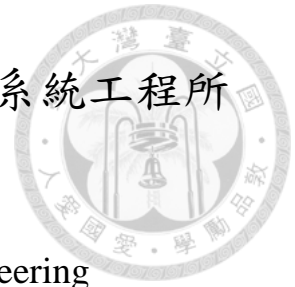


國立臺灣大學生物資源暨農學院生物環境系統工程所



博士論文

Department of Bioenvironmental Systems Engineering

College of Bioresources and Agriculture

National Taiwan University

Doctoral Dissertation

多測站流量時間-空間序率模擬之研究

A Stochastic Spatio-Temporal Simulation Approach

for Multi-site Streamflow Generation

研究生：謝心怡 撰

Graduate Student: Hsin-I Hsieh

指導教授：蘇明道 博士

Advisor: Ming-Daw Su, Ph.D.

共同指導：鄭克聲 博士

Co-advisor: Ke-Sheng Cheng, Ph.D.

中華民國103年1月

January, 2014

國立臺灣大學博士學位論文  
口試委員會審定書

多測站流量時間-空間序率模擬之研究

A Stochastic Spatio-Temporal Simulation Approach for Multi-site  
Streamflow Generation

本論文係 謝心怡 君 (D96622007) 在國立臺灣大學生物環境系  
統工程學系、所完成之博士學位論文，於民國 103 年 1 月 7 日承下列  
考試委員審查通過及口試及格，特此證明。

口試委員：

蘇明道

(指導教授)

鄭克麟

(共同指導)

陳明健


黃文政

高斌

汪金多

系主任、所長

## 誌謝



自進入台大就學至完成本文已超過 12 個年頭，佔去學生目前人生約 1/3，漫長學習的日子裡，感謝恩師 蘇明道教授無私的指導，除此之外還有包容、體諒，讓學生在學習專業與做人處事的過程中完成這本論文。學習是人生永遠的課題，在此由衷感謝老師對學生的啟蒙。研究過程中遭遇許多瓶頸，承蒙恩師 鄭克聲教授細心指導、解惑，讓學生對於研究有更深入的認知、受益匪淺，在此致上最深之謝意。文稿初成，感謝生物環境系統工程學系 童慶斌老師、農業經濟學系 陳明健老師、台灣海洋大學河海工程學系 黃文政老師不吝指正，惠賜卓見，特此謹致謝忱。


WatGIS Lab 就像一個大家庭，學長瑞林、在弘、俊宏、志鵬、景皓、世復、建廷，學姊齡方、美君、筱蕙，同學閔婷、麒帆，學弟妹大弘、浩恩、小曹、耿白，還有最照顧大家的秀美姊與助理怡賢，感謝同甘共苦的大家在這段時間無償的幫助，回想酸甜苦辣的各個片段都彌足珍貴。感謝羽球社團的各個成員陪伴一同流汗、一塊大吃大喝，有了羽球社以後生活變得好豐富，願大家都能持續保有健康的生活。

最重要的是感謝最摯愛的父母親以及丈夫德聰，感謝他們無私的付出與關愛，使我能順利完成學業。

最後僅以本文獻給所有關心我的親友們。

心怡 2014/01/16 五號館 101 室


## 摘要



流量資料為區域水資源管理與規劃不可或缺的參考依據，因此模擬流量往往是必要的前置作業。然而流量變數不僅有在時間上的變異還有在空間上的差異，並且往往非常態分布，造成模擬上的困難。故本研究提出結合時間、空間的流量模擬架構，使用臺灣嘉南地區12個流量站26年的歷史流量資料進行分析。此區域流量資料利用各變數平均值與標準差去除長期趨勢後，屬於多元PT3分布。於本研究中分別建立時間、空間半變異元函數，推估各變數間的相關性，並利用非等向性隨機場的概念，結合時間與空間的半變異元函數，建構此地區流量的時間-空間變異結構，導入流量資料時空架構並進行模擬。由於模擬流量變數眾多，且流量變數多為非常態變數，模擬實需考量維持變數間的相關性，造成模擬上的困難。故本研究以頻率因子為基礎，推估多元標準常態隨機變數轉換至多元PT3隨機變數時，相關係數矩陣的變化，以轉換多元常態進行多元非常態分布的模擬，期望改善以往模擬流量的方式。

觀察模擬結果平均而言均能夠呈現研究中所分析的時空變異結構，誤差在5%以下，然而比較模擬結果與實際旬流量相關係數仍有可改善之處。由於本研究所模擬的時空維度裡共有288個不同特性的分布，流量變數眾多，但是所取得流量資料長度僅有26年，較為不足。另一方面嘉南平原資料較完整的流量站僅有12個，在分析空間上的半變異元函數時也會凸顯資料不足的問題。分析過程中，礙於時間或是空間上資料不足的限制，造成建置時空變異架構的不足，均是模擬旬流量相關係數誤差的因素。

本研究亦將模擬流量應用於白河水庫管理處灌區，分析新增17口地下水井後對於此區域灌區缺水率改善情況，結果顯示各灌區於一、二期作期間，缺水率平均約有5-10%的改善。此架構所模擬的多元流量尤其適用於多河川的區域水資源規劃，透過類似的風險分析計算能提供決策所需資訊。



此模擬架構除了可以維持流量本身的機率分布特性，還考量不同時間、不同空間位置的流量相關性，並且透過頻率因子的基礎，解決多元非常態模擬的困難，較以往模擬模式更能掌握流量間的相關性，亦適用於其它具有時間-空間變異結構或者有更高維度的連續變數，如雨量溫度等等。

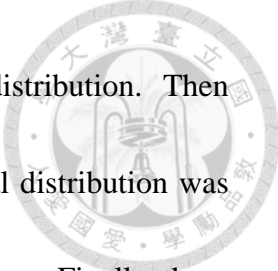
關鍵字：多元流量，非常態變數，時空架構，頻率因子，聯合分布模擬。

## Abstract



Characterizing and simulating streamflow series is an essential task for regional water resources planning and management. It generally involves temporal variation and spatial correlation of streamflow data at different sites. Like many other environmental variables, streamflow data have been found to be asymmetric and non-Gaussian. Such properties exacerbate the difficulties in spatio-temporal modeling of environmental variables. In this study, we developed a stochastic spatio-temporal simulation model which is capable of generating non-Gaussian multi-site ten-day-period (TDP) streamflow data series. Historical streamflow data during 1975 to 2000 from twelve flow stations of an irrigation district in southern Taiwan were used to exemplify application of the proposed model.

TDP streamflow data at different sites in the study area were firstly standardized using site-specific long-term averages and standard deviations. Spatial and temporal variations/ correlations of the standardized streamflow data were analyzed through anisotropic semivariogram modeling, and then the multi-site standardized streamflow data were modeled by a spatio-temporal anisotropic multivariate PT3 distribution. In order to simplify the multivariate non-Gaussian simulation, a frequency-factor-based algorithm was adopted to convert the multivariate PT3 distribution to a corresponding multivariate standard normal distribution with a unique correlation matrix which was



derived from the correlation matrix of the multivariate PT3 distribution. Then stochastic simulation of the anisotropic multivariate standard normal distribution was conducted, yielding a large set of multi-site standard normal realizations. Finally, these realizations were converted to realizations of the multi-site PT3 distribution using the general equation of hydrological frequency analysis. Simulated realizations of the spatio-temporal anisotropic multivariate PT3 distribution were validated by comparing different moments of the simulated data and the observed streamflow data. For average, the statistics of simulation results show less than 5% difference with the parameter of raw streamflow data. Short of streamflow stations and streamflow data may cause error of fitting spatial semi-variogram. The simulated data can be separated to 288 distributions, however, the sample size of each distribution is 26. Insufficient sample size and streamflow stations would reduce accuracy and precision for fitting spatio-temporal semivariogram model.

Simulated streamflow data was applied to analyze improvement of water shortage rate after developing 17 ground water well in the case study. The mitigation measure caused 5 to 10% decreasing of water shortage rate of each irrigation command area during culture period. The simulation results is suitable to be applied to regional water resource management which involving multiple streamflows. This simulation model could maintain statistic characteristic of each distribution and correlation between

distributions as well. The proposed approach can also be applied for spatio-temporal modeling of other non-Gaussian distributions or even higher dimensions simulation structure.




Keywords: multivariate streamflow, non-Gaussian variable, spatio-temporal structure, frequency factor, joint-distribution simulation.



# 目 錄



口試委員會審定書.....	I
誌 謝.....	II
摘 要.....	III
Abstract.....	V
目 錄.....	VIII
圖目錄.....	X
表目錄.....	XII
第一章 緒論.....	1
1-1 研究背景與動機.....	1
1-2 研究目的.....	3
1-3 研究流程與架構.....	5
第二章 研究資料.....	7
2-1 研究區域.....	7
2-2 流量資料.....	10
2-2-1 流量資料校正.....	10
2-2-2 流量資料標準化.....	13
2-2-3 測站流量之機率分布.....	14
第三章 多測站時空共變異結構.....	17
3-1 半變異元函數.....	17
3-2 多測站時空模式.....	22
3-3 非等向性時空半變異元函數.....	24
第四章 多測站時空模式理論.....	27
4-1 頻率因子.....	27
4-2 非常態雙變數聯合分布模擬.....	30
4-3 非常態隨機場模擬.....	33
第五章 多測站流量時空歷程之分析與模擬.....	35
5-1 旬流量時間變異特性.....	37
5-2 旬流量空間變異特性.....	40
5-3 旬流量時空變異結構.....	43
5-4 模擬多元變數.....	44



第六章 結果討論與應用案例.....	46
6-1 模擬結果統計量 .....	46
6-1-1 平均值 .....	47
6-1-2 標準差 .....	51
6-1-3 相關係數 .....	55
6-2 研究案例—白河灌區地下水井對缺水率改善之評估 .....	63
6-2-3 新增地下水井前後之缺水率評估 .....	73
第七章 結論 .....	77
參考文獻 .....	79
附錄 .....	附 1-1
附錄 1 線性動差比圖適合度檢定法 .....	附 1-1

## 圖目錄

圖 2-1 研究區域河川流域測站圖.....	7
圖 2-2 各測站平均旬流量(1975-2000).....	9
圖 2-3 曾文水庫與南化水庫旬流量關係圖(1994-2008).....	11
圖 2-4 南化水庫推估旬入流量與玉田測站旬流量關係圖(1975-1993)....	12
圖 2-5 嘉南地區標準化旬流量機率密度函數圖.....	15
圖 2-6 嘉南地區標準化旬流量累積分布函數圖.....	15
圖 2-7 資料處理流程圖.....	16
圖 3-1 半變異數與共變異數示意圖.....	18
圖 3-2 試驗半變異元函數圖範例.....	19
圖 3-3 流量資料結構圖.....	23
圖 3-4 等向性半變異元函數.....	26
圖 3-5 非等向性半變異元函數.....	26
圖 4-1 隨機變數與頻率因子關係圖.....	28
圖 4-2 模擬多元PT3 聯合分布流程圖.....	32
圖 4-3 定率模式與序率模式示意圖.....	33
圖 4-4 隨機場示意圖.....	34
圖 5-1 時空多元變數模擬流程圖.....	35
圖 5-2 選取時間變異函數之成對資料示意圖.....	37
圖 5-3 時間半變異元函數圖.....	39
圖 5-4 選取空間變異函數之成對資料示意圖.....	40
圖 5-5 空間半變異元函數圖.....	42
圖 5-6 時間-空間模擬架構示意圖.....	45
圖 6-1 模擬旬流量與實際旬流量平均值比較圖.....	48
圖 6-2 模擬流量與實際流量平均值色階圖.....	49
圖 6-3 各站實際旬流量平均與模擬旬流量平均比較圖.....	50
圖 6-4 模擬流量與實際流量標準差比較圖.....	52
圖 6-5 模擬流量與實際流量標準差色階圖.....	53
圖 6-6 各站實際旬流量平均與模擬旬流量標準差比較圖.....	53
圖 6-7 相關係數矩陣編碼示意圖.....	56
圖 6-8 理論相關係數矩陣 $\rho_{Theory}$ .....	57

圖 6-9 模擬旬流量相關係數平均 $\rho_S$ .....	57
圖 6-10 $\rho_{S,n}$ 矩陣之標準差 $sd(\rho_S)$ .....	58
圖 6-11 實際旬流量相關係數矩陣 $\rho_Q$ .....	59
圖 6-12 模擬旬流量相關係數矩陣 $\rho_{S,n}$ .....	60
圖 6-13 相關係數矩陣剖面圖.....	61
圖 6-14 白河水庫管理處灌區圖.....	64
圖 6-15 白河水庫各旬供、需水量圖.....	64
圖 6-16 白河水庫管理處供水系統圖.....	65
圖 6-17 白河水庫管理處灌區新增地下水井前後平均缺水率.....	73
圖 6-18 埤子頭、大排竹灌區位置圖.....	74
圖 6-19 埤子頭、大排竹灌區各旬平均缺水率.....	75
圖 6-20 埤子頭灌區第 7 旬缺水率累積分布函數.....	76
圖 6-21 大排竹灌區第 7 旬缺水率累積分布函數.....	76
圖附 1-1 各測站流量的線性動差比圖.....	附 1-2

## 表目錄

表 2-1 研究區域河川流域及流量測站基本資料.....	8
表 2-2 流量測站與上游水庫集水區面積.....	11
表 3-1 半變異數計算範例.....	19
表 3-2 常用半變異元函數模型.....	21
表 4-1 各機率分布頻率因子.....	29
表 5-1 套配時間半變異元函數之成對資料統計.....	38
表 5-2 套配空間變異函數之成對資料統計.....	41
表 6-1 模擬河川流量測站.....	46
表 6-2 各需水節點權重.....	66
表 6-3 供水水源與需水節點空間連結權重 $Link_{i,j}$ .....	69

# 第一章 緒論




流量資料為區域水資源管理與規劃不可或缺的參考依據，不論是洪災管理、乾旱風險或者資源規劃，透過區域流量的分析與評估，均可以從中獲得不少重要資訊以供決策參考，有時因為流量資料的紀錄年限不足，因此流量模擬經常是必要的前置作業。但模擬產生的合成流量資料是否具有原區域之水文特性將影響後續研究的結果，區域水資源規劃通常涉及多條河川、需要不同時間點的流量資料如旬流量，然而各流量間勢必存在時間或者空間上的相關性。舉例而言，水文極端事件諸如旱災或是水災均為防災所著重的議題，當水文極端事件足以致災通常流量間有較高的相關性，例如連續數月的低降雨導致水庫無法調節的乾旱，若於模擬流量時忽略流量間的相關將影響後續的分析結果。有鑑於此，本研究乃提出結合時間、空間特性的流量模擬架構，建立多測站流量時間-空間模擬模式，期望改善以往模擬不易的缺點同時保留區域水文時空分布特性。

## 1-1 研究背景與動機

目前一般水資源相關研究中所使用的流量資料包含歷史流量和模擬流量兩種；歷史流量為區域水資源特性的真實紀錄，但常因資料長度不足或缺漏等問題，影響分析結果的信心水準；模擬流量雖然能彌補歷史流量不足之處，但以往個別模擬流量變數的模擬方式將忽略流量間的相關性，在保留原水文特性上仍有改善的空間。

旬流量資料的機率分布通常為非常態分布，以臺灣嘉南地區為例，流量多為右偏分布，並且擁有相當高的偏態系數(經濟部水利署，2013)，造成模擬上的困難。一般而言，模擬非常態的機率分布可以透過機率積分轉換法(Probability integral transformation)進行，利用累積分布函數(Cumulative distribution function, CDF)之反函數來模擬(葉小蓁<sup>a</sup>，2006)。但並非所有分布的累積分布函數都能明確



地以數學式來描述，故有學者針對單一變數的水文序率模擬進行研究(Scholz,1997；Benke and Hamilton, 2008)。但是自然界的現象或歷程(Natural processes)通常並非單一分布或變數可以完整描述，通常為二元以上的聯合分布且同時具有時間或空間上的相關與變異，因此多元模擬逐漸成為重要議題(Loganathan et al.,1987；Ashkar et al.,1998；Yue, 2001；Loaiciga and Leipnik, 2005；Khalili et al., 2009)。文獻中曾利用時間序列(葉小蓁<sup>b</sup>，2006)以及克利金空間內插(Chiles and Delfiner, 1999)等研究方法，分別解釋多個變數在時間或空間維度上彼此的關係，然而迄今結合時間與空間維度資料模擬的研究尚不多。近年來因計算機演算速度倍增，不僅可分析的問題更加複雜，對於研究資料精細度的要求也越來越高，僅單就時間或空間上蒐集資料已不再能滿足各種研究的需求，同時包含時間、空間等多維度的分析日益受到重視(Jacob et al., 2013；Reddy and Ganguli, 2013)。綜上所述，因此區域流量的模擬除了要符合資料本身的機率分布特性外，還必須考量區域內相鄰近河川流量彼此在時間與空間上的相關性，並且克服多元非常態模擬的問題，才能較以往分別獨立模擬多個測站流量的方式更完整呈現區域流量的特性。



## 1-2 研究目的

區域水資源規劃常需以模擬流量取代歷史流量來克服歷史流量資料不足的問題，但為使模擬的結果能同時維持區域內流量資料彼此間在時間與空間上之相關特性，本研究嘗試建立能保留原區域流量資料時、空特性的模擬模式，來取代以往模擬流量的不足之處，期能較完整呈現區域水資源特性。為達到上述目的，本研究嘗試模擬之區域流量有三個要素：

- (1) 引入時間-空間架構，將流量資料在此架構上分為多元的流量變數。

以往獨立模擬個別不同測站、不同時間的流量，多建立在各流量變數間彼此獨立的假設上，但此一假設並不一定符合區域水文特性的真實情況，因此必須以同時模擬多元變數的架構取代個別模擬變數的方式。同時，為考量流量變數在時間、空間上的個別差異，以及變數彼此間的關係，故將流量資料建立於時間域(Temporal domain)、空間域(Spatial domain)的架構上，與以往模擬最大不同之處在於同時結合時間與空間兩維度以進行資料之模擬。


- (2) 以半變異元函數建構區域內時間空間相關，建立區域流量的時空變異結構。

同時模擬多元流量變數時，必須考量變數間的相關性最為關鍵，否則與獨立模擬各流量變數無異。故於本研究中透過半變異元函數來建構流量變數間的相關性，由於此相關性是建立在時間-空間架構上，兩個維度的單位並不一，於此應用非等向性半變異元函數，建構流量變數在時間、空間上的二維相關。

- (3) 利用頻率因子模擬上述之多元非常態分布。

水文學領域中常利用頻率因子(Frequency Factor,  $K_T$ )模擬不同分布特性的變數(Cheng et al., 2007; Chow, 1951; Chow et al., 1988)，頻率因子為變數減去平均值後除以標準差的結果。常見的頻率因子多為標準常態分布變數之





函數，利用此種關係可以將模擬常態分布的結果轉為各種不同的分布變數。由於多元常態的模擬並不困難，故僅需要了解變數彼此間相關性的轉換，即可利用頻率因子達到同時模擬非常態分布變數的效果，以頻率因子轉換多元常態至其它分布，如此即可以達到模擬多元變數也同時維持變數間相關性的目的。



### 1-3 研究流程與架構

本研究流程可概分為三部分：

#### (1) 流量資料處理

包含流量資料的校正、標準化以及資料分布的套配以及選用等等，將標準化後的流量資料視為具有時間、空間兩個維度位置的隨機場，以供後續分析模擬使用。

#### (2) 建置旬流量時空變異結構

在隨機場的基礎上利用成對的流量資料進行分析，分別建立其時間與空間上的半變異元函數，並以非等向性的考量結合上述半變異元函數以描述流量變數的時空變異結構。

#### (3) 模擬多元流量資料。

以多元常態分布的模擬方式同時模擬不同時間及空間上的流量資料，如此可以改善獨立模擬無法同時維持時空相關性的問題，並利用頻率因子將常態分布轉換為其它分布，使各流量變數滿足原本的非常態分布。

此模擬架構所模擬的流量不僅具備多元變數、非常態的特性，並且保有變數間的相關特性，除了可應用於區域流量模擬外，亦可以應用於其他如雨量或溫度等自然連續變數。

本研究論文架構概述如下：第一章概述研究背景動機、流程以及論文架構，第二章針對資料處理部分，詳細介紹流量資料的校正、標準化、分布套配以及選用；第三章則介紹半變異元函數理論，以此分析流量間相關性；第四章說明以頻率因子模擬變數，及其應用於常態與非常態分布變換的理論，與多元分布的轉換過程；第五章將著重於時間-空間變異結構的建置以及多元模擬之實做，利用嘉南

平原歷史流量進行模擬；第六章對於模擬結果進行統計分析，檢視統計量是否符合預期，並將模擬結果應用於白河水庫管理處灌區，評估灌溉管理策略與乾旱相關風險；最後第七章則為討論與結論。



## 第二章 研究資料



本章將說明於研究中所使用的流量資料及其處理流程，除了研究區域的環境描述外，主要著重於研究流程中的資料處理，包含流量資料的校正、標準化、機率分布的套配等三部分做介紹，並以處理後的旬流量資料應用於本文後續研究。

### 2-1 研究區域

本研究選定之研討區域（如圖 2-1 所示）涵蓋臺灣西南部之嘉南平原，包含北港溪、朴子溪、八掌溪、急水溪、曾文溪、鹽水溪、高屏溪等 7 個流域。研究範圍內約有 97 個流量測站，本研究中使用旬流量進行分析與研討。由於各測站記錄年度長短不一，為分析此區域流量在時間上的相關性，因此採用有較長紀錄年度的測站資料，包括溪口、北港(2)、牛稠溪橋、觸口、常盤橋、義竹、新營、曾文水庫、玉田、左鎮、新市、荖濃等 12 個測站，其編碼與基本資料整理如表 2-1。使用的旬流量資料在時間上必須連續且所有測站都有記錄，因此採用 1975 至 2000 年間計有 26 年的旬流量資料。

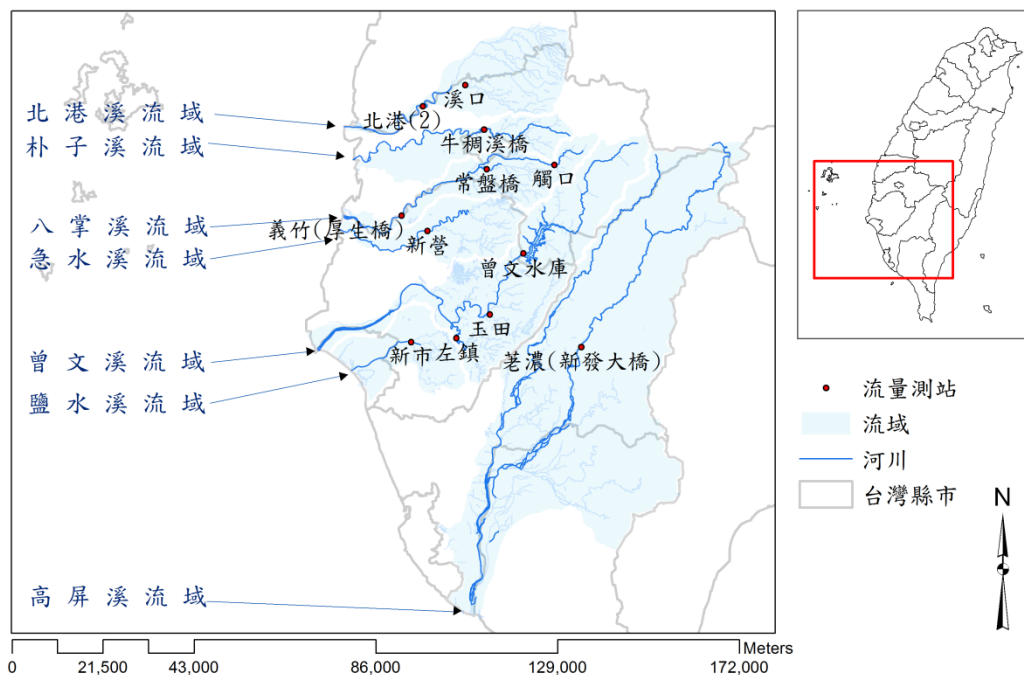


圖 2-1 研究區域河川流域測站圖

表 2-1 研究區域河川流域及流量測站基本資料

編碼	測站	河川支流	流域	X 座標	Y 座標	紀錄年度
01	溪口	三疊溪	北港溪	187866.2	2612026	1957-1962, 1972-2009
02	北港(2)	北港溪	北港溪	177833.8	2606983	1941-1943,1947, 1949-2009
03	牛稠溪橋	朴子溪	朴子溪	192306.1	2601471	1973-2001
04	觸口	八掌溪	八掌溪	208946.8	2593106	1940-1944, 1947, 1966-2009
05	常盤橋	赤蘭溪	八掌溪	192965.2	2592095	1970-2009
06	義竹(厚生橋)	八掌溪	八掌溪	172747.4	2581060	1943, 1947-1948, 1950-2009
07	新營	急水溪	急水溪	178898.9	2577420	1958-2009
08	曾文水庫	曾文溪	曾文溪	201637.5	2572173	1974-2010
09	玉田	後堀溪	曾文溪	193691.4	2557641	1941-1944, 1947, 1959-2009
10	左鎮	菜寮溪	曾文溪	185724.9	2552024	1971-2009
11	新市	鹽水溪	鹽水溪	175074.3	2551130	1973-2009
12	荖濃(新發大橋)	荖濃溪	高屏溪	215269.8	2549904	1956, 1958-2009

資料來源：經濟部水利署，「水文年報」，1975 迄今。

註：使用座標系統為 TM 二度分帶之 TWD67 座標系統。

上述流量站皆位於濁水溪以南與中央山脈以西，此區域受到臺灣地形與颱風路徑影響，降雨和流量的特性有別於濁水溪以北與中央山脈東部，因此雖然在時間、空間上有越多的流量資料有助於分析流量時空變異結構，但是由於空間上水文特性的差異，研討區域北邊以及東邊的流量測站資料並未放入分析中。此區域中流量於時間維度上有明顯的豐枯差異，如圖 2-2 所示為 12 個測站平均旬流量，可見各流量測站有一致的趨勢：於 5 月至 10 月為豐水期，與枯水期流量差異甚大；此現象造成區域水資源管理上的困難，需要水庫或埤塘的調節以降低於枯水時期之乾旱缺水風險。

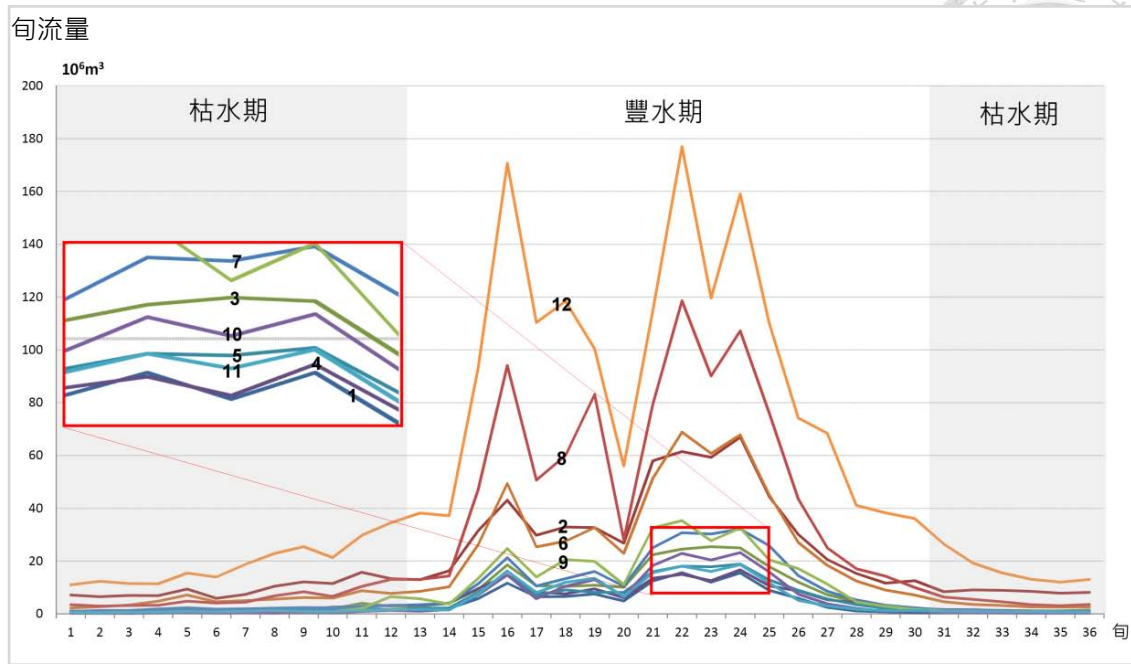


圖 2-2 各測站平均旬流量(1975-2000)

資料來源：經濟部水利署，「水文年報」，1975 迄今。

本研究最終將進行溪口、牛稠溪橋、觸口、新營、曾文水庫、玉田、左鎮、新市等 8 個測站的流量模擬，如圖 2-1 所示，8 個流量站分別屬於北港溪、朴子溪、八掌溪、急水溪、曾文溪、鹽水溪等 6 個流域，對於嘉南平原區域流量有較適當的代表性。



## 2-2 流量資料

本研究分析的原始旬流量資料以代數  $Q_{Y,T,S}^{row}$  代表，經校正的旬流量資料以  $Q_{Y,T,S}$  代表，其中  $Y$  代表年份排序(1975 年為 1，1976 年為 2，……，2000 年為 26)； $T$  代表旬數，而  $S$  代表流量站編碼( $Y = 1, \dots, 26$ ， $T = 1, \dots, 36$ ， $S = 1, \dots, 12$ )。以  $Q_{2,5,10}$  為例，即代表 1976 年 2 月中旬(第 5 旬)左鎮站的旬流量。分析旬流量時空變異結構之前，必須進行旬流量前置處理，以下將分節說明旬流量的校正、標準化以及機率分布套配等處理。

### 2-2-1 流量資料校正

嘉南平原為臺灣最大的農業灌溉區域，為滿足大量的灌溉用水需求，區域內設置許多埤塘與水庫，由於上游水庫的人為操作放水會影響下游的流量，流量本有的時間-空間特性與變異結構也會受到影響，因此需要針對受到水庫影響的測站進行流量的校正以去除人為的干擾因素。

12 個測站與其上游水庫之基本資料如表 2-2 所示，以集水區面積比例來看，大部分上游水庫的集水區面積占測站集水區面積的比例約在 10% 以下，受到上游水庫的影響並不大。在 12 個測站當中，玉田站受到上游南化水庫影響為最大，故需要進行校正以維持其不受水庫影響時的流量特性。

南化水庫啟用於 1994 年，為避免人為的水庫操作影響自然流量本有的特性，因此玉田站於 1994 年以後的流量透過南化水庫入流量來修正。如此一來就必須了解玉田以及南化水庫兩者自然流量的關係，然而兩者不會同時存在，因此需要透過附近的曾文水庫入流量來分析兩者的關係。

表 2-2 流量測站與上游水庫集水區面積

編碼	測站	集水區面積	上游水庫	上游水庫集水面積	水庫建造年度	集水面積比例(%)
01	溪口	129.38	-	-	-	0
02	北港(2)	597.46	湖山水庫	6.58	2008	1.10
03	牛稠溪橋	149.68	內埔仔水庫	3.19	1942	2.13
04	觸口	83.15	-	-	-	0
05	常盤橋	101.09	-	-	-	0
06	義竹(厚生橋)	441.02	蘭潭水庫	2.00	1944	0.45
			仁義潭水庫	3.66	1987	0.83
07	新營	226.66	白河水庫	26.55	1965	11.71
08	曾文水庫	481.00	-	-	-	0
09	玉田	160.53	南化水庫	104.00	1993	64.79
10	左鎮	121.31	鏡面水庫	2.73	1980	2.25
11	新市	146.46	鹽水埤水庫	5.75	1955	3.93
			虎頭埤水庫	7.15	1846	4.88
12	荖藎(新發大橋)	812.03	-	-	-	0

資料來源：經濟部水利署。

水庫相關資訊 <http://140.121.145.45/wrm/dss/resr/wk.htm>。

註：集水區面積單位為 km<sup>2</sup>。

首先分析南化水庫與曾文水庫兩者於 1994 至 2008 年的旬入流量關係，由圖 2-3 可以得知南化水庫的旬入流量約為曾文水庫旬入流量的 0.2 倍。

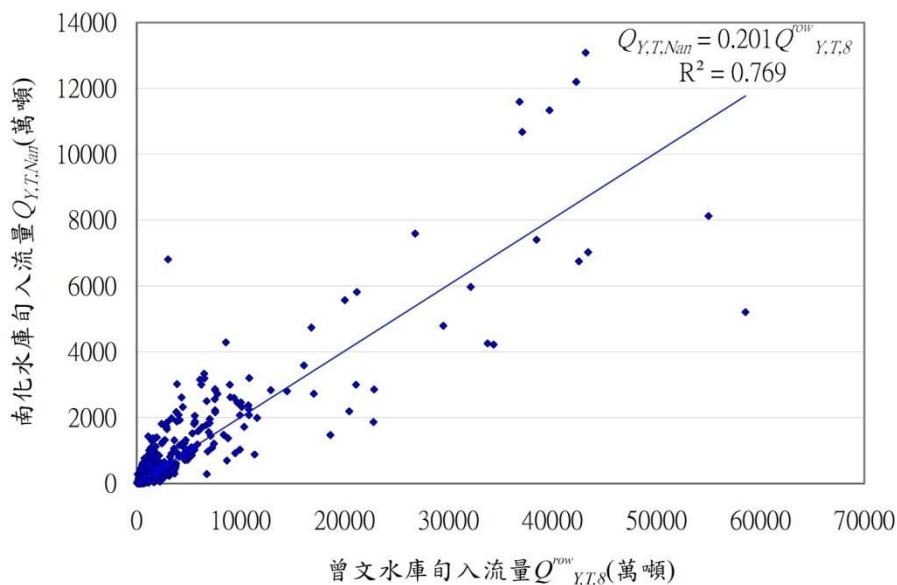


圖 2-3 曾文水庫與南化水庫旬流量關係圖(1994-2008)





利用此關係推估南化水庫在 1994 年之前的旬入流量，以  $Q'_{Y,T,Nan}$  代表，並以此分析 1975 至 1993 南化水庫與玉田兩者旬流量之間的關係。結果如圖 2-4 所示，玉田測站旬流量約為南化水庫的 1.35 倍，由兩者的集水區面積來看(詳見表 2-2)，玉田測站的集水區面積約為南化水庫的 1.54 倍( $160.53 \div 104.00 \approx 1.54$ )，與推估出的 1.35 倍相去不遠。

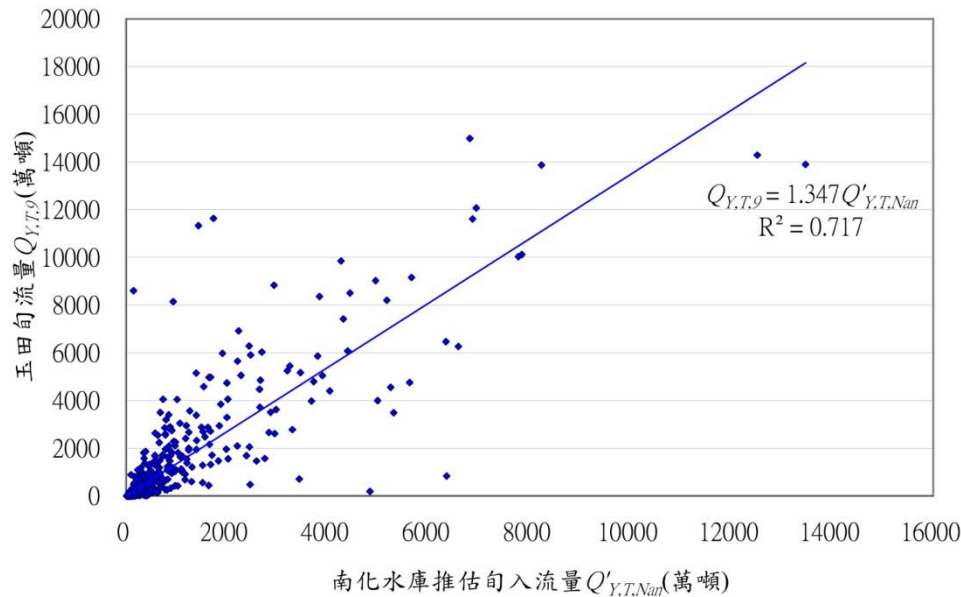


圖 2-4 南化水庫推估旬入流量與玉田測站旬流量關係圖(1975-1993)

故 1994 年以後的玉田測站旬流量以式 2-1 做了修正如下：

$$Q_{Y,T,g} = 1.3478 \times Q'_{Y,T,Nan} \dots\dots\dots \text{式 2-1}$$

$Q_{Y,T,g}$ ：玉田測站流量， $Y \geq 20$ 。  
 $Q'_{Y,T,Nan}$ ：南化水庫流量。

除了玉田測站於 1994 年以後的旬流量資料需要校正以外，其餘旬流量資料均與原始旬流量相同，後續以  $Q_{Y,T,S}$  代表進行分析。



## 2-2-2 流量資料標準化

流量資料具有時間-空間變異特性，也就是說如果將時間與空間當作平面上的兩個軸，在不同時間、空間上的位置會影響流量的特性。舉例而言，同一個流量站在 1 月(枯水期)與 8 月(豐水期)的流量有顯著的差異；同理，即使都是 6 月中旬的流量，A 測站與 B 測站的流量特性也可能大不相同。此種特性受到流量資料本身在時間或空間上絕對位置的影響，因此當模擬區域流量時，可以將流量資料依不同旬、不同測站建立不同的流量分布，依照各自的分布特性進行模擬。但這種方式是將各個分布視為獨立，無法考慮各分布間的相關，也是本研究嘗試解決的問題。

本文中將區域間不同測站流量分布間的相關特性稱作時間-空間變異結構，有別於流量受到時間、空間的絕對位置所影響的特性，而具有相對距離的概念，是本研究的重點之一。兩個流量分布之間的距離分為時間上的旬差與空間上的直線距離，依一般區域水文特性，流量分布間的距離越近兩者的相關性應該越大。舉例而言，同一個流量測站，1 月上旬與 1 月中旬的相關性會比 1 月上旬與 3 月上旬的相關性大，因為前者的旬差為 1 後者的旬差為 6；同理，均是 1 月上旬的流量，A 站與 B 站的空間距離為 10 公里，A 站與 C 站的距離為 60 公里，可以想像 A 和 B 的相關性大於 A 和 C。本研究以此為核心概念建立區域旬流量的時間-空間變異結構，用於模擬多元(不同旬、不同測站)的旬流量資料時，能夠保有流量分布間的相關性。

為了簡化上述複雜的關係，本文將流量資料的時間-空間特性以及時間-空間變異結構分開處理。分析流量時間-空間變異結構(相對距離的影響)之前，必須先去除了在時間-空間絕對位置本有的分布特性(絕對位置的特性)，故流量資料必須經過標準化去除其影響，待多元模擬完成後，再將這些特性逐一還原。標準化目的在於去除流量旬別以及站別的影響，因此分別對於 36 旬、12 個流量站，共 432



個分布，各自減去其平均值並除以其標準差，經過標準化後的流量資料於本文中  
以  $Q_{Y,T,S}^*$  表示，如式 2-2 所示：

$$Q_{Y,T,S}^* = \frac{Q_{Y,T,S} - M_{T,S}}{SD_{T,S}} \dots\dots\dots \text{式 2-2}$$

$M_{T,S}$ ：為原始流量資料第 T 旬第 S 站，共 26 個流量資料的平均值。

$SD_{T,S}$ ：為原始流量資料第 T 旬第 S 站，共 26 個流量資料的標準差。

### 2-2-3 測站流量之機率分布

初步檢視  $Q_{Y,T,S}$  36 旬、12 個流量站，共 432 個流量之分布特性，發現其呈現  
右偏分布，較為適當的機率分布為皮爾遜第三型(Pearson Type III, PT3)與對數常態  
(Log-normal)等來套配模擬。由於分布數量龐大，一一進行傳統科司或卡方適合度  
檢定將費時耗工，故於此採用線性動差比值適合度檢定，線性動差接受區間繪圖  
法計算容易且具有高分辨率之特質(吳宜珍, 2011; Liou et al., 2008; 劉俊志等人，  
2007; Wu et al., 2012)，相當適當於此類狀況。經過檢定後，結果顯示 PT3 為較  
適當的機率分布，檢定方法與結果簡單介紹於附錄 1。

經過標準化的流量資料  $Q_{Y,T,S}^*$  可視為在時間-空間平面上具有 PT3 分布特性的  
隨機場，由於經過標準化的過程，此隨機場的平均值與標準差理應分別為 0 和 1。  
PT3 分布為三參數的機率分布，參數推估較為複雜，於此使用線性動差法  
(L-Moment Method)進行推估。推估結果顯示平均值  $\mu \cong 0$ ，標準差  $\sigma = 0.9569$ ，  
偏態係數  $\gamma = 2.317$ ，可得其機率密度分布與參數如式 2-3 所示。

$$f_x(x) = \frac{1}{\alpha\Gamma(\beta)} \cdot \left(\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\frac{(x-\varepsilon)}{\alpha}} \quad , \varepsilon \leq x \leq +\infty \dots\dots\dots \text{式 2-3}$$

$\alpha = 1.1059$  ;  $\beta = 0.7453$  ;  $\varepsilon = -0.8261$  。



機率密度函數以及累積機率密度函數如圖 2-5、圖 2-6 所示，實心部份為實際資料，曲線則為套配的理论分布。

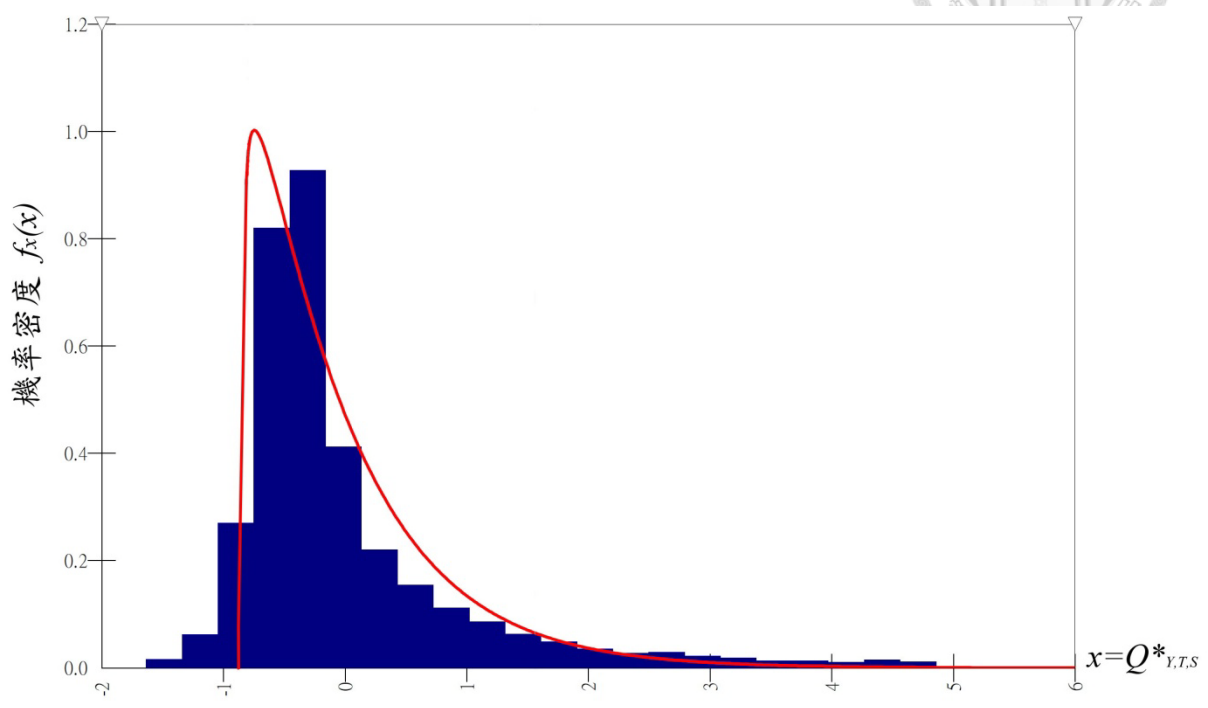


圖 2-5 嘉南地區標準化旬流量機率密度函數圖

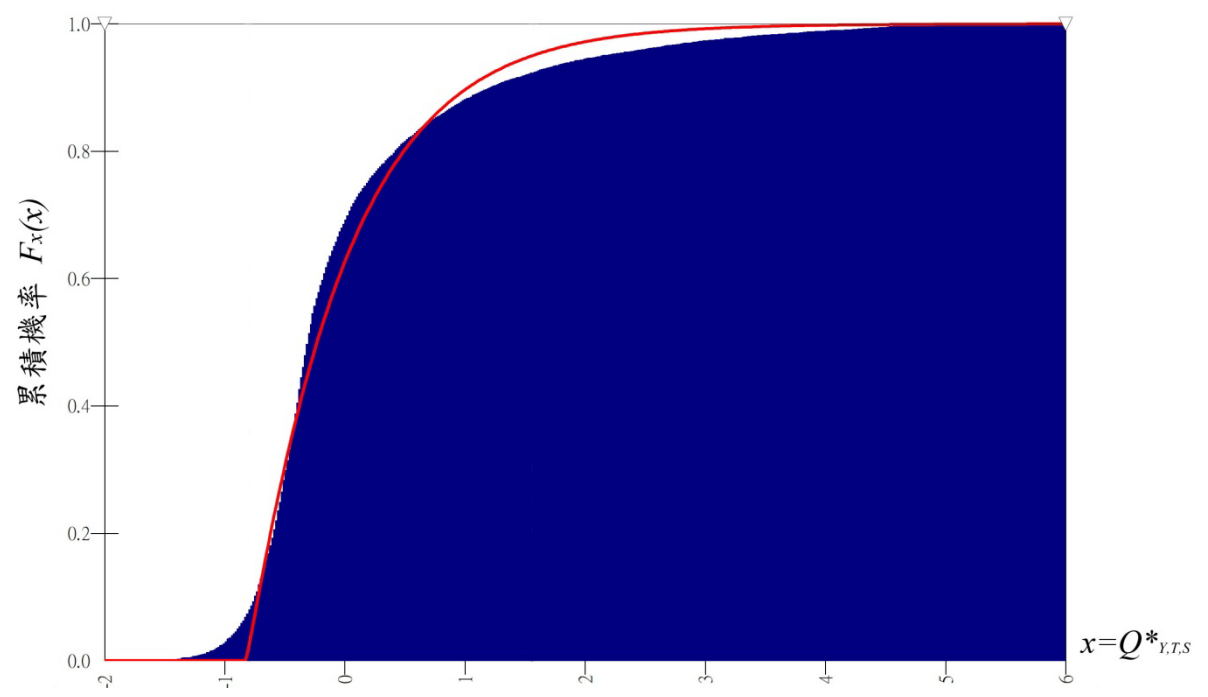


圖 2-6 嘉南地區標準化旬流量累積分布函數圖

總括第二章資料處理流程如圖 2-3 所示，旬流量的校正(2-2-1 小節)、標準化(2-2-2 小節)以及機率分布套配(2-2-3 小節)等處理為其核心部分，經過標準化的過程後，可將  $Q_{Y,T,S}^*$  視為具有 PT3 分布特性的隨機場，用以分析旬流量時間-空間變異結構，並進一步在維持流量間的相關性下模擬多元旬流量資料。

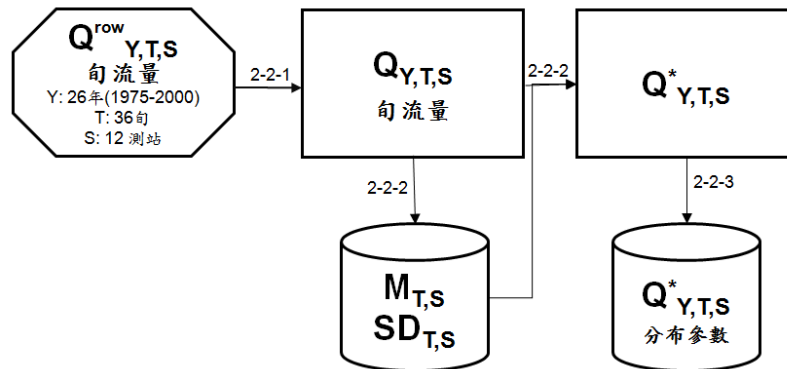


圖 2-7 資料處理流程圖

### 第三章 多測站時空共變異結構



同時模擬不同地點、時間的流量時，如何維持各流量變數間的時空相關性是最為關鍵也是技術上較難克服的問題。本研究應用半變異元函數來建置流量變數間的相關性，嘗試解決此方面的困難。本章中將簡單介紹半變異元函數的概念，以及於本研究中之應用。

#### 3-1 半變異元函數

介紹半變異元函數前先定義穩定隨機場(Stationary random field)，隨機場簡單來說為在特定定義域中的各點存在各變數，組成一組聯合機率分布的變數，而穩定隨機場則是在長期的觀察下，這些變數的期望值、變異數相同且不隨時間變化。如有一已知穩定的隨機場，其期望值為 $\mu$ ，變異數為 $\sigma^2$ ，在 $x$ 位置有值 $Z(x)$ ，則半變異元函數(Semi-Variogram)指的是半變異數 $\gamma(\cdot)$ 與距離 $h$ 之間的關係，也就是 $x$ 位置與差距 $h$ 位置兩者 $Z(\cdot)$ 差值，此值變異數的一半稱為半變異數，如式 3-1 所示。 $\gamma(\cdot)$ 具有相對位置的觀念而非絕對位置，也就是與 $h$ 有關但是與 $x$ 本身的位置無關，可以想像當 $h$ 越小，也就是位置越接近的兩個 $Z$ 值相關性會越大，因此兩者差值的變異數也就越小。

$$\gamma(h) \equiv \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] \dots\dots\dots \text{式 3-1}$$

穩定隨機場中不同位置變數間的相關性可以共變異函數 (Covariance function,  $C(\cdot)$ )表示，並且與半變異元函數間具有式 3-2 的關係：

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \dots\dots\dots \text{式 3-2}$$

因為穩定隨機場中各變數有相同的期望值 $\mu$ ，可以推導簡化如下：



$$\begin{aligned} \gamma(h) &\equiv \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] \\ \gamma(h) &= \frac{1}{2} E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} = \frac{1}{2} E\{[Z(x+h)]^2 + [Z(x)]^2 - 2Z(x+h) \cdot Z(x)\} \\ &= \frac{1}{2} \{E[Z(x+h)]^2 + E[Z(x)]^2 - 2E[Z(x+h) \cdot Z(x)]\} \\ &= \frac{1}{2} \{(\sigma^2 + \mu^2) + (\sigma^2 + \mu^2) - 2[C(h) + \mu^2]\} = C(0) - C(h)_{\#} \end{aligned}$$

故於穩定隨機場中，可以透過計算半變異元函數來分析不同位置間的相關性，如圖 3-1 所示。一般半變異元函數有基元值(Sill)、影響範圍(Influence Range)等參數，基元值等同於隨機場的變異數  $\sigma^2$ ，也就是當於  $h=0$  的共變數。隨著距離  $h$  增加，半變異數會遞增，而共變異數會遞減，表示當兩個不同位置變數的距離越大時，兩者的相關性越低。當相關性接近於 0 時，此距離稱為影響範圍，也就是當距離超過影響範圍時，兩個變數間幾乎無相關。

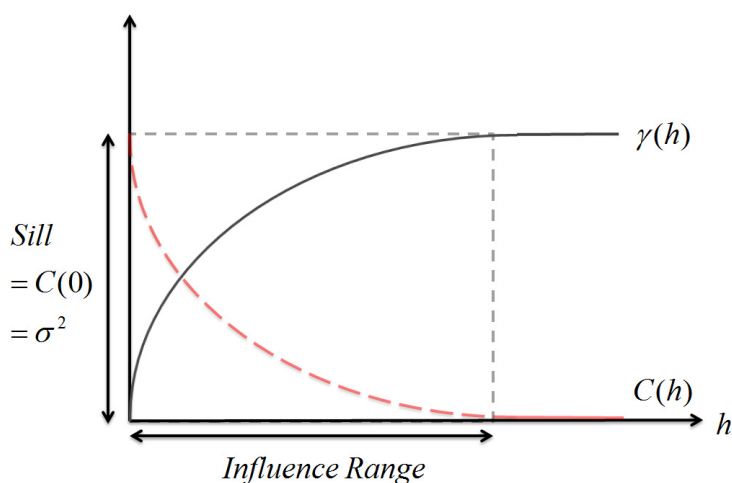


圖 3-1 半變異數與共變異數示意圖

由式 3-2 可知，經由計算穩定隨機場的基元值以及半變異數，可以推估出在此隨機場內不同位置變數間的相關性。在隨機場內選取多組不同位置的成對資料，透過計算兩者的相對距離，以及兩者  $Z$  的差值，可以簡單計算出半變異數，計算過程如表 3-1 所示：



表 3-1 半變異數計算範例

組別	分組距離	成對數	平均距離	半變異數
$k$	$d_k$	$n_k$	$\bar{d}_k$	$\bar{\gamma}_k$
1	$d_1$	$n_1$	$\bar{d}_1$	$\bar{\gamma}_1$
2	$d_2$	$n_2$	$\bar{d}_2$	$\bar{\gamma}_2$
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
$K$	$d_K$	$n_K$	$\bar{d}_K$	$\bar{\gamma}_K$

註： $\bar{\gamma}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} [\frac{1}{2} \cdot (\Delta Z_j)^2]$ ， $\bar{d}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} \Delta d_j$ ， $d_K \leq \frac{1}{2} \text{Max}(\Delta d)$ 。

計算上述半變異數首先需要由隨機場中獲得隨機樣本，由於是以成對樣本為基礎進行計算，假設共有  $N$  個位置的樣本數，因此可以列入計算的成對資料量為  $\frac{N \times (N-1)}{2}$ 。為了避免極端值的影響以及減少計算量，多將所有成對樣本以距離分成數組，並且依據經驗，僅將相對距離小於最大距離一半的成對資料列入考量。經過簡單的運算，可依平均距離與半變異數值在半變異數圖上繪出數點，此為試驗半變異數圖(Experimental Semi-Variogram)，如圖 3-2 所示，以橫軸為  $\bar{d}_k$  縱軸為  $\bar{\gamma}_k$ ，可將分組的半變異數點繪於圖上：

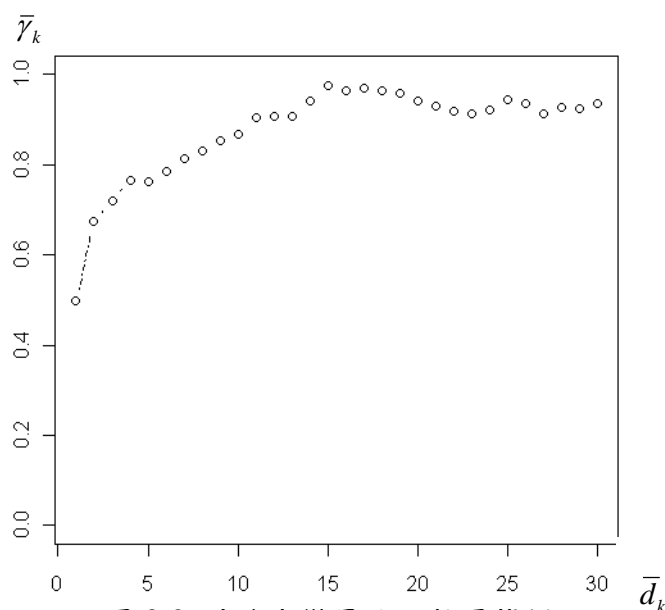
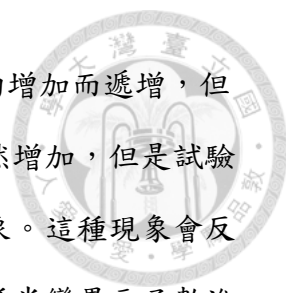


圖 3-2 試驗半變異元函數圖範例





由圖 3-2 可以看出，基本上試驗半變異數會隨著相對距離的增加而遞增，但是小幅的上下變動卻是常見的現象，偶爾也會出現相對距離雖然增加，但是試驗半變異數卻降低，也就是相關性隨距離增加而變高的不合理現象。這種現象會反映在半正定條件(Semi-Positive Definite Condition)上，若是以此種半變異元函數進行運算，將會違反半正定條件，運算結果將可能出現負值的變異數，然而於自然界中變異數均大於 0。因此計算試驗半變異數之後通常會以適當的理論模型進行套配，避免此種不合理的情況，常見的理論模型如表 3-2 所示，於本研究中以指數模型(Exponential Model)作為套配的理論模型。

表 3-2 常用半變異元函數模型

函數名稱	函數方程式	示意圖
Nugget effect Model	$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ c_0 & h \neq 0 \end{cases}$	<p>The graph shows a horizontal line at the value <math>c_0</math> on the y-axis for all <math>h \neq 0</math>. At the origin <math>(0,0)</math>, there is a single point representing the value at <math>h=0</math>.</p>
Power Model	$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ c_0 + c \ h\ ^r & h \neq 0 \end{cases}$ <p><math>c_0 \geq 0, c &gt; 0, 0 &lt; r &lt; 2</math></p>	<p>The graph shows two curves starting from the origin <math>(0,0)</math> and increasing as <math>\ h\ </math> increases. One curve is labeled <math>r &gt; 1</math> and the other is labeled <math>r &lt; 1</math>.</p>
Spherical Model	$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ c_0 + c \left( \frac{3}{2} \frac{\ h\ }{a} - \frac{1}{2} \frac{\ h\ ^3}{a^3} \right) & 0 < \ h\  \leq a \\ c_0 + c & \ h\  \geq a \end{cases}$ <p><math>c_0 \geq 0, c &gt; 0, a &gt; 0</math></p>	<p>The graph shows a curve starting at <math>(0, c_0)</math> and increasing to a horizontal asymptote at <math>c_0 + c</math>. The distance from the origin to the point where the curve levels off is marked as <math>a</math>.</p>
Exponential Model	$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ c_0 + c \left( 1 - e^{-\frac{\ h\ }{a}} \right) & h \neq 0 \end{cases}$ <p><math>c_0 \geq 0, c &gt; 0, a &gt; 0</math></p>	<p>The graph shows a curve starting at <math>(0, c_0)</math> and increasing towards a horizontal asymptote at <math>c_0 + c</math>.</p>
Gaussian Model	$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ c_0 + c \left( 1 - e^{-\frac{\ h\ ^2}{a^2}} \right) & h \neq 0 \end{cases}$ <p><math>c_0 \geq 0, c &gt; 0, a &gt; 0</math></p>	<p>The graph shows a curve starting at <math>(0, c_0)</math> and increasing towards a horizontal asymptote at <math>c_0 + c</math>.</p>

資料來源：Morgan CJ (2006), “Analysing Spatial Data via Geostatistical Methods” .



### 3-2 多測站時空模式

由於河川流量多來自上游之雨量，故可以想像區域內同一時期、不同測站間的流量會維持一定的關係，此乃空間性的相關；同理，在同一測站中，前後期的流量關聯性也應該較高，這屬於時間上的相關。若要以最直觀的方式來模擬流量，可視每一旬、每一個流量站為一個分布進行獨立模擬，但如此一來則無法掌握流量資料時間以及空間上的相關性。故在本研究中嘗試將流量資料投影在時空維度的架構上，將資料依據時間、空間進行分類成多元流量變數，同時模擬多元的流量資料，並維持彼此間的相關性。

本研究流量資料結構共有年度、旬別、流量站等三個維度(如圖 3-3 所示，詳見 2-2 節)，可看成一個立方體。若將流量依旬別以及流量站做分類進行模擬，可分為  $36 \times 12$  共 432 個不同的分類，於本研究中即為 432 個流量變數，同一年度中變數間彼此有相關。如圖 3-3 所示，每一年的流量資料可視為一個平面，在每一個平面上有 36 旬、12 個流量站的流量資料，如圖中紅點，兩點間的距離越近代表其流量相關程度應該越高。然而兩紅點間距離的計算方式有別於現實世界中兩點間的直線距離，舉例而言，若  $s$  流量站第旬資料位於點  $(s, t)$ ，點  $(0,0)$  與點  $(1,1)$  間的距離並非  $\sqrt{2}$ ，而是以  $\Delta s$  與  $\Delta t$  組成的函數進行計算。兩個紅點間的距離是相對位置的概念，並且要分為時間以及空間兩個維度來處理，時間上的距離為兩紅點間的旬差，而空間上的距離則對應到真實座標上的直線距離，此部分之討論詳請見於 3-3 節與 5-3 節的說明。

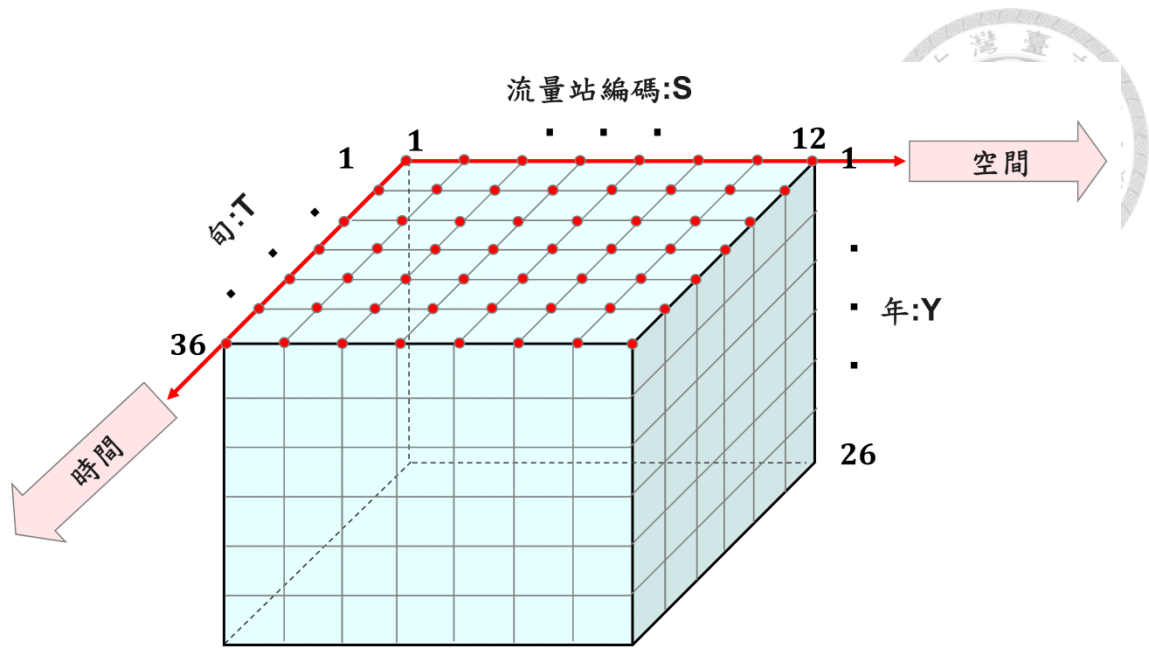


圖 3-3 流量資料結構圖



### 3-3 非等向性時空半變異元函數

利用半變異元函數建立流量變數的相關性為本章重點，透過 3-2 節時間—空間的流量資料結構，進一步探討流量變數間的時空變異關係。然而如 3-2 節所述，時間與空間維度上的單位並不同，因此時空架構可視為一個非等向性的隨機場，故本研究是以非等向性(Anisotropic)半變異元函數來建置流量間的時空關係。

3-1 節提到兩變數的相關性與變數間的距離有密切關係，可透過半變異元函數推估共變數。3-1 節所整理均為一維的半變異元函數，然而如 3-2 所述，本研究所提出的流量時空架構具有二個維度，隨機場的定義域可視為一平面，於此簡單介紹半變異元函數如何應用於二維的平面上。

由於有兩個維度，於兩個維度上變數間的半變異元函數不一定相同，故二維平面上半變異元函數可分為等向性與非等向性兩種。假設平面上 $x$ 方向上有半變異元函數 $\gamma_x(\cdot)$ 與 $y$ 方向半變異元函數 $\gamma_y(\cdot)$ 相同，此為等向性半變異元函數，表示兩個方向上半變異元遞增的幅度是相同的。以圖 3-4 為例，位置  $p_1(x_1, y_1)$  與  $p_2(x_2, y_2)$ 、 $p_3(x_3, y_3)$ 、 $p_4(x_4, y_4)$  間分別有變數  $z_1$  與  $z_2$ 、 $z_3$ 、 $z_4$ ，探討  $z_1$  與  $z_2$ 、 $z_3$ 、 $z_4$  間的相關，可以  $p_1$  為中心繪製半變異元函數與共變函數如圖所示，與  $p_1$  距離越大，則半變異元函數遞增、共變函數遞減，表示與  $p_1$  距離越遠的變數則和  $z_1$  相關性越低。紅線表示影響範圍，大於此距離的變數則可視為與  $z_1$  無相關，由於為等向性半變異元函數，故紅線範圍形成一個圓形。 $p_2$  和  $p_1$  的距離為 $x$ 方向，故  $z_1$  與  $z_2$  間半變異數



可直接由 $\gamma_x(\Delta x_{12})$ 算出，同理 $p_3$ 和 $p_1$ 的距離為 $y$ 方向， $z_1$ 與 $z_3$ 間半變異數為 $\gamma_y(\Delta y_{13})$ 。

$p_4$ 與 $p_1$ 的距離為 $h_{14} = \sqrt{\Delta x_{12}^2 + \Delta y_{13}^2}$ ，但由於 $\gamma_x(\cdot)$ 與 $\gamma_y(\cdot)$ 相同，故 $z_1$ 與 $z_4$ 間半變

異數可由 $\gamma_x(h_{14})$ 或 $\gamma_y(h_{14})$ 求出。

圖 3-5 為非等向性半變異元函數，以 $p_1$ 為中心影響範圍為一個橢圓，可看出 $y$ 方向的影響距離較短，半變異元與共變異數變化較大。比較圖 3-4、圖 3-5，同樣距離下，於圖 3-4 中 $p_4$ 位於影響範圍內，故 $z_4$ 與 $z_1$ 間有一定相關，但於圖 3-5 中已接近影響範圍邊緣，共變異數也趨近於 0，故 $z_4$ 與 $z_1$ 間幾近無相關。 $z_2$ 、 $z_3$ 與 $z_1$ 間的半變異數由於為單方向的距離，可分別由 $\gamma_x(\Delta x_{12})$ 與 $\gamma_y(\Delta y_{13})$ 算出，然而 $z_4$ 與 $z_1$ 間的半變異數計算就較為複雜，無法直接套算，需先轉換兩點間的距離。首先觀察影響範圍的橢圓，長軸與短軸的比例為 $k(k \geq 1)$ ，則可計算 $z_4$ 與 $z_1$ 間的半變異數為 $\gamma_x(h'_{14})$ ， $h'_{14} = \sqrt{\Delta x_{12}^2 + \frac{1}{k^2} \Delta y_{13}^2}$ 或 $\gamma_y(h''_{14})$ ， $h''_{14} = \sqrt{k^2 \Delta x_{12}^2 + \Delta y_{13}^2}$ 。

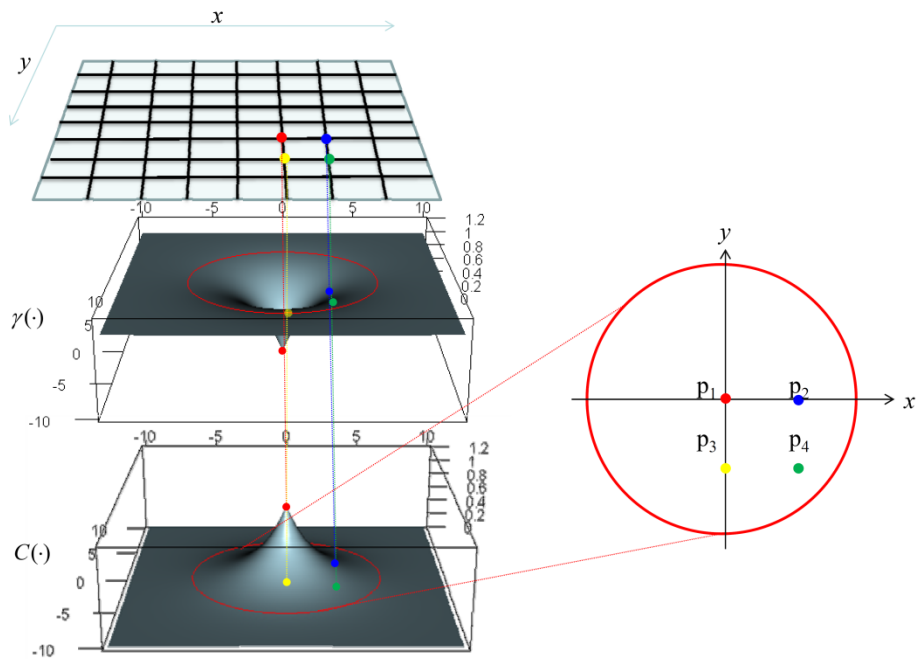


圖 3-4 等向性半變異元函數

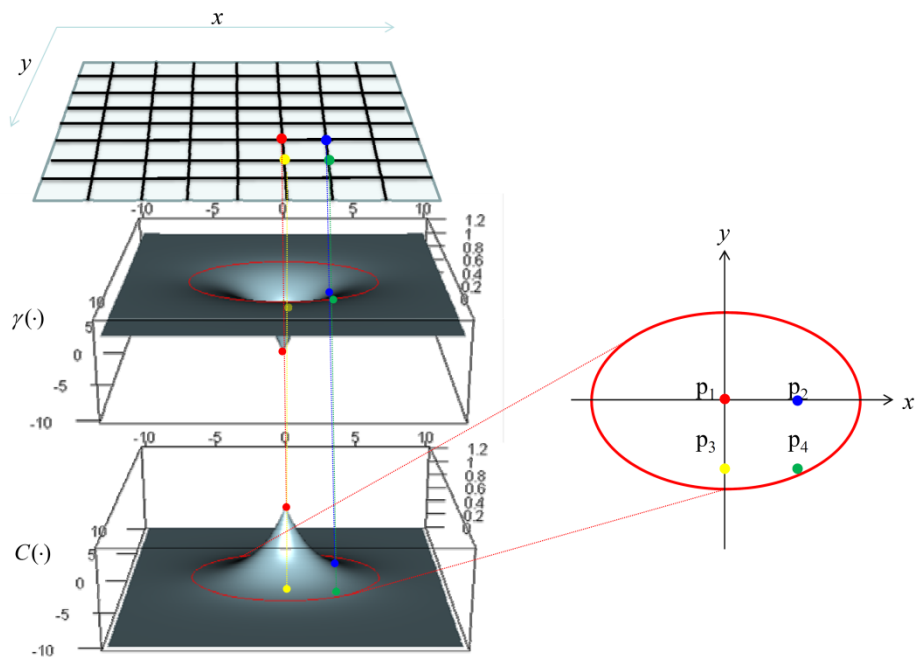


圖 3-5 非等向性半變異元函數

本研究的流量資料透過非等向性半變異元函數，可分析流量變數在時間以及空間維度上的相關特性，利用上述的概念以及計算方式即可建立流量資料的時空變異結構，分析計算結果詳見第五章。

## 第四章 多測站時空模式理論



以多元變量模擬區域內不同河川、不同時間的流量變數為本研究重點之一，其中有幾個技術上的問題需要克服。其一，於模擬多元變數時必須維持變數間的相關性，於第三章說明如何建立流量變數間的相關性，此相關性必須能適當的於多元模擬中保留。其二，大部分流量變數並非是常態分布，且常具有高度偏態系數，形成模擬上的困難。本章將介紹頻率因子應用於多元非常態分布的模擬，以克服上述困難之處，達到多元模擬的目標。

### 4-1 頻率因子

本研究中使用頻率因子( $K_T$ )來進行推導與轉換， $K_T$ 常使用於水文序率模擬或是頻率分析，如式 4-1 所示，隨機變數 $X$ 可用 $K_T$ 與其平均值、標準差表示(Chow, 1951; Chow et al., 1988)。

$$X_T = \mu_X + K_T \sigma_X \dots \dots \dots \text{式 4-1}$$

其中 $\mu_X$ 與 $\sigma_X$ 分別代表隨機變數 $X$ 的平均值與標準差， $T$ 代表重現期距， $X_T$ 代表超越機率為 $\frac{1}{T}$ 時的數值。如圖 4-1 所示， $X_T$ 、 $K_T$ 會隨著 $T$ 變動，而不同的機率分布，其 $K_T$ 也會有所不同。表 4-1 整理水文頻率分析中常見的幾個機率分布之 $K_T$ 。透過 $K_T$ 可模擬不同機率分布的隨機變數，並可進一步應用到雙變數聯合分布模擬，詳見 4-2 節。



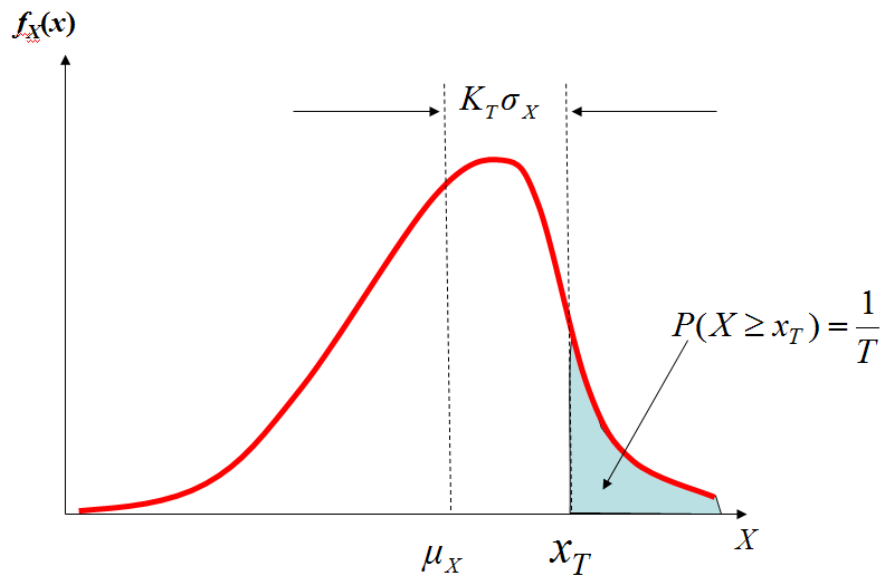


圖 4-1 隨機變數與頻率因子關係圖

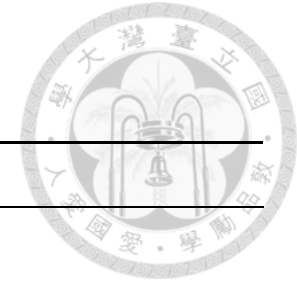


表 4-1 各機率分布頻率因子

機率分布名稱	機率密度函數 $f_X(x)$	$K_T$
Normal	$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < +\infty$	$z$
Log-normal	$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x\sigma_y}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2}, 0 < x < +\infty$ $Y = \ln X, \mu = e^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}}, \sigma^2 = (e^{\sigma_y^2} - 1)\mu^2$	$\frac{e^{\{[\ln(1+C_v^2)]^{1/2}z - [\ln(1+C_v^2)]/2\}} - 1}{C_v}$ $C_v = \frac{\sigma}{\mu}$
Extreme value 1 (EV1)	$f_X(x) = \alpha e^{-\alpha(x-\beta)} - e^{-\alpha(x-\beta)}, -\infty < x < +\infty$ $\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma}, \beta = \mu - \left(\frac{0.5772}{\alpha}\right)$	$-\frac{\sqrt{6}}{\pi} \{0.5772 + \ln[\ln(\frac{T}{T-1})]\}$
Pearson type 3 (PT3)	$f_X(x) = \frac{1}{\alpha\Gamma(\beta)} \left(\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)}, \varepsilon \leq x < +\infty$ $\alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{\beta}}, \beta = \left(\frac{2}{\gamma}\right)^2, \varepsilon = \mu - \sigma\sqrt{\beta}$	$\approx z + (z^2 - 1)\frac{\gamma}{6} + \frac{1}{3}(z^3 - 6z)\left(\frac{\gamma}{6}\right)^2 - (z^2 - 1)\left(\frac{\gamma}{6}\right)^3$ $+ z\left(\frac{\gamma}{6}\right)^4 - \frac{1}{3}\left(\frac{\gamma}{6}\right)^5$
Log Pearson type 3 (LPT3)	$f_X(x) = \frac{1}{\alpha x\Gamma(\beta)} \left(\frac{\ln x - \varepsilon}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\ln x - \varepsilon}{\alpha}\right)}, \varepsilon \leq \ln x < +\infty$ $\alpha = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\beta}}, \beta = \left(\frac{2}{\gamma_y}\right)^2, \varepsilon = \mu_y - \sigma_y\sqrt{\beta}$	同 PT3

資料來源：Cheng KS, Chiang JL, and Hsu CW (2007) Simulation of probability distributions commonly used in hydrological frequency analysis, HYDROLOGICAL PROCESSES, 21: 51-60, p.52.

註： $z$ ：對應超越機率為 $\frac{1}{T}$ 之標準常態分布隨機變數。

$\mu$ ：隨機變數 $X$ 之平均值； $\sigma$ ：隨機變數 $X$ 之標準差； $\gamma$ ：隨機變數 $X$ 之偏態係數。

$\mu_y$ ：隨機變數 $Y$ 之平均值； $\sigma_y$ ：隨機變數 $Y$ 之標準差； $\gamma_y$ ：隨機變數 $Y$ 之偏態係數。



## 4-2 非常態雙變數聯合分布模擬

2-2-3 小節已套配經過標準化的流量資料  $Q_{Y,T,S}^*$  符合 PT3 隨機分布，其平均值  $\mu \cong 0$ ，標準差  $\sigma = 0.9569$ ，偏態係數  $\gamma = 2.317$ ，由於必須維持變數間相關性，造成直接模擬不易，因此必須轉換成多元標準常態分布再進行模擬。PT3 分布與 Gamma 分布近似，其間之差異僅在平均值的位移，而 Cheng 等人(2011)以二元 Gamma 聯合分布為例，利用 4-1 節所述頻率因子，由二元標準常態分布轉換至二元 Gamma，並推導轉換前後共變異數矩陣關係。此法可推廣應用至多元 PT3 模擬，以下簡單說明。

已知  $X$ 、 $Y$  屬於二元 PT3 分布， $X$  與  $Y$  分別可寫成  $X = \mu_X + K_X \sigma_X$ 、 $Y = \mu_Y + K_Y \sigma_Y$ ，由於兩者均屬於 PT3 分布，故  $K_X$  與  $K_Y$  可分別表列如式 4-2、4-3，其中  $U$  與  $V$  均屬於標準常態分佈。

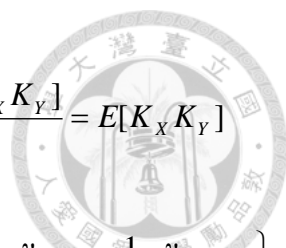
$$K_X \approx U + (U^2 - 1) \frac{\gamma_X}{6} + \frac{1}{3} (U^3 - 6U) \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^2 - (U^2 - 1) \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^3 + U \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^4 - \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^5$$

.....式 4-2

$$K_Y \approx V + (V^2 - 1) \frac{\gamma_Y}{6} + \frac{1}{3} (V^3 - 6V) \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^2 - (V^2 - 1) \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^3 + V \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^4 - \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^5$$

.....式 4-3

模擬時維持相關係數為重要的關鍵，根據相關係數的定義與式 4-2、4-3，可推導相關係數  $\rho_{XY}$  如式 4-4 式：



$$\rho_{XY} = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(K_X \sigma_X)(K_Y \sigma_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sigma_X \sigma_Y E[K_X K_Y]}{\sigma_X \sigma_Y} = E[K_X K_Y]$$

$$\approx E \left\{ \begin{aligned} & \left[ U + (U^2 - 1) \frac{\gamma_X}{6} + \frac{1}{3} (U^3 - 6U) \left( \frac{\gamma_X}{6} \right)^2 - (U^2 - 1) \left( \frac{\gamma_X}{6} \right)^3 + U \left( \frac{\gamma_X}{6} \right)^4 - \frac{1}{3} \left( \frac{\gamma_X}{6} \right)^5 \right] \cdot \\ & \left[ V + (V^2 - 1) \frac{\gamma_Y}{6} + \frac{1}{3} (V^3 - 6V) \left( \frac{\gamma_Y}{6} \right)^2 - (V^2 - 1) \left( \frac{\gamma_Y}{6} \right)^3 + V \left( \frac{\gamma_Y}{6} \right)^4 - \frac{1}{3} \left( \frac{\gamma_Y}{6} \right)^5 \right] \end{aligned} \right\}$$

.....式 4-4

令  $A_X = 1 + \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^4$ 、 $B_X = \frac{\gamma_X}{6} - \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^3$ 、 $C_X = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^2$ 、 $D_X = -\frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_X}{6}\right)^5$ ，

$A_Y = 1 + \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^4$ 、 $B_Y = \frac{\gamma_Y}{6} - \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^3$ 、 $C_Y = \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^2$ 、 $D_Y = -\frac{1}{3} \left(\frac{\gamma_Y}{6}\right)^5$ ，式 4-4 可整理如

式 4-5：

$$\rho_{XY} = E[K_X K_Y]$$

$$\approx E \left[ \begin{aligned} & \overbrace{A_X A_Y UV}^0 + \overbrace{A_X B_Y U(V^2 - 1)}^0 + \overbrace{A_X C_Y U(V^3 - 6V)}^0 + \overbrace{A_X D_Y U}^0 + \overbrace{B_X A_Y V(U^2 - 1)}^0 \\ & + \overbrace{B_X B_Y (U^2 - 1)(V^2 - 1)}^0 + \overbrace{B_X C_Y (U^2 - 1)(V^2 - 6V)}^0 + \overbrace{B_X D_Y (U^2 - 1)}^0 \\ & + \overbrace{C_X A_Y (U^3 - 6U)V}^0 + \overbrace{C_X B_Y (U^3 - 6U)(V^2 - 1)}^0 + \overbrace{C_X C_Y (U^3 - 6U)(V^3 - 6V)}^0 \\ & + \overbrace{C_X D_Y (U^3 - 6U)}^0 + \overbrace{D_X A_Y V}^0 + \overbrace{D_X B_Y (V^2 - 1)}^0 + \overbrace{D_X C_Y (V^3 - 6V)}^0 + D_X D_Y \end{aligned} \right]$$

$$\approx E \left[ \begin{aligned} & \overbrace{A_X A_Y UV}^0 + \overbrace{A_X C_Y U(V^3 - 6V)}^0 + \overbrace{B_X B_Y (U^2 - 1)(V^2 - 1)}^0 \\ & + \overbrace{C_X A_Y (U^3 - 6U)V}^0 + \overbrace{C_X C_Y (U^3 - 6U)(V^3 - 6V)}^0 + D_X D_Y \end{aligned} \right]$$

.....式 4-5

其中  $D_X = D_Y \approx 0$ ， $A_X$ 、 $B_X$ 、 $C_X$ 、 $D_X$ 、 $A_Y$ 、 $B_Y$ 、 $C_Y$ 、 $D_Y$  均為常數，又

$E[UV] = \rho_{UV}$ ， $E[U^2] = E[V^2] = 1$ ， $E[U^2 V^2] = 2\rho_{UV}^2 + 1$ ， $E[U^3 V^3] = 6\rho_{UV}^3 + 9\rho_{UV}$ ，

$E[U^3 V] = E[UV^3] = 3\rho_{UV}$ ，故可整理如式 4-6：

$\rho_{XY} \approx (A_X A_Y - 3A_X C_Y - 3C_X A_Y + 9C_X C_Y) \rho_{UV} + 2B_X B_Y \rho_{UV}^2 + 6C_X C_Y \rho_{UV}^3$ ..式 4-6

式 4-6 表示  $\rho_{XY}$  與  $\rho_{UV}$  之間關係，在已知  $\rho_{XY}$  的條件下可求出相對應之  $\rho_{UV}$ 。利用  $\rho_{UV}$  產生二元標準常態聯合分布隨機變數  $U$ 、 $V$ ，即可以式 4-1、4-2、4-3 轉換成二元 PT3 聯合分布隨機變數  $X$ 、 $Y$ 。同理如圖 4-2 所示，模擬多元 PT3 聯合分布時，可利用已知的相關係數矩陣推估  $\rho_{U_{1s_1}, U_{2s_2}}$  產生多元標準常態  $U_{Y,T,S}$ ，以同樣的方式轉變回對應  $Q_{Y,T,S}^*$  之樣本  $S_{Y,T,S}^*$ ，所得  $S_{Y,T,S}^*$  即為保有時間、空間上關係的多元流量模擬資料。

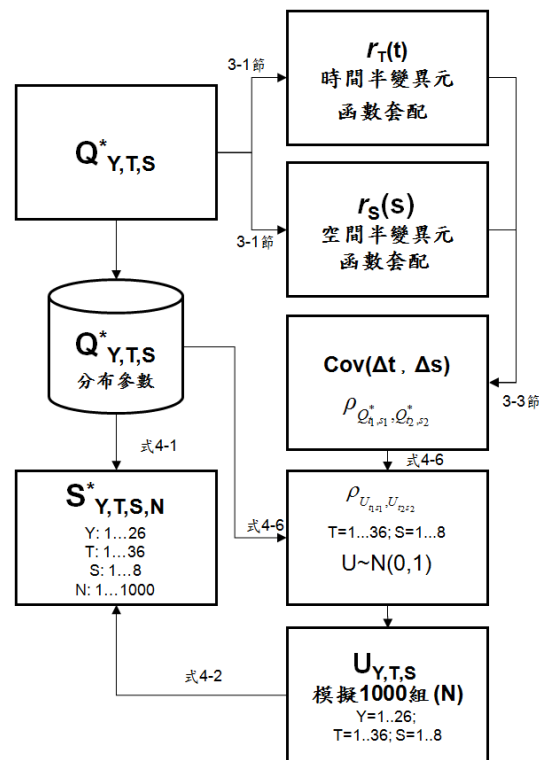


圖 4-2 模擬多元 PT3 聯合分布流程圖



### 4-3 非常態隨機場模擬

介紹隨機場(Random field)之前，必須先說明定率模式(Deterministic model)與序率模式(Stochastic model)的差別。圖 4-3(a)、4-3(b)分別為定率模式與序率模式的示意圖，定率模式中  $Y$  為  $X$  的函數，且具有一對一的關係，透過圖 4-3(a)中的函數(實線所示)， $x_i$  只對應唯一的  $y_i$  值。而序率模式帶有隨機變數的概念，圖 4-3(b)中實線代表的是在對應之  $X$  值下產生  $Y$  值的分布參數，於此以平均值為例，也就是說，同一個  $x_i$  值可能對應多個不同的  $y_{i,i}$  值，並不會得到唯一確定的結果，但是產生多次的  $Y$  值後可以發現，這些  $Y$  值所組成的樣本，有固定的機率分布，如圖 4-3(b)中虛線所呈現，其分布參數卻是一定的，而不同的  $X$  產生的樣本分布可能不同，因此對應到的分布參數亦不相同，這些參數如同圖 4-3(b)中實線所示。

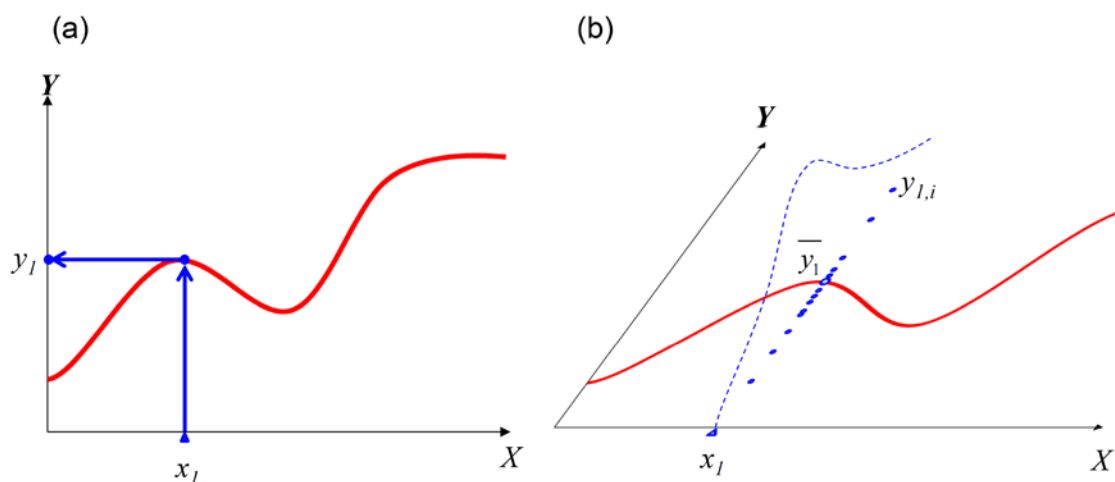


圖 4-3 定率模式與序率模式示意圖

隨機場模擬也是一種序率模擬的概念，相較於圖 4-3(b)中例子，自變數  $X$  的範圍為一維的線，隨機變域模擬中的自變數範圍則為二維平面甚至可以是三維空間或者更高維度，且範圍中的各變數間具有相關性形成一個聯合分布，並非獨立變數。如圖 4-4 所示，圖中的範圍為一個隨機場之定義域，各點為一組各位置上隨機變數所對應的值，各隨機變數間關係可以共變數來描述(詳見 3-1 節)。大多數

情況下共變數並不為常數，一般距離相近的變數間具有較高的相關性，如圖 4-4 中，a、b 間的相關應該會較 a、c 間的相關性高。本研究所模擬的多元流量變數即可視為一個 PT3 分布的隨機場，各變數具有相同的平均值與標準差，其範圍形成一個時間-空間兩維度的時空平面(詳見 3-2 節)。利用 3-3 節所提到的非等向性半變異元函數可以建立流量變數間的時空變異關係，並透過 4-2 節相關係數的轉換，可以將此模擬架構轉為標準常態的隨機場，如此一來，即能簡化多元 PT3 分布模擬的困難度，達到本研究的目標。

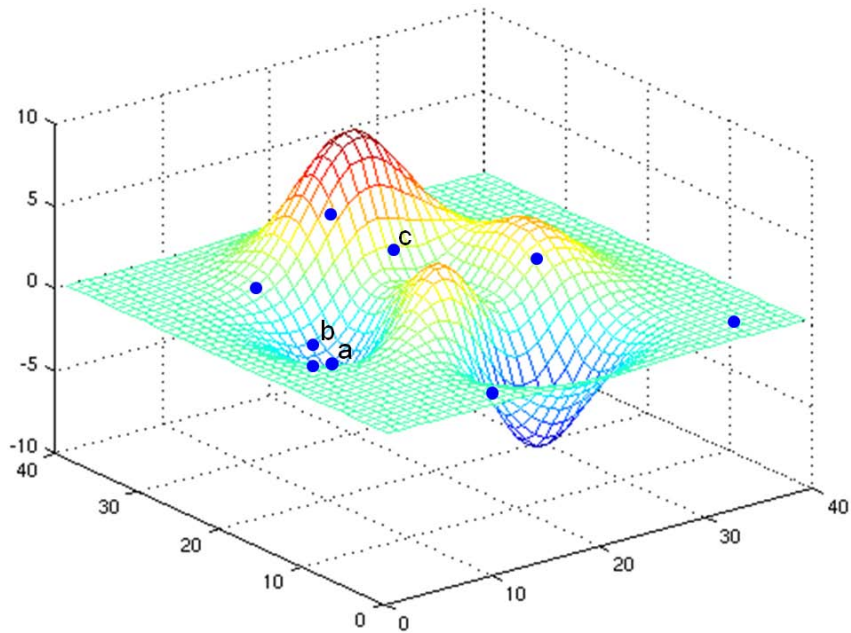


圖 4-4 隨機場示意圖



## 第五章 多測站流量時空歷程之分析與模擬

為了同時模擬多元的流量，必須掌握流量彼此間的時間與空間關係。若將所有流量資料依照 36 旬、12 個流量站分為 432 組，同 1 組內的資料具有相同特性，可視為屬於同 1 種分布，432 個分布在時間與空間上互相影響的關係，可以一 432 個變數間的共變異數矩陣來模擬。模擬多元流量的同時，亦必須維持共變異數矩陣。如圖 5-1 所示，於之前章節已介紹本研究用以模擬多元流量的理論部分(參閱圖中箭頭上各小節編號)，於本章將詳述實際模擬的過程，5-1 節、5-2 節分別套配時間、空間上的半變異元函數，於 5-3 節建立流量間時間—空間變異結構，5-4 節則是多元模擬。

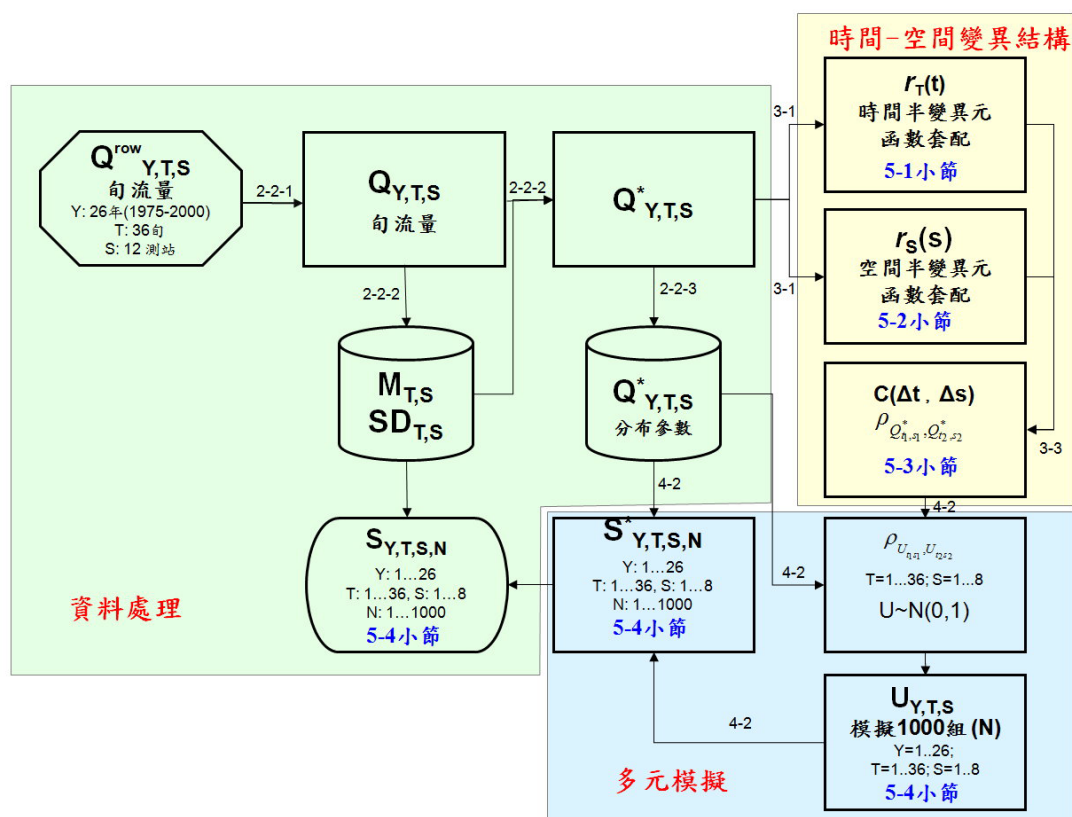


圖 5-1 時空多元變數模擬流程圖

研究中為了同時模擬多元的流量資料，將流量資料平面視為一個隨機場來進行模擬。為達到此隨機場內的均質性，必須先去除了由於季節、位置以及豐枯水年





對於流量造成的影響。因此在建立資料的時間與空間相關前，必須經過標準化以去除上述的影響，待多元模擬完成後，再將這些特性逐一加回還原。故本章將以標準化過的流量資料 $Q_{Y,T,S}^*$ 來分析共變異數，以 $C(Q_{t_1,s_1}^*, Q_{t_2,s_2}^*)$ 來代表。基本上兩流量變數間的共變異數與距離會成反比關係，此距離不僅是空間上的距離，也是時間上的距離；也就是說，計算同時期成對流量變數的共變異數，空間位置較近的流量變數其共變異數應較大，亦即若 $|s_1 - s_3| > |s_1 - s_2|$ 則

$C(Q_{t_1,s_1}^*, Q_{t_2,s_2}^*) > C(Q_{t_1,s_1}^*, Q_{t_3,s_3}^*)$ ；同理，在同一位置的流量變數，前後旬的時間距離為

1，比起間隔2旬的流量變數，共變異數亦應該較大，亦即若 $|t_1 - t_3| > |t_1 - t_2|$ 則

$C(Q_{t_1,s}^*, Q_{t_2,s}^*) > C(Q_{t_1,s}^*, Q_{t_3,s}^*)$ 。倘若一對流量變數時間以及空間位置皆不同時，共變

異數的關係又更加複雜，為了簡化此複雜的關係，本研究假設兩變數的共變異數僅與時間以及空間的相對距離有關，可寫成 $C(\Delta t, \Delta s)$ 。本章將使用指數模型來進行半變異元函數(Semi-Variogram)的套配，分別推算流量在時間上的共變異數 $C_T(\Delta t)$ ，以及流量在空間上的共變異數 $C_S(\Delta s)$ 。



## 5-1 旬流量時間變異特性

本研究以指數模型套配流量在時間上的半變異元函數，簡單來說就是分析一組成對的流量資料，其時間距離與流量差距間的關係，並且以指數模型來描述。由於本研究將時間以及空間兩個維度分別處理，因此在取成對資料時，只考量同一年度、同一個地理位置的成對流量資料。如圖 5-2 所示，取年度以及流量站編碼均為(8,4)的流量共有 36 個，則取成對資料共計有 630 對( $\frac{36!}{34!2!}$ )。由於有 26 年、12 個流量測站，所有成對資料共有 196,560 對( $630 \times 26 \times 12$ )，以這些資料的時間距離與流量差距進行分析。

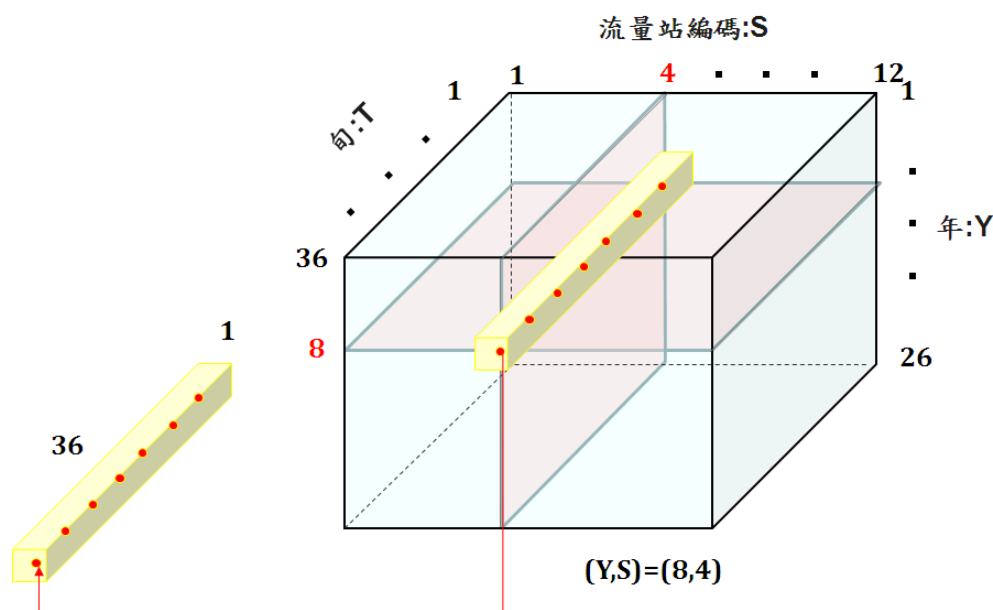


圖 5-2 選取時間變異函數之成對資料示意圖

承上所述，成對資料在時間上的距離單位為旬數，由於資料數量龐大，因此在時間距離上以旬數做為分組，計算成對數以及流量差距函數如表 5-1 所示。根據套配半變異元函數的經驗，距離約莫取至最大距離的一半，於此最大的旬差為 35，故表 5-1 中於時間半變異元函數套配上只選擇旬在 18 旬以內的成對資料進行套配。



表 5-1 套配時間半變異元函數之成對資料統計

旬差 $i$	成對數 $n_i$	流量差距函數 $\bar{\gamma}_i$	旬差 $i$	成對數 $n_i$	流量差距函數 $\bar{\gamma}_i$
1	10920	0.50	10	8112	0.91
2	10608	0.69	11	7800	0.94
3	10296	0.74	12	7488	0.94
4	9984	0.79	13	7176	0.92
5	9672	0.78	14	6864	0.94
6	9360	0.81	15	6552	0.98
7	9048	0.85	16	6240	0.96
8	8736	0.88	17	5928	0.98
9	8424	0.90	18	5616	0.97

其中  $\bar{\gamma}_i = \frac{1}{n_i} \sum_1^{n_i} [\frac{1}{2} (Q_{y,t_1,s}^* - Q_{y,t_2,s}^*)^2]$ ,  $\forall |t_1 - t_2| = i$ ，利用表 5-1 中  $i$  以及  $\bar{\gamma}_i$  進

行指數模型套配。由於標準化後的流量資料其平均值為 0、標準差為 1(變異數亦為 1)，而當距離為 0 時之共變異數即為變數本身的變異數，故於此令其為 1，即為 Sill。如圖 5-3 所示，可得時間半變異元函數如式 5-1 所示。可推得流量資料在時間距離的影響範圍(Influence Range)約為 7 旬( $2.38 \times 3 \cong 7$ )，兩流量變數時間距離超過 7 旬則可視兩者無相關。

$$\gamma_T(\Delta t) = 1 - e^{-\Delta t / 2.38} \dots \dots \dots \text{式 5-1}$$

$\Delta t$ ：成對流量資料旬差。

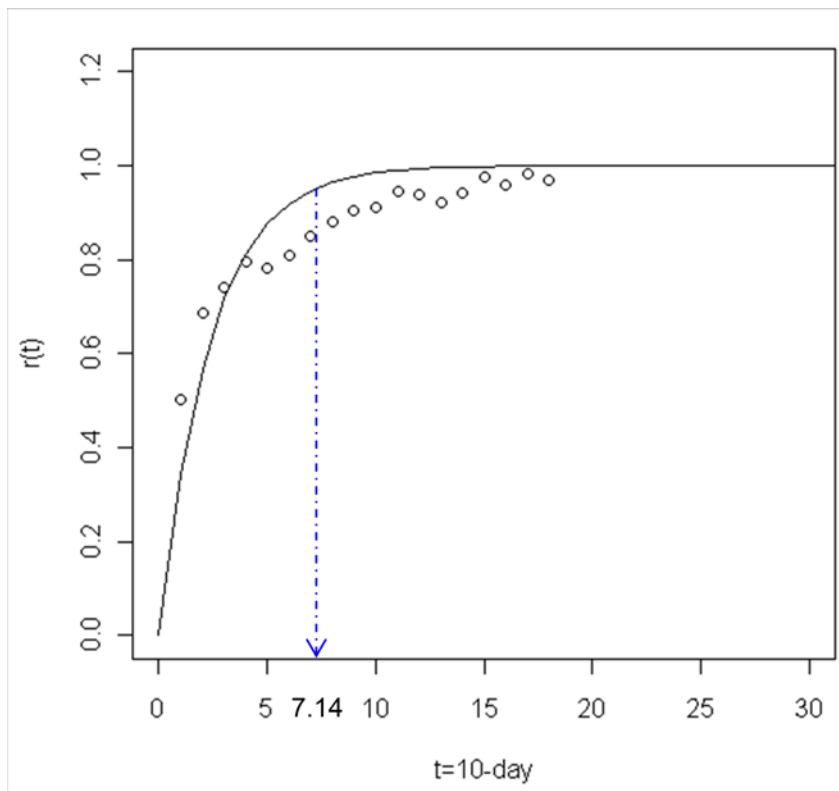


圖 5-3 時間半變異元函數圖

變數間的共變異數可以利用式 3-2 與半變異元函數推導而得，故由式 5-1 與式 3-2 可推得流量資料於時間維度上的共變異函數如式 5-2 所示。

$$C_T(\Delta t) = e^{-\Delta t/2.38} \dots\dots\dots \text{式 5-2}$$



## 5-2 旬流量空間變異特性

空間維度選取成對流量的方式類似於時間維度，在取成對資料時，只考量同一年度、同一旬的成對流量資料。如圖 5-4 所示，取年度以及旬別均為(8,24)的流量共有 12 個，則取成對資料共計有 66 對( $\frac{12!}{10!2!}$ )，由於有 26 年度、36 旬，所有成對資料共有 61,776 對( $66 \times 26 \times 36$ )，以這些資料在空間上實際的距離與流量差距進行分析。成對資料在空間上的距離單位為公里，最大距離約為 70 公里，由於資料數量龐大，因此在空間距離上自 10 公里開始，以每 5 公里增加 1 組數，至 45 公里為止，計算成對數以及流量差距函數如表 5-2 所示：

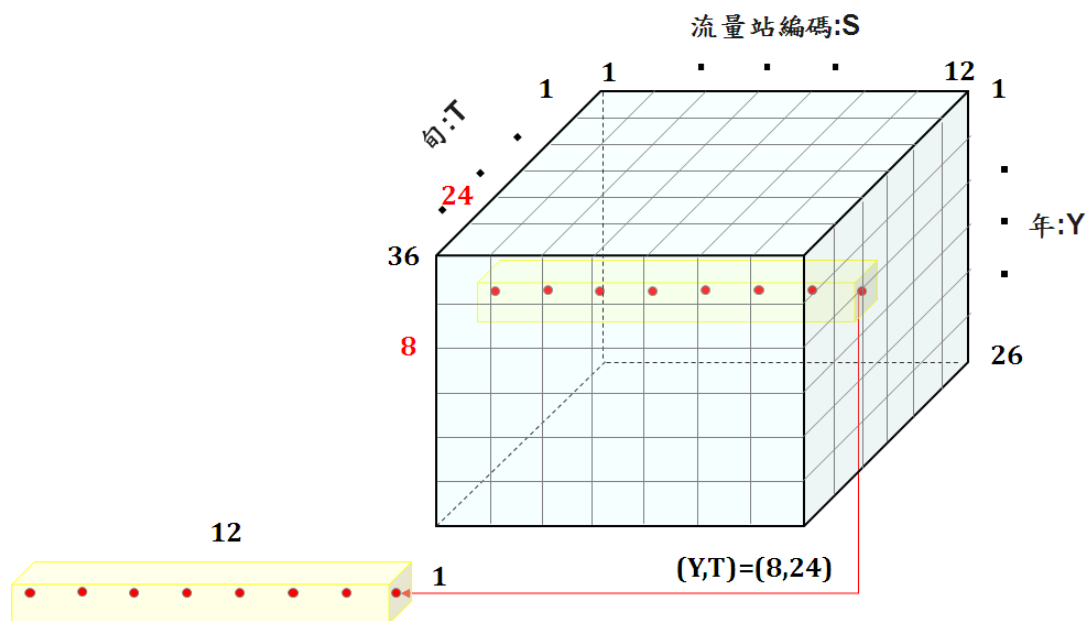


圖 5-4 選取空間變異函數之成對資料示意圖

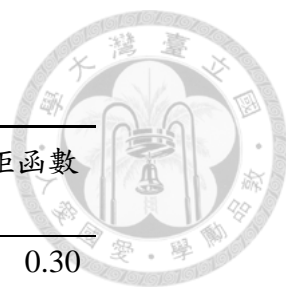


表 5-2 套配空間變異函數之成對資料統計

組別 $i$	組距(km) $d_i$	成對數 $n_i$	平均距離(km) $\bar{d}_i$	流量差距函數 $\bar{\gamma}_i$
1	10	2808	8.76	0.30
2	15	2808	11.12	0.33
3	20	4680	17.28	0.37
4	25	8424	22.22	0.40
5	30	9360	27.44	0.40
6	35	9360	32.50	0.40
7	40	2808	37.50	0.41
8	45	6552	42.50	0.43

其中  $\bar{d}_i$  = 各成對資料空間距離的平均， $\bar{\gamma}_i = \frac{1}{n_i} \sum_1^{n_i} [\frac{1}{2} (Q_{y,t,s_1}^* - Q_{y,t,s_2}^*)^2]$ ，

$\forall d_{i-1} < |s_1 - s_2| < d_i$ ，利用表 5-2 中  $\bar{d}_i$  與  $\bar{\gamma}_i$  進行指數模型套配，並令無距離時的共變異數為 1(Sill)，如圖 5-5 所示，得空間半變異元函數如式 5-3：

$$\gamma_s(\Delta s) = 1 - e^{-\Delta s / 54.6} \dots\dots\dots \text{式 5-3}$$

$\Delta s$ ：成對流量資料流量站在空間上的距離。

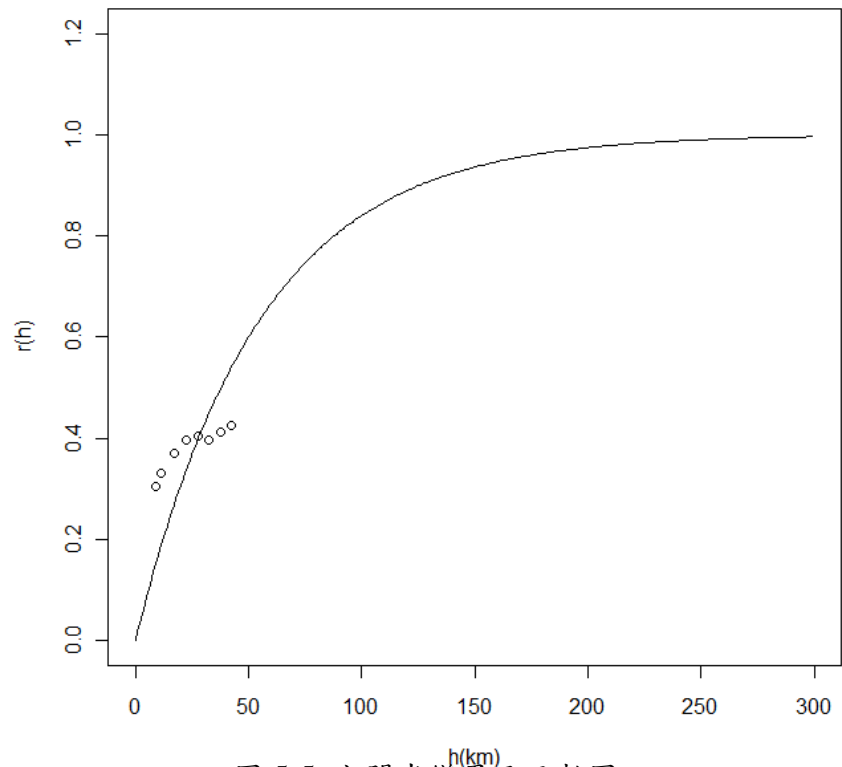


圖 5-5 空間半變異元函數圖

由式 5-3 與式 3-2 可推得流量資料於空間維度上的共變異函數如式 5-4 所示：

$$C_s(\Delta s) = e^{-\Delta s/54.6} \dots\dots\dots \text{式 5-4}$$



### 5-3 旬流量時空變異結構

5-1、5-2 節分別建立了時間以及空間上的半變異元函數與共變異函數，由於兩個維度上的單位不同，因此時間—空間的二維平面為非等向性。如 3-3 節所提到，於此非等向性之隨機場計算變數間的半變異數或共變異數時，無法直接套用單一維度的半變異元函數或是共變異函數，必須將變數間的距離進行轉換。

透過式 5-1 與式 5-3 可知時間與空間平面上的影響範圍如一橢圓，其長短軸的比值為  $54.6 \div 2.38 \cong 22.94$ ，此值即為 3-3 節所述之  $k$  值。透過  $k$  值與式 5-2、式 5-4 可以推估時間—空間平面上的共變異函數，如式 5-5 所示：

$$C(\Delta t, \Delta s) = e^{\frac{-\sqrt{k^2 \Delta t^2 + \Delta s^2}}{54.6}} = e^{\frac{-\sqrt{\Delta t^2 + \frac{1}{k^2} \Delta s^2}}{2.38}} \dots\dots\dots \text{式 5-5}$$

$k : 54.6/2.38$ 。

式 5-5 顯示變數間時空的共變異數可透過 2 種型式計算，其一為將時間上的距離轉換至空間維度，以空間上的共變異函數計算；其二則是將空間上的距離轉換至時間維度，以時間上的共變異函數計算。兩種方式均為合理可行的方式，本研究中採用後者。由於研究區域內可使用流量站數量的限制，建立空間上半變異元函數時，成對變數間之距離數量並不多(流量站數僅有 12，故距離數量最多只有 66 種，而加上僅採取 45 公里內資料，數量更少)，造成套配結果不如時間維度上理想。因此在計算流量間之時空共變異數時，本研究認為，以時間維度上共變異函數為主進行計算較為適當。





## 5-4 模擬多元變數

如 3-3 節所述，本研究中之流量資料結構可視為一個時間—空間平面，需同時模擬平面上各變數，並且維持各變數間的相關。2-2-3 小節提到，經過標準化的流量資料  $Q_{Y,T,S}^*$  呈 PT3 分布，直接模擬有所困難，故本研究以頻率因子( $K_T$ )將多元非常態變數轉為多元常態進行模擬(理論詳見 4-2 節、4-3 節)。

模擬多元變數時需維持變數間的相關，透過 5-3 節可建立標準化後流量變數間的時空共變異結構，然而轉換多元非常態分布至多元標準常態分布時，變數間的相關性也會跟著改變。 $Q_{Y,T,S}^*$  轉換為多元標準常態分布(U)時，其變數與變數間的相關係數轉換詳見式 4-6，如此一來即可利用相關係數矩陣  $\rho_{u_{t,s},u_{t,s}}$  產生多組多元標準常態  $U_{Y,T,S}$ 。本研究最終選擇溪口、牛稠溪橋、觸口、新營、曾文水庫、玉田、左鎮、新市等 8 個測站的流量模擬，故一組的模擬資料有 26 年、36 旬、8 個站的旬流量。

由於流量在時間上的影響範圍約為 7 旬(如圖 5-3)，當  $\Delta t$  大於 7 時可視共變異數為 0，因此於本研究中採用如圖 5-6 的模擬方式。本研究一次模擬一個時間-空間平面的資料(也就是 1 年的資料)，首先模擬  $U_{Y,T,S}$  中  $t=1, s=1\dots 8$  共 8 個變數，依據式 5-5 與 4-1 節轉換公式得其共變異數矩陣  $\rho_{u_{t,s},u_{t,s}}$  ( $8\times 8$ )，產生出一組共 8 個值  $u_{y,t=1,s=1}, u_{y,t=1,s=2}\dots u_{y,t=1,s=8}$ 。其後利用  $U_{Y,T,S}$ ， $t=1\dots 2, s=1\dots 8$  共 16 個變數之共變異數矩陣( $16\times 16$ )，以及  $u_{t=1,s=1}, u_{t=1,s=2}\dots u_{t=1,s=8}$  等 8 個值，計算條件機率分布以產生第 2 旬的 8 個流量。接下來也是以類似的方式直至最多往前考慮 7 旬的流量資料，舉例而言，當產生第 30 旬流量時，僅以 23 旬至 29 旬流量以及產生的值來作條件機率分布的計算。

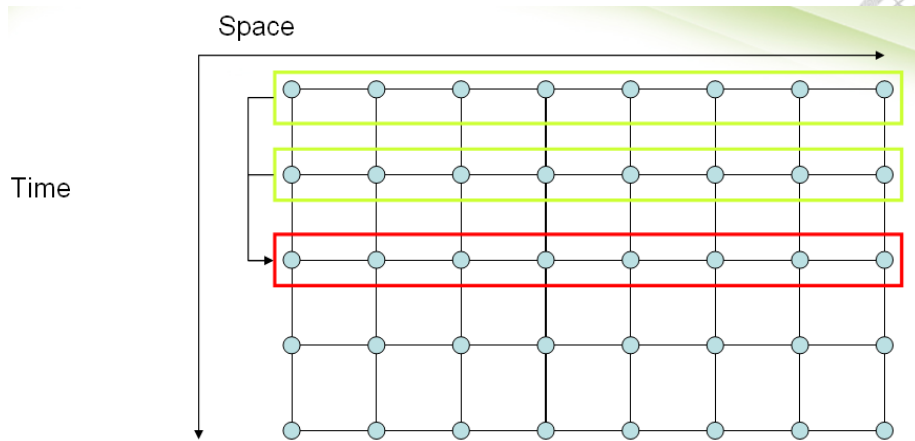
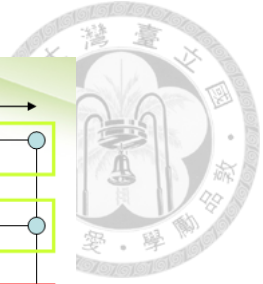


圖 5-6 時間-空間模擬架構示意圖

模擬的結果以  $U_{Y,T,S}$  表示，是一組多元標準常態分布，且各變數之間具有一定的相關性。透過 2-2-3 小節套配的分佈參數與式 4-1、式 4-2 可將  $U_{Y,T,S}$  轉變為多元 PT3 分布  $S_{Y,T,S}^*$ ，如式 5-6 所示(2-2-3 小節中所套配 PT3 分布平均值為 0，標準差為 0.9569，與 Gamma 分布位移參數為-0.8261)。此組變數除了變數間具有相關以外，各變數均為 PT3 分布，且平均值為 0、標準差為 0.9569。 $S_{Y,T,S}^*$  為對應標準化流量資料  $Q_{Y,T,S}^*$  的模擬結果，為將模擬結果轉變回對應  $Q_{Y,T,S}$  之樣本，進一步透過各流量變數平均值、標準差與式 5-7，所得  $S_{Y,T,S}$  即為保有時間、空間上關係的多元流量模擬資料。

$$S_{Y,T,S}^* = (U_{Y,T,S} + (U_{Y,T,S}^2 - 1)\frac{\gamma}{6} + \frac{1}{3}(U_{Y,T,S}^3 - 6U_{Y,T,S})(\frac{\gamma}{6})^2 - (U_{Y,T,S}^2 - 1)(\frac{\gamma}{6})^3 + U_{Y,T,S}(\frac{\gamma}{6})^4 - \frac{1}{3}(\frac{\gamma}{6})^5) \times 0.9569 - 0.8261 \dots \dots \dots \text{式 5-6}$$

$$\gamma = 2.317 \text{ }^\circ$$

$$S_{Y,T,S} = (S_{Y,T,S}^* \cdot SD_{T,S}) + M_{T,S} \dots \dots \dots \text{式 5-7}$$

$M_{T,S}$ ：為原始流量資料第 T 旬第 S 站，共 26 個流量資料的平均值。

$SD_{T,S}$ ：為原始流量資料第 T 旬第 S 站，共 26 個流量資料的標準差。

## 第六章 結果討論與應用案例



於第五章中說明流量變數時空相關以及模擬多元流量的過程後，本章將針對模擬結果進行討論及應用。本章主要分為模擬樣本統計量以及應用實例兩部份，第一部分將比較模擬樣本統計量與原始流量分布特性，第二部份將模擬流量應用於白河灌區以探討利用地下水井改善缺水情況之效率。

### 6-1 模擬結果統計量

研究中模擬 1,000 組旬流量資料  $S_{Y,T,S,N}$  ( $N=1\dots 1,000$ )，每一組流量資料內含有  $Y=26$  年、 $T=36$  旬、 $S=8$  個測站的流量資料，依不同旬、不同站區分流量特性，因此共有 288 個不同的流量分布。雖然建立流量資料時空變異結構時使用 12 個測站，但於此僅模擬分別屬於嘉南灌區 8 條溪流的 8 個測站，於地區水資源特性較有代表性，故將其重新編碼如表 6-1 以供後續討論。本節將分別探討模擬樣本的平均值、標準差以及相關係數，比較模擬樣本與原始流量分布間的差異。

表 6-1 模擬河川流量測站

編碼	測站	河川支流	流域	原始編碼
01	溪口	三疊溪	北港溪	01
-	北港(2)	北港溪	北港溪	02
02	牛稠溪橋	朴子溪	朴子溪	03
03	觸口	八掌溪	八掌溪	04
-	常盤橋	赤蘭溪	八掌溪	05
-	義竹(厚生橋)	八掌溪	八掌溪	06
04	新營	急水溪	急水溪	07
05	曾文水庫	曾文溪	曾文溪	08
06	玉田	後堀溪	曾文溪	09
07	左鎮	菜寮溪	曾文溪	10
08	新市	鹽水溪	鹽水溪	11
-	荖濃(新發大橋)	荖濃溪	高屏溪	12



### 6-1-1 平均值

樣本平均值為集中趨勢的統計量，由於流量變數眾多，模擬一組流量資料會產生 288 個不同平均值(36×8=288，36 旬、8 個測站，對 26 年的平均值)，模擬 1000 組之後，對於此 288 個不同的分布，各自都將有 1000 個模擬旬流量平均  $M'_{T,S,N}$  如式 6-1 所示：

$$M'_{T,S,N} = \frac{1}{26} \sum_{y=1}^{26} S_{y,T,S,N} \dots \dots \dots \text{式 6-1}$$

- T = 旬，1...36。
- S = 流量站，1...8。
- N = 模擬次數，1...1,000。

將平均值的模擬與實際結果繪於圖 6-1，橫軸為實際流量資料各旬、各流量站的平均值  $M_{T,S}$ ，縱軸則代表模擬流量樣本的平均值  $M'_{T,S,N}$ 。此 288 個不同流量分布各自的模擬平均與實際平均之比較如圖中黑點所示，由於一個實際平均對應 1,000 個模擬平均，故 1,000 個黑點大致形成一條縱線。空心紅點代表此 1,000 個模擬樣本平均值的平均  $\overline{M'_{T,S}}$  如式 6-2，而藍點則各自代表在 1,000 個模擬結果位於 5% 與 95% 的百分位點  $P_{5,T,S}^M$  與  $P_{95,T,S}^M$ 。由圖 6-1 可見空心紅點均落於斜率為 1 的紅線上，代表其模擬結果能夠呈現實際流量的平均特性，誤差在 2% 以下。

$$\overline{M'_{T,S}} = \frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} M'_{T,S,n} \dots \dots \dots \text{式 6-2}$$

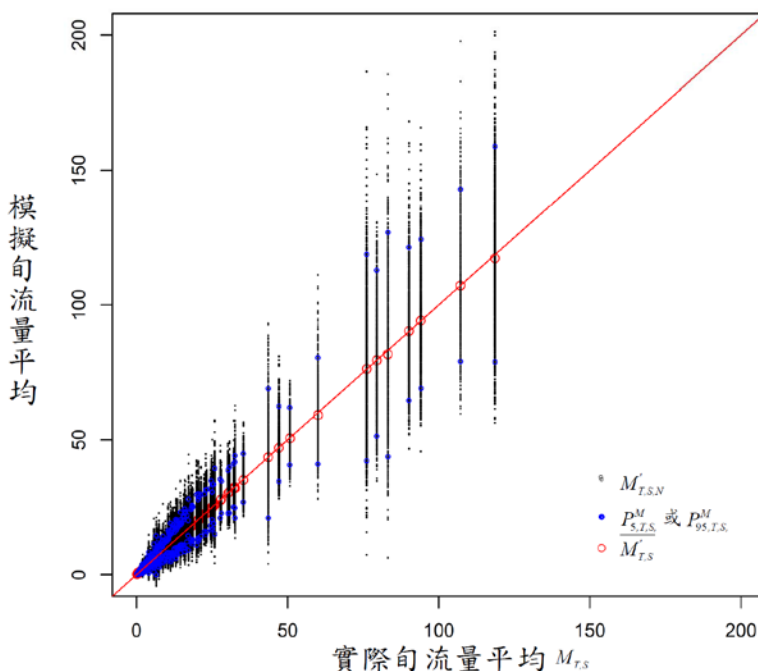


圖 6-1 模擬旬流量與實際旬流量平均值比較圖

若將上述旬流量平均值以不同顏色繪於網格後可得圖 6-2，橫軸為旬、縱軸為各測站編碼。圖 6-2(a)為實際旬流量平均值  $M_{T,S}$ ，可見其與圖 6-2(b)模擬流量旬平均值之平均  $\overline{M'_{T,S}}$  十分相近，其中第 5 站曾文水庫為所有測站中流量最大者，由圖中可見流量較大者，模擬流量旬平均值之標準差  $sd(M'_{T,S})$  (如圖 6-2(c)、式 6-3) 也會隨之增加。

$$sd(M'_{T,S}) = \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (M'_{T,S,n} - \overline{M'_{T,S}})^2} \dots \dots \dots \text{式 6-3}$$

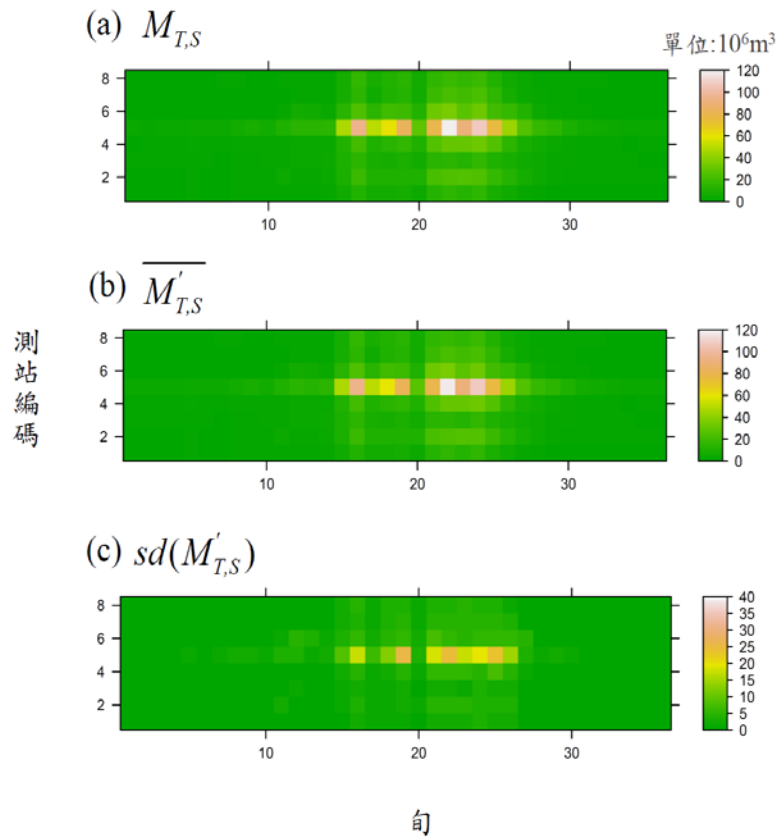
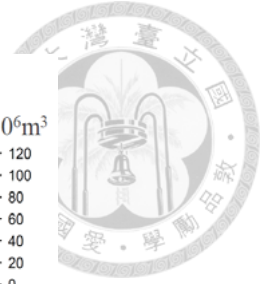
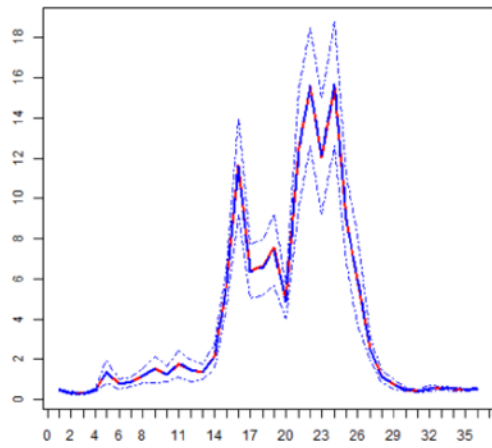


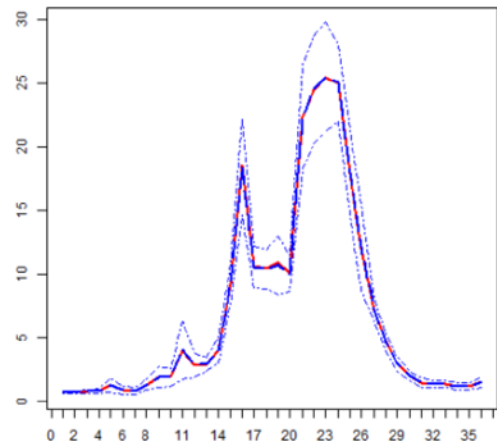
圖 6-2 模擬流量與實際流量平均值色階圖

圖 6-3 為各測站實際旬流量平均與模擬旬流量平均比較圖，就平均值而言，可見模擬結果與實際狀況幾乎完全疊合。而 5 月至 10 月為豐水期，由圖中可見，多數測站於豐水期間標準差  $sd(M'_{T,S})$  較大，表示模擬結果於高流量時旬流量平均值變動較低流量時大。

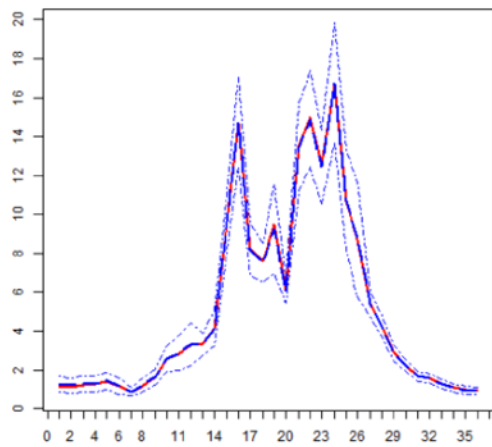
(a) 溪口，編碼1



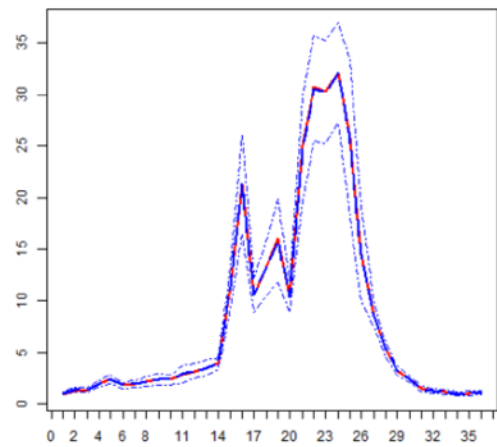
(b) 牛稠溪橋，編碼2



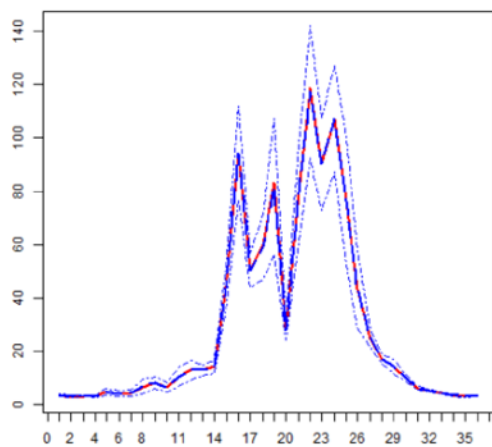
(c) 觸口，編碼3



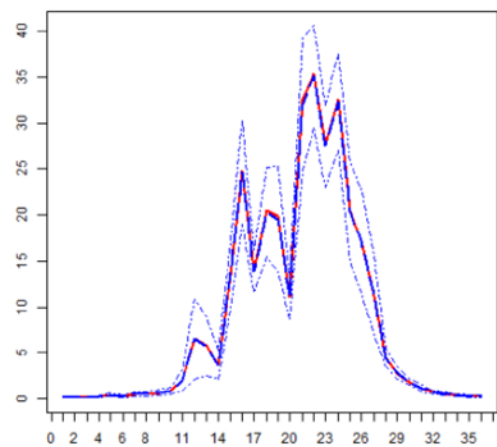
(d) 新營，編碼4



(e) 曾文水庫，編碼5



(f) 玉田，編碼6



—  $M_{TS}$      
 - - -  $\overline{M'_{TS}}$      
 · · ·  $\overline{M'_{TS} \pm sd(M'_{TS})}$

圖 6-3 各站實際旬流量平均與模擬旬流量平均比較圖

(g) 左鎮，編碼7

(h) 新市，編碼8

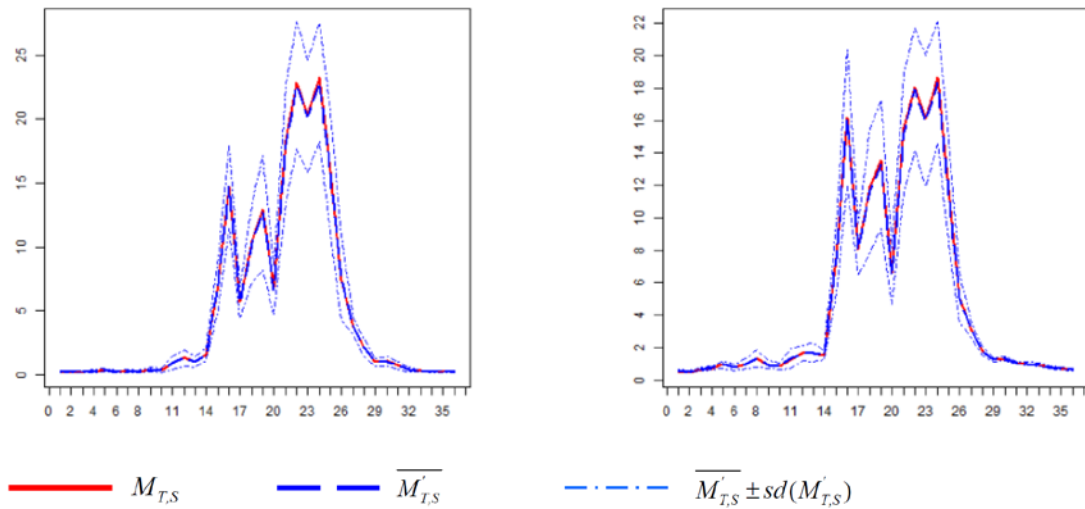


圖 6-3 各站實際旬流量平均與模擬旬流量平均比較圖(續)

### 6-1-2 標準差

樣本的標準差為表現離散程度的統計量，本研究以  $SD'_{T,S,N}$  表示 1000 個模擬旬流量標準差如式 6-4 所示，將  $SD'_{T,S,N}$  的模擬與實際結果繪於圖 6-4。橫軸為實際旬流量資料各旬、各流量站的標準差  $SD_{T,S}$ ，縱軸則為模擬旬流量樣本的標準差，空心紅點代表此 1,000 個模擬旬流量標準差的平均  $\overline{SD'_{T,S}}$  如式 6-5，而藍點則各自代表在 1,000 個模擬結果位於 5% 與 95% 的百分位點  $P_{5,T,S}^{SD}$  與  $P_{95,T,S}^{SD}$ 。由圖中可見標準差的模擬結果略小於實際旬流量標準差，此為轉換常態分布至 PT3 分布時所造成的誤差。本研究所模擬的多元標準常態分布標準差應為 1，然而依照式 2-3 所計算 PT3 分布之標準差為 0.9569(如 p.11 所述)，稍小於 1，造成模擬流量依式 5-6、5-7 轉換至 PT3 分布時的誤差。

$$SD'_{T,S,N} = \sqrt{\frac{1}{26} \sum_{y=1}^{26} (S_{y,T,S,N} - M'_{T,S,N})^2} \dots \dots \dots \text{式 6-4}$$





$$\overline{SD_{T,S}} = \frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} SD'_{T,S,n} \dots \dots \dots \text{式 6-5}$$

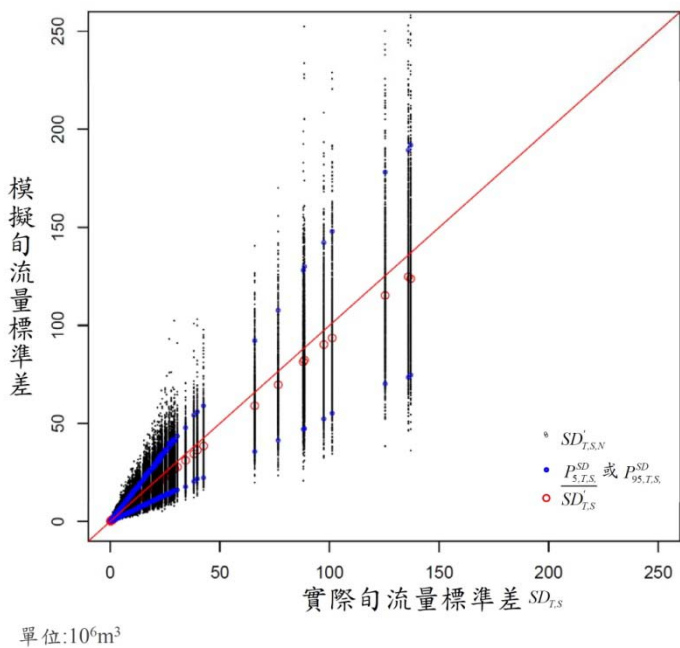


圖 6-4 模擬流量與實際流量標準差比較圖

將上述旬流量標準差繪以不同顏色可得圖 6-5，橫軸為旬、縱軸為各測站編碼。圖 6-5(a)為實際旬流量標準差  $SD_{T,S}$ ，可見圖 6-5(b)模擬流量旬標準差  $\overline{SD_{T,S}}$  略低於  $SD_{T,S}$ 。而模擬旬流量標準差與平均值(圖 6-2)有相同的趨勢，由圖中可見流量較大者，模擬流量旬標準差之標準差  $sd(SD'_{T,S})$ (如圖 6-5(c)、式 6-6)也會隨之增加。

$$sd(SD'_{T,S}) = \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (SD'_{T,S,n} - \overline{SD_{T,S}})^2} \dots \dots \dots \text{式 6-6}$$

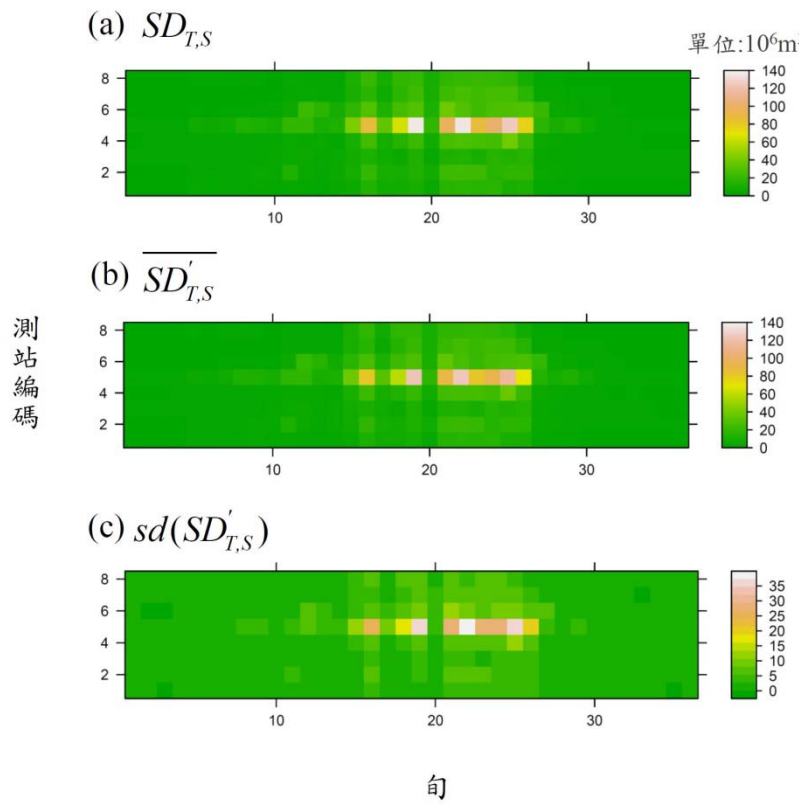


圖 6-5 模擬流量與實際流量標準差色階圖

圖 6-6 為各測站實際旬流量標準差與模擬旬流量標準比較圖，雖然模擬結果略低於實際值，但整體趨勢上大致符合實際情況。圖中可見多數測站於豐水期間標準差 $sd(SD'_{T,S})$ 較大，與平均值有相同的情況。

(a) 溪口，編碼1

(b) 牛稠溪橋，編碼2

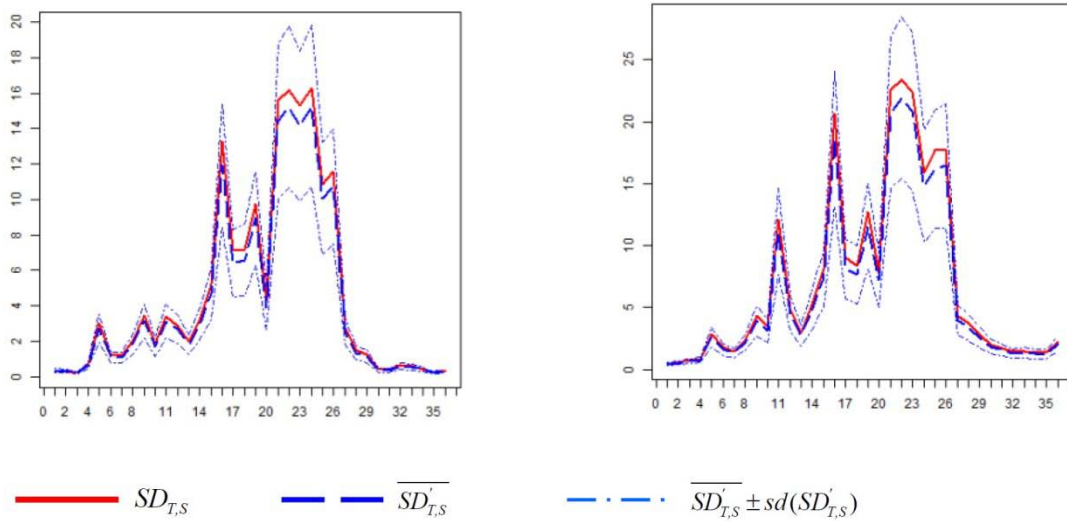
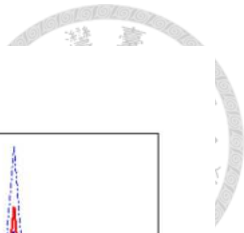
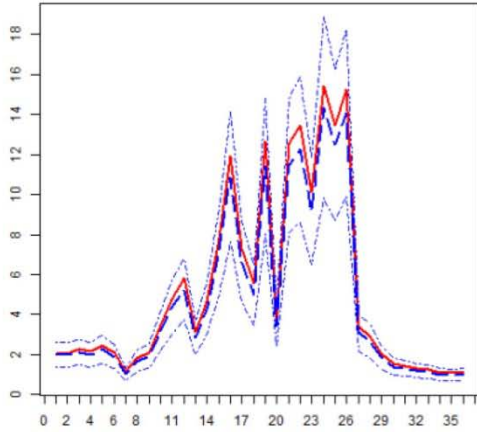


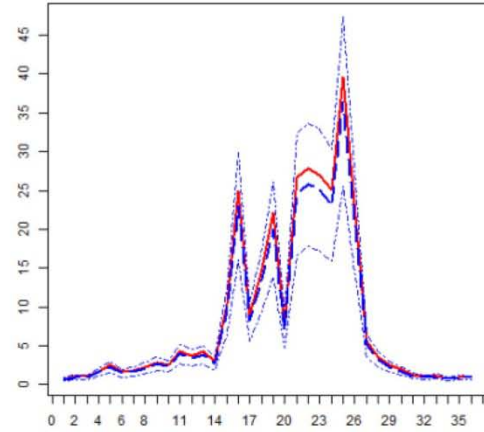
圖 6-6 各站實際旬流量平均與模擬旬流量標準差比較圖



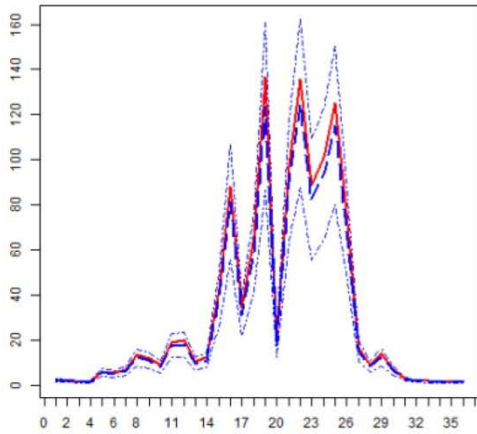
(c) 觸口，編碼3



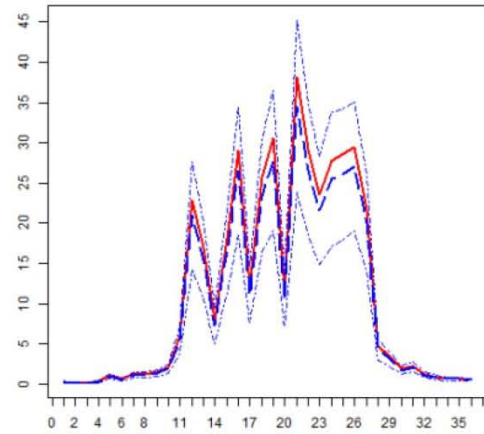
(d) 新營，編碼4



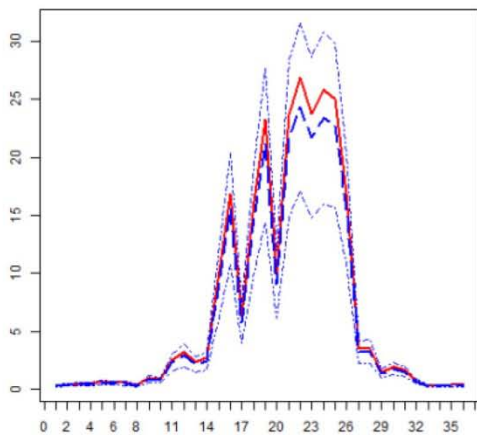
(e) 曾文水庫，編碼5



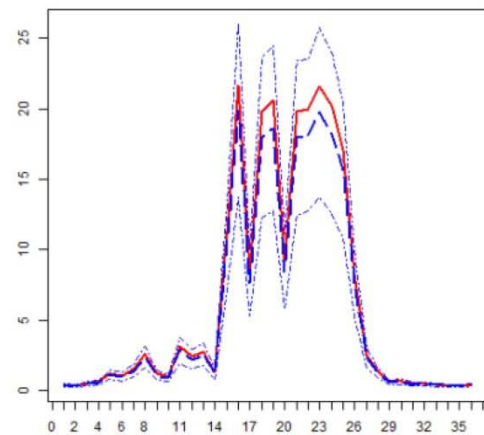
(f) 玉田，編碼6



(g) 左鎮，編碼7



(h) 新市，編碼8



—  $SD_{T,S}$      
 —  $\overline{SD'_{T,S}}$      
 - · - · -  $\overline{SD'_{T,S}} \pm sd(SD'_{T,S})$

圖 6-6 各站實際旬流量平均與模擬旬流量標準差比較圖(續)



### 6-1-3 相關係數

相關係數主要在呈現兩個變數間的相關性，其值介於 1 與 -1 之間，1 代表正相關，-1 代表負相關，由於本研究模擬旬流量共有 288 個流量變數，為了方便呈現相關係數於矩陣以及色階圖中，因此將 288 個變數重新編碼  $i$  如式 6-7 所示。本文中  $\rho_Q$  代表實際旬流量間的相關係數，如式 6-8，而每模擬一組旬流量即會產生一組  $288 \times 288$  的相關係數矩陣  $\rho_{S,n} (n = 1 \dots 1,000)$ ，如式 6-9 所示。

$$i = (T - 1) \times 8 + S \dots \dots \dots \text{式 6-7}$$

$T =$  旬，1...36。

$S =$  流量站，1...8。

$$\rho_Q[i_1, i_2] = \frac{1}{26} \frac{\sum_{y=1}^{26} [(Q_{y,t_1,s_1} - M_{t_1,s_1})(Q_{y,t_2,s_2} - M_{t_2,s_2})]}{SD_{t_1,s_1} SD_{t_2,s_2}} \dots \dots \dots \text{式 6-8}$$

$i_1 = (t_1 - 1) \times 8 + s_1$ 。

$i_2 = (t_2 - 1) \times 8 + s_2$ 。

$$\rho_{S,n}[i_1, i_2] = \frac{1}{26} \frac{\sum_{y=1}^{26} [(Q_{y,t_1,s_1,n} - M'_{t_1,s_1,n})(Q_{y,t_2,s_2,n} - M'_{t_2,s_2,n})]}{SD'_{t_1,s_1,n} SD'_{t_2,s_2,n}} \dots \dots \dots \text{式 6-9}$$

$i_1 = (t_1 - 1) \times 8 + s_1$ 。

$i_2 = (t_2 - 1) \times 8 + s_2$ 。

舉例而言，若以  $\rho_{S,n}[i_1, i_2]$  表現第  $n$  次模擬結果相關係數矩陣中，特定某兩個模擬旬流量變數間的相關性，則  $\rho_{S,3}[5,10]$  代表的是第 3 組模擬結果的相關係數矩陣中，第 1 旬第 5 站 ( $t$  為 5 除以 8 之商數+1， $s$  為 5 除以 8 之餘數) 與第 2 旬第 2 站 ( $t$  為 10 除以 8 之商數+1， $s$  為 10 除以 8 之餘數) 兩個變數間的相關係數值。由於流量變數眾多，為了方便比較，將  $288 \times 288$  個相關係數值以色階圖的方式呈現，每一個網格代表一個相關係數值。重新編碼之後，相關係數會以  $8 \times 8$  的小矩陣為一個單位，如圖 6-7 為  $288 \times 288$  個網格所組成的色階圖，圖中每一個網格代表一個相關係數值，而矩陣中各個值是沿著對角線而對稱的。圖中紅線包圍的小單位



即為上述 8×8 的單位，每一個單位中含有 64 個相關係數值，而沿著對角線上的單位代表同一時間內 8 個測站彼此間的相關性，故共有 36 個單位，9×9 個小單位則組成以一季為單位的分界(一季 3 個月為 9 旬)。舉例而言，圖中的 a 代表第一旬時 8 個測站彼此間的相關係數，c 為第 4 旬時 8 個測站彼此間的相關係數，b 則為第 4 旬 8 個測站與第 1 旬 8 個測站彼此間的相關係數，以此類推。

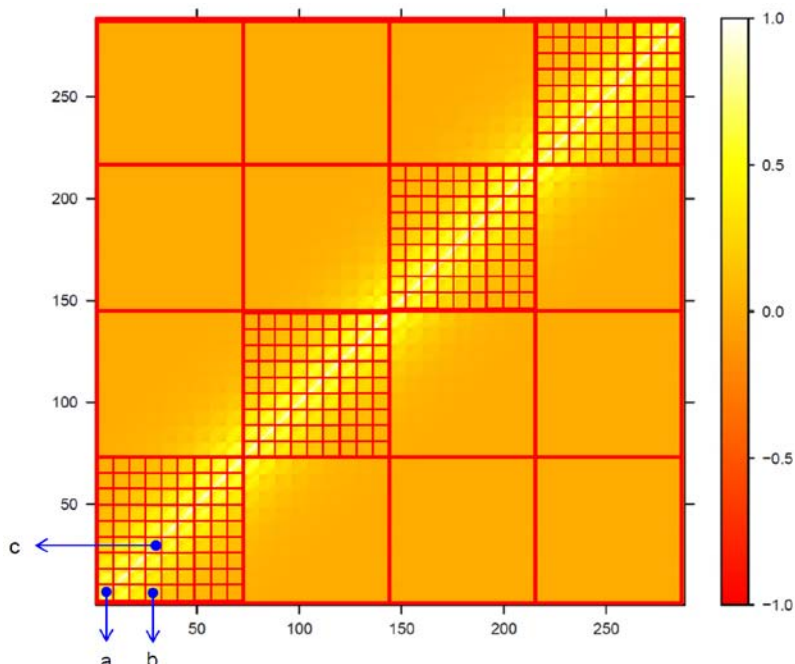


圖 6-7 相關係數矩陣編碼示意圖

在模擬 1,000 組旬流量之後，可得相關係數矩陣模擬平均  $\bar{\rho}_S$  如式 6-10 所示：

$$\bar{\rho}_S[i_1, i_2] = \frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} \rho_{S,n} [i_1, i_2] \dots \dots \dots \text{式 6-10}$$

$$i_1 = (t_1 - 1) \times 8 + s_1 \circ$$

$$i_2 = (t_2 \times 8) + s_2 \circ$$

圖 6-8、6-9、6-10 分別將以研究中建立的流量時空相關(式 5-5)推估出的理論相關係數矩陣  $\rho_{Theory}$ 、模擬旬流量相關係數平均  $\bar{\rho}_S$ 、以及  $\rho_{S,n}$  矩陣之標準差  $sd(\rho_S)$  (如式 6-11)以色階圖的方式呈現。

$$sd(\rho_S) = \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} (\rho_{S,n} - \bar{\rho}_S)^2} \dots \dots \dots \text{式 6-11}$$

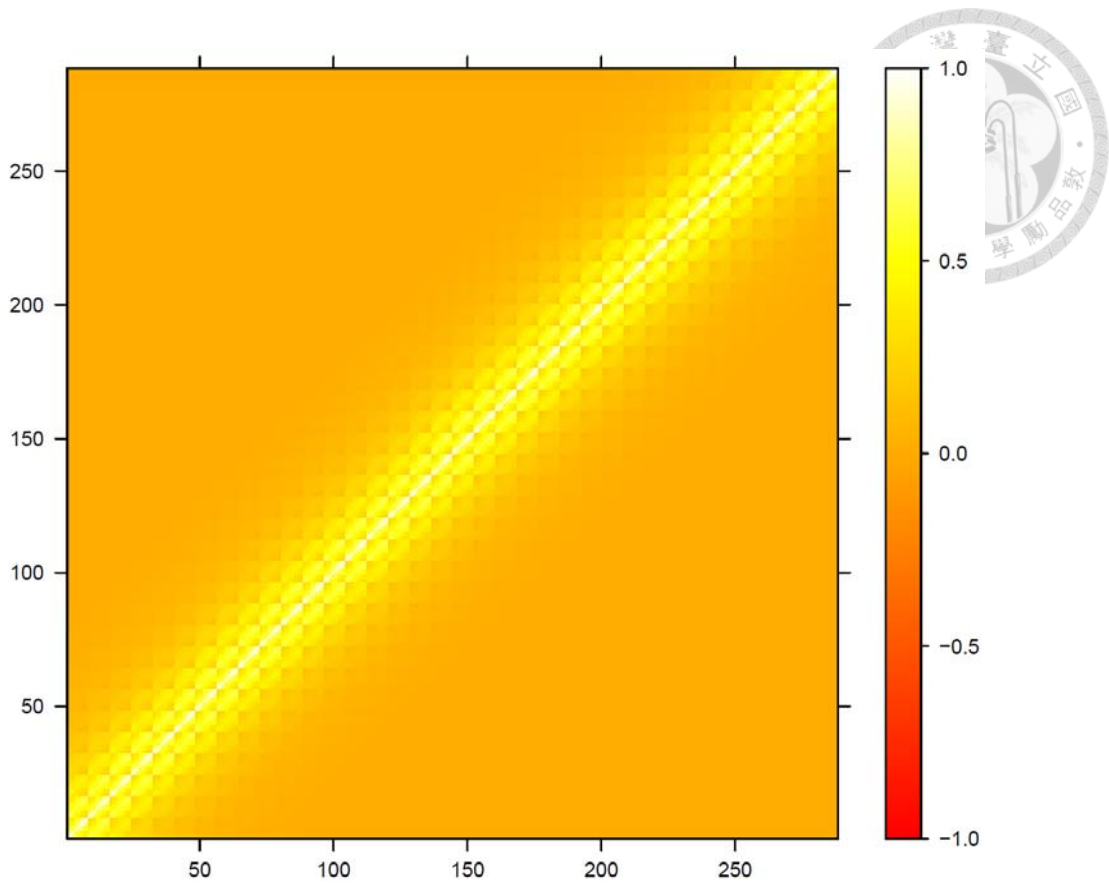


圖 6-8 理論相關係數矩陣  $\rho_{Theory}$

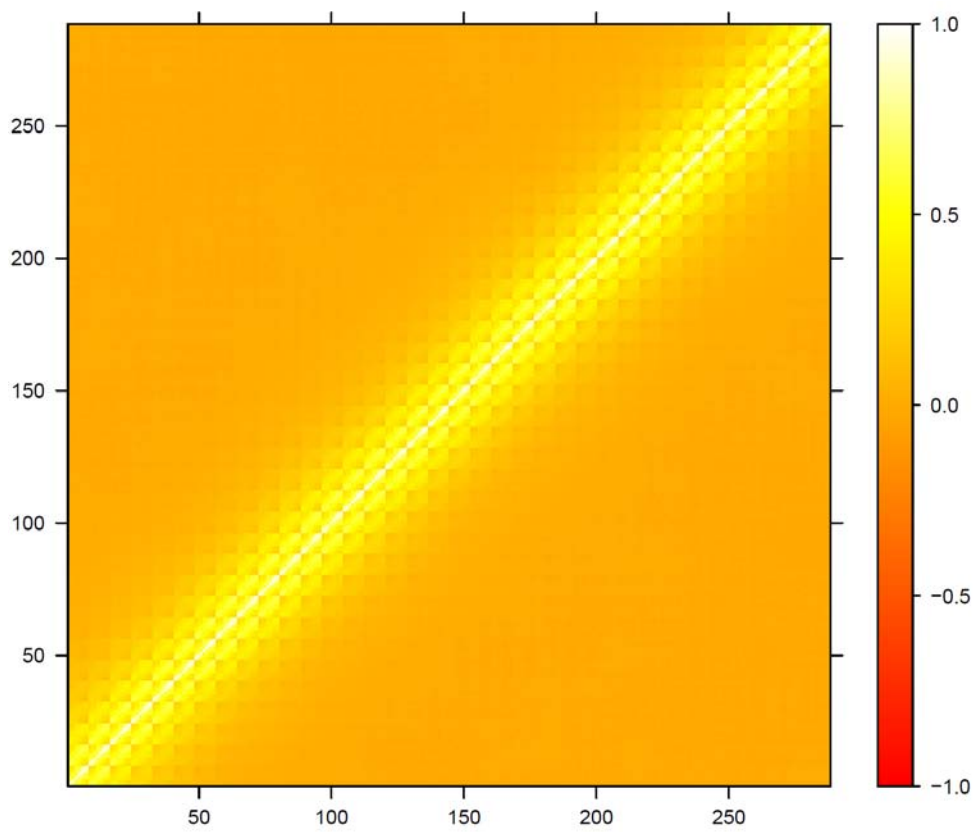


圖 6-9 模擬旬流量相關係數平均  $\overline{\rho_S}$

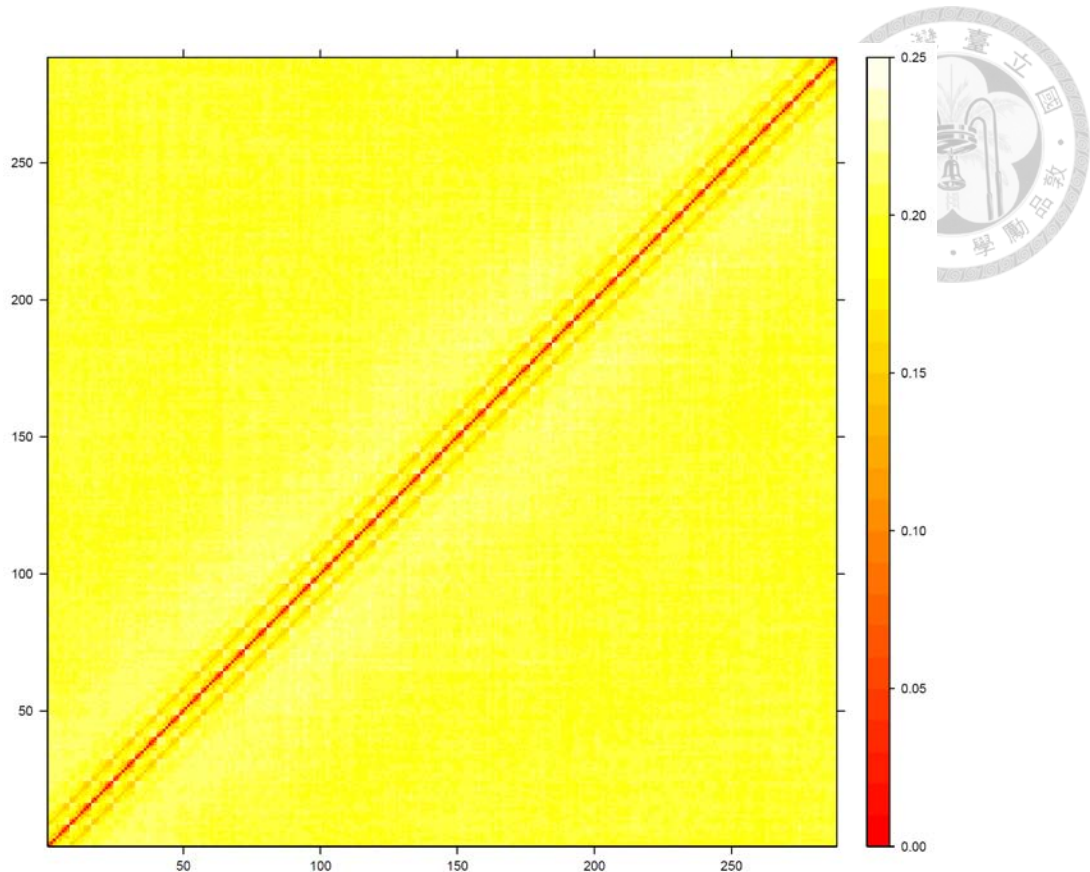


圖 6-10  $\rho_{S,n}$  矩陣之標準差  $sd(\rho_S)$

比較圖 6-8、6-9 幾乎看不出差異，表示平均而言，模擬的結果能夠符合所輸入的理論相關係數矩陣  $\rho_{Theory}$ ，而於  $\rho_{S,n}$  矩陣之標準差  $sd(\rho_S)$  部分，由於相關係數矩陣對角線均為 1 (變數自身與自身的相關性)，其標準差為 0，但其並非隨著與對角線的距離增加而增加，而是先增加後下降之後再增加的方式，此部分目前尚未有合理的解釋。

上述比較本研究多元流量模擬模式中輸入與輸出的相關係數矩陣，然而理論相關係數矩陣  $\rho_{Theory}$  與實際旬流量相關係數矩陣  $\rho_Q$  (如圖 6-11) 兩者並不相同，觀察圖 6-11 中，並不如圖 6-8 ( $\rho_{Theory}$ ) 規則。位於圖中對角線的相關係數值為 1 故為白色，除了對角線外，圖中亦出現相似的白色斜紋如圖 6-11(a)，這些白色條紋的位置代表同一測站、不同旬之流量變數間的相關係數，因其值較高，故出現接近白色的線條，與對角線最近者為差距 1 旬、次近者為差距 2 旬，以此類推。由圖 6-11 可見此種現象較大範圍的出現於枯水期，顯示原始旬流量資料中於低流量

時期在時間上的相關較為明顯。而另有方形的亮區，如圖 6-11(b)為 4 個  $8 \times 8$  的相關係數矩陣所組成，其中位於對角線上的為同一旬內、不同測站旬流量變數間的相關係數，而另外兩者則為相隔一旬不同測站旬流量變數間的相關係數，由圖可見此區域內相關係數值均較高，可視為空間上相關性高的表現。

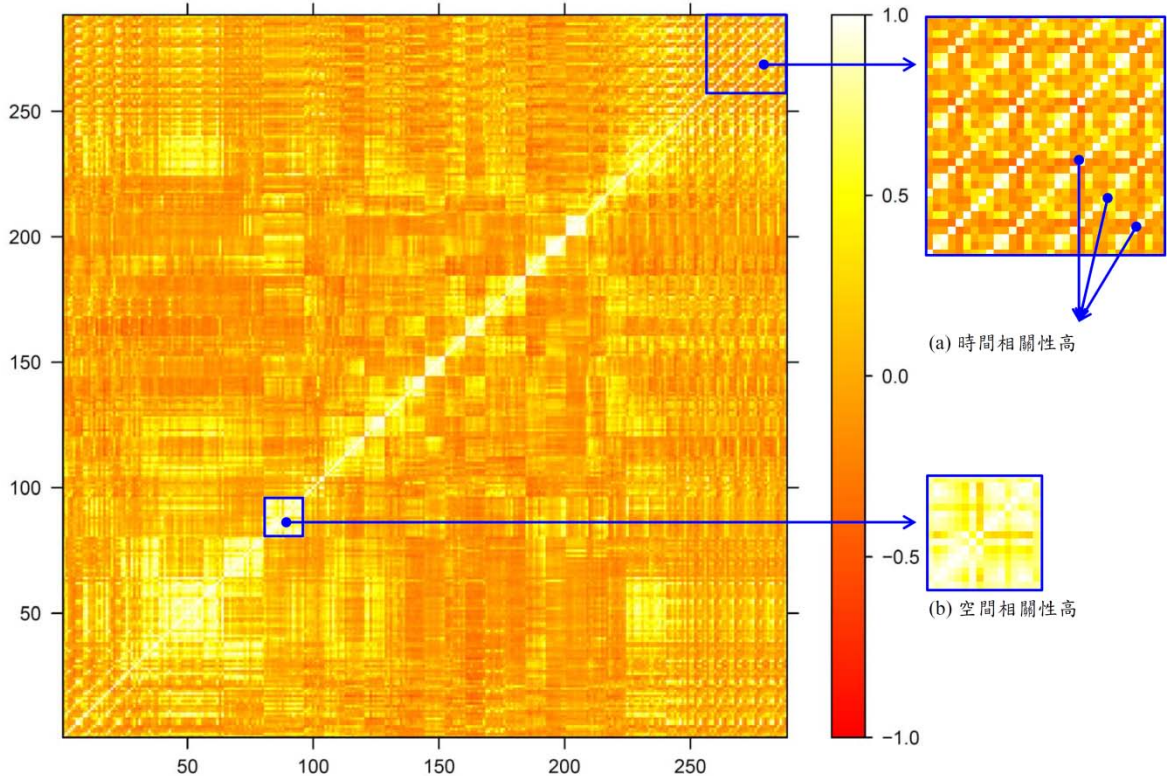


圖 6-11 實際旬流量相關係數矩陣 $\rho_Q$

圖 6-12 為 1,000 次模擬結果其中 6 個模擬旬流量相關係數矩陣 $\rho_{S,n}$  ( $n = 1, \dots, 6$ )，每一個圖代表單次模擬結果的相關係數矩陣。比較圖 6-12 與 6-11 發現模擬結果中空間上的相關係數較實際結果高，且於對角線位置較為明顯。而時間相關性方面，一年四季均有時間相關不侷限於枯水期間，相較之下枯水期間在時間上的相關性較高的特性不如實際旬流量資料明顯。



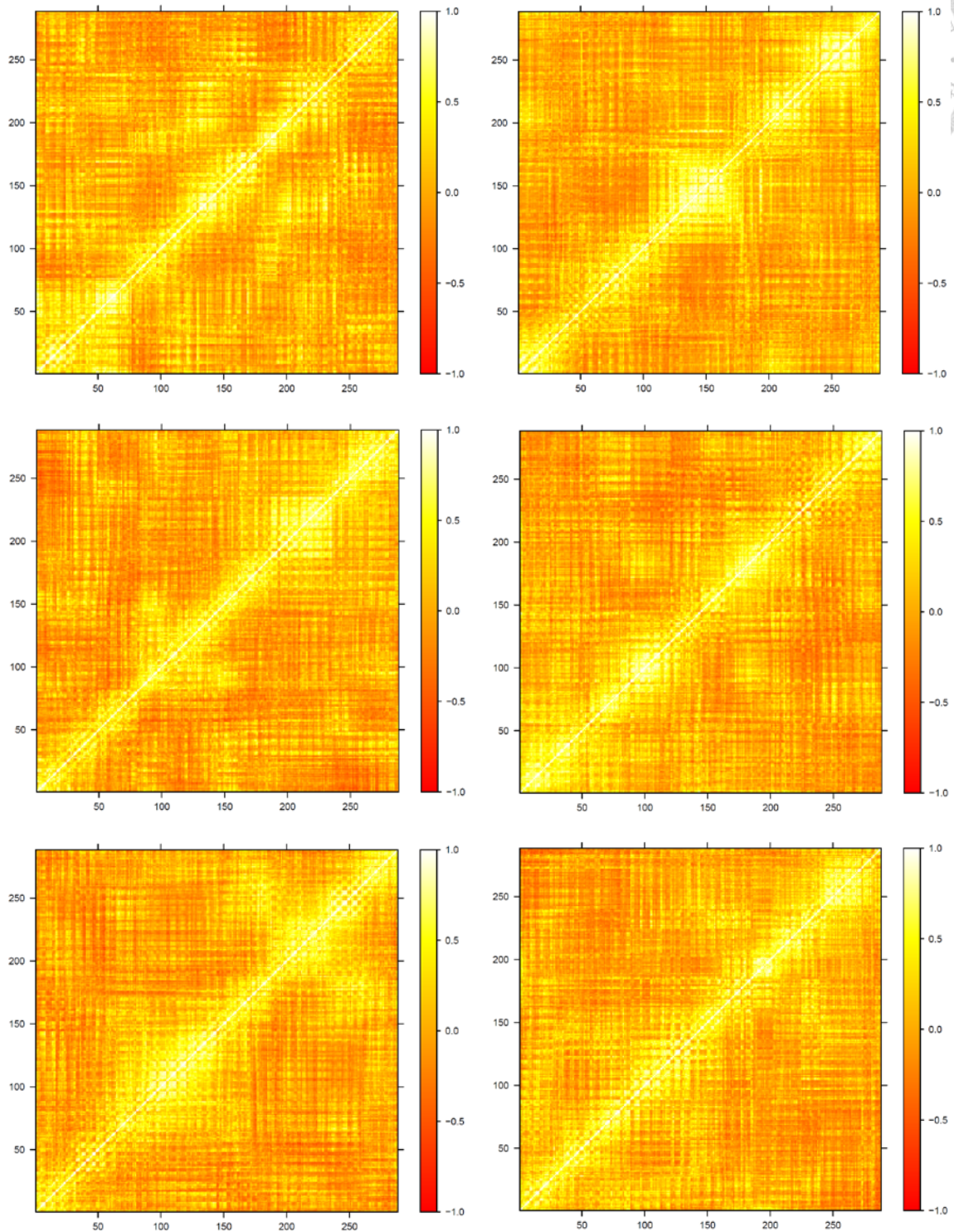
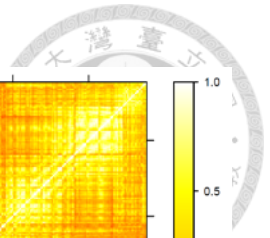


圖 6-12 模擬旬流量相關係數矩陣 $\rho_{S,n}$

將相關係數矩陣之剖面圖繪於圖 6-13，可見相較於平均值與標準差，實際旬流量的相關係數值震盪較大，但大多能被模擬旬流量相關係數之平均值加減其 2 倍標準偏差的範圍包覆。由圖 6-11 可見實際旬流量資料即使在時間上旬差接近



36 的兩個變數，其相關係數也有可能接近 0.5，這有可能是樣本數較少(僅 26 年)造成的現象。

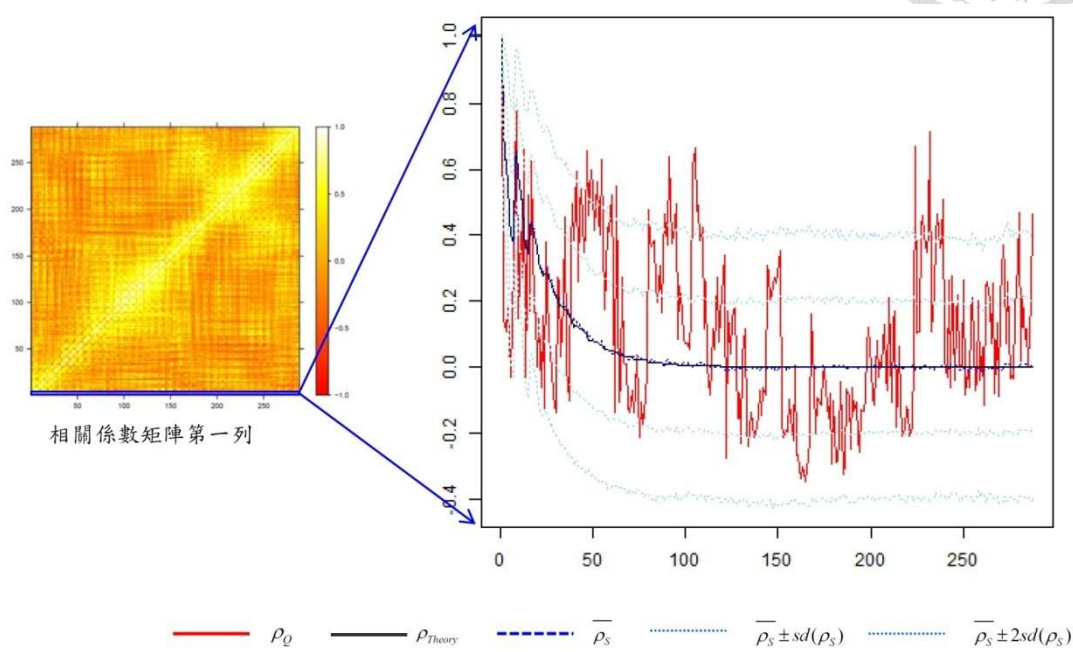


圖 6-13 相關係數矩陣剖面圖

觀察模擬結果的統計量，模擬結果與輸入模擬模式之參數諸如平均值、標準差、相關係數等，大致上能掌握其趨勢。但於相關係數部分，比較實際流量變數間相關係數以及以本研究建立時空變異架構所推估出的相關係數矩陣，發現有幾點差異，可以進一步探討：

1. 比較模擬結果與實際流量的相關係數情況，發現單組(26 年×8 測站× 36 旬)模擬結果的相關係數於空間維度上有較高的相關性。由第五章分別套配時間、空間維度上的半變異元函數時，已可看出空間上的半變異元函數套配結果並不理想，主要因素應為過少的測站所造成，整體區域可用的測站僅有 12 個，在空間半變異元的套配上由於測站不足，可能造成套配結果與實際情況有所差異，進而造成模擬結果的相關係數矩陣於空間上的相關性較實際者高。另一方面由於本研究將流量資料依照時間、空間兩個維度分組，雖然共有超過

一萬筆流量資料，但經過分組後每一個流量變數僅剩 26 個樣本，造成樣本有些不足的情況，此也可能是造成模擬結果誤差的因素。

2. 由實際流量的相關係數矩陣可發現時間上的相關性於枯水期較為明顯，而於本研究中所建置時間-空間變異結構並未考慮豐、枯水期的差異，故模擬結果中此特性於一年四季間的差異並不大。雖然於此區域 26 年流量資料中觀察到上述情況，卻無法確定此種情形是通則或是僅發生在此組資料的特例，或許需要其他以測站、不同年度的流量資料來分析佐證。於本研究中並未針對此部分進一步分析，豐、枯水期或是季節造成不同降雨類型對於流量資料時間相關性的影響或許是可以進一步探討的議題。



## 6-2 研究案例—白河灌區地下水井對缺水率改善之評估

流量資料為區域水資源規劃與風險評估等研究的基礎，當分析所需流量資料為多個測站、不同時間點時，模擬流量時如何維持各流量變數間的相關性將會影響分析結果，此亦為本研究之動機與初衷。本節將應用上述幾章所模擬的部分結果於白河水庫管理站之灌區，以模擬之急水溪、八掌溪流域之流量以及已知地下水井每日可抽水量，分析新開發之地下水井對於此區域缺水狀況的改善情況。

### 6-2-1 研究案例區域與背景

白河水庫管理處為嘉南水利會 7 個管理處之一，嘉南水利會轄區內灌區大多以曾文—烏山頭水庫經由南北幹線供給用水，少數區域會透過河川取水成為獨立水源灌區，而白河水庫管理處是其中獨立水源佔最大比例的管理處。由於白河水庫管理處轄區內灌區並不由曾文—烏山頭水庫取水，區域內部分灌區取水自白河水庫，由水庫調節豐枯水期所需水量，其餘灌區則由八掌溪流域或急水溪流域取水。如圖 6-14 所示，白河水庫管理處轄區包含白河與東山兩個工作站，共有 22 個小組灌區，其中五汴頭、客庄內、白河、大排竹、頂秀祐、虎山、大林、河東小組直接由白河水庫取水，若水庫中有剩餘的水源則可支援其他灌區，原則上馬稠後、詔安厝、外枋子林、埤子頭、三間厝、南海豐、海豐、南土溝、土溝小組直接由八掌溪支流頭前溪引水，而科里、東山、鳳尾厝、北馬、枋子林小組直接由急水溪支流六重溪取水，而由河川直接取水的灌區由於沒有水庫的調節，枯水期時常面臨水量不足的狀況。如圖 6-15 所示，此區域農業用水占最大宗，而由於豐水期有效雨量較多，因此農業用水較低，相對可以看出於枯水期河川流量並不足以供農業用水使用，若無水庫調節儲水，將造成枯水期的乾旱情況，因此原本於白河水庫管理處灌區已有 17 座地下水井運作，每旬提供約 27 萬噸農業用水。近幾年白河水庫淤積日益嚴重，因此新開發 17 口地下水井提供用水，計畫每旬能再提供約 27 萬噸農業用水。本研究以白河水庫管理處為研究區域，利用前幾章所



模擬出的流量，透過取水口集水面積與面積比流量法來估算此區域的河川入流量，模擬 1,000 年的河川入流量，以此為基礎分析此區域新增地下水井前後缺水改善的情況。

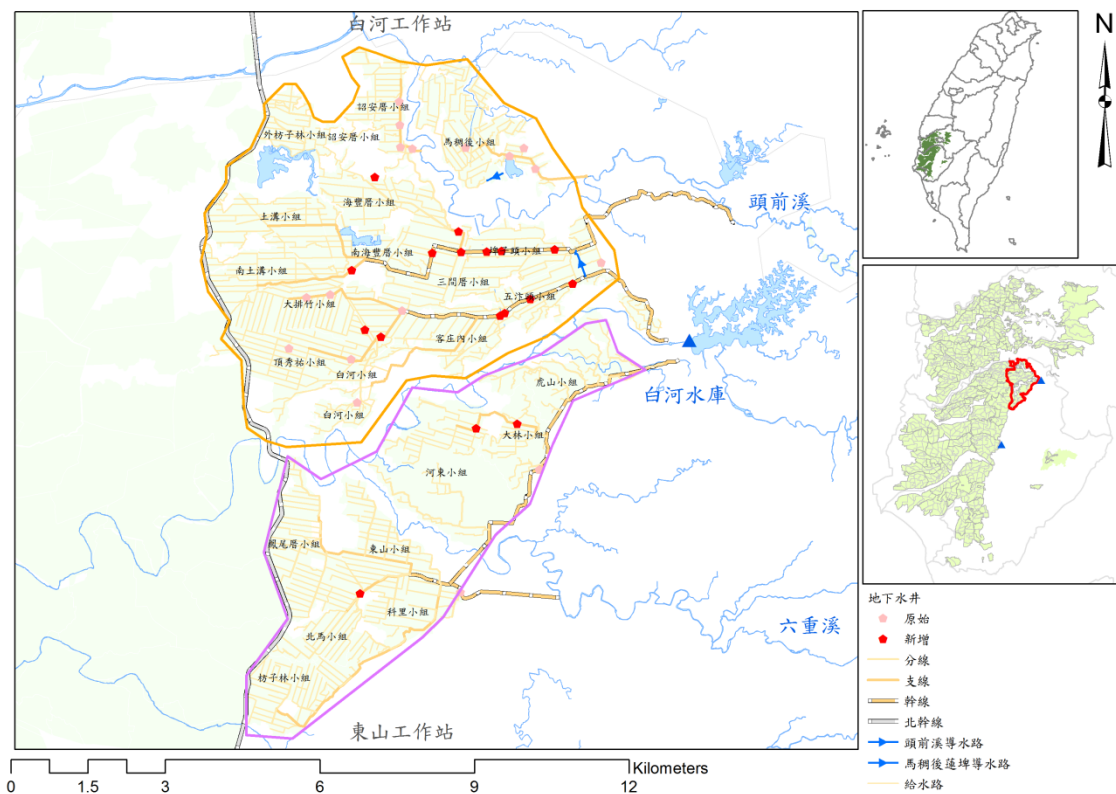


圖 6-14 白河水庫管理處灌區圖

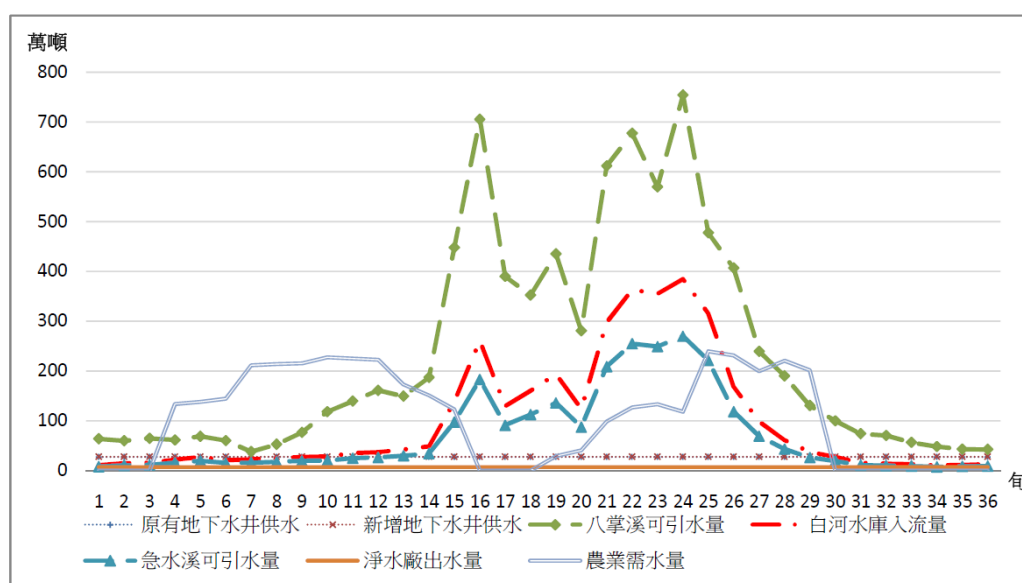


圖 6-15 白河水庫各旬供、需水量圖



### 6-2-2 結合空間矩陣建立混和整數規劃

本研究以線性規劃估算配水以後的缺水情況，整體系統如圖 6-16。需水節點可分為生活用水與農業用水，透過淨水場供應生活用水每旬約 7 萬噸，一、二期作期間農業用水平均每旬需要 160 萬噸(約為 40 萬噸至 240 萬噸間不等)。而由於取水有先後順序以及各渠道間相互支援等問題較為複雜，於線性規劃模式將利用權重以及二元空間矩陣來解決執行上的困難，並分為有新增地下水井及無新增地下水井兩種情境計算比較，以下將一一介紹。

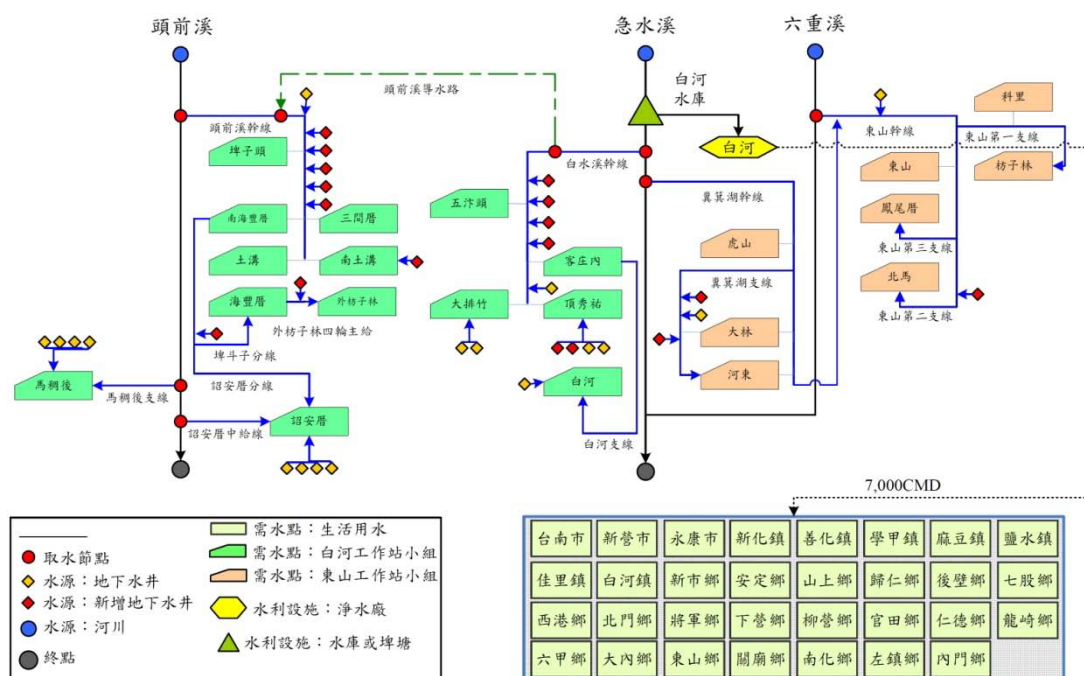


圖 6-16 白河水庫管理處供水系統圖

本研究案例所建立之目標式如式 6-12 所示，以達成系統總缺水量與各需水單位權重之乘積最小值為目標。利用權重可以解決取水先後順序的問題，權重較大者透過目標式的限制可以達到優先取水的效果，各需水節點的權重依照取水順序如表 6-2 所列，其權重大小僅有順序而並無比例上的意義。加上權重的限制以後將會出現優先取水的田區均不缺水，而取水順序在後的田區無水可用的情況。考量作物耐旱的最大限度約為需水量的 7 成，供水若少於需水量的 7 成則無法維持



作物基本生長所需，因此在模式中將各灌區的需水量分為基本必須供給的 7 成，以及有多餘的水才供給的 3 成，也就是說配水時將依照取水順序優先供應各田區所需的 7 成水量，若仍有剩餘的水資源則依取水順序供給剩下的 3 成，如此一來可以避免取水順序較後的田區一直處於無水可用的狀態。

$$Min = \sum_i \sum_t (S_{i,t} \times W_i) \dots\dots\dots \text{式 6-12}$$

$S_{i,t}$  : 第 i 個需水節點於第 t 時期缺水量。

$W_i$  : 第 i 個需水節點之權重。

表 6-2 各需水節點權重

編碼	需水節點	權重	編碼	需水節點	權重
01	白河小組(70%)	1.37	24	五汴頭小組(30%)	1.22
02	五汴頭小組(70%)	1.44	25	客庄內小組(30%)	1.21
03	客庄內小組(70%)	1.43	26	大排竹小組(30%)	1.17
04	大排竹小組(70%)	1.39	27	頂秀祐小組(30%)	1.16
05	頂秀祐小組(70%)	1.38	28	埤子頭小組(30%)	1.09
06	埤子頭小組(70%)	1.31	29	三間厝小組(30%)	1.08
07	三間厝小組(70%)	1.30	30	海豐厝小組(30%)	1.06
08	海豐厝小組(70%)	1.28	31	南海豐厝小組(30%)	1.07
09	南海豐厝小組(70%)	1.29	32	外枋子林小組(30%)	1.03
10	外枋子林小組(70%)	1.25	33	土溝小組(30%)	1.04
11	土溝小組(70%)	1.26	34	南土溝小組(30%)	1.05
12	南土溝小組(70%)	1.27	35	馬稠後小組(30%)	1.02
13	馬稠後小組(70%)	1.24	36	詔安厝小組(30%)	1.01
14	詔安厝小組(70%)	1.23	37	東山小組(30%)	1.14
15	東山小組(70%)	1.36	38	虎山小組(30%)	1.20
16	虎山小組(70%)	1.42	39	大林小組(30%)	1.19
17	大林小組(70%)	1.41	40	河東小組(30%)	1.18
18	河東小組(70%)	1.40	41	北馬小組(30%)	1.11
19	北馬小組(70%)	1.33	42	鳳尾厝小組(30%)	1.12
20	鳳尾厝小組(70%)	1.34	43	科里小組(30%)	1.13
21	科里小組(70%)	1.35	44	枋子林小組(30%)	1.10
22	枋子林小組(70%)	1.32	45	白河淨水場	2.00
23	白河小組(30%)	1.15			



模式中供水來源可分為 3 種：河川、水庫、地下水井，編碼如表 6-3 所示。依圖 6-16 系統圖可表列如表 6-3 水源與需水節點間連結關係，1 代表水源供水給需水節點，0 則代表水源與需水節點間並無連結。此於本研究中稱為空間矩陣，將應用於線性規劃限制式中，使模式更簡略。

限制式如式 6-13、式 6-14、式 6-15、式 6-16 所示，式 6-13、式 6-14 為水源的水量平衡式，由於水庫具有儲水調節的功能，與其他水源不同故獨立於式 6-14，而式 6-15、式 6-16 分別表示供需水量平衡以及水庫容量限制式。

$$Q_{j,t} = \sum_i (Allocate_{i,j,t} \times Link_{i,j}) + QDown_{j,t} \dots \dots \dots \text{式 6-13}$$

- $Q_{j,t}$ ：供水水源  $j$  於  $t$  時期的流量， $j \neq 4$ 。
- $QDown_{j,t}$ ：供水水源  $j$  於  $t$  時期的下游流量， $j \neq 4$ 。
- $Allocate_{i,j,t}$ ：供水水源  $j$  於  $t$  時期分配給需水節點  $i$  的水量， $j \neq 4$ 。
- $Link_{i,j}$ ：供水水源  $j$  與需水節點  $i$  間的連結矩陣， $j \neq 4$ 。

其中  $\sum_i (Allocate_{i,j,t} \times Link_{i,j})$  將各時期、各水源分配給各需水節點的水量，依據各時期、各水源分別加總(亦即加總各需水節點  $i$ )，表示各水源於各時期的總配水量。

$$St_{t+1} = St_t + Q_{4,t} - \sum_i (Allocate_{i,4,t} \times Link_{i,4}) + QDown_{4,t} \dots \dots \dots \text{式 6-14}$$

- $Q_{4,t}$ ：白河水庫於  $t$  時期的入流量。
- $QDown_{4,t}$ ：白河水庫於  $t$  時期的下游流量。
- $Allocate_{i,4,t}$ ：白河水庫於  $t$  時期分配給需水節點  $i$  的水量。
- $Link_{i,4}$ ：白河水庫與需水節點  $i$  間的連結矩陣。
- $St_t$ ：白河水庫於  $t$  時期的儲水量。

$$\sum_j (Allocate_{i,j,t} \times Link_{i,j}) + S_{i,t} = D_{i,t} \dots \dots \dots \text{式 6-15}$$

- $D_{i,t}$ ：第  $i$  個需水節點於第  $t$  時期需水量。
- $S_{i,t}$ ：第  $i$  個需水節點於第  $t$  時期缺水量。

其中  $\sum_j (Allocate_{i,j,t} \times Link_{i,j})$  將各時期、各水源分配給各需水節點的水量，依據各時期、各需水節點分別加總(亦即加總各供水水源  $j$ )，表示各需水節點於各時期所分配到的總水量。



$$St_{t=} \leq St_{max} \dots \dots \dots \text{式 6-16}$$

$St_{max}$ ：白河水庫最大容量。

利用 1,000 年的模擬流量可以分別計算未增加地下水井以及新增加地下水井兩種情境的缺水情況，兩者最大差異為未增加地下水井時水源  $j$  僅有 22 個，新增地下水井後水源  $j$  增加至 39 個。以線性規劃計算後每個情境可得 1,000 組各旬、各需水節點之缺水情況，將於 6-2-3 小節說明。



表 6-3 供水水源與需水節點空間連結權重 $Link_{ij}$

水源	水源 編碼	需水節點編碼																						
		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
頭前溪取水口 1	01	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
頭前溪取水口 2	02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
頭前溪取水口 3	03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
白河水庫入流	04	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
六重溪取水口	05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
原始地下水井 1	06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 2	07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 3	08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 4	09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 5	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 6	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 7	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 8	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 9	14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 10	15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 11	16	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 12	17	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 13	18	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
原始地下水井 14	19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
原始地下水井 15	20	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0



表 6-3 供水水源與需水節點空間連結權重 $Link_{ij}$  (續)

水源	水源 編碼	需水節點編碼																						
		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
原始地下水井 16	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
原始地下水井 17	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
新增地下水井 1	23	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
新增地下水井 2	24	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
新增地下水井 3	25	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
新增地下水井 4	26	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
新增地下水井 5	27	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 6	28	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 7	29	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 8	30	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 9	31	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 10	32	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 11	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 12	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0
新增地下水井 13	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
新增地下水井 14	36	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 15	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
新增地下水井 16	38	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
新增地下水井 17	39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表 6-3 供水水源與需水節點空間連結權重 $Link_{ij}$  (續)



水源	水源 編碼	需水節點編碼																						
		24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	
頭前溪取水口 1	01	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
頭前溪取水口 2	02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
頭前溪取水口 3	03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
白河水庫	04	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
六重溪取水口	05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	
原始地下水井 1	06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 2	07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 3	08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 4	09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 5	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 6	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 7	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 8	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 9	14	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 10	15	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 11	16	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 12	17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 13	18	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 14	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
原始地下水井 15	20	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

表 6-3 供水水源與需水節點空間連結權重 $Link_{ij}$  (續)



水源	水源 編碼	需水節點編碼																						
		24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	
原始地下水井 16	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	
原始地下水井 17	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	
新增地下水井 1	23	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 2	24	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 3	25	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 4	26	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 5	27	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 6	28	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 7	29	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 8	30	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 9	31	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 10	32	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 11	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 12	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	
新增地下水井 13	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
新增地下水井 14	36	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 15	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	
新增地下水井 16	38	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
新增地下水井 17	39	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	



### 6-2-3 新增地下水井前後之缺水率評估

以 6-2-2 小節所述模式計算後，新增地下水井前後兩個情境均可計算各需水節點、各旬、各 1,000 個旬缺水率值(缺水量/需水量)。簡單將缺水率值一個需水節點加總後平均，可繪各需水節點平均缺水率圖如圖 6-17。新增地下水井後各需水節點平均可降低 4% 缺水率，由圖中可見於渠道末端的灌區改善最為明顯。而直接由水庫供水的灌區，由於有水庫的調節功能，故增加地下水井前後改善較不明顯。於此分別選擇大排竹、埤子頭兩個灌區，觀察其旬間的改善情況，兩個灌區位置如圖 6-18 所示，大排竹由白河水庫供水，位於渠道較末端，埤子頭則位於渠道較上游，但由河川取水，若水庫有多餘的水才支援灌溉。

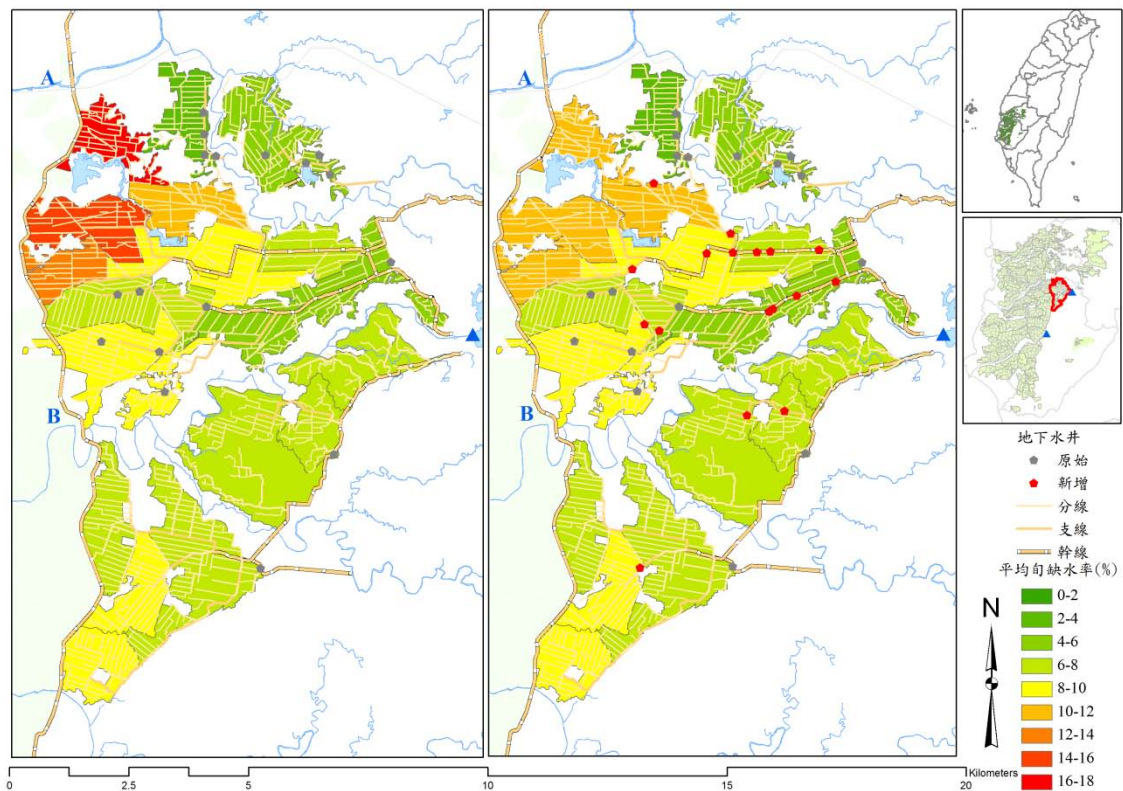


圖 6-17 白河水庫管理處灌區新增地下水井前後平均缺水率

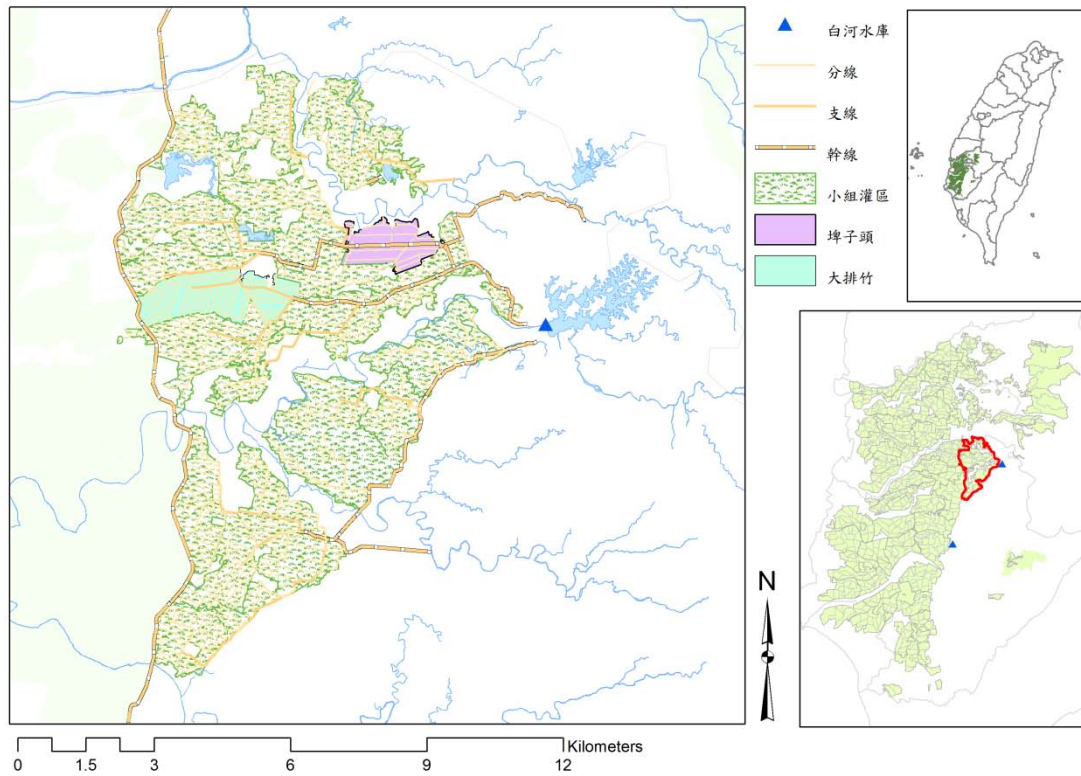


圖 6-18 埤子頭、大排竹灌區位置圖

埤子頭、大排竹兩個灌區各旬平均缺水率如圖 6-19 所示，圖中可見大排竹小組雖然位於渠道下游，但由於有水庫調節因此缺水率較低，各旬缺水率變化也較為平緩。而透過新增地下水井後，兩個小組灌區缺水率，於一、二期作每旬約有 5-10% 的改善，可見由於渠道系統的連通，新增地下水井後，不僅新增地下水井的區域缺水率有改善，整體灌區透過渠道系統於耕作期間均有約 5-10% 的改善，此資訊可提供後續用水規劃管理之參考。

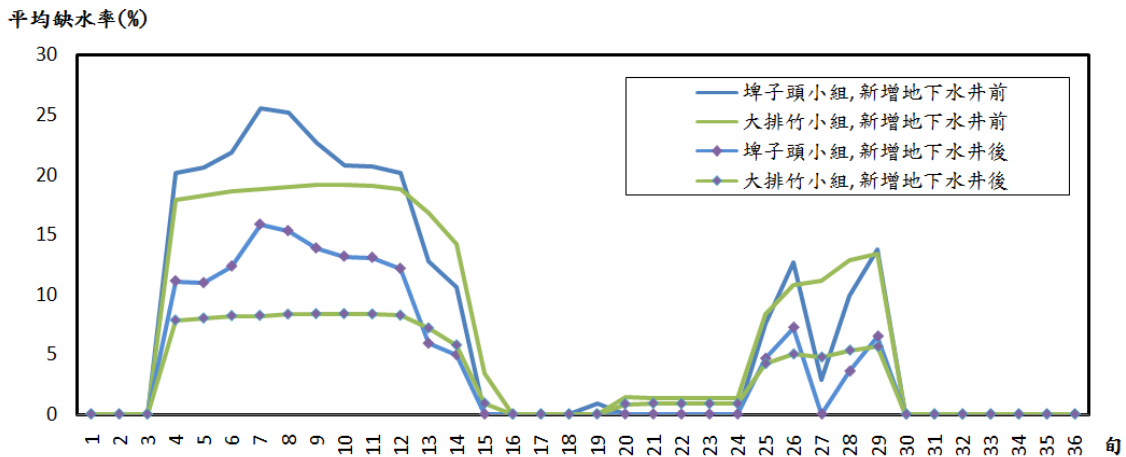


圖 6-19 埤子頭、大排竹灌區各旬平均缺水率

圖 6-19 為各旬於 1,000 年模擬缺水率的平均，各旬可更深入探究其缺水率的機率分布。舉例而言，圖 6-20、圖 6-21 分別為埤子頭、大排竹小組於第 7 旬缺水率的累積分布函數。圖 6-20 顯示埤子頭小組未新增地下水井之前，於 1,000 次的模擬中約有 23% 是不缺水的情況，由於配水模式中以先配水 7 成為原則，故約有 67% 缺水率 30%，形成一個明顯的界線，而約 8% 缺水率介於 30-80%、約 2% 缺水率低於 30%。新增地下水井之後，缺水率有明顯改善，約 44% 為不缺水的情況，約 54% 為缺水 30%，約 2% 缺水率介於 0-30% 間。而大排竹小組由於由白河水庫直接供水，缺水率情況優於埤子頭小組，未新增地下水井前最大缺水率為 30% 計約占整體 62%，約 36% 為不缺水情況，約 2% 缺水率介於 0-30% 間。新增地下水井後，缺水率 30% 約佔整體 26%，約有 72% 為不缺水的情況，約有 2% 缺水率介於 0-30% 之間。

上述資訊即為風險概念，透過分析模擬的方式可以更清楚了解在此種統計特性流量與水利設施情況下，各灌區於各時間點可能面臨的缺水機率。可利用變更情境如研究中新增地下水井來探討缺水的改善情況是否合乎效益，檢視是否需要採取進一步的改善計畫，或者規劃部分區域休耕，進一步提供決策者有效的決策資訊。



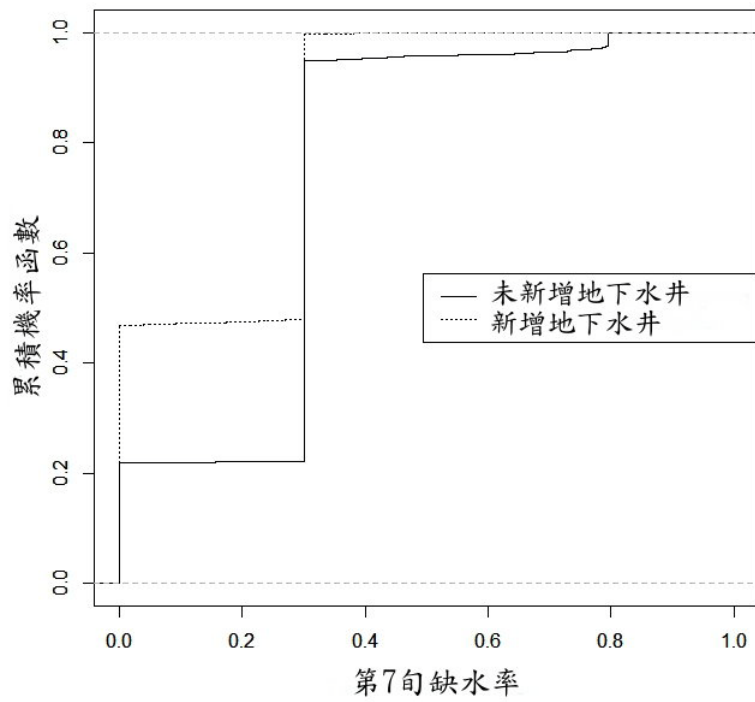


圖 6-20 埤子頭灌區第 7 旬缺水率累積分布函數

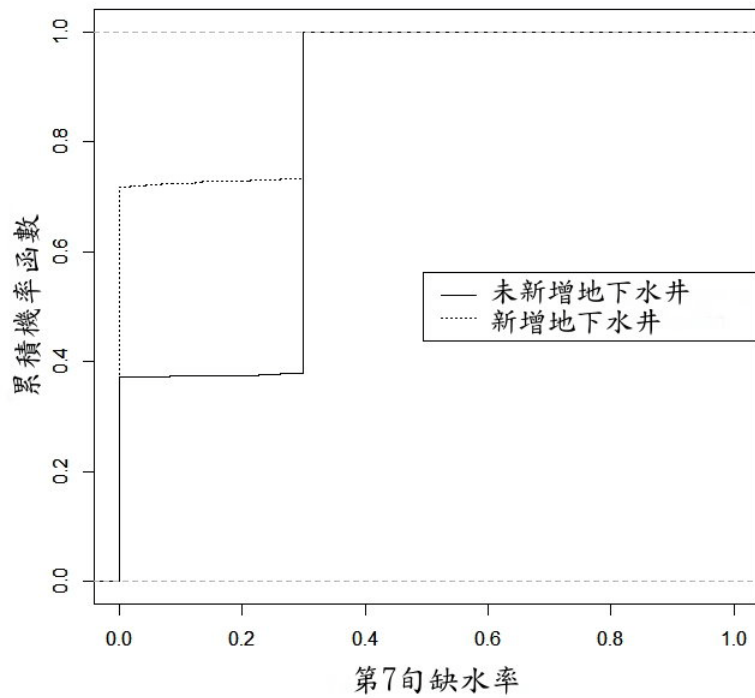


圖 6-21 大排竹灌區第 7 旬缺水率累積分布函數

## 第七章 結論



流量資料為區域水資源規劃、風險管理等研究之共同基礎，透過分析流量所具有的區域水資源特性能提供有效的決策資訊，故如何使模擬流量保留原有區域水資源特性為流量模擬時的重要考量。本研究中提出以時間-空間架構模擬多元流量變數以保留區域流量變數間的時空相關性，以改善以往獨立模擬流量變數的方式及缺點。本研究所提之方式與以往獨立流量的模擬架構有三點不同之處。

### (一)、建立流量時間-空間資料架構。

利用各流量變數長期平均值與標準偏差去除季節、地理位置所造成的流量趨勢，經過標準化後流量資料可視為一個PT3分布之均勻隨機場。於此隨機場上具有非等向的時間、空間兩個維度，各流量變數如同位於平面上的各點，利用各點間的距離，便於建立各流量變數間的相關矩陣。


### (二)、利用半變異元函數建構流量變數的時空變異結構。

為保留變數間的相關性，首先必須分析流量變數間彼此相關性為何，故於研究中分別建立流量變數間的時間、空間的半變異元函數，用以推估共變異數的關係，並利用非等向性的概念結合兩者，建構流量變數的時空變異結構，以此為基礎進行多元流量變數模擬。

### (三)、透過常態多元變數轉換至非常態多元變數以模擬多元PT3分布。

由於直接模擬多元PT3聯合分布不易，本研究利用頻率因子轉換多元標準常態至多元PT3分布，並由頻率因子可得轉換前後相關係數矩陣之變化，以維持模擬時流量變數的相關性。

研究中並將所建立的流量模擬架構應用至實際區域水資源規劃研究中，如第六章案例可計算分析增加地下水井後，各灌區於一、二期作期間約可降低5-10%



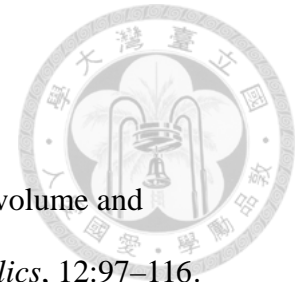
缺水率。於應用模擬流量時，雖然於此區域分析建立的時間-空間變異架構理論上可以直接應用至區域內的其他各流量測站，建立各流量測站間的相關性，但由於並非每個取水口均有足夠的流量資料長度進行分析，甚至有些取水口根本沒有流量紀錄，無法得知此流量站的平均流量、標準差等等，因此於案例研究中以面積比流量法計算模擬流量。本研究模擬流量之方式適合應用於多河川的區域，能較獨立模擬各流量變數的方式更能適當表達區域水資源特性。

本研究所提出之多元變數間變異架構除了應用至時間-空間的二維平面上，亦可應用至更高維度的架構上。舉例而言，若將本研究的空間維度由直線距離拆解成水平距離與垂直距離兩個維度，整體結構將多增加一個維度。但同時也顯現出此方式的限制，當維度越高所需資料必須越詳盡、數量也越大，當維度增多時也會更凸顯資料樣本不足的情況，有可能造成分析上的誤差。

由於本研究應用頻率因子故能同時模擬多元變數，且能應用至其他非常態的多元分布，為一發展性佳、應用範圍廣的模擬多元變數方式。結合頻率因子模擬方式以及高維度的變異架構可以應用至模擬其他多元連續變數，用以描述多元的自然歷程諸如溫度、雨量等等，並非侷限模擬流量或者是時間-空間的二維架構。

綜上所述，本研究以維持流量變數時空相關性的方式模擬流量，改善以往流量資料不足之處。於本研究結果發現，模擬結果與原本流量變數大致上相符合，於標準差方面模擬結果雖然略低於實際情況(約 5%)，但平均而言平均值、標準差均能掌握流量變數趨勢。於相關係數方面，模擬結果之平均與推估的相關矩陣幾乎一致，然而由於流量站數較少，因此於空間半變異元的推估不如時間半變異元，此為資料上的限制，資料長度以及完整性會影響模擬結果的誤差，亦為本方法架構的局限。此模擬架構不僅適用於流量資料，也適合模擬任何於時間-空間連續的多元變數，亦可更廣的應用至任何多維多元連續變數上，並不侷限在時間-空間二維平面。

## 參考文獻



1. Ashkar F, El-Jabi N, Issa M (1998). A bivariate analysis of the volume and duration of low-flow events. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 12:97–116.
2. Benke KK, Hamilton AJ (2008). Quantitative microbial risk assessment: uncertainty and measures of central tendency for skewed distributions. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22:533-539.
3. Cheng KS, Hou JC, Liou JJ, Wu YC, Chiang JL (2011). Stochastic simulation of bivariate gamma distribution – A frequency-factor based approach. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 25(2), 107 – 122.
4. Cheng KS, Chiang JL, Hsu CW (2007). Simulation of probability distributions commonly used in hydrological frequency analysis. *Hydrology Process*, 21(1):51–60.
5. Chiles JP, Delfiner P (1999). *Geostatistics - Modeling Spatial Uncertainty*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
6. Chow VT, Maidment DR, Mays LW (1988). *Applied hydrology*. McGraw-Hill, New York.
7. Chow VT (1951). A general formula for hydrologic frequency analysis. *Transactions, American Geophysical Union*, 32(2):231–237.
8. Jacob M, Frankl A, Haile M, Zwertvaegher A, Nyssen J (2013). Assessing spatio-temporal rainfall variability in a tropical mountain area (Ethiopia) using NOAA's rainfall estimates. *International Journal of Remote Sensing*, 34(23): 8319-8335.



9. Khalili M, Brissette F, Leconte R (2009). Stochastic multi-site generation of daily weather data. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23:837–849.
10. Liou JJ, Wu YC, Cheng KS (2008). Establishing acceptance regions for L-moments based goodness-of-fit tests by stochastic simulation. *Journal of Hydrology*, 355, 49- 62.
11. Loaiciga HA, Leipnik RB (2005). Correlated gamma variables in the analysis of microbial densities in water. *Advances in Water Resources*, 28:329–335.
12. Loganathan GV, Kuo CY, Yannaccone J (1987). Joint probability distribution of streamflows and tides in estuaries. *Nordic Hydrology*, 18:237–246.
13. Morgan CJ (2006). Analysing Spatial Data via Geostatistical Methods, p.77-80. <http://hdl.handle.net/10539/1768>.
14. Reddy MJ, Ganguli P (2013). Spatio-temporal analysis and derivation of copula-based intensity-area-frequency curves for droughts in western Rajasthan (India). *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 27(8): 1975-1989.
15. Scholz K (1997). Stochastic simulation of urban hydrological processes. *Water Science and Technology*, 36:25-31.
16. Wu YC, Liou JJ, Su YF, Cheng KS (2012). Establishing acceptance regions for Lmoments based goodness-of-fit tests for the Pearson type III distribution. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 26: 873-885.
17. Yue S (2001). A bivariate gamma distribution for use in multivariate flood frequency analysis. *Hydrology Process*, 15:1033–1045.

- 
18. 吳宜珍(2011)，序率模擬應用於氣候變遷衝擊評估與線性動差機率分布適合度檢定，國立台灣大學博士論文。
  19. 經濟部水利署，「水文年報」，<http://gweb.wra.gov.tw/wrhygis/>。
  20. 經濟部水利署，「水庫相關資訊」，<http://140.121.145.45/wrm/dss/resr/wk.htm>。
  21. 葉小蓁<sup>a</sup>(2006)，「高等統計學」，台大法律學院圖書文具部，六版，p.71-80。
  22. 葉小蓁<sup>b</sup>(2006)，「時間序列分析與應用」，台大法律學院圖書文具部，三版。
  23. 劉俊志，吳宜珍，江介倫，鄭克聲(2007)，線性動差比適合度檢定之檢定力測試，農業工程學報，53(4)。

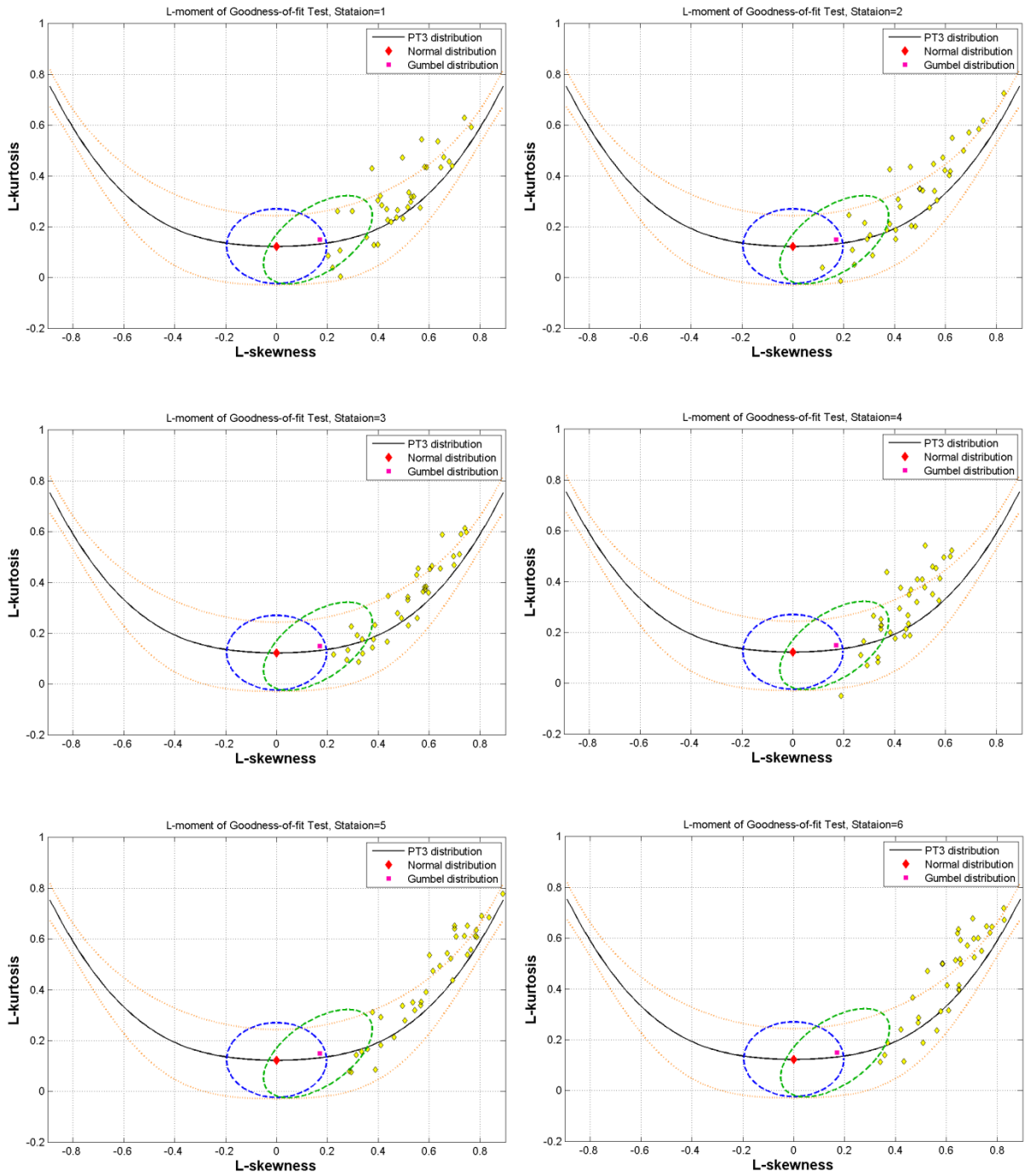
## 附錄



### 附錄 1 線性動差比圖適合度檢定法

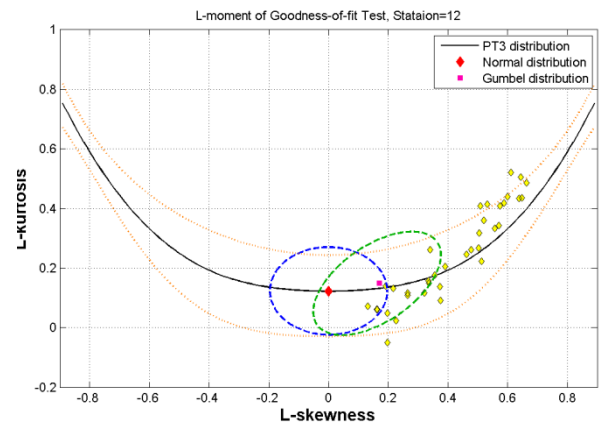
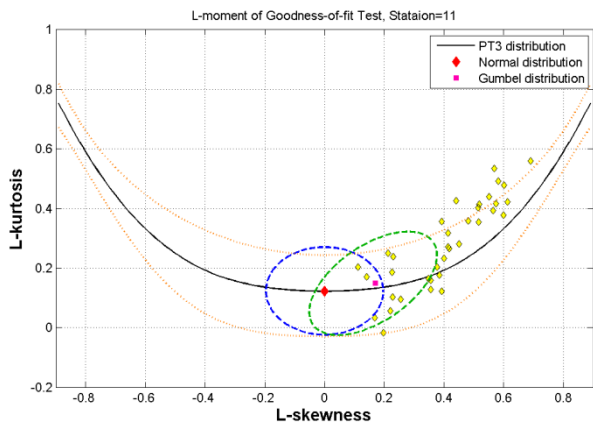
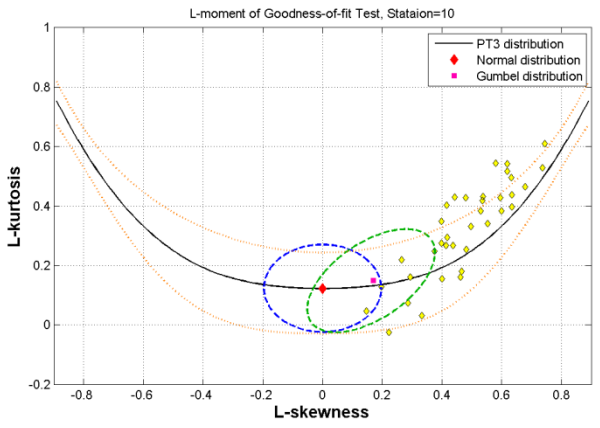
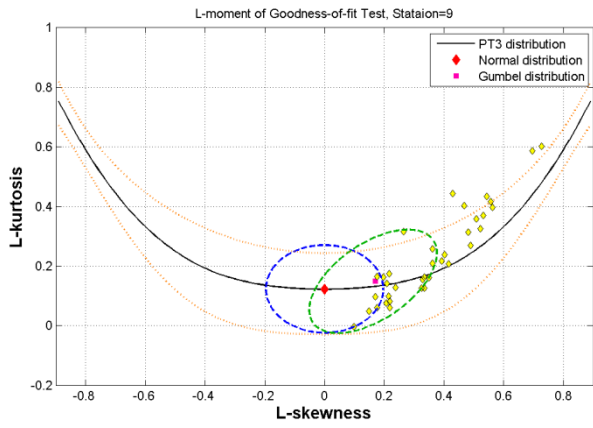
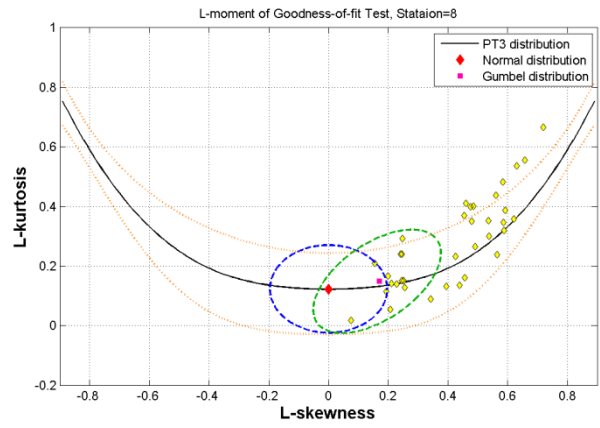
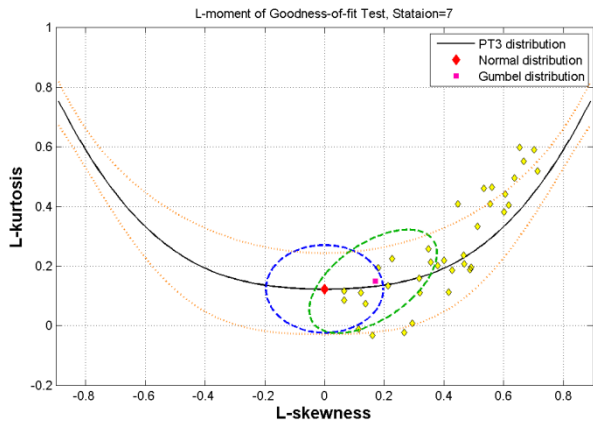
歷史流量分析為模擬流量必要的前置作業，適合度檢定為其中最基本的一環，了解流量分布為何將是後續作業的關鍵。傳統的適合度檢定有卡方檢定、科司檢定等等，於本研究中由於流量變數眾多(12 個流量測站、36 旬，共計有 432 個分布)，一一進行傳統科司或卡方適合度檢定將費時耗工，故於此採用線性動差比值適合度檢定。線性動差接受區間繪圖法計算容易且具有高分辨率之特質(吳宜珍，2011；Liou et al.，2007)，具備視覺解釋能力，應用於此相當適當且有效率。首先計算流量資料的線性偏態係數(LCS)與線性峰態係數(LCK)，並分別以此兩係數為 x 軸與 y 軸點繪於圖上，落於分布接受區間內則不拒絕虛無假設，亦即通過信賴度 95% 的適合度檢定。

初步分析流量資料  $Q_{Y,T,S}$  後，發現其呈現右偏分布，較為適當的機率分布為皮爾遜第三型(Pearson Type III)與對數常態(Log-normal)等。各測站流量的線性動差比圖如圖附 1-1 所示，由圖中可見各流量測站動差比多數落於皮爾遜第三型分布接受區間，可知使用皮爾遜第三分布應屬適當。



圖附 1-1 各測站流量的線性動差比圖





圖附 1-1 各測站流量的線性動差比圖(續)