



國立臺灣大學工學院土木工程學系

碩士論文

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

二維空間圖資套合基於軌跡式直線特徵

Registration of Two-dimensional Geo-spatial Data by means
of Trajectory-based Line Features

簡至培

Chih-Pei Chien

指導教授：趙鍵哲 博士

Advisor: Jen-Jer Jaw, Ph.D.

中華民國 104 年 7 月

July, 2015

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

二維空間圖資套合基於軌跡式直線特徵
Registration of Two-dimensional Geo-spatial Data by
means of Trajectory-based Line Features

本論文係 簡至培 君 (R02521112) 在國立臺灣大學土木工程學系碩士班完成之碩士學位論文，於民國 104 年 7 月 24 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

趙 鍵 哲

(指導教授)

張 智 安

蔡 展 榮

趙 鍵 哲

張 智 安

蔡 展 榮

系主任

呂 良 正

呂 良 正

(簽名)

誌謝

當論文寫到這一頁，代表碩士班的生活即將告一段落，兩年的時光相當充實，能夠順利完成碩士論文，首先誠摯的感謝我的指導教授趙鍵哲老師，因為有每週持續的 weekly report 與 meeting 討論，我才能一點一滴的累積研究成果，老師不只在研究上耐心的指導，也常與我們分享許多人生的經驗，使我受益良多。感謝系上韓仁毓老師及徐百輝老師在課堂上的指導、提點與協助。此外，要感謝我的口試委員蔡展榮老師及張智安老師，因為您們提供寶貴的建議，使本論文更加充實、完善。

感謝同窗慧娟、姿良、卉儀，兩年來互相鼓勵及協助，讓我在研究的路途上不孤單。感謝時常一起留守研究室的好夥伴聖日、啞啞、佩綺、彥廷、慧娟、欣錡、庭萱，帶給我許多歡笑，為研究生活增添不少樂趣。感謝學長姊念豪、子毅、君芸、丁丁、張瑋在課業與生活上給予的幫助。感謝所有曾經在 213 一起共事的每個人，與你(妳)們一起經歷過的事情，將會變成我碩士生涯最美好的一段記憶。

最後，要感謝我的父母，在漫長的求學生涯中，總是支持我所做的每個決定，使我能夠無後顧之憂的學習，我才能走到這，謝謝你們，我愛你們。

中文摘要



二維空間圖資套合需要可靠的共軛特徵，用來解算轉換參數，傳統方法倚賴點特徵，但現今圖資種類多元，資料之間的差異性增加共軛點特徵獲取困難。相較之下，直線特徵具有較豐富幾何屬性與易萃取特性，利用直線軌跡重合條件，可作為共軛特徵。

本研究以向量式直線方程式推演基於直線軌跡二維轉換模式，轉換模式包含相似轉換、仿射轉換與射影轉換，皆具有直線保留特性，透過幾何解析和數值模擬方式分析轉換參數最小求解條件，並以最小二乘平差方法，估計轉換參數的最佳解，資料套合品質評估方式除了檢核點，還納入檢核線指標，使成果評估方式更全面。

模擬實驗分析影響套合成果精度的因子，分為直線特徵幾何強度和觀測量品質兩類。影響直線特徵幾何強度的因子包含分布、數量、方向，而觀測量品質受到線段長度和量測品質兩個因子影響。實驗成果顯示直線特徵的分布、方向兩項因子對參數解算成果的影響最顯著。

實際資料實驗以一組近景影像資料進行套合，基於射影轉換模式，使用 19 個直線特徵，檢核點均方根誤差可達到 0.39 像元，套合效果能達到與使用點特徵者相近。另外，以不同時期之 1/1000 數值地形圖為測試資料，基於相似轉換進行套合，使用 7 個直線特徵，檢核點均方根誤差為 0.348 公尺，混合 7 個直線特徵與 5 個點特徵求解轉換參數，增加套合成果可靠度，檢核點均方根誤差可達 0.220 公尺。

關鍵字：二維圖資套合、直線特徵軌跡、向量式直線、近景影像、數值地形圖

ABSTRACT

The registration of two-dimensional geo-spatial data depends on conjugate features and point features are generally considered for this need. Since the enormous increase in the volume of geo-spatial data, the difference between various types of data makes it difficult to extract conjugate point features. In addition to point features, line features, with frequent appearance in the scene and more geometric contribute, are deemed favorable for being primitives under collinear condition.

This study exploits the vector form line features and derives trajectory-based transformation models, including similarity, affine and projective, which are all line-preserving transformations. Besides, the minimum solution of solving transformation parameters is analyzed by geometric and numerical approach. The parameter estimation is based on the least squares adjustment. Some line features are also used for evaluating quality of transformation to assess comprehensively.

The simulation analyzes the impact of line feature-related factors, divided into geometry and observable quality. The geometry-related factors include distribution, number and orientation of line features. The observable quality is affected by length and measurement quality. The simulated results show that distribution and orientation of line features have significant influence on transform quality.

In experiment, the registration of close-range imagery pairs using 19 line features with projective transformation can reach 0.39 pixel errors, which is close to point-based one. Moreover, the registration of two 1/1000 digital topographic maps using 7 line features based on similarity transformation have 0.348 meter errors. If 7 line features with 5 point features are used as conjugate features, the root mean square errors could decrease to 0.220 meters.

Keywords: Two-dimensional Geo-spatial Data Registration, Trajectory-based Line Features, Vector Form Line, Close-range Imagery, Digital Topographic Maps

目錄



| | |
|------------------------------|------|
| 口試委員會審定書 | # |
| 誌謝 | I |
| 中文摘要 | II |
| ABSTRACT | III |
| 目錄 | IV |
| 圖目錄 | VIII |
| 表目錄 | XI |
| 第一章 緒論 | 1 |
| 1.1 研究動機與目的 | 1 |
| 1.2 相關研究 | 2 |
| 1.2.1 共軛直線特徵型態 | 2 |
| 1.2.2 二維轉換模式 | 3 |
| 1.2.3 直線特徵表示方法 | 4 |
| 1.2.4 轉換模式最小求解條件 | 4 |
| 1.2.5 影響參數求解因子 | 5 |
| 1.3 研究方法與流程 | 5 |
| 1.4 論文架構 | 6 |
| 第二章 研究方法 | 8 |
| 2.1 二維空間直線特徵軌跡 | 8 |
| 2.1.1 直線特徵參數化 | 9 |
| 2.2 基於軌跡式直線特徵二維轉換模式 | 9 |
| 2.2.1 軌跡式直線特徵之二維相似轉換模式 | 10 |
| 2.2.2 軌跡式直線特徵之二維仿射轉換模式 | 12 |
| 2.2.3 軌跡式直線特徵之二維射影轉換模式 | 14 |
| 2.3 轉換參數解算模式 | 16 |

| | | |
|------------------------------|------------------------------|-----------|
| 2.3.1 | 嚴密模式 | 16 |
| 2.3.2 | 近似模式 | 19 |
| 2.4 | 直線特徵最小可解條件 | 20 |
| 2.4.1 | 使用軌跡式直線特徵於二維相似轉換可解條件 | 20 |
| 2.4.2 | 使用軌跡式直線特徵於二維仿射轉換可解條件 | 22 |
| 2.4.3 | 使用軌跡式直線特徵於二維射影轉換可解條件 | 24 |
| 2.4.4 | 小結 | 25 |
| 2.5 | 混合特徵最小可解條件 | 25 |
| 2.5.1 | 相似轉換 | 25 |
| 2.5.2 | 仿射轉換 | 26 |
| 2.5.3 | 射影轉換 | 27 |
| 2.5.4 | 小結 | 28 |
| 2.6 | 品質評估 | 28 |
| 2.6.1 | 檢核點 | 29 |
| 2.6.1.1 | 理論精度 | 29 |
| 2.6.1.2 | 誤差橢圓 | 30 |
| 2.6.1.3 | 實際精度 | 31 |
| 2.6.2 | 檢核線 | 31 |
| 2.7 | 影響二維轉換參數求解之因素 | 34 |
| 第三章 模擬資料實驗分析與討論 | | 36 |
| 3.1 | 實驗一 | 36 |
| 3.1.1 | 實驗資料配置 | 36 |
| 3.1.2 | 參數解算成果 | 37 |
| 3.1.3 | 直線特徵改正數特性 | 39 |
| 3.2 | 實驗二 | 40 |
| 3.2.1 | 模擬資料配置 | 41 |
| 3.2.2 | 二維直線特徵之分布與數量對轉換參數求解的影響 | 42 |
| 3.2.2.1 | 測試一 | 42 |
| 3.2.2.2 | 測試二 | 46 |

| | | |
|------------------------------|----------------------------------|------------|
| 3.2.3 | 二維直線特徵之方向對轉換參數求解的影響..... | 49 |
| 3.2.4 | 二維直線特徵之線段長度與量測品質對轉換參數求解的影響 | 53 |
| 3.2.5 | 小結 | 55 |
| 3.3 | 實驗三..... | 55 |
| 3.3.1 | 相似轉換 | 56 |
| 3.3.2 | 仿射轉換 | 58 |
| 3.3.3 | 射影轉換 | 60 |
| 第四章 實際資料實驗分析與討論 | | 63 |
| 4.1 | 實驗一 | 63 |
| 4.1.1 | 實驗目的與測試資料 | 63 |
| 4.1.2 | 共軛特徵與檢核資訊 | 63 |
| 4.1.3 | 實驗測試成果與分析 | 65 |
| 4.2 | 實驗二..... | 81 |
| 4.2.1 | 實驗目的與測試資料 | 81 |
| 4.2.2 | 共軛特徵與檢核資訊 | 81 |
| 4.2.3 | 實驗成果與分析..... | 84 |
| 4.3 | 實驗三..... | 89 |
| 4.3.1 | 實驗目的與測試資料 | 89 |
| 4.3.2 | 共軛特徵與檢核資訊 | 92 |
| 4.3.3 | 實驗測試成果與分析 | 94 |
| 第五章 結論與建議 | | 98 |
| 5.1 | 結論..... | 98 |
| 5.2 | 建議..... | 100 |
| 參考文獻..... | | 101 |
| 附錄一 | | 103 |
| 附錄二 | | 104 |
| 附錄三 | | 105 |

| | |
|-----------|-----|
| 附錄四 | 107 |
|-----------|-----|



圖目錄



| | | |
|--------|-------------------------------|----|
| 圖 1-1 | 研究流程圖 | 6 |
| 圖 2-1 | 直線特徵軌跡對應示意圖 | 8 |
| 圖 2-2 | 直線特徵參數化表示 | 9 |
| 圖 2-3 | 相似轉換示意圖 | 10 |
| 圖 2-4 | 仿射轉換示意圖 | 12 |
| 圖 2-5 | 透視投影與射影幾何 | 15 |
| 圖 2-6 | 相似轉換求解條件幾何解析示意圖 | 21 |
| 圖 2-7 | 仿射轉換求解條件幾何解析示意圖 | 23 |
| 圖 2-8 | 相似轉換一個點加一條直線求解條件幾何解析示意圖 | 25 |
| 圖 2-9 | 仿射轉換一個點加兩條直線求解條件幾何解析示意圖 | 26 |
| 圖 2-10 | 仿射轉換兩個點加一條直線求解條件幾何解析示意圖 | 27 |
| 圖 2-11 | 誤差橢圓示意圖 | 30 |
| 圖 2-12 | 檢核線最短距離示意圖 | 32 |
| 圖 2-13 | 計算距離指標的例外狀況 | 34 |
| 圖 3-1 | 近似配置的直線和點特徵與檢核點分布 | 37 |
| 圖 3-2 | 直線改正數特性 | 40 |
| 圖 3-3 | 改正數成果統計 | 40 |
| 圖 3-4 | 分布因子模擬資料(直線特徵及檢核點) | 42 |
| 圖 3-5 | 分布因子測試相似轉換誤差橢圓 | 45 |
| 圖 3-6 | 分布因子測試仿射轉換誤差橢圓 | 45 |
| 圖 3-7 | 分布因子測試射影轉換誤差橢圓 | 46 |
| 圖 3-8 | 數量因子模擬資料(直線特徵及檢核點) | 46 |
| 圖 3-9 | 數量因子測試相似轉換誤差橢圓 | 48 |
| 圖 3-10 | 數量因子測試仿射轉換誤差橢圓 | 49 |
| 圖 3-11 | 數量因子測試射影轉換誤差橢圓 | 49 |
| 圖 3-12 | 方向因子模擬資料(直線特徵及檢核點) | 50 |
| 圖 3-13 | 方向因子測試相似轉換誤差橢圓 | 52 |
| 圖 3-14 | 方向因子測試仿射轉換誤差橢圓 | 52 |

| | | |
|--------|-----------------------------|----|
| 圖 3-15 | 方向因子測試射影轉換誤差橢圓 | 52 |
| 圖 3-16 | 相似轉換觀測量品質因子模擬成果 | 53 |
| 圖 3-17 | 仿射轉換觀測量品質因子模擬成果 | 54 |
| 圖 3-18 | 射影轉換觀測量品質因子模擬成果 | 54 |
| 圖 3-19 | 實驗三相似轉換模擬特徵分布(紅點為檢核點) | 56 |
| 圖 3-20 | 實驗三相似轉換誤差橢圓成果 | 58 |
| 圖 3-21 | 實驗三仿射轉換模擬特徵分布(紅點為檢核點) | 58 |
| 圖 3-22 | 實驗三仿射轉換誤差橢圓成果 | 60 |
| 圖 3-23 | 實驗三射影轉換模擬特徵分布(紅點為檢核點) | 60 |
| 圖 3-24 | 實驗三射影轉換誤差橢圓成果 | 62 |
| 圖 4-1 | 實驗一測試資料 | 63 |
| 圖 4-2 | 主影像特徵分布 | 64 |
| 圖 4-3 | 副影像特徵分布 | 64 |
| 圖 4-4 | 測試一主影像特徵分布 | 66 |
| 圖 4-5 | 測試一副影像特徵分布 | 66 |
| 圖 4-6 | 測試二主影像特徵分布 | 67 |
| 圖 4-7 | 測試二副影像特徵分布 | 67 |
| 圖 4-8 | 測試三主影像特徵分布 | 68 |
| 圖 4-9 | 測試三副影像特徵分布 | 68 |
| 圖 4-10 | 測試四主影像特徵分布 | 69 |
| 圖 4-11 | 測試四副影像特徵分布 | 69 |
| 圖 4-12 | 測試五主影像特徵分布 | 70 |
| 圖 4-13 | 測試五副影像特徵分布 | 70 |
| 圖 4-14 | 測試一影像套合鑲嵌圖 | 74 |
| 圖 4-15 | 測試一檢核特徵套合成果 | 74 |
| 圖 4-16 | 測試二影像套合鑲嵌圖 | 75 |
| 圖 4-17 | 測試二檢核特徵套合成果 | 75 |
| 圖 4-18 | 測試三影像套合鑲嵌圖 | 76 |
| 圖 4-19 | 測試三檢核特徵套合成果 | 76 |

| | | |
|--------|-------------------|----|
| 圖 4-20 | 測試四影像套合鑲嵌圖..... | 77 |
| 圖 4-21 | 測試四檢核特徵套合成果 | 77 |
| 圖 4-22 | 測試五影像套合鑲嵌圖..... | 78 |
| 圖 4-23 | 測試五檢核特徵套合成果 | 78 |
| 圖 4-24 | 測試六影像套合鑲嵌圖..... | 79 |
| 圖 4-25 | 測試六檢核特徵套合成果 | 79 |
| 圖 4-26 | 測試七影像套合鑲嵌圖..... | 80 |
| 圖 4-27 | 測試七檢核特徵套合成果 | 80 |
| 圖 4-28 | 多面場景測試影像..... | 81 |
| 圖 4-29 | 共平面特徵分布 | 83 |
| 圖 4-30 | 非共平面特徵分布 | 83 |
| 圖 4-31 | 密集的非共平面特徵分布 | 84 |
| 圖 4-32 | 實驗二影像鑲嵌成果..... | 87 |
| 圖 4-33 | 檢核特徵套合成果..... | 89 |
| 圖 4-34 | 圖資內容差異 | 91 |
| 圖 4-35 | 共軌特徵示意圖 | 92 |
| 圖 4-36 | 共軌特徵分布 | 93 |
| 圖 4-37 | 測試五特徵套合成果..... | 97 |
| 圖 4-38 | 測試三特徵套合成果..... | 97 |

表目錄



| | | |
|--------|----------------------------|----|
| 表 2-1 | 相似轉換求解條件幾何解析 | 20 |
| 表 2-2 | 相似轉換求解條件數值模擬分析 | 22 |
| 表 2-3 | 仿射轉換求解條件幾何解析 | 23 |
| 表 2-4 | 仿射轉換求解條件數值模擬分析 | 24 |
| 表 2-5 | 射影轉換求解條件數值模擬分析 | 24 |
| 表 2-6 | 相似轉換一個點加一條直線配置數值模擬分析 | 26 |
| 表 2-7 | 仿射轉換一個點加兩條直線配置數值模擬分析 | 27 |
| 表 2-8 | 仿射轉換兩個點加一條直線配置數值模擬分析 | 27 |
| 表 2-9 | 射影轉換混合特徵求解條件數值模擬分析 | 28 |
| 表 3-1 | 模擬資料實驗內容 | 36 |
| 表 3-2 | 實驗一資料配置 | 36 |
| 表 3-3 | 實驗一相似轉換解算結果 | 38 |
| 表 3-4 | 實驗一仿射轉換解算結果 | 38 |
| 表 3-5 | 實驗一射影轉換解算結果 | 38 |
| 表 3-6 | 實驗一整體精度評估 | 39 |
| 表 3-7 | 實驗二相似轉換參數 | 41 |
| 表 3-8 | 實驗二仿射轉換參數 | 41 |
| 表 3-9 | 實驗二射影轉換參數 | 41 |
| 表 3-10 | 分布因子測試整體精度成果 | 43 |
| 表 3-11 | 分布因子測試相似轉換參數理論精度 | 43 |
| 表 3-12 | 局部分布相似轉換參數相關係數 | 43 |
| 表 3-13 | 分布因子測試仿射轉換參數理論精度 | 43 |
| 表 3-14 | 局部分布仿射轉換參數相關係數 | 44 |
| 表 3-15 | 分布因子測試射影轉換參數理論精度 | 44 |
| 表 3-16 | 局部分布射影轉換參數相關係數 | 44 |
| 表 3-17 | 數量因子測試相似轉換參數理論精度 | 47 |
| 表 3-18 | 數量因子測試仿射轉換參數理論精度 | 47 |
| 表 3-19 | 數量因子測試射影轉換參數理論精度 | 47 |

| | | |
|--------|------------------------|----|
| 表 3-20 | 數量因子測試整體精度成果 | 48 |
| 表 3-21 | 方向因子測試整體精度成果 | 50 |
| 表 3-22 | 方向因子測試相似轉換參數理論精度 | 51 |
| 表 3-23 | 方向因子測試仿射轉換參數理論精度 | 51 |
| 表 3-24 | 方向因子測試射影轉換參數理論精度 | 51 |
| 表 3-25 | 實驗三相似轉換參數 | 56 |
| 表 3-26 | 實驗三相似轉換整體精度成果 | 57 |
| 表 3-27 | 實驗三仿射轉換參數 | 59 |
| 表 3-28 | 實驗三仿射轉換整體精度成果 | 59 |
| 表 3-29 | 實驗三射影轉換參數 | 61 |
| 表 3-30 | 實驗三射影轉換整體精度成果 | 61 |
| 表 4-1 | 實驗一測試配置 | 65 |
| 表 4-2 | 實驗一參數解算成果之一 | 71 |
| 表 4-3 | 實驗一參數解算成果之二 | 71 |
| 表 4-4 | 實驗一參數後驗標準差之一 | 71 |
| 表 4-5 | 實驗一參數後驗標準差之二 | 72 |
| 表 4-6 | 實驗一外部檢核成果之一 | 73 |
| 表 4-7 | 實驗一外部檢核成果之二 | 73 |
| 表 4-8 | 實驗二參數解算成果 | 85 |
| 表 4-9 | 實驗二參數後驗標準差 | 85 |
| 表 4-10 | 實驗二外部檢核成果 | 88 |
| 表 4-11 | 實驗三測試資料 | 90 |
| 表 4-12 | 實驗三測試配置 | 94 |
| 表 4-13 | 相似轉換參數解算成果 | 94 |
| 表 4-14 | 相似轉換參數後驗標準差 | 94 |
| 表 4-15 | 仿射轉換參數解算成果 | 95 |
| 表 4-16 | 仿射轉換參數後驗標準差 | 95 |
| 表 4-17 | 實驗三外部檢核成果 | 96 |

第一章 緒論



二維圖資是常見的空間資料，根據不同空間資料模式，可分為向量形式與網格形式兩種，向量形式的資料以點、線及面幾何元素，紀錄真實空間現象，現今使用的地籍圖及地形圖屬於此類二維圖資；網格形式的資料則以相同大小的網格為基本單位，依所選定之主題，決定真實空間現象對應的網格內主題的代表描述，數位影像是典型的網格形式二維圖資。

向量形式的二維圖資必須依據須法律規範的坐標系統繪製，坐標系統受圖資類型與產製時間而有差異，除此之外，即便是相同時期產製圖資，也可能因為引用控制點基準、採用的儀器、施測方法造成圖資成果差異，因此，當圖資有套合需求時，勢必需要透過坐標轉換，使兩種以上圖資轉換至相同坐標基準，以便進行資料分析；網格形式的數位影像資料具有影像坐標，常因影像資料之間需進行比較或分析而有套合需求，因此，坐標轉換程序同樣適用。

1.1 研究動機與目的

二維空間圖資套合基於適當坐標轉換模式，需要數量足夠且均勻分布的共軌特徵，能解算品質良好的轉換參數，傳統上，點特徵是最常被使用的特徵類型，但是，圖資套合的對象經常基於不同使用目的與產製方法，圖資之間的差異性增加共軌特徵獲取困難(Ruiz *et al.*, 2011)。在數位影像的套合作業上，Shi and Shaker (2006)、Al-Ruzouq *et al.* (2011)提到多來源遙測影像具有輻射、空間和時間解析度的差異，造成共軌點特徵萃取及匹配的困難。基於上述原因，改善使用點特徵套合的限制是必要的。

各類特定區域的二維圖資中常具有直線特徵，運用直線特徵共軌跡條件能解算轉換參數，且直線特徵分布範圍大，幾何屬性豐富，能克服共軌特徵不易獲取的限制。本研究將直線特徵軌跡應用於二維圖資套合，利用向量式直線方程式和具有直線保留特性的二維轉換模式，推演軌跡式直線二維轉換數學模式，運用幾何解析和數值模擬方式討論轉換模式的最小求解條件，並透過模擬資料，分析直線特徵的相關因子對參數解算成果影響，最後，以實際資料驗證本研究方法所能達致的套合效果。

1.2 相關研究

在二維空間轉換的議題上，已有相關文獻利用直線作為共軛特徵，本節分析相關研究目前發展，並比較與本研究方法的異同，分為共軛直線特徵型態、二維轉換模式、直線特徵表示方法、轉換模式最小求解條件、影響參數求解因子五個面向進行討論。

1.2.1 共軛直線特徵型態

共軛直線特徵型態分為方向向量平行或共軌跡兩種。方向向量平行是指共軛直線的方向向量，轉換至相同的坐標系統後須符合平行幾何條件；共軌跡則是兩直線轉換至相同坐標系統後，具有相互重合的條件，換句話說，直線的位置與方向向量皆需一致。

Shi and Shaker (2006)以直線特徵的單位方向向量作為觀測量，提出二維相似轉換(Similarity transformation)、仿射轉換(Affine transformation)的直線轉換模式，兩者分別最少以兩組及三組控制直線，可求解各自的轉換參數，若可用的直線特徵數量大於最少所需，則以最小二乘平差(Least squares adjustment)計算轉換參數，文獻中同時說明，以單位方向向量為觀測量的求解策略，僅能正確求解尺度量與旋轉量相關的轉換參數，平移參數與點特徵模式的數值成果有極大差異，因為單位方向向量能代表無限多條平行直線，並不具有唯一性，平移參數利用額外加入的點特徵求解。Han *et al.* (2014)在向量圖資套合程序中，除了使用點特徵，另外加入直線方向向量與投影點觀測量，共同求解轉換參數，利用圖資中多種可用特徵，增強共軛特徵幾何約制，提升成果精度。

Habib and Al-Ruzouq (2005)以直線共軌跡對應型態，進行多來源遙測影像的套合，直線特徵在幾何與輻射差異存在的資料中，仍具備可自動萃取的優勢，並使用改良式霍夫轉換方法，特徵匹配與轉換參數解算能一併進行，達到自動化套合目的。

比較上述兩種直線特徵型態，使用共軌跡對應能完整利用直線特徵的絕對位置與方向資訊，針對缺乏點特徵的空間資料，仍具備獨立解算轉換參數的能力，相較之下，方向向量無法求解與位置相關的參數，因此，本研究選擇使用共軌跡型態的直線特徵為觀測量。

1.2.2 二維轉換模式

Barakat *et al.* (1995)提到基於中心透視投影幾何，平面對平面的轉換關係為射影轉換(Projective transformation)，基於平面上點特徵和直線特徵皆可建立八個轉換參數的射影轉換方程式，惟直線和點特徵模式的轉換參數並不相同，但彼此具有函數關係，欲混合直線和點特徵射影轉換模式時，轉換參數之間的八個函數關係式被視為約制方程式，引入解算模型中。Barakat *et al.* (2004)利用上述基於直線特徵的射影轉換，和混合直線和點特徵的射影轉換，應用於多種衛星影像、航照影像的幾何改正，衛星影像包含 Landsat-7、SPOT4、IRS-1D 和 IKONOS。實驗成果與基於點特徵模式的成果比較，顯示使用直線特徵能用較少的控制資訊達到與點特徵一致的精度成果，直線比點特徵能提供更多控制資訊。

Elaksher (2008)應用基於直線的六參數(Six parameters transformation)、八參數(Eight parameters transformation)二維轉換模式於 IKONOS 衛星影像幾何改正，近似影像與物空間控制資訊的轉換關係，轉換模式選擇根據經驗法則，比較基於直線轉換模式和點特徵模式，成果差異並不顯著。

Shaker *et al.* (2005)提到高解析衛星影像的幾何改正，藉由二維轉換處理，考量運用的模式包含：多項式轉換(Polynomials transformation)、相似轉換、仿射轉換、射影轉換，文獻中使用一階至四階的多項式轉換和射影轉換，進行 IKONOS 衛星影像改正，比較不同轉換模式適用性，結論中並提到影像拍攝區域的地形起伏程度影響成果精度甚鉅。

Habib and Al-Ruzouq (2005)提出基於直線的半自動化多來源影像套合方法，處理對象包含 IKONOS、KOMPSAT、Landsat-7 與 SPOT 影像，轉換模式基於二維仿射轉換和相似轉換。實驗成果顯示仿射轉換適用具有較小視場角的衛星影像，相似轉換的套合精度較差，可應用於較低精度要求的應用上。

Zitová and Flusser (2003)提到使用全域轉換模式套合影像資料，轉換模式包含：二維相似轉換、仿射轉換和射影轉換，根據影像拍攝的差異性，選擇符合的轉換模式，其共同特性是具有直線保留特性，當參數解算系統具有多餘觀測數，以最小二乘平差估計最佳參數解。

相關文獻中提到，不同的二維轉換模式被運用在高解析度衛星影像的幾何改正，假設物空間特徵共平面，轉換模式不一定具有明確物理意義，可能是依循經驗

法則選用；本研究處理對象是二維圖資，經由攝影或地圖投影將物空間資訊在二維平面展示，因為使用共軛直線特徵，轉換模式必須考量具有直線保留特性，且轉換參數有明確的轉換幾何量，能夠說明資料幾何與轉換模式的適用性，因此，相似轉換、仿射轉換為首要考量，另外，射影轉換能適用於近景影像的拍攝幾何，以此三種轉換模式為研究對象。

1.2.3 直線特徵表示方法

Teo (2012)提到直線特徵方程式的表示方法包含斜截式(Slope-intercept form)、參數式(Parametric form)與向量式(Vector form)。斜截式直線方程式由截距(Intercept)和斜率(Slope)組成，兩個參數表示一條直線，其不足之處在於無法表示垂直的直線軌跡。

Mikhail and Weerawong (1997)利用參數式方程式表示直線特徵，直線參數包含：極徑(Radius)、極角(Polar angle)，推演基於直線軌跡的二維轉換模式，轉換方程式由直線參數和轉換參數組成。

Habib and Al-Ruzouq (2005)利用線段的兩端點表示直線特徵，在二維平面上的任意方向的直線都適用此形式，且特徵獲取具有便利性，共軛線段的端點不需要有共軛對應關係。

相關研究顯示，直線特徵的表示方法並不唯一，本研究欲基於向量式直線軌跡推演二維轉換模式，優點是直線特徵以線段端點表示，並根據端點量測精度直接給定最小二乘平差的觀測量權重。

1.2.4 轉換模式最小求解條件

最小求解條件是指恰好可以解算轉換參數的特徵配置，實務上並不會以最小配置解算轉換參數，因為解算系統多餘觀測數為零，成果的可靠度相當低，討論最小求解條件的目的在於釐清轉換模式特性，並作為特徵數量選擇的參考。

Mikhail and Weerawong (1997)對軌跡式二維轉換模式的最小求解條件有詳盡說明，包含相似轉換、仿射轉換與射影轉換，任意模式使用一組共軛直線特徵皆可組成兩條方程式。相似轉換模式的其中一條方程式僅能求解角度，最少需三條直線，其中的兩條直線可以平行，且三條直線不共點，方滿足求解條件；仿射轉換模式其

中一條方程式轉換參數的係數僅由直線參數的極角組成，直線軌跡平行會造成方程式相依，最少需要三條直線，且任兩條直線軌跡不可平行，三條直線不可共點，符合求解六個參數的條件；射影轉換模式利用四條直線，必須滿足三條以上直線不共點的條件，才可以求解八個轉換參數。

陳怡潔(2012)提到以直線方向向量單獨解算相似轉換和仿射轉換的求解條件，旋轉量分別需以一條和兩條直線求解，也提及尺度量、平移量利用共軛長度向量、共軛交點幾何條件求解；考量混合點特徵與直線特徵求解轉換參數，提到相似轉換至少需一個點特徵加上一條直線特徵可滿足求解條件，仿射轉換以兩個點特徵加上一條直線特徵或一個點特徵加上兩條直線特徵的配置，皆可滿足最小求解條件，運用投影點概念能增加可用共軛特徵。

關於轉換模式最小求解條件的探討，本研究以幾何方式解析相似、仿射轉換的各項幾何量，求解至少所需的直線特徵數量與分布，同時以數值模擬分析交互驗證。本研究也考量使用混合特徵求解轉換參數可行性，概念是直線軌跡具有位置及向量資訊，與點特徵之間的幾何訊息完整，無需額外計算產生任何輔助觀測量。

1.2.5 影響參數求解因子

Teo(2012)將直線特徵軌跡應用在有理函數物像對應模式，提到直線特徵數量、方向、長度是三個重要的影響因子，利用模擬資料分析其影響性。Shaker *et al.* (2005)利用二維轉換模式，處理高解析度衛星影像的幾何改正，提到單純增加特徵數量對精度提升效果並不顯著，特徵分布幾何相對更為重要。

直線特徵軌跡有不同的線段長度、方向、數量及分布條件，確實會影響轉換參數解算成果，目前相關研究並沒有全面性的探討於二維轉換的影響性，因此，本研究在此部分以模擬資料進行討論，歸納不同影響因子對套合成果的影響。

1.3 研究方法與流程

本研究方法基於向量式直線方程式，與具有直線保留特性的二維轉換模式，建立軌跡式直線二維轉換數學模式，解析轉換模式的最小求解條件及特性，歸納影響轉換參數求解的因子，並透過模擬資料分析各項因子影響性，實際資料驗證本研究方法的套合效果，整體研究流程如圖 1-1。

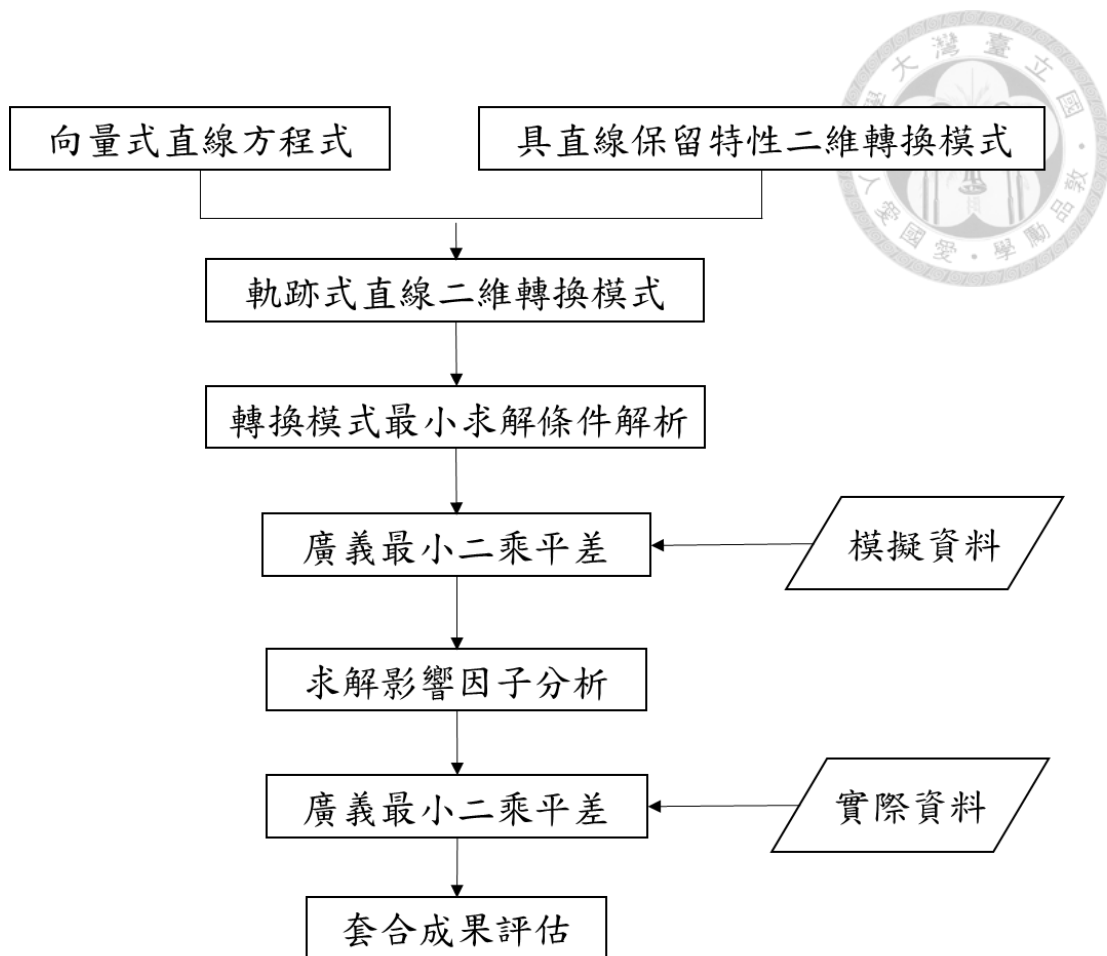


圖 1-1 研究流程圖

1.4 論文架構

本論文各章節內容編排如下：

第一章 緒論

闡述研究背景，說明研究動機及目的，整理相關研究目前發展與本研究的連結，並介紹研究流程與論文架構。

第二章 研究方法

介紹本研究推演的軌跡式直線特徵轉換數學模式、轉換參數解算方法，解析轉換模式的最小求解條件，歸納轉換參數成果影響因子，並說明資料套合的品質評估方式。

第三章 模擬資料實驗分析與討論

利用模擬資料測試圖資套合流程可行性，比較與點特徵模式的差異性，針對第二章歸納的影響因子進行分析，並以實驗說明當直線特徵在分布幾何不符合需求

時，引入點特徵共同解算轉換參數的效益。

第四章 實際資料實驗分析與討論

利用實際圖資進行套合實驗，分析本研究理論能滿足實務應用目的。

第五章 結論與建議

總結本研究提出的方法特性與實驗分析成果，並提出後續研究建議。



第二章 研究方法



2.1 二維空間直線特徵軌跡

傳統的二維幾何套合方法，使用點特徵作為共軌特徵，具有明確的位置對應關係，相較之下，直線特徵軌跡，利用線特徵共軌跡的特性，約制二維坐標間的對應關係，如圖 2-1 所示，因為共軌直線只要落在相同軌跡上即符合共軌跡條件，因此，沿著軌跡方向並沒有位置約制力，而在垂直軌跡方向上，有較強的位置約制力。

直線特徵軌跡由一個參考點與一個方向向量組成，參考點提供絕對位置資訊，多條軌跡的相對幾何關係，可作為求解平移量和尺度量的條件，此外，軌跡的方向向量，可直接提供旋轉量求解的幾何條件。

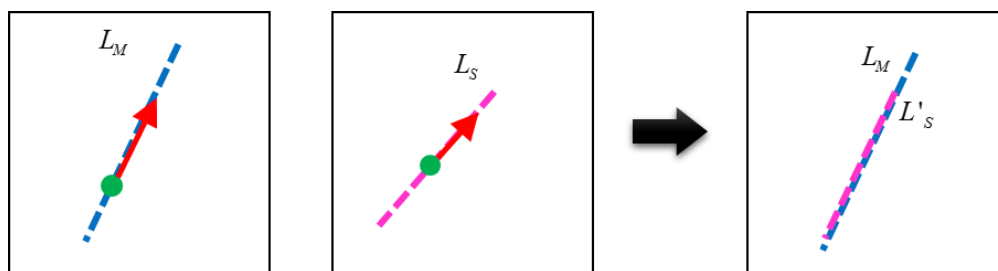


圖 2-1 直線特徵軌跡對應示意圖

與點特徵相比較，直線特徵在二維圖資的應用上，具有下列優勢：

- I. 在特徵量測上，直線只需要軌跡上任意兩個端點即可獲得特徵資訊，共軌特徵的端點不需要有對應關係，且線段長度不必相同，特徵取得方式具有比點特徵更大的彈性。
- II. 在特徵萃取方面，直線特徵擁有長度、方向等幾何屬性，自動化直線偵測演算法相較於點特徵更容易執行，而在向量式的二維圖資當中，本身即具備豐富的直線特徵，可直接作為共軌特徵使用。
- III. 在特徵匹配方面，除了傳統匹配方法使用輻射資訊，直線特徵的幾何屬性也可以作為匹配條件，改善特徵因為輻射與幾何特性差異，造成匹配失敗的問題。
- IV. 考慮影像拍攝時遮蔽的影響，點特徵因涵蓋範圍較小，較易被遮蔽；但直線特徵於部分受遮蔽時，仍然能夠利用剩餘可視之部分得到直線特徵(彭念豪，2005)。

2.1.1 直線特徵參數化

描述二維直線特徵之幾何，可以透過給定直線軌跡上的兩個端點，定義直線參考點與方向向量，使用四參數形式的直線方程式表示，如式(2-1)所示，圖 2-2 令 A、B 分別代表任意兩個端點，直線參數包含參考點坐標 (X_A, Y_A) 與利用端點的坐標差值計算得方向向量 $[dX, dY]^T$ 。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + s \times \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + s \times \begin{bmatrix} dX \\ dY \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-1)$$

其中 (X, Y) 是 X-Y 坐標系的直線軌跡上任意點坐標；

(X_A, Y_A) 、 (X_B, Y_B) 是端點坐標；

$[dX, dY]^T$ 是直線方向向量， $[dX, dY]^T = [X_B - X_A, Y_B - Y_A]^T$ ；

s 是尺度因子。

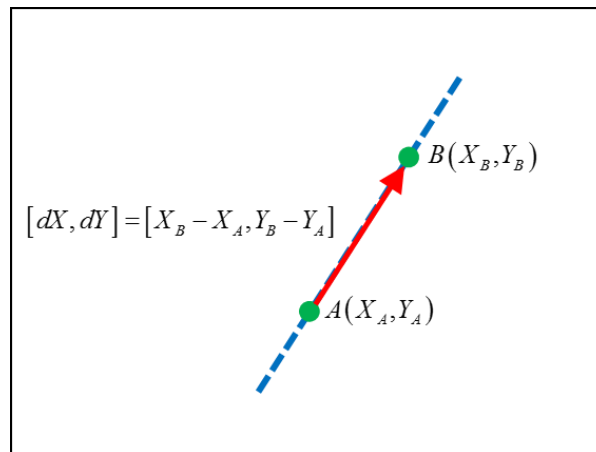


圖 2-2 直線特徵參數化表示

2.2 基於軌跡式直線特徵二維轉換模式

本節說明運用直線特徵軌跡進行二維空間轉換的數學模式。不同二維圖資之間的轉換，常假設具有平移、旋轉、尺度這些帶有物理意義的幾何量，故選用相似

轉換、仿射轉換為轉換模式；以中心透視投影拍攝框幅式近景影像，欲進行影像套合時，若兩張影像攝影光軸非與拍攝場景垂直，且假設場景為平面，考量透視投影的變形，選用射影轉換模式。

本研究根據圖資套合需求，選擇上述轉換模式為對象，並推演基於軌跡式直線特徵之轉換方程式。需特別強調的是，本研究選用的轉換模式必須具有直線保留特性，如此才能符合轉換後直線共軌跡的必要條件。

2.2.1 軌跡式直線特徵之二維相似轉換模式

相似轉換是最簡單具直線保留特性的轉換模式，假設平面坐標系統之間具有兩軸方向各自的平移量、一個旋轉量及兩軸相同的尺度量，如圖 2-3 所示，可表示為式(2-2)的形式，坐標轉換後具有形狀、角度、長度比例不變的特性，平行的直線仍保持平行。

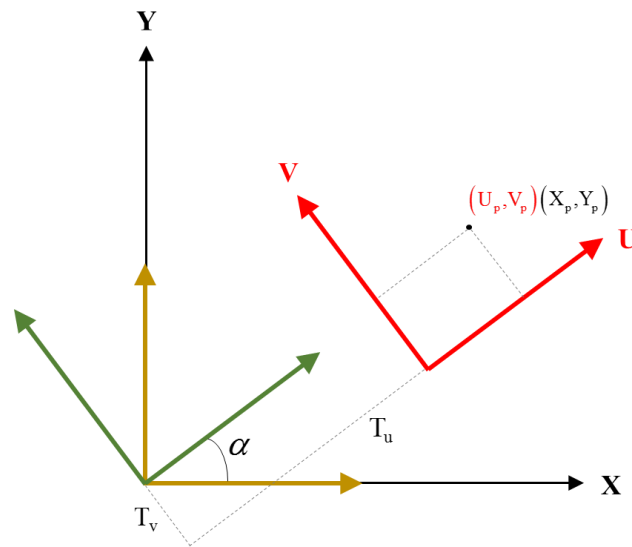


圖 2-3 相似轉換示意圖

$$\begin{aligned} U &= S \cos \alpha X + S \sin \alpha Y + T_u \\ V &= -S \sin \alpha X + S \cos \alpha Y + T_v \end{aligned} \quad (2-2)$$

其中 S 代表尺度量；

α 代表旋轉量；

T_u 代表 U 軸方向平移量；



T_v 代表 V 軸方向平移量；

(U, V) 是 U-V 坐標系的點坐標；

(X, Y) 是 X-Y 坐標系的點坐標。

式(2-2)可簡化為式(2-3)的線性形式，意即轉換參數之間各自獨立，增加解算方式的彈性。

$$\begin{aligned} U &= S_a X + S_b Y + S_c \\ V &= -S_b X + S_a Y + S_d \end{aligned} \quad (2-3)$$

其中 (S_a, S_b, S_c, S_d) 是相似轉換參數；

$$S_a = S \cos \alpha \quad ;$$

$$S_b = S \sin \alpha \quad ;$$

$$S_c = T_u \quad ;$$

$$S_d = T_v \quad \circ$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} U_A \\ V_A \end{bmatrix} + t \times \begin{bmatrix} U_B - U_A \\ V_B - V_A \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} U_A \\ V_A \end{bmatrix} + t \times \begin{bmatrix} dU \\ dV \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-4)$$

其中 (U, V) 是 U-V 坐標系的直線軌跡上任意點坐標；

(U_A, V_A) 、 (U_B, V_B) 是端點坐標；

$[dU, dV]^T$ 是直線方向向量， $[dU, dV]^T = [U_B - U_A, V_B - V_A]^T$ ；

t 是尺度因子。

如前一章節所述，二維直線特徵可利用四參數形式的方程式表示，式(2-1)及式(2-4)分別代表 X-Y 及 U-V 坐標系統中的直線參數，為了得到直線參數與轉換參數之間的數學函數關係，將兩者代入式(2-3)中，並透過代入消去法，消掉原直線方程

式中的尺度因子 s 及 t ，最終會得到式(2-5)、式(2-6)兩條轉換方程式，化為矩陣形式如式(2-7)，作為軌跡式直線特徵之相似轉換模式方程式，推演過程詳見附錄一，一組直線特徵對應能組成兩條方程式。

$$S_a(Y_A dU - X_A dV) - S_b(X_A dU + Y_A dV) - S_c dV + S_d dU + U_A dV - V_A dU = 0 \quad (2-5)$$

$$S_a(dXdV - dYdU) + S_b(dYdV + dXdU) = 0 \quad (2-6)$$

$$\begin{bmatrix} Y_A dU - X_A dV & -X_A dU - Y_A dV & -dV & dU \\ dXdV - dYdU & dYdV + dXdU & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \\ S_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_A dV + V_A dU \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

其中 (S_a, S_b, S_c, S_d) 是相似轉換參數；

(X_A, Y_A) 、 (U_A, V_A) 是直線參數的參考點；

$[dX, dY]^T$ 、 $[dU, dV]^T$ 是直線參數的方向向量。

2.2.2 軌跡式直線特徵之二維仿射轉換模式

仿射轉換是一個更廣義的二維轉換模式，與相似轉換比較，旋轉量增加一個非正交角，且兩軸的尺度量不同，如圖 2-4 所示，具有平行直線轉換後保持平行的不變特性，可表示為式(2-8)的形式。

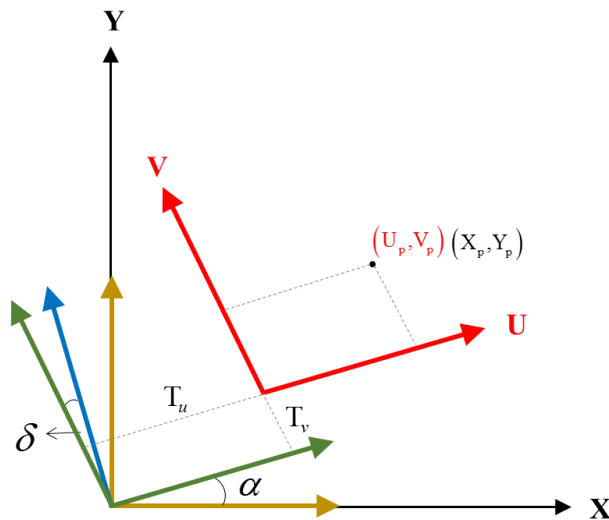
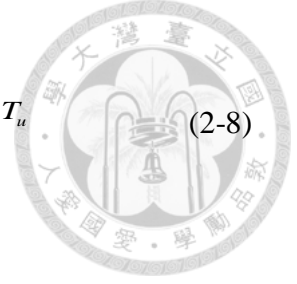


圖 2-4 仿射轉換示意圖



$$\begin{aligned} U &= S_x (\cos \alpha - \delta \sin \alpha) X + S_x (\sin \alpha + \delta \cos \alpha) Y + T_u \\ V &= -S_y \sin \alpha X + S_y \cos \alpha Y + T_v \end{aligned} \quad (2-8)$$

其中 S_x 及 S_y 分別代表 X 軸及 Y 軸方向尺度量；

α 代表旋轉量；

δ 代表兩坐標軸非正交角；

T_u 代表 U 軸方向平移量；

T_v 代表 V 軸方向平移量。

式(2-8)可化簡為式(2-9)線性形式，使得轉換參數之間相互獨立。

$$\begin{aligned} U &= A_{00}X + A_{01}Y + A_{02} \\ V &= A_{10}X + A_{11}Y + A_{12} \end{aligned} \quad (2-9)$$

其中 $(A_{00}, A_{01}, A_{02}, A_{10}, A_{11}, A_{12})$ 是仿射轉換參數；

$$A_{00} = S_x (\cos \alpha - \delta \sin \alpha) ;$$

$$A_{01} = S_x (\sin \alpha + \delta \cos \alpha) ;$$

$$A_{02} = T_u ;$$

$$A_{10} = -S_y \sin \alpha ;$$

$$A_{11} = S_y \cos \alpha ;$$

$$A_{12} = T_v .$$

仿射轉換模式的推導原理與相似轉換相同，將式(2-1)及式(2-4)直線方程式，代入式(2-9)中，最終得到轉換關係式(2-10)、式(2-11)，化為矩陣形式如式(2-12)，作為利用軌跡式直線特徵之仿射轉換模式方程式，推演過程詳見附錄二，一組直線特徵對應構成兩條方程式提供求解。

$$A_{00}X_A dV + A_{01}Y_A dV + A_{02}dV - A_{10}X_A dU - A_{11}Y_A dU - A_{12}dU \dots - U_A dV + V_A dU = 0 \quad (2-10)$$

$$A_{00}dXdV + A_{01}dYdV - A_{10}dXdU - A_{11}dYdU = 0 \quad (2-11)$$

$$\begin{bmatrix} X_A dV & Y_A dV & dV & -X_A dU & -Y_A dU & -dU \\ dXdV & dYdV & 0 & -dXdU & -dYdU & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{00} \\ A_{01} \\ A_{02} \\ A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_A dV - V_A dU \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

其中 $(A_{00}, A_{01}, A_{02}, A_{10}, A_{11}, A_{12})$ 是仿射轉換參數；

(X_A, Y_A) 、 (U_A, V_A) 是直線參數的參考點；

$[dX, dY]^T$ 、 $[dU, dV]^T$ 是直線參數的方向向量。

2.2.3 軌跡式直線特徵之二維射影轉換模式

射影轉換描述二維平面之間的轉換，並非由明確的轉換幾何量組成轉換參數，但概念上兩平面的資料轉換仍然依循旋轉、平移、尺度進行，惟資料之間的尺度非均勻。此模式可用於近景影像的轉換，兩張影像分別以透視投影幾何成像，假設拍攝之物空間場景為一平面，且攝影光軸不垂直於此平面，如圖 2-5 所示，則考量透視投影變形，兩影像平面資訊可透過射影幾何轉換，具有共線的三點轉換後保持共線的特性，轉換數學模式如式(2-13)。



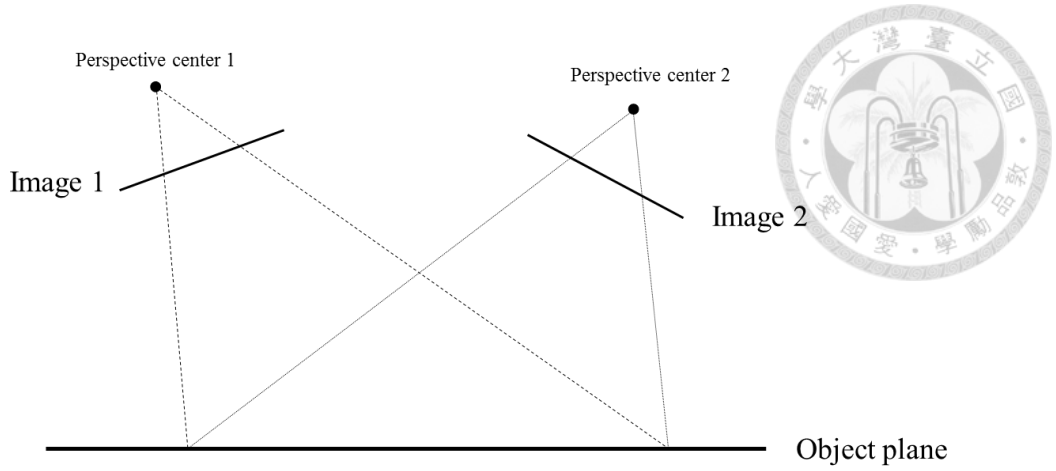


圖 2-5 透視投影與射影幾何

$$\begin{aligned} U &= \frac{P_{00}X + P_{01}Y + P_{02}}{P_{20}X + P_{21}Y + 1} \\ V &= \frac{P_{10}X + P_{11}Y + P_{12}}{P_{20}X + P_{21}Y + 1} \end{aligned} \quad (2-13)$$

其中， $(P_{00}, P_{01}, P_{02}, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{20}, P_{21})$ 是射影轉換參數。

將式(2-1)及式(2-4)直線方程式，代入式(2-13)轉換模式中，可以推導得基於軌跡式直線特徵之二維射影轉換模式方程式，如式(2-14)、式(2-15)，化為矩陣形式如式(2-16)，推演過程詳見附錄三，一組直線特徵對應構成兩條方程式提供求解。

$$\begin{aligned} &P_{00}X_A dV + P_{01}Y_A dV + P_{02}dV - P_{10}X_A dU - P_{11}Y_A dU - P_{12}dU + \dots \\ &P_{20}(X_A V_A dU - X_A U_A dV) + P_{21}(Y_A V_A dU - Y_A U_A dV) + V_A dU - U_A dV = 0 \end{aligned} \quad (2-14)$$

$$\begin{aligned} &P_{00}dXdV + P_{01}dYdV - P_{10}dXdU - P_{11}dYdU - \dots \\ &P_{20}(U_A dXdV - V_A dXdU) - P_{21}(U_A dYdV - V_A dYdU) = 0 \end{aligned} \quad (2-15)$$

$$\begin{bmatrix} X_A dV & Y_A dV & dV & -X_A dU & -Y_A dU & -dU & X_A V dU - X_A U dV & Y_A V dU - Y_A U dV \\ dXdV & dYdV & 0 & -dXdU & -dYdU & 0 & -U_A dXdV + V_A dXdU & -U_A dYdV + V_A dYdU \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{00} \\ P_{01} \\ P_{02} \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \\ P_{20} \\ P_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_A dU + U_A dV \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

其中 $(P_{00}, P_{01}, P_{02}, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{20}, P_{21})$ 是射影轉換參數；

(X_A, Y_A) 、 (U_A, V_A) 是直線參數的參考點；

$[dX, dY]^T$ 、 $[dU, dV]^T$ 是直線參數的方向向量。

2.3 轉換參數解算模式

本節說明根據前一節所述轉換模式，以最小二乘平差方法，估計轉換參數的最佳解。解算模式分為近似模式與嚴密模式兩種，嚴密模式考量轉換數學模式是非線性，給予每個觀測量相應權重，透過多次迭代後收斂得參數最佳估計值，並可計算個別直線觀測量改正數，得到精度較高的成果，唯需給予參數初始值；因此，發展近似模式，將轉換模式化為線性，不需要迭代，即可求得一組參數解，雖然參數精度不如嚴密模式，但此參數解可提供嚴密模式作為初始值。

2.3.1 嚴密模式

嚴密模式以廣義最小二乘平差模型(General least squares adjustment model)解算，如式(2-17)所示，平差的數學方程式根據式(2-5)、式(2-6)、式(2-10)、式(2-11)、式(2-14)及式(2-15)的轉換模式方程式，轉換參數為未知參數，觀測量包含直線參數的參考點及方向向量；平差的隨機模式(Stochastic model)，依據直線參考點及方向向量端點的量測誤差，推算觀測量權重，如式(2-18)，因此，點位量測精度以及線段長度會依誤差傳播影響平差結果。

相似轉換與仿射轉換的未知參數，可以分別用轉換幾何量，如式(2-2)、式(2-8)，或參數形式，如式(2-3)、式(2-9)表示，兩者未知參數的數量相同，差異僅參數之間

屬線性或非線性。在模擬資料實驗中，為了釐清觀測量因子影響性，採用轉換幾何量表示未知參數；在實際資料實驗中，因涉及由近似模式給定初始值的流程，直接以參數形式表示。

在嚴密模式中，數學方程式皆為非線性形式，解算前須對方程式線性化，並透過給定參數初始值迭代計算，俟符合收斂條件停止。

$$A\xi + Be = w, \quad e \sim (0, \Sigma = \sigma_0^2 P^{-1}) \quad (2-17)$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{X_A}^2 & \sigma_{X_A Y_A} & \sigma_{X_A U_A} & \sigma_{X_A V_A} & \sigma_{X_A X_B} & \sigma_{X_A Y_B} & \sigma_{X_A U_B} & \sigma_{X_A V_B} \\ \sigma_{X_A Y_A} & \sigma_{Y_A}^2 & \sigma_{Y_A U_A} & \sigma_{Y_A V_A} & \sigma_{Y_A X_B} & \sigma_{Y_A Y_B} & \sigma_{Y_A U_B} & \sigma_{Y_A V_B} \\ \sigma_{X_A U_A} & \sigma_{Y_A U_A} & \sigma_{U_A}^2 & \sigma_{U_A V_A} & \sigma_{U_A X_B} & \sigma_{U_A Y_B} & \sigma_{U_A U_B} & \sigma_{U_A V_B} \\ \sigma_{X_A V_A} & \sigma_{Y_A V_A} & \sigma_{U_A V_A} & \sigma_{V_A}^2 & \sigma_{V_A X_B} & \sigma_{V_A Y_B} & \sigma_{V_A U_B} & \sigma_{V_A V_B} \\ \sigma_{X_A X_B} & \sigma_{Y_A X_B} & \sigma_{U_A X_B} & \sigma_{V_A X_B} & \sigma_{X_B}^2 & \sigma_{X_B Y_B} & \sigma_{X_B U_B} & \sigma_{X_B V_B} \\ \sigma_{X_A Y_B} & \sigma_{Y_A Y_B} & \sigma_{U_A Y_B} & \sigma_{V_A Y_B} & \sigma_{X_B Y_B} & \sigma_{Y_B}^2 & \sigma_{Y_B U_B} & \sigma_{Y_B V_B} \\ \sigma_{X_A U_B} & \sigma_{Y_A U_B} & \sigma_{U_A U_B} & \sigma_{V_A U_B} & \sigma_{X_B U_B} & \sigma_{Y_B U_B} & \sigma_{U_B}^2 & \sigma_{U_B V_B} \\ \sigma_{X_A V_B} & \sigma_{Y_A V_B} & \sigma_{U_A V_B} & \sigma_{V_A V_B} & \sigma_{X_B V_B} & \sigma_{Y_B V_B} & \sigma_{U_B V_B} & \sigma_{V_B}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$8k \times 8k$

$$P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1}$$

其中 A 是對轉換模式方程式未知參數偏微分的係數矩陣；

ξ 是未知參數向量；

B 是對轉換模式方程式觀測量偏微分的係數矩陣；

e 是誤差向量；

Σ 是觀測量方差—協方差矩陣；

σ_0 是先驗單位權標準差；

P 是觀測量的權矩陣；

w 是轉換模式方程式的不符值向量；

k 是直線特徵個數。

式(2-19)說明未知參數增量、改正數的計算方式，另外還有參數精度之評估方式。



$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \hat{\xi} = \left[A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} A \right]^{-1} A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} w \\ \Rightarrow \tilde{e} = P^{-1}B^T (BP^{-1}B^T)^{-1} (w - A\hat{\xi}) \\ \Rightarrow \hat{\sigma}_0^2 = \frac{\tilde{e}^T P \tilde{e}}{d.o.f} \\ \Rightarrow \Sigma_{\xi} = \sigma_0^2 \left(A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} A \right)^{-1} \\ \Rightarrow \hat{\Sigma}_{\xi} = \hat{\sigma}_0^2 \left(A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} A \right)^{-1} \end{array} \right. \quad (2-19)$$

其中 $\hat{\xi}$ 是未知參數最或是值增量向量；

\tilde{e} 是改正數向量；

$\hat{\sigma}_0$ 是後驗單位權標準差；

Σ_{ξ} 是未知參數最或是值的先驗方差—協方差矩陣；

$\hat{\Sigma}_{\xi}$ 是未知參數最或是值的後驗方差—協方差矩陣；

$d.o.f$ 是平差系統的多餘觀測數。

迭代停止條件根據觀測量改正數加權平方和判斷，與前一次迭代的改正數加權平方和比較，若兩者比值趨近於 1，與 1 的差值小於設定之收斂門檻，則迭代停止，計算方式如式(2-20)。收斂門檻值根據觀測量的先驗單位權標準差決定，當連續兩次迭代的改正數變化量，與先驗單位權標準差的等級差異大於 10^{-2} ，則繼續迭代計算不影響解算成果，迭代可停止，則據此推算對應的收斂門檻值。

$$\left| \frac{(\tilde{e}^T P \tilde{e})_{new}}{(\tilde{e}^T P \tilde{e})_{last}} - 1 \right| < \varepsilon \quad (2-20)$$

其中 ε 是收斂門檻值。

2.3.2 近似模式

近似模式依據間接觀測最小二乘平差模型(Indirect observations least squares adjustment model)解算，如式(2-21)，平差的數學方程式與嚴密模式相同，惟直線參考點及方向向量視為常數，數學方程式為線性。

$$A\xi + e = w, \quad e \sim (0, \Sigma = \sigma_0^2 P^{-1}) \quad (2-21)$$

其中 A 是對轉換模式方程式未知參數偏微分的係數矩陣；

ξ 是未知參數向量；

e 是誤差向量；

Σ 是觀測量方差—協方差矩陣；

σ_0 是先驗單位權標準差；

P 是觀測量的權矩陣；

w 是轉換模式方程式的不符值向量。

近似模式之參數解根據式(2-22)計算，因方程式為線性形式，不需要進行迭代即可求得。雖然參數精度較差，但可提供嚴密模式作為參數初始值。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \hat{\xi} = (A^T P A)^{-1} A^T P w \\ \Rightarrow \tilde{e} = w - A \hat{\xi} \\ \Rightarrow \hat{\sigma}_0^2 = \frac{\tilde{e}^T P \tilde{e}}{d.o.f} \\ \Rightarrow \Sigma_{\hat{\xi}} = \sigma_0^2 (A^T P A)^{-1} \\ \Rightarrow \hat{\Sigma}_{\tilde{e}} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1} \end{array} \right. \quad (2-22)$$

其中 $\hat{\xi}$ 是未知參數最或是值向量；

\tilde{e} 是改正數向量；

$\hat{\sigma}_0$ 是後驗單位權標準差；



Σ_{ξ} 是未知參數最或是值的先驗方差—協方差矩陣；

$\hat{\Sigma}_{\xi}$ 是未知參數最或是值的後驗方差—協方差矩陣。

2.4 直線特徵最小可解條件

本節探討利用軌跡式直線特徵求解轉換參數的最小求解條件，相似轉換及仿射轉換有明確的轉換幾何量，可以分別解析求解所需的特徵幾何配置，同時利用數值模擬資料，分析平差解算的法方程式矩陣秩數，驗證幾何解析成果，法方程式矩陣的計算方式如式(2-23)。

$$N = A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} A \quad (2-23)$$

其中 A 是對方程式未知參數偏微分的係數矩陣；

B 是對方程式觀測量偏微分的係數矩陣；

P 是觀測量的權矩陣；

N 是法方程式矩陣。

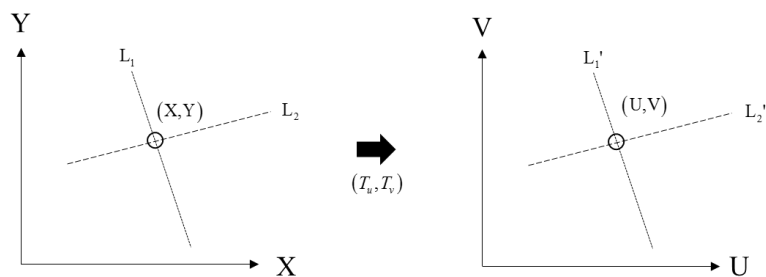
2.4.1 使用軌跡式直線特徵於二維相似轉換可解條件

相似轉換具有尺度量、旋轉量與平移量，各項幾何量最小求解條件之幾何解析整理如表 2-1，並以圖 2-6 示意圖輔助說明，直線特徵軌跡僅約制垂直軌跡方向上的位置，故需要兩條不平行的直線特徵求解平移量；相似轉換的旋轉量為單一旋轉角度，以一條直線特徵的方向向量即可求解；尺度量透過固定距離決定，若直線特徵軌跡互相平行，其軌跡之間隱含的距離資訊可作為求解依據，若不平行，則需要三條特徵，構成一個固定距離提供求解。綜合以上條件，使用軌跡式直線特徵求解相似轉換，至少需要三條直線特徵，且其中兩條不平行。

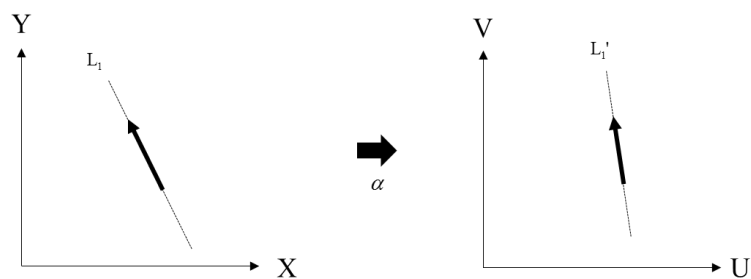
表 2-1 相似轉換求解條件幾何解析

| 幾何量 | 特徵配置 | 說明 |
|-----|-----------|--------------|
| 平移量 | 兩條不平行直線特徵 | 不同方向軌跡求解絕對位置 |
| 旋轉量 | 一條直線特徵 | 方向向量求解旋轉量 |

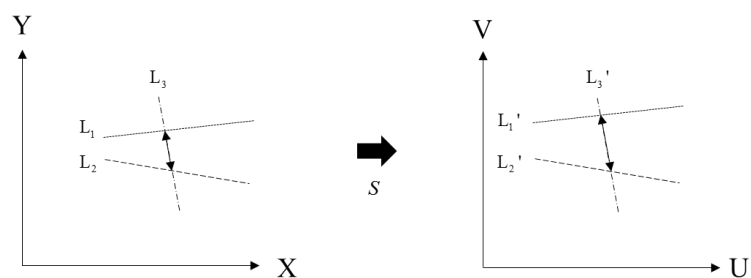
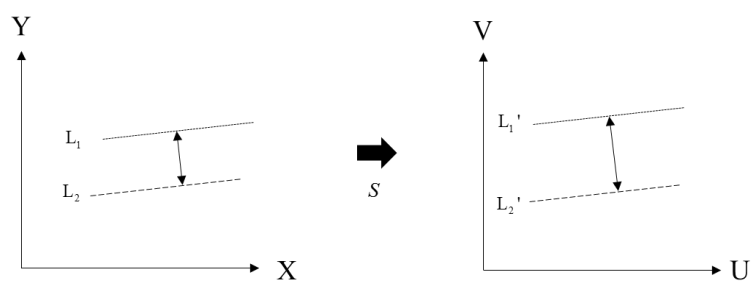
| 幾何量 | 特徵配置 | 說明 |
|-----|-------------------------------|--|
| 尺度量 | 兩條平行直線特徵 或 三條直線特徵至少兩者不平 | 平行的直線軌跡間距求解尺度量 或 三條直線軌跡構成一個固定距離求解尺 |
| | 行 | 度量 |



(a) 平移量



(b) 旋轉量



(c) 尺度量

圖 2-6 相似轉換求解條件幾何解析示意圖

分析相似轉換的轉換方程式特性，式(2-6)轉換參數的係數，可以化為向量內積的形式，如式(2-24)、式(2-25)，相似轉換的旋轉角度為定量，因此，無論直線特徵的方向如何變化，僅產生一條獨立的式(2-6)方程式，換句話說，方程式僅能求解旋轉角度，增加特徵數量只提升多餘觀測數，所以呼應了幾何解析成果，至少需三條直線特徵才可能符合最小求解條件。

$$dXdV - dYdU = \|\overline{XY}\| \|\overline{UV}\| \cos(\alpha + 90^\circ) \quad (2-24)$$

$$dXdU + dYdV = \|\overline{XY}\| \|\overline{UV}\| \cos \alpha \quad (2-25)$$

其中 α 是相似轉換的旋轉量；

$\|\overline{XY}\|$ 、 $\|\overline{UV}\|$ 是直線特徵方向向量長度。

表 2-2 是數值模擬資料分析結果，顯示兩條直線特徵會造成解算過程的法方程式矩陣秩虧，呼應前述方程式特性，而三條直線特徵須滿足至少兩條特徵不平行的條件，且三條直線不可以交於一點，才滿足求解相似轉換的幾何配置。

表 2-2 相似轉換求解條件數值模擬分析

| 直線特徵 數量(條) | 特徵幾何配置 | 法方程式矩陣秩數 | 是否可以求解 |
|---------------|-----------|----------|--------|
| 2 | 互相平行 | 3 | 否 |
| 2 | 不互相平行 | 3 | 否 |
| 3 | 皆互相平行 | 3 | 否 |
| 3 | 三條直線共點 | 3 | 否 |
| 3 | 其中兩條直線不平行 | 4 | 是 |
| 3 | 皆不互相平行 | 4 | 是 |

2.4.2 使用軌跡式直線特徵於二維仿射轉換可解條件

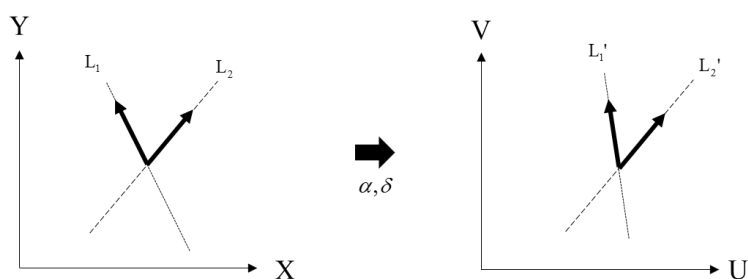
仿射轉換的幾何解析整理於表 2-3，旋轉量與相似轉換比較，增加一個非正交角度，需要兩條不平行的直線特徵，兩個方向向量求解非正交角，見圖 2-7 示意圖；兩軸方向具有各自的尺度量，需要不同方向之固定距離條件，故至少需要三條



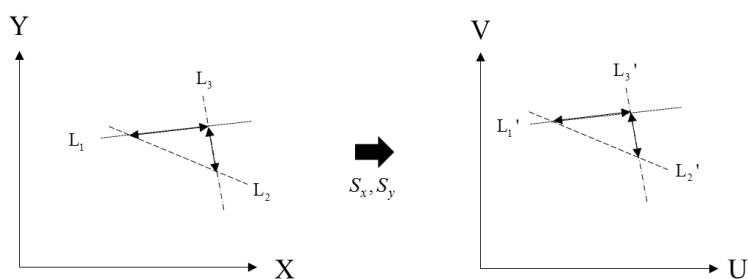
皆不平行的直線特徵求解仿射轉換的尺度量。綜合以上條件，可知利用軌跡式直線特徵求解仿射轉換，至少需要三條直線特徵，且皆不平行。

表 2-3 仿射轉換求解條件幾何解析

| 幾何量 | 特徵配置 | 說明 |
|-----|------------|-------------------------------|
| 平移量 | 兩條不平行直線特徵 | 不同方向軌跡求解絕對位置 |
| 旋轉量 | 兩條不平行直線特徵 | 一個方向向量求解旋轉角 兩個方向向量夾角求解非正交角 |
| 尺度量 | 三條皆不平行直線特徵 | 三條直線軌跡構成三個固定距離求解兩個方向的尺度量 |



(a)旋轉量



(b)尺度量

圖 2-7 仿射轉換求解條件幾何解析示意圖

分析仿射轉換方程式特性，式(2-11)轉換參數的係數，皆由方向向量的分量以乘積的形式組成，若在特徵配置的幾何上出現平行直線，兩條直線構成式(2-11)方程式必定相依，故使用三條直線求解仿射轉換時，不可以出現平行的直線幾何，才符合最小求解條件。

表 2-4 是數值模擬分析成果，驗證前段所述，三條直線特徵必須皆不平行，另外，也不可以出現三條線共點的情況，才符合仿射轉換之最小求解條件。



表 2-4 仿射轉換求解條件數值模擬分析

| 直線特徵數量(條) | 特徵幾何配置 | 法方程式矩陣秩數 | 是否可以求解 |
|-----------|------------|----------|--------|
| 3 | 皆互相平行 | 3 | 否 |
| 3 | 其中兩條直線互相平行 | 5 | 否 |
| 3 | 三條直線共點 | 5 | 否 |
| 3 | 皆不互相平行 | 6 | 是 |

2.4.3 使用軌跡式直線特徵於二維射影轉換可解條件

射影轉換不是直接由二維轉換幾何量組成轉換參數，因此，不易明確解析各參數的物理含意，但概念上兩平面的資料轉換仍然依循旋轉、平移、尺度進行，惟資料尺度非單一。基於上述原因，透過數值模擬分析的方式釐清求解條件，表 2-5 整理分析之成果，至少需要四條直線特徵，列出八條方程式求解八個參數，又考量幾何配置方式，四條直線中，最少必須要有兩組不平行的直線特徵對，且不具有三條以上直線共點的情況，才符合最小求解條件。

關於直線平行幾何造成方程式相依的原因，可以由轉換參數的係數矩陣說明，分析當直線發生三條直線平行幾何關係時，式(2-15)產生一條方程式相依情況，故法方程式矩陣秩數為 7；當四條直線平行時，式(2-15)產生兩條方程式相依，式(2-14)也產生一條方程式相依問題，故法方程式矩陣秩數為 5，據此說明最少必須要有兩組不平行的直線特徵對的原因，說明詳見附錄四。

表 2-5 射影轉換求解條件數值模擬分析

| 直線特徵數量 (條) | 特徵幾何配置 | 法方程式矩陣 秩數 | 是否可以 求解 |
|---------------|------------------------|--------------|------------|
| 4 | 皆互相平行 | 5 | 否 |
| 4 | 四條直線共點 | 5 | 否 |
| 4 | 其中三條直線互相平行 | 7 | 否 |
| 4 | 三條直線共點 | 7 | 否 |
| 4 | 兩條直線為一組，每一組的兩條 直線平行 | 8 | 是 |
| 4 | 其中兩條直線互相平行 | 8 | 是 |
| 4 | 皆不互相平行 | 8 | 是 |

2.4.4 小結

比較本研究與 Mikhail and Weerawong (1997)，皆是探討基於直線軌跡的最小求解條件，差異在於使用的直線方程式不同，兩者討論內容重疊部分有一致結論，顯示利用不同形式方程式表示直線，並不會影響解算轉換參數之求解條件。射影轉換的部分，本研究探討直線平行幾何的影響性，並以係數矩陣證明方程式相依事實。

2.5 混合特徵最小可解條件

本研究考量混合直線和點特徵解算轉換參數的可能性，故此節探討其最小求解條件，相似轉換與仿射轉換模式，可使用幾何解析及數值模擬分析交互驗證。

2.5.1 相似轉換

相似轉換模式使用一個點加上一條直線的特徵配置，可列出四條方程式，恰好可解四個未知參數，圖 2-8 說明平移量透過一個點特徵求解，直線特徵的方向向量可解旋轉量，因為相似轉換具有形狀不變性，點特徵與直線特徵軌跡隱含的距離資訊，能作為求解尺度量的依據。

數值分析模擬三組皆為一點搭配一直線的配置，如表 2-6，驗證此配置的確有足夠條件求解相似轉換。相似轉換以混合特徵求解，最少只需要一個點特徵加上一條直線特徵可求解，較使用單一直線特徵所需的特徵個數為少。

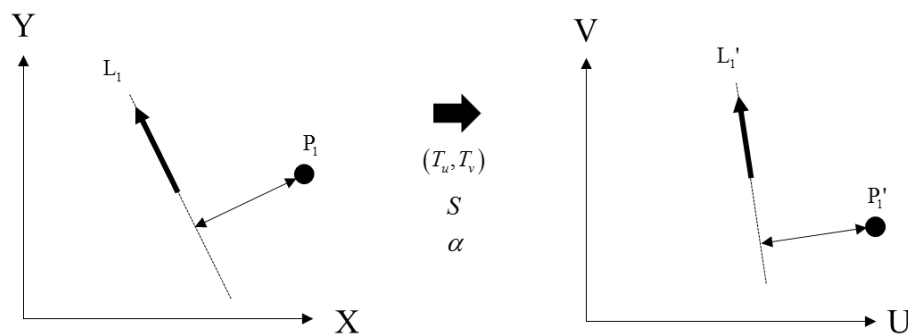
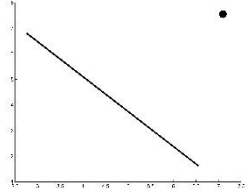
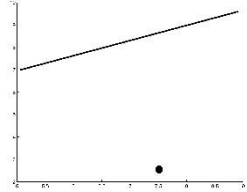
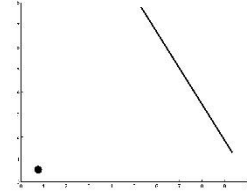


圖 2-8 相似轉換一個點加一條直線求解條件幾何解析示意圖

表 2-6 相似轉換一個點加一條直線配置數值模擬分析

| | 配置一 | 配置二 | 配置三 |
|--------------|---|--|---|
| 特徵配置 |  |  |  |
| 法方程式 矩陣秩數 | 4 | 4 | 4 |
| 是否可以 求解 | 是 | 是 | 是 |

2.5.2 仿射轉換

仿射轉換共需要三個特徵，產生六條方程式方可求解，可能的配置是一個點特徵加上兩條直線特徵，或者兩個點特徵加上一條直線特徵。圖 2-9 由幾何解析說明，一個點特徵與兩條直線特徵能提供足夠條件供求解，兩條直線的方向向量，能解旋轉角與非正交角，點特徵能解平移量，仿射轉換具有直線平行的不變性，於圖上增加通過點特徵且與直線特徵平行的輔助線(以紅色標註)，則平行的直線轉換後仍保持平行，平行的直線軌跡間隱含的距離資訊可解兩個方向的尺度量；圖 2-10 說明兩個點特徵與一條直線特徵能提供之幾何條件，兩個直線軌跡間隱含的固定距離互相平行，不足夠求解兩個方向尺度量。

表 2-7 及表 2-8 說明數值模擬分析結果，採用兩個點特徵加一條直線特徵的配置，的確會因為求解條件不足造成法方程式矩陣秩虧數為 1，由此驗證，仿射轉換混合特徵最小求解條件是一個點特徵搭配兩條直線特徵配置。

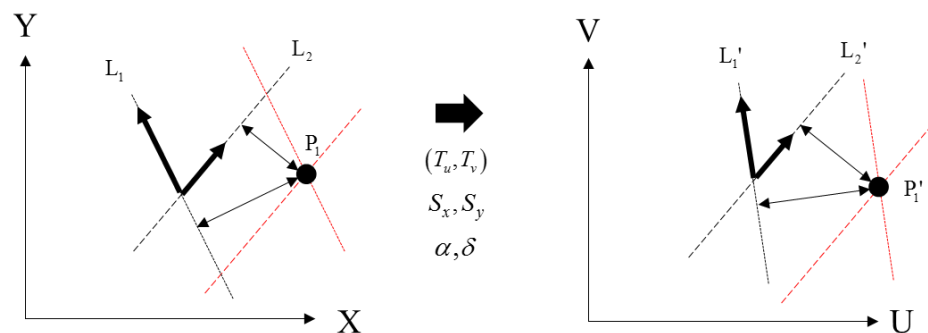


圖 2-9 仿射轉換一個點加兩條直線求解條件幾何解析示意圖

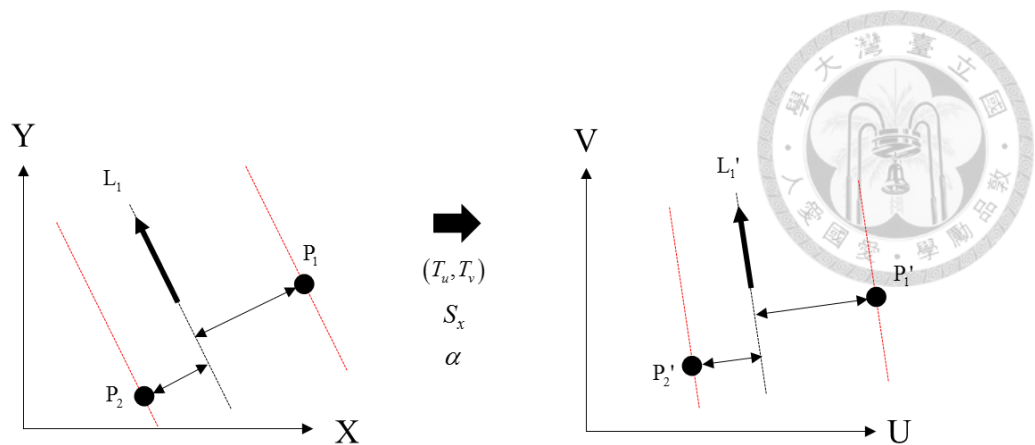


圖 2-10 仿射轉換兩個點加一條直線求解條件幾何解析示意圖

表 2-7 仿射轉換一個點加兩條直線配置數值模擬分析

| | 配置一 | 配置二 |
|----------|-----|-----|
| 特徵配置 | | |
| 法方程式矩陣秩數 | 6 | 6 |
| 是否可以求解 | 是 | 是 |

表 2-8 仿射轉換兩個點加一條直線配置數值模擬分析

| | 配置一 | 配置二 |
|----------|-----|-----|
| 特徵配置 | | |
| 法方程式矩陣秩數 | 5 | 5 |
| 是否可以求解 | 否 | 否 |

2.5.3 射影轉換

以直線、點特徵共同求解射影轉換，特徵總數必須至少為四個，方可構成八條方程式求解參數。表 2-9 以數值模擬資料歸納所有可能的特徵組合，及可能造成求解條件不足的幾何，分析求解條件。一條直線特徵搭配三個點特徵，或三條直線特徵搭配一個點特徵，皆可滿足求解條件，惟應避免會造成法方程式矩陣秩虧的幾

何配置，如三點共線、三線共點、三線平行。



表 2-9 射影轉換混合特徵求解條件數值模擬分析

| 直線特徵 數量(條) | 點特徵 數量(個) | 特徵幾何配置 | 法方程式 矩陣秩數 | 是否可 以求解 |
|---------------|--------------|--------|--------------|------------|
| 1 | 3 | 三個點共線 | 6 | 否 |
| 1 | 3 | 三個點不共線 | 8 | 是 |
| 2 | 2 | | 7 | 否 |
| 3 | 1 | 三條直線共點 | 6 | 否 |
| 3 | 1 | 三條直線平行 | 6 | 否 |
| 3 | 1 | | 8 | 是 |

2.5.4 小結

比較本研究方法與陳怡潔(2012)相異之處，本研究充分運用混合特徵中的可用條件，包含直線軌跡的參考點與方向向量，和點特徵位置資訊，陳怡潔(2012)則運用直線平行與投影不變性，將點特徵投影至直線上新增投影點作為共軛條件。

比較最小求解條件異同，相似轉換部分，本研究方法利用一個點加上一條直線軌跡可滿足求解條件，該文獻使用一個點加上一個方向向量，必須額外新增一個投影點觀測量，方滿足求解條件；仿射轉換部分，本研究以幾何解析和數值模擬方式，說明兩個點特徵加上一條直線軌跡的求解條件不足，僅兩個點特徵加上一條直線軌跡的配置，滿足求解條件，該文獻提出以一個點特徵加上兩個直線方向向量或兩個點特徵加上一個直線方向向量皆滿足求解條件，此部分成果不一致有待商榷。

2.6 品質評估

圖資套合成果利用外部檢核特徵評估，檢驗坐標轉換後的特徵位置是否相符，傳統的檢核方法利用檢核點，本研究考量點特徵分布、數量的限制，在品質評估方法納入直線特徵，檢驗外部檢核直線是否符合轉換後共軌跡的條件，以下說明各項檢核指標計算方法。



2.6.1 檢核點

2.6.1.1 理論精度

檢核點的理論精度基於轉換參數的方差協方差矩陣，經由誤差傳播理論計算得到每個檢核點的標準差，如式(2-26)、式(2-27)，並取所有檢核點標準差之平均值視為整體精度，如式(2-28)。

$$\Sigma_{check_i} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_i}^2 & \sigma_{xy_i} \\ \sigma_{yx_i} & \sigma_{y_i}^2 \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right)_i \Sigma_{\xi} \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right)_i^T \quad (2-26)$$

其中 Σ_{ξ} 是轉換參數的先驗方差—協方差矩陣；

ξ 是轉換參數向量；

F 是轉換方程式；

Σ_{check_i} 是第 i 個檢核點的方差—協方差矩陣；

σ_{x_i} 是第 i 個檢核點的 X 方向標準差；

σ_{y_i} 是第 i 個檢核點的 Y 方向標準差。

$$\sigma_{2D_i} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2} \quad (2-27)$$

其中 σ_{2D_i} 是第 i 個檢核點的位置標準差。

$$\sigma_{total_x} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}}{n}, \quad \sigma_{total_y} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{y_i}}{n}, \quad \sigma_{total_2D} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{2D_i}}{n} \quad (2-28)$$

其中 σ_{total_x} 是 X 方向整體精度；

σ_{total_y} 是 Y 方向整體精度；

σ_{total_2D} 是整體精度；

n 是檢核點總數。

2.6.1.2 誤差橢圓

利用誤差橢圓表示檢核點的位置精度，不受坐標軸方向影響，並且較容易分析誤差方向性，誤差橢圓如圖 2-11 所示。橢圓長、短半軸長度，利用方差—協方差矩陣之特徵值求得，如式(2-29)、式(2-30)，橢圓長軸與 X 軸的夾角，利用橢圓長半軸對應的特徵向量計算，如式(2-31)。

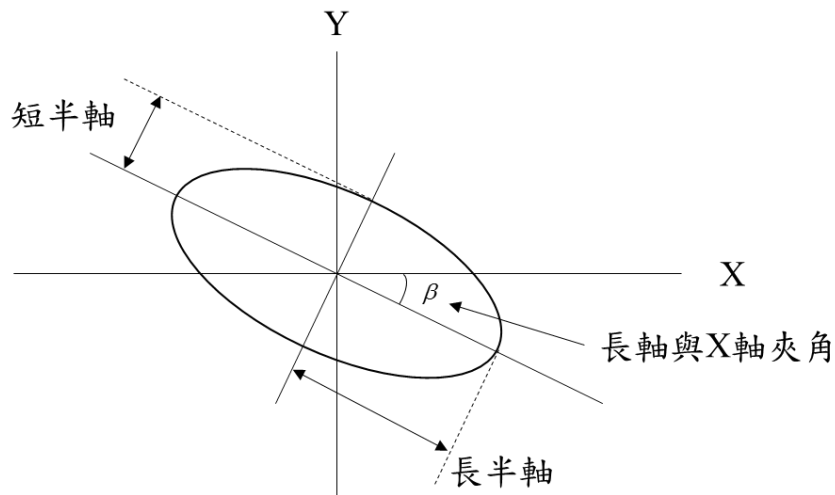


圖 2-11 誤差橢圓示意圖

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x_i}^2 - \lambda & \sigma_{xy_i} \\ \sigma_{yx_i} & \sigma_{y_i}^2 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{eig} \\ y_{eig} \end{bmatrix} = 0 \quad (2-29)$$

其中 λ 是檢核點方差—協方差矩陣的特徵值；

(x_{eig}, y_{eig}) 是特徵值對應的特徵向量。

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \sigma_{x_i}^2 - \lambda & \sigma_{xy_i} \\ \sigma_{yx_i} & \sigma_{y_i}^2 - \lambda \end{vmatrix} = 0 &\Rightarrow \lambda^2 - (\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2)\lambda + \sigma_{x_i}^2\sigma_{y_i}^2 - \sigma_{xy_i}^2 = 0 \\ \Rightarrow \lambda = \frac{(\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2)}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_{x_i}^2 - \sigma_{y_i}^2}{4} + \sigma_{xy_i}^2} & \\ \Rightarrow semi_a = \sqrt{\lambda_{\max}} & \\ \Rightarrow semi_b = \sqrt{\lambda_{\min}} & \end{aligned} \quad (2-30)$$



其中 $(\lambda_{\max}, \lambda_{\min})$ 是特徵值的兩個非零解；

$semi_a$ 、 $semi_b$ 是誤差橢圓長、短半軸。

$$\beta = \arctan \left(\frac{y_{eig_a}}{x_{eig_a}} \right) \quad (2-31)$$

其中 β 是誤差橢圓長軸與 X 軸夾角；

(x_{eig_a}, y_{eig_a}) 是 λ_{\max} 對應的特徵向量。

2.6.1.3 實際精度

檢核點的實際精度以均方根誤差表示，計算轉換後坐標與檢核點坐標的差異值，分別計算 X、Y 方向的誤差，如式(2-32)，再評定整體的誤差量，如式(2-33)，可以作為套合成果的絕對位置品質評估指標。

$$RMSE_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ci} - X_i')^2}{n}}, \quad RMSE_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_{ci} - Y_i')^2}{n}} \quad (2-32)$$

$$RMSE_{2D} = \sqrt{RMSE_X^2 + RMSE_Y^2} \quad (2-33)$$

其中 (X_{ci}, Y_{ci}) 是檢核點坐標；

(X_i', Y_i') 是轉換後坐標；

n 是檢核點個數。

2.6.2 檢核線

利用檢核線評估資料套合品質，檢驗共軛檢核線是否符合共軌跡的條件，直線共軌跡應滿足方向向量平行的幾何條件，同時，直線之間的距離應為零，本研究利用兩項指標評估直線共軌跡的程度，此概念參考莊子毅(2006)運用三維直線特徵套合光達點雲之研究。

共軛檢核線的方向向量關係，可利用夾角量化直線平行的程度，以式(2-34)計

算每一組檢核線夾角，再取其平均值作為整體角度指標，如式(2-35)；直線之間的距離示意圖如圖 2-12，計算直線端點到共軛直線的垂直距離，視為最短距離，計算方式如式(2-36)，一組共軛直線共有四個端點，取四個距離的平均值為該組檢核線的距離指標，如式(2-37)，再取所有檢核線距離指標的平均值，視為整體距離指標，如式(2-38)。

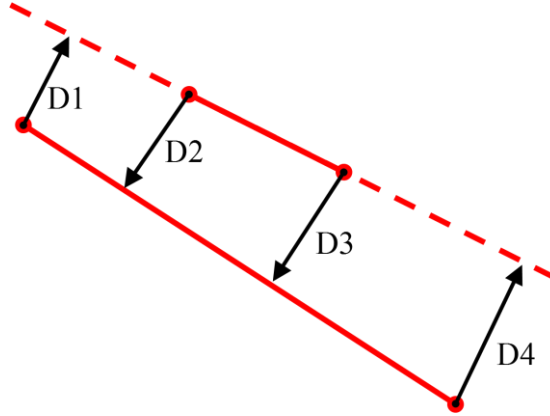


圖 2-12 檢核線最短距離示意圖

$$\theta = \arccos \left(\frac{(X_A^{check} - X_B^{check}) \times (X'_A - X'_B) + (Y_A^{check} - Y_B^{check}) \times (Y'_A - Y'_B)}{\sqrt{(X_A^{check} - X_B^{check})^2 + (Y_A^{check} - Y_B^{check})^2} \times \sqrt{(X'_A - X'_B)^2 + (Y'_A - Y'_B)^2}} \right) \quad (2-34)$$

其中 θ 是檢核線夾角；

$(X_A^{check}, Y_A^{check})$ 、 $(X_B^{check}, Y_B^{check})$ 是檢核線兩端點；

(X'_A, Y'_A) 、 (X'_B, Y'_B) 是轉換後直線兩端點。

$$\theta_{total} = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i}{m} \quad (2-35)$$

其中 θ_{total} 是整體角度指標；

θ_i 是第 i 組檢核線的夾角；

m 是檢核線總數。

$$D = \sqrt{[(X_r + r \times a) - X_e]^2 + [(Y_r + r \times b) - Y_e]^2}$$

$$r = \left(\frac{-aX_r + aX_e - bY_r + bY_e}{(a^2 + b^2)} \right) \quad (2-36)$$



其中 D 是端點到直線最短距離；

(X_e, Y_e) 是直線端點；

(X_r, Y_r) 是共軛直線參考點；

(a, b) 是共軛直線方向向量。

$$D_i = \frac{D_1 + D_2 + D_3 + D_4}{4} \quad (2-37)$$

其中 D_i 是第 i 組檢核線距離指標；

$D_1 \sim D_4$ 是四個端點到直線的最短距離。

$$D_{total} = \frac{\sum_{i=1}^m D_i}{m} \quad (2-38)$$

其中 D_{total} 是整體距離指標；

m 是檢核線總數。

檢核線距離指標的計算方式，莊子毅(2006)以線段中點到直線的距離為最短距離，而本研究選擇四個線段端點到直線距離為之，是為了避免當線段中(端)點通過另一直線軌跡的延伸時，最短距離等於零，如圖 2-13。使用中點計算距離，會因為兩線段中點相交產生距離為零的情況；相對來說，四個端點不會同時通過直線軌跡，因此，不會發生完全無法反應直線距離的情況。

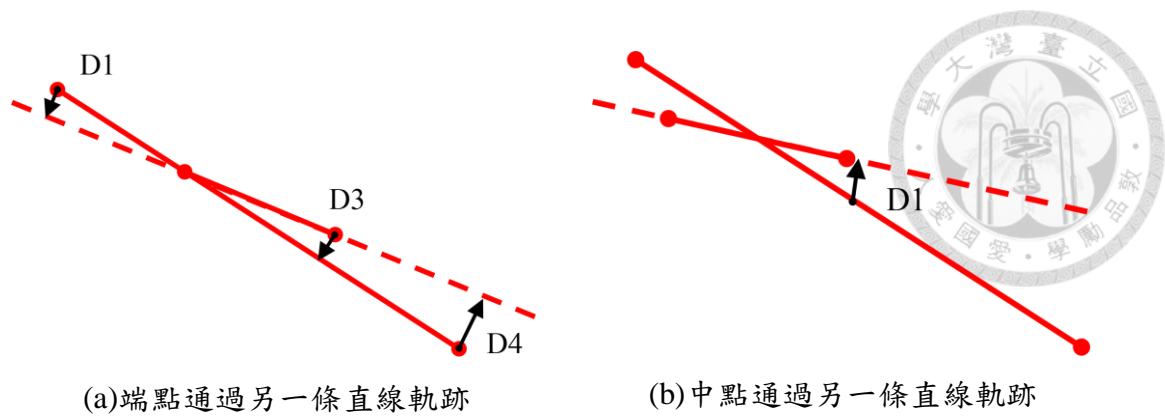


圖 2-13 計算距離指標的例外狀況

2.7 影響二維轉換參數求解之因素

以軌跡式直線特徵進行二維圖資套合，目標是求解良好的轉換參數，得到高精度套合成果，本節說明影響轉換參數品質的因子，並於第三章以模擬資料分析。

I. 二維直線特徵之分布與數量對轉換參數求解的影響

特徵分布會影響套合品質，距離控制特徵越遠的位置，誤差越大，若固定數量的直線特徵能均勻分布於重疊區域內，為最佳的分布配置，能避免因特徵分布之外的區域產生外插問題；在特徵分布均勻的假設下，特徵數量增加能讓分布的密度提升，直線特徵屬於軌跡約制，與點特徵不同的是，並非特徵分布於重疊區外圍，特徵內部就會有絕對好的轉換品質，因此，使用數量較多的特徵，也就是加強特徵密度，有助於整體精度提升。

II. 二維直線特徵之方向對轉換參數求解的影響

以軌跡式直線特徵求解轉換參數，特徵的約制在垂直軌跡方向較強，具有方向性，因此，特徵方向應盡可能多元；考量直線之間的交會角度，正交的直線帶有最小的交點誤差，是最理想的方向配置。

III. 二維直線特徵之量測品質對轉換參數求解的影響

二維圖資的直線特徵透過自動化萃取或人工量測直線端點得到，無論何種方式，必定會帶有誤差，以人工量測端點來說，若量測誤差越大，使得軌跡的偏移量越顯著，會直接在解算時影響參數成果，故特徵品質是必須考量的因素之一。

IV. 二維直線特徵之線段長度對轉換參數求解的影響

本研究使用線段表示軌跡式直線特徵，線段長度會影響軌跡的偏移量，使用長度較長的線段，被認為是較可靠的觀測量，而能有效提升參數精度，若線段長度過短，使得端點隨機誤差的影響力大於線段長度，則會有扭曲成果的現象產生，應避免使用此類特徵。

第三章 模擬資料實驗分析與討論

本章透過模擬資料對研究方法所述流程進行測試，說明本研究方法特性，同時分析套合成果合理性，品質評估以檢核點理論精度進行。

實驗一測試本研究提出軌跡式直線特徵轉換模式的可行性，並同時與傳統點特徵模式，在相同基準下比較成果差異。實驗二討論 2.7 節中提到的影響因子，個別對於套合成果品質的影響性，以及分析整體精度變化之現象。實驗三模擬當單一型態特徵的分布不佳時，混合直線和點特徵進行資料套合的可行性及效益。模擬資料實驗內容整理如表 3-1。

表 3-1 模擬資料實驗內容

| 實驗編號 | 目的 |
|------|--------------------------|
| 實驗一 | 在相同基準配置下，比較直線、點特徵模式的成果差異 |
| 實驗二 | 討論影響套合成果精度的因子 |
| 實驗三 | 混合直線特徵與點特徵模式進行套合 |

3.1 實驗一

3.1.1 實驗資料配置

實驗一比較使用直線特徵和點特徵求解參數的差異，為了建立相同的比較基準，設定線段端點和點特徵的位置重合，視為近似的特徵配置，且線段端點和點特徵量測精度一致，特徵數量各有六個，參數解算系統的多餘觀測數相同，模擬資料架構在影像坐標系進行，影像長、寬各為 3200 像元，實驗配置整理於表 3-2，特徵的配置情況如圖 3-1，規格網格分布的紅點代表 64 個檢核點，藍色星形代表 6 個點特徵。

表 3-2 實驗一資料配置

| 項目 | 說明 |
|-------|----------------------|
| 坐標系統 | 影像坐標系 |
| 實驗範圍 | 3200 x 3200 (pixels) |
| 點特徵數量 | 6 個 |



| 項目 | 說明 |
|----------|--------------------|
| 直線特徵數量 | 6 條 |
| 直線特徵長度 | 1600、1789 (pixels) |
| 檢核點個數 | 64 個 |
| 隨機誤差的標準差 | 1 (pixels) |

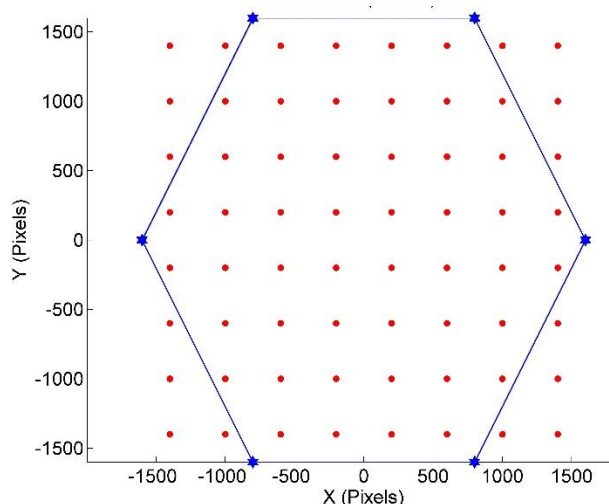


圖 3-1 近似配置的直線和點特徵與檢核點分布

3.1.2 參數解算成果

因為特徵數量有限，本實驗於特徵加入的隨機誤差並非常態分佈，為了使實驗結果接近真實情況，每一組實驗重覆抽樣 100 次，每次抽樣都在觀測量中加入標準差為 1 像元的隨機誤差，因假設端點的量測誤差皆一致，觀測量權重給定等權，依照研究方法所述參數解算模式，計算參數值和理論精度，並求其平均值作為成果，進行比較。

解算結果整理於表 3-3、表 3-4、表 3-5，分別是相似、仿射和射影轉換的實驗成果，比較參數真值和解算成果，數值差異皆在隨機誤差影響的範圍內，說明直線特徵軌跡的確可以獨立作為一種觀測量，求解上述三種轉換模式。

表 3-3 實驗一相似轉換解算結果

| 轉換參數 | 真值 | 直線特徵 | | 點特徵 | |
|----------------|-----|--------|-----------|--------|-----------|
| | | 參數值 | 理論精度 | 參數值 | 理論精度 |
| α (rad) | 0.3 | 0.3001 | 4.6726e-4 | 0.3000 | 3.7816e-4 |
| S | 0.8 | 0.8000 | 2.4819e-4 | 0.8000 | 3.0253e-4 |
| T_u (pixels) | 9 | 9.005 | 0.509 | 9.000 | 0.523 |
| T_v (pixels) | 7 | 6.992 | 0.538 | 7.032 | 0.523 |

表 3-4 實驗一仿射轉換解算結果

| 轉換參數 | 真值 | 直線特徵 | | 點特徵 | |
|----------------|-----|--------|-----------|--------|-----------|
| | | 參數值 | 理論精度 | 參數值 | 理論精度 |
| S_x | 0.8 | 0.7999 | 4.0044e-4 | 0.7999 | 4.6423e-4 |
| S_y | 0.9 | 0.8999 | 3.9179e-4 | 0.9000 | 4.2318e-4 |
| δ (rad) | 0.2 | 0.1999 | 7.5287e-4 | 0.2001 | 7.5878e-4 |
| α (rad) | 0.2 | 0.1999 | 6.5113e-4 | 0.1999 | 5.3674e-4 |
| T_u (pixels) | 8 | 8.001 | 0.514 | 8.020 | 0.527 |
| T_v (pixels) | -3 | -2.997 | 0.575 | -2.945 | 0.549 |

表 3-5 實驗一射影轉換解算結果

| 轉換參數 | 真值 | 直線特徵 | | 點特徵 | |
|----------------------|---------|----------|-----------|----------|-----------|
| | | 參數值 | 理論精度 | 參數值 | 理論精度 |
| P_{00} | 1.21 | 1.2099 | 5.4954e-4 | 1.2101 | 5.8863e-4 |
| P_{01} | 0.04 | 0.0399 | 6.1317e-4 | 0.0400 | 4.9765e-4 |
| P_{02} (pixels) | -135.65 | -135.483 | 1.365 | -135.556 | 0.905 |
| P_{10} | 0.13 | 0.1301 | 6.6992e-4 | 0.1300 | 5.0608e-4 |
| P_{11} | 0.96 | 0.9600 | 4.1639e-4 | 0.9599 | 4.4069e-4 |
| P_{12} (pixels) | -178.81 | -178.728 | 1.182 | -178.800 | 0.808 |

| 轉換參數 | 真值 | 直線特徵 | | 點特徵 | |
|----------|----------|------------|-----------|------------|-----------|
| | | 參數值 | 理論精度 | 參數值 | 理論精度 |
| P_{20} | 7.80e-5 | 7.8059e-5 | 5.0420e-7 | 7.8059e-5 | 4.0277e-7 |
| P_{21} | -6.40e-5 | -6.3997e-5 | 4.1127e-7 | -6.4028e-5 | 3.4890e-7 |

表 3-6 將參數理論精度化算至檢核點位置理論精度成果，更直觀的比較兩種模式的轉換品質，整體精度指標顯示，兩種模式的成果精度差異，相似及仿射轉換皆小於 0.05 像元，並不顯著，射影轉換的精度差異約 0.4 像元，點特徵成果較直線特徵為佳。

表 3-6 實驗一整體精度評估

| 精度指標 | 相似轉換 | | 仿射轉換 | | 射影轉換 | |
|-------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| | 直線特徵 | 點特徵 | 直線特徵 | 點特徵 | 直線特徵 | 點特徵 |
| σ_{total_x} (pixels) | 0.65 | 0.65 | 0.75 | 0.76 | 1.35 | 1.10 |
| σ_{total_y} (pixels) | 0.67 | 0.65 | 0.85 | 0.79 | 1.25 | 0.97 |
| σ_{total_2D} (pixels) | 0.94 | 0.92 | 1.13 | 1.10 | 1.86 | 1.47 |

3.1.3 直線特徵改正數特性

直線特徵可由改正最短距離回到原軌跡，如圖 3-2 說明，黑色實線是正確的直線軌跡，紅色虛線表示因端點量測誤差造成的偏移軌跡，藍色虛線箭號代表直線端點量測誤差，綠色實線箭號為端點改正量。因為直線軌跡只要改正回到原軌跡即可，不需要對應至原端點，因此圖上幾何可說明改正數向量會較誤差向量小的事實，此為直線轉換模式中可觀察到的特性。

由抽樣 100 次實驗之改正數成果可驗證此特性，以統計直方圖表示改正數值分布情況，如圖 3-3，並計算其標準差，在三種轉換模式中，直線特徵的標準差確實較點特徵小。

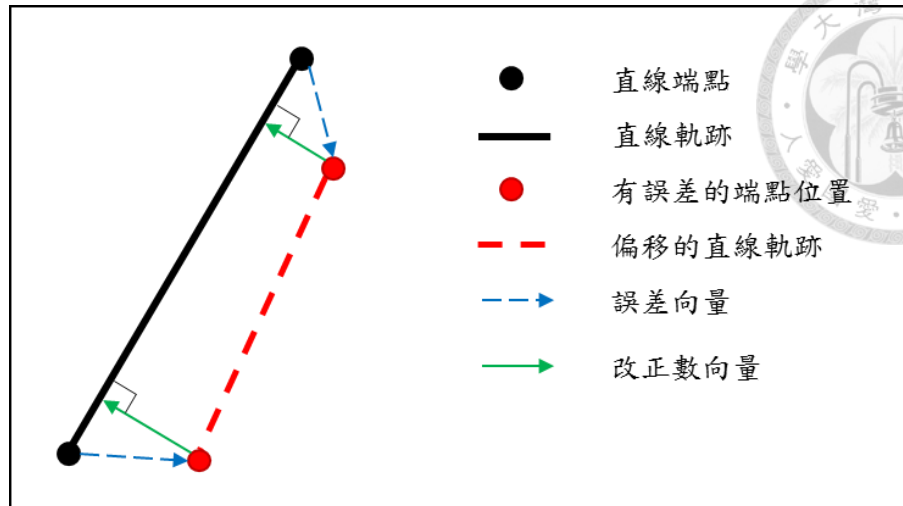


圖 3-2 直線改正數特性

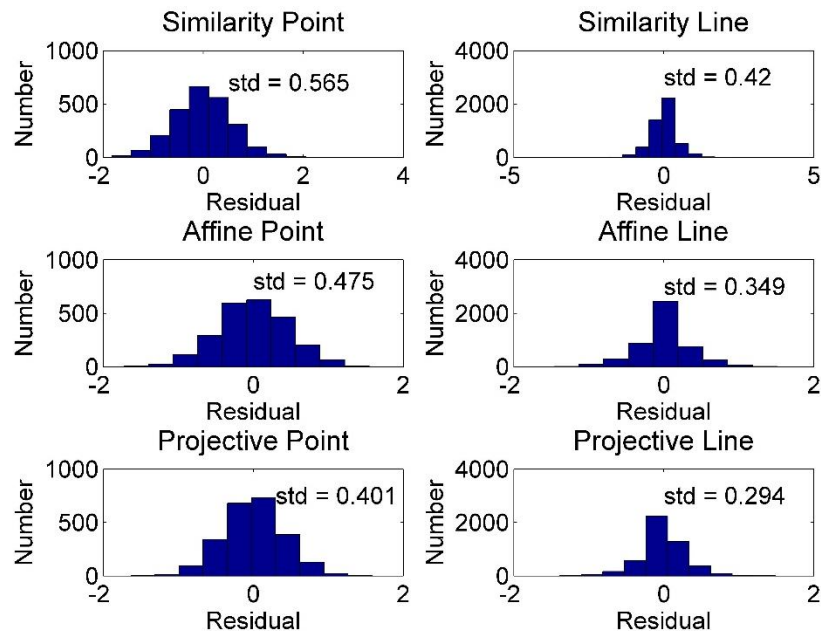


圖 3-3 改正數成果統計

3.2 實驗二

實驗二分析 2.7 節中提及影響因子的影響性，影響因子依據屬性區分為幾何強度和觀測量品質兩大類。與直線特徵幾何強度有關的因子包含：分布、數量、方向，以上因子可以明確指出共軛特徵是否提供良好的幾何控制，得到適當的轉換參數成果；觀測量品質則是指直線軌跡是否能被正確表示，受到線段長度和量測品質兩個因子影響。本節透過模擬資料，分析各個因子對於套合成果的影響性。

3.2.1 模擬資料配置

實驗二模擬資料架構在影像坐標系，模擬長、寬皆為 3200 像元的影像資料，於主影像中模擬直線特徵後，依照轉換模式設定的轉換參數，如表 3-7、表 3-8、表 3-9，產生副影像的直線特徵，模擬實驗對於相似、仿射和射影轉換皆測試，並於兩張影像的特徵端點加入標準差為 1 像元的隨機誤差，觀測量權重給定等權，在分布、數量、方向因子的實驗中，線段長度皆固定為 200 像元。另外，測試區域內佈設 64 個規則分布的檢核點，用來計算整體精度，並分析每個檢核點的誤差橢圓變化。

表 3-7 實驗二相似轉換參數

| 轉換參數 | $\alpha (rad)$ | S | $T_u (pixels)$ | $T_v (pixels)$ |
|------|----------------|-----|----------------|----------------|
| 參數值 | 0.3 | 0.8 | 9 | 7 |

表 3-8 實驗二仿射轉換參數

| 轉換參數 | S_x | S_y | $\delta (rad)$ | $\alpha (rad)$ | $T_u (pixels)$ | $T_v (pixels)$ |
|------|-------|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 參數值 | 0.8 | 0.9 | 0.2 | 0.2 | 8 | -3 |

表 3-9 實驗二射影轉換參數

| 轉換參數 | 參數值 |
|-------------------|-------------|
| P_{00} | 1.2057 |
| P_{01} | 0.0410 |
| $P_{02} (pixels)$ | -135.6517 |
| P_{10} | 0.1321 |
| P_{11} | 0.9605 |
| $P_{12} (pixels)$ | -178.8053 |
| P_{20} | 7.8000E-05 |
| P_{21} | -6.4000E-05 |



3.2.2 二維直線特徵之分布與數量對轉換參數求解的影響

3.2.2.1 測試一

測試一分析特徵分布的影響性，一般認為，特徵若能均勻分布於重疊區域內，視為最佳的分布配置，因此，模擬 9 個直線特徵，均勻分布在測試資料區域內的九宮格位置上，如圖 3-4(a)所示，對照組模擬 9 個直線特徵集中在局部區域，使大部分位置缺乏特徵約制，如圖 3-4(b)所示。

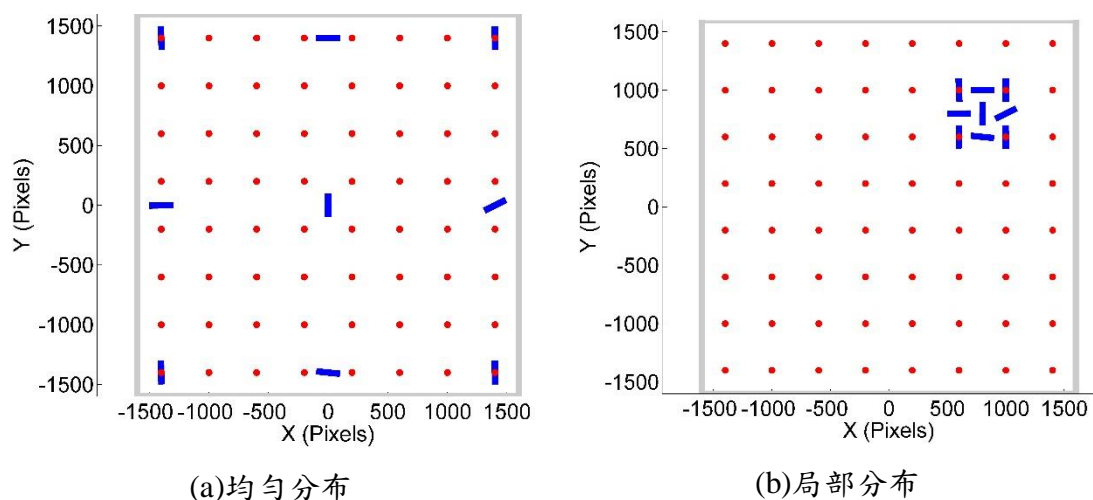


圖 3-4 分布因子模擬資料(直線特徵及檢核點)

實驗測試得到整體精度成果，整理於表 3-10。兩組模擬資料的整體精度有顯著差異，相似轉換相差約 3 像元，而射影轉換差異可達約 66 像元，

整體精度是由參數理論精度誤差傳播得到，觀察兩組測試資料的參數理論精度，如表 3-11、表 3-13、表 3-15，當特徵集中在局部區域，參數精度較差，並觀察參數之間的相關係數，參數之間具有高相關性，如表 3-12、表 3-14、表 3-16。

由檢核點位置的誤差橢圓分析，如圖 3-5、圖 3-6、圖 3-7，當特徵分布均勻，各檢核點位置的誤差大小較平均，反之，當特徵僅集中在局部區域，缺乏特徵的位置屬外插區域，距離特徵越遠的位置，誤差越大，尤以射影轉換最為顯著，究因於射影轉換具有中心透視投影特性，影像上的幾何量並非均質，局部特徵僅能控制局部區域的幾何量，造成特徵外插區域套合品質惡化。

表 3-10 分布因子測試整體精度成果

| | 相似轉換 | | 仿射轉換 | | 射影轉換 | |
|----------------------|------|------|------|------|------|-------|
| | 均勻分布 | 局部分布 | 均勻分布 | 局部分布 | 均勻分布 | 局部分布 |
| σ_{total_x} | 0.53 | 2.70 | 0.63 | 3.63 | 1.01 | 54.05 |
| σ_{total_y} | 0.57 | 2.66 | 0.78 | 4.69 | 0.95 | 33.05 |
| σ_{total_2D} | 0.78 | 3.80 | 1.00 | 5.94 | 1.40 | 67.49 |

(單位: *pixels*)

表 3-11 分布因子測試相似轉換參數理論精度

| | 均勻分布 | 局部分布 |
|-------------------------|------------|------------|
| α (<i>rad</i>) | 3.3440E-04 | 1.9228E-03 |
| S | 2.6350E-04 | 1.8400E-03 |
| T_u (<i>pixels</i>) | 0.415 | 2.007 |
| T_v (<i>pixels</i>) | 0.455 | 1.904 |

表 3-12 局部分布相似轉換參數相關係數

| | α | S | T_u | T_v |
|----------|----------|-------|-------|-------|
| α | 1.00 | -0.07 | -0.35 | 0.84 |
| S | | 1.00 | -0.88 | -0.55 |
| T_u | | | 1.00 | 0.15 |
| T_v | | | | 1.00 |

表 3-13 分布因子測試仿射轉換參數理論精度

| | 均勻分布 | 局部分布 |
|-------------------------|------------|------------|
| S_x | 3.4581E-04 | 2.3392E-03 |
| S_y | 4.7456E-04 | 3.2511E-03 |
| δ (<i>rad</i>) | 6.7951E-04 | 4.0943E-03 |
| α (<i>rad</i>) | 5.5780E-04 | 3.0599E-03 |
| T_u (<i>pixels</i>) | 0.434 | 2.638 |

| | 均勻分布 | 局部分布 |
|----------------|-------|-------|
| T_v (pixels) | 0.484 | 3.379 |

表 3-14 局部分布仿射轉換參數相關係數

| | S_x | S_y | δ | α | T_u | T_v |
|----------|-------|-------|----------|----------|-------|-------|
| S_x | 1.00 | 0.00 | -0.06 | -0.16 | -0.83 | -0.10 |
| S_y | | 1.00 | 0.26 | -0.04 | -0.19 | -0.63 |
| δ | | | 1.00 | -0.73 | -0.41 | -0.72 |
| α | | | | 1.00 | 0.29 | 0.78 |
| T_u | | | | | 1.00 | 0.33 |
| T_v | | | | | | 1.00 |

表 3-15 分布因子測試射影轉換參數理論精度

| | 均勻分布 | 局部分布 |
|-------------------|------------|------------|
| P_{00} | 4.5006E-04 | 4.2281E-02 |
| P_{01} | 4.0712E-04 | 9.2022E-03 |
| P_{02} (pixels) | 1.109 | 19.010 |
| P_{10} | 5.7713E-04 | 1.7897E-02 |
| P_{11} | 5.0162E-04 | 2.3041E-02 |
| P_{12} (pixels) | 0.578 | 17.303 |
| P_{20} | 5.2492E-07 | 2.3997E-05 |
| P_{21} | 2.1839E-07 | 9.6354E-06 |

表 3-16 局部分布射影轉換參數相關係數

| | P_{00} | P_{01} | P_{02} | P_{10} | P_{11} | P_{12} | P_{20} | P_{21} |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| P_{00} | 1.00 | 0.30 | -0.97 | 0.97 | 0.89 | -0.96 | 0.98 | 0.12 |
| P_{01} | | 1.00 | -0.50 | 0.14 | 0.67 | -0.45 | 0.10 | 0.95 |
| P_{02} | | | 1.00 | -0.91 | -0.95 | 0.97 | -0.90 | -0.32 |
| P_{10} | | | | 1.00 | 0.79 | -0.93 | 0.98 | -0.05 |
| P_{11} | | | | | 1.00 | -0.95 | 0.78 | 0.54 |

| | P_{00} | P_{01} | P_{02} | P_{10} | P_{11} | P_{12} | P_{20} | P_{21} |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| P_{12} | | | | | | 1.00 | -0.90 | -0.29 |
| P_{20} | | | | | | | 1.00 | -0.09 |
| P_{21} | | | | | | | | 1.00 |

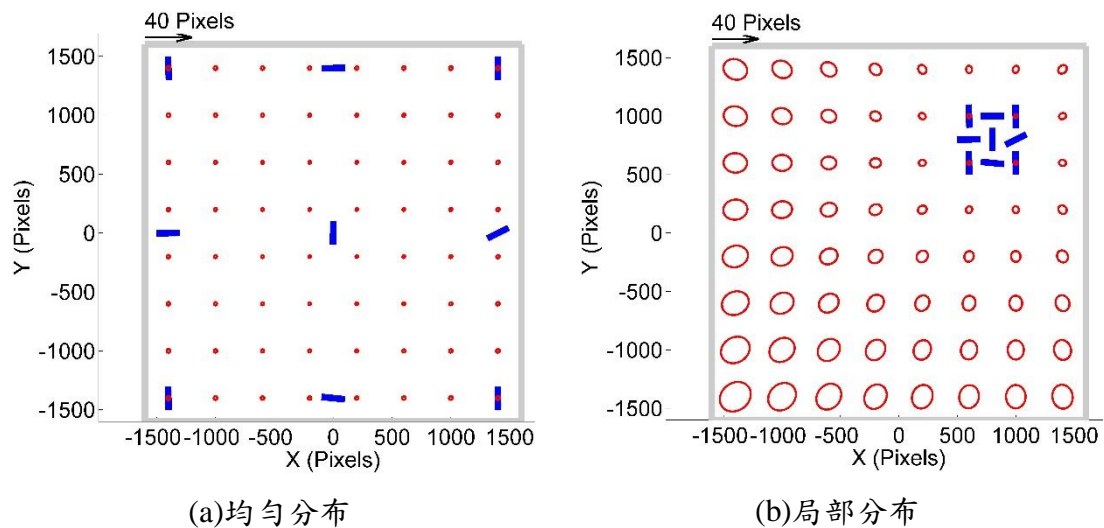


圖 3-5 分布因子測試相似轉換誤差橢圓

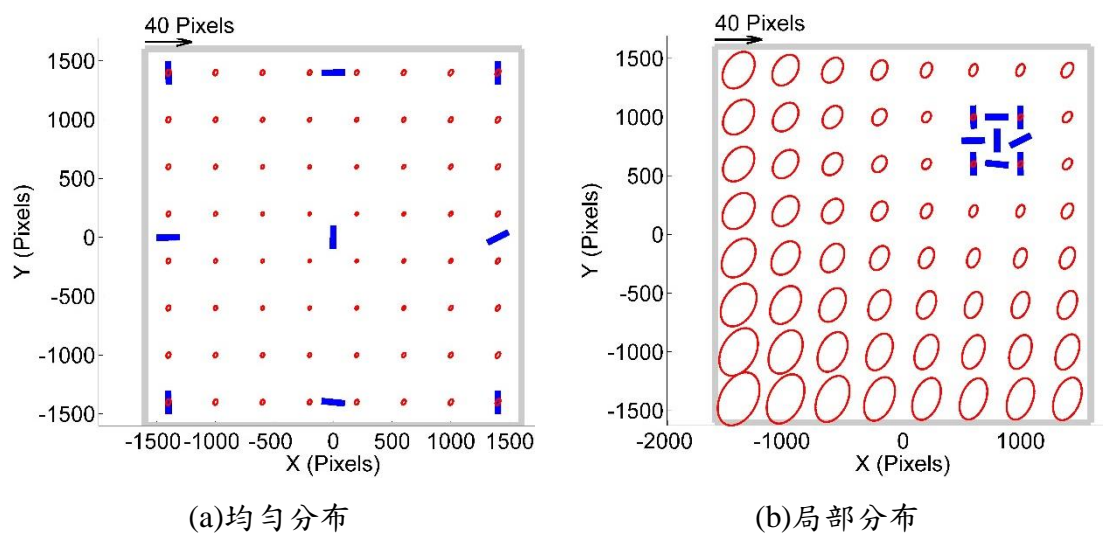


圖 3-6 分布因子測試仿射轉換誤差橢圓

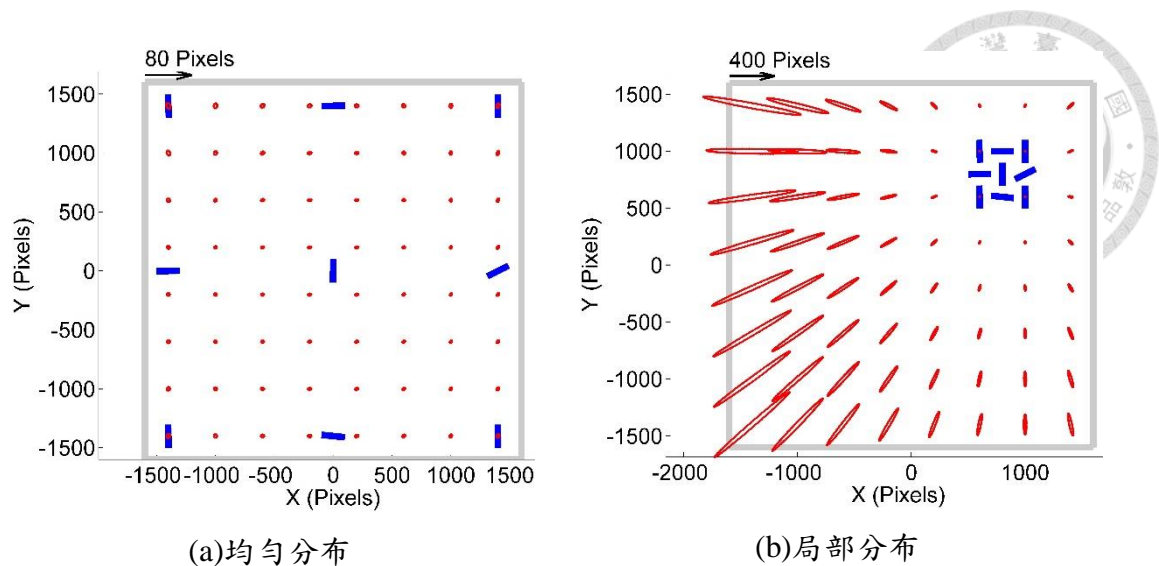


圖 3-7 分布因子測試射影轉換誤差橢圓

3.2.2.2 測試二

測試二分析直線特徵數量多寡，對於套合品質影響。模擬資料具有 13 個直線特徵，且均勻分布在測試區域內，如圖 3-8(a)；相對的，圖 3-8(b)減少中央區域的 5 個直線特徵，僅保留外圍 8 個。比較兩組模擬資料，數量多寡會影響特徵分布的密度，也和分布的位置有關，後者僅在外圍有特徵約制，中央局部區域缺乏特徵。

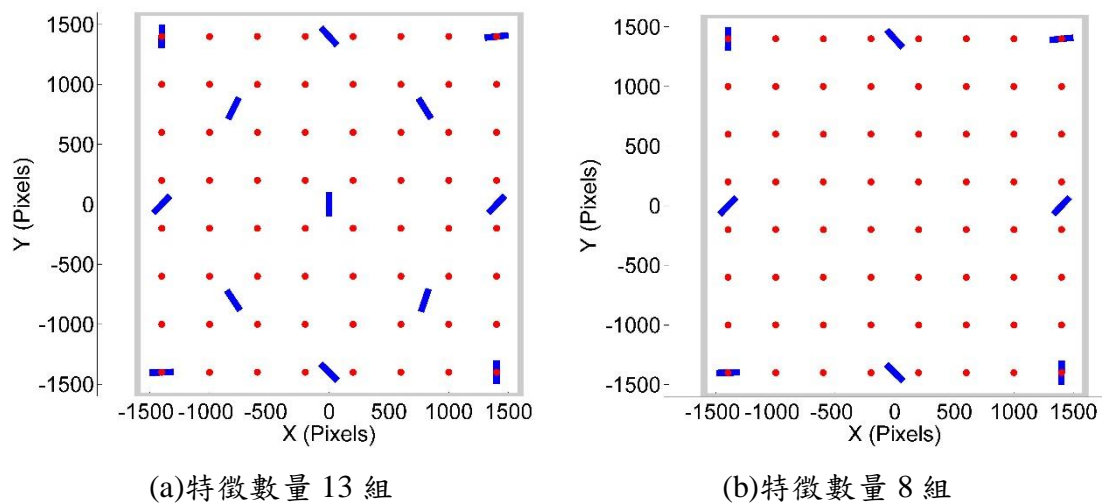


圖 3-8 數量因子模擬資料(直線特徵及檢核點)

表 3-17、表 3-18、表 3-19 是三種轉換模式的參數理論精度成果。由表 3-20 的整體精度指標分析影響性，特徵數量多且密度高的模擬資料，套合精度在 0.7~1.4 像元之間，與觀測量品質相當，相較之下，當僅外圍有特徵約制的情況，仿射轉換

與射影轉換的精度惡化，與前者比較，精度差異值達像元等級。

圖 3-9、圖 3-10、圖 3-11 是三種轉換模式的誤差橢圓成果。圖 3-10(b)與圖 3-11(b)特徵僅分布於測試資料外圍，可以看到誤差橢圓長軸方向和直線特徵方向有類似趨勢，誤差橢圓為長扁橢圓狀，反應出檢核點位置在沿特徵方向上具有較大誤差，特徵分布密度不足，特徵交會角度又非正交，無法提供穩定的約制幾何；相較之下，圖 3-10(a)與圖 3-11(a)增加內部區域的特徵約制，特徵的密度增加，即便特徵交會角度並未最佳化，仍可以提升直線軌跡的交點精度，降低檢核點位置的誤差。直線特徵並不如點特徵具有絕對位置約制，需要透過均勻且密集的特徵配置，提供穩定的求解幾何。

表 3-17 數量因子測試相似轉換參數理論精度

| | 13 個 | 8 個 |
|----------------|------------|------------|
| α (rad) | 3.2982E-04 | 3.4192E-04 |
| S | 2.3796E-04 | 2.8543E-04 |
| T_u (pixels) | 0.324 | 0.454 |
| T_v (pixels) | 0.407 | 0.453 |

表 3-18 數量因子測試仿射轉換參數理論精度

| | 13 個 | 8 個 |
|----------------|------------|------------|
| S_x | 5.9577E-04 | 3.4337E-03 |
| S_y | 8.0211E-04 | 3.7306E-03 |
| δ (rad) | 4.8193E-04 | 1.9943E-03 |
| α (rad) | 5.3101E-04 | 2.0281E-03 |
| T_u (pixels) | 0.331 | 0.461 |
| T_v (pixels) | 0.444 | 0.495 |

表 3-19 數量因子測試射影轉換參數理論精度

| | 13 個 | 8 個 |
|----------|------------|------------|
| P_{00} | 6.5637E-04 | 4.4587E-03 |

| | 13 個 | 8 個 |
|-------------------|------------|------------|
| P_{01} | 5.5862E-04 | 3.9564E-03 |
| $P_{02} (pixels)$ | 0.554 | 0.929 |
| P_{10} | 6.5125E-04 | 4.1368E-03 |
| P_{11} | 5.9701E-04 | 2.8175E-03 |
| $P_{12} (pixels)$ | 0.645 | 0.675 |
| P_{20} | 2.9675E-07 | 3.3847E-07 |
| P_{21} | 3.1578E-07 | 5.7964E-07 |

表 3-20 數量因子測試整體精度成果

| | 相似轉換 | | 仿射轉換 | | 射影轉換 | |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| | 13 個 | 8 個 | 13 個 | 8 個 | 13 個 | 8 個 |
| σ_{total_x} | 0.45 | 0.58 | 0.71 | 3.06 | 0.94 | 4.67 |
| σ_{total_y} | 0.52 | 0.57 | 0.90 | 3.23 | 0.96 | 4.01 |
| σ_{total_2D} | 0.69 | 0.82 | 1.17 | 4.89 | 1.38 | 6.88 |

(單位: *pixels*)

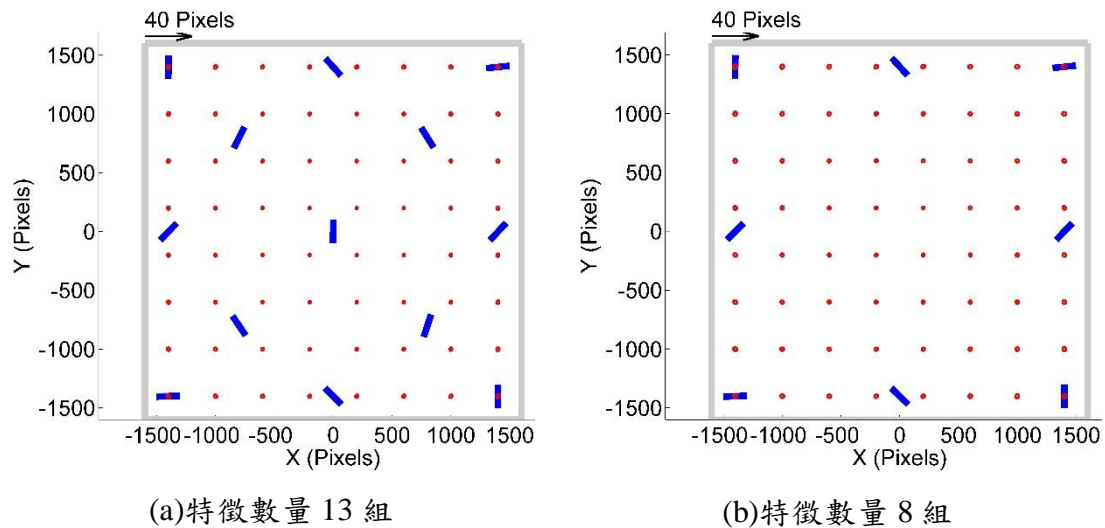
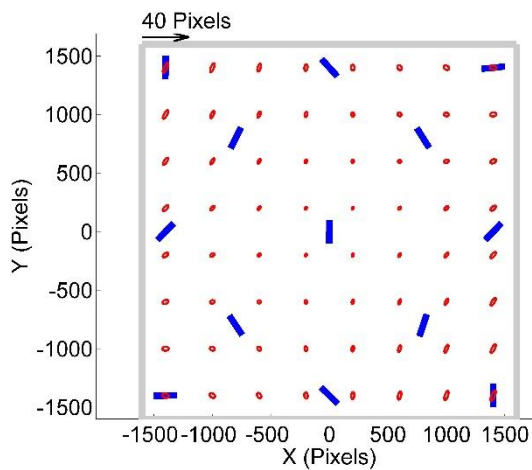
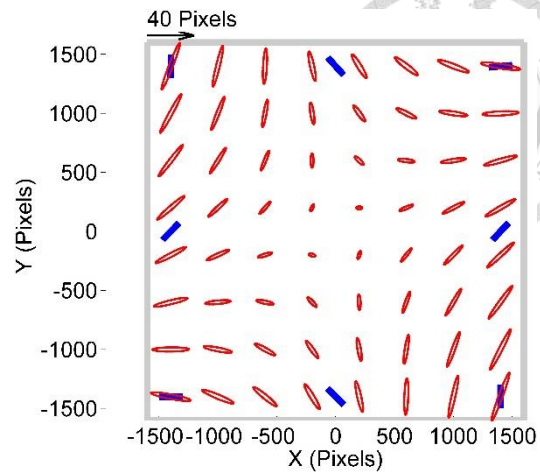


圖 3-9 數量因子測試相似轉換誤差橢圓

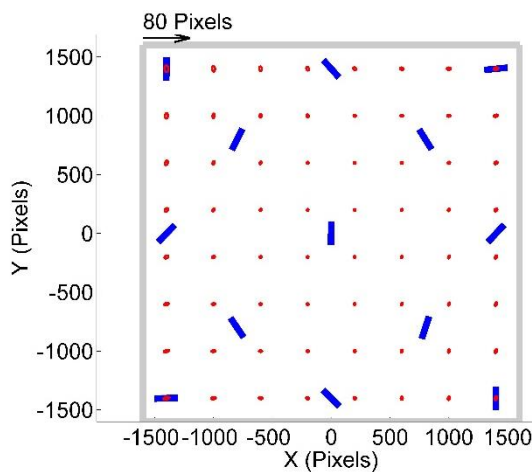


(a)特徵數量 13 組

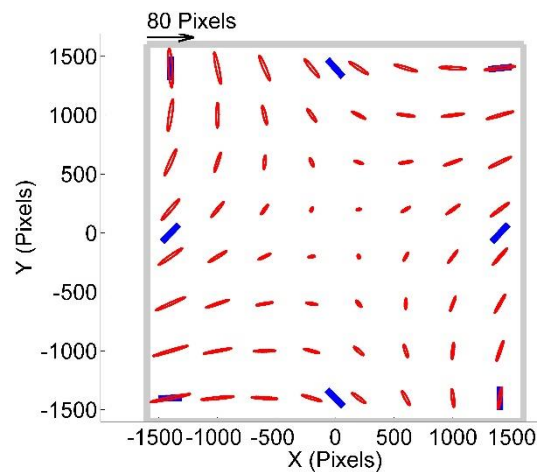


(b)特徵數量 8 組

圖 3-10 數量因子測試仿射轉換誤差橢圓



(a)特徵數量 13 組



(b)特徵數量 8 組

圖 3-11 數量因子測試射影轉換誤差橢圓

3.2.3 二維直線特徵之方向對轉換參數求解的影響

直線方向因子的分析，模擬如圖 3-12 的兩組資料，圖 3-12(a)的直線特徵方向有垂直與平行兩種，直線的交會角度近似正交，圖 3-12(b)調整直線方向為近似平行。

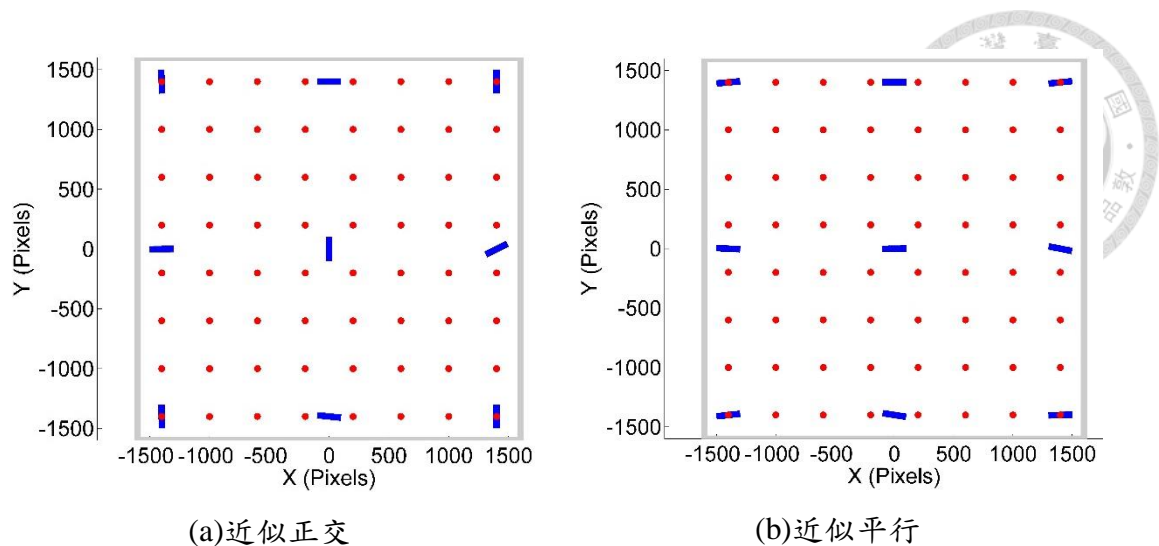


圖 3-12 方向因子模擬資料(直線特徵及檢核點)

表 3-21 整理模擬資料的整體精度成果，特徵方向皆近似水平的特徵配置，在 X 方向的精度明顯較差，呼應 3.7 節提到的，直線軌跡約制力在垂直直線方向上較強的特性。從參數的理論精度可以觀察到方向的影響性，表 3-22 的相似轉換參數精度，X 方向平移參數解算精度顯著變差，表 3-23 的仿射轉換參數精度，X 方向的平移、尺度皆受影響，此外，非正交角透過兩軌跡的夾角求解，當交會角度小，軌跡誤差影響大，所以參數精度也較差，表 3-24 射影轉換參數精度，同樣在 X 方向平移參數精度較差。

圖 3-13、圖 3-14、圖 3-15 是三種轉換模式的誤差橢圓分布情況，正交且分布均勻的直線，直線軌跡交點誤差最小，各檢核點位置的誤差量比較均勻，且不會有某一方向的誤差特別大；近似平行的特徵配置，在直線軌跡方向上缺乏有效約制，使該方向的誤差較大。由測試資料的誤差橢圓成果，說明直線特徵確實需要不同方向的觀測量，才能構成穩定特徵幾何。

表 3-21 方向因子測試整體精度成果

| | 相似轉換 | | 仿射轉換 | | 射影轉換 | |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| | 近似正交 | 近似平行 | 近似正交 | 近似平行 | 近似正交 | 近似平行 |
| σ_{total_x} | 0.53 | 3.08 | 0.62 | 4.67 | 0.98 | 9.19 |
| σ_{total_y} | 0.56 | 1.07 | 0.77 | 1.12 | 0.93 | 1.18 |
| σ_{total_2D} | 0.77 | 3.26 | 0.99 | 4.80 | 1.37 | 9.27 |

(單位: *pixels*)



表 3-22 方向因子測試相似轉換參數理論精度

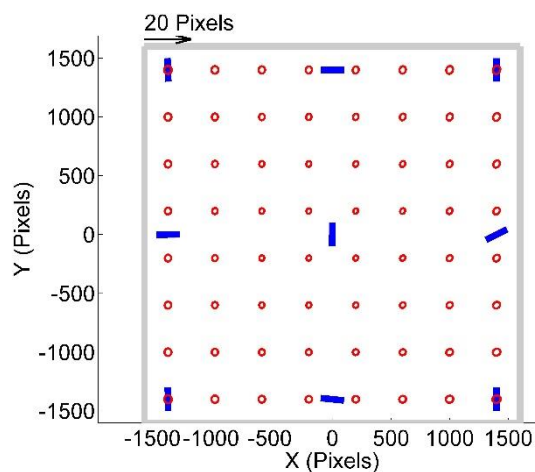
| | 近似正交 | 近似平行 |
|-------------------------|------------|------------|
| α (<i>rad</i>) | 3.3521E-04 | 3.4251E-04 |
| S | 2.6266E-04 | 2.7905E-04 |
| T_u (<i>pixels</i>) | 0.413 | 3.060 |
| T_v (<i>pixels</i>) | 0.455 | 1.019 |

表 3-23 方向因子測試仿射轉換參數理論精度

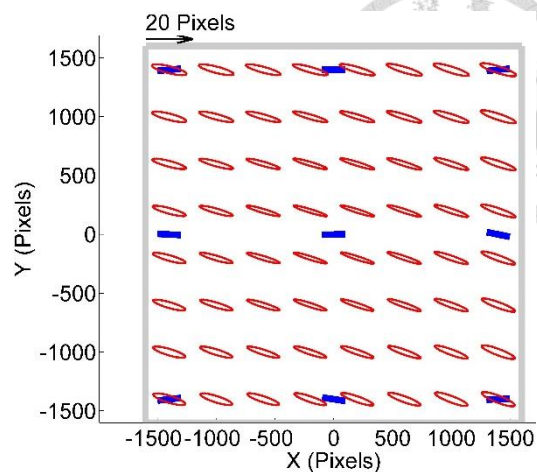
| | 近似正交 | 近似平行 |
|-------------------------|------------|------------|
| S_x | 3.4662E-04 | 2.4213E-03 |
| S_y | 4.7411E-04 | 7.0938E-04 |
| δ (<i>rad</i>) | 6.7833E-04 | 4.5506E-03 |
| α (<i>rad</i>) | 5.5771E-04 | 6.3024E-04 |
| T_u (<i>pixels</i>) | 0.434 | 3.262 |
| T_v (<i>pixels</i>) | 0.484 | 0.792 |

表 3-24 方向因子測試射影轉換參數理論精度

| | 近似正交 | 近似平行 |
|----------------------------|------------|------------|
| P_{00} | 4.4504E-04 | 4.4152E-03 |
| P_{01} | 4.0691E-04 | 5.6765E-03 |
| P_{02} (<i>pixels</i>) | 1.109 | 6.456 |
| P_{10} | 5.7493E-04 | 6.3820E-04 |
| P_{11} | 5.0121E-04 | 7.2690E-04 |
| P_{12} (<i>pixels</i>) | 0.578 | 0.763 |
| P_{20} | 5.2432E-07 | 3.4827E-07 |
| P_{21} | 2.1902E-07 | 4.5916E-07 |

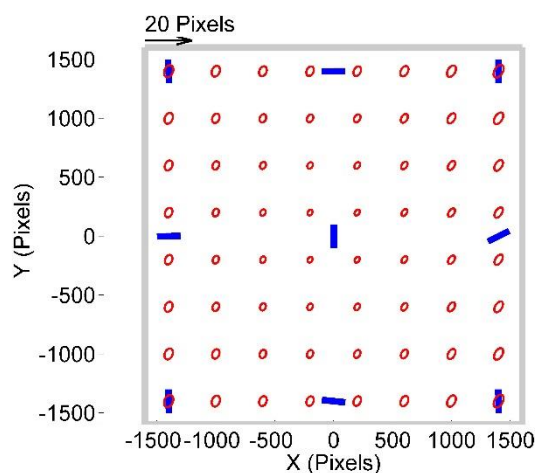


(a)近似正交

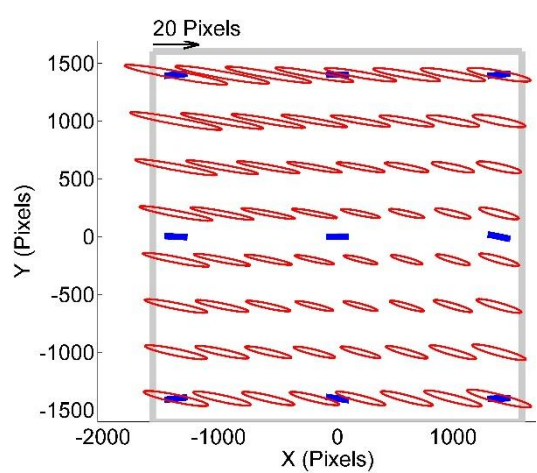


(b)近似平行

圖 3-13 方向因子測試相似轉換誤差橢圓

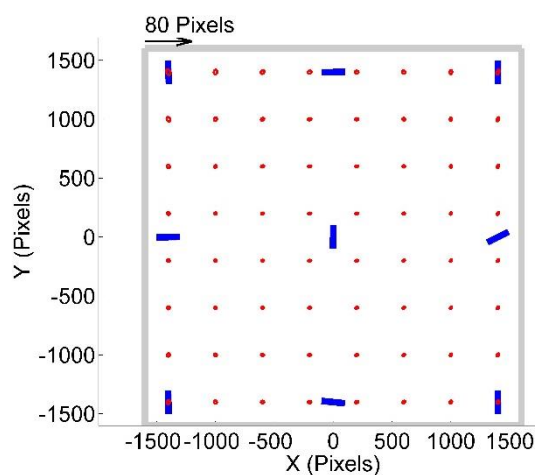


(a)近似正交

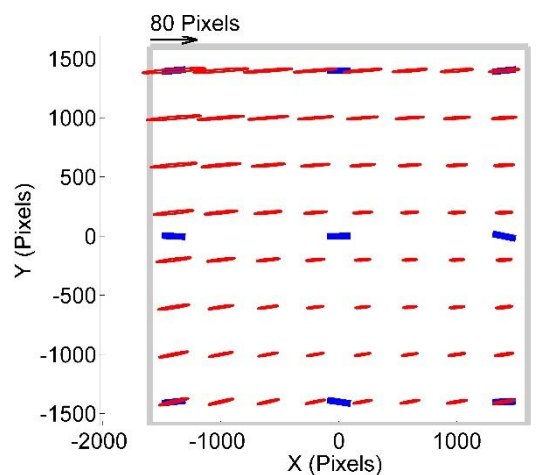


(b)近似平行

圖 3-14 方向因子測試仿射轉換誤差橢圓



(a)近似正交



(b)近似平行

圖 3-15 方向因子測試射影轉換誤差橢圓

3.2.4 二維直線特徵之線段長度與量測品質對轉換參數求解的影響

前面兩小節討論的是特徵幾何的影響性，本小節分析觀測量品質對於套合精度影響。模擬資料的特徵配置與圖 3-12(a)相同，直線特徵共有 9 個，調變不同的線段長度代表直線軌跡，長度範圍由 5 像元到 1000 像元，同時調整線段端點隨機誤差的標準差，分別是 0.5、1.0 和 2.0 像元。

圖 3-16、圖 3-17 和圖 3-18 繪製三種轉換模式的整體精度隨著線段長度變化的趨勢，測試結果與 2.7 節推論一致，使用較長的線段表示直線軌跡，視為較可靠的觀測量；端點量測品質直接影響整體套合精度，影響力較線段長度大。

對於整體精度的影響性，與線段長度和量測精度的相對大小有關，測試結果顯示當端點量測精度在 2 像元以下，線段長度小於 10 像元時會有較顯著的影響，隨後增加單位線段長度所能提升的精度有限，且在實際資料中，線段長度無法無限延長，因此，重點在於能避免使用過於短的線段作為觀測量，以免扭曲參數解算成果。

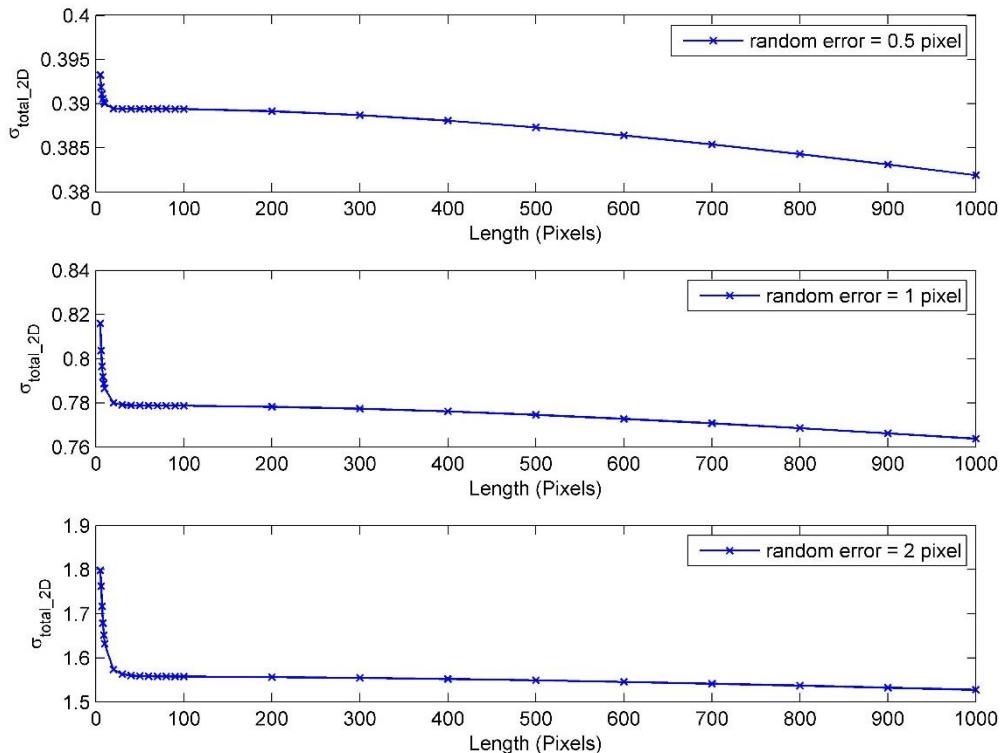


圖 3-16 相似轉換觀測量品質因子模擬成果

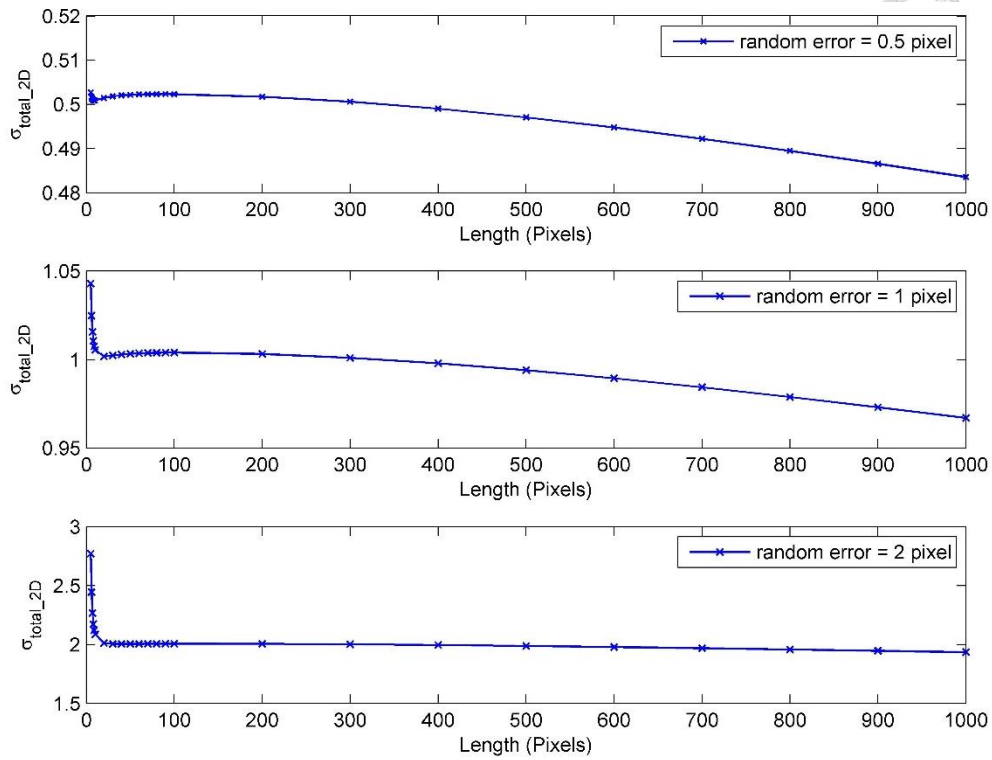


圖 3-17 仿射轉換觀測量品質因子模擬成果

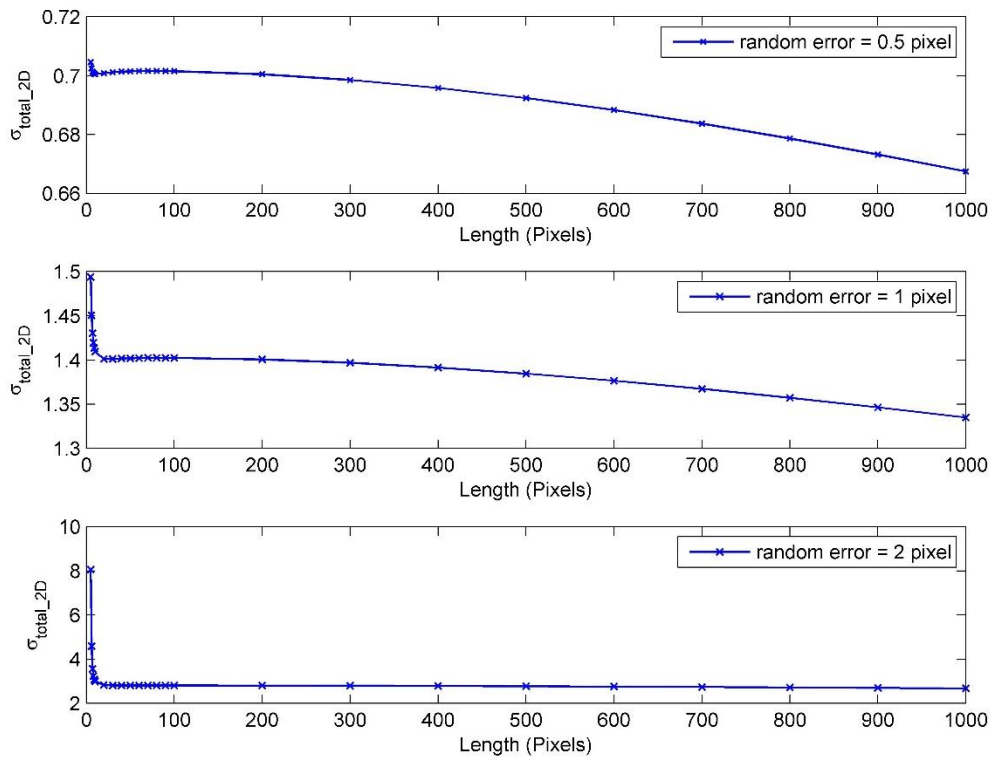


圖 3-18 射影轉換觀測量品質因子模擬成果



3.2.5 小結

本節變因探討實驗可以歸結下列結論：

1. 特徵分布、數量、方向這三項因子決定特徵幾何，彼此相關聯，若改變特徵數量，除了影響分布密度外，分布均勻程度可能也受影響，模擬測試盡可能調變單一變因進行分析。
2. 直線特徵分布情況不易量化，本研究以均勻分布、局部分布、外圍分布三種定性描述，說明分布的影響。局部分布會造成外插區域的精度惡化，精度差異達像元等級；外圍分布可視為局部區域特徵密度低，會造成特徵幾何不穩定。
3. 假設特徵分布均勻，數量增加能提升特徵的密度，降低直線軌跡交點誤差。單一方向直線會造成軌跡方向上誤差顯著，應避免。利用直線特徵作為觀測量，有小範圍區域包含正交直線的必要，因此，增加特徵數量配合直線交會角度為正交，是較理想的特徵配置。
4. 觀測量品質受到線段長度和量測精度相對大小影響，使用較長線段表示軌跡，觀測量較為可靠，端點量測品質直接影響整體套合精度。實驗數據顯示量測精度維持在 2 像元以下，當線段長度小於 10 像元，會使套合精度變化顯著，應避免使用太短的線段作為觀測量。
5. 分析模擬資料的整體精度數值，直線特徵分布、方向的影響性大於線段長度，不理想的特徵配置，會造成精度差異值達像元等級，調變線段長度對精度影響僅在次像元等級變動。
6. 本研究進行的各項模擬測試，整體精度趨勢是相似轉換最佳，仿射轉換次之，射影轉換最差，此為合理結果，因為模擬實驗架構在相同的特徵觀測量配置與品質假設，但每個轉換模式要求解的幾何量並不相同，當待解的幾何量增加，會需要更多的觀測量提供足夠條件。模擬成果的變化趨勢僅是架構在相等條件下，實際資料套合品質要依據轉換模式對資料的適用性而定。

3.3 實驗三

實驗二的成果顯示，直線特徵的分布對於套合成果影響顯著，在實際資料中，

特徵分布已固定，考量特徵分布不盡理想的條件下，將資料中原有的點特徵引入，共同求解參數是可行的策略，本節以模擬資料測試混合兩種特徵的參數解算流程，並分析結果。

混合特徵模式的參數解算方法，同樣使用 2.3 節的最小二乘平差方法，惟數學方程式包含本研究推演的軌跡式直線轉換方程式和基於點特徵的轉換方程式，每一組共軛特徵組成方程式個數皆為兩條，本實驗假設點特徵與線段端點的量測誤差相等，給定觀測量權重為等權。

3.3.1 相似轉換

利用相似轉換模擬圖資 A 與圖資 B，使用的轉換參數如表 3-25，特徵分布如圖 3-19，圖資坐標軸單位為公尺，圖資範圍的長、寬分別是 800 與 600 公尺，資料中具有隨機的六個直線特徵與六個點特徵，特徵帶有標準差為 0.15 公尺的隨機誤差，佈設 48 個規則網格分布的檢核點，比較使用直線特徵、點特徵模式和混合特徵模式的精度差異。

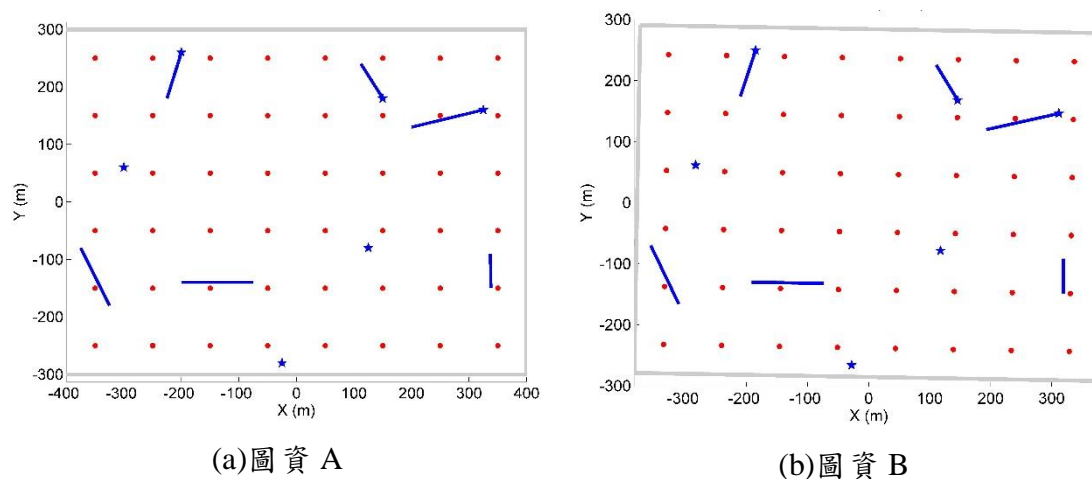


圖 3-19 實驗三相似轉換模擬特徵分布(紅點為檢核點)

表 3-25 實驗三相似轉換參數

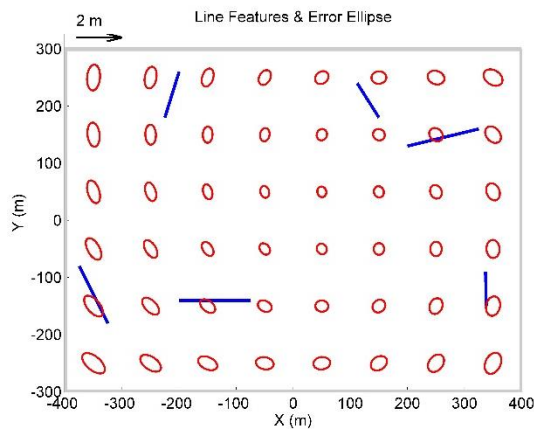
| 轉換參數 | α (rad) | S | T_u (m) | T_v (m) |
|------|----------------|------|-----------|-----------|
| 參數值 | 0.0174 | 0.95 | 0.5 | -0.5 |

分析實驗成果，直線、點特徵位置為隨機給定，並未考慮特徵配置最佳化，在特徵缺乏的區域，誤差量較特徵內插區域大，如圖 3-20(a)、(b)。根據表 3-26 整體精度，點特徵模式兩軸方向誤差量一致，相較之下，直線特徵模式的誤差方向受到特徵方向影響，因此，Y 軸方向誤差較 X 軸方向顯著。

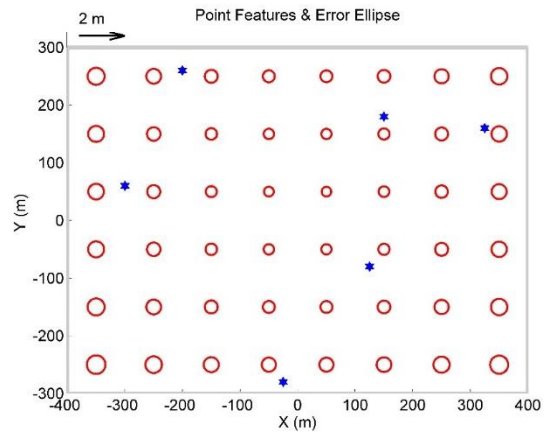
比較混合特徵模式與單一特徵模式，混合不同類型特徵使得參數解算系統的多餘觀測數增加，參數成果更可靠。加入點特徵增強原本直線特徵分布密度不足的位置，相較於直線特徵模式，圖 3-20(c)顯示兩軸方向誤差趨於一致，整體精度也較單一特徵模式提升。

表 3-26 實驗三相似轉換整體精度成果

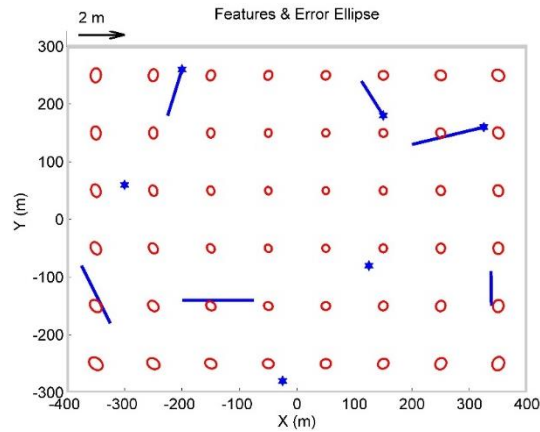
| | 直線特徵模式 | 點特徵模式 | 混合特徵模式 |
|--------------------------|--------|-------|--------|
| $\sigma_{total_x} (m)$ | 0.12 | 0.12 | 0.08 |
| $\sigma_{total_y} (m)$ | 0.14 | 0.12 | 0.09 |
| $\sigma_{total_2D} (m)$ | 0.19 | 0.17 | 0.12 |



(a)直線特徵模式



(b)點特徵模式

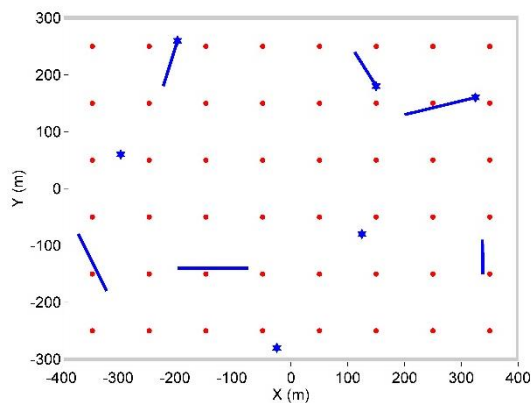


(c)混合特徵模式

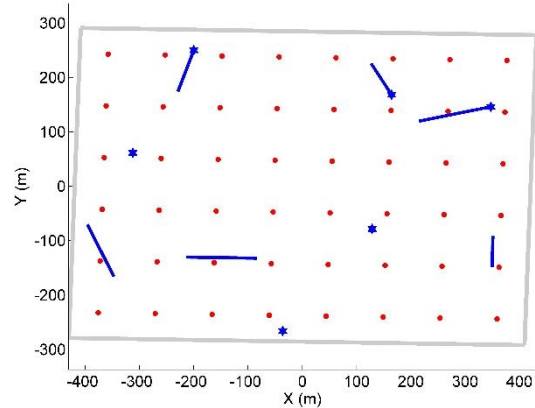
圖 3-20 實驗三相似轉換誤差橢圓成果

3.3.2 仿射轉換

圖 3-21 模擬兩組圖資，透過仿射轉換進行轉換，使用的轉換參數如表 3-27，圖資坐標軸單位是公尺，測試範圍長、寬分別為 800、600 公尺，隨機給定六個直線特徵及六個點特徵，假設特徵量測精度相同，加入標準差為 0.15 公尺的隨機誤差，分別利用六個直線特徵、六個點特徵和全部的十二個特徵求解轉換參數，透過模擬資料佈設 48 個檢核點評估資料套合成果。



(a)圖資 A



(b)圖資 B

圖 3-21 實驗三仿射轉換模擬特徵分布(紅點為檢核點)

表 3-27 實驗三仿射轉換參數

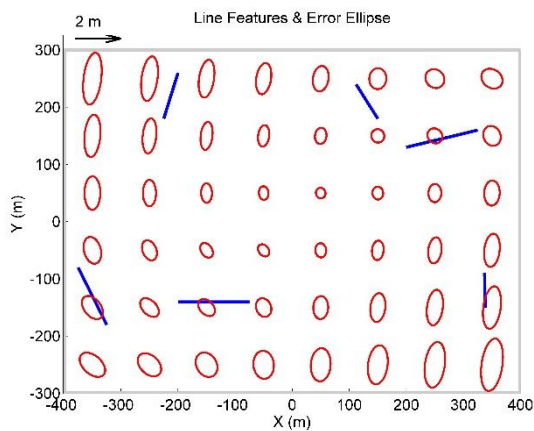
| 轉換參數 | S_x | S_y | δ (rad) | α (rad) | T_u (m) | T_v (m) |
|------|-------|-------|-------------------|-------------------|--------------|--------------|
| 參數值 | 1.05 | 0.95 | 0.0174 | 0.0174 | 0.5 | -0.5 |

由檢核點的誤差橢圓分析使用不同特徵的套合成果，圖 3-22(a)六個直線只能讓圖資中央位置有理想的套合誤差，外圍的位置誤差受到特徵方向影響，沿直線軌跡方向有較大誤差；點特徵同樣在特徵內插區域的套合精度較高，在圖資的四個邊角位置，因為缺乏特徵分布套合精度較差，由表 3-28 的整體精度成果來看，點特徵模式兩軸的誤差量較一致，不如直線特徵模式的誤差量會受特徵方向影響。

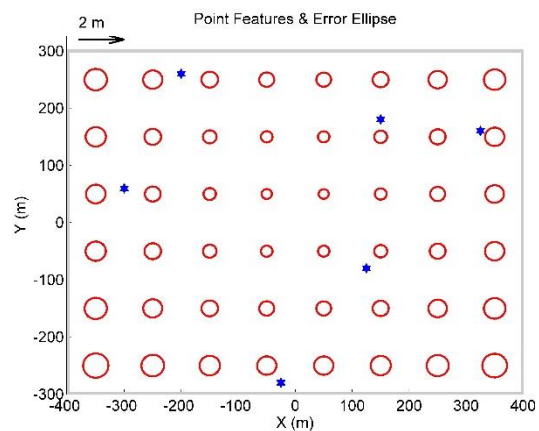
混合特徵模式的誤差橢圓如圖 3-22(c)，雖然整體誤差依然有越往外圍越大的趨勢，但與直線特徵模式的誤差橢圓成果比較，外圍的套合品質提升，整體精度提升 0.13 公尺，顯示混合不同特徵，增強特徵分布幾何，對套合成果有幫助。

表 3-28 實驗三仿射轉換整體精度成果

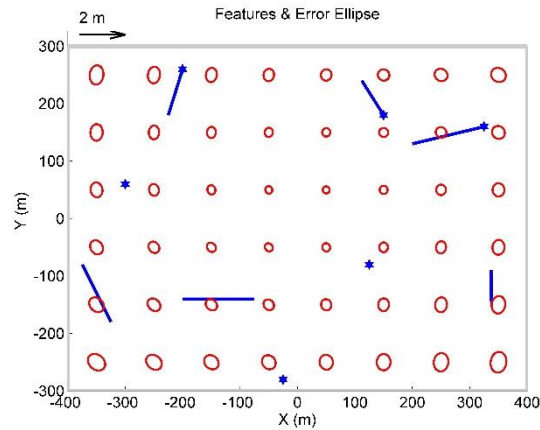
| | 直線特徵模式 | 點特徵模式 | 混合特徵模式 |
|--------------------------|--------|-------|--------|
| σ_{total_x} (m) | 0.14 | 0.15 | 0.10 |
| σ_{total_y} (m) | 0.23 | 0.15 | 0.11 |
| σ_{total_2D} (m) | 0.28 | 0.21 | 0.15 |



(a)直線特徵模式



(b)點特徵模式

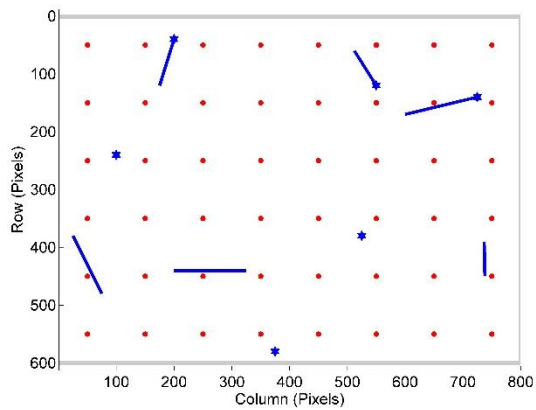


(c)混合特徵模式

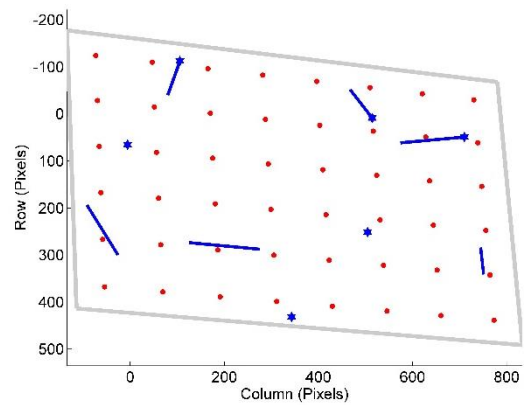
圖 3-22 實驗三仿射轉換誤差橢圓成果

3.3.3 射影轉換

利用射影轉換模式模擬一組影像，使用的轉換參數如表 3-29，坐標單位為像元，測試範圍行、列分別是 600、800 像元長度，特徵分布如圖 3-23，包含隨機的六個直線特徵與六個點特徵，假設特徵觀測量帶有標準差為 1 像元的隨機誤差，實驗測試比較直線特徵模式、點特徵模式和混合特徵模式套合成果。



(a)圖資 A



(b)圖資 B

圖 3-23 實驗三射影轉換模擬特徵分布(紅點為檢核點)

表 3-29 實驗三射影轉換參數

| 轉換參數 | 參數值 |
|-------------------|-------------|
| P_{00} | 1.2057 |
| P_{01} | 0.0410 |
| $P_{02} (pixels)$ | -135.6517 |
| P_{10} | 0.1321 |
| P_{11} | 0.9605 |
| $P_{12} (pixels)$ | -178.8053 |
| P_{20} | 7.8000E-05 |
| P_{21} | -6.4000E-05 |



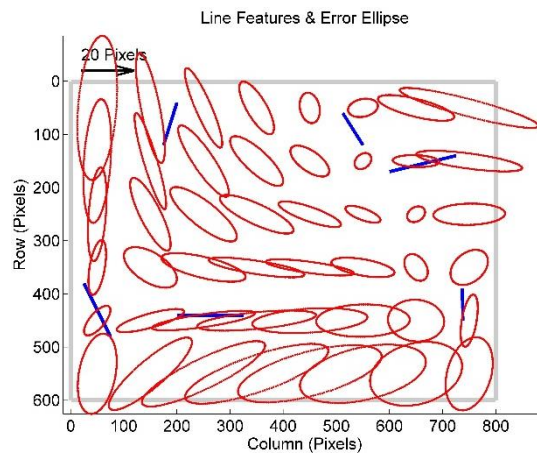
表 3-30 是三種解算模式的整體精度成果，直線特徵模式與混合特徵模式的精度相差 5.28 像元，僅使用六個直線套合成果相當不理想，其對應的誤差橢圓分布，如圖 3-24(a)，同時與圖 3-24(b)比較，顯示六個直線特徵對模擬的圖資套合效果不佳，即便是在特徵的內插區域，誤差同樣相當顯著。

射影轉換是由中心透視投影的物像對應關係推演的轉換方程式，轉換過程帶有中心透視投影幾何特性，圖資上不同位置有不等量的幾何量，當使用直線特徵模式時，需要分布更密集且方向正交的特徵，才能達到良好的套合成果。

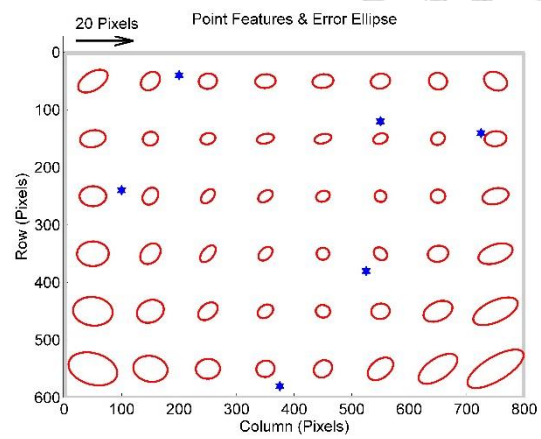
混合特徵模式結合可用的直線、點特徵作為觀測量，特徵分布密度提升，且點特徵分布於測試區域較外圍的位置，確實降低檢核點位置的誤差，整體精度約 1.3 像元，較接近模擬資料給定的 1 像元隨機誤差。

表 3-30 實驗三射影轉換整體精度成果

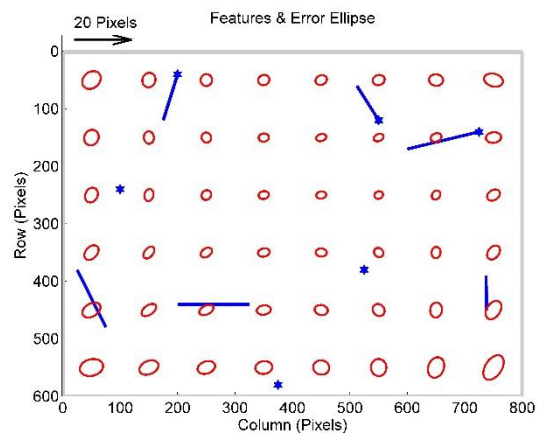
| | 直線特徵模式 | 點特徵模式 | 混合特徵模式 |
|-------------------------------|--------|-------|--------|
| $\sigma_{total_x} (pixels)$ | 4.84 | 1.59 | 0.94 |
| $\sigma_{total_y} (pixels)$ | 3.64 | 1.26 | 0.86 |
| $\sigma_{total_2D} (pixels)$ | 6.56 | 2.03 | 1.28 |



(a)直線特徵模式



(b)點特徵模式



(c)混合特徵模式

圖 3-24 實驗三射影轉換誤差橢圓成果

第四章 實際資料實驗分析與討論

本章利用二維圖資進行套合實驗，驗證本研究所述方法於實際資料應用的可行性。實驗使用近景影像和 1/1000 地形圖資料，以下分別說明實驗內容與成果。

4.1 實驗一

4.1.1 實驗目的與測試資料

實驗測試資料為近景影像，單張影像拍攝範圍有限，為了得到完整場景樣貌，套合具有重疊的影像，達到影像正確接合目的。實驗場景選定一棟建物牆面，牆面上具有豐富線形構造物，可作為本工作方法所述的直線特徵，測試資料如圖 4-1 所示，單張影像大小為 640 x 480 像元，重疊率約 80%。

測試影像是以中心透視投影幾何成像，影像內容具有中心透視投影變形，整張影像的尺度非均質，拍攝影像時，兩者的攝影光軸方向不同，實驗測試場景近似平面，根據上述成像幾何，選定射影轉換模式描述兩張影像資料的轉換關係。



(a)主影像



(b)副影像

圖 4-1 實驗一測試資料

4.1.2 共軛特徵與檢核資訊

實驗選擇 119 個可用的直線特徵觀測量與 18 個檢核線，如圖 4-2、圖 4-3 所示，特徵近乎分布在整個重疊區域內，惟均調的牆面位置不包含特徵。因人工構造物設計的特性，直線特徵常具有近似正交的交會角度，有利於參數解算。

所有的線段皆以 Von Gioi *et al.* (2012)提出的自動化偵測方式得到，以人工方式選擇共軌直線特徵，並檢查共軌線段所在位置，確實符合共軌跡條件，在轉換參數解算流程中，因為線段端點量測精度不易決定，假設所有線段端點的先驗精度為 1 像元，最小二乘平差的先驗單位權標準差是 1 像元，給定觀測量為等權。

共軌點特徵透過 SIFT(Scale Invariant Feature Transform)方法獲得，共有 64 個，其中 19 個視為檢核點使用，如圖 4-2、圖 4-3 所示，於重疊區域外圍盡可能含有特徵，且避免局部區域缺乏特徵的情況，在轉換參數解算流程中，給定點特徵的先驗精度為 1 像元，平差的先驗單位權標準差是 1 像元，給定點特徵觀測量為等權。



圖 4-2 主影像特徵分布



圖 4-3 副影像特徵分布



4.1.3 實驗測試成果與分析

根據上述可用特徵，以不同的特徵組合進行影像套合測試，此組影像能萃取高密度的直線特徵，數量達 119 個，且特徵方向主要是近似平行或垂直兩種，有利於參數解算。針對特徵的數量、方向兩項因子進行評估，分為以下七項測試。

測試一、測試二、測試四、測試六，直線特徵的數量分別是 10 個、19 個、33 個、119 個，增加特徵於原本特徵位置的內部，提升特徵密度，測試的目的是了解增加特徵數量對於套合品質的影響性是否顯著，特徵分布變化參考圖 4-4、圖 4-6、圖 4-10、圖 4-2；測試三、測試五直線特徵數量分別是 19 個、33 個，選擇近似垂直方向的特徵，測試當特徵方向單一時，是否會造成套合成果品質顯著變差；測試七利用圖 4-2 所示的 45 個點特徵，與利用直線特徵作為觀測量的測試成果比較。測試配置整理於表 4-1，實驗成果以檢核點均方根誤差及檢核線指標進行評估。

表 4-1 實驗一測試配置

| | 直線特徵數量(個) | 點特徵數量(個) | 幾何描述 |
|-----|-----------|----------|---------|
| 測試一 | 10 | 0 | 外圍分布，正交 |
| 測試二 | 19 | 0 | 特徵加密 |
| 測試三 | 19 | 0 | 單一方向 |
| 測試四 | 33 | 0 | 特徵加密 |
| 測試五 | 33 | 0 | 單一方向 |
| 測試六 | 119 | 0 | 均勻分布 |
| 測試七 | 0 | 45 | 均勻分布 |



— 線特徵 檢核線 + 檢核點



圖 4-4 測試一主影像特徵分布

— 線特徵 檢核線 + 檢核點



圖 4-5 測試一副影像特徵分布



圖 4-6 測試二主影像特徵分布



圖 4-7 測試二副影像特徵分布



— 線特徵 檢核線 + 檢核點



圖 4-8 測試三主影像特徵分布

— 線特徵 檢核線 + 檢核點



圖 4-9 測試三副影像特徵分布



圖 4-10 測試四主影像特徵分布



圖 4-11 測試四副影像特徵分布



圖 4-12 測試五主影像特徵分布



圖 4-13 測試五副影像特徵分布

表 4-2、表 4-3 是實驗一的射影轉換參數解算成果。表 4-4、表 4-5 是對應的轉換參數後驗標準差及最小二乘平差之後驗單位權標準差，比較發現，測試三和測試五，直線特徵觀測量方向單一，造成參數精度明顯較其他項測試成果差，在觀測

量的選用必須特別注意特徵方向的多樣性。



表 4-2 實驗一參數解算成果之一

| 轉換參數 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|
| P_{00} | 0.9635 | 0.9647 | 0.9477 |
| P_{01} | -7.2579E-02 | -7.2381E-02 | -6.7536E-02 |
| $P_{02} (pixels)$ | 4.3804 | 4.3799 | 6.8892 |
| P_{10} | -1.2270E-03 | -1.9248E-03 | 2.5919E-02 |
| P_{11} | 0.8834 | 0.8846 | 0.8618 |
| $P_{12} (pixels)$ | 94.6802 | 94.7766 | 86.3111 |
| P_{20} | 2.1418E-05 | 2.3735E-05 | -6.4863E-06 |
| P_{21} | -2.5408E-04 | -2.5329E-04 | -2.3626E-04 |

表 4-3 實驗一參數解算成果之二

| 轉換參數 | 測試四 | 測試五 | 測試六 | 測試七 |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| P_{00} | 0.9646 | 0.9600 | 0.9640 | 0.9652 |
| P_{01} | -7.2310E-02 | -7.5248E-02 | -7.1489E-02 | -7.1503E-02 |
| $P_{02} (pixels)$ | 4.3762 | 5.5719 | 4.3578 | 4.2833 |
| P_{10} | -2.1786E-03 | 2.8330E-04 | -2.4374E-03 | -1.5600E-03 |
| P_{11} | 0.8845 | 0.8895 | 0.8852 | 0.8858 |
| $P_{12} (pixels)$ | 94.8441 | 91.0616 | 94.8133 | 94.7216 |
| P_{20} | 2.3593E-05 | 2.1486E-05 | 2.2335E-05 | 2.4733E-05 |
| P_{21} | -2.5328E-04 | -2.6381E-04 | -2.5123E-04 | -2.5167E-04 |

表 4-4 實驗一參數後驗標準差之一

| 轉換參數 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|-------------------|------------|------------|------------|
| P_{00} | 1.5224E-03 | 1.9018E-03 | 9.5022E-03 |
| P_{01} | 8.3286E-04 | 1.2607E-03 | 7.4815E-03 |
| $P_{02} (pixels)$ | 0.2173 | 0.3800 | 1.7574 |
| P_{10} | 7.8872E-04 | 8.3228E-04 | 1.4229E-02 |
| P_{11} | 1.1576E-03 | 1.9929E-03 | 2.2830E-02 |



| 轉換參數 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|---------------------------|------------|------------|------------|
| P_{12} (pixels) | 0.1857 | 0.3063 | 6.2665 |
| P_{20} | 2.6394E-06 | 2.5101E-06 | 1.5343E-05 |
| P_{21} | 2.2153E-06 | 3.8810E-06 | 2.5867E-05 |
| $\hat{\sigma}_0$ (pixels) | 0.15 | 0.31 | 0.13 |

表 4-5 實驗一參數後驗標準差之二

| 轉換參數 | 測試四 | 測試五 | 測試六 | 測試七 |
|---------------------------|------------|------------|------------|------------|
| P_{00} | 1.3711E-03 | 6.8587E-03 | 7.5683E-04 | 9.6544E-04 |
| P_{01} | 9.2885E-04 | 3.6064E-03 | 5.8153E-04 | 7.2504E-04 |
| P_{02} (pixels) | 0.2908 | 1.4215 | 0.1836 | 0.2010 |
| P_{10} | 5.3730E-04 | 7.4523E-03 | 2.7208E-04 | 4.4898E-04 |
| P_{11} | 1.4058E-03 | 9.1615E-03 | 7.8333E-04 | 1.0657E-03 |
| P_{12} (pixels) | 0.1809 | 5.0435 | 0.1024 | 0.1508 |
| P_{20} | 1.7022E-06 | 8.0354E-06 | 8.9949E-07 | 1.3391E-06 |
| P_{21} | 2.6776E-06 | 1.2224E-05 | 1.4640E-06 | 1.9595E-06 |
| $\hat{\sigma}_0$ (pixels) | 0.26 | 0.14 | 0.23 | 0.21 |

透過表 4-6、表 4-7 套合品質評估指標，分析測試結果。比較測試一、測試二、測試四、測試六，直線特徵數量多寡對於套合品質影響，特徵數量由 10 個增加到 19 個的套合品質提升相對較為顯著，檢核點均方根誤差提升 0.12 像元，檢核線距離指標提升 0.06 像元，隨後再繼續增加特徵數量至 33 個和 119 個，雖然多餘觀測數增加，但效果並不顯著。

測試三與測試五使用的直線觀測量方向單一，皆近似垂直，從檢核點均方根誤差來看，X 方向誤差較測試二、測試四大，同時，Y 方向誤差達像元等級，是明顯錯誤，直線特徵的位置約制具有方向性，選擇特徵時必須滿足特徵方向的多樣性，避免較顯著的套合錯誤；在特徵方向單一的條件下，特徵數量從 19 個增加至 33 個，檢核點、檢核線指標都有顯著提升，當特徵分布的幾何本身不佳時，特徵數量可以補強幾何缺失。

比較測試六和測試七，兩者分別使用點、直線特徵求解轉換參數，在特徵分布

均勻、數量較多的條件下，兩者的檢核點均方根誤差僅相差 0.03 像元，檢核線距離指標相差 0.01 像元，本研究使用直線特徵觀測量進行套合的方法，可以達到與點特徵近似的套合效果。



表 4-6 實驗一外部檢核成果之一

| 檢核指標 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|----------------------|--------|--------|--------|
| $RMSE_X (pixels)$ | 0.22 | 0.13 | 1.30 |
| $RMSE_Y (pixels)$ | 0.46 | 0.37 | 7.43 |
| $RMSE_{2D} (pixels)$ | 0.51 | 0.39 | 7.54 |
| 角度指標 (rad) | 0.0050 | 0.0050 | 0.0257 |
| 距離指標 (pixels) | 0.29 | 0.23 | 4.60 |

表 4-7 實驗一外部檢核成果之二

| 檢核指標 | 測試四 | 測試五 | 測試六 | 測試七 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|
| $RMSE_X (pixels)$ | 0.13 | 0.30 | 0.16 | 0.15 |
| $RMSE_Y (pixels)$ | 0.37 | 1.86 | 0.36 | 0.34 |
| $RMSE_{2D} (pixels)$ | 0.40 | 1.88 | 0.40 | 0.37 |
| 角度指標 (rad) | 0.0050 | 0.0054 | 0.0050 | 0.0050 |
| 距離指標 (pixels) | 0.23 | 0.82 | 0.22 | 0.21 |

圖 4-14~圖 4-27 依序是測試一到測試七的影像鑲嵌成果圖與檢核特徵套合示意圖，可以透過人工檢視方式檢查是否具有顯著錯誤。測試三與測試五僅使用單一方向的特徵，圖 4-18、圖 4-22 會觀察到套合成果在接邊處有不連續的情況，圖 4-19 的檢核線有明顯錯位情況，且越靠近影像外圍越嚴重。除了測試三和測試五，其餘的影像鑲嵌成果都可以達到影像正確接合的目的。



圖 4-14 測試一影像套合鑲嵌圖



圖 4-15 測試一檢核特徵套合成果



圖 4-16 測試二影像套合鑲嵌圖



圖 4-17 測試二檢核特徵套合成果



圖 4-18 測試三影像套合鑲嵌圖



圖 4-19 測試三檢核特徵套合成果



圖 4-20 測試四影像套合鑲嵌圖



圖 4-21 測試四檢核特徵套合成果



圖 4-22 測試五影像套合鑲嵌圖



圖 4-23 測試五檢核特徵套合成果



圖 4-24 測試六影像套合鑲嵌圖



圖 4-25 測試六檢核特徵套合成果



圖 4-26 測試七影像套合鑲嵌圖



- × 副影像點特徵
- 副影像檢核線
- 主影像檢核線
- + 副影像檢核點
- + 主影像檢核點

圖 4-27 測試七檢核特徵套合成果



4.2 實驗二

4.2.1 實驗目的與測試資料

射影轉換假設影像拍攝的場景是平面的，直線特徵於場景中是否位在相同平面上，會影響轉換參數成果。本實驗以台灣大學總圖書館為對象，是一個由多平面組成的場景，比較使用共平面特徵與非共平面特徵對於兩張影像套合成果影響，測試影像對如圖 4-28，影像的大小皆為 640x480 像元。



(a)主影像



(b)副影像

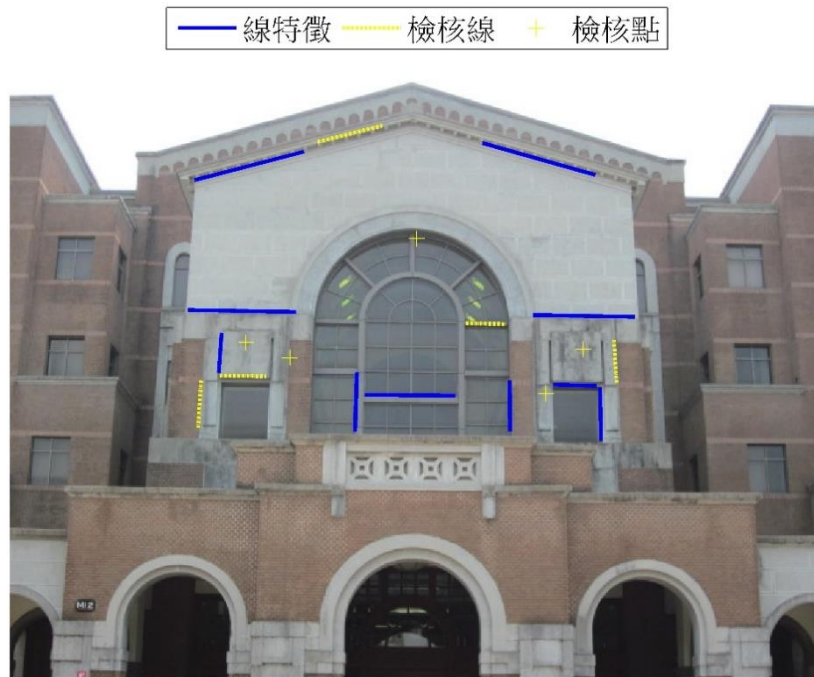
圖 4-28 多面場景測試影像

4.2.2 共軛特徵與檢核資訊

選擇共平面與非共平面的特徵組合，比較對於影像套合影響。首先，共平面特徵分布於建物中間位置的平面上，如圖 4-29，在實驗中稱此平面為主平面，利用主平面上的 10 個直線特徵求解射影轉換參數，因特徵共平面，符合射影轉換假設，應能正確套合主平面範圍的影像；非共平面特徵分布如圖 4-30，特徵數量有 10 個，分布於主平面及周邊其他平面上，此安排即不符合射影轉換的假設，比較轉換參數成果，對於主平面範圍套合成果的影響；另外，圖 4-31 選擇密集的非共平面特徵，盡可能在每一個平面上有特徵分布，特徵數量有 21 個，在不符合射影轉換的假設情況下，檢驗使用較多的直線特徵能達到的套合效果。

因為實驗欲比較特徵共平面與否，對於主平面範圍套合的影響，故於主平面上選擇檢核特徵，檢核點與檢核線各有 5 個，如圖 4-29(a)以黃色標註的特徵，據此量化影像套合品質。

本實驗選用的直線特徵以 Von Gioi *et al.* (2012)提出的自動化偵測方式萃取，以人工方式進行特徵匹配，自動化萃取的線段不易給定端點的量測誤差，因此以經驗法則給定端點先驗精度 1 像元，平差的先驗單位權標準差是 1 像元，給定最小二乘平差之觀測量為等權；點特徵以 SIFT 方法得到，其精度可達次像元，以此成果作為可靠的檢核資訊。



(a)主影像



(b)副影像

圖 4-29 共平面特徵分布



— 線特徵 檢核線 + 檢核點



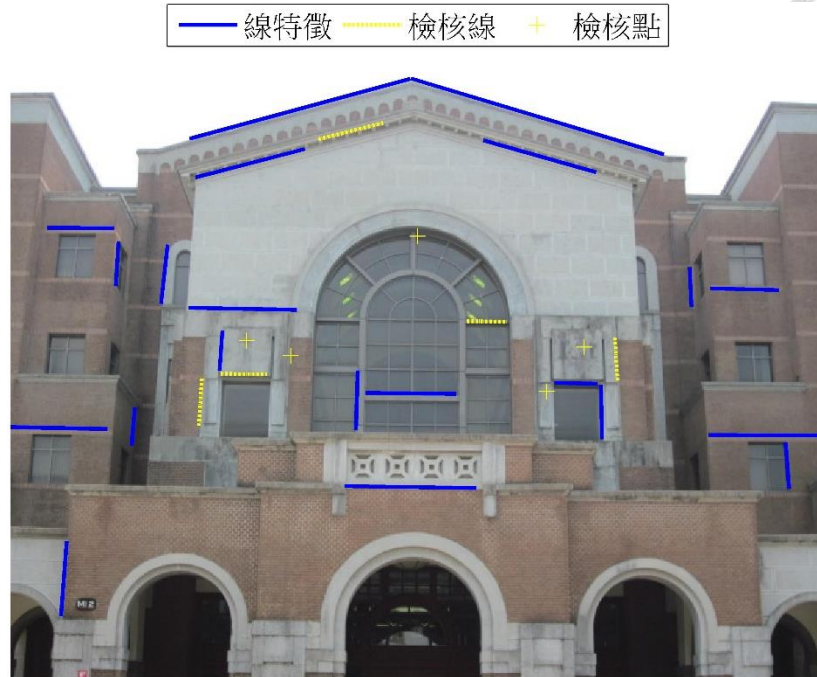
(a)主影像

— 線特徵 檢核線 + 檢核點

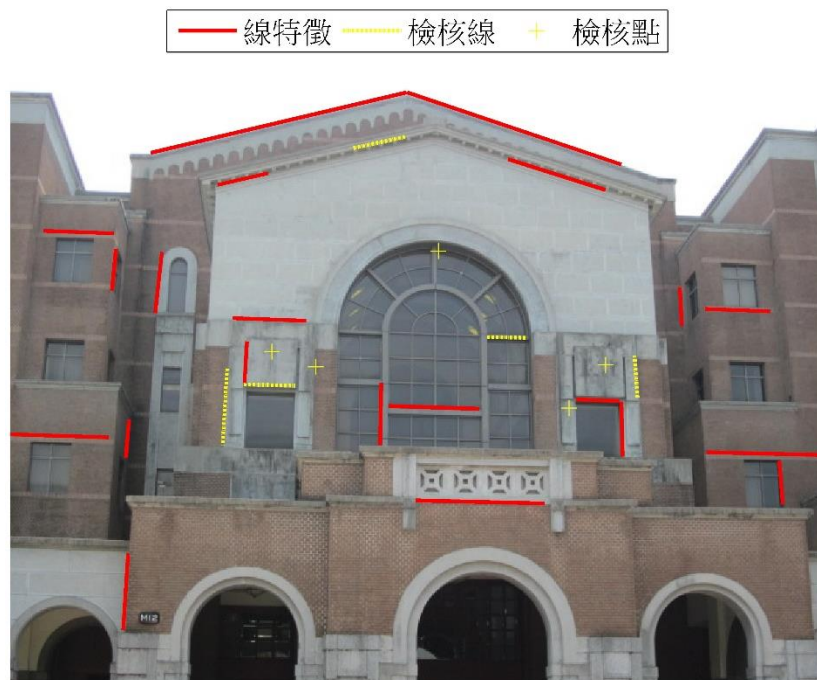


(b)副影像

圖 4-30 非共平面特徵分布



(a)主影像



(b)副影像

圖 4-31 密集的非共平面特徵分布

4.2.3 實驗成果與分析

測試成果首先以轉換參數成果分析，轉換參數數值如表 4-8。參數的後驗標準差與最小二乘平差之後驗單位權標準差，如表 4-9，因為共平面特徵符合射影轉換

的假設，參數標準差明顯優於非共平面特徵，共平面特徵之後驗單位權標準差可達約 0.3 像元，相較之下，使用非共平面特徵求解轉換參數，後驗單位權標準差高達 2.97 像元，增加特徵數量且分布在每個平面，後驗單位權標準差的數值反而增加達 4.97 像元，顯示選用的直線特徵在場景中非共平面，有違攝影轉換假設條件，對參數求解成果造成不良影響。

表 4-8 實驗二參數解算成果

| 轉換參數 | 共平面特徵 | 非共平面特徵 | 密集的非共平面特徵 |
|-------------------|-------------|------------|------------|
| P_{00} | 1.0122 | 1.1366 | 1.1312 |
| P_{01} | 0.0198 | 0.2359 | 0.2284 |
| $P_{02} (pixels)$ | 14.1145 | -41.8142 | -41.7598 |
| P_{10} | 0.0309 | 0.0592 | 0.0537 |
| P_{11} | 1.0103 | 1.1636 | 1.1461 |
| $P_{12} (pixels)$ | -2.8234 | -16.5431 | -15.6591 |
| P_{20} | 4.0925E-05 | 1.4966E-04 | 1.6660E-04 |
| P_{21} | -2.9931E-06 | 3.3688E-04 | 2.6120E-04 |

表 4-9 實驗二參數後驗標準差

| 轉換參數 | 共平面特徵 | 非共平面特徵 | 密集的非共平面特徵 |
|---------------------------|------------|------------|------------|
| P_{00} | 0.0104 | 0.0510 | 0.0552 |
| P_{01} | 0.0122 | 0.0286 | 0.0356 |
| $P_{02} (pixels)$ | 2.2469 | 8.9049 | 10.6513 |
| P_{10} | 0.0033 | 0.0146 | 0.0177 |
| P_{11} | 0.0081 | 0.0438 | 0.0460 |
| $P_{12} (pixels)$ | 0.9115 | 4.9167 | 6.3682 |
| P_{20} | 1.5492E-05 | 5.3173E-05 | 7.0120E-05 |
| P_{21} | 2.8314E-05 | 1.2215E-04 | 1.0898E-04 |
| $\hat{\sigma}_0 (pixels)$ | 0.29 | 2.97 | 4.97 |

比較影像鑲嵌成果，如圖 4-32，特別著重於主平面範圍的套合效果(圖中紅框範圍)。圖 4-32(a)利用主平面上的共平面特徵計算轉換參數，主平面範圍能正確套

合，在影像接邊的部分為連續，主平面以外的範圍因為轉換參數不適用，無法正確接合；相較之下，圖 4-32(b)利用非共平面的特徵計算轉換參數，主平面範圍的套合成果不理想，出現接邊特徵不連續和錯位的情況，圖 4-32(c)利用數量較多且分布均勻的非共面特徵計算轉換參數，影像鑲嵌效果並沒有改善，本實驗影像並不完全適用射影轉換模式。由以上的比較便可以說明，特徵選用的位置必須符合射影轉換假設的重要性，共平面特徵計算得參數只適用在該平面，若利用非共平面特徵計算轉換參數，無法同時滿足每一個平面的轉換。



(a)共平面特徵



(b)非共平面特徵



(c)密集的非共平面特徵

圖 4-32 實驗二影像鑲嵌成果

利用外部檢核特徵，量化實驗成果之差異性，檢核特徵包含 5 個檢核點與 5 個檢核線，分布於主平面上。檢核成果如表 4-10，使用共平面特徵之檢核點均方根誤差可達約 1 像元，相較之下，使用非共平面特徵之均方根誤差為 9.36 像元，比對圖 4-33(b)檢核點的套合成果，轉換後的檢核點位置有相當明顯的差異，所以反

映在均方根誤差的數值較大。同樣的，圖 4-33(b)檢核線的套合成果也顯示，共軌檢核線未能以正確的共軌跡幾何關係套合，檢核線的角度指標與距離指標都較使用共平面特徵的成果差。



表 4-10 實驗二外部檢核成果

| 檢核指標 | 共平面特徵 | 非共平面特徵 | 密集的非共平面特徵 |
|----------------------|--------|--------|-----------|
| $RMSE_x$ (pixels) | 1.01 | 8.73 | 8.84 |
| $RMSE_y$ (pixels) | 0.25 | 3.40 | 1.75 |
| $RMSE_{2D}$ (pixels) | 1.04 | 9.36 | 9.01 |
| 角度指標 (rad) | 0.0123 | 0.0500 | 0.0564 |
| 距離指標 (pixels) | 0.59 | 5.67 | 5.34 |



(a) 共平面特徵



(b)非共平面特徵



(c)密集的非共平面特徵

圖 4-33 檢核特徵套合成果

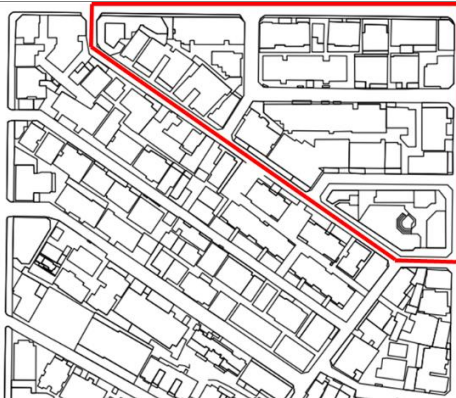
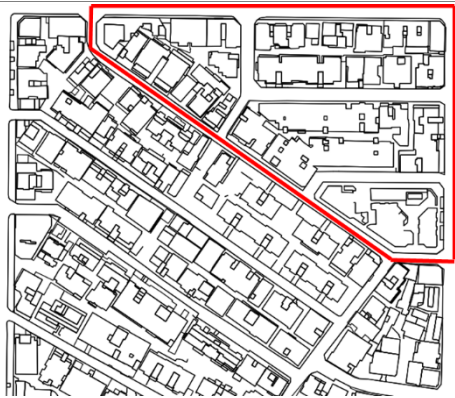
4.3 實驗三

4.3.1 實驗目的與測試資料

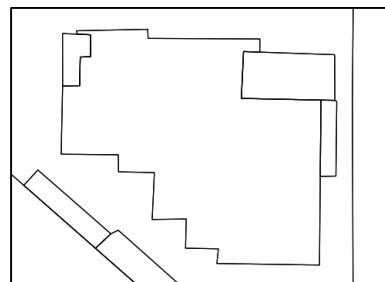
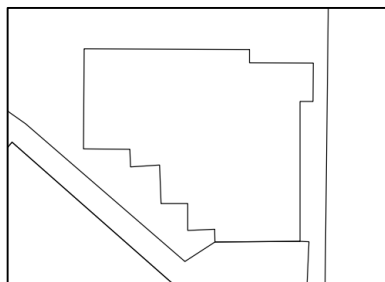
數值地形圖是國家重要的基本圖資，本實驗以民國 98 年與民國 102 年台北市

地區之 1/1000 地形圖資料為對象，98 年版地形圖基於舊有 TWD67 國家坐標系統，而 102 年版地形圖基於 TWD97 坐標系統，經由坐標轉換套合兩幅地形圖，能進行地物地貌變遷分析應用。測試資料內容如表 4-11 所示，選定 200x140 公尺的區域進行實驗。

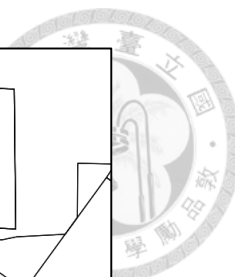
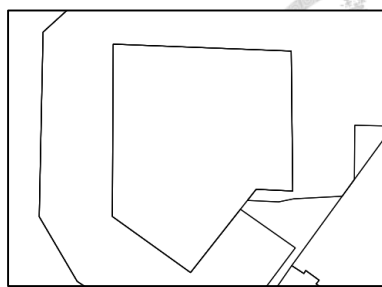
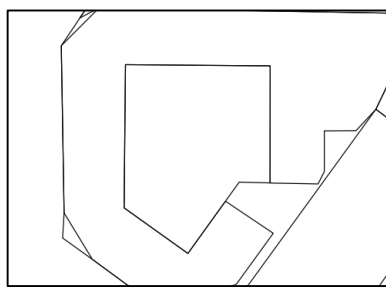
表 4-11 實驗三測試資料

| 圖資內容 | 98 年版地形圖 | 102 年版地形圖 |
|------|--|---|
| 坐標系統 | TWD67 | TWD97 |
| 示意圖 |  |  |
| 資料範圍 | 200 x 140 (m) | |

檢視地形圖資料內容，雖然是相同單位產製的圖資，但兩個版本圖資的圖層內容是有所差異的，102 年版地形圖的圖層分類較細緻，舉例來說，房屋分為永久性房屋與臨時性房屋，相較之下，98 年版地形圖僅以一個圖層囊括；另外，比對兩時期的航照影像和地形圖發現，98 年版地形圖對於房屋的結構線有部分簡化，而 102 年版的地形圖內容較完整，如圖 4-34(a)；不變的人工構造物在不同圖資中，也可能因為測製方法差異或誤差，造成建物形狀的差異，如圖 4-34(b)。



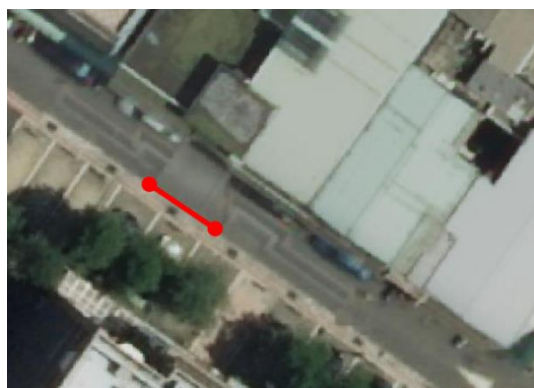
(a)內容簡化



(b)形狀差異

圖 4-34 圖資內容差異

由上述觀察可知，不同時期測製的圖資，可能因為很多原因造成資料內容差異，最直接的影響便是增加共軌特徵獲取困難。本實驗以航照影像為標準，於地面或建物上比對不變特徵的位置，如圖 4-35 所示，確認特徵符合共軌跡或共點的條件，並於地形圖萃取直線特徵及點特徵，作為計算轉換參數之用，也保留部分特徵作為成果檢核依據。



(a)地面特徵



(b)房屋輪廓線

(影像取自臺北市歷史圖資展示系統)

圖 4-35 共軛特徵示意圖

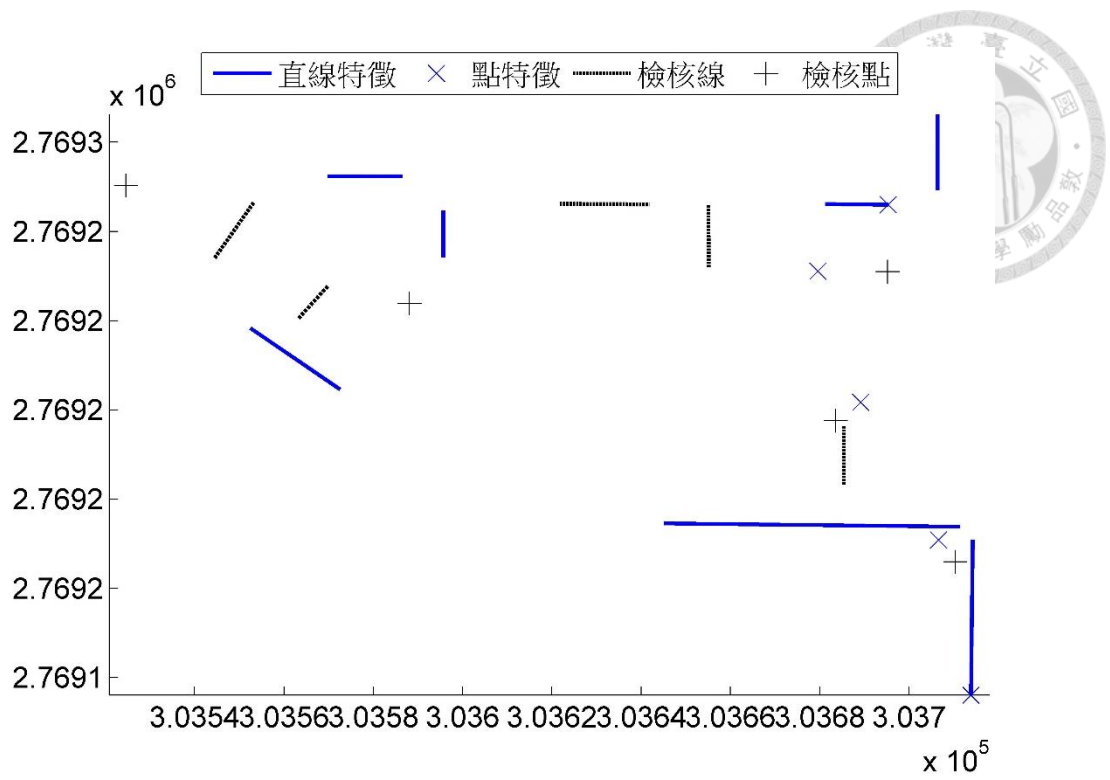


本實驗之地形圖套合，必須處理 TWD67 與 TWD97 坐標系統的轉換問題，兩坐標系統採用的參考基準不同，坐標之間具有平移量，而地圖投影產生的微小變形可能造成尺度差異，兩軸方向的不一致透過旋轉量處理，考量以上因素，本研究方法所提到的相似轉換及仿射轉換，可用於圖資套合，而仿射轉換相較相似轉換，兩軸向有各別的尺度量，且多了非正交角，是相對較廣義的轉換模式。然而，轉換模式適用與否仍根據圖資之間存在的幾何量，以最佳轉換模式近似轉換關係，能達到最理想的套合品質。本實驗利用這兩種轉換模式進行，比較套合成果品質。

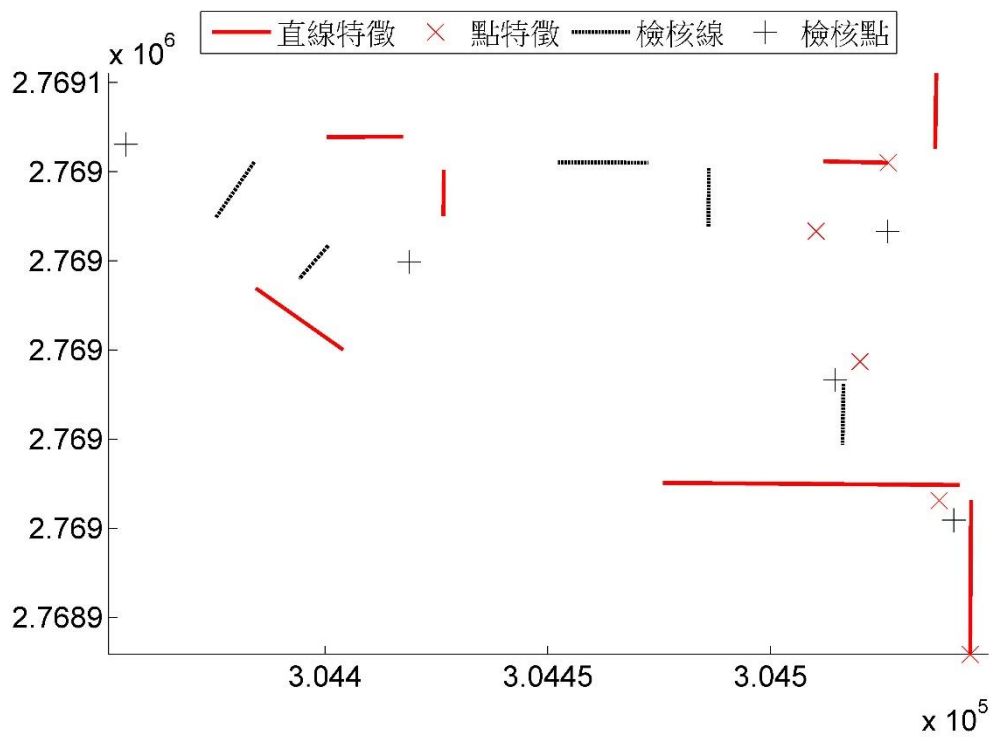
4.3.2 共軛特徵與檢核資訊

本實驗根據前一節所述方式，利用航照影像確認特徵共軛事實，並於地形圖中萃取直線特徵及點特徵，假設地形圖上的特徵品質一致，給定端點誤差為 0.1 公尺。

特徵選擇方面，為了能驗證當點特徵在數量、分布限制下，利用直線特徵作業之效益，進而比較兩者成果差異，共選擇 5 個點特徵，分布於實驗區域的右半部，且分布網形為長鏈狀，幾何強度較差，直線特徵共有 7 個，於三個邊角的街區皆涵蓋，鄰近的直線特徵選擇近似正交，直線特徵及點特徵分別選擇 5 個做為檢核特徵，不參與最小二乘平差計算，特徵分布如圖 4-36。



(a)TWD67 地形圖



(b)TWD97 地形圖

圖 4-36 共軛特徵分布

4.3.3 實驗測試成果與分析

根據前述選定的共軛特徵與轉換模式，進行表 4-12 整理之六項實驗測試，最小二乘平差計算的先驗單位權標準差給定 0.1 公尺。實驗欲討論的問題包含：轉換模式適用性、比較直線和點特徵套合成果、以混合特徵套合之成果，首先，整理各項測試的參數解算成果，如表 4-13、表 4-15，參數的後驗標準差與平差的後驗單位權標準差，如表 4-14、表 4-16，各項測試的後驗單位權標準差介於 0.13~0.18 公尺，較先驗單位權標準差 0.1 公尺大。

表 4-12 實驗三測試配置

| | 轉換模式 | 直線特徵數量(個) | 點特徵數量(個) |
|-----|------|-----------|----------|
| 測試一 | 相似轉換 | 7 | 0 |
| 測試二 | 相似轉換 | 0 | 5 |
| 測試三 | 相似轉換 | 7 | 5 |
| 測試四 | 仿射轉換 | 7 | 0 |
| 測試五 | 仿射轉換 | 0 | 5 |
| 測試六 | 仿射轉換 | 7 | 5 |

表 4-13 相似轉換參數解算成果

| 轉換參數 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| S_a | 0.9981 | 1.0036 | 0.9999 |
| S_b | -0.0022 | -0.0010 | -0.0010 |
| $S_c(m)$ | 832.6471 | 828.7003 | 831.2316 |
| $S_d(m)$ | -205.2093 | -205.7731 | -204.8954 |

表 4-14 相似轉換參數後驗標準差

| 轉換參數 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|----------|--------|--------|--------|
| S_a | 0.0013 | 0.0023 | 0.0012 |
| S_b | 0.0012 | 0.0023 | 0.0010 |
| $S_c(m)$ | 0.9761 | 1.6810 | 0.8695 |



| 轉換參數 | 測試一 | 測試二 | 測試三 |
|---------------------|--------|--------|--------|
| $S_d(m)$ | 0.7735 | 1.6810 | 0.6808 |
| $\hat{\sigma}_0(m)$ | 0.165 | 0.153 | 0.176 |

表 4-15 仿射轉換參數解算成果

| 轉換參數 | 測試四 | 測試五 | 測試六 |
|-------------|-----------|-----------|-----------|
| A_{00} | 0.9967 | 1.0220 | 0.9974 |
| A_{01} | -0.0025 | 0.0041 | -0.0025 |
| $A_{02}(m)$ | 833.6661 | 814.8649 | 833.2497 |
| A_{10} | 0.0034 | 0.0157 | 0.0024 |
| A_{11} | 1.0016 | 1.0068 | 1.0032 |
| $A_{12}(m)$ | -206.7505 | -216.6088 | -206.4966 |

表 4-16 仿射轉換參數後驗標準差

| 轉換參數 | 測試四 | 測試五 | 測試六 |
|---------------------|--------|--------|--------|
| A_{00} | 0.0017 | 0.0120 | 0.0016 |
| A_{01} | 0.0022 | 0.0037 | 0.0017 |
| $A_{02}(m)$ | 1.3802 | 8.9900 | 1.3007 |
| A_{10} | 0.0016 | 0.0119 | 0.0014 |
| A_{11} | 0.0028 | 0.0036 | 0.0020 |
| $A_{12}(m)$ | 1.4000 | 8.9226 | 1.2013 |
| $\hat{\sigma}_0(m)$ | 0.165 | 0.132 | 0.166 |

根據外部檢核資訊量化的數值指標，如表 4-17，分析轉換模式的適用性，比較以直線特徵套合的兩組成果(測試一與測試四)，檢核點均方根誤差和檢核線距離指標皆顯示使用相似轉換的套合誤差較小，均方根誤差相差 0.088 公尺，距離指標相差 0.049 公尺，比較以混合特徵套合的兩組成果(測試三與測試六)，有相同趨勢；角度指標則呈現相反趨勢，仿射轉換優於相似轉換，兩者相差 0.0008 徑度，以共軛直線軌跡的方向一致性論轉換模式適用性，仿射轉換較佳。比較上述數值成果，若圖資套合的目的是為了分析地物地貌變化，位置正確性相對重要，則採用相似轉換較為適合。

分析點特徵受限於數量、分布時的套合成果與使用直線特徵者的差異，仿射轉換模式的成果差異顯著(比較測試四與測試五)，使用區域分布的點特徵解算轉換參數，會使外插區域套合後產生相當大的誤差，套合成果如圖 4-37，誤差反映在檢核點均方根誤差達 2.212 公尺，相較之下，使用 7 個直線特徵進行套合，均方根誤差維持在 0.436 公尺，較符合應用需求；相似轉換的部分(比較測試一與測試二)，檢核線距離指標顯示，使用區域分布的點特徵會讓檢核線共軌跡情況較差，距離指標為 0.238 公尺，相較之下，使用直線特徵，能讓距離指標提升至 0.137 公尺，向量圖資的共軌直線特徵正確重合，較有利資料分析。

分析利用直線特徵和點特徵共同解算轉換參數的套合成果，以混合特徵的概念，增加最小二乘平差系統的多餘觀測數，提升解算成果可靠度，特徵數量增加同時，分布也更均勻，根據外部檢核資訊評估套合品質，不論相似轉換或仿射轉換，使用混合特徵，檢核點和檢核線的精度指標皆提升，本實驗測試資料，運用 7 個直線特徵和 5 個點特徵，以相似轉換模式套合，能得到最佳的檢核點均方根誤差為 0.220 公尺，套合成果如圖 4-38。

表 4-17 實驗三外部檢核成果

| 檢核指標 | 測試一 | 測試二 | 測試三 | 測試四 | 測試五 | 測試六 |
|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $RMSE_X(m)$ | 0.249 | 0.234 | 0.166 | 0.346 | 1.738 | 0.326 |
| $RMSE_Y(m)$ | 0.242 | 0.193 | 0.144 | 0.266 | 1.369 | 0.214 |
| $RMSE_{2D}(m)$ | 0.348 | 0.304 | 0.220 | 0.436 | 2.212 | 0.390 |
| 距離指標 (m) | 0.137 | 0.238 | 0.104 | 0.186 | 0.791 | 0.180 |
| 角度指標 (rad) | 0.0095 | 0.0093 | 0.0093 | 0.0087 | 0.0120 | 0.0084 |

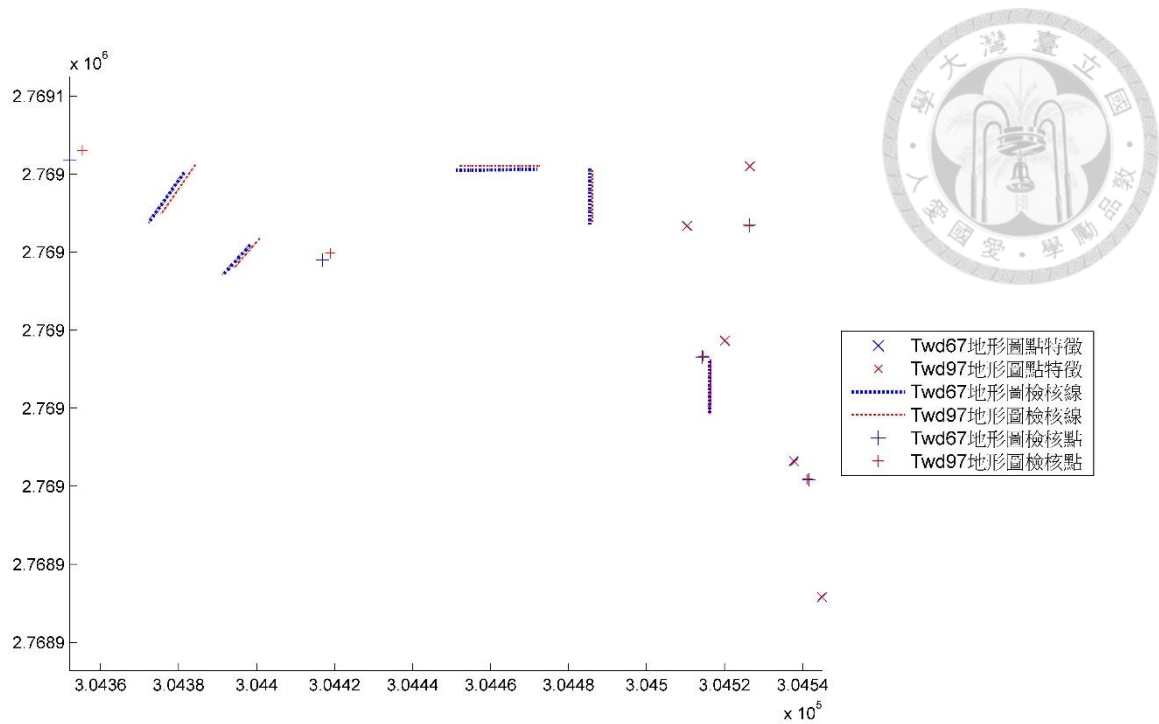


圖 4-37 測試五特徵套合成果

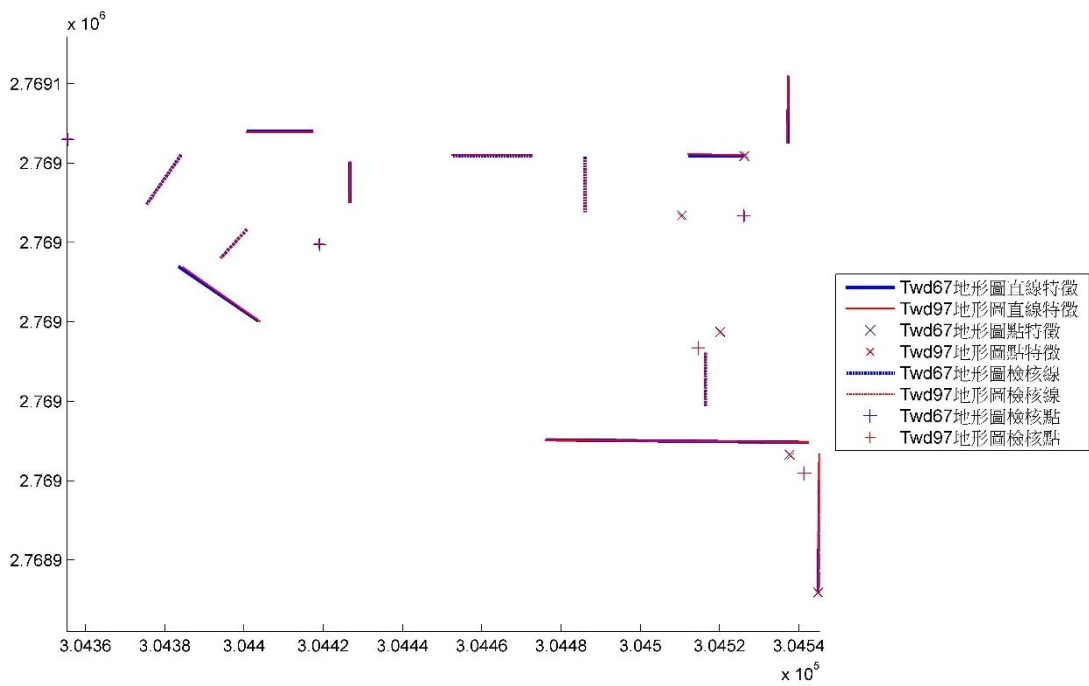


圖 4-38 測試三特徵套合成果


第五章 結論與建議



本研究以直線軌跡特徵進行二維空間圖資套合，結合向量式直線方程式和具有直線保留特性之轉換模式，推演軌跡式直線轉換模式方程式，參數解算模式以最小二乘平差方法進行，並使用基於檢核線的套合品質評估指標，研究成果可歸結以下結論。

5.1 結論

1. 針對相似、仿射、射影轉換模式探討利用直線軌跡特徵觀測量的最小求解條件，以幾何解析和數值模擬分析討論，成果與 Mikhail and Weerawong (1997)重疊部分具有一致性，顯示利用不同形式方程式表示直線，並不會影響參數求解之物理特性。求解相似轉換，至少需要三條直線軌跡，且其中兩條不平行，三條直線不可以交於一點，方滿足求解條件。因為相似轉換具有其中一條方程式僅能求解旋轉量的特性，故最少所需特徵數量為三條，最少所需特徵數量較使用點特徵多；仿射轉換至少需要三條皆不平行的直線軌跡，且三條直線不共點，才滿足求解條件。仿射轉換方程式的特性是，其中一條方程式的轉換參數的係數皆由方向向量的分量以乘積的形式組成，故使用三條直線求解仿射轉換時，不可以出現平行的直線幾何，避免方程式相依；射影轉換最少以四條直線軌跡求解，其中必須有兩組不平行的直線特徵對，且不具有三條以上直線共點的情況，才符合最小求解條件。
2. 考量混合直線、點特徵共同求解參數的策略，直線軌跡具有位置及向量資訊，與點特徵之間的幾何訊息完整，無需額外計算產生任何輔助觀測量。最小求解條件的討論，相似轉換最少只需要一個點特徵加上一條直線軌跡可滿足求解條件，較使用單一直線軌跡所需的特徵個數為少；仿射轉換最少需要兩個點特徵加上一條直線軌跡，方可滿足求解條件；射影轉換利用一條直線軌跡搭配三個點特徵，或三條直線軌跡搭配一個點特徵，皆可滿足求解條件，惟應避免會造成法方程式矩陣秩虧的幾何配置，如三點共線、三線共點、三線平行。

- 
3. 模擬資料比較直線特徵模式與點特徵模式，皆使用 6 個特徵，在近似配置的特徵條件下，相似和仿射轉換的成果差異並不顯著，射影轉換則是點特徵模式優於直線特徵。直線特徵具有改正最短距離回到原軌跡的特性，產生改正數較先驗誤差小的現象。
 4. 模擬資料分析轉換參數品質影響因子，根據因子屬性區分為直線特徵幾何強度和觀測量品質兩大類。分布、數量、直線方向是決定直線特徵幾何強度的因子；觀測量品質受線段長度和量測品質兩個因子影響。
 5. 特徵分布幾何應避免僅局部區域或外圍有特徵分布的情況，局部區域內有方向多元的特徵較有利，正交直線是最理想的配置，特徵方向單一會造成特徵幾何強度不足；若線段端點量測誤差的影響力遠大於線段長度，會使套合品質顯著變差，應避免使用太短的線段代表直線軌跡；模擬資料成果顯示，直線特徵分布、方向的影響性大於線段長度。
 6. 圖資套合作業考量特徵分布不盡理想的條件下，將資料中原有的點特徵引入，混合直線特徵與點特徵共同求解轉換參數是可行的因應對策，能增加成果的可靠度，模擬資料顯示套合精度能有所提升。
 7. 實際資料實驗套合一組近景影像，基於射影轉換模式，使用 10 個直線特徵計算轉換參數，套合成果均方根誤差可達 0.51 像元，使用 19 個直線特徵，均方根誤差降低至 0.39 像元，再繼續增加特徵數量對精度提升沒有顯著效果。若直線特徵方向單一，對套合品質影響甚鉅，會使得檢核點均方根誤差大於 1 像元。當特徵分布均勻、數量較多的條件下，使用直線特徵和點特徵進行套合可以得到近似成果。基於射影轉換之近景影像套合，特徵於物空間中必須符合共平面條件，影像資料才適用射影轉換模式。
 8. 以台北市政府都市發展局提供之不同時期 1/1000 地形圖進行套合，分析前後時期地形地貌差異，考量套合後的位置正確性，使用相似轉換套合的成果較佳，用 7 個直線特徵進行套合，檢核點均方根誤差可達 0.348 公尺。使用混合特徵套合，增加最小二乘平差系統的多餘觀測數，提升成果可靠度，同時套合精度也能有所提升，檢核點均方根誤差可達到 0.220 公尺。

5.2 建議

1. 本研究對於直線特徵的幾何強度影響因子，利用定性描述分析，未來研究可朝向是否能以更直觀的方式量化其影響。
2. 射影轉換參數不易轉化為明確的二維轉換幾何量，本研究依據轉換特性解釋模擬資料成果趨勢，若對於轉換幾何量有更清楚定義，會對於成果分析有所幫助。
3. 實驗一討論兩張影像的套合應用，本研究理論可推展至多張影像套合，使應用層面更廣泛。
4. 近景影像使用射影轉換套合，拍攝場景必須侷限於平面，若場景內容較為複雜則不建議使用本研究方法進行。



參考文獻



- Al-Ruzouq, R. I., Al-Zoubi, A., Akawi, E. E., Abueladas, A. A., and Niemi, T. M., 2011. Multiple source imagery and linear features for detection of urban expansion in Aqaba City, Jordan. *International Journal of Remote Sensing*, 33(8): 2563-2581.
- Barakat, H. F., Emam, H. A., and Abdel-Wahab, M. S., 2004. Assessment of a developed combined point/line-based projective equations, *The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing, and Spatial Information Sciences*, 12-23 July, Istanbul, Turkey, CD-ROM.
- Barakat, H. F., Weerawong, K., and Mikhail, E. M., 1995. Comparison between invariance and photogrammetry for image and object transfer, *SPIE's 1995 Symposium on OE/Aerospace Sensing and Dual Use Photonics*, Vol. 2486, Orlando, FL, United States, pp. 13-24.
- Elaksher, A., 2008. Developing and implementing line-based transformation models to register satellite images, *The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing, and Spatial Information Sciences*, 3-11 July, Beijing, China, CD-ROM.
- Habib, A., and Al-Ruzouq, R., 2005. Semi-Automatic Registration of Multi-Source Satellite Imagery with Varying Geometric Resolutions. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 71(3): 325-332.
- Han, J. Y., Guo, J., and Chen, Y. J., 2014. Registration of vector maps based on multiple geometric features in topological aspects. *Survey Review*, 46(336): 219-230.
- Mikhail, E., and Weerawong, K., 1997. Exploitation of Linear Features in Surveying and Photogrammetry. *Journal of Surveying Engineering*, 123(1): 32-47.
- Ruiz, J. J., Ariza, F. J., Ureña, M. A., and Blázquez, E. B., 2011. Digital map conflation: a review of the process and a proposal for classification. *International Journal of Geographical Information Science*, 25(9): 1439-1466.
- Shaker, A., Shi, W., and Barakat, H., 2005. Assessment of the rectification accuracy of IKONOS imagery based on two-dimensional models. *International Journal of Remote Sensing*, 26(4): 719-731.
- Shi, W., and Shaker, A., 2006. The Line-Based Transformation Model (LBTM) for image-to-image registration of high-resolution satellite image data. *International Journal*

of Remote Sensing, 27(14): 3001-3012.

Teo, T. A., 2012. Line-based rational function model for high-resolution satellite imagery. *International Journal of Remote Sensing*, 34(4): 1355-1372.

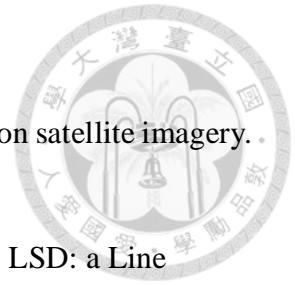
Von Gioi, R. G., Jakubowicz, J., Morel, J. M., and Randall, G., 2012. LSD: a Line Segment Detector, *Image Processing On Line*, 2(2012): 35–55.

Zitová, B., and Flusser, J., 2003. Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, 21(11): 977-1000.

莊子毅，2006。以三維直線特徵進行地面光達點雲套合。臺灣大學土木工程學研究所碩士論文，pp. 27-30。

陳怡潔，2012。向量圖資之幾何套疊分析。臺灣大學土木工程學研究所碩士論文，pp. 23-25。

彭念豪，2005。以控制直線進行影像外方位參數求解之自動化系統。臺灣大學土木工程學研究所碩士論文，pp. 7。



附錄一



$$\begin{cases} U = S_a X + S_b Y + S_c \\ V = -S_b X + S_a Y + S_d \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = X_A + s dX \\ Y = Y_A + s dY \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = U_A + t dU \\ V = V_A + t dV \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_A + t dU = S_a [X_A + s dX] + S_b [Y_A + s dY] + S_c \\ V_A + t dV = -S_b [X_A + s dX] + S_a [Y_A + s dY] + S_d \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{-S_b [X_A + s dX] + S_a [Y_A + s dY] + S_d - V_A}{dV}$$

$$\Rightarrow U_A + \frac{-S_b [X_A + s dX] + S_a [Y_A + s dY] + S_d - V_A}{dV} dU = S_a [X_A + s dX] + S_b [Y_A + s dY] + S_c$$

$$\Rightarrow U_A dV + (-S_b [X_A + s dX] + S_a [Y_A + s dY] + S_d - V_A) dU = (S_a [X_A + s dX] + S_b [Y_A + s dY] + S_c) dV$$

$$\Rightarrow U_A dV - X_A dUS_b - s dXdUS_b + Y_A dUS_a + s dYdUS_a + dUS_d - dUV_A = \dots$$

$$X_A dVS_a + s dXdVS_a + Y_A dVS_b + s dYdVS_b + dVS_c$$

$$\Rightarrow Y_A dUS_a - X_A dVS_a - X_A dUS_b - Y_A dVS_b - dVS_c + dUS_d + dVU_A - dUV_A = \dots$$

$$[dXdVS_a - dYdUS_a + dYdVS_b + dXdUS_b]s$$

上式中， s 是任意數，為了滿足此式，則：

$$\begin{cases} Y_A dUS_a - X_A dVS_a - X_A dUS_b - Y_A dVS_b - dVS_c + dUS_d + dVU_A - dUV_A = 0 \\ (dXdV - dYdU)S_a + (dYdV + dXdU)S_b = 0 \end{cases} \#$$

化為矩陣表示：

$$\begin{bmatrix} Y_A dU - X_A dV & -X_A dU - Y_A dV & -dV & dU \\ dXdV - dYdU & dYdV + dXdU & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \\ S_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_A dV + V_A dU \\ 0 \end{bmatrix} \#$$

附錄二



$$\begin{cases} U = A_{00}X + A_{01}Y + A_{02} \\ V = A_{10}X + A_{11}Y + A_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = X_A + s dX \\ Y = Y_A + s dY \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = U_A + t dU \\ V = V_A + t dV \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_A + t dU = A_{00}[X_A + s dX] + A_{01}[Y_A + s dY] + A_{02} \\ V_A + t dV = A_{10}[X_A + s dX] + A_{11}[Y_A + s dY] + A_{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{(A_{10}[X_A + s dX] + A_{11}[Y_A + s dY] + A_{12} - V_A)}{dV}$$

$$\Rightarrow U_A + \frac{(A_{10}[X_A + s dX] + A_{11}[Y_A + s dY] + A_{12} - V_A)}{dV} dU = A_{00}[X_A + s dX] + A_{01}[Y_A + s dY] + A_{02}$$

$$\Rightarrow U_A dV + dU (A_{10}[X_A + s dX] + A_{11}[Y_A + s dY] + A_{12} - V_A) = dV (A_{00}[X_A + s dX] + A_{01}[Y_A + s dY] + A_{02})$$

$$\Rightarrow U_A dV + X_A dU A_{10} + s dX dU A_{10} + Y_A dU A_{11} + s dY dU A_{11} + dU A_{12} - V_A dU = \dots$$

$$X_A dV A_{00} + s dX dV A_{00} + Y_A dV A_{01} + s dY dV A_{01} + dV A_{02}$$

$$\Rightarrow X_A dV A_{00} + Y_A dV A_{01} + dV A_{02} - X_A dU A_{10} - Y_A dU A_{11} - dU A_{12} - U_A dV + V_A dU = \dots$$

$$[-dX dV A_{00} - dY dV A_{01} + dX dU A_{10} + dY dU A_{11}] s$$

上式中， s 是任意數，為了滿足此式，則：

$$\begin{cases} X_A dV A_{00} + Y_A dV A_{01} + dV A_{02} - X_A dU A_{10} - Y_A dU A_{11} - dU A_{12} - U_A dV + V_A dU = 0 \\ dX dV A_{00} + dY dV A_{01} - dX dU A_{10} - dY dU A_{11} = 0 \end{cases} \#$$

化為矩陣表示：

$$\begin{bmatrix} X_A dV & Y_A dV & dV & -X_A dU & -Y_A dU & -dU \\ dX dV & dY dV & 0 & -dX dU & -dY dU & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{00} \\ A_{01} \\ A_{02} \\ A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_A dV - V_A dU \\ 0 \end{bmatrix} \#$$

附錄三



$$\begin{cases} U = \frac{P_{00}X + P_{01}Y + P_{02}}{P_{20}X + P_{21}Y + 1} \\ V = \frac{P_{10}X + P_{11}Y + P_{12}}{P_{20}X + P_{21}Y + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = X_A + sdX \\ Y = Y_A + sdY \end{cases}$$

$$\begin{cases} U = U_A + tdU \\ V = V_A + tdV \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_A + tdU = \frac{P_{00}[X_A + sdX] + P_{01}[Y_A + sdY] + P_{02}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} \\ V_A + tdV = \frac{P_{10}[X_A + sdX] + P_{11}[Y_A + sdY] + P_{12}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{dV} \left(\frac{P_{10}[X_A + sdX] + P_{11}[Y_A + sdY] + P_{12}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} - V_A \right)$$

$$\Rightarrow U_A + \frac{1}{dV} \left(\frac{P_{10}[X_A + sdX] + P_{11}[Y_A + sdY] + P_{12}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} - V_A \right) dU = \frac{P_{00}[X_A + sdX] + P_{01}[Y_A + sdY] + P_{02}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1}$$

$$\Rightarrow U_A dV + \left(\frac{P_{10}[X_A + sdX] + P_{11}[Y_A + sdY] + P_{12}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} - V_A \right) dU = \left(\frac{P_{00}[X_A + sdX] + P_{01}[Y_A + sdY] + P_{02}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} \right) dV$$

$$\Rightarrow U_A dV - V_A dU = \frac{P_{00}[X_A + sdX] + P_{01}[Y_A + sdY] + P_{02}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} dV - \frac{P_{10}[X_A + sdX] + P_{11}[Y_A + sdY] + P_{12}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1} dU$$

$$\Rightarrow U_A dV - V_A dU = \frac{dV \{P_{00}[X_A + sdX] + P_{01}[Y_A + sdY] + P_{02}\} - dU \{P_{10}[X_A + sdX] + P_{11}[Y_A + sdY] + P_{12}\}}{P_{20}[X_A + sdX] + P_{21}[Y_A + sdY] + 1}$$

$$\Rightarrow (U_A dV - V_A dU) [P_{20}(X_A + sdX) + P_{21}(Y_A + sdY) + 1] = \dots$$

$$dV [P_{00}(X_A + sdX) + P_{01}(Y_A + sdY) + P_{02}] - dU [P_{10}(X_A + sdX) + P_{11}(Y_A + sdY) + P_{12}]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (U_A dV - V_A dU) X_A P_{20} + s(U_A dV - V_A dU) dX P_{20} + (U_A dV - V_A dU) Y_A P_{21} + s(U_A dV - V_A dU) dY P_{21} + \dots \\ (U_A dV - V_A dU) = X_A dVP_{00} + sdXdVP_{00} + Y_A dVP_{01} + sdYdVP_{01} + dVP_{02} - X_A dUP_{10} - sdXdUP_{10} - \dots \\ Y_A dUP_{11} - sdYdUP_{11} - dUP_{12} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (U_A dV - V_A dU) X_A P_{20} + (U_A dV - V_A dU) Y_A P_{21} + (U_A dV - V_A dU) + \dots$$

$$-X_A dVP_{00} - Y_A dVP_{01} - dVP_{02} + X_A dUP_{10} + Y_A dUP_{11} + dUP_{12} = \dots$$

$$-s(U_A dV - V_A dU) dX P_{20} - s(U_A dV - V_A dU) dY P_{21} + sdXdVP_{00} + sdYdVP_{01} - sdXdUP_{10} - sdYdUP_{11}$$



$$\begin{aligned} &\Rightarrow -X_A dVP_{00} - Y_A dVP_{01} - dVP_{02} + X_A dUP_{10} + Y_A dUP_{11} + dUP_{12} + \dots \\ &X_A (U_A dV - V_A dU) P_{20} + Y_A (U_A dV - V_A dU) P_{21} + (U_A dV - V_A dU) = \dots \\ &[dXdVP_{00} + dYdVP_{01} - dXdUP_{10} - dYdUP_{11} - (U_A dV - V_A dU) dXP_{20} - (U_A dV - V_A dU) dYP_{21}]s \end{aligned}$$

上式中， s 是任意數，為了滿足此式，則：

$$\begin{cases} X_A dVP_{00} + Y_A dVP_{01} + dVP_{02} - X_A dUP_{10} - Y_A dUP_{11} - dUP_{12} - X_A (U_A dV - V_A dU) P_{20} - \dots \\ Y_A (U_A dV - V_A dU) P_{21} - (U_A dV - V_A dU) = 0 \\ dXdVP_{00} + dYdVP_{01} - dXdUP_{10} - dYdUP_{11} - (U_A dV - V_A dU) dXP_{20} - (U_A dV - V_A dU) dYP_{21} = 0 \end{cases} \quad \#$$

化為矩陣表示：

$$\begin{bmatrix} X_A dV & Y_A dV & dV & -X_A dU & -Y_A dU & -dU & X_A V_A dU - X_A U_A dV & Y_A V_A dU - Y_A U_A dV \\ dXdV & dYdV & 0 & -dXdU & -dYdU & 0 & -U_A dXdV + V_A dXdU & -U_A dYdV + V_A dYdU \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{00} \\ P_{01} \\ P_{02} \\ P_{10} \\ P_{11} \\ P_{12} \\ P_{20} \\ P_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_A dU + U_A dV \\ 0 \end{bmatrix} \quad \#$$

附錄四



射影轉換模式使用四組直線特徵(直線編號 1、2、3、4)，基於式(2-14)、式(2-15)構成八條方程式，轉換參數的係數矩陣如下：

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccccc} X_{A_1}dV_1 & Y_{A_1}dV_1 & dV_1 & -X_{A_1}dU_1 & -Y_{A_1}dU_1 & -dU_1 & X_{A_1}(V_{A_1}dU_1 - U_{A_1}dV_1) & Y_{A_1}(V_{A_1}dU_1 - U_{A_1}dV_1) \end{array} \right] & (1) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_1dV_1 & dY_1dV_1 & 0 & -dX_1dU_1 & -dY_1dU_1 & 0 & dX_1(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) & dY_1(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) \end{array} \right] & (2) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} X_{A_2}dV_2 & Y_{A_2}dV_2 & dV_2 & -X_{A_2}dU_2 & -Y_{A_2}dU_2 & -dU_2 & X_{A_2}(V_{A_2}dU_2 - U_{A_2}dV_2) & Y_{A_2}(V_{A_2}dU_2 - U_{A_2}dV_2) \end{array} \right] & (3) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_2dV_2 & dY_2dV_2 & 0 & -dX_2dU_2 & -dY_2dU_2 & 0 & dX_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) & dY_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) \end{array} \right] & (4) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} X_{A_3}dV_3 & Y_{A_3}dV_3 & dV_3 & -X_{A_3}dU_3 & -Y_{A_3}dU_3 & -dU_3 & X_{A_3}(V_{A_3}dU_3 - U_{A_3}dV_3) & Y_{A_3}(V_{A_3}dU_3 - U_{A_3}dV_3) \end{array} \right] & (5) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_3dV_3 & dY_3dV_3 & 0 & -dX_3dU_3 & -dY_3dU_3 & 0 & dX_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) & dY_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \end{array} \right] & (6) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} X_{A_4}dV_4 & Y_{A_4}dV_4 & dV_4 & -X_{A_4}dU_4 & -Y_{A_4}dU_4 & -dU_4 & X_{A_4}(V_{A_4}dU_4 - U_{A_4}dV_4) & Y_{A_4}(V_{A_4}dU_4 - U_{A_4}dV_4) \end{array} \right] & (7) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_4dV_4 & dY_4dV_4 & 0 & -dX_4dU_4 & -dY_4dU_4 & 0 & dX_4(U_{A_4}dV_4 - V_{A_4}dU_4) & dY_4(U_{A_4}dV_4 - V_{A_4}dU_4) \end{array} \right] & (8)
 \end{aligned}$$

第一部份，說明編號 1、2、3 直線平行的幾何，式(2)、式(4)、式(6)相依情況

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_1dV_1 & dY_1dV_1 & 0 & -dX_1dU_1 & -dY_1dU_1 & 0 & dX_1(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) & dY_1(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) \end{array} \right] & (2) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_2dV_2 & dY_2dV_2 & 0 & -dX_2dU_2 & -dY_2dU_2 & 0 & dX_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) & dY_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) \end{array} \right] & (4) \\
 & \left[\begin{array}{cccccc} dX_3dV_3 & dY_3dV_3 & 0 & -dX_3dU_3 & -dY_3dU_3 & 0 & dX_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) & dY_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \end{array} \right] & (6)
 \end{aligned}$$

⇒ 高斯消去矩陣列

⇒ 假設 $dX_1 = mdX_2$ 、 $dY_1 = mdY_2$ 、 $dU_1 = mdU_2$ 、 $dV_1 = mdV_2$ 、 $dX_2 = ndX_3$ 、 $dY_2 = ndY_3$ 、 $dU_2 = ndU_3$ 、 $dV_2 = ndV_3$

$$\Rightarrow (9) = (2) - m^2 \times (4)$$

$$\Rightarrow (10) = (4) - n^2 \times (6)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dX_1(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) - m^2 dX_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) & dY_1(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) - m^2 dY_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) \end{array} \right] (9)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dX_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) - n^2 dX_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) & dY_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) - n^2 dY_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \end{array} \right] (10)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} dX_3dV_3 & dY_3dV_3 & 0 & -dX_3dU_3 & -dY_3dU_3 & 0 & dX_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) & dY_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \end{array} \right] (11)$$

$$\Rightarrow (12) = (9) - m \frac{\left[(U_{A_1}dV_1 - V_{A_1}dU_1) - m(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) \right]}{\left[(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) - n(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \right]} (10)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] (12)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dX_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) - n^2 dX_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) & dY_2(U_{A_2}dV_2 - V_{A_2}dU_2) - n^2 dY_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \end{array} \right] (13)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} dX_3dV_3 & dY_3dV_3 & 0 & -dX_3dU_3 & -dY_3dU_3 & 0 & dX_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) & dY_3(U_{A_3}dV_3 - V_{A_3}dU_3) \end{array} \right] (14)$$

\Rightarrow 證明射影轉換中三線平行幾何造成一條方程式相依#

第二部份以 Mikhail and Weerawong (1997)提出的參數式直線轉換模式說明。式(15)~(22)與式(1)~(8)是相互對應的，僅直線表示方式不同。此部分驗證當編號 1、2、3、4 直線平行的幾何，式(15)、(17)、(19)、(21)相依情況。



$$\begin{bmatrix} p_1 \cos \alpha \cos \alpha' & p_1 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_1 \cos \alpha \sin \alpha' & p_1 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_1 p_1' \cos \alpha & -p_1 p_1' \sin \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha' & -\cos \alpha \cos \alpha' & 0 & \sin \alpha \sin \alpha' & -\cos \alpha \sin \alpha' & 0 & -p_1' \sin \alpha & p_1' \cos \alpha \\ p_2 \cos \alpha \cos \alpha' & p_2 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_2 \cos \alpha \sin \alpha' & p_2 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_2 p_2' \cos \alpha & -p_2 p_2' \sin \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha' & -\cos \alpha \cos \alpha' & 0 & \sin \alpha \sin \alpha' & -\cos \alpha \sin \alpha' & 0 & -p_2' \sin \alpha & p_2' \cos \alpha \\ p_3 \cos \alpha \cos \alpha' & p_3 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_3 \cos \alpha \sin \alpha' & p_3 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_3 p_3' \cos \alpha & -p_3 p_3' \sin \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha' & -\cos \alpha \cos \alpha' & 0 & \sin \alpha \sin \alpha' & -\cos \alpha \sin \alpha' & 0 & -p_3' \sin \alpha & p_3' \cos \alpha \\ p_4 \cos \alpha \cos \alpha' & p_4 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_4 \cos \alpha \sin \alpha' & p_4 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_4 p_4' \cos \alpha & -p_4 p_4' \sin \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha' & -\cos \alpha \cos \alpha' & 0 & \sin \alpha \sin \alpha' & -\cos \alpha \sin \alpha' & 0 & -p_4' \sin \alpha & p_4' \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{matrix} (15) \\ (16) \\ (17) \\ (18) \\ (19) \\ (20) \\ (21) \\ (22) \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \cos \alpha \cos \alpha' & p_1 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_1 \cos \alpha \sin \alpha' & p_1 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_1 p_1' \cos \alpha & -p_1 p_1' \sin \alpha \\ p_2 \cos \alpha \cos \alpha' & p_2 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_2 \cos \alpha \sin \alpha' & p_2 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_2 p_2' \cos \alpha & -p_2 p_2' \sin \alpha \\ p_3 \cos \alpha \cos \alpha' & p_3 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_3 \cos \alpha \sin \alpha' & p_3 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_3 p_3' \cos \alpha & -p_3 p_3' \sin \alpha \\ p_4 \cos \alpha \cos \alpha' & p_4 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_4 \cos \alpha \sin \alpha' & p_4 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_4 p_4' \cos \alpha & -p_4 p_4' \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{matrix} (15) \\ (17) \\ (19) \\ (21) \end{matrix}$$

⇒ 高斯消去矩陣列

$$\Rightarrow (22) = (15) - (17)$$

$$\Rightarrow (23) = (17) - (19)$$

$$\Rightarrow (24) = (19) - (21)$$

$$\begin{bmatrix} (p_1 - p_2) \cos \alpha \cos \alpha' & (p_1 - p_2) \sin \alpha \cos \alpha' & 0 & (p_1 - p_2) \cos \alpha \sin \alpha' & (p_1 - p_2) \sin \alpha \sin \alpha' & 0 & (-p_1 p_1' + p_2 p_2') \cos \alpha & (-p_1 p_1' + p_2 p_2') \sin \alpha \\ (p_2 - p_3) \cos \alpha \cos \alpha' & (p_2 - p_3) \sin \alpha \cos \alpha' & 0 & (p_2 - p_3) \cos \alpha \sin \alpha' & (p_2 - p_3) \sin \alpha \sin \alpha' & 0 & (-p_2 p_2' + p_3 p_3') \cos \alpha & (-p_2 p_2' + p_3 p_3') \sin \alpha \\ (p_3 - p_4) \cos \alpha \cos \alpha' & (p_3 - p_4) \sin \alpha \cos \alpha' & 0 & (p_3 - p_4) \cos \alpha \sin \alpha' & (p_3 - p_4) \sin \alpha \sin \alpha' & 0 & (-p_3 p_3' + p_4 p_4') \cos \alpha & (-p_3 p_3' + p_4 p_4') \sin \alpha \\ p_4 \cos \alpha \cos \alpha' & p_4 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_4 \cos \alpha \sin \alpha' & p_4 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_4 p_4' \cos \alpha & -p_4 p_4' \sin \alpha \end{bmatrix} \begin{matrix} (22) \\ (23) \\ (24) \\ (21) \end{matrix}$$



$$\Rightarrow (25) = (22) - \frac{(p_1 - p_2)}{(p_2 - p_3)}(23)$$

$$\Rightarrow (26) = (23) - \frac{(p_2 - p_3)}{(p_3 - p_4)}(24)$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-p_1 p_1' + p_2 p_2') - \frac{(p_1 - p_2)}{(p_2 - p_3)}(-p_2 p_2' + p_3 p_3') \cos \alpha & (-p_1 p_1' + p_2 p_2') - \frac{(p_1 - p_2)}{(p_2 - p_3)}(-p_2 p_2' + p_3 p_3') \sin \alpha & (25) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-p_2 p_2' + p_3 p_3') - \frac{(p_2 - p_3)}{(p_3 - p_4)}(-p_3 p_3' + p_4 p_4') \cos \alpha & (-p_2 p_2' + p_3 p_3') - \frac{(p_2 - p_3)}{(p_3 - p_4)}(-p_3 p_3' + p_4 p_4') \sin \alpha & (26) \\ (p_3 - p_4) \cos \alpha \cos \alpha' & (p_3 - p_4) \sin \alpha \cos \alpha' & 0 & (p_3 - p_4) \cos \alpha \sin \alpha' & (p_3 - p_4) \sin \alpha \sin \alpha' & 0 & (-p_3 p_3' + p_4 p_4') \cos \alpha & (-p_3 p_3' + p_4 p_4') \sin \alpha & (24) \\ p_4 \cos \alpha \cos \alpha' & p_4 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_4 \cos \alpha \sin \alpha' & p_4 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_4 p_4' \cos \alpha & -p_4 p_4' \sin \alpha & (21) \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow (27) = (25) - n(26) \quad n \subset \text{常數}$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (27) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (-p_2 p_2' + p_3 p_3') - \frac{(p_2 - p_3)}{(p_3 - p_4)}(-p_3 p_3' + p_4 p_4') \cos \alpha & (-p_2 p_2' + p_3 p_3') - \frac{(p_2 - p_3)}{(p_3 - p_4)}(-p_3 p_3' + p_4 p_4') \sin \alpha & (26) \\ (p_3 - p_4) \cos \alpha \cos \alpha' & (p_3 - p_4) \sin \alpha \cos \alpha' & 0 & (p_3 - p_4) \cos \alpha \sin \alpha' & (p_3 - p_4) \sin \alpha \sin \alpha' & 0 & (-p_3 p_3' + p_4 p_4') \cos \alpha & (-p_3 p_3' + p_4 p_4') \sin \alpha & (24) \\ p_4 \cos \alpha \cos \alpha' & p_4 \sin \alpha \cos \alpha' & \cos \alpha' & p_4 \cos \alpha \sin \alpha' & p_4 \sin \alpha \sin \alpha' & \sin \alpha' & -p_4 p_4' \cos \alpha & -p_4 p_4' \sin \alpha & (21) \end{array} \right]$$

\Rightarrow 證明射影轉換中四線平行幾何造成方程式相依#