

國立臺灣大學電機資訊學院光電工程學研究所

碩士論文

Graduate Institute of Photonics and Optoelectronics
College of Electrical Engineering and Computer Science
National Taiwan University

Master Thesis

藉由時域擬光譜法模擬分析角膜與眼白的光學性質

Pseudospectral time-domain simulation of the optical
characteristics of cornea and sclera

楊智堯

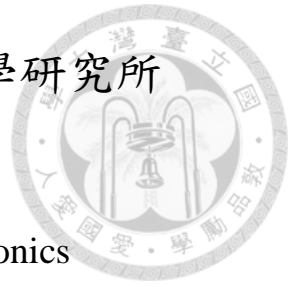
Chih-Yao Yang

指導教授：曾雪峰 博士

Advisor: Snow H. Tseng, Ph.D.

中華民國 106 年 6 月

June 2017



中文摘要

角膜和眼白主要都是由膠原纖維所組成，但它們卻在可見光波段呈現出截然不同的光學特性：角膜是透明的，而眼白卻呈現出不透明的白色。為了在電腦中模擬出相同的光學現象，我們建造了仿角膜與仿眼白模型並且利用時域擬譜法來模擬分析它們的光學特性。在我們的模擬結果中可以明顯的看出角膜是透明的而眼白是不透明的，為了瞭解是什麼樣因素造成這樣的結果，我們比較角膜與眼白結構上的差異對於光學性質的影響，而它們之間的差異主要包括以下三種：散射物質的間距、尺寸和排列方式。利用時域擬譜法我們分析幾何結構對光學性質的影響。

Abstract



Cornea and sclera each consists of collagen fibrils, but exhibits different optical properties in the visible range. The cornea is transparent, whereas the sclera is opaque and appears white. To analyze the difference of such optical characteristics, we employ the pseudospectral time-domain technique to simulate light propagation through the cornea model and sclera model, respectively. We analyze the effect of geometric structure on the transparency/opaque.

目錄



論文口試委員審定書.....	i
中文摘要.....	ii
英文摘要.....	iii
第一章 時域擬譜法.....	1
1.1 時域擬譜法.....	1
1.2 奈奎斯特頻率.....	6
1.3 吸收邊界條件：單軸完美匹配層.....	10
1.4 時域擬譜法與時域有限差分法的比較.....	14
第二章 角膜與眼白的構造.....	16
2.1 角膜的結構.....	16
2.2 眼白結構.....	19
2.3 膠原纖維的折射率.....	21
第三章 角膜的透明理論.....	23
3.1 角膜透明理論的演化史.....	23
3.2 研究動機.....	27
第四章 模擬參數與模型.....	28
4.1 相對折射率.....	28
4.2 模擬空間.....	30
4.3 建造訪角膜與仿眼白模型.....	31
4.4 光源與時間步數.....	32
4.5 真實組織與模擬模型.....	34
第五章 數值模擬結果與分析.....	36
5.1 角膜與眼白光學性質.....	36

5.2 數據量化.....	39
5.3 散射粒子尺寸對光學特性的影響.....	42
5.4 散射粒子的間距對光學性質的影響.....	50
5.5 排列方式對光學特性的影響.....	56
5.6 粒子大小之間的差異性對光學性質的影響.....	61
5.7 總結.....	65
5.8 未來工作.....	66
參考文獻.....	68





圖附錄

圖 1.1 電場、磁場在時域擬譜法中格子點上的位置.....	6
圖 1.2 訊號安插入另一連續函數的過程.....	8
圖 1.3 二為完美匹配層的架構示意圖.....	13
圖 2.1 角膜剖面圖.....	18
圖 2.2 角膜與眼白內膠原纖維的結構.....	20
圖 2.3 膠原纖維折射率與光波長的關係圖.....	22
圖 4.1 仿角膜與仿眼白模型.....	32
圖 4.2 膠原纖維的結構.....	35
圖 5.1 光分別在真空、仿角膜、仿眼白傳播的情形.....	36
圖 5.2 光分別經過不同厚度的真空、仿角膜、仿眼白的強度分佈....	38
圖 5.3 光在真空經過不同傳播距離後的強度分佈.....	41
圖 5.4 固定粒子中心位置，均勻改變粒子尺寸的模型.....	43
圖 5.5 光穿過圖 5.4 的模型後的強度分佈.....	44
圖 5.6 量化圖 5.6 的強度分佈的曲線.....	45
圖 5.7 固定粒子中心位置，改變粒子尺寸之間的差異性.....	46
圖 5.8 光穿過圖 5.7 的模型後的強度分佈.....	48
圖 5.9 量化圖 5.8 的強度分佈的曲線.....	49
圖 5.10 粒子直徑為 40nm，改變粒子之間的間距.....	51
圖 5.11 光穿過圖 5.10 的模型後的強度分佈.....	52
圖 5.12 粒子直徑為 200nm，改變粒子之間的間距.....	53
圖 5.13 光穿過圖 5.12 的模型後的強度分佈.....	54
圖 5.14 量化圖 5.13 的強度分佈的曲線.....	55
圖 5.15 六角形晶格排列，粒子直徑 40nm 的模型與強度分佈.....	57




圖 5.16 不同粒子尺寸，六角形晶格與短程有序排列模型.....	58
圖 5.17 光穿過晶格與短程有序排列模型後的強度分佈.....	59
圖 5.18 量化圖 5.17 的強度分佈的曲線.....	60
圖 5.19 六角形晶格排列，固定中心位置，改變粒子大小的差異性...	62
圖 5.20 光穿過如圖 5.19 的模型後的強度分佈.....	63
圖 5.21 量化圖 5.20 的強度分佈的曲線.....	64



表附錄

表 1.1 時域有限差分法與時域擬譜法的比較.....	14
表 2.1 角膜與眼白膠原纖維結構的差異.....	19
表 4.1 不同時間步數下光經過角膜、眼白與三萬步之間的誤差.....	33
表 5.1 比較模擬與計算所得到光在真空中繞射的中央亮帶寬度.....	40
表 5.2 光在不同厚度的真空、角膜、眼白強度分布的量化數據.....	41

第一章 時域擬譜法



時域擬譜法 (Pseudospectral Time-Domain technique, PSTD) 提供一個嚴謹且精確的方法來解決電磁波傳輸的相關問題。相較於時域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain, FDTD)，時域擬譜法改善了許多在時域有限差分法身上所發現的缺點，像是色散誤差 (dispersion error)、大幅減少計算量以及節省電腦記憶體之類的，也因為如此時域擬譜法非常適合解決在巨觀尺度下的電磁問題。所以在這個章節內，我們將會介紹時域擬譜法的基本理論、計算方式及其優缺點，和適合用這個演算法當中的邊界條件，像是單軸完美的吸收邊界 (Uniaxial Perfectly Matched Layer absorbing boundary condition, PML ABC)。

1.1 時域擬譜法[1-5]

時域擬譜法是由 Q.H. Liu 在西元 1996 年所提出的[4]，主要是利用快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform, FFT) 來近似馬克斯威爾方程式 (Maxwell's equation) 中的空間微分項。其主要是利用四個方程式當中的兩個旋度方程式來進行運算，如下面兩式：[6]

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{1.2}$$

在我們的研究中，所有的介質都是屬於線性、各向等性且均質、無吸收，也就



是所謂的 $\sigma=0$ 和 $J=0$ 。接下來，我們就來推導 Q.H. Liu 是如何利用快速傅立葉轉換來近似這兩個電磁波方程式，並且完成時域擬譜法。首先我們先來看最右邊的時
 間微分項，在時域擬譜法當中，時間微分項將會利用微分的基本定義，也就是有限
 差分法將它們分解成一個離散的形式，如同下式：

$$\frac{\partial B(i, j, k, n)}{\partial t} = \mu \frac{H(i, j, k, n) - H(i, j, k, n - 1)}{\Delta t} \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial D(i, j, k, n)}{\partial t} = \varepsilon \frac{E(i, j, k, n + \frac{1}{2}) - E(i, j, k, n - \frac{1}{2})}{\Delta t} \tag{1.4}$$

其中， i 、 j 、 k 分別表示在 x 、 y 、 z 這三個分量的格子點座標，而 n 是時間步數 (time-step)， B 和 H 分別是磁感應強度與磁場強度， D 和 E 分別為電位移場與電場， μ 跟 ε 則為磁導率和介電常數。式 1.3、1.4 就是將時間微分項以離散方式表示後的式子，注意到電場與磁場是在不同的時間步數下進行計算的，兩者之間相差了二分之一的時間步數，但他們是在相同的格子點當中做計算的。與時域有限差分法比較後可以發現，在時域有限差分法中，兩者都是在不同時間步數下且不同得格子點當中做計算。這與時域擬譜法的其中一個優點有關，讓我們留到 1.4 節再進行介紹，只需要先記得時域擬譜法當中的電場、磁場是在同一個格子點當中進行運算的。處理完時間微分項之後，接下來我們要來處理空間微分項。首先我們必須先把旋度在卡式座標中拆開來寫並且將電場與磁場拆成分量的形式，如同下式：

$$\nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \tag{1.5}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}, \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}, \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$



(1.6)

寫成這樣的形式之後，我們就可以利用正、逆快速傅立葉轉換來將空間微分項拆解成離散的形式了。逆的快速傅立葉轉換就是將方程式乘上 $i \cdot k$ ，再進行一次快速傅立葉轉換即可得到以下的式子：

電場：

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = FFT_y^{-1} \{ ik_y FFT_y \{ E_z \} \} - FFT_z^{-1} \{ ik_z FFT_z \{ E_y \} \}$$

(1.7)

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = FFT_z^{-1} \{ ik_z FFT_z \{ E_x \} \} - FFT_x^{-1} \{ ik_x FFT_x \{ E_z \} \}$$

(1.8)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = FFT_x^{-1} \{ ik_x FFT_x \{ E_y \} \} - FFT_y^{-1} \{ ik_y FFT_y \{ E_x \} \}$$

(1.9)

磁場：

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = FFT_y^{-1} \{ ik_y FFT_y \{ H_z \} \} - FFT_z^{-1} \{ ik_z FFT_z \{ H_y \} \}$$

(1.10)

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = FFT_z^{-1} \{ ik_z FFT_z \{ H_x \} \} - FFT_x^{-1} \{ ik_x FFT_x \{ H_z \} \}$$

(1.11)

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = FFT_x^{-1} \{ ik_x FFT_x \{ H_y \} \} - FFT_y^{-1} \{ ik_y FFT_y \{ H_x \} \}$$

(1.12)



其中 k_x 、 k_y 、 k_z 是空間頻率，也可以說是 x 、 y 、 z 這三分量的波數。若要詳細一點表示方法，則它們可以寫成以下形式：

$$k_x = \frac{2\pi}{N_x \Delta x} \cdot m \quad (1.13)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{N_y \Delta y} \cdot n \quad (1.14)$$

$$k_z = \frac{2\pi}{N_z \Delta z} \cdot l \quad (1.15)$$

其中 N_x 、 N_y 、 N_z 是 x 、 y 、 z 這三個方向個別的總格子數，而 m 、 n 、 l 在這邊的定義是：假如 N_x 是偶數，則 m 的範圍是從 $-N_x/2$ 到 $(N_x/2) - 1$ ，若 N_x 是奇數，則 m 的範圍是從 $-(N_x - 1)/2$ 到 $(N_x - 1)/2$ ，其他分量以此類推。這邊我們可以發現到時域擬譜法的精確程度是和空間微分項的設定有關的，從上面那三個式子中，我們可以發現，只要設定的格子數越多，也就是空間解析度越高，就越能夠減少時域擬譜法在計算時的誤差。

我們已經將電磁波的馬克斯威爾方程式中的時間微分項與空間微分項分別用有限差分法與快速傅立葉轉換來近似，也就是從式 1.3 到式 1.12 的那些方程式，只要把它們重新組裝回去，就可以得到全新不同形式的離散型馬克斯威爾方程式，如同下面這六個方程式：

電場：

$$E_x^{n+\frac{1}{2}} = E_x^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\epsilon} \times \left\{ FFT_y^{-1} \left\{ ik_y FFT_y \{ H_z^n \} \right\} - FFT_z^{-1} \left\{ ik_z FFT_z \{ H_y^n \} \right\} \right\} \quad (1.16)$$

$$E_y^{n+\frac{1}{2}} = E_y^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\epsilon} \times \left\{ FFT_z^{-1} \left\{ ik_z FFT_z \{ H_x^n \} \right\} - FFT_x^{-1} \left\{ ik_x FFT_x \{ H_z^n \} \right\} \right\}$$



(1.17)

$$E_z^{n+\frac{1}{2}} = E_z^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\epsilon} \times \left\{ FFT_x^{-1} \left\{ ik_x FFT_x \{ H_y^n \} \right\} - FFT_y^{-1} \left\{ ik_y FFT_y \{ H_x^n \} \right\} \right\}$$

(1.18)

磁場：

$$H_x^n = H_x^{n-1} - \frac{\Delta t}{\mu} \times \left\{ FFT_y^{-1} \left\{ ik_y FFT_y \left\{ E_z^{n-\frac{1}{2}} \right\} \right\} - FFT_z^{-1} \left\{ ik_z FFT_z \left\{ E_y^{n-\frac{1}{2}} \right\} \right\} \right\}$$

(1.19)

$$H_y^n = H_y^{n-1} - \frac{\Delta t}{\mu} \times \left\{ FFT_z^{-1} \left\{ ik_z FFT_z \left\{ E_x^{n-\frac{1}{2}} \right\} \right\} - FFT_x^{-1} \left\{ ik_x FFT_x \left\{ E_z^{n-\frac{1}{2}} \right\} \right\} \right\}$$

(1.20)

$$H_z^n = H_z^{n-1} - \frac{\Delta t}{\mu} \times \left\{ FFT_x^{-1} \left\{ ik_x FFT_x \left\{ E_y^{n-\frac{1}{2}} \right\} \right\} - FFT_y^{-1} \left\{ ik_y FFT_y \left\{ E_x^{n-\frac{1}{2}} \right\} \right\} \right\}$$

(1.21)

這六個方程式就是電磁波的控制方程式，所以只要有這些方程式，再加上一些初始條件與邊界條件，像是介質的介電常數、磁導率之類的，我們就可以在電腦裡面精確地計算出電磁波在各種介質空間的傳播情形了。

在圖 1.1 當中簡單的畫出了剛剛所提到的：在時域擬譜法當中，電場與磁場是在同一個格子點當中做運算，也解釋了當電磁波遇到介質界面時是如何進行計算的。再提醒一次，在時域有限差分法當中，電場跟磁場是在不同的格子點當中做計算，這一點會使電磁波遇到不同介質時使磁場在不同的材料下計算同一個電場。

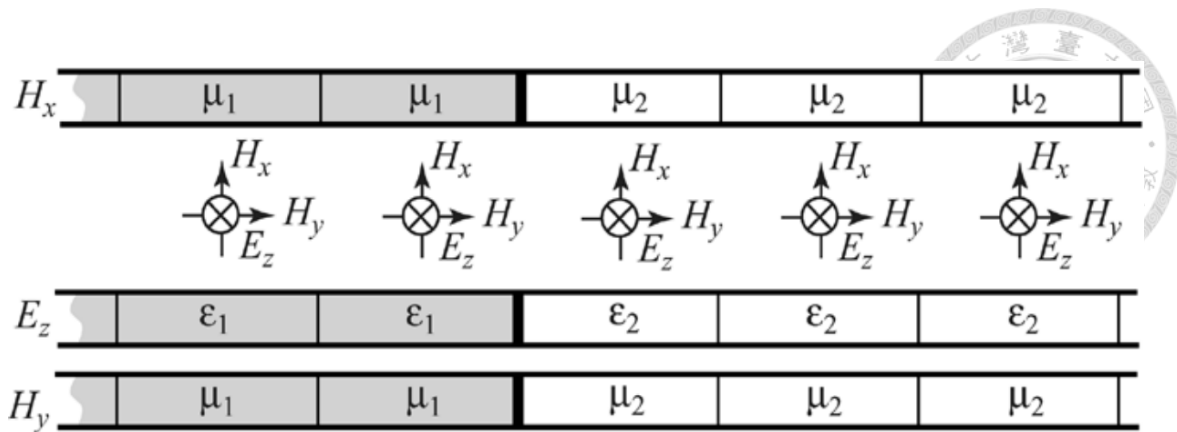


圖 1.1 此圖解釋了在時域擬譜法當中，電場與磁場是如何在格子點中計算。圖中是以二維的 TMz 波為例子，橫條代表不同介質的介電常數與磁導率，可以看到因為電場、磁場是放在格子點的中間，所以當電磁波進入到不同介質的界面時可以很清楚的知道要取哪一邊的介電常數與磁導率，不像時域有限差分法一樣，磁場會剛好駐足在界面上，可能會無法判定要選取哪一邊的介電常數與磁導率。[2]

在介紹完最基本的時域擬譜法的演算法之後，我們接下來要來討論因為時域擬譜法使用了快速傅立葉轉換所衍伸出來的一些優點。根據奈奎斯特理論 (Nyquist theorem)，我們將會知道為什麼時域擬譜法適合大尺度範圍的模擬。

1.2 奈奎斯特頻率 (Nyquist frequency)[5]

在這個小節當中，我們將透過奈奎斯特的理論來談談時域擬譜法的一些限制。在上一個小節當中，我們利用離散的傅立葉轉換來近似馬克斯威爾方程式當中的空間微分項，也因為牽扯到了離散傅立葉轉換，所以時域擬譜法結果的準確度就會受到採樣頻率的設定而受到影響，而這個採樣頻率必須大於奈奎斯特頻率，然而採樣頻率是如何定義的、奈奎斯特頻率又有什麼樣的意義就讓我們趕緊來介紹吧。

採樣是將一個可以表示成連續函數的一個訊號先轉換成一個離散函數，然後在把此離散函數安插到另一個連續函數的過程。奈奎斯特理論是在描述只要離散系統的奈奎斯特頻率高於被安插的連續函數的最高頻率或帶寬，就可以避免混疊

現象，如果這個連續函數的頻率高於採樣訊號的頻率，那麼我們所建立的離散訊號將會扭曲、失真，會造成實驗上不必要的誤差。嚴格地說，定理僅適用於具有傅立葉轉換的一類數學函數，即頻率在有限區域以外為零。舉個例子來說，假如我們現在有一個帶有週期性的函數 $x(t)$ ，且週期為 2π ，其傅立葉轉換可表示成下式：

$$X_{2\pi}(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} \quad (1.22)$$

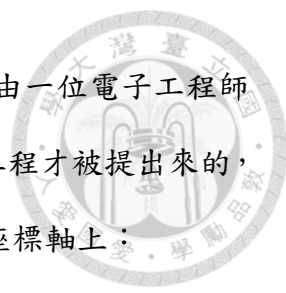
$$X(f) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i2\pi f t} dt \quad (1.23)$$

藉由波松求和公式 (Poisson summation formula)，我們可以知道 $x(t)$ 的取樣 $x(nT)$ 已經產生了 $X(f)$ 的週期和，其結果如下式：

$$X_{1/T} = X_{2\pi}(2\pi f T) \xrightarrow{\text{DEF}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \cdot x(nT) e^{-i2\pi f n T} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - \frac{k}{T}) \quad (1.24)$$

其中 k 的單位為 *cycles/sample*，而 $1/T$ 即為採樣頻率 f_s ，其單位為 *sample/sec*。假設現在有一個足夠大的頻率 f_s ，可以使得 k 在這個 $[-f_s/2, f_s/2]$ 範圍內皆為零，因此我們可以得到：

$$f_{\max} < |f_s/2| \approx \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \quad (1.25)$$

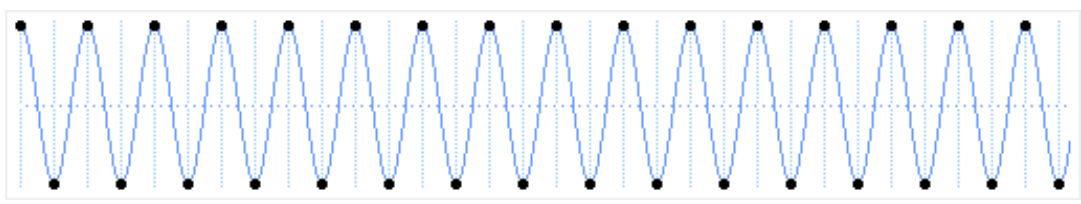


其中 f_{max} 就是奈斯奎特頻率，即是採樣頻率的一半，是由一位電子工程師 Harry Nyquist 所提出來的，奈斯奎特頻率在一開始是為了通訊工程才被提出來的，所以我們可以換個方式來表示奈斯奎特頻率，使其符合在空間座標軸上：

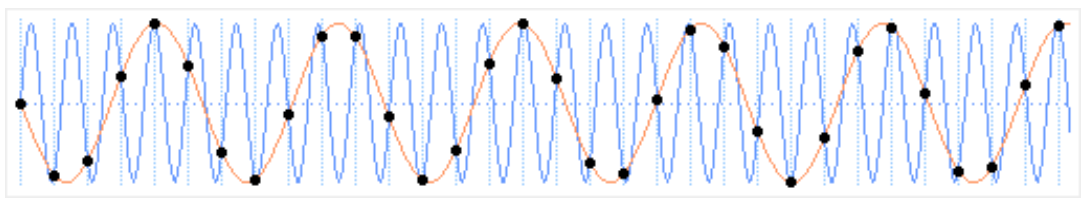
$$\frac{V_{sample}}{\lambda} < \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \tag{1.26}$$

$$V_{sample} \cdot \Delta t \approx \Delta x < \frac{\lambda}{2} \tag{1.27}$$

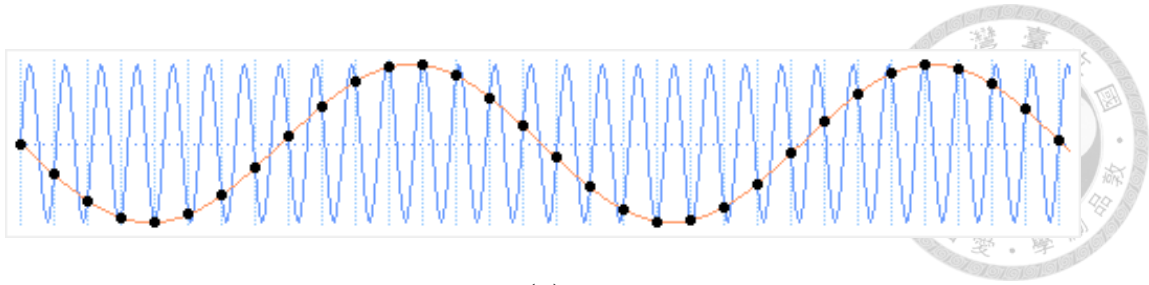
在圖 1.2 中我們將會說明什麼是奈斯奎特頻率必須大於特定採樣頻率才能使我們設定的訊號不扭曲、失真。在圖中會有一個特定頻率的正弦波，和我們想要建立的離散訊號。接下來我們要將這些離散訊號源重組在正弦波上，只有當正弦波的頻率夠大時，我們才能將離散的訊號源完美的建構在正弦波上。



(a)



(b)



(c)

圖 1.2 (a) 頻率足夠大的正弦波 (b) 和 (c) 則是將離散的訊號源重組在此正弦波上。從圖中可以明顯的看出為什麼正弦波的頻率必須要大到一定的程度，否則所建立的離散訊號源很有可能失真、扭曲。[圖取自網址：<http://www.slack.net/~ant/bl-synth/3.nyquist.html>]

介紹完了奈斯奎特頻率，然而這個頻率到底跟我們的時域擬譜法有什麼樣的關聯呢？其實文中說提到採樣的離散訊號源在時域擬譜法當中就是我們空間的格子點，而被採樣的連續函數也就是電磁波源。而剛剛所推導出來的奈斯奎特頻率只需要小於二分之一的採樣頻率即可，也就是說我們只需要兩個格子點就可以描述一個電磁波。相對於時域有限差分法的六到八個格子點才能描述一個電磁波，時域擬譜法可以說是非常的節省電腦的記憶體，也可以用比較低解析度的格子點來模擬電磁波，因此適合大尺度範圍的模擬。



1.3 吸收邊界條件：單軸完美匹配層 (Uniaxial Perfectly Matched Layer Absorption Boundary Condition, UPML ABC)[6-9]

一般來說，在沒有設定特別邊界條件時，當電磁波在有限空間中傳輸碰到邊界後都會反彈，而且反彈回來的電磁波還會與原先在空間裡的波進行疊加，使得空間內的波變得雜亂無序，難以分析。為了解決這個問題，只需要在模擬時加入適合的條件即可，而我們所選擇的是單軸完美匹配吸收層。單軸完美匹配層是由 Gedney 提出的[9]，這個邊界條件可以使傳播到邊界附近的電磁波漸漸的吸收，因為大部分的能量都不見了，所以碰到邊界反彈回來的波就可以忽略掉，也因為能量實在太小了，對於原本在空間中的波來講幾乎是微乎其微，不具影響力，所以我們就可以把這個邊界條件想像成：讓電磁波從一個有限空間變成在無限大的空間中傳播的工具。在理想狀況下，吸收介質只有幾個晶格厚度，並且讓電磁波在任何頻域範圍內皆無反射。接著開始推導單軸完美匹配層的建立。

一樣已馬克斯威爾方程式的旋度形式為基礎，但改成複數形式：

$$\nabla \times H = j\omega \epsilon S E \tag{1.28}$$

$$\nabla \times E = -j\omega \mu S H \tag{1.29}$$

其中 S 表示為對角化張量(diagonal tensor)，可表示為：

$$\begin{bmatrix} \frac{S_y S_z}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_x S_z}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x S_y}{S_z} \end{bmatrix} \tag{1.30}$$



而 x, y, z 的各個分量分別表示為：

$$S_x = k_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon_0} \quad (1.31)$$

$$S_y = k_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon_0} \quad (1.32)$$

$$S_z = k_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon_0} \quad (1.33)$$

因為我們的模擬是在二圍空間下進行，因此可以得到：

$$\sigma_z = 0, k_z = 1 \rightarrow S_z = 1 \quad (1.34)$$

因此張量 S 可以化簡為：

$$\begin{bmatrix} \frac{S_y}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_x}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & S_x S_y \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

接著將張量與電場、磁場結合成如下的式子：

$$B_x = \mu \frac{S_y}{S_x} H_x \quad (1.36)$$

$$B_y = \mu \frac{S_x}{S_y} H_y$$



(1.37)

$$D_z = S_x E_z$$

(1.38)

因此我們可以將式 1.28 與式 1.29 換成以下的形式(TMz 的情形)：

$$-\frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega H_y$$

(1.39)

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -j\omega H_x$$

(1.40)

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega \epsilon S_x D_z$$

(1.41)

接著再把複數形式換成在時域的形式：

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

(1.42)

$$-\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

(1.43)

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = k_x \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\sigma_x}{\epsilon} B_z$$

(1.44)



最後轉換成離散的形式，以便在數值方法中進行運算：

$$H_x|_{ij}^{n+1} = -H_x|_{ij}^{n-1} \frac{\frac{k_y \epsilon_0}{dt} - \frac{\sigma_y}{2}}{\frac{k_y \epsilon_0}{dt} + \frac{\sigma_y}{2}} - \frac{B_x|_{ij}^{n+1} \left(\frac{k_x \epsilon_0}{dt} + \frac{\sigma_x}{2} \right) + B_x|_{ij}^{n-1} \left(\frac{k_x \epsilon_0}{dt} - \frac{\sigma_x}{2} \right)}{\frac{k_y \epsilon_0}{dt} + \frac{\sigma_y}{2}} \quad (1.45)$$

$$E_z|_{ij}^{n+0.5} = -E_z|_{ij}^{n-0.5} \frac{\mu \left(\frac{k_y}{dt} - \frac{\sigma_y}{\epsilon_0} \right)}{\mu \left(\frac{k_y}{dt} + \frac{\sigma_y}{\epsilon_0} \right)} - \frac{1}{dt} (D_z|_{ij}^{n+0.5} - D_z|_{ij}^{n-0.5}) \quad (1.46)$$

如此一來就建立好單軸完美匹配吸收邊界條件的數值計算方程式，只要在模擬空間的邊界設定好吸收方程式，當電磁波傳播到這些區域時振幅就會開始衰退，如此一來即使電磁波因為邊界而反射，也不會反彈太多的能量回到模擬空間，進而影響到空間內傳播中的電磁波，如果吸收邊界可以將電磁波的振幅衰減到零的話，那我們就可以將模擬空間當作是無限大來看待，讓我們的模擬可以更符合真實情形，減少那些只有在模擬時才會發生的誤差。




1.4 時域擬譜法與時域有限差分法的比較[1, 2, 10-12]

在前幾個小節當中，我們多多少少都有提到時域擬譜法與時域有限差分法的不同，由於都是瑣瑣碎碎的提到，所以在這一小節中，我們將兩者的異、同一口氣在這邊進行統整。時域擬譜法跟時域有限差分法都廣泛的被運用在電磁波的傳播模擬，兩者都是根據馬克斯威爾方程式來進行運算，且利用相同的方法來近似方程式中的空間微分項，但卻利用不同的方法來近似方程式當中的空間微分項，也就是因為這個差異，使得時域擬譜法與時域有限差分法產生了許多不同的地方，接下來我們就從表 1.1 來比較兩者不一樣的地方。

	時域有限差分法	時域擬譜法
空間微分項	有限差分法	快速傅立葉轉換
時間微分項	差分法	差分法
各個場在座標上的位置	磁場：格子線邊 電場：格子中心	格子中心
所需的格子點解析度	8-16 (cell/ λ)	2(cell/ λ)
適合模擬的尺度	小	大
色散關係	$\frac{\Delta x}{c\Delta t} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)$	$\frac{2}{c\Delta t} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)$

表 1.1 時域有限差分法與時域擬譜法的比較

只因為近似的方法不同，就造成了這兩種演算法之間存在著這麼多的差異。其中一個主要的差異就是在時域有限差分法當中，各個場向量的分量並不是在同一個點當中做計算，電場與磁場之間差了零點五格，而在時域擬譜法當中各個場向量



的分量是在同一個格子點當中做運算的，這也造成了時域有限差分法的一個缺點，因為當電磁波從一個介質進入到另一個介質時，我們需要在格子點當中表現出介質的特性，這時我們就需要把特性分別標在格子中心與格子線邊，但不是所有的介質特性都可以這樣呈現出來，因此可能會造成在不同介質中的磁場卻計算同一個電場，此時時域擬譜法的優勢就浮現了。另一個時域擬譜法的優點在於它的色散關係不會因為空間解析度的不同而不同，因此相對於時域有限差分法，他有效的控制住色散誤差了。最後一個優點就是在 1.2 節就有談過的，時域擬譜法只需要兩個格子點就可以完整的呈現出一個波，但時域有限差分法卻要八到十六個格子點才能完整的描述一個波，這也就是為什麼時域擬譜法可以節省電腦記憶體，也適合模擬大尺度的電磁場問題了。

第二章 角膜與眼白的構造




膠原纖維是人體組織內重要的物質之一，它散佈在人體各個角落，不論是在皮膚、肌肉、頭髮內都不難發現它的蹤跡。然而我們可以發現這些物質在光學上都有一個共同特性，那就是它們都是不透明的，我們研究主題當中的眼白也一樣，主要由膠原纖維組成而且為不透明。然而人類的角膜主要也是由膠原纖維所組成的，但相對於其他以膠原纖維組成的組織，它卻是透明的。為了瞭解其中的奧秘，我們首先當然要來了解細微的角膜與眼白結構，統整出兩者在結構上的差異，並從中找尋最有可能造成光學特性改變的因素。在這個章節中，我們將會介紹角膜與眼白中的組成物質、膠原纖維的排列方式、尺寸...等兩者結構上重要的差異。

2.1 角膜的結構[13-20]

大約在六十年前，隨著電子顯微鏡的技術蓬勃發展，越來越多奈米等級的事物揭發於世人面前，當然這項技術也被用來探討人體的奧秘，很多學者透過電子顯微鏡來觀察組織切片，試著了解各個組織的組成、構造，理所當然的電子顯微鏡也被一些研究員應用在角膜與眼白上，就這樣揭開它們神秘的面紗。

角膜是眼睛最前面的透明組織，像是一個半月狀的透鏡，主要功能就是將入射至眼睛裡面的光精準的聚焦在視網膜上。角膜表面有豐富的末梢神經及淚膜，可保護角膜、防止乾燥及刺激。為保持透明，角膜裡是沒有血管的，所以角膜的養分及代謝是利用角膜邊緣的血管網、房水 (Aqueous humour)以及空氣。一位成年人的角膜厚度大約 500 μ m，且由外到內可分成五層，依序為：上皮細胞層 (Epithelium)、前彈力層 (Bowman's layer)、基質層 (Stroma)、後彈力層 (Descemet's membrane)及內皮細胞層 (Endothelium)。上皮細胞層大約由五到六層細胞所組成，一般佔總



體角膜厚度的十分之一，主要功能是保持角膜表面濕潤、保護角膜。此層若有受損將有可能降低視力，但此層有自我修復的能力。前、後彈力層是兩層非常薄、相當均勻的非細胞層，兩層加起來佔不到總體角膜的百分之五。兩者都是由膠原纖維及基質所組成的，其膠原纖維是隨機分佈的，且比基質層中的纖維要來的細。前彈力層脆弱、易受損，且不可自我修復，但後彈力層具有彈性、堅韌，且受損後可以再生。內皮細胞層僅僅是由一層六角扁平細胞所構成，厚度只佔總角膜的百分之一，其功能主要是維持角膜內液體的平衡，有自動液泵以及阻隔房水的功能。若將這四層的厚度相加可以發現他們只佔了角膜總體厚度的百分之十五而已，也就是說基質層佔了總厚度的百分之八十五，因此一般認為這四層薄到無法讓光產生強烈的散射，進而影響到透明度，於是我們將把重點放在最有可能威脅到角膜透明度的基質層身上。

在顯微鏡下觀察，角膜基質層大約由兩百個板層所組成的，每一個板層厚度大約二微米、寬兩百微米，板層與板層之間是靠著扁平且細長突起的成纖維細胞連接起來。板層內充滿了許多透明的物質，其中有三個是非水化物 (non-aqueous material)，分別是膠原纖維束、醣蛋白 (proteoglycan)和細胞，其他物質則有黏多醣蛋白 (glycoprotein)和水...等等。在那三個非水化物當中，膠原纖維一向是被大家認為最有可能使得角膜變得不透明的物質，因為在許多實驗中發現，只要膠原纖維的結構被破壞掉，角膜就會立刻變成不透明的，而且也只有膠原纖維在不同組織內有不同的光學性質，所以接下來將會特別著墨於膠原纖維在角膜當中的結構、大小...等等。膠原纖維緊密的鑲嵌在板層內，而且每一條纖維都是互相平行的，彼此之間並無糾纏在一起。在角膜基質層中的膠原纖維直徑大約都是三十奈米並且排列的非常整齊，各個纖維中心到中心之間的距離也都維持著六十奈米以上的距離。角膜基質層當中的膠原纖維之所以可以排列的如此整齊，是因為每一個膠原纖維周圍都圍繞著負電荷，而這些負電荷都是由黏多醣蛋白所製造出來的，因為同性相

斥，而且每一條膠原纖維的帶電量都差不多，因此每一條纖維之間間距都會維持的差不多，又因為膠原纖維是坐落在具有黏稠性的填充物質中，因此膠原纖維可以侷限在一定的範圍內，不然照理說，膠原纖維之間間距會是變成無窮遠。剛剛所提到的填充物質 (ground substance) 是指在基質層當中除了膠原纖維以外的所有物質，像是剛剛所提到的醣蛋白、黏多醣蛋白之類的物質通通都包含在內。

最後在總結一下膠原纖維在角膜基質層的結構，膠原纖維束是互相平行的鑲嵌在填充物質中，其粗細大小大約是均勻的三十奈米，各個膠原纖維中心點到中心點的間距大約六十奈米。在 1957 年 Maurice [13]最先提出角膜內的膠原纖維的排列方式，他說：膠原纖維的排列方式可以假設為一個完美的六角型晶格，但是最後從電子顯微鏡當中並沒有發現這種完美的晶格排列，只是一個短程有序 (short-range order) 的排列方式。短程有序是起源於固態物體，在非晶體內部的原子結構並非雜亂無章，它是短程有序 (short range order)的結構，意思是在極小範圍內可以找到某種規律，例如玻璃，它也可能在極小區域中，發現一些小晶粒。而在角膜內的短程有序結構就是纖維中心到中心的間距大約都維持六十奈米以上，只能有少數出現太遠或太近的情況。

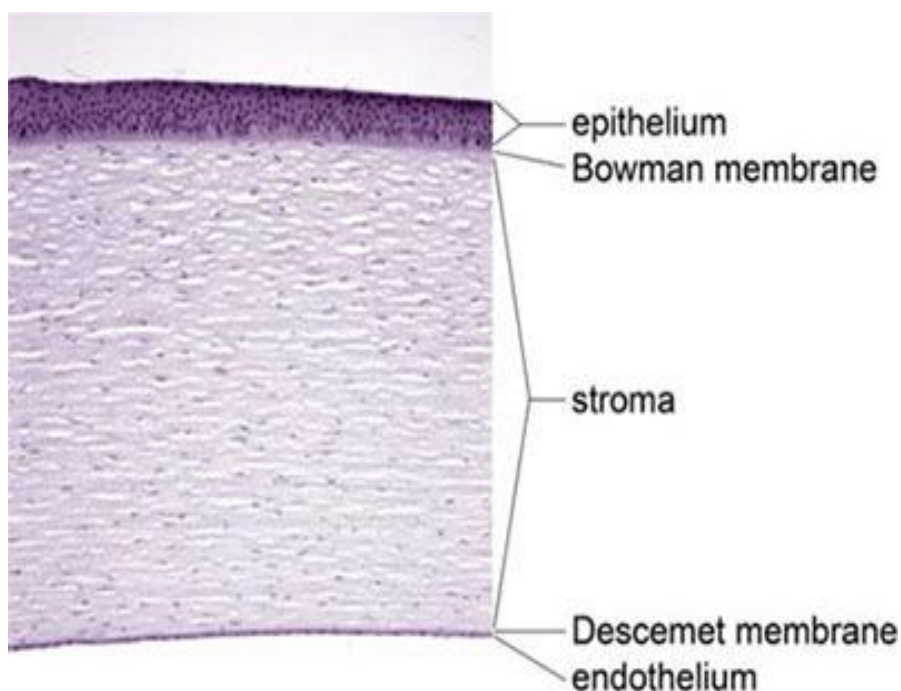




圖 2.1 角膜的剖面圖，可以清楚的比較出來各個層之間的厚度差異，基質層的確佔了大部分的厚度，其他層幾乎可以說是微不足道，這也是為什麼我們特別強調基質層當中膠原纖維的結構。[19]

2.2 眼白結構[14, 16, 21]

眼白又稱作鞏膜，眼球壁外圍厚度的六分之五的位置叫做眼白，眼白的外面由眼球筋膜覆蓋，四周有眼外肌肌腱附著，前面則連接著角膜，眼白質地堅韌，為不透明的白色。眼白的厚度約為零點三毫米到一毫米，不同位置有不同的厚度，最薄的位置在眼外肌附著處，最厚的地方在於視神經周圍。眼白當中的組成物質有許多都跟角膜相同，像是膠原纖維、醣蛋白、黏多醣蛋白、細胞、神經，還有其他不同於角膜的物質有血管、彈力蛋白 (elastin)。眼白跟角膜一樣都分了很多層，由外到內分別是眼球筋膜 (Tenon's capsule)、鞏膜外層 (episclera)、鞏膜實質層 (scleral stroma)、鞏膜突 (scleral spur)、異組織邊緣 (limbus)和後鞏膜層 (posterior sclera)。然而這一次為了要與角膜有明顯的對比，所以我們並不會一一介紹，我們將著重於眼白當中膠原纖維的結構。

眼白當中擁有最豐富膠原纖維的部位就是鞏膜實質層，在此層的膠原纖維束互相交錯而且粗細不等，其直徑大約從三十奈米到三百奈米都有，膠原纖維的排列方式也是紊亂零散、毫無章法。到此為止，相信已經可以很明顯地感覺出，同樣是膠原纖維，但所在的組織不一樣就可能如此大的差異。接著我們將在表 2.1 中簡單的統整一下兩者之間的差異。

膠原纖維結構	角膜	眼白
直徑	30nm	30nm-300nm
中心到中心的平均距離	60nm	285nm
橫切面的排列	纖維束互相平行	纖維束互相交錯

表 2.1 角膜與眼白內膠原纖維在結構上的差異

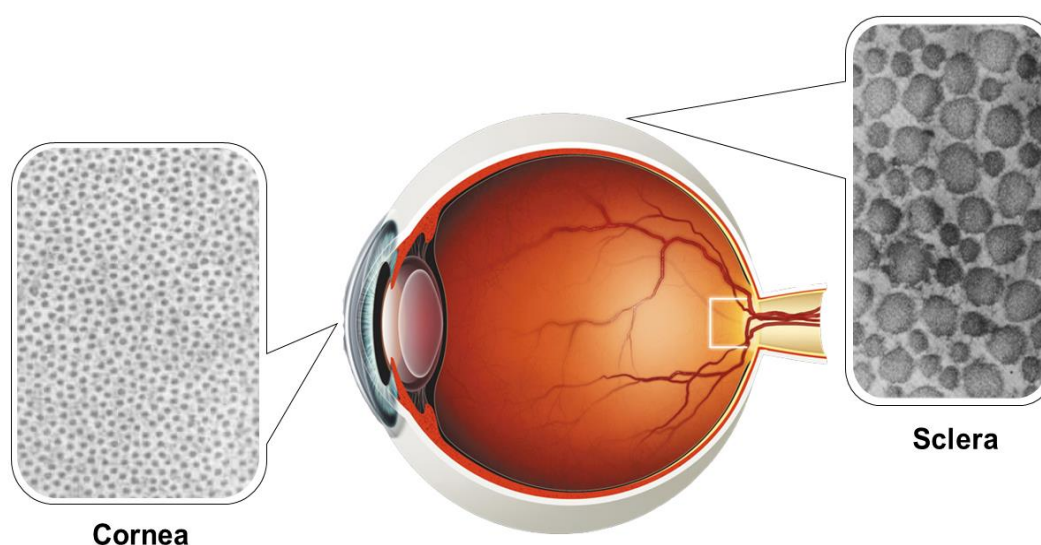


圖 2.2 此圖顯示膠原纖維分佈在角膜與眼白中的結構有明顯的差異。在角膜當中，膠原纖維的直徑較小也較為平均，纖維彼此之間的間距也都隔了一定的距離。反觀在眼白當中的膠原纖維，彼此之間的大小不一，有大有小差異大，彼此之間的距離也是有些靠很近，有些則相距較遠。[14]

[圖取自：<http://www.nikon-lenswear.com.tw/zh/eyes-and-vision/how-your-eyes-work>]

[圖取自：<http://www.oculist.net/downaton502/prof/ebook/duanes/pages/v4/v4c023.html>]



2.3 膠原纖維的折射率[22]

在前面兩個小節已經介紹了膠原纖維的角膜與眼白中的結構，然而想要了解它們的光學特性還差一個很重要的參數，那就是膠原纖維以及填充物質的折射率。根據文獻，膠原纖維與填充物質的折射率最早是在 1953 年，由 Aurell 和 Holmgren 所量測出來的，他們透過加壓的方式將膠原纖維與填充物質分開，然後在個別量測其折射率，量測結果顯示，膠原纖維為 1.547 而填充物質為 1.345。雖然有些人認為因為膠原纖維在角膜內的含水量比較高，以它們萃取的方式會使纖維的含水量降低，所以這個結果膠原纖維的折射率太高，不過在當時已經是很大的創舉了。不過這個年代比較久遠，或許當時的技術、理論比較不足，接著我們就來介紹在參考文獻[22]中的量測方法。在文獻中，他們是根據米氏散射 (Mie scattering model) 模型來計算，因此首先需要知道量測物質的吸收係數 (absorption coefficient)、減縮散射係數 (reduce scattering coefficient) 以及散射物質的尺寸，吸收及減縮散射係數可以透過量測物質的穿透率與反射率得知，因此透過米氏散射模型就可以獲得膠原纖維在不同光波長下的折射率。圖 2.3 就是文獻中的結果，最後他們在利用迴歸分析中的最小平方方法來近似該曲線，就可以得到膠原纖維折射率與波長的關係式。

$$n_{col}(\lambda) = 1.426 + \frac{19476}{\lambda^2(nm)} - \frac{1131066900}{\lambda^4(nm)} \quad (2.1)$$

其中 λ 為波長，適用範圍於 400nm-800nm。而填充物質的折射率就比較沒有大的爭議，不論是近幾年的量測結果或是半世紀以前的量測結果都大約等於 1.345，雖然這是角膜填充物質的折射率，但因為角膜與眼白填充物質中的化學物質十分相似，只是含水量跟組成比例有些差異，再加上比較沒有文獻指出眼白填充物質的折射率，因此我們也將眼白填充物質的折射率當作是 1.345。

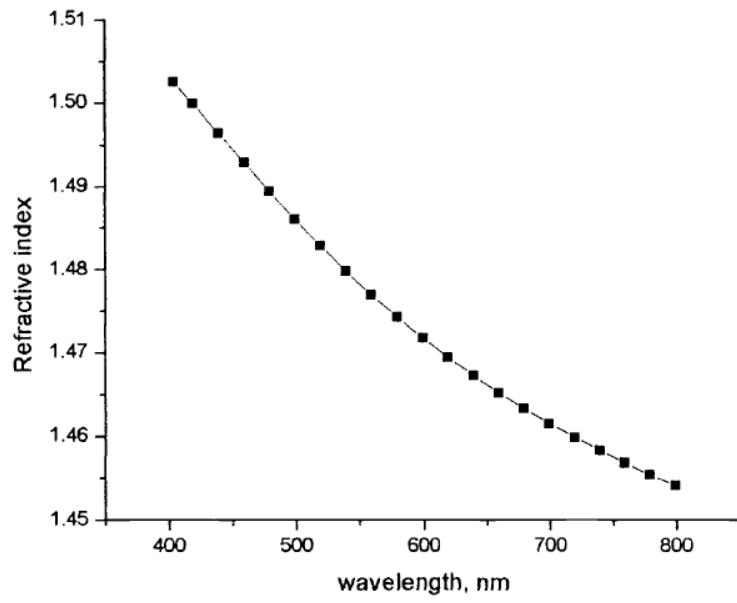


圖 2.3 膠原纖維折射率與光波長的關係圖[22]


第三章 角膜的透明理論



膠原纖維是人體中最重要的蛋白質種類，可以在眾多的組織內發現它的蹤跡，像是皮膚、韌帶以及我們所研究的角膜與眼白。然而大部分由膠原纖維所組成的人體組織都是不透明的，但角膜卻是個例外，因此有越來越多的學者、專家或研究員對這個特殊的透明組織感到興趣，也提出他們對於角膜是透明的可能理論或實驗結果，而大部分的學者都把矛頭指向三個可能的因素：膠原纖維的折射率、膠原纖維的尺寸以及膠原纖維在組織內的排列方式。因此在這個章節要來介紹角膜透明理論的演進史。

3.1 角膜透明理論的演化史[13, 15, 17, 20, 23-27]


早在 18 世紀中就開始有一些學者提出他們對於角膜是透明的看法，起初認為角膜透明的原因來自於構成角膜的元素在光學上都是均質的，而且缺乏一些像是血管的不透明元素。因此 Renault 在西元 1889 年提出他的想法，他認為角膜透明是因為角膜內的所有組成物都擁有相同的折射率，因此光穿過角膜時不會產生任何光學不協調的情況，所以角膜是透明的。然而在西元 1953 年，這個理論被 Aurell 和 Holmgren 所質疑[23]，他們利用壓力分離出角膜內的膠原纖維與其他物質，然後分別量測膠原纖維與填充物質的折射率，其量測結果為膠原纖維 1.547 以及填充物質 1.342，此量測結果明顯看出角膜內的元素擁有不同的折射率，而且隨著角膜可以產生雙折射(birefringence)的現象被發現後，也愈來愈多的人接受角膜內的膠原纖維與填充物質具有不同的折射率。而且 Schwarz 和 Davson 也利用電子顯微鏡再一次的證實角膜內的物質擁有相同折射率是錯誤的，因為可以從電子顯微鏡當中明顯的看到膠原纖維，若膠原纖維與填充物質的折射率相同就無法在電子顯微



鏡中看到膠原纖維。直到西元 1969 年，Smith 質疑[24]由 Aurell 和 Holmgren 所量測出來的結果，他認為 1.547 這個數值對於角膜內的膠原纖維來說太高，而 1.342 這個數值對於填充物來說太低，因為加壓分離角膜內的元素會大量流失膠原纖維內的水分，因此在組織中的膠原纖維含水量較高，折射率也應該較低。因此他仍然認為角膜透明是因為膠原纖維與填充物質的折射率相近而且膠原纖維的尺寸小所造成。不過在當時已經有許多研究證明膠原纖維與填充物質有不同的折射率，也出現一個廣被眾人接受的理論，因此 Smith 的想法沒有再一次引發眾議。

在西元 1957 年，Maurice 提出了晶格理論(lattice theory)[13]來解釋角膜的透明性質，晶格理論在一開始假設膠原纖維與填充物質的折射率有明顯的差異，膠原纖維在角膜中的排列方式是相當有規律的，而且膠原纖維的尺寸也是非常一致的。Maurice 認為光經膠原纖維散射後由膠原纖維所發出的散射光在原傳播方向以外的方向都會產生破壞性干涉，只有沿著原傳播方向傳播的散射光會產生建設性干涉，他依循著這個想法發現只有當膠原纖維的排列方式是完美的六角形晶格排列才能符合他的想法。為了證明他的想法是正確的，他將鋼管排列成完美的六角形晶格，並且利用特定頻率的聲波穿過這些鋼管，發現聲波可以順利穿過這些鋼管，而且當這些鋼管的結構被破壞之後聲波穿透的振幅就明顯變小了，因此可以證明結構對於波的穿透是非常重要的，也證明了晶格理論的正確性。同時間也有實驗證明隨著增加角膜的含水量時會減少角膜的透明度，而當時是把原因歸咎於當含水量增加會破壞膠原纖維的晶格結構，造成角膜的透明度越來越低。因為 Maurice 的晶格理論足以解釋角膜的透明性，又有實驗佐證，因此廣被眾人接受。

雖然晶格理論成功的解釋角膜透明的原因，但這個理論也存在一些不完美的地方，由電子顯微鏡中所看到的膠原纖維排列並沒有發現如此完美的晶格結構，因此角膜透明的成因可能不是因為完美的晶格結構，而是另有原因。不過 Maurice 提出除了朝原方向傳播以外的散射光都會產生破壞性干涉，只有沿著原方向傳播的



散射光會產生建設性干涉這個觀點廣被眾人接受，也是最能解釋角膜透明的原因，在當時可說是跨時代的大發現，直到現在二十世紀也常被研究角膜透明性的人所參考，因此在這之後所提出的角膜透明理論大多都以晶格理論為基準，或以修正晶格理論為主。

在西元 1967 年，Goldman 和 Benedek[25]發現有一種叫魚狗的鳥類其角膜中的前彈力層(Bowman's layer)佔了總角膜厚度的 15%，而且其中的膠原纖維排列的非常混亂，但卻發現前彈力層比角膜基質層(corneal stroma)散射更少的光，因此他們認為角膜內的膠原纖維排列的規律與否對於角膜的透明性質沒有絕對的影響力，而他們最後總結前彈力層的透明原因是因為各個膠原纖維邊到邊的間距比光的半波長來的短很多，因此當光通過介質時無法有效分辨介質的細微結構，也就不會產生強烈的散射。同時他們也發現在眼白當中的膠原纖維擁有不同的尺寸，而且各個膠原纖維邊到邊的間距都比光的半波長來的寬，這也就是為什麼眼白是不透明的原因，因此他們認為膠原纖維之間的間距小於光的半波長這項特性比起膠原纖維是否排列整齊來的重要許多。

在西元 1970 年，Feuk 也同樣的認為角膜內的膠原纖維是不需要排列成如此嚴謹的六角形晶格排列，因此他提出角膜內的膠原纖維只需要符合長程有序(long-range order)的排列即可，所謂的長程有序排列就是相對於晶格排列稍微混亂一點的排列方式，同樣擁有週期性，只是不需要如此嚴謹的遵守晶格排列，可以容許些微的錯位。而在西元 1973 年 Farrell 延續 Feuk 的理論，他認為其實只需要短程有序(short-range order)的排列方式就足以讓角膜內的膠原纖維所發射出非沿著原方向傳播的散射光都產生破壞性干涉，而所謂的短程有序排列是指看似非晶結構的隨機排列，但其實並不像氣體分子一樣是完全隨機的，而是存在某種規律的，在角膜內的膠原纖維所存在的規律就是任兩個膠原纖維中心到中心的間距不得小於 60nm，還記得在第二章有提到膠原纖維的周圍被負電荷包圍著，這也是為什麼膠原纖維




之間都可以保持一定的距離，而且短程有序的排列方式也確實可以從電子顯微鏡當中發現，直到現在大多數的人也都認為角膜內的膠原纖維的確符合短程有序的排列方式。

在西元 1990 年，Vaezy 和 Clark[26]利用較現代的傅立葉分析來計算膠原纖維空間排列的變化，他們藉由傅立葉分析的結果發現角膜內的膠原纖維中心到中心的平均間距為 59nm，而眼白內的為 285nm，而且透過計算密度漲落(density fluctuations)也發現角膜內膠原纖維分佈的密度是比眼白內的還要均勻，兩者大約相差四倍左右。因此角膜與眼白在結構上最大的差異就在於膠原纖維的尺寸以及空間分佈上的差異。

在介紹完這些專家、學者所提出的理論及觀點後，接著要來統整一些比較被眾人所信服的論點，提供之後我們研究內容的變因，以及製作模型的基礎。首先膠原纖維的排列方式符合短程有序排列，而且可以使除了沿著原方向傳播以外的散射光都產生破壞性干涉，只有沿著原傳播方向的散射光會產生建設性干涉。第二就是角膜內膠原纖維的尺寸夠小，使的光穿過角膜後不會產生劇烈的散射，因此大多數的光可以沿著原傳播方向穿過。第三是角膜內膠原纖維邊到邊的間距遠小於光的半波長，使光在穿透角膜時無法分辨這些細微結構，因此不會產生散射，使角膜透明。

雖然說已經有許許多多的理論來解釋角膜的透明性質，但如果沒有實驗可以佐證這些理論，那一切都只是空談。因此也有一些研究員透過實際改變角膜內膠原纖維的結構，試著找出造成角膜透明的主因。大多數的人透過加壓灌水的方式使膠原纖維膨脹，其結果也順利的讓角膜變得不透明，但卻有一個很大的問題存在於這個實驗中，因為在加壓灌水的同時有許多的因素都被改變了，因此完全無法判斷究竟哪一個因素才是造成角膜透明的主因。當角膜被灌入水時，角膜的厚度會增加，膠原纖維與填充物質的折射率也會因為含水量變多而改變，而且膠原纖維的尺寸



也會膨脹的不均勻，前面的膠原纖維膨脹的比較大，而後面的纖維則幾乎不變，最後是當纖維膨脹的同時也改變了排列的方式及膠原纖維之間的間距。在實驗上只要一次改變超過一個變因就無法判斷究竟是哪一項變因造成實驗結果的不同，因此這個實驗可以說是沒有任何實質上的意義。

在西元 1998 年，Chakravarti 等人[27]提供一個特殊的方法改變角膜的結構，他們透過基因突變的方式，可以隨機的讓周圍的膠原纖維結合在一起，形成一個較大的膠原纖維，但因為是隨機的讓膠原纖維結合，所以纖維的尺寸會變得大小不一，而且排列方式一樣會被破壞，因此還是無法確定是哪個因素影響角膜的透明性。這也衍伸出為什麼我們要利用數值模擬的方法來探討角膜與眼白的透明性質，因為透過模擬的方式我們就能一次只改變一項變因，找出影響透明度的因素。

3.2 研究動機

隨著越來越多闡述角膜透明性的理論如雨後春筍般冒出，但卻沒有足以讓眾人心服口服的實驗結果來支持這些理論，因此有些專家改用數值模擬的方式來探討影響角膜透明的因素，因為模擬與實體實驗不同，實體實驗無法一次只改變一個變因，牽一髮就會動全身，但模擬的模型是人工的，可以隨心所欲地改變結構，因此數值模擬是最適合解決這個問題的工具之一。過去也有許多專家透過一些散射模型來模擬，雖然可以比較出各個結構之間的差異，但因為無法有效的模擬出大尺度的模型，因此無法確認當模型與真實角膜一樣厚時，是否還可以保持透明性，這時利用我們實驗室的技術，透過時域擬譜法就能有效的完成大尺度的模擬，藉此確認模擬結果是否與事實相符，再找出影響角膜透明度的主要原因。

第四章 模擬參數與模型



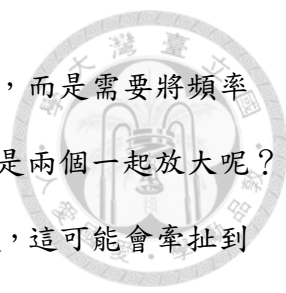
在前面的章節我們已經介紹了模擬的工具以及角膜與眼白的結構，接著我們要將這兩項結合在一起，首先我們需要先在電腦中建立出相對於真實組織無失真的仿角膜模型與仿眼白模型，並且設定好電磁參數，以便利用二維的時域擬譜法來模擬出角膜與眼白的光學性質，而且還要設定一些適合我們模型、光源的模擬參數，像是時間和空間解析度、模擬空間、光源波長之類的，合適的參數才能減少那些只因為是模擬才會出現的問題，好讓模擬能夠符合真實情況。

4.1 相對折射率

在介紹模型與模擬參數之前，要先來說明因為在模擬當中使用了相對折射率，所以需要修改的參數。當光的波長為 400nm，根據式 2.1 可以算出膠原纖維的折射率約為 1.504，而填充物質的折射率，也就是背景折射率為 1.345，而在我們的模擬中是使用相對折射率，背景折射率變成 1，因此膠原纖維的折射率會變成 1.118。然而當我們使用的相對折射率時有哪一項參數是跟沒有使用相對折射率時不同的，讓我們從以下的式子來思考

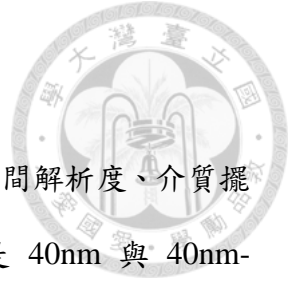
$$f \times \lambda = c \tag{4.1}$$

其中 f 是光的頻率， λ 為光的波長， c 為光在介質中的光速，又 $c = c_0/n$ ， c_0 為光在真空中的光速， n 為背景折射率。當沒有使用相對折射率之前 n 等於 1.345，使用後 n 就變成 1，因此式 4.1 的等號右手邊數值變大，也就是光傳播的速度變快了，如果光的波長與頻率都維持不變的話，那麼等號將會不成立，如果要使等號成



立，那麼式 4.1 的左手邊需要乘上 1.345，然而卻不是直接乘上，而是需要將頻率或波長放大 1.345 倍，但到底是頻率要放大還是波長要放大，還是兩個一起放大呢？因為頻率的單位是跟時間相關的，若改變則代表時間變快或變慢，這可能會牽扯到愛因斯坦的相對論，事情會變得複雜，所以頻率是不可以改變的，而波長是長度單位，若放大則代表所有長度都需要放大，而長度單位與時間單位不同，在現實中是可以輕易改變長度單位的，因此為了讓式 4.1 等號成立，必須讓波長乘以 1.345，所以所有跟長度相關的所有參數都需要放大 1.345 倍，像是角膜內膠原纖維的直徑原本為 30nm，但在我們的模擬中會變成 40nm，而眼白內的膠原纖維直徑也必須從 30nm-300nm 變成 40nm-400nm，從現在起文章中所提到任何與長度相關的參數都已經乘上 1.345。

雖然從我們的推論所得到的結果是將波長乘上 1.345，並將所有長度單位都乘上 1.345 就可以讓有使用相對折射率跟沒使用相對折射率的模擬結果相同，但我們要如何確認經過調整後兩者真的變成完全一樣。讓我們以另一種方式來思考，當折射率變小之後，光速就會增加，也就是在相同時間內光會傳播比較遠的距離。原本在一個時間單位只能穿過一顆散射粒子，但使用相對折射率之後，一個時間單位卻可以穿過 1.345 顆粒子，為了讓光在一個時間單位內都只能穿過一顆粒子，在使用相對折射率後，只要將粒子放大 1.345 倍，就可以讓光在一個時間單位中同樣都只穿過一顆粒子了，雖然是不同思考方式最後都得到相同的結論，因此我們的推論應該是正確的。




4.2 模擬空間

在設計模型的結構之前，要先決定模擬空間的參數，像是空間解析度、介質擺放的範圍。還記得在真實角膜與眼白中膠原纖維的直徑分別是 40nm 與 40nm-400nm，為了在電腦中可以畫出直徑 40nm 的膠原纖維，模擬的空間解析度一定要小於 40nm 才行，否則電腦讀取出來的膠原纖維尺寸將會失真，然而我們的模型是先設定好粒子的中心位置，再根據中心位置畫出一個圓，因此可容許的最大空間解析度應該是半徑的 20nm，而不是直徑的 40nm，為了保守一點，最後我們將空間解析度設定為 10nm。然而時域擬譜法的空間、時間解析度是需要遵守如下的穩定條件：

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{2}{\pi\sqrt{D}} \quad (4.2)$$

其中 c 為光在介質中的光速， Δx 和 Δt 分別是空間與時間解析度， D 為模擬的維度。我們的模擬是利用二維的時域擬譜法，光速即為真空中的光速 $3 \times 10^8 \text{m/s}$ ，空間解析度為 10nm，因此可以算出時間解析度必須小於等於 1.50053×10^{-17} ，因此我們將時間解析度設定為 1.5×10^{-17} 。

接著要定義介質擺放的範圍與模擬總空間，而介質擺放的範圍與模擬空間的關係是在介質範圍的上、下、左、右分別加上 $0.5\mu\text{m}$ 、 $0.5\mu\text{m}$ 、 $8\mu\text{m}$ 、 $2\mu\text{m}$ 的距離就會變成模擬空間，然而左邊預留 $8\mu\text{m}$ 是為了放入光源，並且讓光穩定之後再射入介質。然而到底需要多大的空間才能完整的呈現出角膜與眼白光學性質的差異性呢？真實的角膜與眼白組織的厚度大約都是 $500\mu\text{m}$ ，但如果一開始就模擬這麼大的範圍，光是一個維度就需要 50000 個格子點，如此一來將會消耗大量的電腦記憶體，也會浪費很多時間來等待模擬結果，因此我們先將模擬空間縮小，只要可以呈現出角膜與眼白的光學差異即可。一開始先嘗試介質厚度只有 $10\mu\text{m}$ 的模擬，



其結果已經可以分辨出角膜與眼白光學性質的差異，雖然結果令人不是非常滿意，但已經可以確定不用模擬到 $500\mu\text{m}$ 的厚度，或許只需要比 $10\mu\text{m}$ 大二到三倍的厚度就可以完整的呈現出角膜與眼白在光學性質上的差異。最後我們將介質厚度設定從 $30\mu\text{m}$ 到 $60\mu\text{m}$ ，並且觀察當介質慢慢變厚時，這兩種組織的光學性質有什麼樣的變化。再決定厚度之後要來決定模擬空間的寬度(y 方向)，寬度影響最多的是當光從光源發射後，光的能量會因為繞射而朝四周散開，為了不讓光在傳播一段距離後有太多的光能量離開模擬空間，必須好好的擬定寬度才行。最後決定介質寬度為 $40\mu\text{m}$ ，而光源寬度為 $4\mu\text{m}$ ，如此一來波長為 538nm 的光在經過 $4\mu\text{m}$ 的光源繞射後，大約需要傳播 $150\mu\text{m}$ 的距離，中央亮帶的寬度才會約等於 $40\mu\text{m}$ ，因此寬度 $40\mu\text{m}$ 對於 $30\mu\text{m}$ - $60\mu\text{m}$ 的介質厚度來說是非常足夠的。

4.3 建造仿角膜與仿眼白模型

在設定好這些空間的參數之後，就可以開始建造仿角膜與仿眼白模型了。在第二章提過角膜與眼白在結構上最大的差異在於膠原纖維的組成，角膜內的膠原纖維直徑都是均勻的 40nm ，且相鄰兩個纖維中心到中心的間距一定維持 80nm 以上的間距，也就是短程有序的排列方式，但眼白內的膠原纖維直徑從 40nm 到 400nm 都有，而且膠原纖維之間的間距也完全不固定，也就是隨機的排列方式。膠原纖維是角膜與眼白中最相同的元素，但也是造成它們結構差異的主因，而且也只有膠原纖維在不同的組織內有不同的光學性質，因此在我們的模型當中只會填入膠原纖維，其他的物質都當作是填充物。根據上述的條件我們建造了如圖 4.1 的仿角膜與仿眼白模型。

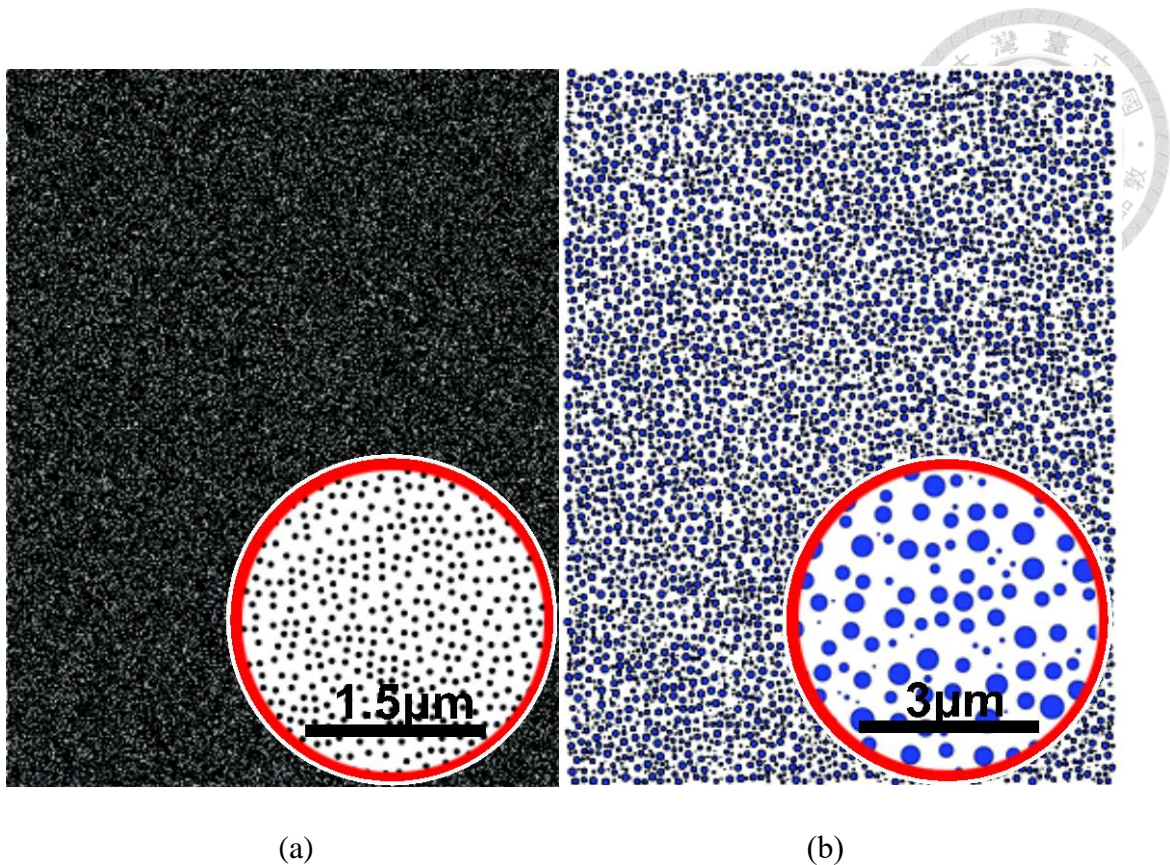


圖 4.1 介質厚度(x 方向)與寬度(y 方向)分別是 $30\mu\text{m}$ 和 $39\mu\text{m}$ ，若為放入模擬空間的座標值為 x 軸： $8\mu\text{m}$ - $38\mu\text{m}$ 、y 軸： $0.5\mu\text{m}$ - $39.5\mu\text{m}$ ，所以模擬空間是 $40\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ (a)仿角膜模型 (b)仿眼白模型。

4.4 光源與時間步數

雖然在前面幾個小節中有稍微提到光源的參數，但都是順便提到的，現在要來正式介紹我們的模擬光源。光源擺放的位置是在模擬空間的最左邊，x 軸的座標值為 $0.1\mu\text{m}$ - $0.5\mu\text{m}$ 、y 軸的座標值為 $18\mu\text{m}$ - $22\mu\text{m}$ ，也就是一個窄長方形的光源，而光源寬為 $4\mu\text{m}$ ，而光波長為 538nm 。光從光源出發，由左到右傳播，然後與介質發生作用。在 4.2 小節有提到介質範圍是從 $x = 8\mu\text{m}$ 開始擺放，預留 $8\mu\text{m}$ 就是為了擺放光源，讓光源與介質不重疊，並且讓光先傳播一段距離，確認光在我們所創造的空間中已經穩定之後再打入介質。

在時域擬譜法當中光可以傳播多遠的距離完全是由時間步數(time-step)來決定，



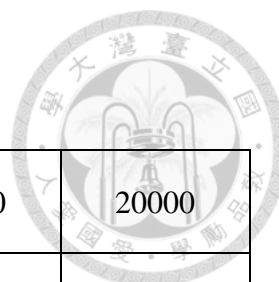
一定要有足夠的時間步數才能讓光完整的經過整個模擬空間，得到正確的模擬結果，但過多的時間步數只是在浪費模擬時間，也不會增加模擬結果的精確度。因此要找到合適的時間步數是需要透過詳細的計算與嘗試的，透過下面的式子可以計算出光在真空中傳播一段距離所需要的時間步數

$$time\ step = \frac{x\ (m)}{c\ (m/s) \times \Delta t\ (s)} \tag{4.3}$$

其中 c 為真空中的光速， Δt 為時間解析度， x 為預期傳播的距離。若要在真空中傳播 $20\mu m$ 的距離，經過式 4.3 的計算可以得知至少需要 4445 的時間步數才足夠，但當光因為介質產生散射時，光會改變傳播方向，導致傳播的距離會增加，而且光速也會因為折射率增加而降低，因此時間步數需要增加，但因為這些反應過程十分複雜、難以利用人工計算，所以我們決定嘗試不同的時間步數，找出最合適的時間步數。我們分別測試了 5000、7000、9000、12000、20000、30000 的步數，且讓光分別在 $20\mu m$ 乘 $20\mu m$ 的仿角膜與仿眼白模型中傳播。接著比較各個步數之間的差異，我們假設 30000 步已經足以讓模擬結果穩定，並以 30000 步的模擬結果當作標準，將其它步數的模擬結果與 30000 步的結果計算方均根誤差(RMS error)，其結果如表 4.1

角膜：

時間步數	5000	7000	9000	12000	20000
方均根誤差	0.0162	0.0081	0.0031	0.0023	0.0031



眼白：

時間步數	5000	7000	9000	12000	20000
方均根誤差	0.2855	0.0622	0.0080	0.0039	0.0049

表 4.1 計算不同的時間步數與 30000 步分別在角膜模型與眼白模型中傳播的方均根誤差。

從表 4.1 的結果來看，當光在角膜模型中傳播時，只要時間步數大於等於 7000 步之後，方均根誤差都在同一個數量級，因此判定光需要 7000 步才能完全穿過 20 μm 厚的仿角膜模型，模擬的結果才可以達到穩定。但當光在仿眼白模型中傳播則需要 9000 步以上，方均根誤差才會在同一個數量級，為了統一模擬的參數，所以不論是在角膜或眼白模型中傳播，只要光每傳播 20 μm 的距離，就需要 9000 的時間步數。

4.5 真實組織與模擬模型

在我們所建立的模型當中，並不是百分之百的跟真實組織相同，某些部分是簡化真實組織之後得來的，在過去也是有許多物理問題也經由簡化之後，才能找出問題的核心，因此在這一小章節要來討論我們簡化的部份，哪些部份與真實組織不同，是否會影響模擬的結果。第一個簡化的部份就是模型當中只有膠原纖維與填充物質這兩種成份，但如同第二章所介紹的，填充物質當中包含了許多的物質，每一個物質都有各自的折射率，而且角膜與眼白的物質也不盡相同，但在模型當中將角膜與眼白的填充物質的組成當作一樣，而且也不細分各個物質，全部都歸納為填充物質。然而這一切的簡化過程都是為了要減少角膜與眼白模型之間的差異，好讓我們可以確認這兩個模型之間光學性質的差異完全是因為膠原纖維的組成不同所致。

第二項簡化的部份就在於膠原纖維的形狀，真實的膠原纖維應該是三維的圓柱形，但因為我們是利用二維的時域擬譜法來模擬，因此將三維的圓柱簡化成二維的圓，而且真正的膠原纖維也不是一個平滑的圓，應該是一個凹凸不平的圓，因為膠原纖維是由更細的微原纖維(microfibrils)所組成，如圖 4.2 所呈現的，因此即使微原纖維是平滑圓形，當它們緊密排列在一起也無法形成一個平滑的圓。但是因為在模擬空間格子點是切成四方形，而且空間解析度為 10nm，因此在我們的模擬中膠原纖維只能以多邊形來呈現，無法呈現出圓形，除非空間解析度夠小，才能由多個四邊形組成，進而與圓形越相近。

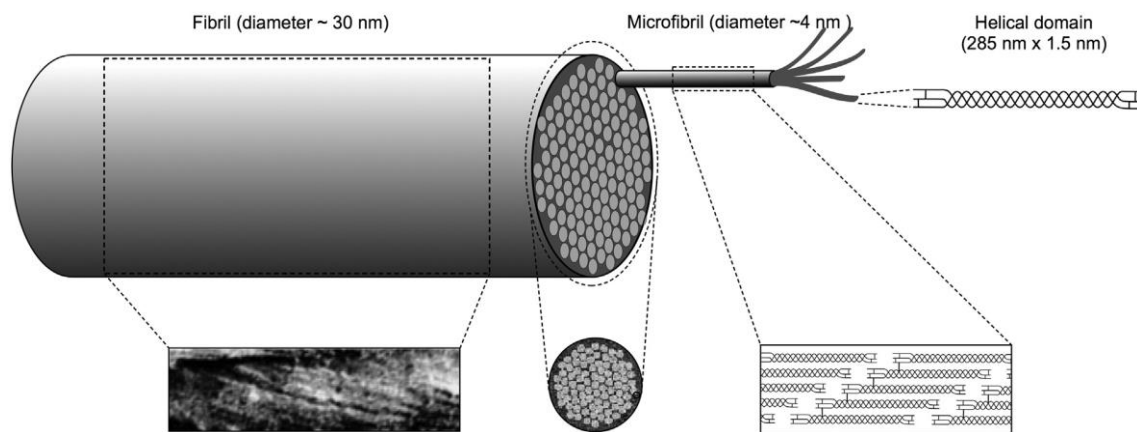


圖 4.2 膠原纖維的細微構造，一條膠原纖維束是由許多的微原纖維所組成，而微原纖維是由更小的胺基酸聚合而成。[20]

最後就是在我們的模擬當中是沒有吸收現象的，也就是說當光與膠原纖維作用後能量完全不會減少，只會因為散射而重新分佈，在這邊不考慮吸收是因為角膜是透明且透光的，穿透率高達 80%，因此判斷角膜內的膠原纖維與填充物質對於可見光波段的吸收是不明顯的，而角膜與眼白的組成物又如此相近，因此兩者在可見光波段都可以不用考慮吸收效應。

第五章 數值模擬結果與分析

[11, 12, 17, 28-30]



在前面幾個章節分別介紹了數值方法：時域擬譜法、角膜與眼白的結構與模型以及模擬參數，接著要將它們整合在一起，模擬出角膜與眼白的光學特性，並且將會探討是什麼樣的因素最有可能會造成角膜與眼白光學性質的不同而各種變因又是如何影響光的傳播，影響的程度大小。根據在第三章所提到的造成角膜透明的理論，我們最後統整出三個前人認為最有可能的因素加一個我們感興趣的因素：1.在角膜內的膠原纖維尺寸非常的小。2.在角膜內的膠原纖維大小都是非常的均勻。3.在角膜內纖維之間邊緣到邊緣的距離遠小於半波長。4.在晶格理論中所說的六角形晶格排列。接下來我們會針對這四個特點來進行討論，找出造成角膜透明的真正原因。

5.1 角膜與眼白光學性質

在角膜內的膠原纖維直徑是相當均勻的 40nm，其中心到中心的間距間隔在 80nm 以上，而眼白內的纖維直徑則是從 40nm 到 400nm 都有，且纖維的間距是不固定的，雖然平均間距大約是 400nm。圖 5.1 顯示的分別是光在真空中、仿角膜模型中與仿眼白模型中光傳播的模擬結果，模擬的空間是 $40\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ ，介質厚度為 $30\mu\text{m}$ ，其仿角膜與仿眼白模型與圖 4.1 相同。

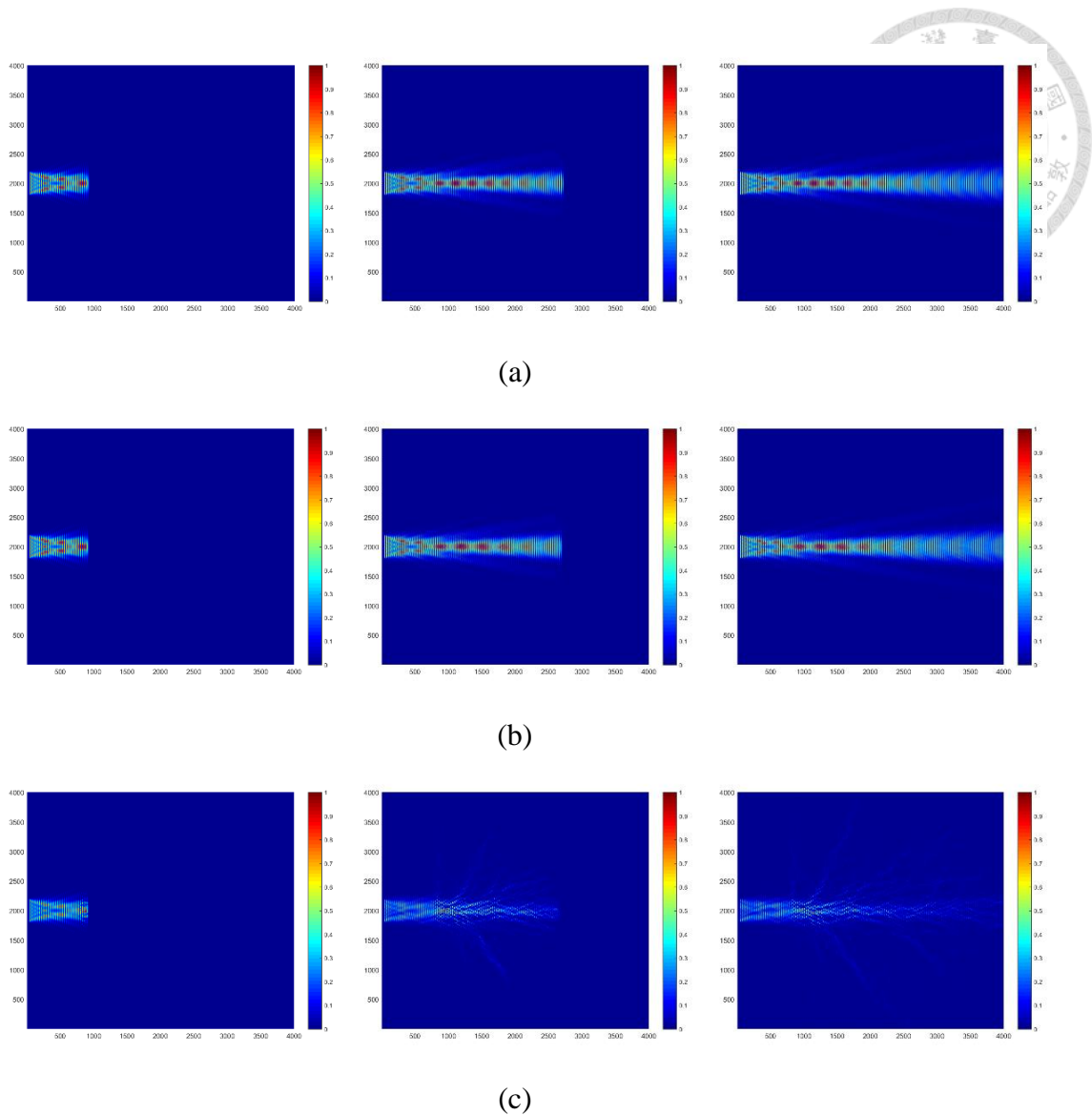
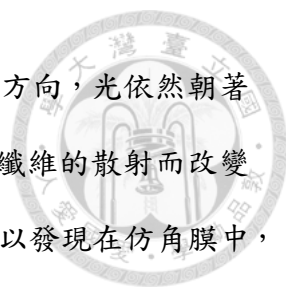
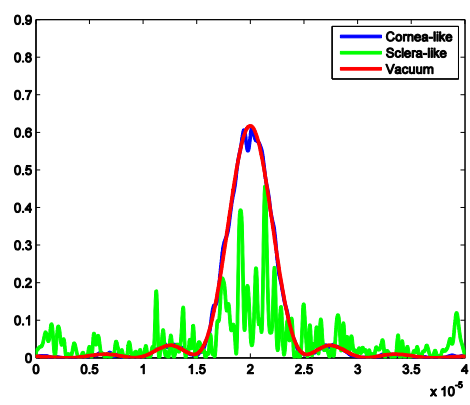


圖 5.1 x 軸與 y 軸代表空間位置，右手邊的顏色條代表光強度。(a) 光在真空中傳播的情形，三張圖各別為光經過 2000、6000、10000 的時間步數。(b) 光在仿角膜中傳播的情形，三張圖分別為光經過 2000、6000、10000 的時間步數。(c) 光在仿眼白中傳播的情形，三張圖分別為光經過 2000、6000、10000 的時間步數 (註：依照第四章所說，大小為 $40\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ 的空間需要 18000 的時間步數，這是為了取得達穩態的數據，但跑在前頭的光早就已經到達最右邊，為了呈現光在前進的情形又要配合等間距的步數，故取這三個時間步數。)

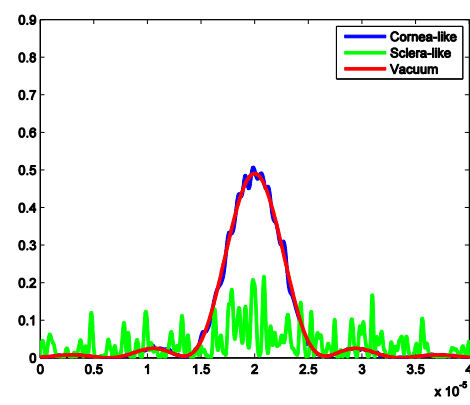
圖 5.1 顯示光在二維空間的強度分佈，在仿角膜模型與在真空中傳播的情形非



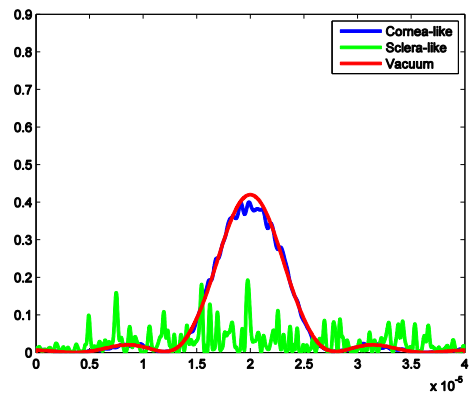
常相似，光仍然朝前傳播，並沒有因為膠原纖維的散射使光改變方向，光依然朝著原傳播方向行進。然而當光經過仿眼白模型之後，光卻因為膠原纖維的散射而改變原傳播方向，而且大部分的光轉彎的幅度相當的大。比較之後可以發現在仿角膜中，光是井然有序得朝前方行進，而在仿眼白中卻混亂的行進、毫無規律。雖然介質的厚度只有 $30\mu\text{m}$ ，但卻已經可以展現出角膜與眼白不同的光學性質了，接著在圖 5.2 中呈現出光穿過不同介質厚度的強度分佈圖，其強度分佈所選取的截面是模擬空間最右邊往左 $1\mu\text{m}$ 的面，舉例來說：若模擬空間是 $40\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ ，則選取的截面會是 $x=39\mu\text{m}$ 的面，而介質擺放的範圍上、下、左、右分別預留 500nm 、 500nm 、 $8\mu\text{m}$ 、 $2\mu\text{m}$ 的空間，因此所選取的截面並沒有與介質重疊。



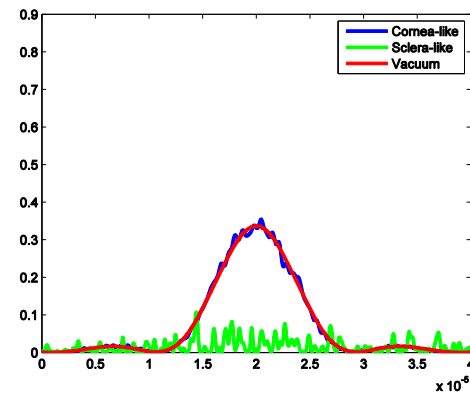
(a)



(b)



(c)



(d)




圖 5.2 藍色曲線為光穿過仿角膜模型後的強度分佈，綠色曲線為光穿過仿眼白模型後的強度分佈，紅色曲線為在真空中傳播的強度分佈，x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。(a) 介質厚度 $30\mu\text{m}$ 、模擬空間 $40\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ 的強度分佈曲線。(b) 介質厚度 $40\mu\text{m}$ 、模擬空間 $50\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ 的強度分佈曲線。(c) 介質厚度 $50\mu\text{m}$ 、模擬空間 $60\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ 的強度分佈曲線。(d) 介質厚度 $60\mu\text{m}$ 、模擬空間 $70\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ 的強度分佈曲線。

雖然真空與仿角膜模型在圖 5.1 看不出明顯的差異，但從強度分佈圖就可以看出些許的不同了，光經仿角膜模型後的強度分佈有微小的波動，不像真空中傳播的光強度分佈一樣平滑，不過彼此之間的差異並沒有隨厚度增加而明顯增加，表示因為散射而小幅度轉彎的光並沒有因為散射粒子增加而增加；但隨著仿眼白模型厚度增加，就越多光偏離原傳播方向，當厚度 $60\mu\text{m}$ 時，光已經隨機的分散掉了，隨機就好像是光出現在各個地方的機率都一樣，因此分辨不出有光與沒光的地方，各個位置的光強度都相差不多，因此可以說在介質厚度 $60\mu\text{m}$ 下，角膜仍然還是透明，而眼白卻已經是不透明的。

從這一小節的結果可以得知：角膜與眼白在光學上的差異主要有可能是因為無吸收的膠原纖維在組織內部的結構，其他物質的影響力相較於膠原纖維小很多。而且從模擬結果也可以看出角膜為透明，眼白為不透明，接著就來探討是什麼因素造成組織間光學性質的差異，但在這之前要先談談如何量化數據，如此一來才能一目了然各種結構對光學性質的影響。

5.2 數據量化

當光遇到散射物質會因為散射使光能量重新分佈，不同結構的介質散射的程度會有所不同，如圖 5.2 中光穿過仿眼白模型後強度分佈，隨著厚度增加光轉彎的



幅度越大，越多的光往四周散開，這邊特別關注光轉彎的幅度，因為它與介質的透明度相關。假設有一個綠色的點光源通過介質後都沒有轉彎，看到的仍是綠色光點，若透過介質後光小幅度的轉彎，則看到綠色的小圓，若光在介質中大幅度的轉彎，則會看到遍佈的綠光，若改成紅、綠、藍三個點光源同時在介質中大幅度的轉彎，就會看到遍佈的白光，看不到原本的三色光點，此時介質為不透明，因此介質的透明程度可以透過光轉彎的程度來量化。然而要量化光轉彎的程度，我們將強度分佈圖分成中間與周圍這兩個區域，中央區域就是假設光經過透明介質後所應該出現的區域，就像上述舉例中綠色光點的區域。然後計算出周圍區域內的總強度。因為我們的光源很小會產生繞射，所以中央區域定義為光在真空傳播，經單狹縫繞射後中央亮帶的寬度，在模擬中，光波長為 538nm、光源寬 4μm，也就是波長 538nm 的光穿過 4μm 的狹縫，而光在真空中進行單縫繞射後，大部分的能量仍然會留在中央亮帶的區域中，故定義此區域為中央區域，而周圍區域就是中央區域以外的區域。根據式 5.1 可以計算出中央亮帶的範圍，但模擬都會有誤差，而在表 5.1 比較的是計算出來的中央亮帶寬與模擬出來的中央亮帶寬誤差多少。

$$y = \frac{2\lambda D}{a} \tag{5.1}$$

其中 y 為中央亮帶寬、λ 為光波長、D 為光源到屏幕的距離、a 為狹縫寬

	D=38.5μm	D=48.5μm	D=58.5μm	D=68.5μm
模擬結果	10.51μm	13.25μm	16.05μm	18.86μm
計算結果	10.357μm	13.047μm	15.736μm	18.426μm

表 5.1 比較不同 D 值下模擬出的中央亮帶寬與計算出的中央亮帶寬的差異

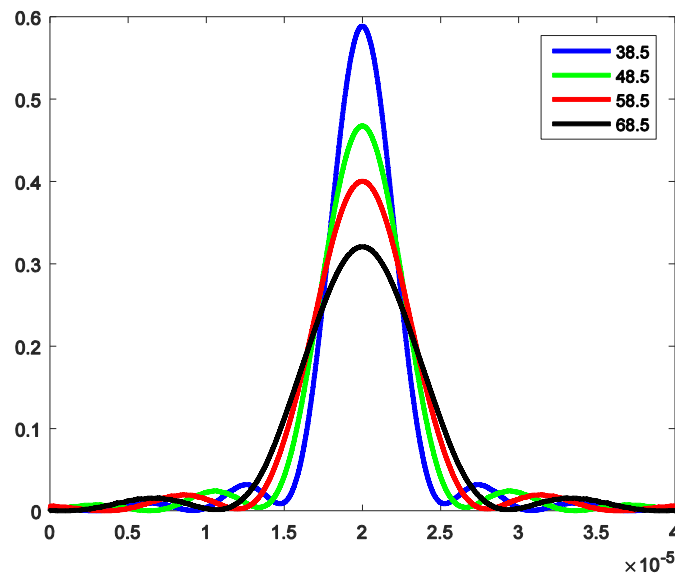


圖 5.3 不同 D 值時所模擬出來光在真空中傳播的強度分佈圖，x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。

根據表 5.1 的比較結果，模擬與計算出來的誤差不大，因此式 5.1 可以直接使用。除此之外，因為我們的模擬空間是有限的，如果光大幅度的改變原傳播方向，將會超出模擬範圍，被完美匹配層吸收，因此將光源的總強度減去傳播後仍然留在模擬空間內的總強度，並將差值加入周圍區域的總強度內，最後再除以光源總強度換算成百分比，因此量化數值越高表示越多比例的光在偏離原方向之後，跑入周圍區域，也代表介質越不透明。表 5.2 顯示的是將圖 5.2 的結果以此種方式量化後的結果。

	30 μm	40 μm	50 μm	60 μm
真空	11.29%	10.86%	9.68%	14.81%
仿角膜	12.21%	11.59%	11.93%	14.95%
仿眼白	67.36%	77.21%	82.52%	87.66%

表 5.2 以上述量化方式計算光分別經過真空、仿角膜與仿眼白且不同介質厚度的



量化數值

由表 5.2 的結果可看出真空與仿角膜的量化數值約在 10%-15%之間，且幾乎不會隨著厚度增加而增加，表示在真空中繞射後的光有 90%的能量會留在中央亮帶，只剩 10%的能量分別分給第一、二、三...的亮紋。然而仿眼白的量化數值明顯都比真空和仿角膜高，且隨著介質厚度增加而增加，表示隨著仿眼白模型的厚度增加，有越高比例的光跑到周圍區域，轉彎的幅度越大。

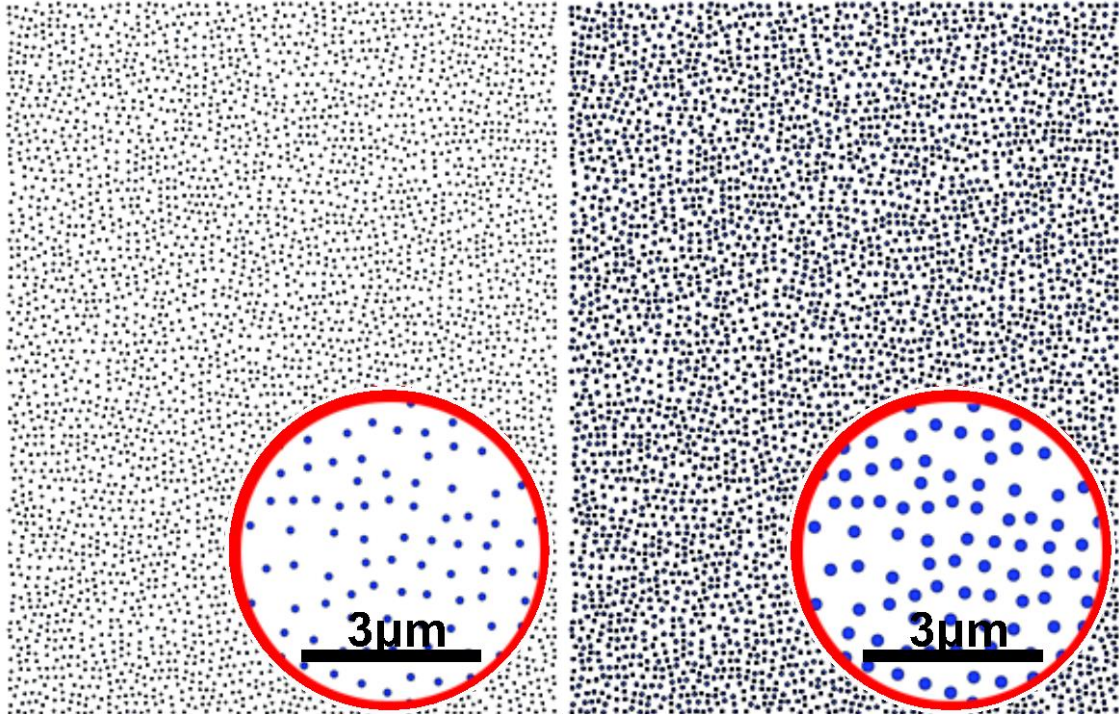
在這個量化方式中完全沒有計算在中央區域內的強度分佈，若中央區域內的強度分佈很混亂或不規律難道不會影響到介質的透明度嗎？答案肯定是會的，但其實上述的量化方式已經都包含進去了，因為在我們的模擬中只有散射這樣因素，若中央區域的強度分佈很混亂，表示一定有光轉彎了，才會讓強度分佈有不連續混亂的分佈，既然有光轉彎了，那一定有在中央與周圍邊界附近的光進入或離開中央區域，而且平衡之後，一定是光能量較高的區域會有較多的光進入光能量較低的區域，也就是當光轉彎時中央區域的光能量一定會減少，周圍區域的一定會變多，而光轉彎的幅度多寡就會影響到中央區域強度分佈的混亂程度，也就影響到有多少的光跑到周圍區域。

5.3 散射粒子尺寸對光學特性的影響

膠原纖維的尺寸是角膜與眼白結構上最明顯的差異之一，在於角膜中的膠原纖維直徑是均勻的 40nm，而在眼白中是直徑 40nm-400nm 都有，兩者最大的膠原纖維尺寸有差到 10 倍之多，所以膠原纖維的尺寸很有可能是影響角膜與眼白光學性質的主要因素之一。

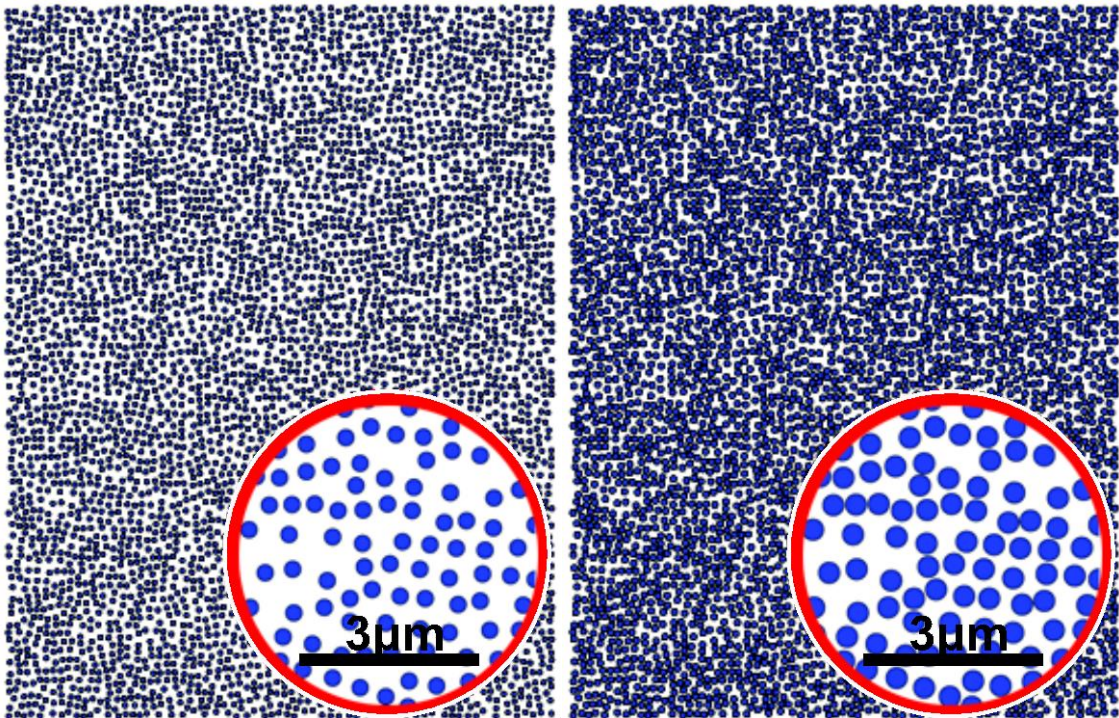
首先當散射粒子的尺寸都是完全相同且固定粒子的中心位置，再慢慢增加粒子尺寸時，光學性質會有什麼樣的改變。依照此方式設計模型只改變了粒子尺寸這

項變因，所以能觀察粒子尺寸對於光學性質的影響，圖 5.4 是我們所設計的模型，圖 5.5 是模擬結果的強度分佈圖而圖 5.6 是量化之後的數據。



(a)

(b)



(c)

(d)

圖 5.4 探討粒子大小對光學性質的影響所設計模型，介質範圍 $30\mu\text{m}$ 乘 $39\mu\text{m}$ ，粒子的中心位置皆為固定，且各個粒子大小皆相同，再統一增加粒子尺寸。(a) 粒子直徑 120nm 。(b) 粒子直徑 200nm 。(c) 粒子直徑 280nm 。(d) 粒子直徑 360nm 。

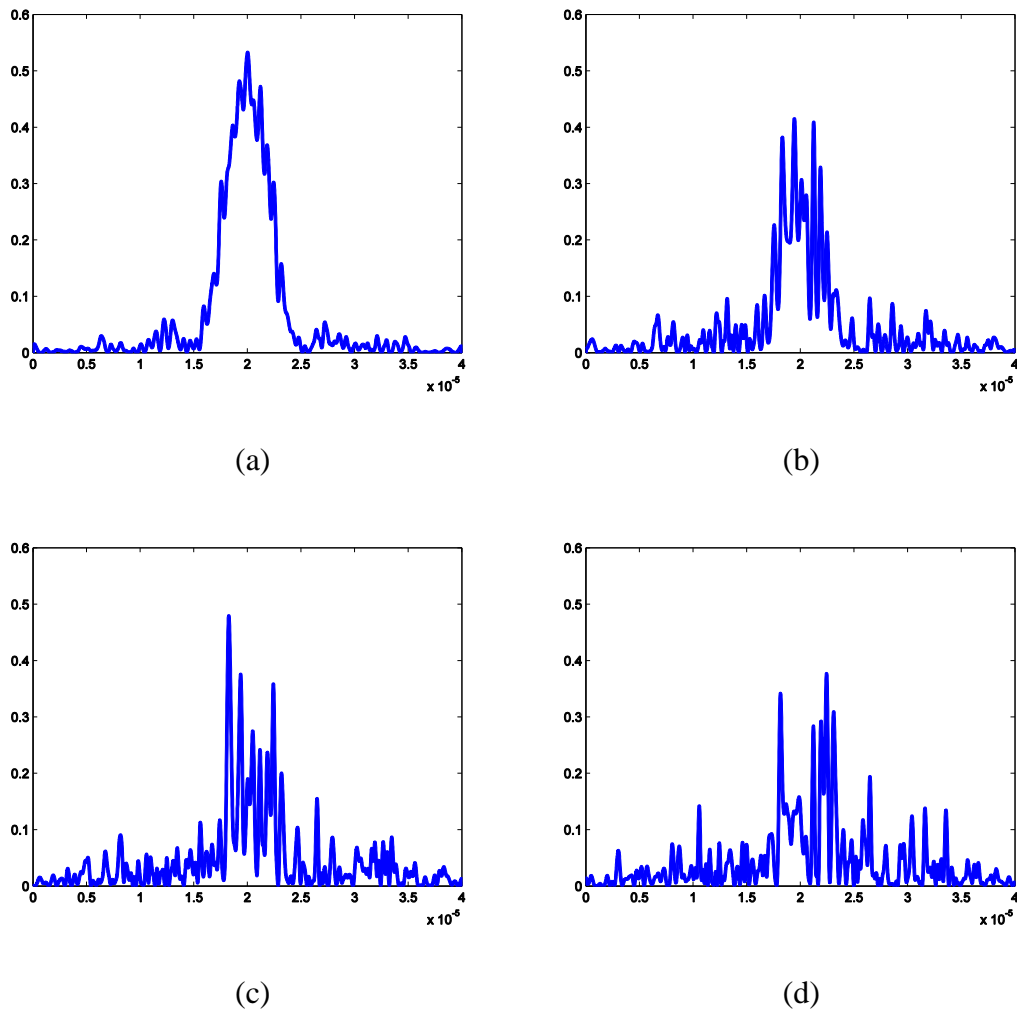


圖 5.5 光穿過如圖 5.4 的模型後的強度分佈圖，x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。(a) 光穿透圖 5.4 (a) 的模型後的光強度分佈曲線。(b) 光穿透圖 5.4 (b) 的模型後的光強度分佈曲線。(c) 光穿透圖 5.4 (c) 的模型後的光強度分佈曲線。(d) 光穿透圖 5.4 (d) 的模型後的光強度分佈曲線。

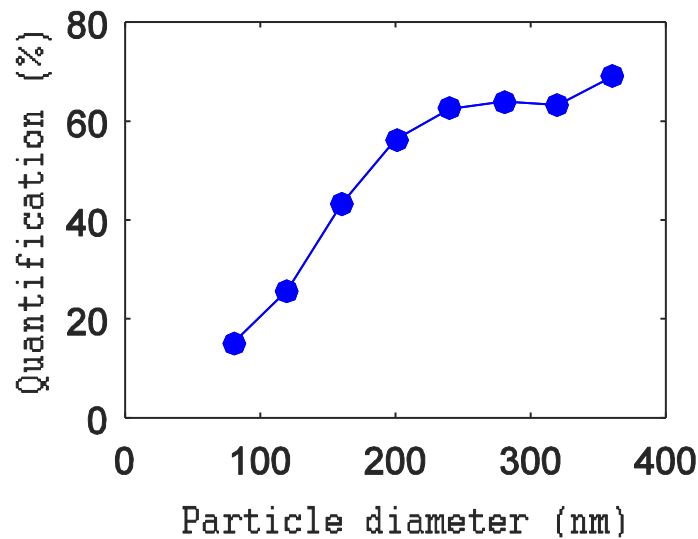
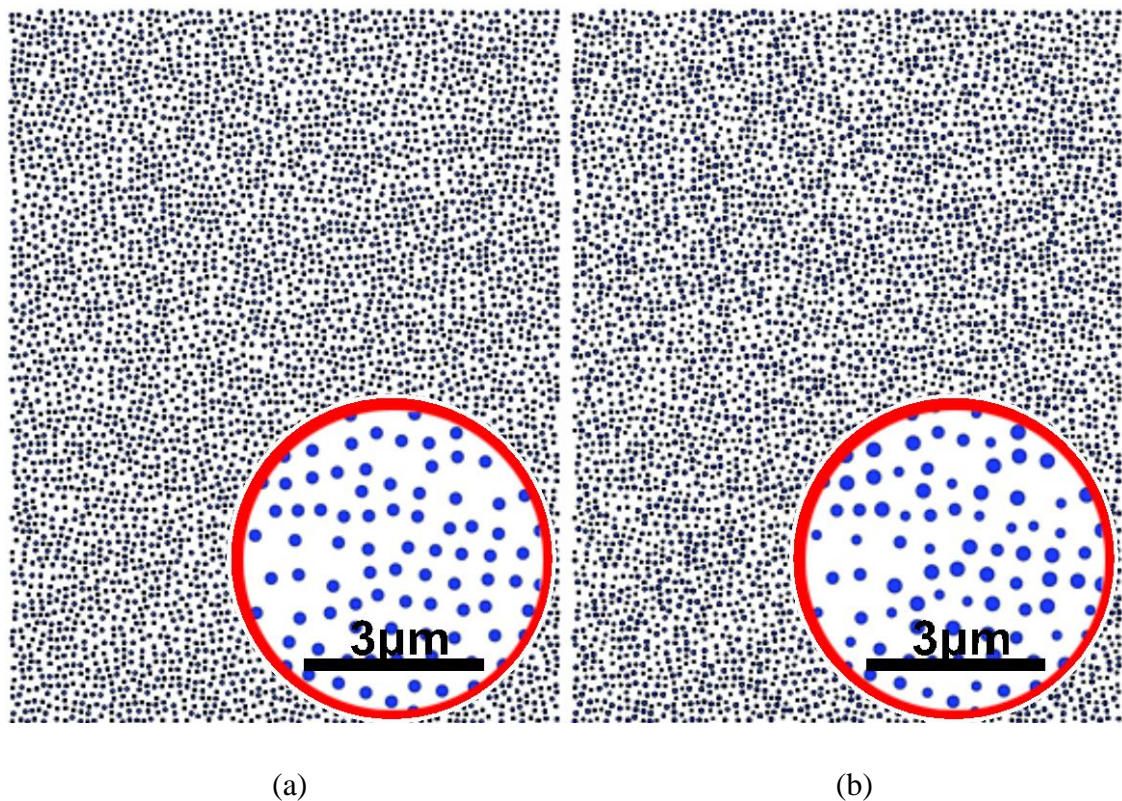


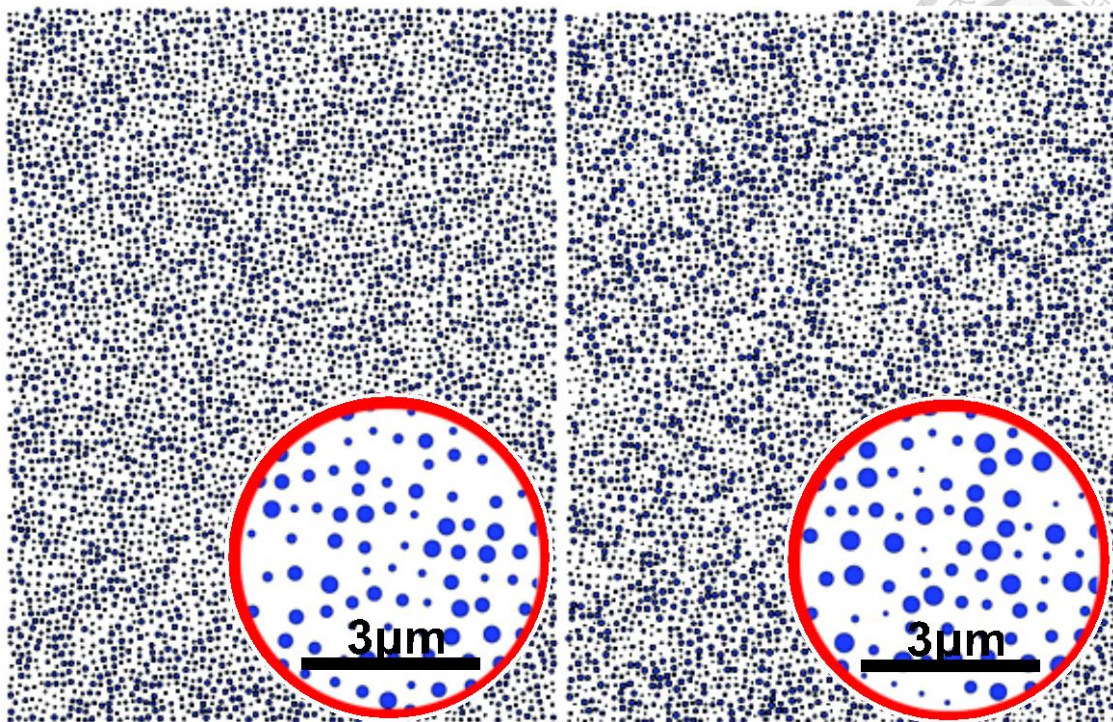
圖 5.6 量化當光經過不同粒子大小的強度分佈曲線的數據。x 軸為粒子直徑、y 軸為量化後的數值，其量化方式如 5.2 節所描述。

從圖 5.5 與圖 5.6 的結果可得，隨著散射粒子直徑增加強度分佈圖有越來越亂的趨勢，而且中間的強度值也越來越低。接著看量化後的數據也是隨著粒子尺寸增加量化數值也跟著增加，表示越來越多的光隨著粒子尺寸增加，改變原傳播方向，且轉彎的幅度也越來越大，使得傳播到周圍區域的光變多。然而根據米氏散射模型 (Mie scattering)，當散射粒子的尺寸越大時會有越多比例的散射光只產生小角度散射 (small-angle scattering)，因此若單純以米氏散射模型解釋，當散射粒子尺寸越大會有越多比例的散射光留在中央區域。然而我們的模擬結果卻是完全相反的，這是因為米氏散射是針對單一粒子的散射行為解釋，可是當散射粒子的顆數較多時，雖然大部分的散射光產生小角度散射，但當這些散射光遇到另一顆粒子時可能不會往粒子中心入射，而是斜向入射，因此散射光的傳播方向就會改變。而粒子小的轉彎程度比粒子大的轉彎程度來的小有兩個比較可能的原因，其一是因為在模型中粒子位置都是固定的，顆數也相同，因此粒子較小對光的接觸面積也較小，比較少的光與粒子作用，自然就只有比較少的光改變原傳播方向；其二是粒子小時各個方

向的散射光能量分佈的比較均勻，而且光符合疊加原理，再套用 Maurice 晶格理論中所提到除了沿著原方向以外的散射光都會產生破壞性干涉，因此我們認為只有當各個方向的散射光能量比較均勻時才比較容易產生這種現象，否則大多數的能量都集中在同一方向，會沒有另一個足夠大的能量來產生破壞性干涉。以上兩種說明都可以解釋為什麼粒子較小時散射光的轉彎幅度比粒子較大時來的小，且光會轉彎也完全沒有違背米氏散射的理論。

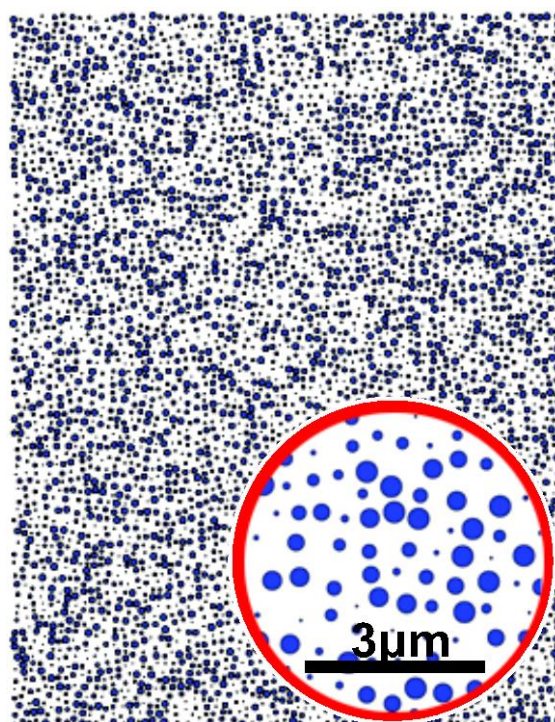
角膜與眼白在粒子尺寸上的差異除了一個較大一個較小之外，還有一個尺寸都是相同的，而另一個尺寸是有大有小的，因此討論完粒子尺寸都是均勻大小後，接著探討當粒子尺寸不是單一大小，而是存在一個的範圍，且慢慢增加此範圍的差距時，光學性質會有怎樣的變化？模型中一樣固定粒子的中心位置，在慢慢增加粒子尺寸的大小差異，也就是粒子尺寸的混亂程度會越來越大。圖 5.7、5.9、5.10 分別是我們設計的模式、模擬的結果及量化的數據。





(c)

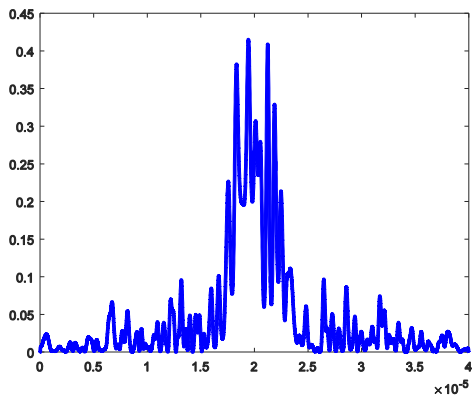
(d)



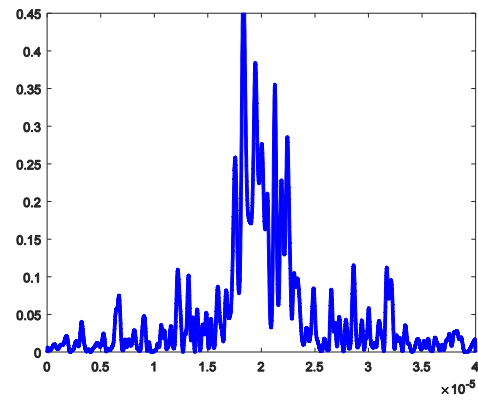
(e)

圖 5.7 探討一個模型中粒子尺寸的大小差異越來越大時 對光學性所造成的影響，介質範圍 $30\mu\text{m}$ 乘 $39\mu\text{m}$ ，每一顆粒子的中心位置皆固定，隨機改變粒子的大小。

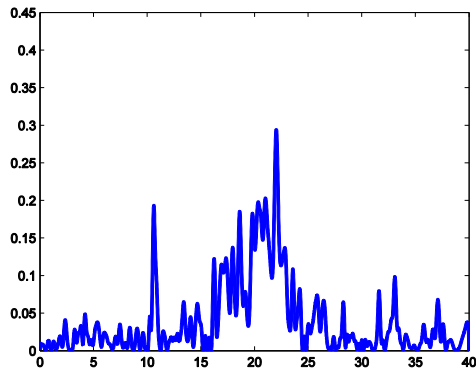
(a) 粒子直徑是均勻的 200nm。(b) 粒子直徑範圍 160nm-240nm，每 40nm 取一種，一共有三種不同尺寸的粒子。(c) 粒子直徑範圍 120nm-280nm，一共有五種不同尺寸的粒子。(d) 粒子直徑範圍 80nm-320nm，一共有七種不同尺寸的粒子。(e) 粒子直徑範圍 40nm-360nm，一共有九種不同尺寸的粒子。



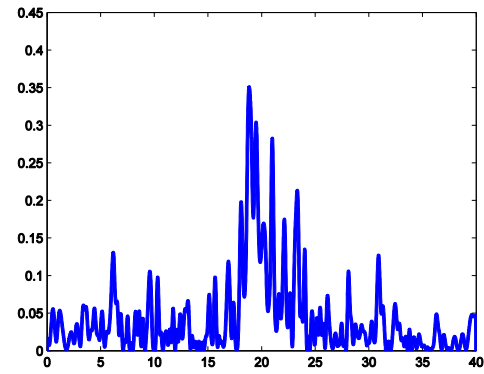
(a)



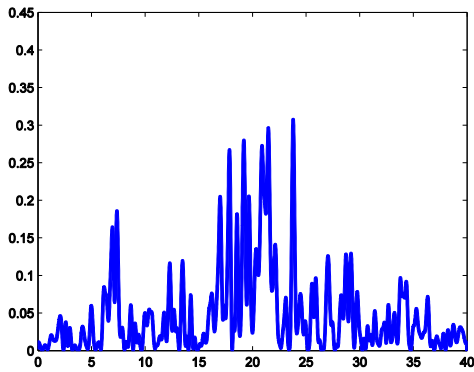
(b)



(c)



(d)



(e)

圖 5.8 光經過如圖 5.7 的五個模型之後的強度分佈圖，x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。(a) 光經過粒子直徑皆是均勻 200nm 的模型後的強度分佈曲線。(b) 光經過粒子直徑 160nm-240nm 的模型後的強度分佈圖。(c) 光經過粒子直徑 120nm-280nm 的模型後的強度分佈圖。(d) 光經過粒子直徑 80nm-320nm 的模型後的強度分佈圖。(e) 光經過粒子直徑 40nm-360nm 的模型後的強度分佈圖。

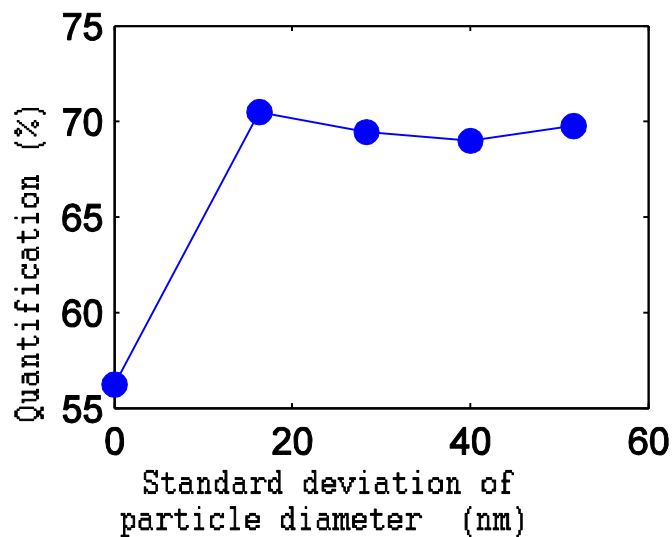



圖 5.9 量化當光經過不同粒子尺寸差異的強度分佈曲線的數據。x 軸為粒子直徑差異的標準差、y 軸為量化後的數值，其量化方式如 5.2 節所描述。

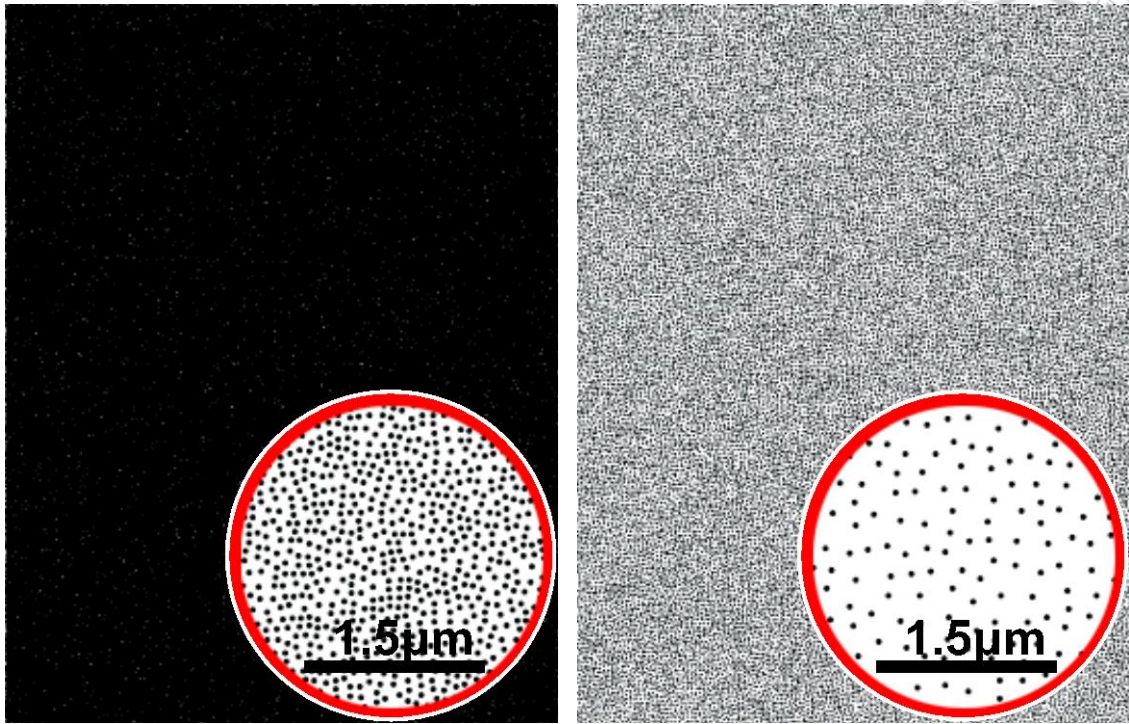


從圖 5.8 與圖 5.9 的模擬結果來分析，隨著粒子尺寸的混亂程度越來越高，中間的光的強度分佈並沒有明顯的變化，而且從量化的數據來看，也只有當粒子大小完全相同時有大約 55% 的光傳播到周圍區域，當粒子大小有些微的差距時，馬上就上升到約 70% 的數值了，接著不論大小差異如何增加，也都大約維持在 70%，沒有增加的趨勢。這與我們原本所預期的結果完全不相同，我們原本認為當粒子大小的差異逐漸增加時，光經過不同尺寸的散射粒子之後能量分佈都會不盡相同，無法有效的使不同方向的散射光產生破壞性干涉，因此隨著粒子尺寸的差異越大，散射之後能量分佈的差異也越大，應該會有越多大幅度轉彎的光無法產生破壞性干涉，使量化後的數值越來越高才對。

從這一小節我們比較了當粒子尺寸相同時逐漸增加粒子尺寸以及逐漸增加粒子尺寸之間的差異性這兩種因素對於光學性質的影響，其結果可以看出粒子尺寸對於光學性質有絕對的影響，但增加粒子尺寸之間的差異則是持保留態度，雖然模擬結果沒有明顯的變化，但就我們的推論來講應該要有不同的光學性質，或許是因為我們的模型設計的不好，有其他影響力更大的因素存在，所以才無法明顯的顯示出粒子大小之間的差異對於光學性質的影響，因此對於這項因素我們持有保留的態度。

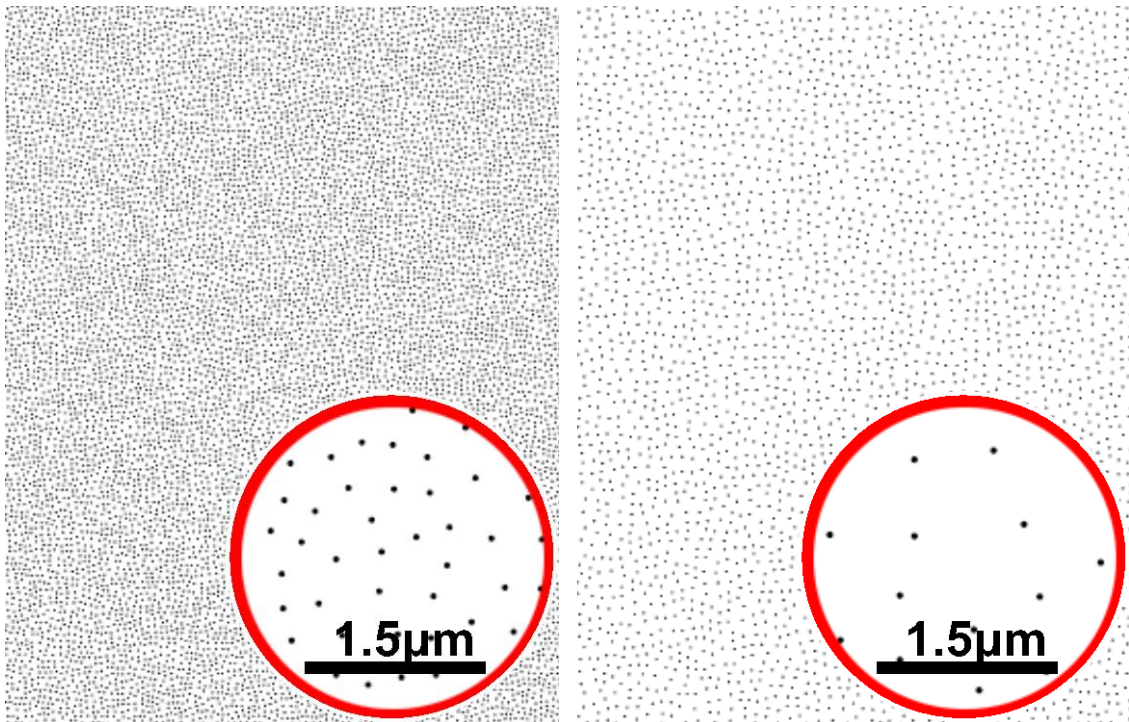
5.4 散射粒子的間距對光學性質的影響

第三章時提到 Goldman 和 Benedek 認為角膜透明的原因是因為膠原纖維的間距遠小於光的半波長，而且 Vaezy 和 Clark 也計算出角膜與眼白內的膠原纖維中心到中心的平均間距分別為 80nm 與 380nm，確實有很大的差距，或許粒子之間的間距就是造成角膜與眼白光學差異的原因之一，因此我們逐漸增加仿角膜模型的間距，模型一樣維持短程有序結構，就是任兩個粒子之間的間距不小於我們所設定的間距，其模型如圖 5.10，而模擬出的強度分佈曲線如 5.12。



(a)

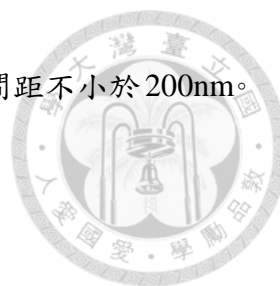
(b)



(c)

(d)

圖 5.10 討論粒子間距對於光學性質的影響，粒子的直徑與角膜相同均為 40nm，介質的範圍為 30 μ m 乘 39 μ m。(a) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於 20nm。(b) 任



兩個粒子邊到邊的間距不小於100nm。(c) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於200nm。

(d) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於400nm。

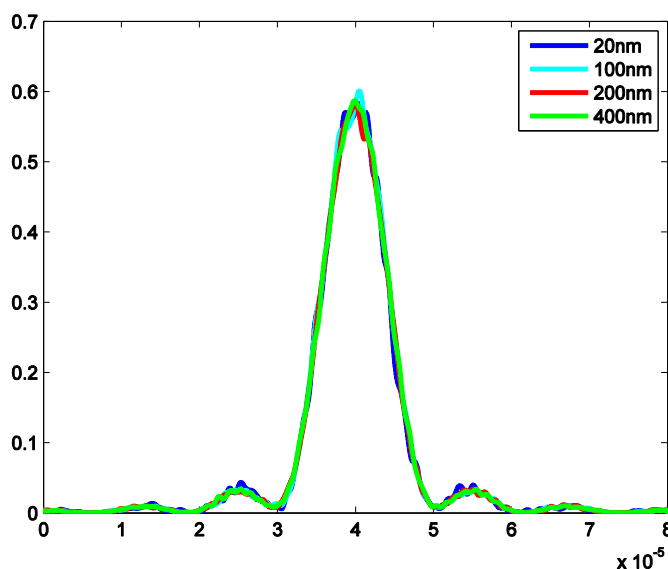
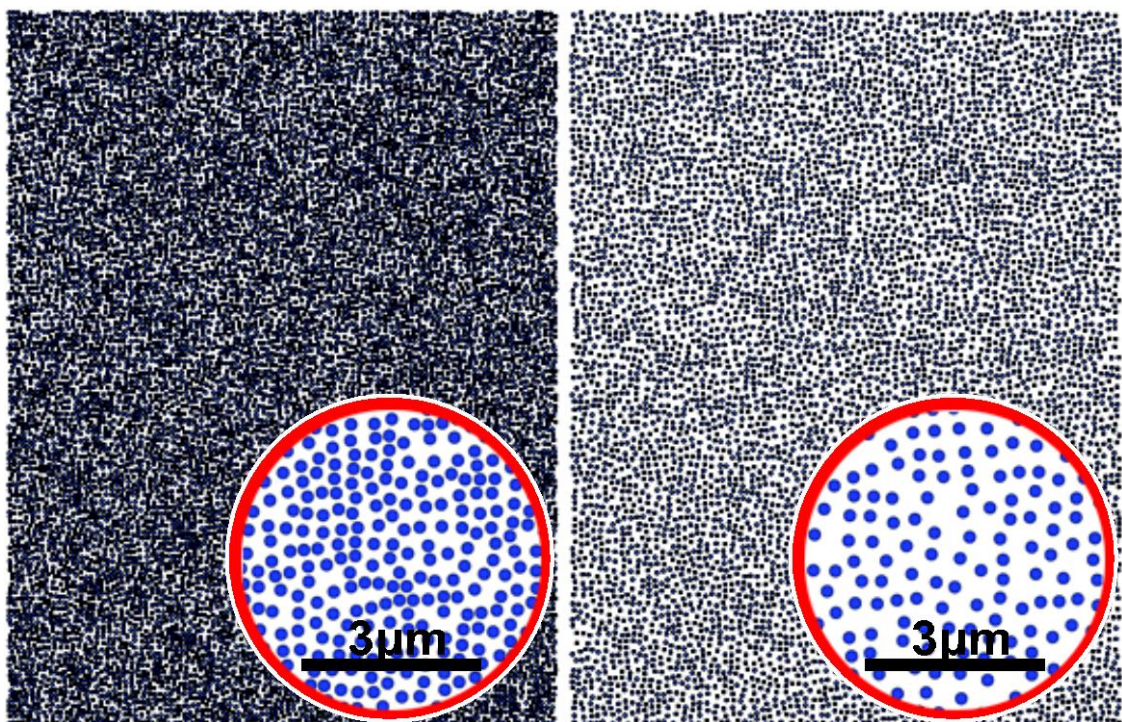


圖 5.11 疊加光經過如圖 5.10 的五個模型之後的強度分佈圖，x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。

在圖 5.10 的模型中改變了粒子的間距，但並沒有增加介質的範圍，因此隨著粒子的間距增加粒子的數量會減少，乍看之下這個模型好像不只改變一個因素，但我們的想法就像是取下組織的切片來進行模擬，若在真實組織中粒子的間距就是如此，在相同大小的切片本來就會有不同的粒子數，若以這個觀點來看模型是沒有問題的。

從模擬結果的強度分佈曲線來分析，強度分佈完全沒有隨著間距增加而有所不同，所以光不會因為粒子之間的間距遠小於半波長而無法解析介質的細微結構，進而造成角膜的透明與眼白的不透明。但其實我們並不認為粒子的間距完全不會影響光學性質，因為改變間距就像改變粒子密度，密度越高就有越多的光與粒子產生散射，越有機會改變傳播方向，所以應該只是有另一項因素的影響力遠大於粒子

間距的影響力，因此無法呈現出粒子間距對於光學性質的影響，而那項因素或許就是因為粒子的尺寸很小所導致，在圖 5.10 的模型中粒子直徑都跟仿角膜模型都是 40nm，所以各方向散射光的能量分佈較均勻，不會有大幅轉彎的光存在。因此我們同樣改變粒子之間間距，但粒子的直徑改成 200nm，圖 5.12 是新設計的模型、圖 5.13 是模擬結果的強度分佈、圖 5.14 是量化後的數據。



(a)

(b)

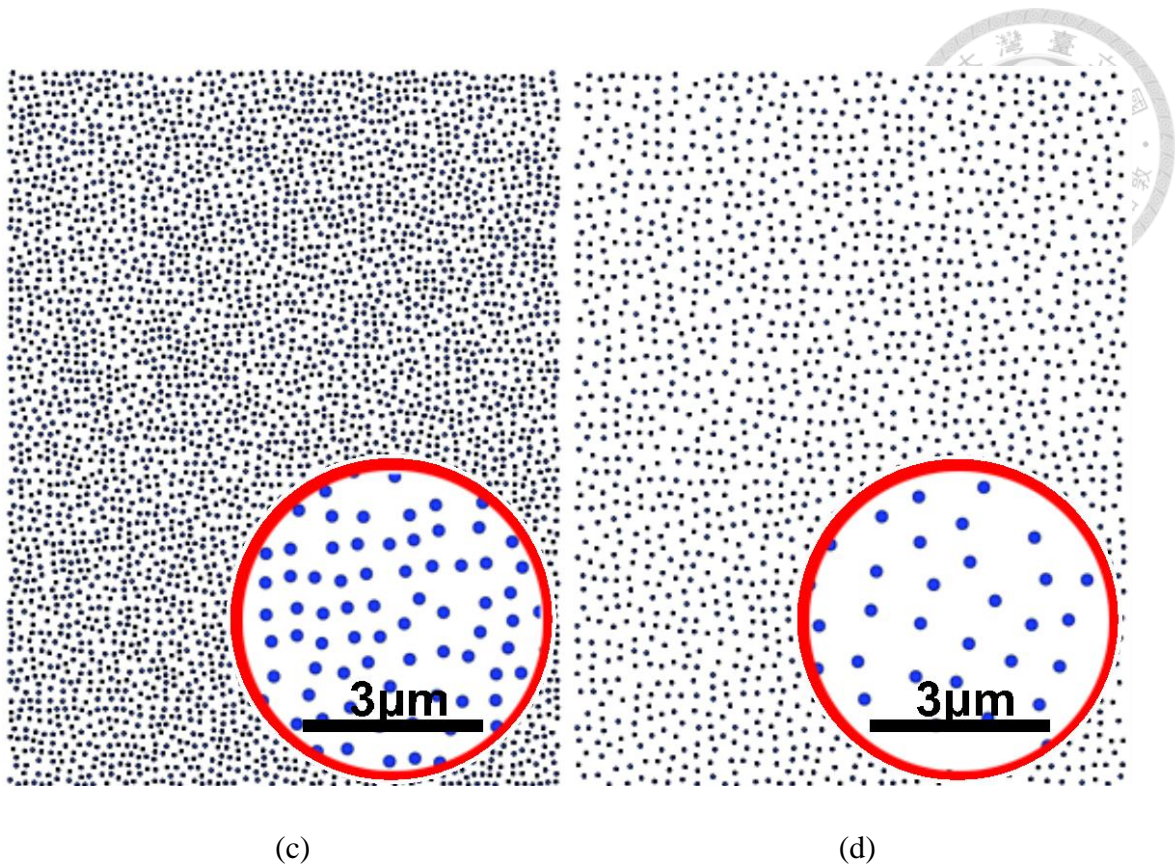
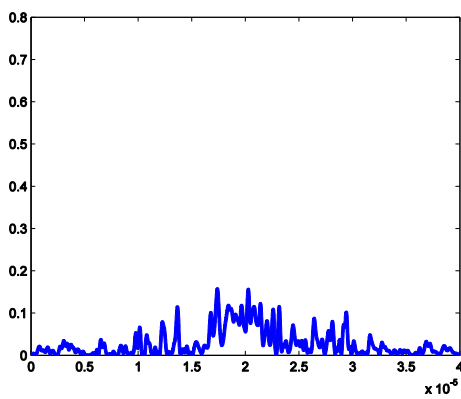
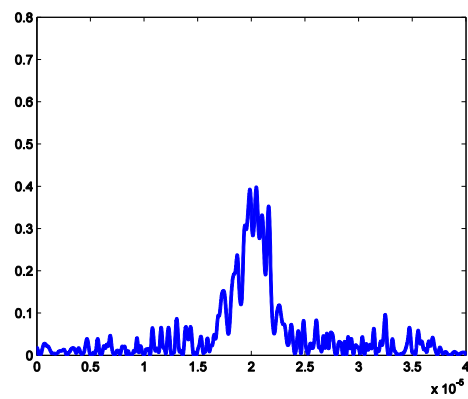


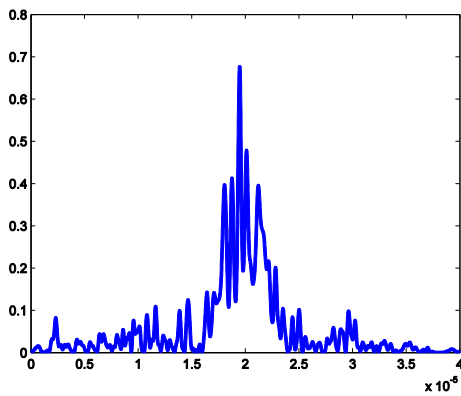
圖 5.12 粒子的直徑皆為 200nm，排列方式為短程有序排列，改變粒子邊到邊之間的間距，介質的範圍也皆為 $30\mu\text{m}$ 乘 $39\mu\text{m}$ 。(a) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於 20nm。(b) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於 100nm。(c) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於 200nm。(d) 任兩個粒子邊到邊的間距不小於 400nm。



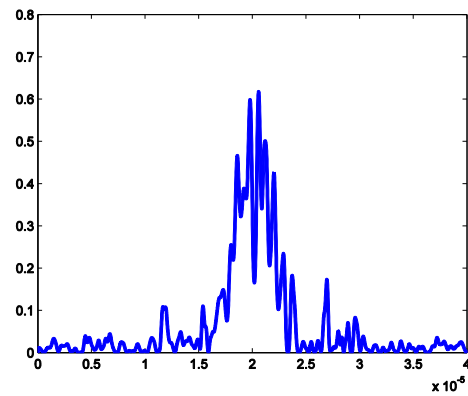
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 5.13 (a)、(b)、(c)、(d)分別為光穿過如圖 5.12(a)、(b)、(c)、(d)的模型後的強度分佈圖，x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。

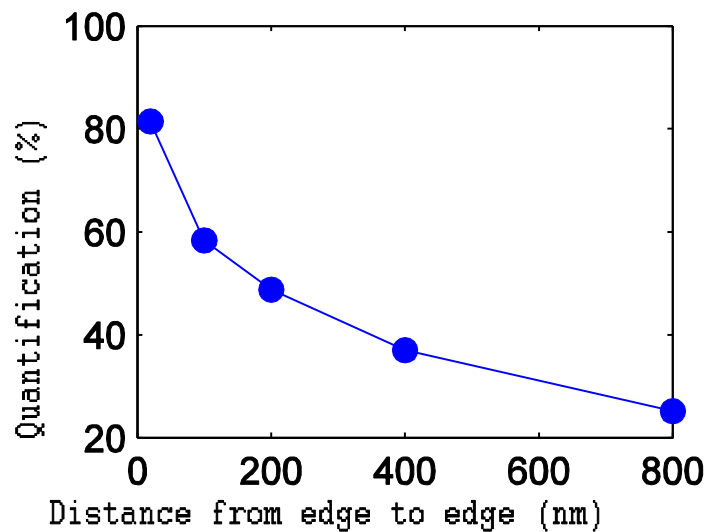


圖 5.14 量化當光經過不同粒子間距的強度分佈曲線的數據。x 軸為粒子邊到邊的最小間距、y 軸為量化後的數值。

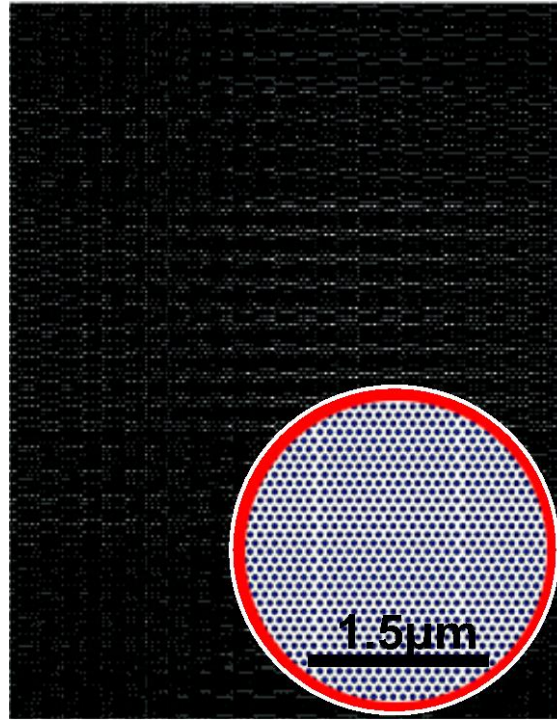
圖 5.13 與圖 5.14 的結果顯示當粒子的間距改變後，模擬結果亦有明顯的改變，不像圖 5.11 的結果完全沒有變化，這也說明了當粒子尺寸夠小時，無論如何改變間距都無法影響光學性質。隨著間距逐漸增加，中央的光強度值也越來越高，也就

是光轉彎的幅度越來越低，會有這樣的結果是因為當間距增加，粒子的數量會減少，光就經過比較少次的散射，所以轉彎的幅度會比較小。名義上我們改變了間距，但實際上模擬結果的不同並不是與間距直接相關的，而是與散射粒子的密度有關，因此我們認為 Goldman 和 Benedek 的觀點是需要修正的。

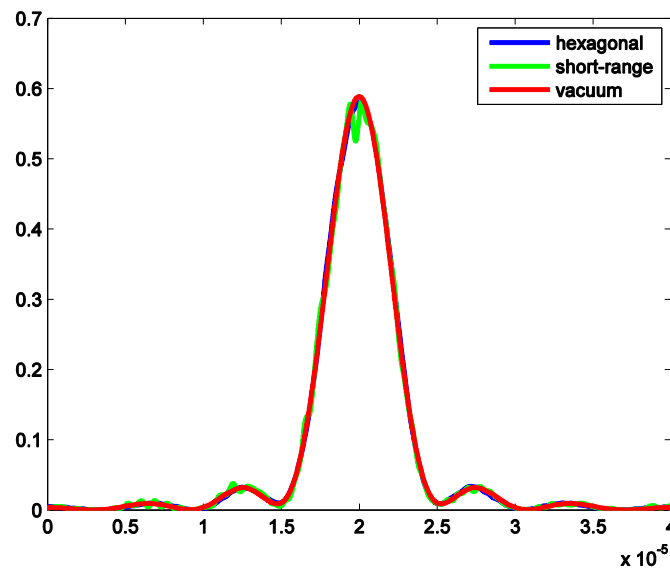
在這個小節討論了兩種粒子尺寸的間距對於光學性質的影響，得到了兩個結論，一是粒子間距與光學性質並無直接相關，而是與粒子的數目有關，二是粒子尺寸足夠小時對於光學性質的影響力大於粒子的密度對光學性質的影響力。

5.5 排列方式對光學特性的影響

角膜基質層內膠原纖維的排列方式最先是 Maurice 所提出，他說膠原纖維必須排列的跟六角形晶格一樣才能讓除了原傳播方向之外的散射光產生破壞性干涉，使角膜呈現出透明，雖然最後從電子顯微鏡並沒有發現如此規則的排列方式，但對於此結構是否如同 Maurice 的晶格理論所說的，所以我們就設計出六角形晶格排列的模型，粒子直徑也是 40nm，兩粒子中心到中心的間距等於 80nm，圖 5.15 是模型與模擬的結果。



(a)

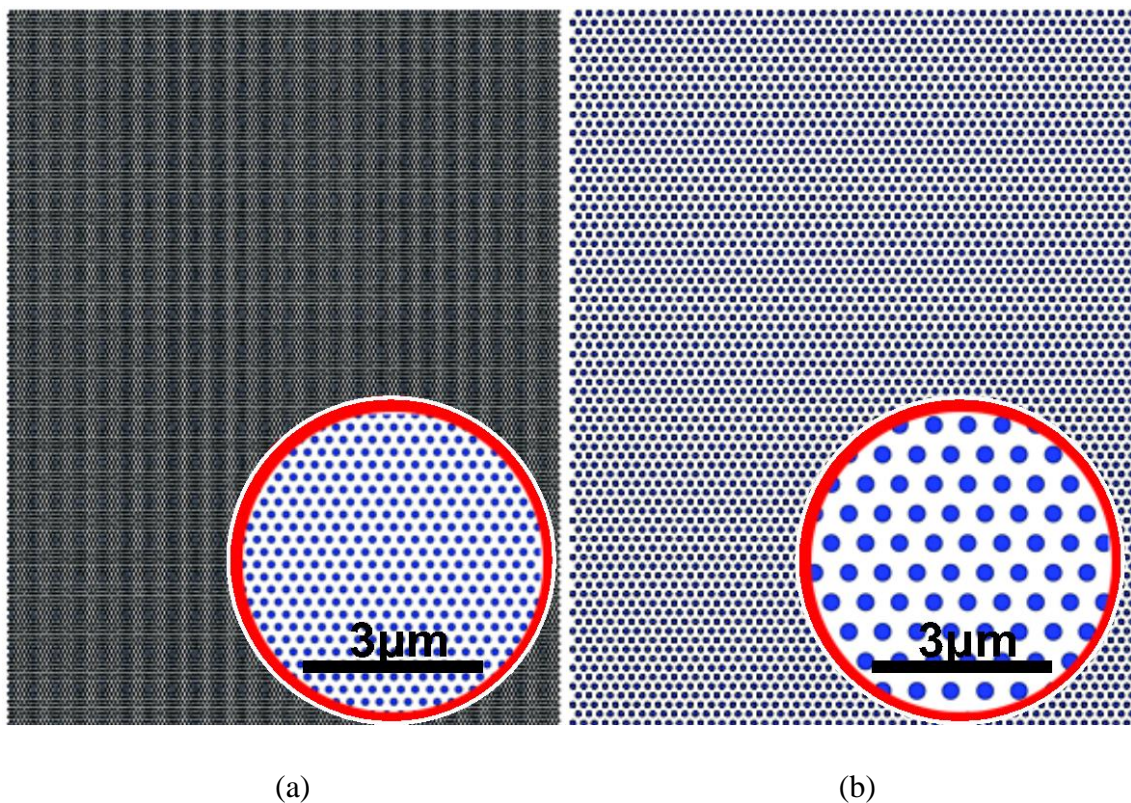


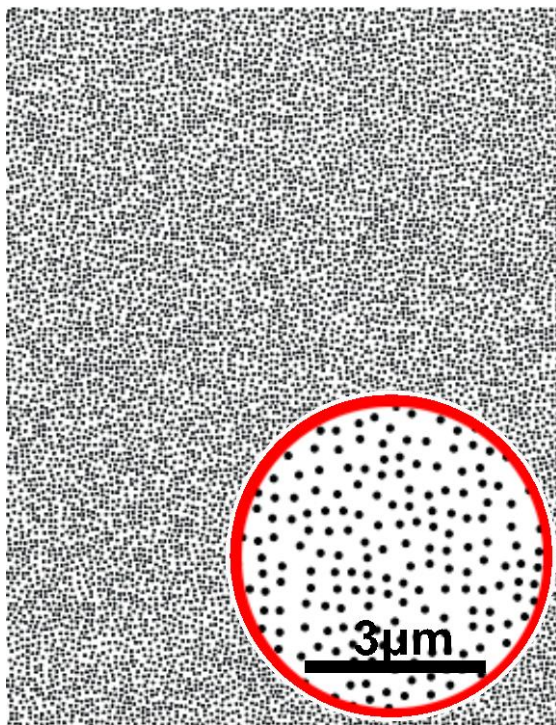
(b)

圖 5.15 (a) 六角形晶格排列，粒子直徑 40nm，相鄰兩粒子中心到中心的間距為 80nm，介質範圍 $30\mu\text{m}$ 乘 $39\mu\text{m}$ 。(b) 藍線為光穿過(a)模型後的強度分佈，綠線為光穿過仿角膜模型的強度分佈，紅線為光在真空中傳播的強度分佈。

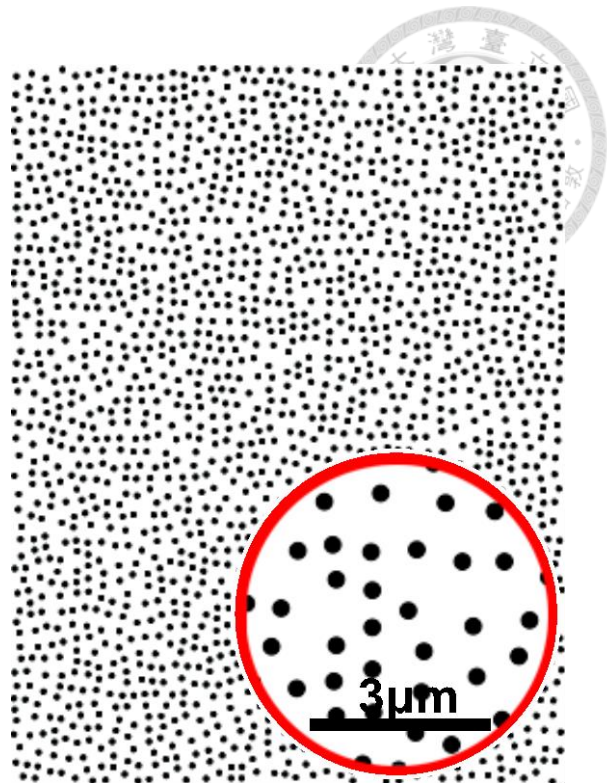
模擬結果顯示出晶格排列的模型比起仿角膜模型其強度分佈更貼近真空，且曲線比較圓滑，不像仿角膜的有一些小波動，代表晶格排列確實能更有效的抵銷不同於原方向的散射光，效果比短程有序排列的模型還要好。雖然 Maurice 的晶格理論的確可以抵銷掉原方向以外的散射光，只可惜真實的角膜中並沒有發現這樣的結構，但我們可以將這樣透明的結構應用在其他光電元件上，像是太陽能板的抗反射層之類的。

接著比較是否即使粒子尺寸增加後，晶格排列的模型都會比短程有序排列的模型能減少不規律的散射光，因此設計了如圖 5.16 的模型進行比較，我們分別將粒子擺放成晶格排列與短程有序排列，並且逐漸增加粒子大小。晶格排列中粒子中心到中心的間距為直徑的兩倍，而短程有序中粒子中心到中心的間距為不低於直徑的兩倍即可。其模擬結果顯示在圖 5.17，而圖 5.18 為量化後的數據。



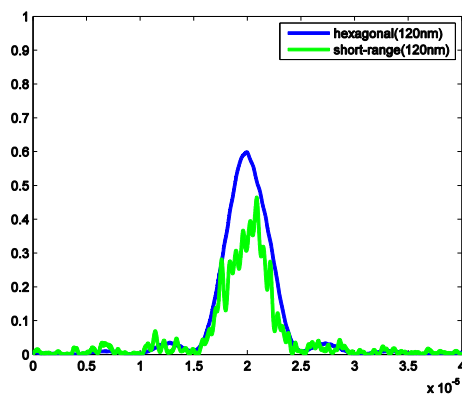


(c)

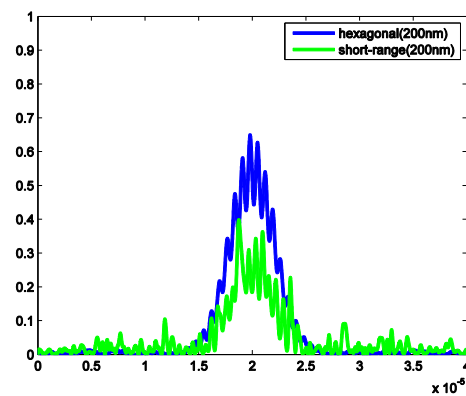


(d)

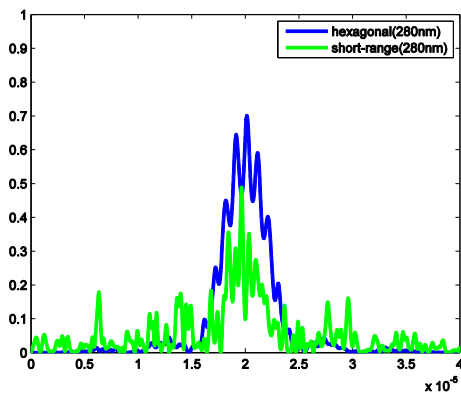
圖 5.16 (a) 六角形晶格排列，粒子直徑 120nm，相鄰兩粒子中心到中心的間距為 240nm，介質範圍 30 μ m 乘 39 μ m。(b) 六角形晶格排列，粒子直徑 280nm，相鄰兩粒子中心到中心的間距為 560nm，介質範圍 30 μ m 乘 39 μ m。(c) 短程有序排列，粒子直徑 120nm，任兩粒子中心到中心的間距不小於 240nm，介質範圍 30 μ m 乘 39 μ m。(d) 短程有序排列，粒子直徑 280nm，任兩粒子中心到中心的間距不小於 560nm，介質範圍 30 μ m 乘 39 μ m。



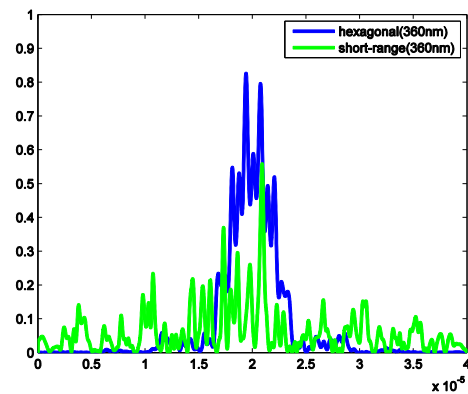
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 5.17 x 軸表示截面上座標位置，y 軸表示光的強度。藍色曲線為光穿透六角形晶格排列模型的強度分佈，綠色曲線為光穿透短程有序模型的強度分佈，而(a)、(b)、(c)、(d)分別為光穿過粒子直徑為 120nm、200nm、280nm、360nm 的模型。

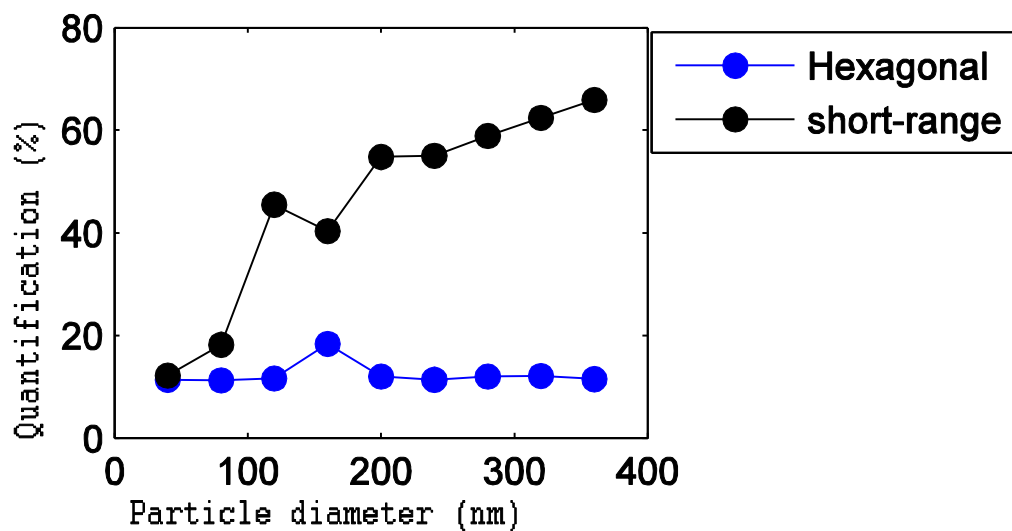



圖 5.18 x 軸表示粒子直徑，y 軸表示量化數值。藍線為光穿過粒子越來越大的六角型排列模型後的量化曲線，黑線為光穿過粒子越來越大的短程有序排列模型後的量化曲線。

模擬結果顯示出不論粒子如何放大，雖然強度分佈曲線不連續的折線有增加，但量化的數據始終都維持在 10%-20% 中間，幾乎沒有光離開中央區域。然而當粒

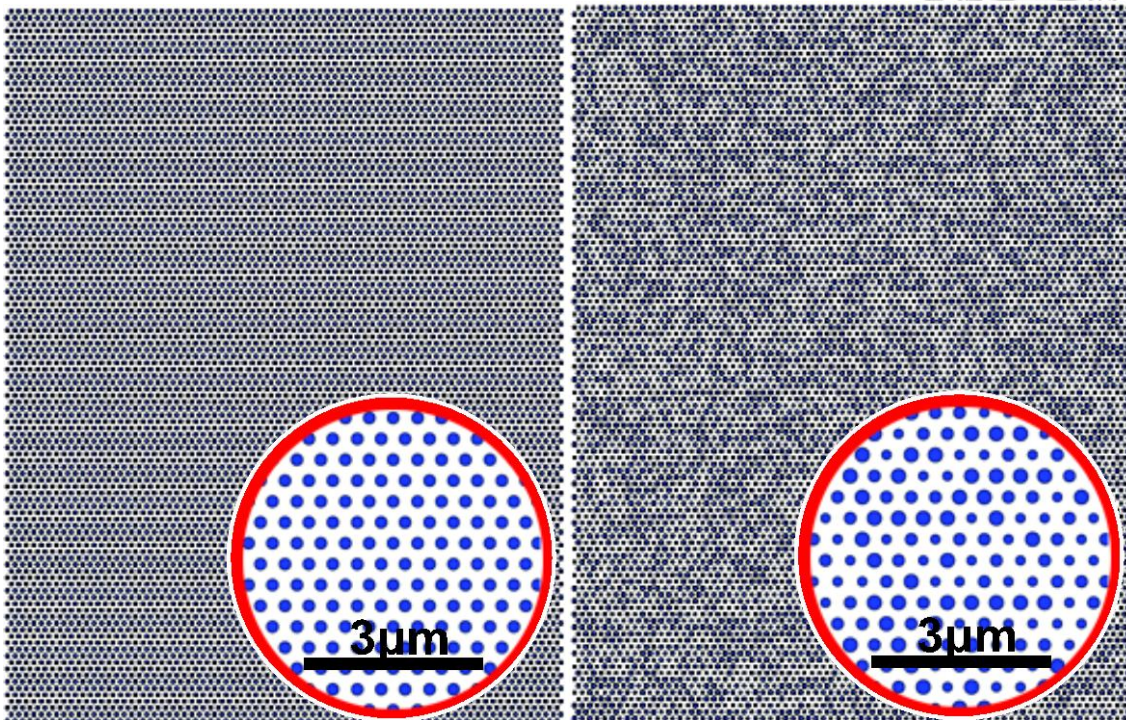
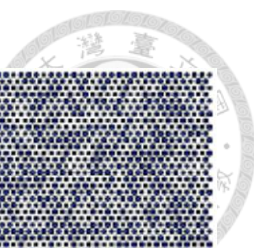


子呈現短程有序排列時，隨著粒子尺寸增加，光轉彎的程度越大，中央區域的光強度越來越低，量化數值也向上增加，與晶格排列的量化數值落差越來越明顯。如同在 5.3 小節解釋光為何會轉彎一樣，六角形晶格排列能有較好的光學性質是因為散射光入射另一顆粒子時都可以朝粒子中心入射，因此光不會轉彎，使大多數的光留在中央區域。

在比較六角形晶格排列與短程有序排列後，不論粒子大小皆是前者有較佳的光學性質，不會使光因為粒子散射而改變傳播方向，而且晶格排列可以降低在 5.3 小節所討論的當粒子尺寸增加時，光轉彎的幅度會增加的影響力，也就是說只要排列整齊不論粒子多大，都可以降低光轉彎的幅度，因此認為當排列方式整齊時可以減少粒子尺寸對於光學性質的影響力。

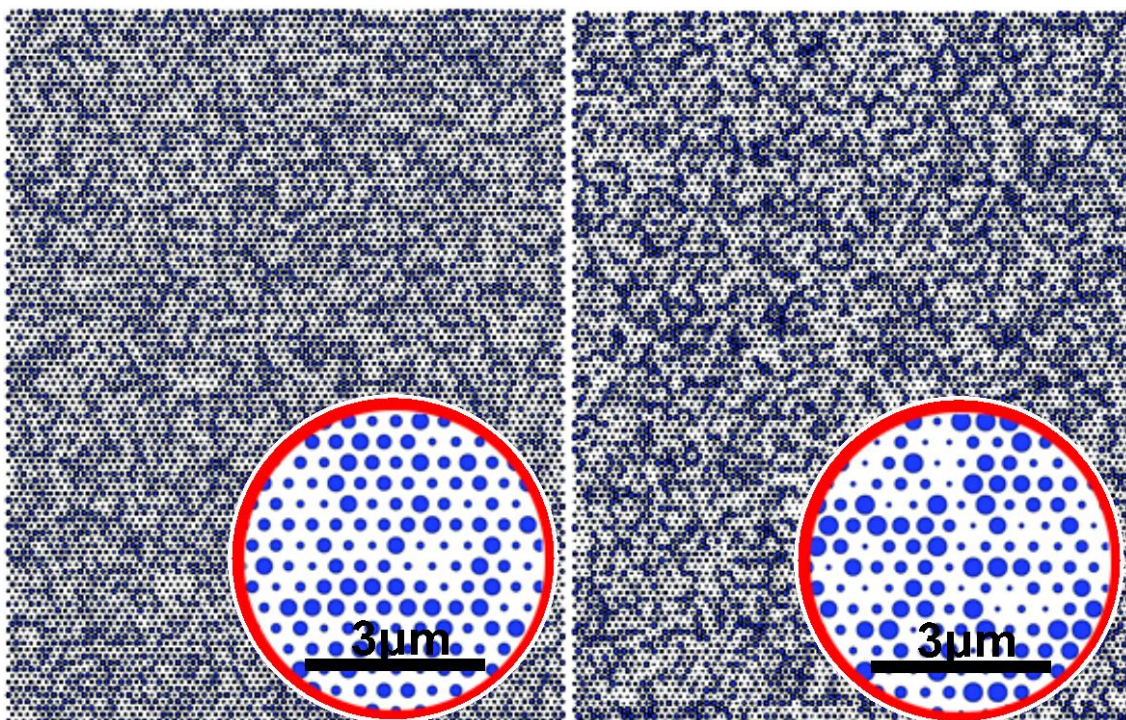
5.6 粒子大小之間的差異性對光學性質的影響

在 5.3 節曾經討論過粒子大小的混亂程度對於光學性質的影響，當時的模型是隨機排列，固定每顆粒子的中心位置，再慢慢增加粒子尺寸之間的大小差異，但模擬結果卻看不出隨著粒子大小之間的差異性增加後，有明顯的不同，然而根據我們的推論其結果應該要有所不同，因此當時認為在我們的模型當中有另一個影響力更大的因素掩蓋掉粒子尺寸的差異性對於光學性質的影響。經過 5.5 小節的討論後，我們認為是因為粒子的排列是混亂排列，當粒子不夠小又是混亂排列時，很容易造成光轉彎的幅度增加，而我們拿來當作基準的模型(圖 5.7(a)的模型)本身就已經造成大多數的光轉彎了，若再用此模型來進行改造，能夠因為轉彎而離開中央區域的光也所剩不多了。因此我們改以晶格排列的模型當作改造的基準模型，先保留大部分的光在中央區域，再慢慢增加粒子尺寸的差異性，看光是否會因為粒子尺寸的差異性增加，而有越多的光離開中央區域。圖 5.19 為新設計的模型，圖 5.20 為模擬光穿過模型後的強度分佈，圖 5.21 為量化強度分佈後的數據。



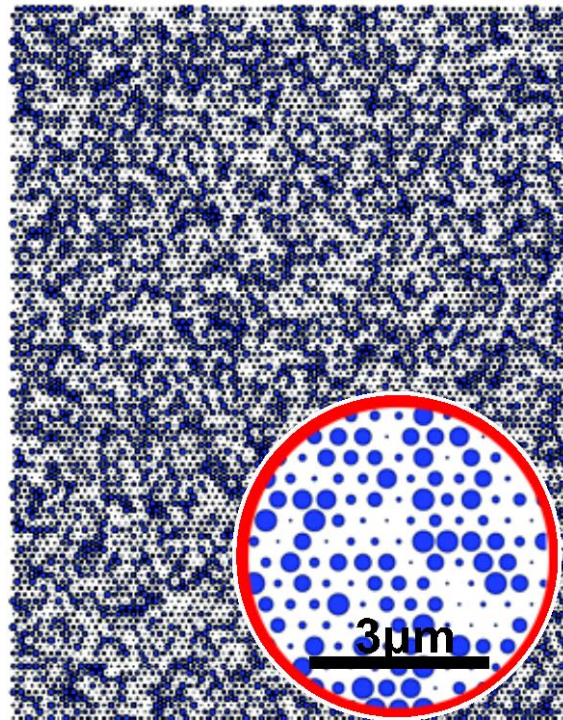
(a)

(b)



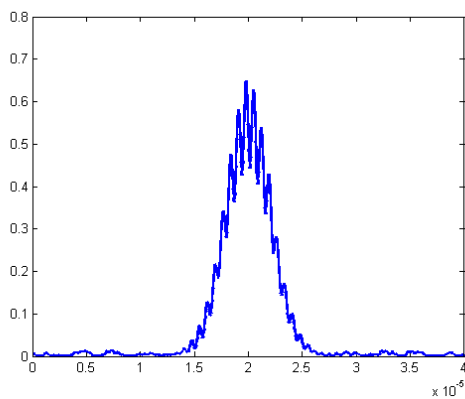
(c)

(d)

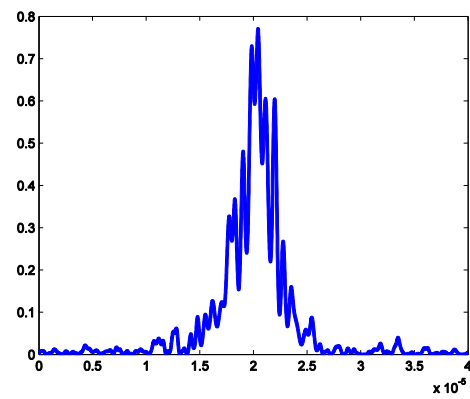


(e)

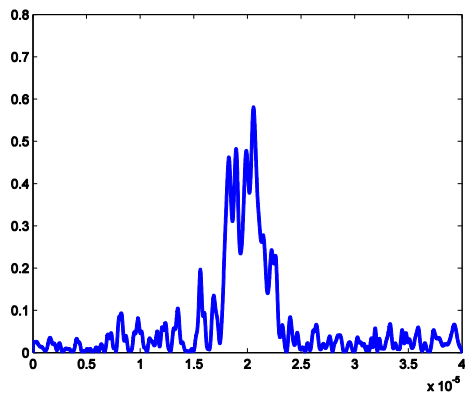
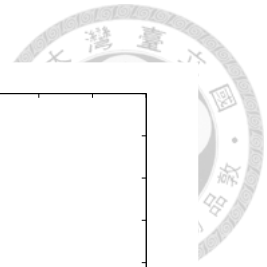
圖 5.19 探討粒子尺寸的大小差異越來越大時 對光學性所造成的影響，介質範圍 $30\mu\text{m}$ 乘 $39\mu\text{m}$ ，改以六角形晶格排列，每一顆粒子的中心位置皆固定，隨機改變粒子的大小。(a) 粒子直徑是均勻的 200nm 。(b) 粒子直徑範圍 160nm - 240nm ，每 40nm 取一種，共有三種不同尺寸的粒子。(c) 粒子直徑範圍 120nm - 280nm ，共有五種不同尺寸的粒子。(d) 粒子直徑範圍 80nm - 320nm ，共有七種不同尺寸的粒子。(e) 粒子直徑範圍 40nm - 360nm ，共有九種不同尺寸的粒子。



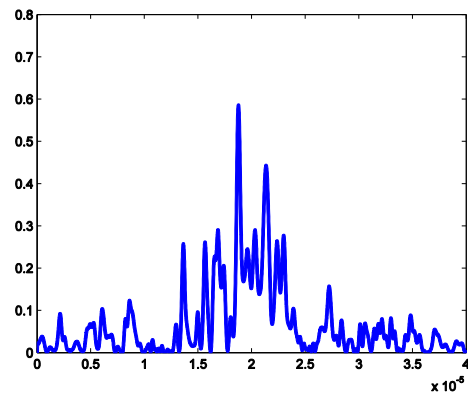
(a)



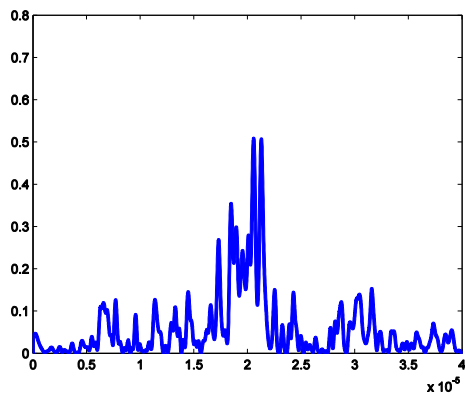
(b)



(c)



(d)



(e)

圖 5.20 (a)、(b)、(c)、(d)、(e)分別為光經過圖 5.19 的五個模型之後的強度分佈圖，
x 軸表示截面上座標位置，而 y 軸表示光的強度。

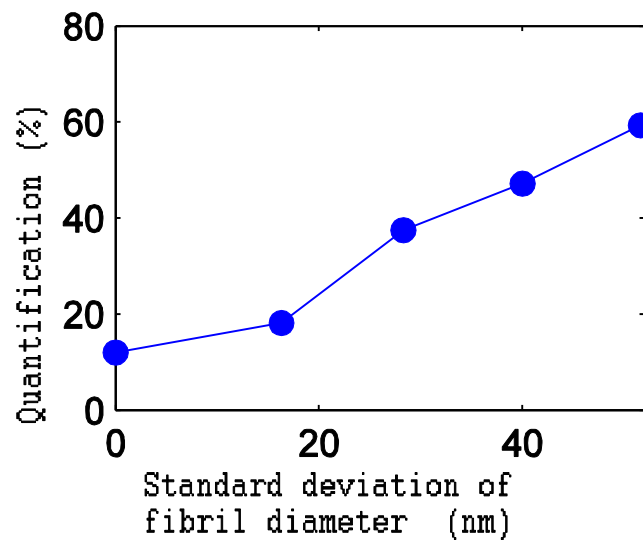




圖 5.21 量化當光經過不同粒子尺寸差異的強度分佈曲線的數據。x 軸為粒子直徑差異的標準差、y 軸為量化後的數值。

從模擬結果來分析隨著粒子尺寸之間的差異性增加，中央區域的強度值越來越低，強度分佈曲線也越來越混亂，因此當粒子尺寸間的混亂程度增加，光轉彎的幅度也就增加，造成介質越不透明，這與我們在 5.3 節的推論結果是一致的，其推論內容為：當粒子大小的差異逐漸增加時，光經過不同尺寸的散射粒子之後能量分佈都會不盡相同，無法有效的使不同方向的散射光產生破壞性干涉，因此隨著粒子尺寸的差異越大，散射之後能量分佈的差異也越大，應該會有越多大幅度轉彎的光無法產生破壞性干涉，使量化後的數值越來越高。

5.7 總結

從模擬結果中可以清楚的看到角膜與眼白光學性質的差異，而且結果與預期相符，呈現出角膜是透明的而眼白是不透明的，因此角膜與眼白光學性質的差異的確可以歸咎於內部膠原纖維的結構差異，其它物質的影響力較小，可以忽略。

確定角膜與眼白光學性質的不同是因為膠原纖維的結構後，我們針對兩者結構上的差異以及前人的觀點來比較各個因素對於光學性質的影響，其中我們探討了四種因素，一、當粒子為均勻大小時，粒子的尺寸對於光學性質的影響，其結果為當粒子尺寸越小時，光越不會因為散射而改變傳播方向。二、分析粒子尺寸之間的差異對於光學性質的影響，其結果為隨著差異逐漸增加，光轉彎的程度也就越大。三、改變粒子之間的間距，其結果為隨著間距增加，粒子數目越少，光散射的次數也就越少，光就越不容易改變傳播方向。四、比較六角形晶格排列與短程有序排列對於光學性質的影響，其結果為當粒子尺寸均相同且排列成晶格狀時，光幾乎不會轉彎，有較佳的光學性質。從以上四種因素的模擬結果可以推敲出角膜之所以為透

明是因為膠原纖維的大小均勻且足夠小所造成的，而眼白的不透明則歸因於纖維尺寸較大且大小不一，再加上又是隨機排列所導致的。



5.8 未來工作

在未來工作是以增加研究主題的完整性或各種因素對於光學性質影響的延伸討論。像在我們的模擬中最大尺度的模擬範圍只有 $70\mu\text{m}$ 乘 $40\mu\text{m}$ ，介質厚度為 $60\mu\text{m}$ ，雖然這個厚度已經可以呈現出角膜與眼白光學性質的差異，但實際上角膜的厚度為 $500\mu\text{m}$ ，因此我們只能確認角膜厚度為 $60\mu\text{m}$ 時仍然為透明的，為了研究的完整性以及確認模擬結果真的會與現實相符，我們應該模擬厚度為 $500\mu\text{m}$ 的仿角膜模型，但這個尺度太大，需要消耗過多的電腦記憶體與模擬時間，希望未來有方法能夠減少記憶體及時間。

因為在現實生活中的光大多是屬於 TEM 波，但是在我們模擬所使用的光卻是 TM 波，為了完全確認角膜是透明的，我們應該以 TE 波再模擬一次角膜與眼白的透明度，若能得到相同的結果，我們才能完全地確認角膜是透明的而眼白是不透明的。

在我們的模型中，有大多數的模型皆為短程有序排列，也就是在隨機排列的情況下，加入一個條件，讓模型並非完全的隨機排列，即使如此每顆粒子位置的排列組合仍然有好幾種，數也數不完，而每一種排列組合對於光學性質也都有不同的影響，但在我們的結果中卻都只以一種排列組合就論斷結果。以一個嚴謹的研究，我們應該多設計幾個相同參數、不同位置排列組合的模型，再將這些數據取平均，得到足以讓人信服的結論。

在 5.3 小節我們討論了隨著粒子尺寸之間的差異性增加對光學性質的影響，但當時並沒有看出明顯的變化，而我們把原因歸咎於排列方式，因此我們改用六角形晶格排列，再改變粒子大小的混亂程度。但其實還有另一個方法可以消除排



列方式對於光學性質的影響，就是多設計幾組一樣為混亂排列而其它模型參數皆相同的模型，也就是說每個模型之間只有粒子的位置不一樣，其他像是粒子尺寸的參數都一樣，可能五十、一百個為一組，再把模擬結果做平均，分析結果是否可以在混亂排列下仍會因為粒子尺寸之間的差異性而影響光學性質。

在 5.5 小節只討論了一種晶格結構對光學性質的影響，但晶格結構不只一種，還有其他像是體心立方、面心立方之類的晶格排列，或許可以比較出各種晶格排列對於光學性質的影響。除了晶格以外也可以設計一些週期性結構，這些週期性結構可能不像晶格結構一樣整齊，但卻是有規律的，比較這些週期性結構對於光學性質的影響。

在我們的模型當中不曾改變散射粒子的折射率，或許可以嘗試降低粒子與背景折射率之間的差值，畢竟在古老的 18 世紀，大多數的人都認為角膜透明的原因是因為膠原纖維與填充物質的折射率相同所導致，因此可以看差值要多小時眼白才會變成透明的，或者是差值多大時角膜才會變成不透明的，或者可以比較隨著差值增加，光轉彎的幅度會如何變化之類的。

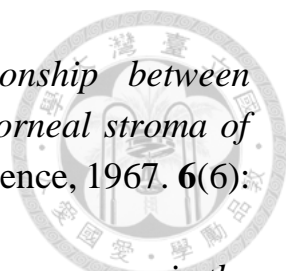
我們希望未來可以增加更多因素對於光學性質的影響，讓我們的研究不單純只是研究角膜與眼白的光學性質，而是讓更多物質散射的行為可以揭發於世人面前，畢竟要一次模擬這麼多顆粒子的散射行為只有時域擬譜法與時域有限差分法可以做到，而且散射行為不論是在日常生活中，或是在光電領域中都可以觀察的到，像是霧霾對光的散射、電子材料中電子傳播時的散射、用來提升發光元件出光耦合效率的奈米散射膜、設計太陽能板的抗反射層，因此只要掌握散射的特性，就能解釋許許多多電磁波所產生的現象。

參考文獻



1. Taflove, A., *Computation Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. 1995: Artech House, INC.
2. Feise, M.W., J.B. Schneider, and P.J. Bevelacqua, *Finite-Difference and Pseudospectral Time-Domain Methods Applied to Backward-Wave Metamaterials*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004. **52**(11): p. 2955-2962.
3. Gao, X., M.S. Mirotznik, and D.W. Prather, *A Method for Introducing Soft Sources in the PSTD Algorithm*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004. **52**(7): p. 1665-1671.
4. Liu, Q.H. *The pseudospectral time-domain (PSTD) method: A new algorithm for solutions of Maxwell's equations*. in *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1997. IEEE., 1997 Digest*. 1997. IEEE.
5. Liu, Q.H., *The PSTD algorithm: A time-domain method requiring only two cells per wavelength*. Microwave and optical technology letters, 1997. **15**(3): p. 158-165.
6. Gedney, S.D., *An anisotropic PML absorbing media for the FDTD simulation of fields in lossy and dispersive media*. Electromagnetics, 1996. **16**(4): p. 399-415.
7. Roden, J.A. and S.D. Gedney, *Efficient implementation of the uniaxial -based PML media in three -dimensional nonorthogonal coordinates with the use of the FDTD technique*. Microwave and Optical Technology Letters, 1997. **14**(2): p. 71-75.
8. Wolfe, C., U. Navsariwala, and S.D. Gedney, *A parallel finite-element tearing and interconnecting algorithm for solution of the vector wave equation with PML absorbing medium*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2000. **48**(2): p. 278-284.
9. Gedney, S.D., *An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium for the truncation of FDTD lattices*. IEEE transactions on Antennas and Propagation, 1996. **44**(12): p. 1630-1639.
10. Liu, Q.H., *Finite-Difference and Pseudospectral Time-Domain Methods for Subsurface Radar Applications*. IEEE, 1997: p. 990-993.
11. Tseng, S.H., *Investigating the Optical Phase Conjugation*

- Reconstruction Phenomenon of Light Multiply Scattered by a Random Medium.* IEEE Photonics Journal, 2010. **2**(4): p. 635-641.
12. Tseng, S.H., *2-D PSTD Simulation of focusing monochromatic light through a macroscopic scattering medium via optical phase conjugation.* Biomed Opt Express, 2015. **6**(3): p. 815-826.
13. Maurice, D.M., *The Structure and Transparency of The Cornea.* J. Physiol, 1957. **136**: p. 263-286.
14. Komai, Y. and T. Ushiki, *The Three-Dimensional Organization of Collagen Fibrils in the Human Cornea and Sclera.* Investigative Ophthalmology & Visual Science, 1991. **32**(8): p. 2244-2258.
15. Freegard, T.J., *The Physical Basis of Transparency of The Normal Cornea.* Eye, 1997: p. 465-471.
16. Yamamoto, S., et al., *The Subfibrillar Arrangement of Corneal and Scleral Collagen Fibrils as Revealed by Scanning Electron and Atomic Force Microscopy.* Arch. Histol. Cytol., 2000. **63**(2): p. 127-135.
17. Meek, K.M., et al., *Transparency, swelling and scarring in the corneal stroma.* Eye, 2003. **17**: p. 927-936.
18. Hassell, J.R. and D.E. Birk, *The molecular basis of corneal transparency.* Exp Eye Res, 2010. **91**(3): p. 326-335.
19. Mergler, S., et al., *Temperature-sensitive transient receptor potential channels in corneal tissue layers and cells.* Ophthalmic Res, 2014. **52**(3): p. 151-159.
20. Meek, K.M. and C. Knupp, *Corneal structure and transparency.* Prog Retin Eye Res, 2015. **49**: p. 1-16.
21. Watson, P.G. and R.D. Young, *Scleral structure, organisation and disease. A review.* Experimental Eye Research, 2004. **78**(3): p. 609-623.
22. Bashkatov, A.N., et al., *Estimation of Wavelength dependence of refractive index of collagen fibers of scleral tissue.* SPIE, 2000. **4162**: p. 265-268.
23. Aurell, G. and H. Holmgren, *On the metachromatic staining of the corneal tissue and some observations on its transparency.* Acta ophthalmologica, 1953. **31**(1): p. 1-27.
24. Smith, J., *The transparency of the corneal stroma.* Vision Research, 1969. **9**(3): p. 393-IN14.

- 
25. Goldman, J.N. and G.B. Benedek, *The relationship between morphology and transparency in the nonswelling corneal stroma of the shark*. Investigative Ophthalmology & Visual Science, 1967. **6**(6): p. 574-600.
 26. Vaezy, S. and J.I. Clark, *A quantitative analysis of transparency in the human sclera and cornea using Fourier methods*. Journal of microscopy, 1991. **163**(1): p. 85-94.
 27. Chakravarti, S., et al., *Lumican regulates collagen fibril assembly: skin fragility and corneal opacity in the absence of lumican*. The Journal of cell biology, 1998. **141**(5): p. 1277-1286.
 28. Tuchin, V.V., et al., *Optics of living tissues with controlled scattering properties*. SPIE. **3863**: p. 10-21.
 29. Johnsen, S. and E.A. Widder, *The physical basis of transparency in biological tissue: ultrastructure and the minimization of light scattering*. J Theor Biol, 1999. **199**(2): p. 181-198.
 30. Choi, S.H. and Y.L. Kim, *Hybridized/coupled multiple resonances in nacre*. Physical Review B, 2014. **89**(3): p. 035115-1-035115-7.