

國立臺灣大學理學院海洋研究所



碩士論文

Institute of Oceanography

College of Science

National Taiwan University

Master Thesis

利用群組地震法探討阿拉斯加隱沒帶的震源特性

The Seismic Source Characteristics in the Alaska

Subduction Zone Determined by the Cluster Event Method

羅仲宏

Chung-Hung Lo

指導教授：郭本垣 博士

喬凌雲 博士

Advisor: Ban-Yuan Kuo, Ph.D.

Ling-Yun Chiao, Ph.D.

中華民國 107 年 7 月

July, 2018

# 國立臺灣大學碩士學位論文 口試委員會審定書

利用群組地震法探討阿拉斯加隱沒帶的震源特性

The Seismic Source Characteristics in the Alaska Subduction  
Zone Determined by the Cluster Event Method

本論文係羅仲宏君(學號 R05241304)在國立臺灣大學海洋研究所海洋地質與地球物理組完成之碩士學位論文,於民國107年7月25日承下列考試委員審查通過及口試及格,特此證明。

口試委員：

郭東垣

(指導教授)

詹仕恩

(指導教授)

蔡文章

曾志琳

黃信樺

系主任、所長

詹森



## 致謝

由衷地感謝幫助我寫出這本論文的所有人。回首兩年前，我初來臺大海洋所，完全沒有把握自己可以在兩年內順利畢業拿到學位，但是我做到了！我特別要感謝兩位指導教授：郭本垣研究員的氣場一開始讓我震懾，但隨著對您的認識加深，震懾逐漸轉為敬佩，您總是循循善誘，讓我在迷途中找到正確的道路；喬凌雲教授在海洋所的鼓勵，讓我在 seminar 答辯時，能夠突破重圍、重拾信心。

感謝梁文宗老師在暑期實習對我的啟發並同陳伯飛老師與陳勁吾老師引領我進入地震學的殿堂。感謝柯彥廷老師雖然遠在 Caltech 卻還是不辭辛勞在程式方面提供協助。謝謝曾泰琳老師與黃信樺老師提供許多意見讓我的論文更嚴謹完整。謝謝龔源成老師、洪淑蕙老師與馬國鳳老師在地震學觀念的教導。我很幸運能夠有許多老師在這條道路上給我幫助，讓我不怕面對困難，收穫滿滿！

感謝在這條路上陪我打拼的眾多親友們。榮均與乃慈常在我不知所措的時候陪伴我，給我繼續走下去的勇氣。遠在集集的如萱幹事姐姐總是用充滿溫度的文字鼓勵我。實驗室的品瑜包辦一切瑣事，讓我可以專心在研究上，不被雜事纏身。政謙學長、凱勛學長、棟邦、立宸、汶珮是我討論的好夥伴。煒晴帶我理解屬於臺大的強悍、浪漫並身兼吃飯好朋友。全變的晉丞、翔孟、雅琪；地球所的逸威學長、岱潔學姐、志煌學長、冠芙學姐、芳儀學姐、怡君、芷芹；去年畢業的志銘、志傑、至為、芝吟、冠羽；中大天文社的宛庭、立宇、珮欣、鈞凱、佩娟、哲豪、雲澤；海洋所 R05 的同學們，以上貴人陪伴我走過在研究所的艱辛路途。暑期生的毓芳、奐鈞、昇均、辰叡、皓哲讓我過足了教學的乾癮。還有許多礙於篇幅未能記錄的朋友們與柴犬迪迪，謝謝你們讓我有個多采多姿的臺大生活。

十萬萬分感謝我的金主爸媽與弟妹，讓我無後顧之憂地完成到目前為止的求學之路。

最後，給翻開本碩士論文的你，我盡量以淺白的方式述說群組地震法與相關的演算法，希望對你的研究有所幫助。

仲宏 謹誌於中央研究院 2018.8.10

## 摘要



斷層在中深部 (50 - 300 km) 高岩壓環境下的破裂機制目前尚有爭論。溫度、壓力與區域應力場的差別，均會對破裂機制產生不同的影響，進而決定斷層的破裂行為。連續深度剖面的震源參數提供了解不同深度破裂機制的機會。本研究分析地震波頻譜，計算深層地震包含拐角頻率、地震矩、應力降、地震波輻射能量、地震波輻射效率在內的震源參數，嘗試為深層地震的發生機制提供約束。

本研究利用群組地震法大幅減少逆推過程中的未知參數，有效分拐角頻率與路徑衰減對頻譜的影響。群組地震法的核心概念為建構多重震源-測站對能嚴謹地定義共同路徑  $Q$  與各自震源的  $f_c$ ，由觀測的資料同時決定震源與路徑衰減，以解決在頻譜上拐角頻率與路徑衰減之間的非線性關係。

本研究擷取 IRIS 資料中心 144 個分布於阿拉斯加隱沒帶的地震，規模介於 3 到 5 之間，震源深度 90 到 170 km，並計算中深部地震動態與靜態的震源參數。結果顯示，拐角頻率與地震矩呈現清楚的逆相關，鞏固了逆推架構與結果的可信度。而拐角頻率、應力降、地震波輻射能量等各個震源參數的計算結果，符合地震理論的自我相似性規範。

阿拉斯加隱沒帶的震源特性具有高應力降 ( $18.34 \pm 1.1$  MPa) 與低地震波輻射效率 (0.27) 的特徵。暗示或許在阿拉斯加隱沒帶，深層地震的發生機制主導於熱失控模型。脫水脆化作用釋放出的水可能為熱失控模型的催化劑，而在地震波研究上僅看得出熱失控模型的特徵。本論文認為兩者是相輔相成的關係，共同為中深部地震的發生機制。

**關鍵字：**群組地震法；鄰域演算法；震源參數；中深部地震破裂機制

# Abstract



The Alaska subduction zone is known as an active subduction zone where earthquakes occur at high rate and widespread along the trench and down dip of the slab. In recent years, increasing numbers of seismic arrays have been installed in Alaska region that significantly increased aperture of observations. It provides an opportunity to systematically investigate depth-varying seismic source characteristics in subduction zone. The source characteristics can reflect the rupture behaviors of fault, but the differences in rupture behaviors as a function of depth are still notably debated. In this study, we employed a cluster-event method (CEM) to constrain the source parameters as well as along-path attenuation in the Alaska subduction zone. Neighborhood algorithm is applied to solve the nonlinear inverse problem. Using 40 stations from IRIS data management center, we analyzed 144 Alaska local earthquakes spreading over a depth range from surface to several hundred kilometers and a seismic magnitude range from 3 to 5 in 2012~2017. These source parameters are then converted to stress drop and radiated energy at different depths. The  $f_c$ 's satisfy a self-similar scaling relationship with seismic moment of  $f_c \propto M_0^{-3}$  with a mean stress drop of  $18.34 \pm 1.10$  MPa in Madariaga's form (Vs model). The lower radiation efficiency and higher stress drop might imply the shear heating instability and dehydration embrittlement as the same important faulting mechanisms for intermediate-depth earthquakes.

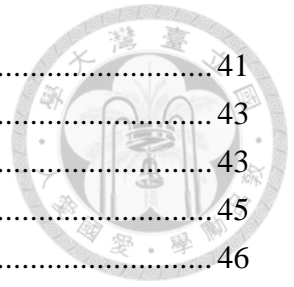
**Keywords : cluster event method ; neighborhood algorithm ; source parameter ; faulting mechanisms for intermediate-depth earthquakes**

# 目錄



口試委員會審定書.....	i
致謝.....	ii
摘要.....	iii
Abstract .....	iv
目錄.....	iv
圖目錄.....	vii
表目錄.....	ix
第一章 緒論 .....	1
1.1 中深部地震成因之假說 .....	1
1.2 拐角頻率與時間的制衡關係 ( $f_c$ - $t^*$ trade-off) .....	2
1.3 阿拉斯加隱沒帶概述 .....	3
第二章 研究方法 .....	5
2.1 群組地震法 (Cluster-Event Method, CEM).....	5
2.2 $f_c$ 、 $t^*$ 與地震波頻譜估計 .....	7
2.3 鄰域演算法 (Neighborhood Algorithm, NA).....	10
第三章 資料處理與分析 .....	13
3.1 資料來源.....	13
3.2 資料處理流程.....	14
3.2.1 資料前處理-P 波到時 .....	14
3.2.2 資料篩選標準- SNR、PCR .....	16
3.3 地震群組組成.....	18
3.4 CEM-NA 的殘差值計算.....	20
第四章 逆推結果與震源參數 .....	23
4.1 CEM-NA 之逆推結果 .....	23
4.1.1 資料擬合.....	23
4.1.2 CEM-NA 的逆推範例地震 .....	24
4.1.3 跨群組事件的 $f_c$ .....	26
4.2 靜態震源參數計算 .....	27
4.2.1 地震矩 (Seismic moment, $M_0$ ) .....	27
4.2.2 靜態應力降 (Stress drop, $\Delta\sigma$ ).....	30
4.3 動態震源參數計算 .....	32
4.3.1 地震體波輻射能 (Radiated Energy, $E_R$ ) .....	32
4.3.2 地震波輻射效率 (Radiation Efficiency, $\eta_R$ ) .....	34
第五章 討論 .....	36
5.1 CEM 群組組成辨析 .....	36
5.1.1 群組組成的極端例子.....	36

5.1.2 ST 近似 (ST Asymptotic) .....	41
5.2 逆推參數測試.....	43
5.2.1 殘差值權重設定 .....	43
5.2.2 $f_c$ 上限值設定 .....	45
5.3 阿拉斯加隱沒帶之震源參數討論 .....	46
5.3.1 應力降與深度 .....	46
5.3.2 比例能量與深度 .....	48
5.3.3 地震波輻射效率與深度.....	49
5.3.4 震源參數計算常數之假設.....	51
5.3.5 阿拉斯加隱沒帶中深部地震的可能機制.....	52
5.4 阿拉斯加隱沒帶之本質衰減趨勢 .....	53
第六章 結論 .....	55
參考資料.....	56
附錄 A 鄰域演算法 .....	60
A.1 最佳化問題.....	60
A.2 基本名詞解釋 .....	61
A.3 NA 計算效率 .....	69
A.4 NA 邊界決定 (Intersection) .....	70
A.5 NA 控制參數 (nr、ns).....	71
附錄 B 多重視窗頻譜法 .....	73
B.1 窗函數 (Window Function ; Taper).....	73
B.2 橢球窗函數 (Slepian sequences) .....	75
B.3 多重視窗頻譜法 (Multi-taper).....	76
附錄 C 選用地震與測站資訊.....	78
附錄 D 波形擬合展示 .....	84



# 圖目錄



圖 1.1、 $f_c$ - $t^*$ trade off 說明圖。(a) $f_c$ 對頻譜影響說明。(b) $t^*$ 對頻譜影響說明。[Ko et al., 2012].....	3
圖 1.2、阿拉斯加區域構造圖。.....	4
圖 2.1、群組地震法相關描述。(a)群組地震法說明示意圖。[Ko et al., 2012] (b)跨群組事件對 CEM 提供約束。(c)群組地震法與其他方法在逆推自由度的比較。5	
圖 2.2、鄰近震源的波傳路徑示意圖。.....	6
圖 2.3、模型-資料殘差值分布比較。(a)單一震源-測站對殘差值圖。(b)群組震源-測站對殘差值圖。.....	7
圖 2.4、地震頻譜組成示意圖。.....	8
圖 2.5、 $f_c$ - $t^*$ - $\Omega_0$ 與頻譜的關係。[Shearer P., 2009].....	9
圖 2.6、地震波形、頻譜展示圖。(a)地震波形圖。(b)訊號頻譜。.....	10
圖 2.7、鄰域演算法示意圖。[Sambridge, 1999a].....	11
圖 2.8、NA 迭代與殘差值的關係。.....	12
圖 2.9、NA 的收斂情形。.....	12
圖 3.1、本研究區域 (a) 地震及 (b) 測站分布圖。.....	13
圖 3.2、資料前處理與資料篩選流程圖。.....	15
圖 3.3、利用 AIC 自動挑 P 波到時的說明。(a)應用 AIC 法之範例。(b)P 波到時前後各 2 s 的波形與 AIC 值。.....	16
圖 3.4、波形展示圖。(a)SNR 訊號及噪訊位置圖。(b)P 波及尾波位置圖。.....	16
圖 3.5、不同濾波頻段對 SNR 的影響。(a)位移波形。(b)(c)(d)為 $f_l$ 遞增的濾波效果對 SNR 的影響。.....	17
圖 3.6、利用 SNR 與 PCR 篩選波形的例子。.....	18
圖 3.7、目視篩選例子。.....	18
圖 3.8、距離篩選示意圖。.....	19
圖 3.9、本論文群組組成說明。.....	20
圖 3.10、對數軸均勻採樣說明。.....	20
圖 3.11、權重說明。.....	21
圖 3.12、 $\Omega_0$ 定義說明，同一個震源-測站對 ( $\lambda$ 搜尋範圍相同)，兩個不同的 X 模型點。(a) $f_c$ - $t^*$ 組合： $f_c = 5.71$ ， $t^* = 0.062$ 。(b)另一組 $f_c$ - $t^*$ 組合： $f_c = 2.33$ ， $t^* = 0.31$ 的 $\Omega_0$ 搜尋過程。.....	22
圖 4.1、Variance Reduction 之統計圖。.....	24
圖 4.2、CEM-NA 之逆推範例，範例群組的震央位置。.....	24
圖 4.3、CEM-NA 之逆推範例，頻譜擬合。.....	25
圖 4.4、CEM-NA 之逆推範例，全域搜尋的殘差值分布。.....	26
圖 4.5、跨群組事件的 $f_c$ 。.....	27
圖 4.6、阿拉斯加地區一維物理參數圖。(a) $V_p$ 、 $V_s$ 隨深度的變化。(b)密度隨深度	



的變化。虛線之間為本論文震源深度的範圍。.....	28
圖 4.7、阿拉斯加地區近震規模 (ml) 與震矩規模 (mw) 轉換圖。[Ruppert and Hansen, 2010].....	29
圖 4.8、阿拉斯加地區地震目錄 $M_0$ (catalog $M_0$ ) 與頻譜擬合 $M_0$ (average $M_0$ ) 的關係圖。.....	30
圖 4.9、阿拉斯加地區平均 $M_0$ 與 $f_c$ 的關係圖。.....	31
圖 4.10、阿拉斯加地區應力降統計圖。.....	31
圖 4.11、 $E_R/M_0$ 與 $M_0$ 的關係圖。.....	33
圖 4.12、比例能量的計算值與理論值關係圖。.....	33
圖 4.13、應力與滑移的能量分布示意圖。[Shearer P., 2009].....	34
圖 4.14、阿拉斯加地區輻射效率圖。(a)統計圖。(b)地震波輻射效率的計算值與理論值關係圖。.....	35
圖 5.1、高維度問題之例子。.....	38
圖 5.2、約束不足問題示意圖。.....	39
圖 5.3、約束不足問題例子。.....	40
圖 5.4、NA 不收斂之情形。.....	40
圖 5.5、ST 逆推方法測試圖。[Ko et al., 2012].....	41
圖 5.6、ST 近似問題之範例。(a)波形、頻譜擬合圖。(b)全域殘差值分布圖。(c)CEM-NA 的模型點迭代分布圖。.....	42
圖 5.7、權重測試圖( $W_{i,max} = 2$ )。.....	43
圖 5.8、權重測試圖( $W_{i,max} = 4$ )。.....	44
圖 5.9、兩種權重測試頻譜擬合圖。.....	44
圖 5.10、兩種權重測試，跨群組 $f_c$ 圖。.....	45
圖 5.11、2 種 $f_c$ 上限值測試。.....	46
圖 5.12、隱沒帶的應力降隨深度的變化圖。(a)阿拉斯加 (b)日本。[Ko and Kuo, 2016].....	47
圖 5.13、阿拉斯加隱沒帶的應力降與比例能量的關係。.....	48
圖 5.14、隱沒帶比例能量隨深度的變化圖。(a)阿拉斯加 (b)日本。[Ko and Kuo, 2016].....	49
圖 5.15、比例能量理論與計算值的差別。.....	50
圖 5.16、(a)阿拉斯加與(b)日本隱沒帶地震波輻射效率隨深度變化圖。[Ko and Kuo, 2016].....	51
圖 5.17、阿拉斯加的 Q 值趨勢-震源與測站位置俯視圖。.....	54
圖 5.18、阿拉斯加的 Q 值趨勢-AA'剖面與 BB'剖面。.....	54
圖 A.1、2 維 Voronoi cell。.....	62
圖 A.2、(a)馬氏鏈卡通圖(b)機率轉移矩陣 P (c)矩陣 P 的迭代次數結果列表。....	63
圖 A.3、加入接受率參數 $\alpha$ 後的機率轉移矩陣示意圖。.....	66
圖 A.4、2 維參數空間機率轉移矩陣示意圖。.....	68




圖 A.5、在 2 維參數空間中 Voronoi cell 的分布情形。 .....	71
圖 A.6、ns、nr 的數值使用示意圖。 .....	72
圖 B.1、窗函數概念圖 .....	73
圖 B.2、不同的窗函數。 .....	74
圖 B.3、主瓣與側瓣示意圖。(a) $\delta$ 函數與近似函數。(b)窗函數頻譜取絕對值示意圖。 .....	75
圖 B.4、不同階數 (k) 的橢球窗函數。 .....	77
圖 C.1、本論文選用的震源與測站分布圖。 .....	83

## 表目錄

表 5.1.1、極端群組組成示意表。 .....	36
表 5.1.2、極端群組組成步驟。 .....	37
表 5.4.1、阿拉斯加的 Q 值趨勢。 [Stachnik et al, 2004].....	53
表 C. 1、選用地震資料。 .....	78
表 C. 2、選用測站資訊。 .....	82

# 第一章 緒論



## 1.1 中深部地震成因之假說

大部分的地震肇因於斷層錯動。當施加在斷層上的累積應力超越了摩擦力，斷層便快速滑動，而產生地震。此種作用稱為脆性變形 (brittle failure) [e.g. *Hoek, 1968*]。當深度增加，壓力也隨之增加，到某一深度後斷層破裂需要其他輔助機制方能突破岩壓。這個深度通常在 50 ~70 km，在此深度之下的地震，就稱為中深部地震 (Intermediate-Depth Earthquake, IDE)。這些機制目前還未被完全了解，不過許多假說已被提出 [*Green and Houston, 1995 and Prieto et al., 2013*]，以下介紹兩種關於中深部地震發生機制的假說：脫水脆化作用 (dehydration embrittlement) 與熱失控模型 (thermal runaway)。

在隱沒過程中，含水礦物的脫水作用會提高岩石的孔隙壓力，例如玄武岩向榴輝岩的轉變會釋放出水。這個作用使得岩層的正向力減少，進一步降低斷層之間的摩擦力，創造中深部斷層滑動的契機，這個過程稱為脫水脆化作用 [*Green and Houston, 1995*]。從實驗室的岩石力學實驗 [e.g., *Dobson et al., 2002; Jung et al., 2004*]、板塊內地震發生位置與地幔中變質反應位置相符等證據支持這個假設 [*Peacock and Wang, 1999; Peacock, 2001; Hacker et al., 2003*]。

另一個假說是熱失控模型 [*Prieto et al., 2012 ; Prieto et al., 2013 ; Thielmann et al., 2015 ; Thielmann, 2017*]。在板塊隱沒之前，大量的正斷層發育，在斷層附近的岩石粒徑受摩擦破壞而變小。海洋岩石圈隱沒之後，這些粒徑小的物質在中深部地區增加斷層滑動的可能性。在高岩壓的環境下，斷層一旦錯動，瞬間產生的高熱會使斷層周圍的岩石融化，斷層之間的摩擦力將因此減低而讓滑動加速，進而產生更多的熱，呈現正向循環。這些融化的岩石會形成假玄武岩玻璃 (pseudotachylyte)。這些假玄武岩質的岩石被攜獲岩帶至地表，在法國的科西嘉島 (the Alpine subduction complex of Corsica) 上被大量發現 [*Anderson and Austrheim,*

2006; Deseta et al., 2014], 成為支持此假說的證據。另一個證據是中深部地震的波幅射效率 (radiation efficiency) 比淺層地震明顯的低 [Prieto et al., 2013]。地震波幅射效率下降, 起因於斷層錯動之後產生的地震波受到瞬間高溫的影響, 震波能量因而快速衰減 (thermal dissipation)。

## 1.2 拐角頻率與時間的制衡關係 ( $f_c$ - $t^*$ trade-off)

斷層錯動在震源頻譜上最明顯的特徵為拐角頻率 ( $f_c$ )。 $f_c$  在頻譜中指的是頻率  $f > f_c$  之後, 其振幅會快速衰減的門檻值。 $f_c$  與斷層的破裂尺度有關 [Haskell, 1964; Brune, 1970; Madariaga, 1976; Beresnev 2002]。因此, 我們可以透過  $f_c$  一窺斷層的破裂行為。然而, 測站接收到的地震波訊號包含波傳遞的路徑效應, 而路徑效應可用  $e^{-\pi f t^*}$  描述,  $t^*$  反映介質的衰減特性。在相同  $t^*$  的條件下, 越高頻的訊號振幅衰減越多。震源效應與路徑效應在地震波頻譜上表現相似, 兩者的成因卻截然不同:  $f_c$  純粹表現震源破裂行為;  $t^*$  反映構造對波傳能量的影響。如果不能有效分離  $f_c$  與  $t^*$  對頻譜的效應, 其結果勢必會嚴重影響震源分析的可靠程度(圖 1.1)。

為了解決  $f_c$  與  $t^*$  之間的制衡關係 ( $f_c$ - $t^*$  trade-off), 常見的做法有兩種。其一的策略是使用特定工具來消除其中一個效應, 如振幅雙站法 (Amplitude ratio method) 使用兩個測站消除震源效應 [e.g. Roth et al., 1999; Shito et al., 2004]; 經驗格林函數法 (Empirical Green's function) 使用規模一大一小的震源消除路徑效應 [e.g. Mueller, 1985; Viegas et al., 2010]。雖然特定工具能夠減輕制衡關係的影響, 但受限於參考站或參考震源的位置, 無法探知大規模區域的物理參數變化。其二的做法則是 Stachnik et al. (2004) 利用逆推法計算阿拉斯加地區全部測站頻譜的  $f_c$ , 再將不同測站的  $f_c$  結果取平均, 個別測站的  $t^*$  計算使用平均的  $f_c$ , 然而平均的  $f_c$  是否就代表真實的  $f_c$  亦有爭論。本論文使用 Ko et al. (2012) 提出的群組地震法 (cluster event method, CEM), 調查阿拉斯加地區的  $f_c$  與  $t^*$  之間的制衡關係, 勾勒出阿拉斯加隱沒帶的中深部震源特性並嘗試為中深部震源的破裂機制提供新的觀測證據。

不管是使用特定工具或是逆推法，都需要選擇一個參數優先計算，無法在一次逆推中分離  $f_c$  與  $t^*$ 。為數眾多的科學家們一直為減輕兩者間的制衡關係而努力。近年來，不同的方法陸續推陳出新。如結合逆推法與EGF法的CS-BP法 [Yin *et al.*, 2018] 與考慮震源與測站幾何的CEM法 [Ko *et al.*, 2012]，都為解決  $f_c - t^*$  制衡關係打開新的扉頁。

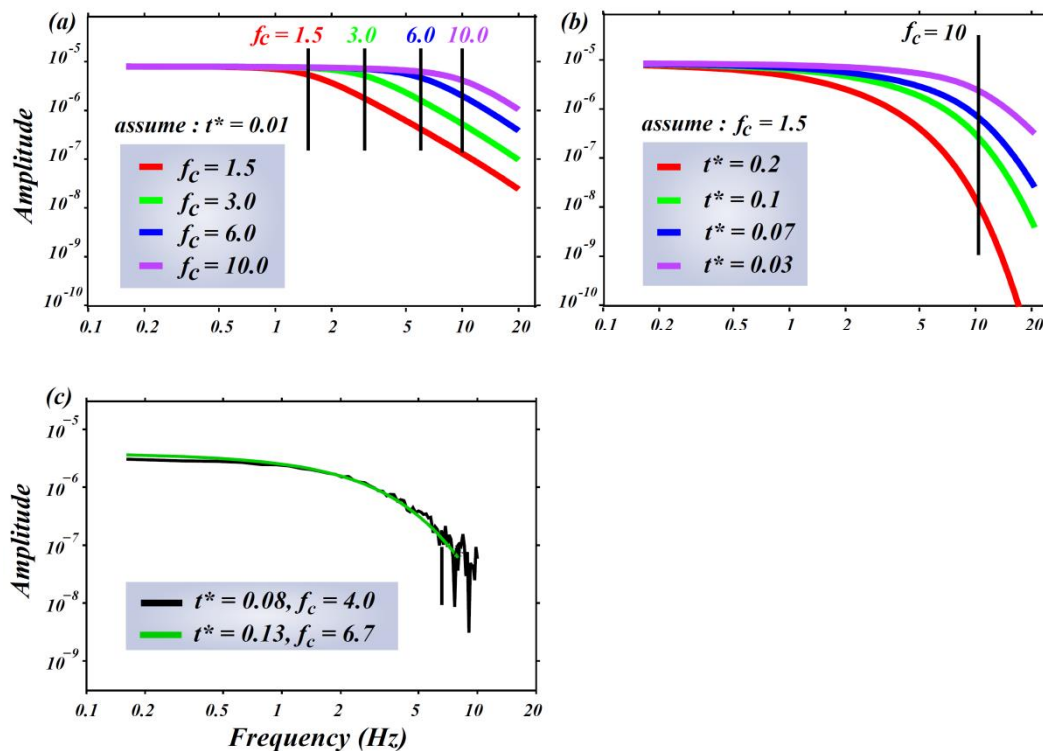


圖 1.1、 $f_c$ - $t^*$  trade off 說明圖。(a)  $f_c$  對頻譜影響說明。 $f_c$  越大對於頻譜衰減貢獻越小，而較大的地震通常具有較小的  $f_c$ 。(b)  $t^*$  對頻譜影響說明。 $t^*$  越大對頻譜衰減貢獻越大。(c)  $f_c$ - $t^*$  組合對頻譜的影響範例。利用 Brune 的震源模型，計算兩種不同的參數組合。在有噪訊的環境下，兩個參數組合的頻譜表現相似，對於震源分析造成極大影響。[圖擷取自 Ko *et al.*, 2012]

### 1.3 阿拉斯加隱沒帶概述

阿拉斯加隱沒帶位於太平洋火環帶北部，太平洋板塊向北隱沒至北美洲板塊之下。隱沒速率與板塊年齡均呈現由西往東遞減的趨勢：阿留申島弧地區每年隱沒約 7 cm，到阿拉斯加大陸地區僅剩每年約 5 cm [Ferris *et al.*, 2003]；板塊年齡從

島嶼地區的 60 Ma 至大陸地區的 20 Ma [Goes *et al.*, 2008]。隱沒的太平洋板塊在大陸地區下方的隱沒厚度約為 45 ~ 55 km [Zhao *et al.*, 1995]。阿拉斯加隱沒系統停止於阿拉斯加灣 (Gulf of Alaska, 圖 1.2)，在深度 < 50 km 時，其隱沒板塊的傾角極低，約為 3~5° [Ferris *et al.*, 2003; Ohta *et al.*, 2006]。平緩的隱沒傾角，造就較低溫的地幔楔 (mantle wedge) 系統，也使得阿拉斯加大陸地區缺少火山弧。依據 Stachnik *et al.* (2004) 的研究，阿拉斯加的地幔楔較其他隱沒帶低約 150°C。

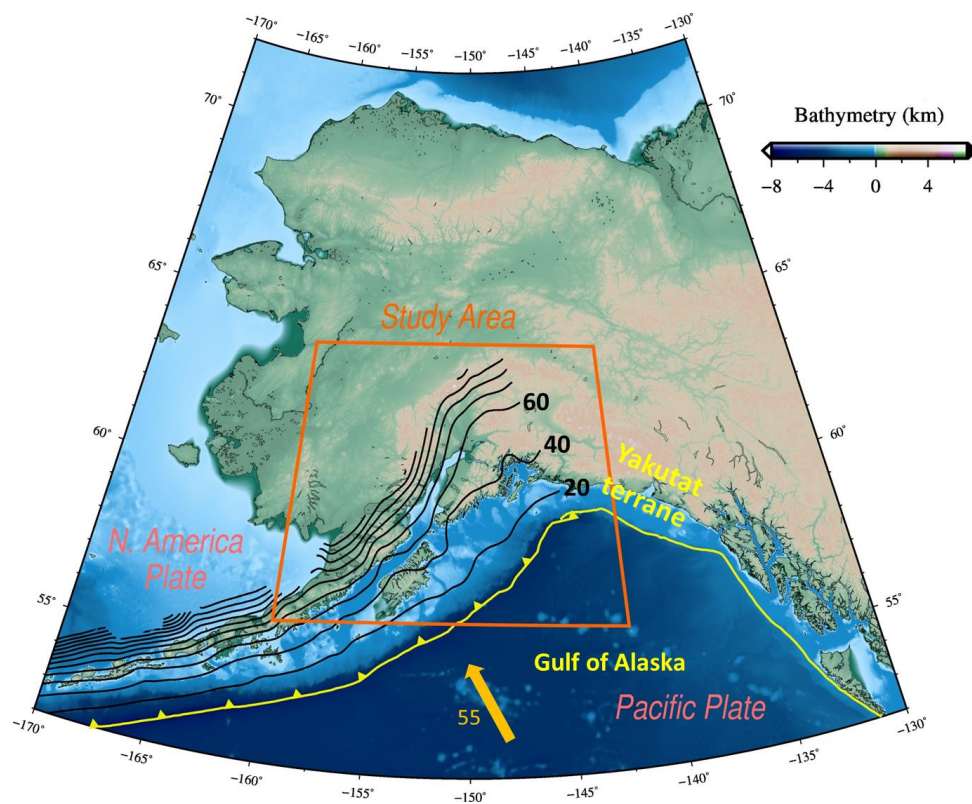


圖 1.2、阿拉斯加區域構造圖。太平洋板塊約以 55 mm/yr 的速率向西北隱沒至北美洲板塊下方 [Ferris *et al.*, 2003]。橘線區域為本論文的研究區域。黃線為板塊邊界，三角形為海溝位置。黑線為阿拉斯加隱沒帶的等深線，間隔為 20 km。(USGS slab 1.0) [Hayes *et al.*, 2012]



## 第二章 研究方法

### 2.1 群組地震法 (Cluster-Event Method, CEM)

群組地震法由 Ko *et al.* (2012) 所提出，以減少逆推自由度的方式減緩  $f_c$  與  $t^*$  之間的制衡關係 (圖 2.1)，其概念為：

- (1) 將位置相鄰的地震視為同一個群組。
- (2) 由於震波傳遞路徑相似，群組內地震傳至同一測站的路徑衰減  $Q$  視為一樣。
- (3) 群組內一個地震只能有一個  $f_c$ 。
- (4) CEM 目前忽略震源方向性 (source directivity) 造成的都卜勒效應。

CEM 建構多重的震源-測站組合能「有效嚴謹地」(robust) 定義群組內共同路徑  $t^*$  與不同震源的  $f_c$ 。單一地震不限制只能在一個群組內，這類同時處在 2 個以上的震源稱為跨群組事件 (cross-over event)。群組組成與同一地震的破裂過程無關，因此代表破裂行為的  $f_c$ ，理論上不會因震源位在不同群組而改變，因此跨群組事件可約束 CEM。

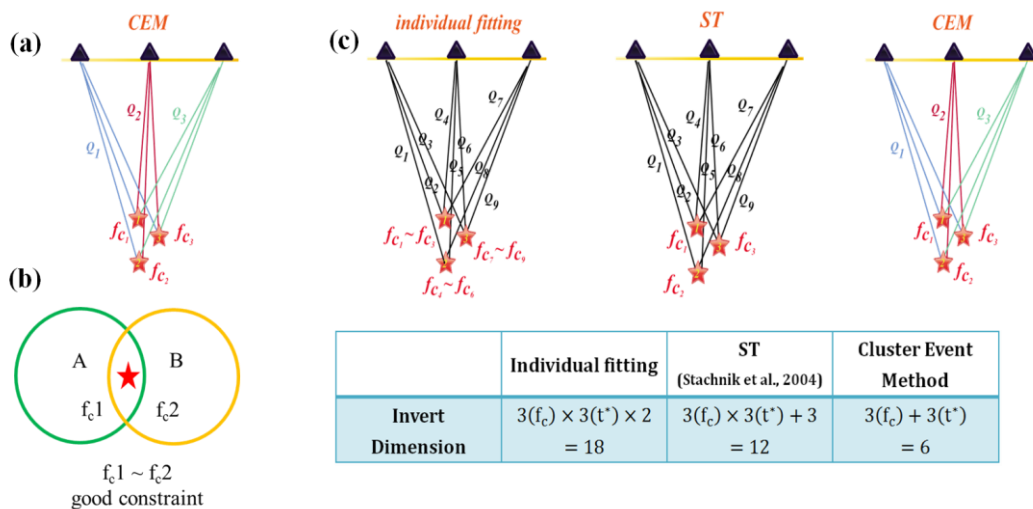


圖 2.1、群組地震法相關描述。(a) 群組地震法說明示意圖。鄰近震源到相同測站共享  $Q$  值，群組內單一地震僅有一個  $f_c$ 。(b) 跨群組事件約束 CEM。紅色星星代表跨群組事件。若在 A、B 兩個個別計算的群組內獲得相似的結果，就可說明結果的嚴謹性。(c) 群組地震法與其他方法在逆推自由度的比較。以群組內有 3 個地震跟 3 個測站為例：CEM 僅有 6 個自由度，避免過度參數化的問題。[圖修改自 Ko *et al.*, 2012]

CEM 立論基礎為波線 (ray) 因路徑相似而取樣 (sample) 相似的地幔，路徑衰減效應可視為相同。群組內多個震源同時約束路徑效應，從而確保能夠嚴謹的定義  $f_c$ 。在此限制下，若研究區域的構造有非常劇烈的變化，CEM 就需特別注意路徑的相似性。以隱沒帶為例 (圖 2.2)：如果震源位置較深 (> 140 km)，地震波到達海溝後方、海洋岩石圈之上的測站時，其波線會大部分通過隱沒板塊。因為板塊構造的複雜性，鄰近的震源位置也無法保證相似的波傳路徑，所以此類測站接收到的波形須謹慎使用，或者乾脆剔除。規模大於 6 的地震由於破裂過程相對複雜，亦不適用 CEM 之假設。

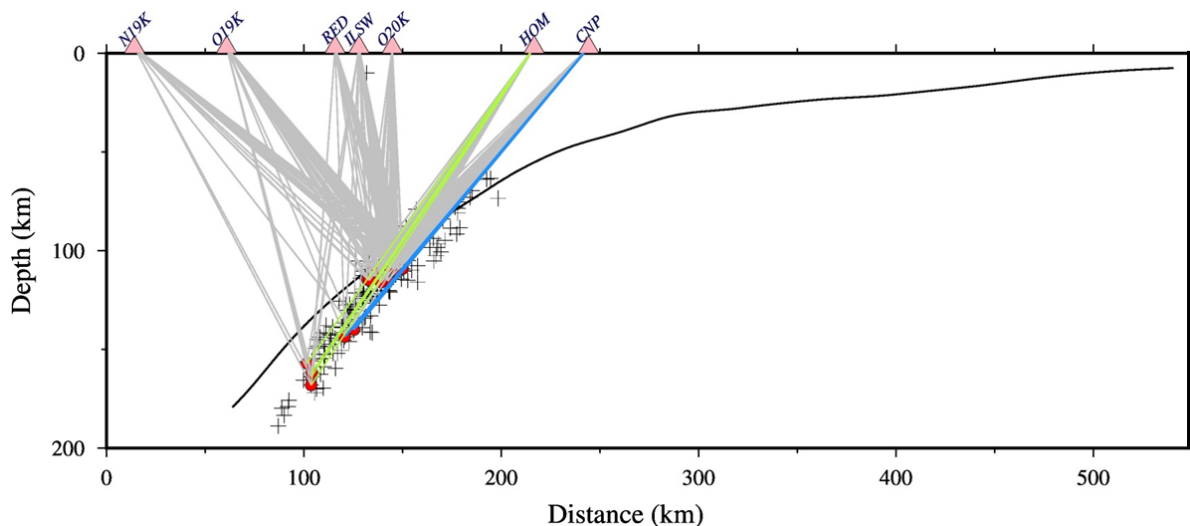


圖 2.2、鄰近震源的波傳路徑示意圖。對於群組內的個別地震來說，綠線及藍線的波傳路徑位在板塊內部，不一定是相似的波傳路徑。這種情況可能會不符合 CEM 的假設，逆推結果就有可能存在極大誤差。紅點為震源位置，三角形為測站，黑線為隱沒板塊 (USGS slab 1.0 [Hayes et al., 2012])，十字為背景地震。

CEM 與傳統方法最大的差異在於，避免考慮先決定震源參數或是路徑衰減的問題，而是以最有效的方式，同時決定波傳介質的衰減效應與地震震源的效應。而在殘差值的分布上，CEM 假設下的模型解落在等值線封閉區間內，保證了模型解的嚴謹性 (圖 2.3)。



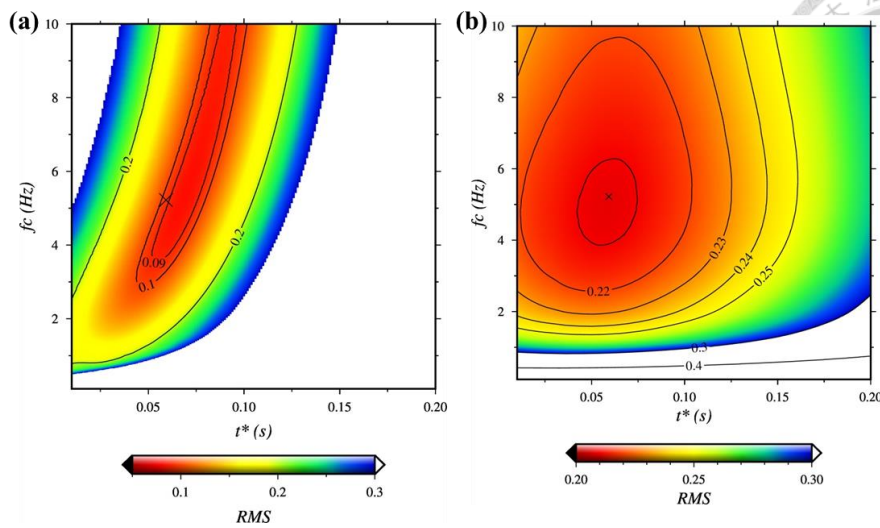


圖 2.3、模型-資料殘差值分布比較。(a) 單一震源-測站對殘差值圖。使用 Individual fitting (IF) 計算出來的結果，可觀察到 RMS 最小的區域呈現一個狹長形的帶狀，並不能很有效的找到一個最佳解。×為 CEM 計算出來的最佳解，並不會在 IF 計算出來最小值的狹長區域內，這是 CEM 綜合考慮所有震源-測站對的結果。(b) 群組震源-測站對殘差值圖。利用 CEM 搭配鄰域演算法計算出來的結果，僅改變其中一組  $f_c$ - $t^*$  pair 得到的結果。×落在一個封閉的區間內，可較嚴謹定義模型。

## 2.2 $f_c$ 、 $t^*$ 與地震波頻譜估計

地震發生後，在地表測站觀測到的波形，可以拆成四個部分：震源、路徑衰減、近地表場址效應與儀器響應 (圖 2.4)。地震儀記錄到的地震時間序列  $A(t)$ ，可以表示為 (式 2-1)：

$$A(t) = S(t) * E(t) * R(t) * I(t) \quad (\text{式 2-1})$$

$A(t)$  為時間域振幅大小， $S(t)$  為震源效應， $E(t)$  為地震波的傳遞路徑效應，也可以想像為波傳介質對震波能量的衰減影響， $R(t)$  為測站附近的場址效應， $I(t)$  為儀器響應，符號 \* 代表捲積 (convolution)。

頻譜分析相較於時間序列分析在數學上有較簡單的處理方式，如式 2-1 在頻率域中的振幅  $A(f)$ ，可寫作 (式 2-2)：

$$A(f) = S(f) \times E(f) \times R(f) \times I(f) \quad (\text{式 2-2})$$

捲積在頻率域中變成乘法，分離各個效應時有明顯的計算優勢。因此，本論文將利用地震波頻譜分析路徑與震源效應。

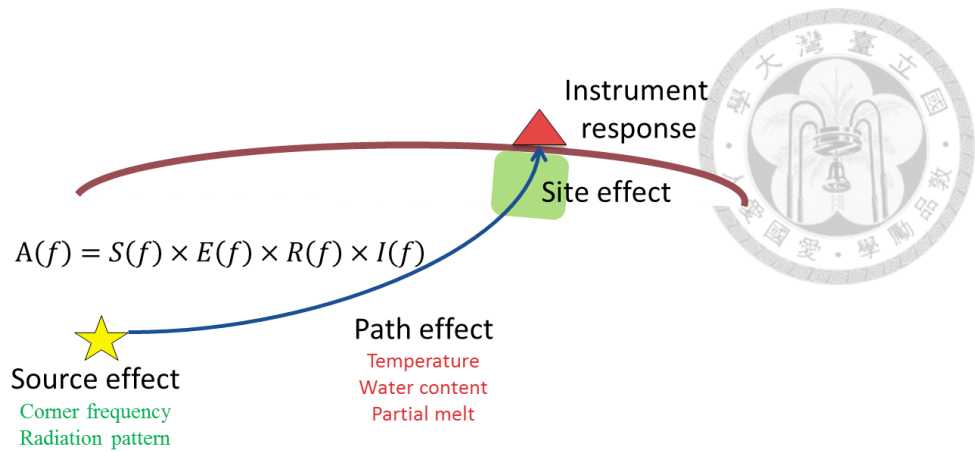


圖 2.4、地震頻譜組成示意圖。[修改自柯彥廷 (2010) 碩士論文]

本論文使用 Brune (1970) 提出的震源振幅頻譜  $\omega^{-2}$  衰減模型 (式 2-3)：

$$S(f) = \frac{M_0}{1 + (\frac{f}{f_c})^2} \quad (\text{式 2-3})$$

$S(f)$  表示震源振幅頻譜， $M_0$  表示地震矩 (seismic moment)， $f_c$  表示拐角頻率。 $f_c$  的物理意義在不同的震源模型有不同的解釋，但均為描述震源本身的破裂性質。在 Haskell 模型中 [Haskell, 1964]，假設斷層面是一個長方形， $f_c$  代表的是上揚時間 (rise time) 與破裂時間 (rupture time) 的效應總合。在 Brune 模型 [Brune, 1970]，斷層面假設為圓形， $f_c$  與圓形斷層面的半徑有關；Beresnev (2002) 指出 Brune 模型的  $f_c$  與斷層最大的破裂速度有關。

Q 值為對地層本質衰減 (intrinsic attenuation) 的描述。Q 值越大，表示地震波在傳遞過程中，受到地層非彈性變形而消散的能量越小。 $E(f)$  表示波傳介質對地震波能量的衰減貢獻 (式 2-4)， $t^*$  反映介質的衰減特性，是沿路徑積分的結果 (式 2-5)：

$$E(f) = e^{-\pi f t^*} \quad (\text{式 2-4})$$

$$t^* = \int_{\text{source}}^{\text{receiver}} \frac{dr}{Q(r)} \quad (\text{式 2-5})$$

$\tau$  為沿著波傳方向 (r) 以震波速度 c 傳遞距離 x 的時間。如果 Q 為常數，則  $\tau$  可以積分為走時 T。從  $e^{-\pi f t^*}$  的描述中，可知在  $t^*$  相同的情況下，頻率  $f$  越大，能量衰減越多。



結合式 2-3 與式 2-4，測站接收到的地震波頻譜可以表示為式 2-6 [Anderson and Hough, 1984]：

$$A(f) = \frac{CM_0 e^{-\pi f t^*}}{1 + (\frac{f}{f_c})^2}, \quad \Omega_0 = CM_0, \quad C = \frac{cU\phi\theta}{4\pi\rho R V_p^3}, \quad (\text{式 2-6})$$

其中  $\frac{M_0}{1 + (\frac{f}{f_c})^2}$  描述震源效應， $e^{-\pi f t^*}$  代表路徑衰減效應，而  $C$  包含與頻率無關的因素，如幾何擴散、P 波速度等， $\Omega_0$  則是震波位移振幅頻譜的低頻部分 (圖 2.5)。式 2-6 中的  $\Omega_0$ 、 $t^*$ 、 $f_c$  為本論文的模型參數。

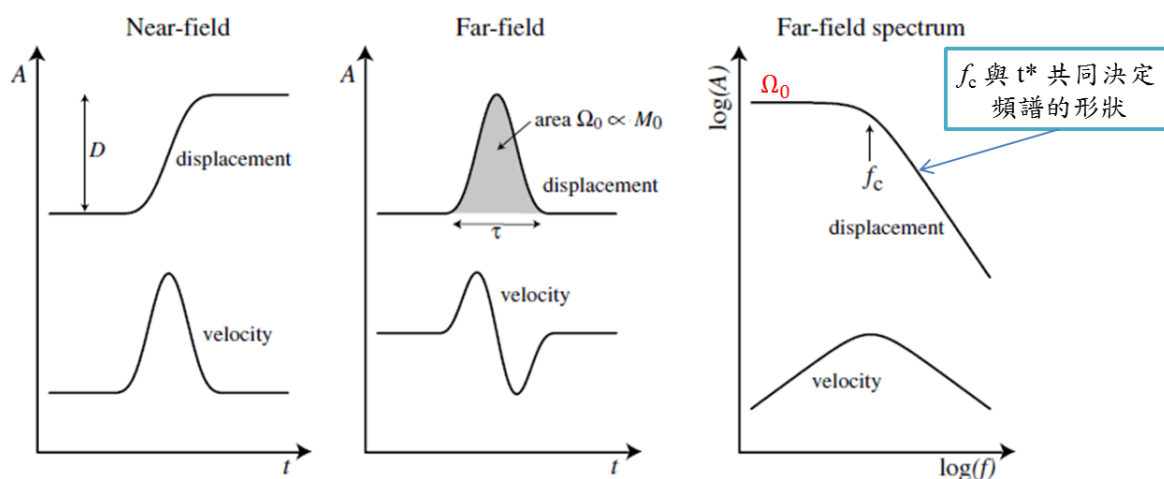


圖 2.5、 $f_c$ 、 $t^*$ 、 $\Omega_0$  與頻譜的關係。斷層錯動之後，若地表有永久位移，位移時間序列會顯示一個躍升，躍升的幅度與滑移量  $D$  有關，此種波形稱為近場 (near-field)。距離稍遠的測站，地表不會有永久位移，稱為遠場 (far-field)。遠場頻譜的低頻值 ( $\Omega_0$ ) 與地震矩有關， $f_c$  與  $t^*$  則共同決定遠場頻譜的形狀。[修改自 Shearer, P. M. (2009). *Introduction to seismology*.]

一般來說，頻譜分析多是使用快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform, FFT) 的方式，將地震時間序列轉換成頻率域的訊號，轉換基底為正交的正弦函數與餘弦函數。頻譜計算由於有限帶寬與計算設備的限制，無法達到傅立葉轉換的無限高頻要求，在此情形下，頻譜會發生洩漏 (leakage) 的現象。頻譜洩漏導致計算出來的頻譜有劇烈的震盪，增加分析的困難。本論文利用多重視窗頻譜法 (Multi-taper spectrum estimation [Thomson, 1982; Prieto et al., 2007])，使用一系列的離散橢球正交窗函數 (Slepian sequences taper)，對同一段時間序列給予不同的權重，盡量降低

頻譜洩漏的情形，使得分析的頻譜變得較為平滑（圖 2.6）。本論文分析資料為原始波形經由 Multi-taper 法計算而得出的振幅頻譜。（參閱附錄 B）

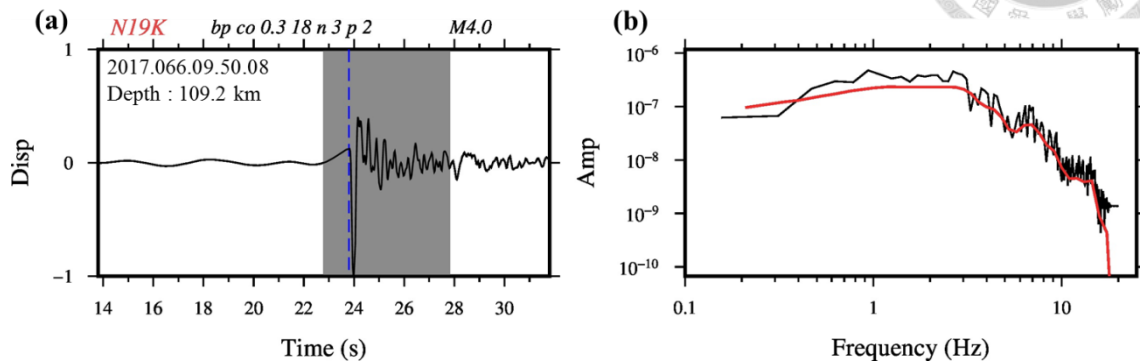


圖 2.6、地震波形、頻譜展示圖。(a) 地震波形圖。藍色虛線為 P 波到時，灰底部分為 P 波到時前 1 s 至 P 波到時後 4 s，定為訊號的 5 s 時間窗。(b) 訊號頻譜。黑色線為 FFT 的計算結果，紅色線為 Multi-taper 法計算出來的結果。從結果來說，紅線較黑線平滑。

### 2.3 鄰域演算法 (Neighborhood Algorithm, NA)

NA 的模型參數空間由 CEM 假設下的震源數與測站數之個數總和決定。每一個參數 ( $f_c$  或是  $t^*$ ) 都代表參數空間內的一個基底。以單一震源-測站對 ( $f_c$ - $t^*$  pair) 舉例，即展開一個 2 維的參數空間。這個 2 維平面上的任一點都可能是這個震源-測站對的模型解。若使用格點搜尋法 (grid search)，土法煉鋼地計算每個模型點與資料之間的殘差值 (misfit)，不僅整體計算速度緩慢，還會消耗大量資源。

為了解決此種計算效率不彰的難題，*Sambrige (1999a,b)* 提出一種優化的演算法，利用隨機均勻分布在參數空間內的少數模型點，先計算其與資料的殘差值，再利用兩兩模型點中垂線切割參數空間，將每個切割出來的區域 (voronoi cell) 內的殘差值由已經取樣的模型點代表 (圖 2.7)。這樣就可以大略知道整個參數空間內的殘差值變化。藉由分辨殘差值的大小，在殘差值小的區域給予更多的採樣點，以減少無效率的計算。此種先求得參數空間大略殘差值分布 (misfit surface)，再給予不同數量採樣點的作法，便稱為鄰域演算法 (參閱附錄 A)。格點搜尋法依然可以得到相似的結果，只是計算效率較差。

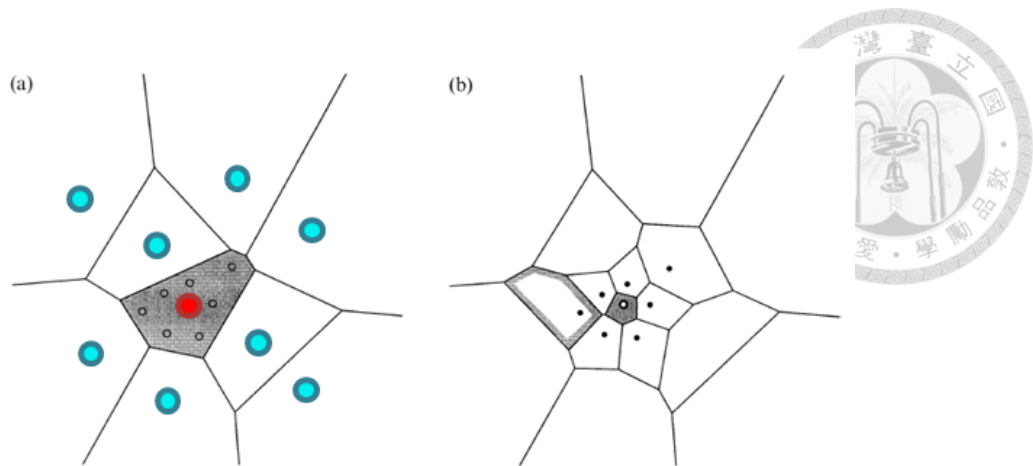


圖 2.7、鄰域演算法示意圖。(a)藍色點及紅色點為已採樣的模型點，參數空間被切割為不同大小的區域 (voronoi cell)。灰色區域內的所有模型殘差值由紅點代表。藉此勾勒出參數空間大略的殘差分布。(b) 圖(a)中的灰色區域生成 7 個新模型，並重新切割整個參數空間。由此找出最符合資料的模型解。[修改自 *Sambridge, 1999a*]

NA 做為一個有效率的全域搜尋演算法 (圖 2.8)，僅有 2 個控制參數： $nr$  (每次迭代較小殘差值的  $nr$  個區域) 以及  $ns$  (每次迭代總共要新取樣  $ns$  個點)。每次迭代生成新取樣點時，將新取樣點分布在殘差值較小的  $nr$  個區域，避免最佳解被局限在區域最小值 (local minimum) 內。藉由  $nr$  與  $ns$  的互相搭配，即可有效率的在廣大的參數空間內找出最符合資料的解。

本論文中，使用  $nr = 100$ 、 $ns = 500$  與迭代次數 50 次。NA 的操作步驟如下：

- (1) 在參數空間內隨機給予 1000 個初始模型，將參數空間切割成 1000 個區域。  
計算初始模型與資料之間的殘差值。
- (2) 在殘差值最小的 100 個區域內，平均分配 500 個新模型，即每個區域需要隨機取樣 50 個新模型點。
- (3) 將整個參數空間內重新切割成  $1000+500 \times (\text{目前迭代次數})$  個區域。
- (4) 回到步驟 (2)，直到結果收斂或是迭代次數結束。(圖 2.9)

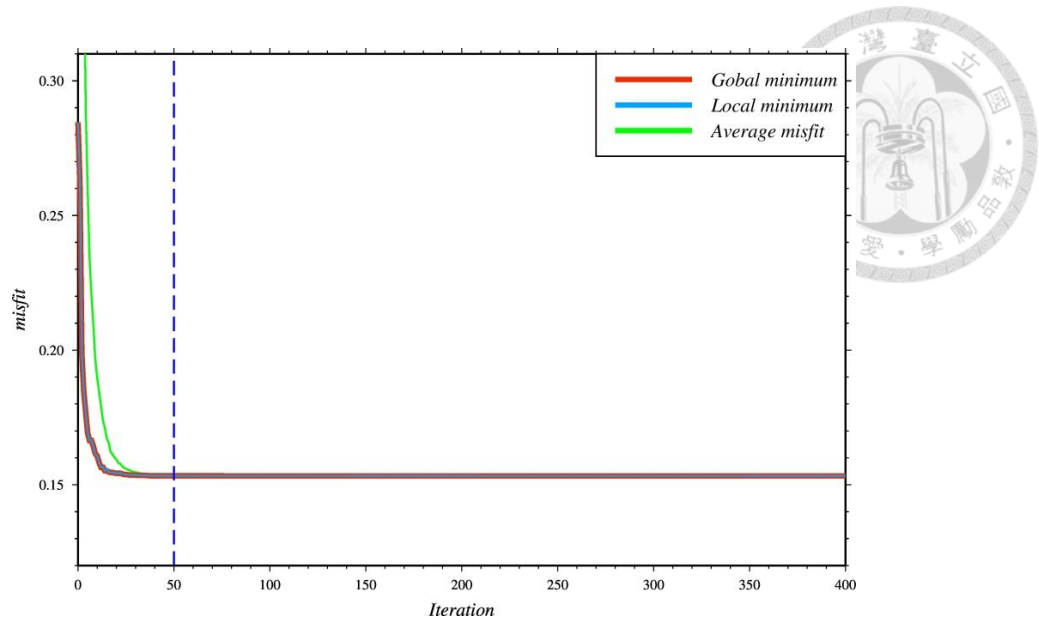


圖 2.8、NA 迭代與殘差值的關係。此群組共有 4 個測站與 4 個震源，參數空間維度為 8。在迭代 20 次後，殘差值基本上呈現穩定狀態，顯示 NA 的效率。為了確保不同維度也可以達到收斂的情形，本論文將迭代次數定為 50 次。紅線為全區殘差最小值，淺藍線則為每次迭代中模型的殘差最小值，若比目前全區最小值小，則會取代成為全區最小值。綠線為每次迭代新產生模型的殘差值平均，若趨於一定值，代表 ns 個點均生成在相似的位置，即收斂之意。

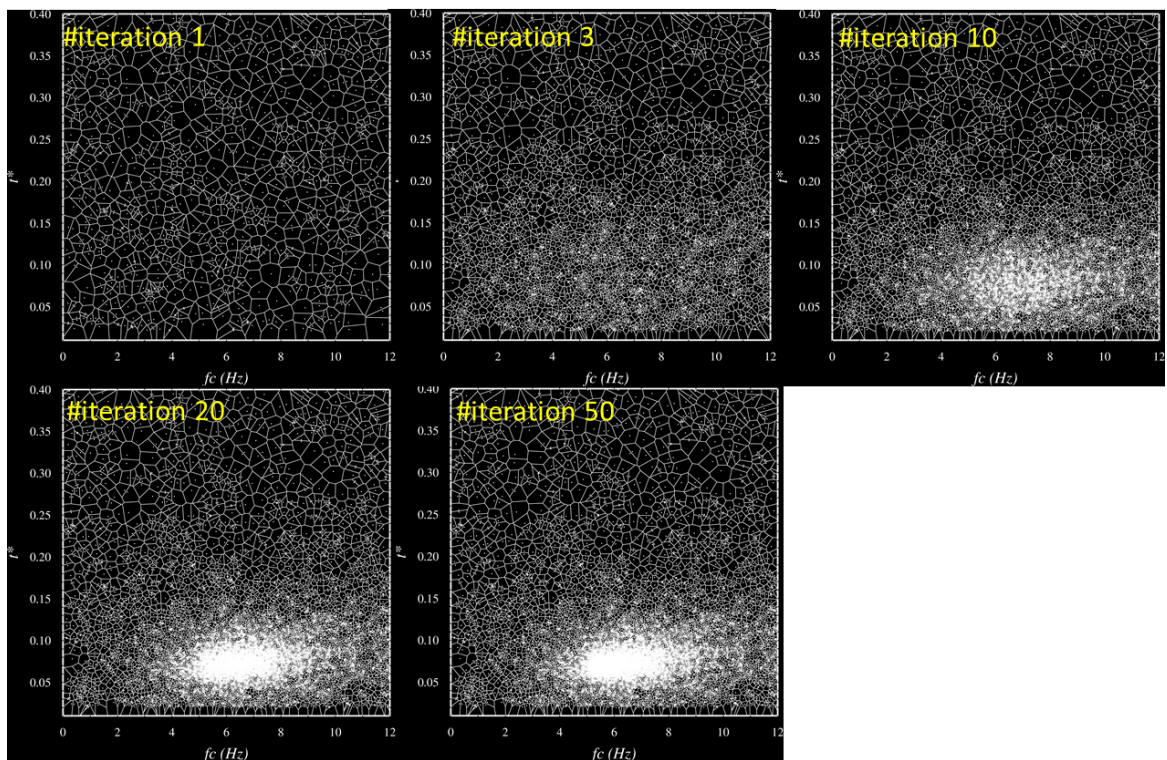


圖 2.9、NA 的收斂情形。第一次迭代時採用隨機均勻採樣。第二次迭代後，進行 NA 的計算流程，隨著迭代次數增加，模型解逐漸收斂在一個區域內。

### 第三章 資料處理與分析



#### 3.1 資料來源

本論文資料來自阿拉斯加地區數個地震觀測網，可在 IRIS (Incorporated Research Institutions for Seismology) 資料中心下載取得 ([http://ds.iris.edu/wilber3/find\\_event](http://ds.iris.edu/wilber3/find_event))。主要的觀測網如下：Alaska Regional Network, (IRIS 代碼: AK)、Alaska Volcano Observatory (AV)、USArray Transportable Array (TA) 與 National Tsunami Warning Center Alaska Seismic Network (AT) (圖 3.1)。

本論文中的測站取樣率 (sampling rate) 有 2 種：40 Hz 與 50 Hz。Nyquist frequency 為 20 Hz 與 25 Hz。本論文統一設定模型頻譜擬合的最高頻為 20 Hz 的 0.8 倍 [Ko et al., 2012]，即 16 Hz。

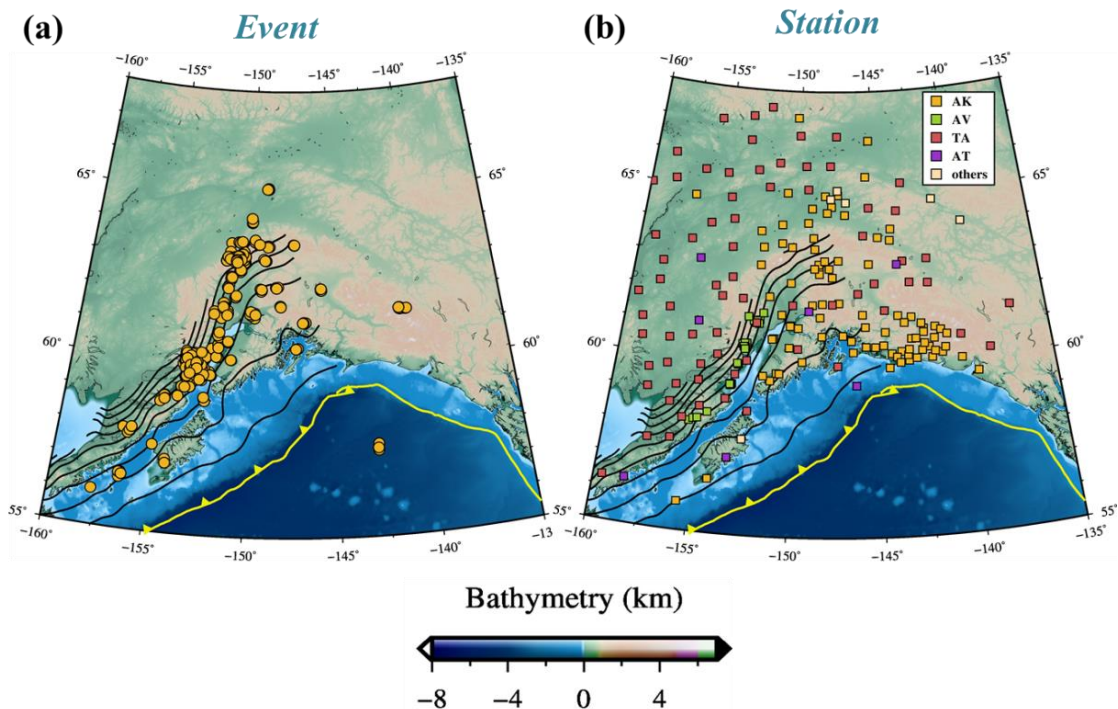


圖 3.1、本研究區域 (a) 地震 及 (b) 測站分布圖。黃點代表震央位置，方塊代表測站位置，其他圖示同 圖 1.2。



## 3.2 資料處理流程

本論文對地震波的振幅頻譜進行分析。其步驟可統整為：

- (1) 將地震時間序列（垂直分量），去除儀器響應後得到位移，並尋找 P 波到時。
- (2) 定義訊號、雜訊時間窗；檢視是否通過篩選條件。
- (3) 通過篩選條件的波形，利用 Multi-taper 法計算頻譜，並進行人工篩選。
- (4) 組成群組。
- (5) 藉由 CEM-NA，尋找出最符合資料的模型解。

接下來將針對步驟 (1) 至步驟 (3) 說明 (圖 3.2)。

### 3.2.1 資料前處理-P 波到時

本論文利用 IRIS 提供的 wilber 3 平台，進行初步地震搜尋。以 IRIS 發布的地震時間為基準，下載發震時間前 2 分鐘至後 5 分鐘，總計 7 分鐘的地震資料。本論文地震資料的經緯度介於  $56^{\circ}\text{N} \sim 66^{\circ}\text{N}$  與  $142^{\circ}\text{W} \sim 160^{\circ}\text{W}$ ，選用時間為 2012 年 1 月至 2017 年 9 月，地震規模介於 3 ~ 6，震源深度不限 (圖 3.1)。

首先將原始波形垂直分量 (Z 分量) 的平均振幅值 (mean) 與線性趨勢 (linear trend) 移除，並且將波形兩端各 5% 的部分給予尖減函數 (taper)。原始資料去掉儀器響應後變成位移，並加入抗混疊濾波器 (Anti-aliasing filter, SAC code : freq 0.05 0.1 18 20)。位移經微分成速度，帶通濾波 2 ~ 8 Hz。本論文利用 Akaike information criterion 值 (簡稱為 AIC, 式 3-1, [St-Onge, 2011]) 自動挑出在速度時間序列的 P 波到時，並輔以人工檢視確認。最後將 P 波到時記錄至位移資料中。

$$\text{AIC}(k) = k \times \log(\text{var}(y(1:k))) + (n - k - 1) \times (\log(\text{var}(y(k+1:n)))) \quad (\text{式 3-1})$$

k 會在 1 (起始點)與 n (總點數)之間，log 以 10 為基底， $\text{var}(y(1:k))$ 表示第一點到第 k 點振幅值的變異數。取 AIC 最大值前的最小值即為 P 波到時 (圖 3.3)。



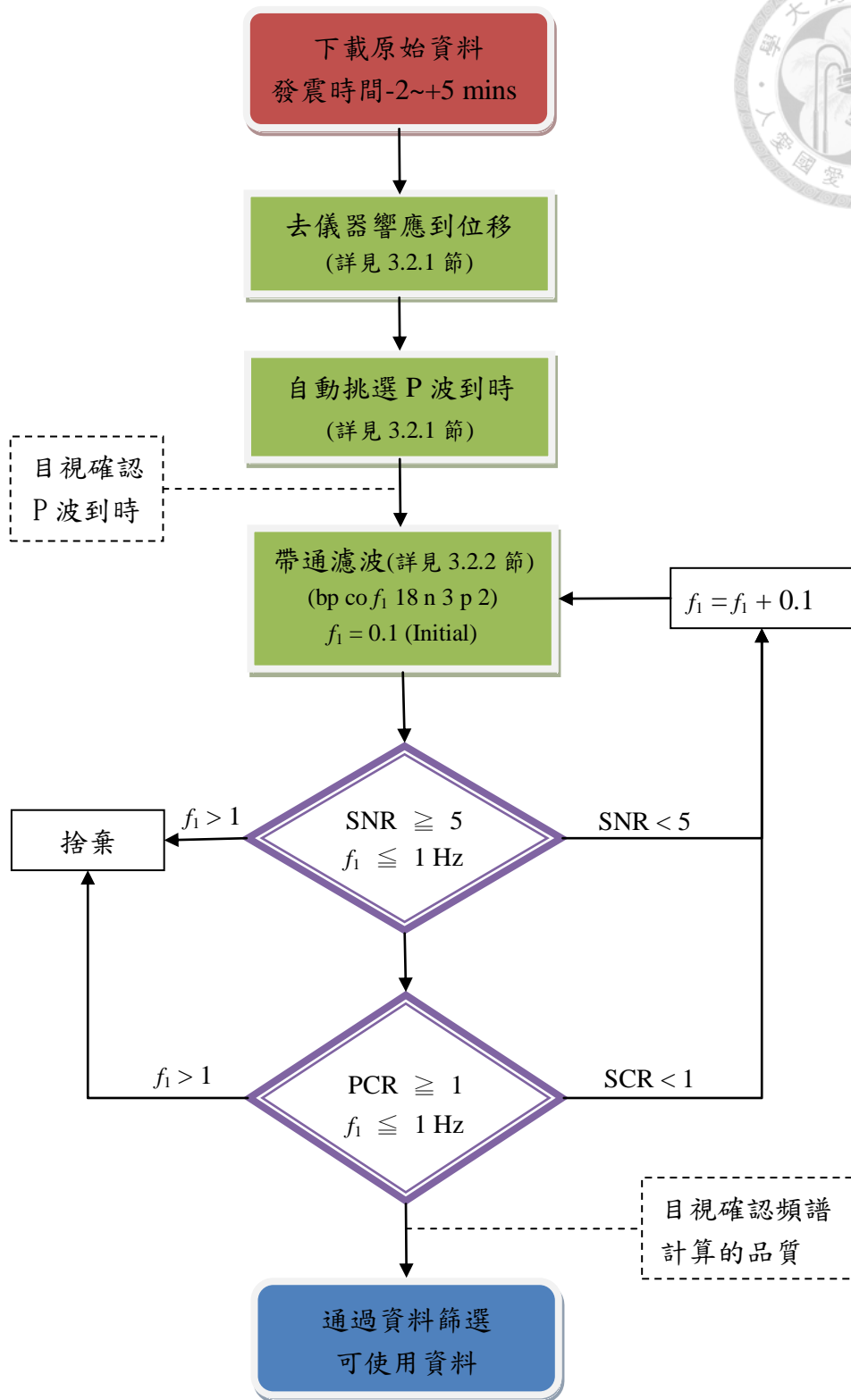


圖 3.2、資料前處理與資料篩選流程圖。

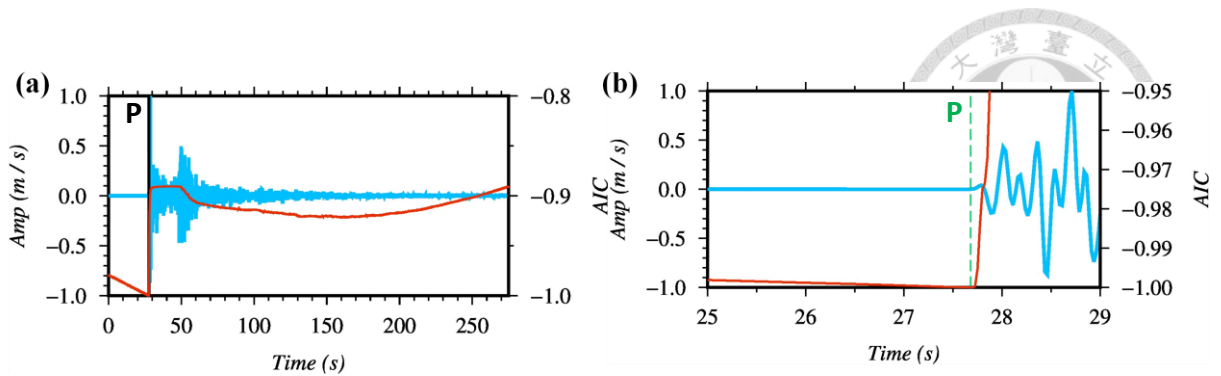


圖 3.3、利用 AIC 自動挑 P 波到時的說明。(a) 應用 AIC 法之範例。藍線為波形，紅線是 AIC 值，黑線則為 P 波到時。紅藍線均將最大值定為 1。(b) P 波到時前後各 2 s 的波形與 AIC 值，綠線為 P 波到時。

### 3.2.2 資料篩選標準- SNR、PCR

為了盡量降低構造對頻譜的影響，獨立顯著的 P 波是本研究的重要條件。因此，本論文在時間域中設定兩個條件：SNR (Signal Noise Ratio) 與 PCR (P-Coda Ratio)。原始資料經過 3.2.1 節挑出 P 波到時後，將位移時間序列進行  $f_1 \sim 18$  Hz 帶通濾波，初始  $f_1$  值定為 0.1 Hz。將 P 波到時前 1 s (以下簡稱 P-1 s) 到 P + 4 s 定為 5 s 的訊號時間窗，雜訊時間窗定在 P - 7 到 P - 2 s (圖 3.4a)。

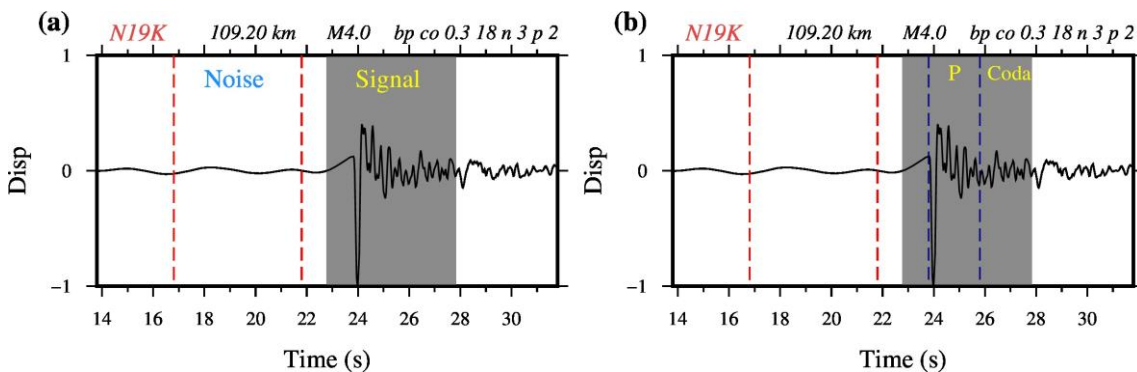


圖 3.4、波形展示圖。(a)SNR 訊號及噪訊位置圖。灰底部分為訊號，取 P - 1~P + 4 的 5 s 時間窗。紅線圍成的區域為背景雜訊，取 P - 7~P - 2 的 5 s 時間窗。(b) P 波及尾波位置圖。取 P ~ P + 2 的時間窗為 P 波，P + 2 ~ P + 4 為尾波。

本論文計算兩個時間窗的振幅方均根比值 (RMS) (式 3-2 與式 3-3)，定為 SNR (式 3-4)。

$$\text{RMS}_{\text{signal}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{i,\text{signal}})^2}{n}}, \text{ P - 1} \sim \text{P} + 4 \text{ s} \quad (\text{式 3-2})$$



$$\text{RMS}_{\text{noise}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{i,\text{noise}})^2}{n}}, P - 7 \sim P - 2 \text{ s} \quad (\text{式 3-3})$$

$$\text{SNR} = \frac{\text{RMS}_{\text{signal}}}{\text{RMS}_{\text{noise}}} \quad (\text{式 3-4})$$

$y_i$  代表位移振幅值。若  $\text{SNR} > 5$ ，即進入 PCR 計算；若  $\text{SNR} < 5$ ，則將  $f_1$  值加 0.1 ( $f_1 = 0.1 \rightarrow f_1 = 0.2$ )，再進行 SNR 計算，直到  $\text{SNR} \geq 5$  (圖 3.5)。當  $f_1 > 1 \text{ Hz}$  時，若 SNR 仍  $< 5$ ，則該資料捨棄。

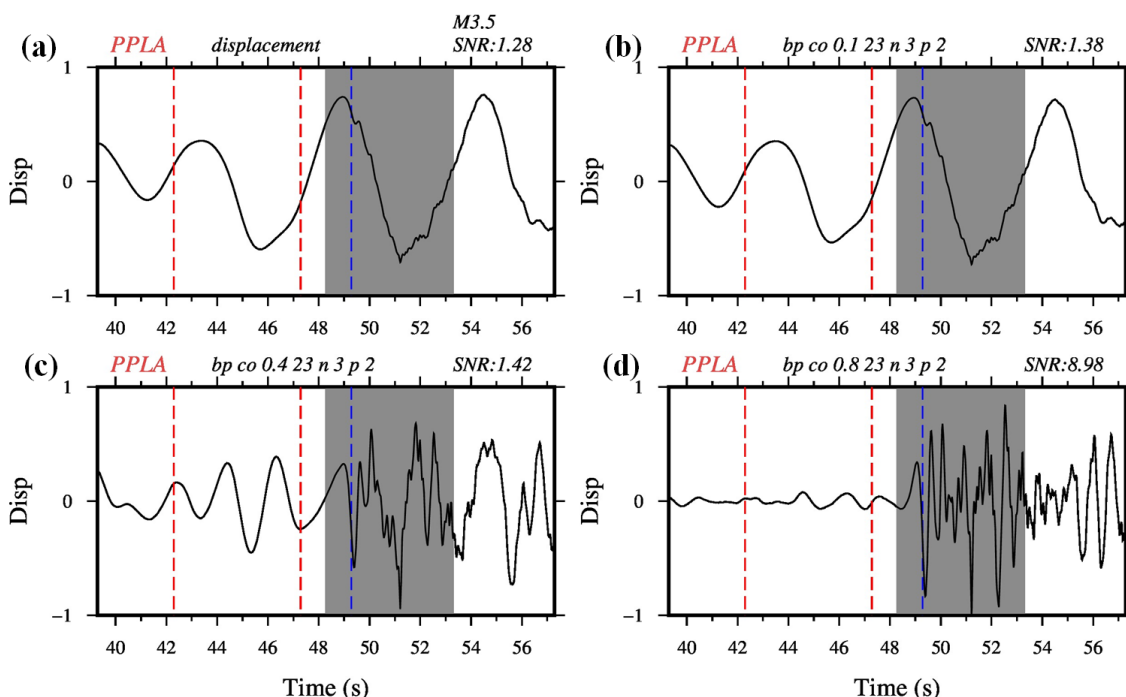


圖 3.5、不同濾波頻段對 SNR 的影響。(a)位移波形。(b)(c)(d) 為  $f_1$  遞增的濾波效果對 SNR 的影響。bp co  $f_1$  23 n 3 p 2 為使用 3 階的 butterworth 濾波器，進行零相位帶通濾波  $f_1 \sim 23 \text{ Hz}$ 。SNR  $> 5$  的資料通過篩選。

以上步驟是在噪聲背景中找到顯著 P 波，但並未考慮 P 波後方的尾波 (coda)。訊號與尾波的振幅比會直接影響 P 波頻譜，因此本論文依照 SNR 的做法，定義  $P \sim P + 2 \text{ s}$  為 P 波時間窗； $P + 2 \sim P + 4 \text{ s}$  為 Coda 時間窗 (圖 3.4b)，計算兩個時間窗的振幅方均根比值 (式 3-5 與式 3-6)，定為 PCR (式 3-7)。

$$\text{RMS}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{i,p})^2}{n}}, P \sim P + 2 \text{ s} \quad (\text{式 3-5})$$

$$\text{RMS}_{\text{coda}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{i,\text{coda}})^2}{n}}, P + 2 \sim P + 4 \text{ s} \quad (\text{式 3-6})$$



$$PCR = \frac{RMS_p}{RMS_{coda}} \quad (式 3-7)$$

若  $PCR \geq 1$ ，則通過 PCR 標準。若無，則回到 SNR 計算，將  $f_1 + 0.1$  直到同時通過 SNR 與 PCR 標準 (圖 3.6)。如此篩選過的波形才會進行下一步的 Multi-taper 頻譜計算。最後頻譜經過人工檢視 (圖 3.7)，才會成為可使用的資料。

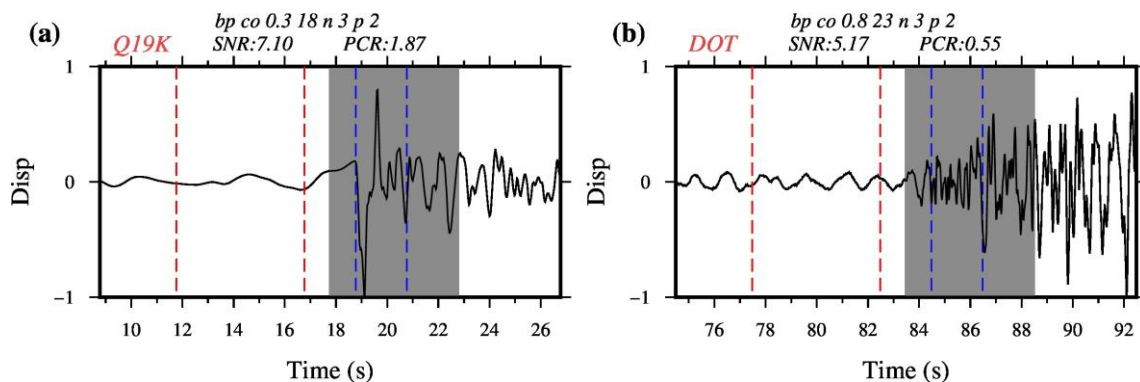


圖 3.6、利用 SNR 與 PCR 篩選波形的例子。(a)(b) 為同一震源，不同測站的記錄。(a)與(b)同時通過 SNR 標準(7.10 與 5.17)但(b)未通過 PCR 標準 (0.55)，因此(b)波形被淘汰。

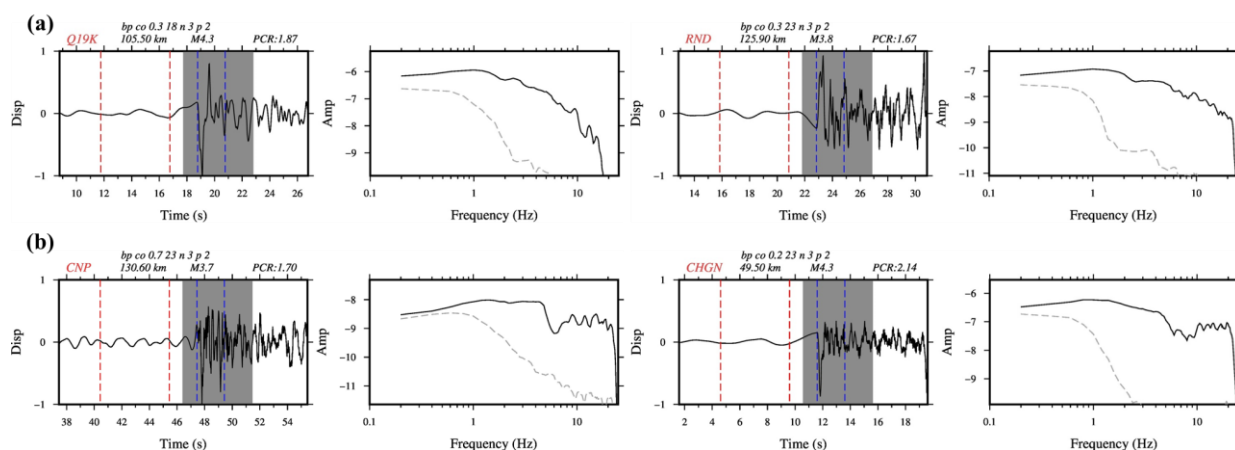


圖 3.7、頻譜目視篩選例子。(a) 好的頻譜例子，頻譜大致呈現  $\omega^{-2}$  衰減。(b) 地震波可能在板塊內部反彈多次導致頻譜高頻不呈現  $\omega^{-2}$  衰減。

### 3.3 地震群組組成

對每個目標地震來說，群組半徑越小，越能保證路徑的相似性，但相對的，

在群組內的地震就會越少。對於 CEM 來說，群組半徑與群組內震源密度形成制衡關係 (trade-off)。本節說明 CEM 的群組組成與篩選條件。

通過篩選的資料，才會組成群組。本論文不限定一個震源僅能存在一個群組內。首先選定某個震源當做群組的中心地震，計算震源與測站之間的最小直線距離  $R$ ，以中心地震為球心，取  $r = 0.05 \times R$ ，且  $r \leq 30 \text{ km}$ ，形成一個以  $r$  為半徑的球體，球體內的震源視為一個群組 (圖 3.8)。

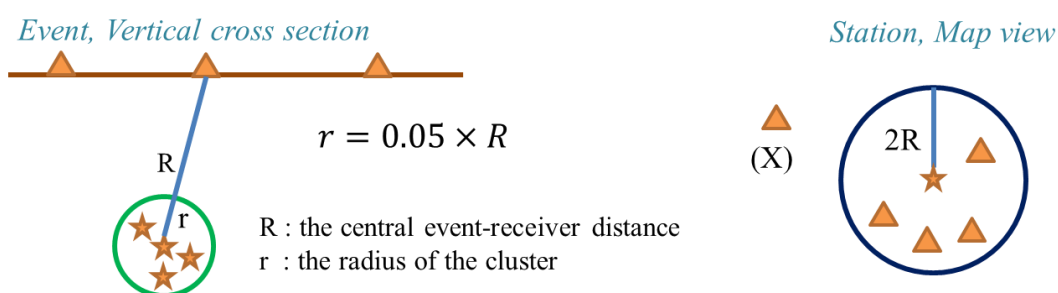


圖 3.8、距離篩選示意圖。左圖描述群組震源的形成，球體以  $r$  為半徑，球體內的震源視為一個群組。右圖描述震央與測站的距離篩選，圓形以  $2R$  為半徑，圓形外的測站不使用[以(X)表示]。星星為震源或震央，三角形為測站。

本論文希望地震波傳路徑不要太長以免帶入過多的構造資訊，因此以中心震央為圓心， $2R$  當作半徑， $2R$  最大值為 550 km (震央距  $5^\circ$ )，若測站與中心震央的距離  $> 2R$ ，則該測站不被使用。最終若一個群組內震源數或測站數不足 3 的話，則該群組不被接受。

假設已經有一組 3 個地震的基本群組，我們會進一步檢視這 3 個震源是否同時被 3 個測站接收到，若無，則該群組捨棄；若有，則再加入 1 個震源，重複檢視是否被同時 3 個以上測站接收到 (圖 3.9)。換句話說，地震與測站的數目不能差異太多。這樣做的好處是群組內地震與測站處於「填滿」的狀態： $N$  個震源完全擁有相同的測站，而每個測站也擁有相同的震源，這個步驟增加逆推的嚴謹性。但是缺點是在群組的組成上面不夠靈活，容易侷限在幾個震源密集出現的地區。

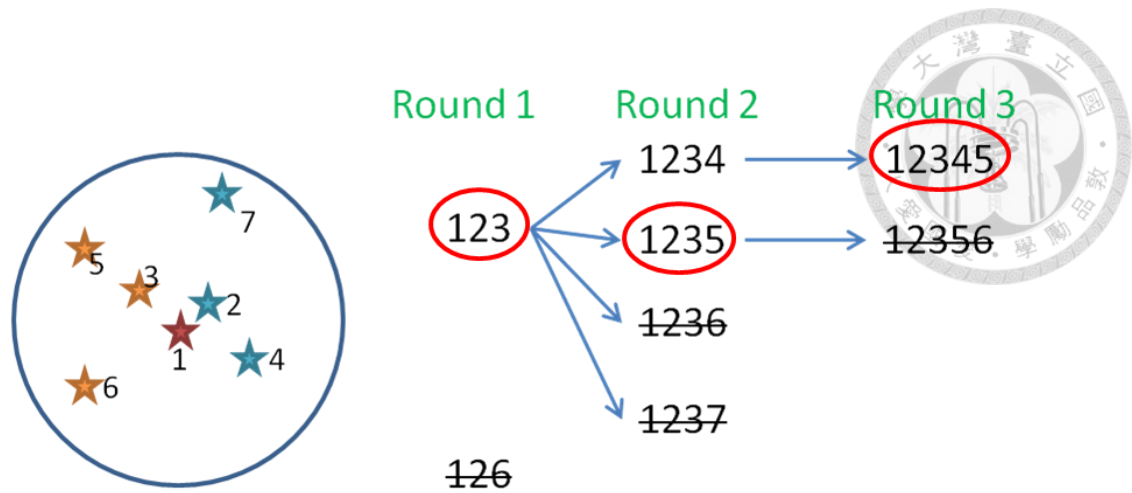


圖 3.9、本論文群組組成說明。左圖為群組示意圖，震源 1 為中心地震，其他震源依距離中心地震之遠近給予編號。右邊標示 Round 1 表示第一階段組成群組：以 3 個震源為基準，測試是否有 3 個以上相同的測站。126，表示 126 這 3 個震源組合沒有相同的 3 個測站。Round 2 將通過 Round 1 的震源組合加入一個震源做檢視，若有相同的 3 個測站以上，就會進到 Round 3；若無，則接受 Round 1 的群組組成結果。舉例來說，圖中的 12356 表示沒有共同的 3 個以上測站，故接受 1235 的群組組合。右邊標示僅列出部分組合做為展示之用。紅色圈代表群組成立。

### 3.4 CEM-NA 的殘差值計算

在進行 CEM-NA 逆推時，頻譜擬合的殘差值 (misfit) 是在對數軸上做計算。若依照一般的點數分布計算，在 10 Hz 後的點密度會遠大於 10 Hz 之前，殘差值將主導於高頻的點數。為了避免此現象，本論文頻譜在對數軸上重新採樣 (圖 3.10)，確保低頻與高頻對於殘差值的貢獻是一致的。

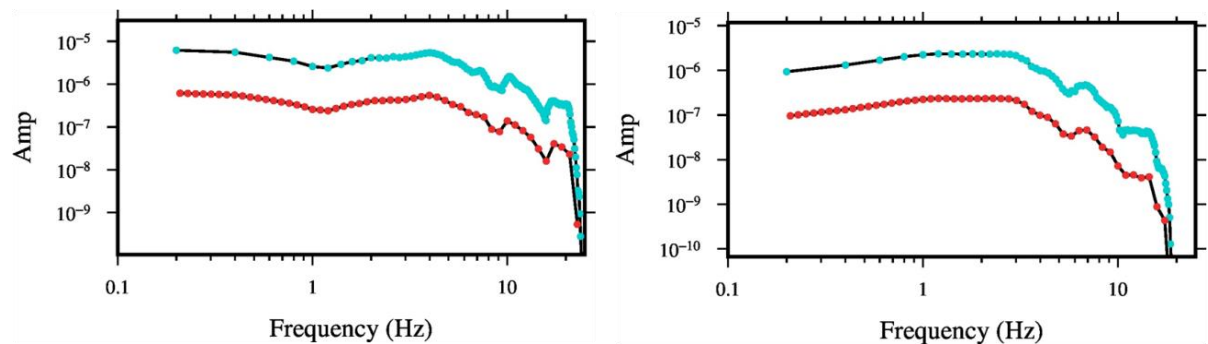


圖 3.10、對數軸均勻採樣說明，舉出 2 個測站頻譜做為範例。藍點為 Multi-taper 計算出來的頻譜，紅點為均勻採樣之後的頻譜。為了看出差異，藍點振幅值為紅點的 10 倍。



CEM-NA 逆推過程中，本論文將模型擬合最高頻設定為 16 Hz，故將  $f_c$  的 NA 搜尋範圍定在 0.1-12 Hz 之間，即限制  $f_c$  的擬合時不能超過 12 Hz； $t^*$  的搜尋範圍定在 0.001-0.4 s [Ko et al., 2012]。

假設有 3 個震源形成群組並有 4 個測站，其模型參數空間維度即為 7。即 NA 產生每一個模型點 X 裡面會有 7 個參數， $X = [f_{c,1} \ f_{c,2} \ f_{c,3} \ t_1^* \ t_2^* \ t_3^* \ t_4^*]$ 。  $F_{kj}$  代表第 k 個震源-第 j 個測站模型與資料之間的殘差值。 $F_{kj}$  是  $f_c$ 、 $t^*$  與  $\Omega_0$  的函數 (式 3-8)，3 個參數會在 CEM-NA 的過程中一起決定：

$$F(f_c, t^*, \Omega_0)_{kj} = \min\left(\frac{\sum_{i=1}^M \omega_i \times \left\| \frac{\Omega_0 e^{-\pi f_i t_j^*}}{1 + \left(\frac{f_i}{f_{c,k}}\right)^2} d_{kj,i} \right\|_2}{\sum_{i=1}^M \omega_i}\right) \quad (\text{式 3-8})$$

$\omega_i$  表示第 i 個點的權重，由訊號與噪訊的振幅頻譜比值 ( $\delta_i$ ) 決定 (式 3-9 與圖 3-11)， $d_{kj,i}$  則為振幅頻譜第 i 個點的值， $\| \cdot \|_2$  代表  $L_2$ -norm。

$$\begin{aligned} \delta_i &= |\log_{10}(f_{i,\text{signal}}) - \log_{10}(f_{i,\text{noise}})| \\ \omega_i &= 0 \quad \delta_i < 0.5 \approx \log_{10}(3) \\ \omega_i &= 2\delta_i \quad 0.5 \leq \delta_i \leq 2 \\ \omega_i &= 4 \quad \delta_i > 2 \end{aligned} \quad (\text{式 3-9})$$

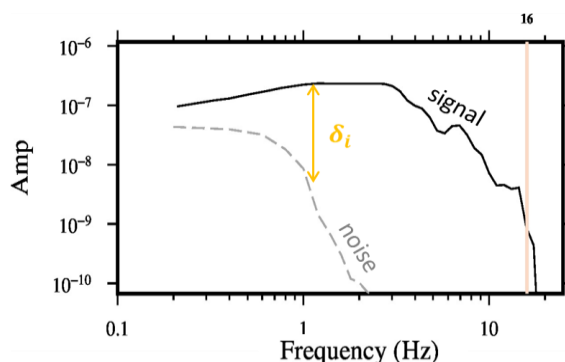


圖 3.11、權重說明。本論文使用訊號頻譜與雜訊頻譜在對數軸上的差值  $\delta_i$ ，做為權重基準。

$\Omega_0$ 與 $f_c - t^*$ 之間的制衡關係無關，因此本論文在逆推過程中，不將 $\Omega_0$ 放入NA的模型參數空間中。本論文計算資料頻譜頻率小於1 Hz的振幅平均（設為 $\lambda$ ），在 $0.05\lambda$ 到 $50\lambda$ 的區間內，以 $0.05\lambda$ 為間隔，利用式3-8計算每一個 $\lambda$ 倍數值與同一組 $f_{c,k} - t^*_j$ 模型的頻譜殘差值，取最小殘差的 $\lambda$ 倍數值做為該組 $f_{c,k} - t^*_j$ 的 $\Omega_0$ （圖3.12）。該組 $f_{c,k} - t^*_j - \Omega_0$ 模型所計算出來的殘差值即為 $F_{kj}$ ， $\Theta$ 為所有 $F_{kj}$ 的總和平均，也代表模型點X的整體殘差值（式3-10）。經由NA的計算流程後，最小的 $\Theta'$ 代表的模型X'就是最符合資料的模型。

$$\Theta = \frac{\sum_{k=1}^d \sum_{j=1}^n F_{kj}}{n \times d} \quad (\text{式 3-10})$$

n為測站數，d為震源數。

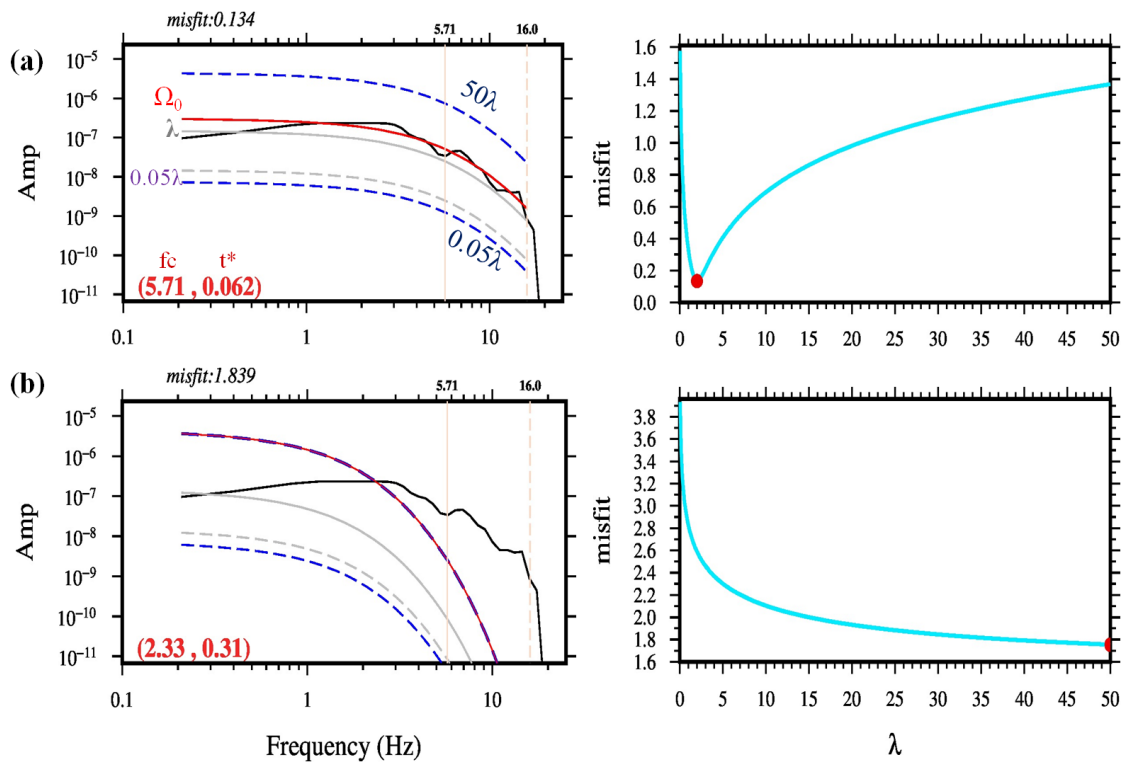


圖 3.12、 $\Omega_0$  定義說明，同一個震源-測站對（ $\lambda$  搜尋範圍相同），兩個不同的 X 模型點。(a)  $f_c - t^*$  組合： $f_c = 5.71$ ， $t^* = 0.062$ 。(左圖) 黑線為資料頻譜，並計算同一組  $f_c - t^*$  模型下不同  $\lambda$  倍數值的殘差值，並繪成右圖。紅線為  $f_c - t^* - \Omega_0$  模型形成的頻譜，灰實線為  $f_c - t^* - \lambda$  模型形成的頻譜，灰虛線為  $f_c - t^* - 0.1\lambda$  模型形成的頻譜，藍虛線為  $\Omega_0$  的搜尋區間界線。(右圖) 淺藍線為殘差值，紅點為最小殘差值 ( $F_{kj}$ )，其所代表的  $\lambda$  倍數值為  $\Omega_0$ 。(b) 另一組  $f_c - t^*$  組合： $f_c = 2.33$ ， $t^* = 0.31$  的  $\Omega_0$  搜尋過程。



## 第四章 逆推結果與震源參數



本章節共分成三個部分，第一部分為振幅頻譜的擬合結果與 CEM-NA 逆推出來的  $f_c$  與  $t^*$  範例。第二部分為利用  $f_c$  計算出僅考慮斷層錯動前後物理量變化的靜態震源參數。第三部分為考慮斷層錯動的過程中，物理量隨能量變化的動態震源參數。

### 4.1 CEM-NA 之逆推結果

#### 4.1.1 資料擬合

本論文利用擬合模型的變異數縮減 (Variance Reduction, VR) 來判斷資料擬合的好壞 [(式 4-1) ~ (式 4-5)]。整體來說，模型擬合的越好，VR 值會越高。本論文總計 227 個群組，所有的資料 VR 均  $> 70\%$ ；99% 的群組 VR  $> 80\%$ ；有 68% 的群組 VR  $> 90\%$  (圖 4.1)。

VR 計算，如果資料點權重  $\omega_i = 0$  (式 3-9) 則不納入平均值與模型值計算，令  $x_i$  為第  $i$  個觀測資料， $y_i$  為第  $i$  個模型點， $i = 1 \sim n$ ， $n$  為總點數。

$$X_i = \log_{10}(x_i) \quad (\text{式 4-1})$$

$$Y_i = \log_{10}(y_i) \quad (\text{式 4-2})$$

資料變異數定義為

$$V_{data} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (\text{式 4-3})$$

$\bar{X}$  表示平均值，擬合模型變異數則定義為

$$V_{model} = \sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2 \quad (\text{式 4-4})$$

最後計算 Variance Reduction：

$$VR = \left[ 1 - \left( \frac{V_{model}}{V_{data}} \right) \right] \times 100\% \quad (\text{式 4-5})$$

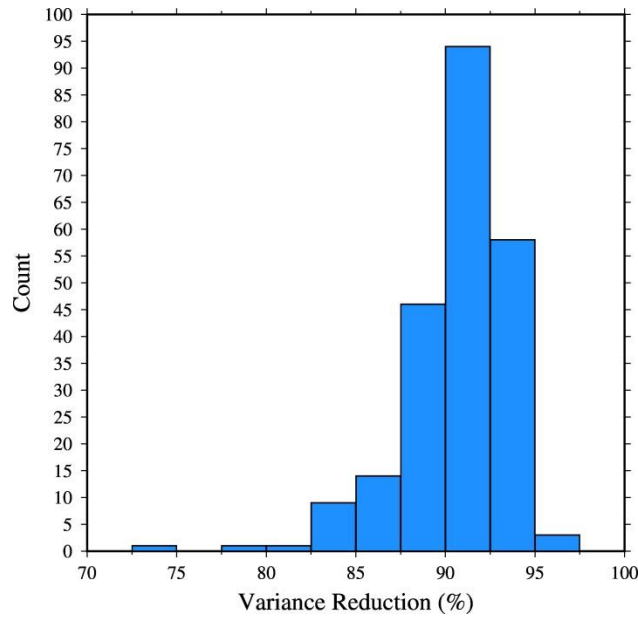


圖 4.1、Variance Reduction 之統計圖。大部分 (99%) 的資料 VR 值在 80% 以上。

#### 4.1.2 CEM-NA 的逆推範例地震

本節以群組組成測站數 4 與震源數 4 內的其中一個地震例子來呈現 CEM-NA 如何取得最佳解 (圖 4.2、圖 4.3 與圖 4.4)。

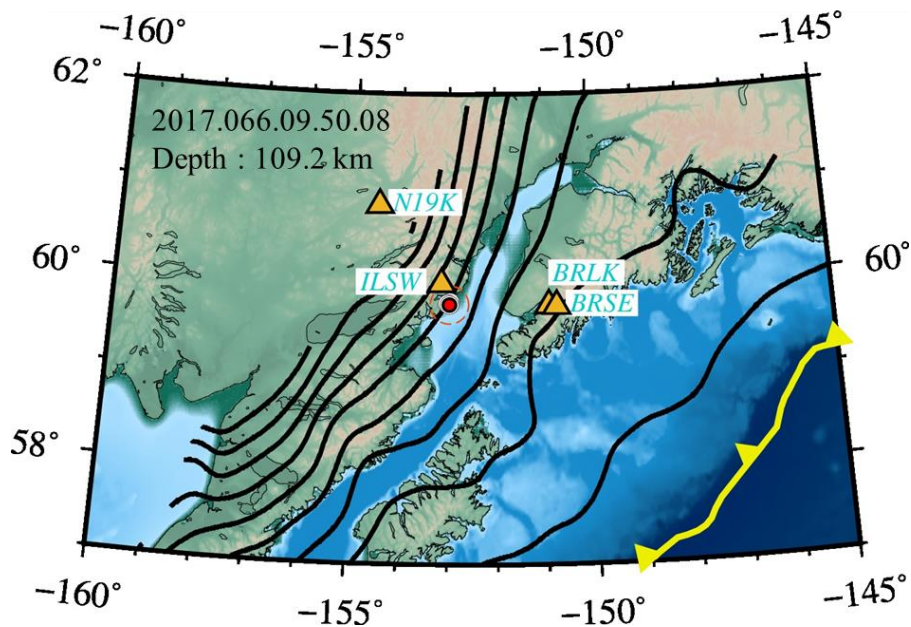


圖 4.2、CEM-NA 之逆推範例，範例群組的震央位置 (白點)，紅點為波形展示的地震位置，測站位置 (三角形)。範例地震規模 4，發震時間：2017.066.09.50.08，深度 109.2 km。其餘圖示與圖 1.2 相同。

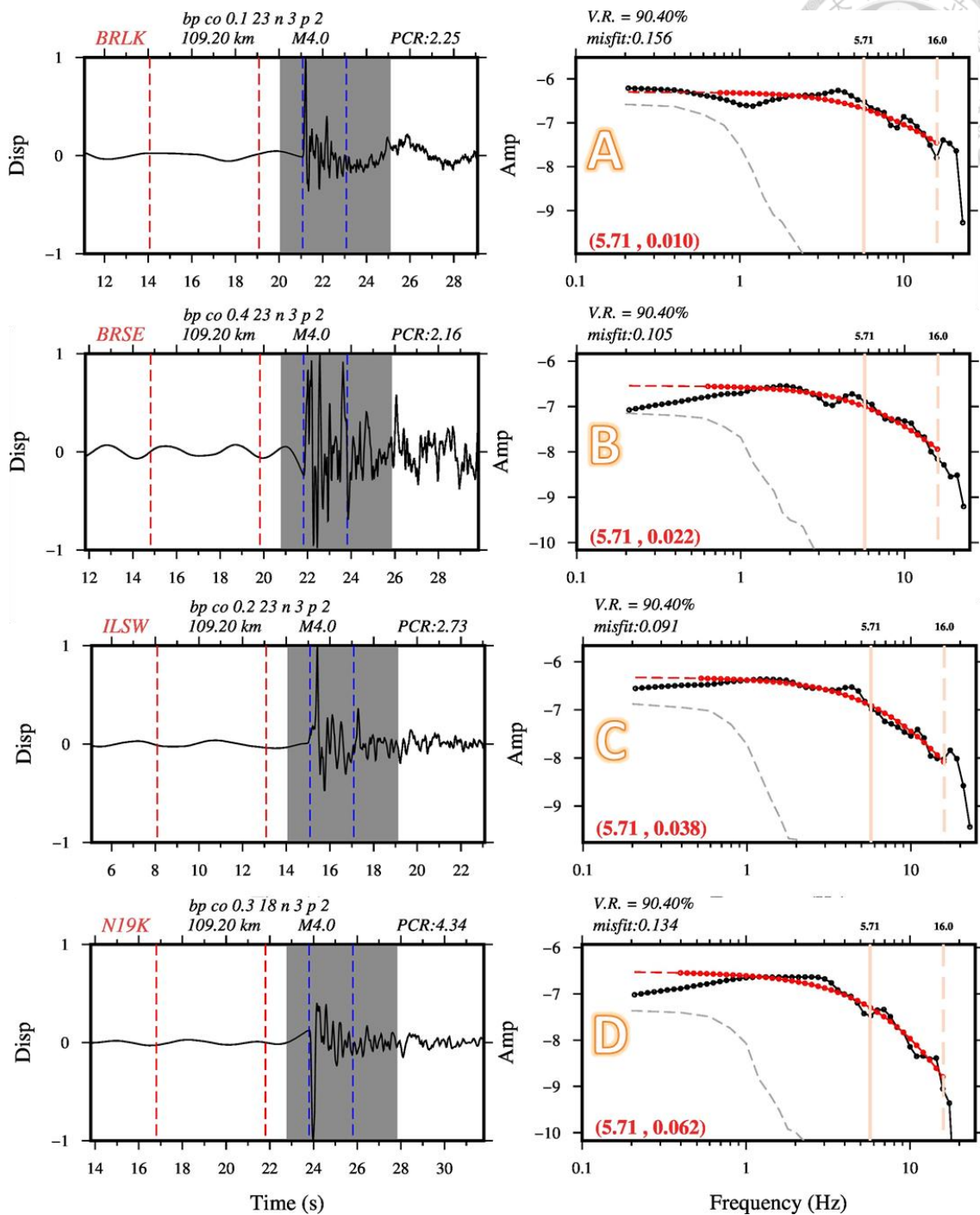


圖 4.3、CEM-NA 之逆推範例，頻譜擬合。(左)波形。灰底部分為訊號時間窗，紅線圍成的區域為背景雜訊時間窗 (右)頻譜擬合之結果。黑線為訊號振幅頻譜，紅線為模型，灰虛線：雜訊頻譜。紅虛線： $\omega_i = 0$ 的地方，不予列入計算。左下角的數字如  $(5.71, 0.01)$  代表  $(f_c, t^*)$ 。16 Hz 為本論文模型擬合的最高頻。A, B, C, D，分別對應圖 4.4 中的 A, B, C, D 全域殘差值分布。

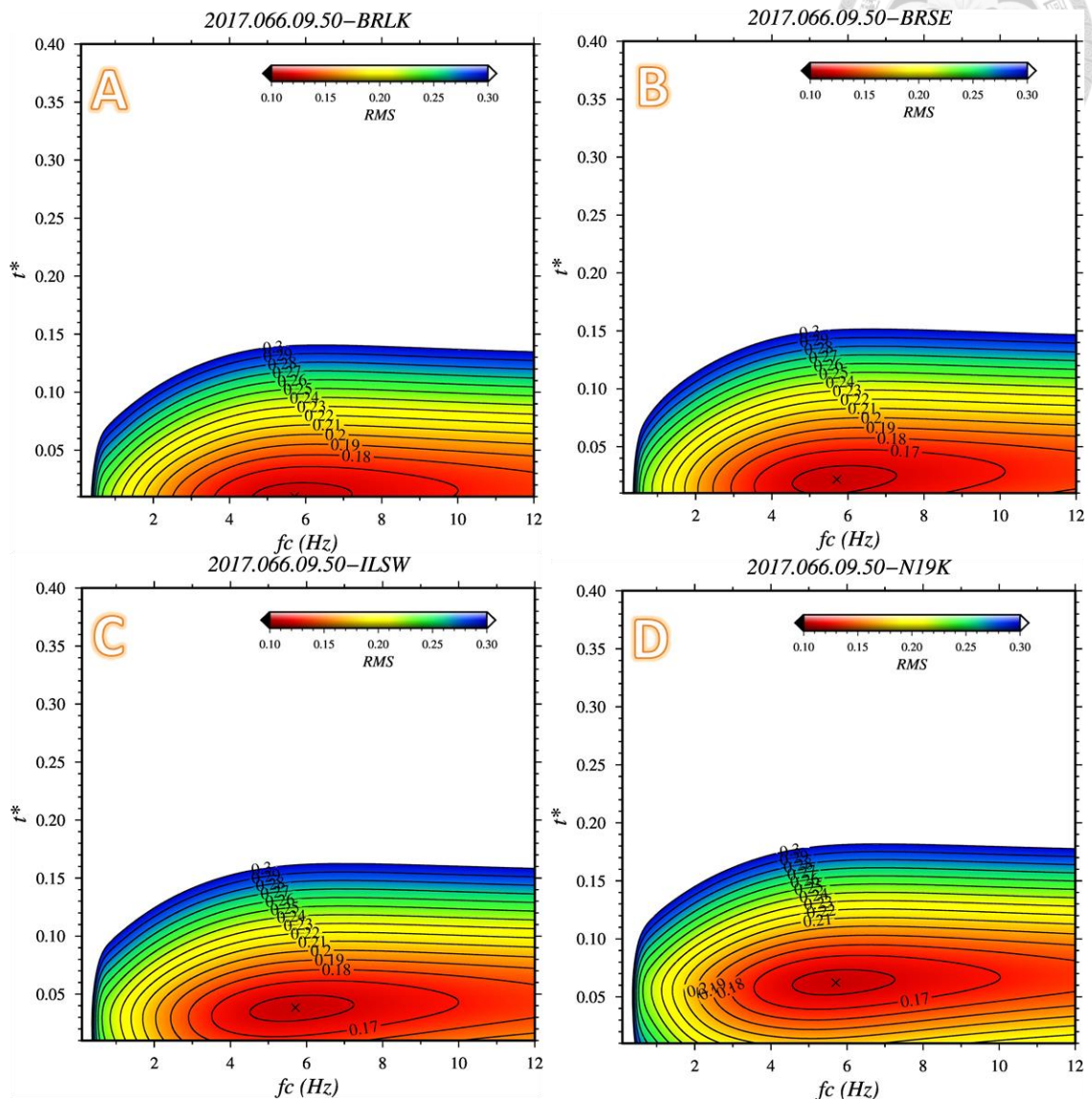


圖 4.4、CEM-NA 之逆推範例，全域的殘差值分布。由最佳解 X 中僅改變其中一組 ( $f_c$ ,  $t^*$ ) 的值，並計算全部格點的殘差值。可以注意到模型解落在封閉區間形成的谷底，代表模型解的嚴謹性。A, B, C, D, 分別對應圖 4.3 中的 A, B, C, D 頻譜擬合。

#### 4.1.3 跨群組事件的 $f_c$

跨群組事件約束 CEM-NA 的結果。跨群組事件為同時屬於 2 個以上不同群組的震源 (圖 4.5)。如果 CEM-NA 逆推結果是嚴謹的話，理論上跨群組事件的模型參數應該要相似。我們利用兩個方式做歸納：一個是計算個別地震在不同群組的平均值與標準差，另一個計算整體跨群組事件的變異數。



在個別地震方面，82.4%的  $f_c$  標準差  $< 2$  Hz；有 58.33% 的跨群組震源  $f_c$  標準差  $< 1.5$  Hz。而整體  $f_c$  的變異數為 2.285 Hz。

整體變異數計算方式為式 4-6：令  $f_{c,i}$  為單一震源位在第  $i$  個群組內的  $f_c$ ， $\bar{f}_c$  為該震源的  $f_c$  平均，則整體變異數可寫成：

$$\text{Variance} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n (f_{c,i} - \bar{f}_c)^2}{\sum_{j=1}^k n_j} \quad (\text{式 4-6})$$

其中  $k$  代表跨群組的震源個數，本論文中有 108 個， $n$  代表該震源總共跨了多少個群組， $\sum_{j=1}^k n_j$  表示所有震源所跨的群組總個數。

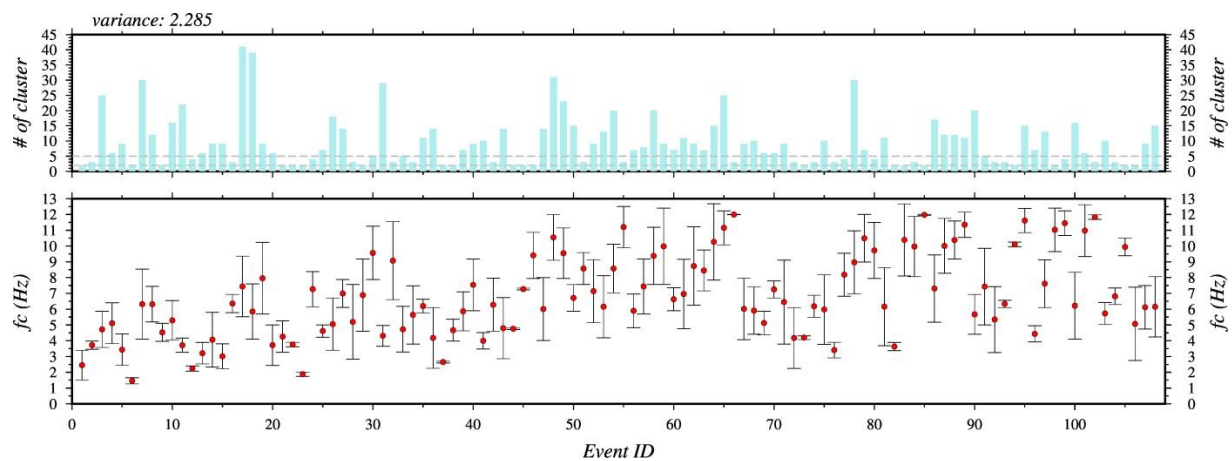


圖 4.5、跨群組事件的  $f_c$ 。上圖為該震源的跨群組個數。下圖為 108 個震源的平均值與標準差。

## 4.2 靜態震源參數計算

本論文利用  $f_c$  與  $\Omega_0$  求取靜態的震源參數。「靜態」是僅注意現象始末，不注意其發生過程的物理量，意即與動力學 (dynamic) 無關的物理參數。本節說明地震矩與靜態應力降。

### 4.2.1 地震矩 (Seismic moment, $M_0$ )

地震矩為指示地震釋放能量大小的物理量。可由剪切常數  $\mu$ 、破裂面積  $A$  與滑移量  $D$  求得 (式 4-7) [Kanamori, 1977]：

$$M_0 = \mu DA \quad (\text{式 4-7})$$



亦可由震矩張量解 (moment tensor solution) (式 4-8)求得：

$$M_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sum_{ij} M_{ij}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{式 4-8})$$

本論文利用 Brune-type 的公式 (式 2-6) 與 P 波頻譜擬合出來的  $\Omega_0$ ，計算每個測站的結果 (式 4-9)，再將之平均作為此震源的地震矩 (式 4-10)：

$$M_{0,i} = \frac{4\pi\rho_i R_i \alpha^3}{cU_{\phi\theta}} \Omega_{0,i} \quad (\text{式 4-9})$$

$$M_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_{0,i} \quad (\text{式 4-10})$$

$cU_{\phi\theta}$  是 P 波 radiation pattern 的球狀平均為 0.52。[Aki and Richard, 1980; Abercrombie, 1995]， $\rho$  為震源附近的密度 ( $\text{kg/m}^3$ )， $R$  為震源與測站之間的距離 (m)， $\alpha$  是震源附近的 P 波速度 (m/s)。 $M_0$  的單位: (牛頓-米, N-m)。震源附近的物理參數使用阿拉斯加地區一維物理參數模型 [Jiyao et al., 2013] (圖 4.6)。

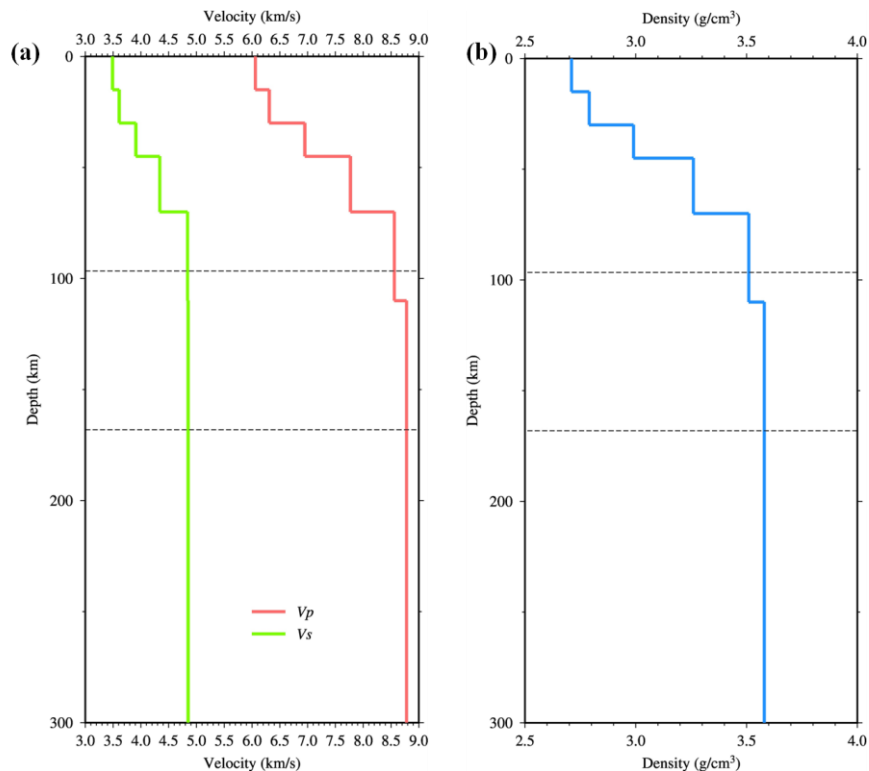


圖 4.6、阿拉斯加地區一維物理參數圖。(a)  $V_p$ 、 $V_s$  隨深度的變化。(b) 密度隨深度的變化。虛線之間為本論文震源深度的範圍。[資料取自 Jiyao et al., 2013; YoungHee. et al., 2014]

另一方面，本論文利用阿拉斯加近震規模 ( $M_L$ ) 與震矩規模 ( $M_w$ ) 的關係轉換式 (式 4-11 與式 4-12)，將 IRIS 發布的近震規模轉換為震矩規模 (圖 4.7)：

$$\text{Alaska, depth} < 40 \text{ km, } M_w = M_L \quad (\text{式 4-11})$$

$$\text{Alaska, depth} > 40 \text{ km, } M_w = M_L + 0.03 \quad (\text{式 4-12})$$

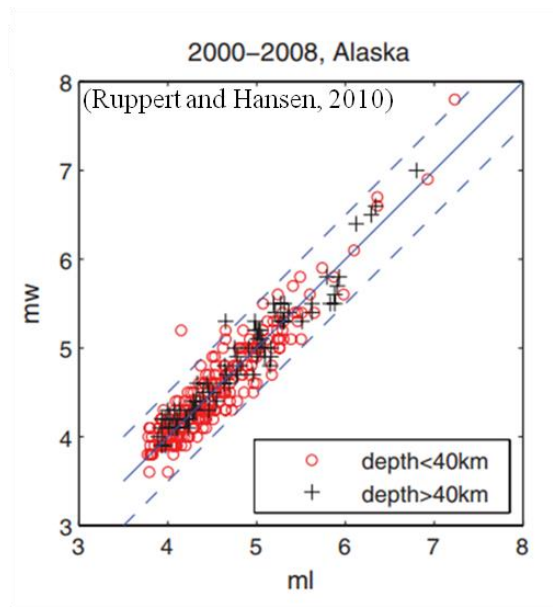


圖 4.7、阿拉斯加地區近震規模 (ml) 與震矩規模 (mw) 轉換圖。[圖擷取自 *Ruppert and Hansen, 2010*]

並利用震矩規模轉換為地震矩 (式 4-13) [*Hanks and Kanamori, 1979*]：

$$M_w = \frac{2}{3} \log_{10}(M_0) - 10.73 \quad (\text{式 4-13})$$

$M_0$  的單位為達因-公分 (dyne-cm)。

藉由式 4-10 平均計算出來的  $M_0$  比地震目錄發布的  $M_0$  為大 (圖 4.8)，可能是式 4-11 與式 4-12 關係轉換式的誤差造成的。接下來的震源參數計算，我們將使用 P 波頻譜擬合出來的平均  $M_0$ 。

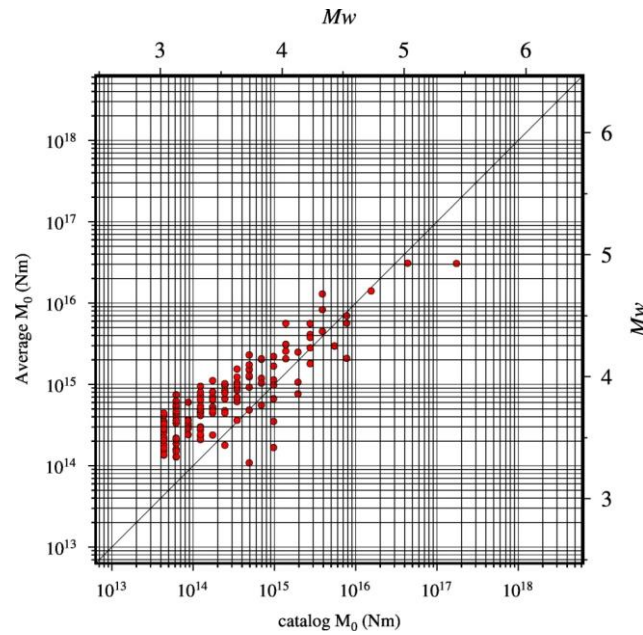


圖 4.8、阿拉斯加地區地震目錄  $M_0$  (catalog  $M_0$ ) 與頻譜擬合  $M_0$  (average  $M_0$ ) 的關係圖。橫軸為地震目錄  $M_0$ ，利用式 4-11 與式 4-12 轉換而來，縱軸為式 4-10 計算出來的平均  $M_0$ 。

#### 4.2.2 靜態應力降 (Stress drop, $\Delta\sigma$ )

靜態應力降指的是在斷層錯動前後，斷層面上的剪切應力 (shear stress) 變化值，以下簡稱為應力降。由 CEM 定出的  $f_c$ ，我們可以計算 Brune-type 圓形斷層面的半徑  $r_c$  (式 4-14) [Madariaga, 1976]：

$$r_c = k \frac{\beta}{f_c} \quad (\text{式 4-14})$$

$k$  為常數，破裂速度  $V_r = 0.9\beta$  時， $k = 0.32$ 。 $\beta$  是震源附近的 S 波波速 (圖 4.6)。則應力降可由地震矩與震源半徑求得 (式 4-15) [Eshelby, 1957]：

$$\Delta\sigma = \frac{7}{16} \frac{M_0}{r_c^3} \quad (\text{式 4-15})$$

將式 4-14 帶入式 4-15 得到式 4-16：

$$f_c = 0.42\beta \left[ \frac{\Delta\sigma}{M_0} \right]^{1/g} \quad (\text{式 4-16})$$

$M_0$  單位為牛頓-米 (N-m)， $\Delta\sigma$  單位為 MPa， $\beta$  單位為 m/s。本論文使用逆推出來的  $f_c$  與平均  $M_0$  在對數軸上做線性迴歸，得到式 4-16 的  $g$  值為 4 (圖 4.9)。



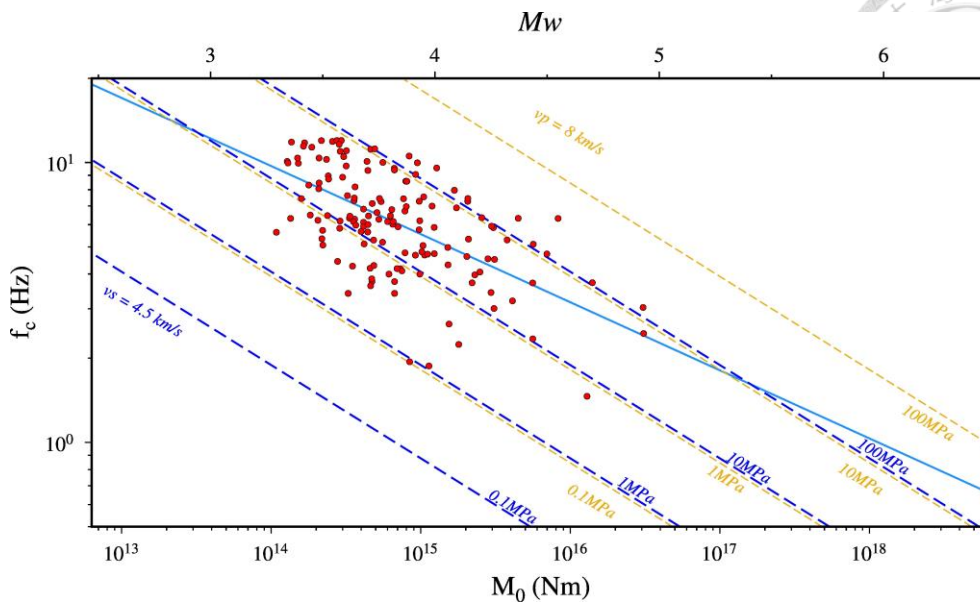


圖 4.9、阿拉斯加地區平均  $M_0$  與  $f_c$  的關係圖。圖中的虛線都是利用式 4-16 並假設  $g = 3$  計算不同應力降的參考值，不同顏色為不同速度模型的計算結果（藍虛線為  $V_s$ ，黃虛線為  $V_p$ ）。藍色實線為本論文計算出來的迴歸直線斜率為  $1/4$  ( $g = 4$ )。

$f_c$  與  $M_0$  在前人研究統計上呈現負相關的趨勢， $g$  值則有  $g = 3$  [Lio et al., 1986] 與  $g = 4$  [Hiramatsu et al., 2002] 2 種情況。不過 Hiramatsu et al. (2002) 指出， $g = 4$  的情形很可能是因為有限帶寬造成的假像。如果震源符合自我相似性規範，代表不同地震矩的地震有著相似的破裂行為，在規模較小 ( $M_L < 1$ ) 的地震  $g = 3$  依然會成立。本論文在後續的震源參數計算中，阿拉斯加的震源資料表現出自我相似性的特徵 (圖 4.11)，因此  $g = 3$  將被用在本論文的應力降計算。阿拉斯加地區的應力降中位數為 17.66 MPa，平均值與標準誤差為  $18.34 \pm 1.1$  MPa (圖 4.10)。

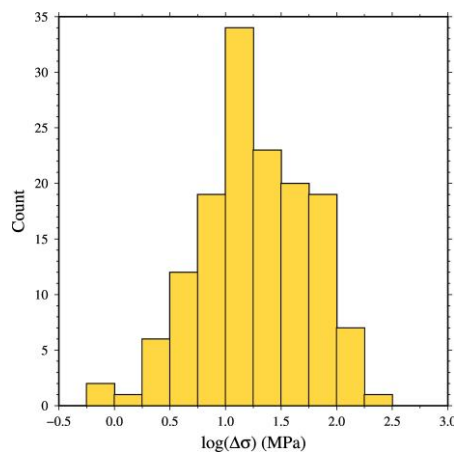


圖 4.10、阿拉斯加地區應力降統計圖。本論文利用  $V_s$  model (式 4-16) 計算應力降。



### 4.3 動態震源參數計算

本節將計算動態的震源參數，考慮物理量在錯動過程中的變化。

#### 4.3.1 地震體波輻射能 (Radiated Energy, $E_R$ )

輻射能在本論文指的是地震體波 (P 與 S 波) 傳遞出來的總能量。輻射能可藉由積分 P 波頻譜並回推 S 波能量的方式求得 (式 4-17) [Haskell, 1964; Boatwright, 1980; Boatwright and Fletcher, 1984; Venkataraman and Kanamori, 2004a, 2004b] :

$$E_R = \frac{8\pi}{15\rho\alpha^5} (1 + q) \int_0^\infty f^2 |\dot{M}(f)|^2 df \quad (\text{式 4-17})$$

$f$  為頻率， $\rho$  為震源附近的密度 ( $\text{kg/m}^3$ )， $\alpha$  是 P 波速度 (m/s)， $q$  為 S 波與 P 波的能量比值，如果兩者頻譜的  $f_c$  相同 ( $f_c^P = f_c^S$ )，可寫成式 4-18， $\dot{M}$  為 Brune 模型的震源時間函數 (式 4-19)。

$$q = \frac{E_R^S}{E_R^P} = 1.5 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2, \text{ if } f_c^P = f_c^S \quad (\text{式 4-18})$$

$$\dot{M}(f) = \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \quad (\text{式 4-19})$$

將式 4-18 與式 4-19 帶入式 4-17 得到式 4-20 :

$$E_R = \frac{8\pi}{15\rho\alpha^5} \left[1 + 1.5 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2\right] \int_{0.001}^{100} f^2 \left| \frac{M_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \right|^2 df \quad (\text{式 4-20})$$

本論文輻射能計算頻率範圍  $f$  為 0.001~100 Hz。

輻射能大小會受到地震釋放能量大小的影響，直接比較各個震源的輻射能並不公平，所以本論文將輻射能與地震矩相除，引入  $E_R/M_0$  這個參數 (scaled energy，比例能量)，相當於計算傳遞出來的地震體波能量占整體能量的多少。阿拉斯加  $E_R/M_0$  的平均值與標準誤差為  $(3.05 \pm 0.28) \times 10^{-5}$ 。本論文將比例能量與平均地震矩作圖，並觀察不同  $M_0$  的比例能量變化 (圖 4.11)。我們發現比例能量基本上不隨平均地震矩變化，其暗示不同地震矩的地震有相似的破裂行為，呈現地震的自我相似性。

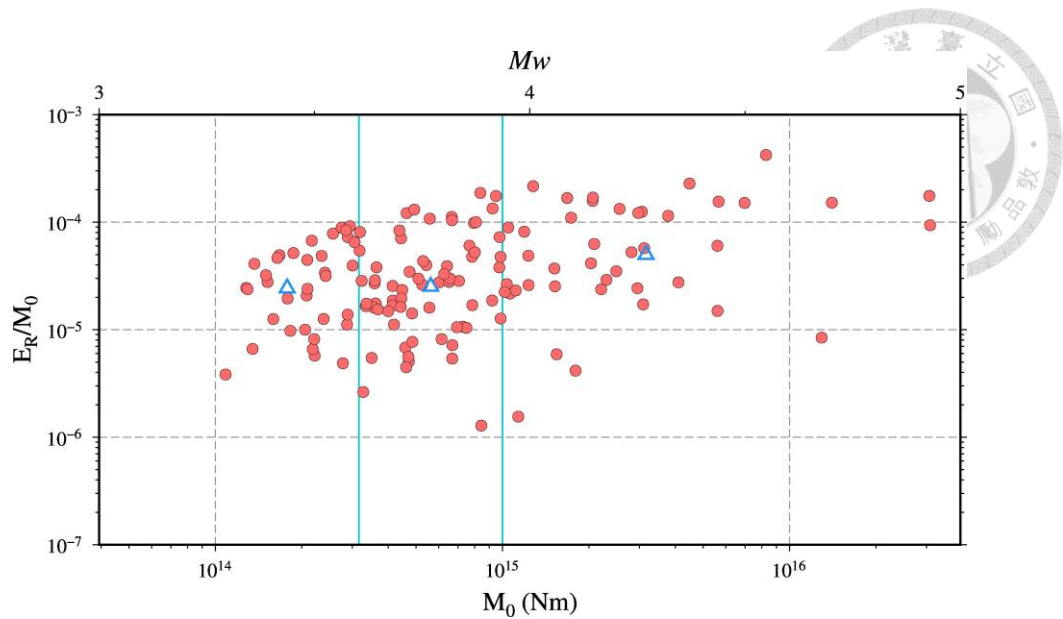


圖 4.11、 $E_R/M_0$  與  $M_0$  的關係圖。 $M_0 = 10^{14.5}$  與  $10^{15}$  將  $M_0$  區分為 3 個區域。這 3 個區域的平均值與標準誤差分別為  $2.44 \pm 0.19$ 、 $2.52 \pm 0.14$  與  $4.99 \pm 0.36$ ，均需乘上  $10^{-5}$ 。 $E_R/M_0$  稍微與  $M_0$  的變化有關，但整體來說還是平均值保持一致，其顯示地震理論的自我相似特徵。藍 $\Delta$ ：區域平均值。

另外，比例能量也可從Brune-type的震源時間函數積分得到理論值，為了與式 4-20的計算結果區分（圖4.12），本論文將比例能量理論值寫為 $(\frac{E_R}{M_0})^B$ （式4-21）[Ide and Beroza, 2001]，右上角的B表示Brune-type：

$$\left(\frac{E_R}{M_0}\right)^B = \frac{2\pi^2}{15\mu} \left[1.5 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right] \frac{16}{7} k^3 \Delta\sigma \quad (\text{式4-21})$$

$\mu$ 為剪切常數， $\Delta\sigma$ 為應力降，破裂速度 $V_r = 0.9\beta$ 時， $k = 0.32$ 。

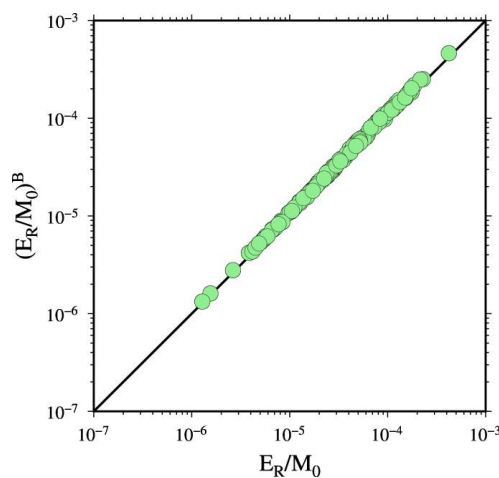
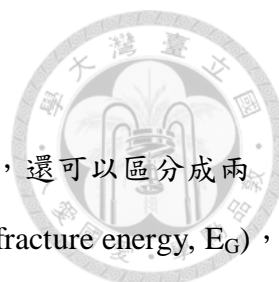


圖 4.12、比例能量的計算值與理論值關係圖。兩者呈現高度相關，且資料均散佈在  $x = y$  線的附近。



### 4.3.2 地震波輻射效率 (Radiation Efficiency, $\eta_R$ )

斷層錯動之後，整體能量 ( $E$ ) 除了體波輻射能 ( $E_R$ ) 之外，還可以區分成兩種 (式4-22)：斷層摩擦能 (frictional energy,  $E_F$ ) 與岩石破裂能 (fracture energy,  $E_G$ )，但實際上  $E_G$  與  $E_F$  的界線不是那麼明確 (圖4.13)。

$$E = E_R + E_G + E_F \quad (\text{式4-22})$$

基本上， $E_R$  與  $E_G$  可直接由地震觀測資料求得； $E_F$  由於涉及到斷層上的絕對應力 (absolute level of stress)，在測量上較難估計。

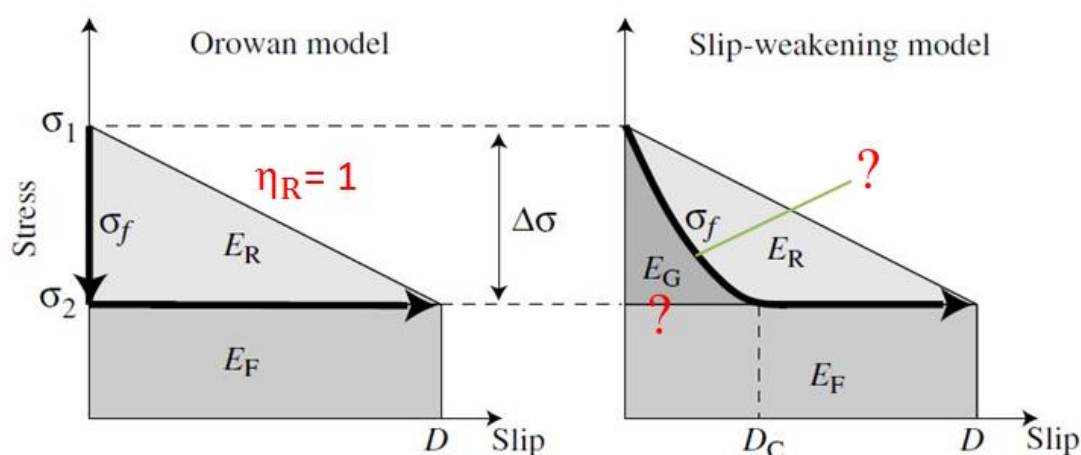


圖 4.13、應力與滑移的能量分布示意圖。左圖的 Orowan 模型假設所有的應力降均轉換成地震波能量，故  $\eta_R = 1$ 。而右圖的 slip-weakening 模型應力降則有一部分用於岩石破裂能 ( $E_G$ )。 $\sigma_1$  為斷層初始應力值， $\sigma_2$  為斷層錯動之後的應力值。 $\sigma_f$  是剪切應力的變化。實際上， $\sigma_f$  的變化不是如右圖中這麼平滑，而是較為複雜的過程。而  $E_G$  與  $E_F$  的分界也不是那麼明確。[圖擷取自 Shearer, P. M. (2009). *Introduction to seismology*.]

地震波輻射效率可由  $E_R$  與  $E_G$  決定 (式4-23)，可想像為地震波的能量占應力釋放能量的比例。

$$\eta_R = \frac{E_R}{E_R + E_G} \quad (\text{式4-23})$$



本論文根據 Kanamori and Brodsky (2004) 和 Kanamori and Rivera (2006)，將整體能量  $E$  表示成式4-24：

$$E = \frac{1}{2} \Delta\sigma \bar{D}A + \sigma_2 \bar{D}A \quad (\text{式4-24})$$

$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$  為應力降， $\sigma_1$  為斷層初始應力值， $\sigma_2$  為斷層錯動之後的應力值。 $\bar{D}$  為平均滑移量， $A$  為斷層破裂面積。依據 slip-weakening 模型，可得式4-25：

$$E_R + E_G = \frac{1}{2} \Delta\sigma DA \quad (\text{式4-25})$$

將式4-25帶回式4-23並結合式4-7可得式4-26 [e.g., Venkataraman and Kanamori, 2004a]：

$$\eta_R = \frac{E_R}{E_R + E_G} = \frac{E_R}{\frac{1}{2} \Delta\sigma DA} = \frac{2\mu E_R}{\Delta\sigma M_0} \quad (\text{式4-26})$$

至此，可利用式4-26計算地震波幅射效率（圖4.14a）：阿拉斯加地區地震波幅射效率的計算平均值與標準誤差為  $0.277 \pm 0.0008$ 。從Brune的震源模型中亦可得到的地震波幅射效率理論值  $(\eta_R)^B$ （式4-27與圖4.14b）：

$$(\eta_R)^B = \frac{4\pi^2}{15} \left[ \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^5 + 1.5 \right] \frac{16}{7} k^3 \quad (\text{式4-27})$$

$k$  為常數，破裂速度  $V_r = 0.9\beta$  時， $k = 0.32$ 。式4-27認為  $(\eta_R)^B$  僅跟速度構造有關。

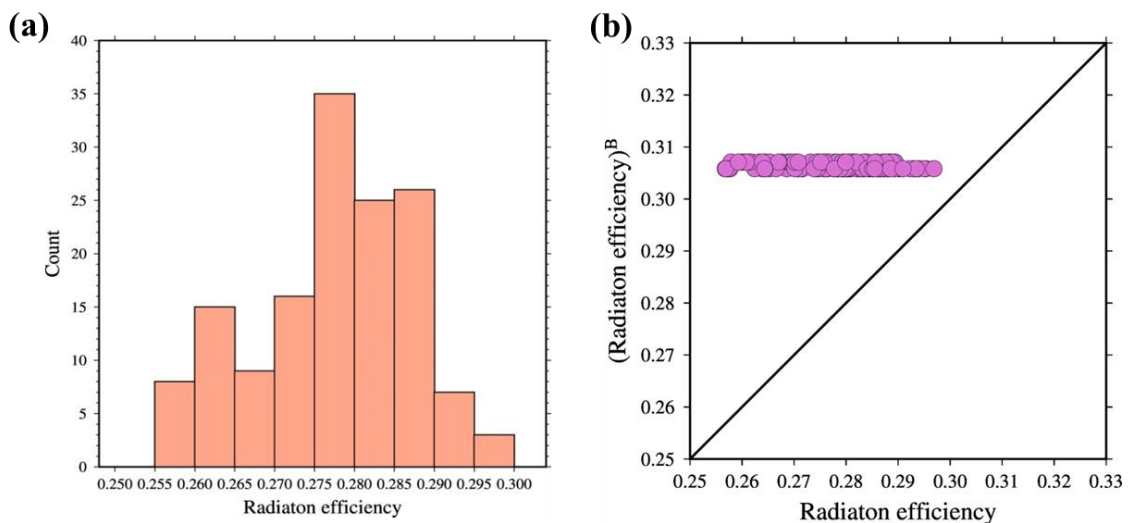


圖 4.14、阿拉斯加地區輻射效率圖。(a)統計圖。(b)地震波輻射效率的計算值與理論值關係圖。結果呈現理論值比實際值高的情形。

## 第五章 討論



本章節共分成四個部分，第一部分為 CEM 群組組成之辨析。第二部分為 CEM-NA 的  $f_c$  測試。第三部分為震源參數隨深度的變化並與日本隱沒帶的比較。第四部分為阿拉斯加地區的 Q 值趨勢。

### 5.1 CEM 群組組成辨析

#### 5.1.1 群組組成的極端例子

本小節介紹另外一種群組組成的方法：要求群組內的震源被 3 個以上合格的測站紀錄到，才會成為合格的震源；而合格的測站需要記錄到 3 個以上合格的震源。整個群組需要至少有 3 個合格的震源（中心地震一定要是合格的震源）與 3 個合格的測站才會被接受。

如表 5.1.2 的流程，依照測站→震源→測站→震源....的方式，確認是否有符合 3 個以上的震源或是測站，重複次數為 15 次。表 5.1.1 最後輸出的震源為 ADE，測站為 abc。震源數  $\geq 3$  個，測站數  $\geq 3$  個，通過標準，群組成立。依此種方法決定的群組，在群組內的震源數或是測站數數目較多，在特定條件下，可以提供較佳的約束。

表 5.1.1、極端群組組成示意表。ABCD 代表形成一個群組的四個震源，abcde 表示測站。V 表示有該筆資料。

	a	b	c	d	e
A	V	V	V		V
B			V	V	V
C	V	V			
D	V	V	V		V
E	V	V		V	V



表 5.1.2、極端群組組成步驟。

(1) 測站有 3 個以上的震源：abce。測站 d 只有 2 個震源 B、E，測站 d 被剔除。

	a	b	c	d	e
A	V	V	V		V
B			V	V	V
C	V	V			
D	V	V	V		V
E	V	V		V	V

(2) 震源有 3 個以上通過(1)的站：ACDE。震源 B 只有 2 個測站 C、E，震源 B 被剔除。

	a	b	c	d	e
A	V	V	V		V
B			V		V
C	V	V			
D	V	V	V		V
E	V	V			V

(3) 測站有 3 個以上通過(2)震源：ACDE。測站 c 僅有 A、D 震源，被剔除。

	a	b	c	d	e
A	V	V	V		V
B					
C	V	V			
D	V	V	V		V
E	V	V			V

(4) 震源有 3 個以上通過(3)的站：ADE。震源 C 僅有 a、b 兩站，被剔除。

	a	b	c	d	e
A	V	V			V
B					
C	V	V			
D	V	V			V
E	V	V			V

在資料缺少嚴重或是震源相對集中的時候，群組組成容易遇到 2 個問題：NA 的高維度問題與約束不足問題。資料缺少嚴重指的是震源數很多通過篩選標準的測站卻很少，或是震源數很少通過篩選標準的測站卻很多的時候。



NA 的參數空間維度由測站數加震源數決定，若震源數加測站數過多的時候，參數空間本身的殘差值分布 (misfit surface) 會出現非線性的現象，NA 收斂需要取樣的模型點也會增多。此現象在本論文中稱為高維度問題 (圖 5.1)。依據 Sambrige (2001)，模型點數的取樣多寡有一個經驗公式 (式 5-1)：

$$S(d) \sim d^{3.5} \quad (式 5-1)$$

$S(d)$  代表在  $d$  維的情形下需要的取樣總數。當  $d$  越來越大時，計算的總量會以非線性的情況提升。

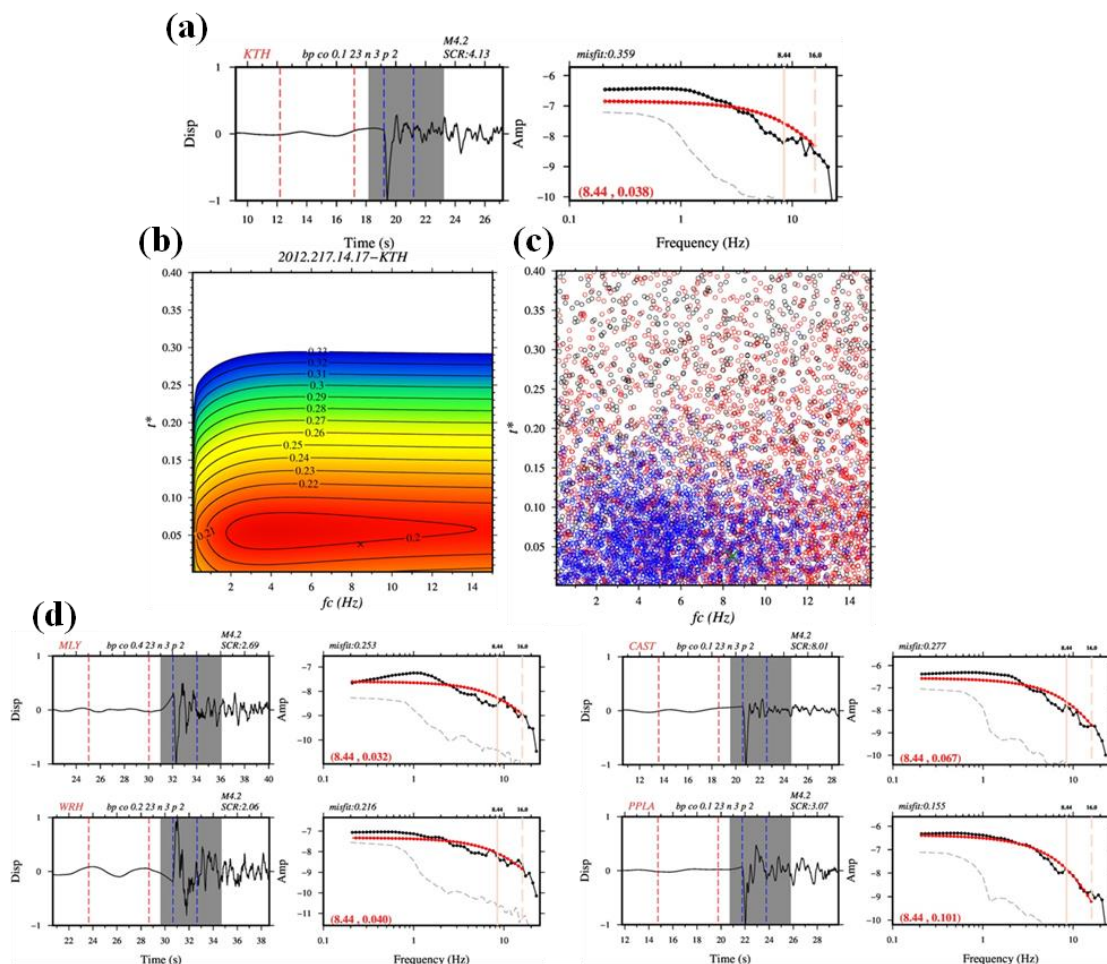


圖 5.1、高維度問題之例子，本例子維度為 53。(a) 範例地震-測站對的波形、頻譜擬合。(b) 範例震源-測站對全域殘差值分布圖。NA 不收斂的情形下，有些頻譜擬合就會極差。在全域殘差值分布圖上， $f_c$  的可能區間為 2 ~ 14 Hz，使得逆推結果喪失嚴謹性。(c) CEM-NA 的模型點迭代分布圖。黑點：第 0 次隨機產生模型點，紅點：第 2 次迭代模型點，藍點：最後一次迭代模型點。(d) 其他波形與頻譜擬合。



群組逆推可能遇到的第二個問題是約束不足問題：不同組的震源-測站對卻在同一群組內進行逆推（圖 5.2 與圖 5.3）。不管是高維度問題或是約束不足問題，都會造成 NA 在計算上無法收斂（圖 5.4）。造成這些問題的原因有一大部分來自於資料的缺失，若能確保資料的數量，5.1.1 節中的群組組成方法是對 CEM 提供較多約束的做法。

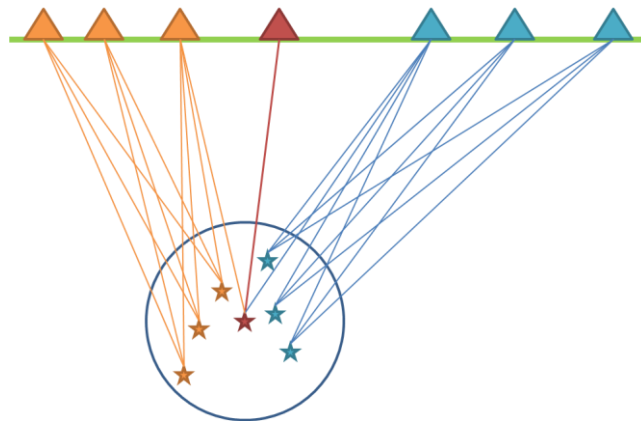
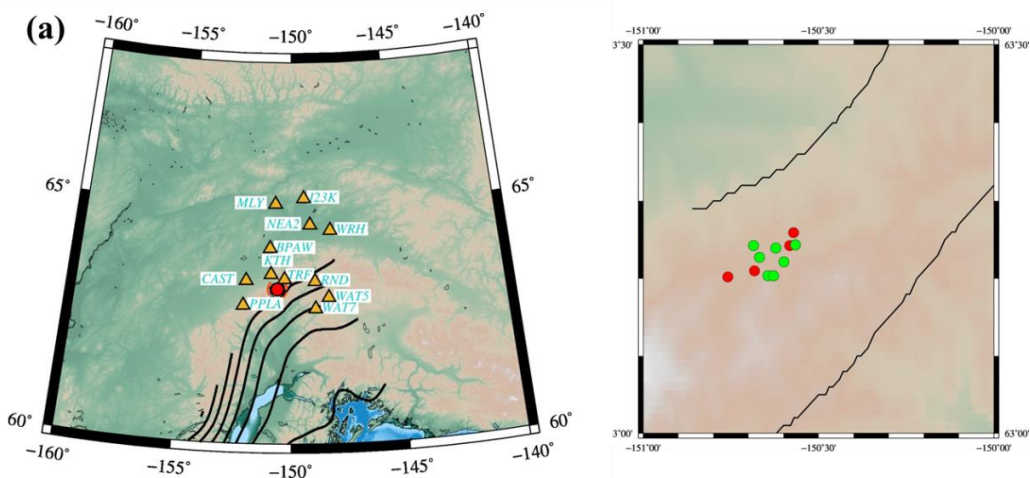


圖 5.2、約束不足問題示意圖。圖中的群組以暗紅色為中心地震，在組成群組的時候僅要求 3 個地震與 3 個測站。有可能出現橘色地震-測站對與藍色地震-測站對壁壘分明的現象，不符合 CEM 利用震源約束路徑的假設。容易造成 CEM-NA 結果不收斂。



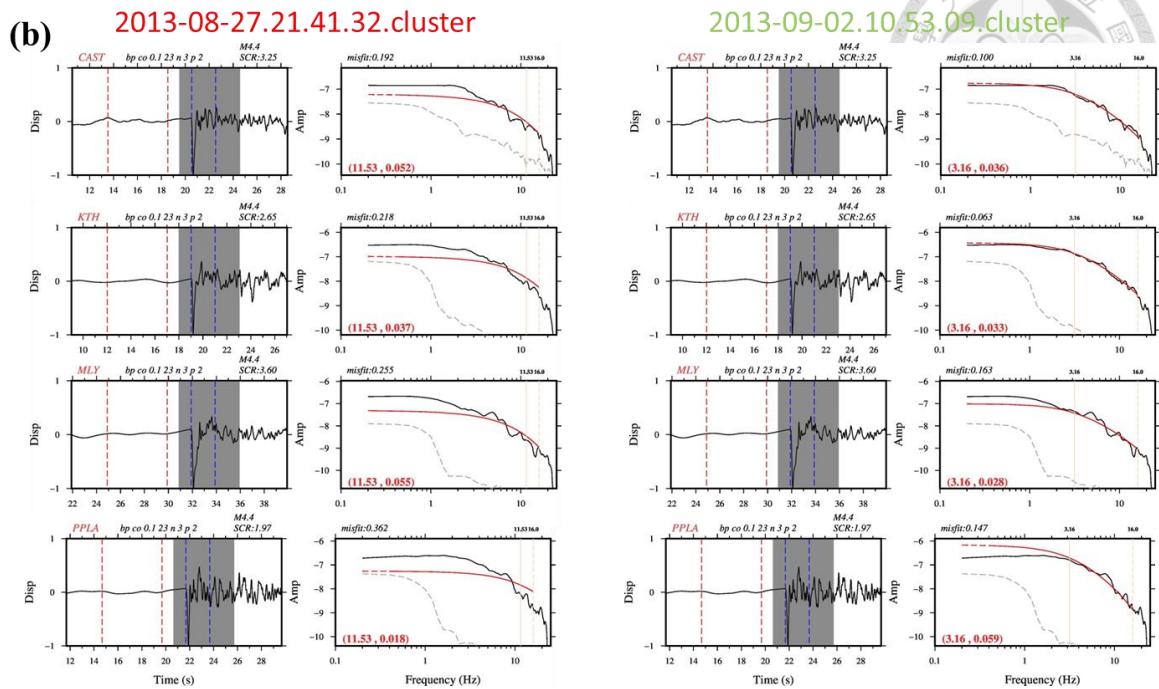


圖 5.3、約束不足問題例子。展示波形為同一震源，數個測站，在不同群組的表現。(a) 左圖為測站、震源分布圖，右圖為震源分布的區域放大。所有地震均是一個群組，綠色群為另外一組群組，即綠色全體為跨群組地震。(b) 波形、頻譜擬合圖。在約束不足的情況下，CEM-NA 的模型解不會收斂，故有些頻譜會擬合的不盡理想。

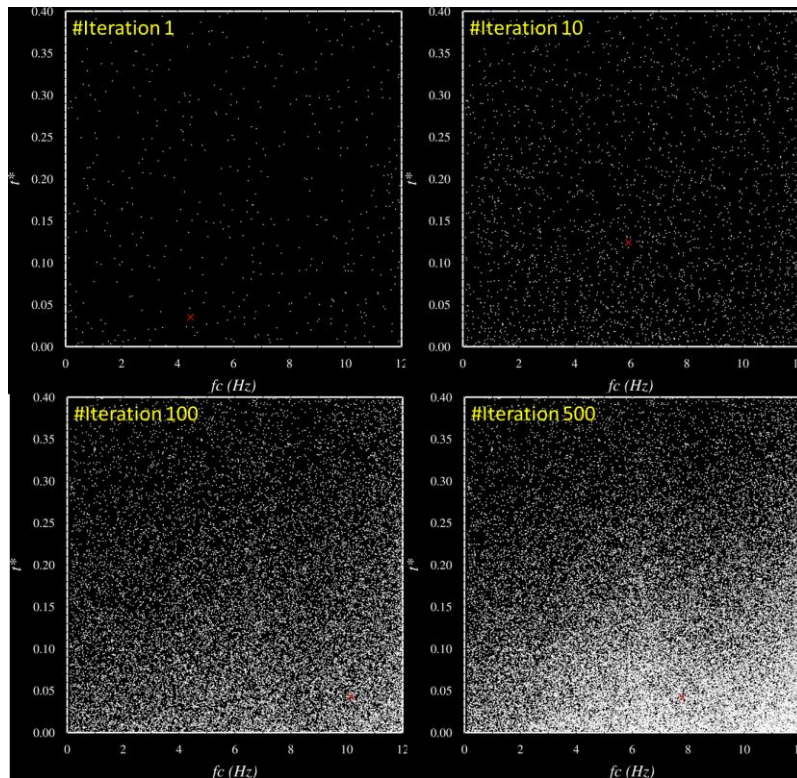


圖 5.4、NA 不收斂之情形。不管是高維度問題或是約束不足問題都會造成不收斂。



### 5.1.2 ST 近似 (ST Asymptotic)

本小節討論群組震源數與測站數的個數情況。依據不同的測站數與震源數，在逆推結果上會有很大的差異。第一種情況為測站數遠大於震源數。本論文中稱之為「ST 近似」。ST 為 Stachnik *et al.* (2004) 提出的逆推假設：震源僅有一個  $f_c$ ，而 Q 值隨測站變化。在實際的群組資料計算下，ST 方法的逆推結果會依賴逆推參數的最大值 (圖 5.5, [Ko *et al.*, 2012])。此種狀況在 CEM-NA 全域殘差值的分布圖上，群組殘差等值線不是封閉的，而是缺口朝向最大值，即計算出來的模型解包含參數最大值 (圖 5.6)。此時群組內地震少，測站多，神似 ST 逆推方法的假設：單一震源，多個測站，逆推結果出現包含最大值的情況，故稱為 ST 近似。

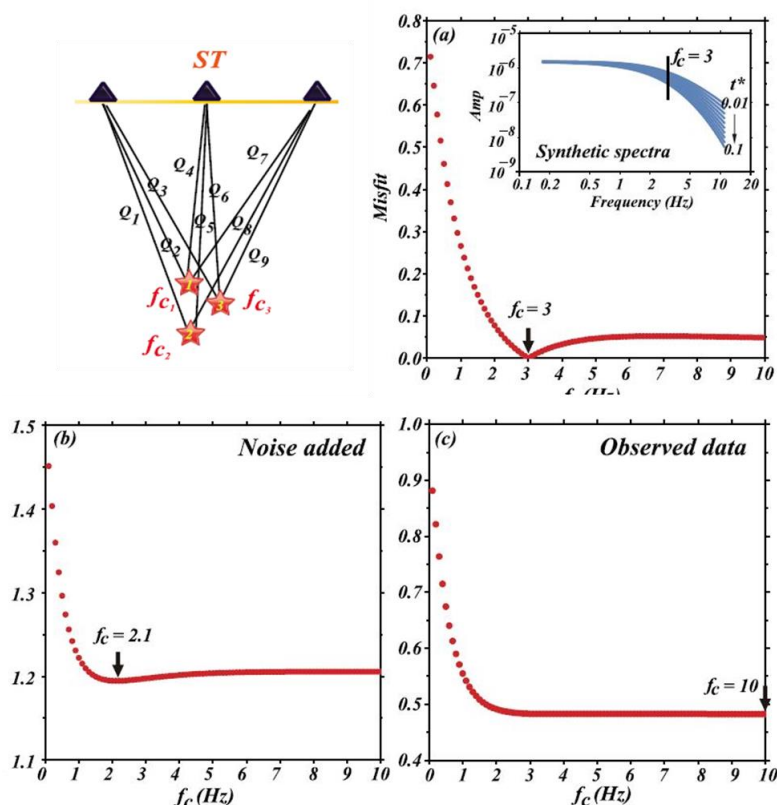


圖 5.5、ST 逆推方法測試圖 [修改自 Ko *et al.*, 2012]。ST：ST 方法在群組地震的示意圖。(a)模型為  $f_c = 0.3$  利用 ST 方法的逆推結果，順利在  $f_c = 0.3$  找到殘差最小值。(b) 模型加入一點雜訊，不容易判斷最小值在哪。(c)實際觀測資料， $f_c$  依賴於參數最大值 10 Hz。

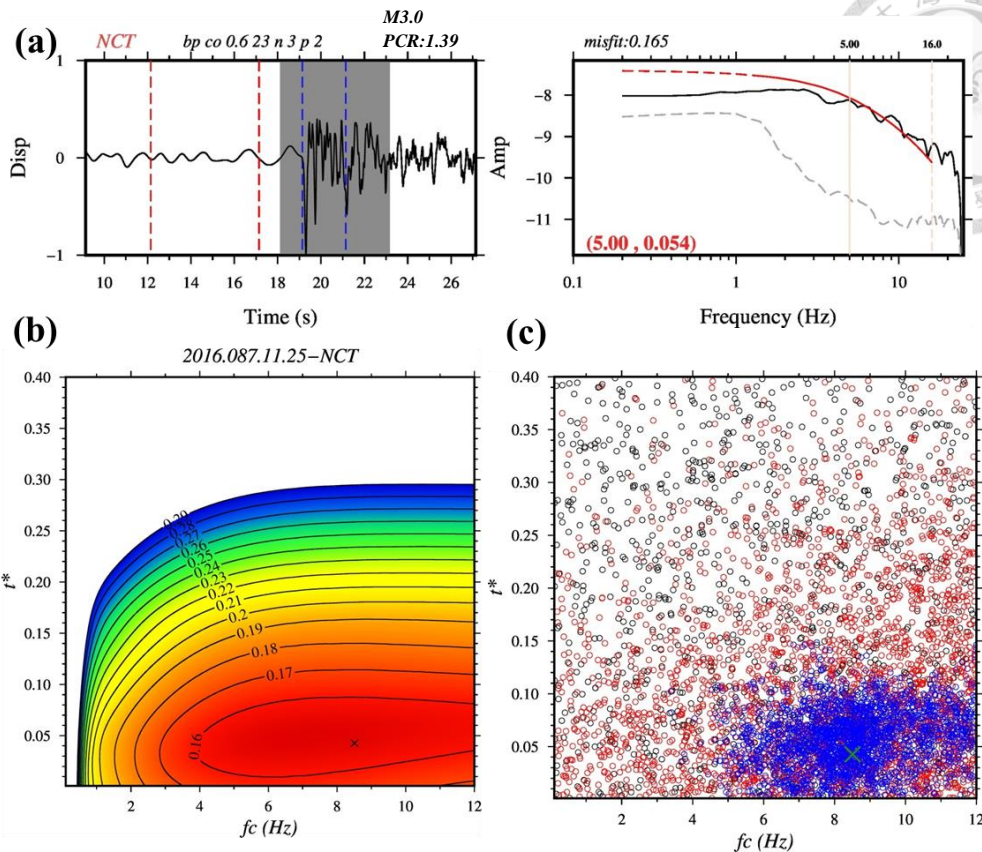


圖 5.6、ST 近似問題之範例。(a) 波形、頻譜擬合圖。(b) 全域殘差值分布圖。可以發現等值線沒有閉合，可能的模型解從 4~12 Hz 均有可能。(c) CEM-NA 的模型點迭代分布圖。黑點：第 0 次隨機產生模型點，紅點：第 2 次迭代模型點，藍點：最後一次迭代模型點。

第二種情形為測站數約等於震源數，在本論文中稱為「填滿」狀態。本論文目前使用的群組組成方式即屬於這個情況。由於測站與震源之間的配對極少缺漏，逆推的過程中會快速收斂，模型擬合的狀況也較佳，缺點是群組容易集中在震源相對密集的區域內，不利於分析整個區域內的概況。在組成群組時，相對來說會捨棄較多的震源，故群組維度較小。(詳見 3.2.2 節)

第三種情況為震源數大於測站數。根據 CEM 的基本假設，震源數稍多於測站數的話，會對路徑效應產生較佳的約束，進而限制  $f_c$ 。值得注意的是，如果震源數加測站數過多時，一樣會出現高維度問題，導致 NA 不收斂。根據本論文的測試，在整體維度  $> 30$  的時候，收斂結果會開始出現不穩定的情形，有些群組可以收斂；有些則不行。而整體維度  $> 50$  時，結果就完全不會收斂。



## 5.2 逆推參數測試

本節將討論兩個部分，一個是計算殘差值的權重 ( $\omega_i$ ) 設定，另外一個是關於  $f_c$  的搜索範圍。

### 5.2.1 殘差值權重設定

權重設計的目的是希望頻譜資料品質較佳的頻段在計算殘差值時，CEM-NA 藉由權重給予其較大的倍數，進而強迫逆推結果遵從資料品質好的地方。本論文所定義資料品質較佳的方法為頻率域的訊噪比 (Signal noise ratio in frequency domain, SNRF, 式 5-2)：

$$SNRF = \delta_i = |\log_{10}(f_{i,signal}) - \log_{10}(f_{i,noise})| \quad (\text{式 5-2})$$

訊號為 P - 1 ~ P + 4 s 波形計算出來的頻譜；雜訊為 P - 7 ~ P - 2 s 波形計算出來的頻譜。

藉由 SNRF，我們測試兩種權重的例子，並利用跨群組事件的  $f_c$  的分布情形做判斷。權重是人為給予的，不同例子會有不同適用性。因此，本論文在給予權重的時候，最大倍數僅為 4，希望結果不要被權重主導。

在測試過程中，限制  $f_c \leq 10$  Hz。第 1 種測試情況 (圖 5.7)，將  $SNRF < 0.5$  的權重設定為 0，將訊號頻譜的振幅不大於 3 倍雜訊頻譜的頻段捨棄。 $SNRF > 2$  的權重設定為 2，其餘的頻段設為  $\delta_i$ 。第 2 種測試情況 (圖 5.8)，是將第 1 種情況的權重均放大 2 倍。

$$\begin{aligned} \delta_i &= |\log_{10}(f_{i,signal}) - \log_{10}(f_{i,noise})| \\ w_i &= 0 & \delta_i < 0.5 \approx \log_{10}(3) \\ w_i &= \delta_i & 0.5 \leq \delta_i \leq 2 \\ w_i &= 2 & \delta_i > 2 \end{aligned}$$

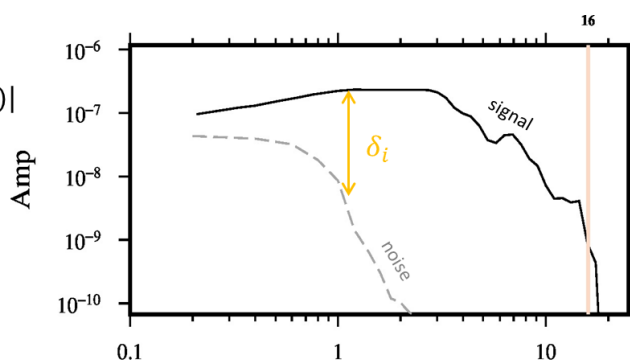
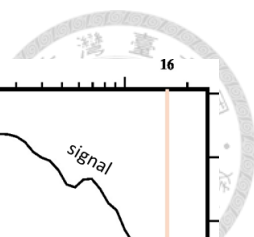


圖 5.7、權重測試圖 ( $W_{i,max} = 2$ )。



$$\delta_i = |\log_{10}(f_{i,signal}) - \log_{10}(f_{i,noise})|$$

$$w_i = 0 \quad \delta_i < 0.5 \approx \log_{10}(3)$$

$$w_i = 2\delta_i \quad 0.5 \leq \delta_i \leq 2$$

$$w_i = 4 \quad \delta_i > 2$$

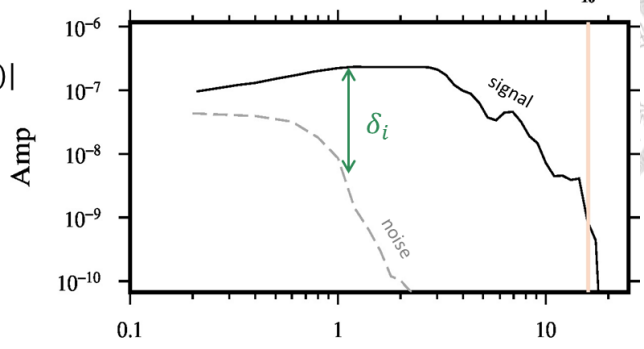


圖 5.8、權重測試圖 ( $W_{i,max} = 4$ )。

最後結果為第 2 種情況較佳，不管是擬合頻譜 (圖 5.9) 或是整體的變異數 (圖 5.10) 都較第 1 種情況為好。故本論文在權重採用第 2 種測試情況。

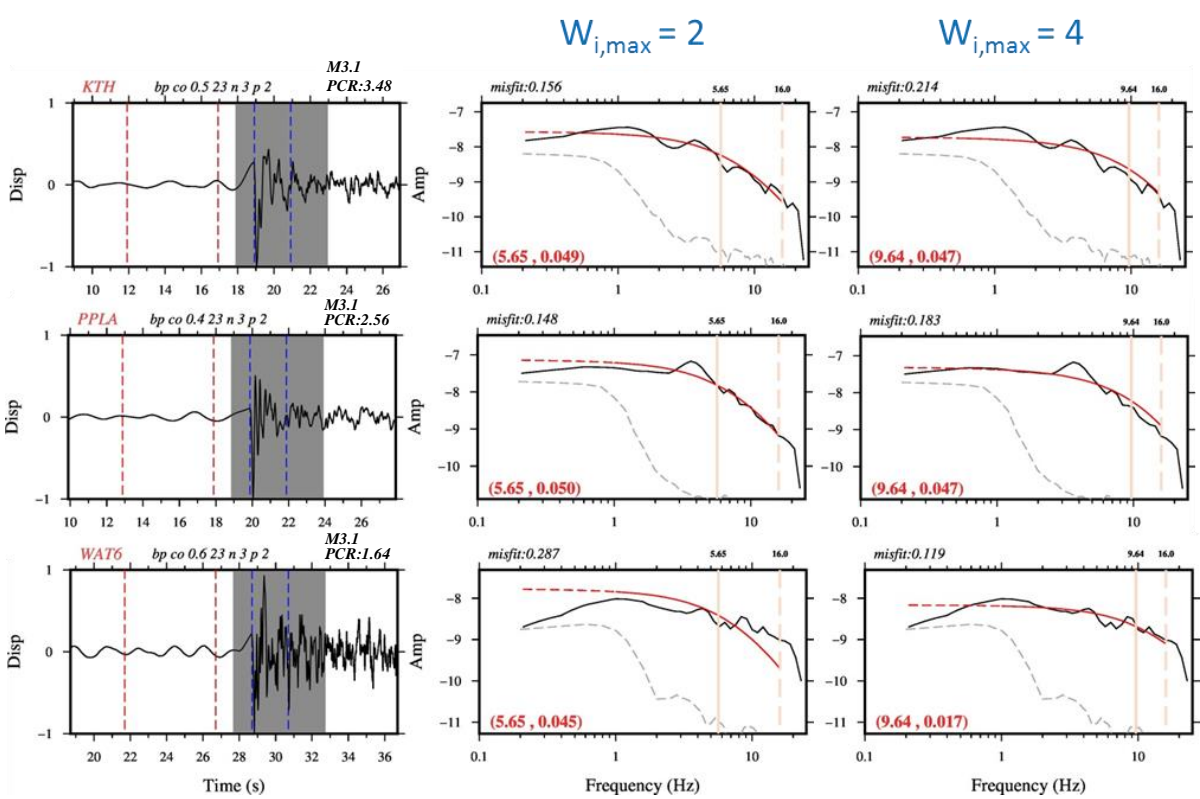


圖 5.9、兩種權重測試頻譜擬合圖。可以發現在最高權重=4 的時候頻譜擬合較佳。

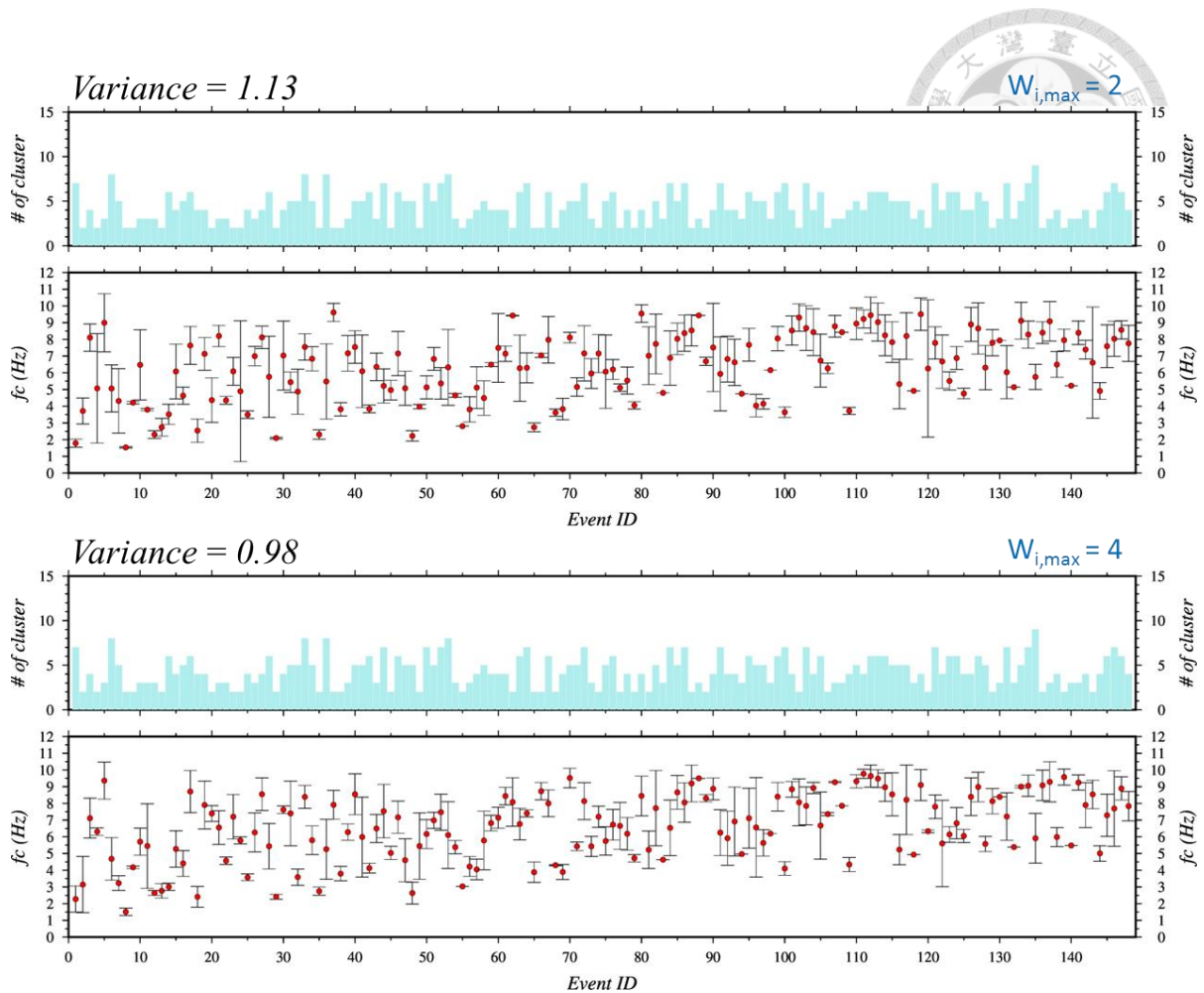


圖 5.10、兩種權重測試，跨群組  $f_c$  圖。

### 5.2.2 $f_c$ 上限值設定

經過權重設定測試後，本論文發現變異數減低來自於  $f_c$  的上限值設定。Ko and Kuo (2016) 在日本隱沒帶的調查，其地震儀最高頻可記錄到 10 Hz，而頻譜擬合至 8 Hz， $f_c$  逆推上限值為 10 Hz。本論文參考其作法，在阿拉斯加地區，地震儀最高頻可記錄 20 Hz，故頻譜擬合至 16 Hz。為了決定  $f_c$  的上限值，本論文測試 2 種情況，分別為 12Hz 與 15Hz，權重採用圖 5.8 的作法。由於  $f_c$  與  $t^*$  之間的制衡關係，如果 CEM-NA 模型解太依賴  $f_c$ ，整體擬合情況就會變得較差。而  $f_c$  過於高頻時，也會出現擬合狀況較差的情形。經過測試之後，本論文採用 12 Hz 為  $f_c$  上限值。

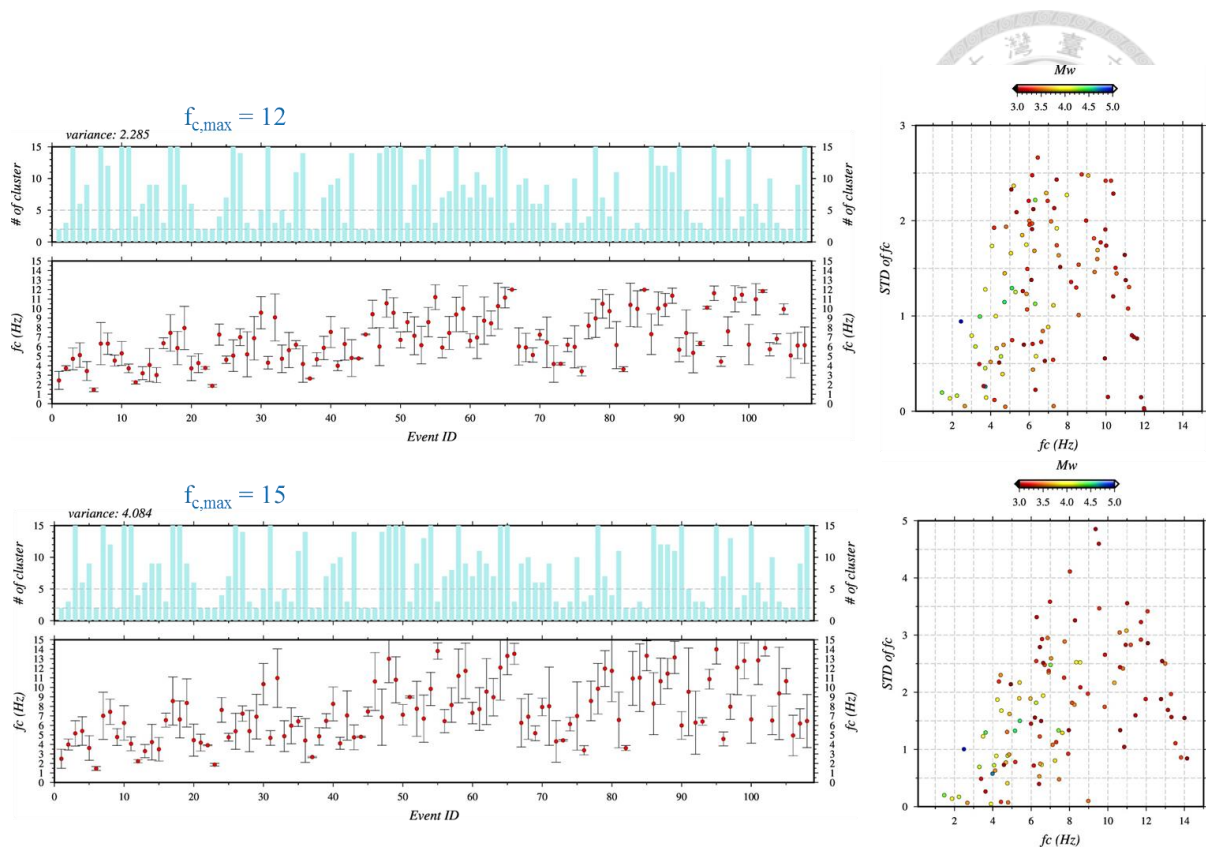


圖 5.11、2 種  $f_c$  上限值測試。上圖為  $f_c = 12$  的情況，下圖為  $f_c = 15$ 。左圖則是將各個震源的平均值與標準差分別放在 x、y 軸上，而顏色代表規模大小。整體而言， $f_c = 12$  的整體變異數較小。

### 5.3 阿拉斯加隱沒帶之震源參數討論

大部分地震始於斷層錯動。位於中深部的岩層承受高岩壓，不似淺部地層容易錯動。然而，震源深度  $> 50$  km 的地震時有所聞，這些中深部地震的成因目前尚有爭議。震源參數提供一個機會，讓我們了解該地區斷層可能的破裂機制。本節將討論震源參數與深度之間的關係，並與日本隱沒帶做比較。

本論文分析深度 90 ~ 170 km 的中深部震源，每 5 km 計算震源的個數，如果震源個數  $\geq 10$ ，將該區間內的震源參數平均，記錄為該區間的平均值；若不足 10 個，則再往下 5 km，直到計算個數  $\geq 10$ 。本論文中，計算平均的區間間隔最大為 10 km。

#### 5.3.1 應力降與深度

應力降代表斷層錯動前後的剪切應力變化。本論文計算的區域應力降平均值



有隨深度往下降的趨勢 (圖 5.12a)，詳細的原因目前不清楚。不過整體而言，相較於前人研究地殼區域的應力降  $1.4 \pm 1.1$  MPa [e.g. *Tajima and Tajima, 2007*]，阿拉斯加在中深度的平均值與標準誤差為  $18.34 \pm 1.1$  MPa，表現出高應力降的性質。其結果顯示中深部地震的確需要更多的能量才能讓斷層發生錯動。日本隱沒帶也有應力降隨深度變化的現象 (圖 5.12b)，在中深部區域亦有應力降下降的趨勢，只是趨勢較阿拉斯加不明顯。

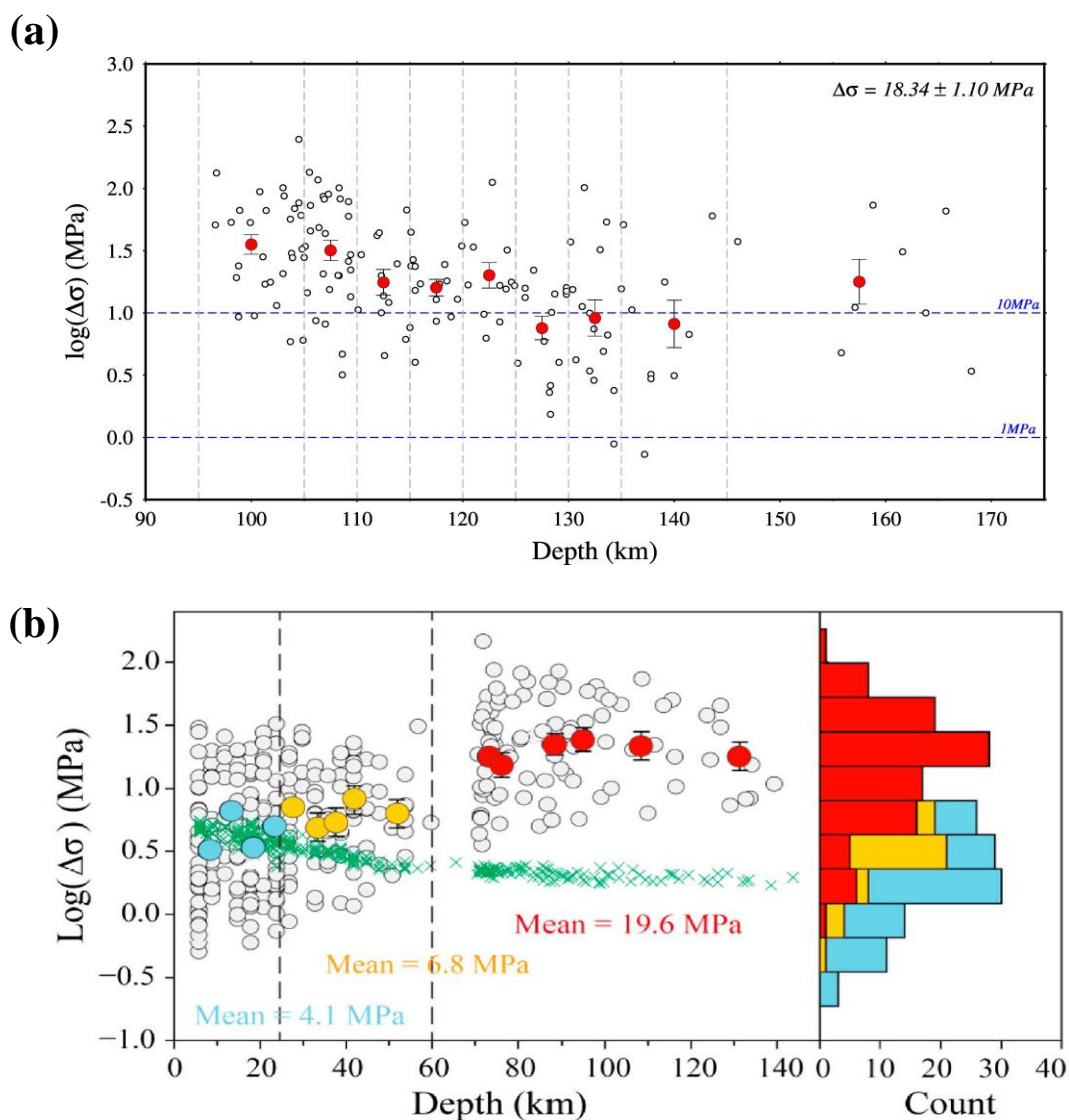


圖 5.12、隱沒帶的應力降隨深度的變化圖。(a) 阿拉斯加，灰虛線為參數平均的深度區間。(b) 日本，[修改自 *Ko and Kuo, 2016*]。在日本 90 km 之後的應力降也微幅呈現下降的趨勢 (紅箭頭)。深藍線為 90 km 的分界，圖(a)(b)的顏色點均為深度區域平均。



### 5.3.2 比例能量與深度

比例能量 (Scale Energy,  $E_R/M_0$ ) 暗示體波輻射能占整體能量的比例。阿拉斯加的比例能量有隨深度變化的趨勢 (圖 5.14a)，且與應力降隨深度變化的趨勢相似 (圖 5.13)。圖 4.11 表明震源的自我相似性，也暗示比例能量的增減與地震矩無關。因此，在中深部震源比例能量的變化說明應力降轉化至體波輻射能的量值也隨之下降。

有趣的是，阿拉斯加隱沒帶的比例能量計算值與理論預測值差異不大，這個現象與日本隱沒帶不同。日本隱沒帶的理論值與計算值有明顯的差異 (圖 5.14b)。依據 Ko and Kuo (2016) 的解釋，比例能量出現落差起因於斷層錯動在中深部區域耗散比預期更多的能量。

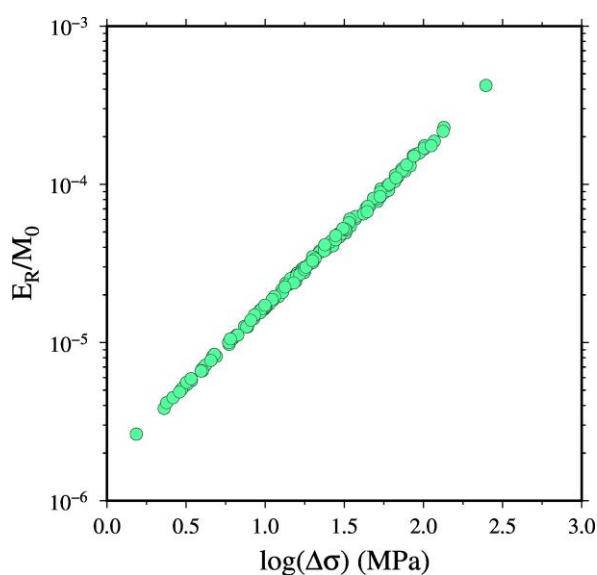


圖 5.13、阿拉斯加隱沒帶的應力降與比例能量的關係。兩者呈現高度相關。

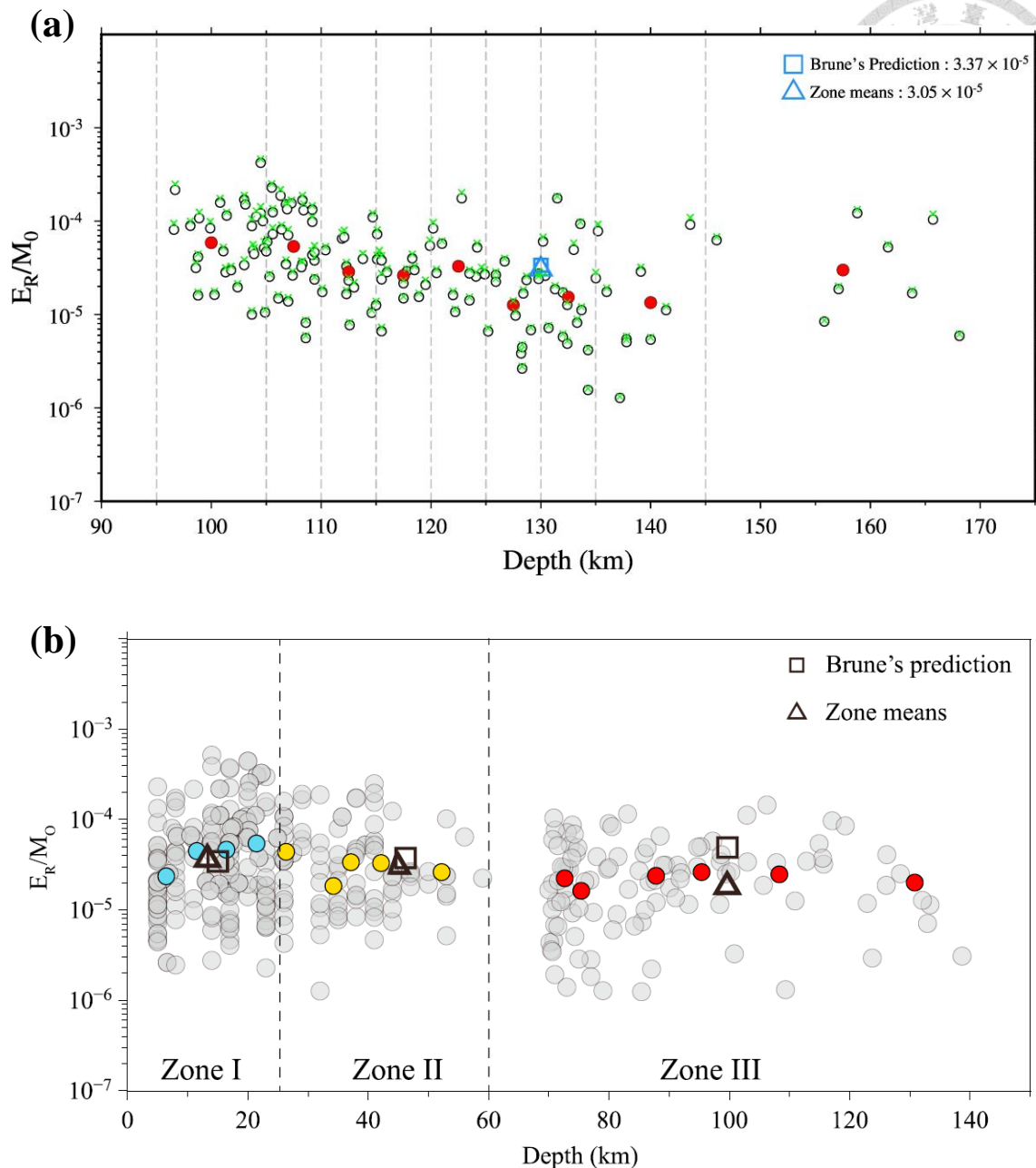


圖 5.14、隱沒帶比例能量隨深度的變化圖。(a) 阿拉斯加。綠 $\times$ 代表理論值；圓圈代表計算值。(b) 日本，[修改自 Ko and Kuo, 2016]。在日本 90 km 後的比例能量呈現微幅下降的趨勢（紅箭頭）。三角形為整體的計算平均；矩形為理論的整體預測值平均。其餘圖示同圖 5.12。

### 5.3.3 地震波輻射效率與深度

地震波輻射效率可想像為地震波的能量占應力降釋放能量的比例。本論文藉由比例能量與應力降求得計算值，並依照速度構造求得理論值。阿拉斯加地區地震波輻射效率的計算平均值與標準誤差為  $0.277 \pm 0.0008$ ，比起理論值 (0.31) 低



上許多，呈現低輻射效率的情況。我們對照式4-21與式4-27可得式5-3：

$$(\eta_R)^B = \frac{2\mu}{\Delta\sigma} \left(\frac{E_R}{M_0}\right)^B \quad \text{(式 5-3)}$$

將式5-3與式4-26對照，我們可以發現兩式的比例能量係數  $\left(\frac{2\mu}{\Delta\sigma}\right)$  完全一樣，所以輻射效率的理論值與計算值的落差一定來自比例能量的影響。經過計算 (式5-4)，比例能量理論值與計算值的差值百分比平均數落在10% (圖5.15)，與輻射效率的理論與計算差值相同。這個結果顯示阿拉斯加地區的低輻射效率成因確實與日本隱沒帶相似，只是其比例能量降低的幅度沒有日本隱沒帶明顯。

$$\left[\left(\frac{E_R}{M_0}\right)^B / \frac{E_R}{M_0}\right] - 1 \times 100\% \quad \text{(式5-4)}$$

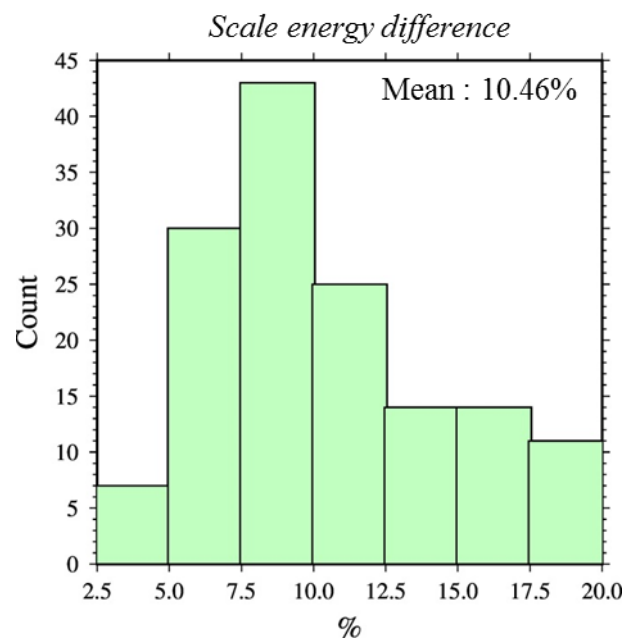


圖 5.15、比例能量理論與計算值的差別。橫軸為式 5-4 計算出來的百分比。

輻射效率不管是理論值或是計算值幾乎不隨深度變化 (圖5.16a)，暗示能量轉換效率在 90 ~ 170 km 表現一致。日本隱沒帶也出現計算值比理論值低的情形 (圖 5.16b)。此種計算值比理論值低的情況，可能暗示中深部地震應力降轉換的能量中，更多的能量在斷層錯動過程中被耗散，而不是轉換為地震波傳遞出去。

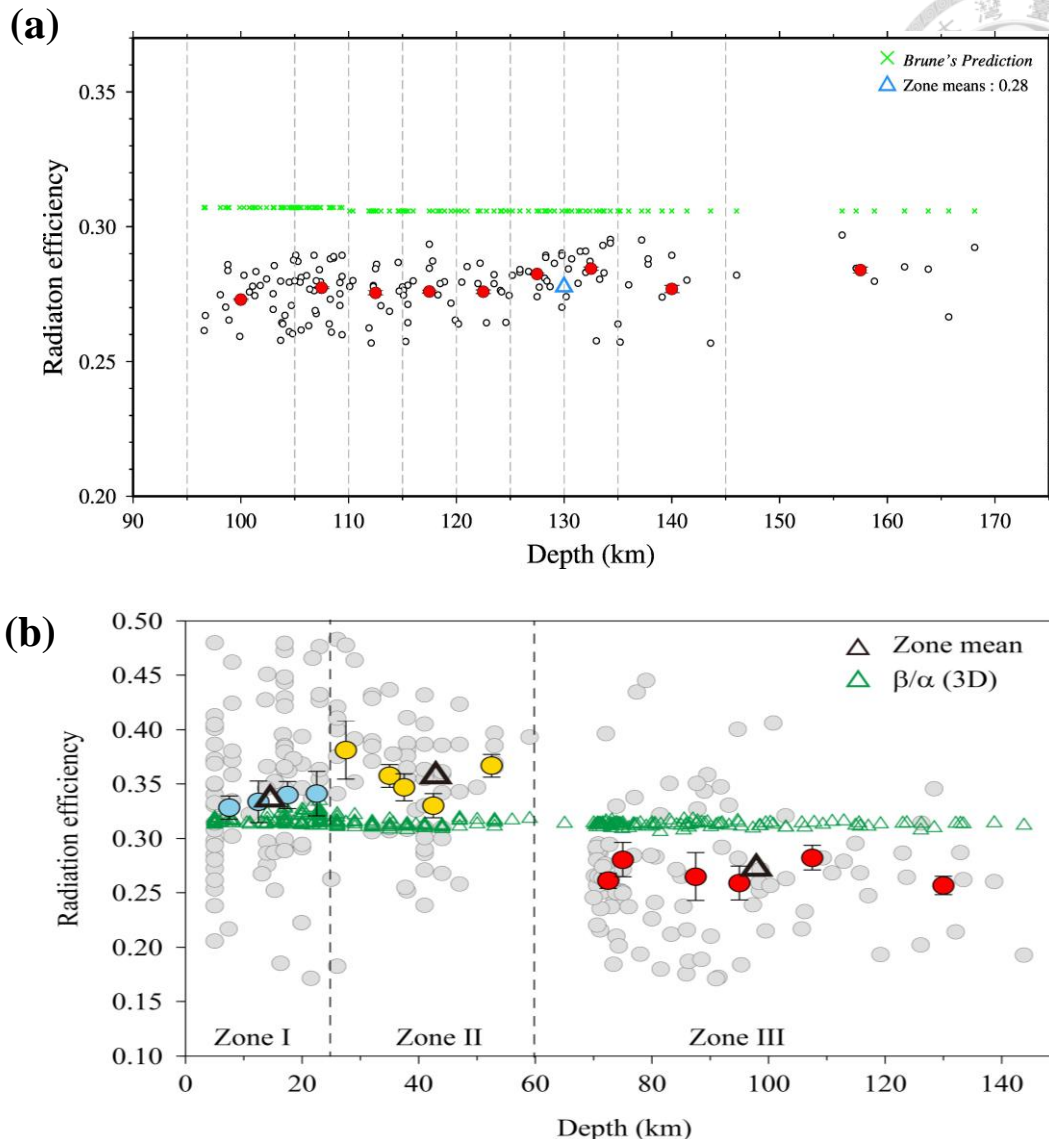


圖 5.16、(a) 阿拉斯加 與 (b) 日本隱沒帶地震波輻射效率隨深度變化圖。在日本 90 km 之後地震波輻射效率明顯低於理論值 (綠  $\Delta$ )。圖示同圖 5.14。

### 5.3.4 震源參數計算常數之假設

震源參數的計算依賴許多常數，但在常數的計算上隱含許多假設，這些假設如與現實不相符的話，就會導致震源參數的誤差，在這邊說明  $q$ 、 $k$  與  $\mu$  的假設。

$q$  為 S 波與 P 波的能量比值 (式 4-18)，在此假設 P 波與 S 波頻譜的  $f_c$  相同，然而 P 波與 S 波頻譜的  $f_c$  是否一定相同，是依據個別地震而定。 $q$  的範圍在前人研究中從 9 ~ 30 均有 [e.g., Prieto et al., 2004; Venkataraman and Kanamori, 2004b; Viegas et al., 2010]。而  $q$  的深度依賴性 (depth dependence) 目前還是未知的。

另外一個常數是  $k$  (e.g. 式 4-14、式 4-21 與式 4-27)， $k = 0.32$  是基於破裂速度  $V_r$  為 0.9 倍的 S 波波速 [Madariaga, 1976]。 $k$  值會隨著破裂速度減緩而變小， $k$  值變小會直接影響到 Brune 模型中的斷層面半徑 (式 4-14)，進而影響應力降的判讀。已有證據顯示，斷層在中深部的破裂速度會下降至 0.2~0.6 倍的 S 波速度 [Park and Mori, 2008]。在這種情形下，如果仍定  $k = 0.32$ ，則會低估應力降 (式 5-5)。

$$\Delta\sigma = \frac{7}{16} M_0 \left(\frac{f_c}{k\beta}\right)^3 \quad (\text{式 5-5})$$

$\mu$  (e.g. 式 4-21 與式 4-26) 則使用彈性地震波的理论公式 (式 5-6)，由阿拉斯加一維參數模型中的 S 波波速與密度求得 (圖 4.6)。

$$\mu = \rho\beta^2 \quad (\text{式 5-6})$$

### 5.3.5 阿拉斯加隱沒帶中深部地震的可能機制

本論文利用 Brune 模型計算一系列的震源參數，雖然其中隱含許多假設，但整體而言，我們的結果依然可以提供區域的大略面貌，以及提供新的觀測數據。

阿拉斯加隱沒帶的中深部地震，其震源參數基本上呈現高應力降與低輻射效率的特徵，依據 Prieto *et al.* (2013) 的模型，此種特徵與剪切加熱模型 (shear heating instability) 或稱之為熱失控模型 (thermal runaway) 有關。在高岩壓的環境下，斷層一旦開始滑動，就會散發大量的熱，岩石會融化，導致摩擦力更進一步減少，斷層移動的速度會加快，使摩擦熱更多，是一種正向循環，故稱之為熱失控模型。此模型可以解釋在中深部高岩壓的環境，高應力降可提供較多的能量，使斷層進一步滑動。此外，正向循環的熱失控讓大量的摩擦熱生成，這個現象導致原本應該以地震波形式傳遞出去的能量也轉換成為熱，故造成低地震波輻射效率。

然而，礦物在隱沒過程中脫水，水會降低中深部地層間的圍壓，在弱面之間的摩擦力會因而減低，也可能加速熱失控模型。因此，在地震波的觀測中，本論文認為無法分辨兩種機制的貢獻多寡，相反的，這兩種模型可能是互助互補的關係，故在中深部地層的地震發生機制可能是這兩種機制互相影響的結果。



## 5.4 阿拉斯加隱沒帶之本質衰減趨勢

最後一個部分，我們討論 CEM-NA 的另外一個參數  $t^*$ 。本質衰減 ( $Q$ ) 可以想像為地震波在經過地層時受到的地層摩擦力作用。 $Q$  值越大，表示波傳過程中地震波振幅衰減越少，能量保留越多。本論文中，將  $Q$  值假設為常數，式 2-5 時間 ( $\tau$ ) 則可以積分為走時 ( $T$ ) (式 5-7)：

$$t^* = \frac{T}{Q} \quad (\text{式 5-7})$$

將走時 ( $T$ ) 除以  $t^*$  得到  $Q$  值。然而  $Q$  值事實上是頻率的函數 (式 5-8)，本文中  $Q$  值的計算方式為  $\varepsilon = 0$ ，故稱之為本質衰減趨勢。

$$Q(f) = Q_0 f^\varepsilon \quad (\text{式 5-8})$$

$Q_0$  表示  $f=1\text{Hz}$  或是  $\varepsilon = 0$ ， $Q$  的參考值。

地震波在經過地幔楔 (mantle wedge) 時，其振幅受到高溫的影響，故衰減較多， $Q$  值較小。在本論文的結果中 (圖 5.17)，許多通過地幔楔的  $Q$  值呈現異常高值 (圖 5.18)。依據 Stachnik *et al.* (2004) 的研究表明，阿拉斯加地區  $Q$  值對頻率的依賴性極高，而其結果在  $\varepsilon = 0$  與我們的結果也有相似之處 (表 5.4.1 紅線部分)。故本論文認為在地幔楔的異常  $Q$  值是由於頻率依賴性造成的假像。

表 5.4.1、阿拉斯加的  $Q$  值趨勢。紅線部分為地幔楔  $\varepsilon = 0$  的情況。[表擷取自 Stachnik *et al.*, 2004]

Path	Phase	$Q_0$	Error <sup>a</sup> , %	$Q_{av}$	Error <sup>a</sup> , %	Number of Data	$n\text{Var}^b$	$Q_{av-corr}^c$	Error <sup>a</sup> , %	$f_{min}^d$ , Hz	$f_{max}^d$ , Hz
$\alpha = 0.27$											
Crust	<i>P</i>	291	10	242	5.0	446	0.33			0.4	19.2
Wedge	<i>P</i>	764	66	257	4.5	340	0.41	266	19	0.8	19.1
Slab	<i>P</i>	$\infty^e$	-	793	10.3	515	0.87	$\infty^e$	-	1.0	19.2
Crust	<i>S</i>	3445	82	317	5.7	398	0.28			0.3	13.9
Wedge	<i>S</i>	174	12	173	2.4	286	0.13	138	7.7	0.3	9.4
Slab	<i>S</i>	4308	136	497	4.1	503	0.47	724	53	0.4	16.9
$\alpha = 0.0$											
Wedge	<i>P</i>	1696	63	528	4.0	340	0.37	537	36	0.8	19.1
Wedge	<i>S</i>	252	11	348	3.0	286	0.17	283	20	0.4	9.4
$\alpha = 0.65$											
Wedge	<i>P</i>	1213	328	93	5.0	340	0.45	104	6.6	0.9	19.1
Wedge	<i>S</i>	94	15	73	2.5	286	0.13	62	2.6	0.4	9.4

<sup>a</sup>Formal uncertainty ( $1\sigma$ ) in  $1/Q$  is from regression for  $1/Q_0$  or  $1/Q_{av}$ , expressed as percent.

<sup>b</sup>Variance of misfit to  $t^*$  data is for the  $Q_0$  regression, normalized to variance in  $t^*$  measurements.

<sup>c</sup> $Q_{av}$  is corrected for attenuation in the crust.

<sup>d</sup>The  $f_{min}$  and  $f_{max}$  are mean minimum and maximum frequency bounds in  $t^*$  measurements.

<sup>e</sup>The  $1/Q$  estimate is negative, but uncertainties include zero.

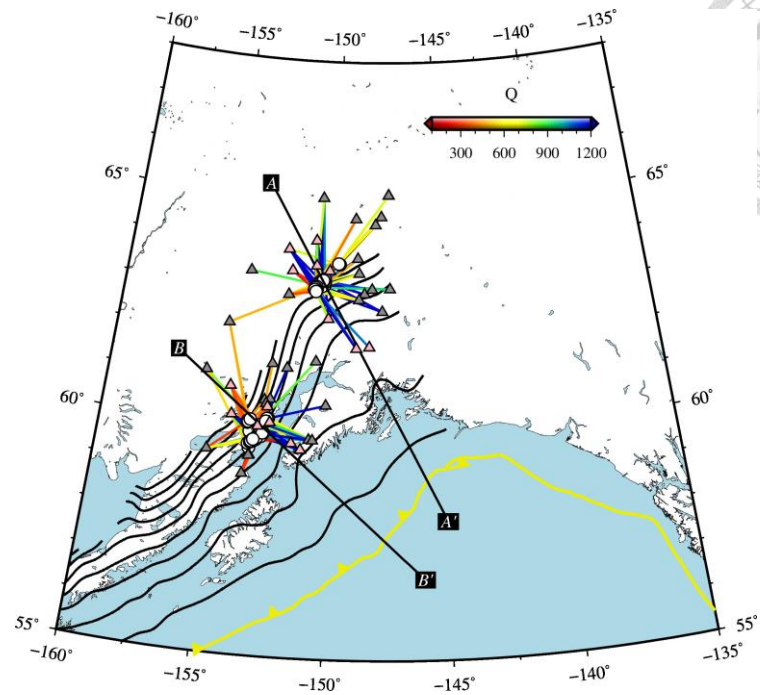


圖 5.17、阿拉斯加的 Q 值趨勢-震源與測站位置俯視圖。

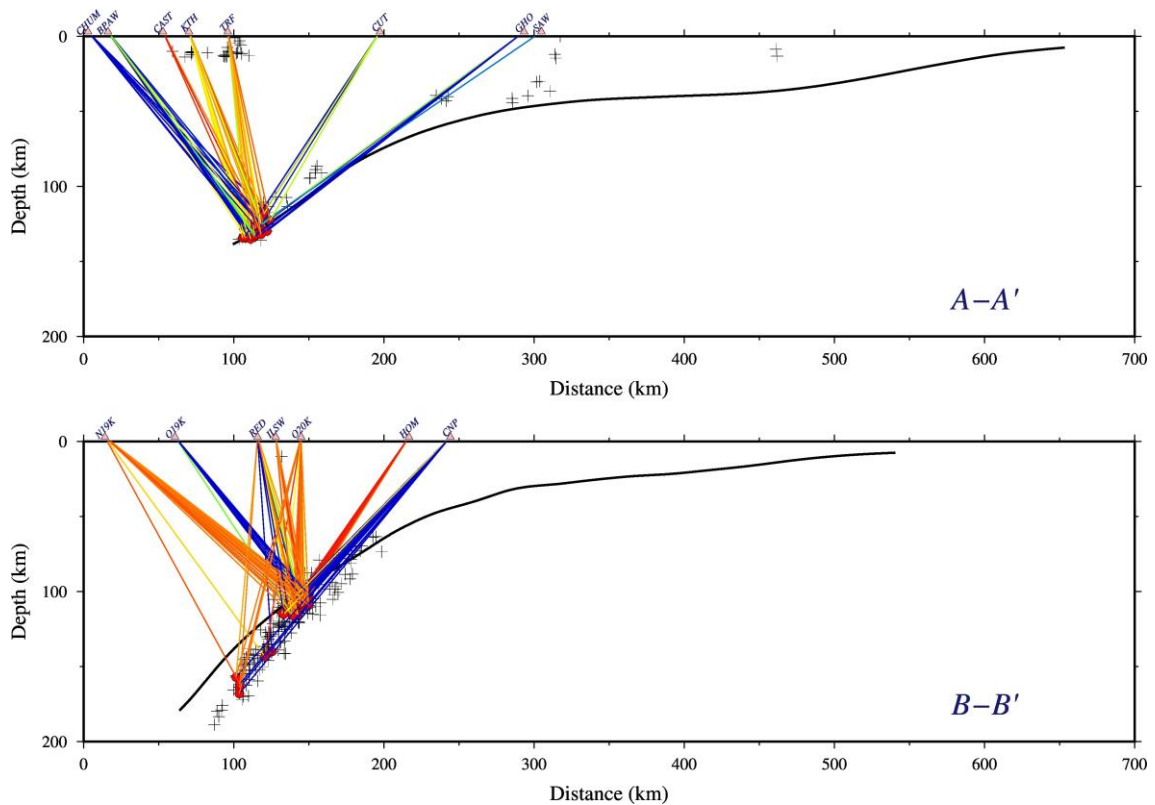


圖 5.18、阿拉斯加的 Q 值趨勢-AA'剖面與 BB'剖面，其俯視圖位置同圖 5.17。在地慢楔中的波線 Q 值大致上呈現較低的狀態，幾個異常高的值，可能是由於此地區 Q 值對頻率高度依賴造成的假像。顏色標示同圖 5.17。



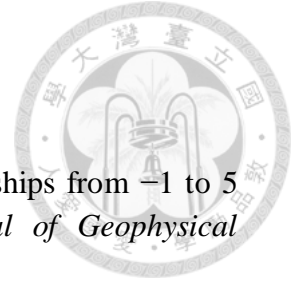
## 第六章 結論



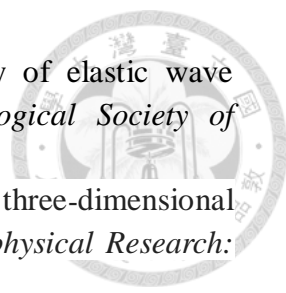
本論文利用群組地震法搭配鄰域演算法，分析地震波頻譜，計算阿拉斯加地區 90 ~ 170 km 的震源參數，歸納成以下結論：


1. 阿拉斯加的震源表現出自我相似特徵，其拐角頻率與地震矩呈現明顯的負相關保證了逆推結果的嚴謹性。藉由 Madariaga 模型 ( $V_s$  模型) 計算出的應力降平均數為  $18.34 \pm 1.1$  MPa。
2. 比例能量理論值與計算值的差異平均大約為 10%。在本論文計算地震波輻射效率時，不管是理論值或是計算值，其係數均為  $(\frac{2\mu}{\Delta\sigma})$ ，因此震波輻射效率的理論值與計算值的差異平均與比例能量的差異相同。比例能量的落差是造成阿拉斯加地區震波輻射效率理論值與計算值有差異的主因。
3. 阿拉斯加地區中深部震源的應力降有隨深度下降的趨勢，而比例能量也有隨深度變化的現象。因此在 90 ~ 170 km 區域內，本論文計算的震波輻射效率差異不大，呈現高原狀的趨勢，暗示這個深度區域內一致的能量耗散行為。
4. 阿拉斯加地區中深部的震源特徵呈現高應力降 ( $18.34 \pm 1.1$  MPa) 與低地震波輻射效率 (0.27)，其特徵符合熱失控模型，可能暗示熱失控模型在顯示阿拉斯加中深部地區為重要的破裂機制。
5. 脫水脆化作用釋放出的水可能為熱失控模型的催化劑。而在地震波研究上僅看得出熱失控模型的特徵，實際上兩者為相輔相成的關係，共同為中深部地震的發生機制。因此本論文藉由地震波觀測在阿拉斯加地區提供新的觀測證據。

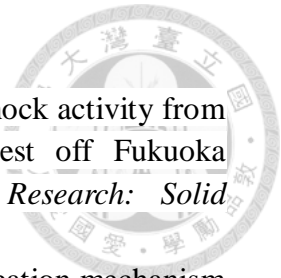
## 參考資料



- Abercrombie Rachel E. (1995). Earthquake source scaling relationships from  $-1$  to  $5$  ML using seismograms recorded at 2.5-km depth. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 100(B12), 24015-24036.
- Aki, K., and P. G. Richards (1980), Quantitative Seismology, W. H. Freeman, New York.
- Andersen, T. B., & Austrheim, H. (2006). Fossil earthquakes recorded by pseudotachylytes in mantle peridotite from the Alpine subduction complex of Corsica. *Earth and Planetary Science Letters*, 242(1-2), 58-72.
- Anderson, J. G., & Hough, S. E. (1984). A model for the shape of the fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74(5), 1969-1993.
- Beresnev, I. A. (2002). Source parameters observable from the corner frequency of earthquake spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 92(5), 2047-2048.
- Boatwright, J. (1980). A spectral theory for circular seismic sources; simple estimates of source dimension, dynamic stress drop, and radiated seismic energy. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 70(1), 1-27.
- Boatwright, J., & Fletcher, J. B. (1984). The partition of radiated energy between P and S waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74(2), 361-376.
- Brune, J. N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 75(26), 4997-5009.
- Deseta, N., Ashwal, L. D., & Andersen, T. B. (2014). Initiating intermediate-depth earthquakes: Insights from a HP-LT ophiolite from Corsica. *Lithos*, 206, 127-146.
- Dobson, D. P., Meredith, P. G., & Boon, S. A. (2002). Simulation of subduction zone seismicity by dehydration of serpentine. *Science*, 298(5597), 1407-1410.
- Eshelby, J. D. (1957), The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 241,376-396,
- Ferris, A., Abers, G. A., Christensen, D. H., & Veenstra, E. (2003). High resolution image of the subducted Pacific (?) plate beneath central Alaska, 50-150 km depth. *Earth and Planetary Science Letters*, 214(3), 575-588.
- Green, H. W., & Houston, H. (1995). The mechanics of deep earthquakes. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 23(1), 169-213.
- Goes, S., Capitanio, F. A., & Morra, G. (2008). Evidence of lower-mantle slab penetration phases in plate motions. *Nature*, 451, 981.
- Hacker, B. R., Peacock, S. M., Abers, G. A., & Holloway, S. D. (2003). Subduction factory 2. Are intermediate-depth earthquakes in subducting slabs linked to metamorphic dehydration reactions?. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 108(B1).
- Hanks, T. C., & Kanamori, H. (1979). A moment magnitude scale. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 84(B5), 2348-2350.

- 
- Haskell, N. A. (1964). Total energy and energy spectral density of elastic wave radiation from propagating faults. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 54(6A), 1811-1841.
- Hayes, G. P., Wald, D. J., & Johnson, R. L. (2012). Slab1. 0: A three-dimensional model of global subduction zone geometries. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B1).
- Hiramatsu Yoshihiro, Hiroshi, Y., Keiichi, T., Kin'ya, N., & Shiro, O. (2002). Scaling law between corner frequency and seismic moment of microearthquakes: Is the breakdown of the cube law a nature of earthquakes? *Geophysical Research Letters*, 29(8), 52-51-52-54.
- Hoek, E. (1968). Brittle fracture of rock. *Rock mechanics in engineering practice*, 130.
- Ide, S., & Beroza, G. C. (2001). Does apparent stress vary with earthquake size?. *Geophysical Research Letters*, 28(17), 3349-3352.
- Jiyao, L., A., A. G., YoungHee, K., & Douglas, C. (2013). Alaska megathrust 1: Seismicity 43 years after the great 1964 Alaska megathrust earthquake. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 118(9), 4861-4871.
- Jung, H., Green Ii, H. W., & Dobrzhinetskaya, L. F. (2004). Intermediate-depth earthquake faulting by dehydration embrittlement with negative volume change. *Nature*, 428(6982), 545.
- Kanamori, Hiroo & Emily, E. B. (2004). The physics of earthquakes. *Reports on Progress in Physics*, 67(8), 1429.
- Kanamori, Hiroo & Rivera, L. (2006). Energy partitioning during an earthquake.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes. *Journal of geophysical research*, 82(20), 2981-2987.
- Ko, J. Y.-T., & Kuo, B.-Y. (2016). Low radiation efficiency of the intermediate-depth earthquakes in the Japan subduction zone. *Geophysical Research Letters*, 43(22), 11,611-611,619.
- Ko, Y.-T., Kuo, B.-Y., & Hung, S.-H. (2012). Robust determination of earthquake source parameters and mantle attenuation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B4).
- Lio, Y. L., Padgett, W. J., & Yu, K. F. (1986). On the asymptotic properties of a kernel type quantile estimator from censored samples. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 14(2), 169-177.
- Madariaga, R. (1976). Dynamics of an expanding circular fault. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66(3), 639-666.
- Mueller, C. S. (1985). Source pulse enhancement by deconvolution of an empirical Green's function. *Geophysical Research Letters*, 12(1), 33-36.
- Ohta, Y., Freymueller, J. T., Hreinsdóttir, S., & Suito, H. (2006). A large slow slip event and the depth of the seismogenic zone in the south central Alaska subduction zone. *Earth and Planetary Science Letters*, 247(1), 108-116.
- Park, S. C., & Mori, J. (2008). Rupture velocity estimation of large deep-focus earthquakes surrounding Japan. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 113(B8).

- 
- Peacock, S. M. (2001), Are lower planes of double-seismic zones caused by serpentine dehydration in subducting oceanic mantle?, *Geology*, 29, 299–302.
- Peacock, S. M., and K. Wang (1999), Seismic consequences of warm versus cool subduction metamorphism: Examples from southwest and northeast Japan, *Science*, 286, 937–939.
- Prieto, G. A., Shearer, P. M., Vernon, F. L., & Kilb, D. (2004). Earthquake source scaling and self-similarity estimation from stacking P and S spectra. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B8).
- Prieto, G. A., Parker, R. L., Thomson, D. J., Vernon, F. L., & Graham, R. L. (2007). Reducing the bias of multitaper spectrum estimates. *Geophysical Journal International*, 171(3), 1269-1281.
- Prieto, G. A., Beroza, G. C., Barrett, S. A., López, G. A., & Florez, M. (2012). Earthquake nests as natural laboratories for the study of intermediate-depth earthquake mechanics. *Tectonophysics*, 570, 42-56.
- Prieto, A. G., Manuel, F., A., B. S., C., B. G., Patricia, P., Faustino, B. J., & Esteban, P. (2013). Seismic evidence for thermal runaway during intermediate-depth earthquake rupture. *Geophysical Research Letters*, 40(23), 6064-6068.
- Roth, E. G., Wiens, D. A., Dorman, L. M., Hildebrand, J., & Webb, S. C. (1999). Seismic attenuation tomography of the Tonga-Fiji region using phase pair methods. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 104(B3), 4795-4809.
- Ruppert, N. A., & Hansen, R. A. (2010). Temporal and Spatial Variations of Local Magnitudes in Alaska and Aleutians and Comparison with Body-Wave and Moment Magnitudes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 100(3), 1174-1183.
- Sambridge, M. (1999a). Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—I. Searching a parameter space. *Geophysical Journal International*, 138(2), 479-494.
- Sambridge, M. (1999b). Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—II. Appraising the ensemble. *Geophysical Journal International*, 138(3), 727-746.
- Sambridge, M. (2001). Finding acceptable models in nonlinear inverse problems using a neighbourhood algorithm. *Inverse Problems*, 17(3), 387.
- Shearer, P. M. (2009). *Introduction to Seismology* (2 ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Shito, A., Karato, S. I., & Park, J. (2004). Frequency dependence of Q in Earth's upper mantle inferred from continuous spectra of body waves. *Geophysical research letters*, 31(12).
- Slepian D. (1978). Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis, and Uncertainty—V: The DiPCReTe Case. *Bell System Technical Journal*, 57(5), 1371-1430.
- Stachnik, J. C., Abers, G. A., & Christensen, D. H. (2004). Seismic attenuation and mantle wedge temperatures in the Alaska subduction zone. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B10).
- St-Onge, A. (2011). Akaike information criterion applied to detecting first arrival times on microseismic data *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*



- (pp. 1658-1662).
- Tajima, R., & Tajima, F. (2007). Seismic scaling relations and aftershock activity from the sequences of the 2004 mid Niigata and the 2005 west off Fukuoka earthquakes (Mw 6.6) in Japan. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B10).
- Thielmann, M. (2017). Grain size assisted thermal runaway as a nucleation mechanism for continental mantle earthquakes: Impact of complex rheologies. *Tectonophysics*.
- Thielmann, M., Rozel, A., Kaus, B. J. P., & Ricard, Y. (2015). Intermediate-depth earthquake generation and shear zone formation caused by grain size reduction and shear heating. *Geology*, 43(9), 791-794.
- Thomson, D. J. (1982). Spectrum estimation and harmonic analysis. *Proceedings of the IEEE*, 70(9), 1055-1096.
- Thomson, E. S., Gill, S. S., & Doughty, D. (1990). Stereotactic multiple arc radiotherapy. *The British Journal of Radiology*, 63(754), 745-751.
- Venkataraman Anupama & Kanamori Hiroo (2004a). Observational constraints on the fracture energy of subduction zone earthquakes. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B5).
- Venkataraman Anupama & Kanamori Hiroo (2004b). Effect of directivity on estimates of adiated seismic energy. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B4).
- Viegas, G., Abercrombie, R. E., & Kim, W. Y. (2010). The 2002 M5 Au Sable Forks, NY, earthquake sequence: Source scaling relationships and energy budget. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 115(B7).
- Yin, J., Denolle, M. A., & Yao, H. (2018). Spatial and Temporal Evolution of Earthquake Dynamics: Case Study of the Mw 8.3 Illapel Earthquake, Chile. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(1), 344-367.
- YoungHee, K., A., A. G., Jiyao, L., Douglas, C., Josh, C., & Stéphane, R. (2014). Alaska Megathrust 2: Imaging the megathrust zone and Yakutat/Pacific plate interface in the Alaska subduction zone. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119(3), 1924-1941.
- Zhao Dapeng, Douglas, C., & Hans, P. (1995). Tomographic imaging of the Alaska subduction zone. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 100(B4), 6487-6504.
- 柯彥廷，2010，沖繩海槽與北台灣的地幔楔衰減特性及其與歐亞岩石圈之關係，國立臺灣大學地質科學研究所碩士論文，共87頁。

## 附錄 A 鄰域演算法



### A.1 最佳化問題

在最佳化問題中，經典的例子莫過於郵差問題。有個郵差必須走過  $N$  個地區寄送郵件，而這些地區彼此之間的距離各不相同，若這名郵差從任意一個地區出發，而且必須將所有地區跑過一遍，試問最省時間的走法？這個問題看似簡單，卻是複雜的數學問題。假設  $N=2$ ，兩地之間僅有一種走法。但隨著  $N$  越大，可以選擇的走法越來越多樣，而且其增加速度呈現非線性關係。如何找出一個有效方法尋求最佳路徑，即為最佳化問題的精神。

上述的郵差問題，即屬於 NP 問題 (Non-deterministic Polynomial)。問題變數增加，其複雜度會以驚人且非線性的速度倍增。若以傳統數學的方式計算，這類問題往往複雜而無效率。隨著計算機科技的進步，藉由電腦數值計算，解決最佳化問題的方法逐漸有實用性。1950 年代以來，舉凡蒙地卡羅法 (Uniform Monte Carlo, UMC)、基因演算法 (Genetic Algorithm, GA)、模擬退火法 (Simulated Annealing, SA) 等被廣泛運用在各類問題。

Sambrige (1999a) 認為在迭代的過程中，假如能以先前產生的模型引導下一次迭代所產生的新模型並同時計算目標函數 (misfit)，一個更為簡單的演算法就可以誕生。如果以此標準看上述三種演算法，可以發現 UMC 法的每次迭代過程與先前的模型無關；GA 法與 SA 法雖然使用前一次迭代所產生的模型，但是收斂的過程中，GA 仰賴控制參數 (control parameter)；SA 則是溫度剖面 (temperature profile)，某種程度上都有人為的影子。因此，Sambrige 發展一套新的演算法 [Sambrige, 1999a,b]，稱為鄰域演算法 (Neighborhood Algorithm，以下簡稱 NA)。

NA 的優勢在於計算已產生模型的目標函數 (misfit) 來近似整個參數空間 (parameter space) 中的目標函數，並在新一輪的迭代中以目標函數值的大小給予不同點數的採樣點。這樣做的好處是可以在目標函數值小的地方，給予更多的採樣點，使我們找到更符合資料的模型。



## A.2 基本名詞解釋

詳細說明 NA 之前，我們需要先定義一些名詞。

1. **L<sub>2</sub> 範數 (L<sub>2</sub>-norm)**：定義參數空間中兩點之間的歐氏距離。若在 2 維平面上則為畢氏定理。

$$\| (m_a - m_b) \|_2 = [(m_a - m_b)^T (m_a - m_b)]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{式 A-1})$$

$m_a$ 、 $m_b$ ：參數空間中的兩點。

2. **參數空間 (parameter space)**：在本論文中以  $f_c$  與  $t^*$  為模型參數，並以群組內震源數目與測站數目相加的總個數  $n$ ，所展開的  $n$  維空間。舉例來說，若我們有 3 個地震、4 個測站，會對應到 3 個  $f_c$  與 4 個  $t^*$ 。在 CEM 的規範下，會得到 7 維的參數空間。當測站數或是群組內地震數增加時，所對應的模型參數也會增加。
3. **目標函數 (objective function)**：所求最小值的函數( $F$ )，又稱為 misfit function，在本論文中目標函數為

$$F = \left\| \frac{\Omega_0 \exp(-\pi f t^*)}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} - d \right\|_2 \quad (\text{式 A-2})$$

在  $L_2$ -norm 的規範下，我們可以藉由  $f_c$  與  $t^*$  與觀測資料( $d$ )之間的擬合差異建構目標函數，並尋找出更符合觀測資料的參數模型。

4. **沃羅諾伊區域 (Voronoi cell)**：由已知的模型分割參數空間所形成的區域。參數空間中的任一點均可分配到距離最近的模型所形成的區域中，而且這個分配是唯一的。令  $T$  為已知不重複模型參數的集合。 $T = \{m_1, m_2, \dots, m_{n_p}\}$ ， $2 \leq n_p \leq \infty$ ，則  $m_i$  所對應 Voronoi cell 則可以寫做

$$V(m_i) = \{x \mid \| (x - m_i) \|_2 \leq \| (x - m_j) \|_2 \} \quad (\text{式 A-3})$$

for  $i \neq j$ ， $i, j = 1, 2, \dots, n_p$ ， $x$  為空間中的任一點。在 2 維平面上，Voronoi cell 是由各個模型的中垂線圍成的一個區域。特徵是凸多邊形 (圖 A.1)。

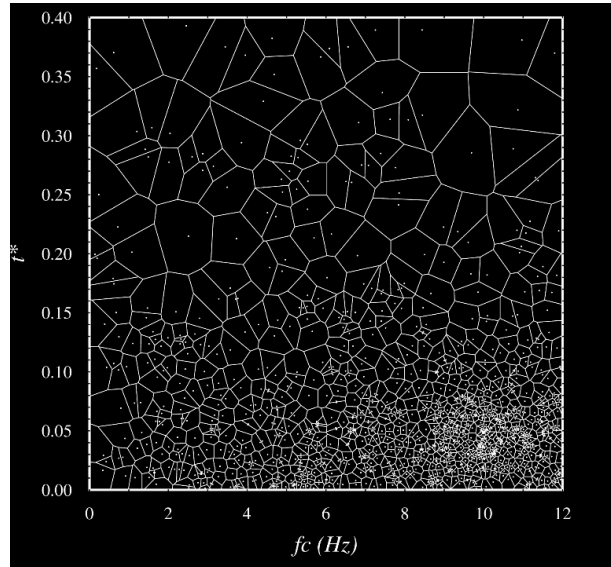


圖 A.1、2 維 Voronoi cell。白色點為已知的模型，將 2 維參數空間以中垂線的方式切割成凸多邊形。每個區域內的 misfit 值由該模型的 misfit 代表。

5. **偽隨機數列 (Pseudo-random sequence)**：隨機數的應用廣泛，舉凡統計學、密碼學、非線性逆推等，問題是要怎麼樣才夠「隨機」呢？我們可以利用以下的原則生成隨機數：

$$(x_1 + A) \div B = C \dots x_2 \quad (\text{式 A-4})$$

設定初始值 ( $x_1$ )，此時的  $x_1$  稱為種子 (seed)。

- i. 將  $x_1$  代入式 A-4，A、B 為任意整數。
- ii. 取餘數  $x_2$  代入式 A-4 中  $x_1$  的位子，計算下次的餘數  $x_3$ ，不斷重複。

如果 A、B 數取的較為複雜，則相同餘數數列重複出現的週期便會拉長。也可以將  $x_1 + x_2$  當作輸入值得到餘數  $x_3'$ ，或是任意調換他們的數列位置，例如將  $x_2$  放在數列的第 7 個位置等，作法千變萬化。總而言之，其目的是讓餘數的重現週期極大化。當餘數重現週期大到一定程度後，由餘數所形成的數列就看似有隨機性，可以在相當程度上作為隨機數列使用，但不是真正的隨機，所以稱為偽隨機數列。

6. **貝氏定理 (Bayes' theorem)**：是關於隨機事件 A、B 之間的機率關係， $P(A|B)$  表示在 B 事件發生下 A 事件發生的機率。

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)} = P_{BA} = P(B, A) = P(B \rightarrow A) \quad (\text{式 A-5})$$





$P(A)$ 、 $P(B)$ 為 A、B 事件的先驗機率，先驗的意思是 $P(A)$ 與 B 因素無關。  
 $P(B|A)$ 為 A 事件發生下 B 事件發生的機率，因為是取自 A 因素，所以稱為 B 的後驗機率。

7. 馬可夫蒙地卡羅 (Markov chain Monte Carlo, MCMC): 是一種藉由馬氏鏈取樣的方法，也是 NA 產生新樣本的原理。MCMC 可以拆成兩個部份來說明：第一組 MC，馬氏鏈 (Markov chain)與第二組 MC，蒙地卡羅 (Monte Carlo)。

i. 馬氏鏈: 在一個馬氏鏈中，下個時刻(t+1)的狀態僅與這個時刻(t)的狀態有關，與其他時刻均無關。令一個隨機變量 $X_t$ 代表 t 時刻的狀態。一個隨機過程 $X_1, X_2 \dots X_t$ ，若滿足

$$P(X_{t+1}|X_t) = P(X_{t+1}|X_1, X_2 \dots X_t) \quad (\text{式 A-6})$$

就稱這個過程為馬氏鏈。依照這個定義，偽隨機數列也是一種馬氏鏈，因為餘數生成僅與前一個輸入值有關。

ii. 蒙地卡羅: 如果要求取一個不規則形狀的面積，其中一個方法就是朝這個圖形均勻的撒 N 點，若有 K 點落在圖形內，我們就可以說這個圖形的面積為 $\frac{K}{N}$ 。如果 N 越大，面積的估計也就會越精準。這個就是蒙地卡羅方法的精神。

合併上述兩個觀念，即為 MCMC 法。可以舉一個簡單的例子 (圖 A.2):

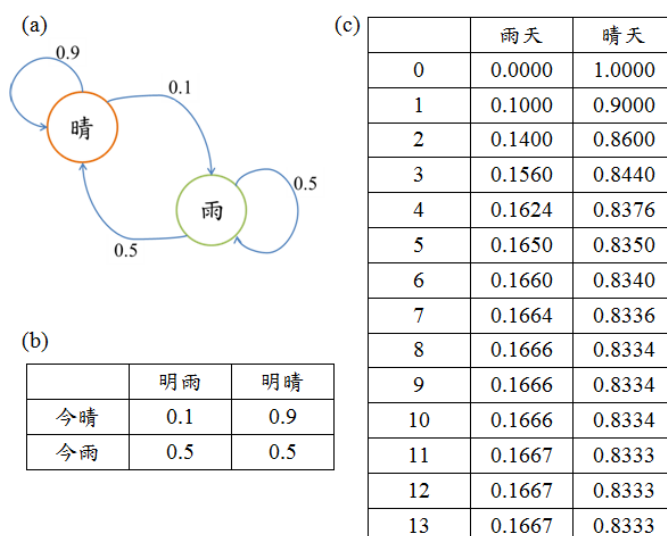


圖 A.2、(a) 馬氏鏈卡通圖 (b) 機率轉移矩陣 P (c) 矩陣 P 的迭代次數結果列表。



假設今天是晴天的話，明天雨天的機率為 0.1，維持晴天的機會為 0.9；今天雨天，明天是晴天的機會為 0.5，維持雨天的機率為 0.5。可以將這段文字轉化為圖 A.2(a,b)。可以依下列步驟，透過隨機取樣的方式模擬未來十天的天氣：

- (1) 先隨機產生一個天氣  $X_0$
- (2) 根據上圖的機率隨機產生一個天氣  $X_1$
- (3) 根據  $X_1$  與上述機率，隨機生成  $X_2$
- (4) 迭代 50 次，次數越多越好
- (5) 取  $X_{51}$ 、 $X_{52}$ 、 $\dots$ 、 $X_{60}$  當作未來十天的天氣預測。

迭代的越多次， $X_i$  的機率受到  $X_0$  的影響就會越小。令  $P$  為機率轉移矩陣。

$$P = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (\text{式 A-7})$$

則  $X_1$  的機率可以寫作

$$X_1 = X_0 P \quad (\text{式 A-8})$$

則  $X_2$  的機率可以寫作

$$X_2 = X_1 P = X_0 P^2 \quad (\text{式 A-9})$$

則推廣至  $X_n$  的機率

$$X_n = X_{n-1} P = X_0 P^n \quad (\text{式 A-10})$$

以上述例子來說，只要  $n > 10$  之後，出現的數值維持不變，我們將  $P^n$  計算之後，可得

$$P^{11} = P^{12} = \dots = P^{1000} = \begin{bmatrix} 0.1667 & 0.8333 \\ 0.1667 & 0.8333 \end{bmatrix} \quad (\text{式 A-11})$$

當  $n$  足夠大時， $P^n$  的每一橫列都是 (0.1667, 0.8333)。這裡引出 MCMC 方法的原理：馬氏鏈定理。

馬氏鏈定理：馬氏鏈如果具有機率轉移矩陣  $P$ ，且他的任兩個狀態都是可轉移的，那麼  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^n = \pi(j)$  存在且與上一個狀態  $i$  無關。有下列幾個性質：

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^n = \begin{bmatrix} \pi(1) & \pi(2) & \dots & \pi(j) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi(1) & \pi(2) & \dots & \pi(j) \end{bmatrix}$$



$$(2) \pi(j) = \sum_{i=1}^{\infty} \pi(i)P_{ij}$$

(3)  $\pi$  是方程式  $X\mathbf{P} = X$  的唯一非負解，其中

$$\pi = [\pi(1) \pi(2) \cdots \pi(j)] , \sum_{n=1}^j \pi = 1 \quad (\text{式 A-12})$$

此時  $\pi\mathbf{P} = \pi$ ， $\pi$  稱為馬氏鏈的平穩分布。平穩分布  $\pi$  的每一橫列都可以當作我們採樣的樣本，且其性質與原本的機率分布相同。

以下介紹利用 MCMC 延伸出兩種算法：Metropolis–Hastings method 與 Gibbs sampling。Gibbs sampling 是 Metropolis–Hastings method 的特例，也是 NA 在 misfit 較小的幾個 Voronoi cell 中採樣生成新模型的方法。

◆ Metropolis–Hastings method：

這個方法的特點在於具有接受率  $\alpha$  的存在，使得平穩條件一定成立。與一般拒絕採樣不同的地方，在於拒絕採樣拒絕新樣本之後，新樣本即被丟棄。在生成 1000 個樣本時，若拒絕率 40%，結束採樣後，僅得到 600 個樣本。而 Metropolis–Hastings method 則會保留新樣本，只是在  $t+1$  時刻仍然使用  $t$  時刻的樣本。生成 1000 個樣本就會產生 1000 個樣本。

首先，引入細緻平穩條件 (detailed balance condition) 觀念：設  $\pi(i)$  為某個馬氏鏈分布，且其機率轉移矩陣為  $\mathbf{P}$ ，則

$$\pi(i)P_{ij} = \pi(j)P_{ji} \text{ for all } i, j \quad (\text{式 A-13})$$

滿足上述情況的時候，就稱之為細緻平穩條件。簡言之就是從  $i$  狀態轉移至  $j$  狀態的量剛好等於從  $j$  狀態轉移回來的量。這裡我們可以稍微證明一下：

將上式兩邊同時加上  $\sigma$ ：

$$\sum_{i=1}^n \pi(i)P_{ij} = \sum_{i=1}^n \pi(j)P_{ji} \quad (\text{式 A-14})$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \pi(i)P_{ij} = \pi(j) \sum_{i=1}^n P_{ji} , \sum_{i=1}^n P_{ji} = 1 \quad (\text{式 A-15})$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \pi(i)P_{ij} = \pi(j) \quad (\text{式 A-16})$$

$$\Rightarrow \pi\mathbf{P} = \pi \quad (\text{式 A-17})$$

可得  $\pi\mathbf{P} = \pi$ ，得出平穩分布。需要注意的是滿足細緻平穩條件的解一定滿足



平穩分布，但是滿足平穩分布卻不一定滿足細緻平穩條件。

假設有一個機率轉移矩陣  $Q$  的馬氏鏈， $q(i,j)$  代表從  $i$  狀態轉移到  $j$  狀態的機率。

在一般情況下，可以想見細緻平穩條件不成立：

$$P(i)q(i,j) \neq P(j)q(j,i) \quad (\text{式 A-18})$$

加入一個參數  $\alpha$  使細緻平穩條件成立

$$P(i)q(i,j)\alpha(i,j) = P(j)q(j,i)\alpha(j,i) \quad (\text{式 A-19})$$

最簡單的  $\alpha$  取法可以依照對稱性的方式來取：

$$\alpha(i,j) = P(j)q(j,i), \alpha(j,i) = P(i)q(i,j) \quad (\text{式 A-20})$$

這樣可以確保左右式一定會相等。藉由  $\alpha$  改造機率轉移矩陣  $Q$ ，使得馬氏鏈則具有機率轉移矩陣  $Q'$ ，而  $Q'$  滿足細緻平穩條件。在物理意義上，我們可以思考成在從  $i$  狀態轉移到  $j$  狀態的時候，以  $\alpha(i,j)$  的機率接受轉移，於是新的馬氏鏈機率轉移矩陣  $Q'$  可寫作  $q(i,j)\alpha(i,j)$ 。 $\alpha(i,j)$  是接受轉移與否的機率，稱之為接受率。

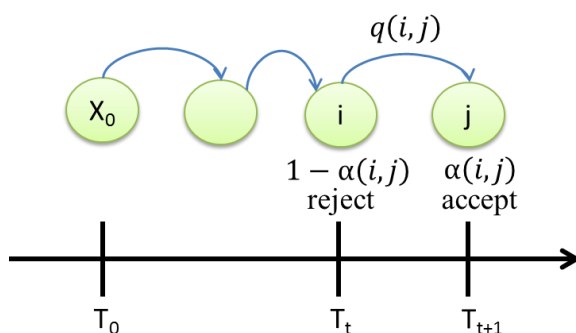


圖 A.3、加入接受率參數  $\alpha$  後的機率轉移矩陣  $Q'$  示意圖。

一般情形下， $\alpha$  可能很小，導致常出現拒絕轉移的情形，使得無效的計算量增加。舉個例子來說：假設  $\alpha(i,j) = 0.05$ ， $\alpha(j,i) = 0.1$

$$P(i)q(i,j) \times 0.05 = P(j)q(j,i) \times 0.1 \quad (\text{式 A-21})$$

如果將左右式放大 10 倍，可得

$$P(i)q(i,j) \times 0.5 = P(j)q(j,i) \times 1 \quad (\text{式 A-22})$$

將  $\alpha(i,j)$  接受率提高 10 倍，而細緻平穩條件依然成立。稍微整理下這個概念，

可將上述式子寫成：



$$P(i)q(i,j)\alpha(i,j) = P(j)q(j,i) \times 1 \quad (\text{式 A-23})$$

$$\Rightarrow \alpha(i,j) = \frac{P(j)q(j,i)}{P(i)q(i,j)}, \text{ 取 } \alpha(i,j) \leq 1 \quad (\text{式 A-24})$$

$$\Rightarrow \alpha(i,j) = \min \left\{ \frac{P(j)q(j,i)}{P(i)q(i,j)}, 1 \right\} \quad (\text{式 A-25})$$

至此，可以歸納出 Metropolis–Hastings method 的使用步驟：

- (1) 選定  $t=0$  的初始狀態  $X_0$
- (2) 從某個容易抽樣的分布  $W(X_{t+1}|X_t)$ ，生成候選狀態  $y = X_{t+1}$ 。
- (3) 計算接受率  $\alpha(X_t, y) = \min \left\{ \frac{P(y)q(y, X_t)}{P(X_t)q(X_t, y)}, 1 \right\}$ 。
- (4) 在  $0 \sim 1$  之間生成隨機數  $u$ ，如果  $u \leq \alpha(X_t, y)$ ，則接受  $y$  為  $t+1$  的狀態。反之則拒絕，令  $X_{t+1} = X_t$ 。
- (5) 令  $t=t+1$ ，且重複(2)~(5)。

◆ Gibbs sampling：

在 Metropolis–Hastings method 中，由於具有接受率  $\alpha(i,j)$ ，即便已經想辦法提升效率，仍有無效的計算發生。在低維度的情況下，計算效率可能沒什麼差別，但在高維度的情形下仍有效率不夠高的問題。能否有一個機率轉移矩陣  $Q$ ，使得接受率  $\alpha(i,j)=1$  呢？在這個思路之下，Gibbs sampling 應運而生。

假設 2 維空間中的機率分布為  $p(x,y)$ 。先觀察  $x$  座標相同的 2 個點： $A:p(x,y_1)$ 、 $B:p(x,y_2)$ ， $Q_x(y_1, y_2)$  表示在固定  $x$  軸  $y_1$  轉移到  $y_2$  的機率，則從  $A$  轉移到  $B$  的機率可以寫成：

$$p(x, y_1)Q_x(y_1, y_2) \quad (\text{式 A-26})$$

從  $B$  轉移到  $A$  的機率可以寫成

$$p(x, y_2)Q_x(y_2, y_1) \quad (\text{式 A-27})$$

為了使細緻平穩條件成立，取

$$Q_x(y_1, y_2) = p(x, y_2) = p(y_2|x) \quad (\text{式 A-28})$$

$$Q_x(y_2, y_1) = p(x, y_1) = p(y_1|x) \quad (\text{式 A-29})$$



我們觀察式 A-28 與 A-29，可得：

$$Q_x(y_{current}, y_{other}) = p(y_{other}|x) \quad (式 A-30)$$

即 A，B 兩點之間的轉移可以利用  $Q = p(y_{other}|x)$  達成細緻平穩條件：

$$p(A)p(y_2|x) = p(B)p(y_1|x) \quad (式 A-31)$$

當初加入  $\alpha(i, j)$  的用意就在達成細緻平穩條件，若不需使用接受率就達成條件，則  $\alpha(i, j)=1$  自然就成立。基於上述觀念，我們可以建構一個機率轉移矩陣  $Q$  使得沿著固定軸採樣的樣本均被接受：

$$Q(A, B) = p(y_B|x) \text{ for } x_A = x_B = x_1 \quad (式 A-32)$$

$$Q(A, C) = p(x_C|y) \text{ for } y_A = y_C = y_1 \quad (式 A-33)$$

$$Q(A, D) = 0 \quad \text{for others} \quad (式 A-34)$$

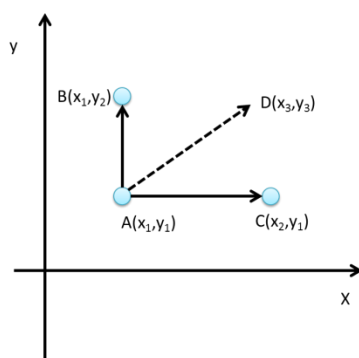


圖 A.4、2 維參數空間機率轉移矩陣  $Q$  示意圖。

有了上述矩陣  $Q$ ，可以很容易證明在 2 維參數空間中的任兩點  $XY$  一定滿足下列細緻平穩條件：

$$p(X)Q(X, Y) = p(Y)Q(Y, X) \quad (式 A-35)$$

這種先固定一個軸採樣之後再換另一個軸採樣，使得所有樣本都被接受的作法，就稱之為 Gibbs sampling。

如果將 2 維分布  $p(X, Y)$  推廣至  $n$  維分布  $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，在細緻平穩條件的證明是一樣的。這時候  $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的轉移矩陣  $Q$  可以依照下列方式定義：

(1) 當前狀態  $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$  在沿著某個固定軸  $x_i$  做轉移時，其轉移矩陣  $Q$  由

$$p(x_i | x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \text{ 決定。}$$



(2) 無法沿著 $x_i$ 軸進行轉移時，其轉移矩陣=0。

在 $x_i$ 的選擇上，不一定要按照 $i = 1, 2, 3 \dots$ 的順序取，若是隨機取 $i$ 值，馬氏鏈最後依然會收斂。至此，可以歸納出 Gibbs sampling 在  $n$  維的使用步驟：

(1) 生成  $t=0$  初始狀態  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

(2) 對  $t=0, 1, 2, 3, \dots$  依照下列方式循環採樣。

$$\begin{aligned} x_1^{t+1} &= P(x_1 | x_2^t, x_3^t \dots x_n^t) \\ x_2^{t+1} &= P(x_2 | x_1^{t+1}, x_3^t \dots x_n^t) \\ x_j^{t+1} &= P(x_j | x_1^{t+1}, x_2^{t+1} \dots x_{j-1}^{t+1}, x_{j+1}^t \dots x_n^t) \\ x_n^{t+1} &= P(x_n | x_1^{t+1}, x_2^{t+1}, \dots, x_{n-1}^{t+1}) \end{aligned}$$

### A.3 NA 計算效率

用於非線性問題的演算法，在使用設定上各有千秋。最直接判斷各種演算法優劣的方式便是整體計算時間。不同的非線性問題，可以使用各種不同的演算方法，其計算效率也會有所不同。應用 Gibbs sampling 在演算法正推問題 (forward problem) 上可以得到計算時間：

$$T_{\text{misfit}} = T_{\text{FM}} n_a d \quad (\text{式 A-36})$$

$T_{\text{misfit}}$  為整體計算時間， $T_{\text{FM}}$  為產生模型的時間， $n_a$  為產生模型的個數， $d$  為參數空間的維度，也是每一個模型裡面的組成個數。

應用 Gibbs sampling 在 NA 上可得與式 A-36 類似的式子， $T_{\text{NN}}$  為在產生新模型的 Voronoi cell 內的計算時間：

$$T_{\text{NA}} = T_{\text{FM}} + T_{\text{NN}} n_a d \quad (\text{式 A-37})$$

將式 A-36 與式 A-37 兩式相除：

$$\frac{T_{\text{NA}}}{T_{\text{misfit}}} = \frac{1}{n_a d} + \frac{T_{\text{NN}}}{T_{\text{FM}}} \quad (\text{式 A-38})$$

若  $T_{\text{FM}} \sim T_{\text{NN}}$ ，代表在計算整體模型的時間與在特定區域內的計算時間差不多。應用

NA 在此類問題上，就會顯得毫無效率。 $\frac{T_{\text{NA}}}{T_{\text{misfit}}}$  提供一個判斷效率的準繩。



## A.4 NA 邊界決定 (Intersection)

在 CEM 的規範下，在 NA 參數空間中的維度 (nd) 是測站數加上群組內震源數。在第一次迭代中，利用偽隨機數列在參數空間以下列方式生成均勻分布的  $n_i$  組模型，並以  $L_2$ -norm 計算模型的目標函數。最後將整個參數空間切割成  $n_i$  個 Voronoi cell。

- (1) 產生 0~1 之間的偽隨機數  $p$
- (2) 給定初始最大值  $u_i$  與初始最小值  $l_i$
- (3) 模型中其中一個元素  $x_i = u_i \times p + l_i \times (1 - p)$
- (4)  $n_k = \{x_1, x_2, \dots, x_{nd}\}$ ,  $k = 1, 2 \dots, i$

從第二次迭代開始，在目標函數比較小的  $nr$  個 Voronoi cell 內生成  $ns$  個新模型。舉例來說， $(nr, ns) = (200, 20)$  代表在目標函數最小的 20 個區域 ( $nr$ ) 內分配 200 個新模型 ( $ns$ )，新模型利用 Gibbs sampling 產生，而一個區域內分配 10 個模型。與第一次隨機產生模型的過程相似，只是最大值與最小值的範圍由 Voronoi 的邊界決定。邊界決定 (Intersection) 是 NA 疊代運作的核心問題。

如圖 A.5 所示，先找出要生成新模型的區域 (cell  $k$ , model  $V_k$ )。利用與模型  $V_k$  距離最近的模型  $V_j$  為輔助。計算兩個模型在參考軸  $i$  上中點  $X_j$  的距離：

$$\|V_k - X_j\|_2 = \|V_j - X_j\|_2 \quad (\text{式 A-39})$$

在 2 維平面上，可寫作：

$$d_k^2 + (V_{k,i} - X_{j,i})^2 = d_j^2 + (V_{j,i} - X_{j,i})^2 \quad (\text{式 A-40})$$

$d_k$  代表的是模型  $V_k$  到參考軸  $i$  的垂直距離。 $V_{k,i}$  代表模型  $V_k$  中第  $i$  個組成元素，即在參考軸  $i$  上面的投影。

藉由式 A-40，可以計算出：

$$X_{j,i} = \frac{1}{2} \left[ V_{k,i} + V_{j,i} + \frac{(d_k^2 - d_j^2)}{(V_{k,i} - V_{j,i})} \right] \quad (\text{式 A-41})$$

最後僅需要與原本給定的最大值  $u_i$  與最小值  $l_i$  比較即可。

最大值邊界： $\min[u_i, X_{j,i}]$  for  $X_{j,i} \leq X_{A,i}$ ;  $j = 1, 2 \dots, n_p$





最小值邊界： $\max[l_i, X_{j,i}]$  for  $X_{j,i} \geq X_{A,i}$  ;  $j = 1, 2 \dots, n_p$

$X_{A,i}$  表示在參考軸  $i$  上面的起始點模型 A。

引入  $d_k$  的好處是當模型 A(參考軸  $i$ ) 內的各個組成元素都完成計算，移動到模型 B(參考軸  $i+1$ ) 時， $d_k$  的計算只需透過下式作轉換即可：

$$(d_k^2)_{i+1} = (d_k^2)_i + (V_{j,i} - X_{B,i})^2 - (V_{j,i+1} - X_{B,i+1})^2 \quad (\text{式 A-42})$$

for  $j = 1, 2 \dots, n_p$

邊界決定使 NA 在應用上加強計算效率，更詳細的計算過程請參考 *Sambrige (1999a)*。

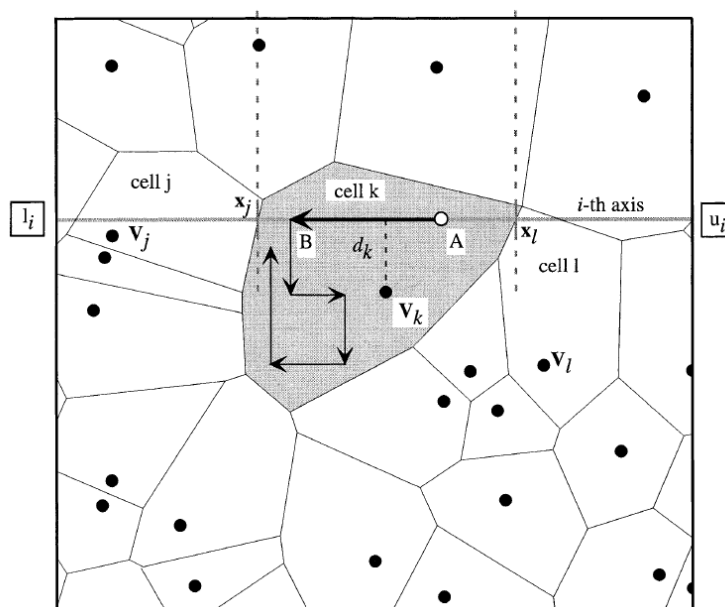


圖 A.5、在 2 維參數空間中 Voronoi cell 的分布情形，藉由邊界決定與 Gibbs sampling 由模型 A 轉移至模型 B。邊界決定利用距離自己( $V_k$ )最近的 Voronoi cell ( $V_j$ )一起決定  $X_j$ 、 $X_l$ 。灰色部分是模型  $V_k$  所形成的 Voronoi cell。初始給定的最大值  $u_i$  與最小值  $l_i$ 。[圖擷取自 *Sambrige., 1999a*]

### A.5 NA 控制參數 (nr、ns)

nr、ns 的值到底要設多少，通常依據不同研究而有不同，基本上是依據個案來決定。但是依然可以歸納出一些規則：在 ns 不變的情況下，當 nr 變大時，代表會探索更多個 Voronoi cell，但是由於分配到 Voronoi cell 內的模型數會變少，之前

計算出的最大最小邊界值的利用率也會下降。舉例來說，原本分配到該 Voronoi cell 內的模型數有 10 個，已經計算好的最大最小值邊界可以使用 10 次，nr 若放大 2 倍，分配的模型數就會減少至 5 個，使用計算好的最大最小值邊界使用率就會下降成 5 次。當 nr 變小時，僅有幾個殘差值最小的區域會被探索，容易找到收斂解也容易被困在區域最小值內。而 ns 的影響較難討論，只能說 ns 變大的時候，對於先前已計算好的邊界值使用率會提高，也就是說會更依賴之前已生成的模型。總而言之，同時提高 ns 與 nr 會使得 NA 像一個優秀的採樣器，對於參數空間內的探索會更高，但是對於找到最佳解的效率會稍差一點。

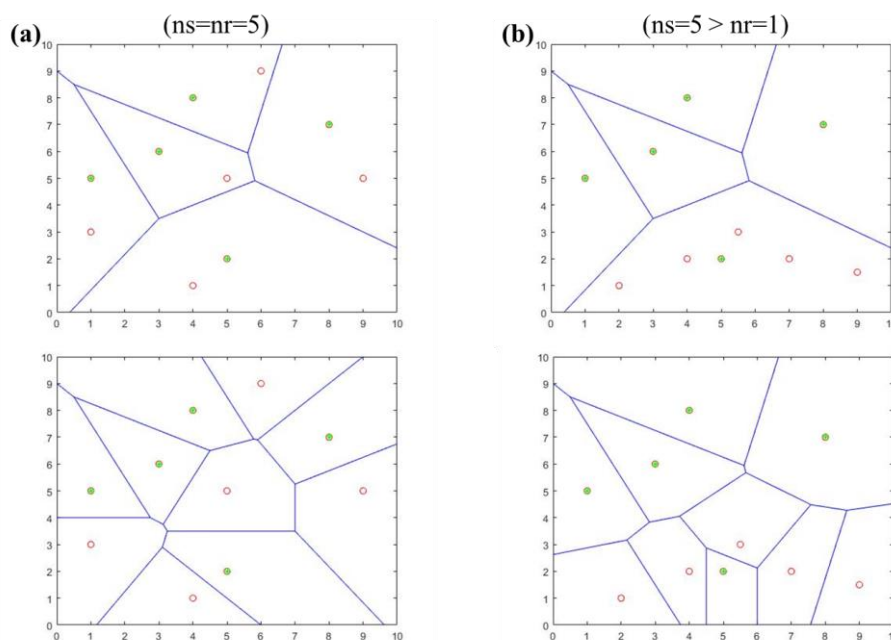


圖 A.6、ns、nr 的數值使用示意圖。(a)  $nr \sim ns$ 。此情況探索較多個 Voronoi cell 但是在每個 cell 內分配少量的新模型點，較像是在探索整個區域空間。(b)  $nr > ns$ 。較易收斂，但容易陷在區域最小值內。綠點：已生成的模型，紅點：新生成的模型，藍線：兩兩模型點的中垂線。

## 附錄 B 多重視窗頻譜法



### B.1 窗函數 (Window Function ; Taper)

傅立葉轉換是研究整個時間域與頻率域之間的關係。其轉換表示有許多形式，其中一種以  $e$  為轉換表示：

$$u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{i\omega t} dt \quad (\text{式 B-1})$$

而 (式 B-1) 的逆轉換形式為

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{式 B-2})$$

$e^{i\omega t}$  中隱含著基底為正弦函數與餘弦函數的概念，利用無限多的正弦函數與餘弦函數組成  $\delta$  函數 (delta function)，將整個無限長時間序列訊號投影至頻率域中。

傅立葉轉換需要無限長的訊號才得以實現，然而現實生活中，觀察到的時間訊號與計算設備均是有限的， $\delta$  函數組成需要無限高頻的要求無法達成。有限的時間訊號可以想像為在原本無限長的時間訊號加一個視窗 (taper)，截斷無限長的時間序列而得，因此有限長訊號的頻譜等於無限長訊號的頻譜與視窗函數的頻譜捲積 (圖 B.1)。

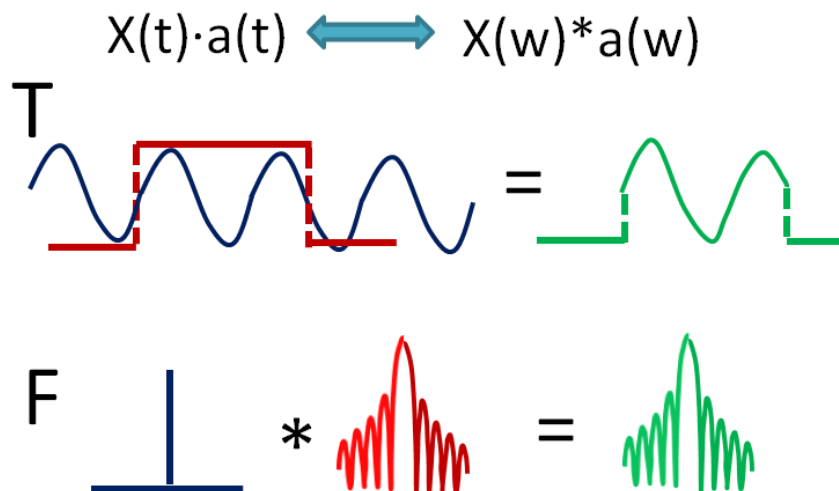


圖 B.1、窗函數概念圖。T 為時間域訊號，綠色波形可看做藍色波形與紅色窗函數相成而得。F 表示頻率域訊號，在時間域相乘等於在頻率域做捲積。

一般來說，如果頻譜計算不加窗函数的話，默認是加了一個矩形窗(rectangular taper)，矩形窗頻譜的主瓣 (mainlobe) 與側瓣 (sidelobe) 的振幅差異較小 (圖 B.2)，因此矩形窗頻譜在與原本的「真實」頻譜做捲積時，主要頻率的振幅權重與其他頻率的振幅權重差異小，這個情況導致傅立葉轉換的頻譜震盪極大，增加分析的困難，此種現象稱為頻譜洩漏 (leakage)。另一種常見的窗函数為漢寧窗 (Hann)，是利用餘弦函数組成的窗函数，其效果為壓抑時間序列兩端的振幅，因而在 FFT 計算時，減輕時間序列不連續的狀況。漢寧窗頻譜主瓣較矩形窗頻譜為寬，犧牲了一些解析度 (resolution) 但使得側瓣的振幅遠小於主瓣，會減輕頻譜洩漏的情況。

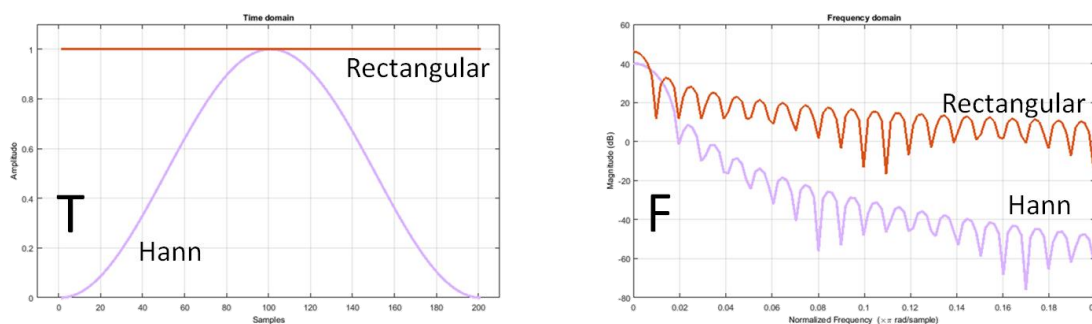


圖 B.2、不同的窗函数。左圖為時間域訊號，右圖為頻率域訊號。觀察右圖可發現矩形窗的頻譜主瓣較窄，解析度較高，但是側瓣與主瓣的振幅相近，與真實頻譜做捲積時會把其他振幅值的權重加大。漢寧窗的主瓣較矩形窗為寬，但是側瓣與主瓣的振幅差異較大。

整體而言，頻譜洩漏的情況在現實計算中是無法避免的。只能依靠不同的窗函数去抑制這個現象。在頻譜計算時，如果窗函数的頻譜能夠越像  $\delta$  函数，頻譜洩漏的影響就會越小，這也是多重窗頻譜法的精神 (圖 B.3)。

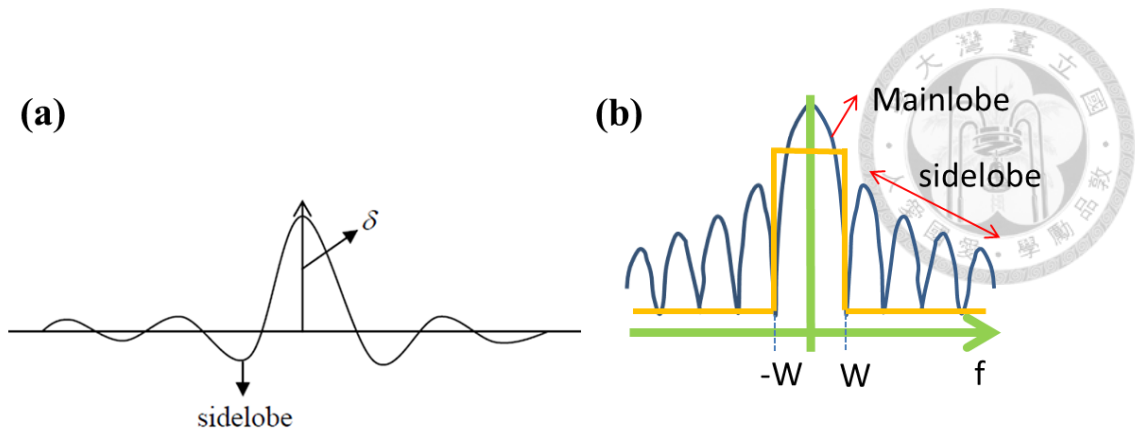


圖 B.3、主瓣 (mainlobe) 與側瓣 (sidelobe) 示意圖。(a)  $\delta$  函數與近似函數。近似函數無法達到無限高頻的要求，故出現側瓣的情形。(b) 藍色線為窗函數頻譜取絕對值示意圖。黃色線為近似  $\delta$  函數的頻譜。如果側瓣的能量能夠集中在  $\pm W$  之間，就能減少側瓣對頻譜的影響。

窗函數相當於在本來的有限時間訊號上，不同位置給予不同的權重，因此窗函數需要滿足式 B-3，避免窗函數的權重影響頻譜計算。式 B-4 表示窗函數的傅立葉轉換。

$$\sum_{t=1}^N |a(t)|^2 = 1 \quad (\text{式 B-3})$$

$$A(f) = \sum_{t=0}^{N-1} a(t)e^{-2\pi ift} \quad (\text{式 B-4})$$

## B.2 橢球窗函數 (Slepian sequences)

加了窗函數的功率頻譜，可以寫成下式：

$$\hat{S}(f) = |Y(f)|^2 = \left| \sum_{t=0}^{N-1} x(t)a(t)e^{-2\pi ift} \right|^2 \quad (\text{式 B-5})$$

我們希望窗函數主要的頻譜能量都在主瓣內，側瓣擁有的能量越小越好。因此，定義主瓣的位置在  $\pm W$  之間，整體能量在  $\pm 1/2$  之間的話，可以得到：

$$\lambda(N, W) = \frac{\int_{-W}^W |A(f)|^2 df}{\int_{-0.5}^{0.5} |A(f)|^2 df}, \quad \frac{1}{N} \leq W \leq \frac{1}{2} \quad (\text{式 B-6})$$

$N$  代表總點數， $W$  代表設定主瓣的帶寬。如果我們希望窗函數頻譜能量都集中在主瓣中，將式 B-4 帶入式 B-6，並取  $\lambda$  的最大值：

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = 0 \quad (\text{式 B-7})$$



$\mathbf{a}$  為窗函數每一點的值組成的向量， $\mathbf{a} = [a(0), a(2), \dots, a(N-1)]$ 。計算式 B-7 的極值，可以得：

$$D \cdot \lambda - \mathbf{a}\lambda = 0 \quad (\text{式 B-8})$$

$$D_{t,t'} = \frac{\sin 2\pi W(t-t')}{\pi(t-t')} \quad , t, t' = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{式 B-9})$$

這時  $\lambda$  成為式 B-8 特徵值，其值  $1 > \lambda_0 > \lambda_1 > \dots > \lambda_{N-1} > 0$ ，分別對應  $v_0, v_1, \dots, v_{N-1}$  的特徵向量。每一個特徵向量都可以是一個窗函數，這一個窗函數的組合，就稱為橢球窗函數 (Slepian sequences) [Slepian, 1978]。橢球窗函數是由特徵向量所組成的，所以彼此之間會正交。要用幾個橢球窗函數去計算頻譜可由  $N$ 、 $W$  值決定：

$$K \leq 2NW - 1 \quad (\text{式 B-10})$$

$K$  為可用的橢球窗函數階數， $NW$  的值稱為時間帶寬乘積 (time-bandwidth product)， $NW$  值可為 3、3.5... 等。用總點數 ( $N$ ) 與能量集中區域 ( $W$ ) 去計算要用幾個窗函數顯然非常費力，因此用  $K$  值取代  $\lambda$ 。如果  $NW = 3.5$  則橢球窗函數不可以使用超過 6 個 ( $\lambda_0 \sim \lambda_5$ )。 $NW$  越大得到頻譜值越平滑，但是解析度越不佳。

### B.3 多重視窗頻譜法 (Multi-taper)

在計算頻譜時，不同的橢球窗函數可以給予同一個時間段不同的權重值，有了這些正交的窗函數，頻譜計算上會盡可能的減少洩漏的情形，大幅減少頻譜的震盪情形。頻譜計算中使用無數個窗函數 (taper)，再將各個窗函數計算的頻譜取平均，因此稱為多重視窗頻譜法 (Multi-taper)。

加了橢球窗函數的頻譜計算：

$$\hat{S}_k(f) = |Y_k(f)|^2 = \left| \sum_{t=0}^{N-1} x(t)v_k(t)e^{-2\pi ift} \right|^2 \quad (\text{式 B-11})$$

平均的頻譜計算：

$$\bar{S}(f) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \hat{S}_i(f) \quad (\text{式 B-12})$$



不同階數 (K) 的窗函數對於頻譜洩漏的改善程度不一樣，一般來說第 1 階( $\lambda_0$  對應的特徵向量 $v_0$ )的改善程度是最好的。因此使用加權平均是比較公平的做法。

權重由下式定義：[Thomson 1982, 1990]

$$d_k = \frac{\sqrt{\lambda_k} S(f)}{\lambda_k S(f) + (1 - \lambda_k) \sigma^2} \quad (\text{式 B-13})$$

$\lambda_k$ ：橢球窗函數的第 k 個特徵值。 $S(f)$ ：真實頻譜的平均值，一般來說，會用  $S_1$  與  $S_2$  的平均值。 $\sigma^2$ ：時間序列  $x(t)$  的振幅變異數。

加權平均值：

$$\hat{S}(f) = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} d_k |Y_k(f)|^2}{\sum_{k=0}^{K-1} d_k} \quad (\text{式 B-14})$$

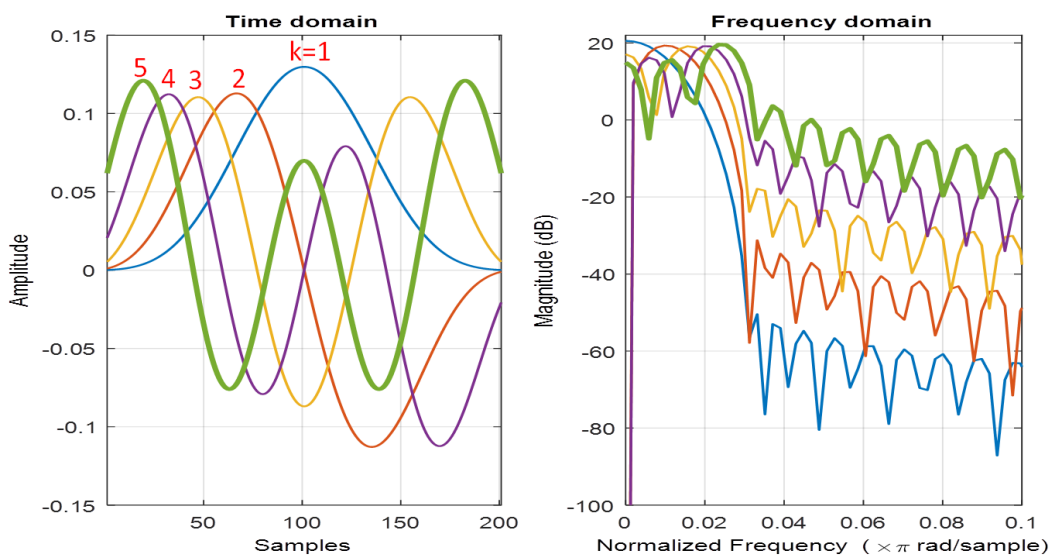


圖 B.4、不同階數 (k) 的橢球窗函數。左圖為時間域訊號，右圖為頻率域訊號。不同階數的頻譜代表不同的解析度。

## 附錄 C 選用地震與測站資訊



表 C. 1、選用地震資料。

日期	經度 (°)	緯度 (°)	深度 (km)	規模 (M)
2012-03-05.16.25.09	-151.0205	63.026	136.0	3.6
2012-04-03.01.14.42	-151.0086	63.0539	129.1	3.3
2012-04-04.01.46.04	-150.7589	63.2022	134.3	3.9
2012-04-06.17.04.11	-150.664	63.1181	123.5	3.7
2012-04-09.17.47.52	-150.5073	63.2555	130.7	3.9
2012-04-20.23.56.23	-150.8842	63.0207	129.8	4.2
2012-05-05.13.43.59	-150.6443	63.2037	128.2	3.7
2012-05-15.01.19.25	-150.8767	63.1283	130.2	4.1
2012-06-01.00.15.22	-149.8068	63.5988	133.0	3.9
2012-07-27.09.39.38	-151.0806	63.0544	122.2	3.3
2012-08-04.14.17.52	-150.6857	63.2426	134.3	4.2
2013-04-06.03.31.12	-150.5	63.142	115.5	3.0
2013-04-13.02.37.10	-150.4349	63.1688	117.5	4.1
2013-07-11.05.10.01	-150.683	63.21	127.7	3.0
2013-08-27.21.41.32	-150.6686	63.2274	133.6	5.0
2013-09-02.10.53.09	-150.6285	63.2036	135.0	3.1
2013-09-28.09.53.11	-152.6966	60.1682	113.0	3.5
2013-10-25.10.11.00	-150.96	63.064	122.0	3.0
2013-11-17.16.15.10	-150.9122	63.1233	131.3	3.0
2014-01-02.20.49.23	-153.2663	59.9357	140.0	3.6
2014-01-22.17.57.07	-149.865	63.621	132.0	3.0
2014-01-27.17.39.01	-153.2748	59.9687	146.0	4.5
2014-03-04.11.19.40	-152.8915	59.8494	109.4	3.9
2014-03-09.17.02.15	-150.964	63.103	124.6	3.0
2014-04-16.04.53.39	-149.8705	63.6117	137.8	3.9
2014-05-20.07.59.46	-150.4914	63.2015	124.1	3.0
2014-06-12.03.00.19	-149.836	63.6643	137.2	3.6
2014-07-29.22.17.37	-153.3248	59.934	137.8	3.4
2014-07-30.12.39.58	-150.4965	63.2264	119.5	3.0
2014-12-09.02.20.26	-150.5714	63.2592	128.7	3.3
2014-12-20.23.30.38	-152.7964	60.126	112.3	3.1
2015-01-14.03.36.23	-150.9517	63.026	118.3	3.3
2015-02-02.22.35.09	-150.8527	63.0382	123.5	3.2



2015-02-14.01.11.40	-150.9294	63.0856	125.2	3.1
2015-02-22.13.18.08	-153.4819	59.5598	110.1	3.0
2015-04-08.17.09.07	-150.6437	63.106	117.8	3.7
2015-04-29.19.32.28	-150.5661	63.2434	132.4	3.6
2015-05-02.03.55.05	-150.5493	63.2322	127.5	3.1
2015-05-13.12.03.32	-150.8584	63.0625	119.9	3.2
2015-06-15.21.13.39	-150.622	63.2394	129.8	4.4
2015-06-19.02.24.37	-150.5183	63.2741	133.7	3.3
2015-06-28.02.09.19	-150.5107	63.3147	135.2	3.0
2015-07-01.00.07.23	-150.9775	63.0727	128.4	3.3
2015-07-01.07.48.30	-150.9124	63.0987	133.3	3.0
2015-07-27.19.20.15	-152.9373	59.8678	107.4	3.1
2015-09-25.00.34.05	-150.4719	63.1805	115.0	3.4
2015-10-08.12.33.49	-151.042	62.9981	126.7	3.7
2015-11-07.05.00.18	-150.844	63.061	120.5	3.3
2015-12-18.23.53.01	-153.4438	59.499	113.8	3.3
2016-01-20.10.32.33	-150.8489	63.1467	130.4	3.7
2016-01-24.10.54.30	-153.0572	59.7976	98.8	3.8
2016-01-24.14.29.28	-153.1456	59.7312	106.8	4.7
2016-01-24.17.37.29	-153.1249	59.7421	105.1	4.2
2016-01-25.04.59.18	-153.1202	59.7517	103.7	3.3
2016-01-25.08.06.42	-153.1173	59.7499	104.5	4.3
2016-01-25.15.00.45	-153.3066	59.644	115.3	3.0
2016-01-25.21.28.08	-153.1737	59.688	109.4	3.9
2016-01-26.22.31.47	-153.1558	59.7052	107.0	3.4
2016-01-27.01.13.39	-153.1463	59.711	105.6	3.0
2016-01-27.07.48.36	-153.4774	59.8593	143.6	3.3
2016-01-28.02.47.24	-153.1225	59.7684	106.8	3.5
2016-01-28.05.30.22	-153.1661	59.6994	107.3	4.5
2016-01-28.07.26.01	-153.1555	59.7233	108.3	3.9
2016-01-28.11.23.23	-152.9914	60.0214	114.6	3.1
2016-01-29.02.25.24	-153.2757	59.6569	120.2	3.1
2016-01-31.00.58.08	-153.5014	59.5936	115.1	3.4
2016-02-01.18.12.23	-153.0896	59.7312	106.9	3.7
2016-02-04.23.20.28	-153.3145	59.6805	108.6	3.6
2016-02-05.08.48.53	-153.3144	59.6793	109.2	3.5
2016-02-06.00.08.40	-153.3491	59.6451	111.9	3.2

2016-02-07.07.34.24	-153.1341	59.7568	104.5	3.3
2016-02-08.15.11.29	-153.0709	59.7822	98.1	3.6
2016-02-09.21.17.13	-152.9746	59.788	108.3	4.1
2016-02-10.17.39.55	-153.1543	59.7134	105.6	4.0
2016-02-10.17.52.12	-153.1663	59.7193	105.5	4.3
2016-02-11.03.40.20	-153.2767	59.6785	110.4	3.6
2016-02-15.20.51.22	-153.0802	59.7627	103.0	3.2
2016-02-16.11.02.06	-153.3302	59.6676	109.2	3.4
2016-02-16.23.55.49	-152.887	59.8328	101.1	3.5
2016-02-20.00.00.32	-153.2608	59.6592	121.0	4.0
2016-02-20.18.15.26	-153.4429	59.6025	115.5	3.2
2016-02-23.14.39.10	-152.9431	59.8315	103.7	3.0
2016-02-26.03.09.39	-152.9647	59.7902	109.4	3.0
2016-02-27.01.34.20	-153.0506	59.7773	103.8	3.3
2016-03-05.14.26.03	-153.4078	59.6255	116.0	3.4
2016-03-12.15.47.37	-150.5824	63.2425	129.8	3.3
2016-03-14.21.18.55	-153.0176	59.7722	106.1	3.1
2016-03-18.19.25.25	-153.1557	59.7376	105.3	3.7
2016-03-20.13.08.34	-153.0699	59.817	96.6	3.0
2016-03-23.23.56.25	-153.0748	59.7944	98.6	3.3
2016-03-25.01.21.42	-153.1532	59.7347	104.8	3.1
2016-04-12.09.27.07	-152.9019	59.817	106.4	3.8
2016-04-15.05.49.31	-150.8789	63.0652	125.9	3.8
2016-04-17.20.46.59	-153.0863	59.7458	104.1	3.5
2016-04-19.20.06.08	-153.1758	59.7136	106.3	3.5
2016-04-20.01.13.01	-153.0955	59.772	102.4	3.5
2016-04-21.11.12.42	-150.9424	63.048	124.2	3.3
2016-05-02.03.51.17	-152.9043	59.8112	103.9	3.1
2016-05-08.04.10.23	-152.9708	59.8295	98.9	3.1
2016-05-15.05.51.00	-150.9464	63.0765	131.5	5.4
2016-05-18.22.49.25	-153.5952	60.0364	155.8	4.3
2016-05-19.03.14.05	-153.5745	60.1154	165.7	3.5
2016-06-01.23.05.20	-152.7628	60.1627	115.1	3.5
2016-06-17.02.01.57	-153.5087	59.8444	141.4	3.0
2016-06-25.17.10.27	-150.777	63.1754	128.3	3.2
2016-07-01.16.43.47	-150.8935	63.0738	118.9	3.2
2016-07-03.00.27.29	-152.922	59.8542	101.3	3.0

2016-07-08.03.16.43	-153.376	59.6481	108.4	3.4
2016-07-21.15.15.45	-153.59	60.0429	163.8	3.5
2016-07-29.21.57.25	-153.1053	59.7232	104.7	3.4
2016-09-07.11.47.04	-153.1456	59.7384	101.4	4.2
2016-09-10.06.24.11	-152.9308	59.8637	98.8	3.8
2016-10-17.08.50.49	-152.9295	59.8473	96.7	3.7
2016-10-23.22.47.26	-153.0416	60.0236	112.6	3.3
2016-11-15.05.37.34	-153.5739	60.0889	157.1	3.6
2016-12-24.15.59.14	-152.8896	59.8279	101.8	3.3
2016-12-30.03.19.49	-152.7992	60.1005	108.6	3.4
2017-01-04.14.15.24	-153.3835	60.0889	158.8	4.4
2017-01-07.09.37.41	-153.329	59.599	114.7	3.7
2017-01-19.06.15.32	-150.9891	63.0343	124.9	3.1
2017-01-27.18.06.16	-153.5561	60.068	168.1	3.6
2017-02-06.04.45.18	-152.8696	59.8418	100.8	3.8
2017-02-07.17.52.17	-153.5372	59.8403	139.1	3.2
2017-02-16.04.07.36	-153.3819	59.5148	112.5	3.4
2017-02-18.06.50.40	-152.7753	60.1266	112.1	3.1
2017-02-19.22.17.30	-153.1387	59.7313	103.0	4.0
2017-03-07.09.50.08	-152.9781	59.7606	109.2	4.0
2017-04-03.09.42.18	-152.9001	59.8059	104.9	3.6
2017-04-29.13.04.45	-153.4391	59.6022	115.5	3.1
2017-05-18.19.26.58	-153.2012	59.77	100.3	3.0
2017-05-27.18.23.33	-153.0104	59.8243	108.2	3.1
2017-06-21.03.28.13	-150.8984	63.1032	125.9	3.5
2017-06-29.08.43.38	-153.4771	60.1181	161.6	4.2
2017-06-29.10.57.27	-150.8668	63.1778	128.3	3.1
2017-07-10.04.31.08	-153.1463	59.7243	103.1	4.5
2017-07-10.21.21.59	-152.945	59.794	105.0	3.6
2017-07-12.02.20.44	-150.9208	63.0338	118.5	3.4
2017-07-14.00.09.15	-150.6646	63.0792	117.5	4.0
2017-08-05.22.38.48	-152.9514	60.0046	112.3	3.1
2017-08-07.11.19.13	-150.9603	63.08	132.4	3.0
2017-08-08.13.20.59	-152.906	59.8408	99.9	3.0
2017-08-23.17.21.03	-153.2899	59.6875	107.0	3.2
2017-09-01.03.21.20	-150.9691	63.0396	132.0	4.0
2017-09-10.09.32.47	-150.9107	62.993	122.8	3.3



表 C. 2、選用測站資訊。

測站	經度 (°)	緯度 (°)
AUJA	-153.423	59.3395
AUQ	-153.414	59.3549
AUSB	-153.428	59.333
BPAW	-150.987	64.0997
BRLK	-150.906	59.7511
BRSE	-150.741	59.7417
CAST	-152.084	63.4188
CCB	-147.805	64.6453
CHUM	-152.315	63.8827
CNP	-151.237	59.5251
CUT	-150.262	62.4058
DHY	-147.376	63.0753
GHO	-148.926	61.771
HOM	-151.652	59.6572
ILSW	-153.143	59.9832
K20K	-154.07	63.3569
KTH	-150.923	63.5527
L19K	-154.854	62.1816
MCK	-148.937	63.7318
MLY	-150.744	65.0304
N19K	-154.484	60.8132
NCT	-152.929	60.5621
NEA2	-149.069	64.5928
O19K	-154.32	60.1952
O20K	-152.624	60.0815
P18K	-155.229	59.3922
PIC4	-147.43	65.1176
POKR	-147.434	65.1171
PPLA	-152.189	62.8962
Q19K	-153.645	58.9287
RDDF	-152.688	60.5912
RDWB	-152.842	60.4875
RED	-152.774	60.4196
RND	-148.86	63.4056
SAW	-148.332	61.807

SLK	-150.223	60.5117
SPCG	-152.023	61.2913
SPNN	-152.701	61.3662
SSN	-150.747	61.4636
SVW2	-155.622	61.1082
TRF	-150.289	63.4501
WAT2	-148.585	62.9628
WAT5	-148.229	63.0624
WAT6	-147.74	62.5808
WAT7	-148.848	62.8331
WRH	-148.092	64.4715

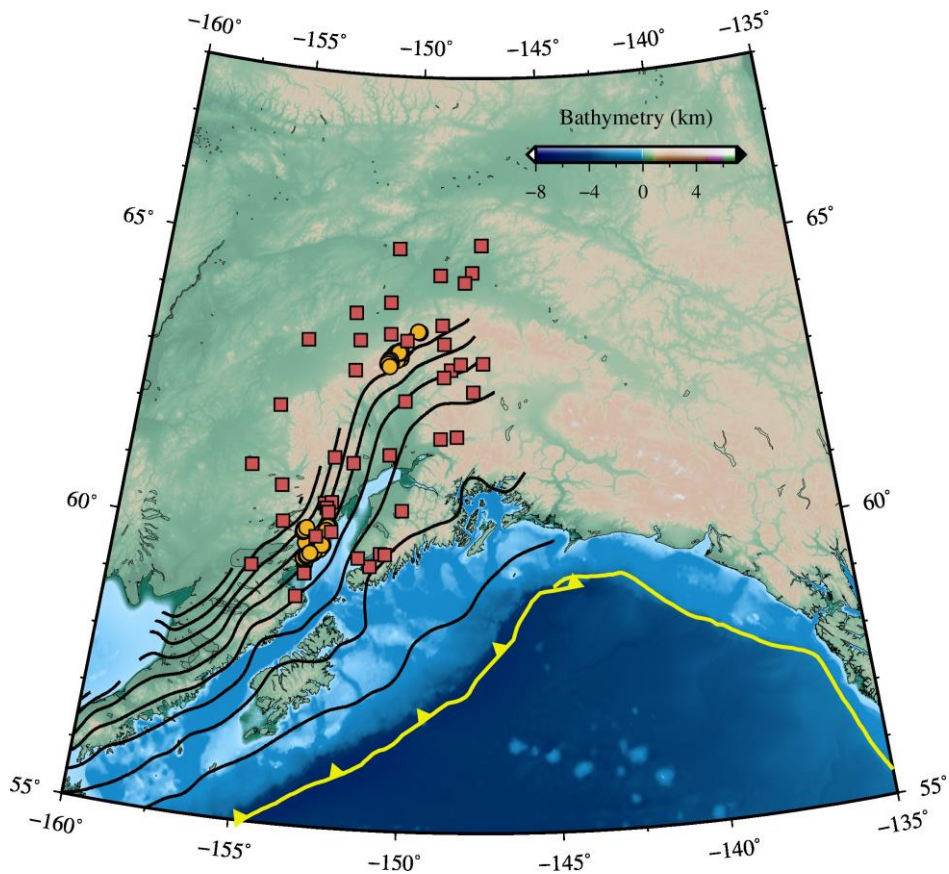


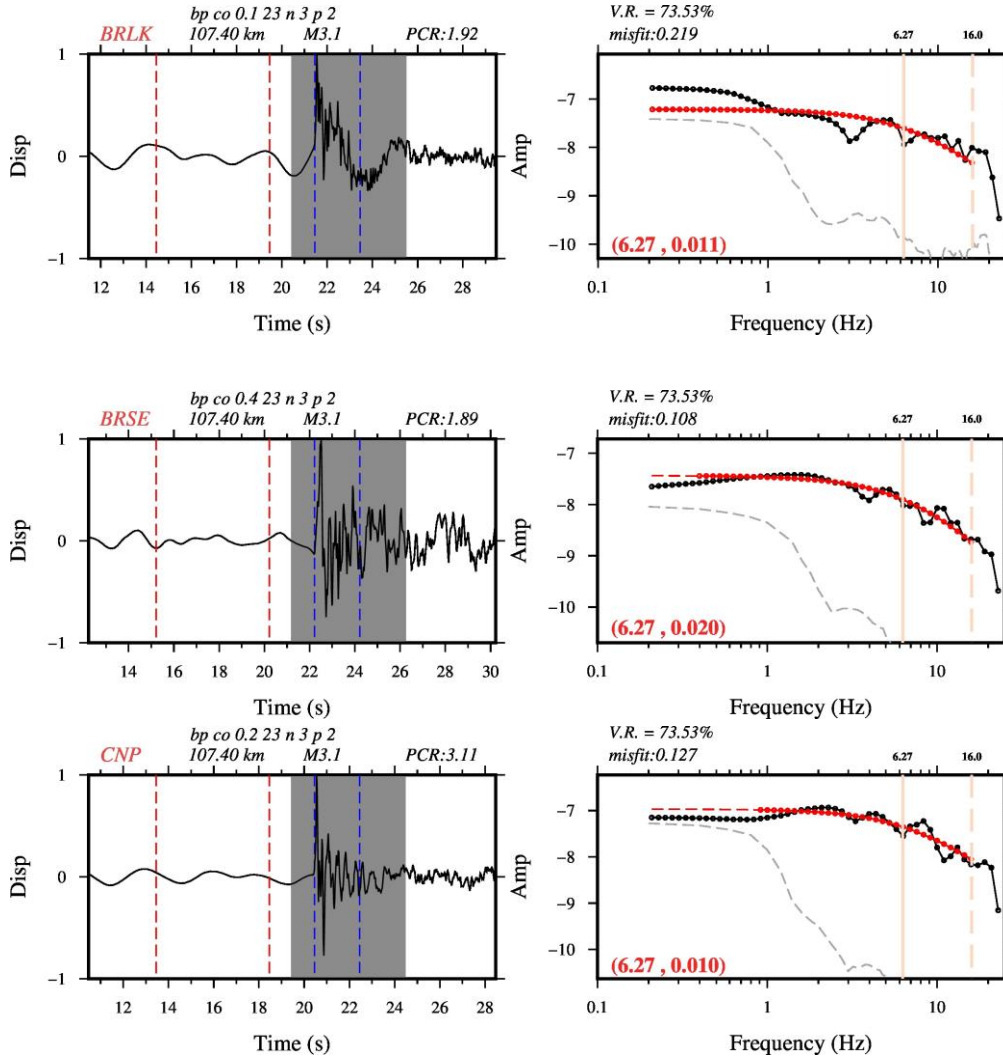
圖 C.1、本論文選用的震源與測站分布圖。黃點為震源，方框為測站，其餘圖示同圖 1.2。

# 附錄 D 波形擬合展示

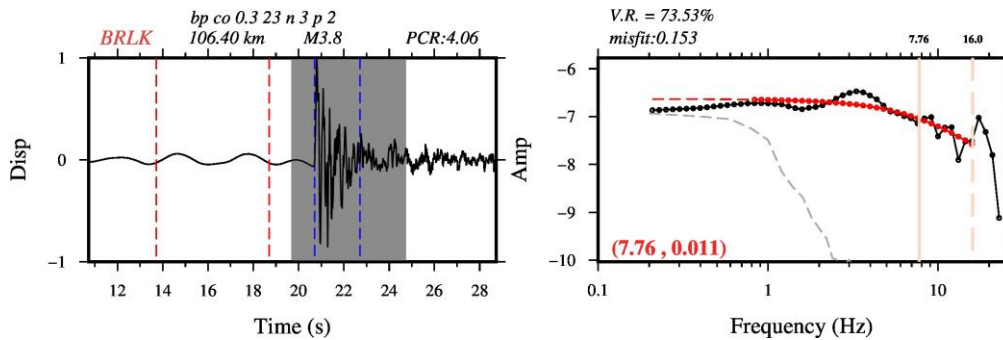


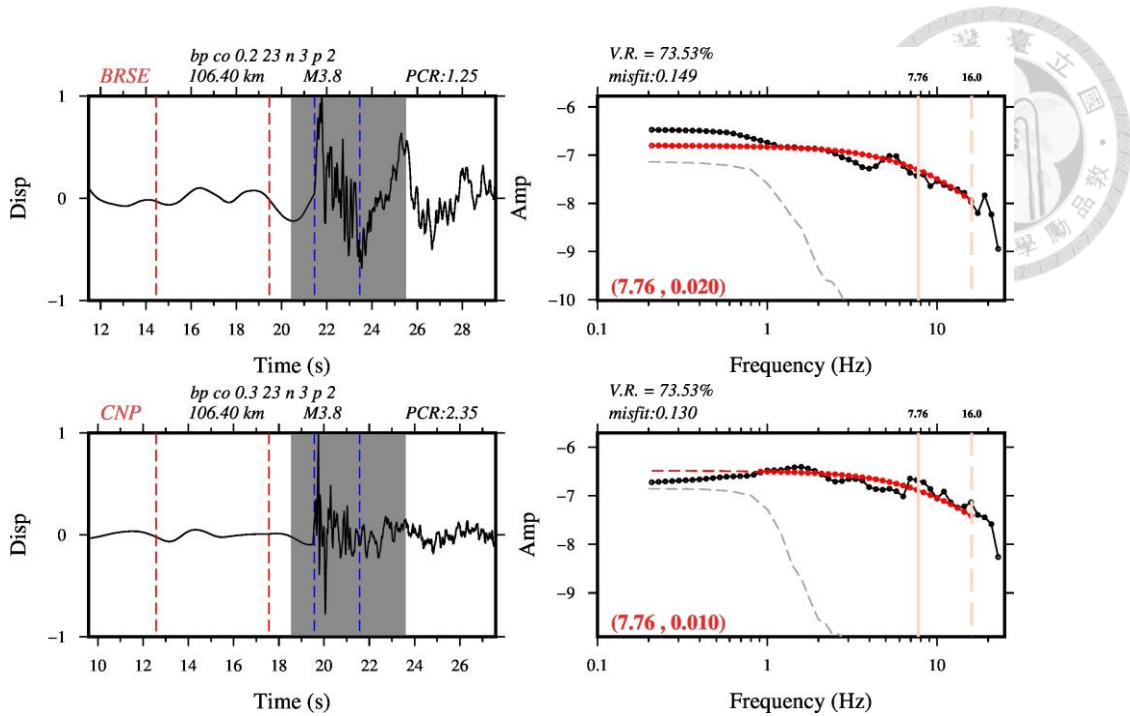
(a) VR 值 70% ~ 75% - 2015-07-27.19.20.15.k1.cluster

Event: 2015-07-27.19.20.15

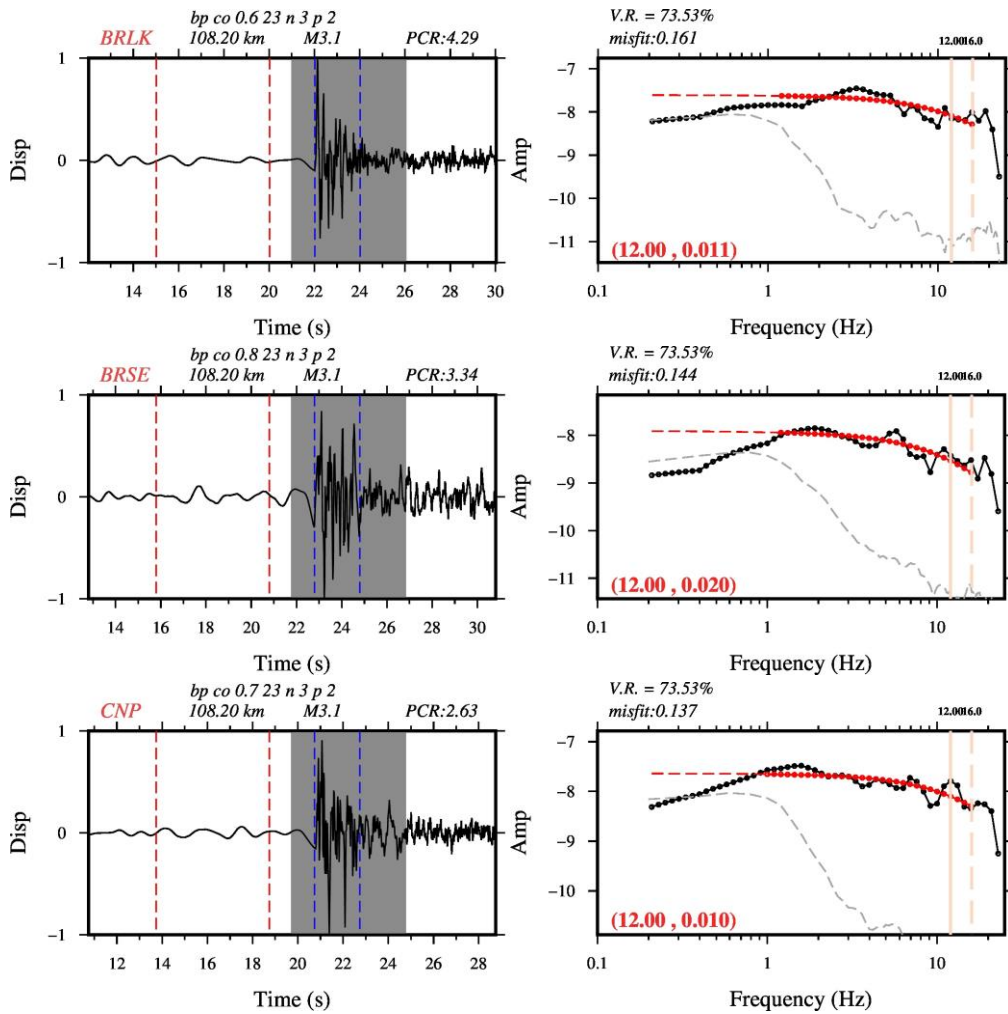


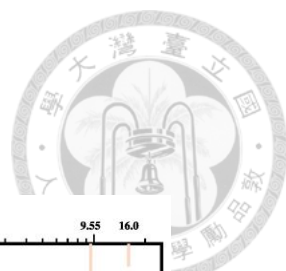
Event: 2016-04-12.09.27.07





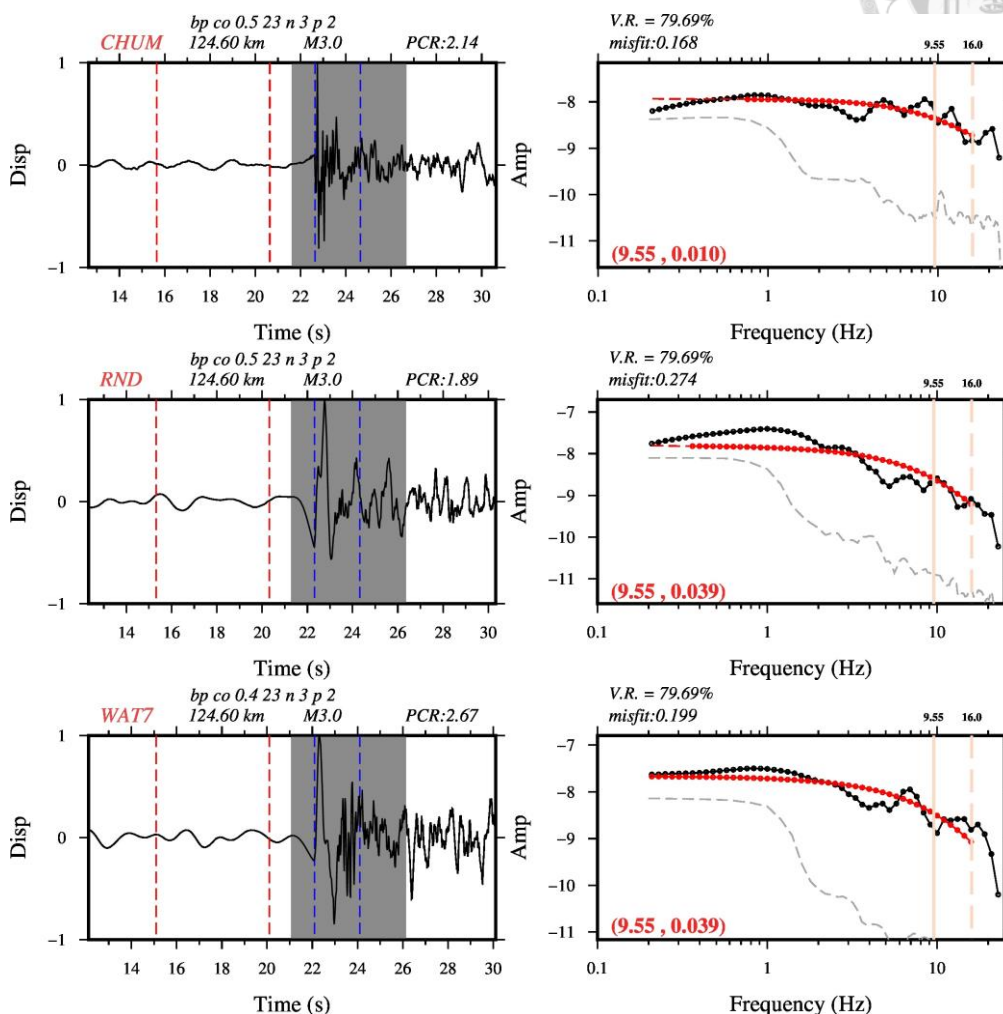
Event: 2017-05-27.18.23.33



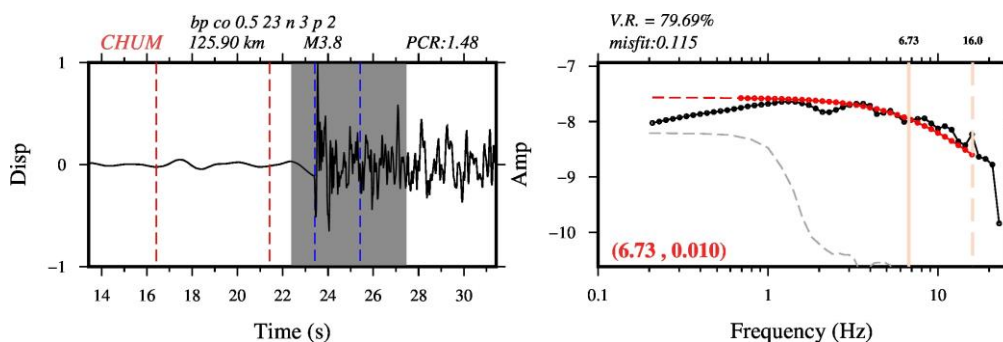


(b) VR 值 75 % ~ 80 % - 2016-04-15.05.49.31.k20.cluster

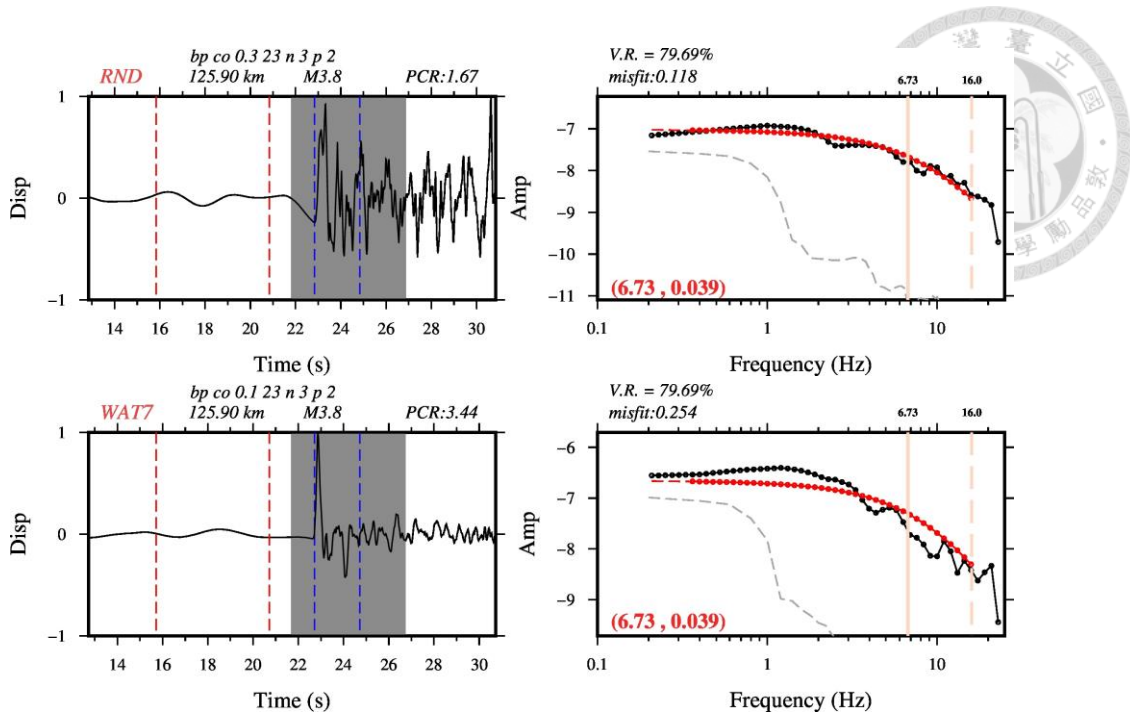
Event: 2014-03-09.17.02.15



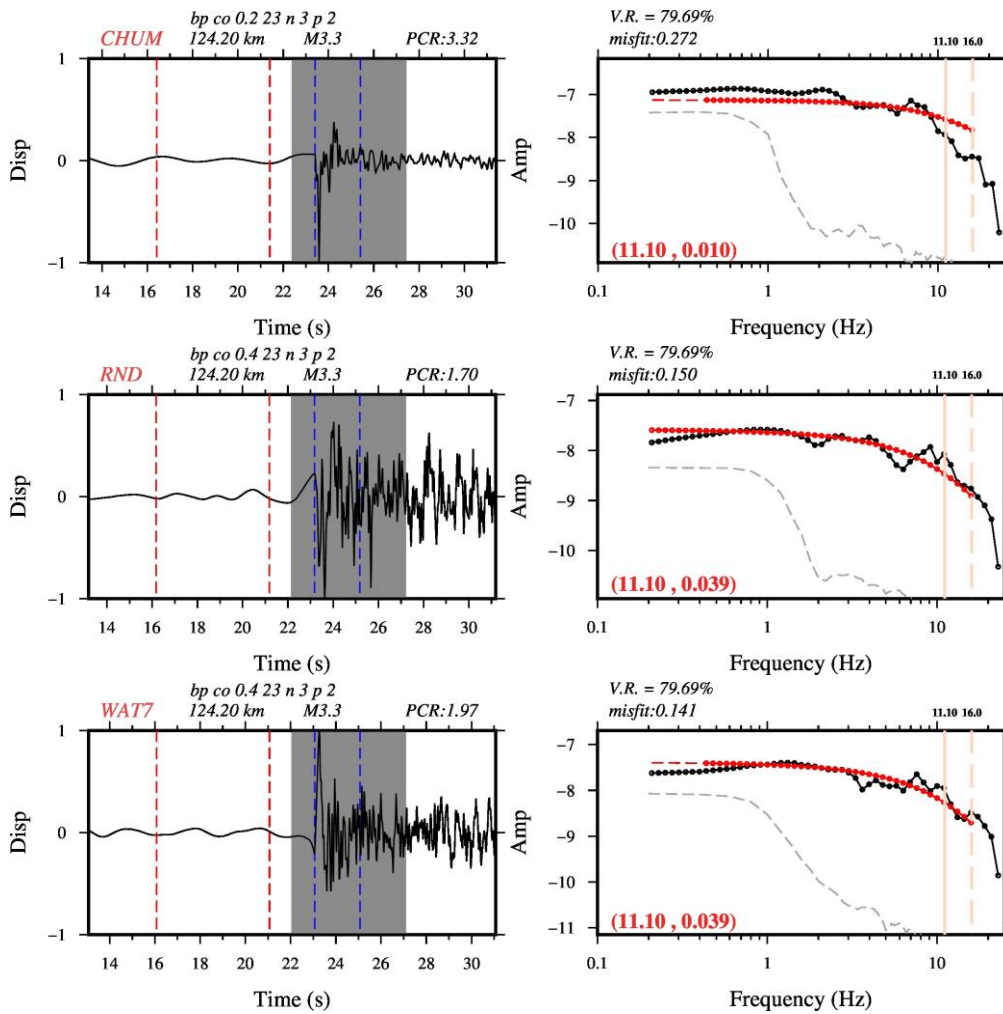
Event: 2016-04-15.05.49.31



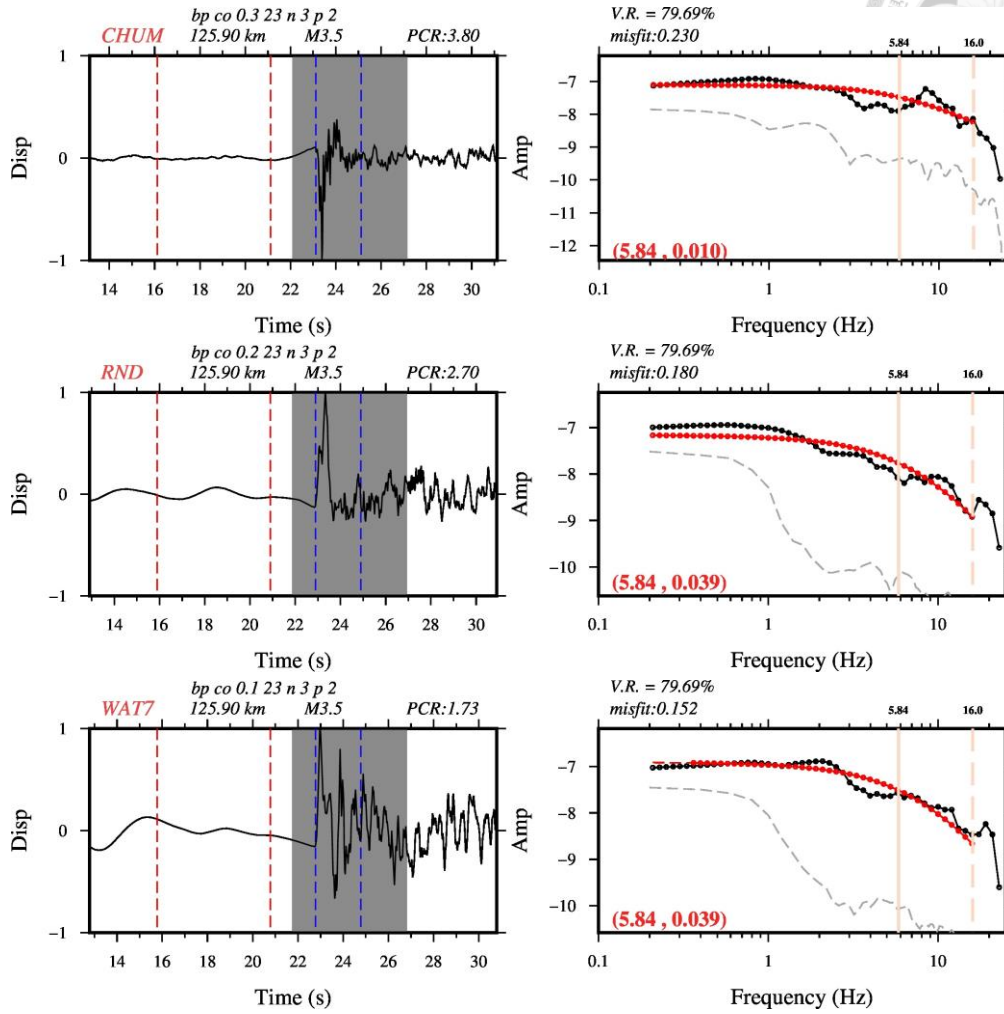




Event: 2016-04-21.11.12.42

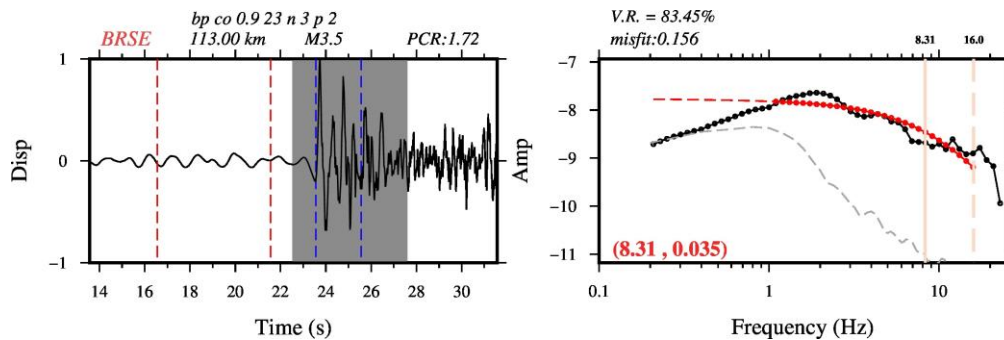


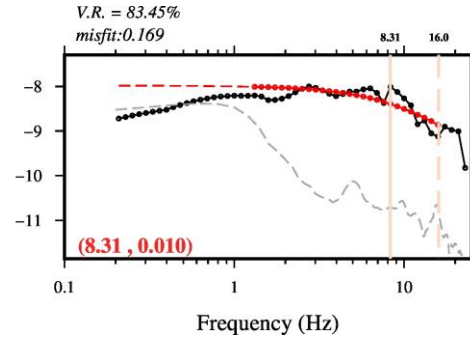
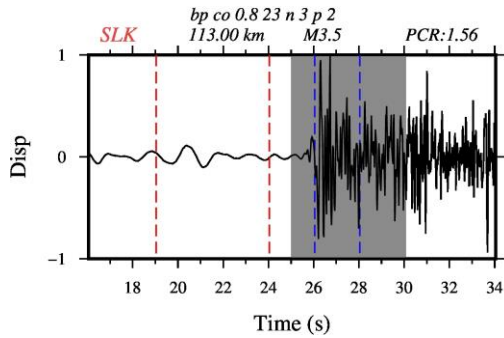
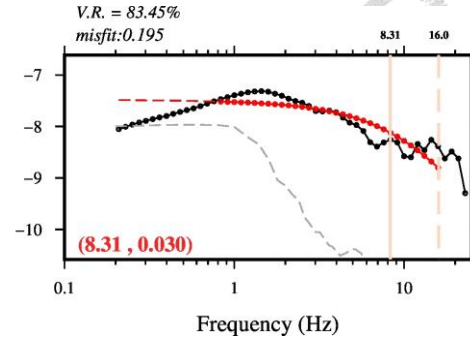
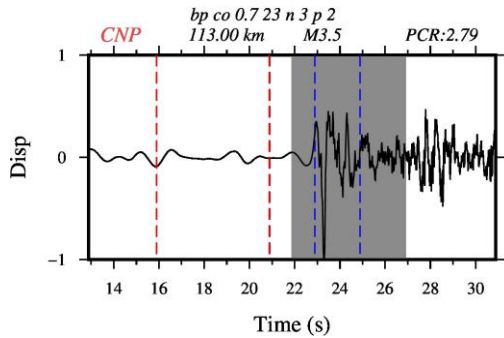
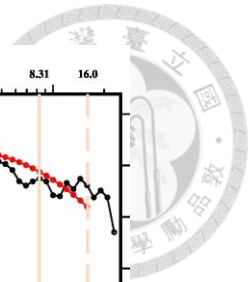
Event: 2017-06-21.03.28.13



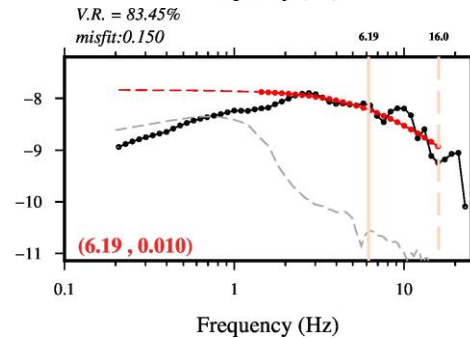
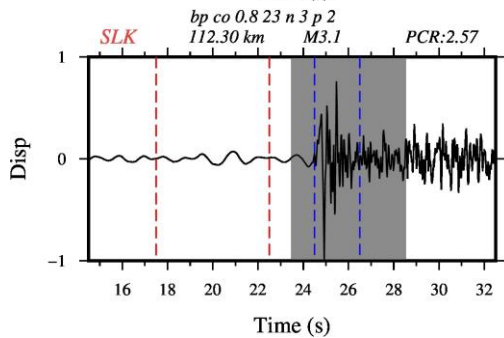
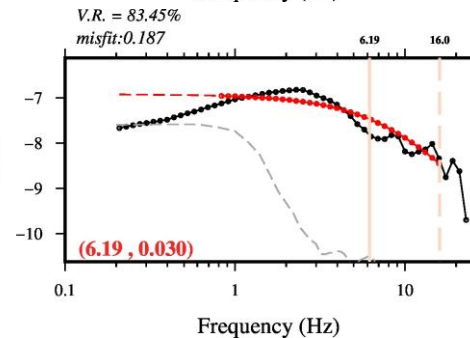
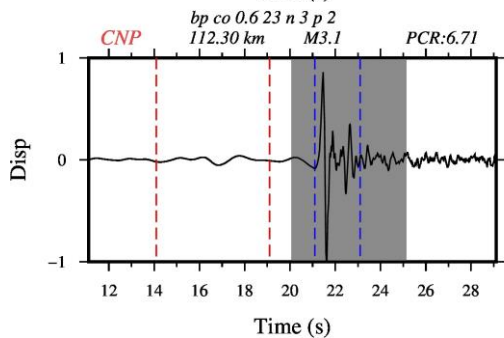
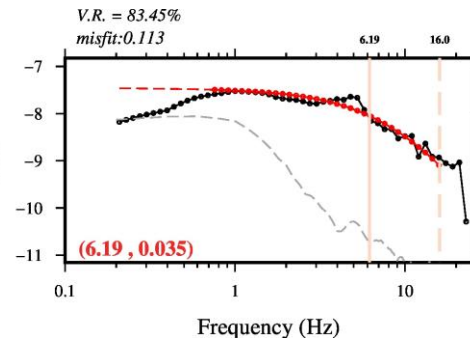
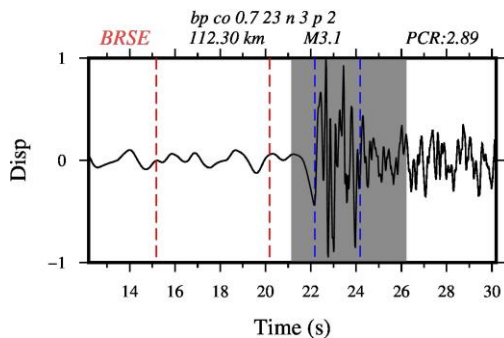
(c) VR 值 80 % ~ 85 %-2013-09-28.09.53.11.k1.cluster

Event: 2013-09-28.09.53.11

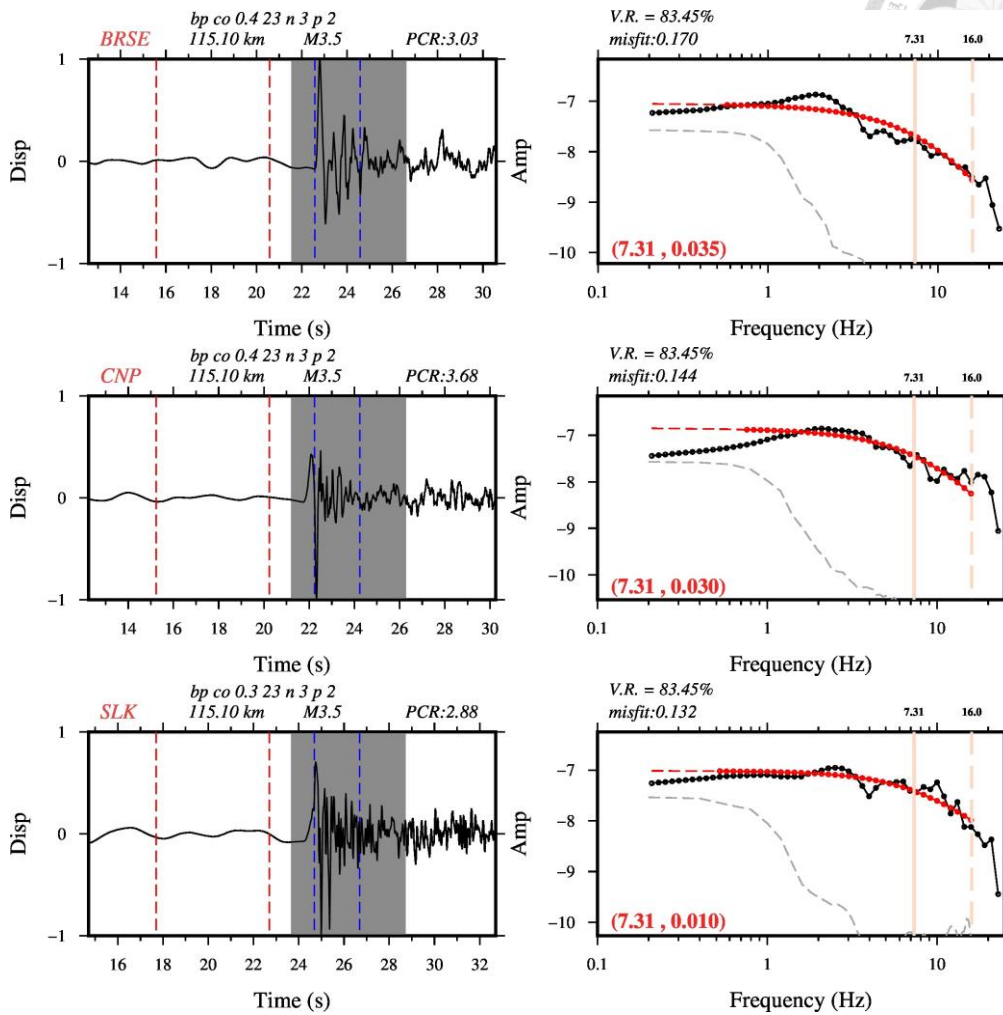




Event: 2014-12-20.23.30.38

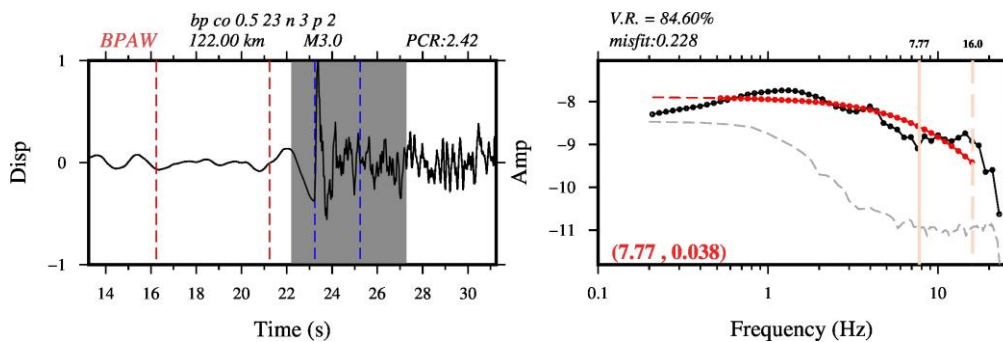


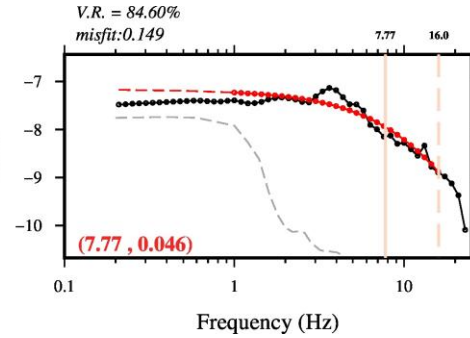
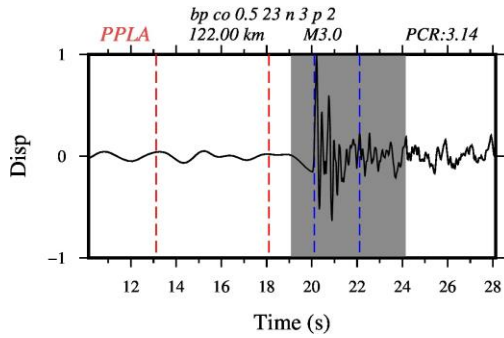
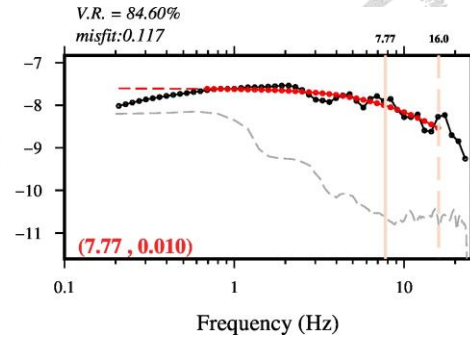
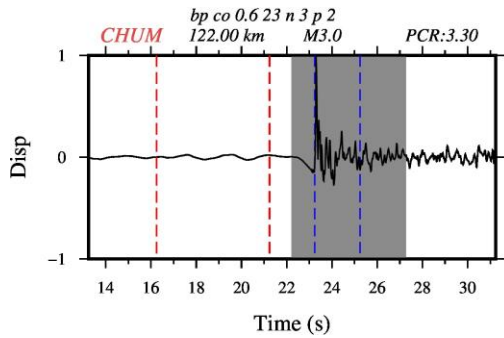
Event: 2016-06-01.23.05.20



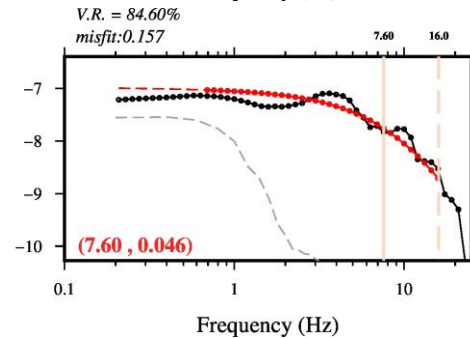
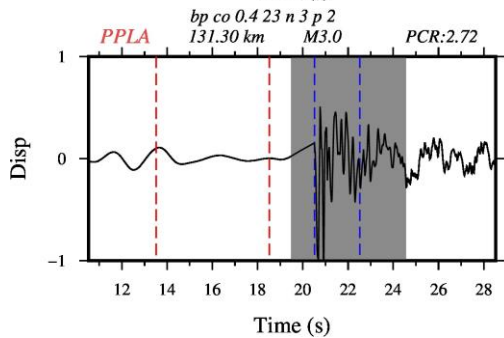
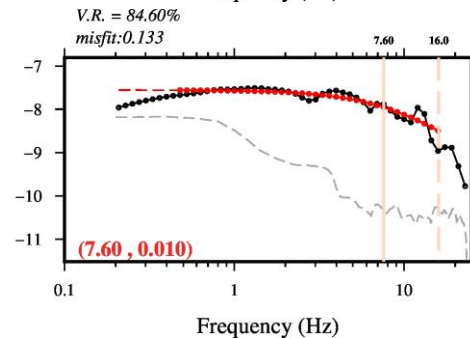
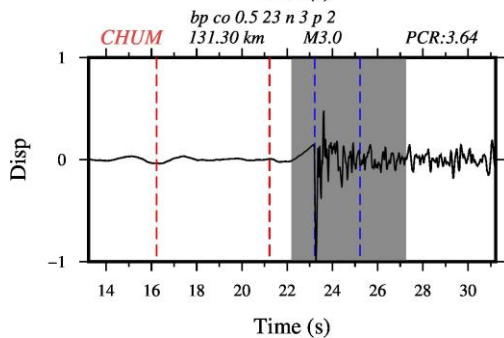
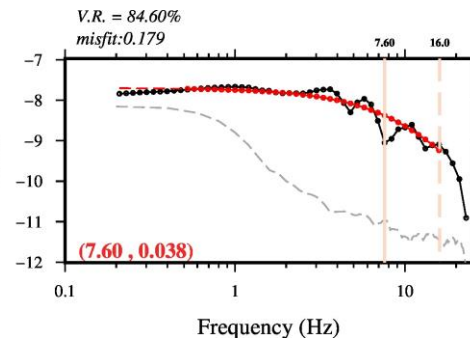
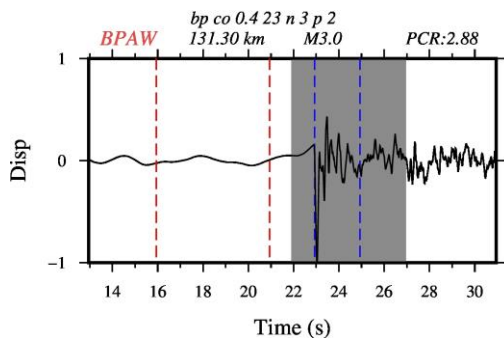
VR 值 80 % ~ 85 %-2017-06-21.03.28.13.k7.cluster

Event: 2013-10-25.10.11.00

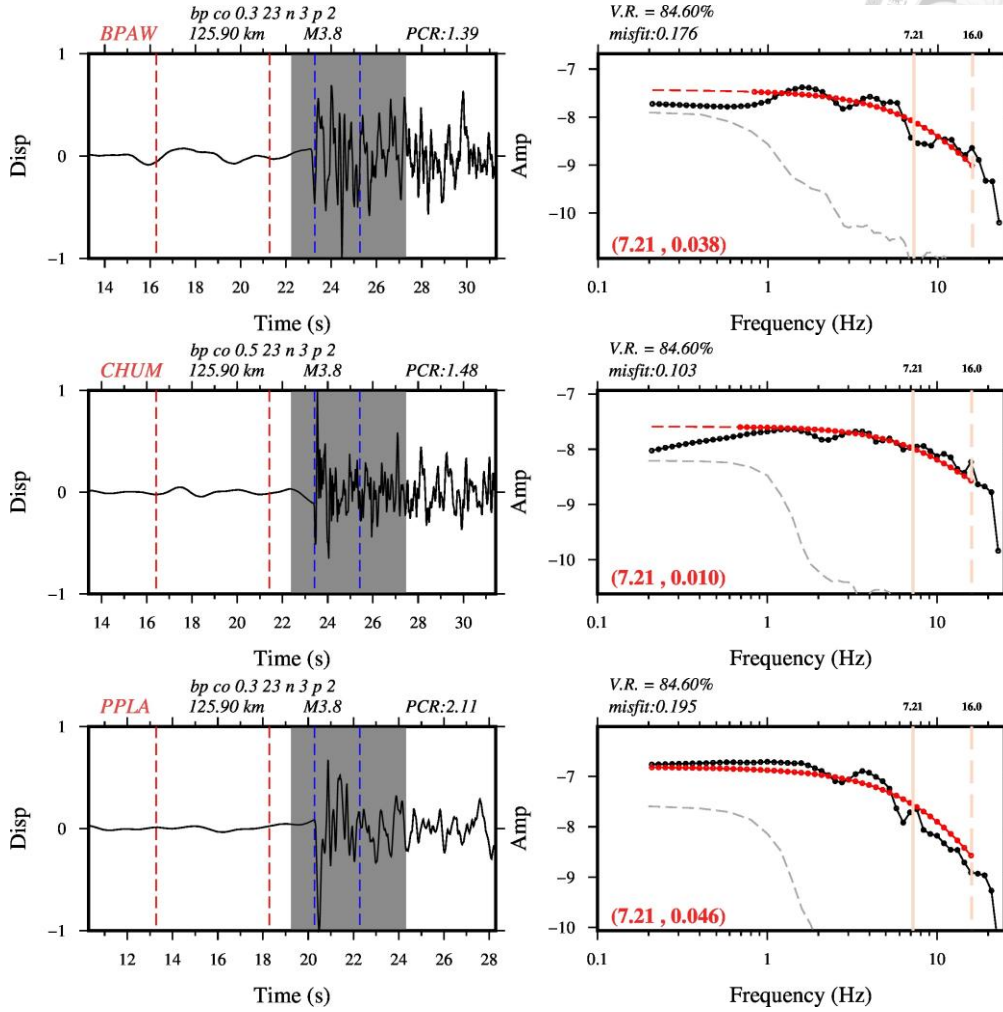




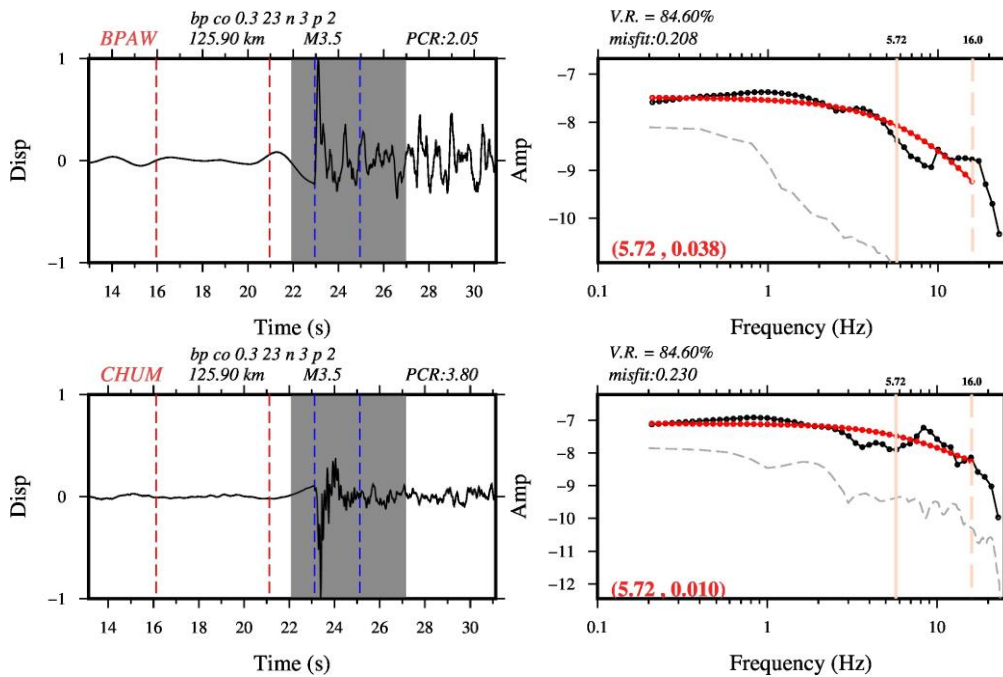
Event: 2013-11-17.16.15.10

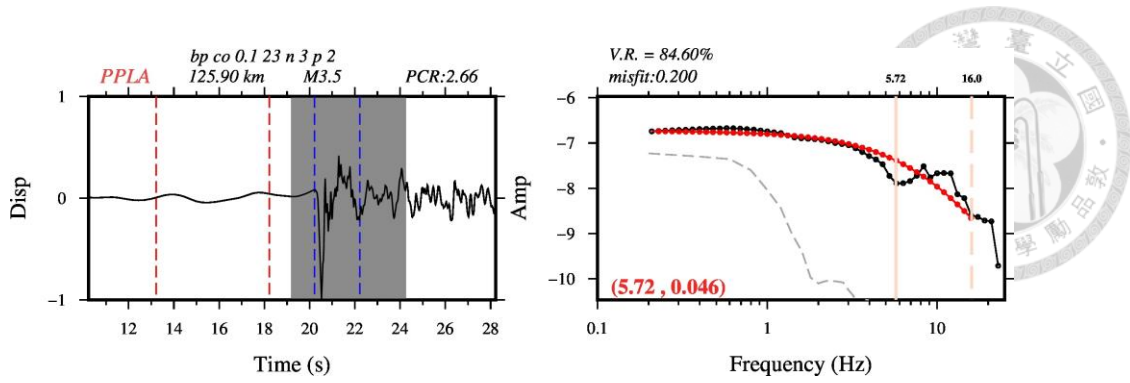


Event: 2016-04-15.05.49.31



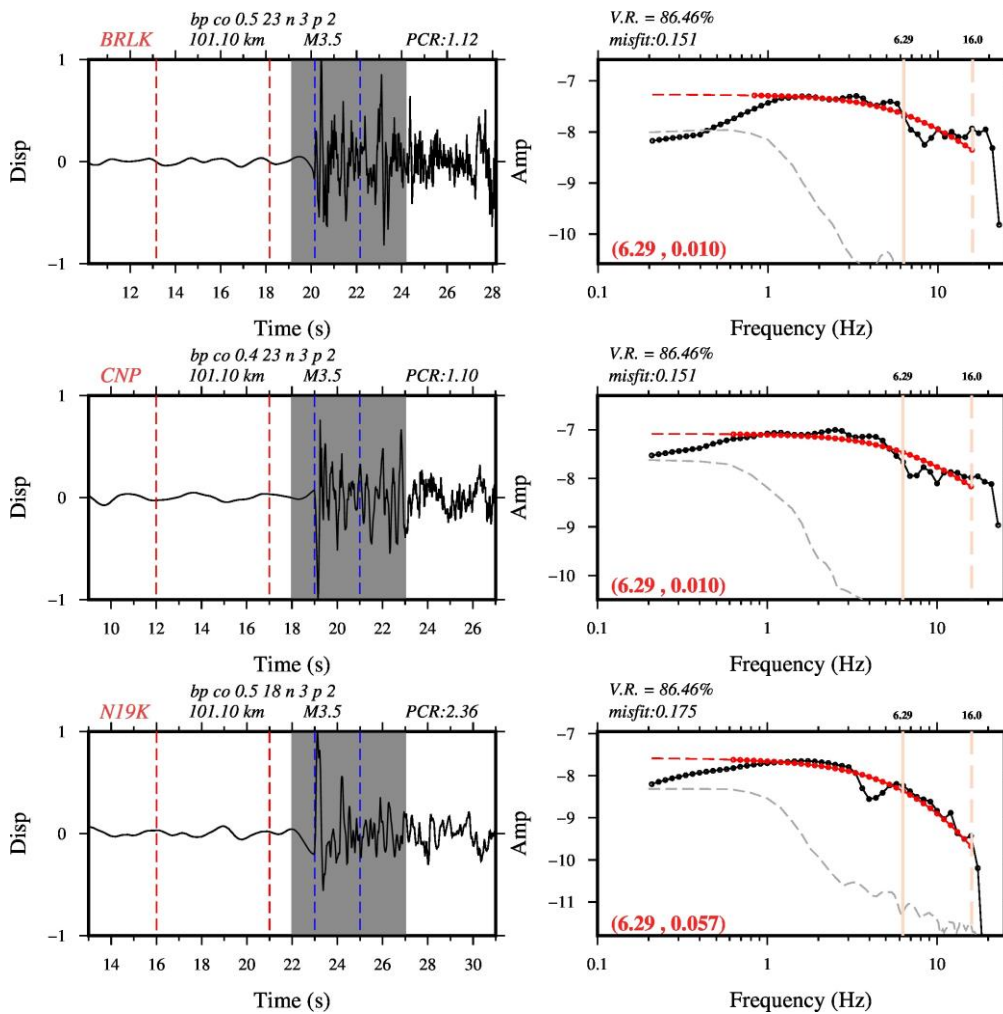
Event: 2017-06-21.03.28.13

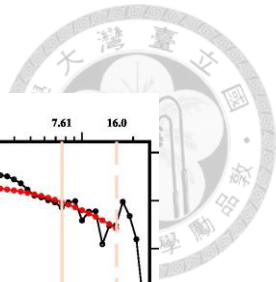




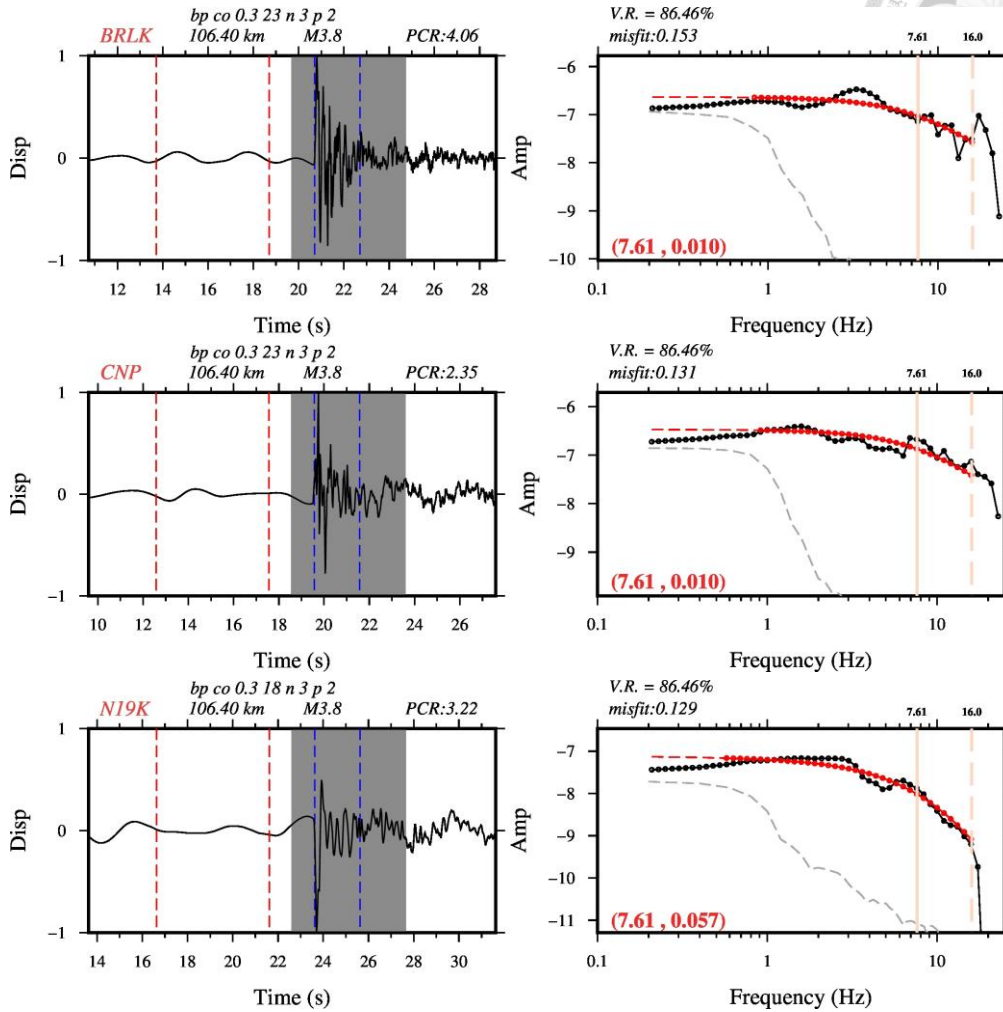
(d) VR 值 85 % ~ 90 %-2016-05-02.03.51.17.k17.cluster

Event: 2016-02-16.23.55.49

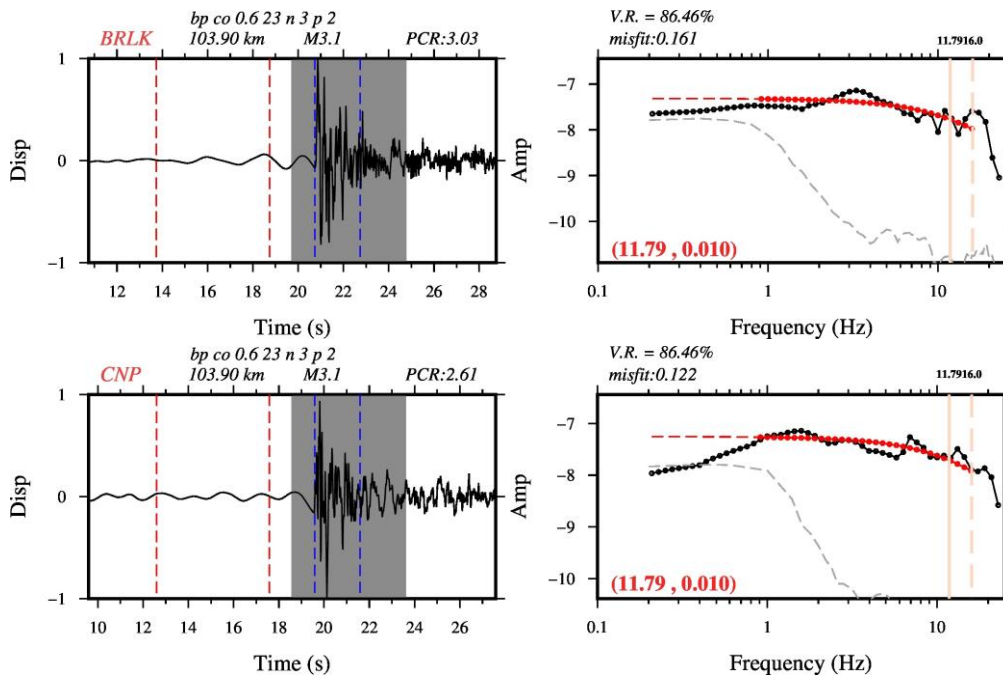




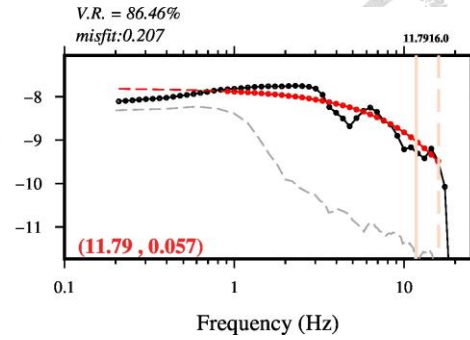
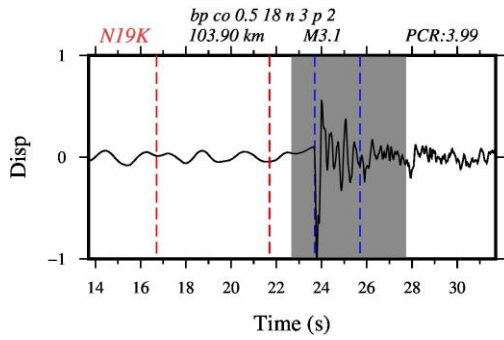
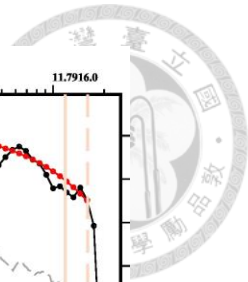
Event: 2016-04-12.09.27.07



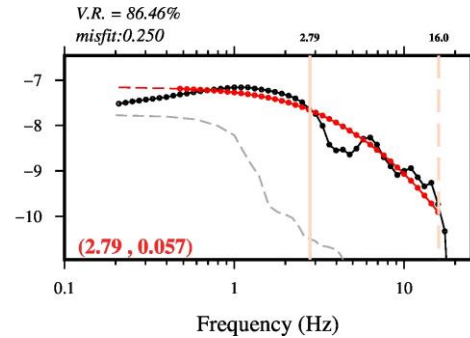
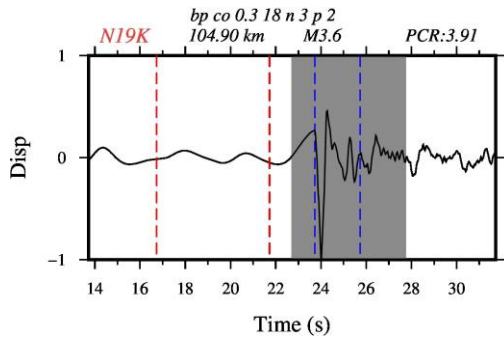
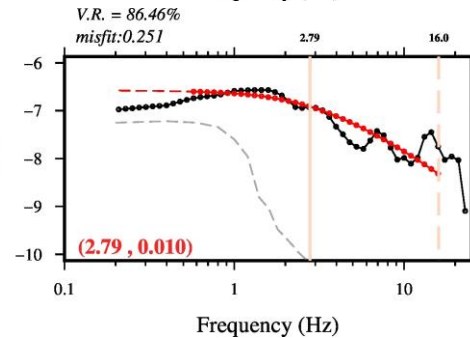
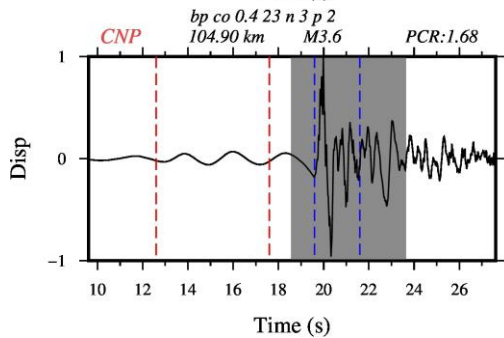
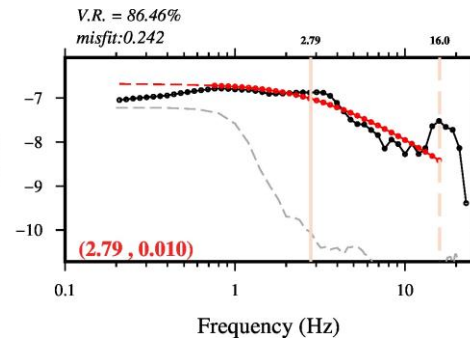
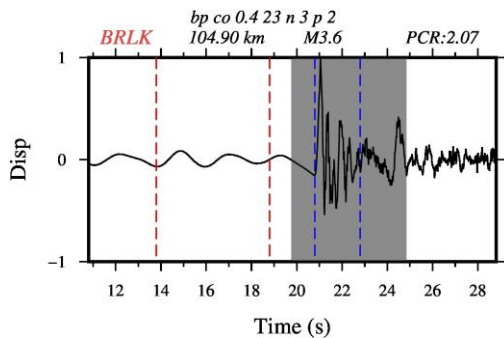
Event: 2016-05-02.03.51.17



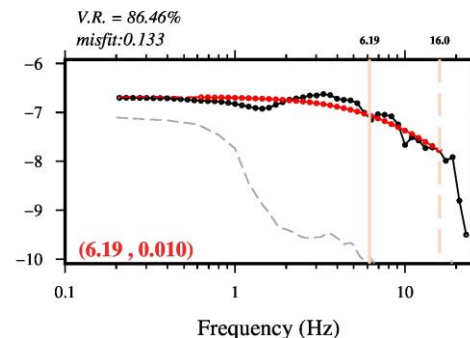
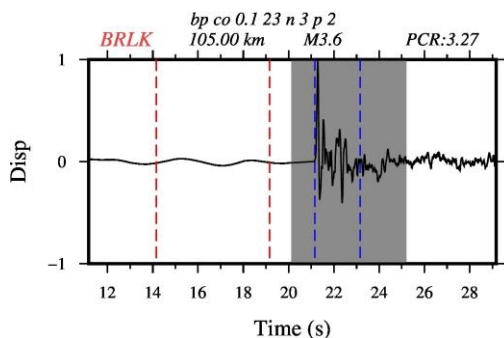


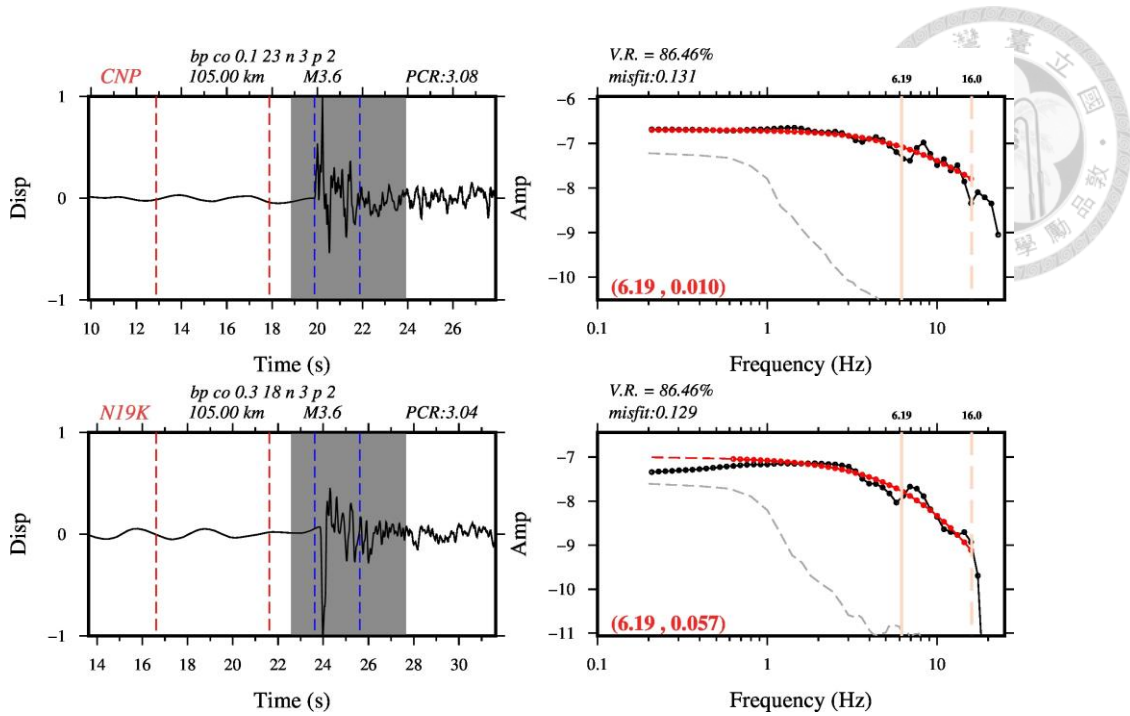


Event: 2017-04-03.09.42.18



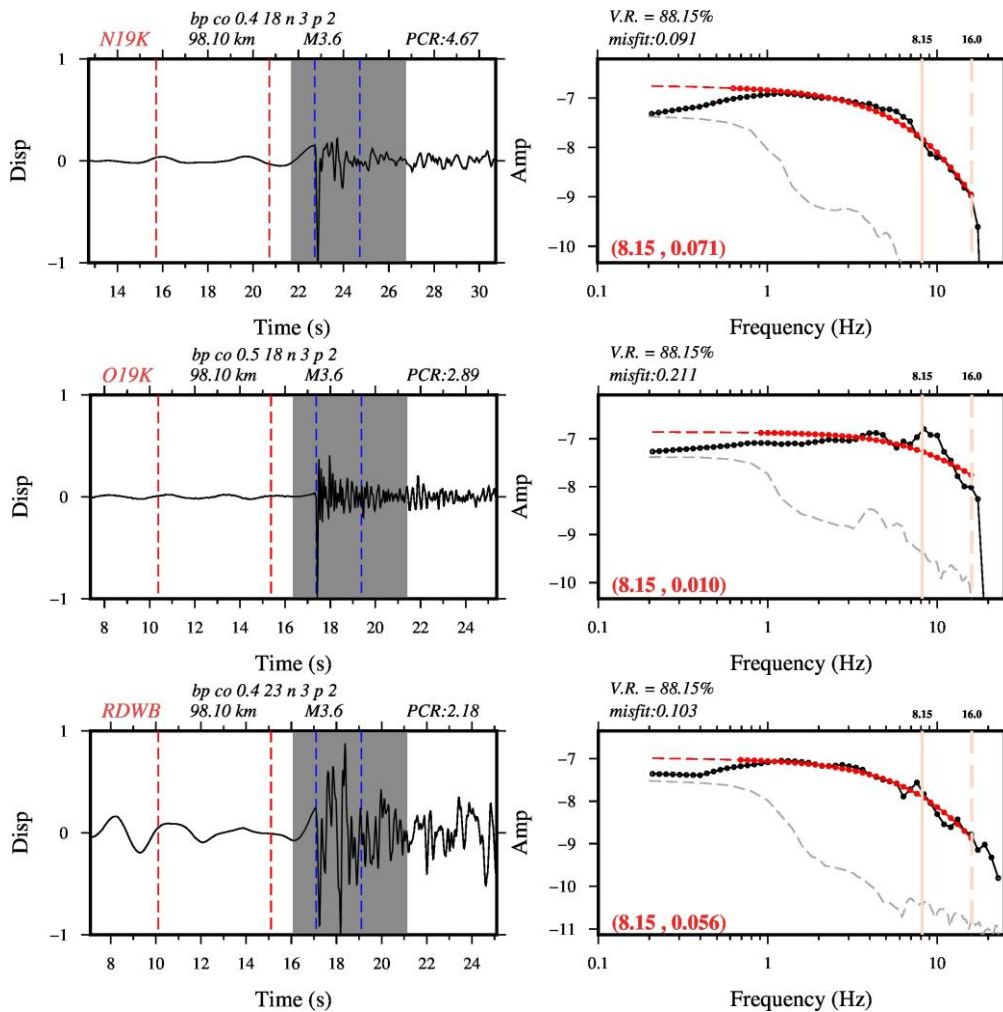
Event: 2017-07-10.21.21.59

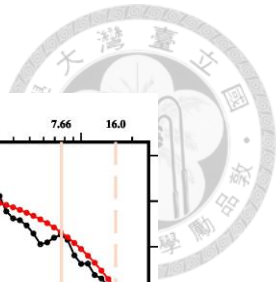




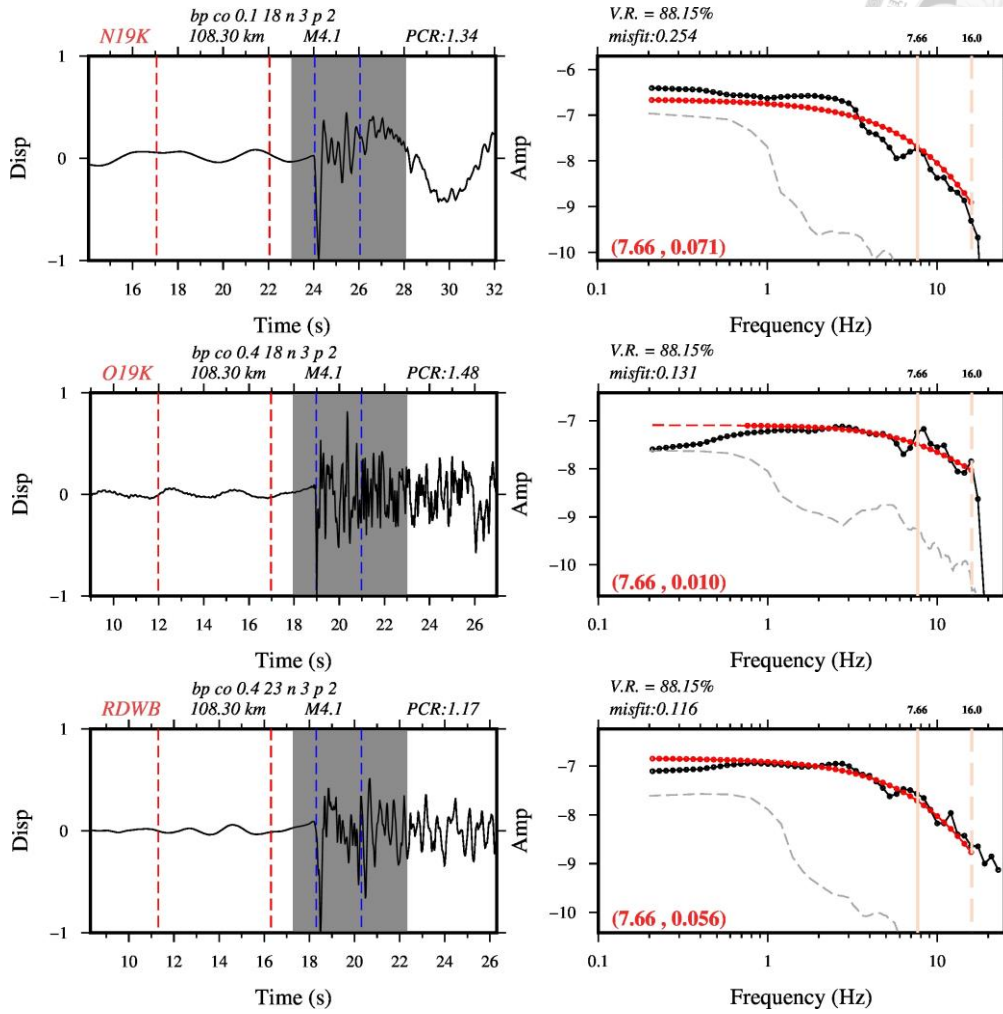
VR 值 80 % ~ 85 %- 2016-02-27.01.34.20.k26.cluster

Event: 2016-02-08.15.11.29

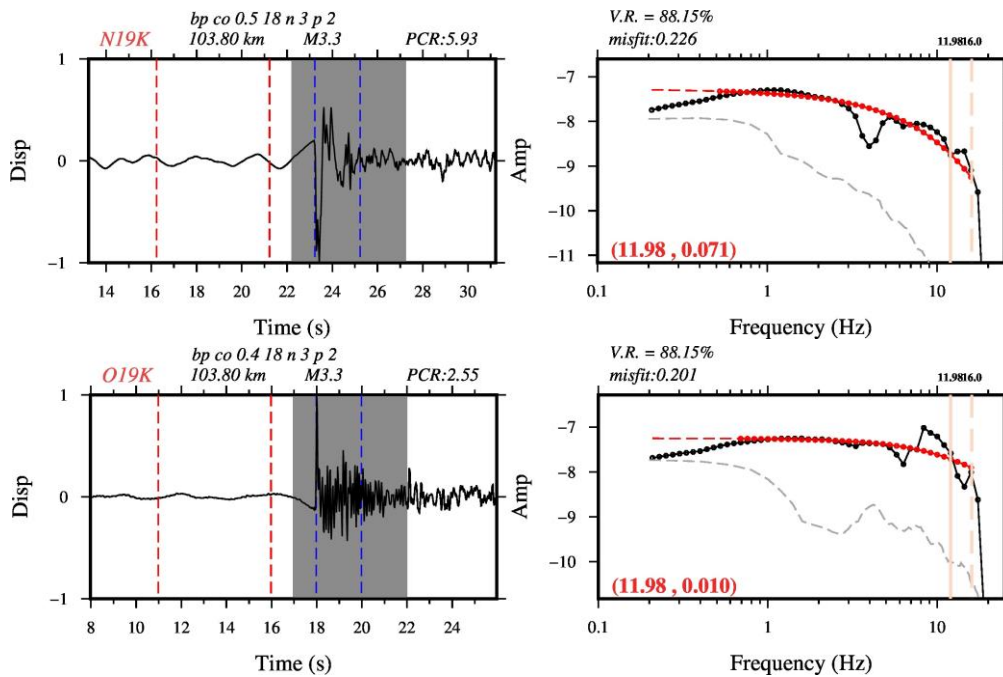


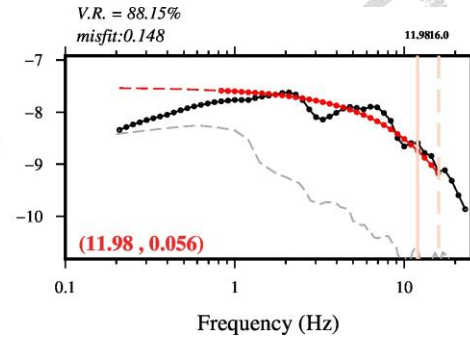
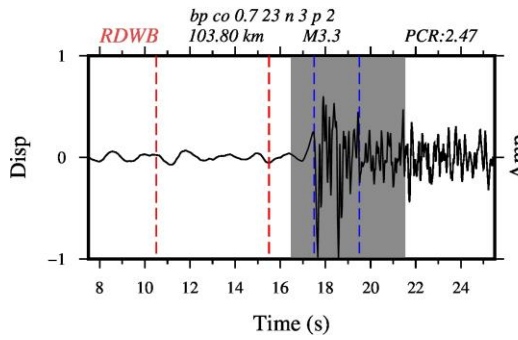
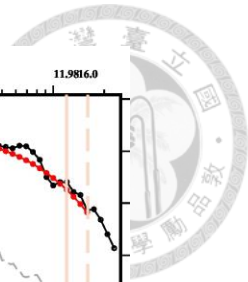


Event: 2016-02-09.21.17.13

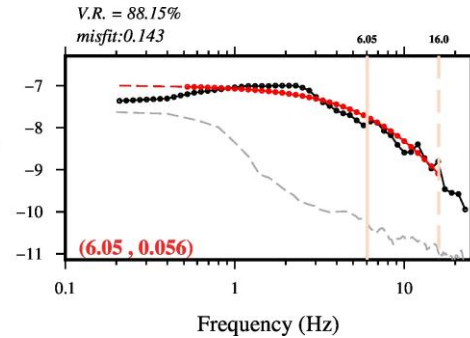
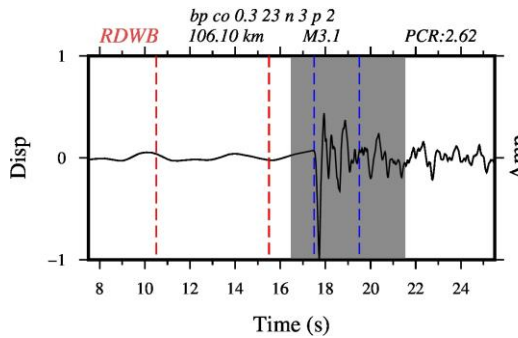
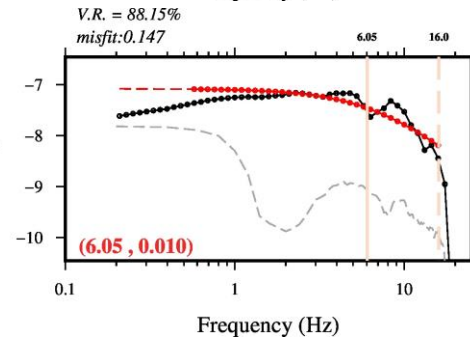
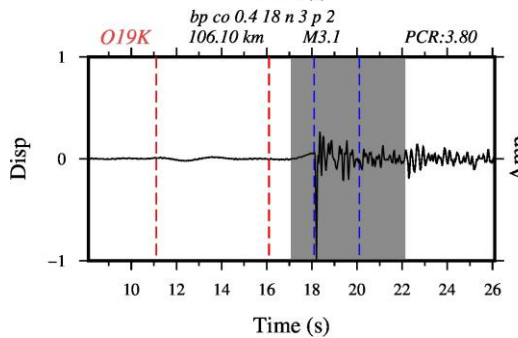
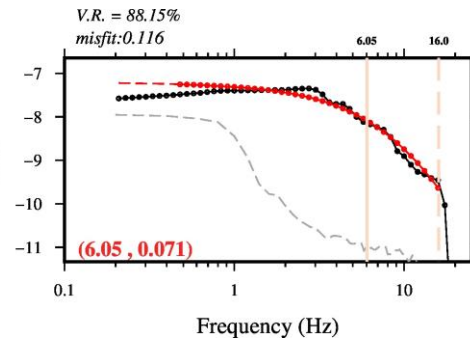
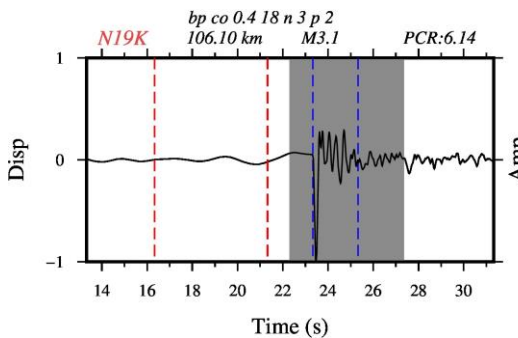


Event: 2016-02-27.01.34.20

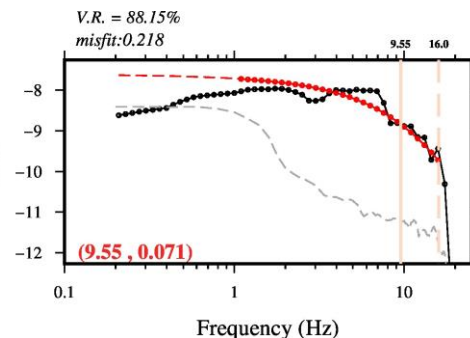
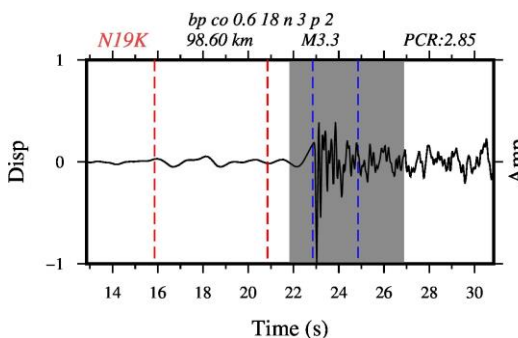


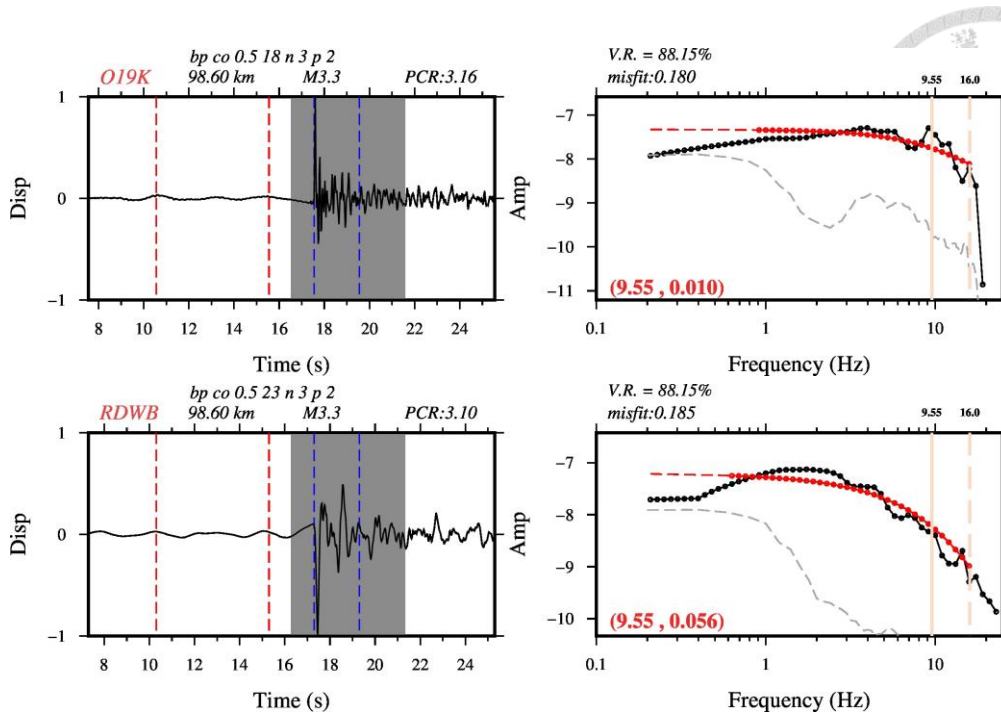


Event: 2016-03-14.21.18.55



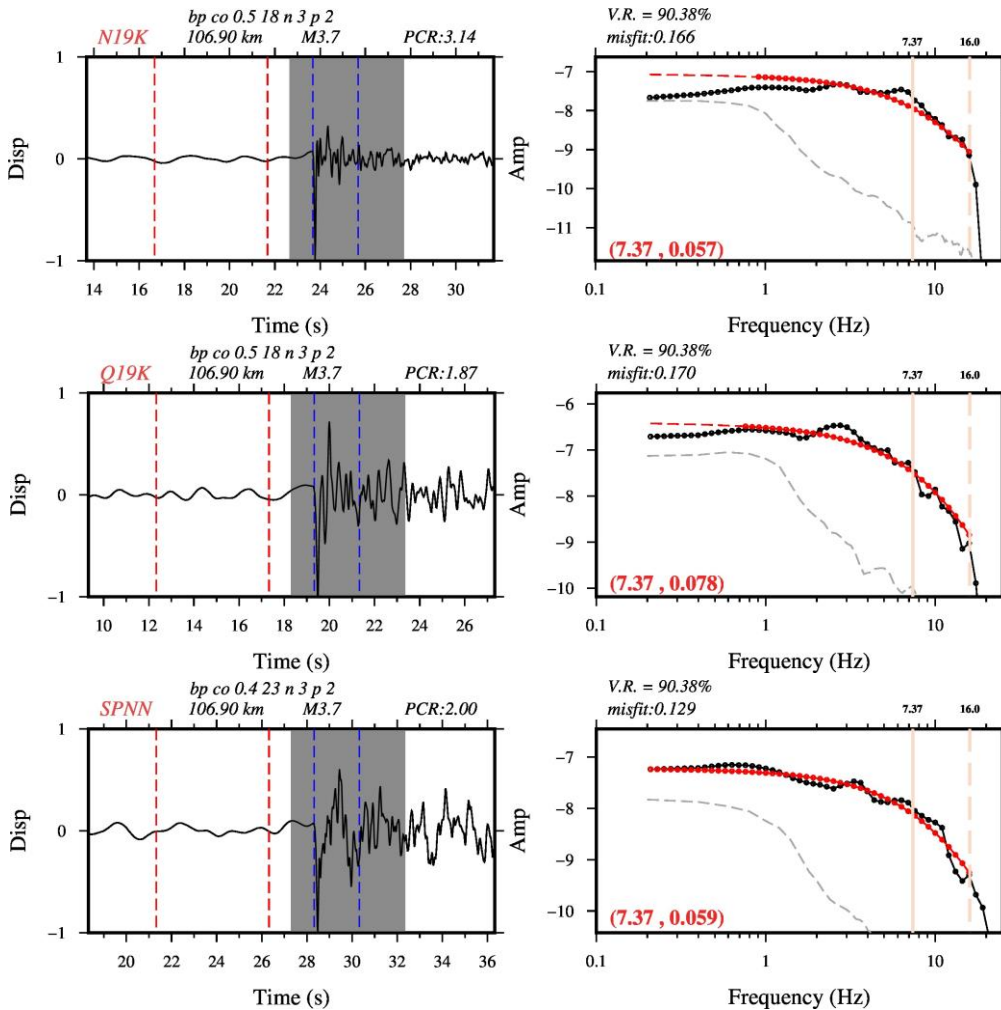
Event: 2016-03-23.23.56.25

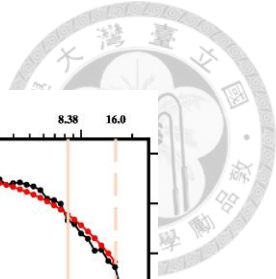




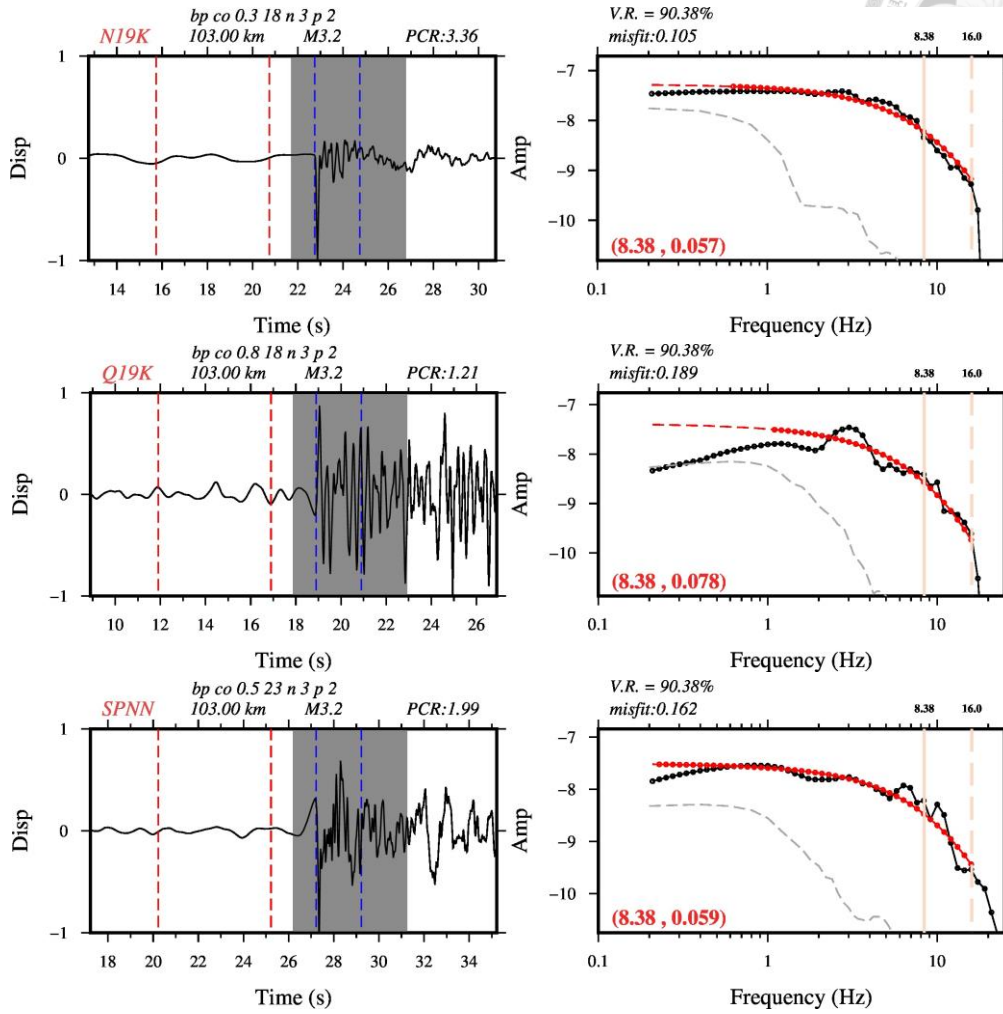
(e) VR 值 90 % ~ 95 % - 2016-02-27.01.34.20.k11.cluster

Event: 2016-02-01.18.12.23

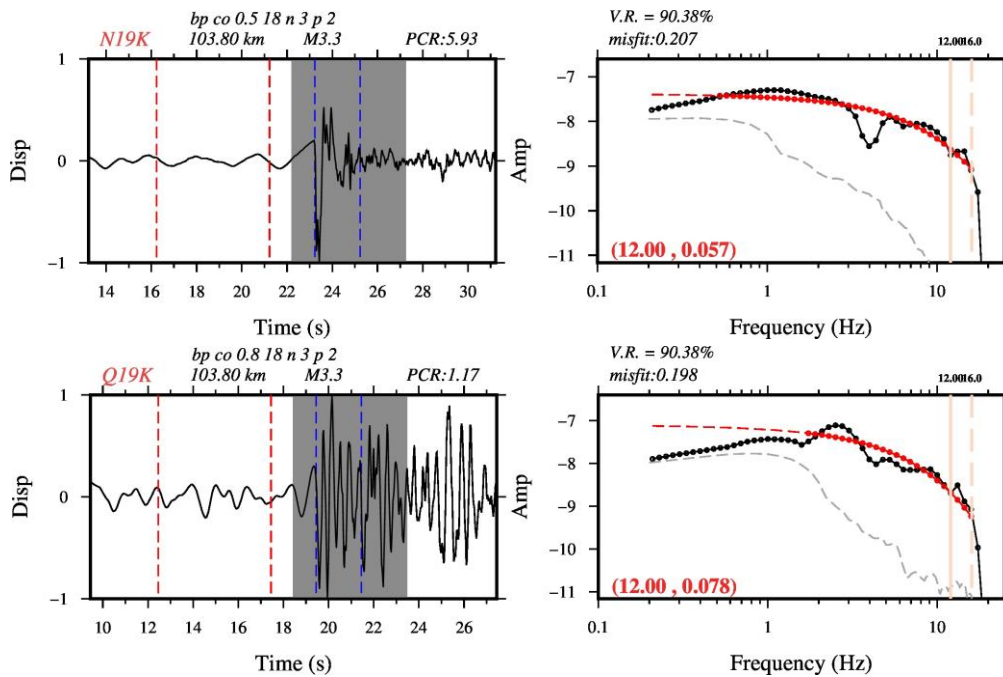


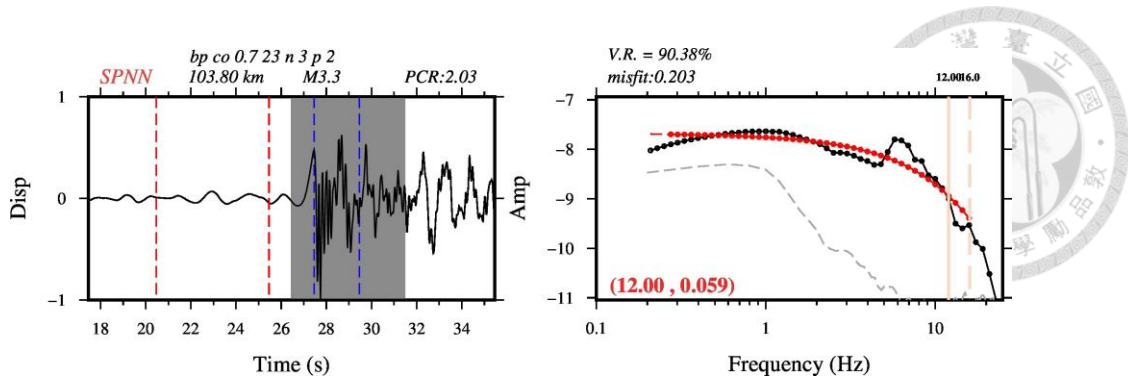


Event: 2016-02-15.20.51.22



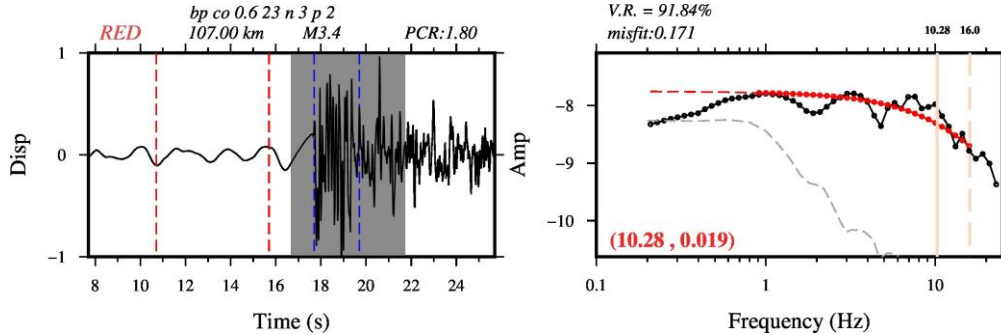
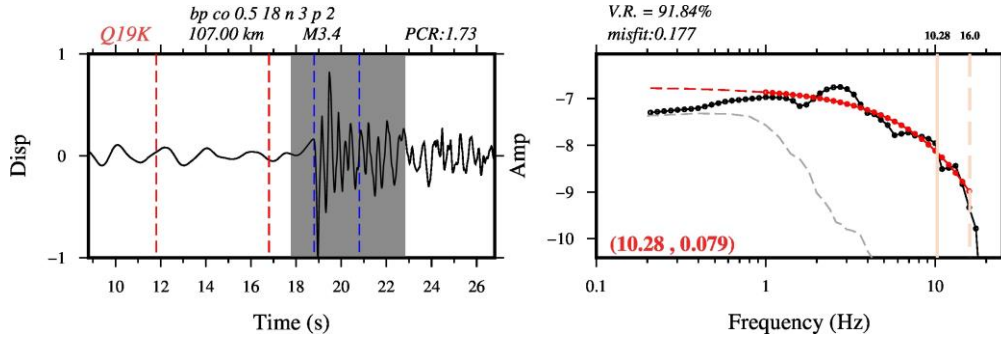
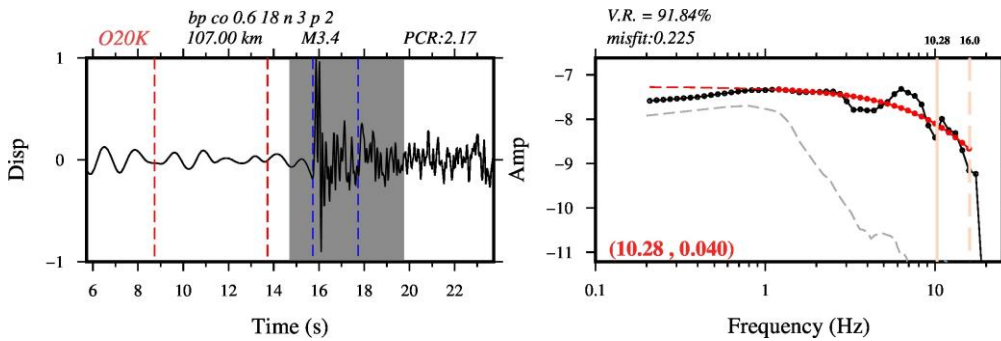
Event: 2016-02-27.01.34.20



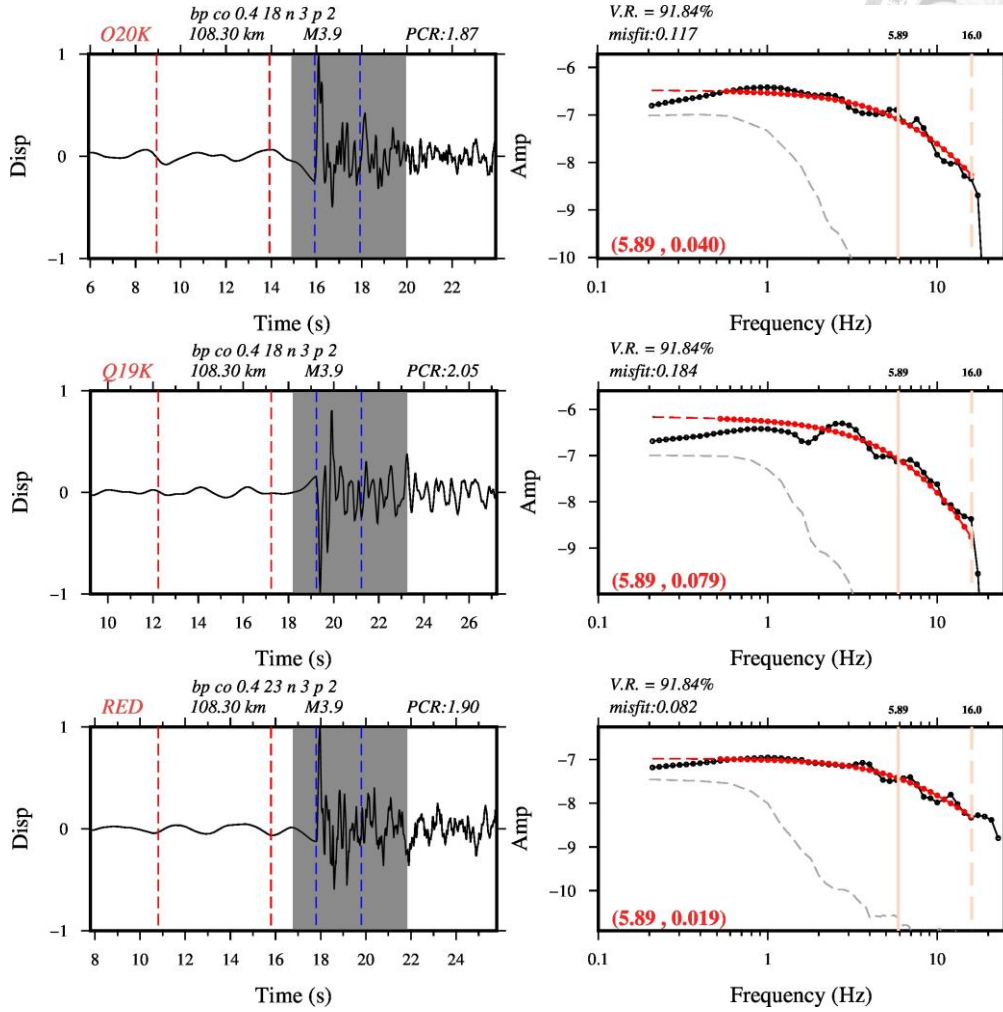


VR 值 90 % ~ 95 %- 2016-01-26.22.31.47.k25.cluster

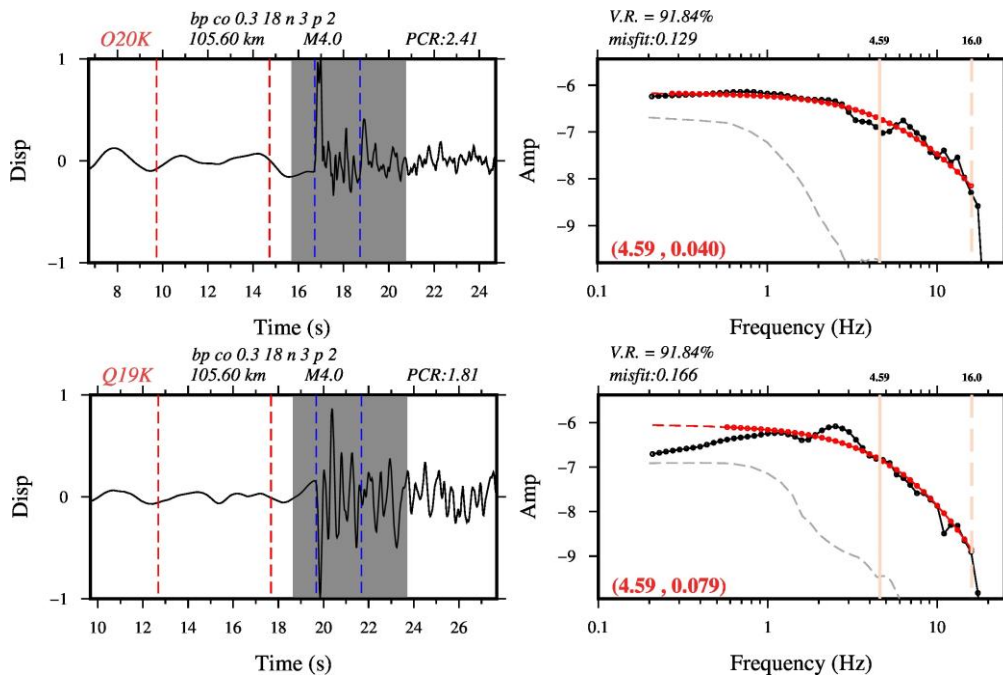
Event: 2016-01-26.22.31.47



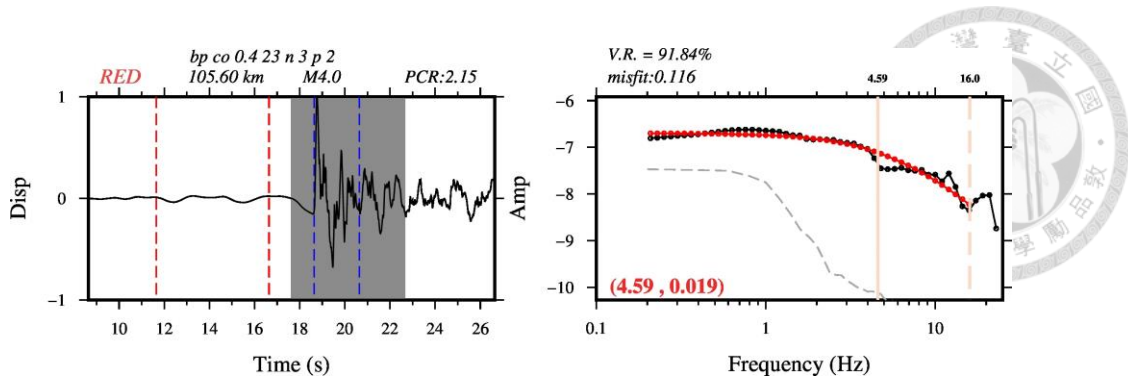
Event: 2016-01-28.07.26.01



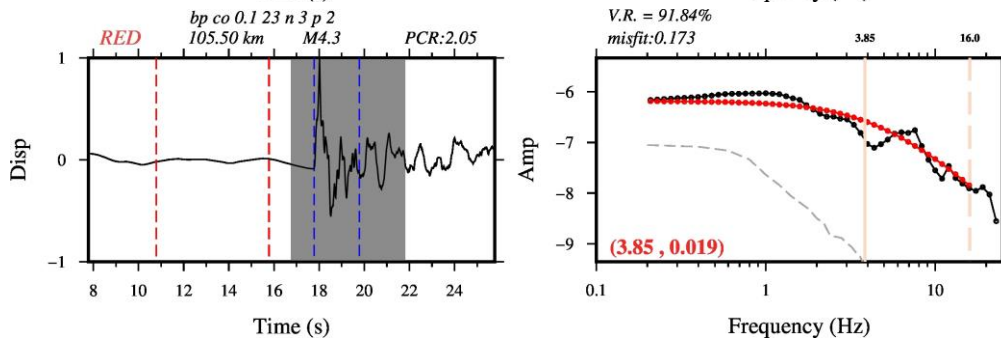
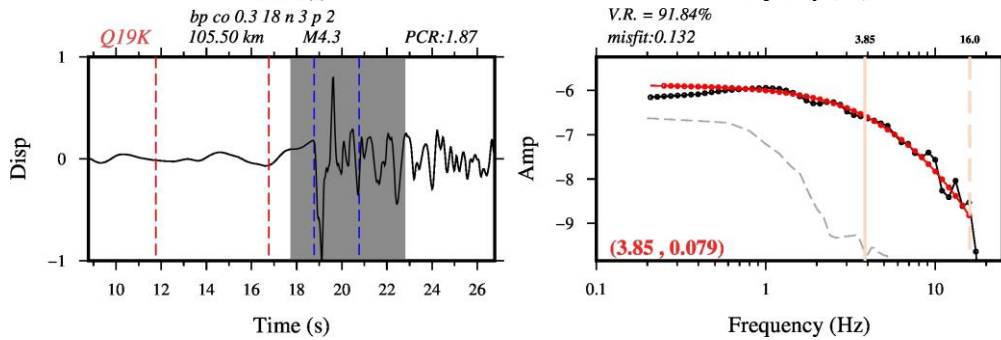
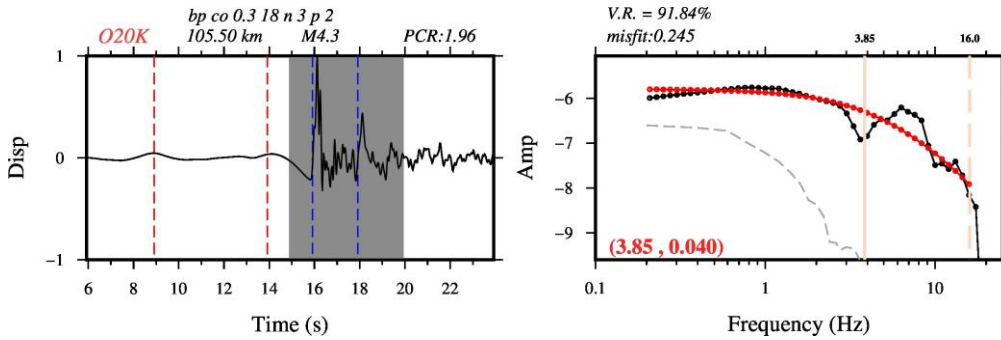
Event: 2016-02-10.17.39.55



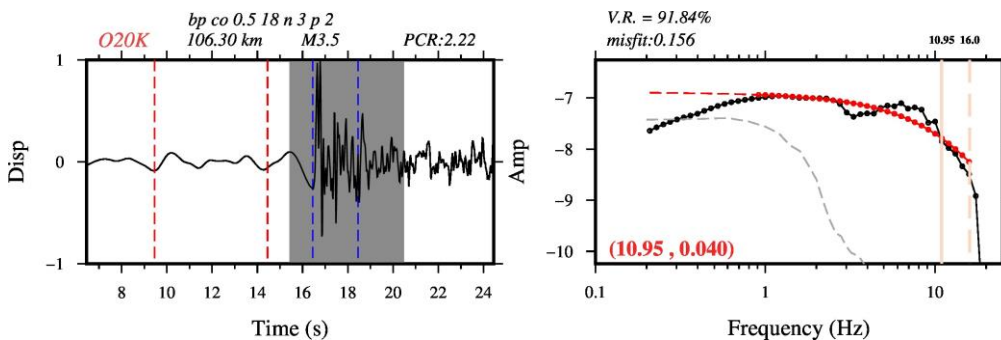


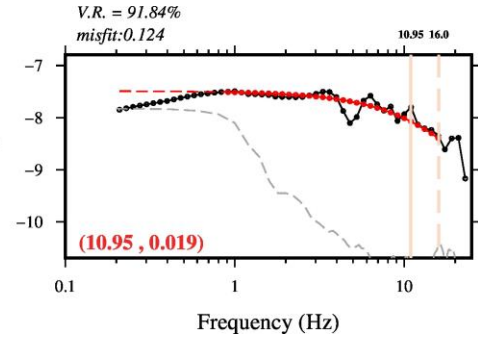
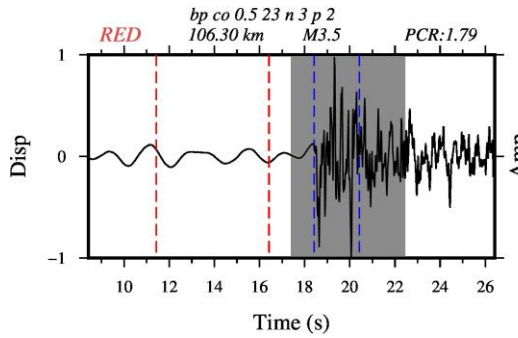
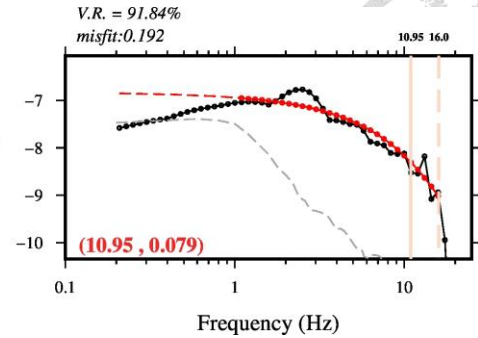
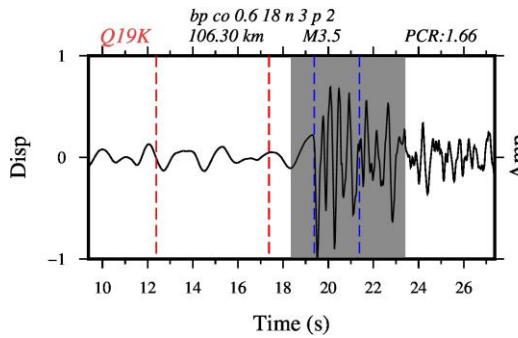
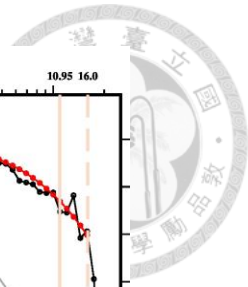


Event: 2016-02-10.17.52.12

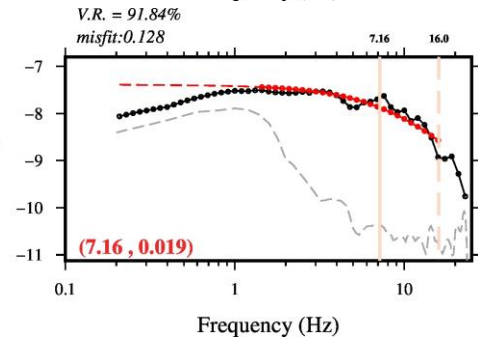
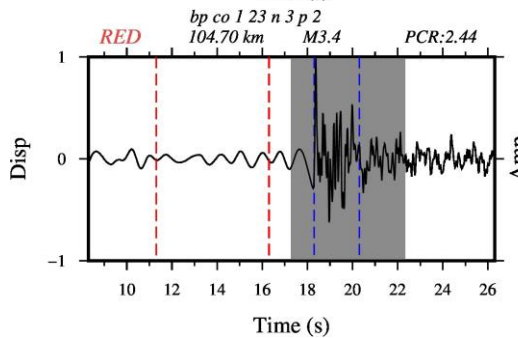
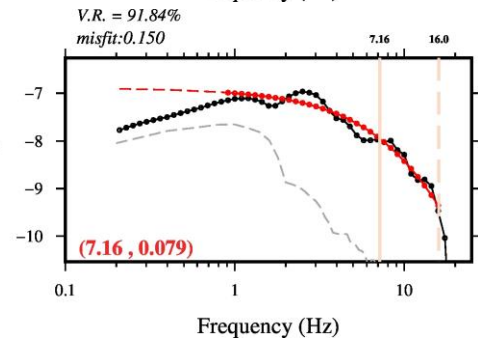
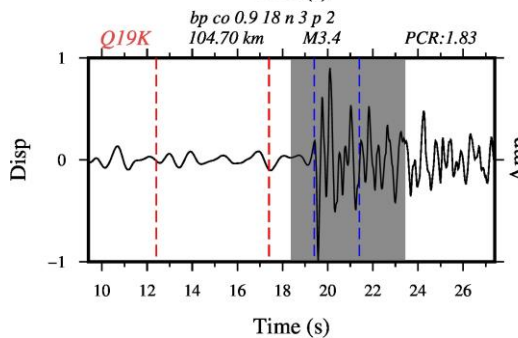
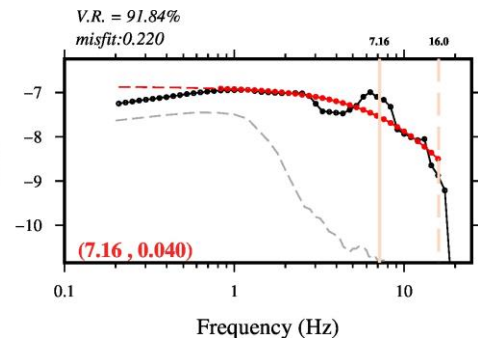
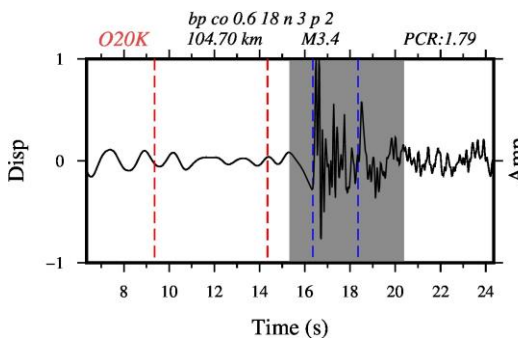


Event: 2016-04-19.20.06.08

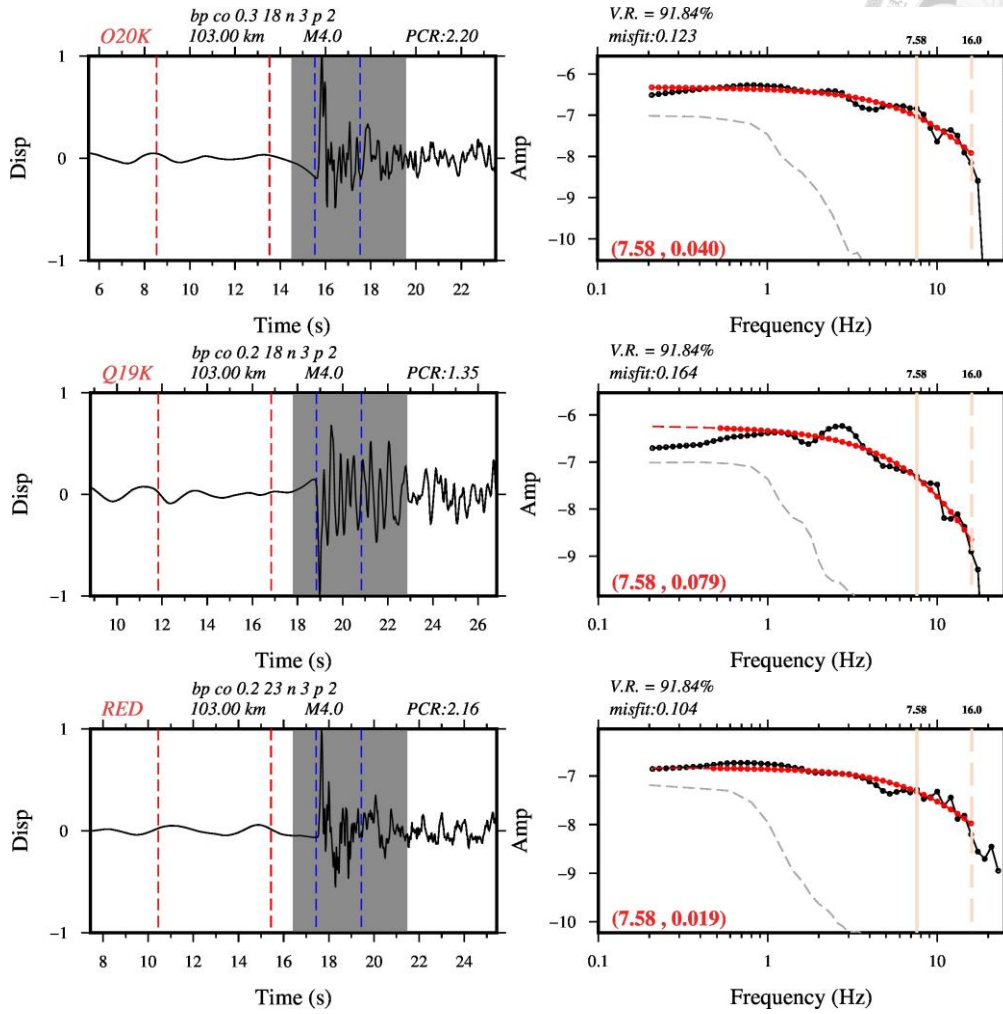




Event: 2016-07-29.21.57.25

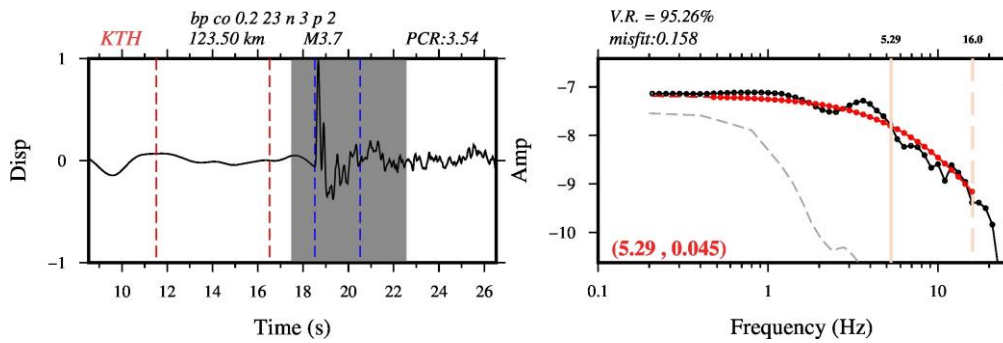


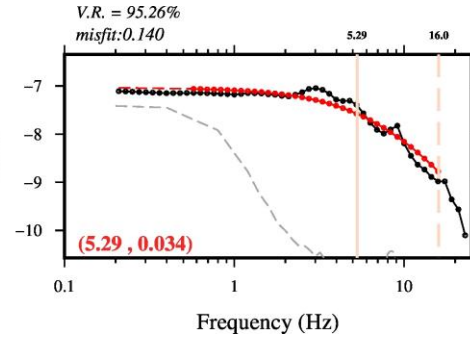
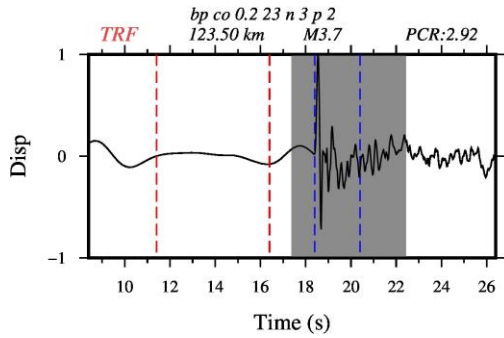
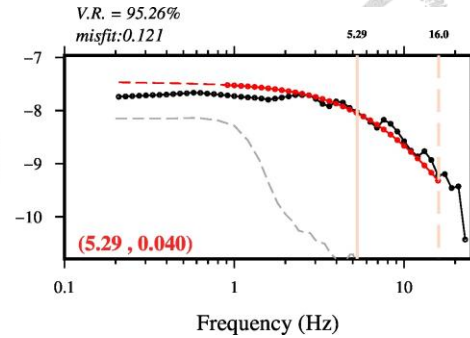
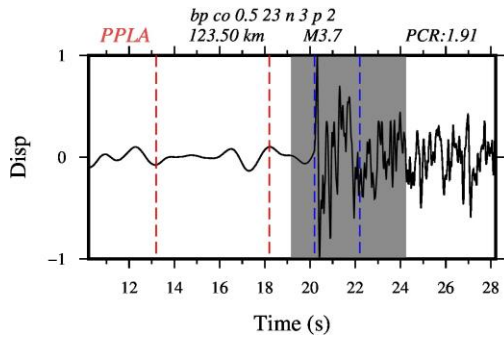
Event: 2017-02-19.22.17.30



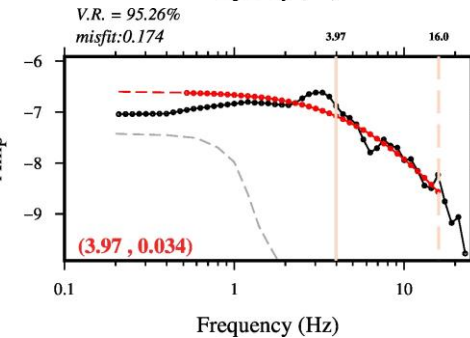
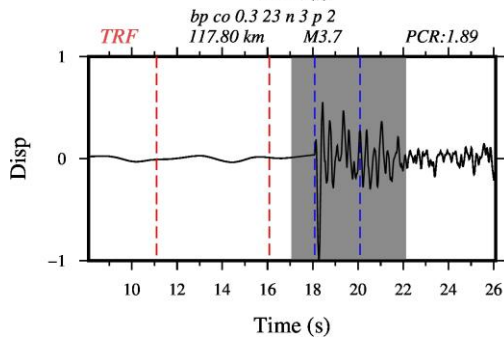
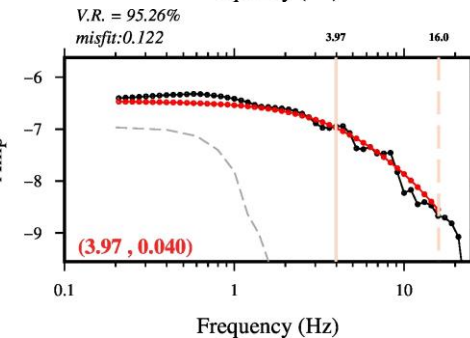
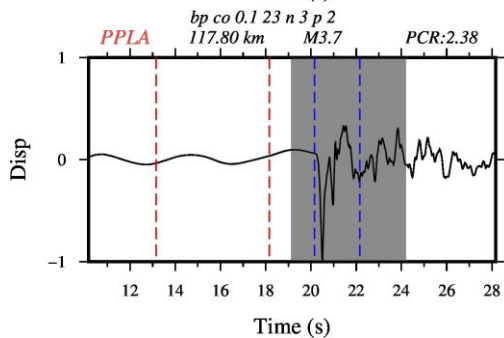
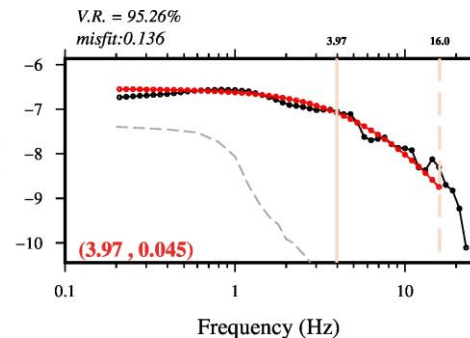
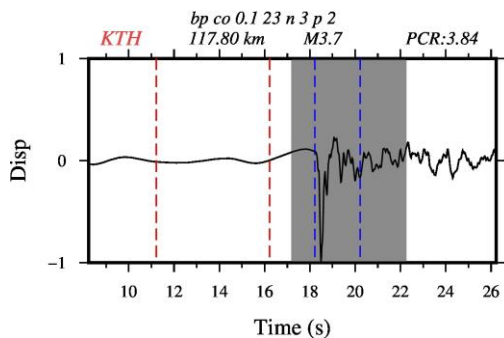
(f) VR 值 > 95% - 2015-04-08.17.09.07.k1.cluster

Event: 2012-04-06.17.04.11





Event: 2015-04-08.17.09.07



Event: 2017-07-14.00.09.15

