

國立臺灣大學工學院應用力學研究所



碩士論文

Institute of Applied Mechanics

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

應用沉浸邊界法與移動網格模擬紊流流況下之  
結構物沖刷現象

Application of the immersed boundary method and  
arbitrary Lagrangian-Eulerian scheme to simulate local scour  
in turbulent flow

楊善合

Shan-He Yang

指導教授：周逸儒 博士

Advisor: Yi-Ju Chou, Ph.D.

中華民國 103 年 7 月

July, 2014

## 致謝


時間過得很快，轉眼間人生最終的求學階段也要結束了，回想當初對自己的未來感到懷疑，懵懵懂懂只想找件事情來學習，剛踏入校園內心的雀躍以及進入實驗室擁有屬於自己的位置，就好像昨日一般。

學習的兩年間，首先感謝的是我的指導教授周逸儒老師，在這裡我學會到獨立思考的重要性，能夠不受外在影響，擁有自我去判斷是非才能算是一個獨立的人格，也謝謝我的口試委員，江允智教授與劉啟民教授，願意幫忙修正論文上的疏失以及提供寶貴的建議。

也感謝實驗室的學長與助理們，宗緯、小光、宏志與秉憲，研究與修課中的許多問題，謝謝你們不厭其煩的指導，還有一年級一起為必修奮鬥的好戰友，聖堯、詩弘、科斯曼、阿罵、氣球、雨彤，沒有大家的幫忙，必修課一定會修得更加辛苦吧！以及實驗室的學弟們，鈐鏞、郁誠，對我來說能認識大家真的是我來應力所最大的收穫。

最後，謝謝我的父母，在我求學的過程中，從來沒有讓學習成為我的負擔，一直都是讓我自由發展沒有壓力的過完每個階段，形式上的求學生涯已經結束，但人生的學習才正要開始，希望我能牢記這段時間的訓練，在未來繼續追尋屬於我的自由。

## 中文摘要

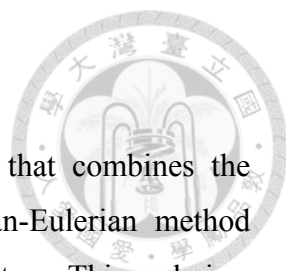


本研究使用大渦流模式結合沉浸邊界法與移動網格法，模擬流體經過一結構物對底部泥沙所造成沖刷堆積的影響，大渦流模式(Large eddy simulation)為三維的水動力模式，較能捕捉到在高雷諾數下的紊流現象，在高雷諾數的流場中特別重要。結構物表面的複雜邊界主要使用沉浸邊界法(Immersed boundary method)來處理，與傳統的貼體法(body-fitting)相比，沉浸邊界法假想力的形式寫進統御方程式使其滿足邊界條件，在卡氏座標即可很有效率的處理複雜幾何或是移動網格的問題，另外再底床網格的部分則使用移動網格法(Arbitrary Lagrangian-Eulerian scheme)計算網格座標速度使其滿足泥沙傳輸，並且模擬紊流邊界層中的底床形貌變化。

本研究一開始使用沉浸邊界法模擬流體流經一圓柱，改變雷諾數由潛變流模擬至紊流，觀察其尾流的變化，確認邊界與流場符合現實情況後，我們再依照 Roulund, et al.(2005)所做的實驗配置，設定邊界條件進行模擬，並且分別討論圓柱前緣沖刷與圓柱下游沙漣(sand ripples)的形成過程，以及紊流動能在沖刷過程中所扮演的腳色，結果發現沖刷最強的區域通常都受到一個持續穩定的上升流場給帶動，如前緣的馬蹄形渦流(horseshoe vortex)。一開始前緣掏刷出來的泥沙會在圓柱後方低壓區域產生堆積，堆積丘的下游處容易產生分離流動使得沙漣更加明顯。而紊流動能大的區域通常為流場交界處，該區域由於其動能消散(dissipation rate)十分強，故會使部分懸浮泥沙失去動能而在此沉積。

關鍵字:大渦流模式、沉浸邊界法、移動網格法、局部沖刷、沙漣、馬蹄形渦流

# ABSTRACT



In this study, we apply the large eddy simulation (LES) code that combines the immersed boundary method (IBM) and the arbitrary Lagrangian-Eulerian method (ALE) to simulate the evolution of the erodible bed around a structure. This code is a three dimensional computational fluid dynamics simulator, which is capable of resolving the detailed turbulent flow field. This is particularly important in the high Reynolds number flow. We employ the IBM to model the surface of the structure. Compared to traditional body-fitting methods, IBM applies the body force to satisfy the desired boundary condition. It can efficiently handle the complex geometry and moving grids in Cartesian coordinate system. In addition, we apply the ALE method in our grid. It can calculate the grid velocity to guarantee conservation of sediment mass and simulate bed form dynamics in a turbulent boundary layer.

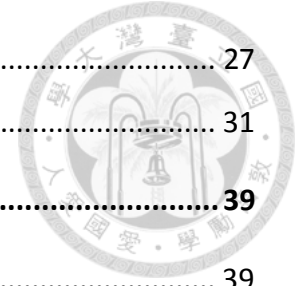
We simulate flow over a cylinder as a test case for IBM. Cases ranging from the regimes of creeping flow to turbulent flow are investigated. The present numerical model is then validated against the experimental results by Roulund et al.(2005), who investigated erosion around a cylinder in a laboratory setting. We discuss erosion in front of the cylinder, the development of sand ripples behind the cylinder, and turbulence kinetic energy (TKE). The numerical results show that the most dramatic erosion region is affected by the steady upflow associated with the horseshoe vortex. Moreover, we observe that sediments in front of the edge pile up in the lower pressure area. Flow separation easily occurs behind the ripples, leading to the growth of the ripple amplitude. We found that high TKE occurs at regions of flow convergence, which is usually associated with strong dissipation, leading to the deposition of suspended sediments.

Keywords: large-eddy simulation, immersed boundary method, arbitrary Lagrangian-Eulerian method, local scour, sand ripples, horseshoe vortex

# 總目錄



致謝.....	i
中文摘要.....	ii
ABSTRACT.....	iii
圖目錄.....	vi
表目錄.....	ix
<b>Chapter 1 緒論.....</b>	<b>1</b>
1.1 前言.....	1
1.2 研究動機.....	2
1.3 文獻回顧.....	3
1.3.1 沉浸邊界法.....	3
1.3.2 底床沖刷.....	4
<b>Chapter 2 理論背景與方法.....</b>	<b>7</b>
2.1 大渦流模式.....	8
2.1.1 統御方程式.....	9
2.1.2 濾波統御方程式.....	10
2.1.3 曲線座標格式.....	12
2.1.4 流體離散化計算流程.....	13
2.2 移動網格與泥沙傳輸方程式.....	15
2.2.1 密度分層.....	15
2.2.2 泥沙傳輸方程式.....	16
2.2.3 移動網格法.....	17
2.2.4 掏刷方程式.....	18
2.2.5 底床高度方程式.....	19
<b>Chapter 3 沉浸邊界法介紹與驗證.....</b>	<b>22</b>
3.1 沉浸邊界法離散化.....	22



3.2	流經圓柱之潛變流驗證 .....	27
3.3	流體流經圓柱(不同雷諾數).....	31
<b>Chapter 4</b>	<b>底床沖刷模擬與分析.....</b>	<b>39</b>
4.1	模擬配置 .....	39
4.2	流場分析 I(定床).....	42
4.2.1	馬蹄形渦流 .....	42
4.2.2	尾跡渦流 .....	45
4.2.3	底床剪應力 .....	46
4.2.4	紊流動能 .....	46
4.3	流場分析 II(動床).....	48
4.3.1	圓柱前緣分析 .....	48
4.3.2	圓柱後端分析 .....	53
4.4	紊流動能分析 .....	57
4.5	侵蝕深度分析 .....	59
<b>Chapter 5</b>	<b>結論與未來工作 .....</b>	<b>61</b>
5.1	結論 .....	61
5.2	未來工作 .....	63
	<b>參考文獻 .....</b>	<b>64</b>

## 圖目錄

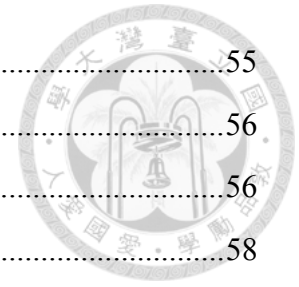


圖 1-1	局部沖刷機制的示意圖(Roulund et al.,2005).....	2
圖 1-2	沖刷實驗圓柱後緣高度變化(Dargahi, 1990) .....	6
圖 1-3	(a)圓柱沖刷實驗與(b)模擬結果(Roulund et al.,2005) .....	6
圖 1-4	底床形貌與濃度的演進(Chou & Fringer, 2010).....	6
圖 2-1	卡氏座標方向.....	9
圖 2-2	底床顆粒傳輸示意圖 (Chou & Fringer, 2010).....	19
圖 2-3	靜止底床角度示意圖(Chou & Fringer, 2010).....	21
圖 3-1	(a)網格分類表示圖與(b)內插速度示意圖.....	23
圖 3-2	內插點示意圖.....	24
圖 3-3	整體數值計算流程.....	26
圖 3-4	圓柱表面無因次化壓力分佈圖.....	27
圖 3-5	流場模擬配置圖.....	28
圖 3-6	流場側視圖 x-y 剖面(z = 1.5 m).....	28
圖 3-7	流場俯視圖 x-z 剖面(y = -0.5 m) .....	28
圖 3-8	x 方向速度(U)側視圖(z = 1.5 m) (Re = 0.1) .....	30
圖 3-9	x 方向速度(U)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 0.1).....	30
圖 3-10	y 方向渦度(Vorticity) 俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 0.1) .....	30
圖 3-11	無因次化壓力 $P/(\mu U / R)$ 在 z 軸中心與圓柱表面上的分佈 .....	30
圖 3-12	流場模擬配置圖.....	31
圖 3-13	流場側視圖 x-y 剖面(z = 0.5 m).....	31
圖 3-14	流場俯視圖 x-z 剖面(y = -0.5 m) .....	32
圖 3-15	x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m) (Re = 10).....	34
圖 3-16	y 方向渦度(Vorticity)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 10) .....	34
圖 3-17	y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖(Re = 10) .....	34
圖 3-18	x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m) (Re = 30).....	35
圖 3-19	y 方向渦度(Vorticity)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 30) .....	35
圖 3-20	y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖(Re = 30) .....	35
圖 3-21	x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m) (Re = 100).....	36

圖 3-22	y 方向渦度(Vorticity)俯視圖( $y = -0.5 \text{ m}$ ) ( $Re = 100$ )	36
圖 3-23	y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖( $Re = 100$ )	36
圖 3-24	x 方向速度(U)側視圖( $z = 0.5 \text{ m}$ )( $Re = 1000$ )	37
圖 3-25	y 方向渦度(Vorticity)俯視圖( $y = -0.5 \text{ m}$ ) ( $Re = 1000$ )	37
圖 3-26	y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖( $Re = 1000$ )	37
圖 3-27	流體流經一光滑圓柱實驗結果(Blevins, 1990)	38
圖 4-1	流場模擬配置圖	39
圖 4-2	展寬網格側視圖(x-y 方向)	39
圖 4-3	實際模擬網格分布側視圖	40
圖 4-4	流場修正區示意圖	40
圖 4-5	y 方向速度(V)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ )(時間平均流場)	42
圖 4-6	流線側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)	42
圖 4-7	x 方向速度(U)底床俯視圖( $y = -1.999 \text{ m}$ ) (時間平均流場)	42
圖 4-8	z 方向渦度(Vorticity)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)	43
圖 4-9	圓柱前緣渦度實驗結果( $Re_D = 20000$ ) (Dargahi,1990)	43
圖 4-10	q-criterion 三維示意圖(時間平均流場)	44
圖 4-11	壓力俯視圖( $y = -0.1 \text{ m}$ )(時間平均流場)	45
圖 4-12	y 方向渦度俯視圖( $y = -0.1 \text{ m}$ )(瞬時流場)	45
圖 4-13	底床剪應力俯視圖( $y = -1.999 \text{ m}$ ) (時間平均流場)	46
圖 4-14	紊流動能(k)底床俯視圖( $y = -1.999\text{m}$ ) (時間平均流場)	47
圖 4-15	紊流動能(k)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)	47
圖 4-16	紊流動能(k)前緣側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)	47
圖 4-17	圓柱前緣渦度與侵蝕變化側視圖( $z = 0.3 \text{ m}$ )	50
圖 4-18	(a)圓柱前緣實驗與(b)模擬結果( $z = 0.3 \text{ m}$ ) (10 min)	50
圖 4-19	底床深度形貌俯視圖(0-300 s)	51
圖 4-20	底床深度形貌俯視圖(300-600 s)	52
圖 4-21	底床 x 方向速度(U)俯視圖( $y = -1.999 \text{ m}$ ) (時間平均流場)	54
圖 4-22	底床 x 方向平均速度(U)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)	54
圖 4-23	底床 y 方向平均速度(V)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)	54



圖 4-24	泥沙濃度等高面三維座標示意圖.....	55
圖 4-25	圓柱尾端沙漣演進側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ).....	56
圖 4-26	(a)圓柱後端實驗與(b)模擬結果( $z = 0.3\text{m}$ ) (10 min).....	56
圖 4-27	底床紊流動能(k)俯視圖( $y = -1.999\text{ m}$ ).....	58
圖 4-28	流場紊流動能(k)側視圖( $z = 0.3\text{ m}$ ).....	58
圖 4-29	圓柱前緣與後端沖刷深度.....	60
圖 4-30	圓柱前緣侵蝕深度變化.....	60
圖 4-31	圓柱後端侵蝕深度變化.....	60



## 表目錄



表 3-1	潛變流場( $Re = 0.1$ )模擬配置( $dt = 0.1$ s).....	29
表 3-2	流場( $Re = 10$ )模擬配置( $dt = 0.1$ s).....	34
表 3-3	流場( $Re = 30$ )模擬配置( $dt = 0.05$ s).....	35
表 3-4	流場( $Re = 100$ )模擬配置( $dt = 0.05$ s).....	36
表 3-5	流場( $Re = 1000$ )模擬配置( $dt = 0.1$ s).....	37
表 4-1	動床( $Re = 46000$ )模擬配置( $dt = 0.001$ s).....	41

# Chapter 1 緒論



## 1.1 前言

近年來，國人的環保意識逐漸抬頭，自日本發生 311 大地震所引起的核災之後，國內反核的聲浪日漸嚴重，台灣地狹人稠，廣設核電廠對安全來說的確是一個很大的隱憂，但若要減少核電，就必須額外增加其他生產能源的方式，現今能源主要由化石燃料與核能發電提供，化石燃料有限且產生能量的火力發電過程會排放大量二氧化碳，加劇溫室效應，故乾淨的可再生性能源近年來逐漸受到人們的重視。

台灣位於亞熱帶區域，夏季受颱風與西南氣流吹拂，冬天則受東北季風的影響，風能資源十分豐富，非常適合發展風力發電，但風力發電也是有其缺點，像是附近會產生大量噪音，而且靠近內陸的部分由於地表摩擦力的關係，所能擷取的風能有限，故近幾年，設置在較外海的離岸(off shore)風力發電有著顯著的進展，我國政府也在民國 99 年開始了離岸風電廠的初步規劃，預計會在民國 104 年於苗栗竹南、彰化芳苑完成示範組機台，在海上建立離岸風力發電機組有很多，像是不佔用土地，且由於擾流小所以風能更加穩定豐富，對生態的衝擊也相對較小，離岸風力發電已是現在已開發國家的趨勢，若能善用台灣這得天獨厚的天然資源，在化石能源日漸縮減的未來，相信會扮演很重要的角色。

發展離岸風力發電，並不是一個簡單的工程，在建立之前，必須先考慮不同地點的風能密度以及穩定性，以尋找最適合的風場，台灣位於板塊交界地帶，故其底座結構強度要能負荷未來不可知的強震，海底電纜的整體配置也很重要，生態方面，必須考慮保育類動物的棲息地(中華白海豚)，以及須考慮風力發電所產生的各種不同頻率的噪音與震動，對當地的浮游生物所或鳥類造成的影響。台灣所設立的離岸風力發電機組位於西部沙岸，容易受到沿岸海流及波浪的影響，故若能在建立前先做一個數值模擬，了解各流況下的底床沖刷現象，便能延長風力發電機組的壽命，減少額外的成本支出。



## 1.2 研究動機

當一穩態流流經一垂直圓柱，流況會產生大幅改變(如圖 1-1)，流體上游處，流體由於受到圓柱減速的影響，會在圓柱表面產生一停滯壓力，且因流速的不同導致壓力由上到下逐漸減小，故會在圓柱上游方向會產生一個向下射流(down flow)，此向下射流沿著結構物往下移動碰至底床而改變方向，在底部形成一個三維渦流，由於此三維渦流結構與馬蹄十分相像，我們就稱之為馬蹄形漩渦(horseshoe vortex)，若底床為砂石等可被侵蝕的物質，則會加速漂沙的傳輸作用，導致底床的前緣部分遭到沖刷，馬蹄形渦流是造成局部沖刷的主因。另外由兩側流經圓柱後的流場會產生渦流分離(vortex shedding)，分離出來後的不規則細部渦流可能會與上游的馬蹄形窩流交互作用，在尾部產生一低壓中心，將部分的沖刷的泥沙帶至下游處堆積，稱為尾跡渦流(lee wake vorticities)。

近年來，台灣開始了離岸風力發電計畫，海流流經離岸風力發電基座也會造成上述所說的局部侵蝕現象，導致海底地形變動，故在建立離岸風力發電機組之前，最好先利用數值模式做個事前評估，但在過去，許多模擬採用商業用的套裝數值模式，其中內部設定的參數、假設都無法掌握且難以修改，無法模擬出較真實的流況，而且較沒有著重在底部侵蝕堆積的模擬，僅以初步的渦度帶過，只能用經驗公式做一個概略性的預估，故我們希望可以建立一套數值模式，能完整的模擬底部砂石與流場之間交互作用的現象，並且探討局部侵蝕的細部機制，了解沖刷的整體物理流程後，在未來才能依照不同情況，去改變配置並且做一些應用。

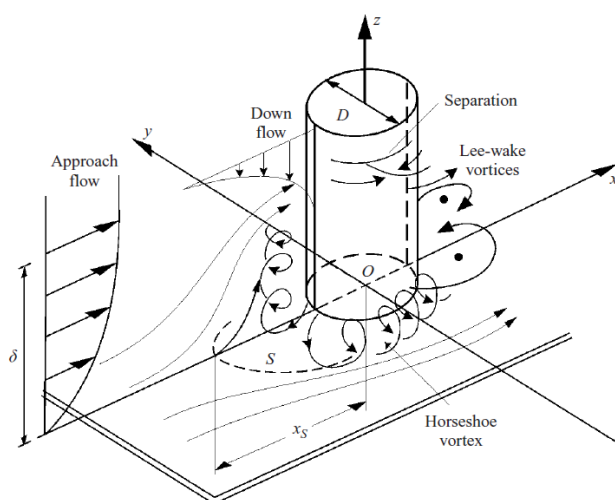


圖 1-1 局部沖刷機制的示意圖(Roulund et al.,2005)



## 1.3 文獻回顧

### 1.3.1 沉浸邊界法

沉浸邊界法(immersed boundary method)最早是由 Peskin(1977)為了解決模擬血液流進入體心臟時所發表的。在模擬心臟跳動時，彈性的血管壁可能會產生形變而造成上邊界設定變得十分複雜，使用傳統的方式會十分損耗資源，故 Peskin 則在統御方程式中加上了一個假想的人工外力項去使邊界速度近似於該邊界之表面速度，達到不用修改邊界條件也能使結果近似於加入邊界的效果，之後依循著 Peskin 的理論，各種不同類型的沉浸邊界法相繼被發表出來。

Goldstein et al.(1993)發展了虛擬邊界法，模擬二維環繞圓柱流場、三維平板與紊流肋管。

Saiki & Biringen(1996)使用了力回饋(feedback-forcing)沉浸邊界法去計算低雷諾數流( $Re \leq 400$ )經靜止、轉動的水平震盪圓柱，該方法改良了 Goldstein 的虛擬邊界法，透過內插流體在網格上的速度，並適當的分佈力在邊界點上，以消去使用虛擬邊界法中回饋力項所造成的錯誤震盪，他們發現力回饋沉浸邊界法還能應用在會移動的固體邊界上，但力回饋沉浸邊界法應用在複雜三維的情況下常常會發生一些穩定性的問題，另一種新的沉浸邊界法因此而生。

Fadlun et al.(2000)提出了 Direct-forcing 沉浸邊界法，成功地運用在複雜三維的流體模擬上，該方法是將沉浸邊界法裡的假想力項，以物理邊界速度與附近的點以速度的形式，直接作內插求得，這個方法的好處是比較不會受到穩定性限制的影響，而且不需要像力回饋沉浸邊界法使用一些經驗公式求得的常數作最佳化。

Tseng & Ferziger(2003)延伸 Fadlun(2000)的構想創造出了虛擬網格沉浸邊界法(ghost cell immersed boundary method)，定義出虛擬點(ghost point)，希望可以藉由較高階的線性內差得到更高的精度，並與使用 body-fitted 建立出來的波浪狀底部網格做驗證，結果速度分布與使用 body-fitted 的方式十分吻合，另外也將 GCIBM 應用在用在較大尺度的三維海洋模式 MIT Global Circulation Model(MITGCM)中，與傳統的階梯法(stair-step)做比較，GCIBM 較不容易受到網格解析度變化的影響。



### 1.3.2 底床沖刷

橋墩局部沖刷機制的研究實驗在過去已有相當多的人在研究，不過早期大多都是做實驗，如 Dargahi(1989)提出了影響局部沖刷的主因是由於圓柱前緣的馬蹄形渦流。並且將沖刷分為三個階段，第一個階段為初始期，並無明顯的沖刷型態，底床由定床逐漸轉變成動床，第二個階段為主要期，沖刷作用十分劇烈，圓柱前緣侵蝕深度隨時間有個週期震盪向上的趨勢，第三個階段為衰退期，整體沖刷逐漸趨緩，底床的侵蝕型態達到一個穩態平衡。另外還探討了影響圓柱前緣局部沖刷現象的各種不同因子，並且提出了一些減少局部沖刷現象的方式。

Olsen & Melaaen(1993)是第一個做出三維圓柱的沖刷模式模擬，底床的材質是使用黏性泥沙，流體計算的部分是使用雷諾平均納維爾史托克模型(RANS)，漂沙的傳輸方程式合併在沖刷計算模型當中，在圓柱前緣發現馬蹄形漩渦的現象，且模擬出來的沖刷結果與實驗也大致相同，Olsen & Kjellesvig(1998)延續了之前的模擬，用了相同的方程式，做出來的模擬不僅限於初始沖刷階段，還包含了完整的沖刷過程，得到的沖刷深度計算與經驗公式得到的沖刷深度吻合。

Melville & Chiew(1999)針對橋梁底部沖刷做了許多實驗去探討平衡沖刷深度(定義為達至穩態後沖刷的最大深度)與給其定的物理量之關係，其中歸納出幾個結論，像是(a)僅需 10%的平衡時間，沖刷深度即可達到平衡深度的 50%至 80%，這主要取決於流場的強度。(b)清水沖刷橋墩至掏刷平衡，總共所需的平衡時間主要受流場強度( $V/V_c$ )、流場深度( $y/D$ )與泥沙粗糙度( $D/d_{50}$ )給影響。(c)歸納出平衡時間的經驗公式如下，在水深超過一定範圍之後，即不受水深的影響。

$$t_e(\text{days}) = 48.26 \frac{D}{V} \left( \frac{V}{V_c} - 0.4 \right) \quad \frac{y}{D} > 6 \quad (1.1)$$

$$t_e(\text{days}) = 30.89 \frac{D}{V} \left( \frac{V}{V_c} - 0.4 \right) \left( \frac{y}{D} \right)^{0.25} \quad \frac{y}{D} \leq 6 \quad (1.2)$$

Richardson & Panchang(1998)也做了流體流經一垂直圓柱的三維模擬，他們做了三種不同情況的測試，分別是平板底床、沖刷過程與平衡的沖刷過程，沖刷過程的邊界是採用 Melville & Raudkivi's (1977)實驗所測量出邊界條件，計算紊流的部分使用了普朗托混合長度理論(Prandtl's mixing-length theory)、黏滯渦流模型

(eddy-viscosity model)兩種不同方程式的  $k-\varepsilon$  模型，結果成功的模擬出穩態流與馬蹄形渦流的現象。

Tseng & Song(2000)是第三個做出三維結構物沖刷模式的團隊，他們使用大渦流模式(LES)成功的模擬出圓柱前的馬蹄流與圓柱之後的渦流分離，並且與 Dargaji(1989)的實驗做驗證，雖然有討論流體在侵蝕過程所受到的影響，但是卻沒有模擬底層高度受沖刷所產生的變化。

Roulund, Sumer, Fredsoe & Michelsen(2005)建立了一套以 RANS 模型為基礎的沖刷模式，去探討圓柱前緣的馬蹄形渦流與其他的物理量之關係，結果發現馬蹄形渦流的規模會隨著邊界層厚度與直徑的比值( $\delta/D$ )大小產生關係，且當雷諾數( $Re_D$ )愈大時，底床剪應力以及馬蹄形渦流的大小也會隨著變大，並與實際實驗做比較如下圖 1-3(a)，成功的模擬出圓柱前緣與後端的侵蝕堆積型態圖 1-3(b)。

Paik, Escauriaza & Sotiropoulos(2007)使用分離渦流模式(detached-eddy simulation)模擬高雷諾數翼體結構前緣的馬蹄形渦流分離現象，該模式混合了 RANS 與 LES 的特點，模擬出來的結果則使用 POD 法去分析，並且以 q-criterion 表示圓柱前緣渦流結構隨時間的變化，觀察出渦流結構主要有兩種基本狀態，第一種是圓柱前緣上方主要的馬蹄形渦流，另一個就是包覆著馬蹄形渦流的外部混亂髮夾渦流(hairpin vortices)，最後認為髮夾渦流的成因，是由於馬蹄形漩渦所造成不穩定性的結果。

Chou & Fringer(2010)利用質量守恆與傳輸方程在曲面座標系統上建立出移動網格模式(Arbitrary Eulerian-Lagrangian scheme)，該模式的特點在於移動網格上的物理量仍能保持高階精度，且質量守恆與傳輸方程式的離散化精度必須相同，否則會不滿足濃度守恆導致結果發散。

Chou & Fringer(2010)應用了先前的移動網格，以大渦流模式為基礎建立了一套模擬紊流邊界層底床演進的三維模式，與過去模擬底床形變的數值模式不同之處是對其臨界剪應力作一個流速與邊界的角度修正，以及包含所受到重力的影響，模擬出來一個平坦的底床，在經過像波浪一樣的週期震盪速度邊界，演進至沙連的過程，與實驗比較結果十分吻合。

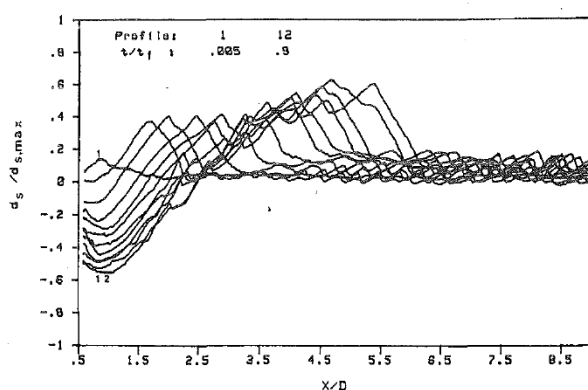


圖 1-2 沖刷實驗圓柱後緣高度變化(Dargahi, 1990)

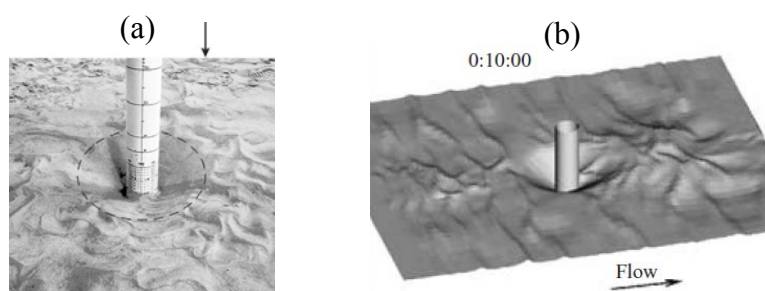


圖 1-3 (a)圓柱沖刷實驗與(b)模擬結果(Roulund et al.,2005)

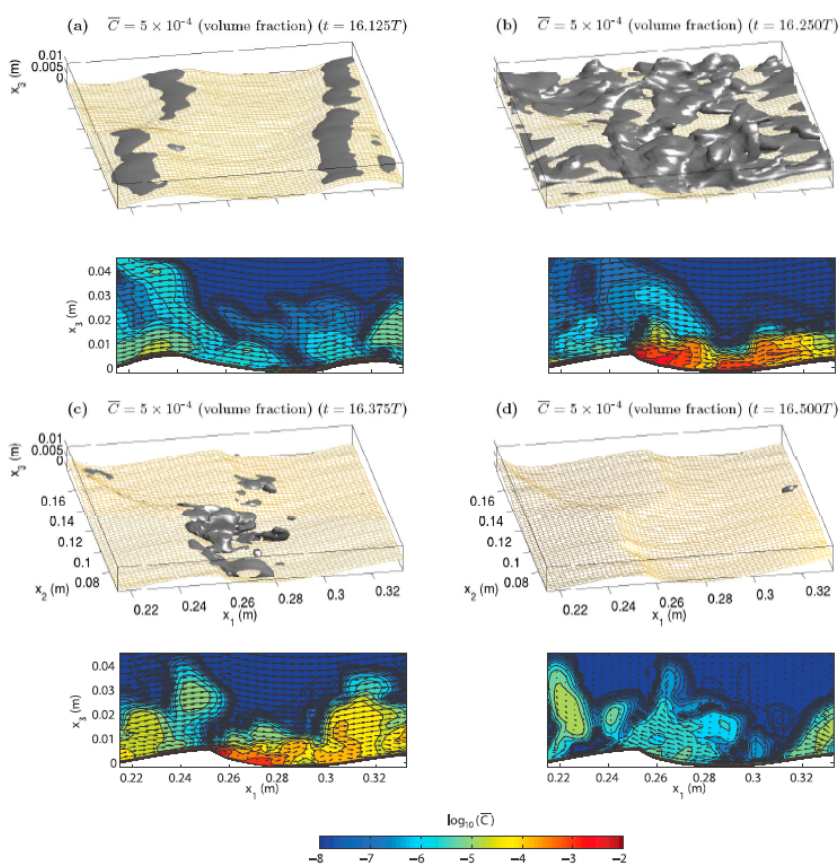


圖 1-4 底床形貌與濃度的演進(Chou & Fringer, 2010)



## Chapter 2 理論背景與方法

我們想了解冲刷過程中的細部現象，但風機底座的實驗規模實在太大，所以想先建立數值模式來進行模擬，流體計算的部分我們使用的是大渦流模式 (Large-Eddy Simulation)，該 LES 模式原是由 Zang(1993)在美國史丹福大學環境流體力學實驗室所發展出來，此模型為一個三維的水動力模式，支援平行運算，且可以模擬漂沙懸浮在水中的濃度與泥沙傳輸，我們會再 2-1 節介紹大渦流模式的特點以及這套模式所使用的離散方法與流程。

在底床邊界的部分使用移動網格法 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian)，該模式是由 Chou & Fringer(2010)將濃度守恆與傳輸方程式結合大渦流模式，能計算出網格的相對速度，模擬底床受到流體冲刷或是堆積所造成形貌變化的過程，我們會再 2-2 節說明泥沙傳輸方程式和掏刷機制，以及所使用的經驗公式。

在處理較複雜橋墩邊界的部份是使用了沉浸邊界法 (immersed boundary method)，好處是能夠處理複雜邊界且不需要增加太多的計算量，我們在第 3 章會詳細介紹所使用的沉浸邊界法，其中離散化和整體數值模式的計算流程，並且在後面做一個穩態流流經圓柱的範例，藉由改變邊界速度造成雷諾數的變化，去觀察圓柱後方流場的現象，與實際的實驗比較作驗證。



## 2.1 大渦流模式

一般來說，計算流體力學隨著離散方法主要分為三種不同的模型。

第一種為直接數值模擬(Direct Numerical Simulation)，此方法是直接捕捉所有相關尺度的亂流運動，故不須對最小的尺度建立其他模型，結果也是最準確的，但是由於流場中所有微小擾動都會做計算，故極耗費運算資源，大多只能做到實驗室尺度的分析。

第二種為雷諾平均納維爾史托克方程(Reynolds Averaged Navier-Stokes)，該方式是假設流場中的物理量(B)可以表示為一個時間平均值與變動量的和如下式(2.1)，將此物理量帶入納維爾史托克方程式，可得到統計平均物理量的統御方程式(2.2)、(2.3)、(2.4)，即為 RANS 方程式，其中動量方程式裡的非線性項會產生一個雷諾應力(Reynolds Stress)，為了要模擬這個二階張量，通常是使用  $k-\epsilon$  模型求解，但由於時間平均假設的關係，RANS 模型求得的為時間平均物理量，當雷諾數變大，流場中的擾動性變強時，許多紊流現象 RANS 模型並不能捕捉到。

第三種為大渦流模式(Large-eddy Simulation)，一開始是以所設的網格尺度對渦流去做過濾，分成主要網格與次網格(subgrid scale)，LES 模式計算主要網格，次網格的部分是使用其他模型去做模擬，在帶入其方程式中求解，由於 LES 並沒有作時間平均，故在高雷諾數中，其較細微的紊流現象較 RANS 模型來的準確。

前面有提到，局部侵蝕的主要原因是由於結構物前面的馬蹄形漩渦，故紊流現象在我們的模擬中十分重要，所以我們使用大渦流模式去計算流場。

$$B(x, y, z, t) = \bar{B}(x, y, z) + B'(x, y, z, t) \quad (2.1)$$

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + g_x + \nu \nabla^2 \bar{u} - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \overline{(u'u')} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(u'v')} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(u'w')} \right] \quad (2.2)$$

$$\frac{D\bar{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + g_y + \nu \nabla^2 \bar{v} - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \overline{(v'u')} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(v'v')} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(v'w')} \right] \quad (2.3)$$

$$\frac{D\bar{w}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + g_z + \nu \nabla^2 \bar{w} - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \overline{(w'u')} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{(w'v')} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(w'w')} \right] \quad (2.4)$$



### 2.1.1 統御方程式

為了要滿足三維、非穩態的不可壓縮流，我們列出了不可壓縮流的質量守恆方程式、納維爾-史托克方程式，以及濃度傳輸方程式，其中式(2.6)中的非線性項已將連續方程式帶入化簡。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g \delta_{i2} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(u_j - w_s \delta_{i2}) C] = 0 \quad (2.7)$$

其中  $i, j=1, 2, 3$

$u_i$  為卡氏座標速度

$p$  為流場壓力

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$  為運動黏滯係數

$C$  為泥沙濃度

$w_s$  為顆粒的下沉終端速度

重力加速度的方向為  $x_2$  (-y) 的方向，如下圖所示

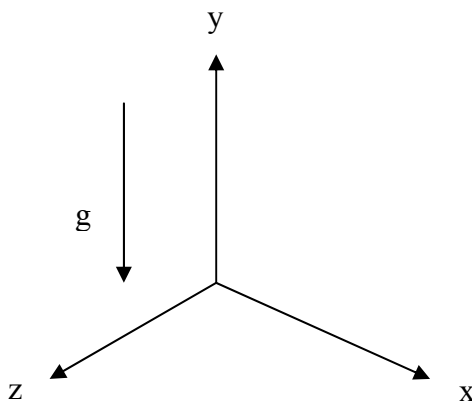


圖 2-1 卡氏座標方向

為了簡化統御方程式，包氏近似(Boussinesq approximation)常用於簡化流體動量守恆的密度變化量，流體密度  $\rho$  可分成一個假想的靜止密度  $\rho_0$  以及相對擾動密度  $\rho'$ 。

$$\rho = \rho_0 + \rho' \quad (2.8)$$

壓力  $p$  可分成一個假想的參考靜壓  $p_0$  和相對擾動壓力  $p'$

$$p = p_0 + p' \quad (2.9)$$

此外靜壓梯度與參考密度的關係為

$$\nabla p_0 = \rho_0 \bar{g} \quad (2.10)$$

將式(2.8)、式(2.9)與式(2.10)帶入連續方程式(2.5)與動量守恆式(2.6)中，可得到包氏近似假設的統御方程式如下

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{g}{\rho_0} (\rho - \rho_0) \delta_{i2} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.12)$$

### 2.1.2 濾波統御方程式

在大渦流模式中，我們將物理量對網格尺度過濾分成主要網格(large-scale)與次要網格(subgrid-scale)兩個不同項去做處理

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.13)$$

其中經過濾波函數  $G$  過濾後的主要網格物理量定義為

$$\bar{\phi}(x_1, x_2, x_3) = \int_D \prod_{i=1}^3 G_i(x_i, x_i') \phi(x_1', x_2', x_3') dx_1' dx_2' dx_3' \quad (2.14)$$

將前式帶入連續方程式(2.5)與包氏近似簡化的動量方程式(2.12)與濃度傳輸方程式(2.7)可得到濾波後的統御方程式

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{g}{\rho_0} (\bar{\rho} - \rho_0) \delta_{i2} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{C} - \overline{w_s \delta_{i2} C}) = -\frac{\partial \chi_j}{\partial x_j} \quad (2.17)$$

其中  $\bar{u}_j$  表示在  $j$  方向的過濾後速度分量

$\bar{p}$  為修正後的壓力項

從濾波後的統御方程式，會發現多了兩項額外的物理量，分別為次網格應力(SGS)與次濾波通量(SFS)

$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$  為次網格尺度的雷諾應力(subgrid-scale stress)

$\chi_j = \overline{u_j C} - \bar{u}_j \bar{C}$  為次濾波通量(subfilter-scale flux)

在我們的研究裡，次網格尺度的雷諾應力項中，包含了被過濾掉的局部小尺度渦流，會根據局部速度場所調整其所受到的影響，我們是使用動態混合模型(dynamic mixed model)去模擬次網格應力(SGS)，與傳統的 Smagorinsky model 相比，動態混合模型利用了紊流尺度中自我相似(self-similarity)的特性，較不會產生過度消散(dissusive)的效應。



### 2.1.3 曲線座標格式

在處理複雜幾何邊界的條件下，曲線座標 $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ 相較卡氏座標 $(x_1, x_2, x_3)$ 具有較好的適應性，我們可以對卡氏曲標與曲線座標做一個簡單的連鎖率座標轉換如下

$$\frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial \xi_m} \quad (2.18)$$

如果流體為不可壓縮流，且運動黏滯係數為常數，我們將座標轉換方程式帶入質量守恆(2.15)、動量守恆(2.16)與漂沙傳輸方程式(2.17)可得

$$\frac{\partial \overline{U_m}}{\partial \xi_m} = 0 \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (J^{-1} u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{U_m} u_i)}{\partial \xi_m} = & - \frac{\partial}{\partial \xi_m} (J^{-1} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{p}}{\partial \xi_m} \delta_{ij}) + J^{-1} \frac{\overline{\rho} - \rho_0}{\rho_0} g \delta_{i2} \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi_m} (v G^{mn} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial \xi_n} - T_{i,m}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial t} + \frac{\partial [\overline{C} (\overline{U_m} - W_m \delta_{i2})]}{\partial \xi_m} = - \frac{\partial F}{\partial \xi_m} \quad (2.21)$$

其中 根據愛因斯坦求和約定  $i, j, k, m, n = 1, 2, 3$

$$U_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \overline{u_j} \quad \text{為轉換體積通量}$$

$$J^{-1} = \det \left( \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) \quad \text{Jacobian 轉換，可視為網格的體積}$$

$$G^{mn} = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \quad \text{為目偏張量}$$

$$T_{i,m} = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}) \quad \text{為座標轉換的次網格應力}$$

$$W_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_2} w_s \quad \text{為座標轉換後的終端沉降速度}$$

$$F_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} (\overline{C u_j} - \overline{C} \overline{u_j}) \quad \text{為座標轉換的次網格應力漂沙通量}$$

$$\rho_0 \quad \text{為純水密度}$$



## 2.1.4 流體離散化計算流程

我們解流體所使用的數值方法為分步法(fraction step method)，首先將前面推得的包氏近似統御方程式，分成兩個部分，簡單離散如下兩式

$$\frac{u_i^{**} - u_i^n}{\Delta t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.22)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^{**}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.23)$$

其中式(2.22)，由於還沒有滿足其質量守恆，稱之為預估式(predictor)，先求出預估的速度，再將其帶入校正式(corrector) (2.23)，求出下一個時階的速度。

我們將式(2.22)也分解成兩步來做，先解完對流項(convective term)如式(2.24)，再去解黏滯項(viscous term)如下式(2.25)

$$\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} = -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.24)$$

$$\frac{u_i^{**} - u_i^*}{\Delta t} = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.25)$$

式(2.24)我們對其使用 QUICK 作空間離散，為一個三階精度的離散方法，時間離散則是使用 Adams-Bashforth，為一個二階精度的離散方法

$$\frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} = -\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i)^n + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i)^{n-1} \quad (2.26)$$

式(2.25)使用中央差分作空間離散，時間離散則是使用 Crank-Nicolson

$$\frac{u_i^{**} - u_i^*}{\Delta t} = \nu \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta x_j^2} \quad (2.27)$$

$$\frac{u_i^{**} - u_i^*}{\Delta t} = \frac{1}{2} \nu \left( \frac{u_{i,j+1}^* - 2u_{i,j}^* + u_{i,j-1}^*}{\Delta x_j^2} + \frac{u_{i+1,j+1}^{**} - 2u_{i,j}^{**} + u_{i-1,j-1}^{**}}{\Delta x_j^2} \right) \quad (2.28)$$

其中  $u_i$  代表的是速度的方向

$u_{i,j+1}$  代表的是  $u_i$  在座標  $j+1$  的速度

經上面離散計算後可以求出二階精度的  $u_i^{**}$ ，但是要帶入式(2.23)時，卻發現還沒有壓力的值，故我們對上式(2.23)做散度，可得

$$\nabla \cdot \left( \frac{u_i^{n+1} - u_i^{**}}{\Delta t} \right) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 P \quad (2.29)$$

且為了要滿足質量守恆定理

即  $\nabla \cdot u_i^{n+1} = 0$ ，帶入式(2.29)可得

$$-\frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot u_i^{**} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla^2 P \quad (2.30)$$

可改寫成

$$\nabla^2 P = \frac{\rho_0}{\Delta t} (\nabla \cdot u_i^{**}) \quad (2.31)$$

其中右邊的  $\nabla \cdot u_i^{**}$  可由前面求得之預估式算出

式(2.31)為一波松方程式(Poisson Equation)，計算其壓力分佈後代入式(2.23)，即可求得下一步的速度。





## 2.2 移動網格與泥沙傳輸方程式

我們所使用的泥沙傳輸模式是由 Chou(2010)所建立，要模擬出整體泥沙傳輸的現象，分好幾個步驟去執行。2.2.1 節定義出泥沙濃度，流場的密度可以泥沙濃度的形式表示。2.2.2 節是在介紹泥沙的濃度傳輸方程式，要滿足濃度質量守恆以及泥沙顆粒重力的沉降作用。2.2.3 節是在介紹處理底床邊界的移動網格法，在掏刷模擬中，底床的邊界會隨著泥沙濃度的變化而移動，在這小節我們會說明處理底床的統御方程式，給予底床網格速度，使其網格滿足泥沙濃度的移動，模擬出底床形貌的變化。2.2.4 節介紹的是掏刷方程式，底床掏刷量是一個非常複雜的問題，現今仍沒有完整的解析解，故我們是使用經驗公式去描述底床掏刷量，並且依照沖刷的角度去對原先的經驗公式進行修正。2.2.5 節利用上一小節所求得的底床掏刷量，推導出高度方程式，在這裡為了要滿足顆粒所受到的重力影響，再對底床高度方程式中增加了一個擴散項做修正，使整體模型更符合實際現象。

### 2.2.1 密度分層

在模擬懸浮泥沙的部分，為了簡化計算，我們將懸浮泥沙視為流體，以尤拉法(Eulerian formulation)的觀點去處理顆粒濃度，整體的密度可以流體與顆粒的體積百分濃度表示為

$$\bar{\rho} = \rho_{liquid}(1 - \bar{C}) + \rho_s \bar{C} \quad (2.32)$$

其中  $\rho_{liquid}$  為液體之密度

$\bar{C}$  為懸浮泥沙的體積百分濃度

$\rho_s$  為泥沙密度(通常為  $2650 \text{ kg-m}^{-3}$ )

## 2.2.2 泥沙傳輸方程式

泥沙傳輸方程式(Sediment transport equation)通常是使用上述的尤拉法，以濃度的形式去表示，但尤拉法在實際應用上，僅能適用於體積百分濃度尺度為  $O(0.01)$  左右的濃度模擬，在底層區域高泥沙濃度的部分卻不適用，實際上高濃度泥沙顆粒與水的二相耦合僅能使用拉格朗日描述法(lagrangian description)去做模擬，但在過去並沒有人做過較大尺度的泥沙懸浮模式，而且泥沙與水之間的交互作用機制實在太過複雜，一直都是個未解決的難題，所以我們要先解出底床的高度方程式套用在移動網格上(Arbitrary Eulerian-Lagrangian)，盡量使泥沙傳輸方程求解的流場大部分的區域泥沙濃度皆小於  $O(0.01)$ ，以便達成我們一開始的假設。

在經過空間濾網過濾後的懸浮濃度場的泥沙傳輸方程式為

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \frac{\partial [\bar{C}(\bar{U}_m - W_m \delta_{i2})]}{\partial \xi_m} = - \frac{\partial F}{\partial \xi_m} \quad (2.33)$$

其中  $W_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_2} w_s$  為座標轉換後的終端沉降速度

$F_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} (\overline{Cu_j} - \bar{Cu}_j)$  為座標轉換的次網格應力漂沙通量



### 2.2.3 移動網格法

在掏刷問題中，底部的邊界並不是固定而會隨著泥沙的濃度而改變，上一章有提到我們所使用的尤拉法泥沙濃度假設，故我們希望所模擬的流場裡的網格能自由移動且明確的區分出底部邊界，故我們使用由 Chou(2010)建立的移動網格法 (Arbitrary Lagrangian-Eulerian scheme) 去給予座標中的網格速度，使其會隨著濃度變化而做出位移或形變，其中推導如下

首先我們先列出曲線座標的濃度守恆方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} (Cu_j) = S_c \quad (2.34)$$

若以尤拉法的觀點去考慮網格的移動則可將上式化為

$$\frac{\partial}{\partial t} (J^{-1}C) + \frac{\partial}{\partial \xi_m} (CU_m) - \frac{\partial}{\partial \xi_m} (CU_{g,m}) = S_c \quad (2.35)$$

其中  $J^{-1} = \det\left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}\right)$  jacobian 的倒數，物理意義為體積轉換率

$U_m = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} u_j$  代表座標轉換後的絕對體積通量

$U_{g,m} = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} u_{g,j} = J^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{dx_{g,j}}{dt}$  代表座標轉換後的網格體積通量

$S_c$  為濃度質量所受到壓力項、黏滯項、重力項等其他因素的影響

若流體為不可壓縮流 ( $\frac{\partial U_m}{\partial \xi_m} = 0$ )，則式(2.32)可化簡為

$$\frac{\partial}{\partial t} (J^{-1}) - \frac{\partial U_{g,m}}{\partial \xi_m} = 0 \quad (2.36)$$

由式(2.35)以及式(2.36)，即可計算出其中網格的體積通量所對應的濃度傳輸方程式。



## 2.2.4 掏刷方程式

影響掏刷的因素有很多，但最主要的因素還是由於流場帶給底床顆粒的剪應力，Shields(1936)提出希爾斯參數來量化底部砂石所受到水捲起來的難易程度

$$\text{希爾斯參數 } \theta(\text{shields parameter}) = \frac{\tau_b}{(s-1)\rho g d_0} \quad (2.37)$$

其中  $\tau_b = \rho C_D U_h^2$  為底床剪應力

$s = 2.65$  為泥沙的比重

$d_0$  為泥沙顆粒直徑

事實上希爾斯參數即為無因次化的底床剪應力，表示為底床剪應力與泥沙顆粒所受到的重力比值，底床剪應力愈大時，顆粒愈容易被水給捲起來，故希爾斯參數大於臨界希爾斯參數時，底層的砂石會被帶動捲起至流場中，我們使用 Van Rijn (1993)所提出的掏刷方程式 (pickup function)如下來描述上面的現象。

$$\frac{P_k}{\sqrt{(s-1)gd_0}} = \begin{cases} \alpha D^{*\beta} T^{*\gamma} & \theta > \theta_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.38)$$

$\theta_c$  為臨界希爾斯參數

$U_h = \sqrt{\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2}}$  為水平速度之大小 ( $\overline{u_1}, \overline{u_2}$  為  $x_1, x_2$  方向之速度)

$C_D = \left[ \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{z_1 + z_0}{z_0} \right) \right]^2$  為底部紊流邊界層的阻力係數

$D^* = d_0 [(s-1)g / \nu^2]^{1/3}$  為無因次粒徑

$T^* = (\theta - \theta_c) / \theta_c$

$\kappa = 0.41$  為 von Karman 常數

$z_0$  為底層粗糙度

$z_1$  為底床與最底層網格中心的距離

$\alpha = 0.00033 \quad \beta = 0.3 \quad \gamma = 1.5$



## 2.2.5 底床高度方程式

我們將注意力放在底床的形變上，底床高度的變化主要是因為流場中帶來的泥沙沉積以及剪應力侵蝕所導致，以上的現象可以寫出最簡易的底床高度方程式如下

$$(1-p')J_B^{-1} \frac{\partial h}{\partial t} = J_B^{-1}(w_s \bar{C}_b - P_k) \quad (2.39)$$

其中  $w_s$  為泥沙的沉降速度

$P_k$  為掏刷方程式(pickup function)所求出來的泥沙濃度通量

$p'$  為泥沙的孔隙率

但底層形貌不單只受剪應力的影響，泥沙顆粒被侵蝕或堆積後，所呈現的形貌變化，必須考慮重力對其所產生的影響(gravity effect)，原始所求得的臨界希爾斯參數並沒有考慮重力影響，故我們先列出 Soulsby(1997)做實驗所求得的臨界希爾斯參數( $\theta_{c,0}$ )經驗公式如下

$$\theta_{c,0} = \frac{0.3}{1+1.2D^*} + 0.055[1 - \exp(-0.02D^*)] \quad (2.40)$$

再對原始的臨界希爾斯參數做一個角度的修正，求得修正後的臨界希爾斯參數( $\theta_c$ )

$$\frac{\theta_c}{\theta_{c,0}} = \frac{\sin(\phi_{rp} + \phi)}{\sin(\phi_{rp})} \quad (2.41)$$

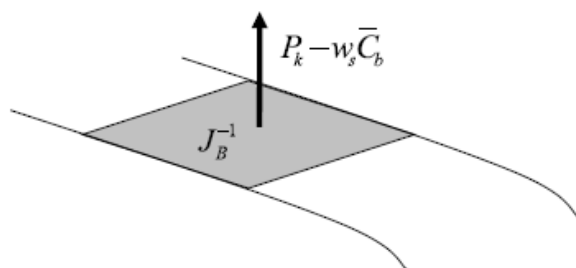


圖 2-2 底床顆粒傳輸示意圖 (Chou & Fringer, 2010)



其中  $\phi_{rp}$  為靜止底床角度

$\phi$  為底床角度

在二維座標下的底床角度可表示為  $\phi = \tan^{-1} \frac{dh}{dx}$

但在三維座標下，考慮底部剪應力的方向影響的底床角度可表示為

$$\sin(\phi) = \frac{\bar{u}_{1,bed} \sin \phi_1 + \bar{u}_{2,bed} \sin \phi_2}{\sqrt{\bar{u}_{1,bed}^2 + \bar{u}_{2,bed}^2}}$$

其中  $\phi_1$  和  $\phi_2$  分別為水平方向速度的斜角

另外還要考慮底床角度 ( $\phi$ ) 大於靜止底床角度 ( $\phi_{rp}$ ) 時，一部分的泥沙會受重力作用導致堆積在附近，我們可以用以下的方程式去表示

$$Q_{g,m} = kG_B^{mn} \frac{\partial h}{\partial \xi_n} \quad (2.42)$$

其中  $Q_{g,m}$  為重力所引起的體積流率

$$G_B^{mn} = J_B^{-1} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_j} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_j} \Big|_{m,n,j=1,2}$$

將原本推導出來的底床高度方程式(2.34)，加入上面對重力項所做的修正，我們可以得到最終的底床高度方程式

$$(1-p')J_b^{-1} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \xi_m} \left( kG_b^{mn} \frac{\partial h}{\partial \xi_n} \right) \Big|_{m,n=1,2} + J_b^{-1} (w_s \bar{C}_b - P_k) \quad (2.43)$$

其中當底床角度 ( $\phi$ ) 大於靜止底床角度 ( $\phi_{rp}$ ) 時，這是一個擴散方程式(diffusion equation)，主要的效果是會平滑整體侵蝕與堆積的高度。

$$k = \begin{cases} \alpha_k \frac{\phi - \phi_{rp}}{\phi_{rp}} & \phi > \phi_{rp} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.44)$$

我們考慮重力項去修正臨界希爾斯參數( $\theta_c$ )，使得原本的經驗公式更貼近了實際流場流動時，顆粒堆積角度所帶給掏刷方程式的影響。另外在底床高度方式中加入了重力項的修正，定義出靜止底床角度( $\phi_{rp}$ )，描述當侵蝕角度過大時，會由於重力的作用導致部份的泥沙傳輸至附近，平滑較極端的侵蝕曲線，較能模擬出真實底床的侵蝕現象。

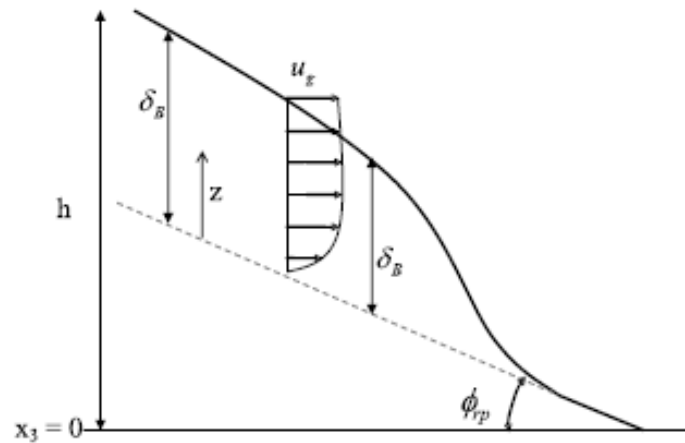


圖 2-3 靜止底床角度示意圖(Chou & Fringer, 2010)

## Chapter 3 沉浸邊界法介紹與驗證



在計算流體力學中，複雜幾何邊界的處理一直是個很大的問題，傳統方式是使用貼體法(body-fitting)，產生符合複雜幾何之曲線網格或非結構性網格(unstructured grid)，或是卡氏座標網格藉由切割成較細的解析度去貼近複雜幾何邊界，再修改其邊界條件使其滿足，但缺點主要是當邊界過於複雜，貼體法往往需要在網格的精細度上耗費大量資源，且若邊界會隨著時間改變位置時，每次的計算量更是驚人，故我們使用了沉浸邊界法(immersed boundary method)去處理較複雜的邊界問題，沉浸邊界法主要是在統御方程式中假想出一個人工外力項，去對邊界的動量方程式做修正而使其滿足邊界條件，故無需增加網格或是對網格作座標轉換，即可在卡氏座標中模擬複雜邊界或移動邊界之流場問題。

我們所使用的沉浸邊界法，是來自 Tseng & Ferziger(2003)提出的虛擬網格沉浸邊界法(ghost cell immersed boundary method)(GCIBM)，主要的優點就是較簡單使用，且已經驗證過可以應用在各種不同尺度的流體計算模式之中，處理邊界速度的部分是使用多項式作反矩陣找出虛擬點(ghost point)上的速度內插方程，在帶入該點所定義的座標求出速度，若要增加所求的速度精度階數，也較容易執行，在本研究中所使用的是一階線性內插模型。

### 3.1 沉浸邊界法離散化

首先我們先列不可壓縮流的連續方程式(3.1)，以及經過包氏近似化簡後的納維爾-史托克方程式(3.2)，為了減少計算量又要符合結構物的邊界條件，我們在固液邊界網格中的統御方程式加入了假想力項去對原先的速度做平衡如式(3.3)。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} \delta_{ij} - \frac{g}{\rho_0} (\rho - \rho_0) \delta_{i2} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad \text{in other point} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} \delta_{ij} - \frac{g}{\rho_0} (\rho - \rho_0) \delta_{i2} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad \text{in ghost point} \quad (3.3)$$



假想力為一個位置與速度的函數，主要是用來平衡邊界速度，為了定義出所須施加的網格座標點，我們將網格分成三類如圖 3-1(a)，第一類為固體網格(inner point)，第二類為固液網格(ghost point)，第三類為液體網格(outer point)，在固液網格中我們加入假想力去對其速度做修正，使其邊界滿足無滑移條件如圖 3-1(b)，離散化後的動量方程式如下

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = RHS_i + f_i \quad \text{in ghost point} \quad (3.4)$$

其中  $RHS_i$  包含對流項、黏滯項與壓力梯度項

故我們可將假想力視為外插速度的函數，反推出假想力，表示如下

$$f_i = -RHS_i + \frac{V^{n+1} - u^n}{\Delta t} \quad \text{in ghost point} \quad (3.5)$$

其中  $V^{n+1}$  為固液網格中利用附近流場速度外插出的值

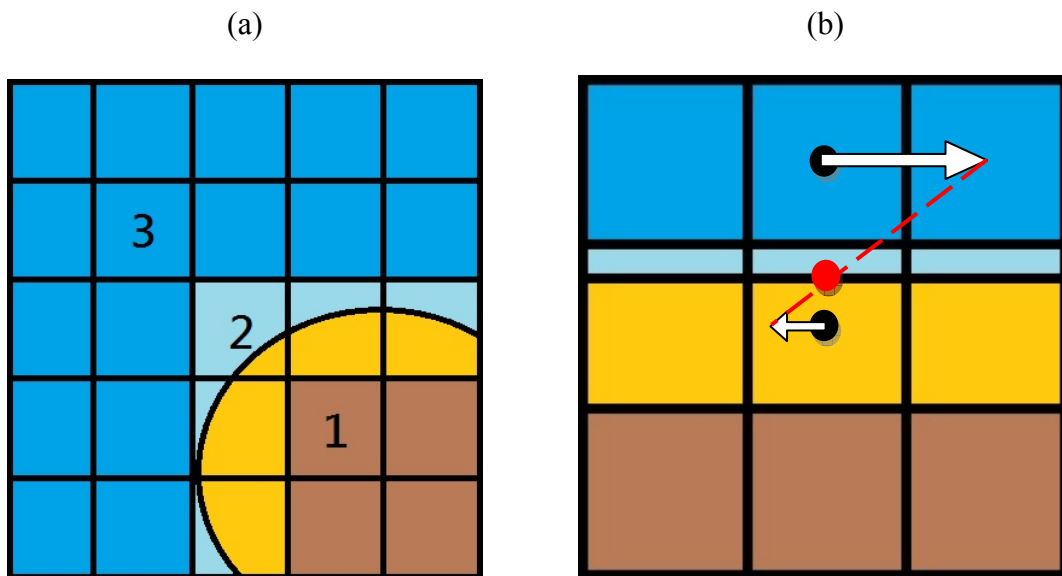


圖 3-1 (a)網格分類表示圖與(b)內插速度示意圖

(a)點 1 (咖啡色區域)代表為固體網格(inner point)，點 2 也就是黃色(固體)與淺藍色(液體)區域代表為固液網格(ghost point)，點 3(藍色區域)代表為液體網格(outer point)

(b)表示為流體流經一平板，我們藉由修正 ghost point 的速度(下方黃點內的速度)使其邊界(紅點)滿足無滑移條件(no-slip condition)



定義出所需外插速度的網格後，我們可將座標上的物理量視為一階線性分布，表示為

$$\phi = a_0 + a_1x + a_2y \quad (3.6)$$

其中  $\phi$  可代表座標點上的任意物理量

$$Ba = \phi \quad (3.7)$$

$$a = B^{-1}\phi \quad (3.8)$$

在這裡我們是使用最簡易的一階線性內插方式，並且以二維的形式表示，先找出 ghost point 最鄰近的兩個液態網格座標點(不同方向)，以及該網格固體液體邊界切點，如圖 3-2 的  $x_1$ 、 $x_2$  與  $x_0$ ，即可列出矩陣 B 之值。

$$B = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & y_0 \\ 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

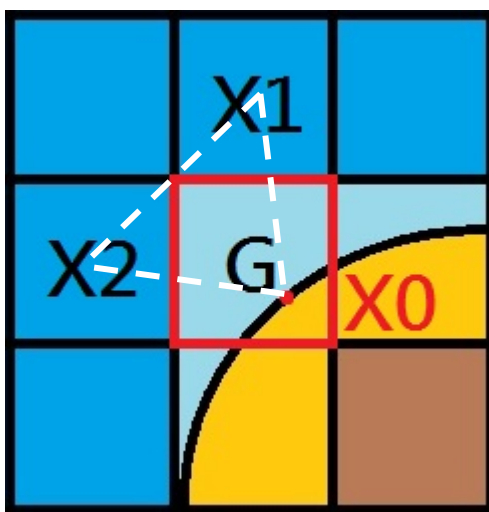


圖 3-2 內插點示意圖

$x_1$  為離 ghost point 最近的 y 方向座標液體網格點(網格中心)， $x_2$  為離 ghost point 最近的 x 方向座標液體網格點(網格中心)， $x_0$  為該 ghost point 上的邊界座標切點(紅點)，有了這三個點後即可內插出 ghost point 上的速度(網格中心)

對 B 取反矩陣後帶入式(3.8)，求得該流場中的線性內插參數 a，帶回式(3.7)即可求得該網格中心所代表的速度  $V_i^{n+1}$  (由於我們的網格是屬於非交錯性網格(non-staggered)，故速度是分布在網格中心，即圖 3-2 的中心 G 點)。

我們所使用的計算流程，跟傳統的 GCIBM 的流程稍微有點不同，傳統的方式，壓力項是分兩步再做，求完預估式(predictor)之後，直接內插出速度 ( $V^{n+1}$ )，改變 ghost point 的速度後，再帶入修正式(2.31)解波松方程式取得壓力差 ( $\phi$ ) 以滿足質量守恆定理，但是我們的模型中壓力項是一次求解，為了要滿足沉浸邊界法的核心，也就是用下一秒的速度資料內插進 ghost point 上的速度，將 fraction step 分兩次求解，計算第一次的速度資料內插出 ghost point 速度再將其儲存，重新返回該時階的初始速度，但 ghost point 上的速度則用先前求出的內插速度取代，改變了 ghost point 上的速度後，再繼續對其對流項、黏滯項與壓力項做平衡，第二次求得的才是真正的速度，兩次解完後才進入下一個時階。

#### 沉沒邊界法計算流程

1. 將網格分成三類，找出需施加假想力，也就是固體與液體交會的網格區域 (ghost point)。
2. 計算出第一次求出的流場速度 (corrector)。
3. 取得 ghost point 外部的網格座標、座標上的速度以及邊界切點座標資料，再將每個 ghost point 上的內插速度給求出。
4. 回到一開始的速度，將第 3 步求出的內插速度帶進 ghost point 中。
5. 再次計算流場速度(corrector)
6. 更新速度場，進行下一個時階 ( $u_i^{n+1}$ )

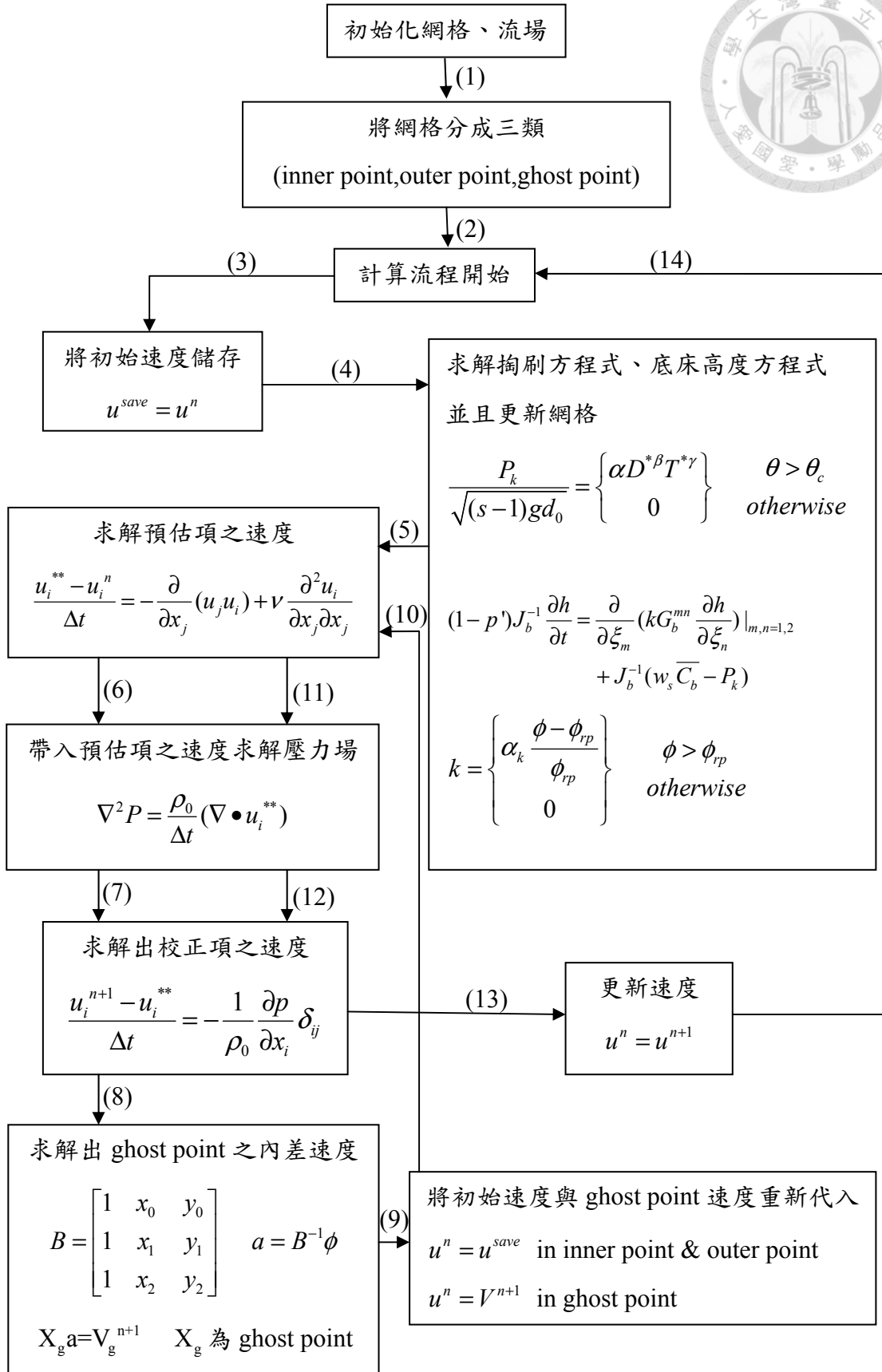


圖 3-3 整體數值計算流程



### 3.2 流經圓柱之潛變流驗證

為了要驗證沉浸邊界法使否可明確的表示流場內部的邊界條件，我們做了低雷諾數下的模擬。

潛變流(creeping flow)，又稱史托克流(Stokes flow)，意指極小雷諾數的流動，此類問題慣性力相對於黏滯力來說顯得微不足道，故可忽略其慣性力對流體產生的影響，常見於極細小微生物的移動，如人體精子的游動，或是發生於高黏滯性的流場中，像是聚合物或是油漆等塗料在表面上的緩慢流動。

首先將無因次化後的納維爾史托克方程式列出

$$\text{Re} \frac{D\vec{V}^*}{Dt^*} = -\nabla^* P^* + \nabla^{*2} \vec{V}^* \quad (3.10)$$

當雷諾數  $\text{Re} \ll 1$  時，可將慣性力項給忽略，則動量方程式可改寫成

$$\nabla^* P^* = \nabla^{*2} \vec{V}^* \quad (3.11)$$

使用流線方程式可解出流場中的速度，帶入式(3.11)做積分可得壓力

$$P = P_\infty - \frac{3\mu a U}{2r^2} \cos \theta \quad (3.12)$$

其表面的壓力分佈圖如下圖 3-4

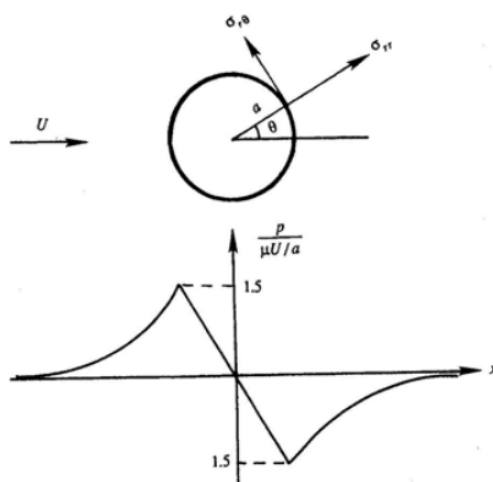


圖 3-4 圓柱表面無因次化壓力分佈圖

我們模擬了一個潛變流( $Re = 0.1$ )流經圓柱之流場，其中流場尺寸為  $15\text{ m} \times 1\text{ m} \times 3\text{ m}$ ，每步的時階為  $0.1$  秒，座標軸方向如圖 2-1，圓柱配置如圖 3-5，網格解析度為  $480 \times 32 \times 96$ ，圓柱中心位於  $x$ - $z$  軸上座標  $(5, 1.5)$  的位置，直徑為  $0.6\text{ m}$ ，入出口速度皆  $u = 0.001\text{ m/s}$ ，位於固定邊界速度位於  $y$ - $z$  平面上  $x$  座標為  $0\text{ m}$  與  $15\text{ m}$  的位置，流體的密度為  $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ，流場中無任何泥沙，固定底床，為了減少底床摩擦力對整體流場的影響，底床邊界設為  $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ ，流場兩側與水面邊界條件為 free-slip。

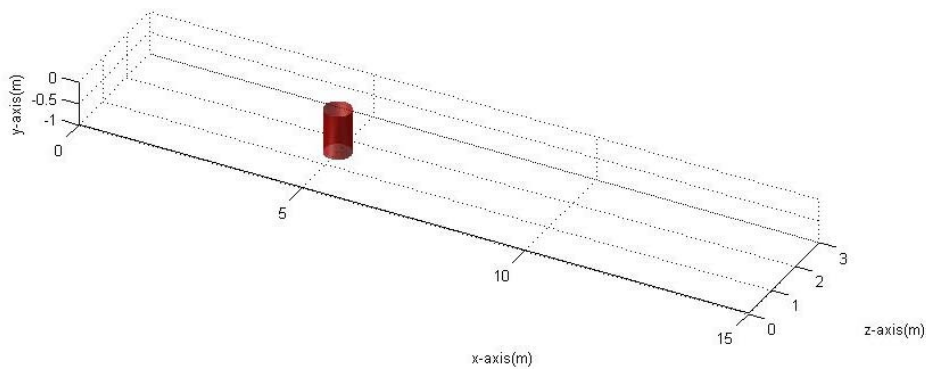


圖 3-5 流場模擬配置圖

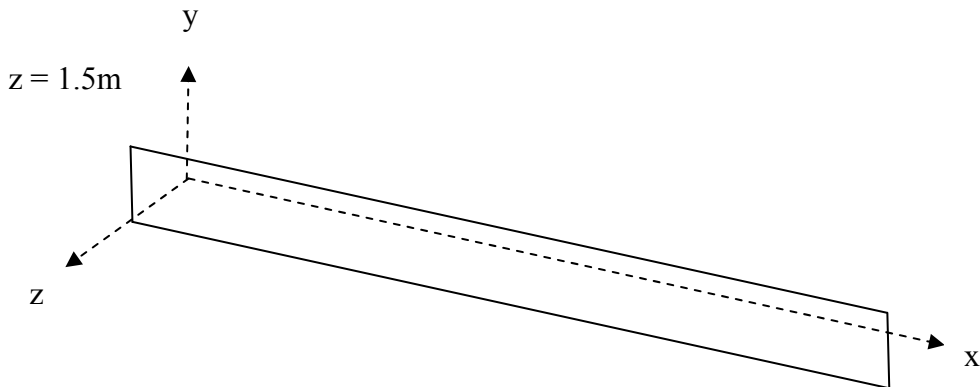


圖 3-6 流場側視圖  $x$ - $y$  剖面( $z = 1.5\text{ m}$ )

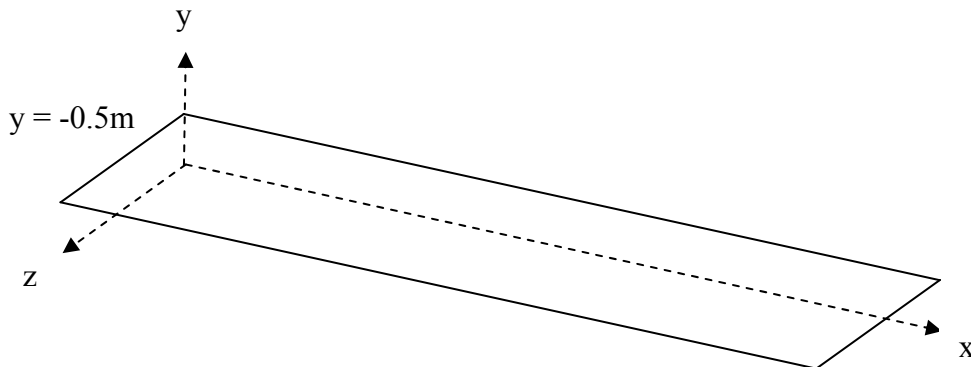


圖 3-7 流場俯視圖  $x$ - $z$  剖面( $y = -0.5\text{ m}$ )

表 3-1 潛變流場(Re = 0.1)模擬配置(dt = 0.1 s)

雷諾數 Re	流場尺寸 $L \times H \times W$	網格解析度 $N_x \times N_y \times N_z$	圓柱直徑 D	圓柱中心座標	運動黏滯係數( $\nu$ )	邊界速度 $V_{in} = V_{out}$
0.1	15 m × 1 m × 3 m	480 × 32 × 96	0.6 m	(5, y, 1.5)	0.006	0.001 m/s

觀察模擬結果，圖 3-8 為流場 x 方向速度的側視圖，由於底部邊界為  $u' = 0$ ，故上下速度對稱，圖 3-9 為流場 x 方向速度的俯視圖，會發現靠近圓柱的部分，為了要滿足無滑移條件黏滯力的影響，速度會接近於零，而圓柱俯視角的上下方的速度會比較快，是由於均勻流為了要滿足不可壓縮流的質量守恆方程式，所以會在圓柱上下方產生一個加速的作用，再觀察 y 方向渦度圖 3-10，會發現在圓柱上下產生一個大小相同方向相反的對稱渦流，主因是由於潛變流的流速太慢，所以整個流場大致都被黏滯力給主導，流體以穩定的速度沿著圓柱流動，故其渦流並沒有產生分離，渦流中心點即靠近在圓心上。

比較前面所推出來的理想無因次化壓力圖 3-4 與我們所解出來圓柱表面上的結果(圖 3-11)，發現十分吻合，在圓柱表面上無因次化壓力  $P / (\mu U / R)$  與 x 方向的長度皆呈一個  $-1.5R$  斜率的關係，證明沉浸邊界法確實能模擬出極低雷諾數下的邊界條件與現象。

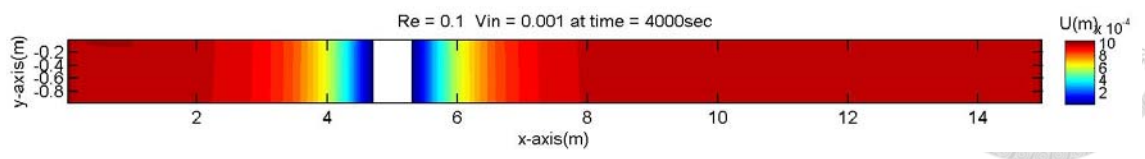
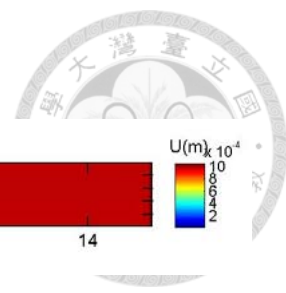


圖 3-8 x 方向速度(U)側視圖(z = 1.5 m) (Re = 0.1)

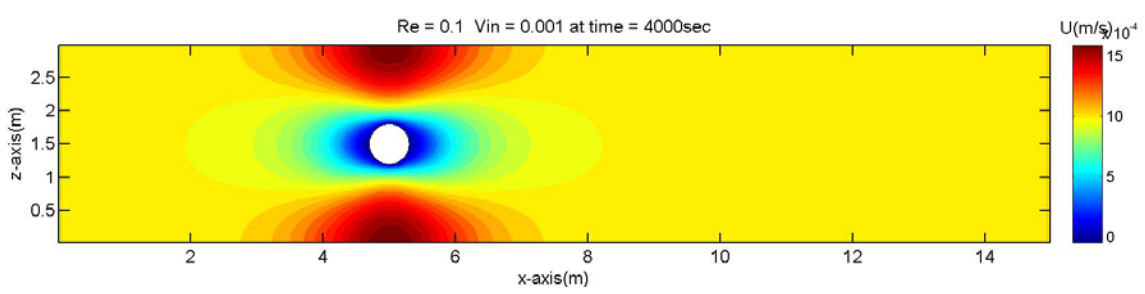


圖 3-9 x 方向速度(U)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 0.1)

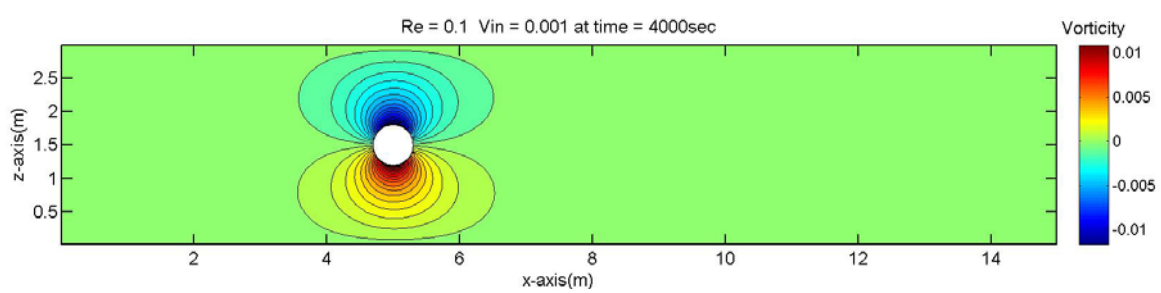


圖 3-10 y 方向渦度(Vorticity) 俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 0.1)

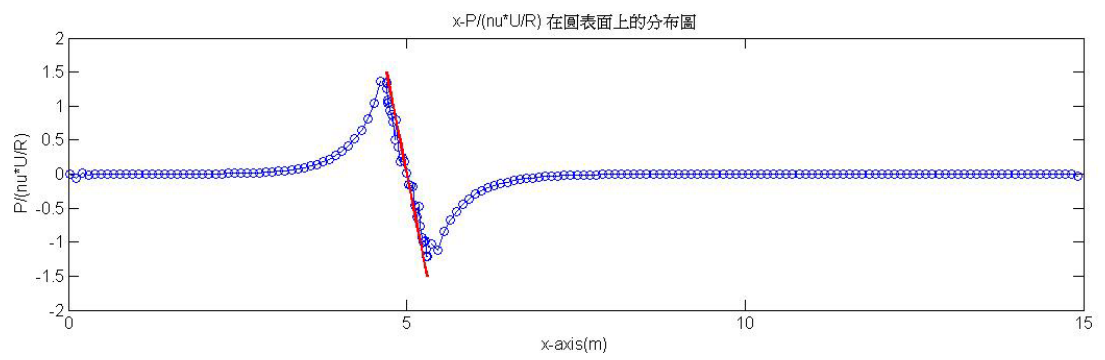


圖 3-11 無因次化壓力  $P/(\mu U/R)$  在 z 軸中心與圓柱表面上的分布





### 3.3 流體流經圓柱(不同雷諾數)

我們想了解在不同雷諾數下，流體流經圓柱所產生的流況，故我們設計一個固定條件的流場，僅改變出入口速度去控制雷諾數，其中流場尺寸為  $5\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ ，座標軸方向如圖 2-1，流場圓柱配置如圖 3-12，網格解析度為  $240 \times 48 \times 48$ ，圓柱中心位於  $x$ - $z$  軸上座標  $(1, 0.5)$  的位置，直徑為  $0.2\text{ m}$ ，出入口速度為固定邊界速度位於  $y$ - $z$  平面上， $x$  座標為  $0\text{ m}$  與  $5\text{ m}$  的位置，流體的密度為  $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ，流場中無任何泥沙，固定底床，前後為固定速度邊界條件，底床速度為  $0$ ，流場兩側與水面邊界條件為  $\text{free-slip}$ ，其餘個別細部的詳細配置如表 3-2 至表 3-5。

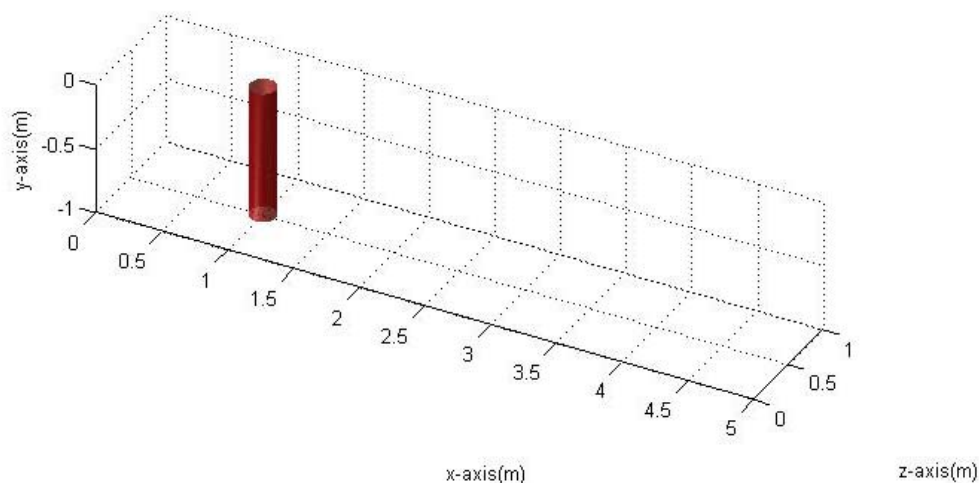


圖 3-12 流場模擬配置圖

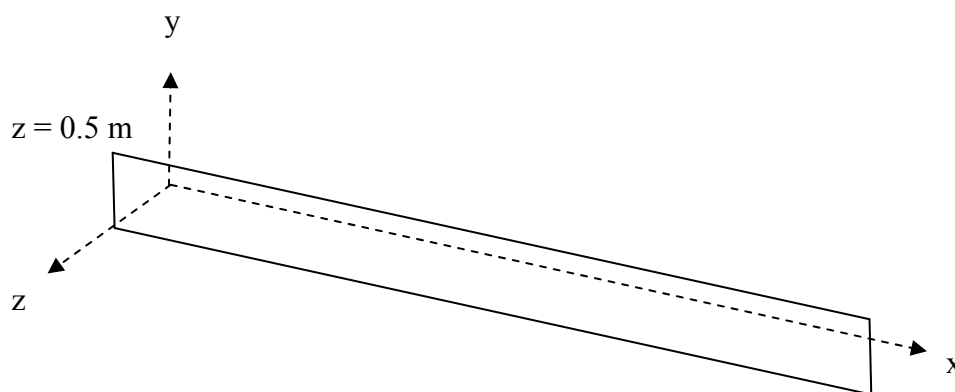


圖 3-13 流場側視圖  $x$ - $y$  剖面( $z = 0.5\text{ m}$ )

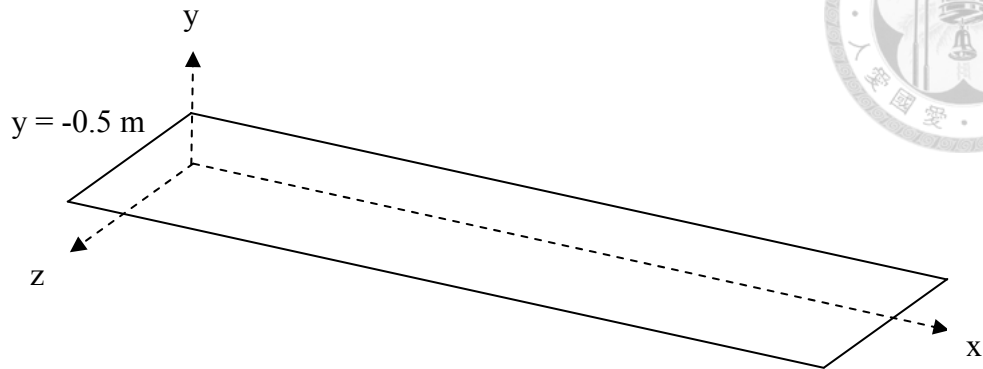


圖 3-14 流場俯視圖 x-z 剖面( $y = -0.5 \text{ m}$ )

我們觀察雷諾數為 10 時的流場情況，從速度側視圖 3-15 可以看出在底部以及圓柱表面由於邊界條件的關係，速度都接近於零，觀察其渦度圖 3-16，與前面所模擬出來潛變流的渦度場相比，由於雷諾數的增加，使得慣性力的影響逐漸變大，故在圓柱後方產生了兩個大小相同、方向相反的渦流，圖 3-17 為  $y$  方向渦度大小為 0.2 的三維等高面圖，從圖中可以看出，愈靠近底床的地方其尾部渦流長度愈短，這是因為靠近底床的流體受到底床黏滯力的作用而接近於潛變流，所以在低雷諾數的狀態下沒有發生分離流動。

觀察雷諾數為 30 時的流場情況，從速度側視圖 3-18 會發現在圓柱後方，由於逆向壓力梯度的關係，會產生回流的現象，使圓柱後方的流體產生分離流動，觀察其渦度圖 3-19，圓柱後方的渦流由於雷諾數的增加也跟著一起變長，主要是因為雷諾數增加後，動量傳遞的效果也變好，使得尾部渦流的結構變的更大，由三維渦度等高面圖 3-20 也明顯地看出尾部的分離渦流被拉長。

觀察雷諾數為 100 時的流場情況，在圓柱尾端繼續增長的渦流，由於受到流場不穩定性的影響，尾部後方的渦流會產生一個周期性的擺盪並且分離出去如渦度俯視圖 3-22，我們稱此現象為馮卡曼渦街(von-karman vortex street)，馮卡曼渦街在現實中也經常發生，像是 1940 年 11 月 7 日美國華盛頓州塔科馬海峽吊橋崩塌事件，就是因為馮卡曼渦街所導致的共振效果，故現在的高樓在建造之前都須經過風洞模型實驗，避免馮卡曼渦街的共振造成建築物的損壞，由三維渦度等高面

圖 3-23 也可看出，馮卡曼渦街為一個三維結構的渦流，圓柱後方的渦流會上下擺盪，在尾部的地方會產生分離。

觀察雷諾數為 1000 時的流場情況，由於雷諾數的增加，使得擾動性愈來愈強，由渦度俯視圖 3-25 可以發現圓柱後方的渦流形狀愈來愈不規則而難以預測，但仍然保持著馮卡曼渦街的週期上下擺盪的形式，而由三維渦度等高面圖 3-26 可看出，圓柱周圍由於流速過快，在圓柱正後方產生一個低壓流場，分離出來的渦流與前面較低雷諾數的相比，顯得十分細小，表示在高雷諾數下，流場極易受到擾動而產生渦流，LES 就是利用空間濾網去過濾較小尺度的渦流，再使用模型去模擬這些小渦流對流場所造成的影響，故當雷諾數愈高時，LES 的網格解析度也要增加才能完整的模擬出紊流流場的細部擾動現象。

圖 3-27 為實際實驗中，流體流經一圓柱在不同雷諾數條件下的流場情況，我們的模擬結果在不同雷諾數下的確也捕捉到與實驗相同的物理現象，由此可得證我們所使用的沉浸邊界法，在較高雷諾數的情況下，不須額外增加網格的解析度，即可模擬出複雜幾何的邊界條件以及其流場現象。

表 3-2 流場(Re = 10)模擬配置(dt = 0.1 s)

雷諾數 Re	流場尺寸 $L \times H \times W$	網格解析度 $N_x \times N_y \times N_z$	圓柱直徑 D	圓柱中心 座標	運動黏滯 係數( $\nu$ )	邊界速度 $V_{in} = V_{out}$
10	5 m × 1 m × 1 m	240 × 48 × 48	0.2 m	(1, y, 0.5)	0.0002	0.01 m/s

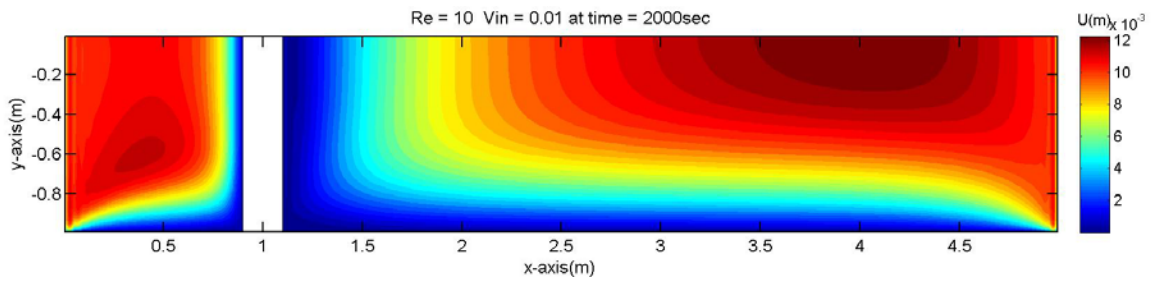


圖 3-15 x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m) (Re = 10)

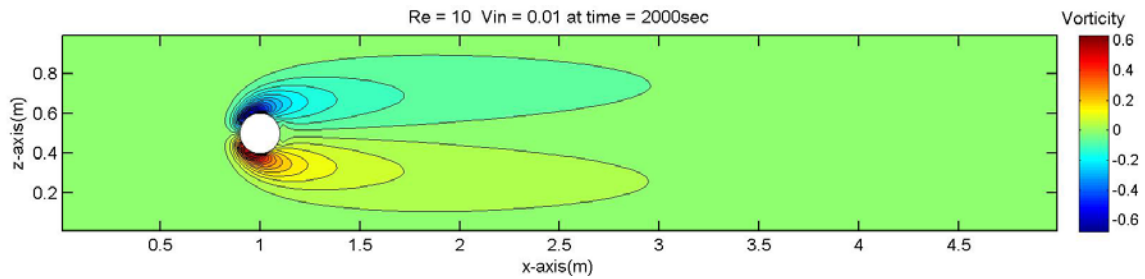


圖 3-16 y 方向渦度(Vorticity)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 10)

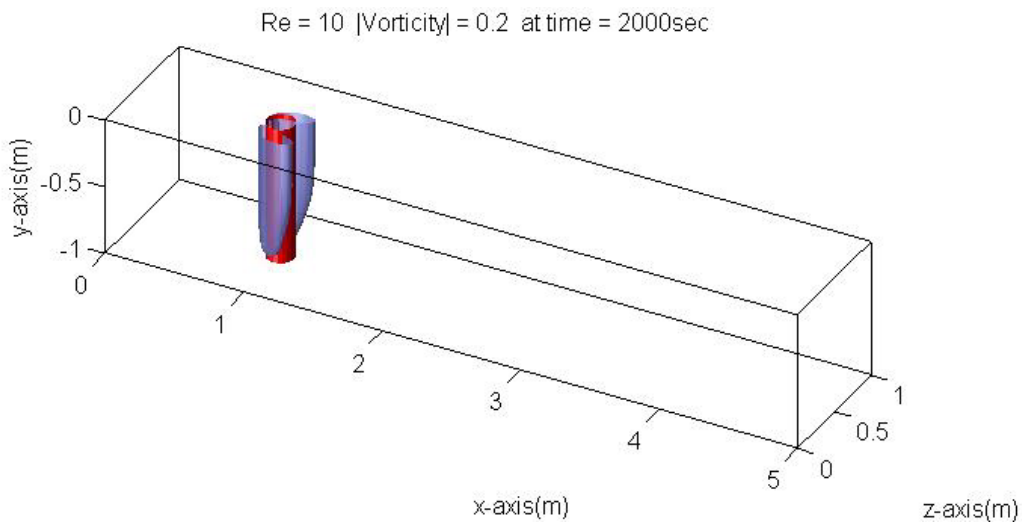


圖 3-17 y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖(Re = 10)

表 3-3 流場(Re = 30)模擬配置(dt = 0.05 s)

雷諾數 Re	流場尺寸 $L \times H \times W$	網格解析度 $N_x \times N_y \times N_z$	圓柱直徑 D	圓柱中心 座標	運動黏滯 係數( $\nu$ )	邊界速度 $V_{in} = V_{out}$
30	5 m × 1 m × 1 m	240 × 48 × 48	0.2 m	(1, y, 0.5)	0.0002	0.03 m/s

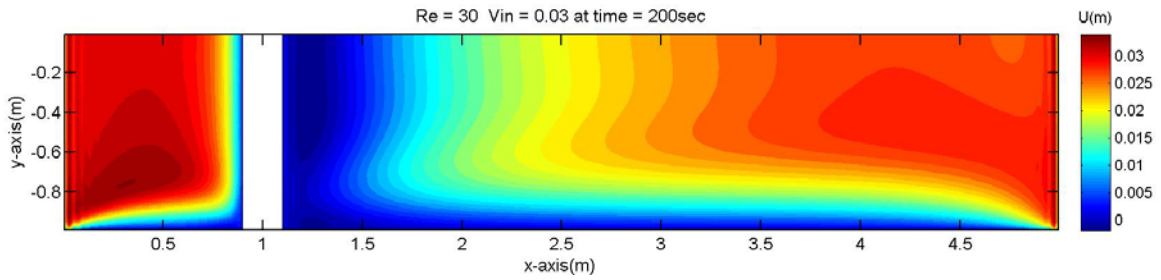


圖 3-18 x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m) (Re = 30)

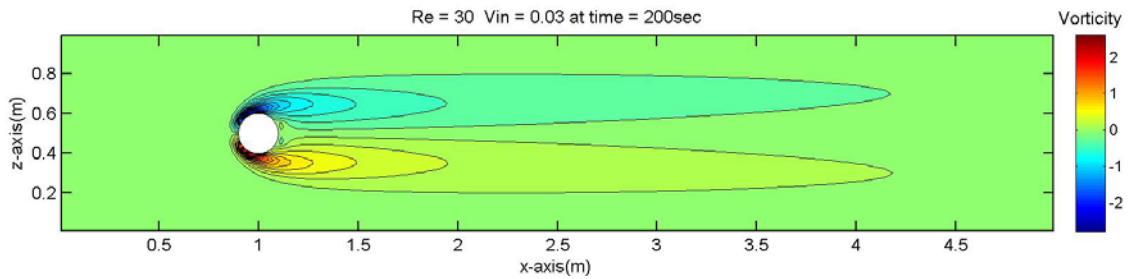


圖 3-19 y 方向渦度(Vorticity)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 30)

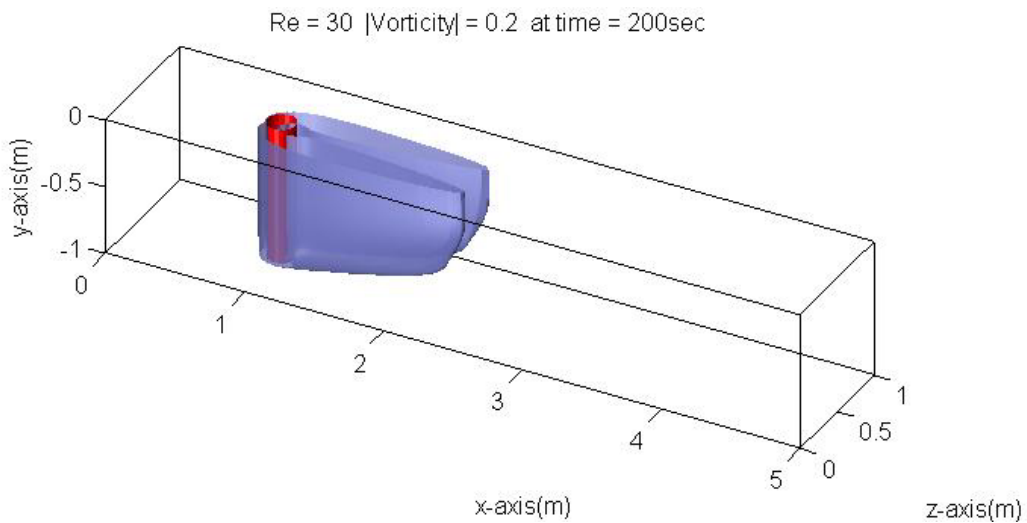


圖 3-20 y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖(Re = 30)

表 3-4 流場(Re = 100)模擬配置(dt = 0.05 s)

雷諾數 Re	流場尺寸 $L \times H \times W$	網格解析度 $N_x \times N_y \times N_z$	圓柱直徑 D	圓柱中心 座標	運動黏滯 係數( $\nu$ )	邊界速度 $V_{in} = V_{out}$
100	5 m × 1 m × 1 m	240 × 48 × 48	0.2 m	(1, y, 0.5)	0.0002	0.1 m/s

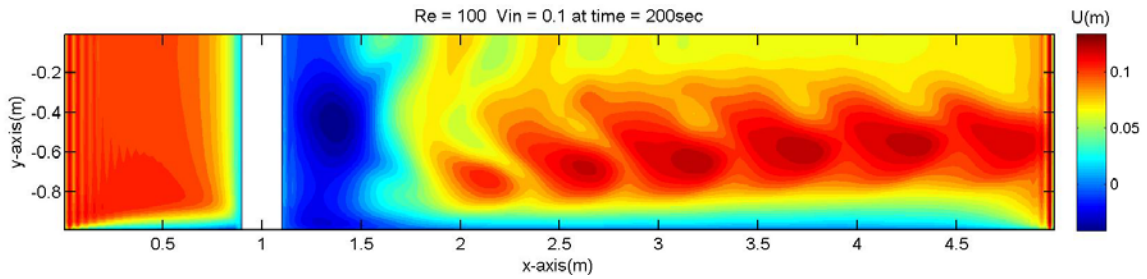


圖 3-21 x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m) (Re = 100)

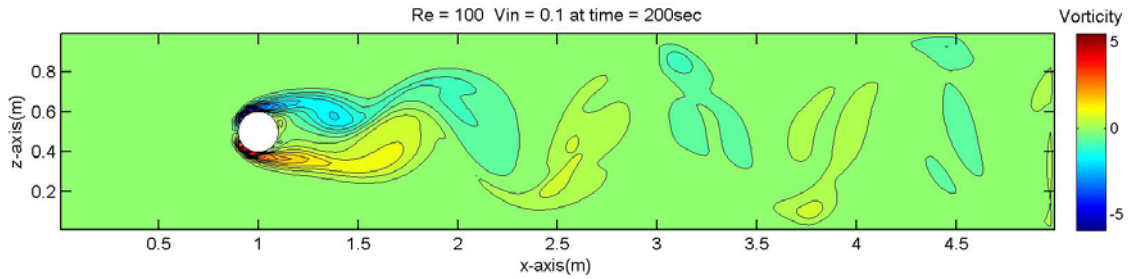


圖 3-22 y 方向渦度(Vorticity)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 100)

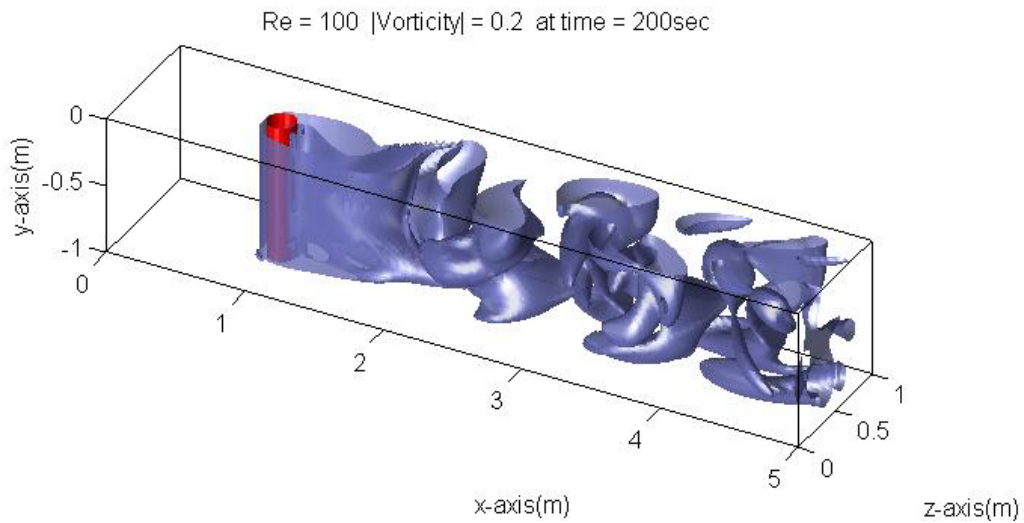


圖 3-23 y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖(Re = 100)



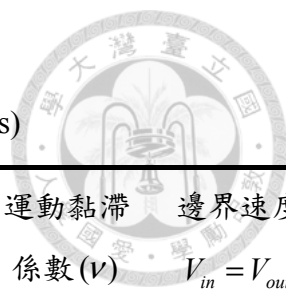


表 3-5 流場(Re = 1000)模擬配置(dt = 0.1 s)

雷諾數	流場尺寸	網格解析度	圓柱直徑	圓柱中心座標	運動黏滯係數( $\nu$ )	邊界速度
Re	$L \times H \times W$	$N_x \times N_y \times N_z$	D	(1, y, 0.5)		$V_{in} = V_{out}$
1000	5 m × 1 m × 1 m	240 × 48 × 48	0.2 m	(1, y, 0.5)	0.0002	1.0 m/s

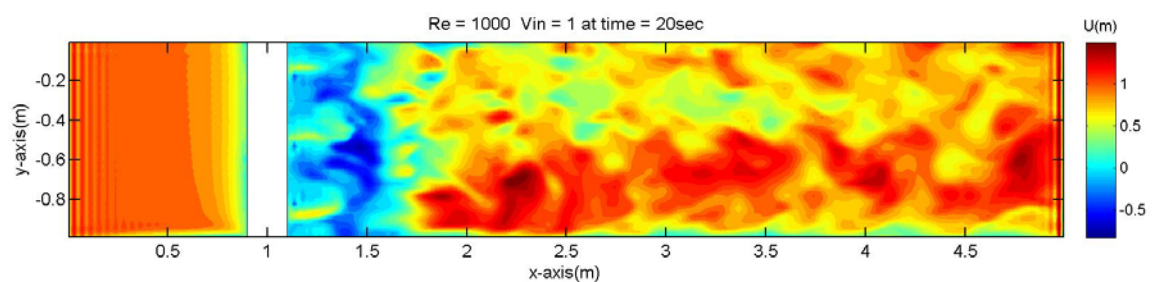


圖 3-24 x 方向速度(U)側視圖(z = 0.5 m)(Re = 1000)

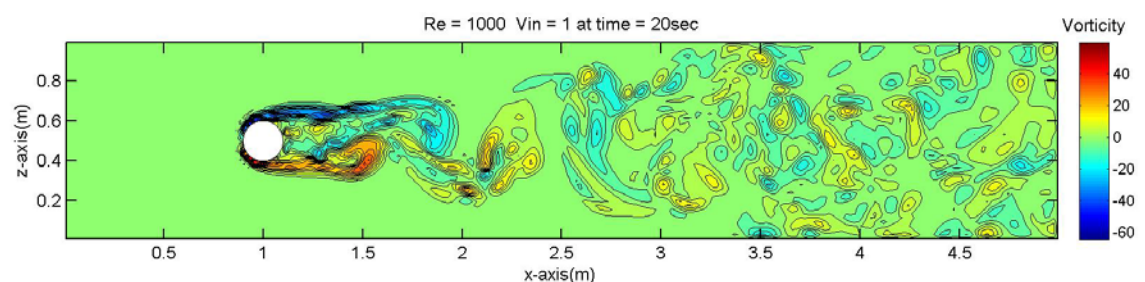


圖 3-25 y 方向渦度(Vorticity)俯視圖(y = -0.5 m) (Re = 1000)

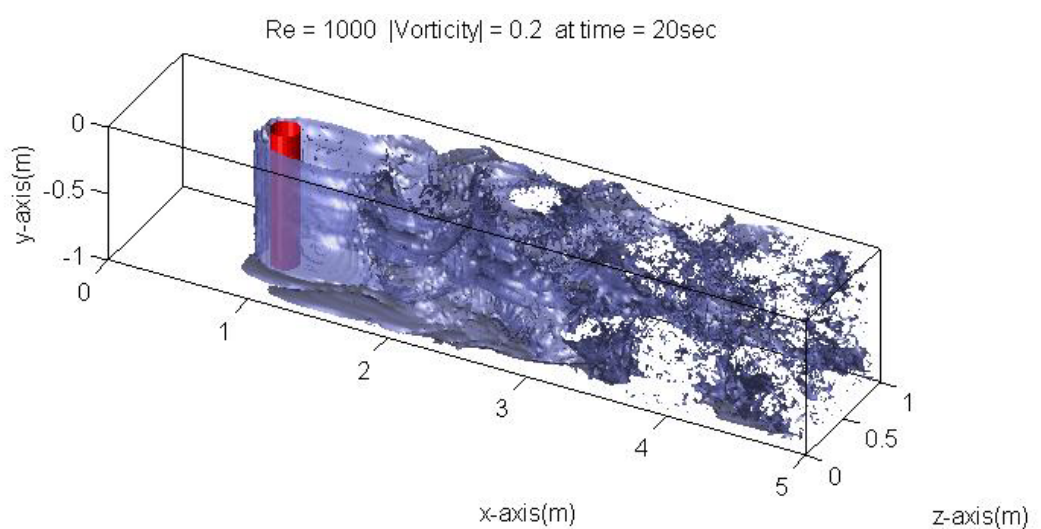


圖 3-26 y 方向渦度大小為 0.2 時，在三維座標下的等高面圖(Re = 1000)

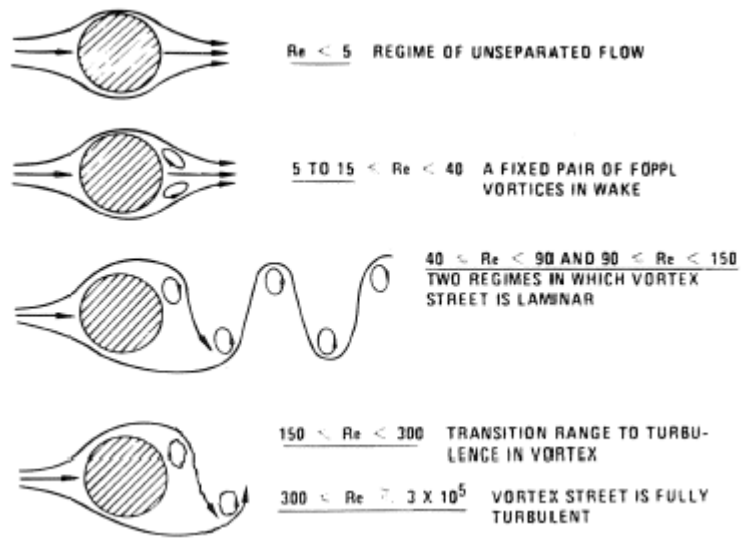


圖 3-27 流體流經一光滑圓柱實驗結果(Blevins, 1990)



## Chapter 4 底床沖刷模擬與分析



### 4.1 模擬配置

為驗證比對本文所發展之三維掏刷模式，我們依照 Roulund, et al.(2005)所做的沖刷實驗做相同設置，其中流場尺寸為  $2\text{ m} \times 0.2\text{ m} \times 0.6\text{ m}$ ，座標軸方向如圖 2-1，圓柱配置如圖 4-1，圓柱中心位於  $x$ - $z$  軸上座標  $(0.5, 0.3)$  的位置，直徑為  $0.1\text{ m}$ ，網格解析度為  $320 \times 32 \times 96$ ，我們使用展寬網格(stretched grid)去處理  $y$  方向座標，在愈靠近底床的部分，為了要完整模擬流體紊流現象對泥沙造成侵蝕堆積的影響，故其網格較密，而靠近表面的流體，對底床的影響相對較小，故其網格較稀疏，以便節省整體的計算資源，展寬網格示意圖如下圖 4-2，出入口速度大小固定為  $0.46\text{ m/s}$ ，位於  $y$ - $z$  平面上， $x$  座標為  $0\text{ m}$  與  $2\text{ m}$  的位置，兩側為週期性邊界，底床為無滑移邊界，水面邊界條件為 free-slip，流體的密度為  $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ，其餘個別細部的詳細配置如表 4-1。

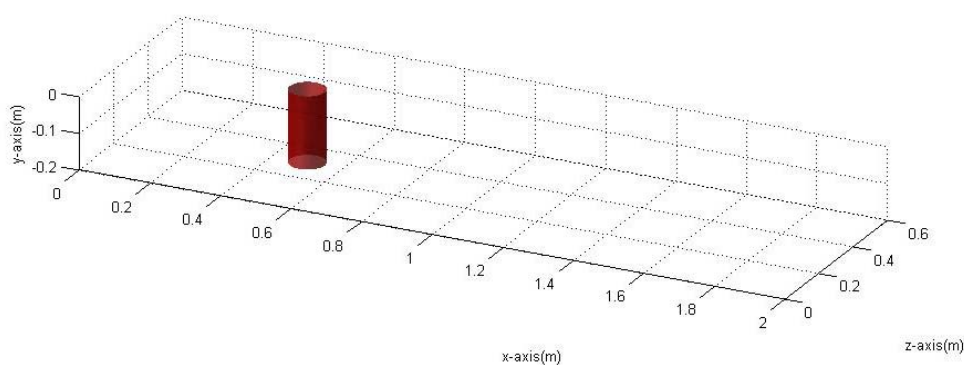


圖 4-1 流場模擬配置圖

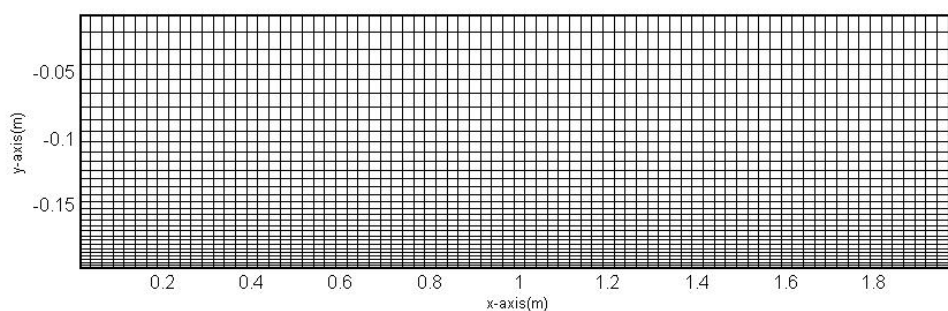


圖 4-2 展寬網格側視圖( $x$ - $y$  方向)

為了要結合沉浸邊界法與移動網格法兩種不同形式的邊界表示法，我們在移動邊界法中的固體網格(inner point)部分做了一些修正，在計算過程中網格的品質十分重要，實際圓柱內的底床網格必須要前後連續如圖 4-3，但又要滿足真實的泥沙傳輸機制，故我們在下圖 4-4 紅色區域(即在 3.1 提到的底床固體網格)會去計算其掏刷方程式的  $P_k$ ，使底床遭受侵蝕而形成連續面，但在計算底床泥沙傳輸方程式我們會將其懸浮的泥沙量給歸零，以符合實際的物理情況。

另外在入口以及出口的區域，由於是固定邊界速度，其掏刷或堆積的現象會使的出入口的表面積變化，導致整體的質量不守恆，所以我們設置在出入口前緣與後端各佔總長 3% 的部分底床為定床(圖 4-4 的綠色部分)，不受掏刷的作用影響，固定總流量後，整體流場才會達到質量守恆。

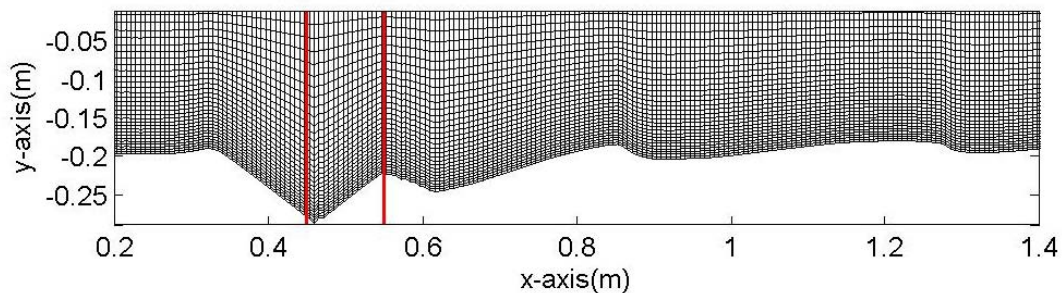


圖 4-3 實際模擬網格分布側視圖



圖 4-4 流場修正區示意圖

圓柱內紅色區域(inner point)，其計算出的  $P_k$  在泥沙傳輸方程式會自動歸零，故在圓柱內不會產生多餘的泥沙懸浮至流場中。綠色區域各占前後端總長的 3%，其中底床為固定高度，故區域內不會產生泥沙傳輸。



表 4-1 動床( $Re = 46000$ )模擬配置( $dt = 0.001$  s)

雷諾數 $Re$	46000
流場尺寸 $L \times H \times W$	2 m $\times$ 0.2 m $\times$ 0.6 m
網格解析度 $N_x \times N_y \times N_z$	320 $\times$ 32 $\times$ 96
圓柱直徑 $D$	0.1 (m)
圓柱中心座標	(0.5, y, 0.3)
運動黏滯係數 ( $\nu$ )	0.000001
邊界速度 $V_{in} = V_{out}$	0.46 (m/s)
顆粒中值粒徑 $d_{50}$	0.26 (mm)

模擬總共分兩個個階段，第一個階段模擬實際時間共 30 秒，視地面為剛體，固定底床，關閉移動網格，僅模擬流體在高雷諾數下流經圓柱的流場情況，這是為了使流場內的流體在開啟動床時，已達到較符合實際實驗時的紊流狀態，當流場跑至準穩態時，我們會取一段時間的資料求出時間平均流場的各個物理量。我們會在 4.2 節中介紹定床中的流場現象，包括圓柱前緣主導沖刷的馬蹄形渦流，將部分泥沙沖刷至下游堆積的尾跡渦流，以及紊流動能與底床剪應力的分布。

第二個階段為初期沖刷階段，模擬實際時間共 600 秒，開啟移動網格，開始模擬時底床所受到流體侵蝕與堆積的影響，初期沖刷主要由圓柱前緣開始，故我們會在 4.3 節中介紹動床中圓柱前緣流體與泥沙之間的交互作用，以及流場中各個物理量的分布所代表的關係，並且分別探討圓柱前緣與後端的侵蝕堆積深度變化，最後與實驗結果型態的比對。



## 4.2 流場分析 I (定床)

### 4.2.1 馬蹄形渦流

觀察模擬出來的速度側視圖 4-5、流線側視圖 4-6 與底床速度俯視圖 4-7 會發現，當流體流經一結構物時，會在結構物表面上產生一個停滯壓力，由於停滯壓力大小的分布，會在結構物表面上產生一個向下射流(down flow)，向下射流流經底床後會在圓柱前緣產生一個回流，此回流為一個扇狀面包覆圓柱前緣，圓柱前緣的向下射流與底床回流面所形成的三維渦流結構，稱之為馬蹄形渦流(horseshoe vortex)，馬蹄形渦流是導致局部侵蝕的最大原因。

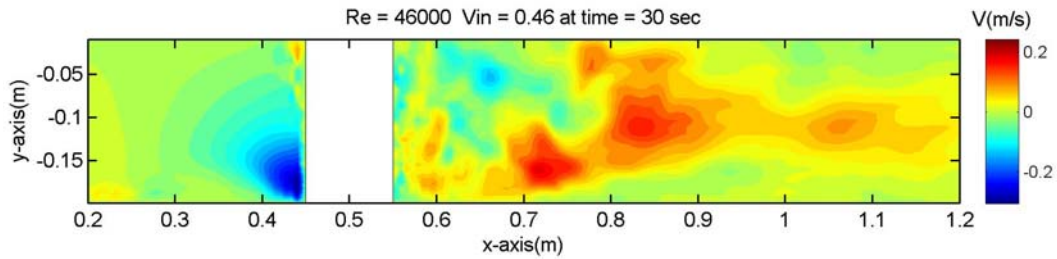


圖 4-5 y 方向速度(V)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ )(時間平均流場)

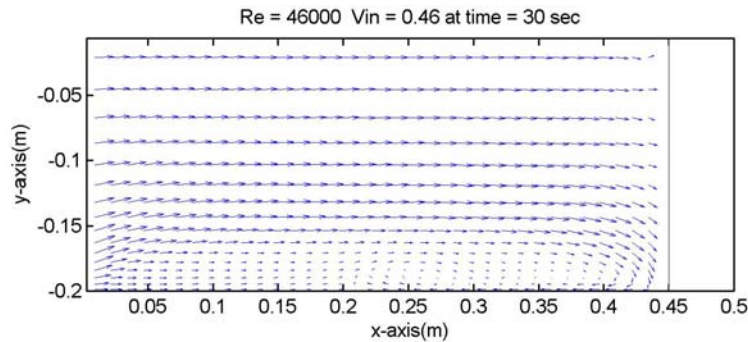


圖 4-6 流線側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)

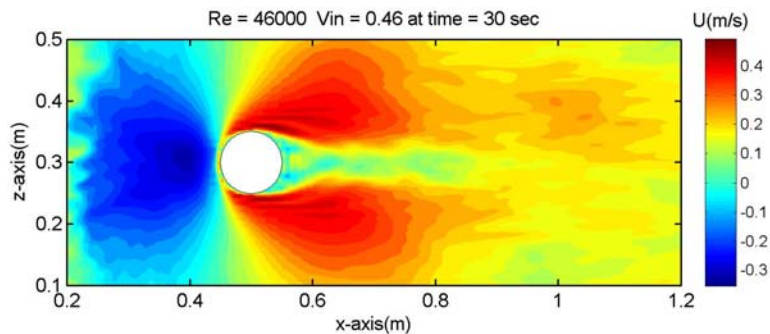


圖 4-7 x 方向速度(U)底床俯視圖( $y = -1.999\text{ m}$ ) (時間平均流場)

在定床模擬中，我們取第 30 秒對其前後作時間平均流場，觀察  $z$  方向渦度側視圖 4-8，發現馬蹄形渦流的剖面是由一個大渦流與好幾個小渦流給組成，與 Dargahi (1990) 的實驗結果(圖 4-9)十分雷同，圓柱前緣主要由奇數個順、逆向渦流組成，其中渦流數量會隨著流場強度( $V/V_c$ )與相對水深( $y/D$ )給影響，如圖 4-8，在模擬的流場中，細看可以分成 5 個渦流，V1 為圓柱旁的逆時鐘渦流，V2 與 V4 為主要造成沖刷的順時針渦流，V3(較不明顯)與 V5 則為因應 V2 與 V4 而產生的逆時針渦流。

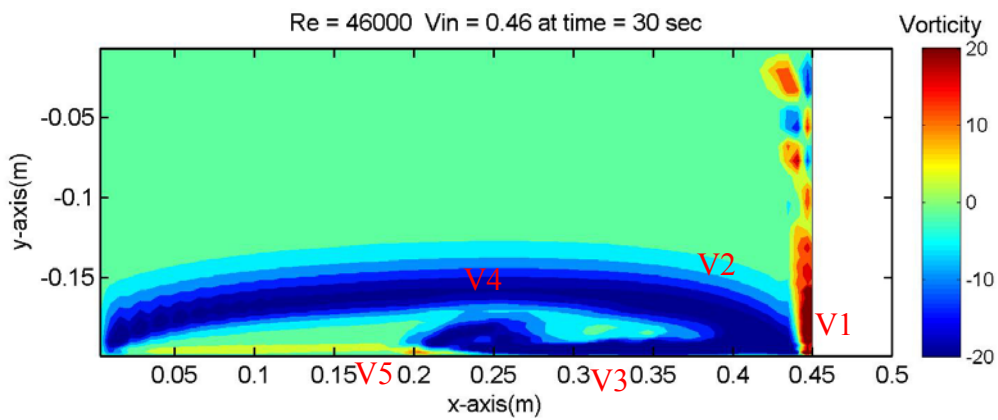


圖 4-8  $z$  方向渦度(Vorticity)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)

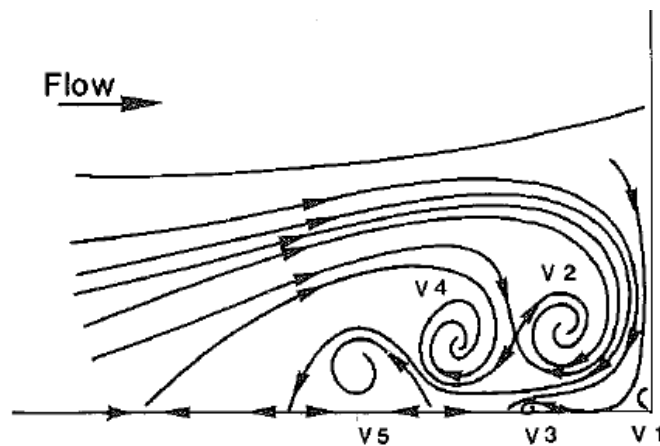


圖 4-9 圓柱前緣渦度實驗結果( $Re_D = 20000$ ) (Dargahi,1990)



為了去觀察三維結構下的馬蹄形渦流，Hunt, Wray & Moin (1988)定義出 q-criterion 去可視化三維座標下的渦度大小，q-criterion 為一個用來量化渦流強度的純量，當 q 值為正的時候，代表其中的轉動率(rotation rate)主導著應變率(strain rate)，通常會以渦流結構的形式表示。

$$\text{其中定義 } q = \frac{1}{2} (\|\Omega_{ij}\|^2 - \|S_{ij}\|^2) = -\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (4.1)$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{為轉動率(rate of rotation)}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{為剪應變率(shear-strain rate)}$$

$$\bar{w} = 2 \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \quad \text{為渦度(vorticity)}$$

圖 4-10 中表示的是當 q-criterion 值為 5.0 時的三維等高線圖，我們可以發現在圓柱前緣被一層較厚的渦流給環繞，這層渦流稱之為主要渦流，主要渦流與底床間的一些交互作用會產生一些零散較薄的渦流分布在底床，稱之為次要渦流，在圓柱前的主要渦流與次要渦流就是前面所提到的馬蹄形渦流結構的一部分，然後觀察圓柱表面，會發現有一層極薄的渦流雜訊包覆在上面，這是由於圓柱表面內層所受到的剪應力非常大，故 q-criterion 會將夾在渦流與圓柱表面內的等高面給畫出來。

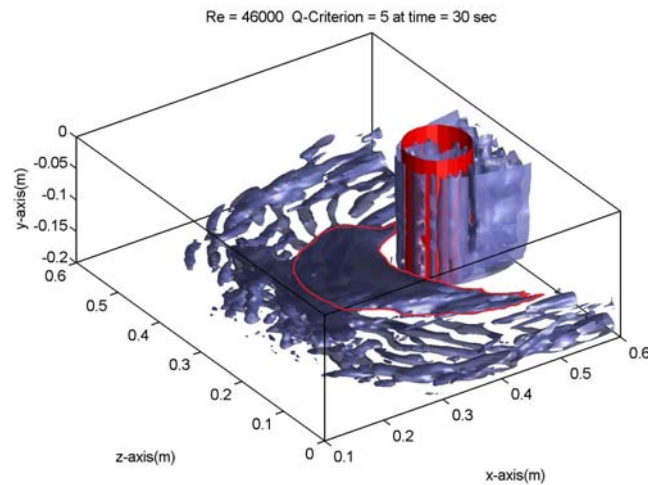


圖 4-10 q-criterion 三維示意圖(時間平均流場)

其中紅線標示的為主要渦流(primary vortex)，其餘散佈在底床的為次要渦流



## 4.2.2 尾跡渦流

在高雷諾數的流場中，流體流經結構物後，由於逆向壓力梯度(adverse pressure gradient)的影響，會在圓柱下游表面產生分離流動(separation flow)，分離點的邊界由於速度不連續性的關係，會產生許多小渦流，在靠近底床處，此種渦流與圓柱兩側分離出來的渦流交互作用，使得尾流產生側向與垂直方向的擺動。此渦流系統所產生的低壓區域，會將部分由前緣所沖刷的泥沙帶至此堆積，稱之為尾跡渦流(lee vortex)。

由模擬結果可以看出，壓力俯視圖 4-11 中圓柱尾端 x 座標 0.55m 至 0.65m 左右，由於分離流動在圓柱後方所產生的低壓，會將圓柱分流所沖刷的泥沙給帶至此沉積，我們定義此區為低壓區，觀察 y 方向渦度的俯視圖 4-12，在圓柱後方 x 方向座標 0.7m 處，會分離出許多易消散的小渦流，這部分渦流可能會對圓柱後端的形貌造成一些影響，我們定義此區為尾流場。

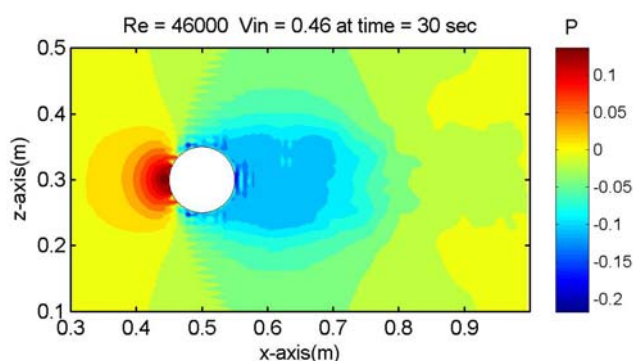


圖 4-11 壓力俯視圖(y = -0.1 m)(時間平均流場)

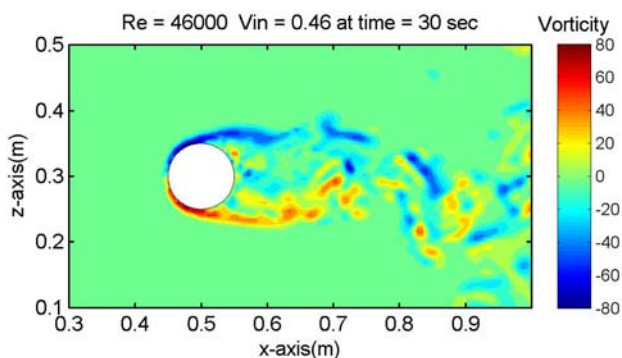


圖 4-12 y 方向渦度俯視圖(y = -0.1 m)(瞬時流場)



### 4.2.3 底床剪應力

前面提到馬蹄形渦流與尾跡渦流，分別可能是主導沖刷與堆積的主要因素，但除了渦流之外，也可以藉由觀察底床剪應力( $\tau_b$ )，對初步侵蝕的位置做一個判斷，底床剪應力如下式(4.2)，可看出是由底床的水平速度大小( $U_h$ )與阻力係數( $C_D$ )組成的函數，在尚未開啟動床時，底部的阻力係數皆相同，故主要是由水平速度給主導，而水平速度中，主要還是 x 方向的速度(U)影響最大，故觀察底床剪應力分布圖 4-13，會發現與底部速度圖 4-7 很類似，剪應力最大的地方，即在圓柱邊緣兩側，而圓柱下游由於分離現象會在圓柱正後方產生一個低速的回流，故此低壓區域的底床剪應力與其他地方相較之下顯得十分小。

$$\tau_b = \rho C_D U_h^2 \quad (4.2)$$

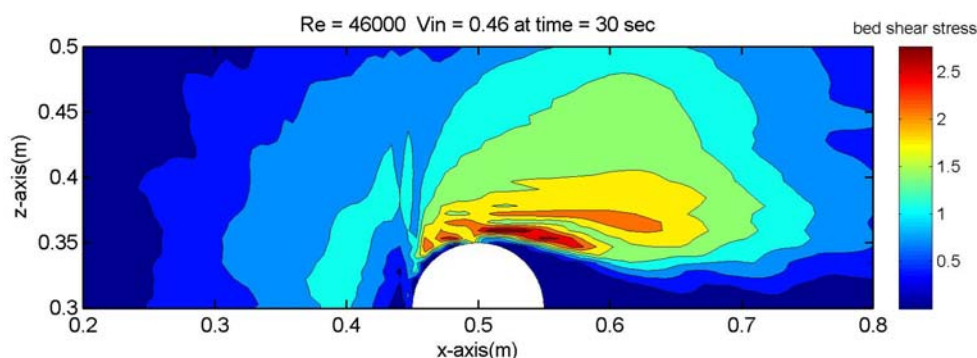


圖 4-13 底床剪應力俯視圖( $y = -1.999$  m) (時間平均流場)

### 4.2.4 紊流動能

另外為了瞭解紊流動能在沖刷過程中所扮演的腳色，我們對定床作了簡單的紊流動能(Turbulence kinetic energy)分析，可藉由 TKE 的大小，去判斷該流場中，紊流動能的分布，下式(4.3)為紊流動能的定義。

$$k = \frac{1}{2} (\overline{(u')^2} + \overline{(v')^2} + \overline{(w')^2}) \quad (4.3)$$

中  $c$ ， $\bar{U}$  為時間平均速度



觀察定床狀態下的紊流動能分析，由紊流動能俯視圖 4-14 會發現在底床流場中紊流動能最大的地方，位於章節 4.2.2 我們所定義為尾流場的區域，這是因為許多小渦流會在此處產生並且脫離，故此處的流場十分混亂，觀察紊流動能側視圖 4-15，會發現低壓區愈靠近底床的紊流動能愈小，這是由於靠近底床的流動受其黏滯力影響較大，故其流場相較於上方穩定，這可能會導致在沖刷初期時，由上游馬蹄形渦流所掏刷出的泥沙在此堆積，在圓柱前緣的部分，由圖 4-16 可看出紊流動能最高的地方在於流場 x 方向 0.2 m 至 0.25 m 之處，正好位於前面所提到的 V4 上，推斷主要是因為該渦流結構並沒有發展的很完全，故產生的擾動使的此處的紊流動能特別強。

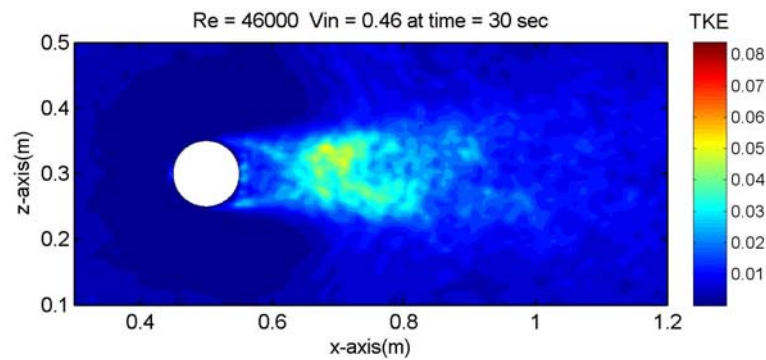


圖 4-14 紊流動能(k)底床俯視圖( $y = -1.999\text{m}$ ) (時間平均流場)

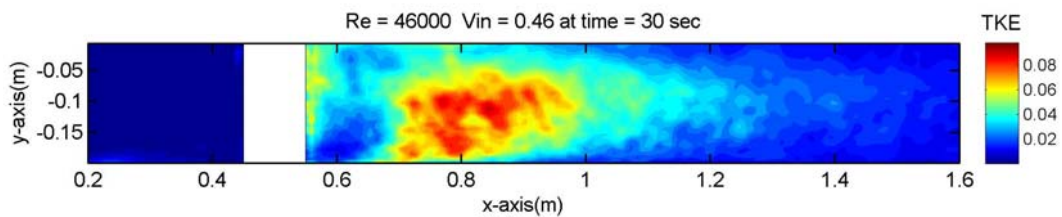


圖 4-15 紊流動能(k)側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)

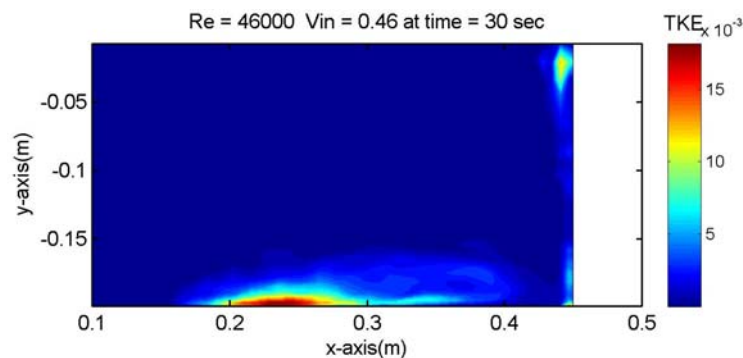


圖 4-16 紊流動能(k)前緣側視圖( $z = 0.3\text{m}$ ) (時間平均流場)



## 4.3 流場分析 II (動床)

### 4.3.1 圓柱前緣分析

Dargahi(1989)所做的實驗，將沖刷主要分為三個階段，第一個階段沖刷較小，主要發生在尾流的部分，是因為馬蹄形的渦流結構還未完全形成，必須等到層流邊界層轉變成紊流邊界層，渦流也完全發展完，大概要 24 秒左右才進入第二階段的主要沖刷過程，但我們的動床模擬在一開始就已經將流體運作至紊流狀態，故並沒有上述所提到的初始階段，一開始就是主要沖刷過程，第三階段是衰退期，也就是流場已達到穩態，整體的底床形貌不至於產生較大的變化，我們所使用的大渦流模式所需要的計算過程較繁複，十分耗費時間，故模擬主要著重在第二段主要沖刷過程的變化。

我們觀察圓柱底部前緣  $z$  方向的渦度變化與侵蝕過程側視圖 4-17，會發現開啟動床後，圖 4-8 原本的兩個主要渦流  $V2$ 、 $V4$ ，由於流場不穩定性的影響會合併成一個主要渦流  $V2$ ，在圓柱前端開始侵蝕底層，可以發現在圖 4-17(a) 模擬時間 5 秒的時候，主要渦流  $V2$  會將泥沙給捲起使圓柱底床前緣產生一個初始凹槽，之後由這個凹槽慢慢發展擴張， $V3$  會將一部分  $V2$  所傳遞的漂砂給截住，而在凹槽上方尾端的地方達到平衡，故從圖 4-17(b) 可以發現在模擬時間 10 秒之後斜坡的上緣有個明顯的堆積區域， $V1$  是由於向下射流所產生的逆時針渦流，主要的功能是平衡  $V2$  對底床的掏刷，並且會將部分泥沙直接由圓柱兩側傳遞至下游區域，像是觀察圖 4-17(d) 模擬時間 40 秒  $V2$  掏刷底床時， $V1$  會在圓柱前緣產生一個反向的下沉流，將部分泥沙給固定住，而在圓柱底部前緣會產生一個小平台，隨著時間的增加，泥沙的重力作用會對該坑洞產生填補，底床前緣會逐漸變成一個斜坡的型態，斜坡型態形成後，在沖刷過程中，有可能會因為紊流流場不穩定性的影響，導致  $V1$  部分漩渦與  $V2$  混合，如圖 4-17(f) 在模擬時間 143.5 秒時圓柱底床前緣混入一個相反方向的渦流，為了平衡此反向渦流， $V2$  會將其推進底床，雖然短短幾秒鐘便會平衡，但平衡過程中相反方向的渦流所帶來的上游泥沙沉積，會使得掏刷的深度驟降如圖 4-17(h)，故前緣掏刷深度與時間呈非線性關係，這也是掏刷預測模型困難的地方。

由底床形貌俯視圖 4-19(a)來看，初期沖刷(10 秒時)主要受到底床剪應力分布的影響，集中在圓柱前緣兩側，沖刷出小坑洞後，z 方向的主要渦流會合併加強其掏刷效果，原本圓柱兩側的小坑洞會逐漸往兩側擴張，由圖 4-19(c)可發現在模擬實驗 60 秒時，上游邊緣沖刷延伸至圓柱前緣中心交會，正好是馬蹄形渦流所在的區域，由此可知前緣底床沖刷的主因，是來自於馬蹄形渦流往上所帶起的泥沙，其中被帶起的泥沙主要會順著上方流場沿著圓柱兩側的分離流往下移動。

當沖刷邁進中期(300 秒左右)，由底床形貌俯視圖 4-19(e)可以看出，圓柱前緣的掏刷已從原本的兩側坑洞延伸至錐狀結構，由於掏刷深度增加，分離流對圓柱側向影響也愈來愈大。

圓柱前緣在後期仍一直是保持著斜角，觀察實驗與模擬的結果側視圖 4-18，我們會發現前緣型態的確有模擬出來，另外再去觀察後期的渦度分布，與初始沖刷相比，發現主要渦流結構愈變愈小集中在圓柱前，且主要渦流的強度也會有下降的趨勢，這是由於圓柱底床前緣的侵蝕使深度增加，導致向下射流受到一個緩衝作用而使其速度減緩，故若繼續沖刷到最後，顆粒的重力與渦流產生剪應力的和會使的底床侵蝕量逐漸降低，最後與堆積量達到動態平衡，而不再有明顯的沖刷現象，即為前面所提到的沖刷衰退期。

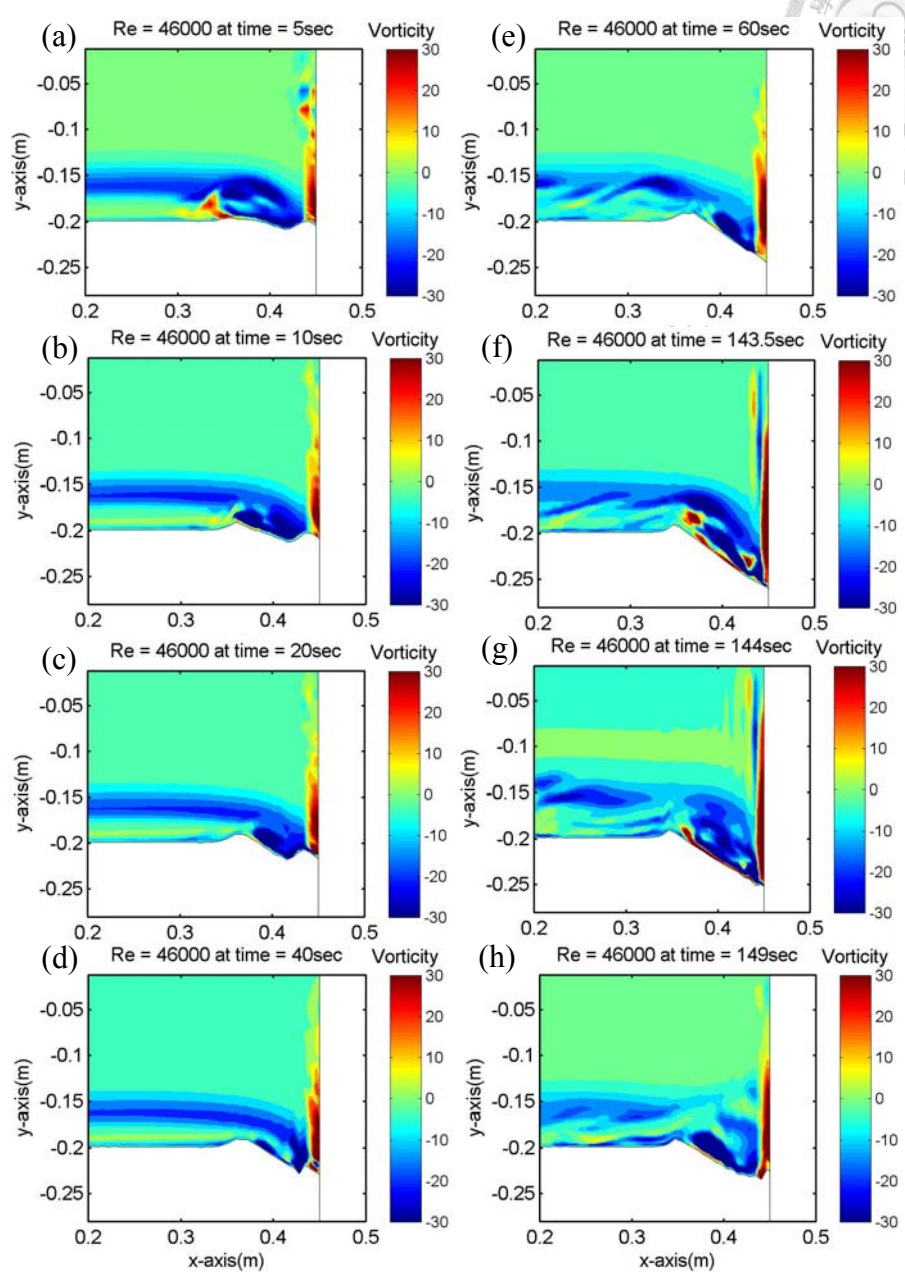
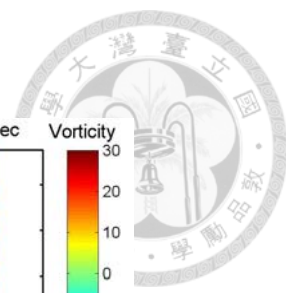


圖 4-17 圓柱前緣渦度與侵蝕變化側視圖( $z = 0.3 \text{ m}$ )

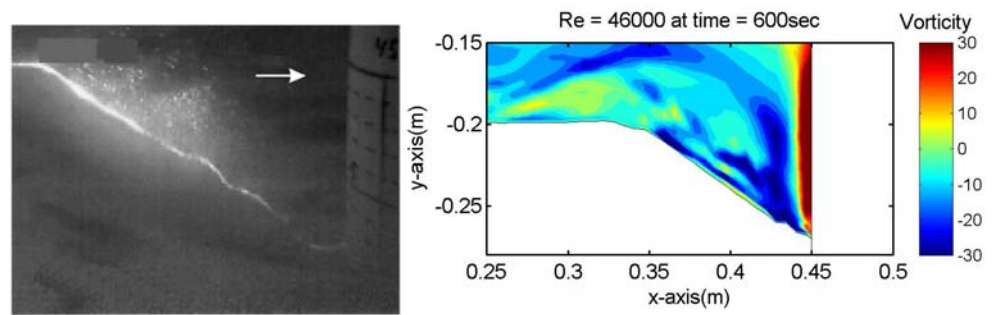


圖 4-18 (a)圓柱前緣實驗與(b)模擬結果( $z = 0.3 \text{ m}$ ) (10 min)

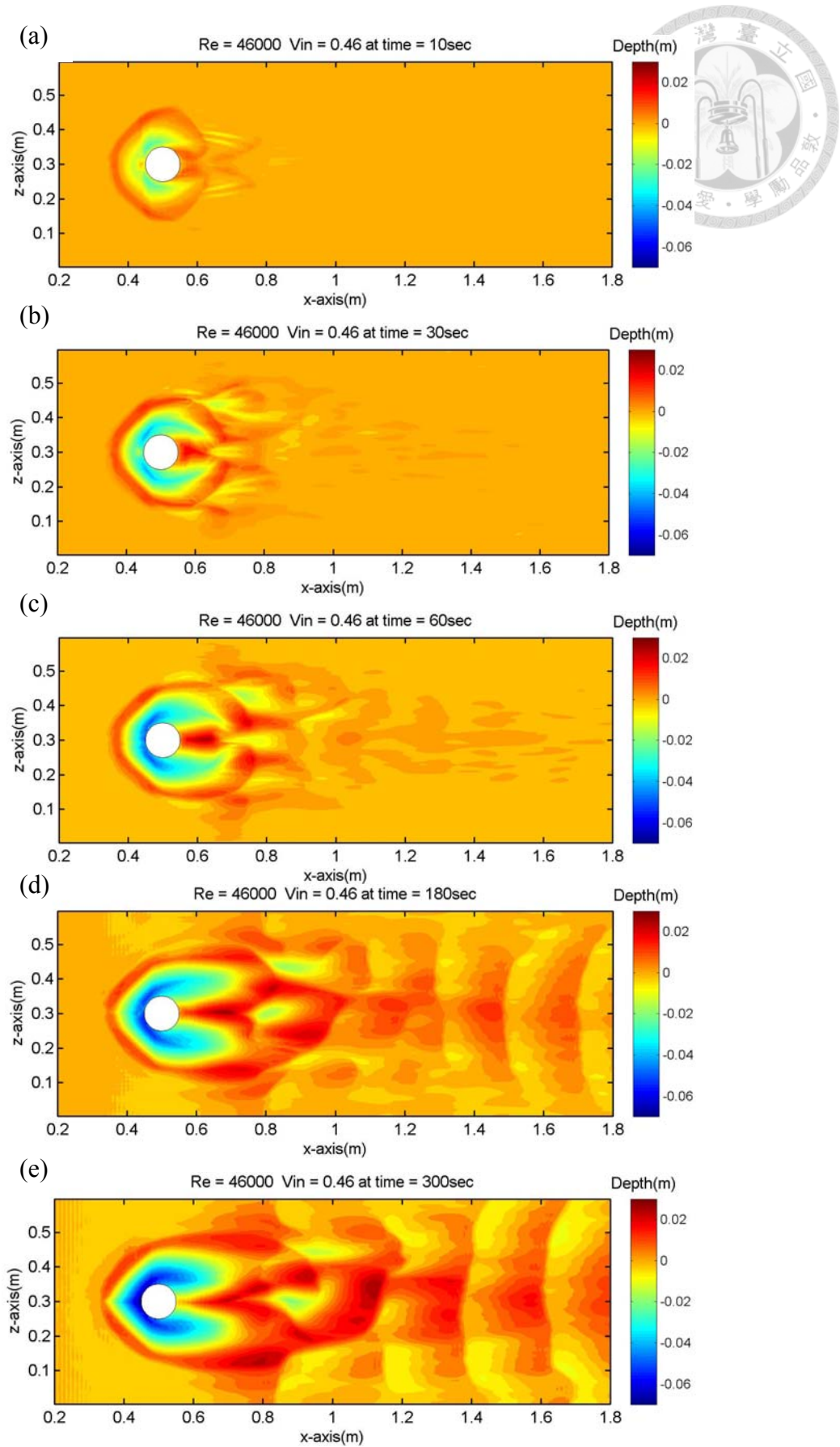


圖 4-19 底床深度形貌俯視圖(0-300 s)



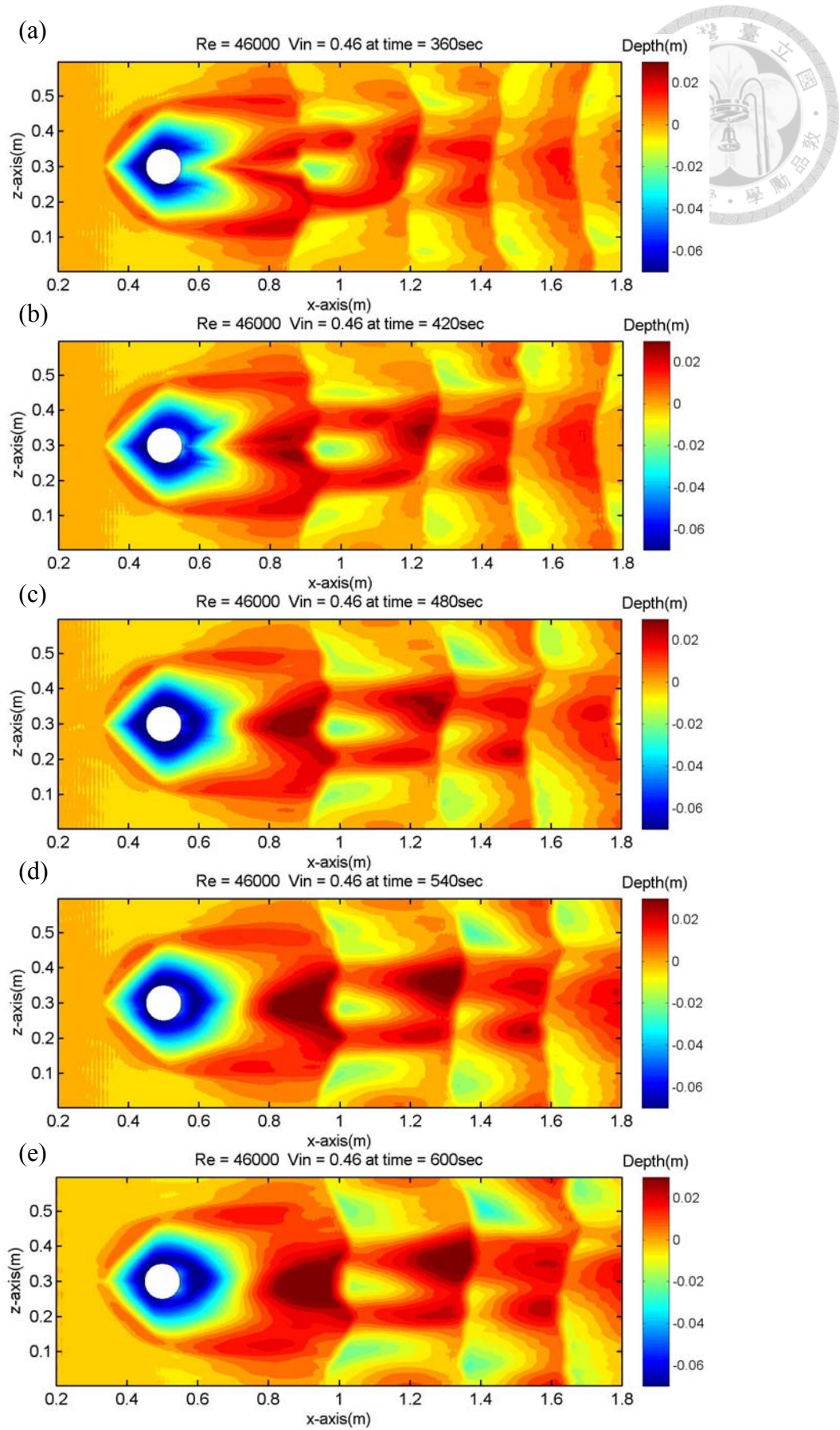


圖 4-20 底床深度形貌俯視圖(300-600 s)



### 4.3.2 圓柱後端分析

在沖刷初期，主要沖刷的區域在於圓柱前緣兩側，由馬蹄形渦流掏刷起來的泥沙會隨著圓柱兩旁的分離流傳遞至下游，圓柱後方於逆向壓力梯度會產生流場分離，分離點後的低壓中心區域，流場相對慢且穩定，故在圓柱兩側內緣形成兩道沙丘，如底床形貌俯視圖 4-19(a)，隨著沖刷時間的增加，掏刷現象會沿著分離流逐漸往後延伸，而原本堆積於兩側內緣的泥沙也漸漸的往中心靠攏合併成一塊小沙丘，由圖 4-19(c)會發現分離流 60 秒時於 x 座標 0.7m 處交會，產生圓柱後方的中心沙丘。

當沖刷時間進入中期(300 秒時)，由於前緣底床被沖刷至錐角型態後，後方分離流的動量傳遞會增強，故開始侵蝕圓柱邊緣後方的底床，觀察底床形貌變化圖 4-20(a)在模擬時間 300 秒之後，前緣的沖刷坑，會漸漸沿著圓柱邊緣往後侵蝕，將初期堆積在圓柱後緣的沙丘往後推移，推移之後原本的圓柱兩側的分離流會直接在沙丘的腰間會合，並且再次產生分離流動，觀察最後的底床速度俯視圖 4-21 會發現到，在 x 座標 0.6m 處會產生一個回流，這個回流更會加強原本圓柱後端的底床沖刷。

在掏刷後期(600 秒時)，由底床速度俯視圖 4-21 可看出，主要是因為圓柱後方的回流碰到圓柱後再次產生分離，與原本的圓柱前緣分離流交互作用的結果，由底床速度側視圖 4-22 可看出，這會使部分後方所沖刷帶起的泥沙傳遞至此堆積，在圓柱後端產生一塊小平台。

我們藉由觀察泥沙濃度等高面圖去了解泥沙的傳遞方向，在沖刷初期，如圖 4-24(a)可看出泥沙濃度主要分布在坑洞前緣以及低壓區，泥沙由馬蹄形渦流捲起集中在前緣兩側，部分堆積在坑洞上緣，另一部分順著圓柱分離流往後傳遞，受到初期低壓區的影響在圓柱後方堆積如圖 4-19(c)，當流體流過堆積丘，在堆積丘的尾端會減速使得邊界層增厚，導致逆向壓力梯度增大而在下游處產生分離流動，由圖 4-25(d)會發現分離流動產生的回流使得底床堆積的區域更加明顯，並且會在下流產生週期性的堆積丘，稱之為沙漣，到了沖刷中期如圖 4-20(b)，前緣已被沖刷至斜坡型態，此時泥沙傳輸主要是由圓柱兩側的分離流主導，匯集至圓柱後方的尾流區，將原本堆積的三角丘往後推移，沙漣的雛型也已慢慢成形，並且

也受到圓柱兩側的分離流影響往後移動，觀察圖 4-25(g)模擬時間 360 秒時會發現底床侵蝕已從圓柱前緣侵蝕至後端，部分圓柱分離流會由此直接作用在後方的堆積丘上，加劇的底床的分離流動，使得沙漣的型態愈來愈明顯，由圖 4-21、圖 4-22 與圖 4-23 可看出，後方沙漣的形成與底床 x 方向的速度息息相關，逆向壓力梯度所產生 z 方向的渦流正是造成沙漣的主因。

比較最終的模擬與實驗結果圖 4-26，可以發現在圓柱後方的確有模擬出因為圓柱分離流所產生的侵蝕堆積型態，以及先前所提到沙漣的形成過程，圓柱尾端形貌的演進圖 4-27 也與 Dargahi(1989)所做的實驗圖 1-2 十分接近，證實我們所做的模擬的確能捕捉到流場中顆粒沖刷與堆積的物理現象。

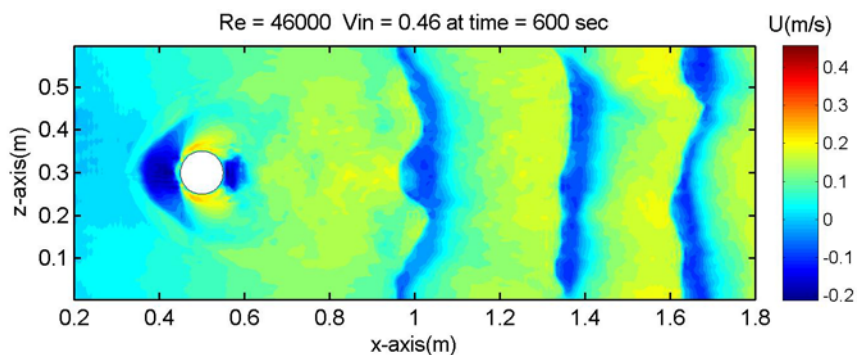


圖 4-21 底床 x 方向速度(U)俯視圖( $y = -1.999$  m) (時間平均流場)

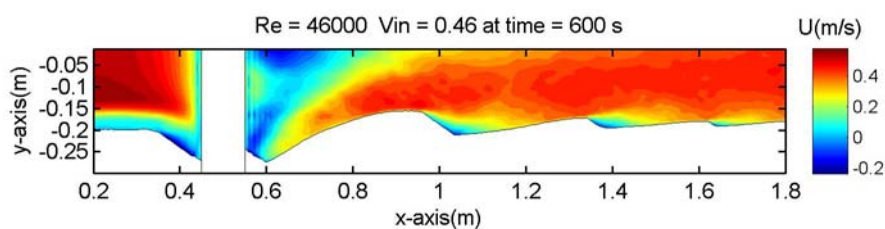


圖 4-22 底床 x 方向平均速度(U)側視圖( $z = 0.3$  m) (時間平均流場)

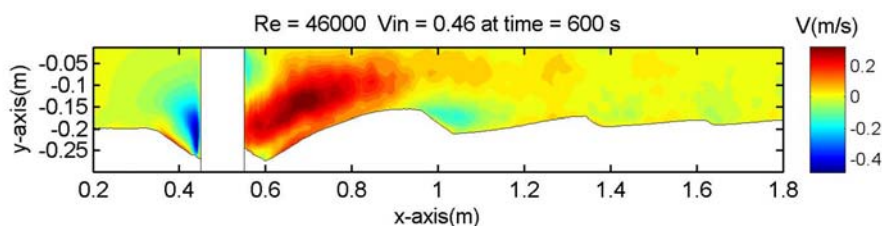


圖 4-23 底床 y 方向平均速度(V)側視圖( $z = 0.3$  m) (時間平均流場)



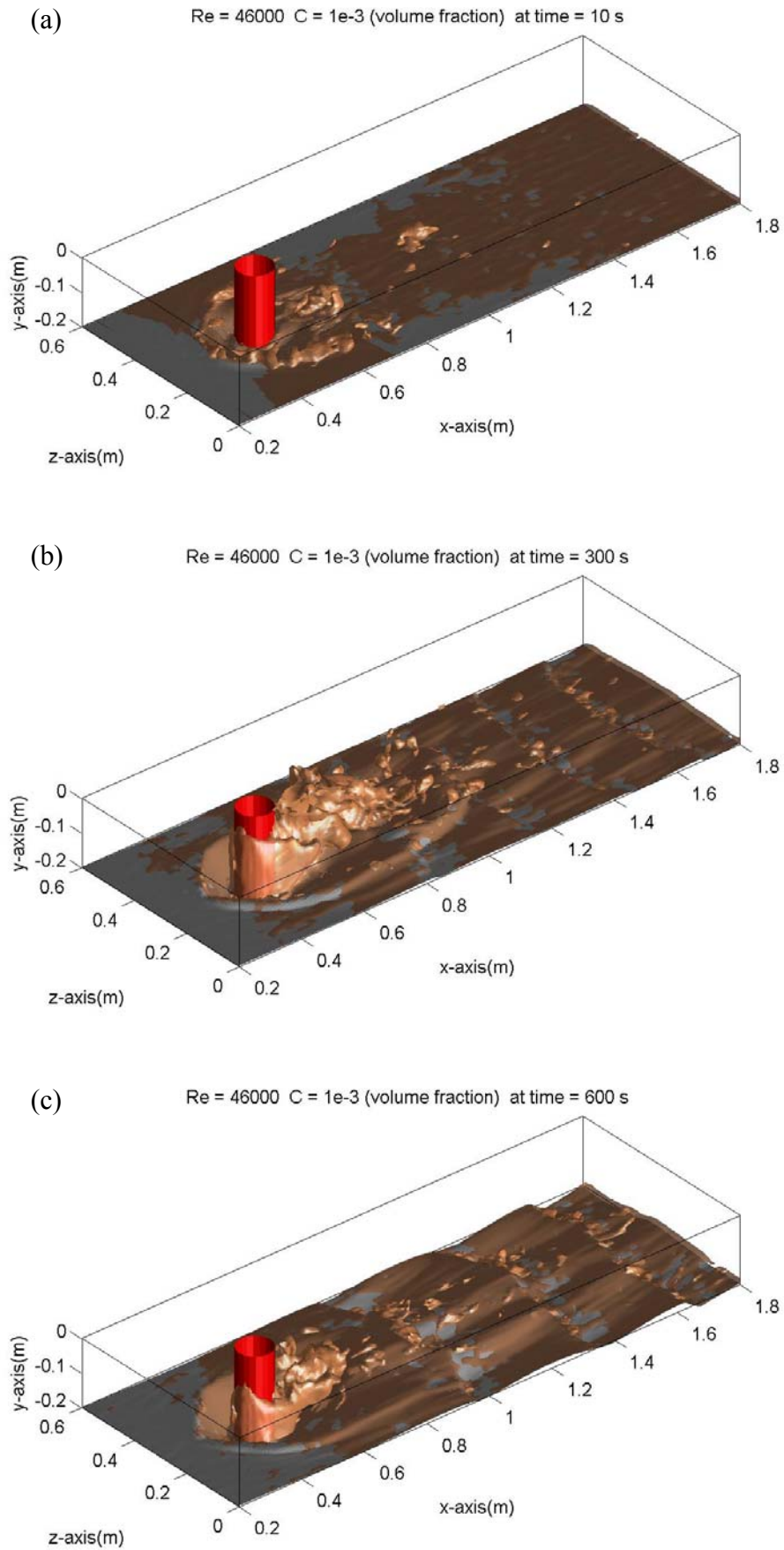


圖 4-24 泥沙濃度等高面三維座標示意圖

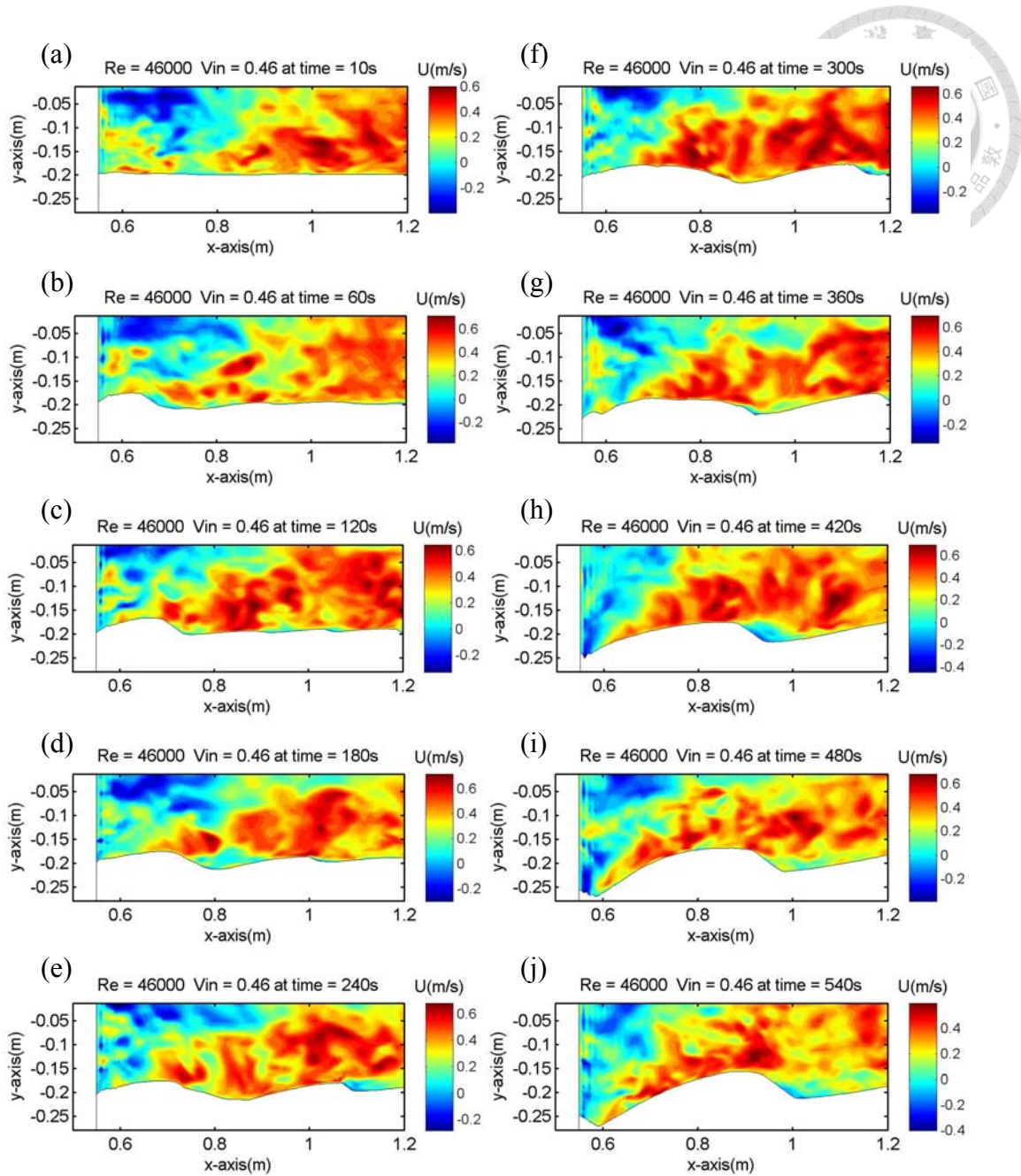


圖 4-25 圓柱尾端沙漣演進側視圖( $z = 0.3\text{m}$ )

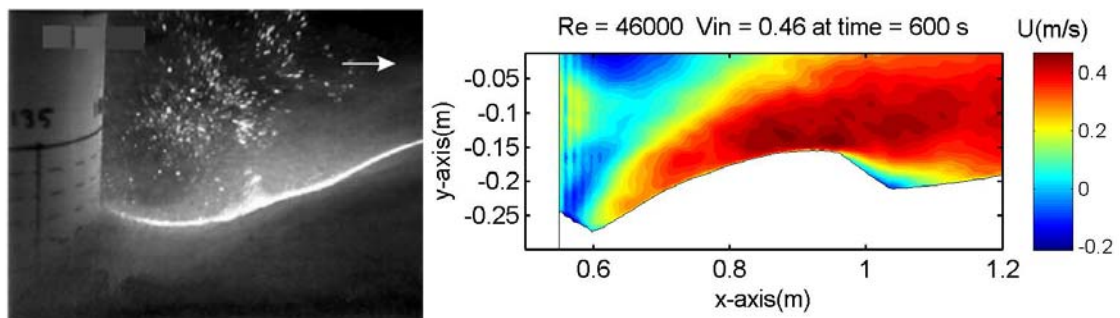


圖 4-26 (a)圓柱後端實驗與(b)模擬結果( $z = 0.3\text{m}$ ) (10 min)



## 4.4 紊流動能分析

在沖刷初期，我們觀察其紊流動能俯視圖 4-27(a)，會發現在初期分布最大的地方是位於  $x$  座標 0.6 m 至 0.7m 左右，剛好位於前緣分離流掏刷坑洞的尾端，主要是因為在坑洞尾端出口會受到許多不同方向的渦流給影響，而由紊流動能側視圖 4-28(a)，可以發現紊流動能主要都分布在混亂的尾流區域中。

當沖刷時間進入中期(300 秒時)，觀察流體的底床紊流動能俯視圖 4-27(b)，會發現最大的分布區域由尾流後方逐漸往後以及往內縮，這是由於前緣底床被沖刷至錐角型態後，後方分離流的動量傳遞會增強，故部分流體在圓柱後方的堆積丘交會使得該處的紊流動能較其他地方大，這會使得堆積丘向後移動，另外再圓柱前緣斜坡型態的小堆積丘後緣也十分強，這是由於流體在靠近前緣沖刷坑的地方產生分離流動，由圖 4-28(b)可看出在分離點後緣，分離流動中的回流與主流交會產生的擾動，這可能會在交會處產生部分的泥沙沉積。

在掏刷後期(600 秒時)，由底床紊流動能俯視圖 4-27(c)可發現，最大的地方集中在圓柱後端兩側，這是由於圓柱後方邊緣泥沙都已被掏刷出來，故分離流直接作用在圓柱後方的掏刷坑中(0.6m 處)，產生一前一後的分離流，由底床  $x$  方向速度( $U$ )俯視圖 4-21 可以看出回流經過圓柱時，在圓柱後方邊緣與原本的分離流交會，故此區的紊流動能相當的大，而由紊流動能側視圖 4-28(c)與  $x$  方向速度( $U$ )側視圖 4-22 也可以看出在圓柱後方分離流動交界處其紊流動能較大。

歸納以上的結果，我們會發現紊流動能大的地方主要都是因為流場交會，這可能是因為底床形貌或是結構物所導致，而通常在流場交會處其動能消散速率都十分強，這很有可能會使得部分泥沙失去原本的動能而產生堆積，或是使沙丘產生移動。

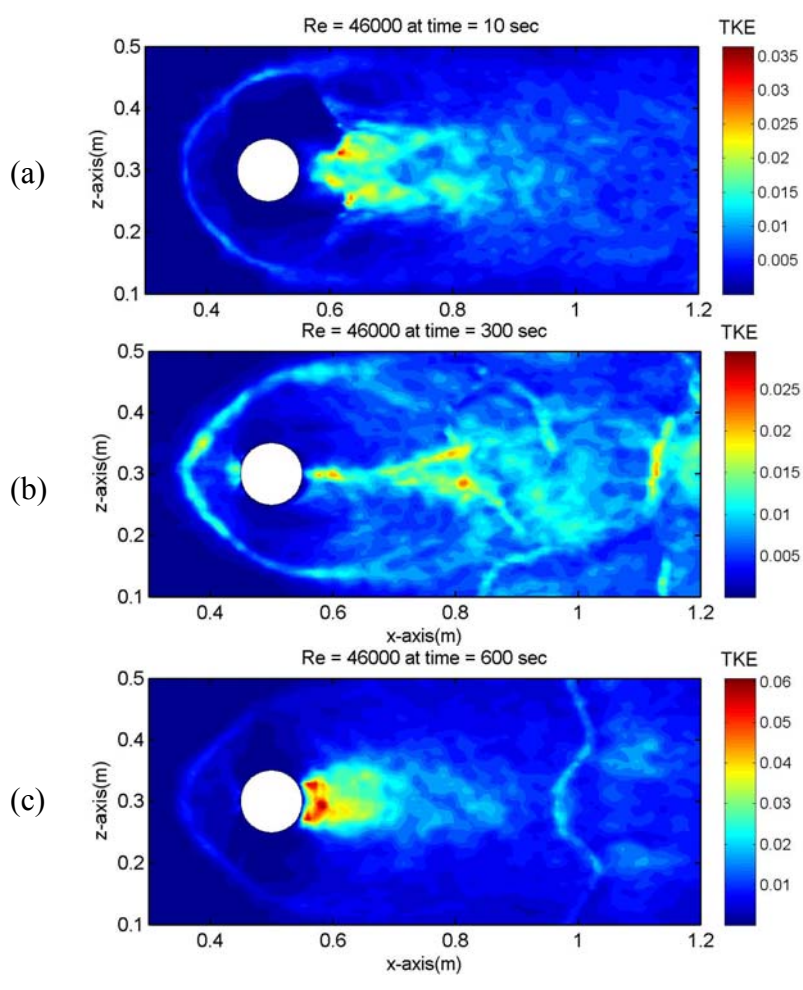


圖 4-27 底床紊流動能(k)俯視圖( $y = -1.999\text{ m}$ )

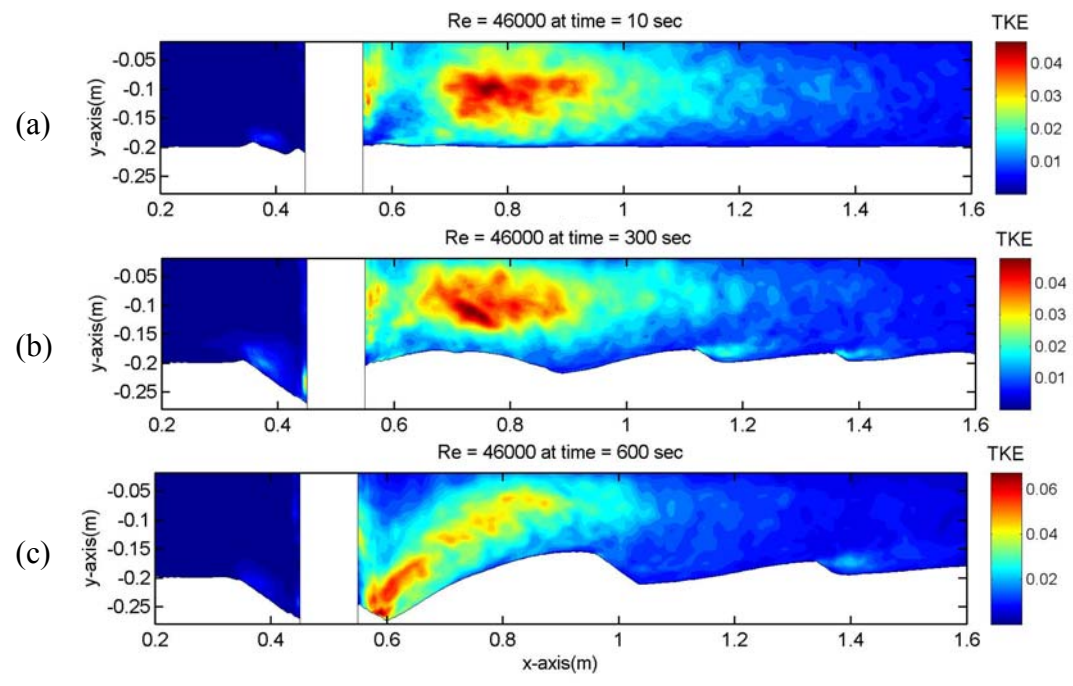


圖 4-28 流場紊流動能(k)側視圖( $z = 0.3\text{ m}$ )





## 4.5 侵蝕深度分析

為了驗證數值模式的精準度，我們取圓柱前緣與後端的沖刷深度進行觀察，與 Roulund, et al.(2005)的實驗相比做一個量化的分析，再定義圓柱上游與下游與底床的交界處為前後緣的沖刷深度(S)如圖 4-29，並對其做一個無因次化的修正(其中 D 為圓柱直徑)，觀察侵蝕深度隨時間的變化。

觀察模擬與實驗圓柱前緣侵蝕隨時間的變化如圖 4-30，會發現一開始侵蝕深度與時間呈線性增加的關係，但是在有的時候會突然驟降，如圖模擬時間約 140 秒與 260 秒時，主要是因為受 4.3.1 節所提到，一段時間內由於紊流流場的不穩定，使的部分 V1 逆時針渦流與 V2 交互作用平衡的影響。前緣沖刷主要原因是來自於主要渦流(primary vortex)，整體預測都相當符合實驗的結果。

觀察模擬與實驗圓柱後端侵蝕隨時間的變化如圖 4-31，其中結果不是很滿意，雖然我們的模擬成功了捕捉到圓柱後方沙漣形成的變化過程，但是在初期沖刷時，實際圓柱流場的後方堆積並沒有像模擬中那麼明顯，這有很多可能的原因：

1. 沉浸邊界法處理邊界速度所造成的誤差，我們是利用沉浸邊界法去模擬圓柱的邊界，但是也使用了泥沙傳輸方程式去模擬泥沙濃度的傳遞，在極高雷諾數下所產生的速度擾動，可能會使部分泥沙穿越圓柱邊界，直接堆積在圓柱後方的低壓場，導致圓柱後端模擬出來的結果，較實際堆積的泥沙多。
2. 掏刷方程式的參數修正，在掏刷方程式中，使用不同參數可能會影響初期沖刷各種不同的方向，模擬時間至 300 秒後，底床沖刷才演進至圓柱邊緣的後端，開始後方底床的沖刷，但在 Roulund, et al.(2005)的實驗中，從開始量測圓柱後方掏刷深度時就已開始掏刷(最多一分鐘)，故可推論實際實驗中水平掏刷的強度較我們的模擬要強上許多，這可以藉由修改臨界希爾斯參數的修正項，或是擴散方程式的係數去對結果做一個修正，使模型更符合現實的物理現象。

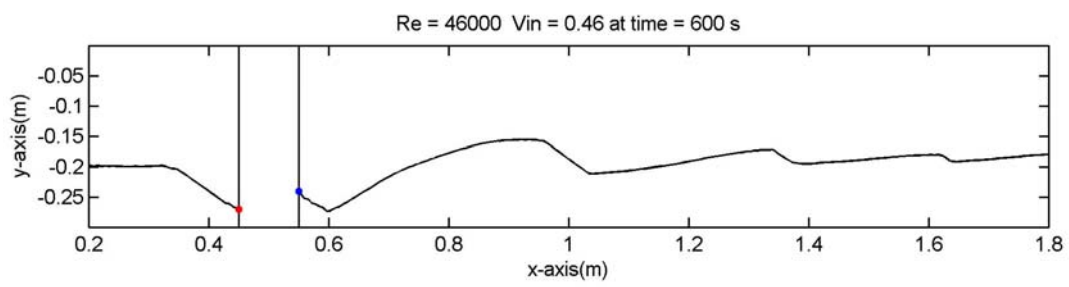


圖 4-29 圓柱前緣與後端沖刷深度

其中紅點為圓柱前緣沖刷深度，藍點為圓柱後端沖刷深度

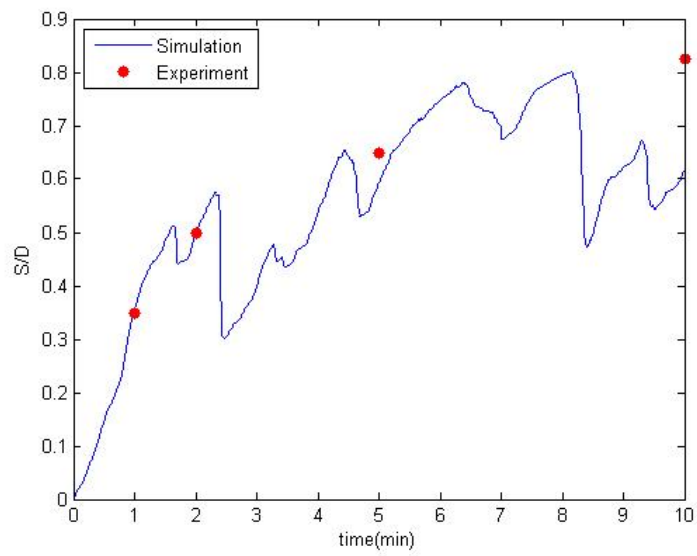


圖 4-30 圓柱前緣侵蝕深度變化

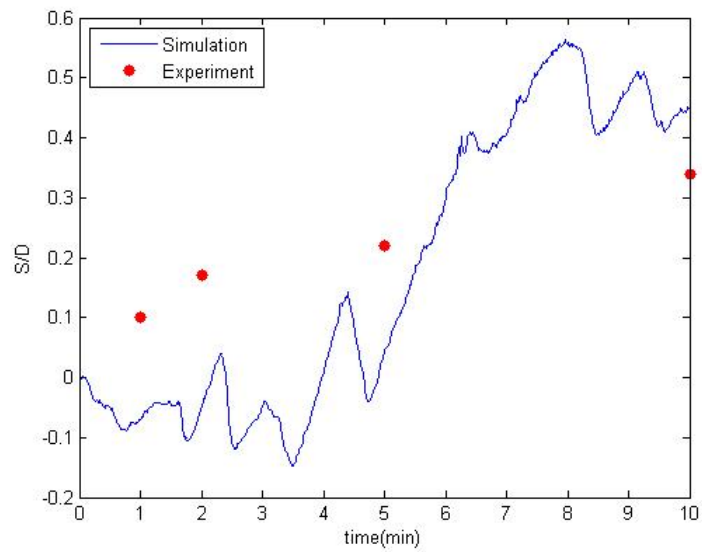


圖 4-31 圓柱後端侵蝕深度變化

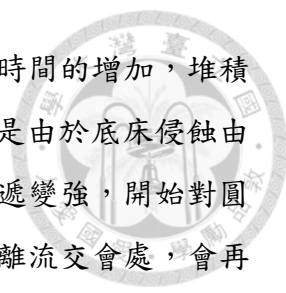
## Chapter 5 結論與未來工作



### 5.1 結論

本研究探討流體流經一圓柱對其底床所造成的掏刷與堆積影響，建立了一套結合沉浸邊界法、移動網格法與大渦流模式的三維水動力模式，模擬圓柱底床的掏刷過程，並且分析其掏刷過程中圓柱前緣後端流場細微的局部現象，由模擬結果我們可以得到以下結論：

1. 由圓柱前緣的掏刷型態可以看出，前緣沖刷最主要受到馬蹄形渦流的影響，馬蹄形渦流的成因主要是因為逆向壓力梯度所導致的向下射流，向下射流流經底床時會產生回流，形成一個三維結構的渦流，該渦流往上的速度會將泥沙帶起產生掏刷，並且由圓柱兩側的分離流傳遞至下游堆積。
2. 在沖刷初期，底床形貌尚未有太大改變時，底床剪應力主導初始沖刷，故一開始流體在圓柱兩側產生侵蝕，之後慢慢往邊緣延伸，使得侵蝕分布漸漸移動到圓柱前後緣的底床。
3. 前緣沖刷出斜坡型態後，由於紊流流場的不穩定性，圓柱表面上的逆時針渦流有可能會與造成侵蝕的主要渦流交互作用，使得部分逆時針渦流暫時主導底床，這會導致斜坡上的泥土往下填補，故觀察圓柱前緣侵蝕變化圖會發現，前緣掏刷深度與時間的關係並不屬於線性分布，流場中的擾動可能會使圓柱前緣產生暫時的沉積作用。
4. 觀察前緣沖刷側視圖與渦度的變化，發現隨著時間的增加，主要渦流的結構與強度與初始沖刷相比也慢慢變小，這是由於當圓柱前緣底床受到掏刷後會使得深度增加，向下射流得到一個緩衝使得主要渦流的強度降低，渦流強度降低使得掏刷速度趨緩，故在實驗中提到的衰退期，即為渦流強度降低後與泥沙顆粒的重力達成平衡而不再有明顯的掏刷現象。

- 
5. 觀察圓柱後方堆積現象，初始在低壓區產生堆積，隨著時間的增加，堆積丘會慢慢往後移動，並且在圓柱後緣底床產生掏刷，這是由於底床侵蝕由圓柱前緣延伸至圓柱後端後，流體對圓柱下游的動量傳遞變強，開始對圓柱下游進行掏刷，堆積丘會往後移動，而在圓柱後方分離流交會處，會再產生另一個前後方向的分離流，加快圓柱後方底床的掏刷。
  6. 尾部的沙漣成因是由於流體流經圓柱會在後方產生許多擾動，擾動現象使得部分泥沙被帶起形成週期性的小沙丘，流體流經堆積丘時由於逆向壓力梯度的影響，會在其堆積丘下游產生分離流動，產生的渦流會將泥沙帶起，使得該堆積丘的高度愈來愈高，最後形成我們的沙漣。
  7. 紊流動能與沖刷並無直接影響關係，沖刷最強的區域通常都是受到一個很穩定的渦流影響(前緣的馬蹄形渦流)，而紊流動能較大的區域大部分都有流場交會或是產生分離流動，交會處由於動能消散的作用可能產生堆積，或是使得堆積丘移動。





## 5.2 未來工作

本文將移動網格以及沉浸邊界法做結合，成功的模擬出結構物受到流體沖刷後，整體流況改變影響底床形貌變化的過程，且與實驗相比，的確能捕捉到流場中的各種紊流現象與底床形貌，在未來我們可以延續這套模式進行以下的研究：

1. 模擬侵蝕深度結果與實驗相比，我們的圓柱後緣初期堆積時間過久(約 5 分鐘左右)，可以藉由修改臨界希爾斯係數的修正式，或是更改擴散方程式的係數，去調整初期沖刷的深度或廣度比例，以達到更好的模擬結果。
2. 延續原本的模擬，觀察底部動床隨時間的變化，是不是能達到實驗中所提到的衰減期，並且探討衰減期的成因。
3. 將沉浸邊界法模擬出的圓柱邊界改成以貼體法(body fitting)模擬，這是由於沉浸邊界法可能較不適用於極高雷諾數的流場，邊界流場速度可能會產生一些失真，且一部分的泥沙濃度可能會傳遞至圓柱內導致誤差，例如觀察所繪出的泥沙濃度圖就會發現有部分泥沙在圓柱表面，若能使用正交網格模擬出圓柱的邊界，以貼體法直接進行模擬，相信計算過程能夠更簡化，所得到的結果也會更準確。
4. 將  $k-\varepsilon$  模型加進原本的流體計算模式中，這是由於原先所使用的大渦流模式(LES)對網格的品質要求十分高，故在較大尺度的分析上，若要達到能解析紊流的解析度層級，網格要切得十分精細，為了滿足計算流體力學的穩定性，會導致整體模擬的計算時間大增，故在未來若要實際模擬風機底座的底床形貌變化，希望能將 LES 改成 RANS 模型以便進行較大尺度的模擬。

## 參考文獻



- Blevins, R. D (1990), *Flow Induced Vibration*, 2nd Edn., Van Nostrand Reinhold Co
- Chou, Y., and O. B. Fringer (2010), “Consistent discretization for simulations of flows with moving generalized curvilinear coordinates”, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 62, 802–826
- Chou, Y., and O. B. Fringer (2010), “A model for the simulation of coupled flow-bedform evolution in turbulent flows”, *J Geophys Res*:115
- Dargahi, B. (1989), “The turbulent flow around a circular cylinder”, *Exps. Fluids* 8, 1–12.
- Dargahi, B. (1990), ”Controlling Mechanism of Local Scouring”, *J. Hydraul. Eng.* 1990.116:1197-1214.
- E.A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof (2000), “Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations”, *Journal of Computational Physics*, 161(1):35-60
- D. Goldstein, R. Handler, and L. Sirovich (1993), “Modeling a No-Slip Flow Boundary with an External Force Field”, *Journal of Computational Physics*, 105(2):354-366
- Hunt, J. C. R., Wray, A. A. & Moin, P. (1988), Eddies, “stream, and convergence zones in turbulent flows”, *Center for Turbulence Research Rep. CTR-S88*.
- Melville, B. W. & Raudkivi, A. J. (1977), “Flow characteristics in local scour at bridge piers”, *J. Hydraul. Res.* 15, 373–380.
- Melville, B. W., and Chiew, Y. M. (1999), “Time scale for local scour at bridge piers.”, *J. Hydraul. Eng.*, 10.1061/(ASCE)0733-9429(1999) 125:1(59), 59–65.
- Olsen, N. R. B. & Melaaen, M. C. (1993), “Three-dimensional calculation of scour around cylinders”, *J. Hydraulic Engng ASCE* 119, 1048–1054.

Olsen, N. R. B. & Kjellesvig, H. M. (1998), "Three-dimensional numerical flow modelling for estimation of maximum local scour", *J. Hydraul. Res.* 36, 579–590.

Paik, Escauriaza & Sotiropoulos (2007), "On the bimodal dynamics of the turbulent horseshoe vortex system in a wing-body Junction", *Physics of Fluids* 19, 045107

C.S. Peskin (1977), "Numerical analysis of blood flow in the heart", *J. Comput. Phys.* 25 220–252.

Richardson, J. E. & Panchang, V. G. (1998), "Three-dimensional simulation of scour-inducing flow at bridge piers", *J. Hydraul. Engng ASCE* 124, 530–540.

Roulund, Sumer, Fredsoe & Michelsen (2005), "Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile", *J. Fluid Mech.*, vol. 534, pp.351–401.

E.M. Saiki and S. Biringen (1996), "Numerical Simulation of a Cylinder in Uniform Flow: Application of a Virtual Boundary Method", *Journal of Computational Physics*, 123(2):450-465

Shields AF (1936), "Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement", vol 26. *Mitteilungen der Preussischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau*, Berlin, Germany, pp 5–24

Soulsby, R. (1997), "Dynamics of Marine Sands: A Manual for Practical Applications, Telford, London.

Tseng, M.-H., Yen, C.-L. & Song, C. C. S. (2000), "Computation of three-dimensional flow around square and circular piers", *Intl J. Numer. Methods Fluids* 34, 207–227.

Van Rijn, L. C. (1993), *Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries, and Coastal Seas*, Aqua, Amsterdam.

Y.H. Tseng and J.H. Ferziger (2003), "A ghost-cell immersed boundary method for ow in complex geometry", *Journal of Computational Physics*, 192(2):593-623

Zang, Y., R. L. Street, and J. R. Koseff (1993), "A dynamic mixed subgrid scale model and its application to turbulent recirculation flows", *Phys.Fluids*, 5, 3186–3196.