

國立臺灣大學工學院機械工程學研究所

碩士論文

Department of Mechanical Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis



擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙分析與其容差設計

Kinematic Error and Backlash Analysis of a  
Cycloidal Speed Reducer and Its Tolerance Design

林耿勳

Ken-Shin Lin

指導教授：李志中 博士

Advisor: Jyh-Jone Lee, Ph.D.

中華民國 105 年 7 月

July, 2016





## 致謝

在這碩士求學的兩年中，由衷的感謝指導教授老師李志中老師，不僅提供我們自由的思考空間，也在我們遇到瓶頸時，適時的導引方向，不至於耗費過多時間。並給予我們在專業領域上寶貴的知識與經驗，以討論的方式激發更多的想法，使我對機構領域更有熱情。感謝詹魁元老師及台灣科技大學石伊蓓老師，在我研究上提供了需多重要且寶貴的知識。也感謝工研院的大哥們，提供了擺線齒輪減速機在製造上會遇到的問題及數據，使得我們更能夠有效率的達成目標。感謝老師給予了我參與收折機構計畫的機會，讓我對車輛有更進一步的了解。

在剛進研究室時，對機構領域還很陌生，要感謝瑋璞學姊、智達、柏諺學長和景期學長耐心地提供資訊並教導，才讓我能快速熟悉。謝謝同窗兩年的鼎翔、洪楊和宗寬，在研究有疑慮時，可相互討論，產生更多的想法並實踐，並在修課上有個照應。謝謝宗翰、坤祐、福元和承原，每周和我一起打籃球，並且一同聊天和做一些無解的事情，留下許多回憶。

最後，我要謝謝我的家人，因為有你們的關心與支持，這兩年才可以如此地順利且豐富。尤其是我媽，時常提點我要注意的事與要多充實自己，使得我更有動力實踐我想做的事。要謝謝我的女朋友宜葶，每天都給我精神上的支持和談心，使得在壓力大時可以有寄託，並且一同討論未來，彼此的規劃，使我的憧憬更加明確。謝謝高中 213 的超級好朋友們，特別是香蕉及騷，即使畢業多年，在每次見面時，我也不覺得有陌生之感，大家互相支持對方之夢想，使我更加溫暖。還要謝謝在中山的超級好朋友們，特別是皇綱、鄭霈、孟瑋、東璋，士豪、育昇、臭 DU，給予我在大學超快樂的四年，在課業上幫助莫大，並給予我工作上的經驗。在此以此論文，獻給所有幫助我且讓我更快樂的人。





# 擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙分析與其容差設計

研究生：林耿勳

指導教授：李志中 博士

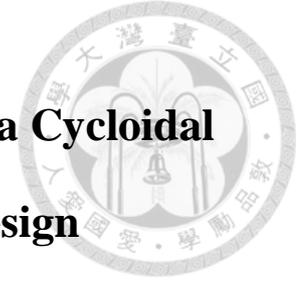
## 摘要

擺線齒輪減速機因具有高傳動效率、高負荷性、高精密度、高減速比與體積小之優點，所以在工業界上的使用率越來越高。理論上，擺線齒輪應為全齒接觸，每一擺線齒和針齒的接觸皆沒有餘隙產生。但在實際製造上，會因為各零件的製造誤差而產生餘隙或干涉，導致裝配困難。然而修形後的擺線齒輪加上各零件的製造誤差，會使擺線齒輪減速機之精密度降低；因此如何在既定的精密度內獲得修形量及製造容差，是目前亟需探討的主題。

本研究先針對擺線齒輪減速機齒面接觸分析之問題，提出齒面輪廓離散點法，快速且不失準確地計算出擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙。接著分析擺線齒輪減速機零件之主要誤差及靈敏度，以提供在設計減速機時，所需注意之限制。最後，本文透過基於可靠度之最佳加工精度設計，以獲得製造擺線齒輪減速機最低成本之設計參數的公差帶；之後，以此公差帶，分析其運動誤差及背隙，驗證所得容差設計之可靠度。此法可用於以最低加工成本製造少量或大量生產擺線齒輪減速機的優點。

關鍵字：擺線齒輪減速機、齒面輪廓離散點法、運動誤差、背隙、容差設計

# **Kinematic Error and Backlash Analysis of a Cycloidal Speed Reducer and Its Tolerance Design**



Student : Ken-Shin Lin  
Adviser : Dr. Jyh-Jone Lee

## **Abstract**

The cycloidal speed reducer is increasingly used from motion/torque transmission industry because of its high efficiency, high workload, high precision, high speed reduction ratio and compact characteristics. Theoretically, the teeth of the cycloidal drive should contact with the corresponding pins with no clearance in between. However, this geometric feature often leads to assemble difficulties due to manufacturing error on main components of reducer. Therefore, modification of cycloidal gear is needed in order to allow tolerances for those errors. Nevertheless, modification on cycloidal gear and manufacturing error combined will decrease the precision. The goal of this work is to design the tolerance for the cycloidal drive under a certain of accuracy requirement.

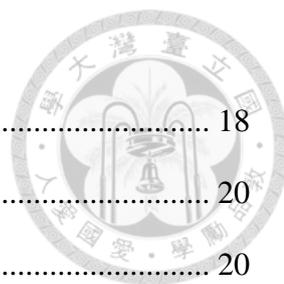
In this research, the Tooth Profile Discrete Point Method (TPDPM) is developed to replace the traditional Tooth Contact Analysis (TCA) to carry out kinematic error and backlash analysis of cycloidal speed reducer in order to reduce calculating time. Furthermore, this research renders the essential constraints which can be applied into design by analyzing the main components error and sensitivity. Finally, the design parameters of tolerances with the lowest manufacturing cost as well as the optimal modification is established by using reliability-based optimal design of machining accuracy. The reliability of the design result is also verified by analyzing the samples. This method manifests the advantage of manufacturing the reducer with the lowest cost not only individually but also in mass production.

Key words : cycloidal speed reducer, Tooth Profile Discrete Point Method, kinematic error, backlash, tolerance design

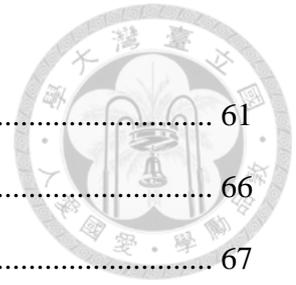
# 目錄



致謝 .....	I
摘要 .....	III
Abstract.....	IV
目錄 .....	V
圖目錄 .....	VIII
表目錄 .....	XIV
符號說明 .....	XVI
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	2
1.3 研究動機與目的 .....	6
1.4 論文架構 .....	7
第二章 擺線齒形創成與齒面接觸分析 .....	8
2.1 前言 .....	8
2.2 擺線齒形之創成 .....	8
2.2.1 坐標設定、參數設定與坐標轉換 .....	8
2.2.2 齒輪嚙合方程式 .....	11
2.3 擺線齒形之修形 .....	14
2.3.1 針齒半徑修形 .....	14
2.3.2 針齒位置修形 .....	15
2.3.3 偏心量修形 .....	15



2.3.4	針齒半徑修形與針齒位置修形之組合 .....	18
2.4	齒面接觸分析 .....	20
2.4.1	一階擺線減速機之坐標與參數設定 .....	20
2.4.2	TCA 方程式推導與計算 .....	21
2.5	運動誤差分析 .....	23
2.5.1	輸出角度及運動誤差計算 .....	24
2.5.2	背隙計算 .....	27
2.6	齒面輪廓離散點法 .....	29
2.6.1	齒面輪廓離散點法理論 .....	29
2.6.2	分析干涉 .....	32
2.6.3	運動誤差與背隙分析 .....	34
2.7	TCA 與 TPDPM 之誤差分析與時間計算比較 .....	36
第三章	加工誤差之靈敏度分析 .....	41
3.1	前言 .....	41
3.2	加工擺線齒輪減速機中的六種主要誤差 .....	41
3.2.1	實際針齒半徑誤差 .....	42
3.2.2	實際針齒位置誤差 .....	44
3.2.3	實際針齒中心位置度誤差 .....	46
3.2.4	擺線齒輪輪廓度誤差 .....	51
3.2.5	擺線齒輪齒距誤差 .....	53
3.2.6	實際曲柄偏心量誤差 .....	57
3.3	各誤差之靈敏度分析 .....	58
3.3.1	針齒半徑靈敏度 .....	58
3.3.2	針齒位置靈敏度 .....	60



3.3.3	目標函數對實際針齒中心位置度之變化分析 .....	61
3.3.4	擺線齒輪輪廓度之靈敏度 .....	66
3.3.5	擺線齒輪齒距之靈敏度 .....	67
3.3.6	實際曲柄偏心率之靈敏度 .....	69
3.4	加入誤差後的 TCA 與 TPDPM 比較 .....	71
第四章	基於可靠度之最佳加工精度設計 .....	75
4.1	前言 .....	75
4.2	可靠度分析方法介紹 .....	75
4.3	最佳化方法介紹 .....	76
4.4	基於可靠度之加工精度最佳化理論 .....	77
4.4.1	各加工誤差之分佈 .....	77
4.4.2	目標函數 .....	78
4.4.3	限制函數 .....	78
4.4.4	程式流程及設定 .....	79
4.5	結果及驗證 .....	82
4.5.1	最佳化結果 .....	82
4.5.2	最佳化結果驗證及可靠度分析 .....	87
第五章	結論與未來方向 .....	100
5.1	結論 .....	100
5.2	未來方向 .....	102
參考文獻	.....	103
附錄一、三組擺線齒輪製造誤差參數	.....	106
附錄二、誤差之高斯分佈圖	.....	109
附錄三、分析用程式	.....	110



## 圖目錄

圖 1-1	RV 減速機[15].....	3
圖 1-2	Onvio [16]之二階擺線減速機.....	4
圖 1-3	Blagojevic 等人[17]提出之二階擺線減速機構.....	4
圖 1-4	邱卓群[18]所提出之二階擺線減速機構.....	5
圖 2-1	創成坐標系設定.....	9
圖 2-2	創成的擺線齒型.....	13
圖 2-3	偏心量對擺線輪廓之影響.....	16
圖 2-4	第一顆針齒的干涉判斷.....	17
圖 2-5	第三顆針齒的干涉判斷.....	17
圖 2-6	正針齒半徑修形、正針齒位置修形和兩者組合修形比較.....	18
圖 2-7	正針齒半徑修形、負針齒位置修形和兩者組合修形比較.....	19
圖 2-8	負針齒半徑修形、負針齒位置修形和兩者組合修形比較.....	20
圖 2-9	TCA 坐標設定.....	21
圖 2-10	利用 TCA 計算運動誤差之 pseudo code.....	24
圖 2-11	受力半邊示意圖.....	25
圖 2-12	運動誤差曲線.....	26
圖 2-13	間隙示意圖.....	27
圖 2-14	由 TCA 求出之落後角與領先角.....	28
圖 2-15	由 TCA 求出之背隙曲線.....	28
圖 2-16	齒面輪廓離散點.....	30
圖 2-17	輸出離散化.....	31
圖 2-18	齒面輪廓離散點簡化之示意圖.....	32
圖 2-19	針齒與擺線齒輪干涉.....	33



圖 2-20 針齒與擺線齒輪接觸.....	33
圖 2-21 由 TPDPM 求出之運動誤差曲線.....	34
圖 2-22 由 TPDPM 求出之落後角與領先角.....	35
圖 2-23 由 TPDPM 求出之背隙曲線.....	35
圖 2-24 利用 TPDPM 計算運動誤差和背隙之 pseudo code.....	37
圖 2-25 第一組設計參數的 TCA 和 TPDPM 運動誤差之差值.....	38
圖 2-26 第二組設計參數的 TCA 和 TPDPM 運動誤差之差值.....	38
圖 2-27 第三組設計參數的 TCA 和 TPDPM 運動誤差之差值.....	39
圖 3-1 實際針齒半徑之運動誤差曲線.....	43
圖 3-2 實際針齒半徑之背隙曲線.....	43
圖 3-3 實際針齒位置之運動誤差曲線.....	45
圖 3-4 實際針齒位置之背隙曲線.....	45
圖 3-5 位置度示意圖.....	46
圖 3-6 實際針齒位置度之運動誤差.....	47
圖 3-7 實際針齒因為位置度而在基準線附近靠近彼此.....	48
圖 3-8 實際針齒因為位置度而在基準線附近遠離彼此.....	49
圖 3-9 前一顆針齒因為位置度而較靠近組裝座標中心.....	49
圖 3-10 後一顆針齒因為位置度而較靠近組裝座標中心.....	50
圖 3-11 實際針齒位置度之背隙曲線.....	50
圖 3-12(b) 輪廓度局部放大圖.....	51
圖 3-12(b) 輪廓度之誤差示意圖.....	52
圖 3-13 輪廓度之運動誤差曲線.....	52
圖 3-14 輪廓度之背隙曲線.....	53
圖 3-15(a) 製造擺線齒輪擺放中心誤差示意圖.....	54

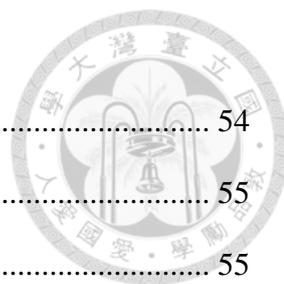


圖 3-15(b) 齒距累加誤差 .....	54
圖 3-16 齒距誤差和角度誤差轉換說明圖 .....	55
圖 3-17 周節誤差示意圖 .....	55
圖 3-18 齒距誤差產生之運動誤差曲線 .....	56
56	
圖 3-19 齒距誤差產生之背隙曲線 .....	56
圖 3-20 實際曲柄偏心率造成之運動誤差 .....	57
圖 3-21 實際曲柄偏心率造成之背隙 .....	57
圖 3-22 最大運動誤差對實際針齒半徑之曲線圖 .....	59
圖 3-23 最大背隙對實際針齒半徑之曲線圖 .....	59
圖 3-24 最大運動誤差對實際針齒位置之曲線圖 .....	60
圖 3-25 最大背隙對實際針齒位置之曲線圖 .....	61
圖 3-26 相鄰兩顆針齒位置度相對移動示意圖 .....	62
圖 3-27 運動誤差對第一類實際針齒位置度之曲線圖 .....	63
圖 3-28 背隙對第一類實際針齒位置度之曲線圖 .....	63
圖 3-29 運動誤差對第二類實際針齒位置度之曲線圖 .....	64
圖 3-30 背隙對第二類實際針齒位置度之曲線圖 .....	64
圖 3-31 運動誤差對第三類實際針齒位置度之曲線圖 .....	64
圖 3-32 背隙對第三類實際針齒位置度之曲線圖 .....	65
圖 3-33 運動誤差對第四類實際針齒位置度之曲線圖 .....	65
圖 3-34 背隙對第四類實際針齒位置度之曲線圖 .....	65
圖 3-35 運動誤差對擺線齒輪偏心率之曲線圖 .....	66
圖 3-36 運動誤差對擺線齒輪偏心率之靈敏度 .....	66
圖 3-37 背隙對擺線齒輪偏心率之曲線圖 .....	67

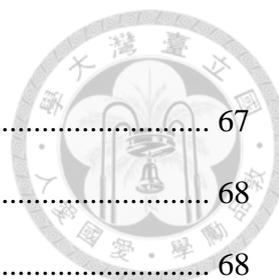


圖 3-38	背隙對擺線齒輪偏心量之靈敏度.....	67
圖 3-39	運動誤差對擺線齒輪最大累加齒距之曲線圖.....	68
圖 3-40	運動誤差對最大累加齒距之靈敏度.....	68
圖 3-41	背隙對擺線齒輪齒最大累加齒距之曲線圖.....	69
圖 3-42	背隙對最大累加齒距之靈敏度.....	69
圖 3-43	運動誤差對實際曲柄偏心之曲線圖.....	70
圖 3-44	運動誤差對實際曲柄偏心之靈敏度.....	70
圖 3-45	背隙對實際曲柄偏心之曲線圖.....	71
圖 3-46	背隙對實際曲柄偏心之靈敏度.....	71
圖 3-47	第一組參數 TCA vs TPDPM 比較圖.....	72
圖 3-48	第一組設計參數以 TCA 和 TPDPM 求出之運動誤差相差值 ..	72
圖 3-49	第二組參數 TCA vs TPDPM 比較圖.....	73
圖 3-50	第一組設計參數以 TCA 和 TPDPM 求出之運動誤差相差值 ..	73
圖 3-51	第三組參數 TCA vs TPDPM 比較圖.....	73
圖 3-52	第三組設計參數以 TCA 和 TPDPM 求出之運動誤差相差值 ..	74
圖 4-1	DIRECT algorithm iteration process.....	77
圖 4-2	基於可靠度之加工精度最佳化之 pseudo code.....	82
圖 4-3	第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈.....	88
圖 4-4	第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈	88
圖 4-5	第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈.....	89
圖 4-6	第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈..	89
圖 4-7	第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈.....	



佈 .....	89
圖 4-8 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背隙分佈..	90
圖 4-9 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈 .....	90
圖 4-10 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈 .....	91
圖 4-11 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈 .....	91
圖 4-12 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈	91
圖 4-13 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈 .....	92
圖 4-14 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背隙分佈	92
圖 4-15 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈 .....	93
圖 4-16 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈 .....	93
圖 4-17 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈 .....	93
圖 4-18 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈	94
圖 4-19 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈 .....	94
圖 4-20 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背分佈....	94
圖 4-21 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈 .....	95



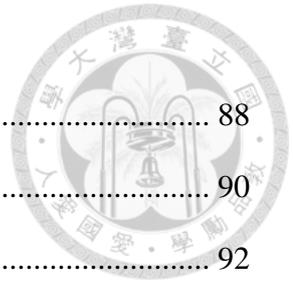
圖 4-22	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背 隙分佈 .....	95
圖 4-23	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動 誤差分佈 .....	96
圖 4-24	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙 分佈 .....	96
圖 4-25	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動 誤差分佈 .....	96
圖 4-26	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背隙 分佈 .....	97
圖 4-27	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運 動誤差分佈( $P_c = 0.13\%$ ).....	99
圖 4-28	第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背 隙分佈( $P_c = 0.13\%$ ).....	99
圖 A-1	一階擺線減速機之運動誤差及背隙計算程式流程圖 .....	111
圖 A-2	TPDPM 之運動誤差及背隙計算程式流程圖.....	112
圖 A-3	擺線齒輪最佳加工精度設計流程圖 .....	113



## 表目錄

表 2-1 擺線齒行創成之設計參數.....	13
表 2-2 設計參數.....	27
表 2-3 三組不同修形量之設計參數.....	38
表 2-4 TCA 與 TPDPM 時間 .....	40
表 2-5 TPDPM 中選擇一條和兩條逼近方向之時間 .....	40
表 3-1 實際針齒半徑(標準公差=0.006mm).....	42
表 3-2 實際針齒位置(標準公差= 0.011mm).....	44
表 3-3 位置度誤差半徑(mm).....	47
表 3-4 位置度誤差半徑角度(rad).....	47
表 3-5 實際針齒半徑的變化量.....	58
表 3-6 實際針齒位置的變化量.....	60
表 3-7 針齒位置度相對移動的變化量.....	63
表 3-8 實際擺線齒輪輪廓度的變化量.....	66
表 4-I 各公差帶之上下限(mm).....	81
表 4-1 第一類最佳化做法之修形量(mm).....	83
表 4-2 第一組固定修形量最佳化結果.....	83
表 4-3 第一組固定修形量之各變數公差帶(mm).....	84
表 4-4 第二組固定修形量最佳化結果.....	84
表 4-5 第二組固定修形量之各變數公差帶(mm).....	84
表 4-6 第三組固定修形量最佳化結果.....	85
表 4-7 第三組固定修形量之各變數公差帶(mm).....	85
表 4-8 第二類最佳化修形量結果.....	86
表 4-9 第二類最佳化修形量之各變數公差帶(mm).....	86

表 4-10	第一組固定修形量最佳化結果驗證.....	88
表 4-11	第二組固定修形量最佳化結果驗證.....	90
表 4-12	第三組固定修形量最佳化結果驗證.....	92
表 4-13	第二類最佳化修形量結果驗證.....	95
表 4-14	第二類最佳化修形量結果( $P_c = 0.13\%$ ).....	98
表 4-15	第二類最佳化修形量之各變數公差帶(mm) ( $P_c = 0.13\%$ ).....	98
表 4-16	第二類最佳化修形量結果驗證( $P_c = 0.13\%$ ).....	98
表 A-1	分析程式用途說明.....	110



## 符號說明



$A_A$  : 實際曲柄偏位量誤差

$A_{Rp}$  : 實際針齒位置

$D_A$  : 擺線齒輪輪廓度誤差

$dRp$  : 針齒位置修形

$dRrp$  : 針齒半徑修形

$E_t$  : 齒距誤差

$e$  : 偏心量

$f_0$  : 目標函數(設計參數之公差乘上權重值後之總和)

$L_{ij}$  : 自坐標系  $i$  轉換至坐標系  $j$  之旋轉矩陣

$Max\_cumulative\_pitch\_error$  : 最大累加齒距

$M_{ij}$  : 自坐標系  $i$  轉換至坐標系  $j$  之轉換矩陣

$N_{JBL}$  : 運動誤差失敗的總和

$N_{JKE}$  : 背隙失敗的總和

$N_s$  : 疊代總樣本數

$n$  : 齒形上法向量參數式子

$n_c$  : 擺線齒輪齒數

$n_p$  : 針齒齒數

$P_c$  : 可接受超過失敗的機率

$Pitch\_error$  : 齒距誤差

$r$  : 齒形參數式

$R_e$  : 實際針齒中心位置度誤差

$R_p$  : 針齒位置半徑

$R_{rp}$  : 針齒半徑



$S_c$  : 擺線齒輪坐標系

$S_f$  : 固定坐標系

$S_p$  : 針齒坐標系

TZ : 公差帶

$w_i$  : 第  $i$  個權重值

$z$  : 減速比

$\alpha$  : 針齒與擺線齒輪接觸點在針齒坐標系的角度位置參數

$\beta$  : 針齒在固定坐標系接觸點的角度

$\Delta\phi$  : 擺線齒輪減速機之運動誤差

$\theta_p$  : 角度誤差

$\mu$  : 平均值

$\sigma$  : 標準差

$\phi_1$  : 曲柄輸入角度

$\phi_2$  : 擺線齒輪減速機之輸出角度

$\phi_c$  : 擺線齒輪坐標系之轉角

$\phi_p$  : 針齒坐標系之轉角

$\phi_{TC}$  : 在擺線齒輪坐標系中擺線齒輪上接觸點的位置角度





# 第一章 緒論

## 1.1 前言

擺線齒輪減速機(Cycloidal Speed Reducer)為透過擺線齒輪達到減速的一種機構。它具有高減速比、高精密度，高負荷性、高傳動效率、低噪音等特性，所以在工業界會被應用在需要高精密度的機器上，如機器手臂，或是需要高精密度及高負荷性的自動化機器等。擺線齒輪相較於傳統的漸開線齒輪具有以下之優點：

1. 擺線齒輪與針齒的接觸為滾動接觸，理論上磨耗較少，因此具有高傳動效率，噪音較低，使用的壽命也因此較長。
2. 擺線齒輪在接觸時為多齒接觸，且擺線齒輪的齒根較厚，在高負荷性下，擺線齒輪所受的力會同時被多齒吸收，所以不易變形，可維持高精密度。
3. 擺線齒輪減速機可以在一定的體積內，達到更高減速比的功能，因為漸開線齒輪的設計必須考慮模數，所以體積時常較大。

然而擺線齒輪減速機在製造上，相較於傳統的漸開線齒需要較高的精密度。若加工精密度無法達到，則運轉時會有干涉之虞慮，進而造成磨耗增加，壽命減少。背隙及運動誤差也會因此增加，所以傳動的精密度也會受之影響。因此擺線齒輪減速機在加工方面的成本較傳統漸開線齒輪減速機來的高許多。

隨著自動化工業的發展，機器手臂及自動化機器的需求日漸增加，由於擺線齒輪減速機具有體積小，壽命長，精密度高等優點，使用的比例也逐漸增高。近年來，研究擺線齒型的文獻非常多，如何設計齒形及修形成為了重要目標，因為可影響到減速機之精度及承載性。也逐漸有研究探討加工時產生之誤差，會如何影響減速機的精密度及可靠度。



## 1.2 文獻回顧

擺線齒輪減速機已有數十年的發展歷史，起初為 L.K. Braren 於 1926 年提出了加工擺線齒輪的方法[1]與在 1928 年申請了傳統一階擺線齒輪的專利[2]。R. Braren (1975)[3]申請了另一種一階擺線齒輪減速機的專利。Blanche 與 Yang [4]利用了向量法產生擺線齒型參數式，並分析具修形的擺線齒輪所產生的運動誤差。Litvin 與 Feng [5]利用齒輪原理及齒輪嚙合原理，求得擺線齒型參數式，且求出在齒形上發生奇異點之條件。Lai [6]利用了坐標轉換及齒輪嚙合原理來產生擺線齒型參數式，且進而分析刀具的加工路徑。Shin 與 Kwon [7]利用擺線齒輪瞬心位置的概念及坐標轉換來獲得擺線齒輪的內外擺線輪廓，且算出擺線齒輪參數式中偏心量的限制。Chen [8]等人利用兩次坐標轉換及齒輪嚙合原理產生內擺線齒輪並提出雙接觸點概念以降低運動誤差，並以儀器做驗證。

在設計擺線齒輪齒形上，Fong 與 Tsay [9]以及 Hwang 與 Hsieh [10]計算出擺線齒輪齒形無過切之設計參數限制範圍。Ye 等人 [11]推導出擺線齒輪齒形發生無過切時齒形設計參數之極限值。Beard 等人[12]推導出設計參數對擺線齒輪齒形曲率半徑的影響。在製造擺線齒輪時，會有加工誤差，所以 Yang 與 Blanche[13]推導出擺線齒輪加工誤差和背隙間的關係，以向量法找出擺線齒輪瞬心位置，進而分析擺線齒輪減速機之減速比。Sensinger [14]討論會因加工誤差而產生改變的實際參數，並分析其傳動效率及應力分佈。

由於擺線齒輪減速機在運轉時，輸入曲柄的受力最大，最容易損壞，所以有精密製造廠商提出了行星齒輪系結合擺線齒輪的減速機專利[15]。將輸入設計改成三個輸入曲柄，可分擔原本之受力，且可透過結合行星齒輪和擺線齒輪獲得更高之減速比及輸出扭矩，其機構稱為 RV 減速機。如圖 1-1 所示。圖中編號 54 和編號 65 分別為太陽齒輪和行星齒輪，編號 22 為針齒，28、29 為擺線齒輪，編號 44 為曲柄。

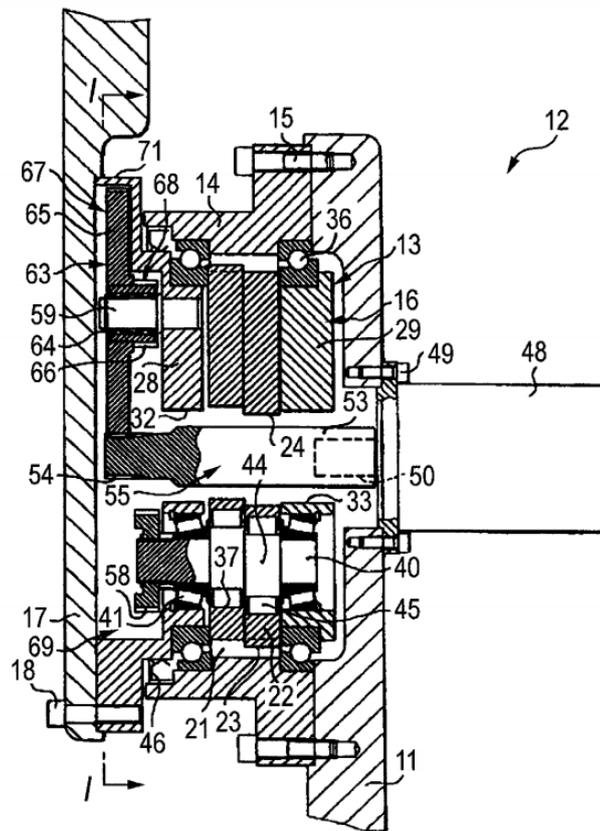


圖 1-1 RV 減速機[15]

除了將行星齒輪結合擺線齒輪，使用二階擺線齒輪亦可達到更高的減速比及輸出扭矩。Onvio 公司 [16]提出了將一、二階擺線齒輪固定的二階擺線齒輪減速機，如圖 1-2 所示。但此設計需加平衡塊，以平衡擺線齒輪運動時所產生之動力，所以亦有其他設計的二階擺線齒輪減速機。如 Blagojevic 等人[17]提出了新型的二階擺線齒輪減速機，使一、二階擺線齒輪有相對移動，如圖 1-3 所示，並以實驗驗證應力分析。邱卓群[18]提出一套擺線減速機的創新設計流程，對現有的擺線機構合成出新的機構，如圖 1-4 所示。不同於[15]，此機構不需如圖 1-3 中之連接桿 4，因此體積可較小。

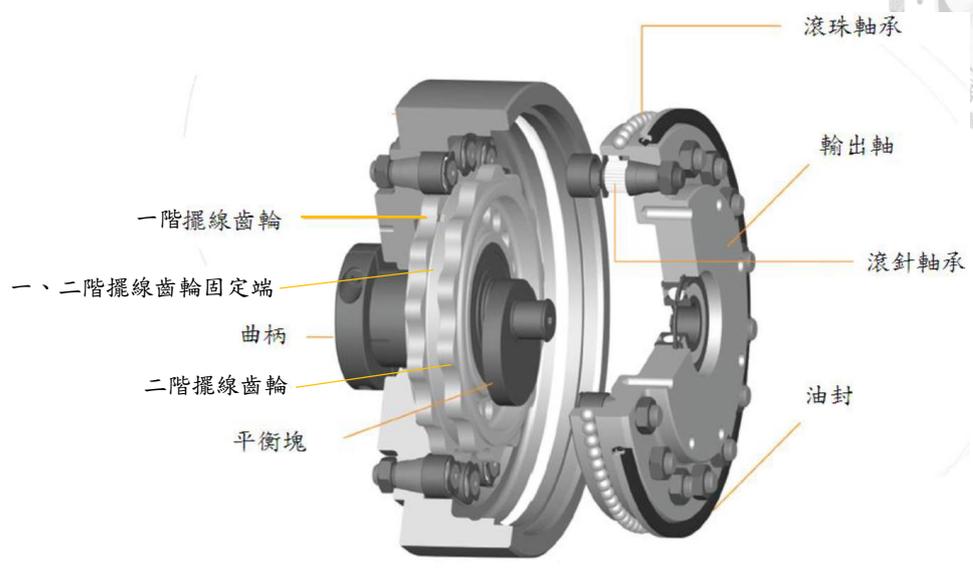


圖 1-2 Onvio [16]之二階擺線減速機

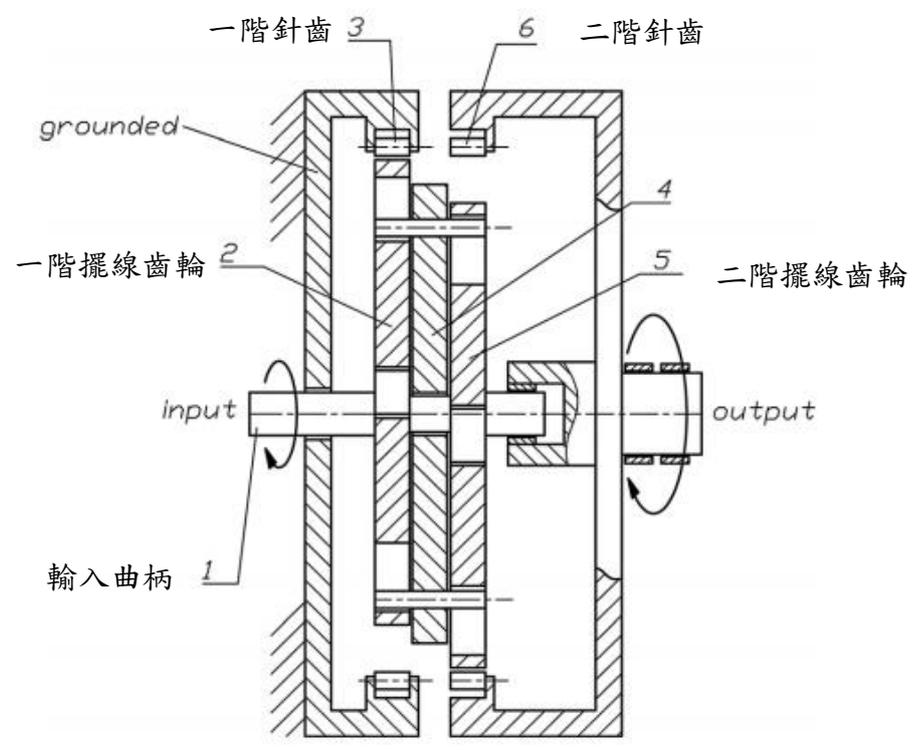


圖 1-3 Blagojevic 等人[17]提出之二階擺線減速機構

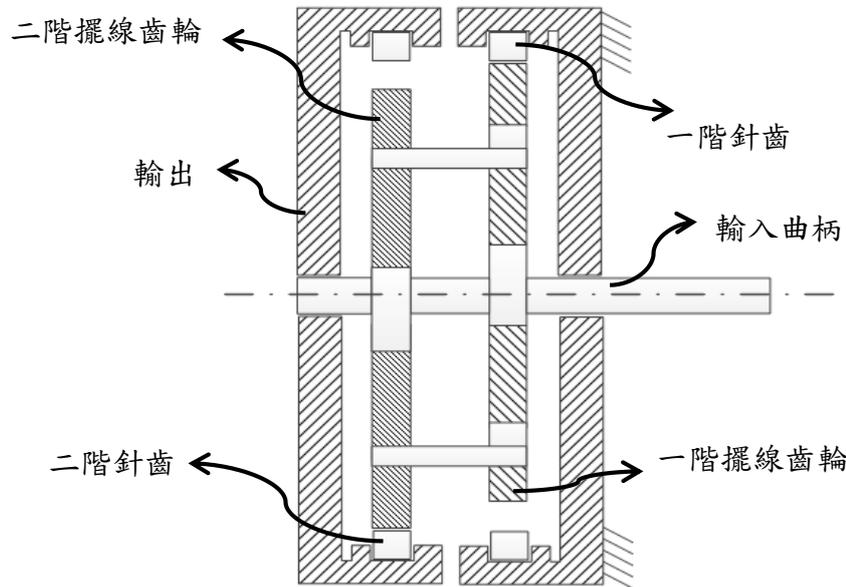


圖 1-4 邱卓群[18]所提出之二階擺線減速機構

擺線減速機的受力模式為多齒受力，且擺線齒輪的齒根較厚，所以相較漸開線齒輪，擺線齒能承載較大之負荷。Malhotra 與 Parameswaran [19]推導出擺線齒輪受力公式及傳動效率，並討論設計參數對接觸應力的影響。Gorla 等人[20]推導出擺線齒輪受力公式，並以實驗驗證傳動效率之理論值。Litvin 與 Fuentes [21]提出齒面接觸分析(Tooth Contact Analysis, TCA)理論，並計算運動誤差。林灣松[22]提出二階設計流程，利用齒面接觸計算運動誤差，並整理出修形量對二階減速機之運動誤差影響。修形後的擺線齒輪在理論上為單齒接觸，但在實際上會有針齒及擺線齒輪會有變形存在，所以還是可能為多齒接觸。因此鄭宇軒[23]利用齒面接觸分析推導出具修形擺線齒輪的背隙、運動誤差和減速機的受力，分析修形後，考慮變形之擺線齒輪的接觸情形，並對修形量做最佳化，而達到最低減速比誤差。高瑋璞[24]利用齒面接觸分析推導出二階擺線齒輪減速機之運動誤差，並建立二階擺線齒輪減速機之使用者介面，得以在不需了解其複雜理論而求得二階擺線齒輪減速機之運動誤差。最後對有加工誤差的針齒做可靠度分析。



### 1.3 研究動機與目的

由文獻回顧可以發現，之前的擺線減速機研究大部分皆是在除擺線外型之外，其他相關尺寸為理想尺寸下，探討固定修形之擺線齒型之運動誤差、背隙及受力。在實際狀況下，各個零件皆會因為加工精密度而產生誤差，而可能導致裝配上出現干涉，或是背隙過大，進而導致減速機在運轉時產生過多的振動或是磨耗，使減速機的壽命減短。雖也有研究約略估算出數個誤差對背隙的影響[14]，但與實際狀況的比較有待探討。

在計算擺線齒輪運動誤差及背隙方面，先前的方法皆為利用齒面接觸分析結果。但實際利用軟體運算上，耗費的時間較多，若需計算的組數或齒數增加，則此方法的成本會過高。

本研究將針對擺線齒輪減速機各個設計參數誤差對整機之運動誤差及背隙所造成的影響進行探討，提供在設計製造過程，應提高哪些零件的精密度等資訊。此外，本文亦提出新的齒面輪廓離散點法取代傳統的齒面接觸，使得計算運動誤差及背隙的時間減少。在製造擺線齒輪減速機時，會希望運動誤差及背隙在目標精度內的成本越低越好。假設加工成本反應在加工精度上，則加工精度越高／低，成本越高／低。所以最後將會以滿足目標運動誤差及背隙的最低加工成本為目標，以機率中的蒙地卡羅法作為可靠度方法，且考慮各零件的主要誤差，透過最佳化達到目標，並分析其可靠度且做驗證。



## 1.4 論文架構

本文分為五個章節，以下簡述各章的概要：

第一章緒論，介紹擺線齒輪減速機之歷史背景，及相關文獻，並說明本論文的研究動機及目的。

第二章擺線齒型創成與齒面接觸分析，介紹擺線齒輪齒形的創成及修形方法，並介紹 Litvin [21]的齒面接觸分析，以及利用該方法計算一階擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙。最後提出齒面輪廓離散點法，以及利用該方法計算一階擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙。並比較齒面接觸分析與齒面輪廓離散點法。

第三章靈敏度分析，分析零件的主要誤差，並做零件的主要誤差改變量對目標影響的趨勢分析及其靈敏度分析。且比較在考慮零件的主要誤差時，齒面接觸分析與齒面輪廓離散點法的差異。

第四章基於可靠度之加工精度最佳化分析，簡述可靠度方法及選定之最佳化方法。說明誤差的分佈，且分析基於可靠度之加工精度最佳之結果及說明流程。

第五章結論與未來方向，對本論文的研究結果做總結，並提出未來能改進或坐進一步探討的部分。

## 第二章 擺線齒形創成與齒面接觸分析



### 2.1 前言

本章介紹擺線齒形的創成方法、齒面接觸分析與齒面輪廓離散點法。擺線齒形創成的首要步驟為設定創成擺線齒輪所需的參數及坐標，再透過坐標轉換將齒形轉換至所需坐標系，最後利用齒輪原理和嚙合方程式來獲得擺線齒形參數式。另外，還會討論理論齒形和修形後齒形的差異及修形的組合。修形後的擺線齒輪和針齒之間會產生間隙，實際輸出不會和理論值相等，此時可利用齒面接觸分析來獲得擺線齒輪輸出的角度，進而獲得運動誤差及背隙。利用齒面接觸分析的結果相當精準，但是所耗費的時間相當久，當齒數增加或是分析的樣本增加，時間成本會增加相當多，所以本研究提出齒面輪廓離散點法(Tooth Profile Discrete Points Method, TPDPM)的分析方式，透過降低些許的精準度，而達到較快速的計算結果。

### 2.2 擺線齒形之創成

#### 2.2.1 坐標設定、參數設定與坐標轉換

在創成擺線齒形前，必須先建立擺線齒輪所需坐標系及參數設定。圖2-1為擺線齒形坐標系之示意圖， $S_f(X_f-O_f-Y_f)$ 為固定坐標系， $O_f$ 為其原點； $S_c(X_c-O_c-Y_c)$ 為擺線齒輪坐標系， $O_c$ 為其原點； $S_p(X_p-O_p-Y_p)$ 為針齒坐標系， $O_p$ 為其原點。 $O_c$ 與 $O_f$ 重合， $O_p$ 與 $O_f$ 相距一個曲柄偏心量 $e$ 。 $\phi_c$ 為 $S_c$ 之轉角， $\phi_p$ 為 $S_p$ 之轉角， $R_p$ 為針齒中心到 $O_p$ 之距離， $R_{rp}$ 為針齒半徑， $P$ 為針齒上與擺線齒輪接觸的一點， $\alpha$ 為 $P$ 點在針齒上的角度參數。

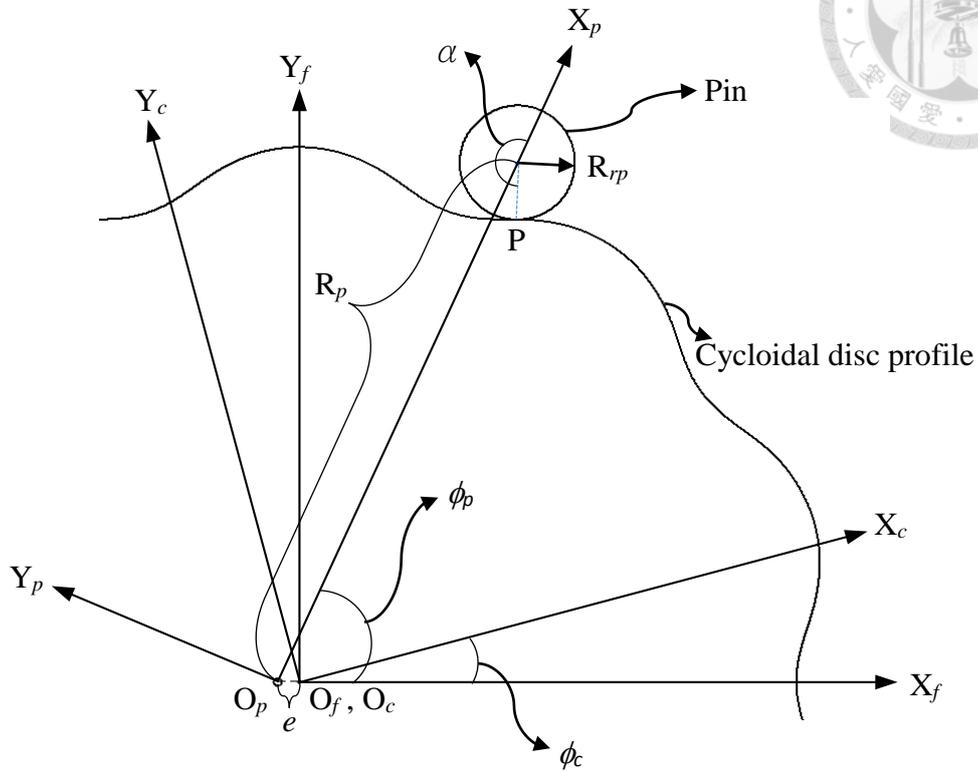
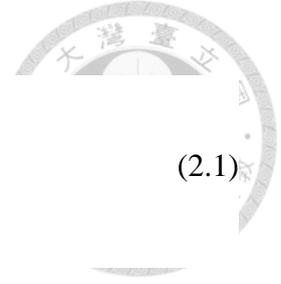


圖 2-1 創成坐標系設定

在創成擺線齒形過程中，可想像為站在擺線齒輪坐標系下看P點的運動軌跡，此時相較於 $S_c$ 會改變的只剩下 $\phi_p$ 及 $\alpha$ ， $\phi_p$ 和 $\alpha$ 可根據嚙合方程式推得有相對應關係，所以可由 $\phi_p$ 的變化可以獲得P點的路徑，而P點的路徑即為擺線齒形。P點可以經由轉換矩陣由針齒坐標系 $S_p$ 轉換至擺線齒輪坐標系 $S_c$ ，由於 $S_p$ 和 $S_c$ 坐標系的關係較為複雜，所以可以由固定坐標系的輔助，透過兩次的坐標轉換，將P點轉換至所需的坐標系下。首先，將P點經由 $M_{fp}$ 轉換矩陣由 $S_p$ 轉換至 $S_f$ ，再將P點經由 $M_{cf}$ 轉換矩陣由 $S_f$ 轉換至 $S_c$ ，而 $M_{fp}$ 和 $M_{cf}$ 轉換矩陣相乘即為所須的轉換矩陣，坐標轉換矩陣如式(2.1)~(2.3)所示，其中 $M_{ij}$ 表示自坐標系j轉換至坐標系i之轉換矩陣。



$$\mathbf{M}_{cf} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_c) & \sin(\phi_c) & 0 & 0 \\ -\sin(\phi_c) & \cos(\phi_c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{M}_{fp} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_p) & \sin(-\phi_p) & 0 & -e \\ \sin(\phi_p) & \cos(\phi_p) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{M}_{cp} = \mathbf{M}_{cf} \mathbf{M}_{fp} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_p - \phi_c) & -\sin(\phi_p - \phi_c) & 0 & -e \cos(\phi_c) \\ \sin(\phi_p - \phi_c) & \cos(\phi_p - \phi_c) & 0 & e \cos(\phi_c) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

擺線齒輪與針齒間有嚙合關係，可將擺線齒輪和針齒視為一對齒輪對，所以轉角和齒數有一定比例的關係。其轉角與齒數的關係是如式(2.4)所示，其中 $n_c$ 為擺線齒輪齒數， $n_p$ 為針齒齒數。本研究採用一齒差設計，亦即 $n_p = n_c + 1$ 。將式(2.4)之 $\phi_c$ 換成以 $\phi_p$ 表示，再帶入式(2.3)中，可獲得以 $\phi_p$ 表示之轉換矩陣，如式(2.5)所示。

$$\phi_c \cdot n_c = \phi_p \cdot n_p \quad (2.4)$$

$$\mathbf{M}_{cp} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) & \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) & 0 & -e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -\sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) & \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) & 0 & e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$



P點在針齒坐標系下可以表示成式(2.6)。將之乘以轉換矩陣 $\mathbf{M}_{cp}$ 可獲得在擺線齒輪坐標系下 $S_c$ 的P點的參數式，如式(2.7)所示。在式(2.7)中， $R_p$ 、 $R_{rp}$ 、 $n_c$ 、 $n_p$ 和 $e$ 為已知的設計參數， $\phi$ 和 $\alpha$ 為有相對應關係的輸入參數，所以P點在擺線齒輪坐標系 $S_c$ 下的參數式由 $\phi$ 所決定。

$$\mathbf{r}_p = \begin{bmatrix} R_p + R_{rp} \cos(\alpha) \\ R_{rp} \sin(\alpha) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{M}_{cp} \mathbf{r}_p = \begin{bmatrix} R_p \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) - e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -R_p \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

## 2.2.2 齒輪嚙合方程式

當齒輪對嚙合時，齒面接觸點會滿足嚙合方程式，即齒面接觸點的相對移動速度與接觸點的公法線會互相垂直。接觸點上的公法線向量可由針齒的切線方向與垂直該平面的單位向量外積而得，即為擺線齒型包絡線的法線向量；而齒面接觸點相對移動速度的方向和擺線齒型包絡線的切線方向相同，所以將包絡線的法線向量和切線向量內積結果會等於零。嚙合方程式如式(2.8)所示，其中 $\mathbf{k}$ 為垂直XY平面的單位向量，包絡線的法向量如式(2.9)，而包絡線的切線向量如式(2.10)，在計算時只須取參數式的xyz項即可。



$$\left(\frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \alpha} \times \mathbf{k}\right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \mathbf{r}_p} = 0 \quad (2.8)$$

$$\mathbf{n}_c = \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \alpha} \times \mathbf{k} = \begin{bmatrix} R_{rp} \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) \\ R_{rp} \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \phi_p} = \begin{bmatrix} -\frac{R_p}{n_c} \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + \frac{R_{rp}}{n_c} \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \frac{n_p}{n_c} \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -\frac{R_p}{n_c} \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) - \frac{R_{rp}}{n_c} \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \frac{n_p}{n_c} \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

將式(2.9)與式(2.10)帶入啮合方程式(2.8)中後，經過整理後可得式(2.11)。將 $\alpha$ 和 $\phi_p$ 分離後，根據式(2.12)中的sin與cos函數值的正負值，可解出為一的 $\alpha$ ，此 $\alpha$ 值即為針齒運動軌跡之P點角度參數。

$$-\frac{R_p R_{rp}}{n_c} \sin(\alpha) + R_{rp} e \frac{n_p}{n_c} \sin(\alpha + \phi_p) = 0 \quad (2.11)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right] = \tan^{-1} \left[ \frac{-\sin(\phi_p)}{\cos(\phi_p) - (R_p / n_p e)} \right] \quad (2.12)$$

再將 $\alpha$ 帶回式(2.7)中，可以得到只剩 $\phi_p$ 的參數式，如式(2.13)所示。此時只需完整地輸入 $\phi_p$ ，即可得到擺線齒形。本擺線齒輪設計參數以文獻[21]為參考，如表2-1所示。圖2-2為依照擺線齒輪創成方法所產生的標準擺線齒形。



$$\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} R_p \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) - e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -R_p \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

表2-1 擺線齒行創成之設計參數

$n_c$	$n_p$	$R_p$	$R_{rp}$	$e$
10	11	30(mm)	3(mm)	1.1(mm)

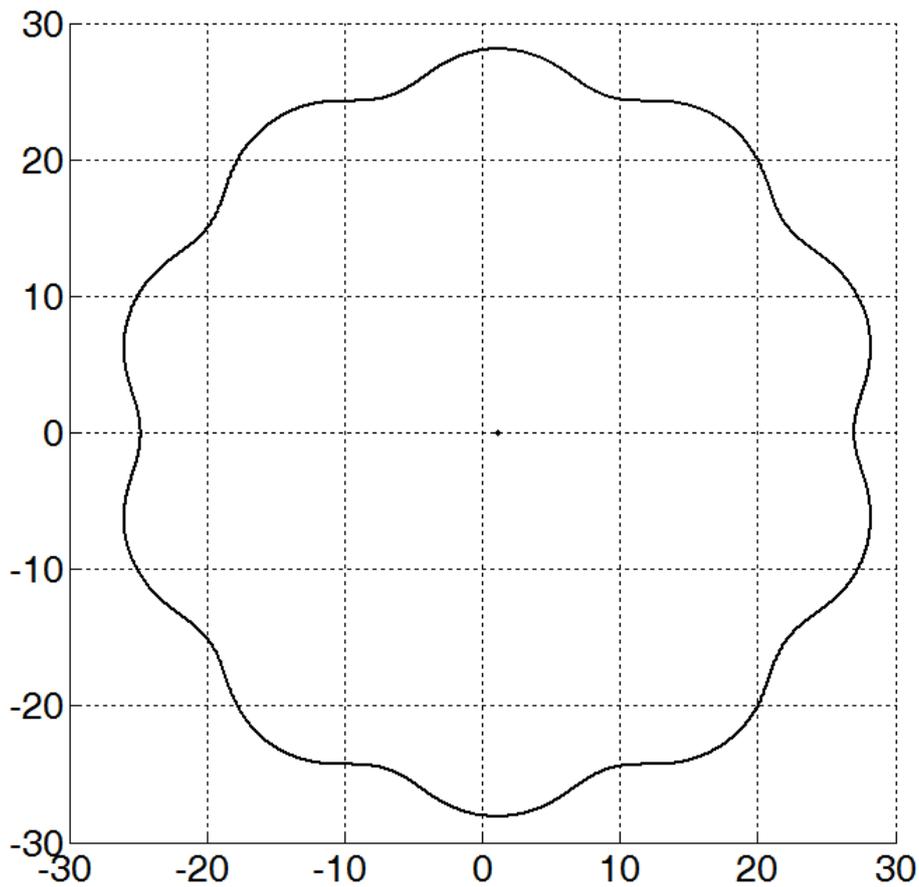


圖 2-2 創成的擺線齒型



## 2.3 擺線齒形之修形

在製造擺線齒輪減速機的過程中，各個零件都會有其製造公差及誤差，在裝配時，只要有零件不滿足理論值，即會產生干涉。又因為在製造零件時，針齒的位置誤差及半徑誤差相較於擺線齒輪誤差好控制，所以會針對擺線齒輪上做修形，使擺線齒輪較理論值來的小，而達到所有的擺線齒輪製造出來皆可裝配。

本小節將介紹擺線齒輪的修形方式。在擺線齒輪參數式(式(2.13))裡，有 $n_p$ 、 $n_c$ 、 $R_p$ 、 $R_{rp}$ 與 $e$ 之設計參數， $n_p$ 和 $n_c$ 在設計初期減速比決定後，則不能再更動，所以共有 $R_p$ 、 $R_{rp}$ 與 $e$ 可以當作擺線齒輪修形的根據，透過三種參數的配合，可以達到不同的修形效果。

### 2.3.1 針齒半徑修形

針齒半徑修形是在擺線齒輪參數式(式(2.13))中的 $R_{rp}$ 中，加入一個修形量 $dR_{rp}$ ，所得到的擺線齒輪修形參數式如式(2.14)所示。

$$\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} R_p \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + (R_{rp} + dR_{rp}) \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) - e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -R_p \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + (R_{rp} + dR_{rp}) \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\text{其中 } \alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{-\sin(\phi_p)}{\cos(\phi_p) - (R_p / n_p e)} \right]$$

若將 $dR_{rp}$ 代正值，此修形方法稱之為正針齒半徑修形，則修形出來的擺線齒形會比理論值來的小，所以會產生間隙；若將 $dR_{rp}$ 代負值，此修形方法稱之為負針齒半徑修形，則修形出來的擺線齒形會比理論值來的大，會產生干涉。



### 2.3.2 針齒位置修形

針齒位置修形是在擺線齒輪參數式(式(2.13))中的  $R_p$  中，加入一個修形量  $dR_p$ ，所得到的擺線齒輪修形參數式如式(2.15)所示。

$$\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} (R_p + dR_p) \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) - e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -(R_p + dR_p) \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\text{其中 } \alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{-\sin(\phi_p)}{\cos(\phi_p) - ((R_p + dR_p) / n_p e)} \right]$$

若將  $dR_p$  代正值，此修形方法稱之為正針齒位置修形，則修形出來的擺線齒形會比理論值來的大，所以會產生干涉；若將  $dR_p$  代負值，此修形方法稱之為負針齒位置修形，則修形出來的擺線齒形會比理論值來的小，所以會產生間隙。

### 2.3.3 偏心率修形

偏心率修形是在擺線齒輪參數式(式(2.13))中的  $e$  中，加入一個修形量  $de$ ，所得到的擺線齒輪修形參數式如式(2.16)所示。

$$\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} R_p \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) - (e + de) \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -R_p \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + R_{rp} \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + (e + de) \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\text{其中 } \alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{-\sin(\phi_p)}{\cos(\phi_p) - (R_p / n_p (e + de))} \right]$$

若將  $de$  代正值，此修形方法稱之為正偏心率修形，則修形出來的擺線齒形



會有些部分會較突出，所以會產生干涉；若將  $d_e$  代負值，此修形方法稱之為負偏心率修形，則修形出來的擺線齒形亦會有些部分較突出，所以亦會產生干涉。若搭配其他的修形量，可以將擺線齒形調整到沒有干涉，但較不容易達成，所以在此不考慮此修形方法。偏心率對輪廓的影響如圖 2-3， $d_e = 0$  mm 表示未修形，其放大圖則顯示於圖 2-4 及 2-5。圖 2-4 說明了在  $d_e = -0.2$  mm 的情況下，擺線齒輪會和第一顆針齒干涉，但  $d_e = 0.2$  mm 時，擺線齒輪則未干涉。圖 2-5 說明了在  $d_e = 0.2$  mm 的情況下，擺線齒輪會和第三顆針齒干涉，但  $d_e = -0.2$  mm 時，擺線齒輪未干涉。

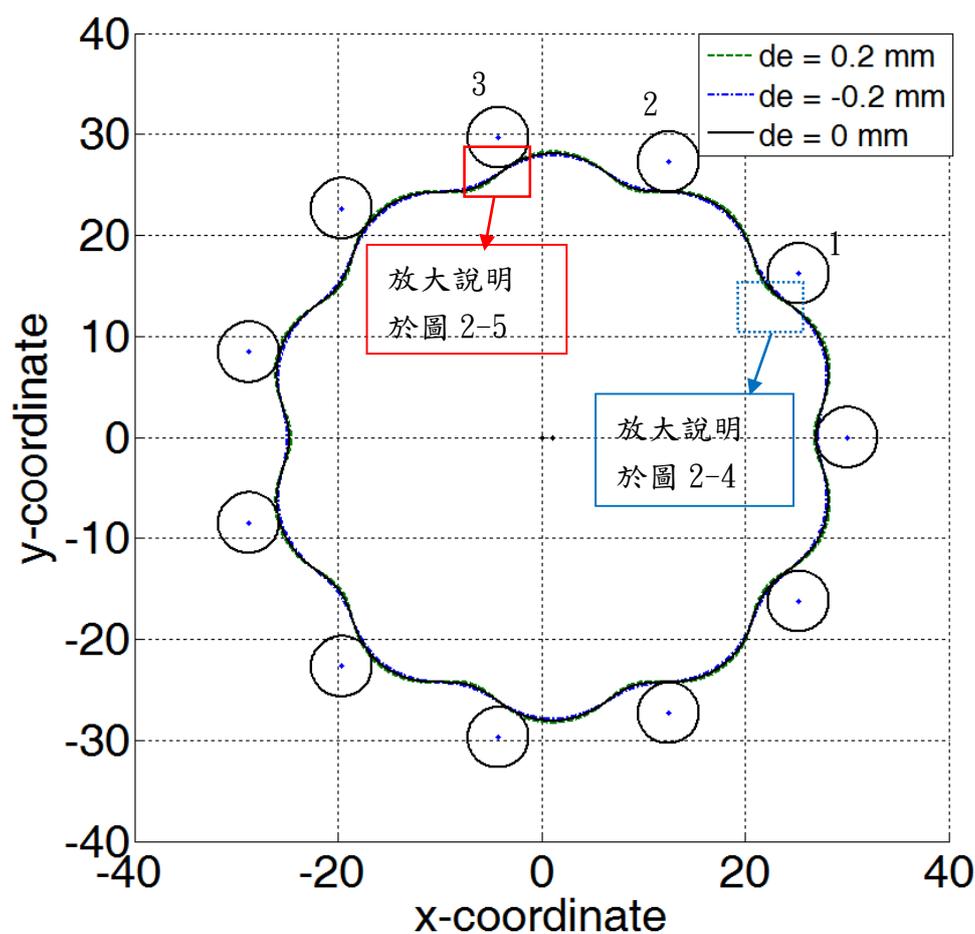


圖 2-3 偏心率對擺線輪廓之影響

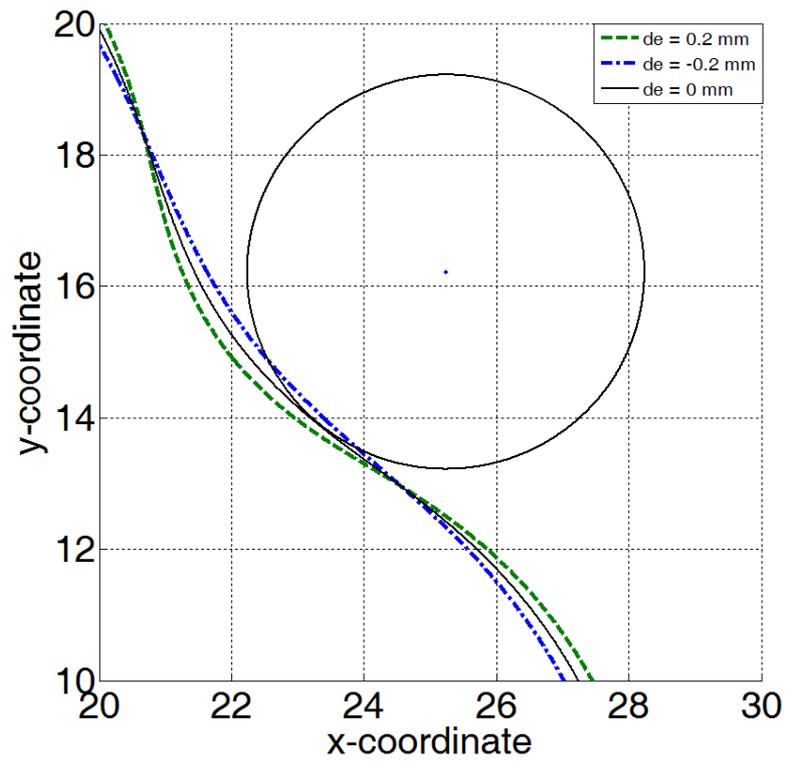


圖 2-4 第一類針齒的干涉判斷

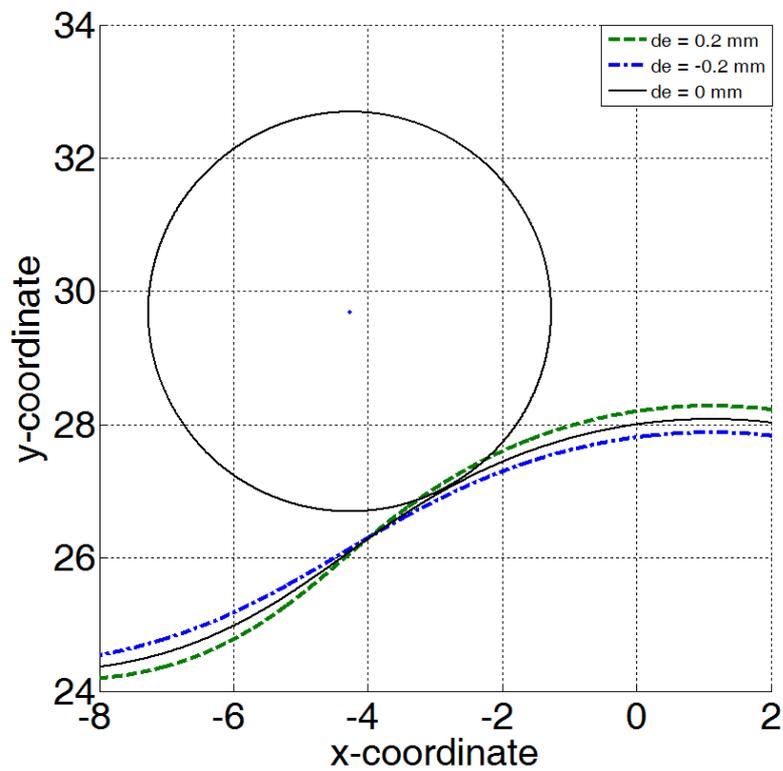


圖 2-5 第三類針齒的干涉判斷



### 2.3.4 針齒半徑修形與針齒位置修形之組合

單純對針齒半徑或針齒位置做修形，不僅會影響齒形的大小，亦會影響齒形外形的比例。所以會以針齒半徑和針齒位置修形互相搭配，來達到調整擺線齒輪齒形大小及齒形外形比例的效果。修形的組合可以分為三種：(1)正的針齒半徑修形( $dR_{rp}>0$ )與正的針齒位置修形( $dR_p>0$ )；(2) 正的針齒半徑修形( $dR_{rp}>0$ )與負的針齒位置修形( $dR_p<0$ )；(3) 負的針齒半徑修形( $dR_{rp}<0$ )與負的針齒位置修形( $dR_p<0$ )。負的針齒半徑修形( $dR_{rp}<0$ )與正的針齒位置修形( $dR_p>0$ )無法使擺線齒輪的齒形比理論值來的小，必定產生干涉，所以在此不使用此方法。

正針齒半徑修形( $dR_{rp}>0$ )會使齒形變小，正針齒位置修形( $dR_p>0$ )會使齒形變大，但在相同修形量下， $dR_{rp}$ 的影響較大，可看出修形後的齒形比理論齒形來的小，如圖 2-6 所示。

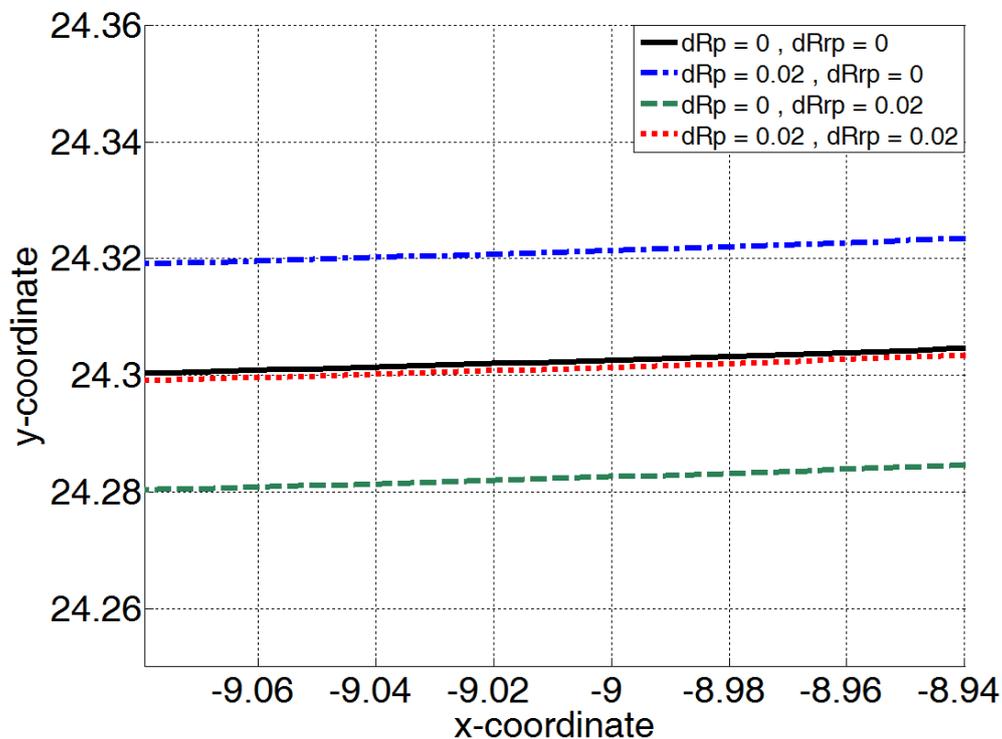
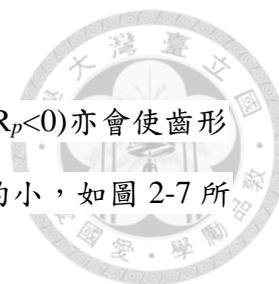


圖 2-6 正針齒半徑修形、正針齒位置修形和兩者組合修形比較



正針齒半徑修形( $dR_{rp}>0$ )會使齒形變小，負針齒位置修形( $dR_p<0$ )亦會使齒形變小，所以在相同修形量下，修形後的齒形必定比理論齒形來的小，如圖 2-7 所示。

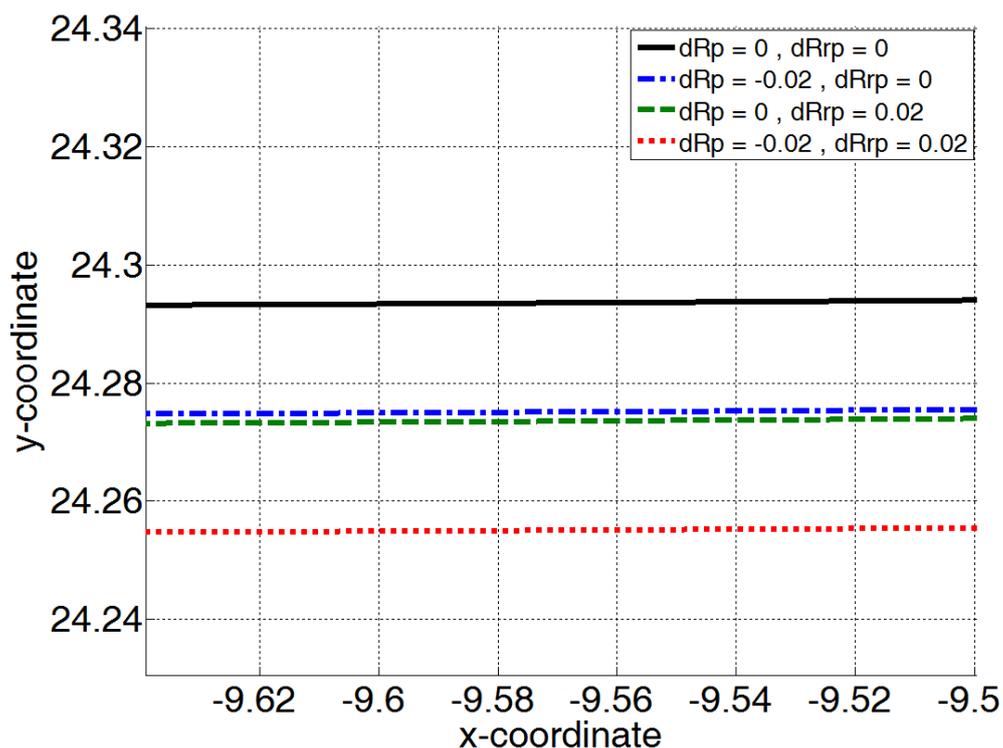


圖 2-7 正針齒半徑修形、負針齒位置修形和兩者組合修形比較

負針齒半徑修形( $dR_{rp}<0$ )會使齒形變大，負針齒位置修形( $dR_p<0$ )會使齒形變小，但在相同修形量下， $dR_{rp}$ 的影響較大，可看出修形後的齒形比理論值來的大，如圖 2-8 所示。

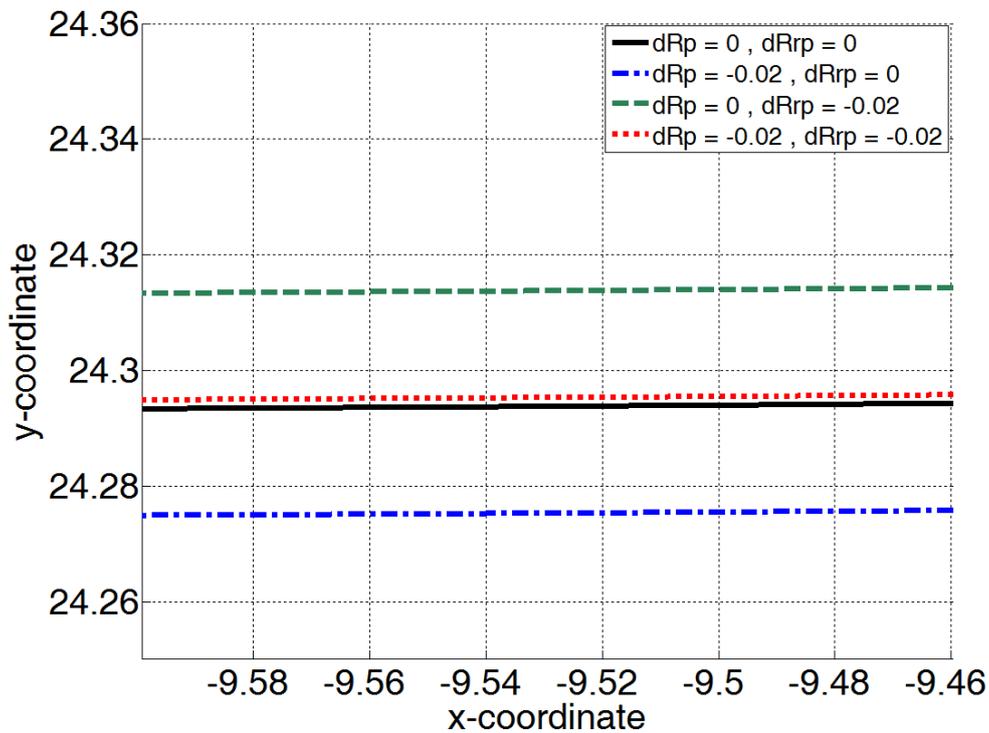


圖 2-8 負針齒半徑修形、負針齒位置修形和兩者組合修形比較

## 2.4 齒面接觸分析

### 2.4.1 一階擺線減速機之坐標與參數設定

修形過後的擺線齒輪需透過齒面接觸分析(Tooth Contact Analysis, TCA)來得到實際接觸點的位置和輸出角度。TCA 的步驟如下，首先，必須建立組裝坐標系，如圖 2-9 所示，其中  $S_c$  為擺線齒輪坐標系， $S_p$  為針齒坐標系， $S_f$  為固定坐標系，且  $S_p$  與  $S_f$  重合。再來是設定參數， $\phi_1$  為曲柄輸入角度， $\phi_2$  為擺線齒輪輸出的轉角， $\phi_{rc}$  為擺線齒輪在固定坐標系中針齒接觸點的角度， $\beta$  為針齒在固定坐標系接觸點的角度。

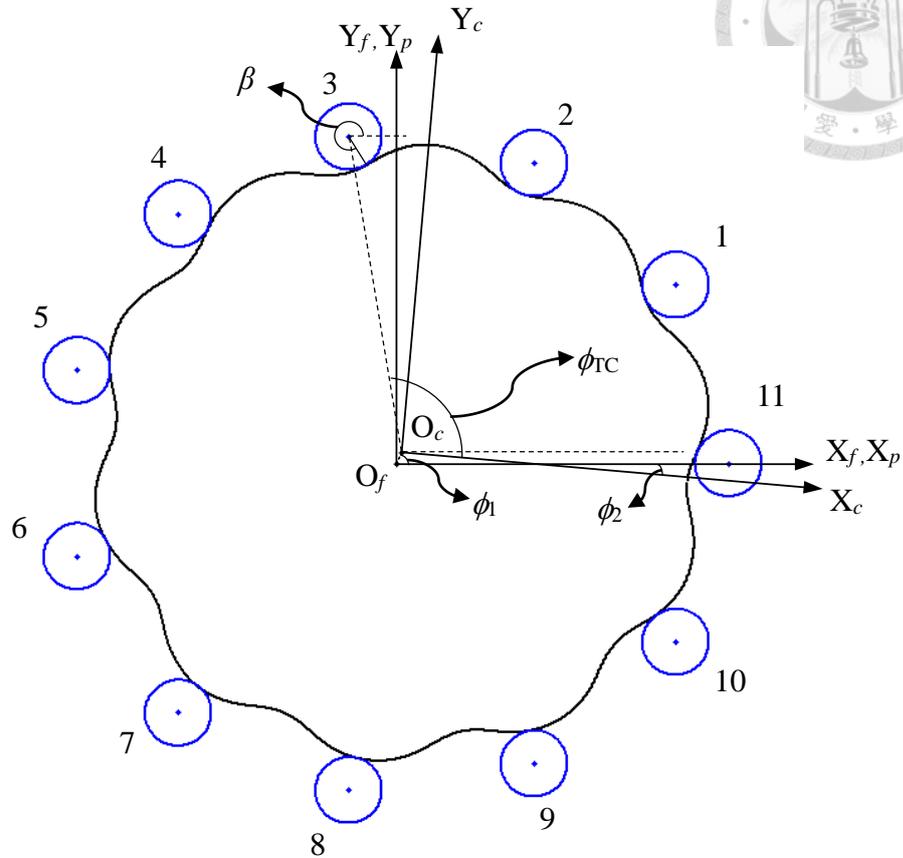


圖 2-9 TCA 坐標設定

## 2.4.2 TCA 方程式推導與計算

計算 TCA 時，需把擺線齒輪上的輪廓參數式轉換至固定坐標系下，讓針齒參數式和擺線齒輪參數式在同一個坐標系下求解。式(2.17)為從坐標  $S_c$  轉換到  $S_f$  的轉換矩陣。

$$\mathbf{M1}_{fc} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_2) & \sin(\phi_2) & 0 & e\cos(\phi_1) \\ -\sin(\phi_2) & \cos(\phi_2) & 0 & e\sin(\phi_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

要滿足齒面接觸的條件為：(1)兩個齒面接觸點坐標在同一坐標系下必須相等



(2)兩個齒面接觸點的法向量在同一坐標系下必須相等。具修形擺線齒形參數式  $\mathbf{r}_c$ ，如式(2.18)所示。針齒的參數式  $\mathbf{r}_p$ ，如式(2.19)所示，其中  $i$  為針齒的編號，如圖 2-9 所示， $A_p$  為兩顆針齒之夾角，為  $2\pi/n_p$ 。

$$\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} (R_p + dR_p) \cos\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + (R_{rp} + dR_{rp}) \cos\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) - e \cos\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ -(R_p + dR_p) \sin\left(\frac{\phi_p}{n_c}\right) + (R_{rp} + dR_{rp}) \sin\left(\alpha - \frac{\phi_p}{n_c}\right) + e \sin\left(\frac{\phi_p n_p}{n_c}\right) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.18.a)$$

$$\text{其中 } \alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{-\sin(\phi_p)}{\cos(\phi_p) - ((R_p + dR_p) / n_p e)} \right] \quad (2.18.b)$$

$$\mathbf{r}_p = \begin{bmatrix} R_p \cos(iA_p) + R_{rp} \cos(\beta) \\ R_p \sin(iA_p) + R_{rp} \sin(\beta) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

其次，計算藉由  $\mathbf{M}\mathbf{1}_{fc}$ ，將輪廓坐標轉換到固定坐標系下的參數式，如式(2.20)所示。擺線齒輪輪廓的單位法向量  $\mathbf{n}_c$  和針齒的單位法向量  $\mathbf{n}_p$  如式(2.21)所示。再將擺線齒輪的單位法向量利用轉換矩陣  $\mathbf{L}_{fc}$  轉至固定坐標系，如式(2.22)所示，其中  $\mathbf{L}_{fc}$  為  $\mathbf{M}\mathbf{1}_{fc}$  之左上方中的  $3 \times 3$  旋轉矩陣。針齒參數式的坐標系本身就在固定坐標系下，所以針齒的單位法向量不須經由轉換。

$$\mathbf{g}_c = \mathbf{M}\mathbf{1}_{fc} \mathbf{r}_c \quad (2.20)$$

$$\mathbf{n}_c = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \alpha} \times \mathbf{k}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \alpha} \times \mathbf{k} \right|} \quad \text{及} \quad \mathbf{n}_p = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial \beta} \times \mathbf{k}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial \beta} \times \mathbf{k} \right|} \quad (2.21)$$



$$\mathbf{g}_{n_c} = \mathbf{L}_{fc} n_c \quad (2.22)$$

求得  $\mathbf{g}_{n_c}$  後再將(2.22)式中的  $\alpha$  以(2.18.b)替換，且由於  $\phi_{TC}$  等於  $\phi_p - \phi_c$ ，所以以  $\phi_{TC}$  替換式中的  $(\phi_p/n_c)$ ，再由齒面接觸的條件可列出式(2.23)和式(2.24)。

$$\mathbf{r}_p(\beta) = \mathbf{g}_{r_c}(\phi_1, \phi_2, \phi_{TC}) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{n}_p(\beta) = \mathbf{g}_{n_c}(\phi_1, \phi_2, \phi_{TC}) \quad (2.24)$$

式(2.23)和式(2.24)中，參數  $n_p$ 、 $n_c$ 、 $R_p$ 、 $R_{rp}$  與  $e$  為已知；變數為  $\phi_1$ 、 $\phi_2$ 、 $\phi_{TC}$  及  $\beta$ ，又  $\phi_1$  為已知輸入，所以有三個未知。由 TCA 方程式中的物理意義中可得知，式(2.23)為解位置的方程式，所以可列出 x 方向和 y 方向兩條獨立的方程式；式(2.24)為解法向量的方程式，可列出 x 方向和 y 方向的兩條方程式，但是在解法向量時，由於在此為單位法向量，所以兩條所代表的意義相同，兩條方程式相依，最後式(2.24)只剩一條方程式。故此一問題具有三個未知變數，三條方程式，利用非線性解法，可算出未知變數。

## 2.5 運動誤差分析

理論的擺線齒輪的輸出角為輸入角度除以減速比  $z$ ，會是一個線性的關係；但實際上，為了組裝擺線齒輪，必須在擺線齒輪上做修形，所得到的輸出就不是原本的理論值。實際的輸出角可由前一節的 TCA 分析所獲得，即為求解後的  $\phi_2$ 。擺線齒輪減速器的應用，常以運動誤差作為對精度的要求，其值為實際輸出和理論值的差值，如式(2.25)所示。由於當擺線齒輪在運轉時，會先將擺線齒輪轉至和針齒接觸，將起始間隙消除，所以會將運動誤差平移一個角度，再計算其中最大值和最小值的差距，此值稱為最大運動誤差。



$$\Delta\phi_2 = \phi_2 - \phi_1/z \quad (2.25)$$

本研究利用 MATLAB 來計算 TCA，進而算出運動誤差，其流程(pseudo code)如圖 2-10 所示。

Main Kinematic Error

Set the design parameters of the cycloidal reducer

Set the angle step of the input crank and the total input range

**for** input = 1 : desired degree **do**

**for** 1 : total pin number **do**

**if** the pin is on the contact half side **then**

            (1) set initial guess of the three unknown variables  $\phi_2$ 、 $\phi_{TC}$  and  $\beta$

            (2) solve unknowns with three equations as described in Eqs. (2.23) and

                (2.24)

            (3) save the answer

**end if**

**end for**

**end for**

Calculate kinematic error by Eq.(2.25)

圖 2-10 利用 TCA 計算運動誤差之 pseudo code

### 2.5.1 輸出角度及運動誤差計算

由 TCA 分析後，可以得出三條聯立方程式，但由於聯立方程式為非線性，所以必須透過 MATLAB 中解非線性的工具求解。在計算輸出角度時，輸入為從零度開始每一次增加一度，輸出的起始猜測值為在零度時為理論值。若猜測值距



離實際輸出值較遠，則必須經過較多次的疊代才能得到答案，甚至可能無解。至於在零度後的起始猜測值可以設為前一次輸出值，如此可以將猜測值接近於實際輸出值，可以節省計算的時間。

未修形擺線減速機在運轉時，理論上只會有半邊受力[19]，在計算 TCA 時，受力邊即為接觸邊，所以之後以受力半邊表示接觸邊。而修形後的擺線齒輪，只是外形縮小，所以受力半邊應該會和理論值相同。由擺線齒輪的幾何，可以得知受力只會在以  $O_f O_c$  (自  $O_f$  至  $O_c$ ) 為基準線的其中半邊，在此以 0-180 度和 180-360 度表示，而負載的方向決定了受力的半邊。在圖 2-11 中，設輸入(曲柄)是逆時針方向運動，輸出(擺線齒輪)為順時針方向。若負載方向和輸出方向相反，則受力半邊會在圖中的 0-180 度側。

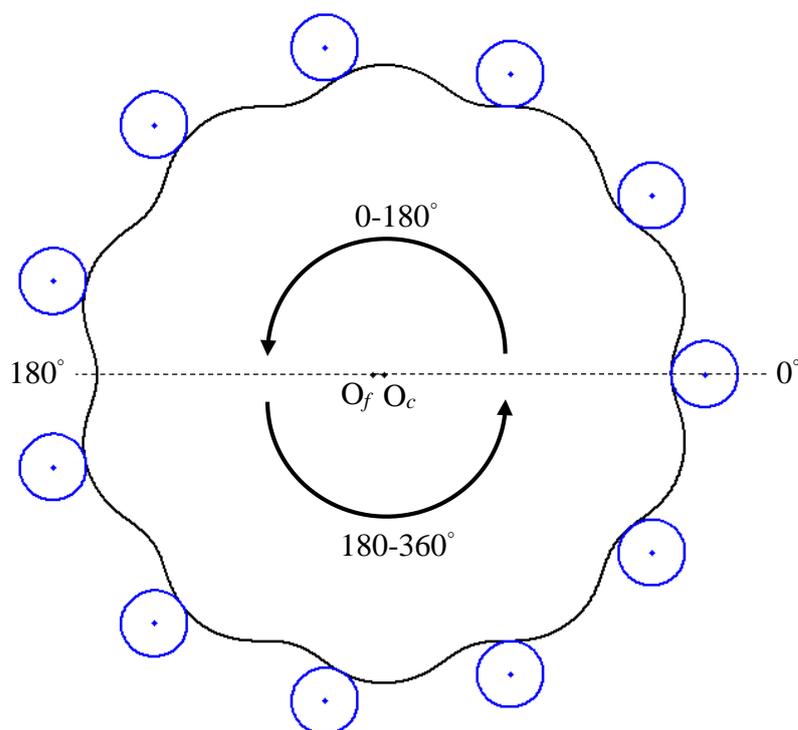


圖 2-11 受力半邊示意圖



修形後的擺線齒輪，由於輪廓些微的改變，所以只會和受力半邊中的其中一顆針齒做接觸。擺線減速機的運動方式為，由曲柄的轉動帶動擺線齒輪，而當擺線齒輪與針齒產生接觸時，針齒會給予擺線齒輪一個順時針方向的力矩，而使擺線齒輪做順時針的轉動。

反之，若要計算順時針輸入時，輸出(擺線齒輪)為逆時針方向，負載方向和輸出方向相同，所以受力半邊會在圖中的下半面，以 180-360 度表示，如圖 2-11 所示。

將運動誤差算出後，可以觀察到，運動誤差是由周期性的波形所組成。而最後的運動誤差須將各個角度下的運動誤差減去零度時的運動誤差，即表示擺線齒輪接觸後的運動誤差，如圖 2-12 所示，擺線齒輪的設計參數如表 2-2 所示。當擺線齒輪的修形量決定後，設定擺線減速機的其他值為理論值，則運動誤差只需要計算擺線齒輪一齒的完整接觸，即可推出輸入完整轉一圈的運動誤差，此方法可減少重複的計算。但此方法僅限於修形的擺線齒輪搭配理論尺寸的其他減速機配件。若針齒或擺線齒輪有其他的誤差，則須將輸入完整的計算完一圈，才可得知全部的運動誤差。以 TCA 計算的結果以繪圖軟體 SolidWorks 驗證，得知誤差甚小，所以在此判斷程式無誤。

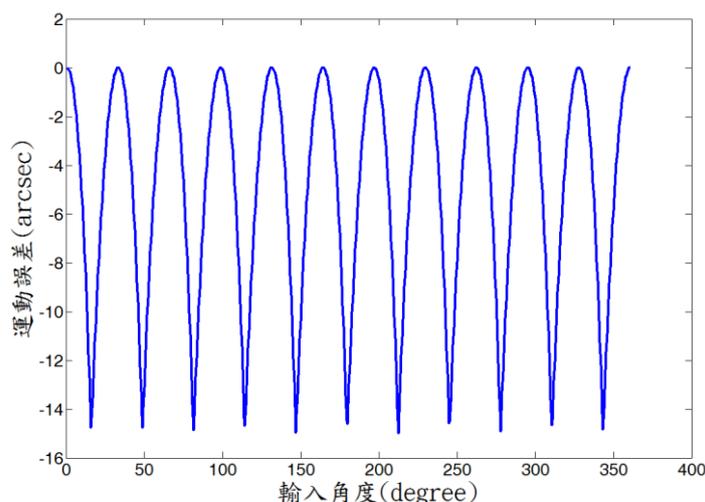


圖 2-12 運動誤差曲線



表2-2 設計參數

$n_c$	$n_p$	$R_p$	$R_{rp}$	$e$	$dR_p$	$dR_{rp}$
10	11	30mm	3mm	1.1mm	0.01mm	0.03mm

## 2.5.2 背隙計算

擺線齒輪除了運動誤差之外，還有另一個表現誤差的重要資訊，該誤差稱為背隙(backlash)。而背隙的物理意義為在修形後的擺線齒輪，擺線齒輪和針齒間會產生間隙，使得在該輸入角度下可以有些為轉動的間隙，如圖 2-13 所示。而擺線齒輪在該輸入角度所能轉動的總間隙在此稱為背隙。背隙由落後角(lag angle)及領先角(lead angle)所組成[11]。落後角的定義為當輸入在固定轉速之下，擺線齒輪實際的輸出和理論值的相差值。當輸入停止後，擺線齒輪會有一個慣性，此慣性會帶動擺線齒輪使之轉動到和另一半邊真齒接觸才停止，此時擺線盤的實際輸出角和理論值的相差稱為領先角，如圖 2-14 所示。此背隙重要的原因在於當輸入停止時，輸出會有慣性的存在，會使的轉角不會即時的變換轉向，而是擺線齒輪會先轉了一個角度之後才會與針齒再度接觸，這影響了擺線齒輪精度的表現。圖 2-15 為背隙曲線示意圖。

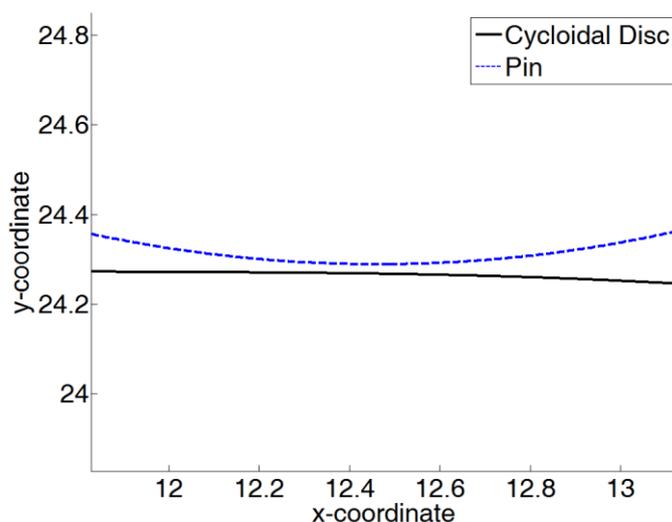


圖 2-13 間隙示意圖

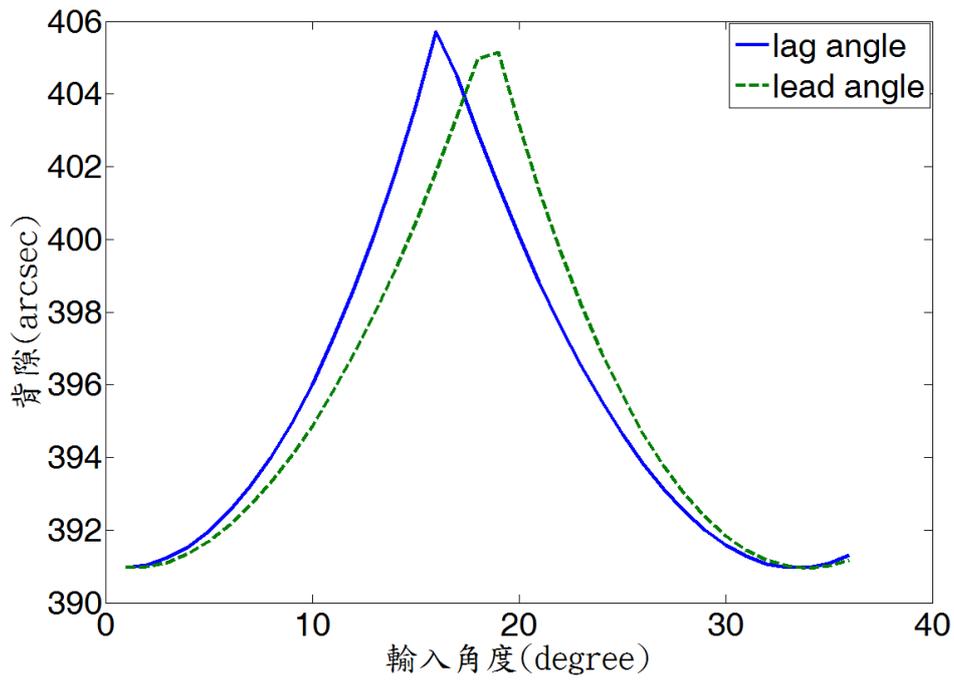
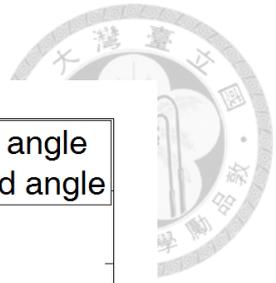


圖 2-14 由 TCA 求出之落後角與領先角

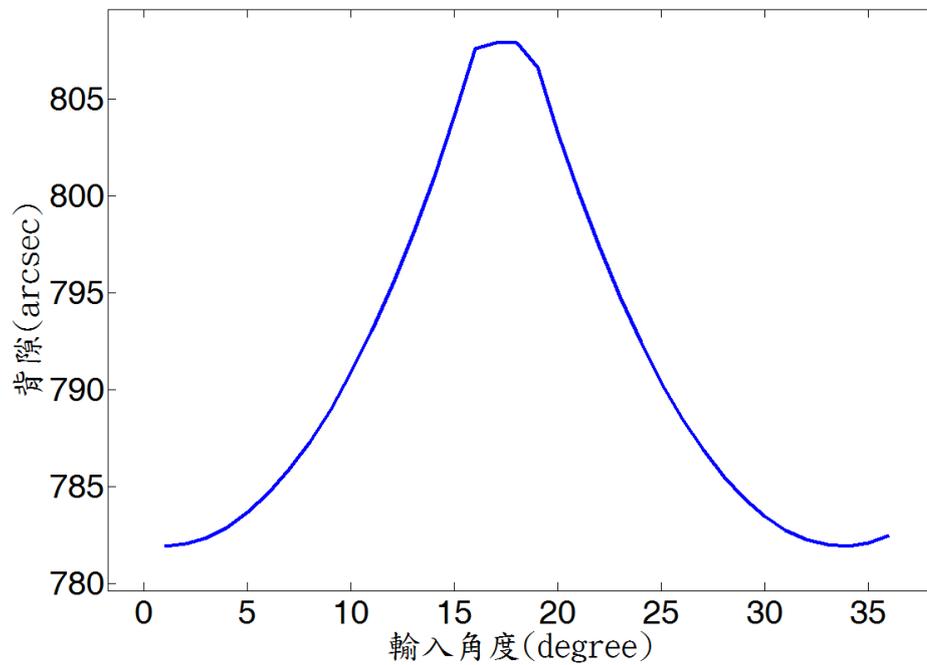


圖 2-15 由 TCA 求出之背隙曲線



## 2.6 齒面輪廓離散點法

進行 TCA 分析時，會利用程式裡的非線性數值工具求解。因為演算法必須計算每顆針齒和擺線齒輪的接觸點，在求解到答案前，會經過數次的疊代，所以所耗費的時間會不斷累加，若將 TCA 一次求解的角度數目量增加，求解的次數也會隨之倍數成長，則耗費的時間不僅會減少，反而因為疊代次數增加數倍，而增加求解的時間。

由於在工程上，若此程式的求解時間增加，等同於所耗費的成本也增加，所以本研究提出齒面輪廓離散點法(Tooth Profile Discrete Points Method, TPDPM)，透過將擺線齒輪的接觸點以離散點取代，輸出角度也離散化，而達到減少計算時間的效果，降低時間成本的耗費。

### 2.6.1 齒面輪廓離散點法理論

齒面輪廓離散點法的概念為將擺線齒輪的輪廓由有限個數之離散點取代，且輸出角度亦取離散點，將此二者所構成之離散點，檢查其與針齒中心之距離，判斷干涉與否。

首先，利用創成的理論求得在一輸入角 $\phi_1$ 下無修形擺線齒輪之接觸點，並計算其 $\phi_1$ 與輸出角 $\phi_2$ 值，此點稱之為理論接觸點。接著再取理論接觸點一個範圍內的輪廓點為離散點，此可以 $(\phi_1 \pm i\Delta\phi_1)$ 取代式(2.13)中 $\phi_1$ 並代入式(2.20)而得，如圖 2-16 所示。圖中之圓點為在無修形時輸入角為 $\phi_1$ ，輸出角 $\phi_2$ 下之輪廓離散點。若擺線齒輪具修形時，則具修形之輪廓線將離開其原來位置，此時維持無修形之參數值並將修形值(dRp 或 dRrp)代入式(2.18.a)並再代入式(2.20)，可得具修形之輪廓離散點。進行 TCA 時，即是要改變此輪廓線之位置(實際 $\phi_2$ 角)，以求得與針齒接觸之輪廓點。因此，接下來之步驟為將原始之 $\phi_2$ 角在一個範圍內增減若干個角度



$\Delta\phi_2$ ，而得到若干不同輸出角度之輪廓離散點，此可在式(2.20)中改變  $M1_{fc}$  中之  $\phi_2$  之值而得，如圖 2-17 所示，這些輸出角度吾人稱為離散輸出位置(discretized output position)。

此方法之最後步驟為比較每一個離散輸出位置下之每一離散輪廓點與針齒中心之距離和針齒半徑值，若小於針齒半徑，則表示該輸出位置將產生干涉，直到兩者差值最小，其所在之離散位置即為實際輸出角。

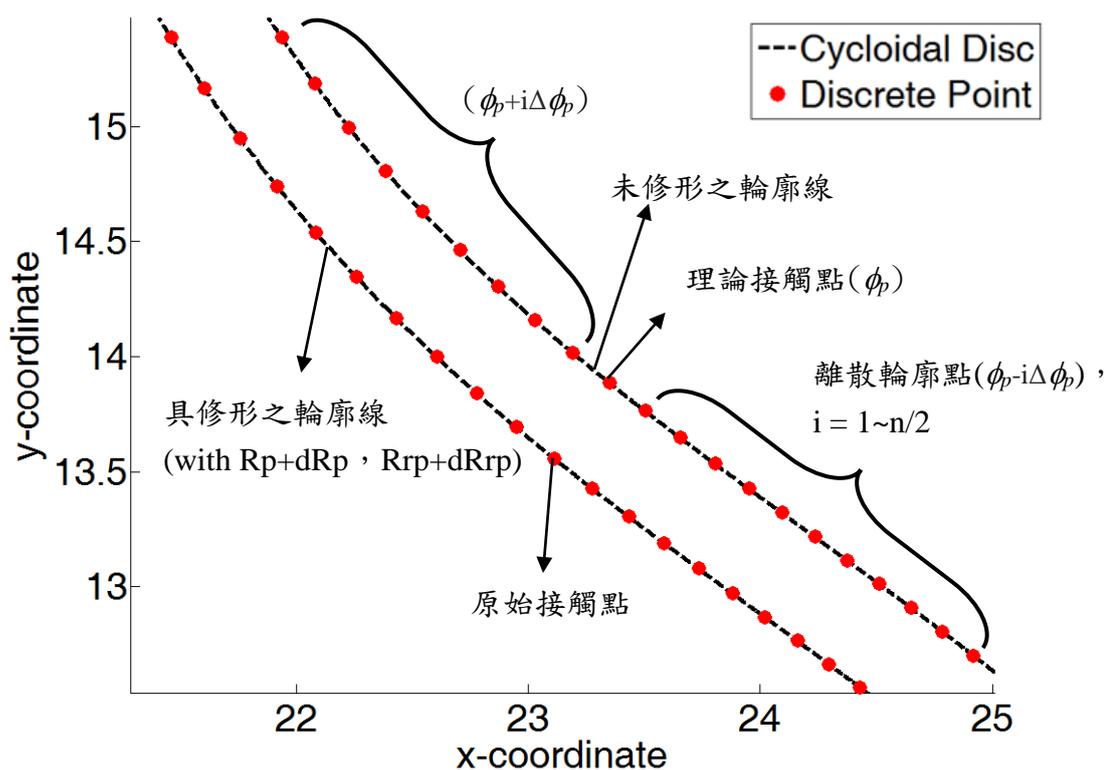


圖 2-16 齒面輪廓離散點

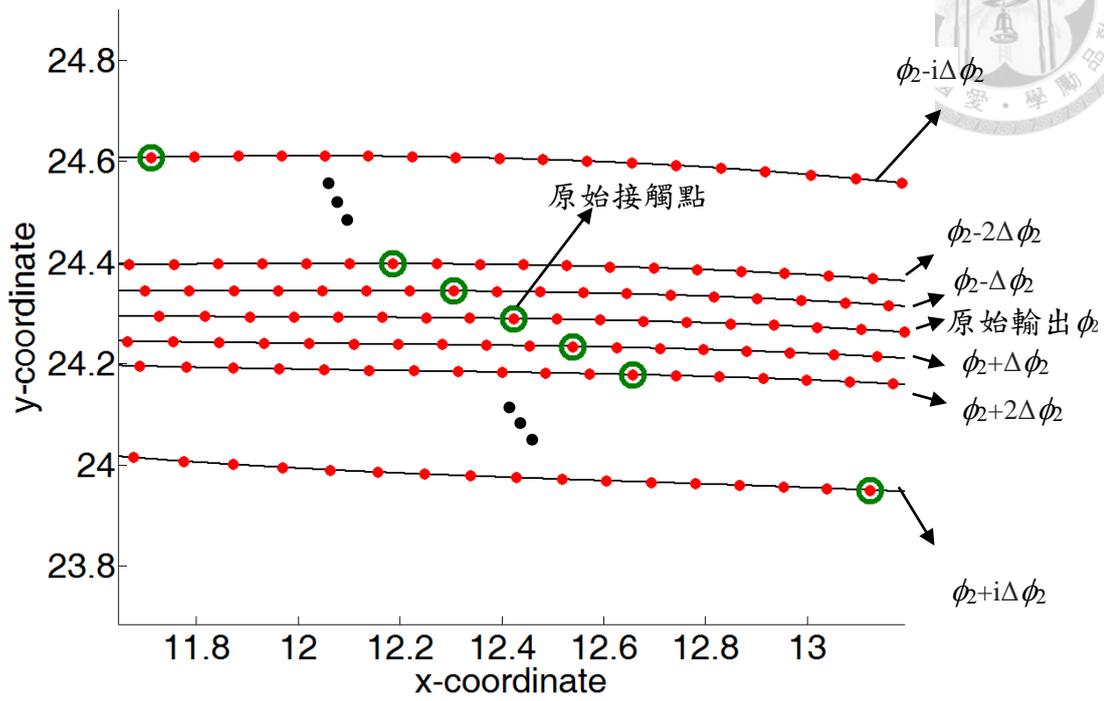


圖 2-17 輸出離散化

若使用上述之方法，則仍需要計算所有離散角度下所有輪廓離散點與針齒中心之距離，並比較其與針齒半徑之大小，以決定是否干涉。因此此過程仍有大量之計算在其中，無法減少計算時間，需要將程式再做簡化。吾人在第  $i$  個離散角度之輪廓線上，以原始接觸點為起始點，向右及向左各選擇第  $i$  個輪廓離散點，以此二點計算其針齒中心之距離，針齒半徑大小，選出那不具干涉且兩者差值最小之離散點，其所在之離散位置即為實際之輸出角。在此一簡化方法中，可以看見連接這些特定的離散點所形成的直線表示擺線齒輪在一小角度轉動時接近針齒的一個方向，以此方向線上的點來檢查是否與針齒產生干涉，可以大大縮減傳統 TCA 之計算時間，如圖 2-18 所示，其中綠色  $o$  號表示在第  $i$  個離散角度之原始接觸點，藍色菱形號為向左選擇的簡化點，深紫色正方形為向右選擇的簡化點，將同樣形狀符號連成一條線，即為接近針齒輪廓的一個方向。當然，產生更多類似



的直線以檢查是否與針齒干涉，可以提高正確性，但也將耗費更多的計算時間。二者需做一適當之取捨。

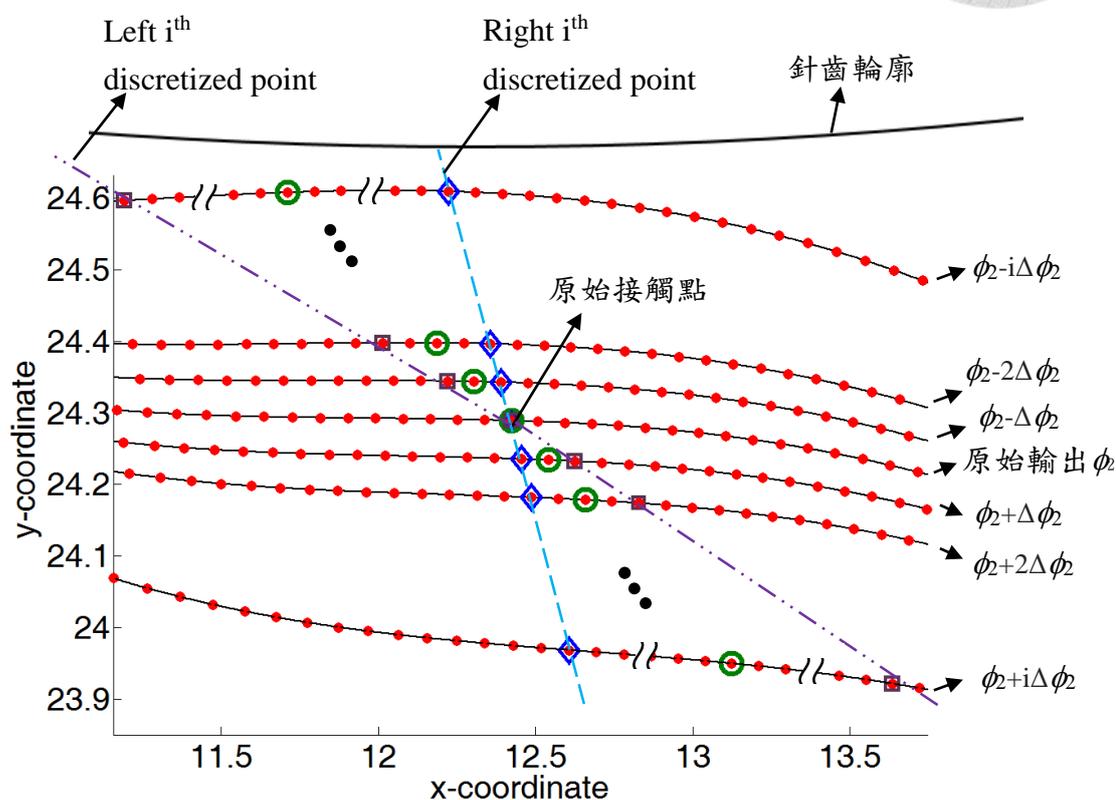


圖 2-18 齒面輪廓離散點簡化之示意圖

## 2.6.2 分析干涉

擺線減速機在製造時，各零件都會有加工誤差，若誤差過大，在擺線齒輪上預留的修形不夠時，即會產生干涉。齒面離散法在計算時，可以分析干涉的部分，程式的干涉判斷為離散點和針齒中心的距離小於針齒半徑。

在計算各輸出角度之齒面輪廓離散點後，會預先判斷在每一個輸出時，是否有接觸點干涉。若有其中一個接觸點產生干涉，即判斷在該輸出角度下會產生干涉；若沒有任何接觸點干涉，才尋找最接近的接觸點。圖 2-19 為擺線齒輪和針齒產生干涉、圖 2-20 為擺線齒輪和針齒接觸。

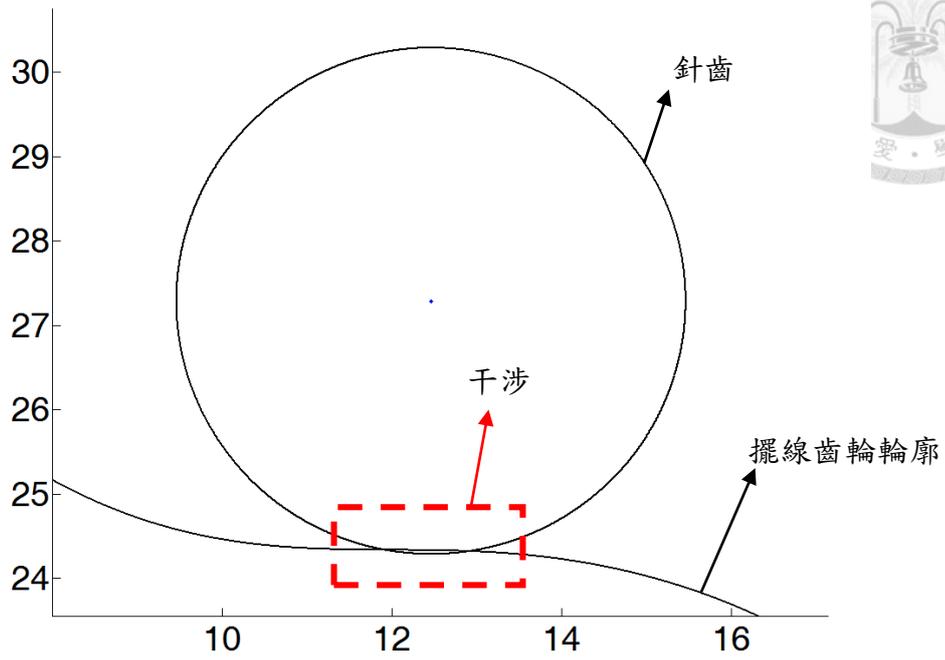


圖 2-19 針齒與擺線齒輪干涉

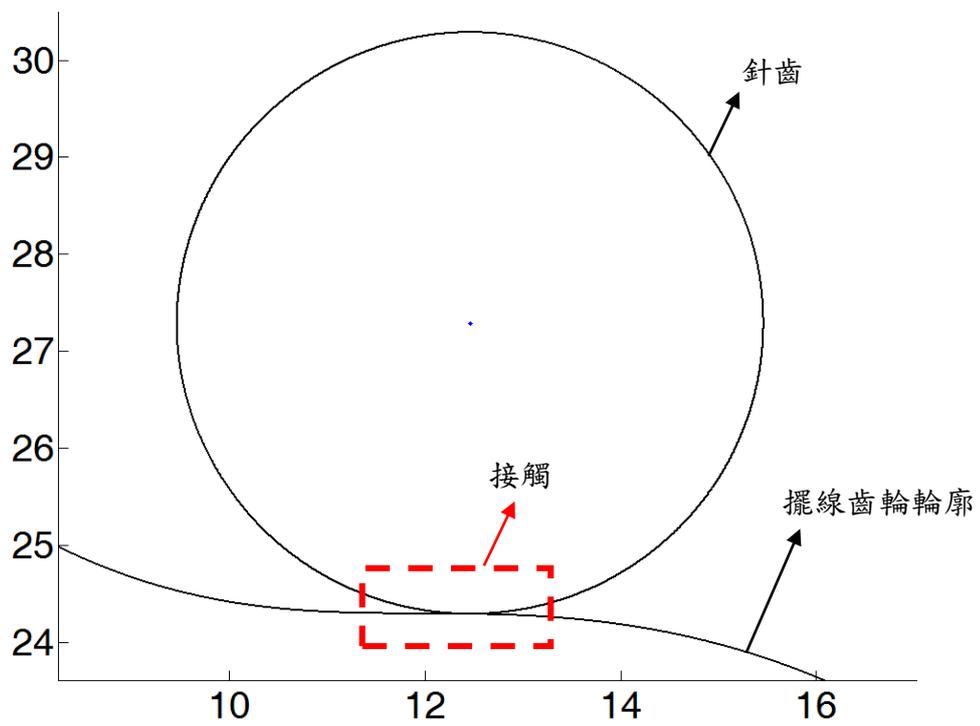


圖 2-20 針齒與擺線齒輪接觸



### 2.6.3 運動誤差與背隙分析

在分析運動誤差前，預先判斷各個輸出是否有干涉，若無干涉再從接觸半邊尋找最近的接觸點，此即為將擺線齒輪轉至由偏心 0~180 度與針齒接觸時的輸出角度。求運動誤差的方法如同 TCA 分析，將算出的輸出減去理論值的輸出，即為運動誤差，亦為落後角。再將所有的運動誤差減去初始的運動誤差，即為擺線齒輪開始接觸時的運動誤差。如圖 2-21 所示。

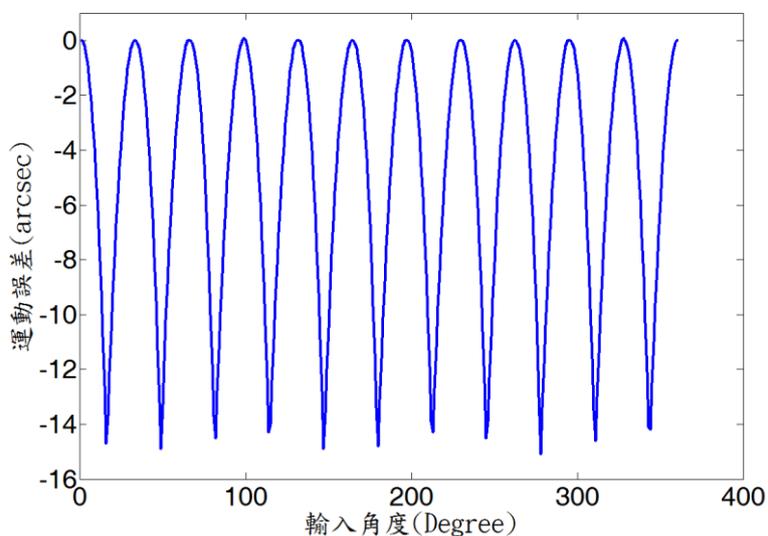


圖 2-21 由 TPDPM 求出之運動誤差曲線

背隙的求法為預先判斷各個輸出是否有干涉，再從偏心 180~0 度尋找最近的接觸點，此物理意義即為將擺線齒輪轉至由偏心 180~0 度與針齒接觸時的輸出角度，此輸出角為領先角。再將領先角 加上落後角，即為背隙。圖 2-22 為領先角和落後角的表示圖、圖 2-23 為背隙的表示圖。

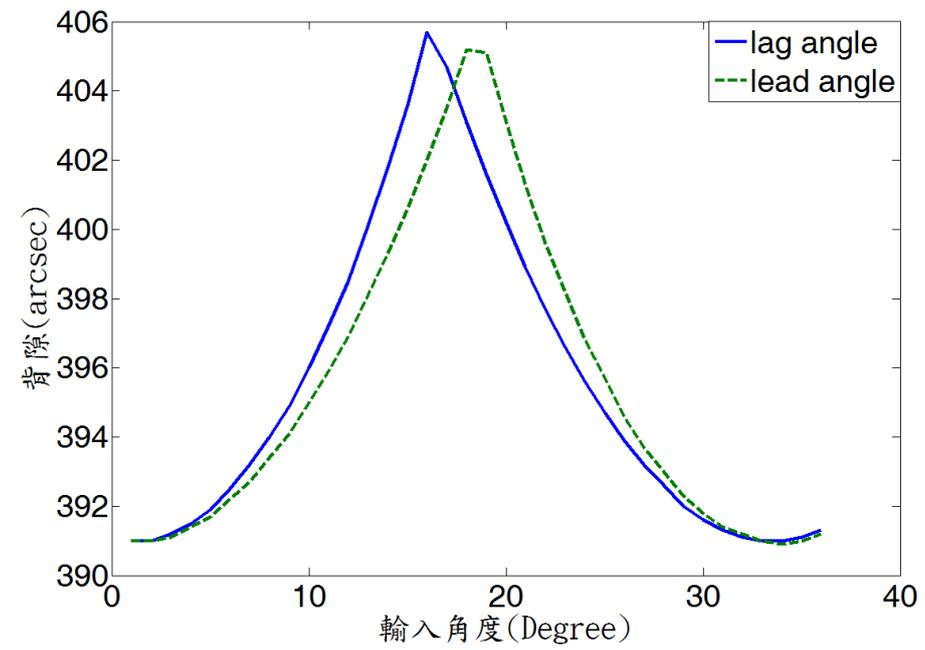
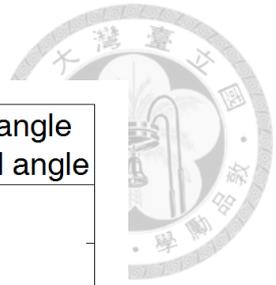


圖 2-22 由 TPDPM 求出之落後角與領先角

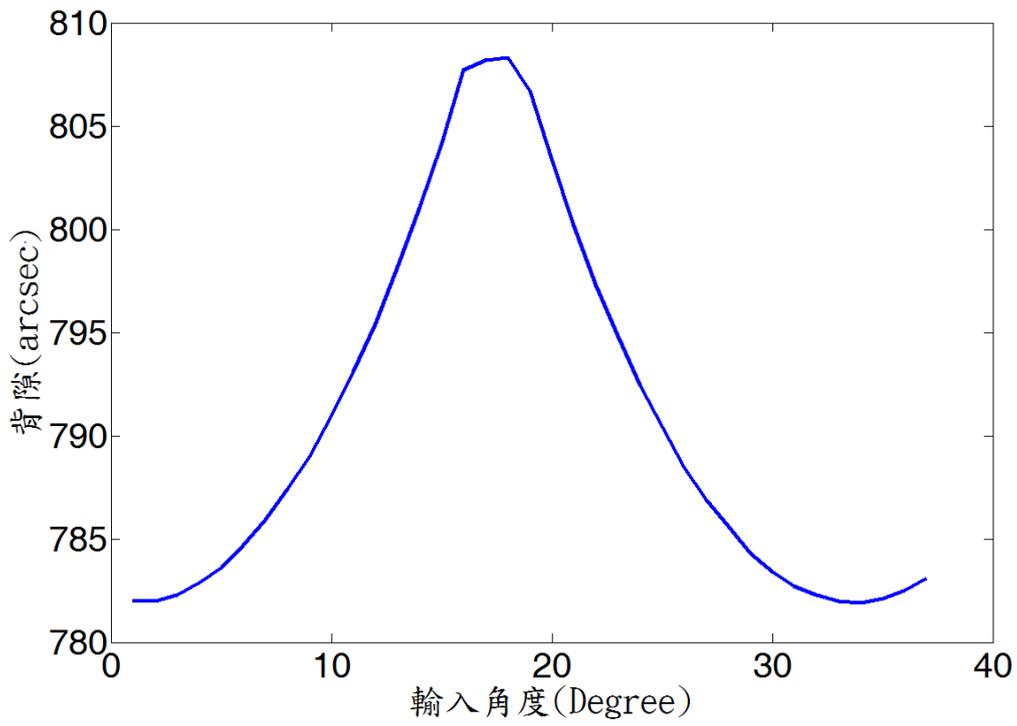


圖 2-23 由 TPDPM 求出之背隙曲線



## 2.7 TCA與TPDPM 之誤差分析與時間計算比較

在本研究中，擺線齒輪上離散點取法分為兩個階段。第一階段為在擺線齒輪輪廓接觸點左右 0.2 度取離散點，每 0.2 度分為 72 個區間，編號為從左至右 1 到第  $i$  個離散點。輸出離散化的取法為，在理論輸出值正負 0.2 度內做離散化，每 0.2 度分為 72 個區間，編號為順時針由 1 到第  $i$  個離散輸出角度。將第  $i$  個離散點乘以第  $i$  個離散輸出會得到一個逼近針齒輪廓的方向，如此，輸出角度的精度將約為 10 arcsec。再判斷第幾個離散點和針齒中心最接近且無干涉，在此稱為第一階段之輸出點。第二階段為從第一階段之輸出點為起始點，在擺線齒輪輪廓上以該點為起始點，左右取 10 arcsec，再 10 arcsec 間分為 100 個區間，編號為從左至右 1 到第  $j$  個離散點。輸出離散化的取法為，在第一階段之輸出點正負 10 arcsec 內做離散化，每 10 arcsec 做輸出離散化，將 10 arcsec 分為 100 個區間，編號為順時針由 1 到第  $j$  個離散輸出角度。將第  $j$  個離散點乘以第  $j$  個離散輸出會得到一個逼近針齒輪廓的方向，最後輸出角度的精度約為 0.1 arcsec。再判斷第幾個離散點和針齒中心最接近且無干涉，該點即為為最終輸出點。透過將程式分為兩個階段，可以再增加程式求解的速度。程式的流程(pseudo code)如圖 2-24 所示。

### Main Kinematic Error and Backlash

Set the design parameters of the cycloidal reducer

Set the numbers and interval of discrete points and discrete outputs

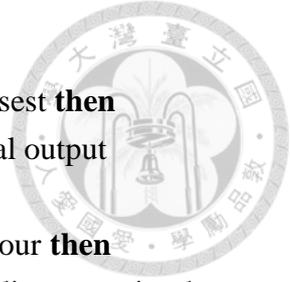
First time approach (discrete points and discrete output with larger interval)

**for** every discrete point **do**

(1) transform discrete points from cycloidal coordinate to frame coordinate

(2) calculate the distance between the center of pin and discrete points

**end for**



**if** the distance between the center of pin and discrete points is the closest **then**  
the corresponding output of the discrete point is the first time actual output  
**end if**  
**if** there is no discrete points that is interfering with the cycloidal contour **then**  
set larger interval and redo the process so that there is at least one discrete point that  
is interfering with the cycloidal contour  
**else**

Second time approach (discrete points and discrete output with smaller interval)

**for** every discrete point **do**

- (1) transform discrete points from cycloidal coordinate to frame coordinate
- (2) calculate the distance between the center of pin and discrete points

**end for**

**if** the distance between the center of pin and discrete points is the closest **then**  
the corresponding output of the discrete point is the actual output

**end if**

Calculate kinematic error and backlash

圖 2-24 利用 TPDPM 計算運動誤差和背隙之 pseudo code

在輸出求解當中，TCA 為利用非線性求解工具以數值方法求解，其疊代精度可以達到  $10^{-10}$  以下的精準度，或甚至誤差值可手動調至更低，如此的精準度可以暫時忽略，將 TCA 求出的值當作實際值，所以以 TCA 當作 TPDPM 的比較參考。表 2.3 為三組不同修形量之設計參數，圖 2-25 為第一組設計參數下，以 TCA 和 TPDPM 所得出運動誤差之差值(TCA 之運動誤差減去 TPDPM 之運動誤差)。圖 2-26 為第二組設計參數下，以 TCA 和 TPDPM 所得出運動誤差之差值。圖 2-27 為第三組設計參數下，以 TCA 和 TPDPM 所得出運動誤差之差值。所得出的最大誤差在皆在 1 arcsec 以內。因此，我們可以得知以 TPDPM 求解，精準度很高。

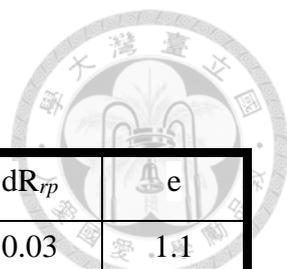


表2-3 三組不同修形量之設計參數

	$n_c$	$n_p$	$R_p$	$dR_p$	$R_{rp}$	$dR_{rp}$	e
第一組	10	11	30	0.01	3	0.03	1.1
第二組	10	11	30	0	3	0.02	1.1
第三組	10	11	30	-0.02	3	-0.01	1.1

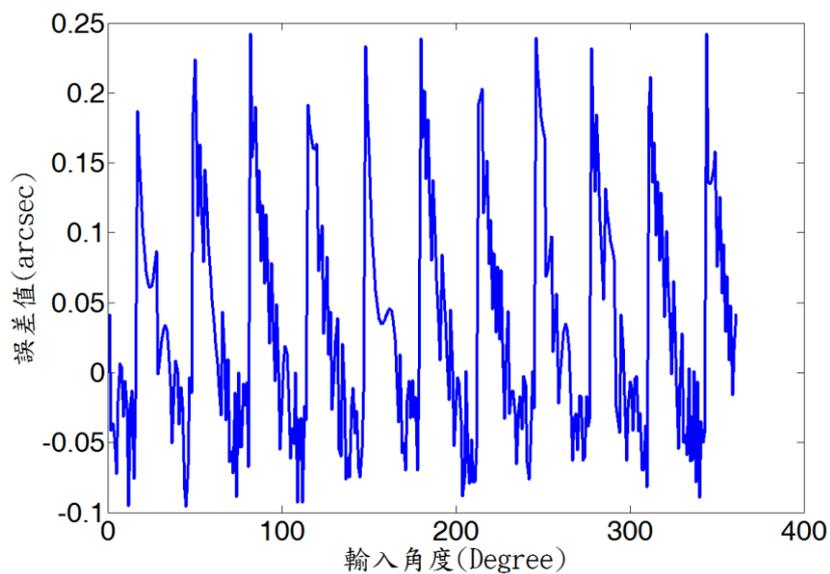


圖 2-25 第一組設計參數的 TCA 和 TPDPM 運動誤差之差值

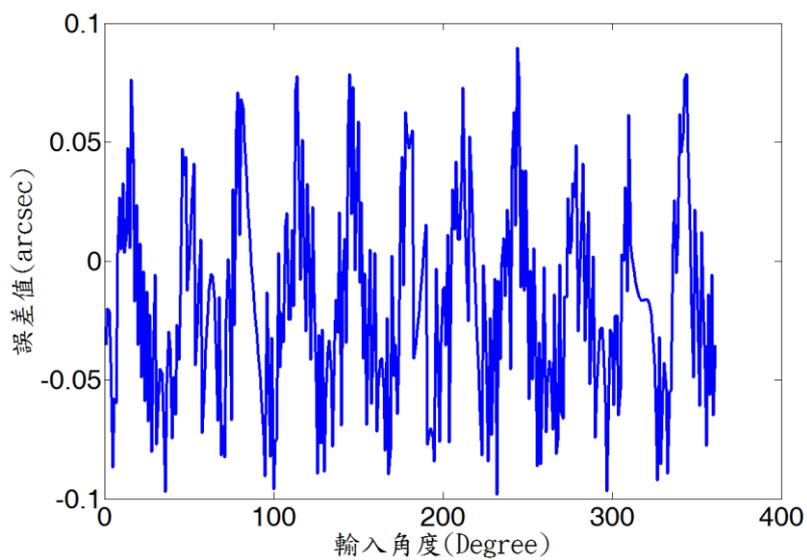


圖 2-26 第二組設計參數的 TCA 和 TPDPM 運動誤差之差值

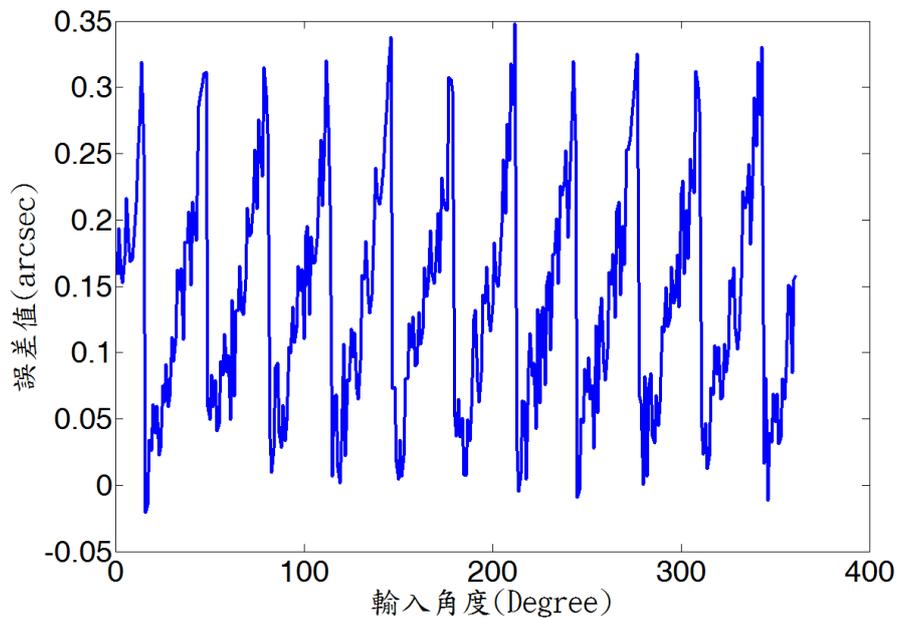
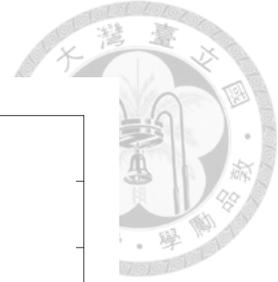


圖 2-27 第三組設計參數的 TCA 和 TPDPM 運動誤差之差值

另外，所耗費計算時間也是程式的一個重要指標。在 TCA 求解過程，本文利用 MATLAB 中之“fsolve”指令求解非線性方程式。因為的求解工具是經由初始值透過疊代計算，每次程式只能計算一個接觸點，若針齒齒數增加，計算的時間會線性增加；其次，疊代的次數也需耗費時間，若要疊代  $n$  次，時間也是約為疊代一次的  $n$  倍。此外，若要計算背隙，則需要計算擺線齒輪另一半邊的接觸，總時間為計算運動誤差的兩倍。然而，TPDPM 的演算法裡，是將所有的離散點存成矩陣，再從中找尋最接近針齒中心的點，一次可判斷出接觸的針齒，沒有疊代的計算，所以節省相當多的計算時間。表 2-4 所列為以表 2-3 之設計參數的 TCA 和 TPDPM 時間比較圖，使用電腦之規格為 CPU：Intel Core I7 3770，RAM：DDR3 12G，Motherboard：ASUS Rev X.0x，軟體為 MATLAB 2013 版。



表2-4 TCA與TPDPM時間

	第一組	第二組	第三組
TCA	7324 (s)	6976 (s)	6432 (s)
TPDPM	6 (s)	6 (s)	6 (s)

另外，討論計算一條逼近方向和兩條逼近方向的計算時間，如圖 2-18 中選擇左邊的  $i^{\text{th}}$  個點和右邊的  $i^{\text{th}}$  個點，如表 2-5 所示。

表2-5 TPDPM中選擇一條和兩條逼近方向之時間

	第一組	第二組	第三組
一條	6 (s)	6 (s)	6 (s)
兩條	8 (s)	8 (s)	8 (s)

由表 2-5 得知，選擇一條逼近方向的時間較選擇兩條逼近方向來的少，所以在此僅選用一條逼近方向作為做法。

經由以上的討論，TPDPM 具備了精準度與耗費時間短之優點。在本研究之後的可靠度章節，需要大量樣本，會以 TPDPM 作為求解運動誤差及背隙的演算法。

## 第三章 加工誤差之靈敏度分析



### 3.1 前言

在前一章節提到的擺線齒輪齒形、針齒及各個零件，皆是理想的尺度。在實際加工中，各個零件皆會有誤差產生，所以必須將各個誤差加入程式中做計算。然而若要考慮所有零件的誤差，不是有效率的方法，有些零件的加工誤差不會產生太大的影響，所以可以忽略不計。本章將介紹六種主要會影響擺線齒輪減速機運動誤差及背隙的製造誤差。而隨著誤差增加，運動誤差及背隙的變化的趨勢也是設計時預留公差的依據，所以本章亦會探討各個誤差的靈敏度。由於加入誤差後的 TCA 及 TPDPM 程式計算程序不會改變，所以計算的時間不會差距太大，所以最後會比較加入誤差後，兩個程式的相差值是否維持在理想的精度內。

### 3.2 加工擺線齒輪減速機中的六種主要誤差

擺線齒輪減速機的零件有針齒、擺線齒輪、箱體、輸入曲柄、輸出柱銷及軸承。當輸出柱銷和擺線齒輪在接觸時，至少會有一個柱銷是和擺線齒輪做接觸，所以在輸出的過程中，不易產生間隙，產生運動誤差及背隙甚小，可忽略不計。軸承的精密度較其他零高許多，所以也可將軸承造成的誤差忽略不計。在此將針齒、箱體、擺線齒輪及輸入曲柄列為待討論的參數，分為六種主要誤差：實際針齒半徑誤差、實際針齒位置誤差、實際針齒中心位置度誤差、擺線齒輪輪廓度誤差、擺線齒輪齒距誤差及實際曲柄偏心率誤差。



### 3.2.1 實際針齒半徑誤差

在加工針齒時，會因為刀具磨耗、加工面溫度、振動等原因而產生針齒半徑誤差，記為  $A_{R_{rp}}$ 。

在求解齒面接觸時，將  $A_{R_{rp}}$  加上式(2.19)中的  $R_{rp}$ ，即可得到以實際針齒半徑所表示的參數式，再依照先前的求解方式，可得到其運動誤差及背隙。不同的針齒半徑大小會使擺線齒輪在接觸該針齒的時間改變。當擺線齒輪接觸到較大的針齒時，接觸的時間會增長或干涉；若接觸到較小的針齒時，接觸時間會縮短或不會接觸。當反應在運動誤差時，則會改變一個波的總弧長、波的起始點和停止點，進而影響下一個針齒的起始點。而全部的運動誤差曲線及背隙曲線會隨之改變。

若每一顆針齒的半徑皆不同，要得知全部的運動誤差，必須將曲柄輸入完整的計算一圈，才會使每一顆針齒都和擺線齒輪皆接觸過。表 3-1 為以表 2-2 各針齒經由高斯分佈所得之實際針齒半徑，其中平均值為  $R_{rp}$ ，標準差以 IT6(International Tolerance)的一個標準公差表示，其編號如圖 2-9 所示。圖 3-1 為以表 3-1 實際針齒半徑所計算出的運動誤差曲線，圖 3-2 則為所計算出的背隙曲線。擺線齒輪設計參數如表 2-2 所示。

表3-1 實際針齒半徑(標準公差=0.006mm)

No.	1	2	3	4	5
$A_{R_{rp}}+R_{rp}$	3.0182	3.0044	2.9996	3.0043	2.9988
6	7	8	9	10	11
2.9993	3.0089	3.0085	3.0085	3.0040	2.9928

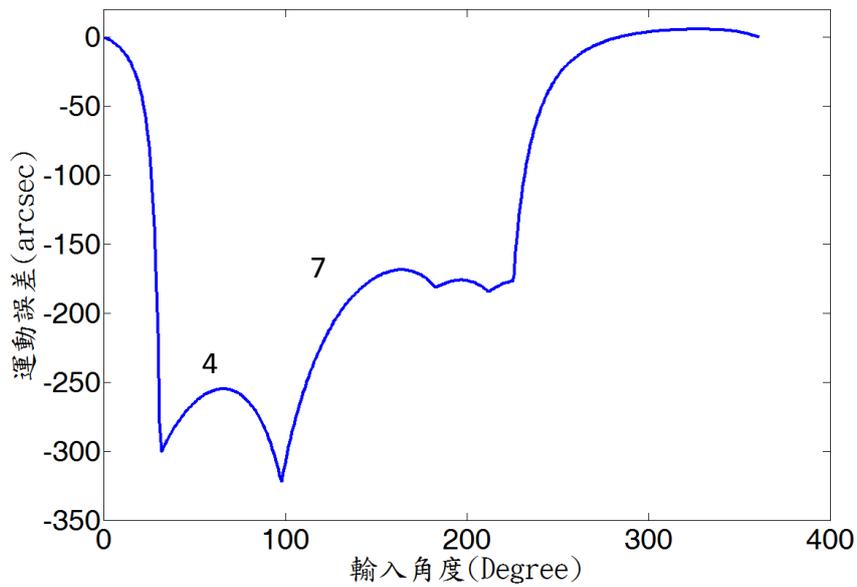
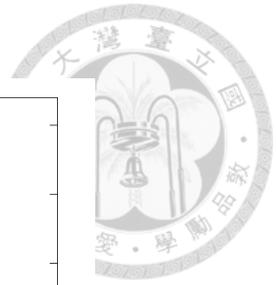


圖 3-1 實際針齒半徑之運動誤差曲線

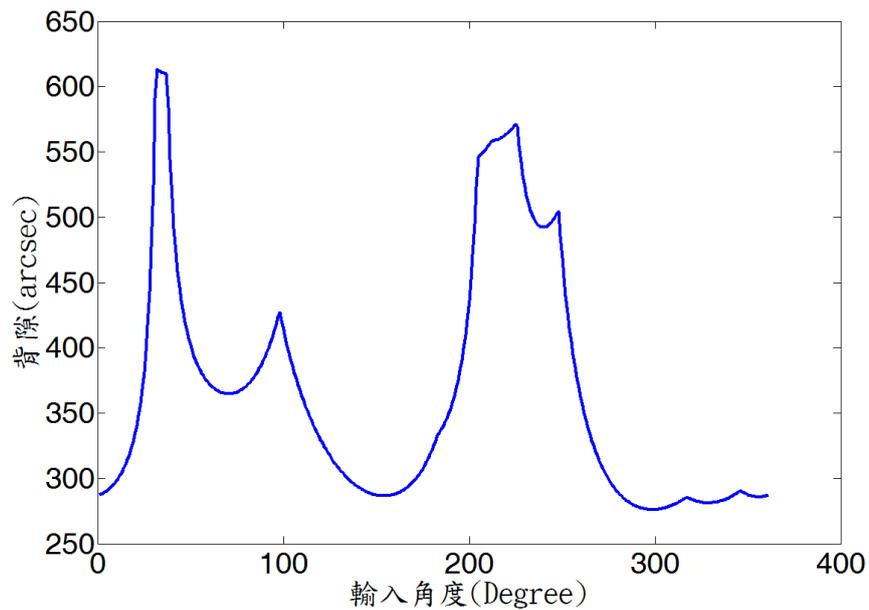


圖 3-2 實際針齒半徑之背隙曲線

在經過分析之後，由表 3-1 及圖 3-1 中可得知，第 5 顆針齒的半徑和第 6 顆差不多，第 7 顆針齒比第 5 顆和第 6 顆還要大許多。當接觸時，第 5、6 顆針齒很有可能被跳過不接觸，亦即在接觸完第 4 顆時，因第 7 顆的半徑較大，擺線齒



輪會先接觸到第 7 顆的針齒，第 5、6 顆就不會被接觸到。在圖 3-2 中，因為無法由輸入角度判斷擺線齒輪接觸針齒相對應的關係，所以只能從程式中接觸的針齒順序得知接觸關係，進而求得背隙。

### 3.2.2 實際針齒位置誤差

針齒加工完畢後裝配在箱體中的針齒孔中。當加工針齒孔時，會由於加工精度的限制導致針齒孔中心位置距離組裝座標中心產生誤差，在此稱為實際針齒位置誤差，記為  $A_{Rp}$ 。

在求解齒面接觸時，將  $A_{Rp}$  加上式(2.19)中的  $R_p$ ，即可得到以實際針齒位置所表示的參數式，再依照先前的求解方式，可得到其運動誤差及背隙。不同的針齒位置會影響接觸起始點，若針齒位置距離組裝座標系中心較遠，接觸的時間會變短；若針齒距離組裝座標系中心較近，接觸的時間會增長，接觸時間會進而影響運動誤差曲線及背隙曲線。

要得知全部的運動誤差，必須將曲柄角度完整的計算一圈，才會使每一顆針齒都和擺線齒輪皆接觸過。表 3-2 為以表 2-2 各針齒經由高斯分佈所得之實際針齒位置，其中平均值為  $R_p$ ，標準差以 IT5 的一個標準公差表示，若選擇 IT6，則產生出之  $A_{Rp}$  易干涉。圖 3-3 為以表 3-2 針齒位置參數所計算出的運動誤差曲線。圖 3-4 則為背隙曲線。擺線齒輪設計參數如表 2-2 所示。

表3-2 實際針齒位置(標準公差=0.011mm)

No.	1	2	3	4	5
$A_{Rp}+R_p$	30.0079	30.0179	30.0054	30.0114	30.008
6	7	8	9	10	11
29.9967	30.0032	29.9913	30.0098	29.9874	29.9882

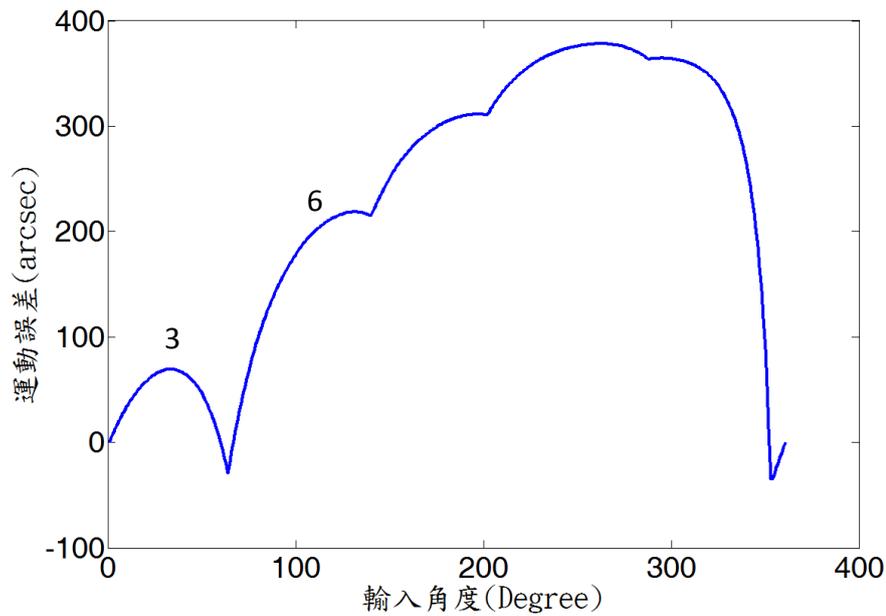
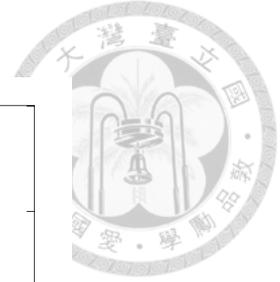


圖 3-3 實際針齒位置之運動誤差曲線

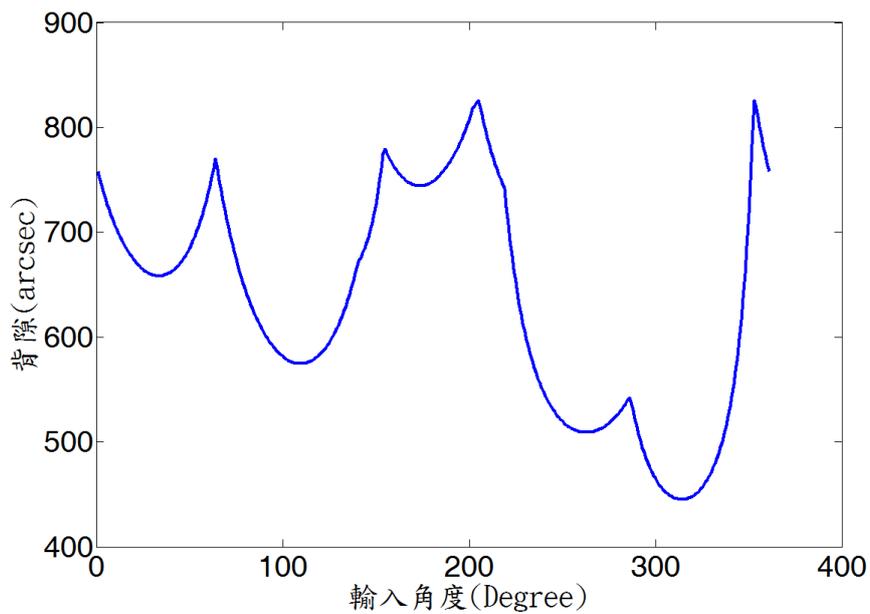


圖 3-4 實際針齒位置之背隙曲線

在經過分析之後，由圖 3-3 中可得知，第 4、5 顆針齒位置距離較遠，第 3，6 顆針齒位置距離較近，則在接觸時，第 4、5 顆針齒會被跳過不接觸，亦即在接觸完第 3 顆時，第 6 顆的位置距離較近，所以擺線齒輪會先接觸到第 6 顆的針



齒，第 4、5 顆就不會被接觸到。在分析圖 3-4 中，因為  $R_p$  的方向和接觸面不一定互相垂直，所以只能從程式中接觸的針齒順序得知接觸關係，進而求得背隙。

### 3.2.3 實際針齒中心位置度誤差

在加工針齒孔時，還會因為加工精度或是機台振動產生一個位置度誤差。在平面位置度的定義為，理論中心和實際加工中心會呈現一個以理論中心為中心，半徑為公差帶的一個圓形面積，實際加工中心會在這個圓形面積中分佈。根據位置度的定義，在此可以以理論中心為中心，利用極座標來描述，誤差半徑為  $Re$ ，誤差半徑角度為  $Re\_theta$ ，由垂直  $R_p$  的基準線，逆時針為正值，如圖 3-5 所示，其中綠色陰影範圍為實際針齒中心出現的位置。在求解齒面接觸時，將式(2.19)中加入  $Re*Re\_theta$  的分量，即可得到以實際針齒位置度所表示的參數式，再依照先前的求解方式，可得到其運動誤差及背隙。

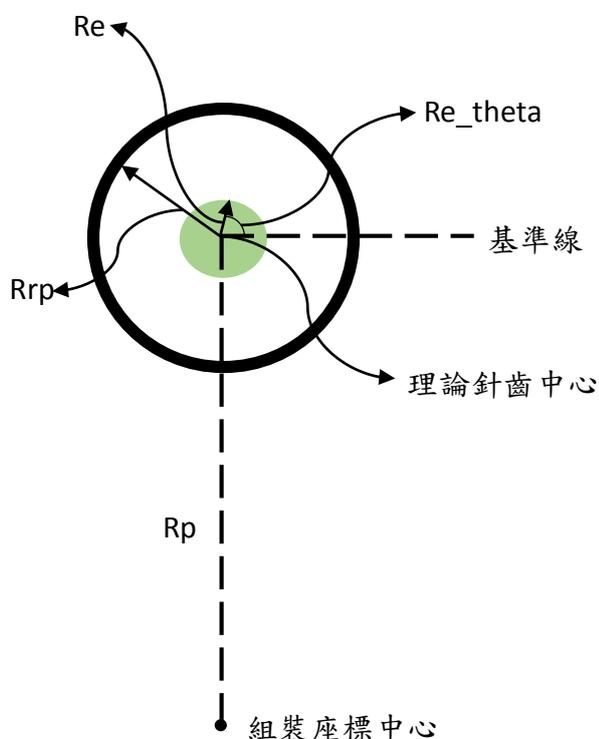


圖 3-5 位置度示意圖

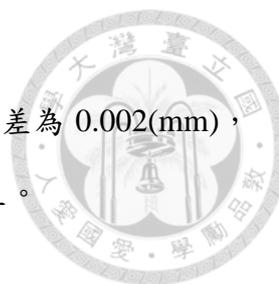


表 3-3 和表 3-4 為各針齒孔之位置度，其中 Re 的一個標準差為 0.002(mm)，平均值為 0，以高斯分布產生正值，Re\_theta 為在 0~2π隨機產生。

表3-3 位置度誤差半徑(mm)

<b>No.</b>	1	2	3	4	5
<b>Re</b>	0.0021	0.0027	0.0035	0.0017	0.0006
6	7	8	9	10	11
0.0026	0.0009	0.0007	0.0042	0.0035	0.0027

表3-4 位置度誤差半徑角度(rad)

<b>No.</b>	1	2	3	4	5
<b>Re_theta</b>	3.15136	2.4663	4.3497	1.60283	3.0915
6	7	8	9	10	11
0.1334	1.51669	4.7776	6.0287	4.1201	0.2244

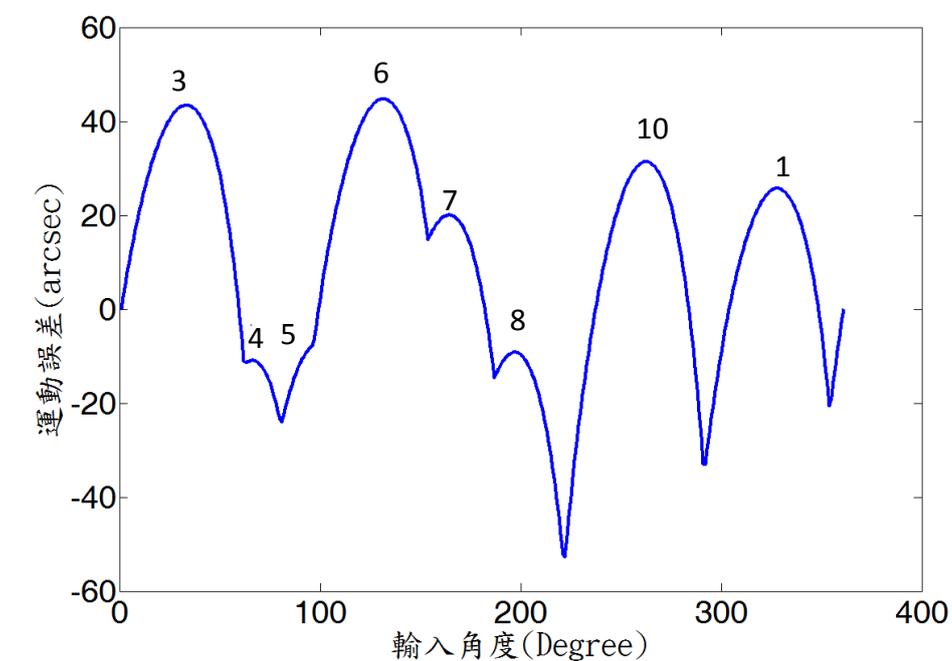


圖 3-6 實際針齒位置度之運動誤差



圖 3-6 為由表 3-3 和 3-4 產生的運動誤差。經由分析後，可以得知兩種現象，一種現象是若兩顆相鄰針齒因為位置度而針齒中心在基準線附近明顯靠近彼此，示意圖如圖 3-7 所示，則前一顆針齒(圖中右方針齒)與擺線輪廓之接觸時間會縮短，後一顆的針齒接觸時間會因此增加，此現象可由圖 3-6 中的 5、6 號針齒得知。若兩顆相鄰針齒因為位置度而針齒中心在基準線附近明顯遠離彼此，示意圖如圖 3-8 所示，前一顆針齒的接觸時間會增長，後一顆的接觸時間會因此減少。第二個現象為兩顆相鄰針齒中，若前一顆針齒距離固定坐標中心明顯較近，示意圖如圖 3-9 所示，則前一顆針齒的接觸時間會增加，後一顆針齒的接觸時間會減少，此現象可由圖 3-6 中的 3、4 號針齒得知；若前一顆針齒的距離組裝座標中心較遠，示意圖如圖 3-10 所示，則第一顆針齒的接觸時間會減少，第二顆針齒的接觸時間會增加。

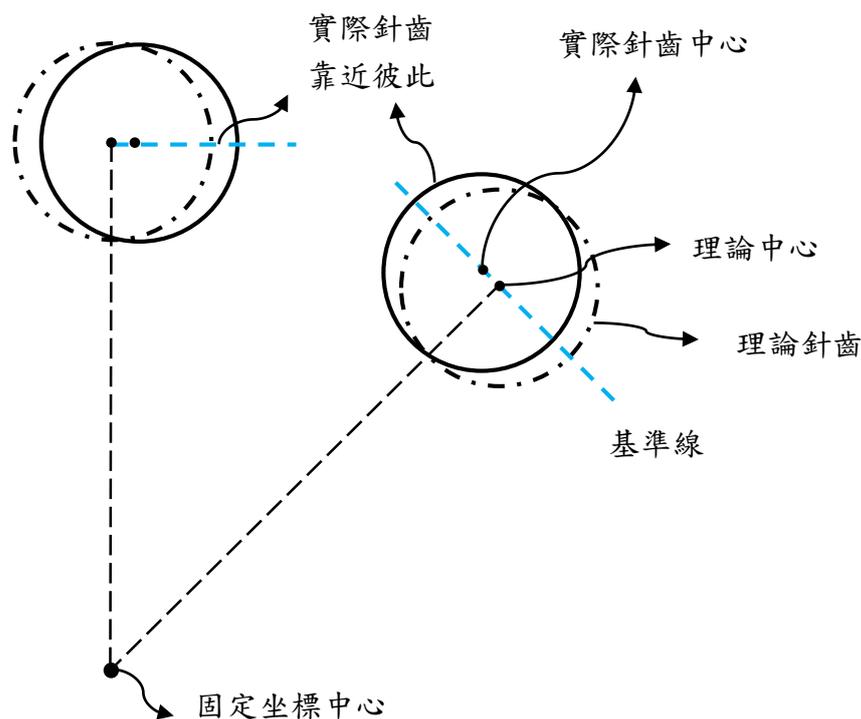


圖 3-7 實際針齒因為位置度而在基準線附近靠近彼此

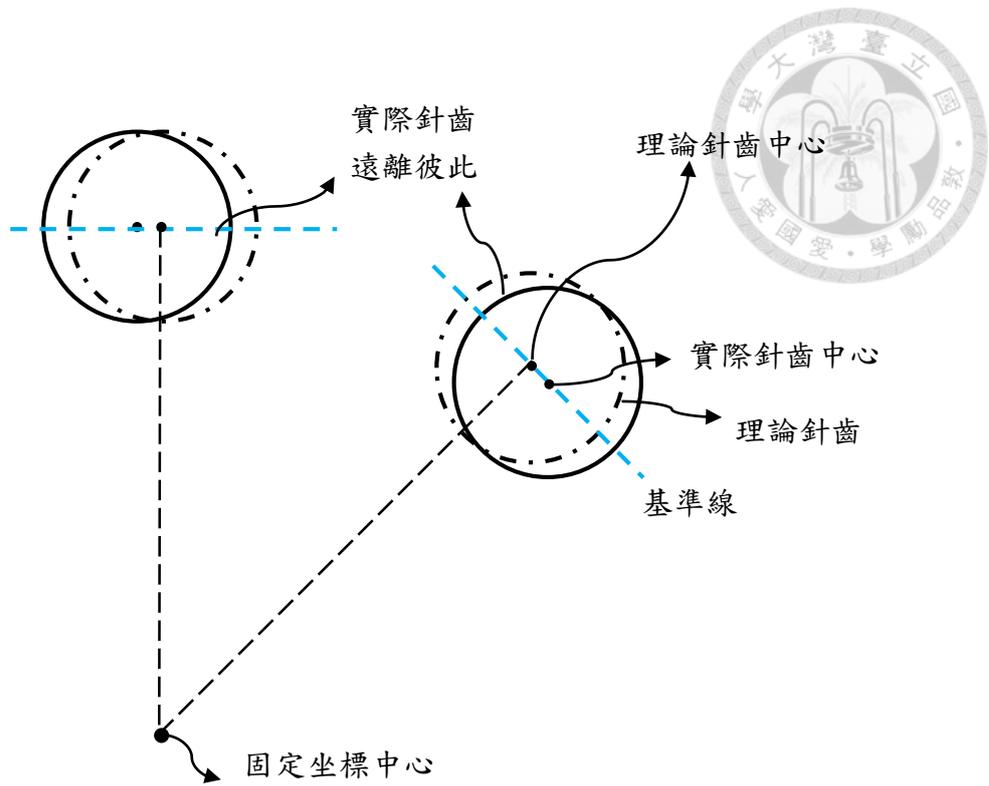


圖 3-8 實際針齒因為位置度而在基準線附近遠離彼此

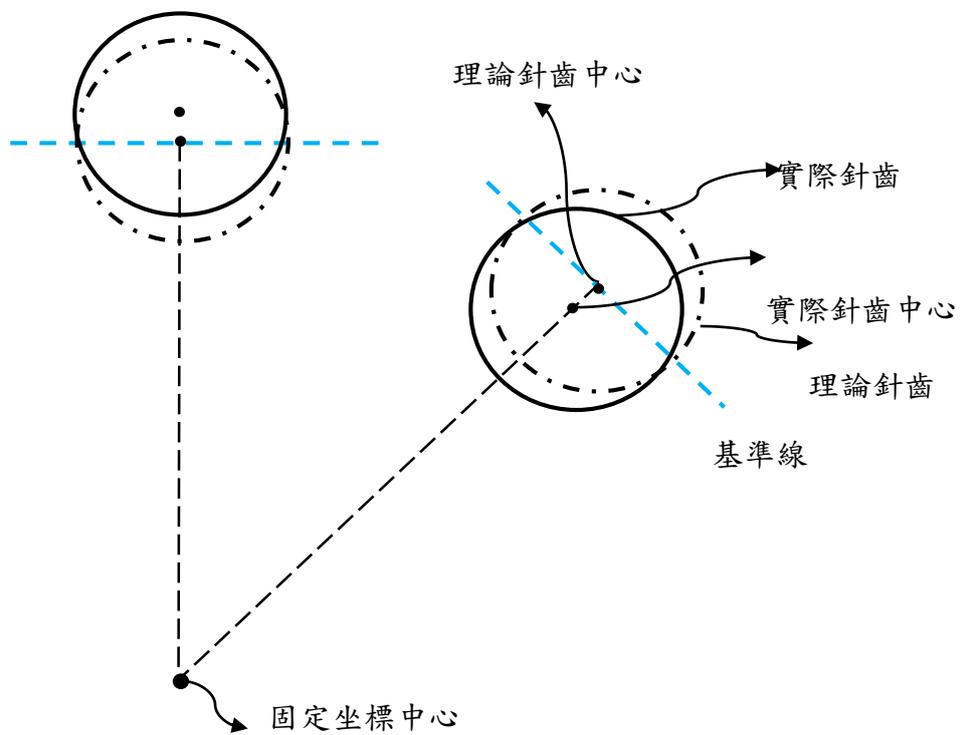


圖 3-9 前一顆針齒因為位置度而較靠近組裝座標中心

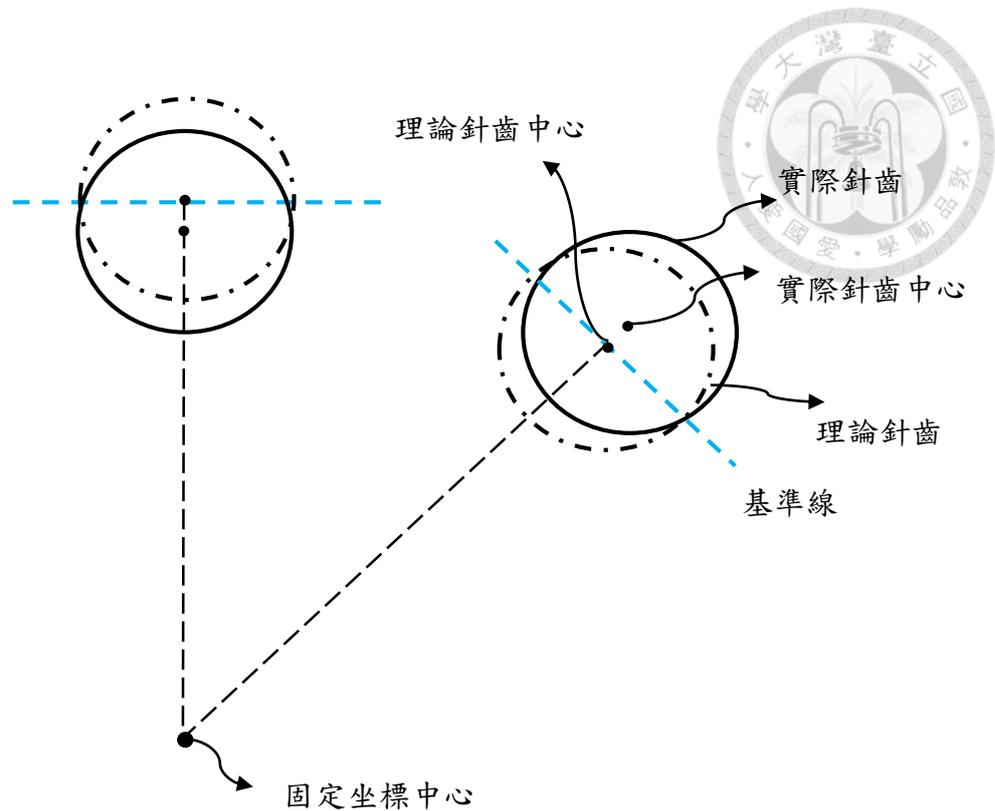


圖 3-10 後一顆針齒因為位置度而較靠近組裝座標中心

圖 3-11 為由表 3-3 和表 3-4 產生的背隙曲線，在分析圖 3-11 中，不能以位置度所產生的間隙來分析背隙，因為位置度的方向為任意方向，所以只能從程式中接觸的針齒順序得知接觸關係，進而求得背隙。

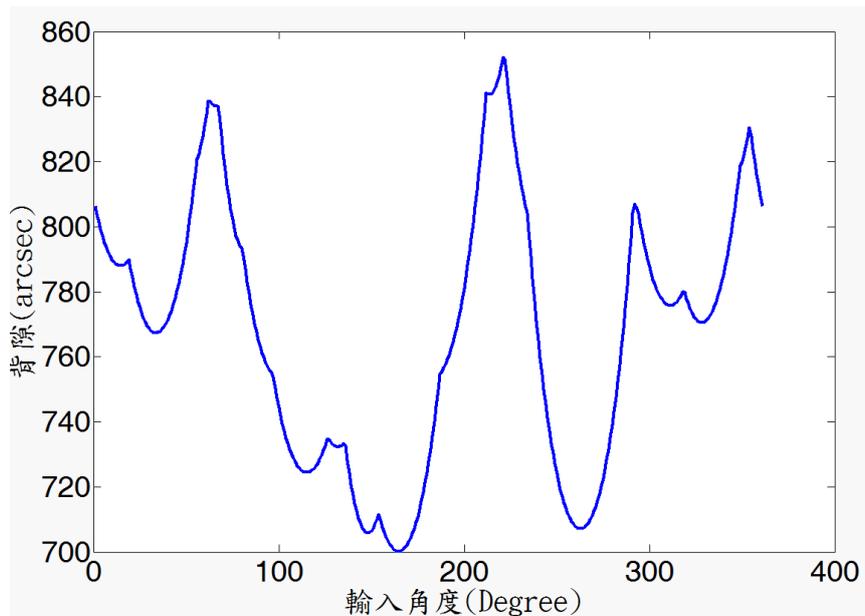


圖 3-11 實際針齒位置度之背隙曲線



### 3.2.4 擺線齒輪輪廓度誤差

在加工擺線齒輪時，是以成形砂輪加工擺線齒輪，會因成形砂輪的輪廓精度，而使得加工出來得齒輪會有輪廓度誤差，在此探討平面誤差，以線輪廓度來描述。

當正齒輪有輪廓度的誤差時，在傳統分析上，會在理論輪廓上取有限的離散點，將離散點在正齒輪輪廓法向量上，利用線性或高次多項式來調整齒形，進而形成誤差輪廓點，如式(3.1)所示，其中  $d$  為誤差之偏位量(offset)，當  $d$  為常數時，式(3.1)即為線性， $i$  為第幾個離散點，圖 3-12(a)為其示意圖。多項式可以根據量測出的誤差量，來改變其偏位量及其壓力角。再將所有的誤差輪廓點以 B-spline 來擬合，形成新的齒輪輪廓，最後再以新的輪廓做齒面接觸分析。但在擺線齒輪上發現，透過在擺線齒輪創成參數式(2.13)中的偏心率  $e$  增加一個變量(D\_A)，可以達到在一個輪廓度範圍內，更改輪廓的斜率，而達到變更其壓力角，而壓力角會直接影響運動誤差，如圖 3-12(b)所示。所以在分析擺線齒輪輪廓度誤差時，不選用傳統分析正齒輪以曲線擬合的方法，而以 D\_A 作為誤差量的指標。在一個輪廓度的範圍內，D\_A 可以描述運動誤差最極端的狀況，以及對背隙可以有部分的影響量。但在物理意義上，較無法對背隙有最極端的狀況描述。

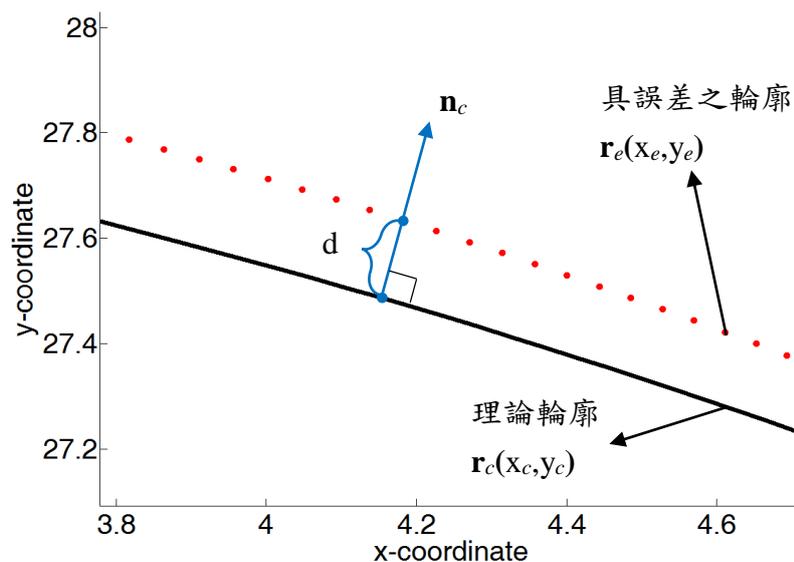


圖 3-12(b) 輪廓度局部放大圖



$$\mathbf{r}_e^i = \mathbf{r}_c^i + \mathbf{d} \cdot \mathbf{n}_c^i \quad (3.1)$$

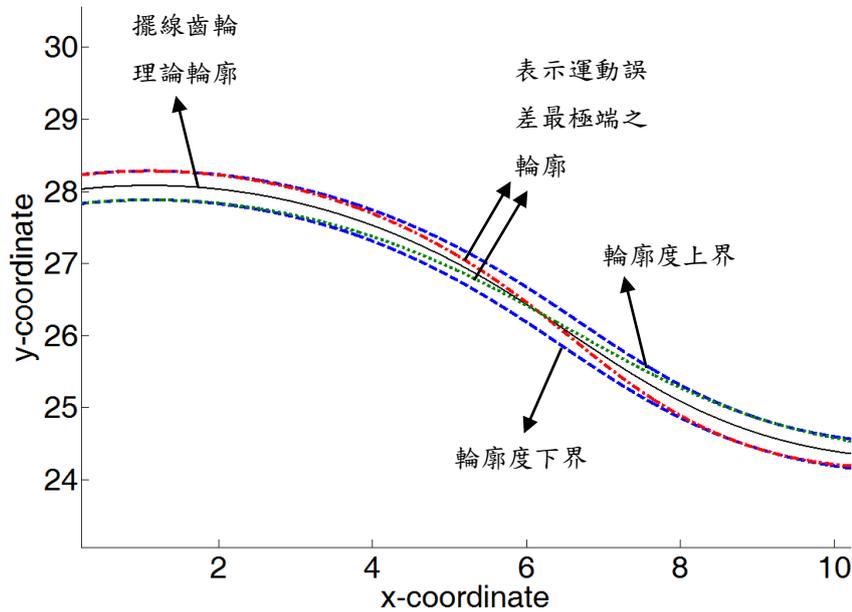


圖 3-12(b) 輪廓度之誤差示意圖

圖 3-13 為輪廓度誤差之運動曲線，圖 3-14 為輪廓度誤差之背隙曲線，其中  $D_A=0.01(\text{mm})$ 。在分析圖 3-13 時，可以得知在有修形的擺線齒輪，若有  $D_A$  的誤差時， $D_A$  越大，運動誤差會減小； $D_A$  越小，運動誤差越大。由於  $D_A$  無法對背隙有完整的描述，所以在分析背隙曲線時，較不具物理意義。

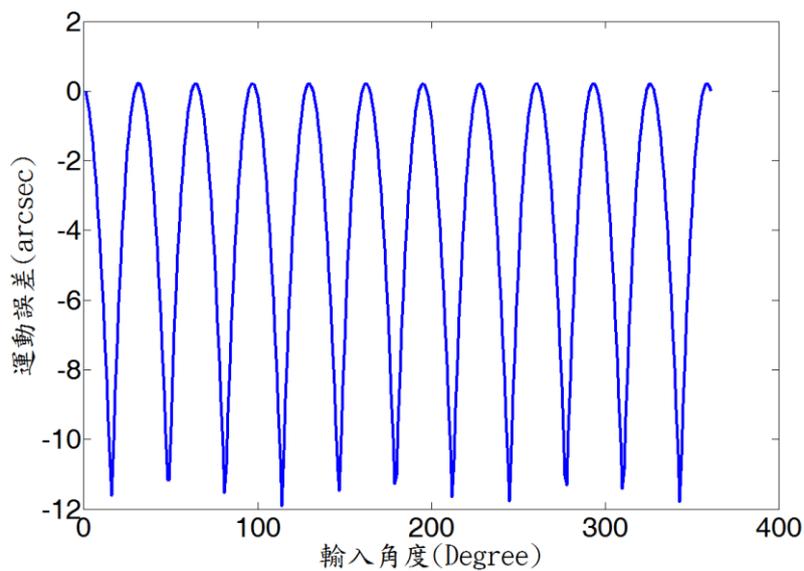


圖 3-13 輪廓度之運動誤差曲線

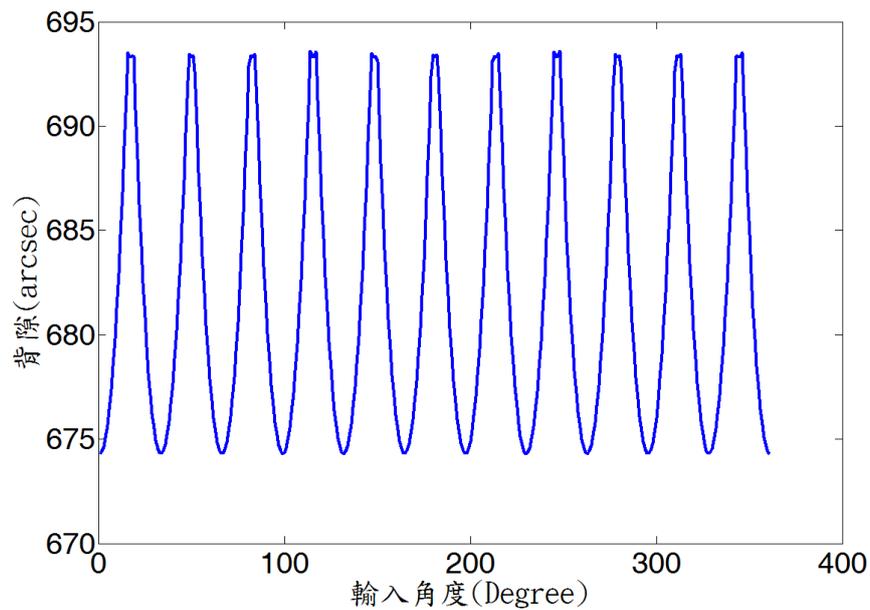


圖 3-14 輪廓度之背隙曲線

### 3.2.5 擺線齒輪齒距誤差

在加工擺線齒輪時，會先在擺線齒輪中心鑽曲柄孔，該中心為理論擺線齒輪中心。但在利用砂輪加工擺線齒輪時，會因為擺放誤差，而導致擺線齒輪理論中心和加工中心發生誤差。此誤差會導致加工後的實際擺線齒輪中心和理論擺線齒輪中心(曲柄孔中心)不同，而發生齒間的齒距發生變化，示意圖如圖 3-15(a)所示，齒距累加圖如圖 3-15(b)所示，其中最大累加齒距(Max\_cumulative\_pitch\_error)為 0.02(mm)。齒距是沿節圓圓周上，自齒形上一點至相鄰齒上之對應點，(半徑( $R_p - R_{rp}$ ))所量得的弧長，所以可以將齒距誤差換算成齒距的角度誤差。在此將齒距誤差記為  $E_t$  (Pitch\_error)，而角度誤差如式(3.1)，其中  $E_t$  為齒距誤差、 $\theta_p$  為角度誤差，圖 3-16 為齒距誤差和角度誤差之示意圖。由齒距累加圖和式 3.1 可以繪出具有齒距誤差的擺線齒輪，如圖 3-17 所示。每一齒相較於前後齒的角度誤差呈現有規則性的變化。

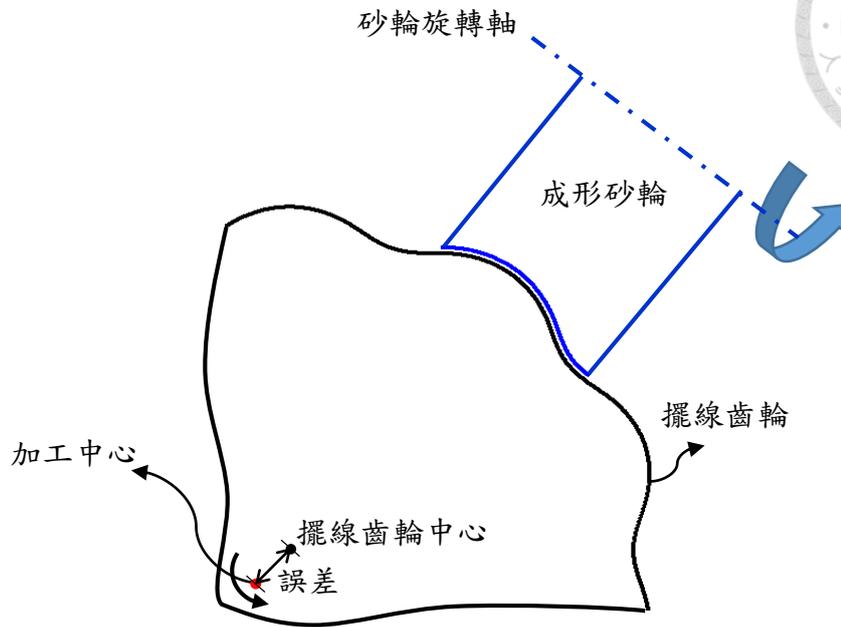


圖 3-15(a) 製造擺線齒輪擺放中心誤差示意圖

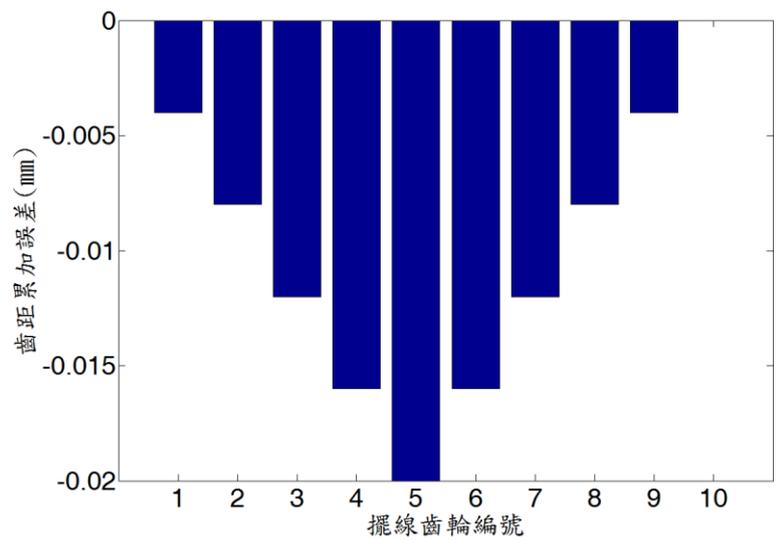


圖 3-15(b) 齒距累加誤差

$$\theta_p = E_t / (R_p - R_m) \quad (3.2)$$

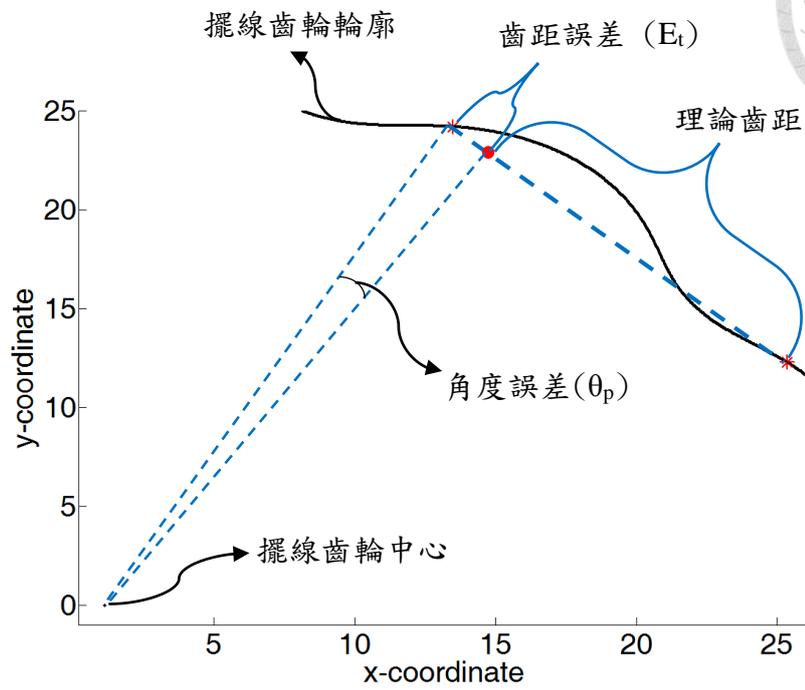


圖 3-16 齒距誤差和角度誤差轉換說明圖

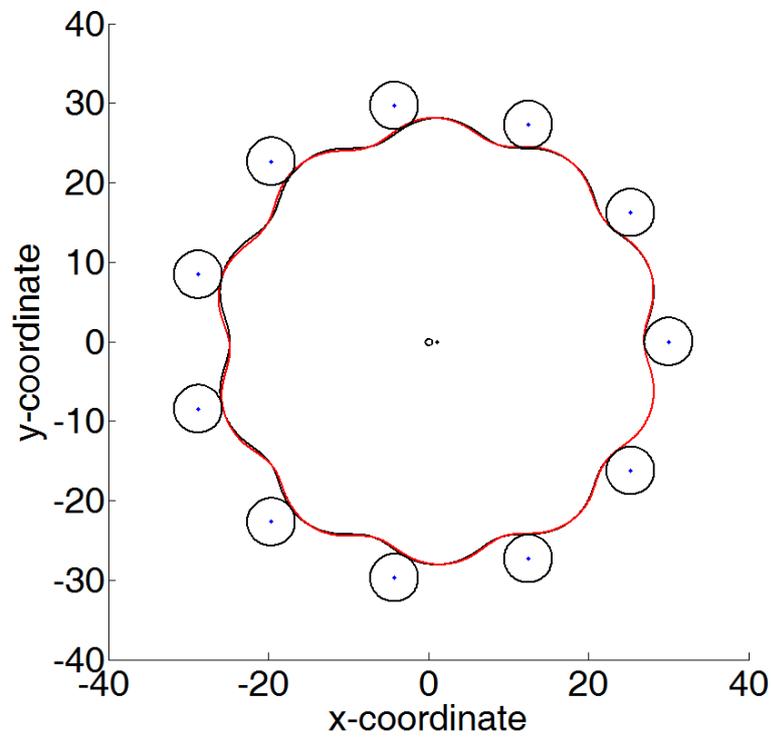


圖 3-17 周節誤差示意圖



在程式描述齒距誤差的方法為，先將最大的齒距累加誤差除以一半的齒數，即為每一齒的齒距誤差，再將齒距誤差轉換成角度誤差，將擺線齒輪輪廓參數式式(2.18.a)中每一齒轉動相對應的角度，每一齒的選擇為起終點皆為波谷，最後所得的輪廓即為具有齒距誤差的擺線齒輪輪廓。

圖 3-18 為齒距誤差產生之運動誤差曲線，圖 3-19 為齒距誤差產生之背隙曲線，其中最大累加齒距為 0.01(mm)。在分析運動誤差裡，可以看到運動誤差曲線呈現一個有規律週期的波型。因為擺線齒輪兩齒間有齒距誤差，擺線齒輪與針齒接觸時，因為下一個擺線齒增加了了一個齒距誤差，而會慢一點接觸到，而在下一齒亦發生同樣的情形。所以運動誤差曲線和齒距累加誤差會有相對應的關係。圖 3-19 中，也可觀察到背隙也是呈現與齒距累加誤差相對應的關係。

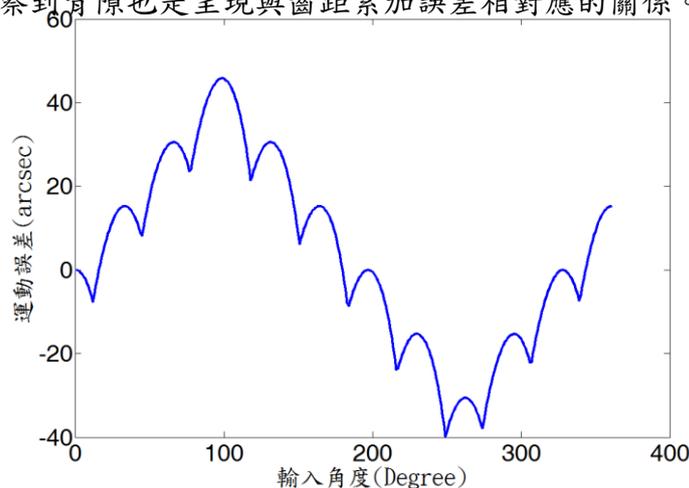


圖 3-18 齒距誤差產生之運動誤差曲線

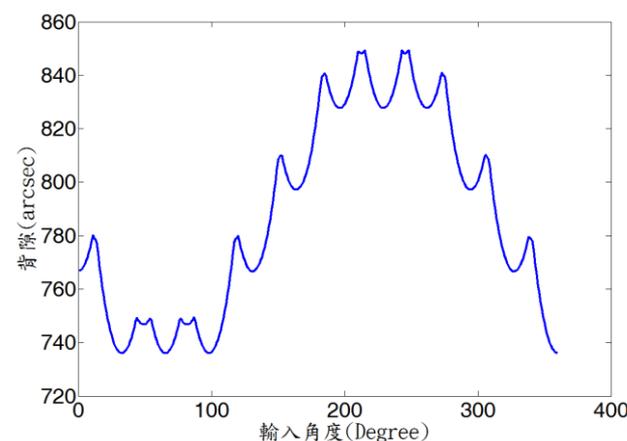


圖 3-19 齒距誤差產生之背隙曲線



### 3.2.6 實際曲柄偏心率誤差

曲柄在製造時，會由於刀具與夾持點產生力矩，而讓曲柄在加工時發生變形，或是因為加工精度和振動，最後導致曲柄的偏心率有誤差。在程式裡，會將轉換矩陣式(2.17)中的實際偏心率( $e$ )再加入一個誤差量( $A_A$ )作分析。

圖 3-20 為偏心率加入一個 0.01(mm)的增量所得的運動誤差圖，圖 3-21 為其背隙曲線圖。從圖 3-20、3-21 中可得知，改變實際偏心率會改變最大運動誤差及最大背隙，但不會改變每個波的趨勢。從簡單的物理意義裡，較無法判別偏心率的大小與運動誤差及背隙的關係，只能由計算結果得知。

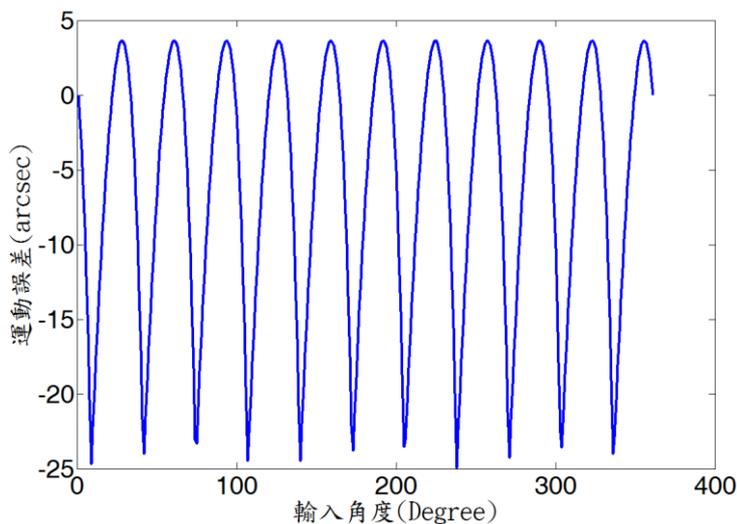


圖 3-20 實際曲柄偏心率造成之運動誤差

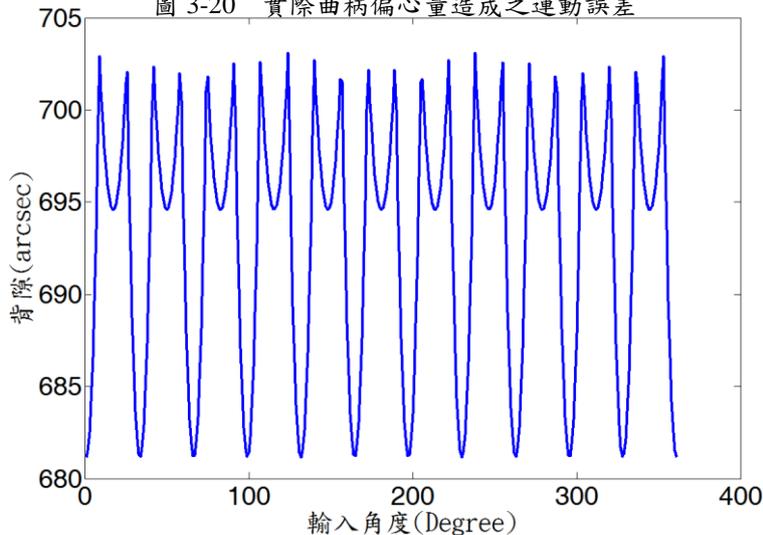


圖 3-21 實際曲柄偏心率造成之背隙



### 3.3 各誤差之靈敏度分析

為了瞭解各誤差對擺線齒輪的運動誤差及背隙影響，可以透過靈敏度分析 (Sensitivity analysis) 來得知各誤差的影響程度。靈敏度分析的方法之一為改變一個變數時，量測目標函數的變化量，如式(3.2)所示，其中  $F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  為目標函數， $x_i$  ( $i = 1 \sim n$ ) 為變數， $x_o$  為一固定值。

$$Sensitivity = \left. \frac{\partial F(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right|_{x_o} \quad (3.3)$$

本研究中的目標函數為運動誤差及背隙。由於，在此無法求得兩者之解析解，因此本研究利用數值方法，在固定的擺線齒輪設計尺寸下，求出運動誤差及背隙對誤差變化的趨勢。本研究採用的擺線齒輪設計尺寸如表 2-1 所示，擺線齒輪的修形會在各變數之靈敏度說明。

#### 3.3.1 針齒半徑靈敏度

表 3-5 為分析半徑的變化對運動誤差及背隙之靈敏度設定，擺線盤修形量為  $dRp = 0(\text{mm})$ 、 $dRrp = 0(\text{mm})$ 。圖 3-22 為產生的最大運動誤差對實際針齒半徑變化之曲線圖，圖 3-23 則為背隙對實際針齒半徑之曲線圖，圖中紅線皆為線性回歸線，線性回歸參數式如圖中右上角，其斜率即為靈敏度。可以觀察到越小的針齒會造成越大的運動誤差及背隙，但在一定變量下的針齒半徑所產生的影響，近乎相等。

表3-5 實際針齒半徑的變化量

Rrp 理論值	Rrp 起始值	步進量增量	Rrp 結束值
3(mm)	3(mm)	-0.001(mm)	2.95(mm)

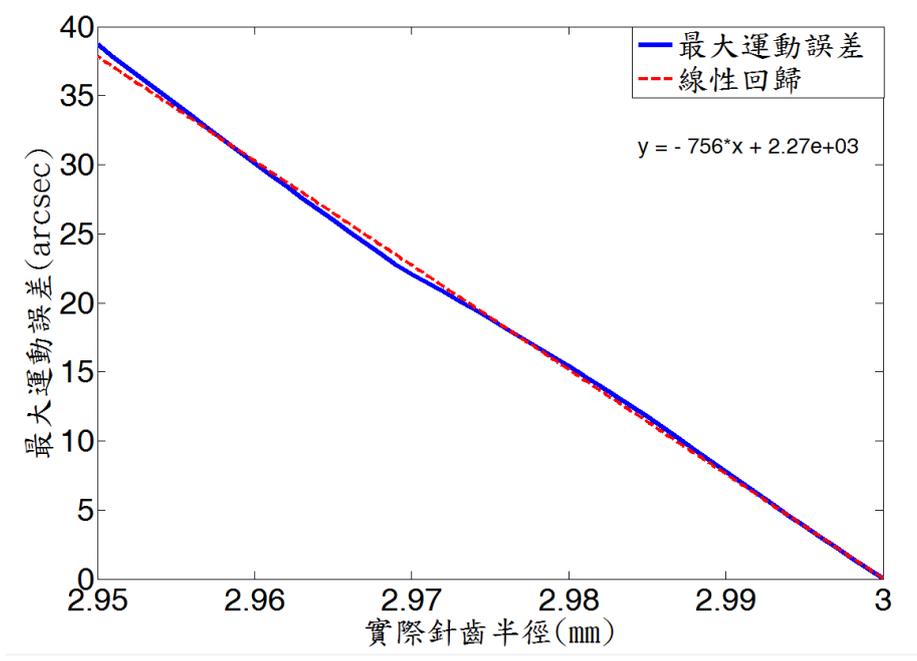


圖 3-22 最大運動誤差對實際針齒半徑之曲線圖

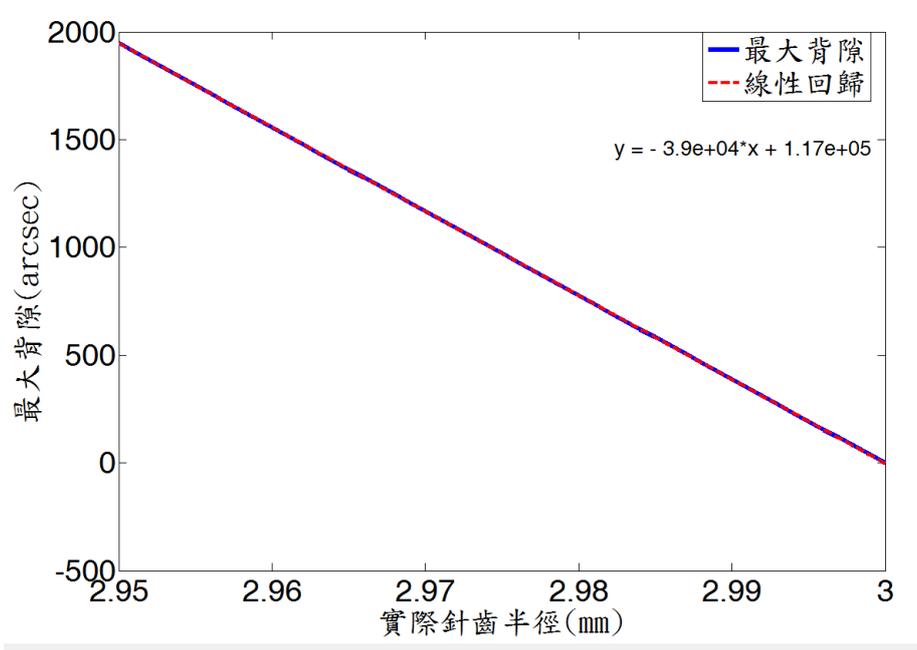


圖 3-23 最大背隙對實際針齒半徑之曲線圖



### 3.3.2 針齒位置靈敏度

表 3-6 為針齒位置的變化對運動誤差及背隙之靈敏度設定，擺線盤修形量為  $dRp = 0$  (mm)和  $dRrp = 0$  (mm)。圖 3-24 為產生的運動誤差對實際針齒位置變化之曲線圖，圖 3-25 則為以表 3-6 所產生的背隙對實際針齒位置之曲線圖，圖中紅線皆為線性近似線，線性回歸參數式如圖中右上角，其斜率即為靈敏度。可以觀察到越遠的針齒位置造成越大的運動誤差及背隙，但在一定變量下的針齒半徑所產生的影響，近乎相等。

表3-6 實際針齒位置的變化量

Rp 理論值	Rp 起始值	步進量增量	Rp 結束值
30(mm)	30(mm)	0.001(mm)	30.05(mm)

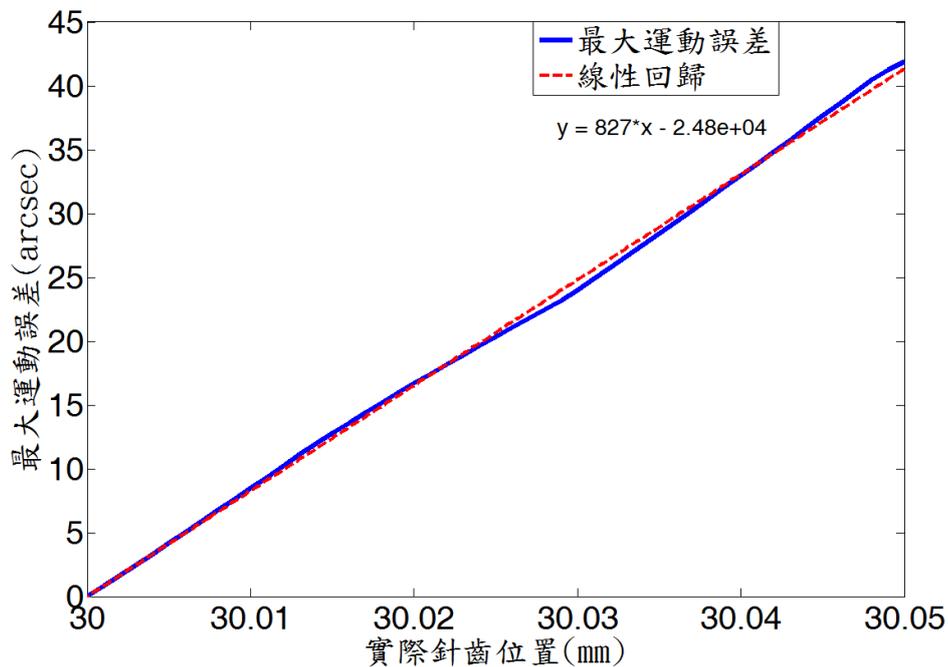


圖 3-24 最大運動誤差對實際針齒位置之曲線圖

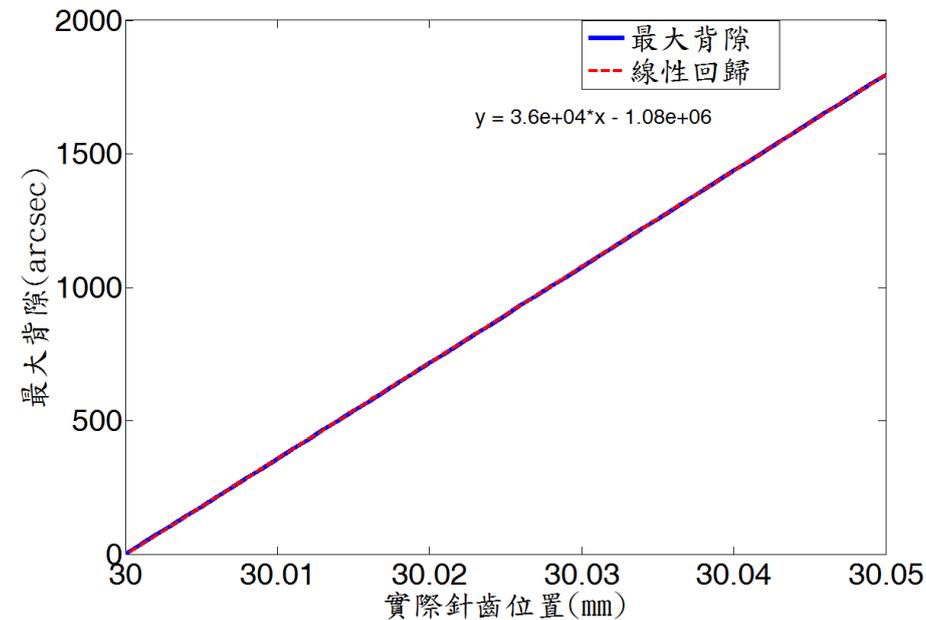
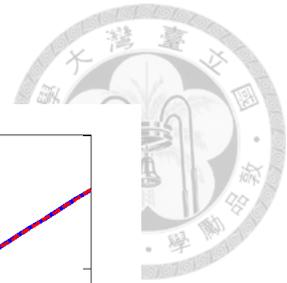


圖 3-25 最大背隙對實際針齒位置之曲線圖

### 3.3.3 目標函數對實際針齒中心位置度之變化分析

在分析實際針齒中心位置度之變化時，擺線盤修形量為  $dRp = 0.01$  (mm) 和  $dRrp = 0.03$  (mm)。若將所有的針齒的位置度設為相同，則其物理意義為所有的針齒孔座以組裝座標中心一起轉動一個角度。而此令法無法明確的描述位置度造成的影響。所以在此，將以兩顆針齒相對移動方式分為四大類，第一、二顆針齒分別在其座標之(1)0-180 度，180-0 度 (2)360-180 度，180-360 度 (3)0-180 度，180-360 度及(4)360-180 度，180-0 度中移動，如圖 3-26 所示。

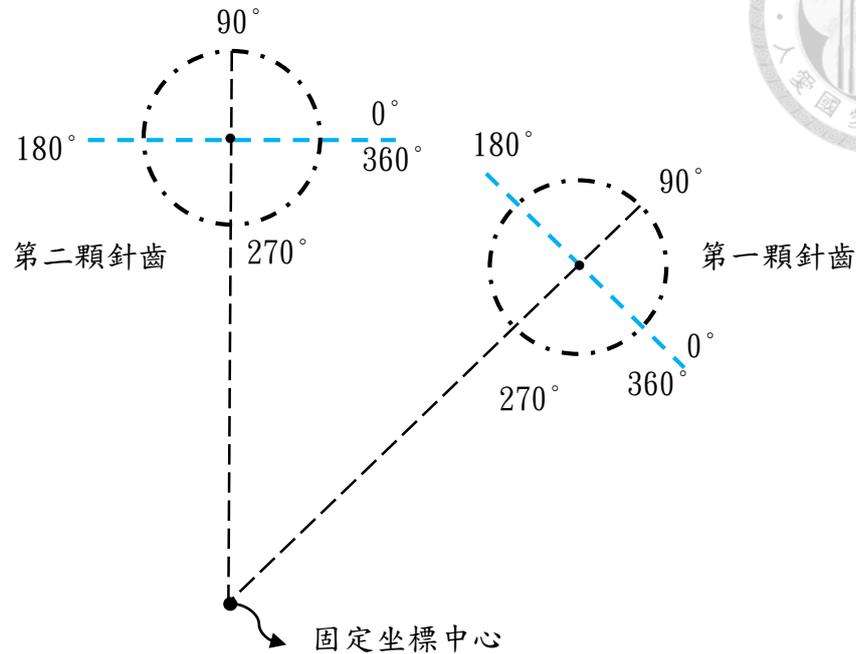


圖 3-26 相鄰兩顆針齒位置度相對移動示意圖

表 3-7 為實際針齒位置度的變化量，圖 3-27 為以表 3-7 所產生的運動誤差對第一類實際針齒位置度之曲線圖，圖 3-28 為以表 3-7 所產生的背隙對第一類實際針齒位置度改變之曲線圖。圖中 X 軸為每一次位置度誤差半徑角度的變化量，每個步進量為 10 度。例如，第一次變化量為第一顆針齒由位置度誤差半徑角度 0 度逆時針轉 10 度，第二顆針齒由位置度誤差半徑角度 180 度順時針轉 10 度；第二次變化量為第一顆針齒由位置度誤差半徑角度 10 度逆時針轉 10 度，第二顆針齒由位置度誤差半徑角度 170 度順時針轉 10 度，依此類推；Y 軸為誤差半徑的變化量，Z 軸為運動誤差。圖 3-29、3-31、3-33 為運動誤差對第二類到第四類實際針齒位置度改變之曲線圖。圖 3-30、3-32、3-34 為背隙對第二類到第四類實際針齒位置度之曲線圖。位置度半徑的起始值為 0(mm)，步進量為 0.001，終點值為 0.005(mm)。由於位置度無法將兩個變數拆開，所以在此不分析位置度之靈敏度，而以目標函數對誤差改變量作圖表示。



表3-7 針齒位置度相對移動的變化量

	起始角度		步進量代表值		結束角度	
	第一類	第二類	第一類	第二類	第一類	第二類
第一類	0°	180°	10°	-10°	180°	0°
第二類	360°	180°	-10°	10°	180°	360°
第三類	0°	180°	10°	10°	180°	360°
第四類	360°	180°	-10°	-10°	180°	0°

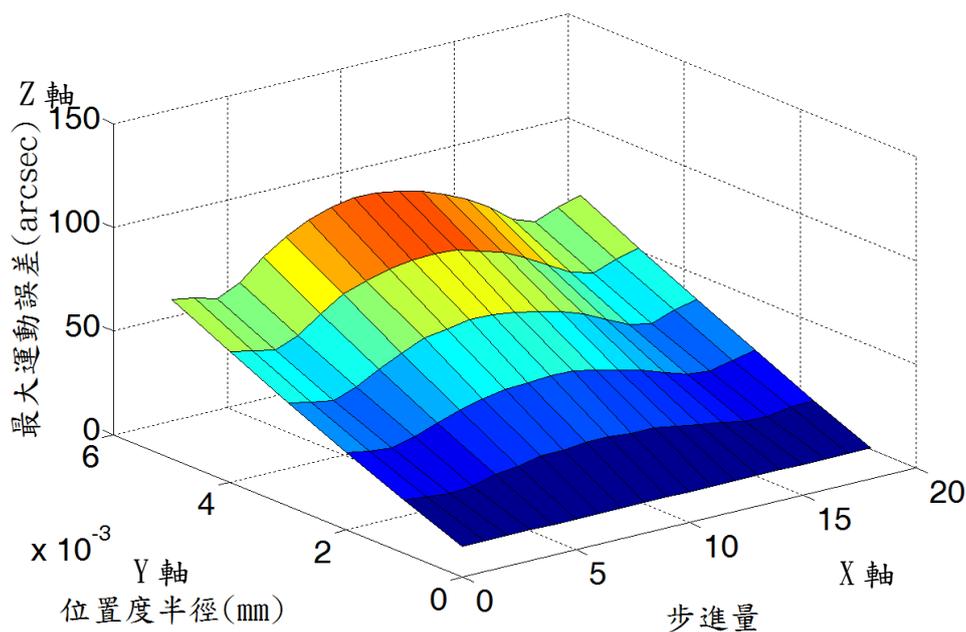


圖 3-27 運動誤差對第一類實際針齒位置度之曲線圖

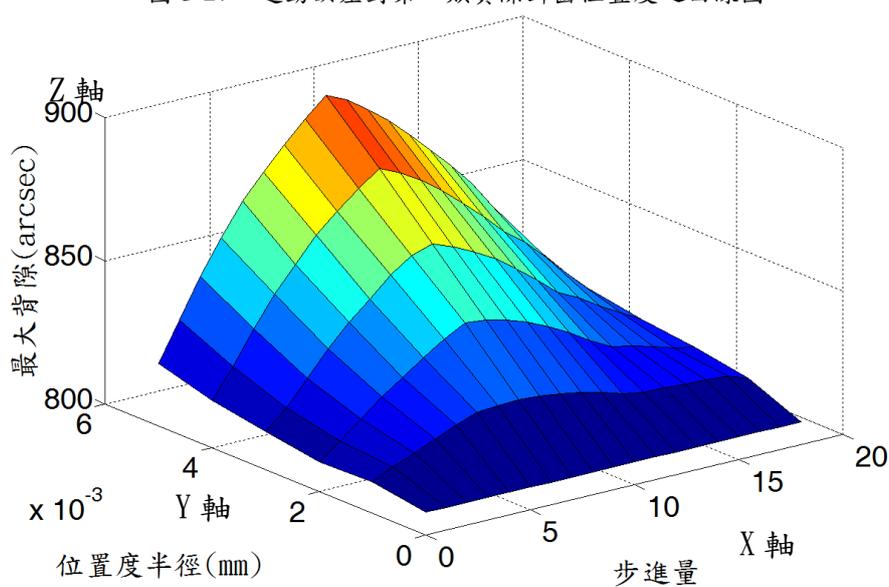


圖 3-28 背隙對第一類實際針齒位置度之曲線圖

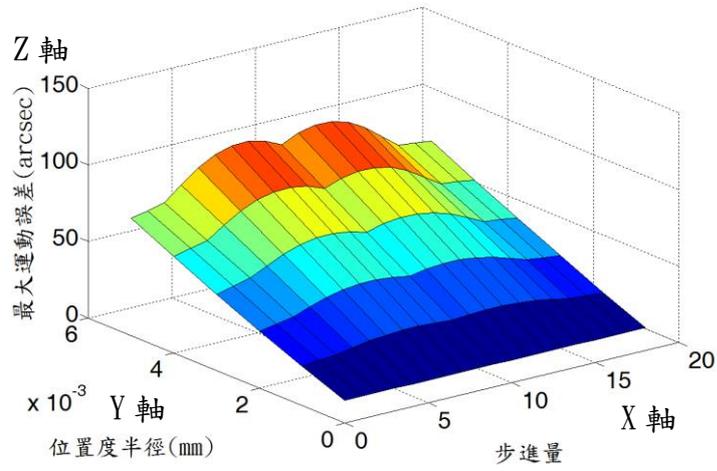


圖 3-29 運動誤差對第二類實際針齒位置度之曲線圖

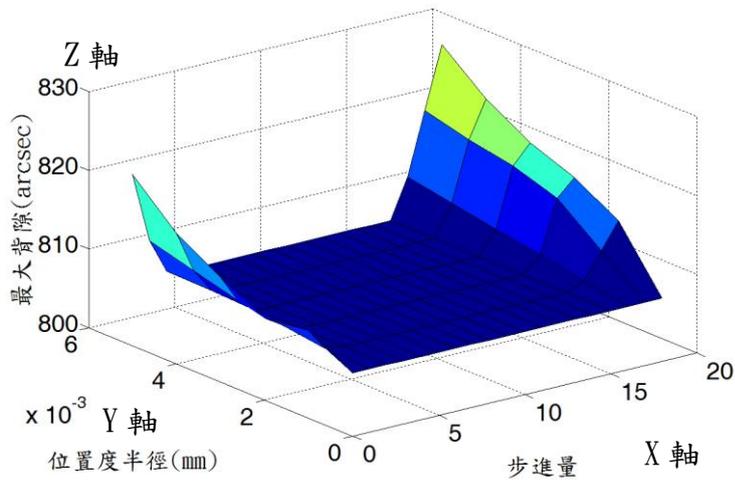


圖 3-30 背隙對第二類實際針齒位置度之曲線圖

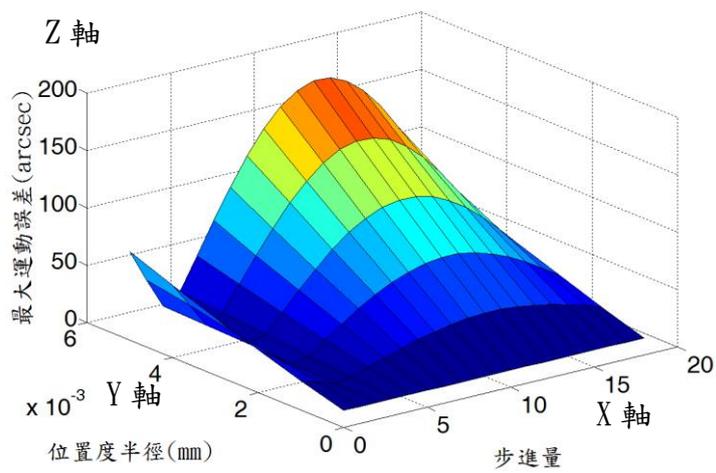


圖 3-31 運動誤差對第三類實際針齒位置度之曲線圖

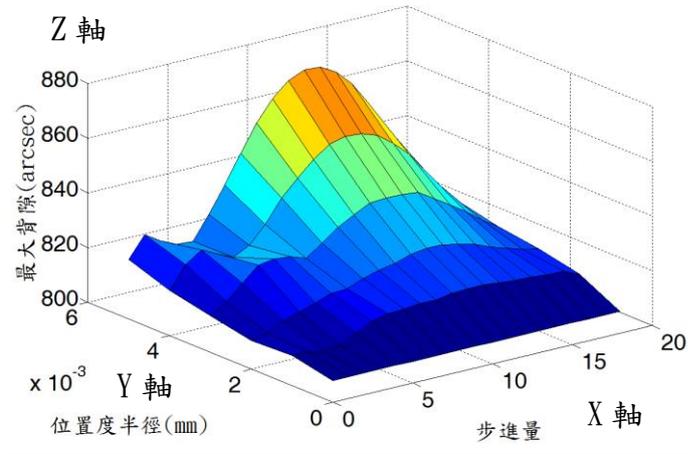


圖 3-32 背隙對第三類實際針齒位置度之曲線圖

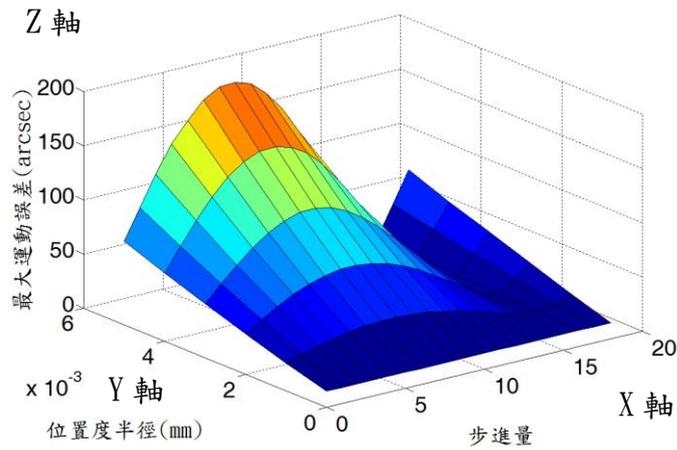


圖 3-33 運動誤差對第四類實際針齒位置度之曲線圖

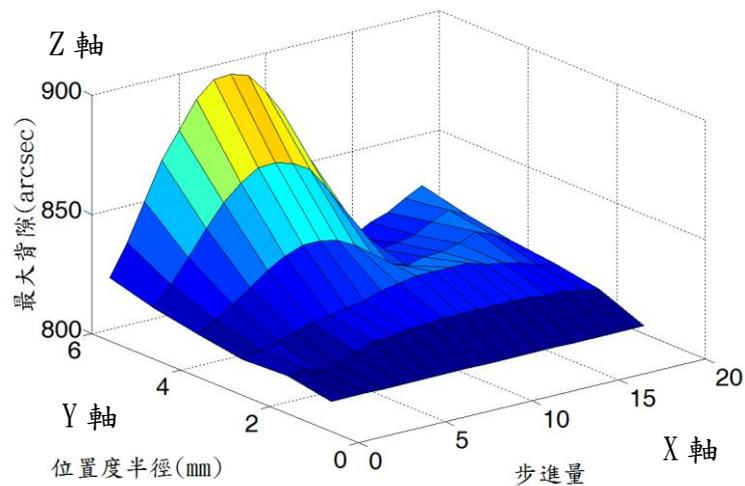
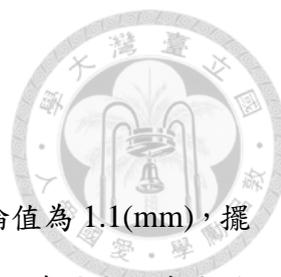


圖 3-34 背隙對第四類實際針齒位置度之曲線圖



### 3.3.4 擺線齒輪輪廓度之靈敏度

表 3-8 為靈敏度中實際擺線齒輪輪廓度的變化量，其中理論值為 1.1(mm)，擺線盤修形量為  $dRp = 0.01$  (mm)和  $dRrp = 0.03$  (mm)。圖 3-35 為以表 3-8 所產生的運動誤差對擺線盤輪廓度之曲線圖，運動誤差對輪廓度的靈敏度如圖 3-36 所示。在前一節提到，輪廓度可由式(2.13)增加一個偏心量(D\_A)來表示，由靈敏度分析可得知，當偏心量越小，每一個微小誤差的影響量越來越大，而若將偏心量往大的方向製造，造成的最大運動誤差會越小。圖 3-37 為以表 3-8 所產生的背隙對擺線齒輪輪廓度之曲線圖，背隙對偏心量的靈敏度如圖 3-38 所示，由靈敏度分析可得知，背隙對偏心量增減會呈現一個對稱的結果，背隙皆是降低。

表3-8 實際擺線齒輪輪廓度的變化量

偏心量起始值	偏心量增量	偏心量結束值
1.09(mm)	0.001(mm)	1.11(mm)

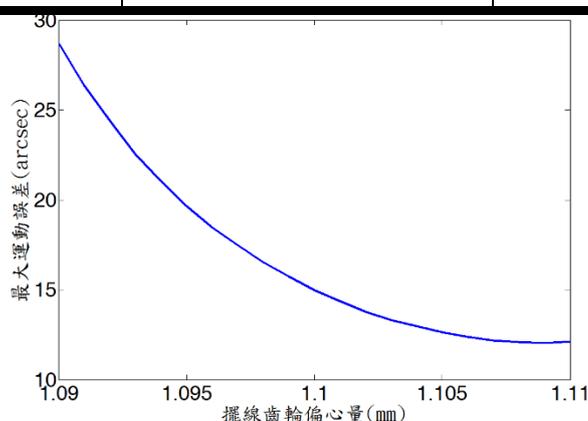


圖 3-35 運動誤差對擺線齒輪偏心量之曲線圖

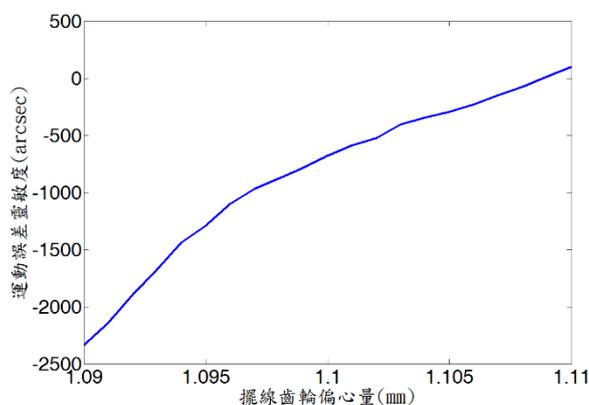


圖 3-36 運動誤差對擺線齒輪偏心量之靈敏度

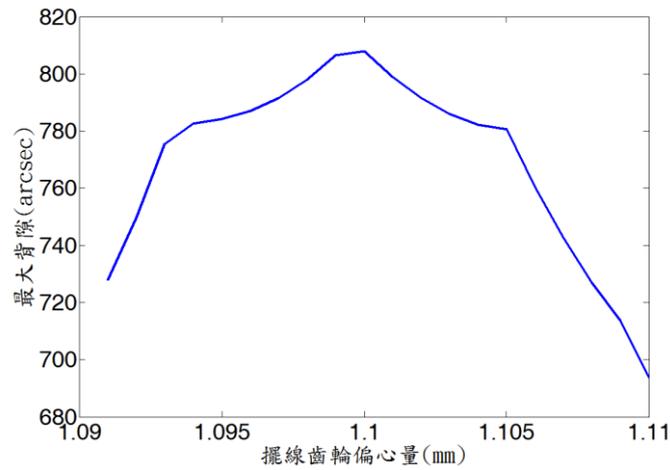


圖 3-37 背隙對擺線齒輪偏心率之曲線圖

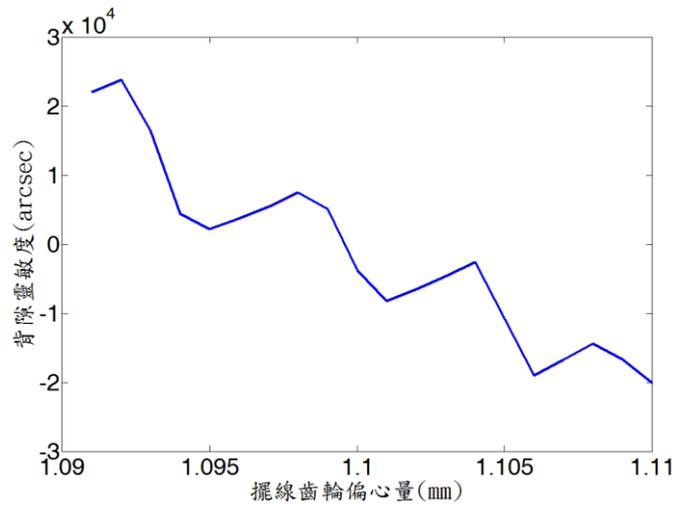


圖 3-38 背隙對擺線齒輪偏心率之靈敏度

### 3.3.5 擺線齒輪齒距之靈敏度

表 3-9 為靈敏度中擺線齒輪最大累加齒距的變化量，擺線盤修形量為  $dRp = 0.01$  (mm)和  $dRrp = 0.03$  (mm)。圖 3-39 為以表 3-9 所產生的運動誤差對擺線齒輪齒最大累加齒距之曲線圖，運動誤差對最大累加齒距的靈敏度如圖 3-40 所示。可以觀察到最大累加齒距絕對值越大，皆會造成越大的運動誤差，造成的影響量近乎相等。圖 3-41 為為以表 3-9 所產生的背隙對擺線齒輪最大累加齒距改變的曲線圖。



圖 3-42 為背隙對最大累加齒距改變之靈敏度。最大累加齒距對背隙的影響亦是絕對值越大，造成的背隙越大，且造成的影響量近乎相等。

表 3-9 擺線齒輪最大累加齒距的變化量

最大累加齒距起始值	最大累加齒距增量	最大累加齒距結束值
-0.02(mm)	0.001(mm)	0.02(mm)

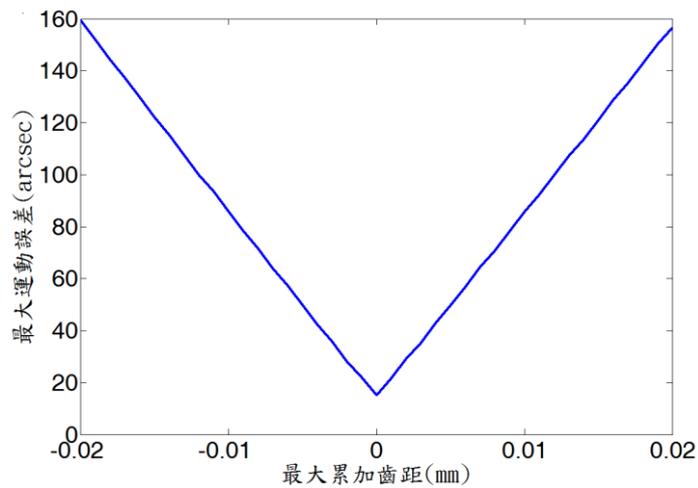


圖 3-39 運動誤差對擺線齒輪最大累加齒距之曲線圖

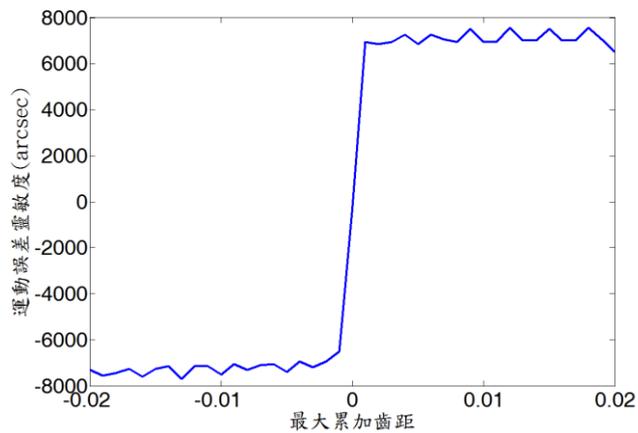


圖 3-40 運動誤差對最大累加齒距之靈敏度

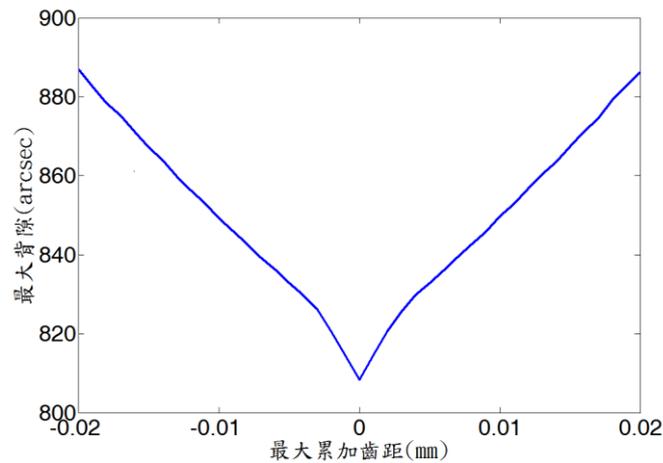


圖 3-41 背隙對擺線齒輪齒最大累加齒距之曲線圖

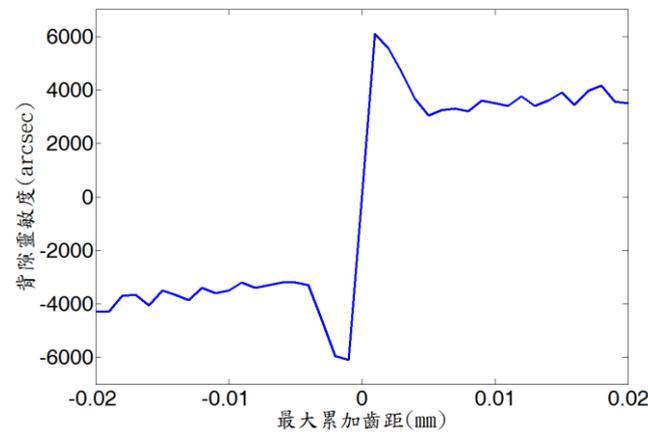


圖 3-42 背隙對最大累加齒距之靈敏度

### 3.3.6 實際曲柄偏心率之靈敏度

表 3-10 為靈敏度中實際曲柄偏心的變化量，其中理論值為 1.1(mm)，擺線盤修形量為  $dRp = 0.01$  (mm)和  $dRrp = 0.03$  (mm)。圖 3-43 為以表 3-10 所產生的運動誤差對實際曲柄偏心之曲線圖，運動誤差對實際曲柄偏心之靈敏度如圖 3-44 所示。可以觀察到偏心率之實際值越大，運動誤差越大，靈敏度也越大。圖 3-45 為以表 3-9 所產生的背隙對實際曲柄偏心之曲線圖，圖 3-46 為背隙對實際曲柄偏心之靈敏度。可以看出不論偏心率增加或減少，皆是使背隙降低，因為在圖 3-45 中，最大背隙是以理論偏心率，左右大致對稱的曲線。



表 3-10 實際曲柄偏心的變化量

實際曲柄起始值	實際曲柄增量	實際曲柄結束值
1.09(mm)	0.001(mm)	1.11(mm)

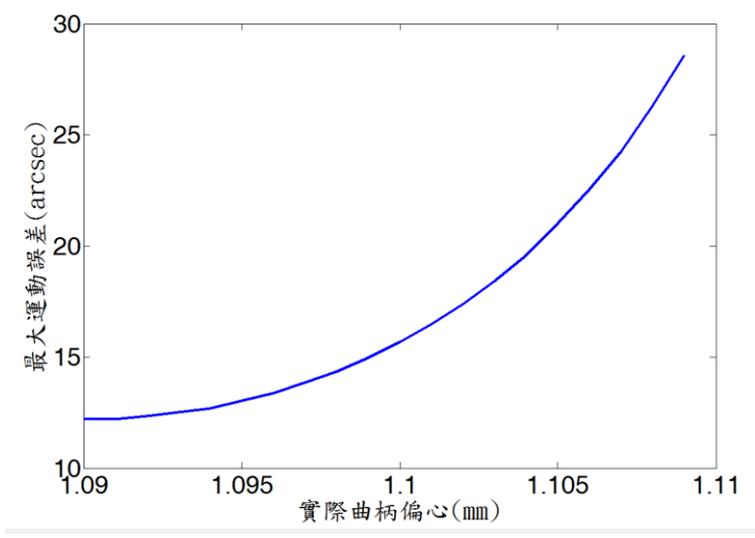


圖 3-43 運動誤差對實際曲柄偏心之曲線圖

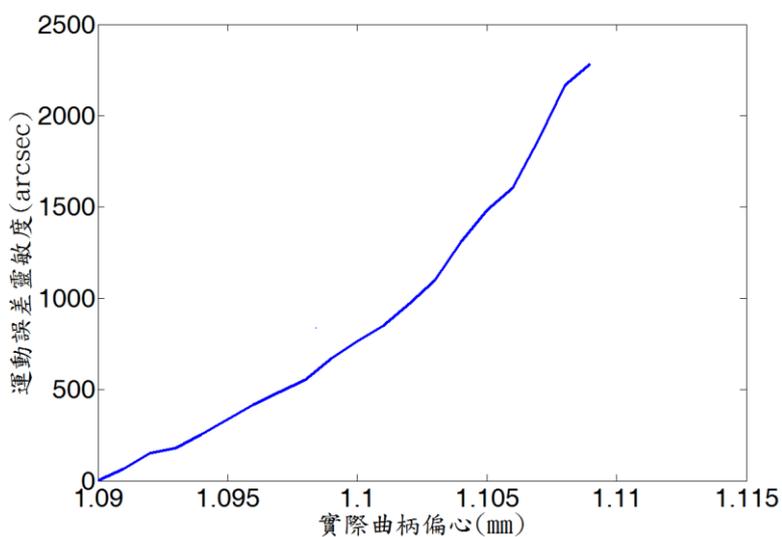


圖 3-44 運動誤差對實際曲柄偏心之靈敏度

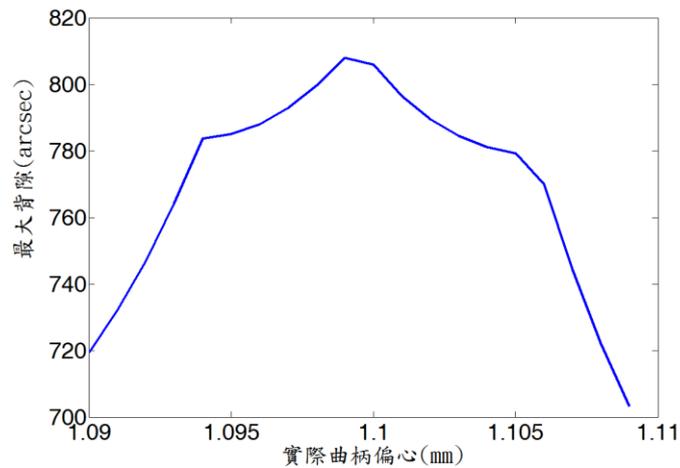


圖 3-45 背隙對實際曲柄偏心之曲線圖

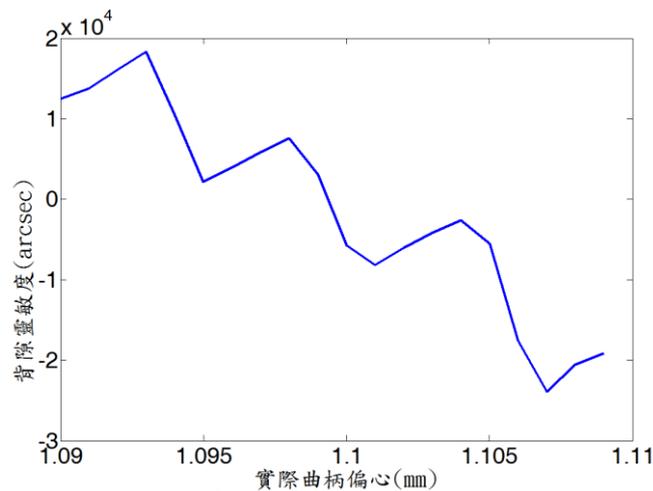


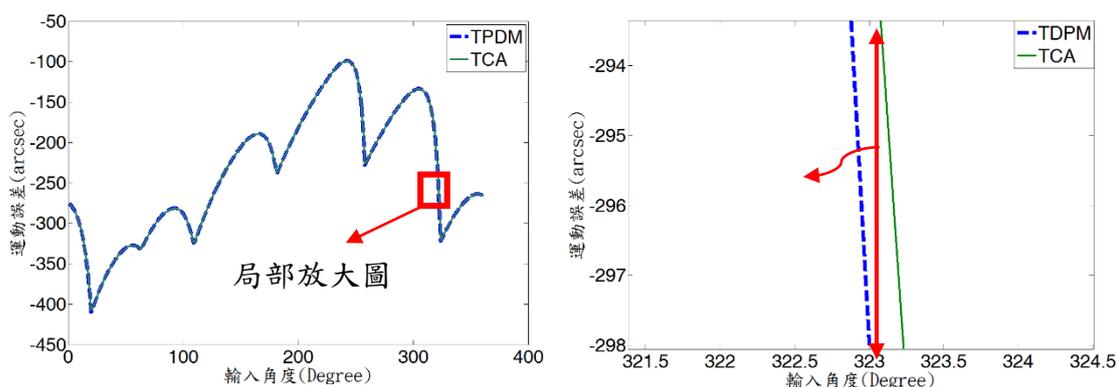
圖 3-46 背隙對實際曲柄偏心之靈敏度

### 3.4 加入誤差後的TCA與TPDPM比較

在此比較加入誤差後的 TCA 與 TPDPM 之運動誤差結果，以檢查 TPDPM 程式之誤差與計算時間。在此設定三組擺線齒輪製造誤差參數，如附錄一所示。圖 3-47、3-49 及 3-51 為以三組參數經由 TCA 和 TPDPM 計算運動誤差之比較圖，圖 3-48、3-50 及 3-52 為 TCA 和 TPDPM 計算後的運動誤差相差值(TPDPM 之運動誤差減去 TCA 之運動誤差)。所得出的誤差有時會超過 1 arcsec，這是因為當運動誤差逐漸增加時，如圖 3-47、3-49 所示，在前一章節之 2-19 中第  $i$  個輪廓離散點和



針齒輪廓間間隙會逐漸加大，在判斷上會以為剛好接觸，但實際上還會有一個間隙存在，進而造成誤差。但是工程上一般減速機的運動誤差通常會少於 200 arcsec，而透過多次的數據分析，可以得到在運動誤差在 200 arcsec 以下時，很少會出現超過 1 arcsec 的現象，如圖 3-48，可得知加入誤差後之 TPDPM 也是相當精準。



(a) TCA vs TPDPM 重疊比較圖

(b)圖(a)之局部放大圖

圖 3-47 第一組參數 TCA vs TPDPM 比較圖

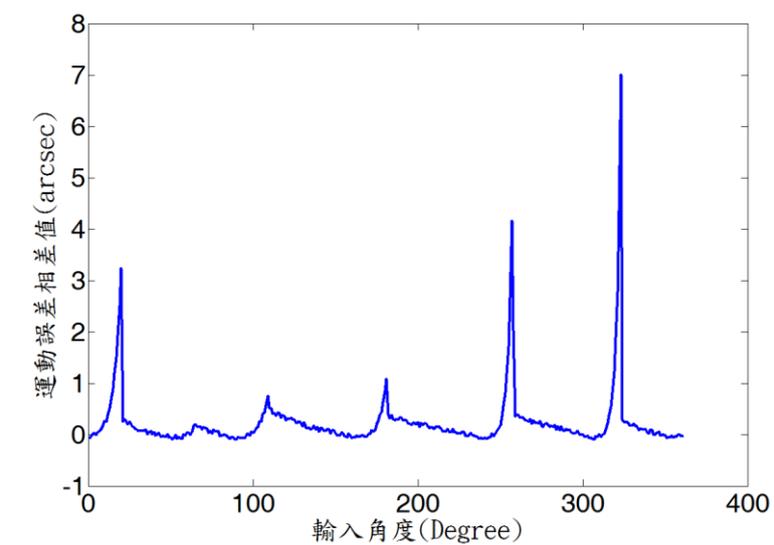
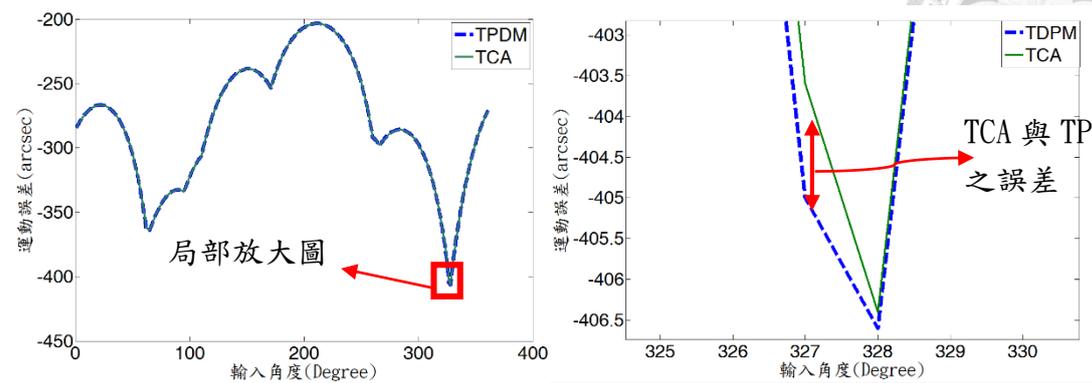


圖 3-48 第一組設計參數以 TCA 和 TPDPM 求出之運動誤差相差值



(a) TCA vs TPDM 重疊比較圖

(b)圖(a)之局部放大圖

圖 3-49 第二組參數 TCA vs TPDM 比較圖

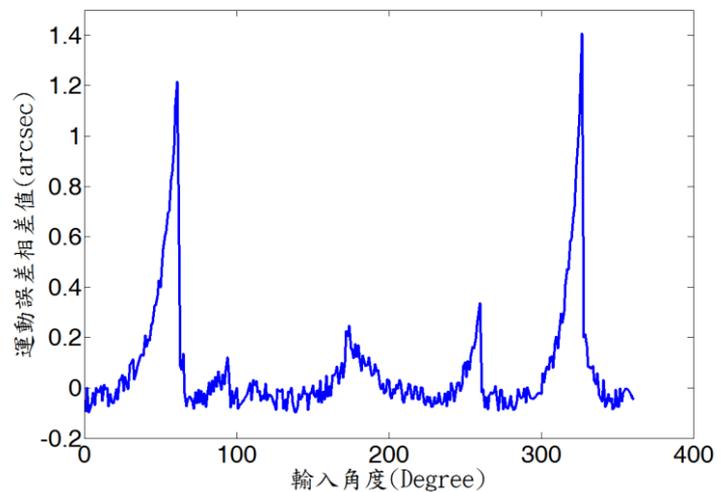
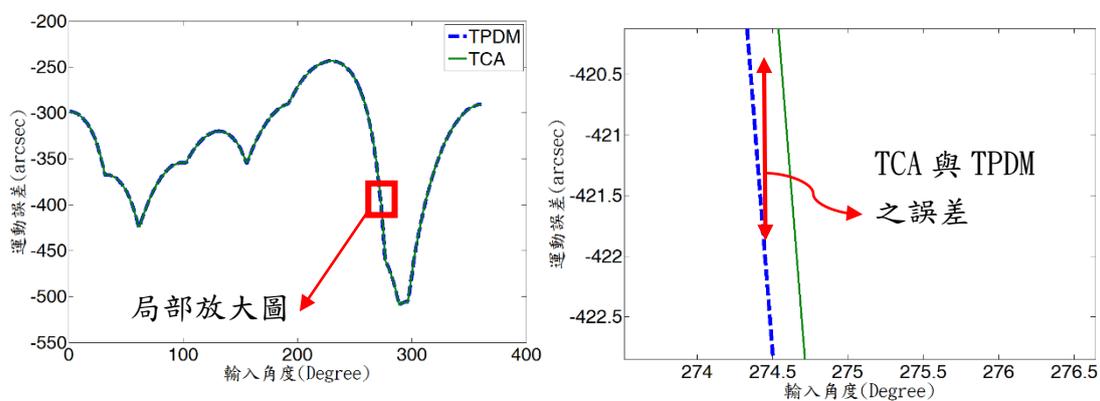


圖 3-50 第一組設計參數以 TCA 和 TPDM 求出之運動誤差相差值



(a) TCA vs TPDM 重疊比較圖

(b)圖(a)之局部放大圖

圖 3-51 第三組參數 TCA vs TPDM 比較圖

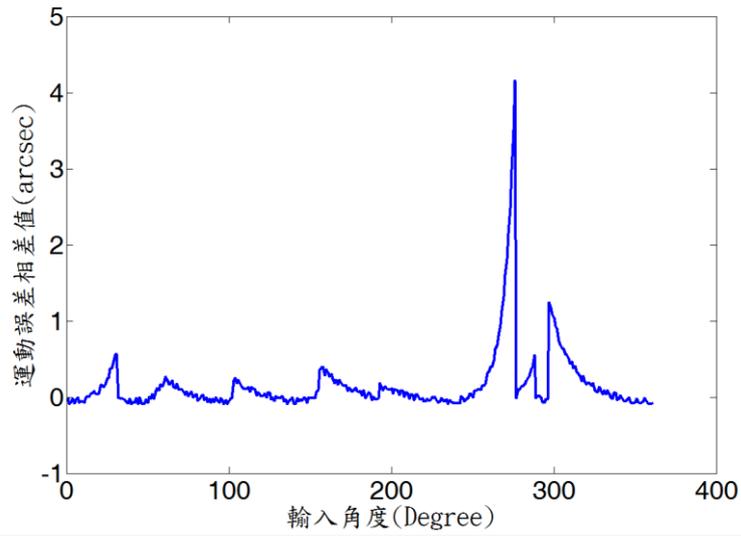
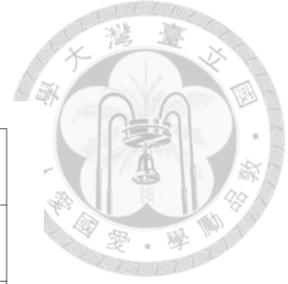


圖 3-52 第三組設計參數以 TCA 和 TPDPM 求出之運動誤差相差值

## 第四章 基於可靠度之最佳加工精度設計



### 4.1 前言

分析主要的設計參數對運動誤差及背隙所造成的影響後，可以在設計時予以注意其限制。在工程實施上，當設計擺線齒輪減速機時，通常會對於運動誤差和背隙給予一個目標值。然而製造時，若各個設計參數的誤差不是呈現定值，且各個誤差同時考慮時，則無法透過前一章節的分析而得到所要求的運動誤差及背隙。本章將利用基於可靠度之最佳化的觀念來分析。當限制運動誤差和背隙的值時，透過加工精度最佳化的程序，在已知修形量時，可以提供一組最小加工成本的加工精度。最後再將修形量加入考量，透過最佳化過程，可得到一組建議修形量，及其最小成本的加工精度。

### 4.2 可靠度分析方法介紹

常見可靠度的分析方法可分為(1)蒙地卡羅法(Monte-Carlo Method, MCM)、(2) First Order Second Moment Method, FOSM、(3) Advanced First Order Second Moment Method, AFOSM、(4) Second Order Reliability Method, SORM 和 Surrogate Model Method。

蒙地卡羅法為一種利用機率產生樣本的方式，來達到模擬實際狀況會發生的機率。此法是工程上常見的方法，因為只要可以得知變數的出現的機率模式和足夠的樣本數，則可得知該變數在實際上對目標函數產生的影響。但缺點為計算的時間會隨著樣本數增加而增加。若計算一個樣本的時間過長，則總時間會相當龐大，會使得該方法成本提高。



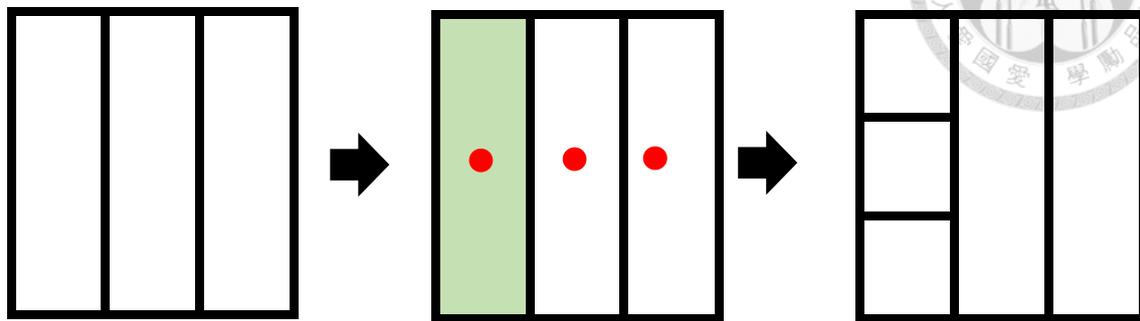
FOSM、AFOSM 為利用一階泰勒展開式去簡化限制函數，SORM 為利用二階泰勒展開式去簡化限制函數，若限制函數很接近一階或二階函數，則利用這些方法可以達到快速且準確的結果，但如果實際限制函數不接近一階或二階函數，則這些方法所產生的結果會有相對應的誤差，若實際限制函數和簡化限制函數差距很大，則簡化限制函數就無法表現實際的物理意義。

Surrogate Model Method 透過設計反應曲面來討論目標和獨立變數間的關係，以下討論兩種模型[25]。第一種為 Polynomial Regression Model，其缺點為，如果要應用的問題為高非線性，則需要更多的樣本點，且容易對問題造成不穩定或產生錯誤；Kriging Model 的缺點為如果樣本點取的距離太近，則容易造成佔用過大的記憶體和計算時間。

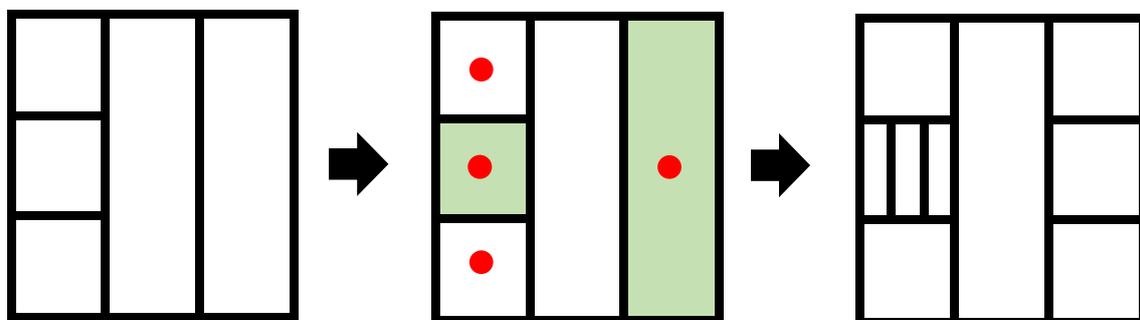
經由分析以上的方法，本研究採用蒙地卡羅法。因為在第二章中，已可以利用齒面輪廓離散點法大量降低計算一次樣本的時間，所以可以滿足此法的限制。

### 4.3 最佳化方法介紹

由於在本研究的最佳化過程中，需要在全域找到最佳解，而利用斜率方法的演算法容易找到區域最佳解，若要證明為全域最佳解，則驗證上繁瑣。所以在此利用 Dividing RECTangle (DIRECT) 演算法，此方法為一種樣本演算法，利用在限制範圍內取樣本，利用有限的分割及變數搭配，逐漸逼近全域最佳解。其演算概念[26]如圖 4-1。在圖 4-1 裡的(a)圖表示一個具有兩個變數問題的變數區域，首先會將變數區域依照最長邊分成三個區塊，以三個區塊的中間值計算結果。從中找尋可能為最佳解的區塊，如圖 4-1 中綠色的區塊。再對該區塊分為三個區塊，以此類推，如 4-1 的(b)，直到達到設定的疊代次數。所以只要將所有變數設定上下限，則此演算法即可找出全域最佳解。程式檔如[27]所示。



(a) First Iteration



(b) Second Iteration

圖 4-1 DIRECT algorithm iteration process

## 4.4 基於可靠度之加工精度最佳化理論

### 4.4.1 各加工誤差之分佈

加工誤差的分佈會依照機台的種類、加工方式、加工尺寸和環境等因素有關。在此，由於無法得知上述的加工資訊，所以將所有的設計參數公差帶分佈以最常使用的常態分佈計算。在 MATLAB 中以”normrnd”指令來產生各個誤差的常態分佈。具公差之設計參數的常態分佈將於附錄 2 中舉例說明。



#### 4.4.2 目標函數

由於製造擺線齒輪減速機時，會希望能滿足運動誤差及背隙在一定精度內的成本越低越好。假設加工成本反應在加工精度上，及精度越高／低，成本越高／低；因此在此將目標函數設定為各個設計參數的公差帶範圍總合，且要將此目標函數最大化，亦即達到最大公差帶範圍(最低成本)又滿足運動誤差和背隙在要求值之內的限制。若各個公差帶的成本以(花費/單位(mm))表示，如果將各個參數之公差帶直接加總起來，則無法表達各種參數實際具有不同之製造成本。在此，本研究將各個參數之公差帶範圍前，再乘上一個權重值  $w_i(1 \leq w_i \leq 10)$ ，表示各公差帶對目標函數產生不同的影響。權重值越大，表示該參數所欲控制之公差帶的成本較低，即增加該誤差公差帶範圍對目標函數的影響較大，演算法會選擇提高該公差帶範圍。

#### 4.4.3 限制函數

在設計擺線減速機時，通常會要求減速機的精度，一般為運動誤差及背隙。在基於可靠度之加工精度最佳化程式中，會設定該次分析的疊代總樣本數為  $N_s$ ，而限制式為在該次計算總樣本中，運動誤差及背隙超過所設定的值之機率必須在設定的機率之內，如式(4.1)所示，其中  $N_{fKE}$  和  $N_{fBL}$  分別代表在該次計算中，運動誤差和背隙的失敗的總數，而”失敗”定義為產生干涉及超過目標運動誤差值或目標背隙值， $P_c$  為在該次計算中，可接受失敗的機率。

$$\frac{N_{fKE}}{N_s} \leq P_c \quad (4.1)$$

$$\frac{N_{fBL}}{N_s} \leq P_c \quad (4.2)$$

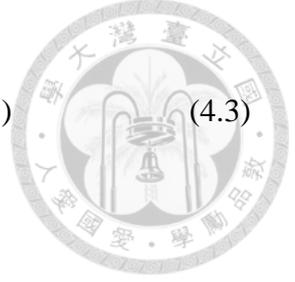


#### 4.4.4 程式流程及設定

首先，須設定擺線減速機之設計參數、修形參數及所要求的運動誤差及背隙。第二步驟為設定目標函數，權重值的設定為諮詢製造端所獲得的資訊，由於針齒在製造上精度較好控制，所以在此給予的權重為 10；針齒孔位置在加工時，若要提高一級精度，成本最為昂貴，所以給予實際針齒位置及位置度的權重皆為 1；擺線齒輪在加工時，輪廓度若要提高精度，其成本次之，所以給予輪廓度及最大累加齒距的權重皆為 2；最後曲柄在加工時，單位成本為第三，所以在此給予的權重為 3。程式在最佳化時，會根據權重而判斷要提高何種公差帶，而使結果不會超過目標的運動誤差及背隙，又可達到成本最低的製造方式。

最後步驟為設定限制式，將所有變數產生高斯分佈，產生總樣本數  $N_s$ 。本研究將最佳化的問題分為兩類。第一類為設定固定的修形量，由最佳化得到最大公差帶(最低製造成本)；第二類則將修形量亦設為變數，透過最佳化可得知最大公差帶(最低製造成本)的修形量。所有誤差的平均值皆為 0，且利用 Root Sum Square (RSS) method，假設製造出來的零件，公差帶皆在六個標準差以內。最後產生該次設定的總樣本數，且將最大運動誤差的限制設為 150 arcsec 和最大背隙的限制設為 500 arcsec。一般工業用的擺線齒輪減速機最大運動誤差及最大背隙分別約為 30 arcsec 及 60 arcsec，會將程式中的限制設為超過一般工業用限制的原因為，在  $n_c$  為 10 的設計尺寸下，只要有些微的誤差，精密度的變動即會非常大，所以在此設較大精密度的限制是要讓最佳化後的公差帶符合物理意義。第一類問題的目標函數及限制式如式(4.3)和(4.4)所示，其中  $f_o$  為目標函數(設計參數之公差乘上權重值後之總和)，TZ 為 tolerance zone。第二類問題的目標函數及限制式如式(4.5)和(4.6)所示。其中要使最佳化後皆沒有樣本超過目標限制，所以將  $P_c$  的設定為 0.0001。

$$\min f_o = -(w_1 * A_{R_p\_TZ} + w_2 * A_{R_p\_TZ} + w_3 * R_e\_TZ + w_4 * D_{A\_TZ} +$$



$$w_5 * \text{Max\_cumulative\_pitch\_error\_TZ} + w_6 * A\_A\_TZ) \quad (4.3)$$

**subject to**

$$\frac{N_{fKE}}{N_s} \leq P_c$$

$$\frac{N_{fBL}}{N_s} \leq P_c$$

$$\text{lower bound} \leq A\_R_{rp\_TZ} \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq A\_R_p\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq R_e\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq D\_A\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq \text{Max\_cumulative\_pitch\_error\_TZ} \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq A\_A\_TZ \leq \text{upper bound} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{\min} f_o \quad (4.5)$$

**subject to**

$$\frac{N_{fKE}}{N_s} \leq P_c$$

$$\frac{N_{fBL}}{N_s} \leq P_c$$

$$\text{lower bound} \leq A\_R_{rp\_TZ} \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq A\_R_p\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq R_e\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq D\_A\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq \text{Max\_cumulative\_pitch\_error\_TZ} \leq \text{upper bound}$$

$$\text{lower bound} \leq A\_A\_TZ \leq \text{upper bound}$$

$$0.002 \leq dR_{rp} - dR_p \leq 0.03 \quad (4.6)$$

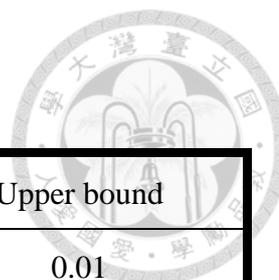


表4-I 各公差帶之上下限(mm)

各公差帶	Lower bound	Upper bound
A_R <sub>rp</sub> _TZ	0.001	0.01
A_R <sub>p</sub> _TZ	0.001	0.01
R <sub>e</sub> _TZ	0.001	0.01
D_A_TZ	0.01	0.05
Max_cumulative_pitch_error_TZ	0.01	0.05
A_A_TZ	0.001	0.005

將產生出來的樣本帶入程式中計算運動誤差及背隙的程式裡，紀錄所有樣本的運動誤差及背隙結果。由於程式在每次疊代時需要計算  $N_s$  組的樣本，計算輸入為 360 度的一組實際參數需要約 6 秒，函數計算總次數為 500，則總時間將會花費約略  $6*500*N_s$  秒，所以此方法還需要再做簡化。在此將簡化方法分為兩階段，第一為更改計算每組實際參數時，輸入的步進值。在本研究中，將輸入為 360 度的步進值由原本的每一度計算一次修改為每 10 度計算一次，因為每 10 度計算一次即可得知約略的最大運動誤差和最大背隙。第二為利用軟體的平行運算，一次執行多次的組數。透過 MATLAB 裡的平行運算指令“parfor”，可以一次執行多組運算。依照不同的電腦配備，可以平行運算的組數也不相同，在此採用一次執行五個平行運算，使得計算總時間約略為  $60*N_s$  秒。如此，既可以得知運動誤差和背隙的約略最大值，亦可減少計算的時間。最後計算出所有違背目標運動誤差及背隙的機率，將該機率限制在目標機率  $p_c$  以內。其程式流程之 pseudo code 如圖 4-2 所示。



## Optimization of Manufacturing Cost based on Reliability

Set the design parameters of the cycloidal reducer

Set the step of the input and the total input range

Set the upper bound and lower bound of the variables ,total samples  $N_s$  needed in each calculation and goal percentage

**while** not termination **do**

    Generate Gaussian distribution samples based on variables.

**parfor** 1: $N_s$  **do**

        Calculate the results and the failed percentages of samples.

**end parfor**

**if** the failed percentage is lower than the goal percentage **then**

        terminate the program.

**end if**

**end while**

圖 4-2 基於可靠度之加工精度最佳化之 pseudo code

## 4.5 結果及驗證

### 4.5.1 最佳化結果

在使用 DIRECT 演算法做最佳化時，若樣本數取的太少，可能導致連續兩次疊代參數相同，但計算出來的機率不同，而使程式找尋下一個可能最佳解的區域產生錯誤，且樣本數不夠，所得到的資訊亦不足夠代表實際上的機率。所以在此將樣本數分為 100、500 及 1000 做討論。取的樣本數越多，疊代不易發生錯誤，但耗時較長。

最佳化的問題為，第一類為在給予固定修形量時，最佳化所得到的最低成本；第二類為將修形量設為變數，最佳化的結果會得到在多少修形量下，可以得到最低的成本。第二類的目標較符合在設計擺線減速機時所需得到的資訊。因為當減速比和尺寸擬定後，可調整的尺寸剩下修形量，而修形量必須透過經驗才可得知需調整的量為多少，且可以變動的變數有兩個( $dR_p$  及  $dR_{rp}$ )，所以相當耗時。



例如，若目標背隙較小，則需較小的修形量，但兩者需如何搭配才可使成本最小，且運動誤差亦可達到，需要多次的試誤才可得到。

以下為三組利用固定的修行參數最佳化所得到的最低成本，如表 4-1~表 4-6 所示，和一組透過最佳化修形量所得到的最低成本，如表 4-7 及表 4-8 所示。從中比較何種方法所得之成本最低和樣本數對最佳化的差異。

表4-1 第一類最佳化做法之修形量(mm)

	dRp	dRrp
第一組	0.02	0.03
第二組	0.015	0.025
第三組	0.042	0.05

表4-2 第一組固定修形量最佳化結果

樣本數	100	500	1000
計算時間	5531(s)	28059(s)	69821(s)
目標函數	-0.1396(mm)	-0.1176(mm)	-0.0988(mm)
違背之限制函數組數			
Kinematic error	1	1	0
Backlash	0	3	2

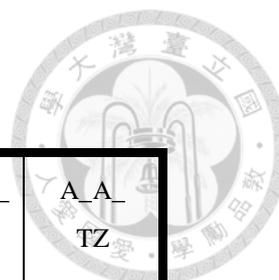


表4-3 第一組固定修形量之各變數公差帶(mm)

各變數公差帶	A <sub>R<sub>p</sub></sub> TZ	A <sub>R<sub>p</sub></sub> TZ	R <sub>e</sub> TZ	D <sub>A</sub> TZ	Pitch_error_ TZ	A <sub>A</sub> TZ
樣本數為 100	0.0055	0.0015	0.0025	0.0167	0.0211	0.0017
樣本數為 500	0.0025	0.0015	0.0025	0.0167	0.0211	0.0043
樣本數為 1000	0.0025	0.0015	0.0015	0.0122	0.0167	0.0043

表4-4 第二組固定修形量最佳化結果

樣本數	100	500	1000
計算時間	5696(s)	28461(s)	71238(s)
目標函數	-0.1623(mm)	-0.1393(mm)	-0.1211(mm)
違背之限制函數組數			
Kinematic error	0	3	0
Backlash	0	3	2

表4-5 第二組固定修形量之各變數公差帶(mm)

各變數公差帶	A <sub>R<sub>p</sub></sub> TZ	A <sub>R<sub>p</sub></sub> TZ	R <sub>e</sub> TZ	D <sub>A</sub> TZ	Pitch_error_ TZ	A <sub>A</sub> TZ
樣本數為 100	0.0055	0.0025	0.0025	0.0167	0.03	0.003
樣本數為 500	0.0055	0.0015	0.0045	0.0167	0.0167	0.0039
樣本數為 1000	0.0032	0.0025	0.0015	0.0167	0.0211	0.0033



表4-6 第三組固定修形量最佳化結果

樣本數	100	500	1000
計算時間	5487(s)	29312(s)	55672(s)
目標函數	-0.1472(mm)	-0.1127(mm)	-0.1116(mm)
違背之限制函數組數			
Kinematic error	1	0	0
Backlash	2	2	1

表4-7 第三組固定修形量之各變數公差帶(mm)

各變數公差帶	A_R <sub>rp</sub>	A_R <sub>p</sub>	R <sub>e</sub>	D_A	Pitch_error	A_A
	TZ	TZ	TZ	TZ	TZ	TZ
樣本數為 100	0.0055	0.0035	0.0015	0.0122	0.0256	0.0039
樣本數為 500	0.0035	0.0025	0.0025	0.0127	0.0211	0.0017
樣本數為 1000	0.0022	0.0015	0.0025	0.0122	0.0256	0.0034



表 4-8 和表 4-9 為第二類最佳化修形量之結果，亦分為 100、500 及 1000 組疊代樣本數做討論。因為變數增加，若不提高疊代次數，則可能還未找到最佳解就停止，所以在此將函數計算之次數設定為 1000。

表4-8 第二類最佳化修形量結果

樣本數	100	500	1000
計算時間	13805(s)	52122(s)	106683(s)
目標函數	-0.1954(mm)	-0.1488(mm)	-0.1428(mm)
違背之限制函數組數			
Kinematic error	2	4	1
Backlash	2	4	0

表4-9 第二類最佳化修形量之各變數公差帶(mm)

各變數 公差帶	A_Rp_ TZ	A_Rp_ TZ	Re_ TZ	D_A_ TZ	Pitch_error_ TZ	A_A_ TZ	建議修 形量 dRp	建議修 形量 dRrp
樣本數 為 100	0.0058	0.0022	0.0025	0.0137	0.0498	0.0018	0.012	0.0215
樣本數 為 500	0.0028	0.0025	0.0028	0.0132	0.0419	0.0017	0.015	0.0244
樣本數 為 1000	0.0029	0.0027	0.0026	0.0144	0.0363	0.0023	0.0154	0.0244

分析以上數據，可以得知疊代時取的樣本數較多，則總樣本數中出現的失敗樣本數也會較高。此時，演算法會認為還未找到最佳的解，所以會繼續限縮各公差帶，直到失敗比例在合理要求或達到目標疊代次數。反之，疊代取的樣本較少，則總樣本數出現失敗的樣本數會較低或甚至沒有失敗樣本，則演算法會認為已找到最佳解而停止，所以取較低樣本數疊代可能導致有誤差的結果。



透過第二類最佳化修形量的分析，將其目標函數和第一類固定修形量做比較，可以得知第二類的目標函數皆較高，代表其製造成本降低。所以第二類的最佳化方式雖然計算較耗時，但可以透過最佳化而得到如何修形，可減少試誤的時間，且確保其製造成本會最低。

#### 4.5.2 最佳化結果驗證及可靠度分析

由最佳化得到最低成本之公差帶後，可設定各變數之公差帶為已知，驗證其運動誤差與背隙是否在要求之範圍。以更大的樣本做驗證，可以更逼近於實際之情形，所以在此將驗證樣本數設為 2000。表 4-10、4-11、4-12 及 4-13 分別為第一類之第一組到第三組和第二類最佳化方式最佳化結果驗證，圖 4-3、4-5 及 4-7 分別為以 2000 組樣本數驗證第一類第一組疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大運動誤差之分佈。圖 4-4、4-6 及 4-8 則分別為以 2000 組樣本數驗證第一類第一組疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大背隙之分佈。圖中上方標題為達到目標之總組數。

圖 4-9、4-11 及 4-13 分別為以 2000 組樣本數驗證第一類第二組疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大運動誤差之分佈。圖 4-10、4-12 及 4-14 則分別為以 2000 組樣本數驗證第一類第二組疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大背隙之分佈。

圖 4-15、4-17 及 4-19 則分別為以 2000 組樣本數驗證第一類第三組疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大運動誤差之分佈。圖 4-16、4-18 及 4-20 則分別為以 2000 組樣本數驗證第一類第三組疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大背隙之分佈。

圖 4-21、4-23 及 4-25 分別為以 2000 組樣本數驗證第二類疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大運動誤差之分佈。圖 4-22、4-24 及 4-26 則分別為以



2000 組樣本數驗證第二類疊代樣本數 1000、500 及 100 所得公差帶之最大背隙之  
分佈。

表4-10 第一組固定修形量最佳化結果驗證

取自樣本數	100		500		1000	
	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙
未達目標數量	10	73	1	7	0	2
可靠度	99.5%	96.35%	99.99%	99.65%	100%	99.9%

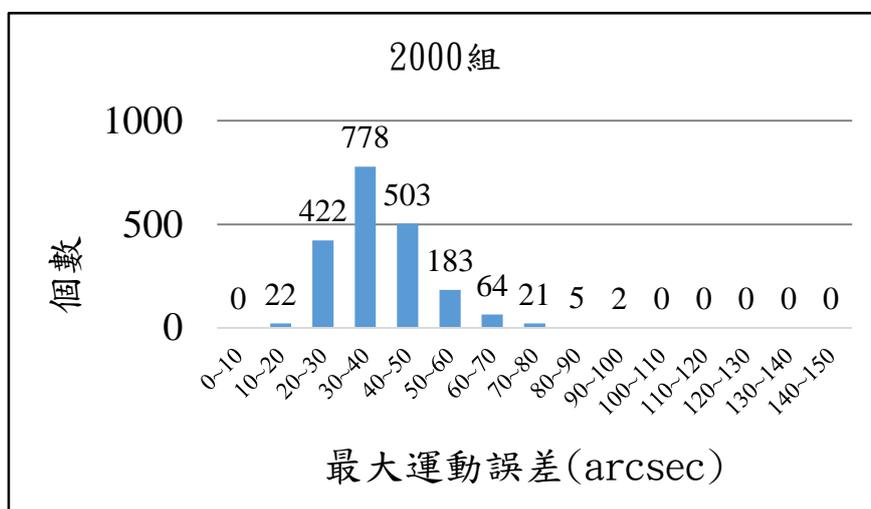


圖 4-3 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈

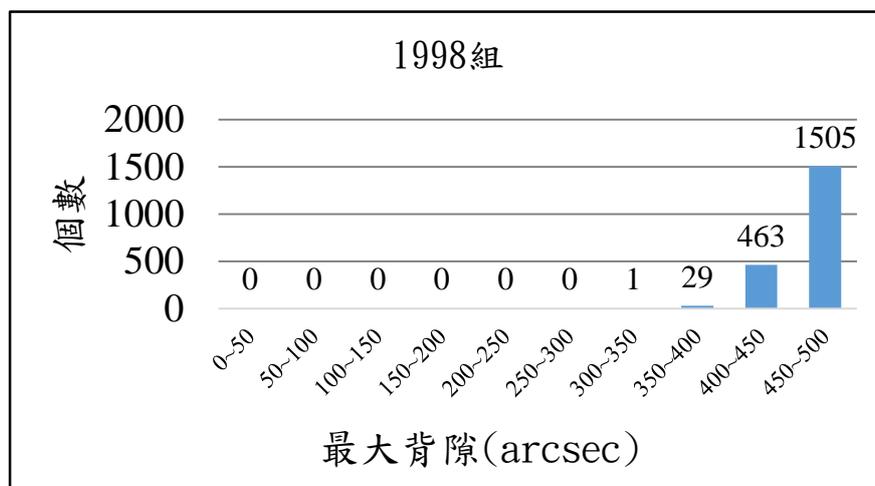


圖 4-4 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈

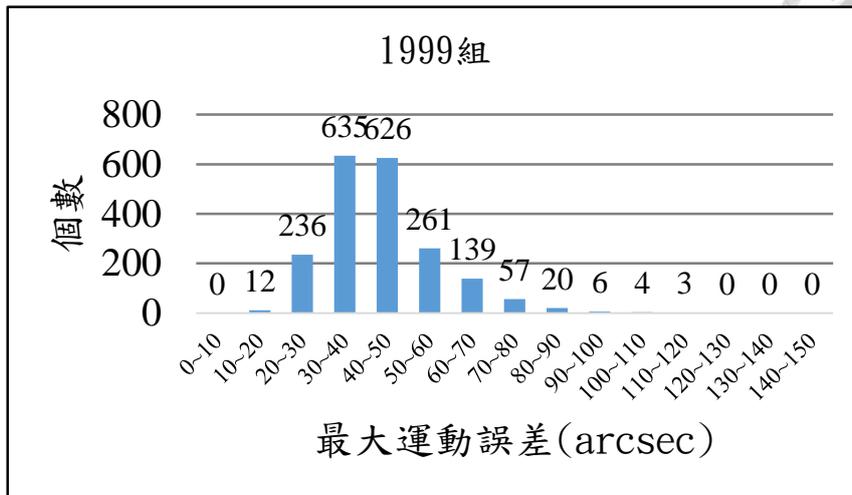


圖 4-5 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈

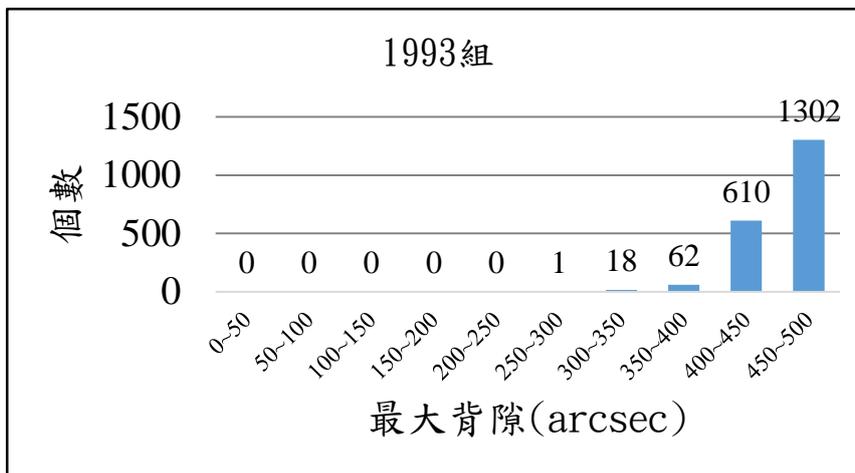


圖 4-6 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈

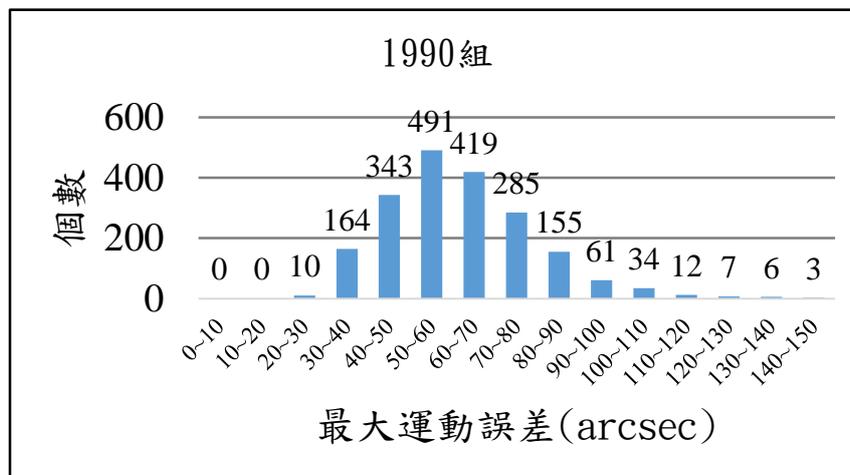


圖 4-7 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈

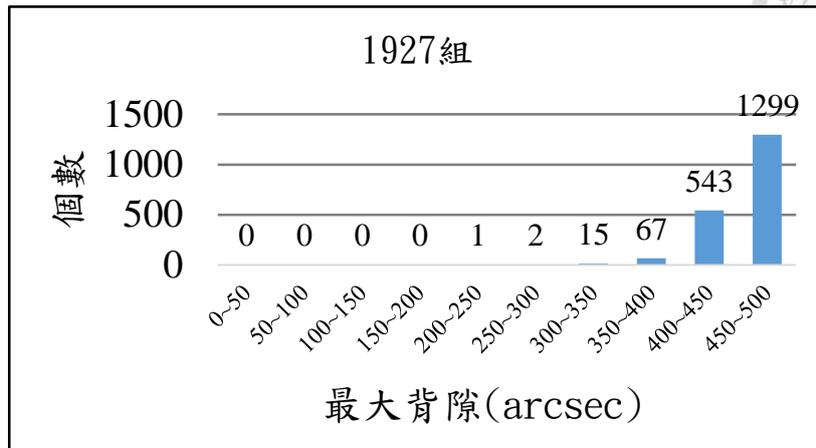
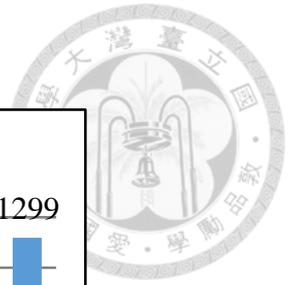


圖 4-8 第一組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背隙分佈

表4-11 第二組固定修形量最佳化結果驗證

取自樣本數	100		500		1000	
	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙
未達目標數量	16	33	15	10	4	5
可靠度	99.2%	98.35%	99.25%	99.5%	99.8%	99.75%

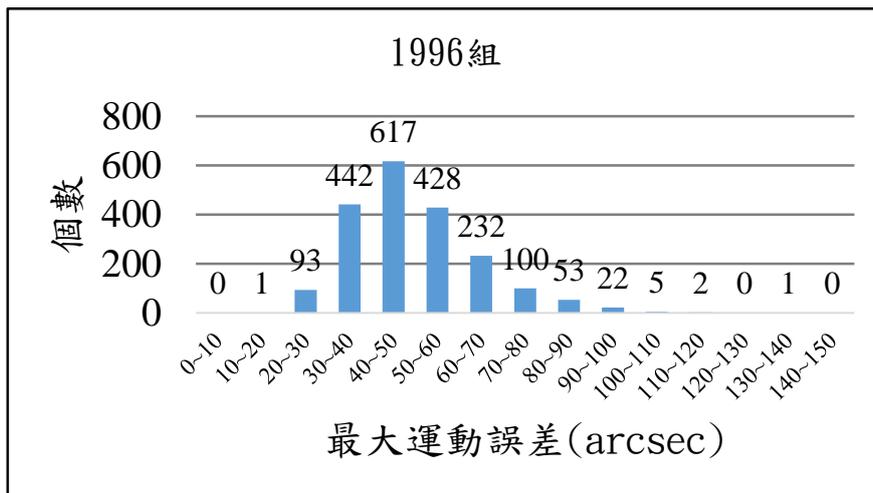


圖 4-9 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈

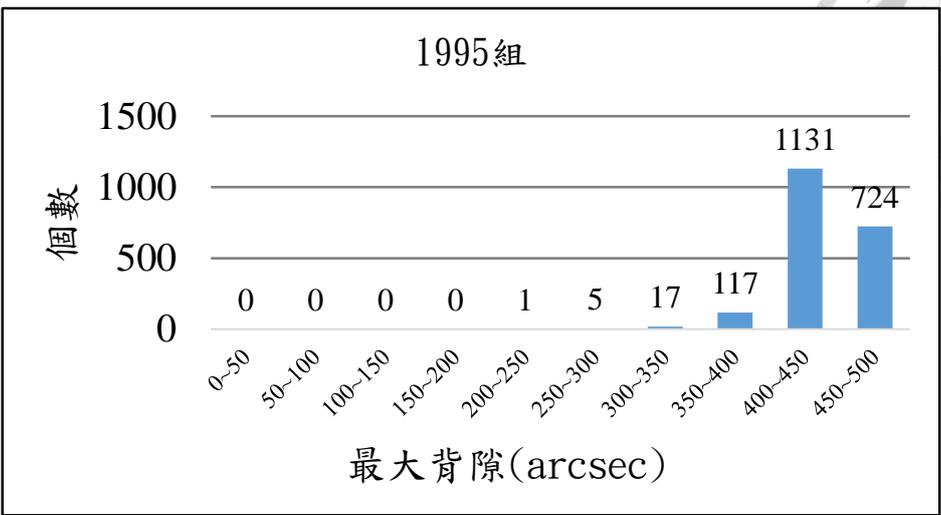


圖 4-10 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈

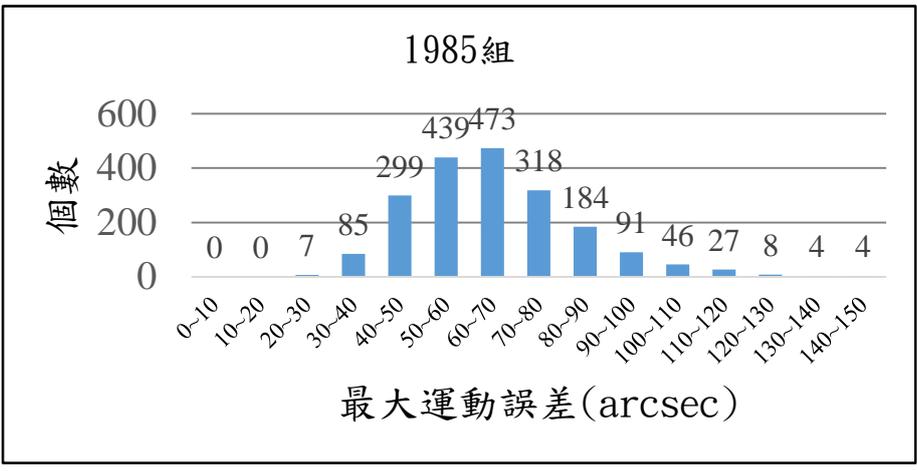


圖 4-11 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈

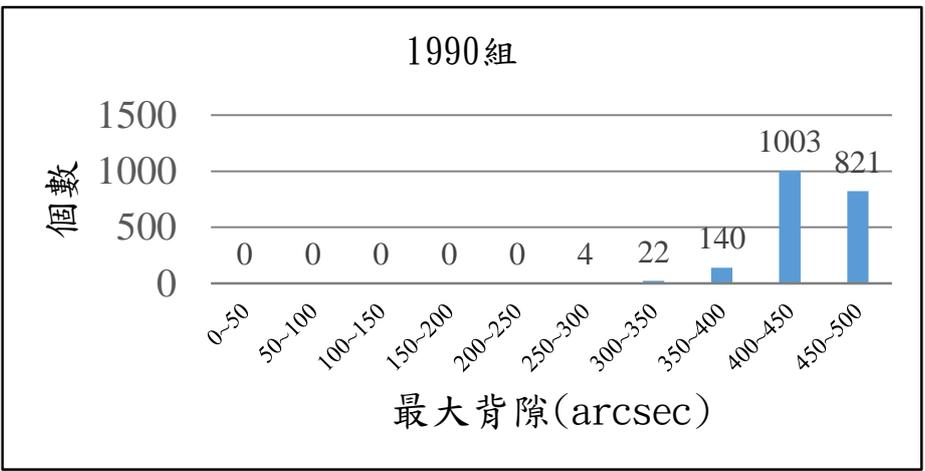


圖 4-12 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈

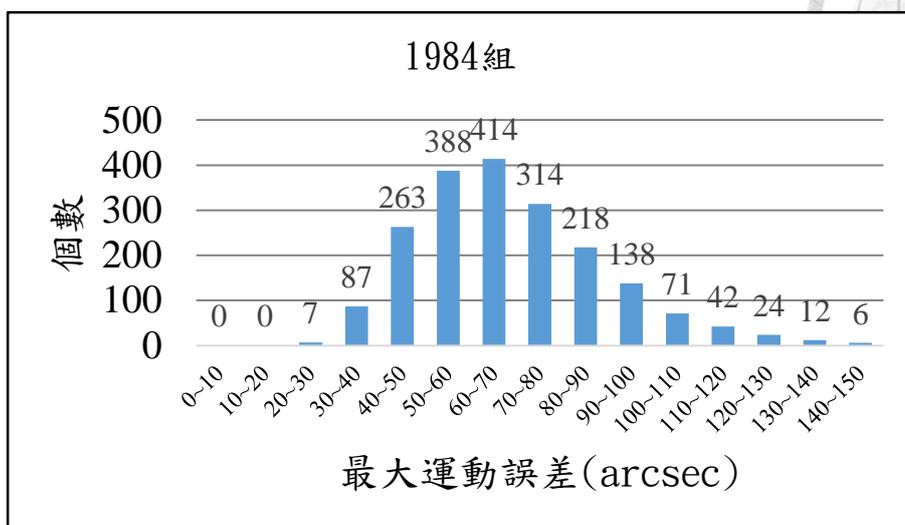


圖 4-13 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈

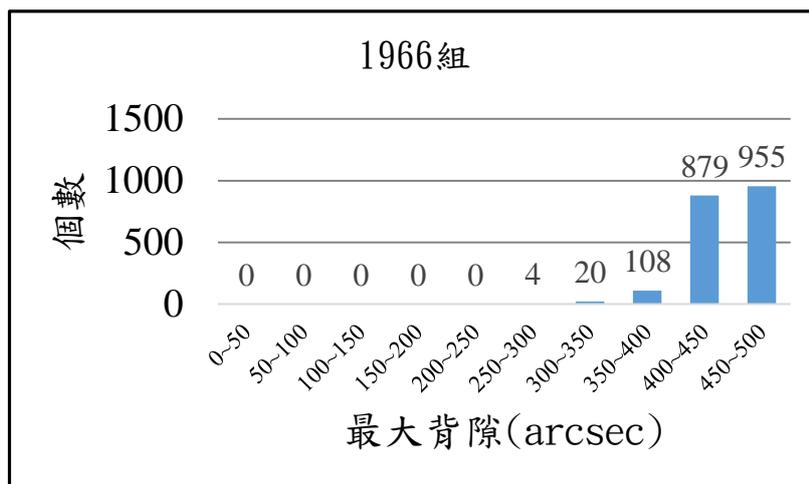


圖 4-14 第二組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背隙分佈

表4-12 第三組固定修形量最佳化結果驗證

樣本數	100		500		1000	
	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙
未達目標數量	29	30	1	10	2	9
可靠度	98.55%	98.5%	99.95%	99.5%	99.9%	99.55%

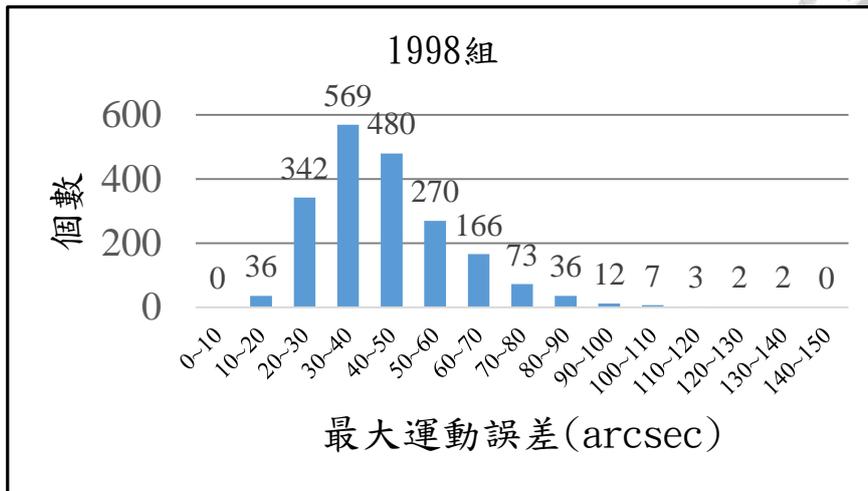


圖 4-15 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈

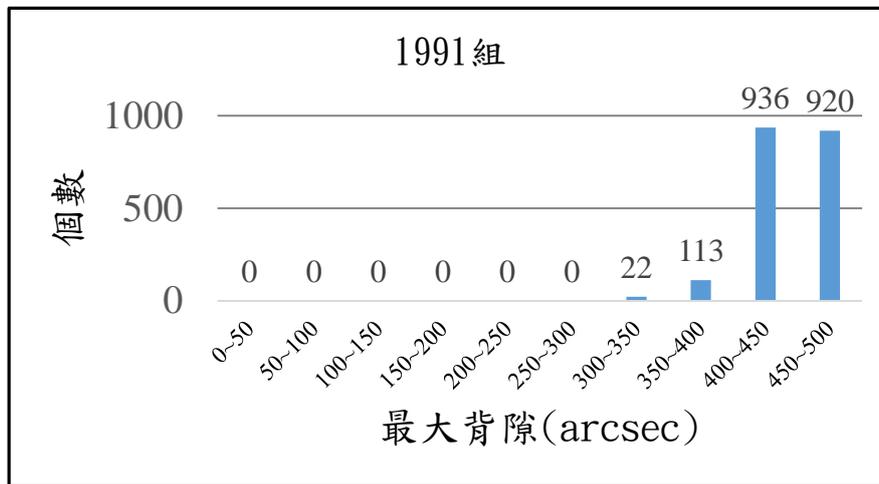


圖 4-16 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈

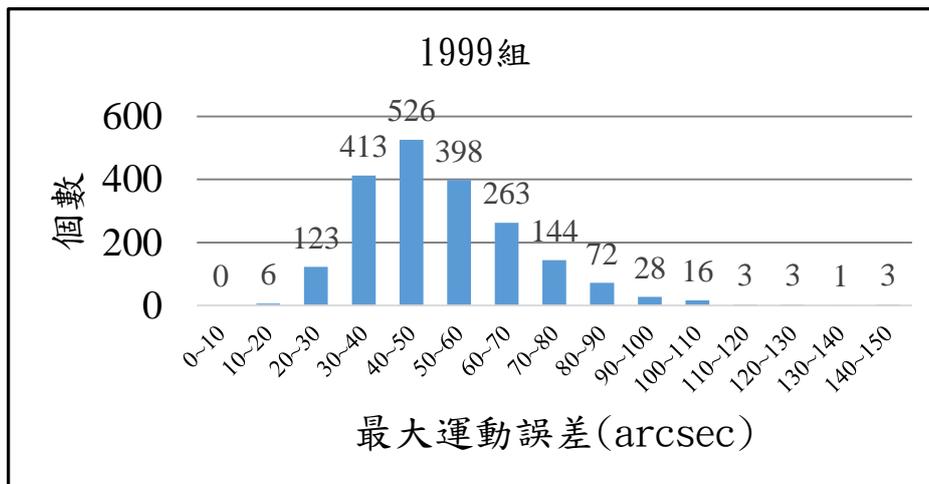


圖 4-17 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈

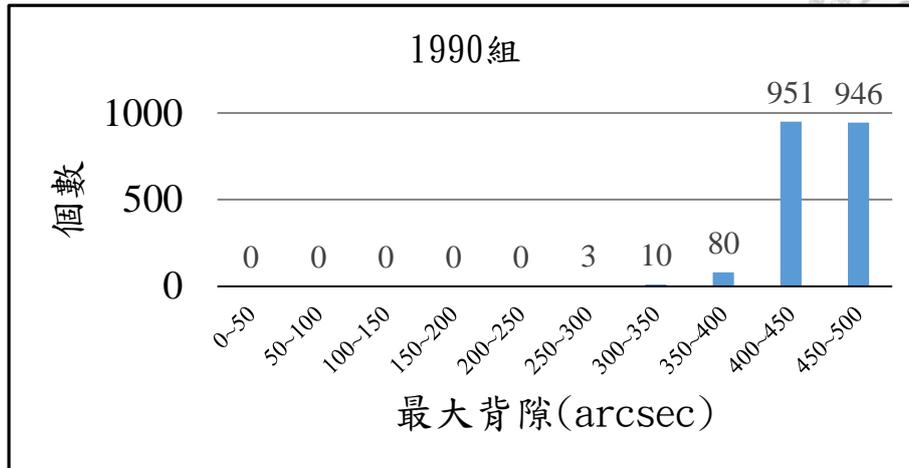
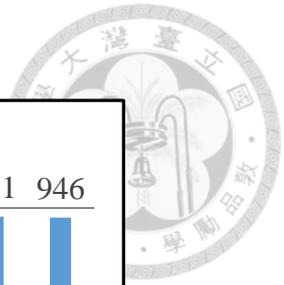


圖 4-18 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈

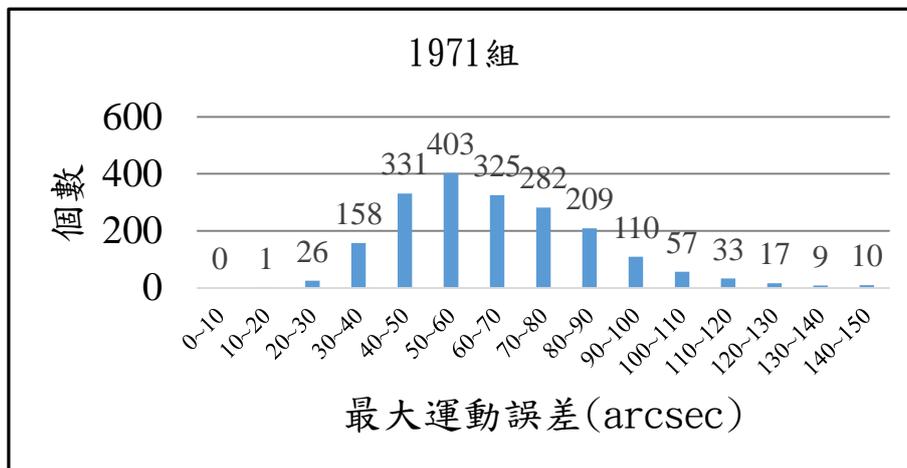


圖 4-19 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈

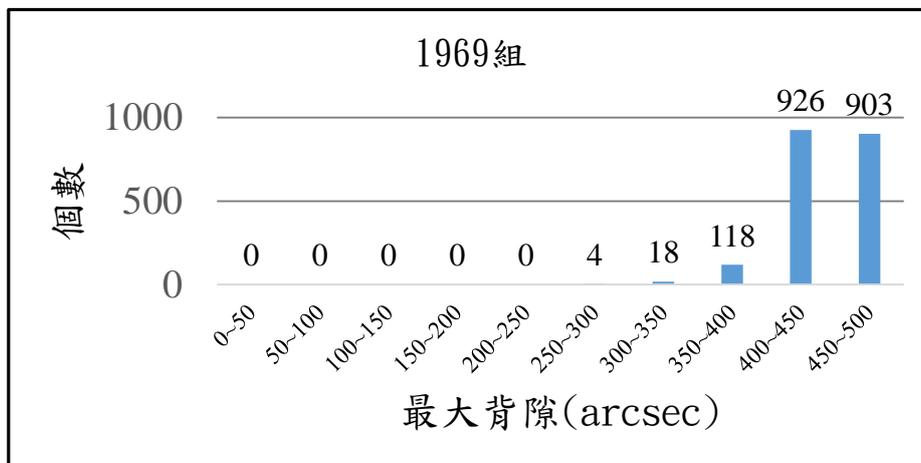


圖 4-20 第三組修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背分佈



表4-13 第二類最佳化修形量結果驗證

樣本數	100		500		1000	
	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙	運動誤差	背隙
未達目標數量	58	39	12	15	9	3
可靠度	97.1%	98.05%	99.4%	99.25%	99.55%	99.85%

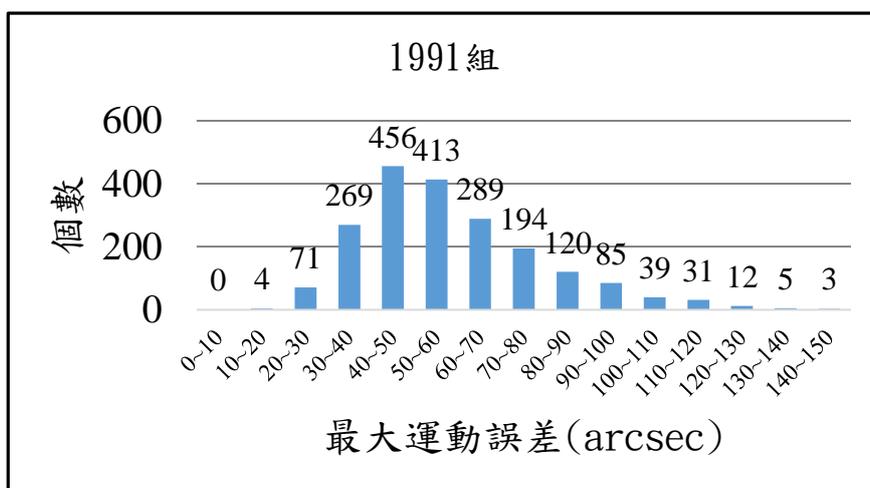


圖 4-21 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈

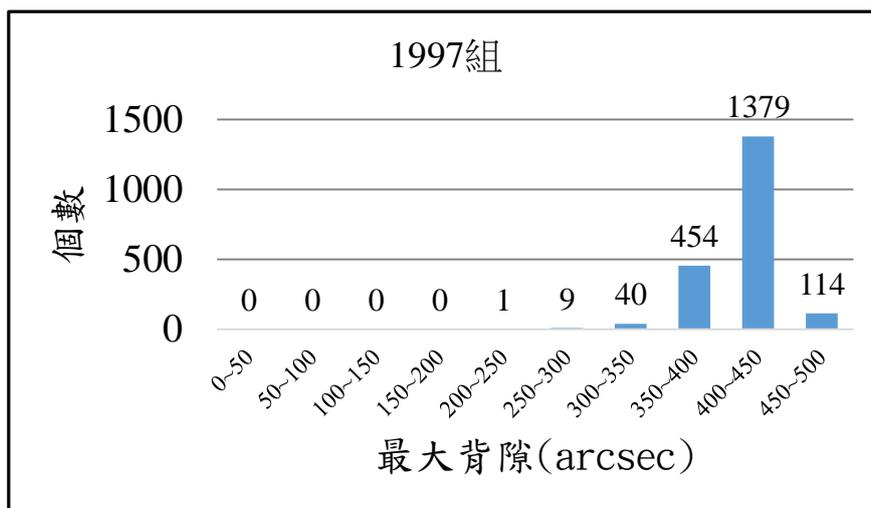


圖 4-22 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈

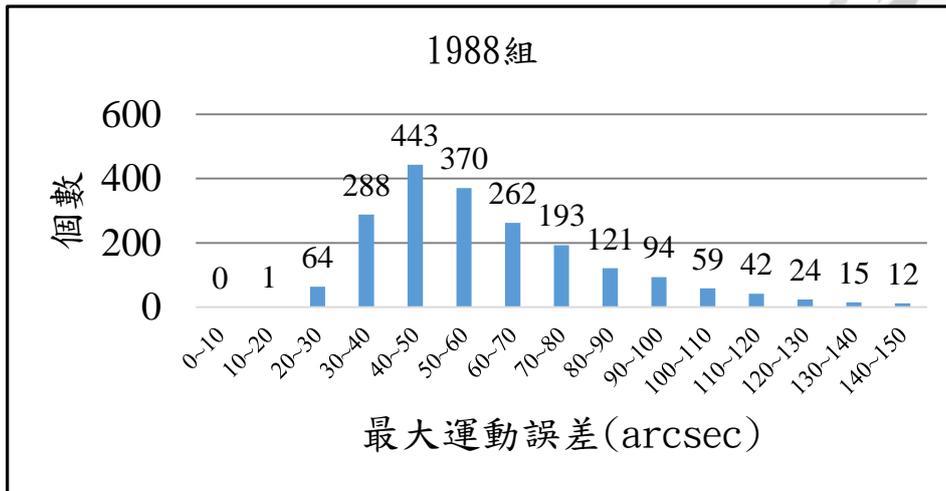


圖 4-23 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大運動誤差分佈

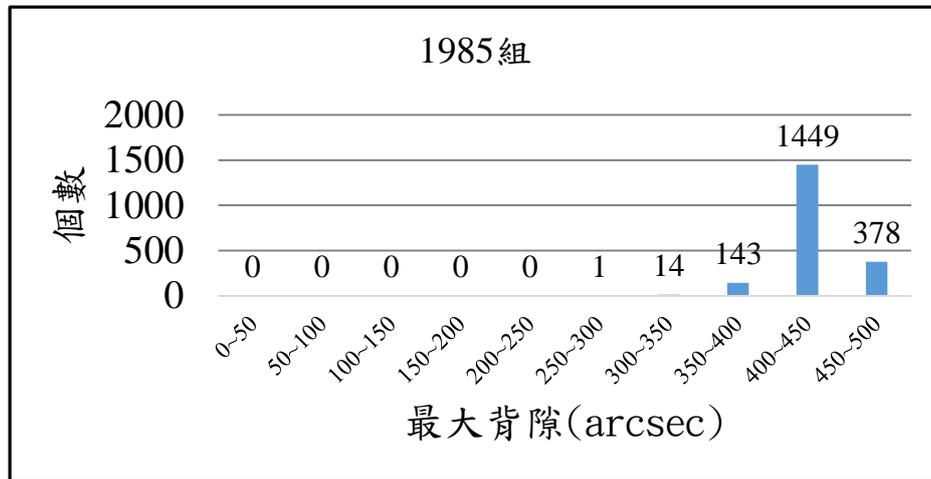


圖 4-24 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 500 之最大背隙分佈

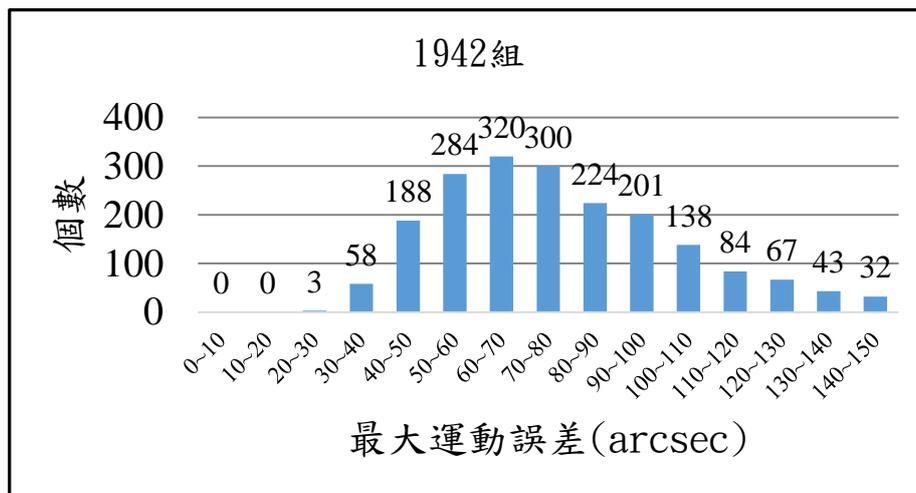


圖 4-25 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大運動誤差分佈

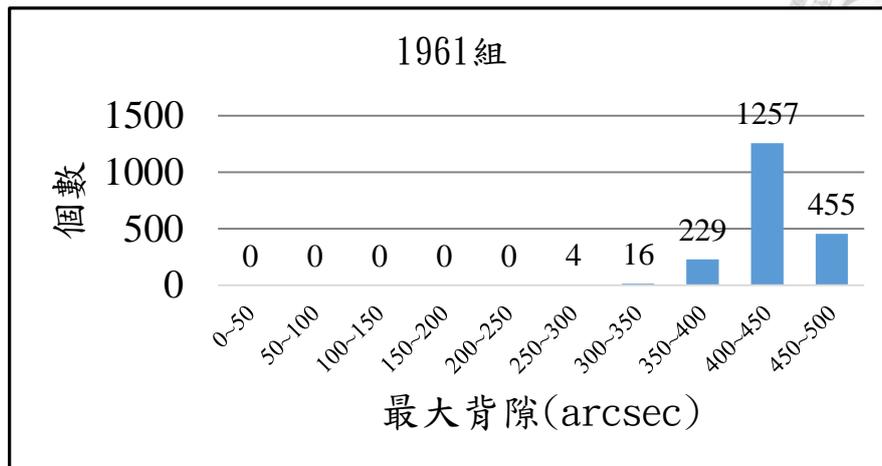


圖 4-26 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 100 之最大背隙分佈

由以上第一類及第二類最佳化問題之分析結果，可以得知取的樣本數越大，則所得公差帶之結果可靠度越高。由以上數據得知，疊代樣本數 1000 的可靠度皆在 99.5% 以上，具有高可靠度之特性。一般擺線齒輪減速機的造價很高，所以透過增加疊代樣本數，可以達到高可靠度，亦即大量製造出來的擺線齒輪減速有 99.5% 以上皆可接受，可以避免製造出無達標之減速機，達到最節省成本之作法。

在工程上，會希望大量製造時的可靠度達 99.87%，所以在此將  $P_c$  設為 0.13%，以第二類問題的方法且以疊代樣本數 1000 作為此類問題之求解設定。求解結果如表 4-14、4-15 所示。其結果驗證如表 4-15 所示。最大運動誤差和最大背隙分佈如圖 4-27 和 4-28 所示。



表4-14 第二類最佳化修形量結果(Pc = 0.13%)

樣本數	1000
計算時間	118762(s)
目標函數	-0.1372(mm)
違背之限制函數組數	
Kinematic error	2
Backlash	0

表4-15 第二類最佳化修形量之各變數公差帶(mm) (Pc = 0.13%)

各變數 公差帶	A_Rrp_ TZ	A_Rp_ TZ	Re_ TZ	D_A_ TZ	Pitch_error_ TZ	A_A_ TZ	建議修 形量 dRp	建議修 形量 dRrp
樣本數 為 1000	0.0016	0.0025	0.0025	0.0122	0.0433	0.0017	0.0117	0.02

表4-16 第二類最佳化修形量結果驗證(Pc = 0.13%)

樣本數	1000	
誤差	運動誤差	背隙
未達目標數量	9	0
可靠度	99.55%	100%

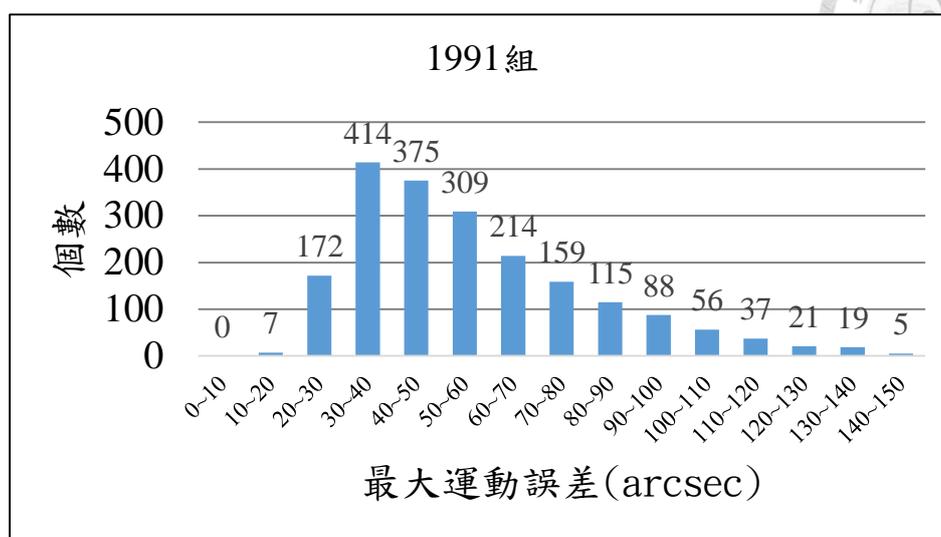


圖 4-27 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大運動誤差分佈( $P_c = 0.13\%$ )

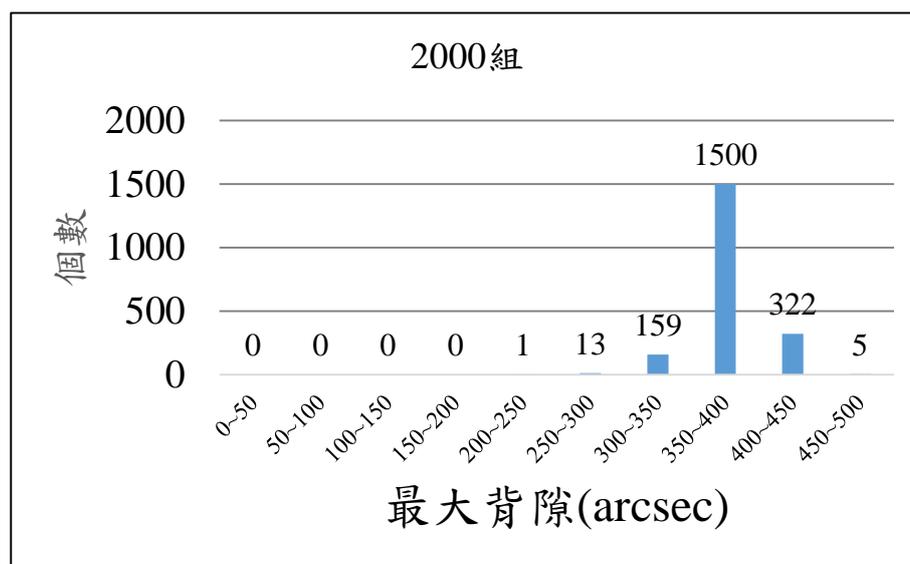


圖 4-28 第二類最佳化修形量，公差帶取自疊代樣本數 1000 之最大背隙分佈( $P_c = 0.13\%$ )

由以上結果可以得知，該最佳化之設定亦可達到大量生產時( $P_c = 0.13\%$ )之目標限制。其中最佳化後的目標函數比  $P_c = 0.0001$  時高的原因為，每次蒙地卡羅皆是以亂數產生，所以每次最佳化後的解會有些許不同，樣本數越高，該現象則會越微小。

## 第五章 結論與未來方向



### 5.1 結論

本論文以齒輪原理設計出擺線齒輪齒形，利用齒面接觸分析計算運動誤差及背隙，且提出齒面輪廓離散點法(TPDPM)，在可接受之精度內加速計算運動誤差及背隙之時間。並探討各個零件的主要誤差對運動誤差及背隙的影響，以利在設計時加以注意其限制。最後利用可靠度為基礎，考量最小的製造成本，針對擺線齒輪減速機的設計參數提出最佳化之公差帶，並討論如何設定樣本可以獲得高可靠度的結果。結合以上最佳化及可靠度的方法，不僅可以降低單顆擺線齒輪減速機製造的成本，又可透過提高可靠度而降低大量製造的成本。本文的成果總結如下：

1. 發展齒面輪廓離散點法以代替傳統齒面接觸分析。此法在計算上，可一次計算所有的接觸點，可減少計算時間大約一千倍，且不失其準確度。此外亦可判斷擺線齒輪減速機在各個角度下是否有干涉產生，以減少設計出運轉時會干涉之減速機。
2. 分析會影響擺線齒輪減速機精密度的零件主要誤差，並分析各誤差影響擺線齒輪減速機的接觸情況，是否產生提早、延後接觸，或甚至產生跳齒的情形。接觸情況的結論為，實際針齒半徑、實際針齒位置及實際針齒中心位置度若產生誤差時，皆有可能發生以上之情形；而擺線齒輪輪廓度和實際曲柄偏心率在同誤差下，每一齒所產生的運動誤差及背隙將會相等；齒距誤差則會對運動誤差及背隙造成週期性的影響。再來分析各設計參數誤差對精密度之變化趨勢及靈敏度。由變化趨勢可得知，實際針齒半徑和實際針齒位置之誤差皆是和精密度呈現線性之關係；擺線齒輪輪廓度和實際曲柄偏心率之誤差皆是和運動誤差呈現指數之關係，



和背隙在理論值上大致呈現左右對稱之關係；最大齒距誤差對精密度亦是在理論值上呈現左右對稱之關係。經由分析後，可得知實際針齒中心位置度為影響運動誤差最重要的參數，實際針齒半徑和實際針齒位置為影響背隙最重要的設計參數。最後以齒面輪廓離散點法計算具有零件誤差的運動誤差及背隙，且和齒面接觸法的結果作比較。

3. 將成本的最佳化問題分為兩類，第一類問題為，將修形量設為固定值，以擺線齒輪減速機之設計參數的公差帶總和作為目標，以運動誤差及背隙作為擺線齒輪減速機之限制，且將各個誤差的分佈假設為高斯分佈，以 RSS 法產生樣本。並經由可靠度中蒙地卡羅的方法，提出最佳設計參數公差帶，以降低製造範圍，進而降低製造成本。第二類問題為，考量修形量亦為設計變數時，提出在最小的製造成本下，所得到最佳的修形量。經由比較第一類問題和第二類問題的結果，可以得知，透過第二類問題的設定，可以得到最低的製造成本。最後比較蒙地卡羅法中的疊代樣本數 100、500 及 1000 對可靠度的影響。並以樣本數 2000 做驗證，可以得到疊代樣本數 1000 能獲得最高的可靠度。而高可靠度意味著在大量製造時，可避免製造出無達標之擺線齒輪減速機，使得總製造成本亦降低。



## 5.2 未來方向

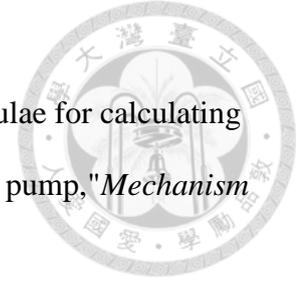
針對本文提出以下的建議，以提供未來研究方向

1. 本論文上尚未將輸出柱銷之柱銷孔的尺寸納入運動誤差及背隙的計算中，所以在之後的分析中，可以試著考慮其誤差所產生的影響量和其靈敏度。
2. 本論文的齒面輪廓離散點法只應用於一階擺線齒輪減速機，而二階擺線齒輪減速機是目前較新的開發方向，所以可以考慮以齒面輪廓離散點法分析二階擺線齒輪減速機的精密度。
3. 本論文的基於可靠度之加工精度最佳化中，使輸入曲柄轉 360 度，但在實際分析上，輸入需轉  $360 \times$  擺線齒輪齒數，才可以使擺線齒輪完整地 and 所有針齒接觸過一次，所得到的最大運動誤差及背隙會較準確，所以之後可以考慮完整地計算擺線齒輪之接觸。
4. 在基於可靠度之最佳加工精度設計中，各變數的上限皆是自行訂定。之後可以以 IT 等級作為依據而設定其上限。
5. 可利用基於可靠度之最佳加工精度設計方法計算二階擺線齒輪減速機的製造成本及其可靠度。
6. 若可得到實際加工出來的擺線齒輪減速機之各個零件尺寸，可將其尺寸輸入到齒面輪廓離散點法內，以該法計算實際擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙，並比較理論值和實際值的差異。

## 參考文獻



- [1] L.K. Braren, Production of cycloidal curves, US Patent 1817405 A, 1926.
- [2] L.K. Braren, Gear Transmission, US Patent 1867492 A, 1928.
- [3] R. Braren, Cycloid gears, US Patent 4050331 A, 1975.
- [4] J.G. Blanche and D.C.H. Yang, "Cycloid drives with machining tolerances," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.111, No.3, pp.337-344, 1989.
- [5] F.L. Litvin and P.H. Feng, "Computerized design and generation of cycloidal gearings," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.31, No.7, pp.891-911, 1996.
- [6] T.S. Lai, "Design and machining of the epicycloid planet gear of cycloid drives," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol.28, No.7-8, pp.665-670, 2006.
- [7] J.H. Shin and S.M. Kwon, "On the lobe profile design in a cycloid reducer using instant velocity center," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.41, No.5, pp.596-616, 2006.
- [8] B. Chen, H. Zhong, J. Liu, C. Li and T. Fang, "Generation and investigation of a new cycloid drive with double contact," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.49, pp.270-283, 2012.
- [9] Z.H. Fong and C.W. Tsay, "Study on the undercutting of internal cycloidal gear with small tooth difference," *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers*, Vol.21, No.4, pp.359-367, 2000.
- [10] Y.W. Hwang and C.F. Hsieh, "Geometric design using hypotrochoid and nonundercutting conditions for an internal cycloidal gear," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.129, No.4, pp.413-420, 2007.



- [11] Z. Ye, W. Zhang, Q. Huang and C. Chen, "Simple explicit formulae for calculating limit dimensions to avoid undercutting in the rotor of a cycloid rotor pump," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.41, No.4, pp.405-414, 2006.
- [12] J.E. Beard, D.W. Yannitell and G.R. Pennock, "The effects of the generating pin size and placement on the curvature and displacement of epitrochoidal gerotors," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.27, No.4, pp.373-389, 1992.
- [13] D.C.H. Yang and J.G. Blanche, "Design and application guidelines for cycloid drives with machining tolerances," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.25, No.5, pp.487-501, 1990.
- [14] J.W. Sensinger, "Unified approach to cycloid drive profile, stress, and efficiency optimization," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.132, No.2, 024503, 2010.
- [15] Koji Nakamura, Speed Reduction Device, US Patent 7811193B2, 2010.
- [16] Onvio, [http://www.onviollc.com/objects/pdf/onvio\\_catalog\\_zero-backlash-speed-reducers.pdf](http://www.onviollc.com/objects/pdf/onvio_catalog_zero-backlash-speed-reducers.pdf), July, 2014.
- [17] M. Blagojevic, N. Marjanovic, Z. Djordjevic, B. Stojanovic and A. Disic, "A new design of a two-stage cycloidal speed reducer," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.133, No.8, 085001, 2011.
- [18] 邱卓群, "擺線齒輪減速器之創新設計與分析", 碩士論文, 臺灣大學機械工程學系, 2012。
- [19] S.K. Malhotra and M.A. Parameswaran, "Analysis of a cycloid speed reducer," *Mechanism and Machine Theory*, Vol.18, No.6, pp.491-499, 1983.
- [20] C. Gorla, P. Davoli, F. Rosa, C. Longoni, F. Chiozzi and A. Samarani, "Theoretical and experimental analysis of a cycloidal speed reducer," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol.130, No.11, 112604, 2008.



- [21] F.L. Litvin and A. Fuentes, *Gear geometry and applied theory*, Cambridge University Press, 2004.
- [22] 林灣松, "二階擺線減速機之運動誤差分析與設計", 碩士論文, 臺灣大學機械工程學系, 2013.
- [23] 鄭宇軒, "具齒形修整之擺線減速機受力分析研究", 碩士論文, 臺灣大學機械工程學系, 2014.
- [24] 高瑋璞, "電腦輔助擺線減速機之運動誤差分析及可靠度分析", 碩士論文, 臺灣大學機械工程學系, 2015.
- [25] M. Y. M. Ahmed and N. Qin, "Comparison of Response Surface and Kriging Surrogates in Aerodynamic Design Optimization of Hypersonic Spiked Blunt Bodies", *Aerospace Sciences & Aviation Technology (ASAT)*-13, 2009.
- [26] DIRECT Optimization Algorithm User Guide  
[http://www4.ncsu.edu/~ctk/Finkel\\_Direct/DirectUserGuide\\_pdf.pdf](http://www4.ncsu.edu/~ctk/Finkel_Direct/DirectUserGuide_pdf.pdf).
- [27] gclsolve.m  
<http://www.users.miamioh.edu/stephamd/projects/simaid/Simulink%20Models/AdvancedVehicleSimulator/r0116/optimization/gclSolve.m>



# 附錄一

## 三組擺線齒輪製造誤差參數

### 第一組參數

實際針齒半徑(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	3.0074	2.9984	3.0041	3.0027	2.9947
6	7	8	9	10	11
3.0020	2.9962	3.0076	2.9998	3.0082	2.9979

實際針齒位置(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	30.0033	30.0032	30.0005	30.0023	30.0017
6	7	8	9	10	11
29.9961	30.003	29.9974	29.9976	30.0007	29.9988

實際針齒位置度半徑(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	0.0012	0.0001	0.004	0.002	0.0012
6	7	8	9	10	11
0.0001	0.0022	0.0013	0.0005	0.002	0.0019

實際針齒位置度半徑角度(單位:rad)

No.	1	2	3	4	5
	1.5259	5.7643	1.6906	4.8098	1.1854
6	7	8	9	10	11
1.8064	0.5725	3.6204	4.2937	3.4343	2.6749

擺線齒輪輪廓度 = -0.007(mm)

擺線齒輪最大累加齒距 = 0.006(mm)

實際曲柄偏心率 = 0.0016(mm)



## 第二組參數

實際針齒半徑(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	2.9943	2.9921	3.0055	3	2.9997
6	7	8	9	10	11
3.0055	3.0036	3.0021	3.0075	3.0056	3.0014

實際針齒位置(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	30.0018	29.9993	30.0005	29.9997	30.0006
6	7	8	9	10	11
30.0006	29.9978	29.9987	29.9986	30.0004	30.0015

實際針齒位置度半徑(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	0.0014	0.0014	0.0024	0.0032	0
6	7	8	9	10	11
0.0039	0.0020	0.0017	0	0.001	0.0050

實際針齒位置度半徑角度(單位:rad)

No.	1	2	3	4	5
	0.5707	1.6743	0.9655	1.7656	2.7651
6	7	8	9	10	11
3.3121	2.8741	5.5001	3.255	5.929	4.0068

擺線齒輪輪廓度 = 0.005(mm)

擺線齒輪最大累加齒距 = 0.009(mm)

實際曲柄偏心率 = 0.002(mm)



### 第三組參數

實際針齒半徑(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	2.9964	3.0017	2.9982	3.0002	2.9989
6	7	8	9	10	11
3.0006	2.9988	3.0010	3.0015	3.0034	2.9996

實際針齒位置(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	30.003	29.9996	29.9979	30.0041	29.999
6	7	8	9	10	11
29.9982	29.9991	29.997	29.996	30.007	30.005

實際針齒位置度半徑(單位:mm)

No.	1	2	3	4	5
	0.0017	0.0028	0.0021	0.0009	0.0005
6	7	8	9	10	11
0.0022	0.0006	0.0014	0.0041	0.0007	0.0016

實際針齒位置度半徑角度(單位:rad)

No.	1	2	3	4	5
	0.8549	5.4619	3.6424	3.4549	0.9108
6	7	8	9	10	11
5.3598	3.9085	2.2051	3.2248	2.5246	0.4773

擺線齒輪輪廓度 = 0.001(mm)

擺線齒輪最大累加齒距 = 0.005(mm)

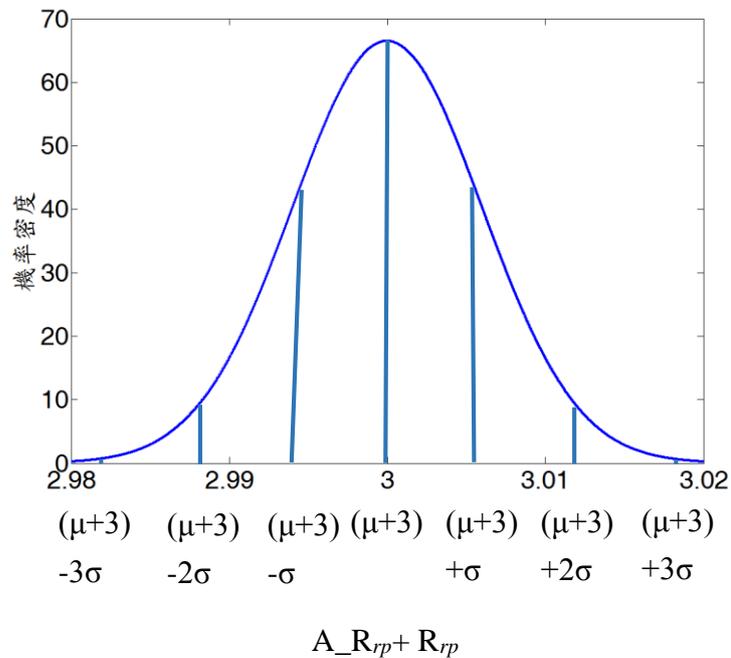
實際曲柄偏心率 = 0.001(mm)



## 附錄二

### 誤差之高斯分佈圖

在此以實際針齒半徑誤差( $A_{Rp}$ )如何產生其高斯分佈來做說明。設實際針齒半徑誤差之平均值  $\mu$  為 0(mm)，標準差  $\sigma$  採用以 IT6 的一個標準公差 0.006(mm) 表示。以 MATLAB 中的”normrand”指令產生高斯分佈圖，再將實際針齒半徑之標稱值(Nominal Size) 3 mm，加上實際針齒半徑誤差值，及為實際針齒半徑，如下圖所示。





## 附錄三

### 分析用程式

本論文使用電腦輔助軟體 MATLAB 進行分析，該軟體適用於數值計算及資料分析等用途。本論文所使用的程式法包含數個主程式和數個子程式，表 A-1 為各程式的說明，圖 A-1 為以 TCA 計算擺線齒輪減速機之運動誤差及背隙流程圖，圖 A-2 為以 TPDPM 計算運動誤差及背隙流程圖，圖 A-3 為基於可靠度之最佳加工精度流程圖。

表A-1 分析程式用途說明

main_0180	計算一階擺線齒輪運動誤差之主程式
fun_output	一階擺線齒輪齒面接觸分析子程式
TPDPM	以輪廓離散點法計算運動誤差及背隙
reliability_based_optimization	基於可靠度之最佳加工精度設計主程式
fun_obj	最佳化目標函數
fun_con	最佳化限制函數
kinematic_error_and_backlash	最佳化中以輪廓離散點法計算精度之子程式

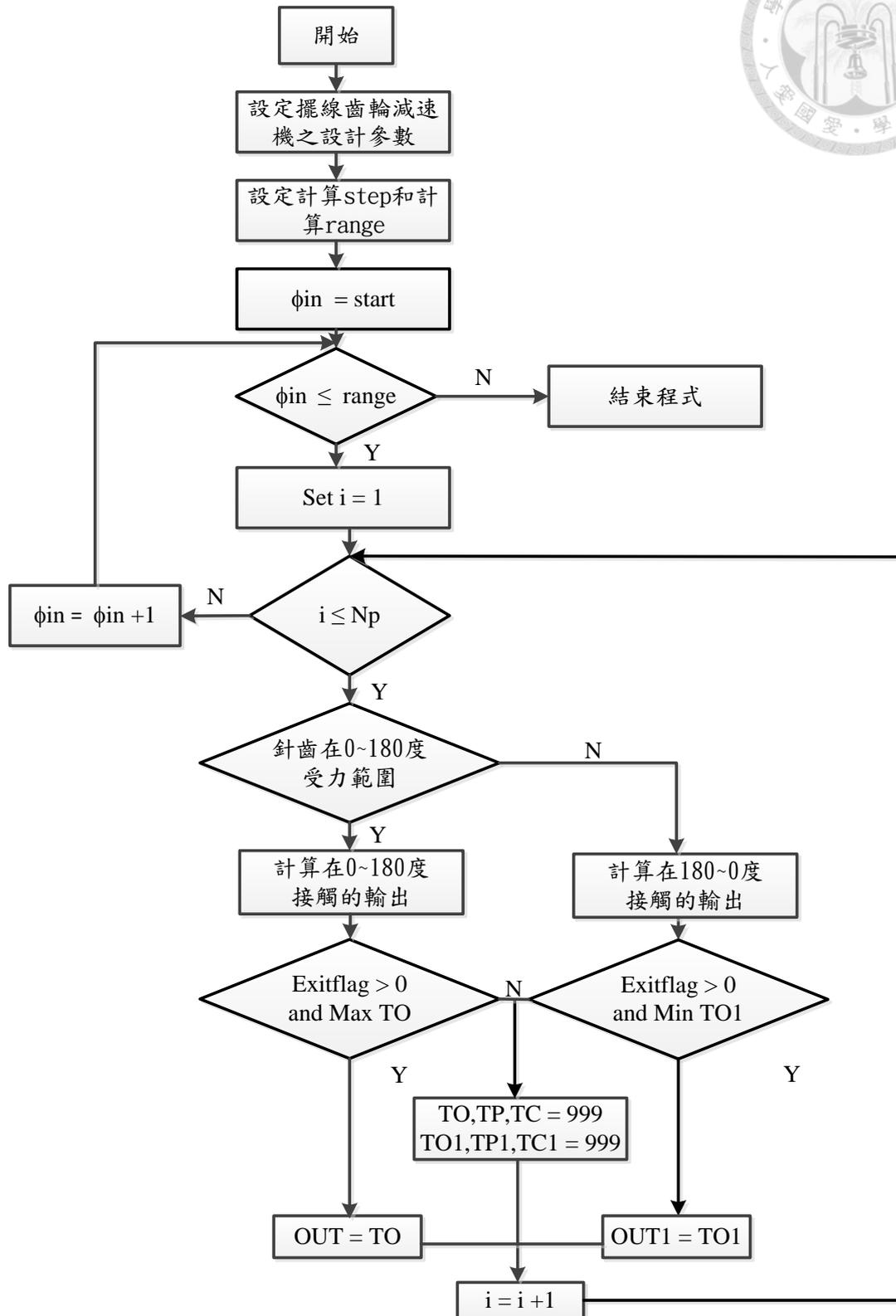


圖 A-1 一階擺線減速機之運動誤差及背隙計算程式流程圖

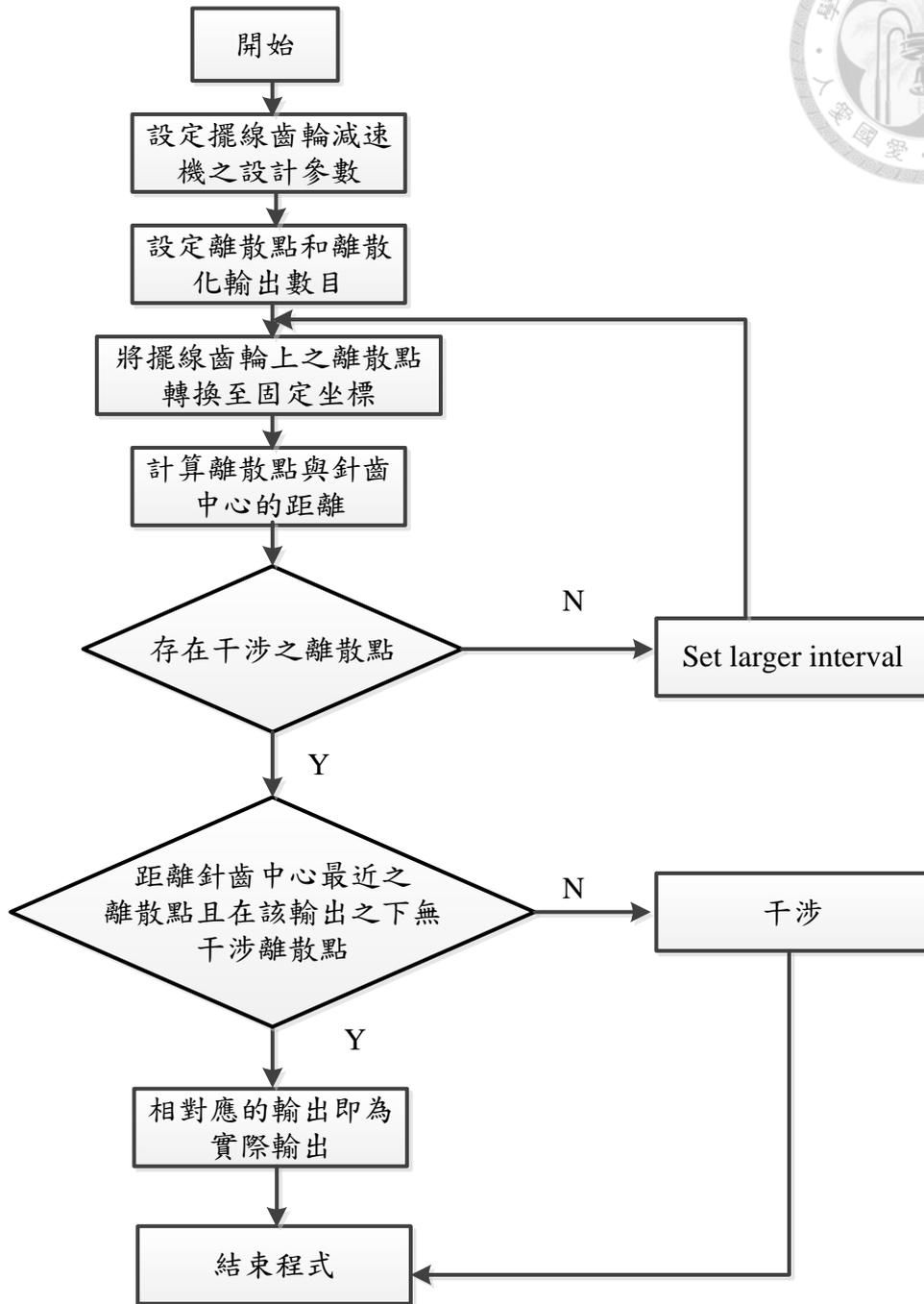


圖 A-2 TPDPM 之運動誤差及背隙計算程式流程圖

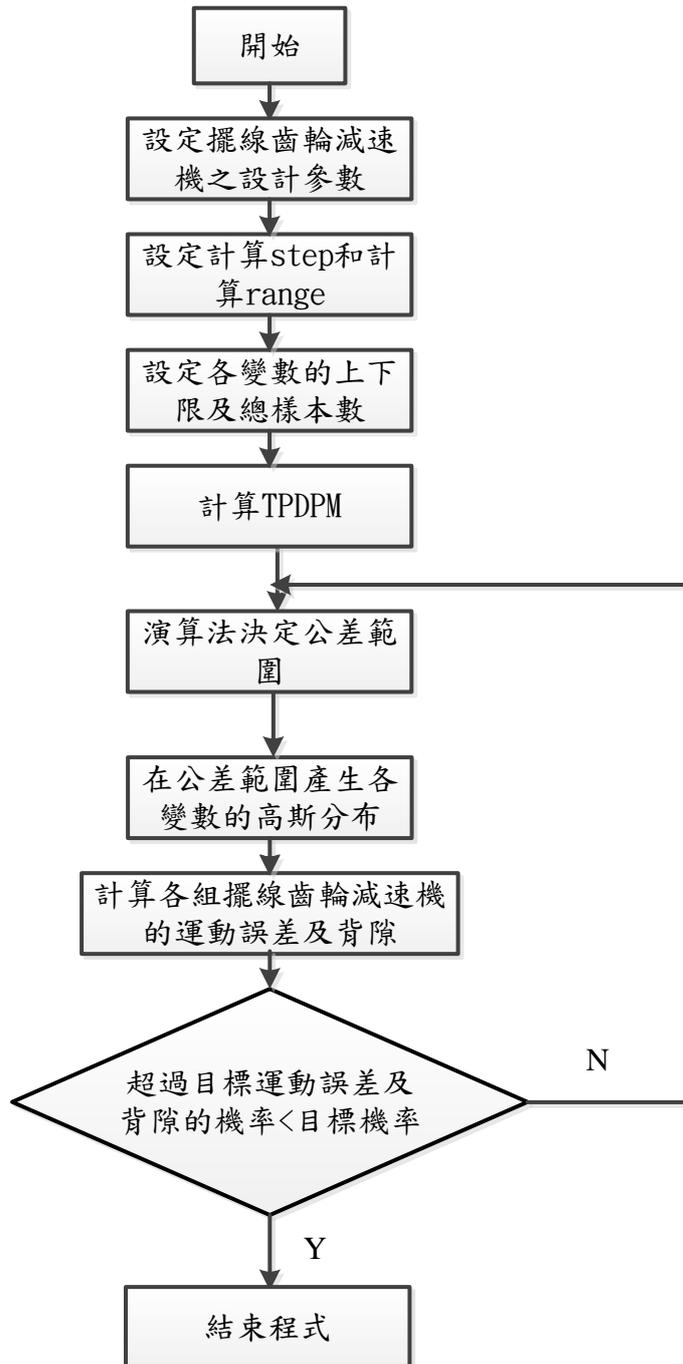


圖 A-3 擺線齒輪最佳加工精度設計流程圖