合度檢定	85

表5-7	Test 3熱循環負載下熱疲勞壽命資料之Kolmogorov-Smirnov適合度檢定	86
表5-8	各種熱循環負載環境下熱疲勞壽命之平均失效時間	87
表5-9	加速因子對照結果	87
表5-10	正常環境之熱循環負載狀態	87
表5-11	預估正常環境下之平均失效時間	87



圖目錄

圖1-1	研究流程圖	9
圖2-1	潛變曲線圖[17]	33
圖2-2	未經正規化的可靠度曲線[21]	33
圖2-3	經正規化的可靠度曲線[21]	34
圖3-1	覆晶晶片尺寸封裝體之示意圖	43
圖3-2	三維1/2對稱條狀模型之邊界條件	43
圖3-3	熱循環負載示意圖	43
圖3-4	(a)精細網格之全域模型(b)錫球網格	44
圖3-5	(a)粗糙網格之全域模型(b)錫球網格	45
圖3-6	(a)三種不同高度之局部模型(b)錫球網格	46
圖3-7	SOLID185三維八節點六面體分析元素[25].....	47
圖3-8	SOLID45三維八節點六面體分析元素[25].....	47
圖3-9	最大潛變應變能密度與最大潛變等效應變發生處	48
圖3-10	潛變應變能密度時間歷程	48
圖3-11	潛變等效應變時間歷程	49
圖3-12	計算時間比較圖	49
圖4-1	疲勞壽命直方圖	67
圖4-2	疲勞壽命常態機率圖	67
圖4-3	疲勞壽命對數常態機率圖	68
圖4-4	疲勞壽命韋伯機率圖	68
圖4-5	尺寸及材料性質變異之疲勞壽命累積分佈函數曲線圖	69
圖4-6	應力-壽命曲線圖[26]	69
圖4-7	隨機變數A之壽命累積機率密度函數圖	70
圖4-8	隨機變數B之壽命累積機率密度函數圖	70

圖4-9	隨機變數A及B之壽命累積機率密度函數圖.....	71
圖4-10	隨機變數A及尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線	71
圖4-11	隨機變數B及尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線	72
圖4-12	隨機變數A與B以及尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數 曲線.....	72
圖5-1	三種不同熱循環負載之疲勞壽命數據於韋伯機率圖紙.....	88
圖5-2	韋伯機率分佈假設下所得正常環境狀態的失效率時間歷程.....	88
圖5-3	「機率設計系統」所描繪三種熱循環負載下疲勞壽命的累積分佈函數曲線	89
圖5-4	由「機率設計系統」所得正常環境狀態的失效率時間歷程.....	89



第一章 緒論

1-1 前言

近年來，電腦與通訊產品功能的急速提昇，電子封裝製程已朝高功率、高密度、輕、薄與微小化等高精密度製程發展。隨著電子封裝結構體的微小化，其所衍生出來的可靠度問題較過去之電子封裝結構更具挑戰性。也由於電子構件本身較傳統機械構件脆弱，所以電子封裝產品出廠前都要接受一些相關的可靠度試驗，而電子封裝可靠度通常可以定義為一個電子元件或電子組裝產品在其設計的使用環境中，經過一段時間的運作後，其功能仍能維持正常運作的機率。一般而言，電子封裝產品除了電路設計複雜外，也由於其結構的精密與材料的多樣化，使其力學行為相當複雜，也提高力學分析或一般強度、結構試驗的困難度，而其可靠度試驗方法更需要耗費大量的時間，因此如能佐以有限元素分析加以模擬電子封裝之力學行為，自可節省時間與降低實驗困難，達到有效了解整體電子封裝力學行為之目的。

以半導體為中心的電子產業發展過程中，常需藉由不斷提升電子產品的應用功能與操作性能，展現了電子產業的科技能力及提升產品的價值。其中在半導體製程上，電子封裝技術往往扮演一關鍵之角色且隨著產業科技而日新月異，在電子封裝技術演進過程裡，從傳統的雙列直插式封裝(Dual-in-Line Package, DIP)、四方扁平封裝(Quad Flat Package, QFP)等以導線架(Lead Frame)來連接晶片與基板方式，發展至今以覆晶晶片尺寸封裝體為目前封裝技術主流。覆晶接合技術源起於1960年代由IBM所推出，應用在System/360之C4 (Controlled Collapse Chip Connection)製程，即在I/O腳墊(Pad)上沉積長出錫球，再將晶片翻轉及加熱，利用熔融的錫球與陶瓷基板(或塑膠基板)相結合，此一技術也逐漸取代了傳統的打線接合，但由於當時製造成本過高及生產技術複雜，未能及時普及化。直至1990年代初期，覆晶底填膠(Underfill)的技術有所突破，低溫型共熔性錫鉛錫球被使用，使得覆晶可直接接合在傳統的玻璃纖維基板上，造成晶圓凸塊封裝技術的應用得以

拓展。廣義的覆晶技術泛指將晶片翻轉後，以電路面朝下的方式透過金屬導體與封裝體進行接合，覆晶封裝技術是利用電鍍或印刷的方式將錫球長成，經回焊(Reflow)形成錫球，再利用覆晶接合機台精確對位後將其接合，在此過程中，往往由於矽晶片與基板間之熱膨脹係數差異甚大，造成局部疲勞應變，進而導致錫球連接處產生破壞，因此需添加底填膠以降低連接點疲勞應力。而晶片尺寸封裝泛指封裝後，晶片面積在裸晶面積的1.2倍以內。

藉由覆晶接合技術進而發展出覆晶晶片尺寸封裝體技術，在此覆晶晶片尺寸封裝體技術相較於傳統封裝，其優點在於封裝後與原始晶片所佔的空間幾乎相等，並具有連接線路短、電阻低、高頻雜訊易控制及封裝尺寸縮小等優點，因而較能滿足電子產品散熱性佳、高速及輕薄短小的需求，但由於電路接腳間的距離大幅縮短，以往對傳統封裝體影響不大的熱膨脹、熱循環應力問題將導致覆晶晶片尺寸封裝體可靠度大幅降低。在此主要失效原因是封裝體內部連接主要元件之錫球受熱循環應力導致疲勞破壞，例如在電源開、關時，造成溫度升降與封裝體中材料之熱膨脹係數差異(Coefficient of Thermal Expansion Mismatch)，而造成不同材料間出現剪應力(即所謂的熱應力)，該熱應力導致封裝體各元件間的連接處易裂，進而影響封裝體無法正常運作。在電子封裝技術領域中，對於封裝體之錫球的熱應力分析一直是一個重要的課題，如何有效地評估錫球在熱循環負載環境下之行為，實屬迫切的議題。

1-2 文獻回顧

由於電子產品於操作使用時，其溫度變化所產生的熱疲勞破壞(Thermal Fatigue)是電子封裝體主要失效的因素，因此先前有許多學者針對電子封裝體受熱循環應力後的熱疲勞壽命加以研究探討，如Darveaux等人發現在電子封裝體中即使相鄰兩材料的熱膨脹係數(Coefficient of Thermal Expansion, CTE)非常相近，當受到熱循環測試後依舊會有顯著的熱應力在瞬間產生，造成封裝體的熱疲勞破壞[1]。Lau採用晶圓級封裝型式及有鉛錫球建構在含雙層微盲孔之增層電路板上，再於熱

循環負荷下探討其應力應變行為對於封裝體可靠度的影響[2]。Kim等人以實驗方式觀察不同錫球材質之封裝體承受熱循環負載時，循環次數所造成的裂縫成長之差異，在實驗結果中發現，當封裝體承受相同熱循環次數時，無鉛錫球之裂縫成長速度較有鉛錫球來得緩慢，亦即無鉛錫球具有較高的可靠度[3]。此外，為了增加分析效率和節省實驗成本，許多文獻也採用有限元素方法來進行封裝體之熱循環模擬分析，在模擬分析過程之中，並導入些許技巧以便獲取更精簡的分析時間和更精確的模擬結果，而局部模型分析法(Sub-Modeling Technique)即屬其中一例。如Gustafsson等人以線性或非線性材料行為配合局部模型方法，探討球柵陣列封裝體(Ball Grid Array, BGA)於熱負載下之可靠度，且由比較結果指出非線性材料性質搭配局部模型分析法可得到較精確及有效率的結果[4]。Cheng等人利用局部模型方法搭配不同錫球材料模式進行錫球熱疲勞壽命評估分析，於求出 von Mises 等效應變後再利用疲勞壽命公式預測疲勞壽命值，並與實驗值比較，以求得最有效率及精準的分析模式[5]。Lai等人指出覆晶封裝體在熱循環負載下，封裝體之對角線最外側錫球最先產生破壞，進而利用局部模型方法，探討模型元件簡化和局部模型分析範圍對於覆晶封裝體應變的影響性，並藉此說明局部模型方法的實用性，此外還比較局部模型方法與傳統有限元素分析方法之電腦計算時間的差異性[6]。由上述文獻可以了解到局部模型方法在有限元素分析中所提供的計算效益和結果準確度，但於使用局部模型方法時，仍需確定所擷取的局部模型範圍是否有足夠的距離遠離應力集中之所在位置。

在電子封裝體中最常被廣泛應用的熱-金屬疲勞壽命公式是由Coffin和Mason所提出[7,8]，此疲勞壽命預估公式是以含鉛材料的錫球為研究對象並提出由等效應變來計算出疲勞壽命值。除了以等效應變推估壽命的方式外，其他學者還提出以不同的觀點為基礎來預估錫球之疲勞壽命，如Morrow以塑性應變能的觀點推導出應力-應變圖中之遲滯曲線內面積與疲勞壽命之關係公式[9]。而Darveaux根據能量的觀點提出一疲勞壽命預估公式，此公式是依據錫球開始產生初始裂縫時的熱循

環數目來推導出完全斷裂時所需的熱循環數目[10]。由於這些疲勞壽命預估公式均是經過多次實驗和統計數據所得到的結果，其公式內的參數大多是經驗或半經驗之數值且容易因人為、實驗誤差等原因造成變異性，因此疲勞壽命預估公式中參數之變異性對於疲勞壽命值的影響仍有探討的空間。

此外，有些學者以統計觀點去探討電子封裝體之疲勞壽命的分佈情況，如Evans等人以Simple Engelmaier Model來估算封裝體壽命，且以蒙地卡羅模擬法(Monte Carlo Simulation)來模擬出更多壽命數據，並由卡方適合度檢定(Chi-Square Goodness-of-Fit Test)得知壽命分佈最服從三參數韋伯分佈，此文獻中提到材料性質及幾何尺寸會因製造過程所產生的微小變異，導致壽命分佈更加離散[11]。近年來，Wu等人的研究則提到幾何尺寸會因製造過程所產生的微小變異，導致壽命分佈更加離散，但材料性質之影響還需要另作深入的探討[12]。而Zulkifli等人則是利用商用軟體中的「機率設計系統」(Probabilistic Design System, PDS)並配合反應曲面法(Response Surface Methodology, RSM)來模擬分析幾何尺寸與材料性質變異對於封裝體疲勞壽命的影響趨勢[13]。Huang等人也提到製程時的幾何尺寸與材料性質會具有變異性，因而將自行實驗的七組封裝體之疲勞壽命繪於韋伯機率圖紙上，藉此估計封裝體的特徵壽命(Characteristic Life)與平均失效壽命，同時利用有限元素軟體來模擬估算封裝體的疲勞壽命，再將模擬得出之疲勞壽命、平均失效壽命與經由實驗得出之壽命結果相互比較，最後提出改善封裝體可靠度之相關方案[14]。由上述文獻可知，不論在實際製程或模擬分析上，封裝體內部之各元件的材料不僅可能因材料分佈不均勻的關係，而使材料性質與結構強度有所不同；這些元件於製造時也會產生尺寸誤差，包括其錫球經過植球或回焊步驟於晶片或電路板時，可能使得單一封裝體中每顆錫球的外型尺寸有所誤差，進而造成同型式的封裝體卻具有不同的失效模式或疲勞壽命。此隨機變異事實對產品可靠度的影響相當值得探究，因此在扣除人為所能掌控的因素之後，本研究將探討覆晶晶片尺寸封裝體之材料性質、幾何尺寸的不確定性及前述之疲勞壽命預估公式中參數

的變異性，於熱循環測試下所造成疲勞壽命離散之情形。此外，由於「機率設計系統」之分析結果的嚴謹性還是未知，且未有相關文獻將軟體分析結果與可靠度實務理論加以確認，因此此議題仍有可待商榷之處，因而本研究也將根據可靠度理論自行開發出一套分析架構，藉由自行開發的分析架構所得之結果與「機率設計系統」分析之結果做一比較，以觀察比較兩者的差異性。

最後，當進行封裝體在正常環境下的熱循環疲勞壽命測試時，由於一般封裝體均有很高之可靠度，使得採用正常環境之條件來測試時需要很長的測試時間而造成測試進行的困難，此時便需要藉由加速熱循環試驗來縮短測試所進行的時間且透過加速因子(Acceleration Factor, AF)將測試環境下的結果轉換為正常環境下的結果，因此許多學者提出適用於封裝體承受加速熱循環試驗之加速因子模型，如Pan等人經由不同的加速熱循環負載之實驗結果，將原先適用於含鉛錫球之封裝體的加速因子模型透過參數的調整，得出適用於無鉛錫球之封裝體的加速因子模型[15]。Salmela藉由實驗結果提出一種修正後的加速因子模型，當中包含與溫度循環狀態、基板材質及錫球材質有關的修正項，希望藉此修正後的加速因子模型可應用於含鉛或無鉛材質的錫球和多數的封裝體型式[16]。雖然加速因子模型於很早以前便已經有學者提出，但隨著封裝體的構造型式和錫球材料的演進，加速因子模型也跟著推陳出新，目前尚未有一個準確且公認的加速因子模型，因此任一學者提出的加速因子模型都仍需要加以驗證探討。

在電子產業快速發展及高度競爭下，電子封裝體的使用壽命及可靠度受到極大關注，並且投入相當多研究。然而，由以上的文獻回顧可知，目前甚少有研究深入探討影響疲勞壽命分佈的原因並評估具有離散性之疲勞壽命所造成的失效率(Failure Rate)高低。故本研究將以封裝體之材料性質、幾何尺寸大小及其疲勞壽命預估公式參數變異為研究方向，探討這些因素如何影響疲勞壽命之離散性與可靠度，另一方面還考量封裝體處於加速熱循環試驗且其疲勞壽命具有離散性時，能透過加速試驗下的失效率和加速因子的轉換進而求出正常環境下的失效率。

1-3 研究動機與目的

以往研究電子封裝力學的文獻中，通常把材料特性、幾何外形等相關參數皆設為定值，但在實際的情況下，這些參數經常存在一些或多或少的不確定因素，例如材料機械性質之非齊一性、構件所受負荷之些微差別、以及構件因幾何公差而有所不同等，而使實際分析上面臨一個結構強度之隨機分佈性是因何種原因產生之問題；此外，也面臨一個問題：針對某一封裝體，為何分析所得的結果為一個定值數據，而實驗或實測所得的結果卻往往有相當離散性。探討上述的變異將有助於評估預測電子封裝體產品的性能，然若經由實驗的方式進行，將耗時費力需要龐大的資源投入。但若能利用數值模擬的方式進行探討，並能設計一模擬分析流程，使產品模擬分析的結果不但能符合實際觀察到的離散性，同時亦能提升產品可靠度預估的準確性，甚至能進行產品最佳化設計，此將對電子封裝力學有相當之貢獻。為此，本研究採用有限元素軟體之「機率設計系統」，對上述之課題作有效且精確的分析，並配合製程中的實際行為，探討覆晶晶片尺寸封裝體之幾何尺寸與材料性質的變異性對錫球變形和應變分佈的影響。另外也將探討 Modified Coffin-Manson 疲勞壽命預估公式中兩參數的變異對於封裝體疲勞壽命及其可靠度的影響。而為確認「機率設計系統」計算歸納所得之統計結果的準確性與誤差多寡，本研究同時也藉由機率圖紙、卡方適合度檢定及其他統計相關的數學推導演算，自行開發出一套分析統計架構，並將此分析架構所得之結果與「機率設計系統」計算之結果做一比較，以觀察「機率設計系統」所採用的統計理論是否可行並同時期望自行開發的分析統計架構可彌補套裝軟體分析結果的缺失。

然而，前段研究所述之離散性也突顯出失效率對於封裝體產品良率的重要性，失效率本身是個機率值且可用機率與統計的方法界定出此產品的失效率函數或數值，藉此明確的尺度做為衡量產品可靠程度的指標及使用維修時的依據，且其失效率高更被業界視為決定產品競爭力的主要因素之一，因此實有必要建立一套有效率的流程以了解電子封裝體產品於正常環境條件使用下的失效率高低。

而在正常環境使用下，取得封裝體產品的疲勞壽命或失效率資料並不容易，因此各種加速試驗的程序與相關的加速因子模型便被提出，進而幫助分析人員快速取得測試分析的資料並可推測出產品於正常環境下的可靠度數據。有鑑於上述情況，本研究也將進而尋求適當之加速因子模型，再根據加速試驗下的失效率結果與此加速因子模型來反推得出正常環境下的失效率，藉由此過程建立一套流程準確評估封裝體產品於正常環境使用時的失效可能性。

1-4 研究流程

本研究之詳細分析流程大致如圖 1-1 所示。首先，本研究將建立有限元素分析中局部模型方法所需之模型並確認此模型之分析結果的準確性與運算效率，之後再同時採用「機率設計系統」來模擬下列兩種不同狀況，一為分析幾何尺寸與材料性質之變異對於封裝體疲勞壽命及相關可靠度的影響；另一為分析疲勞壽命預估公式之參數的變異對其疲勞壽命及可靠度的影響，當「機率設計系統」模擬得出這兩種變異假設狀態所造成疲勞壽命之樣本數據後，再同時將樣本數據套用自行開發的分析統計架構，以此比較兩套方法的統計結果之差異性。最後，再觀察兩種參數變異狀況下所造成的疲勞壽命離散程度、封裝體可靠度數據以及比較參數變異的影響程度。另一方面，延續局部模型方法和「機率設計系統」來探討封裝體於不同加速試驗環境下之數據結果，進而評估先前學者所提出之加速因子模型的適用性，之後藉由適當之加速因子模型的轉換便可得出特定環境下的失效率數據結果並加以評估，經過此部分的試算和驗證之後，以期能建立一套快速又準確的封裝體產品失效評估流程。最後，根據上述所有的數據與結果提出結論與相關建議。

1-5 論文架構

本論文的內容主要分為六章，其簡述如下：

- 第一章 緒論：包含前言、研究主題相關文獻回顧、研究動機與目的、研究流程。
- 第二章 應用理論概述：將針對研究過程中所需要運用到的理論基礎及分析手法作一說明，包括相關的機械材料性質、JEDEC (Joint Electron Device Engineering Council)標準熱循環規範之介紹、疲勞壽命預估公式、加速試驗與加速因子、可靠度基本理論、有限元素分析技巧等等。
- 第三章 有限元素數值分析與評估：建構本研究有限元素之模型，包括：全域模型(Global Model)與局部模型(Sub-Model)，設定材料性質、邊界與負載條件並對其分析流程加以說明，進而驗證局部模型分析法在運算時間上除可兼顧其分析運算的準確性外，亦以節省電腦分析運算的時間。
- 第四章 參數變異對熱疲勞壽命之影響：本章就幾何尺寸及材料性質、疲勞壽命預估公式之參數具有變異性，且假設各參數為特定分佈的狀態下，探討各種參數對覆晶晶片尺寸封裝體之熱疲勞壽命分佈的變化情形。同時，藉由我們自行開發之分析統計架構，以期修正「機率設計系統」所得出關於疲勞壽命之累積分佈函數曲線(Cumulative Distribution Function Curve)的圓滑度，進而改善疲勞壽命所對應之機率準確性。
- 第五章 加速試驗與失效率評估流程建立：將先針對不同熱循環負載下，覆晶晶片尺寸封裝體的失效模式作一確認，同時驗證加速因子模型的適用性與本研究的數值模擬結果，最後藉由加速模擬試驗與此加速因子模型規劃一流程方法，以此精確估算其電子封裝體於特定環境下的平均失效時間(Mean Time to Failure, MTTF)與失效率。
- 第六章 結論與未來展望：總結本研究之分析結果並對未來可能的發展方向提出相關之建議。

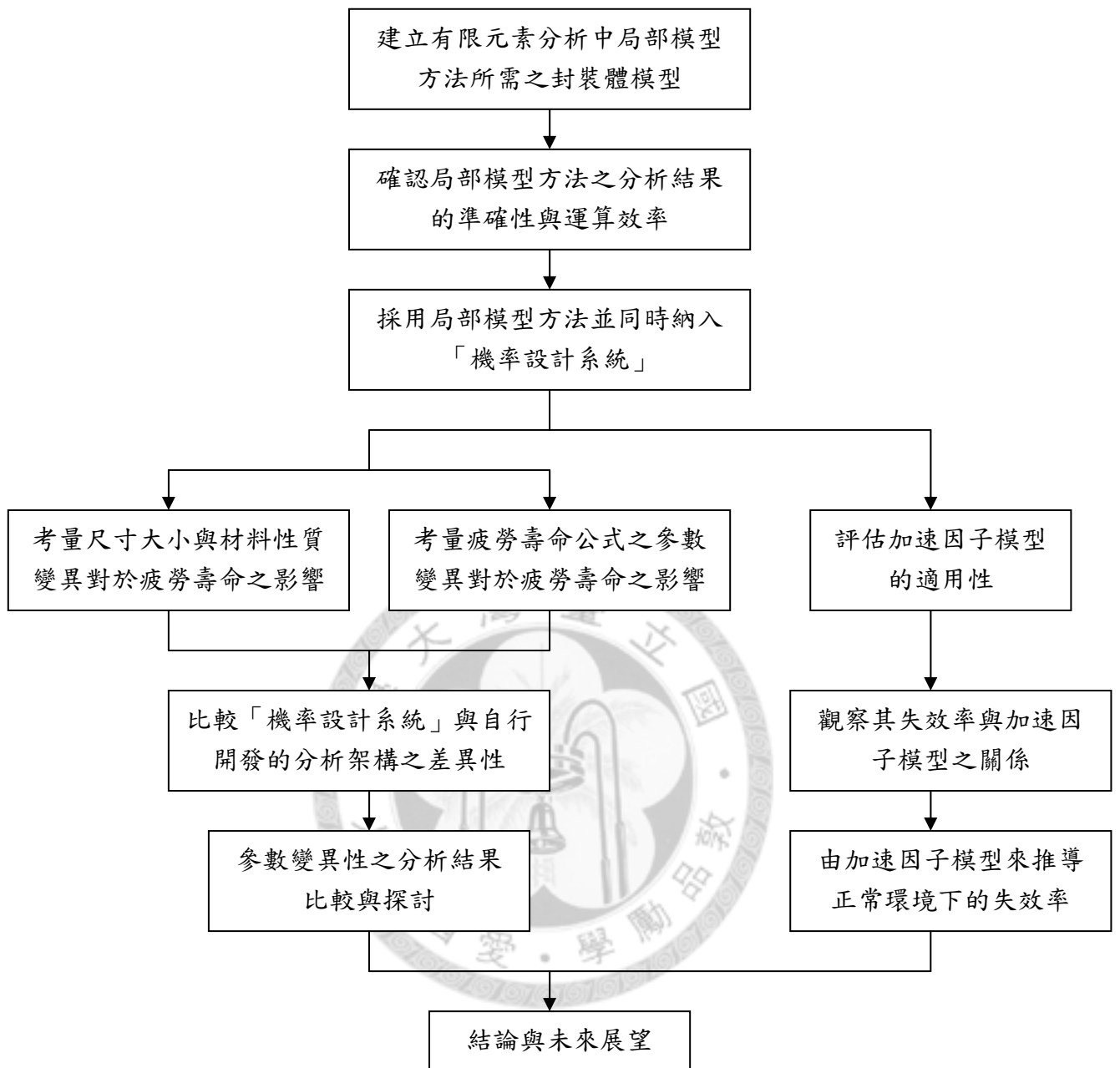


圖 1-1 研究流程圖

第二章 應用理論概述

本章節將針對研究過程中所需要運用到理論基礎及分析手法做一個完整的介紹與說明，其中包含相關的機械材料性質、JEDEC 標準熱循環規範之介紹、疲勞壽命預估公式、加速試驗與加速因子、可靠度基本理論、有限元素分析技巧等等。這些理論基礎與分析手法對於我們評估封裝體的可靠度可說是助益良多，將分別介紹如下。

2-1 潛變模式

當材料在固定溫度下受到固定應力時，經過一段時間後產生塑性變形，此現象稱之為潛變(Creep)。為了解潛變現象所造成之變形情況，從潛變測試中取得的資料通常會以在恆溫應力下的潛變—時間圖表示[17]，其曲線斜率表示潛變率，曲線的終點是破裂發生的時間點。如圖2-1所示，材料潛變總共可分為三個階段：第一階段，或稱為初步潛變，會以很快的速度開始進行但會隨時間漸漸趨緩下來。第二階段的潛變以相對均衡的速率進行。第三階段的潛變則具有加速潛變率，並於材料破裂時終止。對於金屬材料而言，潛變通常發生於高溫環境底下。換言之，就是當金屬材料在操作溫度高於其熔點溫度一半時，承受熱應力於很長的一段時間之下，金屬材料便會連續的變形直至突然破裂。本研究採用無鉛錫球(95.5Sn-3.9Ag-0.6Cu)作為研究對象，其熔點為 225°C ，因測試時的溫度對於無鉛錫球之熔點而言屬於相對高溫的狀態，所以當無鉛錫球於測試環境下時便因而具有潛變之行為產生。然而，潛變現象是很複雜的，潛變的統御行為是很難用數學式子作完整描述，因為它與眾多的變數有關，但若要描述穩態潛變，目前大多數的潛變統御方程式都已經可以充分表示。在有限元素軟體資料庫中內建了許多個潛變統御方程式，本研究以廣泛被使用的Generalized Garofalo-Arrhenius Creep Model來描述無鉛錫球於模擬測試中的潛變行為，進而探討封裝體在承受熱循環負載時，所發生之疲勞破壞現象。其中Generalized Garofalo-Arrhenius Creep Model遵守

von Mises降伏準則並可表示為

$$\frac{d\varepsilon_{cr}}{dt} = C_1 [\sinh(C_2 \sigma)]^{C_3} \exp\left(-\frac{C_4}{T}\right) \quad (2-1)$$

式中， C_1 、 C_2 、 C_3 及 C_4 皆為材料性質常數、 σ 為等效應力(MPa)、 T 為絕對溫度(K)， $d\varepsilon_{cr}/dt$ 為等效潛變應變率。

2-2 JEDEC標準熱循環規範

JEDEC固態技術協會(JEDEC Solid State Technology Association)是固態及半導體工業界的一個標準化組織，負責制定固態電子方面的工業標準並透過定期的會議與研討會，了解組織內會員使用規範的狀況與意見，同時修訂規範。而在現行熱循環測試規範當中，由JEDEC所制定的JESD22-A104C已逐漸成為廣泛使用的標準[18]。對於電子封裝體產品的熱循環測試而言，主要是將產品置放於熱循環試驗機台內，使用比正常環境更嚴苛的熱循環條件進行測試並經由熱電偶來量測溫度變化對於產品的影響，藉以探討封裝體因多種不同材料元件和材料性質所造成的熱膨脹變形和熱應力，進而了解封裝體於熱循環測試時的疲勞破壞機制。JEDEC所制定的標準熱循環規範之中，明確訂定熱循環測試之條件，如表2-1~表2-3所示。表2-1為熱循環測試之最高與最低溫度範圍值，表2-2定義熱循環測試滯留於最高與最低溫度時的時間，另外在高低溫度轉換的速率方面，必須依據受測封裝體樣品來做區分，如果受測樣品屬於銲接點疲勞測試(樣品以焊接方式黏著於測試板上)，溫度的轉換速率不得超過每分鐘 15°C ，若是受測樣品內部結構的疲勞測試(只有受測樣品)，對於溫度的轉換速率則沒有嚴格的規定，可依據測試設備的能力來進行。最後，表2-3乃依據熱循環測試之高低溫度範圍與滯留模式而提出的熱循環頻率。由上述規範內容便可以設定熱循環測試的所有條件，進而於測試後了解封裝體受測產品之可靠度。

2-3 疲勞機制

根據美國材料試驗協會(American Society for Testing and Materials)對疲勞的定

義為：「當材料受連續之變動承載發生局部性永久結構變形之過程，該過程主要使材料中之某點或多點產生不可逆之永久損傷，因裂縫加大或經過多次之振動後而完全破壞」。因此疲勞破壞是指當材料或結構元件受到反覆負載的作用時，即使所受之應力值遠低於材料本身的降伏強度，亦會逐漸改變其材料本身性質並造成裂紋的產生與延伸，進而造成材料或結構元件的破壞。在本研究當中，覆晶晶片尺寸封裝體承受反覆熱循環應力是屬於熱疲勞破壞，所謂熱疲勞破壞即結構元件承受熱循環負載且在溫度變動的環境中使用時，將產生熱應力且加速材料的疲勞破壞。這些熱應力的來源是因為材料或結構元件本身在溫度變動時，使尺寸產生熱漲冷縮所導致且此熱應力最常發生於結構內部兩個不同材料的接合處。為了解封裝體於熱循環測試時的疲勞行為，首先經由機械材料性質理論和數值模擬方法進行封裝體之非線性分析，再將其所得分析結果套用適當之疲勞預測方法，藉此觀察封裝體的疲勞現象和疲勞壽命數據。而封裝體之疲勞壽命預估方法中，有以應變基底方法(Strain-Based Approach)、能量基底方法(Energy-Based Approach)、破壞模式方法(Fracture Mode)及分散式狀態概念模擬法(Distributed State Concept Modeling)等幾類，其中應變基底方法即一般常見的Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式，而能量基底方法則以Darveaux疲勞壽命預估公式較為常見，上述兩種疲勞壽命預估方程式是目前最廣泛被運用來預測封裝體熱疲勞壽命的預估公式。

疲勞壽命是指材料元件能承受循環應力的次數，對於某種材料而言，其大小主要取決於循環應力變化的幅度和材料的疲勞強度，例如低週疲勞行為(Low Cycle Fatigue)便是以較高的應力水平作用於特定材料上，使其反覆受力而達到疲勞失效，且一般造成失效的反覆循環次數會低於 $10^3 \sim 10^4$ 。以封裝體受熱循環測試導致的疲勞破壞為例，其錫球接點的疲勞壽命預估係依據位於危險處之錫球於熱循環間所累積之等效應變範圍，在分析計算上取最後一個熱循環下之高溫最大等效應變值與低溫最小等效應變值之差。而錫球接點之低循環疲勞壽命可使用Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式來預測並表示如下：

$$N = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\gamma}{2\varepsilon_f} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (2-2)$$

式中的 N 為疲勞壽命， $\Delta\gamma$ 為總體剪應變範圍 (Total Shear Strain Range)， ε_f 為疲勞
 延展係數 (Fatigue Ductility Coefficient) 且 $\varepsilon_f \approx 0.325$ ， c 為疲勞延展指數 (Fatigue
 Ductility Exponent)。其中 $\Delta\gamma$ 和 c 可另外表示為

$$\Delta\gamma = \sqrt{3}\Delta\varepsilon \quad (2-3)$$

$$c = -0.442 - 6 \times 10^{-4} T_m + 1.74 \times 10^{-2} \ln(1+f) \quad (2-4)$$

(2-3) 式中， $\Delta\varepsilon$ 為等效應變範圍 (von Mises Strain Range)，其值相等於封裝體受熱循
 環測試後，在單一循環內封裝體之某一位置在不同溫度點的等效應變差值。(2-4)
 式中， c 可由平均熱循環溫度 T_m 和循環頻率 f (Cycles/Day) 得出，其中 T_m 為熱循環
 測試中最高溫度與最低溫度的平均值， f 則須介於 1~1000 (Cycle(s)/Day) 的循環範
 圍內。

2-4 加速試驗

隨著科技日益進步，消費者與製造商對於電子產品可靠度的要求也越來越
 高，因此可靠度數據逐漸成為產品的重要品質績效之一，也成為消費者選購產品
 的參考和各製造商彼此下單的重要依據。常見的可靠度數據，如平均失效時間和
 失效率等，必須藉由分析產品壽命方可取得。此外可靠度分析一般可分成兩個層
 次，組件可靠度 (Reliability of Component) 和系統可靠度 (Reliability of System)；所
 謂組件可靠度，就是將產品拆解成若干不同的零件或組件，先就這些組件的可靠
 度進行研究，然後再探討整個系統或整個產品的整體可靠度，也就是系統可靠度。
 組件可靠度分析的方法，其實就是利用實驗過程與手法，將物理特性轉換成數據，
 並進行統計分析；至於系統可靠度分析，可採行的方法較多，但通常會以可靠度
 模式作為系統可靠度分析的基礎。另外，為了使可靠度分析能成為一個保證產品

可靠度的有效手段，針對其環境條件，必須進行深入的評估。通常可靠度分析必須事前決定何種單一環境或其他因素組合環境對產品最具嚴重性，在大多數的情況下，以往的經驗與實務規範都可以供作設計者參考。對於可靠度分析而言，其分析方式有截略(Censoring)試驗與加速試驗(Accelerated Testing)兩種主要且常用的試驗方法，所謂「截略」是指數據並不完整，其原因可能是由於受測品在試驗中被剔除，或受測品在尚未完全失效前即終止試驗活動；而「加速試驗」則是透過環境狀況之修訂，以縮短可靠度試驗時間的一種方法。在此，本研究將針對加速試驗與試驗中所需使用之加速因子模型作更深入的介紹。

由於科技進步造就了電子產品的高可靠度，其設計壽命可能高達數十年之久，使得正常環境下的常規測試耗時較久並且需要投入大量的金錢成本，而產品可靠度資訊也無法及時獲得進而加以改善產品。因此藉由增加使用頻率、應力強度的加速試驗來加速產品發生失效，可幫助設計者盡快取得分析上所需要的壽命資料。加速試驗一般可分為增加使用頻率、增加試驗應力強度兩大類，其中增加使用頻率是指在短時間內增加產品操作使用之反覆次數或形成連續動作，以造成加速效應的方法，屬於狹義的加速壽命試驗，此種加速試驗也稱之為「縮時試驗」，若產品的失效模式與操作次數有關，則適用此預測方法，可是必須注意如果加速頻率太高，操作的環境條件可能有所變更而使應力水準增加，另需注意者為，即使產品在停用狀況，也會退化而引起失效的持續操作系統，其將導致系統的失效率增高。增加試驗應力強度是指加重工作應力或環境應力，短時間內造成強制劣化效果的加速壽命試驗方法，常見的隨機失效和老化失效皆可使用此類試驗，此種加速試驗也稱之為「增壓試驗」。增加應力強度之試驗所施加的應力通常大小一定，但亦有隨時間變化的步進應力(Step Stress)試驗法，此類加速試驗在施加應力的種類、大小及施加方式等方面均需要適當考慮，所施加應力種類和強度需有效造成強制劣化效應且加速試驗下的失效模式必須與在正常環境使用時的失效模式相同，其試驗結果才有意義。以電子產品為例，提高環境應力(如溫溼度與振動)

或電場集中(如電壓極限與載荷變化)，目的就是用來加速隨機失效的發生。

2-4-1 加速因子模型

藉由加速試驗分析可快速取得產品的壽命資料，但如何將加速試驗壽命資料反推得出正常環境下的資料則需透過加速因子的輔助。廣義的加速因子定義為兩環境狀態或試驗狀態下之壽命的比值，其數學表示方式如下：

$$AF = \frac{N_1}{N_2} \quad (2-5)$$

N_1 和 N_2 分別為不同狀態下的壽命。而為將加速試驗壽命資料反推得出正常環境下的資料，其加速因子均定義為產品正常環境使用下之壽命與加速試驗下之壽命的比值，其數學表示方式如下：

$$AF = \frac{N_{field}}{N_{test}} \quad (2-6)$$

其中， AF 為加速因子， N_{field} 為正常環境下的壽命， N_{test} 為加速試驗下的壽命。由(2-6)式可知，產品於加速試驗下測得之壽命乘上加速因子即是產品在正常使用環境下的壽命，因此加速因子在加速試驗中扮演一個非常重要的角色，掌握適當的加速因子模型才能夠較精確的得出正常使用環境下之壽命。對於封裝體於加速熱循環試驗而言，最早有學者針對應用含鉛錫球之封裝體提出適用於此類型封裝體的加速因子模型，其表示如下[19]：

$$AF = \left(\frac{f_{field}}{f_{test}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\Delta T_{test}}{\Delta T_{field}} \right)^{1.9} \exp \left[\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_{max,field}} - \frac{1}{T_{max,test}} \right) \right] \quad (2-7)$$

其中， f_{field} 和 f_{test} 分別代表正常環境與加速試驗時的熱循環頻率(Cycles/Day)， ΔT_{field} 和 ΔT_{test} 分別代表正常環境與加速試驗中熱循環的高低溫差， $T_{max,field}$ 和 $T_{max,test}$ 分別表示正常環境與加速試驗中熱循環之最高溫度， E_a 為活化能(Activation Energy)， k 為Boltzmann常數，在此 E_a/k 的值为1414。

隨著環保意識抬頭和綠色無鉛產品的要求，現今無鉛錫球已廣泛地應用於電子封裝體產品，致使含無鉛錫球之封裝體於加速熱循環試驗時，也需要相對應的

加速因子模型並依據此模型得出正常使用環境下的疲勞壽命。近幾年來，許多學者針對此需求而提出適用於無鉛錫球之封裝體的加速因子模型，但大多數的學者僅僅將(2-7)式中的指數項根據自身所做的實驗加以調整，使得這類加速因子模型無法通用於所有的封裝體型式和不同的熱循環測試條件，唯有Salmela提出的加速因子模型中將溫度循環狀態、基板材質與錫球材質相關的修正項目納入考量，使得所提出的加速因子模型較為周到，其模型表示如下[16]：

$$AF = \left(\frac{f_{field}}{f_{test}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\Delta T_{test}}{\Delta T_{field}} \right)^{1.9} \frac{(\text{corr}(\Delta T_{field}))^{-(1/d_{field})}}{(\text{corr}(\Delta T_{test}))^{-(1/d_{test})}} \exp \left[\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_{\max,field}} - \frac{1}{T_{\max,test}} \right) \right] \quad (2-8)$$

$$d = -0.442 - 6 \times 10^{-4} T_m + 1.74 \times 10^{-2} \ln \left(1 + \frac{360}{t_d} \right) \quad (2-9)$$

其中， t_d 為熱循環滯留於最高或最低溫度時的一半時間(Minutes)， d_{field} 和 d_{test} 分別表示正常環境與加速試驗下的 d 值，在此 E_a/k 的值為1414，而 $\text{corr}(\Delta T)$ 則是與基板材質與錫球材質相關的項目，其表示如下：

$$\text{corr}(\Delta T) = a \ln[\Delta T] + b \quad (2-10)$$

其中， ΔT 表示熱循環的高低溫差， a 與 b 為對應於基板材質與錫球材質的特定常數，對於塑膠材質基板與無鉛錫球而言，其 a 與 b 常數分別為0.179和-0.0953[16]。

由於上述所提出的加速因子模型屬於經驗或半經驗公式，尚未確切廣泛應用於無鉛錫球之封裝體的加速熱循環試驗，故本研究也將針對此加速因子模型之適用性加以探討。此外，對於加速熱循環試驗之分析而言，最重要的關鍵除了掌握其加速因子模型的適用性之外，還需要確認各加速熱循環試驗環境間是否具有相同的失效模式，方可藉由加速因子模型推算出正常操作或特定環境下之失效率或可靠度相關數據，至於如何確認失效模式是否相同，便需要藉由韋伯機率圖紙來觀察失效模式的異同，這部份也將在「2-5-2 機率圖法」小節中作一說明。

2-4-2 特定環境之失效率預估

所謂失效率是指使用或運作到某一時刻尚未失效的產品，在該時刻後，單位時間內發生失效的可能性。在一般情況下，電子封裝體產品在發生材料或結構元件疲勞破壞之前的有效壽命值會呈現隨機性，導致疲勞壽命具有離散性並符合連續機率分佈，因此產品必須依據可靠度數據和失效率來評估其產品的實用性。失效率分析是電子封裝體產品在設計與開發過程中很重要的預防性分析方法，亦當封裝體技術在研發階段時，針對其自身結構上可能存在的缺陷進行分析再加以改善，並對各個失效模式和失效機率進行評估，藉此增加產品於使用運作時的可靠度。當電子封裝體產品經由加速試驗以了解正常使用環境下的失效現象後，其加速試驗所得的失效率數據，同樣可以藉由加速因子來轉換得出正常環境下的失效率數據，因此可靠度工程理論中提到失效率在兩種不同的特定環境下之轉換關係式可表示如下[20]：

$$\lambda_{field}(t) = \frac{\lambda_{test}\left(\frac{t}{AF}\right)}{AF} \quad (2-11)$$

其中， λ_{field} 和 λ_{test} 分別代表正常環境與加速試驗下的失效率且同時為時間 t 的函數，有時失效率函數也稱為故障率函數或風險函數。此外，當具有離散性的疲勞壽命符合韋伯機率分佈時，其失效率轉換關係式可另外表示如下：

$$\lambda_{field}(t) = \frac{\lambda_{test}(t)}{AF^\beta} \quad (2-12)$$

其中， β 為韋伯機率分佈中的形狀參數(Shape Parameter)。當完成加速試驗並擷取其中相關的失效率數據後，可藉由適當的加速因子模型所建構的轉換關係式來找出特定環境下的失效率數據，此舉將可讓設計者準確了解產品的可靠度並因而節省實際試驗上的時間和成本。

2-5 可靠度基本理論

「可靠度工程」是結合管理與工程技術的一種科學，它牽涉到的工程技術主

要有三方面：電子（機）工程、機械工程、及材料工程。目前高精密的科技產品，鮮有不與此三者有關者；唯可靠度本質上是將統計方法應用在各專業領域上的一種品保技術，並且將可靠度實際設計進入產品中，確保產品品質，提供研發工程與管理人員更理想化的理論基礎設計。目前隨著越來越多的專家與學者投入該領域之中，可靠度工程已逐漸形成一門專業且重要的學科。

2-5-1 可靠度與機率函數

可靠度技術之發展起初始於1950年代，由於美國軍方為解決戰場前線之極低的裝備開箱存活率與過高的維修備料需求，美國國防部為此特別於1952年特別成立電子裝備可靠度顧問小組(Advisory Group on the Reliability of Electronic Equipment, AGREE)處理軍用電子產品的可靠度問題。其AGREE對「可靠度」所下的基本定義為：「產品於既定的時間內，在特定的運作環境條件下，執行特定性能或功能，按其設定成功達成任務的能力或機率。」因此，可靠度越高代表成功達成任務的機率越高，反之則越低。由定義可知，可靠度是一個以時間為連續型隨機變數(Continuous Random Variable)的機率分配函數。若以隨機變數 X 來表示產品失效的時間，則 $p(t)$ 代表隨機變數 X 的機率密度函數(Probability Density Function, PDF)。當產品失效發生在時間 t 與 $t + \Delta t$ 之間時，其機率表示為：

$$p(t)\Delta t = \Pr\{t \leq X \leq t + \Delta t\} \quad (2-13)$$

若產品在時間 t 之前發生失效的機率，即其累積分佈函數 $F(t)$ (Cumulative Distribution Function, CDF)，可表示為：

$$F(t) = \Pr\{X \leq t\} = \int_0^t p(t')dt', \quad t \geq 0 \quad (2-14)$$

則可靠度函數(Reliability Function)可定義為：

$$R(t) = \Pr\{X > t\} = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t p(t')dt' = \int_t^{\infty} p(t')dt' \quad (2-15)$$

此可靠度函數表示產品在一定時間範圍及規定條件下，可以順利達成任務之機率。就以上機率密度函數 $p(t)$ 、累積分佈函數 $F(t)$ 與可靠度函數 $R(t)$ 之間的關係式可

表示如下：

$$p(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (2-16)$$

另外，在此更進一步介紹廣泛使用的可靠度量數據—產品發生失效前的平均時間，稱作平均壽命(Mean Life)或平均失效時間。對於一個可替換零件或可維修的產品而言，其平均壽命定義為平均失效間隔時間(Mean Time between Failure, MTBF)，即兩次相鄰失效之間可使用或運作的平均時間。對於不可替換或不可維修的產品而言，平均壽命則是指平均失效發生時間(MTTF)，即預計產品的可使用或運作平均時間。由上述的描述可以得知，平均壽命即為失效時間或壽命之期望值，因此(2-5)式、(2-6)式中的壽命也可分別另外以MTTF來表示：

$$AF = \frac{MTTF_1}{MTTF_2}, AF = \frac{MTTF_{field}}{MTTF_{test}} \quad (2-17)$$

其中， $MTTF_1$ 和 $MTTF_2$ 分別為不同狀態下的平均失效發生時間， $MTTF_{field}$ 為正常環境下的平均失效發生時間， $MTTF_{test}$ 為加速試驗下的平均失效發生時間。

以下將繼續介紹本研究中使用的連續機率分佈，包括常態機率分佈(Normal Distribution)、對數常態機率分佈(Lognormal Distribution)與韋伯機率分佈(Weibull Distribution)，其分別介紹如下：

1. 常態機率分佈

在統計學領域之中，最重要且極為常見的連續機率分佈即為常態機率分佈，亦稱為高斯分佈(Gaussian Distribution)，它是一種機率分佈型式，用來研究實驗量測因受許多偶然因素引起的誤差，而這些因素中個別的影響都很小且互相獨立。在一般應用上常會遇到的元件尺寸差異、材料強度不同與金屬磨損等問題，都將服從常態分佈。其常態機率分佈之數學方程式主要由平均值 μ 和標準偏差 s (Standard Deviation)來加以描述，使得關於隨機變數 X 的常態機率密度函數可表示為：

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{s}\right)^2\right], -\infty < t < \infty \quad (2-18)$$

而常態機率分佈下的累積分佈函數與可靠度函數又分別可表示為：

$$F(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu}{s}\right)^2\right] dt' \quad (2-19)$$

$$R(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t'-\mu}{s}\right)^2\right] dt' \quad (2-20)$$

除此之外，亦可將有關隨機變數 X 的常態機率分佈透過 $Z = \frac{X-\mu}{s}$ 來轉換成為以 Z 為隨機變數，且平均數為0、標準偏差為1的標準常態機率分佈，其機率密度函數、累積分佈函數與可靠度函數可分別表示為：

$$p(t) = \phi(z) = \phi\left(\frac{t-\mu}{s}\right) \quad (2-21)$$

$$F(t) = \Phi(z) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{s}\right) \quad (2-22)$$

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{t-\mu}{s}\right) \quad (2-23)$$

常態機率分佈有個非常重要的特性，即在特定條件下，大量具有統計獨立性之隨機變量的和，其分佈將趨近於常態分佈，此特性稱為中心極限定理(Central Limit Theorem)。中心極限定理的重要性在於根據定理的結論，其他機率分佈型式可以常態機率分佈作為近似的機率分佈型式。此外，常態機率分佈的應用範圍廣泛，以品質管理為例，當量測值為常態機率分佈時，以平均值為中心左右各六個標準偏差之分析範圍，其涵蓋的機率密度達到99.9997%，即表示每十億個量測值之中，只有兩個量測值有機會產生誤差，此為品管上的六標準差準則。而若欲得知整組變數資料的離散性，則變異係數(Coefficient of Variation, c.o.v.)是一評估方式，其變異係數之定義為：

$$c.o.v. = \frac{s}{\mu} \quad (2-24)$$

2. 對數常態機率分佈

對數常態機率分佈相較於常態機率分佈更為通用，因它具有各種不同形狀的範圍，更能符合實際的運用，其對數常態機率密度函數可表示為：

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t s_l}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu_l}{s_l}\right)^2\right], t \geq 0 \quad (2-25)$$

其中 μ_l 與 s_l 為隨機變數 X 取自然對數後之平均值與標準偏差，又可稱為對數平均值與對數標準偏差。而累積分佈函數與可靠度函數又分別可表示為：

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sqrt{2\pi t' s_l}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t' - \mu_l}{s_l}\right)^2\right] dt' \quad (2-26)$$

$$R(t) = \int_t^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi t' s_l}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t' - \mu_l}{s_l}\right)^2\right] dt' \quad (2-27)$$

同理，若將隨機變數 X 透過 $Z = \frac{\ln X - \mu_l}{s_l}$ 轉換，則此對數常態隨機變數的分佈稱為標準對數常態機率分佈，其機率密度函數、累積分佈函數與可靠度函數可分別表示為：

$$p(t) = \phi(z) = \phi\left(\frac{\ln t - \mu_l}{s_l}\right) \quad (2-28)$$

$$F(t) = \Phi(z) = \Phi\left(\frac{\ln t - \mu_l}{s_l}\right) \quad (2-29)$$

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu_l}{s_l}\right) \quad (2-30)$$

由於對數常態機率分佈所能描述的分佈形狀較常態機率分佈來得多，因此在實際的應用上也較常被使用到。至於此兩種連續機率分佈之間的平均值及標準偏差可由下列二式加以轉換：

$$\mu_l = \ln \mu - \frac{1}{2} s_l^2 \quad (2-31)$$

$$s_l^2 = \ln\left(1 + \frac{s^2}{\mu^2}\right) \quad (2-32)$$

亦可改寫成下列二式之型式：

$$\mu = \exp\left(\mu_l + \frac{1}{2}s_l^2\right) \quad (2-33)$$

$$s^2 = \exp(2\mu_l + 2s_l^2) - \exp(2\mu_l + s_l^2) \quad (2-34)$$

3. 韋伯機率分佈

韋伯機率分佈是瑞典物理學家Waloddi Weibull為發展強化材料的理論而於西元1939年所提出，相較於常態機率分佈與對數常態機率分佈，韋伯機率分佈是一較新的分佈型式。由於韋伯機率分佈可以藉由適當的參數選擇來描述多種失效情況，因此在工程領域裡，韋伯機率分佈是較常使用的連續機率分佈模型。韋伯機率分佈主要有二參數與三參數兩種，本研究在此僅使用二參數韋伯機率分佈，其二參數分別為形狀參數 β 與尺度參數 θ (Scale Parameter)，其機率密度函數可表示為：

$$p(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta\right], \quad \theta > 0, \beta > 0, t \geq 0 \quad (2-35)$$

而累積分佈函數與可靠度函數可分別如下：

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta\right] \quad (2-36)$$

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\theta}\right)^\beta\right] \quad (2-37)$$

其中，形狀參數可以決定數據分佈的形狀。當 $t = \theta$ 時，不論 β 值為何，可靠度函數皆等於36.8%，故尺度參數又被稱為特徵壽命。當 $\beta < 1$ 時，失效率會隨著時間增加而減少，屬於初期失效期(Infant Mortality)；當 $\beta = 1$ 時，失效率為一定值且不隨時間變化，屬於偶發失效期(Useful Life)，此時韋伯機率分佈恰好為指數機率分佈；當 $\beta > 1$ 時，失效率會隨著時間增加而增大，屬於磨耗失效期(Wear Out Failures)；當 $\beta = 2$ 時，韋伯機率分佈會近似於對數常態機率分佈；當 $\beta = 4$ 時，韋伯機率分佈會近似於常態機率分佈。選擇適當的 β 值，韋伯機率分佈便可以描述包括初期失效期、偶發失效期與磨耗失效期三個階段的失效分佈型式，同時也可以涵蓋指數機率分佈、常態機率分佈與對數常態機率分佈，故韋伯機率分佈非常適合用於探討

隨機變數分佈的型式，也因此實際產品的失效數據分佈多利用韋伯機率分佈來呈現，並藉此討論其相關的可靠度數據。

最後，韋伯機率分佈之平均值、標準偏差與失效率可分別由下列數學方程式來表示：

$$\mu = \theta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (2-38)$$

$$s^2 = \theta^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]^2 \right\} \quad (2-39)$$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta} \right)^{\beta-1} \quad (2-40)$$

其中， Γ 為Gamma函數。

2-5-2 機率圖法

在應用統計的範疇中，機率分佈之模式的建立是很重要的一個步驟，而模式的適當性則需要更進一步的檢驗，亦即某些模式所需的假設條件需要利用檢定的程序加以確認。在檢定的程序中，由於機率圖(Probability Plots)製作簡單且容易解釋，所以被廣泛接受並被建議為檢定機率分佈之模式的工具。然而將機率圖應用於機率分佈之模式的檢定，雖其優點是繪製步驟簡單，但其缺點是在判定上不夠客觀，畢竟機率圖上的圖形是否近似線性，容易引起爭議。所以除了視覺上做主觀的線性評估外，可能還需要更客觀的輔助工具來做為決策依據。

在繪製機率圖之流程中，首先必需先整理數據並將數據資料由小到大排列、編號，再分別求取各數據點所對應的累積分佈函數值。常見的累積分佈函數值之計算方法有兩種，一為平均數等級法(Mean Rank Method)，另一為中位數等級法(Median Rank Method)，其中平均數等級法之計算方式如下：

$$F_i = \frac{i}{n+1} \quad (2-41)$$

式中的 F_i 為第 i 個數據點所對應的累積分佈函數值， n 則為全部數據點的個數；而中

位數等級法之計算方式如下：

$$F_i = \frac{i-0.3}{n+0.4} \quad (2-42)$$

一般而言，當數據以非對稱模式分佈時，中位數等級法比平均數等級法具有較佳之修正與估計結果。

在求得各數據點所對應的累積分佈函數數值後，將各數據點與其對應之累積分佈函數值繪製於機率圖上，並利用最小平方法(Least Square Method)或最大概似法(Maximum Likelihood Method)求出最適當之趨勢線。藉由趨勢線之斜率與縱座標軸的截距，方可求出各種機率分佈之參數。對於機率圖而言，常見的機率圖有常態機率圖、對數常態機率圖與韋伯機率圖，本研究將進一步針對各種機率圖作更詳細的介紹。

1. 常態機率圖

如2-5-1節所言，如 X 為具有常態機率分佈的隨機變數，其累積分佈函數可表示為(2-22)式，將其累積分佈函數取反函數後可得：

$$z = \Phi^{-1}[F(t)] = \frac{1}{s}t - \frac{\mu}{s} \quad (2-43)$$

因此，如將數據資料以 z 為縱座標、 t 為橫座標繪製於常態機率圖上並求取趨勢線，其趨勢線與(2-43)式相對照後可得知此趨勢線的斜率與截距分別為 $\frac{1}{s}$ 與 $-\frac{\mu}{s}$ ，藉此便可初步計算出數據資料在常態機率分佈下所對應之平均值 μ 和標準偏差 s 。

2. 對數常態機率圖

同理，若 X 為具有對數常態機率分佈的隨機變數，其累積分佈函數可表示為(2-29)式，將其累積分佈函數取反函數後可得：

$$z = \Phi^{-1}[F(t)] = \frac{1}{s_l} \ln t - \frac{\mu_l}{s_l} \quad (2-44)$$

因此，如將數據資料以 z 為縱座標、 $\ln t$ 為橫座標繪製於對數常態機率圖上並求取趨勢線，其趨勢線與(2-44)式相對照後，可得知此趨勢線的斜率與截距分別為 $\frac{1}{s_l}$ 與

$-\frac{\mu_l}{s_l}$ ，藉此便可初步計算出數據資料在對數常態機率分佈下所對應之平均值 μ_l 和標準偏差 s_l 。

3. 韋伯機率圖

同理，若 X 為具有韋伯機率分佈的隨機變數，將其累積分佈函數(2-36)式移項並取兩次自然對數後可得：

$$\ln \ln \left(\frac{1}{1-F(t)} \right) = \beta \ln t - \beta \ln \theta \quad (2-45)$$

當數據點以 $\ln t$ 為橫座標、 $\ln \ln \left(\frac{1}{1-F(t)} \right)$ 為縱座標繪製於韋伯機率圖上並得出最適當之趨勢線，此直線之斜率為 β 且直線與縱座標之截距為 $-\beta \ln \theta$ ，藉此可初步計算出數據點在韋伯機率分佈下所對應的形狀參數 β 與尺度參數 θ ，進而經由(2-38)式與(2-39)式計算得出平均值、標準偏差。

另外，當不同加速試驗或正常環境之疲勞壽命結果或失效率欲藉由加速因子模型相互轉換時，其電子產品在各試驗或正常環境下的失效模式必需相同，換言之，將不同試驗或正常環境下所測試得出的各組失效時間數據點繪製於韋伯機率圖時，各組數據點之趨勢線的斜率必需相同，即形狀參數相同方可確認其失效模式相同。上述觀點可參考文獻[21]，文中提到不同試驗負載之壽命數據如同時以韋伯機率分佈嵌合，當每組數據均具有相同的形狀參數而具有不同的尺度參數時，其各自的可靠度函數曲線經過座標正規化處理後(即橫座標以壽命時間除以平均失效時間來表示)，所得到的正規化可靠度函數曲線呈現同一曲線，亦即不同試驗負載之壽命數據具有相同的失效模式，如圖2-2與圖2-3所示。

2-5-3 卡方適合度檢定

卡方適合度檢定主要用於評定某一組隨機樣本數據是否符合所選擇之連續機率密度函數，其步驟為先將樣本數據繪製於所選擇之機率圖後，可以分別求出機率密度函數之分佈參數；之後將樣本數據分成 j 個適當的等距間隔，接著求出每個

區間內之樣本觀察次數 O_i 與由各機率密度函數所計算之理論次數 e_i ，而檢定統計量 x^2 則為：

$$x^2 = \sum_{i=1}^j \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} \quad (2-46)$$

當檢定統計量越低，表示隨機樣本數據越接近所選擇之機率密度函數。此外，評定所選擇之連續機率密度函數是否能通過檢定，則取決於檢定統計量 x^2 是否小於臨界值(Critical Value)。其臨界值則由自由度(Degrees of Freedom)、顯著水準(Significance Level)和卡方分佈所決定，可查閱一般機率與統計相關書籍得知。

2-5-4 Kolmogorov-Smirnov適合度檢定

Kolmogorov-Smirnov適合度檢定是由兩位蘇聯機率論專家Kolmogorov和Smirnov所提出，相較於卡方適合度檢定，Kolmogorov-Smirnov適合度檢定有一主要的優點就是可用於數量較少之隨機樣本數據，卡方適合度檢定則會因隨機樣本數據之數量過少而產生問題，因此這檢定方法也普遍被使用在某一組隨機樣本數據對於一連續機率密度函數的適合度。Kolmogorov-Smirnov適合度檢定的計算步驟為先將一組隨機樣本數據由小至大排序，再分別計算每個樣本數據之累積分佈值 F_i 與此樣本數據對應於連續機率密度函數下的理論累積分佈值 F_i' ，最後計算出兩累積分佈值之最大差異值 D_{max} 並判定其適合度，而最大差異值 D_{max} 可定義如下：

$$D_{max} = |F_i - F_i'| \quad (2-47)$$

評定所選擇之連續機率密度函數是否能通過檢定，則取決於最大差異值是否小於臨界值。其臨界值則由隨機樣本數據的數量與顯著水準所決定。

2-6 有限元素分析技巧

有限元素法最初起源於土木工程與航太工程中彈性和結構分析問題的研究，其發展可以追溯到1940~1960年代相關學者所提出並應用的方法，其方法之特徵在於利用網格方式將一個連續區塊轉化成為一群離散但相連結的子區域，通常稱作為元素(Element)，而藉此方法用以求解物體受力或變形時的偏微分方程式。然而

直到近代在機械設計上實際作應力分析時，所遇到的幾何形狀往往複雜很多、甚至是二維、三維的結構形態，基本的應力計算公式及各種簡單的結構破壞模式也因而不敷使用，此外在這些基本應力計算公式中，負載設定的條件也相當簡單，不外乎是單點受力或壓力，結構的邊界條件也作了許多理想化的假設，與實際所要設計、分析的結構，也不盡然能完全相符。因此隨著科技和電腦硬體的快速進步，包含有限元素法在內的有限元素軟體便逐步的開發而出，至目前為止，有限元素軟體已經成為機械設計上非常重要的電腦輔助分析工具，有限元素軟體可以分析結構問題的種類、範圍擴大許多，且大部分的有限元素分析軟體都已經結合了建構幾何模型之設計軟體，成為一套整合的「電腦輔助工程(Computer Aided Engineering, CAE)」軟體。

對於有限元素軟體而言，其分析的機構種類包括結構靜力、動力、流體、熱傳導、電磁場、管道工程設計、土木結構等，為了以有限的計算資源獲得較合理的計算準確度，目前已有多種簡化分析技巧，而局部模型分析法便屬於其中之一。另外，由於機構在設計、施工和使用過程中具有種種影響其安全、適用、耐久的不確定性，使得設計者均要求機構必需具有一定的可靠度。因此當結構模型進行模擬設計運算時，所引入之外加負載荷重、材料性質、構件尺寸、邊界條件和容許公差等基本參數，會由於量測和計算誤差等各種隨機因素的影響，使得這些參數值必需用隨機變數或隨機過程來加以描述。對於這些影響結構行為的不確定因素進行分析稱為可靠度分析，此分析是結構計算與設計內容時的重要組成部分。對此有限元素軟體進而發展出參數化設計語言(Parametric Design Language)與「機率設計系統」，以實現有限元法軟體與結構可靠度設計方法的結合，從而進行結構的可靠度分析。故以下將詳細介紹局部模型分析法、參數化設計語言與「機率設計系統」。

2-6-1 局部模型分析法

在有限元素軟體中，局部模型分析法為一種以位移為切割邊界負載條件或特

定邊界負載的方法，其切割邊界之位移是經由全域模型所計算獲得後，再內插成為局部模型之邊界條件，因此局部模型分析法又稱為切割邊界位移法或特定邊界位移法。局部模型分析法主要是依據Saint-Venant's Principle所建構而出，而Saint-Venant's Principle指出實際分佈負載可以藉由一等效負載置換，經過置換後應力和應變的改變只侷限在負載施加之區域附近。換言之，應力集中效應的影響只發生在負載集中之位置。因此，當局部模型從全域模型之中擷取而出且其擷取的邊界位置非常遠離應力集中之區域時，局部模型分析法所計算求得的結果便能夠被接受。

利用局部模型分析法求解相關結構問題時，必須依循下列分析流程進行：

- (1) 建構全域模型。
- (2) 將全域模型依負載歷程求解並紀錄其相關數值結果。
- (3) 選定局部模型範圍及局部模型相對於全域模型的分割邊界位置。
- (4) 將全域模型求解後得出之位移場結果內插至局部模型邊界上，以此作為局部模型之邊界條件並依負載歷程求解，直至負載歷程結束。

局部模型分析法在應用上並不限制於結構應力分析，也可以有效地使用於其他分析中。除此之外，局部模型分析法還有下列幾項優點：

- (1) 在有限元素實體模型分析裡，減少實體模型之複雜區域的運算。
- (2) 只要針對較易破壞或需要了解之區域進行分析。
- (3) 可節省大量運算時間與電腦硬碟空間，求取較有價值性之結果。
- (4) 幫助設計者快速找出最適合此結構模型之有限元素網格密度。

但使用局部模型分析法仍有以下之限制：

- (1) 只能使用於實體元素或殼元素。
- (2) 局部模型對應於全域模型之切割邊界應遠離應力集中區域，以避免違反Saint-Venant's Principle。

2-6-2 參數化設計語言

有限元素軟體中的參數化設計語言是一種非常近似於Fortran的程式語言，在有限元素分析流程中用來完成某些參數化定義、建構模型、循環命令或設定參數邊界條件等，因而使用參數化設計語言可以更加有效地分析計算與進行自動化工作。此外，運用參數化設計語言讓設計者只需輸入前處理之參數，有限元素軟體便可以自動運行求解。但完全使用參數化設計語言編寫有限元素軟體之指令仍存在缺點，如參數化設計語言較難控制有限元素軟體求解的進展流程，雖然參數化設計語言提供了循環命令及條件判斷語句，但總體來說還是難以用來編寫架構清晰的程式。還有雖然參數化設計語言提供了參數的介面輸入，但功能還不是太強，交互性不夠流暢。因此在使用參數化設計語言編寫有限元素軟體分析所需之指令時，需要非常的謹慎注意，以避免造成分析上的失誤或阻礙。

2-6-3 機率設計系統

在一般工程分析中，所建立的分析模型都是經過各種假設和理想化而得出的。然而，事實上真實設計的任何結構或產品，其材料性質、加工容許公差、邊界條件和負載荷重等往往是具有不確定性，且其中有些參數的實際數值往往是無法得到。所以，在有限元素分析中所有的輸入參數幾乎都是不確定的，也就是各參數都具有一定程度的不確定性。這種不確定性對於分析就會造成誤差，使分析結果與實際有較大的差別。然而完全不考慮輸入參數的不確定性卻是與現實情況不吻合，因此便由機率分析來討論模型中的某些輸入參數之不確定性對分析結果的影響，並對結果進行判斷，藉此在不能完全消除輸入參數之不確定性的情況下，提高結構或產品的品質和可靠度。

基於機率分析問題，有限元素軟體因而發展出一套「機率設計系統」來實現有限元素法與結構可靠度設計方法之結合，從而進行結構的可靠度分析。其「機率設計系統」之主要原理是將輸入參數描述成服從某種機率分佈的不確定性變量，如幾何尺寸或加工誤差等都有一定的公差範圍且大多均服從常態機率分佈，

又如施加的負載荷重也應該服從某種機率分佈，再從中經過隨機選取得出大量的樣本並計算統計分析這些樣本的輸出參數之結果，加以探討樣本之輸出參數結果的機率分佈特性及輸入參數對於輸出參數之結果的影響關係與影響程度。在「機率設計系統」中，有兩種機率設計方法可供選擇，分別為蒙地卡羅模擬法與反應曲面法，本研究將採用蒙地卡羅模擬法並接著介紹此方法之原理。

所謂蒙地卡羅模擬法乃是針對某已知的隨機變數而言，假設隨機變數服從某一機率分佈的型態，利用電腦以一個隨機的推測重複進行抽樣，以形成研究標的物之統計推論的一個程序。本質上蒙地卡羅模擬法是一種基於大數法則(Law of Large Numbers)的實證方法，若模擬的次數越多，它的平均值也就會越趨近於理論值。其產生隨機樣本之方式是先將所有隨機變數可能結果發生的機率，歸納出一機率密度函數，再將此機率密度函數累加成累積分佈函數，調整其值的最大值為1，此稱為歸一化(Normalization)，這也正確反應出所有事件出現的總機率為1的機率特性，之後接著定義一個新的均勻變數 U 與累積分佈函數之關係，如下式所示。

$$U = F(V), 0 \leq U \leq 1 \quad (2-48)$$

將(2-48)式取反函數可得：

$$V = F^{-1}(U), 0 \leq U \leq 1 \quad (2-49)$$

由累積分佈函數的特性可知變數 U 的範圍必介於0與1之間，進一步藉由電腦產生數百組、數千組甚至是數萬組均勻分佈於0與1之間的均勻變數 U ，將變數 U 代入(2-49)式即可求得該機率分佈下的多組隨機樣本 V 。因此蒙地卡羅方模擬法可應用於產生多組隨機樣本，以探討如模型內的隨機參數變異對電子封裝產品之疲勞壽命的影响。

另外，關於具有隨機性之輸入參數對於輸出參數結果的影響關係與影響程度，在「機率設計系統」中，則提供Spearman與Pearson兩種相關係數(Correlation Coefficient)作為相關分析中探討關聯程度之衡量指標。相關係數所包含的判讀方向有大小和方向兩種特性，其大小表示輸入參數與輸出參數結果之相關程度的強

弱，相關係數的絕對值越大，代表相關程度越強；相反的，相關係數的絕對值越小，代表相關程度越弱；若是相關係數的值為0，則表示零相關，也就是沒有相關性。而方向則由相關係數的正負性表示，相關係數為正值時，其相關性為正相關，也就是隨著輸入參數的值增加時，輸出參數值也會隨著增加，反之亦然；相關係數為負值時，其相關性為負相關，也就是隨著輸入參數的值增加時，輸出參數值會隨著減少，反之亦然。而Spearman與Pearson兩種相關係數也各有其適用之假設情況，Spearman相關係數描述的是等級(Rank)相關強度，適用於輸入參數與輸出參數皆為順序尺度，其目的是在計算兩組等級之間一致的程度，Pearson相關係數描述的是線性(Linear)相關強度，適用於輸入參數與輸出參數均為連續變數的狀態，如區間變數(Interval Scale)或比率變數(Ratio Scale)。另外，關於「機率設計系統」計算累積分佈函數的部份，「機率設計系統」是採用一經驗公式而得出經驗累積分佈函數值並繪製成累積分佈函數曲線，而其經驗公式表示如下[22]：

$$\sum_{k=i}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} F_i^k (1-F_i)^{n-k} = 50\% \quad (2-50)$$

此一經驗公式的應用使「機率設計系統」可以利用統計數據資料換算得到可靠度相關數據結果。

基於有限元素軟體將傳統力學和數理統計、機率概論結合成為結構可靠度理論，藉由「機率設計系統」使得分析之流程更加便利，不需單獨進行結構的力學分析後再額外編制可靠度分析程序，也為複雜結構的可靠度分析提供了新穎的方法。

表2-1 熱循環測試之高低溫範圍值[18]

Test Condition	The Minimum Nominal Temperature (°C) with Tolerances	The Maximum Nominal Temperature (°C) with Tolerances
A	-55(+0, -10)	+85(+10, -0)
B	-55(+0, -10)	+125(+15, -0)
C	-65(+0, -10)	+150(+15, -0)
G	-40(+0, -10)	+125(+15, -0)
H	-55(+0, -10)	+150(+15, -0)
I	-40(+0, -10)	+115(+15, -0)
J	0(+0, -10)	+100(+15, -0)
K	0(+0, -10)	+125(+15, -0)
L	-55(+0, -10)	+110(+15, -0)
M	-40(+0, -10)	+150(+15, -0)
N	-40(+0, -10)	+85(+10, -0)

表2-2 熱循環測試之滯留模式[18]

Soak Mode	Minimum Soak Time at Soak Temperature(Maximum) & Soak Temperature(Minimum) (minutes)
1	1
2	5
3	10
4	15

表2-3 熱循環測試進行之頻率[18]

Test Condition	Cycles/Hour	Soak Mode
A	2-3	1, 2 & 3
B	2-3	1 & 2
C	2	1 & 2
G	<1-2	1, 2, 3 & 4
H	2	1 & 2
I	1-2	1, 2, 3 & 4
J	1-3	1, 2, 3 & 4
K	1-3	1, 2, 3 & 4
L	1-3	1, 2, 3 & 4
M	1-3	1, 2, 3 & 4
N	1-3	1, 2 & 3

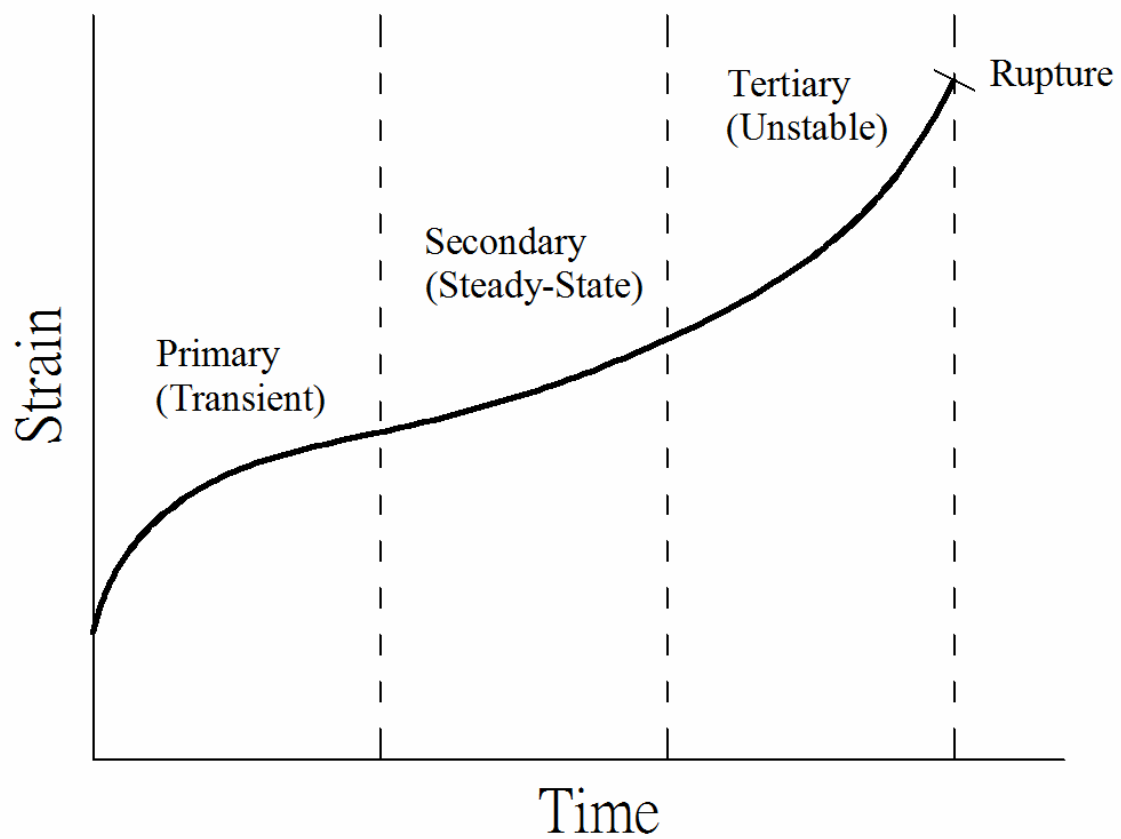


圖2-1 潛變曲線圖[17]

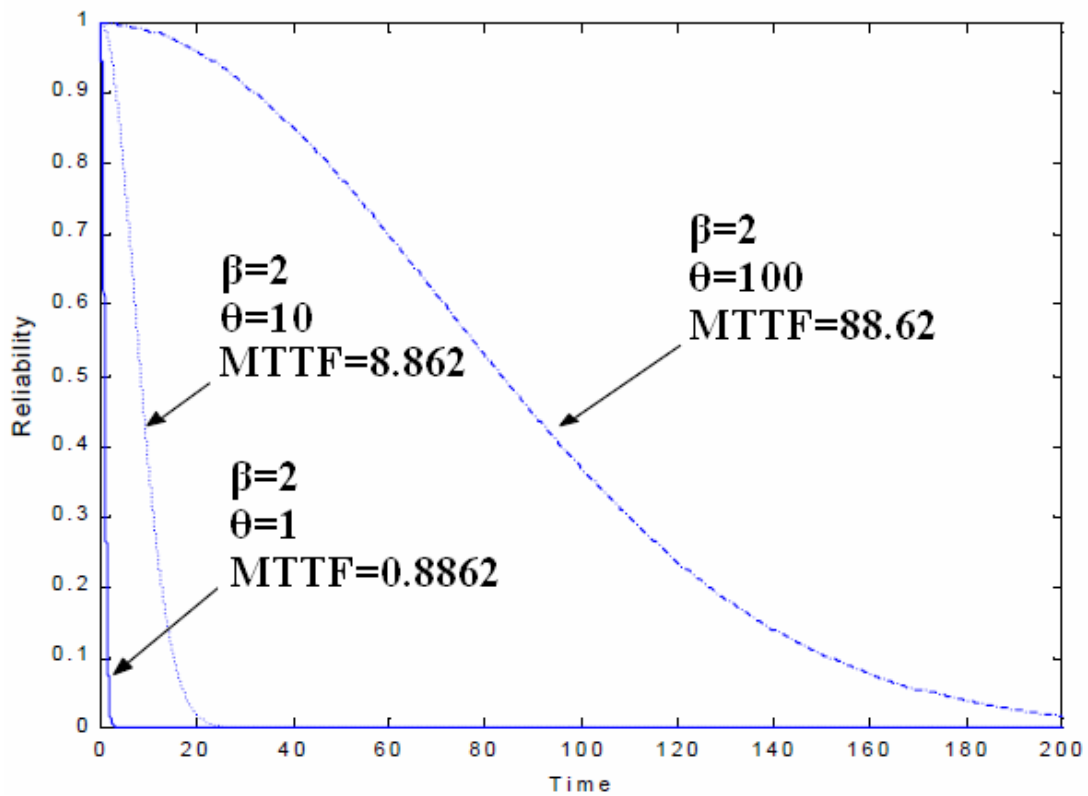


圖2-2 未經正規化的可靠度曲線[21]

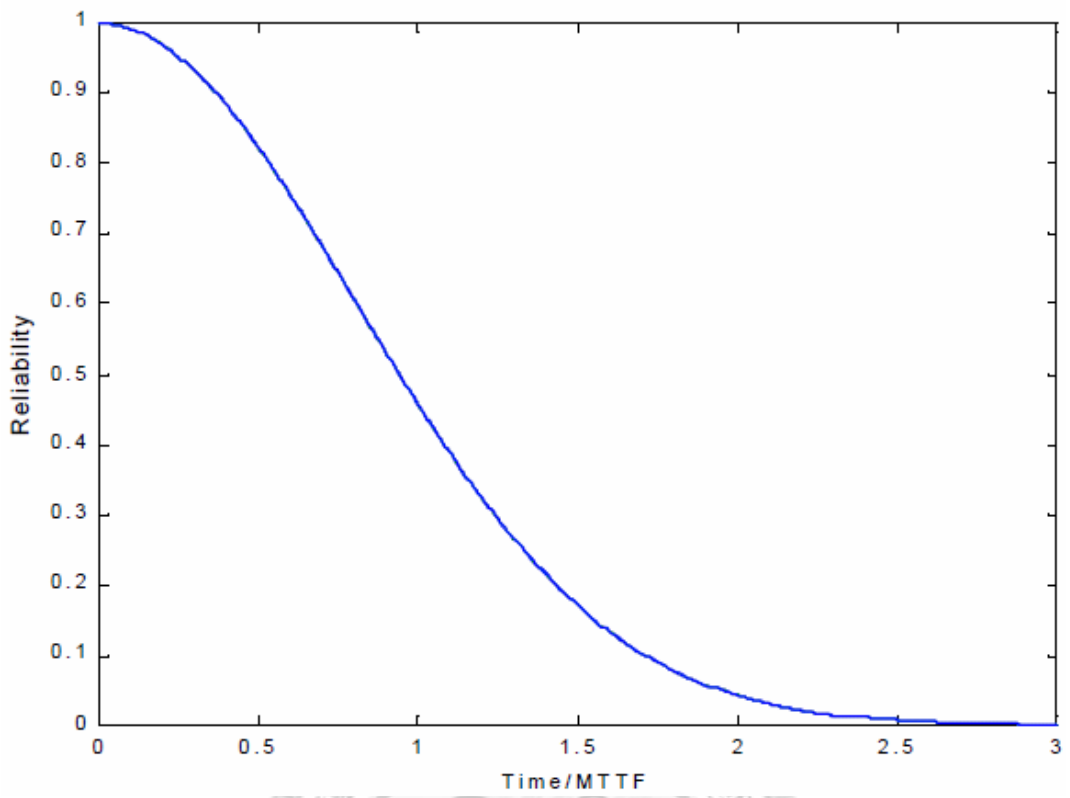


圖2-3 經正規化的可靠度曲線[21]



第三章 有限元素數值分析與評估

當利用數學的觀點來觀察機械結構之問題時，其結構受力後的變形與應力即是求解結構在受力狀態下的偏微分方程邊界值問題，但在龐大且複雜的機械結構設計中，要計算出如此繁雜的偏微分方程組相當困難，因而便有了有限元素法以應付此問題，有限元素法是一種可以分析複雜結構的數值計算方法，其主要概念是將龐大複雜的機械結構切割成形狀及面積或體積較小的元素，因此可分別寫出每一元素變形的偏微分方程式，將這些方程式近似地轉化為線性方程式後，再連接每一元素並考慮原有結構邊界條件，如此即形成了與原始機械結構近似的計算模型。然而對於電子科技產業而言，其封裝體產品之複雜結構造成研發時程與可靠度測試耗費過多時間，為縮短研發與測試之冗長時間，藉由有限元素法之概念與相關軟體的輔助，讓產品設計者可以盡速預知測試結果，並進一步改善機械結構、材料性質或幾何尺寸參數等，使得產品可靠度增加且大幅降低產品開發時間。故本研究將採用有限元素軟體與軟體內的分析技巧來分析覆晶晶片尺寸封裝體受熱循環應力後之疲勞壽命和可靠度相關情形。

3-1 有限元素模型之基本假設條件

在使用有限元素軟體進行模擬過程時，完全模擬出真實封裝體產品在熱循環測試環境中的情況是非常不容易的，因此模擬分析中便需要設定一些基本假設條件，其基本假設條件如下：

1. 假設模型在室溫下(25 °C)為無應力狀態並忽略封裝製程中所產生之殘留應力 (Residual Stress)。
2. 模型對稱面之對稱方向位移為零。
3. 覆晶晶片尺寸封裝體各元件之材料性質皆為均質等向性，即受拉與受壓行為相同。
4. 模型中所有接觸面為完全接觸且封裝體內部無任何空洞雜質。

5. 不考慮材料因吸濕現象且受溫度變化所產生的爆米花效應(Popcorn Effect)。
6. 不考慮熱傳、熱對流及熱輻射現象。
7. 模型內部的溫度與外在環境溫度相同，且忽略溫度場隨空間變化之情形，即假設任何瞬間模擬之系統溫度場皆已達平衡狀態，溫度場只受熱循環負載時間而變化。

3-2 有限元素模型之尺寸結構與材料性質

本研究中所探討的模型為結構簡化後之覆晶晶片尺寸封裝體，所模擬的結構將不考慮保護層(Passivation)、多層金屬薄膜(Under Bump Metallurgy, UBM)，只考慮晶片(Chip)、基板(Substrate)、晶片與基板間之金凸塊(Au-Stud Bump)及底填膠、無鉛錫球(Lead Free Solder Ball)、和印刷電路板(Printed Circuit Board, PCB)，其整體結構模型如圖3-1所示且各單元之結構尺寸分別為：

1. 晶片： $7 \times 7 \times 0.41 \text{ mm}^3$ ，晶片四周下方佈植有 100 個金凸塊。
2. 基板： $7.45 \times 7.45 \times 0.25 \text{ mm}^3$ ，在晶片與基板間填入底填膠。
3. 錫球：製程完成後之錫球上下黏接之直徑為 0.3mm、高度為 0.297mm，其錫球間距為 0.65mm，數量為為 10×10 的面陣列。
4. 印刷電路板： $8 \times 8 \times 1 \text{ mm}^3$ 。

覆晶晶片尺寸封裝體中各單元的材料為：

1. 晶片：矽(Silicon)。
2. 基板：雙馬來醯亞胺-三氮雜苯樹脂材料(Bismaleimide Triazine Substrate)。
3. 錫球：無鉛材料(95.5Sn-3.9Ag-0.6Cu)。
4. 印刷電路板：FR-4 玻璃樹脂(Epoxy Glass)。

覆晶晶片尺寸封裝體模型分析中採用的材料性質如表3-1所示[23,24]，當中 95.5Sn-3.9Ag-0.6Cu無鉛錫球需要考慮材料性質隨溫度改變及潛變行為模式，其餘元件之材料性質均假設為線性材料且不隨溫度而改變。而共晶95.5Sn3.9Ag0.6Cu無鉛錫球材料所考慮之潛變行為模式將採用Generalized Garofalo-Arrhenius Creep

Model，其Creep Model之材料參數分別如表3-2所示[23]。

3-3 有限元素模型之邊界條件與負載條件

依據先前文獻的研究結果顯示[24]，在電子封裝體承受熱循環測試之有限元素模擬分析中，三維條狀模型的模擬結果相較於三維整體模型、三維四分之一模型、三維八分之一模型的模擬結果，其誤差值仍在可接受的範圍內。因此為節省電腦運算時間並確保分析之準確性，故本研究以三維條狀模型作為全域模型，藉此進行覆晶晶片尺寸封裝體承受熱循環測試之有限元素模擬分析。

3-3-1 邊界條件

利用本研究其覆晶晶片尺寸封裝體為左右對稱性的結構特質，所以由實際封裝體模型之對角線部位擷取1/2對稱條狀模型作為全域模型，其整體模型之邊界條件設定如圖3-2所示。邊界條件之設定為前表面上所有節點及左側表面上所有節點均為對稱條件，而模型左下端處設為固定點，即該點在各方向之位移UX、UY及UZ均為0，以避免整個模型在受力後發生剛體運動(Rigid Body Motion)，且可使整個分析模型受力變形後能自由產生上下之翹曲。在 $Z=-pitch/2$ 面之所有節點則設為UZ Coupled的條件(pitch表示錫球間距)，其主要原因為此平面並非自由表面亦非真對稱面(True Symmetry Plane)，然為了使此面可在Z方向自由移動，而不產生向外(Out-of-Plane)翹曲，因此採用廣義平面應變條件(Generalized Plane Strain Condition)，其餘未設定特殊邊界條件之面皆假設為自由表面。

3-3-2 負載條件

為預測錫球疲勞壽命，因而根據JEDEC測試標準中的JESD22-A104C規則[18]，設定環境熱循環負載，此規範為現今電子封裝界最常使用的測試規範。此測試目的主要是檢測電子封裝體於高溫低溫循環變化來評估封裝體對於溫度變化的抵抗能力。據此來了解封裝體上各層材料由於材料性質和幾何尺寸的不協調，而可能引起之故障機制。

對此，本研究針對分析模型設定三種符合規範的熱循環負載，其每一種熱循環負載均由初始溫度 25°C (零應變狀態)開始升溫並進行四次熱循環週期，每一熱循環週期由下述四個Load Steps所組成：

- (1) Ramp Low：由熱循環之溫度範圍的最高溫度下降至最低溫度。
- (2) Dwell Low：於最低溫度時維持一段時間。
- (3) Ramp High：由熱循環之溫度範圍的最低溫度上升至最高溫度。
- (4) Dwell High：於最高溫度時維持一段時間。

每一種熱循環負載之單一熱循環週期所經歷的時間均不相同，其三種熱循環負載之詳細條件如表3-3所示，而每一種熱循環負載之示意圖如圖3-3所示。當中，3-4節與第四章的分析驗證中，僅使用熱循環負載Test 2之狀態作為模擬的負載邊界。而第五章則同時應用三種熱循環負載作為模擬的負載邊界。

3-4 探討局部模型分析法之有限元素應用

3-4-1 局部模型分析法之模型建立

本研究為節省電腦模擬計算時間，由整體封裝體結構之對角線上擷取出1/2對稱條狀模型進行分析，並以此位置之模型經由局部模型分析法建構出有限元素分析流程。首先，為了驗證局部模型分析法之有效性，分別建立下列兩組分析模型：

(1)具有精細網格之全域模型(Detailed Global Model)。為了使局部模型之結果得以合理化，此具有精細網格之全域模型所得出之數值解主要是用於對照局部模型之數值解結果。此處之全域模型的整體網格切割情況如圖3-4 (a)所示，而錫球與周圍的網格切割情況如圖3-4 (b)所示。

(2)具有粗糙網格之全域模型(Coarse Global Model)搭配局部模型。其具有粗糙網格之全域模型僅僅只是提供局部模型所需之位移邊界條件，最後結果仍需觀察分析完成後的局部模型。此處之全域模型的整體網格切割情況如圖3-5 (a)所示，而錫球與周圍的網格切割情況如圖3-5 (b)所示。由於先前學者研究出對角線最外側錫

球是應力應變最大值發生之位置[6,14]，因此局部模型分析的位置便著重於對角線最外側錫球，其表示為圖3-5 (a)所圈出之位置。另外，局部模型分析法中，局部模型從全域模型中擷取出來時，不能違反Saint-Venant's Principle，但又希望局部模型範圍擷取時可以盡量縮小化，以加快電腦分析的效率，因此設計三種不同高度(Y方向)的局部模型，在局部模型寬度(X方向)和厚度(Z方向)則取最大許可值，即寬度為錫球間距、厚度為全域模型厚度，如圖3-6 (a)所示，以期許可以獲得最有效率之局部模型。圖中之1/3、1/2和Default分別代表晶片與PCB原始尺寸高度的三分之一、二分之一和原高度，而且每一種局部模型均包含完整的底填膠、基板厚度以及錫球高度。另外，圖3-6 (b)表示局部模型之錫球與周圍的網格切割情況。

此外，針對上述所有模型進行網格切割時，由於錫球部份具有潛變行為模式，因此錫球部份在網格切割時必需採用具有潛變及大變形分析能力之SOLID185三維八節點六面體，其具有自動退化之三維四節點四面體之結構分析元素，如圖3-7所示[25]。而錫球以外的其他單元，則採用SOLID45三維八節點六面體，亦具有自動退化之三維四節點四面體之結構分析元素，如圖3-8所示[25]，此元素也是建構三維實體結構模型的最基本元素。

3-4-2 局部模型分析法之驗證與計算效能

建構完成本研究所需之全域/局部模型、材料性質和邊界條件後，便可以進行覆晶晶片尺寸封裝體的力學分析，並將具有精細網格之全域模型和三種不同高度的局部模型作一個比較，觀察在熱循環負載Test 2的狀態下並經由四個熱循環週期之全部歷時過程中，各自的潛變等效應變和潛變應變能密度的趨勢及疲勞壽命的差異，以期應用具有精細網格之全域模型分析結果為基準，驗證局部模型的準確性及實用性。最後也將電腦運算時間列出，以此證實採用局部模型分析法的情況下可以得到較佳的電腦運算效率。

當全域精細模型與三種不同的局部模型均經歷四次加速熱循環週期負載後，最外側無鉛錫球下方為最大潛變應變能密度與潛變等效應變發生之處，如圖3-9所

示，接著擷取全域精細模型與每種局部模型位於此位置點的最大潛變應變能密度與潛變等效應變結果，並以時間為橫座標繪製出潛變應變能密度時間歷程、潛變等效應變時間歷程，如圖3-10和圖3-11所示。由潛變等效應變時間歷程中可以得知，無論全域精細模型或三種局部模型經歷四次加速熱循環週期負載後，潛變等效應變的最高與最低變化皆已達穩定狀態，且不論是觀察潛變應變能密度時間歷程或潛變等效應變時間歷程，其運用全域精細模型和三種局部模型所得出之結果均非常相近。而由於局部模型之錫球具有較全域精細模型更細緻的網格體積，使得其數值更加精確。此外，擷取各模型最外側無鉛錫球下方位置之等效應變範圍並加以比較，如表3-4所示，若以全域精細模型之等效應變範圍值為基準，其各局部模型所求得的等效應變範圍差異最大不超過5.5%。之後將各模型之等效應變範圍代入Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式，如(2-2)式所示，以比較其疲勞壽命值，如表3-4所示，發現不同高度之局部模型疲勞壽命值均非常接近於全域精細模型的疲勞壽命值。由上述種種比較結果可驗證局部模型分析法的可行性。

針對覆晶晶片尺寸封裝體之全域精細模型與三種不同的局部模型進行電腦運算求解時間的比較，其計算時間如表3-5和圖3-12所示，其全域精細模型求解時間需花費8,294秒，而1/3局部模型則只需要花費6,083秒，且全域精細模型與1/3局部模型所分析的結果差異甚小，所以利用適當範圍的局部模型進行有限元素分析，一方面可以節省電腦分析運算的時間，另一方面又可兼顧其分析運算的準確性。此外，對於蒙地卡羅模擬法而言，其分析過程中需要隨機採樣大量的封裝體樣本，並經由有限元素軟體模擬出這些封裝體樣本的疲勞壽命值，故採用局部模型分析法可以減少每一樣本分析運算時所需的時間，當樣本數量非常龐大時，其所節省下來的時間將非常可觀並使設計分析的效率大大增加。有鑑於此，本研究之第四章與第五章的研究中，將沿用具有粗糙網格之全域模型與1/3局部模型作為有限元素軟體進行分析時的模型基礎，藉此探討參數變異對熱疲勞壽命之影響與評估封裝體之失效率。

表3-1 覆晶晶片尺寸封裝體之材料係數[23,24]

Component	Young's Modulus (MPa)	Poisson's Ratio	CTE (ppm/K)
Chip	131,000	0.3	2.8
Au-Stud Bump	88,790	0.44	14
Underfill	14,470	0.28	20
Substrate	18,200	0.25	19
Solder Ball (95.5Sn3.9Ag0.6Cu)	49,000-70(T-273)	0.35	21.3+0.017(T-273)
PCB	27,000	0.39	18

Note: T is temperature in K.

表3-2 無鉛錫球潛變方程式之係數[23]

Parameter	Value
C_1 (1/sec)	500,000
C_2 (1/MPa)	0.01
C_3	5
C_4 (K)	5,802

表3-3 熱循環負載狀態

Condition	Temperature Range (°C)	Ramp (°C/Minute)	Dwell at Max./Min. Temperature (Minutes)	Cycle Time (Minutes/Cycle)	Frequency (Cycles/Day)
Test 1	0~100	10	20	60	24
Test 2	-40~125	11	10	50	28.8
Test 3	-40~150	12.67	45	120	12

表3-4 模型之等效應變範圍與疲勞壽命值比較

	Equivalent Strain Range ($\Delta\varepsilon$)	Percent Difference in Equivalent Strain Range	Fatigue Life (N , Cycles)
Detailed Global Model	0.01199	-	2,297
Default Sub-Model	0.01257	4.84%	2,047
1/2 Sub-Model	0.01261	5.17%	2,033
1/3 Sub-Model	0.01265	5.50%	2,017

表3-5 計算時間

	Detailed Global Model	Coarse Global Model and Default Sub-Model	Coarse Global Model and 1/2 Sub-Model	Coarse Global Model and 1/3 Sub-Model
The Stage of Global Model (sec)	8,294	1,686	1,686	1,686
The Stage of Sub-Model (sec)	-	7,084	5,157	4,397
Total (sec)	8,294	8,770	6,843	6,083



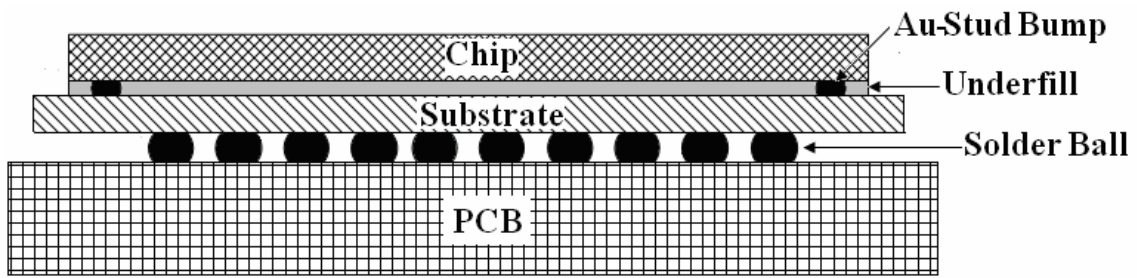


圖3-1 覆晶晶片尺寸封裝體之示意圖

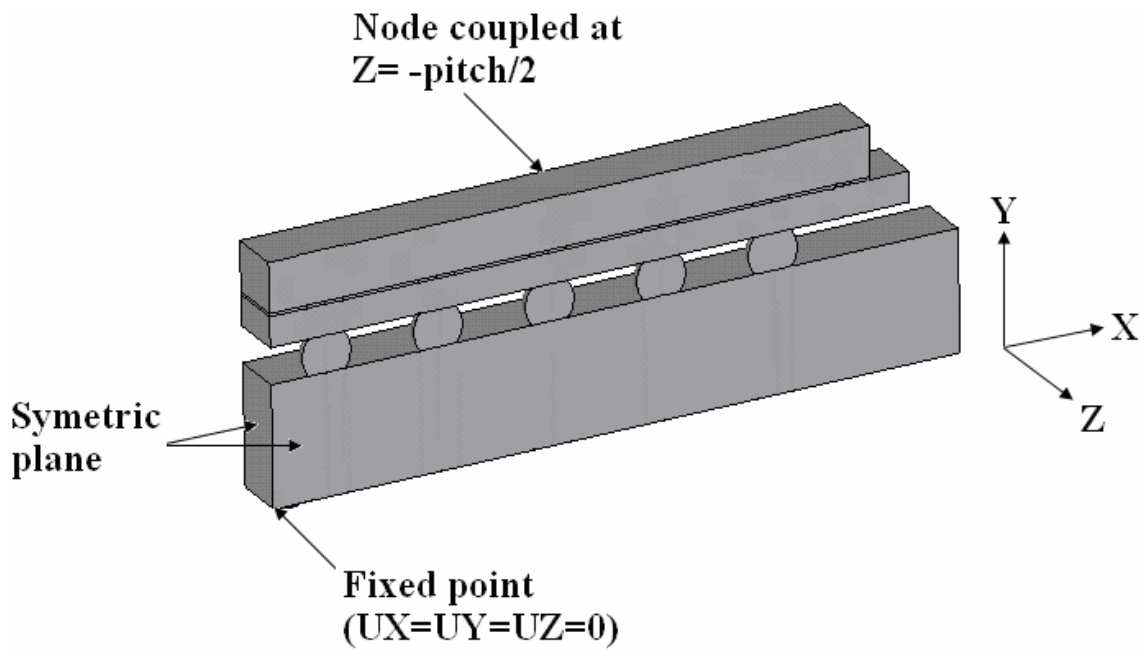


圖3-2 三維1/2對稱條狀模型之邊界條件

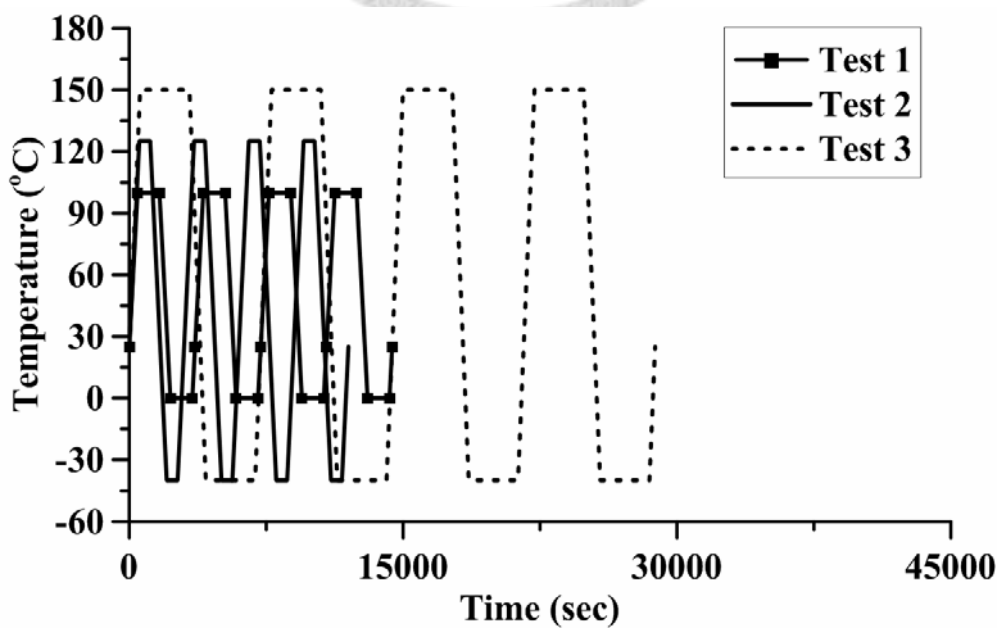
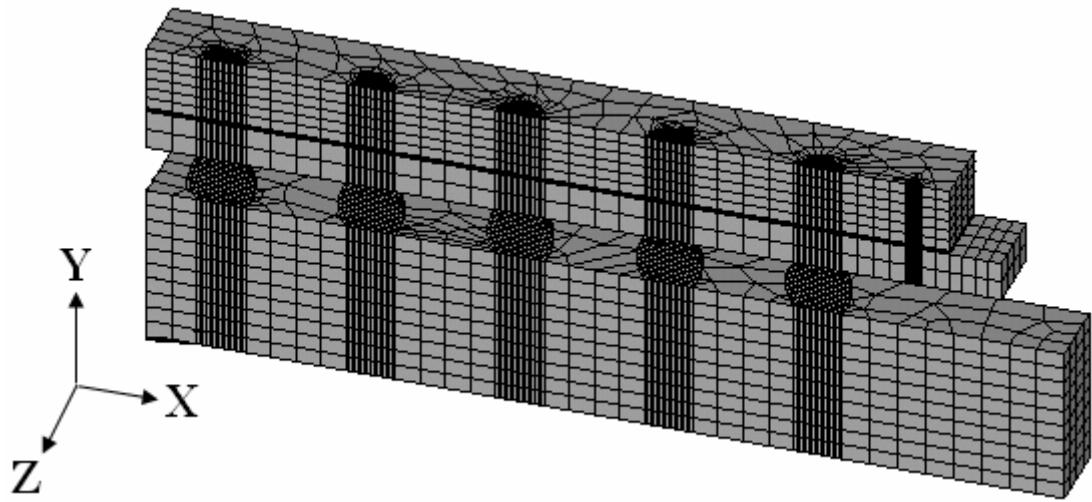
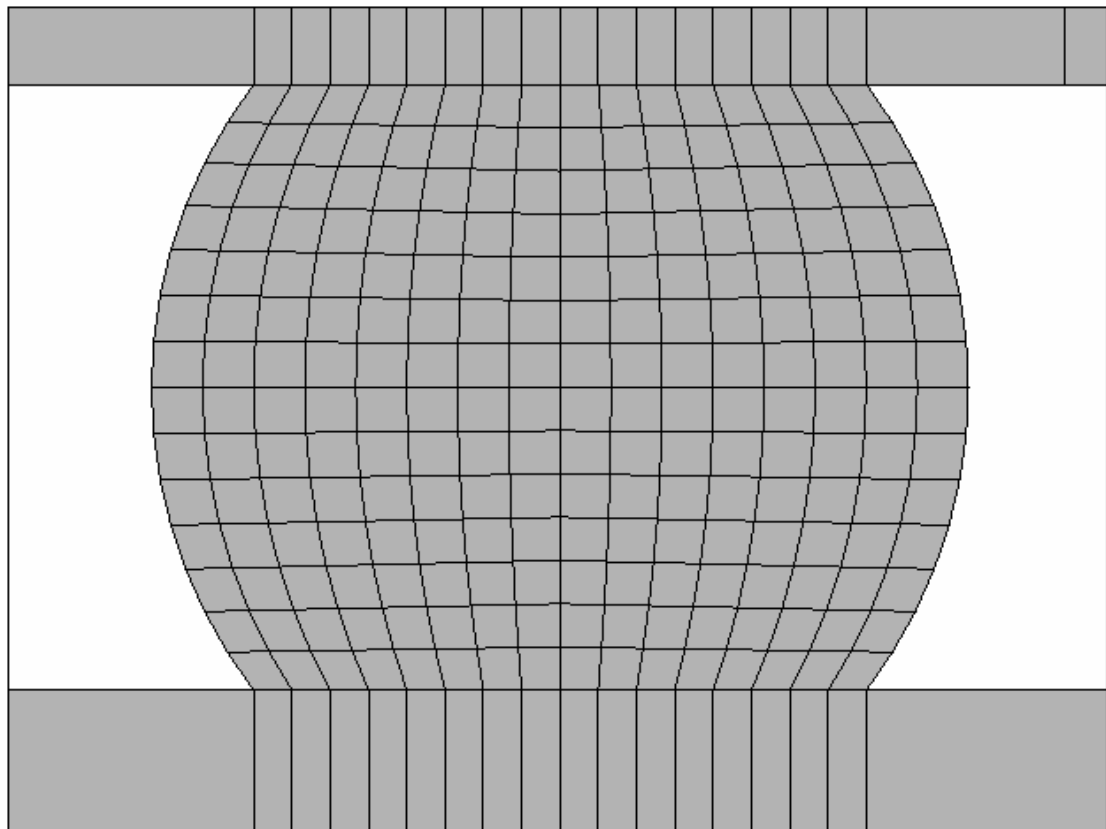


圖3-3 熱循環負載示意圖

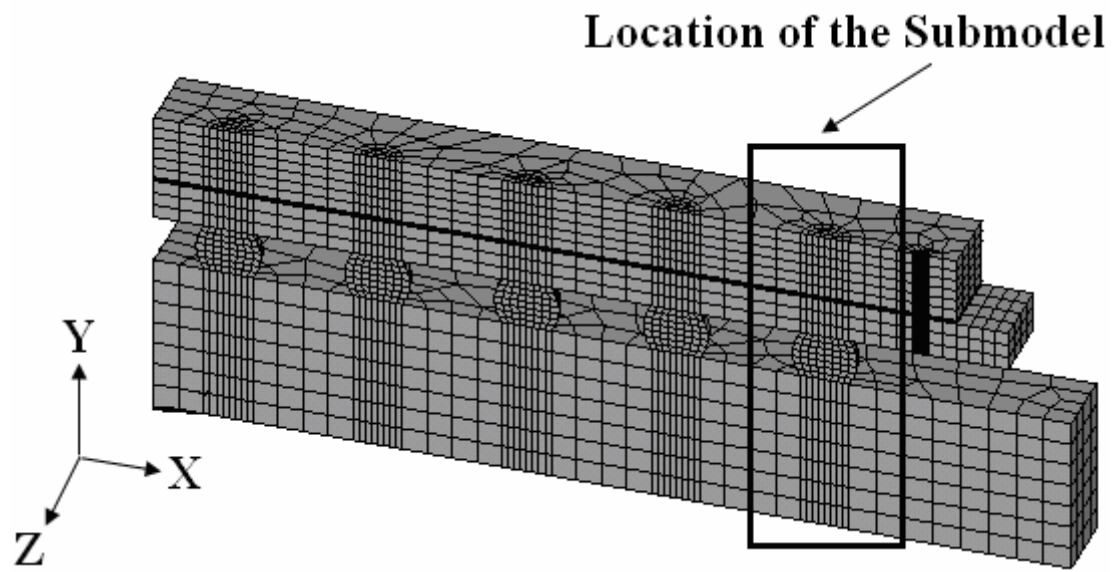


(a)

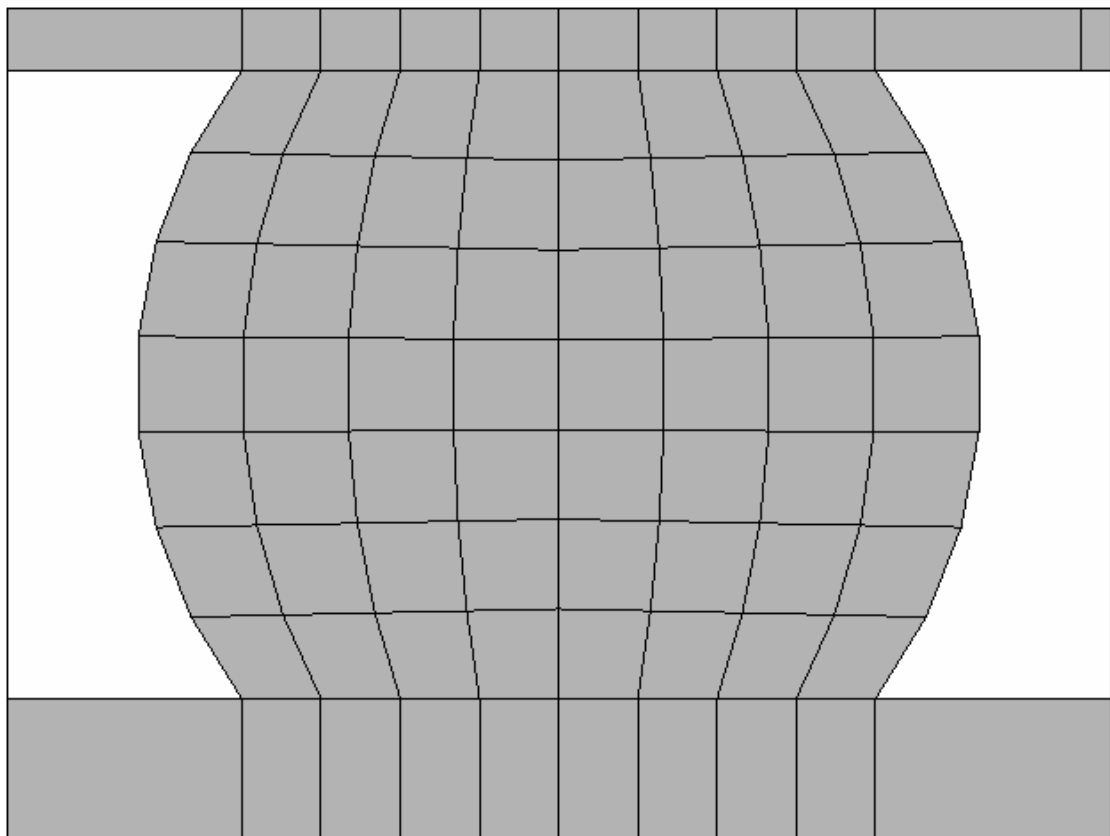


(b)

圖3-4 (a)精細網格之全域模型(b)錫球網格

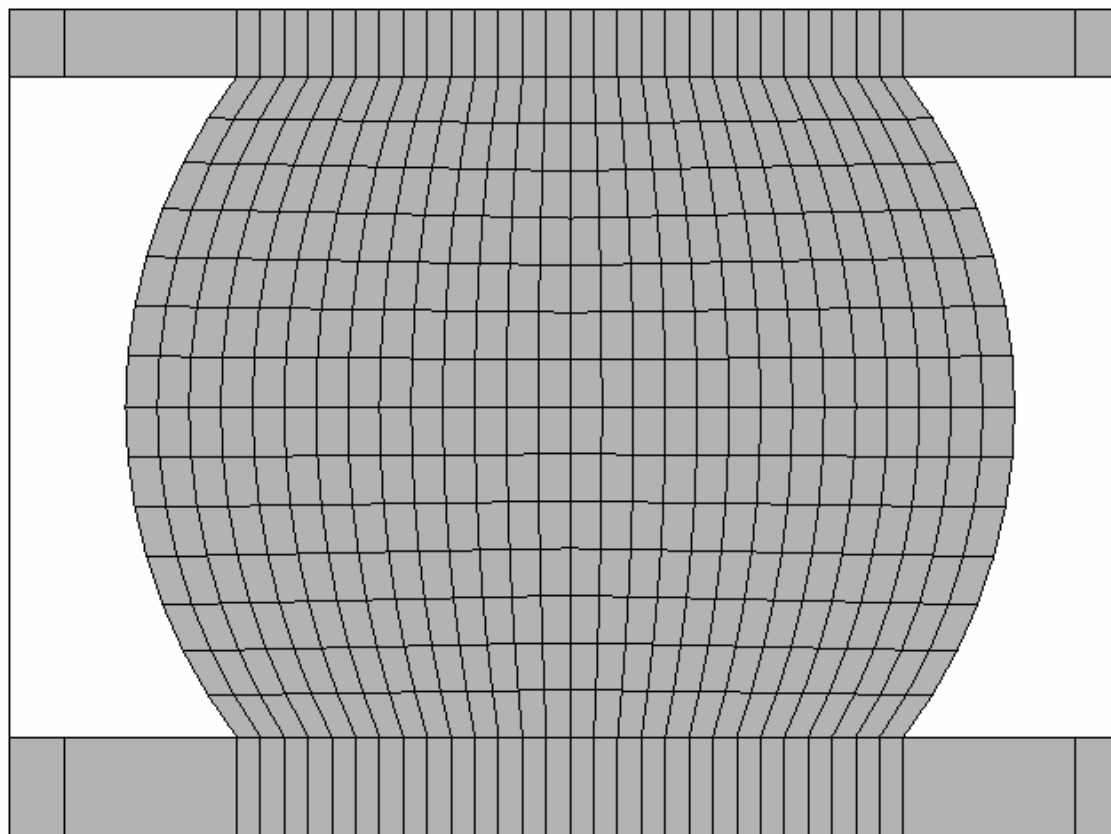
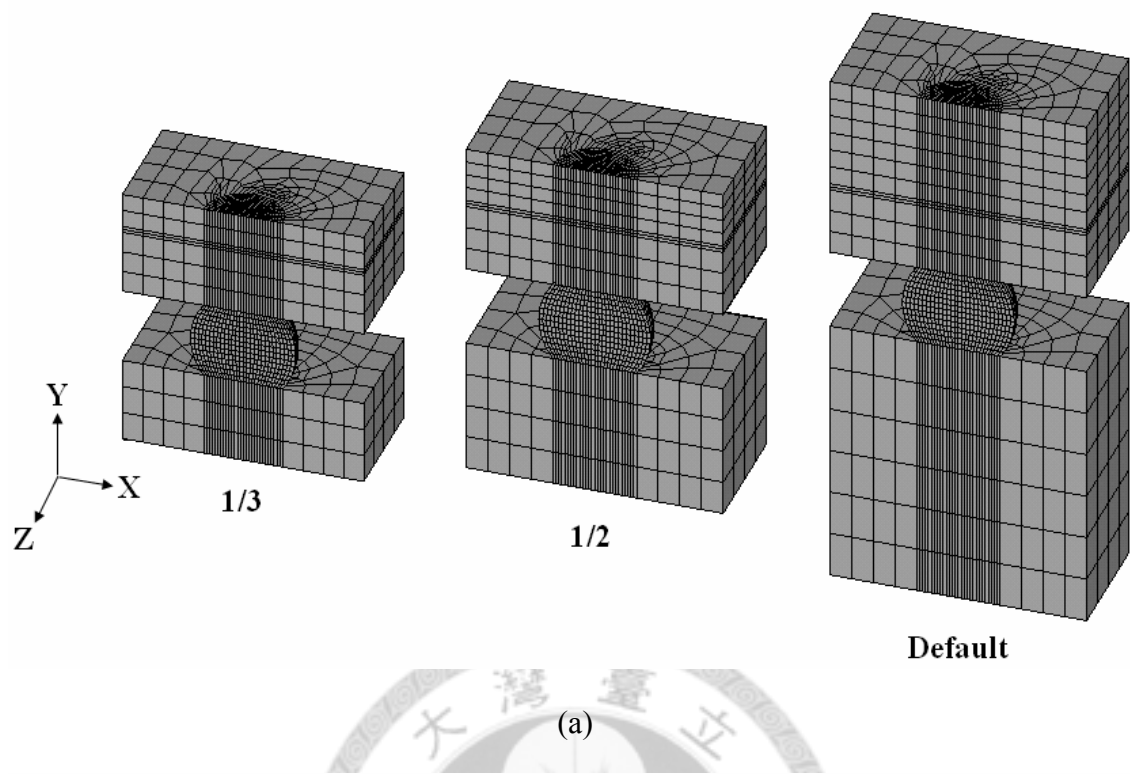


(a)



(b)

圖3-5 (a)粗糙網格之全域模型(b)錫球網格



(b)

圖3-6 (a)三種不同高度之局部模型(b)錫球網格

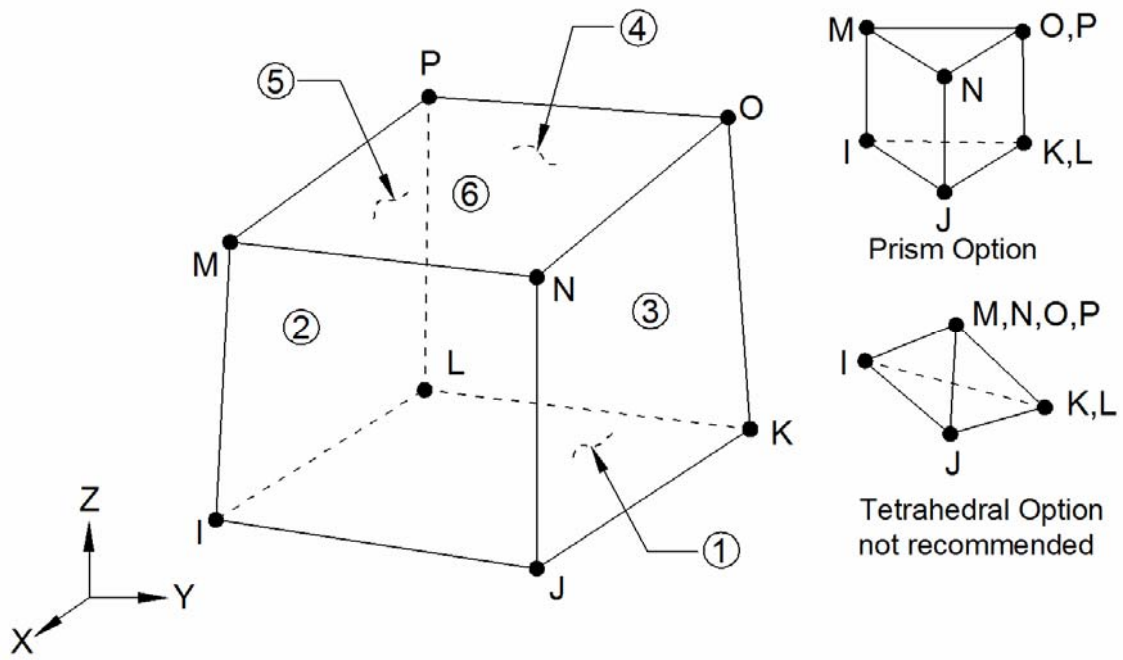


圖3-7 SOLID185三維八節點六面體分析元素[25]

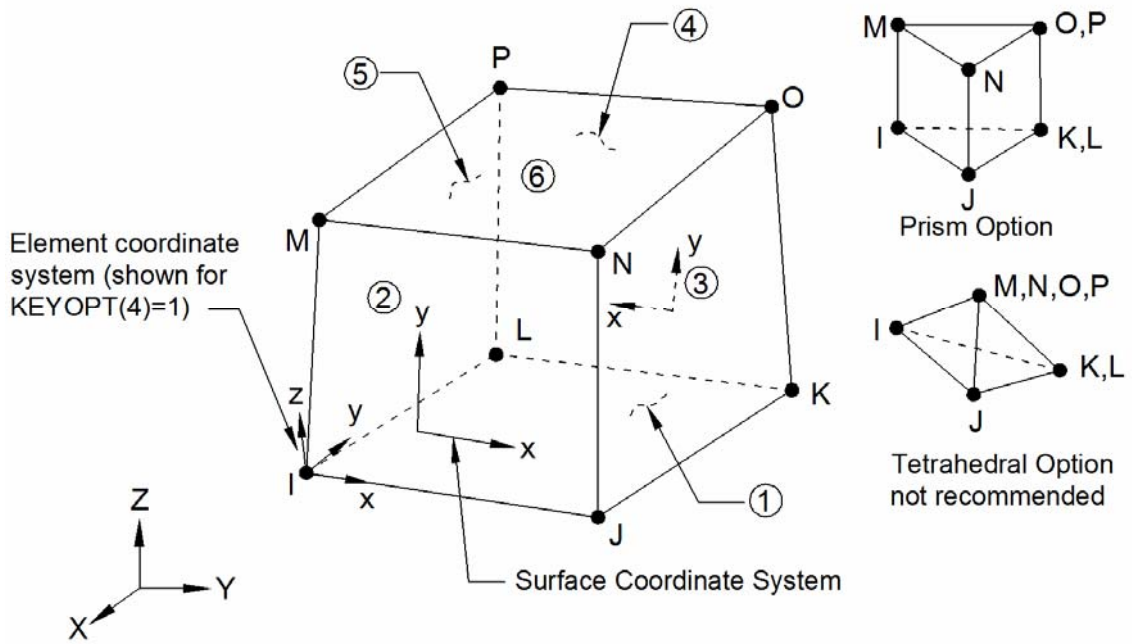


圖3-8 SOLID45三維八節點六面體分析元素[25]

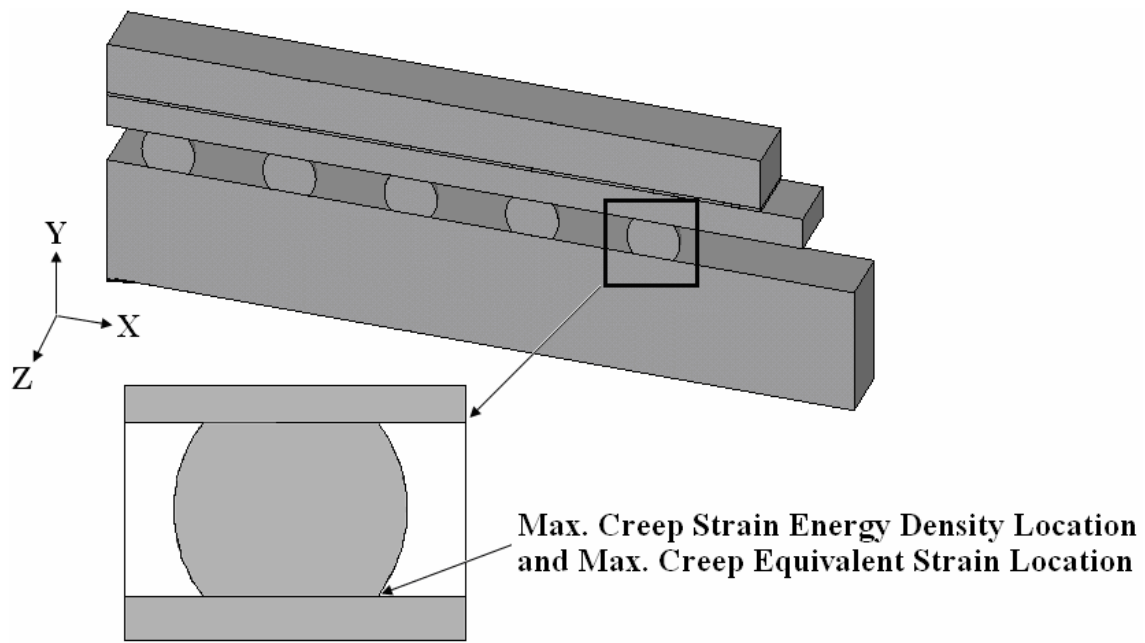


圖3-9 最大潛變應變能密度與最大潛變等效應變發生處

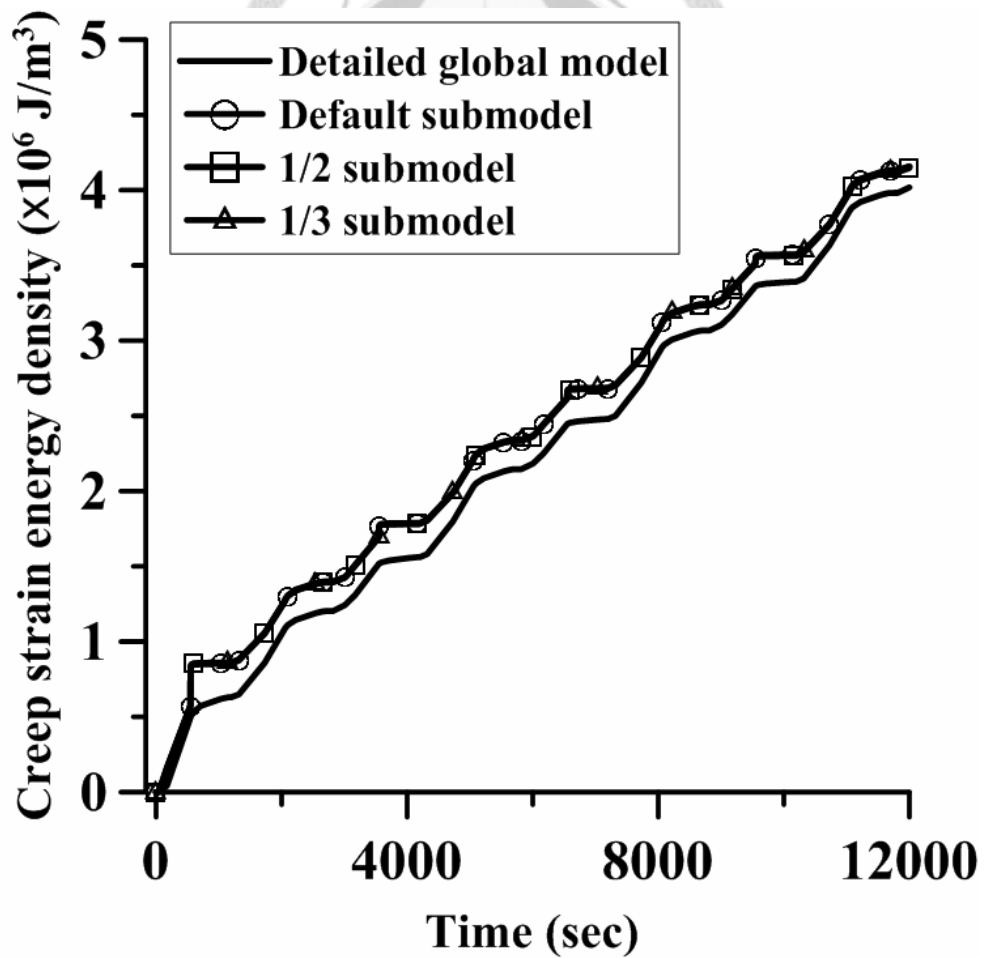


圖3-10 潛變應變能密度時間歷程

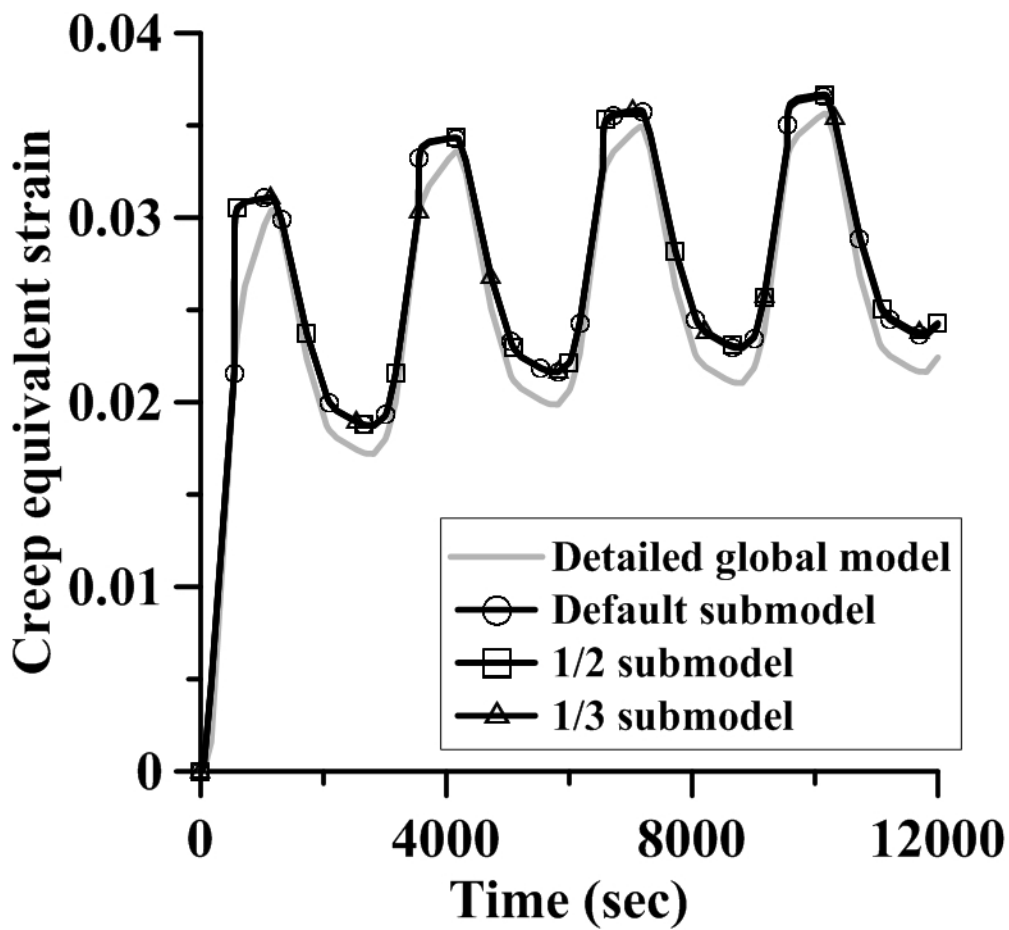


圖3-11 潛變等效應變時間歷程

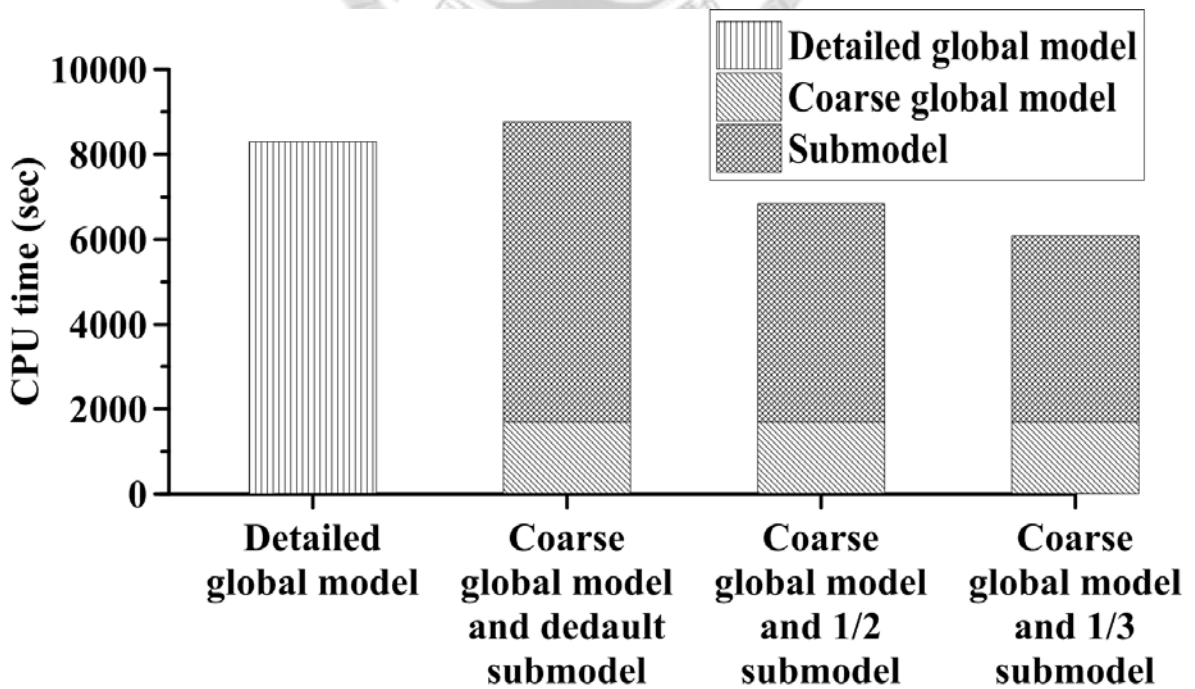


圖3-12 計算時間比較圖

第四章 參數變異對熱疲勞壽命之影響

以往研究電子封裝力學的文獻中，通常把材料特性、幾何外形等相關參數皆設為定值，但在實際的情況下，這些參數經常存在一些或多或少的不確定因素，譬如說材料機械性質之非齊一性、構件所受負荷之些微變化、構件因幾何公差以及疲勞壽命預估公式之參數誤差而有所變化等。這些不確定性的來源包括固有的變異性、量測或估計上的誤差、人為誤差以及數學模式上的誤差。這些不確定性的因素當中，有些是可以避免的，但有些則無法避免；而在工程上，這類不確定性常使用機率和統計的方法來處理。所以在本研究中擬配合實際的物理現象並於有限元素分析過程中，引入機率、統計與可靠度工程的一些技術與方法，而為電子封裝可靠度之相關研究。

4-1 幾何尺寸及材料性質變異對熱疲勞壽命之影響

以往的研究或測試之中發現，幾何尺寸和材料性質變異均會影響封裝體壽命，因此，本研究採用1/3局部模型搭配有限元素軟體之參數化設計語言、「機率設計系統」，針對因加工所造成的幾何尺寸誤差及材料性質不均勻性對封裝體疲勞壽命之影響進行探討。本研究分別假設晶片厚度、基板厚度、錫球連接半徑、晶片和基板個別的楊氏係數、熱膨脹係數共7種輸入參數如表4-1所示，本研究使用六標準偏差的品管原則並將標準放寬採用三標準差(以平均值為中心左右各三個標準偏差之分析範圍，其涵蓋的機率密度達到99.7%)；即將每一種輸入參數設定為服從常態機率分佈且變異係數均為3%。因而在「機率設計系統」的操作中，以蒙地卡羅法隨機採樣得出40組樣本，意味著每組樣本所包含的7種輸入參數均為隨機擷取而出，其中40組的樣本數量合乎材料疲勞試驗的實驗數量，之後利用有限元素軟體模擬以熱循環負載Test 2作為模擬的負載邊界，進而模擬此40組樣本的力學行為並計算其每組樣本的疲勞壽命值，再針對其疲勞壽命結果進行統計分析，以建立封裝體使用時間和可靠度大小之關係。最後，比較各個輸入參數之相關係數值以了解其對於疲勞壽命的相關性大小和趨勢。隨機擷取而出的40組樣本經由有限

元素軟體的模擬後，將每一組樣本之中的最大等效應變範圍代入Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式以求得熱疲勞壽命，而經由計算後的40組樣本之熱疲勞壽命結果如表4-2所示。然後將這些熱疲勞壽命以等間距的直方圖呈現而出，如圖4-1所示，而「機率設計系統」所計算關於40組樣本的平均熱疲勞壽命和標準偏差分別為2,064 Cycles和683 Cycles，其中熱疲勞壽命於1,700~2,400 Cycles之間出現的相對頻率相較於其他區間來的高，表示熱疲勞壽命大多集中於1,700~2,400 Cycles這個區間之間。

本研究於觀察參數變異對於壽命分佈離散性之影響的同時，還欲分析兩者之間的相關性。在統計學中，相關性的意義是用來衡量兩個變數相對於其相互獨立的程度。在這個廣義的定義下，有許多根據數據特點而被定義用來衡量數據相關的係數。而本研究在研究相關性時，則選擇採用Spearman等級相關係數，其優點在於可用一個介於-1至1之間的數據來清楚的表示兩者之間呈現正相關或負相關；前述七種輸入參數與疲勞壽命之間的相關係數如表4-3所示，當假定顯著水準5%時，由表中可以得知錫球連接半徑、基板厚度與疲勞壽命之相關性較其他參數來得大，其Spearman等級相關係數分別為0.728、0.336且呈現正值，也意味著錫球連接半徑與基板厚度對於疲勞壽命呈現正相關的關係，因此製造過程時增加錫球連接半徑與基板厚度可以進而增加封裝體之疲勞壽命，且選擇較厚的基板厚度可以加強封裝體整體的變形和減少翹曲量(Warpage)；但這並不代表可以無限制的增加錫球連接半徑與基板厚度，因其本身幾何尺寸對於封裝體整體結構仍有上限值，所以決定這兩種參數值和減少參數自身之相對誤差對於封裝體疲勞壽命有非常關鍵的影響。

在觀察疲勞壽命呈現隨機分佈之時，應將疲勞壽命樣本嵌合於一連續機率分佈並藉此找出量化的可靠度數據，對此以往多數學者常將疲勞壽命分佈之模式假設為韋伯機率分佈，並依此分佈描繪其累積分佈函數曲線、可靠度函數曲線以及評估封裝體的可靠度數據，但事實上採用韋伯機率分佈描述封裝體之疲勞壽命分

佈並不一定是最適當的。而「機率設計系統」則是依據經驗公式(2-50)式來描繪其累積分佈函數曲線，但根據為數不多的樣本和經驗公式仍無法繪出圓滑且為封閉型式的累積分佈函數曲線，將會在評估可靠度之時造成誤差。因此基於上述理由，對其疲勞壽命結果進而利用機率圖法、卡方適合度檢定進行我們自行建立的統計分析，以建立覆晶晶片尺寸封裝體之熱循環試驗時間和失效機率的關係。在我們自行建立的統計分析之中，首先藉由第二章所介紹的中位數等級法以估算每組疲勞壽命對應之累積分佈函數值，進而計算得出描繪常態機率圖、對數常態機率圖與韋伯機率圖時所需的數值資料，如表4-4所示，再將40組疲勞壽命樣本數據分別對三種連續機率分佈進行嵌合並畫出趨勢線，如圖4-2~圖4-4所示，再藉由(2-43)式~(2-45)式計算出三種連續機率分佈函數之參數，如表4-5所示。再進一步利用卡方適合度檢定配合機率圖法所求得之機率分佈函數的參數進行疲勞壽命分佈檢定，其檢定之結果如表4-6所示。當5%的顯著水準下，其臨界值為3.84，而卡方適合度檢定中僅有對數常態機率分佈之變異值低於3.84，因此可以推斷覆晶晶片尺寸封裝體之疲勞壽命分佈最適配於對數常態機率分佈，且其平均值與標準偏差分別為2,085 Cycles和763 Cycles，上述最適配之機率分佈並非以往多數研究者常用之韋伯機率分佈，而這樣的構想亦能提供未來研究者一個更具統計理論基礎的觀點來處理實驗、測試或模擬所得之數據。

最後依據上述分析結果，可描繪出疲勞壽命樣本數據嵌合於對數常態機率分佈時的累積分佈函數曲線，並將此曲線與「機率設計系統」所描繪之累積分佈函數曲線作一比較，如圖4-5所示。由於「機率設計系統」在描繪累積分佈函數曲線的時候，是根據少量的樣本和經驗公式所繪出，因此無法繪出非常圓滑且為封閉型式的累積分佈函數曲線，而從統計的觀點而言，圓滑且封閉型式的累積分佈函數曲線方可使統計結果較為精確，所以即便「機率設計系統」繪出之累積分佈函數曲線可以近似於我們自行繪出的累積分佈函數曲線，但非圓滑與非封閉型式的累積分佈函數曲線結果將使得「機率設計系統」在可靠度分析的應用上有待商榷。

另外，從圖4-5中可以得知，尺寸加工誤差和材料性質不均勻性對於封裝體疲勞壽命之離散性具有一定程度的影響，而為了定義覆晶晶片尺寸封裝體的量化可靠度大小，從圖中觀察我們自行建立的統計分析結果並選定1,800 Cycles作為熱循環測試之標準，發現其熱疲勞壽命僅有59.40%的機率大於1,800 Cycles，換言之，覆晶晶片尺寸封裝體於此熱循環測試之標準條件下，其循環測試數目到達1,800 Cycles時，封裝體之可靠度將大幅下降至59.40%。

4-2 疲勞壽命預估公式之參數變異對熱疲勞壽命之影響

在電子封裝力學分析領域中，同一型式的封裝體於大量製造前，都需要經過許多測試，用以了解封裝體自身之可靠度大小，其測試包括熱循環測試、熱功率測試與振動測試等等，以確保封裝體具有一定的使用壽命。對於熱循環測試而言，多數學者與研發人員均以應力或應變作為評估疲勞壽命之依據，再接以疲勞壽命作為封裝體之可靠度指標，其中常用的Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式即為一經由封裝體錫球之等效應變判斷其疲勞壽命的方法。根據上述的判斷邏輯，當應力或應變較小等同於疲勞壽命較長，亦等同於可靠度較高；應力或應變較大等同於疲勞壽命較短，亦等同於可靠度較低。但實際的實驗結果卻顯示，相同的應力或應變可能對應到不同的疲勞壽命值，而不同的應力或應變亦可能對應到固定的疲勞壽命值，如圖4-6之應力-壽命曲線圖所示[26]，也因此具有相當離散性的疲勞壽命，方才符合實際封裝體的壽命情況。而造成此離散性的原因，除了4-1節所言之外，還包括疲勞壽命預估公式之參數變異，因此本節將繼續探討疲勞壽命預估公式之參數變異對於封裝體之可靠度的影響。本研究探討的疲勞壽命預估公式為常見之Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式，如2-3-1節所述，然而此公式還可藉由參數整合而表示成為下列方程式：

$$N = A(\Delta\varepsilon)^B \quad (4-1)$$

由於第四章的分析中，是使用熱循環負載Test 2之狀態作為模擬的負載邊界，因此(4-1)式中的係數 A 和指數 B 分別為0.04535與-2.4489。此外Modified Coffin-Manson

疲勞壽命預估公式為一經驗或半經驗公式，公式中之各參數或參數計算方式是由多次的實驗結果和統計理論推導得出，其參數可能因人為因素或實驗誤差等原因而產生變異性，因此必須正視Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式中之係數 A 和指數 B 亦具有變異性的事實。

對此，本研究分別假設(4-1)式中的係數 A 和指數 B 為隨機變數且其平均值分別為0.04535與-2.4489，接著將(4-1)式之兩邊各取自然對數：

$$\ln(N) = \ln(A) + B \ln(\Delta\varepsilon) \quad (4-2)$$

對於(4-2)式而言，此方程式可視為一條以 $\ln(N)$ 為縱軸、 $\ln(\Delta\varepsilon)$ 為橫軸及斜率為 B 的直線，且此直線與縱軸之截距為 $\ln(A)$ 。根據(4-2)式可知係數 A 和指數 B 均為影響覆晶晶片尺寸封裝體之疲勞壽命的主要因素，因此本節將考慮係數 A 和指數 B 或兩者同時在隨機變動之情況下，推導疲勞壽命機率分佈函數的平均值和標準偏差，藉此探討其覆晶晶片尺寸封裝體之疲勞壽命與可靠度的變化情形。最後，本研究同樣藉由有限元素軟體之參數化設計語言、「機率設計系統」，針對上述隨機的變異情況作一模擬計算，以驗證「機率設計系統」之模擬結果與推導公式相互間所得到的結果，將來便可利用對疲勞壽命之平均值和標準偏差的推導方程式作一個快速又明確的預測。

4-2-1 係數為隨機變數對疲勞壽命之影響

在此首先探討(4-2)式中，指數 B 與 $\Delta\varepsilon$ 為常數的情況下，係數 A 為隨機變數時對於覆晶晶片尺寸封裝體之疲勞壽命的影響。當假設係數 A 為具對數常態機率分佈之隨機變數，且係數 A 的平均值與標準偏差分別為 μ_A 與 s_A ，則係數 A 之對數常態機率密度函數可表示為：

$$p(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_{\ln(A)}Y} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(Y) - \mu_{\ln(A)}}{s_{\ln(A)}} \right)^2 \right] \quad (4-3)$$

其中 $\mu_{\ln(A)}$ 與 $s_{\ln(A)}$ 分別為隨機變數 A 取自然對數後的平均值與標準偏差，其與隨機

變數 A 的平均值與標準偏差的相互關係如下：

$$\mu_{\ln(A)} = \ln(\mu_A) - \frac{1}{2} s_{\ln(A)}^2 = \ln(\mu_A) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) \quad (4-4)$$

$$s_{\ln(A)}^2 = \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) \quad (4-5)$$

由於此處假設係數 A 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，因此 $\ln(A)$ 為一具常態機率分佈之隨機變數，同時又考慮指數 B 與 $\Delta\varepsilon$ 為常數，進而由(4-2)式可知 $\ln(N)$ 之分佈情形為常態機率分佈，且其平均值與標準偏差分別如下所示：

$$\begin{aligned} \mu_{\ln(N)} &= \mu_{\ln(A)} + B \ln(\Delta\varepsilon) \\ &= \ln(\mu_A) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) + B \ln(\Delta\varepsilon) \end{aligned} \quad (4-6)$$

$$s_{\ln(N)}^2 = s_{\ln(A)}^2 = \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) \quad (4-7)$$

此外，當 $\ln(N)$ 為一具常態機率分佈之隨機變數時，使得 N 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，因此其機率密度函數可表示為：

$$p(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} s_{\ln(N)} Y} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(Y) - \mu_{\ln(N)}}{s_{\ln(N)}}\right)^2\right] \quad (4-8)$$

其中 $\ln(N)$ 的平均值、標準偏差與 N 的平均值、標準偏差之相互關係可以下列數學式表示：

$$\mu_{\ln(N)} = \ln(\mu_N) - \frac{1}{2} s_{\ln(N)}^2 \quad (4-9)$$

$$s_{\ln(N)}^2 = \ln\left(1 + \frac{s_N^2}{\mu_N^2}\right) \quad (4-10)$$

根據(4-9)式與(4-10)式，將其移項後並將(4-6)式、(4-7)式各別代入後，可進而推導得出此假設下 N 的平均值 μ_N 、標準偏差 s_N ：

$$\mu_{(N)} = \exp\left[\mu_{\ln(N)} + \frac{1}{2} s_{\ln(N)}^2\right] = \exp[\ln(\mu_A) + B \ln(\Delta\varepsilon)] = \mu_A (\Delta\varepsilon)^B \quad (4-11)$$

$$\begin{aligned}
s_N^2 &= \mu_N^2 \cdot \exp[s_{\ln(N)}^2] - \mu_N^2 \\
&= \exp[2\mu_{\ln(N)} + 2s_{\ln(N)}^2] - \exp[2\mu_{\ln(N)} + s_{\ln(N)}^2] \\
&= \exp\left[2\ln(\mu_A) + \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) + 2B\ln(\Delta\varepsilon)\right] - \exp[2\ln(\mu_A) + 2B\ln(\Delta\varepsilon)] \quad (4-12) \\
&= \mu_A^2 \left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) (\Delta\varepsilon)^{2B} - \mu_A^2 \left(\frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) (\Delta\varepsilon)^{2B} \\
&= s_A^2 (\Delta\varepsilon)^{2B}
\end{aligned}$$

由(4-11)式與(4-12)式的推導可以得知，在假設係數 A 為一具對數常態機率分佈之隨機變數且指數 B 與 $\Delta\varepsilon$ 均為常數下，疲勞壽命 N 亦為一具對數常態機率分佈之隨機變數，這時如果隨機變數 A 之平均值與標準偏差為已知，便可藉由所推導之(4-11)式與(4-12)式計算得出疲勞壽命的平均值與標準偏差。

於此小節中，在指數 B 為常數-2.4489，而使用熱循環負載Test 2作為負載邊界所得出的 $\Delta\varepsilon$ 為0.012645，此時係數 A 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，其平均值為0.04535並假設變異係數為3%，經推導之公式(4-11)式與(4-12)式計算後，可得到於前述變異假設下，此封裝體疲勞壽命的平均值與標準偏差並繪出累積分佈函數曲線。此外，同時藉由有限元素軟體之參數化設計語言、「機率設計系統」，針對此小節之假設情況，依據蒙地卡羅法而隨機採樣得出此變異假設下各40組樣本，其40組樣本的热疲勞壽命結果如表4-7所示，同時「機率設計系統」也可自行繪出40組熱疲勞壽命樣本的累積分佈函數曲線。最後，將上述兩曲線放置於圖4-7中作一比較，藉此圖觀察了解係數 A 具變異性時，其對於覆晶晶片尺寸封裝體的量化可靠度變化，並同時以推導公式為基礎來觀察「機率設計系統」所得之累積分佈函數曲線有何差異。

4-2-2 指數為隨機變數對疲勞壽命之影響

在此接著探討(4-2)式中，係數 A 與 $\Delta\varepsilon$ 為常數的情況下，指數 B 為隨機變數時對於覆晶晶片尺寸封裝體之疲勞壽命的影響。當假設指數 B 為具常態機率分佈之隨機變數，且指數 B 的平均值與標準偏差分別為 μ_B 與 s_B ，則指數 B 之常態機率密度函數可表示為：

$$p(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_B} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Y-\mu_B}{s_B}\right)^2\right] \quad (4-13)$$

由於此處假設指數 B 為一具常態機率分佈之隨機變數，同時又考慮係數 A 與 $\Delta\varepsilon$ 為常數，進而由(4-2)式可知 $\ln(N)$ 之分佈情形為常態機率分佈，且其平均值與標準偏差分別如下所示：

$$\mu_{\ln(N)} = \ln(A) + \mu_B \ln(\Delta\varepsilon) \quad (4-14)$$

$$s_{\ln(N)}^2 = s_B^2 [\ln(\Delta\varepsilon)]^2 \quad (4-15)$$

此外，當 $\ln(N)$ 為一具常態機率分佈之隨機變數時，使得 N 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，因此其機率密度函數可表示為(4-8)式，接著根據(4-9)式與(4-10)式，將其移項後並將(4-14)式、(4-15)式各別代入後，可進而推導得出此假設下 N 的平均值 μ_N 、標準偏差 s_N ：

$$\begin{aligned} \mu_N &= \exp\left[\mu_{\ln(N)} + \frac{1}{2}s_{\ln(N)}^2\right] \\ &= \exp\left\{\ln(A) + \mu_B \ln(\Delta\varepsilon) + \frac{1}{2}s_B^2 [\ln(\Delta\varepsilon)]^2\right\} \end{aligned} \quad (4-16)$$

$$\begin{aligned} s_N^2 &= \mu_N^2 \cdot \exp[s_{\ln(N)}^2] - \mu_N^2 \\ &= \exp[2\mu_{\ln(N)} + 2s_{\ln(N)}^2] - \exp[2\mu_{\ln(N)} + s_{\ln(N)}^2] \\ &= \exp\left\{2\ln(A) + 2\mu_B \ln(\Delta\varepsilon) + 2s_B^2 [\ln(\Delta\varepsilon)]^2\right\} \\ &\quad - \exp\left\{2\ln(A) + 2\mu_B \ln(\Delta\varepsilon) + s_B^2 [\ln(\Delta\varepsilon)]^2\right\} \end{aligned} \quad (4-17)$$

由(4-16)式與(4-17)式的推導可以得知，在假設指數 B 為一具常態機率分佈之隨機變數且係數 A 與 $\Delta\varepsilon$ 均為常數下，疲勞壽命 N 亦為一具對數常態機率分佈之隨機變數，這時如果隨機變數 B 之平均值與標準偏差為已知，便可藉由所推導之(4-16)式與(4-17)式計算得出疲勞壽命的平均值與標準偏差。

於此小節中，在係數 A 為常數0.04535，而使用熱循環負載Test 2作為負載邊界所得出的 $\Delta\varepsilon$ 為0.012645，此時指數 B 為一具常態機率分佈之隨機變數，其平均值為-2.4489並假設變異係數為3%，經推導之公式(4-16)式與(4-17)式計算後可得到於前述變異假設下，此封裝體疲勞壽命的平均值與標準偏差並繪出累積分佈函數曲

線。此外，同時藉由有限元素軟體之參數化設計語言、「機率設計系統」，針對此小節之假設情況，依據蒙地卡羅法而隨機採樣得出此變異假設下各40組樣本，其40組樣本之熱疲勞壽命結果如表4-8所示，同時「機率設計系統」也可自行繪出40組熱疲勞壽命樣本之累積分佈函數曲線。最後，將上述兩曲線放置於圖4-8中作一比較，藉此圖觀察了解係數 B 具變異性時，其對於覆晶晶片尺寸封裝體之量化可靠度變化，並同時以推導公式為基礎來觀察「機率設計系統」所得之累積分佈函數曲線有何差異。

4-2-3 係數及指數皆為隨機變數對疲勞壽命之影響

在此接著探討(4-2)式中，當 $\Delta\varepsilon$ 為常數的情況下，係數 A 與指數 B 為隨機變數時對於覆晶晶片尺寸封裝體之疲勞壽命的影響。假設係數 A 為具對數常態機率分佈之隨機變數，且係數 A 的平均值與標準偏差分別為 μ_A 與 s_A ，則係數 A 之對數常態機率密度函數可表示為(4-3)式，且隨機變數 A 取自然對數後的平均值與標準偏差如(4-4)式與(4-5)式所示。另外，假設指數 B 為具常態機率分佈之隨機變數，且指數 B 的平均值與標準偏差分別為 μ_B 與 s_B ，則指數 B 之常態機率密度函數可表示為(4-13)式。由於此處假設係數 A 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，因此 $\ln(A)$ 為一具常態機率分佈之隨機變數，同時又考慮指數 B 為一具常態機率分佈之隨機變數及 $\Delta\varepsilon$ 為常數，進而由(4-2)式可知 $\ln(N)$ 之分佈情形為常態機率分佈，且其平均值與標準偏差分別如下所示：

$$\begin{aligned}\mu_{\ln(N)} &= \mu_{\ln(A)} + \mu_B \ln(\Delta\varepsilon) \\ &= \ln(\mu_A) - \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) + \mu_B \ln(\Delta\varepsilon)\end{aligned}\quad (4-18)$$

$$\begin{aligned}s_{\ln(N)}^2 &= s_{\ln(A)}^2 + s_B^2 [\ln(\Delta\varepsilon)]^2 \\ &= \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) + s_B^2 [\ln(\Delta\varepsilon)]^2\end{aligned}\quad (4-19)$$

此外，當 $\ln(N)$ 為一具常態機率分佈之隨機變數時，使得 N 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，因此其機率密度函數可表示為(4-8)式，接著根據(4-9)式與(4-10)

式，將其移項後並將(4-18)式、(4-19)式各別代入後，可進而推導得出此假設下 N 的平均值 μ_N 、標準偏差 s_N ：

$$\begin{aligned}\mu_N &= \exp\left[\mu_{\ln(N)} + \frac{1}{2}s_{\ln(N)}^2\right] \\ &= \exp\left\{\ln(\mu_A) + \mu_B \ln(\Delta\varepsilon) + \frac{1}{2}s_B^2[\ln(\Delta\varepsilon)]^2\right\}\end{aligned}\quad (4-20)$$

$$\begin{aligned}s_N^2 &= \mu_N^2 \cdot \exp[s_{\ln(N)}^2] - \mu_N^2 \\ &= \exp[2\mu_{\ln(N)} + 2s_{\ln(N)}^2] - \exp[2\mu_{\ln(N)} + s_{\ln(N)}^2] \\ &= \exp\left\{2\ln(\mu_A) + \ln\left(1 + \frac{s_A^2}{\mu_A^2}\right) + 2\mu_B \ln(\Delta\varepsilon) + 2s_B^2[\ln(\Delta\varepsilon)]^2\right\} \\ &\quad - \exp\left\{2\ln(\mu_A) + 2\mu_B \ln(\Delta\varepsilon) + s_B^2[\ln(\Delta\varepsilon)]^2\right\}\end{aligned}\quad (4-21)$$

由(4-20)式與(4-21)式的推導可以得知，在假設係數 A 為一具對數常態機率分佈之隨機變數、指數 B 為一具常態機率分佈之隨機變數且 $\Delta\varepsilon$ 均為常數下，疲勞壽命 N 亦為一具對數常態機率分佈之隨機變數，這時如果隨機變數 A 與 B 之平均值與標準偏差為已知，便可藉由所推導之(4-20)式與(4-21)式計算得出疲勞壽命的平均值與標準偏差。

於此小節中，使用熱循環負載Test 2作為負載邊界所得出的 $\Delta\varepsilon$ 為0.012645，此時係數 A 為一具對數常態機率分佈之隨機變數，其平均值為0.04535，且指數 B 為一具常態機率分佈之隨機變數，其平均值為-2.4489並假設係數 A 與指數 B 同時具有3%的變異係數，經推導之公式(4-20)式與(4-21)式計算後可得到於前述變異假設下，此封裝體疲勞壽命的平均值與標準偏差並繪出累積分佈函數曲線。此外，同時藉由有限元素軟體之參數化設計語言、「機率設計系統」，針對此小節之假設情況，依據蒙地卡羅法而隨機採樣得出此變異假設下各40組樣本，其40組樣本的熱疲勞壽命結果如表4-9所示，同時「機率設計系統」也可自行繪出40組熱疲勞壽命樣本的累積分佈函數曲線。最後，將上述兩曲線放置於圖4-9中作一比較，藉此圖觀察了解係數 A 與 B 同時具有變異性時，其對於覆晶晶片尺寸封裝體的量化可靠度變化，並同時以推導公式為基礎來觀察「機率設計系統」所得之累積分佈函數曲線有何差異。

4-3 參數變異之影響討論

綜觀4-2節之所有相關分析結果，將推導公式和「機率設計系統」模擬結果之累積分佈函數曲線相互比較後，發現模擬結果與公式推導結果非常接近，顯示我們的假設與推導公式具有相當程度的準確性，且推導公式可根據連續機率分佈理論而繪出圓滑且為封閉型式的累積分佈函數曲線，使得所評估的可靠度數據較為準確，此結果也與4-1節中我們自行建立的統計分析流程有相同的效果，因此相較於其他環境負載下的疲勞壽命公式，我們仍可直接應用簡單的數學推導來估算因人為、實驗誤差等原因所造成封裝體疲勞壽命之變異性。但如其他疲勞壽命預估公式或相關經驗公式中的參數非如本研究所假設之對數常態機率分佈與常態機率分佈，其參數化設計語言、「機率設計系統」仍可被應用於簡單的模擬來估算因人為、實驗誤差等原因所造成之疲勞壽命或實驗數據的變異性。

最後，當僅僅假設Modified Coffin-Manson預估公式為一具變異性之疲勞壽命預估公式時，由推導公式與累積分佈函數曲線圖可以發現當指數 B 具有隨機性時，相較於係數 A 具有隨機性之情況，其指數 B 造成疲勞壽命具有較大之離散性，意味著隨機變數 B 較隨機變數 A 更易影響封裝體之疲勞壽命評估，而係數 A 與指數 B 同時具有隨機性亦較單一指數 B 具有隨機性更易影響封裝體之疲勞壽命評估，但影響的程度已相差不遠。對此，本研究藉由4-2節之推導公式，進一步觀察隨機變數 A 與 B 之變異係數大小對於疲勞壽命之離散性的影響，但一般而言，由於隨機變數 B 為疲勞壽命預估公式的指數，所以在利用數據處理以評估數值 B 時，隨機變數 B 並不具太大差異性，因此設定其隨機變數 B 之變異係數分別為0.5%、1%、3%，隨機變數 A 之變異係數則分別為3%、5%、10%以及隨機變數 A 與 B 之變異係數同時為0.5%、1%、3%。除考量上述疲勞壽命預估公式之參數變異性之外，還同時納入4-1節中幾何尺寸及材料性質具有變異性時，其所造成疲勞壽命離散的模擬統計結果，將兩類參數的變異性對於疲勞壽命的影響作一對照，其詳細數據如表4-10所示。從表4-10之中可以發現，當指數 B 之變異係數達到3%或係數 A 與指數 B 同時具有3%的變

異係數時，且其循環測試數目到達1,800 Cycles，所造成的封裝體之可靠度結果分別為63.76%、63.66%，其值均略高於幾何尺寸及材料性質同時具有3%的變異係數時所造成的封裝體之可靠度結果59.40%。另外，本研究還分別計算各種隨機變數造成疲勞壽命離散時，其疲勞壽命介於原始壽命 $2,017 \text{ Cycles} \pm 10\%$ (1,815 Cycles ~ 2,219 Cycles) 區間內的機率，其機率越小者表示接近原始壽命的機率越低，在研究結果中顯示，不論是疲勞壽命預估公式參數之變異或幾何尺寸及材料性質變異，於變異係數為3%時，將造成此機率有很低的數值且其數值近似，即表示我們在考量疲勞壽命預估公式參數之變異所引發的誤差時，同時也不可忽略幾何尺寸及材料性質變異。為了更仔細地比較，分別將隨機變數 A 及幾何尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線繪於圖4-10，隨機變數 B 及幾何尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線繪於圖4-11，隨機變數 A 與 B 以及幾何尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線繪於圖4-12。由各圖中可以觀察到幾何尺寸及材料性質同時具有3%的變異係數時，其疲勞壽命的分佈會近似於隨機變數 B 具有3%的變異係數或隨機變數 A 與 B 同時具有3%的變異係數時的疲勞壽命分佈。本研究結果顯示，對於封裝體疲勞壽命的離散現象而言，為合乎實際製程狀態而同時考量多個幾何尺寸及材料性質具有變異性時，由於其影響與疲勞壽命預估公式參數之變異性的影響不相上下，因此更加不能忽略其造成變異性之原因。

表4-1 輸入參數之平均值與標準偏差

Variable	Mean (nominal) value	Standard deviation
Solder ball radius (mm)	0.15	0.0045
Chip height (mm)	0.41	0.0123
Substrate height (mm)	0.25	0.0075
Young's modulus of the chip (MPa)	131,000	3,930
Young's modulus of the substrate (MPa)	18,200	546
coefficient of thermal expansion of the chip (ppm/K)	2.8	0.084
coefficient of thermal expansion of the substrate (ppm/K)	19	0.57

表4-2 幾何尺寸及材料性質變異之熱疲勞壽命樣本

Example	Fatigue Life (N, Cycles)	Example	Fatigue Life (N, Cycles)	Example	Fatigue Life (N, Cycles)	Example	Fatigue Life (N, Cycles)
1	671	11	1,675	21	1,896	31	2,517
2	1,075	12	1,685	22	1,899	32	2,570
3	1,298	13	1,698	23	1,919	33	2,589
4	1,404	14	1,741	24	2,026	34	2,601
5	1,444	15	1,778	25	2,056	35	3,028
6	1,485	16	1,784	26	2,071	36	3,076
7	1,541	17	1,831	27	2,163	37	3,102
8	1,566	18	1,843	28	2,249	38	3,216
9	1,593	19	1,854	29	2,290	39	3,319
10	1,662	20	1,860	30	2,296	40	4,197

表4-3 各參數與疲勞壽命之間的相關係數值

Variable	Spearman rank-order correlation coefficient
Solder ball radius	0.728
Substrate height	0.336
Coefficient of thermal expansion of the substrate	0.239
Young's modulus of the substrate	0.201
Young's modulus of the chip	-0.175
Coefficient of thermal expansion of the chip	0.092
Chip height	-0.015

表4-4 疲勞壽命機率圖所需資料表

i	N_i (Cycles)	$F(N_i) = \frac{i-0.3}{40+0.4}$	$z_i = \Phi^{-1}[F(N_i)]$	$\ln N_i$	$\ln \ln \left[\frac{1}{1-F(N_i)} \right]$
1	671	0.0173	-2.1123	6.5095	-4.0467
2	1,075	0.0420	-1.7270	6.9802	-3.1467
3	1,298	0.0668	-1.4998	7.1685	-2.6711
4	1,404	0.0915	-1.3310	7.2468	-2.3428
5	1,444	0.1163	-1.1935	7.2754	-2.0900
6	1,485	0.1410	-1.0754	7.3033	-1.8832
7	1,541	0.1658	-0.9707	7.3403	-1.7074
8	1,566	0.1905	-0.8757	7.3560	-1.5537
9	1,593	0.2153	-0.7880	7.3734	-1.4166
10	1,662	0.2400	-0.7059	7.4155	-1.2925
11	1,675	0.2648	-0.6284	7.4234	-1.1786
12	1,685	0.2896	-0.5545	7.4294	-1.0731
13	1,698	0.3143	-0.4835	7.4374	-0.9744
14	1,741	0.3391	-0.4149	7.4622	-0.8814
15	1,778	0.3638	-0.3481	7.4832	-0.7933
16	1,784	0.3886	-0.2829	7.4865	-0.7092
17	1,831	0.4133	-0.2188	7.5128	-0.6285
18	1,843	0.4381	-0.1557	7.5191	-0.5508
19	1,854	0.4628	-0.0932	7.5248	-0.4755
20	1,860	0.4876	-0.0310	7.5285	-0.4024
21	1,896	0.5123	0.0310	7.5473	-0.3309
22	1,899	0.5371	0.0932	7.5493	-0.2609
23	1,919	0.5618	0.1557	7.5595	-0.1920
24	2,026	0.5866	0.2188	7.6138	-0.1239
25	2,056	0.6113	0.2829	7.6285	-0.0563
26	2,071	0.6361	0.3481	7.6355	0.0109
27	2,163	0.6608	0.4148	7.6791	0.0782
28	2,249	0.6856	0.4835	7.7181	0.1460
29	2,290	0.7103	0.5545	7.7362	0.2144
30	2,296	0.7351	0.6284	7.7389	0.2841
31	2,517	0.7599	0.7059	7.8309	0.3553
32	2,570	0.7846	0.7880	7.8516	0.4288
33	2,589	0.8094	0.8757	7.8591	0.5053
34	2,601	0.8341	0.9707	7.8635	0.5859
35	3,028	0.8589	1.0754	8.0158	0.6721
36	3,076	0.8836	1.1935	8.0312	0.7660
37	3,102	0.9084	1.3310	8.0397	0.8715
38	3,216	0.9331	1.4998	8.0759	0.9953
39	3,319	0.9579	1.7270	8.1074	1.1531
40	4,197	0.9826	2.1123	8.3421	1.4001

表4-5 三種連續機率分佈函數之參數

Normal Distribution		Lognormal Distribution		Weibull Distribution	
$\mu=2,008$ (Cycles)	$s=714$ (Cycles)	$\mu_l=7.5801$	$s_l=0.3544$	$\beta=3.5077$	$\theta=2,296$
		$\mu=2,085$ (Cycles)	$s=763$ (Cycles)	$\mu=2,066$ (Cycles)	$s=652$ (Cycles)

表4-6 疲勞壽命分佈之卡方適合度檢定

Upper Bound	Observed Frequency (O_i)	Theoretical Frequency (e_i)			$\sum_{i=1}^j \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$		
		Normal	Lognormal	Weibull	Normal	Lognormal	Weibull
1,600	9	11.3423	11.3618	9.8104	0.4837	0.4909	0.0669
2,000	14	8.4613	9.5738	8.5747	3.6255	2.0462	3.4324
2,400	7	8.5183	7.7318	9.1595	0.2706	0.0692	0.5091
∞	10	11.6779	11.3324	12.4552	0.2411	0.1566	0.4839
					4.1372	2.7632	4.4925

表4-7 係數4具變異係數3%之熱疲勞壽命樣本

Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)
1	1,876	11	1,980	21	2,021	31	2,056
2	1,883	12	1,983	22	2,023	32	2,057
3	1,899	13	1,984	23	2,025	33	2,059
4	1,913	14	1,988	24	2,026	34	2,076
5	1,949	15	1,989	25	2,028	35	2,079
6	1,950	16	1,990	26	2,029	36	2,081
7	1,968	17	1,995	27	2,034	37	2,084
8	1,969	18	1,999	28	2,039	38	2,103
9	1,972	19	2,008	29	2,041	39	2,110
10	1,973	20	2,009	30	2,052	40	2,158

表4-8 指數 B 具變異係數3%之熱疲勞壽命樣本

Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)
1	819	11	1,628	21	2,021	31	2,616
2	1,190	12	1,635	22	2,038	32	2,677
3	1,421	13	1,713	23	2,048	33	2,689
4	1,432	14	1,715	24	2,055	34	2,785
5	1,473	15	1,813	25	2,135	35	2,786
6	1,509	16	1,839	26	2,183	36	2,795
7	1,513	17	1,861	27	2,209	37	3,020
8	1,517	18	1,890	28	2,376	38	3,343
9	1,532	19	1,932	29	2,419	39	3,575
10	1,627	20	1,966	30	2,601	40	3,896

表4-9 係數 A 與指數 B 同時具變異係數3%之熱疲勞壽命樣本

Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)	Example	Fatigue Life (N , Cycles)
1	846	11	1,606	21	1,944	31	2,564
2	1,056	12	1,670	22	1,957	32	2,583
3	1,130	13	1,685	23	1,984	33	2,593
4	1,256	14	1,693	24	2,031	34	2,878
5	1,283	15	1,696	25	2,165	35	2,928
6	1,469	16	1,721	26	2,321	36	2,955
7	1,533	17	1,765	27	2,360	37	3,150
8	1,535	18	1,779	28	2,373	38	3,184
9	1,545	19	1,891	29	2,377	39	3,263
10	1,579	20	1,900	30	2,455	40	4,236

表4-10 各隨機參數變異性對於疲勞壽命離散之相關數據

		μ_N (cycle)	s_N (cycle)	c.o.v. of N	Reliability (1,800 cycles)	Probability in [1,815, 2,219]
Original fatigue life		2,017	-	-	100%	100%
Combination of geometric parameter and material property with c.o.v. 3%		2,085	763	0.3654	59.40%	22.25%
Variation of A with c.o.v.	3%	2,017	60	0.0297	99.99%	99.91%
	5%	2,017	100	0.0495	98.84%	95.65%
	10%	2,017	201	0.0996	86.33%	68.71%
Variation of B with c.o.v.	0.5%	2,018	108	0.0535	98.26%	93.86%
	1%	2,027	217	0.1070	85.52%	65.23%
	3%	2,122	699	0.3294	63.76%	24.54%
Variation of A & B with c.o.v.	0.5%	2,018	108	0.0535	98.26%	93.86%
	1%	2,027	218	0.1075	85.40%	65.01%
	3%	2,122	702	0.3308	63.66%	24.44%

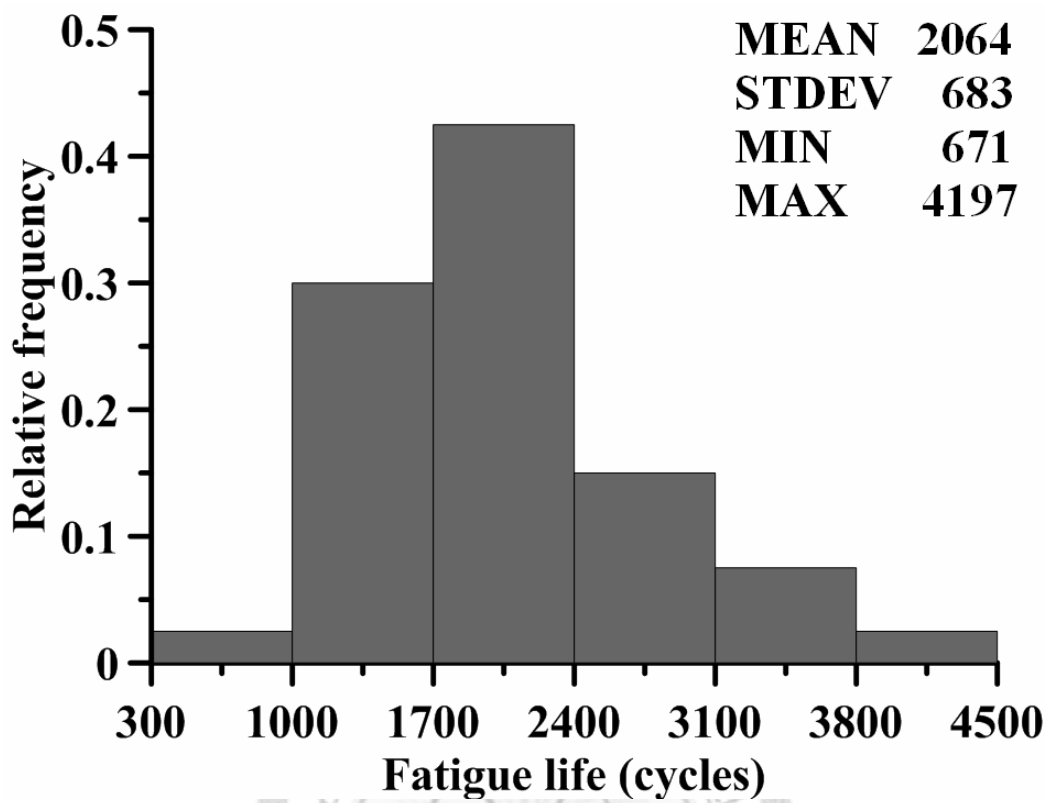


圖4-1 疲勞壽命直方圖

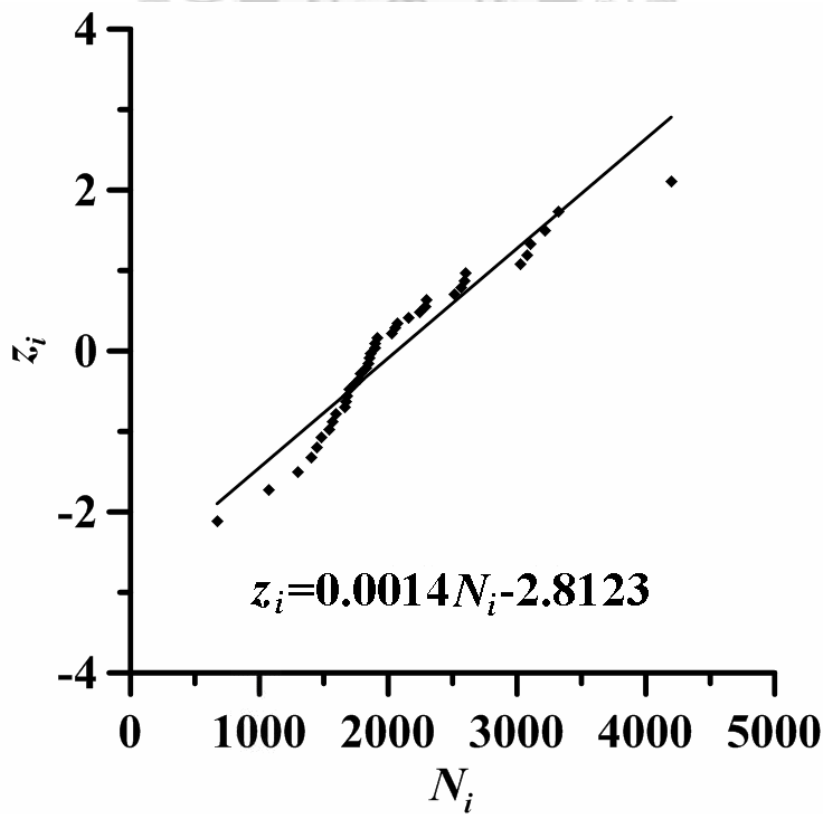


圖4-2 疲勞壽命常態機率圖

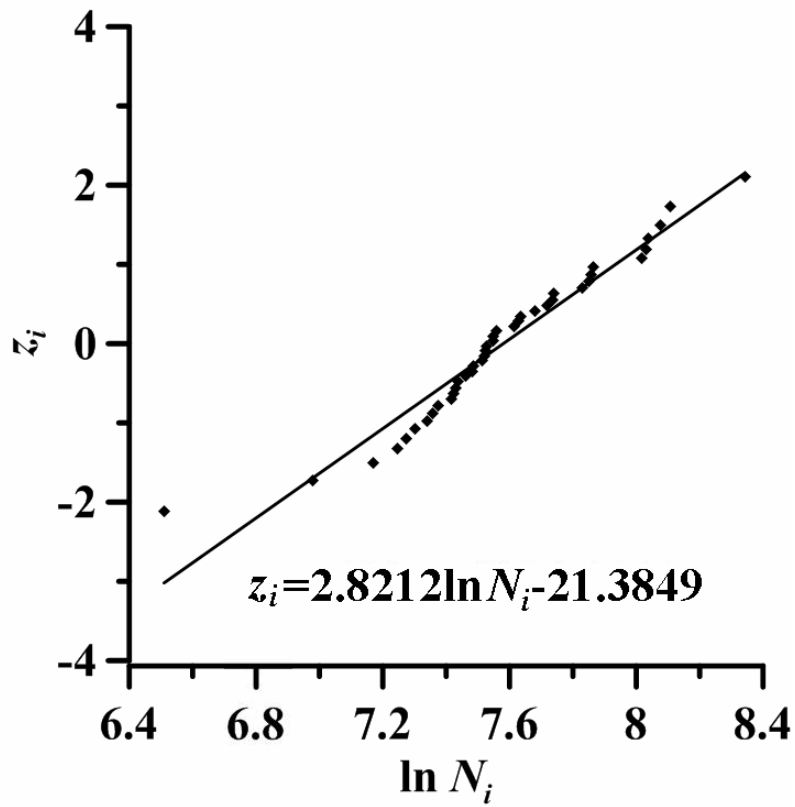


圖4-3 疲勞壽命對數常態機率圖

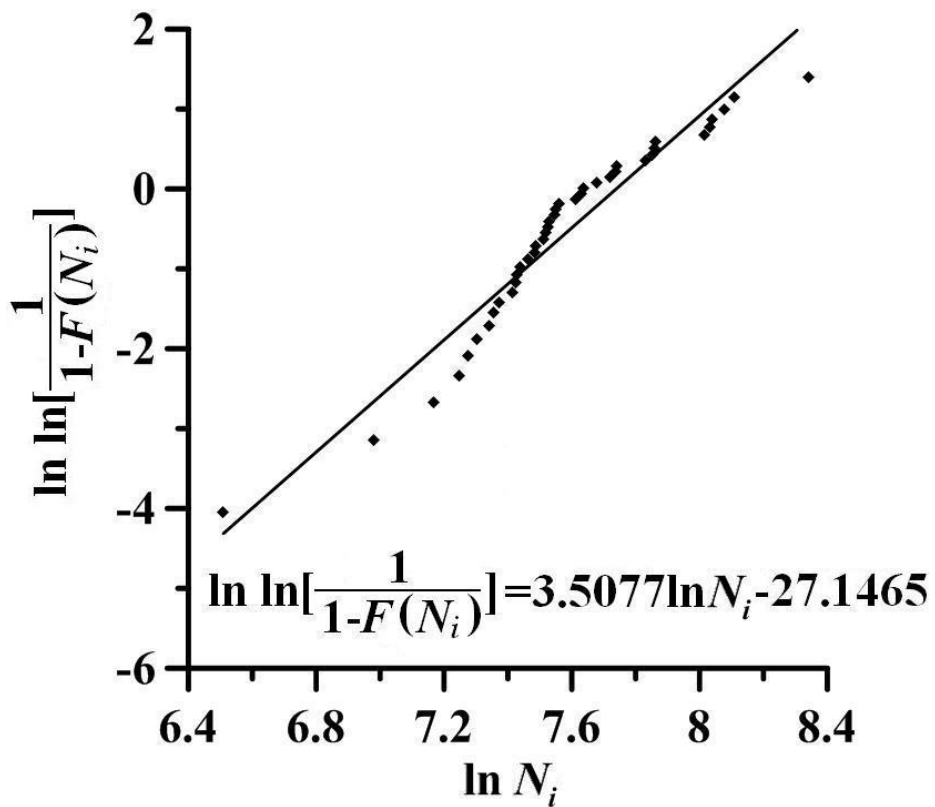


圖4-4 疲勞壽命韋伯機率圖

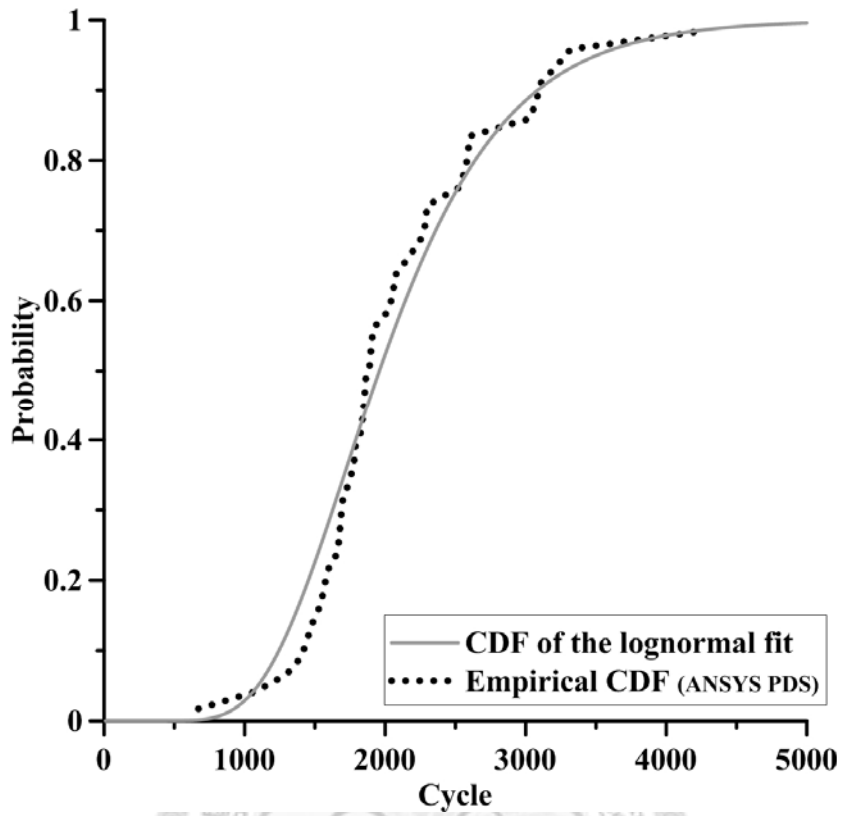


圖4-5 尺寸及材料性質變異之疲勞壽命累積分佈函數曲線圖

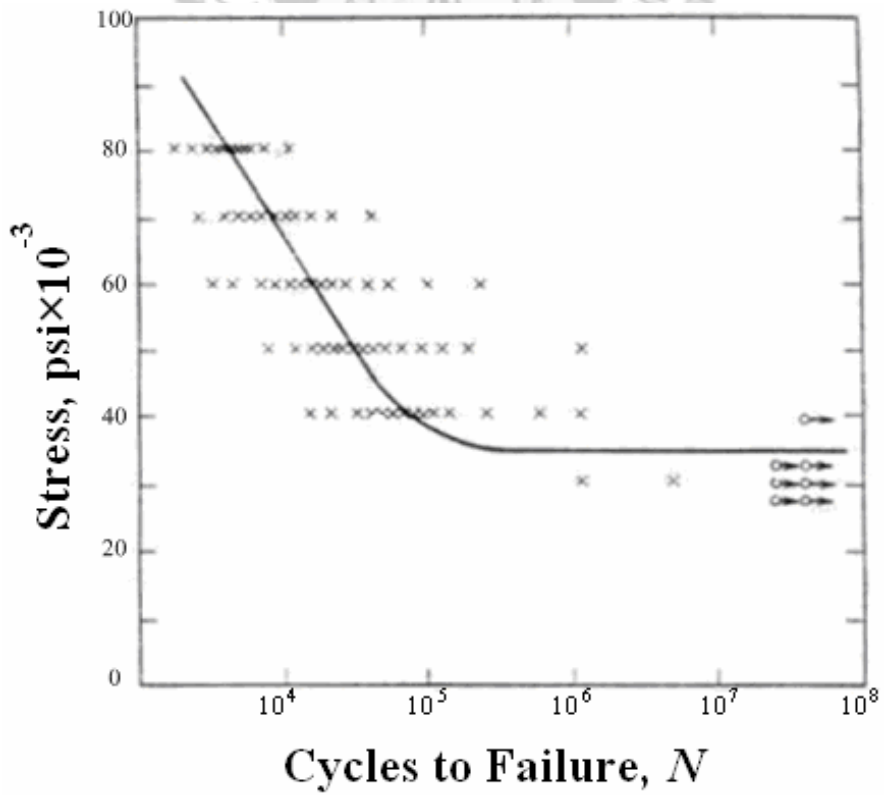


圖4-6 應力-壽命曲線圖[26]

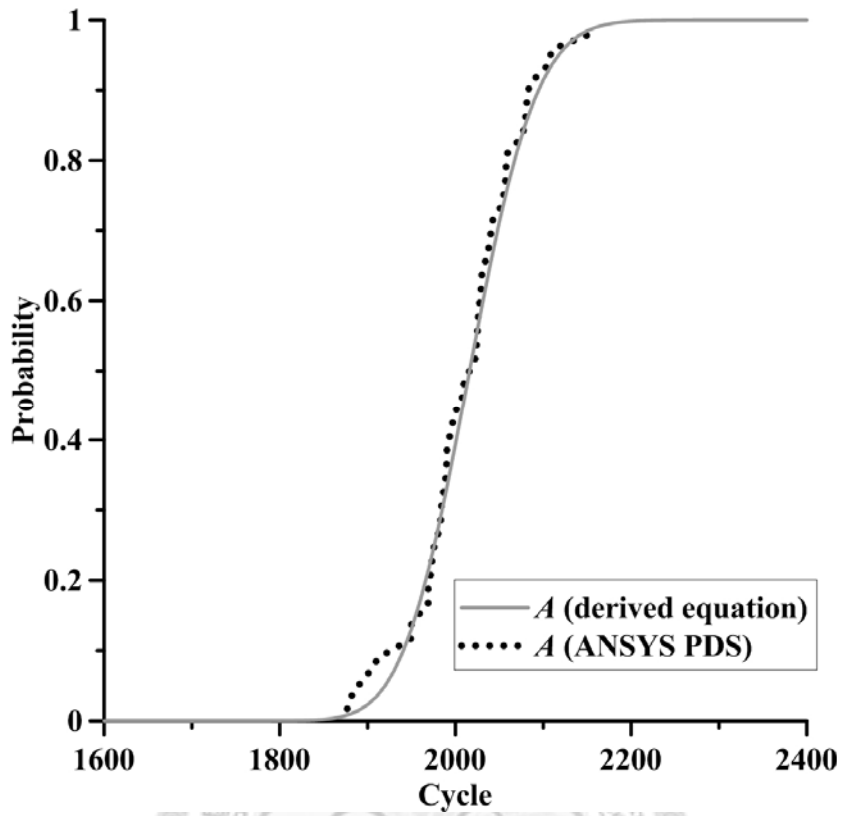


圖4-7 隨機變數A之壽命累積機率密度函數圖

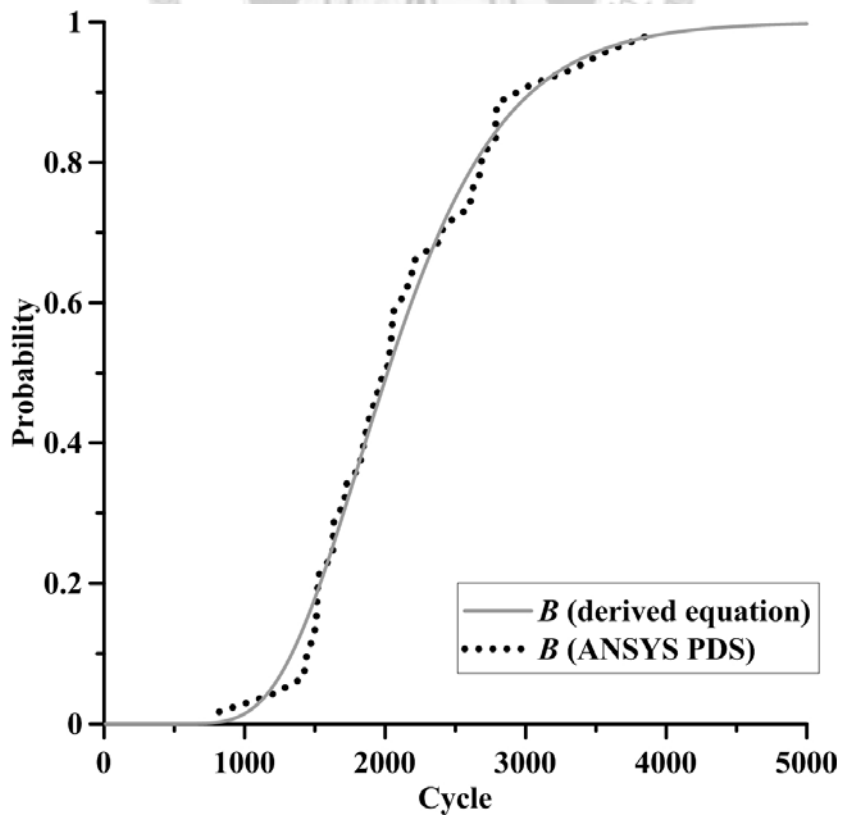


圖4-8 隨機變數B之壽命累積機率密度函數圖

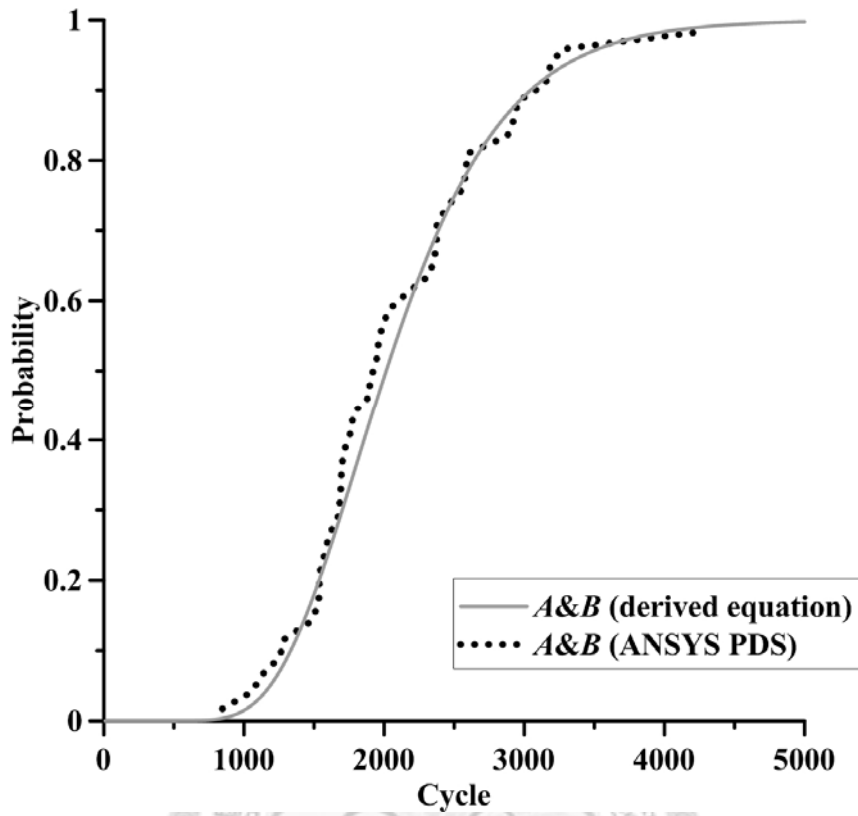


圖4-9 隨機變數A及B之壽命累積機率密度函數圖

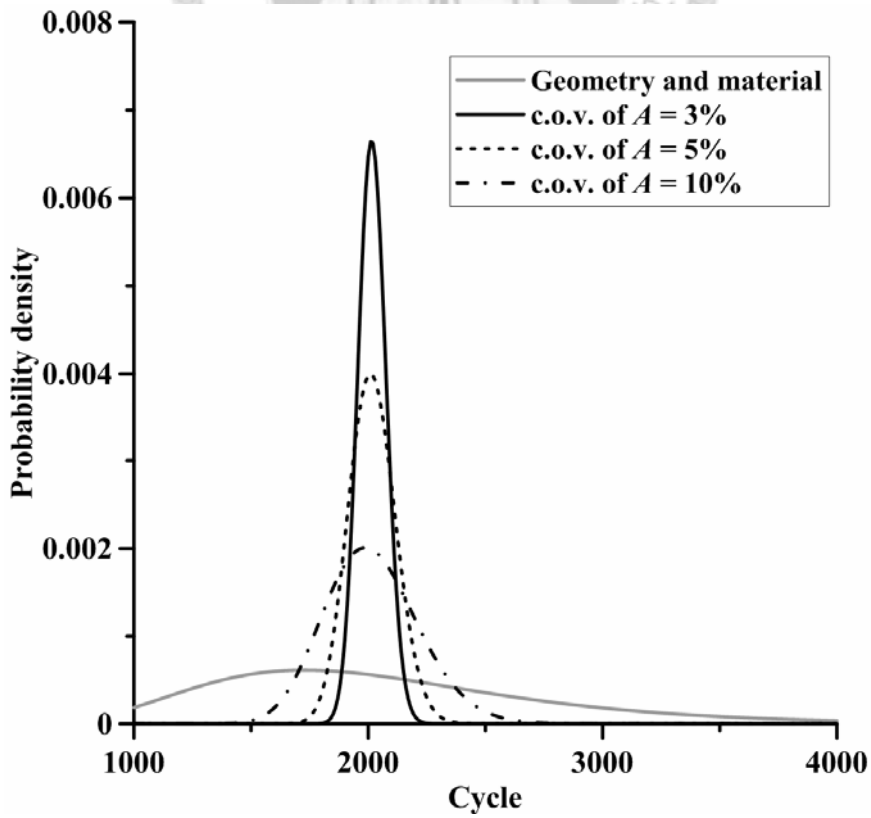


圖4-10 隨機變數A及尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線

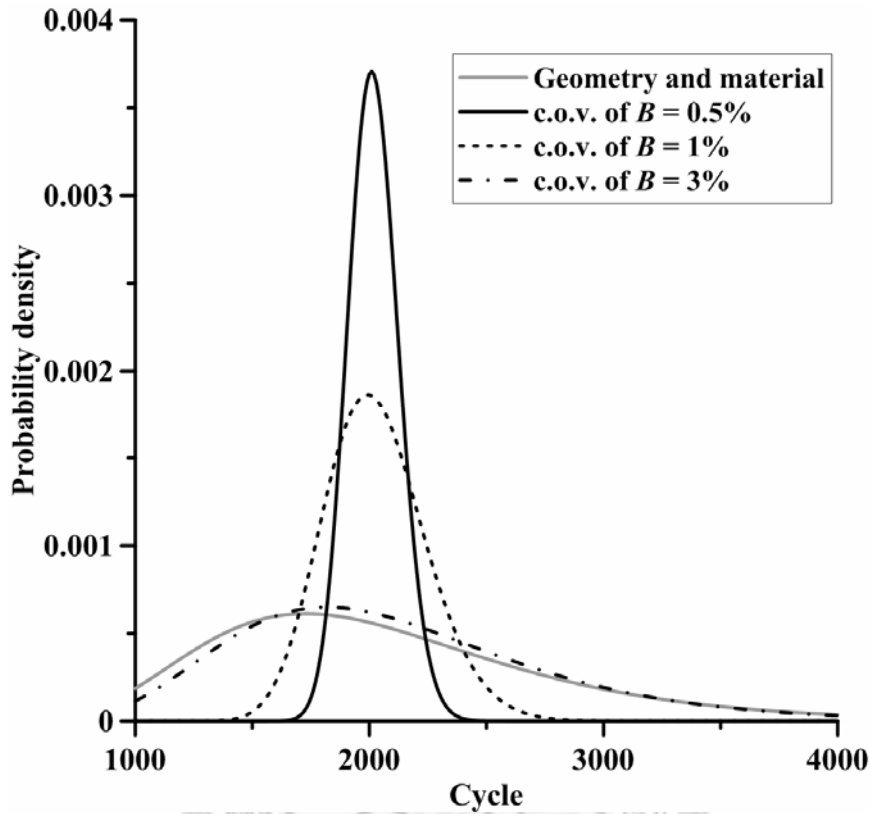


圖4-11 隨機變數 B 及尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線

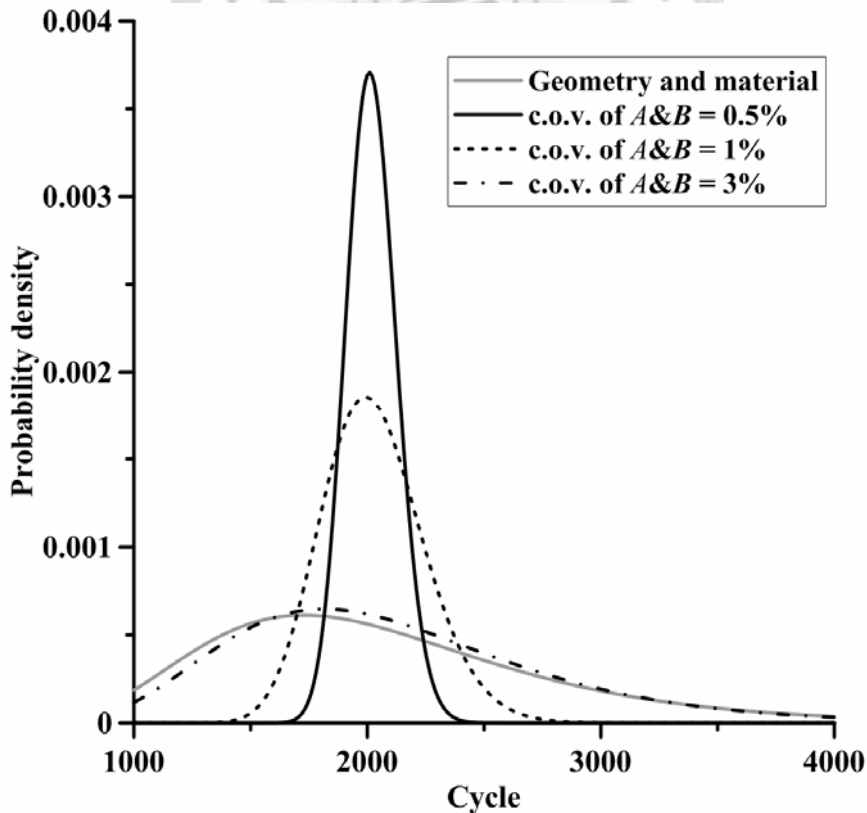


圖4-12 隨機變數 A 與 B 以及尺寸、材料性質變異對於疲勞壽命離散之機率密度函數曲線

第五章 加速試驗與失效率評估流程建立

由第二章的理論介紹可知，加速熱循環試驗屬於增壓試驗之範疇，當中藉由提高產品的使用環境溫度來加速產品劣化之速率，以增加隨機失效的發生，使得設計者得以於短時間內取得相關之測試數據已進行產品的可靠度分析。因而本章節將針對加速熱循環試驗的模擬結果作一完整之分析，其主要內容可分為三部份，分別為失效模式之檢定、加速因子模型之適用性探討與失效率之評估，以下將詳細說明加速熱循環試驗之數據分析與結果。

5-1 加速試驗數據

由於現今科技產品的高可靠度設計使得產品需要藉由加速試驗之進行，以便於有效時間之內取得設計所需的資料。對此，本研究設定三種加速熱循環負載作為模擬的負載邊界，詳細條件如表3-3與圖3-3所示。接著同時考慮因加工所造成的尺寸誤差及材料性質不均勻性，其中考量之尺寸與材料參數均延續4-1節之假設，各參數分別如下：晶片厚度、基板厚度、錫球連接半徑、晶片和基板個別的楊氏係數、熱膨脹係數共7種輸入參數如表4-1所示，其中每一種輸入參數均服從常態機率分佈且變異係數為3%。

最後在「機率設計系統」的操作之中，同時考量尺寸及材料性質具有變異性時，依據蒙地卡羅法而隨機採樣得出每種熱循環負載環境假設下的40組樣本，進而分析此40組樣本並藉由疲勞壽命預估公式來計算其每組樣本的疲勞壽命值，再針對其疲勞壽命結果進行統計分析。在每種熱循環負載環境假設下而隨機擷取出的40組樣本經由有限元素軟體的模擬後，需要將每一組樣本之中的最大等效應變範圍代入Modified Coffin-Manson疲勞壽命預估公式以求得熱疲勞壽命，而經由計算後每種熱循環負載環境假設下的40組樣本之熱疲勞壽命結果如表5-1~表5-3所示。由於模擬得出之每種熱循環負載環境的熱疲勞壽命是以Cycles作為單位，但其每種熱循環負載環境下的單一次熱循環所含之時間均不相等，因此為求一致性，

便需要將熱疲勞壽命(Cycles)除以每天之循環次數(Cycles/Day)，方可得出以天數作為單位之熱疲勞壽命值。之後，將表5-1~表5-3內三種熱循環負載環境下的熱疲勞壽命資料繪製於韋伯機率圖上，藉此進行各種熱循環負載環境之失效模式之檢定，確認各種熱循環負載環境之失效模式後，方可利用加速因子模型將加速試驗下之平均失效時間與失效率數據轉換得出特定環境下之平均失效時間與失效率數據。

5-2 失效模式之檢定

關於電子封裝體產品的研究機制，在目前之可靠度分析中對於具累積性質之機械結構分析上，韋伯機率分佈是目前廣為使用的一種機率分佈函數。由於透過形狀參數的調整可以描述各種不同之機率分佈函數，並對產品之熱疲勞壽命與失效數據進行良好的嵌合且可用以決定具離散性之數據的分佈形狀，因此其形狀參數便能具體描述封裝體產品的失效模式。在本研究之中，為觀察各種熱循環負載環境之失效模式，首先需要利用中位數等級法來求計算表5-1~表5-3內之熱疲勞壽命資料所各自對應的累積分佈函數值，再繪製於韋伯機率圖上並利用最小平方方法繪製出其趨勢線，相關圖形如圖5-1所示。其中 R^2 表示判定係數，為線性迴歸中最常用的適配度指標，用以衡量迴歸模型所能描述的變動量佔總變動量中的比例，當 R^2 的值越高代表迴歸模型所能描述的變動量佔總變動量中的比例越高，故適配度越佳。

在初步研判是否具相同失效模式的過程中，觀察圖5-1之三條趨勢線的斜率及趨勢線與 $x = \ln N_i$ 、 $y = \ln \ln \left(\frac{1}{1 - F(N_i)} \right)$ 兩座標軸的截距，同時經由(2-45)式計算得出三種不同熱循環負載環境各自的形狀參數與尺度參數，其參數值結果如表5-4所示。由表中之結果可以發現三種不同熱循環負載環境各自的形狀參數分別為3.535、3.508、3.754，其數值非常接近且趨勢線互相趨近於平行，因此可以確認三種不同熱循環負載環境下的覆晶晶片尺寸封裝體均具有相同的失效模式，據此方

可運用加速熱循環試驗與加速因子模型以進行封裝體產品的失效率評估。

最後，為確保所估算之結果能夠適配於韋伯機率分佈，還必須利用Kolmogorov-Smirnov適合度檢定來確認其分佈假設，三種熱循環負載環境下的熱疲勞壽命資料所檢定之結果如表5-5~5-7所示。觀察表中之計算結果可以發現，三種熱循環負載環境下所檢定得出的最大差異值 D_{max} 分別為0.1508、0.1475、0.0798，而經由查表可以得知樣本數為40與顯著水準為5%時，其臨界值為0.2150，因檢定結果之三個最大差異值皆小於臨界值，故在顯著水準5%下，三種熱循環負載環境之熱疲勞壽命資料皆可適配於韋伯機率分佈假設。

5-3 加速因子模型之適用性探討

當使用加速試驗於預估封裝體產品壽命時，除需要確認不同負載之加速試驗的失效模式是否一致之外，另一個關鍵因素便是確定加速因子模型的適用性，而這也是加速試驗中最困難的部份。一般而言，加速因子模型的設定有兩種方式：一為現行存在的加速因子模型，另一種則是根據現行的加速因子模型為基礎，再透過實驗確認後而推導得出的加速因子模型。當直接使用現行存在的加速因子模型，如Arrhenius模型、Peck模型、Lawson模型與Eyring模型等，可節省用於確定加速因子模型之適用性的時間，然而隨著當今環境條件與材料性質的演變，現行存在的加速因子模型已經有可能不能完全應用於當下的加速試驗，也因此使得加速試驗所分析出來的結果不甚精確。就當今的電子封裝體而言，多數的錫球材料已由有鉛焊料轉變為無鉛焊料，而現行存在的加速因子模型則大多是針對有鉛焊料所推導而出，所以近十幾年來便有許多的學者透過自行的實驗分析，進而改變現行存在的加速因子模型的係數或項目，使其成為可用於分析無鉛焊料之封裝體的加速因子模型，但目前尚未有一個準確且公認的加速因子模型是適用於無鉛焊料之封裝體的加速試驗上，因此任一學者提出的加速因子模型都仍需要加以驗證探討。而本研究所採用Salmela所提出的加速因子模型便是根據現行的加速因子模型，再透過Salmela自行實驗確認之後而推導得出的加速因子模型，因此此加速因

子模型將於本節之中確認其適用性並希望藉此建立一流程以評估特定環境下的失效率與可靠度數據。

根據5-2節中，藉由「機率設計系統」所得出三種不同熱循環負載環境下的疲勞壽命樣本並將其繪製於韋伯機率圖之後，可由(2-38)式計算得到疲勞壽命樣本於韋伯機率分佈下的平均失效時間，另外「機率設計系統」也會自行計算疲勞壽命樣本的平均失效時間，此兩種方式所得到的平均失效時間之結果如表5-8所示。之後，可任取兩種熱循環負載環境之疲勞壽命的平均失效時間，經由(2-17)式的觀點而計算出加速因子數值，同時也透過Salmela所提出的加速因子模型(2-8)式來預估任兩種熱循環負載環境間的加速因子數值，在此加速因子數值之結果與比較將如表5-9所示，其中誤差值是以Salmela的加速因子模型所計算出的數值為基準，再與另外兩種方式所得出的加速因子數值作一比較。從表5-9可以得知，經由Salmela所提出的模型所計算得出的加速因子數值與本研究所模擬推導之結果非常近似，因而可以推斷Salmela所提出的加速因子模型是可行的，其中的原因在於Salmela的加速因子模型並非改變其模型之參數，而是加入與溫度循環狀態以及基板材質與錫球材質相關的項目，使得不論是有鉛焊料或無鉛焊料，此加速因子模型都可以配合運用，這一點與其他學者只僅僅調整模型參數之後而提出的加速因子模型有很大的不同。

在確認不同熱循環負載環境之失效模式是否一致以及加速因子模型的適用性之後，便可以藉由本研究中所模擬不同熱循環負載環境之疲勞壽命樣本的平均失效時間來預估覆晶晶片尺寸封裝體於正常環境下的平均失效時間，而此正常環境下的平均失效時間也是一般工程師與消費者在設計以及使用電子產品時所關心的。在本研究中，當假設正常的熱循環使用負載環境為 $25^{\circ}\text{C}\sim 50^{\circ}\text{C}$ ，其詳細之負載條件如表5-10所示，再利用Salmela所提出的加速因子模型(2-8)式，並同時將加速與正常環境下的熱循環負載之條件代入加速因子模型以求得加速因子數值，最後將加速因子數值乘上加速試驗狀態下疲勞壽命樣本的平均失效時間，即可預估得

到正常環境下封裝體的平均失效時間，其結果如表5-11所示。由表5-11可以得知，在本研究設定的三種不同加速熱循環負載狀態下，其經由韋伯機率圖之方式所預估正常環境下的平均失效時間分別為1,116.32 days、1,146.08 days、1,132.11 days，而「機率設計系統」之方式所預估正常環境下的平均失效時間分別為1,117.46 days、1,145.28 days、1,132.73 days，由上述結果可以發現，不論是何種加速熱循環負載狀態，其所預估的正常環境下之平均失效時間均非常近似，並同時觀察表5-8，同時可以說明如非以數值模擬的方式進行加速試驗，而是改以實際實驗的方式進行加速試驗，在決定加速試驗負載程度方面，在具有相同失效模式的情況下，可選擇較大的負載程度來縮短加速試驗的測試時間並同樣可以得到合理的結果，但還是需要考慮到可以承受多大的負載程度，以避免改變了測試產品的失效模式。

5-4 失效率之評估

在電子產品領域之中，電子元件的可靠度也常以失效率來加以敘述，其失效率是指產品或元件使用或運作到某一時刻尚未失效，但在該時刻後，單位時間內發生失效的可能性。在一般情況下，電子封裝體本身或其所組構成的產品在發生材料或結構元件疲勞破壞前的有效壽命會呈現隨機性，導致疲勞壽命具有離散性並符合連續機率分佈，因此必須依據可靠度數據和失效率來評估其實用性。失效率分析是電子元件或產品在設計與開發過程中很重要的預防性分析方法，以封裝業而言，當封裝技術在研發階段時，如能針對自身結構可能存在的缺陷進行分析、再加以改善，並對各個失效模式和失效機率進行評估，即可增加封裝體本身及其所組構產品於使用運作時的可靠度。在此電子元件或產品可透過加速試驗以快速瞭解其失效現象與壽命，並可透過加速因子，評估其於特定環境下的壽命。同樣的，加速環境試驗所得的失效率數據，也可藉由加速因子轉換而得特定環境下的失效率數據，並據以估算失效率。

本研究沿用5-2節中三種不同熱循環負載環境下所模擬出之疲勞壽命樣本與繪製於韋伯機率圖後所計算得出的形狀參數、尺度參數，利用(2-40)式可計算韋伯機

率分佈下，其加速試驗狀態中隨著時間變化的失效率數值，再根據表5-11所得到的加速因子與(2-12)式的換算結果，可得出正常環境狀態中隨著時間變化的失效率數值，如圖5-2所示。然而在「機率設計系統」中，目前仍無法直接計算出失效率數值，如需要進一步計算出失效率相關數值，便要先根據失效率的定義來定義出一個平均失效率 $\lambda_{average}$ (Average Failure Rate)，其平均失效率可先定義如下：

$$\lambda_{average}(t_1, t_2) = \frac{\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt}{t_2 - t_1} \quad (5-1)$$

其中 t_{med} 表示為一個中位的時間點(Median Time)，而 t_1, t_2 分別表示 $t_{med} \pm 0.1\%$ 且 (t_1, t_2) 為一段時間之區間，之後再分別假設累積失效函數與可靠度函數如下：

$$H(t) = \int_0^t \lambda(t) dt \quad (5-2)$$

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t) dt\right) \quad (5-3)$$

由(5-2)式與(5-3)式可以得知：

$$H(t) = -\ln R(t) \quad (5-4)$$

因此根據上述推導可將中位時間點的平均失效率改寫為：

$$\lambda_{average}(t_1, t_2) = \frac{H(t_2) - H(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\ln R(t_1) - \ln R(t_2)}{t_2 - t_1} \quad (5-5)$$

觀察(5-5)式可以得知，平均失效率可由某一段時間區間的兩個可靠度函數值來計算得出，因此在「機率設計系統」中，可先由經驗公式(2-50)式先繪出三種不同熱循環負載環境下疲勞壽命樣本的累積分佈函數曲線，如圖5-3所示，並可從中換算得到可靠度函數值，再依據(2-11)式中描述的 $\lambda_{test}\left(\frac{t}{AF}\right)$ 並同時配合(5-5)式與表5-11所得到的加速因子，預先推算出加速試驗狀態中某特定時間 t 的平均失效率 $\lambda_{average, test}\left(\frac{t_1}{AF}, \frac{t_2}{AF}\right)$ ，最後，再由表5-11的加速因子與(2-11)式的換算結果，可得出正常環境狀態中某特定時間 t 的平均失效率 $\lambda_{average, field}\left(\frac{t_1}{AF}, \frac{t_2}{AF}\right)$ ，進而繪製隨時間變化的平均失效率數值，如圖5-4所示。如同時比較圖5-2與圖5-4之結果，同時可

以發現由「機率設計系統」和平均失效率的觀念所計算的失效率數據，也非常近似於樣本數據嵌合於韋伯機率分佈後而計算得出的失效率數據，以此確認「機率設計系統」和平均失效率的觀念於失效率計算時的適用性。

由失效率時間歷程中可以得知，不論是在何種熱循環負載環境下，均可以得到非常近似的失效率時間歷程曲線，因此將分析的結果與(2-11)式、(2-12)式相比之後，發現其顯示之結果可完全對等於(2-11)式、(2-12)式，且可將(2-11)式另改寫為平均失效率的型式並表示如下：

$$\lambda_{average,field}(t_1, t_2) = \frac{\lambda_{average,test} \left(\frac{t_1}{AF}, \frac{t_2}{AF} \right)}{AF} \quad (5-6)$$

有了上述的失效率轉換關係式之後，同時採用適當的加速因子模型，便可以依循加速試驗流程，建構出一套合理評估封裝體失效率的方法，此方法不論是應用於實際實驗或數值模擬，均能快速準確得到失效率數據並提供產品設計者或測試者改良封裝體可靠度的依據。

表5-1 Test 1熱循環負載下之疲勞壽命與韋伯機率圖所需資料表

i	Fatigue Life (Cycles)	Fatigue Life (N_i , Days)	$F(N_i) = \frac{i-0.3}{40+0.4}$	$\ln N_i$	$\ln \ln \left[\frac{1}{1-F(N_i)} \right]$
1	2,001	83.3669	0.0173	4.4232	-4.0467
2	2,051	85.4666	0.0420	4.4481	-3.1467
3	2,250	93.7443	0.0668	4.5405	-2.6711
4	2,393	99.7017	0.0915	4.6021	-2.3428
5	2,698	112.4332	0.1163	4.7223	-2.0900
6	2,769	115.4097	0.1410	4.7484	-1.8832
7	2,813	117.2046	0.1658	4.7639	-1.7074
8	2,890	120.4184	0.1905	4.7909	-1.5537
9	2,934	122.2631	0.2153	4.8061	-1.4166
10	2,937	122.3666	0.2400	4.8070	-1.2925
11	3,037	126.5356	0.2648	4.8405	-1.1786
12	3,117	129.8678	0.2896	4.8665	-1.0731
13	3,223	134.2847	0.3143	4.8999	-0.9744
14	3,224	134.3364	0.3391	4.9003	-0.8814
15	3,365	140.2067	0.3638	4.9431	-0.7933
16	3,626	151.0646	0.3886	5.0177	-0.7092
17	3,681	153.3796	0.4133	5.0329	-0.6285
18	3,693	153.8698	0.4381	5.0361	-0.5508
19	3,714	154.7375	0.4628	5.0417	-0.4755
20	3,715	154.7599	0.4876	5.0418	-0.4024
21	3,764	156.8285	0.5123	5.0551	-0.3309
22	3,776	157.3131	0.5371	5.0582	-0.2609
23	3,798	158.2484	0.5618	5.0641	-0.1920
24	3,842	160.1011	0.5866	5.0758	-0.1239
25	3,858	160.7683	0.6113	5.0799	-0.0563
26	4,013	167.2211	0.6361	5.1193	0.0109
27	4,040	168.3243	0.6608	5.1258	0.0782
28	4,308	179.5067	0.6856	5.1902	0.1460
29	4,314	179.7649	0.7103	5.1916	0.2144
30	4,338	180.7708	0.7351	5.1972	0.2841
31	4,742	197.5816	0.7599	5.2861	0.3553
32	4,767	198.6274	0.7846	5.2914	0.4288
33	5,154	214.7454	0.8094	5.3694	0.5053
34	5,332	222.1491	0.8341	5.4033	0.5859
35	5,478	228.2552	0.8589	5.4304	0.6721
36	5,763	240.1339	0.8836	5.4811	0.7660
37	6,021	250.8705	0.9084	5.5249	0.8715
38	6,790	282.9304	0.9331	5.6452	0.9953
39	6,862	285.9024	0.9579	5.6556	1.1531
40	8,575	357.2802	0.9826	5.8785	1.4001

表5-2 Test 2熱循環負載下之疲勞壽命與韋伯機率圖所需資料表

i	Fatigue Life (Cycles)	Fatigue Life (N_i , Days)	$F(N_i) = \frac{i-0.3}{40+0.4}$	$\ln N_i$	$\ln \ln \left[\frac{1}{1-F(N_i)} \right]$
1	671	23.3176	0.0173	3.1492	-4.0467
2	1,075	37.3339	0.0420	3.6199	-3.1467
3	1,298	45.0681	0.0668	3.8082	-2.6711
4	1,404	48.7390	0.0915	3.8865	-2.3428
5	1,444	50.1547	0.1163	3.9151	-2.0900
6	1,485	51.5714	0.1410	3.9430	-1.8832
7	1,541	53.5154	0.1658	3.9800	-1.7074
8	1,566	54.3626	0.1905	3.9957	-1.5537
9	1,593	55.3151	0.2153	4.0130	-1.4166
10	1,662	57.6955	0.2400	4.0552	-1.2925
11	1,675	58.1541	0.2648	4.0631	-1.1786
12	1,685	58.5046	0.2896	4.0691	-1.0731
13	1,698	58.9700	0.3143	4.0770	-0.9744
14	1,741	60.4535	0.3391	4.1019	-0.8814
15	1,778	61.7345	0.3638	4.1228	-0.7933
16	1,784	61.9399	0.3886	4.1262	-0.7092
17	1,831	63.5934	0.4133	4.1525	-0.6285
18	1,843	63.9912	0.4381	4.1587	-0.5508
19	1,854	64.3591	0.4628	4.1645	-0.4755
20	1,860	64.5970	0.4876	4.1682	-0.4024
21	1,896	65.8211	0.5123	4.1869	-0.3309
22	1,899	65.9538	0.5371	4.1890	-0.2609
23	1,919	66.6300	0.5618	4.1992	-0.1920
24	2,026	70.3463	0.5866	4.2534	-0.1239
25	2,056	71.3926	0.6113	4.2682	-0.0563
26	2,071	71.8962	0.6361	4.2752	0.0109
27	2,163	75.0942	0.6608	4.3187	0.0782
28	2,249	78.0840	0.6856	4.3578	0.1460
29	2,290	79.5083	0.7103	4.3759	0.2144
30	2,296	79.7224	0.7351	4.3786	0.2841
31	2,517	87.4056	0.7599	4.4706	0.3553
32	2,570	89.2325	0.7846	4.4912	0.4288
33	2,589	89.9073	0.8094	4.4988	0.5053
34	2,601	90.3062	0.8341	4.5032	0.5859
35	3,028	105.1539	0.8589	4.6554	0.6721
36	3,076	106.7950	0.8836	4.6709	0.7660
37	3,102	107.6989	0.9084	4.6793	0.8715
38	3,216	111.6774	0.9331	4.7156	0.9953
39	3,319	115.2466	0.9579	4.7471	1.1531
40	4,197	145.7366	0.9826	4.9818	1.4001

表5-3 Test 3熱循環負載下之疲勞壽命與韋伯機率圖所需資料表

i	Fatigue Life (Cycles)	Fatigue Life (N_i , Days)	$F(N_i) = \frac{i-0.3}{40+0.4}$	$\ln N_i$	$\ln \ln \left[\frac{1}{1-F(N_i)} \right]$
1	176	14.6597	0.0173	2.6851	-4.0467
2	219	18.2441	0.0420	2.9038	-3.1467
3	293	24.4228	0.0668	3.1955	-2.6711
4	302	25.1606	0.0915	3.2253	-2.3428
5	310	25.8288	0.1163	3.2515	-2.0900
6	316	26.2993	0.1410	3.2695	-1.8832
7	320	26.6884	0.1658	3.2842	-1.7074
8	327	27.2210	0.1905	3.3040	-1.5537
9	331	27.5972	0.2153	3.3177	-1.4166
10	334	27.8487	0.2400	3.3268	-1.2925
11	335	27.8581	0.2648	3.3271	-1.1786
12	341	28.4308	0.2896	3.3475	-1.0731
13	344	28.6973	0.3143	3.3568	-0.9744
14	359	29.8952	0.3391	3.3977	-0.8814
15	364	30.3698	0.3638	3.4134	-0.7933
16	389	32.3861	0.3886	3.4777	-0.7092
17	397	33.0820	0.4133	3.4990	-0.6285
18	401	33.4065	0.4381	3.5088	-0.5508
19	406	33.8218	0.4628	3.5211	-0.4755
20	416	34.6433	0.4876	3.5451	-0.4024
21	419	34.9356	0.5123	3.5535	-0.3309
22	428	35.6856	0.5371	3.5747	-0.2609
23	441	36.7593	0.5618	3.6044	-0.1920
24	463	38.6211	0.5866	3.6538	-0.1239
25	466	38.8238	0.6113	3.6590	-0.0563
26	474	39.4707	0.6361	3.6756	0.0109
27	476	39.6771	0.6608	3.6808	0.0782
28	488	40.6466	0.6856	3.7049	0.1460
29	516	42.9995	0.7103	3.7612	0.2144
30	533	44.4047	0.7351	3.7933	0.2841
31	535	44.6221	0.7599	3.7982	0.3553
32	543	45.2272	0.7846	3.8117	0.4288
33	553	46.1067	0.8094	3.8310	0.5053
34	559	46.5955	0.8341	3.8415	0.5859
35	585	48.7207	0.8589	3.8861	0.6721
36	614	51.1312	0.8836	3.9344	0.7660
37	624	51.9817	0.9084	3.9509	0.8715
38	631	52.5815	0.9331	3.9624	0.9953
39	694	57.8228	0.9579	4.0574	1.1531
40	883	73.6198	0.9826	4.2989	1.4001

表5-4 各種熱循環負載環境下熱疲勞壽命之韋伯機率分佈參數值

Condition	Weibull distribution	
	β	θ (days)
Test 1	3.535	184.53
Test 2	3.508	79.70
Test 3	3.754	40.58



表5-5 Test 1熱循環負載下熱疲勞壽命資料之Kolmogorov-Smirnov適合度檢定

i	Fatigue Life (N_i , Days)	Observed Cumulative Probability $F_i = \frac{i}{n+1}$	Theoretical Cumulative Probability F'_i	$D_{\max} = F_i - F'_i $
1	83.3669	0.0244	0.0585	0.0341
2	85.4666	0.0488	0.0637	0.0149
3	93.7443	0.0732	0.0872	0.0140
4	99.7017	0.0976	0.1073	0.0097
5	112.4332	0.1220	0.1593	0.0374
6	115.4097	0.1463	0.1733	0.0270
7	117.2046	0.1707	0.1821	0.0113
8	120.4184	0.1951	0.1984	0.0033
9	122.2631	0.2195	0.2081	0.0114
10	122.3666	0.2439	0.2087	0.0352
11	126.5356	0.2683	0.2316	0.0367
12	129.8678	0.2927	0.2509	0.0418
13	134.2847	0.3171	0.2776	0.0395
14	134.3364	0.3415	0.2779	0.0636
15	140.2067	0.3659	0.3152	0.0506
16	151.0646	0.3902	0.3892	0.0011
17	153.3796	0.4146	0.4056	0.0091
18	153.8698	0.4390	0.4091	0.0299
19	154.7375	0.4634	0.4153	0.0481
20	154.7599	0.4878	0.4154	0.0724
21	156.8285	0.5122	0.4303	0.0819
22	157.3131	0.5366	0.4338	0.1027
23	158.2484	0.5610	0.4406	0.1204
24	160.1011	0.5854	0.4541	0.1313
25	160.7683	0.6098	0.4590	0.1508
26	167.2211	0.6341	0.5064	0.1278
27	168.3243	0.6585	0.5145	0.1440
28	179.5067	0.6829	0.5963	0.0866
29	179.7649	0.7073	0.5981	0.1092
30	180.7708	0.7317	0.6054	0.1263
31	197.5816	0.7561	0.7201	0.0360
32	198.6274	0.7805	0.7267	0.0538
33	214.7454	0.8049	0.8190	0.0141
34	222.1491	0.8293	0.8544	0.0251
35	228.2552	0.8537	0.8800	0.0264
36	240.1339	0.8780	0.9209	0.0429
37	250.8705	0.9024	0.9483	0.0458
38	282.9304	0.9268	0.9892	0.0624
39	285.9024	0.9512	0.9909	0.0397
40	357.2802	0.9756	1.0000	0.0244

表5-6 Test 2熱循環負載下熱疲勞壽命資料之Kolmogorov-Smirnov適合度檢定

i	Fatigue Life (N_i , Days)	Observed Cumulative Probability $F_i = \frac{i}{n+1}$	Theoretical Cumulative Probability F'_i	$D_{\max} = F_i - F'_i $
1	23.3176	0.0244	0.0133	0.0111
2	37.3339	0.0488	0.0675	0.0188
3	45.0681	0.0732	0.1266	0.0534
4	48.7390	0.0976	0.1632	0.0656
5	50.1547	0.1220	0.1788	0.0568
6	51.5714	0.1463	0.1952	0.0489
7	53.5154	0.1707	0.2191	0.0483
8	54.3626	0.1951	0.2299	0.0348
9	55.3151	0.2195	0.2425	0.0230
10	57.6955	0.2439	0.2753	0.0314
11	58.1541	0.2683	0.2818	0.0135
12	58.5046	0.2927	0.2868	0.0058
13	58.9700	0.3171	0.2936	0.0235
14	60.4535	0.3415	0.3156	0.0258
15	61.7345	0.3659	0.3351	0.0307
16	61.9399	0.3902	0.3383	0.0519
17	63.5934	0.4146	0.3643	0.0504
18	63.9912	0.4390	0.3706	0.0684
19	64.3591	0.4634	0.3765	0.0869
20	64.5970	0.4878	0.3803	0.1075
21	65.8211	0.5122	0.4002	0.1120
22	65.9538	0.5366	0.4023	0.1342
23	66.6300	0.5610	0.4134	0.1475
24	70.3463	0.5854	0.4755	0.1098
25	71.3926	0.6098	0.4932	0.1165
26	71.8962	0.6341	0.5017	0.1324
27	75.0942	0.6585	0.5558	0.1027
28	78.0840	0.6829	0.6057	0.0772
29	79.5083	0.7073	0.6290	0.0783
30	79.7224	0.7317	0.6325	0.0992
31	87.4056	0.7561	0.7490	0.0071
32	89.2325	0.7805	0.7738	0.0067
33	89.9073	0.8049	0.7826	0.0222
34	90.3062	0.8293	0.7878	0.0415
35	105.1539	0.8537	0.9289	0.0753
36	106.7950	0.8780	0.9387	0.0606
37	107.6989	0.9024	0.9436	0.0412
38	111.6774	0.9268	0.9618	0.0350
39	115.2466	0.9512	0.9739	0.0227
40	145.7366	0.9756	0.9998	0.0241

表5-7 Test 3熱循環負載下熱疲勞壽命資料之Kolmogorov-Smirnov適合度檢定

i	Fatigue Life (N_i , Days)	Observed Cumulative Probability $F_i = \frac{i}{n+1}$	Theoretical Cumulative Probability F'_i	$D_{\max} = F_i - F'_i $
1	14.6597	0.0244	0.0216	0.0027
2	18.2441	0.0488	0.0485	0.0003
3	24.4228	0.0732	0.1381	0.0650
4	25.1606	0.0976	0.1531	0.0556
5	25.8288	0.1220	0.1676	0.0456
6	26.2993	0.1463	0.1782	0.0319
7	26.6884	0.1707	0.1873	0.0166
8	27.2210	0.1951	0.2002	0.0051
9	27.5972	0.2195	0.2096	0.0099
10	27.8487	0.2439	0.2160	0.0279
11	27.8581	0.2683	0.2162	0.0521
12	28.4308	0.2927	0.2312	0.0614
13	28.6973	0.3171	0.2384	0.0787
14	29.8952	0.3415	0.2721	0.0694
15	30.3698	0.3659	0.2860	0.0798
16	32.3861	0.3902	0.3487	0.0415
17	33.0820	0.4146	0.3715	0.0431
18	33.4065	0.4390	0.3823	0.0567
19	33.8218	0.4634	0.3963	0.0671
20	34.6433	0.4878	0.4243	0.0635
21	34.9356	0.5122	0.4344	0.0778
22	35.6856	0.5366	0.4606	0.0760
23	36.7593	0.5610	0.4984	0.0626
24	38.6211	0.5854	0.5642	0.0212
25	38.8238	0.6098	0.5713	0.0385
26	39.4707	0.6341	0.5939	0.0402
27	39.6771	0.6585	0.6011	0.0575
28	40.6466	0.6829	0.6344	0.0485
29	42.9995	0.7073	0.7114	0.0041
30	44.4047	0.7317	0.7540	0.0223
31	44.6221	0.7561	0.7603	0.0042
32	45.2272	0.7805	0.7774	0.0031
33	46.1067	0.8049	0.8011	0.0038
34	46.5955	0.8293	0.8137	0.0156
35	48.7207	0.8537	0.8628	0.0092
36	51.1312	0.8780	0.9076	0.0295
37	51.9817	0.9024	0.9206	0.0182
38	52.5815	0.9268	0.9290	0.0022
39	57.8228	0.9512	0.9771	0.0259
40	73.6198	0.9756	0.9999	0.0243

表5-8 各種熱循環負載環境下熱疲勞壽命之平均失效時間

Condition	Weibull Distribution			ANSYS PDS	
	β	θ (days)	MTTF (days)	MTTF (cycles)	MTTF (days)
Test 1	3.535	184.53	166.12	3,991	166.29
Test 2	3.508	79.70	71.72	2,064	71.67
Test 3	3.754	40.58	36.65	440	36.67

Note: The unit of the MTTF is transformed into “day” by way of frequency.

表5-9 加速因子對照結果

Conditions	Salmela's model	Weibull Distribution		ANSYS PDS	
	<i>AF</i>	<i>AF</i>	Error (%)	<i>AF</i>	Error (%)
Test 1 & Test 2	2.37	2.31	2.53	2.32	2.11
Test 1 & Test 3	4.59	4.53	1.31	4.53	1.31
Test 2 & Test 3	1.93	1.95	1.03	1.95	1.03

表5-10 正常環境之熱循環負載狀態

Condition	Temperature Range (°C)	Ramp (°C/Minute)	Dwell at Max./Min. Temperature (Minutes)	Cycle Time (Minutes/Cycle)	Frequency (Cycles/Day)
Field	25~50	5	85	180	8

表5-11 預估正常環境下之平均失效時間

Conditions	Salmela's model	Weibull Distribution		ANSYS PDS	
	<i>AF</i>	MTTF in Test Condition (days)	MTTF in Field Condition (days)	MTTF in Test Condition (days)	MTTF in Field Condition (days)
Field & Test 1	6.72	166.12	1,116.32	166.29	1,117.46
Field & Test 2	15.98	71.72	1,146.08	71.67	1,145.28
Field & Test 3	30.89	36.65	1,132.11	36.67	1,132.73

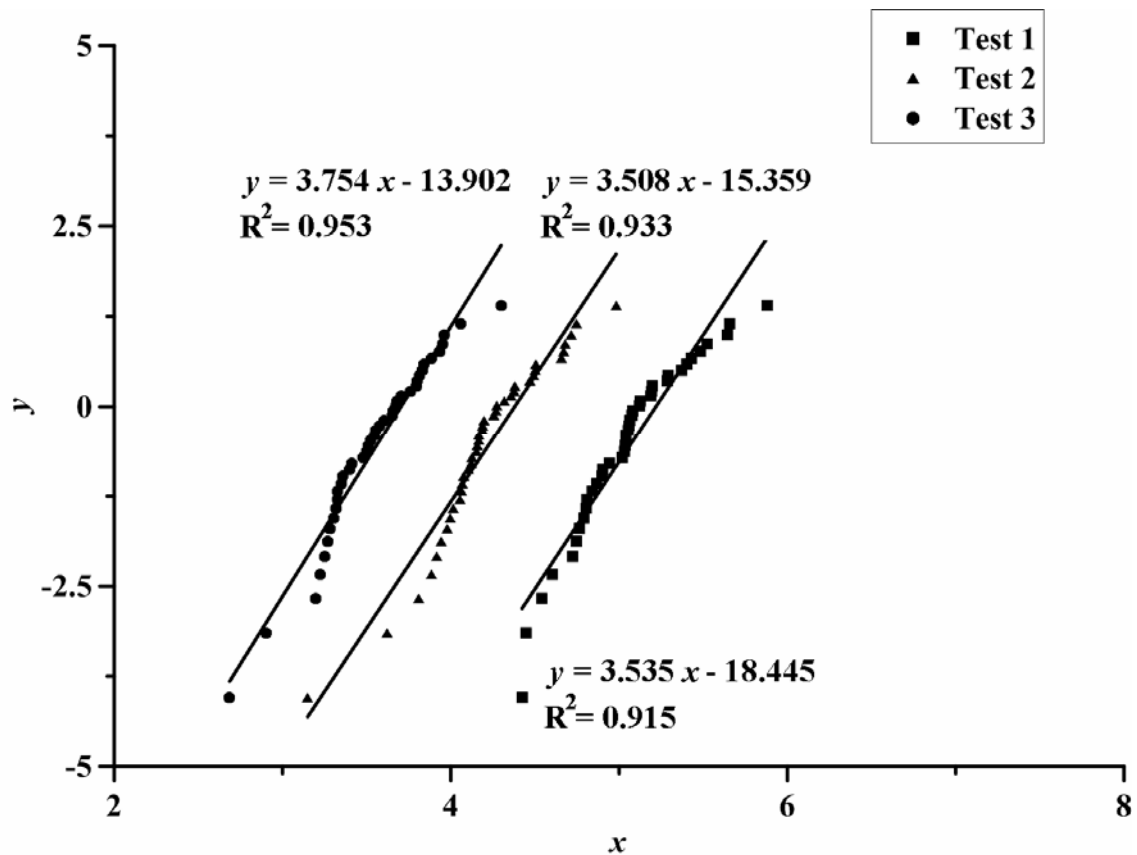


圖5-1 三種不同熱循環負載之疲勞壽命數據於韋伯機率圖紙

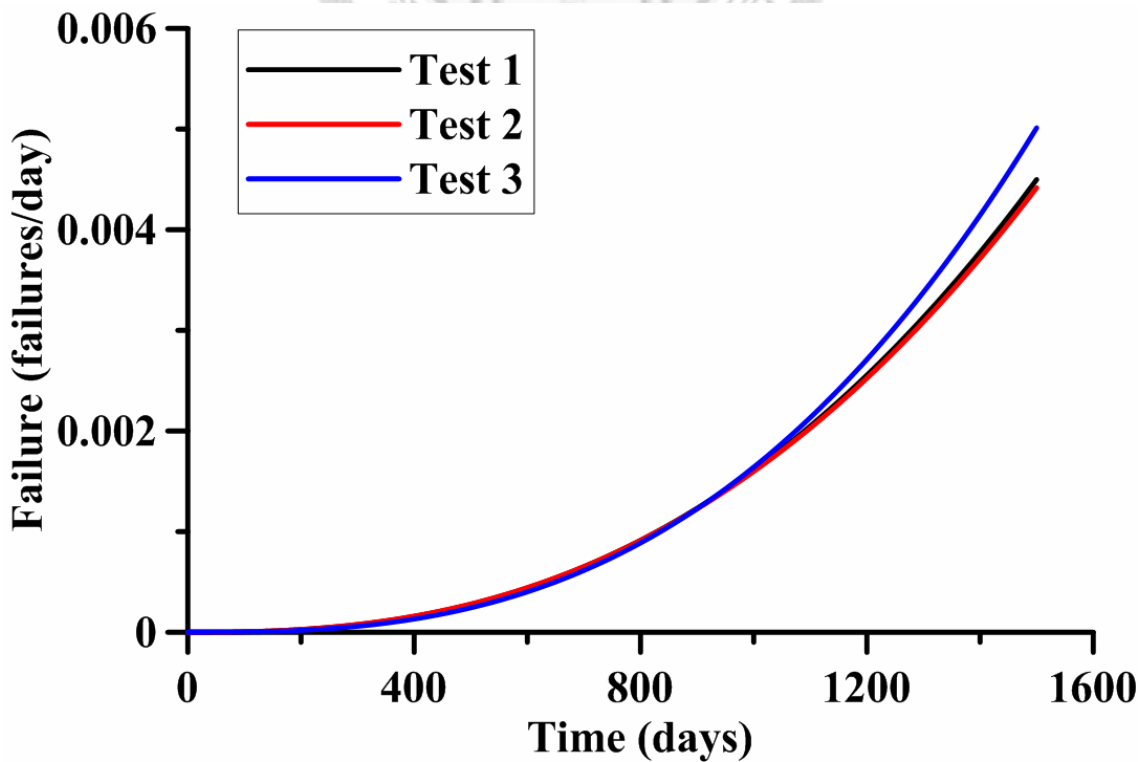


圖5-2 韋伯機率分佈假設下所得正常環境狀態的失效率時間歷程

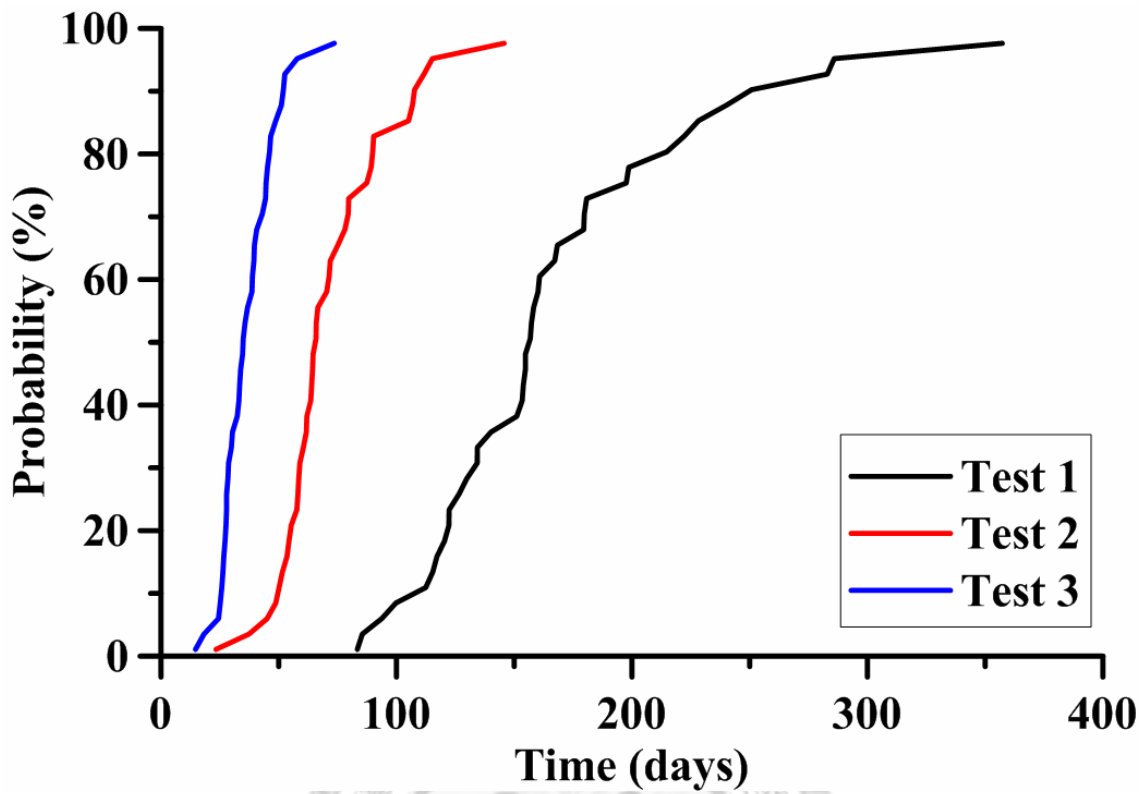


圖5-3 「機率設計系統」所描繪三種熱循環負載下疲勞壽命的累積分佈函數曲線

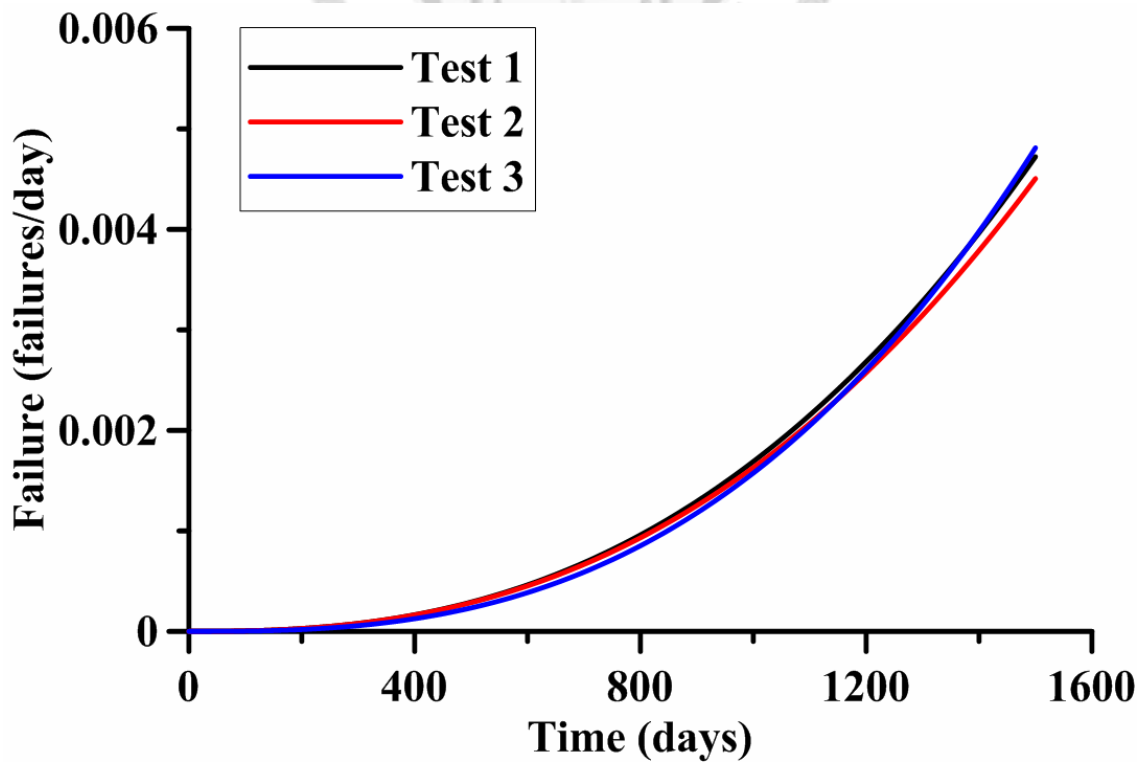


圖5-4 由「機率設計系統」所得正常環境狀態的失效率時間歷程

第六章 結論與未來展望

在現今以顧客導向為主的消費市場，廠商對產品壽命皆希望能得知精確的壽命值，以確保顧客在使用產品時，能達到所宣稱的使用年限，但壽命的推估往往因相當多不確定性因素的存在而無法獲致精確的壽命值。為了探討這些相關不確定因素對壽命的影響程度，許多商業軟體公司基於統計學、機率設計與可靠度工程等理論發展出適用於實驗參數設計和產品最佳化設計的套裝軟體，其中 ANSYS Inc. 所發展的有限元素法軟體 ANSYS 搭配「機率設計系統」便是其中之一。雖然，商用套裝軟體雖然在使用上非常便利，但其所計算得出的數值結果是否與傳統方法理論一致，仍需要透過實驗數據或模擬數值作一確認。對此，本研究以覆晶晶片尺寸封裝體為研究對象，一方面驗證局部模型方法論的準確性並延續搭配 ANSYS「機率設計系統」模組，深入探討影響封裝體疲勞壽命變異情形及可靠度的原因，並同時藉由模擬加速試驗環境狀態與加速因子模型，建構一套可評估特定環境下產品失效率的流程。另一方面，在研究過程中藉由機率圖紙、卡方適合度檢定與其他機率與統計相關的數學推導與演算，完成自行開發之分析架構並以此比較其結果與商用軟體內建「機率設計系統」分析所得結果的異同性，作為分析程序修正的依據，以保證分析結果的準確性。

6-1 結論

本研究所獲得之結論條列如下：

1. 在局部模型方法論中，全域精細模型與局部模型兩者所求得的潛變應變能密度、潛變等效應變歷程均具有相同的趨勢，其計算出的疲勞壽命值也非常接近，可印證局部模型的可行性。在計算效能上，1/3局部模型求解時間相對於全域精細模型求解時間減少了約26.65%，一方面可以節省電腦分析運算的時間，另一方面又可兼顧其分析運算的準確性。
2. 本研究以定量評估方法，計算出1/3局部模型封裝體疲勞壽命為2,017 cycles；

而在考慮封裝體尺寸、材料性質變異的情況下，基於機率方法而以「機率設計系統」評估可得疲勞壽命之平均值與標準偏差分別為2,064、683 cycles，且樣本之疲勞壽命分佈大多介於1,700~2,400 cycles的範圍中。由此可知，尺寸加工誤差和材料性質不均勻性對於封裝體疲勞壽命之離散性具有一定程度的影響，當中又屬錫球連接半徑、基板厚度對於疲勞壽命的影響最大。

3. 由於疲勞壽命預估公式中的兩參數也可能具有變異性，進而導致封裝體疲勞壽命亦有離散的情況，因此，本研究也推導出疲勞壽命預估公式之兩參數具變異性時，其疲勞壽命之機率分佈函數的平均值和標準偏差公式，並藉由「機率設計系統」相互驗證無論模擬結果或推導公式計算的結果都是相通、可行的。此外，隨著變異係數的逐漸增加並同時觀察其造成封裝體可靠度下降的幅度，可以發現疲勞壽命預估公式中的指數參數之變異性如與多種尺寸、材料均具有不確定性的狀態相比，其對於疲勞壽命離散性的影響是不相上下的，因此於預估封裝體疲勞壽命時，無論是疲勞壽命預估公式中的參數、幾何尺寸或材料性質，均需要注意其變異性對於疲勞壽命結果離散程度的影響，如此方可確保實驗或模擬時的準確性。
4. 在參數變異對熱疲勞壽命之影響的章節中，不論是幾何尺寸及材料性質變異或疲勞壽命預估公式之參數變異，將自行建構的分析統計架構或推導公式與「機率設計系統」所繪製的累積分佈函數曲線作一比較之後，發現兩種模式下所繪製的結果很近似，但自行建構的分析統計架構或推導公式可以繪製出圓滑且為封閉型式的累積分佈函數曲線，而「機率設計系統」則否。從統計的觀點而言，非圓滑且非為封閉型式的累積分佈函數曲線將導致累積分佈的結果具有較大的誤差值也會造成預估可靠度時的失準，而本研究所自行建構的分析統計架構或推導公式則較具有相當的準確性。當進行實際實驗或模擬分析時，若無法從中得到相當數量樣本數值的話，則不適合利用經驗公式與「機率設計系統」來描繪統計之結果，而此時便可使用本研究自行建構的分

析統計架構或推導公式的流程，來得出較精確的統計結果。

5. 本研究藉由模擬三種測試環境下的熱循環加速試驗所得之數據，先驗證 Salmela 所提出的加速因子模型於不同加速試驗之間的疲勞壽命轉換是否可行，同時以此模型確認本研究所得之模擬結果的準確性，再以此加速因子模型分析此覆晶晶片尺寸封裝體在正常環境 $25^{\circ}\text{C}\sim 50^{\circ}\text{C}$ 下之疲勞壽命，由韋伯機率分佈所推算得出的平均失效時間大致在 $1,116.32\text{ days}\sim 1,146.08\text{ days}$ 之間，而由「機率設計系統」所推算得出的平均失效時間大致在 $1,117.46\text{ days}\sim 1,145.28\text{ days}$ 之間。進一步觀察第五章中加速試驗分析的流程，得知當欲透過加速試驗來評估產品於特定環境之平均失效時間，除加速試驗與特定環境之間的失效模式必須一致外，其對於加速因子模型的建立、引用與求取加速試驗樣本數據之平均失效時間的統計計算方式，也會影響加速試驗下平均失效時間的計算結果，進而導致換算得到於特定環境下的平均失效時間有所誤差。因此若未能精確掌握加速試驗分析流程的每一步驟，將會對分析結果造成極大之影響。
6. 根據本研究分析的結果可知，當覆晶晶片尺寸封裝體疲勞壽命樣本數據嵌合於韋伯機率分佈或利用平均失效率的觀念來計算失效率時間歷程時，可以發現其失效率並非呈現一定值，而是會隨著時間有所改變。另外利用「機率設計系統」和平均失效率的觀念所計算的失效率數據，也非常近似於樣本數據嵌合於韋伯機率分佈後而計算得出的失效率數據。因此設計者在提出產品失效率報告的時候，必須對產品的趨勢作一了解，方可避免錯估產品的可靠度。而另外透過本研究第五章之中估算失效率的分析方法，往後的實驗設計者可依循同樣的試驗流程與統計模式，藉以確實了解並掌握產品之失效率與可靠度數據，可避免提出過高的保固期或低估產品的使用壽命，進而導致重大的金錢損失與商業信譽上之負面衝擊。

6-2 未來展望

1. 由於影響一封裝體之疲勞壽命的不確定因素有非常多種，而本研究僅就其中數種參數來加以探討，因此未來建議可再加入其他未考慮到的不確定因素以作為分析重點，其他因素包括：實際實驗負載設定的誤差、封裝體於人為操作環境或使用模式的不確定性、製造時因人性因素而造成封裝體良率與差異性等，藉此希望可以使分析假設更符合封裝體實際使用情況。另外如考量的不確定因素太多而不知如何取捨時，可透過故障樹分析(Fault Tree Analysis, FTA)來得到對使用壽命較具影響力之因素，隨之將這些因素考慮為隨機變數，接著便可探討其相對應封裝體產品的可靠度與失效率問題。
2. 在加速試驗中，加速因子模型為用以描述外在應力與封裝體產品壽命關係之函數，而許多學者於自行試驗後，相繼對現行存在的加速因子模型提出改良，但在未來的發展情況之下，封裝體產品仍會受到錫球材料性質、封裝體型式和使用條件等眾多設計因素的交互影響，以致於封裝體壽命在各種加速試驗環境下不可能再完全符合某一加速因子模型的轉換。因此，為了更深入了解加速因子模型與未來實際情況的適用性，可進一步把數值模擬結果搭配實際實驗，多次反覆進行加速試驗以建構出可概括各錫球材料性質、封裝體型式和使用條件等眾多設計因素的加速因子模型。

參考文獻

1. R. Darveaux, L. Turlik, L. T. Hwang and A. Reisman, "Thermal stress analysis of a multichip package design," IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, Vol. 12, pp. 663-672, 1989.
2. J. H. Lau, "Effects of microvia build-up layers on the solder joint reliability of a wafer level chip scale package (WLCSP)," Proceedings of the 51st IEEE Electronic Components and Technology Conference, Orlando, FL, USA, pp. 1207-1215, 2001.
3. D. H. Kim, P. Elenius and S. Barrett, "Solder joint reliability and characteristics of deformation and crack growth of Sn-Ag-Cu versus eutectic Sn-Pb on a WLP in a thermal cycling test," IEEE Transactions on Electronics Packaging Manufacturing, Vol. 25, pp. 84-90, 2002.
4. G. Gustafsson, I. Guven, V. Kradinov and E. Madenci, "Finite element modeling of BGA packages for life prediction," Proceedings of the 50th IEEE Electronic Components and Technology Conference, Las Vegas, NV, USA, pp. 1059-1063, 2000.
5. H. C. Cheng, C. Y. Yu and W. H. Chen, "An effective thermal-mechanical modeling methodology for large-scale area array typed packages," Computer Modeling in Engineering and Sciences, Vol. 7, pp. 1-17, 2005.
6. Y. S. Lai and T. H. Wang, "Verification of submodeling technique in thermomechanical reliability assessment of flip-chip package assembly," Microelectronics Reliability, Vol. 45, pp. 575-582, 2005.
7. L. F. Coffin, Jr., "A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal," Transactions of ASME, Vol. 76, pp. 931-950, 1954.
8. S. S. Manson, Thermal Stress and Low-Cycle Fatigue, McGraw-Hill, New York, 1966.

9. J. Morrow, "Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals," in *Internal Friction Damping and Cyclic Plasticity*, ASTM S TP378, Philadelphia, pp. 45-87, 1965.
10. R. Darveaux, "Effect of simulation methodology on solder joint crack growth correlation," *Proceedings of the 50th IEEE Electronic Components and Technology Conference*, Las Vegas, NV, USA, pp. 1048-1058, 2000.
11. J. W. Evans, J. Y. Evans, R. Ghaffarian, A. Mawer, K. T. Lee and C. H. Shin, "Simulation of fatigue distributions for ball grid arrays by the Monte Carlo method," *Microelectronics Reliability*, Vol. 40, pp. 1147-1155, 2000.
12. M. L. Wu and D. Barker, "Rapid assessment of BGA life under vibration and bending, and influence of input parameter uncertainties," *Microelectronics Reliability*, Vol. 50, pp. 140-148, 2010.
13. M. N. Zulkifli, Z. A. Z. Jamal and G.A. Quadir, "Temperature cycling analysis for ball grid array package using finite element analysis," *Microelectronics International*, Vol. 28, pp. 17-28, 2011.
14. C. Y. Huang and H. H. Huang, "Comparison of results from empirical ALT test to CAE simulation for wireless clients," *Microelectronics International*, Vol. 28, pp. 51-59, 2011.
15. N. Pan, G. A. Henshall, F. Billaut, S. Dai, M. J. Strum, R. Lewis, E. Benedetto and J. Rayner, "An acceleration model for Sn-Ag-Cu solder joint reliability under various thermal cycle conditions," *Proceedings of Surface Mount Technology Association International Conference*, Chicago, IL, USA, pp. 876-883, 2005.
16. O. Salmela, "Acceleration factors for lead-free solder materials," *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, Vol. 30, pp. 700-707, 2007.
17. N. E. Dowling, *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1992.

18. JEDEC Solid State Technology Association, JESD22-A104C: Temperature Cycling, 2005.
19. K. C. Norris and A. H. Landzberg, "Reliability of controlled collapse interconnections," IBM Journal of Research and Development, Vol. 13, pp. 266-271, 1969.
20. C. E. Ebeling, An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, McGraw-Hill, New York, 1997.
21. 石逸群，累積失效與可靠度關係之探討，國立中央大學機械工程研究所碩士論文，2000。
22. D. Kececioglu, Reliability Engineering Handbook., Vol. 1, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1991.
23. J. Lau and W. Dauksher, "Effects of ramp-time on the thermal-fatigue life of SnAgCu lead-free solder joints," Proceedings of the 55th IEEE Electronic Components and Technology Conference, Lake Buena Vista, FL, USA, pp. 1292-1298, 2005.
24. W. R. Jong, S. C. Chen, H. C. Tsai, C. C. Chiu and H. T. Chang, "The geometrical effects of bumps on the fatigue life of flip-chip packages by Taguchi method," Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 25, pp. 99-114, 2006.
25. ANSYS Release 11.0 Documentation, 2007.
26. J. A. Collins, Failure of Materials in Mechanical Design, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1981.