

國立臺灣大學工學院機械工程學研究所



碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

建構立體數位影像相關法之基礎理論並應用於結構靜態與  
動態三維變形精密量測

Development of Stereo Digital Image Correlation Technique for  
Three-dimensional Static and Dynamic Precision Deformation  
Measurement of Structures

陳亮至

Liang-Chih Chen

指導教授：馬劍清 博士

Advisor: Chien-Ching Ma, Ph.D.

中華民國 105 年 7 月

July, 2016

國立臺灣大學碩士學位論文  
口試委員會審定書

建構立體數位影像相關法之基礎理論並應用於結構靜態與  
動態三維變形精密量測

Development of Stereo Digital Image Correlation Technique for  
Three-dimensional Static and Dynamic Precision Deformation  
Measurement of Structures

本論文係陳亮至君 (R03522507) 在國立臺灣大學機械工程學系  
完成之碩士學位論文，於民國 105 年 7 月 15 日承下列考試委員審查  
通過及口試及格，特此證明

口試委員：

馬劍清

馬劍清

(簽名)

(指導教授)

李維楨

李維楨

楊元森

楊元森

黃育熙

黃育熙

張敬源

張敬源

系主任

楊耀州

楊耀州

(簽名)

## 誌謝




時光荏苒，歲月如梭，碩班生活即將接近尾聲，回首我的求學階段，一路上受到許多人的照顧與陪伴，在此致上深深的謝意。

首先感謝馬劍清教授的教導，提供一個自由的環境與豐富的研究資源，讓我心無旁騖地專注於研究。老師在研究上努力不懈的態度、對於問題敏銳的思考以及溫和的個性，以身教的方式讓我學習到不論是做研究還是待人處事的態度與思維，能夠成為馬老師的學生是我的福氣。

感謝論文的口試委員：臺科大的李維楨教授與黃育熙教授、北科大的楊元森教授與張敬源教授百忙之中對我的論文給予寶貴的指正與建議，使我的碩士論文更加的完整，也讓我對於 DIC 技術有更進一步的了解。

感謝在大學期間的專題指導老師李維楨教授，使我在大學做專題的時候學到做研究的態度，包括嚴謹、誠實與實事求是的精神，還有不要畏懼未知的領域，讓當初大三痛恨寫程式的我愛上寫程式這條路。還有在升研究所找指導教授的期間，感謝黃育熙教授推薦我進馬老師的研究室。另外特別感謝張敬源教授對我像兄長一樣的教導與照顧，在我碩班初期密集的訓練我，讓我寫程式的技術與喝黑麥汁的能力在短時間內大幅度的增進，希望可以快點喝到你的喜酒。

感謝破壞實驗室同學的照顧，像韓星又年薪破百的康哲、負責調解實驗室正氣凜然的亦莊、實驗室開心果始祖展誼、因為實驗必須日夜顛倒的浚瑜、在排球場上揮灑汗水的宛萱、招牌笑聲與姿勢的建鐘、常常被誤認為體保生的秉良、賺錢養家還要回家打掃的秧蓁、默默跟很多妹子出去玩的紀明、許多公會會長頭銜的宸煜、愛穿戰鬥服的雪維、愛裝正經又愛發梗幽默大家的冠德、實驗室開心果 2.0 人來瘋的柏勳、活動很多兼食尚玩家的詠荏、受到大家關愛每天六點來實驗室的國彭、以教育為志業的瑞清、愛用自己照片騷擾大家的渝斐、幫實驗室處理報帳的冠璋、對於研究迷惘的香菇頭盛儀、很帥又很有個性的宇倫、被便當店阿姨霸凌的右年、臺科的小學弟揚中，我的碩士班生活因為有你們而變的多采多姿。



感謝在永靖國中就成為麻吉的花班小團體：榆皇、奕安、佳婷與佳寧，還有雅棋，在彰師附工的同學：采風、人豪、孟璋、安瑜、昆霖、旻岳、智凱、柏誼、書廷、詠群、家榮、閔翔、國維、以倫、博晟、佳宏、柏均、家祥、舜安、翔宇、英杰、淙祐、堯暉、承賢、全緯、柏翰、建彰、嘉佑，臺科大的同學：黃傑、昀浚、國驊、怡潔、晏霆、中偉、駿仁、菩引、裕蒼、承勳、宗炘、英帆、靖學、俊廷、品軒、仲原、均鴻、權憲、威元、凱麟、家維、錦呈、書碩、學洋、佳穎，另外還有雅婷與思諺。當我感到孤單無助的時候，只要想起大家就會讓我會心一笑，讓我擁有繼續向前的動力。

感謝我的家人，爺爺 陳松柏、奶奶 陳賴昭、爸爸 陳執政與媽媽 周子芸的扶養與照顧，你們總是為了我們犧牲奉獻，我才能有今日的成就，還有兄弟之間互相鼓勵打氣的大哥勇諭、弟弟冠豪與堂弟宏益，因為你們我才可以走到現在，也因為你們讓我覺得我是最幸福、最幸運的人。最後特別感謝我的女友佳婷，從國中三年級在一起到現在已經第九年，雖然一直都是遠距離交往，但是我們彼此都心繫著對方，能夠和你在一起我真的很幸福，希望未來我們能夠繼續地陪伴與扶持。

陳亮至 筆於 2016/07/20 台北 公館

## 摘要



數位影像相關法(DIC)是一種非接觸全場位移量測光學方法，由於其方便性與實用性高，目前在實驗力學領域上是最常被學者研究及應用的量測技術之一。本文主要開發高精度的影像搜尋演算法與具有人機界面的二維數位影像相關法(2D DIC)及立體數位影像相關法(Stereo DIC)程式系統，並分別應用於機械工程(動態量測)、土木工程(靜態量測)與生物力學的領域上。文中首先提出投影形狀函數搭配反向合成高斯牛頓法(IC-GN method)，接著測試與探討一階、二階與投影形狀函數搭配 IC-GN method 應用於二維搜尋與立體搜尋在各種不同的條件與情況下的量測精度，並介紹自行開發的具有人機介面之 2D DIC 程式，稱為 2D GSPIC，使用 SEM DIC Challenge 提供測試影像驗證其量測精度，最後介紹自行開發的具有人機介面之 Stereo DIC 程式，稱為 Stereo GSPIC，參考不同形狀函數在不同的情況下的量測精度，決定 Stereo GSPIC 在二維搜尋與立體搜尋的追蹤策略。

動態量測上，必須使用高速攝影機進行拍攝量測，本文採用一組分光鏡將兩個不同視角影像同時入射到一台高速攝影機，此種架設方法可以同時解決左右影像同步性問題以及雙高速攝影機高成本架設問題，並提出使用帶通濾波法對結構全場暫態量測結果進行濾波得到模態形狀，最後使用一台高速攝影機 Stereo DIC 系統量測懸臂薄板共振頻率、共振模態以及受到動力負載後的全場暫態面外位移，並與光纖位移計(FS)、理論解析與有限元素法(FEM)模擬結果進行比對。在準靜態量測上，本文分別使用 2D DIC 與 Stereo DIC 技術應用於核電廠圍阻體結構受反覆負載下的實驗，首先將 Stereo DIC 與 2D DIC 同時量測圍阻體變形結果做比較與驗證，確認 Stereo DIC 與 2D DIC 量測的正確性後，利用 Stereo DIC 量測圍阻體的三維變形與垂直、水平方向應變，從應變較大區域呈現明顯的裂縫產生與擴展，進而量測該區域隨著時間變化的開放裂縫寬度，最後使用 2D DIC 技術量測圍阻體側面剪切裂縫的位置與滑移量。最後本文針對心臟醫學影像提出一種不

規則形狀樣板子集合方法，採用二階變形函數近似心臟肌肉內壁的複雜變形，追蹤心臟肌肉內壁隨著時間的變化，計算內壁面積隨著時間的變化率，使用心臟超音波影像及心臟核磁共振影像進行測試，並與市售軟體 WMT 及人工分析方式驗證。

關鍵字：二維數位影像相關法、立體數位影像相關法、投影形狀函數、反向合成  
高斯牛頓法、全場量測、振動、三維變形、剪切裂縫、心臟醫學影像追蹤

## Abstract



Digital image correlation (DIC) is a convenient and practical optical metrology for non-contacting and full-field deformation measurement of structures, which has been commonly accepted and widely used in the field of experimental mechanics. This thesis mainly contribute to develop high-accuracy sub-pixel image matching algorithm in home-made 2D DIC and Stereo DIC software, and apply to mechanical engineering (dynamic measurement), civil engineering (static measurement) and biomechanics. Firstly, an inverse compositional Gauss-Newton (IC-GN) algorithm with projective shape function is proposed, and compares IC-GN method with first-order and second-order shape function measurement accuracy in different deformation conditions of 2D and stereo matching. Measurement accuracy of the 2D DIC software is verified by SEM DIC Challenge testing images. The strategy of 2D and stereo matching of stereo DIC software is presented, based on different features of shape functions.

Secondly, a Stereo DIC system include a high-speed camera and a set of mirrors is applied to dynamic measurement. This method can remove the synchronization and solve the high-costing problem with two high-speed camera system. In addition, a new technique is proposed to find the mode shape of structures by band-pass-filter method. The resonance frequency, resonance mode shape and full-field transient displacement response of a cantilever thin plate are measured by single high-camera Stereo DIC system. The Fotonic sensor (FS) displacement measurement instrument, theory and finite element method (FEM) are used to verify the measurement result of the Stereo DIC technique. Thirdly, in static measurement, 2D DIC and Stereo DIC software are applied to the cyclic tests of cylindrical concrete containment structure in nuclear power plant. The three-dimensional deformation, vertical strain, horizontal strain, open crack width, position and slide of shear crack of RC containment structure are measured and

are discussed in detail. Finally, an irregular template subset and second-order shape function of IC-GN method is applied to cardiac medical image tracking. This method is used to analyze cardiac ultrasound images and cardiac magnetic resonance images. The result is compared with the measurement result of the commercial software and artificial analysis.

Keyword: Two-dimensional digital image correlation、Stereo digital image correlation、Projective shape function、Inverse compositional Gauss-Newton algorithm、Full-field measurement、Vibration、Three-dimensional deformation、Shear crack、Cardiac medical image tracking



# 目錄



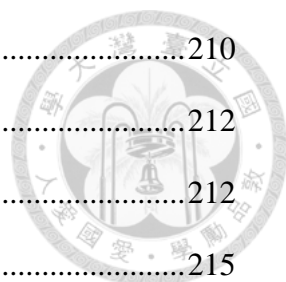
摘要.....	I
Abstract.....	III
目錄.....	V
表目錄.....	IX
圖目錄.....	XI
第一章 前言.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 內容簡介.....	5
第二章 數位影像相關法與實驗儀器介紹.....	7
2.1 數位影像相關法(DIC)簡介.....	7
2.1.1 基本原理.....	7
2.1.2 相關係數.....	8
2.1.3 形狀函數.....	9
2.2 搜尋演算法.....	11
2.2.1 相關係數極值搜尋法.....	11
2.2.2 牛頓拉福森法.....	13
2.2.3 正向疊加牛頓拉福森法.....	15
2.2.4 反向合成高斯牛頓法.....	18
2.3 數位影像相關法種類.....	20
2.3.1 二維數位影像相關法.....	21
2.3.2 立體數位影像相關法.....	22
2.4 實驗儀器介紹.....	24
2.4.1 光纖位移計.....	25



2.4.2	高速攝影機.....	25
2.4.3	聚偏二氟乙烯薄膜感測器.....	26
2.4.4	數位工業相機.....	26
2.4.5	激振器.....	27
第三章	投影形狀函數反向合成高斯牛頓法.....	47
3.1	反向合成高斯牛頓法.....	47
3.1.1	一階形狀函數.....	49
3.1.2	二階形狀函數.....	50
3.1.3	投影形狀函數.....	51
3.2	二維搜尋精度比較.....	52
3.2.1	二維數值模擬方法.....	52
3.2.2	平移位移場測試.....	53
3.2.3	正弦位移場測試.....	54
3.2.4	投影位移場測試.....	55
3.2.5	小結.....	56
3.3	立體搜尋精度比較.....	56
3.3.1	立體數值模擬方法.....	56
3.3.2	平移位移場測試.....	58
3.3.3	一階位移場測試.....	59
3.3.4	正弦位移場測試.....	60
3.3.5	小結.....	61
3.4	2D GSPIC .....	61
3.4.1	程式系統簡介.....	61
3.4.2	案例分析：剛體平移.....	62
3.4.3	案例分析：剛體旋轉.....	63
3.4.4	案例分析：正弦變形場.....	63

3.4.5	案例分析：特殊形狀分析區域(I).....	64
3.4.6	案例分析：特殊形狀分析區域(II).....	65
3.5	Stereo GSPIC.....	65
3.5.1	程式系統簡介.....	65
第四章	等向性材料懸臂薄板全場面外動態量測.....	135
4.1	單相機立體數位影像相關法系統.....	135
4.2	懸臂薄板振動分析與模態量測.....	136
4.2.1	薄板結構統御方程式.....	136
4.2.2	懸臂薄板穩態響應理論解析.....	137
4.2.3	帶通濾波法.....	140
4.2.4	實驗架設.....	141
4.2.5	實驗結果與討論.....	142
4.3	懸臂薄板強迫振動量測.....	144
4.3.1	實驗架設.....	144
4.3.2	實驗結果與討論.....	145
4.4	懸臂薄板暫態波傳分析與量測.....	145
4.4.1	懸臂薄板暫態響應理論解析.....	146
4.4.2	衝擊負載量測.....	147
4.4.3	實驗架設.....	147
4.4.4	實驗結果與討論.....	148
4.5	懸臂薄板全場暫態波傳分析與量測.....	149
4.5.1	實驗架設.....	150
4.5.2	實驗結果與討論.....	150
第五章	核電廠圍阻體結構受反覆負載下的三維變形及裂縫生長的量測與檢 測.....	209
5.1	簡介.....	209

5.2	實驗架設.....	210
5.3	實驗結果與探討.....	212
5.3.1	Stereo DIC 與 2D DIC 量測.....	212
5.3.2	開放裂縫的寬度量測.....	215
5.3.3	剪切裂縫位置與滑移量的量測.....	215
第六章	心臟肌肉內壁醫學影像追蹤與分析討論.....	283
6.1	心臟醫學成像.....	283
6.1.1	簡介.....	283
6.1.2	演算法.....	284
6.2	心臟超音波成像追蹤.....	287
6.2.1	實驗影像與方法.....	287
6.2.2	實驗結果與討論.....	287
6.3	心臟核磁共振成像追蹤.....	288
6.3.1	實驗影像與方法.....	288
6.3.2	實驗結果與討論.....	288
6.4	結論.....	289
第七章	結論與未來展望.....	319
7.1	結論.....	319
7.2	未來展望.....	323
	參考文獻.....	325
	附錄.....	331



## 表目錄



表 2-1 交叉相關係數公式整理 .....	28
表 2-2 總平方差相關係數公式整理 .....	28
表 3-1 三種演算法於 2D DIC 的各種適用情況之整理 .....	67
表 3-2 三種演算法於 Stereo DIC 的各種適用情況之整理 .....	67
表 4-1 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬各模態共振頻率與誤差比較...	152
表 5-1 Stereo DIC 量測 6 個開放裂縫分析階段之結果 .....	216



## 圖目錄



圖 2-1 樣板子集合與半窗格示意圖 .....	29
圖 2-2 特徵圖形：(a)無特徵(b)噴漆特徵(c)網板印刷特徵(d)書寫特徵 .....	29
圖 2-3 數位影像相關法之追跡過程 .....	30
圖 2-4 數位影像相關法進行影像搜尋示意圖 .....	30
圖 2-5 全場相關性運算示意圖：(a)取出樣板子影像對變形圖片進行全場相關係數運算(b)得到相關係數場與相關係數極值的位置 .....	31
圖 2-6 元素剛體平移示意圖 .....	31
圖 2-7 元素剛體旋轉示意圖 .....	32
圖 2-8 元素一階變形示意圖 .....	32
圖 2-9 元素二階變形示意圖 .....	33
圖 2-10 相關係數極值搜尋法示意圖 .....	33
圖 2-11 相關係數極值搜尋法過程：(a)先求得整數末位置像素解(b)再求得小數點末位置像素解 .....	34
圖 2-12 牛頓拉福森影像搜尋法示意圖 .....	34
圖 2-13 牛頓拉福森影像搜尋法流程 .....	35
圖 2-14 正向疊加(反向合成)高斯牛頓影像搜尋法示意圖 .....	35
圖 2-15 正向疊加高斯牛頓影像搜尋法流程 .....	36
圖 2-16 反向合成高斯牛頓影像搜尋法流程 .....	37
圖 2-17 理想的針孔成像模型示意圖 .....	38
圖 2-18 理想的針孔成像模型：(a)上視圖(b)側視圖 .....	38
圖 2-19 座標轉換示意圖 .....	39
圖 2-20 單一相機投影示意圖 .....	39
圖 2-21 雙相機投影示意圖 .....	40
圖 2-22 雙相機模型在各個座標下的參數示意圖 .....	40

圖 2-23 光纖位移計(Fotonic sensor, FS).....	41
圖 2-24 光纖位移計探頭內部光纖排列種類 .....	41
圖 2-25 光纖位移計量測原理概念圖 .....	42
圖 2-26 光纖位移計電壓與距離校正曲線 .....	42
圖 2-27 Phantom v7.3 高速攝影機.....	43
圖 2-28 封裝 PVDF 成品 .....	43
圖 2-29 未封裝 PVDF 成品 .....	44
圖 2-30 將 PVDF 黏貼於待測物上 .....	44
圖 2-31 電荷放大器 .....	45
圖 2-32 GS3-U3-23S6M-C 數位工業相機.....	45
圖 2-33 GW-V4/PA30E 激振器 .....	46
圖 3-1 二維搜尋與立體搜尋之示意圖 .....	68
圖 3-2 IC-GN <sup>1</sup> 疊代過程之示意圖 .....	68
圖 3-3 IC-GN <sup>2</sup> 疊代過程之示意圖 .....	69
圖 3-4 IC-GN <sup>P</sup> 疊代過程之示意圖 .....	69
圖 3-5 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 計算時間的比較 .....	70
圖 3-6 電腦生成之影像 .....	70
圖 3-7 分析點的位置 .....	71
圖 3-8 $x$ 方向平移變形場之示意圖 .....	71
圖 3-9 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $x$ 方向平移變形場量測之平均誤差 .....	72
圖 3-10 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $x$ 方向平移變形場量測誤差之標準差 .....	72
圖 3-11 $x$ 方向正弦變形場之示意圖 .....	73
圖 3-12 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $x$ 方向正弦變形場量測之平均誤差 .....	73
圖 3-13 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $x$ 方向正弦變形場量測誤差之標準差 .....	74
圖 3-14 FA-NR <sup>1</sup> 、FA-NR <sup>2</sup> 、IC-GN <sup>1</sup> 與 IC-GN <sup>2</sup> 在 $x$ 方向正弦變形場量測之平均誤差結果(Gao[21]等人).....	74



圖 3-15 $x$ 方向投影變形場之示意圖 .....	75
圖 3-16 $y$ 方向投影變形場之示意圖 .....	75
圖 3-17 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $x$ 方向投影變形場量測之平均誤差 .....	76
圖 3-18 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $x$ 方向投影變形場量測誤差之標準差 .....	76
圖 3-19 FA-NR <sup>1</sup> 、FA-NR <sup>2</sup> 、IC-GN <sup>1</sup> 與 IC-GN <sup>2</sup> 在 $x$ 方向投影變形場量測之平均誤差結果(Gao[21]等人).....	77
圖 3-20 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $y$ 方向投影變形場量測之平均誤差 .....	77
圖 3-21 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $y$ 方向投影變形場量測誤差之標準差 .....	78
圖 3-22 電腦生成之左斑點影像 .....	78
圖 3-23 電腦生成之右斑點影像 .....	79
圖 3-24 分析點的位置 .....	79
圖 3-25 $z$ 方向平移變形場之示意圖 .....	80
圖 3-26 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向平移變形場量測之平均誤差 .....	80
圖 3-27 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向平移變形場量測誤差之標準差 .....	81
圖 3-28 $z$ 方向一階變形場之示意圖 .....	81
圖 3-29 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向一階變形場量測之平均誤差 .....	82
圖 3-30 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向一階變形場量測誤差之標準差 .....	82
圖 3-31 $z$ 方向正弦變形場之示意圖 .....	83
圖 3-32 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向正弦變形場量測之平均誤差 .....	83
圖 3-33 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向正弦變形場量測誤差之標準差 .....	84
圖 3-34 $z$ 方向正弦變形場之示意圖 .....	84
圖 3-35 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向正弦變形場量測之平均誤差 .....	85
圖 3-36 IC-GN <sup>1</sup> 、IC-GN <sup>2</sup> 與 IC-GN <sup>P</sup> 在 $z$ 方向正弦變形場量測誤差之標準差 .....	85
圖 3-37 SEM DIC Challenge High Contrast Images 的分析點之位置 .....	86
圖 3-38 2D DIC 量測 $x$ 方向位移的平均值與真實位移的比較 .....	86
圖 3-39 2D DIC 量測 $y$ 方向位移的平均值與真實位移的比較 .....	87

圖 3-40 2D DIC 量測 $x$ 方向位移的平均誤差 .....	87
圖 3-41 2D DIC 量測 $y$ 方向位移的平均誤差 .....	88
圖 3-42 2D DIC 量測 $x$ 方向位移的誤差之標準差 .....	88
圖 3-43 2D DIC 量測 $y$ 方向位移的誤差之標準差 .....	89
圖 3-44 SEM DIC Challenge Sample 9 的分析點之位置(旋轉前) .....	89
圖 3-45 SEM DIC Challenge Sample 9 的分析點之位置(旋轉後) .....	90
圖 3-46 2D DIC 量測 $x$ 方向位移的平均誤差 .....	90
圖 3-47 2D DIC 量測 $y$ 方向位移的平均誤差 .....	91
圖 3-48 2D DIC 量測 $x$ 方向位移的誤差之標準差 .....	91
圖 3-49 2D DIC 量測 $y$ 方向位移的誤差之標準差 .....	92
圖 3-50 SEM DIC Challenge Sample 14 之分析區域 .....	92
圖 3-51 2D DIC 量測第一張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的平均值與真實變形之比 對 .....	93
圖 3-52 2D DIC 量測第二張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的平均值與真實變形之比 對 .....	93
圖 3-53 2D DIC 量測第三張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的平均值與真實變形之比 對 .....	94
圖 3-54 2D DIC 量測第一張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的平均誤差 .....	94
圖 3-55 2D DIC 量測第二張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的平均誤差 .....	95
圖 3-56 2D DIC 量測第三張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的平均誤差 .....	95
圖 3-57 2D DIC 量測第一張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的誤差之標準差 .....	96
圖 3-58 2D DIC 量測第二張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的誤差之標準差 .....	96
圖 3-59 2D DIC 量測第三張影像 $x$ 方向位移沿著 $y$ 方向的誤差之標準差 .....	97
圖 3-60 SEM DIC Challenge Sample 12 的不規則分析點之位置 .....	97
圖 3-61 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果 .....	98
圖 3-62 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果(續) .....	99

圖 3-63 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果(續) .....	100
圖 3-64 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果 .....	101
圖 3-65 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果(續) .....	102
圖 3-66 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果(續) .....	103
圖 3-67 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果 .....	104
圖 3-68 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果(續) .....	105
圖 3-69 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果(續) .....	106
圖 3-70 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果 .....	107
圖 3-71 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果(續) .....	108
圖 3-72 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果(續) .....	109
圖 3-73 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果 .....	110
圖 3-74 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果(續) .....	111
圖 3-75 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果(續) .....	112
圖 3-76 Dog bone 不規則分析點之位置 .....	113
圖 3-77 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果 .....	114
圖 3-78 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果(續) .....	115
圖 3-79 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果(續) .....	116
圖 3-80 2D DIC 量測 $x$ 方向全場位移結果(續) .....	117
圖 3-81 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果 .....	118
圖 3-82 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果(續) .....	119
圖 3-83 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果(續) .....	120
圖 3-84 2D DIC 量測 $y$ 方向全場位移結果(續) .....	121

圖 3-85 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果 .....	122
圖 3-86 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果(續).....	123
圖 3-87 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果(續).....	124
圖 3-88 2D DIC 量測全場 $E_{11}$ 結果(續).....	125
圖 3-89 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果 .....	126
圖 3-90 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果(續) .....	127
圖 3-91 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果(續) .....	128
圖 3-92 2D DIC 量測全場 $E_{12}$ 結果(續) .....	129
圖 3-93 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果.....	130
圖 3-94 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果(續).....	131
圖 3-95 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果(續).....	132
圖 3-96 2D DIC 量測全場 $E_{22}$ 結果(續).....	133
圖 3-97 Stereo GSPIC 搜尋方式之示意圖.....	134
圖 4-1 單一相機 Stereo DIC 系統架設示意圖 .....	153
圖 4-2 單一相機 Stereo DIC 校正畫面 .....	153
圖 4-3 懸臂薄板受外力作用示意圖 .....	154
圖 4-4 懸臂薄板幾何尺寸與量測點示意圖 .....	154
圖 4-5 利用第一個共振頻率帶通濾波器過濾 11 個點的時域振動訊號 .....	155
圖 4-6 利用第二個共振頻率帶通濾波器過濾 11 個點的時域振動訊號 .....	155
圖 4-7 利用第三個共振頻率帶通濾波器過濾 11 個點的時域振動訊號 .....	156
圖 4-8 使用帶通濾波法得到懸臂薄板前三個共振模態與 FEM 模擬比較.....	156
圖 4-9 懸臂薄板共振頻率與模態量測實驗架設示意圖 .....	157

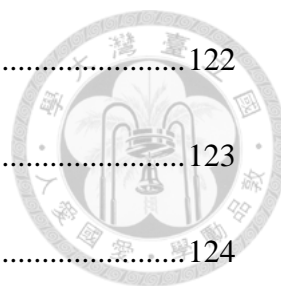


圖 4-10 懸臂薄板幾何尺寸示意圖 .....	157
圖 4-11 實際懸臂薄板共振頻率與模態量測實驗架設 .....	158
圖 4-12 網板印刷製作特徵斑點 .....	158
圖 4-13 第一次敲擊量測點位置圖 .....	159
圖 4-14 Stereo DIC 量測第一次敲擊量測點的振動時域訊號 .....	159
圖 4-15 第一次敲擊量測點的振動頻域訊號(0~1500Hz).....	160
圖 4-16 第一次敲擊量測點的振動頻域訊號(1500~2700Hz).....	160
圖 4-17 第二次敲擊量測點位置圖 .....	161
圖 4-18 Stereo DIC 量測第二次敲擊量測點的振動時域訊號 .....	161
圖 4-19 第二次敲擊量測點的振動頻域訊號(0~1500Hz).....	162
圖 4-20 第二次敲擊量測點的振動頻域訊號(1500~2700Hz).....	162
圖 4-21 第一次敲擊全場量測區域圖 .....	163
圖 4-22 第二次敲擊全場量測區域圖 .....	163
圖 4-23 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬各個共振模態比較 .....	164
圖 4-24 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬各個共振模態比較(續) .....	165
圖 4-25 Stereo DIC 量測懸臂薄板距離側邊 $\frac{b}{2}$ 之鉛垂線上的 16 個點 .....	166
圖 4-26 Stereo DIC 量測懸臂薄板距離固定端 $\frac{2}{3}a$ 之水平線上的 16 個點 .....	166
圖 4-27 Stereo DIC 量測懸臂薄板距離固定端 $\frac{9}{20}a$ 之水平線上的 16 個點 .....	167
圖 4-28 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 1 模態位移定量比較 .....	167
圖 4-29 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 2 模態位移定量比較 .....	168
圖 4-30 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 3 模態位移定量比較 .....	168
圖 4-31 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 4 模態位移定量比較 .....	169
圖 4-32 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 5 模態位移定量比較 .....	169
圖 4-33 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 5 模態位移定量比較(續) ..	170
圖 4-34 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 6 模態位移定量比較 .....	170

圖 4-35 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 6 模態位移定量比較(續) ..	171
圖 4-36 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 7 模態位移定量比較 .....	171
圖 4-37 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 8 模態位移定量比較 .....	172
圖 4-38 懸臂薄板強迫振動量測實驗示意圖 .....	172
圖 4-39 懸臂薄板幾何尺寸、實驗施力點與量測點示意圖 .....	173
圖 4-40 Stereo DIC 與 FS 量測 A 點在 Z 方向的振動訊號結果 .....	173
圖 4-41 Stereo DIC 全場量測區域圖 .....	174
圖 4-42 Stereo DIC 全場分析的 12 個時間點 .....	174
圖 4-43 Stereo DIC 全場量測 12 時間點中 Z 方向的變形場 .....	175
圖 4-44 Stereo DIC 全場量測 12 時間點中 X 方向的變形場 .....	176
圖 4-45 PVDF 擷取鋼珠撞擊懸臂薄板力量歷程電壓示意圖 .....	177
圖 4-46 懸臂薄板暫態波傳量測實驗示意圖 .....	177
圖 4-47 實際懸臂薄板暫態波傳量測架設 .....	178
圖 4-48 定義懸臂薄板視角方向與座標 .....	178
圖 4-49 懸臂薄板在不同視角下撞擊點、量測點與幾何尺寸 .....	179
圖 4-50 鋼珠撞擊架設 .....	179
圖 4-51 鋼珠撞擊懸臂薄板的前後 FVDF 訊號 .....	180
圖 4-52 鋼珠撞擊懸臂薄板的波源歷時訊號 .....	180
圖 4-53 Stereo DIC 量測懸臂薄板 A 點面外暫態振動訊號結果 .....	181
圖 4-54 Stereo DIC 量測懸臂薄板 B 點面外暫態振動訊號結果 .....	181
圖 4-55 Stereo DIC 量測懸臂薄板 C 點面外暫態振動訊號結果 .....	182
圖 4-56 Stereo DIC 量測懸臂薄板 D 點面外暫態振動訊號結果 .....	182
圖 4-57 Stereo DIC 與 FS 量測懸臂薄板 A 點面外暫態振動訊號結果比較 .....	183
圖 4-58 Stereo DIC 量測、FS 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 A 點面外暫態振動訊號結果 .....	184
圖 4-59 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 B 點面外暫態振動訊	

號結果.....	185
圖 4-60 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 C 點面外暫態振動訊	
號結果.....	186
圖 4-61 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 D 點面外暫態振動訊	
號結果.....	187
圖 4-62 Stereo DIC 量測 A 點誤差範圍 .....	188
圖 4-63 Stereo DIC 量測 B 點誤差範圍 .....	189
圖 4-64 Stereo DIC 量測 C 點誤差範圍 .....	190
圖 4-65 Stereo DIC 量測 D 點誤差範圍 .....	191
圖 4-66 實際懸臂薄板全場暫態波傳量測架設 .....	192
圖 4-67 懸臂薄板在不同視角下撞擊點與幾何尺寸 .....	192
圖 4-68 鋼珠撞擊架設 .....	193
圖 4-69 Stereo DIC 量測懸臂薄板垂直中心線上 16 個點位置 .....	193
圖 4-70 Stereo DIC 全場暫態波傳量測區域 .....	194
圖 4-71 鋼珠撞擊懸臂薄板的前後 FVDF 訊號 .....	194
圖 4-72 鋼珠撞擊懸臂薄板的波源歷時訊號 .....	195
圖 4-73 Stereo DIC 量測點 1、4、7、10、13 與 16 暫態位移結果 .....	196
圖 4-74 Stereo DIC 量測、理論與 FEM 模擬第 1 模態位移定量比較 .....	197
圖 4-75 Stereo DIC 量測、理論與 FEM 模擬第 3 模態位移定量比較 .....	197
圖 4-76 Stereo DIC 量測、理論與 FEM 模擬第 6 模態位移定量比較 .....	198
圖 4-77 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在	
各個時刻下定性比較.....	199
圖 4-78 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在	
各個時刻下定性比較(續).....	200
圖 4-79 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在	
各個時刻下定性比較(續).....	201

圖 4-80 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	202
圖 4-81 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	203
圖 4-82 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	204
圖 4-83 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	205
圖 4-84 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	206
圖 4-85 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	207
圖 4-86 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在 各個時刻下定性比較(續).....	208
圖 5-1 裂縫寬度尺 .....	217
圖 5-2 兩種裂縫方向之示意圖：(a) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (b) $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .....	217
圖 5-3 先進沸水反應器設計原型[51].....	218
圖 5-4 圍阻體真實尺寸圖 .....	218
圖 5-5 圍阻體實驗試片尺寸圖 .....	219
圖 5-6 圍阻體反覆荷重實際架設配置 .....	219
圖 5-7 圍阻體反覆荷重實驗之近照 .....	220
圖 5-8 水平油壓致動器飄移率歷程 .....	220
圖 5-9 Stereo DIC 與 2D DIC 實驗架設之示意圖 .....	221
圖 5-10 Stereo DIC 系統左相機之校正影像 .....	221
圖 5-11 Stereo DIC 系統右相機之校正影像 .....	222
圖 5-12 Stereo DIC 系統校正結果 .....	222



圖 5-13 找出 Z 軸垂直於綠色平面之座標系 .....	223
圖 5-14 Stereo DIC 與 2D DIC 系統量測點位置之示意圖 .....	223
圖 5-15 Stereo DIC 量測點之位置圖 .....	224
圖 5-16 實際 Stereo DIC 量測點之位置圖 .....	224
圖 5-17 2D DIC 量測點之位置圖 .....	225
圖 5-18 實際 2D DIC 量測點之位置圖 .....	225
圖 5-19 水平油壓致動器、Stereo DIC 量測點 1 與 2D DIC 量測點 1* Z 方向位移 結果歷程.....	226
圖 5-20 Stereo DIC 量測點 1 到點 7 在 Z 方向位移結果.....	226
圖 5-21 2D DIC 量測點 1*到點 7*在 Z 方向位移結果.....	227
圖 5-22 Stereo DIC 量測點 1 與 2D DIC 量測點 1*在 Z 方向位移結果比對.....	227
圖 5-23 Stereo DIC 量測點 2 與 2D DIC 量測點 2*在 Z 方向位移結果比對.....	228
圖 5-24 Stereo DIC 量測點 3 與 2D DIC 量測點 3*在 Z 方向位移結果比對.....	228
圖 5-25 Stereo DIC 量測點 4 與 2D DIC 量測點 4*在 Z 方向位移結果比對.....	229
圖 5-26 Stereo DIC 量測點 5 與 2D DIC 量測點 5*在 Z 方向位移結果比對.....	229
圖 5-27 Stereo DIC 量測點 6 與 2D DIC 量測點 6*在 Z 方向位移結果比對.....	230
圖 5-28 Stereo DIC 量測點 7 與 2D DIC 量測點 7*在 Z 方向位移結果比對.....	230
圖 5-29 Stereo DIC 量測點之位置圖 .....	231
圖 5-30 實際 Stereo DIC 量測點之位置圖 .....	231
圖 5-31 Stereo DIC 量測點 V1、V2、V3 與 V4 在 X 方向位移結果比對.....	232
圖 5-32 Stereo DIC 量測點 V1、V2、V3 與 V4 在 Y 方向位移結果比對.....	232
圖 5-33 Stereo DIC 量測點 V1、V2、V3 與 V4 在 Z 方向位移結果比對.....	233
圖 5-34 Stereo DIC 量測點 V5、V6、V7 與 V8 在 X 方向位移結果比對.....	233
圖 5-35 Stereo DIC 量測點 V5、V6、V7 與 V8 在 Y 方向位移結果比對.....	234
圖 5-36 Stereo DIC 量測點 V5、V6、V7 與 V8 在 Z 方向位移結果比對.....	234
圖 5-37 Stereo DIC 量測點 V9、V11 與 V12 在 X 方向位移結果比對.....	235

圖 5-38 Stereo DIC 量測點 V9、V11 與 V12 在 Y 方向位移結果比對.....	235
圖 5-39 Stereo DIC 量測點 V9、V11 與 V12 在 Z 方向位移結果比對.....	236
圖 5-40 Stereo DIC 量測點 V1、V5 與 V9 在 X 方向位移結果比對.....	236
圖 5-41 Stereo DIC 量測點 V1、V5 與 V9 在 Y 方向位移結果比對.....	237
圖 5-42 Stereo DIC 量測點 V1、V5 與 V9 在 Z 方向位移結果比對.....	237
圖 5-43 Stereo DIC 量測點 V2 與 V6 在 X 方向位移結果比對.....	238
圖 5-44 Stereo DIC 量測點 V2 與 V6 在 Y 方向位移結果比對.....	238
圖 5-45 Stereo DIC 量測點 V2 與 V6 在 Z 方向位移結果比對.....	239
圖 5-46 Stereo DIC 量測點 V9、V7 與 V11 在 X 方向位移結果比對.....	239
圖 5-47 Stereo DIC 量測點 V9、V7 與 V11 在 Y 方向位移結果比對.....	240
圖 5-48 Stereo DIC 量測點 V9、V7 與 V11 在 Z 方向位移結果比對.....	240
圖 5-49 Stereo DIC 量測點 V4、V8 與 V12 在 X 方向位移結果比對.....	241
圖 5-50 Stereo DIC 量測點 V4、V8 與 V12 在 Y 方向位移結果比對.....	241
圖 5-51 Stereo DIC 量測點 V4、V8 與 V12 在 Z 方向位移結果比對.....	242
圖 5-52 實際 Stereo DIC 量測線段之位置圖.....	242
圖 5-53 Stereo DIC 量測線段 VL1、VL2 與 VL3 應變結果比對.....	243
圖 5-54 Stereo DIC 量測線段 VM1、VM2 與 VM3 應變結果比對.....	243
圖 5-55 Stereo DIC 量測線段 VR3 應變結果.....	244
圖 5-56 Stereo DIC 量測線段 VL1 與 VM1 應變結果比對.....	244
圖 5-57 Stereo DIC 量測線段 VL2 與 VM2 應變結果比對.....	245
圖 5-58 Stereo DIC 量測線段 VL3、VM3 與 VR3 應變結果比對.....	245
圖 5-59 Stereo DIC 量測點之位置圖.....	246
圖 5-60 實際 Stereo DIC 量測點之位置圖.....	246
圖 5-61 Stereo DIC 量測點 H1、H2 與 H3 在 X 方向位移結果比對.....	247
圖 5-62 Stereo DIC 量測點 H1、H2 與 H3 在 Y 方向位移結果比對.....	247
圖 5-63 Stereo DIC 量測點 H1、H2 與 H3 在 Z 方向位移結果比對.....	248

圖 5-64 Stereo DIC 量測點 H4、H5 與 H6 在 X 方向位移結果比對.....	248
圖 5-65 Stereo DIC 量測點 H4、H5 與 H6 在 Y 方向位移結果比對.....	249
圖 5-66 Stereo DIC 量測點 H4、H5 與 H6 在 Z 方向位移結果比對.....	249
圖 5-67 Stereo DIC 量測點 H1 與 H4 在 X 方向位移結果比對 .....	250
圖 5-68 Stereo DIC 量測點 H1 與 H4 在 Y 方向位移結果比對 .....	250
圖 5-69 Stereo DIC 量測點 H1 與 H4 在 Z 方向位移結果比對.....	251
圖 5-70 Stereo DIC 量測點 H2 與 H5 在 X 方向位移結果比對 .....	251
圖 5-71 Stereo DIC 量測點 H2 與 H5 在 Y 方向位移結果比對 .....	252
圖 5-72 Stereo DIC 量測點 H2 與 H5 在 Z 方向位移結果比對.....	252
圖 5-73 Stereo DIC 量測點 H3 與 H6 在 X 方向位移結果比對 .....	253
圖 5-74 Stereo DIC 量測點 H3 與 H6 在 Y 方向位移結果比對 .....	253
圖 5-75 Stereo DIC 量測點 H3 與 H6 在 Z 方向位移結果比對.....	254
圖 5-76 實際 Stereo DIC 量測線段之位置圖 .....	254
圖 5-77 Stereo DIC 量測線段 HU、HM 與 HD 應變結果比對.....	255
圖 5-78 第 4000 到 4500 秒間高應變之區域.....	255
圖 5-79 第 4000 到 4500 秒間產生裂縫.....	256
圖 5-80 Stereo DIC 量測線段之位置圖 .....	256
圖 5-81 實際 Stereo DIC 量測線段之位置圖 .....	257
圖 5-82 Stereo DIC 量測隨著時間變化的裂縫寬度.....	257
圖 5-83 第 1 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置 .....	258
圖 5-84 第 2 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置 .....	258
圖 5-85 第 3 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置 .....	259
圖 5-86 第 4 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置 .....	259
圖 5-87 第 5 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置 .....	260
圖 5-88 第 6 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置 .....	260
圖 5-89 2D DIC 分析格點之位置(100×90 個格點).....	261

圖 5-90 八個剪切裂縫分析階段對應水平油壓致動器飄移率 .....	261
圖 5-91 2D DIC 量測第 1 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	262
圖 5-92 2D DIC 量測第 2 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	262
圖 5-93 2D DIC 量測第 3 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	263
圖 5-94 2D DIC 量測第 4 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	263
圖 5-95 2D DIC 量測第 5 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	264
圖 5-96 2D DIC 量測第 6 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	264
圖 5-97 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形 .....	265
圖 5-98 2D DIC 量測第 1 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	265
圖 5-99 2D DIC 量測第 2 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	266
圖 5-100 2D DIC 量測第 3 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	266
圖 5-101 2D DIC 量測第 4 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	267
圖 5-102 2D DIC 量測第 5 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	267
圖 5-103 2D DIC 量測第 6 個裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	268
圖 5-104 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形 .....	268
圖 5-105 第 1 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = +0.375 %) .....	269
圖 5-106 第 2 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = -0.375 %) .....	269
圖 5-107 第 3 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = +0.5 %) .....	270
圖 5-108 第 4 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = -0.5 %) .....	270
圖 5-109 第 5 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = +0.75 %) .....	271
圖 5-110 第 6 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = -0.75 %) .....	271
圖 5-111 第 7 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (巨大裂縫產生前) .....	272
圖 5-112 第 8 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (巨大裂縫產生後) .....	272
圖 5-113 第 1 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = +0.375 %) .....	273
圖 5-114 2D DIC 量測第 1 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較 .....	273

圖 5-115 第 2 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = $-0.375\%$ ).....	274
圖 5-116 2D DIC 量測第 2 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較 .....	274
圖 5-117 第 3 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = $+0.5\%$ ).....	275
圖 5-118 2D DIC 量測第 3 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較 .....	275
圖 5-119 第 4 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = $-0.5\%$ ).....	276
圖 5-120 2D DIC 量測第 4 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較 .....	276
圖 5-121 第 5 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = $+0.75\%$ ).....	277
圖 5-122 2D DIC 量測第 5 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際裂縫位置比較 .....	277
圖 5-123 第 6 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = $-0.75\%$ ) .....	278
圖 5-124 2D DIC 量測第 6 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際裂縫位置比較 .....	278
圖 5-125 第 7 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (巨大裂縫產生前).....	279
圖 5-126 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較 .....	279
圖 5-127 第 8 個剪切裂縫分析階段中產生巨大裂縫的實際情況 .....	280
圖 5-128 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段裂縫(巨大裂縫產生前)與巨大裂 縫產生後的裂縫位置比對.....	280
圖 5-129 2D DIC 量測巨大裂縫產生前 Z 方向全場變形 .....	281
圖 5-130 2D DIC 量測巨大裂縫產生前 Y 方向全場變形.....	281
圖 6-1 心臟醫學成像圖片：(a)心臟超音波成像 (b)核磁共振成像 .....	290
圖 6-2 樣本子集合形狀：(a)方格形 (b)任意形狀 .....	290
圖 6-3 任意形狀子集合之二階變形示意圖 .....	291
圖 6-4 四組心臟超音波測試影像 .....	291
圖 6-5 DIC 分析第一組心臟超音波測試影像結果 .....	292

圖 6-6 WMT 分析第一組心臟超音波測試影像結果 .....	293
圖 6-7 DIC 分析第二組心臟超音波測試影像結果 .....	294
圖 6-8 WMT 分析第二組心臟超音波測試影像結果 .....	295
圖 6-9 DIC 分析第三組心臟超音波測試影像結果 .....	296
圖 6-10 WMT 分析第三組心臟超音波測試影像結果 .....	297
圖 6-11 DIC 分析第四組心臟超音波測試影像結果 .....	298
圖 6-12 WMT 分析第四組心臟超音波測試影像結果 .....	299
圖 6-13 DIC 與 WMT 分析第一組心臟超音波測試影像面積變化量.....	300
圖 6-14 DIC 與 WMT 分析第二組心臟超音波測試影像面積變化量.....	300
圖 6-15 DIC 與 WMT 分析第三組心臟超音波測試影像面積變化量.....	301
圖 6-16 DIC 與 WMT 分析第四組心臟超音波測試影像面積變化量.....	301
圖 6-17 心臟肌肉壁未變形但 WMT 量測到肌肉壁變形 .....	302
圖 6-18 四組心臟磁共振測試影像 .....	302
圖 6-19 DIC 分析第一組心臟磁共振測試影像結果 .....	303
圖 6-20 人工方式分析第一組心臟磁共振測試影像結果 .....	304
圖 6-21 DIC 分析第二組心臟磁共振測試影像結果 .....	305
圖 6-22 人工方式分析第二組心臟磁共振測試影像結果 .....	306
圖 6-23 DIC 分析第三組心臟磁共振測試影像結果 .....	307
圖 6-24 人工方式分析第三組心臟磁共振測試影像結果 .....	308
圖 6-25 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像結果 .....	309
圖 6-26 人工方式分析第四組心臟磁共振測試影像結果 .....	310
圖 6-27 DIC 與人工方式分析第一組心臟磁共振測試影像面積變化量 .....	311
圖 6-28 DIC 與人工方式分析第二組心臟磁共振測試影像面積變化量 .....	311
圖 6-29 DIC 與人工方式分析第三組心臟磁共振測試影像面積變化量 .....	312
圖 6-30 DIC 與人工方式分析第四組心臟磁共振測試影像面積變化量 .....	312
圖 6-31 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像中肌肉內外壁之結果 .....	313

圖 6-32 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像中肌肉內外壁之結果(續).....	314
圖 6-33 第四組心臟磁共振測試影像中欲計算應變之 12 條線段 .....	315
圖 6-34 DIC 計算第四組心臟磁共振影像中 12 條線段應變之結果 .....	315
圖 6-35 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像肌肉內外壁間面積的變化 .....	316
圖 6-36 樣本子集合邊界未限制造成追蹤錯誤 .....	316
圖 6-37 部份樣本子集合變形場過於高階造成追蹤錯誤 .....	317
圖 6-38 部份樣本子集合變形場過於高階造成追蹤錯誤(續).....	317
圖 6-39 部份樣本子集合變形場過於高階造成追蹤錯誤(續).....	318





# 第一章 前言




## 1.1 研究動機

對於一般簡單的材料、幾何、邊界與外力之結構分析，都可以透過數學模型分析計算得到精確的解析解，但當遇到較為複雜的結構分析問題時，通常會使用有限元素法(Finite element method, FEM)進行數值運算後得到結果，然而在一般的結構分析中，通常無法確定邊界的情況，在加上理論解析與 FEM 對於分析模型的過度簡化，造成預測的分析結果與實際情況有所差距，需藉由實驗量測驗證理論解析與 FEM 假設的正確性，或是當面臨未知的系統時，尚未有任何的數學模型足以用來分析時，只能依靠大量的實驗，量測該系統的特性，進而建構理論的模型。基於以上的原因，因而發展出實驗力學(Experimental mechanics)的研究領域，其主要目的是開發更為精確且方便的量測技術。

在實驗力學的領域上，相較於傳統的量測方式，如應變規(Strain gauge)、量表(Dial gauge)、線性變數微分轉換器(Linear variable differential transformer, LVDT)位移感測器等接觸式單點量測的技術，光學量測的方法有高精確度、非接觸與全域量測等優點，使得以光學量測為基礎的方法被廣泛應用於各種實驗力學量測與非破壞檢測上，其中包括光彈法(Photoelasticity) [1]、疊紋法(Moiré) [2]、電子斑點干涉術(Electronic speckle pattern interferometry, ESPI)[3]，然而上述較為傳統的光學量測方法之量測結果，如待測物表面斜率、位移場、位移場梯度等，都是以條紋圖案(Fringe pattern)的形式記錄在影像中，因此有時難以精確地定位較為模糊的條紋位置，並且需要以人工方式去決定條紋的中心與量測原點的位置，造成量測上的不方便。

隨著半導體與感光元件製造技術的發展，數位影像漸漸取代傳統底片影像，並發展出各種的數位影像處理技術，包括影像壓縮、邊緣檢測與影像追蹤等演算法，因此逐漸開發出數位影像相關法(Digital image correlation, DIC) [4][5]的光學



搭配影像分析的量測技術，DIC 是一種非接觸式、全場的光學量測方法，利用光學儀器取得待測物表面的特徵斑點影像，再以電腦進行影像搜尋，求出待測物表面全場變形資訊，直接以定量的方式呈現量測結果，優於以條紋方式呈現量測結果的光學量測方法，再加上感光耦合元件與硬碟讀取速度的提升使得 DIC 技術擁有高時間與空間解析度的能力，同時由於電腦運算效能的突飛猛進，也使得 DIC 方法的計算時間大幅降低，且相較於雷射的光學量測方法，DIC 對於量測的環境要求較低，因此近年來吸引大量學者投入 DIC 的研究、開發與應用，目前已大量使用在機械工程、土木工程、材料工程以及生物力學的實驗量測上。DIC 在現階段主要的研究方向可分為高精度的影像搜尋演算法、高效率計算效能與各種不同領域上的應用等這三大類型。

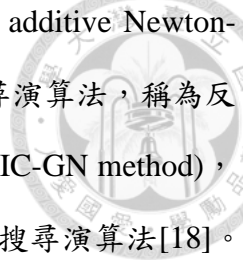
現今已有 DIC 技術商品化的軟體，如美國 Correlated Solutions 公司借重南卡羅萊納大學之技術，開發 VIC 2D/3D 系統，可量測三維全域式暫態變形與應變；德國 Gesellschaft für Optische Messtechnik (GOM) 公司借重布朗什維克大學 (Technical University Braunschweig) 之技術，開發 ARAMIS 系統；西安交通大學更整合機械工程學院、模具與先進成形技術研究所、資訊機電研究所，開發 XJTUDIC 系統。然而直接購買及使用已商品化的 DIC 系統與軟體，無法在既有的 DIC 軟體中進行修改與優化，增進 DIC 搜尋演算法的量測精度與計算效能，並且對於特殊情形的實驗情況的需求時，如鋼筋混凝土的裂縫觀察或是心臟肌肉內壁追蹤等，會局限於既定的系統而不能夠精進以及開創新穎的應用。

## 1.2 文獻回顧

2D DIC 光學量測技術發展於 1980 年間，為美國南卡羅萊納大學 (University of South Carolina, USC) 率先開發，起初 Peters[6] 等人參考 ESPI 的原理，使用雷射斑點照射在待測物表面，記錄待測物變形前與變形後之影像，使用相關係數求出表面位移，並將全場位移量測結果結合實驗架設的邊界條件使用實驗邊界積分法 (Experimental boundary integral, EBI) 求得量測區域之表面應力。接著 Sutton[7]

等人開始在試片表面上噴灑亂數斑點，將數位影像分割成許多子集合(Subset)，使用雙線性內插法(Bilinear interpolation)得到次像素(Sub-pixel)的灰階數值，並提出粗細迭代法(Coarse-fine iteration approach)以最小平方作為收斂依據得到子集合之六個一階變形參數( $u, v, \partial u / \partial x, \partial u / \partial y, \partial v / \partial x, \partial v / \partial y$ )，量測懸臂薄樑受靜力負載下的撓度變形，接著 Peters[8]等人使用相同做法進行旋轉圓盤的角速度與圓棒的振動量測。Chu[9]等人改用交叉相關(Cross-correlation)係數，並分別應用於待測物表面剛體平移、剛體旋轉、均勻有限應變的量測，驗證 DIC 應用於實驗力學領域的能力。Sutton[10]等人與 Bruck[11]等人使用牛頓拉福森法(Newton-Raphson method, NR method)取代粗細迭代法，在相同的量測精度下大幅降低 DIC 的計算時間。Vendroux[12]等人將 NR method 中計算的海森矩陣(Hessian matrix)的高階項忽略，提出近似解後減少計算海森矩陣的時間。到目前為止只考慮待測物表面的一階變形，之後 Lu[13]等人提出使用二階變形參數結合 NR method 量測物體表面的變形。Pan[14]等人比較三種最常被為使用在 DIC 領域的次像素影像搜尋法，包括相關係數極值搜尋法(Correlation coefficient peak-finding algorithm, CCPF)、梯度基礎法(Gradient-based method)或稱光流法(Optical flow)與 NR method，結果發現 NR method 的計算效率最低，但精度最高。

Pan[15]提出 DIC 量測越大的平均強度梯度(Mean intensity gradient)之斑點影像的量測精度越高，接著證明零正規化總平方差(Zero-normalized sum of square differences, ZNSSD)、零正規化交叉相關(Zero-normalized cross-correlation, ZNCC)與參數零正規化交叉相關(Parametric zero-normalized cross-correlation, PSSD<sub>ab</sub>)這三種相關係數的等價性，並介紹一種與 NR method 等價的影像搜尋影算法，稱為疊代最小平方法(Iterative least squares, ILS)，最後針對 DIC 量測不規則形狀邊界提出一種方法，對遇到邊界的子集合直接捨棄邊界的灰階資訊後直接進行計算。另外 Pan[16]等人提出可靠度導向位移搜尋策略(Reliability-guided displacement scanning strategy)取代較耗時的整數位移搜尋方法，以及事先計算全場內插係數表節省內插計算的時間，這兩種方法均增加 DIC 計算效率。



Baker[17]等人提出一種與正向疊加牛頓拉福森法(Forward additive Newton-Raphson method, FA-NR method)等價但計算效率較高的影像搜尋演算法，稱為反向合成高斯牛頓法(Inverse compositional Gauss-Newton method, IC-GN method)，並發現這種演算法的量測精度與計算效率優於其他現有的影像搜尋演算法[18]。Pan[19][20]等人首先將 IC-GN method 應用在 DIC 領域上，但都只侷限於一階變形參數，後來 Gao[21]等人推導出 IC-GN method 搭配二階變形參數的疊代方法，並分別比較 IC-GN method 搭配一階與二階變形參數，應用在二維搜尋與立體搜尋的精度比較，發現一階 IC-GN method 適用於小變形的二維搜尋，二階 IC-GN method 適用於高階變形場或大變形的二維搜尋與立體搜尋。近年來 Blaber[22]等人釋出一套免費的 2D DIC 軟體，使用 MATLAB 程式語言撰寫，也採用 IC-GN method 作為影像搜尋的核心。目前在 DIC 領域中 IC-GN method 已成為主流的次像素影像搜尋演算法。

Stereo DIC 量測技術首先由 Kahn-Jetter[23]等人提出，使用兩台平行並垂直試片表面的相機，利用 2D DIC 技術與三角量測原理成功運用於圓環及懸臂樑面外變形量測。Luo[24]等人使用兩個理想針孔成像相機模型(Ideal pin-hole camera model)，利用數個已知三維空間的點及非線性最小平方校正方法，求出兩台相機之間剛體旋轉、剛體平移關係的矩陣與各個相機內部投影參數矩陣，此時兩台相機的位置與拍攝角度已不再受到限制，最後運用於待測物剛體平移與懸臂樑面外變形量測。由於 Stereo DIC 的便利性以及可量測全場的特性，因此被廣泛使用在極短時間內的動態變形及振動量測[25-28]。另外有學者開發一種只使用單相機的 Stereo DIC 技術，如 Genovese[29]等人提出使用單一相機利用雙稜鏡分光來進行圓球體的三維形貌量測與橡膠薄膜的三維變形量測，Wu[30]等人也使用單一相機利用雙稜鏡分光來進行圓柱體的剛體運動與懸臂薄樑的面外變形量測，另外 Pankow[31]等人則提出使用單一相機利用反射鏡分光的方法進行 Stereo DIC 量測，並應用在於高速大變形量測上。Kieu[32]等人也使用單一相機利用反射鏡分光的方法進行三維形貌量測。



## 1.3 內容簡介

本文主要涵蓋三個主題，研究主題分別為(1)高精度之影像搜尋演算法開發，並提出 IC-GN method 搭配投影形狀函數應用於立體搜尋。(2)開發出具有人機介面(GUI)界面的 2D DIC 程式，並採用高精度的影像搜尋演算法。(3)開發出具有人機介面(GUI)界面的 Stereo DIC 程式，並採用高精度的影像搜尋演算法。並延伸出在不同領域上的應用，分別為(1)在機械工程的領域中，使用 Stereo DIC 量測懸臂薄板全場面外動態量測。(2)在土木工程領域中，使用 Stereo DIC 與 2D DIC 應用於核電廠圍阻體結構受反覆負載下的三維變形及裂縫生長的量測與檢測。(3)在心臟醫學的領域中，提出一種新的影像搜尋演算法應用於心臟肌肉內壁醫學影像追蹤與分析討論。本論文各章節研究內容分述如下：

### 第一章 前言：

本章介紹本論文的研究動機以及相關文獻回顧與論文各章節的架構。

### 第二章 數位影像相關法與實驗儀器介紹：

本章介紹本論文所使用的 DIC 技術的基礎核心作用原理、次像素精度等級的影像搜尋演算法、DIC 量測方法的種類與實驗量測時所使用的相關設備及量測儀器的功能。

### 第三章 投影形狀函數反向合成高斯牛頓法：

本章首先說明 IC-GN method，並分別推導 IC-GN method 搭配一階、二階與投影形狀函數之疊代方法，比較上述三種形狀函數應用於各種不同變形情況下的二維搜尋與立體搜尋之影像追蹤精度，接著介紹本實驗室自行開發的 2D DIC 程式系統，使用 SEM DIC Challenge 提供的測試影像驗證其量測精度，最後介紹本實驗室自行開發的 Stereo DIC 程式，由前面各種形狀函數的測試結果決定 Stereo DIC 程式對於二維搜尋與立體搜尋的追蹤策略，並運用於接下來的所有有關 Stereo DIC 的量測分析上。

#### 第四章 等向性材料懸臂薄板全場面外動態量測：

本章首先介紹單相機 Stereo DIC 的量測架設，同時解決左右影像的同步性問題以及雙高速攝影機的實驗架設成本過高的問題，針對模態形狀量測的方法，提出帶通濾波法，直接對全場暫態振動訊號過濾出模態形狀，相較於傳統上使用掃頻方法快速簡單，採用以上方法實際量測出懸臂薄板的共振頻率與共振模態，並與理論解析與 FEM 模擬結果進行驗證比對。接著量測懸臂薄板受到強迫振動的響應量測，並與光纖位移計(FS)量測結果進行比對。最後量測懸臂薄板受到鋼珠撞擊後的暫態位移響應，並與 FS、理論解析與 FEM 數值模擬進行比較驗證。

#### 第五章 核電廠圍阻體結構受反覆負載下的三維變形及裂縫生長的量測與檢測：

本章首先簡要介紹圍阻體的重要性與剪切裂縫的計算方法，實驗上同時使用 Stereo DIC 與 2D DIC 技術量測圍阻體受到水平油壓制動器以準靜態方式來回推拉變形，將 Stereo DIC 與 2D DIC 同時量測圍阻體變形結果並做比較與驗證，確認 Stereo DIC 與 2D DIC 量測的正確性後，利用 Stereo DIC 量測圍阻體的三維變形與垂直、水平方向的應變，從應變較大區域呈現明顯的裂縫產生，進而使用 Stereo DIC 量測該區域隨著時間變化的開放裂縫寬度，最後使用 2D DIC 量測圍阻體側面剪切裂縫的位置與滑移量。

#### 第六章 心臟肌肉內壁醫學影像追蹤與分析討論：

本章首先針對心臟醫學影像追蹤做簡單的介紹，針對心臟醫學影像提出一種不規則形狀樣板子集合方法對醫學影像中的心臟內壁進行運動追蹤，改善傳統上方格樣板子集合易於產生錯誤搜尋的缺點，並使用二階變形函數近似心臟肌肉內壁的複雜變形，最後量測心臟超音波影像以及心臟核磁共振影像的心臟肌肉內壁隨著時間的變化，計算內壁面積隨著時間的變化率，並與市售軟體及人工分析方式驗證本章提出的方法對於心臟醫學影像搜尋及定量分析的能力。

#### 第七章 結論與未來展望：

對於本論文的研究內容與貢獻加以整理，並提出本論文研究相關問題可以改善與深入研究的方向。

## 第二章 數位影像相關法與實驗儀器介紹

本章將針對數位影像相關法(DIC)之基本原理與實驗儀器做詳細說明，首先說明 DIC 技術的基礎核心運作原理，接著說明 DIC 達到次像素精度等級的影像搜尋演算法，以及 DIC 量測方法的種類，最後介紹本論文中進行實驗量測時所使用的相關設備與量測儀器的功能。

### 2.1 數位影像相關法(DIC)簡介

#### 2.1.1 基本原理

數位影像相關法(Digital image correlation, DIC)是一種在數位影像中量測待測物位移與變形量的一種技術，透過數位相機記錄待測物變形的連續影像，使用電腦讀取連續影像的灰階值資訊，並利用追蹤演算法識別連續影像的灰階值變化，找尋待測物表面在每個時刻下的全場位移與變形。一般來說，我們無法對單一像素進行影像搜尋，因此以欲搜尋的像素點為中心  $(x, y)$  取出一塊影像子集合 (Subset) 做為追蹤的樣板，我們稱為樣板子集合 (Template subset)，而樣板子集合的數量為  $(2M + 1) \times (2M + 1)$ ， $M$  稱為半窗格 (Half-window)，可以因應不同問題的實驗選擇不同的半窗格的大小，如圖 2-1 所示。

然而在少數的情況下，待測物的表面沒有足夠的特徵可以使用 DIC 進行追蹤，為了能夠對待測物表面進行精密量測，通常會在待測物表面上噴佈上一層特徵斑點，增加樣板子集合在紀錄待測物變形的連續影像中之識別程度及量測精度，在特徵點的製作通常有噴漆、網版印刷與書寫三種方法，如圖 2-2 所示，每一個方法適用的時機都不太相同，噴漆的方式適用於尺寸較小的試片，網版印刷的方式適用於中型尺寸的試片，而書寫的方式則適用性較廣，可以依照不同的實驗需求改變書寫特徵的尺寸。圖 2-3 以一實際實驗來解釋 DIC 進行影像追蹤過程，此實驗使用一組記錄待測物變形的連續影像，時間軸為從左圖進行到右側圖片，而

圖中方框區塊為樣本子集合，透過 DIC 技術即可明確定位樣本子集合在不同時間下的座標位置，藉此計算樣本子集合的位移量值以及隨時間變化的變形量與應變。



## 2.1.2 相關係數

在進行影像搜尋時，欲與樣本子集合匹配的子集合稱為搜尋子集合(Search subset)，為了要量化樣本子集合與搜尋子集合的匹配程度，DIC 使用相關係數定量出子集合間的相似程度，文獻上提出許多的相關係數的計算標準[4][5]，大致上可以分為交叉相關法 (Cross-correlation, CC) 與總平方差 (Sum of square differences, SSD) 兩大類，假設總數各為  $N$  的樣本子集合  $\mathbf{T} = [t_1, t_2, \dots, t_N]$  與搜尋子集合  $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_N]$ ，則各個種類相關係數公式整理如表 2-1 與表 2-2 所示，其中

$$\begin{aligned}
 t_m &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad s_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \\
 \bar{t} &= \sqrt{\sum_{i=1}^N t_i^2}, \quad \bar{s} = \sqrt{\sum_{i=1}^N s_i^2} \\
 \Delta t &= \sqrt{\sum_{i=1}^N (t_i - t_m)^2}, \quad \Delta s = \sqrt{\sum_{i=1}^N (s_i - s_m)^2}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

另外，Pan[33]等人提出交叉相關法與總平方差之間的關連性，兩者間可以寫成

$$\begin{aligned}
 C_{SSD} &= 2(1 - C_{CC}) \\
 C_{NSSD} &= 2(1 - C_{NCC}) \\
 C_{ZNSSD} &= 2(1 - C_{ZNCC})
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

若考慮影像亮度一階與零階的改變量，使用零正規化 (Zero-normalized) 類型的相關係數可以有效降低區域性背景亮度不均勻之影響。

圖 2-4 為數位影像相關法進行影像搜尋的示意圖， $f$  為待測物變形前的灰階



值矩陣，將  $f$  稱為參考影像，而  $g$  為待測物變形後的灰階值矩陣，將  $g$  稱為變形影像，接著欲將分析點  $P(x, y)$  在變形後的位置，假設  $P$  點變形後的座標移動到  $P^*(x^*, y^*)$ ，在參考影像中以  $P$  點為中心選擇一塊樣本子集合，使用樣本子集合對變形影像進行全場相關性運算，在變形影像中，與樣本子集合匹配的子集合稱為搜尋子集合，當與樣本子集合達到最匹配的搜尋子集合稱為目標子集合(Target subset)，也就是相關係數達到極值的情況，此時極值位置的座標即為  $P^*(x^*, y^*)$ ，如圖 2-5 所示。

### 2.1.3 形狀函數

2.1.2 節中所討論的方法只能求出樣本子集合在變形前與變形後影像中的平均位移，然而在大部分工程應用上的變形場是極為複雜，尤其是在大應變或是材料即將破壞的區域附近，試片表面會顯示拉伸、壓縮、剪切與旋轉等變形狀態，因此為了因應不同的實驗情況與變形狀態，在進行影像搜尋前必須先對樣本子集合做形狀函數(Shape function)的假設，目前常見的位移假設有四種，分別為剛體平移、剛體旋轉、一階變形與二階變形假設。

剛體平移又可稱為零階變形，剛體平移的位移假設適用於追蹤變形量極小且位移量大的待測物，利如機器手臂運動軌跡追蹤。圖 2-6 為剛體平移假設的示意圖，樣本子集合的中心座標為  $(x, y)$ ， $Q$  為樣本子集合中的點， $Q$  點的  $x$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta x$ ， $y$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta y$ ，而  $Q^*(x^*, y^*)$  為  $Q$  點剛體平移後的座標位置，根據剛體平移的位移假設，則  $(x^*, y^*)$  可表示為

$$\begin{aligned} x^* &= x + u + \Delta x \\ y^* &= y + v + \Delta y \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中  $u$  為  $x$  方向剛體位移量， $v$  為  $y$  方向剛體位移量。

剛體旋轉的位移假設則適用於追蹤旋轉中的待測物，利如風力發電機葉片追

蹤。考慮樣板子集合剛體旋轉，如圖 2-7 所示，樣板子集合的中心座標為  $(x, y)$ ， $Q$  為樣板子集合中的點， $Q$  點的  $x$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta x$ ， $y$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta y$ ， $Q^*(x^*, y^*)$  為  $Q$  點剛體旋轉後的座標位置，根據剛體旋轉的位移假設，則  $(x^*, y^*)$  可表示為

$$\begin{aligned} x^* &= \cos \theta \cdot \Delta x - \sin \theta \cdot \Delta y \\ y^* &= \sin \theta \cdot \Delta x + \cos \theta \cdot \Delta y \end{aligned} \quad (2.4)$$

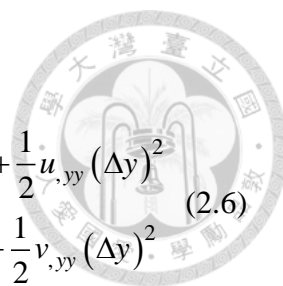
其中  $\theta$  為剛體旋轉的角度量。

一階變形假設適用於追蹤剛體平移極小的待測物，比如拉伸試驗試片。討論樣板子集合一階變形假設，如圖 2-8 所示，樣板子集合的中心座標為  $(x, y)$ ， $Q$  為樣板子集合中的點， $Q$  點的  $x$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta x$ ， $y$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta y$ ，而  $Q^*(x^*, y^*)$  為  $Q$  點一階變形後的座標位置，根據一階變形的位移假設[7]，則  $(x^*, y^*)$  可表示為

$$\begin{aligned} x^* &= x + u + u_{,x} \cdot \Delta x + \Delta x + u_{,y} \cdot \Delta y \\ y^* &= y + v + v_{,x} \cdot \Delta x + v_{,y} \cdot \Delta y + \Delta y \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中  $u$  為  $x$  方向剛體位移量， $v$  為  $y$  方向剛體位移量， $u_{,x}$  為  $u$  在  $x$  方向一階偏導數， $u_{,y}$  為  $u$  在  $y$  方向一階偏導數， $v_{,x}$  為  $v$  在  $x$  方向一階偏導數， $v_{,y}$  為  $v$  在  $y$  方向一階偏導數。

最後說明樣板子集合二階變形假設，其假設適用於追蹤大變形或是變形場較為複雜的問題上，例如橡膠大變形量測。圖 2-9 為二階變形假設示意圖，樣板子集合的中心座標為  $(x, y)$ ， $Q$  為樣板子集合中的點， $Q$  點的  $x$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta x$ ， $y$  方向距離中心點  $(x, y)$  為  $\Delta y$ ，而  $Q^*(x^*, y^*)$  為  $Q$  點二階變形後的座



標位置，根據二階變形的位移假設[13]，則 $(x^*, y^*)$ 可表示為

$$\begin{aligned} x^* &= x + u + u_{,x} \times \Delta x + \Delta x + u_{,y} \times \Delta y + \frac{1}{2} u_{,xx} (\Delta x)^2 + u_{,xy} (\Delta x \Delta y) + \frac{1}{2} u_{,yy} (\Delta y)^2 \\ y^* &= y + v + v_{,x} \times \Delta x + v_{,y} \times \Delta y + \Delta y + \frac{1}{2} v_{,xx} (\Delta x)^2 + v_{,xy} (\Delta x \Delta y) + \frac{1}{2} v_{,yy} (\Delta y)^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

其中 $u$ 為 $x$ 方向剛體位移量， $v$ 為 $y$ 方向剛體位移量， $u_{,x}$ 為 $u$ 在 $x$ 方向一階偏導數， $u_{,y}$ 為 $u$ 在 $y$ 方向一階偏導數， $v_{,x}$ 為 $v$ 在 $x$ 方向一階偏導數， $v_{,y}$ 為 $v$ 在 $y$ 方向一階偏導數， $u_{,xx}$ 為 $u$ 在 $x$ 方向二階偏導數， $u_{,xy}$ 為 $u$ 在 $x$ 方向與 $y$ 方向二階偏導數， $u_{,yy}$ 為 $u$ 在 $y$ 方向二階偏導數， $v_{,xx}$ 為 $v$ 在 $x$ 方向二階偏導數， $v_{,xy}$ 為 $v$ 在 $x$ 方向與 $y$ 方向二階偏導數， $v_{,yy}$ 為 $v$ 在 $y$ 方向二階偏導數。

## 2.2 搜尋演算法

2.1.2 節中已說明 DIC 如何進行影像追蹤，但是解析度只局限於整數像素(Integer pixel)，而影像搜尋演算法如果只有整數像素的精度是不足以應用在精密的工程量測上，因此影像搜尋演算法必須達到次像素(Sub-pixel)等級的精度。本節接下來詳細介紹四種次像素精度影像搜尋法，分別為相關係數極值搜尋法(CCPF)、牛頓拉福森法(NR method)、正向疊加牛頓拉福森法(FA-NR method)與反向合成高斯牛頓法(IC-GN method)。

### 2.2.1 相關係數極值搜尋法

相關係數極值搜尋法(Correlation coefficient peak-finding algorithm, CCPF) [34] 藉由搜尋相關係數極大值位置，獲得整數像素解(Integer pixel solution)後，接著以相關係數極大值位置為中心取出大小為 $3 \times 3$ 相關係數次矩陣(Correlation coefficient sub-matrix)，使用二元二次多項式擬合次相關係數矩陣，最後對空間微分並令其等於零得出次像素解(Sub-pixel solution)，最後將整數像素解加上次像素解得到總解(Total solution)。如圖 2-10 所示， $f$ 為參考影像灰階矩陣， $g$ 為變

形影像灰階矩陣， $\mathbf{T}$  為參考影像中的樣本子集合，其中心點為  $(x_0, y_0)$ ，假設  $\mathbf{T}$  的中心點在變形影像中移動到末位置  $(x^*, y^*)$ ， $\mathbf{S}$  為變形影像中任意的搜尋子集合， $\mathbf{T}$  與  $\mathbf{S}$  的集合數量各為  $N$ ，相關係數公式使用正規化交叉相關法(NCC)

$$C_{NCC} = \sum_{i=1}^N \frac{t_i \cdot s_i}{\bar{t} \cdot \bar{s}} \quad (2.7)$$

接著樣本子集合  $\mathbf{T}$  對變形影像做全域相關係數運算得到一個相關係數場，如圖 2-11 所示，相關係數場極大值位置即為整數末位置像素解  $(x_i, y_i)$ ，接著取出以相關係數極大值中心的  $3 \times 3$  矩陣，以區域座標使用二元二次方程式擬合次相關係數矩陣

$$C_{NCC}(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \quad (2.8)$$

求出  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$  與  $a_5$  係數後，將(2.8)式對空間取導數並令等於零

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{NCC}}{\partial x} &= a_1 + 2a_3x + a_4y = 0 \\ \frac{\partial C_{NCC}}{\partial y} &= a_2 + 2a_5y + a_4x = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

即可求出次像素位移

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{2a_1a_5 - a_2a_4}{a_4^2 - 4a_3a_5} \\ y_s &= \frac{2a_2a_3 - a_1a_4}{a_4^2 - 4a_3a_5} \end{aligned} \quad (2.10)$$

則樣本子集合  $\mathbf{T}$  在變形影像的末位置

$$\begin{aligned} x^* &= x_i + x_s \\ y^* &= y_i + y_s \end{aligned} \quad (2.11)$$

另外，樣本子集合  $\mathbf{T}$  位移量為

$$\begin{aligned} u &= x^* - x_0 \\ v &= y^* - y_0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

CCPF 計算簡單、快速，且可以計算出次像素位移，但是 CCPF 並沒有考慮到樣

板子影像的旋轉、變形等參數，因此相較於疊代搜尋演算法其精度較低。

## 2.2.2 牛頓拉福森法

牛頓拉福森法(Newton-Raphson method, NR method) [10][11]是一種反覆疊代的運算方法，求得參考影像中樣板子集合在變形後影像的位移場，如圖 2-12 所示， $f$  為參考影像灰階矩陣， $g$  為變形影像灰階矩陣，在參考影像  $f$  中取出大小為  $(2M+1) \times (2M+1)$  樣板子集合，其中心座標為  $(x, y)$ ，先猜測一組位移參數  $P_0 = [u_0 \ u_{0,x} \ u_{0,y} \ v_0 \ v_{0,x} \ v_{0,y}]^T$ ，使用一階變形假設得到樣板子集合末位置猜值，則樣板子集合上  $Q$  點距離中心座標  $(\Delta x, \Delta y)$ ，在變形後的末位置  $Q^*$  座標可以寫成

$$\begin{aligned} x^* &= x + u_0 + u_{0,x} \cdot \Delta x + \Delta x + u_{0,y} \cdot \Delta y \\ y^* &= y + v_0 + v_{0,x} \cdot \Delta x + v_{0,y} \cdot \Delta y + \Delta y \end{aligned} \quad (2.13)$$

便可得到搜尋子集合，求出樣板子集合與搜尋子集合的相關係數，其相關係數公式使用零正規化總平方差，參考表 2-2 與式子(2.1)得到

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.14)$$

假設樣板子集合真實一階變形參數  $\tilde{P} = [u \ u_{,x} \ u_{,y} \ v \ v_{,x} \ v_{,y}]^T$ ，接著將相關係數對初猜值  $P_0$  做一階泰勒級數展開得到

$$C_{ZNSSD} = C_{ZNSSD}(P_0) + \nabla C_{ZNSSD}(P_0)(\tilde{P} - P_0) + H.O.T \quad (2.15)$$

其中  $H.O.T$  為高階項，接著令  $\Delta \tilde{P} = \tilde{P} - P_0$ ，並將(2.15)式改寫成

$$C_{ZNSSD} = C_{ZNSSD}(P_0) + \sum_{m=1}^6 \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_m} \cdot \Delta P_m \quad (2.16)$$

其中  $\Delta \tilde{P} = [\Delta u \ \Delta u_{,x} \ \Delta u_{,y} \ \Delta v \ \Delta v_{,x} \ \Delta v_{,y}]^T$ ，為了求出初猜值  $P_0$  與真實解  $\tilde{P}$  的差值  $\Delta \tilde{P}$ ，將(2.16)式對  $\tilde{P}$  做偏微分並令其等於零，得到

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}}{\partial P_n} = 0 = \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_n} + \sum_{m=1}^6 \frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_m \partial P_n} \cdot \Delta P_m \quad (2.17)$$

其中

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_n} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g} \left[ \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right] \cdot \left[ -\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right] \quad (2.18)$$

與

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_m \partial P_n} &= \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g^2} \left[ \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_m} \right] \cdot \left[ \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right] \\ &\quad + \frac{2}{\Delta g} \left[ \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right] \cdot \left[ -\frac{\partial^2 g(x^*, y^*)}{\partial P_m \partial P_n} \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

由於(2.19)式在計算上過於繁雜，根據 Vendrous 等人將(2.19)式中的高階項忽略，並提出近似解

$$\frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_m \partial P_n} \cong \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g^2} \left[ \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_m} \right] \cdot \left[ \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right] \quad (2.20)$$

(2.20)式可大幅度減少 NR method 的計算時間，將式子改寫成矩陣形式得到

$$Q = \nabla C_{ZNSSD}(P_0) + \mathbf{H} \cdot \Delta P \quad (2.21)$$

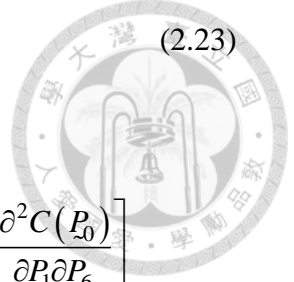
將(2.21)式移項後可以得到初猜值  $P_0$  與真實解  $P$  的差值  $\Delta P$

$$\Delta P = \Delta g \cdot \mathbf{H}^{-1} \cdot \nabla C_{ZNSSD}(P_0) \quad (2.22)$$

其中  $\nabla C_{ZNSSD}(P_0)$  為相關係數對一階變形參數梯度，展開可以寫成

$$\nabla C_{ZNSSD}(P_0) =$$

$$\left[ \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_1} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_2} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_3} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_4} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_5} \quad \frac{\partial C_{ZNSSD}(P_0)}{\partial P_6} \right]^T$$



(2.23)

而  $\mathbf{H}$  為海森矩陣，將  $C_{ZNSSD}$  簡寫成  $C$ ，則  $\mathbf{H}$  展開可以寫成

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_1 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_1 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_1 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_1 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_1 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_1 \partial P_6} \\ \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_2 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_2 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_2 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_2 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_2 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_2 \partial P_6} \\ \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_3 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_3 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_3 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_3 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_3 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_3 \partial P_6} \\ \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_4 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_4 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_4 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_4 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_4 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_4 \partial P_6} \\ \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_5 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_5 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_5 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_5 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_5 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_5 \partial P_6} \\ \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_6 \partial P_1} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_6 \partial P_2} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_6 \partial P_3} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_6 \partial P_4} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_6 \partial P_5} & \frac{\partial^2 C(P_0)}{\partial P_6 \partial P_6} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

假設第  $k$  次的猜值為  $\underline{P}_k$ ，而使用 NR method 求出與真實解的差值  $\Delta \underline{P}_k$ ，而第  $k+1$  次猜值

$$\underline{P}_{k+1} = \underline{P}_k + \Delta \underline{P}_k \quad (2.25)$$

圖 2-13 為 NR method 的詳細的疊代流程，NR method 在理想的情況下，誤差的絕對值可以達到 0.001 以下，雖然 NR method 的計算精度極高，但從圖 2-13 中可以發現 NR method 在每次的疊代中，相關係數對一階變形參數梯度  $\nabla C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)$  與海森矩陣  $\mathbf{H}$  就必須重新計算一次，所以計算效率上較讓人詬病。

### 2.2.3 正向疊加牛頓拉福森法

正向疊加牛頓拉福森法(Forward additive Newton-Raphson method, FA-NR method) [18]改良牛頓拉福森法(NR method)在每一次的疊代都必須重新計算相關係數對變形參數梯度  $\nabla C_{ZNSSD}(\underline{P}_0)$  與海森矩陣  $\mathbf{H}$ 。假設樣本子集合的灰階值在變形前後都沒有變化，計算相關係數對變形參數梯度就變成計算搜尋子集合的灰階

值對變形參數的梯度，根據連鎖律可以再寫成搜尋子集合的灰階值對空間的梯度  
 乘上變形函數對變形參數的梯度，取代 NR method 在每一次的疊代要不斷地計  
 算相關係數的缺點。圖 2-14 為 FA-NR method 示意圖， $f$  為參考影像灰階矩陣，  
 $g$  為變形影像灰階矩陣，在參考影像  $f$  中取出大小為  $(2M+1) \times (2M+1)$  樣板子集  
 合，其中心座標為  $(x, y)$ ，先猜測一組位移參數  $\underline{P} = [u \ u_{,x} \ u_{,y} \ v \ v_{,x} \ v_{,y}]^T$ ，  
 使用一階變形假設得到樣板子集合末位置猜值，則樣板子集合上  $Q$  點距離中心座  
 標  $(\Delta x, \Delta y)$ ，在變形後的末位置  $Q^*$  座標可以寫成

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P}) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

其中， $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P})$  是變形函數(Warping function)，由該函數可以求得搜尋  
 子集合的位移場，接下來求出樣板子集合與搜尋子集合的相關係數，其相關係數  
 公式使用零正規化總平方差，參考表 2-2 與(2.1)式得到

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{Q})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.27)$$

在(2.27)式中對搜尋子集合增加一個微小變化量  $\Delta \underline{P}$ ，使得(2.27)式產生極小值，  
 得到

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{Q})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P} + \Delta \underline{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.28)$$

其中  $\Delta \underline{P} = [\Delta u \ \Delta u_{,x} \ \Delta u_{,y} \ \Delta v \ \Delta v_{,x} \ \Delta v_{,y}]^T$ ，接下來對(2.28)式中變形參數  $\underline{P}$   
 做一階泰勒級數展開，得到



$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, Q)) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P)) - \bar{g}}{\Delta g} - \frac{1}{\Delta g} \frac{\partial g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P))}{\partial W_1} \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \cdot \Delta \tilde{P} \right]^2 \quad (2.29)$$

其中  $\frac{\partial g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P))}{\partial W_1}$  為搜尋子集合對空間的梯度， $\frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}}$  則為變形函數

對變形參數的梯度，稱為亞可比矩陣(Jacobian matrix)，可以寫成

$$\frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x & \Delta y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

為了方便計算，將符號簡化成

$$f = f(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, Q))$$

$$g = g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P))$$

$$\nabla g = \frac{\partial g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P))}{\partial W_1} = \left[ \frac{\partial g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P))}{\partial x} \quad \frac{\partial g(W_1(x+\Delta x, y+\Delta y, P))}{\partial y} \right] \quad (2.31)$$

為了要求得  $\Delta \tilde{P}$  之值使(2.29)式為極小值，因此將(2.29)式對  $\Delta \tilde{P}$  微分並令其等於零，得到

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}}{\partial \Delta \tilde{P}} = 0 = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g} \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[ \frac{f - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g - \bar{g}}{\Delta g} - \frac{1}{\Delta g} \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \cdot \Delta \tilde{P} \right] \quad (2.32)$$

將(2.32)式乘開並移項得到

$$\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \right] \cdot \Delta \tilde{P} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \tilde{P}} \right]^T \left[ \frac{\Delta g}{\Delta f} (f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right] \quad (2.33)$$

最後求出  $\Delta \tilde{P}$

$$\Delta \underline{P} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \frac{\Delta g}{\Delta f} (f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right] \quad (2.34)$$

其中  $\mathbf{H}$  為海森矩陣(Hessian matrix)

$$\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \nabla g \frac{\partial W_1}{\partial \underline{P}} \right] \quad (2.35)$$

假設第  $k$  次的猜值為  $\underline{P}_k$ ，而使用 NR method 求出與真實解的差值  $\Delta \underline{P}_k$ ，而第  $k+1$  次猜值

$$\underline{P}_{k+1} = \underline{P}_k + \Delta \underline{P}_k \quad (2.36)$$

圖 2-15 為 FA-NR method 的詳細的疊代流程，FA-NR method 與 NR method 不同的點在於 FA-NR method 將相關係數寫成與空間有關的函數，配合連鎖律後就不需要每次疊代都要進行 12 次相關性運算，提升 NR method 的運算效率。

## 2.2.4 反向合成高斯牛頓法

反向合成高斯牛頓法(Inverse compositional Gauss-Newton method, IC-GN method) [17][18]改良正向疊加牛頓拉福森法(FA-NR method)每一次的疊代運算都要重新計算搜尋子集合的灰階值對空間的梯度與亞可比矩陣, IC-GN method 只要在進行疊代運算前計算一次搜尋子集合的灰階值對空間的梯度與亞可比矩陣即可，故能夠大幅度提升計算上的效能。圖 2-14 為 IC-GN method 示意圖， $f$  為參考影像灰階矩陣， $g$  為變形影像灰階矩陣，在參考影像  $f$  中取出大小為  $(2M+1) \times (2M+1)$  樣本子集合，其中心座標為  $(x, y)$ ，先猜測一組位移參數

$\underline{P} = [u \quad u_x \quad u_y \quad v \quad v_x \quad v_y]^T$ ，使用一階變形假設得到樣本子集合末位置猜值，

則樣本子集合上  $Q$  點距離中心座標  $(\Delta x, \Delta y)$ ，在變形後的末位置  $Q^*$  座標可以寫成

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ 1^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} + W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P}) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1+u_x & u_y & u \\ v_x & 1+v_y & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

其中， $W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$  是變形函數(Warping function)，由該函數可以求得搜尋子集合的位移場，接下來求出樣本子集合與搜尋子集合的相關係數，其相關係數公式使用零正規化總平方差，參考表 2-2 與(2.1)式得到

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, Q)) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.38)$$

與 FA-NR method 不同的是，IC-GN method 在(2.38)式中對樣本子集合增加一個微小變化量  $\Delta P$ ，使得(2.38)式產生極小值，得到

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \Delta P)) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.39)$$

其中  $\Delta P = [\Delta u \quad \Delta u_{,x} \quad \Delta u_{,y} \quad \Delta v \quad \Delta v_{,x} \quad \Delta v_{,y}]^T$ ，接下來對(2.39)式中變形參數  $P$  做一階泰勒級數展開，得到

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, Q)) - \bar{f}}{\Delta f} + \frac{1}{\Delta f} \frac{\partial f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, Q))}{\partial W_1} \frac{\partial W_1}{\partial P} \cdot \Delta P - \frac{g(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, P)) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (2.40)$$

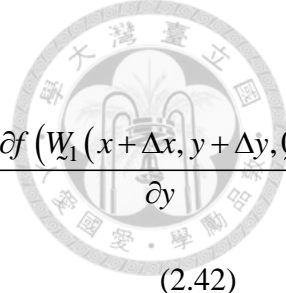
其中  $\frac{\partial f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, Q))}{\partial W_1}$  為樣本子集合對空間的梯度， $\frac{\partial W_1}{\partial P}$  則為變形函數對

變形參數的梯度，稱為亞可比矩陣(Jacobian matrix)，可以寫成

$$\frac{\partial W_1}{\partial P} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x & \Delta y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

為了方便計算，將符號簡化成

$$f = f(W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, Q))$$



$$g = g(\underline{W}_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P}))$$

$$\nabla f = \frac{\partial f(\underline{W}_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{Q}))}{\partial \underline{W}_1} = \left[ \frac{\partial f(\underline{W}_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{Q}))}{\partial x} \quad \frac{\partial f(\underline{W}_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{Q}))}{\partial y} \right] \quad (2.42)$$

為了要求得  $\Delta \underline{P}$  之值可使(2.40)式為極小值，因此將(2.40)式對  $\Delta \underline{P}$  微分並令其等於零，得到

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}}{\partial \Delta \underline{P}} = 0 = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta f} \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \frac{f - \bar{f}}{\Delta f} + \frac{1}{\Delta f} \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \cdot \Delta \underline{P} - \frac{g - \bar{g}}{\Delta g} \right] \quad (2.43)$$

將(2.43)式乘開並移項得到

$$\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right] \cdot \Delta \underline{P} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ (f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g} (g - \bar{g}) \right] \quad (2.44)$$

最後求出  $\Delta \underline{P}$

$$\Delta \underline{P} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ (f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g} (g - \bar{g}) \right] \quad (2.45)$$

其中  $\mathbf{H}$  為海森矩陣

$$\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}_1}{\partial \underline{P}} \right] \quad (2.46)$$

假設第  $k$  次的猜值為  $\underline{P}_k$ ，而使用 IC-GN method 求出與真實解的差值  $\Delta \underline{P}_k$ ，而第  $k+1$  次猜值

$$\begin{aligned} \underline{W}_1(\underline{P}_{k+1}) &= \underline{W}_1(\underline{P}_k) \cdot \underline{W}_1(\Delta \underline{P}_k)^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+\Delta u_{,x} & \Delta u_{,y} & \Delta u \\ \Delta v_{,x} & 1+\Delta v_{,y} & \Delta v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (2.47)$$

圖 2-16 為 IC-GN method 的詳細的疊代流程，相較於圖 2-15 中 FA-NR method 少了 4 個需要一直重複的動作，在不失精度的情形下，可增加計算上的效率，在精度與运算速度的考量下是較為被學者推崇的方法，因此目前 IC-GN method 漸漸成為 DIC 領域主流的次像素影像搜尋演算法。

## 2.3 數位影像相關法種類

搭配不同數量的數位相機架設或是儀器，數位影像相關法(DIC)會有不同的量測分類，一般來說共有三種，分別為只使用單一數位相機的二維數位影像相關法、使用兩台或以上數位相機的立體數位影像相關法與使用電腦斷層攝影(Computed tomography, CT)或是核磁共振成像(Nuclear magnetic resonance imaging, NMRI)可以對物體內部進行三維掃描的三維立體數位影像相關法，本論文主要介紹二維數位影像相關法與立體數位影像相關法。

### 2.3.1 二維數位影像相關法

二維數位影像相關法(Two-dimensional digital image correlation, 2D DIC)使用單一數位相機記錄待測物表面的變形過程，並分析出待測物表面全場位移量，但 2D DIC 只能進行二維的面內變形量測。圖 2-17 為一個理想的針孔成像模型(Pinhole camera model)[35]，觀察面上的點其真實座標為 $(X, Y, Z)$ 投射到影像座標 $(u, v)$ ，主軸(Principal axis)與影像的交點的影像座標為 $(c_x, c_y)$ ，影像與點 $O$ 的距離為焦距 $f$ ，觀察面與點 $O$ 的距離為真實距離 $Z$ ，如圖 2-18 所示，如果從上視圖與側視圖各可以得到兩個相似三角形，可以將真實座標 $(X, Y, Z)$ 與影像座標 $(u, v)$ 寫成下列的關係

$$\frac{u - c_x}{f} = \frac{X}{Z}, \quad \frac{v - c_y}{f} = \frac{Y}{Z} \quad (2.48)$$

再經過整理得到

$$u - c_x = \frac{f}{Z} X, \quad v - c_y = \frac{f}{Z} Y \quad (2.49)$$



此時令  $Z$  為一個常數，對式子移項後微分，得到

$$\frac{Z}{f} du = dX, \frac{Z}{f} dv = dY \quad (2.50)$$

其中  $Z/f$  為空間參數(Gauge factor)，當影像中的點移動了  $du$  的像素，可以對應到真實座標的點移動了  $(Z/f) \cdot du$  的距離，所以空間參數用來表達畫素與真實量值的比例。(2.50)式在推導前因為假設  $Z$  為常數，所以 2D DIC 在進行量測時，觀察面一定要與影像平行且距離固定，才能利用像素的變化量乘上空間參數反算出真實位移，否則若  $Z$  不是常數時，空間參數會隨著  $Z$  的不同而改變。另外，空間參數也可以用於估計 2D DIC 在真實座標下的量測誤差

$$e_{real} = \frac{Z}{f} e_{pixel} \quad (2.51)$$

其中  $e_{real}$  為真實的誤差， $e_{pixel}$  為像素的誤差。

### 2.3.2 立體數位影像相關法

立體數位影像相關法(Stereo digital image correlation, stereo DIC) 使用兩個或兩個以上的數位相機記錄待測物表面的變形過程，並分析出待測物表面三維全場位移量，而 stereo DIC 可以進行三維的面內與面外的變形量測，改進 2D DIC 只能進行二維的面內變形量測的缺點。將圖 2-17 中針孔成像模型寫成一般化的式子[35]

$$s\tilde{m} = \mathbf{K}\tilde{M} \quad (2.52)$$

其中

$$\tilde{m} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tilde{M} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$\tilde{m} = [u \ v \ 1]^T$  為影像座標， $\tilde{M} = [X \ Y \ Z]^T$  為真實座標， $\mathbf{K}$  是相機內部參數矩陣， $s$  為尺度因子， $f_x$  與  $f_y$  是相機水平與垂直的焦距，以像素為單位， $(c_x, c_y)$  為主軸與影像交點的影像座標。由於真實座標  $\tilde{M}$  是與投射原點  $O$  有關，因此加入



另一個原點為  $O_W$  的世界座標系，可將真實座標  $M$  改寫成

$$\underline{M} = \mathbf{R}\underline{W} + \underline{T} \quad (2.53)$$

其中

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \quad \underline{W} = \begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{bmatrix}, \quad \underline{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

$\underline{W} = [X_W \ Y_W \ Z_W]^T$  為世界座標， $\mathbf{R}$  為剛體旋轉矩陣， $\underline{T}$  為剛體平移矩陣，如圖 2-19 所示。將(2.52)式與(2.53)式合併得到

$$sm = \mathbf{K}(\mathbf{R}\underline{W} + \underline{T}) \quad (2.54)$$

(2.54)式為單一數位相機針孔成像模型的一般通式，假設已知(2.54)式中的相機內部參數矩陣  $\mathbf{K}$ 、剛體旋轉矩陣  $\mathbf{R}$  與剛體平移矩陣  $\underline{T}$ ，從(2.54)式中可以觀察出該式有三個未知數  $\underline{W} = [X_W \ Y_W \ Z_W]^T$ ，但只有兩條方程式，在數學上是有無限多組解，如圖 2-20 所示， $p$  點為影像中的一點，但是在空間上  $Q$  點與  $R$  點都一樣會投射到影像中  $p$  點的位置，因此增加另一台數位相機，如圖 2-21 所示，共有左影像與右影像兩種影像，雖然空間上  $Q$  點與  $R$  點都一樣會投射到左影像中  $p$  點的位置，但是右影像中  $q$  與  $r$  可以決定  $Q$  點與  $R$  點在空間上的確切位置，在數學上是藉由增加方程式來限制解的數量。因此將左影像與右影像都寫成針孔成像模型的一般通式

$$sm_L = \mathbf{K}_L(\mathbf{R}_L\underline{W} + \underline{T}_L) \quad (2.55)$$

$$sm_R = \mathbf{K}_R(\mathbf{R}_R\underline{W} + \underline{T}_R) \quad (2.56)$$

下標  $L$  代表左影像的參數，下標  $R$  代表右影像的參數，其中

$$\underline{m}_L = \begin{bmatrix} u_L \\ v_L \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} f_{xL} & 0 & c_{xL} \\ 0 & f_{yL} & c_{yL} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_L = \begin{bmatrix} R_{11L} & R_{12L} & R_{13L} \\ R_{21L} & R_{22L} & R_{23L} \\ R_{31L} & R_{32L} & R_{33L} \end{bmatrix}, \quad \underline{T}_L = \begin{bmatrix} T_{1L} \\ T_{2L} \\ T_{3L} \end{bmatrix}$$

$$m_R = \begin{bmatrix} u_R \\ v_R \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} f_{xR} & 0 & c_{xR} \\ 0 & f_{yR} & c_{yR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} R_{11R} & R_{12R} & R_{13R} \\ R_{21R} & R_{22R} & R_{23R} \\ R_{31R} & R_{32R} & R_{33R} \end{bmatrix}, \underline{T}_R = \begin{bmatrix} T_{1R} \\ T_{2R} \\ T_{3R} \end{bmatrix}$$

圖 2-22 中  $\mathbf{R}_{L-R}$  為左影像轉到右影像的座標旋轉矩陣， $\underline{T}_{L-R}$  為左影像轉到右影像的座標平移矩陣，(2.56)式可以改寫成

$$sm_R = \mathbf{K}_R \left[ \mathbf{R}_{L-R} (\mathbf{R}_L \underline{W} + \underline{T}_L) + \underline{T}_{L-R} \right] \quad (2.57)$$

並令  $\mathbf{R}_L = \mathbf{I}$ ， $\underline{T}_L = \underline{0}$ ，(2.55)式與(2.57)式可以寫成

$$sm_L = \mathbf{K}_L \underline{W} \quad (2.58)$$

$$sm_R = \mathbf{K}_R (\mathbf{R}_{L-R} \underline{W} + \underline{T}_{L-R}) \quad (2.59)$$

為了推導方便，令

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{L-R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \underline{T} = \underline{T}_{L-R} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}$$

將式子(2.58)與式子(2.59)展開後可以寫成四條線性方程式

$$f_{xL}X + (c_{xL} - u_L)Z = 0 \quad (2.60)$$

$$f_{yL}Y + (c_{yL} - v_L)Z = 0 \quad (2.61)$$

$$\begin{aligned} & \left[ (u_R - c_{xR})R_{31} - f_{xR}R_{11} \right] X + \left[ (u_R - c_{xR})R_{32} - f_{xR}R_{12} \right] Y \\ & + \left[ (u_R - c_{xR})R_{33} - f_{xR}R_{13} \right] Z = f_{xR}T_1 - (u_R - c_{xR})T_3 \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} & \left[ (v_R - c_{yR})R_{31} - f_{yR}R_{21} \right] X + \left[ (v_R - c_{yR})R_{32} - f_{yR}R_{22} \right] Y \\ & + \left[ (v_R - c_{yR})R_{33} - f_{yR}R_{23} \right] Z = f_{yR}T_2 - (v_R - c_{yR})T_3 \end{aligned} \quad (2.63)$$

在相機校正部分，本研究是使用 MATLAB 的相機校正工具箱函數來進行相機校正，其方法是由 Zhang[36]提出，考慮鏡頭的放射狀扭曲而且只需要相機去拍攝以不同旋轉角度下的校正板來得到相機的內部參數  $\mathbf{K}_L$  與  $\mathbf{K}_R$ ，以及兩台不



同相機之間的座標旋轉  $\mathbf{R}_{L-R}$  與平移  $T_{L-R}$  的外部參數矩陣。當透過校正得到左右相機參數，且左右影像中的點座標確定後，代入(2.60)式到(2.63)式中即可求解出真實三維空間的座標  $X$ 、 $Y$  與  $Z$ 。



## 2.4 實驗儀器介紹

在後續以 DIC 為量測方法的實驗中，包含許多實驗中使用的相關實驗設備以及量測儀器，可與 DIC 量測結果做定量的相互比對，在本節中將這些使用到的儀器列出並作簡單的說明。

### 2.4.1 光纖位移計

本論文實驗所使用之光纖位移計(Fotonic sensor, FS)為美國 MTI Instruments Inc.所生產，型號為 MTI-2100，其外觀如圖 2-23 所示，為非接觸式單點位移量測儀器。FS 主要特色為高分辨率、高頻率響應、校正迅速和非接觸式光學量測，其分辨率高達 2.5nm，頻率響應達 500KHz，探頭不受電磁波干擾，適用於各種待測物表面(如：金屬、玻璃、陶瓷、液體)，其詳細規格如附錄 A。FS 可分為光纖探針與 MIT-2100 解調電路，光纖位移計探頭含有兩種光纖纖維，分別為傳送光纖以及接收光纖，分布情況如圖 2-24 所示，可分為隨機 (Random)、半球 (Hemispherical)、同心 (Concentric) 三種。

FS 的量測原理是利用將光源經過傳送光纖投射到待測物上，反射回來的光線再經由接收光纖取得回授訊號，由光感測器量測回授光源的強度，圖 2-25 為作用原理示意圖，當光纖探針與待測物距離改變時，接收光纖所接收到的光強度也會隨著改變，其比例關係通過光電感測器可轉換成電訊號，再經由解調電路取得待測物與探頭之間的實際距離量，而接收光源強度及待測物與探頭之間距離的關係如圖 2-26 所示，量測範圍可分為兩個區段，分別是探針距離待測物較近的區段 1 (Range1) 以及離待測物較遠的區段 2 (Range2)，可因應量測位移量的範圍不同而作不同量測區段的選擇，兩個線性段的斜率分別為  $0.01754 \mu\text{m}/\text{mV}$  及  $0.21533 \mu\text{m}/\text{mV}$ ，可量測位移量的範圍分別為  $98 \mu\text{m}$  及  $1102 \mu\text{m}$ ，且圖 2-26 也可

清楚看出區段 1 的解析度高，但量測範圍小，適合用來進行小位移的量測，而區段 2 的解析度低，但量測範圍較大，適合用來進行大位移的量測。



## 2.4.2 高速攝影機

本論文進行實驗中所使用的高速攝影機為美國 Vision Research Inc. 所生產，型號為 Phantom v7.3，外觀如圖 2-27 所示，用於進行高速動態實驗的拍攝。Phantom v7.3 全幅影像的寬高比為 4:3，感光原件(CMOS sensor)解析度為  $800 \times 600$  pixels，圖像深度為 14-bit，在  $800 \times 600$  pixels 全解析度的情況下每秒可以拍攝 6,688 張影像，也可藉由降低解析度來提高每秒拍攝的張數，當解析度為  $32 \times 32$  pixels 的情況下每秒拍攝的張數可達到 190,476 張，其詳細規格如附錄 B。

## 2.4.3 聚偏二氟乙烯薄膜感測器

聚偏二氟乙烯(PVDF)是一種高分子聚合物，當 PVDF 受到拉力作用而變形時，其上下電極會產生電荷(正壓電效應)，反之當施加電場於 PVDF，其上下電極也會使 PVDF 產生變形(逆壓電效應)，PVDF 具有良好的動態特性與暫態量測能力，而本文使用 PVDF 來量測外力撞擊的訊號，以獲得動力加載的時間歷程。現今 PVDF 的製程技術已相當成熟完善，其成品可直接向廠商購買取得，本文使用 Measurement Specialties 所生產的 PVDF(Part Number：1-1004346-0)規格如附錄 C。其產品封裝後如圖 2-28 所示，銀色部分為鍍上電極的 PVDF，被封裝於適合的絕緣材料中，可方便直接使用。而未封裝的產品如圖 2-29 所示，其大小可隨研究需求自行剪裁，而剪裁後正負兩電極需使用銀漆接上銅質漆包線，且黏貼過程中要注意兩電極是否短路，最後完成的 PVDF 感測器再利用應變膠黏貼於待測物上，黏貼後即可開始量測，如圖 2-30 所示。

PVDF 壓電薄膜感測器為高阻抗、自發電式的感測元件，其經由電荷放大器 (Charge amplifier) 將感測器的電荷輸出轉換成電壓值，本論文實驗中用來放大 PVDF 訊號所使用的電荷放大器為瑞士 KISTLER 公司生產，型號為 Type5064B11 並搭配適調平台 (Signal conditioning platform, SCP) Type2852A11，圖 2-31 為模組

整體外觀。電荷放大器有二個模組，單一模組中就有 2 個輸入端與 2 個輸出端，故整體模組共有 4 個輸入端與 4 個輸出端，輸入電荷範圍為  $100\sim 100,000\text{ pC}$ ，量測頻率範圍為  $0\sim 200\text{ kHz}$ ，最大輸出電壓為  $10\text{ V}$ ，最大輸出電流為  $2\text{ mA}$ ，其詳細規格如附錄 D。

#### 2.4.4 數位工業相機

本論文實驗中所使用的數位工業相機為加拿大 Point Grey Research Inc.所生產，型號為 GS3-U3-23S6M-C，外觀如圖 2-32 所示，用於進行較為低速動態實驗的拍攝。GS3-U3-23S6M-C 全幅影像的寬高比為 8:5，感光原件(CMOS sensor)解析度為  $1920\times 1200\text{ pixels}$ ，CMOS sensor 的尺寸為 1 吋，圖像深度為 12-bit，傳輸介面為 USB 3.0，在  $1920\times 1200\text{ pixels}$  全解析度的情況下每秒最多可以拍攝 163 張影像，其詳細規格如附錄 E。

#### 2.4.5 激振器

本論文實驗中所使用的激振器(Shaker)為 Data Physics 公司所生產，型號為 GW-V4/PA30E，外觀如圖 2-33 所示，為單點式的激振器，並附設有專屬的控制器，亦為該激振器的保護裝置，使用函數產生器(Function generator)輸出訊號經由 BNC 線接至控制器，決定激振器振動頻率，而振動幅度的大小可由調整控制器上的旋鈕決定，其中振動器的最大的輸出力量為  $26.7\text{ N}$ ，工作頻率最大可至  $14000\text{ Hz}$ ，實驗的頻率量測範圍須符合儀器的限制，詳細資料如附錄 F。

表 2-1 交叉相關係數公式整理

Criterion	Definition
Cross-correlation (CC)	$C_{CC} = \sum_{i=1}^N t_i \cdot s_i$
Normalized cross-correlation (NCC)	$C_{NCC} = \sum_{i=1}^N \frac{t_i \cdot s_i}{t \cdot s}$
Zero-normalized cross-correlation (ZNCC)	$C_{ZNCC} = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(t_i - t_m) \cdot (s_i - s_m)}{\Delta t \cdot \Delta s} \right]$

表 2-2 總平方差相關係數公式整理

Criterion	Definition
Sum of squared differences (SSD)	$C_{SSD} = \sum_{i=1}^N (t_i - s_i)^2$
Normalized sum of squared differences (NSSD)	$C_{NSSD} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{t_i}{t} - \frac{s_i}{s} \right)^2$
Zero-normalized sum of squared differences (ZNSSD)	$C_{ZNSSD} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{t_i - t_m}{\Delta t} - \frac{s_i - s_m}{\Delta s} \right)^2$

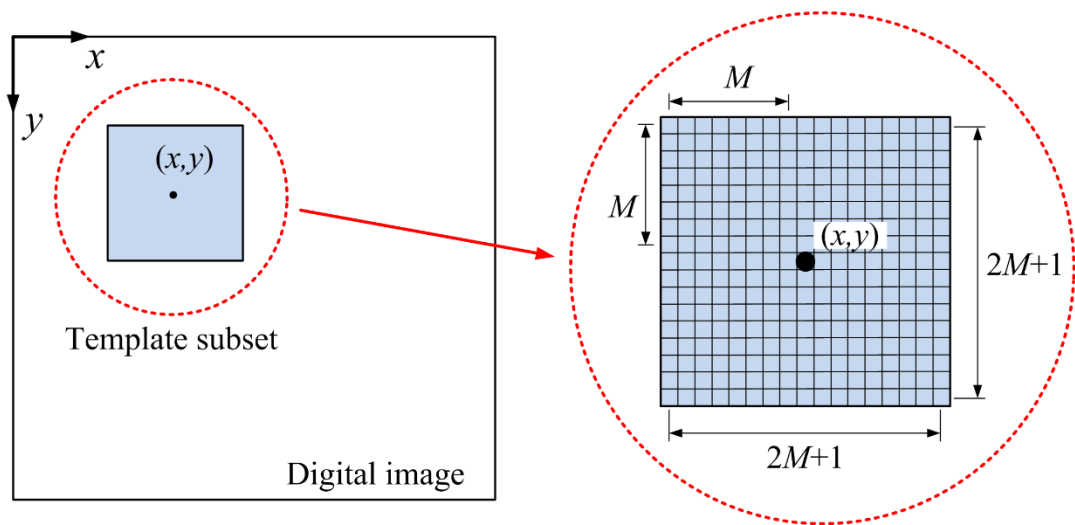


圖 2-1 樣本子集合與半窗格示意圖

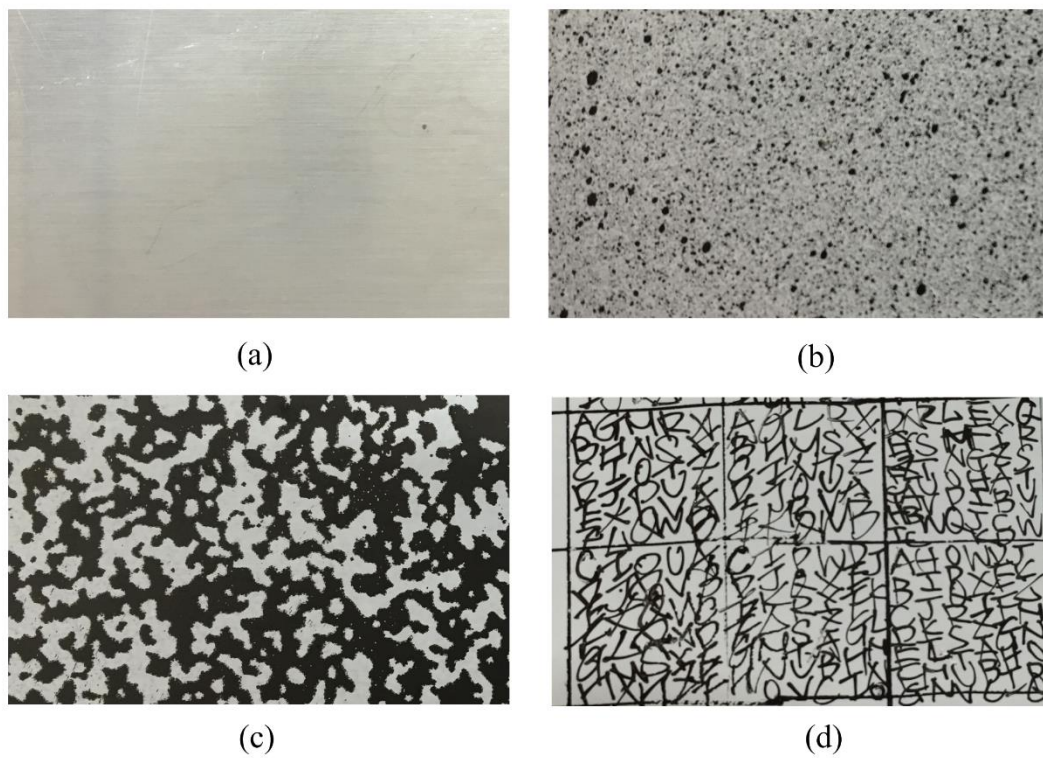


圖 2-2 特徵圖形：(a)無特徵(b)噴漆特徵(c)網板印刷特徵(d)書寫特徵

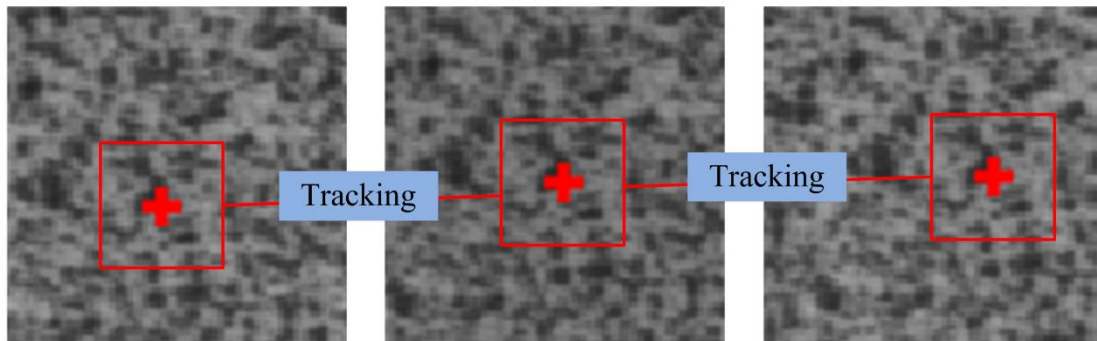


圖 2-3 數位影像相關法之追蹤過程

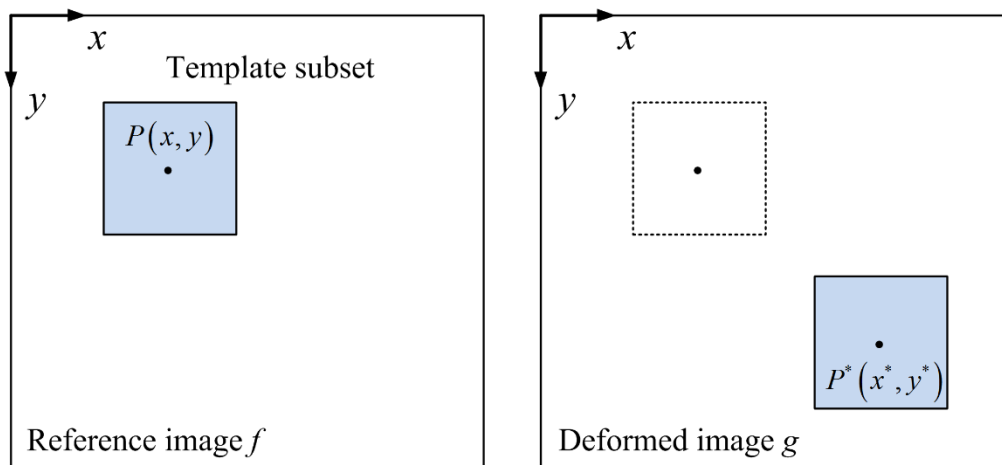


圖 2-4 數位影像相關法進行影像搜尋示意圖

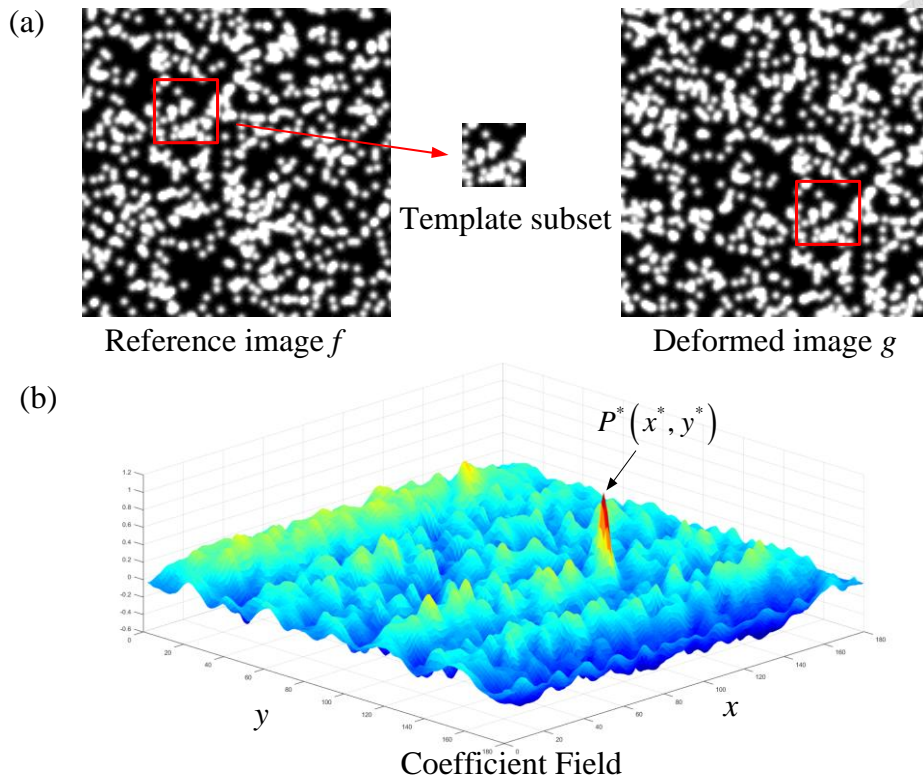


圖 2-5 全場相關性運算示意圖：(a)取出樣本子影像對變形圖片進行全場相關係數運算(b)得到相關係數場與相關係數極值的位置

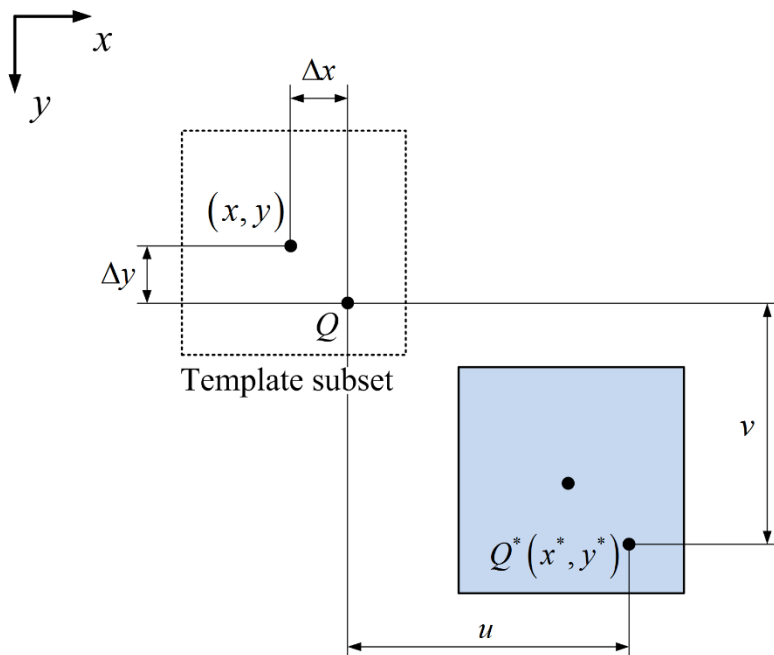


圖 2-6 元素剛體平移示意圖

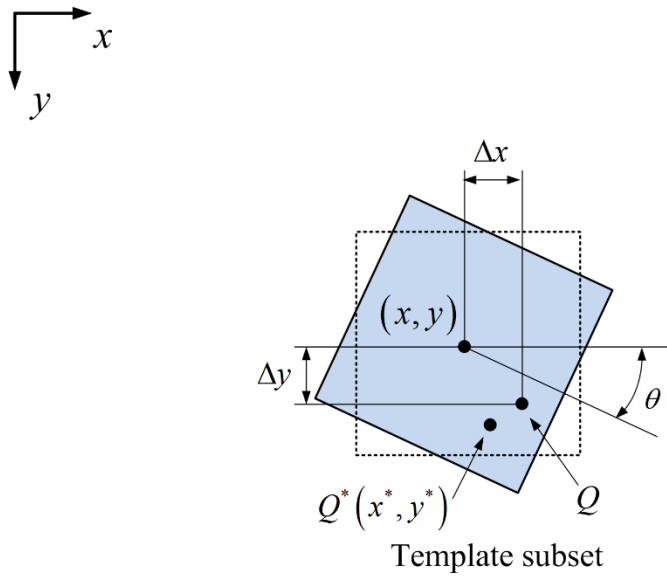


圖 2-7 元素剛體旋轉示意圖

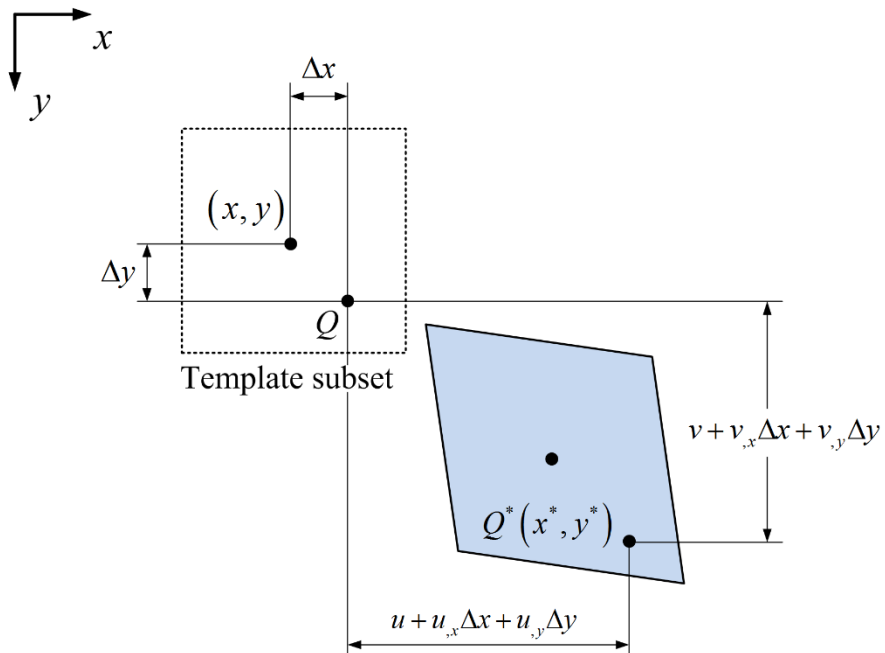


圖 2-8 元素一階變形示意圖



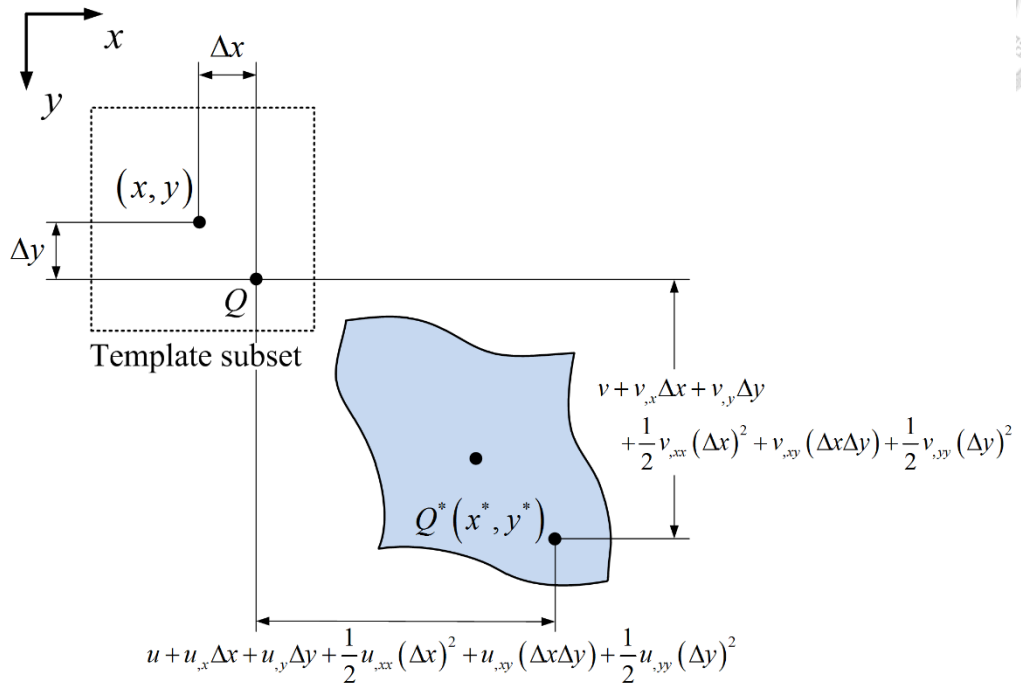


圖 2-9 元素二階變形示意圖

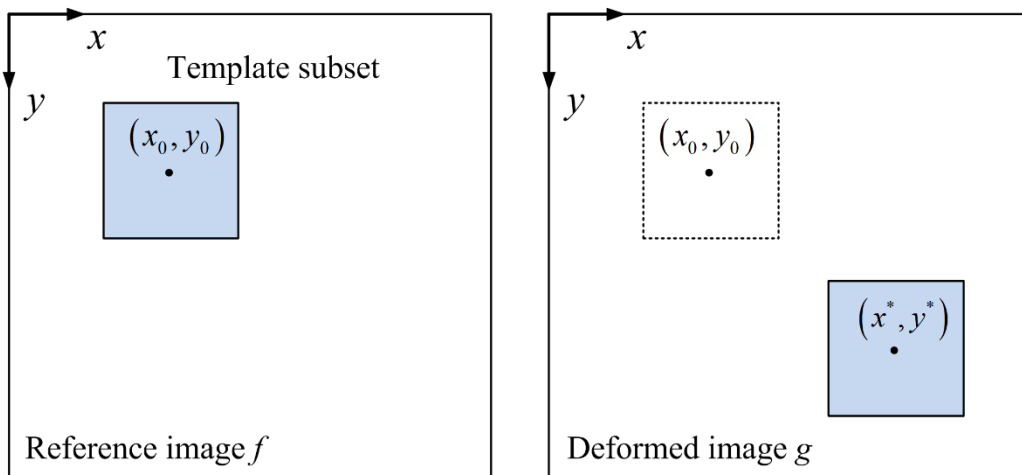


圖 2-10 相關係數極值搜尋法示意圖

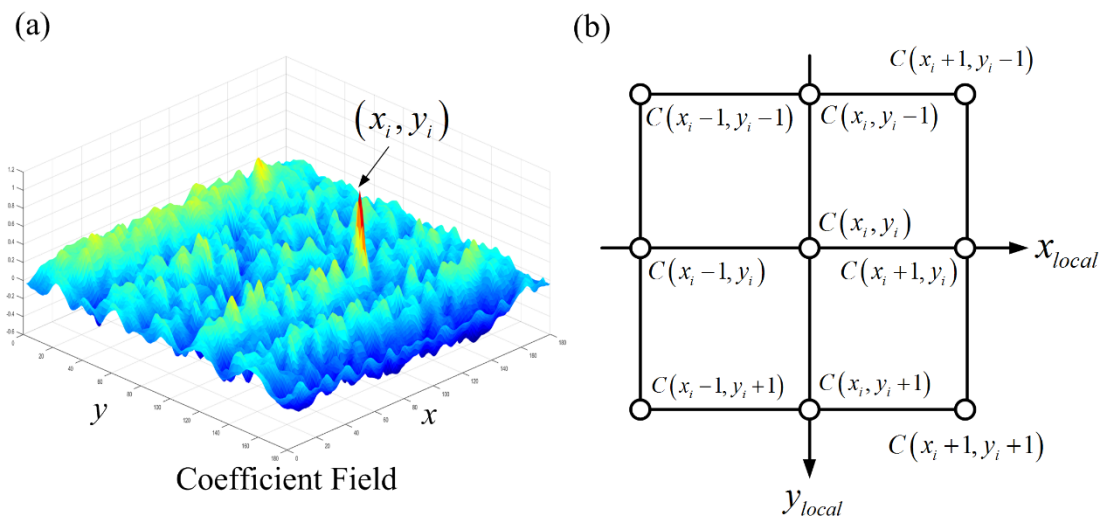


圖 2-11 相關係數極值搜尋法過程：(a)先求得整數末位置像素解(b)再求得小數點末位置像素解

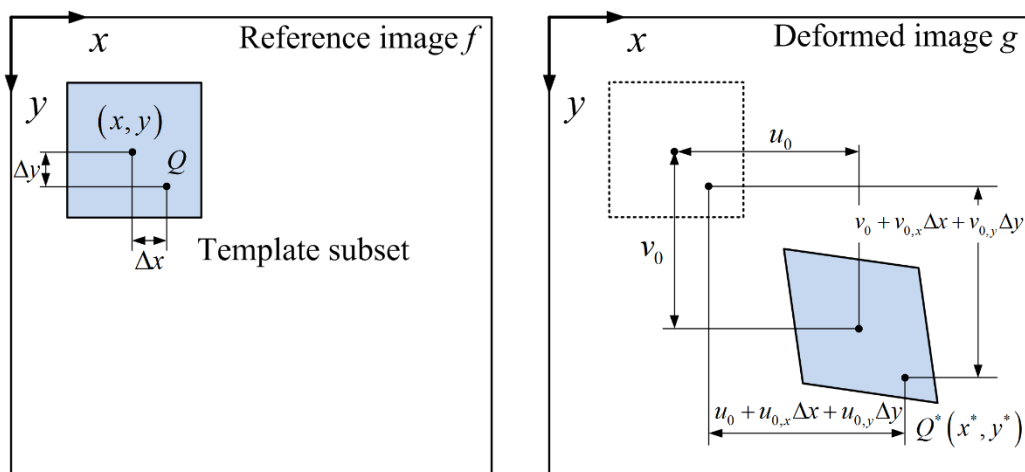


圖 2-12 牛頓拉福森影像搜尋法示意圖

## Newton-Raphson method

Iterate

(1) Warp  $g$  with  $(x^*, y^*)$  to compute  $g(x^*, y^*)$

(2) Compute  $\nabla C_{ZNSSD}(\tilde{P})$  where

$$\frac{\partial C_{ZNSSD}(\tilde{P})}{\partial P_n} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g} \left[ \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(x^*, y^*) - \bar{g}}{\Delta g} \right] \cdot \left[ -\frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right]$$

(3) Compute the Hessian matrix  $\mathbf{H}$

$$\text{where } H_{mn} = \frac{\partial^2 C_{ZNSSD}(\tilde{P})}{\partial P_m \partial P_n} \cong \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \frac{2}{\Delta g^2} \left[ \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_m} \right] \cdot \left[ \frac{\partial g(x^*, y^*)}{\partial P_n} \right]$$

(4) Compute  $\Delta \tilde{P} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \nabla C_{ZNSSD}(\tilde{P})$

(5) Compute  $\tilde{P} \leftarrow \tilde{P} + \Delta \tilde{P}$

Until  $\|\Delta \tilde{P}\| \leq 10^{-4}$

圖 2-13 牛頓拉福森影像搜尋法流程

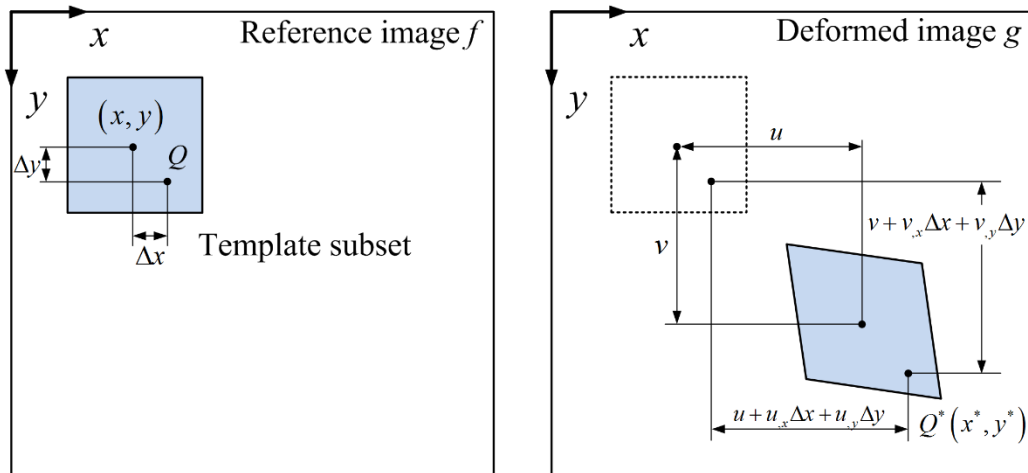


圖 2-14 正向疊加(反向合成)高斯牛頓影像搜尋法示意圖

## Forward additive Newton-Raphson method

Iterate

(1) Warp  $g$  with  $W_{z_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$  to compute  $g(W_{z_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, P))$

(2) Compute  $\frac{\Delta g}{\Delta f}(f - \bar{f}) - (g - \bar{g})$

(3) Compute  $\nabla g$  at  $W_{z_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$

(4) Compute the Jacobian matrix  $\frac{\partial W_{z_1}}{\partial P}$  at  $W_{z_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, P)$

(5) Compute the steepest descent image  $\nabla g \frac{\partial W_{z_1}}{\partial P}$

(6) Compute the Hessian matrix  $\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_{z_1}}{\partial P} \right]^T \left[ \nabla g \frac{\partial W_{z_1}}{\partial P} \right]$

(7) Compute  $\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_{z_1}}{\partial P} \right]^T \left[ \frac{\Delta g}{\Delta f}(f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right]$

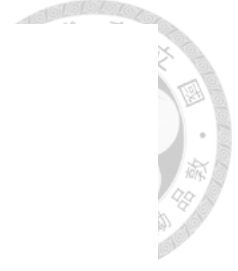
(8) Compute  $\Delta P = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla g \frac{\partial W_{z_1}}{\partial P} \right]^T \left[ \frac{\Delta g}{\Delta f}(f - \bar{f}) - (g - \bar{g}) \right]$

(9) Compute  $P \leftarrow P + \Delta P$

Until  $\|\Delta P\| \leq 10^{-4}$

圖 2-15 正向疊加高斯牛頓影像搜尋法流程

## Inverse compositional Gauss-Newton method



Pre-compute

(3) Compute  $\nabla f$  at  $W_{\tilde{z}_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, 0)$

(4) Compute the Jacobian matrix  $\frac{\partial W_{\tilde{z}_1}}{\partial \underline{P}}$  at  $W_{\tilde{z}_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, 0)$

(5) Compute the steepest descent image  $\nabla f \frac{\partial W_{\tilde{z}_1}}{\partial \underline{P}}$

(6) Compute the Hessian matrix  $\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial W_{\tilde{z}_1}}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \nabla f \frac{\partial W_{\tilde{z}_1}}{\partial \underline{P}} \right]$

Iterate

(1) Warp  $g$  with  $W_{\tilde{z}_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P})$  to compute  $g(W_{\tilde{z}_1}(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P}))$

(2) Compute  $(f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g}(g - \bar{g})$

(7) Compute  $\sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial W_{\tilde{z}_1}}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ (f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g}(g - \bar{g}) \right]$

(8) Compute  $\Delta \underline{P} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial W_{\tilde{z}_1}}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ (f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g}(g - \bar{g}) \right]$

(9) Compute  $W_{\tilde{z}_1}(\underline{P}) \leftarrow W_{\tilde{z}_1}(\underline{P}) \cdot W_{\tilde{z}_1}(\Delta \underline{P})^{-1}$

Until  $\|\Delta \underline{P}\| \leq 10^{-4}$

圖 2-16 反向合成高斯牛頓影像搜尋法流程

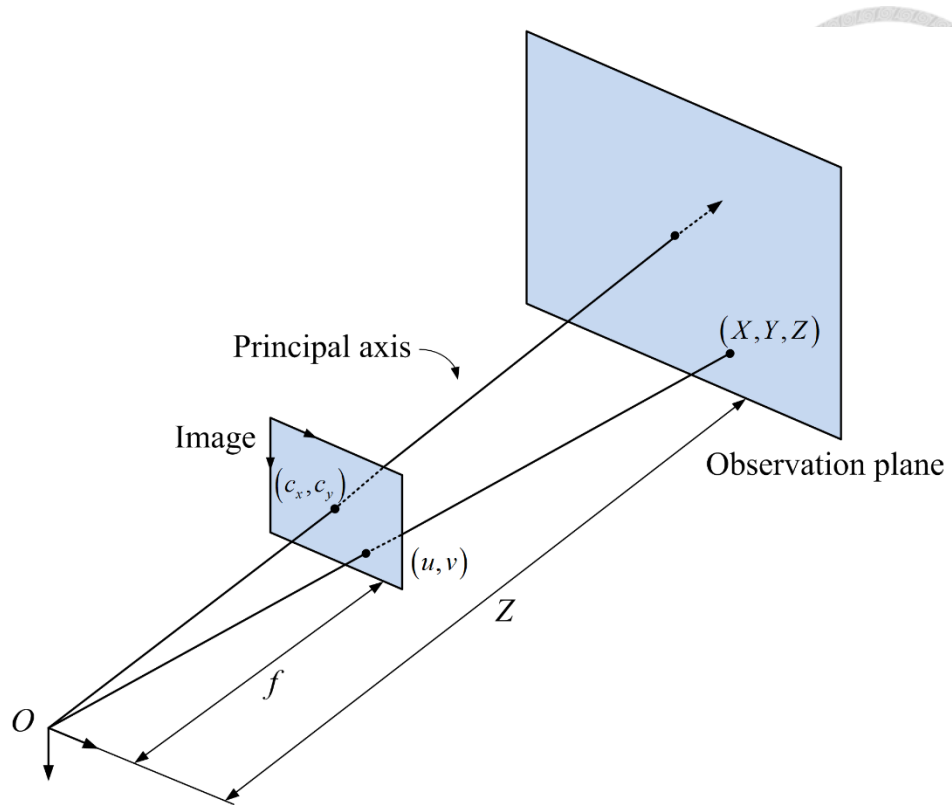


圖 2-17 理想的針孔成像模型示意圖

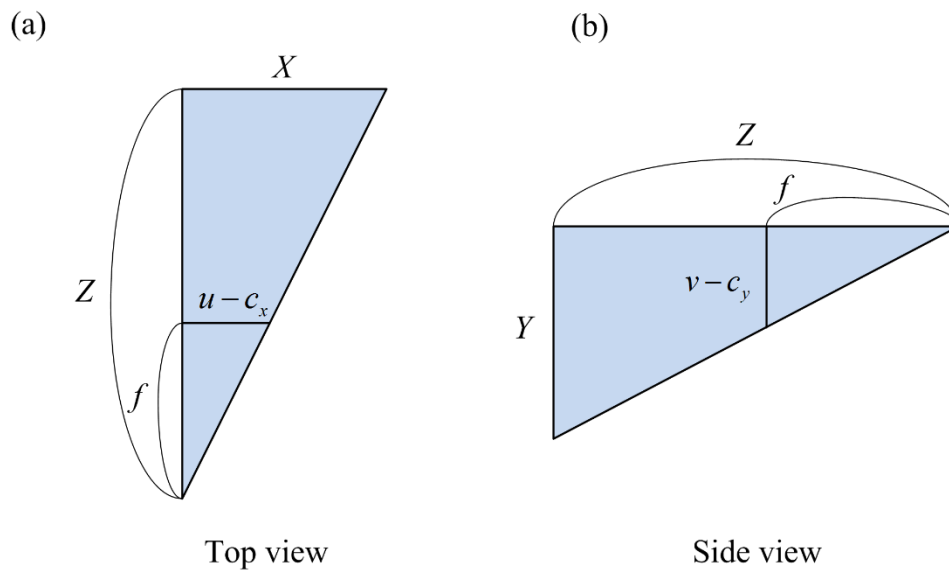


圖 2-18 理想的針孔成像模型：(a)上視圖(b)側視圖

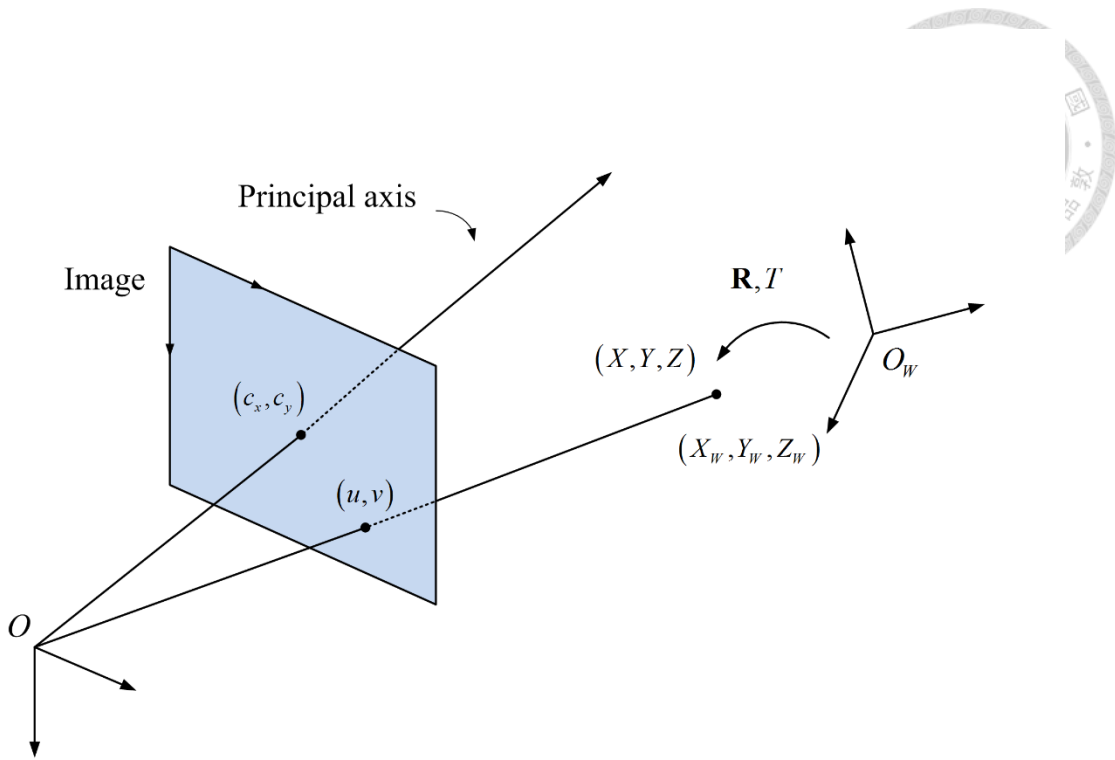


圖 2-19 座標轉換示意圖

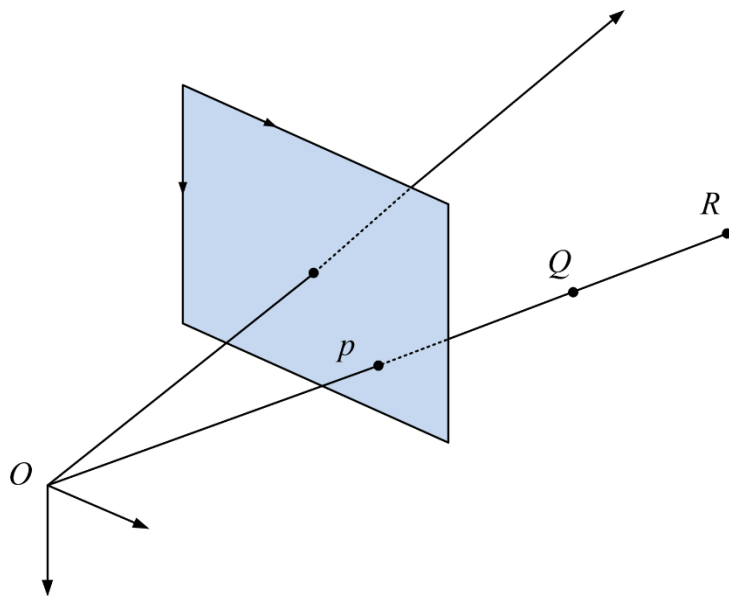


圖 2-20 單一相機投影示意圖

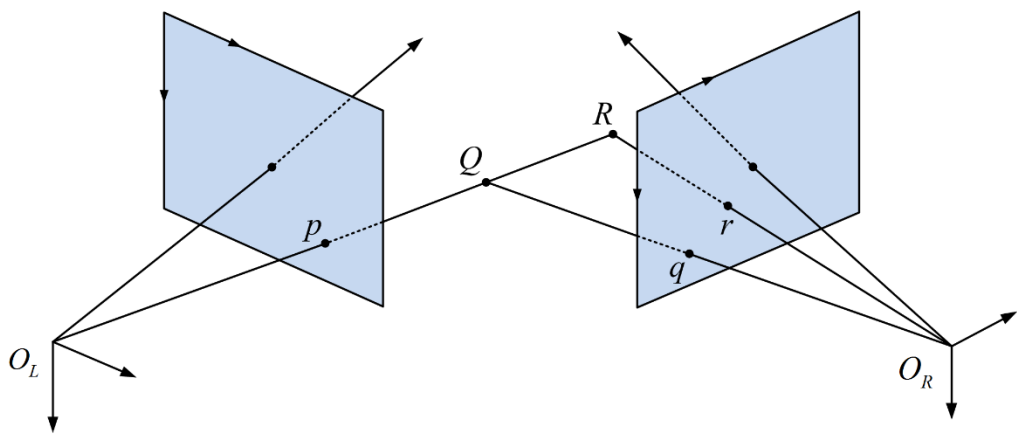


圖 2-21 雙相機投影示意圖

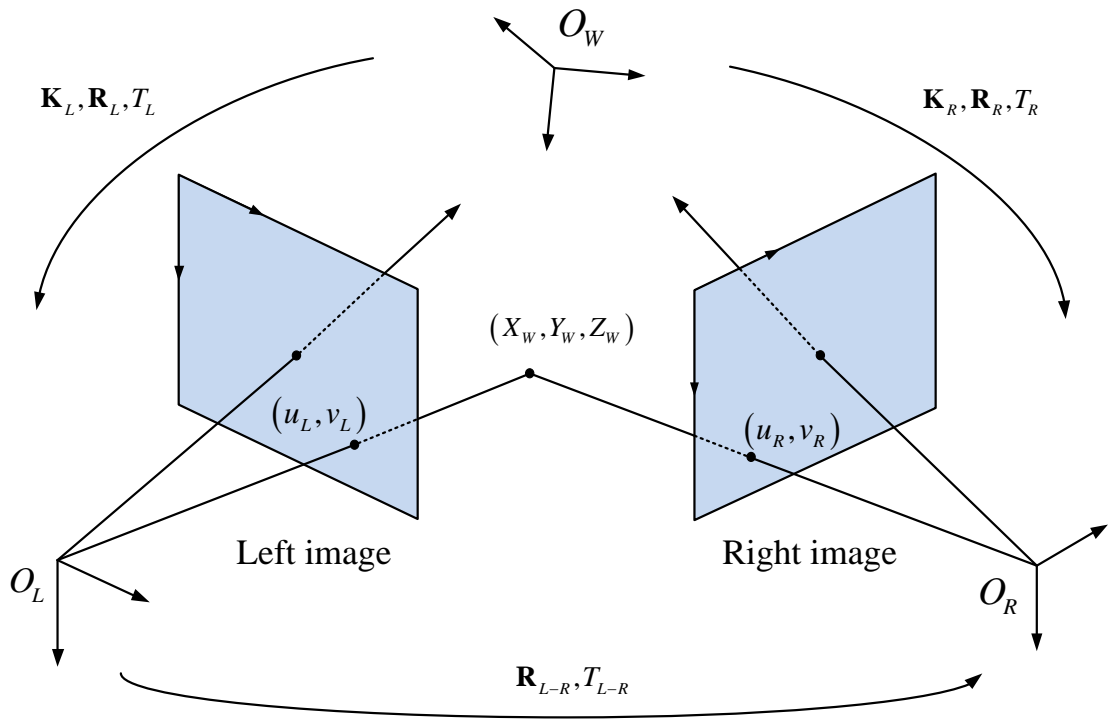


圖 2-22 雙相機模型在各個座標下的參數示意圖





圖 2-23 光纖位移計(Fotonic sensor, FS)

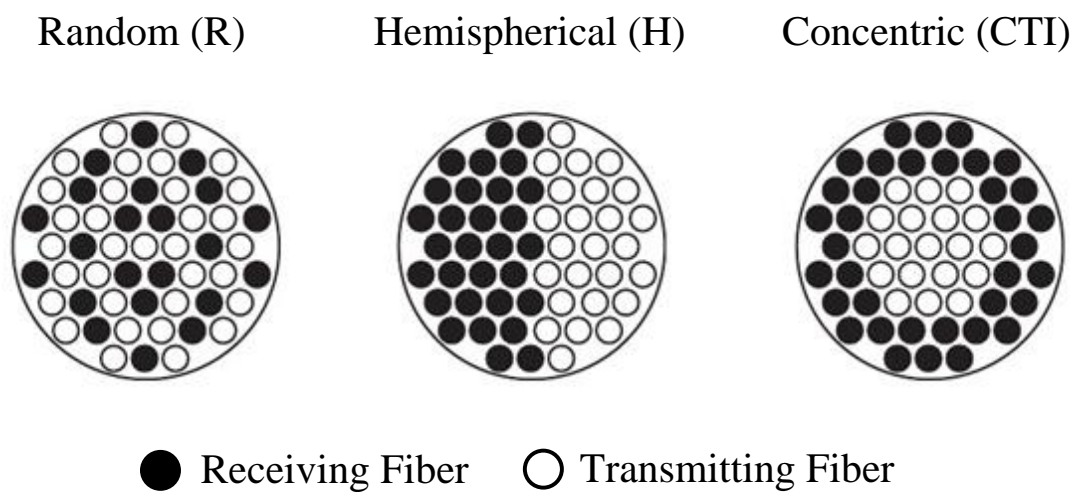


圖 2-24 光纖位移計探頭內部光纖排列種類

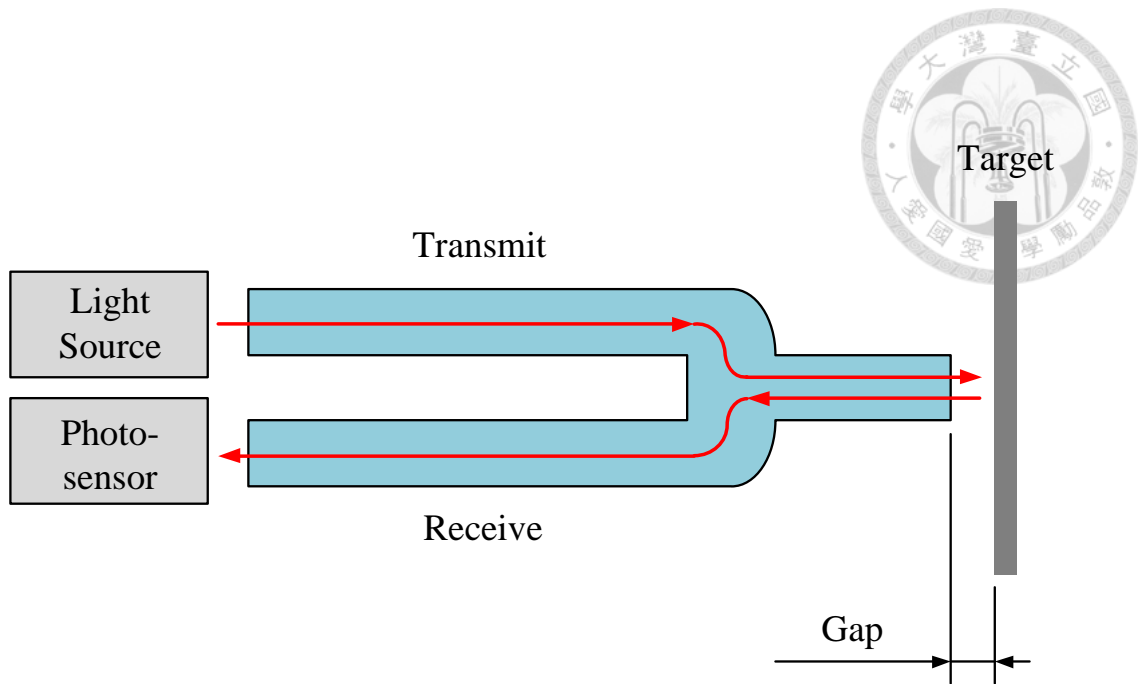


圖 2-25 光纖位移計量測原理概念圖

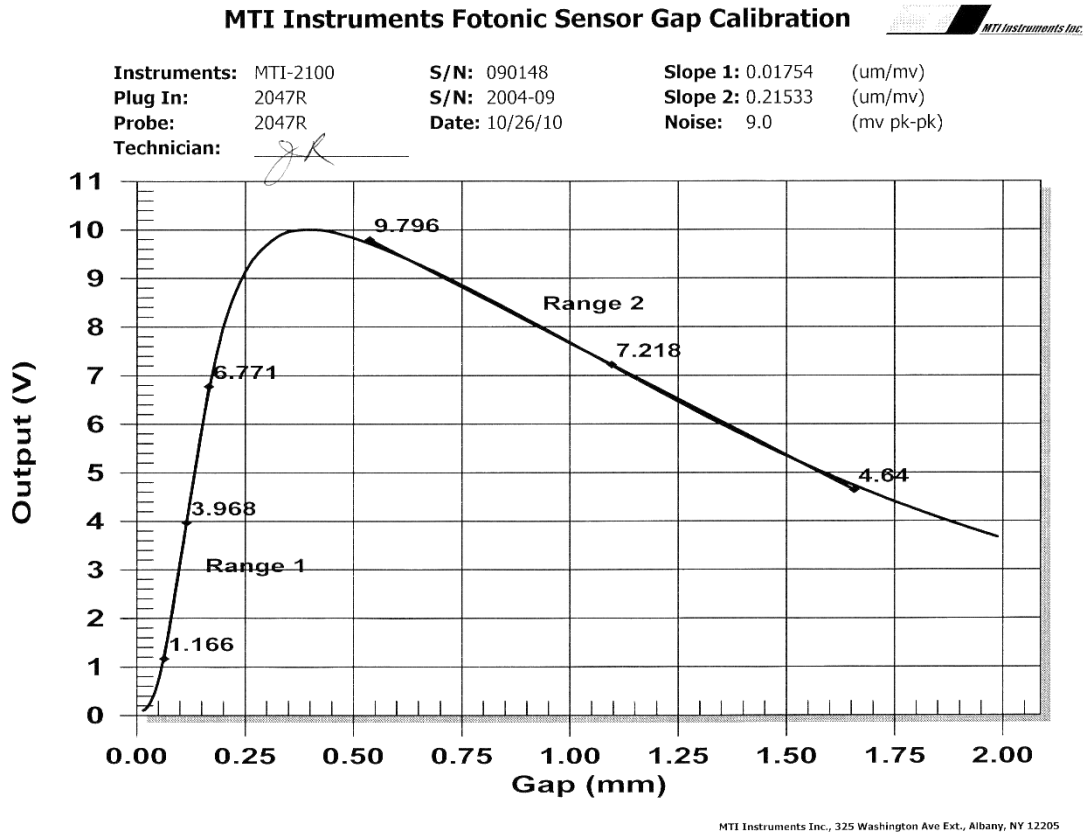


圖 2-26 光纖位移計電壓與距離校正曲線



圖 2-27 Phantom v7.3 高速攝影機



圖 2-28 封裝 PVDF 成品



圖 2-29 未封裝 PVDF 成品

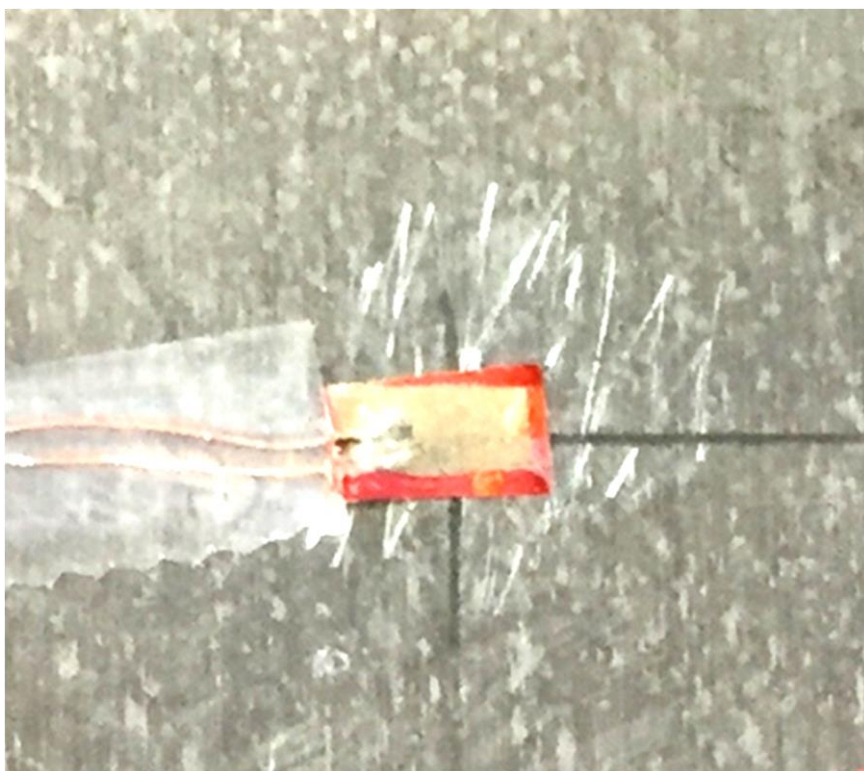


圖 2-30 將 PVDF 黏貼於待測物上



圖 2-31 電荷放大器



圖 2-32 GS3-U3-23S6M-C 數位工業相機



圖 2-33 GW-V4/PA30E 激振器

## 第三章 投影形狀函數反向合成高斯牛頓法

本章首先說明反向合成高斯牛頓法(IC-GN method)的一般通式，再分別推導 IC-GN method 搭配一階、二階與投影變形函數的疊代方式，並進行不同形狀函數的 IC-GN method 在二維搜尋與立體搜尋的不同情況下之精度比較，接著介紹本實驗室自行開發 2D DIC 程式系統，藉由案例分析證明本實驗室自行開發的 2D DIC 程式系統之次像素影像搜尋能力，最後簡單介紹本實驗室自行開發的 Stereo DIC 程式系統。

### 3.1 反向合成高斯牛頓法

次像素影像搜尋法是數位影像相關法(DIC)的關鍵核心技術之一，雖然 DIC 已發展超過 20 年，至今每年尚有大量學術期刊文章探討次像素影像搜尋演算法，目前反向合成高斯牛頓法(IC-GN method)已成為 DIC 領域中主流的次像素搜尋演算法。IC-GN method 是從 FA-NR method 改良而來，保有 FA-NR method 次像素影像搜尋精度，利用反向合成(IC)的方式減少正向疊加(FA)需要疊代的步驟，大幅降低影像搜尋的運算時間，因此 IC-GN method 是被許多學者推崇的次像素搜尋演算法。

在 DIC 領域中，二維數位影像相關法(2D DIC)的影像追蹤稱為二維追蹤(2D matching)，而立體數位影像相關法(Stereo DIC)的影像追蹤稱為立體追蹤(Stereo matching)，如圖 3-1 所示。目前已有相當大量的文獻探討不同的形狀函數對二維追蹤精度的影響，有關立體追蹤的部分則較少有文獻深入探討。在次像素影像搜尋法中，依據不同的 DIC 量測種類或是待測物變形情況，形狀函數的假設會影響 DIC 的量測精度，例如在 2D DIC 的量測上，當待測物的變形量較小時，若採用一階形狀函數的假設，則二維追蹤的精度較佳，而當待測物的變形量較大或是有極為複雜的變形場時，則適合採用二階形狀函數的假設[37][38]；在 stereo DIC 的量測上，二階的形狀函數的立體追蹤精度優於一階的形狀函數[21]。

目前在形狀函數上的探討大多為一階與二階的形狀函數，因此本章主要研究投影(Projective)形狀函數，雖然 Harvent[39]等人早已使用投影形狀函數並運用在 DIC 領域上，但 Harvent 所使用的影像搜尋演算法是牛頓拉福森法(NR method)，其計算效率較差，本章將目前計算效率較高的 IC-GN method 與投影形狀函數結合，簡稱為 IC-GN<sup>P</sup>，並測試在二維搜尋與立體搜尋各種不同的條件與情況下的量測精度，並與 IC-GN method 結合現有的一階變形函數(IC-GN<sup>1</sup>)以及二階變形函數(IC-GN<sup>2</sup>)做定量上的量測結果比較。

本章 IC-GN method 所使用的相關係數公式為零正規化總平方差(ZNSSD)，參考表 2-2 與式子(2.1)，可得

$$C_{ZNSSD} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \frac{f(\underline{W}(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{0})) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(\underline{W}(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{P})) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (3.1)$$

其中  $f$  為變形前影像， $g$  為變形後影像， $(x, y)$  為變形前影像  $f$  中欲分析點的座標位置， $(\Delta x, \Delta y)$  為當地座標(Local coordinate)， $M$  為半窗格大小， $\underline{P}$  為變形參數，而  $\underline{W}$  為變形函數。對(3.1)式中  $f$  增加變形參數微小的變化量  $\Delta \underline{P}$ ，接著對(3.1)做一階泰勒級數展開，並化簡符號

$$f = f(\underline{W}(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{0})), \quad g = g(\underline{W}(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{P})), \quad \nabla f = \frac{\partial f(\underline{W}(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{0}))}{\partial \underline{W}}$$

接著為了求極小值，再做一次微分並令其等於零，移項後得到

$$\Delta \underline{P} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ (f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g} (g - \bar{g}) \right] \quad (3.2)$$

其中  $\mathbf{H}$  為海森矩陣

$$\mathbf{H} = \sum_{\Delta x=-M}^M \sum_{\Delta y=-M}^M \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}}{\partial \underline{P}} \right]^T \left[ \nabla f \frac{\partial \underline{W}}{\partial \underline{P}} \right] \quad (3.3)$$

再利用反向合成方式疊代變形函數  $\underline{W}$





$$\tilde{W}(\tilde{P}) \leftarrow \tilde{W}(\tilde{P}) \cdot \tilde{W}(\Delta\tilde{P})^{-1} \quad (3.4)$$

(3.1)到(3.4)為 IC-GN method 最一般化的式子推導，但使用不同的變形函數會有些微的差別，接下來推導不同形狀函數之 IC-GN method。

### 3.1.1 一階形狀函數

圖 3-2 為 IC-GN<sup>1</sup> 的疊代示意圖，此時考慮元素的一階線性變形，則變形參數可以寫成

$$\tilde{P} = [u \quad u_{,x} \quad u_{,y} \quad v \quad v_{,x} \quad v_{,y}]^T$$

其中  $u$  為  $x$  方向剛體位移量， $v$  為  $y$  方向剛體位移量， $u_{,x}$  為  $u$  在  $x$  方向一階偏導數， $u_{,y}$  為  $u$  在  $y$  方向一階偏導數， $v_{,x}$  為  $v$  在  $x$  方向一階偏導數， $v_{,y}$  為  $v$  在  $y$  方向一階偏導數。而  $W_1$  可以寫成

$$W_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \tilde{P}) = \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

為了要進行反向合成，再將  $W_1$  改寫成

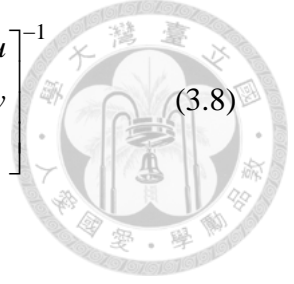
$$\tilde{W}_1(x + \Delta x, y + \Delta y, \tilde{P}) = \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

此時  $\tilde{W}_1$  的亞可比矩陣為

$$\frac{\partial \tilde{W}_1}{\partial \tilde{P}} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x & \Delta y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

將(3.7)式代入(3.3)式求出海森矩陣  $\mathbf{H}$ ，再代入式子(3.2)即可求出變形函數的微小變化量  $\Delta\tilde{P}$ ，而  $\tilde{W}_1$  疊代方式為

$$W_1(\underline{P}) \leftarrow \begin{bmatrix} 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+\Delta u_{,x} & \Delta u_{,y} & \Delta u \\ \Delta v_{,x} & 1+\Delta v_{,y} & \Delta v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.8)$$



### 3.1.2 二階形狀函數

圖 3-3 為 IC-GN<sup>2</sup> 的疊代示意圖，此時考慮元素的二階變形，則變形參數可以寫成

$$\underline{P} = \left[ u \quad u_{,x} \quad u_{,y} \quad u_{,xx} \quad u_{,xy} \quad u_{,yy} \quad v \quad v_{,x} \quad v_{,y} \quad v_{,xx} \quad v_{,xy} \quad v_{,yy} \right]^T$$

其中  $u$  為  $x$  方向剛體位移量， $v$  為  $y$  方向剛體位移量， $u_{,x}$  為  $u$  在  $x$  方向一階偏導數， $u_{,y}$  為  $u$  在  $y$  方向一階偏導數， $v_{,x}$  為  $v$  在  $x$  方向一階偏導數， $v_{,y}$  為  $v$  在  $y$  方向一階偏導數， $u_{,xx}$  為  $u$  在  $x$  方向二階偏導數， $u_{,xy}$  為  $u$  在  $x$  方向與  $y$  方向二階偏導數， $u_{,yy}$  為  $u$  在  $y$  方向二階偏導數， $v_{,xx}$  為  $v$  在  $x$  方向二階偏導數， $v_{,xy}$  為  $v$  在  $x$  方向與  $y$  方向二階偏導數， $v_{,yy}$  為  $v$  在  $y$  方向二階偏導數。接著  $W_2$  可以寫成

$$W_2(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{P}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}u_{,xx} & u_{,xy} & \frac{1}{2}u_{,yy} & 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ \frac{1}{2}v_{,xx} & v_{,xy} & \frac{1}{2}v_{,yy} & v_{,x} & 1+v_{,y} & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Delta x)^2 \\ \Delta x \cdot \Delta y \\ (\Delta y)^2 \\ \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

為了要進行反向合成，忽略高階項後將  $W_2$  改寫成

$$W_2(x+\Delta x, y+\Delta y, \underline{P}) = \begin{bmatrix} 1+S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \\ S_7 & 1+S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{13} & S_{14} & 1+S_{15} & S_{16} & S_{17} & S_{18} \\ (1/2)u_{,xx} & u_{,xy} & (1/2)u_{,yy} & 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ (1/2)v_{,xx} & v_{,xy} & (1/2)v_{,yy} & v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Delta x)^2 \\ \Delta x \cdot \Delta y \\ (\Delta y)^2 \\ \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$



其中

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 2u_{,x} + u_{,x}^2 + uu_{,xx} & S_2 &= 2uu_{,xy} + 2(1+u_{,x})u_{,y} \\
 S_3 &= u_{,y}^2 + uu_{,yy} & S_4 &= 2u(1+u_{,x}) \\
 S_5 &= 2uu_{,y} & S_6 &= u^2 \\
 S_7 &= (1/2)[vu_{,xx} + 2(1+u_{,x})v_{,x} + uv_{,xx}] & S_8 &= u_{,y}v_{,x} + u_{,x}v_{,y} + vu_{,xy} + uv_{,xy} + v_{,y} + u_{,x} \\
 S_9 &= (1/2)[vu_{,yy} + 2(1+v_{,y})u_{,y} + uv_{,yy}] & S_{10} &= v + vu_{,x} + uv_{,x} \\
 S_{11} &= u + vu_{,y} + uv_{,y} & S_{12} &= uv \\
 S_{13} &= v_{,x}^2 + vv_{,xx} & S_{14} &= 2vv_{,xy} + 2v_{,x}(1+v_{,y}) \\
 S_{15} &= 2v_{,y} + v_{,y}^2 + vv_{,yy} & S_{16} &= 2vv_{,x} \\
 S_{17} &= 2v(1+v_{,y}) & S_{18} &= v^2
 \end{aligned}$$

(3.11)

此時 $W_2$ 的亞可比矩陣為

$$\frac{\partial W_2}{\partial \underline{P}} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x & \Delta y & \frac{1}{2}(\Delta x)^2 & \Delta x \cdot \Delta y & \frac{1}{2}(\Delta y)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta x & \Delta y & \frac{1}{2}(\Delta x)^2 & \Delta x \cdot \Delta y & \frac{1}{2}(\Delta y)^2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

將(3.12)式代入(3.3)式求出海森矩陣 $\mathbf{H}$ ，再代入(3.2)式即可求出變形函數的微小

變化量 $\Delta P$ ，而 $W_2$ 疊代方式為

$$W_2(\underline{P}) \leftarrow \begin{bmatrix} 1+S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \\ S_7 & 1+S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{13} & S_{14} & 1+S_{15} & S_{16} & S_{17} & S_{18} \\ (1/2)u_{,xx} & u_{,xy} & (1/2)u_{,yy} & 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ (1/2)v_{,xx} & v_{,xy} & (1/2)v_{,yy} & v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1+\Delta S_1 & \Delta S_2 & \Delta S_3 & \Delta S_4 & \Delta S_5 & \Delta S_6 \\ \Delta S_7 & 1+\Delta S_8 & \Delta S_9 & \Delta S_{10} & \Delta S_{11} & \Delta S_{12} \\ \Delta S_{13} & \Delta S_{14} & 1+\Delta S_{15} & \Delta S_{16} & \Delta S_{17} & \Delta S_{18} \\ (1/2)\Delta u_{,xx} & \Delta u_{,xy} & (1/2)\Delta u_{,yy} & 1+\Delta u_{,x} & \Delta u_{,y} & \Delta u \\ (1/2)\Delta v_{,xx} & \Delta v_{,xy} & (1/2)\Delta v_{,yy} & \Delta v_{,x} & 1+\Delta v_{,y} & \Delta v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.13)$$



### 3.1.3 投影形狀函數

投影變形函數在影像處理的領域中，主要應用於影像復原，當影像中物體的正面與相機有一個角度，可以利用投影變形函數將影像中的物體轉正。圖 3-4 為 IC-GN<sup>P</sup> 的疊代示意圖，此時考慮元素投影的變形，則變形參數可以寫成

$$\underline{P} = [P_{11} \ P_{12} \ P_{13} \ P_{21} \ P_{22} \ P_{23} \ P_{31} \ P_{32}]^T \quad (3.14)$$

接著  $\underline{W}_p$  可以寫成

$$\underline{W}_p(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P}) = \begin{bmatrix} \frac{(1 + P_{11})\Delta x + P_{12}\Delta y + P_{13}}{P_{31}\Delta x + P_{32}\Delta y + 1} \\ \frac{P_{21}\Delta x + (1 + P_{22})\Delta y + P_{23}}{P_{31}\Delta x + P_{32}\Delta y + 1} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

為了要進行反向合成，將  $\underline{W}_p$  改寫成

$$s\underline{W}_p(x + \Delta x, y + \Delta y, \underline{P}) = \begin{bmatrix} 1 + P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & 1 + P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

此時  $\underline{W}_p$  的亞可比矩陣為

$$\frac{\partial \underline{W}_p}{\partial \underline{P}} = \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y & 1 & 0 & 0 & 0 & -\Delta x^2 & -\Delta x \Delta y \\ 0 & 0 & 0 & \Delta x & \Delta y & 1 & -\Delta x \Delta y & -\Delta y^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

使用(3.17)式代入(3.3)式求出海森矩陣  $\mathbf{H}$ ，再代入式子(3.2)即可求出變形函數的

微小變化量  $\Delta \underline{P}$ ，而  $\underline{W}_p$  疊代方式為

$$s\underline{W}_p(\underline{P}) = \begin{bmatrix} 1 + P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & 1 + P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \Delta P_{11} & \Delta P_{12} & \Delta P_{13} \\ \Delta P_{21} & 1 + \Delta P_{22} & \Delta P_{23} \\ \Delta P_{31} & \Delta P_{32} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.18)$$

圖 3-5 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 計算時間的比較，顯示 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的計算時間幾乎一樣，而 IC-GN<sup>2</sup> 的計算時間約為 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的 1.1 倍。



## 3.2 二維搜尋精度比較

### 3.2.1 二維數值模擬方法

為了可以精確的定量出 IC-GN method 搭配每個形狀函數在二維搜尋的次像素影像搜尋誤差，本論文使用電腦生成的斑點影像來進行測試[14][40]，目前 DIC 領域大多使用這個方法來測試影像搜尋演算法的精度。電腦生成的斑點影像包括變形前影像  $I_1(x, y)$  與變形後的影像  $I_2(x, y)$ ，使用下列的解析方程式得到：

$$I_1(x, y) = \sum_{k=1}^s \exp \left[ - \left( (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 \right) / R^2 \right] \quad (3.19)$$

$$I_2(x, y) = \sum_{k=1}^s \exp \left[ - \left( (x - x_k - u)^2 + (y - y_k - v)^2 \right) / R^2 \right] \quad (3.20)$$

其中  $s$  為斑點的數量， $(x_k, y_k)$  為斑點在影像中的座標位置， $R$  為斑點的半徑大小， $(u, v)$  為斑點的位移量，藉由(3.20)式可以自行調整 $(u, v)$ 的值來得到已知的位移場，圖 3-6 為本節電腦生成之斑點測試影像，影像的尺寸為  $256 \times 256$ ，斑點的大小為  $1.5 \text{ pixel}$ ，總斑點的數量為 2400。圖 3-7 為分析點的位置，分析點的數量為  $33 \times 33$  個點，共 1089 個點，影像搜尋時，半窗格設定為  $20 \text{ pixel}$ 。本論文使用平均誤差  $e$  與誤差的標準差  $\sigma$  比較各個形狀函數的優劣程度，公式如下所示：

$$e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |u_{DIC} - u_{Exact}| \quad (3.21)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^N (|u_{DIC} - u_{Exact}| - e)^2} \quad (3.22)$$

其中  $N$  為量測點的數量， $u_{DIC}$  為 DIC 的量測值， $u_{Exact}$  為真實值。

### 3.2.2 平移位移場測試

圖 3-8 為  $x$  方向平移變形場的示意圖，利用程式產生斑點沿著  $x$  方向連續平移的斑點圖像，其中  $x$  方向的位移

$$u = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1 \quad (3.23)$$

其中  $u$  的單位為 *pixel*，並使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成平移變形場之斑點影像，將量測結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。圖 3-9 與圖 3-10 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $x$  方向平移變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-9 與圖 3-10 中可以觀察出，當位移場是一個常數時，IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的精度相近，且優於 IC-GN<sup>2</sup>，原因是因為 IC-GN<sup>1</sup> 的位移假設接近於電腦生成平移變形場的斑點影像，並觀察(3.16)式，可以發現 IC-GN<sup>P</sup> 的位移假設類似於 IC-GN<sup>1</sup> 的位移假設，如(3.6)式所示，因此 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 所計算出來的誤差量相近，而 IC-GN<sup>2</sup> 則是二階的位移假設，計算較為低階的位移場，自然會產生較大的誤差，另外從圖 3-9 也可看出，在理想的情況下，IC-GN method 量測平移的斑點影像時，次像素影像搜尋的最大誤差大概為 0.005 *pixel*，約為 1/200 *pixel* 的誤差。

### 3.2.3 正弦位移場測試

圖 3-11 為  $x$  方向正弦變形場的示意圖，利用程式產生斑點沿著  $x$  方向產生正弦變形場的斑點圖像，其中  $x$  方向的位移

$$u(x) = bT \sin\left(\frac{2\pi x}{T}\right) \quad (3.24)$$

而

$$T = 128, b = 0.001, 0.002, \dots, 0.01 \quad (3.25)$$

其中  $u$  的單位為 *pixel*，接著使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成正弦變形場之斑點影像，將分析結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。圖 3-12 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $x$  方向正弦變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-11 與圖 3-12 中可以觀察出，當位移場是正弦函數時，IC-GN<sup>2</sup> 的精度是優於 IC-GN<sup>P</sup>，且 IC-GN<sup>P</sup> 的精度又優於 IC-GN<sup>1</sup>，當  $b$  值越大的時候該現象越明顯，其原因是因為 IC-GN<sup>2</sup> 的位移假設接近於電腦生成正弦變形場的斑點影像，故計算精度較佳，而 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 計算較為高階的變形場時，自然會產生較大的誤差，比較 Gao[21] 等人使用 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 分析正弦變形場之

斑點影像，如圖 3-14 所示，與圖 3-11 的結果是相當一致，證明本節測試結果的正確性。從圖 3-11 中顯示，在理想的情況下，使用 IC-GN<sup>2</sup> 分析正弦函數變形場，當  $b$  達到 0.01 時，IC-GN<sup>2</sup> 的次像素影像搜尋的最大誤差大概為 0.005 *pixel*，約為 1/200 *pixel* 的誤差，因此在實務上，若使用 2D DIC 進行較高階的變形場量測時，使用 IC-GN<sup>2</sup> 的計算精度相較於其他變形函數較佳。

### 3.2.4 投影位移場測試

考慮量測固定不變形的平板，改變左右影像視角的情況下，圖 3-15  $x$  方向投影變形場之示意圖，利用程式產生投影變形場的斑點圖像，而  $x$  與  $y$  方向的位移場分別為

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \frac{x}{px+1} - x \\ v(x, y) &= \frac{y}{px+1} - y \end{aligned} \quad (3.26)$$

且

$$p = 6 \times 10^{-5}, 7 \times 10^{-5}, \dots, 15 \times 10^{-5} \quad (3.27)$$

其中  $u$  與  $v$  的單位為 *pixel*，接著使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成投影變形場之斑點影像，將量測結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。圖 3-17 與圖 3-18 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $x$  方向投影變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-17 可以發現，IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 的平均誤差量是相當接近的，且遠低於 IC-GN<sup>1</sup>，原因是因為  $x$  方向投影變形場接近於 IC-GN<sup>2</sup> 高階的位移假設，如圖 3-15 所示，而 IC-GN<sup>P</sup> 原本就已經做投影變形的位移假設，故 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 的量測誤差會是最小。圖 3-18 亦顯示三種形狀函數所計算出來的誤差之標準差是一致的，代表 IC-GN<sup>1</sup> 在量測大部分的點時誤差量與 IC-GN<sup>P</sup> 以及 IC-GN<sup>2</sup> 是一樣小的，但是少數某些點的量測誤差太大導致的平均誤差劇烈的增加，並比較 Gao[21] 等人使用 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 分析投影變形場之斑點影像，如圖 3-19 所示，與圖 3-17 的結果是相當一致，證明本節測試結果

的正確性。圖 3-20 與圖 3-21 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在 y 方向投影變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-20 與圖 3-21 可以觀察到，三種形狀函數的 y 方向投影變形場量測誤差是相當接近的，原因是因為 y 方向投影變形場較為平緩，且近似於一階變形場，如圖 3-16 所示，反而造成 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 的量測誤差些許的小於 IC-GN<sup>2</sup>。從圖 3-17、圖 3-18、圖 3-20 與圖 3-21 的結果來分析，在理想的情況下，使用 IC-GN<sup>P</sup> 分析投影函數變形場，當  $p$  達到  $15 \times 10^{-5}$  時，IC-GN<sup>P</sup> 的次像素影像搜尋的最大誤差大概為 0.003 pixel，約為 3/1000 pixel 的誤差，由於投影變形的情況通常發生在立體視覺中左右影像間的變形關係，因此進行立體搜尋的量測時，使用 IC-GN<sup>P</sup> 的計算精度相較於其他變形函數為佳。

### 3.2.5 小結

綜合以上二維搜尋的測試結果，在 2D DIC 的量測上，若待測物的變形場較為低階(零階或一階)時，使用 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 次像素影像搜尋量測的誤差較低，若待測物的變形場較為高階(二階或以上)時，則使用 IC-GN<sup>2</sup> 次像素影像搜尋量測的誤差較低，如表 3-1 所示。在 Stereo DIC 的量測上，考慮量測固定不變形的平板，改變左右影像視角的情況下，由於左右的立體影像會產生投影的變形，故使用 IC-GN<sup>P</sup> 次像素影像搜尋量測的誤差較低，如表 3-2 所示。

## 3.3 立體搜尋精度比較

### 3.3.1 立體數值模擬方法

在此考慮左右影像在固定的視角，量測待測物表面微小變形的情况下，為了可以精確的定量探討 IC-GN method 搭配每個形狀函數在立體搜尋的次像素影像的搜尋誤差，本論文使用電腦生成的立體斑點影像來進行測試，參考 Hu[41] 等人的做法，在進行電腦生成斑點影像前，首先計算出空間中的斑點在變形前映射到左右影像的位置  $m_L$  與  $m_R$ ，與空間中的斑點在變形後映射到左右影像的位置  $m_L^*$  與  $m_R^*$ ，各分別為



$$m_L = \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ 1 \end{bmatrix}, m_R = \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ 1 \end{bmatrix}, m_L^* = \begin{bmatrix} x_L^* \\ y_L^* \\ 1 \end{bmatrix}, m_R^* = \begin{bmatrix} x_R^* \\ y_R^* \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$



而左右影像的內部參數為  $\mathbf{K}_L$  與  $\mathbf{K}_R$  分別為

$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} f_{xL} & 0 & c_{xL} \\ 0 & f_{yL} & c_{yL} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} f_{xR} & 0 & c_{xR} \\ 0 & f_{yR} & c_{yR} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

並以左影像原點為主要的原點，故左右影像的剛體旋轉矩陣  $\mathbf{R}_L$  與  $\mathbf{R}_R$  以及剛體

平移矩陣  $T_L$  與  $T_R$  可寫成

$$\mathbf{R}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{11} & R_{11} \\ R_{11} & R_{11} & R_{11} \\ R_{11} & R_{11} & R_{11} \end{bmatrix}, T_R = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

其中  $\mathbf{R}_R$  與  $T_R$  為左影像與右影像間的剛體旋轉矩陣與剛體平移向量。若已知空間

中斑點在變形前的座標  $W = [X, Y, Z]^T$ ，可將左影像與右影像寫成針孔成像模型

的一般通式，可得

$$sm_L = \mathbf{K}_L (\mathbf{R}_L W + T_L) \quad (3.32)$$

$$sm_R = \mathbf{K}_R (\mathbf{R}_R W + T_R) \quad (3.33)$$

將(3.32)式與(3.33)式乘開得到斑點變形前映射到左右影像的位置如下所示

$$x_L = \frac{f_{xL} X}{Z} + c_{xL} \quad (3.34)$$

$$y_L = \frac{f_{yL} X}{Z} + c_{yL} \quad (3.35)$$



$$x_R = \frac{f_{xR}(R_{11}X + R_{12}Y + R_{13}Z + T_1)}{R_{31}X + R_{32}Y + R_{33}Z + T_3} + c_{xR} \quad (3.36)$$

$$y_R = \frac{f_{yR}(R_{21}X + R_{22}Y + R_{23}Z + T_2)}{R_{31}X + R_{32}Y + R_{33}Z + T_3} + c_{yR} \quad (3.37)$$

若空間中斑點在變形後的座標變成  $W^* = [X^*, Y^*, Z^*]^T$ ，則斑點變形後映射到左右影像的位置為

$$x_L^* = \frac{f_{xL}X^*}{Z^*} + c_{xL} \quad (3.38)$$

$$y_L^* = \frac{f_{yL}X^*}{Z^*} + c_{yL} \quad (3.39)$$

$$x_R^* = \frac{f_{xR}(R_{11}X^* + R_{12}Y^* + R_{13}Z^* + T_1)}{R_{31}X^* + R_{32}Y^* + R_{33}Z^* + T_3} + c_{xR} \quad (3.40)$$

$$y_R^* = \frac{f_{yR}(R_{21}X^* + R_{22}Y^* + R_{23}Z^* + T_2)}{R_{31}X^* + R_{32}Y^* + R_{33}Z^* + T_3} + c_{yR} \quad (3.41)$$

得到變形前與變形後左右影像的座標後再代入(3.19)式與(3.20)式即可製作出電腦生成的立體斑點影像。本節所使用的左右影像的參數皆為真實雙相機實驗架設所校正出來的參數，左右影像的內部參數  $\mathbf{K}_L$  與  $\mathbf{K}_R$  分別為

$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} 9.5468 \times 10^3 & 0 & 1.0709 \times 10^3 \\ 0 & 9.5790 \times 10^3 & 532.0580 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} 9.6995 \times 10^3 & 0 & 676.5914 \\ 0 & 9.7356 \times 10^3 & 594.8275 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

且左影像與右影像間的剛體旋轉矩陣  $\mathbf{R}_R$  與剛體平移向量  $T_R$  分別為

$$\mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} 0.9547 & -0.0145 & 0.2972 \\ 0.0177 & 0.9998 & -0.0080 \\ -0.2971 & 0.0129 & 0.9548 \end{bmatrix}, T_R = \begin{bmatrix} -264.1986 \\ -9.0965 \\ 40.0429 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

圖 3-22 與圖 3-23 為本節電腦生成的立體斑點左右影像，影像的尺寸為  $1920 \times 1200$ ，斑點的大小為  $1.5 \text{ pixel}$ ，總斑點的數量為 5000。圖 3-24 為本節分析點的位置，分析點的數量為  $33 \times 33$  個點，共 1089 個點，影像搜尋時，半窗格設定為  $20 \text{ pixel}$ 。

### 3.3.2 平移位移場測試

圖 3-25 為  $z$  方向平移變形場的示意圖，利用程式在空間中產生斑點映射到變形前左右影像中得到變形前立體斑點圖形，並給定空間中的斑點沿著  $z$  方向平移的位移場得到變形後立體斑點圖形，而  $z$  方向位移

$$w = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1 \quad (3.44)$$

其中  $w$  的單位為  $mm$ ，接著使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成平移變形場之立體斑點影像，將量測結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。圖 3-26 與圖 3-27 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $z$  方向平移變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-26 與圖 3-27 中可以觀察到，IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的誤差相近，且優於 IC-GN<sup>2</sup>，原因是因為  $z$  方向平移的位移場變形較為趨緩，近似於 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的位移假設，故量測精度較高，而 IC-GN<sup>2</sup> 則是二階的位移假設，計算較為低階的位移場相較於 IC-GN<sup>1</sup>，自然會產生較大的誤差，另外從圖 3-26 也顯示，使用(3.42)式與(3.43)式的參數，在理想的情況下，IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 的最大誤差大約為  $0.001 \text{ mm}$ ，因此進行三維面外平移量測時，建議使用 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 做立體影像搜尋。

### 3.3.3 一階位移場測試

圖 3-28 為  $z$  方向一階變形場的示意圖，利用程式在空間中產生斑點映射到變形前左右影像中得到變形前立體斑點圖形，並給定空間中的斑點沿著  $z$  方向產生一階的位移場得到變形後立體斑點圖形，而  $z$  方向位移

$$w(x) = x \tan(\theta) \quad (3.45)$$

其中

$$\theta = 1, 2, 3, \dots, 10 \quad (3.46)$$

$\theta$  的單位為度， $w$  的單位為  $mm$ ，接著使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成一階變形場之立體斑點影像，將量測結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。圖 3-29 與圖 3-30 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $z$  方向一階變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-29 與圖 3-30 中可以發現，IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的誤差相近，且優於 IC-GN<sup>2</sup>，原因是因為  $z$  方向一階的位移場變形近似於 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的位移假設，故量測精度較高，而 IC-GN<sup>2</sup> 則是二階的位移假設，計算上會產生較大的誤差，從圖 3-29 也可看出，使用(3.42)式與(3.43)式的參數，理想的情況下，當  $\theta = 10^\circ$  時，IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 的最大誤差大約為  $0.0012 mm$ ，在實務上，進行三維面外一階變形量測時，建議使用 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 做立體影像搜尋。

### 3.3.4 正弦位移場測試

本節中有兩組正弦位移場的測試，圖 3-31 為第一組  $z$  方向正弦變形場的示意圖，利用程式在空間中產生斑點映射到變形前左右影像中得到變形前立體斑點圖形，並給定空間中的斑點沿著  $z$  方向產生正弦的位移場得到變形後立體斑點圖形，而  $z$  方向位移

$$w(x) = b \sin\left(\frac{2\pi x}{T}\right) \quad (3.47)$$

其中

$$T = 20, b = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1 \quad (3.48)$$

$w$  的單位為  $mm$ ，接著使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成正弦變形場之立體斑點影像，將量測結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。圖 3-32 與圖 3-33 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 第一組在  $z$  方向正弦變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，圖 3-32 與圖 3-33 的結果顯示與平移以及一階變形場量測的結果相反，當斑點在空間中為正弦面外變形時，IC-GN<sup>2</sup> 的精度優於 IC-GN<sup>P</sup>，而 IC-GN<sup>P</sup> 的精度又優於 IC-GN<sup>1</sup>，原因是因為 IC-GN<sup>2</sup> 的位移假設近似於

正弦變形場，所以量測的誤差較小，而 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>1</sup> 的位移假設未考慮到高階的變形場，故量測的誤差較大，從圖 3-32 也可看出，使用(3.42)式與(3.43)式的參數，理想的情況下，當  $b=1$  時，IC-GN<sup>2</sup> 的最大誤差大約為  $0.0025\text{ mm}$ ，故在立體 DIC 的實驗量測上，當待測物的變形場較為劇烈性的變化時，使用 IC-GN<sup>2</sup> 量測所產生的誤差較小。

圖 3-34 為第二組  $z$  方向正弦變形場的示意圖，將第一組正弦位移場的週期  $T$  改為  $80\text{ mm}$ ，此時  $z$  方向位移可以寫成

$$w(x) = b \sin\left(\frac{2\pi x}{T}\right) \quad (3.49)$$

其中

$$T = 80, b = 0, 0.1, 0.2, \dots, 1 \quad (3.50)$$

$w$  的單位為  $\text{mm}$ ，接著使用 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 分析連續的電腦生成正弦變形場之立體斑點影像，將量測結果與真實值計算平均誤差以及誤差之標準差。

圖 3-35 與圖 3-36 為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 第二組在  $z$  方向正弦變形場量測之平均誤差與誤差之標準差，從圖 3-35 與圖 3-36 的量測結果中顯示當  $b$  小於  $0.4$  時，IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的誤差相近，且優於 IC-GN<sup>2</sup>，但當  $b$  大於  $0.4$  時，則變成 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 的誤差相近，並優於 IC-GN<sup>1</sup>，其原因在於改變正弦位移場的週期  $T$ ，造成變形場的變形較為趨緩，當  $b$  小於  $0.4$  時，此時的位移場的變化量接近於一階的變形場，所以 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的量測誤差較低，但當  $b$  大於  $0.4$  時，位移場的變化量近似於高階的變形場，故 IC-GN<sup>P</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 的量測誤差較低。因此在立體 DIC 的實驗量測上，雖然待測物的變形場較為高階，但量測小位移時，使用 IC-GN<sup>P</sup> 量測所產生的誤差較小。

### 3.3.5 小結

綜合以上立體搜尋的測試結果，在 Stereo DIC 的量測上，考慮左右影像在固定的視角，量測待測物表面微小變形的情况下，若待測物的變形場較為低階(零階或一階)時，使用 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 次像素影像搜尋量測的誤差較低，若待測

物的變形場較為高階(二階或以上)時，使用 IC-GN<sup>2</sup> 次像素影像搜尋量測的誤差則較低，如果當變形量很小時，使用 IC-GN<sup>P</sup> 次像素影像搜尋量測的效果比 IC-GN<sup>2</sup> 佳，如表 3-2 所示。



## 3.4 2D GSPIC

### 3.4.1 程式系統簡介

2D GSPIC 為本實驗室自行開發的 2D DIC 的程式，全名為 2D Global Strain Parallel Image Correlation，使用 MATLAB 程式語言撰寫，相容 Window7 x64 位元版本以上的作業系統。程式安全的部分，2D GSPIC 有硬體鎖的功能，每一個出廠的 2D GSPIC 軟體只搭配一支 USB 3.0 的硬體鎖。分析設定的部分，2D GSPIC 會讓使用者自行設定空間參數(Gauge factor)、時間參數(Time factor)、半窗格(Half-window)與影像搜尋的範圍(Search size)。分析格點的部分，2D GSPIC 提供使用者四種佈點(Mesh)的方式，分別為點(Points)、線(Line)、長方形(Rectangle)與不規則形狀(Irregular)，依照不同的量測需求選擇佈點的方式。次像素影像追蹤演算法部分，2D GSPIC 有四種演算法，分別為 CCPF method、ICGN<sup>1</sup>、ICGN<sup>2</sup> 與 ICGN<sup>P</sup>，讓使用者依照待測物表面變形場的情況自行選擇最適宜的演算法，採用多核心 CPU 的平行運算方式計算。由於 ICGN<sup>1</sup>、ICGN<sup>2</sup> 與 ICGN<sup>P</sup> 是屬於疊代運算的方法，需要輸入初始猜值、疊代停止的閾值與最多疊代次數，2D GSPIC 中疊代演算法的初始值是使用 CCPF method 的計算值，疊代停止的閾值設定為  $10^{-4}$ ，而最多疊代次數設定為 10 次。資料輸出的部分，會依照佈點的方式有所不同，所有的佈點方式都會將量測結果輸出成文字檔，而長方形與不規則形狀的佈點方式，可以另外輸出全場變形的色階圖，方便讓使用者製作報告。接下來為了驗證 2D GSPIC 在影像量測上的正確性，本節使用 Society for Experimental Mechanics(SEM)的 Digital Image Correlation Challenge(DIC Challenge)[42]所提供的 DIC 測試影像驗證 2D GSPIC 的量測精度，誤差分析使用(3.21)式與(3.22)式計算平均誤差  $e$  與誤差的標準差  $\sigma$ 。



### 3.4.2 案例分析：剛體平移

剛體平移的案例分析採用 SEM DIC Challenge 提供的測試影像，名稱為 High Contrast Images，一共 121 張影像，其特徵斑點在  $x$  方向做週期性的平移，而在  $y$  方向做步階式的平移，平移範圍在  $0\sim 1\ pixel$  之間，每次間隔  $0.1\ pixel$ 。圖 3-37 為分析點的位置，分析點的數量為  $34\times 34$  個點，一共 1156 個分析點，進行影像搜尋時，半窗格設定  $20\ pixel$ ，使用 ICGN<sup>1</sup> 演算法進行影像追蹤。圖 3-38 與圖 3-39 為 2D DIC 量測每張影像中每一個點在  $x$  與  $y$  方向位移的平均值與 SEM DIC Challenge 提供真實位移的比較，圖 3-40、圖 3-41、圖 3-42 與圖 3-43 為 2D DIC 量測  $x$  與  $y$  方向位移的平均誤差與誤差之標準差，從以上的量測結果與誤差分析可以看出，2D DIC 的量測結果與 SEM DIC Challenge 提供的真實位移量一致，2D DIC 量測  $x$  與  $y$  方向位移的最大平均誤差分別為  $0.0039$  與  $0.0016\ pixel$ ，顯示 2D GSPIC 對於特徵斑點平移量測的能力。

### 3.4.3 案例分析：剛體旋轉

剛體旋轉案例分析使用 SEM DIC Challenge 提供的測試影像，名稱為 Sample 9，一共 8 張影像，其特徵斑點以影像的中心做剛體旋轉，旋轉範圍在  $1\sim 8$  度之間，每次間隔  $1$  度。圖 3-44 為分析點的位置，分析點的數量為  $34\times 34$  個點，一共 1156 個分析點，進行影像搜尋時，半窗格設定為  $15\ pixel$ ，採用 ICGN<sup>1</sup> 演算法進行影像追蹤，圖 3-45 為影像剛體旋轉後 2D DIC 追蹤到分析點的末位置。由於已知測試影像的旋轉角度，可以直接計算出影像中每一個點的實際位移，並將 2D DIC 量測到分析點在  $x$  與  $y$  方向的位移與真實位移做誤差分析，圖 3-46、圖 3-47、圖 3-48 與圖 3-49 為 2D DIC 量測  $x$  與  $y$  方向位移的平均誤差與誤差之標準差，從以上的量測結果與誤差分析可以看出，2D DIC 量測  $x$  與  $y$  方向位移的最大平均誤差大約為  $0.0035\ pixel$ ，顯示 2D GSPIC 對於特徵斑點剛體旋轉量測的能力。



### 3.4.4 案例分析：正弦變形場

正弦變形場案例分析採用 SEM DIC Challenge 提供的測試影像，名稱為 Sample 14，一共 3 張影像，其特徵斑點  $y$  方向的變形為零， $x$  方向的變形呈現不規則的弦波變形，變形範圍在  $-0.1 \sim +0.1 \text{ pixel}$  之間。圖 3-50 為分析點的區域，分析點的數量為  $101 \times 401$  個點，一共 40501 個分析點，進行影像搜尋時，半窗格設定為  $15 \text{ pixel}$ ，使用 ICGN<sup>1</sup> 演算法進行影像追蹤，圖 3-51、圖 3-52 與圖 3-53 為 2D DIC 量測每張影像中每一個點在  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均值與 SEM DIC Challenge 提供的真實變形的比較，圖 3-54、圖 3-55、圖 3-56、圖 3-57、圖 3-58 與圖 3-59 為 2D DIC 量測  $x$  方向位移的平均誤差與誤差之標準差，從以上的量測結果與誤差分析可以看出，2D DIC 的量測結果與 SEM DIC Challenge 提供的真實變形量符合，2D DIC 量測  $x$  方向位移的最大平均誤差大約為  $0.02 \text{ pixel}$ ，顯示 2D GSPIC 對於特徵斑點不規則變形量測的能力。

### 3.4.5 案例分析：特殊形狀分析區域(I)

前三個案例已經證明 2D GSPIC 的量測精度，接下來介紹 2D GSPIC 不規則形狀佈點功能。在某些特殊情況下，待測物的形狀是不規則的，一般來說我們都會量測結構件會產生大變形、高應變的區域，通常都發生在圓角或是圓孔的缺陷部位附近，為了探討這種案例，2D GSPIC 提供三角網格的佈點方式，變形較為劇烈的部分則佈上較多的分析點，並且可以藉由分析較少的點得到完整的全場變形資訊。特殊形狀分析區域量測使用 SEM DIC Challenge 提供的測試影像，名稱為 Sample 12，一共 12 張影像，量測中間有圓孔缺陷試片的受拉情形，圖 3-60 為分析點的區域，一共 171 個分析點，半窗格設定為  $15 \text{ pixel}$ ，使用 ICGN<sup>1</sup> 演算法進行影像追蹤，計算時間為 68 秒，平均每秒計算 27 個分析點，圖 3-61 到圖 3-66 為 2D DIC 量測  $x$  與  $y$  方向全场變形結果，另外由 ICGN<sup>1</sup> 演算法分析得到四個變形梯度參數  $\left( \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \right)$ ，便可得到變形梯度(Deformation gradient)矩陣

**F** 為



$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & 1 + \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$



由變形梯度矩陣  $\mathbf{F}$  可計算出拉格朗日應變(Lagrangian strain)張量  $\mathbf{E}$ ：

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}\mathbf{F}^T - \mathbf{I}) \quad (3.52)$$

整理得到拉格朗日應變張量的三個分量  $E_{11}$ 、 $E_{22}$  與  $E_{12}(=E_{21})$ ：

$$\begin{aligned} E_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \\ E_{22} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \\ E_{12} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.53)$$

2D DIC 量測全場  $E_{11}$ 、 $E_{12}$  與  $E_{22}$  的結果如圖 3-67 到圖 3-75 所示。 $x$  位移場結果顯示拉伸過程中該試片有平移的現象， $y$  位移場結果顯示影像中試片的固定端位於下方，而拉伸端位於上方，另外從全場  $E_{11}$ 、 $E_{12}$  與  $E_{22}$  的結果可以觀察到孔洞附近有應力集中的現象與應變分佈的情形。

### 3.4.6 案例分析：特殊形狀分析區域(II)

第二個特殊形狀分析區域的 2D DIC 測試影像從 Correlated Solutions, Inc.[43] 官方網站下載，名稱為 Dog bone，一共 10 張影像，量測兩側有不對稱內圓角缺陷之長條形試片的受拉情形，使用 2D GSPIC 提供三角網格的佈點方式，圖 3-76 為分析點的區域，一共 97 個分析點，半窗格設定為 20 *pixel*，使用 ICGN<sup>1</sup> 演算法進行影像追蹤，計算時間為 61 秒，平均每秒計算 14 個分析點，圖 3-77 到圖 3-84 為 2D DIC 量測  $x$  與  $y$  方向全場變形結果，顯示影像中的試片左端為固定端，而右端為拉伸端，將 ICGN<sup>1</sup> 演算法分析得到四個變形梯度參數代入(3.53)式得到拉格朗日應變張量的三個分量  $E_{11}$ 、 $E_{12}$  與  $E_{22}$  之全場結果，如圖 3-85 到圖 3-96

所示，從全場應變的結果可以觀察到各個內圓角附近有應力集中的現象與應變分佈的情形。兩個特殊形狀分析結果顯示 2D GSPIC 對於特殊形狀全場分析的能力。



## 3.5 Stereo GSPIC

### 3.5.1 程式系統簡介

Stereo GSPIC 為本實驗室自行開發的 Stereo DIC 的程式，全名為 Stereo Global Strain Parallel Image Correlation，Stereo GSPIC 的使用方式與 2D GSPIC 幾乎相同，唯一不同的點在於，Stereo GSPIC 有立體搜尋與二維搜尋的選項，每個搜尋都有四種演算法供使用者依情況選擇，圖 3-97 為 Stereo GSPIC 的搜尋方式示意圖，紅色區塊為追蹤樣本子集合，由於左右影像間的立體搜尋計算量較大，為了節省計算時間，故 Stereo GSPIC 只在第一組左右影像進行立體搜尋，如圖中綠色虛線箭頭所示，再以左右影像的第一張影像沿著時間軸方向分別進行二維搜尋，如圖中藍色箭頭所示。由 3.2 節與 3.3 節中立體搜尋的測試結果中，發現 ICGN<sup>P</sup> 在各種情況下的立體搜尋精度綜合表現最佳，因此選擇 Stereo GSPIC 的立體搜尋選項時可以使用 ICGN<sup>P</sup> 進行分析計算，而二維搜尋的部份可依情況選擇 CCPF method、ICGN<sup>1</sup> 與 ICGN<sup>2</sup> 演算法，當量測精度要求不高或需要在短時間內得到計算結果時可以使用 CCPF method；若待測物變形場較為較小或低階時可以使用 ICGN<sup>1</sup>；如果當待測物變形場較為高階時則可以使用 ICGN<sup>2</sup>。

由於目前尚未有提供 Stereo DIC 的測試影像，故無法做 Stereo GSPIC 軟體精度測試。在接下來的章節中，有關於 Stereo DIC 的實驗皆是使用 Stereo GSPIC 這套軟體對待測物表面進行空間中三維全場的位移量測。



表 3-1 三種演算法於 2D DIC 的各種適用情況之整理

Algorithm	Low-order Deformation	High-order Deformation
ICGN <sup>1</sup>	✓	
ICGN <sup>2</sup>		✓
ICGN <sup>P</sup>		

表 3-2 三種演算法於 Stereo DIC 的各種適用情況之整理

Algorithm	Disparity	Fixed Camera View		
		Low-order Deformation	Extreme High-order Deformation	General High-order Deformation
ICGN <sup>1</sup>				
ICGN <sup>2</sup>			✓	
ICGN <sup>P</sup>	✓	✓		✓

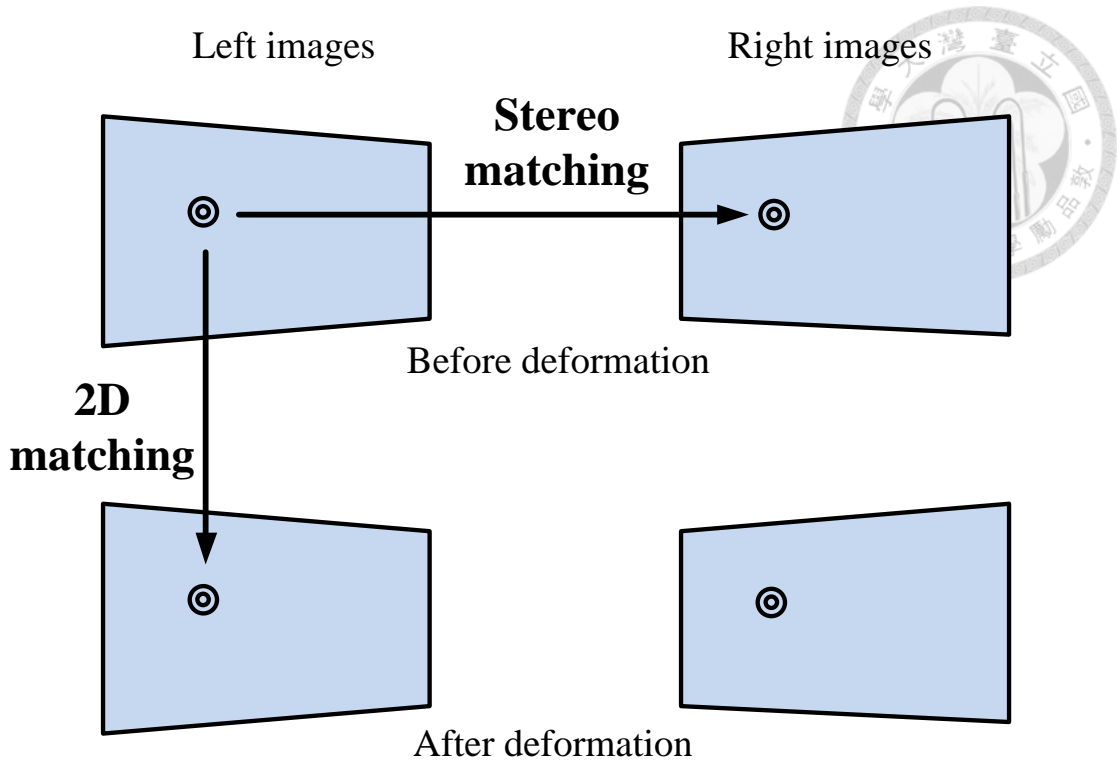


圖 3-1 二維搜尋與立體搜尋之示意圖

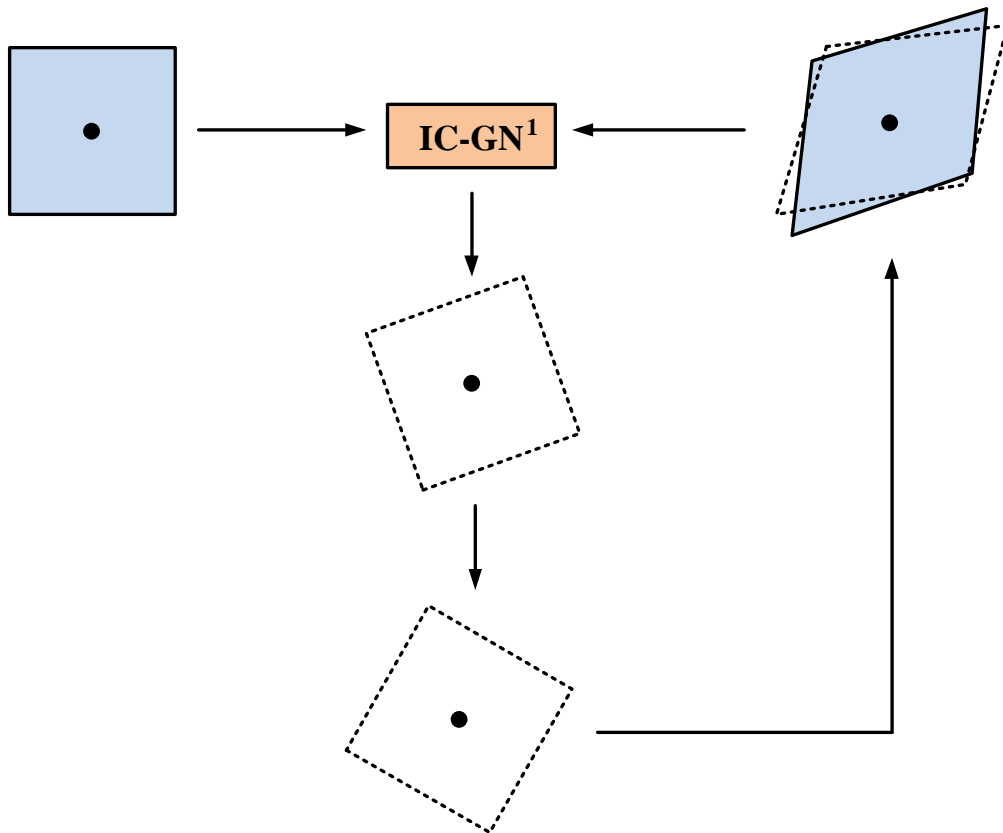


圖 3-2 IC-GN<sup>1</sup> 疊代過程之示意圖

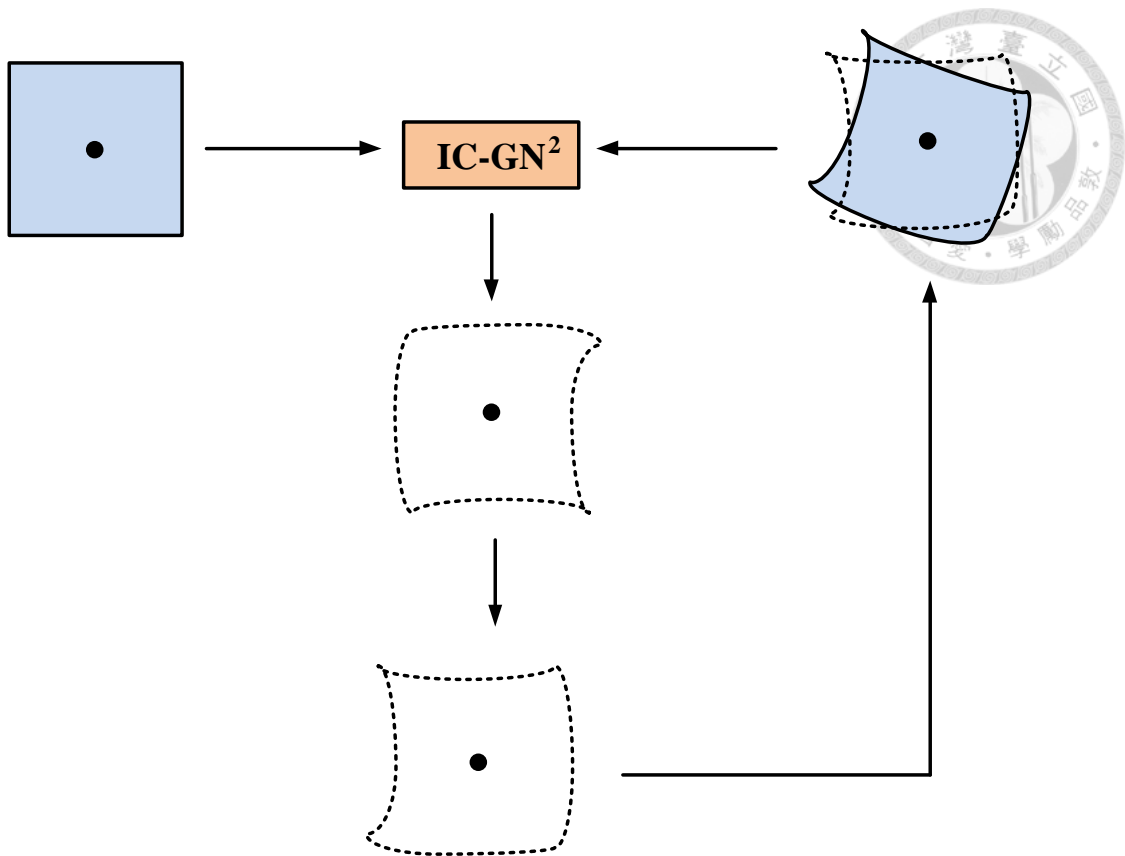


圖 3-3 IC-GN<sup>2</sup> 疊代過程之示意圖

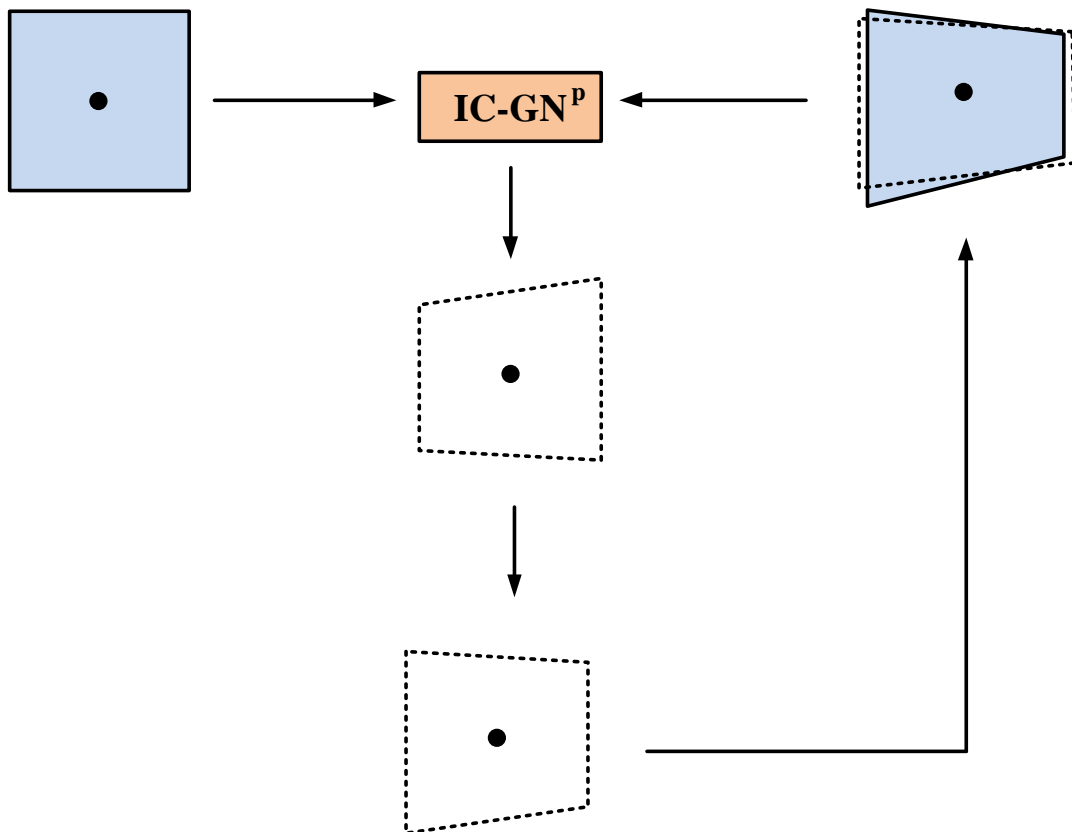


圖 3-4 IC-GN<sup>P</sup> 疊代過程之示意圖

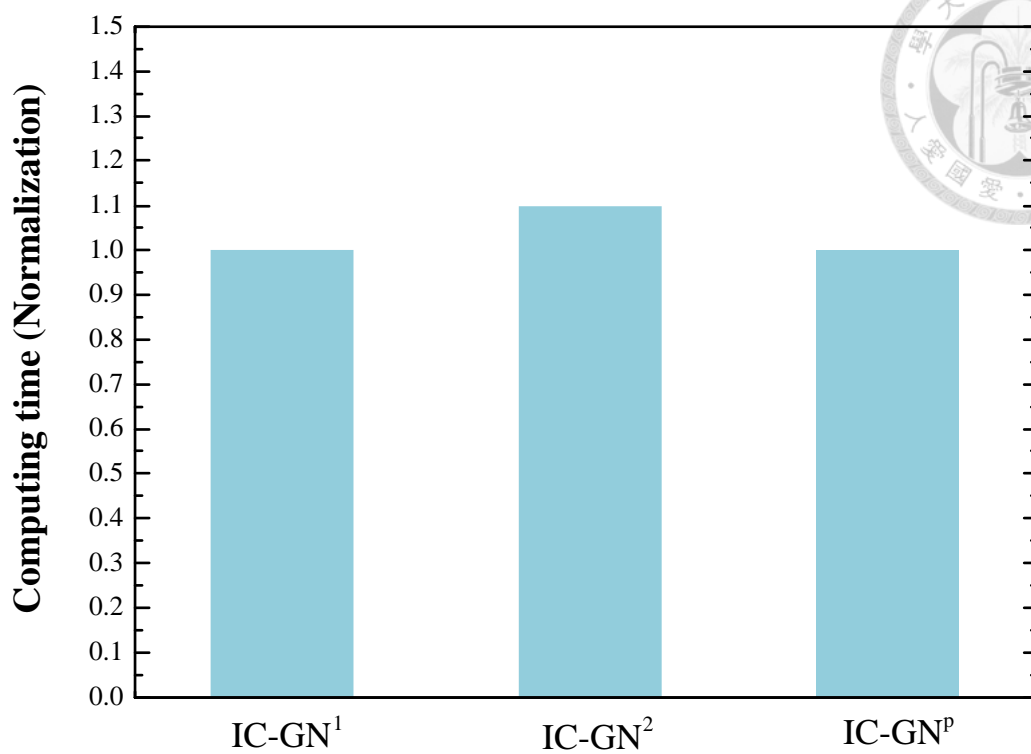


圖 3-5 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 計算時間的比較

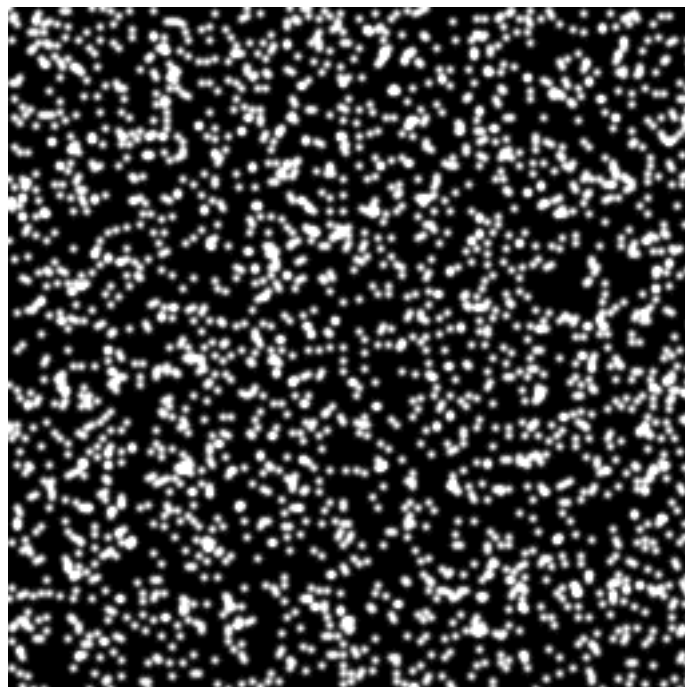


圖 3-6 電腦生成之影像

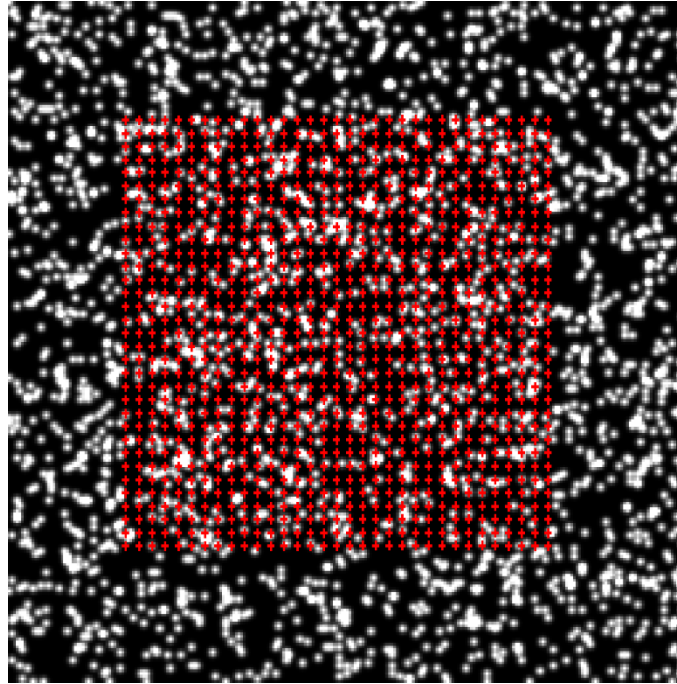


圖 3-7 分析點的位置

### U displacement field

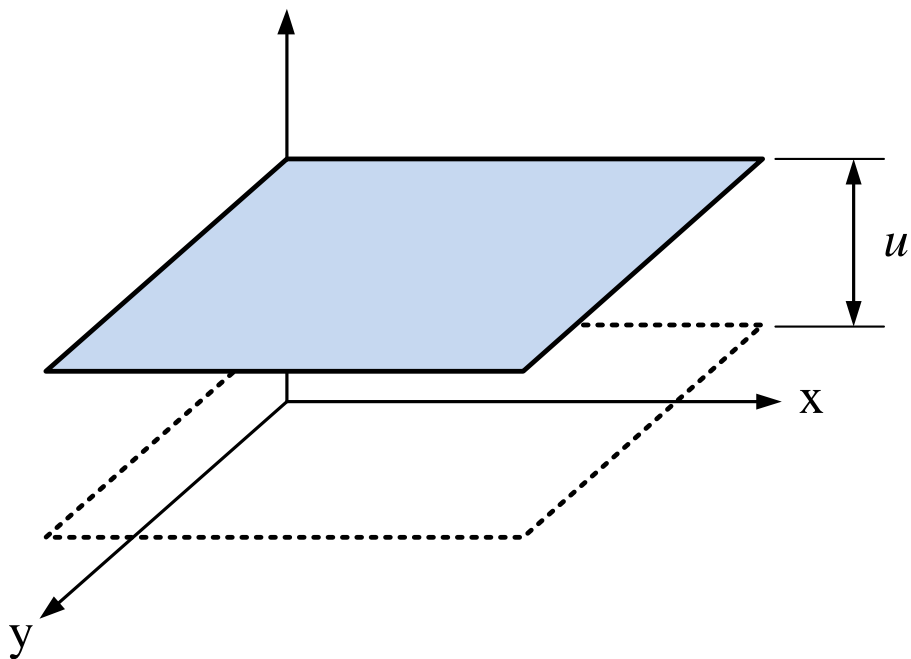


圖 3-8  $x$  方向平移變形場之示意圖

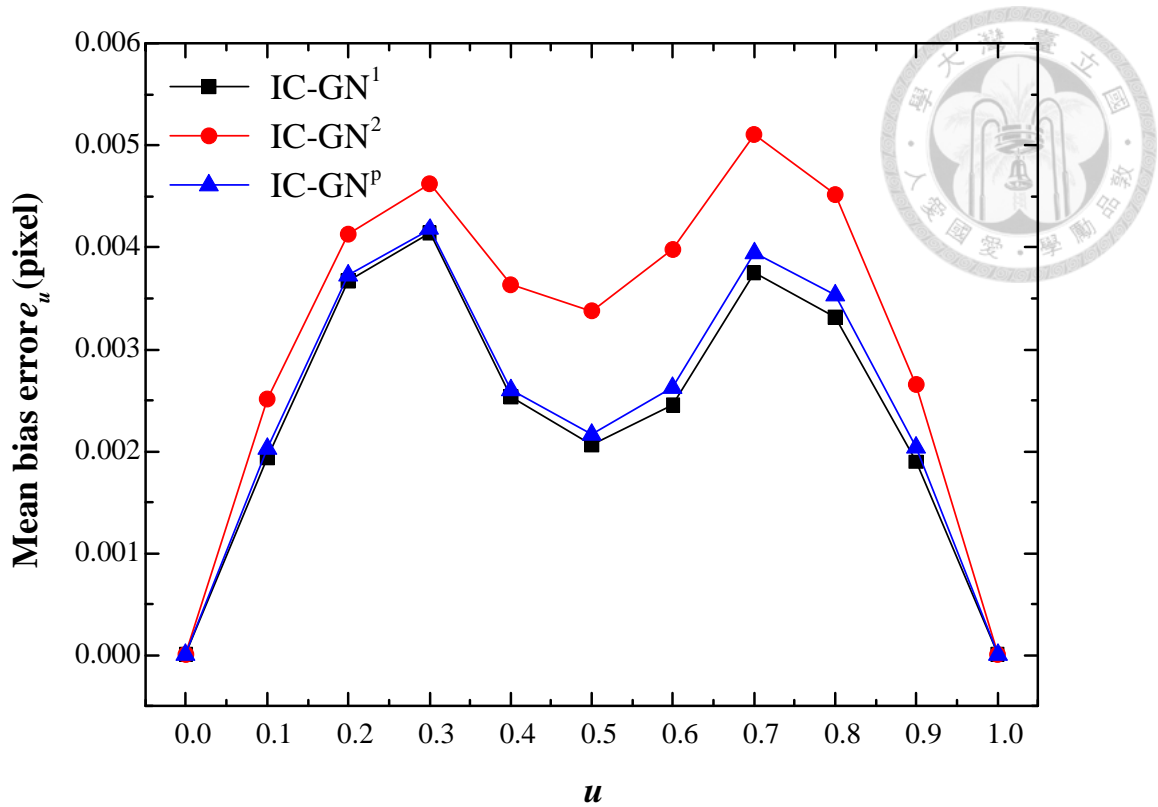


圖 3-9 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $x$  方向平移變形場量測之平均誤差

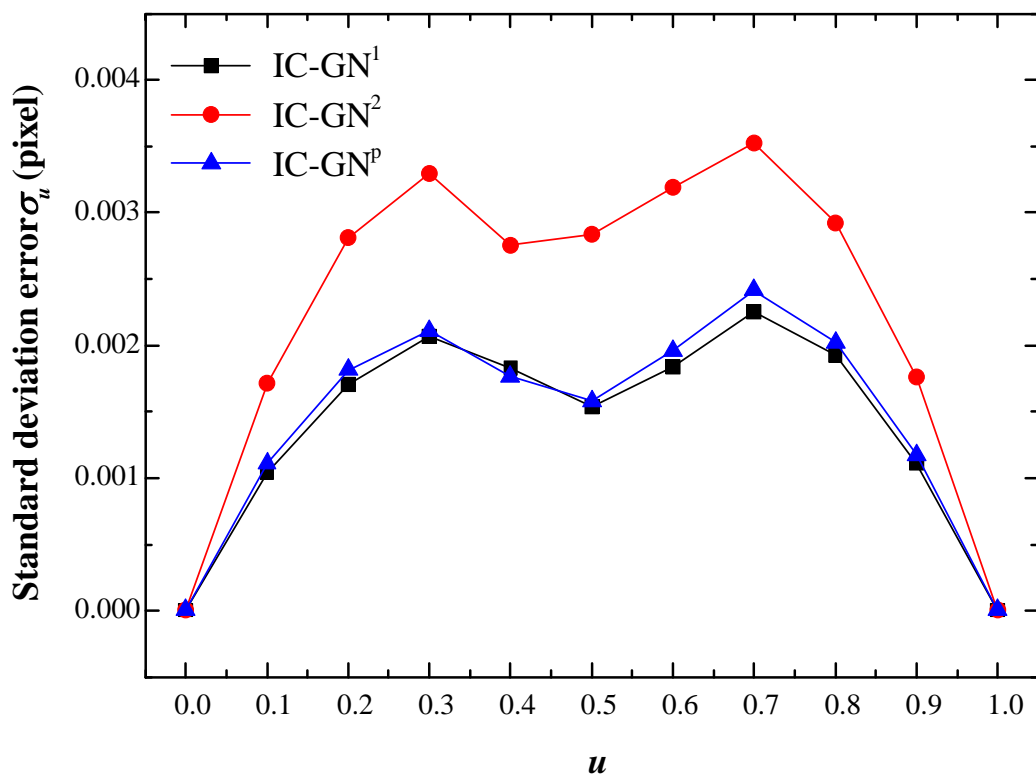


圖 3-10 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $x$  方向平移變形場量測誤差之標準差



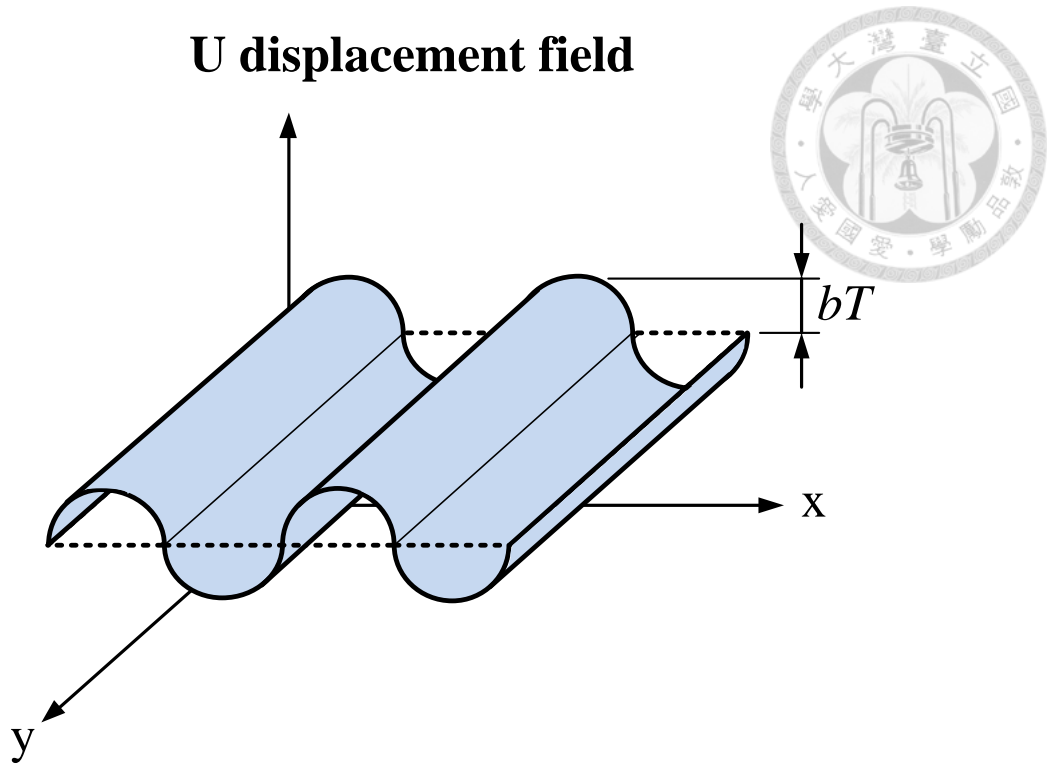


圖 3-11  $x$  方向正弦變形場之示意圖

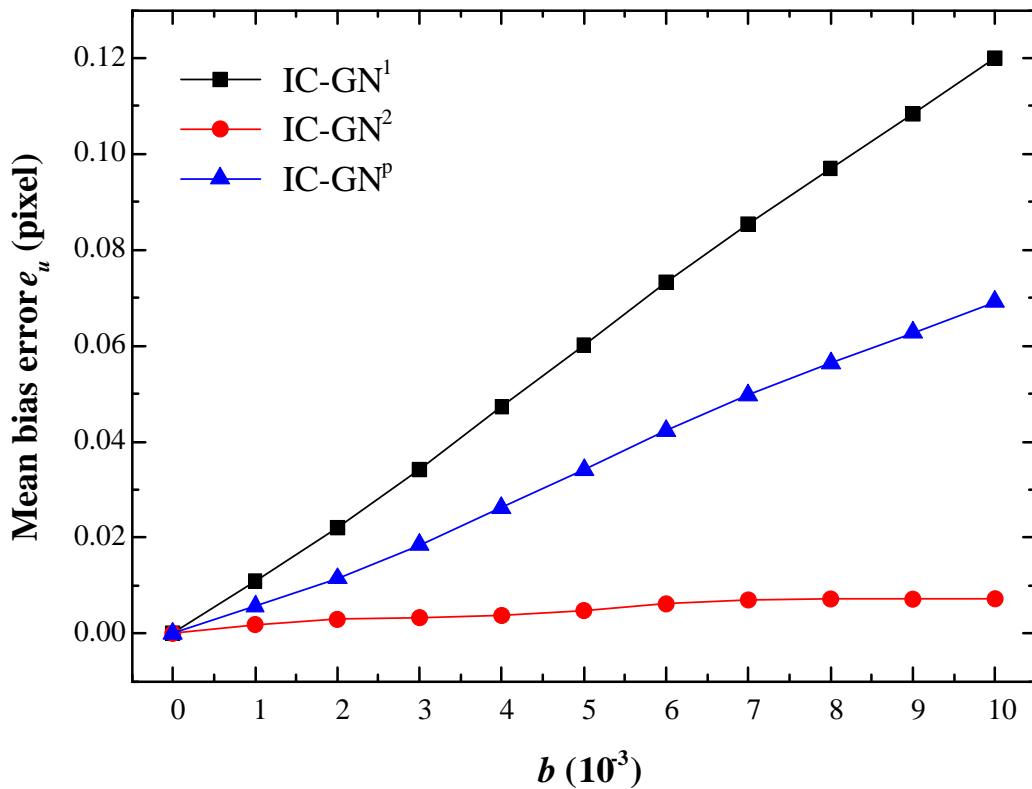


圖 3-12 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>p</sup>在  $x$  方向正弦變形場量測之平均誤差

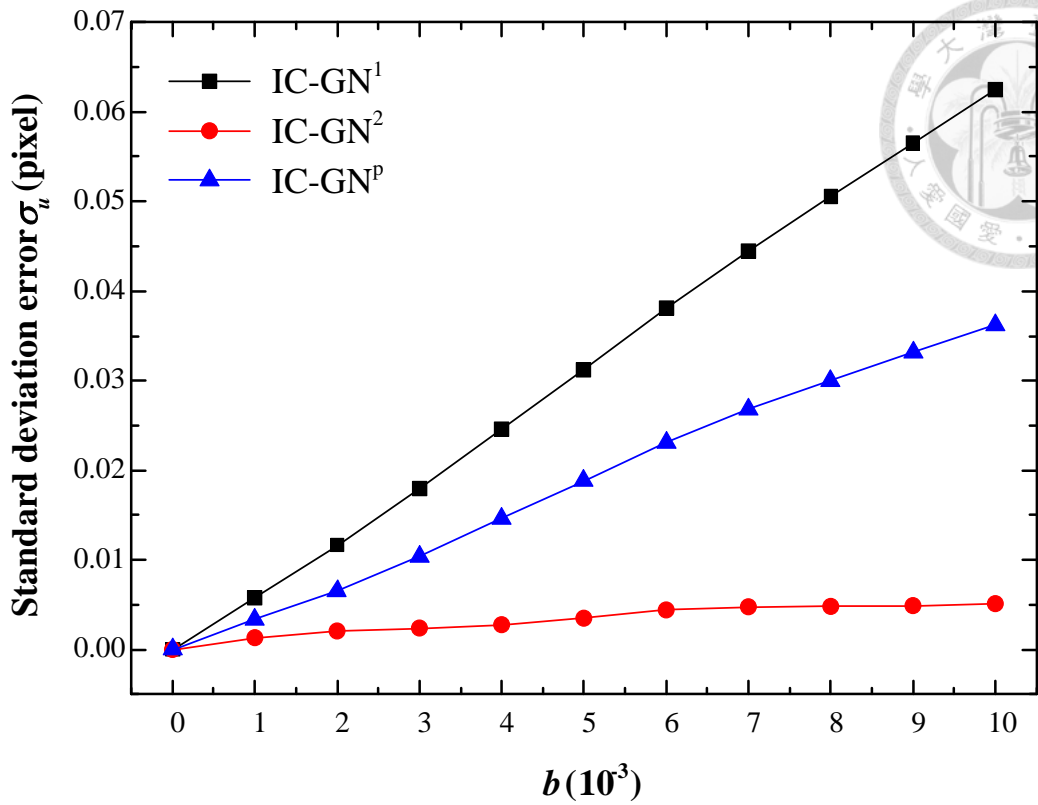


圖 3-13 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>p</sup> 在  $x$  方向正弦變形場量測誤差之標準差

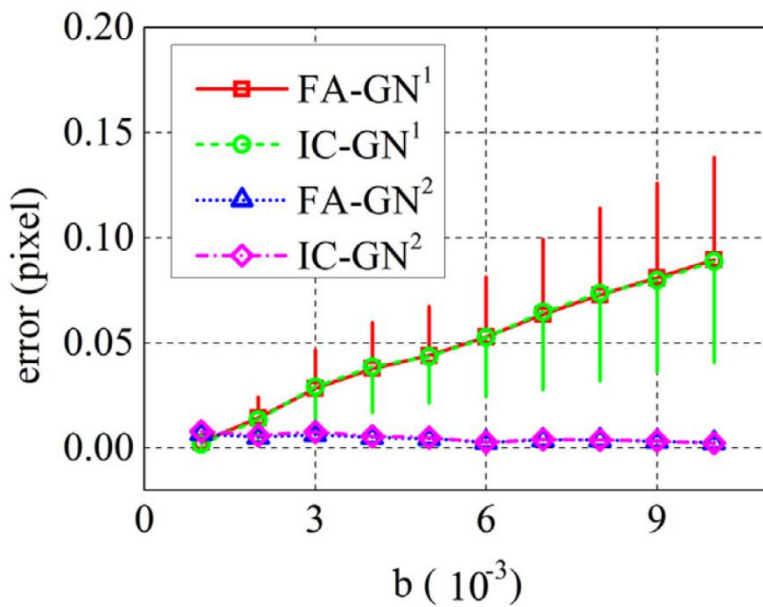


圖 3-14 FA-NR<sup>1</sup>、FA-NR<sup>2</sup>、IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 在  $x$  方向正弦變形場量測之平均誤差結果(Gao[21]等人)



### U displacement field

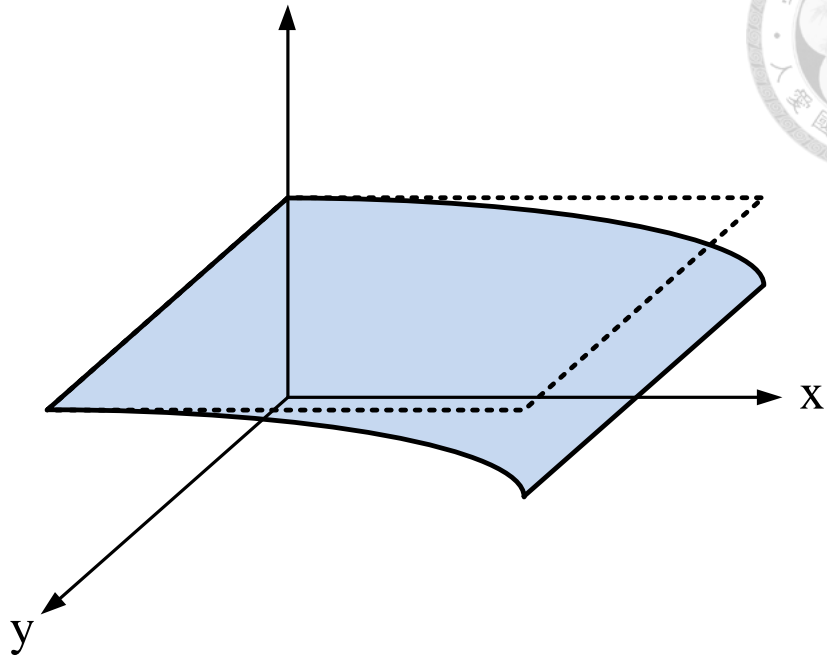


圖 3-15 x 方向投影變形場之示意圖

### V displacement field

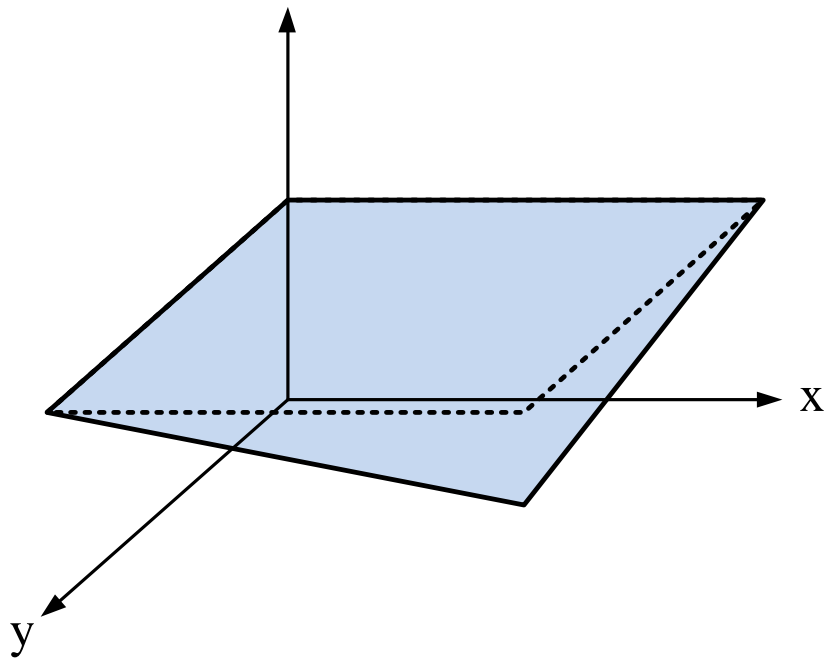


圖 3-16 y 方向投影變形場之示意圖

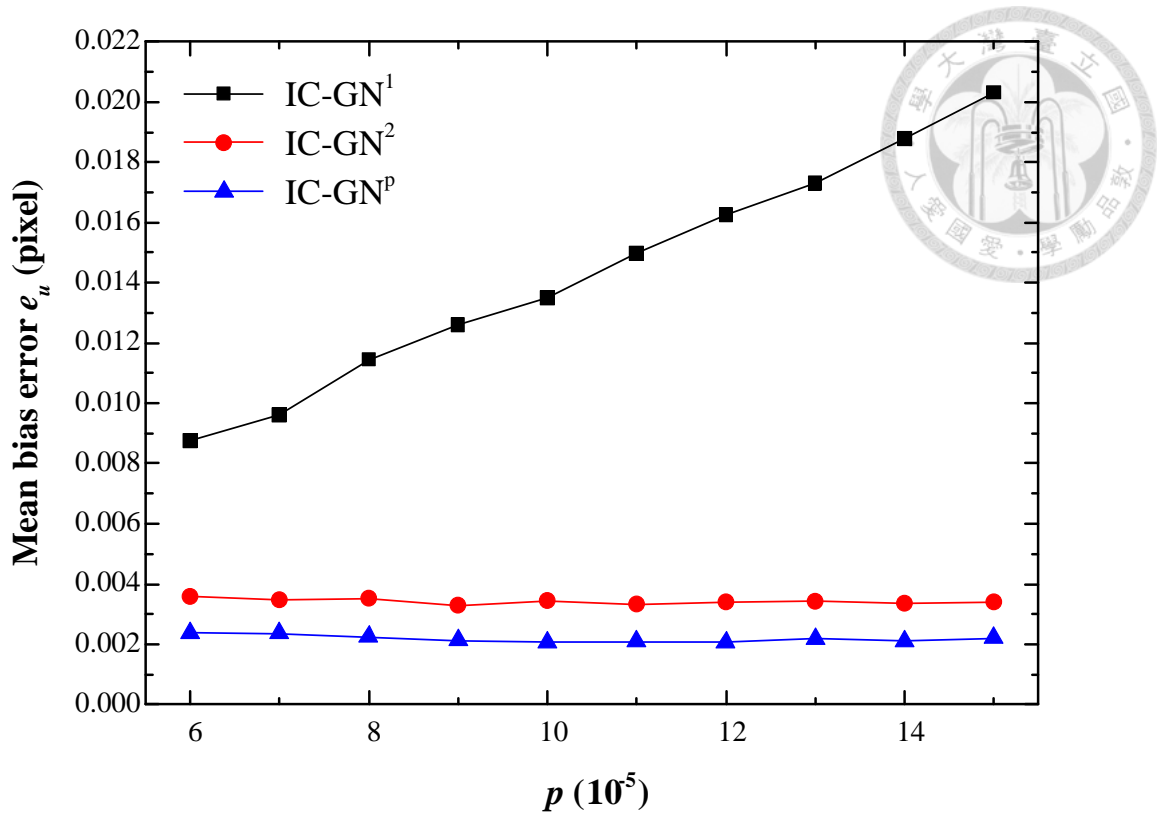


圖 3-17 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup>在  $x$  方向投影變形場量測之平均誤差

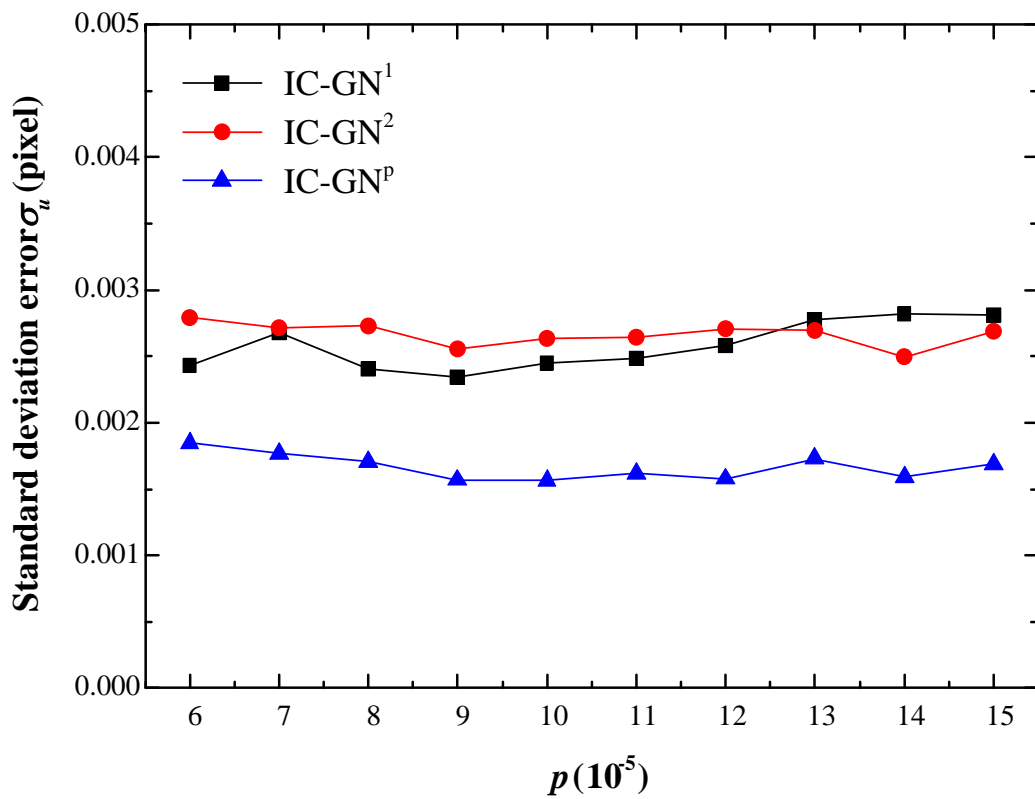


圖 3-18 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup>在  $x$  方向投影變形場量測誤差之標準差

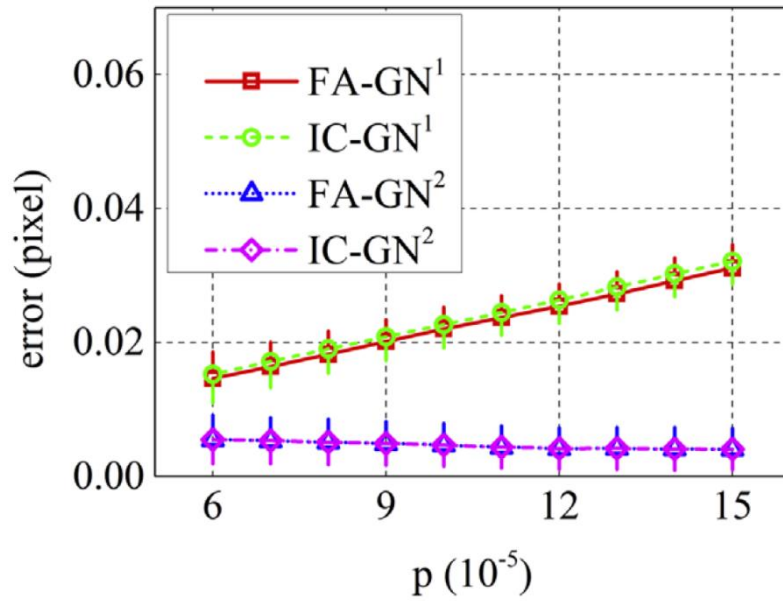


圖 3-19 FA-NR<sup>1</sup>、FA-NR<sup>2</sup>、IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>2</sup> 在  $x$  方向投影變形場量測之平均誤差結果(Gao[21]等人)

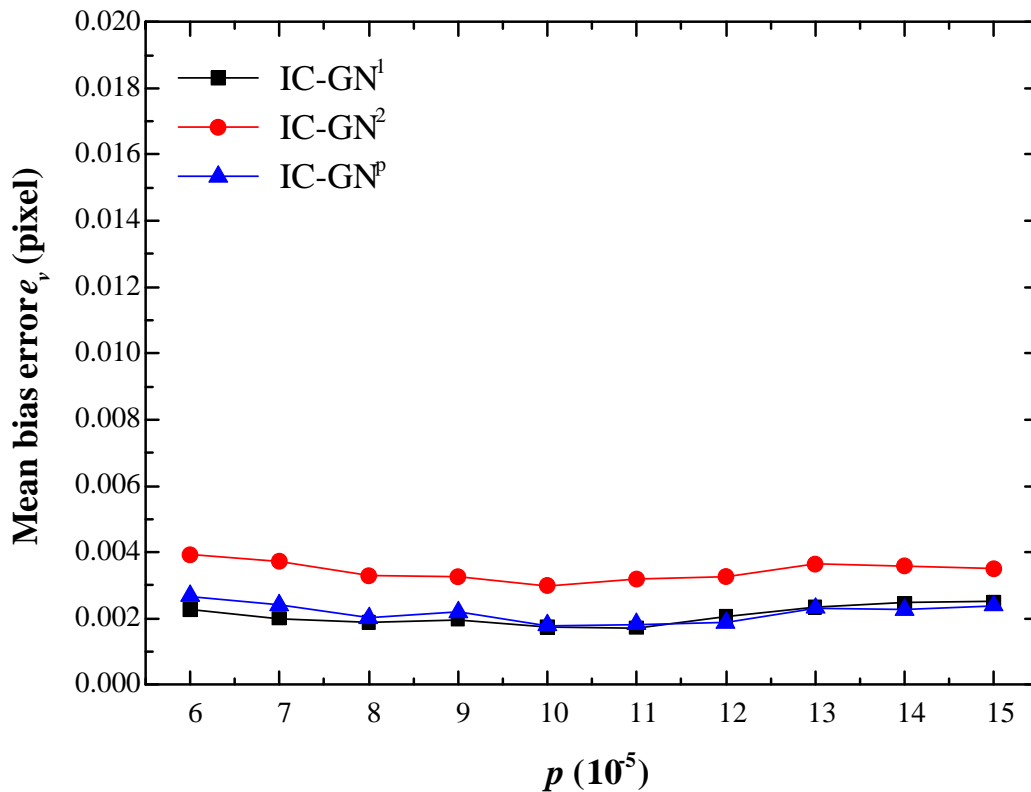


圖 3-20 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>p</sup> 在  $y$  方向投影變形場量測之平均誤差

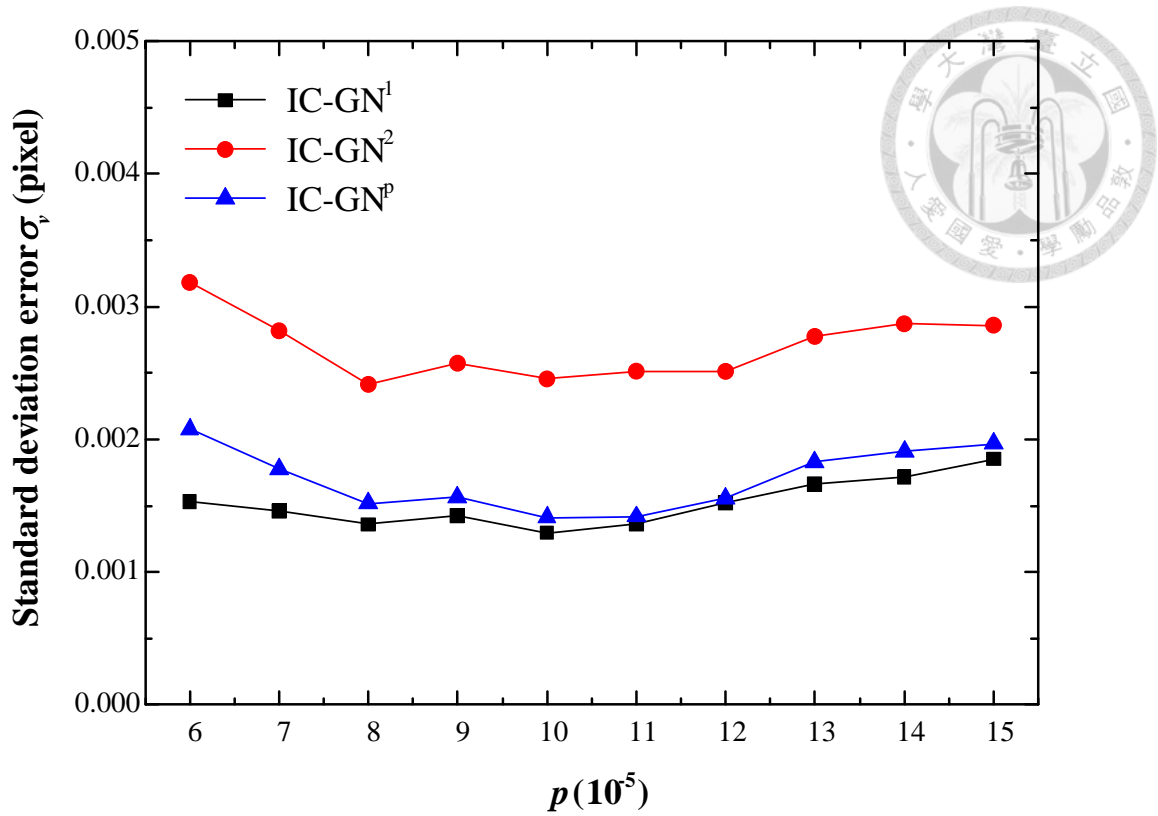


圖 3-21 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>p</sup> 在 y 方向投影變形場量測誤差之標準差

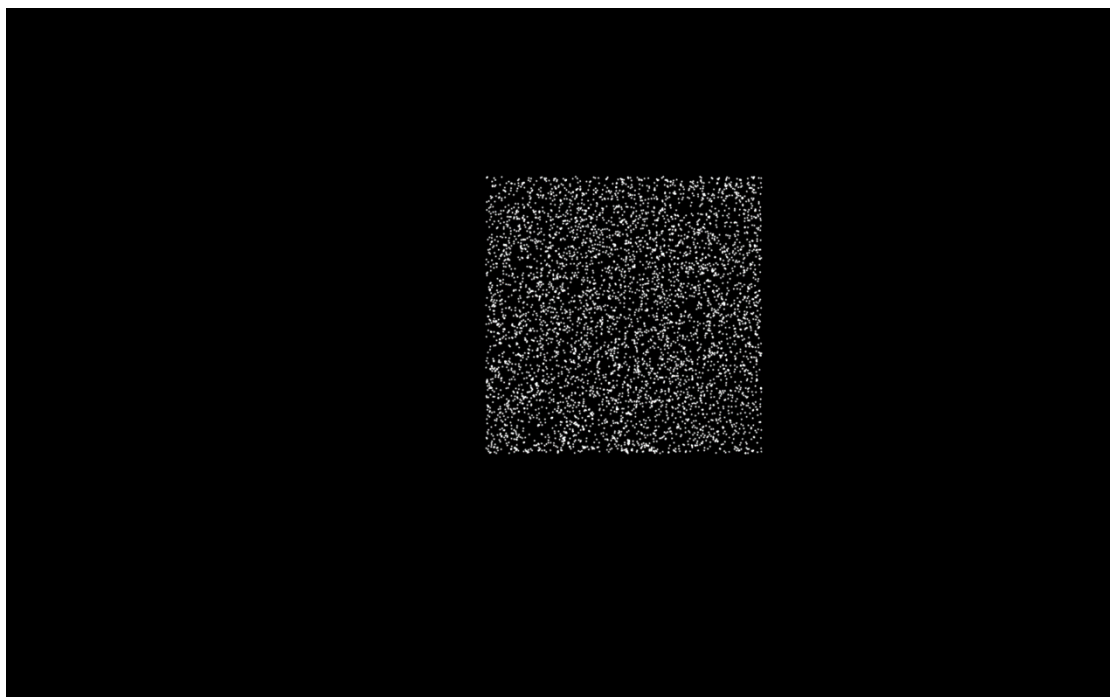


圖 3-22 電腦生成之左斑點影像

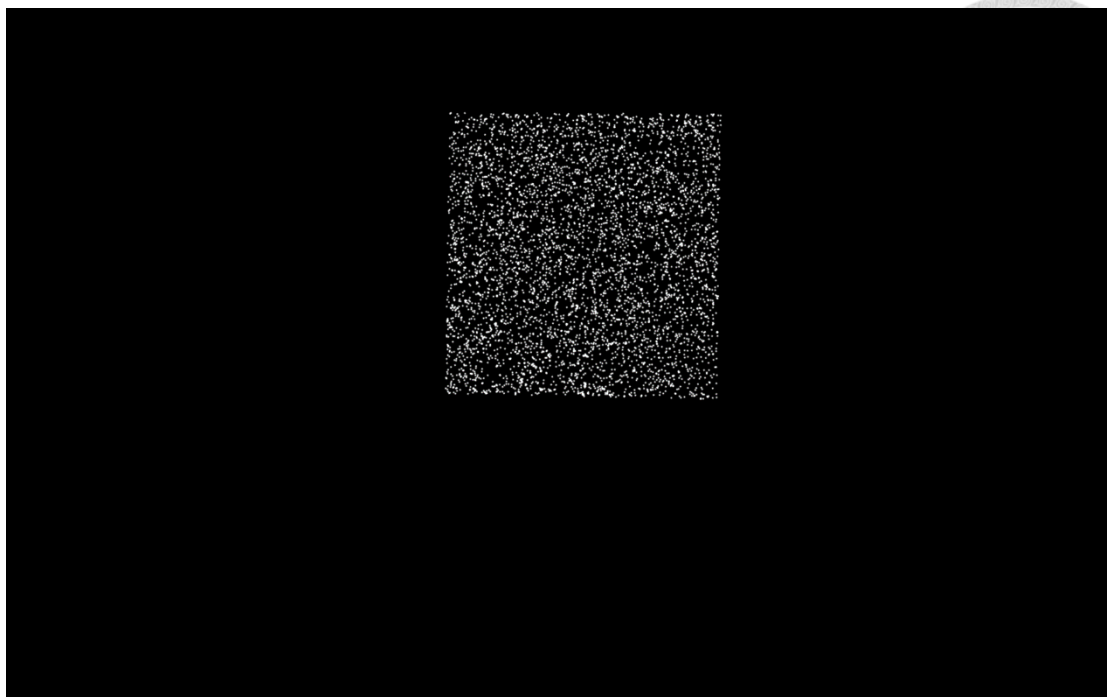


圖 3-23 電腦生成之右斑點影像

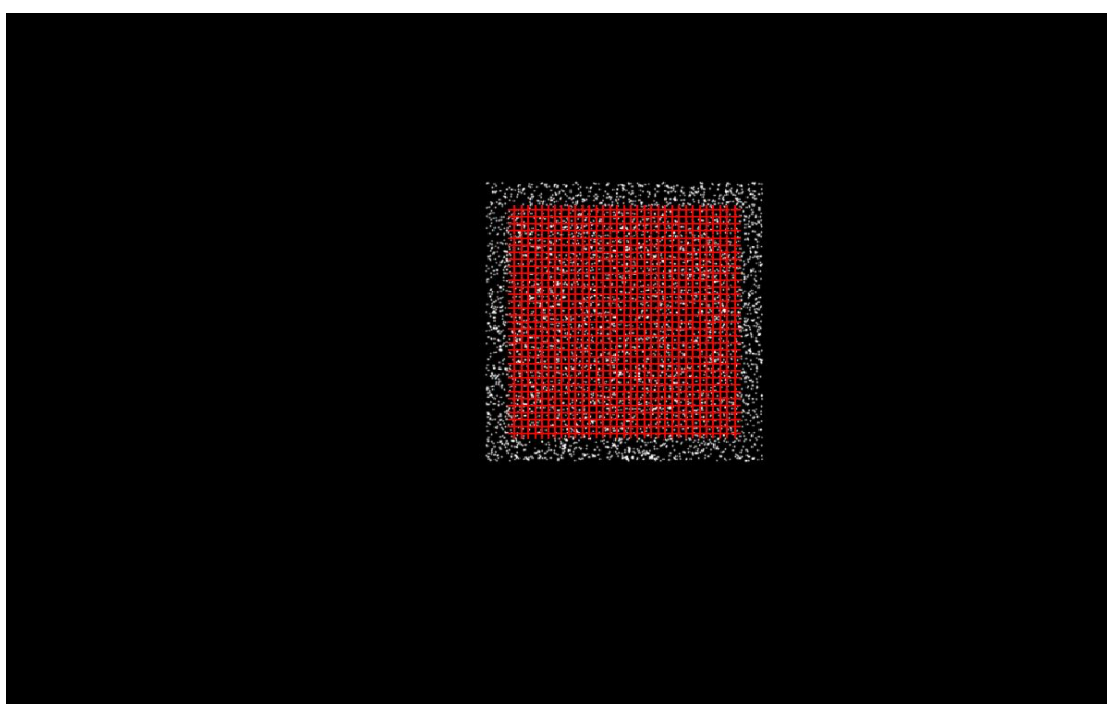


圖 3-24 分析點的位置

### W displacement field

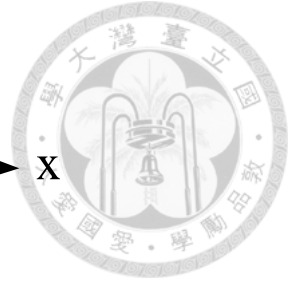
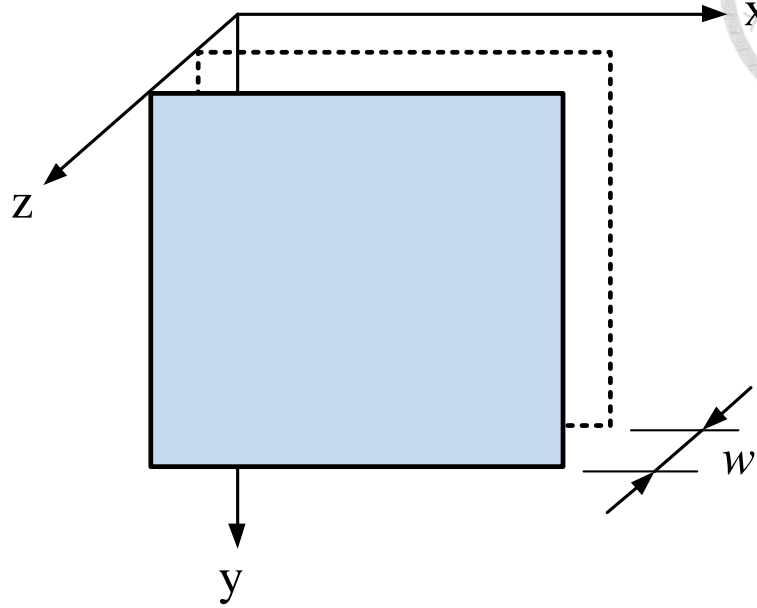


圖 3-25 z 方向平移變形場之示意圖

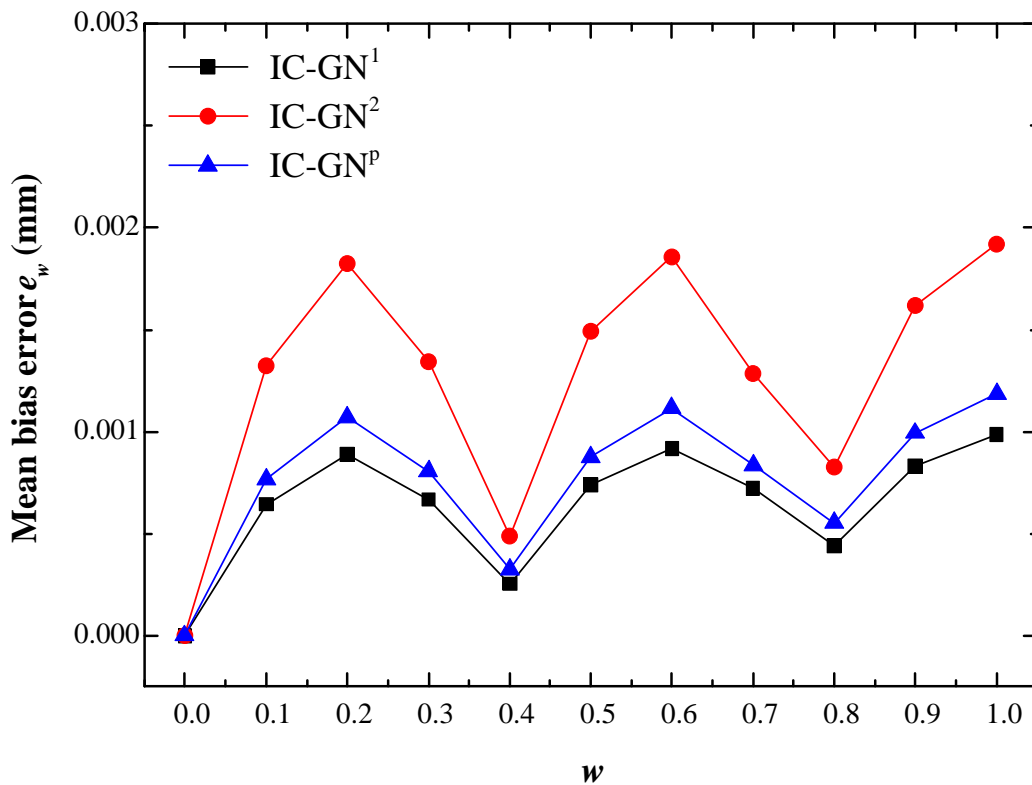


圖 3-26 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup>在 z 方向平移變形場量測之平均誤差



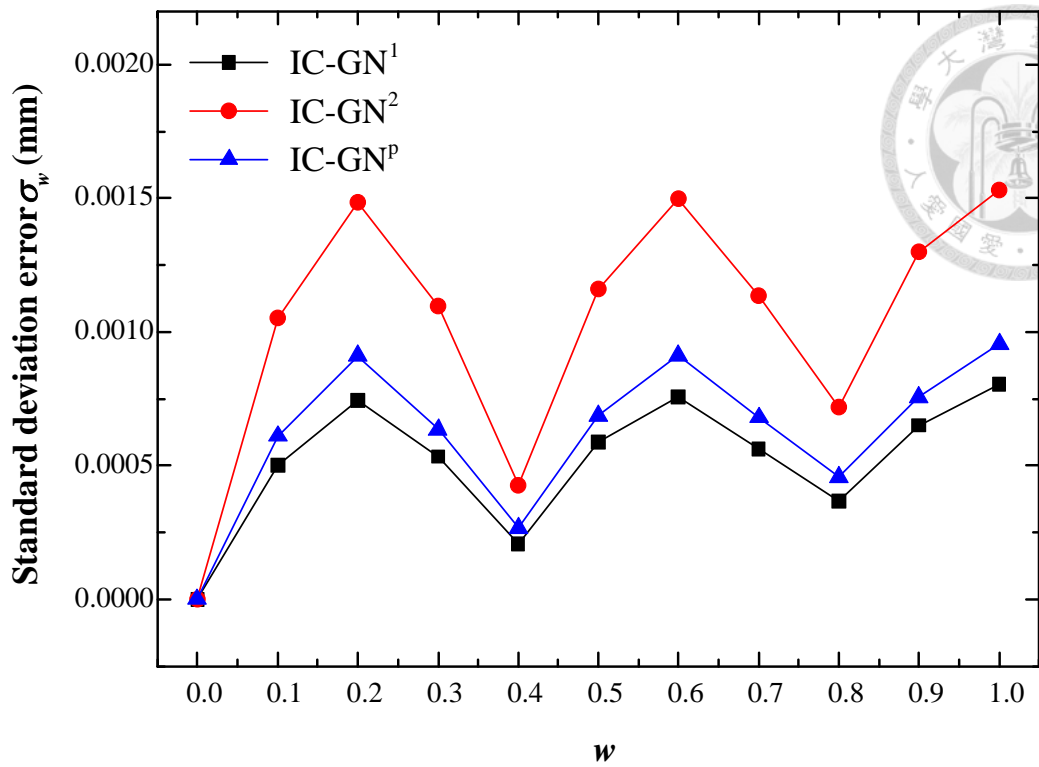


圖 3-27 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup>在 z 方向平移變形場量測誤差之標準差

### W displacement field

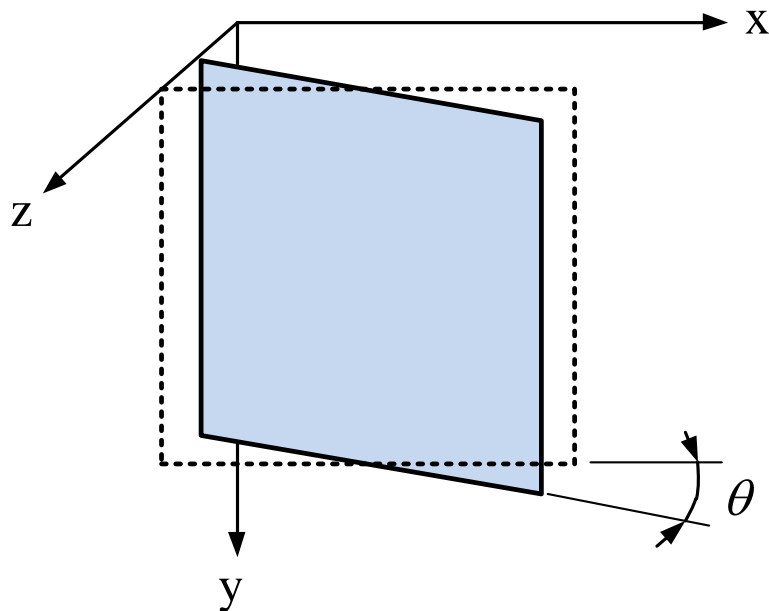


圖 3-28 z 方向一階變形場之示意圖

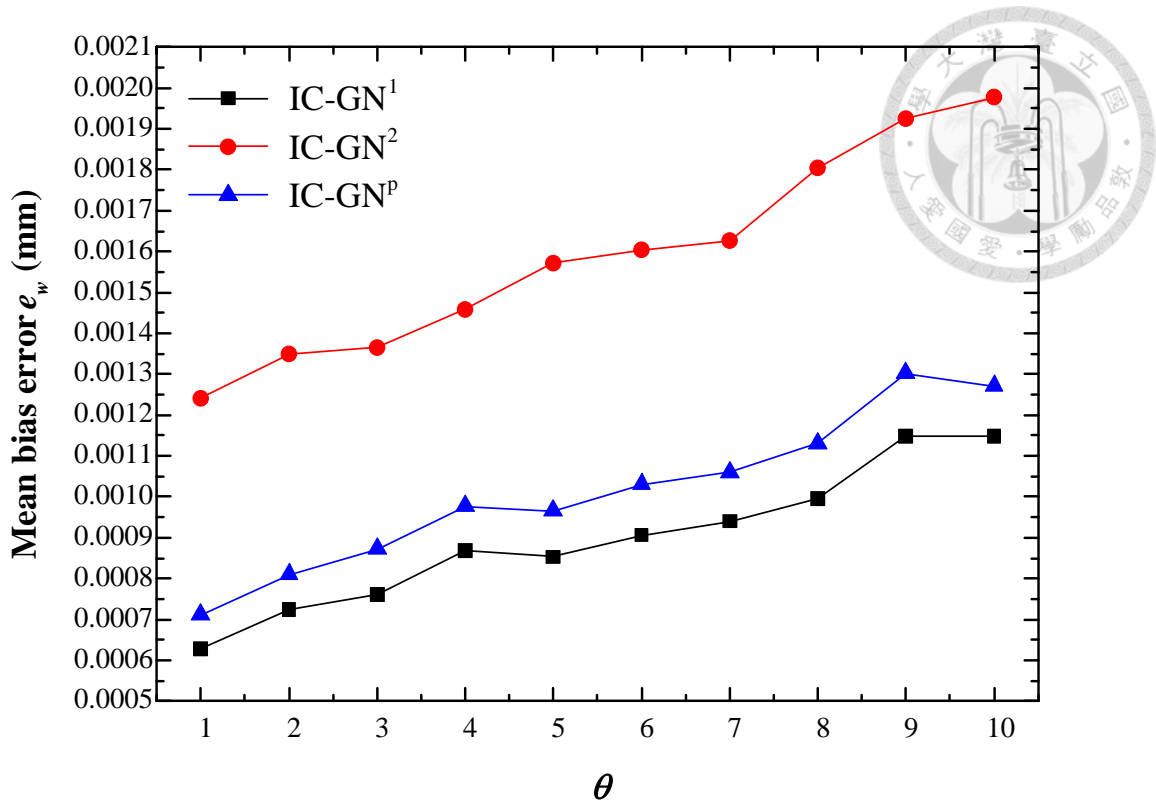


圖 3-29 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $z$  方向一階變形場量測之平均誤差

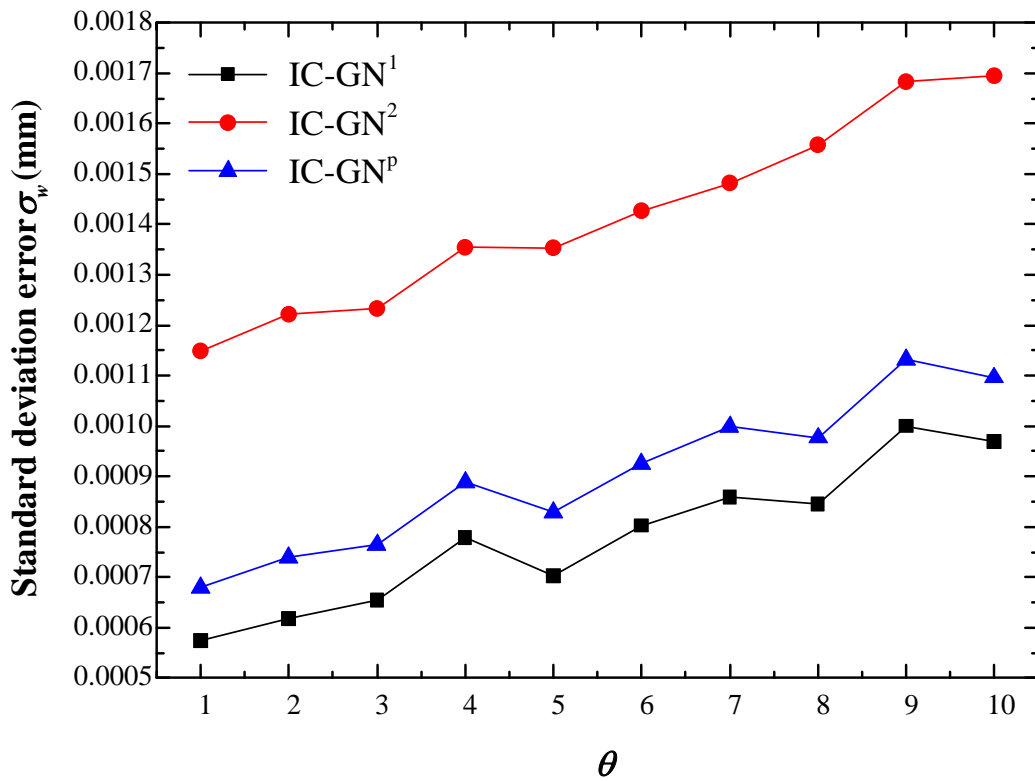


圖 3-30 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $z$  方向一階變形場量測誤差之標準差

# W displacement field

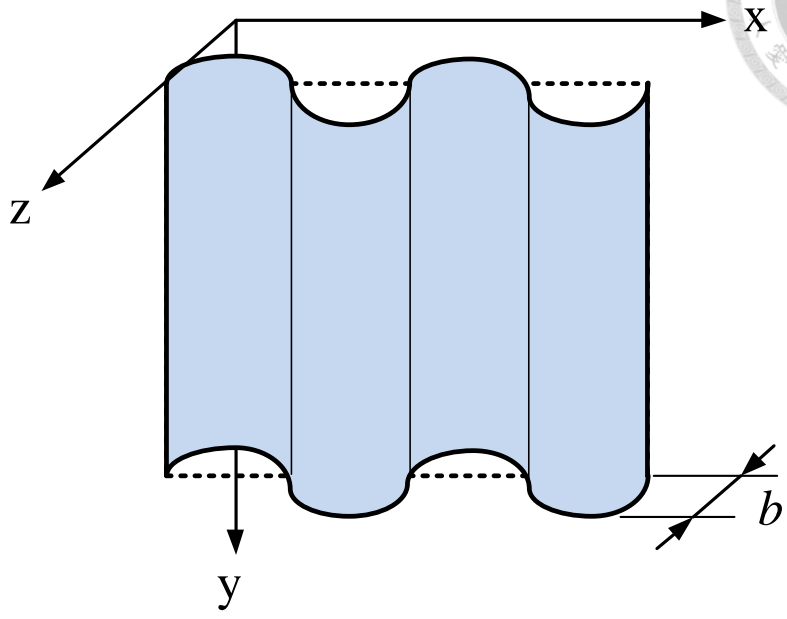


圖 3-31 z 方向正弦變形場之示意圖

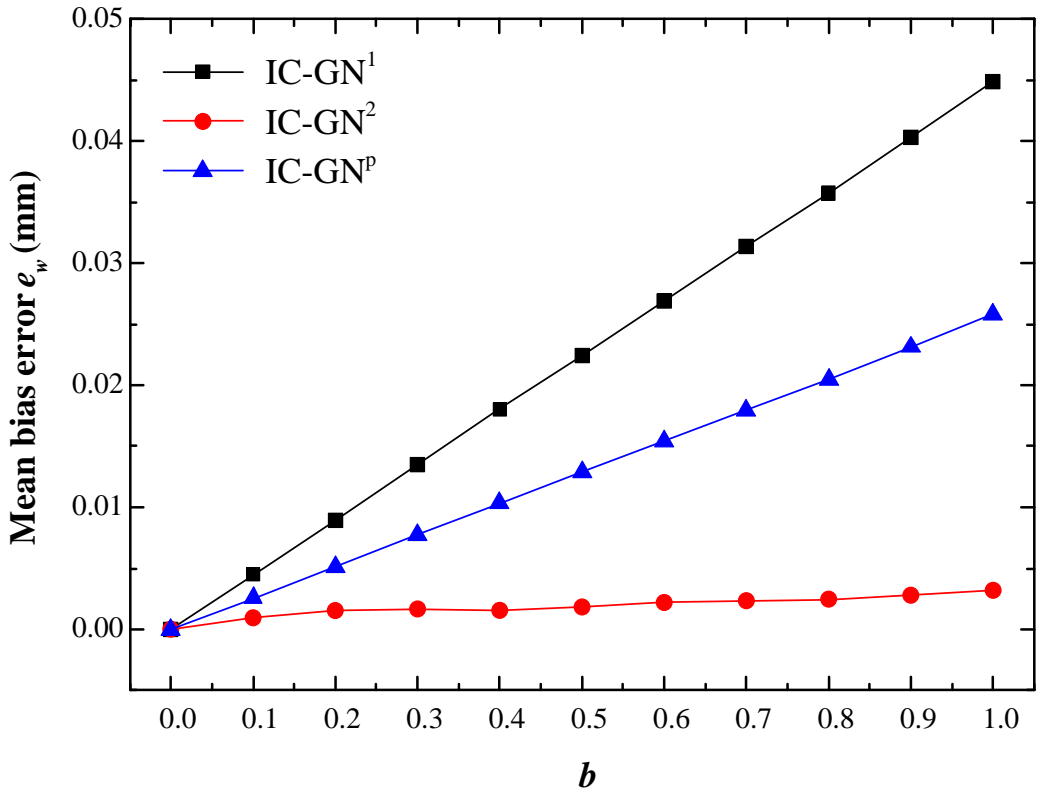


圖 3-32 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup>在 z 方向正弦變形場量測之平均誤差

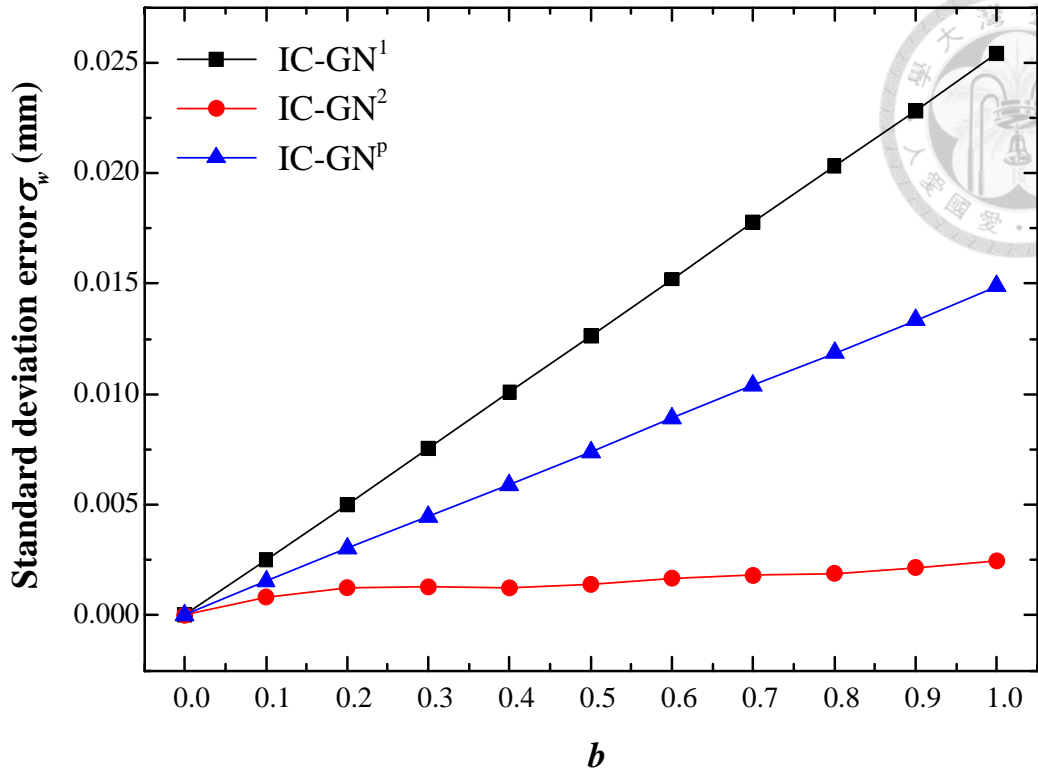


圖 3-33 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup>在  $z$  方向正弦變形場量測誤差之標準差

### W displacement field

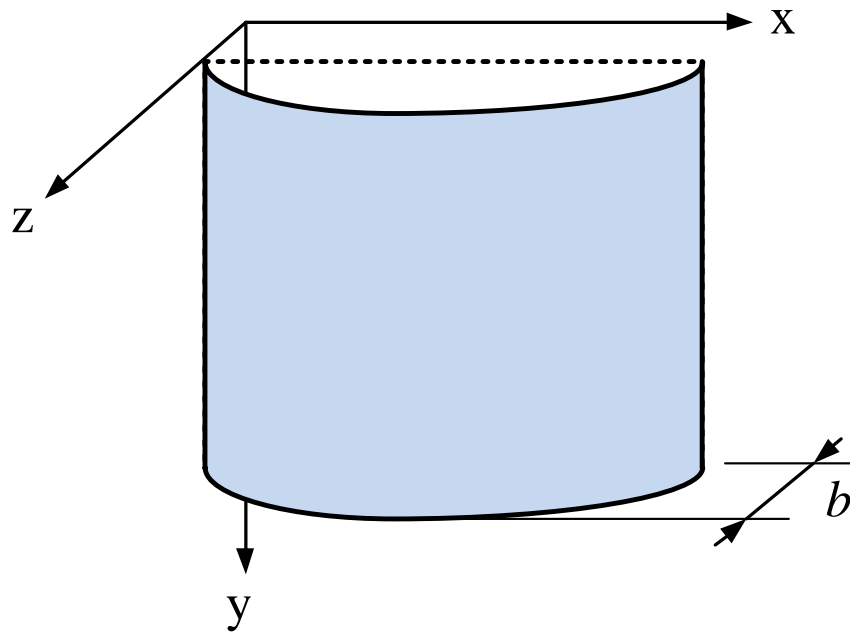


圖 3-34  $z$  方向正弦變形場之示意圖

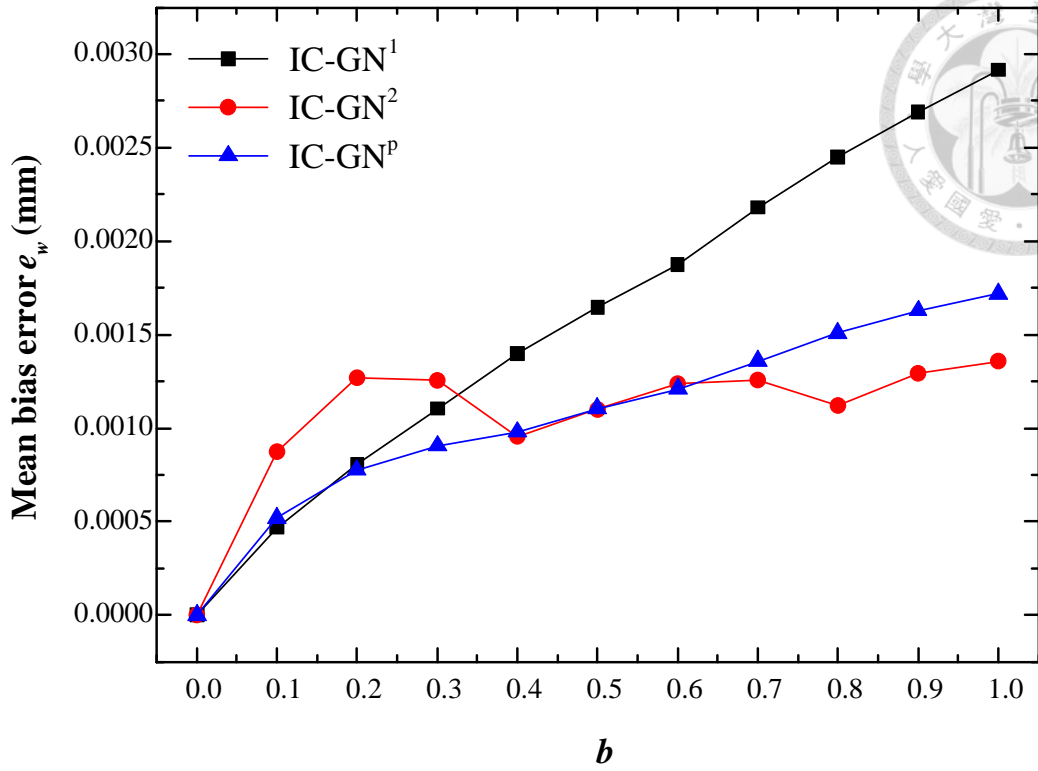


圖 3-35 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $z$  方向正弦變形場量測之平均誤差

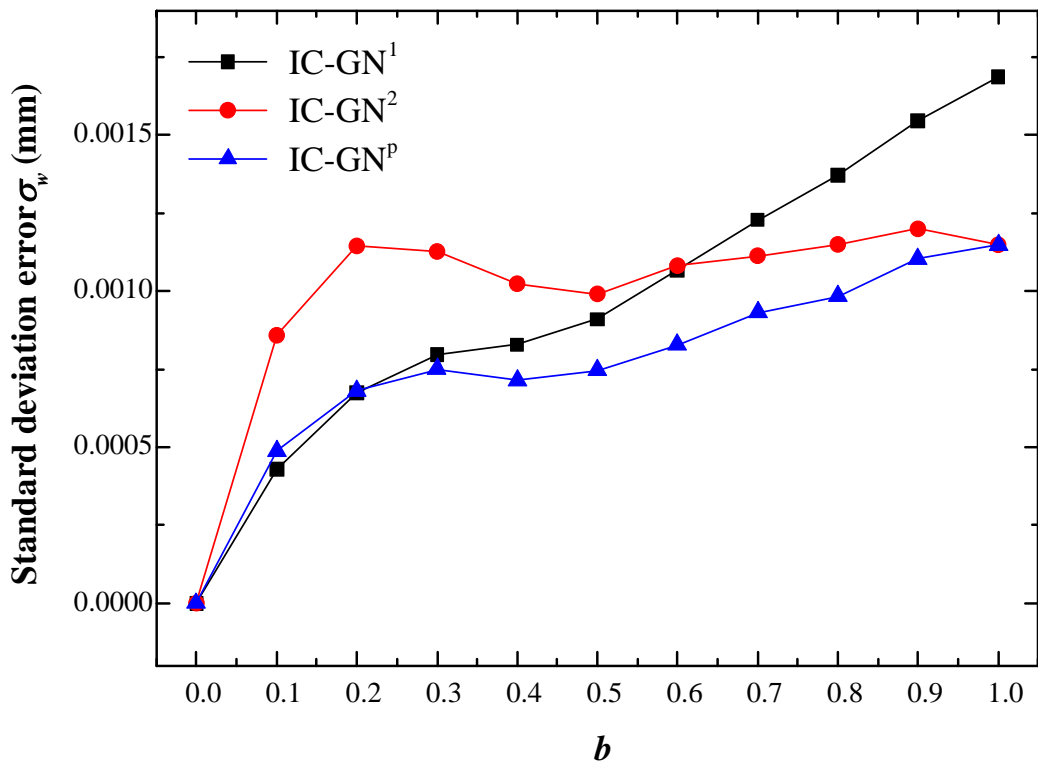


圖 3-36 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup>與 IC-GN<sup>P</sup> 在  $z$  方向正弦變形場量測誤差之標準差

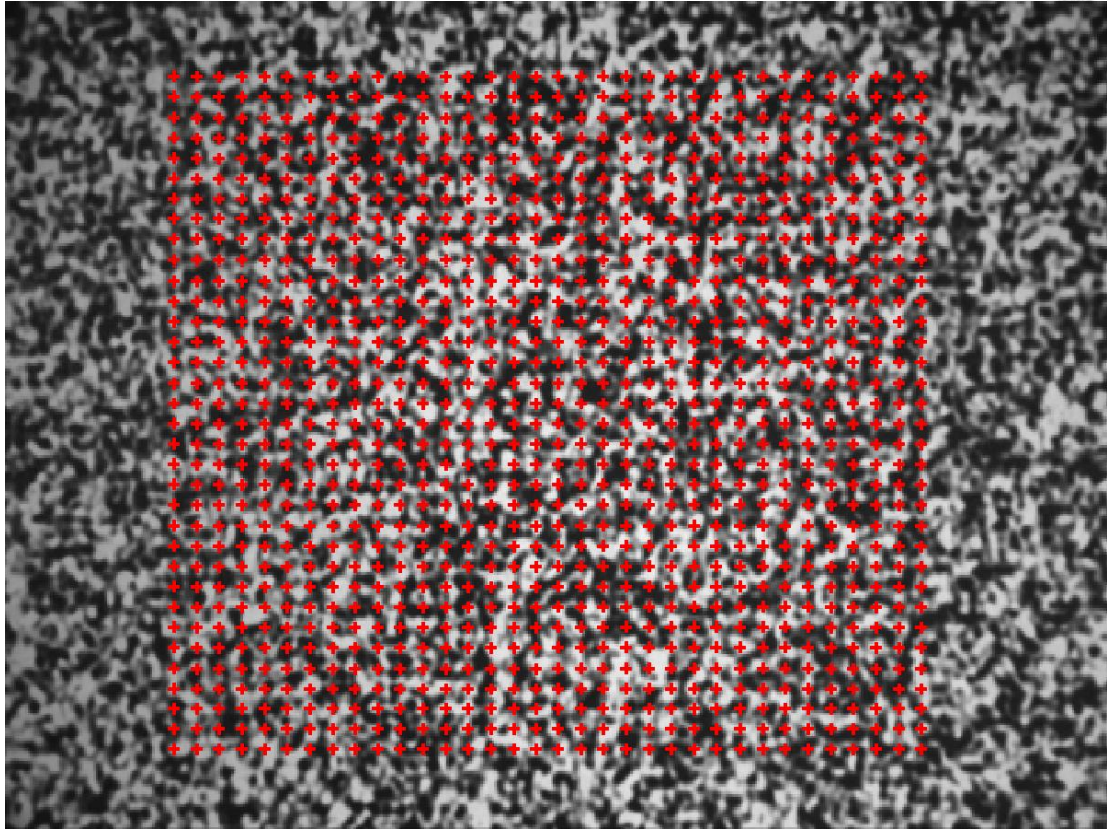


圖 3-37 SEM DIC Challenge High Contrast Images 的分析點之位置

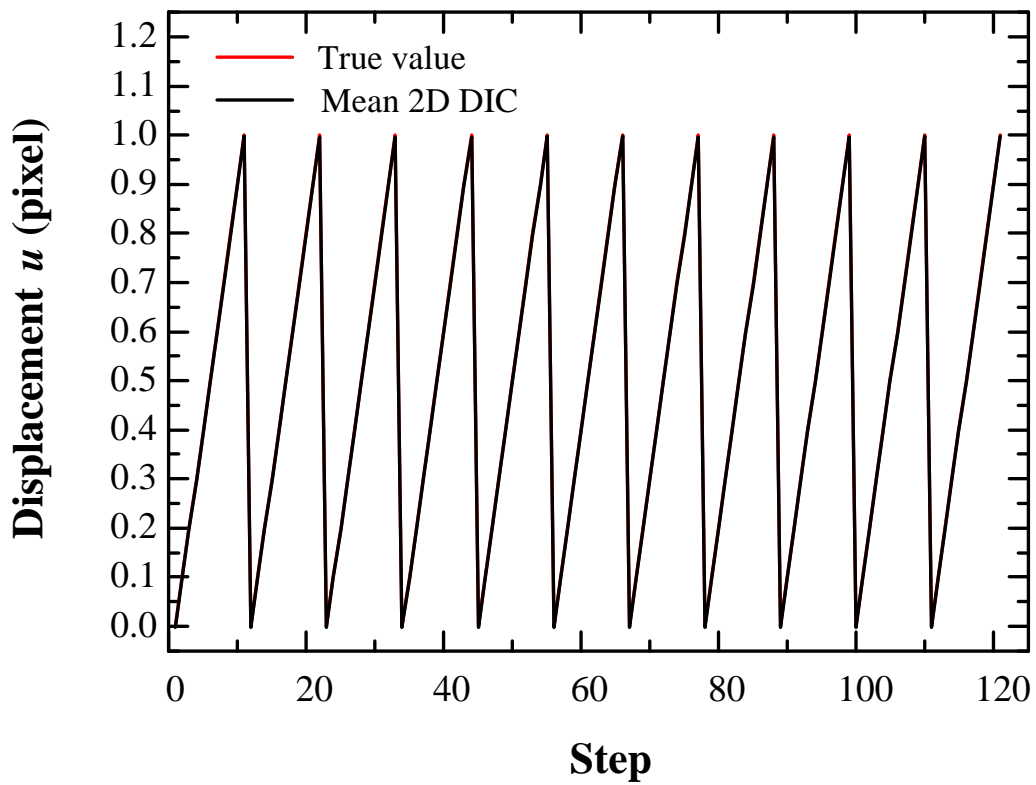


圖 3-38 2D DIC 量測  $x$  方向位移的平均值與真實位移的比較

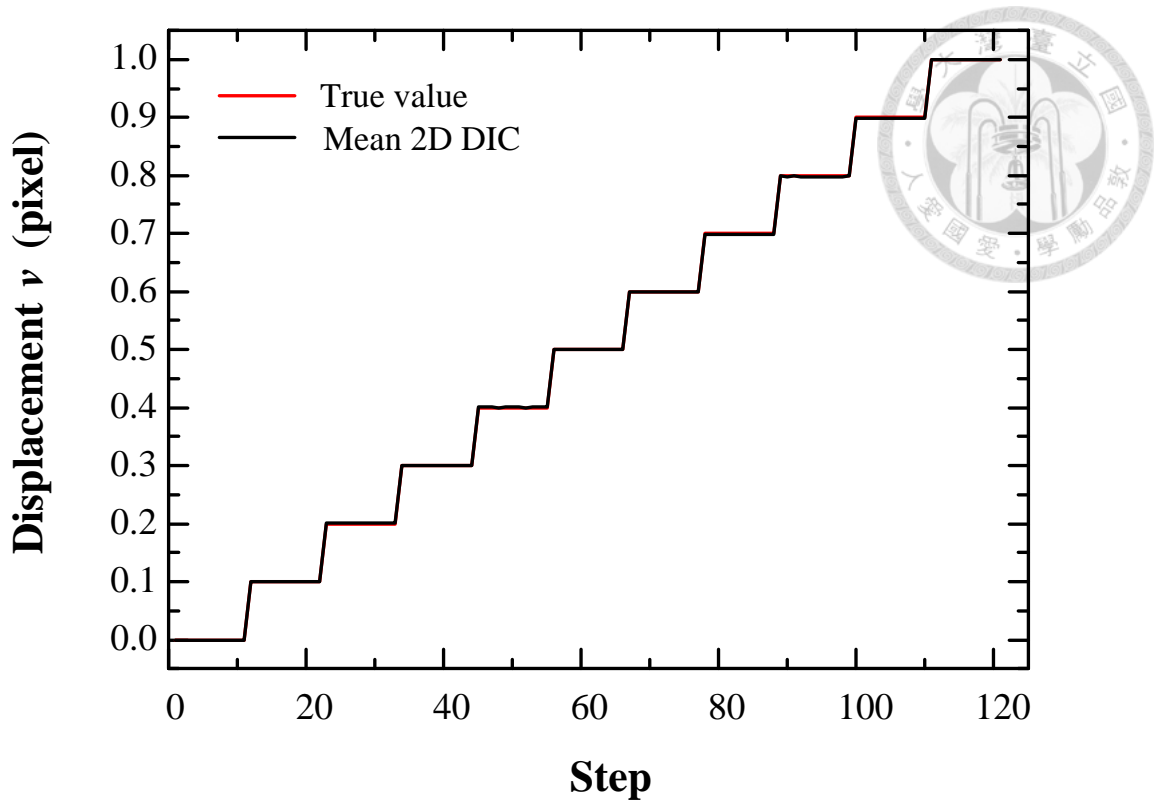


圖 3-39 2D DIC 量測  $y$  方向位移的平均值與真實位移的比較

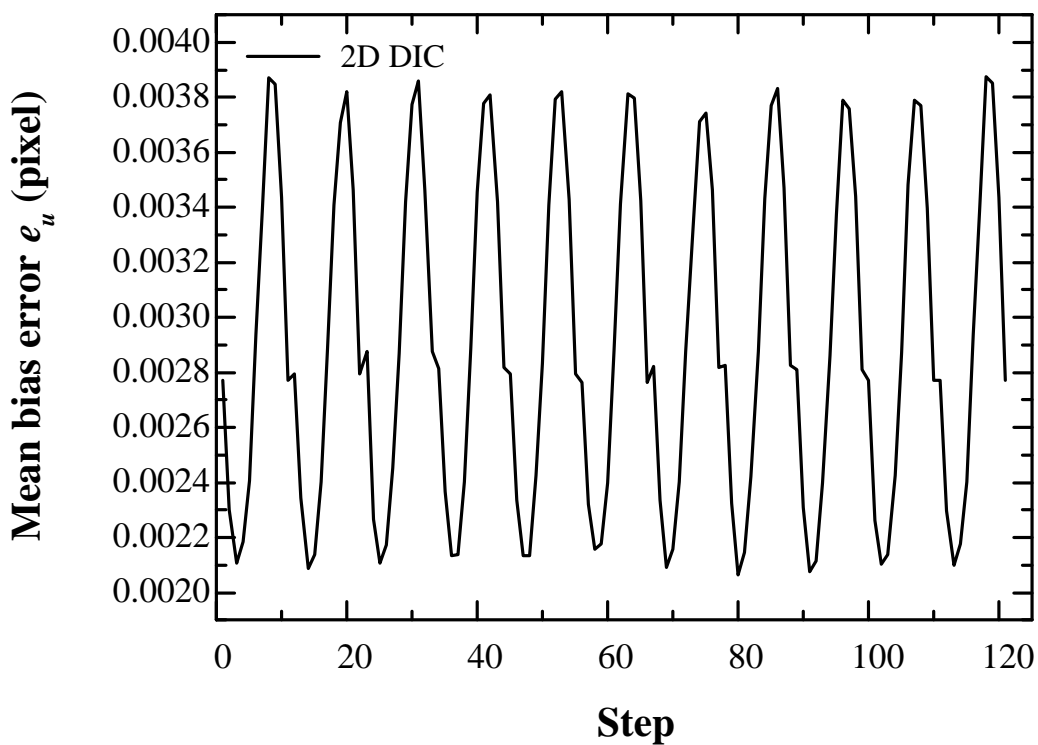


圖 3-40 2D DIC 量測  $x$  方向位移的平均誤差

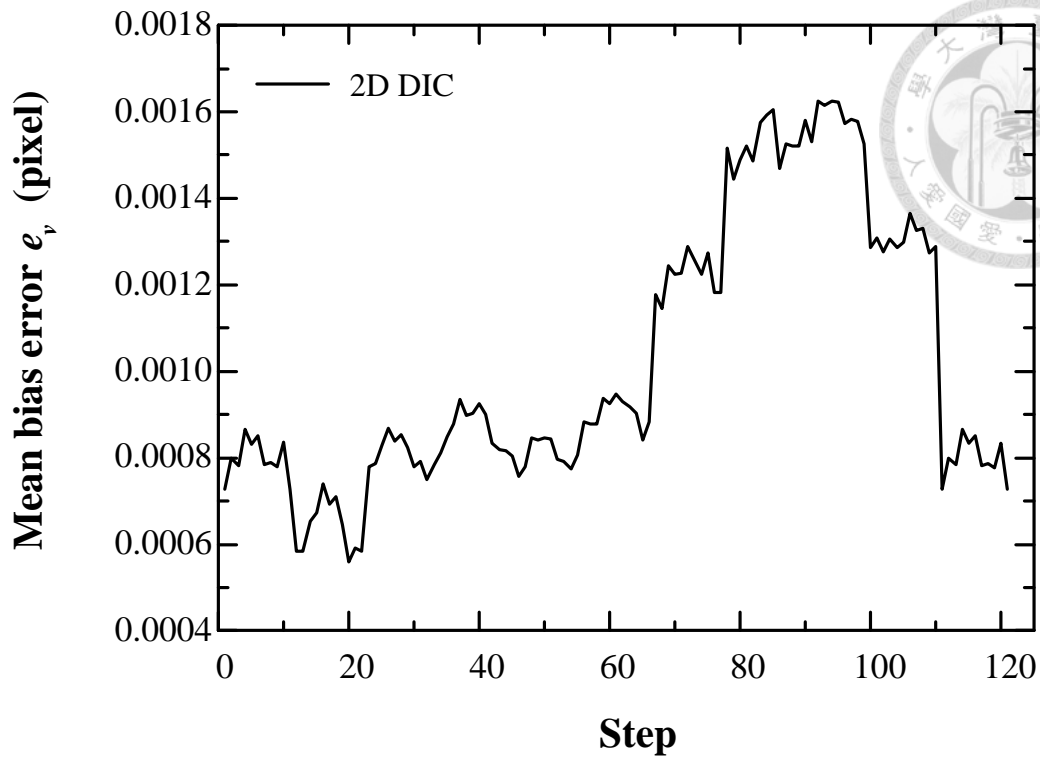


圖 3-41 2D DIC 量測  $y$  方向位移的平均誤差

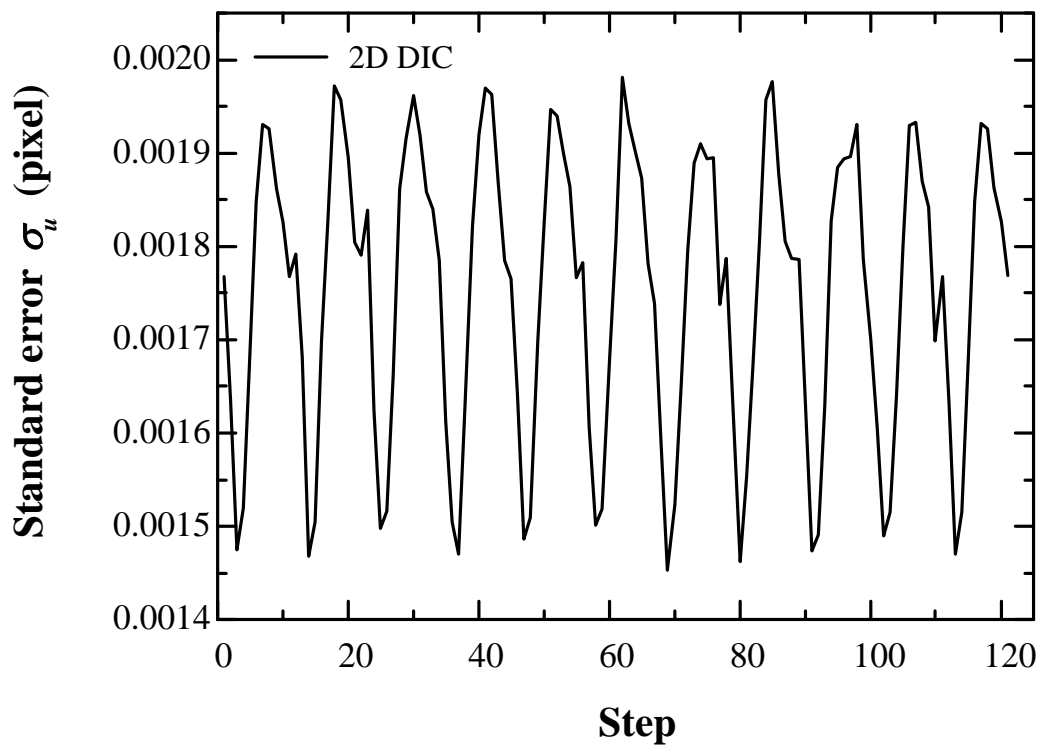


圖 3-42 2D DIC 量測  $x$  方向位移的誤差之標準差



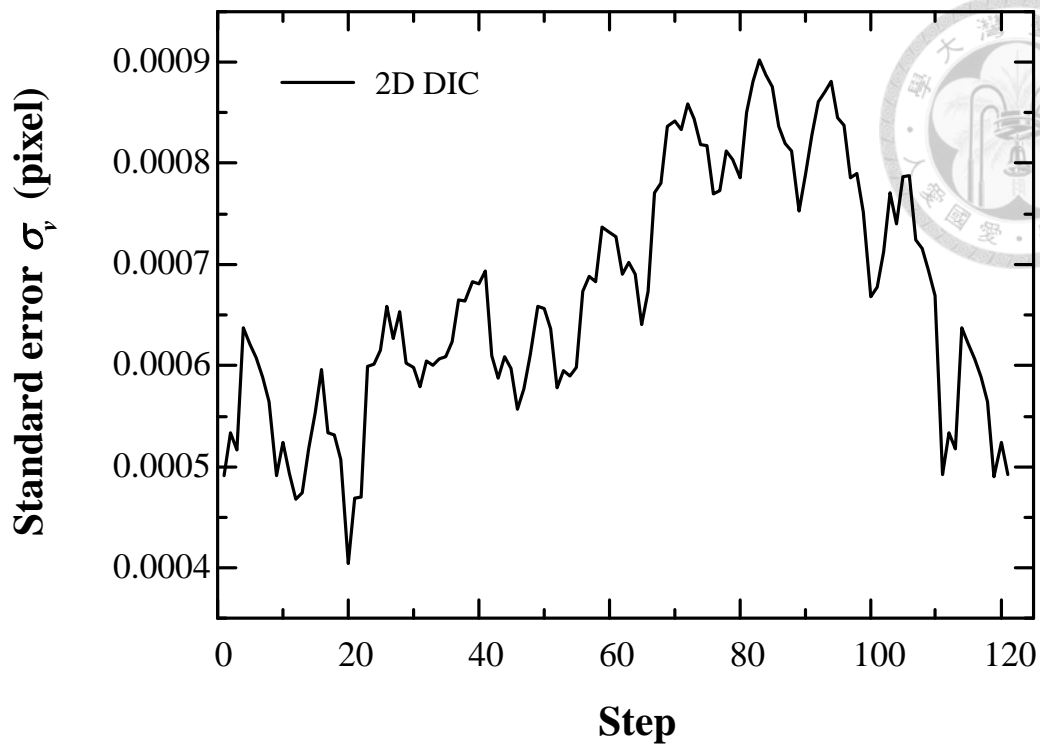


圖 3-43 2D DIC 量測  $y$  方向位移的誤差之標準差

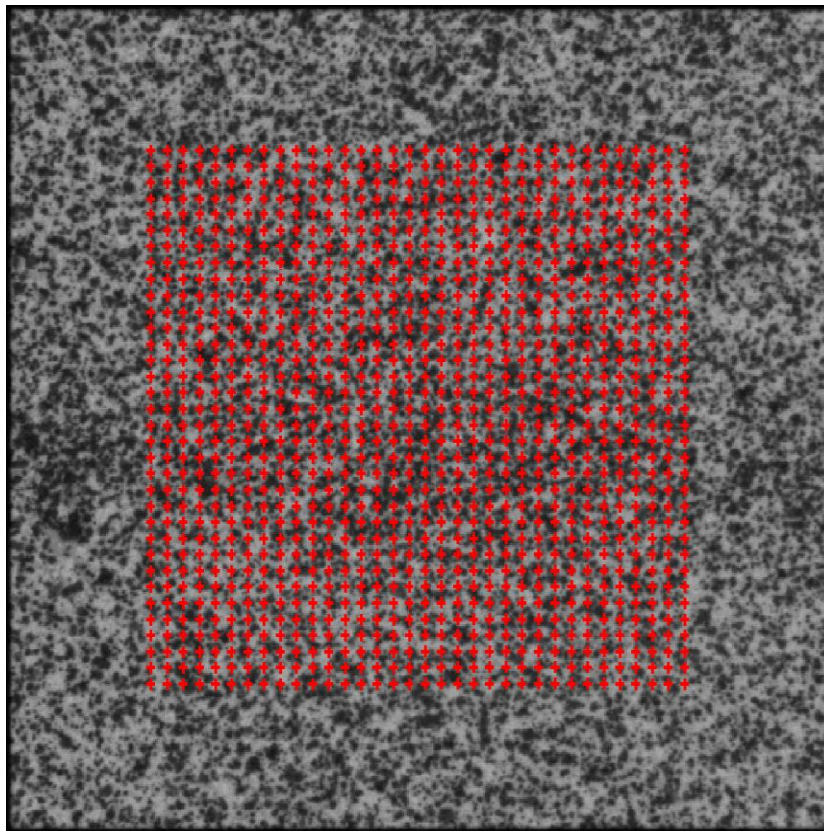


圖 3-44 SEM DIC Challenge Sample 9 的分析點之位置(旋轉前)

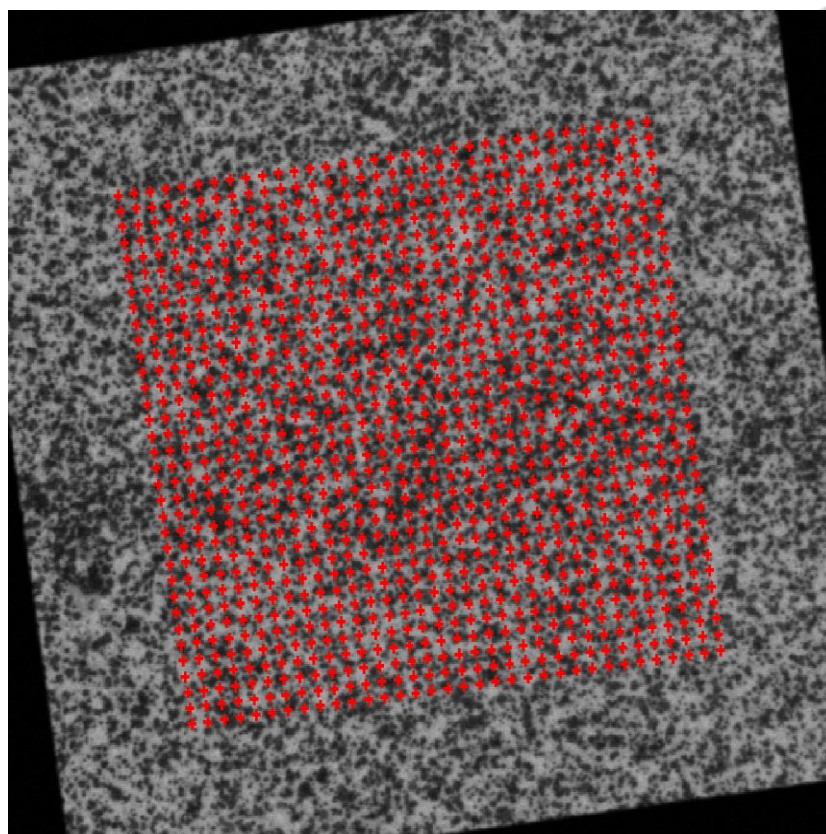


圖 3-45 SEM DIC Challenge Sample 9 的分析點之位置(旋轉後)

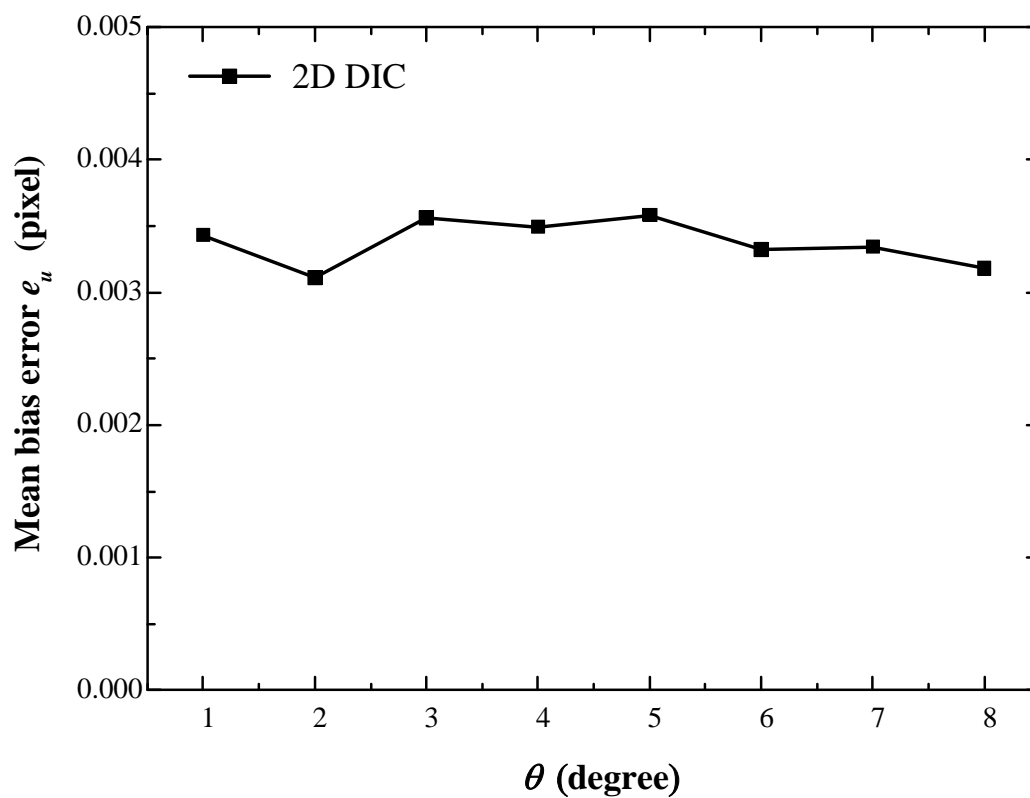


圖 3-46 2D DIC 量測  $x$  方向位移的平均誤差

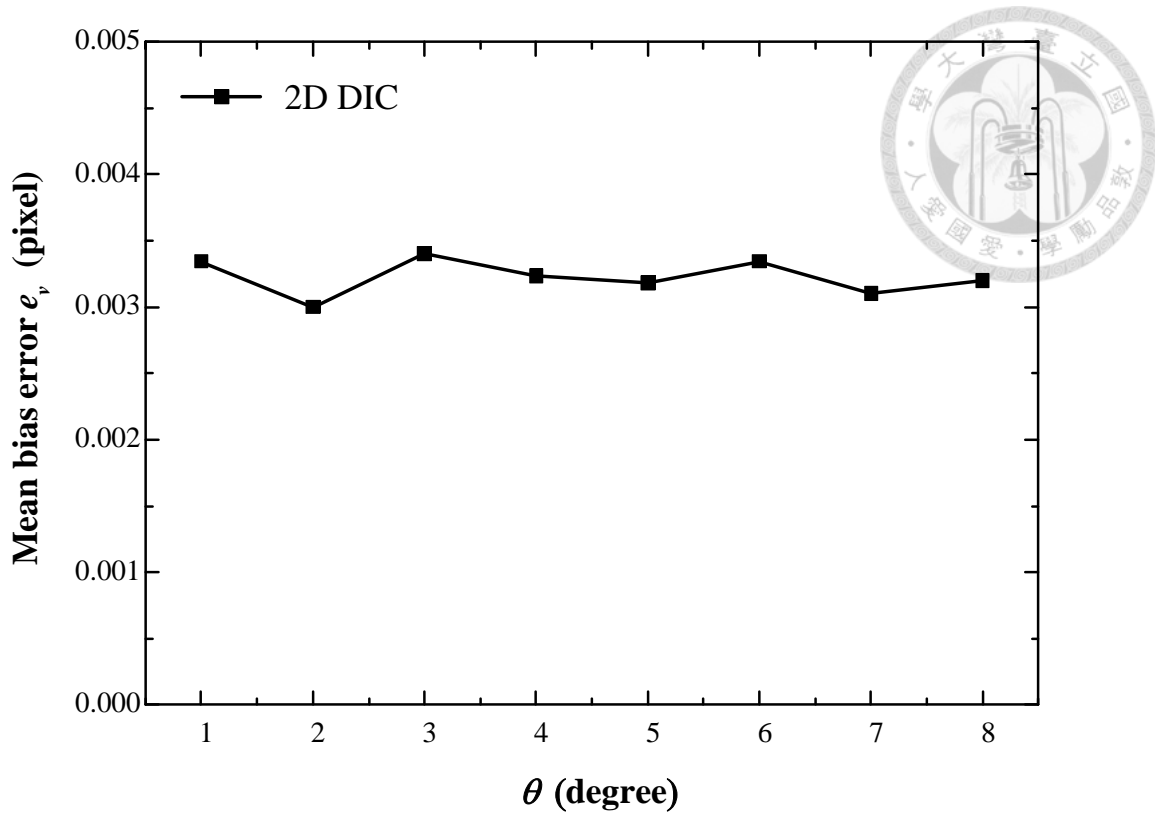


圖 3-47 2D DIC 量測  $y$  方向位移的平均誤差

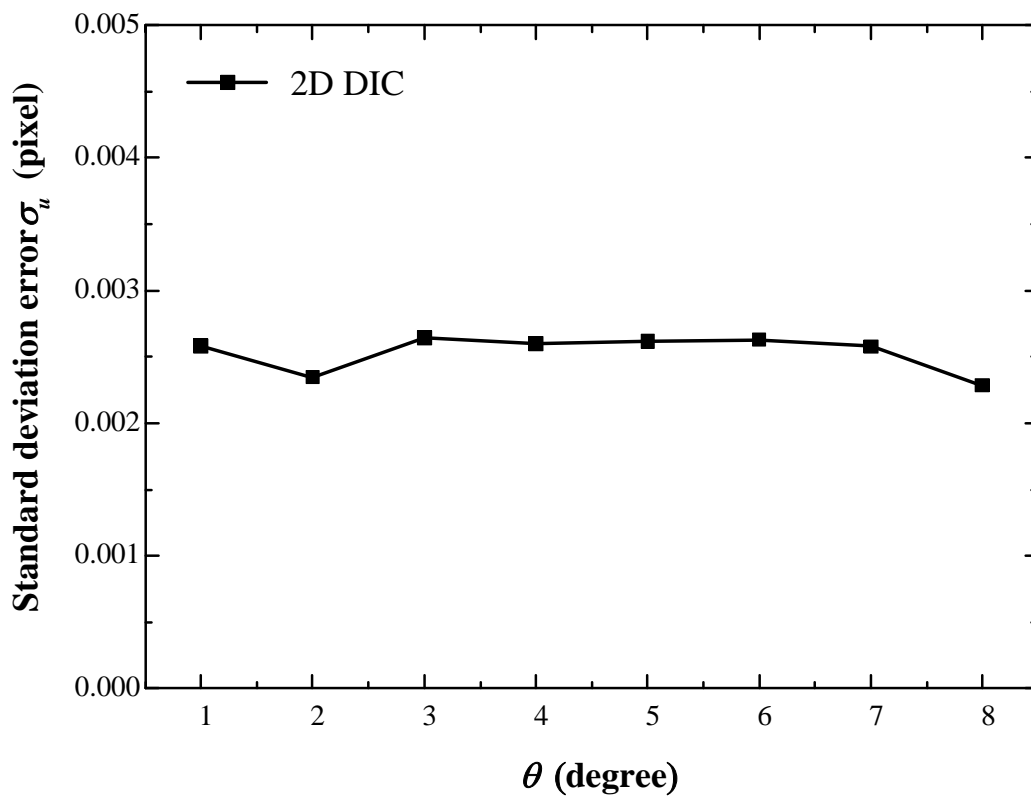


圖 3-48 2D DIC 量測  $x$  方向位移的誤差之標準差

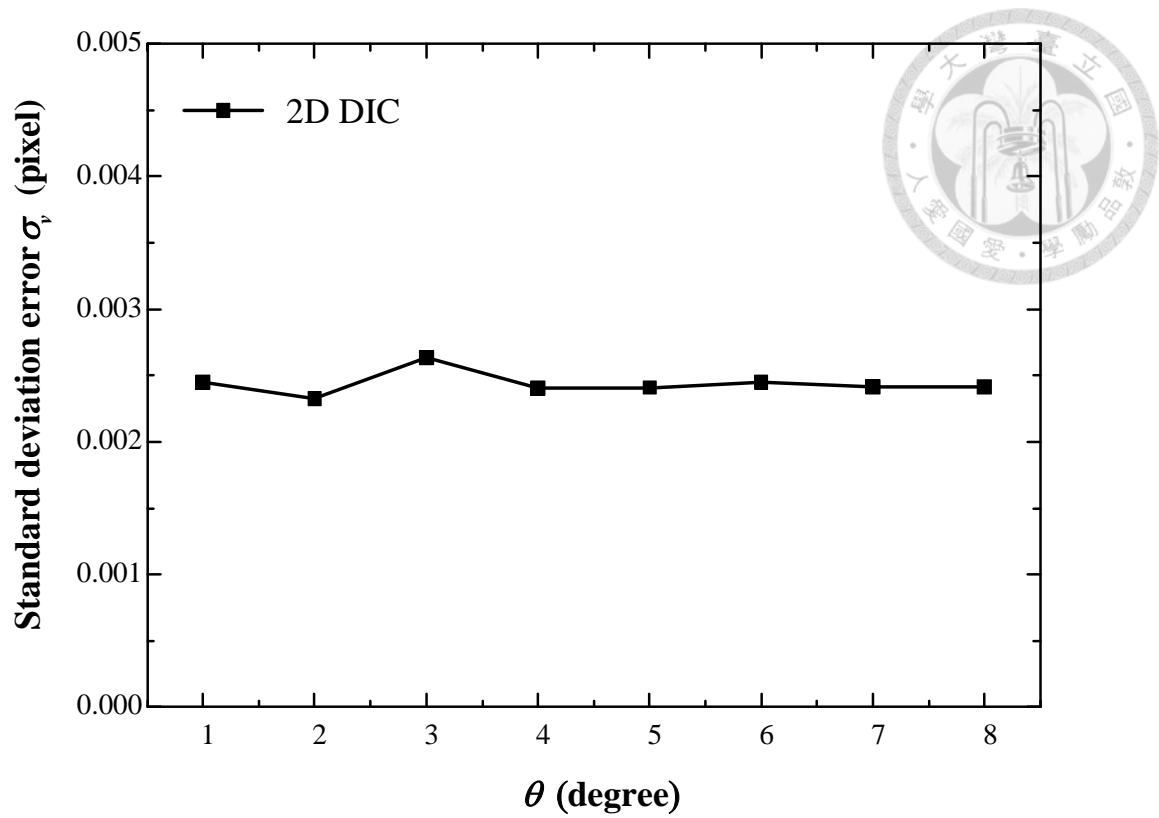


圖 3-49 2D DIC 量測  $y$  方向位移的誤差之標準差

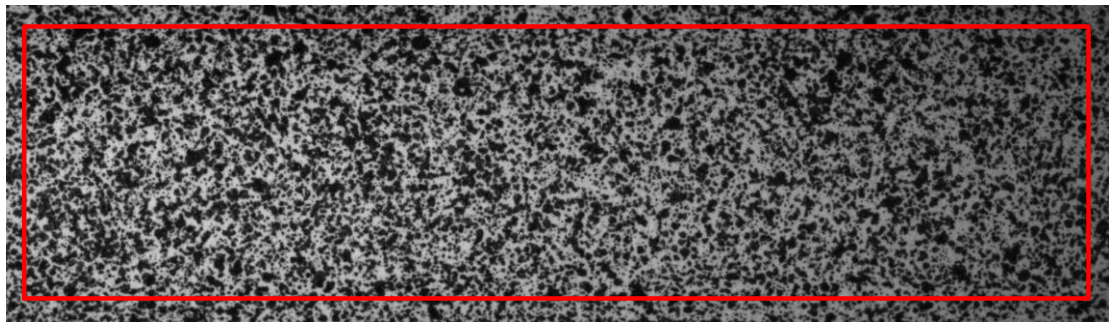


圖 3-50 SEM DIC Challenge Sample 14 之分析區域

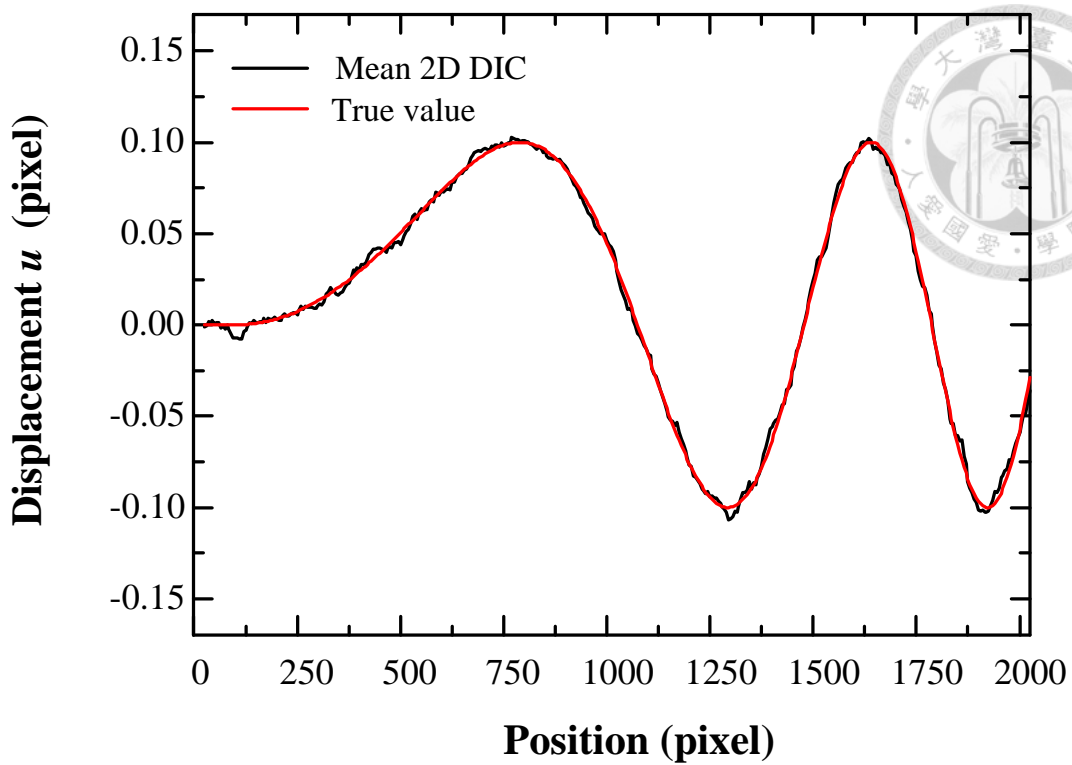


圖 3-51 2D DIC 量測第一張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均值與真實變形之  
比對

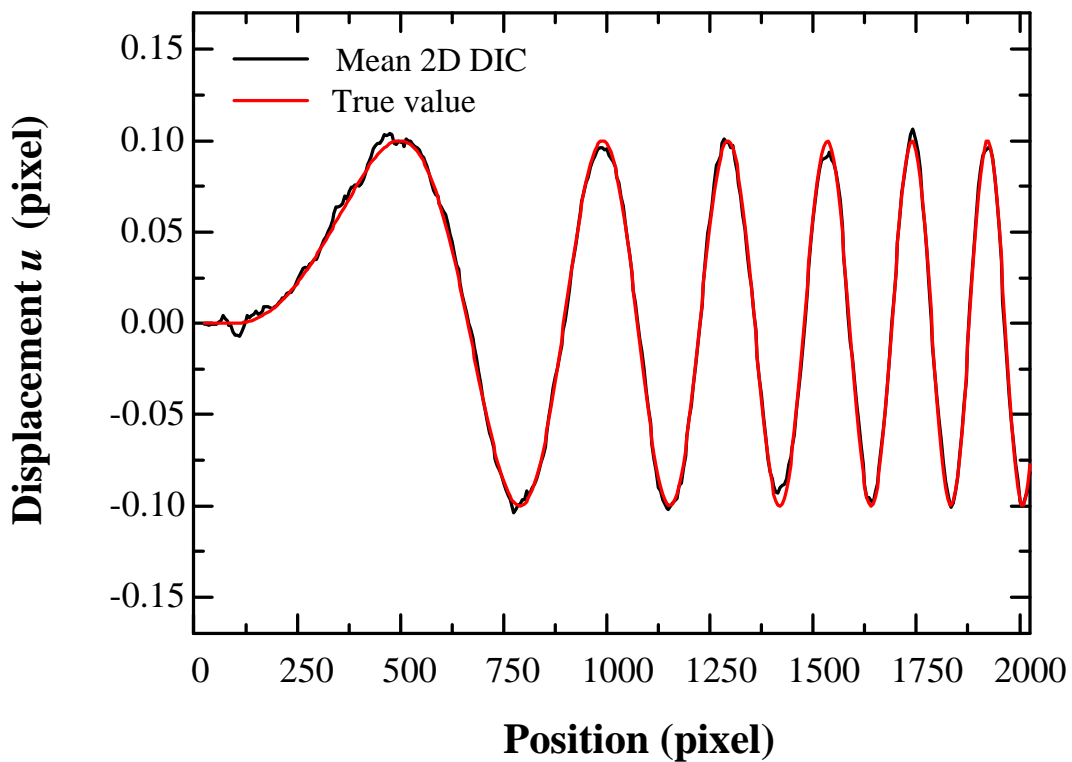


圖 3-52 2D DIC 量測第二張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均值與真實變形之  
比對

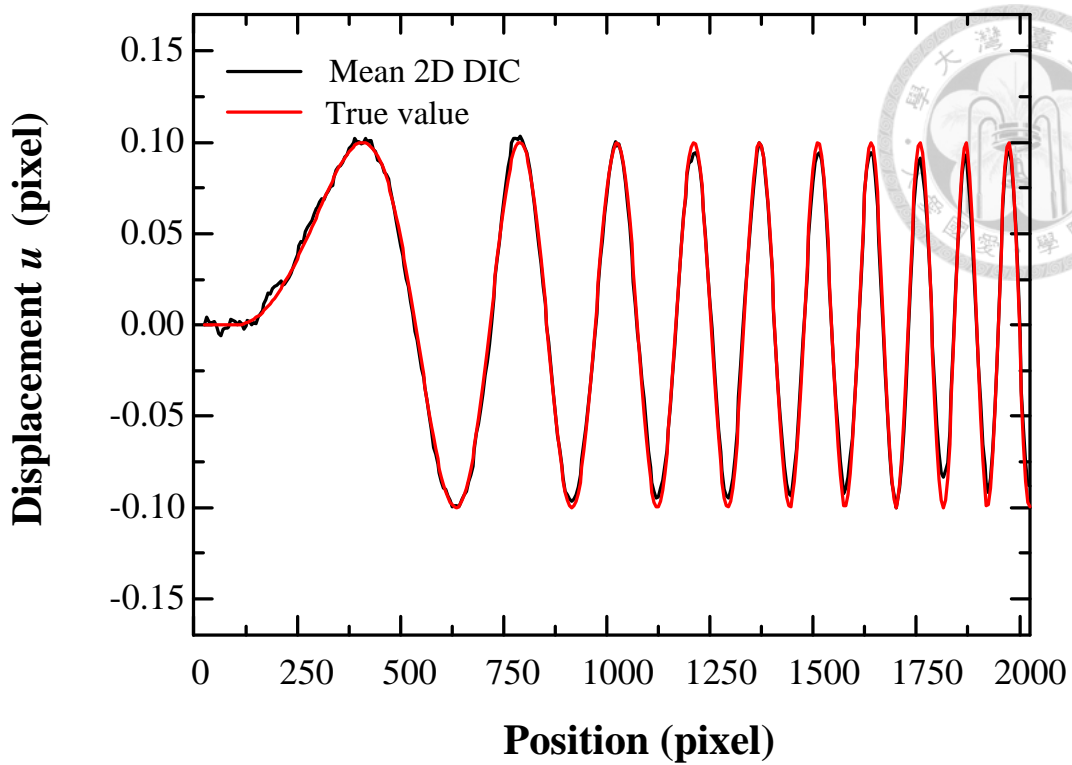


圖 3-53 2D DIC 量測第三張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均值與真實變形之比對

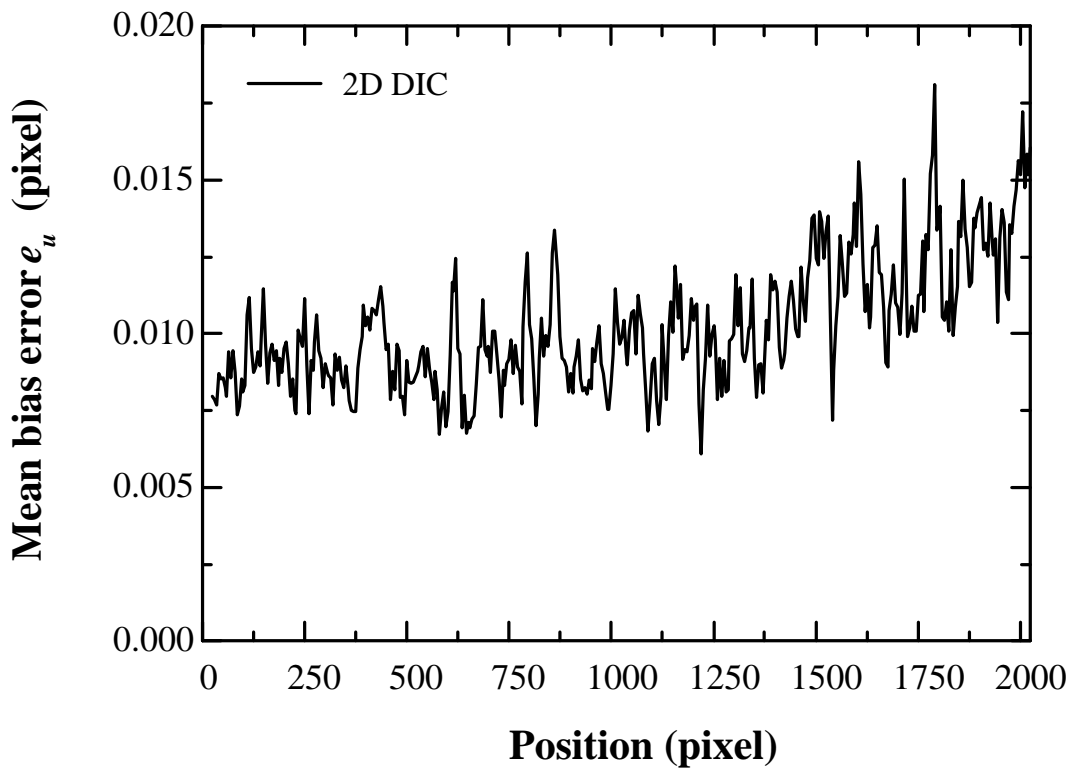


圖 3-54 2D DIC 量測第一張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均誤差

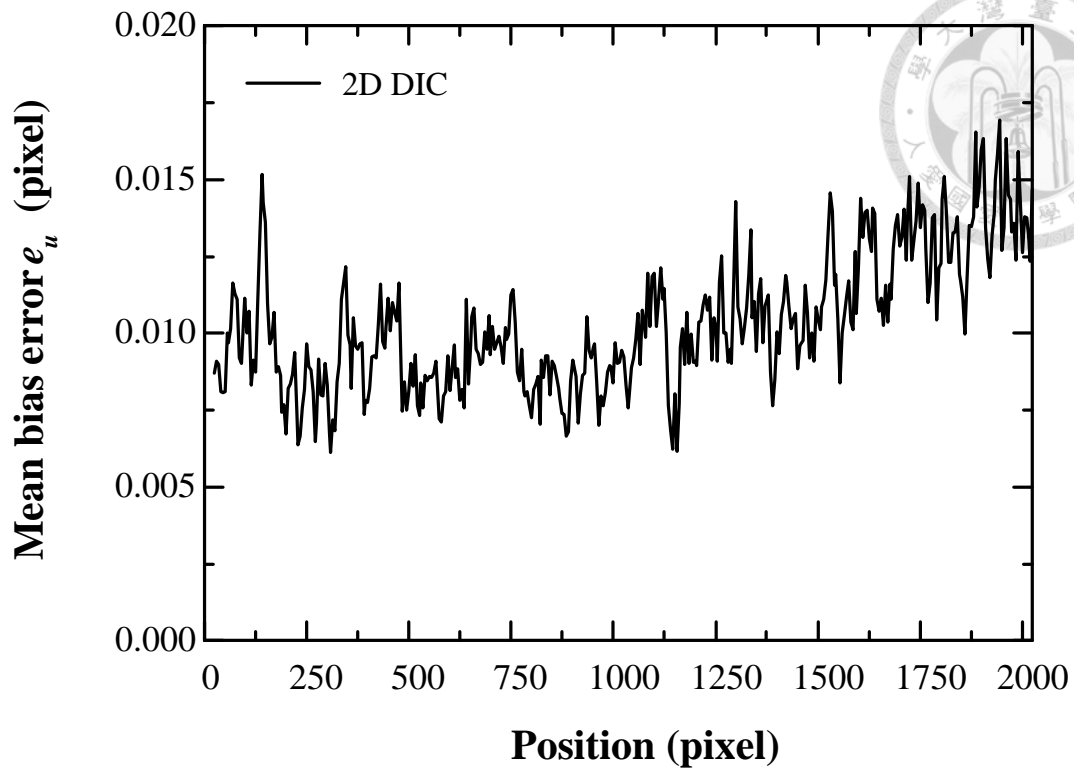


圖 3-55 2D DIC 量測第二張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均誤差

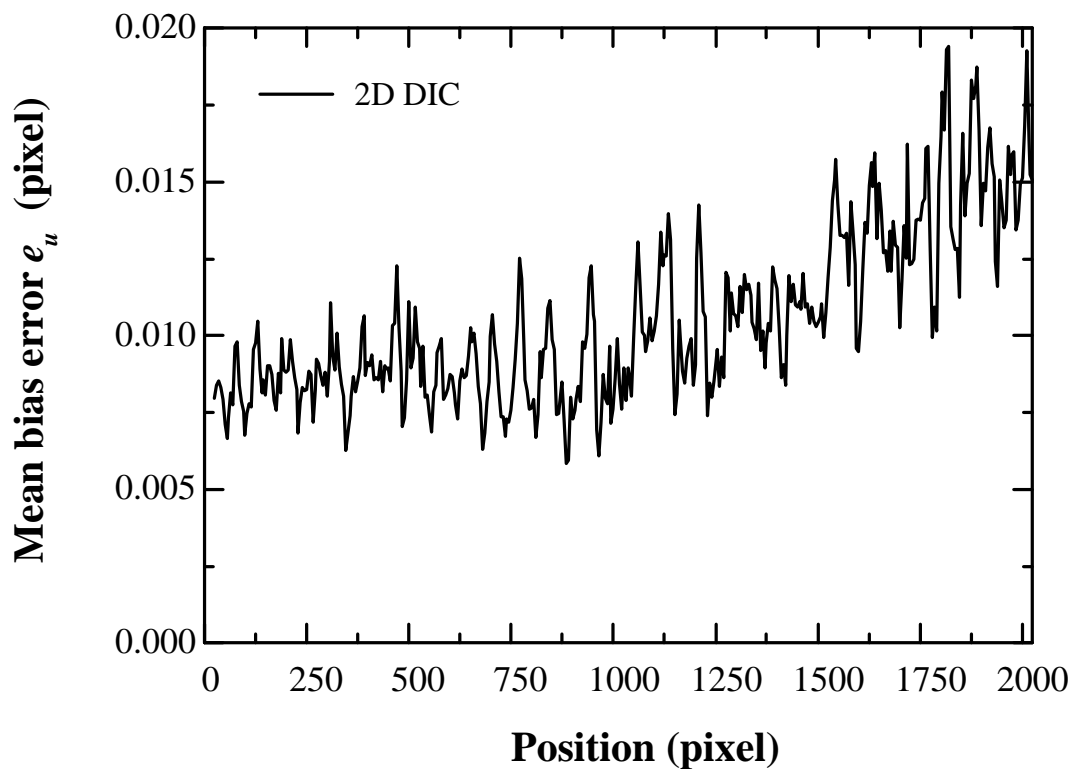


圖 3-56 2D DIC 量測第三張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的平均誤差

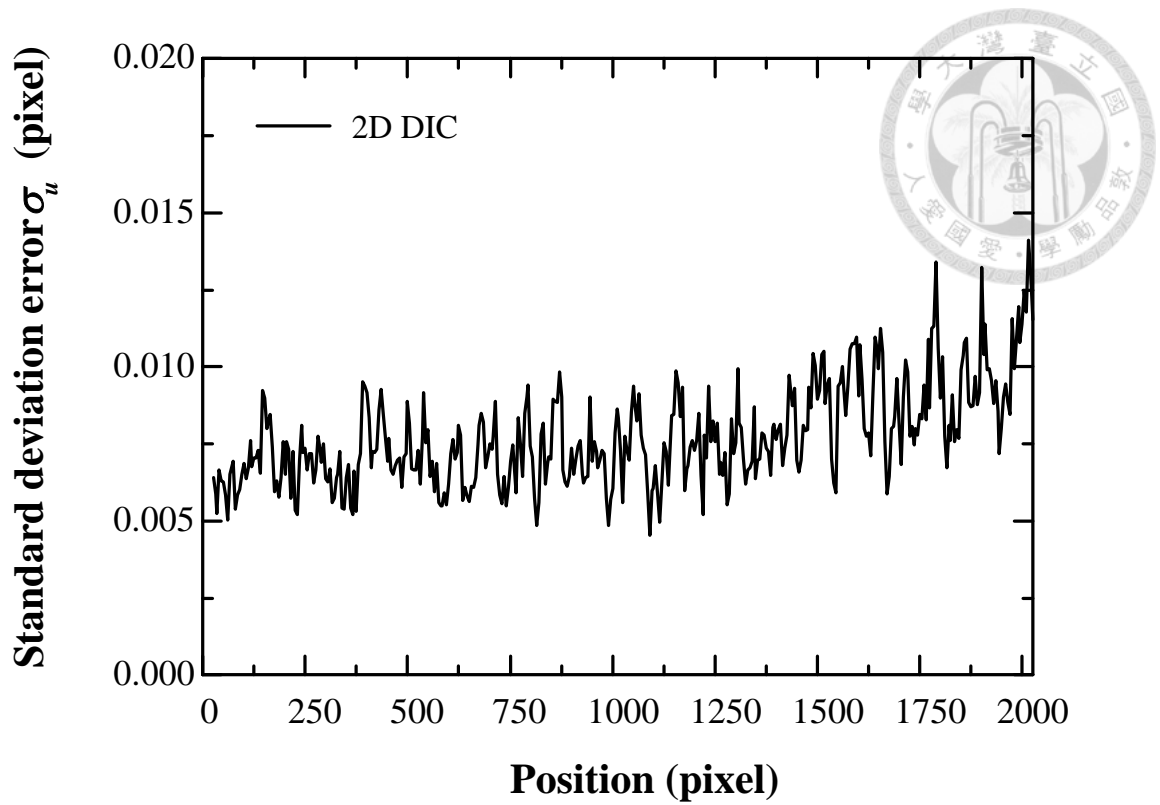


圖 3-57 2D DIC 量測第一張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的誤差之標準差

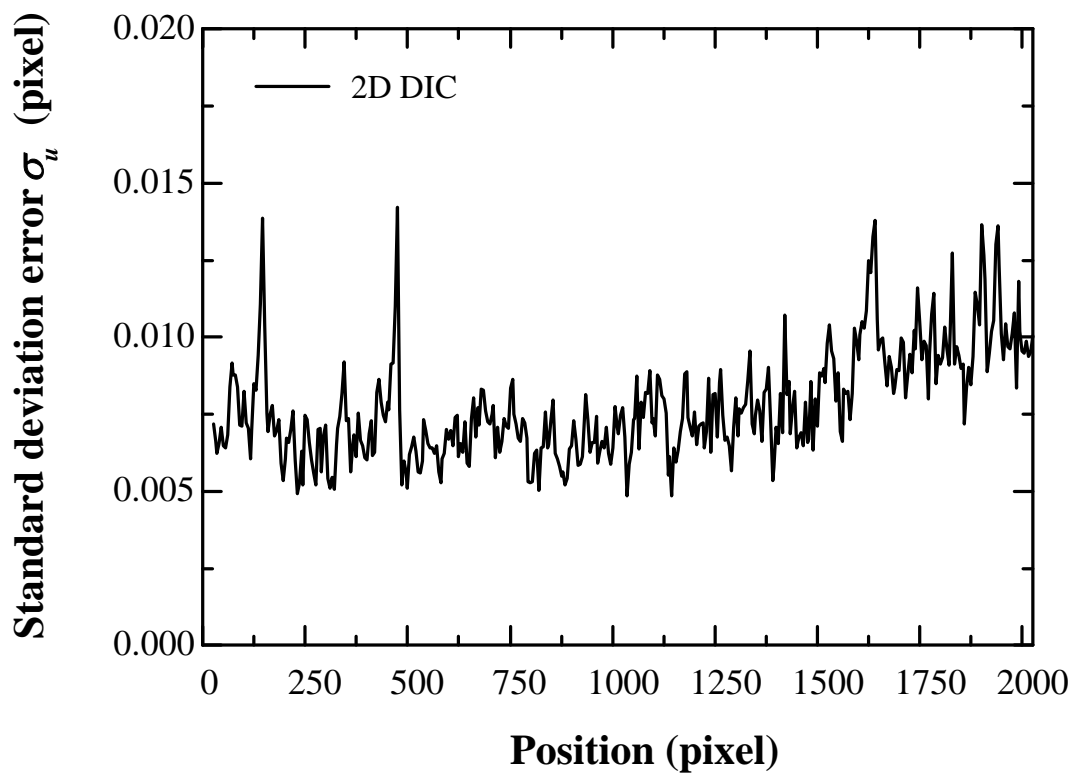


圖 3-58 2D DIC 量測第二張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的誤差之標準差



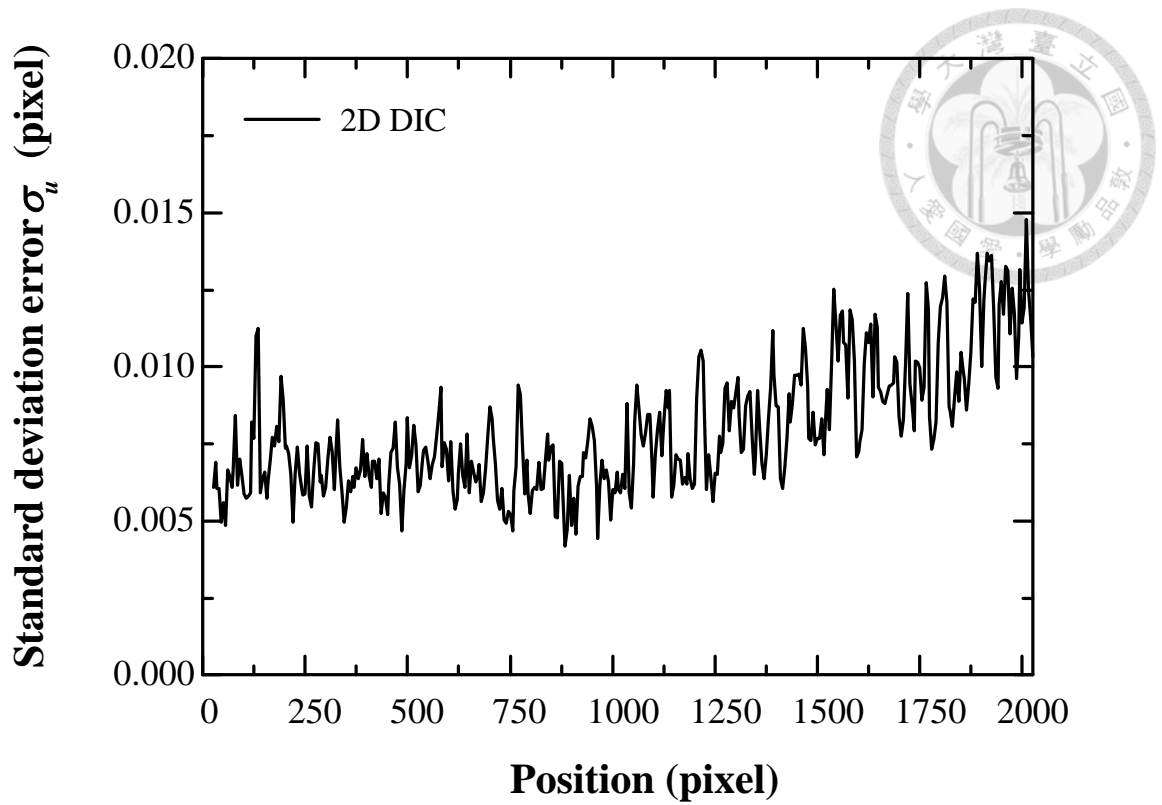


圖 3-59 2D DIC 量測第三張影像  $x$  方向位移沿著  $y$  方向的誤差之標準差

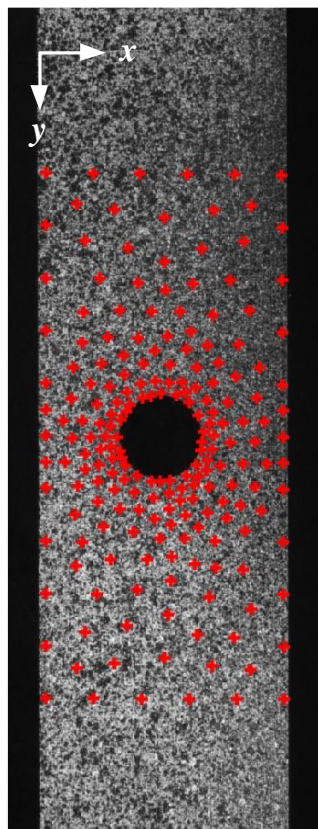


圖 3-60 SEM DIC Challenge Sample 12 的不規則分析點之位置

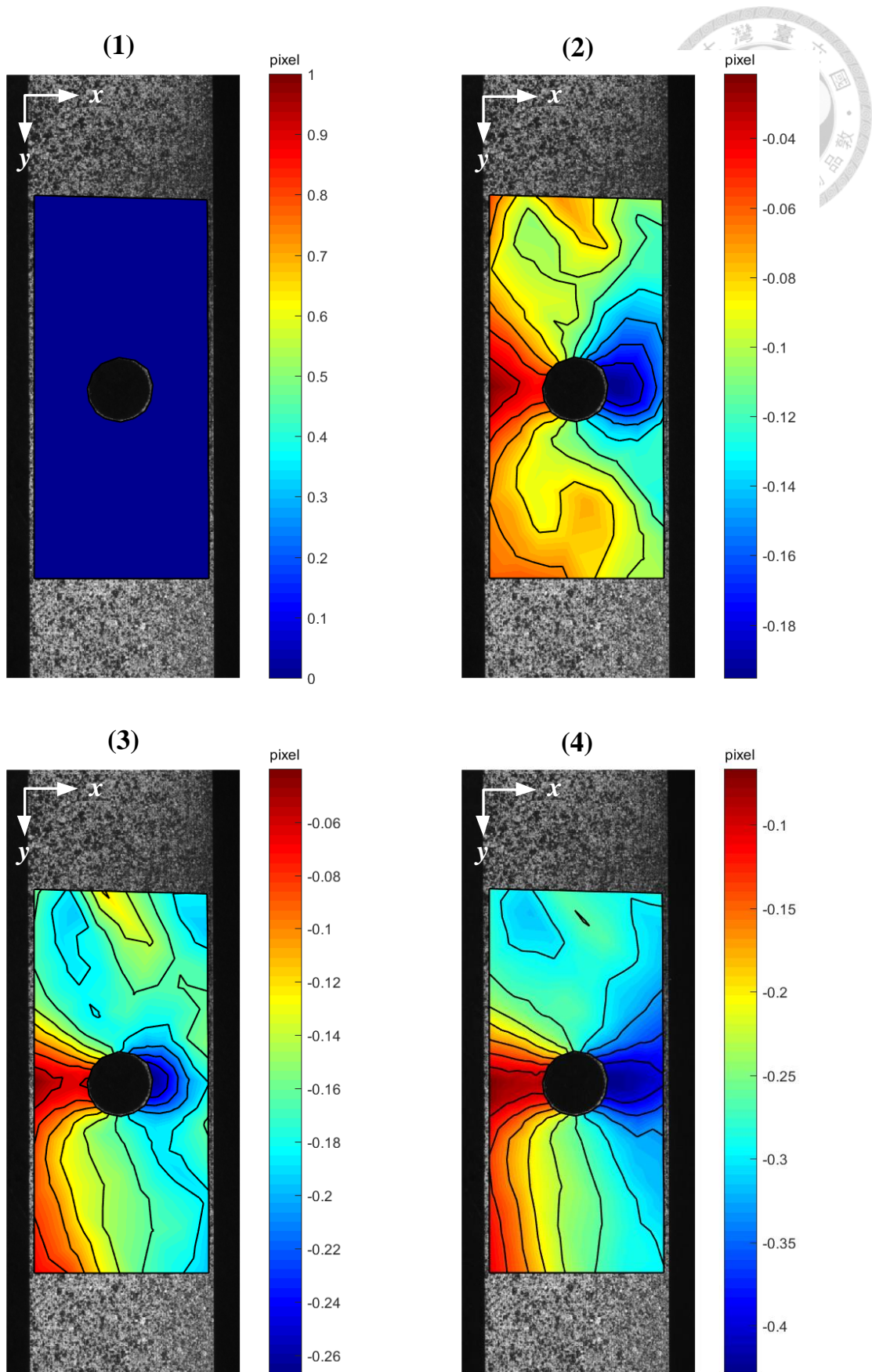


圖 3-61 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果

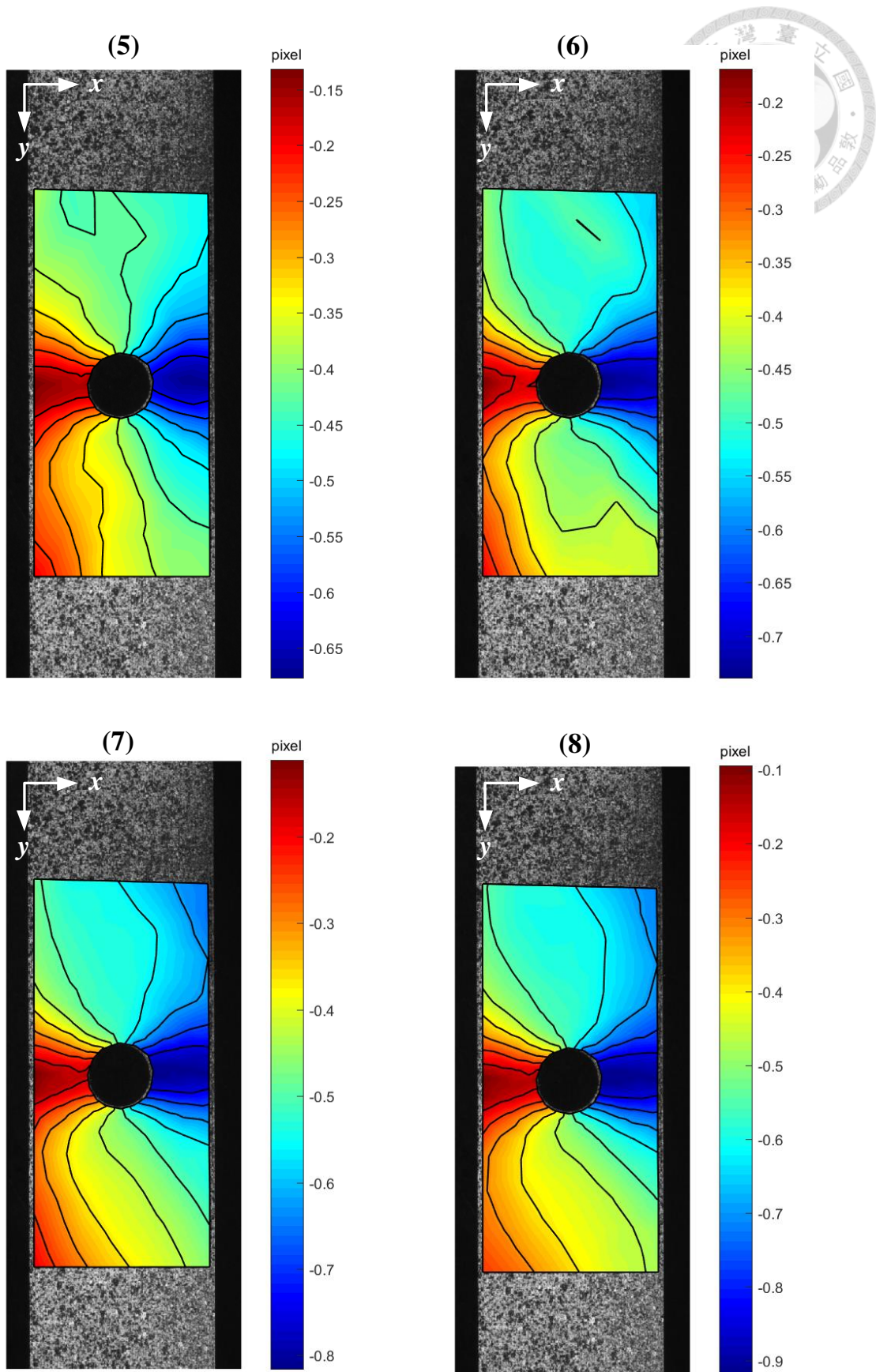


圖 3-62 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果(續)

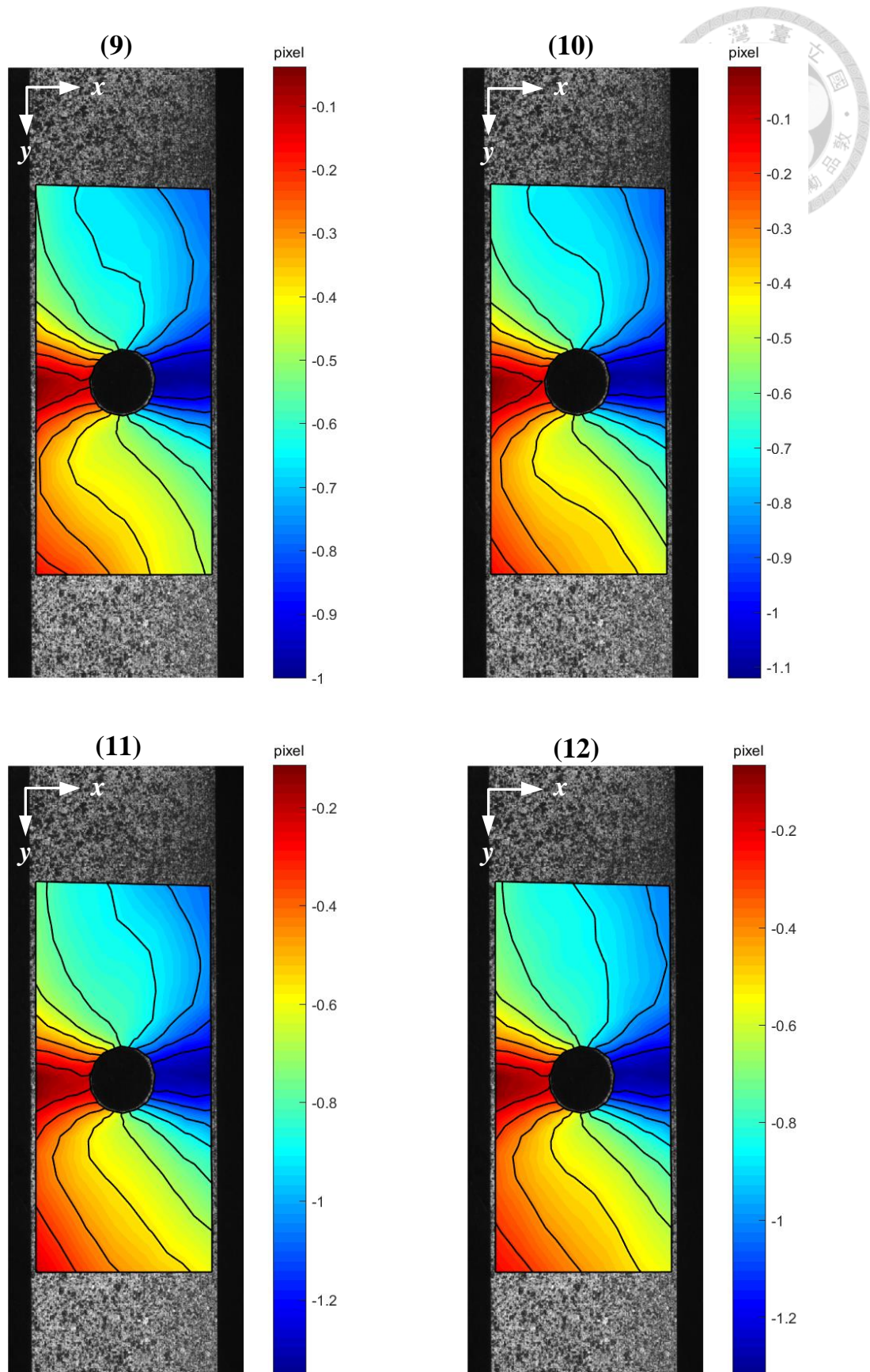


圖 3-63 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果(續)

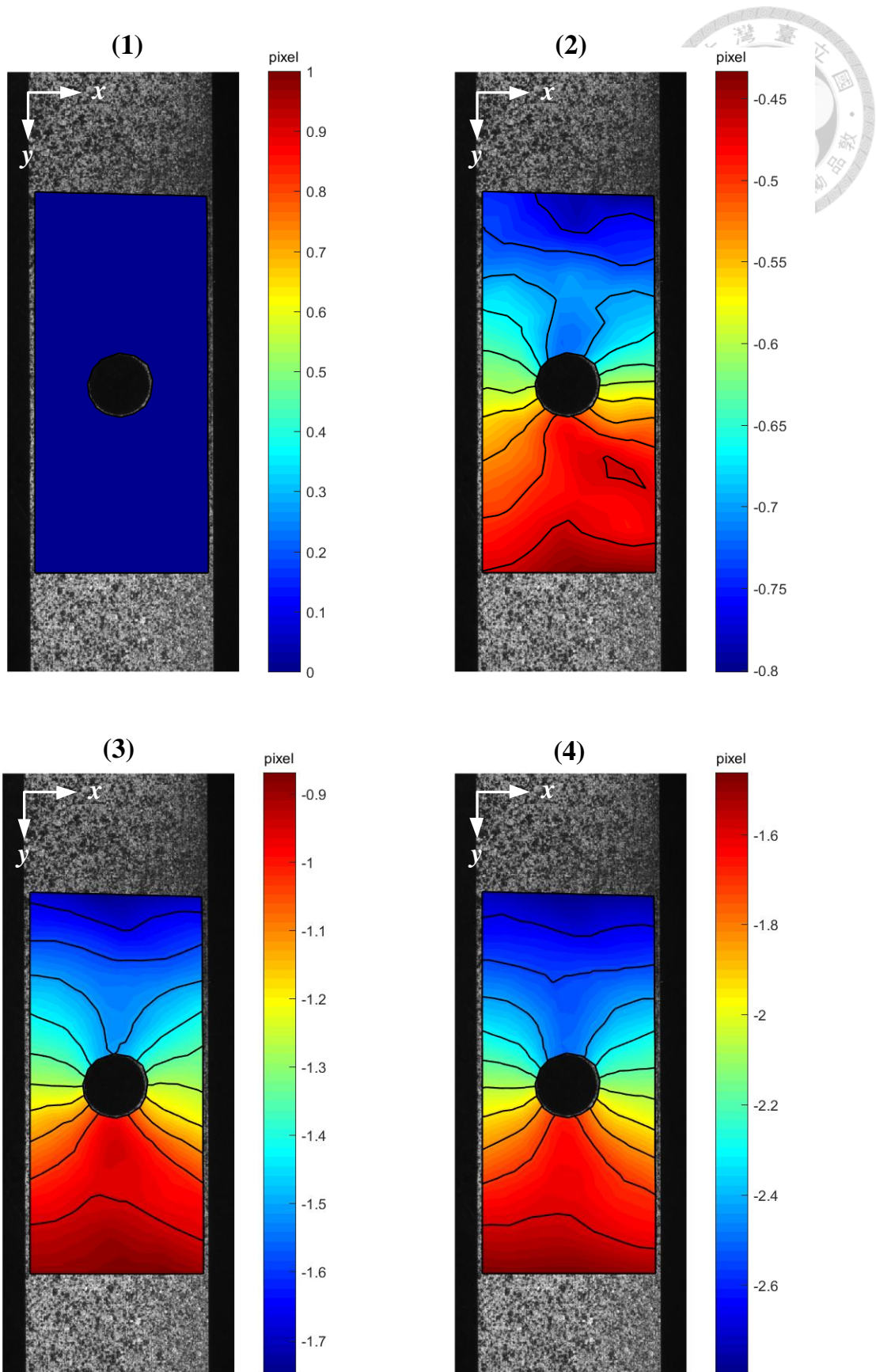


圖 3-64 2D DIC 量測  $y$  方向全場位移結果

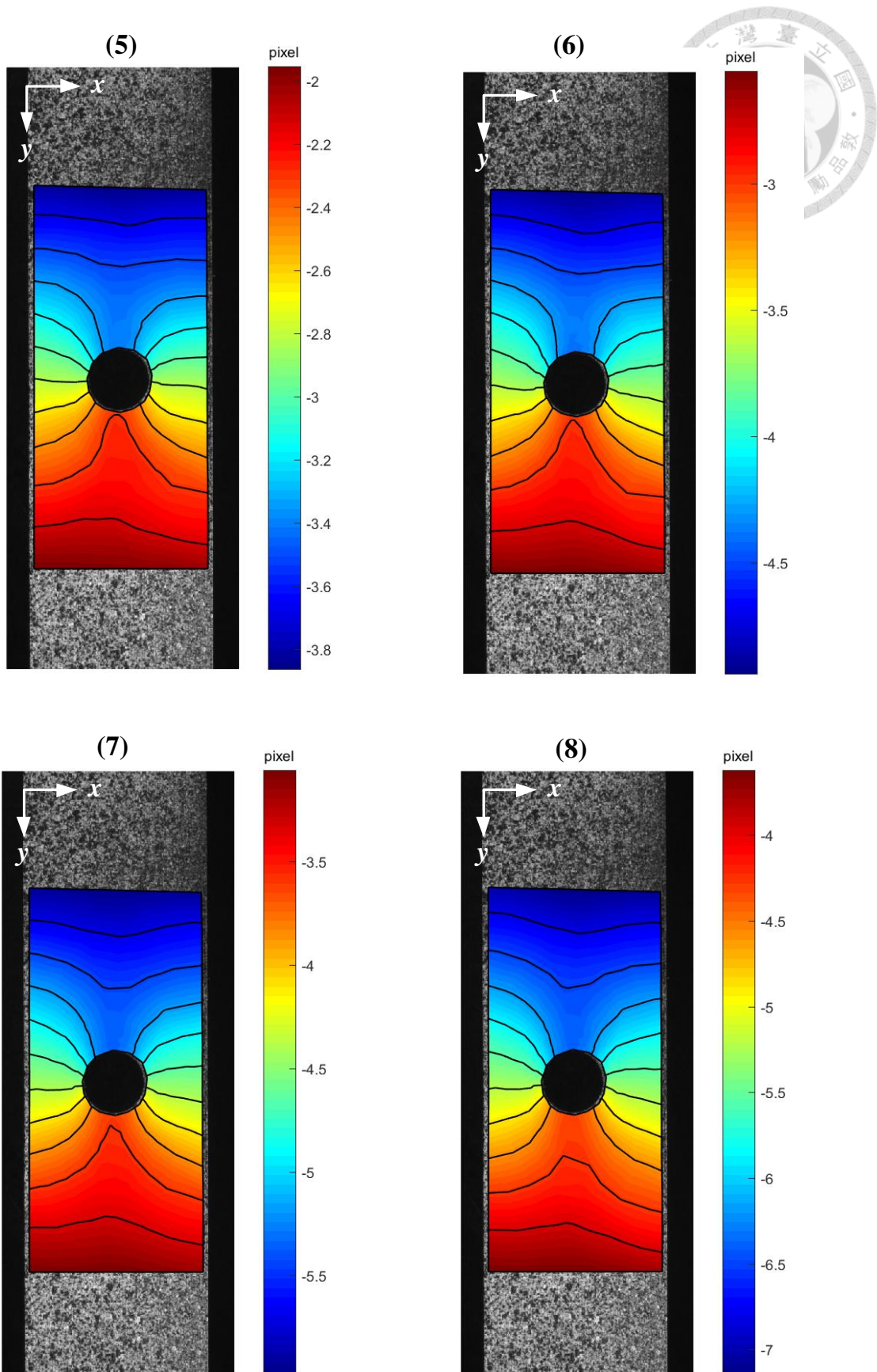


圖 3-65 2D DIC 量測  $y$  方向全場位移結果(續)

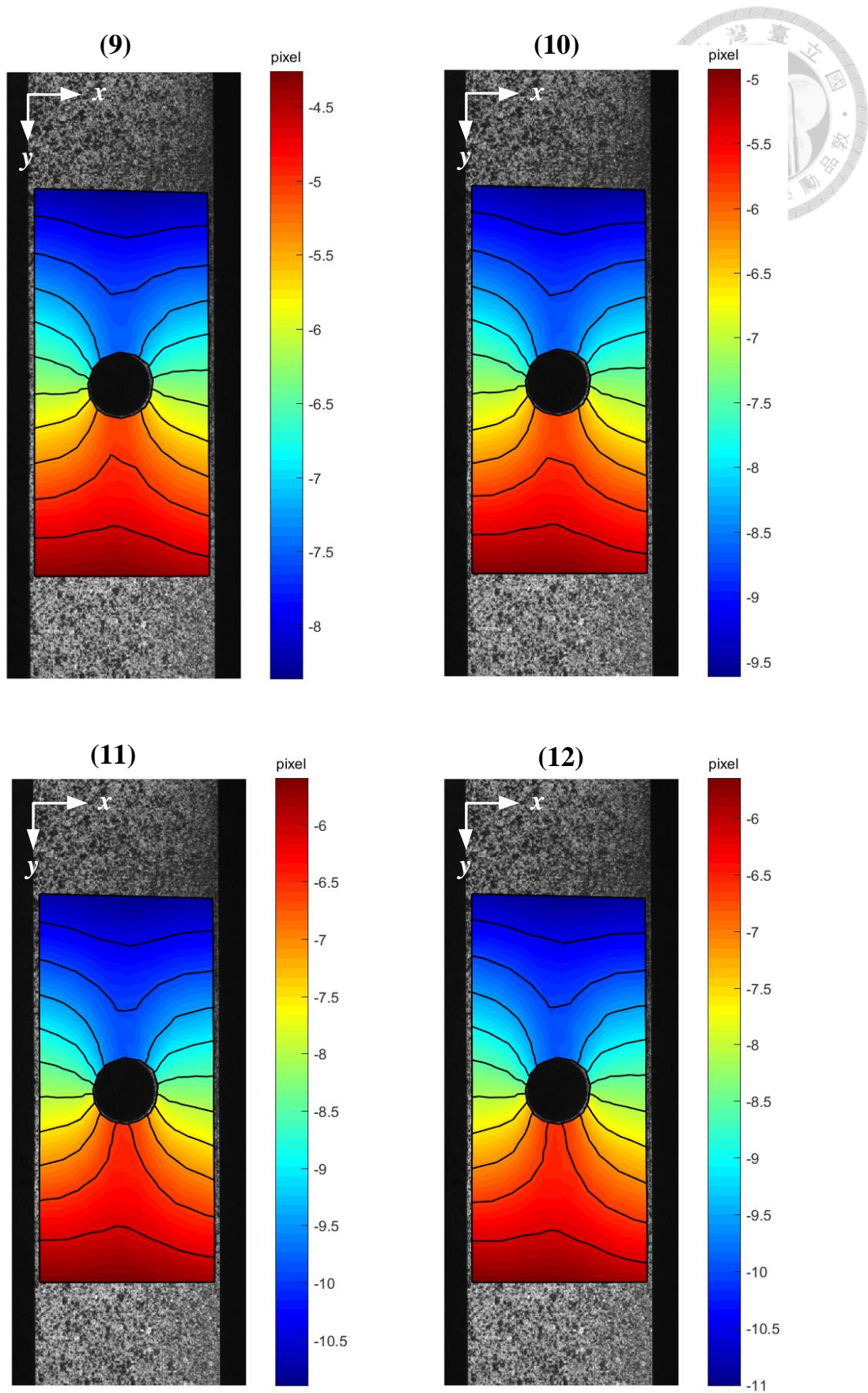


圖 3-66 2D DIC 量測  $y$  方向全場位移結果(續)

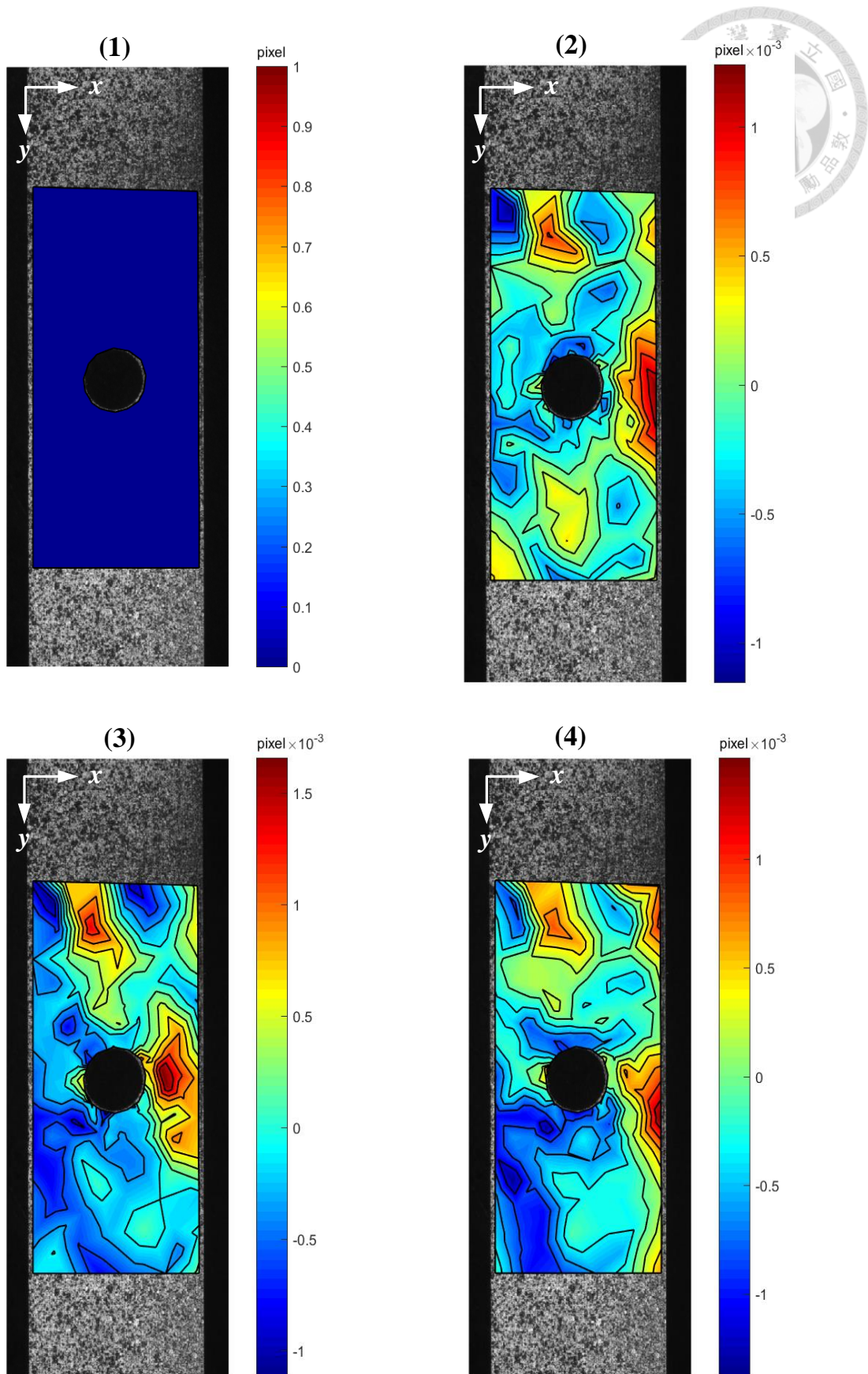


圖 3-67 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果



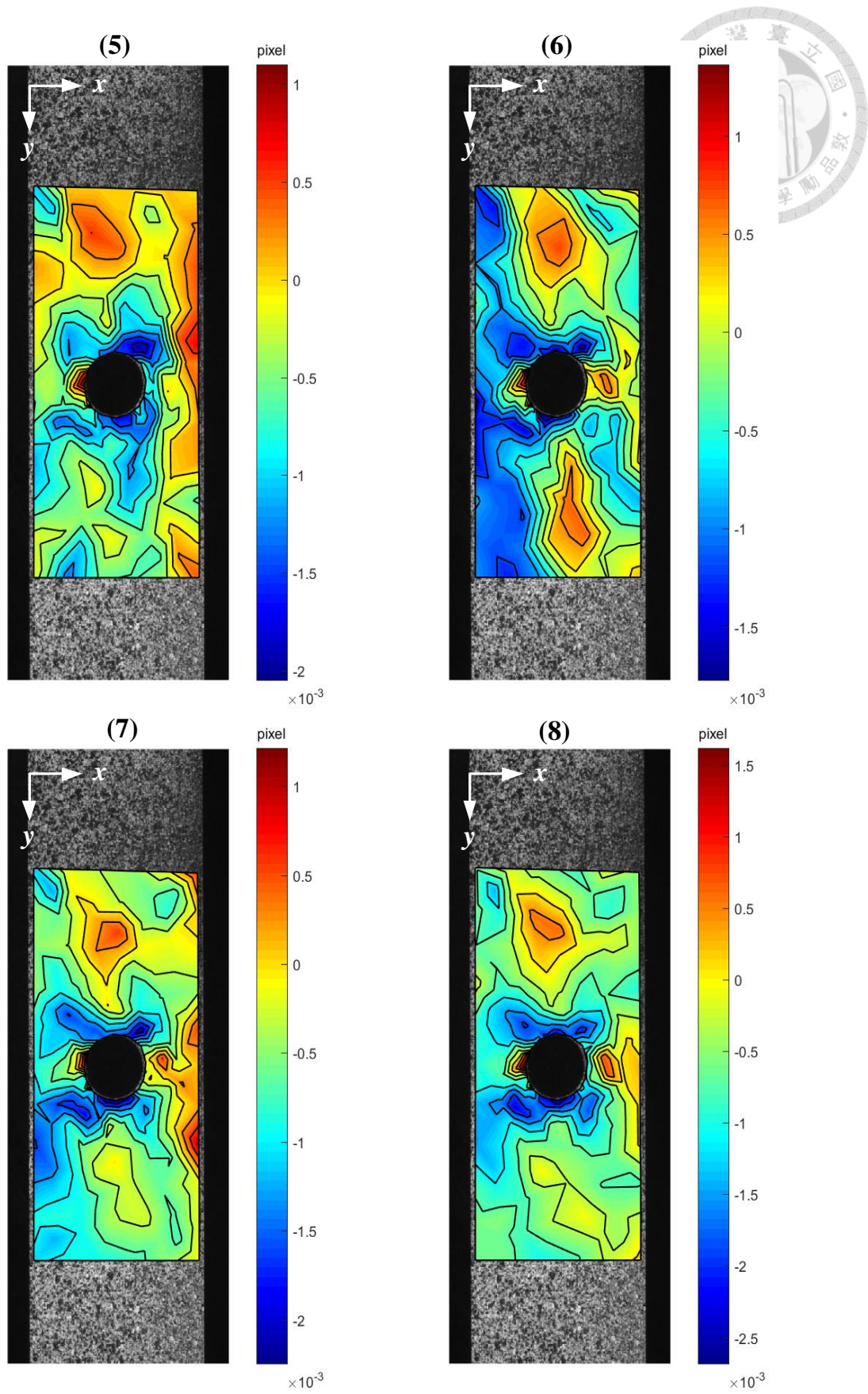


圖 3-68 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果(續)

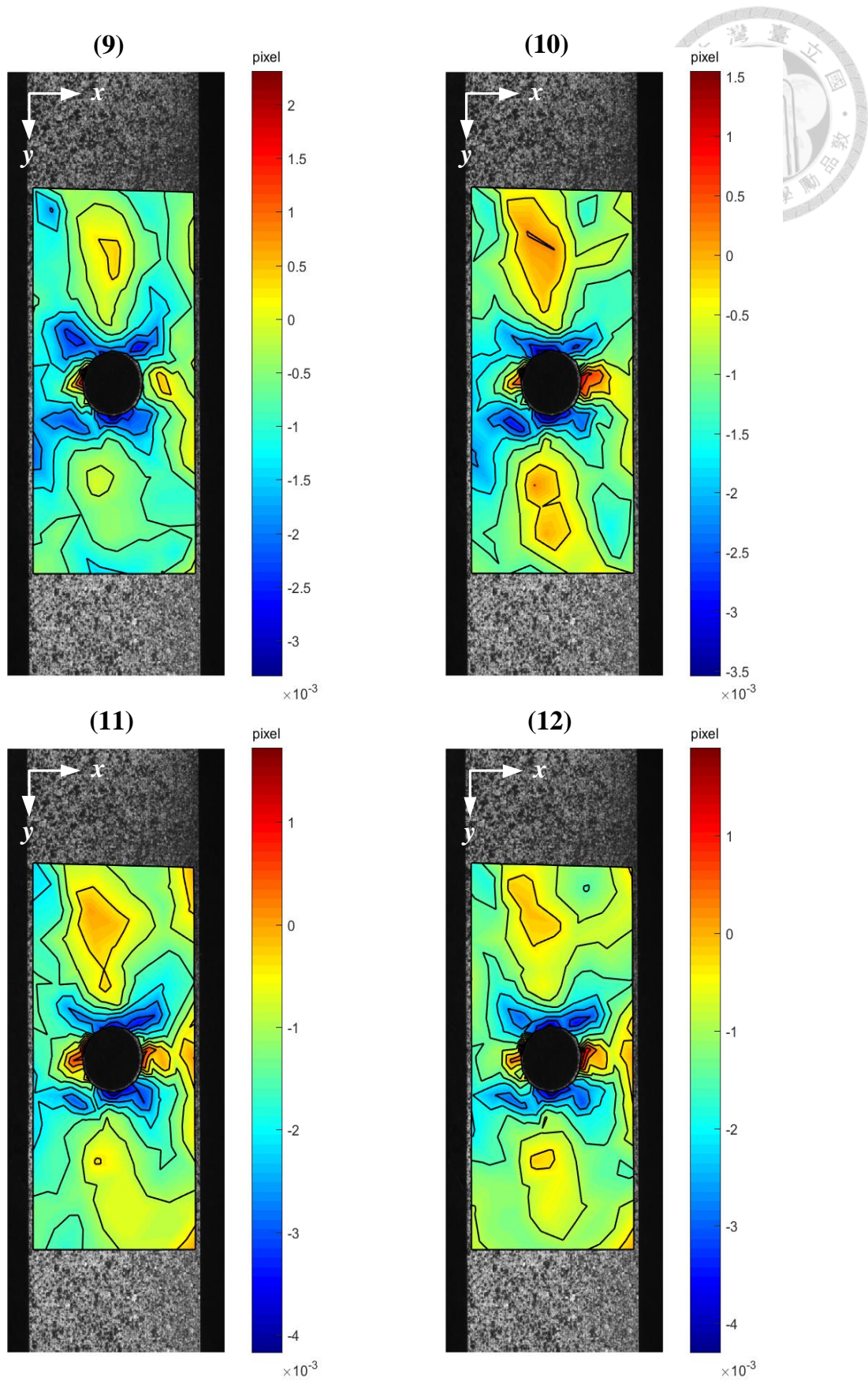


圖 3-69 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果(續)

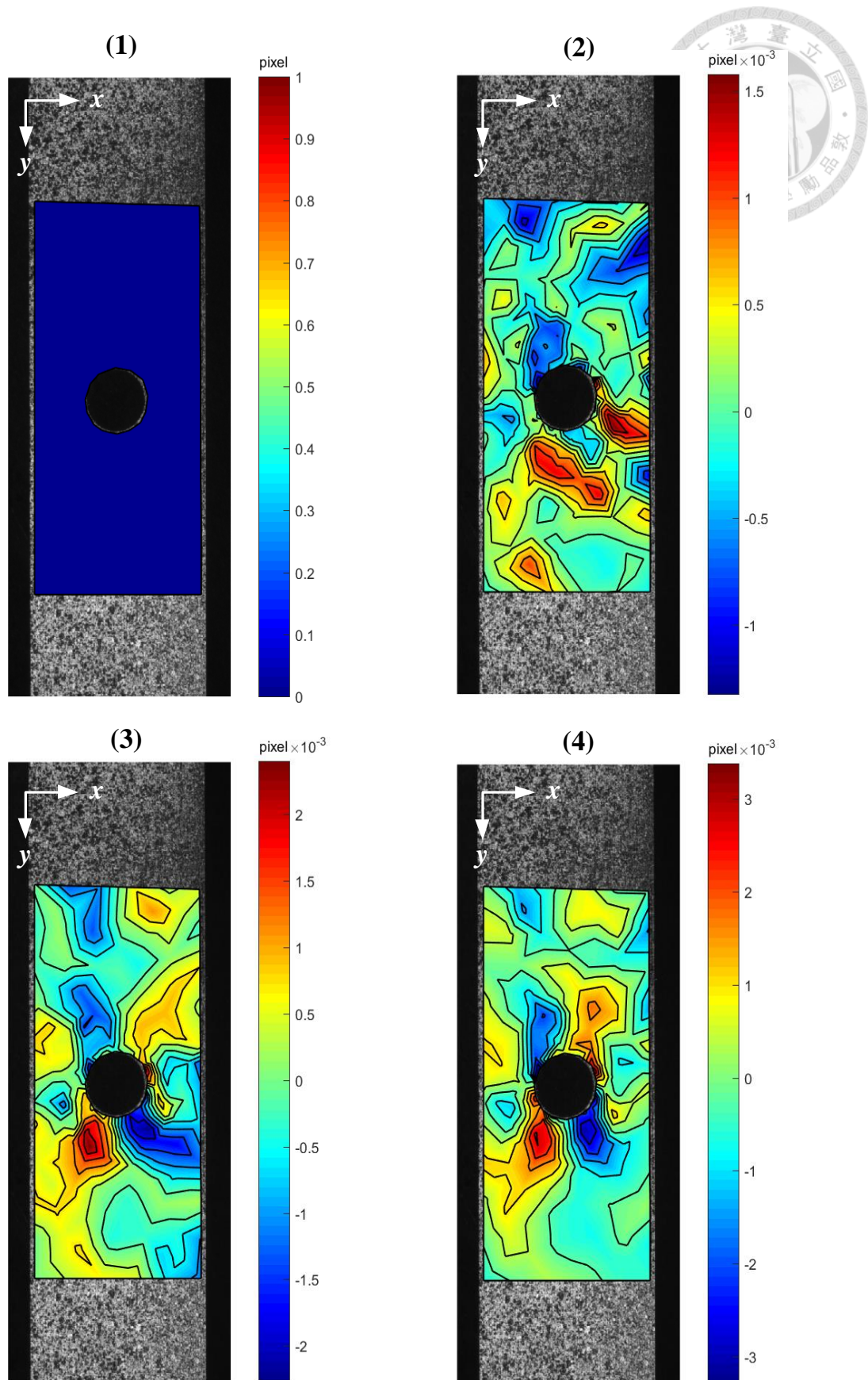


圖 3-70 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果

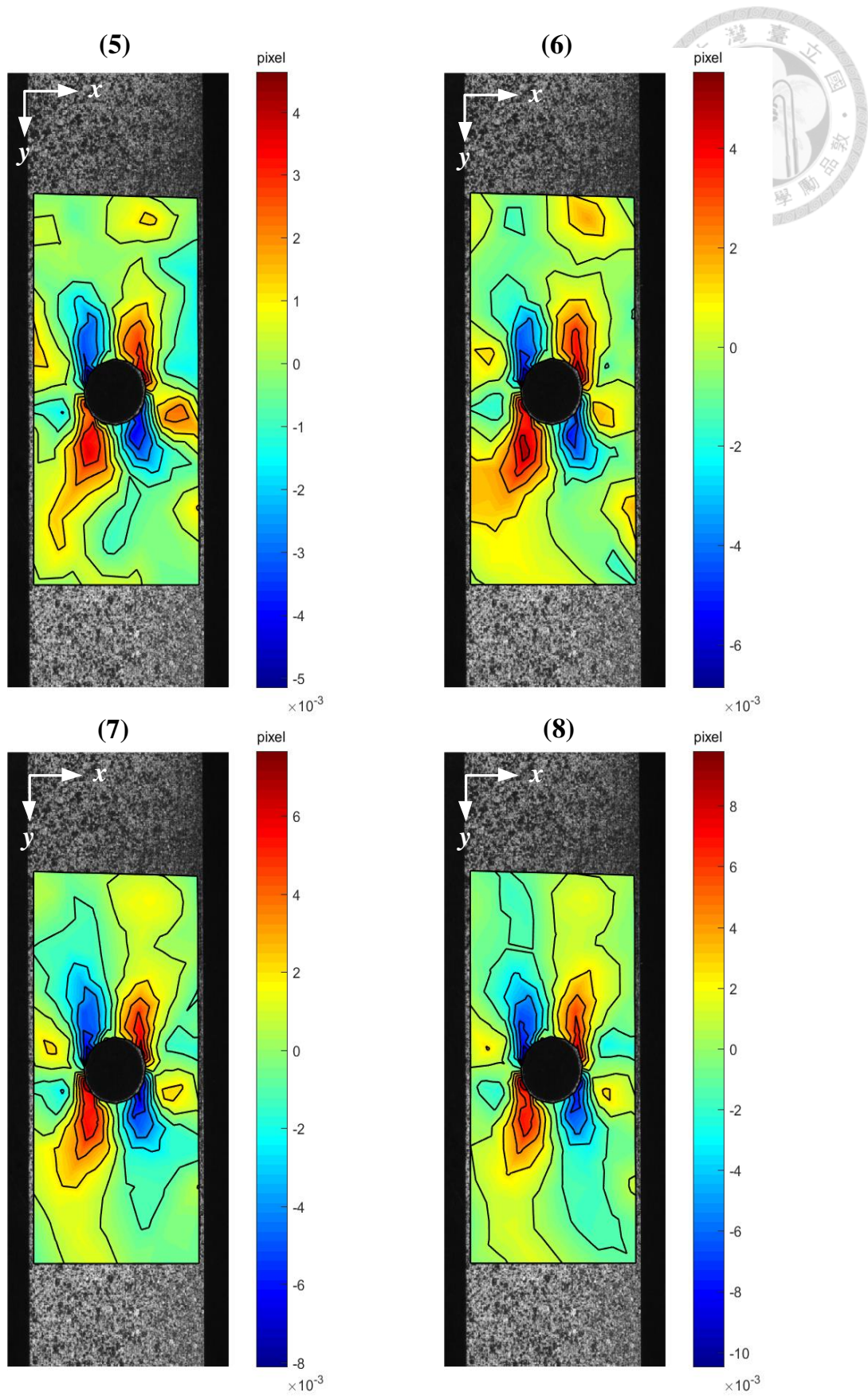


圖 3-71 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果(續)

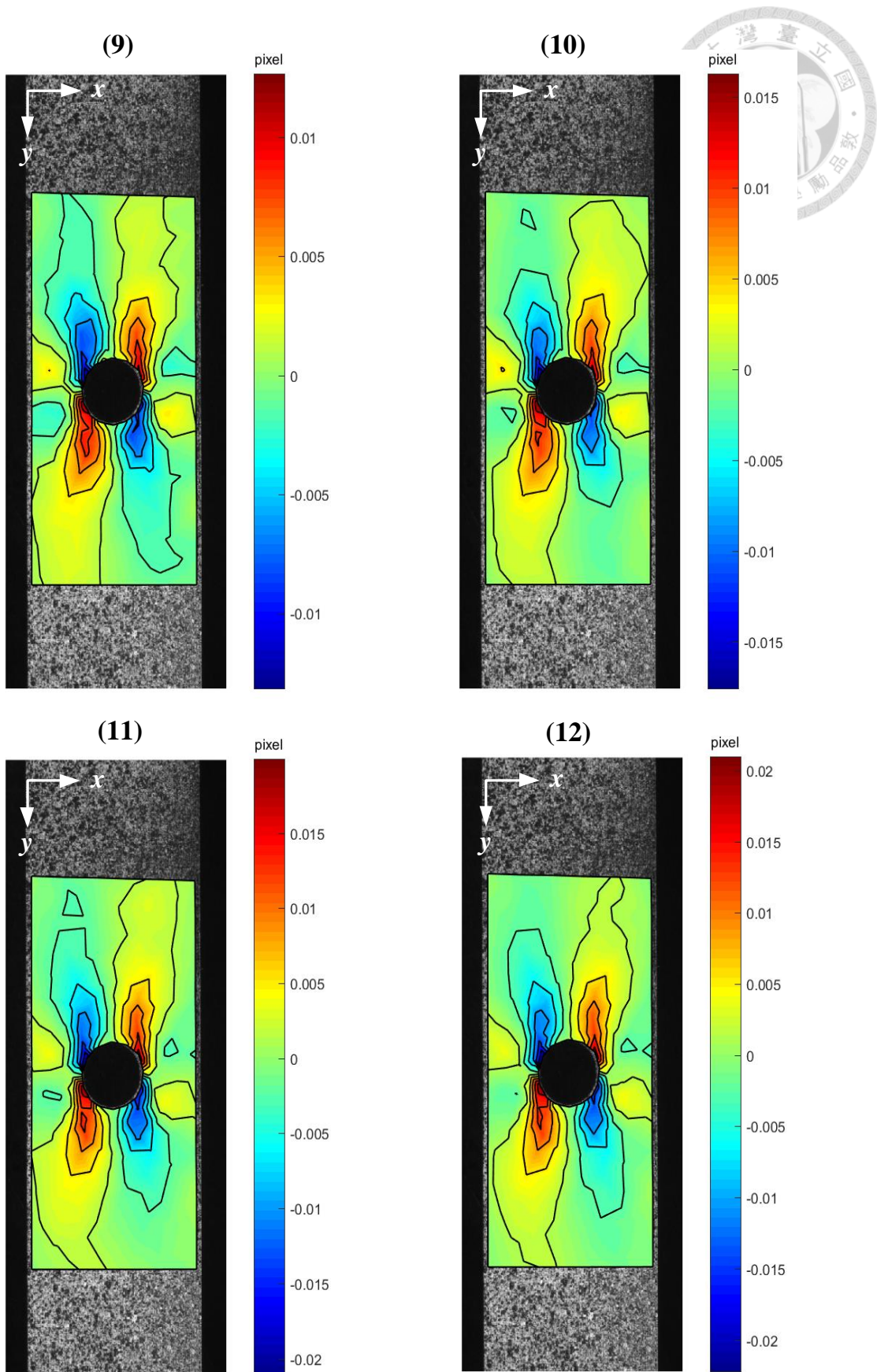


圖 3-72 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果(續)

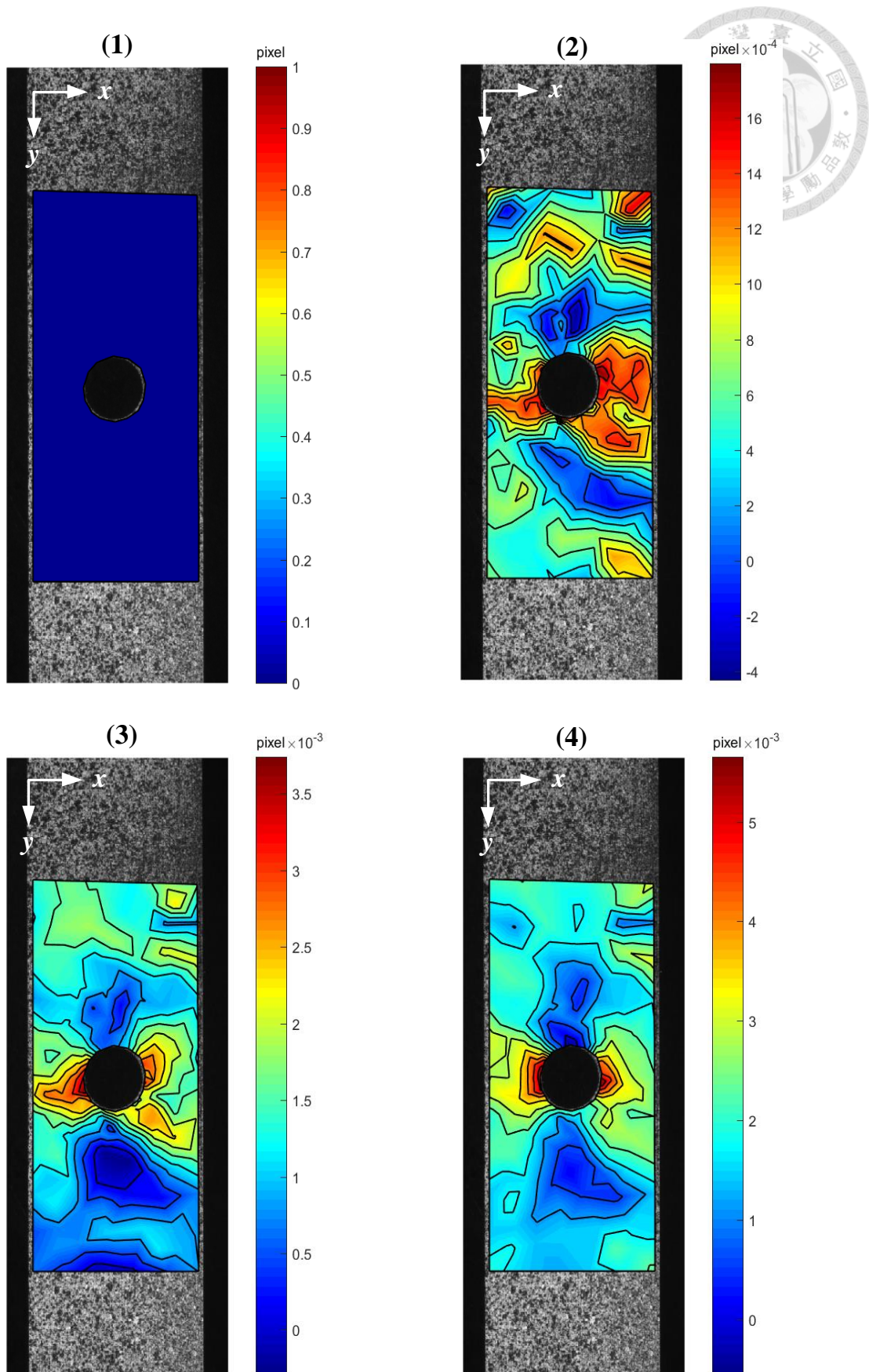


圖 3-73 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果

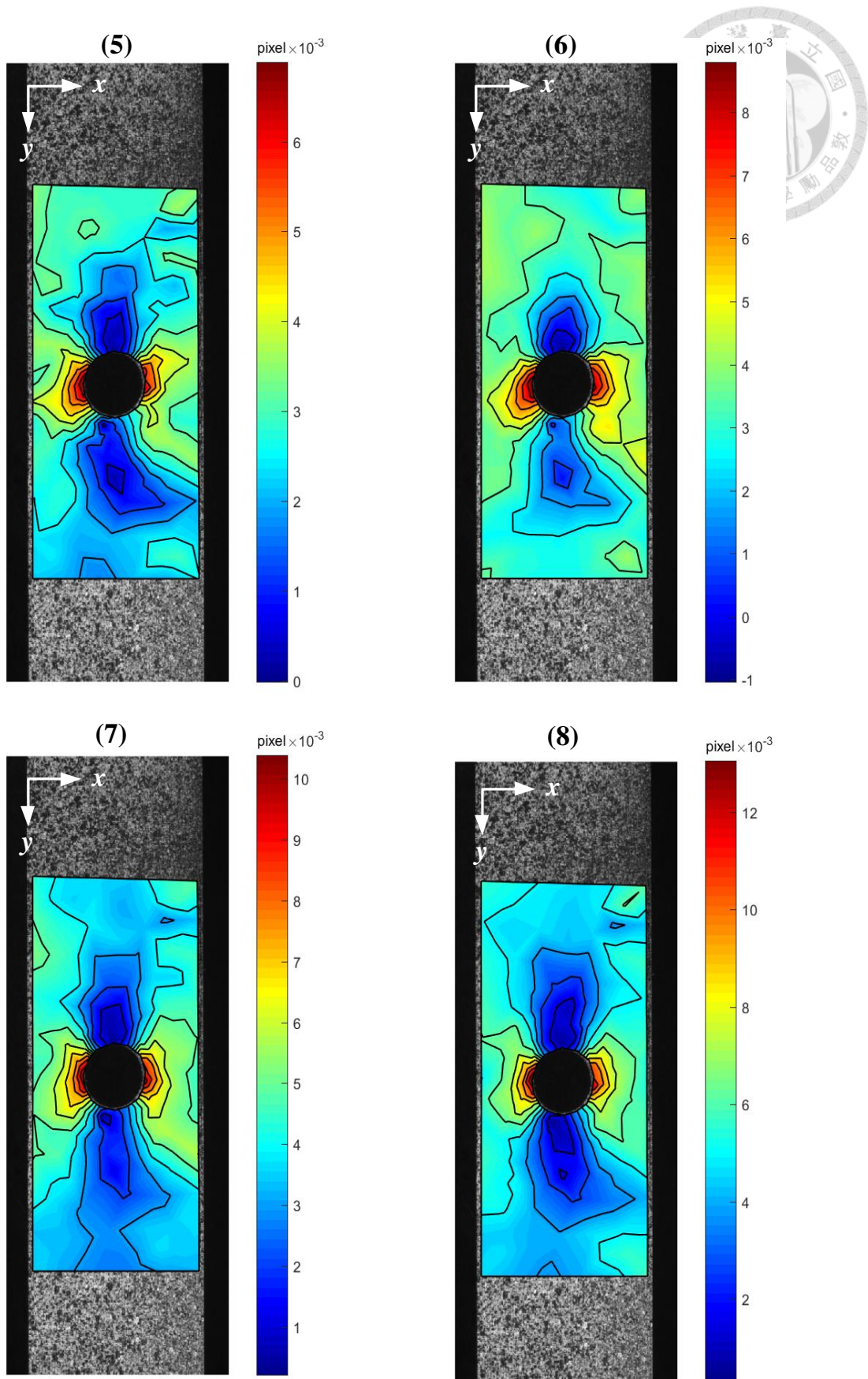


圖 3-74 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果(續)

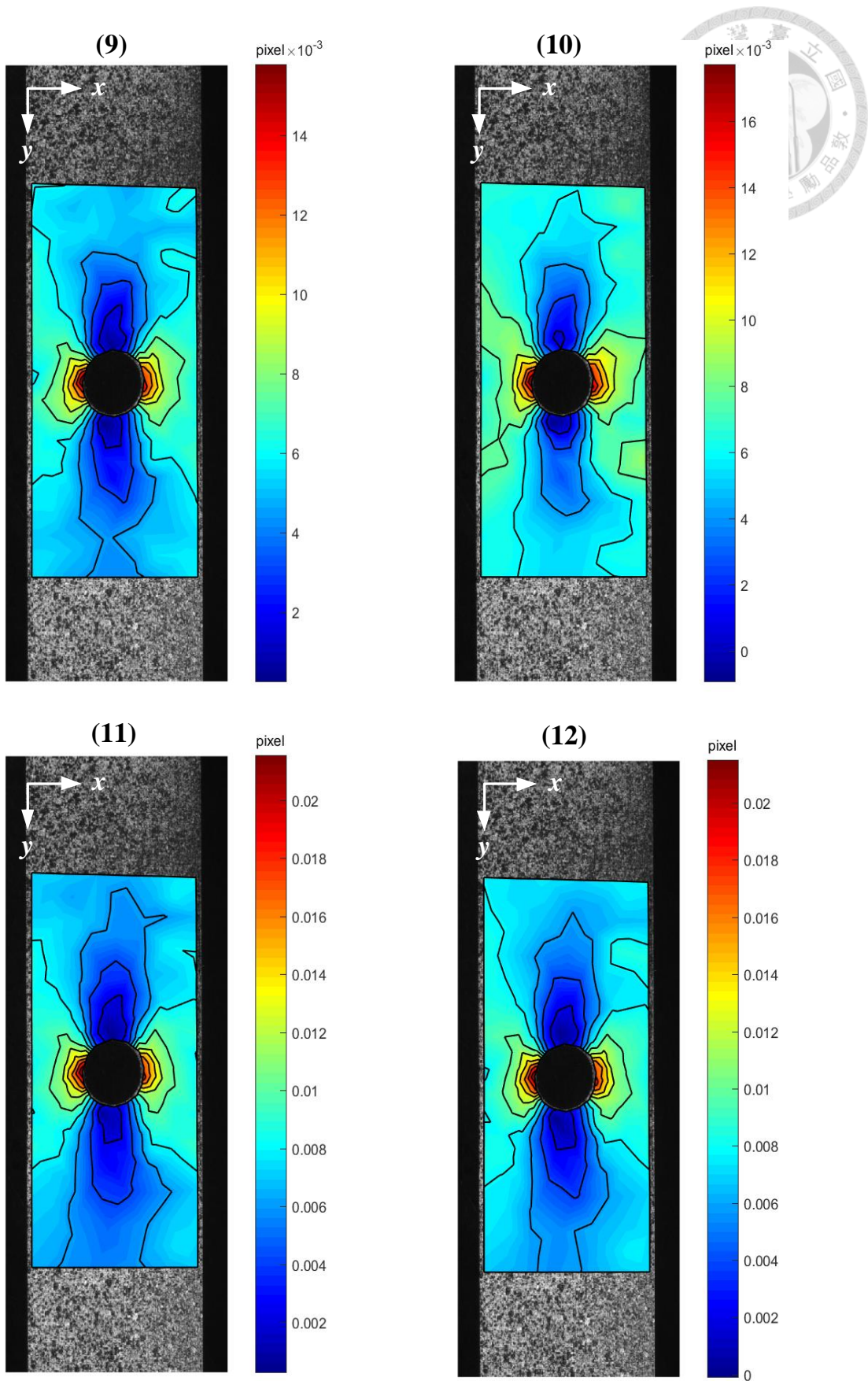


圖 3-75 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果(續)



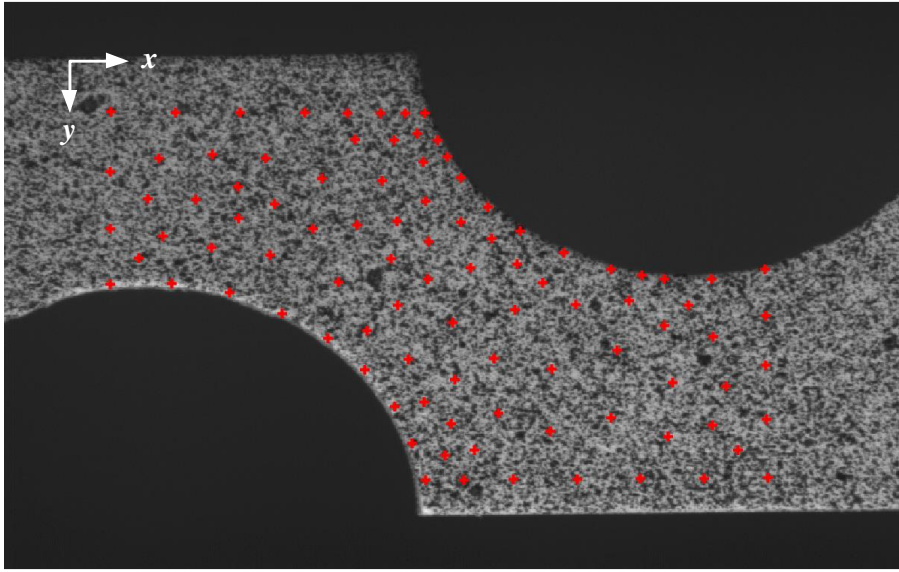


圖 3-76 Dog bone 不規則分析點之位置

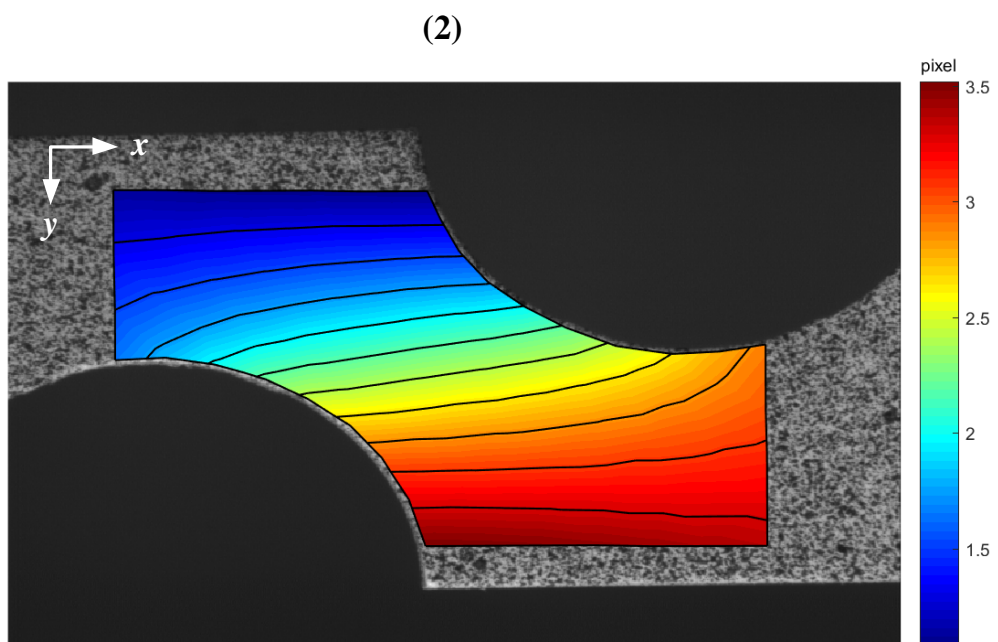
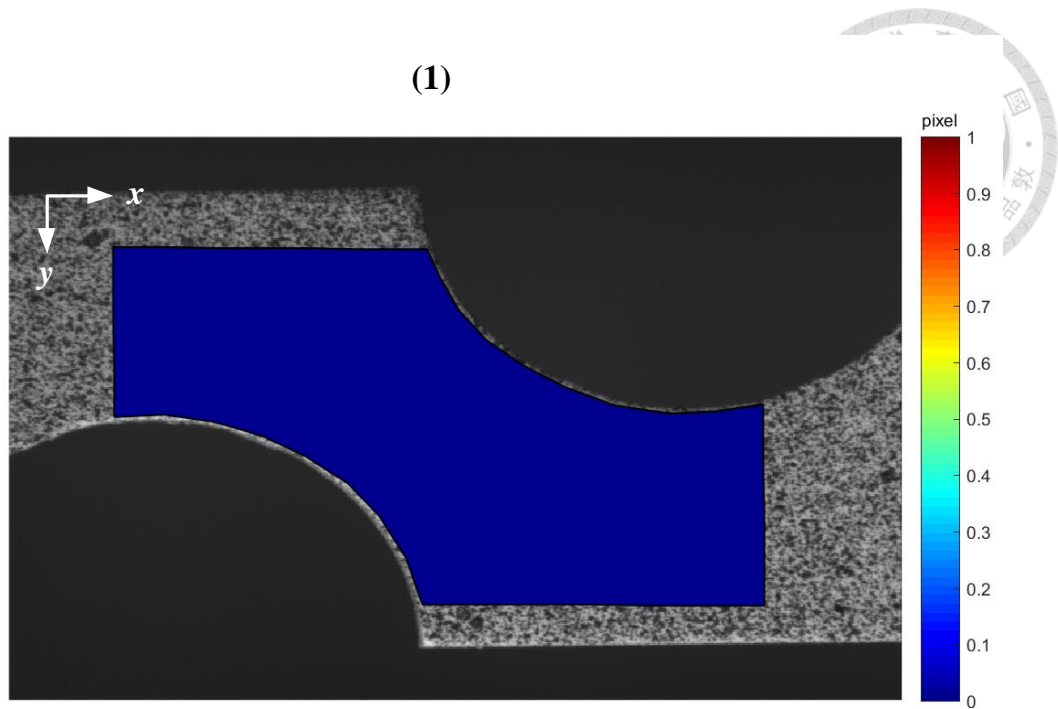
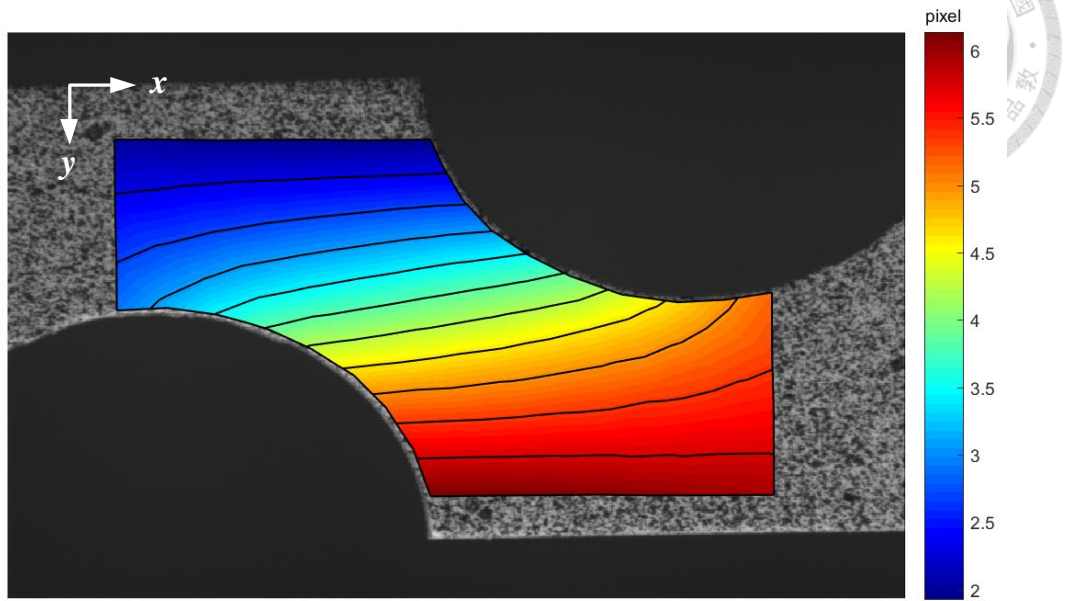


圖 3-77 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果

(3)



(4)

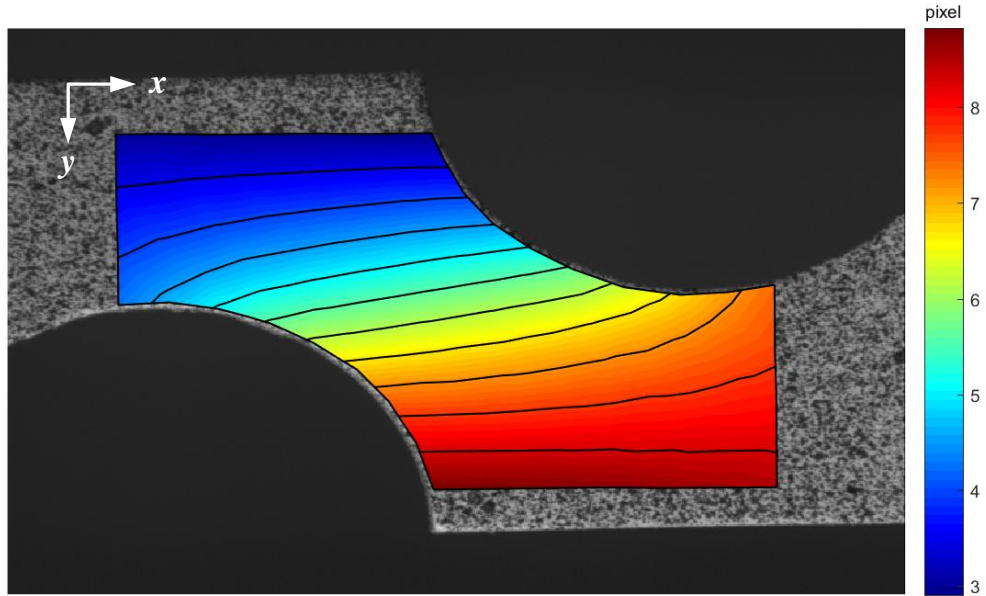
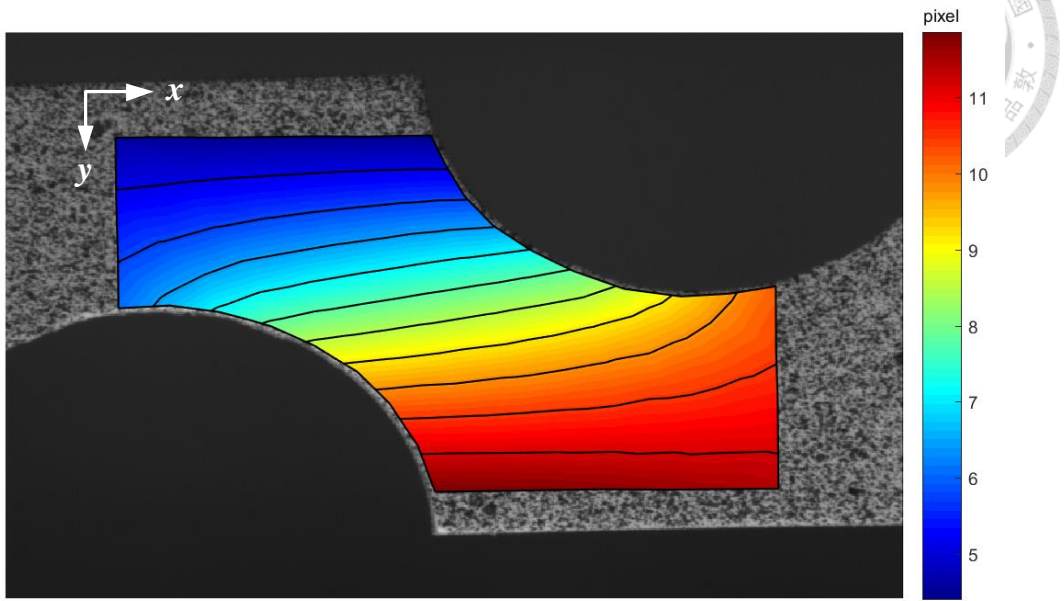


圖 3-78 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果(續)

(5)



(6)

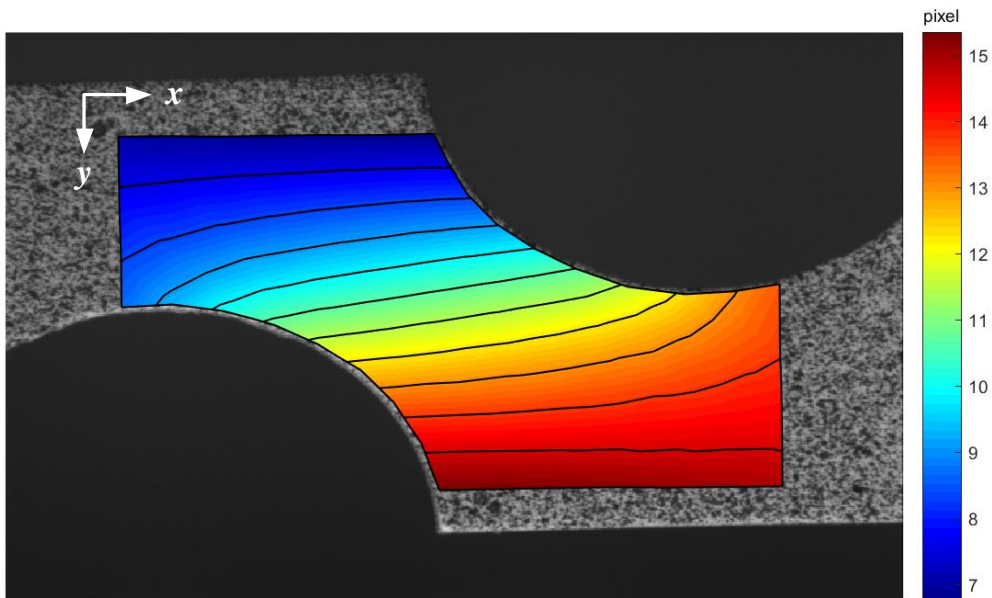


圖 3-79 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果(續)

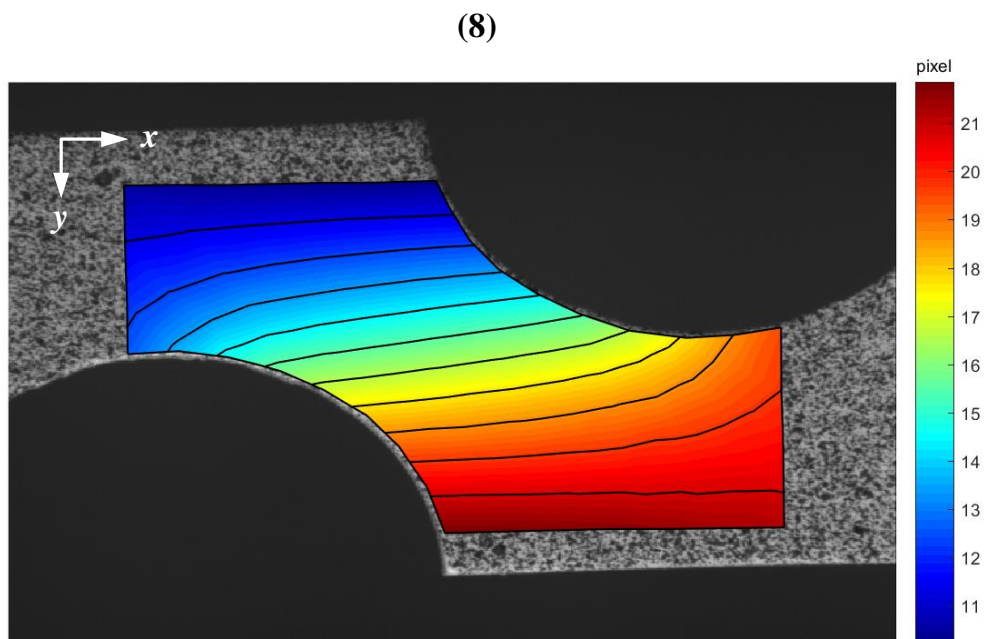
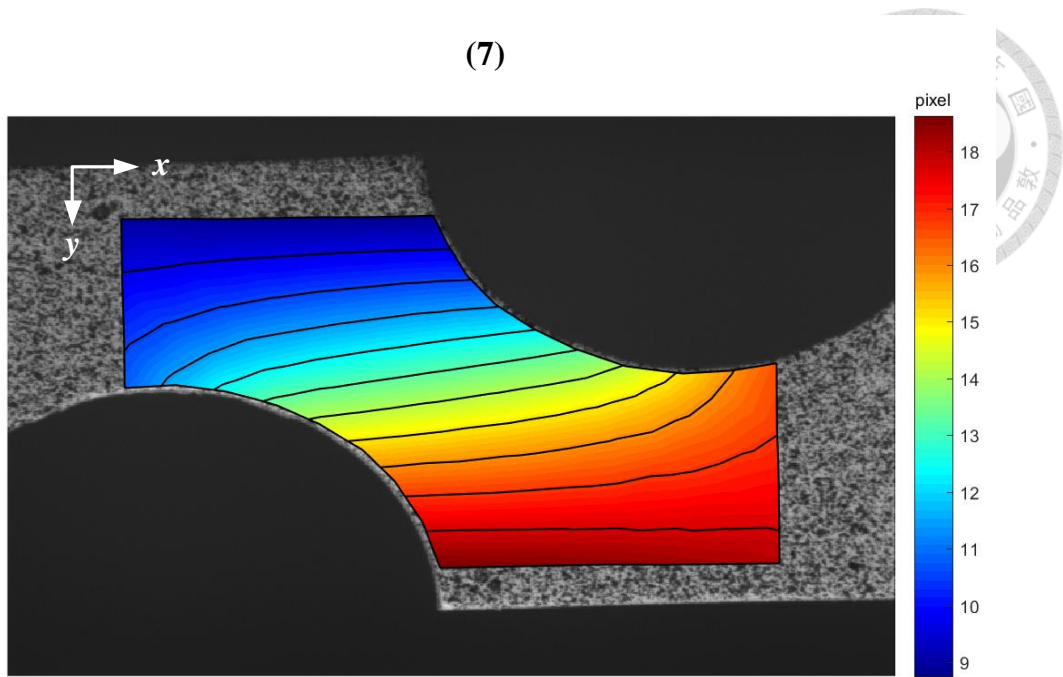


圖 3-80 2D DIC 量測  $x$  方向全場位移結果(續)

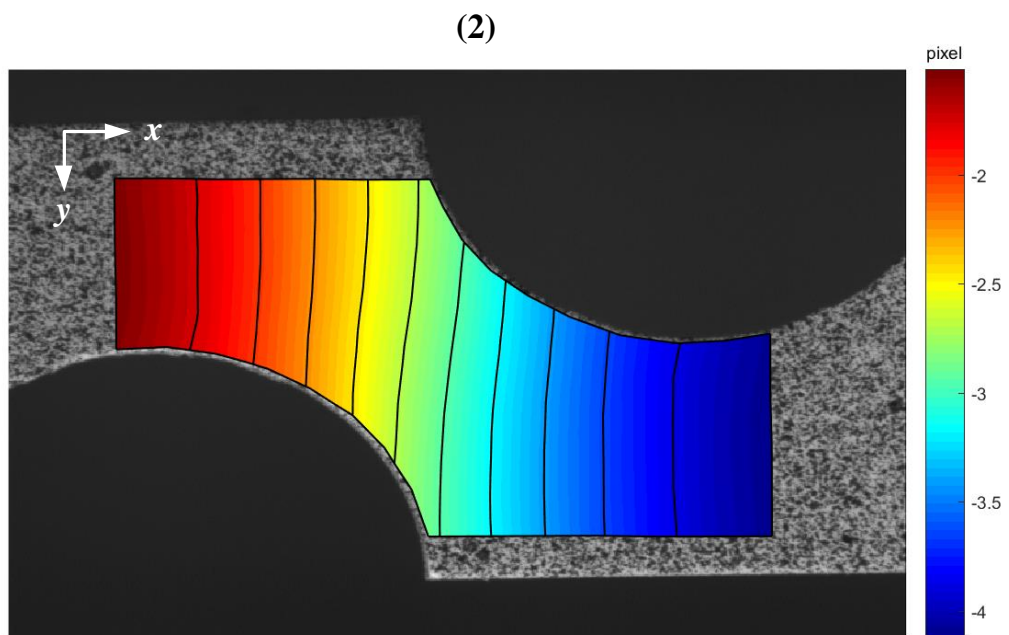
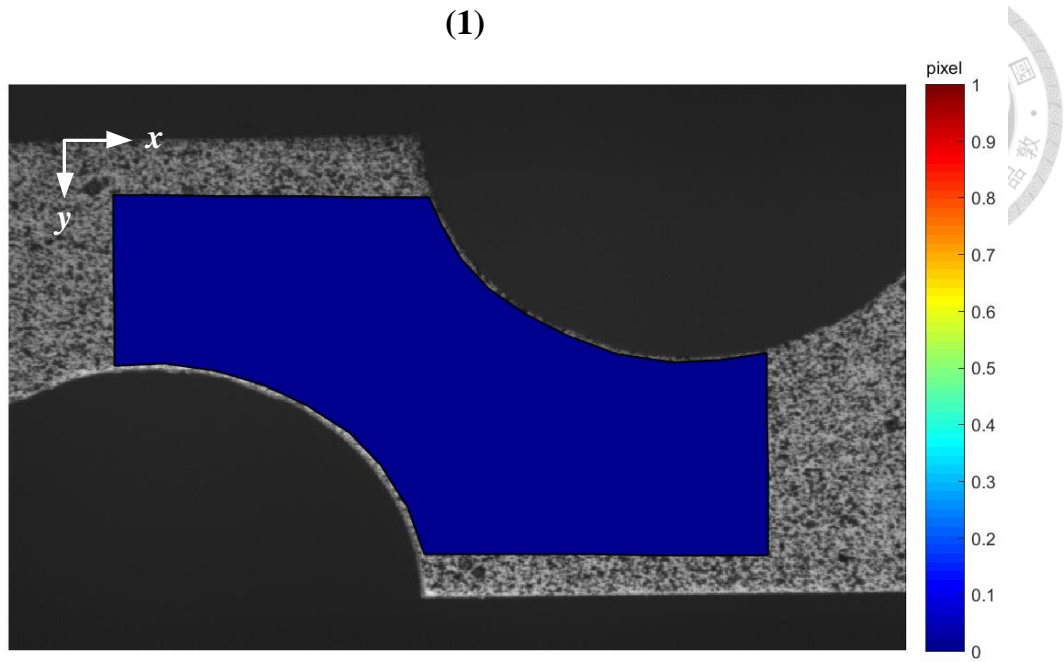
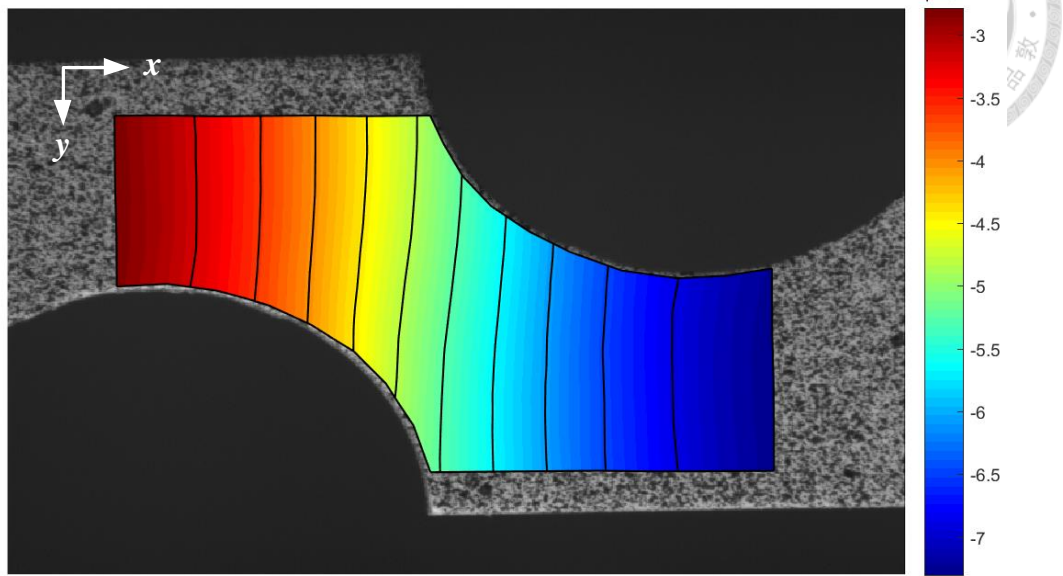


圖 3-81 2D DIC 量測  $y$  方向全場位移結果

(3)



(4)

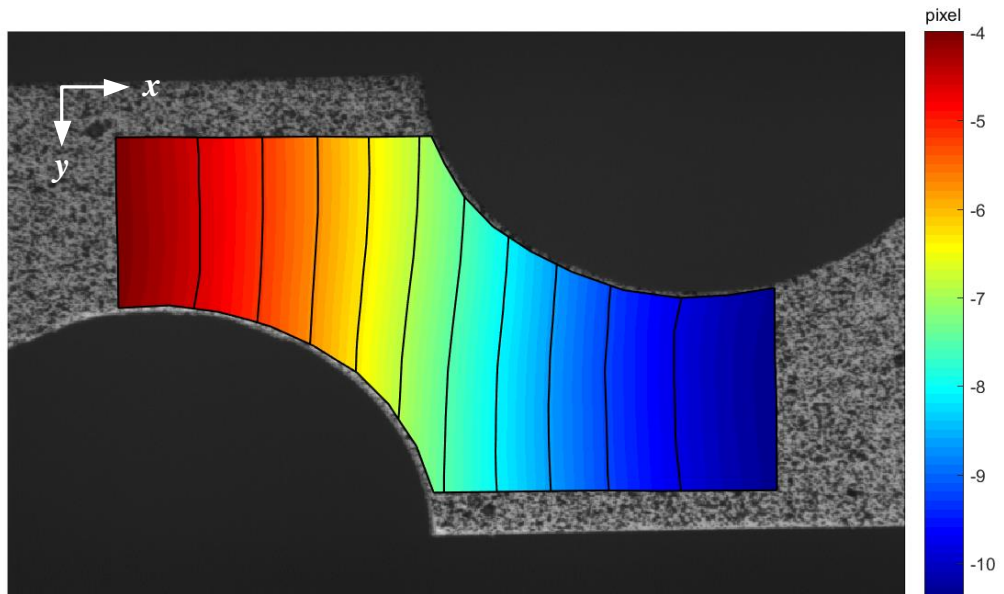
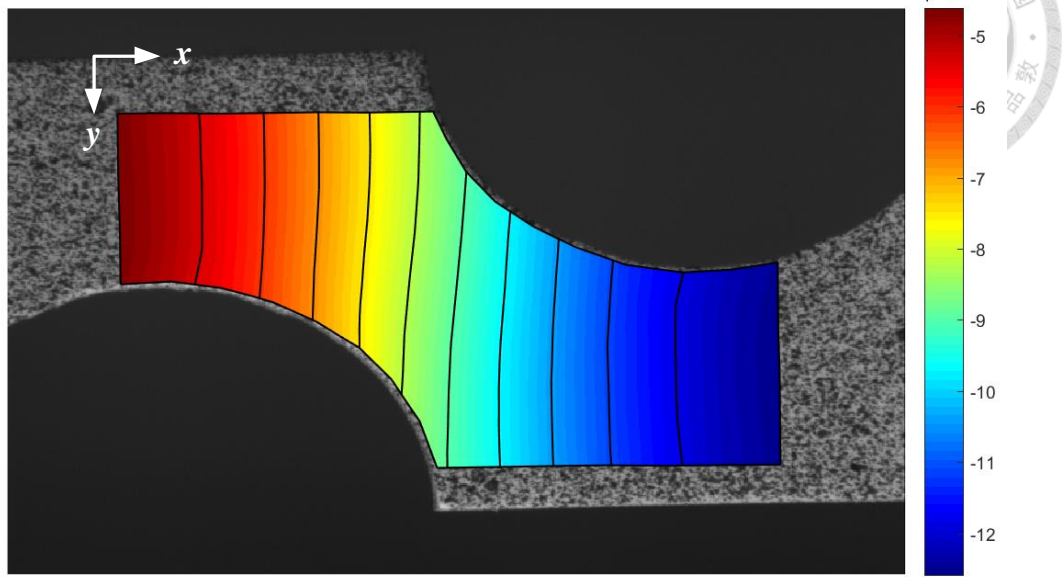


圖 3-82 2D DIC 量測 y 方向全場位移結果(續)

(5)



(6)

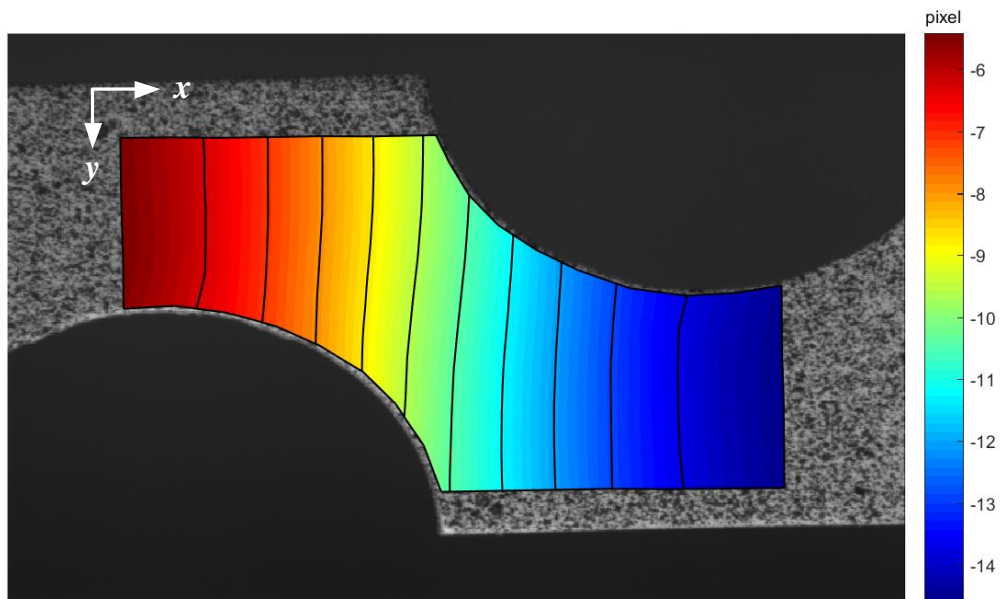
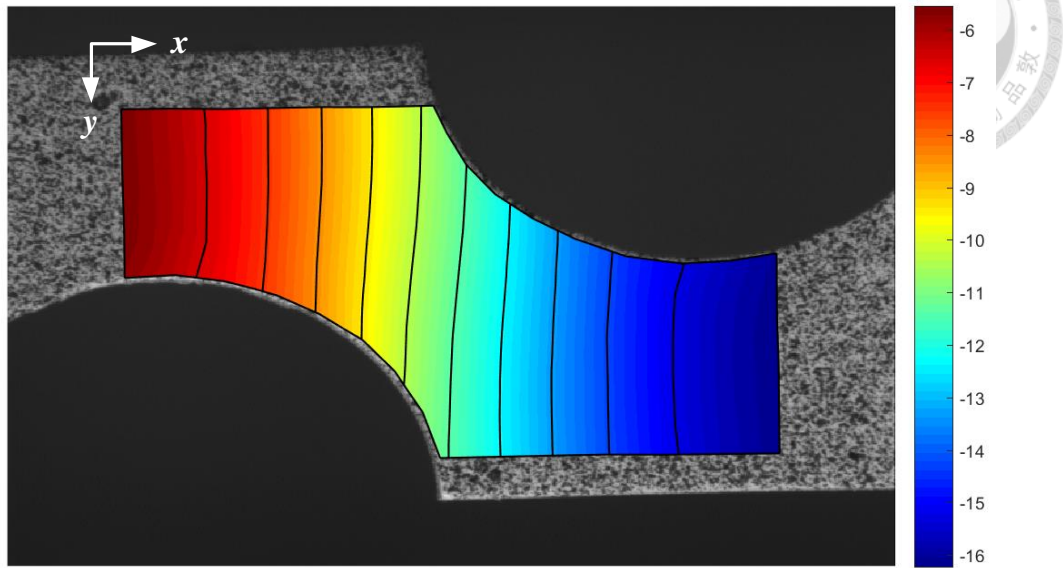


圖 3-83 2D DIC 量測 y 方向全場位移結果(續)



(7)



(8)

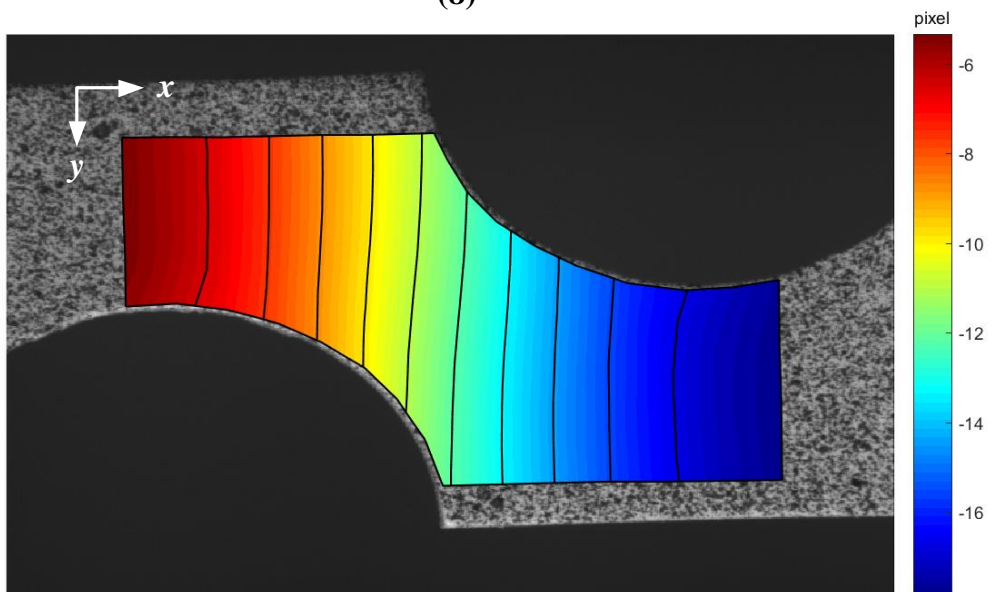
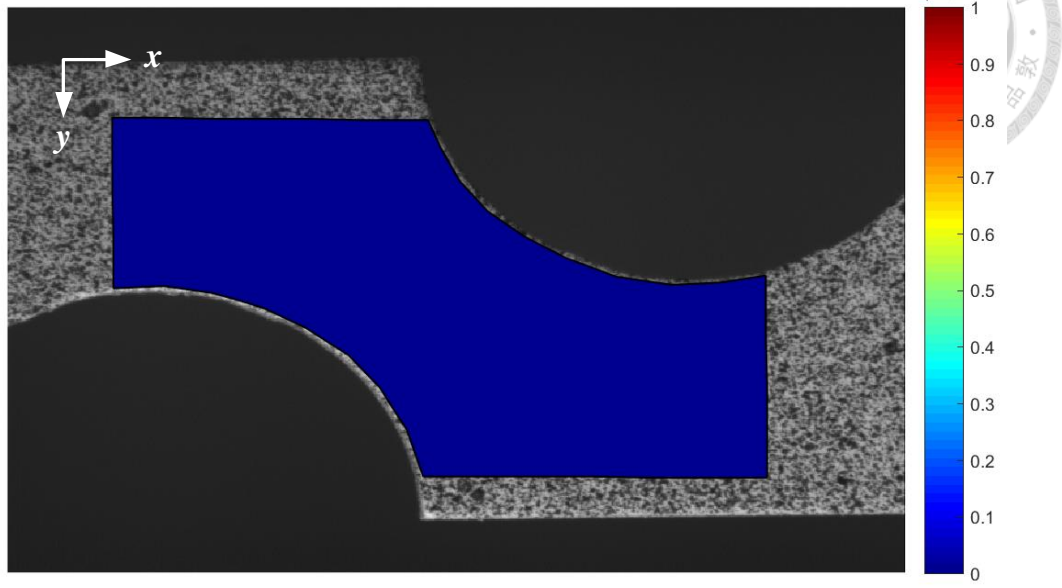


圖 3-84 2D DIC 量測 y 方向全場位移結果(續)

(1)



(2)

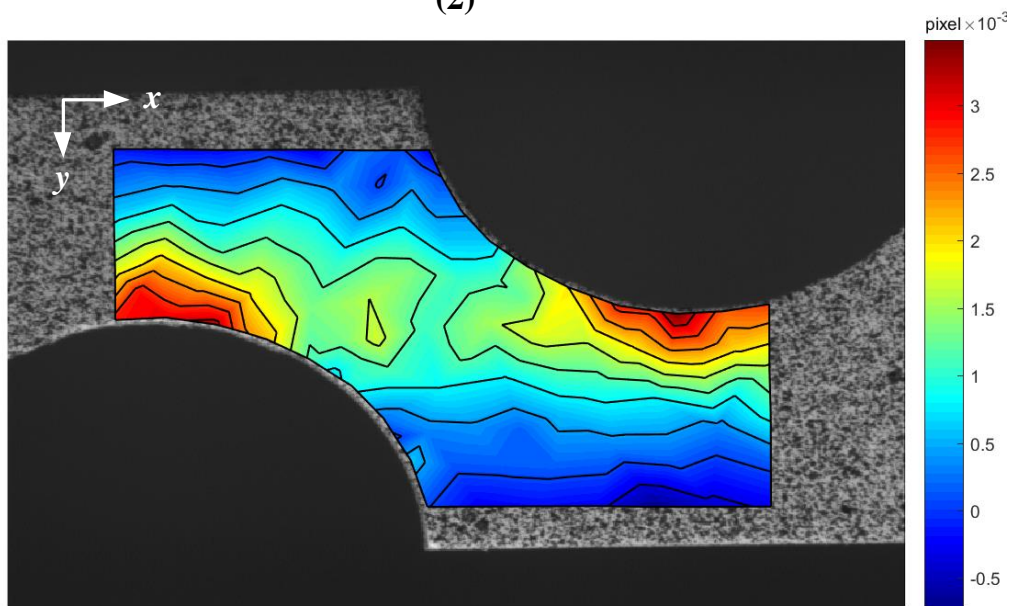
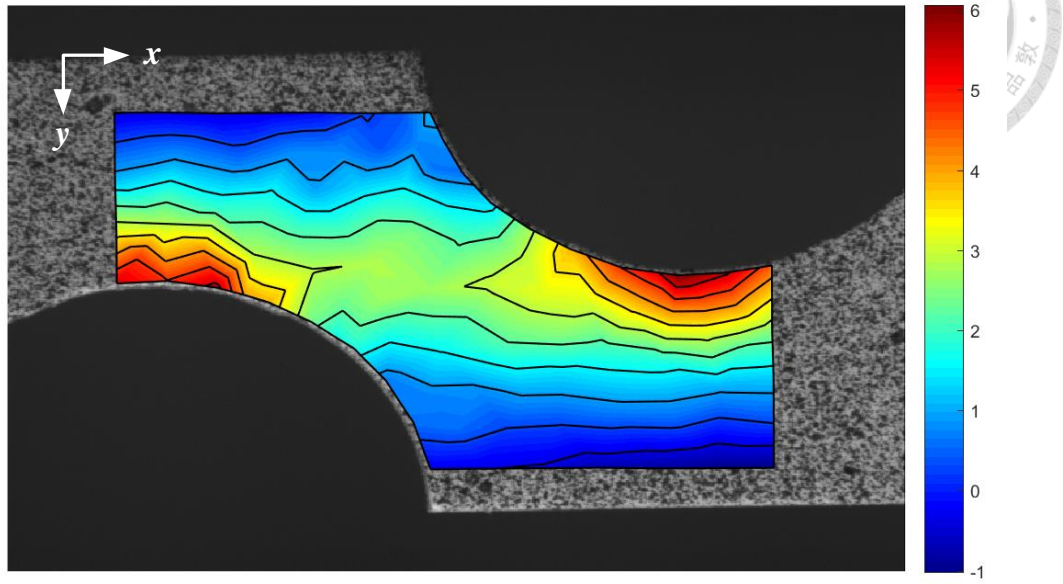


圖 3-85 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果

(3)



(4)

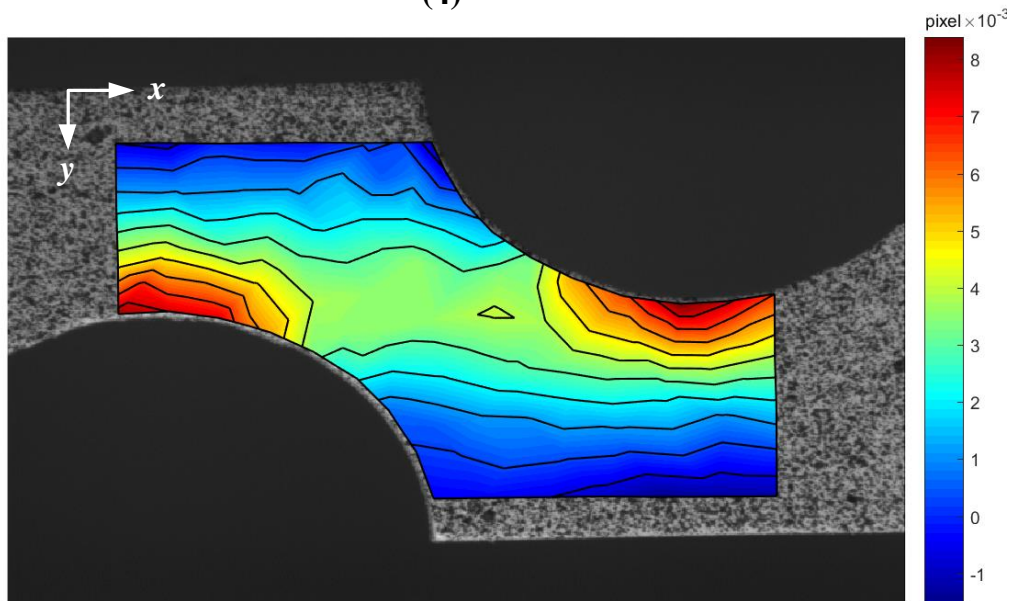
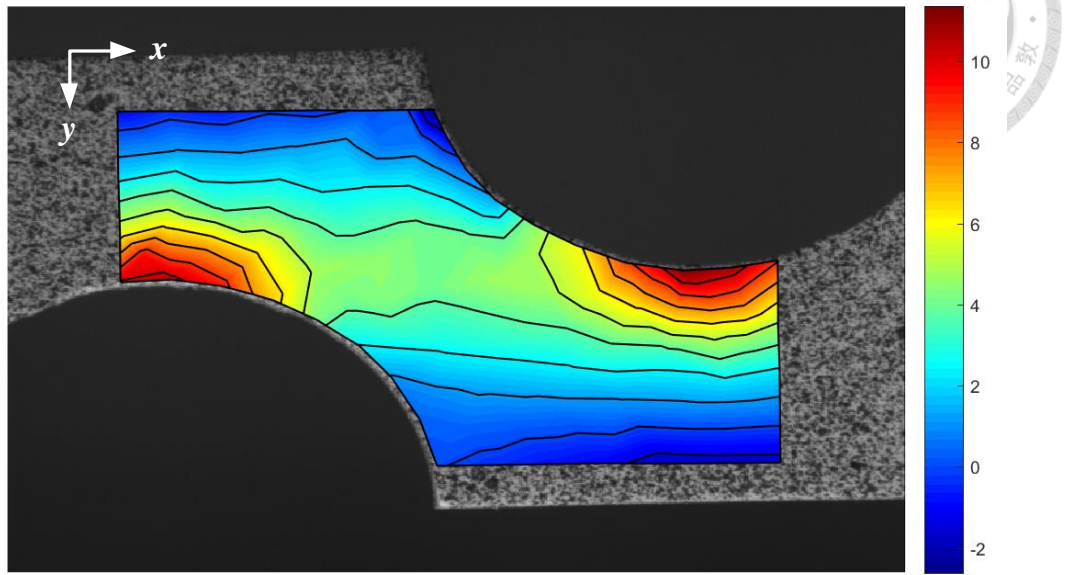


圖 3-86 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果(續)

(5)



(6)

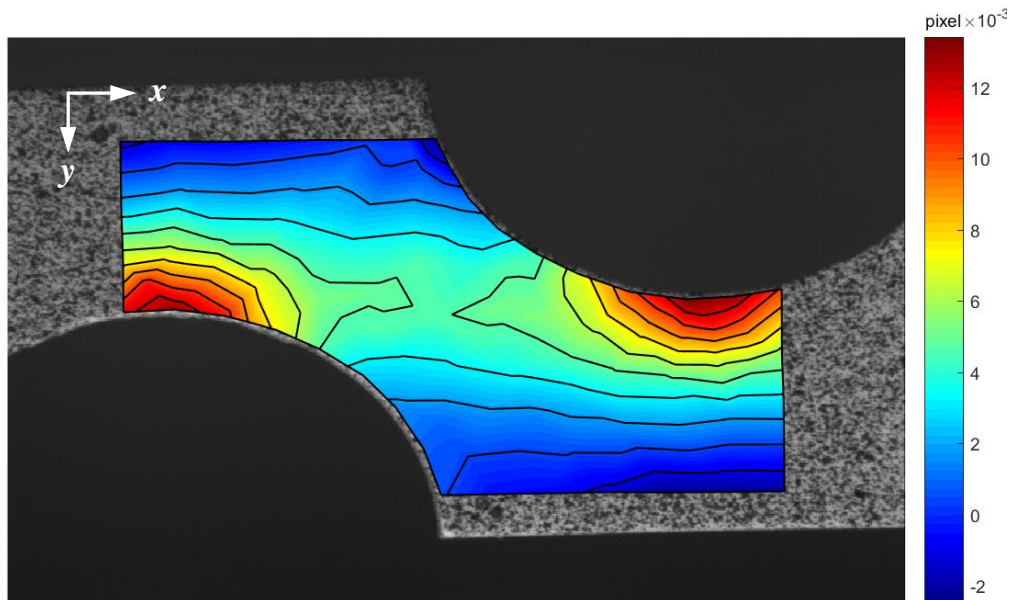
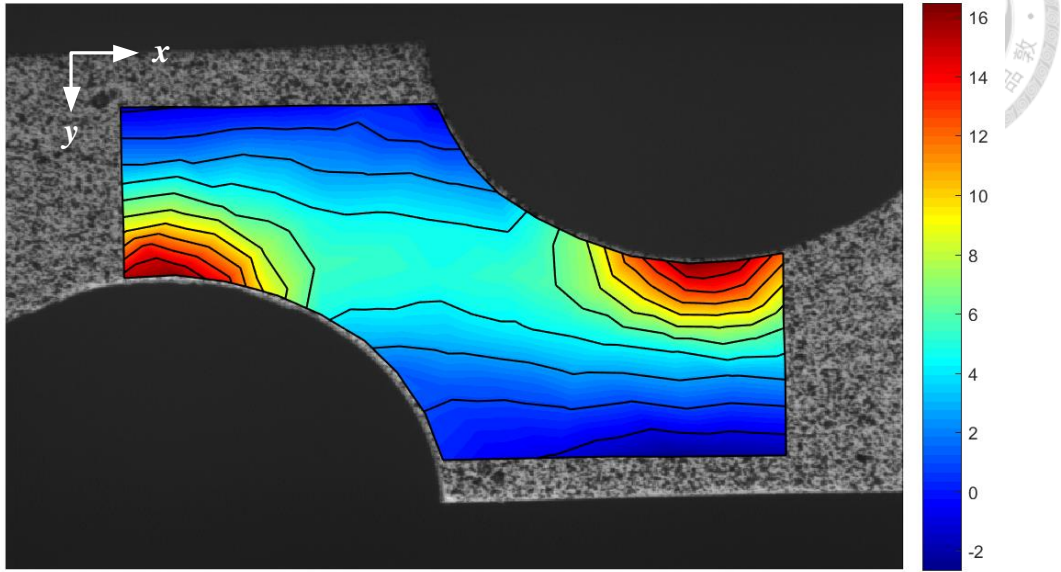


圖 3-87 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果(續)

(7)



(8)

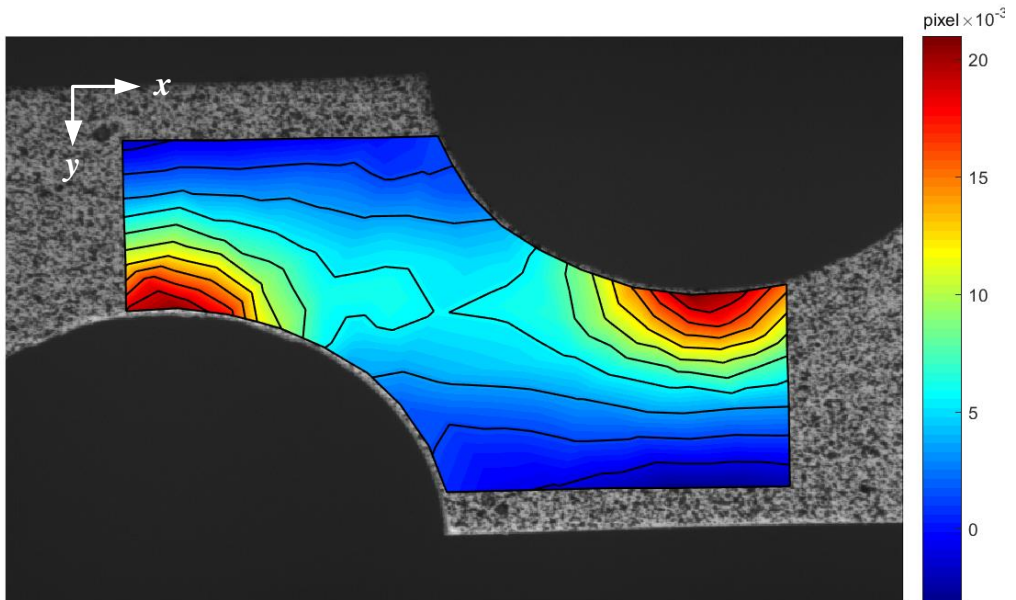
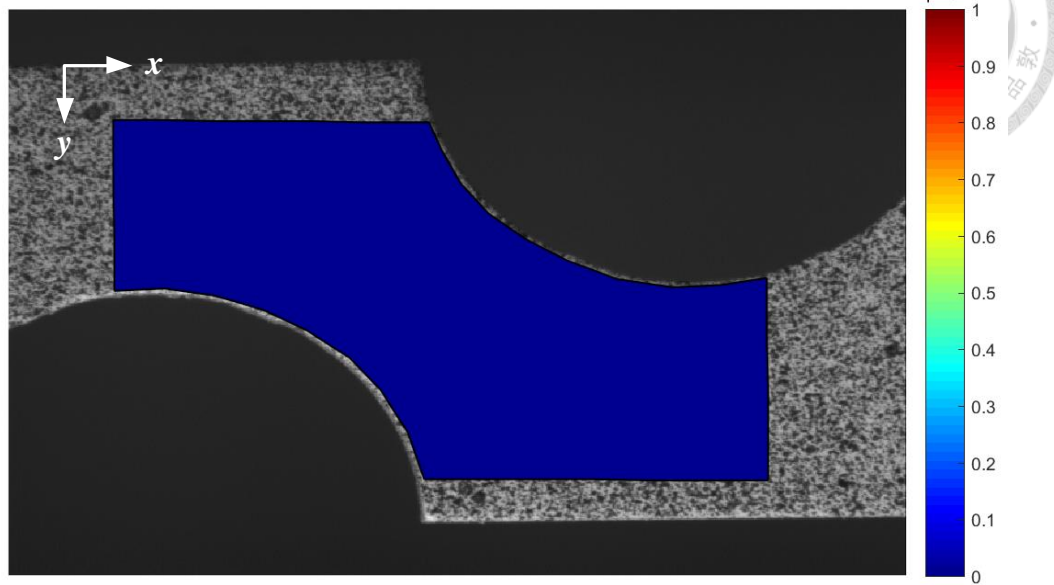


圖 3-88 2D DIC 量測全場  $E_{11}$  結果(續)

(1)



(2)

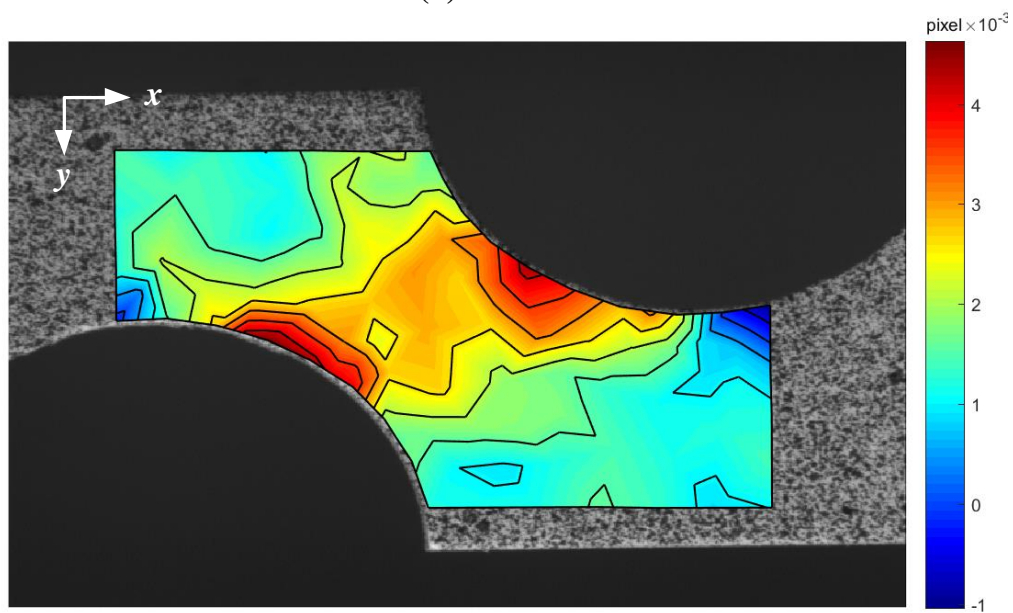
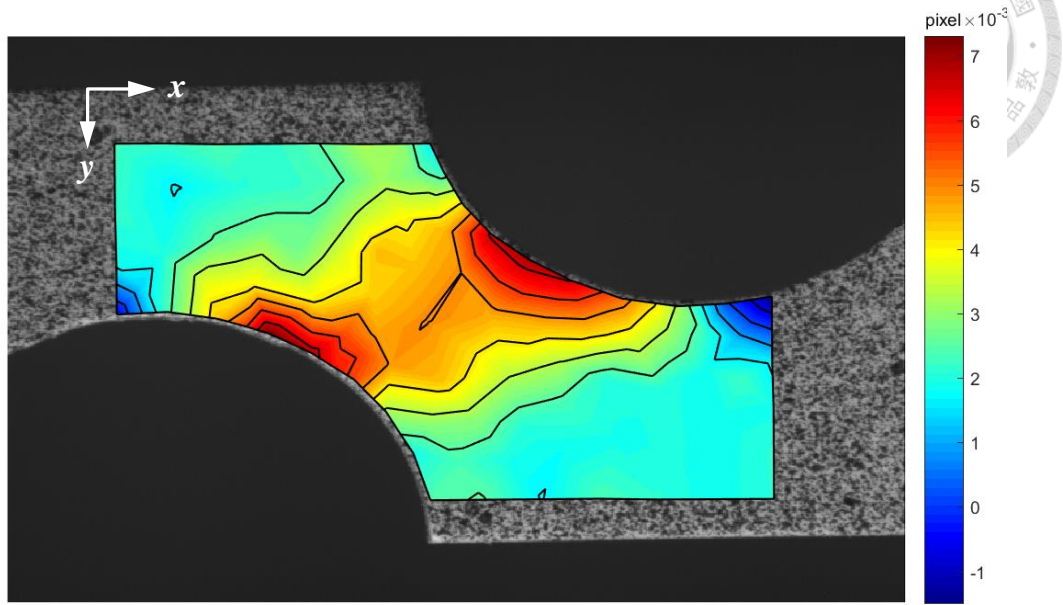


圖 3-89 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果

(3)



(4)

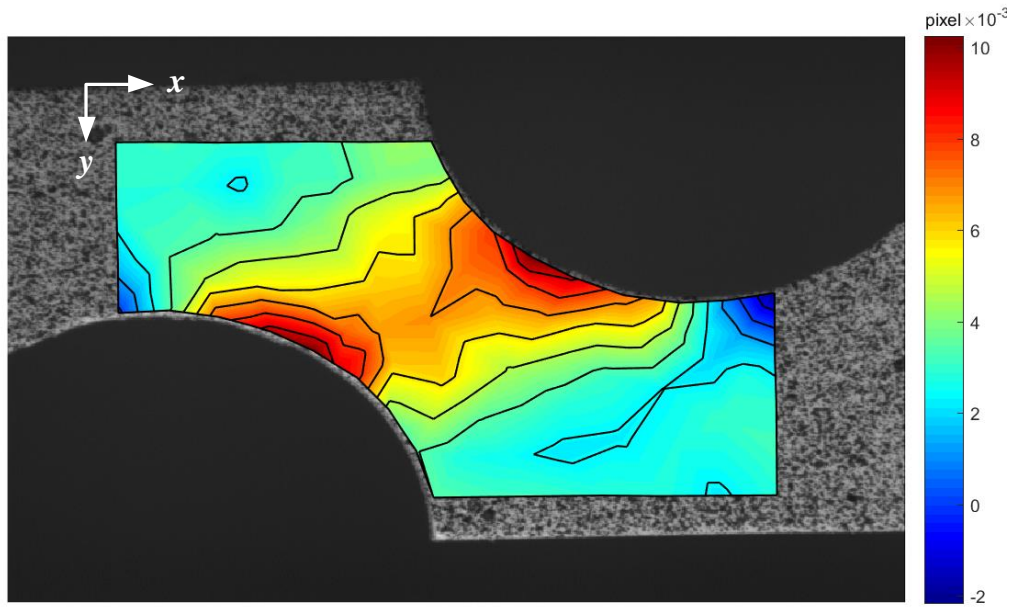
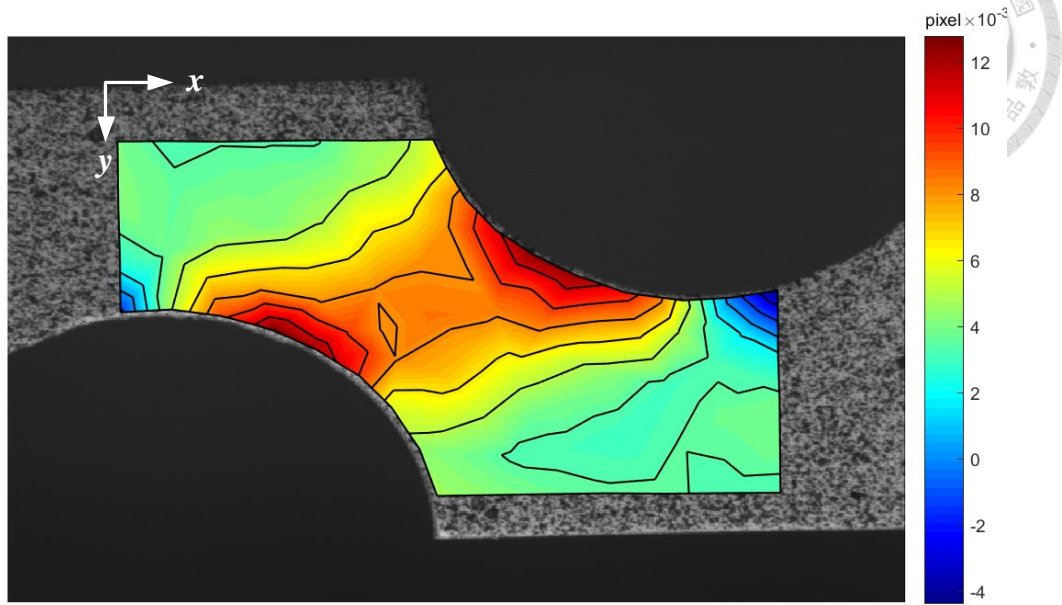


圖 3-90 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果(續)

(5)



(6)

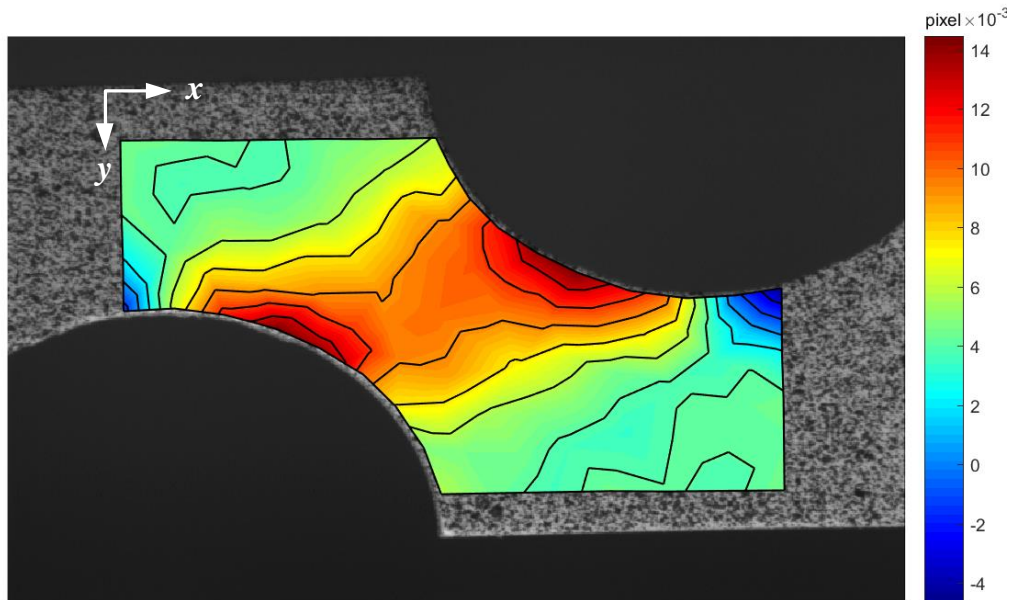
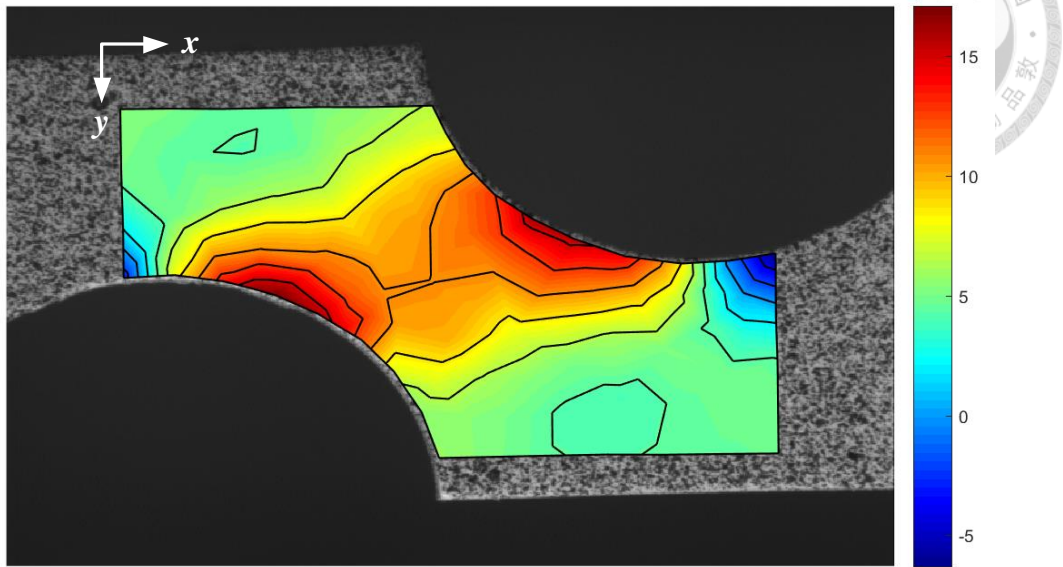


圖 3-91 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果(續)



(7)



(8)

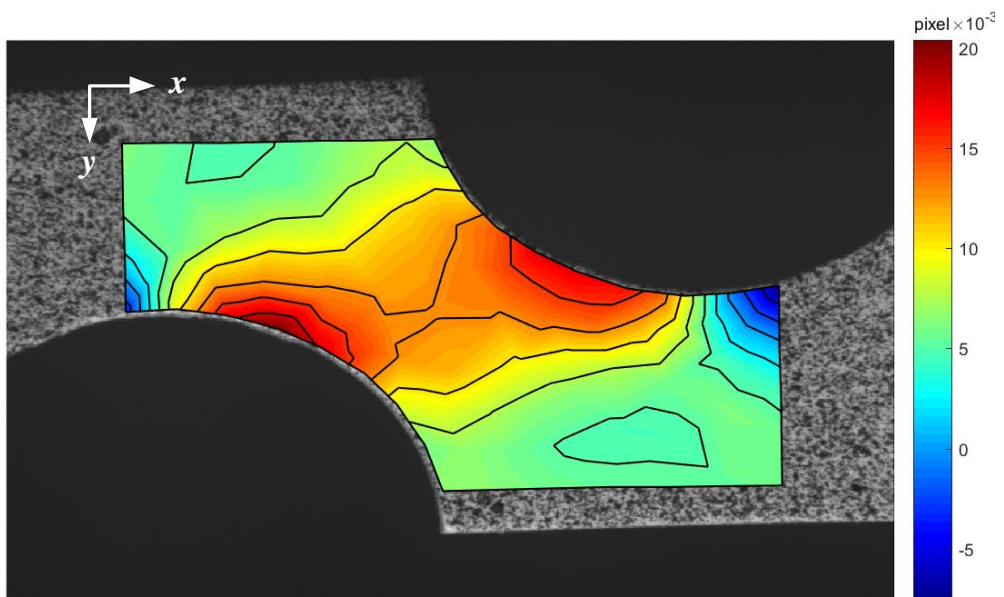
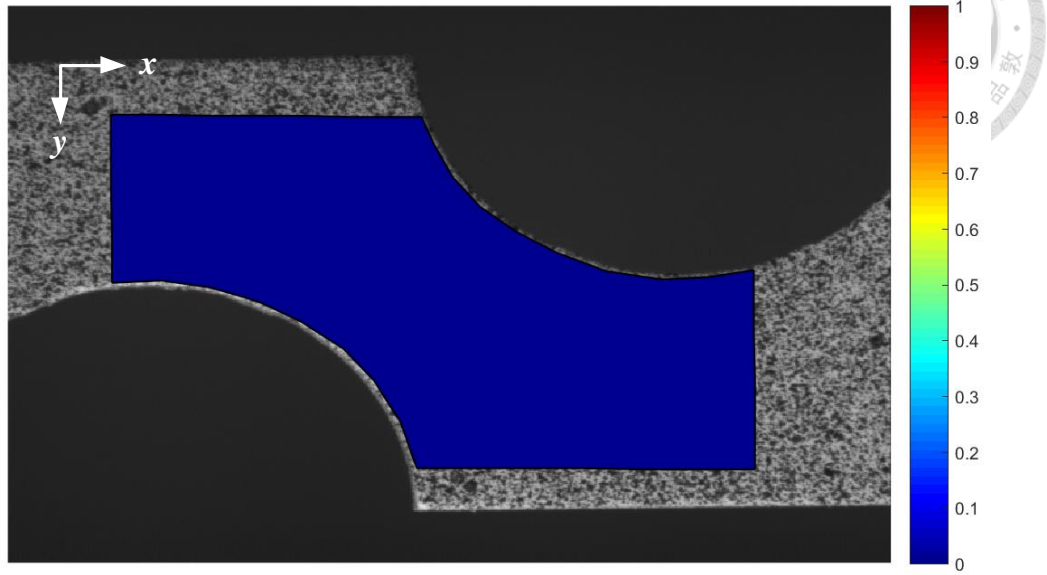


圖 3-92 2D DIC 量測全場  $E_{12}$  結果(續)

(1)



(2)

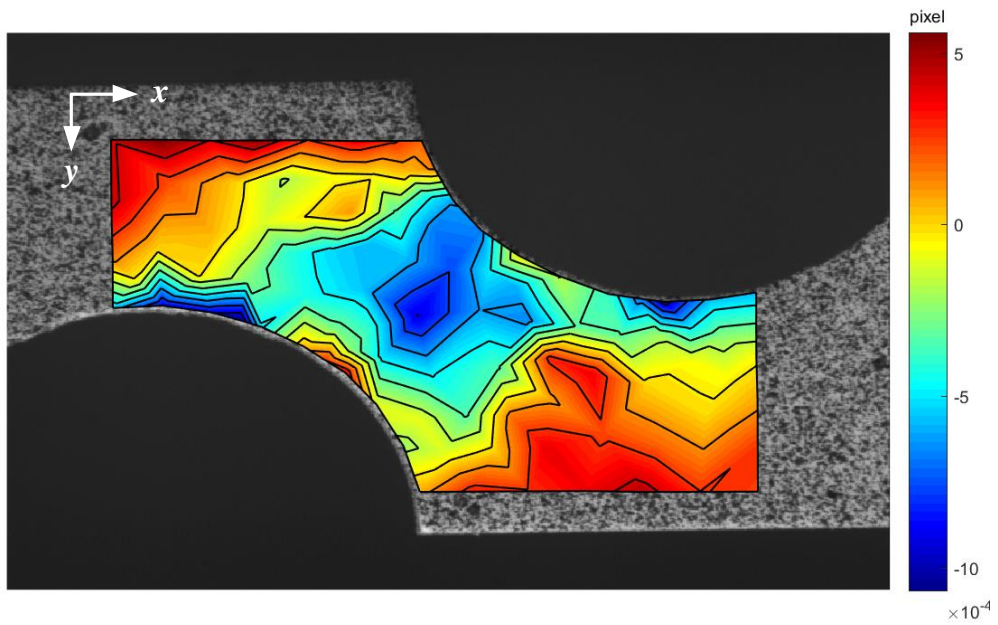
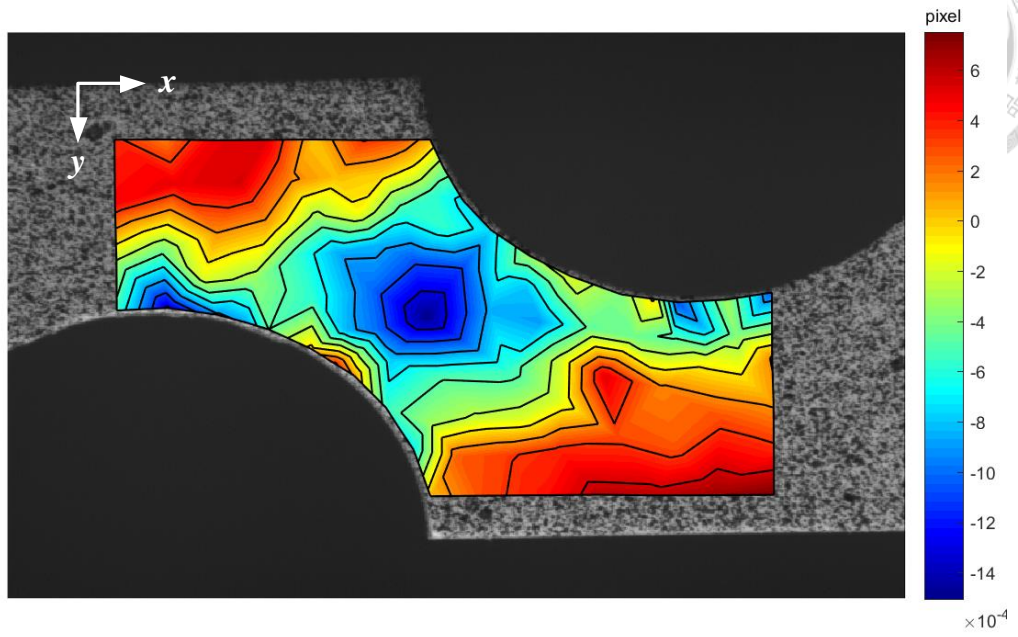


圖 3-93 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果

(3)



(4)

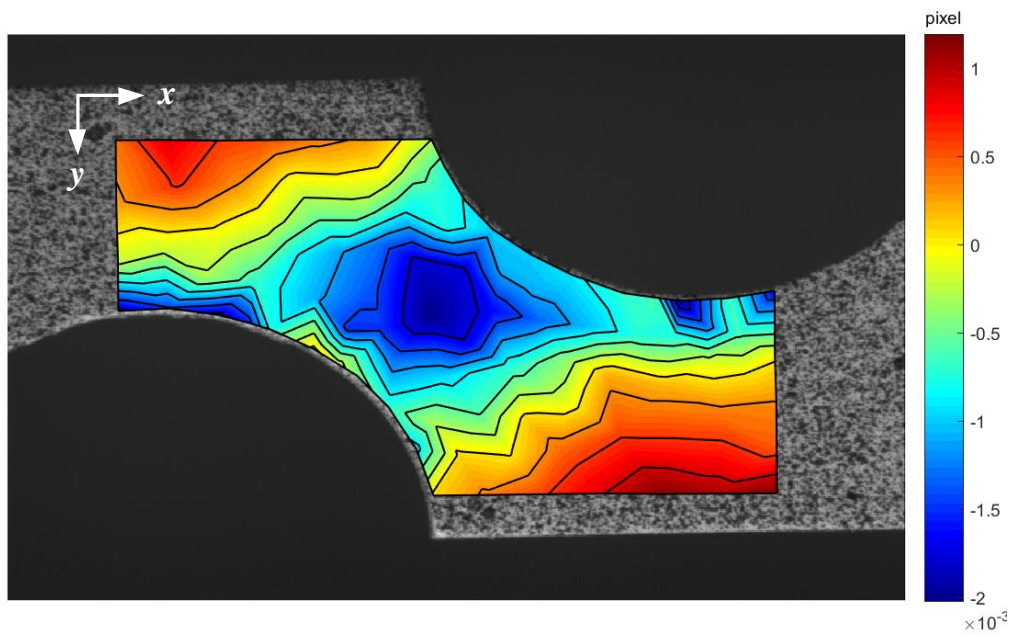
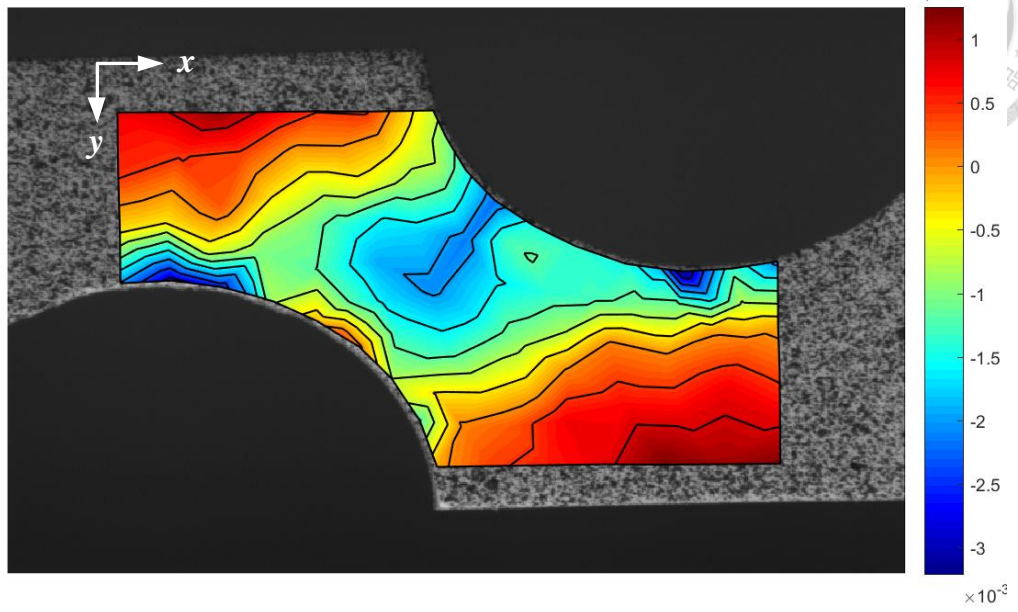


圖 3-94 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果(續)

(5)



(6)

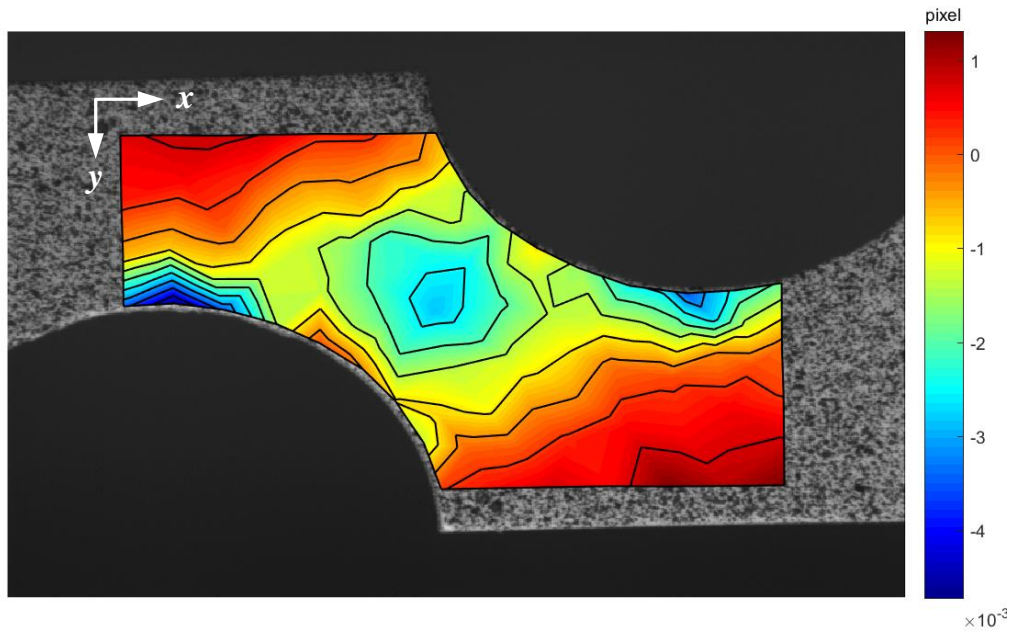
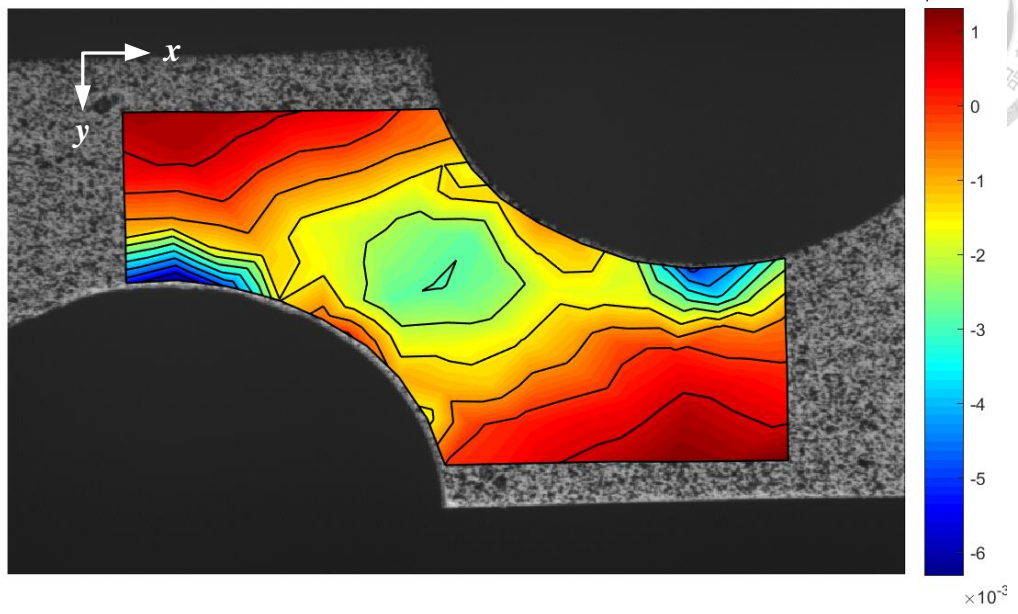


圖 3-95 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果(續)

(7)



(8)

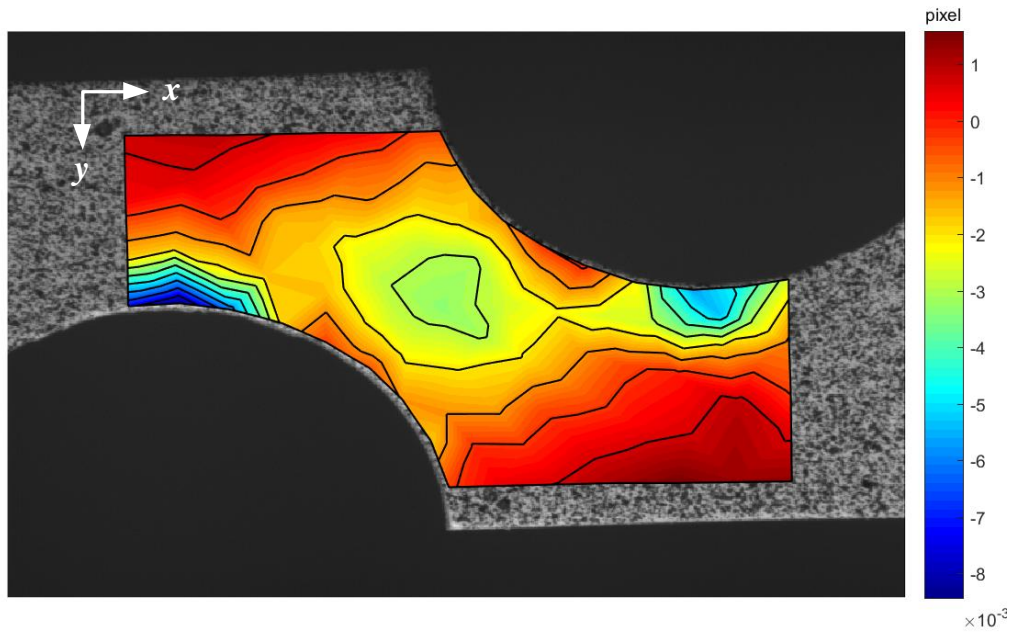


圖 3-96 2D DIC 量測全場  $E_{22}$  結果(續)

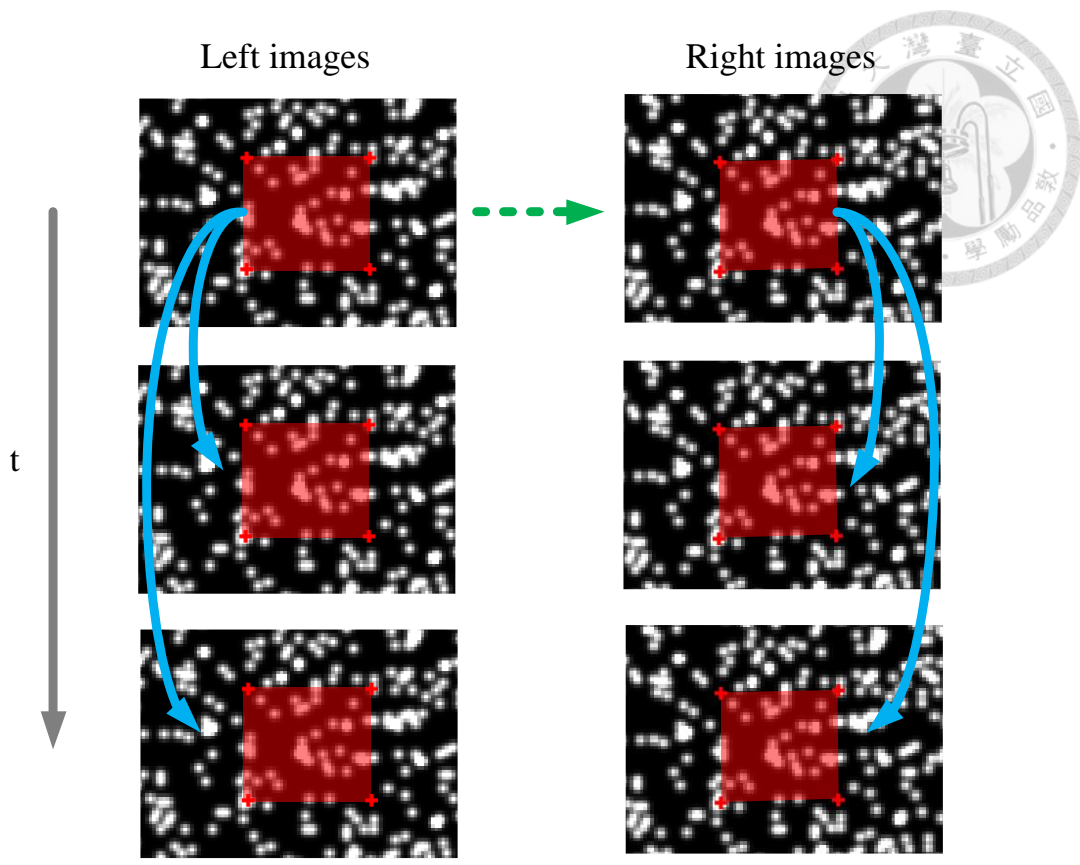


圖 3-97 Stereo GSPIC 搜尋方式之示意圖

## 第四章 等向性材料懸臂薄板全場面外動態量測

本章主要為使用自行開發的立體數位影像相關法(Stereo digital image correlation, Stereo DIC)技術運用於懸臂薄板面外振動量測，由於懸臂薄板動態位移方向為厚度方向且與攝影機鏡面垂直，故需使用 Stereo DIC 方法。首先介紹僅需使用一種單相機 Stereo DIC 系統，並應用於本章的實驗中，接著使用 Stereo DIC 量測懸臂薄板的振動特性，其中包括共振頻率與共振模態，接下來進行懸臂薄板受到強迫振動的響應量測，最後量測懸臂薄板受到動力衝擊負載後的暫態位移響應，並與光纖位移計(Fonotic sensor, FS)量測、理論分析以及有限元素法(Finite element method, FEM)模擬的結果進行比較，驗證 Stereo DIC 對於懸臂薄板面外動態位移量測的能力。

### 4.1 單相機立體數位影像相關法系統

結構的共振頻率與共振模態即為該系統的動態特性，其結果可作為做為工程有關動態問題設計上的重要依據，目前僅有極少數的量測技術能夠量測全域的模態形狀，因為進行模態量測的技術必須具有全場量測的能力，而數位影像相關法(Digital image correlation, DIC)是一種非接觸式、全場位移量測方法。DIC 主要是藉由數位相機拍攝記錄變形中物體，再利用數位影像處理技術追蹤待測物表面上的特徵斑點，其量測的空間解析度與時間解析度可依照實驗的需求變更相機與鏡頭，搭配適當高速攝影機以及鏡頭即可進行高速動態量測，由於懸臂薄板的運動主要是面外(Out of plane)的運動，其位移主要與板面垂直，一般使用單一相機的二維數位影像相關法(Two-dimensional digital image correlation, 2D DIC)局限於只能量測物體面內(In-plane)的運動，即位移場為平行板面方向，因此必須使用 Stereo DIC 方法量測懸臂薄板面外位移。傳統上 Stereo DIC 皆是使用雙相機的系統架設進行拍攝，利用左影像與右影像的畫面位置差，再應用三角量測原理對物體表面進行三維空間量測，對於一般較為低速動態量測較無問題，但在於高速拍

攝下難以確定左右相機是在同一時刻記錄下的畫面，造成實驗上左右攝影機的不同步性問題以及雙高速攝影機的架設導致實驗成本過高，因此本章使用單相機 Stereo DIC 的量測技術[31][32]，如圖 4-1 所示，利用單相機搭配反射鏡組將不同視角畫面同時反射在同一台相機的畫面上，即可確保左右影像畫面是在同一時刻擷取到的影像，並且只要使用一台高速攝影機即可做到全場三維高速動態量測，此做法主要優點是可以解決左右畫面同步性及實驗成本問題，缺點是犧牲畫面可以分析的解析度。校正步驟與一般 Stereo DIC 相同，但要額外撰寫程式將一張影像分成左影像與右影像再加以分析，如圖 4-2 所示。使用單相機 Stereo DIC 系統可以解決傳統上 Stereo DIC 雙相機系統的不同步性與實驗成本過高問題，接下來本章的動態實驗的記錄影像都是使用單相機 Stereo DIC 架設方式。

## 4.2 懸臂薄板振動分析與模態量測

本節使用單一相機 Stereo DIC 運用在量測懸臂薄板的共振頻率與模態形狀，首先介紹懸臂薄板的統御方程式與穩態響應的理論解析解，另外在實驗量測上，本章提出利用帶通濾波的方式求得共振模態，並使用 Stereo DIC 實際量測懸臂薄板共振頻率以及搭配帶通濾波法分析懸臂薄板的共振模態，並與理論分析及有限元素法(Finite element method, FEM)模擬的結果進行驗證。

### 4.2.1 薄板結構統御方程式

根據線性彈性力學，等向性材料應變應力關係可表示如下：

$$\begin{aligned}
 e_{11} &= \frac{1}{E} [\tau_{11} - \nu(\tau_{22} + \tau_{33})], & e_{23} &= \frac{1}{2G} \tau_{23} \\
 e_{22} &= \frac{1}{E} [\tau_{22} - \nu(\tau_{11} + \tau_{33})], & e_{31} &= \frac{1}{2G} \tau_{31} \\
 e_{33} &= \frac{1}{E} [\tau_{33} - \nu(\tau_{11} + \tau_{22})], & e_{12} &= \frac{1}{2G} \tau_{12}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

其中  $e_{11}$ 、 $e_{22}$ 、 $e_{33}$  與  $\tau_{11}$ 、 $\tau_{22}$ 、 $\tau_{33}$  分別為  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  方向正向應變與正向應力；

$e_{12}$ 、 $e_{23}$ 、 $e_{31}$  與  $\tau_{12}$ 、 $\tau_{23}$ 、 $\tau_{13}$  則為剪應變與剪應力； $E$  為楊氏係數(Young's modulus)、



$\nu$  為波松比(Poisson's ratio)、 $G$  為剪力模數(Shear modulus)。應變與位移的關係式則為

$$\begin{aligned} e_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, e_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \\ e_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, e_{23} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ e_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, e_{13} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

其中  $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$  分別為  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  方向位移。

下列為薄板理論的基本假設( $x_3$  為厚度方向)：

1.  $x_3$  方向厚度遠小於  $x_1$  與  $x_2$  方向的寬度。
2. 沒有面內的變形，即  $u_1 = u_2 = 0$ 。
3.  $x_3$  方向位移遠小於  $x_3$  方向厚度。
4. 忽略剪應變，即  $e_{23} = e_{31} = 0$ 。
5.  $x_3$  方向幾乎沒有正向應變與正向應力，即  $e_{33} = \tau_{33} = 0$ 。

根據應力與應變關係、應變與位移關係與以上假設可以得到簡化後應力與位移的關係，接著將應力寫成合力與合力矩關係後配合力平衡與力矩為零的條件，最後將簡化後應力與位移的關係代入力平衡與力矩為零方程式即能得到薄板結構以  $u_3$  位移的統御方程式

$$D \left( \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u_3}{\partial x_2^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = 0 \quad (4.3)$$

其中  $D = Eh^3 / [12(1-\nu^2)]$ 。

#### 4.2.2 懸臂薄板穩態響應理論解析

得到薄板的統御方程式後，接下來考慮懸臂薄板的邊界條件，如圖 4-3 所示，

一個長、寬和厚度分別為  $a$ 、 $b$  和  $h$  的懸臂板，動態外力  $f$  施加在板上表面  $(x_1^*, x_2^*)$  的位置上。根據前一小節所推出的薄板結構運動方程式，其中  $u_3(x_1, x_2, t)$  是面外位移，薄板受外界作用前為靜止狀態，故令薄板結構的初始  $x_3$  方向位移和速度為零，得到初始條件

$$u_3|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u_3}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (4.4)$$

由於本章探討懸臂薄板的動態問題，假設薄板結構單側 ( $x_1 = 0$ ) 為固定邊界，其餘邊界為自由邊界，因此懸臂薄板邊界條件可表示為

$$\begin{aligned} u_3|_{x_1=0} = 0, \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_1}|_{x_1=0} = 0 \\ \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \right) \Big|_{x_1=a} = 0, \quad \left[ \frac{\partial^3 u_3}{\partial x_1^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 u_3}{\partial x_1 \partial x_2^2} \right] \Big|_{x_1=a} = 0 \\ \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \right) \Big|_{x_2=0} = 0, \quad \left[ \frac{\partial^3 u_3}{\partial x_2^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right] \Big|_{x_2=0} = 0 \\ \left( \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \nu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \right) \Big|_{x_2=b} = 0, \quad \left[ \frac{\partial^3 u_3}{\partial x_2^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 u_3}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right] \Big|_{x_2=b} = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

依據模態展開法(normal mode method)，懸臂板的面外位移解假設具有如下型式

$$u_3(x_1, x_2, t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) W_i(x_1, x_2) \quad (4.6)$$

其中  $W_i(x_1, x_2)$  代表第  $i$  模態的空間函數，即自由振動中的模態形狀，且模態形狀滿足懸臂薄板邊界條件式子(4.5)，而  $q_i(t)$  為時間函數，表示各模態在特定時間下的貢獻值。接下來對懸臂薄板進行穩態振動解析，考慮懸臂薄板  $x_3$  方向位移以簡諧方式運動可得

$$u_3(x_1, x_2, t) = W(x_1, x_2) e^{i\omega t} \quad (4.7)$$

其中  $\omega$  為角頻率(rad/s)，虛數  $i = \sqrt{-1}$ 。將式子(4.7)帶入式子(4.3)統御方程式，得到

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial x_2^4} - \left( \frac{\rho h \omega^2}{D} \right) W = 0 \quad (4.8)$$

接著利用疊加法將薄板等效為四個結構區塊，再各別假設四個結構區塊不同位置的固定邊界、撓角為零、剪切力為零與假想撓角，最後將四個結構區塊的解疊加可得懸臂薄板全場模態的解析解如下所示(詳見吳亦莊[44])

$$\begin{aligned} W(x, y) = & \sum_{m=1,2,\dots}^k E_m (\theta_{11m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{13m} \cos \gamma_m \eta) \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi \\ & + \sum_{m=k+1}^{\infty} E_m (\theta_{22m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{23m} \cosh \gamma_m \eta) \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi \\ & + \sum_{n=0,1,\dots}^r E'_n (\theta'_{11n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{13n} \sin \gamma'_n \xi) \cos n \pi \eta \\ & + \sum_{n=r+1}^{\infty} E'_n (\theta'_{22n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{23n} \sinh \gamma'_n \xi) \cos n \pi \eta \\ & + \sum_{m=1,2,\dots}^k F_m [\psi_{11m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{13m} \cos \gamma_m (1-\eta)] \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi \\ & + \sum_{m=k+1}^{\infty} F_m [\psi_{22m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{23m} \cosh \gamma_m (1-\eta)] \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi \\ & + \sum_{n=0,1,\dots}^r F'_n [\psi'_{11n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{13n} \cos \gamma'_n (1-\xi)] \cos n \pi \eta \\ & + \sum_{n=r+1}^{\infty} F'_n [\psi'_{22n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{23n} \cosh \gamma'_n (1-\xi)] \cos n \pi \eta \end{aligned} \quad (4.9)$$

而  $\theta_{11m}$ 、 $\theta_{13m}$ 、 $\theta_{22m}$ 、 $\theta_{23m}$ 、 $\theta'_{11n}$ 、 $\theta'_{13n}$ 、 $\theta'_{22n}$ 、 $\theta'_{23n}$ 、 $\psi_{11p}$ 、 $\psi_{13p}$ 、 $\psi_{22p}$ 、 $\psi_{23p}$ 、

$\psi'_{11p}$ 、 $\psi'_{13p}$ 、 $\psi'_{22p}$  與  $\psi'_{23p}$  等相關參數之詳細表示式則呈現於附錄 G 之中，其中

$E_m$ 、 $E'_n$ 、 $F_m$  和  $F'_n$  為尚未確定的未知係數。觀察所有結構區塊的邊界條件和原

始懸臂板邊界條件式子(4.5)中尚有以下條件並未滿足



$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\partial W}{\partial x_2} \right|_{x_1=0} &= 0 \\
 \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x_2^2} \right]_{x_1=a} &= 0 \\
 \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x_2^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} \right]_{x_2=0} &= 0 \\
 \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x_2^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x_1^2} \right]_{x_2=b} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

為了求出待定係數  $E_m$ 、 $E'_n$ 、 $F_m$  和  $F'_n$ ，將式子(4.9)各自代入(4.10)式子中，並且使用三角函數的正交關係即可整理為一個聯立方程組，以矩陣方式表示為：

$$[\mathbf{A}][\mathbf{E}] = [\mathbf{0}] \tag{4.11}$$

其中  $[\mathbf{E}]$  由代定係數  $E_m$ 、 $E'_n$ 、 $F_m$  和  $F'_n$  所構成。式子(4.11)是個特徵值問題，藉由尋找特徵矩陣  $[\mathbf{A}]$  的第  $i$  個特徵值即可獲得懸臂板第  $i$  個共振頻率  $\omega_i$ ，將第  $i$  個特徵值所對應的特徵向量  $[\mathbf{E}]$  代回式子(4.9)中，即可求得第  $i$  模態的模態形狀  $W_i$ 。

### 4.2.3 帶通濾波法

結構的模態代表著該系統的振動特性，模態描述該結構在固定頻率下的運動情況，當結構在共振頻率下會產生共振模態，在結構設計與分析上是極為重要的課題。傳統的量測共振模態的方法是透過激振器激振欲量測的結構，經由控制激振器隨著時間改變頻率，由低頻到高频對系統進行掃頻，再藉由全場的量測系統量測出該結構的共振模態。這種利用掃頻的方式來量測共振模態的缺點是激振器在接觸系統時可能會影響系統原本的振動特性，且掃頻的方法過於費時，而掃頻當中會影響系統的溫度，即有可能間接影響結構的固有共振頻率。因此本節提出使用帶通濾波方法求出結構的共振模態，首先將量測到的結構暫態振動訊號經由快速傅立葉轉換將時域訊號轉成頻域訊號得到共振頻率，並依照共振頻率製作各

個共振頻率下的帶通濾波器，接下來將量測到全場暫態振動的訊號進行特定共振頻率的帶通濾波處理即可得到該特定頻率下的共振模態。這種利用帶通濾波得到共振模態方法相較於傳統掃頻的方式優點在於實驗方法簡單、快速、不用擔心激振的方式會改變系統固有的振動特性且降低實驗成本。

因為所有物體的全場動態位移都是由其本身的系統共振模態疊加而成，且每個共振頻率有其對應的共振模態，因此系統的時域暫態訊號中包含該系統的共振模態與共振頻率的資訊。一般使用掃頻方式得到共振模態的做法源自於模態正交的概念，在固定的共振頻率下只會出現對應的共振模態，並不會出現其他共振頻率下的共振模態，而帶通濾波法則是利用系統的時域暫態訊號中包含該系統的共振模態與共振頻率的特性，使用訊號處理方式將系統的暫態訊號中所包含的共振模態與共振頻率過濾出來。接下來使用帶通濾波法求得懸臂薄板共振模態例子做說明，如圖 4-4 所示，使用 FEM 模擬一個懸臂薄板受到撞擊後的各點時域暫態訊號，FEM 軟體使用 COMSOL 商用軟體，由固定端沿著懸臂板的中心點到自由端一共取 11 個點且各點間隔為 10mm，懸臂薄板的長寬高分別為 100mm、20mm 與 1mm，設定懸臂薄板楊氏係數  $E = 69GPa$ 、柏松比  $\nu = 0.33$  與密度  $\rho = 2705 \text{ kg/m}^3$ 。幾何與材料參數設定後，先分析懸臂薄板共振頻率，得到前三個彎曲模態的共振頻率，依序為 83 Hz、519 Hz 與 1456 Hz。接下來將使用 FEM 計算懸臂薄板受到撞擊後 11 個點時域振動訊號分別用 83 Hz、519 Hz 與 1456 Hz 帶通濾波器過濾訊號，取出相位差後做無因次化，如圖 4-5、圖 4-6 與圖 4-7 所示，最後分別可以得到各個頻率的共振模態，並與 FEM 直接模擬懸臂板之模態形狀結果進行比對，如圖 4-8 所示，證明使用帶通濾波得到的共振模態之正確性。本研究所使用的帶通濾波器頻段為各個共振頻率的  $\pm 10 \text{ Hz}$ 。

#### 4.2.4 實驗架設

單相機 Stereo DIC 實驗架設如圖 4-9 所示，實驗前要先使用校正板對 Stereo DIC 系統進行校正，得到相機內部參數以及視角空間參數，其校正畫面如圖 4-2

所示。本次實驗一共撞擊懸臂薄板兩次，第一次是使用板手敲擊的方式，第二次則是使用鋼珠撞擊的方式，使得懸臂薄板產生暫態振動，同時使用單一高速攝影機搭配鏡頭每秒拍攝 6504 張影像，影像的解析度為  $800 \times 600$ ，並配合一組反射鏡組同時將不同視角下懸臂薄板畫面反射到同一台高速攝影機，再將影像資訊傳到電腦內進行分析，本次實驗中 Stereo DIC 的空間參數為  $0.26988 \text{ mm/pixel}$ 。懸臂薄板試片材料選用鋁合金 1050，材料參數部分，楊氏係數  $E = 69 \text{ GPa}$ 、柏松比  $\nu = 0.33$  與密度  $\rho = 2705 \text{ kg/m}^3$ ，幾何參數部分，懸臂薄板長寬厚分別為 90mm、60mm 與 1mm，如圖 4-10 所示，圖 4-11 為實際量測懸臂薄板動態實驗架設圖。由於鋁合金表面過於光滑導致表面沒有特徵斑點使得 Stereo DIC 難以進行分析，為了達到均勻且高品質特徵斑點，本實驗使用網板印刷搭配電腦事先設計好特徵圖片在懸臂薄板表面上製作特徵斑點，如圖 4-12 所示。

#### 4.2.5 實驗結果與討論

本實驗首先量測懸臂薄板的共振頻率，圖 4-13 為第一次撞擊實驗的量測點位置圖，使用 Stereo DIC 對懸臂薄板進行單點動態位移量測，圖 4-14 為 Stereo DIC 量測出該點在第一次敲擊中的面外暫態振動時域訊號，將該時域訊號經由快速傅立葉轉換得到頻率域並得到六個共振頻率，結果如圖 4-15 與圖 4-16 所示。圖 4-17 為第二次敲擊實驗的量測點位置圖，使用 Stereo DIC 對懸臂薄板進行單點動態位移量測，圖 4-18 為 Stereo DIC 量測出該點在第二次敲擊中的面外暫態振動時域訊號，將該時域訊號經由快速傅立葉轉換得到頻率域並得到六個共振頻率，結果如圖 4-19 與圖 4-20 所示。從量測結果中可以發現從 0~1500Hz 的頻段下，兩次實驗所量測到的共振頻率相同，但在 1500~2700Hz 的頻段下量測到不同的共振頻率，比對理論分析與 FEM 模擬的結果，可以推斷出第一次敲擊的所量測到的六個共振頻率，分別為第 1、2、3、4、6 與 8 的共振頻率，而第二次敲擊的所量測到的六個共振頻率，分別為第 1、2、3、4、5 與 7 的共振頻率，比對兩組實驗中所量測到的共振頻率，並扣除重複的共振頻率可得出懸臂薄板前 8 個

共振頻率，Stereo DIC 的量測、理論分析以及 FEM 計算結果的比較與誤差列於表 4-1 中，實驗與理論分析以及 FEM 模擬結果都相當的一致，Stereo DIC 的量測值不論是與理論值還是模擬計算值之間的誤差皆小於 2%。

得到懸臂薄板的共振頻率後，再針對各個共振頻率製作帶通濾波器，再將各個共振頻率的帶通濾波器對 Stereo DIC 量測到的懸臂薄板受撞擊後的全場暫態振動訊號過濾，便可得到各個共振頻率下的共振模態。圖 4-21 與圖 4-22 為第一次板手敲擊與第二次鋼珠撞擊懸臂薄板實驗中欲分析的區域，分別有 109 與 114 個分析點，將第一次板手敲擊實驗影像進行 Stereo DIC 全場面外位移量測，得到全場時域暫態訊號並使用帶通濾波法求出共振模態，獲得第 1、2、3、4、6 與 8 共振模態，而將第二次鋼珠撞擊實驗影像做 Stereo DIC 全場面外位移量測，得到全場時域暫態訊號並使用帶通濾波法求出共振模態，獲得第 1、2、3、4、5 與 7 的共振模態，原因是因為第一次板手敲擊實驗中，第 5 與 7 的共振頻率沒有被激振出來，所以在模態量測上觀察不到第 5 與 7 的共振模態，而第二次鋼珠撞擊的實驗中，第 6 與 8 的共振頻率沒有被激振出來，所以在模態量測上也觀察不到第 6 與 8 的共振模態，因此實驗量測到的訊號是否可使用帶通濾波法過濾出特定的共振模態取決於該訊號在頻率域下該特定共振頻率是否有較大的貢獻。接著將兩組動態實驗中量測到的共振模態整理，並扣除重複的模態形狀後，得到前八個共振模態後與理論分析與 FEM 模擬結果比較，如圖 4-23 與圖 4-24 所示，實驗結果顯示量測、理論與 FEM 模擬的模態形狀相當的一致，可以清楚比對各個模態的最高位置、最低位置與節線位置，驗證 Stereo DIC 全場動態的量測能力以及帶通濾波法過濾全場時域暫態訊號後可以得到模態形狀的可行性，也證實了 Stereo DIC 量測全場暫態位移響應的正確性。

最後進行各個模態剖面位移的定量比較，選擇欲分析的線段，並將線段等分成 15 段共 16 個點進行 Stereo DIC 面外位移分析並利用帶通濾波法得到各個共振頻率下該線段的位移場，一共三種剖面線位置，若懸臂薄板長寬分別為  $a$ 、 $b$ ，則三種剖面線位置分別為距離邊緣  $b/2$  鉛垂線、距離固定端  $2a/3$  水平線與距離

固定端  $9a/20$  水平線，如圖 4-25、圖 4-26 與圖 4-27 所示，將 Stereo DIC 實驗、理論分析與 FEM 模擬各個模態剖面位移定量結果各別做無因次化再進行比較，結果如圖 4-28 到圖 4-37 所示，各個模態剖面位移的定量分析結果顯示，實驗量測、理論分析與模擬計算都相當一致。最後比較各個模態在圖 4-23 與圖 4-24 中，第五模態量測結果與圖 4-33 中第五模態剖面位移定量結果較其他模態差，因此比較兩次實驗中圖 4-15、圖 4-16、圖 4-19 與圖 4-20 的頻域訊號，發現圖 4-20 中的第 5 共振頻率的強度相較於其他共振頻率是最低的，因此推斷模態形狀量測結果的品質與該模態在頻率域下的強度有相關性，強度越大代表對應的共振模態量測結果越佳，且貢獻度較大，故使用帶通濾波法對全場暫態訊號進行共振模態的濾波前，可以先進行單點暫態振動量測，並觀察其暫態訊號中的主導頻率強度，判斷是否可以過濾出共振模態，增加實驗量測上的效率。

### 4.3 懸臂薄板強迫振動量測

在 4.2 節中已使用 Stereo DIC 技術量測出懸臂薄板的共振頻率與共振模態，該部分的量測是屬於定性的分析，不需要做到位移定量的量測，因此本節將使用單一相機 Stereo DIC 系統量測懸臂薄板受到強迫振動的響應，並與現有的位移量測儀器 FS 進行位移量測上的比較，測試 Stereo DIC 在面外定量位移量測的表現。

#### 4.3.1 實驗架設

實驗架設如圖 4-38 所示，實驗前先使用校正板對 Stereo DIC 系統進行校正，得到相機內部的參數以及視角的空間參數。實驗中設定函數產生器輸出 30Hz 弦波訊號，經由放大器傳輸給激振器，由激振器推動懸臂薄板，使得懸臂薄板產生強迫振動。Stereo DIC 量測系統方面，由單一高速攝影機搭配鏡頭每秒拍攝 6504 張影像，影像的解析度為  $800 \times 600$ ，並配合一組反射鏡同時將不同視角下懸臂薄板畫面反射到同一台高速攝影機，在將影像資訊傳到電腦中進行分析，本次實驗中 Stereo DIC 的空間參數為  $0.25553 \text{ mm} / \text{pixel}$ 。FS 量測系統方面，使用 FS 探針對懸臂薄板進行單點量測，其訊號可藉由 BNC 線傳輸到示波器上顯示與記錄。



懸臂薄板試片材料採用鋁合金 1050，材料參數部分，材料參數部分，楊氏係數  $E = 69GPa$ 、柏松比  $\nu = 0.33$  與密度  $\rho = 2705 kg/m^3$ ，幾何參數部分，懸臂薄板長寬厚分別為 90mm、60mm 與 1mm，如圖 4-39 所示，其中 A 點為 FS 的量測點，其距離懸臂薄板邊緣 10mm，距離固定端 80mm，B 點為激振器對懸臂薄板的激振點，位於懸臂薄板的側邊，距離固定端 60mm，激振方向為水平並與懸臂薄板夾  $80^\circ$  角。

### 4.3.2 實驗結果與討論

由於 FS 只能進行單點量測，而 Stereo DIC 則可以選擇量測與 FS 相同的量測點，Stereo DIC 與 FS 的量測結果如圖 4-40 所示，Stereo DIC 與 FS 在 Z 方向的位移定量量測上有相當良好的一致性，而圖 4-40 顯示出 A 點在懸臂薄板受到激振器強迫振動時所產生的最大振幅約為  $\pm 0.1mm$ ，而最小振動量達到微米等級的變形，Stereo DIC 與 FS 量測的比較上，不論是低頻率下的振幅或是動態特性上，都有良好的對應性，但 FS 與 Stereo DIC 是在懸臂薄板的兩邊量測同一點，厚度還是會影響到量測的結果，因此高頻訊號量值的對應性稍差，且懸臂薄板在受激振器激振之前，相對於 FS 時域振動訊號而言，Stereo DIC 於該時間段的訊號較為毛燥，其毛燥訊號的振幅為 Stereo DIC 可以量測到的最小位移量。確定了 Stereo DIC 方法量測單點的正確性後，接下來使用 Stereo DIC 技術進行全場量測，圖 4-41 為 Stereo DIC 欲將量測的區域範圍，圖 4-42 表示全場分析的時間點，共有 12 個時間點，由於激振方向為水平方向並與懸臂薄板夾角  $80^\circ$ ，造成懸臂薄板除了 Z 方向變形之外還有 X 方向的變形，而 Y 方向的變形則趨近於零。如圖 4-43 與圖 4-44 所示為 12 個時間點內 Z 方向與 X 方向的變形場，時間點 1 懸臂板 Z 方向與 X 方向變形場趨近於平衡位置，時間點 2 到 6 中，Z 方向變形為負方向的變形而 X 方向變形為正方向的變形，時間點 3 及 5 的變形場較為平均而時間點 2、4 與 6 的變形場則較不平均，時間點 7 則又回到平衡位置，時間點 8 到 12 中，Z 方向變形轉變為正方向的變形而 X 方向變形轉變為負方向的變形，時間點

9 及 11 的變形場較為平均而時間點 8、10 與 12 的變形場則較不平均。整體而言，雖然 FS 的量測精度較高，但有單點量測上的限制，而 Stereo DIC 的優勢在於可以進行全場定量位移量測，在加上使用單一高速攝影機搭配反射鏡組，可以進行高速動態全場定量的變形量測。

## 4.4 懸臂薄板暫態波傳分析與量測

本節將使用單一相機 Stereo DIC 技術量測懸臂薄板受到鋼珠撞擊時的暫態面外振動訊號，與 4.3 節不同的地方在於本節使用懸臂薄板暫態響應理論解析與 FEM 模擬與實驗結果進行比對，理論解析的部分延續前面懸臂薄板穩態響應的理論解析解，進而推導懸臂薄板暫態響應的理論解析解，另外實驗上以鋼珠撞擊懸臂薄板產生暫態波源，利用聚偏二氟乙烯(PVDF)壓電薄膜量測鋼珠撞擊懸臂薄板產生的衝擊負載訊號，將擷取到衝擊負載的訊號做為懸臂薄板暫態理論解析與 FEM 計算的外力來源，同時也使用 FS 對懸臂薄板進行單點位移量測，再將實驗量測與理論解析及 FEM 模擬結果進行比較與探討，驗證 Stereo DIC 對於量測極短時間暫態振動量測能力。

### 4.4.1 懸臂薄板暫態響應理論解析

本節延續 4.2.2 中懸臂薄板穩態解析解，進而推導暫態解析解，(詳見廖展誼 [45])，將式子(4.6)與式子(4.9)代入統御方程式(4.3)得到常微分方程式

$$\frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} + \omega_i^2 q_i = \frac{Q_i}{\rho h} \quad (4.12)$$

其中

$$Q_i(t) = \frac{\int_0^a \int_0^b p(x_1, x_2, t) W_i dx_1 dx_2}{\int_0^a \int_0^b W_i^2 dx_1 dx_2} \quad (4.13)$$

求解式子(4.12)並滿足初始條件(4.4)可得

$$q_i = \frac{1}{\rho h \omega_i} \int_0^t Q_i(\tau) \sin \omega_i(t - \tau) d\tau \quad (4.14)$$

最後將式子(4.14)代入式子(4.6)之中可以得到全場暫態位移解如下

$$u_3(x_1, x_2, t) = \frac{1}{\rho h} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{W_i(x_1, x_2)}{\omega_i} \left[ \frac{\int_0^t \left( \int_0^a \int_0^b p(x_1, x_2, \tau) W_i dx_1 dx_2 \right) \sin \omega_i (t - \tau) d\tau}{\int_0^a \int_0^b W_i^2 dx_1 dx_2} \right] \quad (4.15)$$

其中  $\int_0^a \int_0^b W_i^2 dx_1 dx_2$  的詳細積分內容附於附錄 B 中。本文考慮如圖 4-3 所示的情況，

動態外力集中施加在位置  $(x_1^*, x_2^*)$ ，則動態外力  $p$  可表示為

$$p(x_1, x_2, t) = F(t) \delta(x_1 - x_1^*) \delta(x_2 - x_2^*) \quad (4.16)$$

其中  $F(t)$  是波源歷時(force history)函數，代表施加動態外力的力量大小隨時間的

變化，將式(4.16)代入式(4.15)，即可獲得受到集中力作用的薄板暫態位移解為

$$u_3(x_1, x_2, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{W_i(x_1, x_2) W_i(x_1^*, x_2^*)}{\rho h \omega_i} \left[ \frac{\int_0^t F(\tau) \sin \omega_i (t - \tau) d\tau}{\int_0^a \int_0^b W_i^2 dx_1 dx_2} \right] \quad (4.17)$$

#### 4.4.2 衝擊負載量測

為了讓理論分析、FEM 模擬與實驗結果能夠相互比較，必須在實驗中正確地獲得衝擊負載的時間歷程，即(4.16)中的  $F(t)$ ，本文使用 PVDF 壓電薄膜量測鋼珠撞擊懸臂薄板所產生的衝擊負載[46][47]，再將量測的衝擊負載歷程輸入理論解析與 FEM 模擬，即可與實驗進行比較與驗證。衝擊負載量測方法說明如圖 4-45 所示，將兩片 PVDF 貼附在鋼珠欲撞擊懸臂薄板的位置前後表面上，由於 PVDF 是屬於面內應變感測器，當鋼珠撞擊在懸臂薄板背面的 PVDF 上時，懸臂薄板背面的 PVDF 會同時擷取到鋼珠撞擊所造成的衝擊負載資訊以及懸臂薄板暫態變形響應訊號，而懸臂薄板前面的 PVDF 則只擷取到懸臂薄板暫態變形響應訊號，由於懸臂薄板的厚度很薄，可以假設前後 PVDF 所量測到的暫態變形量值相同，因此將前後兩片壓電薄膜所量測到的電壓訊號相減，即可得到鋼珠撞擊時對懸臂薄板所產生的衝擊負載訊號。

### 4.4.3 實驗架設

懸臂薄板試片材料選用鋁合金 1050，材料參數部分，楊氏係數  $E=69GPa$ 、柏松比  $\nu=0.33$  與密度  $\rho=2705\text{ kg}/m^3$ ，幾何參數部分，懸臂薄板長寬厚分別為 90mm、60mm 與 1mm，如圖 4-10 所示。實驗架設如圖 4-46 所示，實驗前要先使用校正板對單一相機 Stereo DIC 系統進行校正，得到相機內部參數以及視角空間參數。實驗中利用鋼珠撞擊對懸臂薄板產生衝擊負載，使得懸臂薄板產生暫態振動，由貼附在懸臂薄板前後面的壓電薄膜量測衝擊負載訊號，並將訊號經由電荷放大器後傳輸到示波器上並記錄。量測系統方面，使用單一高速攝影機搭配鏡頭每秒拍攝 9900 張影像，其影像的解析度為  $800\times 600$ ，配合一組反射鏡組同時將不同視角下懸臂薄板畫面反射到同一台高速攝影機，再將影像資訊傳到電腦內進行 Stereo DIC 分析，量測的空間參數為  $0.34526\text{ mm}/\text{pixel}$ ；使用光纖位移計量測懸臂薄板單點面外暫態振動訊號，再將訊號傳輸到示波器上記錄，圖 4-47 為實際實驗架設情形。如圖 4-48 所示，為了方便說明，接下來將懸臂薄板朝高速攝影機的面稱為正面，受到鋼珠敲擊的面稱為背面，圖 4-49 為懸臂薄板量測位置與 PVDF 壓電薄膜貼附位置，紅色長方形記號代表 PVDF 壓電薄膜，而綠色三角記號代表鋼珠撞擊位置，A、B、C 與 D 點為本實驗的量測點，其中 A 點為 FS 的量測位置。圖 4-50 為鋼珠撞擊的架設，實驗中將鋼珠放開沿著滑軌撞擊懸臂薄板，而鋼珠的直徑為  $6.34\text{ mm}$ ，重量為  $1.05\text{ g}$ ，鋼珠與撞擊點的鉛垂方向距離為  $43.5\text{ mm}$ 。

### 4.4.4 實驗結果與討論

圖 4-51 為鋼珠撞擊懸臂薄板前後 PVDF 所輸出的電壓訊號，將兩者相減後得到懸臂薄板受到鋼珠撞擊的衝擊負載，如圖 4-52 所示，圖中顯示衝擊負載時間大約為  $0.2\text{ ms}$ ，接下來將該訊號做為本次實驗中理論解析與 FEM 模擬的衝擊外力資訊。首先使用 Stereo DIC 量測懸臂薄板上 A、B、C 與 D 點面外暫態位移，如圖 4-53 到圖 4-56 所示，圖 4-57 為 Stereo DIC 與 FS 量測點 A 面外暫態位移

比較，Stereo DIC 與 FS 量測結果相當一致。圖 4-58 為 Stereo DIC 量測、FS 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板受衝擊負載下 A 點面外暫態位移結果，其中 Stereo DIC 量測結果略小於 FS 的量測結果，原因是因為 Stereo DIC 方法的時間解析度不足，導致無法完整呈現暫態訊號完整的波峰與波谷，但整體而言，Stereo DIC 量測值、FS 量測值、理論解析及 FEM 模擬結果相當的一致，而值得說明的是，此量測的位移量相當小，最大位移僅有  $\pm 0.04\text{ mm}$  左右。由於 FS 只能做單點位移量測，但 Stereo DIC 則是可以進行全場位移量測，因此將 Stereo DIC 量測、理論解析與 FEM 模擬懸臂薄板受鋼珠撞擊後，B、C、D 點的面外暫態振動並比較，如圖 4-59、圖 4-60 與圖 4-61 所示，Stereo DIC 量測值、理論解析及 FEM 模擬結果都對應得相當良好，而圖 4-59 與圖 4-60 中，Stereo DIC 量測結果看不出有時間解析度不足的現象，原因是由於 B 點與 C 點較靠近懸臂薄板自由端的部分，所以 B、C 點的振動訊號是由低頻主導，因此 Stereo DIC 時間解析度不足的現象不明顯，但 D 點與 A 點一樣較靠近懸臂薄板固定端的部分，因此從圖 4-61 中可以觀察到 Stereo DIC 的時間解析度不足的現象，但從圖 4-59、圖 4-60 與圖 4-61 中的比較，Stereo DIC 方法已足夠用來進行懸臂薄板面外暫態振動量測。最後將 Stereo DIC 量測中 A、B、C 與 D 點懸臂薄板未受衝擊負載前的時域暫態訊號結果拿出來比較，如圖 4-62、圖 4-63、圖 4-64 與圖 4-65 所示，發現該時程的時域暫態訊號並非為零，且最大的誤差範圍為  $0.03\text{ mm}$ ，將誤差範圍  $0.03\text{ mm}$  除以本實驗空間解析度  $0.34526\text{ mm}/\text{pixel}$  得到 Stereo DIC 誤差為  $0.087\text{ pixel}$ ，約等於  $1/10\text{ pixel}$ ，因此在進行量測前，可以事先透過空間參數判斷量測誤差量，判別是否可以量測到正確位移訊號，或透過降低實驗空間參數來提升實驗量測精度。

## 4.5 懸臂薄板全場暫態波傳分析與量測

4.4 節中已使用 Stereo DIC 量測懸臂薄板受鋼珠撞擊所產生四個量測點的暫態振動訊號、並與 FS 量測系統、理論分析與 FEM 模擬結果比較與驗證，但礙於

Stereo DIC 的精度限制無法精確量測懸臂薄板受到鋼珠撞擊時的暫態波傳全場變形圖，因此本節將重複上一節的實驗，但是與 4.4 節不同的地方在於本節增加鋼珠的重量與鋼珠與撞擊點的鉛垂方向的距離，使得衝擊負載的力量大小足以讓 Stereo DIC 量測懸臂薄板受鋼珠撞擊後全場暫態波傳，並使用 PVDF 壓電薄膜量測鋼珠撞擊懸臂薄板產生的衝擊負載時間歷程，將擷取到衝擊負載的訊號做為懸臂薄板暫態理論解析與 FEM 計算的外力來源，再將實驗量測與理論解析及 FEM 模擬結果進行比較。

### 4.5.1 實驗架設

實驗架設圖 4-46 所示，實驗前要先使用校正板對單一相機 Stereo DIC 系統進行校正，得到相機內部參數以及視角空間參數。懸臂薄板試片材料選用鋁合金 1050，材料參數部分，楊氏係數  $E = 69GPa$ 、柏松比  $\nu = 0.33$  與密度  $\rho = 2705 kg/m^3$ ，幾何參數部分，懸臂薄板長寬厚分別為 90mm、60mm 與 1mm，如圖 4-10 所示。實驗中利用鋼珠撞擊產生對懸臂薄板產生衝擊負載，使得懸臂薄板產生暫態振動，由貼附在懸臂薄板前後面的壓電薄膜量測衝擊負載訊號，並將訊號經由電荷放大器後傳輸到示波器上並記錄。量測系統方面，使用單一高速攝影機搭配鏡頭每秒拍攝 6504 張影像，其影像的解析度為  $800 \times 600$ ，配合一組反射鏡組同時將不同視角下懸臂薄板畫面反射到同一台高速攝影機，再將影像資訊傳到電腦內進行 Stereo DIC 分析，量測的空間參數為  $0.26988 mm/pixel$ ，圖 4-66 為實際實驗架設情形。如圖 4-48 所示，為了方便說明，將懸臂薄板朝高速攝影機的面稱為正面，受到鋼珠敲擊的面稱為背面，圖 4-67 為懸臂薄板量測位置與 PVDF 壓電薄膜貼附位置，紅色長方形記號代表 PVDF 壓電薄膜，而綠色三角記號代表鋼珠撞擊位置。圖 4-68 為鋼珠撞擊的架設，實驗中將鋼珠放開沿著滑軌撞擊懸臂薄板，而鋼珠的直徑為  $10.88 mm$ ，重量為  $16.37 g$ ，鋼珠與撞擊點的鉛垂方向距離為  $95 mm$ 。本節實驗有兩組量測結果，圖 4-69 為 Stereo DIC 量測懸臂薄板垂直中心線上 16 分析點位置，圖 4-70 為 Stereo DIC 對懸臂薄板受鋼珠撞

擊時全場量測的區域範圍，一共有 121 個分析點。

#### 4.5.2 實驗結果與討論

圖 4-71 為鋼珠撞擊懸臂薄板前後 PVDF 所輸出的電壓訊號，將兩者相減後得到懸臂薄板受到鋼珠撞擊的衝擊負載，如圖 4-72 所示，從圖中可觀察到衝擊負載時間大約為  $0.5\text{ ms}$ ，將波源歷時訊號輸入本次實驗中理論解析與 FEM 模擬。圖 4-73 為圖 4-69 中點 1、4、7、10、13 與 16 面外暫態位移量測結果，位移量值由自由端到固定端逐漸減少，接著將 16 個分析點暫態訊號使用帶通濾波法求得第 1、3 與 6 模態位移並與理論計算與 FEM 模擬比較，如圖 4-74 到圖 4-76 所示，結果顯示 Stereo DIC 量測結果、理論分析與 FEM 模擬結果都有良好的一致性。最後使用 Stereo DIC 量測圖 4-70 中全場暫態位移並與理論計算與 FEM 模擬比較，圖 4-77 到圖 4-86 為 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板受到鋼珠撞擊後  $0.169130\text{ ms}$  到  $7.702880\text{ ms}$  暫態波傳面外全場變形的定性比較，結果都對應的頗為良好，而且從圖 4-77 中在  $0.169130\text{ ms}$  的時刻下，Stereo DIC 量測到鋼珠撞擊懸臂薄板所產生第一個波，並與理論解析以及 FEM 模擬結果一致，但圖 4-83 與圖 4-84 中  $4.781630\text{ ms}$  到  $6.165380\text{ ms}$  之間，Stereo DIC 量測、理論分析及 FEM 模擬的對應性相較於其他時間全場暫態位移結果稍差，原因是因為懸臂薄板的面外全場暫態振動訊號在該段時程已低於 Stereo DIC 的量測精度，所以全場暫態振動面外位移場雜訊較多較為毛燥，除此之外，Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬結果都有相當良好的一致性。



表 4-1 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬各模態共振頻率與誤差比較

<b>Mode</b>		<b>Theory (Hz)</b>	<b>FEM (Hz)</b>	<b>Stereo DIC (Hz)</b>
<b>1</b>		104.36	104.60	102.93
Error (%)	Theory	--	--	-1.3703
	FEM	--	--	-1.5966
<b>2</b>		347.51	346.92	347.59
Error (%)	Theory	--	--	0.0230
	FEM	--	--	0.1931
<b>3</b>		647.63	648.63	641.59
Error (%)	Theory	--	--	-0.9326
	FEM	--	--	-1.0854
<b>4</b>		1176.3	1174.3	1173.2
Error (%)	Theory	--	--	-0.2635
	FEM	--	--	-0.0937
<b>5</b>		1611.4	1609.5	1602.7
Error (%)	Theory	--	--	-0.5399
	FEM	--	--	-0.4225
<b>6</b>		1867.8	1869.3	1860.6
Error (%)	Theory	--	--	-0.3855
	FEM	--	--	-0.4654
<b>7</b>		2408.8	2405.0	2400.0
Error (%)	Theory	--	--	-0.3653
	FEM	--	--	-0.2079
<b>8</b>		2565.1	2556.9	2552.6
Error (%)	Theory	--	--	-0.4873
	FEM	--	--	-0.1682



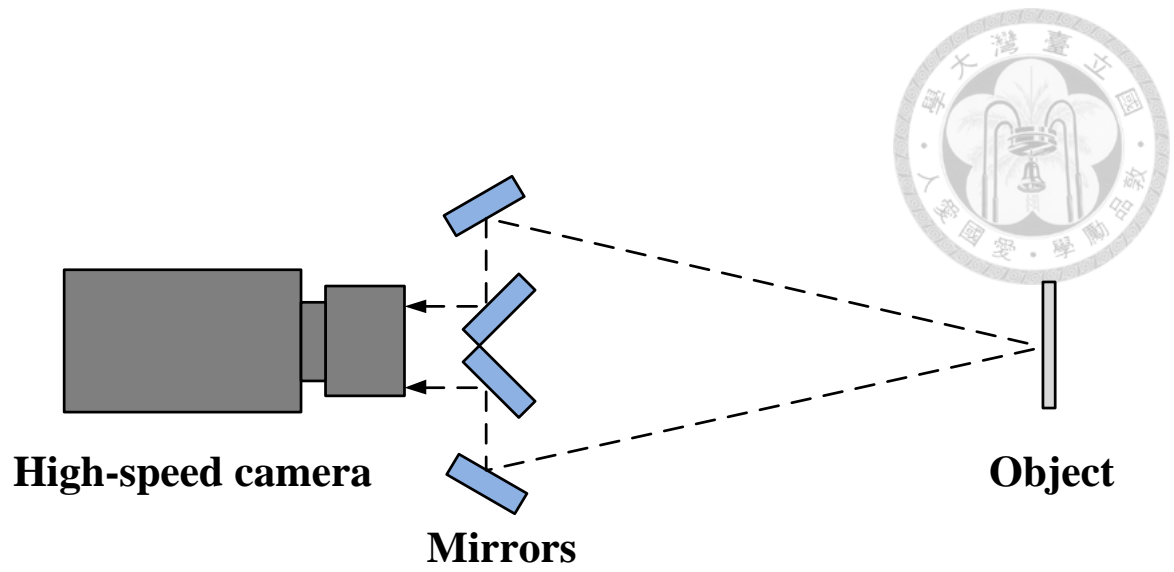


圖 4-1 單一相機 Stereo DIC 系統架設示意圖

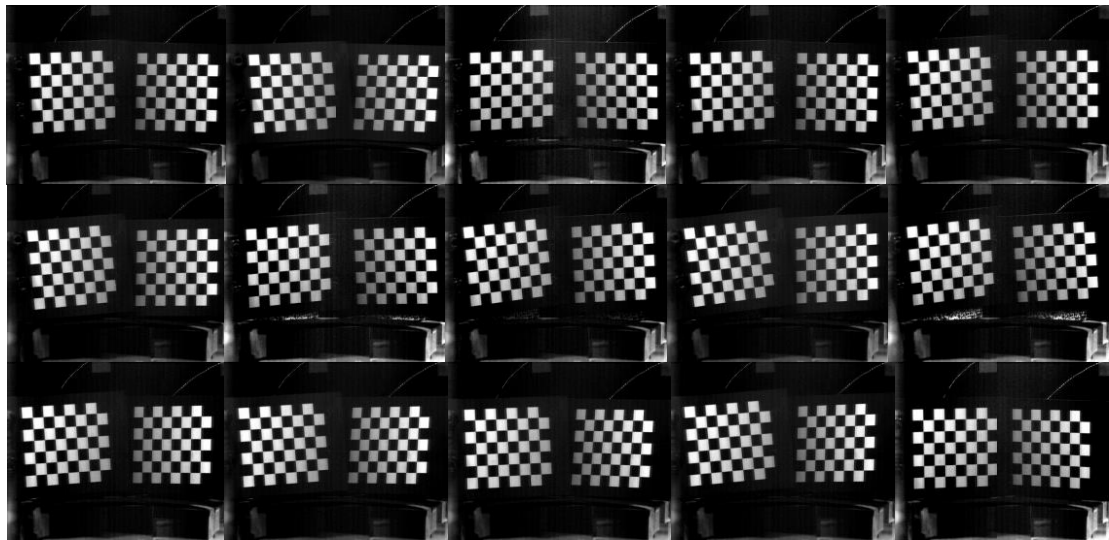


圖 4-2 單一相機 Stereo DIC 校正畫面

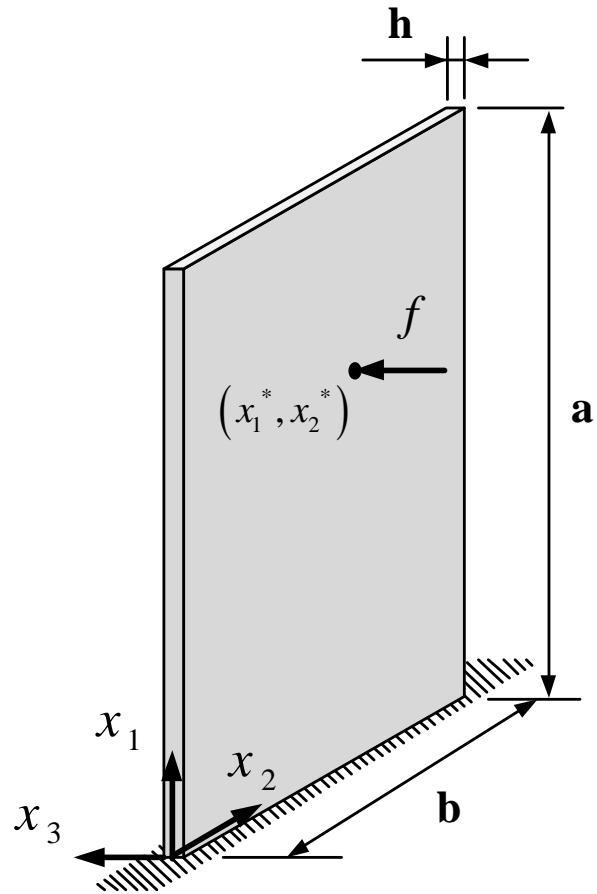
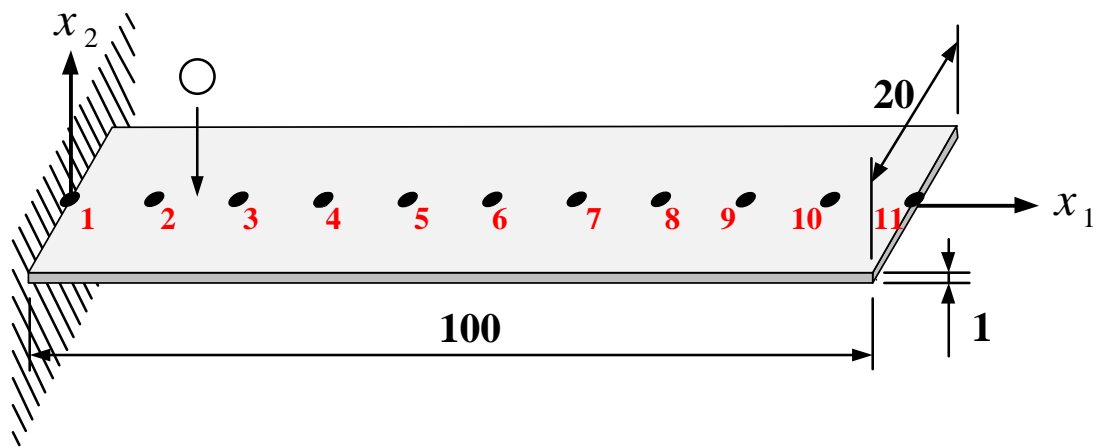


圖 4-3 懸臂薄板受外力作用示意圖



Unit : mm

圖 4-4 懸臂薄板幾何尺寸與量測點示意圖

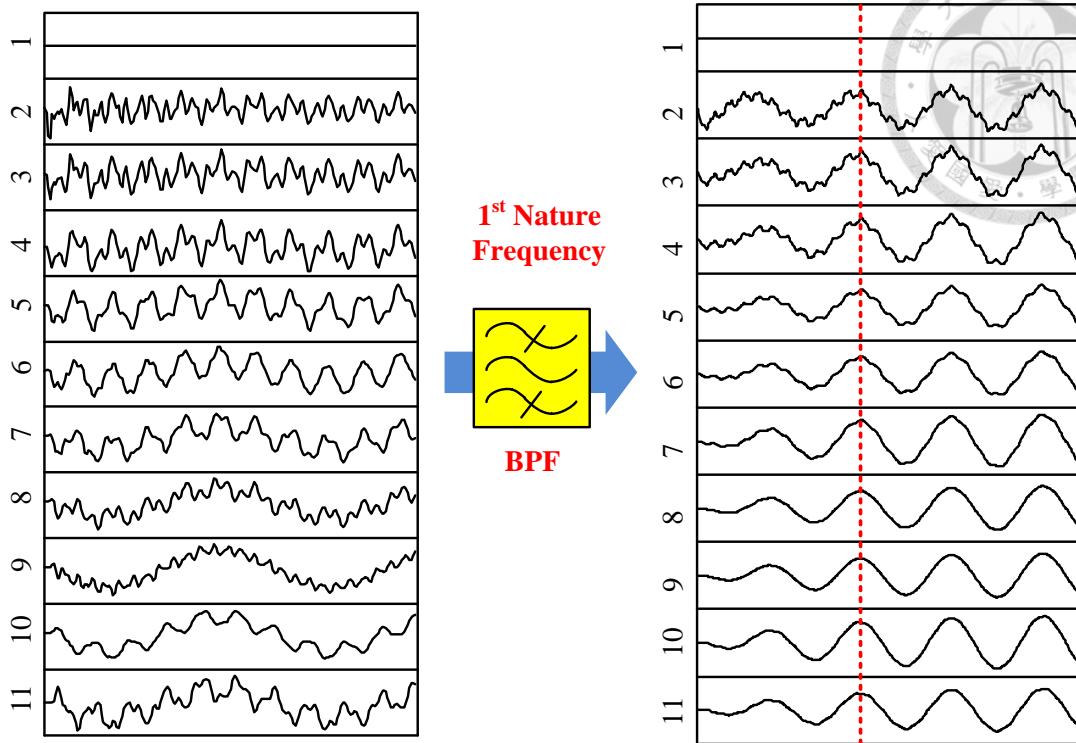


圖 4-5 利用第一個共振頻率帶通濾波器過濾 11 個點的時域振動訊號

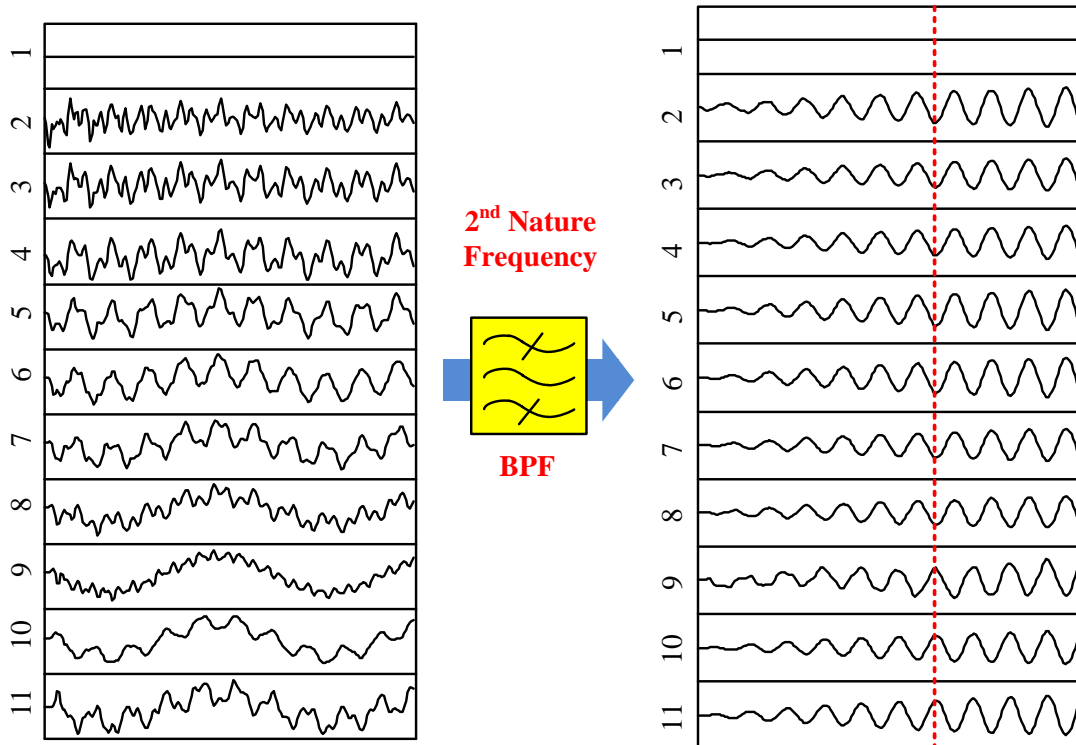


圖 4-6 利用第二個共振頻率帶通濾波器過濾 11 個點的時域振動訊號

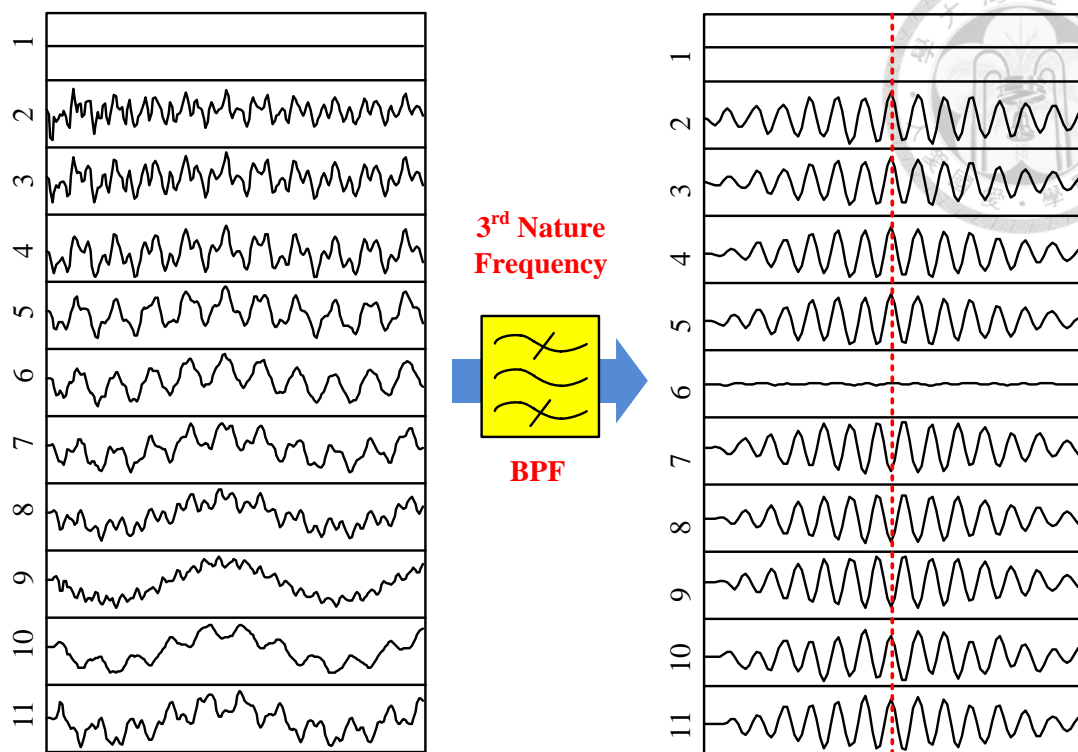


圖 4-7 利用第三個共振頻率帶通濾波器過濾 11 個點的時域振動訊號

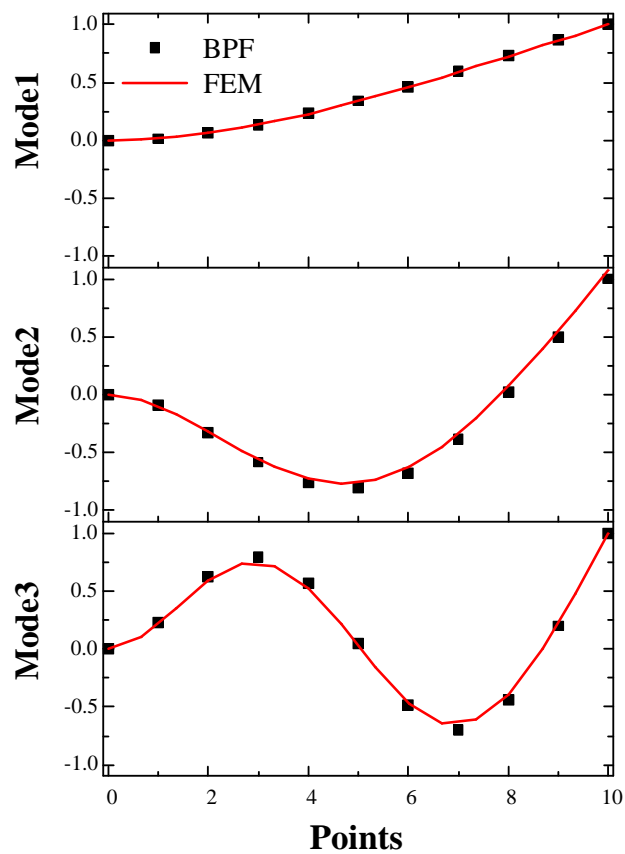


圖 4-8 使用帶通濾波法得到懸臂薄板前三個共振模態與 FEM 模擬比較

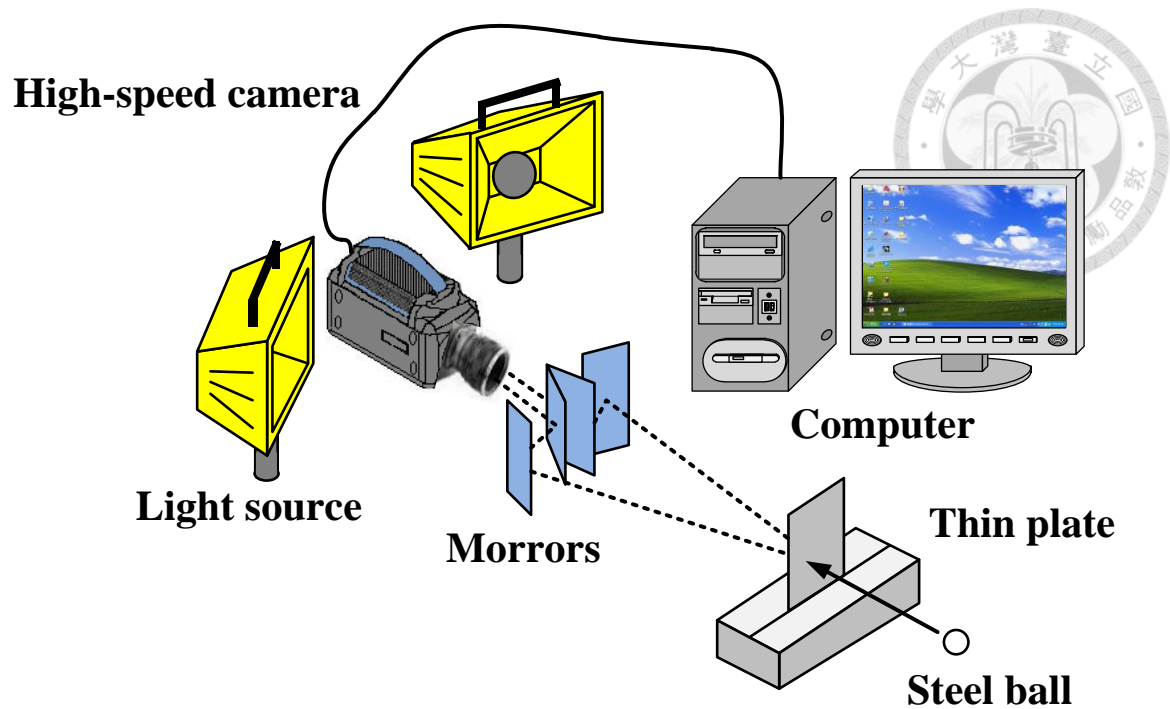


圖 4-9 懸臂薄板共振頻率與模態量測實驗架設示意圖

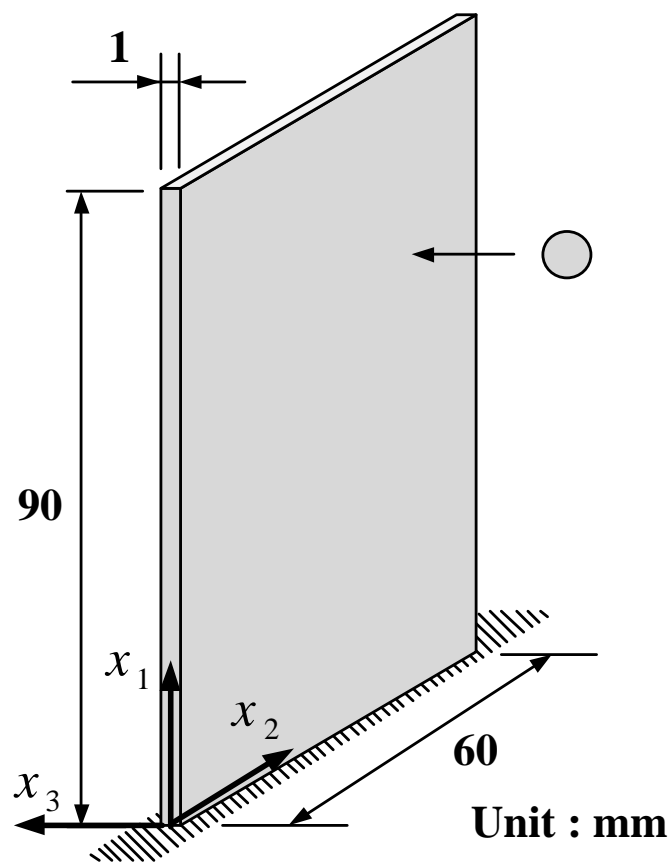


圖 4-10 懸臂薄板幾何尺寸示意圖

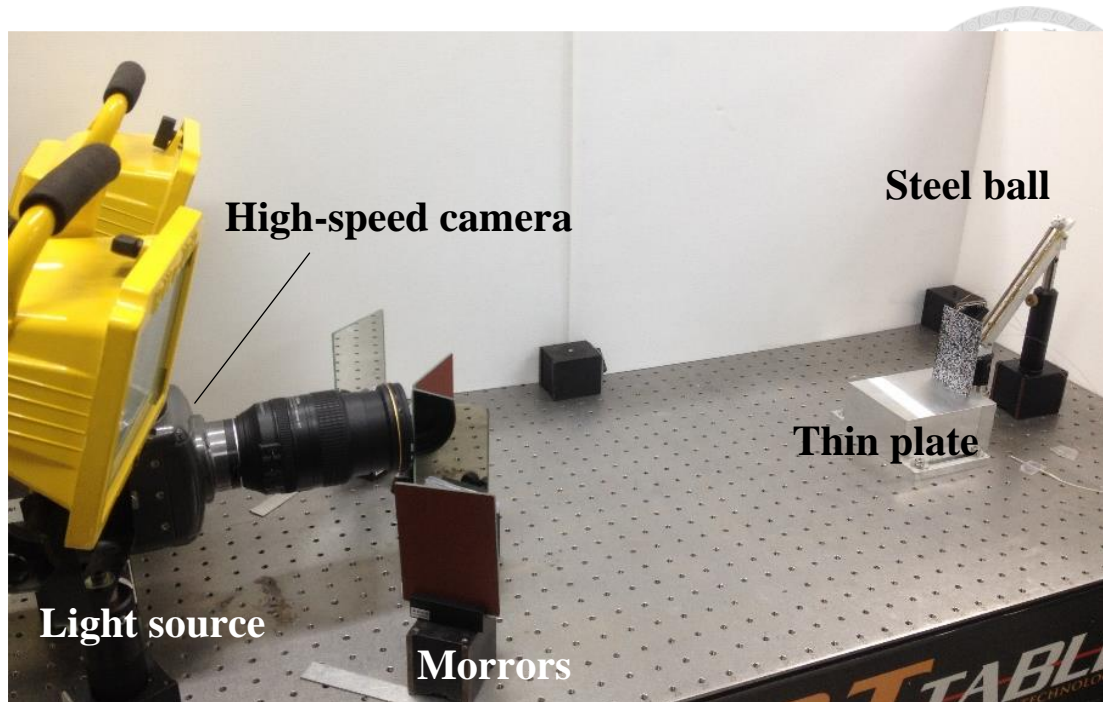


圖 4-11 實際懸臂薄板共振頻率與模態量測實驗架設



圖 4-12 網板印刷製作特徵斑點

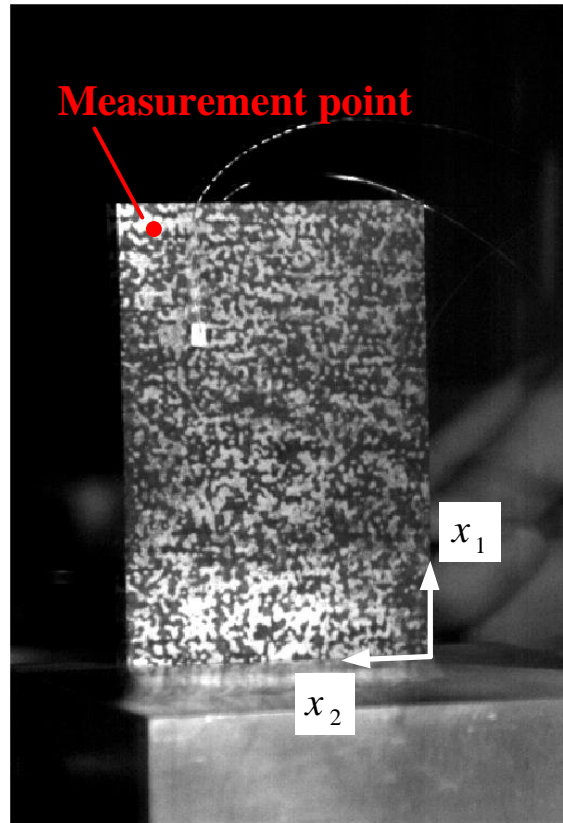


圖 4-13 第一次敲擊量測點位置圖

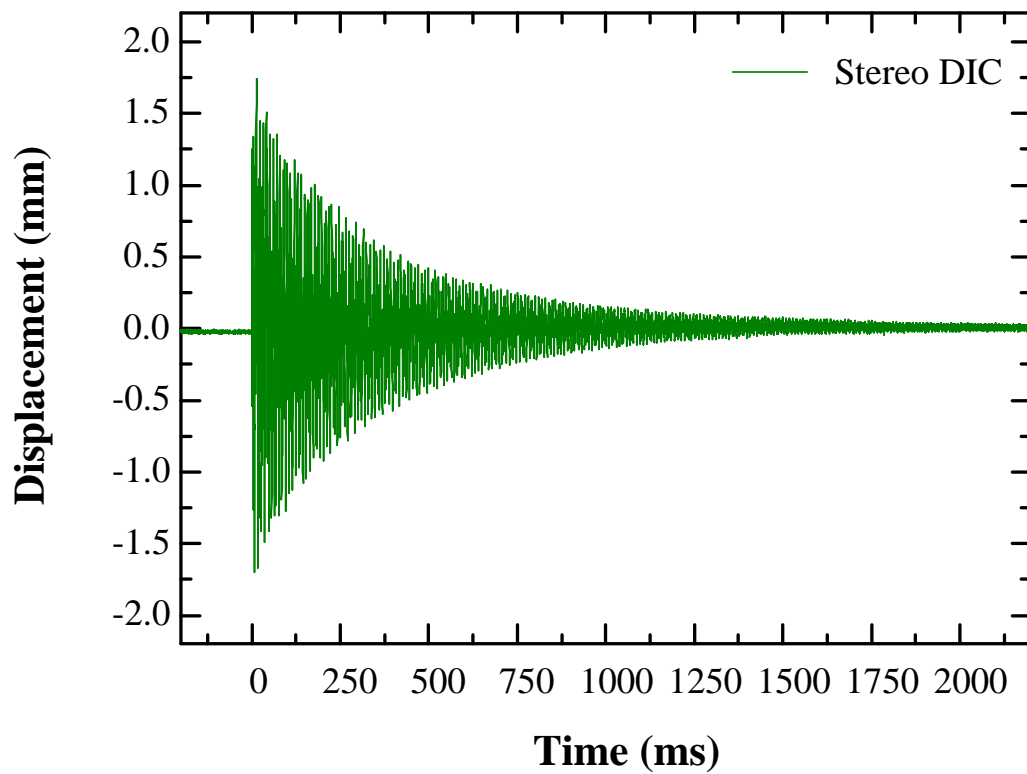


圖 4-14 Stereo DIC 量測第一次敲擊量測點的振動時域訊號

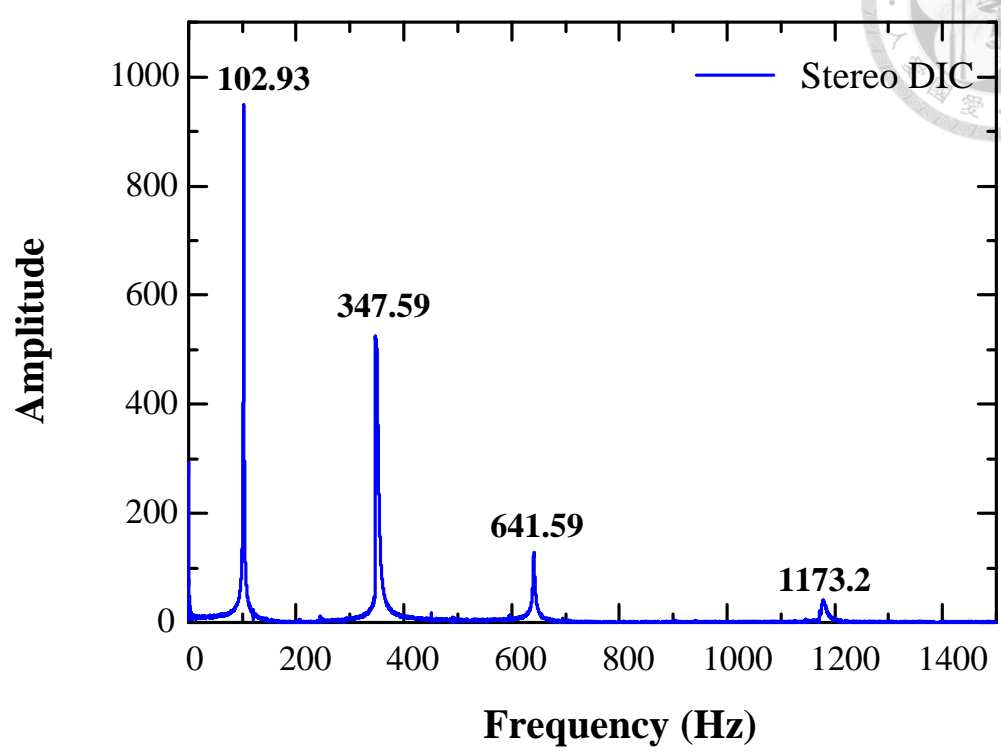


圖 4-15 第一次敲擊量測點的振動頻域訊號(0~1500Hz)

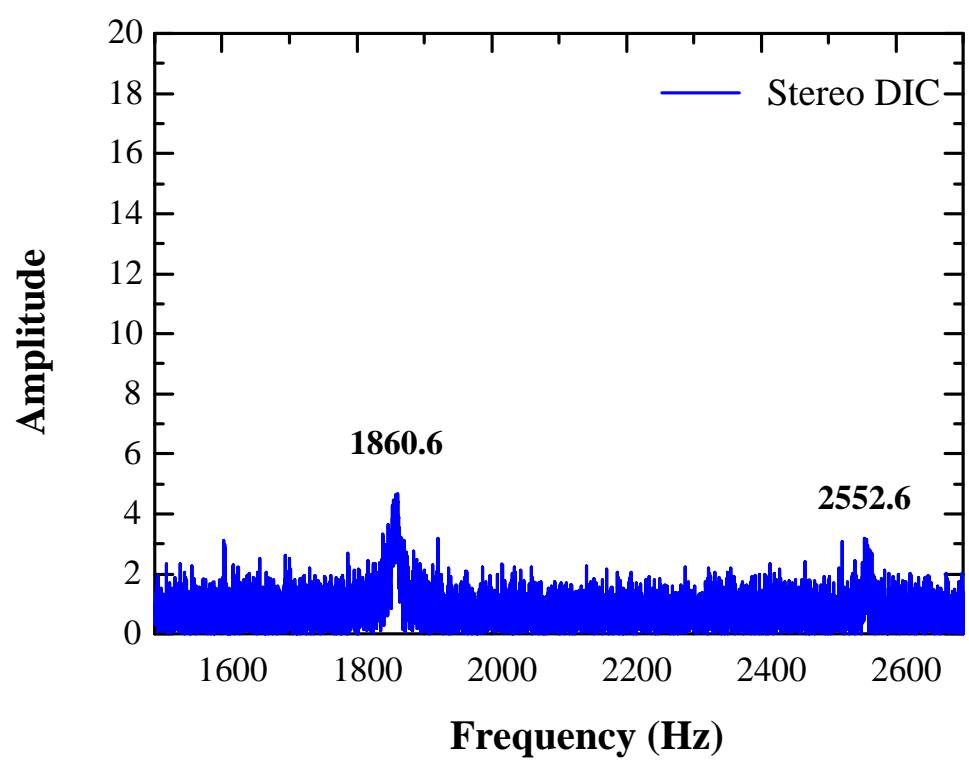


圖 4-16 第一次敲擊量測點的振動頻域訊號(1500~2700Hz)



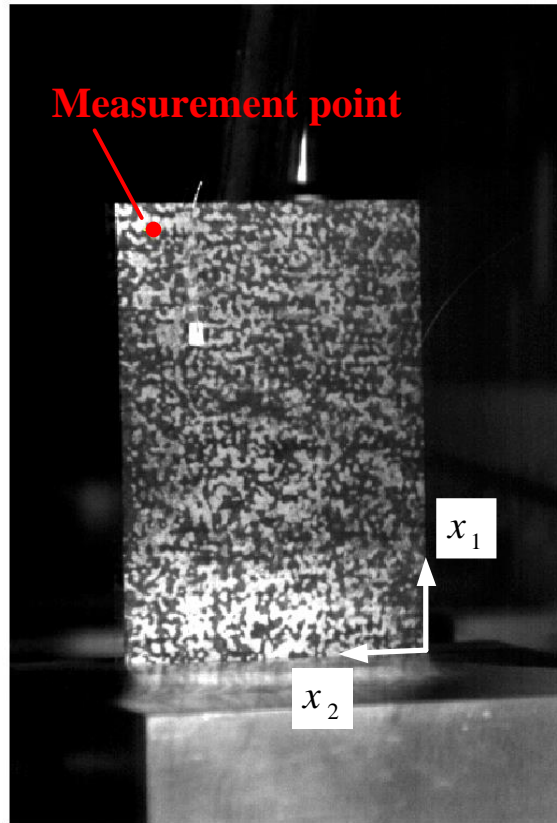


圖 4-17 第二次敲擊量測點位置圖

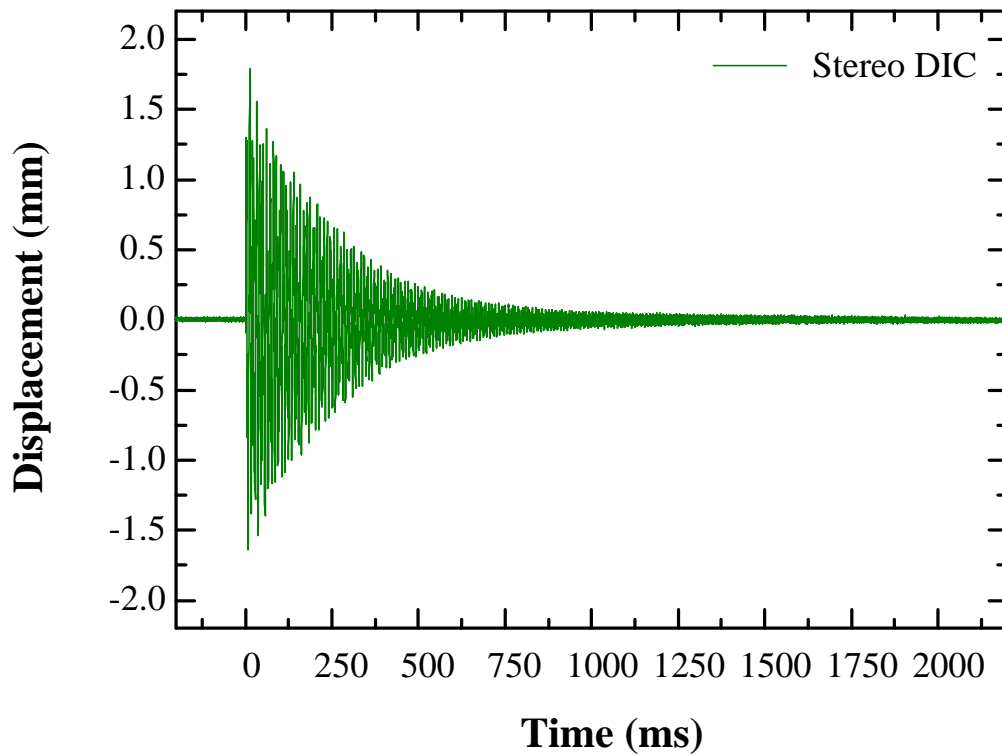


圖 4-18 Stereo DIC 量測第二次敲擊量測點的振動時域訊號

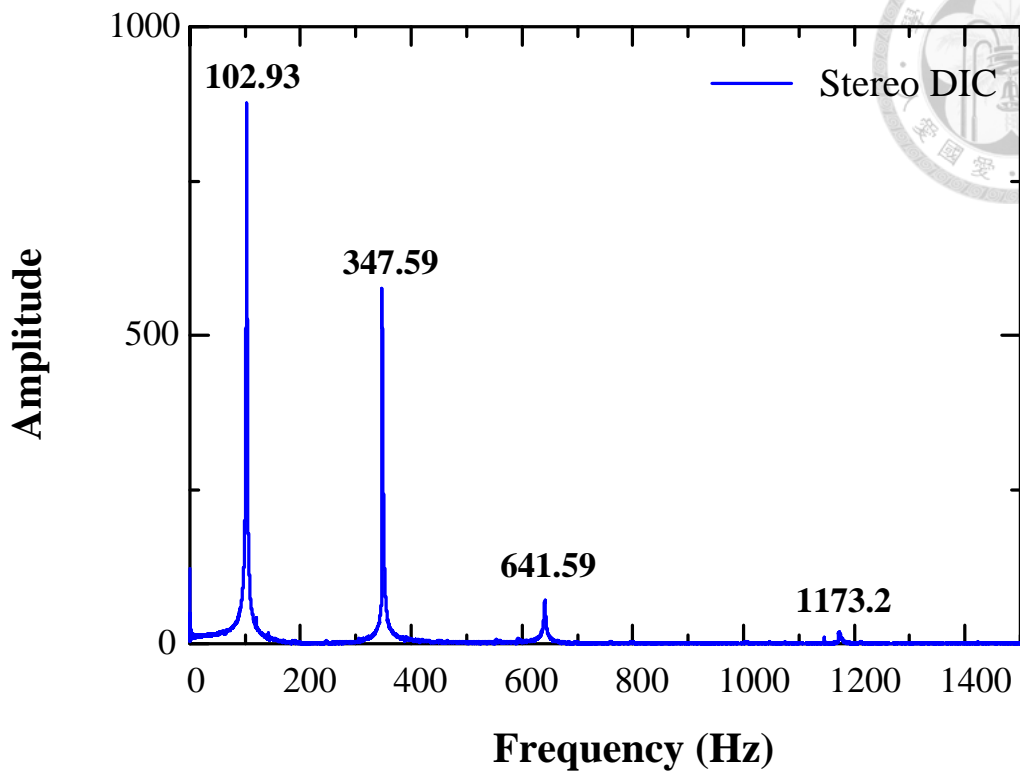


圖 4-19 第二次敲擊量測點的振動頻域訊號(0~1500Hz)

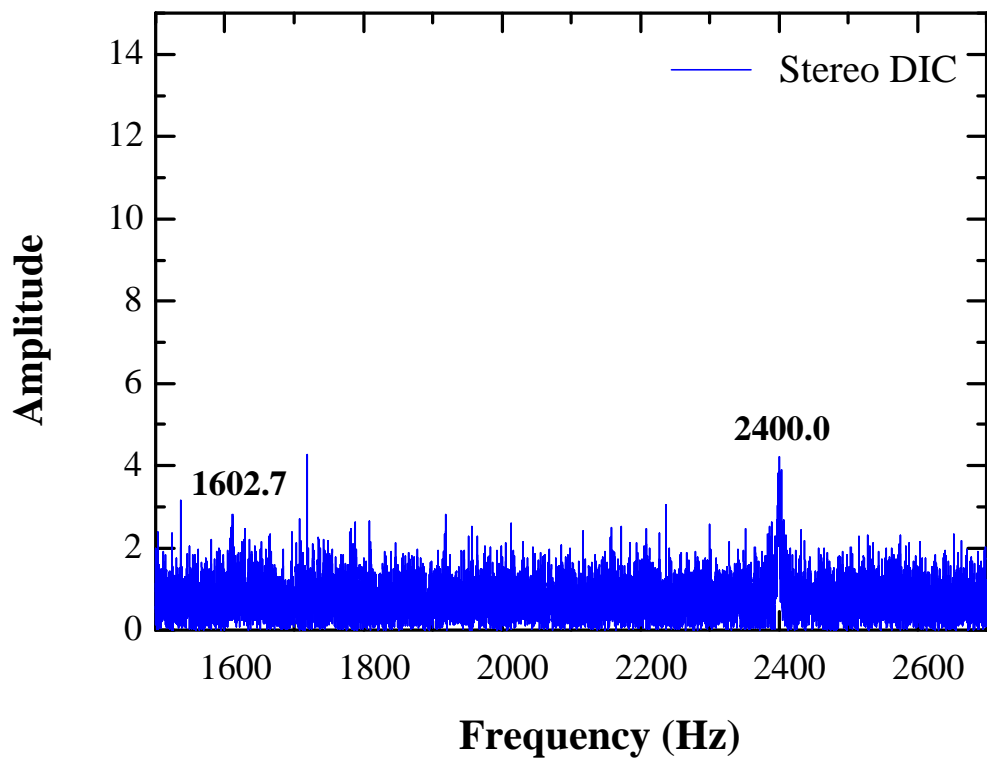


圖 4-20 第二次敲擊量測點的振動頻域訊號(1500~2700Hz)

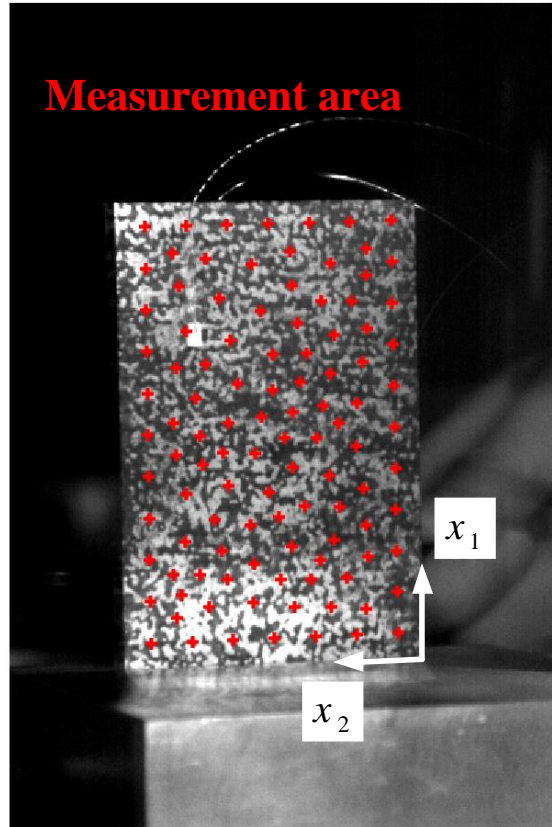


圖 4-21 第一次敲擊全場量測區域圖

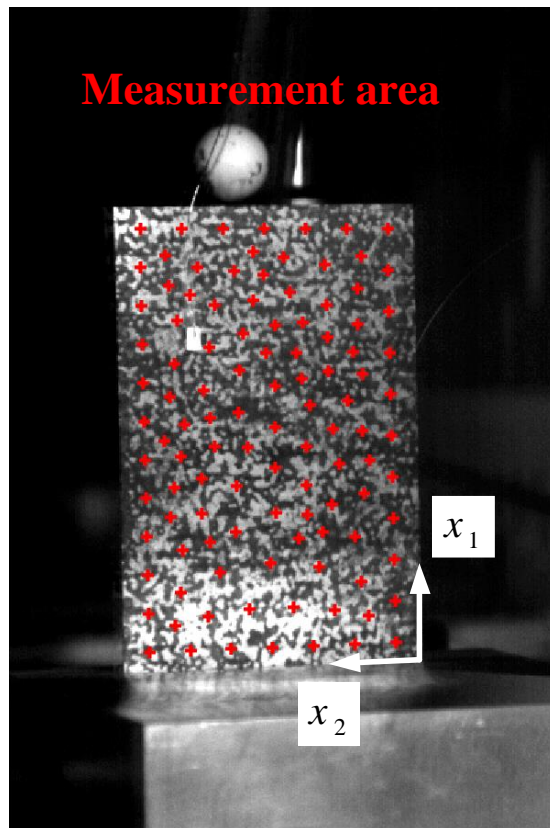


圖 4-22 第二次敲擊全場量測區域圖

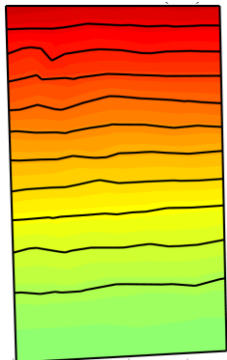
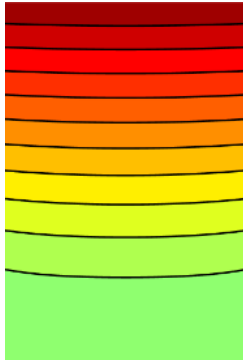
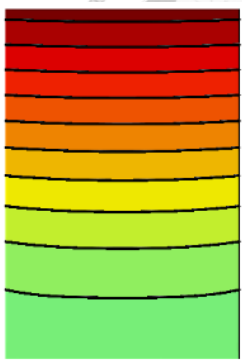
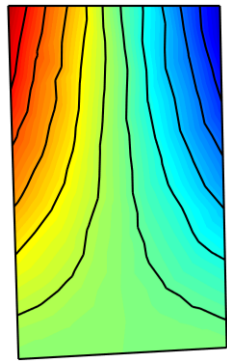
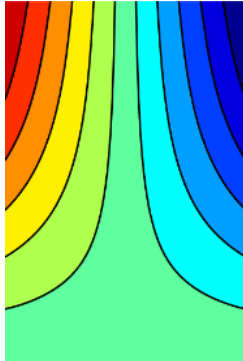
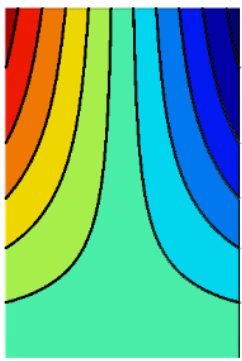
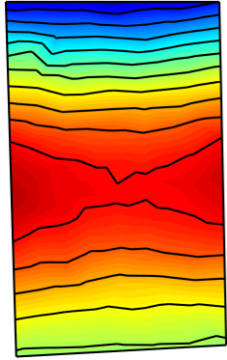
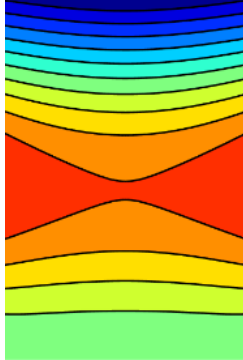
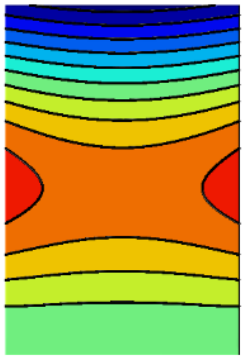
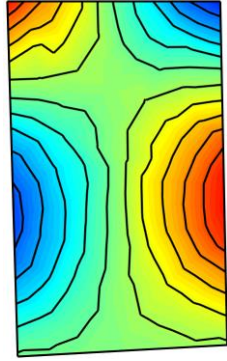
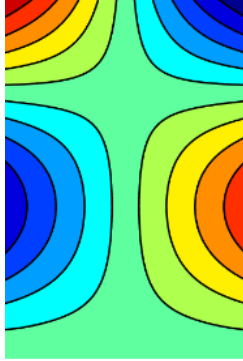
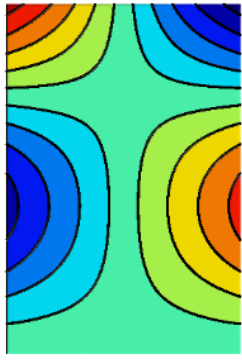
Mode	Stereo DIC	Theory	FEM
1			
	102.93 Hz	104.36 Hz	104.60 Hz
2			
	347.59 Hz	347.51 Hz	346.92 Hz
3			
	641.59 Hz	647.63 Hz	648.63 Hz
4			
	1173.2 Hz	1176.3 Hz	1174.3 Hz

圖 4-23 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬各個共振模態比較

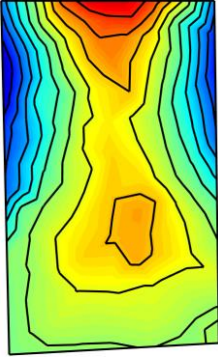
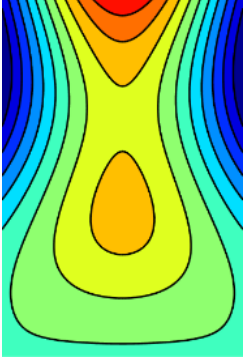
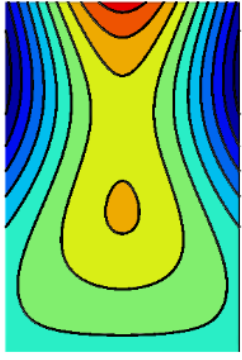
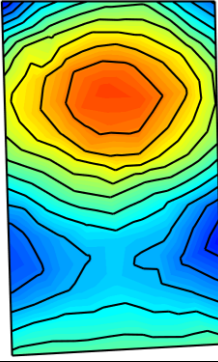
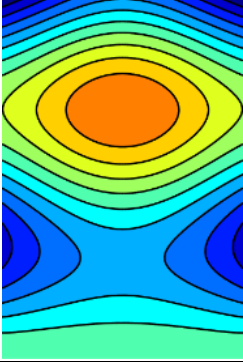
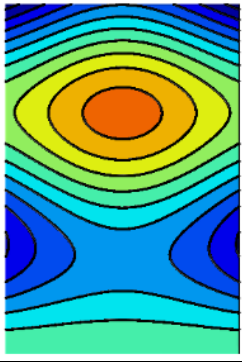
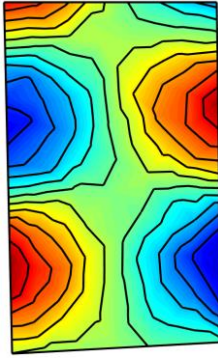
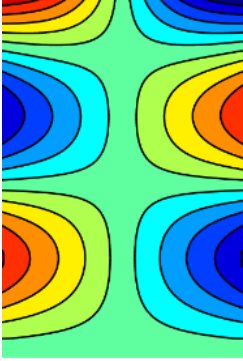
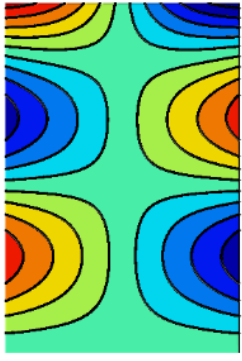
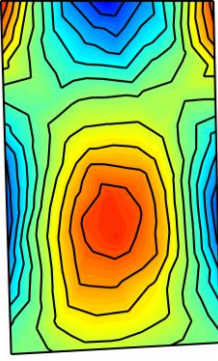
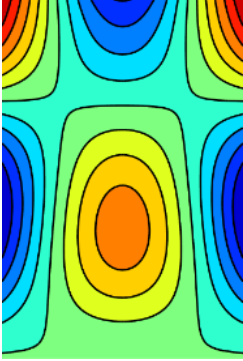
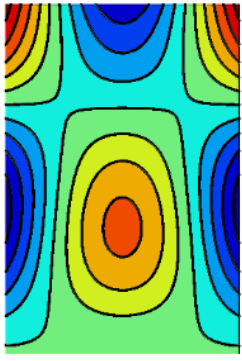
Mode	Stereo DIC	Theory	FEM
5			
	1602.7 Hz	1611.4 Hz	1609.5 Hz
6			
	1860.6 Hz	1867.8 Hz	1869.3 Hz
7			
	2400.0 Hz	2408.8 Hz	2405.0 Hz
8			
	2552.6 Hz	2565.1 Hz	2556.9 Hz

圖 4-24 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬各個共振模態比較(續)

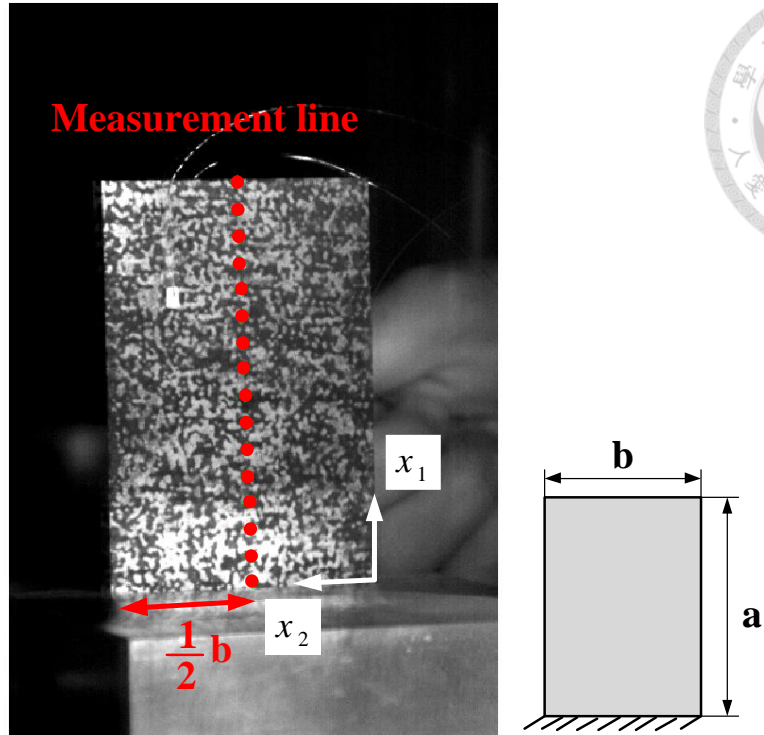


圖 4-25 Stereo DIC 量測懸臂薄板距離側邊  $\frac{b}{2}$  之鉛垂線上的 16 個點

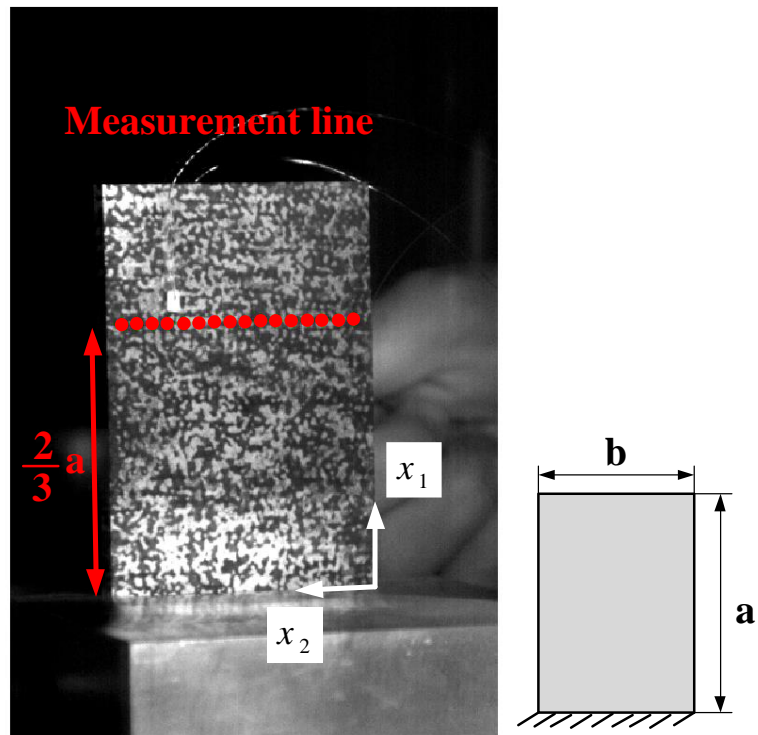


圖 4-26 Stereo DIC 量測懸臂薄板距離固定端  $\frac{2}{3}a$  之水平線上的 16 個點

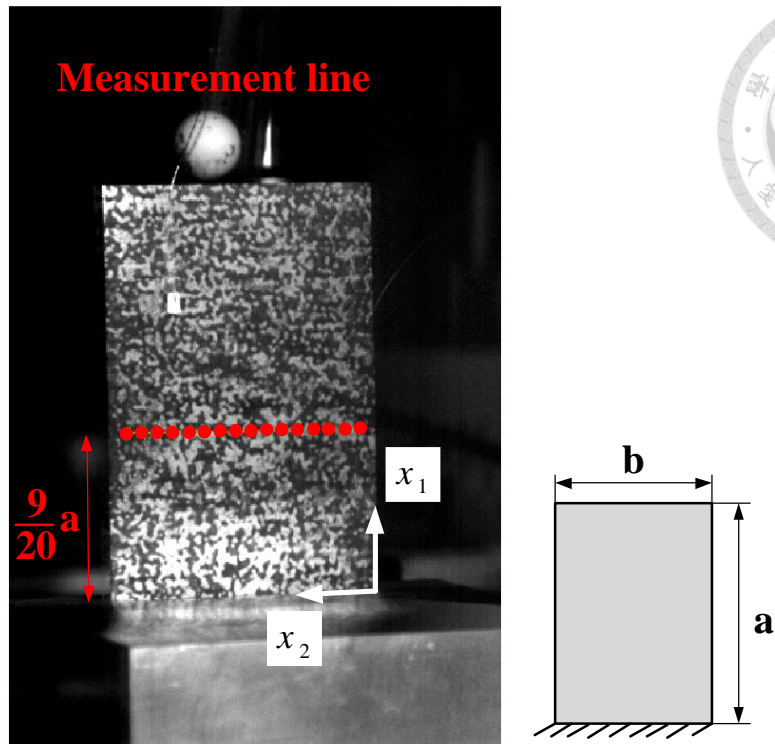


圖 4-27 Stereo DIC 量測懸臂薄板距離固定端  $\frac{9}{20}a$  之水平線上的 16 個點

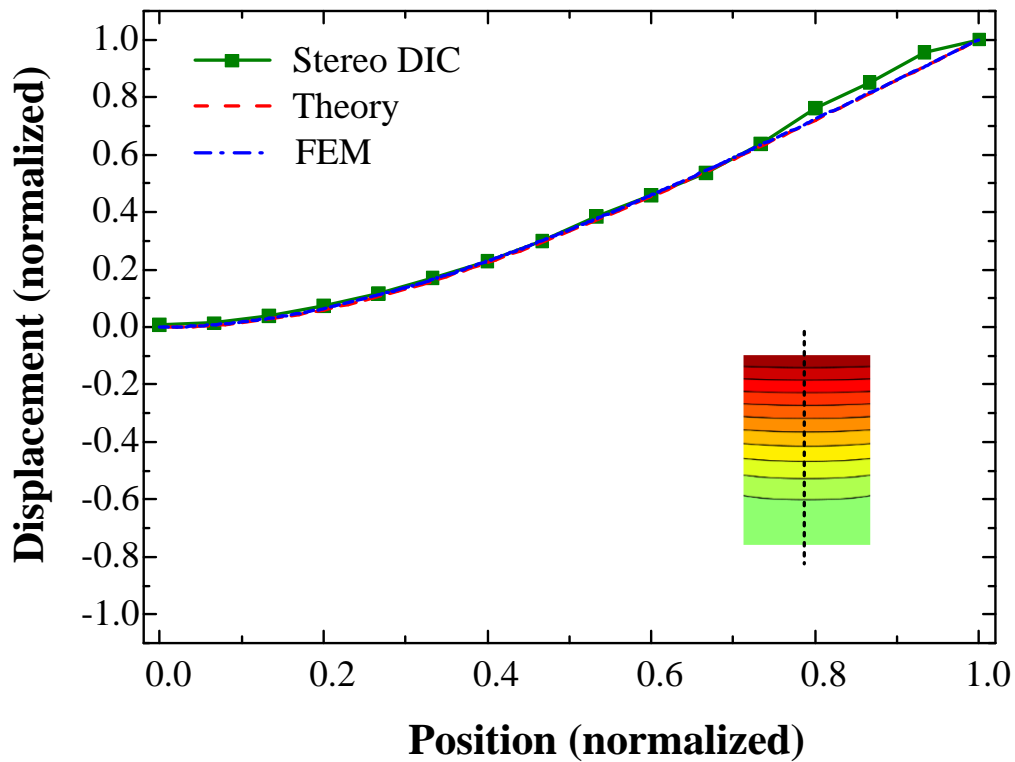


圖 4-28 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 1 模態位移定量比較

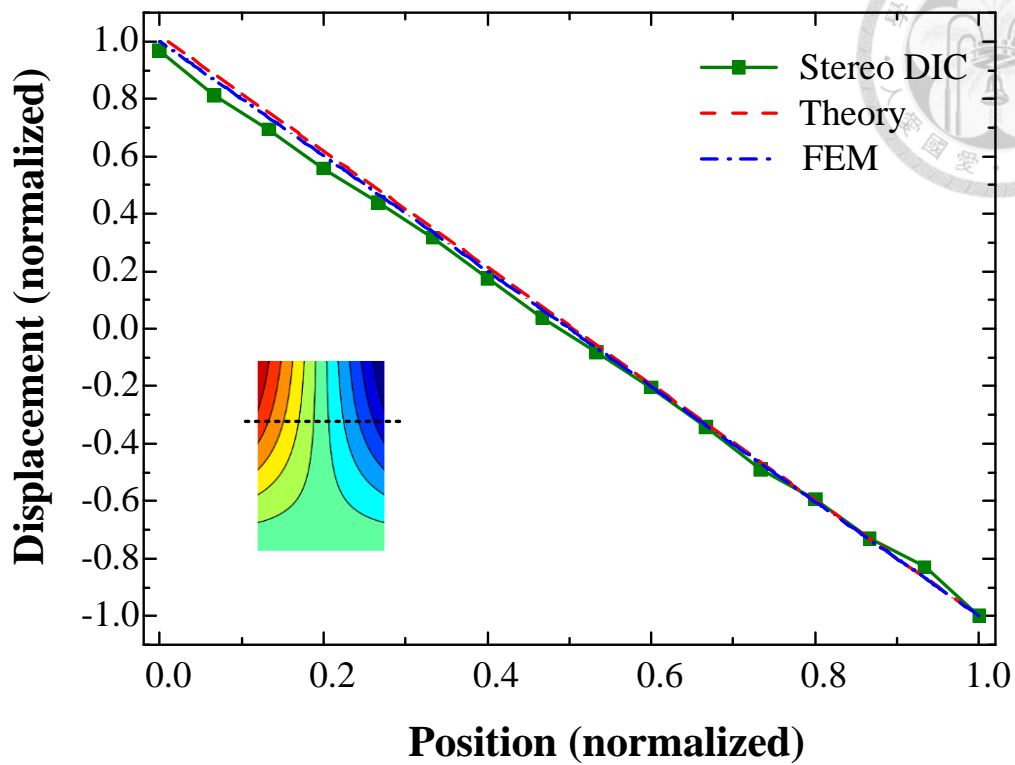


圖 4-29 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 2 模態位移定量比較

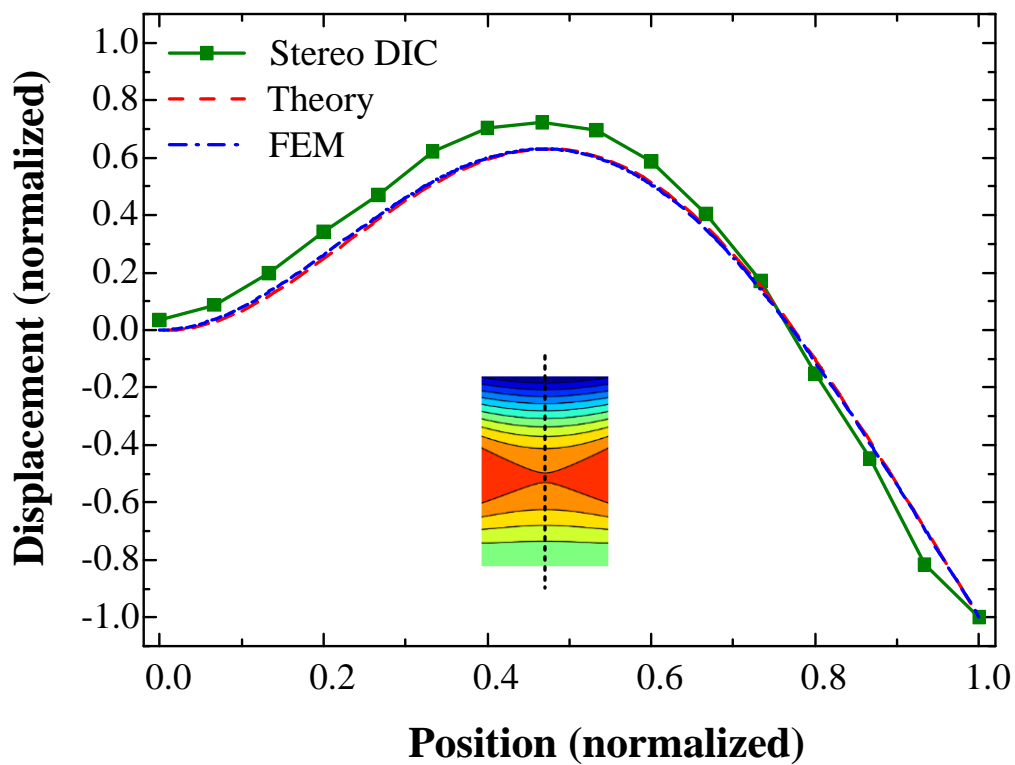


圖 4-30 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 3 模態位移定量比較



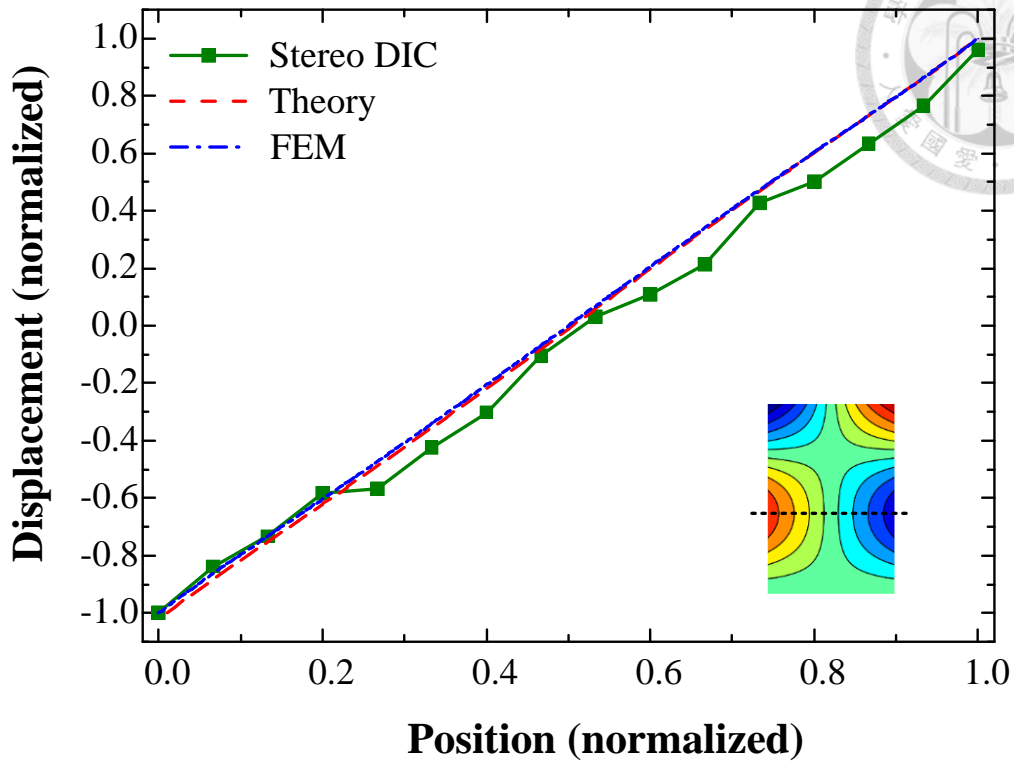


圖 4-31 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 4 模態位移定量比較

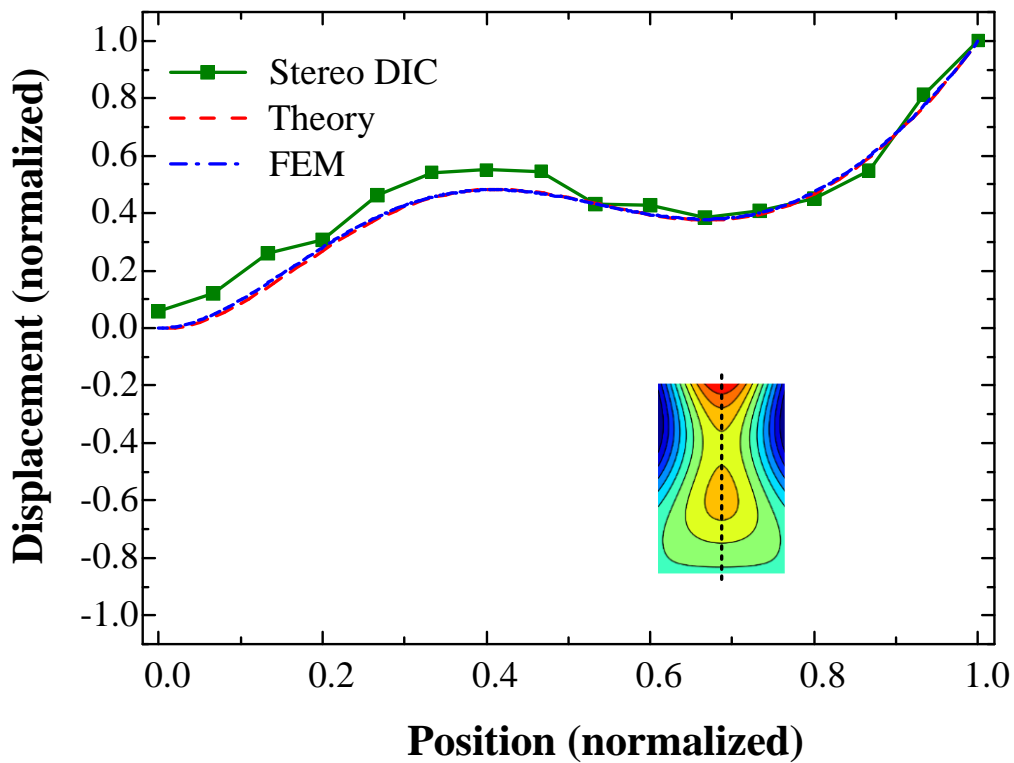


圖 4-32 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 5 模態位移定量比較

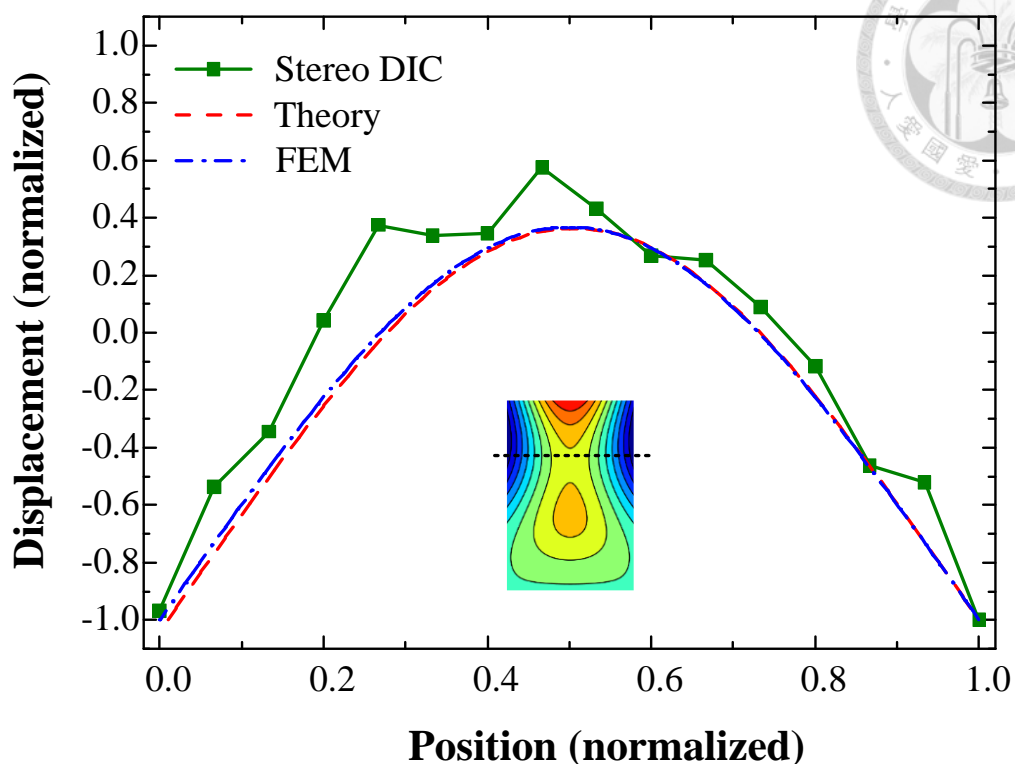
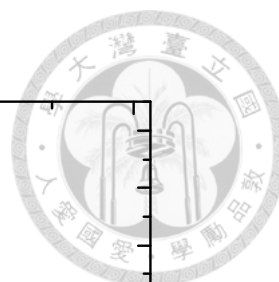


圖 4-33 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 5 模態位移定量比較(續)

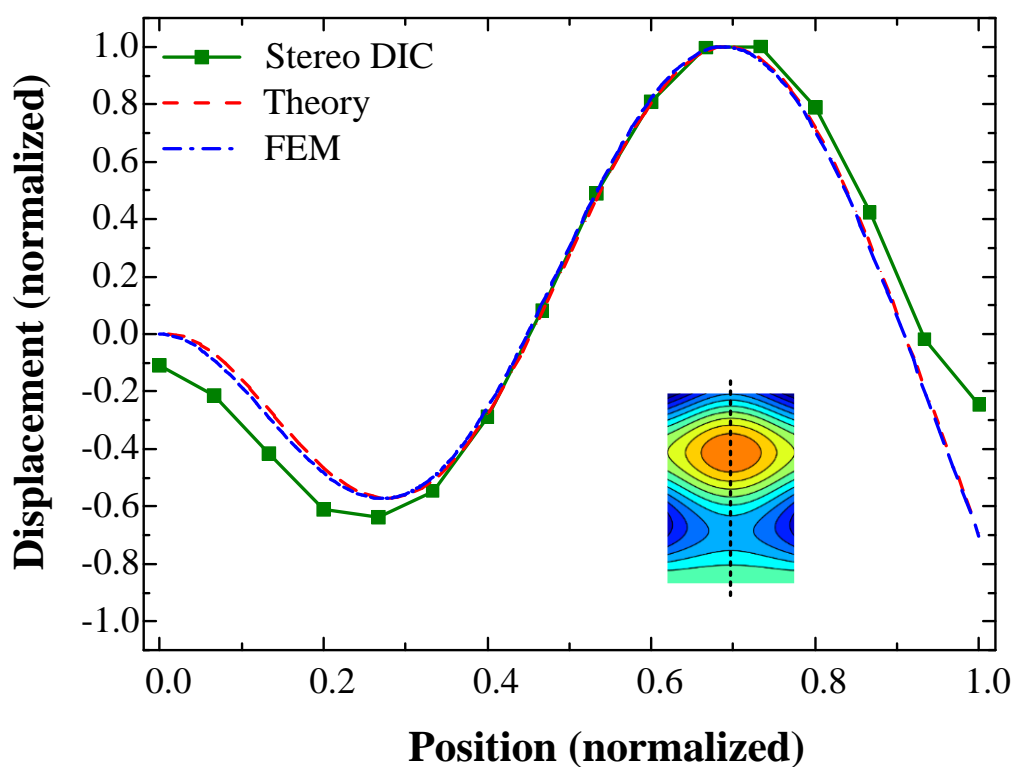


圖 4-34 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 6 模態位移定量比較

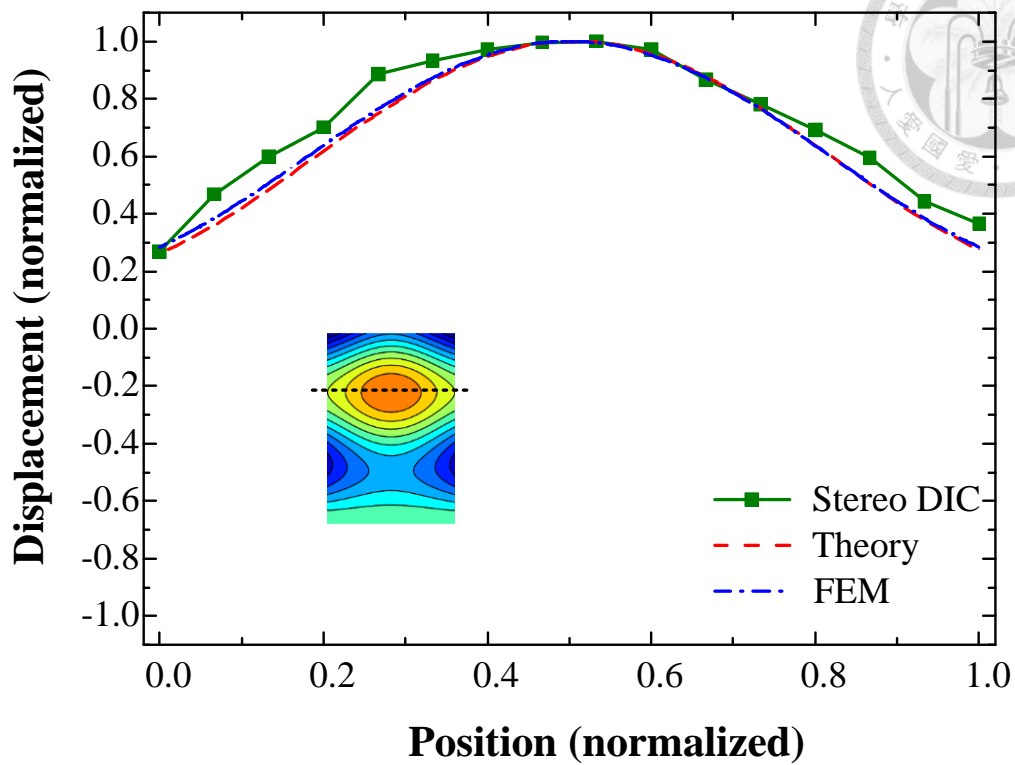


圖 4-35 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 6 模態位移定量比較(續)

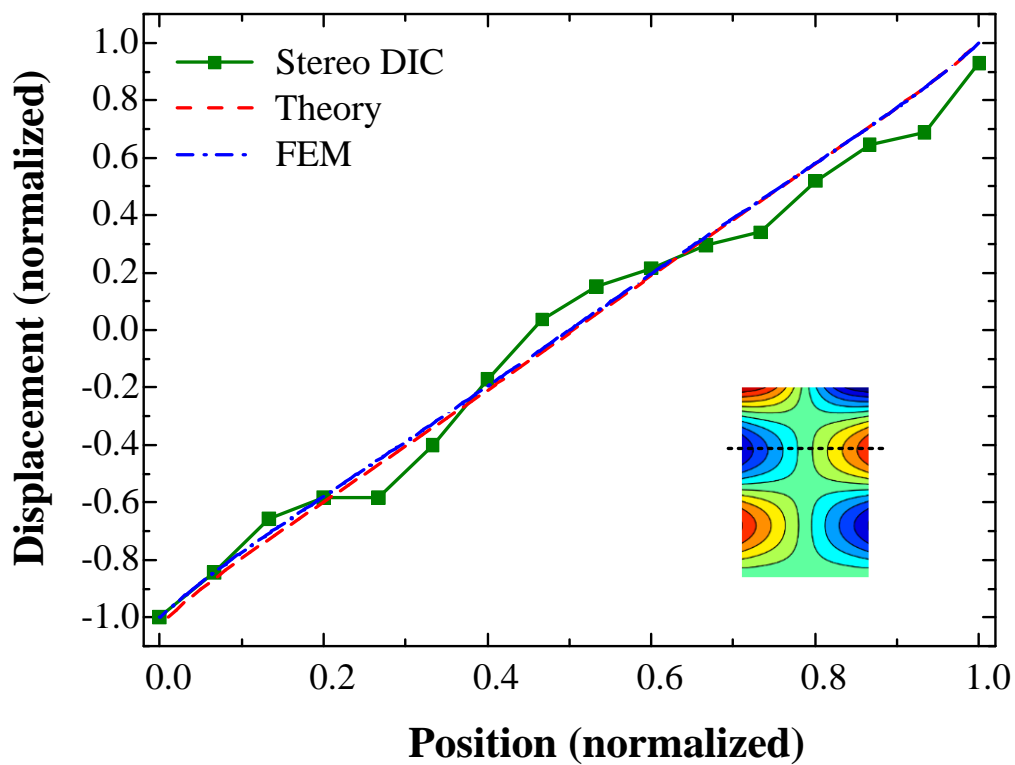


圖 4-36 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 7 模態位移定量比較

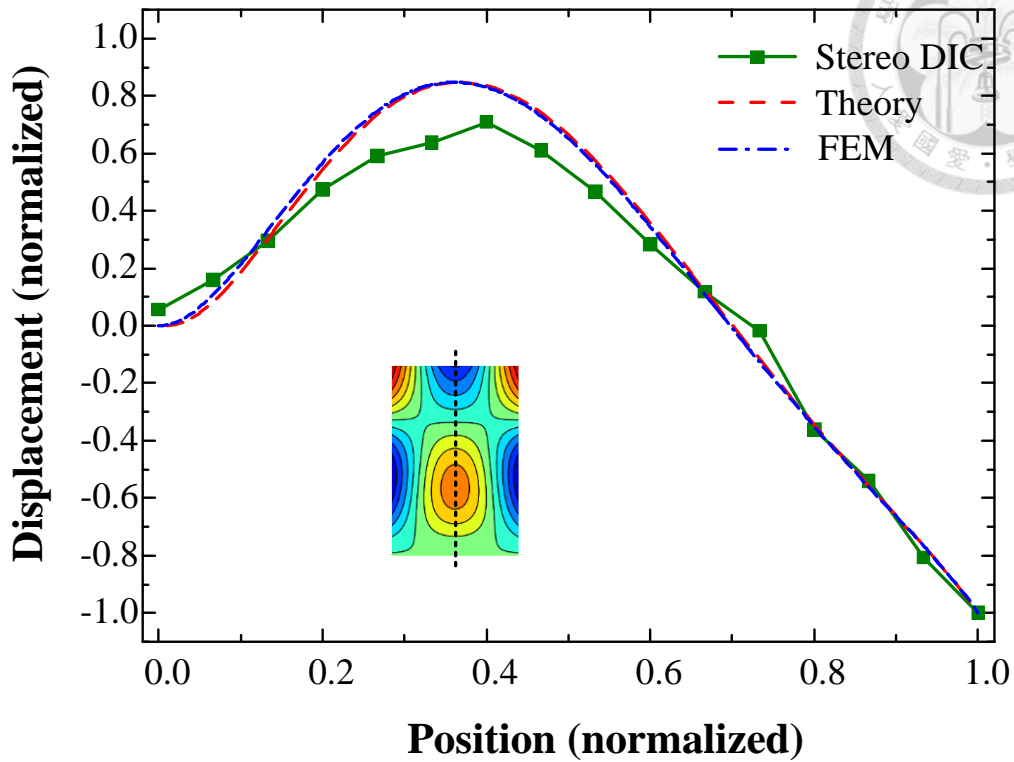


圖 4-37 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬第 8 模態位移定量比較

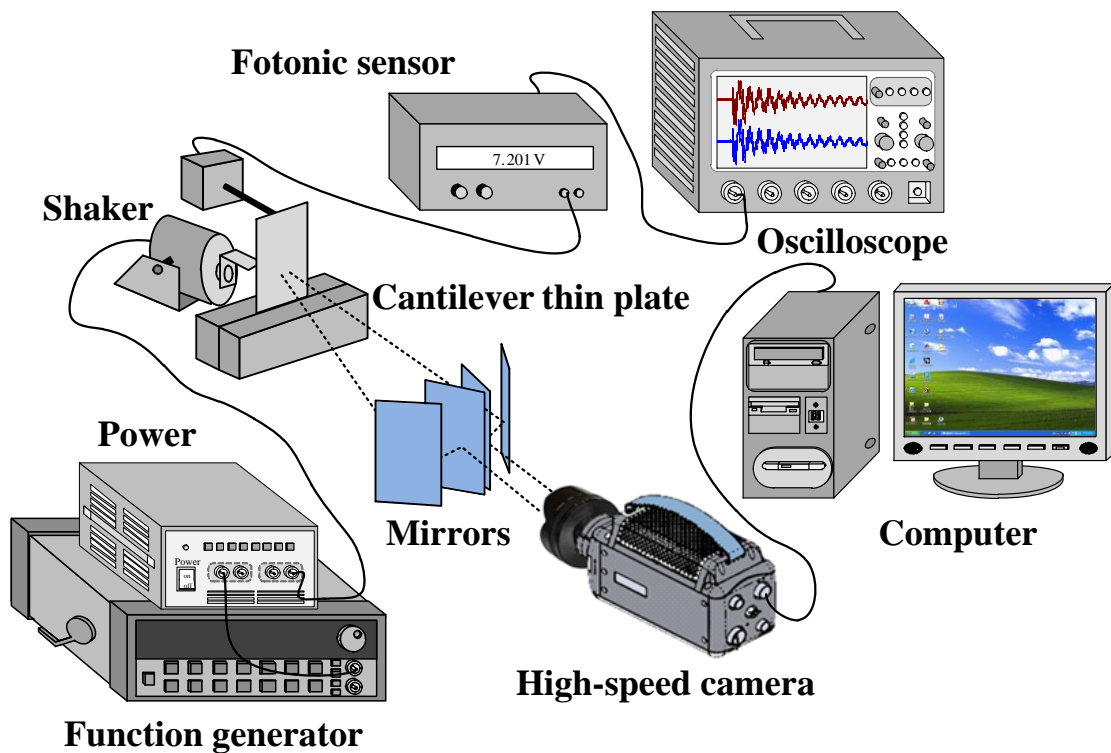


圖 4-38 懸臂薄板強迫振動量測實驗示意圖

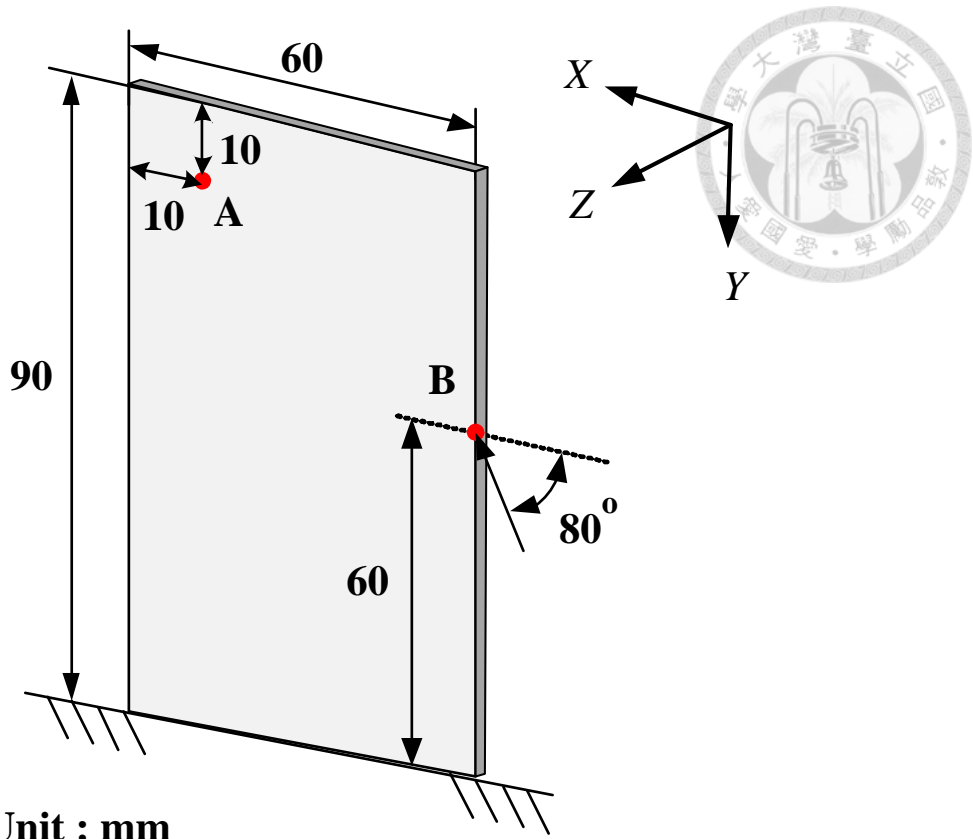


圖 4-39 懸臂薄板幾何尺寸、實驗施力點與量測點示意圖

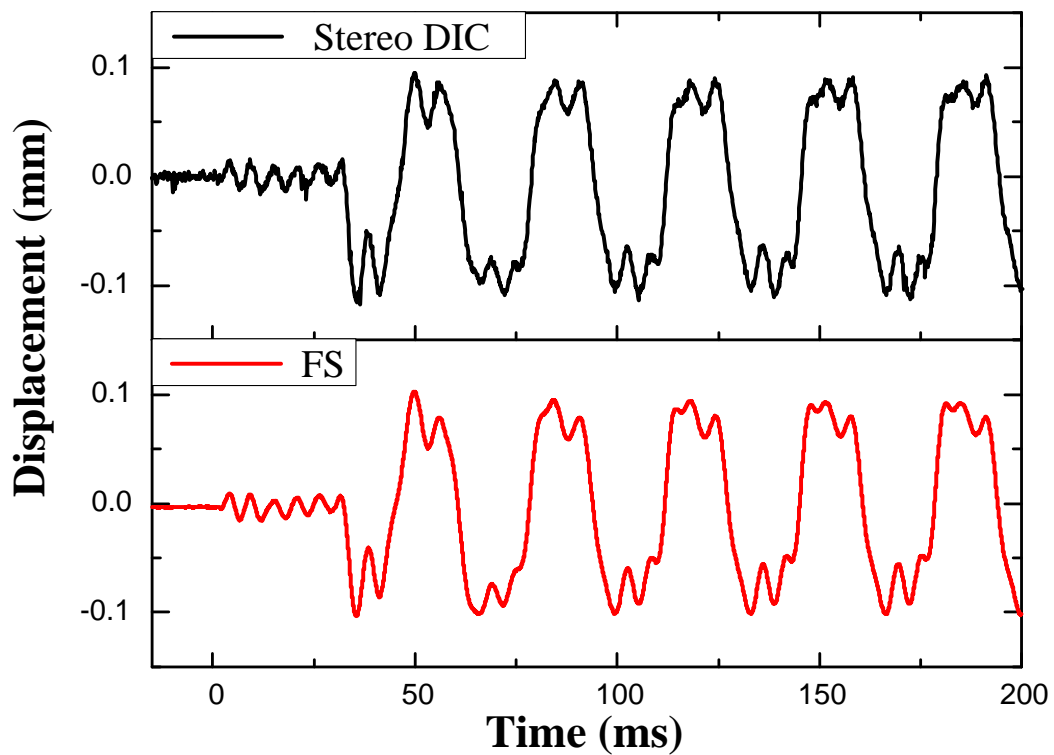


圖 4-40 Stereo DIC 與 FS 量測 A 點在 Z 方向的振動訊號結果

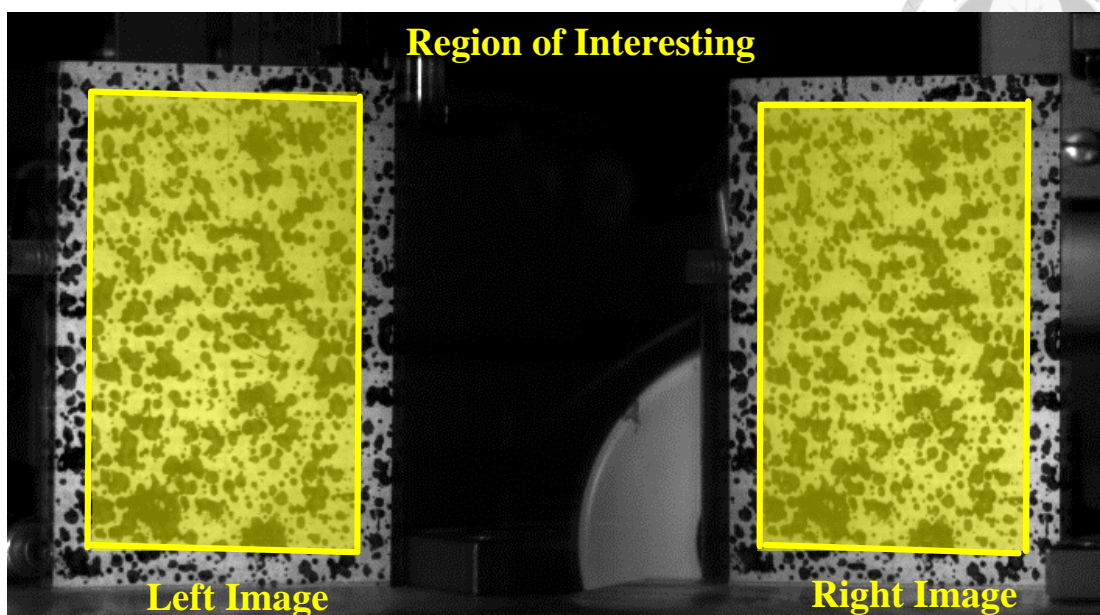


圖 4-41 Stereo DIC 全場量測區域圖

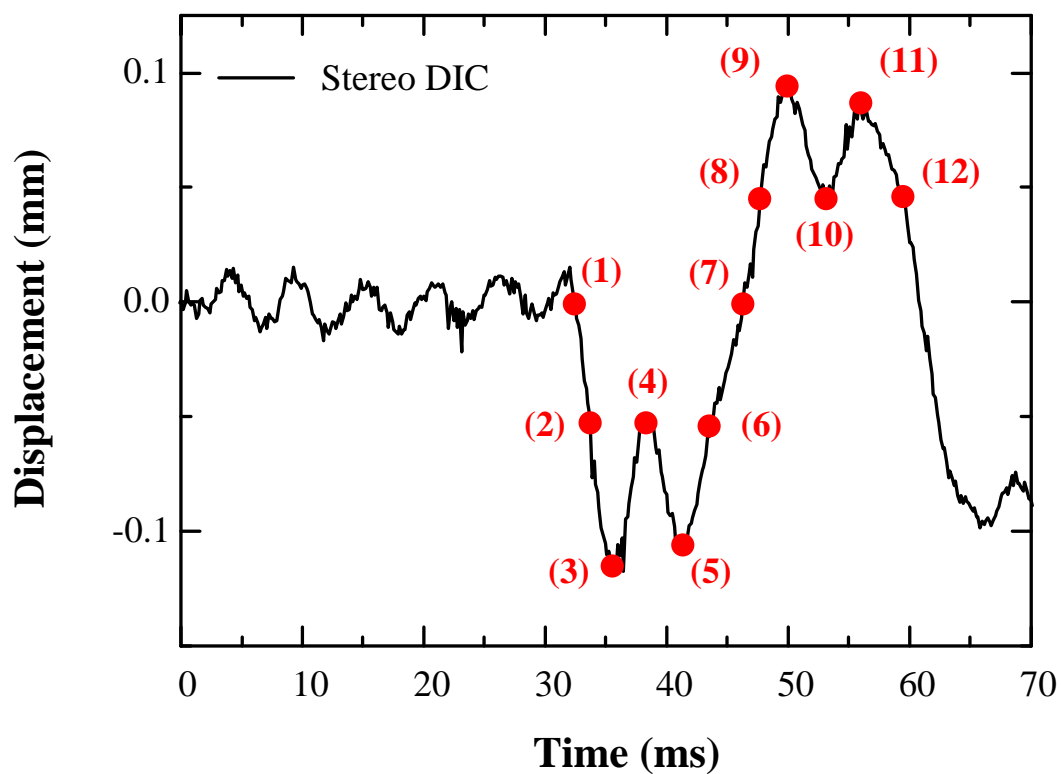


圖 4-42 Stereo DIC 全場分析的 12 個時間點

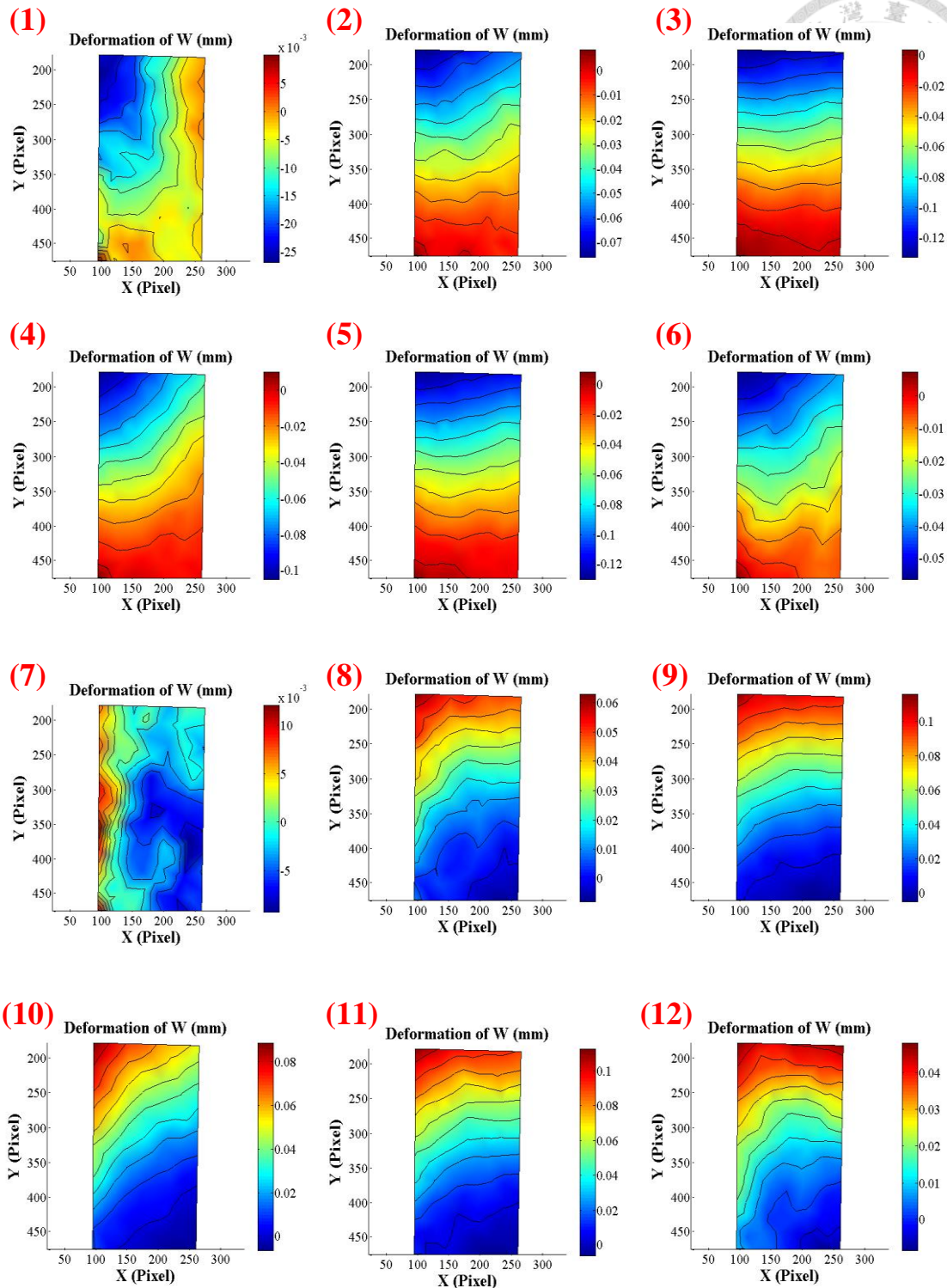


圖 4-43 Stereo DIC 全場量測 12 時間點中 Z 方向的變形場

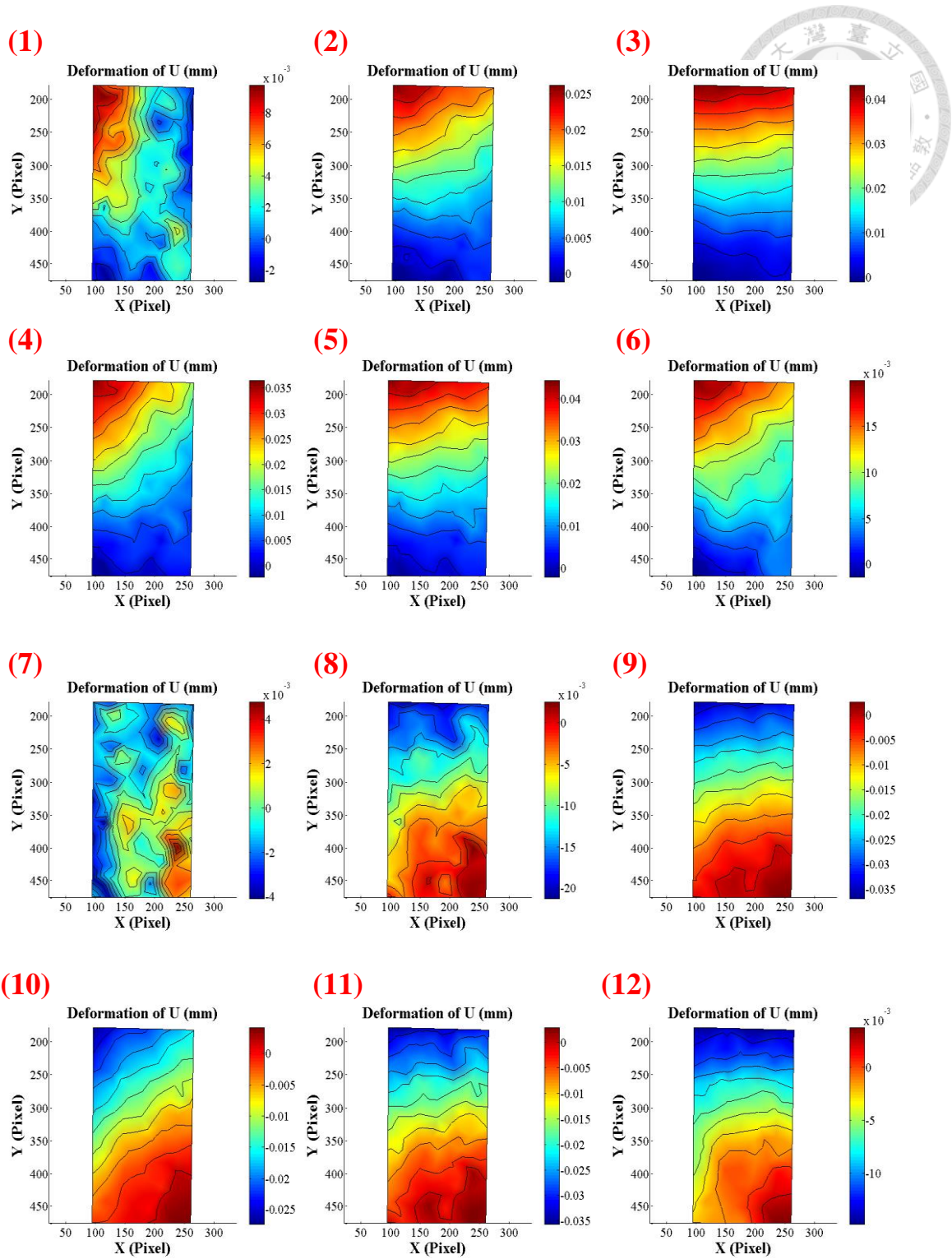


圖 4-44 Stereo DIC 全場量測 12 時間點中 X 方向的變形場



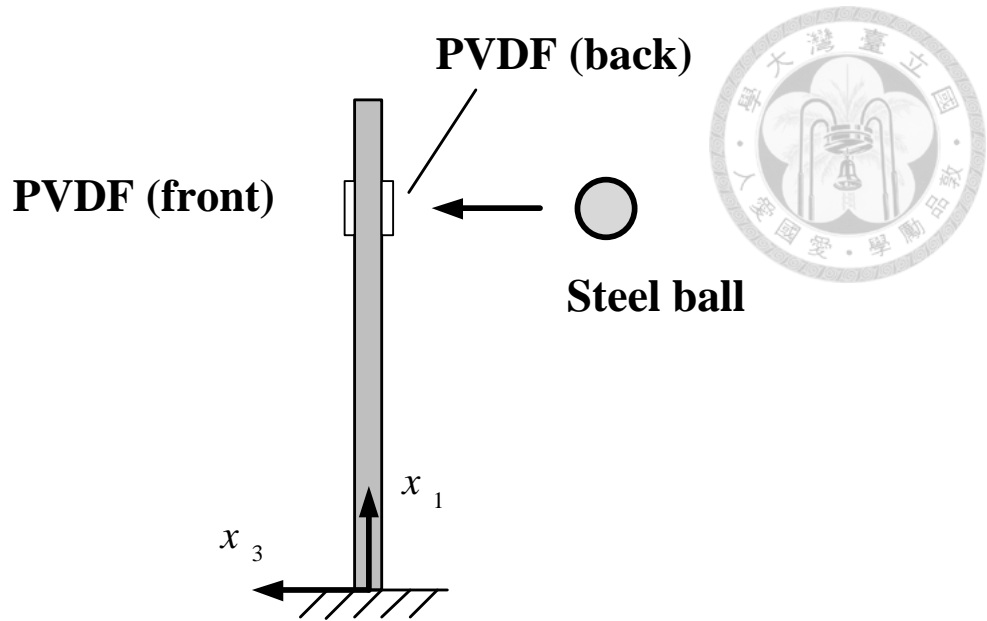


圖 4-45 PVDF 擷取鋼珠撞擊懸臂薄板力量歷程電壓示意圖

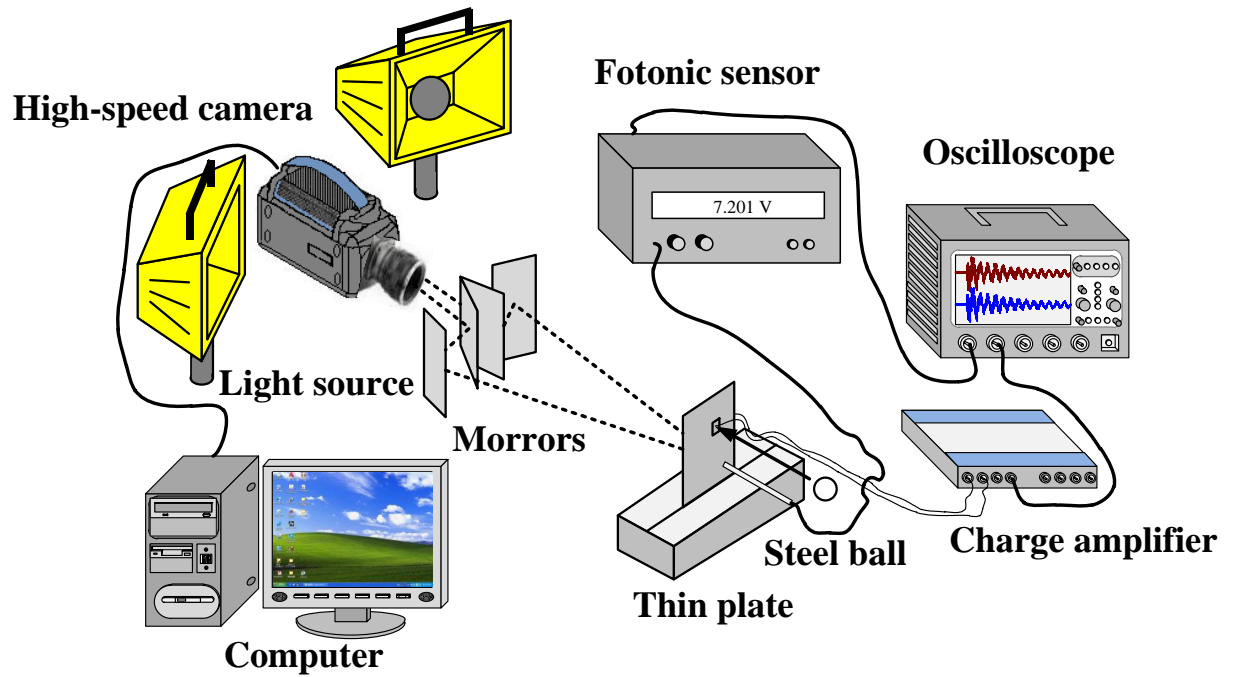


圖 4-46 懸臂薄板暫態波傳量測實驗示意圖

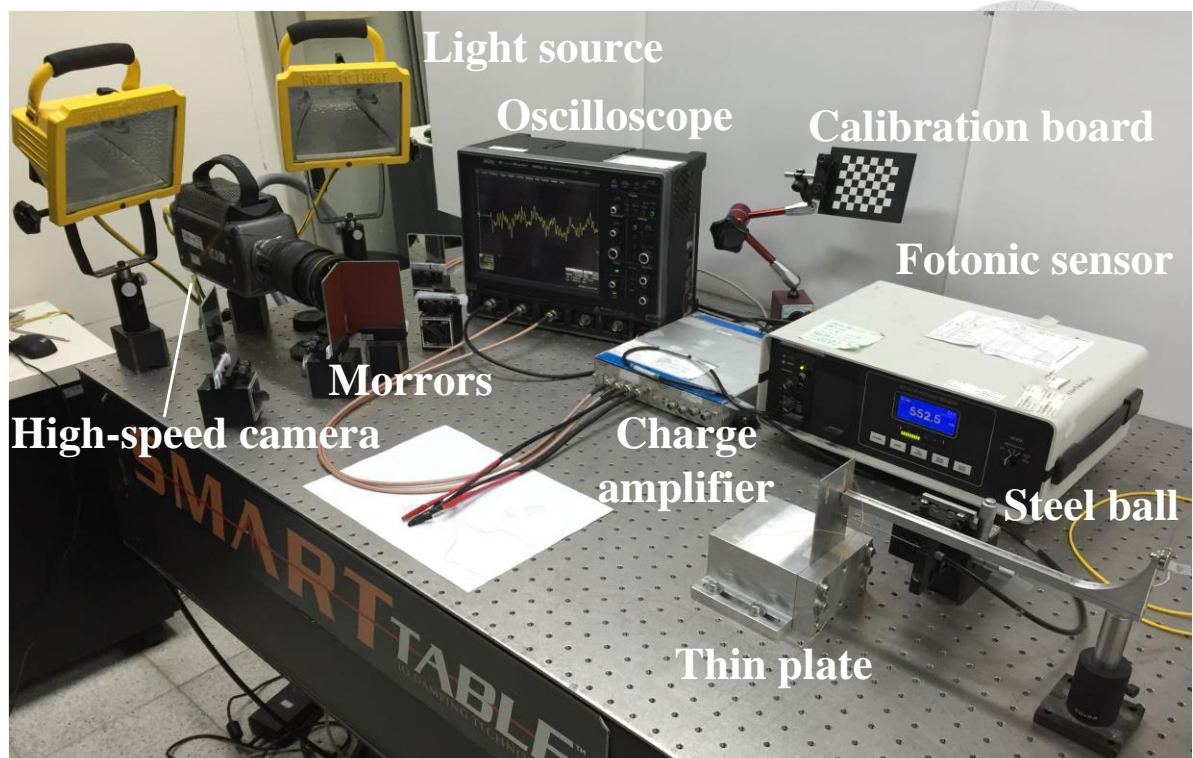


圖 4-47 實際懸臂薄板暫態波傳量測架設

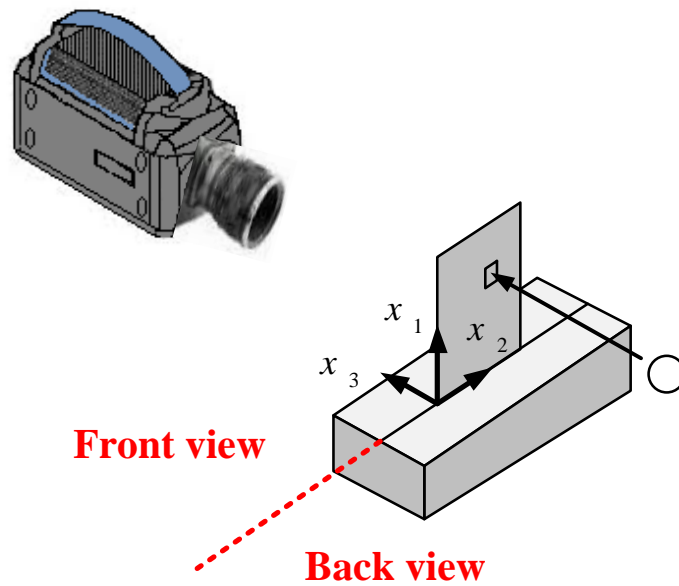


圖 4-48 定義懸臂薄板視角方向與座標

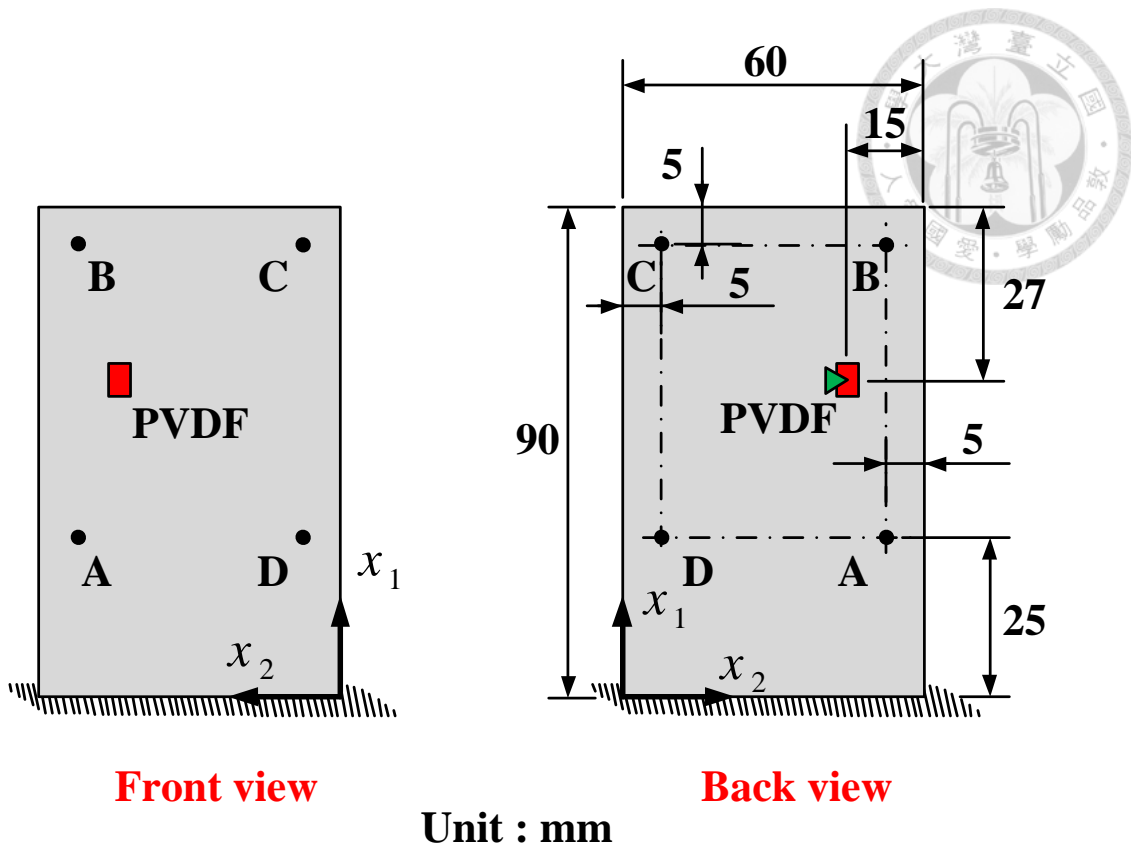


圖 4-49 懸臂薄板在不同視角下撞擊點、量測點與幾何尺寸

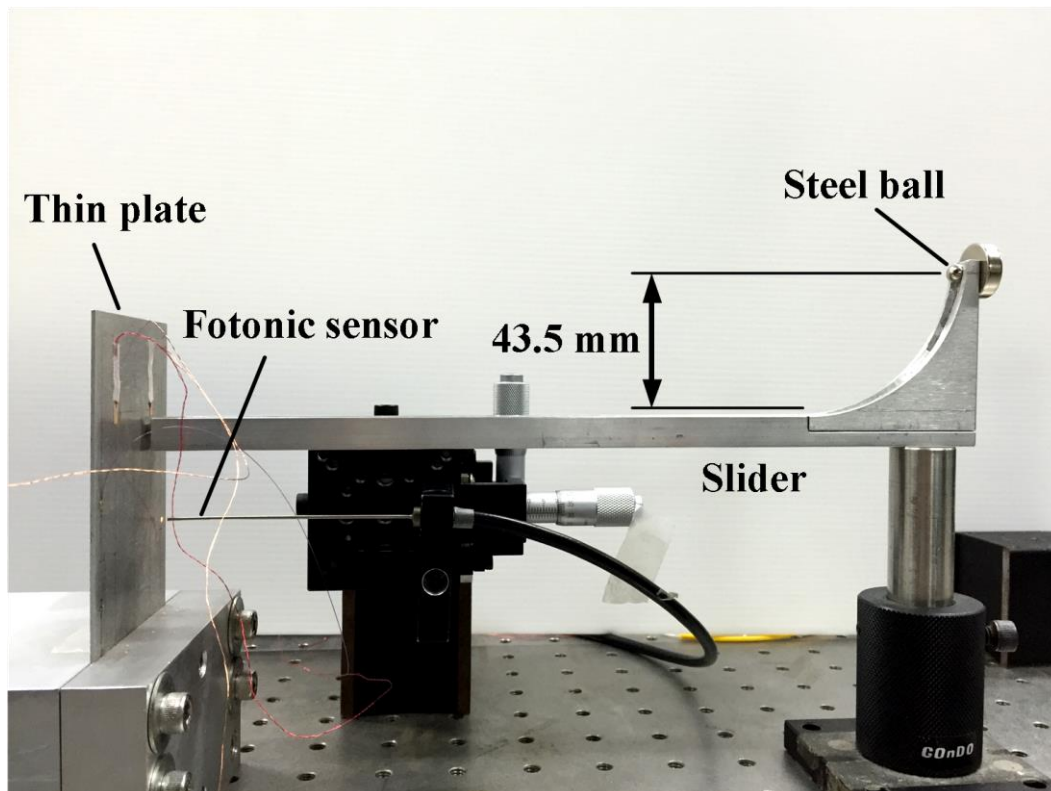


圖 4-50 鋼珠撞擊架設

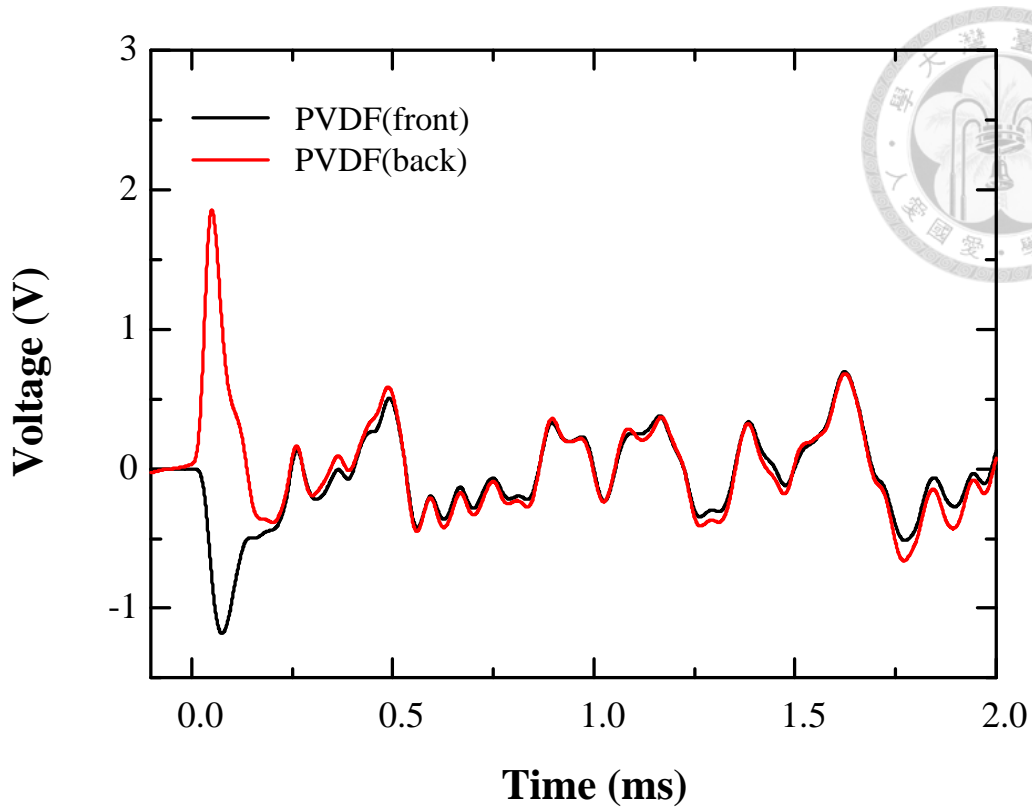


圖 4-51 鋼珠撞擊懸臂薄板的前後 FVDF 訊號

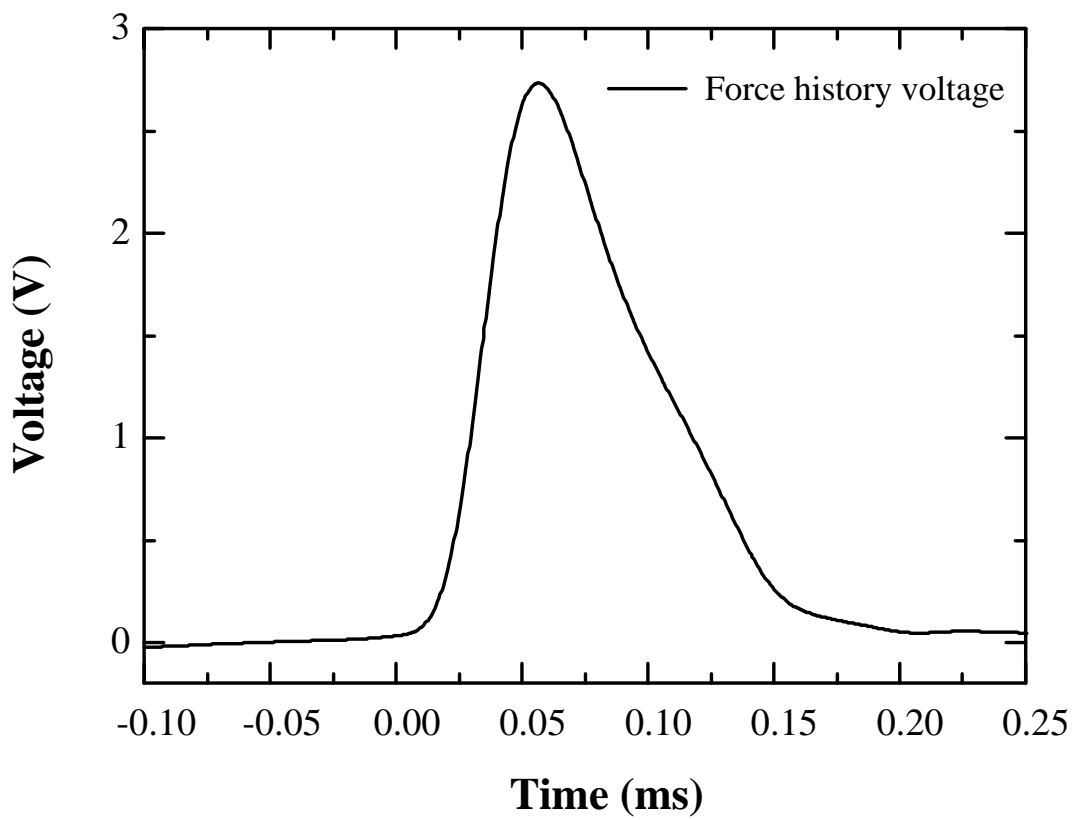


圖 4-52 鋼珠撞擊懸臂薄板的波源歷時訊號

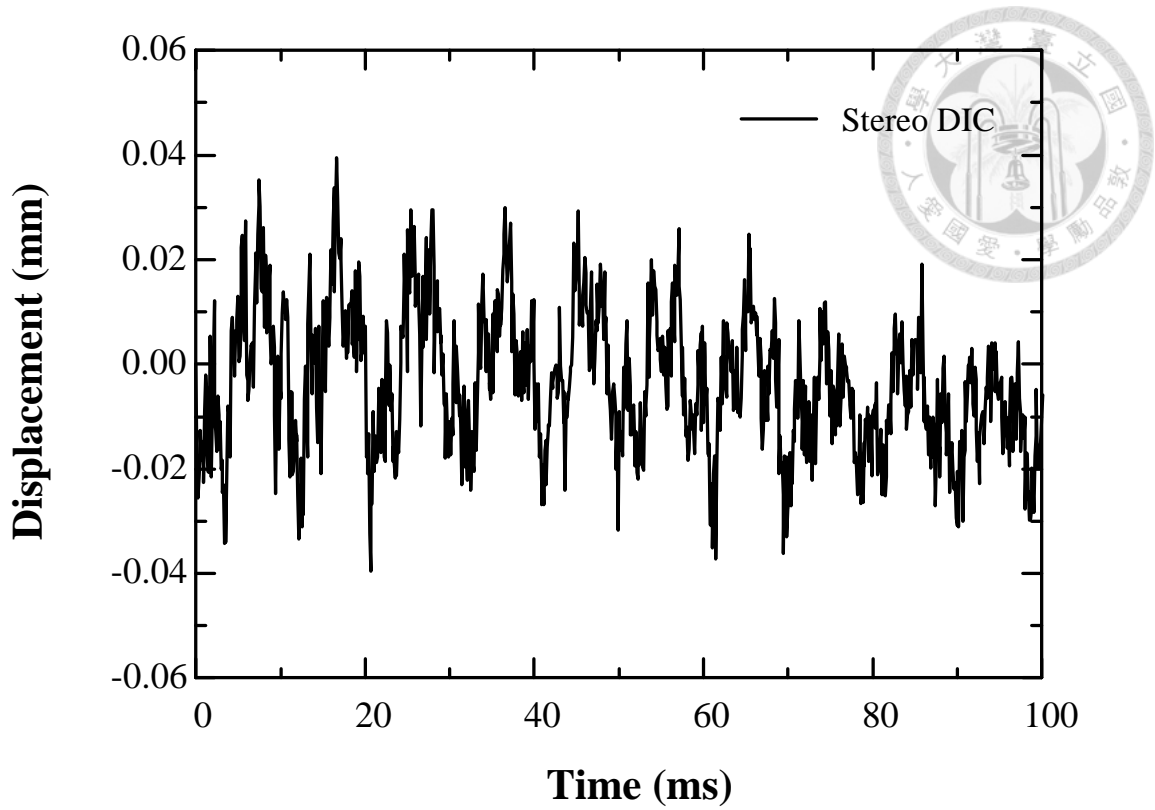


圖 4-53 Stereo DIC 量測懸臂薄板 A 點面外暫態振動訊號結果

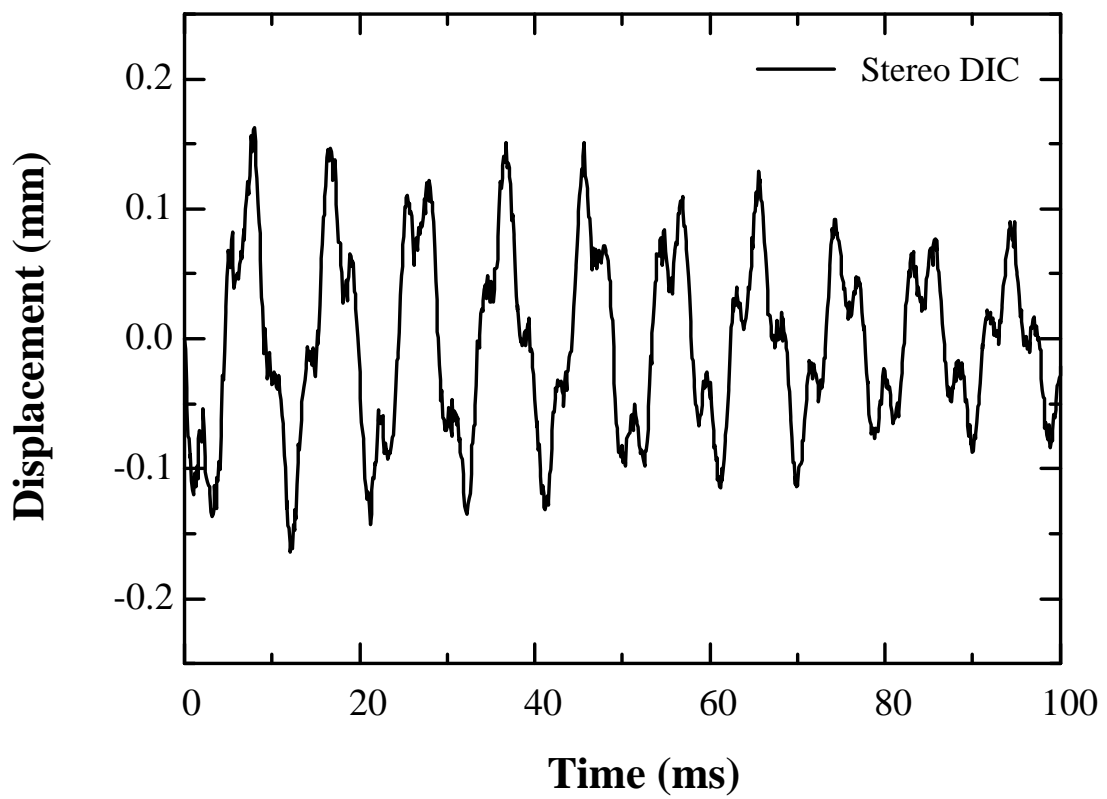


圖 4-54 Stereo DIC 量測懸臂薄板 B 點面外暫態振動訊號結果



圖 4-55 Stereo DIC 量測懸臂薄板 C 點面外暫態振動訊號結果

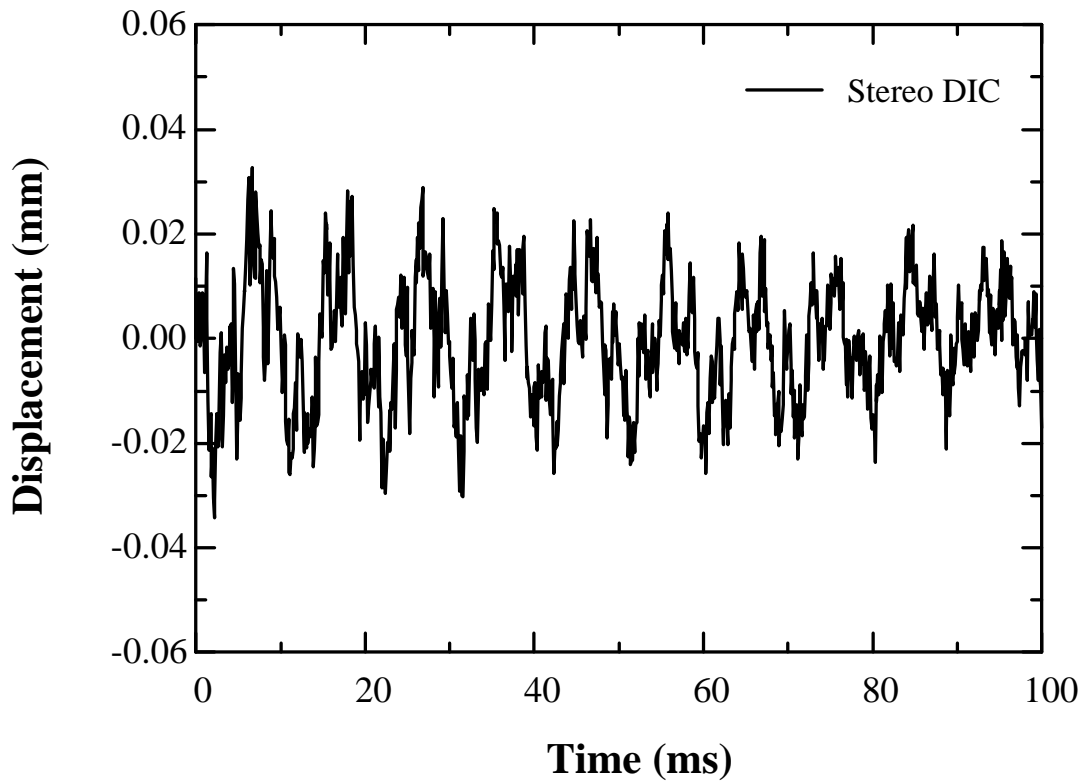


圖 4-56 Stereo DIC 量測懸臂薄板 D 點面外暫態振動訊號結果

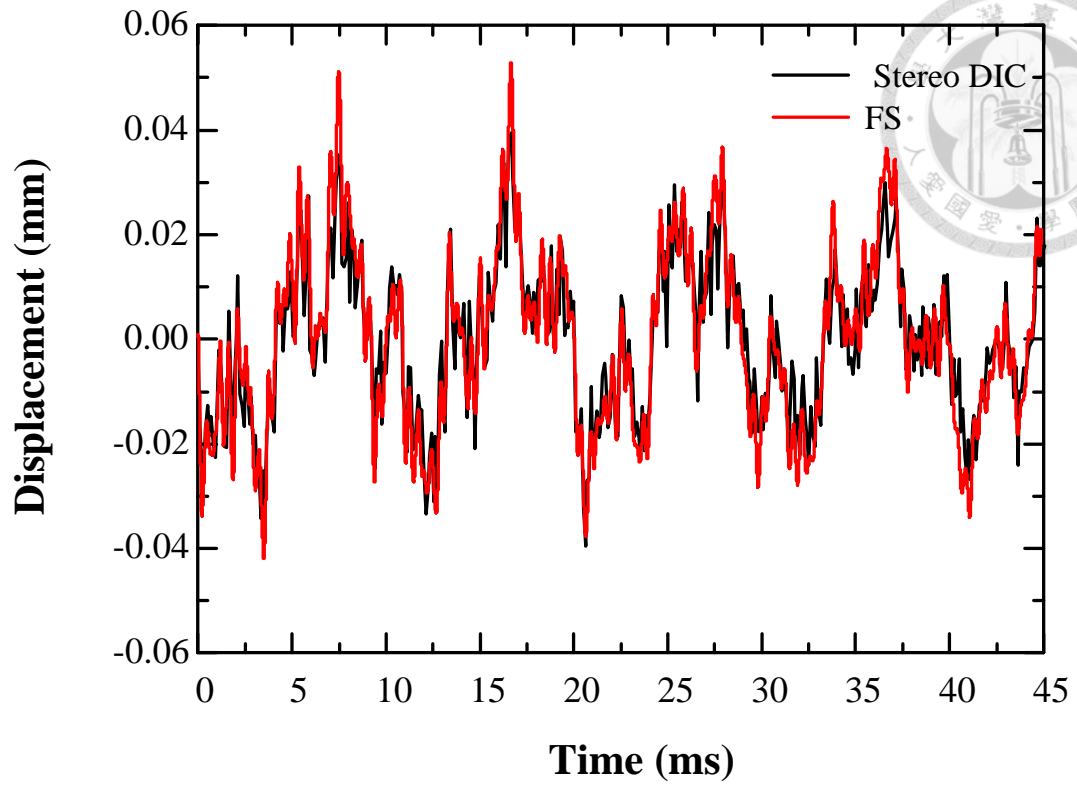


圖 4-57 Stereo DIC 與 FS 量測懸臂薄板 A 點面外暫態振動訊號結果比較

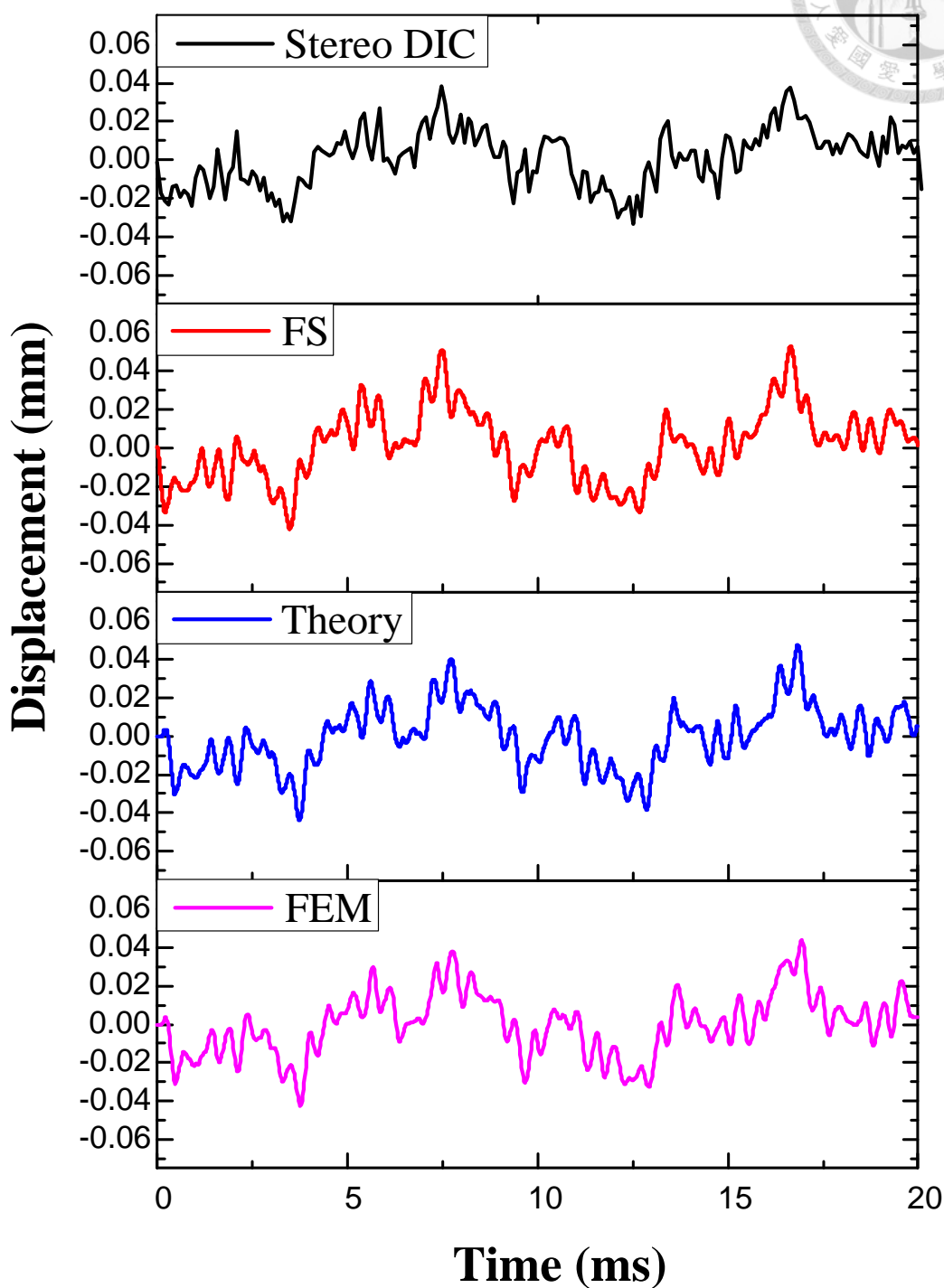
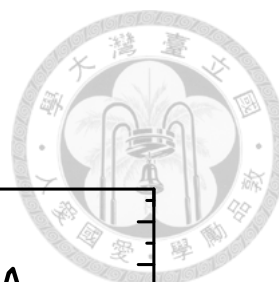


圖 4-58 Stereo DIC 量測、FS 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 A 點面外暫態振動訊號結果



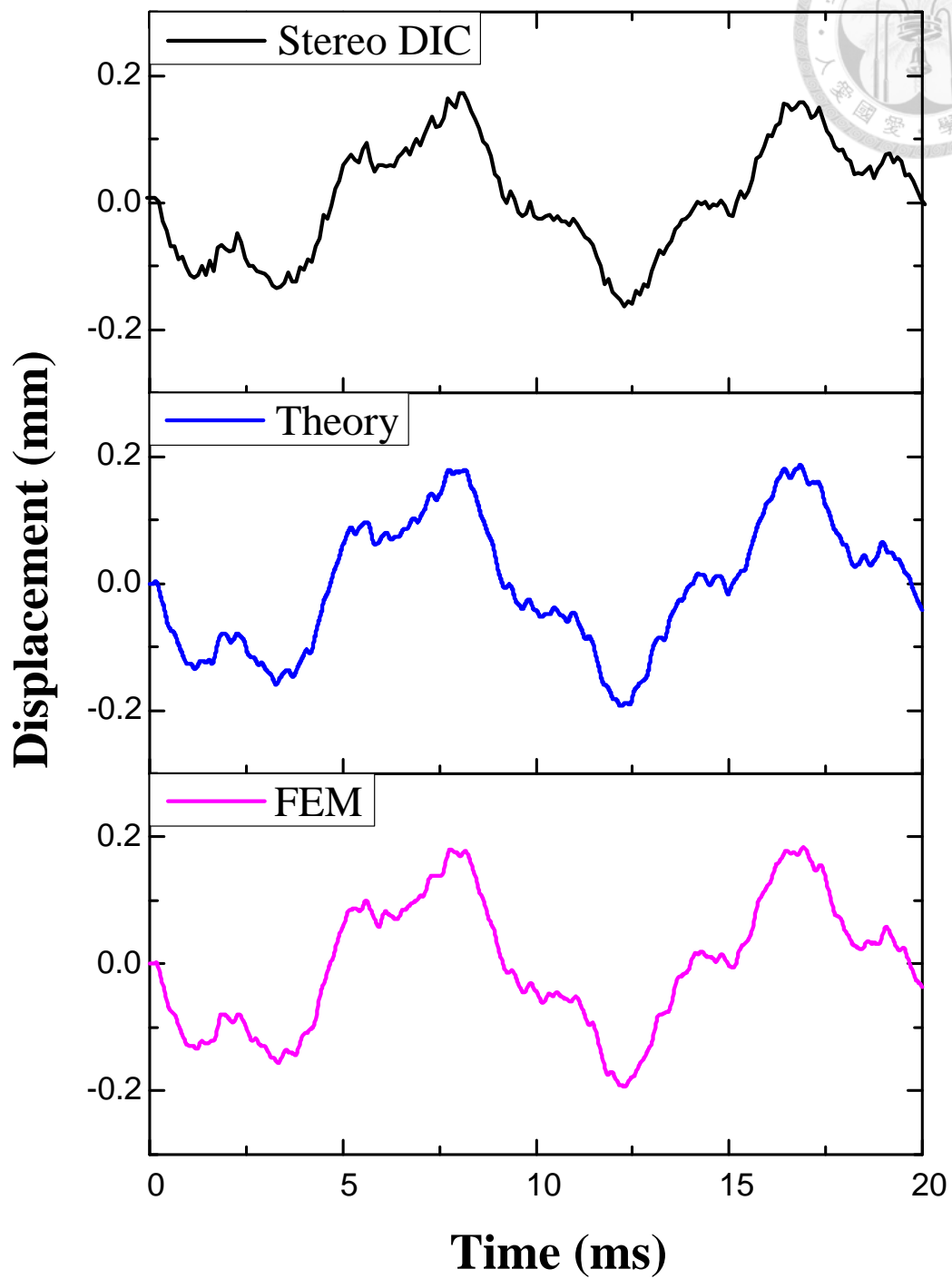


圖 4-59 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 B 點面外暫態振動訊號結果

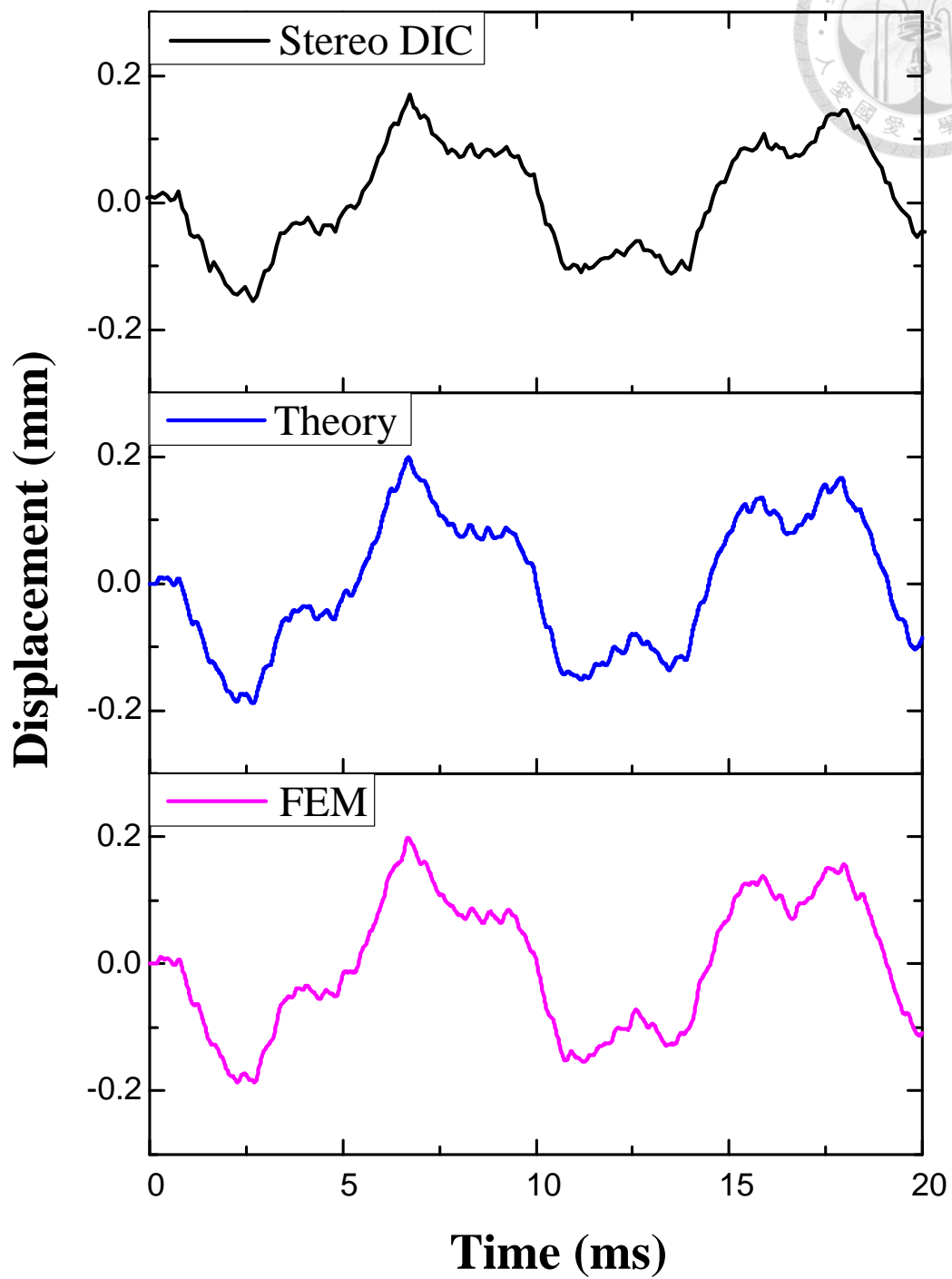


圖 4-60 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 C 點面外暫態振動訊號結果

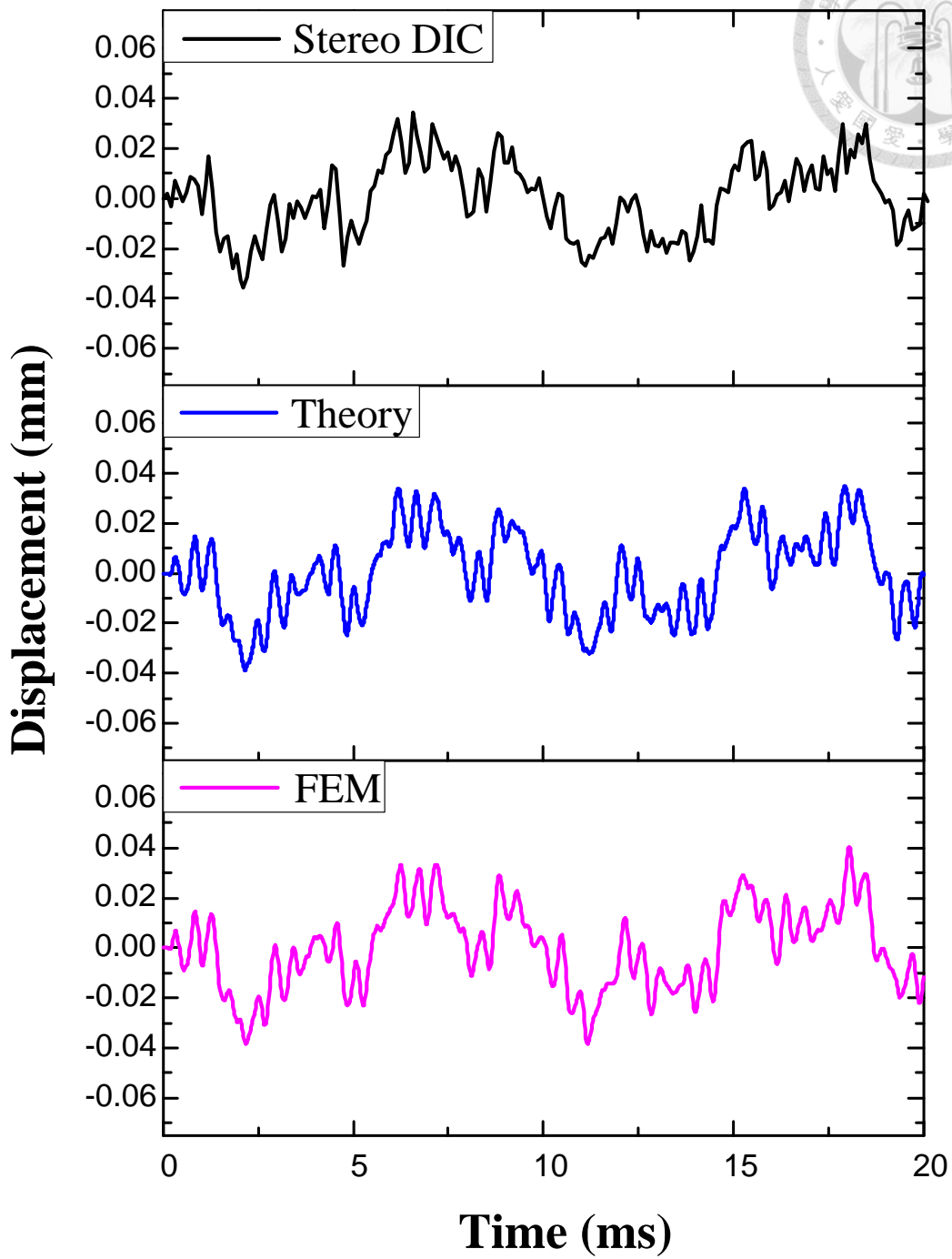
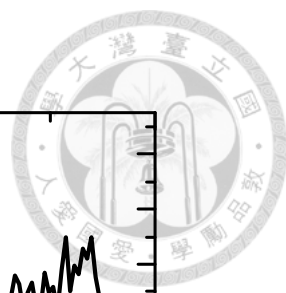


圖 4-61 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板 D 點面外暫態振動訊號結果

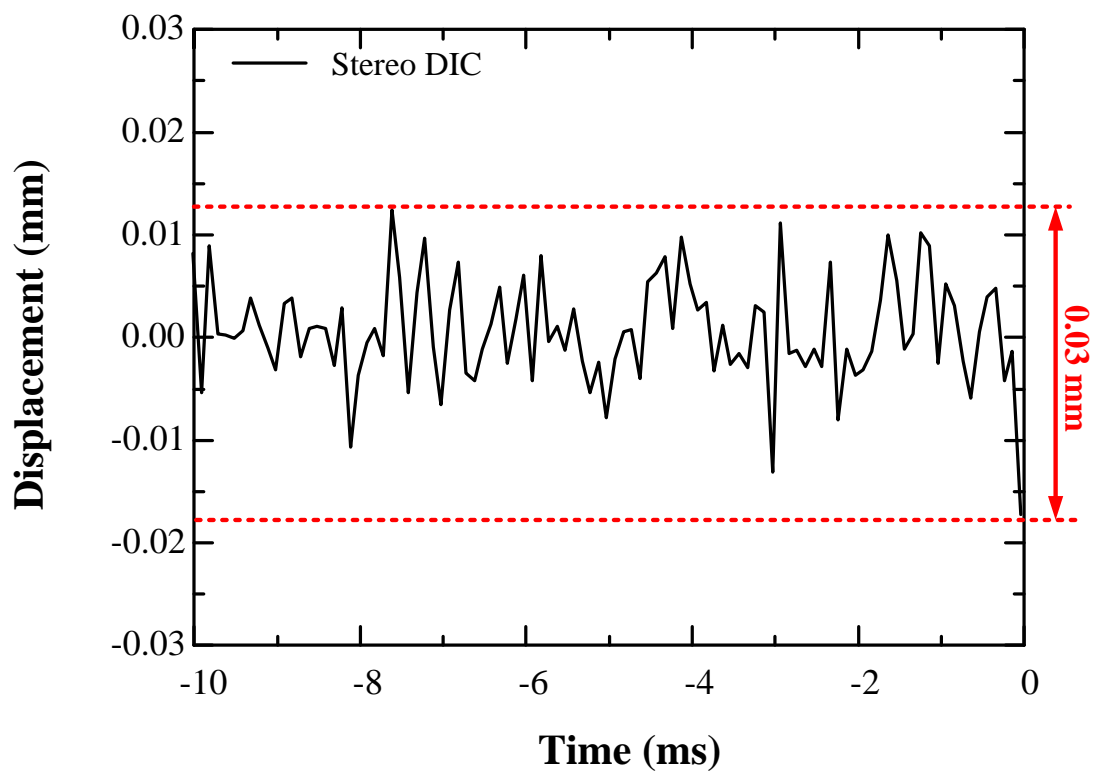
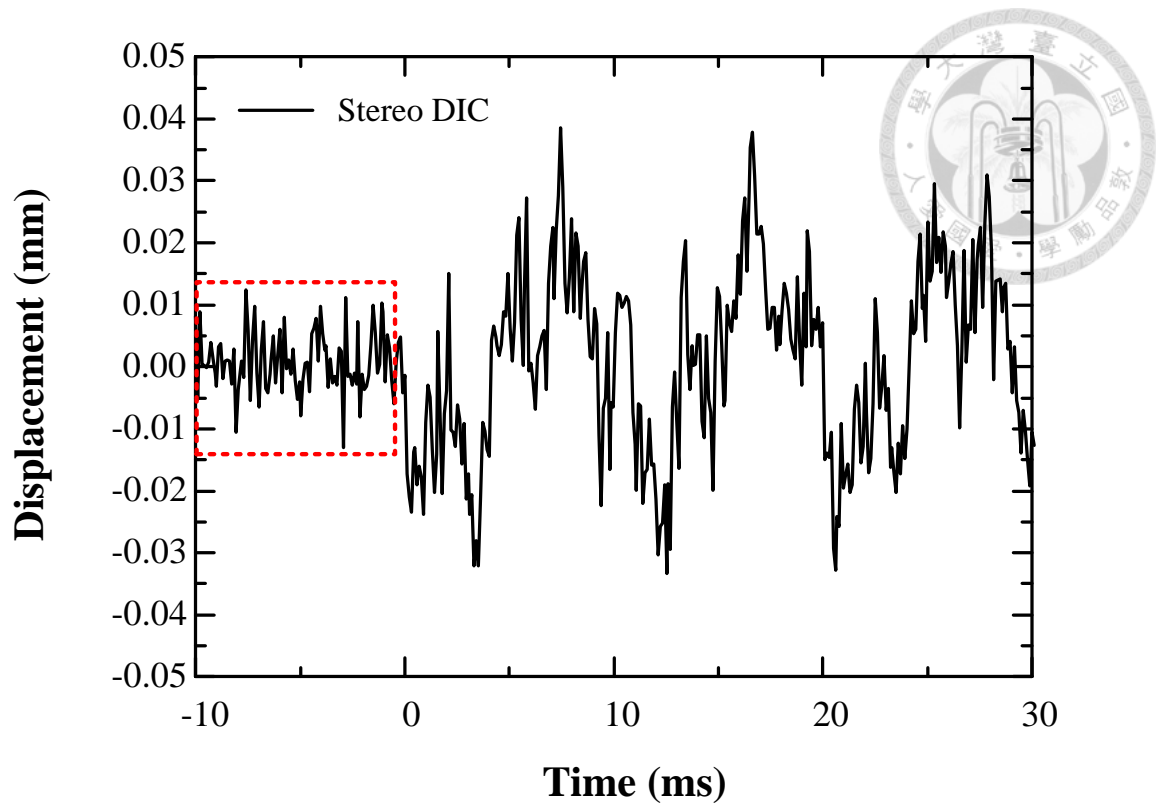


圖 4-62 Stereo DIC 量測 A 點誤差範圍

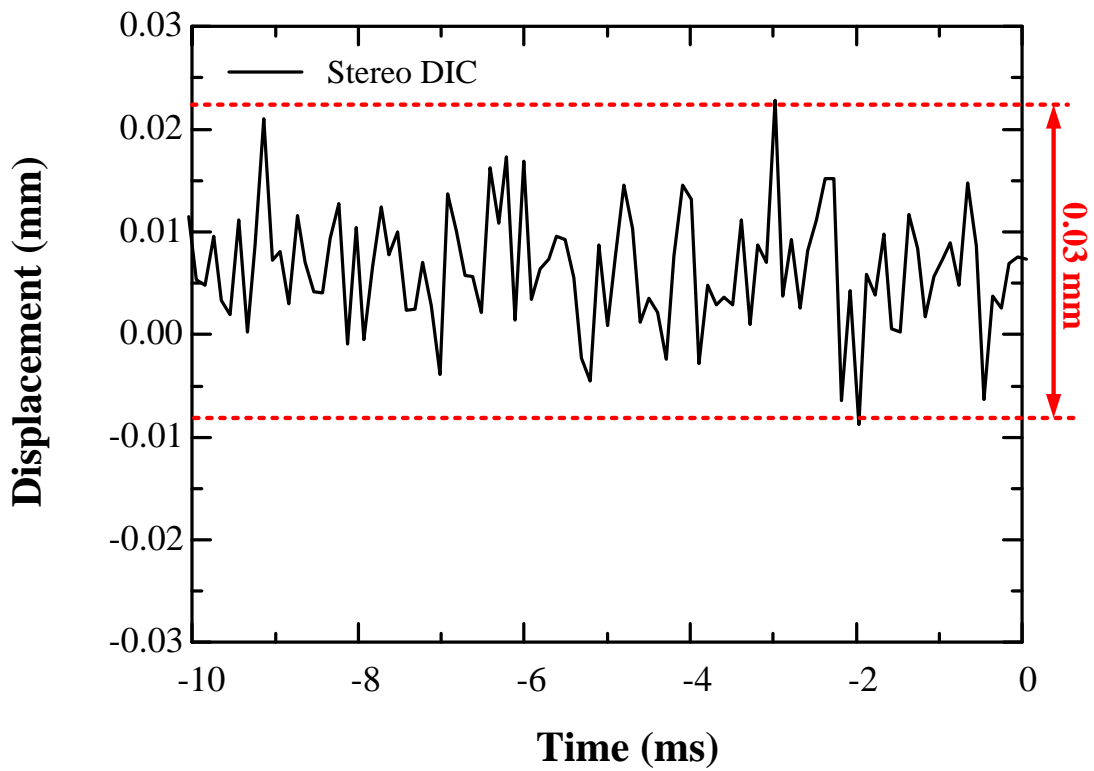
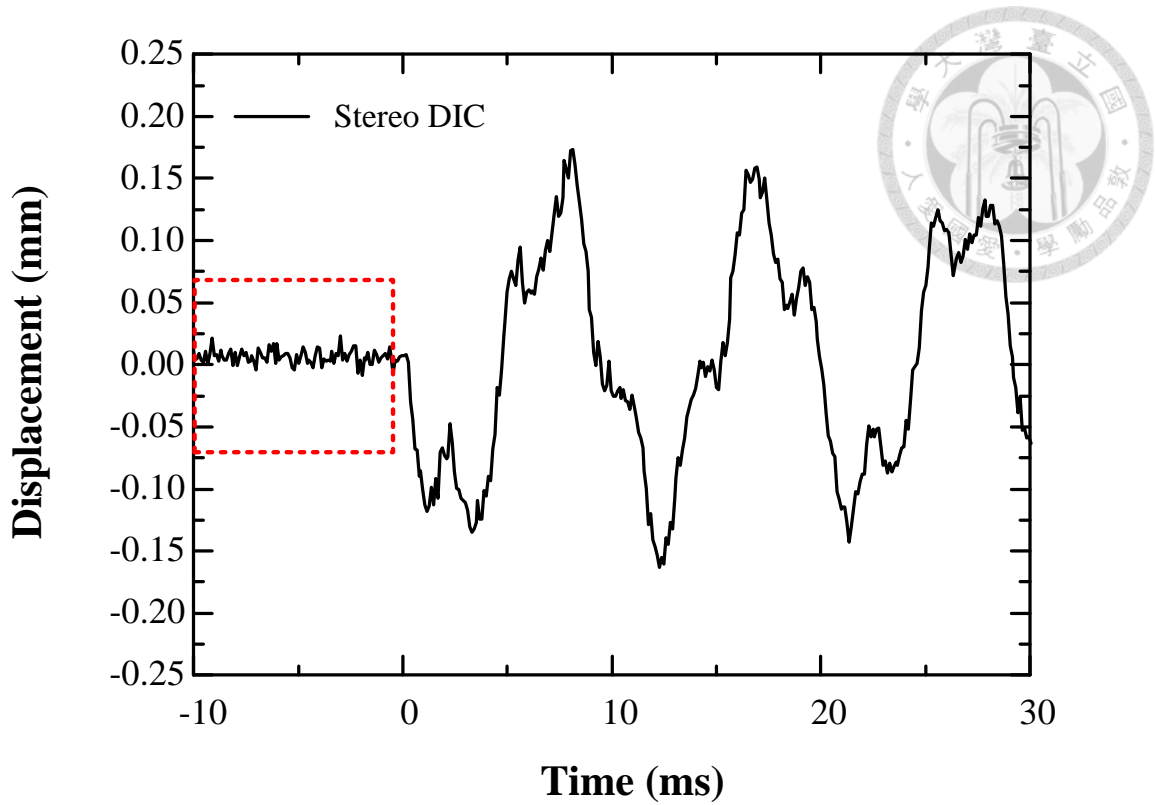


圖 4-63 Stereo DIC 量測 B 點誤差範圍

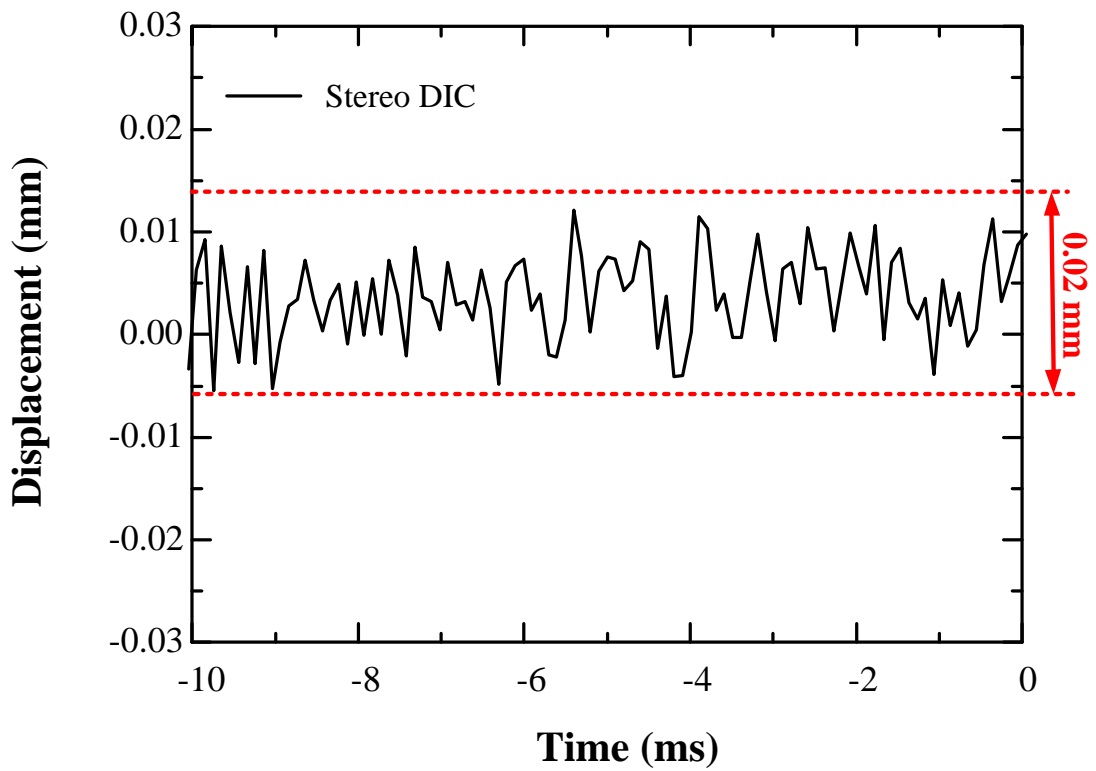
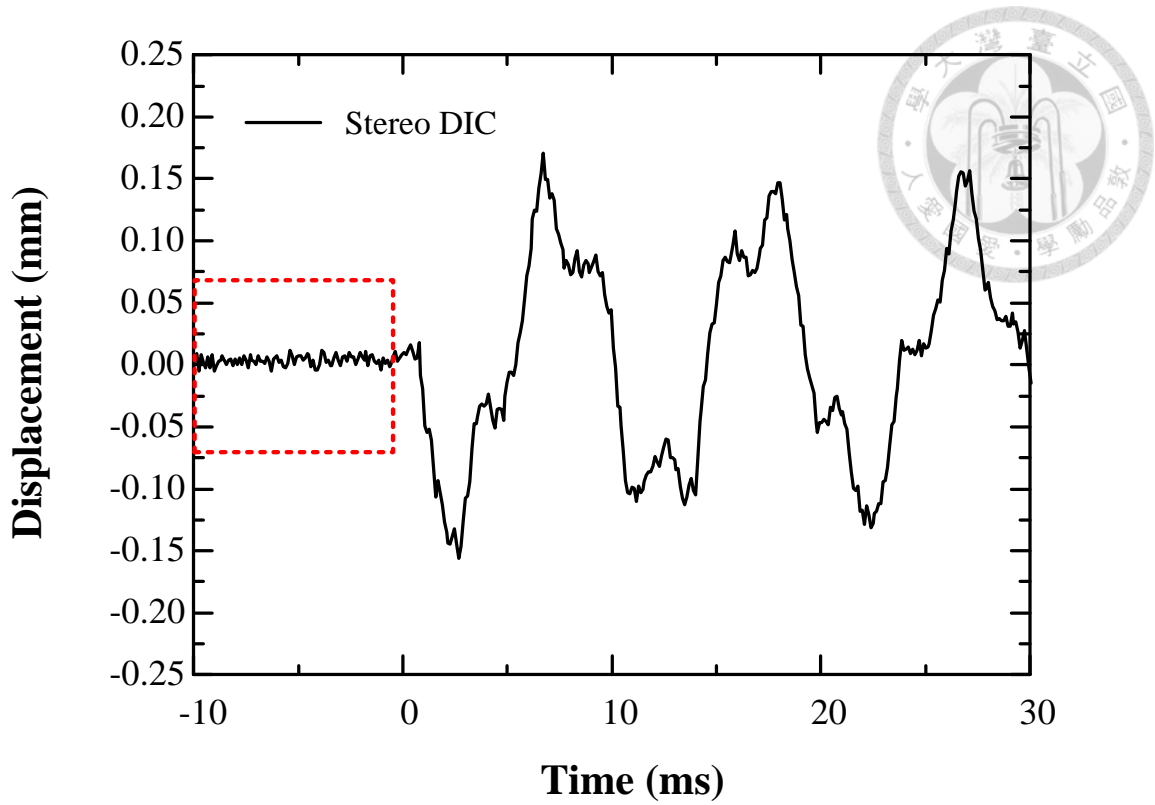


圖 4-64 Stereo DIC 量測 C 點誤差範圍

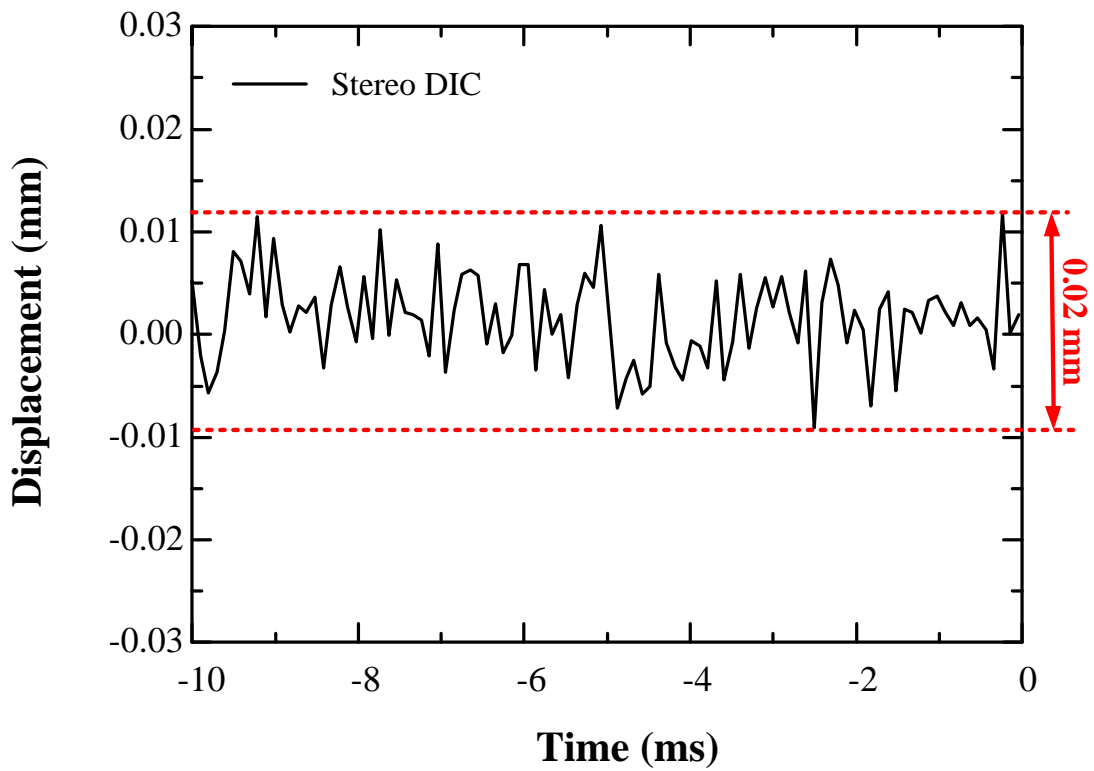
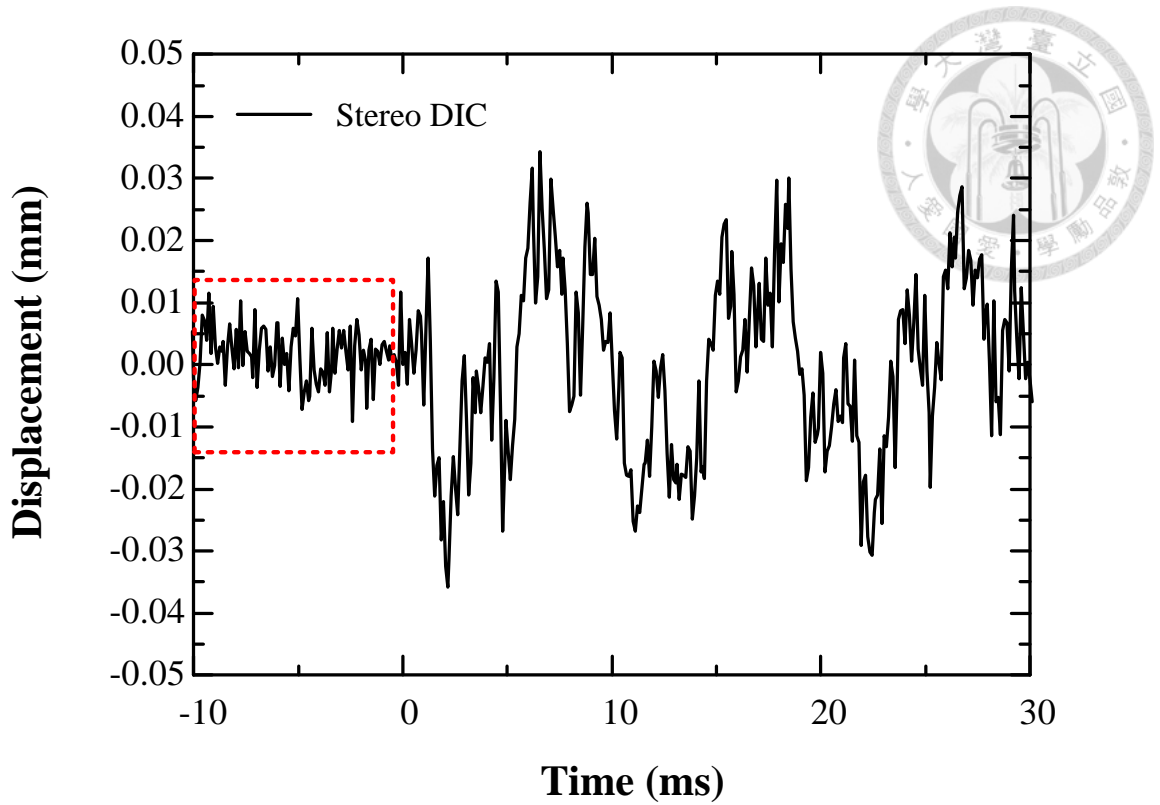


圖 4-65 Stereo DIC 量測 D 點誤差範圍

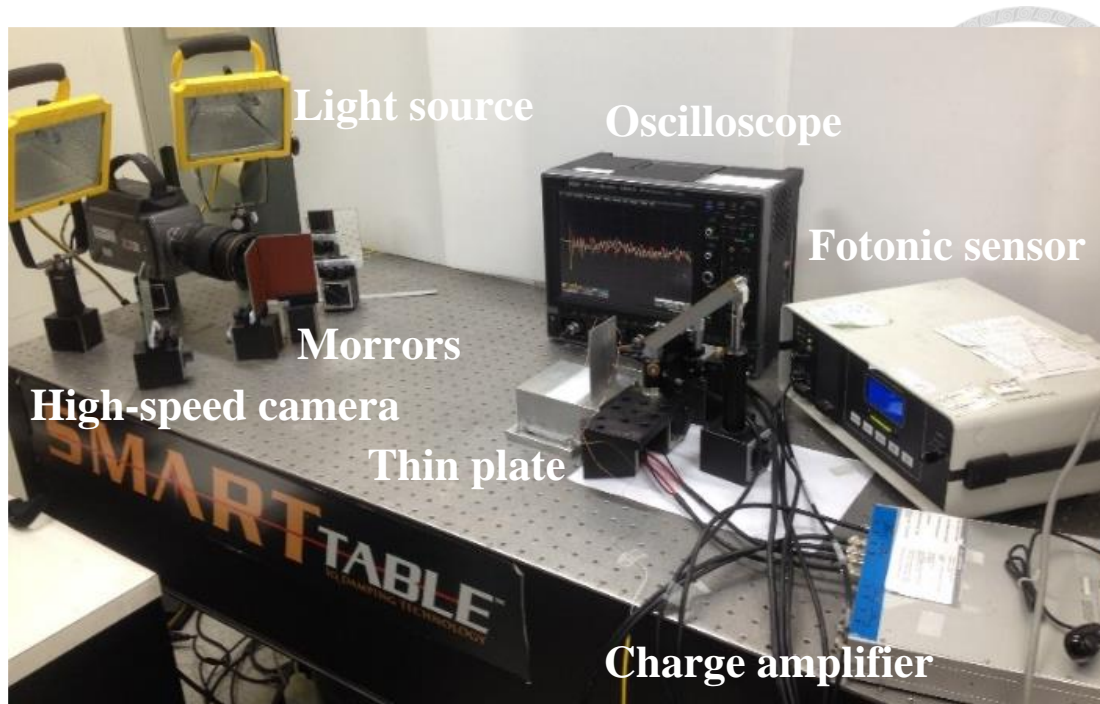


圖 4-66 實際懸臂薄板全場暫態波傳量測架設

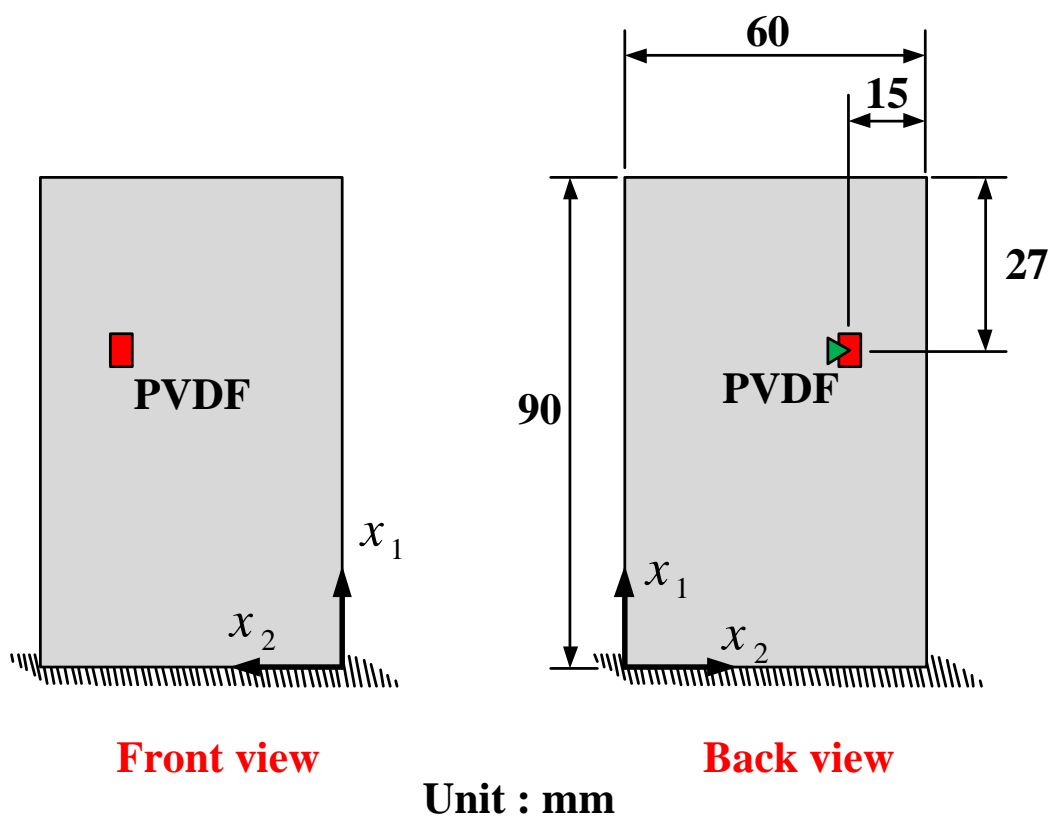


圖 4-67 懸臂薄板在不同視角下撞擊點與幾何尺寸



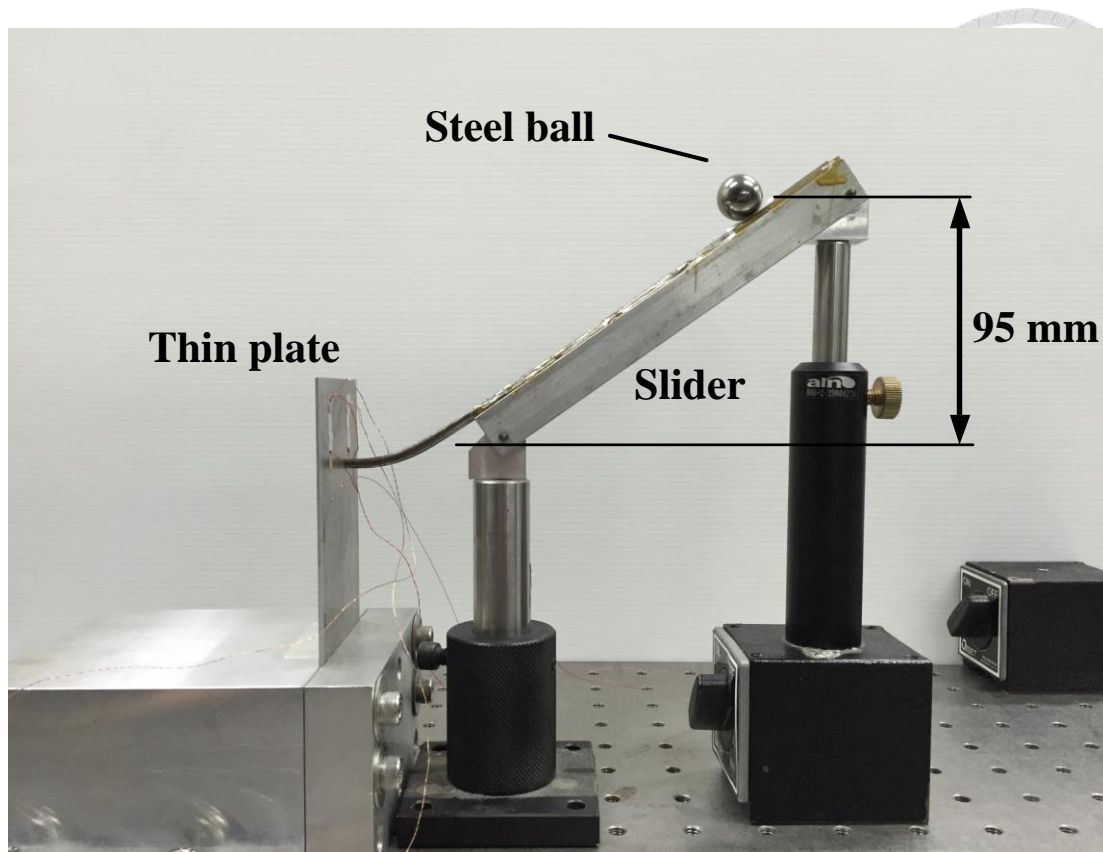


圖 4-68 鋼珠撞擊架設

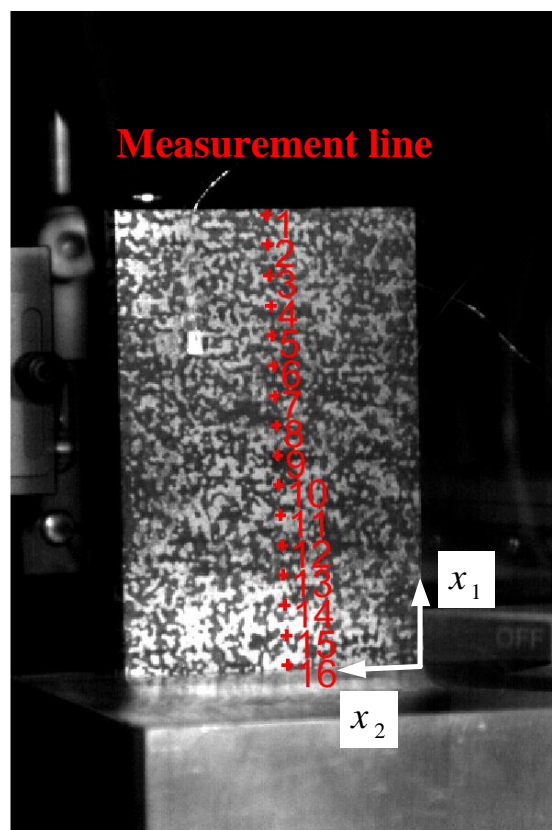


圖 4-69 Stereo DIC 量測懸臂薄板垂直中心線上 16 個點位置

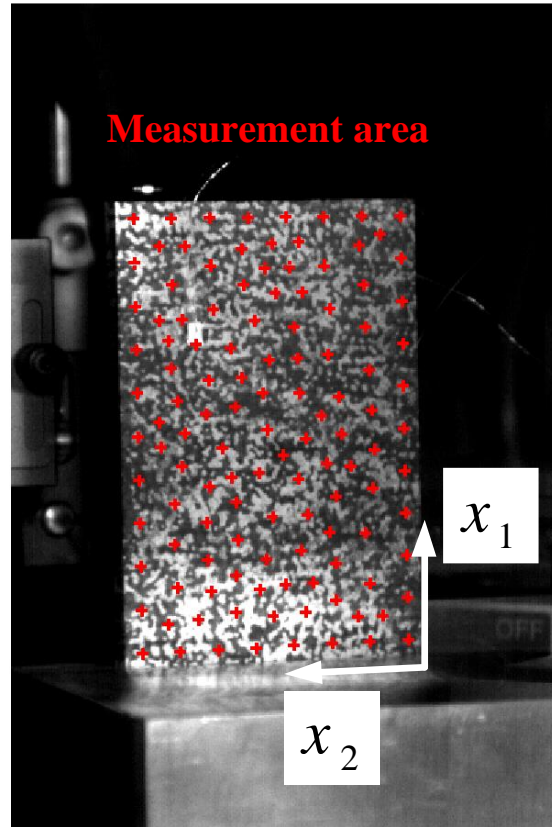


圖 4-70 Stereo DIC 全場暫態波傳量測區域

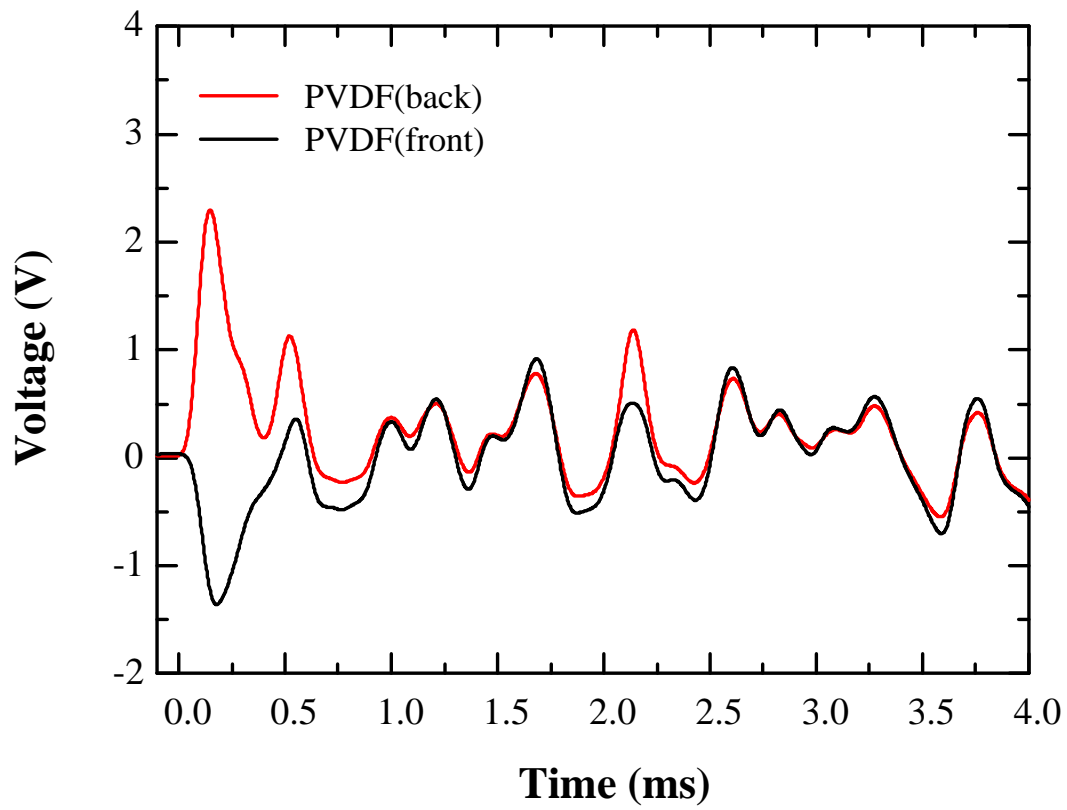


圖 4-71 鋼珠撞擊懸臂薄板的前後 PVDF 訊號

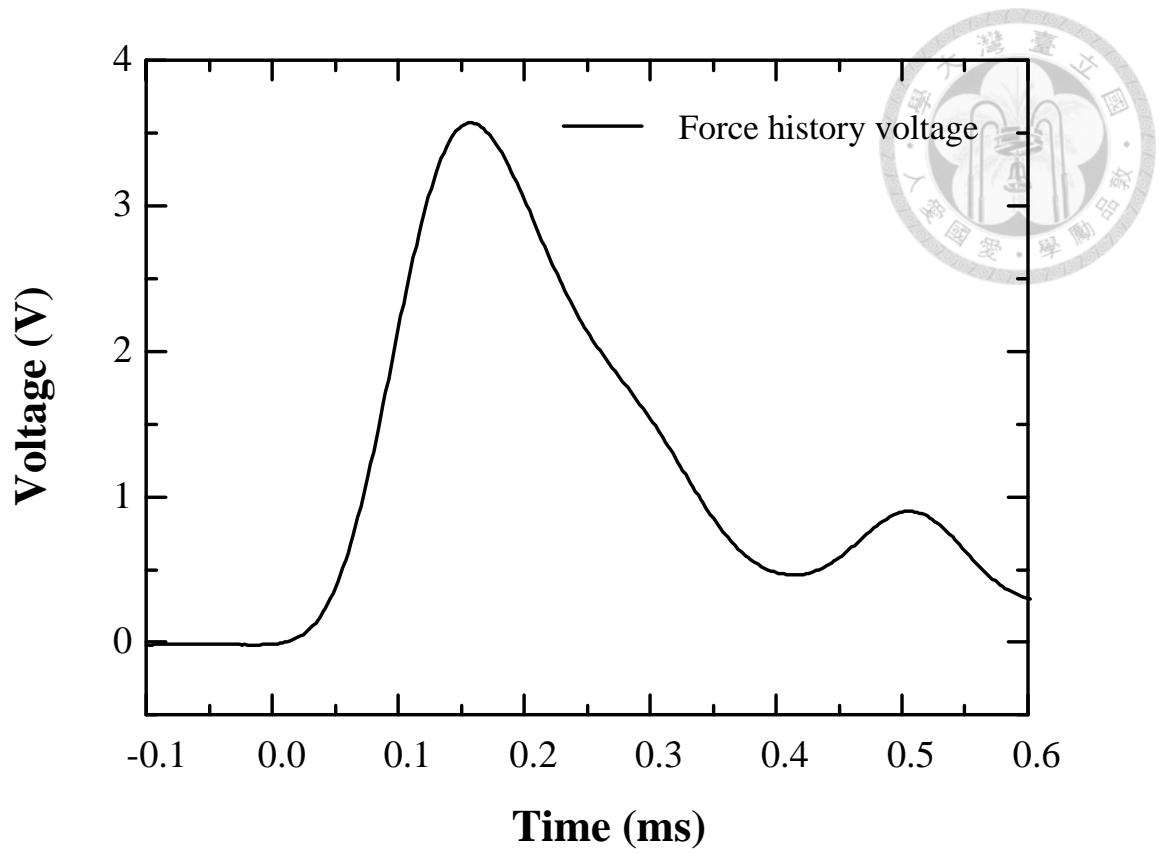


圖 4-72 鋼珠撞擊懸臂薄板的波源歷時訊號

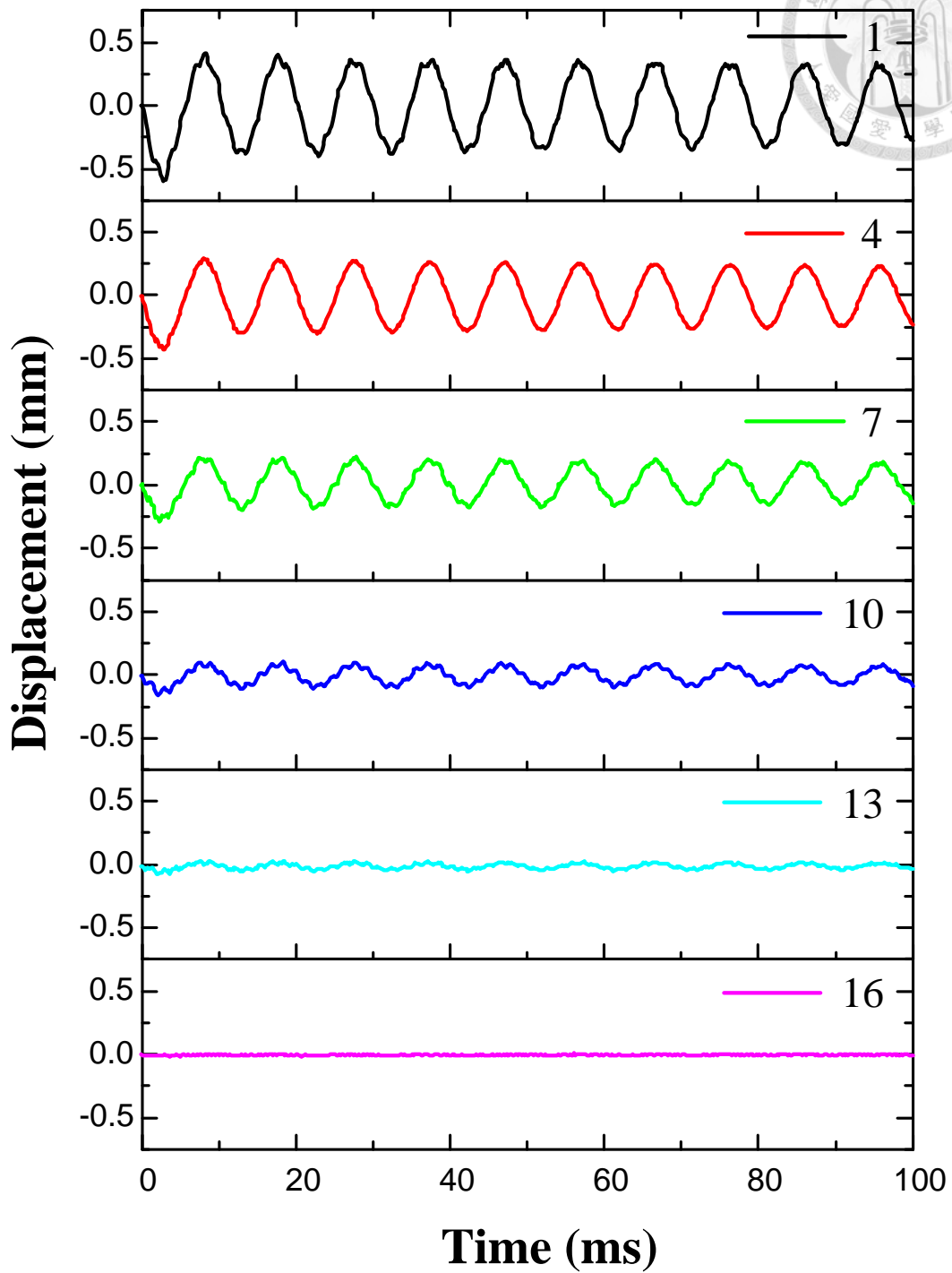


圖 4-73 Stereo DIC 量測點 1、4、7、10、13 與 16 暫態位移結果

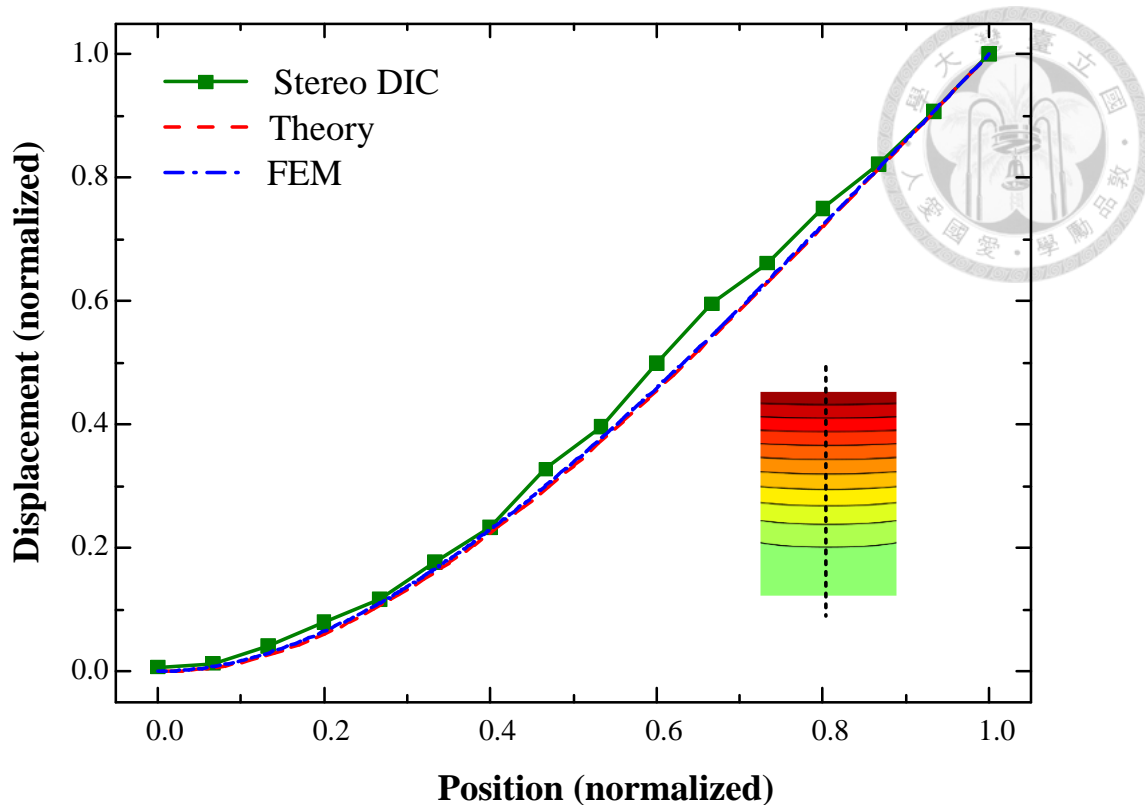


圖 4-74 Stereo DIC 量測、理論與 FEM 模擬第 1 模態位移定量比較

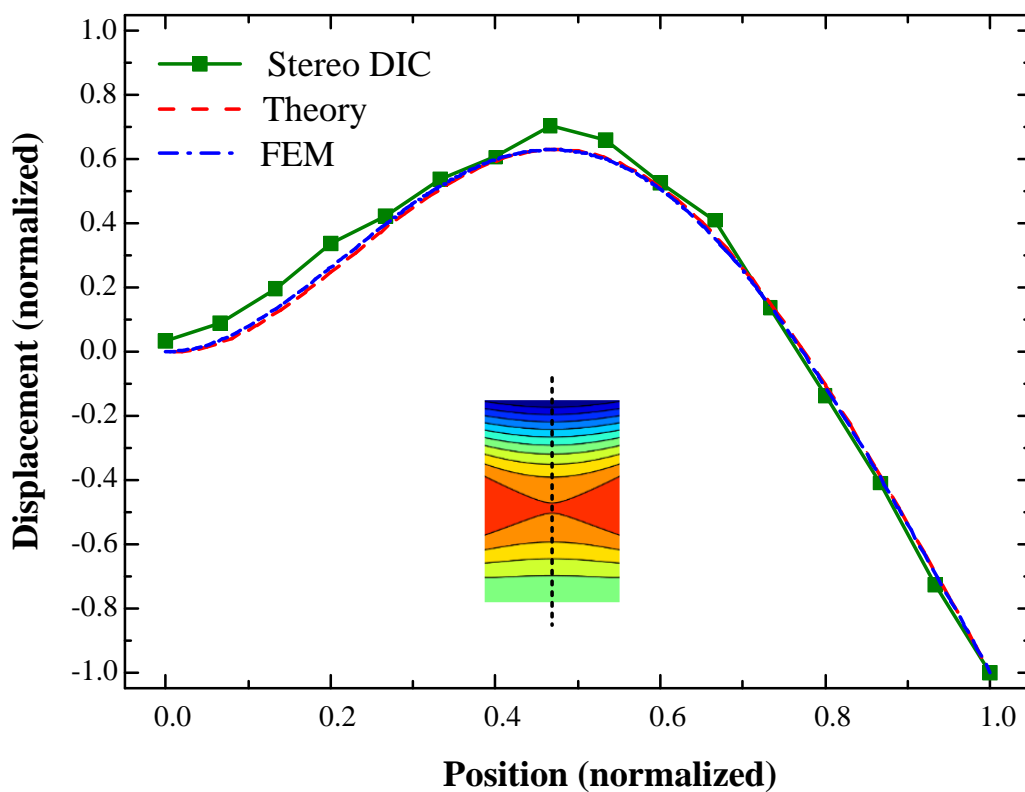


圖 4-75 Stereo DIC 量測、理論與 FEM 模擬第 3 模態位移定量比較

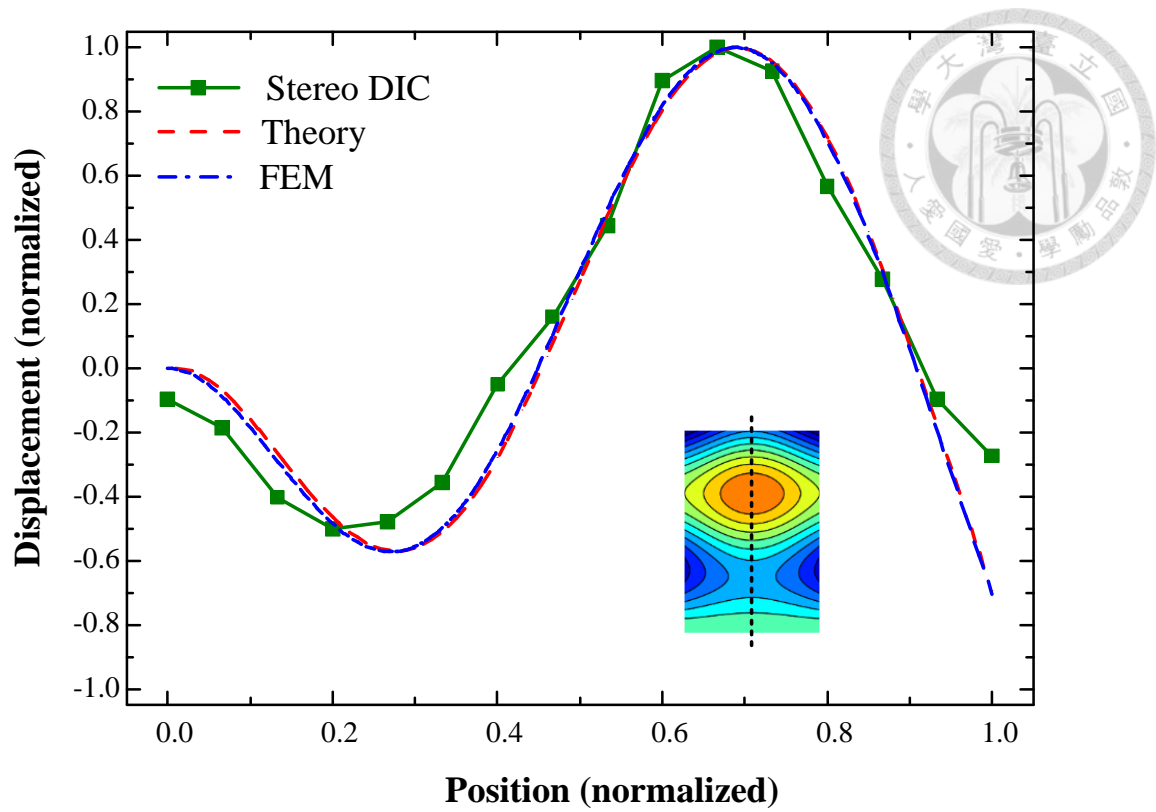


圖 4-76 Stereo DIC 量測、理論與 FEM 模擬第 6 模態位移定量比較

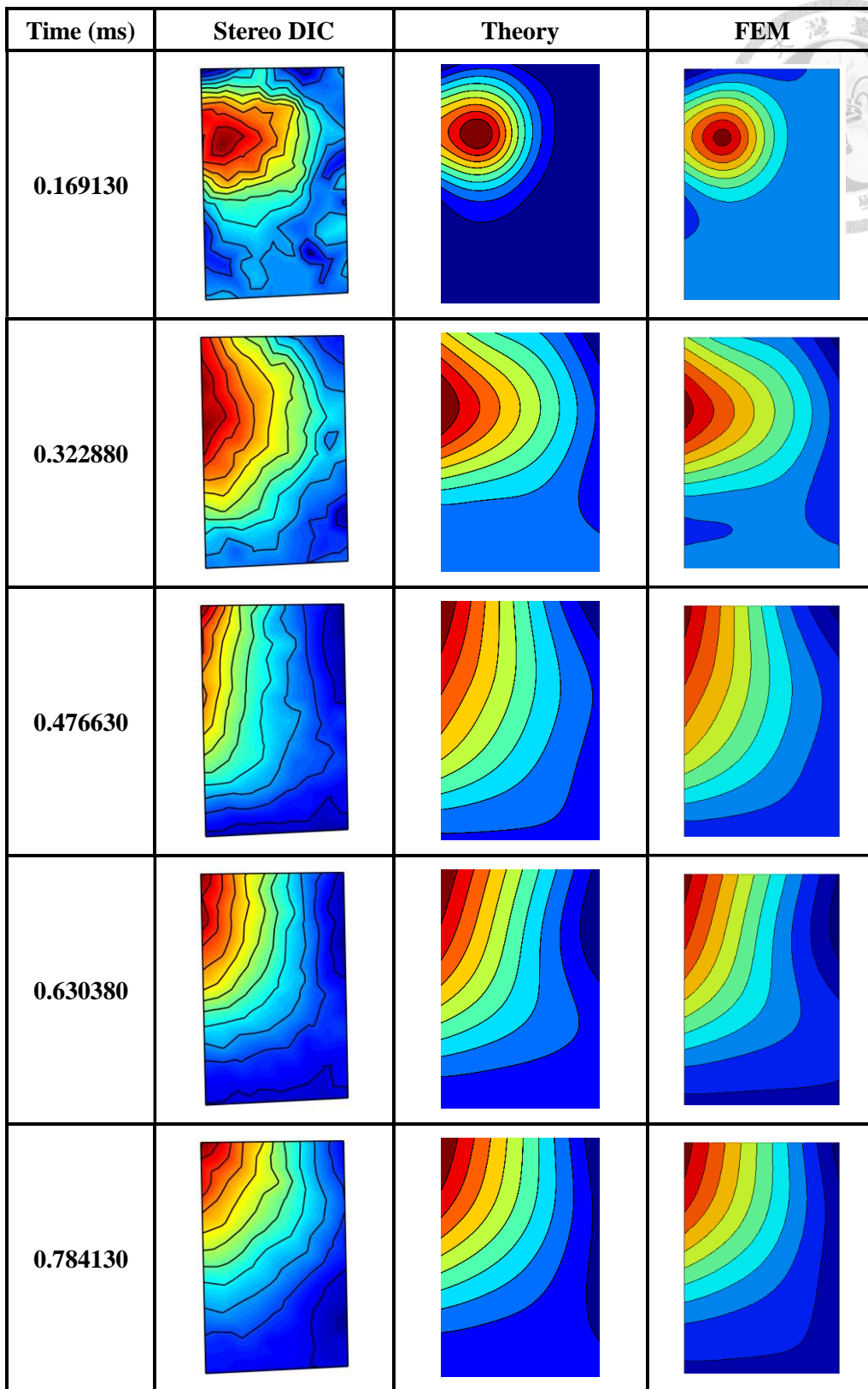


圖 4-77 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較

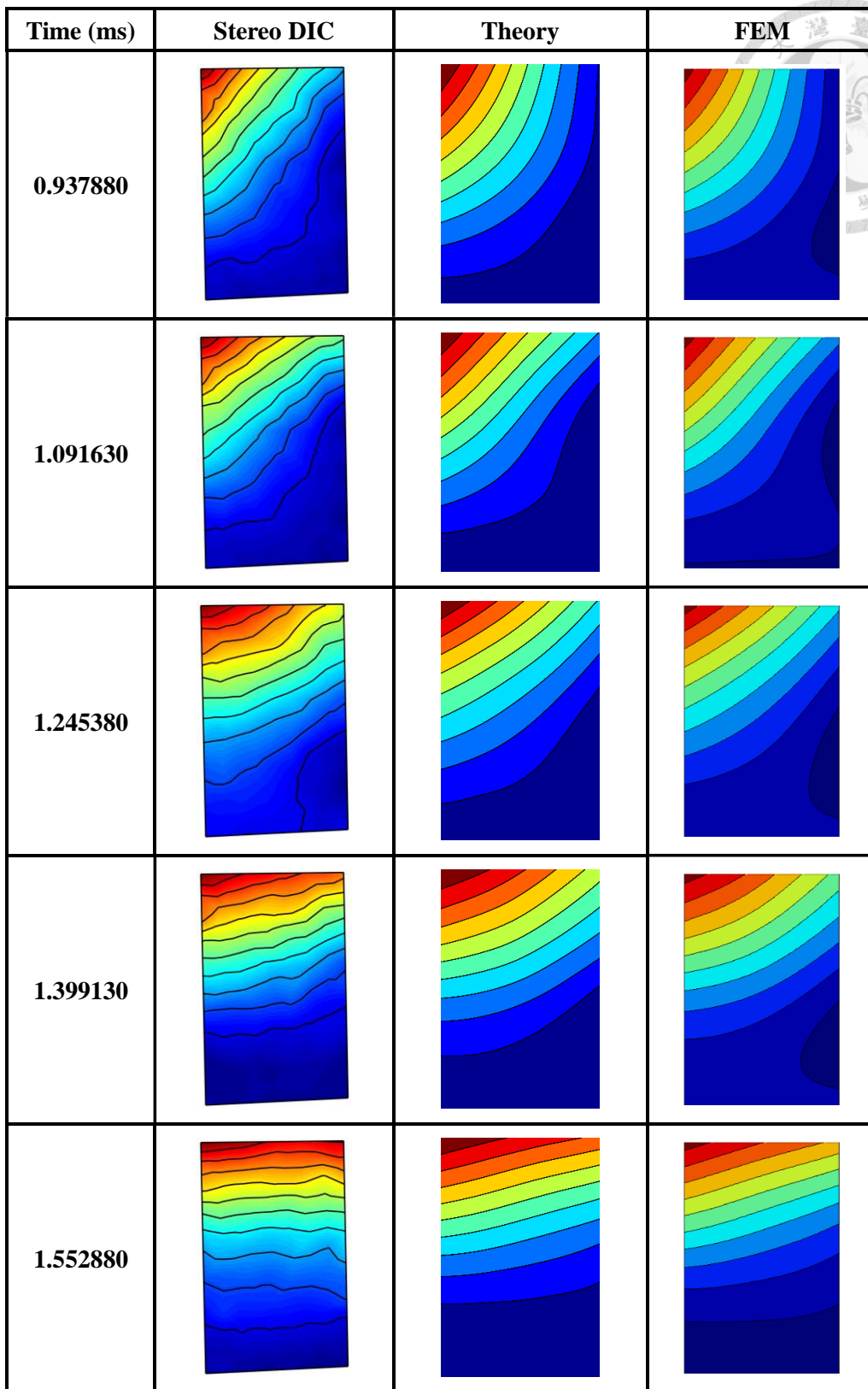


圖 4-78 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)



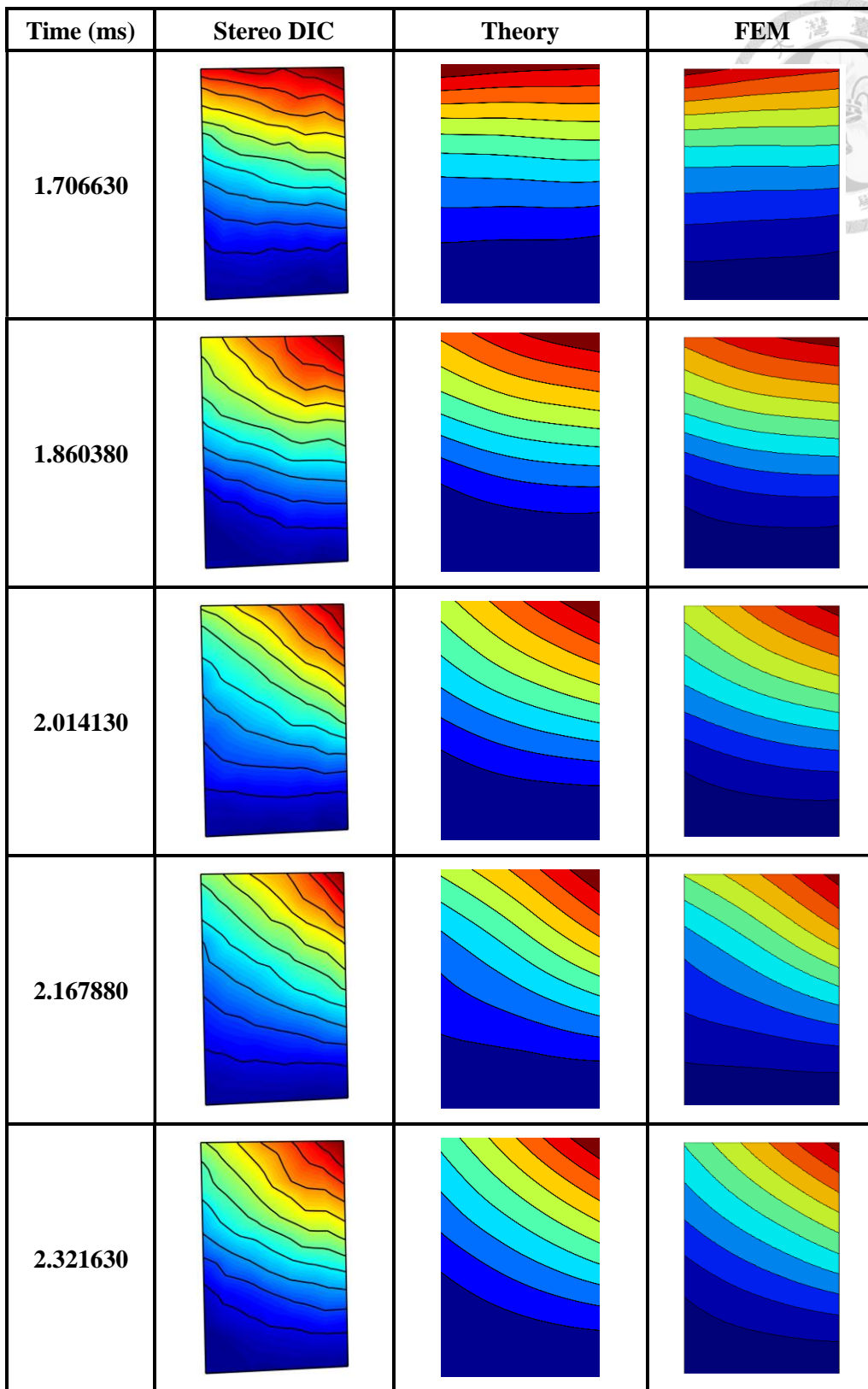


圖 4-79 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

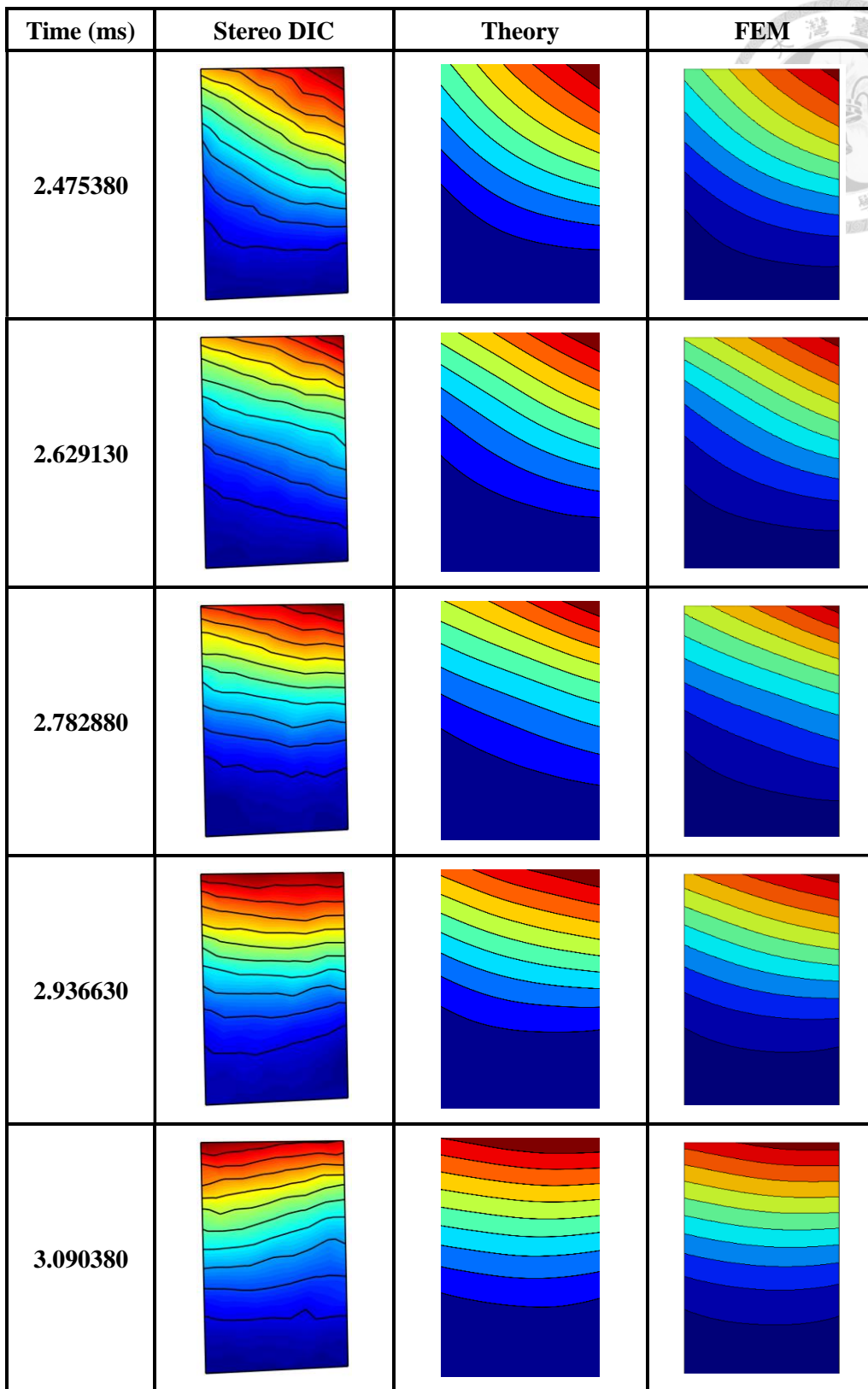


圖 4-80 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

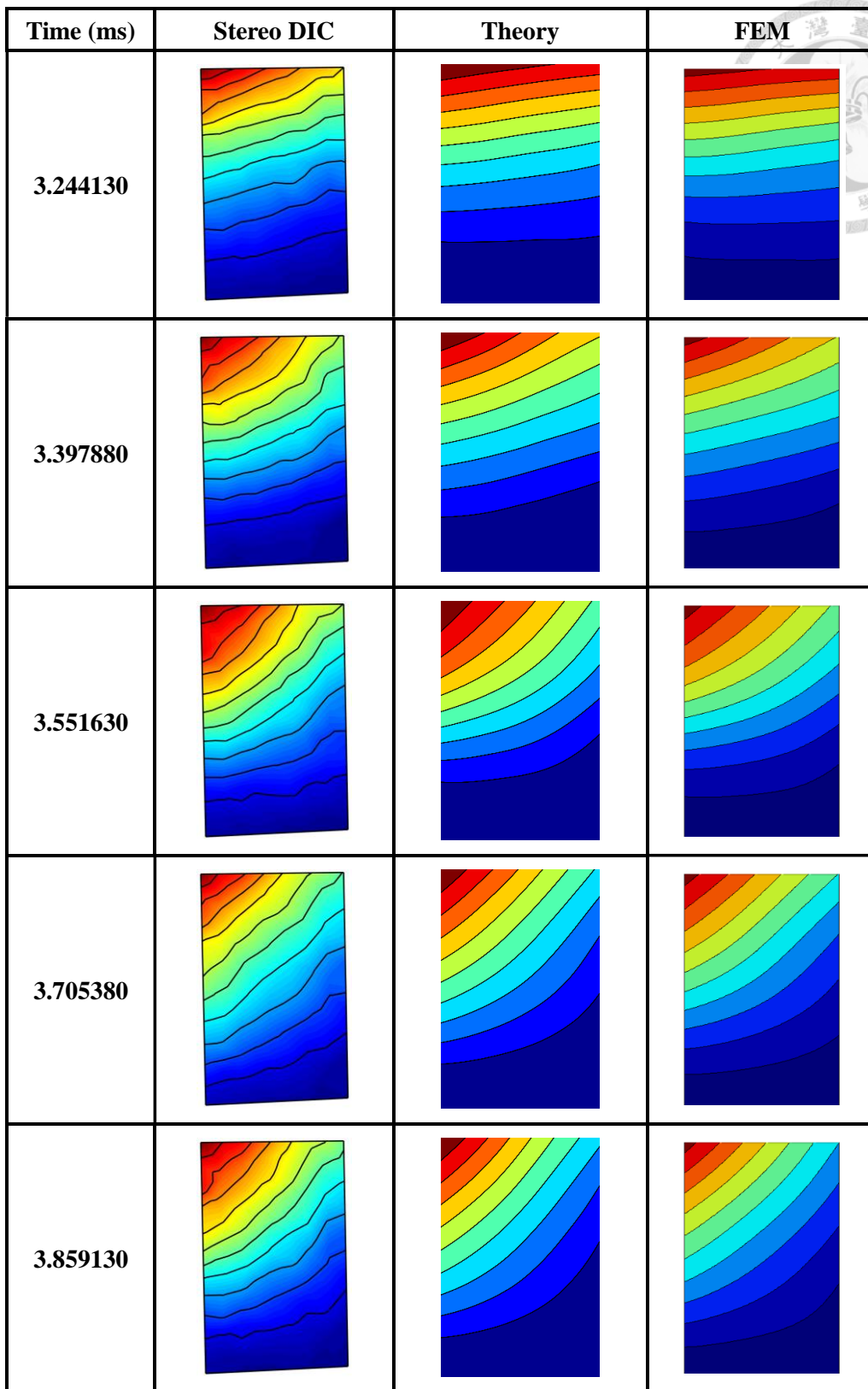


圖 4-81 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

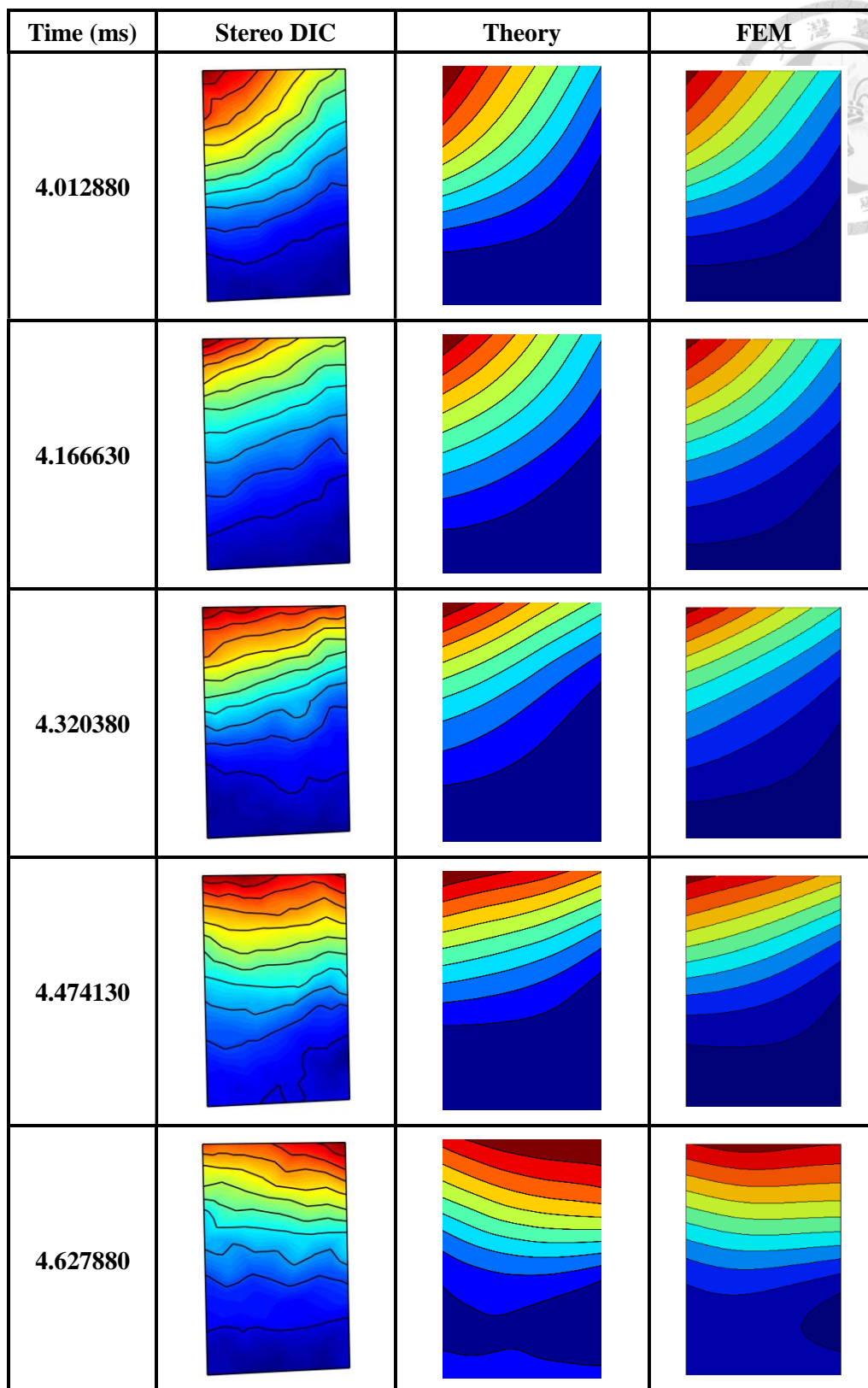


圖 4-82 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

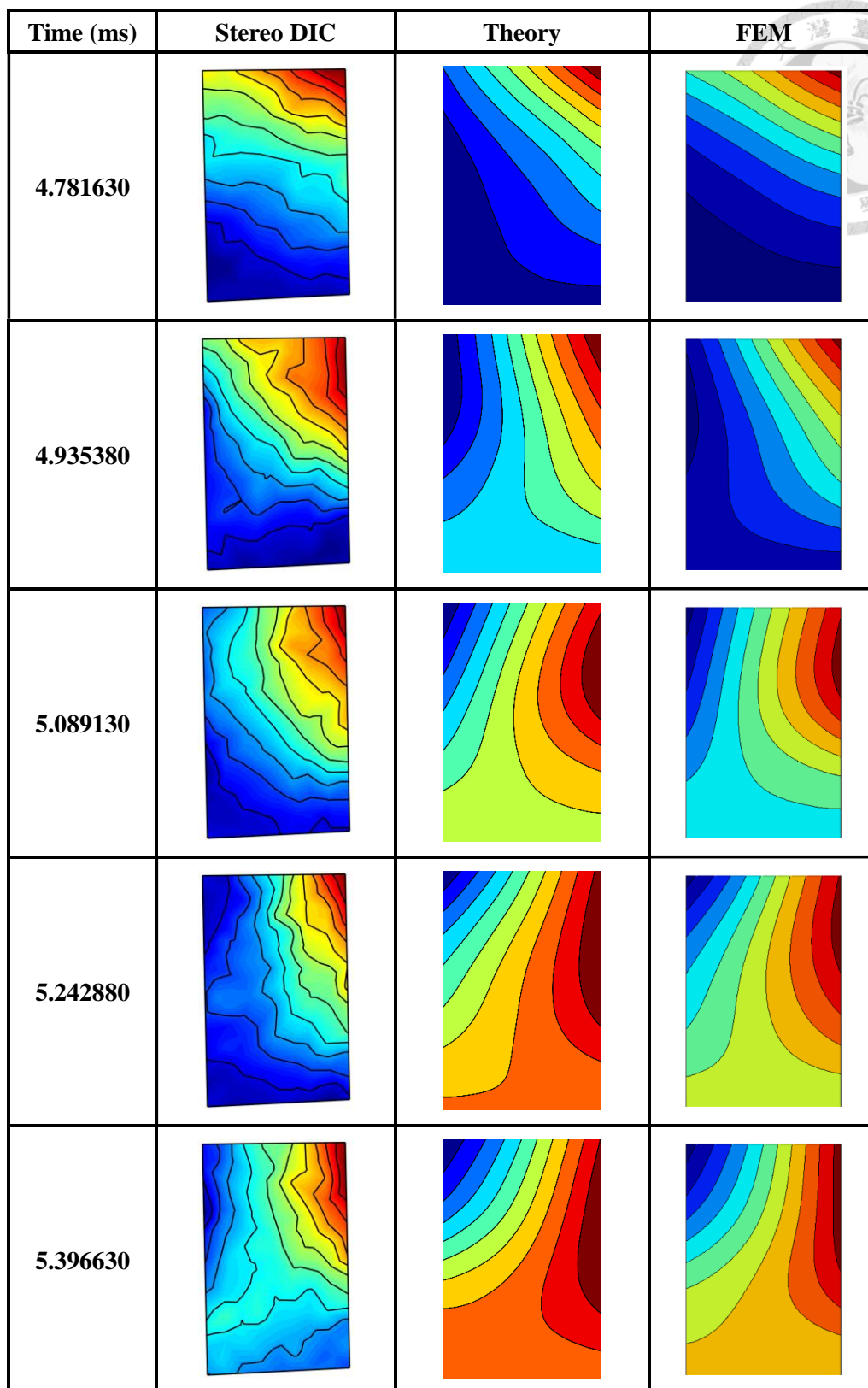


圖 4-83 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

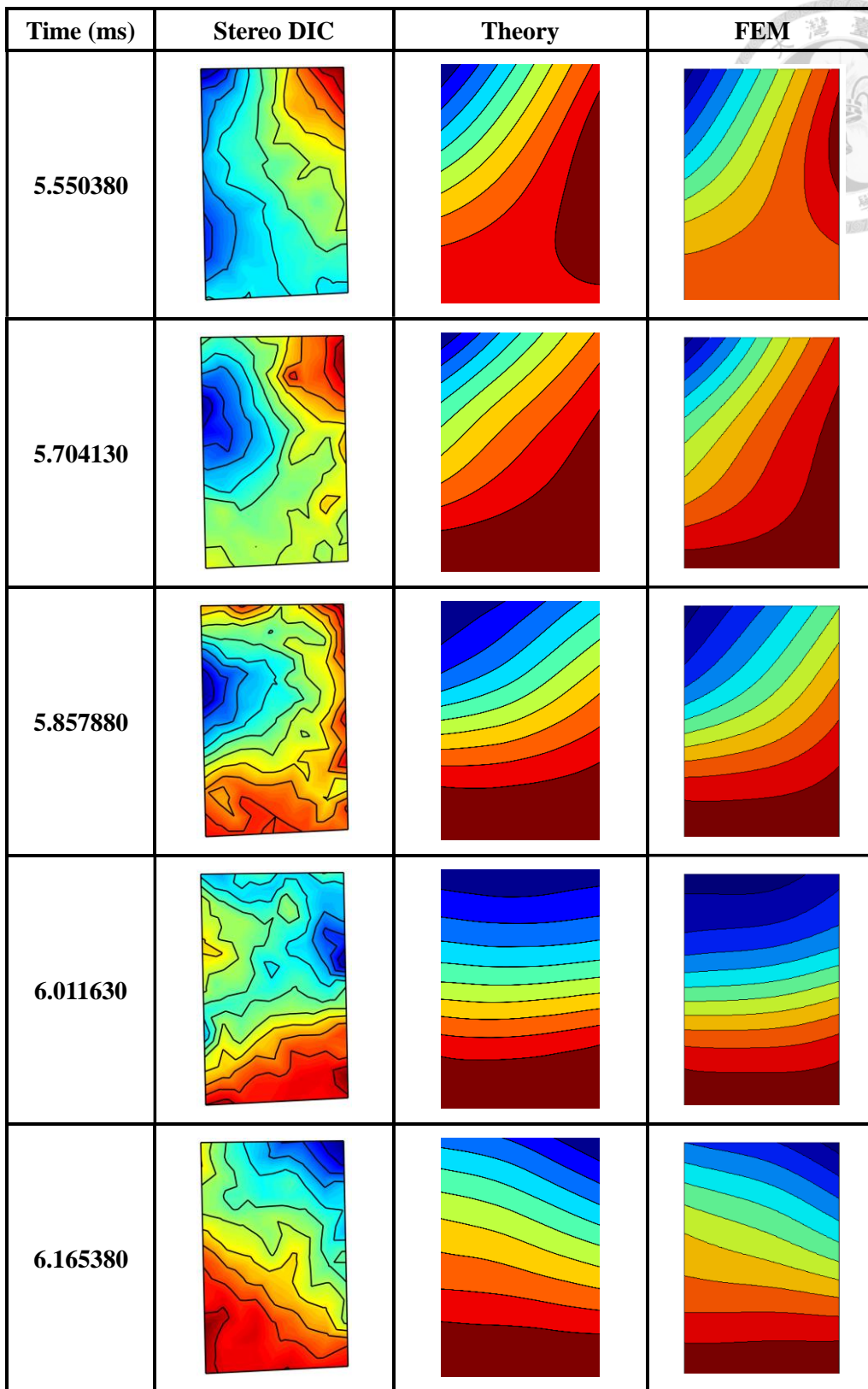


圖 4-84 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

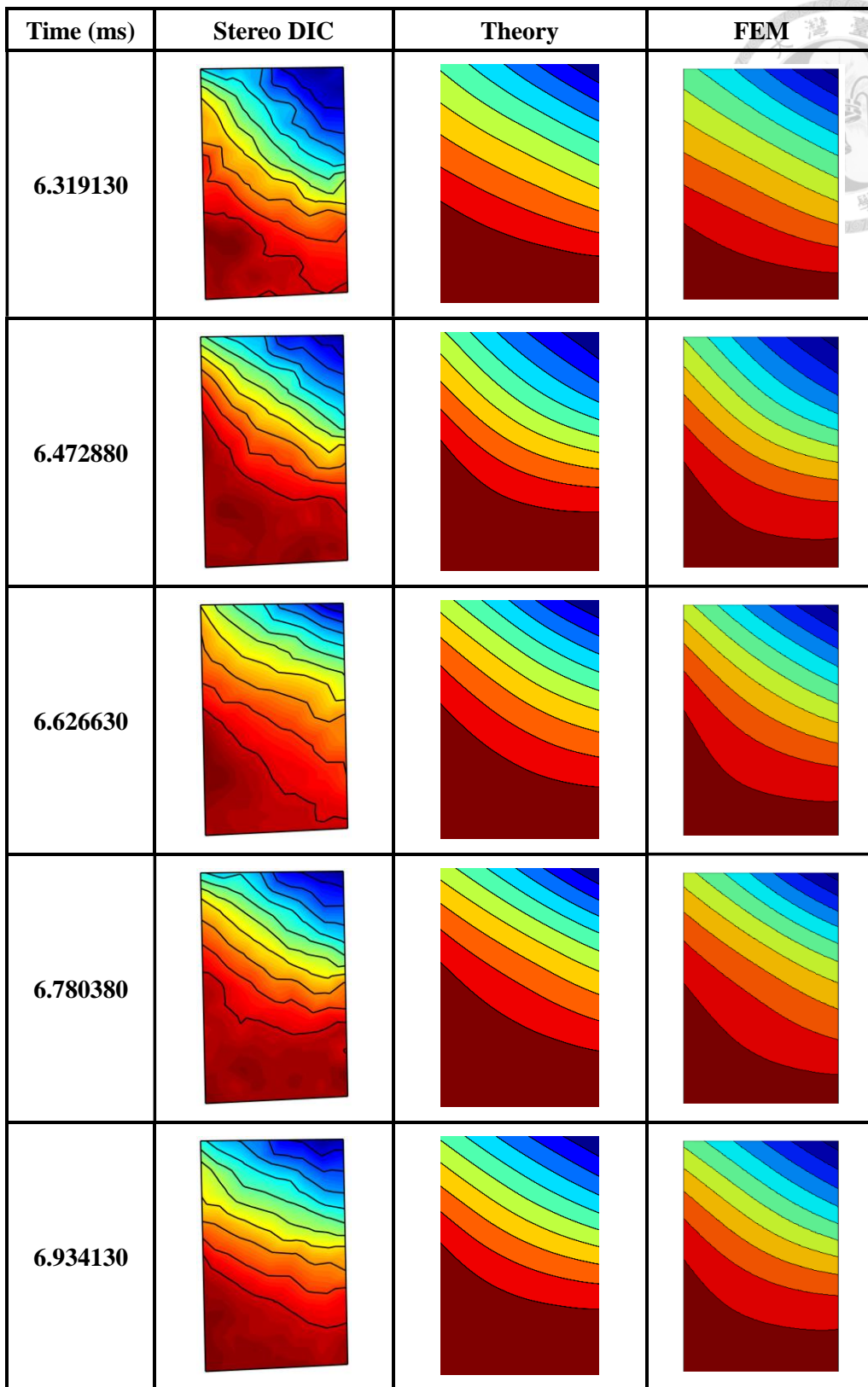


圖 4-85 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)

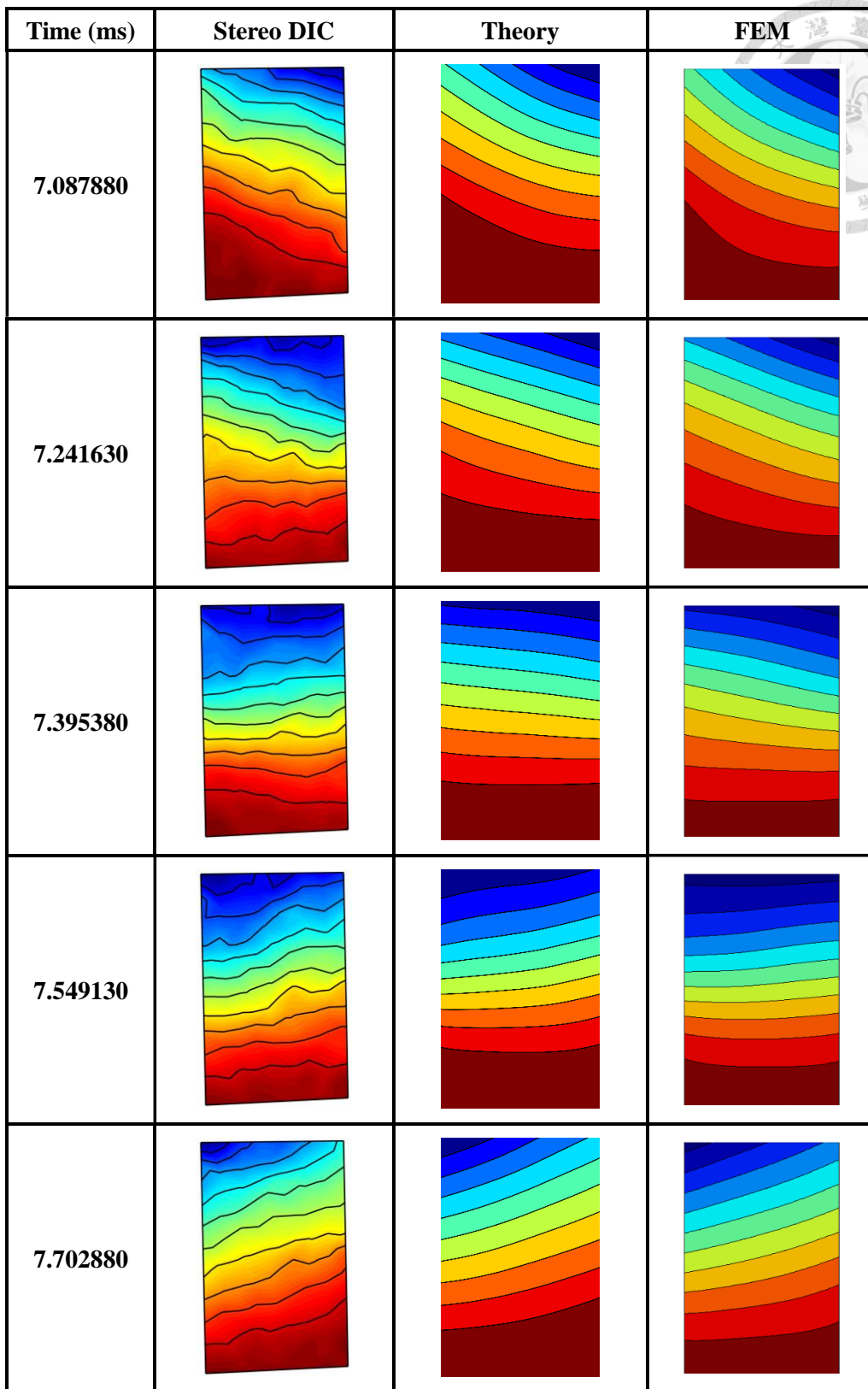


圖 4-86 Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 模擬懸臂薄板全場面外暫態振動在各個時刻下定性比較(續)



## 第五章 核電廠圍阻體結構受反覆負載下的三維變形 及裂縫生長的量測與檢測



本章主要使用自行開發的立體數位影像相關法(Stereo DIC)與二維數位影像相關法(2D DIC)技術應用於核電廠圍阻體受反覆負載下的變形實驗的精確量測。首先針對圍阻體議題做簡要的介紹與剪切裂縫計算方法的說明，將 Stereo DIC 與 2D DIC 同時量測圍阻體變形結果做比較與驗證，確認 Stereo DIC 與 2D DIC 量測的正確性後，利用 Stereo DIC 量測圍阻體的三維變形與垂直、水平方向的應變，從應變較大的區域呈現明顯的裂縫產生，進而使用 Stereo DIC 量測該區域隨著時間變化的開放裂縫寬度，最後使用 2D DIC 量測圍阻體側面剪切裂縫的位置與滑移量。

### 5.1 簡介

核能發電廠的核反應爐外部通常使用堅固的鋼筋水泥結構包圍，此重要的結構體稱為圍阻體，圍阻體的主要功能是防止核電廠發生意外時阻體內部放射性物質外洩與保護阻體內部反應爐受到外界的破壞，因此圍阻體結構強度的設計相當重要。一般來說都是使用有限元素法(FEM)計算的最大應變並乘上安全係數當作設計上的依據，而 FEM 的計算的準確性之影響因素頗多也會影響建造成本，故此實驗的主要目的在於驗證 FEM 模擬的正確性[48]。鋼筋混泥土的抗壓性質是遠優於抗拉或抗剪的性質，故鋼筋混泥土結構受到拉力或剪力的作用時容易產生裂縫，當結構的裂縫成長到一定的階段時，結構只要受到微小的外力作用，就會產生極大的變形，也會造成小裂縫成長為大裂縫而影響核電廠的安全，所以裂縫的寬度可以作為判斷鋼筋混泥土結構安全性的指標之一。在進行鋼筋混泥土的結構測試時，傳統上都是先暫停實驗並以人工方式觀察並記錄表面裂縫的生長情況，使用裂縫寬度尺量測裂縫寬度，如圖 5-1 所示，然而這種方式相當耗時、需要大量人力並具有相當的危險性，由於 DIC 光學量測方法擁有非接觸式、全場定量

位移量測的優點，吸引土木工程方面的學者應用於混凝土結構變形分析與裂縫觀察[49][50]，因此本研究使用 Stereo DIC 量測圍阻體試片受到反覆負載下的三維變形與開放裂縫(Open crack)寬度，同時使用 2D DIC 驗證 Stereo DIC 量測的正確性，並使用 2D DIC 量測圍阻體剪切裂縫(Shear crack)的位置與滑移量。

剪切裂縫的量測方式參考 Yang[50]等人的做法，如圖 5-2 所示，A 為裂縫上方的部份，B 為裂縫下方的部份，O 點為預將量測剪切裂縫滑移的量測點，U、D、L 與 R 點分別為 O 上下左右鄰近的量測點， $\theta$  為裂縫的角度與水平線夾角，A 部份與 B 部份在 X 與 Y 方向的位移分別為  $A_u$ 、 $A_v$ 、 $B_u$  與  $B_v$ ，考慮  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  的情況下， $A_u$ 、 $A_v$ 、 $B_u$  與  $B_v$  可以表示為

$$\begin{aligned} A_u &= \frac{U_u + L_u}{2}, A_v = \frac{U_v + L_v}{2} \\ B_u &= \frac{D_u + R_u}{2}, B_v = \frac{D_v + R_v}{2} \end{aligned} \quad (5.1)$$

$U_u$ 、 $U_v$ 、 $D_u$ 、 $D_v$ 、 $L_u$ 、 $L_v$ 、 $R_u$  與  $R_v$  分別代表鄰近 O 點上下左右量測點的 X 與 Y 方向的位移，此時忽略開放裂縫(Open crack)的影響，則 O 點的滑移量  $S$  為

$$S = \sqrt{(A_u - B_u)^2 + (A_v - B_v)^2} \quad (5.2)$$

若考慮  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  的情況下， $A_u$ 、 $A_v$ 、 $B_u$  與  $B_v$  則為

$$\begin{aligned} A_u &= \frac{U_u + R_u}{2}, A_v = \frac{U_v + R_v}{2} \\ B_u &= \frac{D_u + L_u}{2}, B_v = \frac{D_v + L_v}{2} \end{aligned} \quad (5.3)$$

同樣地帶入(5.2)式可以得到 O 點的滑移量  $S$ 。

## 5.2 實驗架設

實驗的研究計畫由臺灣國家地震中心與美國休士頓大學共同合作，圍阻體結構的設計必須盡可能地接近真實核電廠圍阻體的構造，本實驗中使用 1/13 比例的圍阻體，結構的設計基於先進沸水反應器(Advanced Boiling Water Reactor,

ABWR)圍阻體的結構原型[51]，如圖 5-3 所示，該圍阻體的真實尺寸的高為 29.5 m、半徑為 15.5 m、厚度為 2.0 m，如圖 5-4 所示。本實驗結構包括三個部分，分別為上板、鋼筋混泥土容器與下板，上板與下板的長、寬與高分別為 3500 mm、3500 mm 與 730 mm，而鋼筋混泥土容器外徑、厚度與高度分別為 2500 mm、150 mm 與 2250 mm，實驗試片尺寸如圖 5-5 所示，為一圓柱狀的結構體。

圖 5-6 與圖 5-7 分別為實際實驗架設與圍阻體近照圖片，實驗時下板為固定端，上板為自由端，設計一組鋼架夾具鎖固於試片上板部分，同時讓圍阻體能夠均勻受到水平方向的外力加載，並使圍阻體的位移方向不會產生偏斜，實驗中同時使用八個水平方向油壓致動器作為外力來源，致動器採用位移控制方式，實驗進行時以準靜態方式來回地推拉試體，整個實驗中致動器位移控制歷程如圖 5-8 所示，以漂移率(Drift ratio)表示，漂移率為致動器推動的位移對於試片高度的百分比率。整體實驗量測系統分為試片內部與外部量測系統，內部量測儀器包括應變規，量測鋼筋混泥土的應變，黏貼於事先選擇的位置上，外部量測儀器包括荷重計、直線電壓位移計、量表、NDI 感測器、與本實驗室所支援的 2D DIC 系統與 Stereo DIC 系統，本論文主要集中探討應用 2D DIC 與 Stereo DIC 系統對於圍阻體反覆負載實驗量測結果，而其他量測系統的量測結果的數據仍在整理中。

2D DIC 與 Stereo DIC 系統實驗架設示意圖如圖 5-9 所示，本章中統一使用示意圖中的藍色箭頭的座標系統，水平油壓致動器位移方向為 Z 方向，Stereo DIC 系統量測試片東邊的表面，而 2D DIC 系統則是量測試片北邊的表面。Stereo DIC 系統使用兩台 Point grey 工業相機，每秒拍攝一張影像，影像解析度為 1920×1200 pixel，空間參數大約為 0.92 mm/pixel，使用電腦同步控制兩台相機快門並儲存影像資料。2D DIC 系統使用 D800，影像解析度為 1920×1080 pixel，空間參數大約為 1.1 mm/pixel，使用錄影模式每秒拍攝 60 張影像。實驗進行前，Stereo DIC 系統必須事先使用校正板校正，得到左右相機的內部參數與視角空間參數，其校正畫面如圖 5-10 與圖 5-11 所示，一共 14 組左右的校正影像，每一組影像中各自有已知的全域座標(Global coordinate)與左右影像座標(Image coordinate)，

由這 14 組世界座標與左右影像座標求出左右相機各自的內部參數矩陣  $\mathbf{K}_L$  與  $\mathbf{K}_R$ ，以及左右相機之間的座標剛體旋轉  $\mathbf{R}_{L-R}$  與平移  $T_{L-R}$  的外部參數矩陣，再將 14 組世界座標代入相機的參數矩陣計算出 14 組新的左右影像座標，最後將先前的左右影像座標與新的左右影像座標求出 14 組平均誤差，圖 5-12 為 Stereo DIC 系統的校正結果，本次實驗中 Stereo DIC 系統整體平均誤差為 0.95 *pixel*，而左右影像的內部參數矩陣  $\mathbf{K}_L$  與  $\mathbf{K}_R$  分別為

$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} 4.5928 \times 10^3 & 0 & 1.1858 \times 10^3 \\ 0 & 4.5732 \times 10^3 & 0.5461 \times 10^3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{K}_R = \begin{bmatrix} 5.1805 \times 10^3 & 0 & 1.8375 \times 10^3 \\ 0 & 5.1655 \times 10^3 & -0.4350 \times 10^3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

且左影像與右影像間的剛體旋轉矩陣  $\mathbf{R}_{L-R}$  與剛體平移矩陣  $T_{L-R}$  分別為

$$\mathbf{R}_{L-R} = \begin{bmatrix} 0.8772 & 0.0822 & 0.4730 \\ -0.1819 & 0.9687 & 0.1689 \\ -0.4443 & -0.2341 & 0.8647 \end{bmatrix}, T_{L-R} = \begin{bmatrix} -2.9842 \times 10^3 \\ 0.2306 \times 10^3 \\ 1.1585 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

由於 Stereo DIC 量測系統座標系的 Z 軸並非與圍阻體位移方向重合，因此如圖 5-13 所示，使用 Stereo DIC 量測圖中八個點的空間位置，並使用最小平方法求出綠色平面後，求導綠色平面的法線方向，建立一個垂直於綠色平面之座標系，接下來 Stereo DIC 系統所量測到的位移都會轉換到該座標系上。

## 5.3 實驗結果與探討

### 5.3.1 Stereo DIC 與 2D DIC 量測

首先驗證 Stereo DIC 與 2D DIC 系統量測結果的正確性，將 Stereo DIC 與 2D DIC 系統量測同一個水平高度位置點在 Z 方向位移結果進行比對。圖 5-14 為 Stereo DIC 與 2D DIC 系統量測點位置之示意圖，圖 5-15 與圖 5-16 分別為 Stereo

DIC 系統量測點位置與實際圖片，一共 7 個量測點，由於裂縫會干擾 Stereo DIC 系統量測，故量測點偏離中心線  $112.5\text{ mm}$ ，圖 5-17 與圖 5-18 為 2D DIC 系統量測點位置與實際圖片，一共 7 個量測點，水平高度分別對應 Stereo DIC 系統的量測點。Stereo DIC 與 2D DIC 系統並非完整量測整個實驗，圖 5-19 為水平油壓致動器位移、Stereo DIC 量測點 1 與 2D DIC 量測點 1\* 在 Z 方向位移歷程，本章以 Stereo DIC 系統開始量測的時間設為 0，接下來的時間表示都是以 Stereo DIC 系統的時間軸為基準。

圖 5-20 與圖 5-21 分別為 Stereo DIC 與 2D DIC 系統各量測的 7 個量測點在 Z 方向隨著時間的位移量，兩張圖中都顯示隨著量測點位置越靠近上板則位移量越大，而靠近下板的位移量值就越小，接著將 Stereo DIC 與 2D DIC 系統量測相同水平高度的點分別進行比較，如圖 5-22 到圖 5-28 所示，這七張圖顯示出在相同水平高度下，即使 Stereo DIC 與 2D DIC 系統是量測不同位置在 Z 方向的位移量的結果相當接近，實驗時間在 2000 秒以後所量測到的位移量開始有些微的不同，原因是因為此時圍阻體試片局部的裂縫已經開始影響圍阻體的表面，所以 Stereo DIC 與 2D DIC 系統分別會量測到水平油壓致動器與局部裂縫所造成的水平位移，即便如此，Stereo DIC 與 2D DIC 系統所量測的結果還是相當的一致。

驗證完 Stereo DIC 與 2D DIC 系統的量測結果後，接下來使用 Stereo DIC 系統量測圍阻體垂直方向的應變，選擇 11 個點分別為 V1、V2、V3、V4、V5、V6、V7、V8、V9、V11 與 V12，沒有 V10 的原因是因為該位置的裂縫會影響 Stereo DIC 系統的量測結果，圖 5-29 與圖 5-30 分別為 Stereo DIC 系統的詳細量測位置與實際的位置圖。計算垂直方向的應變前先確定位移的量測結果，將相同垂直線下的每一個點分別畫出 X、Y 與 Z 方向隨著時間變化的位移量值，如圖 5-31 到圖 5-42 所示，圖中顯示量測點位置越靠近上板在 X、Y 與 Z 方向的位移量越大，亦顯示出 Stereo DIC 系統能夠同時進行 X、Y 與 Z 方向位移量測的能力，接著分別畫出相同水平高度的點在 X、Y 與 Z 方向的位移量，如圖 5-40 到圖 5-51 所示，圖中顯示在相同的水平高度下在 X、Y 與 Z 方向所量測到的位移量幾乎是一致

的，驗證該 11 點位移量測結果的正確性。接著將 11 個量測點連成 7 條線，分別為 VL1、VL2、VL3、VM1、VM2、VM3 與 VR3，如圖 5-52 所示，並計算該 7 條線的垂直方向的正向應變  $\varepsilon$ ，由於 Stereo DIC 系統能夠量測三維空間的位置，因此應變  $\varepsilon$  的計算採用線段在空間中長度的變化量除以原長度，公式如下所示：

$$\varepsilon = \frac{L_f - L_0}{L_0} \quad (5.6)$$

將相同垂直線下的每一條線畫出隨著時間變化的應變的量值，結果如圖 5-53 到圖 5-55 所示，應變與位移量測結果的趨勢相反，靠近下板位置的應變則相對較大，尤其在時間為 4000 秒之後急遽變大，最後將相同的水平高度的線段所量測到的應變畫在一起比較，如圖 5-56 到圖 5-58 所示，圖中顯示出在相同水平高度下的線段之應變量值是相當接近的，代表 Stereo DIC 系統量測的正確性。另外從垂直方向應變量測結果可以觀察到鋼筋混凝土結構的正應變遠遠大於負應變，原因是因為該部位的裂縫是屬於開放裂縫，且裂縫的位移方向為垂直方向，另外裂縫的寬度永遠為正，因此造成垂直方向的應變遠大於負應變。

接下來使用 Stereo DIC 系統量測圍組體水平方向的應變，選擇 6 個點分別為 H1、H2、H3、H4、H5 與 H6，圖 5-59 與圖 5-60 分別為 Stereo DIC 系統的詳細量測位置與實際位置圖，計算水平方向的應變前先確定位移量測結果的正確性，將相同垂直線下的每一個點分別畫出 X、Y 與 Z 方向隨著時間變化的位移量值，如圖 5-61 到圖 5-66 所示，量測結果與前面相同，量測點位置越靠近上板在 X、Y 與 Z 方向的位移量越大，接著分別畫出相同水平高度的點在 X、Y 與 Z 方向的位移量，結果如圖 5-67 到圖 5-75 所示，圖中顯示在相同的水平高度下在 X、Y 與 Z 方向所量測到的位移量幾乎是一致的，驗證該 6 點位移量測結果的正確性。接著將 6 個量測點連成 3 條線，分別為 HU、HM 與 HD，如圖 5-76 所示，使用(5.6)式計算該 3 條線段的水平方向正向應變，結果如圖 5-77 所示，圖中顯示應變與位移量測結果的趨勢相反，越靠近下板位置的水平方向的應變越大，另外與垂直方向應變不同的點在於，水平方向應變的正應變與負應變的量值幾乎一

致，原因是因為裂縫為水平方向，所以裂縫所造成的劇烈的長度變化量不會影響到水平方向應變的量測，真實地量測到圍阻體受到周期性來回推拉下所產生的應變。



### 5.3.2 開放裂縫的寬度量測

圖 5-58 量測結果顯示，圍阻體靠近下板的區域在時間為 4000 到 4500 秒之間產生極大的垂直方向應變，該區域的位置如圖 5-78 所示，將該區域在時間為 4000 與 4500 秒的影像拿出來比較，如圖 5-79 所示，圖中顯示出 4500 秒後該區域的影像出現明顯的裂縫，應為 4000 到 4500 秒之間該區域垂直方向產生極大應變的主要原因。接下來量測該區域裂縫隨著時間的寬度變化，圖 5-80 與圖 5-81 為 Stereo DIC 系統量測線段詳細位置與實際位置圖，使用 Stereo DIC 系統量測該線段在空間中隨著時間的量值，在此忽略該線段因為應變所造成的長度變化，因為該區域的裂縫是屬於開放裂縫，主要的裂縫張開的方向為垂直方向，因此將量測到隨著時間變化的長度與初始長度相減得到該區域隨著時間變化的裂縫寬度，並選擇六個開放裂縫分析階段，如圖 5-82 所示，將六個分析階段時間與裂縫寬度加以整理，如表 5-1 所示，顯示該區域的裂縫寬度最大高達 1.4 mm，圖 5-83 到圖 5-88 為六個分析階段的該區域影像，圖 5-83 顯示第 1 個分析階段時該區域已出現細微的裂縫，並隨著每個階段漸漸變大，與 Stereo DIC 量測到區域裂縫寬度極值的時間點作比對。藉由 Stereo DIC 系統的量測可以省去人工量測的成本，並且可以確切地知道任何時刻下該區域的裂縫寬度。

### 5.3.3 剪切裂縫位置與滑移量的量測

本節使用 2D DIC 系統的量測結果來標示圍阻體側面剪切裂縫的位置，圖 5-89 為 2D DIC 系統量測格點的位置，一共有 100×90 個分析點，本節一共探討八個分析裂縫的階段，圖 5-90 為各個裂縫分析階段對應水平油壓致動器飄移率時間點，第 1 到第 6 階段分別對應的漂移率為 +0.375%、-0.375%、+0.5%、-0.5%、+0.75%與-0.75%，第 7 與第 8 階段為圍阻體側面產生極大裂縫前後的時

間點。首先使用 2D DIC 系統量測第 1 到第 7 階段在 X 方向與 Y 方向的全場變形，如圖 5-91 到圖 5-104 所示，接著使用(5.1)到(5.3)式計算前 7 個階段下剪切裂縫的位置與大小。圖 5-105 到圖 5-112 為各個剪切裂縫分析階段比對之區域影像，除了圖 5-112 之外其他的比對影像皆沒有明顯的剪切裂縫，接著將圖 5-105 到圖 5-111 放大並用肉眼觀察細微的裂縫作標記並與 2D DIC 的剪切裂縫的分析結果做比對，如圖 5-113 到圖 5-126 所示，圖中顯示使用肉眼觀察並標記的裂縫位置與 2D DIC 量測到的裂縫位置幾乎一致，另外 2D DIC 還可以定量地量測因為剪切裂縫所造成的滑移量。最後觀察圖 5-126 可以發現第 7 分析階段(巨大裂縫產生前)中間裂縫滑移量值劇烈性的增加，並對應圖 5-127 第 8 個分析階段中產生巨大裂縫的位置與圖 5-126 的量測結果一致，如圖 5-128 所示，表示 2D DIC 可以在巨大的裂縫產生前可預先顯示即將發生的位置，而且從第 7 分析階段(巨大裂縫產生前)的 Z 與 Y 方向變形場也可發現巨大裂縫即將出現的位置，如圖 5-129 與圖 5-130 所示，相較於 1 到 6 個裂縫分析階段均勻的變形場，圖 5-129 與圖 5-130 中紅色虛線所圍起來的區域之變形場則較不均勻，代表也可以藉由全場的變形結果預期巨大的裂縫即將出現的位置。

表 5-1 Stereo DIC 量測 6 個開放裂縫分析階段之結果

Step	Time (s)	Crack width (mm)
1	923	0.09750
2	1363	0.18625
3	1786	0.20843
4	2535	0.21822
5	3449	0.30192
6	4313	1.40360



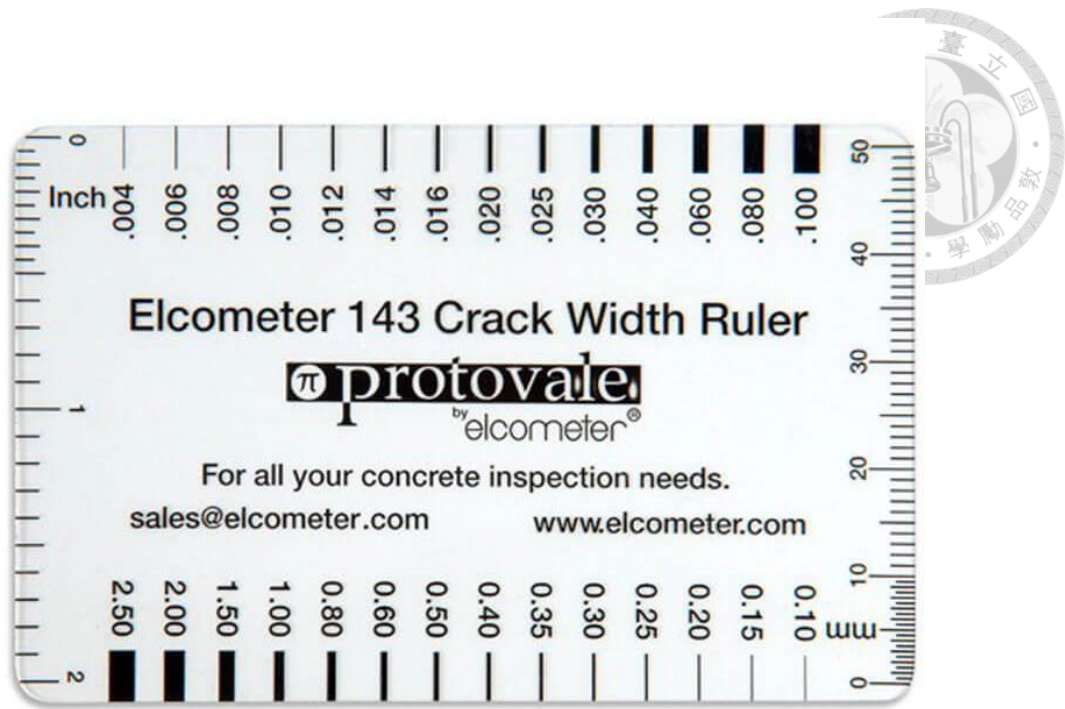


圖 5-1 裂縫寬度尺

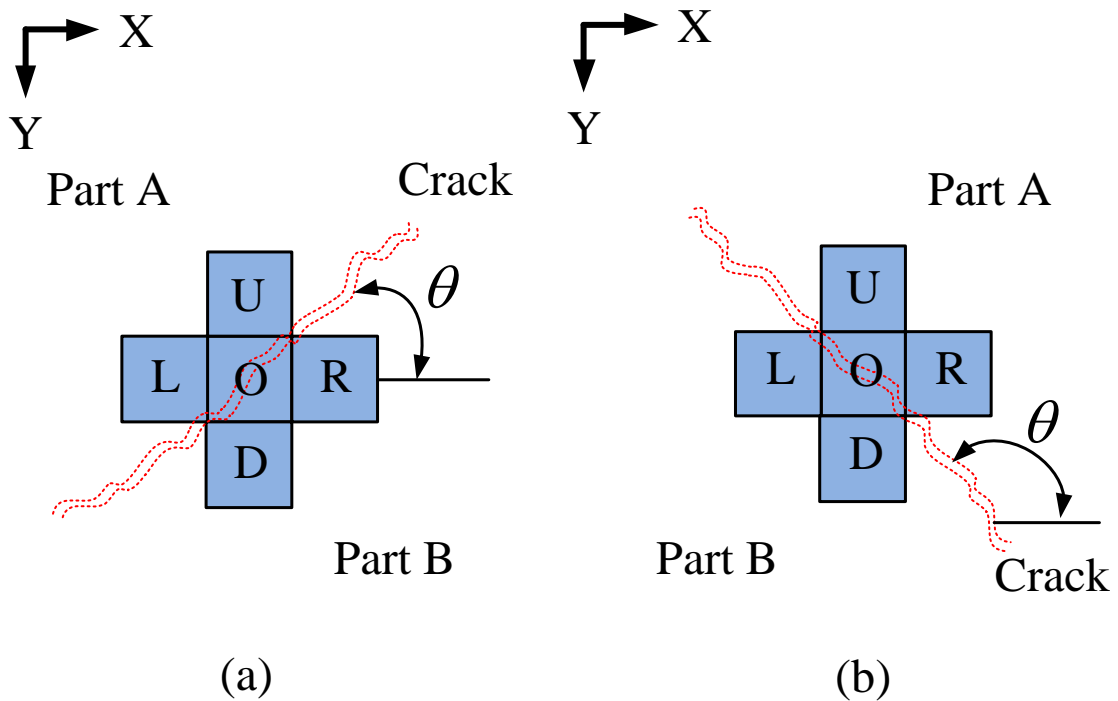


圖 5-2 兩種裂縫方向之示意圖：(a)  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  (b)  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

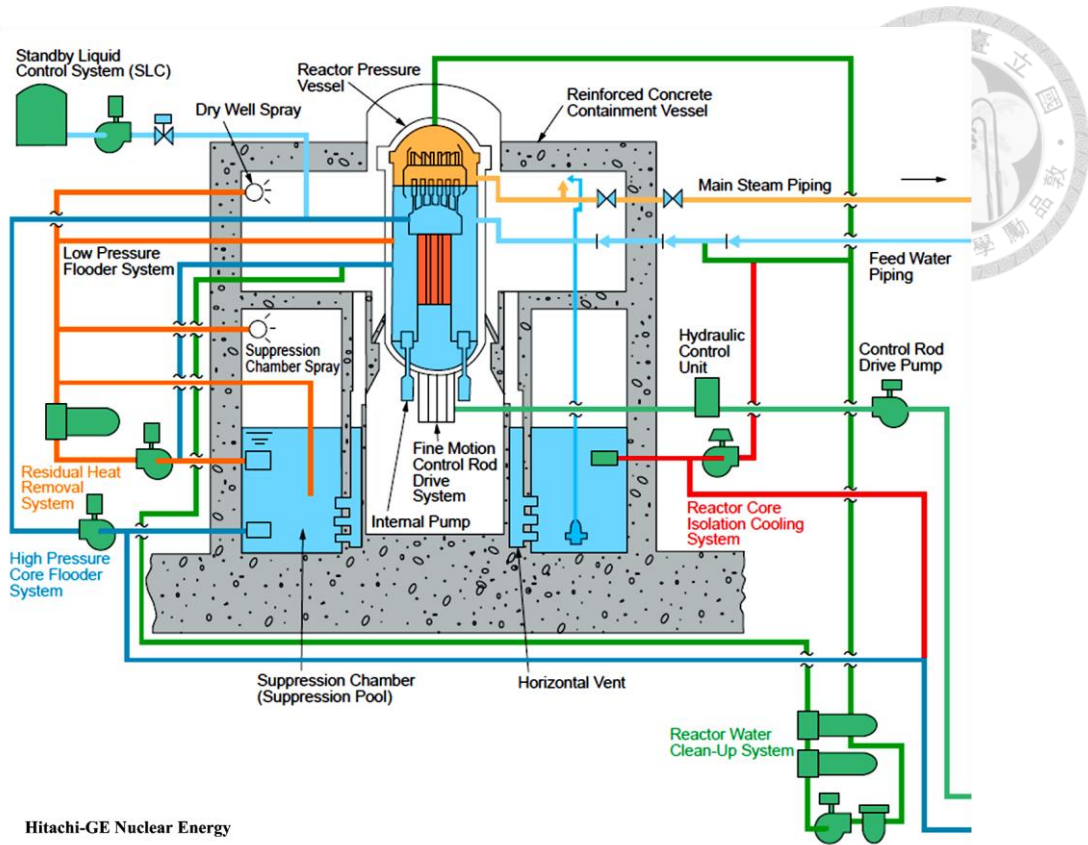


圖 5-3 先進沸水反應器設計原型[51]

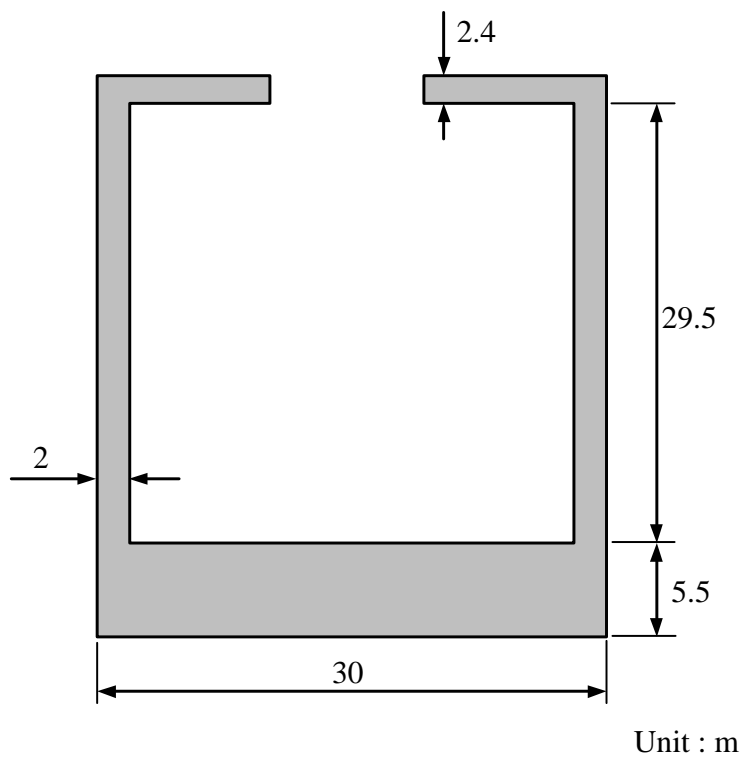


圖 5-4 圍阻體真實尺寸圖

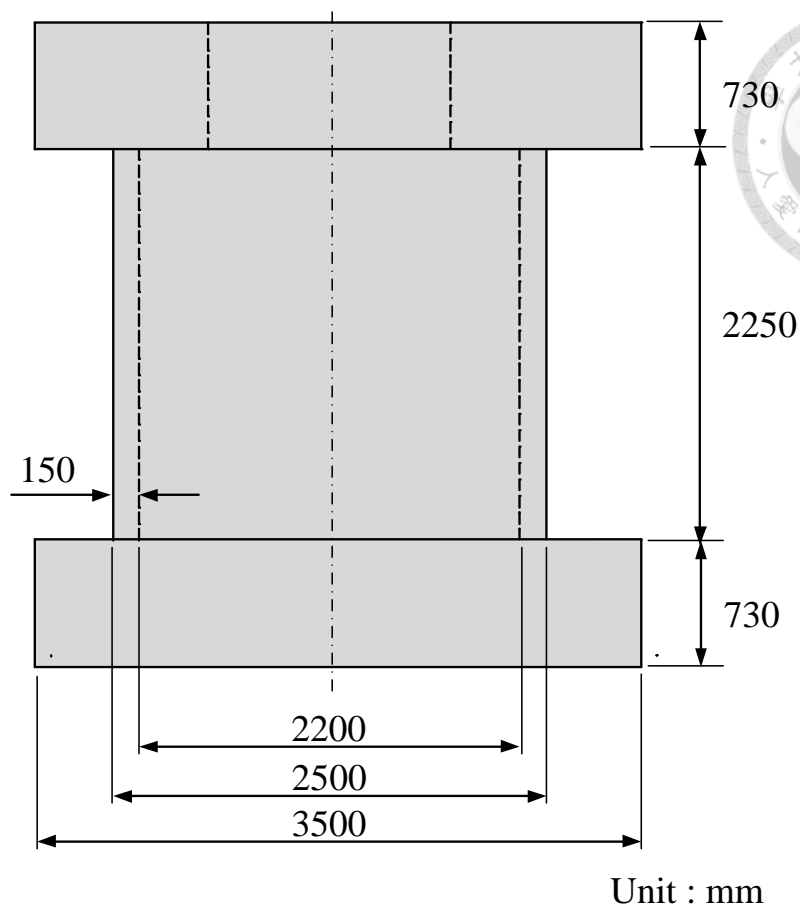


圖 5-5 圍阻體實驗試片尺寸圖

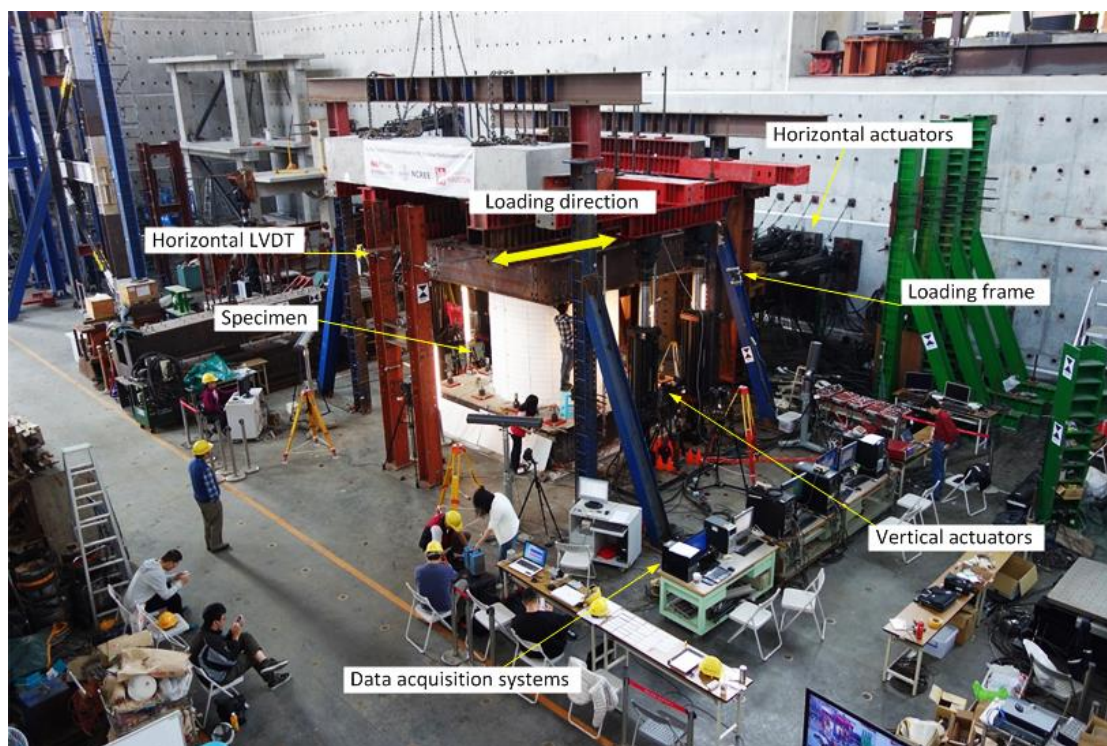


圖 5-6 圍阻體反覆荷重實際架設配置



圖 5-7 圍阻體反覆荷重實驗之近照

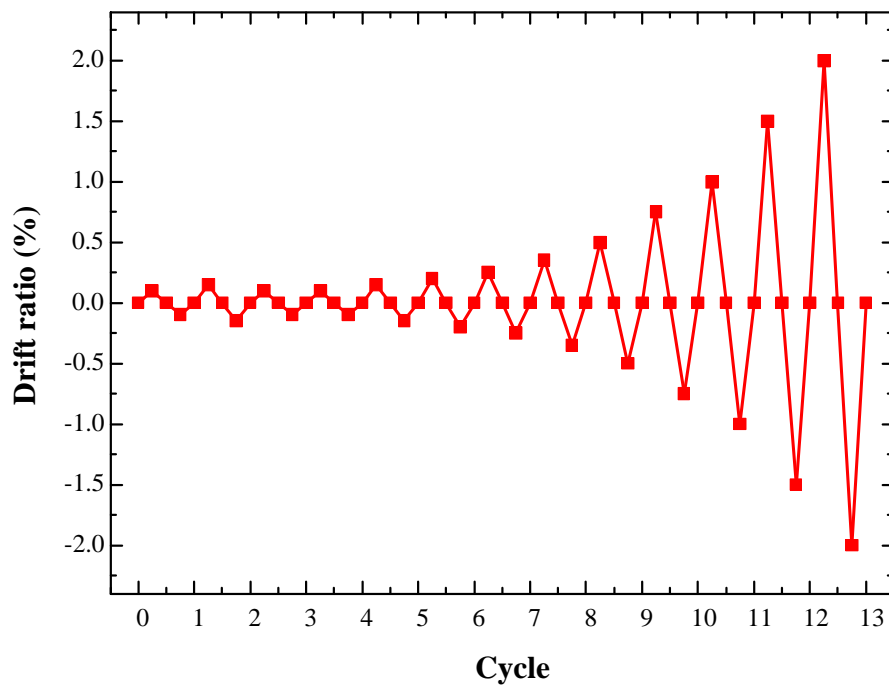


圖 5-8 水平油壓致動器飄移率歷程

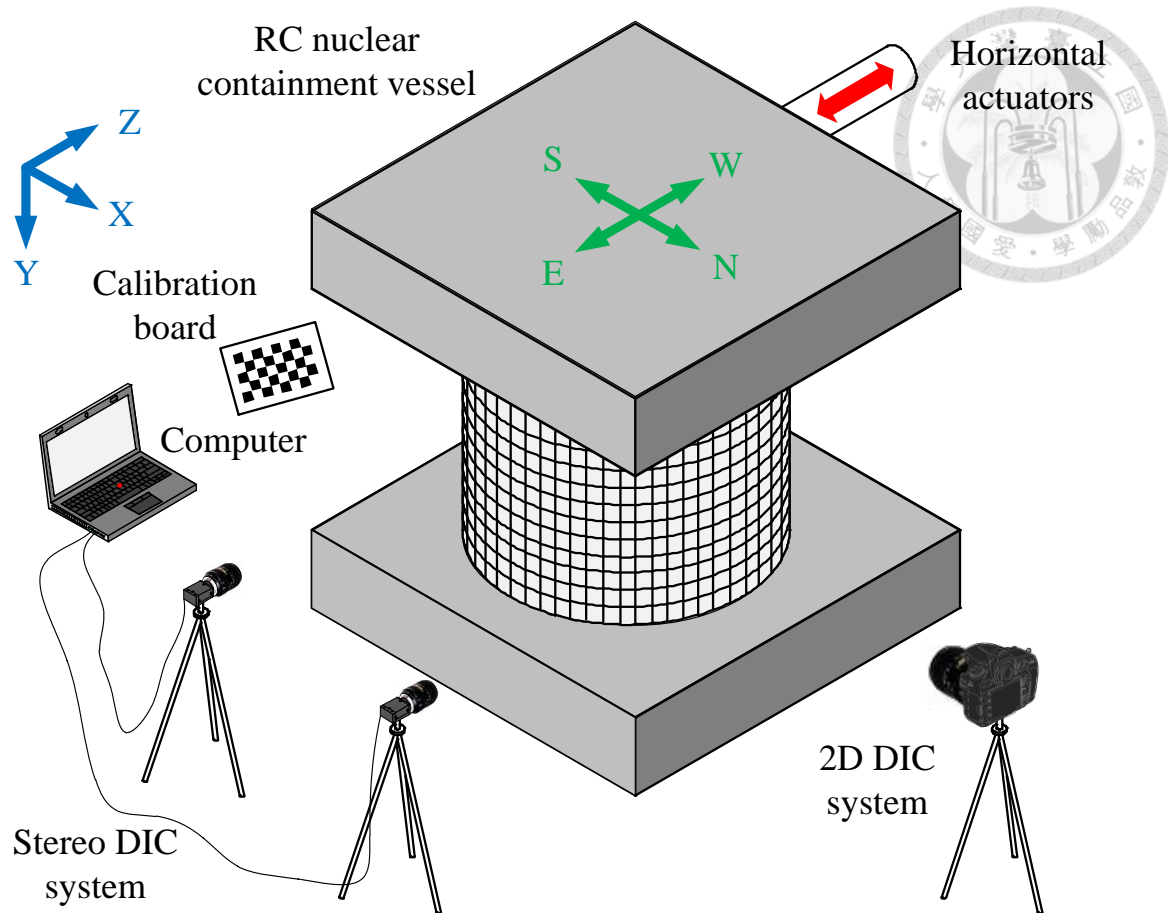


圖 5-9 Stereo DIC 與 2D DIC 實驗架設之示意圖

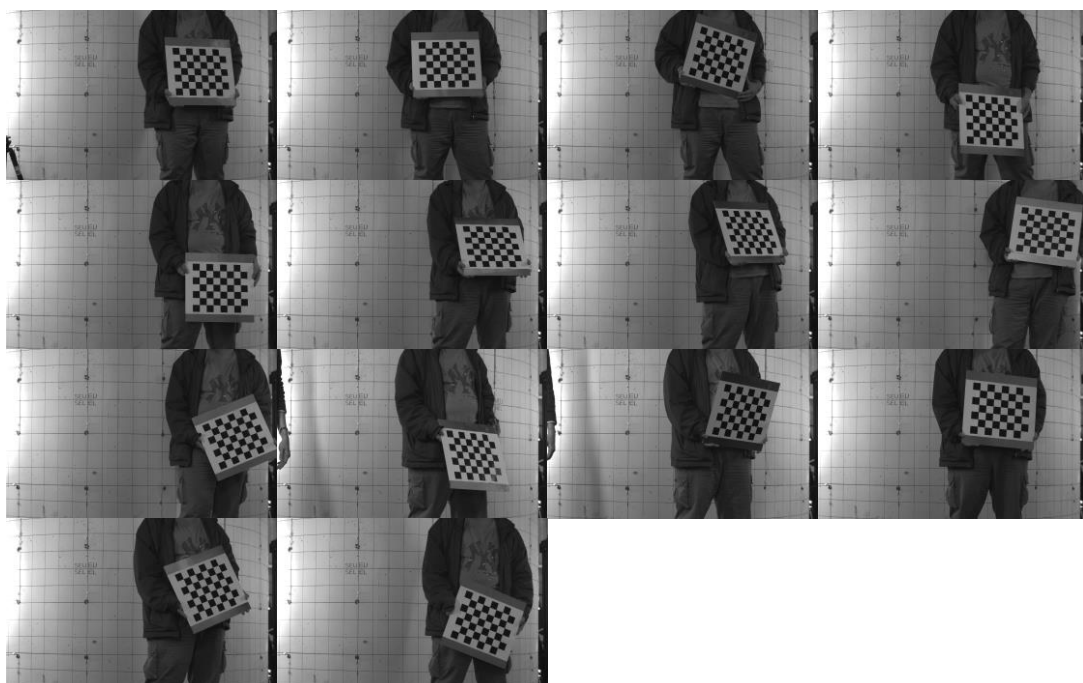


圖 5-10 Stereo DIC 系統左相機之校正影像

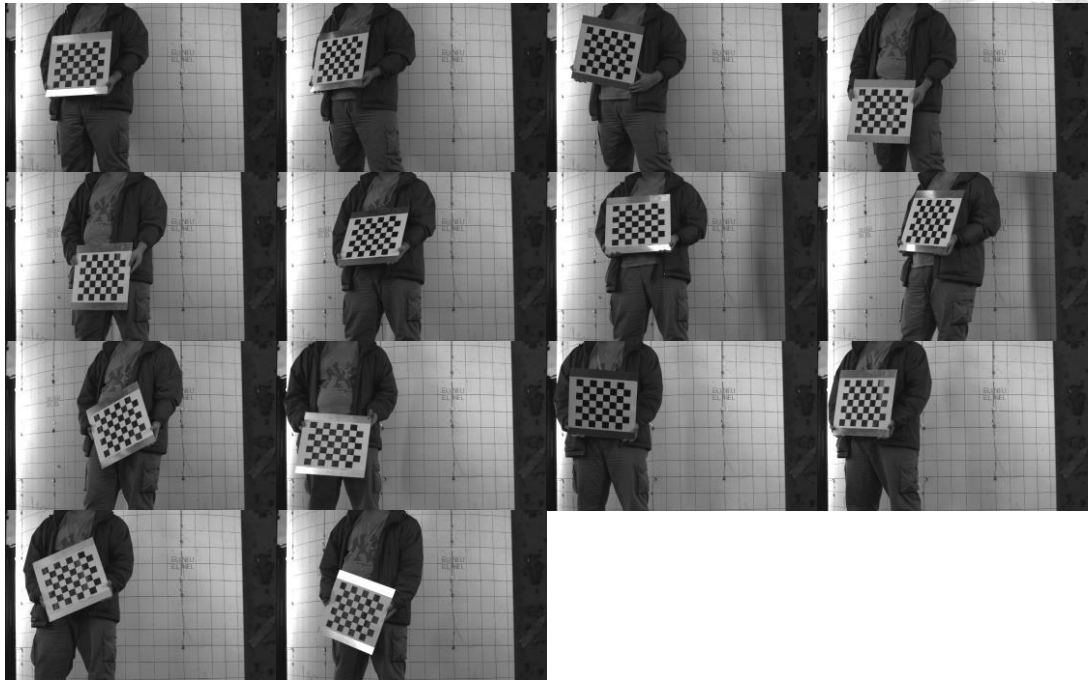


圖 5-11 Stereo DIC 系統右相機之校正影像

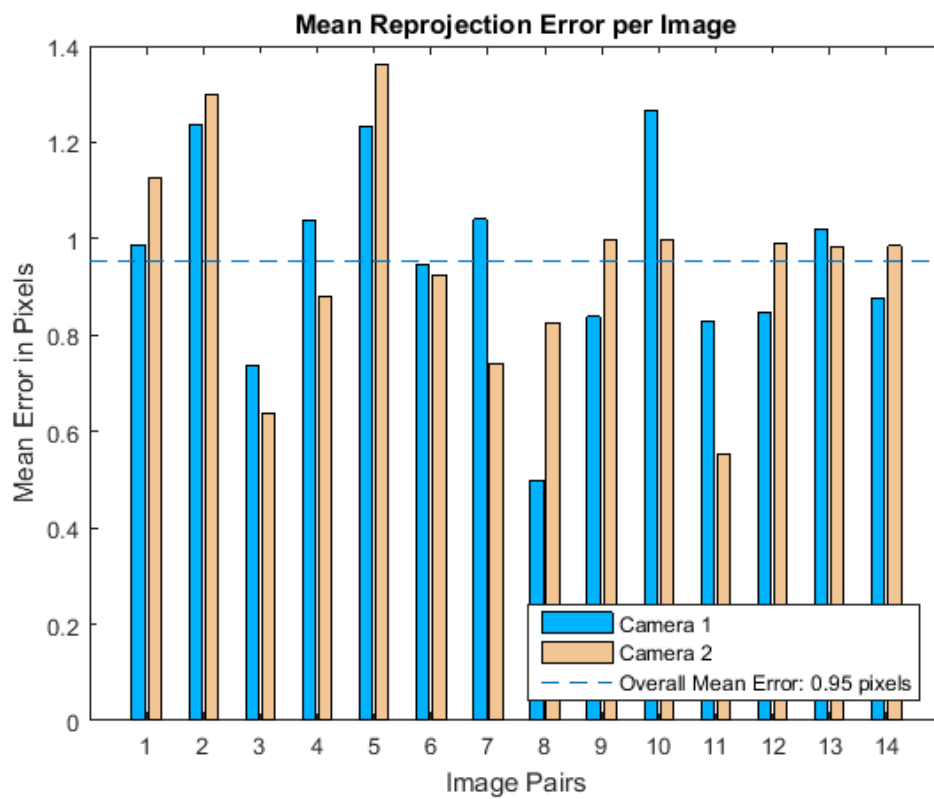


圖 5-12 Stereo DIC 系統校正結果

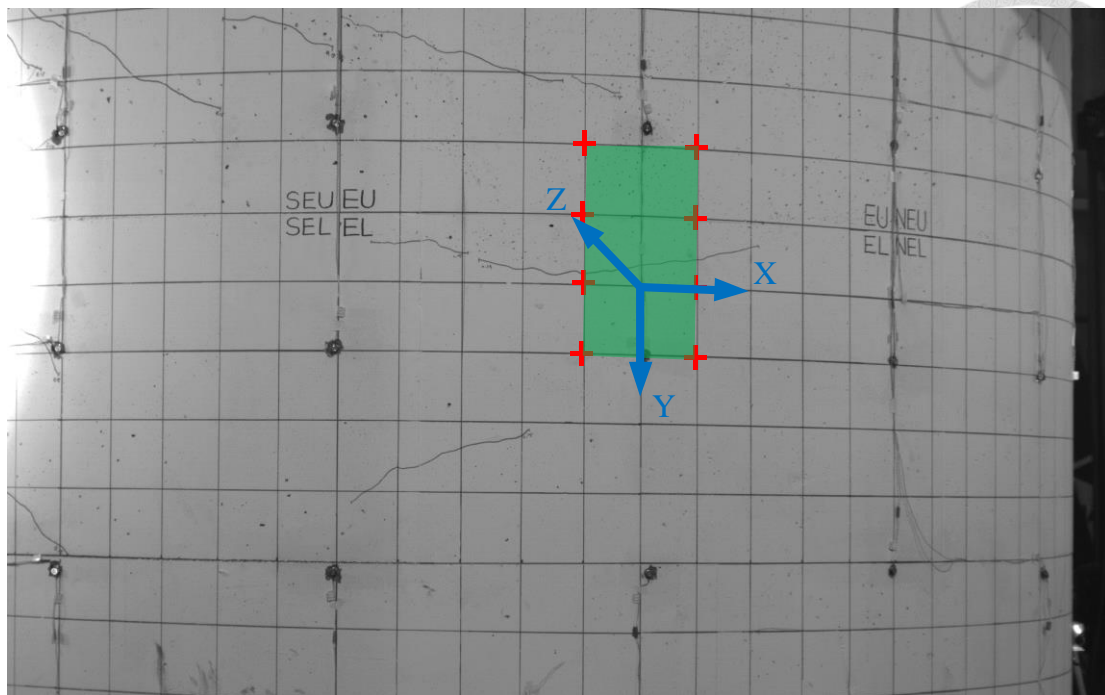


圖 5-13 找出 Z 軸垂直於綠色平面之座標系

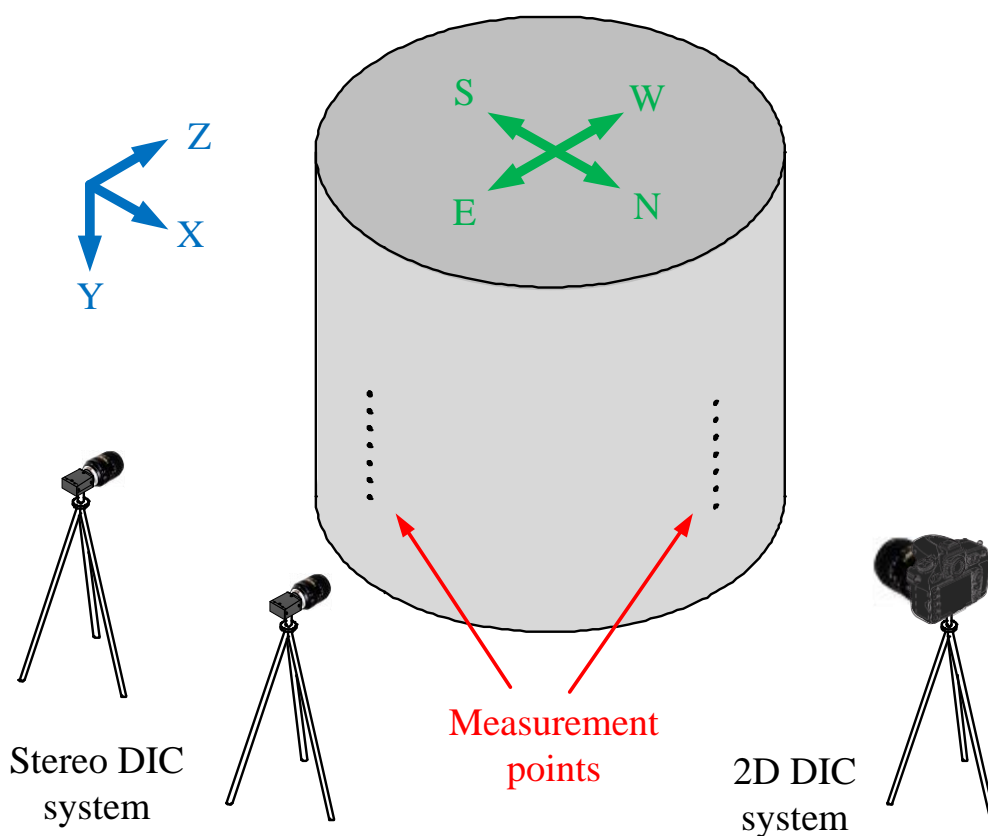


圖 5-14 Stereo DIC 與 2D DIC 系統量測點位置之示意圖

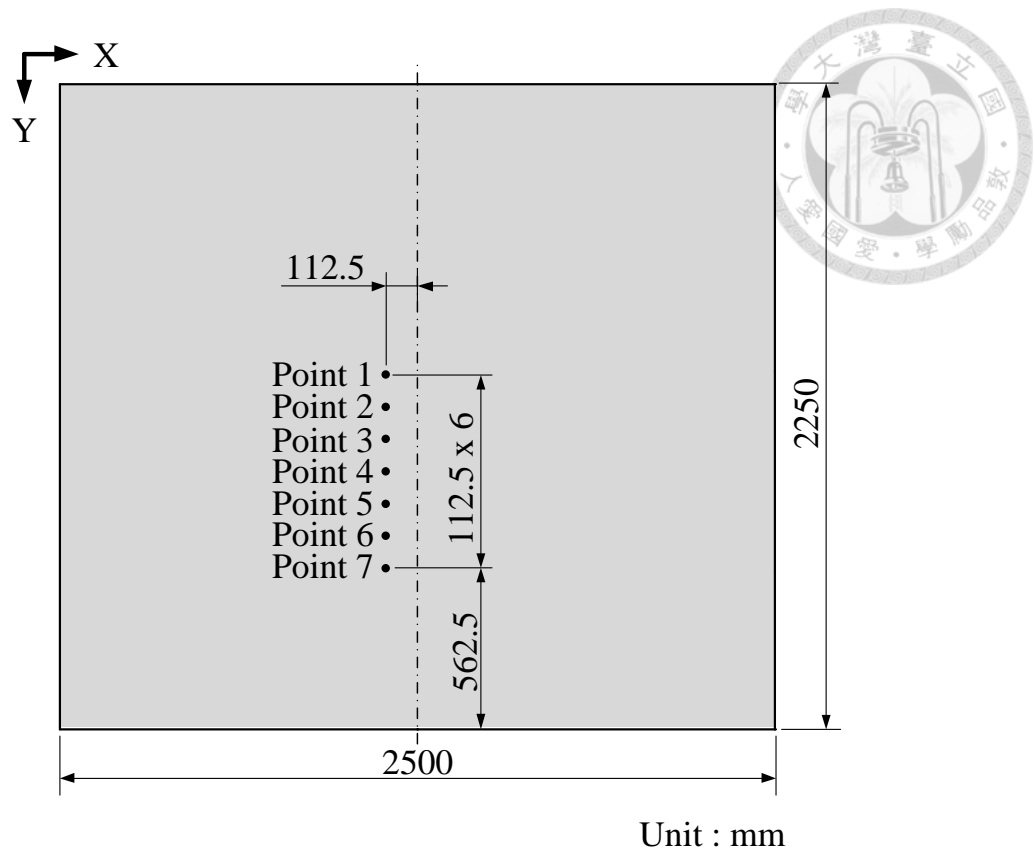


圖 5-15 Stereo DIC 量測點之位置圖

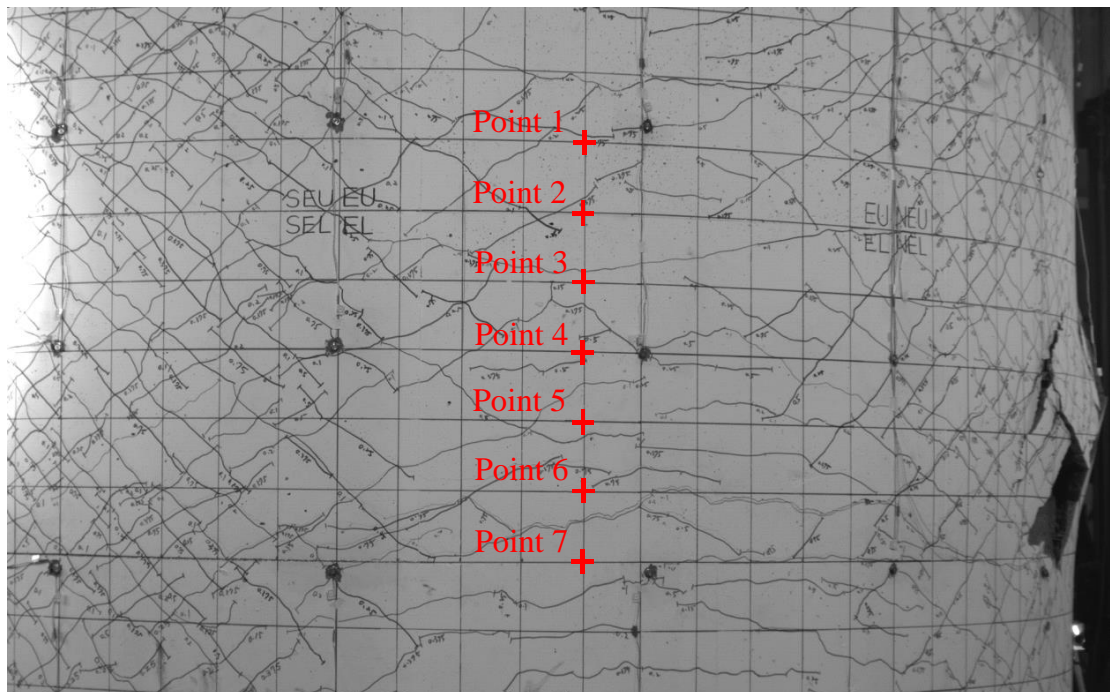


圖 5-16 實際 Stereo DIC 量測點之位置圖



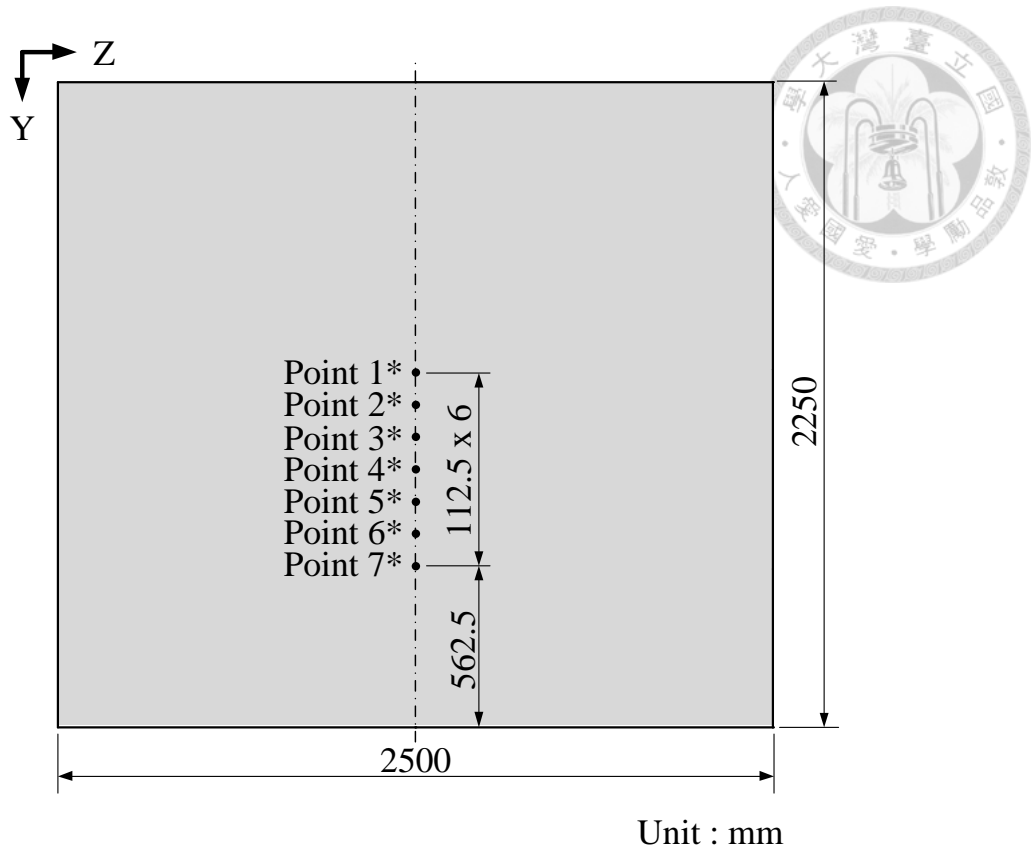


圖 5-17 2D DIC 量測點之位置圖

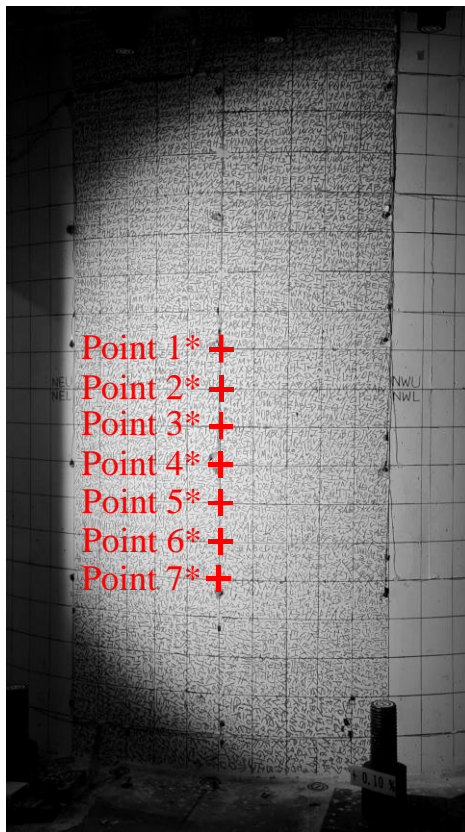


圖 5-18 實際 2D DIC 量測點之位置圖

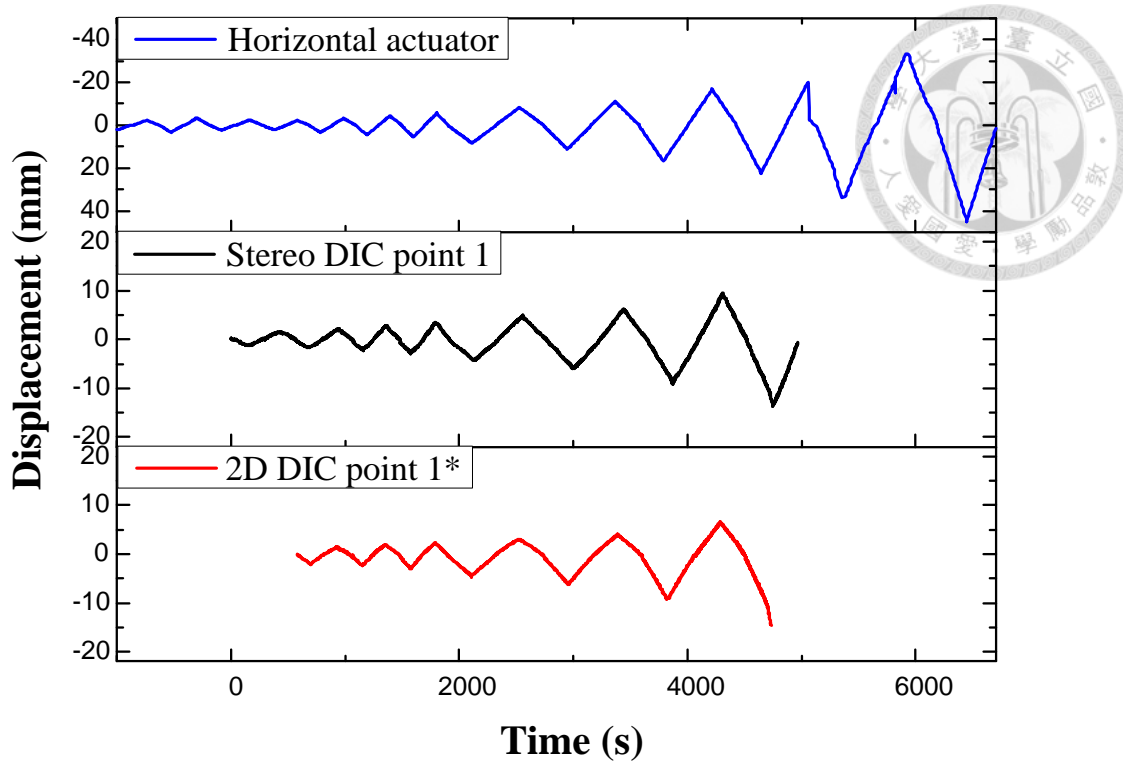


圖 5-19 水平油壓致動器、Stereo DIC 量測點 1 與 2D DIC 量測點 1\* Z 方向位移

結果歷程

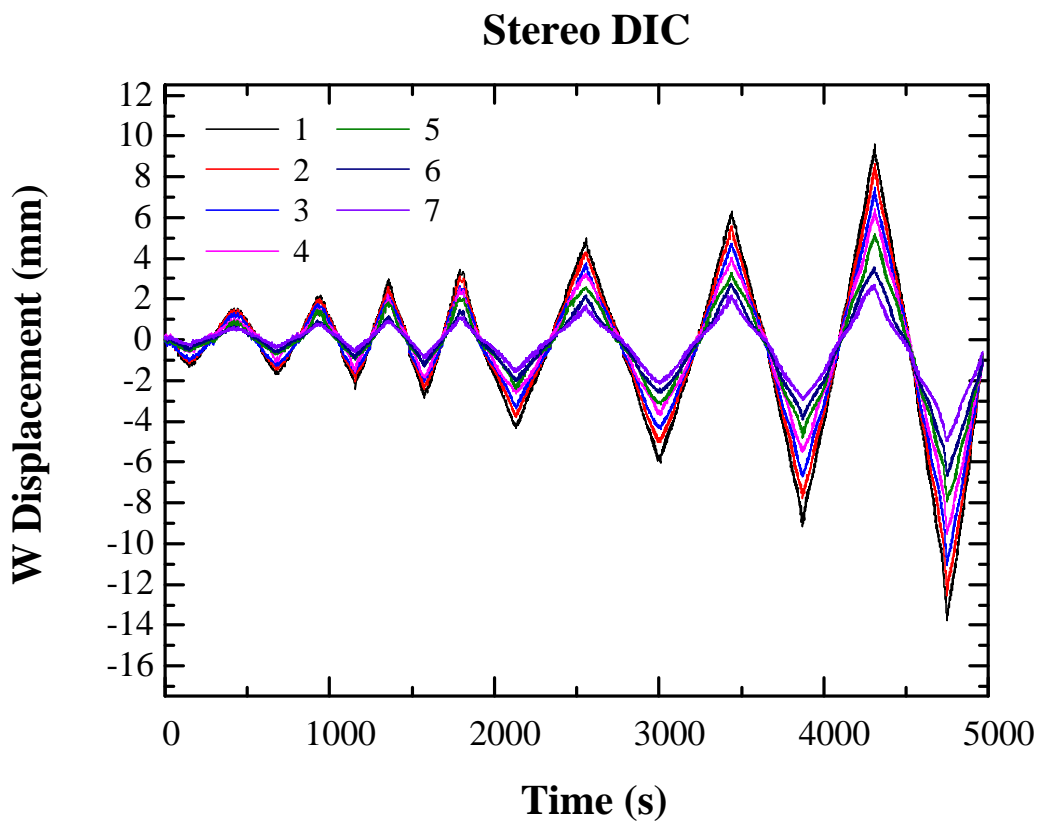


圖 5-20 Stereo DIC 量測點 1 到點 7 在 Z 方向位移結果

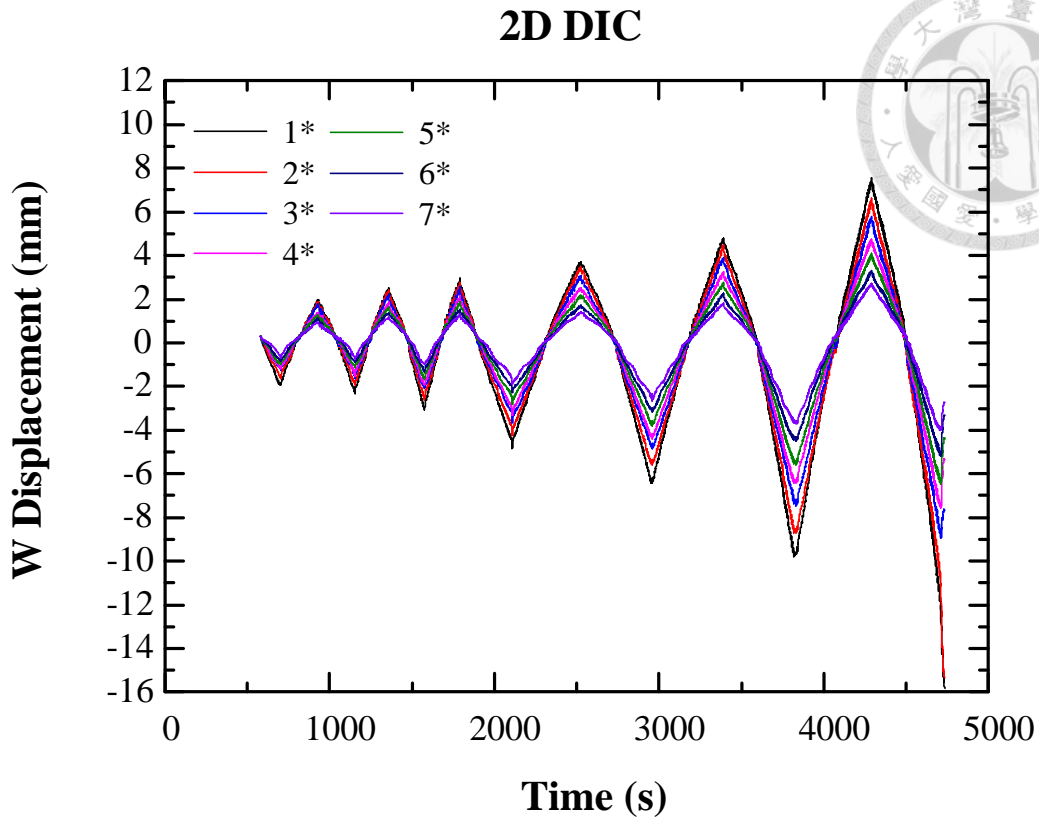


圖 5-21 2D DIC 量測點 1\*到點 7\*在 Z 方向位移結果

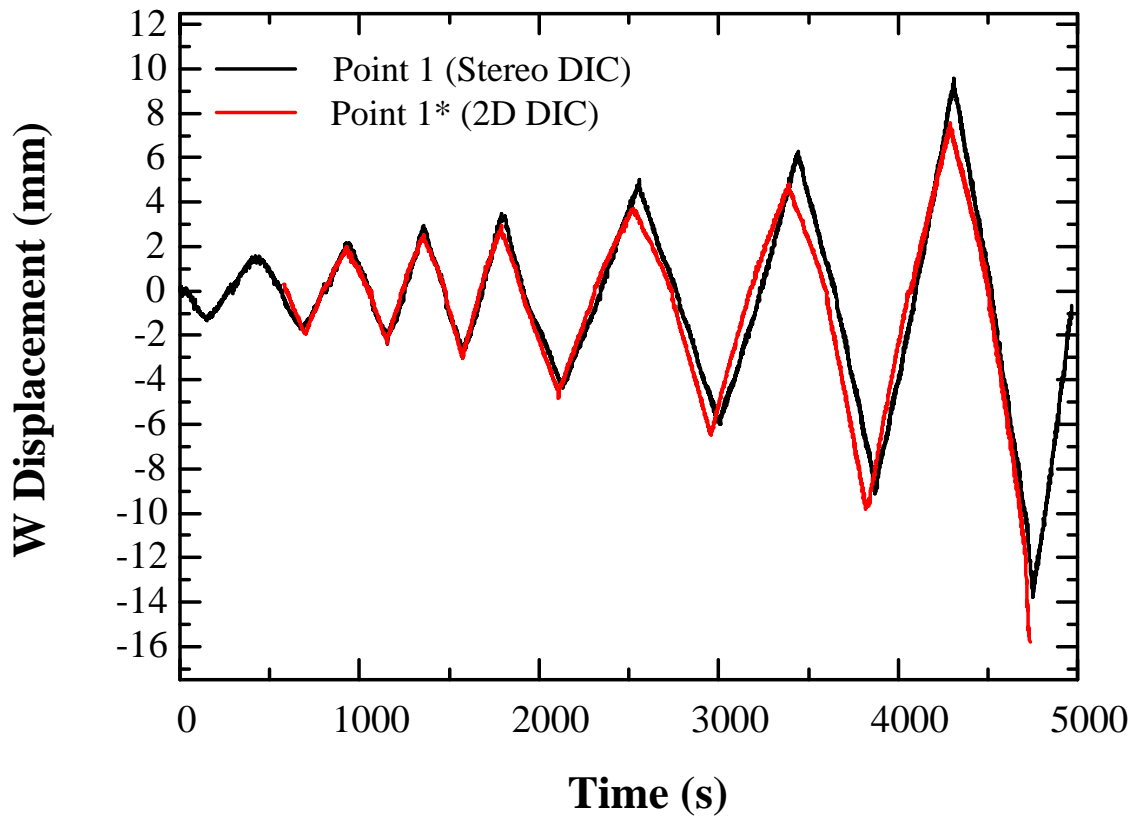


圖 5-22 Stereo DIC 量測點 1 與 2D DIC 量測點 1\*在 Z 方向位移結果比對

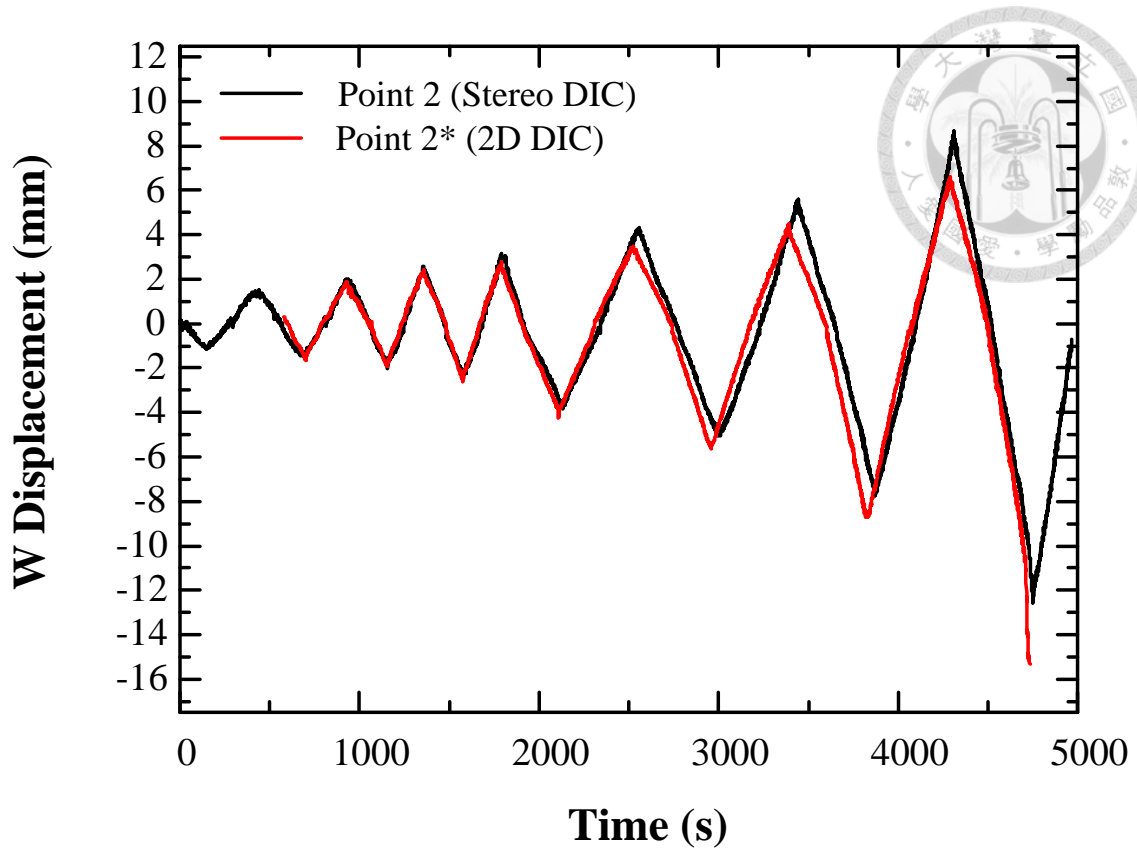


圖 5-23 Stereo DIC 量測點 2 與 2D DIC 量測點 2\*在 Z 方向位移結果比對

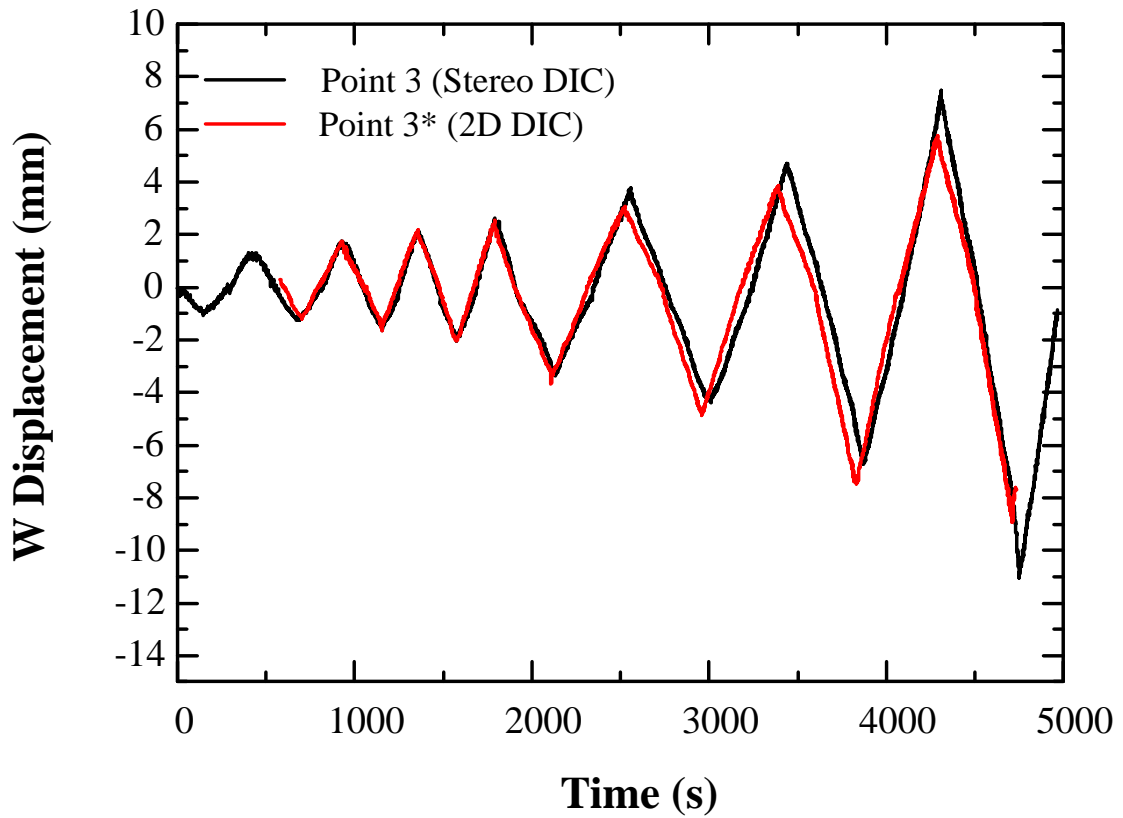


圖 5-24 Stereo DIC 量測點 3 與 2D DIC 量測點 3\*在 Z 方向位移結果比對

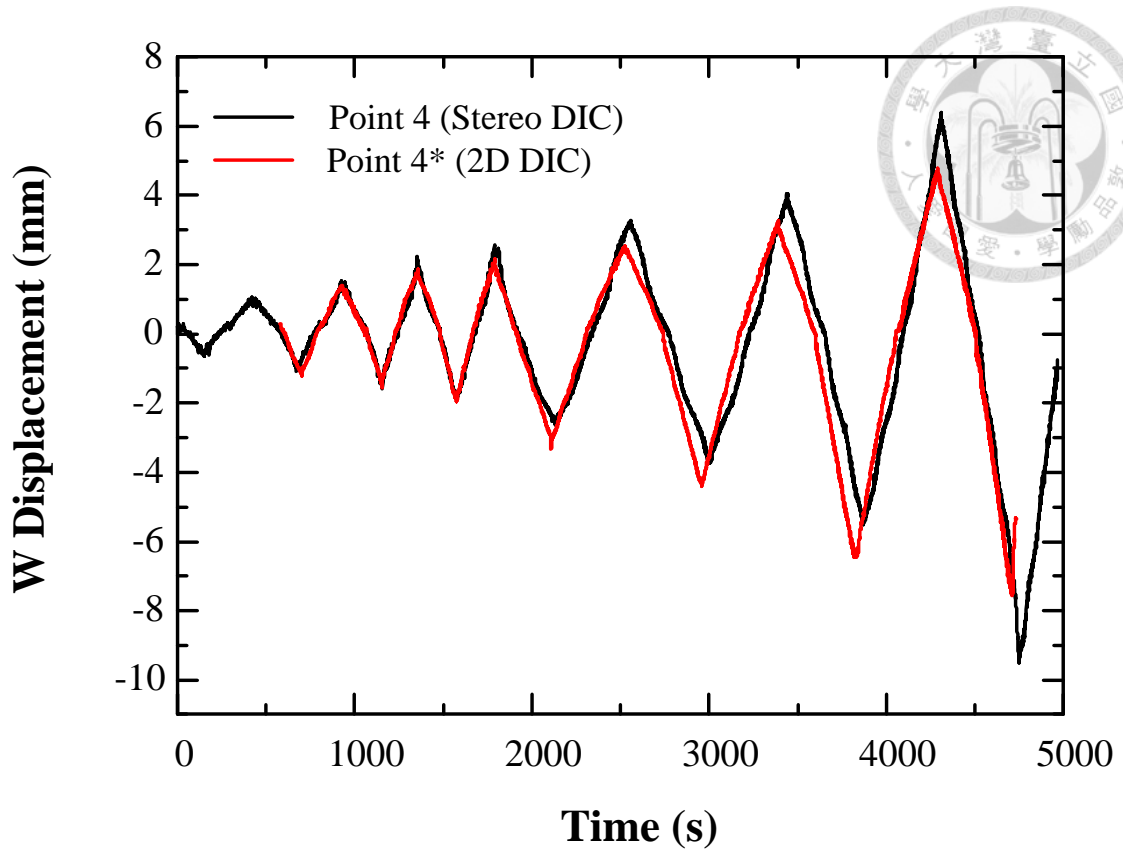


圖 5-25 Stereo DIC 量測點 4 與 2D DIC 量測點 4\*在 Z 方向位移結果比對

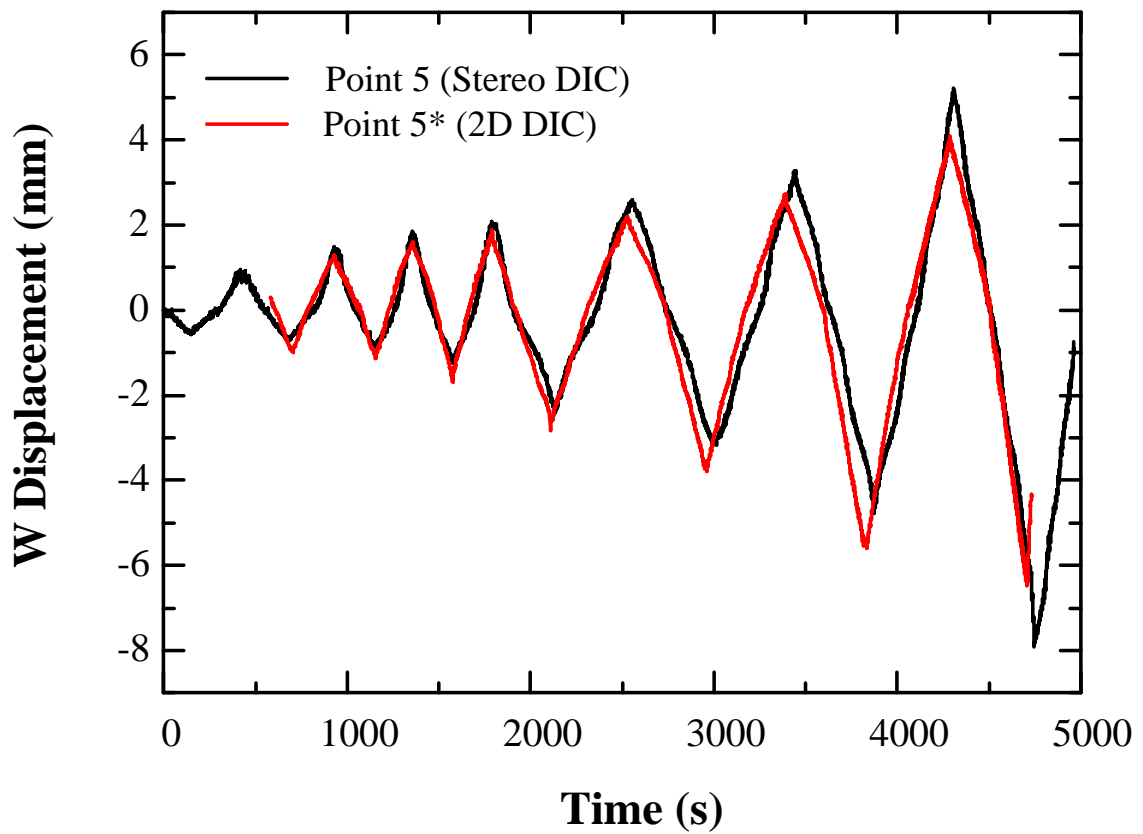


圖 5-26 Stereo DIC 量測點 5 與 2D DIC 量測點 5\*在 Z 方向位移結果比對

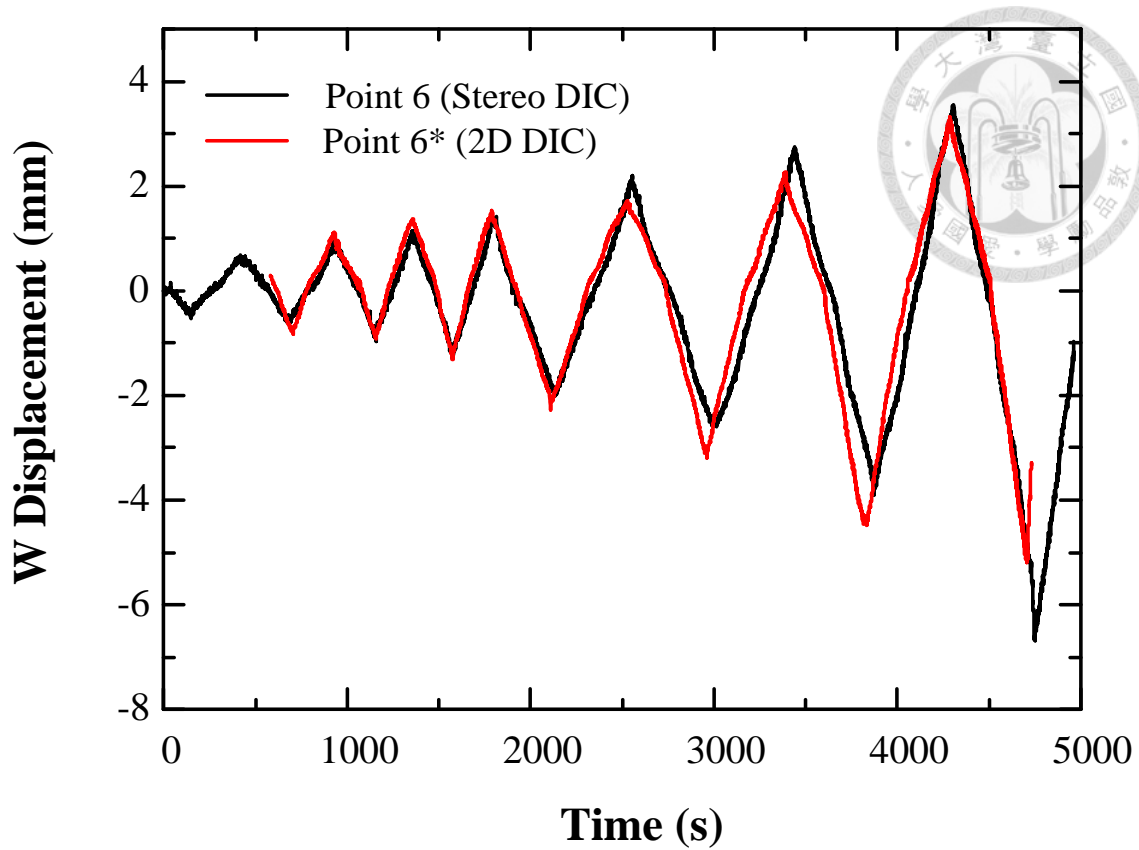


圖 5-27 Stereo DIC 量測點 6 與 2D DIC 量測點 6\* 在 Z 方向位移結果比對

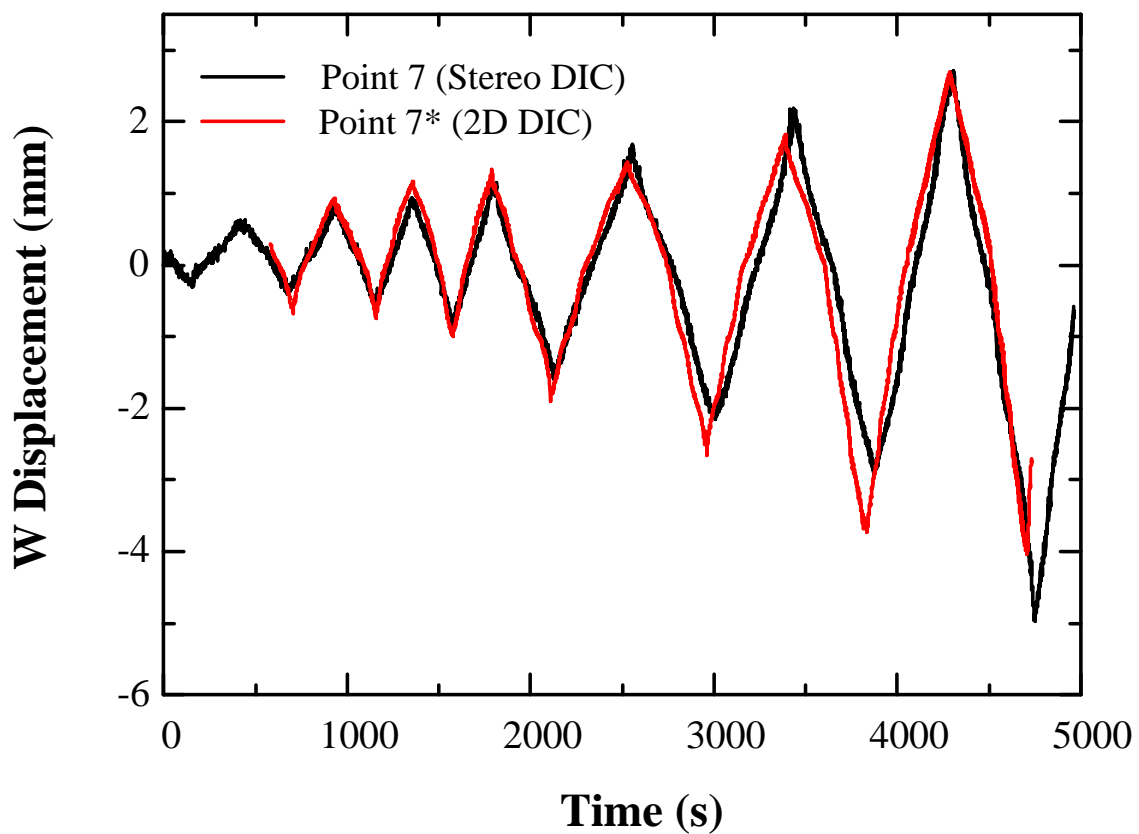


圖 5-28 Stereo DIC 量測點 7 與 2D DIC 量測點 7\* 在 Z 方向位移結果比對

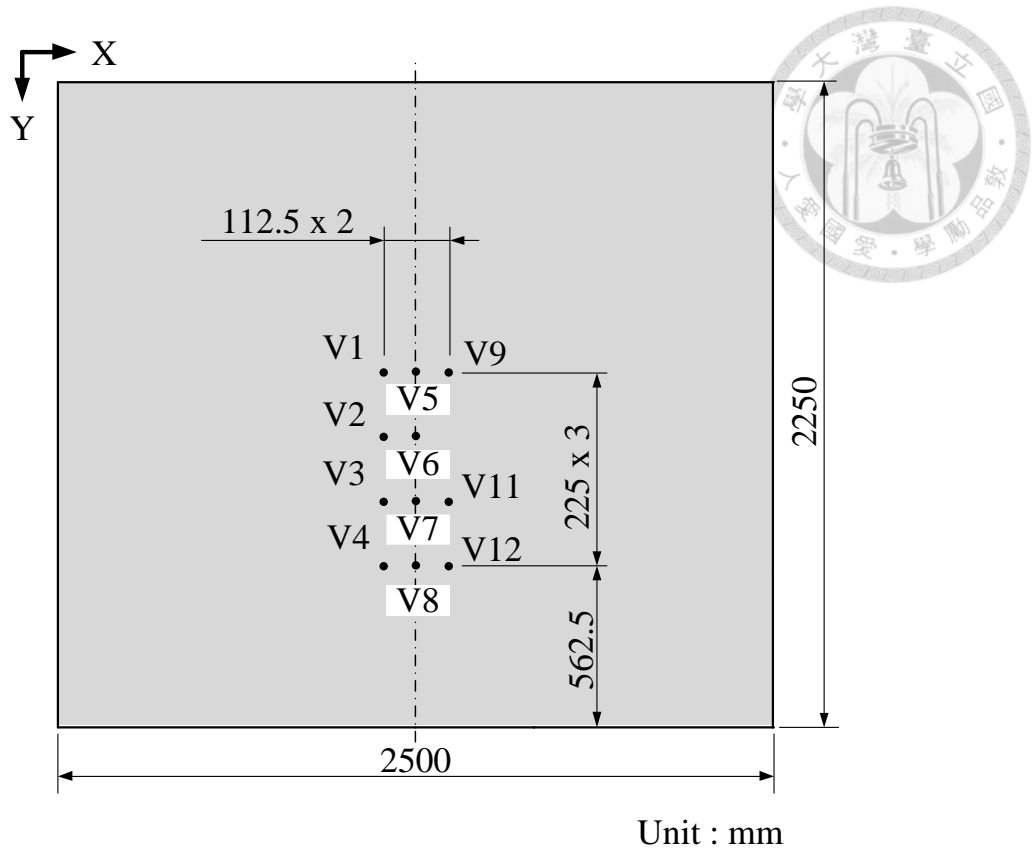


圖 5-29 Stereo DIC 量測點之位置圖

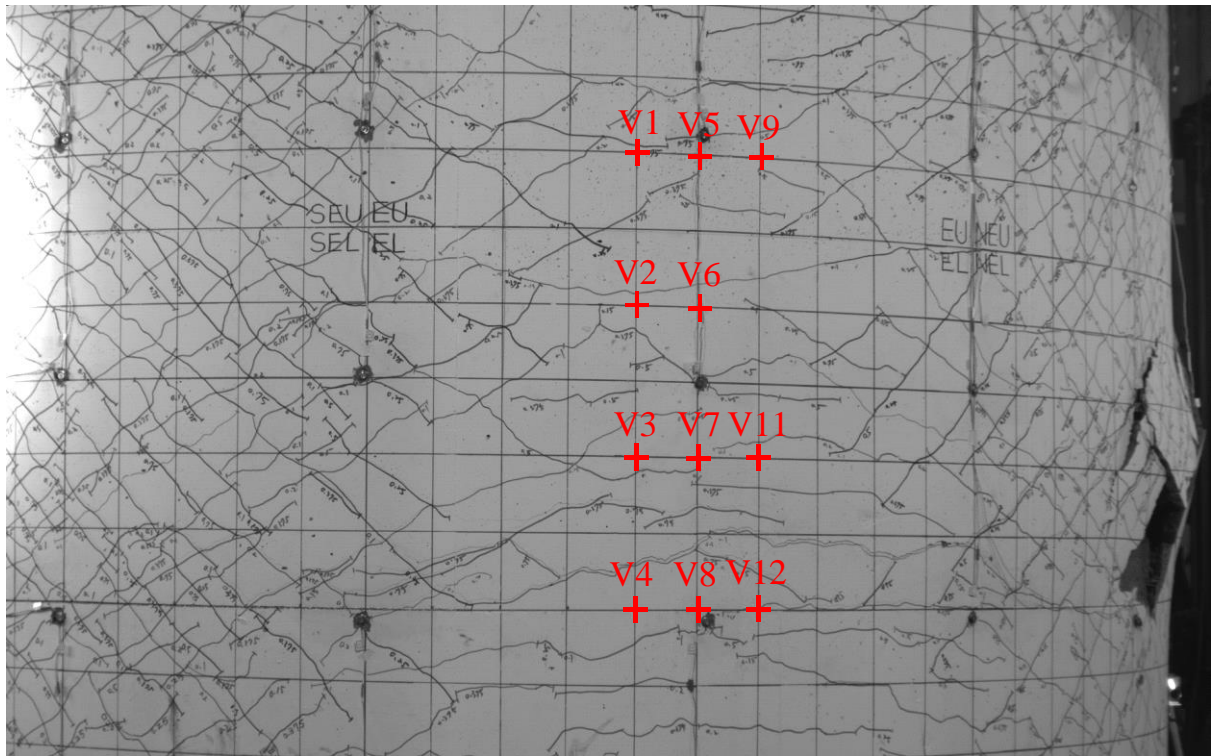


圖 5-30 實際 Stereo DIC 量測點之位置圖

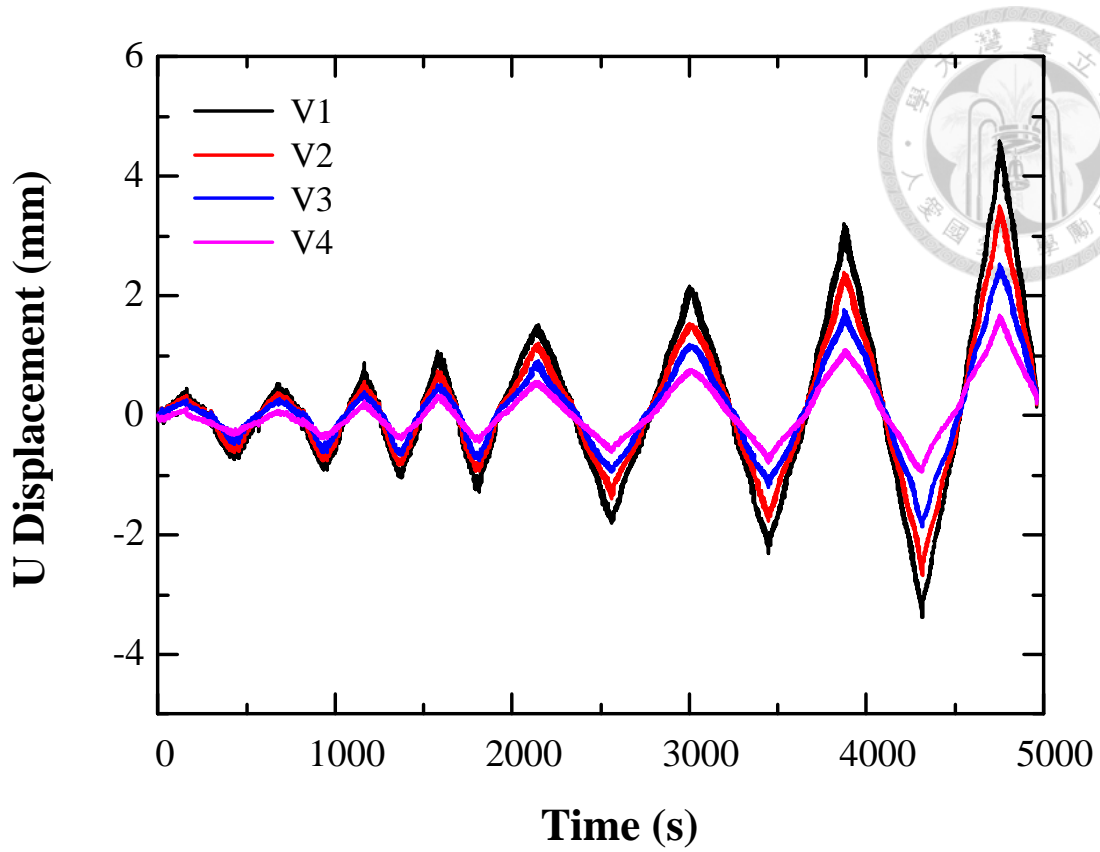


圖 5-31 Stereo DIC 量測點 V1、V2、V3 與 V4 在 X 方向位移結果比對

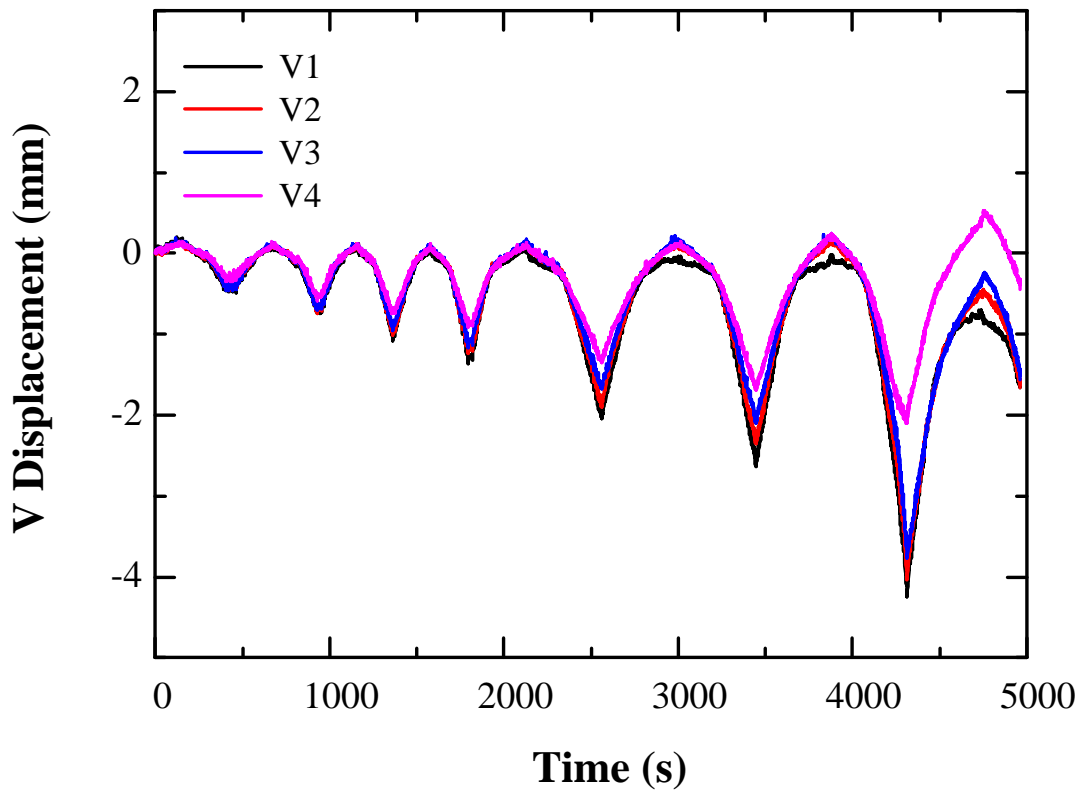


圖 5-32 Stereo DIC 量測點 V1、V2、V3 與 V4 在 Y 方向位移結果比對



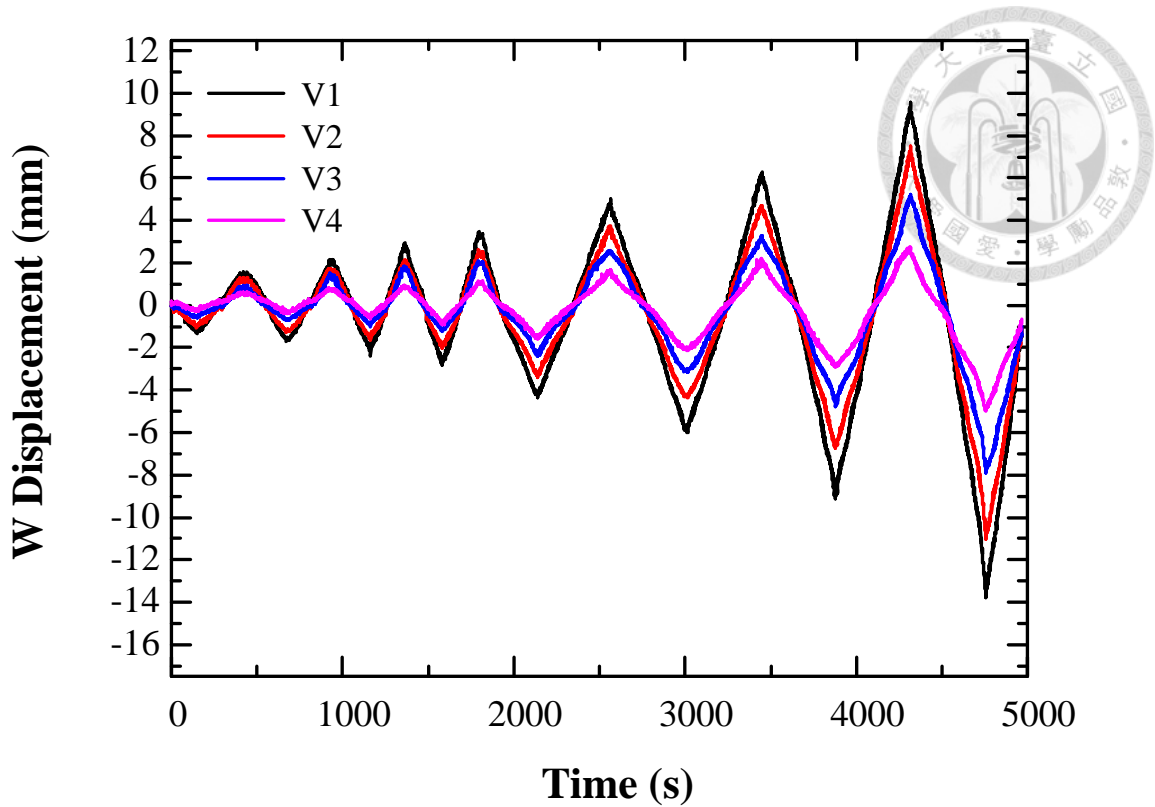


圖 5-33 Stereo DIC 量測點 V1、V2、V3 與 V4 在 Z 方向位移結果比對

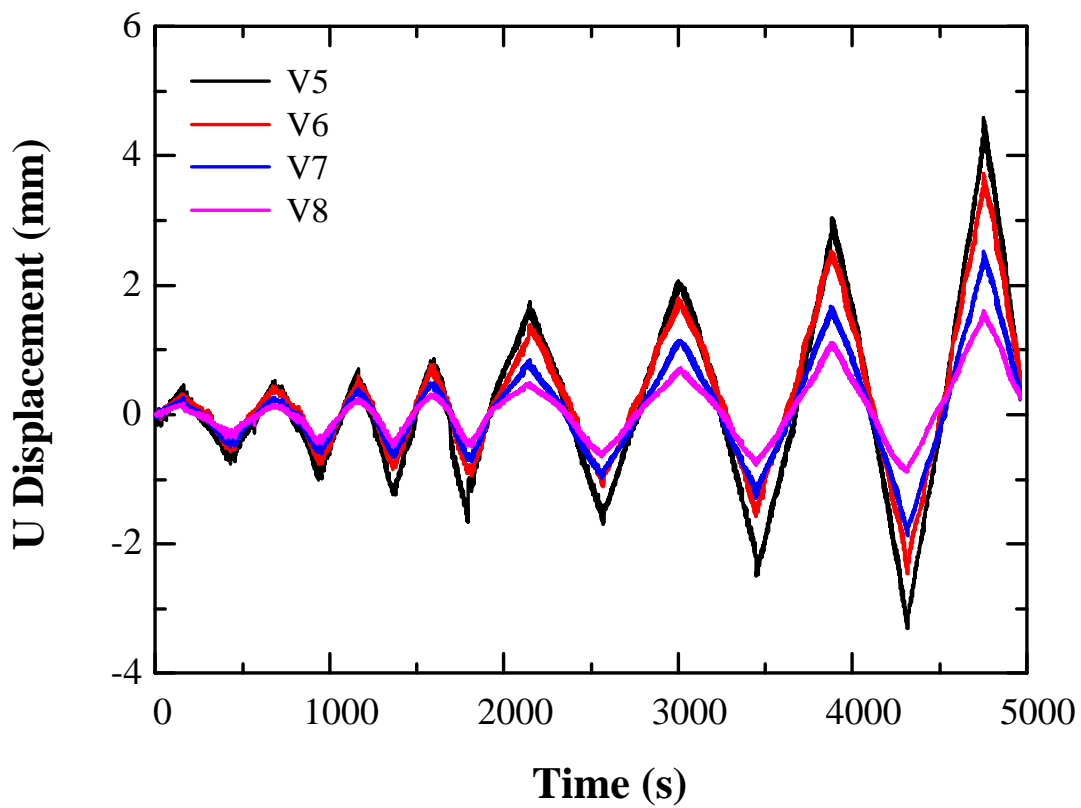


圖 5-34 Stereo DIC 量測點 V5、V6、V7 與 V8 在 X 方向位移結果比對

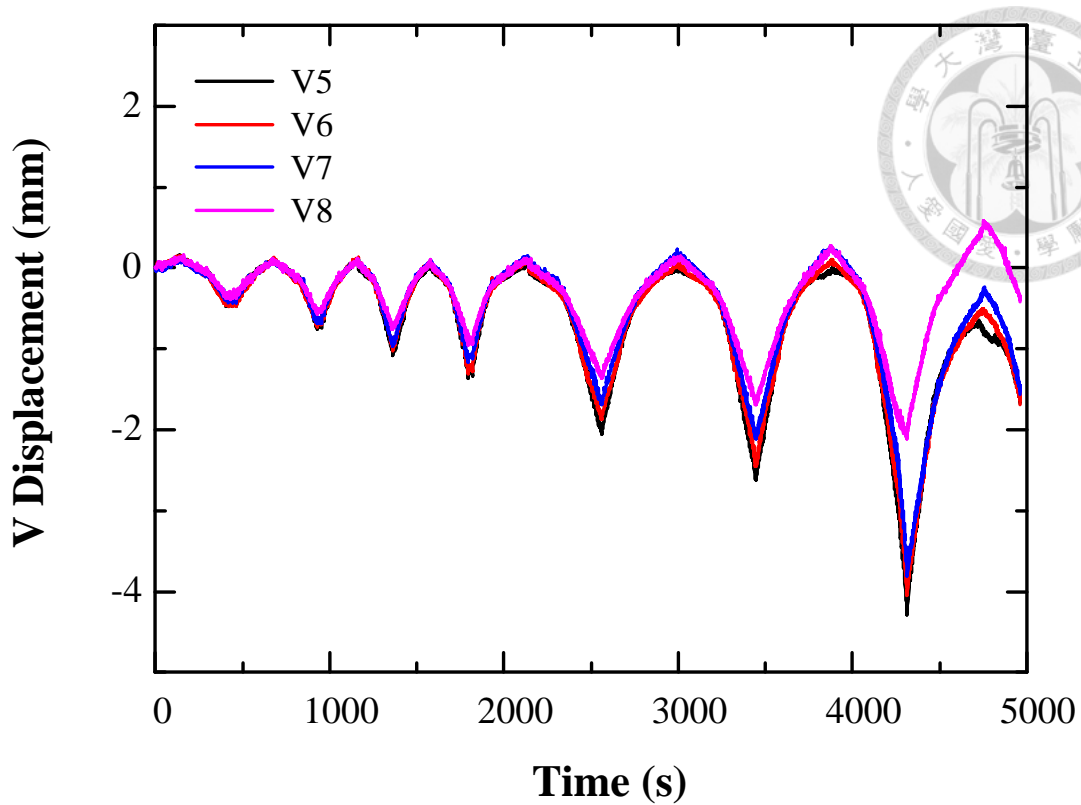


圖 5-35 Stereo DIC 量測點 V5、V6、V7 與 V8 在 Y 方向位移結果比對

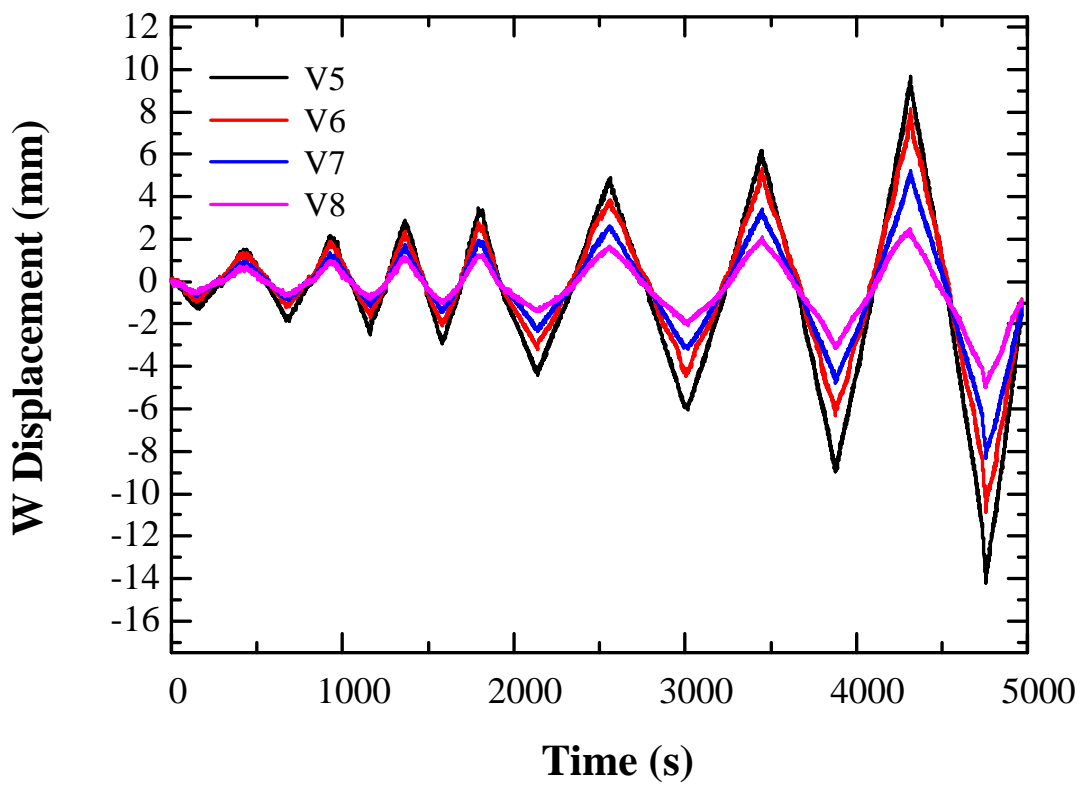


圖 5-36 Stereo DIC 量測點 V5、V6、V7 與 V8 在 Z 方向位移結果比對

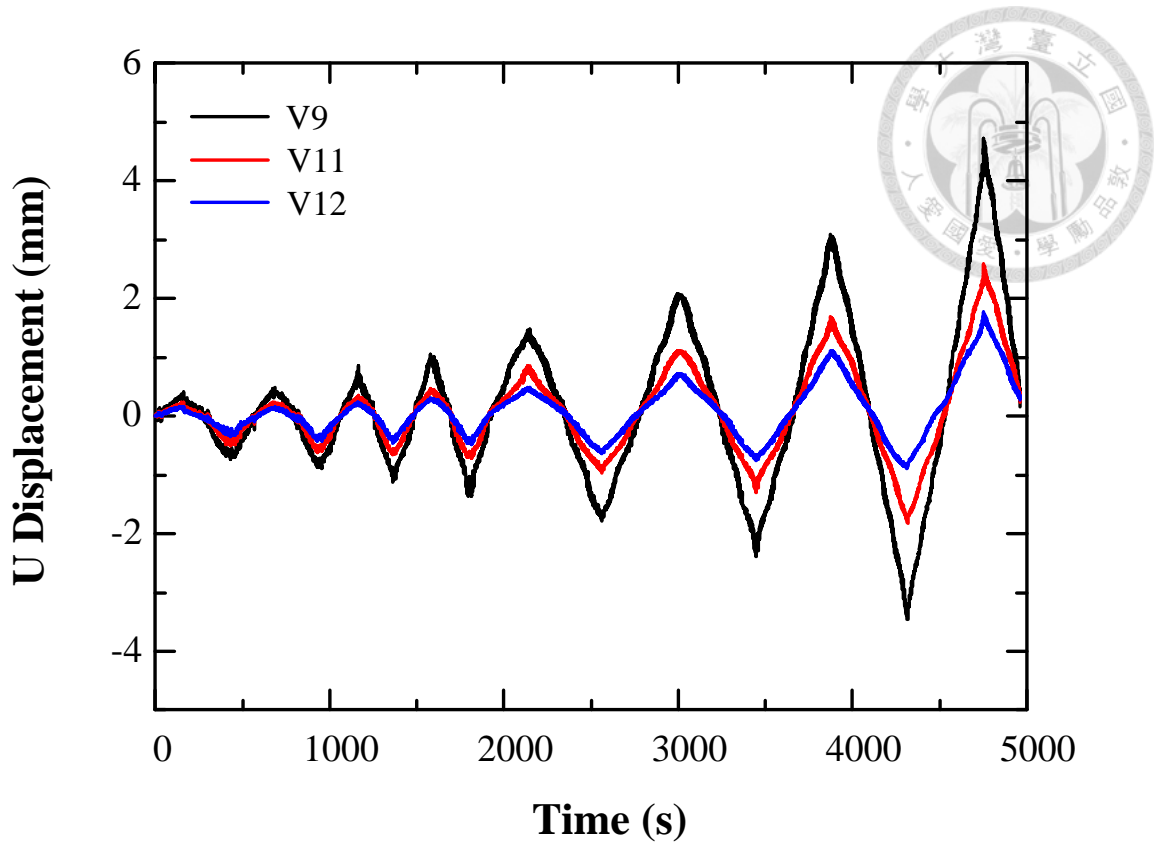


圖 5-37 Stereo DIC 量測點 V9、V11 與 V12 在 X 方向位移結果比對

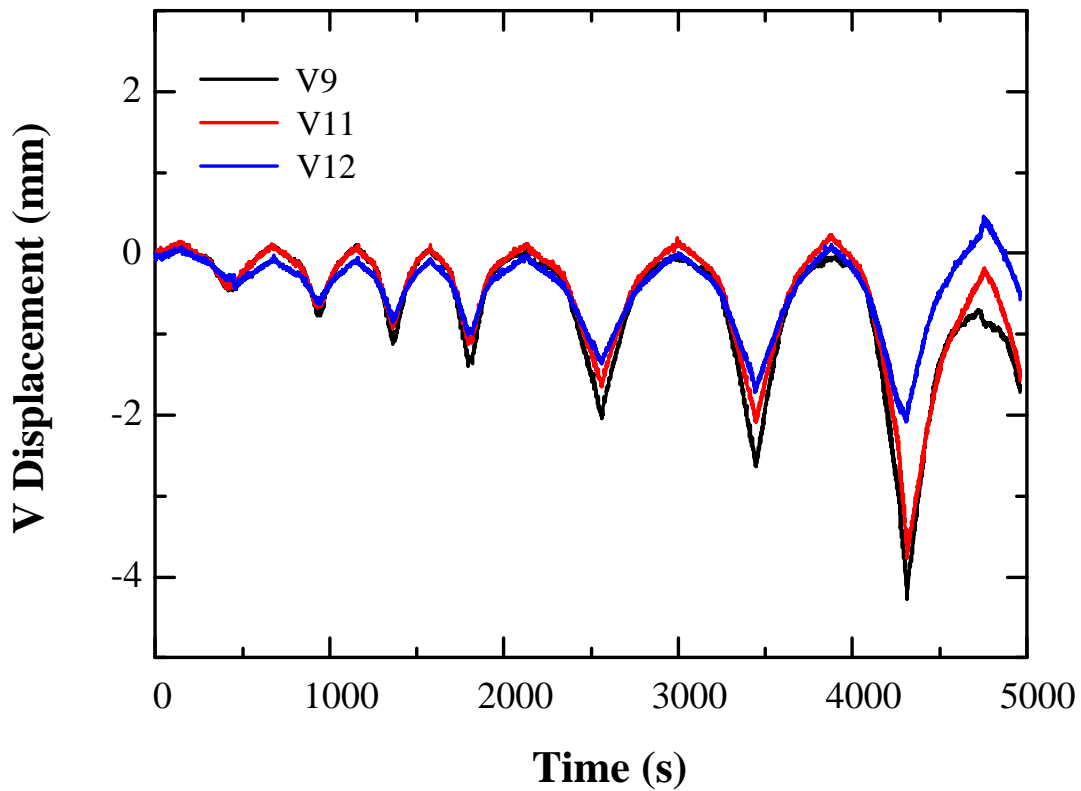


圖 5-38 Stereo DIC 量測點 V9、V11 與 V12 在 Y 方向位移結果比對

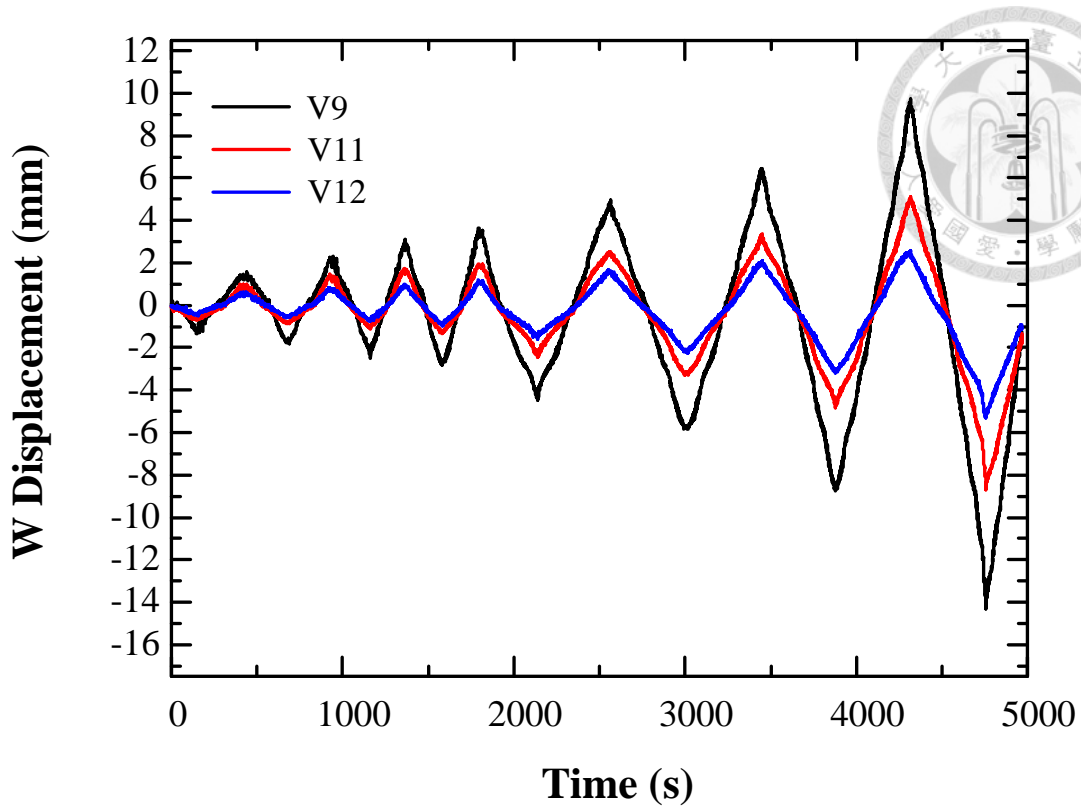


圖 5-39 Stereo DIC 量測點 V9、V11 與 V12 在 Z 方向位移結果比對

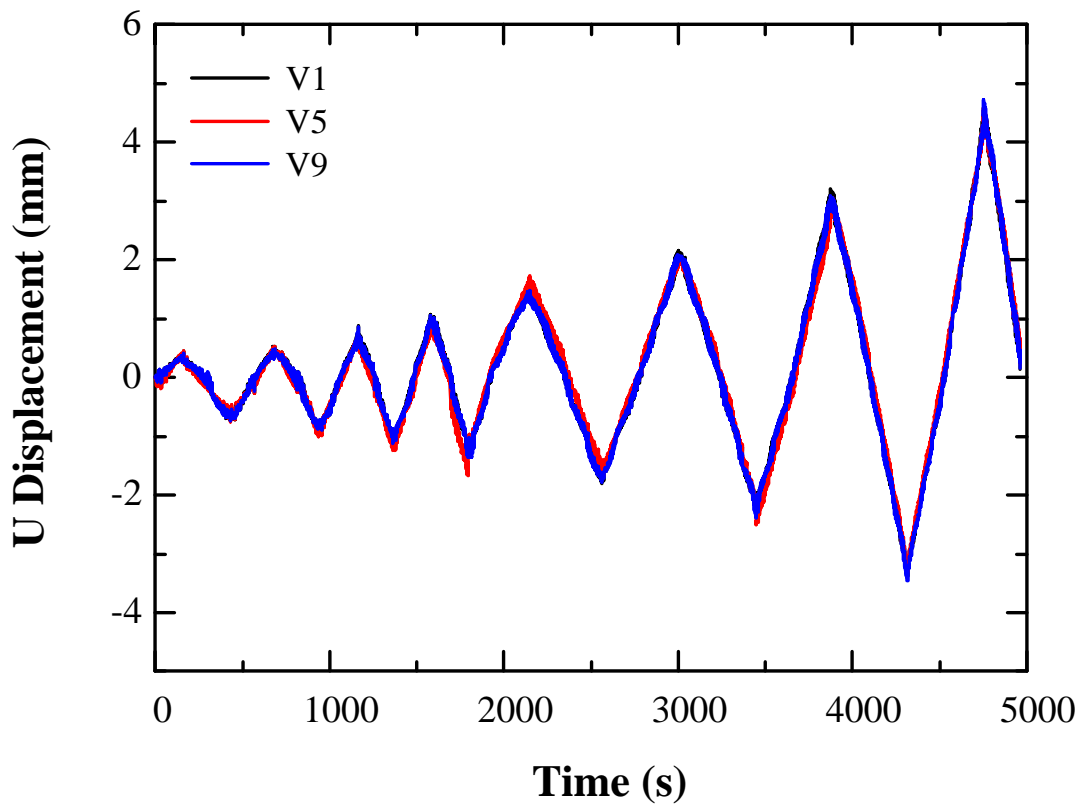


圖 5-40 Stereo DIC 量測點 V1、V5 與 V9 在 X 方向位移結果比對

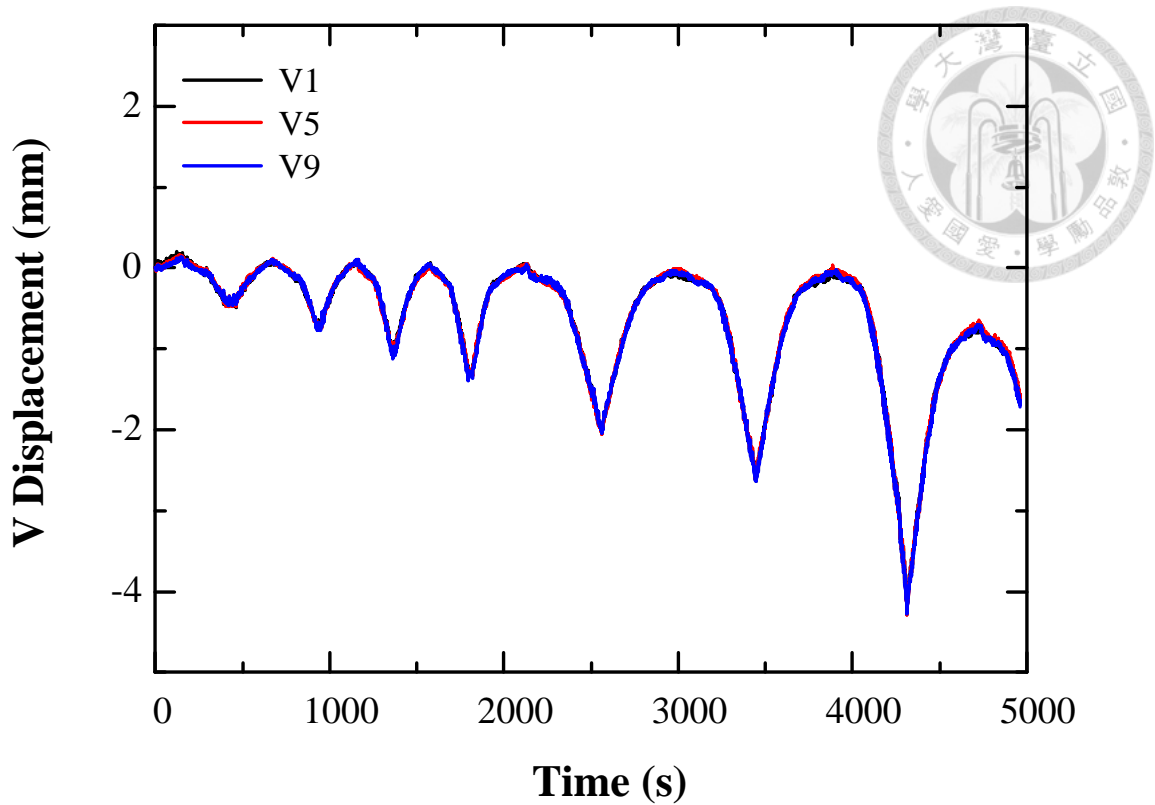


圖 5-41 Stereo DIC 量測點 V1、V5 與 V9 在 Y 方向位移結果比對

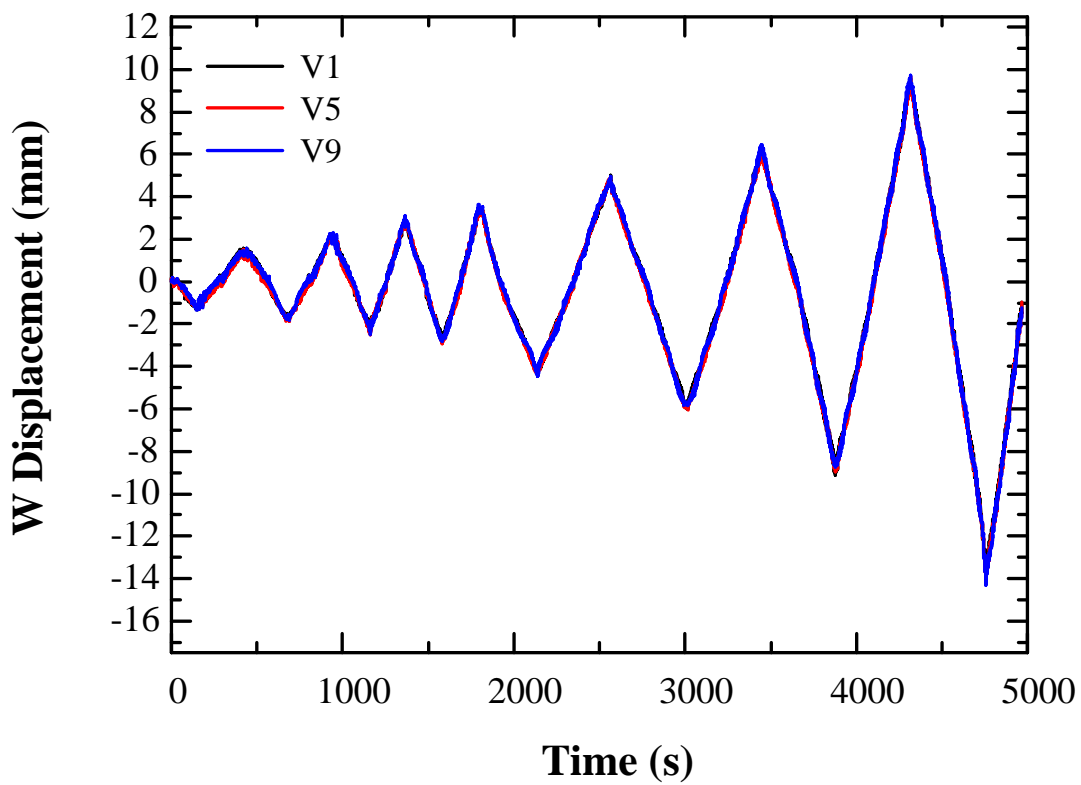


圖 5-42 Stereo DIC 量測點 V1、V5 與 V9 在 Z 方向位移結果比對

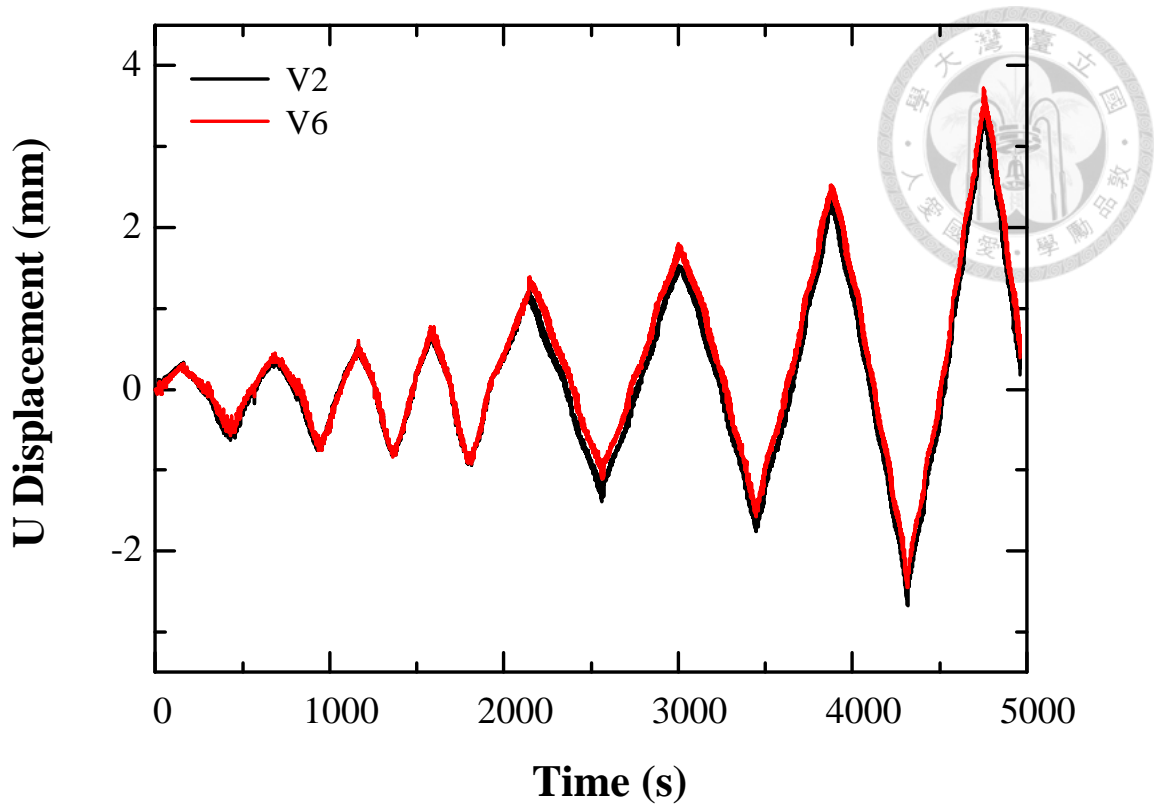


圖 5-43 Stereo DIC 量測點 V2 與 V6 在 X 方向位移結果比對

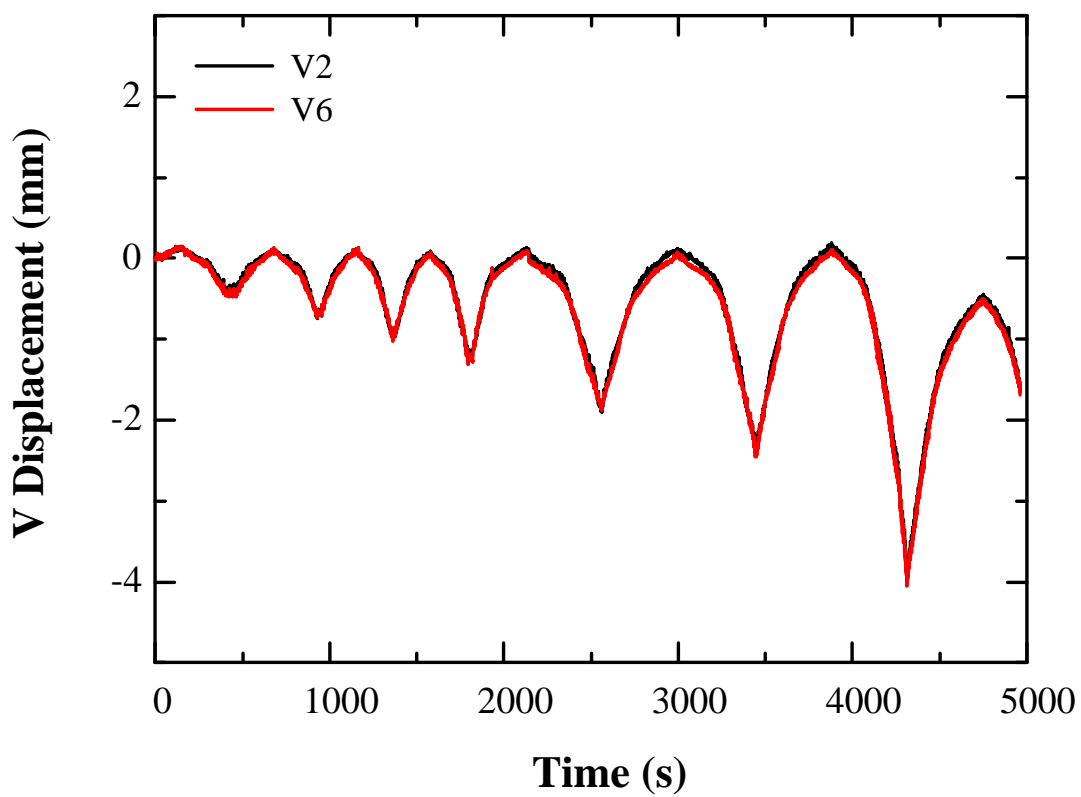


圖 5-44 Stereo DIC 量測點 V2 與 V6 在 Y 方向位移結果比對

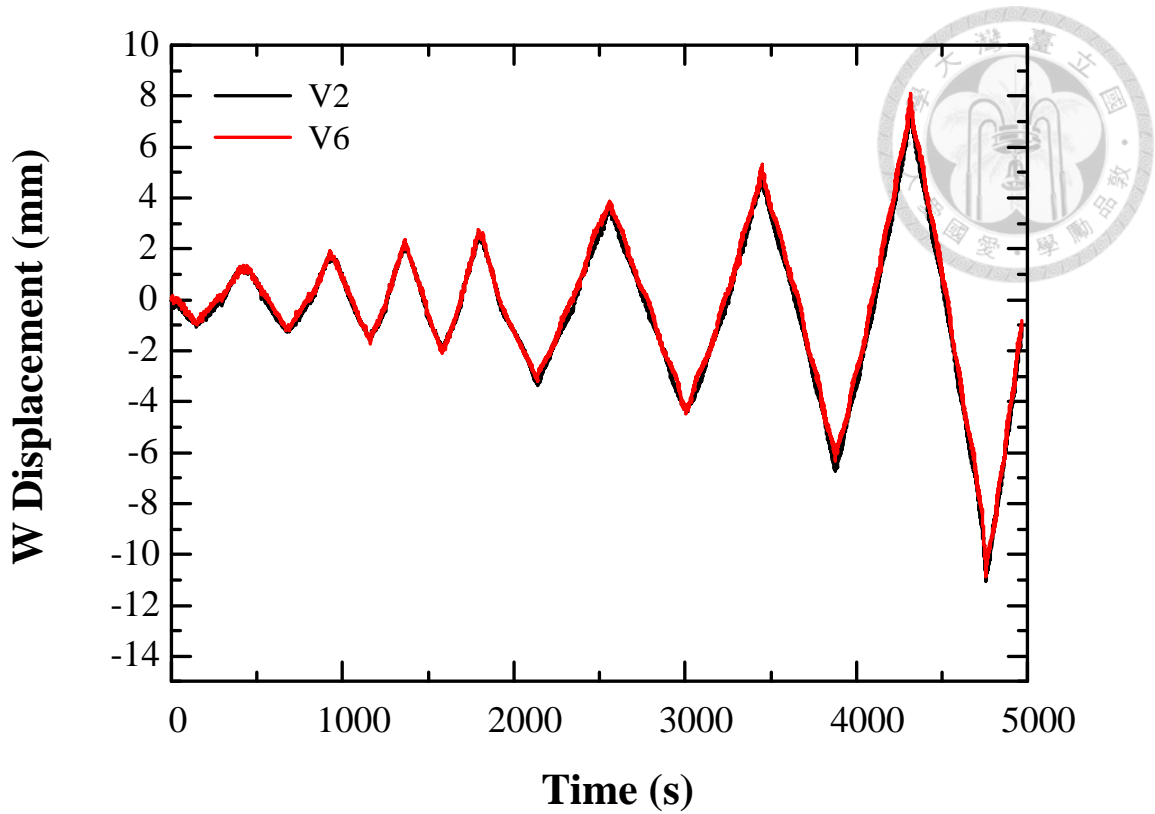


圖 5-45 Stereo DIC 量測點 V2 與 V6 在 Z 方向位移結果比對

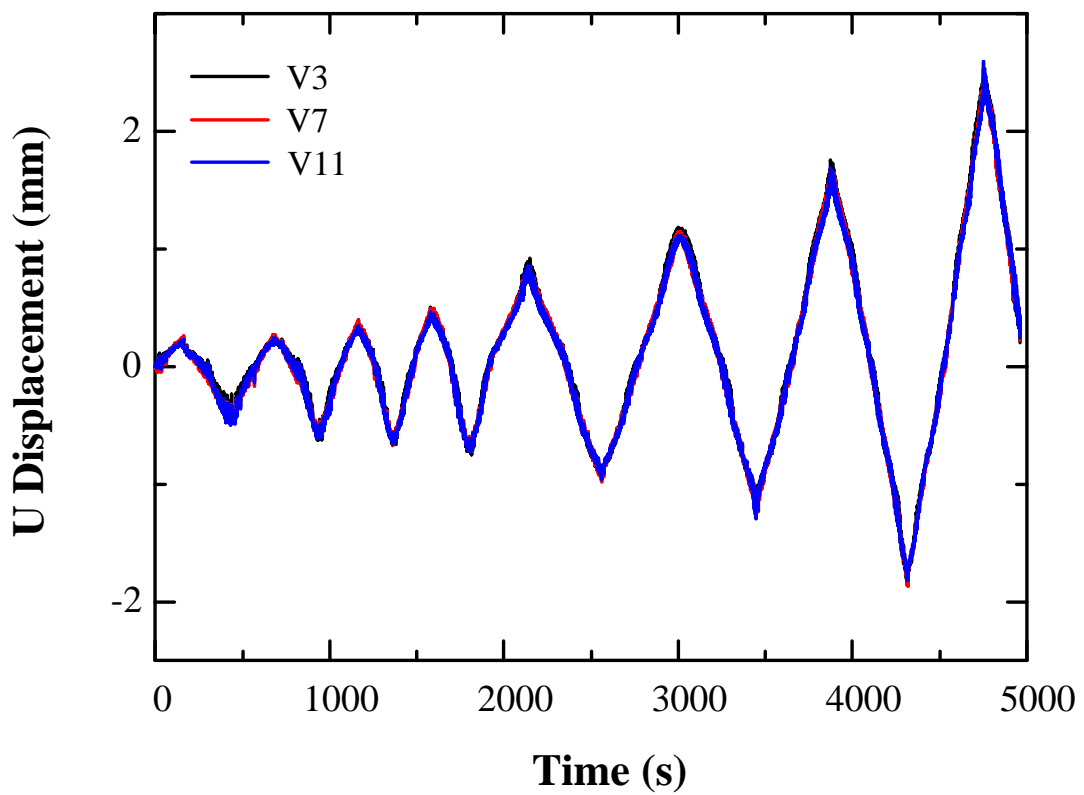


圖 5-46 Stereo DIC 量測點 V9、V7 與 V11 在 X 方向位移結果比對

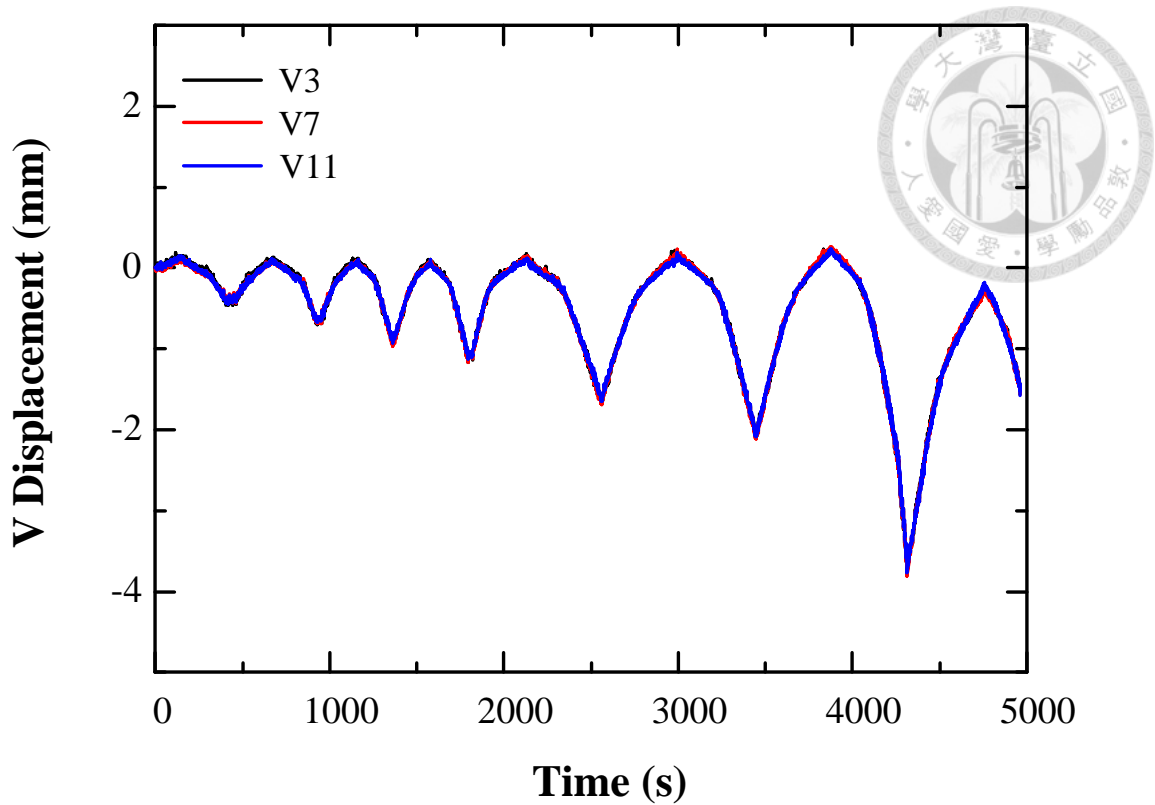


圖 5-47 Stereo DIC 量測點 V9、V7 與 V11 在 Y 方向位移結果比對

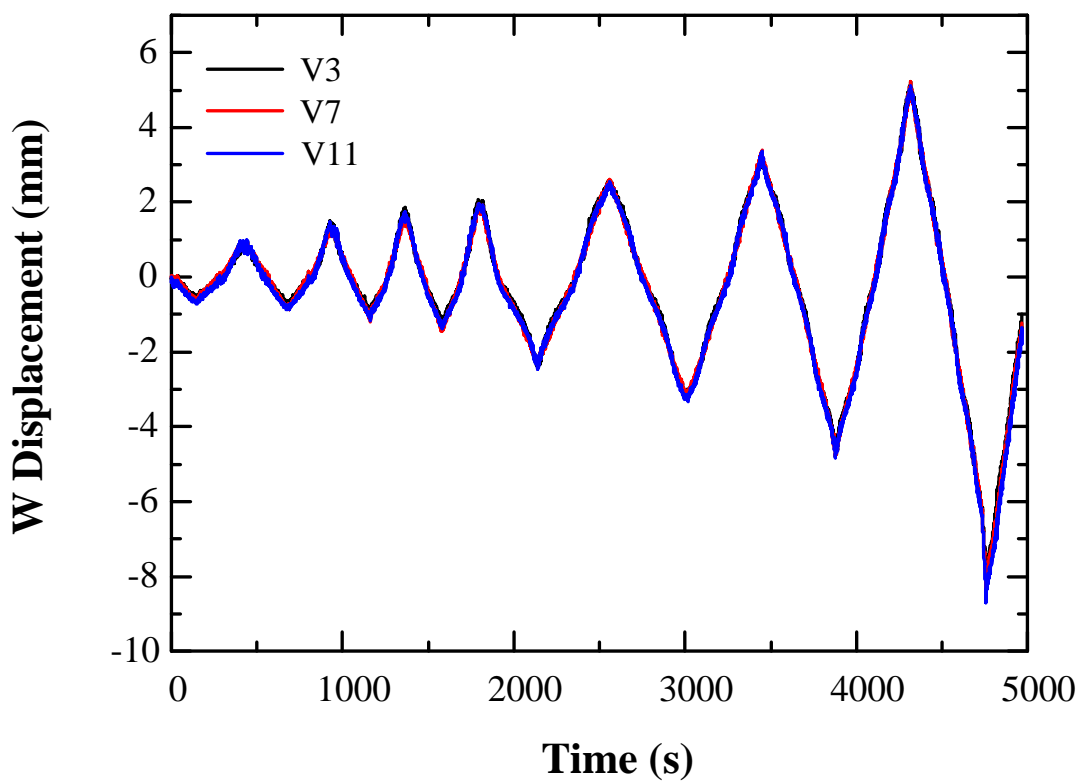


圖 5-48 Stereo DIC 量測點 V9、V7 與 V11 在 Z 方向位移結果比對



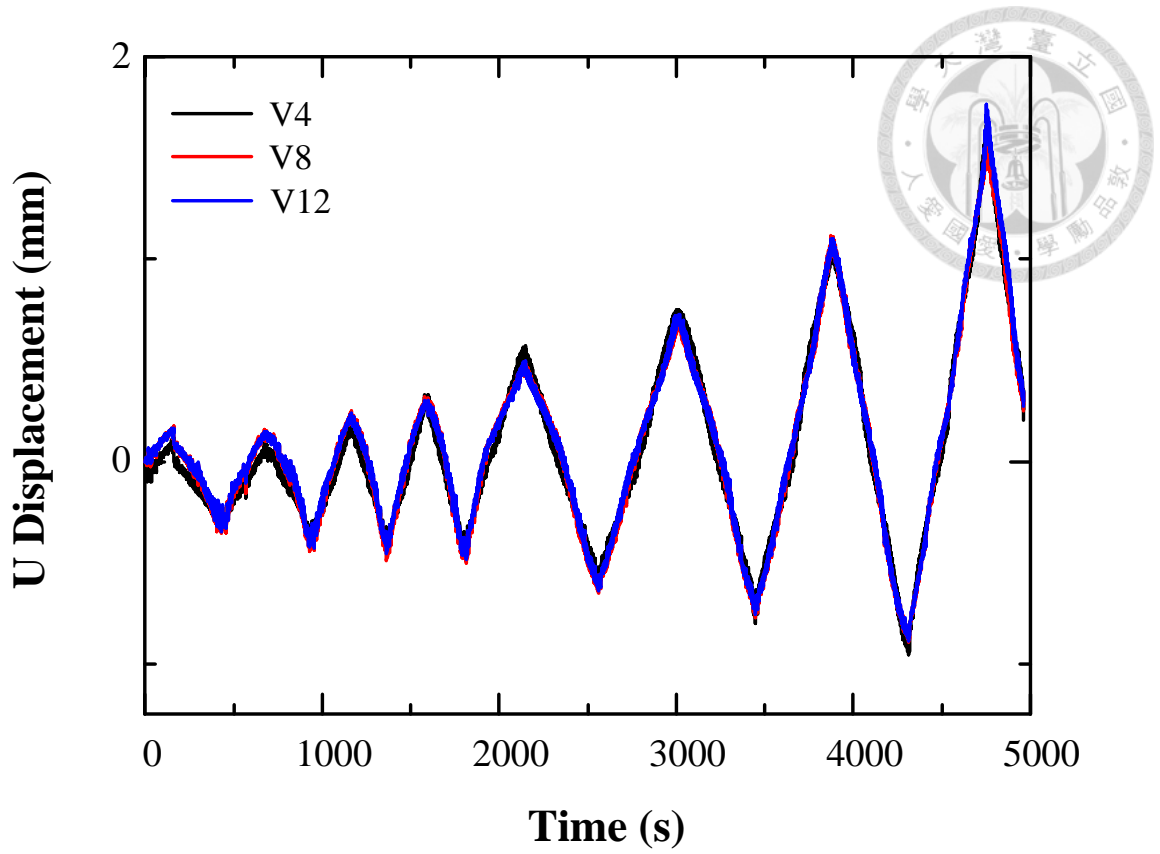


圖 5-49 Stereo DIC 量測點 V4、V8 與 V12 在 X 方向位移結果比對

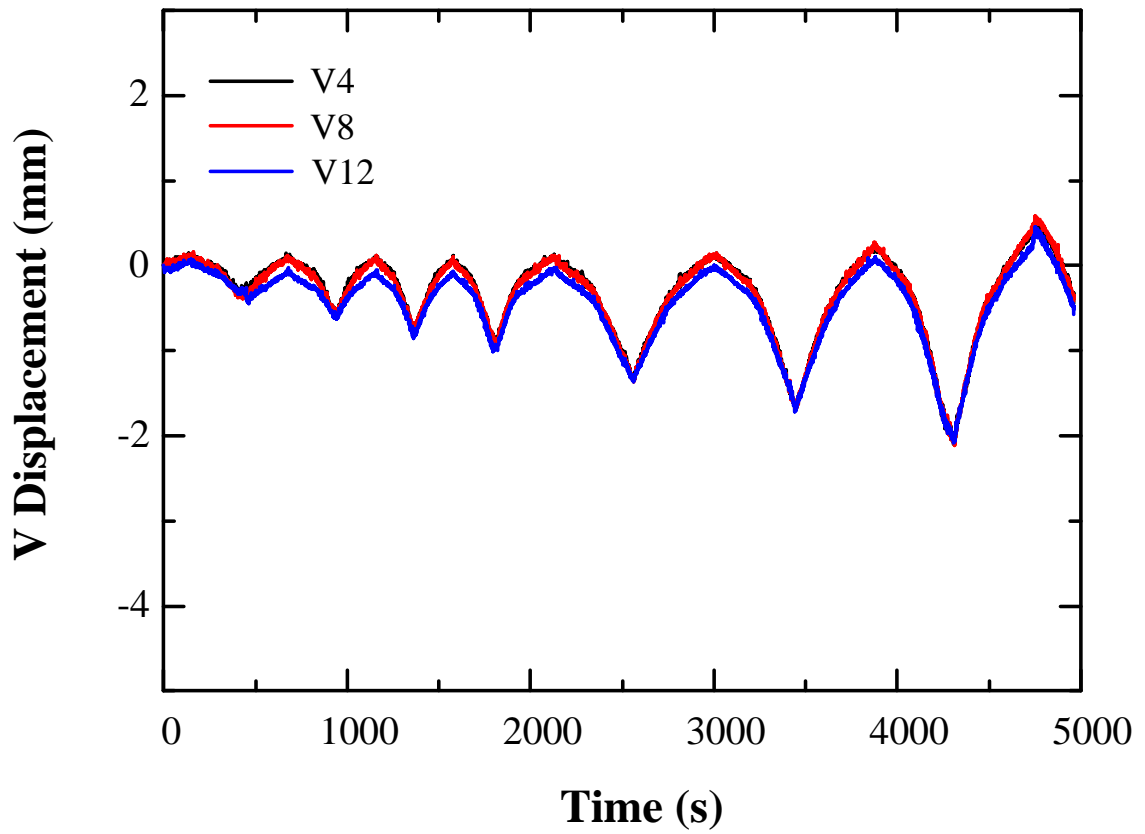


圖 5-50 Stereo DIC 量測點 V4、V8 與 V12 在 Y 方向位移結果比對

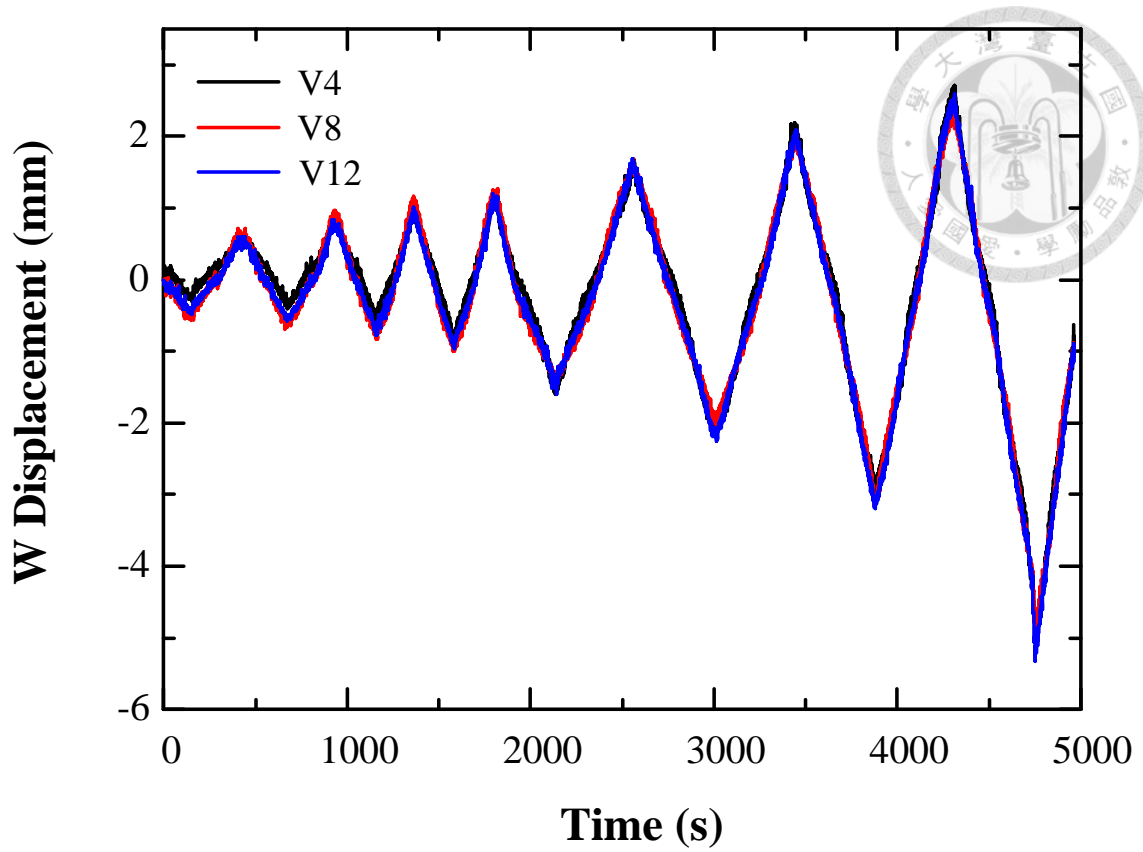


圖 5-51 Stereo DIC 量測點 V4、V8 與 V12 在 Z 方向位移結果比對

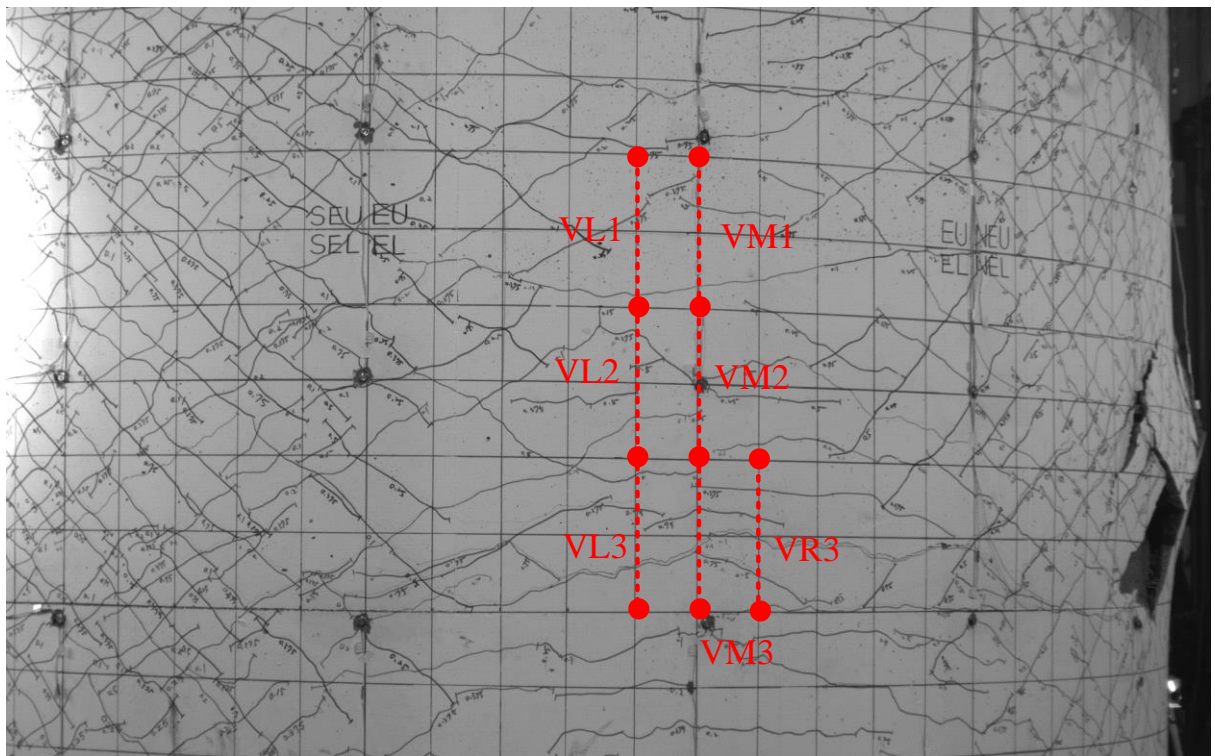


圖 5-52 實際 Stereo DIC 量測線段之位置圖

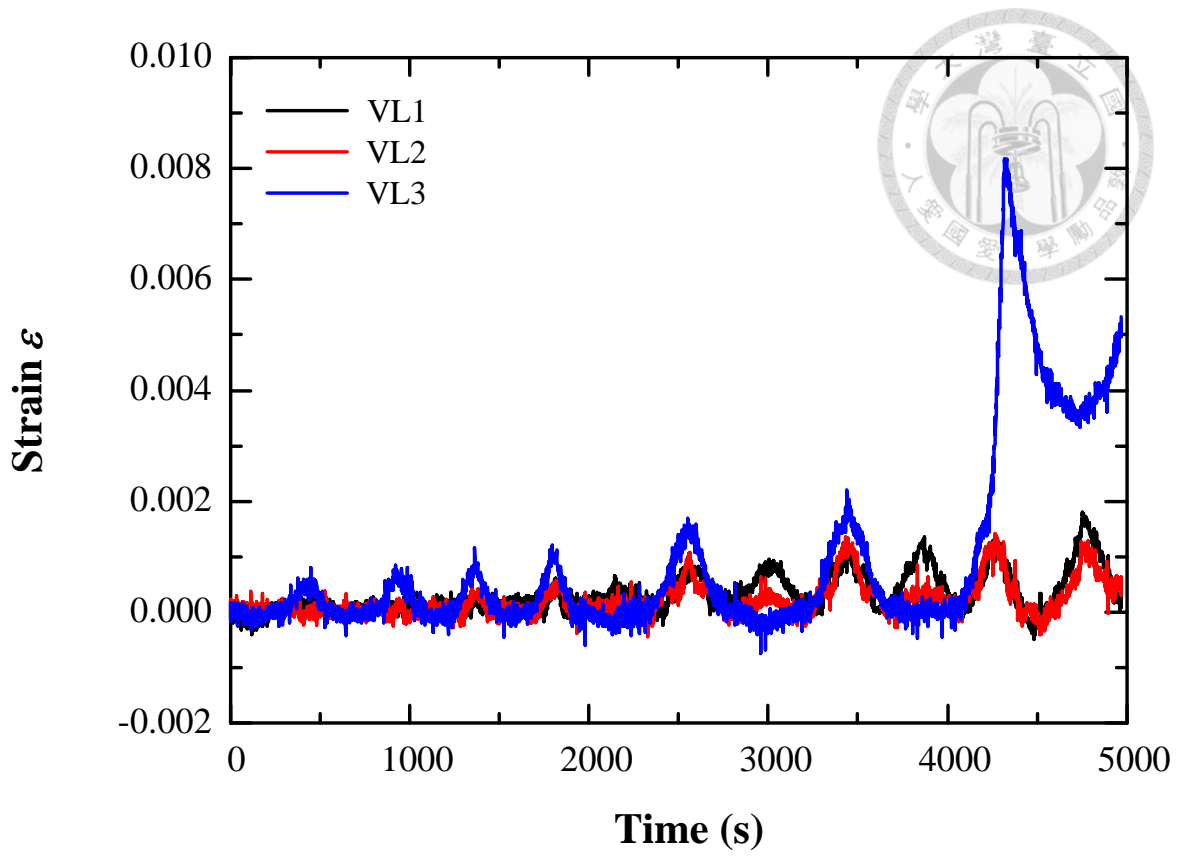


圖 5-53 Stereo DIC 量測線段 VL1、VL2 與 VL3 應變結果比對

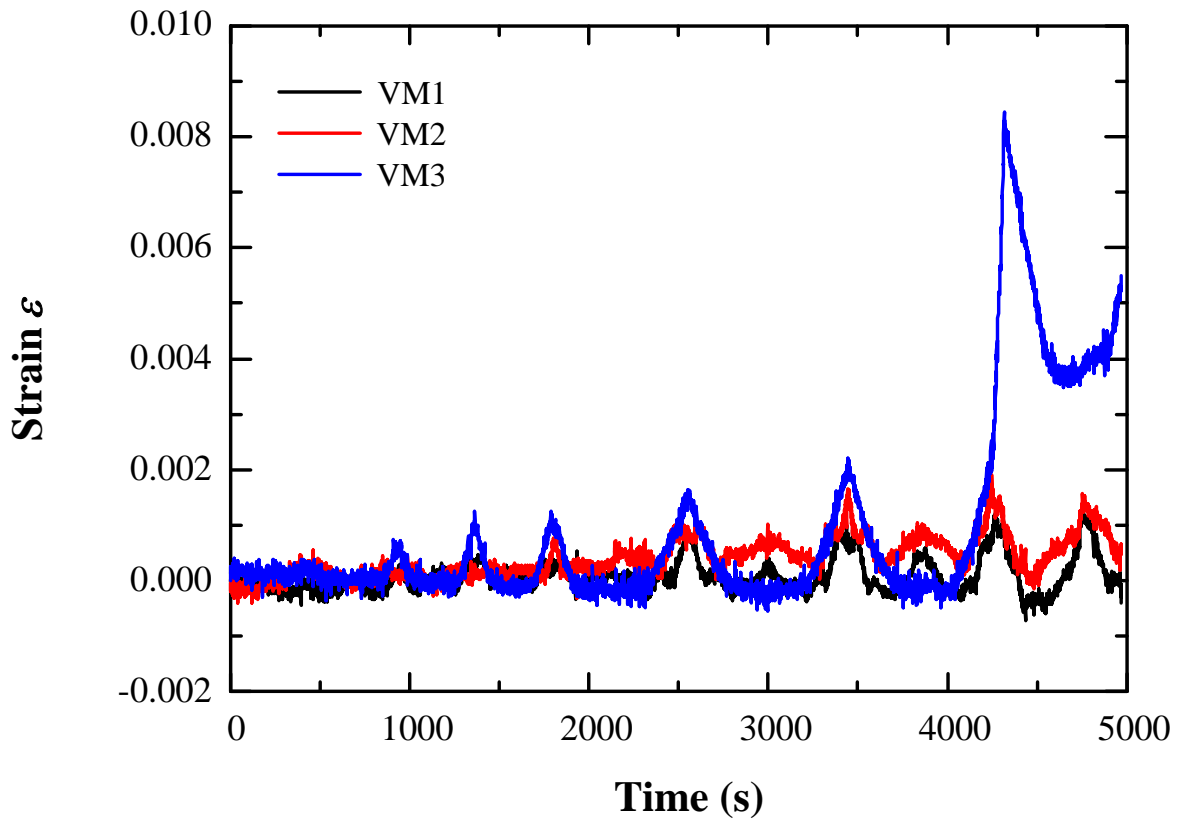


圖 5-54 Stereo DIC 量測線段 VM1、VM2 與 VM3 應變結果比對

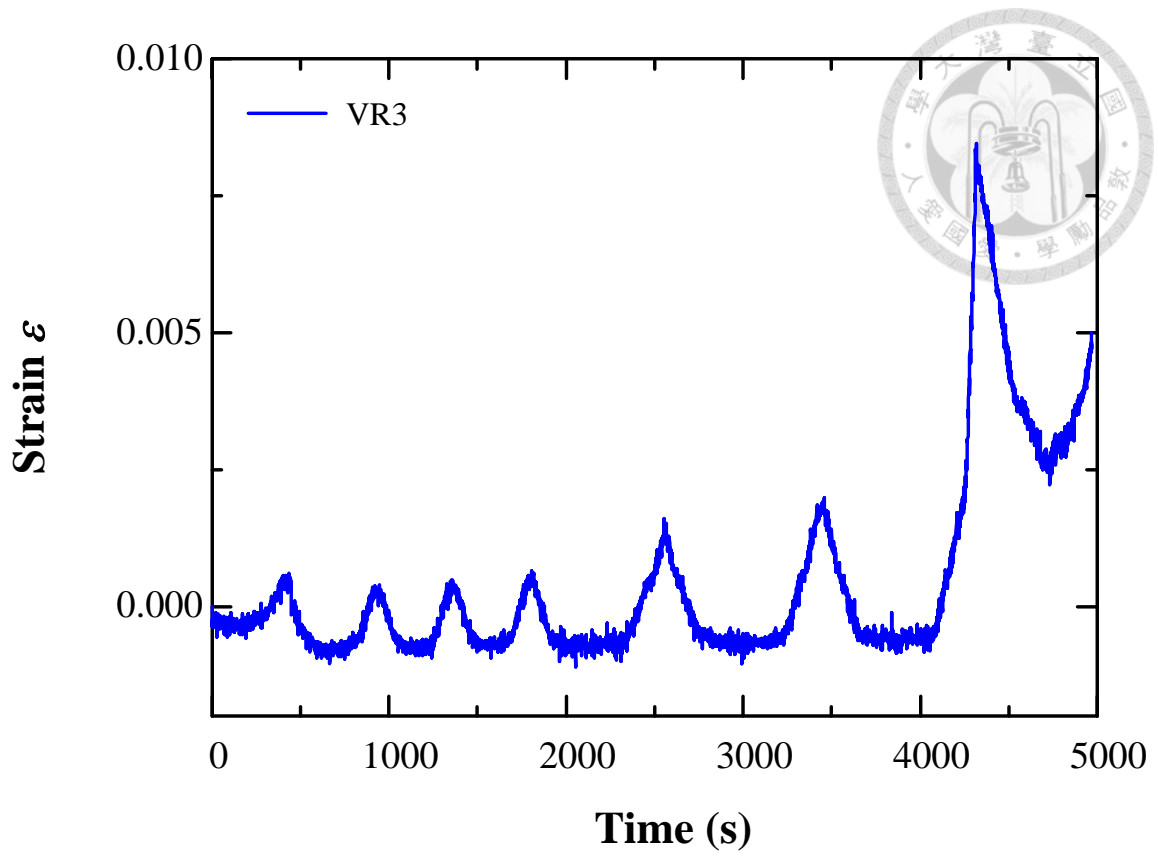


圖 5-55 Stereo DIC 量測線段 VR3 應變結果

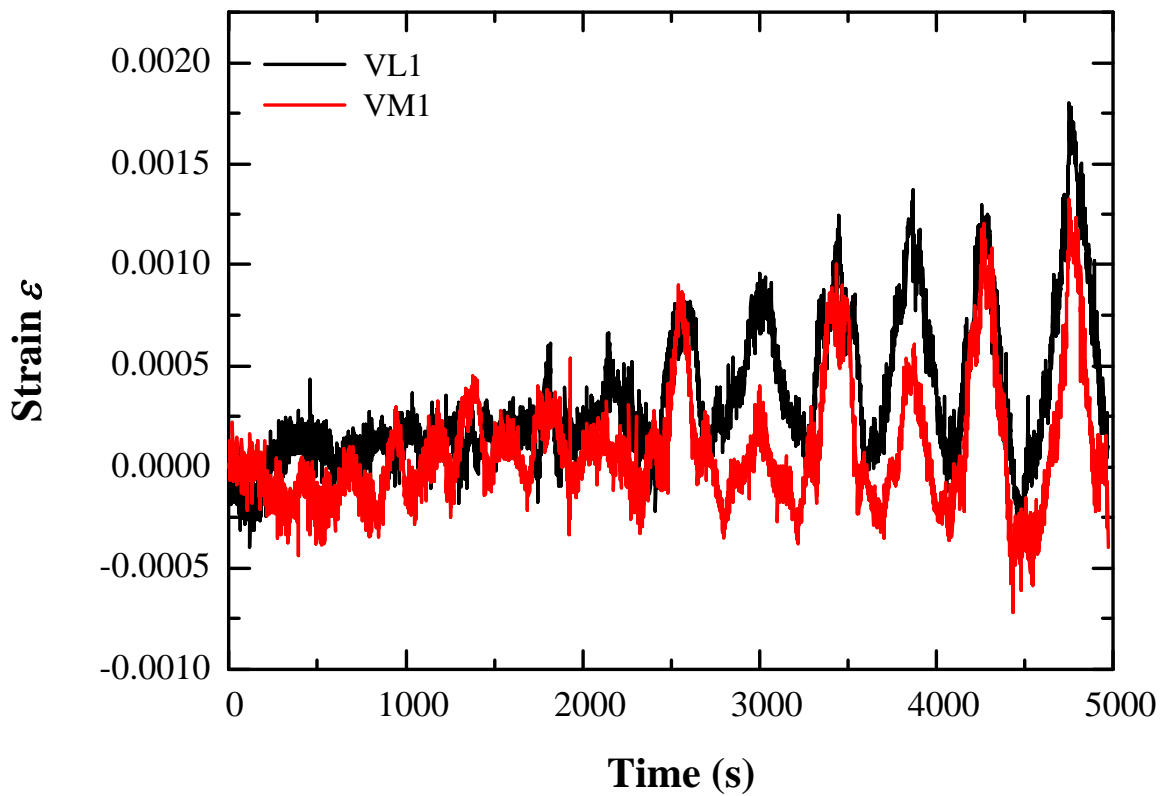


圖 5-56 Stereo DIC 量測線段 VL1 與 VM1 應變結果比對

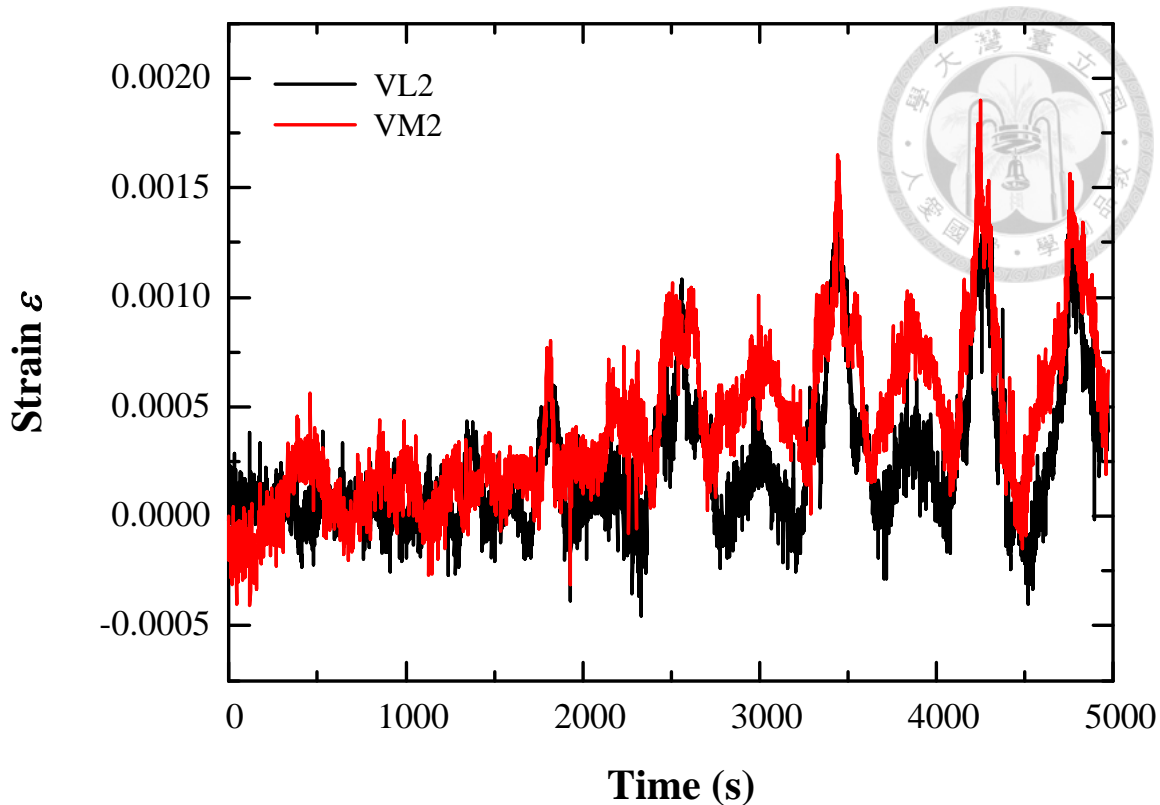


圖 5-57 Stereo DIC 量測線段 VL2 與 VM2 應變結果比對

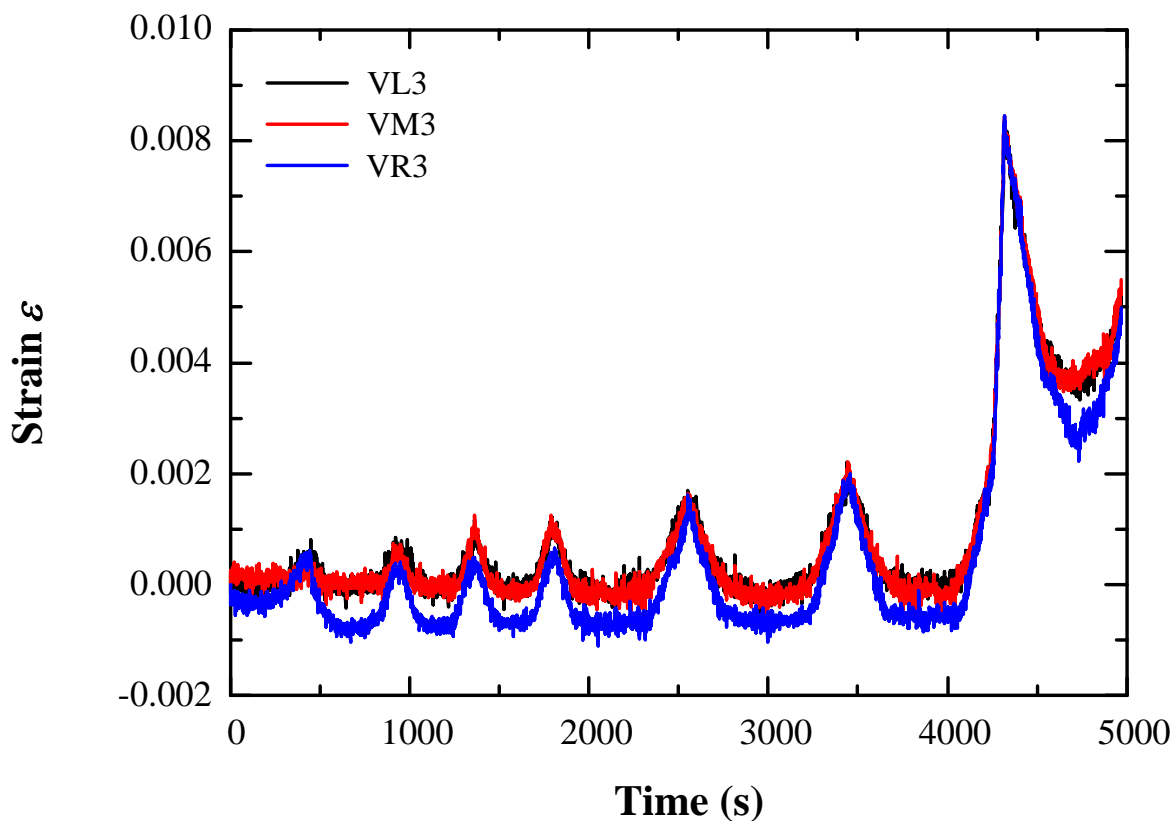


圖 5-58 Stereo DIC 量測線段 VL3、VM3 與 VR3 應變結果比對

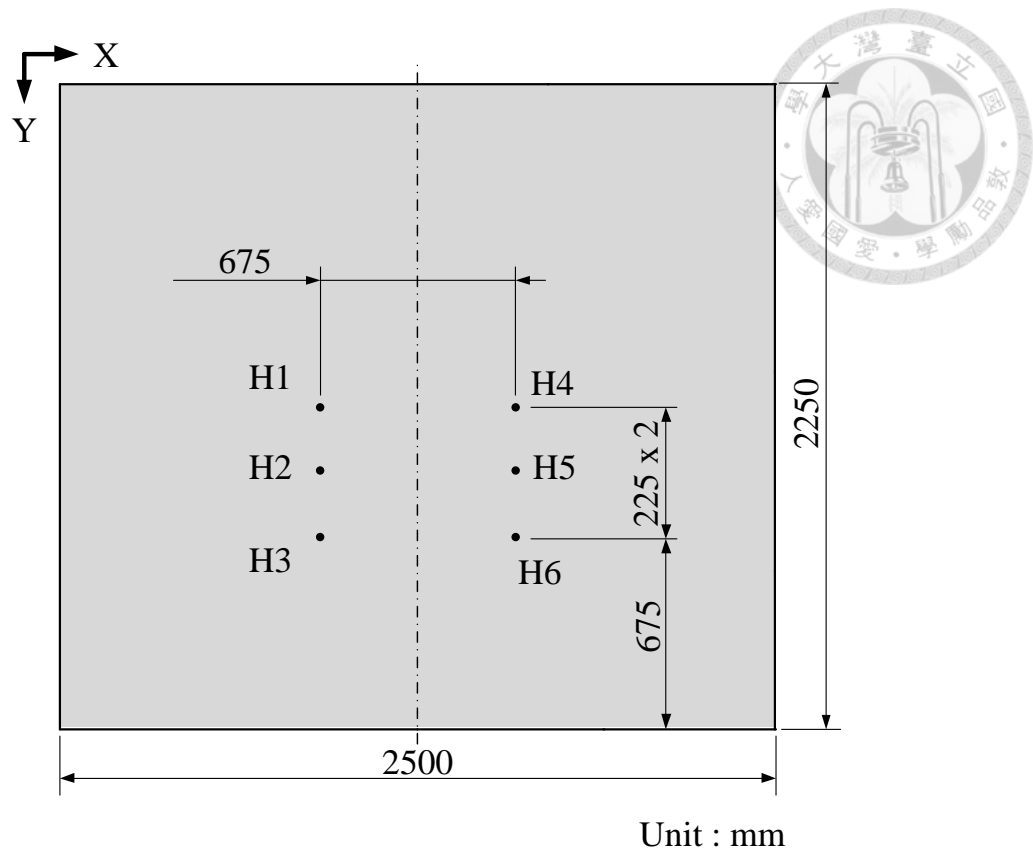


圖 5-59 Stereo DIC 量測點之位置圖

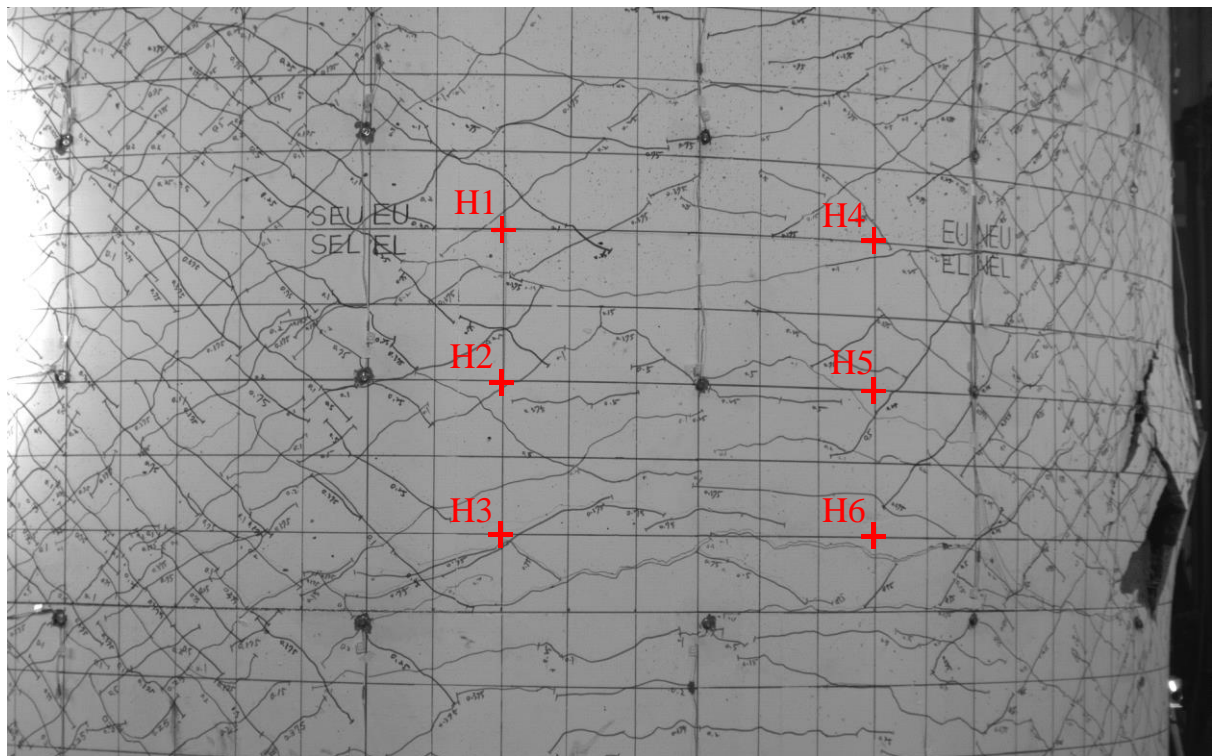


圖 5-60 實際 Stereo DIC 量測點之位置圖

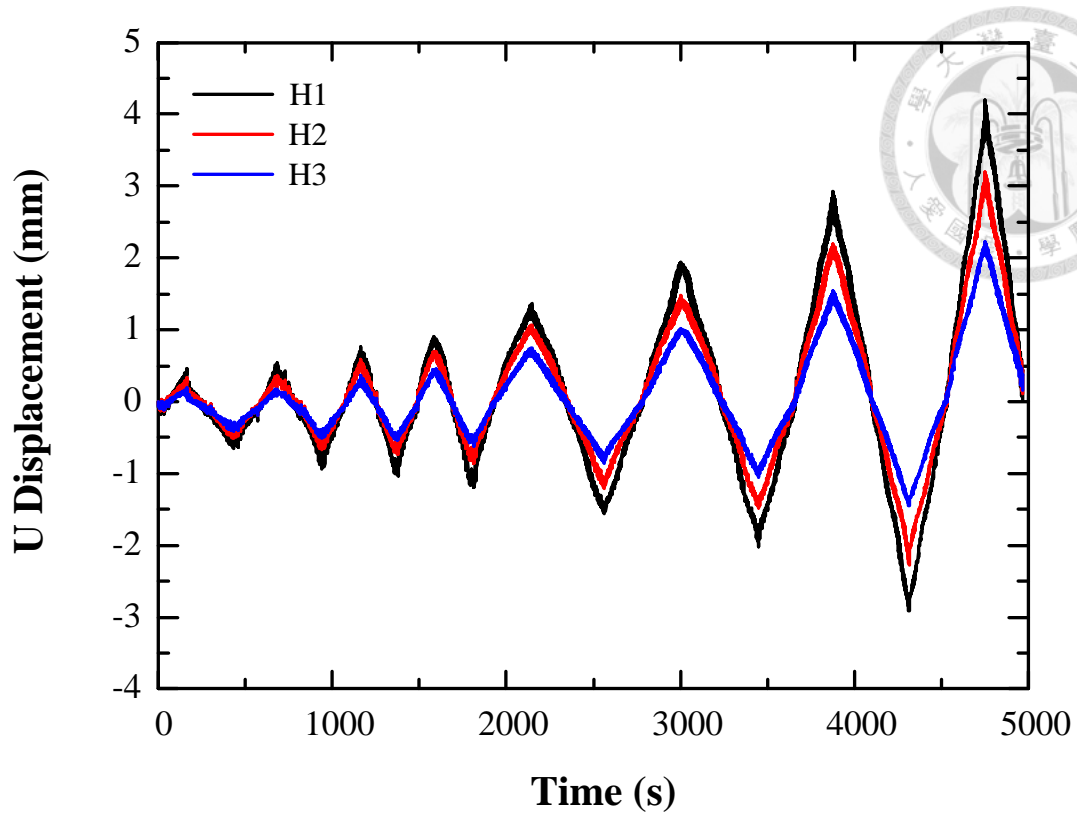


圖 5-61 Stereo DIC 量測點 H1、H2 與 H3 在 X 方向位移結果比對

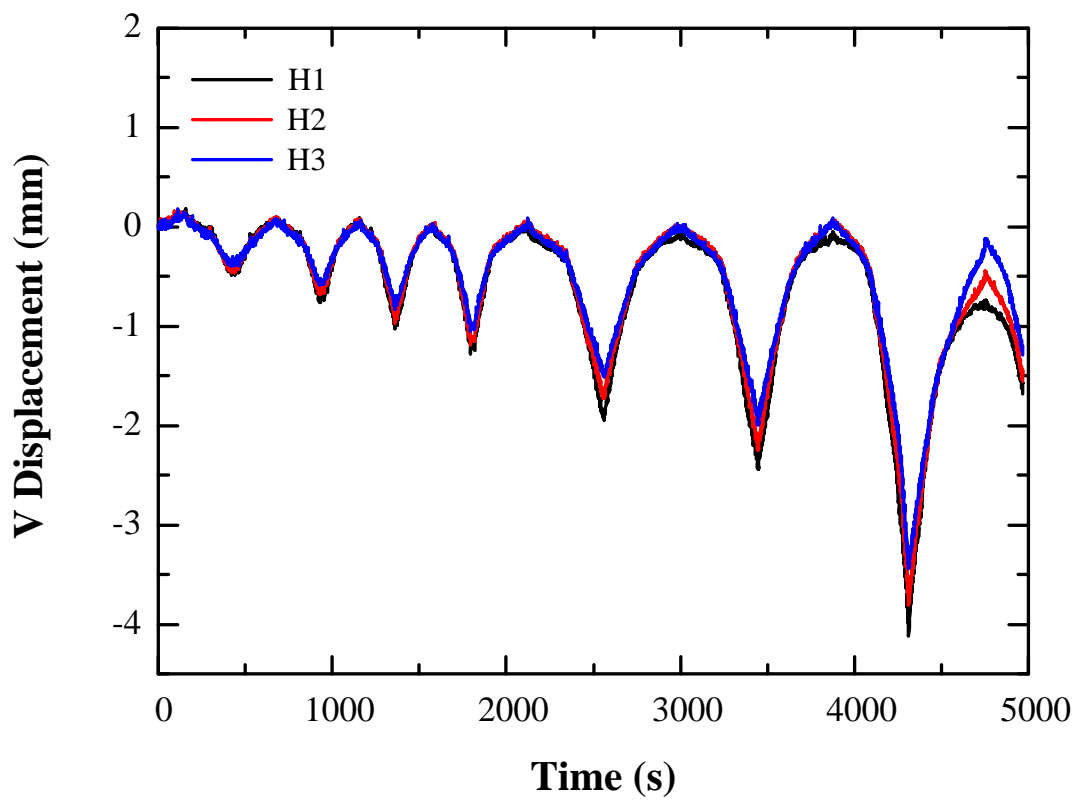


圖 5-62 Stereo DIC 量測點 H1、H2 與 H3 在 Y 方向位移結果比對

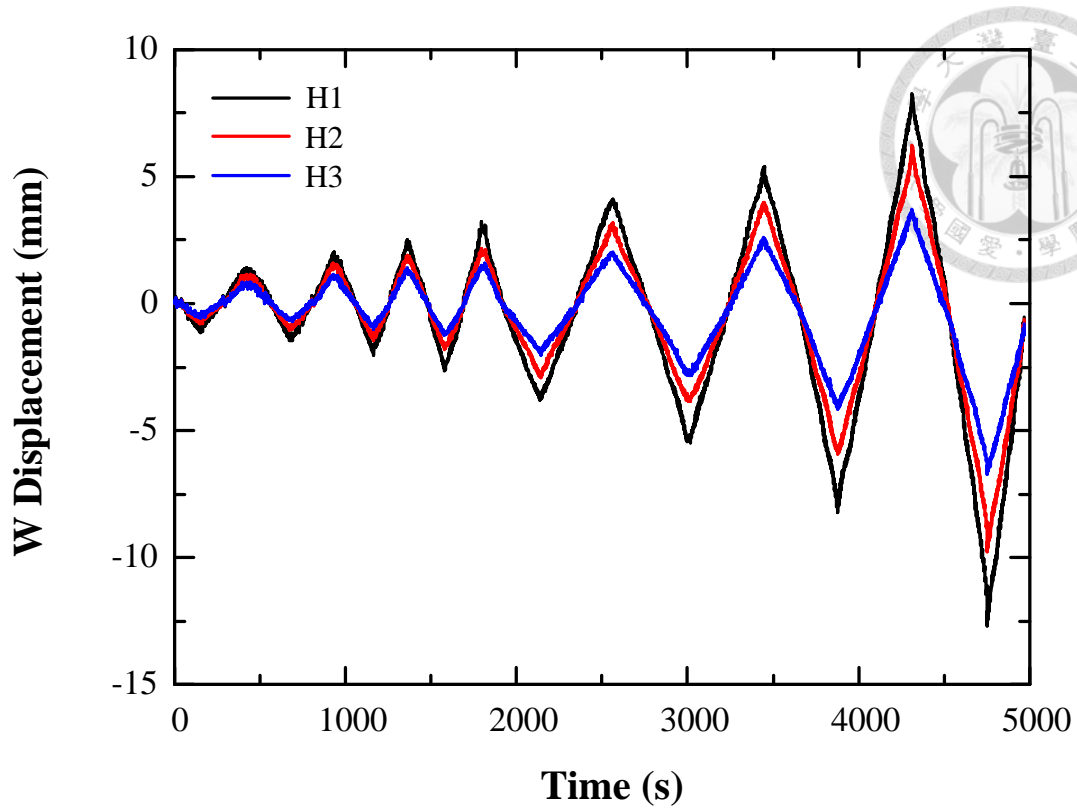


圖 5-63 Stereo DIC 量測點 H1、H2 與 H3 在 Z 方向位移結果比對

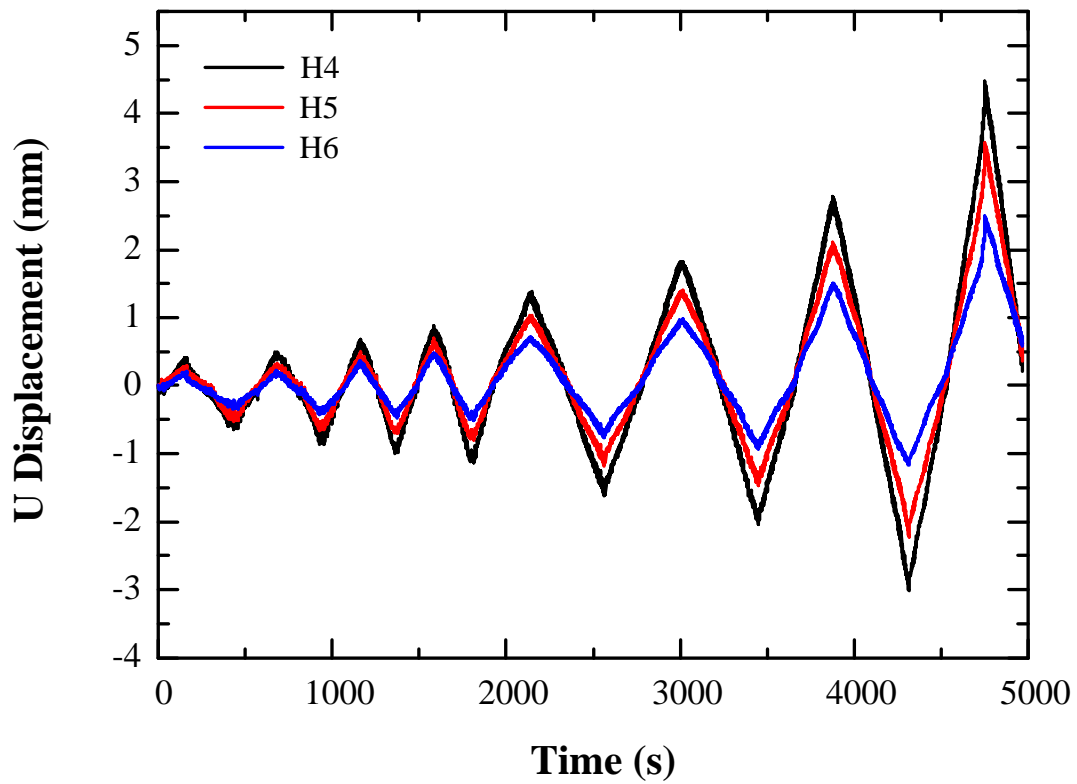


圖 5-64 Stereo DIC 量測點 H4、H5 與 H6 在 X 方向位移結果比對



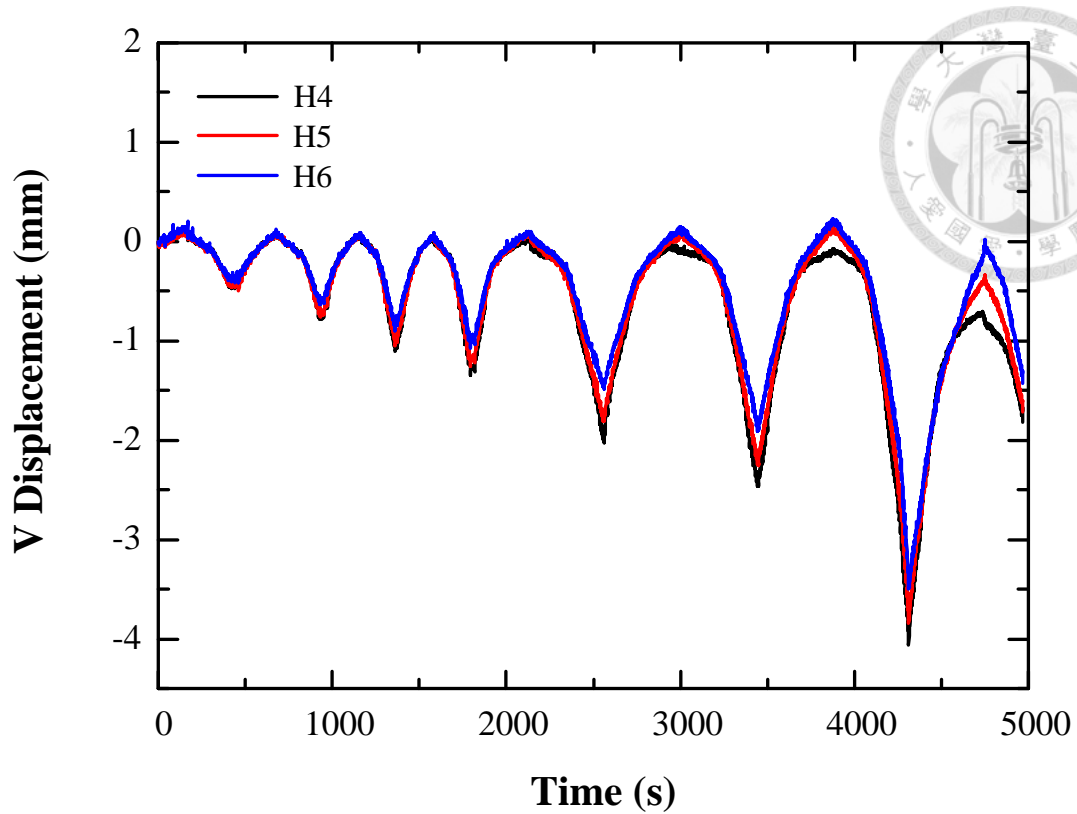


圖 5-65 Stereo DIC 量測點 H4、H5 與 H6 在 Y 方向位移結果比對

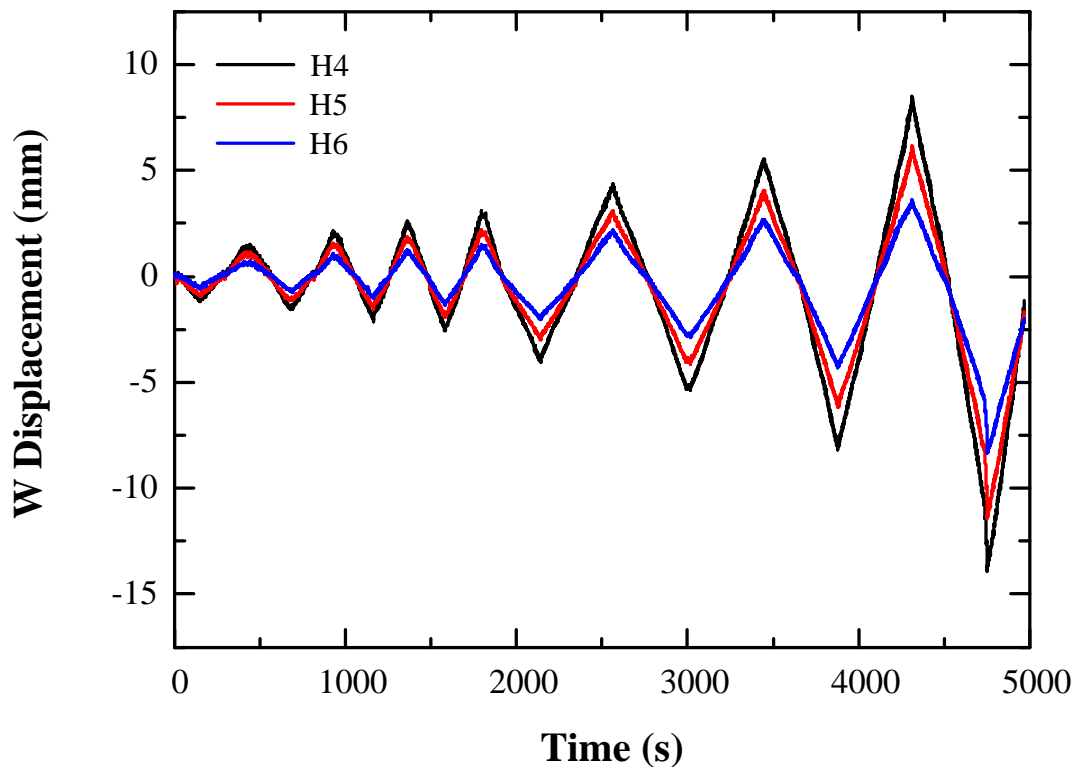


圖 5-66 Stereo DIC 量測點 H4、H5 與 H6 在 Z 方向位移結果比對

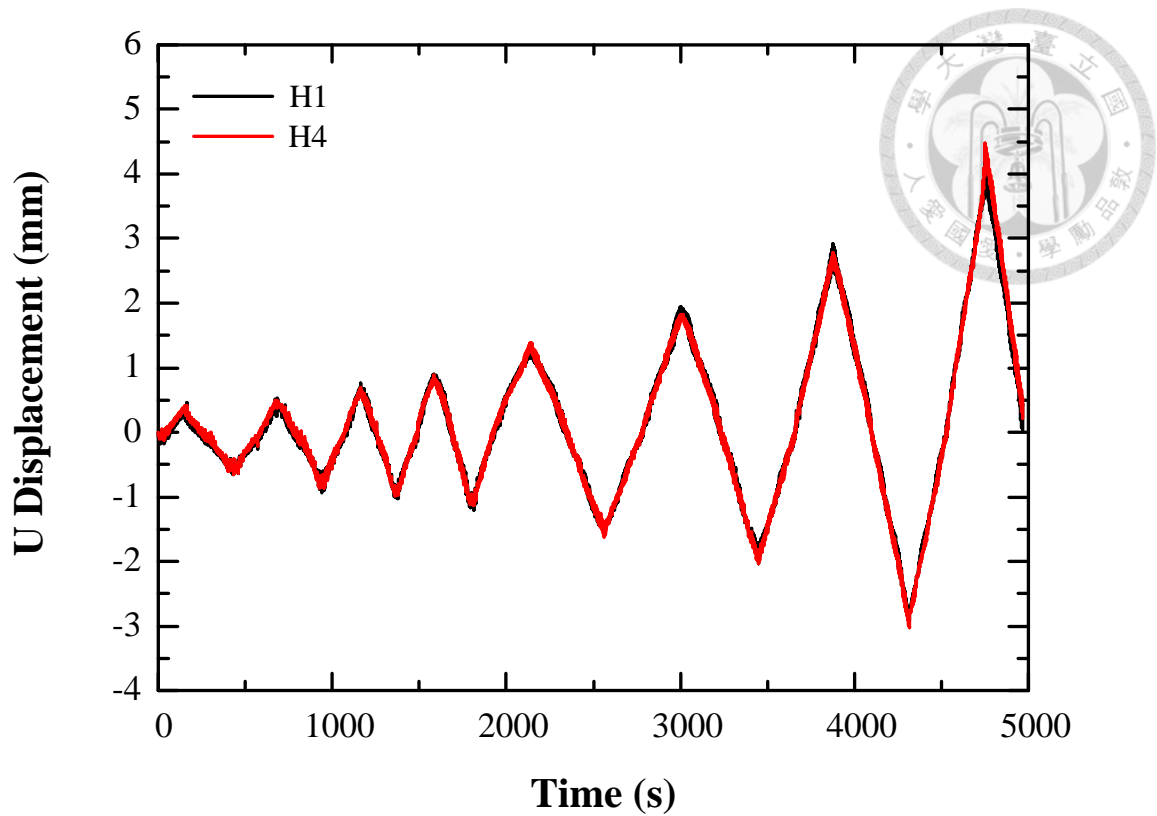


圖 5-67 Stereo DIC 量測點 H1 與 H4 在 X 方向位移結果比對

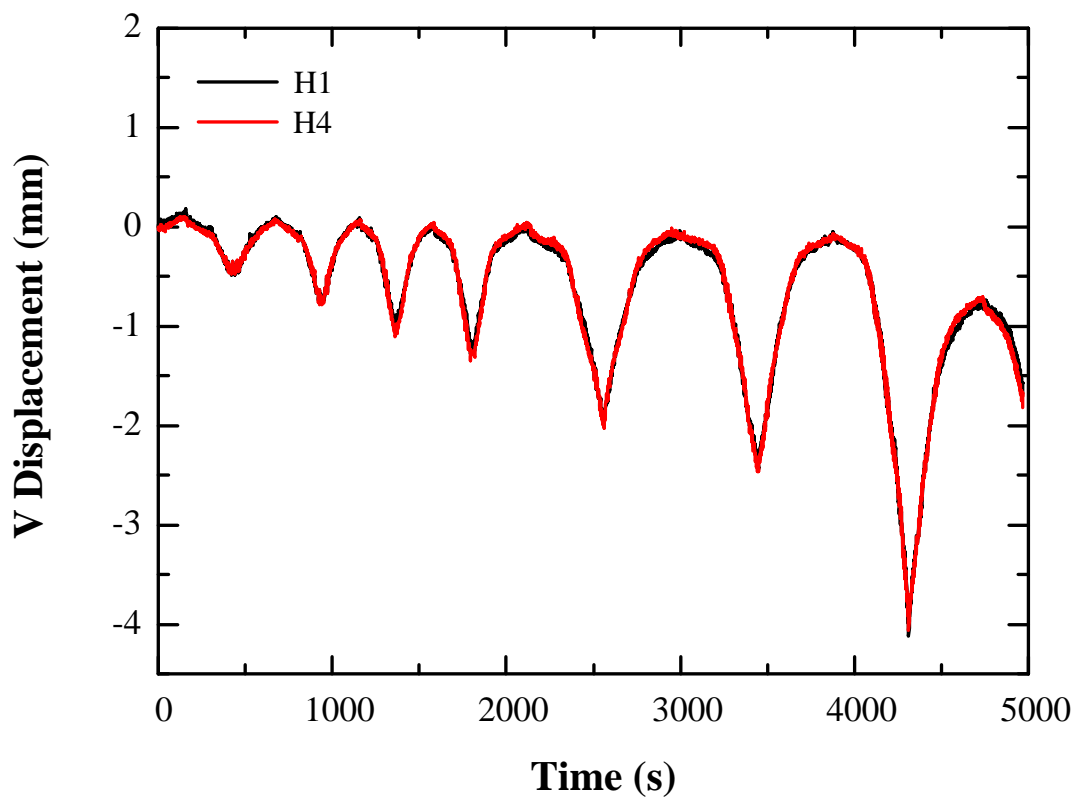


圖 5-68 Stereo DIC 量測點 H1 與 H4 在 Y 方向位移結果比對

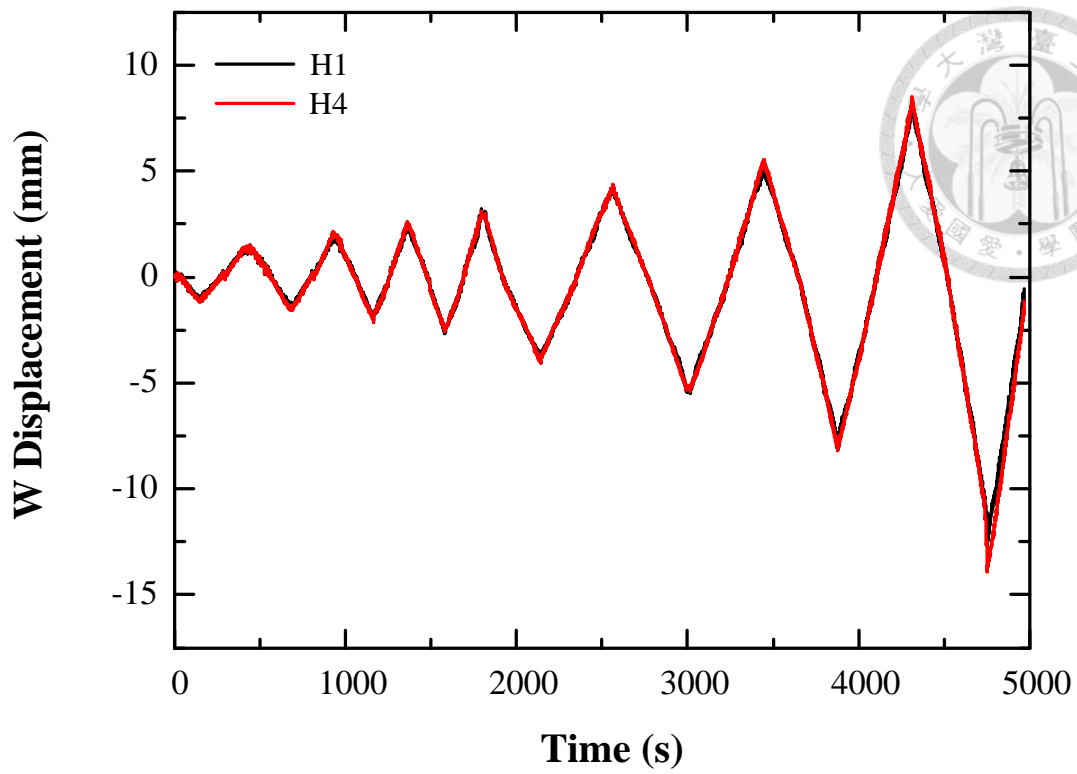


圖 5-69 Stereo DIC 量測點 H1 與 H4 在 Z 方向位移結果比對

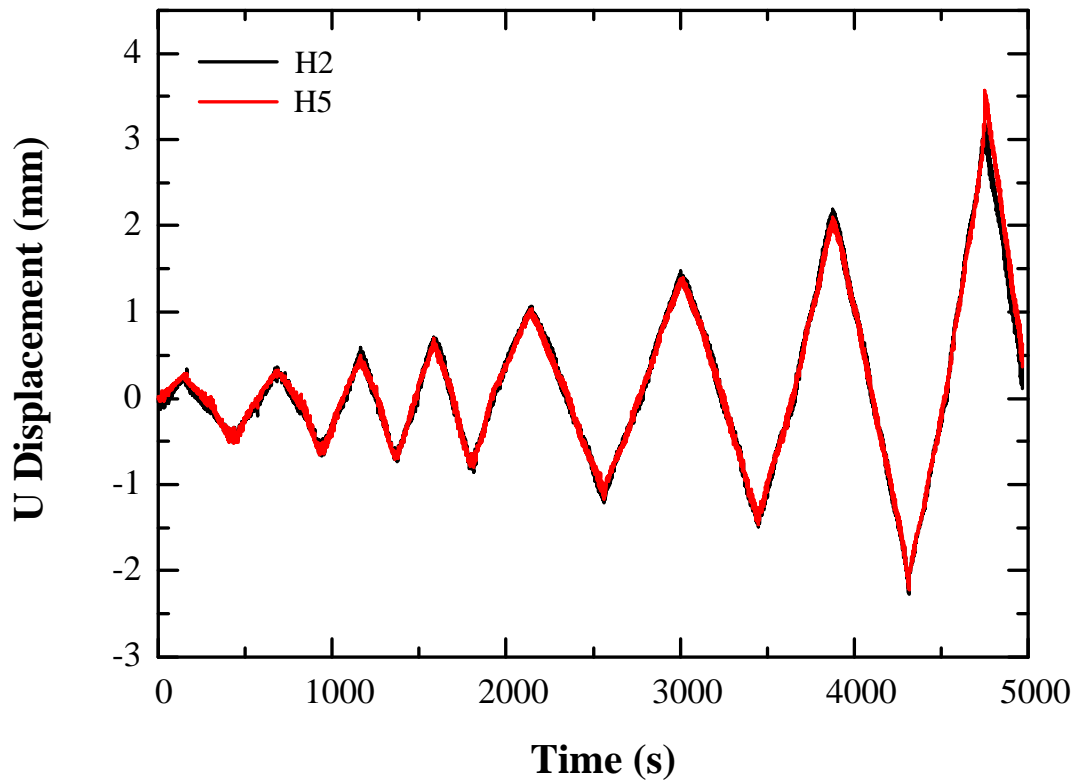


圖 5-70 Stereo DIC 量測點 H2 與 H5 在 X 方向位移結果比對

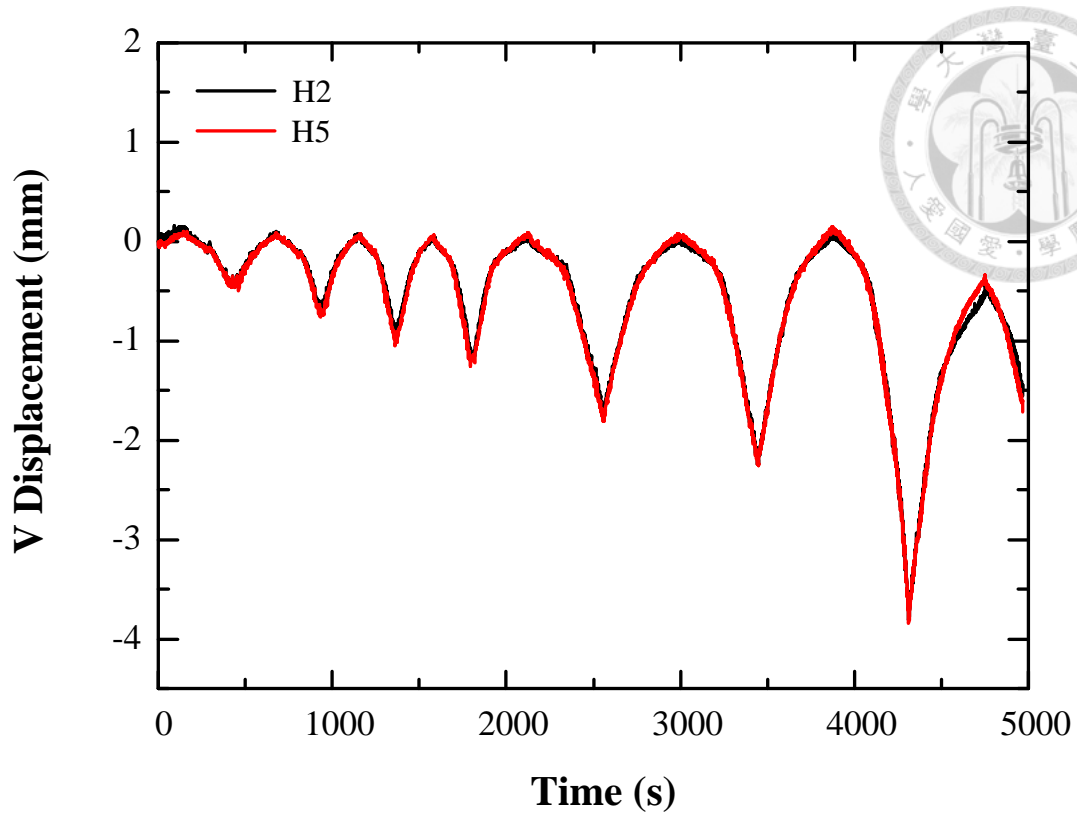


圖 5-71 Stereo DIC 量測點 H2 與 H5 在 Y 方向位移結果比對

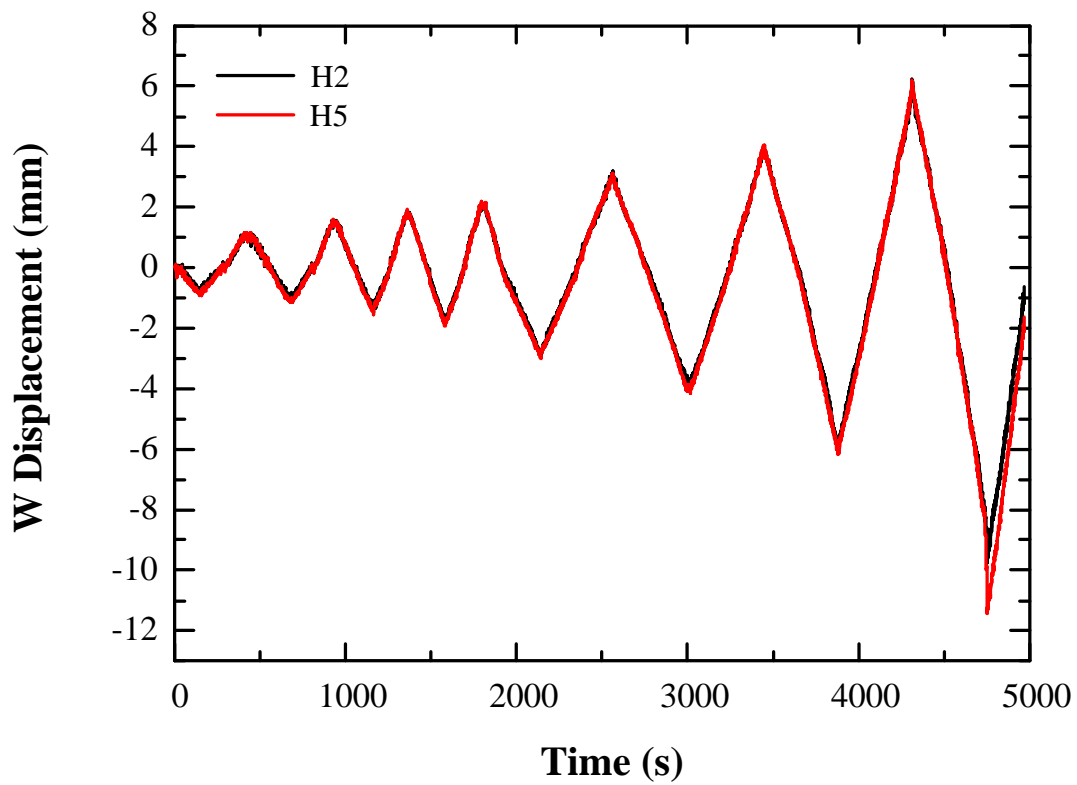


圖 5-72 Stereo DIC 量測點 H2 與 H5 在 Z 方向位移結果比對

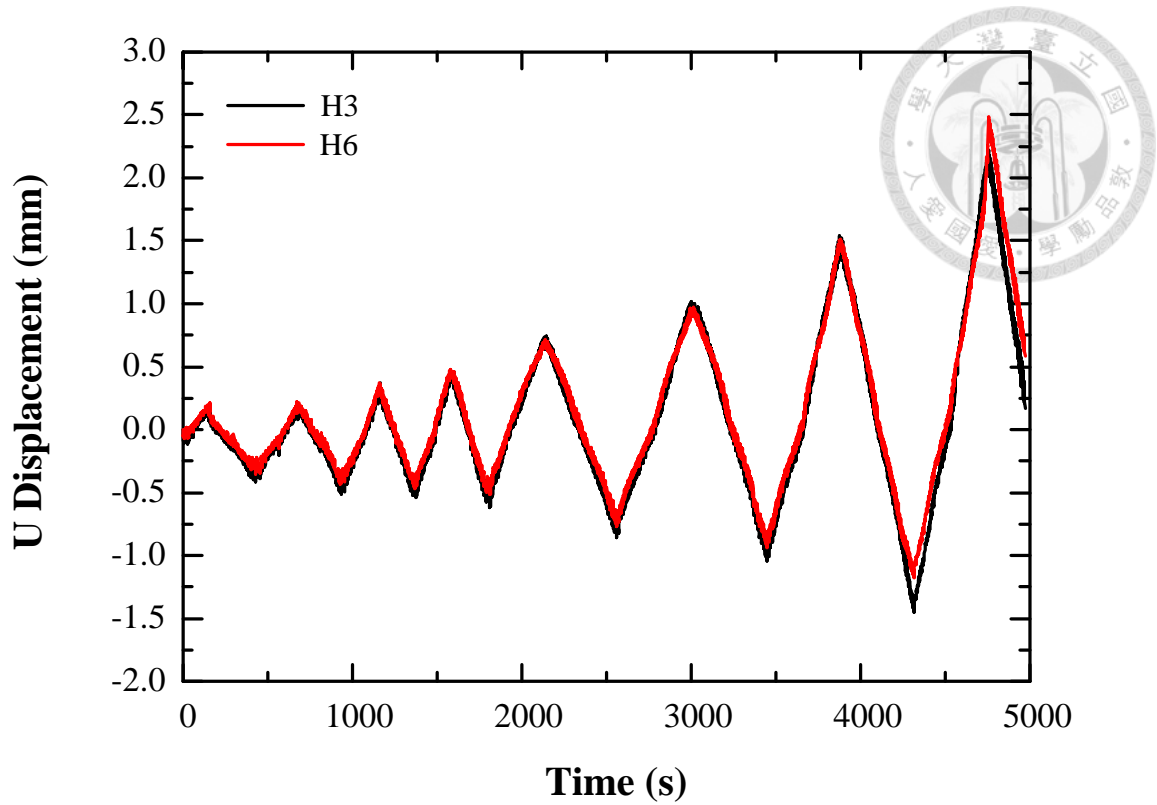


圖 5-73 Stereo DIC 量測點 H3 與 H6 在 X 方向位移結果比對

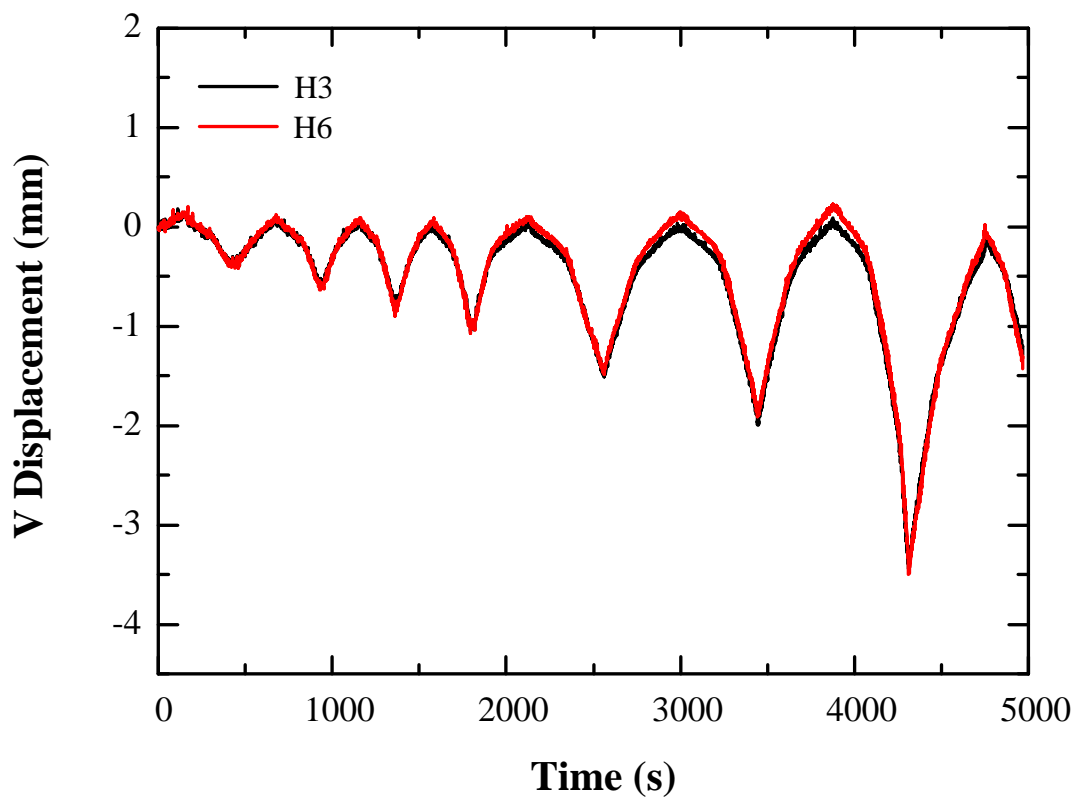


圖 5-74 Stereo DIC 量測點 H3 與 H6 在 Y 方向位移結果比對

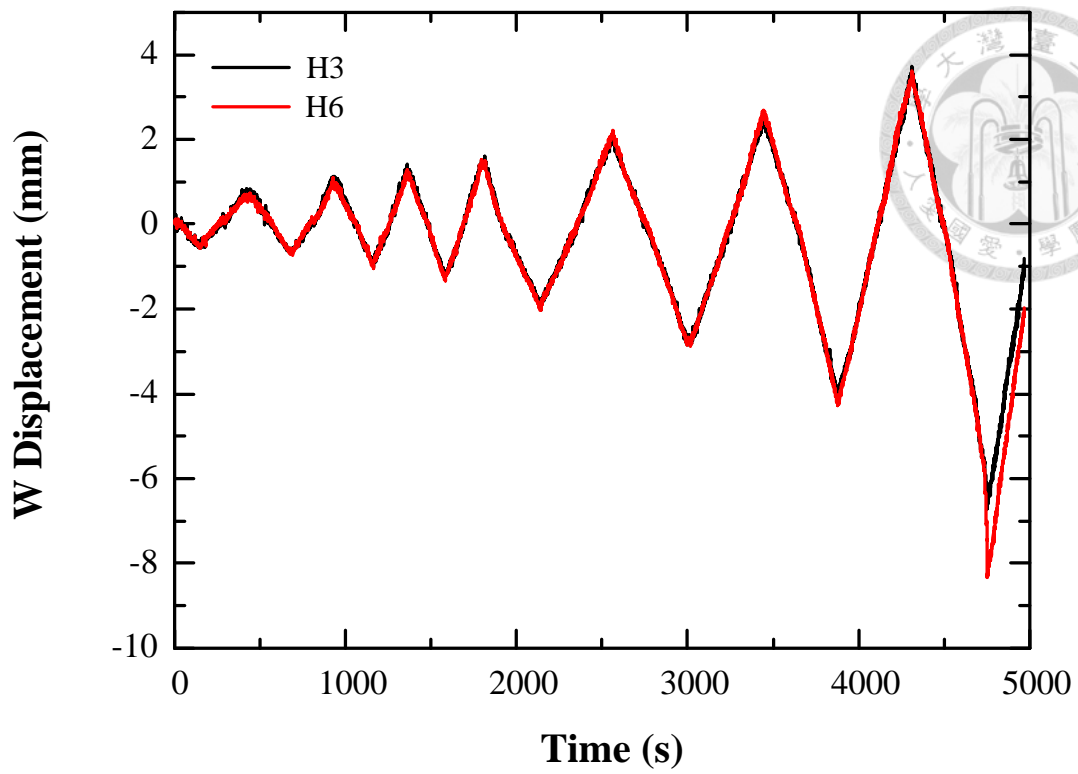


圖 5-75 Stereo DIC 量測點 H3 與 H6 在 Z 方向位移結果比對

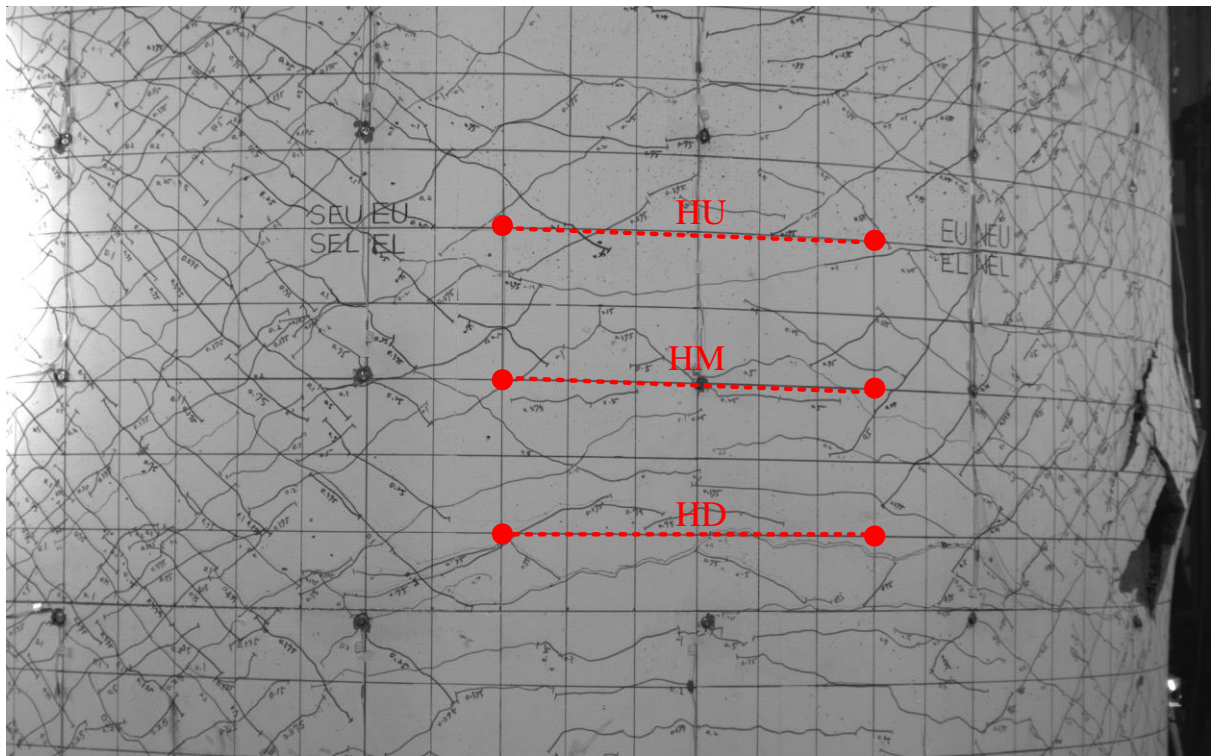


圖 5-76 實際 Stereo DIC 量測線段之位置圖

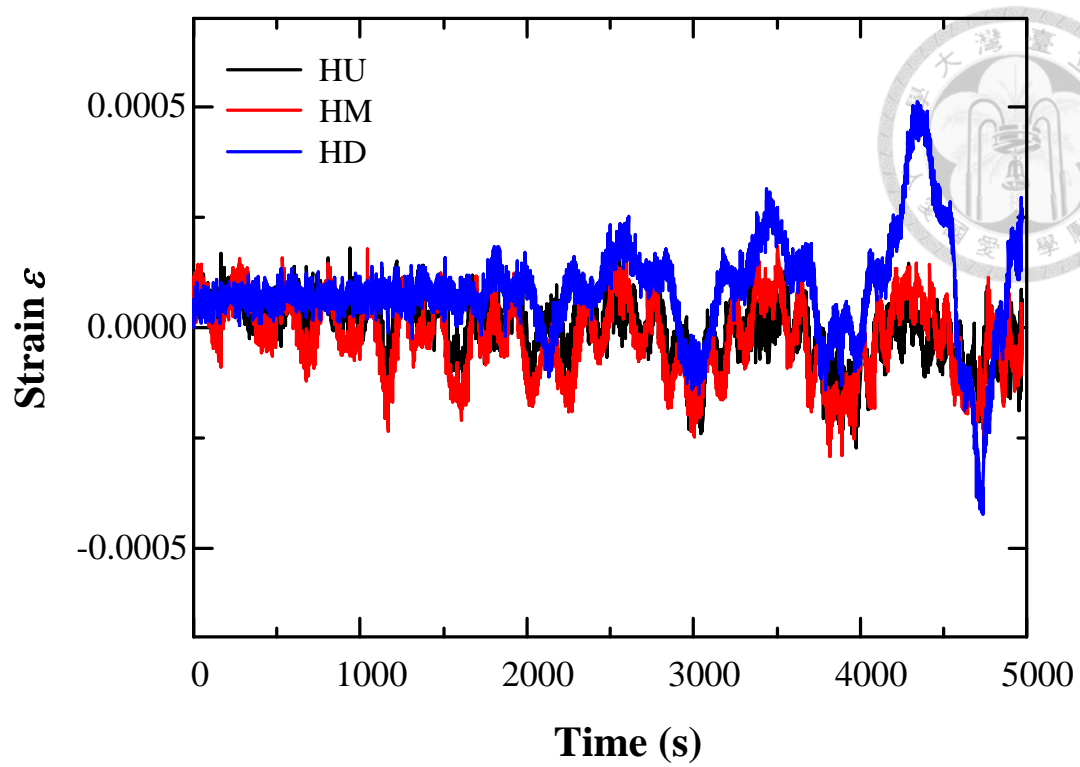


圖 5-77 Stereo DIC 量測線段 HU、HM 與 HD 應變結果比對

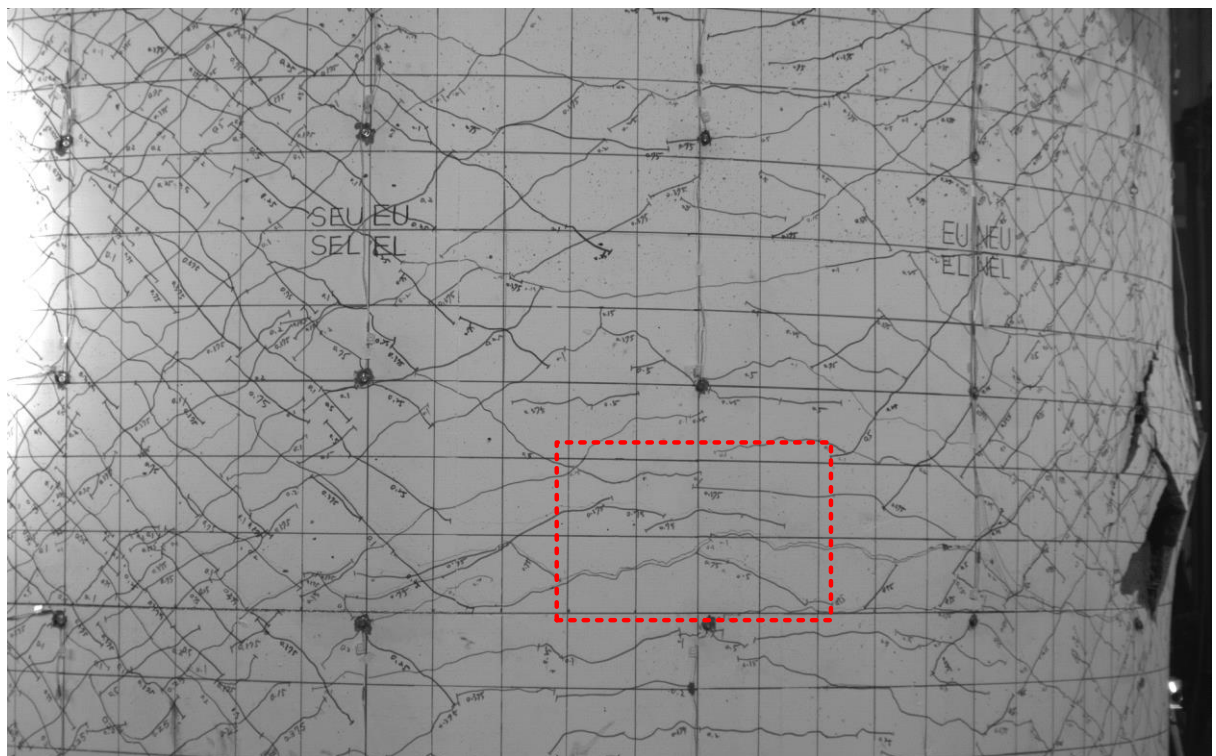


圖 5-78 第 4000 到 4500 秒間高應變之區域

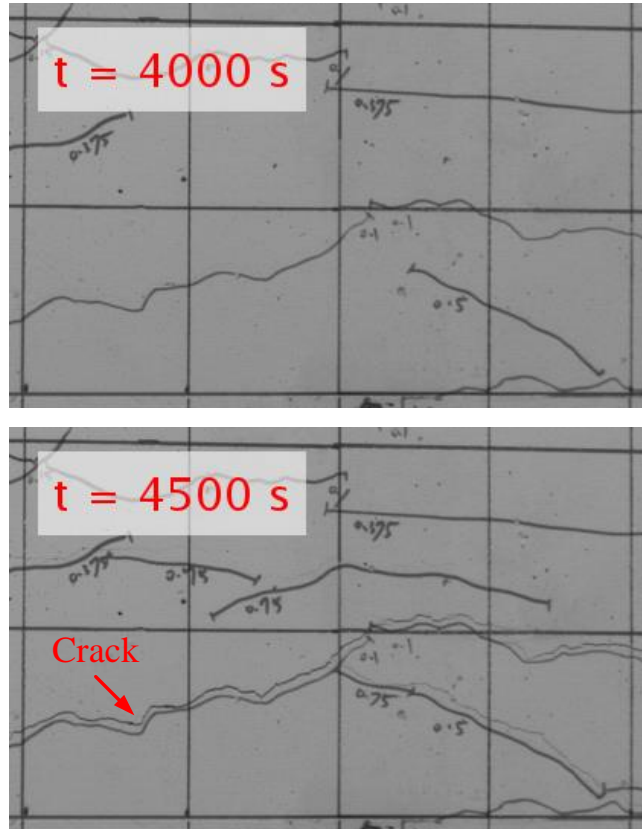


圖 5-79 第 4000 到 4500 秒間產生裂縫

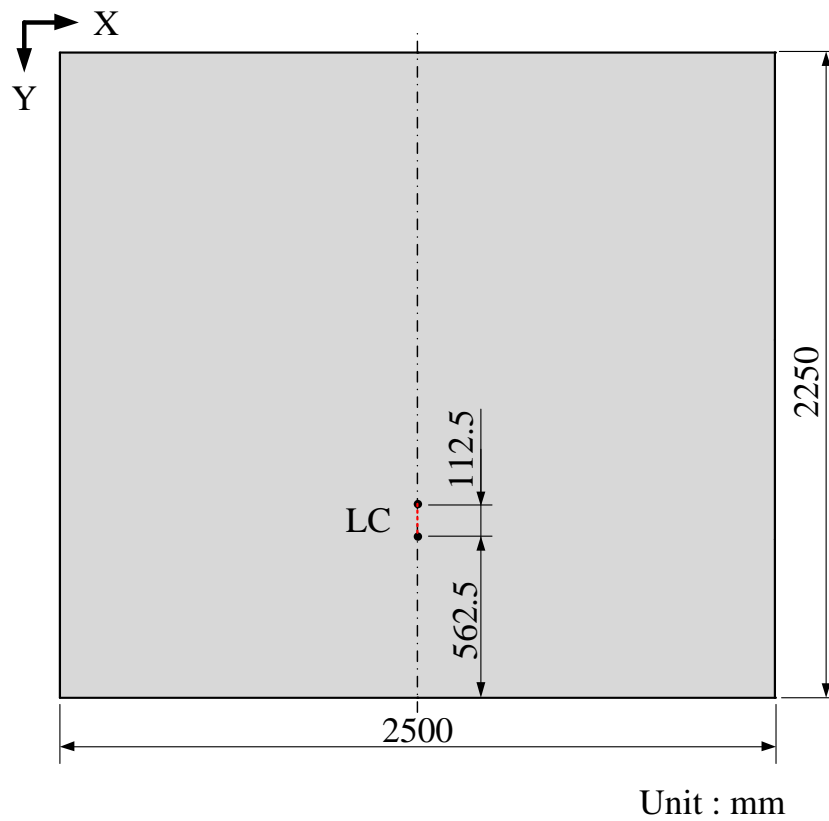


圖 5-80 Stereo DIC 量測線段之位置圖



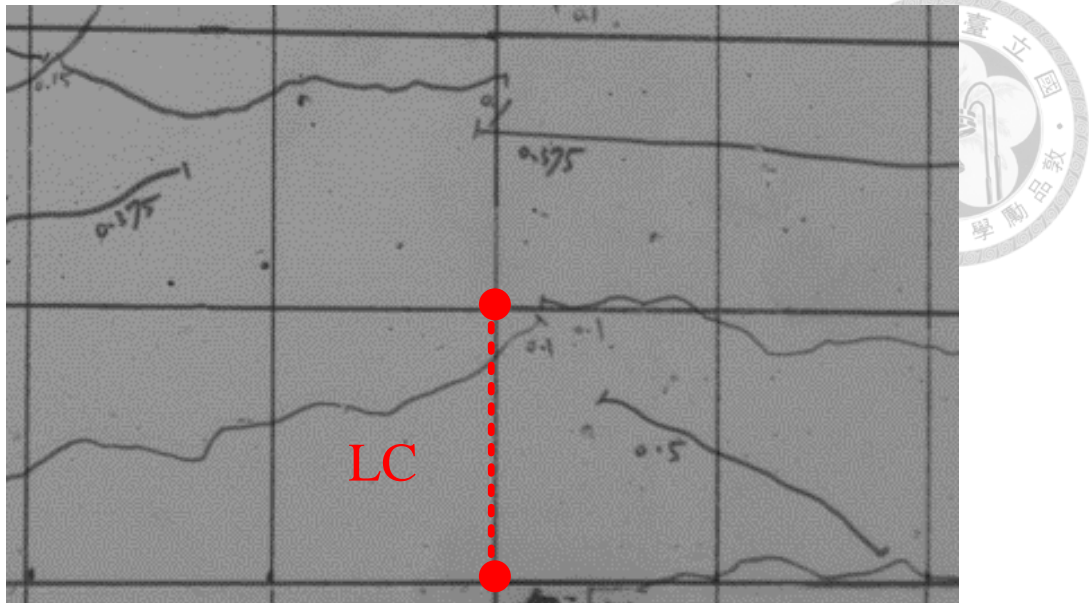


圖 5-81 實際 Stereo DIC 量測線段之位置圖

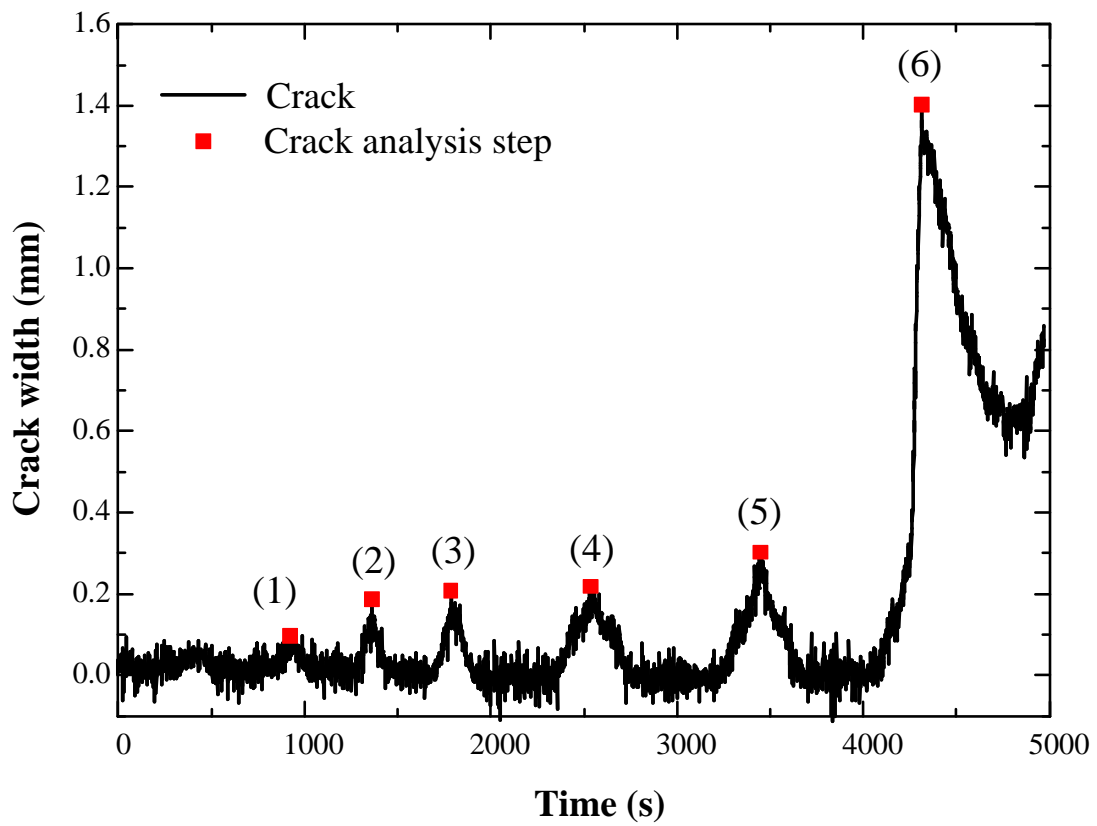


圖 5-82 Stereo DIC 量測隨著時間變化的裂縫寬度

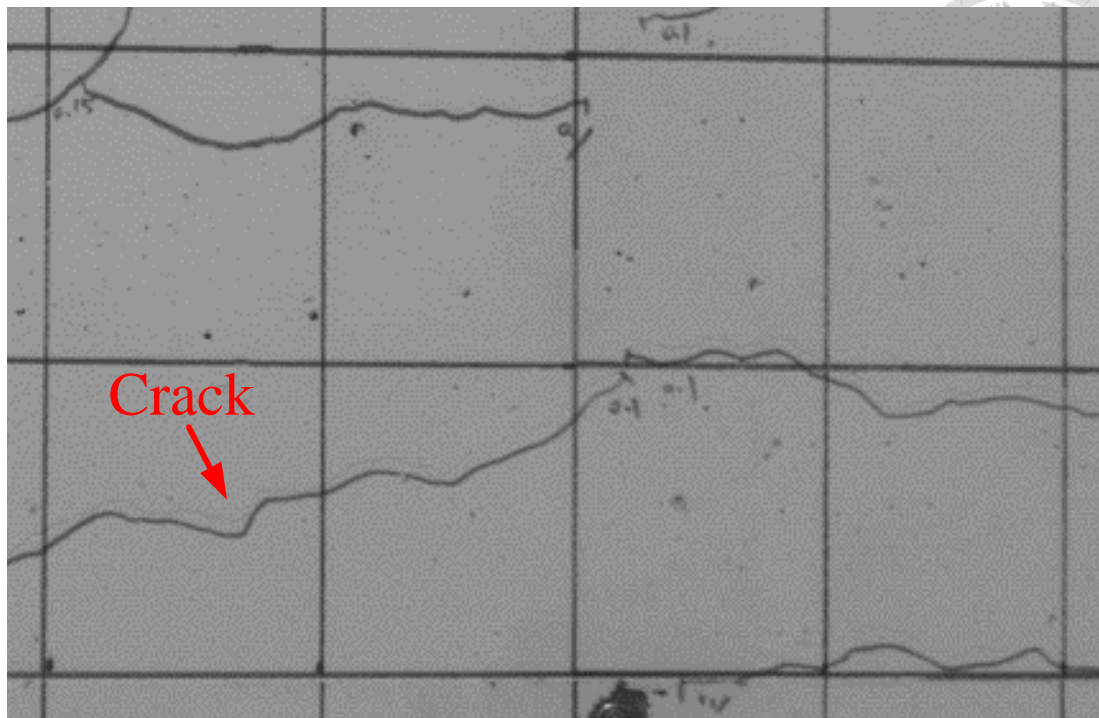


圖 5-83 第 1 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置

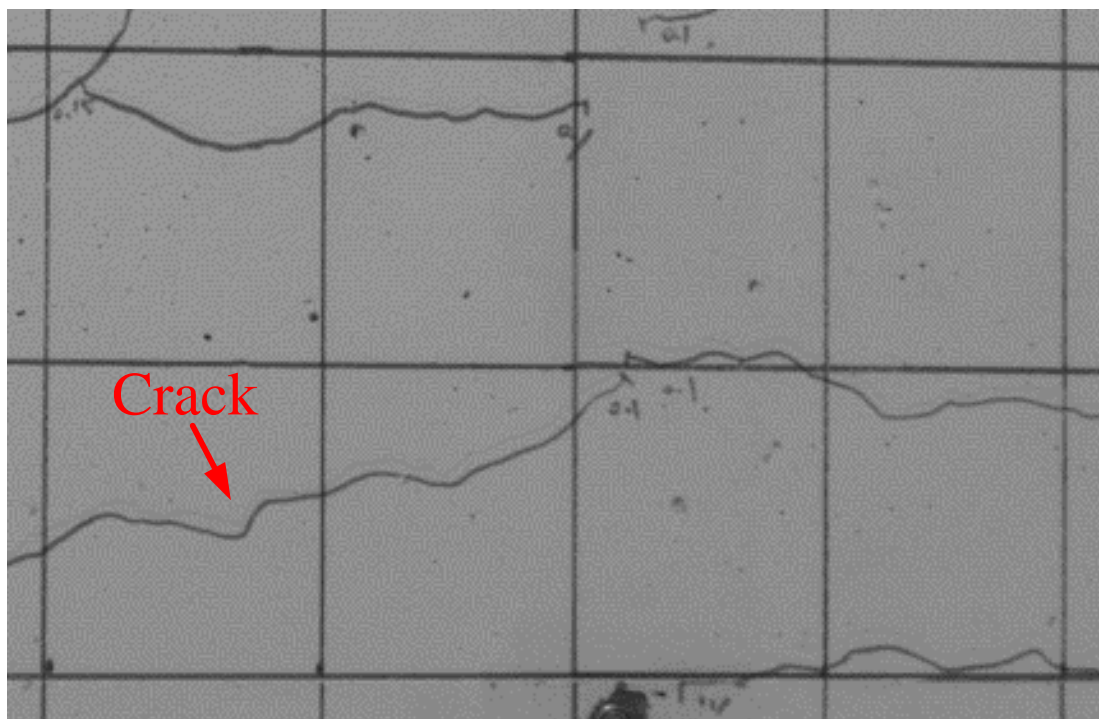


圖 5-84 第 2 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置

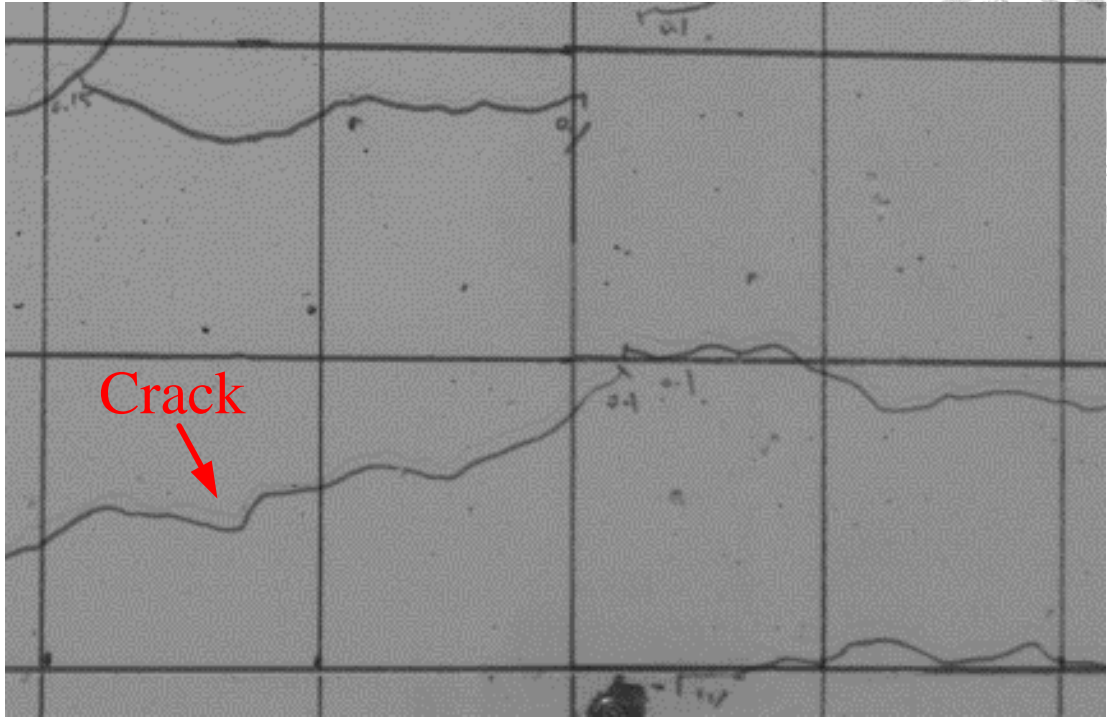


圖 5-85 第 3 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置

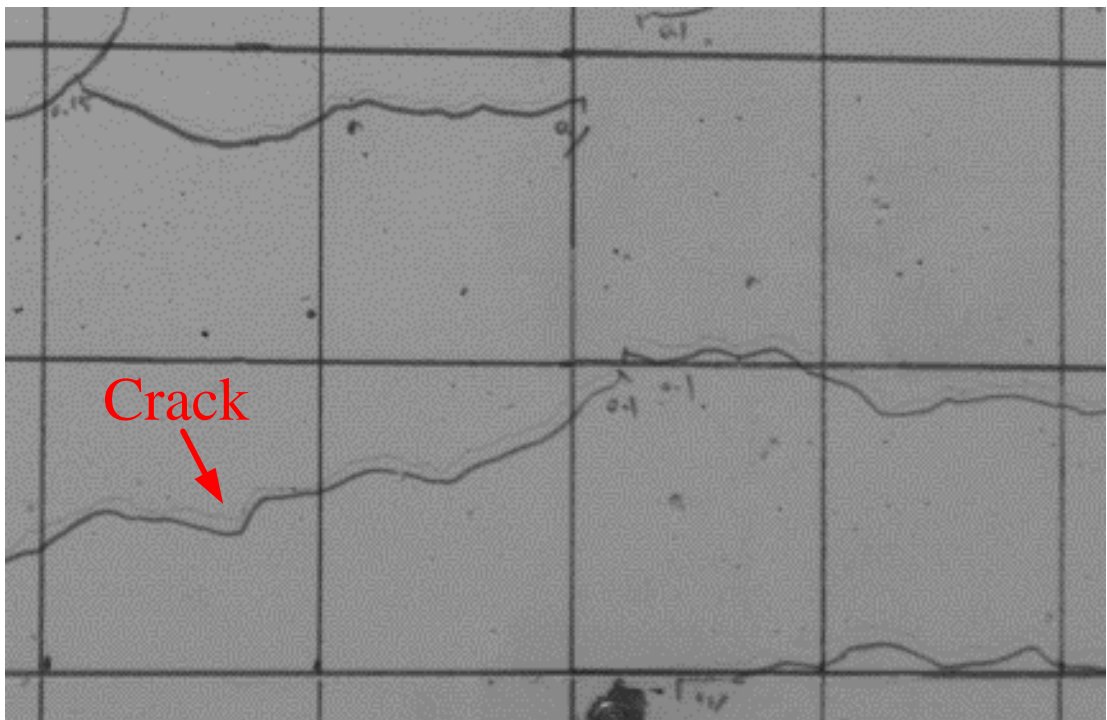


圖 5-86 第 4 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置

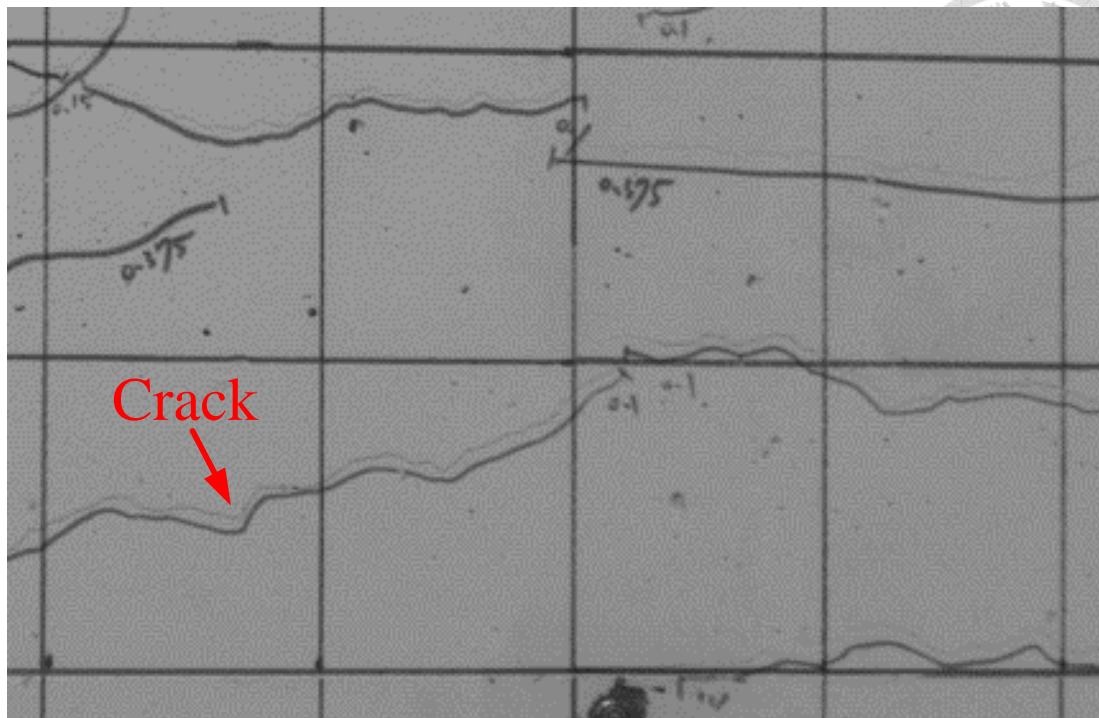


圖 5-87 第 5 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置

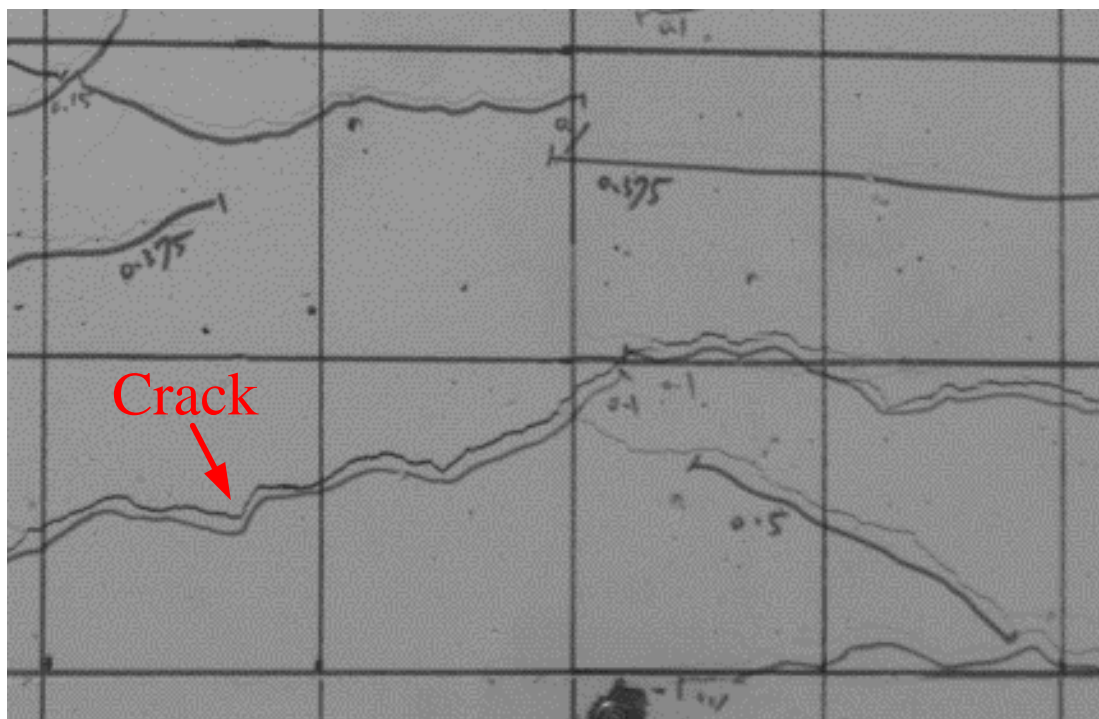


圖 5-88 第 6 個開放裂縫分析階段裂縫實際位置

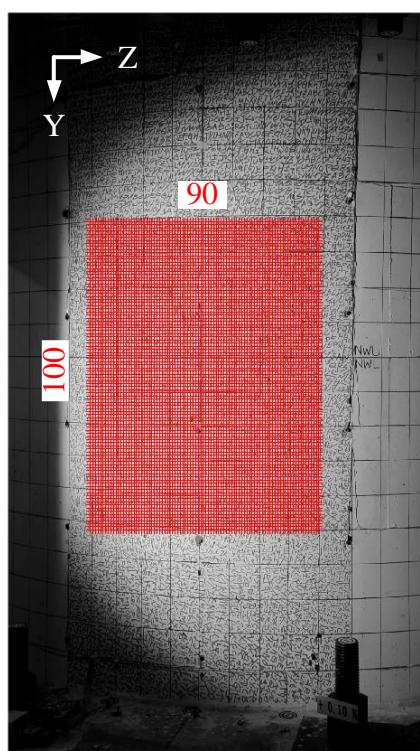


圖 5-89 2D DIC 分析格點之位置(100×90 個格點)

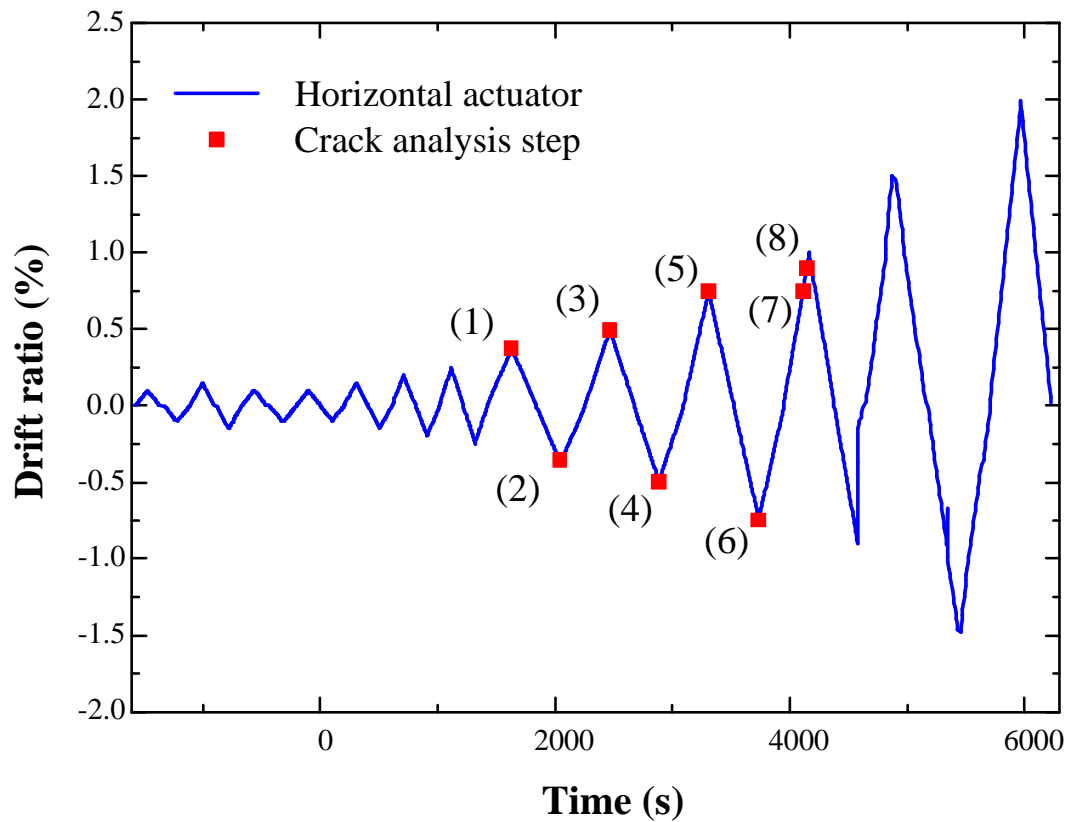


圖 5-90 八個剪切裂縫分析階段對應水平油壓致動器飄移率

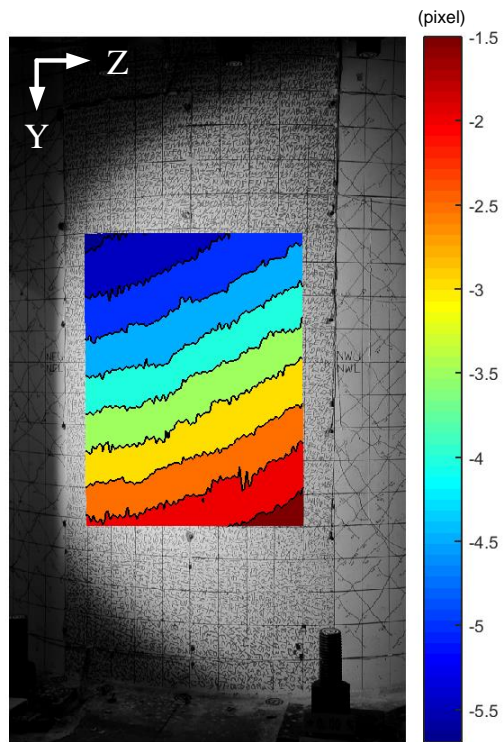


圖 5-91 2D DIC 量測第 1 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形

(Drift ratio = +0.375 %)

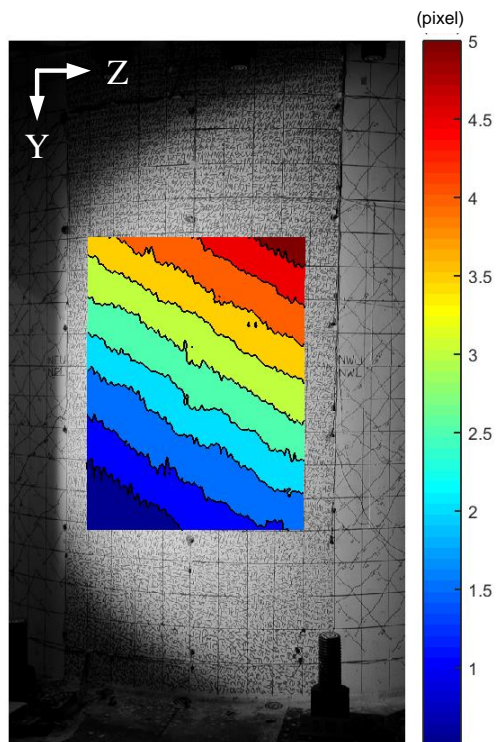


圖 5-92 2D DIC 量測第 2 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形

(Drift ratio = -0.375 %)

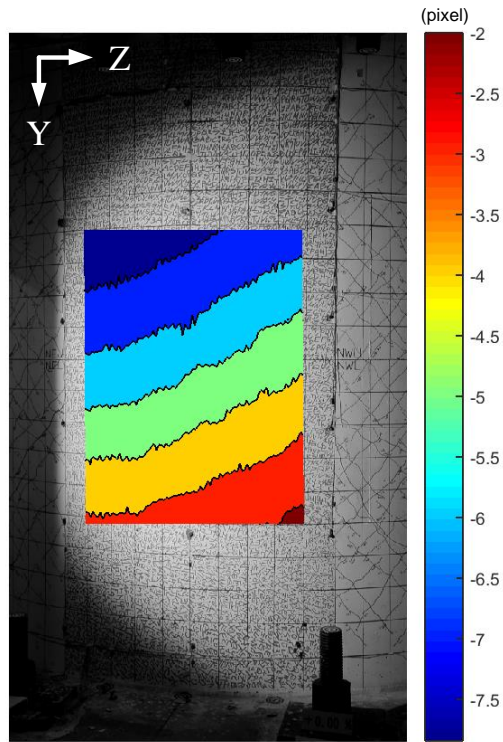


圖 5-93 2D DIC 量測第 3 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形

(Drift ratio = +0.5 %)

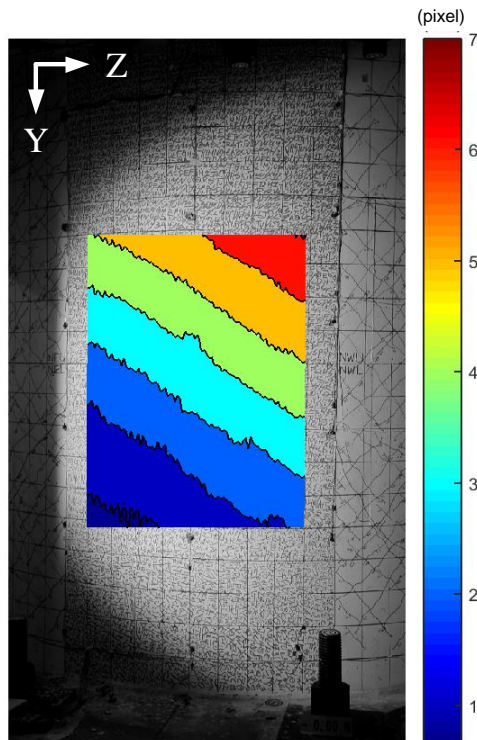


圖 5-94 2D DIC 量測第 4 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形

(Drift ratio = -0.5 %)

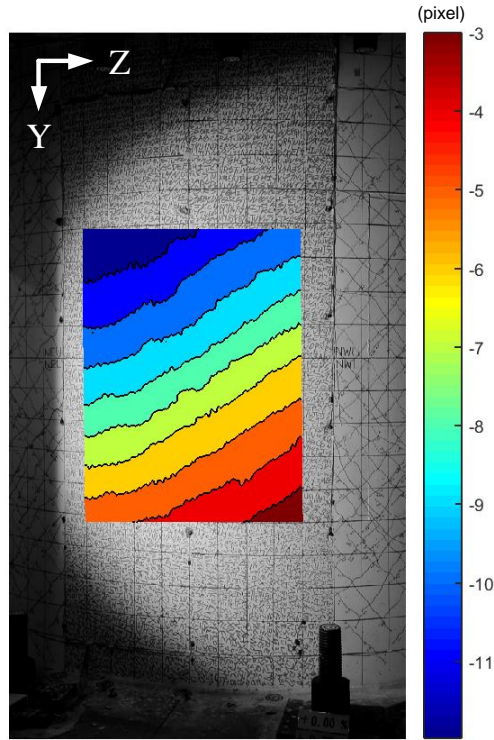


圖 5-95 2D DIC 量測第 5 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形

(Drift ratio = +0.75 %)

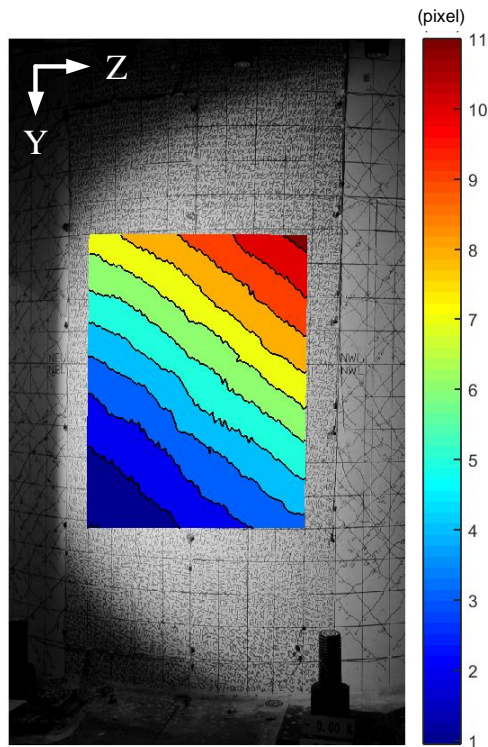


圖 5-96 2D DIC 量測第 6 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形

(Drift ratio = -0.75 %)



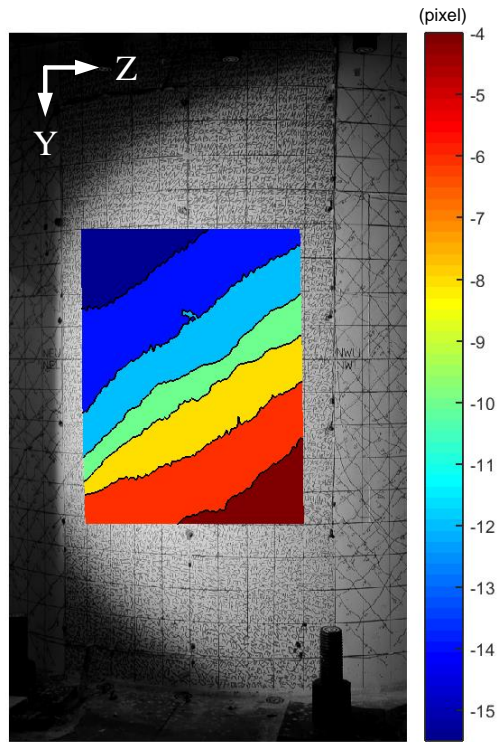


圖 5-97 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段下 Z 方向全場變形  
(巨大裂縫產生前)

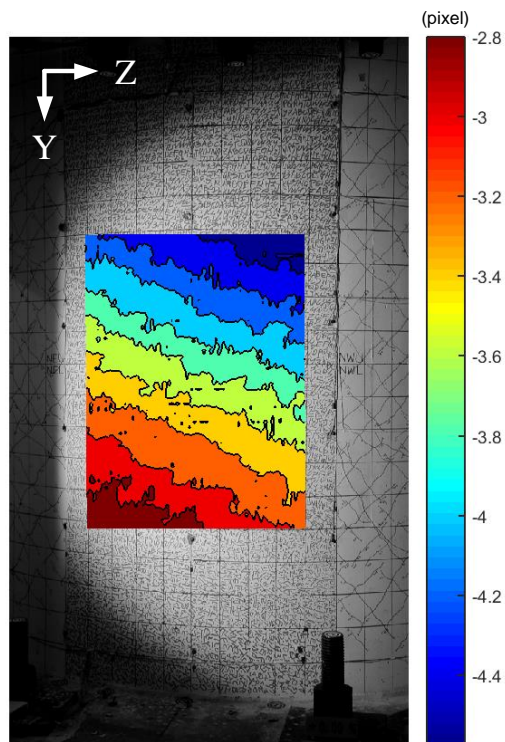


圖 5-98 2D DIC 量測第 1 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形  
(Drift ratio = +0.375 %)

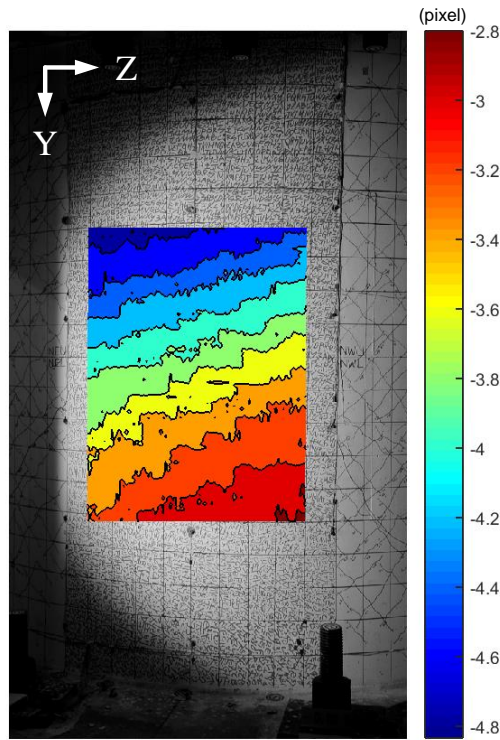


圖 5-99 2D DIC 量測第 2 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形

(Drift ratio =  $-0.375\%$ )

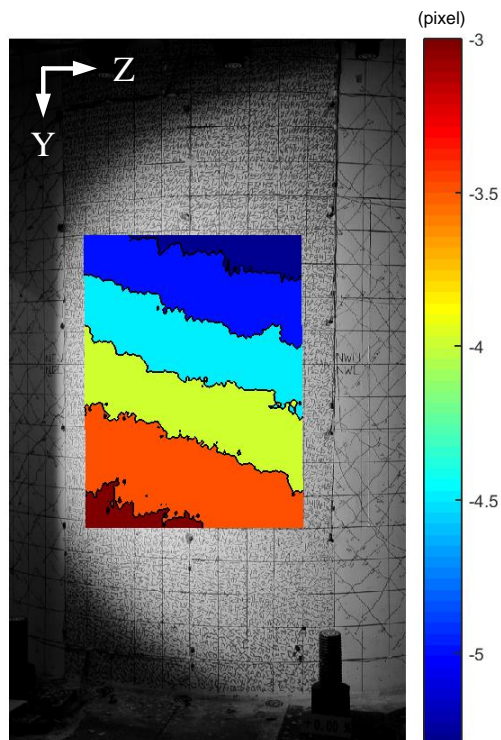


圖 5-100 2D DIC 量測第 3 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形

(Drift ratio =  $+0.5\%$ )

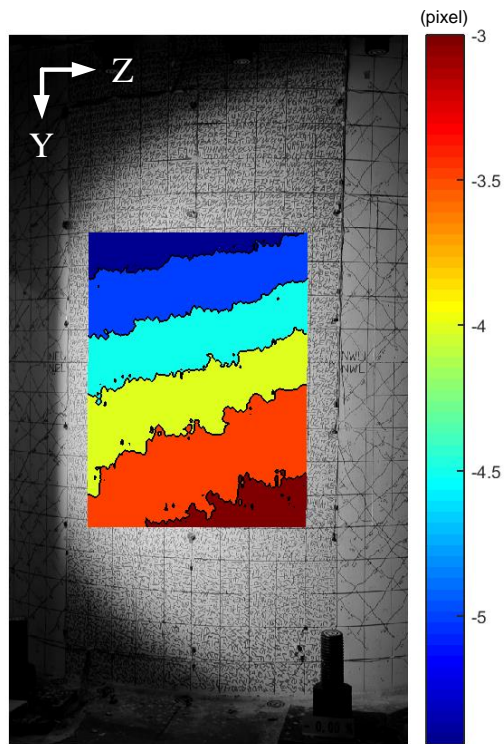


圖 5-101 2D DIC 量測第 4 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形

(Drift ratio = -0.5 %)

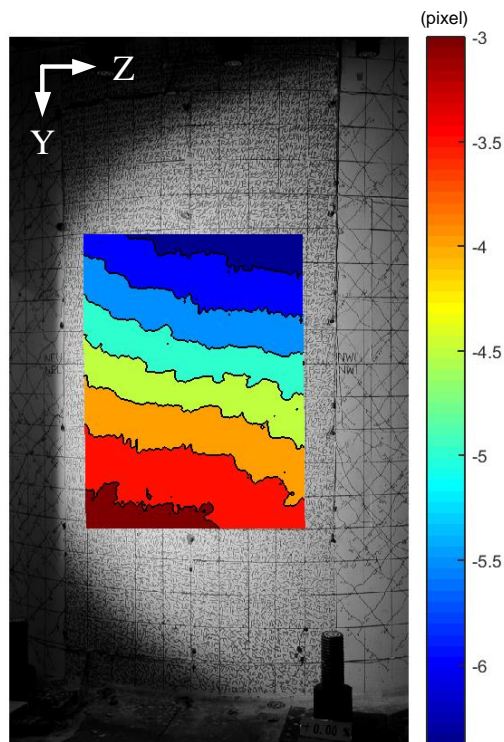


圖 5-102 2D DIC 量測第 5 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形

(Drift ratio = +0.75 %)

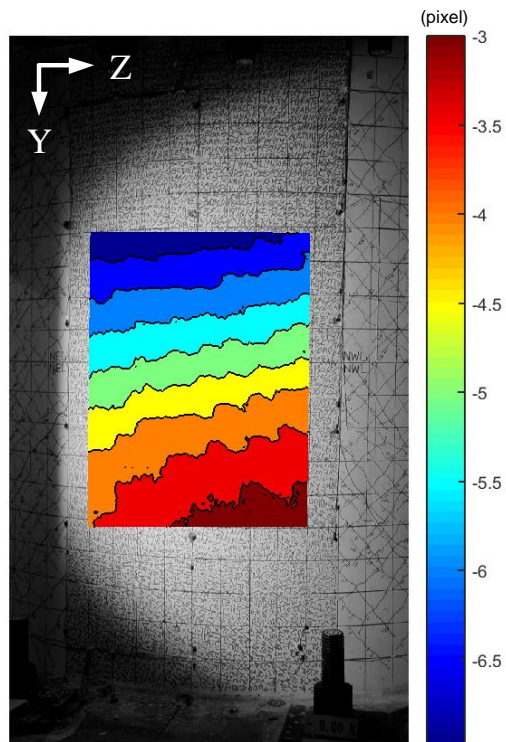


圖 5-103 2D DIC 量測第 6 個裂縫分析階段下 Y 方向全場變形  
(Drift ratio = -0.75 %)

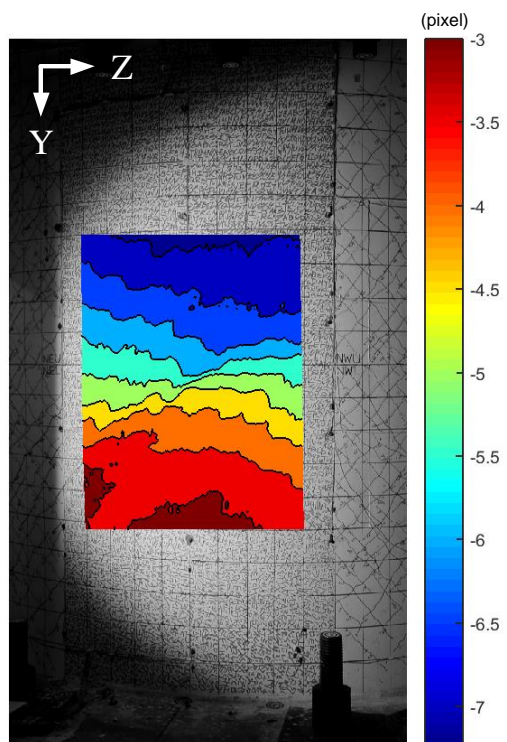


圖 5-104 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段下 Y 方向全場變形  
(巨大裂縫產生前)

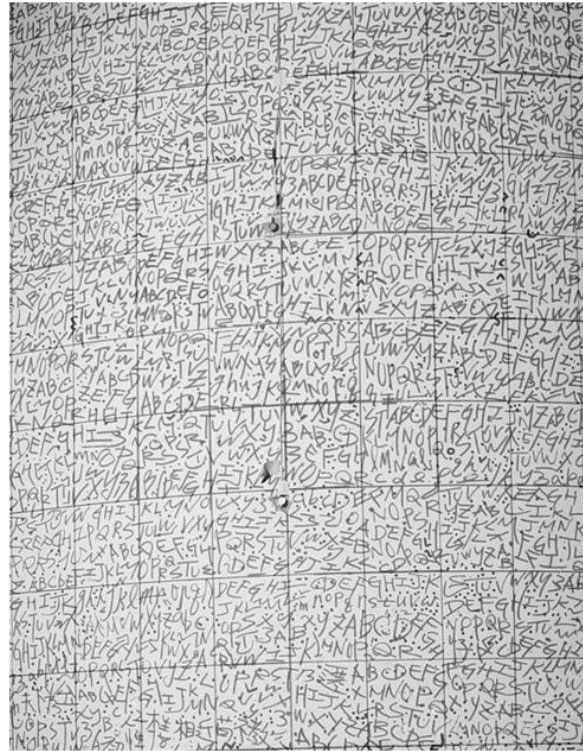


圖 5-105 第 1 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = +0.375 %)

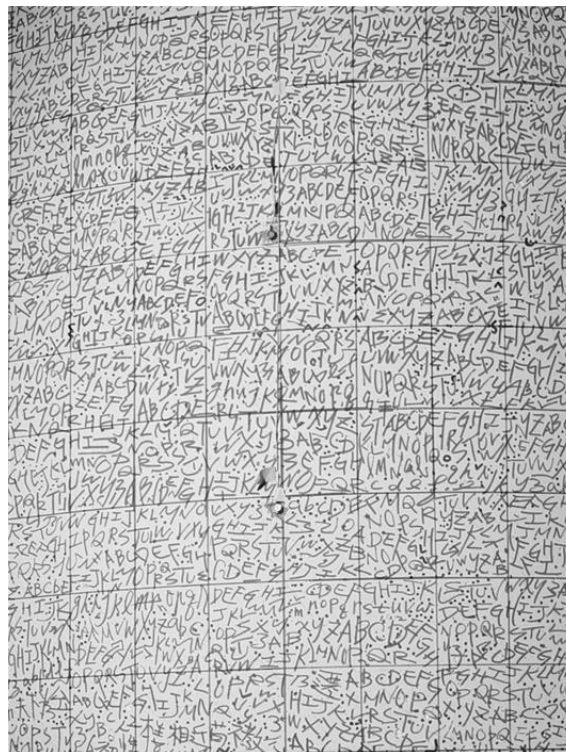


圖 5-106 第 2 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = -0.375 %)

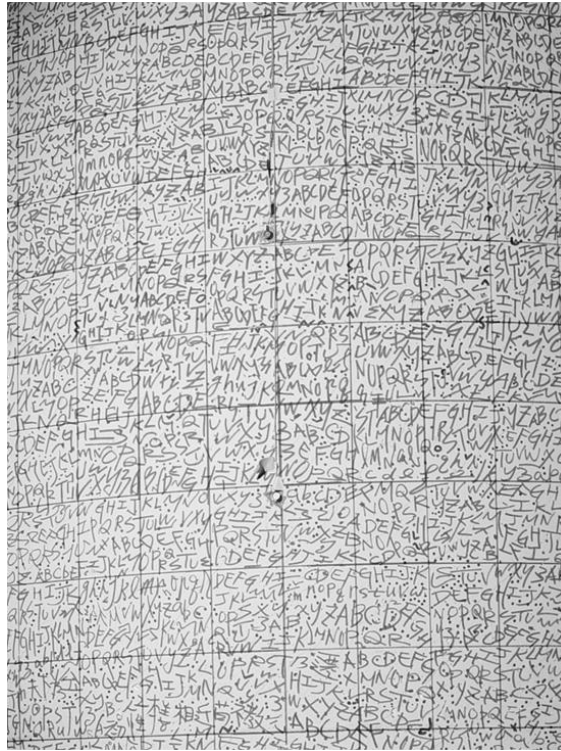


圖 5-107 第 3 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = +0.5 %)

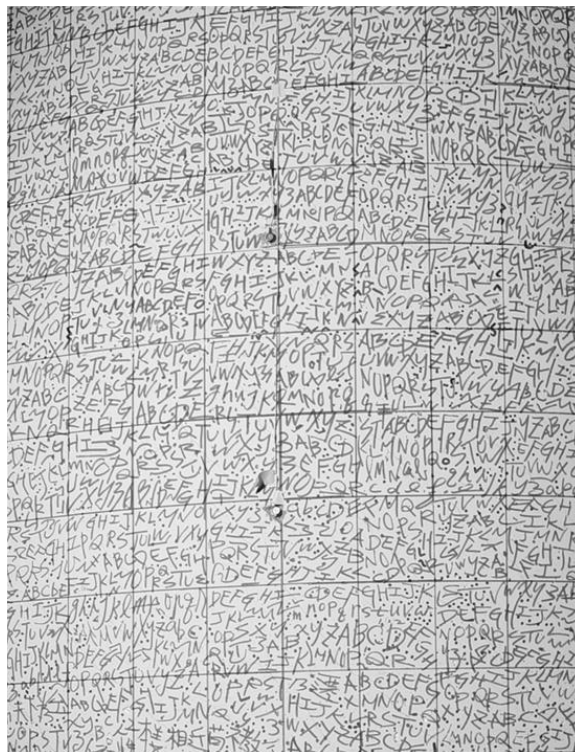


圖 5-108 第 4 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = -0.5 %)

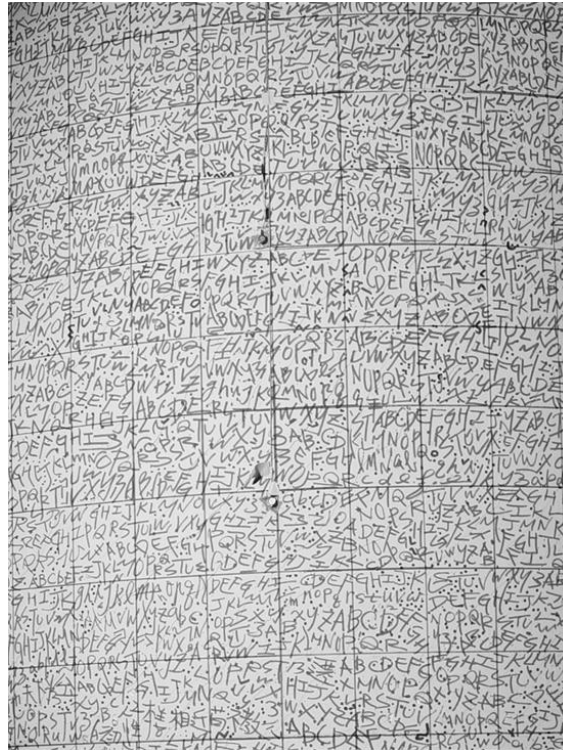


圖 5-109 第 5 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = +0.75 %)

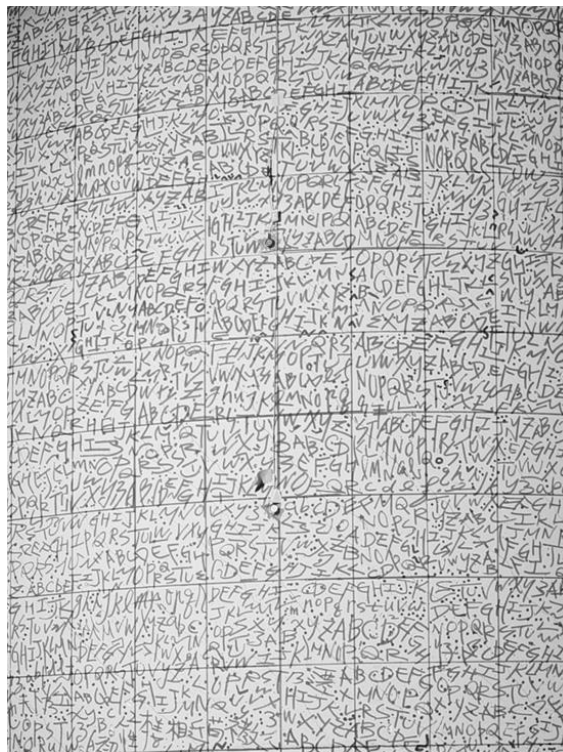


圖 5-110 第 6 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (Drift ratio = -0.75 %)

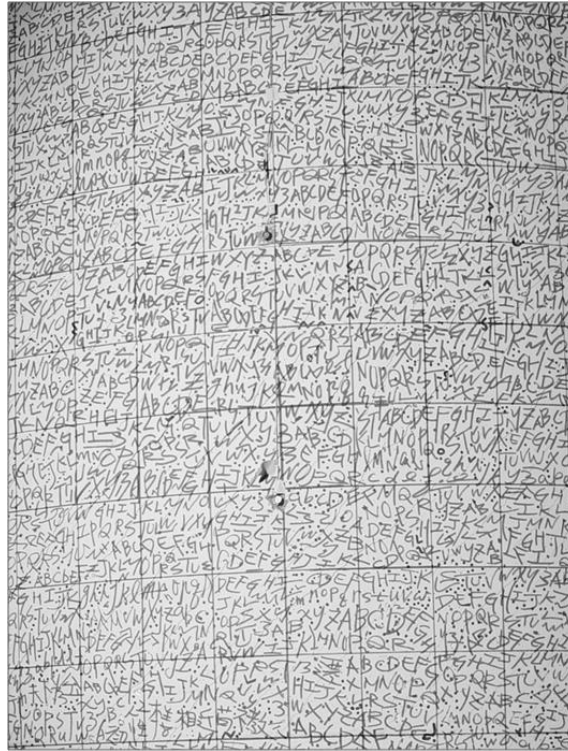


圖 5-111 第 7 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (巨大裂縫產生前)

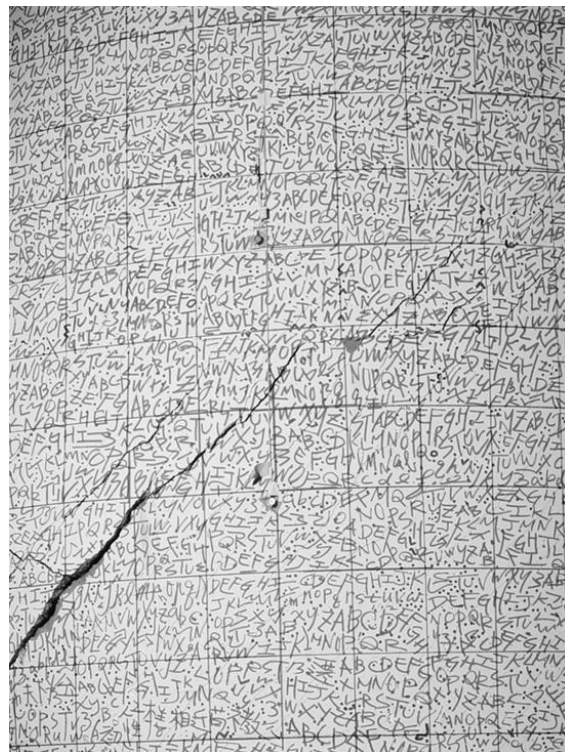
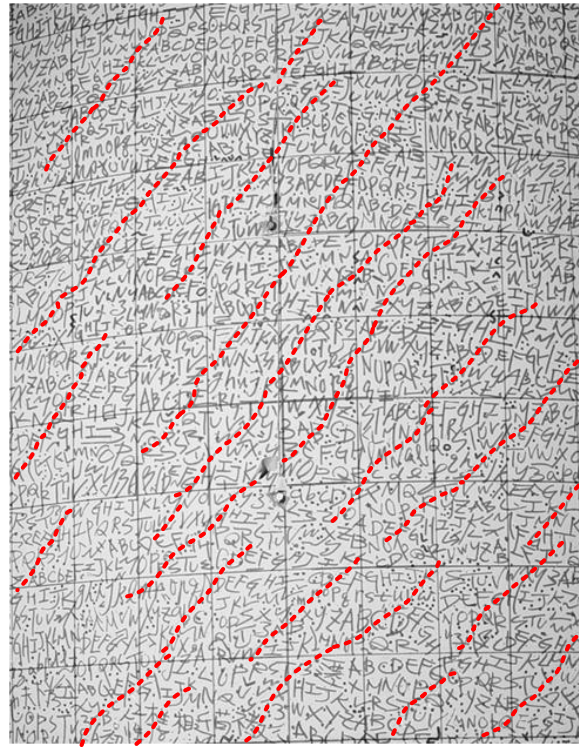


圖 5-112 第 8 個剪切裂縫分析階段比對之區域影像 (巨大裂縫產生後)





----- Cracks observed from picture

圖 5-113 第 1 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = +0.375 %)

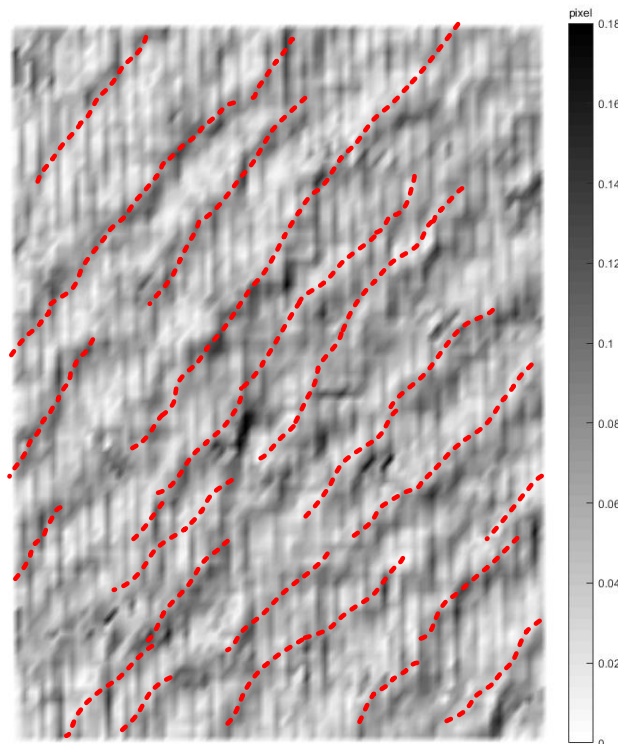
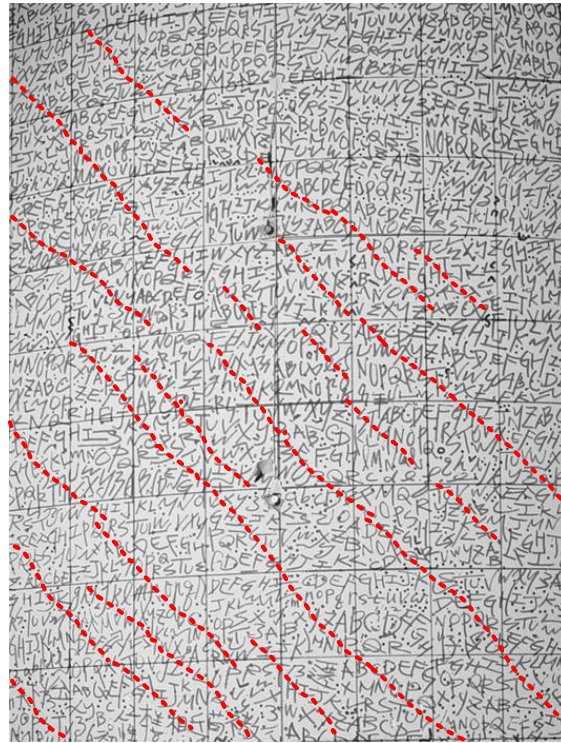


圖 5-114 2D DIC 量測第 1 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較

(Drift ratio = +0.375 %)



----- Cracks observed from picture

圖 5-115 第 2 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio =  $-0.375\%$ )

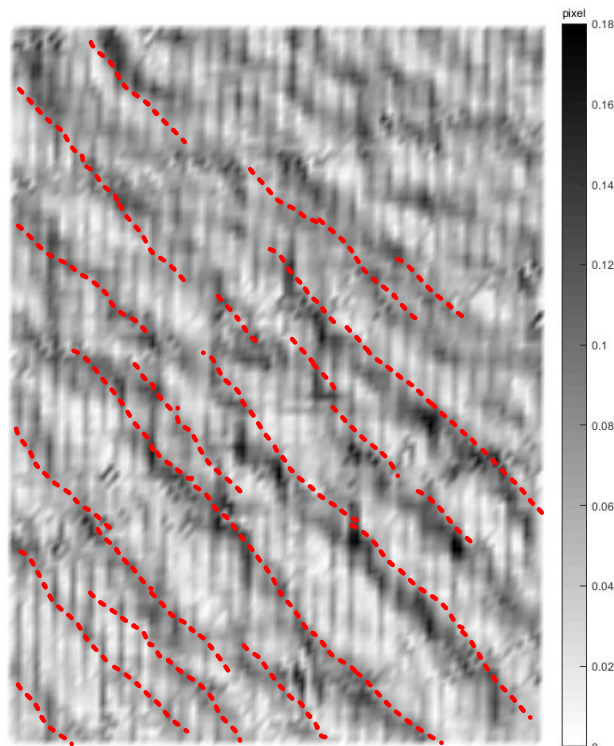
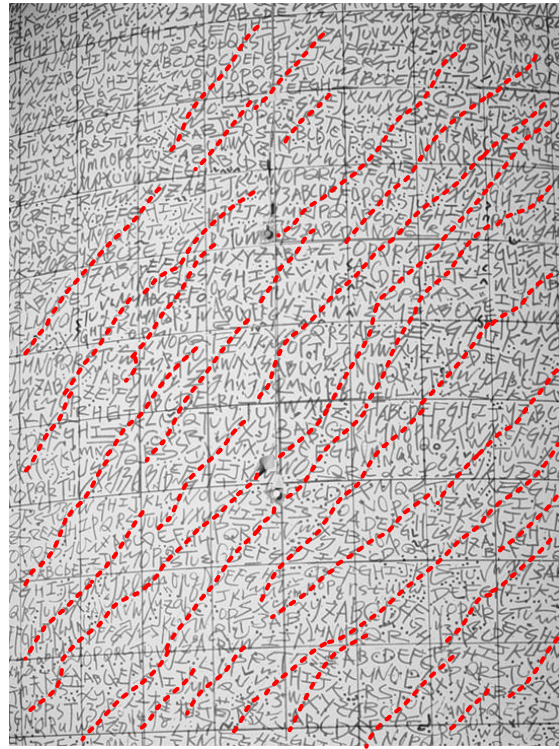


圖 5-116 2D DIC 量測第 2 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較

(Drift ratio =  $-0.375\%$ )



----- Cracks observed from picture

圖 5-117 第 3 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = +0.5 %)

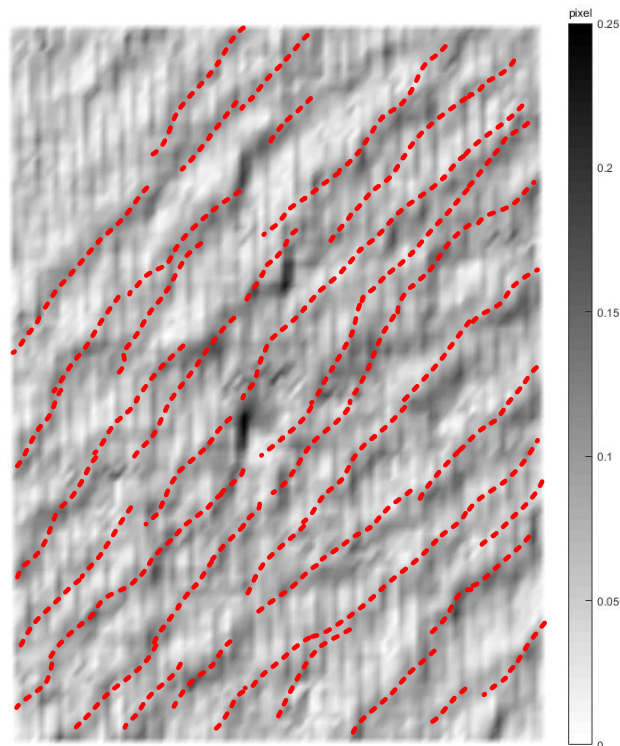
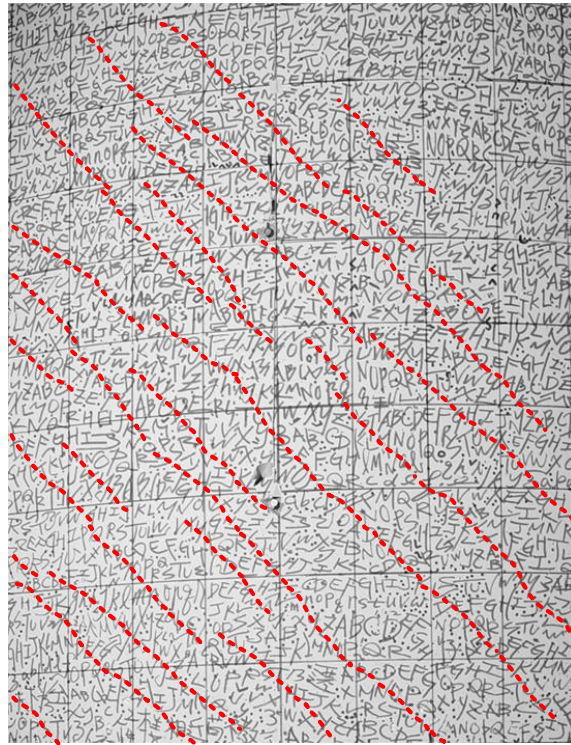


圖 5-118 2D DIC 量測第 3 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較

(Drift ratio = +0.5 %)



----- Cracks observed from picture

圖 5-119 第 4 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = -0.5 %)

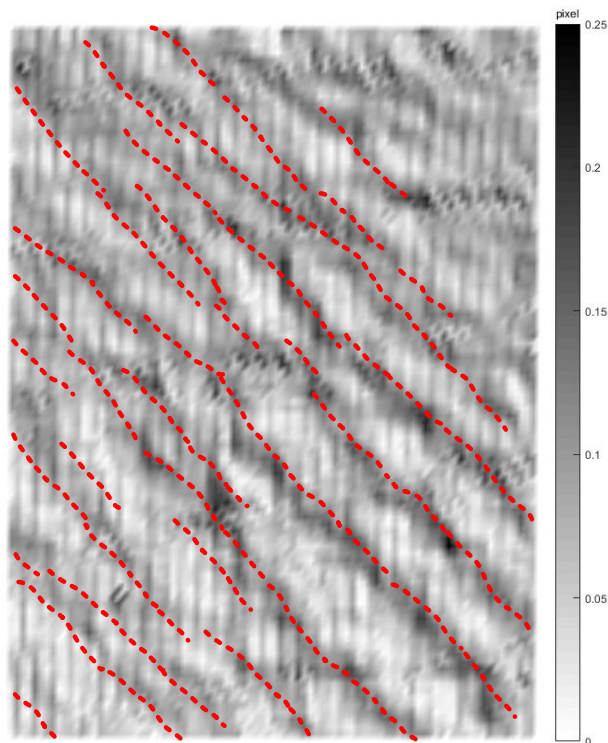
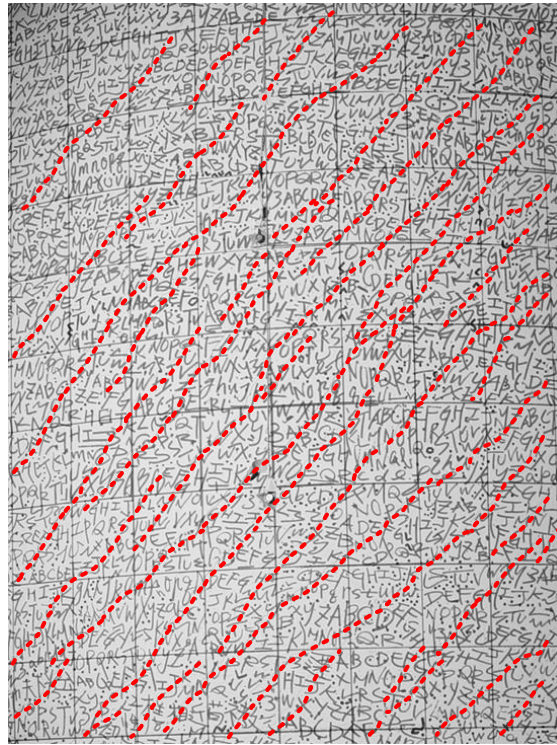


圖 5-120 2D DIC 量測第 4 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較

(Drift ratio = -0.5 %)



----- Cracks observed from picture

圖 5-121 第 5 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = +0.75 %)

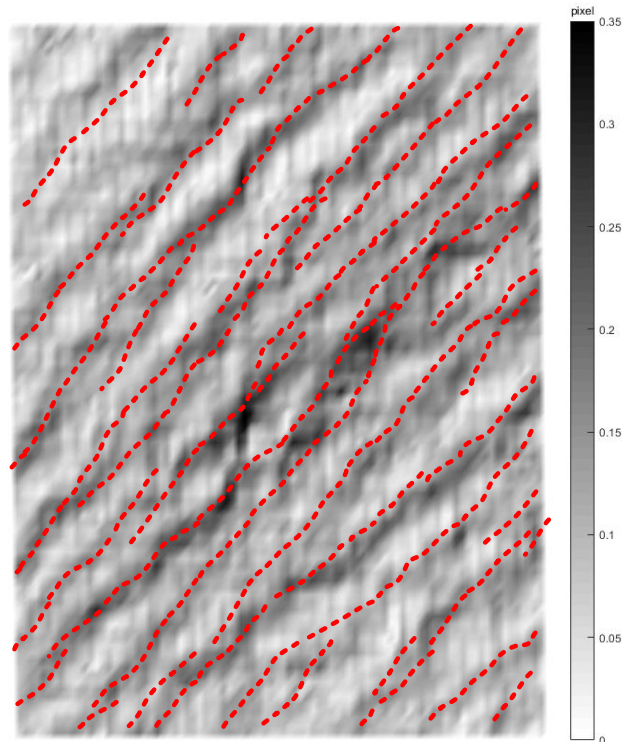
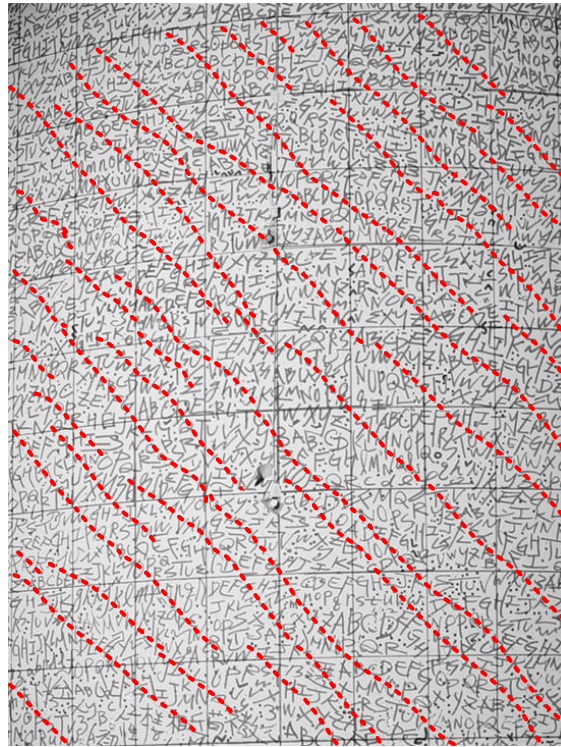


圖 5-122 2D DIC 量測第 5 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際裂縫位置比較

(Drift ratio = +0.75 %)



----- Cracks observed from picture

圖 5-123 第 6 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (Drift ratio = -0.75 %)

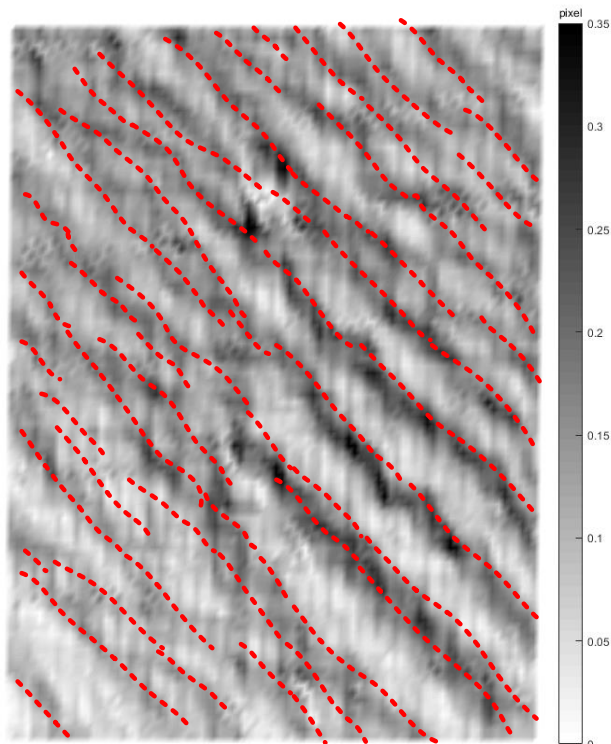
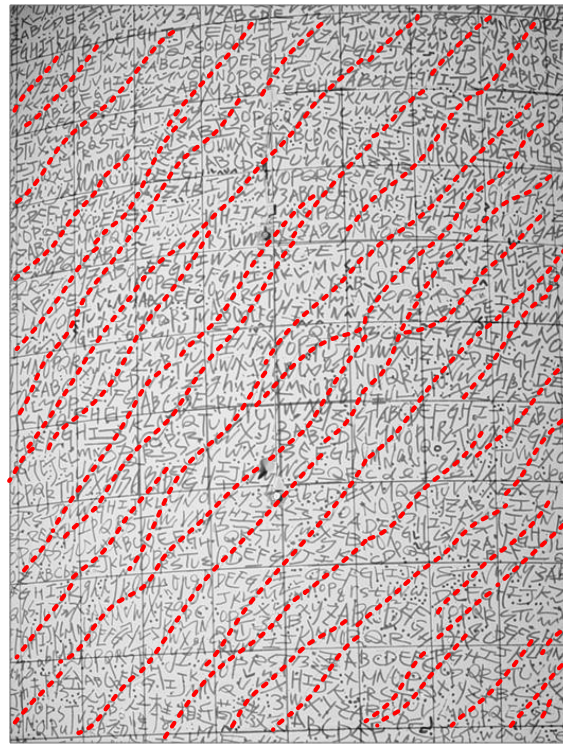


圖 5-124 2D DIC 量測第 6 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際裂縫位置比較

(Drift ratio = -0.75 %)



----- Cracks observed from picture

圖 5-125 第 7 個剪切裂縫分析階段裂縫實際位置 (巨大裂縫產生前)

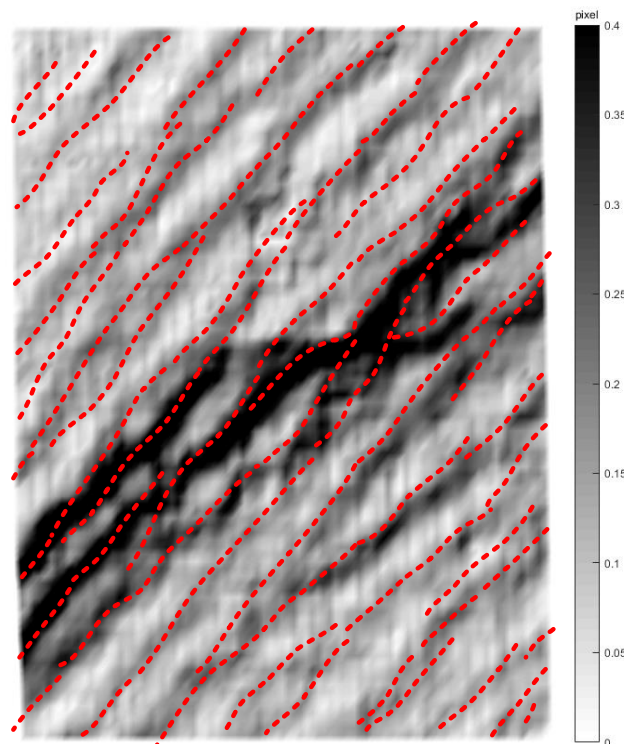
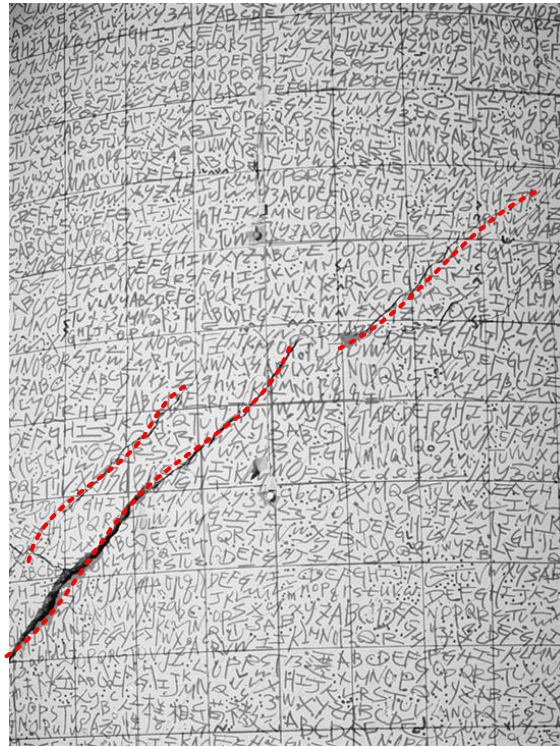


圖 5-126 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段裂縫與實際觀察裂縫位置比較

(巨大裂縫產生前)



----- Cracks observed from picture

圖 5-127 第 8 個剪切裂縫分析階段中產生巨大裂縫的實際情況

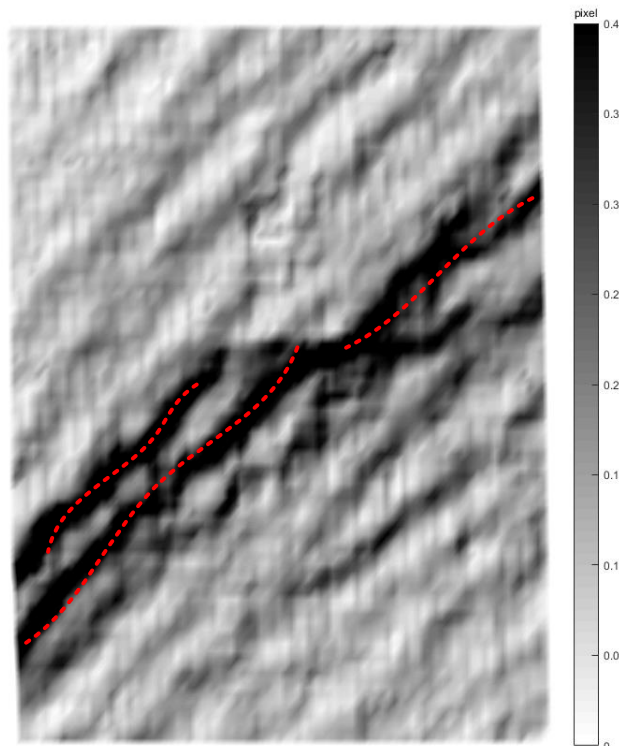


圖 5-128 2D DIC 量測第 7 個剪切裂縫分析階段裂縫(巨大裂縫產生前)與巨大裂縫產生後的裂縫位置比對



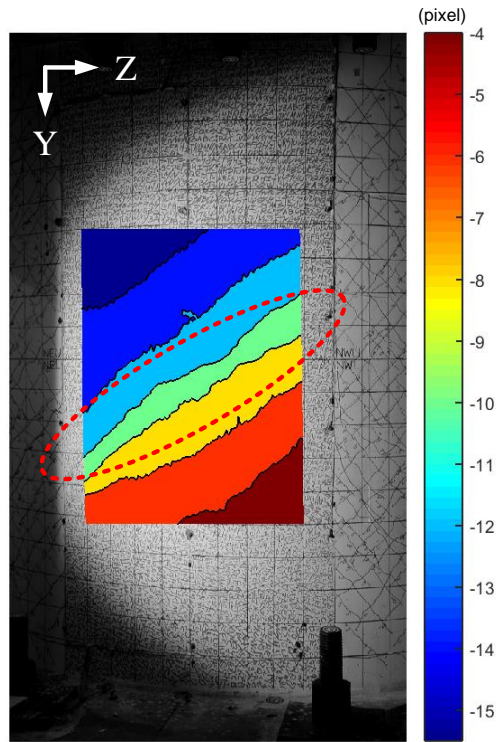


圖 5-129 2D DIC 量測巨大裂縫產生前 Z 方向全場變形

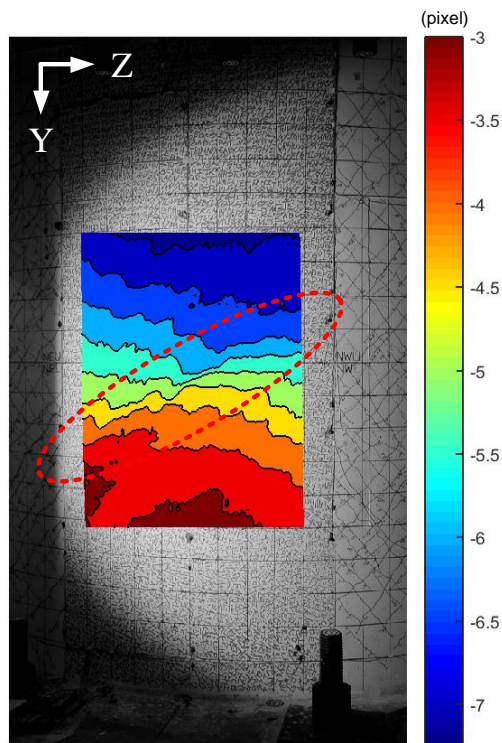


圖 5-130 2D DIC 量測巨大裂縫產生前 Y 方向全場變形



## 第六章 心臟肌肉內壁醫學影像追蹤與分析討論

本章首先對心臟醫學影像追蹤做簡要的介紹，進而應用數位影像相關法(DIC)的次像素影像追蹤技術，針對心臟醫學影像提出一種不規則形狀樣板子集合方法進行影像搜尋，改善傳統上使用方格樣板子集合容易產生錯誤追蹤的缺點，並使用二階變形函數近似心臟內壁變形場，最後使用心臟超音波影像以及心臟核磁共振影像並應用本研究所提出的方法作深入的分析，文中追蹤心臟肌肉內壁隨著時間的變化，並計算內壁面積隨著時間的變化率，分別使用 WMT 軟體與人工分析方式驗證本研究的方法應用於心臟醫學影像搜尋及定量分析的能力。

### 6.1 心臟醫學成像

#### 6.1.1 簡介

心臟醫學成像(Cardiac medical imaging, CMI)是一種拍攝心臟內部肌肉在心臟收縮過程中運動情況的技術，目前常見的方法有心臟超音波成像(CUI)與磁共振成像(MRI)方法，如圖 6-1 所示，CMI 影像可以提供醫生大量關於病人心臟方面的重要定量資訊，包括心臟內部的腔體尺寸、形狀與位置以及判斷肌肉組織是否損壞，更進一步可以量測心臟的功能及狀態，例如心臟輸出血量(Cardiac output, CO)、心臟射出比(Ejection fraction, EF)與心臟舒張功能(Diastolic function, DF)等。然而利用人工目視方式在影像上逐一作註記對 CMI 影像分析以上的參數過於繁瑣，也較不精確，且大多依賴醫生的經驗，因此衍生出心臟醫學影像追蹤(Cardiac medical image tracking, CMIT)的技術，透過影像搜尋演算法針對在 CMI 影像中進行心臟肌肉內壁運動追蹤分析，並且定量地計算出心臟功能的參數。

反向合成高斯牛頓法(Inverse compositional Gauss-Newton method, IC-GN method)是一種高精度、高效率的次像素影像搜尋演算法，由 S. Baker 等人[17]提出，並與其他影像搜尋演算法比較，驗證 IC-GN method 的次像素影像追蹤的能力[18]，因此本論文採用 IC-GN method 應用在 CMIT 的領域上。傳統上，影像追

蹤大多使用方格追蹤(Block matching)的方式，亦即方格形狀的樣本子集合(Template subset)，然而大部分 CMI 影像品質較差且有許多雜訊，致使影像中的特徵斑點會隨著時間變化，或是沒有足夠的特徵能夠搜尋，使用方格追蹤容易造成錯誤追蹤(Miss matching)，因此本論文使用任意形狀的樣本子集合進行影像追蹤，如圖 6-2 所示，使用本方法的主要目的在於在進行影像搜尋時，可以將心臟肌肉內壁做為樣本子集合的邊界，利用灰階程度分明的邊界限制樣本子集合的位移與變形。另外，在進行影像搜尋前必須先假設待測物的變形函數，因為心臟的變形是屬於高階的變形，故本論文使用二階的形狀函數來近似心臟內壁整體的變形場，由於 IC-GN method 屬於疊代的計算方式，需要設定疊代停止的閾值與最多疊代次數。

圖 6-3 為任意形狀子集合之二階變形之示意圖， $(x, y)$  為樣本子集合重心位置， $Q$  為樣本子集合中的點， $Q$  點的  $x$  方向距離重心  $(x, y)$  為  $\Delta x$ ， $y$  方向距離重心  $(x, y)$  為  $\Delta y$ ，而  $Q^*(x^*, y^*)$  為  $Q$  點二階變形後的座標位置，根據二階變形的位移假設，則  $(x^*, y^*)$  可表示為

$$\begin{aligned} x^* &= x + u + u_{,x} \times \Delta x + \Delta x + u_{,y} \times \Delta y + \frac{1}{2} u_{,xx} (\Delta x)^2 + u_{,xy} (\Delta x \Delta y) + \frac{1}{2} u_{,yy} (\Delta y)^2 \\ y^* &= y + v + v_{,x} \times \Delta x + v_{,y} \times \Delta y + \Delta y + \frac{1}{2} v_{,xx} (\Delta x)^2 + v_{,xy} (\Delta x \Delta y) + \frac{1}{2} v_{,yy} (\Delta y)^2 \end{aligned} \quad (6.1)$$

其中  $u$  與  $v$  分別為  $x$  與  $y$  方向之剛體位移量， $u_{,x}$  與  $u_{,y}$  分別為  $u$  在  $x$  與  $y$  方向之一階偏導數， $v_{,x}$  與  $v_{,y}$  分別為  $v$  在  $x$  與  $y$  方向之一階偏導數， $u_{,xx}$  與  $v_{,xx}$  分別為  $u$  與  $v$  在  $x$  方向之二階偏導數， $u_{,yy}$  與  $v_{,yy}$  分別為  $u$  與  $v$  在  $y$  方向之二階偏導數， $u_{,xy}$  與  $v_{,xy}$  分別為  $u$  與  $v$  在  $x$  與  $y$  方向之二階偏導數。

### 6.1.2 演算法

本章 IC-GN method 所使用的相關係數公式為零正規化總平方差(ZNSSD)，

參考表 2-2 與式子(2.1)，可得

$$C_{ZNSSD} = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{f(W_2(x + \Delta x_i, y + \Delta y_i, Q)) - \bar{f}}{\Delta f} - \frac{g(W_2(x + \Delta x_i, y + \Delta y_i, P_2)) - \bar{g}}{\Delta g} \right]^2 \quad (6.2)$$

其中  $P_2$  為二階變形參數

$$P_2 = [u \quad u_{,x} \quad u_{,y} \quad u_{,xx} \quad u_{,xy} \quad u_{,yy} \quad v \quad v_{,x} \quad v_{,y} \quad v_{,xx} \quad v_{,xy} \quad v_{,yy}]^T \quad (6.3)$$

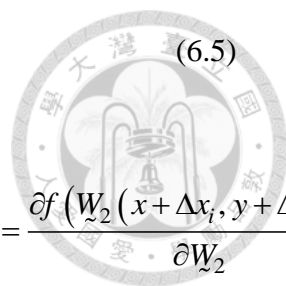
而  $f$  為變形前影像， $g$  為變形後影像， $(x, y)$  為變形前影像  $f$  中欲分析區域的重心座標位置， $(\Delta x_i, \Delta y_i)$  為當地座標(Local coordinate)， $N$  為樣本子集合個數， $P_2$

為變形參數，而  $W_2$  為二階變形函數，寫成

$$W_2(x + \Delta x_i, y + \Delta y_i, P_2) = \begin{bmatrix} 1 + S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \\ S_7 & 1 + S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{13} & S_{14} & 1 + S_{15} & S_{16} & S_{17} & S_{18} \\ (1/2)u_{,xx} & u_{,xy} & (1/2)u_{,yy} & 1 + u_{,x} & u_{,y} & u \\ (1/2)v_{,xx} & v_{,xy} & (1/2)v_{,yy} & v_{,x} & 1 + v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Delta x_i)^2 \\ \Delta x_i \times \Delta y_i \\ (\Delta y_i)^2 \\ \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

其中

$$\begin{aligned} S_1 &= 2u_{,x} + u_{,x}^2 + uu_{,xx} & S_2 &= 2uu_{,xy} + 2(1 + u_{,x})u_{,y} \\ S_3 &= u_{,y}^2 + uu_{,yy} & S_4 &= 2u(1 + u_{,x}) \\ S_5 &= 2uu_{,y} & S_6 &= u^2 \\ S_7 &= (1/2)[vu_{,xx} + 2(1 + u_{,x})v_{,x} + uv_{,xx}] & S_8 &= u_{,y}v_{,x} + u_{,x}v_{,y} + vu_{,xy} + uv_{,xy} + v_{,y} + u_{,x} \\ S_9 &= (1/2)[vu_{,yy} + 2(1 + v_{,y})u_{,y} + uv_{,yy}] & S_{10} &= v + vu_{,x} + uv_{,x} \\ S_{11} &= u + vu_{,y} + uv_{,y} & S_{12} &= uv \\ S_{13} &= v_{,x}^2 + vv_{,xx} & S_{14} &= 2vv_{,xy} + 2v_{,x}(1 + v_{,y}) \\ S_{15} &= 2v_{,y} + v_{,y}^2 + vv_{,yy} & S_{16} &= 2vv_{,x} \\ S_{17} &= 2v(1 + v_{,y}) & S_{18} &= v^2 \end{aligned}$$



(6.5)

並化簡符號

$$f = f(W_2(x + \Delta x_i, y + \Delta y_i, 0)), g = g(W_2(x + \Delta x_i, y + \Delta y_i, P)), \nabla f = \frac{\partial f(W_2(x + \Delta x_i, y + \Delta y_i, 0))}{\partial W_2}$$

(6.2)式中對  $f$  增加變形參數微小的變化量  $\Delta P_2$ ，接著對(6.2)式做一階泰勒級數展

開，再做一次微分並令其等於零，移項後得到

$$\Delta P_2 = \mathbf{H}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N \left[ \nabla f \frac{\partial W_2}{\partial P_2} \right]^T \left[ (f - \bar{f}) - \frac{\Delta f}{\Delta g} (g - \bar{g}) \right] \quad (6.6)$$

其中亞可比矩陣  $\partial W_2 / \partial P_2$  為

$$\frac{\partial W_2}{\partial P_2} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta x_i & \Delta y_i & \frac{1}{2}(\Delta x_i)^2 & \Delta x_i \cdot \Delta y_i & \frac{1}{2}(\Delta y_i)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta x_i & \Delta y_i & \frac{1}{2}(\Delta x_i)^2 & \Delta x_i \cdot \Delta y_i & \frac{1}{2}(\Delta y_i)^2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

而  $\mathbf{H}$  為海森矩陣

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^N \left[ \nabla f \frac{\partial W_2}{\partial P_2} \right]^T \left[ \nabla f \frac{\partial W_2}{\partial P_2} \right] \quad (6.8)$$

最後利用反向合成方式疊代新的二階變形函數  $W_2$

$$W_2(P_2) \leftarrow \begin{bmatrix} 1+S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 \\ S_7 & 1+S_8 & S_9 & S_{10} & S_{11} & S_{12} \\ S_{13} & S_{14} & 1+S_{15} & S_{16} & S_{17} & S_{18} \\ (1/2)u_{,xx} & u_{,xy} & (1/2)u_{,yy} & 1+u_{,x} & u_{,y} & u \\ (1/2)v_{,xx} & v_{,xy} & (1/2)v_{,yy} & v_{,x} & 1+v_{,y} & v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1+\Delta S_1 & \Delta S_2 & \Delta S_3 & \Delta S_4 & \Delta S_5 & \Delta S_6 \\ \Delta S_7 & 1+\Delta S_8 & \Delta S_9 & \Delta S_{10} & \Delta S_{11} & \Delta S_{12} \\ \Delta S_{13} & \Delta S_{14} & 1+\Delta S_{15} & \Delta S_{16} & \Delta S_{17} & \Delta S_{18} \\ (1/2)\Delta u_{,xx} & \Delta u_{,xy} & (1/2)\Delta u_{,yy} & 1+\Delta u_{,x} & \Delta u_{,y} & \Delta u \\ (1/2)\Delta v_{,xx} & \Delta v_{,xy} & (1/2)\Delta v_{,yy} & \Delta v_{,x} & 1+\Delta v_{,y} & \Delta v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (6.9)$$

重複疊代直到  $W_2$  收斂，本研究疊代停止的閾值設定為  $10^{-4}$ ，而最多疊代次數設定為 5 次。



## 6.2 心臟超音波成像追蹤

### 6.2.1 實驗影像與方法

心臟超音波成像(Cardiac ultrasound imaging, CUI)又稱超音波心動描記儀(Echocardiography), CUI 利用超音波經過不同密度的介質產生反射波的原理拍攝心臟內部的肌肉變形情況, CUI 可分為 M 形超音波(M mode)、雙向超音波(2D mode)與都卜勒超音波(Doppler), 主要用於診斷、處置以及追蹤病人心臟方面的疾病, 由於 CUI 拍攝的價格低廉, 故目前已廣泛使用在心臟醫學上。本節的 CUI 實驗測試影像屬於 2D mode 超音波影像, 如圖 6-4 所示, 一共四組測試影像, 每一組有 20 張影像, 影像由陽明大學余文鍾教授提供, 除了使用 DIC 分析之外, 也應用醫學用的 2D Wall motion tracking(2D WMT)軟體分析測試影像, 2D WMT 這套軟體由 TOSHIBA 公司設計, 專門用於 CUI 影像中心臟肌肉內壁的運動追蹤。由於 DIC 與 WMT 的量測結果難以使用定量的方式比較, 因此本研究假設心臟肌肉壁附近的面積收縮量一致, 故將 DIC 與 WMT 分析測試影像中的同一區域, 計算該區域面積隨著時間的變化量, 並將 DIC 與 WMT 的分析結果進行比較與討論。

### 6.2.2 實驗結果與討論

DIC 與 WMT 追蹤四組 CUI 影像實驗分析結果如圖 6-5 到圖 6-12 所示, 排序的方式以由左至右, 由上至下排列, 從分析結果可以看出測試影像中的肌肉內壁是以先收縮再膨脹的形式運動, 而 DIC 與 WMT 都有不錯的追蹤結果。圖 6-13 到圖 6-16 為 DIC 與 WMT 分析四組測試影像中區域面積的收縮比結果, 並以無因次化的方式呈現, 顯示 DIC 與 WMT 的量測結果的趨勢一致, 顯示 DIC 用於追蹤 CUI 影像肌肉壁的能力。圖 6-13、圖 6-15 與圖 6-16 中, DIC 量測 Step 3

與 Step 4 之間沒有面積的變化，仔細觀察第一、三與四組測試影像後發現，心臟肌肉在 Step 3 與 Step 4 確實沒有變形，而 WMT 卻量測到肌肉的運動，如圖 6-17 所示，推估是 WMT 軟體內部已對量測到的訊號做過優化處理，另外從圖 6-5 與圖 6-7 中 DIC 的追蹤結果可以明顯發現肌肉內壁不是同時朝內部收縮。

## 6.3 心臟核磁共振成像追蹤

### 6.3.1 實驗影像與方法

心臟核磁共振成像(Cardiac magnetic resonance imaging, CMRI)是一種藉由磁場與無線電波脈衝使得人體內部的氫原子共振並釋放能量，透過計算後將人體內部的心臟轉換成圖像，由於 CMRI 的價格較為高昂，CMRI 的使用時機通常在於當 CUI 無法提供足夠的資訊或需要更詳細深入分析時，也較少人使用，但相較於 CUI 的影像品質，CMRI 的影像品質較佳。本節 CMRI 的實驗測試影像如圖 6-18 所示，一共四組測試影像，每一組有 10 張影像，影像由 CMRI 維基百科取得，使用 DIC 分析 CMRI 影像中心臟內壁的運動情況，另外以人工方式分析測試影像，並進一步比較 DIC 與以人工方式分析區域面積隨著時間的變化量，將 DIC 與人工方式的分析結果進行比較與討論。最後，由於第四組 CMRI 測試影像的肌肉內外壁極為明顯，使用 DIC 分析肌肉內外壁的運動情況，計算肌肉內外壁之間隨著時間的應變量，並量測該肌肉面積隨著時間的變化情形。

### 6.3.2 實驗結果與討論

圖 6-19 到圖 6-26 為 DIC 與以人工方式分析四組 CMRI 測試影像中心臟肌肉內壁的追蹤結果，排序的方式以由左至右，由上至下排列，從實驗結果影像中得到 DIC 的追蹤效果相當的良好，CMRI 測試影像中的肌肉內壁是以先收縮後再膨脹的形式運動，另外將四組 CMRI 測試影像 DIC 與人工追蹤區域面積隨著時間的變化量以無因次化的方式呈現，如圖 6-27 到圖 6-30 所示，DIC 與人工方式的量測結果對應的相當良好，從上述的實驗結果驗證 DIC 應用於 CMRI 影像的可行性。接下來使用 DIC 量測第四組 CMRI 測試影像心臟內外肌肉壁隨著時間



的運動情況，圖 6-31 為 DIC 的追蹤結果，內外壁各取出 24 個點的追蹤結果如圖 6-32 所示，將 24 點連成 12 條線段，如圖 6-33 所示，使用(6.10)式計算出該 12 條線段隨著時間的應變量  $\varepsilon$ ，結果如圖 6-34 所示。應變的計算如下：

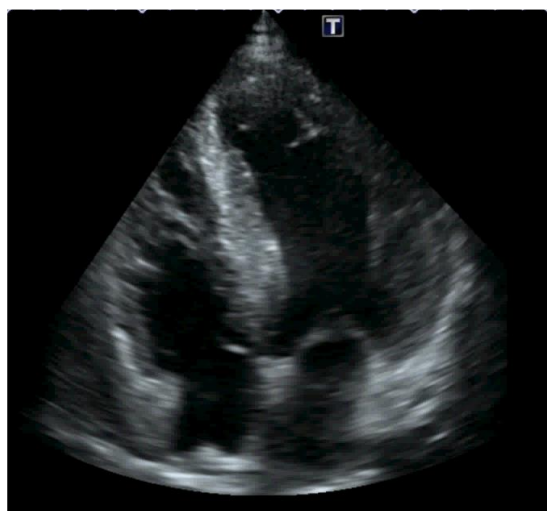
$$\varepsilon = \frac{L_f - L_0}{L_0} \quad (6.10)$$

其中  $L_0$  為線段的原始長度， $L_f$  為線段變形後的長度。最後量測肌肉內外壁間面積變化量，如圖 6-35 所示，從圖中可以發現即使心臟體積劇烈的收縮，心臟肌肉面積的變化卻遠比心臟體積收縮比例減緩許多。

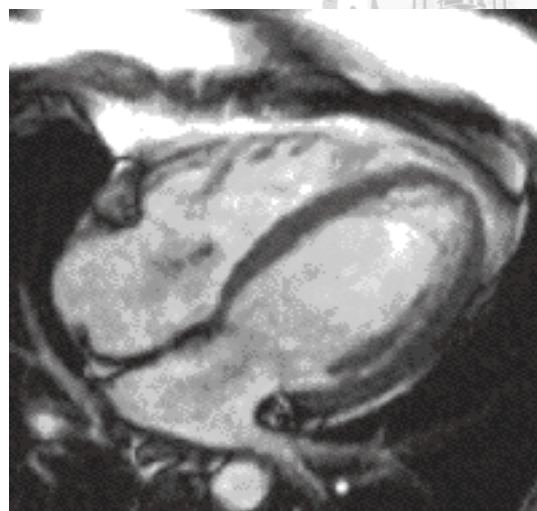
## 6.4 結論

綜合上述分析結果與比較，顯示 DIC 具有分析心臟醫學影像中肌肉壁運動的能力，但是 DIC 在分析心臟醫學影像有下列的問題存在：

1. 使用 DIC 分析影像時，需先給予起始樣本子集合，在使用 DIC 分析過程中，本研究發現給予樣本子集合的邊界必須分明，亦即邊界需要限制，而未限制的邊界位置容易發生追蹤失敗，如所圖 6-36 示。
2. 本研究雖然已使用二階的變形函數近似心臟組織的變形場，但心臟的運動情況極為複雜，樣本子集合某部分的變形場可能為更高階，使得 DIC 在該區域追蹤錯誤，如圖 6-37、圖 6-38 與圖 6-39 所示，造成 DIC 在量測 CMRI 影像上的誤差。

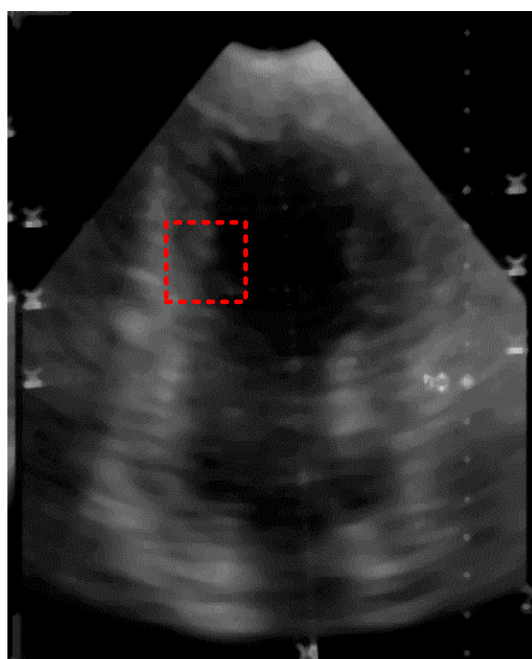


(a)

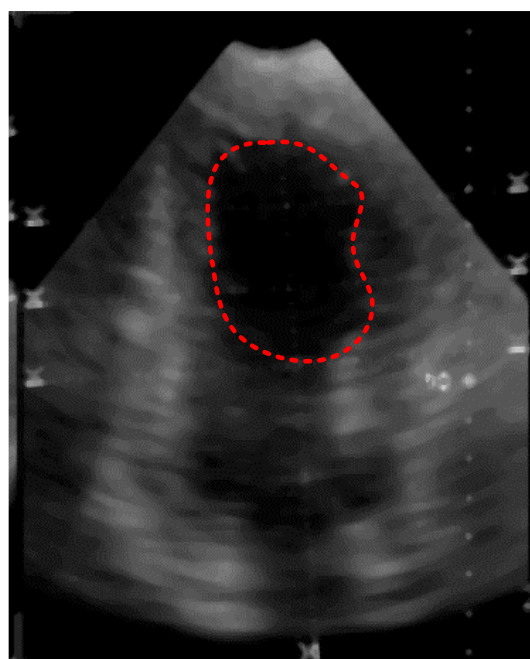


(b)

圖 6-1 心臟醫學成像圖片：(a)心臟超音波成像 (b)核磁共振成像



(a)



(b)

圖 6-2 樣本子集合形狀：(a)方格形 (b)任意形狀

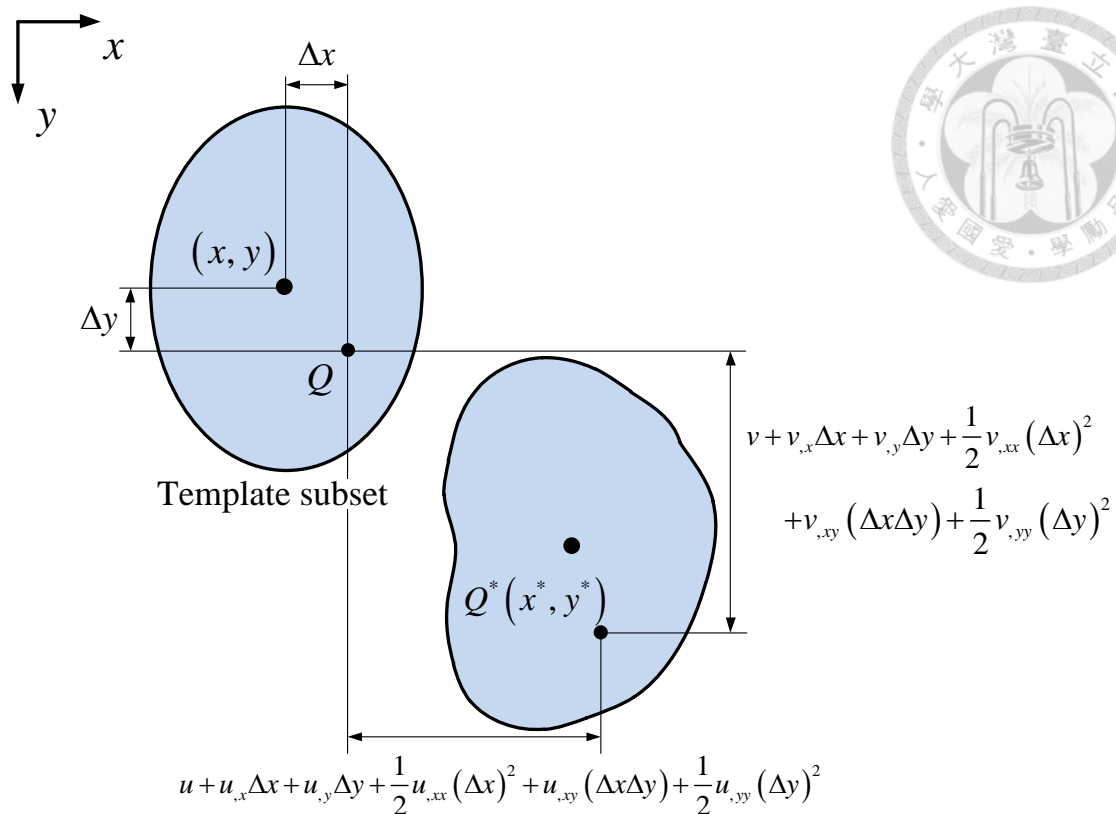


圖 6-3 任意形狀子集合之二階變形示意圖

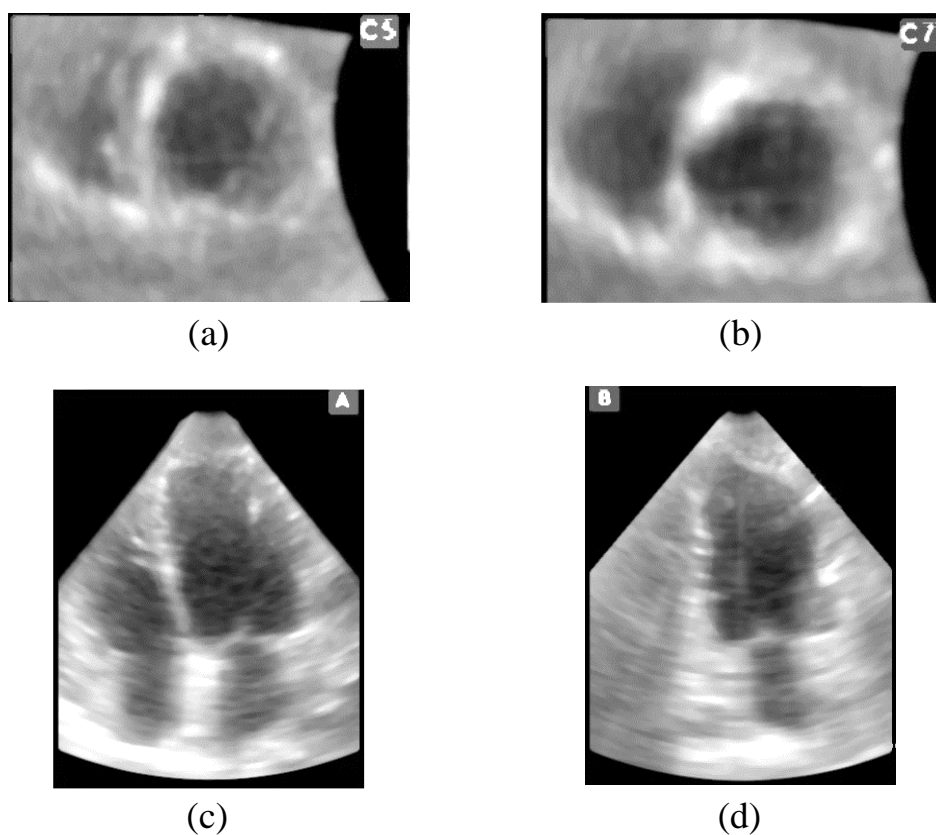


圖 6-4 四組心臟超音波測試影像

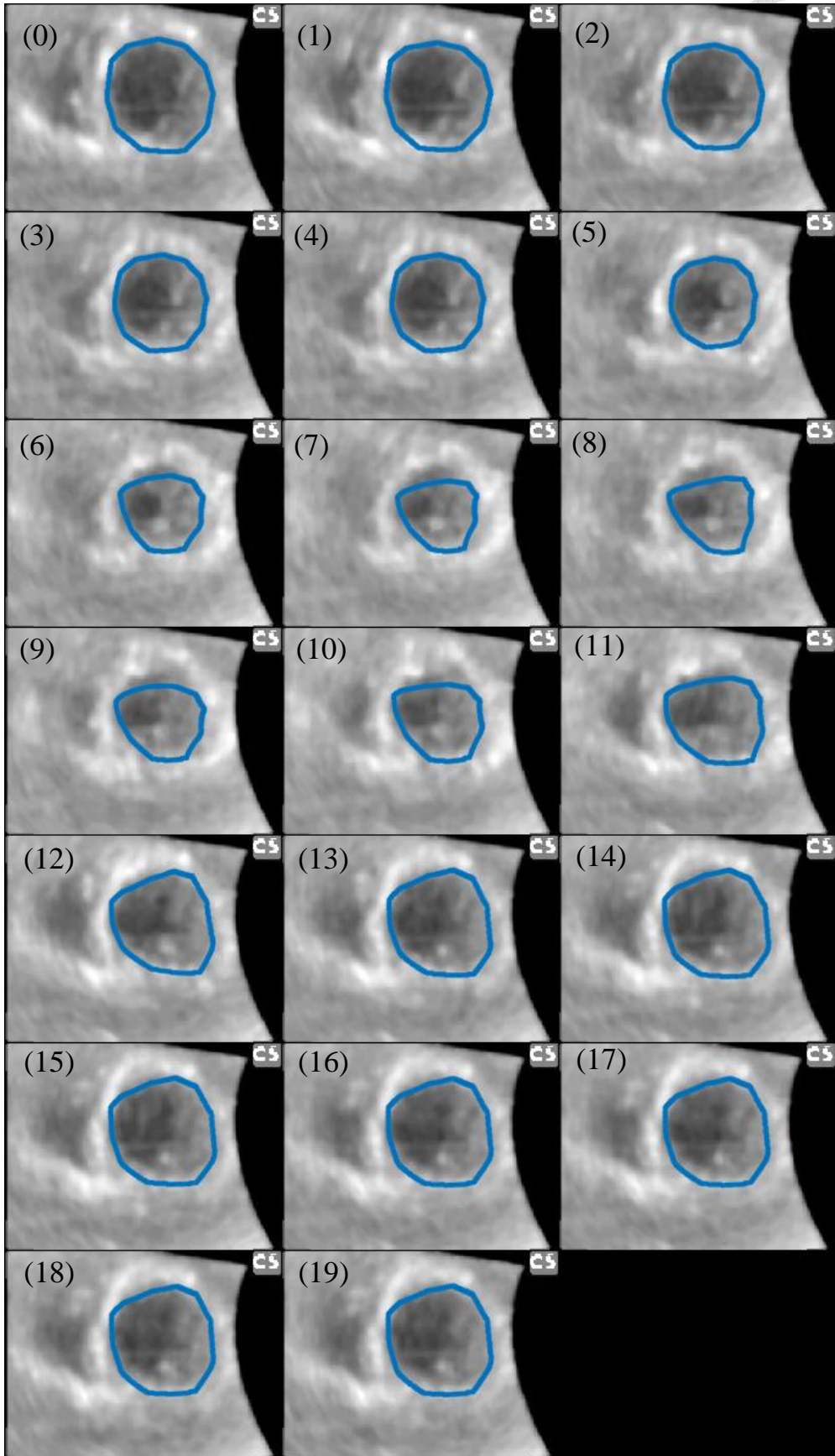


圖 6-5 DIC 分析第一組心臟超音波測試影像結果

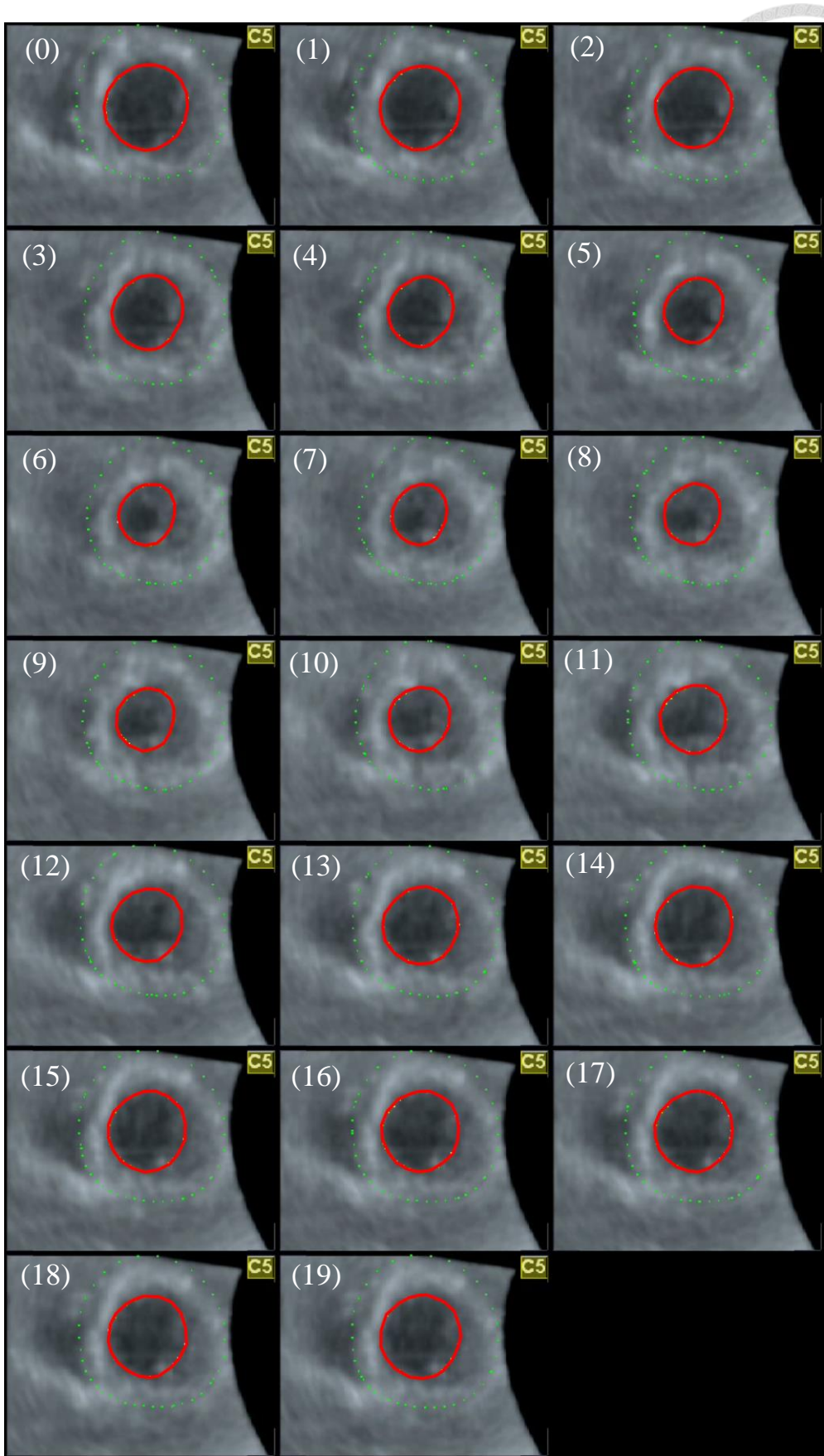


圖 6-6 WMT 分析第一組心臟超音波測試影像結果

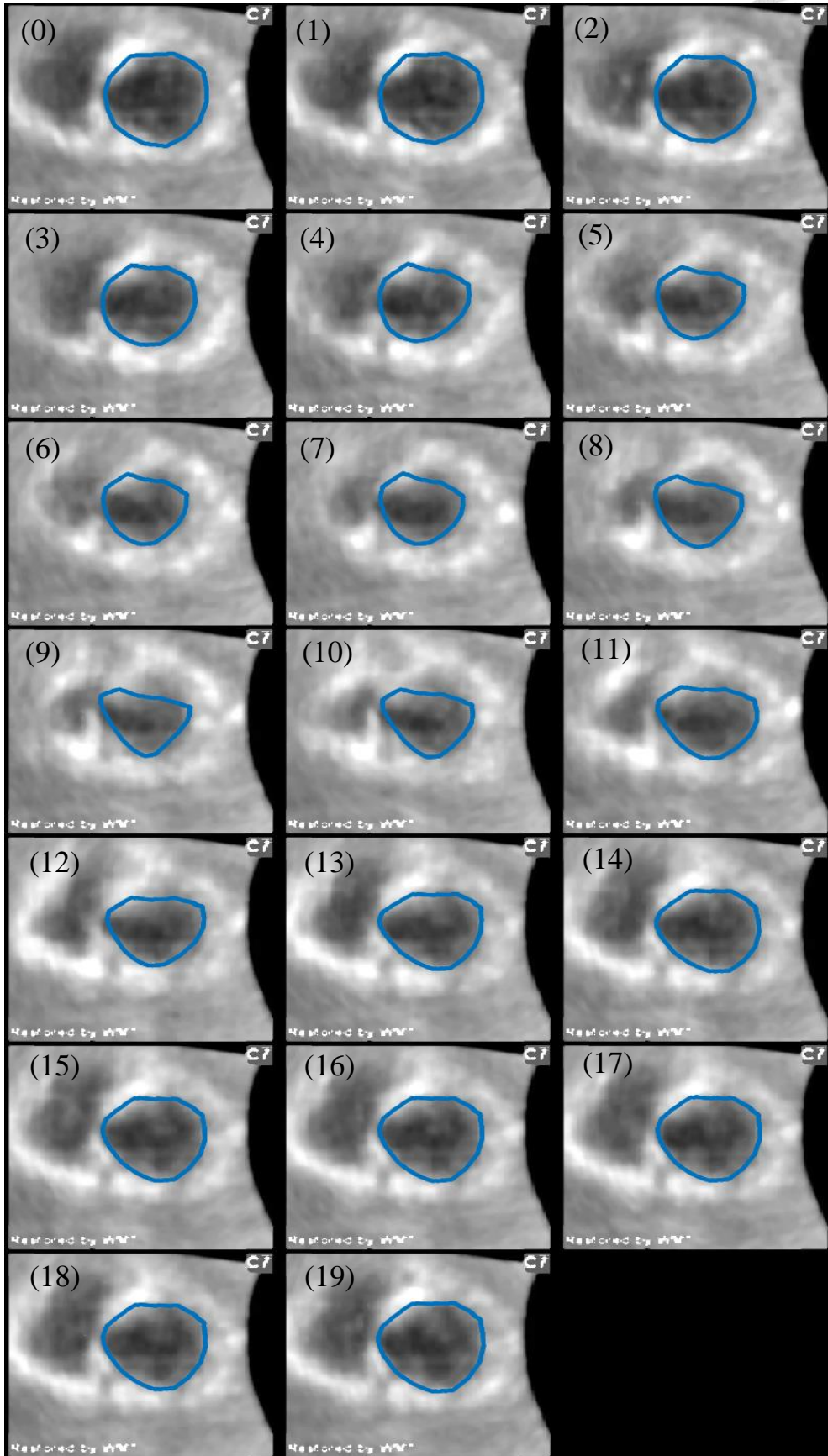


圖 6-7 DIC 分析第二組心臟超音波測試影像結果

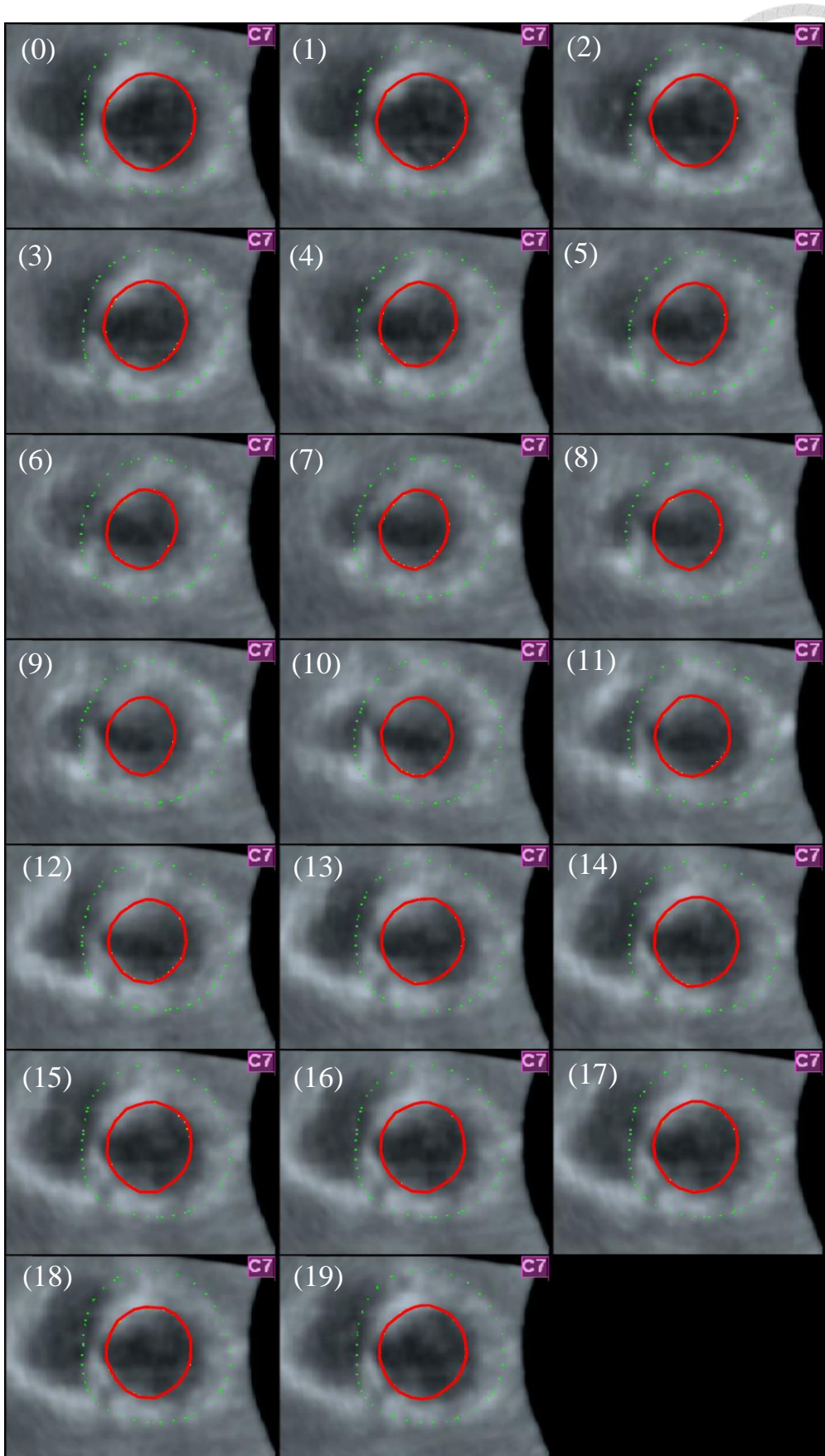


圖 6-8 WMT 分析第二組心臟超音波測試影像結果

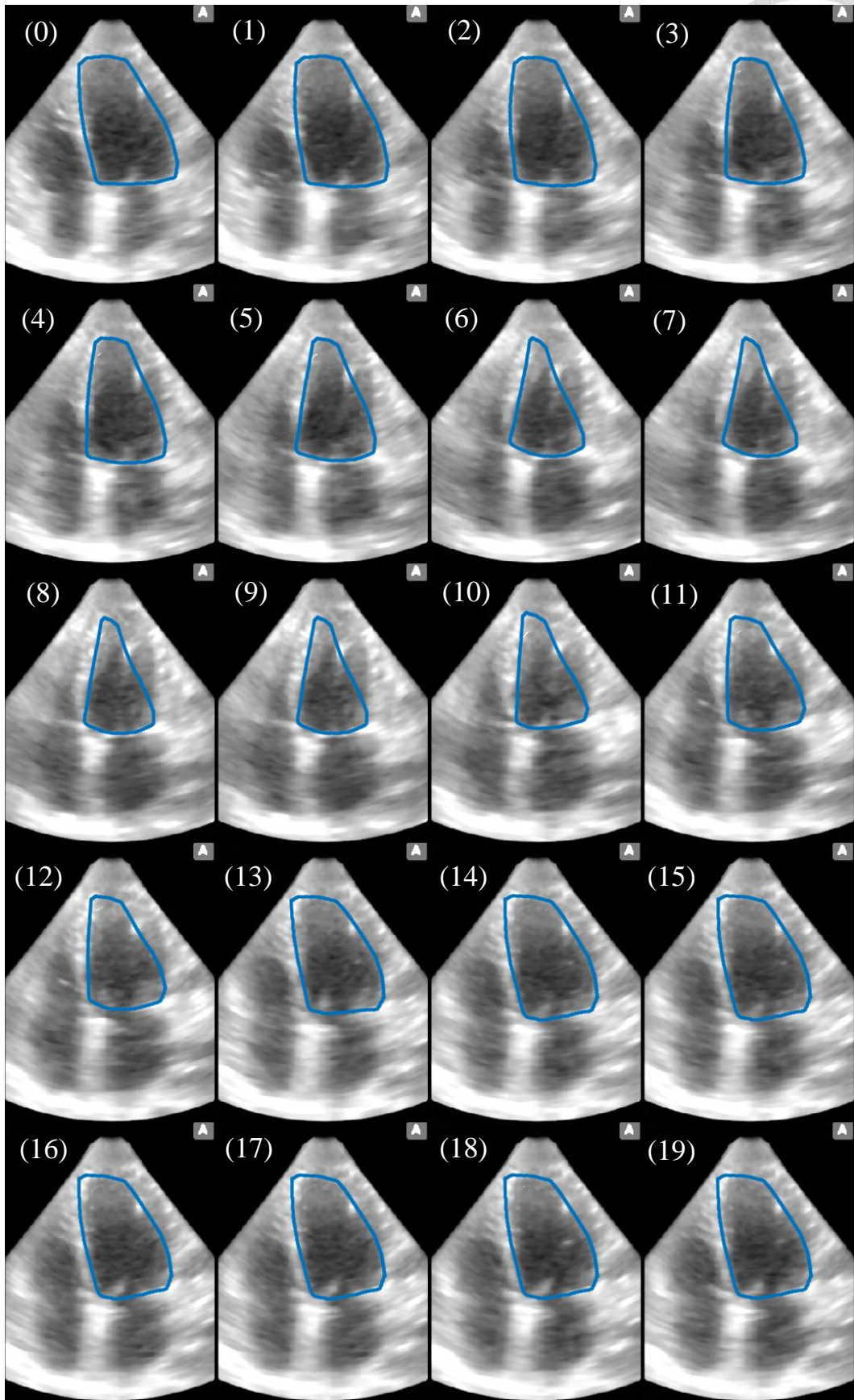


圖 6-9 DIC 分析第三組心臟超音波測試影像結果



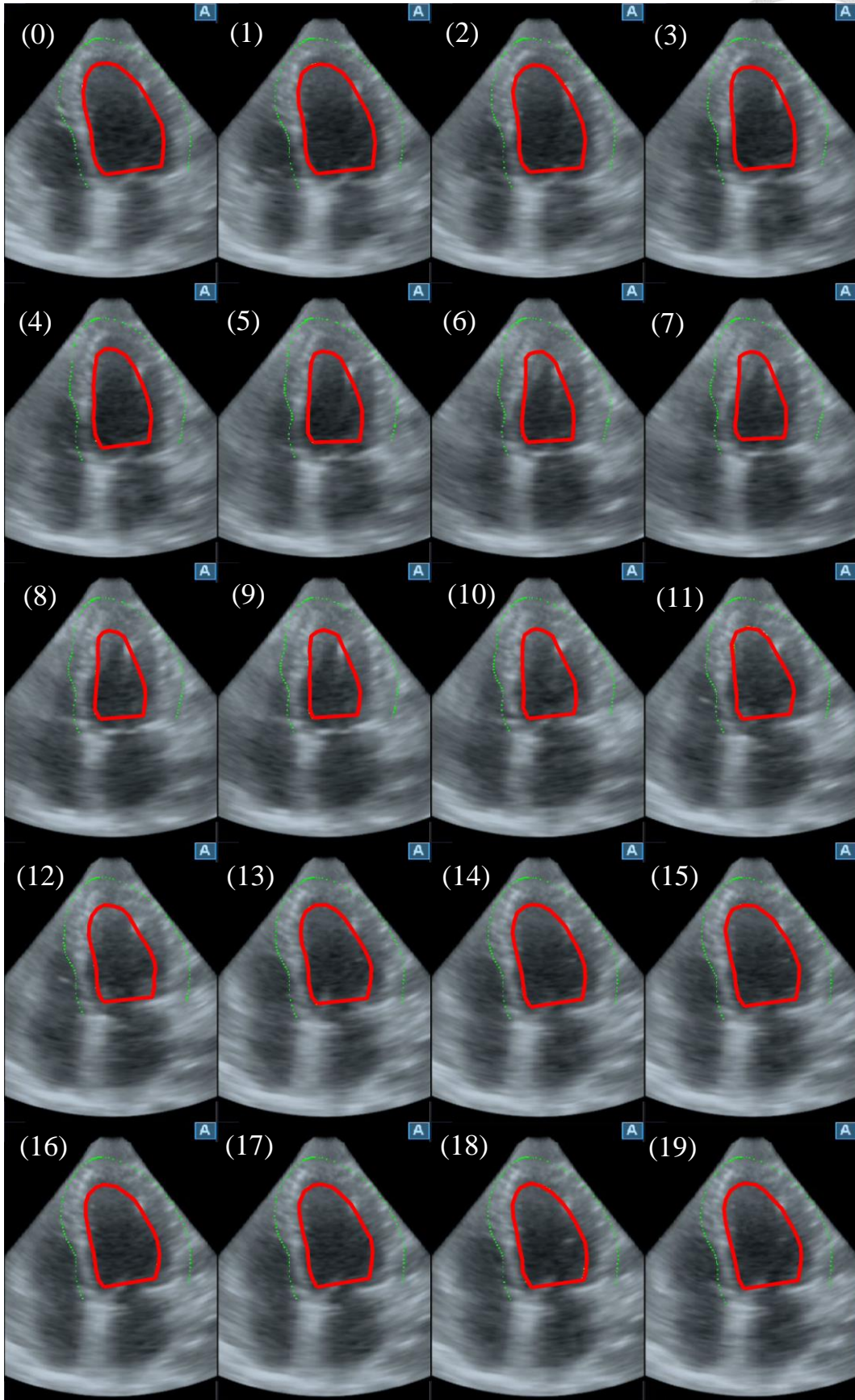


圖 6-10 WMT 分析第三組心臟超音波測試影像結果

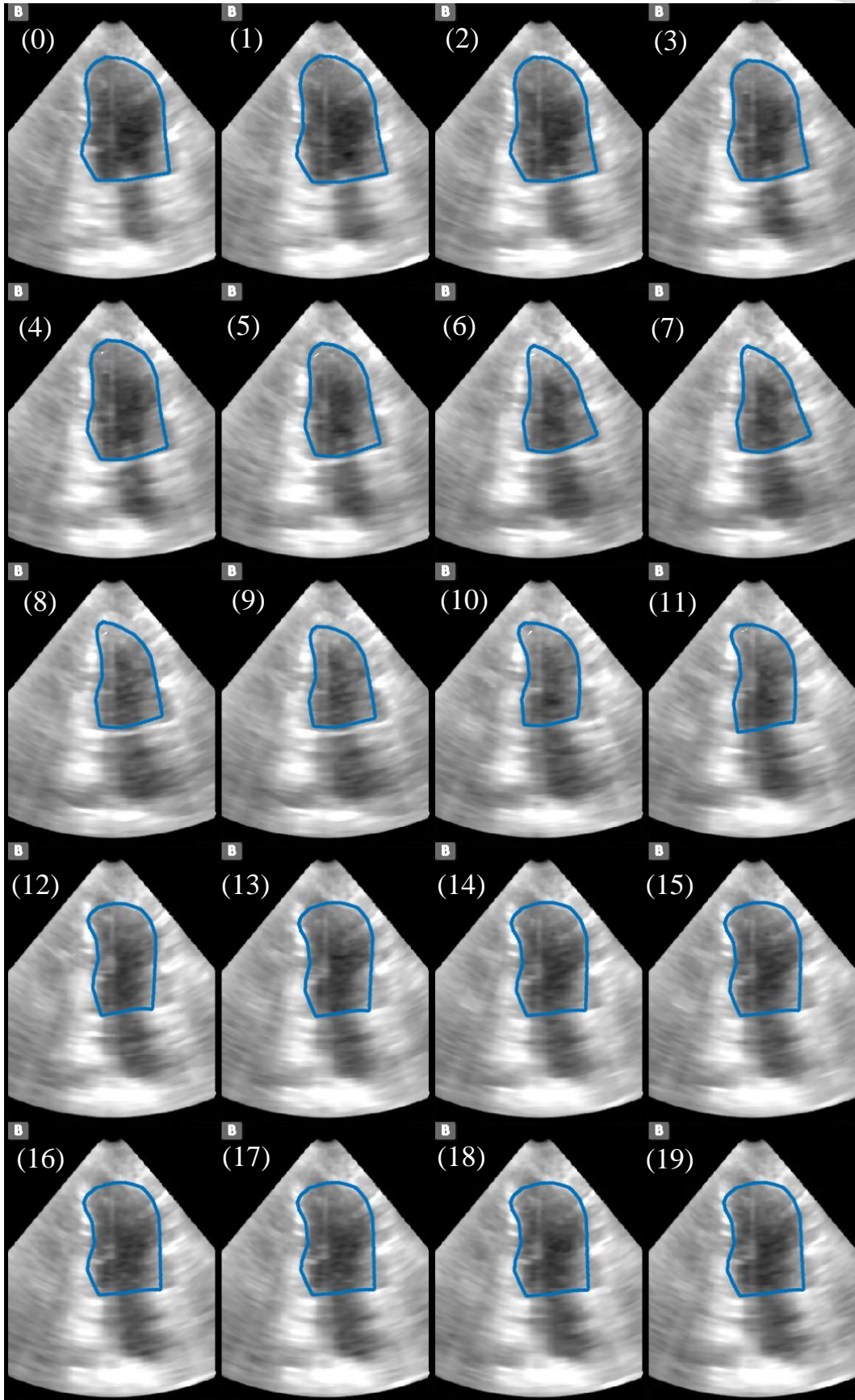


圖 6-11 DIC 分析第四組心臟超音波測試影像結果

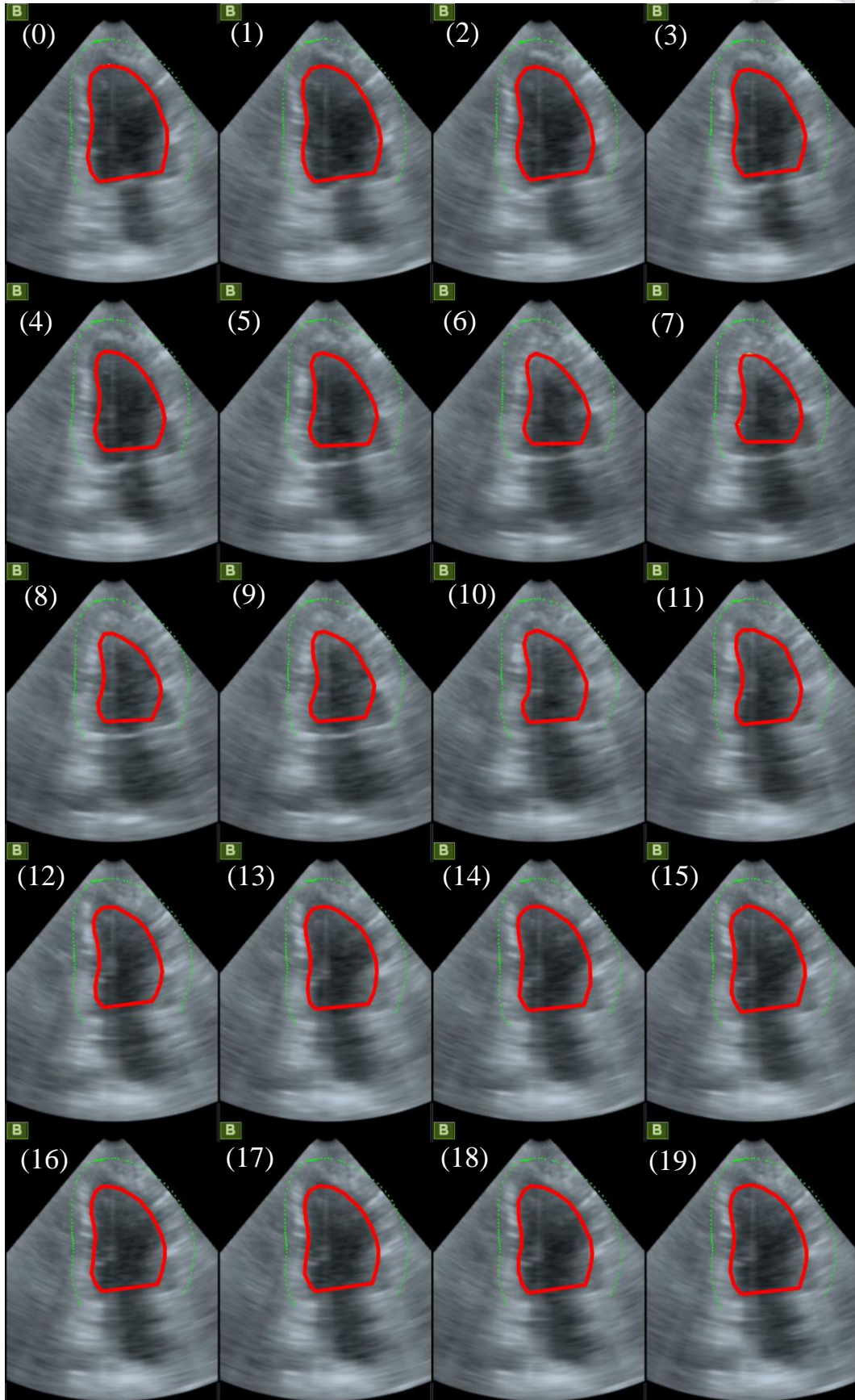


圖 6-12 WMT 分析第四組心臟超音波測試影像結果

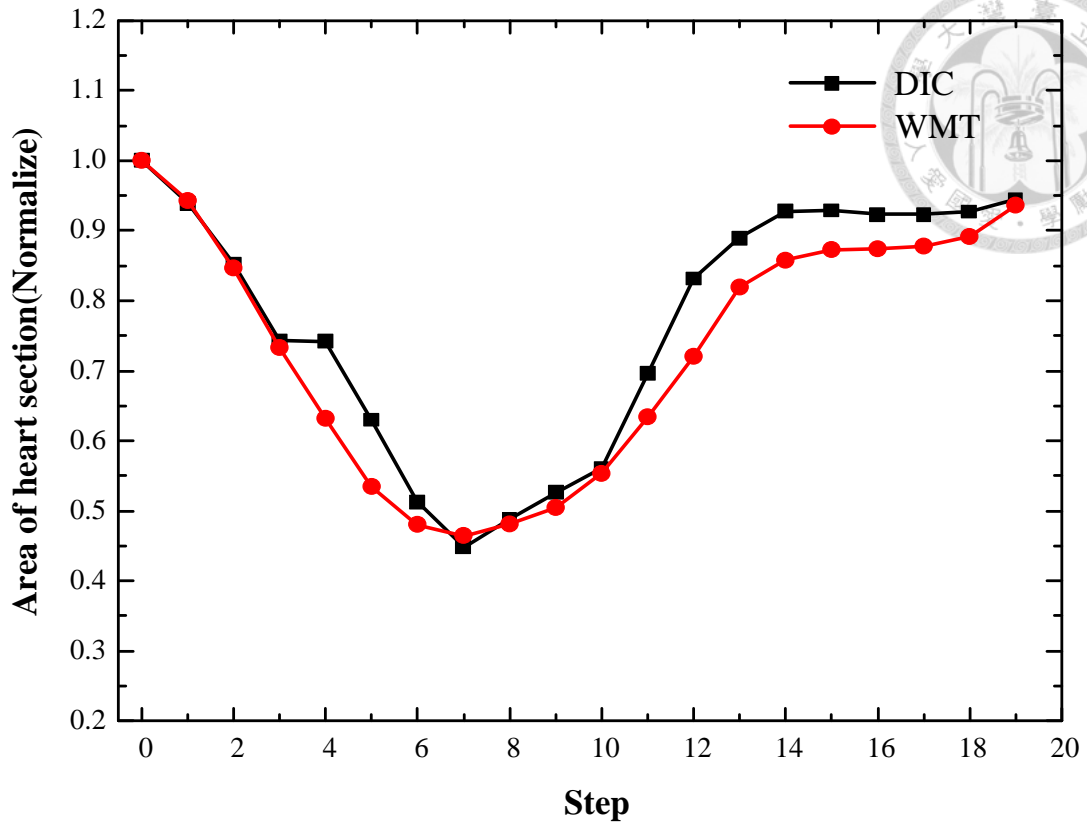


圖 6-13 DIC 與 WMT 分析第一組心臟超音波測試影像面積變化量

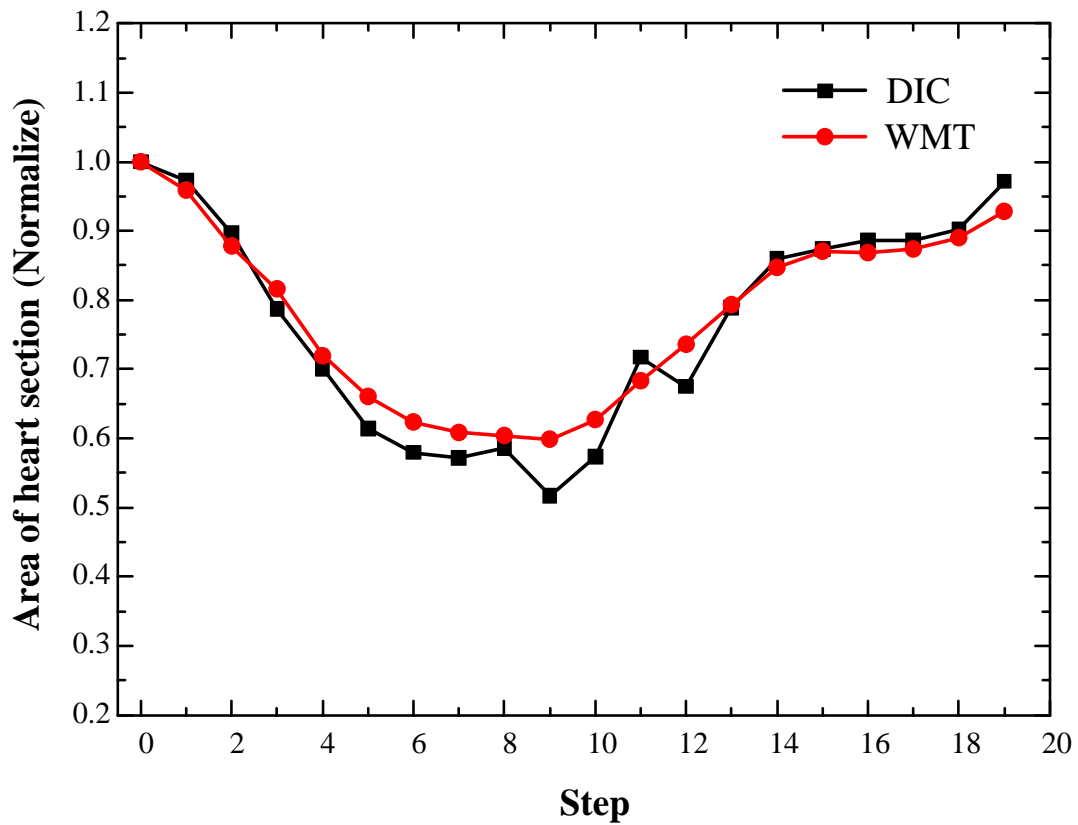


圖 6-14 DIC 與 WMT 分析第二組心臟超音波測試影像面積變化量

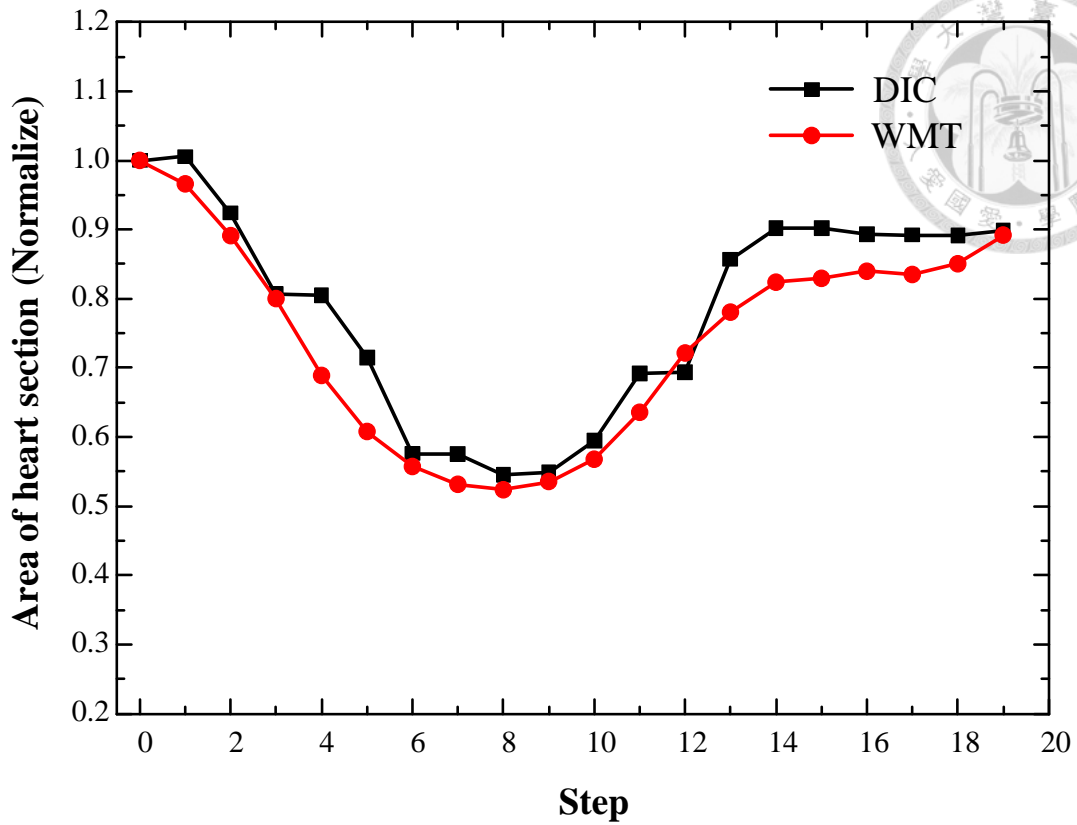


圖 6-15 DIC 與 WMT 分析第三組心臟超音波測試影像面積變化量

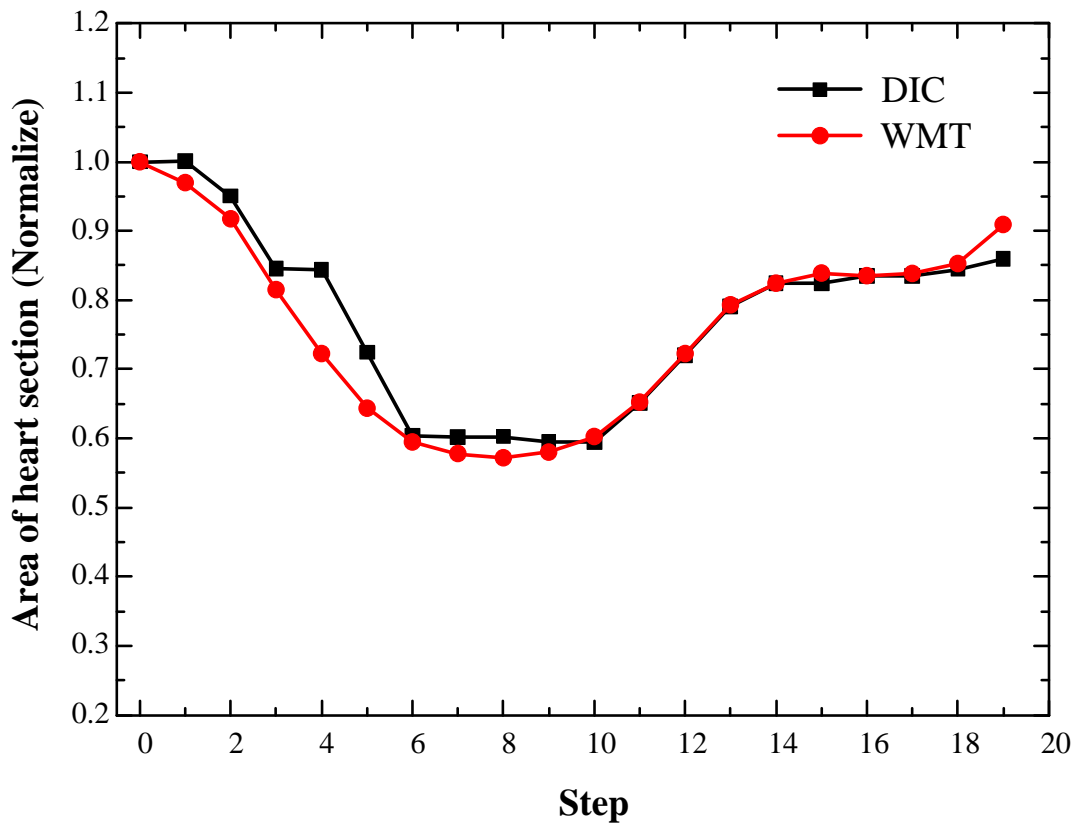


圖 6-16 DIC 與 WMT 分析第四組心臟超音波測試影像面積變化量

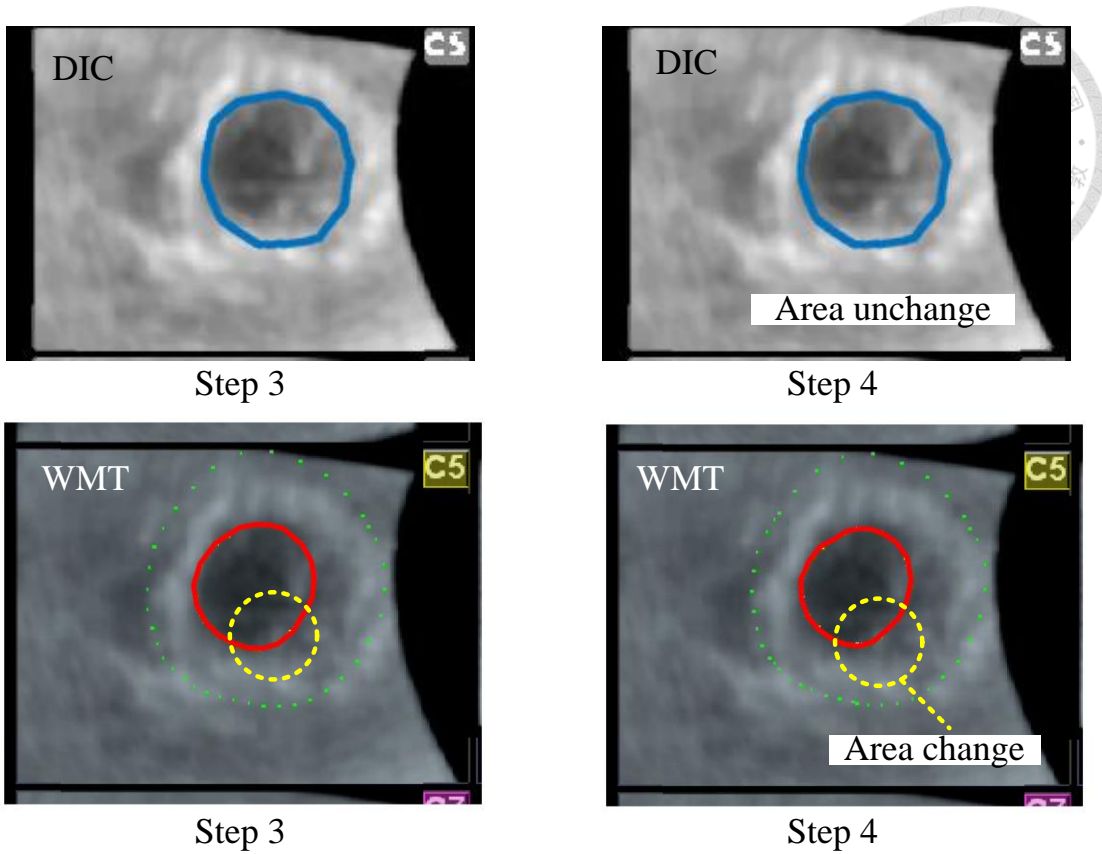


圖 6-17 心臟肌肉壁未變形但 WMT 量測到肌肉壁變形

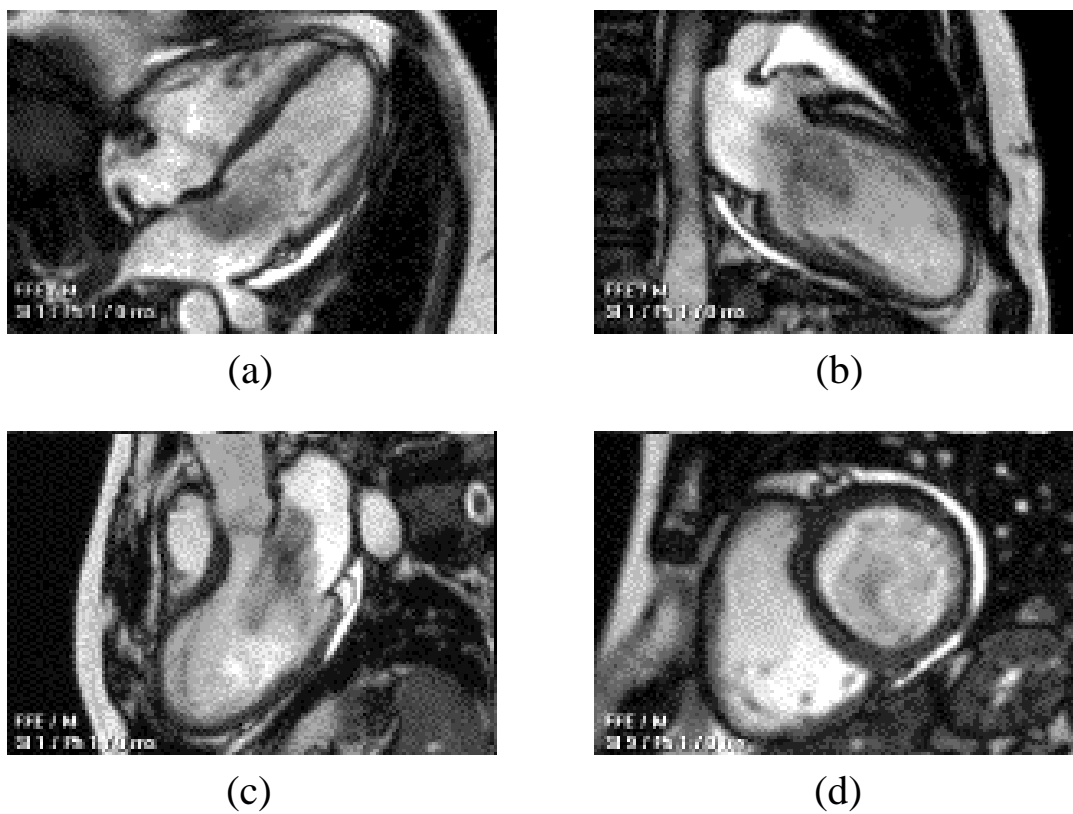


圖 6-18 四組心臟磁共振測試影像

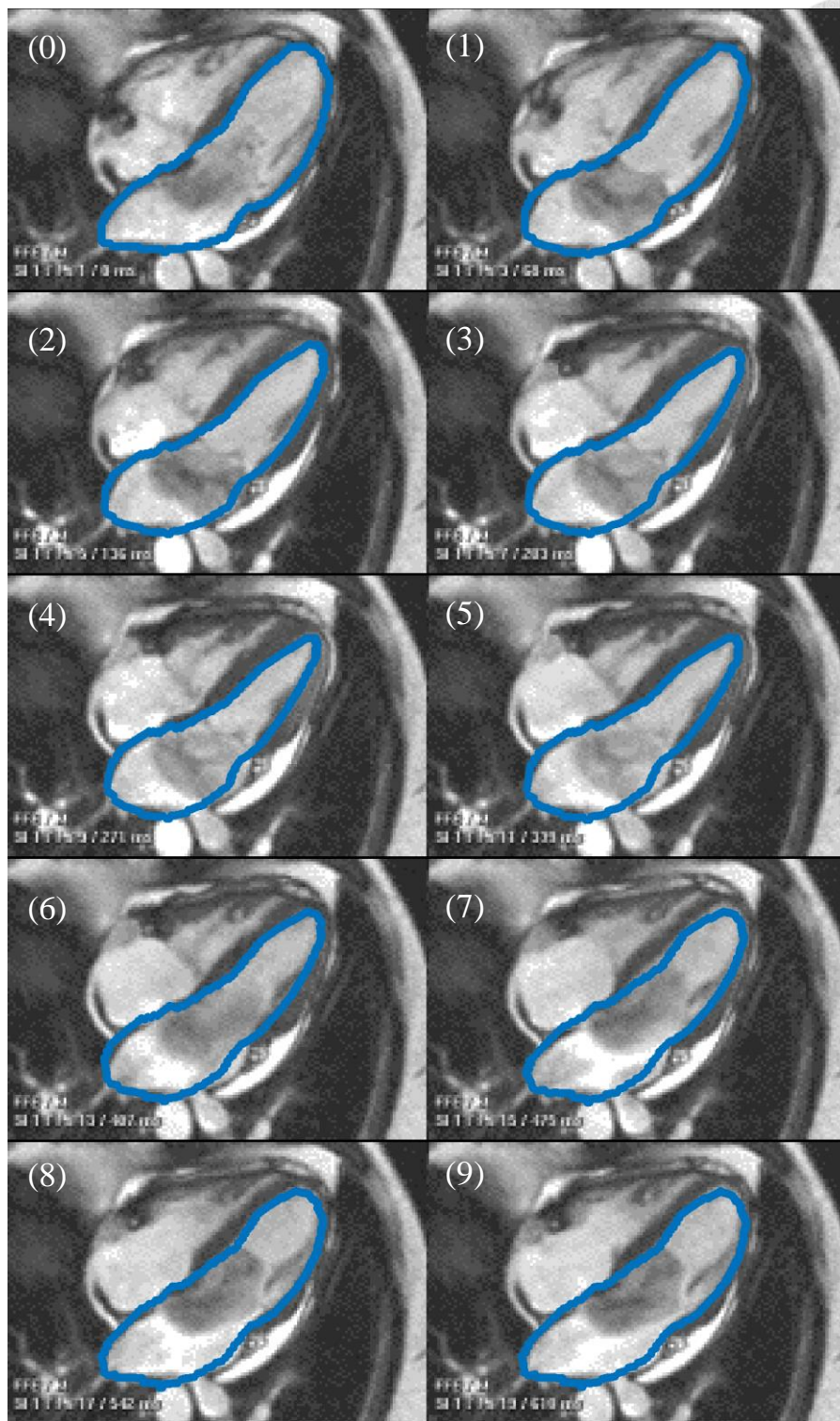


圖 6-19 DIC 分析第一組心臟磁共振測試影像結果

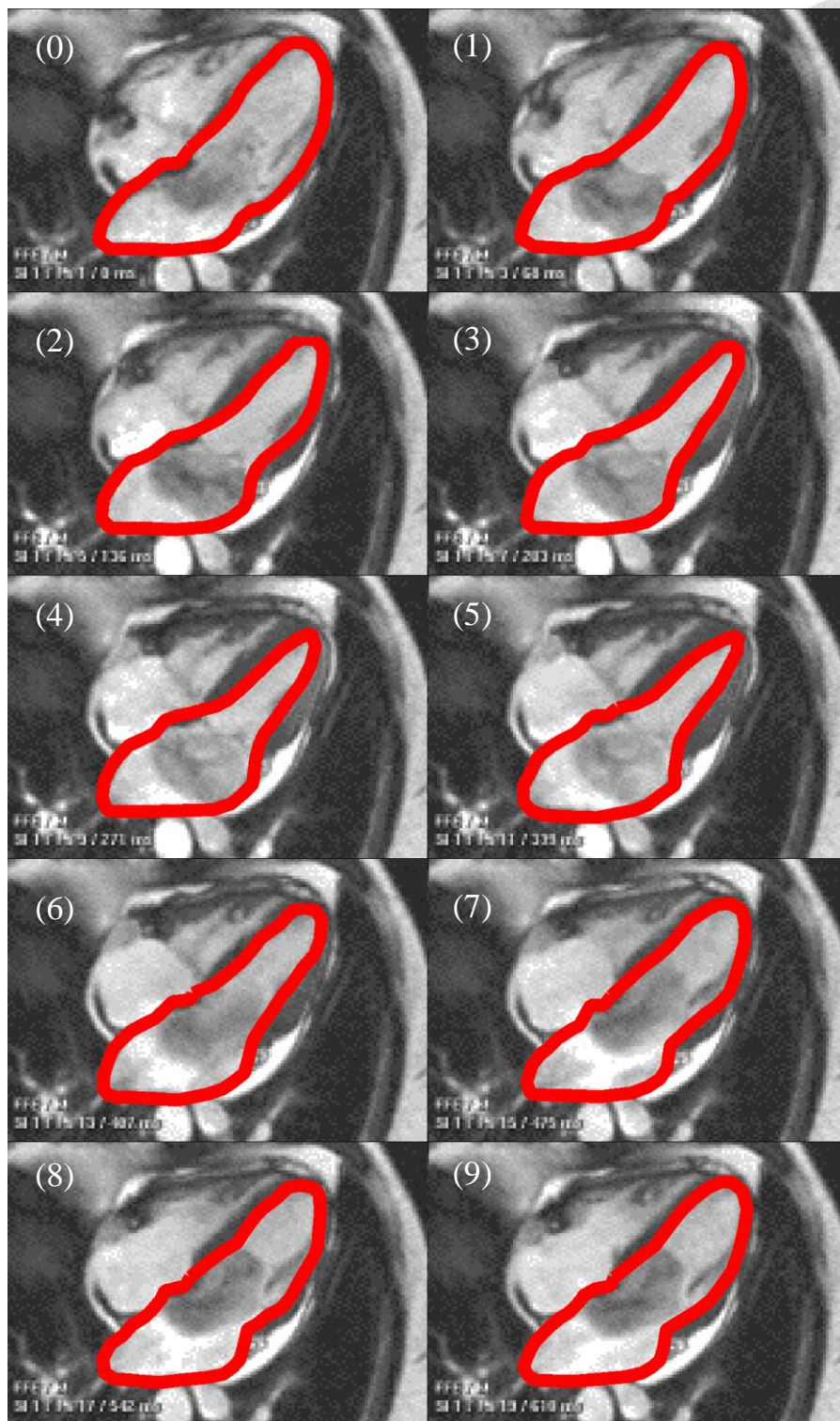


圖 6-20 人工方式分析第一組心臟磁共振測試影像結果



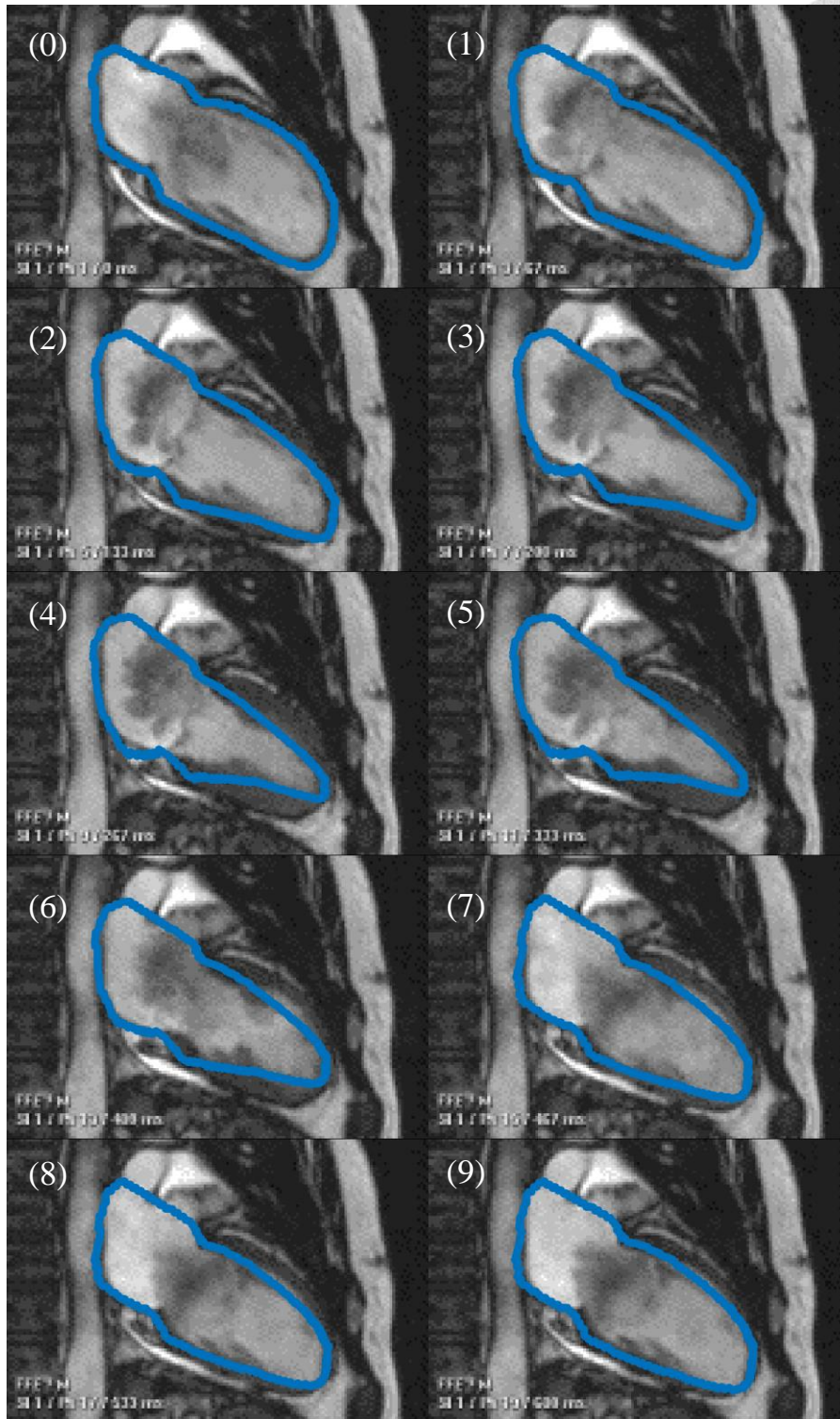


圖 6-21 DIC 分析第二組心臟磁共振測試影像結果

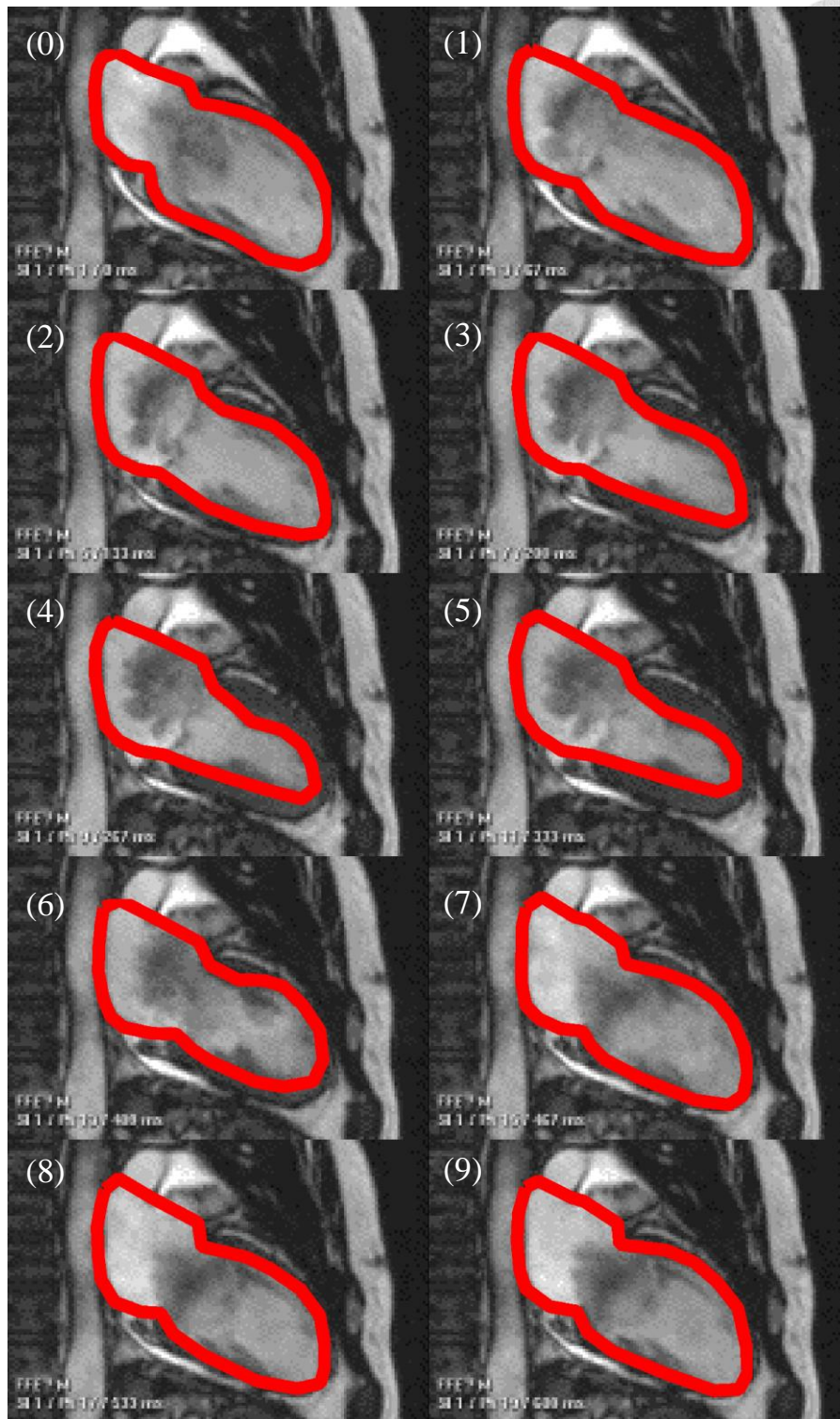


圖 6-22 人工方式分析第二組心臟磁共振測試影像結果

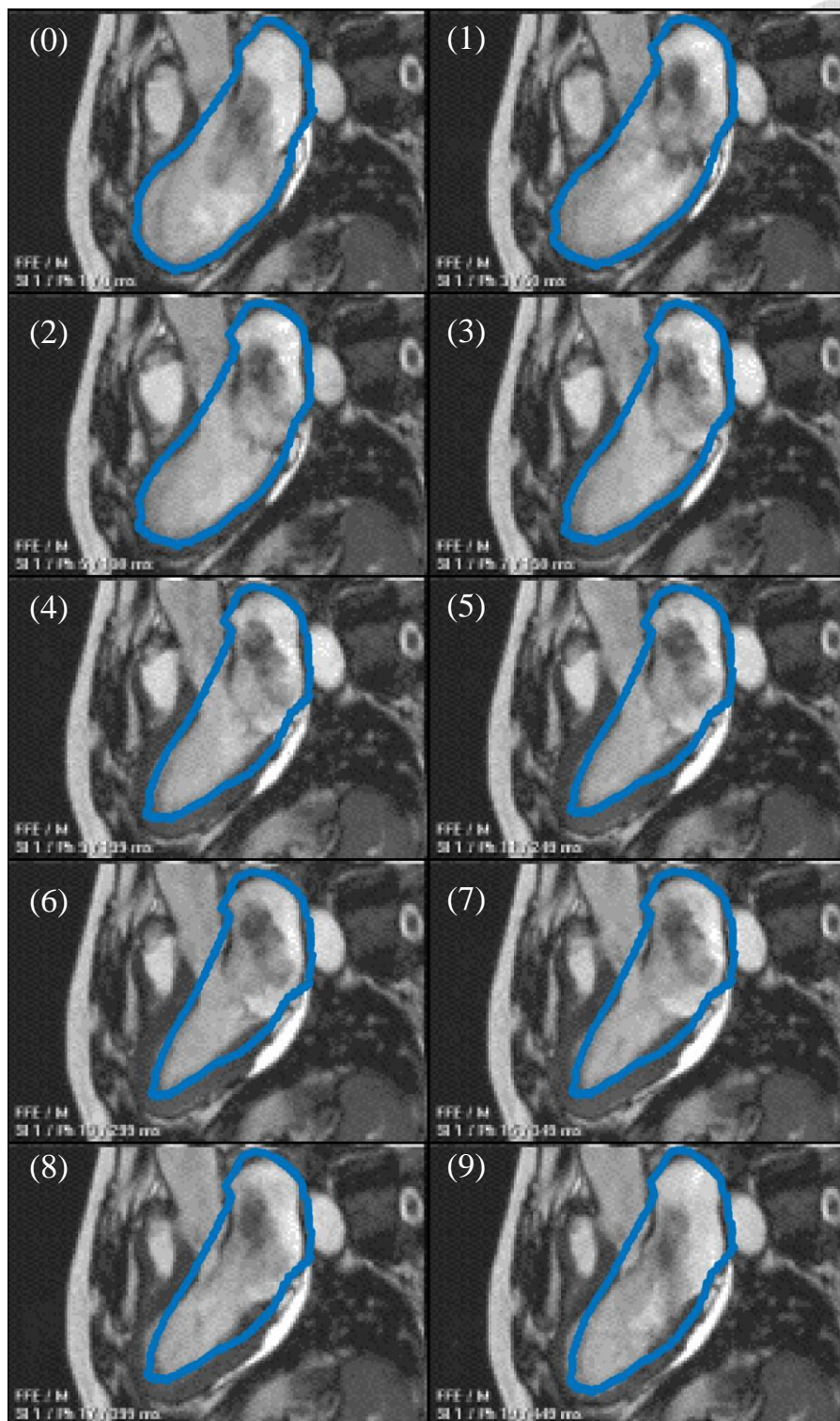


圖 6-23 DIC 分析第三組心臟磁共振測試影像結果

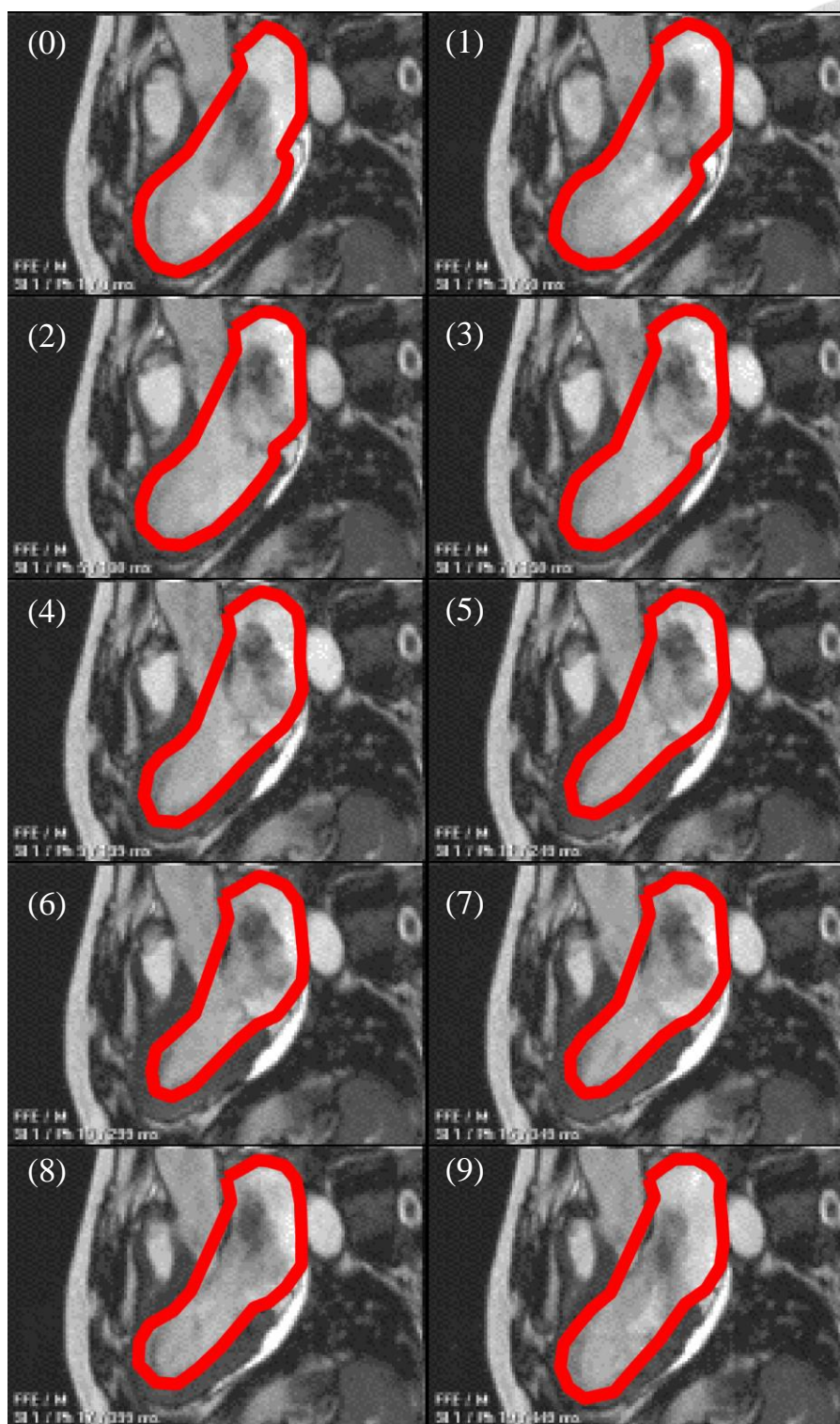


圖 6-24 人工方式分析第三組心臟磁共振測試影像結果

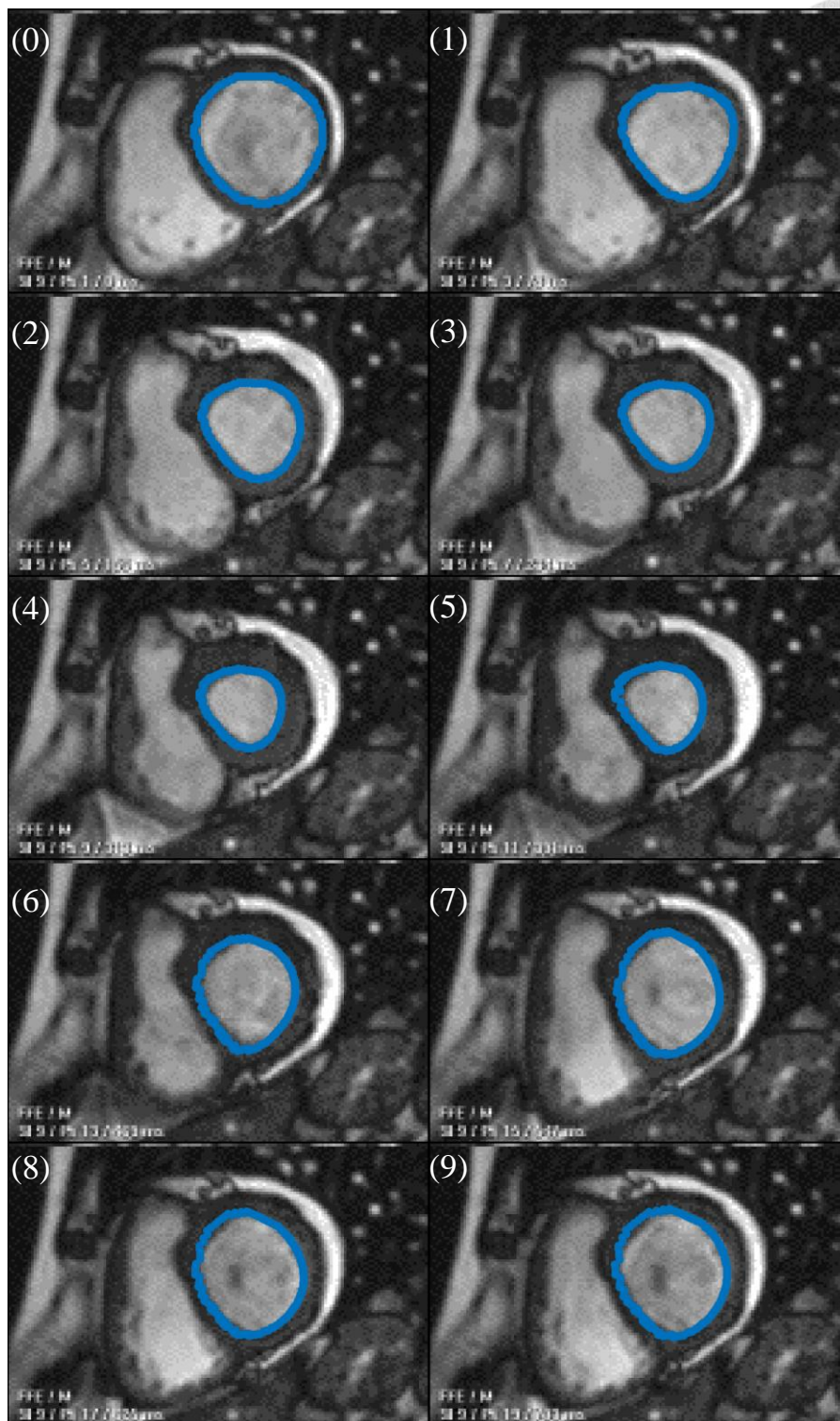


圖 6-25 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像結果

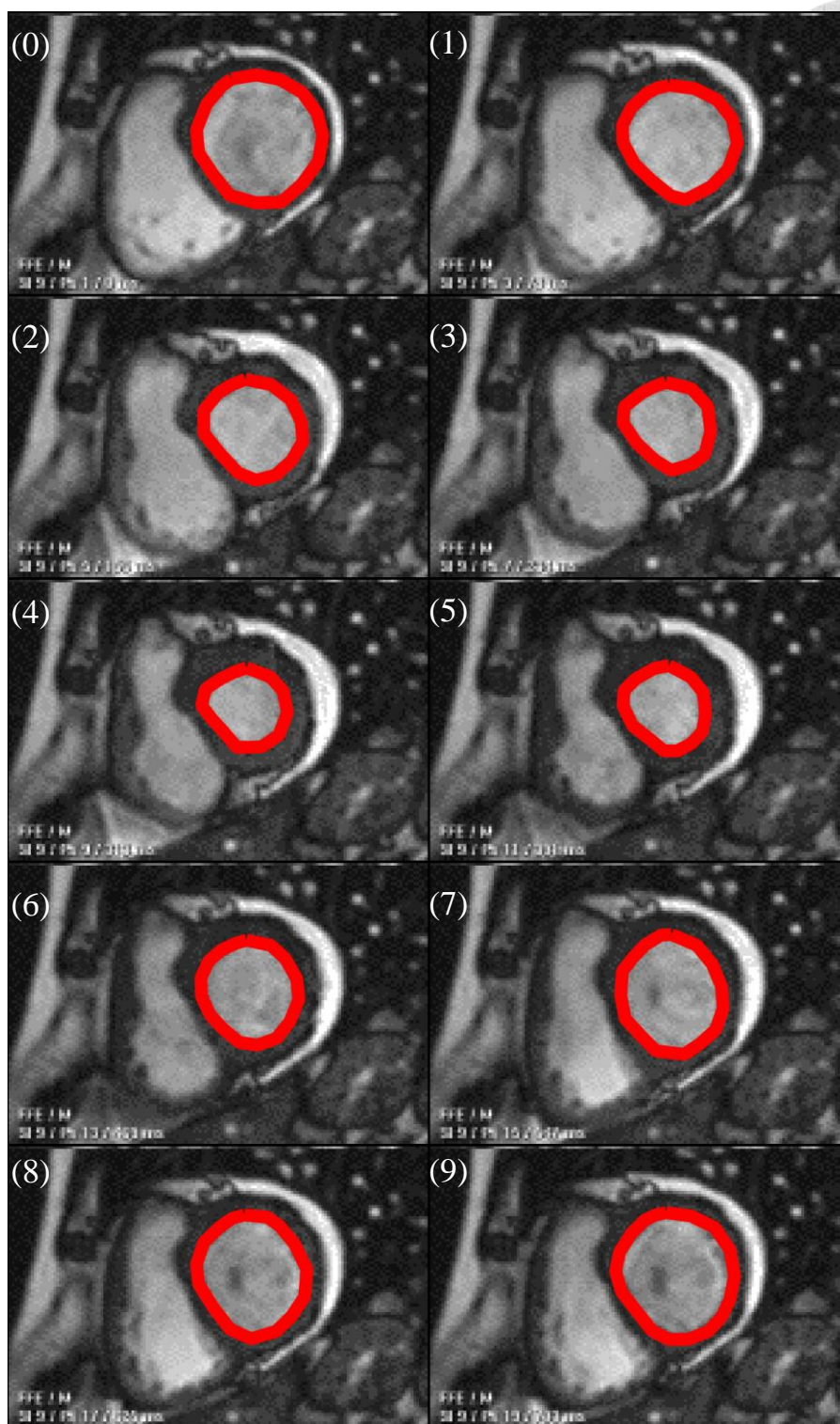


圖 6-26 人工方式分析第四組心臟磁共振測試影像結果

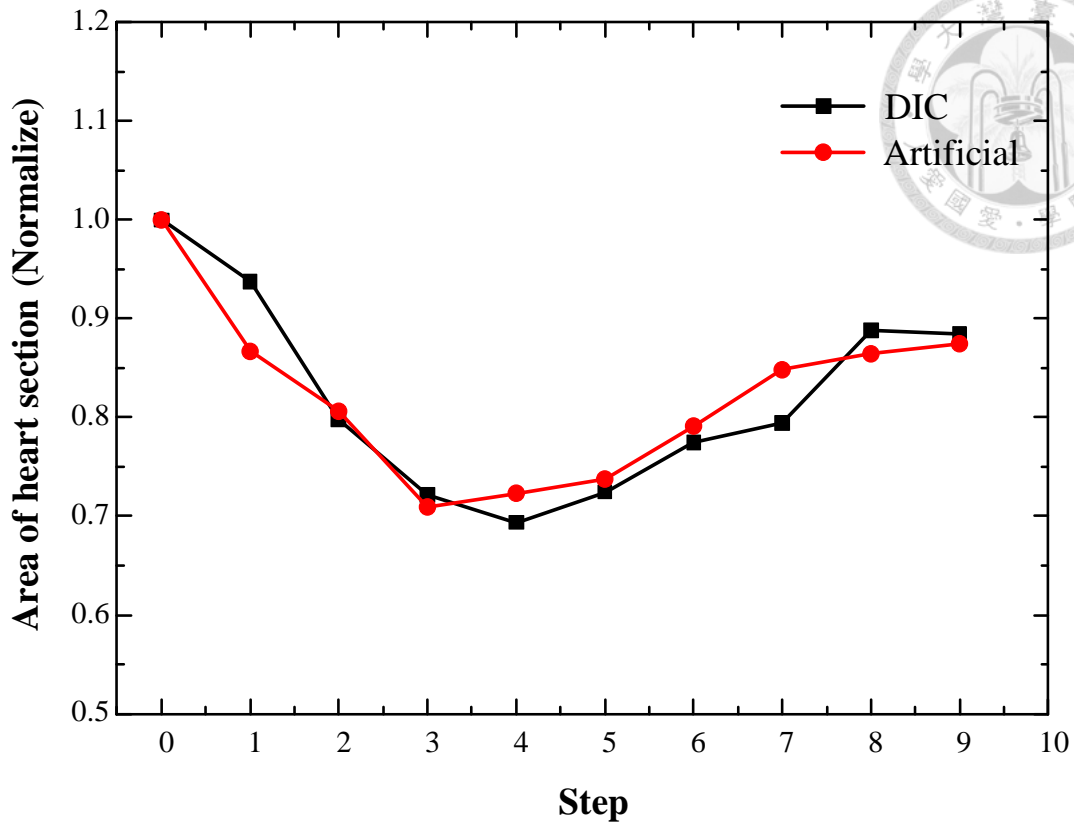


圖 6-27 DIC 與人工方式分析第一組心臟磁共振測試影像面積變化量

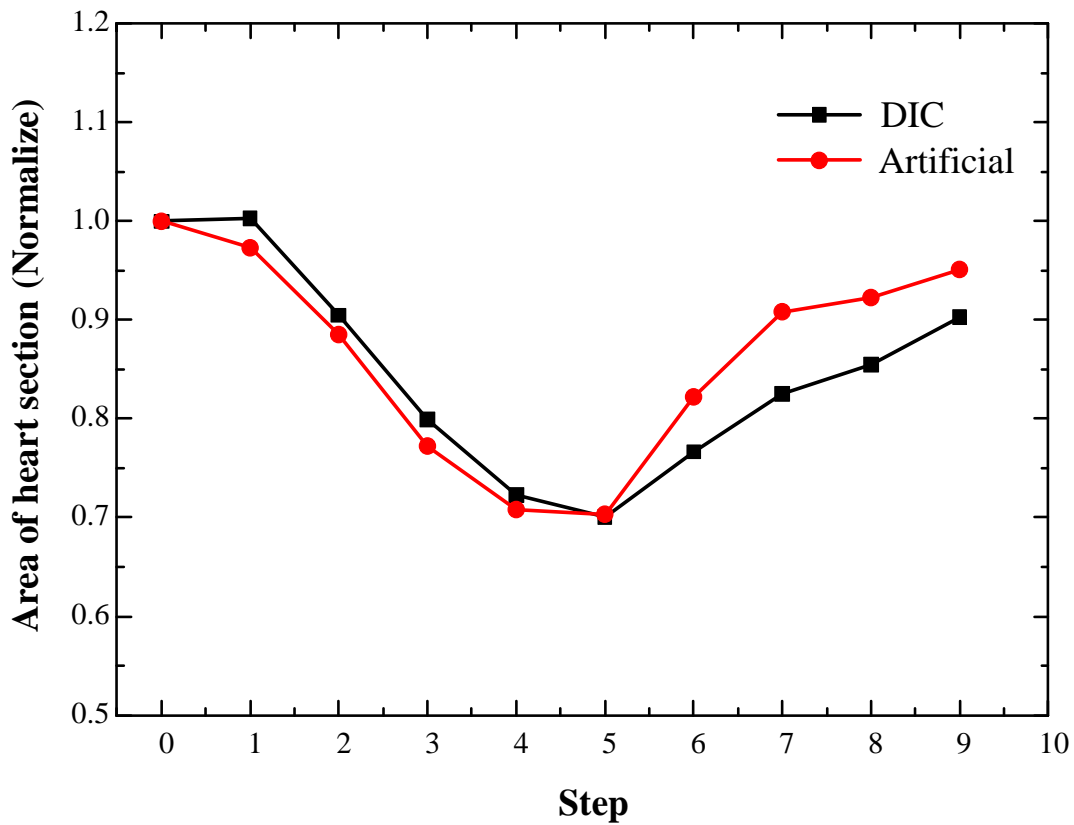


圖 6-28 DIC 與人工方式分析第二組心臟磁共振測試影像面積變化量

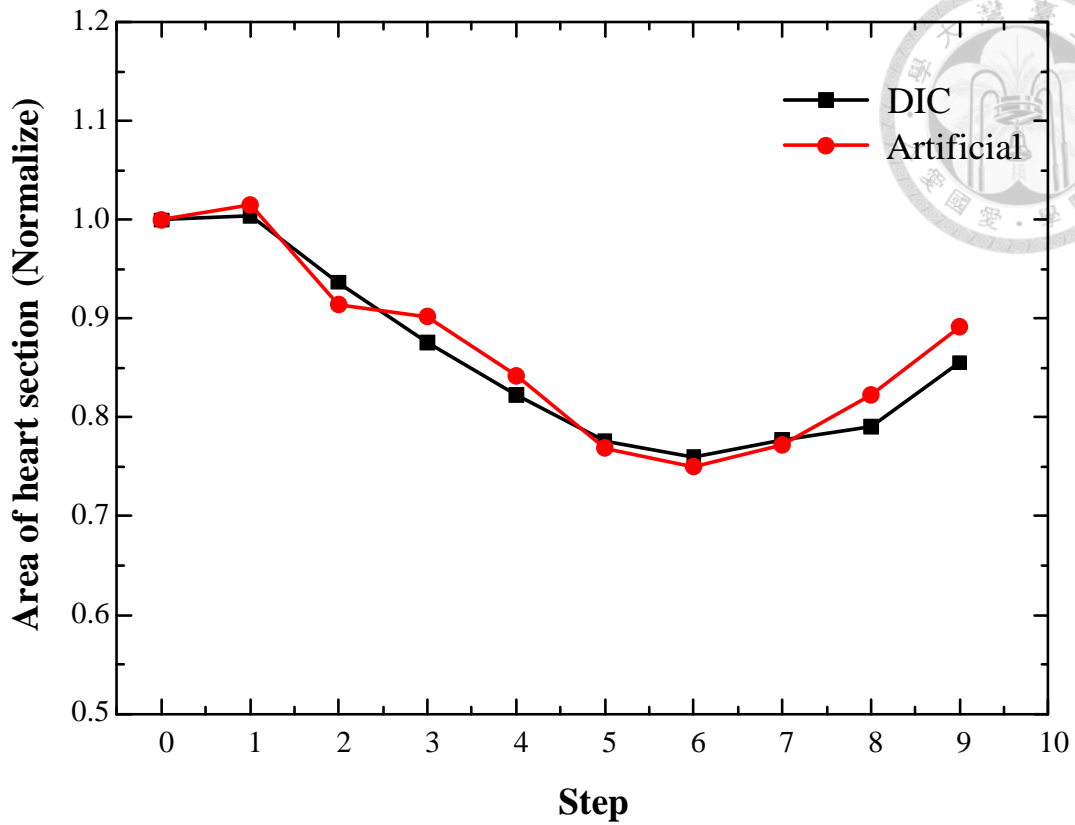


圖 6-29 DIC 與人工方式分析第三組心臟磁共振測試影像面積變化量

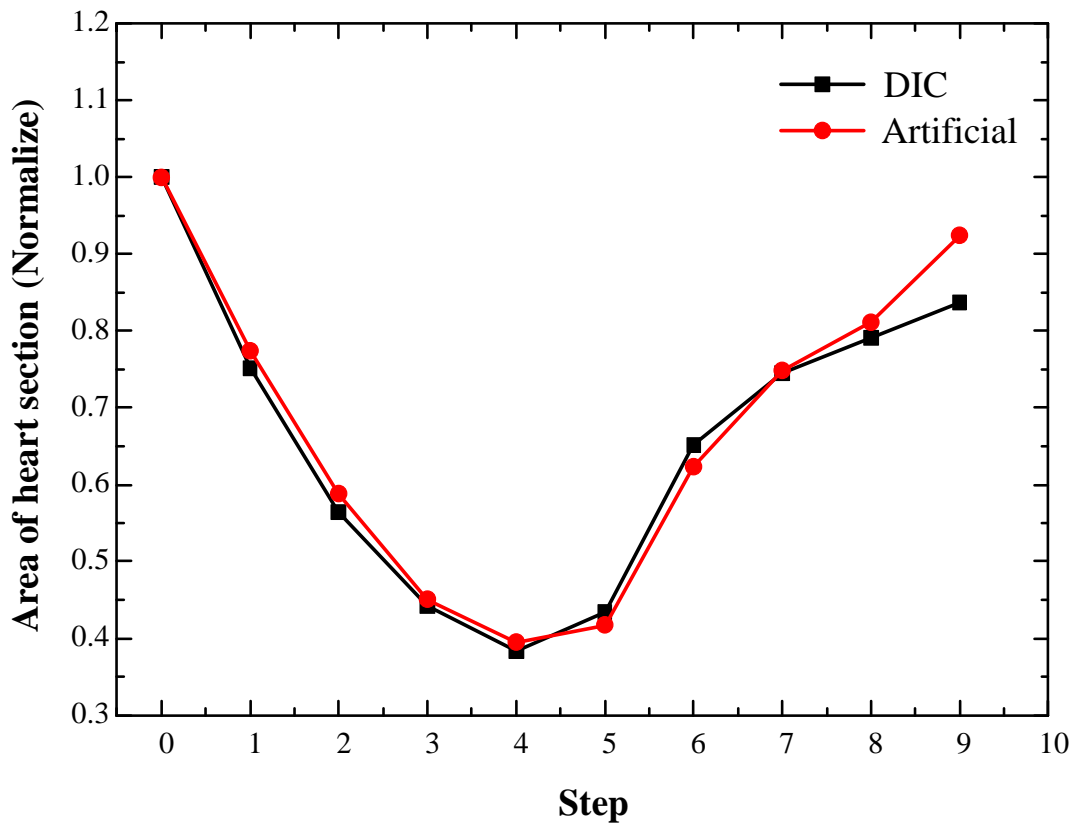


圖 6-30 DIC 與人工方式分析第四組心臟磁共振測試影像面積變化量



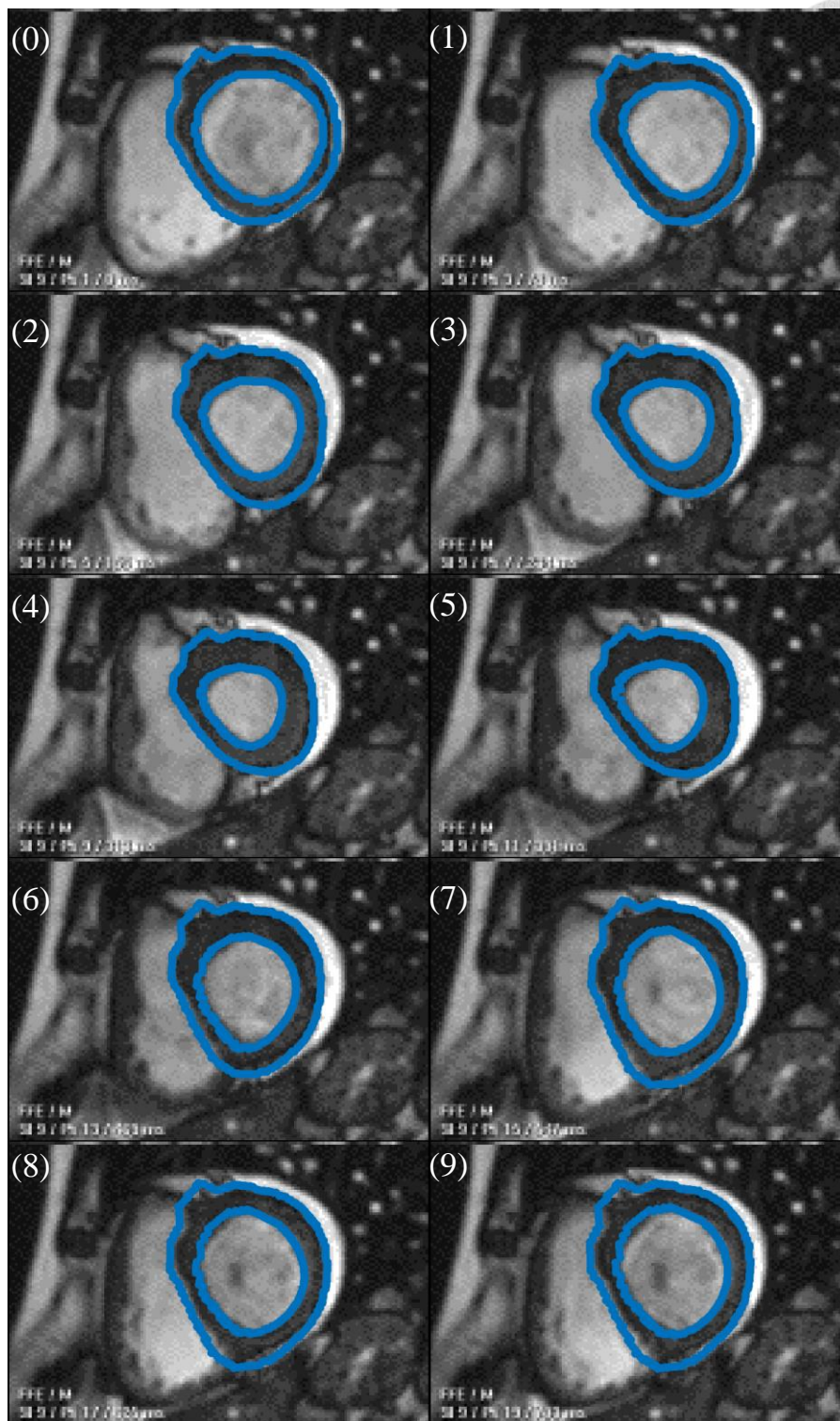


圖 6-31 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像中肌肉內外壁之結果

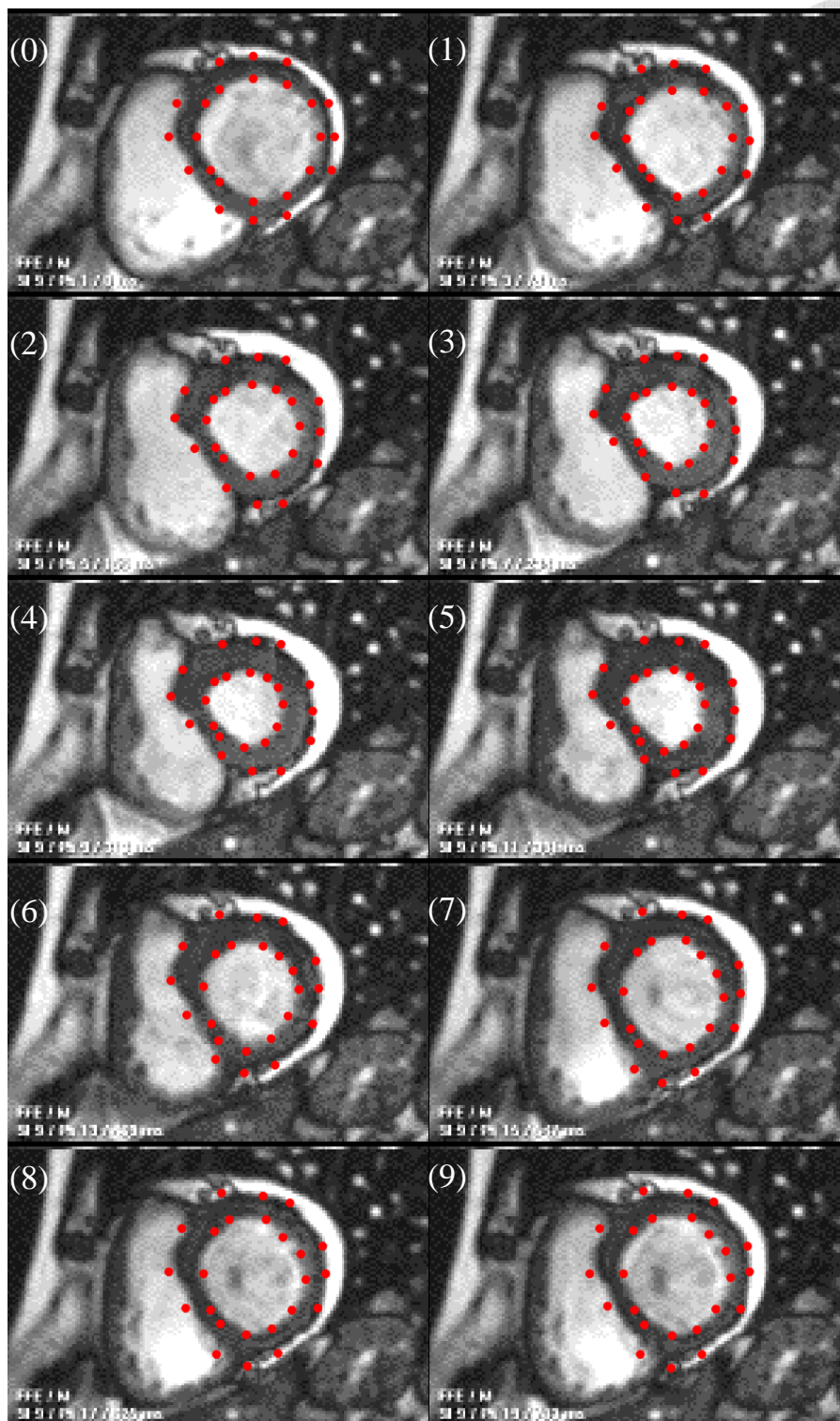


圖 6-32 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像中肌肉內外壁之結果(續)

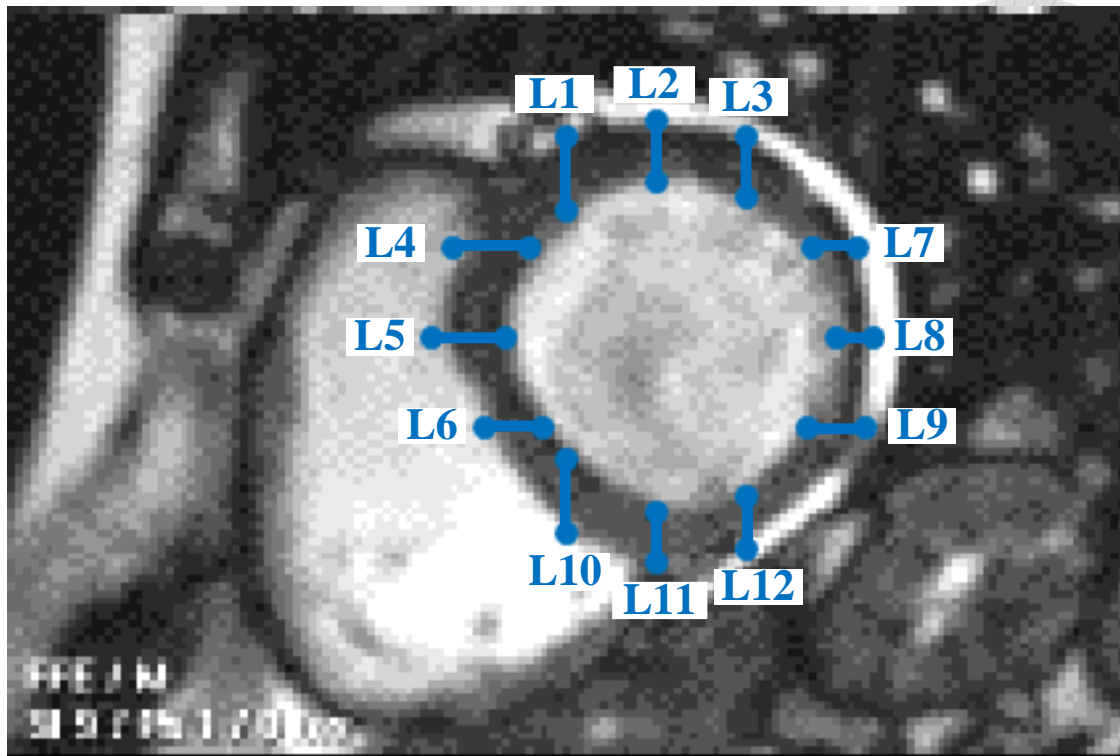


圖 6-33 第四組心臟磁共振測試影像中欲計算應變之 12 條線段

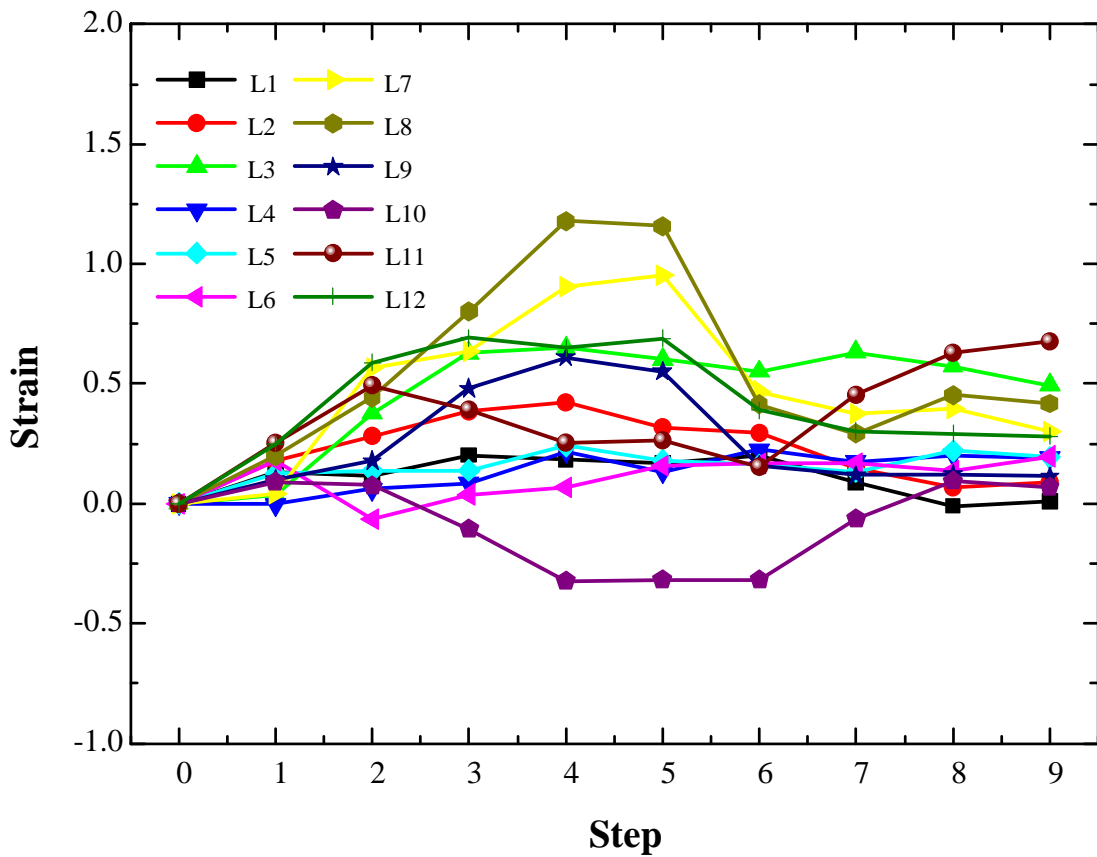


圖 6-34 DIC 計算第四組心臟磁共振影像中 12 條線段應變之結果

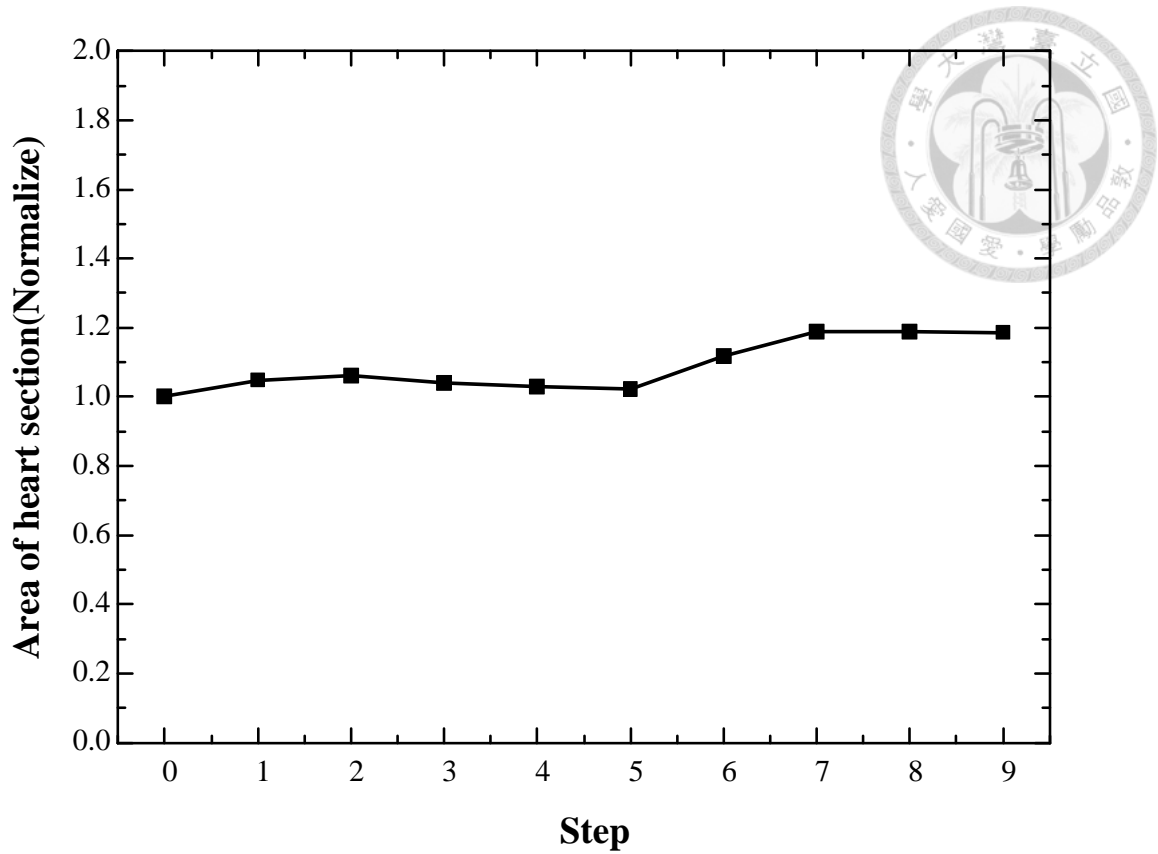
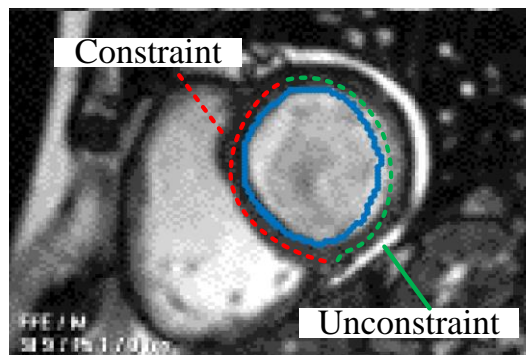
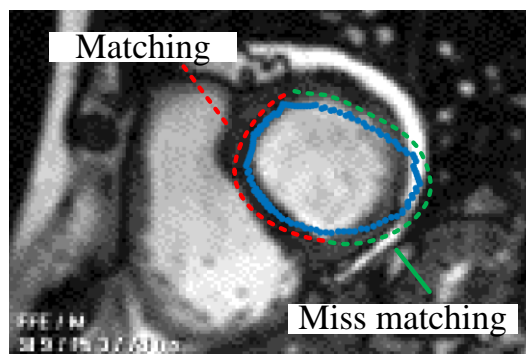


圖 6-35 DIC 分析第四組心臟磁共振測試影像肌肉內外壁間面積的變化

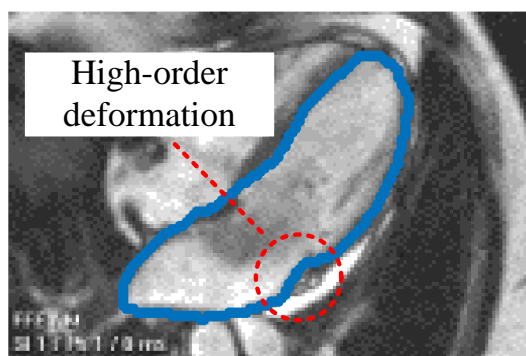


Before deformation

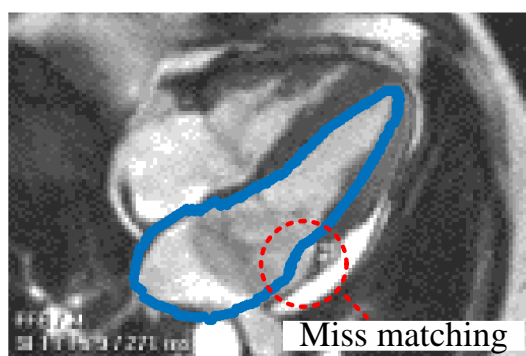


After deformation

圖 6-36 樣本子集合邊界未限制造成追蹤錯誤

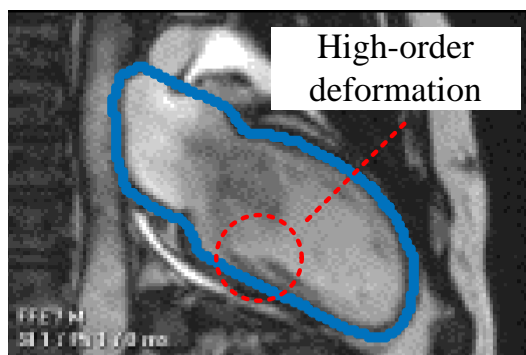


Before deformation

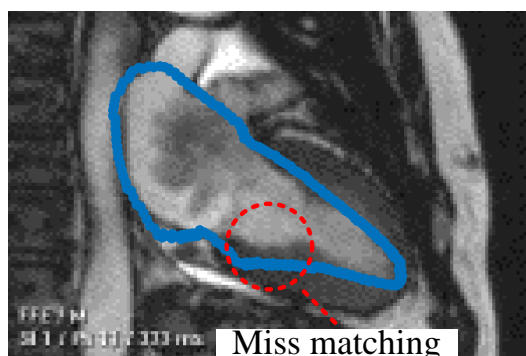


After deformation

圖 6-37 部份樣本子集合變形場過於高階造成追蹤錯誤

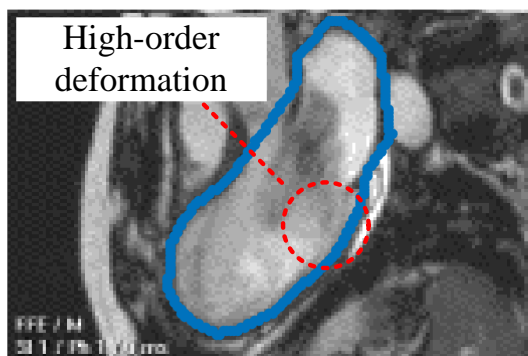


Before deformation

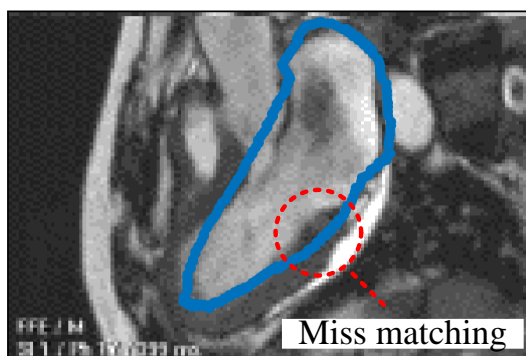


After deformation

圖 6-38 部份樣本子集合變形場過於高階造成追蹤錯誤(續)



Before deformation



After deformation

圖 6-39 部份樣本子集合變形場過於高階造成追蹤錯誤(續)


## 第七章 結論與未來展望



### 7.1 結論

本文第二章主要為介紹數位影像相關法(DIC)與實驗儀器。首先介紹 DIC 量測技術的基礎運作原理，其中包括樣本子集合、相關係數與形狀函數的說明。接著介紹相關係數極值搜尋法(CCPF method)、牛頓拉福森法(NR method)、正向疊加牛頓拉福森法(FA-NR method)與反向合成高斯牛頓法(IC-GN method)之次像素精度等級的影像搜尋法，詳細說明其推導過程，並比較演算法的精度與效率，IC-GN method 目前為 DIC 領域中主流的次像素影像搜尋演算法。接下來介紹二維數位影像相關法(2D DIC)與立體數位影像相關法(Stereo DIC)的基礎理論假設，並詳細說明其推導過程，最後介紹本文中使用的相關實驗設備與量測儀器。

本文第三章主要是探討投影形狀函數相較於一階與二階形狀函數運用二維搜尋與立體搜尋之影像追蹤的效率與精度，並介紹本實驗室自行開發的 2D DIC 與 Stereo DIC 程式系統。首先簡單介紹 IC-GN method，並分別推導 IC-GN method 搭配一階、二階與投影形狀函數的疊代方法，分別為 IC-GN<sup>1</sup>、IC-GN<sup>2</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup>，並使用二維搜尋與立體搜尋之測試影像比較上述三種的形狀函數之影像追蹤精度。測試結果顯示，在 2D DIC 的量測上，若待測物的變形場較為低階時，使用 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的量測誤差較低；若待測物的變形場較為高階時，則使用 IC-GN<sup>2</sup> 的量測誤差較低。在 Stereo DIC 的量測上，考慮改變左右影像的視角，量測固定不變形平板的情況下，使用 IC-GN<sup>P</sup> 的量測誤差較低。在 Stereo DIC 的量測上，考慮左右影像在固定的視角，量測物體微小變形的情况下，若待測物的變形場較為低階時，使用 IC-GN<sup>1</sup> 與 IC-GN<sup>P</sup> 的量測誤差較低；若待測物的變形場較為高階時，則使用 IC-GN<sup>2</sup> 的量測誤差較低，若變形場較為高階但變形量不大時，使用 IC-GN<sup>P</sup> 的量測效果比 IC-GN<sup>2</sup> 佳。接下來介紹本實驗室自行開發的 2D DIC 程式，名為 2D GSPIC，並使用 SEM DIC Challenge 提供的測試影像驗證 2D GSPIC



的量測精度，在剛體平移、剛體旋轉與正弦變形場測試中，量測的最大平均誤差分別為 0.0039 *pixel*、0.0035 *pixel* 與 0.02 *pixel*，顯示 2D GSPIC 對於以上變形情況的量測能力，另外 2D GSPIC 對於特殊形狀全場分析提供三角網格的佈點方式，可以藉由分析較少的點得到完整的全場變形資訊，包括全場  $x$  方向位移  $u$ 、 $y$  方向位移  $v$  以及拉格朗日應變場  $E_{11}$ 、 $E_{22}$  與  $E_{12}$ 。最後介紹本實驗室自行開發的 Stereo DIC 程式，名為 Stereo GSPIC，由前面各種形狀函數的測試結果決定 Stereo GSPIC 對於二維搜尋與立體搜尋的追蹤策略，並運用於本文中所有有關 Stereo DIC 的量測分析上。


本文第四章主要是使用本實驗室自行開發的 Stereo DIC 量測技術應用於等向性材料懸臂薄板全場面外動態量測。首先本章介紹單相機 Stereo DIC，使用這種架設的優點在於 DIC 進行高速動態的量測上可以確保左右影像的同步性問題，以及解決雙高速攝影機的實驗架設成本過高的問題。關於懸臂薄板共振模態的量測，本文提出使用帶通濾波的方法求得結構的共振模態，將量測到結構的暫態振動訊號經由快速傅立葉轉換(FFT)將時域訊號轉成頻域的頻譜而得到共振頻率，並依照共振頻率製作各個共振頻率下的帶通濾波器，接著將量測的全場暫態定量全場位移進行特定共振頻率的帶通濾波處理，即可得到該特定頻率下的共振模態。使用帶通濾波法的優點在於相較於傳統上使用掃頻的方法簡單、快速、不用擔心激振的方式改變系統固有的振動特性且降低實驗成本。實驗上使用單相機 Stereo DIC 量測懸臂薄板受到任意板手敲擊與鋼珠撞擊後的全場暫態振動訊號，將訊號利用 FFT 求得頻域訊號後，可得到懸臂薄板前 8 個共振頻率，Stereo DIC 量測、理論分析與有限元素法(FEM)模擬結果相當一致，Stereo DIC 的量測值不論是與理論還是模擬計算值之間誤差皆小於 2%。接著使用帶通濾波法，對 Stereo DIC 量測到的全場暫態位移訊號做帶通濾波得到懸臂薄板前 8 個共振模態，並進行各個模態剖面位移的比較，Stereo DIC 量測、理論分析與 FEM 的模態形狀與模態位移剖面位移的結果一致，驗證 Stereo DIC 全場動態量測的能力與正確性，以及



帶通濾波法過濾全場時域暫態訊號後可以得到模態形狀的可行性。在實驗中也發現使用帶通濾波法得到共振模態形狀的品質與該模態在頻率域下的強度有相關性，強度越大代表對應的共振模態量測效果越佳且貢獻度較大，故實驗前可以先進行單點暫態振動量測，並觀察其暫態訊號中的主導頻率的強度，事先判斷是否可以過濾出共振模態，增加實驗上的效率。


由於共振頻率與共振模態量測不需量測波源歷時即可分析，因此接下來進行懸臂薄板的強迫振動與暫態波傳量測。關於懸臂薄板強迫振動的量測，本文使用單相機 Stereo DIC 量測懸臂薄板受到激振器強迫振動下全場變形量測，並與光纖位移計(FS)單點量測結果做定量的比較，結果顯示 Stereo DIC 與 FS 量測結果相當一致，證明 Stereo DIC 對於動態定量位移量測的能力，並畫出 Stereo DIC 量測懸臂薄板在 X 方向與 Z 方向的全場變形，相較於 FS，Stereo DIC 的優勢在於可以進行全場位移量測。關於懸臂薄板暫態波傳的量測，本文使用單相機 Stereo DIC 量測懸臂薄板受到鋼珠撞擊後的暫態波傳的全場位移，並利用聚偏二氟乙烯(PVDF)薄膜感測器量測懸臂薄板受到鋼珠撞擊的衝擊負載歷程，將量測到的衝擊負載歷程輸入理論解析與 FEM 模擬，同時也使用 FS 對懸臂薄板進行單點位移量測，Stereo DIC 量測、FS 量測、理論分析與 FEM 模擬結果都相當一致，證明 Stereo DIC 對於量測極短時間暫態位移的能力。由於 Stereo DIC 的精度限制導致無法精確量測懸臂薄板受到鋼珠撞擊時的暫態波傳全場變形圖，最後增加鋼珠重量及鋼珠與撞擊點的鉛垂方向的距離，成功量測到懸臂薄板受到鋼珠撞擊時的暫態波傳全場變形並與理論分析與 FEM 模擬結果一致。

本文第五章主要是使用本實驗室自行開發的 Stereo DIC 與 2D DIC 技術應用於核電廠圍阻體受反覆負載下的變形量測與裂縫分析。首先本章簡單介紹圍阻體的重要性與剪切裂縫的計算方法，同時使用 Stereo DIC 與 2D DIC 技術量測圍阻體受到水平油壓制動器以準靜態方式來回推拉，Stereo DIC 的量測方向與制動器的位移方向平行，而 2D DIC 的量測方向與制動器的位移方向垂直，一開始先將 Stereo DIC 與 2D DIC 量測同一水平高度下的點在 Z 方向的位移結果進行比對，



雖然圍阻體的局部裂縫會影響 Stereo DIC 與 2D DIC 的位移量測結果，即便如此，Stereo DIC 與 2D DIC 系統所量測的結果還是相當的一致。驗證完 Stereo DIC 與 2D DIC 系統的量測結果後，使用 Stereo DIC 系統量測圍阻體在 X、Y 與 Z 的方向上之位移與應變，變形量測結果顯示量測點位置越靠近上板在 X、Y 與 Z 方向的位移量越大，顯示 Stereo DIC 系統能夠同時進行 X、Y 與 Z 方向三維位移量測的能力，而在相同水平高度下的量測點在 X、Y 與 Z 方向所量測到的位移量幾乎是一致的，也證明 Stereo DIC 系統位移量測的正確性。計算應變的方式採用空間中兩點長度的變化量除以兩點之間原本的長度，分別求出圍阻體垂直方向的應變與水平方向的應變，應變與位移量測結果的趨勢相反，靠近下板位置的應變則較大。接著觀察到圍阻體靠近下板的區域在時間為 4000 到 4500 秒之間有極大的垂直方向應變，並將該區域在時間為 4000 與 4500 秒的影像拿出來比較，發現 4500 秒後該區域的影像在舊有的裂縫旁出現新的裂縫，為 4000 到 4500 秒之間該區域垂直方向產生極大應變的主要原因，由於該區域的裂縫是屬於開放裂縫，主要的裂縫張開的方向為垂直方向，因此忽略應變所造成的長度變化，使用 Stereo DIC 量測該裂縫上下兩點之間隨著時間的長度並減去兩點之間的原始長度，得到該區域隨著時間變化的裂縫寬度，結果顯示該區域的裂縫寬度最大高達 1.4 mm。最後使用 2D DIC 系統觀察圍阻體側面剪切裂縫的位置與滑移量，並從影像中對肉眼可以觀察到的裂縫作標記與 2D DIC 的分析結果做比對，量測結果顯示使用肉眼觀察並標記的裂縫位置與 2D DIC 量測到的裂縫位置幾乎一致，而且 2D DIC 還可以定量地量測出因為剪切裂縫所造成的滑移量，另外從 2D DIC 剪切裂縫分析結果預知即將產生大裂縫的位置。

本文第六章主要是使用本實驗室自行開發的 DIC 技術應用於心臟肌肉內壁醫學影像追蹤與分析探討。首先簡單介紹心臟醫學影像基礎背景，進而應用 DIC 的次像素搜尋演算法 IC-GN method，針對心臟醫學影像提出一種不規則形狀樣板子集合方法進行影像追蹤，優點在於改善傳統上使用方格樣板子集合容易產生錯誤追蹤的缺點，並採用二階形狀函數近似心臟內壁複雜的全場變形，進而將本



章提出的方法應用於心臟超音波成像(CUI)與心臟核磁共振成像(CMRI)中心臟內壁隨著時間變化的面積量測，兩種分析影像各有四組。在 CUI 影像量測中，亦使用 2D Wall motion tracking(WMT)量測與 DIC 相同的區域之隨著時間的面積變化，WMT 為專門用於 CUI 影像中心臟肌肉內壁的運動追蹤的套裝軟體，量測結果顯示 DIC 與 WMT 分析測試影像中區域面積的收縮比的趨勢一致，另外從 DIC 的追蹤結果中可以明顯發現肌肉內壁不是同時朝內部收縮。在 CMRI 影像量測中，使用人工目視方式在影像上逐一作註記方法對測試影像量測與 DIC 相同的區域之隨著時間的面積變化，結果顯示 DIC 與人工方式的量測結果對應得相當良好，並且更進一步使用 DIC 分析第四組 CMRI 測試影像心臟內外肌肉壁隨著時間的運動情況，並計算出內外肌肉壁間的 12 條線段隨著時間的應變量，接著量測肌肉內外壁間面積隨著時間的變化量，量測結果顯示即使心臟體積劇烈的收縮，心臟肌肉面積的變化卻遠比心臟體積收縮比例減緩許多。最後討論在使用 DIC 分析心臟醫學影像過程中，發現給予樣本子集合的邊界必須分明，否則容易發生追蹤失敗，另外使用二階的變形函數近似心臟肌肉內壁的變形場，但心臟肌肉內壁某部份區域的變形可能為更高階，使得 DIC 在該區域產生追蹤錯誤，造成 DIC 在量測心臟醫學影像上的誤差。

## 7.2 未來展望

未來 DIC 的研究可以繼續朝下列的方向進行：

1. 本實驗室自行開發的 2D DIC 技術目前已相當成熟[52-55]，經由 SEM DIC Challenge 測試影像測試後，已知在理想的情況下位移的量測精度可以高達  $0.005 \text{ pixel}$ ，但從 3.4.5 節與 3.4.6 節中特殊形狀分析區域中的拉格朗日應變場  $E_{11}$ 、 $E_{22}$  與  $E_{12}$  結果，可以發現當變形量很小的時候，2D DIC 在量測應變場還是有相當大的挑戰，未來可以嘗試對量測精度較高的位移場作數值微分得到較為平滑的應變場。另外 2D DIC 在量測上限制待測物必須是平面，且該平面與量測的特徵點位移必須平行於相機鏡頭，某些時候會影響 2D DIC

的量測結果，未來可以嘗試在待測物表面上貼附校正點，將因為偏斜造成 2D DIC 量測誤差校正回來。

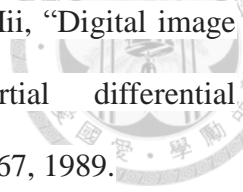
2. 本實驗室所開發的 Stereo DIC 技術在立體搜尋演算法上已相當成熟，但是實驗中的左右相機的內部參數矩陣與兩台相機間座標旋轉與平移的外部參數矩陣皆是使用 MATLAB 的相機校正工具箱函數進行校正，未來本實驗室可以自行開發自製的相機校正式。另外本文未考慮鏡頭扭曲所造成的量測誤差，未來可以考慮推導鏡頭扭曲的公式與實驗室現有 DIC 程式結合。
3. 立體視覺的領域中還有一種技術稱為圖像校正(Image rectification)，校正左右影像主軸的角度，將左右影像的主軸變為平行，使得空間中的任意一點投影到左右影像上都會在同一個水平高度上，這種校正方法的優點在於左右影像間不需要在進行二維方向的影像追蹤，只要進行一維的影像搜尋即可，可以大幅度降低立體搜尋的運算時間，未來可以嘗試進行這部份的研究。
4. 由於 Stereo DIC 在進行三維空間的計算是由四條方程式解出三個未知數 X、Y 與 Z，然而使用一般的計算方式必定會造成些許的誤差，未來的研究可以嘗試分析這種計算方式會有多少誤差，以及開發出其他更好的數學方法解決這部份的問題。
5. 在高速動態的實驗量測上，本文已運用單高速攝影機 Stereo DIC 成功量測懸臂薄板的共振頻率與共振模態，並定量地量測出懸臂薄板受到鋼珠撞擊的全場暫態波傳位移，未來可以繼續沿用單高速攝影機 Stereo DIC 量測系統，運用於高速動態的挫曲、高速動態的缺陷破壞或是細長圓棒在空氣中飛行的振動量測等較為困難的實驗。
6. 在靜態變形的量測上，本文已初步地將 Stereo DIC 應用於大型土木結構的變形與裂縫量測，未來可以再與國家地震中心進行更多的合作，進而精進本實驗室 Stereo DIC 的量測技術。另外三維熱變形的量測也是一個重要的議題，使用應變規是無法量測熱變形，應變規是接觸式的感測器，溫度的改變會影響感測器的量測，未來可以嘗試使用 Stereo DIC 進行三維的熱變形量測。

## 參考文獻

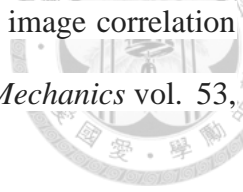


- [1] M. M. Frocht, *Photoelasticity*, vol. 1. J. Wiley, 1941.
- [2] J. Durelli and V. J. Parks, *Moiré analysis of strain*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1970
- [3] T. Kreis, *Handbook of Holographic Interferometry: Optical and Digital Methods*. Wiley-VCH, 2005.
- [4] Sutton, Michael A., Jean Jose Orteu, and Hubert Schreier. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [5] B. Pan, K. Qian, H. Xie and A. Asundi, "Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review," *Measurement Science and Technology*, vol. 20, no. 6, p. 062001, 2009.
- [6] W. H. Peters and W. F. Ranson. "Digital imaging techniques in experimental stress analysis," *Optical Engineering*, vol. 21, no. 3, p. 213427, 1982.
- [7] M. A. Sutton, W. J. Wolters, W. H. Peters, W. F. Ranson and S. R. McNeill, "Determination of displacements using an improved digital correlation method," *Image and Vision Computing*, vol. 1, no. 3, pp. 133-139, 1983.
- [8] W. H. Peters, W. F. Ranson, M. A. Sutton, T. C. Chu and J. Anderson, "Application of digital correlation methods to rigid body mechanics," *Optical Engineering*, vol. 22, no. 6, p. 226738, 1983.
- [9] T. C. Chu, W. F. Ranson, and M. A. Sutton, "Applications of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics," *Experimental Mechanics* vol. 25, no. 3, pp. 232-244, 1985.
- [10] M. A. Sutton, C. Mingqi, W. H. Peters, Y. J. Chao and S. R. McNeill, "Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis," *Image*

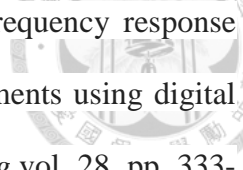
*and Vision Computing*, vol. 4, no. 3, pp. 143-150. 1986.

- 
- [11] H. A. Bruck, S. R. McNeill, M. A. Sutton and W. H. Peters Iii, "Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction," *Experimental Mechanics*, vol. 29, no. 3, pp. 261-267, 1989.
- [12] G. Vendroux and W. G. Knauss, "Submicron deformation field measurements: Part 2. Improved digital image correlation," *Experimental Mechanics* vol. 38, no. 2, pp. 86-92, 1998.
- [13] H. Lu and P. D. Cary, "Deformation measurements by digital image correlation: implementation of a second-order displacement gradient," *Experimental Mechanics* vol. 40, no. 4, pp. 393-400, 2000.
- [14] B. Pan, H. M. Xie, B. Q. Xu and F. L. Dai, "Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation," *Measurement Science and Technology* vol. 17, no. 6, p. 1615, 2006.
- [15] B. Pan, "Recent progress in digital image correlation," *Experimental Mechanics* vol. 51, no.7 pp. 1223-1235, 2011.
- [16] B. Pan and K. Li, "A fast digital image correlation method for deformation measurement," *Optics and Lasers in Engineering* vol. 49 no. 7, pp. 841-847, 2011.
- [17] S. Baker and I. Matthews, "Equivalence and efficiency of image alignment algorithms," In *Computer Vision and Pattern Recognition, 2001. CVPR 2001. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on IEEE*, vol. 1, pp. I-1090, 2001.
- [18] S. Baker and I. Matthews, "Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework," *International Journal of Computer Vision* vol. 56, no. 3, pp. 221-255, 2004.
- [19] B. Pan, "An evaluation of convergence criteria for digital image correlation using inverse compositional Gauss-Newton algorithm," *Strain* vol. 50, no. 1, pp. 48-56,

2014.


- 
- [20] B. Pan, K. Li and W. Tong, “Fast, robust and accurate digital image correlation calculation without redundant computations,” *Experimental Mechanics* vol. 53, no. 7, pp. 1277-1289, 2013.
- [21] Y. Gao, T. Cheng, Y. Su, X. Xu, Y. Zhang and Q. Zhang, “High-efficiency and high-accuracy digital image correlation for three-dimensional measurement,” *Optics and Lasers in Engineering* vol. 65, pp. 73-80, 2015.
- [22] J. Blaber, B. Adair and A. Antoniou, “Ncorr: open-source 2D digital image correlation matlab software,” *Experimental Mechanics* vol. 55, no. 6, pp. 1105-1122, 2015.
- [23] Z. L. Kahn-Jetter and T. C. Chu, “Three-dimensional displacement measurements using digital image correlation and photogrammic analysis,” *Experimental Mechanics* vol. 30, no. 1, pp. 10-16, 1990.
- [24] P. F. Luo, Y. J. Chao, M. A. Sutton and W. H. Peters Iii, “Accurate measurement of three-dimensional deformations in deformable and rigid bodies using computer vision,” *Experimental Mechanics* vol. 33, no. 2, pp. 123-132, 1993.
- [25] V. Tiwari, M. A. Sutton, S. R. McNeill, S. Xu, X. Deng, W. L. Fourney, and D. Bretall, “Application of 3D image correlation for full-field transient plate deformation measurements during blast loading,” *International Journal of Impact Engineering* vol. 36, no. 6, pp. 862-874, 2009.
- [26] M. N. Helfrick, C. Niezrecki, P. Avitabile and T. Schmidt, “3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement,” *Mechanical Systems and Signal Processing* vol. 25, no. 3, pp. 917-927, 2011.
- [27] C. Warren, C. Niezrecki, P. Avitabile, and P. Pingle, “Comparison of FRF measurements and mode shapes determined using optically image based, laser, and accelerometer measurements,” *Mechanical Systems and Signal*

*Processing* vol. 25, no. 6, pp. 2191-2202, 2011.

- 
- [28] W. Wang, J. E. Mottershead, T. Siebert, and A. Pipino, "Frequency response functions of shape features from full-field vibration measurements using digital image correlation," *Mechanical Systems and Signal Processing* vol. 28, pp. 333-347, 2012.
- [29] K. Genovese, L. Casaletto, J. A. Rayas, V. Flores, and A. Martinez, "Stereo-digital image correlation (DIC) measurements with a single camera using a biprism," *Optics and Lasers in Engineering* vol. 51, no. 3, pp. 278-285, 2013.
- [30] L. Wu, J. Zhu, and H. Xie, "A modified virtual point model of the 3D DIC technique using a single camera and a bi-prism," *Measurement Science and Technology* vol. 25, no. 11, p. 115008, 2014;
- [31] M. Pankow, B. Justusson, and A. M. Waas, "Three-dimensional digital image correlation technique using single high-speed camera for measuring large out-of-plane displacements at high framing rates," *Applied Optics* vol. 49, no. 17, pp. 3418-3427, 2010.
- [32] H. Kieu, Z. Wang, H. Nguyen, and M. Le, "Single-camera-based 3D DIC for fast-speed measurement," *Advancement of Optical Methods in Experimental Mechanics* vol. 3 pp. 309-313, 2015.
- [33] B. Pan, H. Xie and Z. Wang, "Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching," *Applied Optics* vol. 49, no. 28, pp. 5501-5509, 2010.
- [34] P. C. Hung and A. S. Voloshin, "In-plane strain measurement by digital image correlation," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* vol. 25, no. 3, pp. 215-221, 2003.
- [35] R. Hartley and A. Zisserman. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press, 2003.
- [36] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration." *Pattern Analysis and*



- Machine Intelligence, IEEE Transactions on* vol. 22, no. 11, pp. 1330-1334, 2000.
- [37] H. W. Schreier, J. R. Braasch and M. A. Sutton, "Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation," *Optical Engineering* vol. 39, no. 11, pp. 2915-2921, 2000.
- [38] H. W. Schreier and M. A. Sutton, "Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions," *Experimental Mechanics* vol. 42, no. 3, pp. 303-310, 2002.
- [39] J. Harvent, B. Coudrin, L. Brèthes, J. J. Orteu and M. Devy, "Shape measurement using a new multi-step stereo-DIC algorithm that preserves sharp edges," *Experimental Mechanics* vol. 55, no. 1, pp. 167-176, 2015.
- [40] P. Zhou and K. E. Goodson, "Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation (DISC)," *Optical Engineering* vol. 40, no. 8, pp. 1613-1620, 2001.
- [41] Z. Hu, H. Xie, J. Lu, T. Hua and J. Zhu, "Study of the performance of different subpixel image correlation methods in 3D digital image correlation," *Applied Optics* vol. 49, no. 21, pp. 4044-4051, 2010.
- [42] <https://sem.org/dic-challenge/>
- [43] <http://correlatedsolutions.com/>
- [44] 吳亦莊，馬劍清，「理論解析與實驗量測壓電平板的面外振動及特性探討」，國立臺灣大學機械工程研究所碩士論文，2009年7月。
- [45] 廖展誼，馬劍清，「矩形平板於流固耦合問題的振動特性與暫態波傳之理論分析、數值計算與實驗量測」，國立臺灣大學機械工程研究所博士論文，2016年7月。
- [46] 張鈞凱，馬劍清，「位移與應變暫態波傳之實驗量測、理論分析以及數值分析」，國立臺灣大學機械工程研究所碩士論文，2011年7月。
- [47] K. C. Chuang, C. C. Ma and C. K. Chang, "Determination of dynamic history of

- 
- impact loadings using polyvinylidene fluoride (PVDF) films.” *Experimental Mechanics* vol. 54, no. 3, pp. 483-488, 2014.
- [48] T. C. Hsu, C. L. Wu, “Cycle test of cylindrical concrete containment structures and their 3-D finite element predictions,” In *16th U.S.-Japan-New Zealand Workshop on the Improvement of Structural Engineering and Resiliency*.
- [49] Y. S. Yang, C. W. Huang and C. L. Wu, “A simple image-based strain measurement method for measuring the strain fields in an RC-wall experiment,” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* vol. 41, no. 1, pp. 1-17, 2012.
- [50] Y. S. Yang, C. M. Yang and C. W. Huang, “Thin crack observation in a reinforced concrete bridge pier test using image processing and analysis,” *Advances in Engineering Software* vol. 83, pp. 99-108, 2015.
- [51] <http://www.hitachi-hgne-uk-abwr.co.uk/reactor.html>
- [52] C. C. Ma and C. C. Chang, “Application of Image Processing and Computer Cluster in the Development of Full-Field Measurement for Electronic Speckle Pattern Interferometry and Digital Image Correlation,” *Doctoral Dissertation, Department of mechanical engineering, National Taiwan University*, 2012.
- [53] 張景嫻，馬劍清，「數位影像相關法應用於跨尺度跨領域靜態及動態全域位移與應變精密量測」，國立臺灣大學機械工程研究所碩士論文，2013年7月。
- [54] 周宛萱，馬劍清，「建構高精度數位影像相關法並應用於土木結構動態系統及奈米材料微系統的變形量測」，國立臺灣大學機械工程研究所碩士論文，2014年7月。
- [55] 簡宸煜，馬劍清，「應用數位影像相關法於土木結構及碳纖維性質與電池表面變化之量測」，國立臺灣大學機械工程研究所碩士論文，2015年7月。



## A. 光纖位移計規格

### MTI-2100 Fotonic™ Sensor

#### Unmatched Resolution and Frequency Response in Non-Contact, Fiber-Optic Measurement

The MTI-2100 features advanced fiber-optic and electronic technologies for precise measurements of displacement, position and vibration. It sets new performance standards with resolution as low as 0.01  $\mu\text{in}$ . (2.5 angstroms) and frequency response from direct-coupled (dc) to 500 kHz.

The MTI-2100's modular design has the flexibility to be tailored to specific requirements through the use of a wide range of interchangeable and custom fiber-optic probes. These probes are immune to electromagnetic interference (EMI) and operate on almost any type of surface: metallic, composite, plastic, glass, ceramic or liquid.



Dual-channel capability enables the user to make simultaneous measurements, essential for studies of structure dynamics and modal analysis. For increased versatility, all probe modules offer the advantage of two distinct operating ranges: one for high resolution and the other for greater measurement range.

#### Application Solutions for R&D, Quality and Process Control

- Vibration
- Modal Analysis
- Micro-Positioning
- Run-out
- Displacement
- Structural Dynamics
- Defect Detection
- Resonance Analysis
- Reciprocating Motion
- Speed Sensing
- Surface Finish Analysis
- Edge Detection
- Liquid Surface Motion
- Profiling

## General Specifications

### Power Requirements

100 to 240 Vac, 50/60 Hz.  
Maximum Power Dissipation: 35 W.  
Fuse: 1.25 A, time delay, 250 V, 5 x 20 mm.

### Dimensions

5.6 in. (14.2 cm) H.  
14.1 in. (35.8 cm) W.  
10.5 in. (26.7 cm) D.

### Weight

10 lb. (4.5 kg).

### Environmental Requirements

Instrument Operating Temperature:  
50°F to 110°F (10°C to 43°C) non-condensing.  
Instrument Storage Range:  
0°F to 150°F (-18°C to 65°C) non-condensing.

### Display

Meter: graphic LCD, white on blue background, 100 Hz response, updates 3 times per second.  
Bar Graph: 20-element green LED (0.5 Volt step size), 10 Hz response.

### Displacement Measurements

Output Signal: 0 to 10 Vdc, 51  $\Omega$  output impedance.  
Stability at 12 hrs.,  $\pm 2^\circ\text{F}$  ( $\pm 1^\circ\text{C}$ ): drift less than 1.0% of full scale.  
Stability at 60°F to 95°F (16°C to 35°C): drift less than 2.0% of full scale.

### Vibration Measurements

Output Signal: 0 to 10 Vdc full-scale range, 51  $\Omega$  output impedance.  
Accuracy: within 1.0% for peak-to-peak readings from 15 Hz to 150 kHz (probe-dependent).  
System Noise: dependent upon probe type and surface reflectivity.

### High/Low Pass Filters

High Pass Filter: DC, 20 Hz, 200 Hz front-panel selectable 4-pole Butterworth response (-3 dB at value selected).  
Low Pass Filter: 100 Hz, 1 kHz, 10 kHz, 20 kHz, 50 kHz, 100 kHz and wide band, 1-pole response (-3 dB at 1.2 X value selected).

### RS-232 Data Output

Displacement Data Accuracy: within 1% for signals from dc to 100 Hz.  
Vibration Data Accuracy: within 1% for peak-to-peak displacements from 15 Hz to the maximum frequency response of probe module in use.

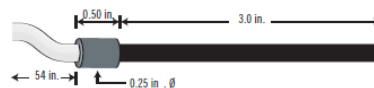
### Standard Probe Specifications

Temperature Range: -67°F to 150°F (-55°C to 65°C).

Operating Pressure Range: vacuum of 29 in. Hg to 500 psig.  
(MTI does not guarantee leak-proof operation)

Tip Length: 3 in. (76.2 mm).

Cable Length: 54 in. (1,372 mm) standard.



### Options

- Bent Probe Tips: consult factory for minimum bend radius.
- High-Pressure/High-Vacuum Probes.
- Standard High Temperature Range Probes: from -67°F to 900°F (-55°C to 482°C).

### Accessories

Optical Probe Extenders: Precision lens systems that permit operation of standard fiber-optic probes at a greater standoff distance with no loss of probe sensitivity or frequency response.

FS-3 Probe Mounting Fixture: Used to position the probe over the target being measured. Consists of a magnetic base, two extension arms, probe mounting clamp for diameters up to 0.125 in. (3.2 mm) and micrometer for fine position adjustment.

Contact MTI Instruments for other custom probe temperature ranges.

## B. 高速攝影機規格



# Phantom v7.3

800 x 600 at 6,688 frames-per-second,  
and up to 500,000 fps with the new  
Turbo Mode.

### THE UNDISPUTED KING OF SPEED

VRI expands the capabilities of its Phantom v7 Series cameras with the Phantom v7.3. Its full frame 4:3 aspect ratio 14-bit image depth (standard) 800 x 600 active pixel CMOS sensor the camera sports an exception recording rate of 6,688 frames per second at full resolution, and over 190,000 fps (standard mode) or an astounding 500,000 fps (Turbo Mode) at a reduced resolution adjustable in 32 x 8 pixel increments.

With all the features Phantom camera users have become accustomed to the v7.3 has added a larger memory module option for longer recording times, and a continuous video output HD/SDI interface.



- Full frame 4:3 aspect ratio CMOS sensor composed of 800 x 600 pixels
- 14-bit image depth (standard)
- 6,688 frames per second full resolution, up to 190,000 fps (standard mode), 500,000 fps (Turbo Mode)
- “CAR” (Continuously Adjustable Resolution) in 32 x 8 pixel increments
- 4800 ISO/ASA monochrome, 1200 ISO/ASA color sensitivity equivalency
- Global on-chip shuttering to 1  $\mu$ s (fixed at 1  $\mu$ s in Turbo Mode)
- “EDR” Extreme Dynamic Range™ and Auto Exposure control
- PIV - Particle Image Velocimetry (standard)
- Up to 16 Gigabytes DRAM, 24 Gigabytes non-volatile flash memory (optional)
- IRIG-B timing capture, modulated or unmodulated, IRIG lock w/phase shift
- Continuous video output (NTSC, PAL, HD/SDI 720p, 1080p, 1080i, 1080psf)
- Optional continuous data streaming up to 2000 fps (8-bits)
- Automated multiple session recording for remote unmanned operation
- Gigabit Ethernet or RS232 control



## v7.3 Specifications

### FEATURES

#### Auto Exposure

"EDR" Extreme Dynamic Range™

Continuous data streaming (optional)

Continuous recording

PIV (Particle Image Velocimetry)

Pre-trigger recording

On chip global shuttering

Strobe sync

Segmented image memory

Continuous color HD-SDI video output

IRIG-B timing capture with phase shift

10/100/Gigabit Ethernet

**Sensor:** 800 x 600 pixel CMOS sensor.

**Image Bit Depth:** 14-bit (standard)

**Sensitivity:** 4800 ISO/ASA mono-chrome, 1200 ISO/ASA color

**Frames per Second (FPS):** Full sensor; to 6,888 fps

**Allocated formats:** to 190,476 fps (standard mode), 500,000 fps (Turbo Mode) with "CAR" (Continuous Adjustable Resolution) feature

**Exposure Time:** Variable, independent of sample rate (fps), to 2 microseconds, optional 1  $\mu$ s (standard mode), fixed 1  $\mu$ s (Turbo Mode)

**Trigger:** Continuously variable pre/post

**Imager Control:** 10/100/Gigabit Ethernet, RS232 serial interface, or HD-SDI

**Preview and Focusing:** Via computer monitor or continuous video out

**Lens Mounts:** Nikon mount standard. Many other lens mounts available, including C-mount

**INPUTS/OUTPUTS:** via integrated quick-release connector:

**Trigger:** Rising/falling TTL pulse w/filter, or switch closure

**Sync Image:** TTL pulse

**Event Marker:** TTL pulse or switch closure

**Ready Signal:** TTL pulse

**IRIG-B Timing:** IRIG-B code, modulated or unmodulated input, with IRIG-B output, lock, and variable phase shift

**Continuous Data Streaming:** Up to 2000 fps (8-bits), 1300 fps (12-bit)

**Strobe Sync:** TTL Pulse

**RS232**

**Network:** 10/100/Gigabit Ethernet

**Video out:** NTSC, PAL, and HD-SDI (720p, 1080p, 1080i, 1080psf at 24, 25, 50, 9, or 60 fps)

**Power:** 24VDC/1.5 Amp

### MEMORY

**Standard:** 2 Gigabytes integral image memory records 4,266 images for 0.6 seconds of continuous recording at 6,888 fps, full format (8-bits) or 2,133 images for 0.3 seconds of continuous recording at 6,888 fps, full format (14-bits). Longer recording times for lower sample rates and allocated formats.

**Optional:** 4 Gigabyte integral image memory continuously records 8,533 images for 1.3 sec (8-bits) or 4267 images for 0.6 sec (14-bits) at 6,888 fps full frame, 8 Gigabyte option will record 17,066 images for 2.6 sec (8-bits) or 8,533 images for 1.3 sec (14-bits) at 6,888 fps full frame, and the 16 Gigabyte option will record 34,133 images for 5.1 sec (8-bits) or 17,066 images for 2.6 sec (14-bits) at 6,888 fps full frame.

**Optional:** Non-Volatile Flash Memory, up to 24Gigabytes.

### ENVIRONMENTAL

**Ambient Temperature** 32°F and 104°F (0°C and 40°C)

**Maximum humidity:** 80%, non-condensing, at 5°C

### SOFTWARE

Phantom® operates in Windows XP Pro or Vista environments with familiar commands found in familiar places. Standard functions include

**Acquisition:** Image capture, IRIG-B timing capture & standard time annotation. Field of view & focus. Sample rate & aspect ratio selection. Shutter speed. Histogram. Brightness, contrast, & gamma adjust. Trigger modes. Continuous record. Save & recall setups.

**Analytical playback:** Immediate playback of cine. Variable playback speed in forward or reverse, including freeze frame & endless loop. Random Go-to-Image. View single images at random from any cine. Tile/cascade multiple images on one screen. Timing data displayed with each image. Cine editor. Multi Cine Viewer.

**Measurements:** Linear or angular measurements. English and metric units. Generate Velocity, RPM, or 100 data points per measurement reports. Report files & images are compatible with Phantom, TEMA Starter Software or any spread-sheet software, and image analysis software such as TrackEye®, Image Express®, or Falcon®.

**Image processing:** Smooth, sharpen, psuedocolor, negative image, and edge detection. Brightness, contrast & gamma adjust. 3x3 and 5x5 filter matrix for custom image processing.

**File management:** Organize, save, compress and export cines, or single images. File formats are compatible with most word processing, desktop, publishing, and presentation software.

### DIMENSIONS

**Size:** 4.3 x 4.0 x 9.5 inch (HWD) (10.9 x 10.16 x 24.13 cm) (HWD)

**Weight:** 7 lbs (3.18kg)

**Power:** 24VDC/1.5 Amp

**Mounting:** 1/4-20 inch and four 10-32 threaded hole pattern in base and top

**Mounting Axis:** Any position

**Country of Origin:** The United States of America

### STANDARD ACCESSORIES

Phantom® software, Single user license\*  
2 Gigabyte integral image memory

Ethernet, Sync output pulse, trigger, pretrigger, video out, and IRIG-B

110/220VAC -24VDC International Power Adapter, 12 foot (3.7 m) power cord

One year service contract included

### QUESTIONS?

For technical assistance, systems integration, custom options, or information on imaging techniques or training please call us toll free:

1.800.RESOLUTION

(US & Canada 1.800.737.6588)

For the most up-to-date information, specifications and options, please visit our website:

[www.visionresearch.com](http://www.visionresearch.com)

**VISION RESEARCH**

All specifications are subject to change. (Jul-13)

## Phantom v7.3 Maximum Recording Speed vs. Image Size

The Phantom v7.3 camera system can record up to 6,688 frames per second using the full 800 x 600 pixel CMOS imaging sensor array. The operator may also specify other aspect ratios to increase speeds or extend recording times.

The chart below details the Phantom v7.3 aspect ratio choices available in the setup screen pull down menu. Using the CAR (Continuous Adjustable Resolution) feature, speeds between these values are continuously adjustable in 32 x 8 pixel increments.

STANDARD MODE		TURBO MODE	
RESOLUTION	RATE	RESOLUTION	RATE
800 x 600	6,688	800 x 600	6,814
640 x 480	10,101	640 x 480	10,389
320 x 240	33,057	320 x 240	36,697
512 x 512	11,527	512 x 512	11,869
512 x 384	15,151	512 x 384	15,810
512 x 256	21,978	512 x 256	23,391
512 x 128	40,000	512 x 128	44,943
512 x 64	67,796	512 x 64	83,333
256 x 512	20,000	256 x 512	21,052
256 x 256	36,697	256 x 256	40,816
256 x 128	63,492	256 x 128	76,923
256 x 64	100,000	256 x 64	137,931
128 x 128	88,888	128 x 128	117,647
128 x 64	129,032	128 x 64	200,000
64 x 64	148,148	64 x 64	250,000
32 x 32	190,476	32 x 16	500,000



All specifications are subject to change. (Jul-13)

Vision Research, Inc.  
 T/+1 973-696-4500 F/+1 973-696-0560  
 100 Dey Rd  
 Wayne, NJ 07470 USA

## C. 聚偏二氟乙烯薄膜感測器規格



### Metallized Piezo Film Sheets

Piezo film is available in a variety of different film sizes and thicknesses. These can be fabricated into simple transducers, or for use as full size sheets for applications such as speakers.

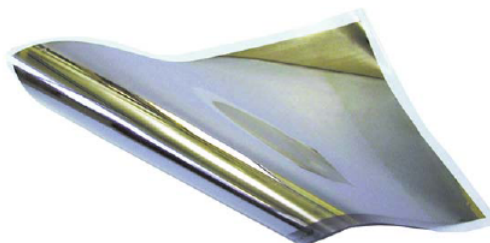
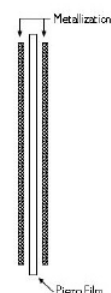
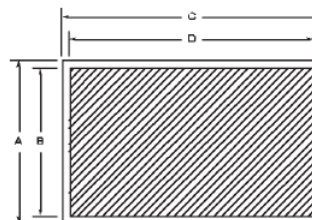
Piezo Film is available in different thicknesses. Thinner films (28 and 52  $\mu\text{m}$ ) are the most common, due to their higher capacitance and good mechanical qualities. Thicker film (110  $\mu\text{m}$ ) is used where maximum robustness is needed, or if the sensor is being used in a thickness mode ( $d_{33}$ ) application.

Metallization options include a compliant silver ink as well as sputtered metallization. The silver ink is best for applications where mechanical stress is being applied. Silver ink lends itself to custom metallization patterns for easy lead attachment.

Thin sputtered metallization is brittle and used where signal to noise requirements dictate very low mass loading by the electrodes. Our standard sputtered metallization is 700Å of copper covered with 100Å of nick-

el change NiCu Alloy to Cu with Ni, which has good conductivity and is resistant to oxidation. Other metallizations such as gold are available on a custom basis with a set up fee. For the sputtered metallized film, there is no border.

These are only general rules, and a discussion with our applications engineers will help you to make the best choice for your specific application.



Description	DIMENSIONS in INCHES (mm)				t ( $\mu\text{m}$ )	Metallization	Part Number	Low Volume Price (US \$)
	A Film	B Electrode	C Film	D Electrode				
28 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	8.00 (190)	11.00 (280)	11.00 (267)	28	Cu-Ni	1-1003702-7	140.00
28 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	7.50 (190)	5.50 (140)	5.00 (127)	40	Silver Ink	1-1004347-0	90.00
28 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	7.50 (190)	11.00 (280)	10.50 (267)	40	Silver Ink	1-1004346-0	150.00
52 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	8.00 (190)	11.00 (280)	11.00 (267)	52	Cu-Ni	2-1003702-7	150.00
52 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	7.50 (190)	5.50 (140)	5.00 (127)	64	Silver Ink	2-1004347-0	100.00
52 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	7.50 (190)	11.00 (280)	10.50 (267)	64	Silver Ink	2-1004346-0	165.00
110 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	8.00 (190)	11.00 (280)	11.00 (267)	110	Cu-Ni	3-1003702-7	160.00
110 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	7.50 (190)	5.50 (140)	5.00 (127)	122	Silver Ink	3-1004347-0	115.00
110 $\mu\text{m}$ piezo film	8.00 (203)	7.50 (190)	11.00 (280)	10.50 (267)	122	Silver Ink	3-1004346-0	180.00



## D. 電荷放大器規格



INPUTS	
PIEZOELECTRIC (PE) INPUT	Single-ended with one side connected to input common
Input Charge	3000 pC to 110 000 pC depending on gain for instantaneous recovery
Source Resistance	10 M $\Omega$ minimum
Source Capacitance	30 000 pF maximum
ISOTRON INPUT	Single-ended with one side connected to input common. Compatible with constant current systems using 2 wire remote charge convertors or integral electronic transducers.
Constant Current Excitation Supply	Adjustable from 0.5 to 20 mA DC with control located on main circuit board Factory set at 4 mA
Compliance Voltage	21 V maximum (AC + DC components)
TEST INPUT	This input allows the insertion of a signal in series (transformer coupled) with the cable and the PE transducer. The signal level may be any voltage which will give a convenient reading at the output. The test frequency must be between 100 and 10 000 Hz.
EXTERNAL CALIBRATION INPUT	An external calibration signal may be applied to the charge convertor input through an internal capacitor of 1000 pF $\pm$ 0.5%.
Input Voltage Level	To obtain FS output, the voltage input in mV should be $V_{in}[mV]=FS \times S$ where FS is the full scale setting and S is the sensitivity setting.

**OUTPUTS; All outputs are short-circuit protected, single-ended with one side connected to common output.**

AC OUTPUT	
Full Scale Voltage	1 V pk to 10 V pk adjustable. Linear to 12 V pk. Factory set at 10 V pk.
Output Current	85 mA pk maximum
DC Offset	20 mV maximum, < 5 mV typical
DC OUTPUT	
This output is proportional to the peak average of the AC output signal.	
Full Scale Voltage	10 VDC
Output Current	3 mA DC maximum
Output Offset Plus Noise Voltage	PE mode, 1 to 85 mV DC depending on gain setting Remote mode, 32 to 316 mV DC depending on gain setting
SERVO OUTPUT	
Output Sensitivity	Internally selectable 10 mV/g, 100 mV/g
Linear Output	12 V pk maximum from 1 Hz to 20 kHz
Output Current	3 mA pk maximum over specified frequency range
DC Offset	17 mV maximum, < 5 mV typical

### TRANSFER CHARACTERISTICS

GAIN RANGE	0.3 to 10 000										
GAIN ACCURACY											
Input to AC, DC or Servo Output	$\pm$ 1.5% of F.S. maximum, with filter disabled										
Input to Meter	$\pm$ 3% of F.S. maximum, with filter disabled										
NOISE											
PE input open circuit, a 250 $\Omega$ resistor connected to the remote input and current adjustment set to 4 mA.											
PE Input/AC Output Noise	0.005 pC maximum rms plus 0.0015 pC rms per 1000 pF of source capacitance RTI or 1 mV rms RTO, whichever is greater										
PE Input/ AC Output Low Frequency Noise	Less than 300 mV pk-pk RTO with 10 000 mV/pC gain, from 0.05 Hz to 100 Hz										
Remote Input/AC Output Noise	Full Scale	0.1	0.3	1	3	10	30	100	300	1k	3k
	mV rms	20	6.0	2.0	6.0	2.0	6.0	2.0	0.7	2.0	0.7
Servo Output/All Inputs	10 mV/g output setting										
	Full Scale Range	10	1	0.1	0.1						
	Sensitivity Multiplier	0.1	1	10	100						
	Noise mV rms	2	1	1	0.2						
Noise Induced Meter Deflection	Full Scale	0.1	0.3	1	3	10	30	100	300	1k	3k
	PE Input [%]	3	1	3	1	<1	<1	<1	<1	<1	<1
	Remote Input [%]	5	3	5	5	<1	<1	<1	<1	<1	<1

**TRANSFER CHARACTERISTICS (continued)**

FULL SCALE RANGES	Sensitivity Multiplier	Full Scale Ranges, g pk									
		10	30	100	300	1k	3k				
	0.1	10	30	100	300	1k	3k				
	1.0	1	30	10	30	100	300				
	10	0.1	0.3	1	3	10	30				
	100	0.1	0.3	1	3						
<b>FREQUENCY RESPONSE</b>	The gain is flat within its bandwidth. The upper and lower cutoff frequency is 5% lower than the gain at 1 kHz.										
Piezoelectric Mode	2 Hz $\pm$ 1 Hz										
Lower Cutoff Frequency, AC and DC Outputs	-3dB at 0.6 Hz maximum, 0.1Hz typical										
Upper Cutoff Frequency, AC and DC Outputs	The upper cutoff frequency depends on full scale setting as follows:										
	Full Scale	0.1	0.3	1	3	10	30	100	300	1k	3k
	f[kHz] Minimum	25	25	25	25	25	30	35	35	35	35
Remote Mode	0.5 Hz maximum										
Lower Cutoff Frequency, AC and DC Outputs	-3 dB at 0.2 Hz maximum										
Upper Cutoff Frequency, AC and DC Outputs	The upper cutoff frequency depends on full scale setting as follows:										
	Full Scale	1	3	10	30	100	300	1k	3k	10k	30k
	f [kHz] Minimum	24	24	24	24	30	35	70	70	70	70
<b>AMPLITUDE LINEARITY</b>	1% of reading from best fit straight line approximation										
Input to All Outputs	$\pm$ 3% of full scale from best fit straight line from 0 to full scale										
Input to Meter											
<b>OUTPUT CALIBRATION MODE</b>	This mode is selected from the front panel switch. A calibration voltage is provided at the AC and DC outputs. The amplitude level represents 100% of full scale, regardless of range or sensitivity control settings.										
Voltage Accuracy	$\pm$ 1% of full scale										
Frequency	1000 Hz $\pm$ 5%										

**ENVIRONMENTAL**

<b>TEMPERATURE RANGE</b>	Operating	36°F to 125°F (2°C to 52°C)
	Storage	-65°F to 185°F (-54°C to 85°C)
<b>HUMIDITY</b>	95% R.H. maximum	

**POWER**

<b>INPUT VOLTAGE</b>	Selectable through a switch located on the main board
	90 - 110 V rms
	105 - 125 V rms
	210 - 250 V rms
<b>FREQUENCY RANGE</b>	50 to 400 Hz
<b>CURRENT</b>	100 mA rms maximum at 115 V rms, 60 Hz

**PHYSICAL**

<b>DIMENSIONS</b>	4.88" h x 2.71" w x 25.81" d (12.4cm x 6.9cm x 40.2cm)	
<b>WEIGHT</b>	4.5 lbs (2.1 kg)	
<b>CONNECTORS</b>	PE Input	10 - 32 Microdot*
	Remote input and outputs	BNC, UG 1094/U or equivalent

**ACCESSORIES**

17180	Power Cord
EJ21	BNC to Microdot Connector Adapter
IM2775AM4	Instruction Manual

**OPTIONS**

35771	Filter Card
35818	Integrator Card
4948	Rack Adapter (1 per 6 each Model 2775A/2775AM4)
16678	Blank Panel

## E. 數位工業相機規格

# Grasshopper<sup>®</sup> 3

### HIGH PERFORMANCE CCD + CMOS

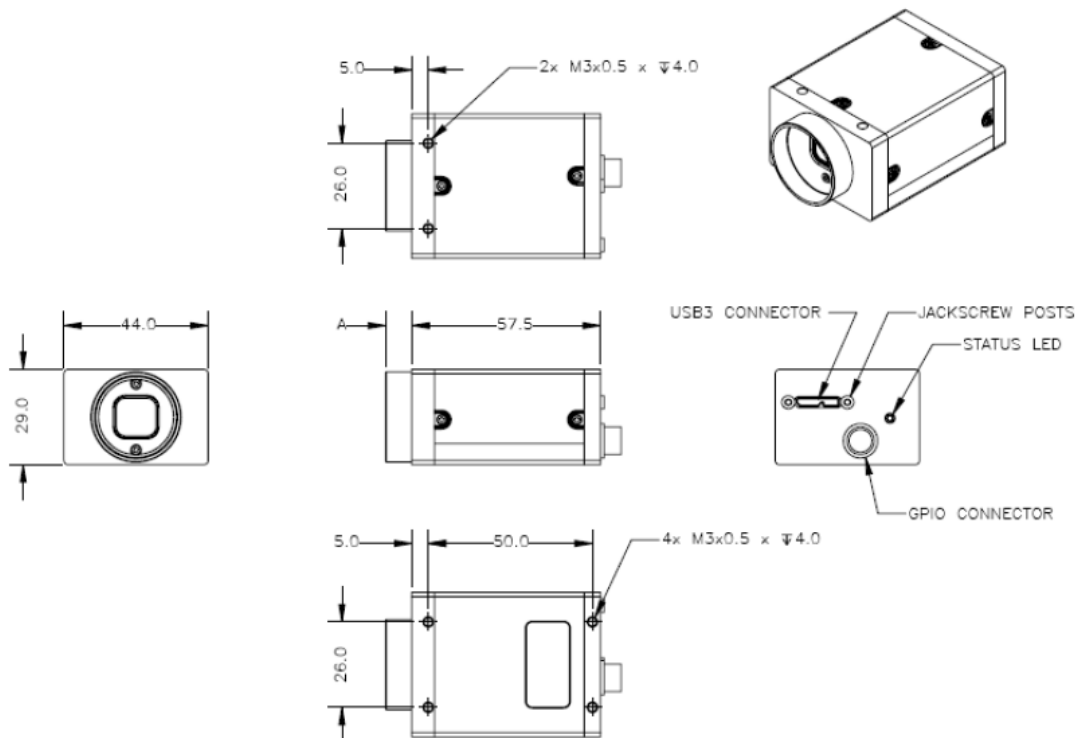
- **USB 3.0 for bandwidth, ease of use, and cost effectiveness**
- **Variety of high-resolution large format CCD and CMOS sensors**
- **FPGA and frame buffer-based architecture for optimal reliability**

The high performance Grasshopper3 camera line combines the benefits of CCD with the affordability and data throughput of USB 3.0. Its FPGA and frame buffer-based architecture provides optimal reliability, a rich set of features, and a full image processing pipeline including color interpolation, gamma, and lookup table functionality. The Grasshopper3 offers a powerful, easy-to-use, and cost-effective alternative to Camera Link and dual GigE LAG solutions.



Model	Version	MP	Imaging Sensor
GS3-U3-14S5C-C	Color	1.4 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX285, 2/3", 6.45 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 30 FPS at 1384 x 1036</li> </ul>
GS3-U3-14S5M-C	Mono		
GS3-U3-15S5C-C	Color	1.4 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX825, 2/3", 6.45 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 45 FPS at 1384 x 1032</li> </ul>
GS3-U3-15S5M-C	Mono		
GS3-U3-23S6C-C	Color	2.3 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony IMX174, 1/1.2", 5.86 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 162 FPS at 1920 x 1200</li> </ul>
GS3-U3-23S6M-C	Mono		
GS3-U3-28S4C-C	Color	2.8 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX687, 1/1.8", 3.69 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 26 FPS at 1928 x 1448</li> </ul>
GS3-U3-28S4M-C	Mono		
GS3-U3-28S5C-C	Color	2.8 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX674, 2/3", 4.54 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 26 FPS at 1920 x 1440</li> </ul>
GS3-U3-28S5M-C	Mono		
GS3-U3-32S4C-C	Color	3.2 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony IMX252, 1/1.8", 3.45 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 121 FPS at 2048 x 1536</li> </ul>
GS3-U3-32S4M-C	Mono		
GS3-U3-41C6C-C	Color	4.1 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ CMOSIS CMV4000-3E5, 1", 5.5 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 90 FPS at 2048 x 2048</li> </ul>
GS3-U3-41C6M-C	Mono		
GS3-U3-41C6NIR	NIR	4.1 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ CMOSIS CMV4000-3E12, 1", 5.5 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 90 FPS at 2048 x 2048</li> </ul>
GS3-U3-41S4C-C	Color	4.1 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX808, 1/1.8", 3.1 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 18 FPS at 2016 x 2016</li> </ul>
GS3-U3-41S4M-C	Mono		
GS3-U3-50S5C-C	Color	5.0 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX625, 2/3", 3.45 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 15 FPS at 2448 x 2048</li> </ul>
GS3-U3-50S5M-C	Mono		
GS3-U3-51S5C-C	Color	5.0 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony IMX250, 2/3", 3.45 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 75 FPS at 2448 x 2048</li> </ul>
GS3-U3-51S5M-C	Mono		
GS3-U3-60S6C-C	Color	6.0 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX694, 1", 4.54 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 13 FPS at 2736 x 2192</li> </ul>
GS3-U3-60S6M-C	Mono		
GS3-U3-60QS6C-C	Color	6.0 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX694, 1", 4.54 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 25 FPS at 2736 x 2192</li> </ul>
GS3-U3-60QS6M-C	Mono		
GS3-U3-91S6C-C	Color	9.1 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX814, 1", 3.69 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 9 FPS at 3376 x 2704</li> </ul>
GS3-U3-91S6M-C	Mono		
GS3-U3-120S6C-C	Color	12 MP	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sony ICX834, 1", 3.1 μm</li> <li>■ Global shutter</li> <li>■ 7 FPS at 4240 x 2824</li> </ul>
GS3-U3-120S6M-C	Mono		

<b>Imaging Performance (EMVA 1288)</b>	See the <a href="#">Imaging Performance Specification</a> , which includes quantum efficiency, saturation capacity (full well depth), read noise, dynamic range and signal to noise ratio.
<b>A/D Converter</b>	14-bit (10-bit GS3-U3-41C6, 10- and 12-bit GS3-U3-23S6, GS3-U3-32S4, GS3-U3-51S5)
<b>Video Data Output</b>	8, 12, 16 and 24-bit digital data
<b>Image Data Formats</b>	Mono8, Mono12, Mono16 (all models) RGB, YUV411, YUV422, YUV444, Raw8, Raw12, Raw16 (color models)
<b>Partial Image Modes</b>	Pixel binning and region of interest (ROI) modes
<b>Image Processing</b>	Gamma, lookup table, hue, saturation, and sharpness
<b>Shutter</b>	Global shutter; Automatic/manual/one-push/extended shutter modes Up to 32 seconds (GS3-U3-28S5, GS3-U3-41S4, GS3-U3-50S5, GS3-U3-60S6, GS3-U3-91S6); up to 30 seconds (GS3-U3-28S4); up to 4 seconds (GS3-U3-14S5, GS3-U3-15S5, GS3-U3-32S4, GS3-U3-41C6, GS3-U3-51S5, GS3-U3-120S6); up to 3.2 seconds (GS3-U3-23S6)
<b>Gain</b>	Automatic/manual/one-push modes -3.66 dB to 24 dB GS3-U3-14S5; -1.583 dB to 24 dB GS3-U3-15S5; 0 dB to 24 dB GS3-U3-23S6/GS3-U3-28S4/GS3-U3-28S5; 0 dB to 47.9 dB GS3-U3-32S4; 0 to 10.1 dB GS3-U3-41C6; -7.742 dB to 24 dB GS3-U3-41S4; -6.51 dB to 24 dB GS3-U3-50S5; 0 dB to 48 dB GS3-U3-51S5 -6.158 to 24 dB GS3-U3-60S6; -9 to 24 dB GS3-U3-91S6; -5.455 dB to 24 dB GS3-U3-120S6
<b>Gamma</b>	0.50 to 4.00, programmable lookup table
<b>White Balance</b>	Automatic/manual/one-push modes
<b>High Dynamic Range</b>	Cycle 4 gain and exposure presets
<b>Color Processing</b>	On-camera in YUV or RGB format, or on-PC in Raw format
<b>Digital Interface</b>	USB 3.0 interface with screw locks for camera control, data, and power
<b>Transfer Rates</b>	5 Gbit/s
<b>GPIO</b>	8-pin Hirose HR25 GPIO connector for power, trigger, strobe, PWM, and serial I/O, 1 opto-isolated input, 1 opto-isolated output, 2 bi-directional I/O pins
<b>External Trigger Modes</b>	Standard, bulb, low smear (CCD only), overlapped, and multi shot trigger modes
<b>Image Buffer</b>	128 MB frame buffer
<b>Memory Channels</b>	2 user configuration sets for custom camera settings
<b>Flash Memory</b>	2 MB non-volatile memory
<b>Dimensions</b>	44 mm x 29 mm x 58 mm excluding lens holder, without optics (metal case)
<b>Mass</b>	90 grams (without optics or tripod mounting bracket)
<b>Power Consumption</b>	5-24 V via GPIO or 5 V via USB 3.0 interface, maximum 4.5 W
<b>Camera Control</b>	Via FlyCapture SDK or third party software
<b>Camera Updates</b>	In-field firmware updates
<b>Lens Mount</b>	C-mount
<b>Temperature</b>	Operating: 0° to 50°C; Storage: -30° to 60°C
<b>Humidity</b>	Operating: 20 to 80% (no condensation); Storage: 20 to 95% (no condensation)
<b>Compliance</b>	CE, FCC, RoHS
<b>Operating System</b>	Windows, Linux (32- or 64-bit)
<b>Warranty</b>	3 years



## F. 激振器規格



Convection &  
Forced Air Cooled Shakers

**dp** *Data Physics*  
Corporation

V2  
V4  
V20  
V55  
V100

- Shakers from 2lbf (9N) to 225lbf (1kN)
- 9 variants
- Good axial and torsional stability
- Special suspension options



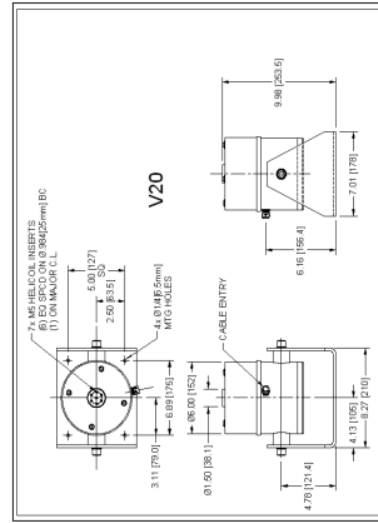
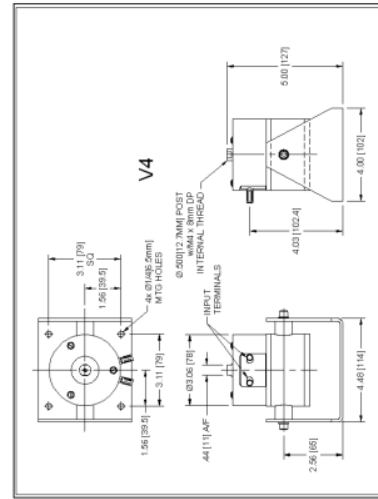
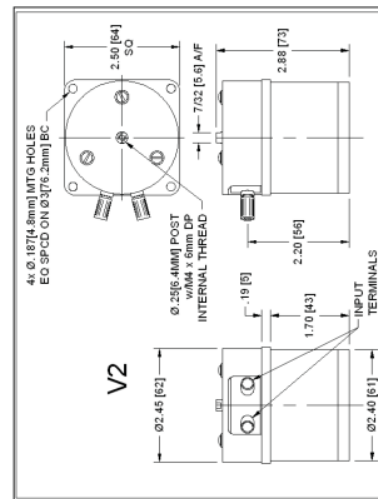
Data Physics' range of small shakers are in use all over the world. Some have even been taken into space for special experiments under zero gravity conditions. Applications have included medical research, electronic component testing, materials analysis, automotive component testing, tyre balancing and actuator applications for antenna positioning using low axial stiffness special suspension units. The V20, V55 and V100 may also be supplied in monobase structures for combined and horizontal testing.

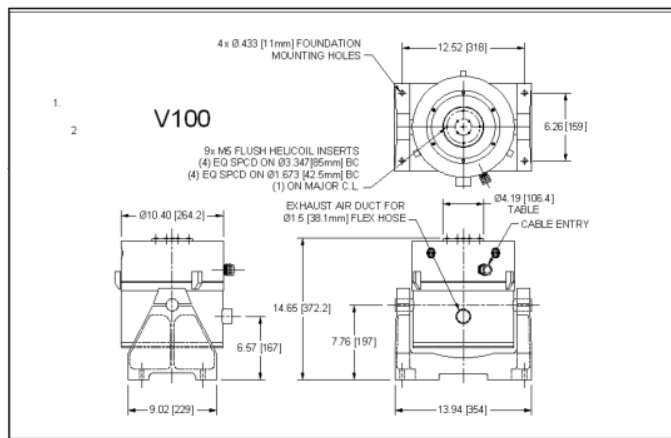
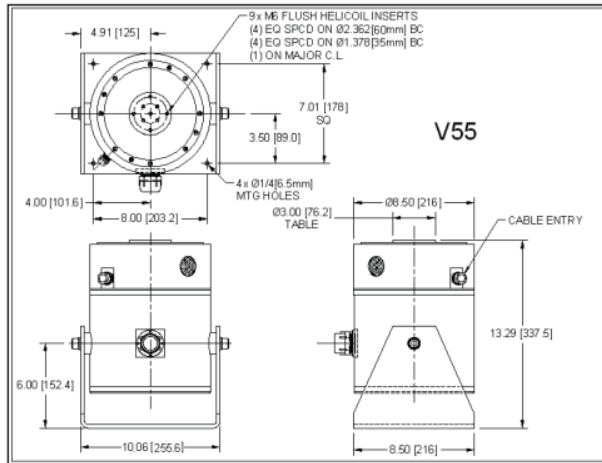
**SignalForce**  
**Shakers**

	Maximum Force		Random Force		Shock Force		Maximum Acceleration (Sine)		Maximum Velocity		Rated Travel		Armature Diameter		Armature Mass		Insert Threads		Armature Resonance ±5%		Frequency Range		Axial Stiffness		Shaker Body Mass**		Electrical Power Consumption (KVA)
	lbf	kgf	lbf	N	lbf	N	g	m/s <sup>2</sup>	ips	mps	in.	mm	in.	mm	lbs.	kg	SAE	Metric	Hz	Minimum	Maximum	lbf/in.	kgf/mm	lbs.	kg		
GW-V2/PA30E	2.0	0.9	0.7	3.0	0.3	1.3	1.4	91	892.4	29	0.7	0.1	2.5	Spigot	0.02	0.01	.....	M4	11500	DC	12000	17.9	0.32	2	0.9	0.10	
GW-V4/PA30E	4.0	1.8	1.3	5.9	0.6	2.7	91	892.4	59	1.5	0.2	5.0	Spigot	0.04	0.02	#10-32	M4	12000	DC	14000	25.2	0.45	4	1.8	0.10		
GW-V20/PA30E	11.9	5.3	4.0	17.6	1.8	7.9	32	313.8	45	1.1	0.4	10.0	1.5	38.0	0.37	0.17	#10-32	M5	12000	DC	14000	63.8	1.14	44	20	0.10	
GW-V20/PA100E	22.5	10.0	7.4	33.0	3.4	15.0	60	588.4	59	1.5	0.4	10.0	1.5	38.0	0.37	0.17	#10-32	M5	12000	DC	14000	63.8	1.14	44	20	0.32	
GW-V20/PA300E	34.8	15.5	13.0	58.0	5.9	23.2	95	931.6	70	1.8	0.4	10.0	1.5	38.0	0.37	0.17	#10-32	M5	12000	DC	14000	63.8	1.14	44	20	0.72	
GW-V55/PA100E	31.9	14.2	14.5	11.2	50.0	5.1	29	283.4	32	0.8	0.5	12.7	3.0	76.2	1.10	0.50	1/4-28	M6	7000	DC	8000	100.2	1.79	94	43	0.32	
GW-V55/PA300E	69.7	31.0	31.6	24.7	110.0	11.2	64	627.6	45	1.1	0.5	12.7	3.0	76.2	1.10	0.50	1/4-28	M6	7000	DC	8000	100.2	1.79	94	43	0.72	
GW-V55/DSA1-1K	99.8	44.4	45.3	36.0	160.0	16.3	96.0	91	892.4	60	1.5	0.5	12.7	3.0	76.2	1.10	0.50	1/4-28	M6	7000	DC	8000	100.2	1.79	94	43	1.58
V100/DSA1-1K	224.8	100.0	102.0	119.8	533	54.4	125	1225.8	65	1.7	0.5	12.7	4.0	102	1.70	0.8	#10-32	M5	6850	DC	7000	170.2	3.04	154	70	2.70	

\*Note- At 3 mSec  
 \*\* Note- Includes Trunnion

# SignalForce





## Options

- Beryllium copper spiders for V2 and V4 shakers to reduce axial stiffness
- Trunnions for models V4, V20, V55 and V100
- Three axis testing configurations for models V20, V55 and V100
- Metric & Imperial table threads



Discover more at [www.dataphysics.com](http://www.dataphysics.com)

**Data Physics Corporation**  
 1741 Technology Drive, Suite 260, San Jose, CA 95110  
 TEL: (408) 437-0100 FAX: (408) 437-0509





## G. 懸臂薄板全場模態的解析解之係數

$$\theta_{11m} = \frac{1}{\left(\beta_m + \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_m\right) \sinh \beta_m}, \theta_{13m} = \frac{-ZZ1}{ZZ2 \left(\beta_m + \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_m\right) \sin \gamma_m}$$

$$\theta_{22m} = \frac{1}{\left(\beta_m - \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_m\right) \sinh \beta_m}, \theta_{23m} = \frac{-ZZ1}{ZZ2 \left(\beta_m - \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_m\right) \sinh \gamma_m}$$

$$ZZ1 = \beta_m \left[ \beta_m^2 - \nu^* \phi^2 \left( \frac{2m-1}{2} \right)^2 \pi^2 \right], ZZ2 = \gamma_m \left[ \gamma_m^2 \pm \nu^* \phi^2 \left( \frac{2m-1}{2} \right)^2 \pi^2 \right]$$

$$\theta'_{11n} = \frac{1}{\left(\beta'_n + \frac{ZZ1'}{ZZ2'} \gamma'_n\right) \cosh \beta'_n}, \theta'_{13n} = \frac{ZZ1'}{ZZ2' \left(\beta'_n + \frac{ZZ1'}{ZZ2'} \gamma'_n\right) \cos \gamma'_n}$$

$$\theta'_{22n} = \frac{1}{\left(\beta'_n - \frac{ZZ1'}{ZZ2'} \gamma'_n\right) \cosh \beta'_n}, \theta'_{23n} = \frac{-ZZ1'}{ZZ2' \left(\beta'_n - \frac{ZZ1'}{ZZ2'} \gamma'_n\right) \cosh \gamma'_n}$$

$$ZZ1' = \beta'_n \left[ \beta_n'^2 - \nu^* (n\pi/\phi)^2 \right], ZZ2' = \gamma'_n \left[ \gamma_n'^2 \pm \nu^* (n\pi/\phi)^2 \right]$$

$$\psi_{11p} = \frac{-1}{\left(\beta_p + \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_p\right) \sinh \beta_p}, \psi_{13p} = \frac{ZZ1}{ZZ2 \left(\beta_p + \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_p\right) \sin \gamma_p}$$

$$\psi_{22p} = \frac{-1}{\left(\beta_p - \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_p\right) \sinh \beta_p}, \psi_{23p} = \frac{ZZ1}{ZZ2 \left(\beta_p - \frac{ZZ1}{ZZ2} \gamma_p\right) \sinh \gamma_p}$$

$$\psi'_{11p} = \frac{-1}{\beta'_p \sinh \beta'_p + \gamma'_p \tan \gamma'_p \cosh \beta'_p}, \psi'_{13p} = \frac{\cosh \beta'_p}{\cos \gamma'_p (\beta'_p \sinh \beta'_p + \gamma'_p \tan \gamma'_p \cosh \beta'_p)}$$

$$\psi'_{22p} = \frac{-1}{\beta'_p \sinh \beta'_p - \gamma'_p \tanh \gamma'_p \cosh \beta'_p}, \psi'_{23p} = \frac{\cosh \beta'_p}{\cosh \gamma'_p (\beta'_p \sinh \beta'_p - \gamma'_p \tanh \gamma'_p \cosh \beta'_p)}$$



## H. 懸臂薄板全場暫態解之詳細積分



$$\begin{aligned}
 \int_0^a \int_0^b W_i^2 dy dx = ab \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \right. \\
 & E_m^2 \int_0^1 \sin^2 \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi d\xi \cdot \int_0^1 \left[ \frac{\theta_{11m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{13m} \cos \gamma_m \eta}{\theta_{22m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{23m} \cosh \gamma_m \eta} \right]^2 d\eta \\
 & + E_n'^2 \int_0^1 \cos^2 n\pi\eta d\eta \cdot \int_0^1 \left[ \frac{\theta'_{11n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{13n} \sin \gamma'_n \xi}{\theta'_{22n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{23n} \sinh \gamma'_n \xi} \right]^2 d\xi \\
 & + F_m^2 \int_0^1 \sin^2 \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi d\xi \cdot \int_0^1 \left[ \frac{\psi_{11m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{13m} \cos \gamma_m (1-\eta)}{\psi_{22m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{23m} \cosh \gamma_m (1-\eta)} \right]^2 d\eta \\
 & + F_n'^2 \int_0^1 \cos^2 n\pi\eta d\eta \cdot \int_0^1 \left[ \frac{\psi'_{11n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{13n} \sin \gamma'_n (1-\xi)}{\psi'_{22n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{23n} \sinh \gamma'_n (1-\xi)} \right]^2 d\xi \\
 & + 2F_m E_m \int_0^1 \sin^2 \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi d\xi \cdot \\
 & \quad \int_0^1 \left[ \frac{\psi_{11m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{13m} \cos \gamma_m (1-\eta)}{\psi_{22m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{23m} \cosh \gamma_m (1-\eta)} \right] \left[ \frac{\theta_{11m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{13m} \cos \gamma_m \eta}{\theta_{22m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{23m} \cosh \gamma_m \eta} \right] d\eta \\
 & + 2F_n' E_n' \int_0^1 \cos^2 n\pi\eta d\eta \cdot \\
 & \quad \int_0^1 \left[ \frac{\psi'_{11n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{13n} \cos \beta'_n (1-\xi)}{\psi'_{22n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{23n} \cosh \beta'_n (1-\xi)} \right] \left[ \frac{\theta'_{11n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{13n} \sin \gamma'_n \xi}{\theta'_{22n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{23n} \sinh \gamma'_n \xi} \right] d\xi \\
 & + 2E_n' E_m \int_0^1 \left[ \frac{\theta'_{11n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{13n} \sin \gamma'_n \xi}{\theta'_{22n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{23n} \sinh \gamma'_n \xi} \right] \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi d\xi \cdot \\
 & \quad \int_0^1 \cos n\pi\eta \left[ \frac{\theta_{11m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{13m} \cos \gamma_m \eta}{\theta_{22m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{23m} \cosh \gamma_m \eta} \right] d\eta \\
 & + 2F_n' E_m \int_0^1 \left[ \frac{\psi'_{11n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{13n} \sin \gamma'_n (1-\xi)}{\psi'_{22n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{23n} \sinh \gamma'_n (1-\xi)} \right] \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi d\xi \cdot \\
 & \quad \int_0^1 \cos n\pi\eta \left[ \frac{\theta_{11m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{13m} \cos \gamma_m \eta}{\theta_{22m} \cosh \beta_m \eta + \theta_{23m} \cosh \gamma_m \eta} \right] d\eta \\
 & \left. \right\}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & + 2F_m E_n \int_0^1 \left[ \frac{\psi_{11m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{13m} \cos \gamma_m (1-\eta)}{\psi_{22m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{23m} \cosh \gamma_m (1-\eta)} \right] \cos n\pi\eta d\eta \cdot \\
 & \int_0^1 \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi \left[ \frac{\theta'_{11n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{13m} \sin \gamma'_n \xi}{\theta'_{22n} \sinh \beta'_n \xi + \theta'_{23m} \sinh \gamma'_n \xi} \right] d\xi \\
 & + 2F_n F_m \int_0^1 \left[ \frac{\psi'_{11n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{13m} \sin \gamma'_n (1-\xi)}{\psi'_{22n} \cosh \beta'_n (1-\xi) + \psi'_{23m} \sinh \gamma'_n (1-\xi)} \right] \sin \left( \frac{2m-1}{2} \right) \pi \xi d\xi \cdot \\
 & \left. \int_0^1 \cos n\pi\eta \left[ \frac{\psi_{11m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{13m} \cos \gamma_m (1-\eta)}{\psi_{22m} \cosh \beta_m (1-\eta) + \psi_{23m} \cosh \gamma_m (1-\eta)} \right] d\eta \right\}
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{cases} \theta_{11m} \cosh \beta_m \eta & , \text{if } \lambda > (2m-1)\pi / 2 \\ \theta_{22m} \cosh \beta_m \eta & , \text{if } \lambda < (2m-1)\pi / 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_{13m} \cos \gamma_m \eta & , \text{if } \lambda > (2m-1)\pi / 2 \\ \theta_{23m} \cosh \gamma_m \eta & , \text{if } \lambda < (2m-1)\pi / 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_{11m} \cosh \beta_m (1-\eta) & , \text{if } \lambda > (2m-1)\pi / 2 \\ \psi_{22m} \cosh \beta_m (1-\eta) & , \text{if } \lambda < (2m-1)\pi / 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_{13m} \cos \gamma_m (1-\eta) & , \text{if } \lambda > (2m-1)\pi / 2 \\ \psi_{23m} \cosh \gamma_m (1-\eta) & , \text{if } \lambda < (2m-1)\pi / 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta'_{11n} \sinh \beta'_n \xi & , \text{if } \lambda\phi > n\pi \\ \theta'_{22n} \sinh \beta'_n \xi & , \text{if } \lambda\phi < n\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta'_{13n} \sin \gamma'_n \xi & , \text{if } \lambda\phi > n\pi \\ \theta'_{23n} \sinh \gamma'_n \xi & , \text{if } \lambda\phi < n\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi'_{11n} \cosh \beta'_n (1-\xi) & , \text{if } \lambda\phi > n\pi \\ \psi'_{22n} \cosh \beta'_n (1-\xi) & , \text{if } \lambda\phi < n\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi'_{13n} \sin \gamma'_m (1-\xi) & , \text{if } \lambda\phi > n\pi \\ \psi'_{23n} \sinh \gamma'_m (1-\xi) & , \text{if } \lambda\phi < n\pi \end{cases}$$

積分結果為

$$\int_0^1 (\sin \beta \xi \cdot \sinh \gamma \xi) d\xi = \left( \frac{\gamma}{\beta^2 + \gamma^2} \right) \left[ \sin \beta \cdot \cosh \gamma - \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \cos \beta \cdot \sinh \gamma \right]$$

$$\int_0^1 (\cos \beta \xi \cdot \cosh \gamma \xi) d\xi = \left( \frac{\gamma}{\beta^2 + \gamma^2} \right) \left[ \cos \beta \cdot \sinh \gamma + \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \sin \beta \cdot \cosh \gamma \right]$$

$$\int_0^1 (\cos \beta \xi \cdot \sinh \gamma \xi) d\xi = \left( \frac{\gamma}{\beta^2 + \gamma^2} \right) \left[ \cos \beta \cdot \cosh \gamma + \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \sin \beta \cdot \sinh \gamma - 1 \right]$$

$$\int_0^1 (\sin \beta \xi \cdot \cosh \gamma \xi) d\xi = \left( \frac{\gamma}{\beta^2 + \gamma^2} \right) \left[ \sin \beta \cdot \sinh \gamma - \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \cos \beta \cdot \cosh \gamma + \left( \frac{\beta}{\gamma} \right) \right]$$



