



國立臺灣大學工學院應用力學研究所

碩士論文

Institute of Applied Mechanics

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

GPS 動態定位演算法與無人載具實驗

GPS Kinematic Positioning Method and Experiment of an  
Unmanned Vehicle

簡敏琦

Min-Chi Chien

指導教授：王立昇 博士、張帆人 博士

Advisors: Li-Sheng Wang, Ph.D., Fan-Ren Chang, Ph.D.

中華民國 102 年 7 月

July 2013



## 致謝

感謝指導教授王立昇老師和張帆人老師在這兩年來的教導。王老師對於研究的耐心堅持，與張老師在學校生活上的悉心照顧，不僅讓我在學識方面上得以成長，也在豐富了我在生活方面的經驗。這些過程將會成為我之後的人生道路上最重要的參考，在此向二位指導教授獻上最誠摯的謝意。

感謝學位考試時的各位口試委員：王伯群老師、卓大靖老師和連豐力老師，對於我碩士論文內容提供的種種建議，讓我的論文能更加周延。

感謝楊淳元學長、簡懋予學長和莊修敏學長在我碩一對於課業方面各種資源的提供，並在畢業後仍能抽空給予我極多的支援。

感謝彭進業同學和鄔澤民同學於實驗進行時的討論與援助，讓我突破盲點得以展現研究成果。

感謝王舜璋學弟和吳光俞學弟在實驗室生活上的協助，且製造各種歡笑令我得以度過難關。

感謝電機所 Lab207 的同學們，除了研究的幫忙之外，更使我的碩士生涯變得多彩多姿。

最後，在此感謝我的父母簡明哲先生與朱靜慧女士，多年的栽培以及付出，成為我最大的靠山。如果我在人生上有任何的成就或功績，皆是你們投資於我身上的一切造成的。

僅以這微薄的研究成果，獻給所有關心我、在我低潮時給予我鼓勵、在我孤獨時給予我陪伴、在我碰到難關時給予我祝福的人。

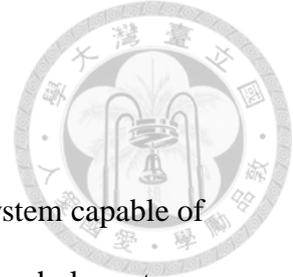
## 摘要

本研究之目的為發展具有精準定位與偵測規避障礙物功能的戶外自動導航車系統。該系統包括移動站、參考站以及主控站。移動站含有運動功能的馬達制動系統、定位功能的 GPS 接收系統和電子羅盤、偵測障礙功能的雙眼相機系統和超音波系統；參考站具有的第二組 GPS 接收機可和移動站搭配提供更多定位資訊；主控站則利用無線網路，接收移動站的訊息監測載具的行為。

為進行即時 GPS 差分定位，我們採用 LAMBDA(Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment)演算法，經由降低整數周波值相關性以提高整數搜尋效率，以求得移動站和參考站兩組 GPS 接收機差分量之整數周波值。並使用卡曼濾波器(Kalman Filter)修正基線向量的估測值，配合電子羅盤提供的載具姿態，得到移動站的動態資訊。

在障礙物偵測部分，我們採用雙眼相機，透過雙眼立體視覺將影像資料解算得前方障礙物位置，並搭配多方向的超音波感測器偵測處於視覺死角或過於接近的障礙物。經實驗驗證，利用上述感測器所提供的障礙物資料，結合 GPS 定位及避障路徑演算規劃，我們所設計的無人載具系統確能即時避障，並順利抵達終點位置。

## Abstract



The purpose of this thesis is to develop an unmanned-vehicle system capable of accurate positioning, obstacle detection, and collision avoidance. The whole system consists of three parts: base station, reference station, and moving vehicle. On the moving vehicle, a servo motor system is used to do motion control; ultrasonic sensors and a stereo camera are adopted for obstacle detection; an electronic compass and a GPS receiver are installed for vehicle positioning. On the reference station, another GPS receiver is used to provide more positioning data. The main station can monitor and control the unmanned vehicle.

For accurate positioning, a pair of GPS receivers can allow us calculate the vehicle position by Difference technique. By using the LAMBDA method (Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment), we can resolve the integer ambiguity problem in an efficient process. Using Kalman Filter can further improve the performance of positioning, and the kinematic data of the vehicle can be obtained.

For obstacle-avoiding, we integrate the stereo camera system to detect and locate the obstacles in front of the vehicle, and ultrasonic sensors to detect nearby obstacles. After detecting the obstacles, a map of obstacles is then built, and a feasible path to the destination can be designed by applying the RRT(Rapidly-Random-Tree) technique. Experimental results show that the design process is sound, and the unmanned vehicle can indeed follow the path to the destination without colliding with obstacles.

# 目錄



致謝 .....	I
摘要 .....	II
ABSTRACT .....	III
目錄 .....	IV
圖目錄 .....	VII
表目錄 .....	X
<b>第一章 緒論 .....</b>	<b>1</b>
1.1 前言 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	1
1.3 研究內容簡述 .....	2
1.4 論文架構 .....	2
<b>第二章 載具系統架構 .....</b>	<b>3</b>
2.1 整體系統架構 .....	3
2.2 硬體設備架構 .....	3
2.3 元件介紹 .....	4
<b>第三章 定位系統 .....</b>	<b>10</b>
3.1 GPS 定位系統介紹 .....	10
3.1.1 太空導航衛星部分 .....	10
3.1.2 地面控制部分 .....	10
3.1.3 使用者接收部分 .....	11



3.1.4 GPS 座標系統 .....	11
3.2 差分定位技術 .....	14
3.2.1 虛擬距離(Pseudo-range)觀測量模型 .....	14
3.2.2 載波相位(Carrier-phase)觀測量模型 .....	15
3.2.3 差分定位 .....	15
<b>第四章 即時動態定位演算設計 .....</b>	<b>18</b>
4.1 LAMBDA 方法 .....	18
4.1.1 求取周波未定值實數解 .....	18
4.1.2 低相關化轉換 .....	19
4.1.3 整數搜尋 .....	22
4.2 解算位置修正 .....	23
4.2.1 位置解算 .....	23
4.2.2 卡曼濾波器遞迴程序 .....	23
4.2.3 狀態方程式 .....	24
4.2.4 量測方程式 .....	25
4.2.5 強健型卡曼濾波器(Robust Kalman Filter)[8] .....	26
4.3 定位演算法流程 .....	28
<b>第五章 障礙偵測系統 .....</b>	<b>29</b>
5.1 雙眼視覺系統 .....	29
5.2 超音波系統 .....	30
5.2.1 超音波測距原理 .....	30

5.2.2 感測器配置 .....	31
<b>第六章 路徑規劃設計 .....</b>	<b>33</b>
6.1 快速探索隨機樹 .....	33
6.1.1 隨機樹的建構 .....	33
6.1.2 路徑縮短 .....	35
6.2 超音波避障規則庫 .....	35
6.2.1 規則庫介紹 .....	36
6.2.2 避障原理 .....	36
6.3 避障模式整合 .....	38
<b>第七章 實驗結果與分析 .....</b>	<b>39</b>
7.1 RTK 定位實驗結果 .....	39
7.1.1 離線測試實驗 .....	39
7.1.2 路測實驗 .....	42
7.2 載具整合實驗 .....	44
7.2.1 雙眼視覺測障與路徑規劃實驗結果 .....	44
7.2.2 避障感測器整合實驗結果 .....	45
7.3 椰林大道路測實驗 .....	46
<b>第八章 結論 .....</b>	<b>49</b>
<b>參考文獻 .....</b>	<b>50</b>
<b>附錄 .....</b>	<b>52</b>



## 圖目錄



圖 2-1	系統架構示意圖 .....	3
圖 2-2	無人載具硬體架構 .....	4
圖 2-3	DWM-156 3.5G 無線網卡 .....	4
圖 2-4	MCP3024 運動控制卡 .....	5
圖 2-5	TSDA-CB 伺服馬達 .....	5
圖 2-6	GES302N-3KVA 不斷電系統 .....	6
圖 2-7	TCM2-50A 電子羅盤 .....	6
圖 2-8	STH-DCSG 雙眼相機 .....	7
圖 2-9	SRF05 超音波感測器 .....	7
圖 2-10	MAXII STARTER KIT FPGA 開發板 .....	8
圖 2-11	DG14 GPS 接收機 .....	8
圖 2-12	移動無人載具整體照片 .....	9
圖 3-1	ECEF 座標系統[15].....	12
圖 3-2	地面一次差分示意圖 .....	16
圖 3-3	空中一次差分示意圖 .....	16
圖 3-4	二次差分示意圖 .....	17
圖 4-1	去相關化前後座標空間比較示意圖 .....	21
圖 4-2	定位演算程序流程圖 .....	28
圖 5-1	左眼影像[14] .....	29
圖 5-2	視差圖[14] .....	29

圖 5-3	網格示意圖[14] .....	30
圖 5-4	超音波感測示意圖 .....	30
圖 5-5	超音波感測器配置圖 .....	31
圖 5-6	FPGA 對超音波感測器提供之觸發訊號[10] .....	32
圖 6-1	隨機樹連接方式(一)[13].....	33
圖 6-2	隨機樹連接方式(二)[13].....	34
圖 6-3	RRT 流程 .....	34
圖 6-4	路徑縮短流程 .....	35
圖 6-5	超音波感測器方向整合示意圖 .....	36
圖 6-6	避障模式整合流程圖 .....	38
圖 7-1	虛擬距離二次差分與 RTK 演算(無 KF 修正)定位結果比較 .....	39
圖 7-2	LAMBDA 定位演算與 KF 修正定位結果比較 .....	40
圖 7-3	動態定位演算實驗結果 .....	41
圖 7-4	載波三次差分路測實驗結果 .....	42
圖 7-5	RTK 演算法路測實驗結果 .....	42
圖 7-6	載波三次差分路測實驗結果(各方向距離對時間) .....	42
圖 7-7	RTK 演算法路測實驗結果(各方向距離對時間).....	43
圖 7-8	雙眼視覺與路徑規劃實驗結果 .....	44
圖 7-9	雙眼視覺與超音波感測整合實驗結果 .....	45
圖 7-10	椰林大道實驗標記位置示意圖 .....	46
圖 7-11	椰林大道實驗中繼點分布圖 .....	47

圖 7-12 椰林大道路測實驗結果 .....



## 表目錄

表 3-1	WGS84 座標系統重要參數 .....	12
表 6-1	超音波感測結果與動作對應表 .....	37





# 第一章 緒論

## 1.1 前言

近年來無人載具在各方面都有相當多的運用與探討，從家務操作、自動化運輸，到軍事用途等，無人控制載具可以達到節省人力的效果；或是進入一些環境惡劣、對人體有危險的區域進行探索與精密操作，以減少工程安全方面的損失。

為符合工作目標的要求，無人載具需要整合各種不同類型的感測器來解讀所在的環境，並在環境中搜尋出載具可以移動的路線，讓載具可以避開障礙物並朝目的地前進，才能成功的讓無人載具順利完成任務。

## 1.2 文獻回顧

我們過去已經利用雙眼相機以及超音波感測器來偵測當前載具的外部環境，並利用這些資料來規畫無人載具的路徑以閃避障礙物[10][11][12][14]，除了感測無人載具外部環境之外，無人載具自身的定位也是重要的一環。全球定位系統(Global Positioning System)的技術已經發展很多年，利用 GPS 衛星訊號定位，我們已可用載波三次差分法(Carrier-phase Triple Difference)進行定位，精度可到達公分等級[1]，但因為載波相位的特性，使得載波三次差分再發生周波脫落(Cycle slip)時無法解算，且要取得初始位置的計算時間也較長，若運用在移動載具中，衛星斷訊會使得載具需要重新初始化定位計算，穩定性並不佳。

利用調整權重比例，將虛擬距離的快速計算定位、和載波相位的高精度，使用載波平滑電碼(Carrier Smoothed Code, CSC)可將二種觀測量的優點結合，得到定位快速且曲線平滑之結果，但定位精度仍然受到電碼觀測量之誤差的限制。



### 1.3 研究內容簡述

本論文利用無人載具裝設的 GPS 單頻接收機所得之觀測資訊，搭配根據 GPS 觀測模型設計的定位演算法，採用 LAMBDA 法解算二次差分的整數周波未定值，在衛星收訊良好的情況，可得到精準的載具即時動態定位，定位精度可達數十公分等級。

我們再進行載具各類感測器的整合，取得無人載具環境參數與載具位置，據以設計路徑與避障策略，使無人載具能完成通過障礙環境抵達終點的整合設計實驗。

### 1.4 論文架構

本論文分為七章節：

第一章：緒論。

第二章：介紹無人載具之系統架構，包括整體系統整合、硬體架構和元件簡介。

第三章：介紹 GPS 系統，以及 GPS 定位方法、差分技術。

第四章：利用 LAMBDA 方法求得周波未定值和卡曼濾波器修正的即時動態定位演算法設計。

第五章：障礙感測器原理介紹，包括雙眼視覺和超音波測距。

第六章：無人載具的避障系統，包括路徑設計方法和避障模式整合。

第七章：定位實驗結果與分析。

第八章：結論與未來工作。



## 第二章 載具系統架構

### 2.1 整體系統架構

無人載具系統是由三個子系統構成：移動載具、參考站和主控站。參考站的 GPS 接收機在實驗開始後即持續接收衛星訊號，提供移動站以進行差分定位。主控站透過無線網路將參考站的資料傳遞給移動站，並可監控移動站的載具系統的當前狀況。移動站則透過載具上裝備的各種感測器，感應環境中的障礙物，以及將障礙物資訊和定位解算結果回送主控站，由主控站規劃出避障路徑，再傳送命令至移動站執行。整體系統架構如圖 2-1 所示。

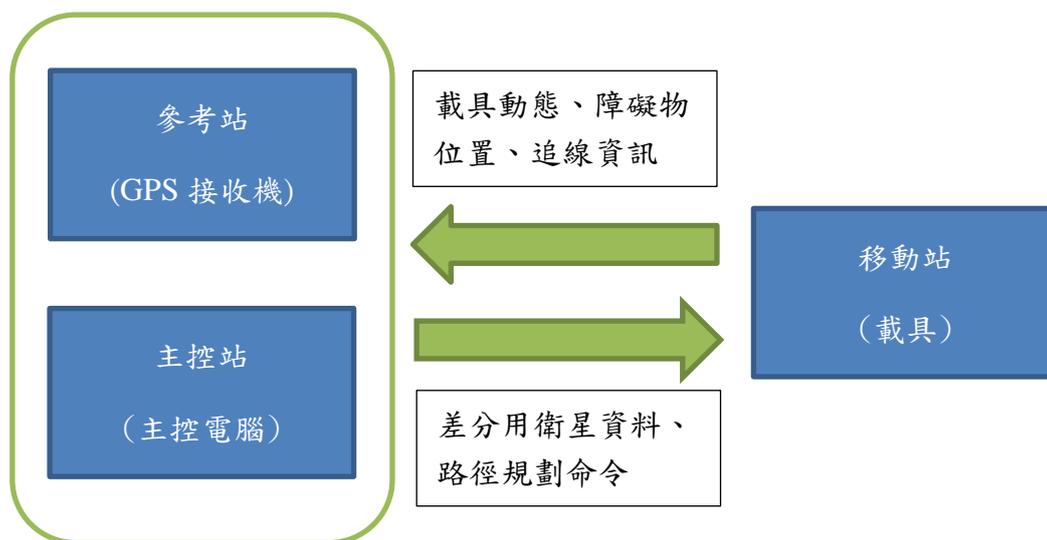


圖 2-1 系統架構示意圖

### 2.2 硬體設備架構

無人載具系統由通訊部分、感測單元、控制單元、運動單元與電源供應單元構成。

通訊單元負責移動站與主控站電腦之間的資料傳輸。感測單元則是將影像、超音波測距、衛星資料與載具姿態的資訊提供給控制單元。控制單元負責整合處理各個感測器的資訊，規劃出路徑後下達命令給運動單元，使載具能追蹤規劃出來的路徑移動和躲避障礙物。感測單元、控制單元和運動單元所需的電源，皆由

電源供應單元提供。

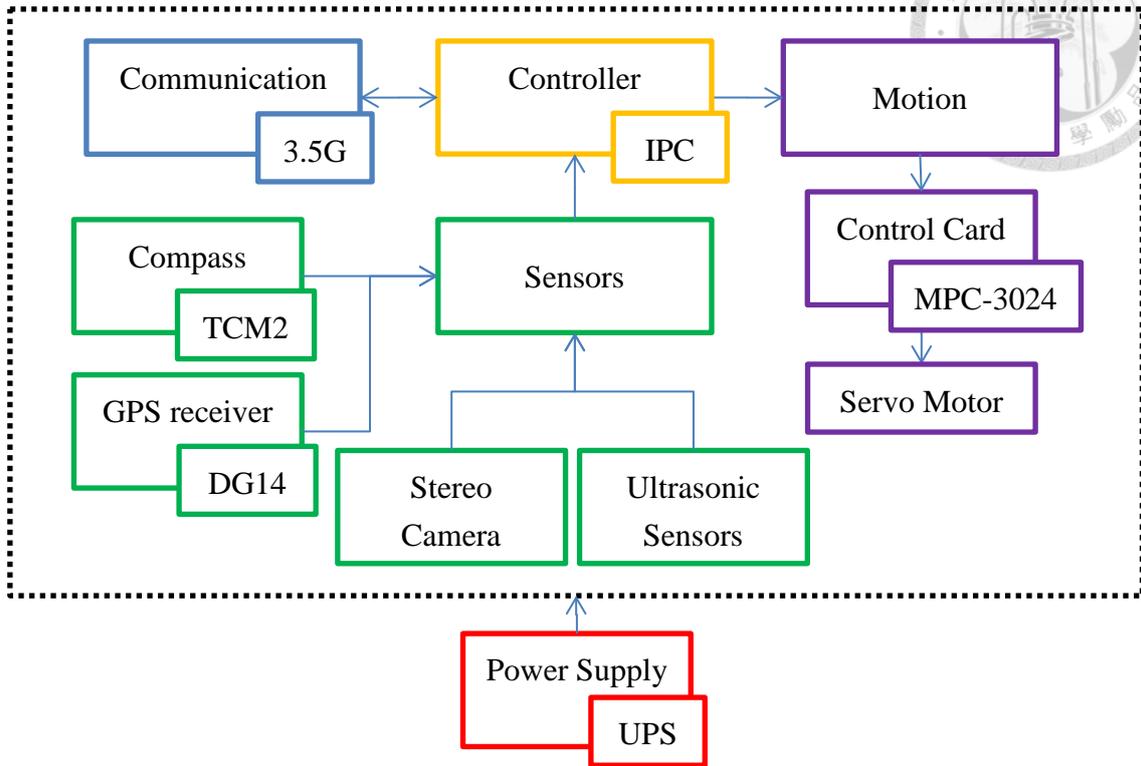


圖 2-2 無人載具硬體架構

## 2.3 元件介紹

無人載具系統所搭配的各个元件簡介如下：

### 3.5G 無線網卡

使用 D-Link 公司的 DWM-156 3.5G 無線網卡，配合門號可使用 3.5G 無線網路，最大下載速度約 1.4Mps，最大上傳速度約 800Kps。



圖 2-3 DWM-156 3.5G 無線網卡



### 健昇 MCP3024 運動控制卡

運動控制單元採用健昇科技公司的 MPC-3024 四軸運動控制卡，該控制卡可以同時控制四組伺服馬達系統，並且提供函式庫可以在 Labview、Visual C++、Visual Basic 的環境之下直接引用，控制卡藉由輸入脈波信號來控制伺服馬達的位置與轉速。

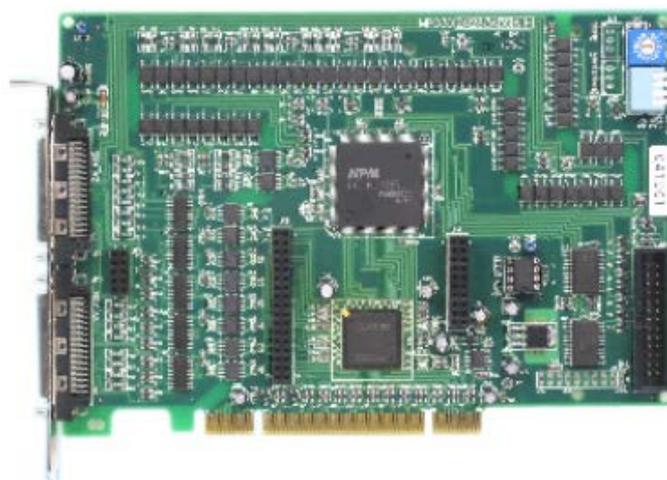


圖 2-4 MCP3024 運動控制卡

### 東元電機 TSDA-CB 伺服馬達系統

為無人載具的動力輸出單元，配合健昇 MCP3024 運動控制卡來作運動控制，除了馬達與驅動器之外，另外配上減速齒輪以降低轉速並且提供更大的扭力來推動無人載具。

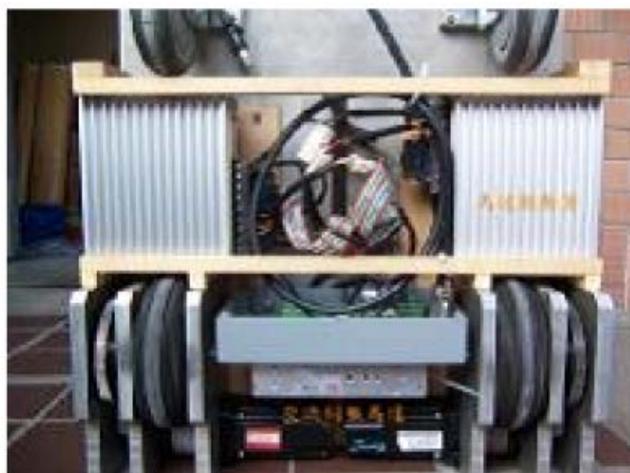


圖 2-5 TSDA-CB 伺服馬達



### 台達電子不斷電系統

採用台達電子的 GES302N-3KVA 不斷電系統,可持續實驗免充電達 3 小時左右。若電量完全耗盡,充電 8 小時即可回充至 80% 電量。



圖 2-6 GES302N-3KVA 不斷電系統

### 電子羅盤

使用 PNI Corporation 所生產的 TCM2-50A,TCM2-50 具有三軸量測功能,量測精度可達到  $\pm 1.5$  度角,使用 rs232 通訊格式作為傳輸介面,實驗中的傳輸速率(Baudrate)設定為 9600bps,資料更新頻率為 0.1Hz。



圖 2-7 TCM2-50A 電子羅盤



## 雙眼相機

採用 Videre Design Inc. 所生產的 STH - DCSG 雙眼相機，資料傳輸介面為 1394a，原廠提供一個 SRI Stereo Engine 程式開發介面，讓使用者可以透過自行編輯的程式直接呼叫函式庫中的函式來執行各種應用。

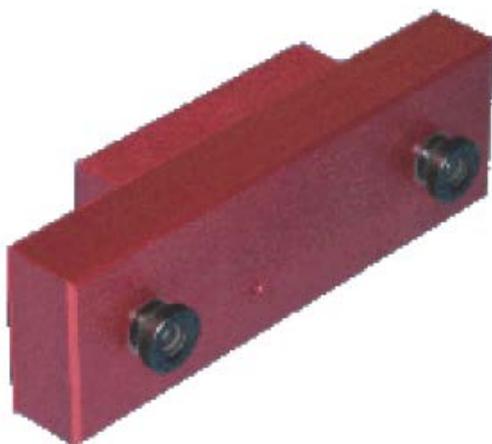


圖 2-8 STH-DCSG 雙眼相機

## 超音波感測器

超音波測距系統使用六個由 Devantech 公司所生產的 SRF05 超音波感測器，距離量測範圍從 1 公分到 3 公尺，更新頻率最高可達 40Hz，需要配合 FPGA 開發板將回授訊號解讀後轉譯為 rs232 通訊格式，並將資料送回控制單元，實驗中所使用的 FPGA 開發板為 Altera 公司所生產的 MAX II Starter Kit 開發套件。



圖 2-9 SRF05 超音波感測器

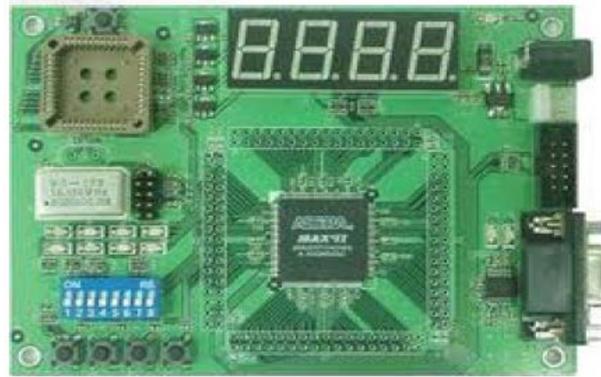


圖 2-10 MAXII Starter Kit FPGA 開發板

### GPS 接收機

採用 Ashtech 公司所生產的 DG14 GPS receiver，該接收機可以接收單頻 L1 載波的資料，同時間最多可以鎖定 12 顆衛星訊號，提供衛星星曆資料、虛擬距離量以及載波相位觀測量，資料更新頻率為 1Hz。



圖 2-11 DG14 GPS 接收機

將上面介紹的各項設備元件安裝完成後，移動載具的整體實驗硬體如下圖：



圖 2-12 移動無人載具整體照片

上述之無人載具將在應力館頂樓空地及校園椰林大道進行實驗。

## 第三章 定位系統



### 3.1 GPS 定位系統介紹

全球衛星定位系統可分為三部分：太空導航衛星部分、地面監控部分、使用者接收部分[1]。

#### 3.1.1 太空導航衛星部分

目前 GPS 在太空的衛星有 32 顆，平均分布在六個衛星軌道面上，每個軌道面之間的夾角為 60 度，和赤道面的夾角為 55 度，軌道距離地表 20183 公里，衛星繞行軌道的週期為 12 恆星時(Sidereal Time)，即 11 小時 58 分世界時(Universal Time)。

GPS 衛星對外廣播二種電波，分別為 L1(1575.42MHz)載波和 L2(1227.60MHz)載波。L1 載波上搭載了二種虛擬隨機雜訊碼(Pseudo-Random-Noise code)：C/A 碼(Coarse/Acquisition code)及 P 碼(Precision code)，在 L2 載波上僅搭載 P 碼。

#### 3.1.2 地面控制部分

地面監控部分主要由 1 個主控站、4 個地面控制站和 6 個監測站組成。

##### 主控站(Master Control Station ; MCS)

位於美國科羅拉多州 Falcon 空軍基地，主控站之主要功能為接收並處理監視站所傳回之衛星追縱資料來決定新的星曆、時錶修正量等導航訊息。

##### 地面控制站(Ground Control Station ; GCS)

分別位於南大西洋之 Ascension 島、印度洋的 Diego Garcia、北太平洋的 Kwajalein 與美國佛羅里達州的 Canaveral 角。地面控制站之主要工作為接收主控

站所傳來之修正參數，利用 S 波道電波傳至 GPS 衛星，包括新的星曆、時錶修正量和其他導航之訊息資料。



### 監視站(Monitor Station ; MS)

地面控制站的位址同時也設置了監視站，除了 Ascension、Diego Garcia、Kwajalein、Cape Canaveral 之外，另外位於夏威夷和科羅拉多( Colorado Springs )二處也有監視站，目的為監視各個 GPS 衛星。每個監視站之位置座標均已經精確測定，並都備有一準確之銻(Cesium)原子鐘與雙頻 P 碼接收器，每 1.5 秒估算一次虛擬距離(Pseudo range)，再加上氣象及電離層資料，每 15 分鐘作一次平滑(Smooth)計算，並將資料傳送至主控制站。

### 3.1.3 使用者接收部分

即一般使用者可使用的 GPS 接收機，其用途為將 GPS 衛星廣播的訊號轉換成位置、速度、時間等資料。一般民用的接收機只能接收 C/A 碼和載波相位，軍用的接收機則多了 P 碼。唯美國國防部基於其安全考量，P 碼於 1994 年調變成 Y 碼，即所謂的 AS 效應(Anti Spoofing)，使得未經授權的使用者無法得知，降低了一般民間使用者的定位精度。

### 3.1.4 GPS 座標系統

GPS 空間系統採用的是 WGS84( World Geodetic System 1984 )座標系統，這是一個以地球質心為原點之地心地固座標( Earth Centered Earth Fixed, ECEF )系統。如圖(3-1)所示：

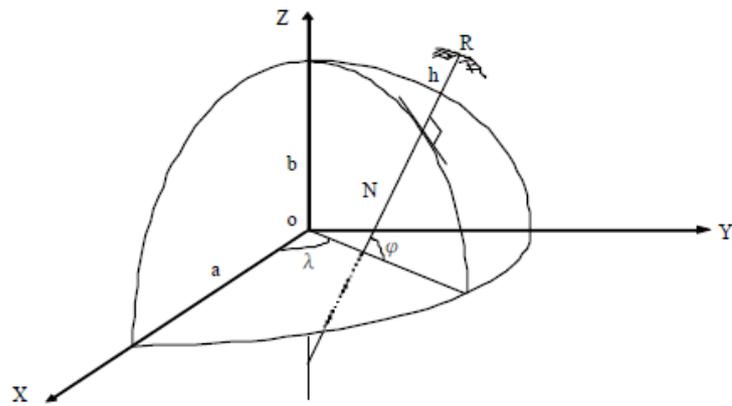


圖 3-1 ECEF 座標系統[15]

其中：

O 點：地球質量中心。

Z 軸：與國際時間局 BIH 定義的傳統地極(Conventional Terrestrial Pole, CTP)平行之座標軸方向。

X 軸：指向通過格林威治天文子午線的座標軸方向。

Y 軸：與 X 軸、Z 軸呈右手正交系統之方向。

表 3-1 WGS84 座標系統重要參數

參數與說明	數值(單位)
長軸半徑(a)	6378137 (m)
短軸半徑(b)	6356752.314( m)
二分帶係數( $J_2$ )	$1.082630 \times 10^{-9}$
地球自轉角速度( $\omega_E$ )	$7.292115 \times 10^{-11}$ (rad/sec)
地球重力常數( $\mu$ )	$3.986005 \times 10^8$ ( $m^3/sec^2$ )

**WGS84( $\varphi, \lambda, h$ )橢球座標與直角座標(X,Y,Z)間之轉換關係**



$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cos \varphi \cos \lambda \\ (N+h) \cos \varphi \sin \lambda \\ \left(\frac{b^2}{a^2}N+h\right) \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

其中：

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}} \quad (3.2)$$

直角座標(X,Y,Z)轉換成 WGS84( $\varphi, \lambda, h$ )橢球座標

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \frac{z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta} \\ \tan^{-1} \frac{Y}{X} \\ \frac{p}{\cos \varphi} - N \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

其中：

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

WGS84 直角座標(X,Y,Z)與本地座標系(E,N,U)之轉換關係

此二座標系統之旋轉矩陣 R 包含有圍繞 Z 軸旋轉一個  $\lambda$  角度，再繞 Y 軸旋轉一個  $(90-\varphi)$  角度，最後再繞 Z 軸旋轉 90 度。其中  $\lambda$  為經度角， $\varphi$  為緯度角。可以得到：

$$[R] = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

因此，WGS84 直角坐標和本地直角坐標的轉換為：

$$\begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ z_L \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} X_u - X_r \\ Y_u - Y_r \\ Z_u - Z_r \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$[x_L, y_L, z_L]$  為本地座標。

$[x_r, y_r, z_r]$  為參考站在 WGS84 直角坐標系下的座標。

$[x_u, y_u, z_u]$  為使用者(移動站)在 WGS84 直角坐標系下的座標。



實驗中參考站的天線已固定在 WGS84 直角坐標系下的[ -3025192.198934 m, 4928782.543095 m, 2681060.943255 m ]，實驗的定位結果皆是以參考站天線位置作為本地座標原點的計算結果。

## 3.2 差分定位技術

### 3.2.1 虛擬距離(Pseudo-range)觀測量模型

虛擬距離觀測量是利用衛星和接收機分別產生的相同電碼，經過相關性分析，得到電波傳遞所花費的時間差，乘上光速後可得到衛星和接收機之間的虛擬距離。

訊號傳遞時，除了衛星和接收機所具有的時表誤差外，當載波訊號通過地球大氣的電離層和對流層，亦會造成延遲誤差，再加上其他未模型化的隨機誤差，因此利用此觀測量得到的距離並非衛星和接收機之間的真實距離，稱為虛擬距離。

虛擬距離觀測量的模型為：

$$P_u^k = r_u^k + c[\delta t_u - \delta t^k] + I_u^k + T_u^k + \varepsilon_{P,u}^k \quad (3.6)$$

其中：

$P_u^k$ ：從衛星 k 到接收機 u 的虛擬距離(m)

$r_u^k$ ：衛星 k 到接收機 u 的真實距離(m)

c：光速(m/sec)

$\delta t_u$ ：接收機 u 之時表誤差(sec)

$\delta t^k$ ：衛星 k 之時表誤差(sec)

$I_u^k$ ：電離層之延遲誤差(m)

$T_u^k$ ：對流層之延遲誤差(m)

$\varepsilon_{P,u}^k$ ：系統隨機誤差



### 3.2.2 載波相位(Carrier-phase)觀測量模型

載波相位觀測量是由接收機所接收的衛星訊號之載波相位，與接收機自行產生的參考相位之差，其模型如下表示：

$$\phi_u^k = \lambda^{-1}[r_u^s - I_\phi + T_\phi] + \frac{c}{\lambda}[\delta t_u - \delta t^s] + N_u^k + \varepsilon_\phi \quad (3.7)$$

亦可將左右同乘載波波長，使方程式的單位變成長度單位：

$$\Phi_u^k = \lambda \cdot \phi_u^k = r_u^k - I_u^k + T_u^k + c[\delta t_u - \delta t^k] + \lambda N_u^k + \varepsilon_{\phi,u}^k \quad (3.8)$$

其中：

$\Phi_u^k$ ：衛星 k 至接收機 u 的載波相位觀測量(m)

$N_u^k$ ：整數周波未定值(Integer Ambiguity)

$\lambda$ ：L1 載波波長( $\approx 0.1903\text{m}$ )

### 3.2.3 差分定位

虛擬距離和載波相位二種觀測量皆含有系統性誤差，因此可以採用相對定位的方式增加定位精度。相對定位使用二部以上的 GPS 接收機，其中一部放置於已知座標位置的點位上，稱為參考站，另一部放置於待測座標的點位上，稱為移動站，若能測得參考站與移動站之間的基線向量，即可得知移動站之座標位置。

依不同的目的，可將基線向量組合成一次差分、二次差分和三次差分，本節就 GPS 的虛擬距離和載波相位的觀測量分別介紹一次差分和二次差分。

#### 地面一次差分( Single difference between receivers )

在同一時刻 t，參考站 r 和移動站 u 的接收機對同一顆衛星 k 的觀測量作相減求得差值，即為地面一次差分，如圖(3-2)。

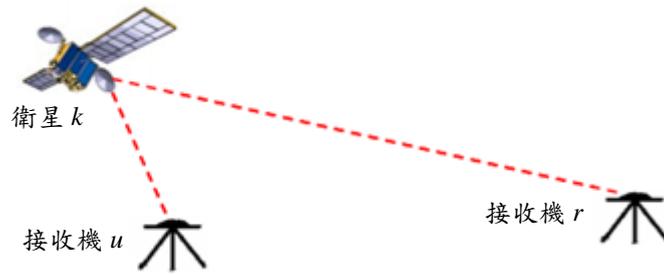


圖 3-2 地面一次差分示意圖

由於同一顆衛星對於此二接收機的觀測量而言，衛星的時表誤差項 $\delta t^k$ 的效應幾乎相同，故經過差分可將之消除，因此載波相位與虛擬距離的差分觀測值之方程式可表示為：

$$\Phi_{ur}^k = \Phi_u^k - \Phi_r^k = r_{ur}^k - I_{ur}^k + T_{ur}^k + c \cdot \delta t_{ur} + \lambda N_{ur}^k + \varepsilon_{\phi,ur}^k \quad (3.9)$$

$$P_{ur}^k = P_u^k - P_r^k = r_{ur}^k + I_{ur}^k + T_{ur}^k + c \cdot \delta t_{ur} + \varepsilon_{P,ur}^k \quad (3.10)$$

### 空中一次差分( Single difference between satellites )

一接收機  $u$  在同一時刻  $t$  接收到不同衛星  $k$  和  $l$  的觀測量，將二組觀測量彼此相減求差值，即可得到空中一次差分，如圖(3-3)。

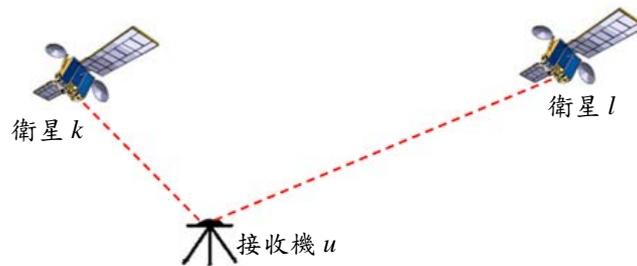


圖 3-3 空中一次差分示意圖

和地面一次差分相同，由於同一接收機對於二衛星之間的時表誤差效應 $\delta t_u$  幾乎相同，因此差分可消除接收機的時表誤差項，方程式表示如下：

$$\Phi_u^{kl} = \phi_u^k - \phi_u^l = r_u^{kl} - I_u^{kl} + T_u^{lk} + c \cdot \delta t^{kl} + \lambda N_u^{kl} + \varepsilon_{\phi,u}^{kl} \quad (3.11)$$

$$P_u^{kl} = P_u^k - P_u^l = r_u^{kl} + I_u^{kl} + T_u^{lk} + c \cdot \delta t^{kl} + \varepsilon_{P,u}^{kl} \quad (3.12)$$



### 二次差分( Double difference )

可以結合上述的地面一次差分和空中一次差分觀測值，得到二次差分值，如此便可同時消除衛星和接收機的時表誤差，如圖(3-4)。

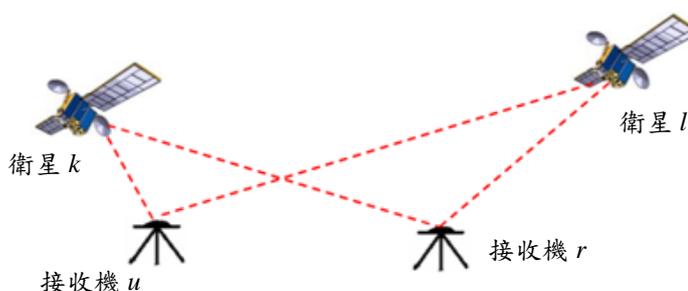


圖 3-4 二次差分示意圖

除了時表誤差，如果假設參考站跟移動站之間的基線長度在 10 公里以下，對流層和電離層的延遲誤差對於二接收機之間也可視為相似，在差分值中極小可以忽略，因此組成二次差分值的量測方程式表示如下：

$$\Phi_{ur}^{kl} = r_{ur}^{kl} + \lambda N_{ur}^{kl} + \varepsilon_{\phi,ur}^{kl} \quad (3.13)$$

$$P_{ur}^{kl} = r_{ur}^{kl} + \varepsilon_{p,ur}^{kl} \quad (3.14)$$

利用相對定位的差分技術，可以有效地將模型中的各項誤差消除，唯有剩下整數周波未定值 N，下一章即討論 RTK(real-time kinematic)演算法，以解算出此未知項，達到利用載波相位精確定位的目的。

## 第四章 即時動態定位演算設計



### 4.1 LAMBDA 方法

為求得載波相位觀測方程式中的整數周波位定值，本論文使用在 Delft University of Technology 工作的 Prof. Teunissen 所提出之 LAMBDA 方法 (Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment) 作為整數周波未定值搜尋的工具。[1][2][4][5][7][16]

由於經過二次差分的觀測方程式具有高相關性，因此若要求得正確的整數周波值則必須處理此相關性的影響。LAMBDA 方法的搜尋原理，即是利用初步預估的周波值實數解之協方差矩陣(covariance matrix)進行降低相關性的計算，以建立簡單的搜尋空間，再進行整數搜尋。

求解的步驟可分為：

- (1)利用廣義最小平方方法(Generalized Least Squares, GLS)求取周波未定值的實數解  $\hat{a}$  以及此實數解的協方差矩陣  $Q_{\hat{a}}$ 。
- (2)利用矩陣的對角化分解和相關演算法可求得一整數轉移矩陣  $Z$ ，將  $\hat{a}$  和  $Q_{\hat{a}}$  轉換成具有低相關性的  $\hat{z}$  和  $Q_{\hat{z}}$ 。
- (3)利用連續條件最小平方(sequential conditional least-squares)的概念，搜尋轉換過的實數解  $\hat{z}$ ，得到整數解  $\hat{z}$  後，再反轉換成原方程式之最佳整數解  $\hat{\alpha}$ 。

#### 4.1.1 求取周波未定值實數解

若接收機  $u$  和  $r$  同時收到  $n+1$  顆衛星訊號，則觀測值方程組可如下表示：

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \Phi_{ur}^{1l} \\ \vdots \\ \Phi_{ur}^{kl} \\ P_{ur}^{1l} \\ \vdots \\ P_{ur}^{kl} \end{pmatrix}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{G}_{n \times 3} \\ \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{G}_{n \times 3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_{ur}^{1l} \\ \vdots \\ N_{ur}^{kl} \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{pmatrix}_{(n+3) \times 1} = \mathbf{A} \mathbf{a} \quad (4.1)$$

其中， $\mathbf{G}$  為各個衛星視線(line-of-sight)向量組合而成的幾何矩陣：



$$\mathbf{G}_{n \times 3} = \begin{bmatrix} -\mathbf{1}_r^{1l} \\ -\mathbf{1}_r^{2l} \\ \vdots \\ -\mathbf{1}_r^{kl} \end{bmatrix}_{n \times 3} \quad (4.2)$$

$\mathbf{1}_r^{kl} = \mathbf{1}_r^k - \mathbf{1}_r^l$  為接收機  $r$  分別指向衛星  $k$  和衛星  $l$  的單位方向向量之差。

利用廣義最小平方法，可以估計出周波未定值和基線向量的實數解與協方差矩陣：

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{R} \mathbf{W} \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \quad (4.4)$$

$\mathbf{R}$  為觀測值  $\mathbf{y}$  之協方差矩陣， $\mathbf{W}$  為權重矩陣，假設載波相位和虛擬距離觀測量之間互不相關，依照誤差傳遞定律， $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{W}$  表示成如下：

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_P \end{bmatrix} = \mathbf{W}^{-1} \quad (4.5)$$

其中

$$\mathbf{C}_\Phi = \sigma_\Phi^2 \begin{bmatrix} 4 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 4 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 \\ 2 & \cdots & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_P = \sigma_P^2 \begin{bmatrix} 4 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 4 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 \\ 2 & \cdots & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$\sigma_\Phi^2$  和  $\sigma_P^2$  分別是電碼觀測量和載波觀測量之誤差變異量，其值在此設定為 1.0 和 0.06 公尺<sup>2</sup>。

#### 4.1.2 低相關化轉換

欲將上節計算所得之實數解進行去相關性化的轉換，可先將  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$  進行對角化分解，將  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$  分解成一個下三角矩陣  $\mathbf{L}$  與一個對角矩陣  $\mathbf{D}$  的組合：

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{L}^T$$

因此，去相關化轉換可視為對角化轉換：

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{L}^{-T} = \mathbf{D}$$

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{L}^{-1} \hat{\mathbf{a}}$$

但因為所求的周波未定值需為整數解，因此轉換矩陣必須是一個整數矩陣，故



LAMBDA 法將 Generalized Least-squares 所求得的實數協方差矩陣  $Q_{\hat{a}}$  作對角分解後，使用連續條件最小平方(sequential conditional least-squares)的概念，求得整數矩陣  $Z$ ，使得  $Z^T \sim L^{-1}$ ，則：

$$Q_{\hat{z}} = Z^T Q_{\hat{a}} Z^{-T} \sim D$$

連續條件最小平方的概念，是將每項實數值依次地消除其它項實數所造成的相關變化量。其做法為：保留最後一個周波值的估計  $\hat{a}_n$  不變，將倒數第二個周波值  $\hat{a}_{n-1}$  進行去相關化，以  $\hat{a}_n$  修正為整數值  $\check{a}_n$  作為條件，消除  $\hat{a}_n$  修正後對  $\hat{a}_{n-1}$  造成的相關性變動。再對倒數第三項周波值  $\hat{a}_{n-2}$  進行去相關化，以  $\hat{a}_{n-1}$  和  $\hat{a}_n$  修正為整數值  $\check{a}_{n-1}$  和  $\check{a}_n$  作為條件，消除後二項周波值造成的相關性。依次由末項往首項進行調整，最後可推導成：

$$\check{a}_n = \text{round}(\hat{a}_n)$$

$$\check{a}_{n-1} = \text{round}(\hat{a}_{n-1|n}) = \text{round} \left[ \hat{a}_{n-1} - \frac{\sigma_{\hat{a}_{n-1}\hat{a}_n}}{\sigma_{\hat{a}_n}^2} (\hat{a}_n - \check{a}_n) \right]$$

⋮

$$\check{a}_j = \text{round}(\hat{a}_{j|J}) = \text{round} \left[ \hat{a}_j - \sum_{i=j+1}^n \frac{\sigma_{\hat{a}_j\hat{a}_{i|I}}}{\sigma_{\hat{a}_{i|I}}^2} (\hat{a}_{i|I} - \check{a}_i) \right] \quad (4.7)$$

⋮

$$\check{a}_1 = \text{round}(\hat{a}_{1|2,3,\dots,n}) = \text{round} \left[ \hat{a}_1 - \sum_{i=2}^n \frac{\sigma_{\hat{a}_1\hat{a}_{i|I}}}{\sigma_{\hat{a}_{i|I}}^2} (\hat{a}_{i|I} - \check{a}_i) \right]$$

式(4.7)為此修正式的通式。 $\hat{a}_{j|J}$  為第  $i$  項周波值，以最後  $i-1$  項是整數值作為修正條件，將之間的相關性消除後的修正估計值，其中的  $J$  代表第  $j+1, j+2, \dots, n$  項周波值的集合， $I$  代表地  $i+1, i+2, \dots, n$  項周波值的集合， $N$  則代表所有周波值的集合， $\sigma_{\hat{a}_j\hat{a}_{i|I}}$  則是與  $\hat{a}_{i|I}$  對應的共變數。

依照上述方法，周波未定值實數解與整數解之差  $(\hat{a}_j - \check{a}_j)$  可以用修正實數解  $\hat{a}_{j|J}$  取代為：

$$(\hat{a}_j - \check{a}_j) = (\hat{a}_{j|J} - a_j) + \sum_{i=j+1}^n \frac{\sigma_{\hat{a}_j\hat{a}_{i|I}}}{\sigma_{\hat{a}_{i|I}}^2} (\hat{a}_{i|I} - a_i) \quad (4.8)$$





### 4.1.3 整數搜尋

搜尋的動作是利用轉換計算後所得之 $\hat{\mathbf{z}}$ 與 $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}$ 組成下式，將搜尋所得之整數格點 $\mathbf{z}$ 代入式中判斷是否為所求之最佳解：

$$F(\mathbf{z}) = (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}) \leq \chi^2 \quad (4.15)$$

其中， $\chi^2$ 為判斷式之邊界，需要自行設定大小。

透過對角化分解，上式可改寫成：

$$(\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}) = (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^T \mathbf{L}^{-1} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{-T} (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})$$

利用連續條件最小平方，由式(4.8)與(4.9)，最後可得：

$$F(\mathbf{z}) = \sum_{i=1}^n \frac{(z_i - \hat{z}_{i|I})^2}{\sigma_{\hat{z}_{i|I}}^2} \leq \chi^2 \quad (4.16)$$

此橢球的搜尋範圍是依靠式(4.15)中的 $\chi^2$ 來控制的，若能取得一個適當的橢球範圍，可使整數搜尋的效率提高，而本論文的搜尋策略是收縮橢球搜尋法(shrinking ellipsoid technique)，初始時先將 $\chi^2$ 設定為無限大，隨著整數解的搜尋持續縮小橢球邊界，直到邊界內部之整數格點符合所需。

假設整數搜尋的需要搜尋 $p$ 組最佳整數解，記其解為 $\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2 \dots \mathbf{z}^p$ 。第一組 $\mathbf{z}^1$ 為依照前述的連續條件最小平方的概念，從末項元素開始依序消除相關性得到一組整數向量，即是整數最佳解 $\mathbf{z}^1$ ；其餘 $p-1$ 組解為將向量第一元素分別替換成第二、第三...第 $p$ 接近整數解所得的整數向量。所以，在第一步我們可得到 $p$ 組整數解，進行排序使得 $F(\mathbf{z}^1) \leq F(\mathbf{z}^2) \leq \dots \leq F(\mathbf{z}^p)$ ，此時若 $F(\mathbf{z}^p) \leq \chi^2$ ，則令 $\chi^2 = F(\mathbf{z}^p)$ ，使橢球邊界收縮，且確定新橢球中必包含 $p$ 組整數解。

第二步，將第二項元素設定為第二接近的整數值，再次利用連續條件最小平方方法計算第一項的整數解，若其中有一組整數解在橢球邊界之內，則重新將 $F(\mathbf{z})$ 的大小排序，並將 $\chi^2$ 設定為 $F(\mathbf{z}^p)$ 。重複上述步驟，直到橢球縮小到空間中剩下 $p$ 組解為止。

當得到整數解 $\check{\mathbf{z}}$ ，則可以利用矩陣 $\mathbf{Z}$ 反轉換成原始的座標空間 $\check{\mathbf{a}}$ ：

$$\check{\mathbf{a}} = (\mathbf{Z}^T)^{-1} \check{\mathbf{z}} \quad (4.17)$$



## 4.2 解算位置修正

載具行進為連續性的運動，因此其定位結果為平滑且極少跳動。在使用 LAMBDA 方法求得整數周波未定值，解算載波相位觀測量之基線向量後，利用卡曼濾波器(Kalman Filter)修正基線向量使其定位更符合載具需求[2][3][8][9]。

### 4.2.1 位置解算

當周波未定值已知，由式(3.13)，可解算基線向量：

$$\Phi_{dd} = r_{dd} + \lambda_{L1} \cdot N_{dd} + \varepsilon_{dd} \quad (3.13)$$

其中， $r_{dd}$ 可表示成 $G \cdot \delta x$ ， $G$ 即為式(4.2)中的衛星視線單位矩陣， $\delta x$ 為 WGS84 座標下的基線向量 $(x, y, z)$ ，因此可得單一時刻下由 GPS 觀測量所得之相對定位：

$$\delta x = (G^T G)^{-1} (G^T r_{dd}) = (G^T G)^{-1} [G^T (\Phi_{dd} - \lambda_{L1} \cdot N_{dd})] \quad (4.18)$$

### 4.2.2 卡曼濾波器遞迴程序

卡曼濾波器是一種可以用來處理系統和量測的雜訊問題，擁有遞迴特性的演算法。只要根據當前的觀測量和前一時刻的狀態估計，不需要保存過去的觀測數值，能使估測的系統逼近真實狀態。卡曼濾波器的方程式包含狀態(state)方程式和量測(measurement)方程式：

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + \omega_k \quad (4.19)$$

$$Z_k = H_k X_k + v_k \quad (4.20)$$

其中，

$X_k$ ：時刻  $k$  的狀態向量

$\Phi_k$ ：時刻  $k$  的狀態轉移矩陣

$Z_k$ ：時刻  $k$  的量測向量

$H_k$ ：時刻  $k$  的量測矩陣

$\omega_k$ ：系統誤差，為高斯白雜訊，平均值  $E[\omega]=0$ ；協方差矩陣  $E[\omega\omega^T]=Q$ 。



$\mathbf{v}_k$ ：量測誤差，為高斯白雜訊，平均值  $E[\mathbf{v}] = 0$ ；協方差矩陣  $E[\mathbf{v}\mathbf{v}^T] = \mathbf{R}$ 。

設定好狀態和量測方程式的各項參數( $\Phi$ 、 $H$ 、 $Q$ 、 $R$ )後，卡曼濾波器的遞迴運算程序如下：

(1) 設定初始狀態：

$$\hat{\mathbf{X}}_0(+) = E[\mathbf{X}_0] \quad (4.21)$$

$$\mathbf{P}_0(+) = E[(\hat{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{X}_0)(\hat{\mathbf{X}}_0 - \mathbf{X}_0)^T] \quad (4.22)$$

(2) 初步預估下一時刻的狀態向量和協方差矩陣：

$$\hat{\mathbf{X}}_k(-) = \Phi_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}(+) \quad (4.23)$$

$$\mathbf{P}_k(-) = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (4.24)$$

(3) 計算卡曼增益矩陣(Kalman Gain)：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (4.25)$$

(4) 更新狀態向量和協方差矩陣：

$$\hat{\mathbf{X}}_k(+) = \hat{\mathbf{X}}_k(-) + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k(-)) \quad (4.26)$$

$$\mathbf{P}_k(+) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k(-) \quad (4.27)$$

(5) 回到步驟(2)

式(4.23)和式(4.24)中的(-)表示未更新的參數預估值；式(4.26)和式(4.27)的(+)為加入量測更新的參數預估值。

### 4.2.3 狀態方程式

為能描述載具移動的情況，假設載具為一個以等加速度的狀態移動之物體，在加速度項有雜訊  $w(t)$ ，將離散時間的狀態方程式表示為：

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{X}_k + \omega_k$$



$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{1}{2} \cdot \Delta t^2 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \Delta t \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (4.28)$$

其中， $p$ 表示位置項、 $v$ 為速度項、 $a$ 為加速度項。

系統誤差 $\boldsymbol{\omega}_k$ 之協方差矩陣 $\mathbf{Q}_k$ ，經過離散化後可表示為：

$$\mathbf{Q}_k = E[\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T] = \sigma_a^2 \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^5}{20} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta t^4}{8} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta t^3}{6} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \frac{\Delta t^4}{8} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta t^3}{3} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \frac{\Delta t^3}{6} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$\sigma_a^2$ 為在連續時間下系統誤差的加速度項之常態白噪音變異數； $\Delta t$ 為時刻 $k$ 到時刻 $k+1$ 的時間差。

#### 4.2.4 量測方程式

利用都卜勒頻移觀測量(Doppler shift measurement)，可計算得接收機的移動速度，其觀測量公式如下：

$$\lambda_{L1} \cdot \mathbf{D}_u^k + \mathbf{1}_u^k \cdot \mathbf{v}^k = \mathbf{1}_u^k \cdot \mathbf{v}_u - \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.30)$$

其中：

$\mathbf{D}_u^k$ ：接收機 $u$ 收到衛星 $k$ 的都卜勒頻移觀測值，單位是赫茲

$\mathbf{1}_u^k$ ：接收機 $u$ 至衛星 $k$ 的單位方向向量

$\mathbf{v}^k$ ：衛星 $k$ 的移動速度，可由星曆資料換算得到

$\mathbf{v}_u$ ：接收機 $u$ 的移動速度

$\boldsymbol{\beta}$ ：衛星與接收機的時表誤差

$\boldsymbol{\varepsilon}$ ：未模型化之誤差



都卜勒頻移觀測量經過二次差分後，衛星速度與誤差項可消除，因此將都卜勒頻移觀測量加入量測向量後，量測方程式為：

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k$$

$$\begin{pmatrix} \Phi_{dd} - \lambda_{L1} \cdot N_{dd} \\ \lambda_{L1} \cdot D_{dd} \end{pmatrix}_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{n \times 3} & \mathbf{O}_{n \times 3} & \mathbf{O}_{n \times 3} \\ \mathbf{O}_{n \times 3} & \mathbf{G}_{n \times 3} & \mathbf{O}_{n \times 3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (4.31)$$

其中：

$\Phi_{dd}$ ：載波相位觀測量的二次差分

$N_{dd}$ ：在 4.1 節由 LAMBDA 方法搜尋得到之二次差分整數周波未定值

$D_{dd}$ ：都卜勒頻移觀測量的二次差分

$\mathbf{G}$ ：由式(4.2)得到的衛星幾何矩陣。

量測誤差  $\mathbf{v}_k$  的協方差矩陣  $\mathbf{R}_k$  可表示為：

$$\mathbf{R}_k = E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_\Phi & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{C}_P \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$$

#### 4.2.5 強健型卡曼濾波器(Robust Kalman Filter)[8]

量測方程式表示為：

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \quad (4.20)$$

令殘值(residual)為  $\mathbf{e}_{k,i} = \mathbf{Z}_{k,i} - \mathbf{h}_{k,i} \cdot \mathbf{X}_k$ ，可將方程式改寫成：

$$\sum_i^n f(\mathbf{Z}_{k,i} - \mathbf{h}_{k,i} \cdot \mathbf{X}_k) = \sum_i^n f(\mathbf{e}_{k,i}) \quad (4.32)$$

其中：

$f(\cdot)$  為一純量，代表所有殘值(residuals)的加權總和

$i$ ：表示觀測數目

$n$ ：在時刻  $k$  觀測量的維度

$\mathbf{Z}_{k,i}$ ：在時刻  $k$  時  $\mathbf{Z}_k$  的第  $i$  個元素



$\mathbf{h}_{k,i}$  :  $\mathbf{H}_k$  的第  $i$  列向量

為使總和的  $f(\cdot)$  最小，將(4.32)對  $\mathbf{X}_k$  偏微分，得：

$$\sum_i^n \varphi(\mathbf{Z}_{k,i} - \mathbf{h}_i \cdot \hat{\mathbf{X}}_k) \mathbf{h}_i = \sum_i^n \varphi(\hat{\mathbf{e}}_i) = 0 \quad (4.33)$$

其中  $\varphi = f'(\cdot)$ ，上式可寫成：

$$\sum_i^n \mathbf{h}_i \hat{\mathbf{e}}_i \frac{\varphi(\hat{\mathbf{e}}_i)}{\hat{\mathbf{e}}_i} = 0 \quad (4.34)$$

令  $\frac{\varphi(\hat{\mathbf{e}}_i)}{\hat{\mathbf{e}}_i} = D(\hat{\mathbf{e}}_i)$ ，上式可改寫成：

$$\sum_i^n \mathbf{h}_i \hat{\mathbf{e}}_i D(\hat{\mathbf{e}}_i) = 0 \quad (4.35)$$

其中  $D(\hat{\mathbf{e}}_i)$  可用來調整殘值的權重。

在利用 LAMBDA 法求周波未定值整數解時，如果因為當時刻下的虛擬距離觀測量誤差過大或其他因素使得整數搜尋之最佳解品質不佳，單純使用 LAMBDA 法來解算位置會產生過大的跳動，不利於我們載具運動的控制，因此我們希望能有一個平滑的定位結果。

為使載具位置不會因量測值的差距過大造成定位跳動，因此將  $D(\hat{\mathbf{e}}_i)$  設為：

$$D(\hat{\mathbf{e}}_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } |\hat{\mathbf{e}}_i| < c \\ 10 & \text{if } c \leq |\hat{\mathbf{e}}_i| < d \\ 100 & \text{if } |\hat{\mathbf{e}}_i| \geq d \end{cases} \quad (4.36)$$

其中  $c$  與  $d$  為常數閾值。當殘值過大的時候，利用上式重新調整卡曼濾波器中狀態方程式與量測方程式之間的加權分配。

根據載具的動態模型並結合(4.35)，將卡曼濾波器重新表示成具有權重之強健統計數值(robust statistics)，並將量測更新流程的算式改為[6]：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^T \left( \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k(-) \mathbf{H}_k^T + D(\hat{\mathbf{e}}_i) \mathbf{R}_k D(\hat{\mathbf{e}}_i) \right)^{-1} \quad (4.37)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_k(+) = \hat{\mathbf{X}}_k(-) + \mathbf{K}_k D(\hat{\mathbf{e}}_i) \left( \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k(-) \right) \quad (4.38)$$

$$\mathbf{P}_k(+) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k(-) \quad (4.27)$$



### 4.3 定位演算法流程

整合本章各節所述的演算步驟，即時動態定位演算法之解算流程可整理為下圖(4-2)：

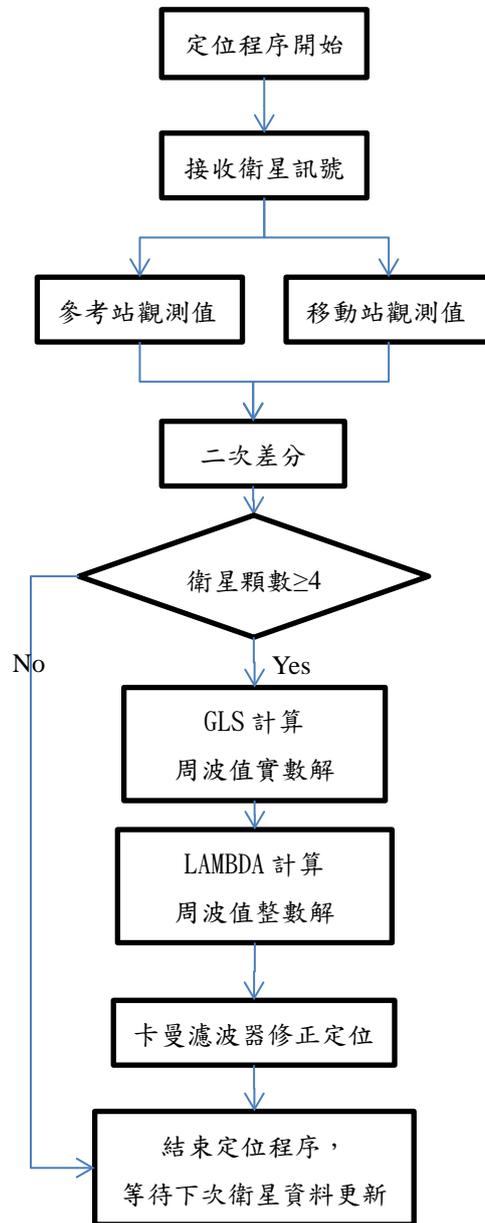


圖 4-2 定位演算程序流程圖

在載具系統的控制單元呼叫系統中的定位程式時，便會進行上圖的演算流程，解算成功後便會輸出解算位置。

## 第五章 障礙偵測系統



載具的測障系統由[12]設計，其中包含雙眼視覺感測與超音波感測。而[14]利用此二系統的資訊整合成可因應障礙物變化而反應的避障系統，見第六章。

### 5.1 雙眼視覺系統

本研究使用的雙眼視覺系統採用 Videre Design 公司之 STH-DCSG 雙眼相機。STH-DCSG 為數位式立體影像鏡頭，IEEE1394 介面，相機擷取的影像解析度為 640x480，畫面傳輸速率為 30fps。Videre Design 提供了 SRI Stereo Engine 的程式開發介面(Application Programming Interface, API)，使用者可以透過自行編撰的程式碼呼叫函式庫中測距的工具函式來測量障礙物的距離，也可搭配使用者依照環境需求所設計的輔助程式，如自動曝光模組，來使測距功能達到最佳的效果[14]。

此系統將載具前方六公尺、左右各五公尺的 6x10 長方形範圍劃分成 60 個 1 公尺 x1 公尺的網格。當程式呼叫測距函式時，函式擷取拍攝畫面，透過視差影像計算出每個像素在相機座標中的位置。而將計算出位置的像素放置在各自的網格中，當某格網格中的像素數量超過一定數目，且像素的平均高度超過一閾值，即定義該網格位置為障礙物。如圖所示。



圖 5-1 左眼影像[14]



圖 5-2 視差圖[14]

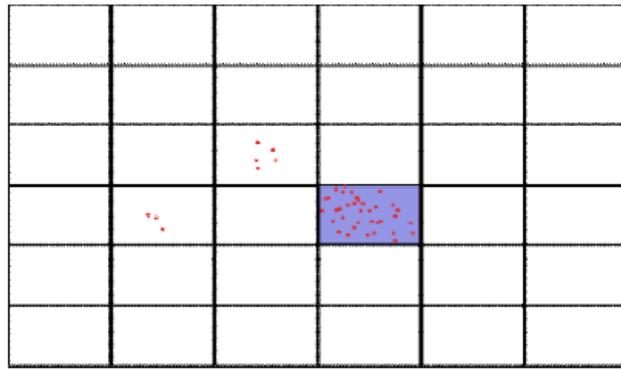


圖 5-3 網格示意圖[14]

## 5.2 超音波系統

### 5.2.1 超音波測距原理

音波傳遞至物體表面會反射回音，因此可透過計算音波發射和接收回音的時間差計算障礙物至感測器之間的距離。超音波為振動頻率超過人耳能感知的聲波(16~20kHz)，應用在各種感測上，其中低頻的音波(20kHz~數百 kHz)多用於測距。

此系統所使用的 Devantech 公司 SRF05 超音波感測器，為雙頭式感測器，在同側有一發射器和一接收器。發射器利用壓電逆效應，在壓電晶片上施加脈衝電壓使壓電材料震動產生超音波；接收器收到介質的壓縮，則利用壓電正效應將空氣振動轉換為電壓訊號。

SRF05 感測器的量測範圍為 1cm~300cm，由發射器發射超音波，至接收器接收到反射的回音之經過時間，即可推算出感測器與反射面之距離。如下圖(5-4)與下式(5.1)所示。

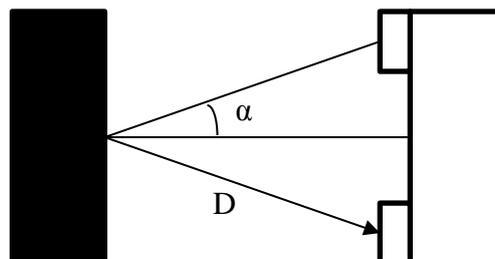


圖 5-4 超音波感測示意圖



$$D = \frac{v_s \times t_s}{2} \cos \alpha \quad (5.1)$$

其中，

D：超音波傳遞距離的一半(m)

$v_s$ ：超音波傳遞速率(m/sec)

$t_s$ ：超音波傳遞時間(sec)

當式(5.1)中的 D 遠大於發射端和接收端之間的距離， $\cos \alpha$  可視為趨近於 1。

聲波的傳遞速率  $v_s$  會隨溫度 ( $T$ ) 而變，在攝氏 0 度為 331.31m/sec，關係式如下：

$$v_s = 331.31 \times \sqrt{1 + \frac{T}{273.15}} \quad (5.2)$$

## 5.2.2 感測器配置

為提供載具四周完整的障礙物資訊，並讓各個超音波感測器不會互相衝突，因此在載具上訂製一外框，將六顆超音波感測器依圖放置於外框上。

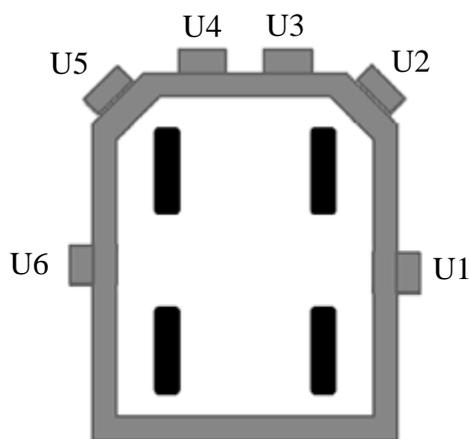


圖 5-5 超音波感測器配置圖

由於 SRF05 感測器的輸入觸發訊號需要 10 $\mu$ s 的 TTL 訊號，回傳的輸出訊號也是 TTL 訊號，因此使用 FPGA 開發板，設計一 VHDL 程式來收發 TTL 訊號，透過 RS232 傳輸介面將資料傳輸至控制單元。而為避免訊號相互干擾，TTL 訊號間隔為 22ms。如下圖：

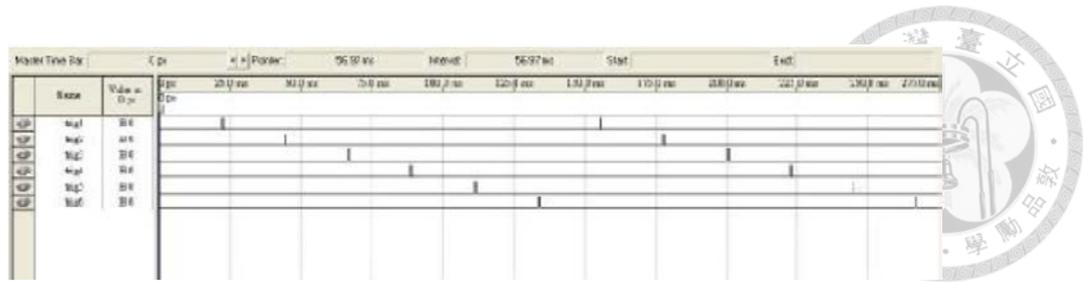


圖 5-6 FPGA 對超音波感測器提供之觸發訊號[10]

利用上述的測距原理和資訊傳輸的方法，可以持續地用超音波取得載具四周的近距離障礙物的位置。

## 第六章 路徑規劃設計



無人載具的偵測障礙感測器有雙眼相機與超音波感測器，因此針對二種感測器的特性分別使用不同的避障策略，由[13]規劃策略流程進行整合。

### 6.1 快速探索隨機樹

雙眼相機的視覺範圍內能捕捉到的障礙物數量會較多且分布較為複雜，因此需要一整體性的避障策略，而此系統使用的規劃演算為快速探索隨機樹 (Rapidly-Exploring Random Tree, RRT)。RRT 是一種漸進式隨機取樣探索的路徑規劃演算法，適用於複雜環境的路徑規劃[13]。

#### 6.1.1 隨機樹的建構

隨機樹有二種成員：節點(node)和邊(edge)，節點是已經加入資料樹中的隨機取樣點，邊為二節點間的連線。

快速探索隨機樹的建構，首先從初始點建立隨機樹，接著在可活動的空間中隨機取樣一點  $X_{rand}$ ，使該點與隨機樹中最接近的節點  $X_{near}$  連接，連接的方法有二種：(一)點對點連接或是(二)點對邊連接，以連接的長度最小、且不會碰觸到障礙物空間的連接方式為優先選擇。連結方式的示意圖如下。

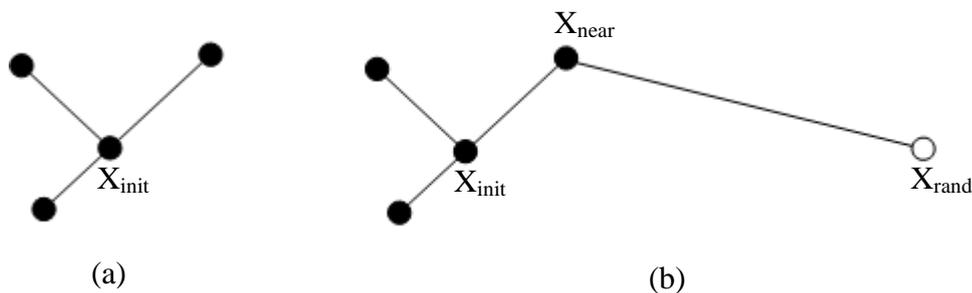
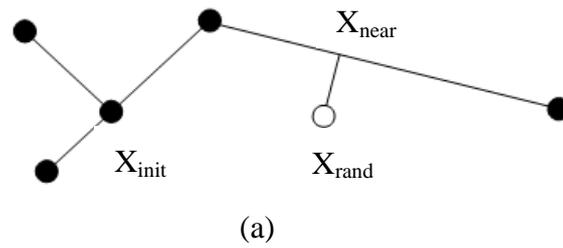
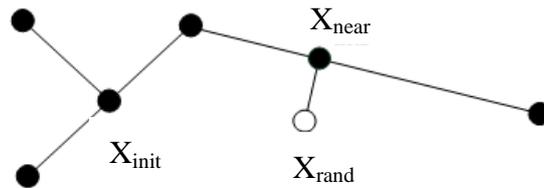


圖 6-1 隨機樹連接方式(一)[13]



(a)



(b)

圖 6-2 隨機樹連接方式(二)[13]

若隨機取樣點  $X_{rand}$  無法與隨機樹連結，則重新取樣隨機點。重複此流程，直至隨機樹擴張到已經和終點  $X_{goal}$  連接為止。演算法如下：

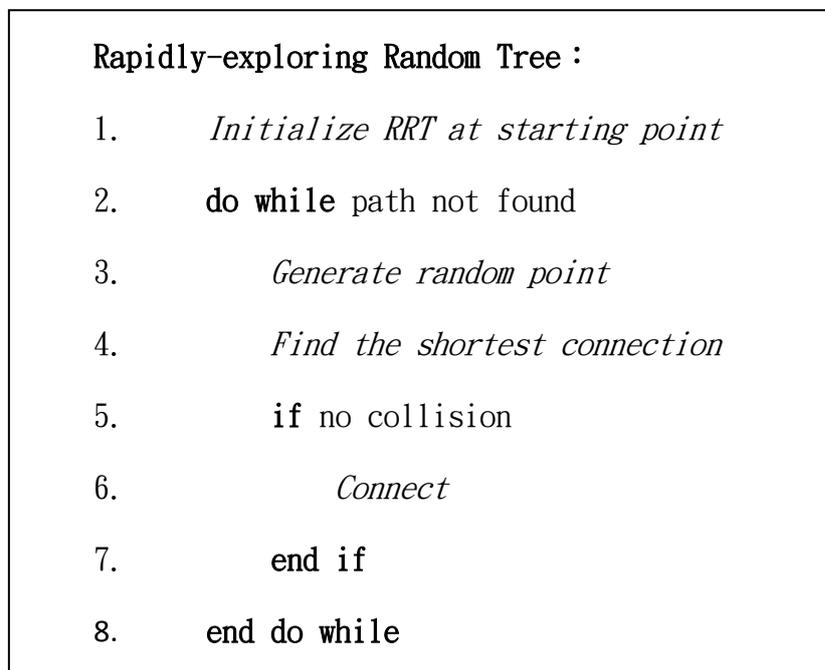


圖 6-3 RRT 流程



## 6.1.2 路徑縮短

RRT 建構出來的隨機路徑，可能會有繞遠路或過於曲折的情形發生，因此需要再進行路徑縮短的步驟：在規劃出來的路徑中隨機取二節點並連線，若連線間不會接觸到障礙物空間，則將此連線加入路徑取代舊的連結；若新連線會碰觸到障礙物空間，則維持舊的路線。重複數次此步驟即可縮短 RRT 規畫的路徑。演算法如下：

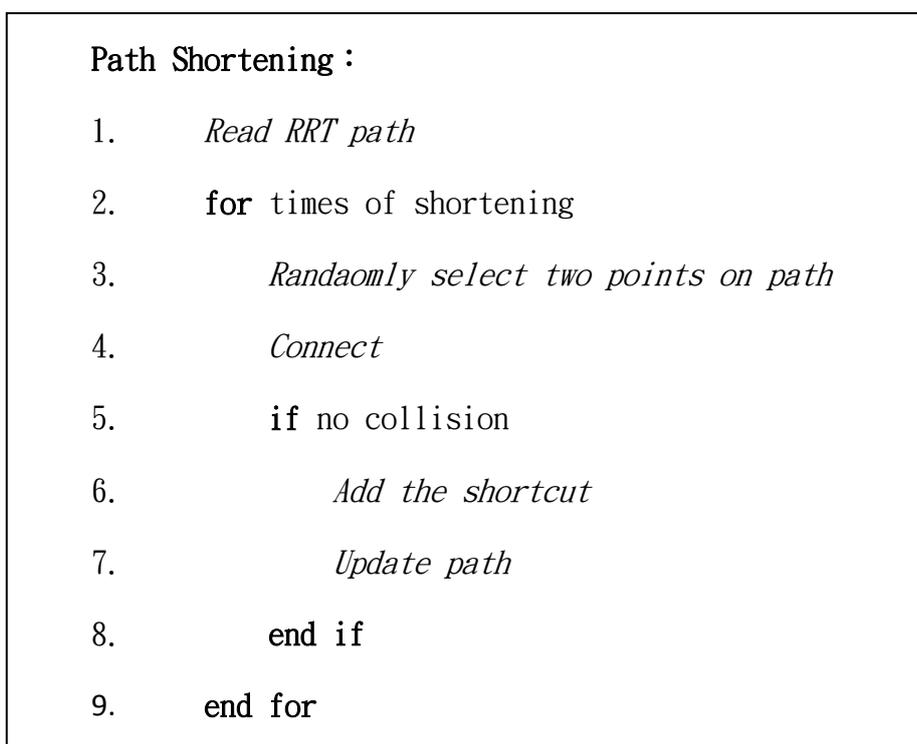


圖 6-4 路徑縮短流程

執行路徑縮短的動作結束後，再檢查路徑中兩兩相鄰的節點，若二節點的距離太短則移除其中一點，以減少過多的路徑雜點。

## 6.2 超音波避障規則庫

超音波感測器的偵測結果較單純，感測距離也較短，避障動作需要即時反應，故使用規則庫系統來設計超音波避障系統。



## 6.2.1 規則庫介紹

規則庫系統(Rule-based System)是一種從已知事實推論新事件的系統。其運作形式為：若 A 成立，則執行 B，A 稱作前提(Antecedent)，B 稱作結果(Consequence)。

規則庫系統包含三個元件：推理引擎(Inference Engine)、知識庫(Knowledge Base)、事件資料庫(Fact Database)。知識庫為一規則資料庫，包含了事先建立的規則，將得知的事實能經過推理引擎得到結論。事實資料庫包含傳給知識庫中的規則使用條件。推理引擎是結合規則和事實的控制器。

若出現複數個規則能應用在同一件事實的情況，則需要使用額外的選擇機制決定要套用的規則，確保系統一次只會採取一個動作。

## 6.2.2 避障原理

因為設置了 6 個超音波感測器來偵測環境，總共會有  $2^6=64$  種感測事實，會使得規則庫的設計過於複雜且運算時間會增加，故避障系統將六個感測器整合成三種方向，作為規則庫的輸入變數。

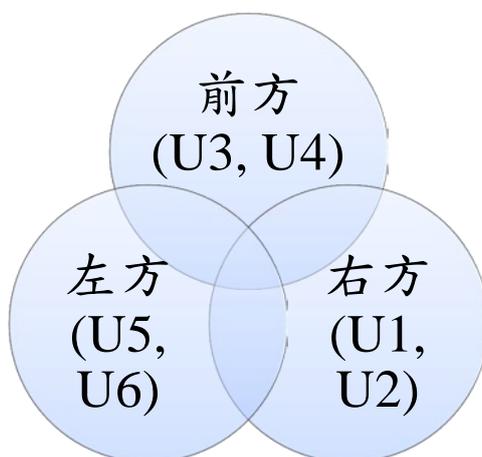


圖 6-5 超音波感測器方向整合示意圖

如圖(6-3)所示，U1、U2 整合為右方；U3、U4 整合為前方；U5、U6 整合為左方。如此可將 64 種感測事實簡化歸納成七種，而將障礙物距離的安全閾值設為 50 公分。列舉針對此七種障礙物偵測的情況及相對應的避障動作如下[11]：

1. 僅右方有障礙物：只有 U1、U2 感測到障礙，使載具線速度較大，角速度較



- 小，使其輕微左轉避開障礙物。
2. 僅左方有障礙物：只有 U5、U6 感測到障礙，使載具線速度較大，角速度較小，使其輕微右轉避開障礙物。
  3. 僅前方有障礙物：只有 U3、U4 感測到障礙，使載具線速度較小，角速度較大，使其緩慢前進並避開障礙物。
  4. 右、前方有障礙物：U1~U4 感測到障礙，使載具線速度較小，角速度較大，使其左轉避開障礙物。
  5. 前、左方有障礙物：U3~U6 感測到障礙，使載具線速度較小，角速度較大，使其右轉避開障礙物。
  6. 左、右方有障礙物：U1、U2、U5、U6 感測到障礙，使載具線速度較大，角速度為零，使其直走脫離障礙物。
  7. 三方向皆有障礙物：U1~U6 皆感測到障礙，由於本實驗並不考慮載具後退之情形，故使線速度與角速度為零，停止實驗。

上述規則以表格整理如下：

表 6-1 超音波感測結果與動作對應表

	(U1, U2)右方	(U3, U4)前方	(U5, U6)左方
(U1, U2)右方	$v=0.1$ $\omega=0.15$	$v=0.05$ $\omega=0.25$	$v=0.15$ $\omega=0.0$
(U3, U4)前方		$v=0.05$ $\omega=-0.25$	$v=0.05$ $\omega=-0.25$
(U5, U6)左方			$v=0.1$ $\omega=-0.15$

上表中  $\omega$  為正代表載具的左轉方向， $\omega$  為負是載具的右轉方向。此表即為規則庫系統的知識庫。

而為使載具在運行即時避障時能保持「遠離障礙物」的行為，測距的安全閾



值會在單次避障的過程中由 50 公分遞增至 100 公分，使載具能逐漸遠離障礙物，避障動作結束後再將距離的安全閾值重設成 50 公分，待下次避障動作的執行。

### 6.3 避障模式整合

避障系統使用的二種避障策略，其特性如下：

1. 快速探索隨機樹：適合應付複雜的環境，但運算時間較長，且路徑規劃具有隨機的性質，不適合短時間地持續更新。除此之外，雙眼相機的測量隨著障礙物距離增加誤差也會越大，偵測範圍不宜過大。
2. 超音波即時避障：運算速度快、可即時更新，但不適合應付複雜的環境。

因此避障系統將雙眼相機擷取影像的時間設置 90 秒的間隔，偵測範圍為 6 公尺之內，若在此範圍內偵測到障礙，則進行快速探索隨機樹的避障路徑規劃，並讓載具追循此路徑行動，此為路徑追蹤模式。在載具行走的過程中，超音波感測器會隨時偵測周圍環境，若偵測到近距離的障礙物，則切換至即時避障模式，待載具完成即時避障動作後，在切換回路徑追蹤模式。載具的行進會持續執行此流程直到抵達終點，流程圖如下：

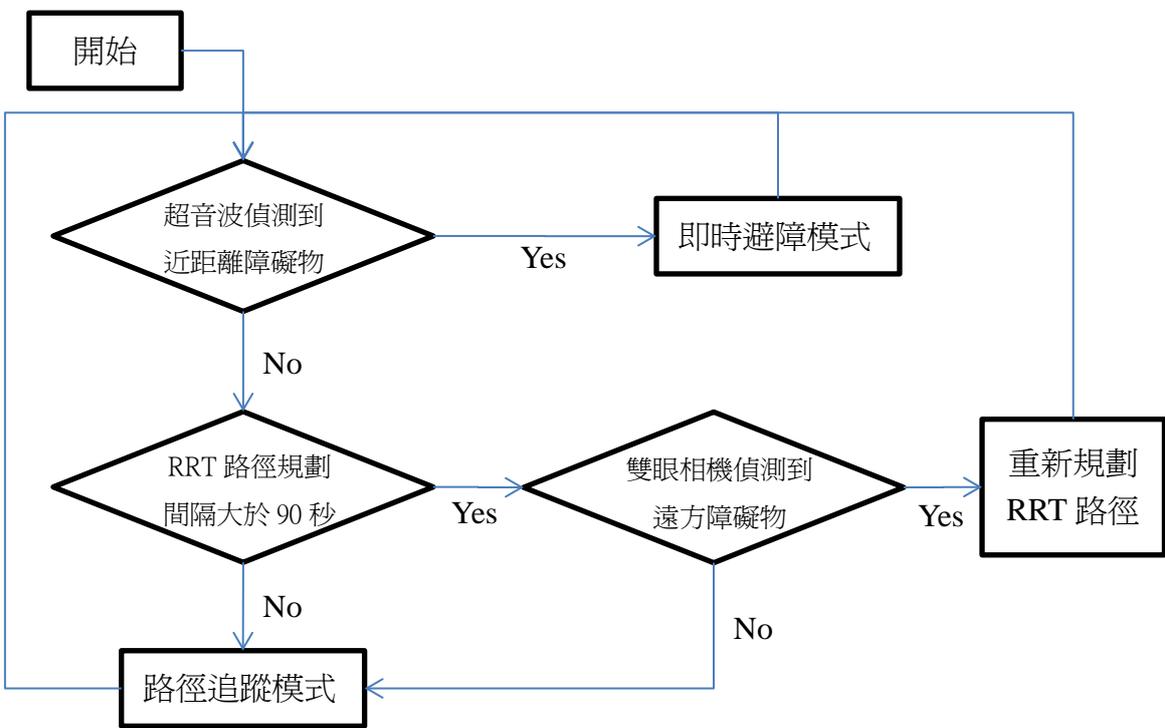


圖 6-6 避障模式整合流程圖

## 第七章 實驗結果與分析



### 7.1 RTK 定位實驗結果

將 RTK 定位演算加入無人載具系統之前，先進行離線的測試實驗。使用 Matlab 計算軟體編寫 RTK 演算法測試用的模擬程式，將事先持續收取一段時間的 GPS 衛星資料輸入並解算接收機位置，再把計算結果與其他計算方法得到之定位結果做比較。

#### 7.1.1 離線測試實驗

##### 定點資料定位測試

圖(7-1)與圖(7-2)為定點靜態收取衛星資料的定位測試實驗，因演算的過程皆是使用該時刻之量測資料，並無利用過去時間的觀測數據，仍可視為即時的運算過程。

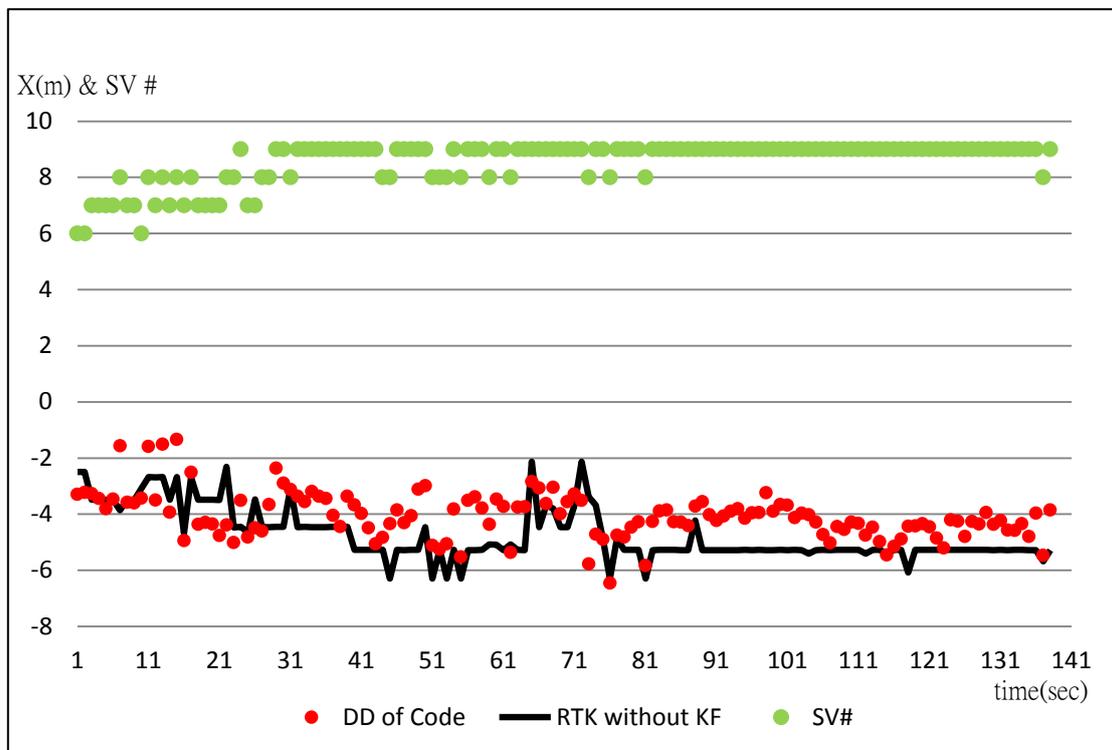


圖 7-1 虛擬距離二次差分與 RTK 演算(無 KF 修正)定位結果比較



上圖紅點為單純利用虛擬距離觀測二次差分值解算出的定位結果，雖然大致呈現定值，但是跳動程度頗為劇烈；黑色實線為使用 LAMBDA 方法的 RTK 定位演算所得到的定位結果。

當接收衛星顆數沒有發生劇烈變化，RTK 定位演算得到的周波未定值幾乎為同值，可解算得出固定的位置。但是在某些時刻下仍有些許跳動的情況發生。

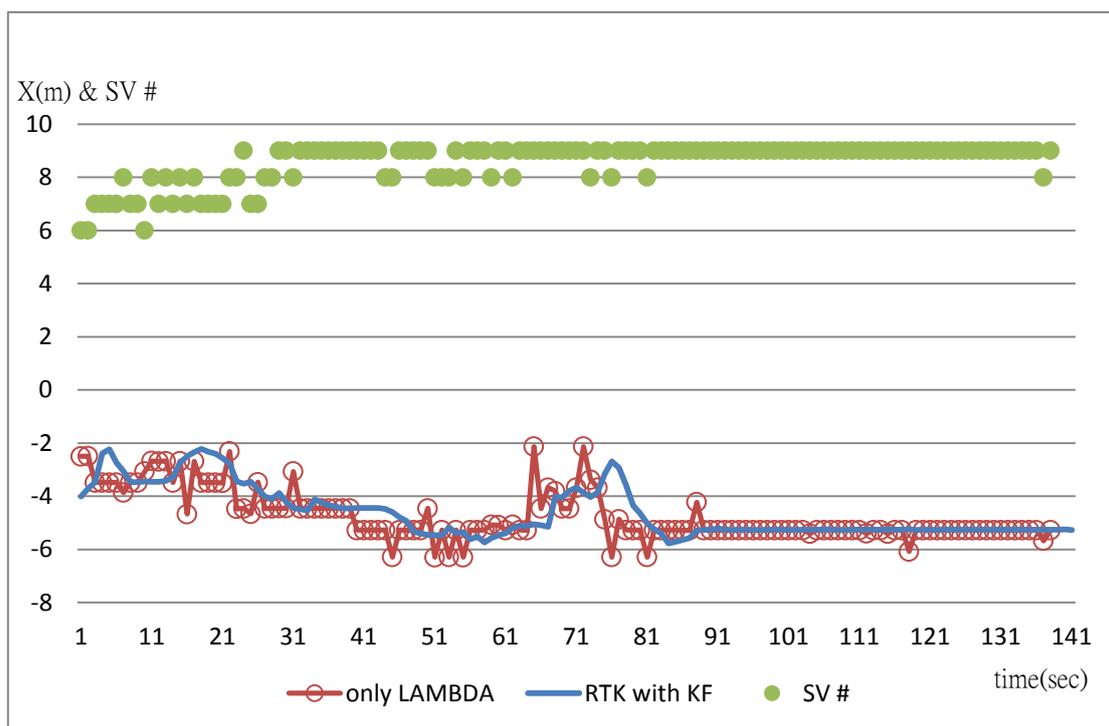


圖 7-2 LAMBDA 定位演算與 KF 修正定位結果比較

由上圖可看出，藍色實線的修正定位，經過收斂時間後能將 LAMBDA 的定位跳動修正成平滑的定位結果。

### 動態資料定位測試

利用手推車，在移動的狀態下收取 GPS 資料，將我們設計的 RTK 定位演算與載波相位三次差分的解算結果做比較。為使三次差分能加速收斂，三次差分的初始點位會先行設定好。

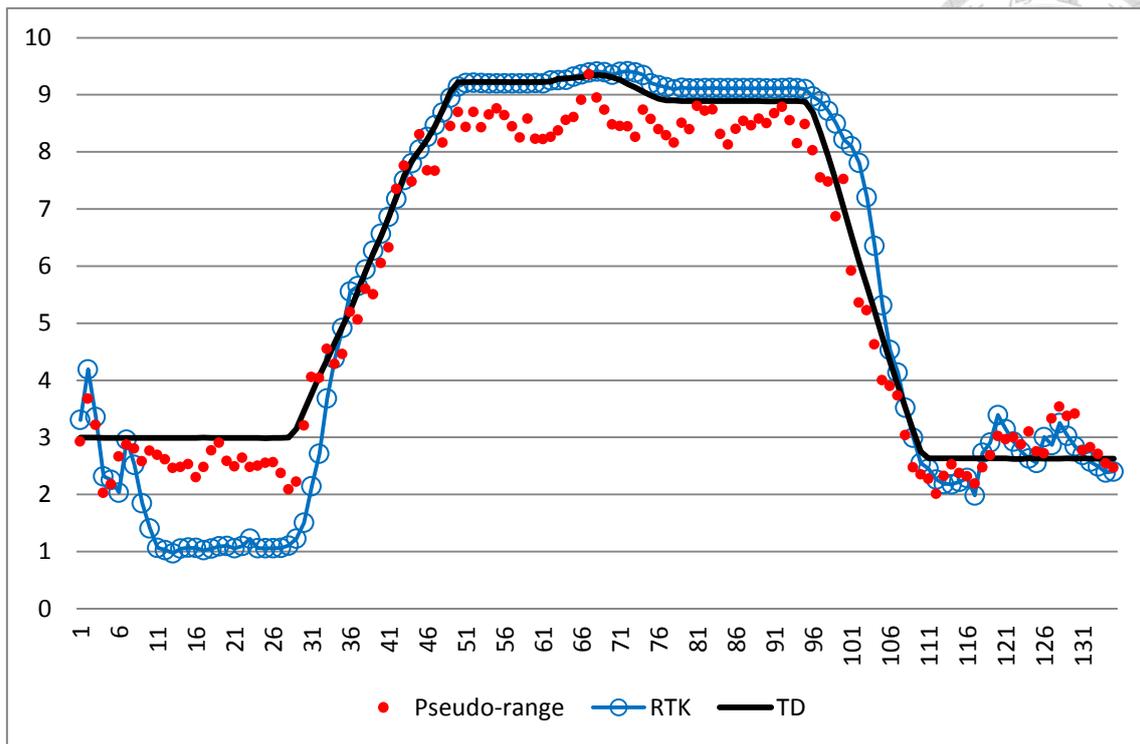


圖 7-3 動態定位演算實驗結果

由上圖實驗可知，經過前段的收斂時間後，在行進間的定位和三次差分的誤差約 20 公分，唯有在虛擬距離跳動劇烈之處，RTK 的定位仍會受到影響。



### 7.1.2 路測實驗

路測實驗路線以本地座標(1.5,2)為出發點逆時針繞行，為了比較直線行進以及載具迴轉的差異，起始的路線以直線行進為主，後半段則多迴轉路線以增加變化。

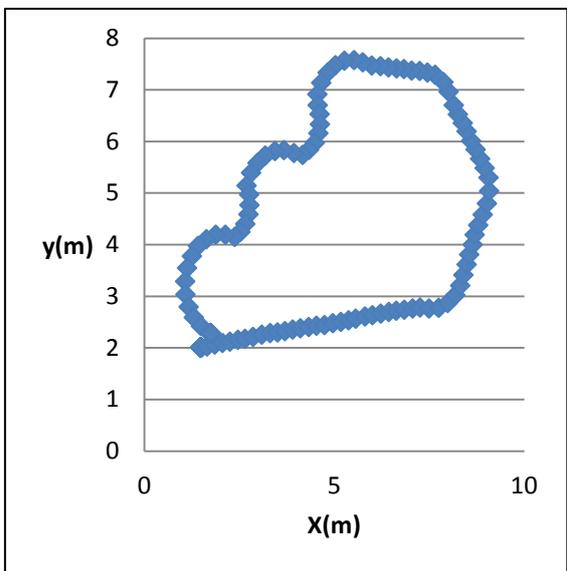


圖 7-4 載波三次差分路測實驗結果

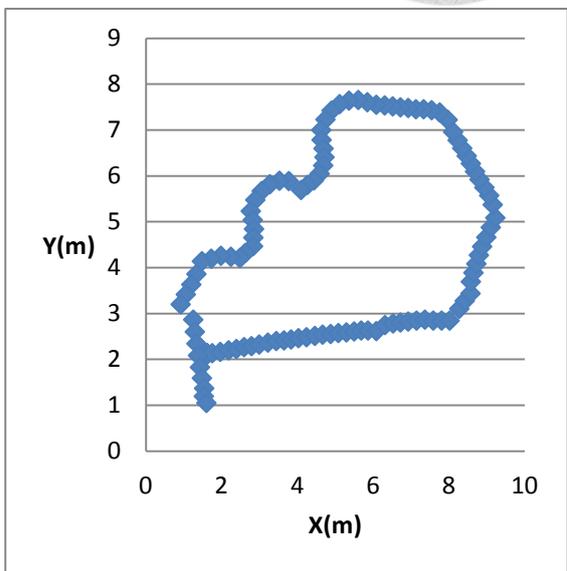


圖 7-5 RTK 演算法路測實驗結果

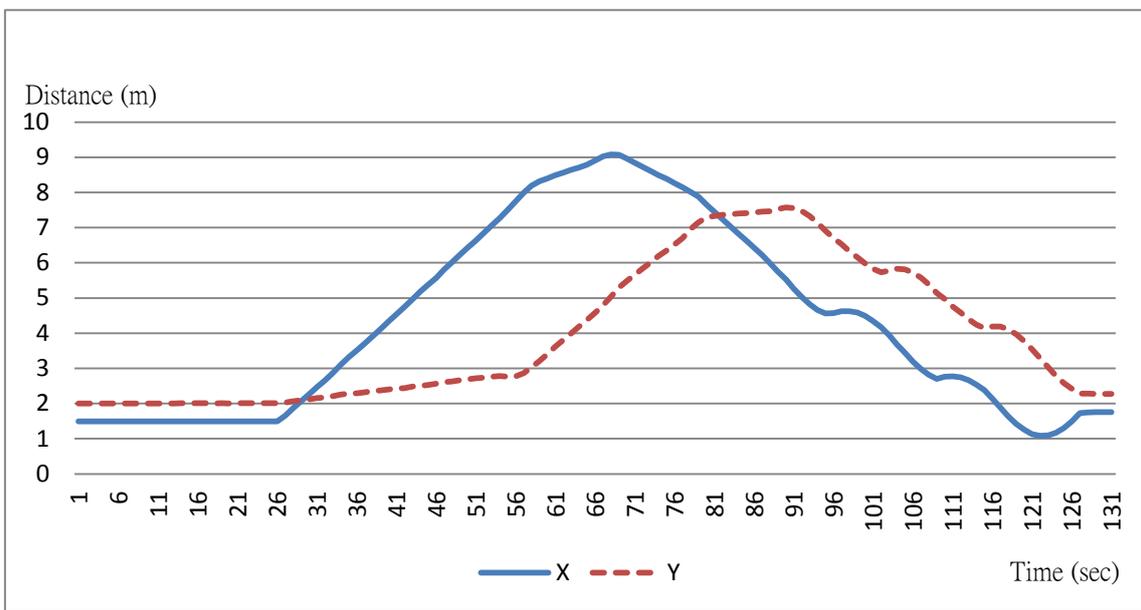


圖 7-6 載波三次差分路測實驗結果(各方向距離對時間)

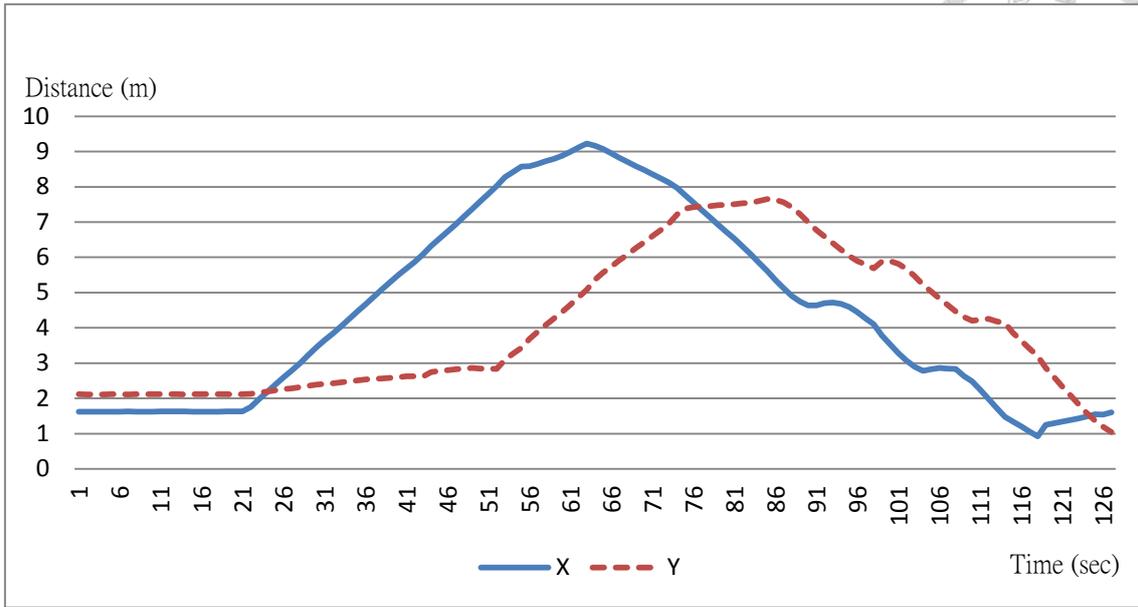


圖 7-7 RTK 演算路測實驗結果(各方向距離對時間)

由上圖可看出，計算的結果呈現穩定連續的定位。而且與預先設定初始值得載波相位三次差分的結果非常接近，只有在 123~125 秒時整數搜尋連續取到偏差較嚴重的整數值，造成定位的偏移。



## 7.2 載具整合實驗

無人載具系統的控制程式係以 Visual C++ 6.0 建置，因此，我們必須將 RTK 定位演算改寫後加入載具系統中，搭配避障感測器進行整合實驗。

### 7.2.1 雙眼視覺測障與路徑規劃實驗結果

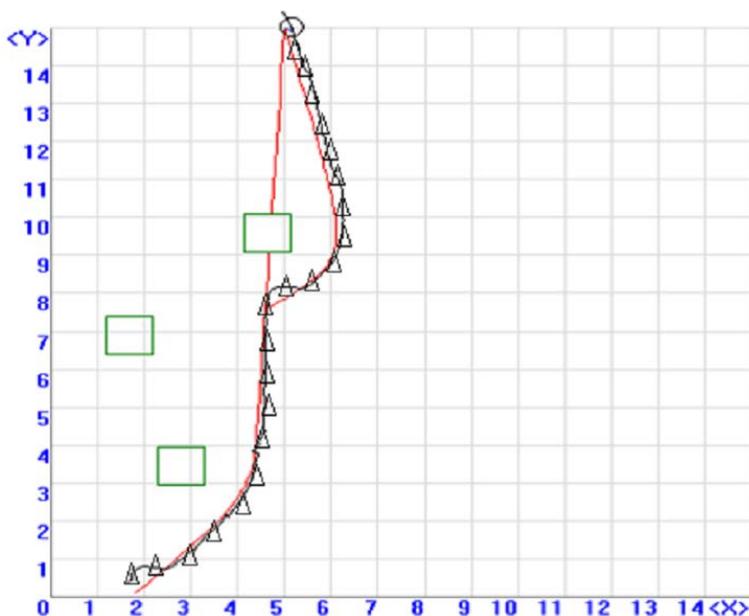


圖 7-8 雙眼視覺與路徑規劃實驗結果

實驗將終點設置於本地座標(5,15)，並任意擺放三障礙物於實驗空間中。其中，紅色實線即為路徑規劃提供的路徑，三角形標點的黑色實線代表載具行走的真實路徑。由圖可以看出，載具看到第一個障礙後可透過路徑規劃避開障礙；而在(5,8)處，雙眼視覺再次啟動後又偵測出第二個障礙物，重新規劃出新的避障路徑。



## 7.2.2 避障感測器整合實驗結果

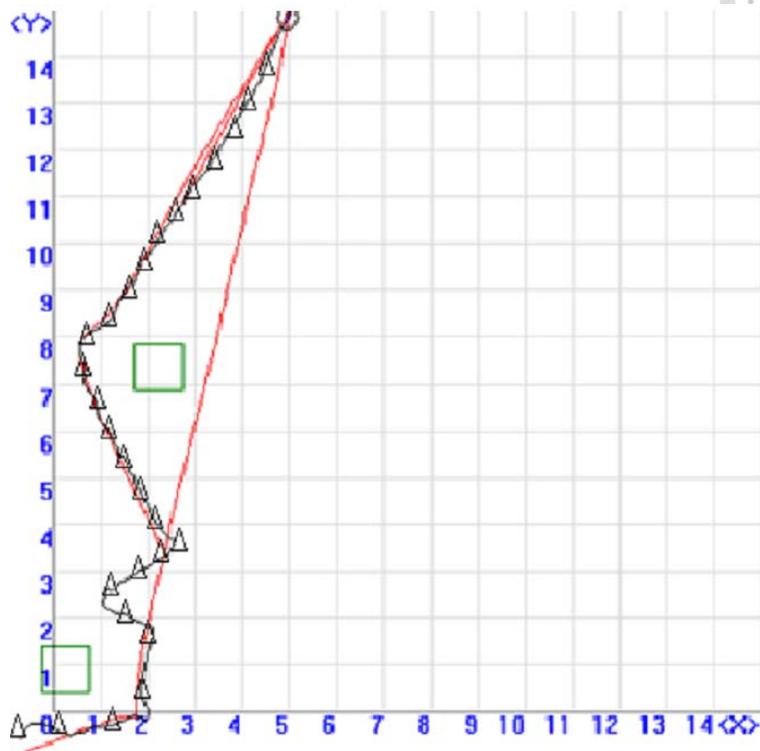


圖 7-9 雙眼視覺與超音波感測整合實驗結果

雙眼相機的拍照時間間隔為 90 秒，因此若有障礙物在這段時間中移動到路徑上，雙眼視覺並無法探測此障礙的位置，需要依靠超音波感測器來躲避。

當載具依照路徑規劃的參考路徑成功躲避第一個障礙物後，於(2,2)處突然放置一個新的障礙，當載具偵測到此障礙便會啟動超音波避障模式。待避障動作完成後，回到原始規劃的參考路徑上，接著又因雙眼相機再次拍照偵測到第二個障礙物，因此重新規劃新的路徑並抵達終點(5,15)。



### 7.3 椰林大道路測實驗

為了測試載具系統的實用性，我們在椰林大道進行長距離和長時間的路測實驗。在正式進行實驗之前，需要設定路徑的中繼點位置，為取得各個中繼點的本地座標位置，先行在椰林大道的數個定點上放置 GPS 接收機計算定位。

經過取點定位後，此次實驗的各中繼點的本地座標分別為：A(-237.2, 210.2)、B(-243.4, 252.8)、C(-246.2, 310.1)、D(-245.8, 432.6)。

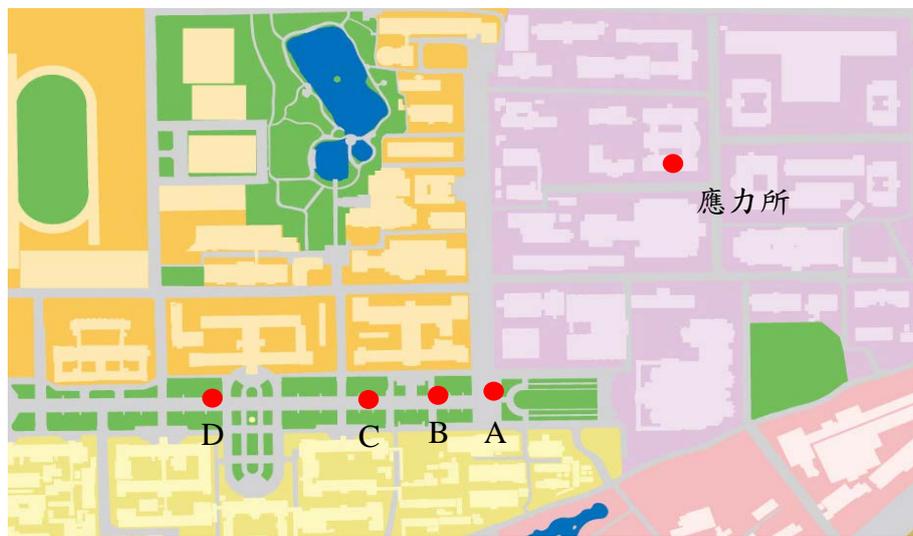


圖 7-10 椰林大道實驗標記位置示意圖

故實驗規劃以 A 點為起點，經 B 點及 C 點，最終抵達 D 點。

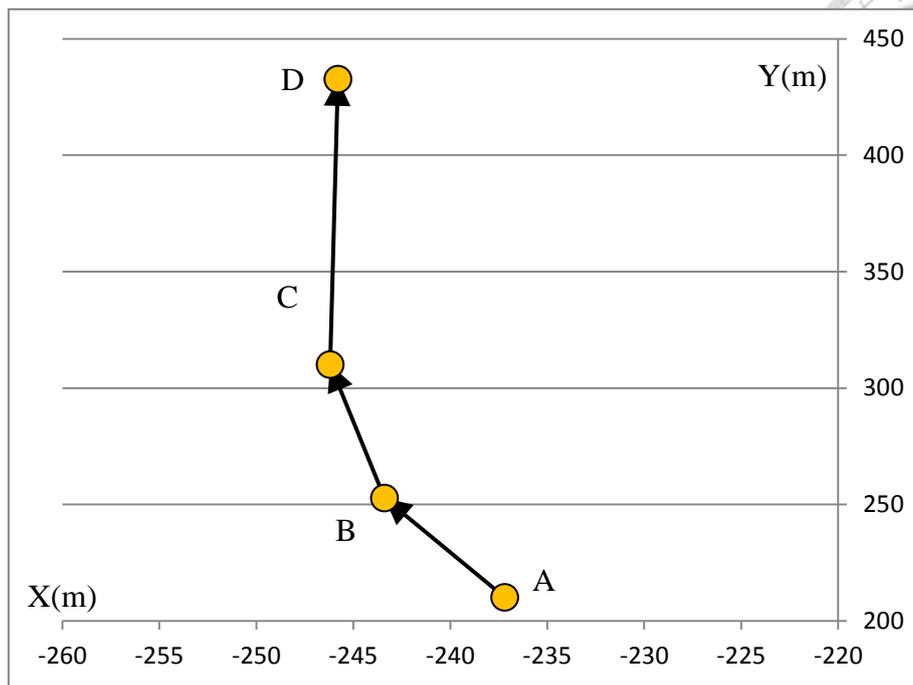


圖 7-11 椰林大道實驗中繼點分布圖

因實驗時的載具速度慢(0.15m/sec)，為避免影響椰林大道上人車的交通，特別選在上午 4:30 的時候進行實驗，實驗結果如下圖：

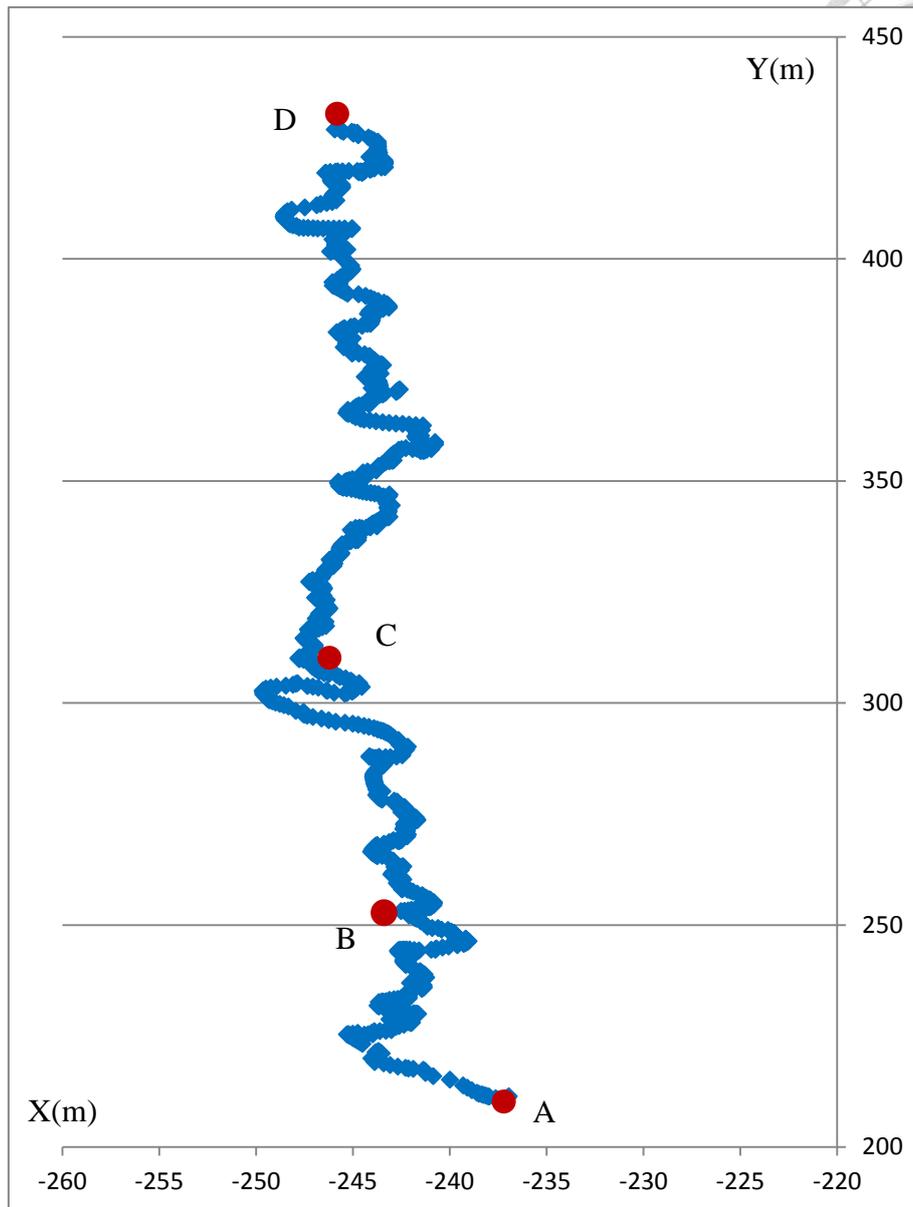
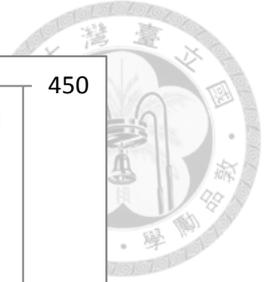


圖 7-12 椰林大道路測實驗結果

在實驗中，無人載具利用 RRT 規畫路徑，並持續使用超音波感測障礙物，順利往目標點移動。由實驗結果可看出，無人載具系統在長時間與大範圍仍能保持定位與規畫路徑的穩定性，並避開障礙而抵達目的地。

## 第八章 結論



由實驗結果可知，使用 LAMBDA 法進行整數搜尋，可有效率地得出整數周波未定值，並解算載波相位二次差分模型，快速的完成初始定位；並避免載具在僅使用單時刻的解算位置會受到定位跳動影響其運動控制，搭配 Kalman Filter 將定位結果平滑化。本論文設計的 RTK 定位演算法，確可達成無人載具即時的載波相位定位，亦可因應周波脫落的問題，若在衛星顆數充足的情況下，定位精度可提升至數十公分。我們在整合定位系統、偵測障礙物與路徑規劃兩個子系統後，能成功地完成無人載具路測實驗。

在未來的發展方面，如果衛星數目過低，定位的穩定度可能大為下降，若衛星數目小於四顆，甚至無法完成定位。如要解決衛星數目造成定位精度不佳的問題，在硬體方面，可以提升接收機的接收訊號範圍，如增加 GPS 的 L2 頻道，或是其他的衛星導航系統，如 GLONASS、Galileo、北斗等，組合成多系統的衛星定位，但若升級接收機，則設備成本會大大提升，且亦要考慮中樞電腦的計算能力能否承受大量數據的即時運算，以及其他子系統的資源分配問題。

在軟體方面，我們可適度地修改程式架構，使其進行更有效率的指令傳遞，以避免過多的傳輸資料如多餘的感測器訊息，受網路頻寬的限制導致傳輸延遲，拖慢整體系統的運算速度，進而造成定位結果不佳。

我們亦可整合 INS(慣性導航系統)，當載具的環境使得衛星數目不足已完成定位時，可使用 INS 作定位，使載具系統的定位更為強健。

## 參考文獻



- [1] Pratap Misra , Per Enge. GLOBAL POSITIONING SYSTEM : Signal, Measurements, and Performance. Ganga-Jamuna Press. 2001.
- [2] Julius S. Bendat , Allan G. Piersol. Random Data : Analysis and Measurement Procedures. John Wiley & Sons. 2000.
- [3] Robert Grover Brown & Patrick Y. C. Hwang. Introduction to Random signals and applied Kalman filtering, 2<sup>nd</sup>. John Wiley & sons. 1992.
- [4] De Jonge PJ, Tiberius C. The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects. LGR-Series, No 12. Technical report, Delft University of Technology. 1996.
- [5] Teunissen PJG. Least-Squares Estimation of the Integer GPS Ambiguities. in Invited lecture, section IV theory and Methodology, IAG General Meeting. Beijing. 1993.
- [6] K. Deergha Rao, M.N.S. Swamy, E.I. Plotkin. GPS Navigation with increased Immunity to Modeling Errors. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol.40, No.1 January 2004.
- [7] LAMBDA software package user manual. 2011.
- [8] Tsai-Hsin Chang, Li-Sheng Wang, & Fan-Ren Chang. A Solution to the ill-conditioned GPS Positioning Problem in Urban Environment. IEEE Transactions on Intelligent Transportation System Vol.10, No.1 March 2009
- [9] 丁志毅，GPS 病態定位方法之評估與設計，台灣大學應用力學研究所碩士論文，中華民國九十八年七月。
- [10] 蘇信豪，無人載具避障之導航與控制，台灣大學應用力學研究所碩士論文，中華民國九十六年七月。

- 
- [11] 單幼枚，無人車雙眼視覺避障系統之設計，台灣大學應用力學研究所碩士論文，中華民國九十八年七月。
- [12] 蘇軒儀，無人載具感測器融合與控制系統設計，國立台灣大學應用力學所碩士論文，中華民國九十八年七月。
- [13] 彭聖霖，快速探索隨機樹輔助之擬剛體編隊設計，台灣大學應用力學研究所碩士論文，中華民國九十九年七月。
- [14] 簡懋予，無人載具避障系統設計與路徑規劃，國立台灣大學應用力學所碩士論文，中華民國一百零一年七月。
- [15] 楊淳元，無人自走車整合設計與實驗，國立台灣大學應用力學所碩士論文，中華民國一百零一年七月。
- [16] 沈力洋，GPS/Galileo 單頻即時動態定位效能分析，國立成功大學測量及空間資訊學系碩士論文，中華民國九十九年一月。

## 附錄



### LAMBDA 去相關化演算法[4]

提供協方差矩陣  $Q$ ，以及  $Q$  的對角化矩陣  $L$  與  $D$ ，並將欲求的轉移矩陣  $Z$  設定為單位矩陣，則去相關化的演算法可利用以下進行：

(1) Algorithm *ZTRAN* :

```
for  $i = n : -1 : 1$ 
  for  $j = i + 1 : n$ 
     $\mu = \text{rint}(L(j, i))$ 
    if  $\mu \neq 0$ 
       $L(j : n, i) = L(j : n, i) - \mu L(j : n, j)$ 
       $Z(1 : n, i) = Z(1 : n, i) - \mu Z(1 : n, j)$ 
       $a(i) = a(i) - \mu a(j)$ 
    end
  end
end
end
```

(2) Algorithm *SRC1* :

```
 $i1 = n - 1 ; sw = \text{true}$ 
while  $sw = \text{true}$ 
   $i = n ; sw = \text{false}$ 
  while  $sw = \text{false}$  and  $i > 1$ 
     $i = i - 1$ 
    if  $i \leq i1$ 
      apply algorithm ZTRAN to column  $i$ 
    end
     $\delta = D(i, i) + L(i + 1, i)^2 D(i + 1, i + 1)$ 
    if  $\delta < D(i + 1, i + 1)$ 
       $\lambda_3 = D(i + 1, i + 1) L(i + 1, i) / \delta ; \eta = D(i, i) / \delta$ 
       $D(i, i) = \eta D(i + 1, i + 1)$ 
       $D(i + 1, i + 1) = \delta$ 
      for  $j = 1 : i - 1$ 
         $\lambda_1 = L(i, j) ; \lambda_2 = L(i + 1, j)$ 
         $L(i, j) = -L(i + 1, i) \lambda_1 + \lambda_2$ 
         $L(i + 1, j) = \eta \lambda_1 + \lambda_3 \lambda_2$ 
      end
       $L(i + 1, i) = \lambda_3$ 
      swap columns  $L(i + 2 : n, i)$  and  $L(i + 2 : n, i + 1)$ 
      swap columns  $Z(1 : n, i)$  and  $Z(1 : n, i + 1)$ 
      swap elements  $a(i)$  and  $a(i + 1)$ 
       $i1 = i ; sw = \text{true}$ 
    end
  end
end
end
```