

國立臺灣大學生物資源暨農學院森林環境暨資源學系

碩士論文

School of Forestry and Resource Conservation

College of Bioresources and Agriculture

National Taiwan University

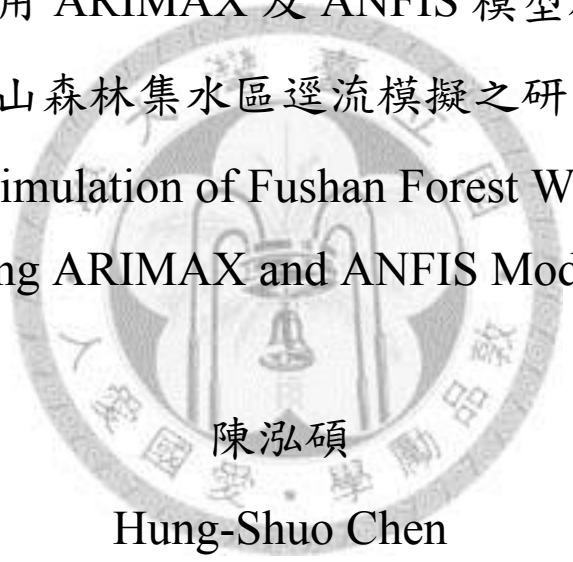
Master Thesis

應用 ARIMAX 及 ANFIS 模型於

福山森林集水區逕流模擬之研究

Runoff Simulation of Fushan Forest Watershed

Using ARIMAX and ANFIS Models

The seal of National Taiwan University is a circular emblem. It features a central bell (the University Bell) surrounded by a wreath. The outer ring of the seal contains the university's name in Chinese characters: '國立臺灣大學' (National Taiwan University) at the top and '樹木醫學' (Forestry and Medicine) at the bottom.

陳泓碩

Hung-Shuo Chen

指導教授：陳明杰 博士

Advisor: Ming-Chieh Chen, Ph.D.

中華民國 101 年 7 月

July, 2012

謝誌

轉眼間兩年飛逝，想起當初剛進研究所的景象如歷歷在目。這段時間過的非常充實，除了必須完成學校的課業，不時還要台北—南投兩地奔波，蒐集研究或是老師計畫所需的資料，但也在這過程中學習到野外儀器架設技巧及瞭解資料蒐集時可能遇到的各種狀況。

我的碩士論文能夠完成，首先要特別感謝指導老師陳明杰教授。老師給予很大的研究自由，讓我能嘗試想要研究的題目。並在課業上及研究上不辭辛勞地協助我，時常給予各種建議，教導我凡事應以謹慎的態度面對，此乃研究精神的根本。口試時承蒙台大森林系陳信雄教授、台大土木系林國峰教授、嘉大土木系劉正川教授及林試所盧惠生組長的蒞臨指教與改正，提供許多精闢的建議，使論文的內容更為完備。另外，感謝台大水工所的周揚敬和黃建霖學長，在適應性網路模型的 matlab 程式的協助與指教。

研究室的學長姊，彥邦、慧姊、文進、奐慶、小怪，總是能在需要協助時，即時提供支援，並在他們的引領之下，能短時間內就熟悉研究室的各研究事項；感謝他們十常抽空回來指導，並且建立起如此溫馨歡樂的研究室氣氛。我的好同學祐昇，在學長姐都畢業後，學弟妹還沒補上之時，與我相互扶持，共同撐起研究室的各項事務。並且有他的協助，才能減少粗心大意的我犯各重不必要的錯誤。在課業上也是個能互相討論且可靠的好伙伴，期望未來的半年中他的研究能如期完成順利畢業。去年新進的學妹紹嘉，整個人就是有趣好相處，由於人手不足委屈她做了許多苦力，並且在我寫論文最焦慮的最後半年，還不時麻煩她開車，辛苦了。今年新進的學弟妹敬倫和宜蓁，感謝今年在林場實習時的協助，並且為研究室帶來了新的動力。

由於大學延畢和當兵的關係，不少大學時期的同學都已經先一步畢業或是工作去了，感謝研究所期間仍常見面且不時邀約吃飯唱歌的大力、青蛙、雖洩、搖滾蛋、永信、偉平、削邊、y 伯、小元、三鐵、游脂旨、癡漢、幸福，以及高考讀書會成員的鼻愁、小雪，還有各位不時在臉書更新近況讓我能在壓力大時乾瞪美食、幻想出遊的 B93 好同學們。

最後感謝父母和家人的鼎力支持，以及我的女友小可愛雅筠一路的陪伴，不時督促我論文的進度，且陪我一同焦慮、傷心和歡笑。

兩年的時間說長不長，說短不短。我儘可能在這期間學習各種可完備論文的知識，但仍有感不足和困乏之處，期許自己在未來能更加精進。

泓碩 謹誌於集水區經營研究室

2012 年 8 月

中文摘要

本研究嘗試以 2002 - 2011 年福山一號試驗集水區蒐集到的日雨量及日流量資料，建立降雨－逕流模型。選用的模型為 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型，兩者皆很少用在森林集水區的研究。ARIMAX 模型依選擇建立的資料時間長度為 10 年、5 年、1 年，可分為 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅、ARIMAX₁ 三種模型；ANFIS 模型則依選擇建立的資料時間長度、隸屬函數種類、輸入變數個數可分為 ANFIS₁₁₀ - ANFIS₅₁₀、ANFIS₁₅ - ANFIS₅₅、ANFIS₁₁ - ANFIS₅₁ 共 15 種模型；皆以 2012 年 1-6 月的流量為驗證對象。研究結果指出，選用 5 年資料時間長度建立的 ARIMAX₅ 模型已有好的模擬和驗證能力；增加資料時間長度到 10 年所建立的 ARIMAX₁₀ 模型反而模擬和驗證結果皆不佳。至於 ANFIS 模型，選用 10 年資料時間長度、四個輸入變數： R_t 、 R_{t-1} 、 Q_t 、 Q_{t-1} 、隸屬函數為鐘型函數的 ANFIS₃₁₀ 模型，能同時在模擬和驗證得到不錯的結果，為最佳的 ANFIS 模型。

三種 ARIMAX 模型得到的 MAE 為 0.004 - 0.012 m³/sec，RMSE 為 0.007 - 0.023 m³/sec，CE 為 86.2 - 93.1%。15 種 ANFIS 模型得到的 MAE 為 0.001 - 0.007 m³/sec，RMSE 為 0.003 - 0.031 m³/sec，CE 為 74.3 - 98.6 %。顯示 ANFIS 模型的各項評鑑指標變動較 ARIMAX 模型大，ARIMAX 模型在平時低流量時的模擬結果較為穩定，不會像 ANFIS 模型可能出現異常偏差值；但是對豪雨或颱風時期的高流量模擬只能得到一個概略趨勢，無法像 ANFIS 模型仍可得到部分的精確模擬結果。未來的研究方向則可朝結合 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型的混合模型發展。

關鍵詞：降雨逕流模型、轉換函數模型、適應性網路模型

Abstract

Rainfall-runoff model is an important issue of hydrological field. In this study, rainfall-runoff models were investigated by applying ARIMAX (ARIMA with exogenous input) and ANFIS (adaptive network-based fuzzy inference system) model. To illustrate the applicability and capability of these two models in forest watershed, Fushan experimental watershed No.1 was chosen as a case study area. Ten years of daily rainfall and flow data, from 2002 to 2011, were analyzed. There were three types of ARIMAX models developed by 10 years, 5 years and 1 year flow data individually, which are ARIMAX₁₀, ARIMAX₅ and ARIMAX₁. In the other hand, 15 types of ANFIS model were developed by different data period, membership function and input variables, which are ANFIS1₁₀ - ANFIS5₁₀, ANFIS1₅ - ANFIS5₅ and ANFIS1₁ - ANFIS5₁. Results showed that ARIMAX₅ model performed well in both simulating and verifying. Also, the best ANFIS model is ANFIS3₁₀ model, which was developed by 10 years data from 2002 to 2011, using four input variables: R_t , R_{t-1} , Q_t , Q_{t-1} and bell-shaped membership function. ANFIS3₁₀ performed well in both simulating and verifying.

Besides, the MAE of ARIMAX model is 0.004 - 0.012 m³/sec, RMSE is 0.007 - 0.023 m³/sec, and CE is 86.2 - 93.1%. The MAE of ANFIS model is 0.001 - 0.007 m³/sec, RMSE is 0.003 - 0.031 m³/sec, CE is 74.3 - 98.6 % . All the evaluation indexes of ANFIS model have a larger range than ARIMAX model, because ARIMAX are more stable in simulation and verification on lower flow period. However, ANFIS still can get accurate simulation and verification even on higher flow period, which ARIMAX can't. In the future, a hybrid model of ARIMAX and ANFIS is a possible method to be applied.

Keywords: Rainfall-runoff model, ARIMA with exogenous input, Adaptive
network-based fuzzy inference system



目錄

第一章	前言.....	1
第二章	前人研究.....	3
2.1	降雨—逕流模型.....	3
2.2	ARIMA 模型在水文上的應用	5
2.3	ANN 模型在水文上的應用	6
2.4	ANFIS 模型在水文上的應用	8
第三章	材料與方法.....	11
3.1	試驗地概況.....	11
3.2	資料觀測與整理.....	13
3.3	時間序列模型.....	15
3.3.1	混合自我迴歸移動平均模型.....	15
3.3.2	整合自我迴歸移動平均模型.....	19
3.3.3	轉換函數模型.....	20
3.3.4	最佳模型的選擇.....	23
3.4	調適性網路模糊推論系統.....	24
3.4.1	模糊推論系統.....	24
3.4.2	調適性網路模糊推論系統.....	30
3.5	模型優選的評鑑指標.....	33
第四章	結果與討論.....	34
4.1	ARIMAX 模型的建立和預測	34
4.1.1	ARIMAX ₁₀ 模型.....	34
4.1.2	ARIMAX ₅ 模型.....	43
4.1.3	ARIMAX ₁ 模型.....	49
4.2	ANFIS 模型的建立和預測	53
4.2.1	以 10 年資料建立模型.....	55
4.2.2	以 5 年資料建立模型.....	56
4.2.3	以 1 年資料建立模型.....	59
4.3	ARIMAX 模型與 ANFIS 模型的模擬和驗證能力比較.....	62
第五章	結論.....	67
參考文獻	69
附錄	74

表目錄

表 3.1	福山一號試驗集水區地形參數（夏禹九等，1996）	12
表 3.2	AR(p)、MA(q)、ARMA(p,q) 模型的 ACF、PACF 特徵	18
表 4.1	雨量 ARMA 模型的參數推估值及其 AIC、SBC	36
表 4.2	雨量 ARMA 模型的殘差自我相關分析	36
表 4.3	ARIMAX ₁₀ 模型的殘差自我相關分析	40
表 4.4	ARIMAX ₁₀ 模型的參數推估值、模型 AIC 和 SBC	42
表 4.5	ARIMAX ₁₀ 模型雨量和流量的殘差之交錯相關分析	42
表 4.6	ARIMAX ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	43
表 4.7	ARIMAX ₅ 模型的參數推估值、模型 AIC 和 SBC	44
表 4.8	ARIMAX ₅ 模型的殘差自我相關分析	44
表 4.9	ARIMAX ₅ 模型雨量和流量的殘差之交錯相關分析	45
表 4.10	ARIMAX ₅ 模型的三種評鑑指標（模擬）	46
表 4.11	2007-2011 年 ARIMAX ₁₀ 、ARIMAX ₅ 模型的三種評鑑指標（模擬）	46
表 4.12	ARIMAX ₁ 模型的參數推估值、模型 AIC 和 SBC	49
表 4.13	ARIMAX ₁ 模型的殘差自我相關分析	50
表 4.14	ARIMAX ₁ 模型雨量和流量的殘差之交錯相關分析	51
表 4.15	三種 ARIMAX 模型的評鑑指標比較（模擬）	51
表 4.16	2012 年 1-6 月三種 ARIMAX 模型的評鑑指標比較（驗證）	52
表 4.17	單一輸入變數選用不同隸屬函數的敏感性分析	54
表 4.18	五種不同模型之輸入變數組合及隸屬函數	55
表 4.19	各種 ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	56
表 4.20	2012 年 1-6 月各種 ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（驗證）	56
表 4.21	各種 ANFIS ₅ 模型的三種評鑑指標（模擬）	57
表 4.22	2007 年各種 ANFIS ₅ 、ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	57
表 4.23	2008 年各種 ANFIS ₅ 、ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	58
表 4.24	2009 年各種 ANFIS ₅ 、ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	58
表 4.25	2010 年各 ANFIS ₅ 、ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	58
表 4.26	2011 年各種 ANFIS ₅ 、ANFIS ₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）	59
表 4.27	2012 年 1-6 月各種 ANFIS ₅ 模型的三種評鑑指標（驗證）	59
表 4.28	各種 ANFIS ₁ 模型的三種評鑑指標（模擬）	60
表 4.29	2012 年 1-6 月各種 ANFIS ₁ 模型的三種評鑑指標（驗證）	60

圖目錄

圖 3.1	福山一號試驗集水區位置圖（改自夏禹九、黃正良，1999）	12
圖 3.2	福山一號試驗集水區的雨量資料校正步驟	14
圖 3.3	福山一號、二號試驗集水區雨量散佈圖，校正前（左）、校正後（右）	14
圖 3.4	轉換函數模型形成圖（葉小蓁，2006）	20
圖 3.5	模糊推論系統架構圖（張斐章、張麗秋，2005）	25
圖 3.6	各種形式的隸屬函數（張斐章、張麗秋，2005）	27
圖 3.7	COA 解模糊化示意圖（張斐章、張麗秋，2005）	28
圖 3.8	COS 解模糊化示意圖（張斐章、張麗秋，2005）	29
圖 3.9	MOM 解模糊化示意圖（張斐章、張麗秋，2005）	29
圖 3.10	ANFIS 架構（張斐章、張麗秋，2005）	31
圖 4.1	雨量時間序列分析的 ACF	34
圖 4.2	雨量時間序列分析的 PACF	35
圖 4.3	雨量 ARMA 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）	37
圖 4.4	流量時間序列分析的 ACF	38
圖 4.5	流量時間序列分析的 PACF	38
圖 4.6	雨量和流量時間序列分析的 CCF	39
圖 4.7	ARIMAX ₁₀ 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）	41
圖 4.8	ARIMAX ₅ 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）	45
圖 4.9	2007 年流量觀測值及 ARIMAX ₁₀ 、ARIMAX ₅ 模型模擬值之時間序列	47
圖 4.10	2008 年流量觀測值及 ARIMAX ₁₀ 、ARIMAX ₅ 模型模擬值之時間序列	47
圖 4.11	2009 年流量觀測值及 ARIMAX ₁₀ 、ARIMAX ₅ 模型模擬值之時間序列	48
圖 4.12	2010 年流量觀測值及 ARIMAX ₁₀ 、ARIMAX ₅ 模型模擬值之時間序列	48
圖 4.13	2011 年流量觀測值及 ARIMAX ₁₀ 、ARIMAX ₅ 模型模擬值之時間序列	48
圖 4.14	ARIMAX ₁ 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）	50
圖 4.15	三種 ARIMAX 模型驗證 2012 年 1-6 月之流量時間序列	52
圖 4.16	三種 ARIMAX 模型驗證 2012 年 6 月之流量時間序列	53
圖 4.17	不同前期期數雨量、流量分別對應 $t+1$ 期流量 (Q_{t+1}) 的相關係數分析	55
圖 4.18	三種最佳 ANFIS 模型驗證 2012 年 1-6 月之流量時間序列	61
圖 4.19	三種最佳 ANFIS 模型驗證 2012 年 6 月之流量時間序列	61
圖 4.20	ARIMAX ₁₀ （左）、ANFIS ₅ ₁₀ （右）模型模擬推估值與觀測值的關係	63
圖 4.21	ARIMAX ₅ （左）、ANFIS ₅ ₅ （右）模型模擬推估值與觀測值的關係	63

圖 4.22	ARIMAX ₁ (左)、ANFIS ₅ ₁ (右) 模型模擬推估值與觀測值的關係.....	63
圖 4.23	ARIMAX ₁₀ (左)、ANFIS ₃ ₁₀ (右) 模型驗證推估值與觀測值的關係...	64
圖 4.24	ARIMAX ₅ (左)、ANFIS ₂ ₅ (右) 模型驗證推估值與觀測值的關係.....	64
圖 4.25	ARIMAX ₁ (左)、ANFIS ₅ ₁ (右) 模型驗證推估值與觀測值的關係.....	65



第一章 前言

台灣約有 58% 的面積為森林所覆蓋，且山高坡陡、土壤淺薄，年平均降雨量約 2500 mm，夏季期間的降雨量佔全年的 60% - 90%，加上平均每年有 3 -5 次的颱風侵襲，常有集中的豪大雨發生，因此上游森林集水區的水文現象，自不同於歐美地區。發生在森林集水區的降雨，會重新分配 (redistribution) 為截留 (interception)、幹流水 (stem flow) 和穿落水 (throughfall)，部分則蒸發散損失。落入林地的雨水，向下入滲 (infiltration) 土壤中，當土壤飽和而無法再入滲者形成漫地流 (overland flow)。漫地流在地面流動時可能會再次向下入滲或蒸發散損失，最後漫地流和部分土壤中間逕流 (interflow)、地下水 (groundwater) 匯集於河道，使河道的流量增加。這一複雜的森林降雨—逕流轉換過程受到很多因素影響，如集水區的面積、形狀、土壤、地被植物等。盧惠生等 (2010) 指出面積愈大的森林集水區，愈能發揮緩和暴雨流量率的功能。

目前，國內外不乏降雨—逕流分析的研究，其目的大致可分為兩部份：鑑往、知來。透過歷史資料的分析，企圖找出降雨是如何轉換成逕流，以及時間、空間等各種因子如何影響這轉換關係，並建構合適的模型重現降雨—逕流的過程，為鑑往。利用現有可獲得的最大資訊來建構模型，期望預測未來，使民眾免於洪澇或減少災害造成的損害，為知來。由於這中間的轉換過程複雜，而模型為對一複雜系統簡明精要的表示方法 (王如意、易任，1992)，故模型的建立有助於降雨—逕流的分析。

若依模擬自然水文現象之真實程度，降雨—逕流模型可區分為：統計模型 (statistical model)、概念模型 (conceptual model) 與物理型模型 (physically-based model)。物理型模型及概念模型需要推估許多參數及調查各種地理特徵，並且為了求得更好的預測模型，往往加入更複雜的物理關係或是引進更多的參數。然而，愈複雜的物理關係代表著要解更多更艱深的數學算式，引入愈多的參數則可能造成模型過度參數化、變數間彼此線性相關等問題 (Jakeman and Hornberger,

1993)。為了解決這樣的問題，便提出了黑盒（black box）分析方法，只探討輸入和輸出間的關係，忽略中間各種過程。本研究採用的即為黑盒分析中的 ARIMAX（ARIMA with exogenous input）模型和 ANFIS（adaptive network based fuzzy inference system）模型。前者優點在於時間前後的相關性分析；後者的優點則為非線性模擬效果，且無背景知識仍可建立優異的模擬預測模型。兩者在各種領域的模擬效果已得到肯定；水文方面亦然，應用在逕流預測、地下水位預測、水庫管理決策、水質分析等方面，皆有不錯的效果。

然而，不論是 ARIMA 模型還是 ANFIS 模型，對於流量的分析，多以研究流量自身的月、季節、年的週期性，或是各期前後相關的程度為主。加入雨量變數的 ARIMAX 模型或是 ANFIS 模型的研究較少，畢竟兩變數間的關係較為複雜，除了要考慮變數自身的前後期相關，還要探討兩變數間的時間延遲特性。另外，國外研究對象的集水區，面積很少小於 1 平方公里；而台灣的研究亦著重於面積較大的流域或水庫集水區，目前尚無應用在森林集水區的研究。故本研究選擇台灣北部的福山森林試驗集水區作為研究對象，蒐集 2002 - 2011 年的降雨和流量資料，進行降雨－逕流關係的分析。藉由建立 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型，模擬該集水區過去的降雨－逕流關係，並利用 2012 年 1-6 月的流量來驗證兩模型的模擬能力，最後比較兩模型的預測能力和準確度。以供說明 ARIMAX 模型及 ANFIS 模型應用於河川上游地區，小面積森林集水區降雨－逕流模擬的可行性。

第二章 前人研究

2.1 降雨－逕流模型

水文模型中以降雨－逕流模型（rainfall-runoff model）最為重要。降雨是產生逕流的直接原因，利用雨量站的紀錄資料來推算河川流量，可應用於河川流量規劃和預測。為了因應實用方面之需求，發展出各種逕流模型（徐義人，1996）。

在降雨－逕流模型的分類上大致有三種。第一，依能否描述水文參數或變量之空間變異性可分為：集塊型模型（lumped model）與分佈型模型（distributed model）。集塊型模型並不考慮水文歷程、輸入資料與集水區幾何特性等之空間變異。分佈型模型則考慮水文歷程、輸入資料，與集水區幾何特性等空間變異（顏子豪，2008）。第二，若以水文事件的期距長短來分，水文模型則可分為長期距連續性模型（continuous-time model）與短期距事件性模型（event-based model）。長期距水文模型以日、旬、月、年流量為單位，常作為水資源管理依據；短期距水文模型則以小時流量為單位，可掌握颱風暴雨時期的洪峰流量與尖峰到達時刻（李光敦等，2006）。第三，若以模擬自然水文現象之真實程度可區分為：統計模型（statistical model）、概念模型（conceptual model）與物理型模型（physically-based model）。統計模型是以統計方法找出輸入與輸出的關係，將集水區視為一系統反應函數（system response function），以降雨為輸入，逕流為輸出，不考慮中間過程的其他因子，亦即黑盒分析（black box analysis）（王如意、易任，1992），例如：單位歷線（unit hydrograph）模型、整合自我迴歸移動平均（autoregressive integrated moving average, ARIMA）模型、類神經網路（artificial neural network, ANN）模型。物理型模型是依照流體力學、物理學各種定理，經過嚴謹的逐一推導證明，來描述各階段的水文歷程，例如：運動波（kinematic wave）模型。至於概念型模型則介於統計模型與物理型模型之間，利用概念化之水文歷程來模擬整個降雨－逕流機制，並以一些具有物理意義的水文參數來控制各個階段的水文歷程（張簡鳳蓮，2002），例如：HEC 模型（hydrologic

engineering center model)、史丹福集水區模型 (stanford watershed model)、通用水文模型 (general hydrologic system model, GHSM)、水筒模型 (tank model)。

盧惠生 (1994) 以畢祿溪 11 號集水區 24 小時最大暴雨雨型分配歷線，配合美國土壤保育局的逕流曲線指數法，推估超滲雨量。再以三角單位歷線法，計算不同頻率年暴雨逕流歷線。其優點為所須輸入資料簡易，僅日雨量、少量地形數據、坡面流速與逕流曲線指數 (curve number, CN) 值。根據推估之暴雨逕流歷線分析，洪峰流量、暴雨流出量及集流時間等特性，頗為可靠。

鄭舒婷 (1998)，應用運動波模型，探討福山一號試驗集水區降雨—逕流之關係。其中以曼寧公式所得之逕流歷線在升水段部份較符合觀測值；崔西公式則在退水段部份較符合。

陳莉、簡大為 (2001)，利用 HEC-1、倒傳遞神經網路 (back-propagation network, BPN)、迴歸分析三種模型，推估頭前溪流域上游—油羅溪流域其降雨—逕流過程。得到 HEC-1 模型在流量預測的表現較 BPN 模型為佳，迴歸分析模型最差。

李光敦等 (2006) 以淡水河流域之橫溪集水區為模型應用區域，結合以日流量模擬為主的地形指數模型 (TOPMODEL)，以及以小時流量模擬為主的運動波—地貌瞬時單位歷線模型。研究中於無降雨或低降雨強度情況下，以日流量模型進行模擬；而在高降雨 (連續 3 小時的累積降雨達到 10 mm) 強度下，則以小時流量模型進行模擬；當降雨停止兩天後則系統回復到平時日流量模擬狀態。此模型不僅可觀察集水區之長期距流量的退水情況，亦可掌握短期距流量急劇上升的現象。

石豐銘 (2007) 以林業試驗所福山一號試驗集水區為試驗地，應用 HEC-1 水文模型，選用模型提供之運動波法為逕流歷線演算的方法。由於模型模擬結果之目標函數驗證結果不佳，故得到 HEC-1 水文模型不適用於像福山一號之小面積集水區的降雨—逕流關係模擬。

2.2 ARIMA 模型在水文上的應用

1970 年 Box 和 Jenkins 出版一本著名的書籍《時間序列分析：預測與控制》，內容以混合自我迴歸移動平均（mixed autoregressive moving average, ARMA）模型、ARIMA 模型、轉換函數模型為主，詳述其鑑定、推估、檢驗和預測等實際應用方式，將時間序列分析帶入一新的時代。在財經統計方面，ARIMA 模型已被視為基本的分析工具，在電腦軟體如：SAS、SCA、SPSS 等的輔助下，ARIMA 模型的時間序列分析並不困難，且能得到不錯的預測結果。在水文應用方面，利用 ARIMA 模型進行非平穩時間序列分析較為普遍，少數情況如變動較緩和的年平均值、月平均值才勉強符合平穩時間序列，可利用 ARMA 模型分析和預測。水文領域方面，一個重要的研究便是探討降雨轉換為逕流的機制，轉換函數模型則同時滿足兩變數間的轉換，及時間延遲特性；這種引入單一外生變數（如：降雨）的轉換函數模型又稱作 ARIMAX 模型。ARIMAX 模型應用在降雨—逕流分析和預測時，以當期或前數期降雨、前數期逕流為輸入變數，當期逕流為輸出函數，推估各期參數，並研究時間延遲的特性。然而 ARIMAX 模型的重大缺點便是對於非線性部份的解析預測能力有限，也就是各時期的變數未必是以一次轉換的關係存在，可能是二次、對數、指數轉換。故發展出非線性時間序列的分析方法，類神經網路便是其中之一。

游保杉等（1994）嘗試在沒有雨量預報情況下，僅利用 1、2 階自迴歸（autoregressive, AR）模型分別對八掌溪上游的軍輝橋站和長盤橋站的流量進行預報，配合修正的馬斯金更河川演算模型，來對下游義竹站的流量進行 1 至 6 小時的預報。經 12 場洪水事件的率定與驗證，結果尚稱合理。

陳旭憲等（1997）應用時間序列模型之單變量 ARIMA 模型及多變量轉換函數噪音模型（transfer function noise, TFN），分別針對烏溪流域大肚橋及其上游三測站之流量進行分析比較，結果顯示加入上游測站之 TFN 模型，對大肚橋流量預測結果顯然比單一測站 ARIMA 模型更具準確性。

黃怡綺（2007）以濁水溪流域上游的武界水庫為試驗地，選用 2 號水文站自 1985 年至 2005 年的入流量，分別以 ARIMA 模型進行日、旬流量的時間序列分析。其結果為日入流量的隨機性高無法取得有效資訊，僅以 1 階移動平均模型進行模擬預測，但效果不佳。至於旬入流量則有明顯之季節與週期性，使用相乘性高階季節模型， $ARIMA(4,1,2) \times (3,0,2)_{36}$ ，來描述該序列頗為適切，能應用在旬計之水庫營運歸線作業。

2.3 ANN 模型在水文上的應用

ANN 模型主要的基本概念為嘗試模仿人類的神經系統。人類的神經系統由很多非線性的運算單元（即：神經元 neuron）和運算單元間的眾多連結（link）所組成，常以平行且分散的方式，同時處理大量的資料應用。藉由電腦硬體可模擬生物神經網路的資訊處理系統，利用非線性函數的轉換，能有效地對大量資料進行分析，並具學習能力，在不需假設前提的情況下，只要有充足的歷史資料，即可進行分析、模擬和預測（張斐章、張麗秋，2005）。

1986 年 Rumelhart and Hinton 發表了 BPN，此網路改進了原始類神經網路一感知機模型（perceptron）的不足，加入了隱藏層，表現出處理單元間的關係，並且改用可微分之平滑轉換函數，使其可以利用最陡梯度法導出修正加權值之公式（段鏞、傅金城，2004）。

江衍銘等（2002），認為台灣地形特殊，洪峰往往在 2-3 小時就到達，為了讓水資源規劃者有更多的決策時間，發展出兩階段回饋式類神經網路，以推估下二小時之流量。利用大甲溪上游流量的推估結果進行驗證，並與 ARIMAX（ARIMA with exogenous input）模型比較，證實回饋式類神經網路具有良好的學習能力，即優越的推估能力。

詹仕堅等（2004）認為現階段類神經網路進行降雨逕流模擬的方式，僅能產生單一集水區適用的流量推估模型，無法進一步預測未設流量站集水區的洪水特

性。故提出一新方法，將集水區地文特徵參數導入類神經網路的學習機制內，使模型能夠同時考量地文與水文因子來進行洪水特徵的推估。研究採用三層結構的 BPN 模型來建構洪水推估的模型，屬於監督式學習的類神經網路模型，輸入項有：降雨、基流、地形特徵參數、土地利用狀況，輸出項則為洪水特徵參數；其中地形特徵是由因數分析（factor analysis）篩選而得。結果顯示，模型離形對洪峰流量與洪峰時間推估的正確性，可達單位流量歷線模型的水準。

陳旭憲等（2005）認為降雨－逕流過程具有高度非線性及空間變異性，加上其時變之不確定性常造成水文量推估不易，因此以具有不確定系統描述特性的模糊理論，建立日流量的預測模型。以監督式建立調適性網路模糊推論系統

（adaptive network based fuzzy inference system, ANFIS），以非監督式建立模糊自組織特徵映射圖（fuzzy and self-organizing map, FSOM），而日流量則以原流量序列及增量序列分別模擬評估。結果發現，日流量預測以 ANFIS 模型進行流量增量預測的方式較為準確。

Kumar et al.（2005）以印度克里希那河支流 Malaprabha River 為試驗地，分別以多層感知器（multi-layer perceptron, MLP）和輻狀基底（radial basis function, RBF）類神經網路發展降雨－逕流模型。經過多重評估後，顯示使用不同的類神經網路對預測準確度會有影響，但是各有利弊。MLP 模型需要多次的試誤法後才可以得到最適的隱藏節點數，而 RBF 模型的網路結構則可用適當訓練演算法獲得，然而 RBF 模型的通則性較低。

江衍銘等（2007）先以雷達觀測資料與回饋式類神經網路建立定量降雨預報模型，進而以預報之雨量值配合 BPN 模型架構五堵集水區多階段之洪水預測模型。結果顯示，加入雨量預報值為額外輸入時，不僅能改善多階段洪水預測之精確度，且在減少延遲現象的效應上亦可作有效提升。

2.4 ANFIS 模型在水文上的應用

張智星 (1993) 結合類神經網路和模糊理論，提出 ANFIS 模型。此模型解決傳統模糊控制系統中，需要靠人類思考，反覆調整歸屬函數方能達到減小誤差的缺點，可在有限筆數的訓練下，達到學習速度快與預測準確之目的 (段鏞、傅金城，2004)。

段鏞、傅金城 (2004) 將複合式學習的 ANFIS 模型應用於河川洪水演算。以新海橋、中正橋及河口的觀測水位資料，進行台北橋水位的預測。選用均方差 (root mean square errors, RMSE) 最小，兩個隸屬函數，和 35 次疊代次數的 ANFIS 模型，進行洪水演算。而模型的預報以即時預報及第 1 小時的水位預報結果較佳；同時和 ANN 模型相比，在颱風洪峰水位之絕對誤差及相對誤差上，皆為 ANFIS 模型較優異。

Nayak et al. (2004) 將 ANFIS 模型應用在印度奧里薩省 (Orissa state) Baitarani 河的流量預測。認為對水文系統有充分瞭解將有助於 ANFIS 模型的建立，在選擇輸入變數時既不會漏掉重要訊息，也不會放入過多不必要訊息而降低訓練效果。若無明確了解時，宜使用適合度檢定及交叉驗證的方式，逐一篩選出適合的輸入變數。結果指出，若訓練資料未包含充足的洪峰流量資訊，將使得 ANFIS 模型難以重現高流量。另外，增加隸屬函數的數目，並未得到較佳的預測表現，只會徒增模型複雜度和參數化程度。而經過標準化的輸入變數，所建立的 ANFIS 模型，不論在整體誤差和洪峰流量預測上，皆有改善。

Singh and Deo (2007) 以傳統前饋式倒傳遞網路 (feed forward back propagation network, FFBP) 模型、RBF 模型、廣義迴歸神經網路 (generalized regression neural network, GRNN) 模型和 ANFIS 模型進行日流量預測，試驗地為印度 Narmada 河的 Rajhat 測站。結果顯示，RBF 模型有最佳的洪峰預測，而 FFBP 模型的簡單易懂則是其較 GRNN 模型和 ANFIS 模型吸引人的地方。因此，儘管 GRNN 模型和 ANFIS 模型在其他研究方面有優異的成果，作

者認為日流量預測仍以 RBF 模型為最佳。

Zounemat-Kermani and Teshnehlal (2008) 以佛羅里達州的 Brevard、De Soto 和紐約州的 Renselaer 三條河，收集 1992 到 2002 年的日流量資料進行 ANFIS 的建構及流量預測。三條河最佳的 ANFIS 模型，其輸入項和隸屬函數數目不盡相同。Brevard 和 Renselar 河最佳的 ANFIS 模型，皆以前三日水位為輸入項而隸屬函數有三個；De Sot 河最佳的 ANFIS 模型則以前兩日的流量為輸入項，隸屬函數有六個。至於隸屬函數則以高斯較三角形者佳。最後將 ANFIS 模型的預測結果與傳統 AR 模型相比，ANFIS 模型較為優異。

Firat and Gungor (2008) 對土耳其西部的 Great Menderes 河，進行日流量的模擬和預測，其 ANFIS 模型選用高斯隸屬函數，且輸入項皆先進行標準化。結果顯示，輸入項加入上游流量站的流量資料後，能改進預測準確度；所得到的最佳 ANFIS 模型，分別以當前要預測的測站及上游測站前一日流量為輸入變項。另外，與 ANN 模型和 AR 模型相比，ANFIS 模型有最佳的預測準確度和穩定性，且沒有 ANN 模型須以試誤法決定網路結構、及計算時間長的缺點。

Talei et al. (2010) 研究新加坡 Kramji 流域的子集水區，嘗試以 ANFIS 進行事件型的降雨—逕流模型分析，並和物理基礎的暴雨模型 (storm water management model, SWMM) 作比較。得到 SWMM 和 ANFIS 模型對不同的訓練／驗證資料選取有不同的敏感性，SWMM 在以相關性挑選的資料建構時，得到較佳的預測能力；ANFIS 模型則以不同降雨、逕流（洪峰的數目不同）型態分類挑選的資料建構時，得到較佳的結果。SWMM 和 ANFIS 模型都會低估洪峰流量，但若 ANFIS 模型訓練資料選取適當，則在流量時間序列的形狀模擬和洪峰流量的預估，皆優於 SWMM。研究所用的最佳 ANFIS 模型，選用 3 天前、8 天前的降雨資料，作為輸入項。

Dorum et al. (2010) 利用 ANN 模型和 ANFIS 模型建構月降雨—逕流的關係，地點選在小亞細亞半島的 Susurluk 流域。選用七個流量測站，各別建立 ANFIS 模型，並以徐昇多邊形法決定影響較大的雨量站。以各前期流量、雨量

對當期流量的相關係數分析，決定輸入變數。最後將 ANFIS 模型所得到的預測結果和 ANN 模型、多變量迴歸相比，雖然每個測站的結果不完全相同，各模型在不同測站互有優劣，但是得知 ANN 模型和 ANFIS 模型降雨—逕流的關係建立上是可行的。

Firat and Turan (2010) 利用 ANFIS 模型進行月流量預測，研究對象為土耳其南部 Seyhan 集水區的 Göksu 河，並與 FFNN 模型和 AR 模型比較。選用前六個月流量為輸入變數所得的最佳 ANFIS 模型，皆比 FFNN 模型和 AR 模型有較小的誤差及較高的相關係數。

Kurtulus and Flipo (2012) 對法國 Seine 流域的農業集水區進行研究，試圖了解 ANFIS 模型應用在壓力水頭插值計算 (interpolating hydraulic head) 上的效用。選用的輸入變數有迪卡爾座標 (Cartesian coordinates) 和地面高程 (elevation of the ground)。研究結果指出，ANFIS 模型的隸屬函數類型和數目選擇，對於預測能力影響很大。應先以敏感性分析加以測試，並決定最佳的類型和數目；此研究以三角形、數目為 4 個的隸屬函數為最佳。另外，加入地面高程，證實能提升高水頭地區的插值計算結果。

Talebizadeh and Moridnejad (2011) 以 ANN 模型和 ANFIS 模型，對伊朗西北 Urima 湖的水位變動進行預測。ANFIS 模型選用高斯隸屬函數，並以減法聚類法 (subtractive clustering) 找到輸入和輸出變數間的最佳規則數目 6 個。至於輸入變數，則以專家經驗和試誤法決定，包括入流量、降雨、蒸發量、和前一日湖水水位，並預先進行正規化 (normalized)。結果顯示，ANFIS 模型較 ANN 模型有更佳的預測準確性 (誤差較小)，且得到的信賴區間也較小。

第三章 材料與方法

3.1 試驗地概況

林業試驗所福山研究中心位於新北市烏來鄉福山村與宜蘭縣員山鄉湖西村交界，位置為東經 121°34' 北緯 24°46'，面積約 1097.9 ha，海拔分佈 500 m 至 1400 m 之間。雪山山脈南北縱貫本區中央，將全區分為兩個集水區，東側為蘭陽溪支流粗坑溪上游區域，西側為南勢溪上游哈盆溪區域。

福山研究中心氣候屬溫暖潮濕型，夏季有西南氣流，暖熱潮濕；冬季因東北季風而潮濕多雨。全年均溫 18.2°C，最低月均溫為 1 月 11.7°C，最高月均溫為 7 月之 24.0°C（夏禹九、黃正良，1999）。2002 - 2011 年間平均年雨量約 4071 mm。一年中降雨日數最高可達 243 天，最低仍有 194 天；也就是說一年中約有 1/2 - 2/3 的天數在下雨。7 月至 11 月間平均月降雨量，除了 2003 年以外，皆超過 350 mm；颱風來臨時單月降雨量更可破 1200 mm。颱風為本區最具影響力之水文附加因子，颱風期間所帶來的雨量約佔全年雨量的 20%-40%，但各年之間差異相當大；而颱風產生暴雨逕流量約佔全年暴雨逕流量的 40%-80%。集水區對於暴雨反應在溪流量的增加十分迅速，颱風暴雨期間超過 50% 的集水區都會成為溪流水的來源地區（夏禹九、黃正良，1999）。

研究地點選定為福山研究中心的一號試驗集水區，其溪流為南勢溪支流哈盆溪源頭，為 2 級河序（2nd order stream），圖 3.1 為福山一號集水區位置圖。集水區面積約為 37 ha，平均坡度 60%（Lu et al., 2009），平均坡向為東南南向（夏禹九等，1996）。表 3.1 為福山一號試驗集水區的地形參數，為應用一萬分之一的地形圖測量計算而得者。另外，Lu et al.（2009）使用 DEM 計算出來的部分地形參數較高，特別是在長度相關的地形因子有明顯的差異。由於本研究並未使用地形參數，故不加以探討，僅列出供參考。

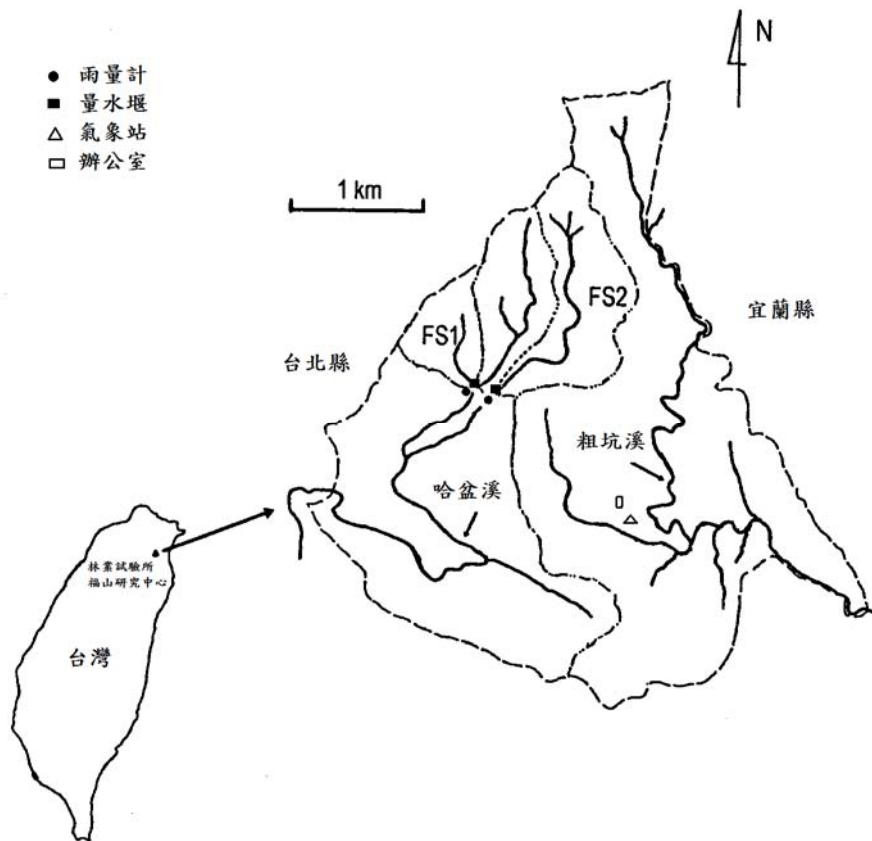


圖 3.1 福山一號試驗集水區位置圖（改自夏禹九、黃正良，1999）

表 3.1 福山一號試驗集水區地形參數（夏禹九等，1996）

福山一號試驗集水區	
集水區面積 (ha)	37.98
集水區周長 (m)	2562
主要溪流長度 (m)	758
平均寬度 (m)	501
形狀係數	0.66
密集度	0.85
平均坡度 (%)	54
平均海拔 (m)	842
最高海拔 (m)	1000
最低海拔 (m)	670
方位	SSE

3.2 資料觀測與整理

福山一號試驗集水區 (FS1)，有關量水堰的設計可參考夏禹九等 (1996) 的研究報告。1993 年完成水位雨量計的架設及觀測，水位使用壓力式水位計觀測，單位為 cm；雨量使用傾斗式雨量計觀測，每次傾斗表示 0.5 mm 的累計雨量。水位及雨量資料使用 BDR320 自記式儀器搜集，資料間隔時間為 5 min，每一筆資料包含 5 min 的平均水位及累計雨量。將一日 288 筆的水位平均及雨量加總，即為本研究所使用的日平均水位和日雨量。

長期的野外資料蒐集，難免遇到儀器故障或是人為疏失等因素，造成資料缺失。以本研究來說，蒐集 2002 - 2011 年的水位和流量資料，會面臨的狀況有水位單一缺失、雨量單一缺失及水位和雨量同時缺失。單一水位缺失，採取同時刪去缺失日雨量的方式。單一雨量的缺失，優先選用二號試驗集水區 (FS2) 的雨量資料填補，兩測站的距離不到 50 m，且坡度、海拔高等地理因素相近，故可忽略空間上的變異。雨量除了資料填補外，尚進行交叉驗證；簡單地說，就是先找出雨量站所有單日雨量相差 10 mm 以上的資料，並以距離約 1.5 km 處的苗圃氣象站資料當作參考基準，判定有誤的 FS1 資料以 FS2 的資料修補，FS2 因非分析對象僅以氣象站的資料修補，最後繪製 FS1、FS2 的雨量資料散佈圖。由圖 3.3 可知，修正過後的雨量資料集中在 45° 線兩側。

根據 2002 - 2011 年的資料蒐集結果，最大的流量發生在 2005 年 8 月 5 日，流量為 $0.9905 \text{ m}^3/\text{sec}$ ；最小的流量發生在 2002 年 5 月 30 日，流量為 $0.0013 \text{ m}^3/\text{sec}$ ；無枯水期。另外，福山一號試驗集水區有伏流水 (seepage) 經由量水堰結構體下面流出，此部份無法由堰口水位紀錄反應出來 (夏禹九、黃正良，1999)。

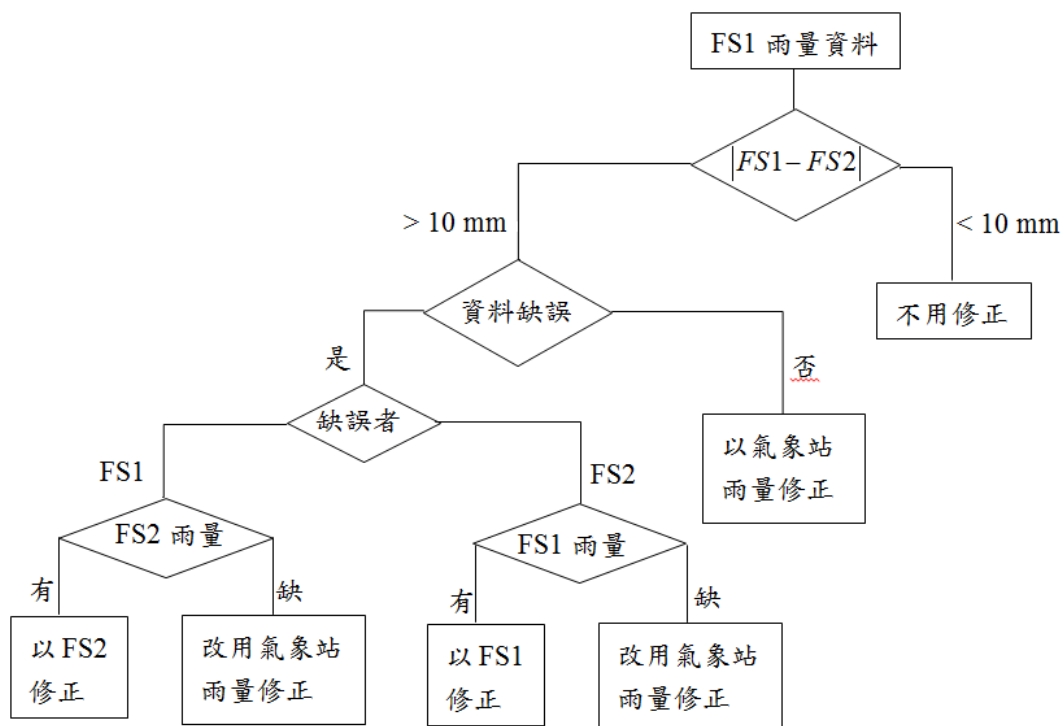


圖 3.2 福山一號試驗集水區的雨量資料校正步驟

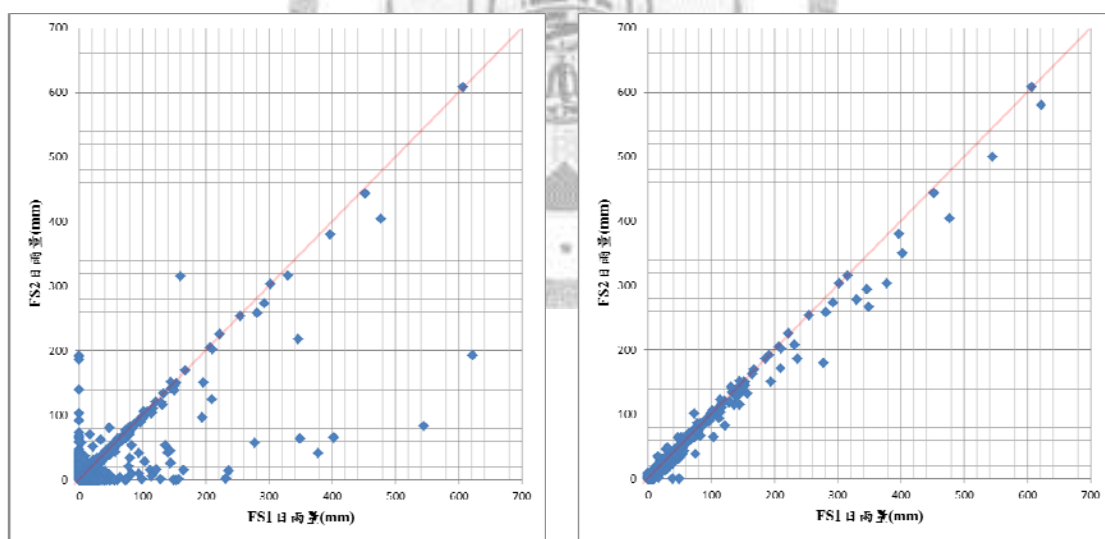


圖 3.3 福山一號、二號試驗集水區雨量散佈圖，校正前（左）、校正後（右）

FS1 的水位資料尚須經過公式的換算，才能得到流量資料。根據銳緣直角三角形堰的水位—流量公式可將水位換算成流量：

$$Q = \frac{8}{15} C_e \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \times h^{2.5} \quad (3.1)$$

其中， Q 為流量 (m^3/s)， C_e 為有效流量係數， g 為重力加速度 (m/s^2)， θ 為三角形堰口角度， h 為量測之水位高 (m)。參考夏禹九等 (1996)， $C_e \approx 0.577$ ， $\theta = 90^\circ$ ，將以上數值代入 (3.1) 式後得到：

$$Q = 1.3624h^{2.5} \quad (3.2)$$

3.3 時間序列模型

時間序列資料就是一系列按時間先後順序獲得的觀測資料。而時間序列模型的建立，其主要目的就是希望發掘時間序列資料現在和過去的關係，以預測資料未來變化的趨勢，進而事先作決策 (楊亦農，2005)。此節首先說明基本的平穩型 ARMA 模型，接著推展到非平穩型的 ARIMA 模型、最後說明加入外部變數的 ARIMAX 模型。

3.3.1 混合自我迴歸移動平均 (mixed autoregressive moving average, ARMA) 模型

ARMA 模型為 Box and Jenkins 時間序列模型的基礎，是一種平穩型模型。其平穩性依時間序列的機率結構特性，可分為嚴格穩定 (strictly stationary) 及弱穩定 (weakly stationary)。由於嚴格穩定下的時間序列，不論從哪個時刻切割，皆擁有相同的機率分佈，此過於理想而在一般現實狀況中幾乎不存在，故一般研究探討的多為弱穩定。

若一時間序列變數 Z_t 滿足以下三個條件：(1) $E(Z_t) = \mu$ ，(2) $Var(Z_t) = \gamma_0$ ，(3) $Cov(Z_t, Z_{t+k}) = \gamma_k$ ，對所有 $t=1,2,\dots$ 均成立，則稱此變數具弱穩定 (葉小蓁，2006)。

ARMA 模型主要由兩個子模型構成：自我迴歸 (autoregressive, AR) 模型和移動平均 (moving average, MA) 模型。首先介紹 MA 模型，模型中變數 Z_t 是多個隨機誤差項 a_t 的移動線性組合，隱含誤差修正的概念。MA(q) 表示目前觀測值 Z_t 與過去 q 期的隨機誤差項 a_t 皆有關 (莊智婷，2010)。表示如下：

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.3)$$

其中 μ 為平均數， q 為移動平均落後期數（階數）， θ_i 為移動平均參數。一般來說 μ 決定了序列的水準（level），不論時間序列如何變動，都會重新回到此平衡點（Box et al., 1993）。下面加入了後移運算元（backward shift operator, B ）的概念， B 的次方代表落後的期數，即 a_{t-1} 可寫成 Ba_t ， a_{t-2} 可寫成 $B^2 a_t$ 。將式（3.3）重新改寫為：

$$Z_t = \mu + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q) a_t \quad (3.4)$$

或是更簡要地表達成：

$$Z_t \triangleq \mu + \theta_q(B) a_t \quad (3.5)$$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q$ 為 $MA(q)$ 的運算元。通常隨機誤差項 a_t 假設為常態分配，且對所有 t 而言，期望值皆為 0，變異數為 σ_a^2 ，且 a_t 彼此獨立即 $Cov(a_t, a_{t+k}) = 0$ ，這樣的 a_t 又稱為白噪音（white noise）。

接下來介紹自我迴歸模型 $AR(p)$ ，此模型係將時間序列 Z 中任一當期值 Z_t 視為迴歸模型中的因變數，而將前 p 期值 $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$ 視為自變數，作一複迴歸，因自變數與因變數來自同一時間序列，故得名（葉小蓁，2006）。

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \mu = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \cdots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t \quad (3.6)$$

其中 p 為自我迴歸落後期數（階數）， ϕ_i 為自我迴歸參數。若將 a_t 移至左側， Z 全部放置在右側，移項後式（3.6）改寫為：

$$a_t = \tilde{Z}_t - \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} - \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} - \cdots - \phi_p \tilde{Z}_{t-p} \quad (3.7)$$

若加入後移運算元 B 的概念，式（3.7）可重新改寫為：

$$a_t = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p) \tilde{Z}_t \quad (3.8)$$

或是更簡要地表達成：

$$a_t \triangleq \phi_q(B) \tilde{Z}_t \quad (3.9)$$

$\phi_q(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \cdots - \phi_p B^p)$ 為 AR(p) 的運算元。隨機誤差項 a_t 為白噪音。

將前述 AR(p) 模型和 MA(q) 模型作結合，得到一更廣泛通用的 (p,q) 階數之自我迴歸移動平均模型 ARMA(p,q)。

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \cdots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.10)$$

或是簡寫成：

$$\phi_q(B) \tilde{Z}_t = \theta_p(B) a_t \quad (3.11)$$

建立 ARMA 模型有三個步驟：模型鑑定 (identification)、參數推估 (estimation) 及模型偵測 (diagnostic) 與修正 (remedy)。

第一，鑑定 AR(p)、MA(q) 模型的 p、q 階數。常用的工具為自我相關函數 (autocorrelation function, ACF) 和偏自我相關函數 (partial autocorrelation function, PACF)。在一時間序列變數 Z_t 中，分別取 t 及 t-k 期的值 Z_t 、 Z_{t-k} ，定義相隔 k 期的自我共變數 (autocovariance) 為 $Cov(Z_t, Z_{t-k}) = \gamma_k$ ，而由弱穩定時間序列的特性 (2) 可知，任一時期下的 Z 其變異數恆等，即 $Var(Z_t) = Var(Z_{t-k}) = \gamma_0$ 。故 Z_t 與 Z_{t-k} 的相隔 k 期自我相關係數 ρ_k 可表示為：

$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t-k})}{\sqrt{Var(Z_t) \cdot Var(Z_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (3.12)$$

若將 1 至 k 期的自我相關係數繪製成圖即為 ACF。除了了解 Z_t 與 Z_{t-k} 的自我相關係數外，我們還需要探討當 $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}$ 的影響被去除後， Z_t 與 Z_{t-k} 在 k 期的相關係數，即 $Corr(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1})$ ，稱為偏自我相關係數。若將 1 至 k 期的偏自我相關係數繪製成圖即為 PACF。利用 ACF 及 PACF 可判斷 AR(p)、MA(q)、ARMA(p,q) 模型的階數 p 及 q，準則如下 (修改自莊智婷，2010)：

(a) AR(p) 模型的 PACF 會在 p 期之後被截斷 (cut-off)，自 p+1 期開始的

偏自我相關係數為 0，或是不顯著。ACF 則漸漸消失，或說呈尾隨消失 (tail-off)。

(b) MA(q) 模型的 ACF 會會在 q 期之後被截斷 (cut-off)，自 q+1 期開始自我相係數為 0，或是不顯著。PACF 則漸漸消失，或說呈尾隨消失 (tail-off)。

(c) ARMA(p,q) 模型則不論 PACF、ACF 皆呈尾隨消失。

另將這些準則整理成表 3.2。

表 3.2 AR(p)、MA(q)、ARMA(p,q) 模型的 ACF、PACF 特徵

(葉小蓁，2006)

	ACF	PACF
AR(p)	呈指數或阻尼正弦函數的尾隨消失	截斷於 p 期之後
MA(q)	截斷於 q 期之後	呈指數或阻尼正弦函數的尾隨消失
ARMA(p,q)	呈指數或阻尼正弦函數的尾隨消失	呈指數或阻尼正弦函數的尾隨消失

第二，參數推估。一時間序列被鑑定為 ARMA 模型中的某種特定模型後，便要估計模型中的未知參數 ϕ_i 、 θ_i 。一般使用的方法為最小平方法，利用此方法尋找一估計值，使其與真實值有最小的差平方和，此種估計值稱為最有效估計值。但是由於真正的參數值無法得知，因此當樣本數夠大時可改尋找使概似函數為最大的有效估計值（林茂文，2006）。

第三，模型偵測與修正。模型偵測的主要工具為殘差，殘差可視為隨機誤差項 a_t 的估計值。故建立的模型若合適，則殘差符合白噪音的假設，即殘差的自我相關係數 $\rho_e(k)$ 為零，且經 Box and Pirece (1970) 證明期望值為 0，變異數為 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 。在實際應用時，可繪製殘差的 ACF，並標示顯著邊界 $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ ($z_{0.025} = 1.96 \cong 2$)，若 ACF 皆在顯著邊界內，則該殘差序列為一白噪音序列。

另一偵測模型合適的工具為 Q 統計量 (Box and Pirece, 1970) ,

$$Q(k)=n\sum_{j=1}^k\hat{\rho}_e^2(j)\sim\chi_{k-p-q}^2 \quad (3.13)$$

但是 Q 統計量對於小樣本的檢定力並不佳，因此 Ljung and Box (1978) 提出一修正的 Q 統計量，

$$Q(k)=n(n+2)\sum_{j=1}^k\hat{\rho}_e^2(j)/(n-j)\sim\chi_{k-p-q}^2 \quad (3.14)$$

SAS 統計軟體 PROC ARIMA 指令所提供的卡方檢定是使用修正的 Q 統計量。此兩種 Q 統計量有相同的虛無假設 H_0 ：殘差序列為白噪音序列，且皆為檢定推估模型配置不當性 (lack of fit) 的整體檢定 (overall check)，檢定力 (power) 不高 (葉小蓁，2006)，容易落入拒絕域。通過偵測後的模型，即可被用於預測，否則須先被修正。

3.3.2 整合自我迴歸移動平均 (autoregressive integrated moving average, ARIMA) 模型

ARIMA 模型是由平穩時間序列模型 ARMA 模型發展而來。許多資料的時間序列並不像先前所提的平穩時間序列，會在一固定的水準下變動，即序列的平均值隨著時間而改變，這樣的時間序列稱為非平穩 (nonstationary) 時間序列。任一非平穩時間序列模型，均可經 d 次差分後得到平穩特性 (葉小蓁，2006)，接著以配置 ARMA 模型的方式得到階數 p 、 q ，最後得到非平穩的 ARIMA (p,d,q)，可表示如下：

$$\phi_p(B)\nabla^d Z_t = c + \theta_q(B)a_t \quad (3.15)$$

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

其中 p 為自我迴歸落後期數 (階數)， q 為移動平均落後期數 (階數)， d 為差分次數， c 為常數，隨機誤差項 a_t 為白噪音， ∇ 為差分運算元。

ARIMA 模型的建立，須先對時間序列進行 d 次差分，使非平穩時間序列

轉為平穩時間序列。得到 d 值後的步驟同 ARMA 模型的建立，即分為模型鑑定、參數推估、模型的偵測與修正。

3.3.3 轉換函數模型

除了上述的單一變數時間序列模型外，當然也有同時討論兩個變數以上的時間序列模型。若要探討的變數恰有兩個，且彼此間不存在反饋（feedback）作用，或者說只有某一變數單向地影響另一變數，此種二元時間序列模型稱為轉換函數模型（transfer function model），或者是帶有外部輸入的整合自我迴歸移動平均（ARIMA with exogenous input, ARIMAX）模型。以圖 3.4 作進一步說明， X_t 被視為輸入變數（input variable）， Y_t 被視為輸出變數（output variable），此為單一輸入（single-input）的轉換函數， X_t 與 Y_t 間為單向的關係，即僅有 X_t 影響 Y_t ， Y_t 卻不影響 X_t 。

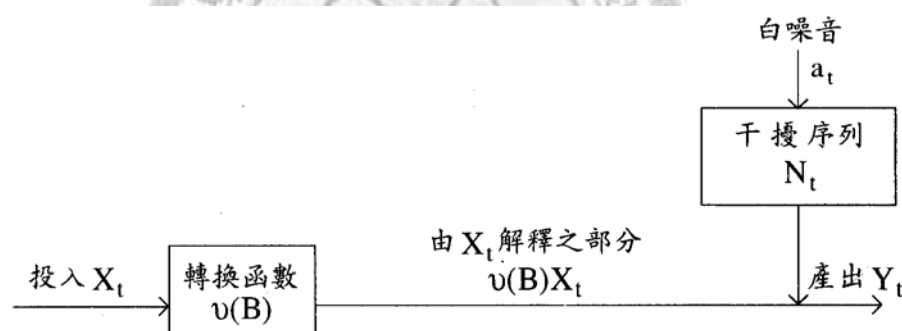


圖 3.4 轉換函數模型形成圖（葉小蓁，2006）

ARIMAX 模型可以函數的方式表達如下：

$$\begin{aligned} Y_t &= C + v(B)X_t + N_t \\ &= C + (v_0 + v_1B + v_2B^2 + \cdots)X_t + N_t \end{aligned} \quad (3.16)$$

其中 C 為常數項， $v(B)$ 為衝擊反應函數（impulse response function）， v_0, v_1, v_2, \dots 為各期 X_t 之衝擊反應權數或轉換函數加權數（transfer function weights）， N_t 為干擾項序列（disturbance series），由白噪音 a_t 組成，與輸入序列 X_t 之間無相關。

理論上，有無限多個係數 v_0, v_1, v_2, \dots 待估，但是基於參數精簡原則，選取一正整數 h ，使任一 $v_k (k > h)$ 可忽略，則式 (3.16) 可改寫為：

$$Y_t = C + (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots + v_h B^h) X_t + N_t \quad (3.17)$$

但 h 的選擇通常很主觀且不易尋得，故依據合理多項式 (rational polynomial) 的原理，知分別存在兩個有限次數的多項式 $\omega_s(B)B^b$ 及 $\delta_r(B)$ ，使 $v(B)$ 近似於 $\omega_s(B)B^b / \delta_r(B)$ ，另假設 N_t 為 ARMA(p,q) 模型，式 (3.17) 可重新寫成：

$$Y_t \triangleq C + \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} B^b X_t + \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t \quad (3.18)$$

其中 $\omega_s(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s$ ， $\delta_r(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$ ，隨機誤差項 a_t 為白噪音， b 代表輸入 X_t 及輸出 Y_t 之延滯期差 (time lag delay)。

單一輸入轉換函數模型的型態類似迴歸模型，但迴歸模型中自變數 X 及因變數 Y 為橫斷面抽樣資料，而轉換函數模型中輸入變數 X_t 及輸出變數 Y_t 為縱斷面的二元時間序列資料。因此，轉換函數模型又被稱為動態迴歸分配模型 (dynamic regression distributed model) (葉小蓁，2006)。

在一般 ARIMA 模型的鑑定中，ACF 扮演一非常重要的鑑定工具，而在執行單一輸入的轉換函數模型之鑑定時，交錯相關係數函數 (cross correlation function, CCF)，則扮演一非常重要的角色。

考慮一組二元時間序列 X_t, Y_t ，其交錯相關係數僅能定義於 X_t 與 Y_t 同時為平穩時間序列的情形。因此令 $x_t = \nabla^d X_t$ 、 $y_t = \nabla^d Y_t$ 為一組平穩的二元時間序列，其中 d 為同時使 X_t, Y_t 平穩的差分次數，定義 x_t 與 y_t 間期差為 k 的交錯共變數 (cross covariance) 為

$$\gamma_{xy}(k) = E\{(x_t - \mu_x)(y_{t+k} - \mu_y)\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.19)$$

$$\gamma_{yx}(k) = E\{(y_t - \mu_y)(x_{t+k} - \mu_x)\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots. \quad (3.20)$$

令 $\sigma_x^2 = E\{(x_t - \mu_t)^2\}$ 、 $\sigma_y^2 = E\{(y_t - \mu_y)^2\}$ 分別為平穩時間序列 x_t 及 y_t 之變異數， $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$ 、 $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2}$ 分別為 x_t 及 y_t 之標準差，則 x_t 與 y_t 之間的交錯相關係數（cross correlation）被定義為

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.21)$$

而將 1 至 k 期的交錯相關係數繪製成圖即為 CCF。

x_t 與 y_t 之間的轉換函數可由式（3.16）改寫為：

$$y_t = v(B)x_t + n_t \quad (3.22)$$

其中 $n_t = \nabla^d N_t$ 。輸入序列 x_t 可以配置為一 ARMA(p,q) 模型，即 $\phi_q(B)X_t =$

$\theta_p(B)\alpha_t$ ，或是可寫為 $\alpha_t = \frac{\phi_q(B)}{\theta_p(B)}x_t$ ， α_t 為白噪音，意義等同 a_t 。將 α_t 重新

定義為一預白化輸入序列（prewhitened input series），式（3.22）等號兩邊同乘以

α_t 的係數 $\phi_q(B)/\theta_p(B)$ 則成為：

$$\frac{\phi_q(B)}{\theta_p(B)}y_t = v(B)\frac{\phi_q(B)}{\theta_p(B)}x_t + \frac{\phi_q(B)}{\theta_p(B)}n_t \quad (3.23)$$

令預白化輸出序列 $\beta_t = \frac{\phi_q(B)}{\theta_p(B)}y_t$ ，則式（3.23）可重新改寫為：

$$\beta_t = v(B)\alpha_t + \frac{\phi_q(B)}{\theta_p(B)}n_t \quad (3.24)$$

再於等號兩邊同乘 α_{t-k} 並取期望值，整理可得（葉小蓁，2006）：

$$v_k = \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha} \rho_{\alpha\beta}(k) \quad (3.25)$$

式（3.25）可看出預白化輸入序列 α_t 和預白化輸出序列 β_t 之間的衝擊反應函

數 v_k ，正比於交錯相關係數 $\rho_{\alpha\beta}$ ，故藉由分析交錯相關係數可推得衝擊反應函

數，此即預白化的用意。

ARIMAX 模型的建立較 ARIMA 模型複雜，步驟可略分為 5 個：

- (1) 判斷輸入序列 X_t 是否為平穩時間序列；若否，要先進行差分，直到平穩為止。接著進行 ARMA(p,q) 模型配置。
- (2) 判斷輸出序列是否為平穩序列，若否一樣進行差分，直到平穩。輸出序列無須配置 ARMA(p,q) 模型。
- (3) 當輸出序列與輸入序列同為平穩時間序列時，由 (1) 配置的 ARMA(p,q) 模型得到預白化輸入序列，進行預白化。
- (4) 根據交錯相關係數顯著性分析結果，決定衝擊反應函數的階數 r 、 s 。根據輸出序列的殘差分析結果，決定干擾序列的階數 p 、 q 。
- (5) 進行參數估計，只保留顯著者。重複步驟 (4)，直到各期交錯相關係數顯著不相關；各期殘差也顯著不相關，即殘差為白噪音。且此模型即可進行驗證並探討其準確度。

3.3.4 最佳模型的選擇

由鑑定、參數估計、推論所得到的合適模型，可能因為鑑定的工具不同，而得到兩個以上的合適模型，此時需要有一準則 (criterion)，作為最佳模型的選擇依據。SAS 分析軟體提供的準則有三，AIC 準則 (Akaike's information criterion) (Akaike, 1978)、SBC 準則 (Schwarz Bayesian information criterion) (Schwarz, 1978) 和 BIC 準則 (Bayesian information criterion)。

$$AIC = -2\ln(L) + 2k \quad (3.26)$$

$$SBC = -2\ln(L) + \ln(n)k \quad (3.27)$$

$$BIC = SBC / n \quad (3.28)$$

L ：概似函數

k ：自由參數的個數

n ：剩餘可用來計算時間序列的殘差個數

這三個準則計算出的值愈小，代表模型的適合性愈佳。

AIC 和 SBC 相比，差異在於第二項，當 $n > 7$ 時， $2k < \ln(n)k$ ，表示 SBC 準則選出的模型及其參數個數會比 AIC 準則選出者少，較符合參數精簡原則 (parsimonious principle) (葉小蓁，2006)。

3.4 調適性網路模糊推論系統 (adaptive network-based fuzzy inference system, ANFIS)

ANFIS 是將模糊推論系統 (fuzzy inference system, FIS) 架構於類神經網路上，使模型同時能處理系統的不確定性，又具備自我學習及模型參數調整的能力。在水文分析方面的已有諸多運用，如：流量的模擬預測、降雨—逕流模型的建構、水庫即時操作系統、集水區壓力水頭插值計算等。本節歸納整理張斐章、張麗秋 (2005) 類神經網路的內容，首先介紹 FIS 的理論，接著介紹 ANFIS 模型的架構。

3.4.1 模糊推論系統

FIS 的理論源自於模糊集合理論、模糊 IF-THEN 規則以及模糊推論等理論基礎，主要架構包括：模糊化 (fuzzifier)、模糊規則 (fuzzy rules)、隸屬函數 (membership function) 資料庫、推論引擎 (inference engine) 與解模糊化 (defuzzifier) 等五大部分，如圖 3.5 所示，經由建立模糊規則庫後，模糊推論系統即可建構輸入值與輸出值間的映射關係 (mapping)，此種關係亦可表示如 $y = f(x)$ 的關係式。

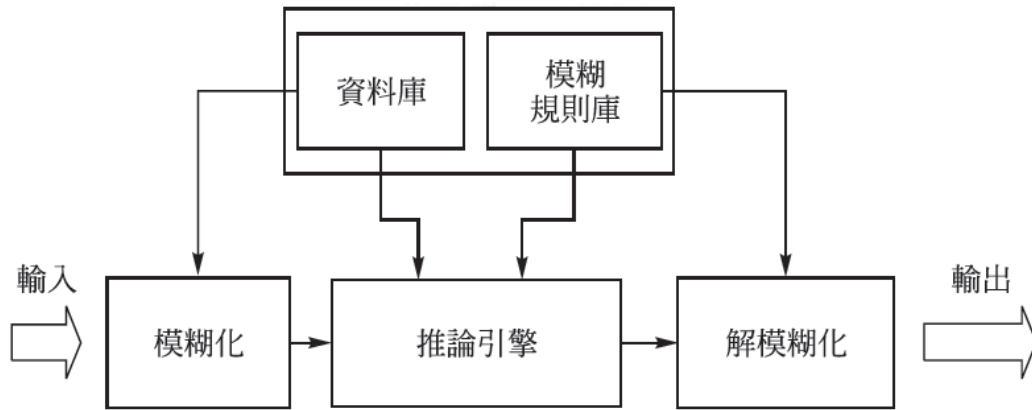


圖 3.5 模糊推論系統架構圖（張斐章、張麗秋，2005）

(1) 模糊化：目的是讓觀測值經由映射或轉換後，能夠適用於模糊規則庫。

因為運用在模糊推論系統時，IF-THEN 規則中前提（premise）部分是以模糊集合的形式描述，所以輸入值必須經過模糊處理，將觀測值映射到模糊集合中，以獲得相對應的模糊隸屬函數及其隸屬度。

(2) 模糊規則庫：為 FIS 架構的主要核心，是由許多模糊 IF-THEN 規則

R_i 所組合的集合 $R = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ 。其中 IF 部分的敘述

為模糊規則的前提（premise）部分，THEN 則為結論

（conclusion）部份。兩者的描述可能是語意敘述，如：「如

果蝦子紅了，則已經熟了」；也可能以模糊集合來表示，

如： $R_1: \text{IF } x_1 \text{ is } A_1 \text{ AND } x_2 \text{ is } B_1, \text{ THEN } y = C_1$ 。不論是哪

一種描述方式，皆表示輸入空間 $X_1 \times X_2$ 與輸出空間 Y 在

模糊推論系統的模糊關係。而此種關係可由專家提供、知

識擷取或資料特性分類來建立。

(3) 推論引擎：模糊輸入集合經由模糊化，並透過模糊規則庫結合所有

IF-THEN 規則映射到模糊輸出集合（或得到結論）的過程，

其推論的運算以 T-norms 運算和 T-conorms 運算最為普

遍。T-norms 運算是屬於模糊集合交集（intersection）運算，運算子可選取最小值法（minimum）或代數乘積法（product），用於 IF 前提敘述中—“AND”的運算；T-conorms 運算是屬於模糊集合聯集（union）運算，運算子則可選取最大值法（maximum）或代數和（sum），用於 IF 前提敘述中—“OR”的運算。

(4) 資料庫：在模糊系統架構中的資料庫，是指提供模糊集合與模糊規則使用的隸屬函數及其相關參數。常用的隸屬函數有三角形隸屬函數（triangular MF）、梯形隸屬函數（trapezoidal MF）、鐘形隸屬函數（bell-shaped MF）、高斯隸屬函數（Gaussian MF）、高斯二型隸屬函數（Gaussian2 MF）、S 形隸屬函數（S-shaped MF）、Z 形隸屬函數（z-shaped MF）。前五個隸屬函數的形狀與係數關係如下，而當隸屬函數的離散度越大時，表示隱含在資料中的雜訊越多。

(i) 三角形隸屬函數（圖 3.6(a)）

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \frac{x-a}{c-a} & \text{if } x \in [a, c] \\ \frac{b-x}{b-c} & \text{if } x \in [c, b] \\ 0 & \text{if } x > b \end{cases} \quad (3.29)$$

(ii) 梯形隸屬函數（圖 3.6(b)）

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \frac{x-a}{c-a} & \text{if } x \in [a, c] \\ 1 & \text{if } x \in [c, d] \\ \frac{b-x}{b-d} & \text{if } x \in [d, b] \\ 0 & \text{if } x > b \end{cases} \quad (3.30)$$

(iii) 鐘形隸屬函數 (圖 3.6(c))

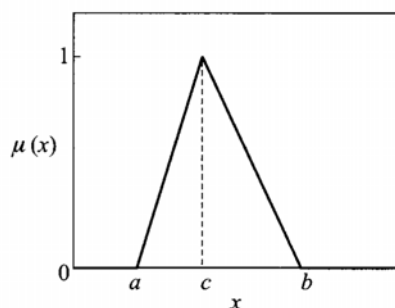
$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (3.31)$$

(iv) 高斯隸屬函數 (圖 3.6(d))

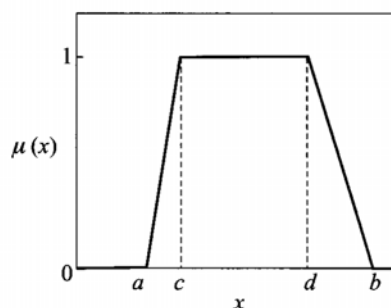
$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.32)$$

(v) 高斯二型隸屬函數

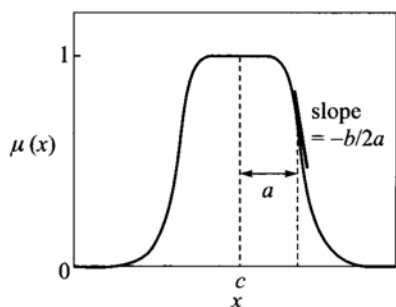
$$\mu(x) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{(x-c_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) & \text{if } x \in \text{left-most} \\ \exp\left(-\frac{(x-c_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) & \text{if } x \in \text{right-most} \end{cases} \quad (3.33)$$



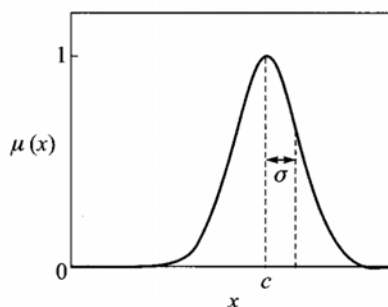
(a) 三角形隸屬函數



(b) 梯形隸屬函數



(c) 鐘形隸屬函數



(d) 高斯隸屬函數

圖 3.6 各種形式的隸屬函數 (張斐章、張麗秋, 2005)

(5) 解模糊化：與模糊化過程相反，主要是轉換推論所得的模糊化結果，也

就是將模糊集合轉換成明確值。常見的方法有：

(i) 重心法 (center of area, COA 或 center of gravity, COG)

計算疊合後區塊面積的中心點，故圖 3.7 的重疊區塊僅計算一次而不會被重複計算。

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \mu(y_i)}{\sum_{i=1}^N \mu(y_i)} \quad (3.34)$$

式中， $\mu(y_i)$ 為第 i 個規則輸出集合的隸屬度， y_i 為第 i 個規則的輸出值， N 為規則總數。

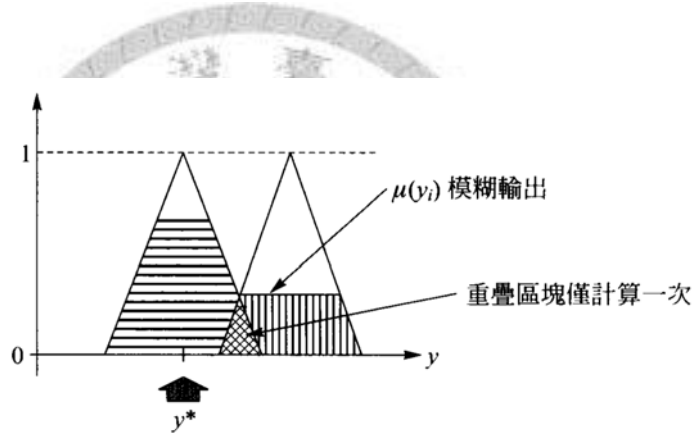


圖 3.7 COA 解模糊化示意圖 (張斐章、張麗秋，2005)

(ii) 總和中心法 (center of sums, COS)

分別計算每塊面積後，再計算區塊所有面積的中心點，因此圖 3.8 的重疊區塊會被重複計算。

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^N y_i \sum_{j=1}^N \mu_j(y_i)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_j(y_i)} \quad (3.35)$$

式中， $\mu_j(y_i)$ 為第 i 個規則輸出集合的隸屬度， y_i 為第 i 個規則的輸出值， N 為規則總數。

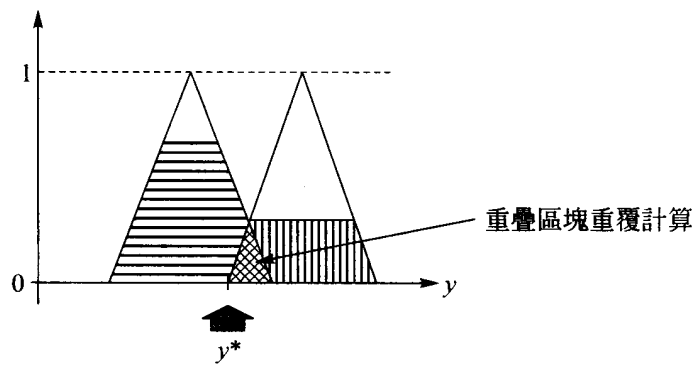


圖 3.8 COS 解模糊化示意圖（張斐章、張麗秋，2005）

(iii) 最大值平均法（mean of maximum, MOM）

$$y(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i \quad (3.36)$$

式中， \tilde{y}_i 為在第 i 個規則輸出集合的隸屬函數最大值的對應值。

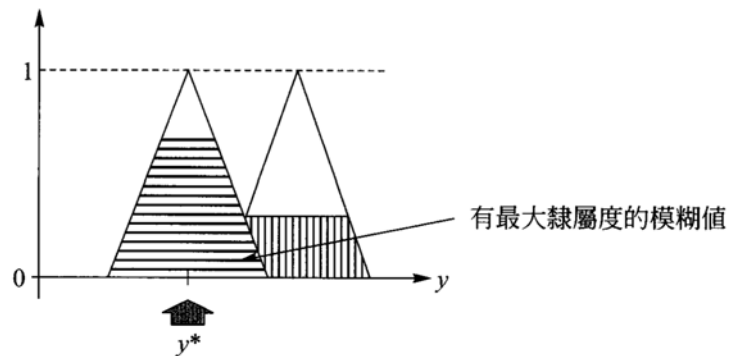


圖 3.9 MOM 解模糊化示意圖（張斐章、張麗秋，2005）

目前最普遍的模糊推論方法有兩種：Mamdani 法和 Sugeno 法，此兩種模型皆用於 IF-THEN 規則中，在前提部分有相同的結構，而在推論部分的架構則不相同，Mamdani 法的結論部分是以模糊集合表示，而 Sugeno 法則是以函數轉換表示。

3.4.2 調適性網路模糊推論系統

ANFIS 在 1993 年由張智星提出，其主要架構是以 FIS 為網路模型基礎，並結合神經網路自我組織的特性。ANFIS 使用模糊 IF-THEN 規則來處理人類知識與邏輯推論過程的描述性語意分析，充份發揮對於系統不精確性與不確定性的處理能力。在 IF-THEN 規則與模糊推論中採用 Sugeno 法，且同一層節點的隸屬函數或轉換函數採用相似的函數。

在學習與調整參數方面，則是結合前饋式類神經網路與監督式學習方法，使得模糊推論系統的所有參數可獲得適當的調整，讓模型具有自我學習與組織能力。常用的學習演算法為誤差倒傳遞學習演算法，但是當模型建立的規則數目較多、輸入變數維度較大時，可能面臨收斂速度慢、收斂性差、容易落入鄰近局部解的瓶頸。因此在 Jang (1993) 的論文中便提出一種複合型的學習演算法 (hybrid learning rule)，這種方法就是將線性參數與非線性參數的修正程序分開進行，把問題分成線性與非線性問題的組合，降低原本非線性問題的複雜度。

以下將以 N 維輸入向量、一個輸出值與五層架構的 ANFIS 架構說明，如圖 3.10。

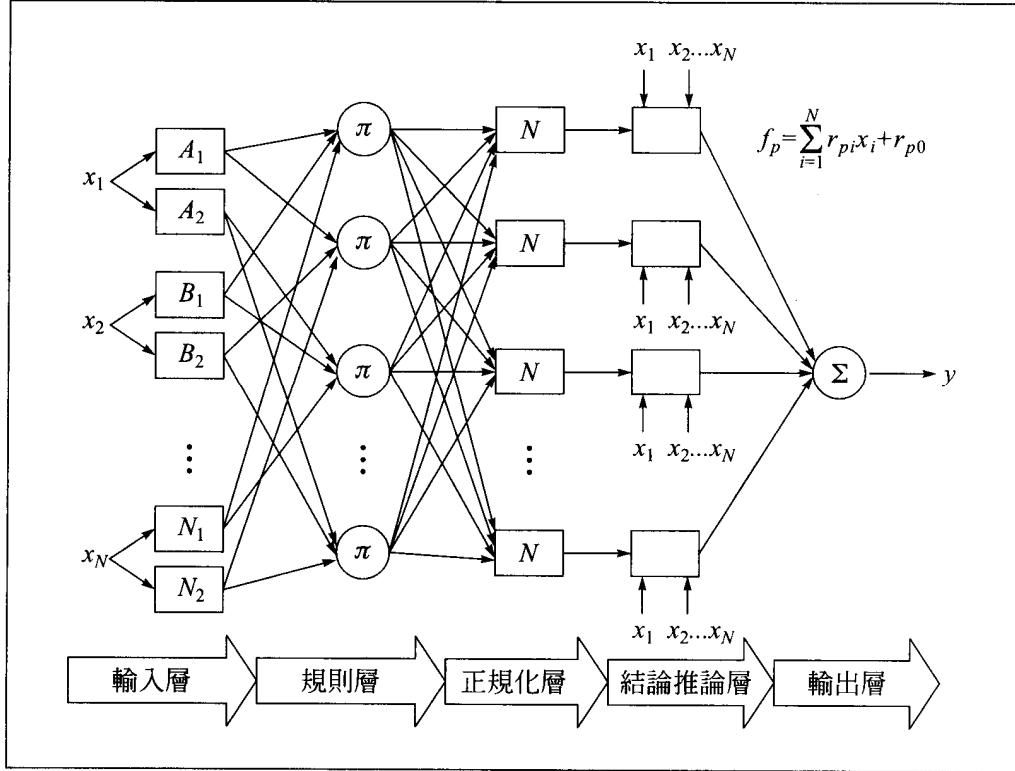


圖 3.10 ANFIS 架構 (張斐章、張麗秋, 2005)

第一層：輸入層是將輸入變數 $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 分別映射到模糊集合中，每個變數 x_i 的映射集合各有 M_i 個子集合，每個子集合又有其對應函數，則隸屬函數共有 $M_1 + M_2 + \dots + M_N = S$ 個，在此 $M_1 = M_2 = \dots = M_N = 2$ 。轉換公式可表示為：

$$O_{1,ji} = u_j(x_i) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x_i - c_{ji}}{a_{ji}} \right|^{2b_{ji}}} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M_i \quad (3.37)$$

式中 $u_j(x_i)$ 為第 i 個輸入變數的第 j 個集合之隸屬函數，在此設定為鐘型函數(具有三個參數 a_{ji} 、 b_{ji} 、 c_{ji})，參數總個數為 $3S$ 個。

第二層：各輸入變數的模糊集合與隸屬函數在第一層內決定後，將各輸入變數間的模糊子集合進行排列組合配對，可組成 $M_1 \times M_2 \times \dots \times M_N = P$ 條規則。之後進行模糊邏輯運算，本層選用 T-norm 進行模糊 AND

運算（本層節點以 Π 符號表示進行 AND 或乘積運算），如下：

$$O_{2,p} = w_p = \prod_{i=1}^N u_{j_i}(x_i) \quad \text{for } j_i = 1, 2, \dots, M_i; p = 1, 2, \dots, P \quad (3.38)$$

第三層：本層節點以 N 符號表示，將上一層各節點所得的結果正規化，也就是將第 i 條規則的輸出結果除以所有規則之輸出結果，使其輸出值介於 0 到 1 之間，如式所示：

$$O_{3,p} \equiv \bar{w}_p = \frac{w_p}{\sum_{p=1}^P w_p} \quad (3.39)$$

第四層：將上層獲得之正規化結果與 Sugeno 函數相乘，如式所示：

$$O_{4,p} \equiv \bar{w}_p f_p = \bar{w}_p \left(\sum_{i=0}^N r_{pi} x_i \right), x_0 = 1 \quad (3.40)$$

式中 r_{pi} 為一次 Sugeno 函數的相關係數，亦為此層所產生的參數，稱為結論部份的參數，參數個數為 $(N+1)P$ 個。

第五層：本層是總和上層各節點的輸出結果，以 Σ 符號表示，如式所示：

$$O_{5,p} \equiv \sum_{p=1}^P \bar{w}_p f_p = \frac{\sum_{p=1}^P w_p f_p}{\sum_{p=1}^P w_p} \quad (3.41)$$

ANFIS 模型在架構時有許多彈性，例如在第一層架構輸入變數的映射集合時，可預先設定好每一種輸入變數的集合數目，再利用排列組合的方式組合出所有可能規則。也可使用聚類（clustering）的方式獲得前提與結論部分的組合，也就是將輸入變數與輸出變數合併，利用類聚的方法找出所需的中心點數目，確定中心點後，再將輸入變數部分與輸出變數部分分開，由輸入變數所組成的集合形成 IF-THEN 規則中的前提部份，而輸出變數則形成結論部分。通常，聚類的方式有許多種，如 K-Means、Fuzzy、C-means 與模糊減法聚類（subtractive clustering）等。此外，亦可結合專家系統或從知識中萃取的規則，將之使用於 IF-THEN 規則之中。再者，推論部分的應用，也可選擇不同的方法，例如 Mamdani 法、Tsukamoto 法等。

3.5 模型優選的評鑑指標

為了比較 ARIMAX 和 ANFIS 模型的流量模擬及驗證能力，採用以下三種統計上常用的指標，進行模型準確度和穩定性的評鑑。

1. 平均絕對誤差 (Mean Absolute Error, MAE)

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{Q}_i - Q_i|}{n} \quad (3.42)$$

2. 均方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - Q_i)^2} \quad (3.43)$$

3. 效率係數 (Coefficient of Efficiency, CE)

$$CE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Q}_i - \bar{Q})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2} \quad (3.44)$$

其中， \hat{Q}_i 為流量估計值， Q_i 為流量實際觀測值， \bar{Q} 為流量觀測值平均， i 為期數， n 為總觀測筆數。

各指標中，平均絕對誤差用來評估模型整體的誤差情況；均方根誤差則用以觀察中高流量預報的準確性，以上兩者數值愈小代表預測效果愈好。效率係數值大於 0 表示預測結果優於平均值，小於 0 則表示模型效能較平均值差，當係數等於 1 時，表示模型估計值與觀測值完全吻合（何宜樺，2009）。

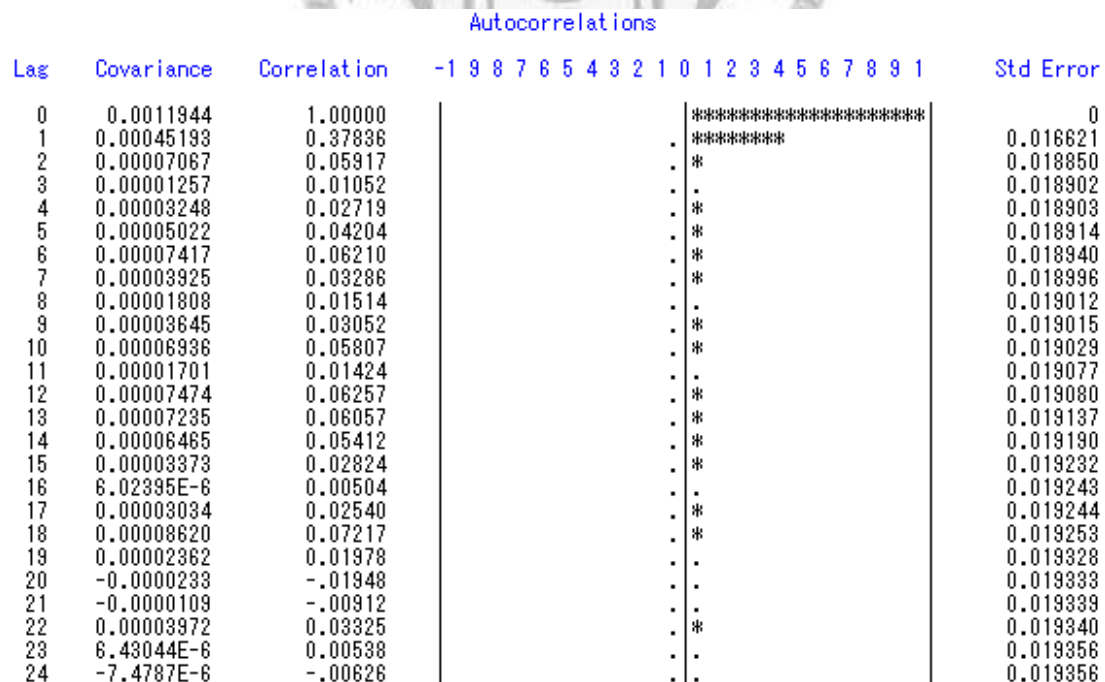
第四章 結果與討論

4.1 ARIMAX 模型的建立和預測

本文依資料的選用時間長度不同，建立的 ARIMAX 模型分為 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅、ARIMAX₁ 模型。ARIMAX₁₀ 模型以 2002-2011 年的資料建立、ARIMAX₅ 模型以 2007-2011 年的資料建立，ARIMAX₁ 模型以 2011 年的資料建立。雨量資料為 0 時至 24 時的日雨量，流量資料為 0 至 24 時的日平均流量。

4.1.1 ARIMAX₁₀ 模型

ARIMAX₁₀ 模型如上述選用 2002-2011 年的資料來建立，以 SAS 分析軟體為模型建立的工具。首先進行輸入變數：雨量資料的時間序列分析。由分析結果可見（圖 4.1、圖 4.2），自我相關函數（ACF）和偏自我相關函數（PACF）皆快速下降並趨近於零，故認定降雨為平穩時間序列，不用差分。



“.” marks two standard errors

圖 4.1 雨量時間序列分析的 ACF

Partial Autocorrelations																															
Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1									
1	0.37836												.	*****																	
2	-0.09802											**	.																		
3	0.02714												.	*																	
4	0.02240												.	.																	
5	0.02630												.	*																	
6	0.04327												.	*																	
7	-0.00708												.	.																	
8	0.00799												.	.																	
9	0.02693												.	*																	
10	0.04018												.	*																	
11	-0.02993											*	.																		
12	0.07999												.	**																	
13	0.00736												.	.																	
14	0.03048												.	*																	
15	-0.00446												.	.																	
16	-0.01017												.	.																	
17	0.03131												.	*																	
18	0.05137												.	*																	
19	-0.04159											*	.																		
20	-0.01761												.	.																	
21	0.00769												.	.																	
22	0.02786												.	*																	
23	-0.02928											*	.																		
24	-0.00882												.	.																	

圖 4.2 雨量時間序列分析的 PACF

接著利用 ACF、PACF 鑑定模型的 p、q 期數，ACF 和 PACF 都截斷故為 ARMA 模型。但是截斷處未必是模型真正的 p、q 期數，以試誤法重複配置，將殘差顯著相關的 p 期數依序加入，誤差項同樣由小到大逐一代入，保留係數不為零者 ($p < 0.05$)，直到殘差無自我相關，即白噪音檢定之顯著機率圖的圖形皆落於 0.05 水平線之下 (表 4.2、圖 4.3)。同樣地，Q 統計量的模型整體卡方檢定結果 $p > 0.05$ ，即不拒絕殘差無自我相關的 H_0 假設。此最佳的模型為：

$$\begin{aligned}
 Rain_t = & -0.044Rain_{t-6} - 0.065Rain_{t-10} - 0.054Rain_{t-12} - 0.068Rain_{t-18} \\
 & - 0.043Rain_{t-27} + a_t + 0.419a_{t-1} + 0.064a_{t-2} + 0.011
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

表 4.1 雨量 ARMA 模型的參數推估值及其 AIC、SBC

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MU	0.01131	0.0010699	10.57	<.0001	0
MA1,1	-0.41906	0.01662	-25.21	<.0001	1
MA1,2	-0.06443	0.01660	-3.88	0.0001	2
AR1,1	0.04350	0.01656	2.63	0.0087	6
AR1,2	0.06457	0.01651	3.91	<.0001	10
AR1,3	0.05427	0.01656	3.28	0.0011	12
AR1,4	0.06811	0.01656	4.11	<.0001	18
AR1,5	0.04279	0.01653	2.59	0.0097	27
Constant Estimate			0.008223		
Variance Estimate			0.000998		
Std Error Estimate			0.031597		
AIC			-14730.8		
SBC			-14681.3		
Number of Residuals			3620		
* AIC and SBC do not include log determinant.					

表 4.2 雨量 ARMA 模型的殘差自我相關分析

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	.	0	.	-0.000	-0.001	0.000	0.008	0.010	0.002
12	6.01	5	0.3053	0.014	-0.006	0.004	0.001	-0.035	0.001
18	12.44	11	0.3316	0.022	0.030	0.013	-0.013	-0.005	0.003
24	22.61	17	0.1624	-0.004	-0.029	-0.021	0.031	-0.011	-0.020
30	26.55	23	0.2756	0.001	0.020	-0.002	-0.011	-0.003	-0.023
36	36.18	29	0.1684	0.009	0.042	0.002	-0.022	0.015	-0.010
42	38.77	35	0.3033	-0.002	-0.000	-0.018	-0.017	0.009	-0.000
48	43.90	41	0.3496	-0.014	0.016	0.014	0.008	0.008	0.025

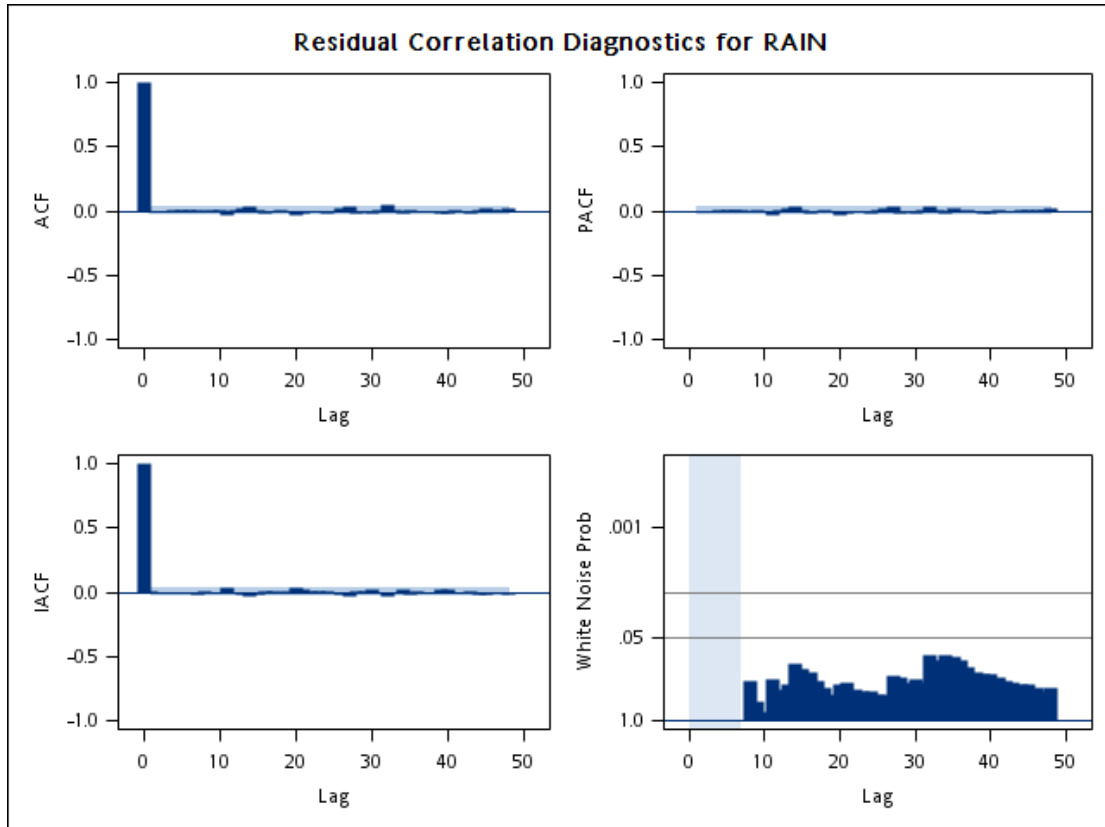


圖 4.3 雨量 ARMA 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）

以上的過程稱為預白化（prewhiten），目的在於雨量輸入序列的白噪音化，同時也將輸出變數：流量時間序列進行同樣的轉換。兩個預白化後的時間序列，衝擊反應函數正比瑜交錯相關係數，故藉由分析交錯相關係數函數（CCF），可得到衝擊反應函數的階數 r 、 s 。

流量時間序列白噪音化前，要先經過時間序列的相關性分析，判斷其平穩性。由 ACF 逐漸下降趨近於零、PACF 快速下降趨近於零（圖 4.4、4.5），流量時間序列尚符合平穩序列，不須進行差分。

Autocorrelations																								
Lag	Covariance	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	Std Error
0	0.0037520	1.00000												*****										0
1	0.0025016	0.66674												*****										0.016621
2	0.0014064	0.37483												*****										0.022844
3	0.00096469	0.25711												*****										0.024484
4	0.00077441	0.20640												*****										0.025219
5	0.00070759	0.18859												*****										0.025681
6	0.00063783	0.17000												*****										0.026061
7	0.00054526	0.14533												*****										0.026366
8	0.00048074	0.12813												*****										0.026586
9	0.00047611	0.12689												*****										0.026756
10	0.00044321	0.11813												***										0.026922
11	0.00042506	0.11329												***										0.027065
12	0.00047797	0.12739												*****										0.027195
13	0.00050821	0.13545												*****										0.027360
14	0.00049046	0.13072												*****										0.027544
15	0.00044937	0.11977												***										0.027715
16	0.00037035	0.09871												***										0.027858
17	0.00036916	0.09839												***										0.027954
18	0.00048935	0.13042												*****										0.028050
19	0.00026853	0.07157												*										0.028217
20	0.00017721	0.04723												*										0.028267
21	0.00018099	0.04824												*										0.028289
22	0.00022067	0.05882												*										0.028311
23	0.00013560	0.03614												*										0.028345
24	0.00009777	0.02606												*										0.028358

“.” marks two standard errors

圖 4.4 流量時間序列分析的 ACF

Partial Autocorrelations																							
Lag	Correlation	-1	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	
1	0.66674												.										
2	-0.12550												***	.									
3	0.10885												.		**								
4	0.02782												.	*									
5	0.05912												.	*									
6	0.02019												.	.									
7	0.01614												.	.									
8	0.02213												.	.									
9	0.03568												.	*									
10	0.00598												.	.									
11	0.02754												.	*									
12	0.04851												.	*									
13	0.02379												.	.									
14	0.01714												.	.									
15	0.01169												.	.									
16	-0.00757												.	.									
17	0.03408												.	*									
18	0.06309												.	*									
19	-0.12094												***	.									
20	0.05413												.	*									
21	-0.01316												.	.									
22	0.02635												.	*									
23	-0.05567												*	.									
24	0.02057												.	.									

圖 4.5 流量時間序列分析的 PACF

確認雨量和流量時間序列皆平穩，且輸入變數：雨量時間序列的殘差為白噪音後，便可進行預白化（prewhiten）的動作，並執行交錯相關係數分析。由分析結果（圖 4.6），交錯相關係數在 $b = -1$ 開始變得顯著（雨量時間序列落後流量時間序列 1 期），但是其顯著性遠小於 $b = 0$ 和 $b = 1$ （雨量時間序列領先流量時間序列 1 期），故不考慮 $b = -1$ 。 $b = 0$ 和 $b = 1$ 兩者的顯著性相近，以延遲期差（time lag delay）較小者為選擇標準，故決定流量之 ARIMAX₁₀ 模型階數 $b = 0$ ，即無延滯期差。另外，交錯相關係數並非呈截斷形式（cut-off pattern）而是呈尾隨形式（tail-off pattern），這代表 $v(B)$ 不可由 $\frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)}$ 簡化為 $\omega_s(B)$ ，即衝擊反應函數的階數 $r \neq 0$ 。因此，仍以傳統試誤法鑑定 r 、 s 階數。

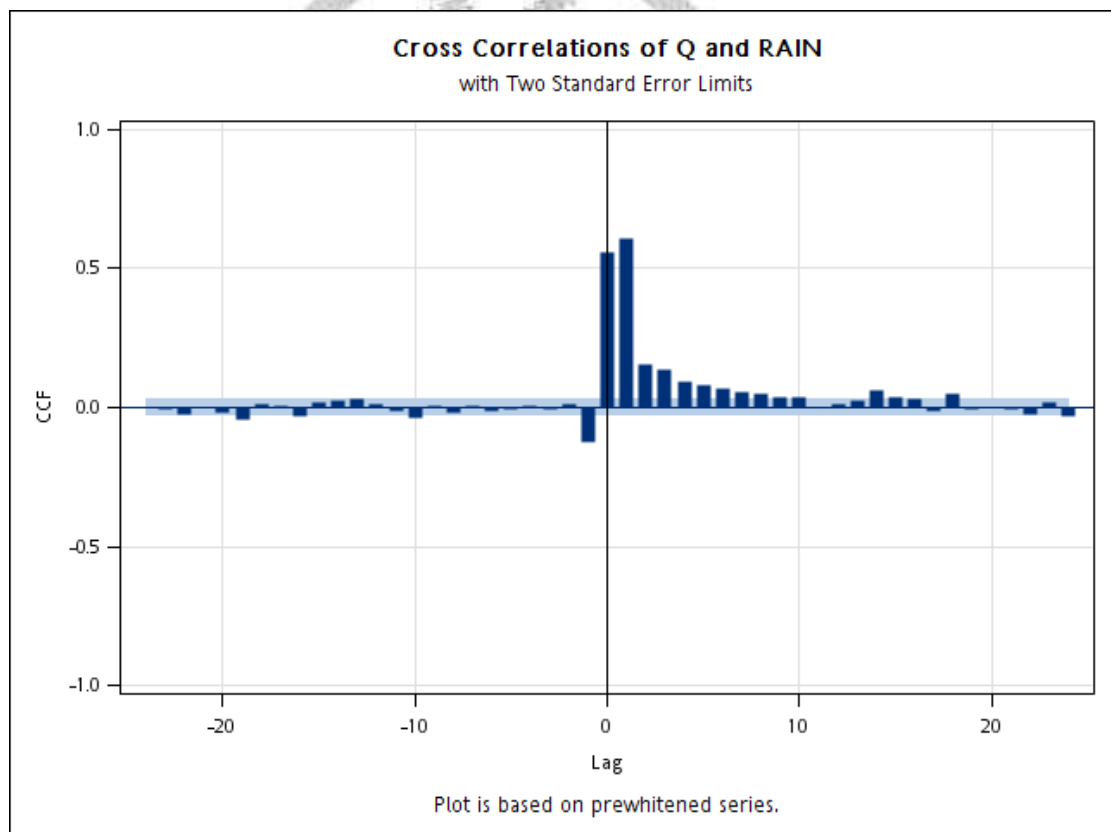


圖 4.6 雨量和流量時間序列分析的 CCF

經過多次試誤法的結果，仍無法將殘差完全白噪音化，從殘差分析表來看(表 4.3)，選定的最佳模型已近似白噪音殘差，但是白噪音檢定圖(圖 4.7)則指出前面幾期的殘差有顯著自相關，干擾序列的階數仍須重新配置。然而，白噪音檢定未通過，並不代表此模型無法進行模擬預測，只是受到模型內仍有顯著自我相關的殘差影響，使得模型的模擬和預測準確度下降。此最佳 ARIMAX₁₀ 模型有最低 AIC、SBC，其值分別為 -16940、-16817，模型的殘差 ACF、PACF 皆不顯著。模型的參數檢定結果皆拒絕參數為零的 H_0 假設檢定 ($p < 0.05$)。交錯相關係數不顯著，代表雨量與流量之間的關係，可以模型充分表現(表 4.4、表 4.5)。

表 4.3 ARIMAX₁₀ 模型的殘差自我相關分析

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	.	0	.	-0.001	0.008	0.011	0.011	0.005	-0.011
12	7.88	3	0.0486	0.006	-0.021	-0.029	-0.017	0.012	0.005
18	8.91	9	0.4459	-0.006	0.000	0.004	0.006	0.014	0.004
24	12.70	15	0.6254	0.000	-0.009	-0.021	0.018	-0.011	-0.007
30	18.07	21	0.6443	-0.000	0.005	0.005	0.029	0.013	0.020
36	22.28	27	0.7229	-0.014	-0.011	0.005	-0.003	-0.002	-0.029
42	25.21	33	0.8323	-0.003	-0.010	0.016	-0.012	0.012	0.012
48	41.82	39	0.3495	0.021	-0.045	0.044	-0.005	-0.002	0.013

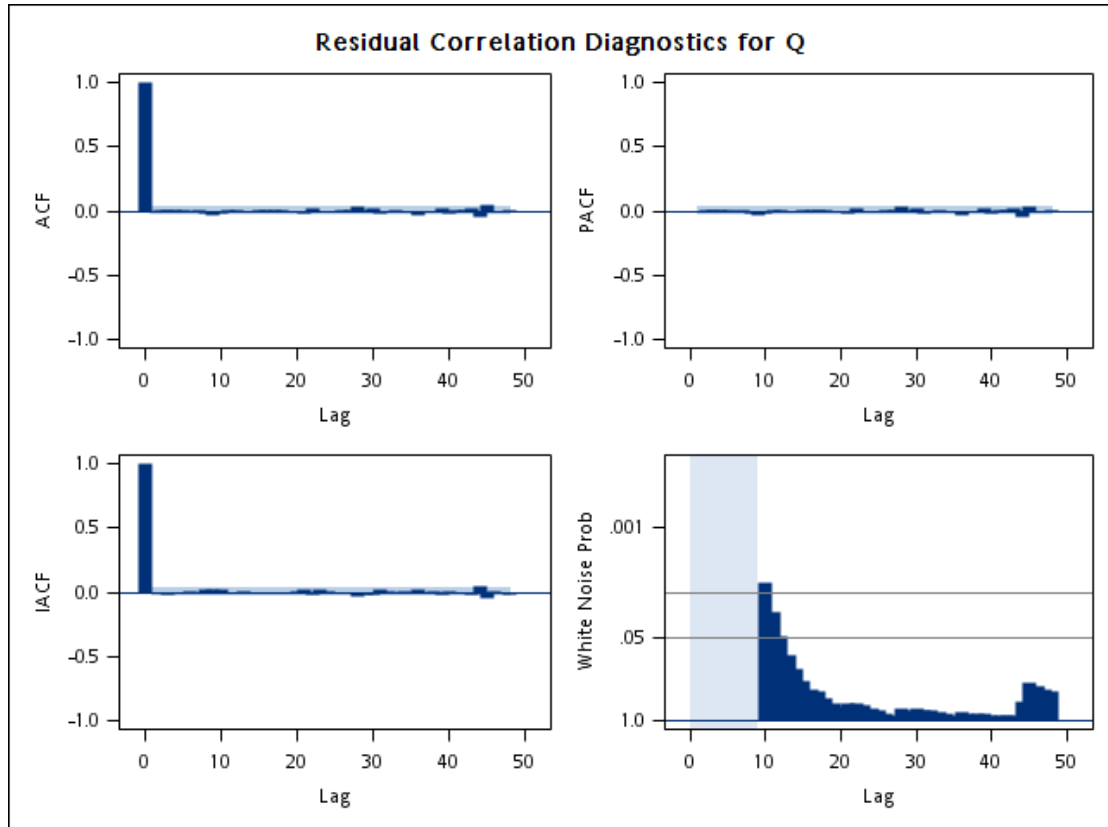


圖 4.7 ARIMAX₁₀ 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）

表 4.4 ARIMAX₁₀ 模型的參數推估值、模型 AIC 和 SBC

Conditional Least Squares Estimation							
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift
MU	-0.0086471	0.0008287	-10.43	<.0001	0	Q	0
MA1,1	-1.27390	0.08948	-14.24	<.0001	1	Q	0
MA1,2	-0.93101	0.11163	-8.34	<.0001	2	Q	0
MA1,3	-0.38587	0.04677	-8.25	<.0001	3	Q	0
AR1,1	-1.00217	0.08873	-11.29	<.0001	1	Q	0
AR1,2	-0.45143	0.08893	-5.08	<.0001	2	Q	0
AR1,3	0.13640	0.02884	4.73	<.0001	4	Q	0
AR1,4	-0.08542	0.01208	-7.07	<.0001	17	Q	0
AR1,5	-0.04615	0.01121	-4.12	<.0001	26	Q	0
AR1,6	-0.07579	0.01171	-6.47	<.0001	48	Q	0
NUM1	0.81895	0.01229	66.64	<.0001	0	RAIN	0
NUM1,1	-0.95750	0.01231	-77.77	<.0001	1	RAIN	0
NUM1,2	0.31148	0.02638	11.81	<.0001	2	RAIN	0
NUM1,3	0.43083	0.02613	16.49	<.0001	3	RAIN	0
NUM1,4	0.05236	0.01458	3.59	0.0003	5	RAIN	0
NUM1,5	-0.04317	0.01209	-3.57	0.0004	18	RAIN	0
NUM1,6	0.02803	0.01200	2.34	0.0195	20	RAIN	0
NUM1,7	-0.03887	0.01183	-3.29	0.0010	23	RAIN	0
NUM1,8	0.03567	0.01183	3.02	0.0026	25	RAIN	0
DEN1,1	0.66570	0.02258	29.48	<.0001	2	RAIN	0
Constant Estimate				-0.02183			
Variance Estimate				0.000523			
Std Error Estimate				0.022873			
AIC				-16940.4			
SBC				-16816.7			
Number of Residuals				3595			
* AIC and SBC do not include log determinant.							

表 4.5 ARIMAX₁₀ 模型雨量和流量的殘差之交錯相關分析

Crosscorrelation Check of Residuals with Input RAIN									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Crosscorrelations-----					
5	.	0	.	-0.002	-0.007	0.003	-0.000	-0.023	0.001
11	4.03	3	0.2581	-0.017	0.002	0.003	-0.005	-0.001	-0.014
17	11.40	9	0.2493	0.020	0.012	0.034	0.011	-0.003	-0.015
23	15.88	15	0.3899	-0.000	-0.006	0.009	0.030	-0.015	-0.006
29	22.22	21	0.3867	-0.008	-0.000	-0.028	-0.023	0.011	0.017
35	30.05	27	0.3117	-0.006	-0.006	-0.029	0.002	0.010	0.034
41	34.59	33	0.3920	-0.012	0.006	0.003	0.004	0.031	-0.009
47	36.92	39	0.5650	0.008	0.001	-0.015	0.004	0.018	0.006

建立之最佳 ARIMAX₁₀ 模型如下：

$$Q_t = (0.819 + 0.958B - 0.312B^2 - 0.431B^3 - 0.052B^5 + 0.043B^{18} - 0.028B^{20} + 0.039B^{23} - 0.036B^{25}) / (1 - 0.666B^2) Rain_t + (-0.009 + 1.274B + 0.931B^2 + 0.386B^3) / (1 + 1.002B + 0.451B^2 - 0.136B^4 + 0.085B^{17} + 0.046B^{26} + 0.076B^{48}) N_t \quad (4.2)$$

由模型之三種評鑑指標（表 4.6）可見，平均絕對誤差（MAE）為 0.012 m³/sec，均方根誤差（RMSE）為 0.023 m³/sec，效率係數（CE）為 86.2%。ARIMAX₁₀ 模型有不錯的模擬能力。

表 4.6 ARIMAX₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

MAE	RMSE	CE
0.012	0.023	0.862

4.1.2 ARIMAX₅ 模型

ARIMAX₅ 模型將選用的資料長度縮短為 2007-2011 年，模型建立步驟同 ARIMAX₁₀ 模型，最後得到一最佳模型：

$$Q_t = (0.998 + 0.807B + 0.343B^2 + 0.203B^3 - 0.645B^4 - 0.318B^5) / (1 - 0.778B^4 + 0.219B^5) Rain_t - 0.010 / (1 - 0.533B + 0.089B^2) N_t \quad (4.3)$$

最佳 ARIMAX₅ 模型有最低 AIC、SBC，其值分別為 -9069、-9008（表 4.7），模型的白噪音檢定顯著機率圖的圖形皆落於 0.05 水平線之下，且 Q 統計量的模型整體卡方檢定結果 $p > 0.05$ ，不拒絕殘差無自我相關的 H_0 假設（表 4.8、圖 4.8）。模型的參數檢定結果皆拒絕參數為零的 H_0 假設檢定（ $p < 0.05$ ）（表 4.7）。交錯相關係數不顯著，代表雨量與流量之間的關係，可以模型充分表現（表 4.9）。

表 4.7 ARIMAX₅ 模型的參數推估值、模型 AIC 和 SBC

Conditional Least Squares Estimation							
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift
MU	-0.0099600	0.0011348	-8.78	<.0001	0	Q	0
AR1,1	0.53323	0.02476	21.53	<.0001	1	Q	0
AR1,2	-0.08937	0.02477	-3.61	0.0003	2	Q	0
NUM1	0.99790	0.01582	63.09	<.0001	0	RAIN	0
NUM1,1	-0.80734	0.01571	-51.40	<.0001	1	RAIN	0
NUM1,2	-0.34255	0.01331	-25.75	<.0001	2	RAIN	0
NUM1,3	-0.20288	0.01061	-19.12	<.0001	3	RAIN	0
NUM1,4	0.64526	0.01851	34.86	<.0001	4	RAIN	0
NUM1,5	0.31844	0.02255	14.12	<.0001	5	RAIN	0
DEN1,1	0.77781	0.0074437	104.49	<.0001	4	RAIN	0
DEN1,2	-0.21903	0.01207	-18.14	<.0001	5	RAIN	0
Constant Estimate				-0.00554			
Variance Estimate				0.000383			
Std Error Estimate				0.019564			
AIC				-9068.62			
SBC				-9008.14			
Number of Residuals				1805			
* AIC and SBC do not include log determinant.							

表 4.8 ARIMAX₅ 模型的殘差自我相關分析

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	7.18	4	0.1266	0.002	-0.016	0.038	-0.027	0.022	-0.032
12	9.38	10	0.4969	-0.009	-0.024	-0.010	-0.012	0.017	0.001
18	22.70	16	0.1219	0.041	-0.061	0.012	0.016	-0.019	-0.033
24	26.70	22	0.2230	-0.009	0.022	-0.017	-0.021	-0.019	-0.022
30	33.41	28	0.2209	-0.016	0.017	0.023	0.031	0.037	0.018
36	37.40	34	0.3156	-0.016	-0.015	-0.001	0.017	-0.032	0.020
42	43.80	40	0.3136	-0.020	0.007	0.031	-0.012	0.025	0.036
48	52.31	46	0.2424	0.004	-0.002	0.005	-0.028	-0.035	-0.050

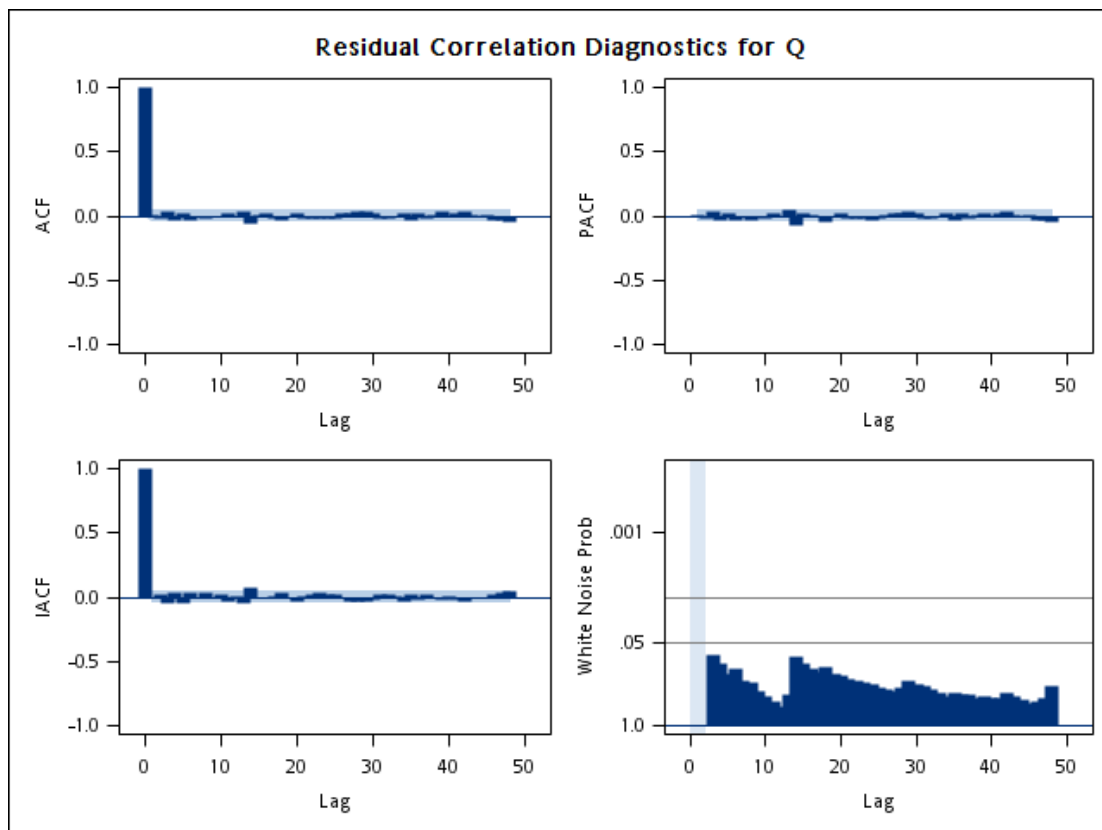


圖 4.8 ARIMAX₅ 模型的殘差分析圖，ACF (左上)、PACF (右上)、IACF (左下)、白噪音檢定之顯著機率圖 (右下)

表 4.9 ARIMAX₅ 模型雨量和流量的殘差之交錯相關分析

Crosscorrelation Check of Residuals with Input RAIN									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Crosscorrelations-----					
5	.	0	.	-0.004	0.004	-0.008	0.012	-0.004	-0.002
11	1.28	5	0.9374	-0.001	-0.009	-0.013	-0.002	-0.011	-0.009
17	10.75	11	0.4645	0.039	-0.007	0.027	-0.015	0.049	-0.018
23	15.28	17	0.5750	0.026	-0.025	0.002	0.017	0.014	0.027
29	20.85	23	0.5905	-0.014	-0.032	-0.034	-0.025	0.003	0.009
35	33.32	29	0.2650	-0.031	-0.033	-0.061	0.019	0.025	-0.015
41	40.00	35	0.2577	0.015	0.012	0.035	0.027	0.027	-0.026
47	44.64	41	0.3213	-0.002	-0.032	0.021	-0.030	-0.006	0.012

ARIMAX₅ 模型的三種評鑑指標 (表 4.10)，平均絕對誤差 (MAE) 為 0.010 m³/sec，均方根誤差 (RMSE) 為 0.020 m³/sec，效率係數 (CE) 為 90.1%。與 ARIMAX₁₀ 模型的整體評鑑指標 (表 4.6) 相比，皆較為優異。為了探討模型在各種流量的模擬情形，分年逐一作圖比較，2007、2008 年最大流量皆近 1 m³/sec，2009 年最大流量則為 0.6 m³/sec 左右，2010、2011 年最大流量則小於

0.4 m³/sec。由表 4.11 可知，不論是 2007、2008、2009、2010 還是 2011 年的評鑑指標，ARIMAX₅ 模型的 MAE 和都比 ARIMAX₁₀ 模型小。ARIMAX₅ 模型的 RMSE 除了 2009 年為 0.018 m³/sec 大於 ARIMAX₁₀ 模型的 0.017 m³/sec 外，其餘皆較 ARIMAX₁₀ 模型小。ARIMAX₅ 模型的 CE 亦除了 2009 年為 90.5% 小於 ARIMAX₁₀ 模型的 91.2% 外，其餘皆較 ARIMAX₁₀ 模型大。

綜合上述，ARIMAX₅ 模型的模擬能力比 ARIMAX₁₀ 模型優異，有較小的 MAE、RMSE 和較大的 CE。這表示 10 年的資料時間長度雖然較長，雖然可以涵蓋各重不同高低流量的資訊，但是由於 ARIMAX 模型配置時使用試誤法進行，資訊愈多反而增加配置最適模型的困難，造成本研究配置出的最佳 ARIMAX₁₀ 模型，殘差仍未通過白噪音檢定，可能就是造成 ARIMAX₁₀ 模型的模擬能力不如 ARIMAX₅ 模型的原因。

表 4.10 ARIMAX₅ 模型的三種評鑑指標（模擬）

MAE	RMSE	CE
0.010	0.020	0.901

表 4.11 2007-2011 年 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	2007		2008		2009		2010		2011	
	ARIAMX ₅	ARIMAX ₁₀	ARIAMX ₅	ARIMAX ₁₀	ARIAMX ₅	ARIMAX ₁₀	ARIAMX ₅	ARIMAX ₁₀	ARIAMX ₅	ARIMAX ₁₀
MAE	0.012	0.014	0.011	0.012	0.010	0.011	0.009	0.010	0.009	0.010
RMSE	0.028	0.030	0.021	0.023	0.018	0.017	0.015	0.017	0.014	0.015
CE	0.901	0.881	0.935	0.921	0.905	0.912	0.816	0.777	0.683	0.635

另外觀察圖 4.9～圖 4.13，可發現 2007 年到 2011 年最大流量有遞減的趨勢，配合表 4.11 可以得到：高流量年度（2007、2008 年）不論 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型的 MAE、RMSE 皆較大，顯示 ARIMAX 模型在高流量模擬能力的不足；而 CE 則較大，代表 ARIMAX 模型的模擬估計值比以平均值來代

替優異的多。相反地，低流量的年度（2009、2010、2011 年）MAE、RMSE 皆較小，顯示 ARIMAX 模型在低流量時模擬結果較佳；然而此時的 CE 則較小，也就是相較於高流量年度，ARIMAX 模型於模擬時的可解釋誤差比率較低。因此，如發生高流量資料缺失的情況時，可考慮以 ARIMAX 模型的模擬估計值代替。

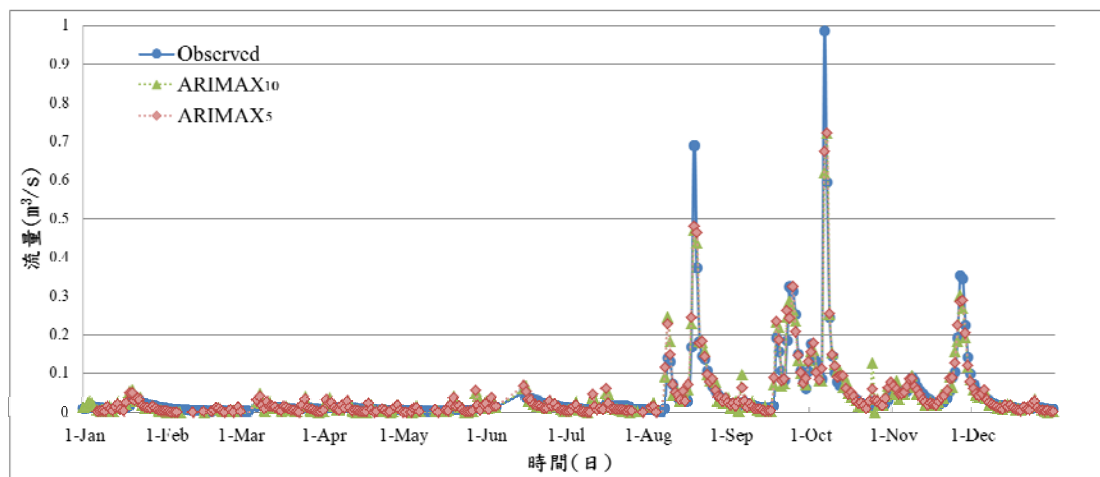


圖 4.9 2007 年流量觀測值及 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型模擬值之時間序列

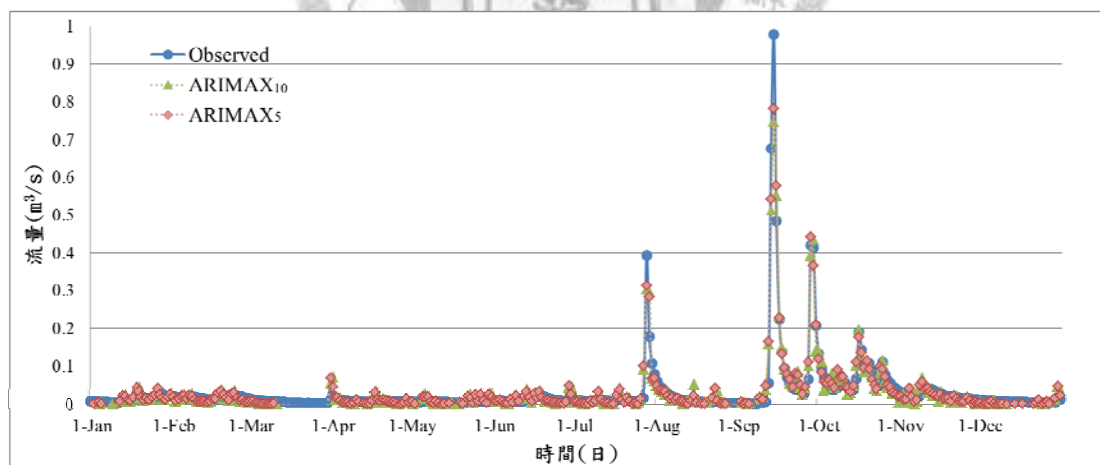


圖 4.10 2008 年流量觀測值及 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型模擬值之時間序列

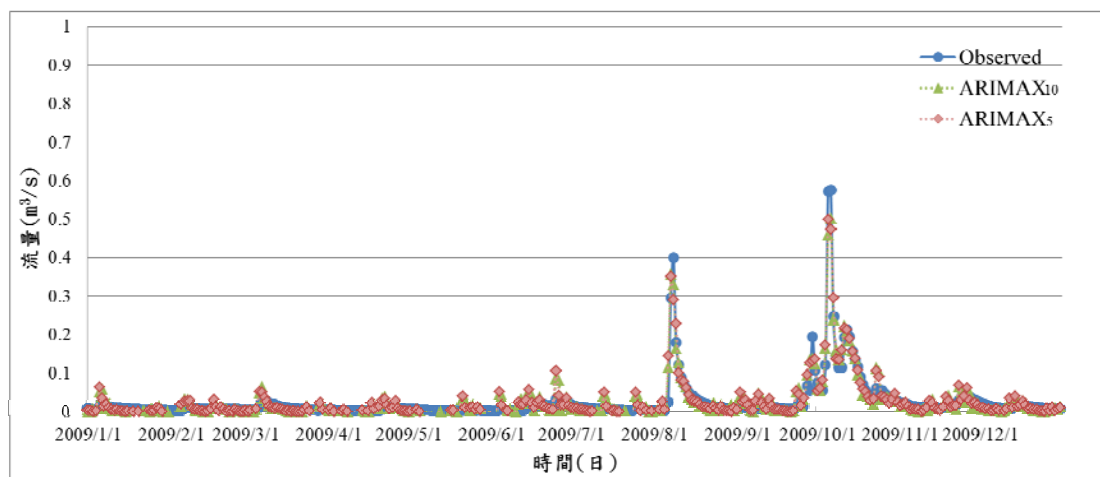


圖 4.11 2009 年流量觀測值及 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型模擬值之時間序列

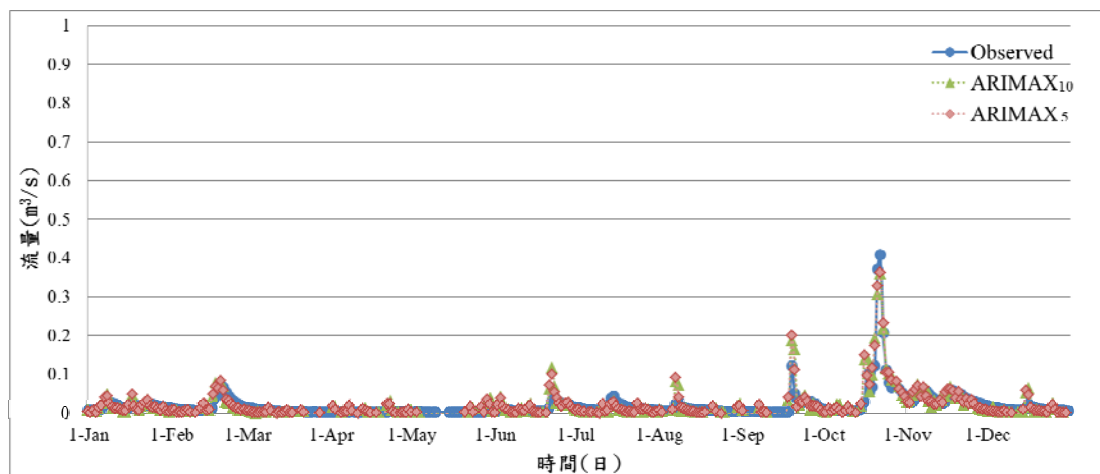


圖 4.12 2010 年流量觀測值及 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型模擬值之時間序列

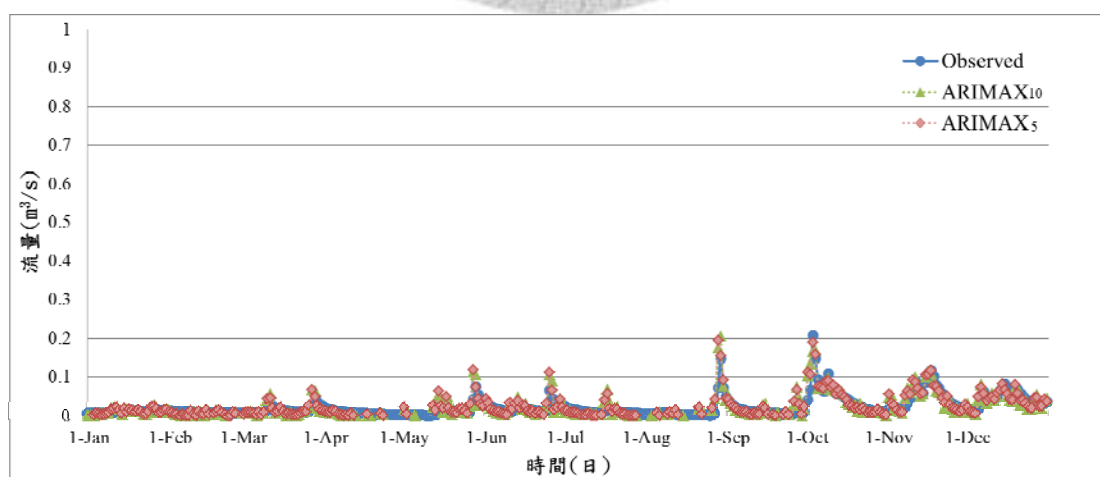


圖 4.13 2011 年流量觀測值及 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型模擬值之時間序列

4.1.3 ARIMAX₁ 模型

ARIMAX₁ 模型選用的資料長度為 2011 年，模型建立步驟同 ARIMAX₁₀ 模型，最後得到一最佳模型：

$$Q_t = (0.373 + 0.485B + 0.105B^2 - 0.082B^5 + 0.125B^{36}) / (1 - 0.487B^2 - 0.181B^5) \\ \text{Rain}_t - 0.009 / (1 - 0.578B - 0.207B^6 + 0.204B^7 + 0.117B^{34} - 0.307B^{35} \\ + 0.238B^{36}) N_t \quad (4.4)$$

最佳 ARIMAX₁ 模型有最低 AIC、SBC，其值分別為 -2317、-2264（表 4.12），模型的白噪音檢定顯著機率圖的圖形皆落於 0.05 水平線之下（圖 4.14），且 Q 統計量的模型整體卡方檢定 $p > 0.05$ ，不拒絕殘差無自我相關的 H_0 假設（表 4.13）。模型的參數檢定結果皆拒絕參數為零的 H_0 假設檢定（ $p < 0.05$ ）（表 4.12）。交錯相關係數不顯著，代表雨量與流量之間的關係，可以模型充分表現（表 4.14）。

表 4.12 ARIMAX₁ 模型的參數推估值、模型 AIC 和 SBC

Conditional Least Squares Estimation							
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift
MU	-0.0093459	0.0017260	-5.41	<.0001	0	Q	0
AR1,1	0.57750	0.04671	12.36	<.0001	1	Q	0
AR1,2	0.20669	0.05437	3.80	0.0002	6	Q	0
AR1,3	-0.20402	0.05460	-3.74	0.0002	7	Q	0
AR1,4	-0.11662	0.05495	-2.12	0.0346	34	Q	0
AR1,5	0.30696	0.06166	4.98	<.0001	35	Q	0
AR1,6	-0.23849	0.05471	-4.36	<.0001	36	Q	0
NUM1	0.37319	0.02079	17.95	<.0001	0	RAIN	0
NUM1,1	-0.48490	0.01967	-24.66	<.0001	1	RAIN	0
NUM1,2	-0.10520	0.02352	-4.47	<.0001	2	RAIN	0
NUM1,3	0.08164	0.01934	4.22	<.0001	5	RAIN	0
NUM1,4	-0.12500	0.01791	-6.98	<.0001	36	RAIN	0
DEN1,1	0.48692	0.03435	14.18	<.0001	2	RAIN	0
DEN1,2	0.18133	0.02990	6.06	<.0001	5	RAIN	0
Constant Estimate				-0.00437			
Variance Estimate				0.000049			
Std Error Estimate				0.007004			
AIC				-2317.19			
SBC				-2264.05			
Number of Residuals				329			
* AIC and SBC do not include log determinant.							

表 4.13 ARIMAX₁ 模型的殘差自我相關分析

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	.	0	.	0.024	-0.010	0.029	-0.006	-0.083	0.018
12	3.64	6	0.7258	-0.009	0.009	-0.005	-0.012	0.000	-0.042
18	6.03	12	0.9146	0.047	-0.026	0.048	0.007	0.019	-0.036
24	8.02	18	0.9784	-0.059	0.011	0.018	-0.005	0.030	0.028
30	20.02	24	0.6954	0.019	-0.016	0.052	0.102	-0.101	-0.096
36	25.65	30	0.6931	0.082	0.060	0.028	-0.046	0.019	-0.041
42	32.97	36	0.6133	0.026	-0.029	0.120	0.060	0.008	0.001
48	36.45	42	0.7127	-0.036	-0.025	0.076	-0.025	-0.022	0.016

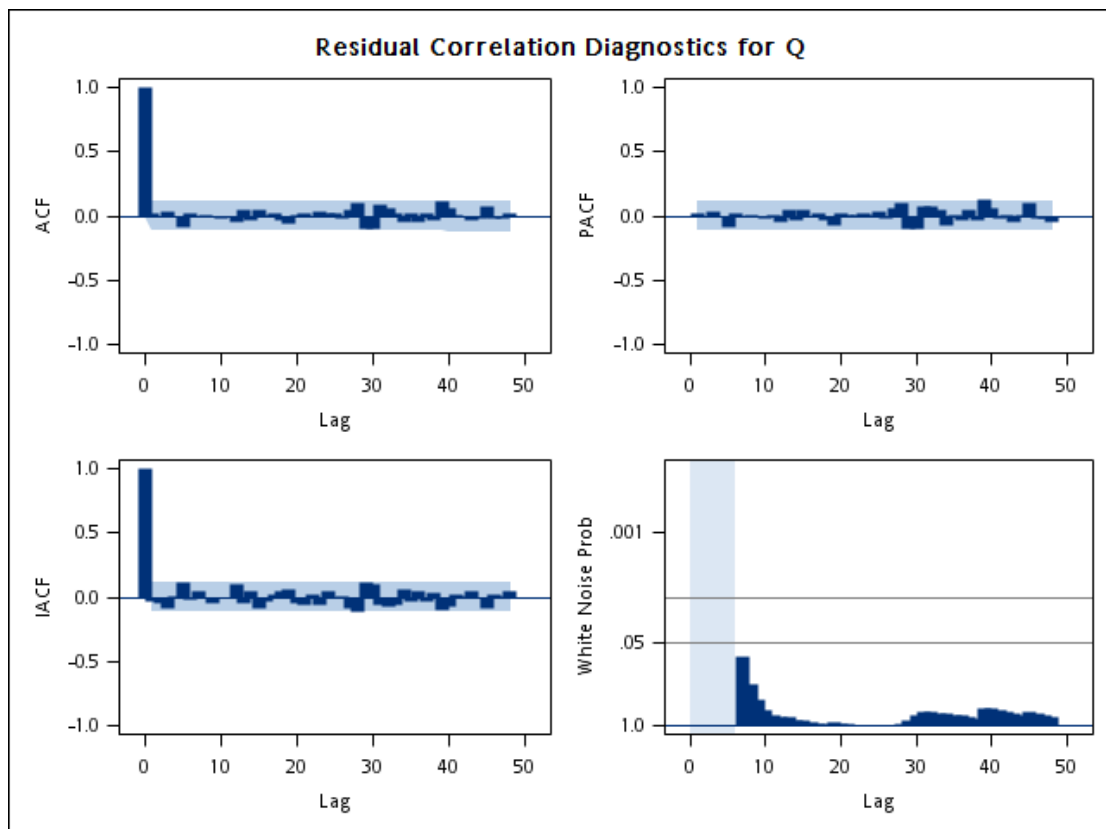


圖 4.14 ARIMAX₁ 模型的殘差分析圖，ACF（左上）、PACF（右上）、IACF（左下）、白噪音檢定之顯著機率圖（右下）

表 4.14 ARIMAX₁ 模型雨量和流量的殘差之交錯相關分析

Crosscorrelation Check of Residuals with Input RAIN									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Crosscorrelations-----					
5	.	0	.	-0.032	0.048	0.044	-0.045	0.002	-0.016
11	4.70	6	0.5824	-0.045	-0.008	0.047	0.050	-0.007	0.003
17	5.72	12	0.9297	0.029	-0.040	-0.015	0.008	-0.018	-0.010
23	6.17	18	0.9954	-0.018	0.020	0.010	-0.014	0.013	-0.015
29	8.18	24	0.9989	0.044	-0.030	-0.016	-0.010	0.054	-0.000
35	16.55	30	0.9775	-0.084	-0.124	-0.016	0.008	0.025	-0.046
41	28.72	36	0.8007	0.103	0.053	-0.112	0.088	0.025	-0.053
47	36.64	42	0.7047	0.079	0.063	0.097	-0.025	0.036	0.050

計算 ARIMAX₁ 模型 2011 年流量模擬結果的各項評鑑指標，並和 ARIMAX₁₀、ARIAMX₅ 模型模擬結果的各項評鑑指標相比，ARIMAX₁ 模型有最小的 MAE、RMSE，CE 亦為最大，從 90.1% 提升到 93.1%。顯示 ARIMAX₁ 模型有優異的模擬能力(表 4.15)。但是此優異的模擬能力也可能是因為 2011 年全年流量穩定，最大流量不超過 0.3 m³/sec 所造成。

表 4.15 三種 ARIMAX 模型的評鑑指標比較（模擬）

	ARIMAX ₁₀	ARIMAX ₅	ARIMAX ₁
MAE	0.012	0.010	0.004
RMSE	0.023	0.020	0.007
CE	0.862	0.901	0.931

以 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅、ARIMAX₁ 模型驗證 2012 年 1-6 月的日流量。結果如表 4.16，不論是 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型，MAE 都較模擬時評鑑指標優異；相反地，ARIMAX₁ 模型的 MAE 略上升 0.001 m³/sec，RMSE 則大幅上升至 0.018 m³/sec 與 ARIMAX₅ 模型的 RMSE 0.019m³/sec 已相當接近，這顯示 ARIMAX₁ 模型的驗證能力不如 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型穩定。模型若配合圖 4.15 發現 2012 年 1-6 月出現之最大流量近 0.25 m³/sec，很類似 2011 年的流量情形，可能是造成 ARIMAX₁ 模型驗證評鑑指標較佳的原因。故無法由本研究得出使用 1 年資料時間長度可建立最佳 ARIMAX 模型的結論，需要增加驗證資料的時間長度以及利用不同年份建立模型，經模擬、驗證，方能

得到較具說服力的結果。

表 4.16 2012 年 1-6 月三種 ARIMAX 模型的評鑑指標比較（驗證）

	ARIMAX ₁₀	ARIMAX ₅	ARIMAX ₁
MAE	0.010	0.007	0.005
RMSE	0.023	0.019	0.018
CE	0.121	0.369	0.447

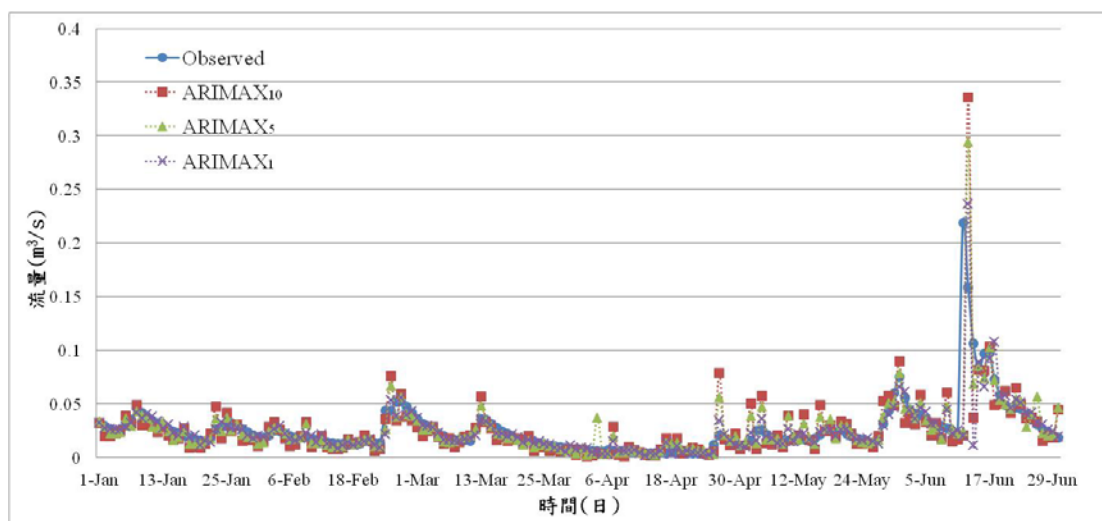


圖 4.15 三種 ARIMAX 模型驗證 2012 年 1-6 月之流量時間序列

從圖 4.16 亦可發現，3 個 ARIMAX 模型的流量時間序列都呈現上下波動的特性。在低流量時，ARIMAX₁₀、ARIMAX₅ 模型推估值會沿著觀測的流量時間序列有零星的向上小躍動，ARIMAX₁ 模型則較穩定無明顯波動。但是在高流量時（6 月 12 日），3 個 ARIMAX 模型都會出現延遲 1 日的現象。ARIMAX₁₀ 模型有最大的上升段流量高估，下降段亦有低估；ARIMAX₁ 模型雖然上升段的流量推估值最為精確，但是下降段確出現大幅低估；ARIMAX₅ 模型則是上升段有流量高估，下降段卻最為精準，整體看來高流量時的驗證結果最佳。

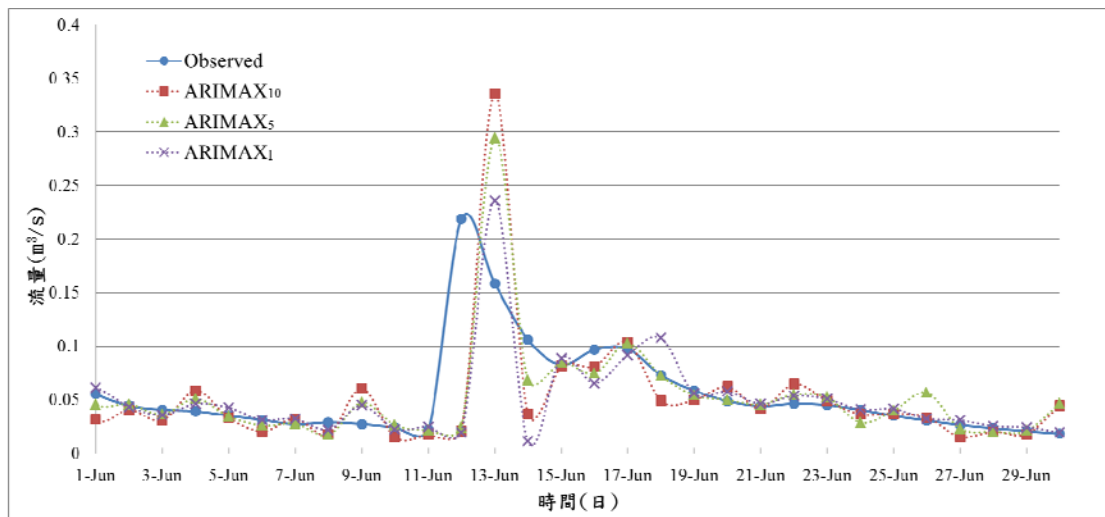


圖 4.16 三種 ARIMAX 模型驗證 2012 年 6 月之流量時間序列

綜合以上三種 ARIMAX 模型的模擬和驗證結果來看，若要以 ARIMAX 模型建立降雨—逕流模型，選用 5 年的資料時間長度即已足夠；增加資料時間長度到 10 年，反而會因為資料過於複雜，而不易以試誤法鑑定出正確的 r 、 s 、 p 、 q 階數，造成模擬和驗證結果不佳。至於選用 1 年的資料時間長度是否足夠，仍待更長時間的驗證，且可能受到資料選用當年的流量、雨量時間序列型態所影響。

4.2 ANFIS 模型的建立和預測

以 matlab 軟體的 ANFIS 工具箱來建立模型。模型建立須要考慮下列三個條件：輸入變數選用的隸屬函數類型、模型輸入變數的個數及輸入變數的子集合數。首先，以輸入變數分別為前期雨量 R_t 、 R_{t-1} 、 R_{t-2} 及前期流量 Q_t 、 Q_{t-1} 、 Q_{t-2} ，輸入變數的子集合數為 2，進行隸屬函數類型的敏感性分析 (sensitivity analysis)。由表 4.17 可知，無法找出分別適用雨量和流量的最佳隸屬函數類型，不同前期的雨量和流量的最佳隸屬函數類型各有不同，不過基本上差異不大，故選用在所有輸入變數中較佳的鐘型和高斯二型隸屬函數為 ANFIS 模型的隸屬函數。

表 4.17 單一輸入變數選用不同隸屬函數的敏感性分析

輸入變數	三角形	梯形	鐘形	高斯	高斯二型
R_t	0.0440	0.0442	0.0440	0.0441	0.0439
R_{t-1}	0.0549	0.0549	0.0550	0.0550	0.0550
R_{t-2}	0.0549	0.0549	0.0550	0.0550	0.0550
Q_t	0.0388	0.0391	0.0386	0.0389	0.0386
Q_{t-1}	0.0553	0.0552	0.0551	0.0552	0.0552
Q_{t-2}	0.0591	0.0592	0.0591	0.0591	0.0591

容忍誤差 = 0 迴圈 = 100

在輸入變數個數的選擇上，依據相關係數分析的結果（圖 4.17），前 3 期雨量（ R_t, R_{t-1}, R_{t-2} ）和流量（ Q_t, Q_{t-1}, Q_{t-2} ）對應未來 1 期流量（ Q_{t+1} ）的相關係數最高，故依相關係數由高到低逐一加入模型中，分別組成三種不同輸入變數個數的模型，而輸入變數的子集合數皆為 2 個，以提高運算速率。ANFIS1 模型，選擇當期雨量（ R_t ）和流量（ Q_t ）作為輸入變數，隸屬函數為鐘型函數；ANFIS2 模型，輸入變數同 ANFIS1 模型，隸屬函數改用高斯二型函數；ANFIS3 模型，ANFIS1 模型原有的兩個輸入變數加入前 1 期雨量（ R_{t-1} ）和前 1 期流量（ Q_{t-1} ），隸屬函數為鐘型函數；ANFIS4 模型，輸入變數同 ANFIS3 模型，隸屬函數改用高斯二型函數；ANFIS5 模型，ANFIS3 模型原有的 4 個輸入變數再加入前 2 期雨量（ R_{t-2} ）和前 2 期流量（ Q_{t-2} ），隸屬函數為鐘型函數（表 4.18）。

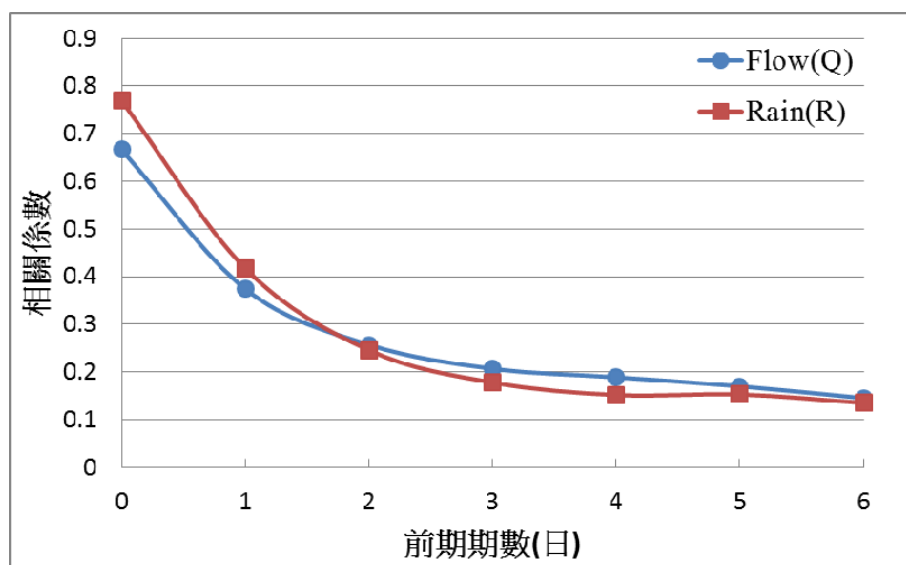


圖 4.17 不同前期期數雨量、流量分別對應 $t+1$ 期流量 (Q_{t+1}) 的相關係數分析

表 4.18 五種不同模型之輸入變數組合及隸屬函數

模型	輸入變數	隸屬函數	輸入變數子集合數
ANFIS1	R_t, Q_t	鐘型	2
ANFIS2	R_t, Q_t	高斯二型	2
ANFIS3	$R_t, Q_t, R_{t-1}, Q_{t-1}$	鐘型	2
ANFIS4	$R_t, Q_t, R_{t-1}, Q_{t-1}$	高斯二型	2
ANFIS5	$R_t, Q_t, R_{t-1}, Q_{t-1}, R_{t-2}, Q_{t-2}$	鐘型	2

4.2.1 以 10 年資料建立模型

首先以 2002 - 2011 年的資料建立 ANFIS1₁₀ - ANFIS5₁₀ 模型。模型的模擬（訓練）結果（表 4.19）指出，ANFIS5₁₀ 模型有最低的 MAE 和 RMSE 以及最高的 CE，因此在五個 ANFIS₁₀ 模型中最佳。另外由 ANFIS1₁₀、ANFIS3₁₀ 模型分別和 ANFIS2₁₀、ANFIS4₁₀ 模型相比，發現模型的隸屬函數對模擬能力的影響並不大。

表 4.19 各種 ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.007	0.007	0.006	0.006	0.005
RMSE	0.031	0.031	0.029	0.029	0.025
CE	0.744	0.743	0.776	0.782	0.834

模型訓練完成後，便以 2012 年 1 - 6 月的流量為驗證對象。驗證的結果(表 4.20)和模擬的結果(表 4.19)相比，可以明顯看到最佳模型為 ANFIS3₁₀ 模型，有最小的 MAE 為 0.004 m³/sec，最小的 RMSE 為 0.016 m³/sec 和最大的 CE 為 57.1%。故綜合模擬和驗證的結果，ANFIS3₁₀ 模型有不錯的模擬能力且驗證能力最佳。

表 4.20 2012 年 1-6 月各種 ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（驗證）

	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.005	0.006	0.004	0.005	0.007
RMSE	0.021	0.022	0.016	0.016	0.024
CE	0.303	0.212	0.571	0.554	0.075

4.2.2 以 5 年資料建立模型

其次，2007 - 2011 年的資料建立 ANFIS1₅ - ANFIS5₅ 模型，並計算整體模擬的評鑑指標(表 4.21)，和 ANFIS1₁₀ - ANFIS5₁₀ 模型的整體評鑑指標(表 4.19)相比。ANFIS₅ 模型的 MAE 皆較 ANFIS₁₀ 模型大；ANFIS1₅、ANFIS2₅、ANFIS4₅ 模型的 RMSE 較 ANFIS1₁₀、ANFIS2₁₀、ANFIS4₁₀ 模型大，ANFIS3₅ 和 ANFIS5₃ 則相反；ANFIS1₅、ANFIS2₅ 模型的 CE 較 ANFIS1₁₀、ANFIS2₁₀ 模型小，ANFIS3₅、ANFIS4₅、ANFIS5₃ 模型則相反。由以上結果很難斷定 ANFIS 模型該選用 10 年資料還是 5 年資料來建立模型較佳，但是 ANFIS5₅ 模型為以上 10 個 ANFIS 模型中模擬效果最佳者，MAE 為 0.006 m³/sec，與最小的 0.005 m³/sec 很接近；RMSE 最小，為 0.023 m³/sec；CE 最大，為 86.6%。

表 4.21 各種 ANFIS₅ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.007	0.007	0.006	0.006	0.006
RMSE	0.032	0.032	0.025	0.029	0.023
CE	0.731	0.731	0.836	0.784	0.866

若改分年逐一比較，2007 年模擬結果（表 4.22），大部分 ANFIS₅ 模型的評鑑指標都較 ANFIS₁₀ 模型佳；只有 ANFIS4₅ 模型例外，其評鑑指標 MAE、RMSE 較 ANFIS4₁₀ 模型高。2008 年模擬結果（表 4.23），ANFIS₅ 模型的評鑑指標都較 ANFIS₁₀ 模型佳（MAE、RMSE 低，CE 高）。2009 年模擬結果（表 4.24），ANFIS₅ 模型的 MAE 都較 ANFIS₁₀ 模型差；RMSE 和 CE 則除了 ANFIS5₅ 模型外，其餘 ANFIS₅ 模型的評鑑指標都較 ANFIS₁₀ 模型佳。2010 年模擬結果（表 4.25），MAE 為 ANFIS₁₀ 模型較低，RMSE 和 CE 則為 ANFIS₅ 模型較佳。2011 年模擬結果（表 4.26），大部分 ANFIS₁₀ 模型的評鑑指標都優於 ANFIS₅ 模型；只有 ANFIS3₁₀ 模型的 RMSE 和 CE 較 ANFIS3₁₀ 模型差。

綜合上述結果，中高流量的模擬選用 5 年資料長度建構的 ANFIS₅ 模型有較佳的模擬能力；低流量時選用 10 年資料長度建構的 ANFIS₁₀ 模型有較佳的模擬能力。5 種 ANFIS 模型中，ANFIS5 模型模擬能力最佳，ANFIS3 模型模擬能力次佳。此 2 種 ANFIS 模型皆選用鐘型函數為隸屬函數，故鐘型函數較高斯二型函數能代表森林集水區的流量和雨量特性。

表 4.22 2007 年各種 ANFIS₅、ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.010	0.010	0.009	0.010	0.007
RMSE	0.055	0.055	0.045	0.051	0.040
CE	0.615	0.611	0.743	0.666	0.802
	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.011	0.011	0.009	0.009	0.007
RMSE	0.056	0.057	0.053	0.051	0.042
CE	0.601	0.592	0.646	0.668	0.780

表 4.23 2008 年各種 ANFIS₅、ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.007	0.007	0.006	0.006	0.005
RMSE	0.032	0.032	0.024	0.027	0.024
CE	0.835	0.838	0.909	0.881	0.912
	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.007	0.007	0.006	0.006	0.005
RMSE	0.035	0.035	0.033	0.032	0.030
CE	0.805	0.805	0.825	0.835	0.856

表 4.24 2009 年各種 ANFIS₅、ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005
RMSE	0.023	0.022	0.017	0.019	0.013
CE	0.842	0.854	0.914	0.896	0.948
	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.006	0.006	0.005	0.005	0.004
RMSE	0.023	0.024	0.020	0.019	0.013
CE	0.838	0.824	0.876	0.890	0.949

表 4.25 2010 年各 ANFIS₅、ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005
RMSE	0.021	0.021	0.015	0.017	0.013
CE	0.650	0.639	0.826	0.768	0.873
	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.005	0.006	0.004	0.005	0.005
RMSE	0.022	0.022	0.017	0.018	0.016
CE	0.628	0.615	0.771	0.749	0.786

表 4.26 2011 年各種 ANFIS₅、ANFIS₁₀ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006
RMSE	0.018	0.018	0.014	0.017	0.015
CE	0.477	0.473	0.709	0.542	0.634
	ANFIS1 ₁₀	ANFIS2 ₁₀	ANFIS3 ₁₀	ANFIS4 ₁₀	ANFIS5 ₁₀
MAE	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
RMSE	0.015	0.015	0.014	0.015	0.013
CE	0.622	0.650	0.680	0.633	0.713

將 ANFIS₅ 模型驗證 2012 年 1-6 月日流量的評鑑指標（表 4.27）與 ANFIS₁₀ 模型的驗證評鑑指標（表 4.20）相比，發現 ANFIS1₅、ANFIS2₅ 模型的驗證能力較 ANFIS1₁₀、ANFIS2₁₀ 模型優異；ANFIS3₅、ANFIS4₅、ANFIS5₅ 模型的驗證能力則不如 ANFIS3₁₀、ANFIS4₁₀、ANFIS5₁₀ 模型。ANFIS3₅、ANFIS4₅、ANFIS5₅ 模型在驗證和模擬結果間的顯著落差，可能是模型過度配適（overfit）造成，本研究中未考慮訓練迴圈的最適數目，一律以 100 次的迴圈數去配適模型參數，雖可以得到最小 RMSE，但是可能造成在驗證訓練樣本外的流量時，發生嚴重偏誤，降低其準確度而與其傑出的模擬結果不一致。可能解決的方法是找出使驗證樣本 RMSE 最小的訓練迴圈數，雖然會使模擬能力下降一些，但應該能大幅提升模型驗證時的準確度，使模擬和驗證的結果較趨一致。

表 4.27 2012 年 1-6 月各種 ANFIS₅ 模型的三種評鑑指標（驗證）

	ANFIS1 ₅	ANFIS2 ₅	ANFIS3 ₅	ANFIS4 ₅	ANFIS5 ₅
MAE	0.006	0.006	0.012	0.008	0.023
RMSE	0.020	0.020	0.082	0.029	0.193
CE	0.321	0.348	-10.038	-0.364	-60.891

4.2.3 以 1 年資料建立模型

改以 2011 年的資料建立 ANFIS1₁ - ANFIS5₁ 模型，並計算模擬結果的三種評鑑指標（表 4.28）。ANFIS₁ 模型模擬能力極佳，遠優於 ANFIS₁₀、ANFIS₅ 模

型在 2011 年的模擬結果（表 4.26），最佳的 ANFIS5₁ 模型其 MAE、RMSE 分別只有 0.001 m³/sec、0.003 m³/sec，CE 亦高達 98.6%。ANFIS5₁ 模型的驗證結果亦為最佳，其 MAE 為 0.006 m³/sec、RMSE 為 0.019 m³/sec、CE 為 42.4 %（表 4.29），但是仍不及擁有最佳驗證能力的 ANFIS3₁₀ 模型（表 4.27）。

表 4.28 各種 ANFIS₁ 模型的三種評鑑指標（模擬）

	ANFIS1 ₁	ANFIS2 ₁	ANFIS3 ₁	ANFIS4 ₁	ANFIS5 ₁
MAE	0.004	0.004	0.002	0.003	0.001
RMSE	0.009	0.009	0.005	0.006	0.003
CE	0.866	0.866	0.955	0.946	0.986

表 4.29 2012 年 1-6 月各種 ANFIS₁ 模型的三種評鑑指標（驗證）

	ANFIS1 ₁	ANFIS2 ₁	ANFIS3 ₁	ANFIS4 ₁	ANFIS5 ₁
MAE	0.010	0.008	0.006	0.007	0.006
RMSE	0.083	0.060	0.036	0.032	0.019
CE	-10.426	-4.959	-1.107	-0.655	0.424

挑選 ANFIS 模型中驗證能力前三好的 ANFIS3₁₀、ANFIS4₁₀、ANFIS5₁ 模型，並繪製其驗證流量時間序列圖（圖 4.18）。與 ARIMAX 模型的驗證流量時間序列（圖 4.15）相比，沿著觀測的流量時間序列向上小躍動的情形較少；且同樣地，推估值最穩定而無上下波動者都是以 1 年資料長度所建立的模型（ANFIS5₁ 模型）。

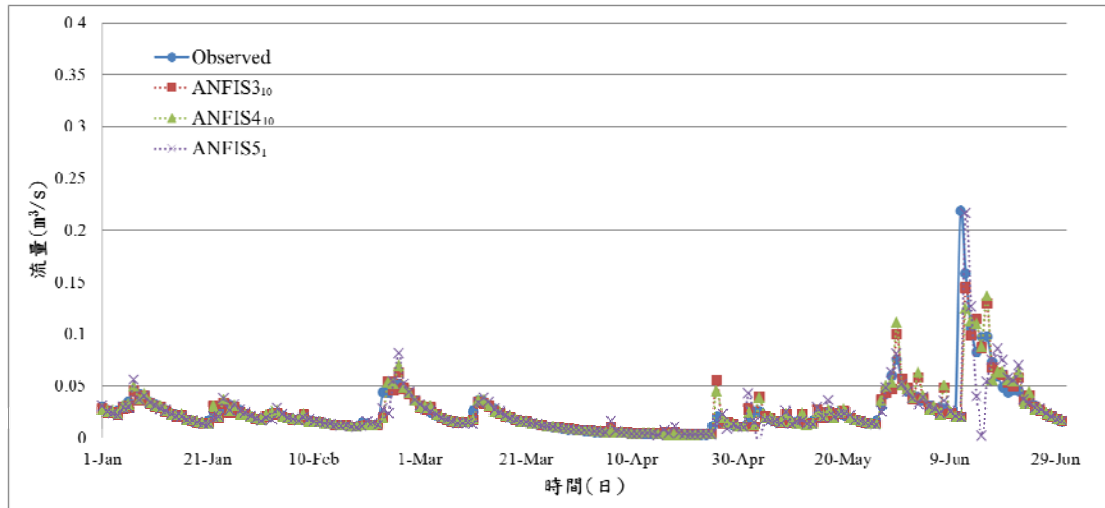


圖 4.18 三種最佳 ANFIS 模型驗證 2012 年 1-6 月之流量時間序列

在高流量時（6 月 12 日），ANFIS 模型和 ARIMAX 模型都會出現延遲 1 日的現象；推估值則在上升段會發生流量低估，和 ARIMAX 模型的流量高估正好相反。ANFIS5₁ 模型雖然上升段的流量推估值最為精確，但是下降段確出現大幅低估，類似 ARIMAX₁ 模型。ANFIS3₁₀、ANFIS4₁₀ 模型則是上升段有流量低估，下降段滿準確不會有流量低估發生，類似 ARIMAX₅ 模型。

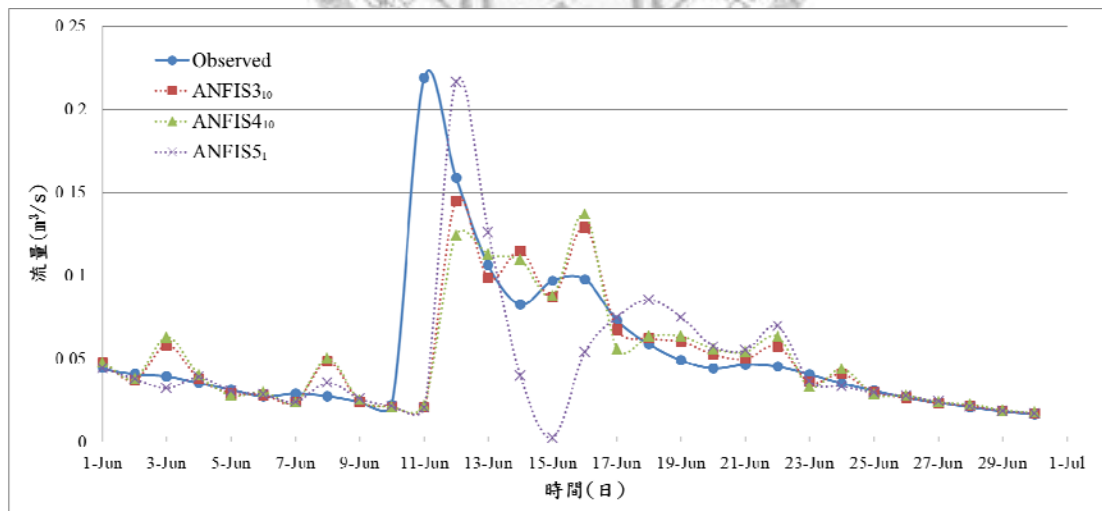


圖 4.19 三種最佳 ANFIS 模型驗證 2012 年 6 月之流量時間序列

綜合以上三種 ANFIS 模型的模擬和驗證結果來看，使用 ANFIS 模型建立降雨—逕流模型時，選用 1 年的資料時間長度建立的 ANFIS₁ 模型，有最佳的

模擬能力；但是驗證時，結果則不如模擬時出色。而且用來建立模型的 2011 年流量時間序列和 2012 年 1-6 月的量時間序列相似，未來驗證資料如包含 2011 年所未有的颱風時期的資料時，驗證結果可能更差。以資料時間長度為 10 年所建立的 ANFIS₁₀，由於 10 年的資料時間長度已含有各種歷史流量資訊，所建立的 ANFIS 模型雖然模擬能力不是最佳，但是驗證結果則最為優異且和模擬結果較為接近。

4.3 ARIMAX 模型與 ANFIS 模型的模擬和驗證能力比較

將 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型，作一綜合的比較。模擬結果方面，選用 ARIMAX₁₀、ARIAMX₅、ARIMAX₁ 模型分別和模擬能力最佳的 ANFIS₅₁₀、ANFIS₅₅、ANFIS₅₁ 模型相比。模擬 2002 - 2011 年日流量的 ARIMAX₁₀ 模型在低流量時對稱分佈 45 度線，隨流量增大出現偏離 45 度線的情況；左右偏皆有之，但以向右偏離的幅度較大，即流量突然增加時，模型推估值會低於觀測值（圖 4.20）。同樣是模擬 2002 - 2011 年日流量的 ANFIS₅₁₀ 模型則較不穩定，低流量時左右偏離 45 度線，中高流量時則只會出現右偏；但是不論流量高低都能達到完全和 45 度線重疊的優異推估，卻也可能出現流量嚴重低估的情形（圖 4.20）。模擬 2007 - 2011 年日流量的 ARIMAX₅ 模型的推估值更接近觀測值，即往 45 度線靠近，且高度偏離 45 度線者減少；ANFIS₅₅ 模型近似 ANFIS₅₁₀ 模型，只是高度偏離 45 度線的值減少（圖 4.21）。模擬 2011 年日流量的 ARIMAX₁、ANFIS₅₁ 模型則幾乎貼著 45 度線分佈，顯示極為優異的模擬能力（圖 4.22）；但是 2011 年的最大流量不到 0.3 m³/sec，可能是造成模擬結果如此優異的原因之一。綜合上述，單以模擬過去流量為目的時，選用來建立模型的資料時間長度如過長，會造成推估時產生較大的誤差。然而，本研究的結果，尚無法斷定 1 年的資料時間長度，為最適合用來建立 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型，尚須嘗試用有高流量的年度（如：2007、2008 年）來建立模型及模擬，並

比較最後結果才能確定。

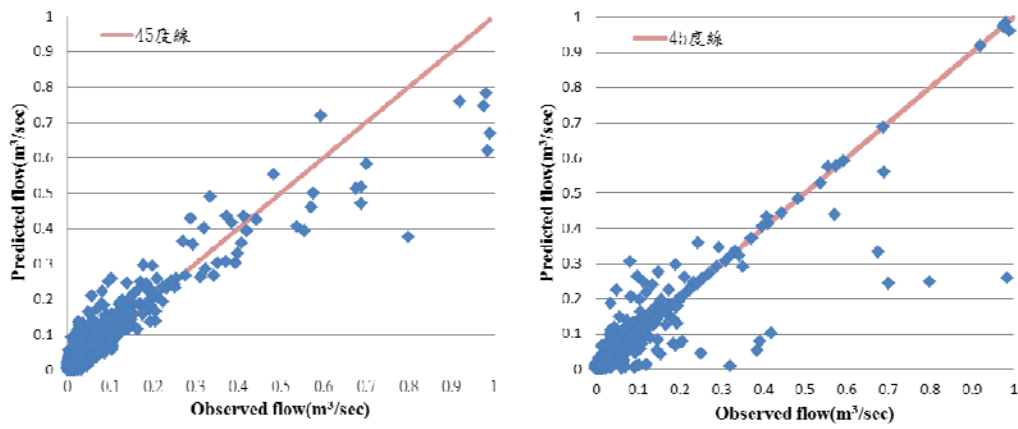


圖 4.20 ARIMAX₁₀ (左)、ANFIS5₁₀ (右) 模型模擬推估值與觀測值的關係

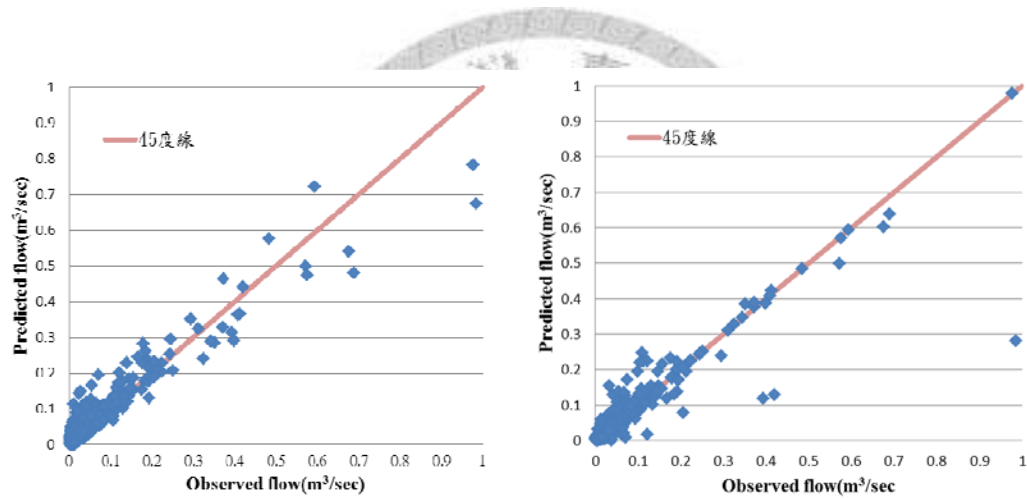


圖 4.21 ARIMAX₅ (左)、ANFIS5₅ (右) 模型模擬推估值與觀測值的關係

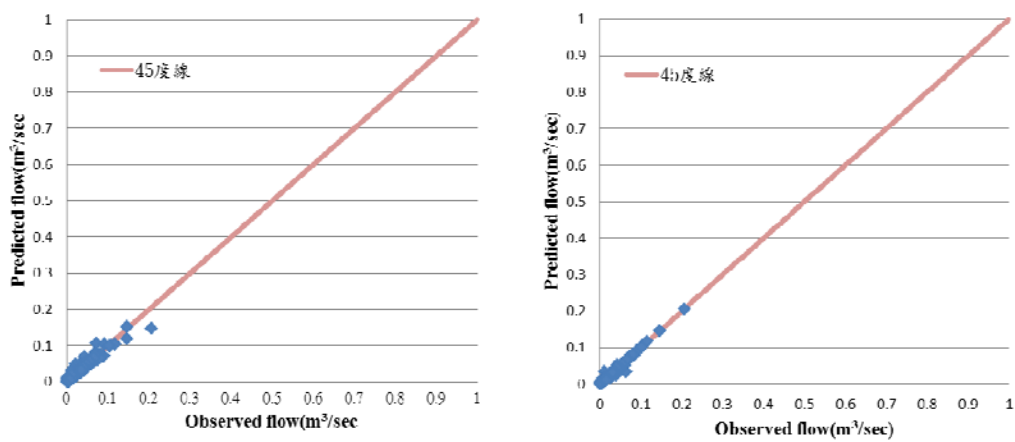


圖 4.22 ARIMAX₁ (左)、ANFIS5₁ (右) 模型模擬推估值與觀測值的關係

驗證結果方面（圖 4.23～圖 4.25），ARIMAX₁₀、ARIMAX₅、ARIMAX₁ 模型的圖形相似，皆有 3 個偏離值，但是以 ARIMAX₁ 模型的偏離幅度最小，且剩餘的點較貼近 45 度線；相反地，ARIMAX₁₀ 模型的偏離值偏離幅度則最大，且剩餘的點較偏離 45 度線。ANFIS3₁₀、ANFIS2₅、ANFIS5₁ 模型則分別為選用 10 年、5 年、1 年資料所建立的 ANFIS 模型中，驗證能力最好者。圖形彼此間較不如 ARIMAX₁₀、ARIMAX₅、ARIMAX₁ 模型的圖形間有相似的趨勢。ANFIS5₁ 模型的圖形最貼近 45 度線，且僅有一個偏離值，為所有 ARIMAX、ANFIS 模型中驗證能力最佳者。6 個圖型皆顯示，驗證偏離值主要發生在較高流量，但是此種偏差除了值的偏差外尚有時間延遲的因素。

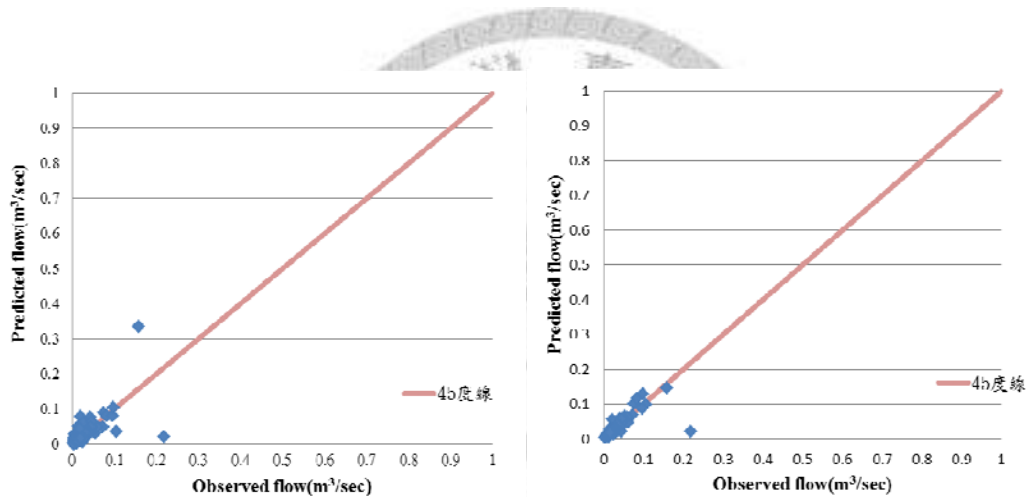


圖 4.23 ARIMAX₁₀（左）、ANFIS3₁₀（右）模型驗證推估值與觀測值的關係

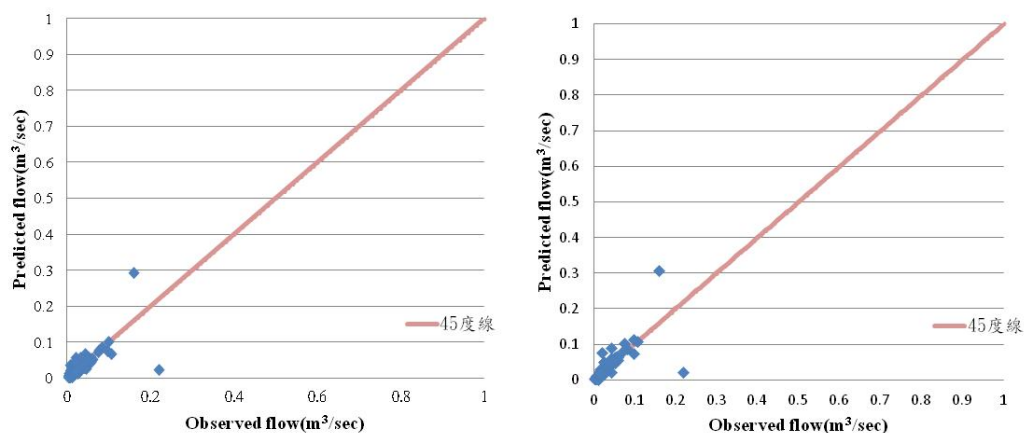


圖 4.24 ARIMAX₅（左）、ANFIS2₅（右）模型驗證推估值與觀測值的關係

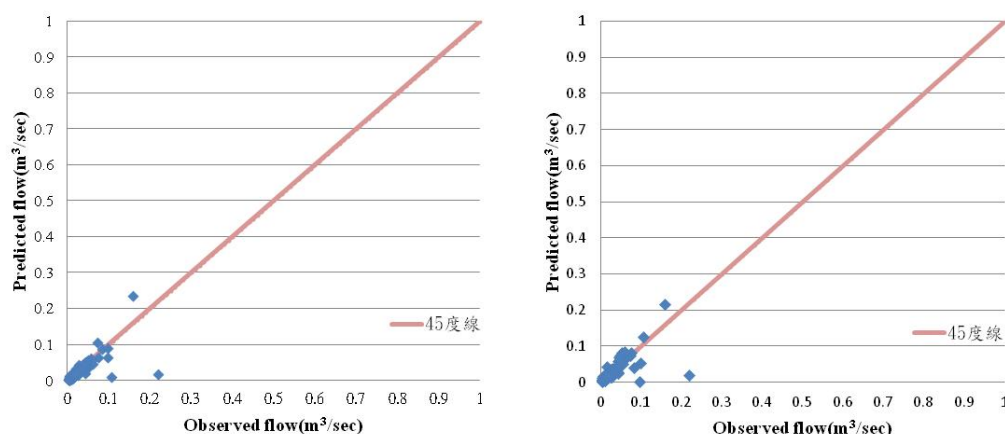


圖 4.25 ARIMAX₁ (左)、ANFIS5₁ (右) 模型驗證推估值與觀測值的關係

由以上結果得知，ARIMAX 模型在平時低流量時的模擬結果較為穩定，不會像 ANFIS 模型可能出現異常偏差值；但是對豪雨或颱風時期的高流量模擬只能得到一個概略趨勢，無法像 ANFIS 模型仍可得到部分的精確模擬結果。

ARIMAX 模型得到的 MAE 為 0.004 - 0.012 m³/sec，RMSE 為 0.007 - 0.023

m³/sec，CE 為 86.2 - 93.1%。ANFIS 模型得到的 MAE 為 0.0013 - 0.0067

m³/sec，RMSE 為 0.0030 - 0.0311 m³/sec，CE 為 74.3 - 98.6%。ANFIS 模型的

各項評鑑指標變動較 ARIMAX 模型大，即 ANFIS 模型若配置合宜可比

ARIMAX 模型優異，但若配置不當則無法發揮模型的能力。故以 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型進行森林集水區流量的模擬，若模型配置合宜，皆可以得到優

異的結果，兩者間各有優缺，故有學者提出混合模型的概念。混合模型同時包含 ARIMAX 和 ANFIS 的優點，得到更出色的驗證能力。國外已有不少的研究報告

指出 (Zhang, 2003; Taskaya-Temizel and Casey, 2005; Faruk, 2010; Khashei and

Bijari, 2011; Nourani et al., 2011)，混合模型和獨立單一模型相比，其驗證能力更為出色。

ARIMAX 模型和 ANFIS 模型的驗證能力皆不佳，且在驗證高流量時會發生延遲現象，失去其實際利用的價值。借助其他的方法得到可靠的落後雨量驗證，再加入 ARIMAX、ANFIS 模型中來驗證流量，或許可解決驗證延遲的問題。

最後就軟體操作實用上而言，ARIMAX 模型以 SAS 分析軟體建立時，在

鑑定模型的 r 、 s 、 b 、 p 、 d 、 q 期數，尚未有一套準確迅速的方法，只能依賴試誤法重複試驗找出最佳者。ANFIS 模型則可利用 matlab 軟體內的 ANFIS 工具箱進行模型建構和驗證，較 ARIMAX 模型簡易而方便。然而，ANFIS 模型結構和參數代表的意義比 ARIMAX 模型更為複雜且不易解釋，若將來用在不同地區模型間的比較分析可能有困難。



第五章 結論

1. 以 SAS 分析軟體建立 ARIMAX 模型時， r 、 s 、 b 、 p 、 d 、 q 階數的鑑定須依賴試誤法不斷地嘗試，較耗時且有賴經驗的協助。相反地，ANFIS 模型利用 matlab 軟體內的 ANFIS 工具箱進行模型建構時，當輸入變數、隸屬函數、隸屬函數的子集合數決定後，即可由電腦自行運算出各參數，較簡易方便且沒有背景知識的情況下仍可完成。
2. 若要以 ARIMAX 模型建立降雨—逕流模型，選用 5 年的資料時間長度即已足夠；增加資料時間長度到 10 年，反而會因為資料過於複雜，而不易以試誤法鑑定出正確的 r 、 s 、 p 、 q 階數，造成模擬和驗證結果不佳。至於選用 1 年的資料時間長度是否足夠，仍待更長時間的驗證，且可能受到資料選用當年的流量、雨量時間序列型態所影響。
3. 使用 ANFIS 模型建立降雨—逕流模型時，選用 1 年的資料時間長度建立的 ANFIS₁ 模型，有最佳的模擬能力；但是驗證時，結果則不如模擬時出色。以資料時間長度為 10 年所建立的 ANFIS₁₀，由於 10 年的資料時間長度已含有各種歷史流量資訊，所建立的模型雖然模擬能力不是最佳，但是驗證結果則最為優異且和模擬結果較為接近。故選用 10 年的資料時間長度建立 ANFIS 模型，會有較大的穩定度。
4. 在選擇 ANFIS 模型的輸入變數時，可依相關係數分析的結果，將相關係數高的變數優先放入模型中；至於相關係數選用多高的較為合適，則需更進一步的研究。
5. ANFIS 模型隸屬函數種類的選擇，鐘型隸屬函數會比高斯二型函數更適合用在森林集水區的降雨—逕流 ANFIS 模型建置。本研究結果指出，選用四個輸入變數： R_t 、 R_{t-1} 、 Q_t 、 Q_{t-1} ，且隸屬函數為鐘型函數的 ANFIS₃₁₀ 模型能同時兼具好的模擬和驗證能力。
6. ARIMAX 模型模擬結果得到的 MAE 為 0.004 - 0.012 m³/sec，RMSE 為 0.007

- $0.023 \text{ m}^3/\text{sec}$ ，CE 為 86.2 - 93.1%。ANFIS 模型模擬結果得到的 MAE 為 $0.001 - 0.007 \text{ m}^3/\text{sec}$ ，RMSE 為 $0.003 - 0.031 \text{ m}^3/\text{sec}$ ，CE 為 74.3 - 98.6%。顯示 ANFIS 模型的各項評鑑指標變動較 ARIMAX 模型大，ARIMAX 模型在平時低流量時的模擬結果較為穩定，不會像 ANFIS 模型可能出現異常偏差值；但是對豪雨或颱風時期的高流量模擬只能得到一個概略趨勢，無法像 ANFIS 模型仍可得到部分的精確模擬結果。

7. 驗證時，不論 ARIMAX 模型、ANFIS 模型都會有延遲 1 日的情況發生。在高流量時 ARIMAX 模型會發生流量高估，ANFIS 模型則發生流量低估。

8. 結合 ARIMAX 模型和 ANFIS 模型的混合模型為未來的研究方向，或許可以同時兼顧到流量模擬驗證的精度、準度。



參考文獻

1. 王如意、易任 (1999) 應用水文學 (新編上冊)。國立編譯館出版。407 頁。
2. 石豐銘 (2007) 應用 HEC-1 水文模式探討福山一號集水區之降雨—逕流關係。國立台灣大學森林暨環境資源學系研究所碩士論文。
3. 江衍銘、張麗秋、張斐章 (2002) 回饋式類神經網路於二階段即時流量預測。台灣水利 50 (2): 15-21。
4. 江衍銘、張斐章 (2007) 以類神經網路建構定量降雨及多階段洪水預報模式。台灣水利 55 (2): 25-33。
5. 李光敦、洪夢秋、林怡廷、張進鑫 (2006) 集水區降雨逕流歷程之連續性模擬。農業工程學報 52 (2): 12-22。
6. 何宜樺 (2009) 建構集水區多時刻降雨—逕流機制與類神經網路洪水預報模式。國立台灣大學生物環境系統工程學研究所碩士論文。
7. 林茂文 (2006) 時間數列分析與預測：管理與財經之應用 (三版)。華泰文化。137 頁。
8. 段鏞、傅金城 (2004) 適應性網路模糊推論系統在洪水演算之研究。農業工程學報 50 (3): 71-81。
9. 徐義人 (1996) 應用水文學。大中國圖書公司。371 頁。
10. 夏禹九、黃正良、陳明杰 (1996) 福山試驗集水區量水堰之設計—分段複式量水堰。台灣林業科學 11 (2): 113-122。
11. 夏禹九、黃正良 (1999) 福山試驗林的水文特性。中華林學季刊 32(1): 39-51。
12. 陳旭憲、黃偉民、朱益辰 (1997) 烏溪流域洪流時序分析。台灣水利 45 (3): 72-82。
13. 陳莉、簡大為 (2001) 逕流量推估之研究。台灣水利 49 (4): 55-67。
14. 陳信雄、王志豪、郭芯穎 (2004) 台灣中部小型集水區降雨與逕流退水歷線之分析法研究。中華林學季刊 37 (4): 407-415。

15. 陳旭憲、鐘侑達、芳唯鈞、劉錦蕙（2005）結合類神經之模糊推理邏輯建置—以日流量預測模式為例。台灣水利 53-3：41-55 頁。
16. 張簡鳳蓮（2002）結合模糊理論於濁水溪流域逕流預報模式之研究。國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士論文。
17. 張斐章、張麗秋（2005）類神經網路。東華書局。4-5、64-67、357-373、414-422 頁。
18. 黃怡綺（2007）時序分析法應用於水庫入流量模擬之研究—以武界水庫為例。國立中興大學水土保持學系碩士論文。
19. 游保杉、曾財益、楊道昌、蔡長泰（1994）八掌溪即時河川流量預報模式之初步研究。台灣水利 42（3）：64-78。
20. 莊智婷（2010）柳杉人工林疏伐對微氣象因子時間序列效應分析。國立台灣大學森林暨環境資源學系研究所碩士論文。
21. 詹仕堅、孫志鴻、徐美玲、李建堂（2004）以集水區地文特徵為基礎的類神經網路洪水推估研究。中華水土保持學報 35(1)：1-17。
22. 楊亦農（2005）時間序列分析—經濟與財務上的應用。雙葉書廊。4 頁。
23. 葉小蓁（2006）時間序列分析與應用。臺大法律學院圖書文具部總經銷。4、23、73、77、80、181-199 頁。
24. 鄭舒婷（1998）以運動波理論探討福山集水區之逕流分析。國立台灣大學森林學研究所碩士論文。
25. 盧惠生（1994）應用二十四小時頻率雨量推估集水區暴雨逕流歷線。林業試驗所研究報告季刊 9（4）：363-374。
26. 盧惠生、林沛壯、黃良鑫、林介龍、王秋嫻（2010）台灣南部中寮溪森林集水區暴雨流量特性。中華水土保持學報 41（2）：50-75。
27. 簡振和（1984）運動波降雨—逕流模式之建立及其應用於新店溪集水區洪水估測之研究。國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
28. 顏子豪（2008）氣候變遷對於集水區入流量之衝擊評估—以翡翠水庫集水區

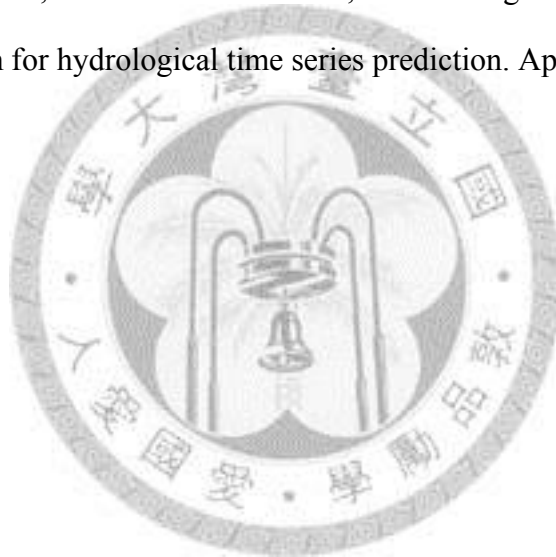
為例。國立台灣大學土木工程學系研究所碩士論文。

29. Akaike, H., 1974. A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions Automatic Control AC-19:716-723.
30. Box, G.E.P., G.M. Jenkins and G.C. Reinsel, 1994. Time series analysis: forecasting and control (3rd edition). Prentice Hall.
31. Box, G.E.P. and D.A. Pierce, 1970. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. Journal of the American Statistical Association 65:1509-1526.
32. Chiang, Y., L. Chang and F. Chang, 2004. Comparison of static-feedforward and dynamic-feedback neural networks for rainfall-runoff modeling. Journal of Hydrology 290:297-311.
33. Dorum, A., A. Yazar, M.F. Sevimli and M. Onucyildiz, 2010. Modelling the rainfall-runoff data of susurluk basin. Expert Systems with Applications 37:6587-6593.
34. Faruk, D.O., 2010. A hybrid neural network and ARIMA model for water quality time series prediction. Engineering Applications of Artificial Intelligence 23:586-594.
35. Firat, M and M. Gungor, 2008. Hydrological time-series modelling using an adaptive neuro-fuzzy inference system. Hydrological Processes 22:2122-2132.
36. Firat, M. and M.E. Turan, 2010. Monthly river flow forecasting by an adaptive neuro-fuzzy inference system. Water and Environment Journal 24:116-125.
37. Jakeman, A. and G. Hornberger, 1993. How much complexity is warranted in a rainfall-runoff model? Water Resources Research 29:2637-2649.
38. Jang, J.S.R., 1993. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system. Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions 23:665-685.
39. Khashei, M. and M. Bijari, 2011. A novel hybridization of artificial neural

- networks and ARIMA models for time series forecasting. *Applied Soft Computing* 11:2664–2675.
40. Kumar, A., K. Sudheer, S. Jain and P. Agarwal, 2005. Rainfall-runoff modelling using artificial neural networks: comparison of network types. *Hydrological Processes* 19:1277-1291.
41. Kurtulus, B. and N. Flipo, 2012. Hydraulic head interpolation using ANFIS-model selection and sensitivity analysis. *Computers & Geosciences* 38:43-51.
42. Ljung, G.M. and G.E.P. Box, 1978. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika* 65:297-303.
43. Lu, S.Y., H.C. Hsieh, C.H. Chen and L.S. Hwang, 2009. Physiological Factors Measured Using Digital Elevation Model Data for Experimental Watersheds of the Taiwan Forestry Research Institute. *Taiwan Journal of Forest Science* 24(3):197-203.
44. Nayak, P., K. Sudheer, D. Rangan and K. Ramasastri, 2004. A neuro-fuzzy computing technique for modeling hydrological time series. *Journal of Hydrology* 291:52-66.
45. Nourani, V., O. Kisi and M. Komasi, 2011. Two hybrid Artificial Intelligence approaches for modeling rainfall-runoff process. *Journal of Hydrology* 402:41-59.
46. Rumelhart, D.E. and G.E. Hinton, 1986. Learning representations by back-propagating errors. *Nature* 323:533-536.
47. Schwarz, G., 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics* 6:461-464.
48. Singh, P. and M.C. Deo, 2007. Suitability of different neural networks in daily flow forecasting. *Applied Soft Computing* 7:968-978.
49. Talebizadeh, M. and A. Moridnejad, 2011. Uncertainty analysis for the forecast of

lake level fluctuations using ensembles of ANN and ANFIS models. *Expert Systems with Applications* 38:4126-4135.

50. Talei, A., L.H.C. Chua and C. Quek, 2010. A novel application of a neuro-fuzzy computational technique in event-based rainfall-runoff modeling . *Expert Systems with Applications* 37:7456-7468.
51. Taskaya-Temizel, T. and M. Casey, 2005. A comparative study of autoregressive neural network hybrids. *Neural Networks* 18:781-789.
52. Zhang, G.P., 2003. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. *Neurocomputing* 50:159-175.
53. Zounemat-Kermani, M. and M. Teshnehlab, 2008. Using adaptive neuro-fuzzy inference system for hydrological time series prediction. *Applied Soft Computing* 8:928-936.



附錄

本文 ARIMAX 模型使用 SAS 分析軟體建立，程式碼如下：

/*1.將 excel 檔案匯入 sas 中*/

PROC IMPORT OUT= WORK.FS1

DATAFILE= "C:\Users\shuo\Desktop\fs\newDATAQ4.xlsx"

DBMS=EXCEL REPLACE;

RANGE="工作表 1\$";

GETNAMES=YES;

MIXED=NO;

SCANTEXT=YES;

USEDATE=YES;

SCANTIME=YES;

RUN;

/*2.其他設定*/

options ls=256 ps=360;

/*指定輸出報表的長寬，可略*/

ods graphics off;

/*開啟進階作圖，可略*/

/*3.ARIMAX 模型建立主程式*/

proc arima data=fs1 plots=all;

/*指定檔案、畫出所有圖形*/

identify var=rain nlag=24;

/*畫出雨量 ACF、PACF，期數=24*/

estimate p=(6 10 12 18 27) q=2 plot;

/*參數推估、畫 ARIMA 模型 ACF、PACF、殘差的自我相關圖*/

identify var=Q crosscor=(rain) nlag=24;

/*畫出流量 ACF、PACF、流量和雨量 CCF（已自動利用上面建立的雨量 ARMA 預白化），期數=24*/

estimate p=(1 2 4 17 26 48) q=(1 2 3) input=((1 2 3 5 18 20 23 25)/(2)rain) plot;

/*參數推估、畫 ARIMAX 模型 ACF、PACF、殘差的自我相關圖*/

forecast lead=1 out=resultsNEW;

run;

/*4.將資料印出*/

proc print data=resultsNEW;

run;